

John Adams
Library.



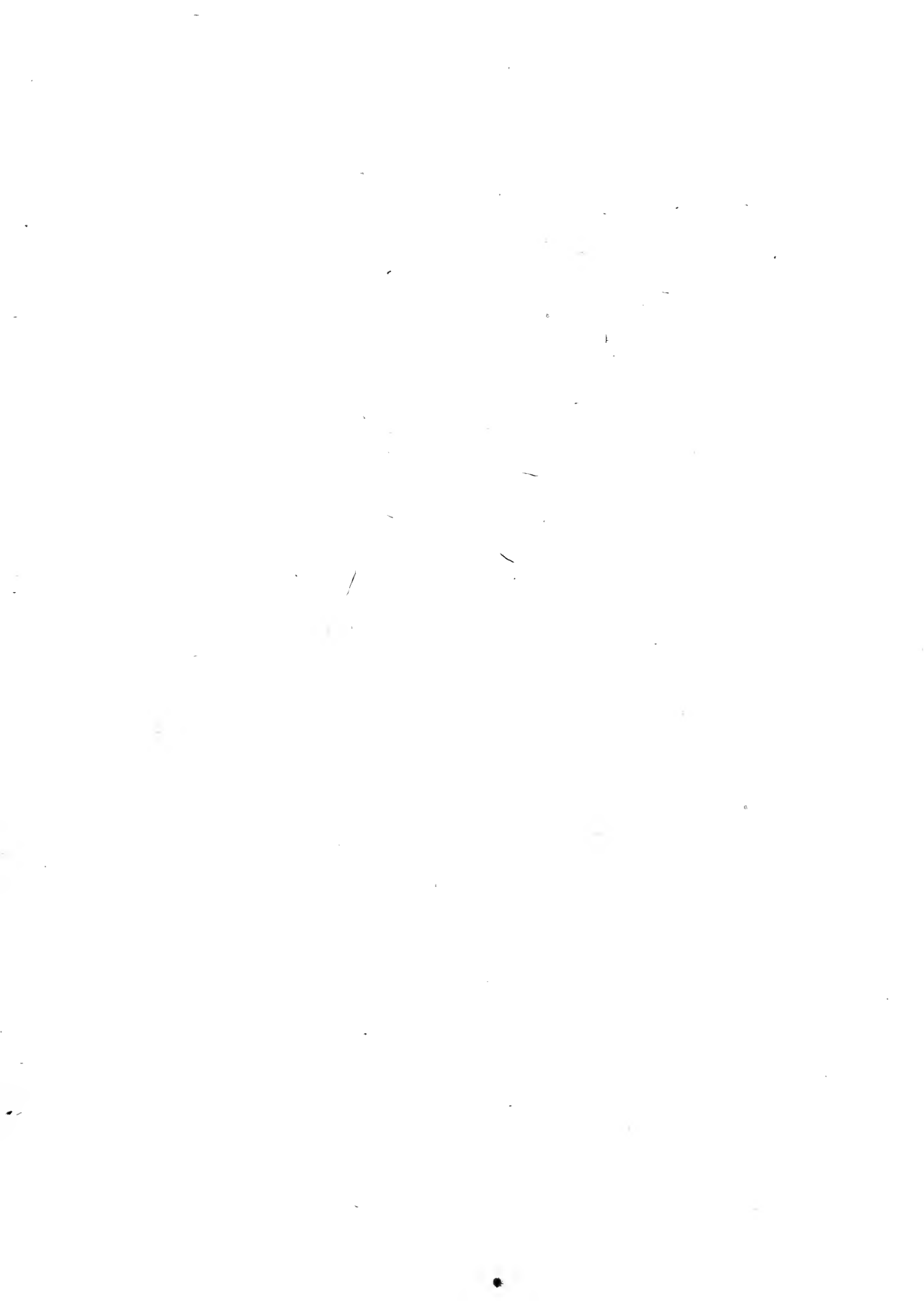
IN THE CUSTODY OF THE
BOSTON PUBLIC LIBRARY



SHELF N^o







2.0

80.7

0.3

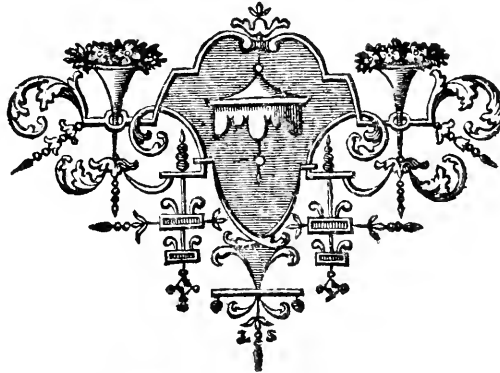
POTENTISSIMI SUECORUM REGIS, HASSIÆ LANDGRAVII
CONSILIARII REGIMINIS, MATHEMATUM AC PHILOSOPHIÆ
PROFESSORIS PRIMARII IN ACADEMIA MARBURGENSI,
PROFESSORIS PETROPOLITANI HONORARII, ACADEMIÆ
REGIÆ SCIENTIARUM PARISINÆ, SOCIETATUMQUE
REGIARUM BRITANNICÆ ATQUE BORUSSICÆ MEMBRI

ELEMENTA

UNIVERSÆ.

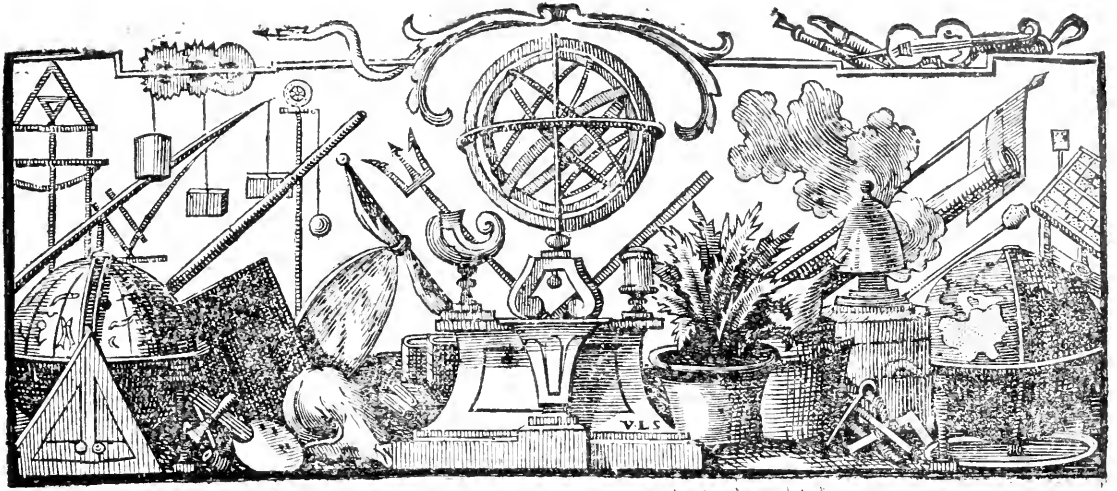
Qui OPTICAM, PERSPECTIVAM, CATOPTRICAM,
DIOPTRICAM, SPHÆRICA & TRIGONOMETRIAM
SPHÆRICAM, atque ASTRONOMIAM tam SPHÆ-
RICAM, quam THEORICAM complectitur.

PRIORI MULTO AUCTIONE ET CORRECTIONE.



Apud MARCUM-MICHAELEM BOUSQUET & SOCIOS.

M D C C X X V.



PRÆFATIO.



QUÆM nobis in conscribendis hisce Matheseos
 Elementis proposuimus finem, eundem ut in
 hoc TERTIO quoque eorundem TOMO con-
 sequeremur, operam dedimus. Quamobrem
 non minùs in singulis Opticæ partibus, quàm
 in Trigonometriâ Sphæricâ & Astronomiâ,
 ea adjecimus, quæ adhuc jure desiderari posse
 videbantur, ut satis instructus accedas ad alios quoscunque
 Autores legendos, vel etiam ad Thesauros Scientiæ propriis
 inventis ditandos, si quidem id ferant vires, si ferat otium, si
 volupe fuerit. Hinc utique factum, ut in molem majorem
 excreverit hic Tomus ceteris, & quartâ sui propemodum parte
 superet partem Tomi Secundi priorem Editionis primæ, quæ
 in eodem continetur. Prolixum nimis foret indicare singula,
 quæ accessere: suffecerit itaque speciminis loco quardam com-
 memorasse. In Opticâ Theoriam colorum NEWTONIANAM
 exhibuimus auctiorem, ne desiderentur ea, quæ extra dubi-

tationem eandem ponunt, & Principia de Visione magnitudinis ac Immissione Luminis uberiora. Ita, præter alia, Catoptricæ adjecimus Caput integrum quintum de Catoptricâ Analyticâ, & Dioptricæ novum de Perspicillis & Dioptricâ Analyticâ; tum etiam in hac Telescopium Catadioptricum NEWTONIANUM, unâ cum Mechanico HADLEII apparatu uberius explicavimus, propterea quod ejusdem usus in Observatoriis Astronomicis hodie invalescat. In Trigonometriâ Sphæricâ adjecimus varia ad solutionem Problematis de Angulis ex tribus lateribus datis inveniendis. Maxima vero incrementa accessere Astronomiæ, præsertim Parti ejusdem Theoricæ, tum quod interea temporis, quo primæ Editioni hæc altera successit, varia notatu digna fuere detecta, tum quod olim in iis acquireramus, quæ KEPLERUS ipse de suâ Planetarum Theoriâ tradiderat, omissis iis, quæ ad eam perficiendam attulere recentiores. Hisce incrementis accenseri debent, quæ de Atmosphærâ Solari, de maculis Veneris, de tentatâ Observatione Parallaxeos Fixarum annuâ & detectis earundem aberrationibus annuis, de observando Solstitio ope Gnomonis, de Anomaliâ coæquatâ ex mediâ directè inveniendâ, de novâ formâ Tabularum Astronomicarum, de Excentricitate Orbitæ Ellipticæ Telluris & Planetarum primariorum, unâ cum positione Lineæ Apfidum inveniendâ, de motu vertiginis Lunæ, aliisque traduntur. Cum in Editione primâ Eclipsium Solarium calculum per Parallaxes, utpote maxime usitatum, tantummodò exposuissimus, hodie vero invalescat modus à KEPLERO excogitatus, considerandi Eclipses Solares tanquam Eclipses Terræ à Selenitis observandas, igitur integro Capite elegans hoc inventum explicare voluimus: Nulli igitur dubitamus fore, ut
hisce

hifce subsidiis instructus Opera quæcunque Optica & Astronomica citra ullam difficultatem perlustret, ac si qua occurrant à nobis non tradita, ea cum nostris, adeoque primis Matheseos Principiis connectat. Hunc enim fructum sperare debet, qui nostra Matheseos Elementa familiaria experitur, ut, quæcunque jam reperta sunt, vel in posterum reperientur, ea singula citra ullum Circuli metum, servato ubique rigore demonstrandi, cum primis Matheseos notionibus connectat: id quod num fieri possit, si cui defuerit Systema, in quo omnium Disciplinarum veritates palmaria inter se connectuntur, illorum esto iudicium, qui Methodi vires intimiùs perspexere. Jam porro nemo non novit, quæcunque in Opticis atque Astronomiâ traduntur, ad naturæ cognitionem Mathematicam ejusque usum in vita humana pertinere. Qui vero Scientiam propiùs adspiciunt, ultro fatebuntur, cognitionis Mathematicæ primam ideam ex Opticis atque Astronomiâ derivari, per Aërometriam & Hydrostaticam ampliandam, per Mechanicam vero ulterius perficiendam. Quamobrem qui in Scientia rerum naturalium eo usque progredi voluerit, ut cognitionem Mathematicam eidem jungat, & hujus auxilio subinde utatur in causarum investigatione, ei suademus, ut ad modum quo Geometria & Arithmetica, tum etiam Algebra, in Opticis Disciplinis ad Observationes communes, in Astronomiâ, tam ad communes, quam Astronomicas applicatur majorem attentionem afferat, quam quâ utuntur illi, quibus tantummodo animus est res solas cognoscendi. Ita enim futurum confidimus, ne cognitionem naturæ Mathematicam promoturus in quâcunque Hypothesi, quam tanquam possibilem sumit, Analysin Mathematicam exercent, parùm sollicitus num ea sit Hypo-

thesis Naturæ, quam supponit, an vero ab eâ aliena, & utrum aliena, citra erroris assignabilis metum, veræ substitui possit, nec-ne Immo non minùs futurum pro explorato habeo atque comperto, ne Scientia Physica cum Naturæ cognitione Mathematicâ confundatur & illius cultura profus negligatur, cum tamen longe plurimi sit usus, quos illa promittit, ab hâc vero non sine temeritate expectaremus. In parte Theoricâ Astronomiæ, si Methodum spectes, singulare quid occurrit. Hæc enim ex parte conjecturalis est, atque liquido monstrat, quomodo conjecturæ levissimæ initio satisfacere debeant, ne desit meditando materia ulterius progressuris; mox collatis viribus continuo emendandæ, expoliendæ ac perficiendæ, donec tandem ad liquidam perveniatur veritatem. Docuimus in Horis Subsecivis (a) quomodo Astronomum imitari debeat Medicus: eodem vero modo eundem etiam imitari tenetur Physicus. Quicumque igitur eum imitari decreverit, ei lectio Elementorum Astronomiæ, præmissis ceteris Disciplinis, unde Principia mutuatur, imitamentum reddet facile: immò proderit, ut quæ de hoc imitamento præcepimus, plene intelligantur, & vires imitandi conferet, non adeò facile alio modo acquirendas. Ceterùm Scientia Optica plurima habet, quæ oblectant, ac ideo Technasmata quoque varia hinc inde adjecimus, ut constaret apertius naturæ cognitionem Mathematicam & prodesse, & delectare. Ipsa vero Siderum Scientia per se animum sciendi cupidum voluptate perfundit, quam geminari experieris, ubi ad modum, quo ex Observationibus eruuntur Dogmata, animum adverteris. Absit vero ut tibi persuadeas, hanc voluptatem solam ab Opticæ atque Astronomiæ tractatione sperandam esse. Modo enim ostendimus utilitates longe majores

(a) Anni 1729. Trim. Brum. N. IV. p. 154. seqq.

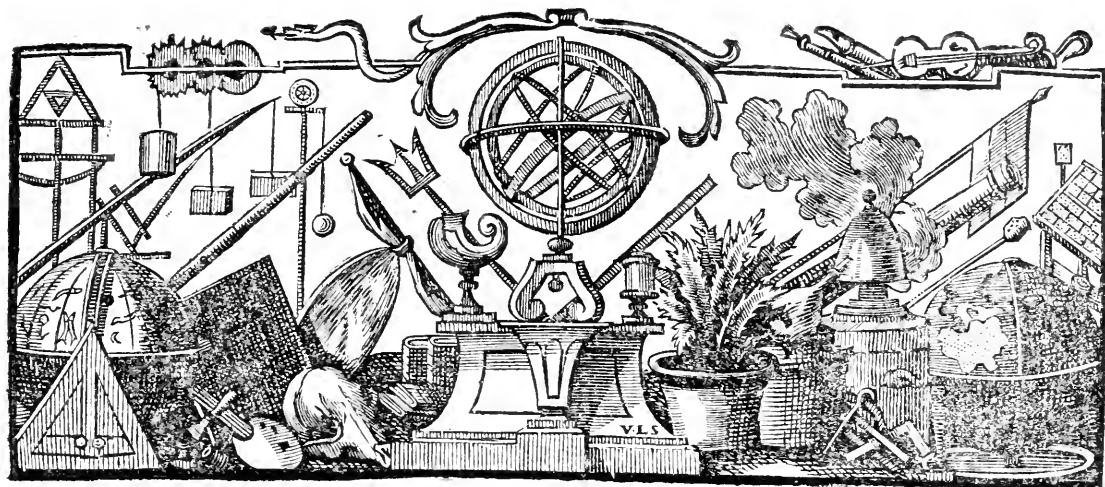
ex eadem propullulare. Equidem Geographia, Chronologia & Gnomonica adeo firmo nexu cum Astronomia cohærent, ut non defuerint, qui istarum Disciplinarum palmarias propositiones ipsi Astronomiæ inferuerint: non tamen fieri potuit, ut has ipsas Disciplinas cum Astronomia eidem Tomo infereremus, propterea quod Tomus Tertius jam in molem majorem ceteris excrevit, Tomo autem Quarto non suffecisset Architectura Civilis & Militaris cum Pyrotechniâ. Ast molis hic habendam esse rationem haud facile quisquam inficiabitur. Cum Mathesi edendæ unicè vacare haud quaquam liceat, sed danda quoque opera sit, ne Operum Philosophicorum Editio nimis differatur, ideo Tomus hic Tertius tardiùs prodit, quam aliàs proditurus fuerat. In id tamen incumbemus, quantum quidem per nos stabit, ut Quartus horum Elementorum Tomus minori temporis intervallo Tertium excipiat, quam is Secundum secutus. Dabam MARBURGI CATTORUM, die 13 Aprilis 1735.

CATALOGUS LIBRORUM MATHEMATICORUM,

Qui venales prostant

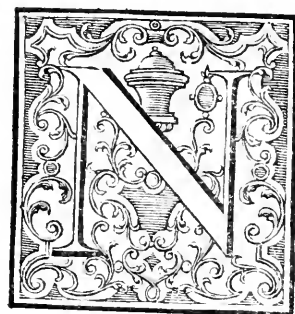
Apud MARCUM-MICHAELEM BOUSQUET & SOCIOS.

- B**ernoulli (Jacobi) Ars Conjectandi Opus Posthumum. ac edii Tractatus de Seriebus Infinitis, & Epistola Gallicè scripta de Ludo Pilæ Reticularis, 4. Basilee 1713
 de Bononiensi Scientiarum & Artium Instituto, atque Academia Commentarii, 4. Bononiæ 1731. cum figur.
- Blanchini de Calendario & Cyclo Cæsaris, ac de Paschali Canone S. Hippoliti Martyris Dissert. fol. cum figur. Romæ 1703.
- Hesperii & Phosphori nova Phænomena, five Observationes circa Planetam Veneris &c. fol. cum fig. Romæ 1728.
- Bombardier (le) François, ou nouvelle Methode de jetter les Bombes avec précision, par Mr. Belidor, 4. Amsterd. 1734. avec figur.
- Clavii Opera Omnia Mathematica, fol. 5 vol. Colon. Calculs d'Usage, pour trouver promptement les poids & mesures suivant leur prix, depuis un denier jusqu'à mille livres, & pour trouver les Taxations en dehors & en dedans, depuis cent mille livres jusqu'à une livre, par Maillon, 8. Paris 1709.
- Commentaires sur l'Analyse des Infiniment petits, par Mr. De Crouzas, 4. Paris 1721. avec figur.
- sur la Géométrie de Des Cartes, par le P. Rabuel Jésuite, 4. figur. Lyon 1730.
- Cours de Physique, accompagné de plusieurs Pièces, concernant la Physique, qui ont déjà paru, & d'un Extrait Critique des Lettres de Mr. Lewenhoek, par sen Mr. Hartloecker, 4. La Haye 1730.
- Description d'une Horloge d'une nouvelle invention, pour la juste mesure du tems sur Mer, &c. par Sully, 4. Paris 1726. avec fig.
- Ecole (l') de Mars, ou Mémoires instructifs sur toutes les parties qui composent le Corps Militaire en France, par Mr. De Guignard, 4. 2. vol. avec figur. Paris 1725.
- des Arpeneteurs, avec un Abregé du Nivellement, par Mr. De la Hire, 12. fig. Nouv. Edit. 1728.
- Elémens (Nouveaux) de Mathematiques, par Prestet, 4. 2. vol. Paris 1689. avec figur.
- de Mathematiques, par le P. B. Lami, 12.
- de Geometrie, par le même, 12.
- Essais d'une Nouvelle Theorie de la Manœuvre des Vaisseaux, par Mr. Bernoulli, 8. Bale 1724. figur.
- Fortification (Nouvelle) Française, par Mr. Rozard, 4. avec figur. Nuringb. 1731.
- Gravelande Physica Newtoniana, 4. Lugd. Bat. cum fig.
- Philosophiæ Newtonianæ Institutiones, in usus Academicos, 8. Amstel. 1728. cum fig.
- Gregori (Davidis) Astronomiæ, Physicæ & Geometriæ Elementa, Secunda Editio, cum fig. æneis 4. 2. vol. Geneva 1726.
- Geometrie des Lignes & des surfaces Rectilignes & Circulaires, par Mr. De Crouzas, 12. 2. vol. Amsterd. 1718. avec figur.
- Hagen (Gottlieb. Frid.) de Methodo Mathematica, cum Præfatione Christ. Wolfii, 8. Norimb. 1734.
- Hermanni Phoronomia, seu de Viribus & Motibus Corporum solidorum & fluidorum, 4. Amst. 1726. cum fig.
- Hire (de la) Tabulæ Astronomicæ, 4. Paris 1727. cum fig.
- Hugenii Opera varia, 4. 2. vol. cum fig. 1724. Lugd. Batav.
- Opera Reliqua & Opera Posthuma, 4. 2. vol. Amstel. 1728. cum fig.
- Histoire & Mémoires de l'Academie Royale des Inscriptions & des Belles Lettres, depuis son Etablissement, 12. 12. vol. Hol. avec fig.
- de l'Academie Royale des Sciences complet jusqu'à 1731. inclus. 12. Amsterd. avec fig. 42. vol.
- l'Hopital (le Marquis de) Traité Analytique des Sections Coniques &c. 4. Paris 1720. avec figur.
- Analyse des Infiniment Petits, 4. Paris 1716. avec fig.
- Keil Introductiones ad veram Physicam & veram Astronomiam, 4. cum fig. Lugd. Batav. 1725.
- Mécanique, ou Statique de Mr. Varignon, 4. 2. vol. Paris 1725. avec fig.
- Mémoires pour l'Attaque & la Défense d'une Place, par Mr. Goulon, Nouvelle Edition, 8. Paris 1730. avec fig.
- Mémoires de l'Academie Royale des Sciences, contenant les Ouvrages adonnés par cette Academie avant son renouvellement en 1699. 4. 5 vol. La Haye 1731. avec figur.
- Newton Arithmetica Universalis, 4. Lugd. Bat. 1732.
- Nieuwenit An lylis Infinitorum, 8. Amst. cum fig.
- Otia Mathematica, 2. cum fig. Salisb. 1719.
- Ouvrages de Mathematique du P. Lamy, 12. 3. vol. Amsterd. 1734. avec fig.
- Ozanam Cours de Mathématique, 8. 5. vol. Amst. 1697. avec fig.
- Oeuvres diverses de Physique & de Mécanique de Mr. C. & P. Perrault, 4. 2. vol. Leyde. avec fig.
- Schotti Cursus Mathematicus, fol. cum fig.
- Saccherii Conatus Geometricus, &c. 4. Mediolani 1713. cum figur.
- Traité d'Optique de Newton, traduit de l'Anglois, par Coëté, 12. 2. vol. fig. Amsterd. 1720.
- de la Perspective Fraïque, par Courtonne, fol. Paris avec fig.
- de Geometrie, par Seb. Le Clerc, 8. fig. Paris.
- du Mouvement & de la Mesure des Eaux coulantes & jaillissantes &c. 4. Paris 1725. avec fig.
- Méthodique & abrégé de toutes les Mathématiques, par De Neugeglise, 8. 2. vol. figur. Lyon.
- du Nivellement, par Picard, 12. Paris 1728.
- d'Algebre de Mr. De Crouzas, 8. Paris 1726.
- Wurzelbau Uranies Noricæ Basis Astronomicæ, &c. fol. Norimb. 1719.



ELEMENTA OPTICÆ.

PRÆFATIO.



NON temere fit Visio, sed certis Legibus adstringitur, quas violare Natura non permittit. Equidem ideò haud raro contingit, ut quædam videantur, quod non sunt; qui tamen secundum apparentiam per præcipitantiam de rebus judicans in errorem incidit, frustra fallacias Sensuum incusat. Homini enim Ratio data est, cujus lumine Leges Visionis absconditæ deteguntur. Ratione qui utuntur, secundum has Leges de rebus pronunciant, nec tales judicant, quales à Sensu Menti

exhibentur. Utinam eas considerarent, qui ad Res naturales scrutandas animum appellunt! Ita enim uno ictu ex Physicâ profligarentur horrida Imaginationis monstra & commenta Philosophorum. Operæ itaque pretium fecere Mathematici, immutabilium Naturæ Legum Interpretes genuini, quod in Leges Visionis solitâ industriâ inquisiverint. Quare cum eadem in Opticâ explicentur, ejus studio omnes gnaviter incumbere debent, quibus cognitio Rerum naturalium curæ cordique existit. Sunt verò etiam multa in Physicâ argumenta, quæ sine Opticæ principiis accuratè intelligi nequeunt. Quis enim de Lumine, de Coloribus, de Diaphano, Opaco, Lucido, de Meteoris Emphaticis, Iride, Coronis, Parheliis, Paraselenis, immo de ipsâ Visionis naturâ certi quidpiam statuet, ubi Opticæ fuerit ignarus? Quis Siderum naturam? quis Systematis Mundani structuram? quis Planetarum motus? quis Luminarium Eclipses non invitâ Minervâ rimabitur, nisi Optices cognitione imbutus? Ea igitur in Astronomiâ utramque paginam facit, nec ad Scientiam istam accedere quisquam debet, nisi Opticâ salutatâ. Peperit etiam Optica Perspectivam, Artis Pictoriæ complementum, immò nullam habet hæc Ars Regulam, cujus ratio in Opticâ non contineatur. Unum verò est, quod moneam: quia veritatem puram Mathesis complectitur, opinionibus maculatam aspernatur, à Philosophorum Hypothesibus abstinui, quas vulgò in Opticam male intrudunt, iis nempe folis contentus, quæ aut Experimentiâ certâ, aut Demonstratione firmâ nituntur.

ELEMENTA OPTICÆ.

CAPUT PRIMUM.

De Fundamentis Opticæ.

DEFINITIO I.

I. **O**PTICA est Scientia Visionis directæ.

SCHOLIION.

2. *Interdum latius sumitur pro Scientia Visibilium, quatenus visibilia sunt ; ita ut Catopticam atque Dioptricam una comprehendat.*

DEFINITIO II.

3. *Visio directæ* dicitur, quam efficit Radius directus.

DEFINITIO III.

4. Per *Lumen* vel *Lucem* intelligo, id quod corpora circumjecta visibilia efficit.

SCHOLIION.

5. *Tum enim dicimus Lumen esse præsens, quando corpora circumjecta videre possumus.*

DEFINITIO IV.

6. *Radius* est Lumen à puncto radiante per medium non resistens protensum.

DEFINITIO V.

7. *Radius directus* est, cujus omnes

partes à puncto radiante usque ad Oculum in directum jacent.

DEFINITIO VI.

8. *Punctum radians* est quodlibet visibile punctum, unde radii emanant.

DEFINITIO VII.

9. Corpus *Luminosum* vel *Lucidum* est id, quod sui Luminis diffusivum, seu quod suo Lumine radiat.

DEFINITIO VIII.

10. Corpus *Illuminatum* est, quod alieni Luminis diffusivum, seu quod Lumine aliunde accepto radiat.

DEFINITIO IX.

11. Corpus *Diaphanum*, *Pellucidum* seu *Perspicuum* est, quod radios transmittit.

DEFINITIO X.

12. Corpus *Opacum* est, quod radios intercipit, seu transitum radiis negat.

DEFINITIO XI.

13. *Visibile radiare* dicitur, quando Lumen diffundit.

COROLLARIUM.

14. Nullum ergo corpus radiat, nisi Luminosum aut Illuminatum. Aut enim proprium Lumen diffundit, aut alienum. In illo casu est Luminosum (§. 9); in hoc Illuminatum (§. 10).

DEFINITIO XII.

15. *Radiatura locus* est interval- lum in diaphano, per quod visibile ra- diat.

DEFINITIO XIII.

16. *Oculus* est Organum Corporis visibilia repræsentans. Constat ex tuni- cis quinque, Cornea, Sclerotica, Uvea, Choroide, Retina, & tribus humori- bus, Aqueo, Crystallino, Vitreo.

SCHOLIION.

17. *Per repræsentationem intelligimus deli- neationem visibilium in Oculo factam: quam mox Experimentis confirmaturi sumus. Sed ut ea distinctius intelligatur, structuram Oculi ante exponi fas est.*

DEFINITIO XIV.

18. *Cornea* est tunica externa ante- rior *dd*, instar cornu pellucida valde- que firma, figuræ vel sphericæ, vel po- tius spheroidicæ, ultra reliquam Oculi globositatem in anteriora protuberans Oculumque una cum Sclerotica conso- lidans.

COROLLARIUM.

19. Cornea radios Luminis transmittit (§. 11).

SCHOLIION.

20. *In multas lamellas facili negotio sepa- ratur; sed quod ad præsentem scopum nil facit. Ipsi vulgo ab Anatomia imperitis colores ad- judicantur, qui tunica Uveæ substratæ insunt & per eam tantummodo transparent.*

DEFINITIO XV.

21. *Sclerotica* est tunica externa pos- terior *aa*, opaca valdeque firma, majo- ris sphaeræ aut spheroidis segmentum quam Cornea, cum qua Oculum conso- lidat, ejusque figuram pariter ac in situ suo singulas partes conservat.

Tab. I
Fig. 1.

SCHOLIION I.

22. *Ideo tam tenaces sunt tunicae Cornea & Sclerotica, ne Oculus, tam nobile organon, fa- cile lædatur.*

SCHOLIION II.

23. *Vestitur autem Sclerotica anteriore sui parte membrana alba, quam Adnatam vo- cant Anatomici, tum ad decorem, tum ad volubilitatem Oculo conciliandum.*

DEFINITIO XVI.

24. *Uvea* est tunica interna anterior *ee*, Corneæ substrata, humori Aqueo in- natans & in medio perforata, figuram annuli vel zonæ habens, intus aspera & nigra, foris lævis & diversicolor, radios ad visionem necessarios in interiorem Oculi concamerationem intromittens, superfluos vero arcens.

Tab. I
Fig. 1

SCHOLIION.

25. *Pars Uveæ, quæ per Corneam transparent, à varietate colorum dicitur Iris. Et quia Solis depicti imaginem referre videtur, radiis quasi innumeris circa orbiculum nigrum diffusis, Solem nonnulli vocant.*

Tab. I
Fig. 2

DEFINITIO XVII.

26. *Pupilla* est foramen rotundum tunicæ Uveæ *g*, instar orbiculi nigrican- tis in Oculo conspicuum & aditum radiis in Oculi interiora concedens.

Tab.
Fig. 1

DEFINITIO XVIII.

27. *Choroides* est tunica interna pos- terior *bb*, Scleroticae contigua adeoque eandem cum ipsa figuram, superficiem

vero

vero concavam politam habens, tenuis atque mollis, suaque nigredine Oculum opacans.

SCHOLIION I.

28. In pecudibus non æque ac in hominibus tota nigra est Choroides, sed in superficie concava colore livido tincta apparet. Unde & Pupilla in animalibus non prorsus nigricat.

SCHOLIION II.

29. Cornea Sclerotica, Uvea Choroidi connectitur mediante ligamento membranaceo, quod Ciliare vocant: unde tenuia quedam filamenta usque ad humorem ChrySTALLINUM undiquaque procedunt, quibus Processuum Ciliarium nomen imposuerunt Anatomici.

DEFINITIO XIX.

30. Retina seu Amphiblestroides est tunica intima cc, Choroidi contigua, tenuis ac mucosa, subalba, inter diaphanum & opacum fere media, cum fibrillis Nervi optici fortiter connexa.

SCHOLIION I.

31. Retina intra aquam agitata facile expanditur, à Choroidè autem separata in massam mucosam conglobatur.

SCHOLIION II.

32. Equidem RUYSCHIIUS contendit, inter Choroidem & Retinam dari adhuc tunicam aliam, quam à se repertam Ruyschianam vocat, Choroidi tam firmiter connatam (ipsa ejus verba recito) ut vulgari sectione Anatomica in oculos non incurrat. Enimvero VERHEYENUS in Oculo Ovino Choroidem duabus lamellis constantem haud difficulter invenit; in humano autem interiorem lamellam nullo modo observare potuit. Quoniam vero tunica multæ ac membranæ duplici lamella constant, quemadmodum ego ope siphonis mei Anatomici (S. 52 Hydrost.) tunicas vesicæ in duas lamellas facile separo; non sine ratione judicat Anatomici

cus peritissimus VERHEYENUS (a) et si in omnium viventium oculis duplex Choroidis lamella inveniretur, non tamen ideò de novo nomine laborandum esse.

DEFINITIO XX.

33. Humor Aquæus g est, qui anterioriorem Oculi cavitatem inter Corneam & Processus Ciliares replet, instar aquæ fluidus, tenuis ac limpides. Tab. I. Fig. 1.

DEFINITIO XXI.

34. Humor ChrySTALLINUS f est massa consistens, sed pellucida, figuræ lenticularis; inæqualiter convexa, pellicula tenui ac pellucida involuta, quam Araneam seu Arachnoidem vocant.

SCHOLIION I.

35. Partem humoris ChrySTALLINI anteriorem KEPLERUS (b) segmentum Sphæroidis rotatione Ellipsis circa axem geniti; posteriorem vero segmentum Conoidis Hyperbolici rotatione Hyperbolæ circa axem geniti esse suspicatur.

SCHOLIION II.

36. Humorem ChrySTALLINUM nec in omnibus hominibus, nec in omnibus ejusdem hominis ætatibus ejusdem esse figuræ; in aliquibus enim magis, in aliis minus ad rotunditatem tendere; in ætate integra esse turgidum, in fractis quasi planum, autor est SCHOTTUS (c).

DEFINITIO XXII.

37. Humor Vitreus h est, qui posterioriorem Oculi cavitatem replet, vitro fusiformis, aliqualis consistentiæ, admodum diaphanus, pellicula tenui (quam Hyaloidem vocant Anatomici) vestitus. Tab. I. Fig. 1.

A 3

DE

(a) In Corporis humani Anatom. lib. 1. Tract. 4. c. 14. p. 248. Edit. Bat. secundæ An 1710.

(b) In Paralip. in Vitellionem c. 5. p. 167.

(c) Magiæ Univers. Nat. & Art. part. 1. lib. 2. prælus 1. artic. 8. p. 64.

DEFINITIO XXIII.

38. *Reflexio Luminis* est propagatio in partes anteriores corporis opaci, in quod incidit, ob ejus resistantiam.

DEFINITIO XXIV.

39. *Refractio Luminis* est deviatio à linea, per quam propagari debebat, ob diversam medii densitatem.

DEFINITIO XXV.

40. *Visio distincta* est, quæ partes à se invicem distinctas discernit.

DEFINITIO XXVI.

41. *Visio confusa* est, quæ partes à se invicem distinctas non discernit, seu confundit.

AXIOMA I.

42. *Nihil videtur sine Lumine* (§.4).

AXIOMA II.

43. *Si Oculus eodem modo afficitur, Visio eadem.*

SCHOLION.

44. *Veritas Axiomatis manifesta est per Axioma fundamentale quod nihil sit sine ratione sufficiente* (§.25. Mech.). *Si enim Oculus eodem modo afficitur in duobus casibus; nulla sanè est ratio, cur in uno casu alia esse debeat Visio, quam in altero. Videtur equidem Axioma adhuc aliquid obscuritatis habere; sed quicquid ejus restat, totum disparebit, ubi in sequentibus explicatum fuerit, quomodo Oculus eodem modo afficiatur. Caterum hinc colligitur, cur in rerum natura præcaveri non potuerit, quin visibilia interdum aliter apparerent, quam sunt.*

OBSERVATIO I.

45. *Si per exiguum foramen, quod pisi magnitudinem non adequat, Lumen*

Solare in cameram obscuram intromittatur; per totum, quâ patet, medium à foramine usque ad corpus opacum ulteriori propagationi resistens, linea recta lucida comparebit in directum jacens recta inter foramen & Solem interjecta.

COROLLARIUM I.

46. Lumen ergo propagatur per lineam rectam, consequenter radii per lineas rectas representari possunt (§.6).

COROLLARIUM II.

47. Cum nihil videatur sine Lumine (§.42), Lumen verò per lineas rectas propagetur (§.46); nullum objecti punctum videbitur; nisi quod pupillæ in directum jacet (§.26).

SCHOLION.

48. *Suppono nempe radios ab objecto per idem medium ad oculos trajici.*

COROLLARIUM III.

49. Radii *Ab, Ac, Ad, Ae, &c.* ex eodem Tabl. puncto *A* emanantes continuo divergunt. Fig.

OBSERVATIO II.

50. *Si Lumen per exiguum foramen Tabl. in cameram obscuram intromissum AC Fig. speculo BF excipitur; in partes anteriores speculi per rectam CD propagabitur.*

COROLLARIUM.

51. Lumen ergo à corporibus reflectitur, quæ ulteriori progressui obstant (§.38).

SCHOLION.

52. *Non injucundum est spectaculum, dum verso speculo BF, radii AC & DC una ad perpendicularum EC accedunt, iterumque ab eo digrediuntur aut prorsus cum eodem coalescunt: imprimis cum radii sub forma linearum rectarum compareant, quales in Optica (§.46) representantur.*

OBSERVATIO III.

ab. I. 53. Si Lumen per exiguum foramen
ig. 5. in cameram obscuram intromissum LM
oblique incidat in vitrum conicum HIK
aqua plenum, vel etiam in vitrum soli-
dum, non recta ex M in O tendet, sed
à recta LO deviabit per MN.

COROLLARIUM.

54. Cum aër & aqua, itemque vitrum
sint diversæ gravitatis specificæ (§. 57. Aë-
rom.), adeoque etiam diversæ densitatis
(§. 20. Hydrost.); radius ex uno medio in
aliud diversæ densitatis transiens refringi-
tur (§. 39).

OBSERVATIO IV.

55. Si in Speculo ad fenestram collo-
cato magnitudinem Pupillæ observes; ma-
nibus ad tempora applicatis, ut Lumen à
lateribus affluens ab Oculo arceatur, eam
dilatari; manibus vero remotis, denuò
coarctari videbis. Eandem variationem
notabis, si noctu candelam ardentem Ocu-
lo alterius nunc admoveris, nunc ab eo-
dem removeris.

COROLLARIUM I.

56. Crescente adeo Lumine, Pupilla co-
arctatur; decrescente, dilatatur.

COROLLARIUM II.

57. Hinc major est in luce meridiana,
quam in crepera.

OBSERVATIO V.

b. I. 58. Quodlibet punctum objecti A vi-
ig. 3. detur omnibus in locis b, c, d, e, &c.
ad quæ ex eo linea recta duci potest.

COROLLARIUM I.

59. Quia nihil videtur sine Lumine (§. 42);
quodlibet objecti punctum radios innume-
ros quaquaversum diffundit.

COROLLARIUM II.

60. Quare cum radii per lineas rectas
propagentur (§. 46); à puncto radiante
radius emittitur in quodlibet punctum,
ad quod ex eo linea recta duci potest.

OBSERVATIO VI.

61. Quodsi Humor ChrySTALLINUS C can- Tab. I,
dele ardenti AB, aut fenestræ objicia- Fig. 6.
tur, & post eum in certâ distantia (quæ
tentando facile definitur), folium char-
te munde DE statuetur, super eo Imago
candelæ aut fenestræ situ inverso b a com-
parebit & flamma mobilis, uti est, repræ-
sentabitur. Quodsi candelæ retrahatur,
Imago b a disperebit, reditura si chartam
DE propius admoveris, sed minor prio-
re. Si ab Oculo bovino posticam Scleroti-
cæ ac Choroidis, immo etiam Retinæ par-
tem, Humore Vitreo illeso separet & can-
delam ardentem ante Pupillam constituas;
ejus Imaginem situ inverso videbis in ex-
tima superficie Humoris Vitrei vel ipsius
Retinæ, ubi non fuerit separata. Ea-
dem omnia eodem modo se habebunt, si
Humori ChrySTALLINO substituas Vitrum
politum convexum C.

COROLLARIUM I.

62. A quibus Objectis radii in Oculum
illabuntur, eorum Imagines admodum exi-
guæ, sed valdè distinctæ pone Humorem
ChrySTALLINUM delineantur.

COROLLARIUM II.

63. Imago Objecti majoris in eadem dis-
tancia major est, quam minoris.

COROLLARIUM III.

64. Imago Objecti vicini majore inter-
vallo ab Humore ChrySTALLINO distat, quàm
remoti.

COROLLARIUM IV.

65. Imago Objecti vicini major est; Imago remoti minor.

COROLLARIUM V.

66. Cum adeo Objecta remota videantur minora, vicina vero majora; Objectum magnum apparet, si magna in Oculo delineatur Imago; parvum vero, si parva (§. 43).

COROLLARIUM VI.

67. Quæ ergo æqualia apparent; eorum Imagines in Oculo æquales sint necesse est.

COROLLARIUM VII.

68. Si Objectum movetur; Imago quoque in Oculo movetur, seu successivè alias aliasque Retinæ partes occupat (§. 61). Moveri adeo videntur, quorum Imagines alias aliasque Retinæ partes successive occupant (§. 43).

COROLLARIUM VIII.

69. Orbium vitreorum in fenestra contiguorum Imagines etiam in Oculo contiguæ sunt (§. 61). Quorum adeo Imagines in Oculo contiguæ sunt, ea contigua videntur (§. 43). Eodemque modo patet, quod continua videri debeant, quorum Imagines continuæ sunt.

COROLLARIUM IX.

70. Visio igitur convenit repræsentationi Objectorum in Oculo, hoc est, talia apparent Objecta, qualia in Oculo repræsentantur, seu ex Imaginibus in Oculo, ratio reddi potest, cur tale appareat Objectum.

COROLLARIUM X.

71. Cum Imago in Oculo delineata Objecto ipso multo minor existat; fieri potest ut vel ob hujus parvitatem (§. 63), vel distantiam (§. 65.) individuum in Oculo punctum occupet. Quoniam adeo Objectum non amplius repræsentatur; in utroque casu videri nequit (§. 70.).

COROLLARIUM XI.

72. Quia igitur nec Objecti vicini partes omnes exiguæ, nec remoti satis magnæ videri possunt; neque vicina neque remota prorsus distinctè nudo Oculo videmus (§. 40.); distinctiùs tamen vicina, quam remota (§. 65. 71.) cernimus.

OBSERVATIO VII.

73. Si Vitrum utrinque convexum & Tab. Fig
 politum AB charta obducas, nonnisi duobus foraminulis sive quadratis, sive rotundis apertis, radii à Sole lucente Sin chartam CD ad certam distantiam, tentando definiendam, collocatam per utrumque transmissi coalescunt in F, mox tamen à se invicem recessuri, si chartam CD vel propius ad lentem AB admoveas vel longiori intervallo, ab eadem removeas. Si idem Vitrum ita tectum fenestræ obvertas, Imagines ejus in unam coalescent: nec disparebit Imago, etiamsi foramen alterutrum tegas, nisi quod claritas minuatur.

COROLLARIUM I.

74. Quilibet radius fert secum integram speciem puncti radiantis.

COROLLARIUM II.

75. Radii ab eodem puncto Objecti egressi per refractionem in Vitro convexo, consequenter etiam in Humore ChrySTALLINO (§. 61), factam in uno puncto iterum uniuntur.

COROLLARIUM III.

76. Tum ergo Objectum in charta CD, consequenter etiam in Retina (§. 61) repræsentatur, si radii diversorum punctorum radiantium species secum ferentes (§. 74) non confunduntur.

COROLLARIUM IV.

77. Imago in Oculo clarior est, si pluribus radiis delineatur, quàm si paucioribus (§. 73).

SCHOLIION.

78. Patet jam ratio universæ structura Oculi. Sclerotica nempe cum Cornea concamerationem efficit; Uvea cum Choroide Oculum opacat, ne Radii peregrini ab ea reflexi Imaginem in Retina delineandam confundant (§.76). Humor ChrySTALLINUS per refractionem radios eandem speciem secum ferentes unit (§.75), ut Objectum clarè ac distinctè pone eum repræsentetur: quam refractionem Humores Aqueus & Vitreus juvant (§.54). Pupilla dilatibilis, ut nunc coarctari nunc ampliari possit (§.56); quo lumen ad representationem satis claram sufficiens (§.77) illabatur. Hinc non difficilis est Oculi artificialis constructio, in quo Objecta eodem modo repræsentantur, quo in vero. Quare cum is utilis sit ad veritates hæctenus propositas confirmandas; ejus structuram paucis exponemus.

PROBLEMA I.

79. Oculum artificialem construere.

RESOLUTIO.

1. Fiant duo Hemisphæria cava ex ligno duriori, mediante aliqua commissura facilè conjungenda.
2. Hemisphærium anterius sit in medio perforatum foramine rotundo C, quod pupillæ vices sustineat & vitro tenui plano, vel (quod perinde est) convexo concavo, tanquam tunica Cornea, muniendum.
3. Interius in tubum brevem efformetur, & alius ductilis G cum Lenticula vitrea polita ac utrinque convexa (quæ Humoris ChrySTALLINI munere fungitur) eidem immitatur.
4. Hemisphærio posteriori immittatur tubus ductilis EF, cui inditum sit Vitrum planum, cujus superficies

Wolfii Oper. Mathem. Tom. III.

interior lævigata quidem, sed non polita, Retinam cum Neruo Optico repræsentans.

Quodsi igitur foramen C Objecto cuiusdam obvertas & tubum ductilem FE, sensim sensimque extrahas; videbis tandem Objectum in Vitro plano accuratissimè suis quidem coloribus nativis, sed situ inverso, delineatum. Et hac machina ea explorare licebit, quæ in antecedentibus de visibilibus in Oculo naturali repræsentatione dicta sunt (§.62. & seqq.).

Aliter.

Quoniam perinde est, quæcunque fuerit cavitatis internæ figura; conclave quodcunque ita obscurare poteris, ut nonnisi per exiguum foramen, Vitro polito utrinque convexo muniendum; Luci aditus pateat. Quodsi enim linteum album in certa distantia expandas; omnium Objectorum foramini oppositorum imagines quam distinctissimè suis nativis coloribus super eodem depinguntur. Erunt autem Imagines tanto majores, quo Lens vitrea fuerit majoris sphæræ segmentum.

SCHOLIION.

80. Hæc est decantata illa Camera obscura, cum quâ hodie Philosophi Oculum conferre solent, rationes Phanomenorum Opticorum reddituri. Equidem si foramen pisi magnitudinem non excedat; Objecta quoque delineantur, Lente remota: non tamen tam distinctæ sunt Imagines, quam altero in casu. Primus hoc Phanomenon observavit JOANNES BAPTISTA PORTA (a). Demonstracionem damus in sequentibus.

B

CAPUT

(a) Magiæ Naturalis lib. 4. c. 2.

ab. I.
fig. 8.

CAPUT II.

De Luce.

DEFINITIO XXVII.

81. **I**ntensitas Luminis est quantitas vis illuminatricis.

SCHOLIUM.

82. *Vim illuminatricem ut Phænomenon considero, non ut peculiarem entitatem Lumini superadditam, aut ut Qualitatem occultam. Licet autem eam non pro inexplicabili habeam; Mathematici tamen non esse existimo, ut ejus naturam explicet, seu rationes Physicas reddat. Absit itaque ut quis arbitretur, me Scholasticorum figmenta ex Philosophia feliciter profligata in eam reducere velle.*

COROLLARIUM.

83. Quoniam Radius perpendicularis fortius ferit, quam obliquus, in ratione sinus totius ad sinum anguli obliquitatis (§. 552. *Mechan.*); Radius quoque perpendicularis obliquo in eadem ratione intensior est.

AXIOMA III.

84. *Si singulorum Radiorum vires illuminatrices fuerint aequales, aut Radii fortes ac debiles in constante ratione misceantur; Intensitates Luminis habent rationem multitudinis Radiorum aequalia plana ferientium.*

COROLLARIUM.

85. Quia Densitas Luminis ex multitudine Radiorum per datum medium una transmissorum æstimatur (§. 14. *Hydrost.*); Intensitates Luminis in hypothesi virium illuminatricium aequalium aut in constante ratione mixtarum, in ratione Densitatum erunt.

THEOREMA I.

86. *Si Lumen propagatur per Radios parallelos in medio non resistente, intensitas non variatur.*

DEMONSTRATIO.

Quoniam Radii per spatium ABDC transmissi sunt paralleli, *per hypothes.* singuli à singulis eandem distantiam constantem tuentur (§. 81. *Geom.*). Quare cum Lumen propagetur in medio non resistente, *per hypothes.* nullus Radius intercipitur, nec ullius vis immutatur (§. 20. *Mechan.*). Intensitas igitur variari nequit (§. 81). *Q. e. d.*

THEOREMA II.

87. *Si Lumen propagatur per Radios divergentes aequalium virium in medio non resistente, Intensitas Luminis decrescit in ratione duplicata distantiarum à Puncto Radiante reciproce.* Tab. Fig.

DEMONSTRATIO.

Cum enim Lumen in medio non resistente propagetur, *per hypothes.* nec Radius ullus intercipitur, nec vis singulorum minuitur, adeoque Radii, qui in distantia AC per Hemisphærium à semicirculo FCG descriptum diffundebantur, in distantia AB per Hemisphærium à semicirculo DBE descriptum diffunduntur. Sunt igitur Densitates Luminis reciproce ut superficies Hemisphæriorum à semicirculis FCG & DBE descriptorum (§. 23. *Hydrost.*), consequenter etiam Intensitates Luminis in eadem ratione existunt (§. 85). Sunt vero superficies illorum Hemisphæriorum in ratione semicirculorum FCG & DBE (§. 554. *Geom.* & §. 181. *Arithm.*), hoc est

est in ratione duplicata distantiarum AC & AB (§. 409. *Geom.*). Ergo Intensitas Luminis in C, est ad Intensitatem in B, in ratione duplicata ipsius AB ad AC (§. 167. *Arithm.*). *Q. e. d.*

COROLLARIUM.

88. Si itaque fuerit $AB = 2AC$; erit Intensitas Luminis in B $= \frac{1}{4}$ Intensitatis in C. Si $AB = 3AC$; Intensitas in B erit $\frac{1}{9}$ Intensitatis in C. Intensitas adeo Luminis per Radios divergentes æqualium virium propagati, decrescit secundum progressionem $1 \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{9} \cdot \frac{1}{16} \cdot \frac{1}{25} \cdot \frac{1}{36}$ &c.

THEOREMA III.

89. Si Lumen propagatur per Radios convergentes æqualium virium in medio non resistente; Intensitas Luminis crescit in ratione duplicata distantiarum à puncto concursus reciproce.

DEMONSTRATIO.

Eodem, quo in demonstratione Theorematis præcedentis, modo ostenditur, Intensitates Luminis in C & G esse in ratione circulorum EF & AB reciproce, consequenter in ratione duplicatâ ipsius GF ad CB (§. 409. *Geom.*). Quoniam vero GF ipsi CB supponitur parallela; erit $GF : CB = DG : DC$ (§. 268. *Geom.*), consequenter $GF^2 : CB^2 = DG^2 : DC^2$ (§. 260. *Arithm.*). Est igitur Intensitas Luminis in C ad Intensitatem in G, in ratione duplicata distantie GD ad distantiam CD (§. 167. *Arithm.*). *Q. e. d.*

THEOREMA IV.

90. Aër Intensitatem Luminis minuit, quod per ipsum propagatur.

DEMONSTRATIO.

Si enim per exiguum foramen in

conclave obscurum, vel etiam per exiguam rimam Lumen intromittitur, à latere stantes lucidum tramitem vident (§. 45). Quare cùm trames iste appareat continuus, nec tantummodo videantur particule huc illucque agitæ, & nihil videatur sine Lumine (§. 42); necesse est, ut à particulis tum aëris, tum aliis in eodem circumvolitantibus Radii in Oculum reflectantur; consequenter ut in ulteriori progressu Radiorum numerus continuo minuatur. Quoniam itaque singulis Radiis inest vis sua illuminandi; minuto Radiorum numero, vis quoque illuminatrix, hoc est, Intensitas Luminis (§. 81) minuitur. *Q. e. d.*

SCHOLIUM.

91. Eodem modo ostenditur Luminis Intensitatem multo magis minui, dum per Aquam aut Vitrum, aliaque media Aëre densiora propagatur, id quod etiam sensui satis manifestum: videmus enim Lumen per Vitrum planum transmissum non ita fortiter illuminare chartam objectam, quam quod ad latera Vitri in eandem incidit. Alia vero est ratio, si per refractionem Radii condensentur: de quo Luminis incremento agemus in *Dioptrica*.

COROLLARIUM.

92. Luminis adeo per Radios parallelos in aëre propagati Intensitas continuo minuitur, consequenter ipsum tandem extinguitur, nec per immensum intervallum propagatur.

THEOREMA V.

93. Si latitudo plani illuminati IK ad distantiam Puncti Radiantis IH vel KH, fuerit ut 1 ad 2000000, perinde est ac si Radii HI & HK inciderent in planum paralleli.

DEMONSTRATIO.

Quoniam HI ad IK perpendicularis

Tab. I.
Fig. II.

Tab. I.
Fig. 12.

per hypoth. reperietur sinus anguli IHK, 50 (§. 36. *Trigon.*). Est vero sinus unius minuti secundi major 48, sinus duorum major 96, nimirum fere 97, *vi Canonis sinuum majoris*. Ergo angulus H unius circiter secundi, certe multò minor quam duorum secundorum; consequenter anguli I & K junctim sumti non differunt ad sensum à duobus rectis (§. 240. *Geom.*). Radii igitur HI & HK incidunt in IK ad sensum paralleli (§. 296. *Geom.*). *Q. e. d.*

COROLLARIUM.

94. Ergo Radii HI & HK à Puncto procul distito H advenientes, multo magis incident in IK ad sensum paralleli, si IK ad IH minorem habuerit rationem quam 1 ad 2000000.

COROLLARIUM.

95. Quoniam Diameter Pupillæ satis ampliata vix 2^{''} seu $\frac{1}{5}$ unius digiti excedit; Radii in Pupillam fere paralleli incident, si distantia Puncti Radiantis ab Oculo fuerit 4000000^{''}, seu 40000 pedum, hoc est, (quia juxta VARENIUM (e) quantitas unius milliariis Germanici est 22800. pedum Rhenanorum) fere $1\frac{3}{4}$ milliariis Germanici.

SCHOLIUM.

96. *Supposui in Demonstratione, duos angulos I & K junctim sumtos à duobus rectis non differre ad sensum, si angulus H non excedat quantitatem unius minuti secundi. Sed vix differrent ad sensum, etiamsi H fuerit dimidii scrupuli primi. Tum vero ratio ipsius IK ad KH erit, vi Canonis sinuum, ut 1454 ad 10000000, hoc est, fere ut 1 ad 6877. Quod si Diameter Pupillæ denuo ponatur 2^{''}, reperietur IH 13754^{''} seu 137 pedum. Unde id saltem liquet, quam primum distantia Objecti excedit intervallum 140 pedum, inci-*

dentiam Radiorum in Pupillam sensim sensimque fieri quasi parallelorum.

AXIOMA IV.

97. *Qua à Luminosis ejusdem Intensitatis æqualiter distant loca, in iis æquale Lumen producitur.*

SCHOLIUM.

98. *Patet ex ipsa notione Luminosorum ejusdem Intensitatis. Cùm nimirum Intensitas sit quantitas vis illuminatricis (§. 81), Luminosa ejusdem Intensitatis dicenda sunt, quando in distantibus æqualibus æquale Lumen producant.*

OBSERVATIO VIII.

99. *Si tria vel plura Luminosa A, B, C per exiguum foramen F in locum obscurum radient; singulorum Imagines in charta objecta in a, b, & c eodem modo delineantur ac si singula sola per foramen illud Fradiarent. Idem quoque accidit corporibus per se Opacis, sed Illuminatis.*

COROLLARIUM.

100. *Lumen igitur unum non officit propagationi alterius.*

SCHOLIUM.

101. *Idem non minus evidenter ex Astronomiâ constat. Cum enim ibi ostendatur, Lumen Solare nocturno tempore diffundi per vasta illa spatia, in quibus Planetæ vagantur; id tamen minimè impedit, quo minus Lumen Fixarum per eadem spatia ad nos propagetur.*

THEOREMA VI.

102. *Si duo Corpora Luminosa L & M ejusdem Intensitatis per commune intervallum PQ radient, in locis N & O ab utroque Luminoso L & M æqualiter distantibus æquale Lumen producitur.*

(e) Geogr. Gener. part. absol. lib. I. c. 4. p. m. 29.

DEMONSTRATIO.

Quoniam $NP = OQ$ & Lucida L & M ejusdem Intensitatis *per hypoth.* quantum Luminis L producit in N, tantumdem etiam M producit in O (§.97). Porro quoniam $PN = QO$ *per hypoth.* erit $PO = QN$ (§.91. *Arithm.*). Cum adeo Lumen unum non officiat propagationi alterius (§.100), adeoque Luminosum M in N & alterum L in O eodem modo Lumen producant, ac si alterum abesset; tantum Luminis M in N producit, quantum L in O (§.97.). In locis adeo N & O æquale Lumen producitur (§.88. *Arithm.*). *Q. e. d.*

THEOREMA VII.

ab. I. 103. Si duo Lucida L & M ejusdem Intensitatis *per commune intervallum PQ* radiant; Lumen in medio E productum erit ad Lumen in loco quocunque N alterutri Luminoso L viciniori productum, in ratione composita quadrati dimidia distantia Lucidorum PE ad rectangulum ex segmentis PN & NQ, & aggregati ex quadratis istorum segmentorum ad duplum ejusdem rectanguli.

DEMONSTRATIO

Sit $PE = EQ = a$, $PN = b$, $NQ = c$, Lumen in E à Luminoso L productum $= l$. Quoniam Intensitates Lucidorum L & M sunt æquales, *per hypoth.* erit Lumen in E à Lucido M productum itidem $= l$ (§.102). Porro Lumen in N à Lucido M productum $= a^2 l : b^2$ & Lumen in N à Lucido L productum $= a^2 l : c^2$ (§.86). Quare cum Lumen à Lucido L in N productum non impediat, quo minus Lucidum M Lumen vi

suæ proportionatum ibidem producat (§.100), erit Lumen in N à duobus Lucidis L & M junctim productum $= a^2 l : b^2 + a^2 l : c^2 = (a^2 c^2 l + a^2 b^2 l) : b^2 c^2$ (§.235. *Arithm.*). Quod vero ab iisdem in E producitur $= 2l$, consequenter illud ad hoc est, ut $(a^2 c^2 l + a^2 b^2 l) : b^2 c^2$ ad $2l$, seu ut $a^2 (b^2 + c^2)$ ad $2b^2 c^2$ (§.178. 181. *Arithm.*), nempe in ratione composita PE^2 ad $PN \cdot NQ$ & $PN^2 + NQ^2$ ad $2PN \cdot NQ$ (§.159. *Arithm.*). *Q. e. d.*

COROLLARIUM.

104. Quodsi fiat $NE = d$, erit $PN = b = a - d$ & $NQ = c = a + d$; consequenter his valoribus substitutis, reperitur Lumen in N ad Lumen in E, ut $2a^4 + 2a^2 d^2$ ad $2a^4 - 4a^2 d^2 + 2d^4$, seu ut $a^4 + a^2 d^2$ ad $a^4 - 2a^2 d^2 + d^4$. (§.181. *Arithm.*). Quoniam itaque $a > d$, erit quoque $a^2 d^2 > d^4$ (§.180. *Arithm.*), adeoque $a^4 + a^2 d^2 > a^4 + d^4$ (§.90. *Arithm.*) & hinc multo magis $a^4 + a^2 d^2 > a^4 - 2a^2 d^2 + d^4$. Lumen adeo omnium minimum in E producitur.

THEOREMA VIII.

105. Si duo Lucida L & l à punctis Tab. I. B & C aequaliter distent; erit Lumen in Fig. 15. B productum ad Lumen in C productum in ratione duplicata distantiarum reciproce.

DEMONSTRATIO.

Sint distantiae Lucidorum à punctis B & C ut rectæ AB & AC. Sit porro $AB = a$, $AC = b$, Lumen à Lucido L in B productum $= m$, quod vero ibidem producitur à Lucido l $= n$; erit Lumen à Lucido L in C productum $= a^2 m : b^2$, & quod ibidem producitur à Lucido l $= a^2 n : b^2$ (§.87). Est

itaque Lumen, ab utroque productum in $B = m + n$, in C vero $= (a^2m + a^2n) : b^2$ (§.100), adeoque Lumen in B ad Lumen in C, ut $m + n$ ad $(a^2m + a^2n) : b^2$, hoc est, ut b^2 ad a^2 (§. 178. 181. *Aritbm.*), nempe in ratione duplicata distantiae AC ad distantiam AB. *Q.e.d.*

COROLLARIUM.

106. Ergo & ejusdem Lucidi diversae partes, à duobus punctis sigillatim fere æqualiter distantes, producunt in iis Lumen distantiarum reciproce sumtarum quadratis proportionatarum.

SCHOLION.

107. Hoc Corollario in Astronomia utimur, ubi quantitatem illuminationis à Sole in diversis Planetis definimus.

PROBLEMA II.

Tab. I. Fig. 15. 108. Data distantia AB, ad quam Luminosum simplex Lumen data Intensitatis producit; definire distantiam AC, ad quam Luminosum in data ratione auctum Lumen priori æquale producit.

RESOLUTIO.

Sit ratio data $= a : b$, distantia AB $= a$, quaesita AC $= x$, Lumen in C à Luminoso simplici productum $= l$; erit ab eodem in distantia x producendum $= a^2 l : x^2$ (§.87), consequenter quod ad eandem distantiam à Luminoso aucto in ratione $a : b$ producitur $= abl : x^2$ (§.530. *Mechan.*). Est vero Lumen in C à Luminoso aucto productum æquale ei, quod producitur à simplici in B, per hypoth. Ergo

$$\frac{abl : x^2 = l}{ab : x^2 = I}$$

$$\frac{\quad \quad \quad}{ab = x^2}$$

consequenter $a : x = x : b$

Theorema. Distantia AC, ad quam Luminosum auctum Lumen ejusdem Intensitatis producit, quod à simplici in data distantia producebatur, est media proportionalis inter hanc distantiam datam & aliam, quæ ad eam habet rationem Luminis aucti ad Lumen simplex.

COROLLARIUM.

109. Sphæra igitur activitatis in minore ratione augetur, quam vires Luminosi.

SCHOLION.

110. Eodem sane modo reperitur distantia, ad quam Luminosum fortius idem Lumen producit, quod à debiliore in data distantia producebatur & contra. Nec difficulter hac methodo Problemata agnata alia solvuntur.

THEOREMA IX.

111. Si Sphæra Luminosa AGB aliam Tab. Opacam CHD illuminat; Radii extremi Fig. Sphæram utramque tangunt.

DEMONSTRATIO.

Recta AC, quæ utramque peripheriam AGB & CHD in A & C tangit, tota extra circulum cadit (§.47. *Geom.*). Quare cum Lumen per lineas rectas propagetur (§.46); fieri sane nequit, ut ullus Radium, qui ultra tangentem AC propagantur, à Luminoso AGB ad opacum CHD pertingant. Radii ergo extremi Sphæram utramque tangunt. *Q.e.d.*

THEOREMA X.

112. Si Sphæra Luminosa AB fuerit Tab. Opacæ CD equalis; dimidia partem Fig. Opacæ dimidiam illuminabit.

DEMONSTRATIO.

Jungantur centra Sphærarum E & F
recta

recta EF, ducanturque diametri AB & CD ad EF perpendiculares. Agantur præterea per A & C, itemque per B & D rectæ CA & DB (§.20. *Geom.*). Quia CF & AE, itemque FD & EB ad EF perpendiculares atque æquales, per *hypoth.* erunt AC & BD ipsi EF parallelæ (§.226. *Geom.*), consequenter anguli ad A & C, itemque ad B & D recti (§.230. *Geom.*). Tangit adeo AC peripheriam AGB in A, peripheriam vero CHD in C, & BD illam in B, hanc vero in D tangit (§.304. *Geom.*). Sunt igitur A & B puncta Sphæræ Luminosæ extrema, quæ in Opacam radiant, & C atque D puncta Sphæræ Opacæ extrema, quæ illuminantur (§.111). Quare cum AGB & CHD sint semicirculi (§.135. *Geom.*); Sphæra Luminosa dimidia dimidiam Opacæ partem illuminat. *Q. e. d.*

THEOREMA XI.

Tab. II. Fig. 17. 113. Si Sphæra Luminosa AB fuerit major Opaca IN; pars minor quam dimidia Luminosæ illuminat partem majorem dimidia Opacæ.

DEMONSTRATIO.

Radius extremus CI utramque Sphæram tangit (§.111), adeoque ad semidiametros CG & IM perpendicularis (§.304. *Geom.*), consequenter GC & MI sunt distantia punctorum G & M, seu rectæ GM, à recta CI (§.225. *Geom.*). Quare cum $IM < GC$, per *hypoth.* distantia rectæ GM à recta CI continuo decrescit, adeoque Radius Luminis CI cum recta GM centra Sphærarum G & M conjungente convergit

(§.83. *Geom.*). Anguli igitur o & u sunt recto minores (§.241. *Geom.*) consequenter IMK recto major (§.147. *Geom.*). Est ergo CE quadrante minor; IK quadrante major (§.143. *Geom.*). Quare cum eodem modo demonstretur, esse DE quadrante minorem, KN vero quadrante majorem; erit CED semicirculo minor, IKN semicirculo major; consequenter minor quam dimidia pars Sphæræ Luminosæ majorem dimidia partem Sphæræ Opacæ illuminat. *Q. e. d.*

THEOREMA XII.

114. Si Sphæra Luminosa IN fuerit minor Sphæra Opaca AB; pars major quam dimidia Luminosæ illuminat partem Opacæ dimidia minorem.

DEMONSTRATIO.

Eadem est, quæ Theorematis præcedentis.

PROBLEMA III.

115. Datis semidiametris Sphæræ Luminosæ CG & Sphæræ Opacæ IM una cum distantia centrorum GM; invenire quantitatem partis illuminate pariter ac illuminantis.

RESOLUTIO.

Ducatur FM ipsi CI parallela. Quoniam MI & CF ad CI perpendiculares (§.111. *Optic.* & §.304. *Geom.*); erit $IM = CF$ (§.226. *Geom.*), consequenter FG differentia semidiametrorum CG & IM, quæ ob has datas etiam datur. Et quia IM etiam ad FM perpendicularis (§.230. *Geom.*), erit IL quadrans (§.143. *Geom.*), adeoque LK excessus partis

partis dimidiæ illuminatæ ultra quadrantem.

Quoniam vero in Triangulo GFM ad F Rectangulo (§. 230. *Geom.*) datur latus FG differentia semidiametrorum IM & CG, itemque GM distantia centrorum G & M; angulus M inveniri potest (§. 38. *Trigon*), cujus mensura est arcus desideratus KL.

Dato vero angulo FMG datur etiam FGM (§. 241. *Geom.*), cujus mensura est arcus CE, qui dimidiam partem illuminantem Sphæræ Luminosæ manifestat.

E. gr. Juxta RICCIOLUM (a) Diameter Telluris ad Diametrum Solis ut 1 ad 33, nempe $IM = 1$ & $CG = 33$, adeoque $FG = 32$; distantia Solis à Tellure $GM = 7300$, Quare

Log. GM	38633229
Log. sin. tot.	100000000
Log. FG	15051500

Log. Sin. tot. 76418271, cui in canone sinuum artificialium respondent 15'.

Est ergo $IK = 90^\circ 15'$, consequenter $IKN = 180^\circ 30'$. Porro $CGM = 89^\circ 45'$, consequenter $CED = 179^\circ 30'$.

COROLLARIUM.

116. Cum eodem modo inveniatur tam arcus IKN , quam CED , si Sphæra minor IN fuerit Luminosa, major vero AB Opaca; per Problema præsens etiam determinatur pars Sphæræ majoris à Sphæra minore illuminata, itemque pars Sphæræ minoris in majorem radians.

THEOREMA XIII.

117. Si Sphæra Lucida major AB proprior fuerit Opacæ minori IN ; minor illius pars in hanc radiat, hujus tamen pars major illuminatur, quam in longinquiori distantia.

(a) Astronom. Reform. lib. 1. c. 19. f. 70. b.

DEMONSTRATIO.

Est enim ut GM ad FG , ita sinus totus ad sinum excessus partis dimidiæ illuminatæ ultra quadrantem LK (§. 115). Quamobrem si GM minuitur, FG existente eadem, ratio sinus totius ad sinum arcus LK minor fit (§. 203. *Arithm.*); consequenter sinus arcus LK , adeoque ipse arcus LK augetur (§. 206. *Arithm.*). Major ergo Sphæræ Opacæ pars illuminatur. *Quod erat unum.*

Dum vero arcus LK seu angulus LMK augetur; angulus CGE , consequenter arcus CE necessario minuitur (§. 241. *Geom.*). Minor adeo Sphæræ Lucidæ pars in Opacam radiat. *Quod erat alterum.*

THEOREMA XIV.

118. Si Sphæra Lucida minor IN majori Opacæ AB proprior fuerit, major ejus pars in eam radiabit, minorem tamen hujus partem illuminabit.

DEMONSTRATIO.

Eadem est, quæ Theorematis præcedentis.

THEOREMA XV.

119. Si objectum AB radiet per exiguum foramen C in parietem album ipsi Tab. Fig. oppositum, sitque radiaturæ locus post foramen bCa obscurus; situ inverso in pariete depingetur.

DEMONSTRATIO.

Quia enim foramen C valde exiguum, Radii à puncto B dimanantes parietem in b contingunt; qui vero à punctis A & D emanant, in parietis puncta a & d incidunt. Quare cum

Radii

Radii à diversis punctis emanantes non confundantur ; à pariete reflexi speciem adhuc Objecti secum afferunt (§.74), consequenter Objectum in pariete spectandum exhibent (§.43). Quia vero Radii AC & BC in foramine se mutuo secant; situs Objecti invertatur necesse est, cum Radius ab infimo puncto in locum supremum perveniat & contra. Objectum adeo situ inverso depingitur.
Q. e. d.

COROLLARIUM.

120. Quia anguli ad D & d recti, per hypoth. verticales autem ad C æquales (§.156. *Geom.*), erunt etiam b & B, itemque a & A æquales (§.246. *Geom.*); consequenter, si paries in quo delineatur Objectum fue-

rit huic parallelus, $ab:AB = dC:DC$ (§.396. *Geom.*), hoc est, altitudo Imaginis est ad altitudinem Objecti, ut hujus distantia à foramine ad distantiam illius ab eodem.

SCHOLIUM.

121. Ut picturae sint clarae, Objecta Luminis Solari collustrata sint opus est Clari res quoque apparebunt, si spectator per horæ circiter quadrantem in tenebris commoratus fuerit. Cavendum præterea ne fortè per rimulas Lumen illabatur, nec Cælum parietem nimis illustret. Imago equidem sit major atque distinctior, si major fuerit parietis à foramine distantia (§.120): sed dum Radii nimis dilatantur, Lumen debilitatur peritque claritas Imaginis, ut tandem non amplius discerni possit. Atque hinc apparet defectum claritatis officere quoque Visioni distinctæ.

CAPUT III.

De Umbra.

DEFINITIO XXVIII.

122. **U**Mbra est privatio Luminis interposito corpore Opaco. Privatio totalis omnis Luminis dicuntur *Tenebræ*, subinde *Umbra mera*.

COROLLARIUM.

123. Quoniam nihil videtur sine Lumine (§.42), Umbra mera videri nequit.

SCHOLIUM.

124. Quando itaque Umbram videre dicimur; partim corpora videmus in Umbra quidem collocata, sed Lumine à collateralibus corporibus reflexo adhuc collustrata; partim confinia Lucis & Umbræ, atque Luminis imminuti minorem vim percipimus.

THEOREMA XVI.

125. Quodlibet corpus Opacum projici-
Wolfii Oper. Mathem. Tom.III.

cit Umbram in directum cum Radiis à quibus illuminatur, seu in partem Luci oppositam.

DEMONSTRATIO.

Cum enim corpus Opacum Radiis transitum neget (§.12), Radii autem per lineam rectam propagentur (§.46); per intervalla cum ipsis in directum jacentia à tergo corporis non progrediuntur. Hæc ergo Lumine privantur, consequenter in iis Umbra est (§.121).
Q. e. d.

COROLLARIUM I.

126. Moto ergo Luminofo, Umbra locum mutat.

COROLLARIUM II.

127. Moto corpore illuminato, Umbra locum mutat.

THEOREMA XVII.

Tab.II.
Fig.19. 128. *Quodlibet Opacum G tot habet Umbras H, I &c. quot sunt lucida E & F ipsum illuminantia.*

DEMONSTRATIO.

Quoniam corpus Opacum G interceptum Radios (§.12), Radium autem per lineam rectam propagantur (§.46), Lucidum F per spatium H ipsi oppositum radiare nequit. Privabitur ergo illud intervallum Lumine Luminosi F. Eodem modo ostenditur, spatium I privari Lumine Lucidi E: ad spatium vero L à neutro Lucidorum E & F Lumen diffundi. Quamvis vero Opacum G non obstat, quo minus Luminosum E in spatio H & Luminosum F in spatio I Lumen suum producat (§.46); cum tamen spatia illa ab uno Luminoso minus illuminentur quam à duobus (§.100), minus Luminis in iis existit, quam in aliis contiguis, adeoque Luminis quadam parte carent. Opacum igitur G tot Umbras habet, quot sunt Lucida ipsum illuminantia. *Q. e. d.*

COROLLARIUM.

129. Quodsi ergo Luminosa ad eandem Opaci partem multiplicentur, multiplicabuntur quoque ejus Umbræ.

SCHOLIUM.

130. *Si Lumen à Luminoso F in spatio H producendum insensibilem habuerit rationem ad Lumen in eodem spatio à Luminoso altero E productum; erit equidem in spatio isto H aliqua Luminis carentia, remoto Opaco G aafuturi, adeoque Umbra aliqua (§.121): sed illam Oculis discernere nequit.*

THEOREMA XVIII.

131. *Si Lumen Luminosi fuerit Intensius, Umbra quoque Intensior est.*

DEMONSTRATIO.

Cum enim Umbra sit privatio Luminis ob interpositum corpus Opacum (§.122); majore Lumine privabitur spatium aliquod, si Lumen Luminosi Intensius, quàm ubi remissius extiterit. Unde Umbra obscurior videbitur, si corpora contigua majori Lumine collustrentur, quam si minore resplendeant; hoc est, Umbra Intensior est, si Lumen interceptum ab Opaco fuerit Intensius, quam si remissius extiterit. *Q. e. d.*

COROLLARIUM.

132. Si plures Umbræ coalescunt, Opaco à pluribus Luminosis collustrato; Umbra multiplicata Intensior est.

SCHOLIUM.

133. *Intensitas adeo Umbræ æstimatur ex gradibus Luminis, quibus spatium aliquod privatur, relatè quidem ad Lumen, quo privatur.*

THEOREMA XIX.

134. *Si Sphæra Luminosa AB fuerit equalis Opaco CD, quam illuminat; Umbra hujus CDLK erit Cylindrica.* Tab. Fig.

DEMONSTRATIO

Cum enim Radium extremi CK & DL Umbram terminantes Peripheriam CHD in C & D tangant (§.111) & Diametro CD insistant (§.112); erunt ad eandem rectam CD perpendiculares (§.304. *Geom.*), adeoque inter se paralleli (§.236. *Geom.*). Quare si ex centro F perpendicularis FM erigatur; erit eadem

eadem Radiis CK & DL parallela (§. cit.); consequenter facta CK = DL, CFMK rectangulum (§. 100. *Geom.*). Quodsi jam concipiamus semicirculum CHI una cum rectangulo CKMF circa rectam HM gyrari; ille Sphæram parte sui antica illuminatam (§. 470. *Geom.*), adeoque hoc spatium Umbrosum describet. Figura igitur Umbrae Cylindrica est. (§. 465. *Geom.*). *Q. e. d.*

COROLLARIUM I.

135. Sphærae igitur Opacæ CD Luminosæ AB æqualis Umbra ad eam distantiam extenditur, ad quam agere apta est Luminosa.

COROLLARIUM II.

136. Si igitur ejus Umbra secatur, sectionis planum circulus est circulo maximo Sphærae Opacæ æqualis (§. 466. *Geom.*).

THEOREMA XX.

137. Si Sphæra Luminosa AB major fuerit Opaca IN, quam illuminat; Umbra IHN erit Conica.

DEMONSTRATIO.

Quia Radius CH Sphæras AB & NI in C & I tangit (§. 111); Radii GC & MI ad eundem perpendiculares sunt (§. 304. *Geom.*). Quare cum $GC > IM$ per *hypoth.* Radius CH ad rectam GH per centra Sphærarum G & M transeuntem convergit (§. 83. *Geom.*). Ducta igitur subtensa IN; triangulum IHP erit ad P rectangulum (§. 291. *Geom.*). Quodsi jam concipiamus figuram KIH circa KH rotari; KIQ Sphæram, quæ illuminatur (§. 470. *Geom.*), triangulum vero IPH figuram Umbrae, nempe Conum (§. 467. *Geom.*) describit. Patet adeo, figuram Umbrae esse Conicam. *Q. e. d.*

COROLLARIUM I.

138. Si igitur Umbra secatur plano basi parallelo; planum sectionis erit circulus, tanto quidem minor, quo longiori intervallo à basi distat (§. 468. *Geom.*).

COROLLARIUM II.

139. Sphærae igitur Opacæ à Luminosa majore illuminatae Umbra continuo decrescit, tandemque in H finitur.

THEOREMA XXI.

140. Si Sphæra Luminosa IN minor fueris Opaca AB, quam ill.minat; Umbra CDSR Calathiformis est, seu Coni truncati figuram habet. Tab. II. Fig. 17.

DEMONSTRATIO.

Quia Radius IR Sphæras AB & IN in C & I tangit (§. 111); semidiametri GC & IM ad eundem perpendiculares sunt (§. 304. *Geom.*). Quare cum $GC > IM$ per *hypoth.* Radius IR à recta MT per centra Sphærarum M & G transeunte divergit (§. 84. *Geom.*). Quodsi ergo RS agatur cum chorda CD parallela; erit RCVT trapezium parallelarum basium (§. 103. *Geom.*). Quodsi jam concipiamus figuram TECR circa rectam TE rotari; quadrans AEG describet Hemisphærium illuminatum (§. 470. *Geom.*), trapezium vero RCVT, tanquam segmentum trianguli rectanguli RHT, ob rectos ad V (§. 291. *Geom.*) & T (§. 230. *Geom.*), Conum truncatum (§. 467. *Geom.*): quæ cum sit figura Umbrae, patet Umbram esse Calathiformem, seu figuram Coni truncati habere. *Q. e. d.*

COROLLARIUM I.

141. Umbra igitur Sphærae Opacæ majoris à Lucido Sphærico minore illuminatae

ab. II. ig. 17.

continuo dilatatur & ad eam distantiam extenditur, ad quam agere aptum est Luminosum.

COROLLARIUM II.

142. Si Umbra secetur plano basi parallelo; erit illud circulus tanto quidem major, quo à basi remotior (§. 468. *Geom.*).

PROBLEMA IV.

Tab II. Fig. 17. 143. *Data semidiametro Sphæræ Lucide majoris CG, una cum semidiametro Opacæ minoris IM, & distantia centrorum GM; invenire longitudinem Umbrae QH seu axem Coni Umbrosi.*

RESOLUTIO.

1. Ducatur FM ipsi CH parallela, erit $IM = CF$ (§. 226. *Geom.*), adeoque FG differentia semidiametrorum GC & IM; consequenter (§. 268. *Geom.*),
Ut FG differentia semidiametrorum, ad GM distantiam centrorum;
Ita CF semidiameter Sphæræ Opacæ, ad MH distantiam verticis Coni Umbrosi à Centro Sphæræ Opacæ.
2. Quod si ratio PM ad MH valde exigua fuerit, ita ut MH & PH notabiliter non differant; MH pro axe Coni Umbrosi assumi potest. Alias mulcanda est parte PM: quæ ut inveniatur;
3. Quærat arcus LK (§. 115). Hic enim à quadrante subductus reinquit arcum IQ, qui est mensura anguli IMP (§. 57. *Geom.*). Cum adeo in triangulo MIP ad P rectangulo, præter angulum IMQ, etiam detur latus IM semidiameter corporis Opaci; reperietur MP (§. 36. *Trigon.*)

E. gr. Si semidiameter Telluris $MI = 1$, erit juxta RATIOCOLUM semidiameter Solis $AG = 33$, distantia Solis à Terra $GM = 7300$, adeoque $GF = 32$. Unde $MH = 228\frac{1}{8}$. Quoniam angulus MIP est tantum $15'$; MP ad MI est ut sinus $15'$ ad sinum totum, adeoque ut 43635 ad 10000000, seu ut 1 ad 252 (§. 181. *Arithm.*). Cum adeo PM non sit nisi $\frac{1}{252}$ ipsius IM, aut $MH = 228\frac{1}{8}$ IM; poterit PM tuto negligi, adeoque etiam PH $228\frac{1}{8}$ semidiametrorum Terrestrium assumi potest.

COROLLARIUM.

144. Quoniam ratio distantia corporis Opaci à Luminoso GM ad longitudinem Umbrae MH constans est, nempe in omni casu ut differentia semidiametrorum GF ad semidiametrum Sphæræ Opacæ CF vel MI (§. 173. *Arithm.*); si distantia minuitur, longitudo quoque Umbrae minor evadere debet (§. 203. *Arithm.*). Opaci igitur Sphærici ad Luminosum Sphæricum majus accedentis Umbra decrefcit.

DEFINITIO XXIX.

145. Si per extremitates objecti Opaci S & T ducantur parallelæ TV & SQ; Fig. 18. angulus TVS, quem Radius per verticem S transiens & Umbram in V terminans cum recta TV efficit, dicitur *Altitudo Luminosi*. Perinde vero est, sive recta ST jungens extremitates Opaci sit ad rectam TV, quæ extremitatem unam objecti T cum extremitate Umbrae V jungit, perpendicularis, sive sub quocunque angulo ad eandem inclinata, veluti si fuerit SZ.

PROBLEMA V.

146. *Data altitudine corporis Opaci TS & altitudine Luminosi e. g. Solis supra horizontem, hoc est, SVI; invenire longitudinem Umbrae in plano Horizontali TV.*

RE-

RESOLUTIO.

Quoniam in triangulo STV ad T rectangulo (§.227. *Geom.*) datur angulus V, una cum latere TS, per *hypoth.* inveniatur longitudo Umbrae TV (§.36. *Trigon.*).

E. gr. Sit altitudo Solis $37^{\circ} 45'$, altitudo Tarris 178 pedum; reperietur TV $241\frac{1}{2}$ pedum. Nimirum

Log. Sin. V.	97869056
Log. TS.	22718416
Log. Sin. S.	98980060

12.1698476

Log. TV 2.3829420 , cui in canone quam proximè respondent $2415''$.

PROBLEMA VI.

147. *Data altitudine corporis Opaci TS, una cum longitudine Umbrae TV; invenire altitudinem Solis supra Horizontem.*

RESOLUTIO.

Quoniam in triangulo STV ad T rectangulo dantur crura TV & TS, inveniatur angulus V, qui metitur altitudinem Solis, inferendo (§.38. *Trigon.*).

Ut longitudo Umbrae TV, ad altitudinem Corporis Opaci TS; ita sinus totus, ad tangentem altitudinis Solis supra Horizontem.

E. gr. Sit TS 30 pedum, TV $45'$; reperietur TVS $33^{\circ} 41'$. Nempe

Log TV	16532125
Log. TS	14771212
Log. Sin. Tot.	10000000

Log. Tang. TVS 9.8239087 , cui in canone quam proximè respondent $33^{\circ} 41'$.

THEOREMA XXII.

148. *Si altitudo Luminosi, v. gr. Solis*

supra Horizontem TVS fuerit 45° ; longitudo Umbrae TV altitudini corporis Opaci TS aequalis est.

DEMONSTRATIO.

Quoniam angulus ad T rectus est, si TVS fuerit 45° seu femirectus, etiam alter TSV femirectus erit (§. 241. *Geom.*), consequenter $TV = TS$ (§. 253. *Geom.*). *Q. e. d.*

THEOREMA XXIII.

149. *Longitudines Umbrarum TS & TV ejusdem corporis Opaci TS in plano Horizontali, pro diversa altitudine Luminosi, sunt ut cotangentes altitudinum Luminosorum.*

DEMONSTRATIO.

Sint enim TZ & TV longitudines Umbrarum: erunt TZS & TVS altitudines Luminosi (§.145). Quodsi TS sumatur pro sinu toto, erunt TZ & TV tangentes angulorum TSZ & TSV (§.7. *Trigon.*), consequenter cotangentes altitudinum TZS & TVS (§. 11. *Trig.*). Sunt itaque Umbrarum longitudines ut cotangentes altitudinum. *Q. e. d.*

COROLLARIUM I.

150. Quoniam cotangens anguli majoris minor est cotangente anguli minoris (§.11. *Trigon.*); Luminoso ascendente Umbra decrefcit.

COROLLARIUM II.

151. Hinc Umbrae corporum meridianae hieme longiores sunt quam aestate, & singulis diebus Umbrae meridianae breviores sunt antemeridianis & pomeridianis.

THEOREMA XXIV.

152. *Si duorum Opacorum parallelo-* Tab. II.
rum Fig. 21.

rum & ad Horizontem perpendicularium AB & DE Umbra BC & DC eodem Radio AC, vel diversis aequo-altis terminentur; altitudinibus Opacorum AB & DE, & si Opaca fuerint ad lineam Horizontalem similiter inclinata, etiam longitudinibus eorum proportionales sunt.

DEMONSTRATIO.

Quoniam enim DE est ipsi AB parallela, per hypoth. si Umbrae eodem Radio AC terminantur, erit in casu Opacorum perpendicularium ad Horizontem $CD : CE = DE : DA$ (§. 268. Geom.). Quod erat primum.

Tab. VII. Fig. 81. Quodsi vero fuerint Opaca AB & EF ad Horizontem BC inclinata, erit angulus $ABC = EFC$ (§. 233. Geom.) & cum præterea angulus C utrique triangulo ABC & EFC communis sit; $CB : CF = BA : FE$ & $CB : CF = AD : EG$ (§. 396 Geom.). Quod erat secundum.

Tab. II. Fig. 21. Si Umbrae Radiis aequo-altis AC & Ec terminentur; erunt in casu Opacorum AB & ED ad Horizontem perpendicularium in utroque triangulo ABC & EDc anguli B & D recti, anguli vero obliqui C & c æquales (§. 145), adeoque denuo $Dc : BC = DE : AB$ (§. 267. Geom.). Quod erat tertium.

Tab. VII. Fig. 81. Denique si Umbrae Radiis aequo-altis AC & Ec terminentur & plana AB atque EF ad Horizontem similiter inclinata; erit angulus $ABC = EFC$ & $ACB = EcF$, consequenter cum $\triangle ABC \sim \triangle EFC$ (§. 267. Geom.), $BC : Fc = BA : FE = DA : GE$ (§. 396. Geom.). Quod erat quartum.

PROBLEMA VII.

153. Mediante Umbra in planum Horizontale projecta, metiri altitudinem objecti cujuscunque Opaci, e. gr. Turris AB. Tab. Fig.

RESOLUTIO.

1. In termino Umbrae Turris C baculo infixo, fune aut catenâ Horizontaliter extensâ metire longitudinem Umbrae AC (§. 126. Geom.).
2. Desigatur in terra baculus notæ altitudinis DE ad Horizontem perpendicularis, &
3. Investigetur ut ante longitudo Umbrae EF.

Dico esse $EF : AC = DE : AB$.

E gr. Sit $AC = 45'$, $ED = 5'$, $EF = 7$; erit $AB = 45 \cdot 5 : 7 = 32\frac{1}{2}$.

DEMONSTRATIO.

Quoniam ob ingentem distantiam Lunæ & Solis à Terra angulus F æqualis deprehenditur ipsi C, si baculus prope Turrim in Terra defixus Umbra EF projicit, Umbra Turris AC & baculi EF Radiis terminantur aequo-altis (§. 145). Est ergo $EF : AC = DE : AB$ (§. 152). Q. e. d.

SCHOLIUM.

154. Si alio Lumine, quam Solari aut Lunari, collustratum Objectum AB Umbra projiceret in C; baculus DE ita infigi deberet, ut ejus Umbra etiam in C terminaretur (§. 152).

PROBLEMA VIII.

155. Mediante Umbra, partim in planum Horizontale, partim in Verticale, hoc est, in planum ad prius perpendicularare

culare projecta, altitudinem Objecti Opaci e. gr. Turris metiri.

R E S O L U T I O.

- ab.II. 1. Metire primum Umbram Horizontalem AK (§. 126. *Geom.*).
 g. 23. 2. Pertica ad planum Verticale applicata, investiga altitudinem Umbræ Verticalis KL.
 3. Hac in Terra ita defixa, ut nonnisi pars ipsi KL æqualis emineat, metire longitudinem Umbræ ejus.
 4. Quoniam hæc addita Umbræ AK conficit longitudinem Umbræ à Turri projiciendam, remota domo MK; erit (§. 153), ut longitudo Umbræ perticæ ad longitudinem Umbræ Turris modo inventam, ita altitudo LK ad altitudinem Turris AB.

E. gr. Sit $AK = 20'$, $KL = 12'$, Umbra à pertica 12 pedum projecta = 8; erit $AB = 28$. $12 : 8 = 7. 6 = 42$.

T H E O R E M A X X V.

156. *Æqualium Opacorum ad Horizontem perpendicularium Umbræ habent longitudines distantis suis ab eodem Luminoso vel Luminosis aque-altis proportionales.*

D E M O N S T R A T I O.

b.II. Sit EF longitudo Umbræ Opaci DE,
 g. 24. BC longitudo Umbræ Opaci AB, & tam GH, quam AB & DE ad HF perpendiculares, erit BH distantia Opaci AB à Luminoso G & EH distantia Opaci DE ab eodem Luminoso G (§. 225. *Geom.*). Et quia tum AB, tum DE ipsi HG parallela (§. 256. *Geom.*); erit porro

$AB:GH = BC:CH$ & $DE:GH = EF:FH$ (§. 268. *Geom.*); consequenter ob $AB = DE$ per *hypoth.* $AB:GH = DE:GH$ (§. 168. *Arithm.*) ac ideo $BC:CH = EF:FH$ (§. 167. *Arithm.*). Unde porro $BH : BC = EH : EF$ (§. 193. *Arithm.*), adeoque tandem $BH : EH = BC : EF$ (§. 173. *Arithm.*). *Q. e. d.*

C O R O L L A R I U M.

157. Luminoso igitur ad Opacum, vel Opaco ad Luminosum accedente, Umbra minuitur; recedente alterutro, augetur.

S C H O L I O N.

158. *Ex diversa igitur longitudine Umbrarum ejusdem Opaci in eadem altitudine Solis, Lune, Jovis ac Veneris supra Horizontem, colligere licet diversam eorundem à Terra distantiam: quamvis ad hanc diversitatem distinctè cognoscendam non sufficiat hæc methodus, ut ex Astronomia inferius constabit.*

D E F I N I T I O X X X.

159. *Umbra recta* est, quam projicit corpus Opacum ad Horizontem perpendiculare in planum Horizontale.

S C H O L I O N.

160. *Tales sunt Umbræ hominum erectorum, adificiorum, montium, arborum.*

D E F I N I T I O X X X I.

161. *Umbra versa* est, quam projicit Opacum perpendiculariter affixum plano ad Horizontem perpendiculari in hoc planum.

S C H O L I O N.

162. *Talis est Umbra, quam projiciunt brachia hominis extensa: talis quoque est stylæ muro perpendiculariter infixi Umbra.*

T H E O R E M A X X V I.

163. *Umbra recta BF est ad altitudinem* Tab. II, Fig. 25.

dinem Opaci GF, ut cosinus altitudinis Luminosi DH ad sinum DE.

DEMONSTRATIO.

Quoniam BF est Umbra recta Opaci GF, *per hypoth.* erit GF ad BC perpendicularis (§. 159): & cum angulus B sit altitudo Luminosi (§. 145), erit DE sinus, DH vel BE cosinus altitudinis Luminosi (§. 2. II. *Trigon.*), & DE etiam perpendicularis ad BC (§. 3. *Trig.*); consequenter DE ipsi GF parallela (§. 256. *Geom.*), adeoque BE:ED = BF:GF (§. 268. *Geom.*), hoc est, ut cosinus ad sinum altitudinis Luminosi, ita Umbra recta ad altitudinem Opaci. *Q. e. d.*

COROLLARIUM.

164. Jam cum sinus & cosinus æquales sint, altitudine Luminosi DBC 45 graduum existente (§. 241. 253. *Geom.*), in minore autem altitudine majores, in majore minores (§. 189. *Geom.*); patet Umbram rectam fieri in altitudine Luminosi 45° altitudini Objecti æqualem; in minori altitudine vero majorem, in majori minorem, quorum prius jam supra (§. 248) demonstratum.

THEOREMA XXVII.

165. *Si altitudo Luminosi fuerit eadem, erit Opacum AC ad Umbram versam AD, ut Umbra recta EB ad Opacum suum DB.*

DEMONSTRATIO.

Sint AC & EB ad AB perpendiculares, ducaturque recta EC. Quodsi CE fuerit Radius Luminosi; erit AD Umbra versa ipsius AC (§. 161) & EB Umbra recta ipsius DB (§. 159). Quare cum Verticales ad D sint æquales

(§. 156. *Geom.*); erit EB:DB = AC:AD (§. 267. *Geom.*). *Q. e. d.*

COROLLARIUM I.

166. Quoniam Umbra recta ad Opacum suum, ut cosinus ad altitudinem Luminosi (§. 163); erit etiam Opacum ad Umbram versam, ut cosinus altitudinis Luminosi ad ejus sinum (§. 167. *Arithm.*), consequenter Umbra versa AD ad Opacum suum AC, ut sinus altitudinis Luminosi ad ejus cosinum (§. 173. *Arithm.*).

SCHOLIUM.

167. *Idem quoque inde patet, quod per demonstrata angulus C sit altitudini Luminosi E æqualis. Quodsi enim CD sumatur pro sinu toto, erit AD sinus, AC cosinus altitudinis Luminosi (§. 2. II. *Trigon.*).*

COROLLARIUM II.

168. Si DB = AC seu longitudo Opacorum eadem; erit tum DB media proportionalis inter EB & AD (§. 156. *Arithm.*), hoc est, longitudo Opaci est media proportionalis inter Umbram ejus rectam & versam sub eadem Luminosi altitudine.

COROLLARIUM III.

169. Quando angulus C est 45°, sinus & cosinus æquales sunt, adeoque Umbra versa longitudini Opaci æqualis: quod idem de recta supra ostensum (§. 164.)

THEOREMA XXVIII.

170. *Umbra recta est ad versam ejusdem Opaci, sub eadem altitudine Luminosi, in ratione duplicata cosinus ad sinum altitudinis Luminosi.*

DEMONSTRATIO.

Est enim Umbra recta ad longitudinem Opaci, ut longitudo Opaci ad Umbram versam (§. 168); consequenter ut prima proportionalium ad tertiam (§. 155.

(§. 155. *Arithm.*). Quamobrem Umbra recta ad Umbram versam est in ratione duplicata Umbræ rectæ ad longitudinem Opaci (§. 216. *Arithm.*), seu ut quadratum Umbræ rectæ ad quadratum longitudinis Opaci (§. 259. *Arithm.*). Est vero Umbra recta ad longitudinem Opaci, ut cosinus altitudinis Luminosi ad sinum ejusdem (§. 163); consequenter & quadratum illius ad quadratum hujus, ut quadratum cosinus altitudinis Luminosi ad quadratum sinus (§. 260. *Arithm.*). Ergo etiam Umbra recta ad versam, ut quadratum cosinus altitudinis Luminosi ad sinum ejusdem (§. 167. *Arithm.*); consequenter in ratione duplicata cosinus altitudinis Luminosi ad sinum ejusdem (§. 259. *Arithm.*)
Q. e. d.

SCHOLIION.

171 *Umbrarum reclarum & versarum usus est in Geodæsia: earum enim ope commode metimur altitudines tum accessibiles, tum inaccessibleas, etiam cum Corpus nullam Umbram projicit. Utimur autem Umbris rectis, quamdiu Umbra Corporis altitudinem ejus non excedit; Umbris autem versis, quando Umbra altitudine major: quod quomodo fiat, Problemata sequentia exponunt.*

PROBLEMA IX.

172. *Quadratum Geometricum construere, hoc est, Instrumentum, cujus ope ratio Umbra rectæ atque versæ ad altitudinem Objecti investigari potest.*

RESOLUTIO.

II. I. Paretur quadratum ADGB vel ex orichalco, vel ex ligno, arbitrariæ magnitudinis. Latus orichalcei communiter unius pedis; lignei vero
Wolfii Oper. Mathem. Tom. III.

- pedis unius cum dimidio esse solet.
2. Rectis AD & DG in 100 particulas æquales divisis (vel in plures, si majus fuerit; vel etiam in pauciores, si minus fuerit, e. gr. more veterum in 12) ducantur rectæ iis æquidistantes, & ad puncta divisionum singula ducantur inter eas rectæ versus centrum B convergentes.
 3. Ad latus AB aptentur pinnula E & F; in centro vero B alligetur filum BH cum appenso pondere H.
 4. Denique ad latus DG, è regione minorum, scribatur *Umbra recta*; ad latus vero alterum AD *Umbra versa*: numerenturque partes Umbræ rectæ à G versus D; Umbræ versæ ab A versus idem D.

Dico, si per pinnulas E & F in verticem Objecti collimes; centro B eidem opposito, partem lateris DG à filo abscissam esse ad latus integrum DG, uti Umbra recta est ad altitudinem Objecti; similiterque partem lateris AD ab eodem filo resectam esse ad latus integrum AD, uti est Umbra versa ad altitudinem Objecti, vel etiam latus integrum ad partem AD ab eodem filo resectam, ut Umbra recta ad altitudinem Objecti.

DEMONSTRATIO.

I. Concipiamus enim Radium visualem AC per pinnulas E & F transeuntem protendi usque in C donec longitudinem Umbræ rectæ BC definiat & resecare in hoc instrumenti situ partem Umbræ rectæ GF. Quoniam Angulus E utrique Triangulo EGF & EDC communis, Angulus F rectus (§. 98. *Geom.*), D itidem rectus (§. 215. *Mechan.*); erit

Tab. II. Fig. 28.

D

GF

GF : FE = DC : DE (§. 267. *Geom.*).
 Quoniam vero DE perpendicularis ad
 BC *per demonstr.* & AB Objecti altitu-
 do *per hypoth.* ad eandem BC perpen-
 dicularis (§. 227. *Geom.*), adeoque DE
 ipsi AB parallela (§. 256. *Geom.*);
 DC : DE = BC : AB (§. 268. *Geom.*),
 adeoque GF : FE = BC : AB (§. 167.
Arithm. Quod erat unum.

Tab. III. II. Concipiamus similiter Radium vi-
 sualem AF continuari, donec in C Um-
 bram rectam BC Opaci AB in hoc situ
 Fig. 29. instrumenti definiat & filum EG rese-
 care partem Umbræ versæ HG. Quo-
 niam angulus H rectus est (§. 98. *Geom.*)
 & D itidem rectus (§. 215. *Mech.*), ob
 parallelismum vero linearum HI & EF
 (§. 336. *Geom.*) $o = x$ (§. 233. *Geom.*);
 erit etiam $u = y$ (§. 246. *Geom.*), con-
 sequenter u altitudini Luminosi æqualis
 (§. 145.). Quodsi jam EG sumatur pro
 finu toto, erit HG sinus (§. 2. *Trigon.*),
 HE cosinus (§. 11. *Trigon.*) altitudinis
 Luminosi. Est adeo HG ad HE ut sinus
 altitudinis Luminosi ad ejus cosinum;
 consequenter ut Umbra versa ad longitu-
 dinem Opaci (§. 166.). *Quod erat alterum.*

III. Denique quoniam triangula
 HEG & DEC sibi mutuo æquianguia
per demonstr. erit EH : HG = DC : DE
 (§. 276. *Geom.*). Et quoniam eodem
 modo, quo *num. I.* patet, esse DC : DE
 = CB : BA; erit etiam EH : HG = BC
 : BA (§. 167. *Arith.*). *Quod erat tertium.*

Tertium inferitur etiam hoc modo:
 Latus quadrati HE ad partem Umbræ
 versæ à filo resectæ HG, ut altitudo
 Objecti ad Umbram versam *vi num. 3.*
 Ergo etiam ut Umbra recta ad alti-
 tudinem Objecti (§. 164.). *Q. e. d.*

SCHOLIUM.

173. Plerumque Quadratum Geometricum
 cum Quadrante conjungunt: quo in casu præ-
 terea opus est regula cum Dioptriciis circa
 centrum B mobili. Tab. Fig.

PROBLEMA X.

174. Altitudinem accessibilem AB
 tam per Umbram rectam, quam versam,
 metiri. Tab. II Fig.

RESOLUTIO.

Statione in D ad arbitrium electa,
 & ejus ab altitudine AB distantia DB
 investigata (§. 126. *Geom.*) Quadratum
 Geometricum huc illucque vertatur, do-
 nec per pinnulas collineanti apex alti-
 tudinis A occurrat. Quodsi filum Um-
 bram rectam secet, inferatur:

Ut pars Umbræ rectæ resecta
 ad latus quadrati Geometrici,
 ita distantia stationis DB
 ad partem altitudinis AE.

Quodsi vero filum Umbram versam
 secet, inferatur:

Ut latus quadrati Geometrici
 ad partem Umbræ versæ resectam,
 ita distantia stationis DB
 ad partem altitudinis AE.

Cum adeo in utroque casu AE per re-
 gulam trium inveniri possit, si ipsi re-
 pertæ partem altitudinis BE, hoc est,
 in planitie Horizontali altitudinem Ocu-
 li tui addas; prodibit altitudo quæsitæ
 integra AB.

E. gr. Sit $BD = EC = 36$; Umbra recta
 64. Quoniam latus quadrati est 100;
 erit $EA = 100.36 : 64 = 56\frac{1}{4}$ pedum. Qua-
 re si addatur EB, quæ sit $5\frac{3}{4}$ pedum; pro-
 dibit altitudo $AB = 62'$.

Sit $BD = EC = 188'$, Umbra versa 50:
 erit

erit $EA = 188,50 : 100 = 94'$. Quare si addatur $EB \frac{5}{4}$ pedum ; prodibit $AB = 99\frac{3}{4}$.

D E M O N S T R A T I O.

Quoniam EC ipsi BF parallela, per *hypoth.* erit $BF : BA = CE : EA$ (§.268. *Geom.*). Est vero etiam $BF : BA$, ut Umbra recta à filo resecta ad latus quadrati (§.172). Ergo ut Umbra recta à filo resecta ad latus quadrati, ita EC ad EA (§.167. *Arithm.*). Quod erat unum.

Porro latus quadrati est ad partem Umbræ versæ à filo resectam, ut Umbra recta ad altitudinem AB (§.172). Ergo etiam ut CE ad EA , per demonstrata. Quod erat alterum.

C O R O L L A R I U M.

175. Quodsi ergo filum in diagonalem quadrati cadit ; erit $EC = EA$, seu altitudo Objecti, demta altitudine Oculi, est distantia ab Objecto æqualis.

P R O B L E M A X I.

ab. II. 30. 176. Metiri altitudinem inaccessam per Umbram rectam, itemque per Umbram versam.

R E S O L U T I O.

1. Eligantur duæ stationes in D & H investigeturque distantia DH vel CG (§.126. *Geom.*).
2. Observetur, ut in Problemate præcedente, quamnam partem Umbræ vel rectæ, vel versæ in quadrato Geometrico filum resecet.
3. Quodsi filum in utraque statione Umbram rectam secet, inferatur. Ut differentia Umbrarum rectarum in utraque statione designatarum ad latus quadrati ;

ita distantia stationum GC ad altitudinem EA .

4. Si filum in utraque statione Umbram versam secet, inferatur :

Ut differentia Umbrarum versarum in utraque statione designatarum ad Umbram versam minorem ; ita distantia stationum GC ad intervallum GE .

Quo dato, ope Umbræ versæ in G reperiæ, altitudinem EA invenies ut in Problemate præcedente.

5. Si denique filum in prima statione G secet Umbram rectam, in altera C Umbram versam ; inferatur :

Ut differentia facti ex Umbra recta in versam à Quadrato lateris Quadrati ad factum ex latere Quadrati in Umbram versam ;

Ita distantia stationum GC ad altitudinem quæsitam AE .

E. gr. Sit in casu primo distantia stationum $GC = 25$, Umbra recta in G 20, in C 35 ; erit $EA = 25.100 : (35 - 20) = 166\frac{2}{3}$.

Sit in casu secundo distantia stationum $GC = 200$, Umbra versa in G 66, in C vero 33 ; erit $EG = 33.200 : 33 = 200$. Unde per Problema præcedens reperitur $EA = 66.200 : 100 = 132$.

Sit in casu tertio distantia stationum $GC = 150$, Umbra recta in $G = 88$, Umbra versa in $C = 60$: $EA = 100.60.150 : (10000 - 60.88) = 190\frac{40}{99}$ seu fere 191.

D E M O N S T R A T I O

Est enim ut Umbra recta in G ad latus quadrati, ita EG ad EA , & ut Umbra recta in C ad latus quadrati, ita CE ad EA (§.174) ; adeoque Umbra recta in G ad Umbram rectam in C ,

ut GE ad CE (§. 195. *Arithm.*); consequenter ut differentia Umbrarum rectorum ad Umbram rectam in G, ita distantia stationum GC ad GE (§. 193. *Arithm.*). Quare cum etiam sit ut Umbra recta in G ad latus quadrati, ita EG ad EA (§. 174); erit ut differentia Umbrarum rectorum ad latus quadrati, ita distantia stationum GC ad altitudinem EA (§. 194. *Arithm.*). *Quod erat primum.*

Porro ut latus quadrati Geometrici ad Umbram versam in G, ita GE ad EA, & ut latus quadrati ad Umbram versam in C, ita CE ad EA (§. 174). Ergo Umbra versa in G est ad Umbram versam in C, ut CE ad EG (§. 200. *Arithm.*), consequenter differentia Umbrarum ver-

farum est ad Umbram versam in C, ut distantia stationum GC ad distantiam stationis primæ ab altitudine quæsitæ EG (§. 193. *Arithm.*). *Quod erat secundum.*

Denique sit Umbra recta in G = r , versa in C = v , GC = d , EG = x : latus quadrati = l erit ob r : $l = x$: EA & l : $v = d + x$: EA (§. 174).

$$\frac{lx : r = (vd + vx) : l}{\frac{lx = rvd + rvx}{lx - rvx = rvd}}$$

$$\frac{x = rvd : (l - rv)}$$

Quare cum sit EA = $lx : r$ per *demonstr.* valore ipsius x substituto, reperitur EA = $lvd : (l - rv)$, consequenter $l - rv : lv = d : EA$. *Quod erat tertium.*

CAPUT IV.

De Coloribus.

DEFINITIO XXXII.

177. **R**adius rubeus est, qui efficit sensum coloris rubri. Radius flavus est, qui efficit sensum coloris flavi. Unde patet, quinam porro dicantur virides, cærulei, violacei aut alio modo colorati.

SCHOLIUM.

178. Si Radii Luminis à Corporibus illuminatis reflexi eodem modo Oculum afficerent, fieri sine nullo modo posset, ut aliorum color appareret ruber, aliorum flavus, aliorum viridis, aliorum cæruleus, aliorum violaceus & ita porro (§. 43). Alia igitur esse debet dispositio Radiorum, qui efficiunt; ut Objecta vi-

deantur rubra; alia vero eorum, qui Objecta exhibent flava, viridia, cærulea, violacea, vel alio colore tincta. Quamvis autem à proposito nostro alienum existimemus ut inquiramus, in quonam dispositio illa consistat; nil tamen obstat, quominus per eam, licet obscure cognitam, doctrinæ gratia Radios distinguamus & hoc intuitu alios rubeos, alios flavos, alios virides &c. appellemus.

DEFINITIO XXXIII.

179. Refrangibilitas Radiorum est dispositio patiendi refractionem.

DEFINITIO XXXIV.

180. Refrangibilitas major est dispositio ad majorem refractionem sub eodem

dem angulo incidentiæ. Minor vero est dispositio ad minorem refractionem sub eodem angulo incidentiæ.

DEFINITIO XXXV.

181. *Reflexibilitas Radiorum* est dispositio patiendi reflexionem.

DEFINITIO XXXVI.

182. *Reflexibilitas major* est dispositio ad majorem reflexionem sub eodem angulo incidentiæ. *Reflexio* autem major censetur, si Radii aut copiosiores aut citius in totum reflectuntur.

OBSERVATIO IX.

ab. II. 3.31. 183. Si Radius Luminis per exiguum foramen rotandum, cujus latitudo quartam digiti partem haud excedit, in conclave obscurum intromissus Prismate vitreo trigono ABC ita excipitur, ut prope angulum C per illud transeat; in charta alba EF colores Iridis vivacissimi conspiciantur, nempe in F rubrus, deinde flavus, proxime viridis, postea cæruleus, & tandem purpureus seu violaceus. In quacunque à Prismate distantia Lumen exceperis charta aut corpore alio, iidem constanter apparebunt colores. Quemadmodum vero hoc Lumen coloratum per lineas rectas instar reliqui propagatur; ita quoque à Speculo reflectitur & per Lentem vitream convexam refringitur, suosque colores tam post reflexionem, quam refractionem retinet. Cum tamen Radii in foco coarctantur, in Lumen splendidum degenerant, mox, ubi post focum rursus divergunt, colores pristinos recuperantes; Neque injucundum est, spectare particulas in aëre volitantes eodem colore resplen-

dentis, quo imbuti sunt Radii ipsas illustrantes. Nempe in Lumine viridi virides, in cæruleo cæruleæ, in rubro rubræ apparent & colorata splendorem retinent.

COROLLARIUM I.

184. Cùm Lumini in transitu per Prisma nil accidat, nisi quod refringatur tum in ingressu, tum in egressu (§. 54) (utraque refractione Oculis ipsis admodum distincte obvia, dum Experimentum capitur); per solam refractionem Lumen in colores mutari potest.

COROLLARIUM II.

185. Quoniam Radii colorati adhuc per lineas rectas propagantur, si à Speculis reflectantur, immo etiam in Lentibus vitreis refringantur (§. 183); omnes Luminis proprietates retinent (§. 46. 51. 54), consequenter adhuc Lumen sunt.

COROLLARIUM III.

186. Et quia Radii colorati post focum invertuntur, suumque colorem statim recuperant, quem ante focum habuerant (§. 183); in foco decussantur, adeoque invicem permiscuntur, consequenter Radii colorati, speciatim rubei, flavi, virides, cærulei, purpurei seu violacei, sub conveniente proportionem commixti Lumen album resplendens generant.

COROLLARIUM IV.

187. Radii colorati non mutantur, etiam si à Corporibus Opacis reflectantur. Reflexio igitur eorum dispositionem non immutat.

SCHOLION I.

188. *Iidem colores comparant, si Radius Solis LM oblique incidat in Vitrum conicum HKI.* Tab. I. Fig. 5.

SCHOLION II.

189. Experimentum quidem succedit, etiam si conclave non fuerit obscurum; in obscuro tamen colores non modo clariores, verum etiam magis distincti apparent.

OBSERVATIO X.

Tab. III. Fig. 32. 190. Prisma DEF ita collocetur, ut refractiones Luminis ad ingressum & egressum sint inter se æquales: id quod obtinetur, si illud circa axem lente convertas, donec Lumen coloratum, quod nunc ascendit, nunc descendit, inter ascensum & descensum stationarium videatur. Hunc enim situm convenientissimum judicat vir summus NEWTONUS (a). In medio spatio inter Prisma DEF & Lumen coloratum in pariete depictum NO (§. 183) collocetur Prisma alterum GH, quod excipiat Lumen coloratum LM sibi parallelum. Post alteram refractionem in hoc secundo Prismate factam, Lumen coloratum in pariete depictum IK inclinabitur ad simile Lumen NO, quod remoto Prismate GH ibidem cernitur, ita ut extremitates cœruleæ N & I longiori intervallo à se invicem distent rubris O & K.

COROLLARIUM I.

191. Necessè igitur est, ut Radii cœrulei magis refringantur quam rubri, & dispar etiam sit refraçtio in Radiis intermediis.

COROLLARIUM II.

192. Radii igitur Luminis Solaris non ejusdem sunt refrangibilitatis (§. 179); consequenter cum ratio diversæ refrangibilitatis intrinseca sit, nec ejusdem naturæ.

OBSERVATIO XI.

193. Si fascia chartæ oblongæ & rigida, lateribus inter se parallelis definitæ, cujus dimidia pars colore rubro, altera cœruleo infecta, filum serici nigrum atque tenue aliquoties circumvolvas & ante eam in situ ad Horizontem perpen-

diculari collocatam candelam accensam statuas, tandem in distantia 6. circiter pedum Lentem vitream totidem fere pedum, eamque utrinque convexam & uncias circiter $4\frac{1}{4}$ latam, opponas, ut charta colorata Imago post eam in charta alba depingatur (§. 61); animadvertes, ubi Imago cœrulea distincta comparet, ibi confusam esse rubram, ita ut fila sericea vix discerni possint & contra; majoremque requiri distantiam charta alba à Lente, si rubra Imago distincta esse debet, quam ubi cœruleam distinctam desideraveris.

COROLLARIUM.

194. Quoniam Imago ibi videtur distincta, ubi Radii ab uno Objecti puncto emanantes in uno iterum uniuntur (§. 75. 76.); Radii cœrulei citius convergunt, quam rubri (§. 83. Geom.). Majorem igitur refractionem patiantur necesse est (§. 39.) consequenter Radii ab Objectis diversimode coloratis reflexi non sunt æque refrangibiles (§. 180).

OBSERVATIO XII.

195. Si Prisma DFE, cujus anguli D & E semirecti, foramini C ita obiciatur, ut Lumen coloratum à basi in G reflectatur; primo Lumen cœruleum HG totum reflecti observabitur, cum reliquum adhuc in IK refringetur, & ultimo tandem loco reflectetur rubrum.

COROLLARIUM I.

196. Radii igitur diversi coloris differunt gradibus reflexibilitatis (§. 181).

COROLLARIUM II.

197. Et quoniam Lumen cœruleum celerius reflectitur ceteris, rubrum vero tardissime omnium (§. 195); Lumen cœruleum reflexibilis est ceteris, rubrum vero reflexibilitatem minimam habet (§. 182).

(a) Optic. Lib. 1. Part. 1. Prop. 2. p. 23 Edit. Lat. sec.

COROLLARIUM III.

198. Sunt igitur iidem Radii magis reflexibiles, qui magis refrangibiles existunt (§. 191).

SCHOLIUM I.

199. *Refrangibilitatis & reflexibilitatis diversitatem ignorarunt Philosophi, donec eandem in apricum produceret vir ingeniosissimus magnoque suo merito celeberrimus ISAACUS NEWTONUS (a). Ab anno 1675. in Transactionibus Anglicanis eam cum eruditis communicavit & ab objectionibus nonnullorum ita vindicavit, ut ipsi Antagonistæ sibi satisfactum esse confiterentur (b). Demum clarius eandem exposuit & magna Experimentorum copia confirmavit in præclaro Optices Opere. Ac postea eadem Experimenta coram Societate Regia repetiit, MONMORTIO Gallo tunc in Anglia agente, aliisque ex Academia Regia Scientiarum Parisina presentibus, Cel. DESAGULIERIUS (c) Describit quoque eadem experimenta Cel. GULIEL. JAC. GRAVESANDE, & modum eadem facile repetendi exponit, omni apparatu huc necessario accurate descripto (d). Id vero palmarium est in hac doctrina, ut evincatur, Radios sua natura esse diversimode refrangibiles nec coloratos in aliud Lumen iterata refractione transmutari posse: quod ut ostendatur, Radios Luminis heterogeneos à se invicem separari necesse est, quemadmodum Problemate sequente docetur.*

PROBLEMA XII.

200. *Luminis Solaris Radios heterogeneos à se invicem separare.*

RESOLUTIO.

Tab. VII. Fig. 82. 1. Per parvulum operculi fenestrationis foramen rotundum F v. gr. $\frac{1}{10}$ unius digiti in Cameram obscuram contra

omnem Luminis accessum optimè munitam immittatur Radius Solis. Quodsi Lumen coloratum latius desideres, foramen præstat esse oblongum, v. gr. ut longitudo sit digiti unius vel duorum, latitudo vero $\frac{1}{10}$ vel $\frac{1}{20}$ ejusdem digiti.

2. In distantia decem vel duodecim pedum excipiatur is Lente convexa MN, Imaginem Solis I in distantia sex, octo, decem duodecimve pedum delineatura, pro diversa ejus forma, juxta ea, quæ in Dioptricus demonstranda hic tanquam à posteriori nota supponi possunt (§. 75).
3. Pone Lentem collocatur Prisma ABC, quod Lumen per illam transmissum refractione transmutat in Imaginem Solis oblongam & coloratam p (§. 183). eadem fere distantia charta alba excipiendam, qua Imago rotunda num. 2. excipiebatur, huc tamen illucve movenda, donec rectilinea Imaginis latera quam maxime distincta appareant.

Aliter.

1. Formam majus, cujus latitudo 2 circiter pollicum lamina metallica muniatur, in quo nonnisi exiguum admodum sit foramen F, veluti $\frac{1}{10}$ unius digiti. Tab. III. Fig. 83.
2. Quodsi Radius Luminis per id in Cameram obscuram incidens fuerit admodum declivis, ope speculi B ita reflectatur, ut pavimento sit ad sensus parallelus, quo citra inclinationem ad ipsum longius progrediatur, & ad corrigendam irregularitatem reflexionis excipiatur tabu-

(a) Transact. Anglic. n. 80. p. 3075. it. n. 83. p. 4061. & seqq. &c.

(b) Vid. Transact. Anglican. 85. p. 5018.

(c) Transact. Anglic. Num. 348. p. 433. & seqq.

(d) In Phys. Element. Mathem. Tom. 2. c. 19. 20. p. 84. & seqq.

tabula T ad libitum attollenda, vel deprimenda, donec is transeat per foramen $f\frac{1}{8}$ unius digiti.

3. Radius per foramen f transiens excipitur Lente utrinque convexa L in distantia diametri convexitatis, veluti 9 pedum, si Radius fuerit $4\frac{1}{2}$ pedum.
4. Pone Lentem L statuatur Prisma P eo situ, ut axis sit ad Horizontem perpendicularis & Radius per Lentem refractus nova refractione in Prismate facta abeat in Imaginem coloratam oblongam.

Dico Lumina heterogenea ita à se invicem esse separata, ut singula Lumina colorata pro simplici Lumine haberi possint: id quod per sequens Experimentum à posteriori patet, & ex superioribus cum NEWTONO ita ostenditur.

DEMONSTRATIO.

Quoniam spectrum oblongum coloratum, quod vi primæ refractionis prodit, secunda refractione in latus facta, non fit Imago quadrata, sed priori similis, situ tantummodo inclinato (§. 190); evidens est Lumen secunda refractione non æque in latitudinem, quemadmodum prima in longitudinem extendi. Quoniam latitudo Imaginis ea est, quæ Solis diametro respondet, & lateribus parallelis excurrentibus superiori ac inferiori parte arcu convexo terminatur; porro hinc colligitur, Imaginem oblongam ex tot constare circulis seu Imaginibus rotundis, quot sunt colores diversi, & secunda refractione, cum similiis prorsus prodeat priori Imago, unumquemque circulum uniformi re-

fractione tantummodo alio transferri. Enimvero si majores fuerint circuli, foramine ampliori existente invicem confunduntur, ut Lumen adhuc compositum sit. Quodli vero diametri minuantur, foramine imminuto, centrum situ atque distantis minime mutatis circuli minores non amplius, quemadmodum ante, confunduntur, ut minimum circa centrum cujuslibet circuli prodire debeat Lumen satis simplex, præsertim ubi Lente utaris ad penumbram auferendam. Atque ita patet utroque, quem exposuimus modo, Lumina heterogenea à se invicem separari. *Q. e. d.*

OBSERVATIO XIII.

201. *Quodsi Imago colorata per Problema præcedens facta, Radiorum separatione prodiens, tabella inter latera sustentaculi sursum deorsum mobili excipiat & per exiguum foraminulum Lumen unius coloris solum transmissum ope Prismatis secundi denuo refringatur, Imago charta alba excepta est rotunda & ejusdem coloris sive Oculo nudo, sive per Prisma ipsam intuenti apparet, qui solus per foramen transmittebatur; nisi quod Lumen rubrum altissimo, cæruleum infimo loco compareat. Ceterum Experimentum eodem successu instituitur, si Radius declivis Luminis per foramen, cujus diameter est digiti dimidii, in cameram obscuram immittitur per Prisma in sustentaculo circa axem suum volubile in aliud reflectatur & in eo refractum, ut Imago prodeat colorata, per foramen tabule inter ejusdem sustentaculi, quod Prisma alterum circa axem volu-*

volubile continet, latera sursum deorsum mobilis, cujus diameter nonnisi $\frac{1}{8}$ unius digiti, transmittatur; spectrum vero coloratum ut ante in distantia 10 aut 12 pedum excipiat.

COROLLARIUM I.

202. Quoniam Lumina colorata à permixtione separata nullâ refractione amplius mutantur, sed eundem constanter colorem retinent; evidens est omne Lumen homogeneum proprium habere colorem & Lumina illa, qualia per Prisma prodeunt, esse simplicia, atque eorum colores esse colores primarios, quorum permixtione prodeunt colores compositi.

COROLLARIUM II.

203. Nullus adeo color ex modificationibus Luminis oritur; colores vero permanentes Corporum inde sunt, quod alia Corpora alios Radios copiosius reflectant.

SCHOLION I.

204. Hinc videas nullo alio Lumine collustrata magis resplendere cœrulea, quam cœruleo; nec rubra magis quam rubro, ac ita porro.

SCHOLION II.

205. Equidem industrius Naturæ scrutator MARIOTTUS factò accuratè Experimento se observasse profitetur, cum in distantia 30 circiter pedum colorem violaceum, qui majus quam 3 linearum spatium occupabat, per crenam duarum linearum trajectum Prismate alio valde oblique opposito exciperet, quan-

dam ejus partem in colorem cœruleum & rubrum transmutatum fuisse, hincque falsitatem Theoriæ NEWTONIANÆ concludit (a). Enimvero cum non totum Lumen violaceum in alios diversos colores abierit; id saltem inde colligitur, separationem Radiorum diversis coloribus imbutorum in prima refractione non fuisse absolutam: id quod Experimento præsentis conforme, minime autem Experimentum istud ad Theoriam illam funditus evertendam facit, quemadmodum visum iis, qui Radiorum heterogeneorum separationem NEWTONIANAM ignorarunt.

SCHOLION III.

206. Enimvero ut Corpora hos Radios facilius quam alios reflectant; ab ipsorum textura derivandum. Videmus enim mutata textura Corporum, mutari quoque colorem. E. gr. si frustulis Ligni Nephritici aquam limpidam affundas, intra 24 circiter horarum spatium extrahetur color, qui Oculo inter Lumen seu fenestram & tincturam posito intense cœruleus minimeque perspicuus apparet; tinctura autem inter Lumen seu fenestram & Oculum collocata, perspicuus & ruber videtur. Quod si Olei Vitrioli guttas aliquot instillaveris, quod vi corrosiva particulas ex Ligno extractas dissolvit texturamque tincturæ variat; color ex omni parte flavus est. Si vero Oleum Tartari per deliquium affuderis, quod massulas dissolutas iterum coagulat, color pristinus anceps redit. Sed quoniam hæc & innumera alia Physicæ sunt considerationis, ideo ea non persequimur; suo loco eadem reservantes.

CAPUT V.

De Visione Magnitudinis.

DEFINITIO XXXVII.

207. *ANgulus Opticus seu Visorius ABC est, quem intercipiunt*

Wolfii Oper. Mathem. Tom. III.

Radii AB & BC ab extremis Objecti Punctis in centrum Pupillæ ducti.

E DEFINI-

(a) Essay de la Nature des Couleurs. pag. 207. & seqq.

b. I. 34.

DEFINITIO XXXVIII.

208. Magnitudinem apparentem appello, quam Angulo Optico metimur.

AXIOMA V.

209. *Quæ sub eodem vel equali Angulo videntur, equalia apparent. Quod vero videtur sub majori, id apparet majus: quod sub minori videtur, minus apparet.*

SCHOLIUM.

210. *Hæc Propositio ab Opticis instar Axiomatis assumitur, quia innumeris Experimentiis confirmari potest. Sane Sol & Luna, quia sub Angulo ad sensum equali videntur, equalia apparent. Unde etiam Astronomi magnitudinem apparentem stellarum ex Angulo Optico aestimare solent. Nec ratione caret. Etenim Objecta videntur equalia, si Imagines in Oculo æquales sunt, & illud majus est altero, cujus imago in Oculo delineatur major. Si autem Angulus Opticus idem est, ex principiis Dioptricis demonstrari potest, Imagines quoque in Retina æquales esse. Ex iisdem constat, Imaginem esse majorem, si Angulus Opticus major; minorem vero, si is minor exiterit.*

THEOREMA XXIX.

Tab. III. Fig. 35. 211. *Idem Objectum DF in vicinia majus apparet, quam è longinquo.*

DEMONSTRATIO.

Aut enim crura Anguli CAH, sub quo videtur Objectum CH è longinquo, cadunt in crura Anguli DAF, sub quo idem videtur in distantia minore, aut extra crura hujus Anguli, aut intra eadem. Intelligatur itaque HC ipsi DF parallela & CH = DF, *vi hypoth.* ex A vero demissa ad DE perpendicularis AE, quæ eadem erit ad CH perpendicularis (§. 230. *Geom.*). Quodsi AC caderet in

AD, & AH in AF; tum foret ob $\triangle DAF$ & CAH similia (§. 268. *Geom.*) $AE:AB = DF:CH$ (§. 296. *Geom.*); consequenter ob $AE < AB$ *per hypoth.* $DF < CH$ contra hypothefin. Crura igitur Anguli CAH non cadunt in crura Anguli DAF, multo minus extra ea cadere possunt. Cadunt adeo intra crura Anguli DAF, consequenter Angulus CAH $< DAF$, hincque Objectum idem è longinquo minus apparet, quam in vicinia (§. 209). *Q. e. d.*

THEOREMA XXX.

212. *Magnitudines apparentes Objecti ADC & ABC sunt in ratione minore quam distantia DG & BG reciproce; in majoribus tamen distantiis sunt ad sensum ut distantia ista reciproce.*

DEMONSTRATIO.

Ponamus magnitudinem apparentem fieri subduplam; erit $o = 2x$ (§. 208). Est vero $o = x + y$ (§. 239. *Geom.*). Ergo $x = y$, consequenter $DC = DB$ (§. 253. *Geom.*). Quare cum BG sit distantia ab Oculo *per hypoth.* adeoque Angulus ad G rectus (§. 225 78. *Geom.*); $DC > DG$ (§. 220. *Geom.*); consequenter $DB > DG$ (§. 89. *Arithm.*) & hinc $BG > 2DG$ (§. 90. *Arithm.*). Quoniam igitur $o:x = 2DG:DG$ *per demonstr.* BG ad DG rationem majorem habet quam o ad x (§. 203. *Arithm.*), seu quod perinde est, o ad x rationem minorem habet quam BG ad DG. *Quod erat unum.*

Quodsi distantia DG augeatur, donec Angulus o paucorum minorum fecur-

cundorum fiat, Anguli m & n ad sensum non different (§.241. *Geom.*) adeoque nec DC à DG (§.253. *Geom.*) consequenter nec DB = DC per demonstr. à DG ad sensum differre potest (§.87. *Arithm.*). Est adeo BG = 2DG & hinc ut BG ad DG ita o ad x . Quod erat alterum.

THEOREMA XXXI.

213. Cotangentes magnitudinum apparentium dimidiarum o & x ejusdem Objecti AC, sunt ut distantia DG & BG.

DEMONSTRATIO.

Quoniam Angulus n rectus est (§.225. *Geom.*); si GC sumatur pro sinu toto, erunt GD & GB tangentes Angulorum GCD & GCB (§.7. *Trigon.*), hoc est, cotangentes dimidiarum Angulorum o & x (§. *Trigon.*). Est itaque cotangens ipsius o ad cotangentem ipsius x , ut DG ad GB. Q. e. d.

PROBLEMA XIII.

214. Data magnitudine apparente dimidia ABG, una cum distantia BG; dimidiam magnitudinem veram AG invenire.

RESOLUTIO.

Quoniam Angulus ad G rectus est (§.225. *Geom.*), reperietur AG, inferendo (§.40 *Trigon.*)

ut sinus totus

ad tangentem dimidiæ magnitudinis apparentis ABG,

ita distantia BG

ad dimidiam magnitudinem veram AG.

Eadem BG invenitur inferendo (§.36. *Trigon.*)

Ut Cofinus magnitudinis apparentis dimidiæ ABG

(hoc est, sinus Anguli BAG)

ad sinum ejusdem;

ita distantia BG

ad magnitudinem veram dimidiam AG.

E. gr. Sit ABG = 15°, BG 30 pedum; erit

Log. sin. tot. 100000000

Log. tang. ABG 94280525

Log. BG 14771212

Log. AG 0.9051737,

cui in Canone quam proxime respondent 8'0''4'''.

Aliter.

Log. Cofin. ABG 99849438

Log. Sin. ABG 94129962

Log. BG 14771212

Logg. Summa 108901174

Log. AG 0.9051736

qui cum ante invento idem est.

COROLLARIUM.

215. Quodsi ABG ponatur dimidii scrupuli secundi & BG 6 digitorum; cum tangens dimidii scrupuli secundi sit 24, reperitur AG $\frac{144}{100000000}$ adeoque CG = $\frac{288}{100000000}$, hoc est, fere $\frac{1}{34722}$ (§.227. *Arithm.*), adeoque minor quam $\frac{1}{30000}$ unius digiti. Unde assumere licet, Objecta, quæ sub Angulo unius minuti secundi videntur, non amplius apparere, sed instar Punctorum ab Oculo exhiberi.

SCHOLIUM.

216. Si sinus totus sit 10000000, sinus 10 scrupulorum secundorum vi Canonis majoris PITISCI est 484. Unde sinus dimidii scrupuli 24 (§.23. *Trig.*); consequenter cum tangens unius minuti in istiusmodi particulis à sinu non amplius differat, teste Canone Sinuum &

ab.
II.
334.

ab.
II.
334.

Tangentium communi, etiam Tangens dimidii scrupuli secundi est 24.

PROBLEMA XIV.

Tab. 217. *Data dimidia magnitudine ve-*
 III. *ra AG, una cum distantia ab Oculo BG;*
 Fig.34. *invenire magnitudinem apparentem di-*
midiam ABG.

RESOLUTIO.

Cum in Triangulo ABG dentur, præter rectum G (§.225. *Geom.*), latera AG & BG, invenitur cosinus magnitudinis apparentis ABG hoc est, sinus Anguli BAG (§.38. *Trig.*).

Exemplum est inversum præcedentis.

COROLLARIUM.

218. Quodsi ergo Objectum aliquod tanto intervallo removeatur ab Oculo, cui directe opponitur, donec ob imminutam continuo magnitudinem apparentem visui subducatur & distantia ab Oculo mensuretur; per Problema præfens definietur magnitudo apparens seu Angulus Visorius, quem illud subtendit, ubi instar Puncti apparet.

PROBLEMA XV.

Tab. 219. *Data dimidia magnitudine ve-*
 III. *ra AG; invenire distantiam BG, ad*
 Fig.34. *quam sub dato Angulo ABG videtur.*

RESOLUTIO.

Quoniam in Triangulo ABG, præter rectum G (§.225. *Geom.*), datur etiam Angulus ABG, una cum crure AG, invenitur basis BG (§.36. *Trig.*).

E. gr. Sit AG 30 pedum, ABG 25°; erit

Log. sin. ABG	9.625948;
Log. sin. BAG	9.9572757
Log. AG	1.4771212
	<hr/>
	11.4343969
Log. BG	1.8084486, cui in Ta-

bulis quam proximè respondent $64'3''3'''$.

Quodsi BG sumatur pro sinu toto, erit AG tangens Anguli ABG, adeoque reperitur etiam BG inferendo: ut Tangens Anguli ABG, ad sinum totum; ita AG, ad BG.

COROLLARIUM.

220. Quodsi Angulus ABG fiat dimidii scrupuli secundi, definietur distantia, ad quam Objectum integrum AC instar Puncti apparere, adeoque non amplius videri debet (§. 213).

SCHOLIUM.

221. Quodsi per Experientiam (§217) definiatur Angulus, sub quo desinit Visio distincta Objecti; per præfens Problema determinari potest distantia, in qua Visio Objecti distincta esse desinit, ita ut non amplius discerni possit. Quamvis autem distincta sensim sensimque esse desinat Visio, neque adeo in puncto fiat; in Praxi tamen seligendum est Punctum, ubi non amplius Objectum discerni possit, nec summa in hisce talibus accuratatione opus est.

THEOREMA XXXII.

222. *Quæ sub eodem Angulo CAH videntur GI & CH, habent magnitudines distantiis AE & AB proportionales.*

DEMONSTRATIO.

Quoniam enim GI ipsi CH parallela per hypoth. erit $o = x$ (§.233. *Geom.*), adeoque Triangula GAI & CAH similia sunt (§.267. *Geom.*). Quare cum AB sit ad CH (§. 225. *Geom.*), adeoque etiam ad GI (§.230. *Geom.*) perpendicularis; erunt AE & AB altitudines Triangulorum GAI & CAH (§. 227. *Geom.*), consequenter $GI:CH = AE:AB$ (§.396. *Geom.*). *Q. e. d.*

PROBLEMA XVI.

223. *Invenire distantiam AB, ad quam ab Oculo removendum est Objectum magnitudinis datae CH, ut videatur tanta magnitudinis, quanta apparet GI in distantia data AE.*

RESOLUTIO.

Quoniam $GI : CH = AE : AB$ (§.122); datis GI, CH & AE, reperitur AB per Regulam trium (§.302. *Aritbm.*).

E. gr. quæritur, ad quam distantiam ab Oculo removeri debeat Objectum 30 pedum, ut apparet æquale Objecto 6 pedum, quod videtur in distantia 20 pedum.

Quoniam $GI = 6, CH = 30, AE = 20$: erit $AB = 20. 30 : 6 = 100$.

PROBLEMA XVII.

224. *Invenire altitudinem BD supra lineam Horizontalem BH per Oculum A positione datum ductam, in qua elevari debet Objectum datae altitudinis DE, ut tantum appareat quantum Objectum aliud altitudinis similiter datae BC in data distantia Oculi AB.*

RESOLUTIO & DEMONSTRATIO.

1. Quoniam in Triangulo ABC ad B rectangulo (§. 225. *Geom.*) datur distantia Oculi AB & altitudo Objecti BC, cui æqualis apparere debet altitudo Objecti elevandi DE; Angulus BAC, sub quo in A videtur Objectum BC, reperiri potest (§. 40. *Trigon.*): cui æqualis est DAE (§. 209).

2. Concipiatur jam Circulus transiens per puncta A, D & E, cujus centrum fit in G; erit Angulus DGE duplus Anguli DAE modo inventi

(§.313. *Geom.*). Quare si ex centro G demittatur perpendicularis GF; erit $DF = \frac{1}{2} DE$ & $DGF = \frac{1}{2} DGE$ (§.184. *Geom.*) = DAE. In Triangulo igitur rectangulo DFG ad F rectangulo, datis Angulis & latere DF, reperiuntur latera FG & DG (§.36. *Trig.*).

3. Demittatur ex centro G ad BO perpendicularis GH: cum etiam sit FB ad BO perpendicularis *per hypoth.* erit GH parallela ipsi FB (§.256. *Geom.*) adeoque perpendiculares GF & BH inter GH & FB interceptæ æquales sunt (§.226. *Geom.*). Quare si ex FG paulo ante inventa subtrahatur distantia Oculi BA, relinquetur AH.

4. In Triangulo itaque AGH ad H rectangulo, datis AH & $AG = DG$ (§.40. *Geom.*), reperitur GH (§.417. *Geom.*).

5. Quoniam denique ipsi GH æqualis est FB *per demonstr.* si inde subtrahatur dimidia altitudo Objecti elevandi FD; relinquetur altitudo quæsitæ BD. *Q. e. f. & d.*

E. gr. Sit distantia oculi $AB = 8'$: quæritur altitudo, in qua elevari debeat Objectum altitudinis 9 pedum; ut appareat 5 pedum: erit BC 5 & DE 9', adeoque DF 45". Inferatur ergo;

Log. AB	0.9030900
BC	0.6989700
Sin. tot.	1.0000000

Tang. BAC 9.7958800, cui in Tabulis quam proxime respondent 32°.

Est igitur Angulus DGF 32°. Quare cum ad F sit rectus & DF 45"; inferatur porro:

Tab. VII. Fig. 84.

Log. fin. DGF	97242097
Log. DF	16532125
Log. fin. tot.	100000000
Log. DG	1.9290028
Log. fin. tot.	100000000
Log. DG	1.9290028
Log. Cofin. DGF	99284205
Log. GF	*1.8574233

Est igitur $DG = AG = 85''$ & $FG = BH = 72''$.

Quoniam BH minor prodit ipsa BA, id indicio est punctum A in præfente casu cadere in O. Quamobrem ex $BO = 80''$ subtrahatur $BH = 72''$; relinquetur $HO = AH$ (§. 291. *Geom.*) = 8. Quamobrem fi

à Quadrato AG	7225
subtr. Quadr. AH	64

relinquetur Qua. lr. GH 7161 unde extracta Radix 845'' est GH. Ablata hinc DF 450'' relinquitur altitudo quaesita BD 395'', quæ in præfente casu minor quam BC = 500''.

Sit $AB = 12'$, $BC = 6'$, $DE = 18'$, adeoque $DF = 9'$; erit

Log. AB	10791812
BC	0.7781513
Sin. tot.	100000000
Tang. BAC	96989701
BAC = 26° 33	
Log. fin. DGF	96502868
Log. fin. DF	09542425
Log. fin. tot.	100000000

Log. DG	1.3039557
Log. Cof. DGF	99516020

Log. GF	*1.2555577
DG = 20'	GF = 18'
AG² = 400	AB = 12
AH² = 36	AH = 6
	BF = 19
GH² = 364	DF = 9
GH = 19	BD = 10

Aliter.

Idem Problemata etiam absque Trigonometria solvi potest. Etenim

1. Quoniam Angulus $FGD = BAC$ per demonstr. & $\triangle\triangle DFG$ & BAC ad F & B rectangula; erit $CB:BA = DF:FG$ (§. 267. *Geom.*) Quamobrem cum dentur CB, BA & DF; reperietur FG (§. 302. *Aarithm.*).

2. Hinc porro reperitur DG (§. 417. *Geom.* & §. 269. *Aarithm.*) = AG (§. 40. *Geom.*)

3. Quodsi ergo ex $IG = BH$ subtrahatur AB; relinquetur AH & inde porro reperietur GH (§. 417. *Geom.* & §. 269. *Aarithm.*)

4. Denique ex GH subducatur DF; relinquetur altitudo quaesita BD.

E gr. sit ut ante $AB = 12'$, $BC = 6'$, $DE = 18'$; erit $DF = 9'$. Unde porro reperitur $FG = 18'$ & ob $DG² = FG + DF² = 324 + 81 = 405$, $DG = 20'$, atque hinc tandem $BD = 10'$, ut ante.

PROBLEMA XVIII.

225. Data altitudine BD, in qua consistere debet Objectum DE; invenire quanta ipsius esse debeat longitudo, ut in distantia Oculi data AB videatur alteri longitudinis data BC aequale.

RESOLUTIO & DEMONSTRATIO.

Sint omnia ut in Problemate præcedente, &

1. Ex datis in Triangulo ABC ad B rectangulo cruribus AB & BC investigetur, ut ibidem num. 1. Angulus BAC, cui æqualis est DGF, cujusque complementum ad rectum est GDF, quemadmodum ibidem ostendimus.

2. Eodem modo ex datis in $\triangle ABD$, præter rectum B, cruribus AB & BD, in-

Ta VI Fi 84

- investigetur latus AD & Angulus BDA, (§. 40. 38. *Trigon.*), qui
 3. cum Angulo GDF ex duobus rectis subductus relinquit Angulum GDA.
 4. Datis itaque in \triangle DAG, ob crura DG & GA æqualia (§. 40. *Geom.*) æquicruro, (§. 89. *Geom.*) præter latus AD *vi num.* 2. omnibus Angulis (§. 248. *Geom.*) invenitur crus DG (§. 36. *Trigon.*).
 5. Atque ita tandem datis, in \triangle DFG ad F rectangulo, Angulo obliquo DGF *vi num.* 1. & latere DG *vi num.* 4. reperitur DF (§. 36. *Trigon.*) cujus duplum est longitudo Objecti quaesita DE (184. *Geom.*). *Q. e. i. & d.*

Sit e. gr. veluti in Exemplo posteriori AB = 12', BC = 6', BD = 10; reperietur ut ibidem angulus DGF: 6° 31'. Jam porro

Log. BD	1.0000000
BA	1.0791812
Sin. tot.	1.0000000
<hr/>	
Tang. BDA	10.0791812
Ergo BDA	50° 11'
FDG	63 27
Summa	113 38
Anguli ad D	179 60
GDA	66 22
<hr/>	
2GDA = D + A	132 44
D + A + G	179 60
DGA	47 16
Log. fin. BDA	98854162
BA	10791812
fin. tot.	100000000
<hr/>	
Log. DA	1.1937650
Log. fin. DGA	98660036
DA	11937650
fin. DAG	99619569
<hr/>	
Logg. Summa	111557219
Log. DG	12897183

Log. fin. tot.	100000000
Log. DG	12897183
Log. fin. DGF	96502868

DF 40.9400051

Cui in Tabulis quam proxime respondent 9'.

PROBLEMA XVIII.

226. *Data altitudine Objecti elevandi DE & altitudine DB, in qua constitui debet; invenire distantiam BA, in qua Oculo cum Objecto datae altitudinis BC ejusdem altitudinis apparet.*

Tab. V. Fig. 84.

RESOLUTIO.

Sit DE = a, BD = b, BC = c, BA = x; quoniam per ea, quæ in Problematum præcedentium resolutione demonstrata sunt, DF = $\frac{1}{2}a$ & Anguli ad F atque B recti, Anguli vero BAC & DGF æquales; erit BC: DF = BA: FG (§. 267. *Geom.*)

$$c : \frac{1}{2}a = x : \frac{ax}{2c}$$

$$\begin{aligned} &\& DG^2 = AG^2 = DF^2 + FG^2 \text{ (§. 417. } \textit{Geom.}) \\ &= \frac{1}{4}a^2 + \frac{a^2x^2}{4c^2} \end{aligned}$$

$$\text{Jam porro } AH = \frac{ax}{2c} - x$$

$$\begin{aligned} &\& GH = b + \frac{1}{2}a, \text{ adeoque} \\ &GA^2 = AH^2 + GH^2 \\ &= \frac{a^2x^2}{4c^2} - \frac{ax^2}{c} + x^2 + b^2 + ab + \frac{1}{4}a^2 \end{aligned}$$

Habemus itaque subtractis à se invicem valoribus ipsius GA²,

$$x^2 - \frac{ax^2}{c} + b^2 + ab = 0$$

$$cx^2 - ax^2 + b^2c + abc = 0$$

$$abc + b^2c = ax^2 - cx^2$$

$$\frac{abc + b^2c}{a - c} = x^2$$

Regu-

Regula. 1. Quærat^r ad differentiam magnitudinum datarum BC, & DE, magnitudinem minorem BC, & factum ex altitudine DB, in qua constitui debet Objectum DE, in compositam BE ex eadem altitudine DB & altitudine Objecti elevandi DE, numerus quartus proportionalis.

2. Ex hoc extrahatur Radix, quæ erit distantia quæsita BA.

E. gr. sit $DE = 18$, $DB = 11$, $BC = 6$; erit $BE = 29$, & $BE \cdot DB = 319$. Unde reperitur $AB^2 = 6 \cdot 319 = 1914$. Quamobrem $AB = 43.75$.

THEOREMA XXXIII.

Tab.
III.
Fig.
36.

227. Si Oculus O intra parallelas AB & CD ponatur, parallelæ versus plagam ipsi oppositam convergere videntur.

DEMONSTRATIO.

Quoniam AB ipsi CD parallela per hypoth. erit $FE = BD$ (§. 226. *Geom.*). Cum igitur FE & BD Oculo directe opponantur; intervallum BD minus apparere debet viciniore FE (§. 211). Eodem modo ostenditur, intervallum quodlibet ulterius minus apparere debere ipso BD & ita porro. Distantiæ itaque rectarum AB & CD continuo minui, consequenter versus plagam Oculo oppositam parallelæ AB & CD convergere videntur (§. 84. *Geom.*) *Q. e. d.*

COROLLARIUM

228. Quodsi tanta fuerit longitudo parallelarum AB & CD, ut distantia earum à se invicem Oculo in O posito instar Puncti appareat (§. 215); parallelæ coire videbuntur in illo Puncto, ibique visus terminabitur.

THEOREMA XXXIV.

Tab.
III.
Fig.
37.

229. Subtensa AB in omnibus punctis D, C, E, &c. arcus segmenti ACB

æqualis apparet; Diameter vero GD in singulis Peripheriæ punctis.

DEMONSTRATIO.

Quoniam enim Anguli ADB, ACB, AEB &c. æquales sunt (§. 215. *Geom.*); subtensa AB in punctis D, C, E, &c. videtur sub eodem Angulo. Æqualis itaque in singulis istis punctis apparet (§. 209). *Quod erat unum.*

Quodsi ab extremitatibus Diametri D & G ad quodcunque Peripheriæ punctum E rectas DE & EG ducas; Angulus E semper erit rectus (§. 317. *Geom.*). Diameter adeo Circuli in singulis Peripheriæ punctis sub æquali Angulo videtur (§. 145. *Geom.*), consequenter æqualis apparet (§. 209). *Quod erat alterum.*

COROLLARIUM I.

230. Optima igitur Theatrorum figura est segmentum Circuli, in quo subtensa Actoribus, arcus Spectatoribus locum concedit.

SCHOLION.

231. Non jam urgeo, quod hæc figura etiam sit rectilinearum eodem ambitu comprehensarum capacissima.

COROLLARIUM II.

232. Quodsi ergo Oculus moveatur in Peripheria satis magna, per longinquum intervallum ad Objectum aliquod AB accedere, vel ab eo recedere poterit, ut tamen magnitudo ejus semper videatur eadem.

THEOREMA XXXV.

233. Si Oculus fuerit immotus in A, recta autem BC ita moveatur, ut extremitates semper cadant in Peripheriam; ejusdem constanter magnitudinis apparebit.

DE-

DEMONSTRATIO.

Ponamus enim BC transferri primum ex BC in CD, deinde ex CD in DE. Quoniam $BC = CD = DE$ (§. 81. *Arithm.*), arcus cognomines æquales sunt (§. 289. *Geom.*). Cum igitur etiam Anguli BAC, CAD, DAE æquales sint (§. 315. *Geom.*); recta BC in omni situ ejusdem magnitudinis apparet (§. 209). *Q. e. d.*

COROLLARIUM.

234. Cum Polygonum Regulare Circulo inscriptibile sit (§. 348. *Geom.*); Oculo in uno Angulo posito latera æqualia apparent.

THEOREMA XXXVI.

235. *Que Oculus uno obtutu comprehendit, intra ambitum Anguli recti continentur.*

DEMONSTRATIO.

Sit Oculus in O, & intervallum quodcunque AB in infinitum excurrentis: Radius ab uno extremo A in Oculum cadens AO sit ad AB perpendicularis. Sumatur intervallum quodcunque AD, ducaturque recta OD. Quoniam Angulus A rectus est (§. 78. *Geom.*); erit AOD recto minor (§. 241. *Geom.*). Intervallum igitur, quod Oculo spectandum exhiberi potest, intra limites Anguli recti coercetur. *Q. e. d.*

SCHOLIUM.

236. *Facile Theorema præsens Experimento confirmatur. Angulo enim recto in Tabula Horizontali descripto & recta ex vertice ducta bifariam diviso, si in eadem duo styli perpendiculares erigantur & Oculus ad verticem Anguli applicetur, ita ut ab eo, qui eidem vicinior, tegatur remotior; nullam extra Anguli*

Wolfii Oper. Mathem. Tom. III.

*recti crura posito Objectum in Oculum incur-
rere observabis.*

THEOREMA XXXVII.

237. *Si Objecti DF Oculo A directè oppositi magnitudo dimidia DE fuerit distantia AE æqualis; Objectum totum visu comprehenditur, nec quicquam amplius ultra ejus limites conspici potest.*

Tab. III. Fig. 35.

DEMONSTRATIO.

Quoniam AE distantia Objecti visibilis ab Oculo *per hypoth.*; erit ea ad DF perpendicularis (§. 225. *Geom.*). Cum adeo Angulus E sit rectus (§. 78. *Geom.*) & $AE = DE$ *per hypoth.*; erit DAE femirectus (§. 241. *Geom.*) Eodem modo ostenditur, esse FAE femirectum, consequenter DAF rectum. Objectum itaque totum uno obtutu comprehenditur, nec extra ejus limites quicquam amplius conspicitur (§. 235). *Q. e. d.*

THEOREMA XXXVIII.

238. *Si distantia AE Objecti DF Oculo directè oppositi fuerit minor dimidia magnitudine DE; Objectum integrum uno obtutu non comprehenditur, sed ejus tantum aliqua pars videtur, & quidem minor, si AE minorem ad DE habuerit rationem.*

Tab. III. Fig. 35.

DEMONSTRATIO.

Quoniam AE perpendicularis ad DE (§. 225. *Geom.*); erit Angulus E rectus (§. 78. *Geom.*); consequenter ADE & EAD junctim sumti recto æquales (§. 241. *Geom.*). Quare cum $AE < DE$, *per hypoth.* erit Angulus ADE minor altero

F

altero

Tab. II. Fig. 9.

EAD (§. 189. *Geom.*), consequenter DAE semirecto major. Eodem modo cum ostendatur, esse FAE semirecto majorem; si Oculus DAF Objectum integrum DF uno obtutu comprehendit, non intra ambitum Anguli recti continentur, quæ uno obtutu comprehenduntur: quod cum sit absurdum (§. 236), ut partem tantum Objecti videat Oculus in A opus est. *Quod erat unum.*

Spatia, quæ amplitudinem Visus definiunt, sunt ut distantia (§. 222). Quare si distantia AE ad DE minorem habuerit rationem, adeoque minuitur (§. 203. *Arithm.*); pars quoque visa minor fieri debet. *Quod erat alterum.*

COROLLARIUM.

239. Quo propius itaque ad Objectum accedis, eo minorem ejus partem uno obtutu comprehendis.

THEOREMA XXXIX.

Tab.
IV.
Fig.
40.

240. Si altitudo Oculi non fuerit dimidia Objecti magnitudini equalis, & si perpendicularum DC ex Oculo in magnitudinem AB, ultra quam is uno obtutu nil amplius comprehendit, demissum ipsam inequaliter secet; erit distantia inter segmenta AD & DB media proportionalis & contra.

DEMONSTRATIO.

Si AB spatium definit, quod uno obtutu Visus comprehendit; erit Angulus ACB rectus (§. 235). Quare si perpendicularum ex Oculo C in AB demittatur; erit $DB:DC=DC:DA$ (§. 327. *Geom.*). Est vero DC distantia Objecti ab Oculo (§. 225. *Geom.*). Ergo hæc

distantia est media proportionalis inter segmenta AD & DB. *Quod erat unum.*

Quod si fuerit distantia DC media proportionalis inter DB & DA; erit $DB:DC=DC:DA$. Quoniam vero DC est distantia *per hypoth.* ad AB perpendicularis est (§. 225. *Geom.*), adeoque Anguli ad D æquales sunt (§. 79. *Geom.*), consequenter etiam $o=u$ (§. 183. *Geom.*). Est vero $o+x=90^\circ$ (§. 241. *Geom.*). Ergo etiam $u+x=90^\circ$ (§. 87. *Arithm.*). Ultra magnitudinem igitur AB, Visus nihil amplius comprehendit (§. 235). *Quod erat alterum.*

PROBLEMA XX.

241. Data distantia Objecti AB; quod amplitudinem Visus definit, ab Oculo C. una cum magnitudine illius Objecti AB; invenire segmenta AD & DB, in quæ à distantia DC secatur.

RESOLUTIO.

Quoniam $DB:DC=DC:DA$ (§. 240); non alia re opus est, quam ut distantia Objecti DC inveniantur reciproca DB & DA (§. 262. *Anal. fin.*).

PROBLEMA XXI.

242. Data altitudine Objecti AB & altitudine Oculi DB; invenire distantiam DC, ad quam Oculus positus Objectum integrum, nec quicquam amplius, uno obtutu comprehendit.

RESOLUTIO.

Quoniam DA est differentia inter altitudinem Oculi & magnitudinem Objecti: inter hanc differentiam & altitudinem Oculi quærenda est media proportionalis, quæ erit distantia quæsitæ DC (§. 240).

THEOREMA XL.

243. *Spatia, quæ amplitudinem Visus in diversis distantiiis definiunt, sunt distantiiis proportionalia.*

DEMONSTRATIO.

Spatia, quæ amplitudinem Visus in diversis distantiiis definiunt, intra limites Anguli recti consistunt (§. 235); adeoque sub eodem Angulo videntur (§. 145. *Geom.*) Sunt igitur distantiiis proportionalia (§. 222). *Q. e. d.*

COROLLARIUM.

244. Quo longius itaque Visus exporitur, eo amplius spatium uno obtutu comprehendit: quo citius autem terminatur, eo minus spatium uni obtutui sufficit.

THEOREMA XLI.

245. *Si Objecta diverse magnitudinis AB & DB ex eadem distantia BC videntur, & Radiorum extremorum alter fuerit ad AB perpendicularis; Tangentes magnitudinum apparentium sunt in ratione magnitudinum verarum AB & DB.*

DEMONSTRATIO.

Radius BC est ad AB perpendicularis, *per hypoth.* Si ergo BC sumatur pro finu toto; erit BD Tangens Anguli BCD, AB vero Tangens Anguli BCA (§. 7. *Trigon.*) Sunt vero BCD & BCA magnitudines apparentes verarum BD & BA (§. 208). Quare magnitudinum apparentium Tangentes sunt ut veræ. *Q. e. d.*

PROBLEMA XXII.

246. *Data distantia à Centro Sphæræ BC, una cum ejus semidiametro AC; invenire quantitatem portionis ADE, quam Oculus unus obtutu suo comprehendit.*

RESOLUTIO.

Quoniam Radius extremus AB Sphæræ necessario tangit in A, ceu ex demonstratione Theorematis 9. (§. III) manifestum; erit Angulus A rectus (§. 309. *Geom.*), & hinc ABC complementum dimidii arcus AD, qui partem uno obtutu comprehendendam definit (§. 241. *Geom.*), consequenter (§. 38. *Trigon.*),

Ut distantia Oculi à centro CB, ad semidiametrum Sphæræ AC; Ita sinus totus, ad cosinum dimidii arcus AD, qui partem Sphæræ uno obtutu comprehendendam definit.

E. gr. Sit juxta RICCIOLUM semidiameter Solis AC 33 semidiametrorum Terræ, distantia ejus à Terra CB 7300; erit

Log. CB	3.8633229
Log. AC	1.5185139
Log. sin. Tot.	1.0000000

Log. sin. ABC 7.6551910, cui in Tabulis quam proximè respondent 15'.

Est ergo arcus AD 89° 45', consequenter ADE 179° 30'.

THEOREMA XLII.

247. *Majorem Sphæræ portionem Oculus unus contuetur è longinquo, quam è vicino; numquam tamen integrum Hemispherium uno obtutu comprehendit.* Tab. IV. Fig. 42.

DEMONSTRATIO

Quoniam distantia CB ad semidiametrum Sphæræ AC, ut sinus totus ad cosinum dimidii arcus AD, qui portionem Sphæræ visibilem definit (§246); si distantia minuatur, adeoque ratio ejus ad semidiametrum minor redditur

(§. 203. *Arithm.*), ratio quoque sinus totius ad cosinum arcus AD fit minor, consequenter cosinus ipse major evadit (§. 206. *Arithm.*). Cum adeo arcus AD complementum ad quadrantem crescat (§. 11. *Trigon.*); Arcus ipse AD decrescit: è vicinia itaque minorem Sphæræ portionem Oculi contuetur, quam è longinquo. *Quod erat unum.*

Si Oculi Hemisphærium integrum uno obtutu comprehenderet; AD foret Circuli quadrans, adeoque Angulus ACB rectus (§. 143. *Geom.*), consequenter AB ipsi CB parallela (§. 256. *Geom.*), & hinc Angulus Visorius ABC nullus: Quod cum sit absurdum, Hemisphærium integrum videri nequit. *Quod erat alterum.*

THEOREMA XLIII.

Tab. III. Fig. 39. 248. *Longitudines tantum mediocres, non autem magnas Visus comprehendere potest.*

DEMONSTRATIO.

Sit $AO = 1$, $AD = 57$. Quoniam sinus rotus ad Tangentem Anguli Visorii, ut AO ad AD (§. 40. *Trigon.*); reperietur Angulus Visorius 89° . Quodsi vero AD ponatur 3437; reperietur Angulus Visorius AOD $89^\circ 59'$ (§. *cit. Trig.*), adeoque pro 3380 distantiis Oculi tantummodo relinquitur Angulus $59'$, & cum Angulus AOD à recto, qui totam amplitudinem Visus definit (§. 235), nonnisi unico minuto differat; pro omni reliqua longitudine, quæ 3437 distantias seu altitudines Oculi excedit, nonnisi unius minuti Angulus restat. Visus igitur tantum mediocres, non autem magnas longitudes comprehendit. *Q. e. d.*

COROLLARIUM I.

249. Cum Angulus Visorius, quo ad distantiam Oculi 6 pedum spectatur longitudo 342 pedum, fit 89° , adeoque omni intervallo reliquo usque ad 20622 pedes nonnisi 59 minuta cedant; longitudes 342 pedibus majores solo adspectu vix diemur.

COROLLARIUM II.

250. Hinc distantiarum & altitudinum magnarum differentia, quamvis admodum ingentes, nudo adspectu non dignoscuntur.

THEOREMA XLIV.

251. *Æquales partes ejusdem intervalli AB, BC, CD &c. inæquales apparent.*

DEMONSTRATIO.

Ducatur Radius OB Arcus EF, sitque AO ad AD perpendicularis, adeoque communis altitudo $\triangle AOB$, $\triangle BOC$, $\triangle COD$ (§. 227. *Geom.*). Sector EOB major $\triangle AOB$, adeoque ad $\triangle OBC$ majorem rationem habet quam $\triangle AOB$ (§. 203. *Arithm.*). Cum $\triangle AOB$ & $\triangle OBC$ communem altitudinem AO habeant; inter se sunt in ratione basium AB & BC (§. 389. *Geom.*). Sector igitur EOB ad $\triangle OBC$ majorem rationem habet quam AB ad BC. Quare cum sector BOF $<$ $\triangle OBC$; sector EOB ad sectorem BOF multo magis rationem majorem habebit quam AB ad BC. Enimvero sectores EOB & BOF sunt inter se ut arcus EB & BF (§. 415. 389. *Geom.*). Arcus itaque EB ad arcum BF rationem majorem habet quam AB ad BC. Jam $AB = BC$ per *hypoth.* Quare arcus EB major arcu BF (§. 158. *Arithm.*). Unde cum arcus AB & BF sint mensuræ Angulorum

lorum EOB & BOF (§. 57. *Geom.*), erit Angulus EOB major Angulo BOC (§. 141. *Geom.* & §. 20. *Arithm.*); consequenter etiam AB majus videtur quam BC (§. 209). Eodem modo ostenditur, BC apparere majus quam CD, & ita porro. *Q. e. d.*

THEOREMA XLV.

252. Si ex Centro Circuli C excite-
tur ad planum ejusdem perpendicularis
quantacunque, vel Linea obliqua ut-
cunque Radio equalis CF; Oculo in F
collocato Diametri omnes DE & AB
æquales apparebunt.

DEMONSTRATIO.

Si recta FC ad Diametros DE, AB
&c. perpendicularis; Anguli ad C recti
sunt (§. 78. *Geom.*) adeoque æquales
(§. 145. *Geom.*). Quare cum Radii DC,
CB, CE, CA æquales sint (§. 40.
Geom.) & latus FC Triangulis DFC,
BFC, EFC, AFC commune; Anguli
cognomines æquales sunt (§. 179.
Geom.). Radii igitur DC, CB, CE,
CA (§. 209), consequenter etiam Dia-
metri DE, AB &c. æquales apparent.
Quon erat unum.

Si $AC = CF = CB$, ex Centro C
super AB in plano AFB descriptus femi-
circulus (§. 135. *Geom.*), transibit
per F (§. 40 *Geom.*). Angulus itaque
AFB rectus est, (§. 317. *Geom.*) Eo-
dem modo ostenditur, esse DFE rectum.
Quare cum Diametri AB & DE sub
æqualibus Angulis videantur (§. 145.
Geom.); æquales apparebunt (§. 209).
Quod erat alterum.

PROBLEMA XXIII.

253. Invenire punctum F, in quo
Oculo magnitudines AB & BC utcun-
que inæquales & in directum sita appa-
reant æquales.

Tab.
IV.
Fig.
45.

RESOLUTIO.

1. Ex A & B, intervallo AB, facta inter-
fectione in E, ex Centro E per A &
B describatur Circulus
2. Eodem modo determinetur Centrum
D, & ex eo per B & C describatur
Circulus alius, priorem secans in F.
Dico F esse Punctum quæsitum.

DEMONSTRATIO.

Cum AB & BC sint latera Hexagoni
(356. *Geom.*); Arcus cognomines can-
dem rationem ad suas Peripherias ha-
bent (§. 342. *Geom.*). Quare cum An-
gulorum AFB & BFC mensuræ sint Ar-
cus dimidii AB & BC (§. 314. *Geom.*);
æquales sint necesse est (§. 141. *Geom.*),
adeoque & magnitudines AB & BC
Oculo in F æquales apparent (§. 209).
Q. e. d.

PROBLEMA XXIV:

254. Invenire duo Puncta D & C ejus
conditionis, ut Punctum C sit vicinius
utrique extremo magnitudinis AB, quam
Punctum D, in viciniore tamen C mag-
nitude AB minor appareat, quam in re-
motiori D.

Tab.
IV.
Fig.
46.

RESOLUTIO.

1. Quacunque Circini apertura ex A &
B fiat interfectio in E & ex E, tan-
quam Centro, Radio EA, describa-
tur Circulus AIDB.
2. Simili modo determinetur Centrum
F, & ex eo Radio FA, describatur
Circulus AHCB.

3. Ducatur ad AB continuatam in G perpendicularis GD, quæ Peripheriam majorem in C fecet, majori vero in D occurrat.

Dico Punctum D magis distare ab extremis A & B visibilis AB, quam alterum C; in Puncto tamen C minorem apparere magnitudinem AB; quam in D.

DEMONSTRATIO.

Quoniam DG perpendicularis ad AG per hypoth. $BD > BC$ & $AD > AC$ (§. 417. *Geom.*). Punctum igitur D magis distat ab A & B quam C (§. 192. *Geom.*). *Quod erat unum.*

Quoniam $ACB = AHB$ & $ADB = AIB$ (§. 315. *Geom.*), sed $AIB > AHB$ (§. 300. *Geom.*); erit quoque $ADB > ACB$ (§. 89. *Arithm.*). Magnitudo igitur AB major apparet in D quam in C (§. 209). *Quod erat alterum.*

THEOREMA XLVI.

Tab. IV. Fig. 47. 255. Si Oculus infra magnitudinis humilioris FE verticem E fuerit collocatus, & per eum altiozem AC spectet; majorem hujus partem videbit in distantia remotiori FH, quam in viciniore FG vel FI.

DEMONSTRATIO.

Si Oculus fuerit in H, recta ex H per verticem E in magnitudinem altiozem AC ducta partem CB refecat, quæ ab eo spectatur (§. 47). Similiter recta ex G per E ducta GD refecat partem DC, quæ in G spectatur (§. cit.). Quoniam itaque recta GD alteram HB in E fecat (§. 50. *Geom.*) & pars EG infra partem

alterius EH cadit; pars altera DE ipsius DG supra alteram BE ipsius BH cadet (§. cit. *Geom.*), consequenter $DC < CB$ (§. 20. *Arithm.*). *Q. e. d.*

THEOREMA XLVII.

256. Si magnitudo humilior GF fuerit ad altiozem DE in ratione distantiarum BF & BE, vel si BF ad BE minorem rationem habuerit quam GF ad DE; Oculus in B collocatus altiozem prorsus non videbit. Tab. I. Fig. 5

DEMONSTRATIO.

Quoniam GF & DE ad BC perpendiculares sunt (227. *Geom.*) & $BF:BE = GF:DE$ per hypoth. Radius BG per verticem humilioris G transiens transibit etiam per D (§. 267. *Geom.*) Cum adeo Objectum DE non radiet in B; ibi quoque videri nequit (§. 42.); adeoque multo minus in propinquiori distantia, hoc est, si $BF:BE < GF:DE$ (§. 261). *Q. e. d.*

PROBLEMA XXV.

257. Datis altitudinibus GF & DE una cum distantia earundem à se invicem FE; determinare Punctum B, ubi minor majorem conspectui eripere cessat. Tab. II. Fig. 5

RESOLUTIO.

Fiat: ut differentia magnitudinum GF & DE,

ad magnitudinem minorem GF;

Ita distantia magnitudinum à se invicem FE,

ad distantiam quaesitam BF.

E. gr. Sit GF 100, DE 140, FE = 3 pedum; erit $BF = 3.100:40 = 7\frac{1}{2}$.

DEMONSTRATIO.

Est enim ut $GF : DE = BF : BE$ (§. 267. *Geom.*). Ergo $DE — GF : GF = BE — BF : BF = FE : BF$ (§. 193. *Aritbm.*). *Q. e. d.*

PROBLEMA XXVI.

258. *Datis altitudinibus AC & FE, una cum distantia earundem FA, & distantia Oculi ab humiliore FH; invenire partem altioris BC, que per verticem humilioris E, ab Oculo infra cum in H posito, videri potest.*

RESOLUTIO.

Quia datur distantia Oculi ab Objeto humiliore FH, & distantia humilioris ab excelsiore AF, per *hypoth.* distantia quoque Oculi ab excelsiore AH datur. Igitur

1. Quærat ad FH, FE & AH quarta proportionalis, quæ erit pars magnitudinis altioris ab humiliore EF conspectui in H crepta AB (§. 262).
2. Quodsi adeo ex integra AC per *hypoth.* data auferatur, relinquetur portio BC, quæ in H spectari potest.

E. gr. Sit $AF = 30$, $FE = 100$, $AC = 140$, $FH = 170$; reperietur $AB = 100$, $200 : 170 = 117 \frac{1}{7}$, unde $BC = 22 \frac{5}{7}$.

PROBLEMA XXVII.

259. *Datis altitudinibus FE & AC, una cum distantia FI, ubi primum conspectui eripitur altior AC; invenire distantiam earum à se invicem.*

RESOLUTIO.

Quærat ad altitudinem minorem FE, differentiam altitudinum FE & AC, atque distantiam FI, quarta proportio-

nalis, quæ erit distantia altitudinum quaesita AF.

E. gr. Sit $FE = 80$, $AC = 170$, $FI = 50$; erit $AF = 90$. $50 : 80 = 56 \frac{1}{4}$.

DEMONSTRATIO.

Est enim $FE : AC = FI : AI$ (§. 262). Ergo $FE : AC — FE = FI : AI — FI = FI : AF$ (§. 193. *Aritbm.*). *Q. e. d.*

PROBLEMA XXVIII.

260. *Data altitudine Objecti humilioris EF, una cum distantia excelsioris ab eodem AF; determinare altitudinem excelsioris AC, que tanta esse debet, ut in data distantia FH, per verticem humilioris E, pars data excelsioris BC conspici possit.*

RESOLUTIO.

Quoniam FH & AF dantur, per *hypoth.* AH quoque datur. Quare

1. Quærat ad FH, FE & HA quarta proportionalis, quæ erit pars altitudinis majoris à minore conspectui in H crepta AB.

1. Huic ergo si addatur pars conspicua BC; prodibit altitudo integra AC. Sit e. gr. $FH = 300$ pedum, $FE = 150$, $AF = 400$, $BC = 50$; erit $AB = 150$. $400 : 300 = 200$, consequenter $AC = 250$.

PROBLEMA XXIX.

261. *Determinare altitudinem DB, ad quam collocanda est magnitudo data AB, ut Oculo in E posito tanta appareat, quanta DC ibidem videtur.*

RESOLUTIO.

1. Ducatur recta EC & in E ad eam excitetur perpendicularis EG, fiatque EF magnitudini datæ æqualis.
2. Fiat porro in F Angulus ipsi FEG æqualis, ut habeatur Punctum G.

3. Ex

Tab. IV. Fig. 47.

Tab. IV. Fig. 48.

3. Ex puncto G demittatur perpendicularis GL ad FE.
4. Producat DF in I, donec fiat $DI = GL$ &
5. Ex I erigatur perpendicularis IH, quæ ex E, intervallo EG, secetur in H.
6. Tandem ex H, Radio EH, describatur Circulus rectam AD in B & A secans. Dico AB esse magnitudinem in alto collocandam, & DB altitudinem, in qua collocari debet.

DEMONSTRATIO.

Quoniam GE ad CE perpendicularis, *per construct.* CE Circulum ex Centro G descriptum per F & E (§. 40. *Geom.*) tangit (§. 304. *Geom.*). Est ergo Angulus in segmento FME Angulo segmenti CEF æqualis (§. 323. *Geom.*). Quodsi jam fiat $DI = KH = GL$ & Radio HE = GF describatur ex H Circulus: erit $AB = FE$ (§. 298 *Geom.*) & hinc ob arcus cognomines æquales (§. 189. *Geom.*) Angulus FME = BEA (§. 315. *Geom.*). Est vero FME = DEC *per demonstrata.* Ergo etiam BEA = DEC (§. 87. *Arithm.*). Videntur adeo DC & AB in E sub æqualibus Angulis, consequenter æquales apparent (§. 209.) *Q. e. d.*

SCHOLIION.

262. *Quomodo idem Problema per calculum solvatur, in superioribus jam docuimus. (§. 224.)*

PROBLEMA XXX.

Tab. 263. *Oculo B positione dato; determinare magnitudinem DE, qua in altitudine data AD, appareat magnitudi-*
 IV. *ni CA æqualis.*
 Fig. 49.

RESOLUTIO.

1. Ducatur recta CB, ut habeatur Angulus CBA, sub quo videtur AC.
2. Ex B ad Punctum datum D ducatur recta DB.
3. Fiat arcus GH alteri FI æqualis, ducaturque per H recta BE. Dico, DE esse magnitudinem quaesitam.

DEMONSTRATIO.

Quoniam arcus FI alteri GH æqualis, *per construct.* Angulus ABC alteri DBE æqualis est (§. 141. *Geom.*). Cum adeo AC & DE sub æquali Angulo videantur, necessario æquales apparent (§. 209.) *Q. e. d.*

SCHOLIION.

264. *Idem Problema superius per calculum solvere docuimus (§. 225.)*

THEOREMA XLVIII.

265. *Si Oculus in tenebris constitutus flammam à splendore Aëris circumfusi non distinguit, & distantia minor, in qua illa ab hoc distinguitur, ad longitudinem flammæ majorem habuerit rationem, quam distantia major, ubi illa cum hoc confunditur, ad Diametrum aggregati ex splendore circumfuso & flammæ; flammæ major videbitur è longinquo, quam è vicinia.*

DEMONSTRATIO.

Est enim ut distantia Oculi ad magnitudinem Visibilis, ita Sinus totus ad Tangentem Anguli Visorii (§. 40. *Trigon.*). Quodsi ergo distantia Oculi inter flammam & splendorem circumfusum distinguere nescientis minorem habuerit rationem ad Diametrum aggregati ex flammæ & splendore circumfuso quam distantia mi-

minor, ubi Oculus illam ab hoc distinguit, ad magnitudinem flammæ; Sinus quoque totus in priore casu minorem rationem habebit ad Tangentem Anguli Visorii, quam in posteriore. Tangens igitur Anguli Visorii in priore casu major est, quam in posteriore (§. 206. *Arithm.*) Quamobrem cum aggregatum ex flamma & splendore circumfuso sub majore angulo videatur, quam flamma sola; illud quoque majus apparet, quam hæc (§. 209.). *Q. e. d.*

SCHOLIION.

266. Apparet adeo ratio, cur faces & candelæ accensæ Oculo in tenebris constituto è longinquo majores appareant, quam in vicinia in Aëre collustrato. Ponamus enim flammam facis accensæ esse unius digiti & in distantia sex pedum optimè adhuc distingui ab Aëris splendore circumfuso. Recedat Oculus per distantiam quadruplam, ita ut à face jam distet intervallo 24 pedum, sit vero aggregati ex flamma & splendore circumfuso Diameter solius flammæ quintupla, nempe 5. digitorum. Erit ergo ratio distantia propioris ad flammam ut 60 ad 1, distantia remotioris ad aggregatum ex flamma & splendore circumfuso ut 240 ad 5, hoc est, ut 48 ad 1: quarum rationum posterior priore utique minor (§. 158. *Arithm.*) Quamvis vero dubium non sit, quin in majore distantia major quantitas splendoris circumfusi à flamma non distinguatur; quoniam tamen integra activitatis Sphæra finita est, omnique magnitudini assignari possit intervallum, ultra quod non amplius videtur (§. 218); evidens quoque est, quod detur aliquis terminus, in quo Lux ignea noctu maxima apparere debet, & ultra quem Angulus Visorius continuo minuitur, distantia ulterius crescente. Hunc vero terminum, datis Experimentiis necessariis ex Principiis superi. ribus in casibus singularibus haud difficult. r reperire licebit.

Wolffii Oper. Mathem. Tom. III.

DEFINITIO XXXIX.

267. Visibile AB dicitur Oculo in D Tab. *directe opponi*, si unus Radiorum AD IV. Centrum Pupillæ attingens fuerit ad id Fig. 50. perpendicularis. Contra vero AC *oblique opponi* dicitur eidem Oculo in D, si nullus Radiorum, qui Centrum pupillæ attingunt, fuerit ad ipsum perpendicularis.

THEOREMA XLIX.

268. *Æqualia Objecta AB & AC, quorum alterum AB Oculo D directe, alterum vero AC eidem oblique objicitur, in eadem distantia inæquali a apparent; videturque majus AB, quod directe opponitur.*

DEMONSTRATIO.

Quia AC & AG sub eodem angulo videntur, æqualia apparent (§. 209). Est vero AG ipsius AB pars: videtur adeo AC parti ipsius AB æqualis, consequenter minor quam AB (§. 20. *Arithm.*) *Q. e. d.*

SCHOLIION.

269. Haud difficult. r apparet, Theorema præsens non modo valere de Objectis in eodem cum Oculo plano Horizontali sitis; sed etiam de aliis, quæ Horizontali insistent.

PROBLEMA XXXI.

270. *Data distantia AD Puncti omnium maxime vicini D, una cum Angulo obliquitatis CAD, & magnitudine visibilis AC; invenire magnitudinem directam AG, cui obliqua AC æqualis apparet.* Tab. IV. Fig. 50.

RESOLUTIO.

I. Quoniam Angulus DAC datur una cum G

cum cruribus DA & AC, *per hypoth.* inveniri potest Angulus Visorius ADC (§. 40. *Trigon.*).

2. Jam cum Angulus DAG rectus sit (§. 78. *Geom.* & §. 273. *Optic.*); reperietur porro AG (§. 36. *Trigon.*).

E. gr. Sit AD 75 perticarum, AC vero 58, Angulus CAD $108^{\circ} 24'$; erit $AD + AC = 133$, $AD - AC = 17$, $\frac{1}{2}(C + D) = 35^{\circ} 48'$, adeoque

Log. AC + AD	21238516
Log. AD - AC	12304489
Log. Tang. $\frac{1}{2}(C + D)$	98580694
<hr/>	
Logg. Summa	110885183
Log Tang. $\frac{1}{2}(C - D)$	89646667
Ergo $\frac{1}{2}(C - D) = 5^{\circ} 16'$	
$\frac{1}{2}(C + D) = 35^{\circ} 48'$	
<hr/>	
Ang. D =	30 32
Log. Sin tot.	100000000
Log. Tang. D.	97707261
Log. AD	18750613
<hr/>	
Log. AG	+1.6457874
Est ergo AG	44 perticarum.

THEOREMA L.

271. Si longitudo AB fiat Basis Semicirculi majoris ADB, & ejus segmenta qualiacunque AC & CB Bases Semicirculorum minorum secantium crura AD & DB in Semicirculo majore; Oculis in D, in E & in F positus tota AB, & segmenta AC & CB videntur equalia.

DEMONSTRATIO.

Anguli enim D, E & F sunt anguli in Semicirculo *per constr.* adeoque recti (§. 317. *Geom.*); consequenter inter se æquales (§. 145. *Geom.*). Videntur itaque tota AB & segmenta AC & CB ex D, E & F sub iisdem angulis, adeoque æqualia apparent (§. 209.). *Q. e. d.*

CAPUT VI.

De Visione Figura.

THEOREMA LI.

Tab. 272. *SI* Centrum Pupillæ in directum
IV. *jacet Linea recta AB: Linea*
Fig. 51. *instar Puncti apparet.*

DEMONSTRATIO.

Si enim Centrum Pupillæ in directum jacet Lineæ rectæ AB, fieri omnino nequit, ut à Punctis reliquis præter A Radii ad Oculum pertingant (§. 46). Quare cum nullum Punctum videatur, nisi quod in Oculum radiat (§. 42);

nullum Lineæ AB Punctum, præter A videri potest. Recta igitur AB Centro Pupillæ in directum jacens instar Puncti apparet. *Q. e. d.*

THEOREMA LII.

273. Si Superficies Oculo directe opponatur, nec nisi unica Perimetri Linea in eum radiare possit; instar Lineæ apparet.

DEMONSTRATIO.

Quoniam nonnisi unica Perimetri Linea in Oculum radiare potest, *per hypoth.*
Radii

Radii non aliter in Oculum ingrediuntur, ac si unica tantum Linea adesset. Cum adeo is non aliter afficiatur, quam ab unica Linea afficitur; instar Lineæ quoque Superficies apparere debet (§. 43). *Q. e. d.*

THEOREMA LIII.

274. *Si Corpus Oculo directe opponatur, nec nisi unicum Superficies Planum in eum radiare possit; instar Superficies apparet.*

DEMONSTRATIO.

Eadem prorsus est, quæ Theorematis præcedentis.

THEOREMA LIV.

ab. 275. *Arcus ACB ab Oculo O in eodem Plano existente è longinquo visus, instar Lineæ rectæ CE apparet.*

DEMONSTRATIO.

Quoniam Arcus CB & recta CE sub eodem Angulo videntur, æquales apparere debent (§. 209). Quamdiu vero recta DF distincte percipitur, Punctum D à Puncto F distingui potest. Sed quando DF ex intervallo OD visum instar Puncti apparet, Puncta D & F non amplius distinguuntur, adeoque unum idemque esse videntur. Hoc cum eodem modo ostendatur de Puncto quocunque altero Arcus CB: idem è longinquo visus instar Lineæ CE apparere debet. *Q. e. d.*

COROLLARIUM.

276. Ex Demonstratione abunde patet, Theorema non tantum de Arcubus Circuli, sed de Arcubus Curvæ cujuscunque valere.

THEOREMA LV.

277. *Sphæra è longinquo visa Circulus apparet.*

DEMONSTRATIO.

Portio Superficies Sphæra, quam Tab. Oculus in B videt, generatur, si Arcus IV. DE circa Axem DC rotetur (§. 470. *Geom.*). Sed Arcus DE apparet ut recta DF (§. 275). Ergo portio Superficies Sphæra ab Arcu DE descriptæ apparet instar figuræ, quæ rotatione rectæ DF circa Punctum D generatur, hoc est, ut Circulus (§. 131. *Geom.*) *Q. e. d.*

COROLLARIUM.

278. Cum Arcus quilibet instar rectæ appareat (§. 275); alia quoque Corpora rotunda instar Circuli apparere debent.

THEOREMA LVI.

279. *Si tria Visibilia A, B & C in eadem Superficie, sed non in eadem recta collocentur, sitque medium B remotius; figuram cavam Oculo exhibebunt: ubi vero fuerit medium B propinquius, convexam.*

DEMONSTRATIO.

Cum enim per tria Puncta non in directum jacentia Circulus describi possit (§. 294. *Geom.*); tria illa Puncta non aliter in Oculum radiabunt, ac si in casu primo in Arcu Circuli concavitate Oculo D obvertente, in altero vero in Arcu Circuli convexitatem Oculo D obvertente posita essent. In illo itaque figuram concavam; in hoc convexam Oculo exhibebunt (§. 43). *Q. e. d.*

THEOREMA LVII.

280. *Magnitudines angulose in majori distantia rotunde apparent.*

DEMONSTRATIO.

Ex Corpore anguloso fit rotundum, Tab. V. si anguli A, B, C, D resecentur. Jam *Fig. 54.*

cum omnis magnitudo in certa quadam distantia evanescat, nec amplius videatur (§. 215); anguli quoque A, B, C, D in magna distantia evanescere debent. Magnitudines igitur angulosæ rotundæ appareant necesse est. *Q. e. d.*

SCHOLIUM.

281. *Evidens est, Theorema intelligendum esse non modo de figuris superficialibus; sed & de solidis. Inde est, quod Turres quadratæ eminus conspectæ rotundæ appareant.*

COROLLARIUM.

282. Quoniam si Circulus Ellipsi vel figuræ cuique rotundæ oblongæ inscribitur, excessus hujus supra illum angulis figuræ angulosæ respondent; Ellipsis seu figura rotunda oblonga instar Circuli apparere debet.

THEOREMA LVIII.

283. *Si Quadratum aut Rectangulum ABDC uno tantum latere AB Oculo directe objiciatur; in majore distantia Trapezium videbitur.*

DEMONSTRATIO.

Quoniam enim latera AC & BD sunt parallela (§. 336. *Geom.*) & Oculus intra ea ponatur; Puncta C & D minus distare videntur, quam A & B (§227). Cum itaque rectæ AB & CD inæquales appareant; Quadratum vel Rectangulum Trapezii figuram exhibet (§.103. *Geom.*). *Q. e. d.*

COROLLARIUM.

284. Quoniam lineæ parallelæ tandem coire videntur (§. 228); si latera rectanguli AC & BD fuerint longiora, & figura sufficiente intervallo ab Oculo removeatur; Triangulum videbitur (§. 87. *Geom.*).

THEOREMA LIX.

285. *Si Oculus G ad Centrum E fi-*

gura regularis ABDC ita defigatur; ut Tab. recta EG sit ad Planum perpendicularis; Fig. veram Visibilis figuram videbit.

DEMONSTRATIO.

Est enim CE = EB = AE = ED (§. 40. *Geom.*), AC = CD = DB = AB (§. 106. *Geom.*). Anguli ad E sunt recti (§. 78. *Geom.*) & latus GE est omnibus Triangulis GAE, EGB, EGD, EGC communis. Ergo anguli cognomines æquales sunt & AG = CG = DG = BG (§. 179. *Geom.*), consequenter etiam anguli AGC, CGD, DGB, BGA æquales sunt (§. 251. *Geom.*). Videntur adeo tum rectæ AB, BD, DC, CA, tum AE, BE, DE, CE sub æqualibus angulis. Quamobrem tum illæ, tum hæ æquales apparent (§. 209. *Q. e. d.*)

THEOREMA LX.

286. *Si Oculus G perpendiculariter in Centrum Circuli E dirigatur, vel distantia oblique in ipsum directi GE fuerit Semidiametro AE æqualis; Circuli vera figura videbitur.*

DEMONSTRATIO.

In utroque enim casu omnes Diametri apparent æquales (§. 252). Vera igitur Circuli figura videtur (40. *Geom.*). *Q. e. d.*

THEOREMA LXI.

287. *Si Oculus G oblique in Centrum figura regularis ABCD vel etiam in Circulum dirigatur; vera Visibilis figura non apparebit, Circulusque videbitur oblongus.*

DEMONSTRATIO.

Pro diversa enim lineæ GE ad Rad'os CE,

CE, AE, BE, DE obliquitate; tum Radii isti, tum etiam latera AB, BD, DC, CA inæqualia apparent (§. 268). Vera igitur neque figuræ regularis ABDC (§. 106. *Geom.*), neque Circuli (§. 38. *Geom.*) figura videtur. *Quod erat unum.*

Quoniam vero Diametri alii videntur aliis majores, *per demonstrata*; Circuli figura utique altera parte apparebit longior, altera vero brevior. *Quod erat alterum.*

THEOREMA LXII.

288. *Visibilem è longinquo visorum figuræ vera non apparent.*

DEMONSTRATIO.

Ut enim figura vera videatur, necesse est ut singulæ partes distincte appareant: partibus enim contiguis factis, quæ antea contiguæ non erant, figura mutatur. Sed cum omnis Visibilis pars in determinata quadam distantia evanescat, nec amplius videatur (§. 215); necesse est, ut contiguæ appareant, quæ non sunt. Figura igitur vera Visibilem è longinquo visorum non apparet. *Q. e. d.*

SCHOLION

289. *Hinc facies fœminarum e longinquo vise apparent pulchræ, quæ in vicinia ob aliquas deformitates displicent.*

THEOREMA LXIII.

290. *Si unicum Luminosi Punctum L per foramen ACB radiet; figura Luminis abc Plano DE foramini parallelo excepti erit figuræ foramini similis.*

DEMONSTRATIO.

Sit foramen ABC triangulare: dico

figuram Luminis *abc* similiter esse debere triangularem & quidem Triangulum foramini simile. Quoniam Punctum Luminosum L radiat in singula Puncta Perimetri foraminis ABC (§. 60; Radii extimi Pyramidem triangularem effigiant, cujus Basis est figura triangularis foraminis (§. 472. *Geom.*). Quodsi ergo ultra Perimetrum per foramen continetur; Pyramis quoque continuabitur. Quare si Plano DE foramini parallelo Lumen excipitur; erit *abc* triangulum foramini ABC simile (§. 473. *Geom.*). *Q. e. d.*

COROLLARIUM I.

291. Quodsi *Aa* ad *LA* insensibilem habuerit rationem, erunt *LA* & *La* ad sensum æquales, consequenter etiam figura Luminis *acb* ad sensum æqualis erit figuræ foraminis ACB.

SCHOLION.

292. *Idem quoque exinde demonstrari possit, quod Radii à Puncto remoto ri L in Planum exiguum incidentes sint paralleli ad sensum (§. 93): quo in casu nimirum ABC bea Prisma esse debere patet.*

COROLLARIUM II.

293. Quoniam innumera Solis Puncta per idem foramen in Cameram obscuram una radiant; Lumen inregrum immissum constat ex innumeris figuris foramini similibus & æqualibus.

THEOREMA LXIV.

294. *Si Luminosum SQ per exiguum foraminulum F in Cameram obscuram radiet, & Lumen Plano GH foramini parallelo excipitur; erit ejus figura de figuræ Luminosi SQ similis & in majori distantia à foramine F major.* Tab.V. Fig.58.

DEMONSTRATIO.

Sit figura Luminosi SQ Circulus. Quoniam singula Puncta Peripheriæ in foramen F radiant (§. 60); erit SFQ Conus (§. 467 *Geom.*). Quare si Radii SF & QF omnesque intermedii ultra foramen F continentur; Lumen per Camera obscuram propagatum *d F e* itidem Conus erit. Ergo si Plano foramini parallelo excipiat; figura Luminis *d e* erit Circulus, tanto quidem major, quo majori intervallo à vertice Coni, hoc est, à foramine F distet (§. 468. *Geom.*). *Q. e. d.*

COROLLARIUM.

295. Per foramen igitur amplum immis- sum Lumen Solis vel Lunæ ex innumeris constat Conis æqualibus, quorum Vertices sunt in singulis foraminis Punctis.

THEOREMA LXV.

Tab. V. 296. *Si Lumen Solis per foramen an-
Fig. 59. gulosum transmittatur; in distantia exi-
gua à foramine ejus figuram habebit, in
majore autem sensum sensimque ad Circu-
lum accedet.*

DEMONSTRATIO.

Quoniam Lumen Solis per foramen transmissum ex innumeris Conis constat, quorum vertices in singulis foraminis DEF Punctis constituti sunt (§. 295); si Coni isti prope suos vertices secentur, Plana sectionum à Punctis ad sensum non different (§. 468. *Geom.*), adeoque perinde erit, ac si unicum tantum Solis Punctum C in Perimetrum foraminis DEF radiaret, consequenter Lumen figuram foraminis habebit (§. 290). *Quod erat unum.*

Si vero iidem Coni in distantis ma-

joribus secentur, Plana sectionum erunt Circuli *g* tanto quidem majores, quo longioribus intervallis à foramine distant (§. 294). Plures igitur Circuli majores ex singulis Perimetri figuræ angulolæ *e d f* Punctis descripti cum ad sensum ab uno Circulo non differant; Lumen Solis in majore distantia à foramine exceptum Plano foramini parallelo figuram Circuli ad sensum habebit. *Quod erat alterum.*

SCHOLIUM I.

297. *Theorema præsens Experientia abunde confirmat. Imo idem Experientia prius innotuit, quam Optici in rationes ejus inquirerent. Unde Optici veram causam initio non assecuti in reddenda Phænomeni ratione non consensere (a).*

COROLLARIUM I.

298. Quodsi ergo pars foraminis tegatur, in minori distantia mutabitur figura Luminis transmissi, ob mutatam foraminis figuram; sed in majore retinebit figuram Circuli.

COROLLARIUM II.

299. Quoniam tamen pauciores nunc Radii transmittuntur; Circulus erit minus Lucidus (§. 84).

COROLLARIUM III.

300. Cum vero Circuli illi continuo au- geantur (§. 294); Lumina per duo foramina vicina transmissa primum ex parte, tandem prorsus in unum coalescunt, distantia nempe Centrorum, quæ semper eadem manet, respectu Radiorum seu Semidiametrorum evanescente.

SCHOLIUM II.

301. *Non injucundum est videre, etiam in Conclavi illuminato, Circulos à Radiis per duo*

(a) Vid. KEPLERUS in Paralipomenis in Vitelionem c. 2. p. 57. & seq.

duo diversa foramina triangularia transmissos se mutuo successive contegentes, ita ut crescente continuo communi segmento tandem penitus congruant. Illud quoque observatu dignum est, quod Lumen geminatum in communi segmento, simplici in segmentis collateralibus multo clarius existat.

COROLLARIUM IV.

302. Quodsi prope foramen aliqui Radii à Corpore Opaco interceptantur, deficientibus quibusdam Conis lucidis; deficient quoque quidam Circuli in Lumine à Plano excepti; consequenter etiam si Circuli reliqui ampliuntur, integrum tamen Circulum majorem complere nequeunt, sed pars quædam deficiet cujus scilicet radiatio intercepta.

SCHOLIUM III.

303. Hinc Solis Eclipsin patientis pars deficiens etiam in ejus Imagine Radiis per foramen transmissis formatæ deest.

THEOREMA LXVI.

304. Si Lumen Solis per foramen rotundum in Cameram obscuram immittitur & à Diametro Circuli Luminosi charta intus excepti utrinque auferatur Semidiameter foraminis; Circulus circa Diametrum residuam descriptus est Imago Solis per Centrum foraminis radiantis.

DEMONSTRATIO.

Quoniam Lumen Solis per foramen in Cameram obscuram immissum ex innumeris constat Conis æqualibus, quorum vertices sunt in singulis foraminis Punctis (§. 295); si fecetur Plano ad Radium per Centrum foraminis transeuntem perpendiculari, Circulus inde prodiens constabit ex innumeris Circulis, quorum Centra eandem à se invicem distantiam habent, quam habent Conorum vertices in foramine

(§. 468. *Geom.*), ob Axiom istorum Conorum parallelismum (§. 94.) Extimi igitur Circuli Centrum à Centro medii, qui per Centrum foraminis radiat (§. 294.) distat intervallo Semidiametri foraminis. Quamobrem cum semicirculus extimus excedat medium ea latitudine, quæ est distantia Centrorum æqualis; si à Diametro Circuli Luminosi charta excepti intra Cameram obscuram, Lumine Solis per foramen rotundum radiante, auferatur utrinque Semidiameter foraminis, circa residuam Diametrum descriptus Circulus est Imago Solis per Centrum foraminis radiantis (§. 294.) *Q. e. d.*

COROLLARIUM I.

305. Quoniam Radii Solis extimi QF & SF per Centrum foraminis directe transeunt in *e* & *d*, adeoque se mutuo secant in F; Anguli QFS & dFe æquales sunt (§. 156. *Geom.*). Est igitur angulus dFe æqualis magnitudini apparenti Solis (§. 208).

COROLLARIUM II.

306. Quoniam recta ex Centro foraminis in Centrum Circuli Luminosi ducta est distantia Imaginis Solis *d e* à foramine F (§. 225. *Geom.*); ex data distantia Imaginis Solis à foramine & semidiametro Imaginis *d e*, inveniri potest semidiameter Solis apprensus (§. 40. *Trig.*).

THEOREMA LXVII.

307. Si Oculus in tenebris constitutus flammam candele vel facis accense, c. ante opponitur, à splendore Aëris c. in distinguit; figura flammæ rotæ paret.

DEMONSTRATIO.

Cum enim in eadem à Luminoso distan-

Tab. V.
Fig.
58.

distantia Lumen ejusdem sit intensitatis (§. 97), quodlibet vero Luminosi Punctum Radios quaquaversum diffundat (§. 59); splendor in Aëre Sphæræ figuram induet (§. 471. *Geom.*). Quodsi

ergo Oculus in majore distantia & in tenebris constitutus differentia n inter flammam & splendorem non amplius distinguit; flamma rotunda apparere debet (§. 277). *Q. e. d.*

CAPUT VII.

De Visione Loci.

THEOREMA LXVIII.

308. *SI distantia duorum Visibilium sub angulo insensibili videtur; Corpora disjuncta contigua apparent.*

DEMONSTRATIO.

Si enim distantia sub angulo insensibili videtur; inter Imagines in Oculo distantia nulla est. Sunt adeo Imagines in Oculo contiguae: consequenter Visibilia contigua apparent (§. 69).

COROLLARIUM I.

309. Quoniam ex pluribus contiguis continuum resultat; si plurium Visibilium distantia sub angulo insensibili apparent, in unum continuum coalescere videntur.

COROLLARIUM II.

310. Cum determinari possit distantia, in qua qualibet magnitudo evanescit (§. 218); haud difficile quoque in casu quolibet invenitur, in qua distantia duo Corpora positione data contigua, & plura instar unius continui apparere debeant.

SCHOLION.

311. *Eleganter hinc notio continui illustratur. Dicimus nimirum continuum, ubi inter nostras perceptiones ordinem nullum simpliciore interponi posse animadvertimus.*

PROBLEMA XXXII.

312. *Tesselatas Imagines construere,*

que in partes dissecta & per Planum striatum dispersa Oculo integræ apparent.

RESOLUTIO.

1. Fiant Prismata lignea tantæ longitudinis, quanta est Imaginis latitudo, quorum Basis EDC est Triangulum æquilaterum.
2. Imago dissecetur in fascias, quarum singulae sint Plano EDGF æquales.
3. Fasciæ istæ agglutinentur Planis Prismatum dextris EDGF.
4. Sinistris vero DCHG agglutinentur aliae alterius Imaginis.

Quodsi enim Prismata super Tabula Horizontali ita colloces, ut Prismatum latera HC se mutuo tangant; Oculus in Plana dextra EDGF, directus videbit Imaginem unam; directus vero in sinistra CD GH alteram contuebitur: videbunturque partes disjunctæ contiguæ (§. 309).

SCHOLION.

313. *Possunt etiam Prismata ita collocari, ut Plana EDGF sint in eodem plano, & Imagines in iis delineari: quo facto, in situm convenientem redigenda.*

THEOREMA LXIX.

314. *Visibilia remota obscura apparent & minus distincta.*

DEMONSTRATIO

Cum enim quodlibet Visibilis Punctum per Radios divergentes radiet (§. 59); crescente distantia, Lumen decrescit (§. 87). Visibilia igitur obscuriora videntur, si fuerint remotiora. *Quod erat unum.*

Quia quælibet magnitudo in data quadam distantia evanescit (§. 218), partes autem minores citius evanescunt majoribus (§. cit.); Visibilis remoti partes omnes non apparent. Quare cum Visibile tanto distinctius videatur, quanto plures ejus partes discernere licet (§. 40); Visibile remotum minus distinctum apparet. *Quod erat alterum.*

COROLLARIUM.

315. Hinc ex Visione obscura & confusa Objectum magno intervallo distare colligimus.

SCHOLION I.

316. Et his Principiis utuntur Pictores, Objecta alia aliis remotiora in eodem Plano exhibituri.

SCHOLION II.

317. Hinc quoque oriuntur fallaciæ Visus complures. Ita Conclavia parietibus dealbatis minora apparent, quia parietes videntur propiores. Agri etiam nive tecti minores apparent, quam gramine vestiti. Similiter Montes nive conspersi, itemque nocturno tempore Flammæ propiores; Corpora Opaca sub Crepusculum remotiora videntur.

THEOREMA LXX.

318. Si Oculus A fuerit Plano Horizontali BC sublimior; partes remotiores videntur sublimiores, donec in eadem cum Oculo altitudine constituta videatur ultima.

Wolfii Oper. Mathem. Tom. III.

DEMONSTRATIO.

Quoniam AB ad BC supponitur esse perpendicularis, si ex Oculo A ducatur AD ipsi BC parallela; erit quoque BAD rectus (230. Geom.); consequenter omnem amplitudinem Visus definit linea DC ipsi AB æqualis (§. 235). Jam si lineæ parallelæ BC & AD longius protrahantur, sensim sensimque coire videbuntur & quam primum coire videntur, Visus terminatur (§. 228). Cum adeo partes rectæ BC continuo ad rectam AD accedant; utique sensim sensimque sublimiores fieri videntur, donec ultima C in D constituta appareat. *Q. e. d.*

SCHOLION I.

319. Aliter hanc Propositionem demonstrat EUCLIDES (a). Instar Axiomatis assumit, Sublimiora apparere, quæ per Radium sublimiorem videntur; nec sine ratione. Dum enim sublimia spectamus, Radii ex loco sublimiori in Oculum illabuntur. Unde si ex aliis rationibus contingat, ut Radii alii aliis sint sublimiores; eodem modo Oculum affigere debent, ac si è sublimiori loco emanassent. Unde Puncta quoque, ex quibus radiant, sublimiora apparere debent (§. 43). Jam cum manifestum sit Puncta E & C Radiis sublimioribus sp. Etari anterioribus; inde concludit, Puncta E & C sublimiora apparere debere. Enimvero cum Demonstratio hujus & reliquarum Propositionum, ad quas demonstrandas Axiomate hoc utitur EUCLIDES, multo evidentius ex antecedentibus deducantur; Principiorum numerus sine necessitate non videtur multiplicandus, præsertim cum ex nostra Demonstratione una constet terminus, ad quem remotiora elevari possunt, dataque altitudine Oculi, partes, quæ sublimiores apparere debent, facile determinentur. Possent tamen Axioma

H Eu-

(a) In Optic. Prop. 10.

EUCLIDIS eodem modo demonstrari, quos Propositionem demonstravimus.

SCHOLIUM II.

320. Ceterum jam constat ratio, cur mare ad littora stantibus versus medium sensim sensimque attolli videatur.

THEOREMA LXXI.

Tab.V. Fig.62. 321. Si Planum BC fuerit sublimius Oculo A; remotiora E & C depressiora apparent, donec Punctum ultimum C videatur per altitudinem DC profunditati Oculi BA aequalem descendisse.

DEMONSTRATIO.

Eadem prorsus est, quæ Theorematis præcedentis.

SCHOLIUM.

322. EUCLIDES ad Theorema hoc demonstrandum assumit instar Axiomatis; Depressiora apparere, quæ per Radium depressiorem videntur: de quo idem esto iudicium, quod supra (§. 319) de simili Axiomate Euclideo tulimus.

THEOREMA LXXII.

Tab.V. Fig.63. 323. Si magnitudines quocunque AB, CD, EF sub Oculo O ponantur; remotiores EF, CD sublimiores apparent.

DEMONSTRATIO.

Ducatur enim per Puncta A, C, E recta GE; erunt A, C, E in eodem Plano. Quare cum Oculus O sit sublimior Plano GE, per hypoth. remotiora C & E, sublimiora apparere debent (§. 318). Q. e. d.

COROLLARIUM.

324. Quodsi magnitudo ultima tanto intervallo ab Oculo distet, ut altitudo Oculi HE sub Angulo insensibili videatur

(§. 218); magnitudo E videbitur ad Oculi sublimitatem assurgere (§. 318).

THEOREMA LXXIII.

325. Si magnitudines quocunque æquales fuerint supra Oculum elevaræ; remotiores depressiores apparent.

DEMONSTRATIO.

Eadem est, quæ Theorematis præcedentis, modo figura invertatur.

THEOREMA LXXIV.

326. Altitudinum majorum AB partes superiores BC videntur inclinata. F.

DEMONSTRATIO.

Quoniam Angulus A rectus est (§. 227. *Geom.*); si ex Oculo D agatur altitudini AB parallela, erit Angulus ADE itidem rectus (§. 230. *Geom.*), adeoque amplitudo Visus intra parallelarum AB & DE intervallum continetur (§. 235). Sed lineæ parallelæ AB & DE sensim sensimque coire videntur (§. 227). Ergo Puncta remotiora C & B vertici propiora apparent inferioribus; consequenter pars superior BC inclinata videtur. Q. e. d.

SCHOLIUM.

327. Inde est quod Templorum altorum frontispicia, itemque Turres, in minori distantia videantur antrosum inclinari: dico, in distantia minori. Quo minor enim fuerit Spectatoris distantia à Turri AD, eo celerius parallelarum intervallum coire videtur, unde vi demonstrationis Phenomenon pendet.

COROLLARIUM.

328. Quodsi ergo pars superior BC à perpendiculari AC reclinata fuerit; ab Oculo prope adstanti erecta videri poterit.

SCHOLIION.

329. *Inde est, quod Statuæ in locis editis collocatæ paululum reclinentur.*

THEOREMA LXXV.

V. 330. *Remotiora C & D ad dextram sita videntur vicinioribus L & B sinistriora; que vero ad sinistram sita sunt F & E, videntur vicinioribus M & G dexteriora.*

DEMONSTRATIO.

Sit enim Oculus in A & recta AB ad DB perpendicularis. Concipiatur porro AH perpendicularis ad AB; erunt AH & BD parallelæ (§. 256. *Geom.*). Punctum ergo D propius videbitur Puncto H, quam C ipsi I, & C propius apparebit ipsi I, quam L ipsi K; vel B ipsi A (§. 227). Puncta igitur D & C sinistra propiora videntur, quam L & B. *Quod erat unum.*

Eodem modo ostenditur, remotiora F & E ad sinistram sita apparere dexteriora vicinioribus M & G. *Quod erat alterum.*

THEOREMA LXXVI.

V. 331. *Fieri potest, ut Visibile D ad dextram vel sinistram situm, Oculo A in directum jacere videatur.*

DEMONSTRATIO.

Parallelæ enim DB & AH alicubi coire videntur (§. 228). Quodsi igitur Oculus fuerit in illo Puncto A, ex quo coire videntur; Punctum D coincidere videbitur cum Puncto H, adeoque D apparebit in H, nempe in directum jacens Oculo A. *Quod erat unum.*

Eodem modo ostenditur, fieri posse

ut Visibile F versus sinistram situm Oculo A in directum jacere videatur.

THEOREMA LXXVII.

332. *Si spatium inter Visibile C & Visibilia D atque E interjectum Spectatoribus in A & B imperceptibile fuerit; idem Objectum C in diversis locis videbunt.*

Tab V.
Fig 66.

DEMONSTRATIO.

Quoniam distantia CD Spectatori in B imperceptibilis per hypoth Objectum C apparebit contiguum alteri D (§. 308). Videt adeo C in D. Eodem modo ostenditur, Spectatorem in A videre Objectum C in E. Diversis itaque in locis idem Objectum C vident Spectatores in A & B. *Q. e. d.*

THEOREMA LXXVIII.

333. *Si Objectum vicinius C ad alia remotiora refertur; diversis Spectatoribus A & B è regione diversorum Objectorum D & E apparebit.*

Tab V.
Fig. 66.

DEMONSTRATIO

Objectum C enim inter Oculum A & alia remotiora positum è regione ejus videretur, quod Punctis A & C in directum jacet. Quoniam vero rectæ AC & BC ex Oculis Spectatorum A & B in idem Objectum C ductæ segmentum commune habere nequeunt (§. 29. *Geom.*): aliud omnino Punctum remotius in directum jacet rectæ BC, aliud vero rectæ AC (§. 61. *Geom.*). Idem ergo Objectum C diversis Spectatoribus A & B è regione diversorum Objectorum remotiorum D & E apparet. *Q. e. d.*

DEFINITIO XL.

Tab V.
Fig. 66.

334. Loca D & E, ad quæ Spectatores in A & B referunt Objectum C, dicuntur *Loca Optica*.

THEOREMA LXXIX.

335. Si recta jungens *Loca Optica* D & E fuerit parallela rectæ transeuntii per Oculos spectatorum AB; erit distantia Locorum Opticorum DE, ad distantiam Spectatorum A & B; ut distantia Loci Optici alterutrius a Visibili loco EC, ad distantiam Spectatoris alterutrius ab eodem Visibili AC.

DEMONSTRATIO.

Quia DE parallela ipsi AB per hypoth. erit Angulus $D = B$ (§. 233. *Geom.*). Sunt vero etiam verticales ad C æquales (§. 156. *Geom.*). Quare $EC : DE = AC : AB$ (§. 267. *Geom.*), consequenter $EC : AC = DE : AB$ (§. 173. *Arithm.*). Q. e. d.

THEOREMA LXXX.

Tab.V.
Fig. 67.

336. Quodlibet Punctum Visibile A radiat in Pupillam per Conum, cujus Vertex in ipso Puncto radiante A, Basis vero Pupilla.

DEMONSTRATIO.

A Puncto enim radiante A ad quodlibet Punctum Pupillæ, adeoque & ad quodlibet Perimetri Punctum D, C, E &c. emittitur Radius (§. 60.) Radii igitur extimi superficiem Coni formant, cujus Vertex A, Basis Circulus DCE sive Pupilla (§. 467. *Geom.*). Q. e. d.

COROLLARIUM I.

337. Si Triangula DAE & DaE fuerint in eodem Plano, erit $a > A$ (§. 300. *Geom.*);

adeoque Anguli aDE & aED minores Angulis ADE & AED (§. 240. *Geom.*); consequenter Radii AE & AD majores Angulos efficiunt cum Diametro Pupillæ, quam aD & aE . Remotiorum itaque Radii minus ad Diametrum inclinantur, quam Radii viciniorum (§. 54. *Geom.*).

COROLLARIUM II.

338. Quodsi ergo contingat, ut Radii minus divergentes fiant magis divergentes; qui à Puncto remotiori A emanant, perinde ac à Puncto viciniori a in Pupillam radiabunt.

COROLLARIUM III.

339. Contra si contingat, ut Radii magis divergentes, antequam Oculum ingradientur, fiant minus divergentes; qui à Puncto viciniori a emanant, perinde in Oculum radiabunt, ac si è remotiori A emanassent.

DEFINITIO XLI.

340. *Axis Opticus* est Radius per Centrum Oculi transiens.

DEFINITIO XLII.

341. *Horopter* est Linea recta AB, quæ per concursum C Axium Opticorum Oculorum H & I, rectæ HI Centra Oculorum conjungenti parallela, ducitur. Tab
Fig

SCHOLIUM.

342. Vocatur *Horopter*, quia *Experientia constat, hunc esse terminum Visionis distinctæ.*

DEFINITIO XLIII.

343. *Planum Horopteris* est, quod per *Horopterem* AB transit & ad Planum per Axes Opticos transiens ICH perpendiculare existit.

THEOREMA LXXXI.

v. 344. Si Visibile in Horoptere AB
68. collocatur; quodlibet Punctum videtur
in concursu Radii à Puncto Imaginis
respondente per Centrum Oculi retroducti
& Horopteris.

DEMONSTRATIO.

Dum Objectum in Horoptere collo-
catur, Experientia teste, Punctum unum-
quodque videmus ibi, ubi est, adeo-
que ubi Radii in Oculum incidentes re-
troducti concurrunt, hoc est, in Ver-
tice sui Coni (§. 335). Sed dum Vi-
sibile in Horoptere collocatur, Radio-
rum à quovis Puncto emanantium unus
per Centrum uniuscujusque Oculi tran-
sit (§. 341). Quare cum omnes Radii
ab eodem Objecti Puncto egressi in Re-
tina rursus in uno Puncto uniantur (§. 75),
Radius vero per Centrum transiens ir-
refractus transeat; Punctum Imaginis
quodlibet ibi delineabitur, ubi Radius
per Centrum transiens Retinam attingit.
Hunc ergo si retroducas usque ad
Horopterem, ibi eundem secabit in A,
ubi erat Vertex Coni, per quem irra-
diatio in Oculum fiebat. Videbitur
ergo Visibile Punctum in concursu Ho-
ropteris AB & Radii KA à Puncto Ima-
ginis respondentis per Centrum Oculi H
retroducti. Q. e. d.

COROLLARIUM I.

345. Quoniam duo Radii KA & LA ab eo-
dem Puncto Imaginis per Centra H & IOcu-
lorum amborum retroducti Horopterem
AB in eodem Puncto A secant, utpote qui
ab eodem irrefracti per Centrum utriusque
Oculi ad Retinam penetraverant; uterque
Oculus Visibile in Horoptere positum in

eodem loco A videt; consequenter duobus
Oculis unicum apparet.

COROLLARIUM II.

346. Quia Radius KA ab inferiore Ima-
ginis Puncto per Centrum Oculi H retro-
ductus Horopterem in loco superiori A
secat; qui vero à superiori Imaginis parte
M per idem Centrum H retroducitur MB,
eidem Horopteri AB in loco inferiori B
occurrit, Punctum Imaginis inferius K vi-
detur in loco superiori A; Punctum ve-
ro superius M in loco inferiori B. Quare
cum Imago MGK in Retina sit inversa
(§. 61); Objectum situ erecto apparet.

COROLLARIUM III.

347. Quodsi ergo Imago in Retina MGK
fuerit erecta; eodem modo constat, Visi-
bile videri debere situ inverso.

COROLLARIUM IV.

348. Si contingat, Radios à Puncto quo-
cunque egressos ita disponi, ut Oculum
sub iis Angulis ingrediantur, ac si Coni
Optici Vertex esset in A; Visibile quoque
in A videri debet (§. 43).

COROLLARIUM V.

349. Quoniam aliam Oculi conformatio-
nem requirunt Objecta remota, aliam vici-
na (§. 64), adeoque Oculus uno obtutu di-
versis intervallis distantia distincte compre-
hendere nequit (§. 70); quæ extra Horop-
terem posita confusè videt, ad Horopte-
rem referre debet. Videbitur itaque etiam
Punctum extra Horopterem positum in
concursu Horopteris & Radii à Puncto Ima-
ginis respondente per Centrum Oculi ducti
(§. 324).

THEOREMA LXXXII.

350. Si Visibile G extra Horopterem
DE sit constitutum; geminatum appa-
rebit in D & E.

Tab.
VI.
Fig.
69.
n. 1.

DEMONSTRATIO.

Oculus enim A videt Objectum G per Radium AE in E; Oculus vero B idem Objectum videt in D, obtutu utriusque in C defixo (§. 349). Videtur igitur geminatum. *Q. e. d.*

COROLLARIUM I.

351. Quodsi Oculus dexter B tegatur, disparebit Objectum sinistrum D; si vero Oculus sinister A tegatur, Objectum E evanesct.

SCHOLIUM.

352. *Hæc Experientia valde consona deprehenduntur. Statuatur enim Objectum aliquod tenue, sed longum è regione nasi ad distantiam unius circiter pedis: obtutu ultra id directo in C, geminatum videbis, at confusè. Et quo longius obtutum diriges, eo*

majori intervallo distabunt Imagines, altera quidem dexteram versus in E, altera vero sinistram versus recedente. Si autem obtutum versus Objectum retrabis, Imagines sensim sensimque coeunt, donec obtutu in eodem fixo non nisi unicum appareat. (§. 344). Simile Phenomenon est, si Oculo uno infra alterum depresso aut supra alterum detorso Objectum apparet; item cum ebrii & furiosi omnia conspiciunt geminata.

COROLLARIUM II.

353. Quoniam AB ipsi DE parallela (§. 343), erit $o = x$ (§. 233 Geom.). Quare cum etiam verticales ad G sint æquales (§. 156. Geom.); erit ut BG distantia Objecti G ab Oculo B, ad GD distantiam ejusdem à loco Horopteris in quo videtur; ita distantia Oculorum AB, ad distantiam locorum D & E, in quibus videtur.

CAPUT VIII.

De Visione Motus.

THEOREMA LXXXIII.

Tab. VI. Fig. 70.
354. *Si duo Objecta B & E inæqualiter ab Oculo A distantia æquali celeritate ferantur; remotius E tardius moveri videtur.*

DEMONSTRATIO.

Quia B & E æquali celeritate feruntur, per *hypoth.* eodem tempore æqualia spatia BD & EF percurrunt (§. 27. *Mechan.*). Sed quoniam EF e longinquiori intervallo videtur quam BD, per *hypoth.* apparebit EF minor quam BD (§. 211); consequenter remotius Objectum E eodem tempore minus spatium confecisse, adeoque tardius moveri putatur (§. 15. *Mechan.*). *Q. e. d.*

COROLLARIUM I.

355. Si ergo B & E à terminis Oculo immoto A in directum fitis versus eandem plagam digrediantur; vicinum B præcedere, remotum E sequi videbitur.

COROLLARIUM II.

356. Quodsi remotum E non nimis celerius moveatur, quam vicinum B, ut nempe sit $EN > BD$, sed $< EM$; motus ipsius B videbitur adhuc celerior.

THEOREMA LXXXIV.

357. *Si duo Objecta B & E moveantur celeritatibus distantis ab Oculo immoto AB & AE proportionalibus; eadem celeritate moveri videntur & contra.*

DEMONSTRATIO.

Quoniam celeritates sunt ut spatia
co.

eodem tempore percurſa BC & EF (§. 33. *Mechan.*), illæ autem diſtantiis AB & AE proportionales *per hypoth.* hæc quoque iisdem proportionalia ſunt (§. 167. *Arithm.*), conſequenter ſub eodem Angulo videntur (§. 222) & hinc æqualia apparent (§. 209). Eadem igitur celeritate moveri putantur (§. 29. *Mechan.*). *Quod erat unum.*

Quodſi eadem celeritate moveri videntur, ſpatia decurſa BC & EF apparent æqualia (§. 29. *Mechan.*), adeoque ſub eodem Angulo videntur (§. 209). Quare ſi ſpatia BC & EF ad diſtantias perpendiculariter applicentur (§. 225. *Geom.*); cum ſit BC ad EF parallela (§. 256. *Geom.*), erit AB:AE = BC:EF (§. 268. *Geom.*), conſequenter celeritates etiam ſunt ut AB ad AE (§. 33. *Mechan.*). *Quod erat alterum.*

THEOREMA LXXXV.

358. Si Objectum remotum E tardius movetur quam vicinius B; motus vicinioris B multo celerior apparet, quam eſt.

DEMONSTRATIO.

Sint ſpatia eodem tempore decurſa EG = BC & BD. Quodſi Objecta æqualiter ab Oculo immoto A diſtarent; ſpatium à tardiori decurſum BC tanquam pars ſpatii à celeriori deſcriptum ſub minori Angulo BAC videretur, quam BD. Sed cum ex diſtancia AE videtur; ſub Angulo adhuc minore EAG conſpicitur, adeoque multo minor pars apparet ipſius BD (§. 209). Quare cum ſpatia eodem tempore decurſa ſint ut celeritates (§. 33. *Mechan.*); cele-

ritas ipſius E multo minorem habere videbitur rationem ad celeritatem ipſius A, quam revera habet (§. 203. *Arithm.*); adeoque celeritas vicinioris A major apparebit quam eſt (§. 206. *Arithm.*). *Q. e. d.*

PROBLEMA XXXIII.

359. Datis diſtantiis Objectorum AB & AE ab Oculo immoto A, una cum celeritatibus, quibus verſus eandem plagam tendunt; invenire rationem celeritatum, quibus moveri videntur.

Tab. VI. Fig. 70.

RESOLUTIO.

1. Quoniam celeritates ſunt ut ſpatia EG & BD eodem tempore percurſa (§. 33. *Mechan.*), datis celeritatibus datur etiam ratio ſpatiorum EG & BD.
2. Quærantur itaque magnitudines HI & HK quæ in diſtancia AH IO vel pauciorum pedum appareant ſpatii EG & BD æquales.

Cum enim Objecta hæc ſpatia HI & HK deſcribentia eadem celeritate moveri videantur, qua B & E feruntur (§. 357); erunt utique celeritates apparentes Objectorum B & E ut celeritates, quibus in diſtancia IO pedum ſpatia inventa eodem tempore deſcribuntur.

E. gr. Sit AB:AE = 1:9, EG:BD = 1:3, AH = 10: erit HI = EG. AH:AE = $\frac{10}{9}$ & HK = BD. AH:AB = 30. Sunt adeo celeritates Objectorum E & B apparentes ut $\frac{10}{9}$ ad 30, hoc eſt, ut 1 ad 27. (§. 178. 191. *Arithm.*).

THEOREMA LXXXVI.

360. Si duo Objecta B & E ab Oculo A inæqualiter diſtancia, diverſa celeritate

Tab. VI. Fig. 70.

ib. I. fig. 6.

tate versus eandem plagam tendunt; celeritates apparentes sunt in ratione composita ex directâ celeritatum verarum & reciproca distantiarum ab Oculo AB & AE.

DEMONSTRATIO.

Sit enim $AB = a$, $AE = b$, $BD = c$, $EG = d$, $AH = e$; erit $HI = dc : b$ & $HK = ce : a$, consequenter (§. 268. *Geom.*) celeritates apparentes sunt ut $de : b$ ad $ce : a$, hoc est, ut ad ad bc (§. 178. 181. *Arithm.*), nempe in ratione composita ex directâ celeritatum verarum EG & BD, atque reciproca distantiarum AB & AE (§. 159. *Arithm.*) Q. e. d.

THEOREMA XXXVII.

361. Objectum E quacunque celeritate motum quiescere videtur, si ratio spatii intervallo unius minuti secundi descripti EG, ad distantiam ab Oculo EA, fuerit imperceptibilis.

DEMONSTRATIO.

Cum enim GE sit ad AE ut Tangens Anguli EAG, sub quo videtur Objectum E, ad Sinum totum (§. 7. *Trigon.*;) si ratio ipsius EG ad EA fuerit imperceptibilis, Tangentis quoque ad Sinum totum ratio evanescet, adeoque EG sub Angulo insensibili, hoc est, plane non videtur. Quare Objectum E, quacunque celeritate motum, in eodem loco permanere adeoque quiescere putatur (§. 2. *Mechan.*) Q. e. d.

COROLLARIUM I.

362. Quoniam ratio spatii unius minuti secundi intervallo descripti ad distantiam Objecti imperceptibilis est, tum si Objectum

vicinum nimis tarde movetur (ut Index Horologii horas monstrans), tum si Objectum celeriter motum valde remotum fuerit (§. 218): celeriter mota videntur quiescere, si nimis longo intervallo ab Oculo distent, & motus vicinorum non percipitur, si nimis tardus fuerit.

COROLLARIUM II.

363. Cum motus Indicis in Horologio & motus Siderum circa Tellurem non percipiatur, intra minutum secundum autem Arcus 15 secundorum percurratur; evidens est spatium à mobili percursum esse imperceptibile, si sub Angulo 15 secundorum videtur, adeoque multo magis, si sub minori conspicitur.

THEOREMA LXXXVIII.

364. Objectum E quacunque celeritate motum quiescere videtur, si spatium percursum intra minutum secundum EG fuerit ad distantiam EA, ut 1 ad 1400.

DEMONSTRATIO.

Est enim Tangens Anguli EAG ad Sinum totum, ut spatium percursum EG ad distantiam EA (§. 7. *Trigon.*), adeoque in casu præsentis ut 1 ad 1400 (§. 167. *Arithm.*). Sed Tangens Anguli 15 secundorum est ad Sinum totum ut 727 ad 10000000, vi Canonis, hoc est, fere ut 1 ad 1375. (§. 181. *Arithm.*). Cum adeo motus sit imperceptibilis, si EG fuerit ad EA ut 1 ad 1375 (§. 363.); multo minus percipibilis erit, si fuerit ut 1 ad 1400 (§. 204. *Arithm.*) Q. e. d.

SCHOLIUM.

365. Immo non dubito imperceptibilem fere motum si EG fuerit ad EA ut 1 ad 1300.

THEOREMA LXXXIX.

366. Si Oculus recta progrediatur ex G in O &c. Objectum remotum in H quiescens in oppositam partem moveri apparet.

DEMONSTRATIO.

Cum enim Oculus in G hæret, objectum H videt in F. Dum ex G venit in O, idem conspiciet in I; adeoque H ex F in I motum fuisse apparet. Similiter liquet, dum Oculus pervenit in E, Objectum videri in K; consequenter in plagam oppositam moveri apparet. *Q. e. d.*

COROLLARIUM.

367. Dum ergo Oculus regreditur ex E in G; Objectum quoque H ex K in F ingredi videtur.

THEOREMA XC.

368. Si Oculus A & Objectum B moveantur versus eandem plagam, & Oculus quidem A multo celerius quam Objectum B; Objectum retrogredi videtur.

DEMONSTRATIO.

Dum enim Oculus in A & Objectum in B hæret; videbitur Objectum in C. Quodsi jam Objectum progrediatur in F interea, dum Oculus pervenit in E; Oculus à tergo respiciens videbit Objectum F in G, adeoque ultra terminum C, in quo ex A constitutum apparebat. Videtur itaque Objectum ex C in G retrogressum esse. *Q. e. d.*

THEOREMA XCI.

369. Si Oculus A recta progreditur inter Objecta B, L, C, D & G, M, E, F

à lateribus posita, hæc ipsi sensim sensimque recedere videntur.

DEMONSTRATIO.

Cum enim remota D & C appareant è longinquo finisteriora vicinioribus B & L; remota vero F & E dexteriora vicinioribus M & G (§. 330); si propius ad ea accedas, D & C magis versus dextram, F & E vero magis versus sinistram distabunt, Quoniam itaque distantia successive augetur; sensim sensimque C & D versus dextram, F & E vero versus sinistram recedere videntur. *Q. e. d.*

THEOREMA XCII.

370. Si ad Objectum procul situm recta tendas; nunquam ad id pervenies.

DEMONSTRATIO.

Objectum enim valde remotum Oculo in directum jacere videtur, etsi ad dextram vel sinistram satis longo intervallo distet (§. 331). Quodsi igitur ad id recta tendas; proprius accedenti continuo fiet vel finisterius, vel dexterius, adeoque ad ipsum hac via nunquam pervenies. *Q. e. d.*

THEOREMA XCIII.

371. Si Oculus ad rem visam accedit, ea augeri videtur.

DEMONSTRATIO.

Dum enim Oculus ex B in D transfertur, Objectum AC videt sub majore Angulo (§. 300. *Geom.*), adeoque majus apparet (§. 209). Quare cum Angulus sensim sensimque augeatur, Oculo in Objectum defixo, ipsum quoque Objectum AC augeri videatur necesse est. *Q. e. d.*

Tab. III. Fig. 34.

THEOREMA XCIV.

372. *Si Oculus à re visa recedit, ea minui videtur.*

DEMONSTRATIO.

Mutatis mutandis, coincidit cum præcedente.

THEOREMA XCV.

373. *Magnitudines auctæ propius accessisse putantur.*

DEMONSTRATIO.

Cum enim idem Objectum in vicinia majus appareat, quam è longinquo (§. 211); si magnitudines augmentur, minus quam antea distare videntur, adeoque propius accessisse putantur. *Q. e. d.*

THEOREMA XCVI.

Tab. VI. Fig. 73. 374. *Si duo Objecta A & B eadem celeritate moveantur, C vero quiescat; videbuntur A & B quiescere, C vero in plagam contrariam moveri.*

DEMONSTRATIO.

Quoniam enim A & B eadem celeritate moventur, per *hypoth.* distantia earum à se invicem non mutatur; adeoque unum respectu altererius quiescere videtur. Dum vero interea Objectum C prætereunt & situm suum ejus respectu

mutant; C in contrariam plagam moveri videbitur. *Q. e. d.*

SCHOLIUM.

375. *Exemplum habes in nubibus celerrimè motis, quarum cum partes situm non mutant, Luna in plagam oppositam ferri videtur.*

THEOREMA XCVII.

376. *Si Oculus celerrime movetur, Objecta juxta latera posita & quiescentia in partem contrariam moveri videntur.*

DEMONSTRATIO.

Dum enim Oculus celerrime movetur, ejus ad Objecta juxta latera posita situs continuo mutatur, adeoque ejusdem Objecti Imago alias aliasque Retinæ partes successive occupare debet. Videbitur adeo Objectum istud moveri (86). *Q. e. d.*

SCHOLIUM I.

377. *Ita si in curru sedens per silvam velociter prov haris, arbores in oppositum currere & navigantibus celeriter littora moveri videntur.*

SCHOLIUM II.

378. *Multa sunt Phenomena alia, quæ eodem modo solvantur. Motus enim percipitur ex motu Imaginis in Retina (§. 68): Imago movetur, si Oculi ad idem Objectum situs continuo & celeriter mutetur.*

CAPUT IX.

De Variis Accidentibus Visus & Visione duorum Oculorum.

DEFINITIO XLIV.

379. *Oculus valere dicitur, qui clare & distincte videt tam remota, quam vicina, pro ratione Anguli Visorii.*

SCHOLIUM.

380. *Fieri nimirum nequit, ut vicina & remota aque clare & distincte videantur: id quod & suo modo de sequentibus tenendum.*

DEFINITIO XLV.

381. *Presbyta* est, qui vicina confuse, remota distincte videt.

SCHOLION

382. *Hoc Senum ut plurimum vitium est: Unde ratio denominationis intelligitur.*

COROLLARIUM

383. Cum Objecta talia videantur, quales sunt Imagines in Retina delineatæ (§. 70); Imagines remotorum in Presbytæ Oculo distinctæ sunt, vicinorum confusæ.

DEFINITIO XLVI.

384. *Myops* est, qui remota confuse, vicina distincte videt.

SCHOLION.

385. *Hoc eorum vitium est, qui Visu breviori utuntur & scripturam Oculis propè admovent lecturi.*

COROLLARIUM.

386. In Myopibus itaque Imagines valde vicinorum distinctæ; remotiorum confusæ sunt (§. 70).

OBSERVATIO XIV.

387. *Si Radiis per Lentem Vitream utrinque convexam transmissis Imago in charta opposita delineatur; majorem à Lente distantiam habet, si hæc fuerit majoris Sphæræ segmentum; at minorem, si minoris extiterit.*

COROLLARIUM.

388. Cum Humoris Chrystallini eadem sint vires in refringendis Radiis quæ Vitrorum utrinque convexorum (§. 61); Imago quoque ejusdem Objecti distincta majori intervallo ab eo distabit, si tam majoris, quam si minoris fuerit Sphæræ segmentum.

SCHOLION.

389. *Hæc infra in Dioptrica demonstrantur.*

OBSERVATIO XV.

390. *Lux nimia Visui officit; per Ra-*

dios tamen plures clarius videtur Objectum, quam per pauciores.

SCHOLION.

391. *Radii nimirum nimis fortiter in Retinam agentes eam lædunt: plures vero fortius in eam agunt, quam pauciores.*

THEOREMA XCVIII.

392. *Si Objectum per Pupillam ampliatam in Oculum radiat, per plures Radios videtur, quam si Radii per coarctatam ingrediuntur.*

DEMONSTRATIO.

Cum enim quodlibet Objecti Punctum in Oculum per Conum radiet, cujus Vertex in ipso Puncto radiante, Basis vero Pupilla est (§. 326); Coni autem æque alti sint ut Bases (§. 573. *Geom.*); per Pupillam ampliatam plures Radii in Oculum ab eodem Puncto Objecti immittuntur, quam per coarctatam. Quoniam itaque Radii ab uno Objecti Puncto egressi per refractionem in Humore Chrystallino passam rursus in uno Retinæ Puncto uniuntur (§. 75); Objectum videtur per plures Radios, si per Pupillam ampliatam in Oculum radiat, quam si per coarctatam Radios immittit. (§. 76). *Q. e. d.*

COROLLARIUM.

393. In priore igitur casu, si Lux debilis vel temperata fuerit, clarius videtur quam in altero. Si vero Lux fuerit nimia; Visio est melior in casu posteriori (§. 390).

THEOREMA XCIX.

394. *Qui Oculis valent, illorum Pupilla sufficienter coarctari & ampliari potest.*

DEMONSTRATIO.

Qui Oculis valent, Objecta clare vident (§. 397) adeoque per Radios plures, non tamen nimios (§. 390). Quare cum Pupilla ampliata Objectum clarius videatur in Luce temperata vel debiliore (§. 393); Pupilla sufficienter dilatari potest. Et quia in Luce majore melius videtur per coarctatam (§. cit.); in hoc casu sufficienter coarctari potest. Qui adeo Oculis valent, illorum Pupilla sufficienter coarctari & ampliari potest. *Q. e. d.*

THEOREMA C.

395. *Quorum Pupilla nimis ampliata, nec satis coarctari potest; ii in Luce debiliore melius vident, quam in clariore.*

DEMONSTRATIO.

Quoniam Objectum per Pupillam ampliata radians per plures Radios videtur, quam si Radii per coarctatam ingrediuntur (§. 392), Lux vero nimia Visui officit (§. 390); in Luce clariore non bene videbunt, quorum Pupilla satis coarctari nequit. Quoniam tamen Objectum clarius videtur, si Lux temperata vel debiliore radiet per Pupillam ampliata, quam per minus ampliata (§. 393); in Luce debiliore melius vident. *Q. e. d.*

THEOREMA CI.

396. *Quorum Pupilla est nimis arcta, nec sufficienter ampliari potest; in Luce clariore melius vident, quam in debiliore.*

DEMONSTRATIO.

Si Lux debilis sit vel temperata, Objectum melius videtur, quod radiat per Pupillam ampliata (§. 395). *Q. e. d.*

rum igitur Pupilla sufficienter ampliari nequit; in Luce debili non bene vident. Quoniam tamen per Pupillam coarctatam melius videtur Objectum, si Lux fuerit clariore (§. 393); quorum Pupilla est valde arcta, in Luce clariore bene vident. *Q. e. d.*

SCHOLIUM.

397. *Quemadmodum vero diversi dantur gradus claritatis & obscuritatis; ita quoque limites coarctationis & ampliationis Pupille varii esse possunt, qui nimii vel sufficientes dicantur.*

THEOREMA CII.

398. *Si distantia Retinæ ab Humore ChrySTALLINO nimis exigua fuerit; homo erit Presbyta.*

DEMONSTRATIO.

Si distantia Retinæ ab Humore ChrySTALLINO nimis exigua fuerit; in Retina distinctæ delineari nequeunt Imagines vicinorum (§. 64). Objecta igitur vicina distincte videri nequeunt (§. 70). Quoniam tamen Imagines remotorum distinctæ esse possunt (§. 64); remota distincte videri possunt (§. 70). Quamobrem ubi distantia Retinæ ab Humore ChrySTALLINO nimis exigua fuerit; homo erit Presbyta (§. 381). *Q. e. d.*

THEOREMA CIII.

399. *Si Humor ChrySTALLINUS fuerit non satis convexus; Homo erit Presbyta.*

DEMONSTRATIO.

Si enim Humor ChrySTALLINUS non satis convexus, hoc est, majoris Spæræ segmentum; Imago majori intervallo ab eo distat, quam ubi fuerit magis convexus (§. 388). Quare cum vicinorum

rum Imagines ab Humore Chryſtallino magis diſtent, quam remotorum (§. 64); ſi is non ſatis fuerit convexus, Imago magis diſtare debet, quam Retina, conſequenter nulla in Retina Imago diſtincta delineatur; adeoque nec Objecta vicina diſtincte videntur (§. 70). Quoniam tamen Objectorum remotorum Imagines à Chryſtallino Humore minori intervallo diſtant (§. 64); ut remotorum Imagines in Retina diſtincte delineentur fieri poſteſt. Ea igitur diſtincte videbuntur (§. 70), conſequenter homo Presbyta eſt (§. 381). *Q. e. d.*

SCHOLIION.

400. *Cuinam cauſa in caſu quolibet dato Presbyta vitium tribuendum; nondum certo definire licet.*

THEOREMA CIV.

401. *Si Retina ab Humore Chryſtallino nimis remota fuerit; homo Myops erit.*

DEMONSTRATIO.

Si Retina ab Humore Chryſtallino nimis remota fuerit, in ea diſtincte delineari nequeunt Objecta remota (§. 64). Remota igitur diſtincte non videntur (§. 70). Quoniam tamen id non obſtat, quo minus vicinorum Imagines diſtinctæ eſſe poſſint (§. 64); vicina diſtincte videri poſſunt (§. 70). Homo igitur Myops eſt (§. 384). *Q. e. d.*

THEOREMA CV.

402. *Si Humor Chryſtallinus fuerit nimis convexus; homo Myops erit.*

DEMONSTRATIO.

Si enim Humor Chryſtallinus fuerit nimis convexus, Imago exiguo interval-

lo ab eo diſtat (§. 388). Quare cum Objectorum remotorum Imagines diſtinctæ Humori Chryſtallino etiam ſint vicinioreſ (§. 64); Imago delineabitur, antequam Radii ad Retinam pertingant, adeoque in Retina non erit Imago diſtincta; Objectum itaque remotum videtur confuſum (§. 70). Quoniam tamen vicinorum Imagines ab Humore Chryſtallino magis diſtant (§. 64); fieri poſteſt ut eæ in Retina ſint diſtinctæ. Videbitur adeo Objectum vicinum diſtinctum (§. 70). Homo itaque Myops eſt (§. 384). *Q. e. d.*

SCHOLIION.

403. *Quoniam Sphericitas non minus Chryſtallini Humoris, quam ejuſ à Retina diſtantia gradus varios admittit; utrumque etiam vitium gradus varios habet.*

THEOREMA CVI.

404. *Si Humoris Chryſtallini convexitas facile mutari poſſit, eadem manente ejuſ à Retina diſtantia; homo Oculis valebit.*

DEMONSTRATIO.

Sit ea Humoris Chryſtallini à Retina diſtantia, ut Objectorum vicinorum Imagines ſint diſtinctæ; in ea diſtantia Imagines remotorum erunt confuſæ, cum in Humore Vitreo diſtinctæ apparere debeant (§. 64): Quodſi jam Humor Chryſtallinus fiat minus convexus ſeu pauliſper complanetur; Imago diſtincta longius ab eo recedere debet (§. 388). Cum itaque in Retinam incidit; Objectum etiam remotum diſtincte videtur (§. 70).

Eodem modo oſtenditur, mutata figura Humoris Chryſtallini in magis convexam, vicina diſtincte videri de-

bere, cum antea distincte viderentur remota.

Quare si convexitas Humoris ChrySTALLINI facile mutari possit; & remota, & vicina distincte videntur, consequenter homo Oculis valet (§. 379). *Q. e. d.*

THEOREMA CVII.

405. *Si, eadem manente Humoris ChrySTALLINI figura, distantia inter eum & Retinam facile mutetur; homo Oculis valebit.*

DEMONSTRATIO.

Sit ea Humoris ChrySTALLINI à Retina distantia, ut remotorum Imagines in ea distincte delineentur. Remota itaque distincte videbuntur (§. 70). Jam cum Imago distincta vicinorum magis à ChrySTALLINO distet (§. 64); si distantia ChrySTALLINI à Retina facile mutari possit, vicinorum quoque Imago distincta in Retina delineabitur, adeoque vicina distincte videbuntur (§. 70).

Eodem modo ostenditur, Objectum remotum etiam distincte videri posse, si ab initio ea fuerit ChrySTALLINI à Retina distantia, ut Imagines vicinorum sint distinctæ.

Patet itaque si, eadem manente Humoris ChrySTALLINI figura, distantia inter eum & Retinam facile mutetur, & remota, & vicina distincte videri; adeoque hominem Oculis valere (§. 379). *Q. e. d.*

THEOREMA CVIII.

406. *Si & Humoris ChrySTALLINI figura, & ejus à Retina distantia facile mutetur; homo Oculis valebit.*

DEMONSTRATIO.

Patet ex Demonstrationibus Theorematum 106 & 107 (§. 404. 405).

SCHOLIUM.

407. *Quæ de diversis Oculorum accidentibus hac usque demonstravimus, in Oculo artificiali (§. 78) clarissime ostenduntur.*

THEOREMA CIX.

408. *Myopes in Luce minore legere possunt quam Presbyta.*

DEMONSTRATIO.

Cum enim quodlibet Objecti Punctum radiet in Oculum per Radios divergentes (§. 49); idem Objectum per plures Radios videbitur, si fuerit vicinior, quam ubi ab Oculo magis remotetur (§. 87). Quare cum Myopes, ut legant, scripturam Oculis propius admoveant (§. 385); literas per plures Radios vident, quam Presbyta, adeoque etiam clarius (§. 390). Quæ igitur Presbytis non sufficit ad legendum Lux, Myopibus tamen sufficere potest. *Q. e. d.*

SCHOLIUM I.

409. *Eadem est ratio, quod in Luce minore scripturam Oculo propius admoveant, etiam qui Oculis valent, & hinc si quis quotidie ad Lucem creperam aut candelam non probe emunctam scripturam minutam legit, facile fit Myops.*

SCHOLIUM II.

410. *Tam Myopes, quam Presbyta per exiguum foramen acicula in charta efformatum distincte videre solent, quæ charta remota confusè representantur. Ejus rei ratio non est obscura, si quis ea meditetur, quæ de causis confusæ Visionis paulo ante, & de speciebus per exiguum foramen in Cameram obscuram transmissis superius (§. 119) dicta sunt.*

THEOREMA CX.

411. Si Corpus Opacum HI intra Axes Opticos AC & BC comprehendatur; nullam Objecti KL partem teget utrique Oculo simul, partem tamen aliquam DC teget dextro B, aliam CE sinistro A.

DEMONSTRATIO.

Cum enim HI non obstet, quo minus ex singulis Punctis KC ad Oculum A rectæ duci possint; KC ab Oculo A videri potest (§. 60). Ex eadem ratione liquet, partem CL videri ab Oculo B. Utrique igitur Oculo simul nihil Objecti KL tegitur. *Quod erat unum.*

Enimvero quia HI est Corpus Opacum, per *hypoth.* Radios à CE versus A propagandos intercipit (§. 12). Ab Oculo igitur A non videtur CE. Eodem modo patet, non videri CD ab Oculo B. Pars igitur CE tegitur Oculo A, pars vero DC alteri B. *Quod erat alterum.*

THEOREMA CXI.

412. Si Corpus Opacum KL distantia Axium Opticorum AC & BC fuerit minor; pars media HI ab utroque Oculo A & B videtur una cum extremis DF & GE, interjacentes autem FH & IG videntur ab alterutro tantum.

DEMONSTRATIO.

Cum enim Opacum KL impediatur, quo minus ab FH ad B & ab IG ad A rectæ duci possint: FH ab Oculo B non videbitur, neque IG ab Oculo A (§. 60). Sed cum non obstet, quo minus à FH in Oculum A & ab IG in Oculum B Radii emanent (§. c. t.); IH in A & IG

in B videbitur. Eodem modo constat, partem mediam HI cum extremis DF & GE videri in A & B simul. *Q. e. d.*

THEOREMA CXII.

413. Si Corpus Opacum HI Axes Opticos AC & BC excedat; pars media FG utrique Oculo A & B tegetur, proxime adjacentes GL & KF tegentur tantum alterutri, DK & LE nulli.

Tab. VI. Fig. 75.

DEMONSTRATIO.

Quoniam HI intercipit Radios ab FL versus A & à KG versus B propagandos (§. 12. 46); FG ab Oculo nullo, KF tantum ab unico A, GL ab altero B videri potest (§. 42); reliquæ vero partes DK & LE videntur ab utroque. *Q. e. d.*

THEOREMA CXIII.

414. Si Corpus Opacum HI intra Axes Opticos AC & BC comprehenditur; erit pars ab uno tantum Oculo B visa DC, ad Oculorum distantiam AB; ut distantia alterius extremi Opaci H ab Horoptere HC, ad distantiam ejusdem ab Oculo vicino A.

Tab. VI. Fig. 69. n. 1.

DEMONSTRATIO.

Quoniam enim AB ipsi DC parallela (§. 341), erit $o = x$ (§. 233. *Geom.*). Quare cum etiam Verticales ad H æquales (§. 156. *Geom.*); erit $DC : HC = AB : AH$ (§. 267. *Geom.*) consequenter $DC : AB = HC : AH$ (§. 173. *Arithm.*). Eodem modo ostenditur, esse $CE : AB = CI : IB$. *Q. e. d.*

COROLLARIUM.

415. Quodsi $CI > HC$ (id quod contingit, si HI ad distantiam Oculorum versus

sus dexteram convergit); CI ad rectam ipsa IB minorem majorem rationem habet, quam CI ad IB (§. 205. *Arithm.*), consequenter ipsa CI major ad eandem minorem ipsa IB majorem rationem habet quam CI ad IB (§. 207. *Arithm.*). Quan. obrem CE ad AB jam rationem majorem habet, quam ubi $CI = CH$ (§. 414), consequenter pars CE ab Oculo A visa major, quam ante (204 *Arithm.*). Enimvero ubi $CI = CH$, etiam $CE = DC$. Quare ubi $CI > HC$. etiam $CE > DC$ (§. 89. *Arithm.*).

THEOREMA. CXIV.

Tab. VI. Fig. 74. 416. Si Corpus Opacum KL fuerit minus intervallo Axium Opticorum AC & BC; erit pars media HI, qua ab utroque Oculo A & B videtur, ad distantiam Oculorum AB, ut segmenta MI & AM Radii ex Oculo A per extremitatem ipsi vicinam K in Horopterem ducti.

DEMONSTRATIO.

Quoniam HI ipsi AB parallela (§. 341), erit $HIM = MAB$ (§. 233. *Geom.*). Quare cum etiam verticales ad M aequales sint (§. 156. *Geom.*); erit $HI : IM = AB : AM$ (§. 267. *Geom.*). consequenter $HI : AB = IM : AM$ (§. 173. *Arithm.*). Q. e. d.

COROLLARIUM.

417. Quodsi KL Oculis fuerit propius, segmentum MI fiet majus, AM vero minus: descendente enim Corpore KL, ita ut secum rapiat rectam BH, Punctum quoque M descendere evidens est. Quoniam itaque MI ad rectam ipsa AM minorem, majorem habet rationem quam MI ab AM (§. 250. *Arithm.*); recta quoque ipsa MI major ad eandem rectam ipsa AM minorem, multo magis majorem rationem habebit

quam MI ad AM (§. 203. *Arithm.*), consequenter si KL Oculo vicinius, HI ad AB majorem rationem habet, quam si remotius (§. 416), adeoque pars media HI ab utroque Oculo visa major est (§. 204. *Arithm.*)

THEOREMA. CXV.

418. Si Corpus Opacum KL fuerit distantia Oculorum AB parallelum & intervallo Axium Opticorum minus; erit excessus partis Oculo alterutri B recta FH supra latitudinem Opaci KL, ad eandem latitudinem KL; ut distantia vicinioris extremi ab Horoptere HL, ad distantiam ejus ab Oculo BL.

DEMONSTRATIO.

Quia KL ipsi AB parallela per *hypoth.* AB vero ipsi FH (§. 341); erit quoque KL parallela ipsi FH (§. 232. *Geom.*), & hinc $BH : BL = FH : KL$ (§. 268. *Geom.*), consequenter $HL : BL = FH - KL : KL$ (§. 193. *Arithm.*). Q. e. d.

COROLLARIUM.

419. Quodsi KL Oculo fuerit vicinius, BL fit minor, consequenter cum ratio ipsius BL ad BH decrescat (§. 203. *Arithm.*), decrescet etiam ratio ipsius KL ad FH (§. 418). Quare cum KL sit constans, pars quoque recta FH major sit necesse est (§. 206. *Arithm.*)

THEOREMA. CXVI.

420. Si latitudo Corporis Opaci HI fuerit distantia Oculorum AB aequalis; pars utriusque Oculo recta IG eidem aequalis erit.

DEMONSTRATIO.

Quoniam $HI = AB$ per *hypoth.* ac præterea supponitur eidem AB parallela (etfi

(erit enim Corpus ipsum inclinetur ad distantiam Oculorum AB, concipere tamen licet in omni casu rectam HI, quæ ex uno ejus extremo H ducta terminatur in Radio BG per alterum extremum transeunte); erit quoque AH ipsi BI seu AF ipsi BG parallela (§. 257. *Geom.*). Quare cum FG sit parallela ipsi AB (§. 341); erit $FG = AB$ (§. 257. *Geom.*). *Q. e. d.*

THEOREMA CXVII.

421. Si latitudo Corporis Opaci GH distantia Oculorum AB fuerit minor, sed intervallo Axium Opticorum AC & BC major; minorem partem Objecti IK teget, ubi Oculis propius fuerit, majorem vero, si magis removeretur: pars tamen tecta IK minor est latitudine Opaci GH, quamdiu distantia ejus ab Horoptere perceptibilis.

DEMONSTRATIO.

Producatur GH in M, donec $GM = AB$. Quoniam GH supponitur ipsi AB parallela; erit quoque BM parallela ipsi GA (§. 257. *Geom.*). Est adeo summa angulorum o & y duobus rectis æqualis (§. 233. *Geom.*) Quare cum $x > y$ (§. 188. *Geom.*); erit summa duorum o & x major duobus rectis (§. 90. *Arithm.*), consequenter AG & BH versus Oculos divergunt (§. 261. *Geom.*), adeoque convergunt versus F (§. 263. *Geom.*). Quoniam itaque IK ipsi AB parallela (§. 341); erit $IK : GH = FI : FG$ (§. 268. *Geom.*) consequenter ob $FI < FG$ etiam $IK < GH$. *Quod erat unum.*

Quodsi concipiamus Opacum GH removeri ab Oculis versus Horopterem DE; Lineæ AF & BF majori intervallo à se invicem recedent, consequenter major evadet Punctorum I & K distantia (§. 192. *Geom.*), hoc est, pars tecta IK augetur. *Quod erat alterum.*

THEOREMA CXVIII.

422. Si latitudo Opaci FG fuerit distantia Oculorum AB major; eo majorem partem IK teget, quo oculis A & B propius fuerit: pars vero tecta semper major latitudine Opaci FG. Tab. IV. Fig. 77.

DEMONSTRATIO.

Quoniam FG parallela ipsi AB eademque major, per *hypoth.* si fiat $GH = AB$, erit AH ipsi GB parallela (§. 257. *Geom.*) adeoque summa angulorum o & x duobus rectis æqualis (§. 233. *Geom.*). Quare cum $o > y$ (§. 188. *Geom.*); erit summa angulorum x & y duobus rectis minor (§. 90. *Arithm.*); consequenter rectæ FA & GB versus L convergunt (§. 262. *Geom.*). Est itaque $LF : LI = FG : IK$ (§. 268. *Geom.*). & hinc ob $LI > LF$ etiam $IK > FG$. *Quod erat unum.*

Quodsi concipiamus Opacum FG ad Oculos A & B propius accedere; lineæ IL & LK magis à se invicem discedunt, consequenter pars tecta IK major evadit. *Quod erat alterum.*

THEOREMA CXIX.

423. Si latitudo Opaci FG fuerit distantia Oculorum AB major; erit excessus partis tectæ IK supra latitudinem Opaci FG ad excessum hujus supra distantiam Tab. VI. Fig. 77.

tiam Oculorum AB, ut distantia alterutrius extremi ab Horoptere FI ad distantiam ejusdem ab Oculo viciniore FA.

DEMONSTRATIO.

Quoniam MK & FG parallelæ ipsi AB (per hypoth. & §. 341); ducta AM ipsi KB parallela, erit $AB=HG=MK$ (§. 257. *Geom.*). Fst igitur FH excessus ipsius FG supra AB & IM excessus ipsius IK supra eandem AB, adeoque $IM-FH$ excessus ipsius IK supra FG. Quare cum sit $AI:AF=IM:FH$ (§. 268. *Geom.*); erit etiam $FA:FI=FH:IM-FH$ (§. 193. *Arithm.*), adeoque etiam $IM-FH:FH=FI:FA$ (§. 169. *Arithm.*). *Q. e. d.*

THEOREMA CXX.

Tab. VI. Fig. 76. 424. Si latitudo Opaci GH fuerit minor distantia Oculorum AB, sed major intervallo Axium Opticorum; erit excessus latitudinis Opaci GH supra partem tectam IK ad excessum distantie Oculorum AB supra latitudinem Opaci GH, ut distantia extremi alterutrius Opaci ab Horoptere HK ad distantiam ejusdem ab Oculo vicino BH.

DEMONSTRATIO.

Quoniam IO (§. 341) & GH per hypoth. ipsi AB parallela; ductis BL & ON ipsi AI parallelis, erit $OL=HM=NB$ & $IO=GH=AN$ (§. 257. *Geom.*), adeoque HM excessus distantie Oculorum AB supra latitudinem Opaci GH, & KO excessus hujus supra partem tectam IK. Quare cum sit $BH:$

$BK=HM:KL$ (§. 268. *Geom.*); erit etiam $BH:KH=HM:KO$ (§. 193. *Arithm.*), adeoque etiam $KO:HM=KH:BH$ (§. 169. *Arithm.*). *Q. e. d.*

THEOREMA CXXI.

425. Si Humor ChrySTALLINUS est minoris Sphæra segmentum; Objectum valde minutum distinctius videtur, quam si majoris fuerit.

DEMONSTRATIO.

Qui enim habent Humorem ChrySTALLINUM valde convexum, sunt Myopes (§. 402); adeoque Objecta propius admovent Oculo (§. 384). Sed cum propiora majora appareant remotioribus (§. 211); fieri potest, ut, quod Presbyta ob parvitatem non bene distinguit, idem tamen distincte cernatur à Myope, hoc est, ab eo, qui Humorem ChrySTALLINUM habet valde convexum (§. 42). *Q. e. d.*

SCHOLIUM.

426. Hinc Myopes legunt scripturam minutam; & Oculis animantium, quæ minore cibo utuntur & ab Objectis minutis facile leduntur, inest Humor ChrySTALLINUS valde convexus.

THEOREMA CXXII.

427. Si Diameter Sphæra CD distantie Oculorum AB æqualis fuerit, & recta ex Centro Sphæra in medium distantie ducta EF sit perpendicularis ad AB; Oculi A & B circa Axem EF acti totum Hemispharium lustrabunt.

DEMONSTRATIO.

Erigantur ex C & D super Diametro CD perpendiculares CA & DB, itemque alia ex Centro EF: quæ omnes cum inter se parallelæ existant (§. 256. *Geom.*), si ex B demittatur perpendicularis BA ad CA, erit eadem ad FE perpendicularis (§. 230. *Geom.*) & tam AB = CD, quam FB = ED (§. 226. *Geom.*). Quotocunque igitur intervallo à Sphæra statuatur Oculi A & B; semper in parallelis CA & DB Centra eorum hærebunt, *vi hypoth.* Enimvero quoniam inter rectam BD & Circulum non alia recta duci potest (§. 304. *Geom.*), Punctum remotius quam D Oculus B videre nequit (§. 47). Eodem modo ostenditur, Oculum A non videre Punctum remotius quam C. Est vero DEG rectus, *per superiora*, adeoque GD, itemque CG quadrans (§. 143. *Geom.*). Quodsi ergo rectangulum DBFE, itemque alterum EFAC circa Axem EF rotari concipiamus, uterque quadrans Hemisphærium describet (§. 470. *Geom.*). Quamobrem Oculi circa Axem Sphære continuatum moti totum Hemisphærium lustrabunt. *Q. e. d.*

THEOREMA CXXIII.

428. Si distantia Oculorum AB fuerit major Diametro Sphære & recta ex Centro Sphære ad medium distantia ducta EF ad AB perpendicularis; Oculi A & B circa Axem FE ducti partem Hemisphærio majorem successive spectabunt.

DEMONSTRATIO.

Quoniam $FB > ED$ *per hypoth.* & DB

Circulum in D tangens ad ED perpendicularis (§. 308. *Geom.*); ED ad EF normalis esse nequit: foret enim alias DB parallela ipsi GF (§. 256. *Geom.*) & hinc porro $DE = FB$ (§. 226. *Geom.*) *contra hypoth.* Ducatur ergo FG ad FH perpendicularis (§. 216. *Geom.*); erit $DG < DE$ (§. 220. *Geom.*), adeoque $FB > DG$. Distantiæ adeo rectæ BD à recta FG continuo decrescunt (§. 225. *Geom.*) & hinc BD cum FG versus H convergit (§. 83. *Geom.*). Quamobrem cum HDE sit rectus *per demonstrata*, & x minor recto (§. 219. *Geom.*); erit o major recto (§. 147. *Geom.*), atque DI quadrante major (§. 143. *Geom.*). Eodem modo ostenditur, esse CI quadrante majorem. Quodsi jam concipiamus Trapezium CABD circa Axem GF rotari; arcus DI partem Hemisphærio majorem emerietur (§. 470. *Geom.*). Oculi igitur B & A circa eundem Axem circumducti partem Hemisphærio majorem spectabunt. *Q. e. d.*

THEOREMA CXXIV.

429. Si distantia Oculorum AB fuerit minor Diametro Sphære & recta EF ex Centro Sphære E ad medium distantia F ducta sit ad AB perpendicularis; Oculi A & B circa Axem EF circumducti minorem Hemisphærio partem spectabunt. Tab. VI. Fig. 80.

DEMONSTRATIO.

Quoniam Radius extremus BD Sphæram tangens in B ad DE perpendicularis (§. 308. *Geom.*) & $FB < ED$ atque ad EF normalis *per hypoth.* ED ad EF

normalis esse nequit : foret enim alias DB parallela ipsi EF (§. 256. *Geom.*) & hinc porro $ED = FB$ (§. 226. *Geom.*) *contra hypothesin.* Ducatur ergo DL perpendicularis ad EF (§. 216. *Geom.*); erit DL ipsi FB parallela (§. 256. *Geom.*). adeoque $LDB = FBH$ (§. 233. *Geom.*). Quare cum LDB sit recto minor, utpote pars recti EDB, *per demonstrata*; erit quoque FBH recto minor, & quia F est rectus, *per hypoth.* HFB & HBF junctim sumti duobus rectis minores. Lineæ

igitur DB & EF versus H convergunt (§. 262. *Geom.*) & ob DLE rectum, *per demonstrata*, HED recto minor (§. 219. *Geom.*), consequenter arcus GD quadrante minor (§. 143. *Geom.*). Eodem modo ostenditur, Arcum CG esse quadrante minorem. Quodsi ergo concipiamus, Trapezium CDAB circa Axem EF rotari; Oculi A & B minorem Hemisphærio partem spectabunt (§. 470. *Geom.*). *Q. e. d.*

FINIS OPTICÆ

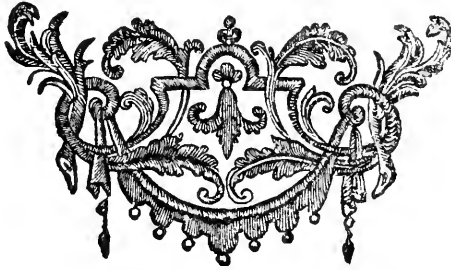


FIG. OPTIC. TAB. I

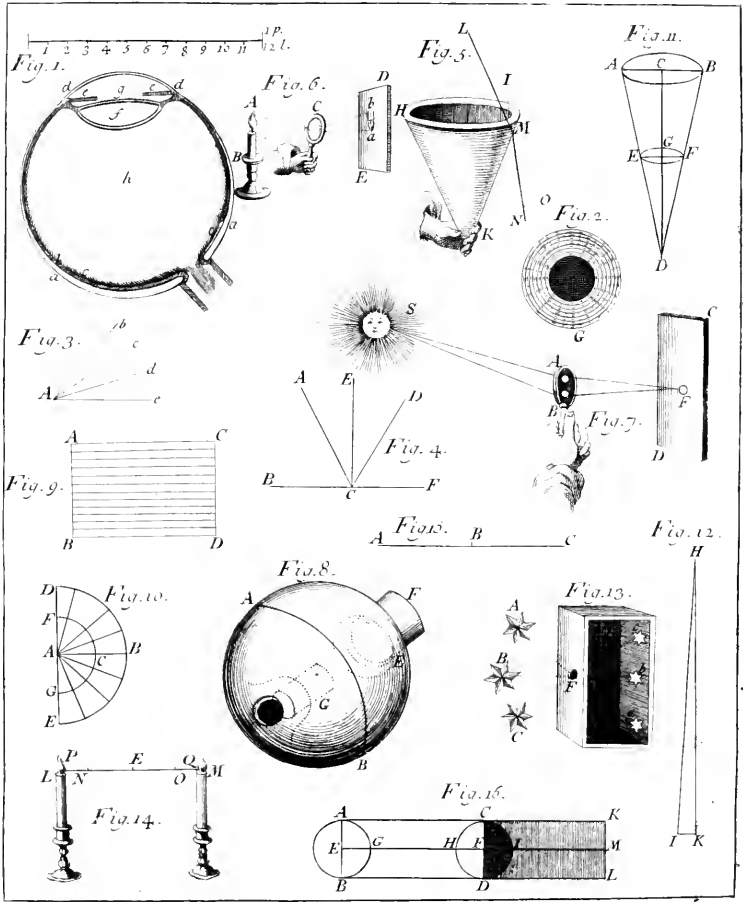


FIG. OPTIC. TAB. II.

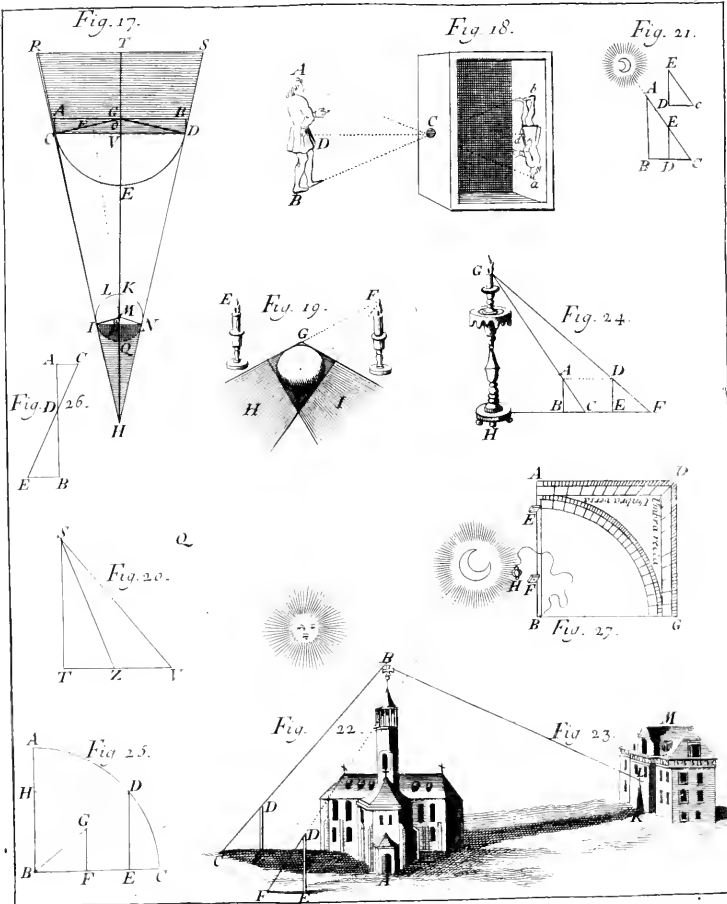


FIG. OPTIC. TAB. III.

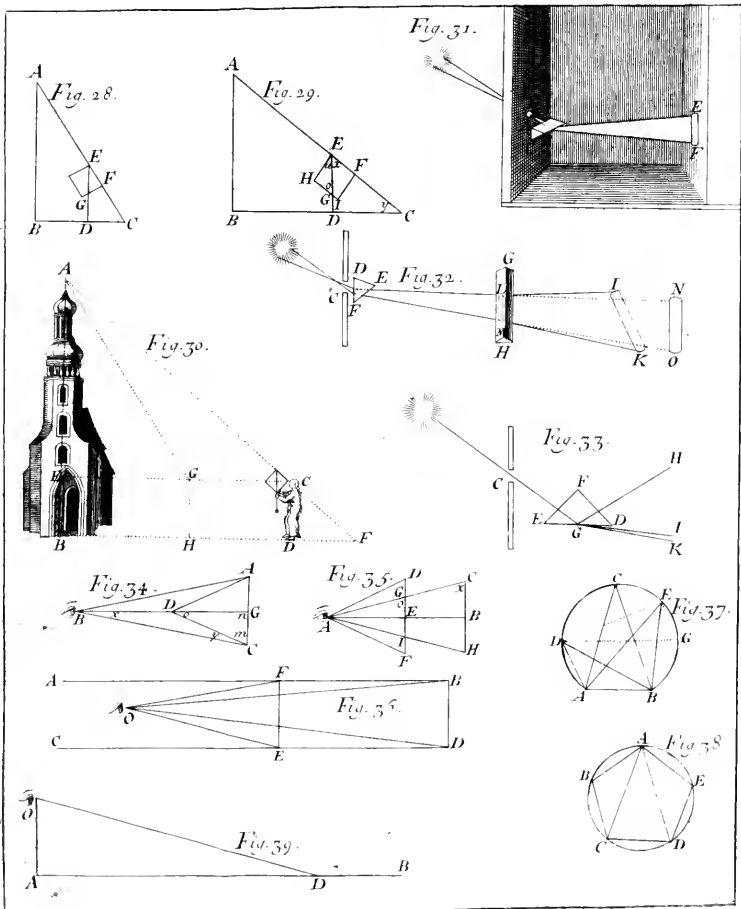


FIG. OPTIC. TAB. IV.

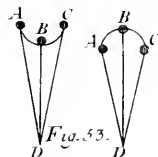
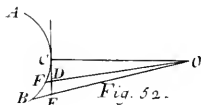
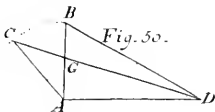
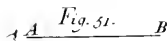
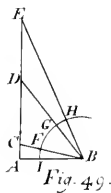
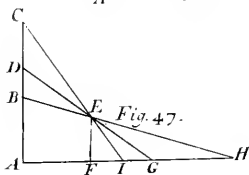
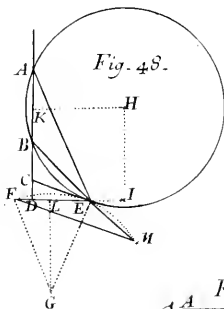
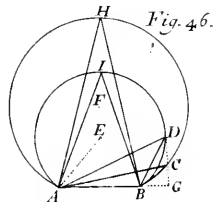
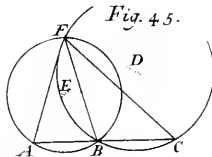
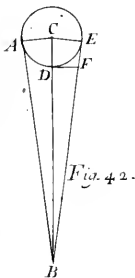
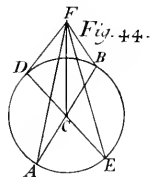
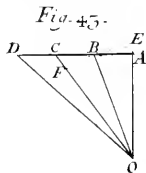
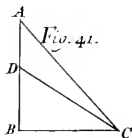
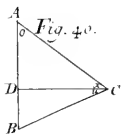


FIG. OPTIC. TAB. V.

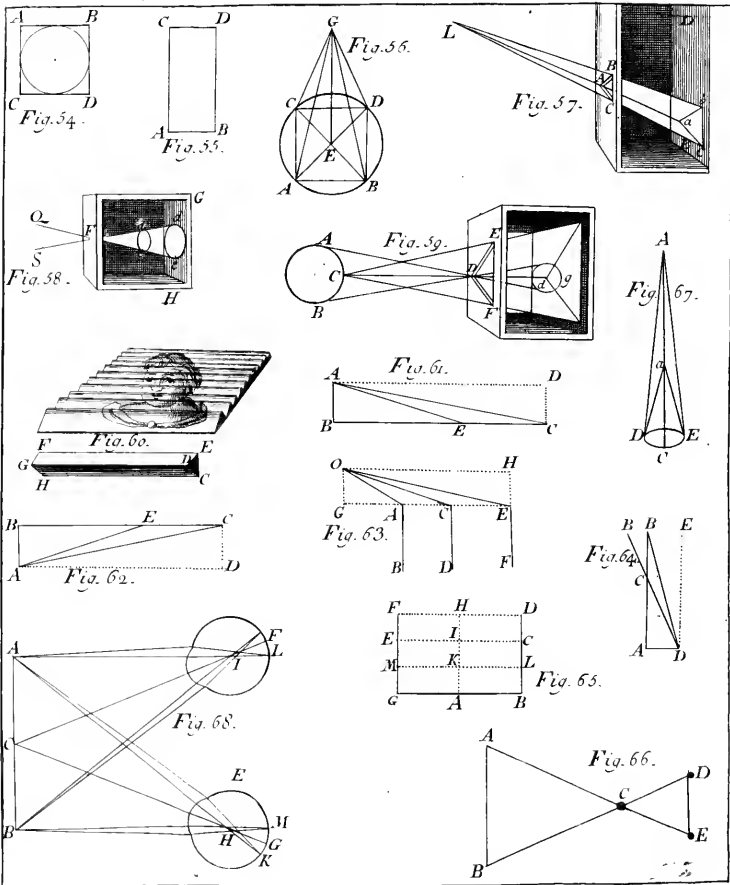
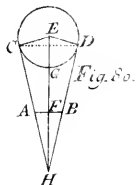
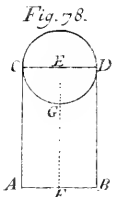
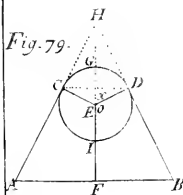
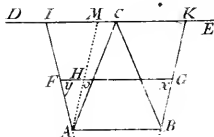
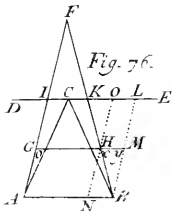
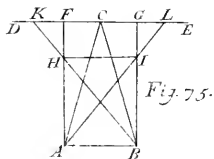
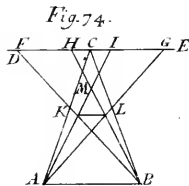
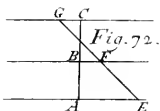
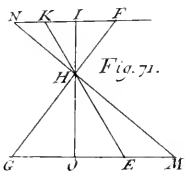
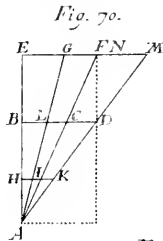
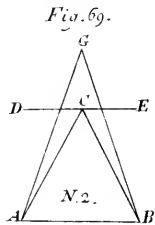
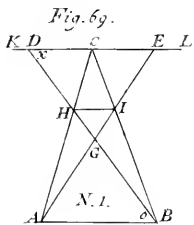


FIG. OPTIC. TAB. VI.



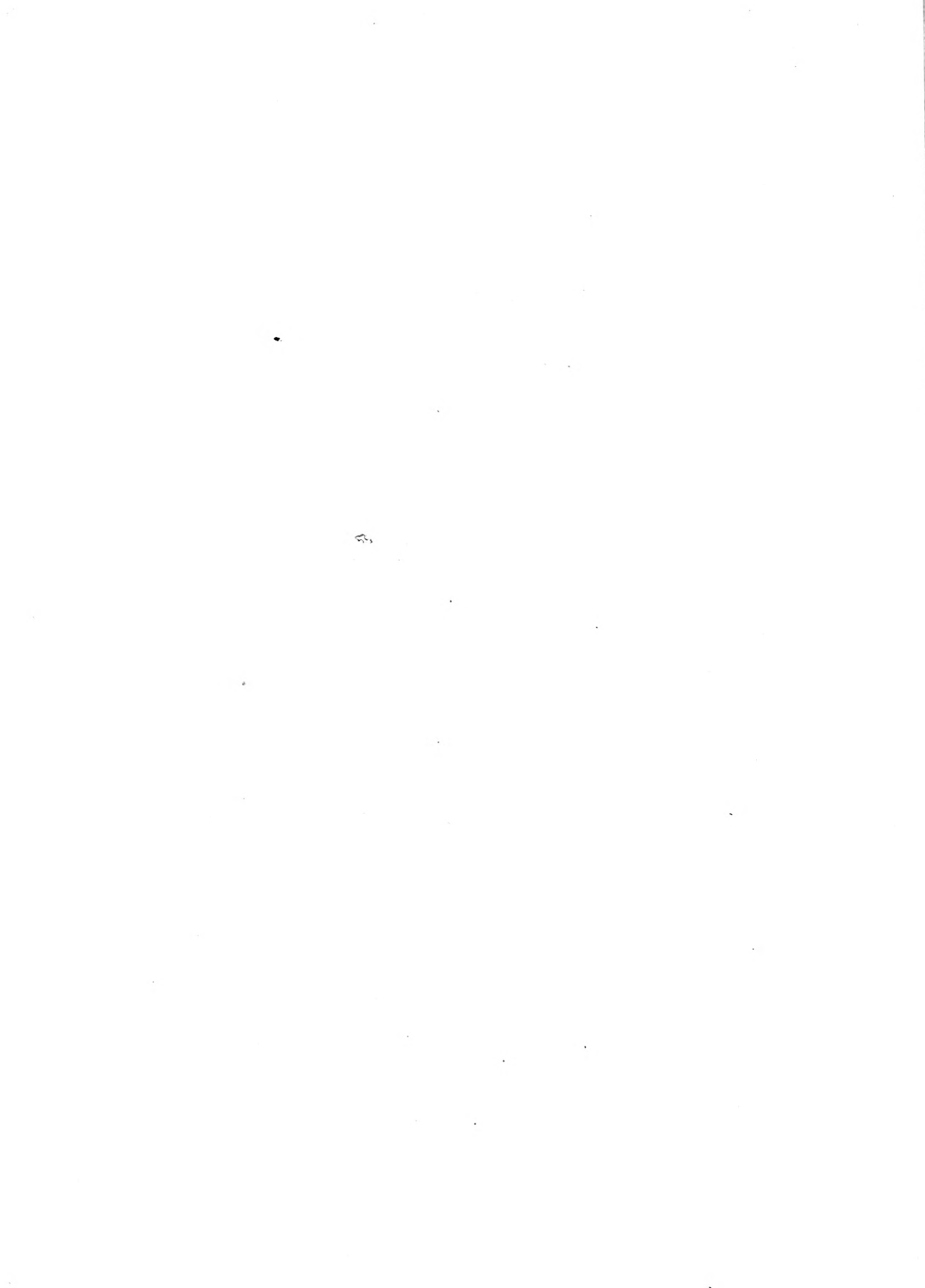


FIG. OPTIC. TAB. VII.

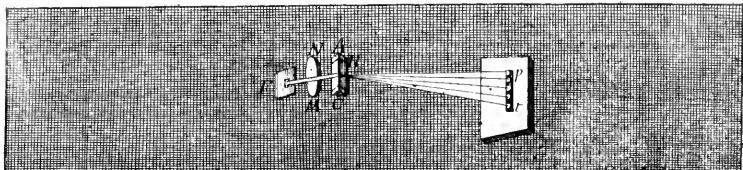


Fig. 82.

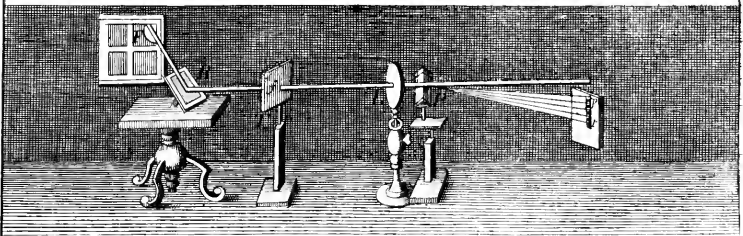


Fig. 83.

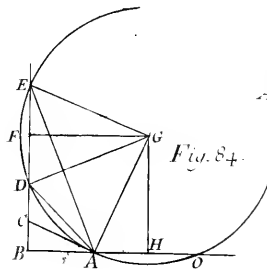
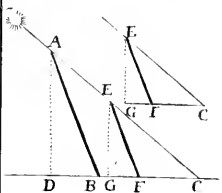


Fig. 84.

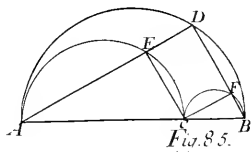


Fig. 85.

ELEMENTA PERSPECTIVÆ.

PRÆFATIO.



Uoniam inter Artes ab humano ingenio inventas eminet Pictoria ; operam profecto non perdunt , qui in ea excolenda defudant. Non igitur miramur , Viros præclaris ingenii dotibus instructos in hac Arte perficienda multum industriæ posuisse , præsertim cum hoc labore fungi non posset , nisi in

Geometria & Optica versatus. Nata hinc est Perspectiva , Artis Pictoriæ complementum , cujus ignarus ut omnes in Picturis errores evitet fieri nequit. Cum adeo sine ea nullum Pictoris opus sit consummatum ; optandum foret , ut nemo Arti Pictoriæ se traderet , nisi idem Perspectivæ Leges cognitatasque perspectas sibi reddere decreverit. Enimvero non modo Pictoribus utilis est Perspectiva ; verum etiam Architectis & iis , qui practicas Matheseos partes ad usum indigentia humanæ transferunt. In Machinarum præsertim ideis pulchrè deli-

delineandis omne fert punctum. Juvat etiam Philosophos ejus cognitio: cum enim eorum sit, possibilium pervestigare rationes; non sine insigni voluptate cognoscunt, cur & quomodo fieri possit, ut Radii à Tabula reflexi speciem Objecti, qualis in data distantia atque altitudine Oculi apparet, secum ad Oculum afferant. Non igitur mihi suffecit, Regulas Perspectivæ tradidisse; sed earum quoque Demonstrationes addidi, ut tam iis satisfacerem, quibus Ars Delineandi ac Pingendi curæ cordique existit, quam illis, qui Philosophantur. Exempla pauca tradidi, tum ne numerus Figurarum multiplicaretur, tum quia multis non est opus. Qui enim vim Regularum tenet, proprio Marte excogitabit plura. In Exemplis quæ proposui distantiam Oculi assumpsi minorem; ne Figuræ fierent prolixiores. Facile autem eas in majores mutabit, qui Praxi studet. Cæterum Perspectivam Opticæ jungimus, quia tanquam rivulus ex hoc fronte derivatur, ita ut etiam à nonnullis (a) in ipsa Optica tradatur; alii contra Opticam cum Catoptrica & Dioptrica Perspectivæ nomine insigniverint (b).

ELEMEN.

(a) Fecit id ANDREAS TACQUET, in *Operibus Mathematicis*.

(b) Pertinet huc JOANNIS Archiepiscopi CANTUARIENSIS, *Perspectiva Communis*.

ELEMENTA PERSPECTIVÆ.

CAPUT PRIMUM.

De Fundamentis Perspectivæ.

DEFINITIO I.

1. **PERSPECTIVA** est Scientia delineandi in Tabula quodlibet Objectum, quale ad datam distantiam & in data altitudine Oculo apparet super Tabula transparente inter ipsum & Objectum ad Horizontem perpendiculariter erecta.

SCHOLIUM.

2. Ponamus Tabulam Vitream HI super Plano Horizontali perpendiculariter erectam & Spectatorem S Oculum O dirigere in triangulum ABC. Quodsi concipiamus Radios OA, OB, OC &c. in transitu per Tabulam vestigia sui in a, b, c relinquere; super ea comparebit Triangulum a b c, quod cum per eisdem Radios aO, bO, cO in Oculum radiet, per quos species Trianguli ABC ad eundem defertur, veram Trianguli ABC apparentiam exhibere debet etiam Objecto ACB remoto, distantia tamen & altitudine Oculi servata (S. 43. Optic.). In Perspectiva igitur docetur, quomodo per certas Regulas Puncta a, b, c &c. Geometricè investigentur. Hinc vero intelligitur Praxis Mechanica Objectum datum accuratius delineandi, quum ob utilitatem ejus hic exponi fas est.

PROBLEMA I.

3. Objectum quodcumque datum accurate delineare.

RESOLUTIO.

1. Ex quatuor subscudibus paretur Qua-

dratum DE per fila iisdem parallela in areolas quadratas inter se æquales divisum.

2. Super Tabula FG eidem firmiter annexa erigatur perpendiculariter Dioptra H, ut sit Quadrato parallela.

3. Charta, in qua Objectum delineandum, dividatur in totidem areolas quadratas, in quot Quadratum DE divisum.

4. Per Dioptram H Oculo in Objectum directo, quod ultra Tabulam DE debito intervallo remotum, observetur, in quibus areolis Tabulæ DE singulæ partes appareant, & eadem delineentur in Quadratulis, quæ super Charta iisdem respondent.

Ita Artis delineandi peritus satis accurate apparentiam Objecti exhibebit.

DEFINITIO II.

4. *Pyramis Optica* ABCO est Pyramis, Tab. I. cujus Basis est Objectum visibile Fig. 1. ABC, Vertex vero in Oculo O, formata per Radios à singulis Perimetri Punctis in Oculum O ductos. Hinc simul patet, quid sit *Triangulum Opticum* AOB. Fig. 6.

DEFINITIO III.

5. *Radii Optici* vocantur, quibus Tab. I. terminatur Pyramis Optica vel Triangulum Fig. 1.

gulum Opticum veluti OA, OC, OB.

DEFINITIO IV.

6. *Tabula* est superficies plana & pellucida HI inter Oculum O & Objectum ABC ad Horizontem perpendiculariter erecta, nisi expresse contrarium moneatur, Radios Opticos in *a, b, c* secans.

SCHOLIUM.

7. *Hinc nonnulli Sectionem appellant. Vocantur etiam Planum Perspectivum, quia in eo exhibetur apparentia Objecti: item Vitrum, quia istiusmodi Tabula pellucida sunt Vitrea.*

DEFINITIO V.

8. *Planum Geometricum* est Planum LM Horizonti parallelum, in quo concipimus situm Objectum Perspective delineandum & cui Planum Perspectivum, nisi contrarium moneatur, ad Angulos rectos insistit.

DEFINITIO VI.

9. *Planum Horizontale* est Planum Horizonti parallelum & per Oculos transiens, quod Planum Perspectivum HI super Geometrico LM normaliter erectum ad Angulos rectos secat.

DEFINITIO VII.

10. *Planum Verticale* est, quod ad Geometricum LM perpendicularare per Oculum O transit & Perspectivum HI ad Angulos rectos secat.

DEFINITIO VIII.

Tab. I. Fig. 3. 11. *Linea Terræ vel Fundamentalis* NI est intersecio Plani Geometrici LM & Perspectivi HI.

SCHOLIUM.

12. *Sunt etiam, qui Basin Tabulæ appellant, quoniam Lineæ Terræ insistit.*

DEFINITIO IX.

13. *Punctum Visus* seu *Oculi* est Punctum F in Tabula HI, in quod cadit recta OF ex Oculo O ad Tabulam HI perpendicularis. Vocatur etiam *Punctum Principale*.

COROLLARIUM.

14. Est adeo in intersecione Plani Horizontalis & Verticalis (§. 9. 10).

DEFINITIO X.

15. *Linea distantie* est recta OF, ab Oculo O ab Punctam principale F ducta.

COROLLARIUM.

16. Quoniam ad Tabulam perpendicularis (§. 13), non est nisi distantia Oculi à Tabula (§. 225. *Geom.*).

DEFINITIO XI.

17. *Linea Horizontalis* est recta PQ per Punctum principale F ducta & Horizonti parallela, seu intersecio Plani Horizontalis & Perspectivi (§ 9).

COROLLARIUM.

18. Est itaque Lineæ Terræ parallela (§. 8. 11).

DEFINITIO XII.

19. *Punctum distantie* est Punctum P vel Q in Linea Horizontali PQ, quod tanto intervallo distat à Puncto principali F, quanto Oculus O ab eodem removetur.

SCHOLIUM.

20. *Nempe si in Linea Horizontali PQ assumatur FP = FO; erit P Punctum distantie.*

DEFINITIO XIII.

21. *Altitudo Oculi* OS est recta ex Oculo ad Planum Geometricum perpendicularis.

DEFINITIO XIV.

22. *Apparentia, Representatio, Projectio* Puncti est Punctum *a*, per quod transit Radius Opticus OA à Puncto Objecti A per Tabulam HI ad Oculum O ductus, seu Punctum *a* in quo Tabula HI Radium Opticum OA secatur. Unde etiam patet, quid sit *Projectio*, vel *Apparentia Linea, Plani atque Solidi*.

DEFINITIO XV.

23. *Ichnographia Geometrica* est Descriptio Figuræ Planæ in Plano Geometrico, cui tanquam Basi Corpus innititur, aut inniti fingitur.

SCHOLIUM.

24. *Insistat Plano Geometrico Prisma Triangulare ABCD: hujus ergo Basis, nempe Triangulum ABC, si in Plano Geometrico describitur, Ichnographia Geometrica fieri dicitur. Ponamus idem Prisma AE in libero aëre suspendi, ita ut Planum CBEF sit Plano Geometrico parallelum. Quodsi ex singulis Angulis A, C, B, D, E, F demittantur perpendiculares ad Planum Geometricum; figura HGIK fingitur esse Basis Prismatis in hoc situ, ejusque in Plano Geometrico descriptio vocatur Ichnographia Geometrica Prismatis.*

DEFINITIO XVI.

25. *Ichnographia Projecta* seu *Perspectiva* est *Apparentia Ichnographiæ Geometricæ* in Tabula seu Plano *Perspectivo*.

DEFINITIO XVII.

26. *Scenographia* est *Representatio Corporis* in Plano *Perspectivo*.

DEFINITIO XVIII.

27. *Linea Objectiva* est Linea quæcunque in Plano Geometrico ducta, cujus *Representatio* in Tabula deside-

Wolfii Oper. Mathem. Tom.III.

ratur. Unde etiam intelligitur, quid sit *Planum Objectivum*, item *Punctum Objectivum*.

THEOREMA I.

28. *Apparentia Lineæ rectæ Objectivæ est Linea recta.*

DEMONSTRATIO.

Cum à singulis Punctis Lineæ Objectivæ AB in Oculum O Radii illabantur; Linea recta in Oculum radiat per Triangulum AOB (§. 87. *Geom.*). Sed *Apparentia* CD rectæ AB est intersectio communis Tabulæ & Trianguli Optici AOB (§. 22). Ergo CD est Linea recta (§. 482. *Geom.*) *Q. e. d.*

Tab. I. Fig. 6.

SCHOLIUM.

29. *Idem eodem modo patet, si Linea AC, cujus Apparentia a c, sit in Plano Geometrico, videturque per Triangulum Opticum AOC.*

Tab. I. Fig. 1.

COROLIARIUM I.

30. Data igitur *Apparentia a & b* duorum Punctorum extremorum A & B, datur *Apparentia* totius Lineæ *ab*.

COROLIARIUM II.

31. Similiter datis *Apparentiis a, b & c* verticum Angulorum A, B, C Figuræ Objectivæ ABC; datur *Apparentia a b c* Figuræ ipsius Objectivæ.

THEOREMA II.

32. *Altitudo Puncti apparentis in Tabula est ad altitudinem Oculi, ut distantia Objectivi à Tabula ad aggregatum ex eadem distantia & distantia Oculi.*

DEMONSTRATIO.

Quoniam altitudo Puncti apparentis G vel I est ad Lineam Terræ ED, altitudo Oculi O ad Planum Geometricum perpendicularis (§. 227. *Geom.*); erit OM tam

Tab. I. Fig. 7.

L ad

ad AM, quam ad BM perpendicularis (§. 454. *Geom.*) & cum GH, tum IK ipsi OM parallela (§. 256. *Geom.*). Quare AH: AM = HG: MO & BK: BM = KI: MO (§. 268. *Geom.*). Quodsi itaque AM sit ad Lineam Terræ perpendicularis; erit AH distantia Puncti Objectivi A à Tabula CEDF, & MH distantia Oculi (§. 225. *Geom.*), adeoque propositum constat.

Si BM non fuerit perpendicularis ad Lineam Terræ DE; erunt tamen verticales ad K æquales (§. 156. *Geom.*) & demissis BL & MH perpendicularibus ad Lineam Terræ, BL: MH = BK: MK (§. 267. *Geom.*), adeoque BL: BL + MH = BK: BM (§. 190. *Aritbm.*), consequenter KI: MO = BL: BL + MH (§. 167. *Aritbm.*). *Q. e. d.*

CAPUT II.

De Ichnographia Perspectiva.

PROBLEMA II.

Tab. I. 33. **P**uncti Objectivi H Apparentiam
Fig. 8. h exhibere.

RESOLUTIO.

1. A Puncto dato H ducatur perpendicularis HI ad Lineam Terræ DE.
2. Ex Linea Terræ DE resecetur IK = IH.
3. Per Punctum Principale F, ex data altitudine Oculi OS inveniendum (§. 13) ducatur Linea Horizontalis FP & fiat FP distantia Oculi SL æqualis.
4. Ex Puncto I ducatur ad Punctum Principale F recta FI, & ex K ad Punctum distantia P recta PK.

Dico, intersectionem *b* esse apparentiam Puncti Objectivi H.

DEMONSTRATIO.

Quoniam FP ipsi DE parallela (§. 17); erit $o = x$ (§. 233. *Geom.*). Quare cum etiam verticales ad *b* æquales (§. 156.

Geom.); Triangula FbP & Kbi similia sunt (§. 267. *Geom.*); consequenter ducta NM ad utramque parallelarum FP & KE perpendiculari, cum *b* N & *b* M sint altitudines Triangulorum (§. 227. *Geom.*), FP: KI = N*b*: *b*M (§. 396. *Geom.*) & hinc FP + KI: KI = NM: *b*M (§. 190. *Aritbm.*). Est vero KI = HI & FP = SL, itemque NM = OS *per constructionem*: ergo SL + IH: IH = OS: *Mb*, hoc est, ut aggregatum ex distantia Oculi à Tabula & distantia Puncti Objectivi ab eadem ad hanc Puncti Objectivi distantiam, ita altitudo Oculi ad altitudinem Puncti *b* in Tabula. Quare *b* est Representatio Puncti Objectivi H (§. 32). *Q. e. d.*

COROLLARIUM I.

34. Cum datis Apparentiis verticem Angulorum figuræ rectilinéæ, detur Apparentia integræ figuræ rectilinéæ (§. 31), omnis figuræ rectilinéæ Projectio Ichnographica hoc modo haberi potest.

COROLLARIUM II.

35. Et quia quælibet Puncta Lineæ curvæ eodem modo in Planum Perspectivum projiciuntur; curvarum quoque Projectio eadem Methodo absolvitur.

COROLLARIUM III.

36. Ergo hæc Methodus quoque sufficit Planis mixtilineis in Tabulam projiciendis, consequenter universalis est.

SCHOLION.

37. Dantur equidem aliæ quoque Methodi passim ab Autoribus traditæ; sed cum nostrum non sit præter necessitatem multa congerere, sufficit eam exhibuisse & demonstrasse, quæ omnium usitatissima, etsi communiter absque Demonstrationibus proposita. Ut autem ejus vim percipiant Tyrones, aliquot Exemplis eandem illustrare libet.

PROBLEMA III.

II. 38. Invenire Apparentiam Trianguli
9. ABC, cujus Basis AB Linea Terræ DE parallela.

RESOLUTIO.

1. Cum Linea Terræ DE ducatur Horizontalis HR parallela, intervallo altitudini Oculi æquali (§. 13. 17).
2. Assumatur Punctum Principale V Oculo vel directe, vel oblique oppositum, prout casus datus requiriverit.
3. Ex V in K transferatur distantia Oculi.
4. A Trianguli ACB singulis Angulis demittantur perpendiculares AI, C2, B3.
5. Hæ perpendiculares transferantur in Lineam Terræ DE ex opposito Puncti distantia K.
6. Ex 1, 2, 3 ducantur rectæ ad Punctum Principale V1, V2, & V3.

7. Ex Punctis A, B & C Lineæ fundamentalis DE ducantur ad Punctum distantia K rectæ aliæ AK, BK, CK.

Quoniam *a*, *b* & *c* sunt apparentiæ Punctorum A, B & C (§. 33); ductis rectis *ca*, *ab* & *bc*, erit *a c b* Apparentia Trianguli ACB (§. 34).

SCHOLION.

39. Eodem modo in Planum projicitur Triangulum, si Vertex C Oculo objiciatur: neque enim alia re opus est, quam ut situs in Plano Geometrico immutetur & Vertex C Lineæ fundamentalis DE obvertatur, & perinde est, sive Basis Trianguli fuerit ad Lineam Terræ DE parallela, sive obliqua.

PROBLEMA IV.

40. Exhibere Apparentiam Quadrati Tab. II. oblique visi ABDC, cujus unum latus Fig. 10. AB est in Linea Terræ.

RESOLUTIO.

1. Quoniam Quadratum oblique videtur Punctum Principale V, ita assumatur in Linea Horizontali HR, ut perpendicularis ad Lineam Terræ cadat extra latus Quadrati AB, saltem id bifariam non secet, sitque VK distantia Oculi.
 2. Perpendiculares AC & BD transferantur in Lineam Terræ DE ex A in C sive B & ex B in D.
 3. Ducantur rectæ KB, KD, itemque VA, VC.
- Erunt A & B Apparentiæ sui ipsius, *c* vero & *d* Apparentiæ Punctorum C & D (§. 33); consequenter AB*dc* Apparentia Quadrati ABDC (§. 34).

SCHOLION.

41. Quodsi Quadratum ACDB à Linea Ter-

Terræ DE distat, quod tamen raro in Praxi supponitur, in Lineam Terræ transferendæ essent etiam distantia Angulorum A & B; quod ex Problemate præcedente abunde patet. Cum etiam oblique spectatorum rarior sit usus in sequentibus, nisi contrarium moneatur, semper supponemus, figuram in Plano projiciendam directe Oculo objici.

PROBLEMA V.

Tab. II. 42. *Quadratum ABCD representare Fig. 11. in Tabula, cujus Diagonalis AC ad Lineam Terræ perpendicularis.*

RESOLUTIO.

1. Continuentur latera DC & CB, donec Lineæ Terræ in 1 & 2 occurrant.
2. Ex Puncto Principali V transferatur in K & L distantia Oculi.
3. Ex K ducantur ad A & 1 rectæ KA & KI; ex L vero ad A & 2 rectæ LA & L2.

Dico, intersectiones istarum rectarum exhibere Apparentiam Quadrati ABCD ex Angulo visi.

DEMONSTRATIO.

Quoniam Anguli ADC & ABC recti sunt, & $AD = DC$ atque $AB = BC$ (§. 98. *Geom.*) erunt DAC & BAC semirecti (§. 241. *Geom.*); & quia Diagonalis AC Lineæ Terræ DE ad Angulos rectos insistit, per *hypoth.* o & x sunt itidem semirecti, consequenter ob 1DA & 2BA rectos (§. 65. *Geom.*) etiam y & u semirecti (§. 240. *Geom.*) adeoque $D1 = DA$ & $B2 = BA$ (§. 253. *Geom.*) & hinc $A1 = AC = A2$ (§. 179. *Geom.*). Continuat is itaque lateribus DC & CB, donec Lineæ Terræ DE occurrant, perinde est, ac si perpendicularum

AC in 1 & 2 ex A transferretur. Porro si ex D & B perpendiculara DM & BN in Lineam Terræ DE demittantur; erunt m & n semirecti (§. 240. *Geom.*) & ideo $DM = M1$ & $BN = N2$ (§. 253. *Geom.*): ut adeo perpendicularares MD & NB in Lineam Terræ DE translatae terminentur in 1 & 2. Concipiamus jam ex Puncto Principali V ductas rectas VA, VM & VN, & ex Puncto distantia L rectas LA, L2: communis intersectio exhibebit Apparentiam Quadrati (§. 33). Concipiamus ex Puncto distantia K ductas rectas KI & KA, & ex Puncto Principali, ut ante, VM, VA, VN: communis intersectio denuo exhibebit Apparentiam eandem ejusdem Quadrati (§. *cit.*). Ergo KI, KA & L2, LA rectas VM, VA, VN in iisdem Punctis intersectant, & ideo communes quoque intersectiones rectarum LA, L2 & KA, KI Apparentiam Quadrati ABCD exhibere debent. Q. e. d.

SCHOLIUM.

43. *Ex Demonstratione hujus Problematis intelligitur, quomodo ope Regula generalis in quibusdam casibus eruantur compendia particularia. Id enim habent omnes Regulae universales, quod in quibusdam casibus non evitent ambages. Qui secundum Regulam universalem operatur, in compendia particularia sponte veluti sua incidit.*

PROBLEMA V.

44. *Apparentiam Quadrati ABDC Tab. exhibere, cui aliud IMGH inscriptum Fig. est, latere majoris AB in Linea Terræ existente, Diagonali vero posterioris ad Lineam Terræ perpendiculari.*

RESOLUTIO.

1. Ex Puncto Principali V transferatur

tur

tur utrinque in Lineam Horizontalem HR distantia Oculi VL & VK.

2. Ducantur VA & VB, itemque KA & LB; erit *AcdB* Apparentia Quadrati ACDB (§ 40).
3. Producaturs latus Quadrati inscripti IH, donec Lineæ Terræ in I occurrat, ducanturque rectæ KI & KM; erit *ihgM* Repræsentatio Quadrati inscripti IHGM (§. 42).

SCHOLIION.

45. Ex resolutione hujus Problematis intelligitur, quomodo fiat Projectio earum figurarum, quibus aliæ inscriptæ sunt.

PROBLEMA VII.

46. Pavimentum lapidibus quadratis directe positis stratum in Tabulam projicere.

RESOLUTIO.

1. Latus AB in Lineam Terræ DE translatus dividatur in tot partes æquales, quot sunt lapides Quadrati in una serie.
2. Ex singulis divisionum Punctis ducantur rectæ ad Punctum Principale V, & ex A ad Punctum K distantia recta AK, itemque ex B ad Punctum distantia alterum L recta LB.
3. Per Puncta intersectionum Linearum respondentium agantur rectæ usque ad rectas AV & BV utrinque producendæ.

Erit *AfgB* Apparentia pavimenti AFGB.

DEMONSTRATIO.

Quoniam $AB=BG$ & BG ad AB perpendicularis (§.98 78. *Geom.*); si BG ex B in Lineam Fundamentalem DE trans-

fertur, cadet G in A. Ductis adeo rectis VB & KA; erit *g* Repræsentatio Puncti G (§.33). Eodem modo apparet, esse *f* Apparentiam ipsius F, adeoque *fg* ipsius FG (§.34). Quare cum de singulis non modo rectis integris, sed etiam earum partibus idem ostendatur; patet *AfgB* esse Projectionem pavimenti AFGB. *Q. e. d.*

PROBLEMA VIII.

47. Circuli apparentiam exhibere.

Tab. II.
Fig. 14

RESOLUTIO.

- I. Si Circulus fuerit minor
 1. Circumscribatur eidem Quadratum (§.351 *Geom.*).
 2. Ductis Diagonalibus & Diametris *ha* & *de* ad Angulos rectos sese interfecantibus agantur rectæ *fg* & *bc* Diametro *de* parallelæ.
 3. Per *b* & *f*, itemque per *c* & *g* agantur rectæ Lineæ Terræ DE in Punctis 3 & 4 occurrentes.
 4. Ad Punctum Principale V ducantur rectæ VI, V3, V4, V2, & ad Puncta distantia L & K rectæ L2 & KI.
 5. Denique Puncta intersectionum *a, b, d, f, h, g, e, c* connectantur Arcubus *ab, bd, df* &c.

Erit *abdfhgca* Apparentia Circuli.

II. Si Circulus fuerit major

1. Super medio Lineæ Terræ AB describatur Semicirculus, & ex quotlibet Punctis Peripheriæ C, F, G, H, I &c. demittantur ad Lineam Terræ perpendiculares C1, F2, G3, H4, I5 &c.

Tab. III.
Fig. 15.

L 3

2. Ex

2. Ex Punctis A, 1, 2, 3, 4, 5 &c. B ducantur rectæ ad Punctum Principale V, item recta ex B ad Punctum distantiae L & alia ex A ad Punctum distantiae K.
3. Per communes interfectiones agantur rectæ ut in resolutione præcedente: ita nimirum habebuntur Punctorum A, C, F, G, H, I, B repræsentationes in *a, c, f, g, h, i, b* (§. 46); adeoque
4. Tandem ut ante Puncta ista Arcubus connectantur, ut habeatur Projectio Circuli, *acfghibihgfca*.

SCHOLION.

48. *Hinc apparet non modo quomodo Curvilinea Figura quæcunque in Tabulam projici possit; sed & qua ratione pavementum lapideibus quibuscunque stratum Perspective delineari debeat. Caterum hinc quoque elucet, quanti sit usus Quadratum in Perspectiva. Etenim in secundo quoque casu utimur revera Quadrato in certas areolas diviso & Circulo circumscripto, licet id (ne superfluum quidpiam fieret) in Plano Geometrico non fuerit delineatum, quemadmodum etiam in eodem brevitatis gratia Semicirculum loco Circuli delineavimus in altero casu.*

PROBLEMA IX.

Tab. III. Fig. 16. 49. *Pentagonum regulare in Tabulam projicere, quod habet limbum latiore lateribus parallelis terminatum.*

RESOLUTIO.

- I. Ex singulis Angulis Pentagoni exterioris A, B, C, D, E demittantur ad Lineam Terræ TS perpendiculares Ao, B1, C2, D3, E4, & ut in superioribus transferantur in Lineam Terræ, ex 1, 2, 3, 4 in B, C, D, E.
2. Puncta 1, 2, 3, 4 connectantur cum

Puncto Principali V; Puncta vero B, C, D, E cum Puncto distantiae K; ita communes interfectiones determinabunt Apparentiam Pentagoni exterioris (§. 33).

3. Quodsi jam ab Angulis interioribus G, H, K, L, I similiter perpendiculares G0, H5, K6, I7, L8 demittantur & reliqua ut ante fiant; Pentagonum quoque interius repræsentabitur (§. cit.).

Repræsentatur adeo Pentagonum ABCDE cum suo limbo.

SCHOLION I.

50. *Hoc Problema ideo apposuimus, ne deesset exemplum, in quo figura projicienda limbo lato terminatur.*

SCHOLION II.

51. *Ceterum in genere notandum, si Objecti magnitudo quoad singulas partes una cum altitudine & distantia Oculi in numeris detur; constructionem Figuræ Geometricæ juxta scalam Geometricam fieri, & ex eadem Punctum Principale una cum Punctis distantiae determinari.*

SCHOLION III.

52. *Neque semper opus est, ut Figura Objectiva sub Linea Terræ delineetur. Sane ad Quadratorum & Pavimentorum Projectionem eadem commode caremus. Si tamen necessaria fuerit sed spatium desit, in quo delineari possit; seorsim delineatur cum Linea Terræ & divisiones inventæ in Lineam Terræ transferuntur, quæ in Tabula ducta est.*

SCHOLION IV.

53. *Si quis in Puncto Principali & Puncto distantiae fila alliget atque ad Puncta divisionum Lineæ Terræ extendat; communis interfectio filorum citra confusionem, quæ ex multitudine Linearum ducendarum sæpius metuenda, dabit Projectionem Puncti uniuscujusque. Sufficit quoque fila tantummodo applicari.*

CAPUT III.

De Scenographia.

THEOREMA III.

54. *Altitudo Objectiva ML est ad Perspectivam IK, ut aggregatum ex distantia illius & distantia Oculi à Tabula MS ad distantiam Oculi NS.*

DEMONSTRATIO.

I. Si ML Oculo directe objicitur, ita ut MS sit ad Lineam Terræ DE perpendicularis; erit MN distantia altitudinis Objectivæ ML, & NS distantia Oculi O à Tabula (§. 225. *Geom.*). Jam cum KN & OS sint ad MS perpendiculares, adeoque parallelæ inter se (§. 256. *Geom.*); erit $MS: NS = MO: KO$ (§. 268. *Geom.*). Et quia LM etiam perpendicularis ad MS (§. 225. 484 *Geom.*), adeoque ipsi IK live IN parallela (§. 256. *Geom.*); erit $MO: KO = LM: KI$ (§. 268. *Geom.*), consequenter $MS: NS = LM: KI$ (§. 167. *Arithm.*). *Q. e. d.*

II. Si altitudo PQ Oculo oblique objicitur, ita ut QS Tabulam fecet ad Angulos obliquos in H: eodem modo ostenditur, esse $QS: HS = PQ: VR$. Demittatur jam perpendicularis QT ad Lineam Terræ DE; erit ea distantia altitudinis à Tabula (§. 225. *Geom.*) & ob angulos verticales ad H æquales (§. 156. *Geom.*) $QT: QH = NS: HS$ (§. 267. *Geom.*). Cum adeo sit $QT: NS = QH: HS$ (§. 173. *Arithm.*) & componendo $QT + NS: NS = QS: HS$ (§. 190. *Arithm.*); erit etiam,

$QT + NS: NS = PQ: VR$ (§. 167. *Arithm.*). *Q. e. d.*

PROBLEMA X.

55. *Super Puncto C in Tabula dato erigere altitudinem Perspectivam datæ altitudini Objectivæ PQ convenientem.*

Tab. III. Fig. 18.

RESOLUTIO.

1. In Linea Terræ erigatur perpendicularis PQ, quæ sit altitudini Objectivæ datæ æqualis.
2. Ex P & Q ducantur ad Punctum quodvis in Linea Horizontali, veluti T, rectæ PT & QT.
3. Ex Puncto in Tabula dato C agatur recta CK Lineæ Terræ DE parallela, occurrens rectæ QT in K.
4. Erigatur in K super KC perpendicularis IK.

Dico IK esse altitudinem Scenographicam quæsitam.

DEMONSTRATIO.

Fiat SM æqualis compositæ ex distantia Oculi SN & distantia altitudinis objectivæ à Tabula NM. ducaturque recta QS, & præterea NG ipsi QM parallela; erit $SM: SN = SQ: SG$ (§. 268. *Geom.*) & ob parallelas KG & TS *per construct.* $SQ: SG = QT: KT$ (§. *civ.*), adeoque $SM: SN = QT: KT$ (§. 167. *Arithm.*). Quare cum etiam sit ob parallelas PQ & IK *per construct.* $QT: KT = PQ: IK$ (§. 268. *Geom.*); erit quoque $SM: SN = PQ: IK$ (§. 167. *Arithm.*), consequenter IK Scenographia

phia altitudinis Objectivæ PQ (§. 54).
Q. e. d.

PROBLEMA XI.

56. *Scenographiam Solidi cujuscunque exhibere.*

RESOLUTIO.

1. Basis Solidi investigetur Ichnographia Perspectiva (§. 33).
2. In singulis Punctis erigantur altitudines Perspectivæ (§. 55).

Ita Scenographia Solidi erit absoluta, nisi quod Umbra conveniens per Regulas Capitis sequentis adhuc sit superaddenda.

SCHOLIUM.

57. *Methodus hæc generalis est: ejus tamen applicatio in casu quolibet non æque manifesta. Consultum igitur est, ut aliquot Exemplis illustretur.*

PROBLEMA XII.

Tab. III. Fig. 19. 58. *Cubi ex angulo visi Scenographiam exhibere.*

RESOLUTIO.

1. Quoniam Cubi ex Angulo visi & Plano Geometrico insistentis Basis est Quadratum ex Angulo visum (§. 459 *Geom.*); delineetur in Tabula Perspectiva Quadratum ex Angulo visum (§. 42).
2. Latus Quadrati HI perpendiculariter erigatur in quocunque Puncto Lineæ Terræ DE, ducanturque ad Punctum quodlibet V Lineæ Horizontalis HR rectæ VI & VH.
3. Ex Angulis d, b & c ducantur $d2, c1$, ad Lineam Terræ DE parallelæ.
4. Ex Punctis 1 & 2 erigantur LI & M2 ad eandem perpendiculares.

5. Denique cum HI sit altitudo in a , LI in c & b , M2 in d erigenda (§. 55); excitentur in a ad aE perpendicularis af , in b & c perpendiculares bg & ce ad $bc1$, & tandem dh ad $d2$ normalis, fiatque $af=HI$, $bg=ec=LI$ & $dh=M2$. Quodsi Puncta g, h, e, f rectis connectantur; Scenographia erit absoluta.

PROBLEMA XIII.

59. *Prisma Quinquangulare cavum Scenographice delineare.*

RESOLUTIO.

1. Quoniam Prismatis Quinquangularis cavi & Plano Geometrico insistentis Basis est Pentagonum limbo instructum (§. 456 *Geom.*); investigetur Apparentia hujus Pentagoni super Tabula (§. 49).
2. Erigatur ut in Problemate præcedente ex quocunque Puncto H Lineæ Terræ DE perpendicularis HI, quæ sit altitudini Objectivæ æqualis & ducantur ad quocunque Punctum V Lineæ Horizontalis HR rectæ HV & IV.
3. Ex singulis Angulis a, b, d, e, c Ichnographiæ Perspectivæ, tam interioribus, quam exterioribus, ducantur rectæ cum Linea Terræ parallelæ $a1, b2, d3$ & ex Punctis 1, 2, 3 erigantur ad eas perpendiculares LI, M2, $m2, N3, n3$.
4. Quodsi hæc in Punctis Ichnographiæ respondentibus, ut in Problemate præcedente, excitentur; Scenographia erit perfecta.

PROBLEMA XIV.

60. *Cylindrum Scenographice representare.*

RESOLUTIO.

- II. 1. Quoniam Basis Cylindri, qua Plano Geometrico insistit, Circulus est (§. 466. *Geom.*); quærat^{14.}ur Circuli Apparentia (§. 47).
2. In Punctis *a, b, d, f, h, g, e, c* erigantur altitudines apparentes (§. 55): quod quia ex præcedentium Problematum resolutione manifestum, denuo hic non repetimus.
3. Quodsi Puncta sublimia earundem Lineis Curvis decenter connectantur, sicuti in Basi *abdfhgec* factum est; Scenographia Cylindri erit absoluta.

SCHOLIION.

61. *Illud per se patet, eas omittendas esse Lineas tum in Basi, tum in elevatione, que Oculo non obijciuntur, licet ab initio ad invenientas alias necessarias non sint negligenda. E. gr. in Scenographia Cubi ex angulo visi conspectui subducuntur in Basi rectæ bd & dc, in elevatione recta dh; Lineæ igitur istæ omittuntur. Quoniam tamen Punctum sublime h inveniri nequit, nisi in Ichonographia repertum fuerit Punctum d, neque rectæ gh & he duci possunt, nisi altitudine dh decenter elevata; in ipsa operatione non minus Apparentia Puncti d, quam altitudinis hd determinanda.*

PROBLEMA XV.

62. *Pyramidem delineare Basi insistentem.*

RESOLUTIO.

Sit e. gr. delineanda Pyramis Quadrangularis ex angulo visa.

- I. Quoniam Pyramidis Quadrangularis
Wolfsi Oper. Mathm. Tom. III.

Basi insistentis & ex angulo visæ Basis est Quadratum ex angulo visum (§. 572. *Geom.*); representetur Quadratum ex angulo visum (§. 42).

2. Ut habeatur Vertex Pyramidis, hoc est, Perpendicularum ex Vertice in Basin demissum (§. 227. *Geom.*), ducantur Diagonales se mutuo interfecantes in *e*. Porro
3. In quocunque Puncto B Lineæ Terræ DE erigatur altitudo Pyramidis BI, ductisque rectis BV & IV ad quodcunque Lineæ Horizontalis HR Punctum V.
4. Producatur Diagonalis *db*, donec Lineæ VB in *b* occurrat.
5. Ex *b* ducatur ipsi HI parallela *bi*, quæ ex Puncto *e* decenter elevata dabit Verticem Pyramidis *k*, consequenter Lineæ *dk, ka & kb* una determinantur.

DEMONSTRATIO.

Duo hic demonstranda sunt; nimirum I. altitudinem Pyramidis rectæ Re cadere in Punctum *e*, in quo Diagonales *ca & bd* se mutuo interfecant, hoc est, rectam *ke* esse ad utramque Diagonalem, consequenter ad Basin *dcba* perpendicularem (§. 484. *Geom.*): 2. Diagonalem *db* esse Lineæ Terræ DE parallelam (§. 55).

Quamvis prioris Demonstratio non tam ad Perspectivam quam ad Geometriam pertineat (illa enim supponit, quæ de Corporibus Geometricè consideratis vera sunt); quoniam tamen in nostris Geometriæ Elementis Demonstrationem non dedimus, eam hic dari æquum est. Cum itaque $ab = cd$ per
M by-

hypoth. & ob parallelas dc & ab (§.335. *Geom.*) $dce = cab$ (§. 233. *Geom.*), præterea verticales ad e sint æquales (§.156. *Geom.*); erit $dc = eb$ (§.252. *Geom.*). Quoniam porro $dk = bk$ per *hypoth.* & $ek = ek$; anguli ad e æquales sunt (§. 204. *Geom.*), consequenter ke ipsi db ad angulos rectos insistit (§.65. *Geom.*), adeoque ad db perpendicularis (§.78. *Geom.*). *Quod erat unum.*

Porro quia Puncta d & b in Plano Geometrico à Linea Terræ æqualiter distant (§.42); eorum distantia à Linea Terræ in Plano Perspectivo eandem rationem habent ad altitudinem Oculi (§.32), adeoque æquales sunt (§.177. *Geom.*). Est igitur db Lineæ Terræ DE parallela (§.81. *Geom.*).

SCHOLIUM.

63. *Hinc apparet, ut in Scenographia determinari possint Puncta sublimia, in Ichnographia Geometrica notanda esse Puncta, in quæ cadunt Perpendiculara ex angulis solidi in Planum Geometricum, cui insistere aut innitere supponitur, demissa.*

PROBLEMA XVI.

64. *Coni Scenographiam perficere.*

RESOLUTIO.

- Tab. I. Quoniam Basis Coni Circulus est
II. (§.467. *Geom.*); quærat^rur Apparen-
Fig. 14. tia Circuli (§.47).
2. Quærat^rur porro, ut in Problemate precedente, altitudo in Centro, si Conus re^{ct}us fuerit, vel in Diametro continuata erigenda, si fuerit obliquus, & inventa decenter elevetur.
 3. Puncta denique Curvæ cum sublimi altitudinis connectantur ut supra (§.61).

PROBLEMA XVII.

65. *Pyramidem truncatam delineare.*

RESOLUTIO.

Sit e . gr. delineanda Pyramis truncata Quinquangularis.

1. Quodsi à singulis angulis in Basi superiori concipiantur demissa Perpendiculara in inferiorem; prodibit Pentagonum inscriptum Pentagono Basi, cujus latera eidem parallela: id quod revera coincidit cum Pentagono, quod limbo latiore instructum; adeoque per Probl. 9. delineari potest (§.49).
2. Erecta altitudine Pyramidis truncatæ IB determinentur altitudines Scenographiæ in Punctis a, b, c, d, e elevandæ. Quodsi
3. Puncta sublimia f, g, h, i, k re^{ct}is connectantur, tandemque
4. Re^{ct}æ kl, fm, gn ducantur; Scenographia Pyramidis truncatæ erit perfecta.

COROLLARIUM.

66. Quodsi in Plano Geometrico delineentur duo Circuli concentrici & reliqua deinde fiant ut in Problematis resolutione; Scenographia Coni truncati perficietur.

SCHOLIUM.

67. *Quodsi Pyramis truncata esset concava, sed Plana interiora sub eodem vel alio angulo ad Basin magis inclinarentur, quam exteriora; demissis perpendicularibus ex singulis angulis tam exterioribus, quam interioribus, Ichnographia Geometrica X constabit ex quatuor figuris inter se similibus, quarum latera sunt parallela. Facile autem parabitur Ichnographia Geometrica ex supposita Solidi sectione $CFHA$ in qua demissis perpendicularibus CE & FG , habentur distantia parallelorum laterum AE, EG, GH .*

PROBLEMA XVIII.

68. *Tetraëdri super angulo solido ita constitui, ut Basis sit Plano Geometrico parallela, Scenographiam perficere.*

RESOLUTIO.

1. Quoniam Basis Tetraëdri Triangulum æquilaterum est (§. 475. *Geom.*); demissis perpendicularibus Ichnographia Geometrica constabit Triangulo æquilatero ACB, cujus Punctum medium E una notandum, ut inveniri possit in Scenographia Punctum *e*, cui Tetraëdri Vertex insistere debet.
2. Quærat Apparentia *acb* (§. 38) &
3. Determinentur altitudines *db* vel *ag* & *cb* (§. 55): quibus datis, reliqua facile perficiuntur.

SCHOLIION.

69. *Quodsi Octaëdram super uno angulo solido in Plano Geometrico constituatur; ex reliquis demissis perpendicularibus ad idem Planum, Quadratum prodibit ex angulo visum: quod cum facile delineari possit (§. 42), nec difficilis erit Scenographia Octaëdri in dato situ.*

PROBLEMA XIX.

70. *Prisma cavum delineare, quod super uno Planorum lateralium consistat.*

RESOLUTIO.

1. Sit ABDEC sectio Prismatis. Quodsi HI ducatur ipsi AB, intervallo latitudinis Planj cui insistit, parallela & ex singulis Angulis tam internis, quam externis demittantur perpendicularares: Parallelogrammum sic divisum erit Ichnographia Geometrica, quæ Lineæ Terræ ita subjecta,

ut sit ipsi parallela, facile in Tabulam projicitur (§ 46). n.2.

2. Ut habeantur altitudines Angulorum tam externorum, quam internorum Scenographicæ; in H erigatur more consueto perpendicularis HI & in eam transferantur altitudines veræ H1, H2, H3, H4, H5.
3. Quodsi jam ex Puncto quocunque Lineæ Horizontalis V ducantur rectæ VH, V1, V2, V3, V4, V5, five VI & reliqua fiant more consueto; reperientur altitudines Anguli interni 1 = aa, interni 2 = bb, externi 3 = cc, interni 4 = dd, externi denique 5 = ee: quæ si suis locis decenter eleventur; Scenographia sine difficultate perficitur.

PROBLEMA XX.

71. *Super Pavimento erigere Parietes, item Pilas atque Columnas.* Tab.V. Fig.27.

RESOLUTIO.

1. Repræsentetur Pavimentum AFH3 in Tabula, una cum Basibus Columnarum atque Pilarum, si quæ adfuerint (§. 46).
2. In Lineam Terræ transferatur crassities muri BA, & 3. 1.
3. Ex A & B, itemque ex 3 & 1 erigantur perpendicularares AD & BC, item 3. 6 & 1. 7.
4. Puncta D & 6 connectantur cum Principali V rectis DV & 6V.
5. Ex F & H erigantur perpendicularares FE & HG.

Ita Parietes omnes ADEF, EGHF & G6. 3. H erunt delineati (§. 55).

6. Quodsi Pilæ aut Columnæ erigendæ, non alia re opus est, quam ut ex earum Basibus vel Quadratis, vel Circularibus in Planum Perspectivæ (§. 46. 47.) projectis excitentur perpendiculares indefinitæ & in Linea fundamentali, ad quam pertingit Radius FA per Basin transiens, erigatur altitudo vera AD, ducta enim ut ante DV, altitudines Scenographicæ determinabuntur.

S C H O L I O N.

72. *Quæ de Pilarum & Columnarum elevatione dicuntur, multo clariora evadent, ubi per Regulas Architectonicas suo loco inferius tradendas paretur Ichnographia Pavimenti Geometrica & per generalem Regulam Perspectivæ in Planum Perspectivum projiciatur. Sed cum hæc non difficilia sint ei, qui Regulas Architectonicas cognitæ atque perspectas habet (eas enim in hisce delineationibus supponit Perspectiva ad Ichnographiam Pavimenti Geometricam rite consociendam) & Methodum Perspectivæ generalem sibi familiarem reddidit; præter necessitatem Figurarum numerum non multiplicamus.*

P R O B L E M A XXI.

Tab.V.
Fig.27.

73. *Januam in Pariete Scenographicè representare.*

R E S O L U T I O.

I. Sit Janua delineanda in Pariete DEFA.

1. In Lineam Fundamentalem transferatur ejus ab angulo A distantia AN, una cum latitudinibus Postium NI & LM atque latitudine ipsius Januæ LI.
2. Ad Punctum distantia K ex singulis Punctis N, I, L, M ducantur rectæ KN, KI, KL, KM, quæ latitudinem Januæ li, atque Postium latitudines in & lm determinabunt.

3. Ex A in O transferatur altitudo Januæ AO & ex A in P altitudo Postium AP.
 4. Jungantur O & P cum Puncto principali V rectis PV & OV.
 5. Tandem ex n, i, l & m erigantur perpendiculares, quarum mediæ io à recta OV in o, extremæ autem à recta VP in p secantur.
- Et hac ratione Janua cum suis Postibus erit delineata.

II. Si Janua delineanda sit in pariete EFHG, eodem fere modo singula peragenda. Nam

1. In Lineam Terræ transferatur AR distantia Januæ ab Angulo in Plano Geometrico & inde ulterius latitudo Januæ RT.
2. Ex R & T ducantur rectæ ad Punctum principale V, ut habeatur latitudo rs in Plano Perspectivo.
3. Ex r & t erigantur perpendiculares indefinitæ ad FH.
4. Ex A in O transferatur ut ante altitudo AO vera.
5. Denique ex O ducatur ad Punctum principale V recta OV interfecans EF in Z & fiant rr atque tt ipsi FZ æquales.

Ita Janua rrtt erit delineata: nec difficulter adduntur Postes.

S C H O L I O N.

74. *Nihil in his contineri, nisi applicationem Methodi generalis Perspectivæ, experietur qui, Ichnographia adificii Geometrica juxta Regulas Architecturæ parata, Scenographiam juxta illam exhibere tentaverit. Unde peculiaribus Demonstrationibus opus non est.*

T H E O R E M A XXII.

75. *In Parietum Scenographia Fenestras rite representare.*

R E S O.

RESOLUTIO.

Qui Januas repræsentare noverit, Fenestras quoque facile addet; neque enim alia re præterea opus est, quam ut altitudo inferior seu ejus à Pavimento distantia accedat. Ne tamen quicquam prætermisisse videamur, integram delineationem hic apponimus.

1. Ex I in 2 transferatur crassities muri ad Fenestram, ex 3 in 4 ejus ab Angulo 3 distantia & ex 4 in 5 ejus latitudo.
2. Ex 4 & 5 ducantur ad Punctum distantia L rectæ L 5 & L 4, quæ latitudinem Fenestræ Perspectivam IO. 9 designabunt.
3. Ex IO & 9 erigantur ad pavementum perpendiculares, hoc est, ducantur ipsi 6. 3 parallelæ indefinitæ.
4. Ex 3 in II transferatur distantia Fenestræ à pavimento 3. II, & ex II in 12 ejus altitudo II. 12.
5. Denique ex II & 12 ducantur ad Punctum Principale rectæ V. II & V. 12, quæ perpendiculares IO. 13 & 9. 14 in 13 & 14; itemque in 15 & 16 interfecantes Apparentiam Fenestræ exhibebunt.

SCHOLION.

76. Hinc satis intelligunt attenti, quid facto opus sit, si res quæcumque super Pavimento utcumque elevata, repræsentanda.

PROBLEMA XXIII.

77. Fores apertas Scenographice repræsentare.

RESOLUTIO.

Quoniam Fores, dum aperiuntur, Semicirculum describunt; Janua delineata (§. 73).

1. Repræsentetur in Tabula Semicirculus *ecd*, cujus Centrum *a* (§. 47).
2. In eo notetur Punctum *c* & inde erigatur perpendicularis indefinita *cf*.
3. Per *c* & *a* agatur recta *ca*, quæ continuata Horizontalem in O secat.
4. Denique ex Puncto O per *b* ducatur recta *bf*.

Sic factum est, quod petebatur.

SCHOLION I.

78. Ne Semicirculi descriptio tediosa sit; Ichnographiam pariter ac Pavimentum in areolas quadratas dividi consultum est. Quod si enim observes, per quam quadratula transeat Semicirculus in Plano Geometrico, facile in Quadratis respondentibus Plani Perspectivi delineabitur. Immo si notetur, in quonam Quadrato & quonam hujus loco sit Punctum *c* in Plano Geometrico; idem Punctum sine Projectione Semicirculi invenietur in Perspectivo.

SCHOLION II.

79. Dum Fenestræ aperiuntur Semicirculus in libero aere describitur. Fingitur itaque super Fenestra Planum Horizontale, in quod projicitur Semicirculus, & ne imaginatio turbetur, Planum invertitur.

SCHOLION III.

80. Puncta illa, quale est O, in Linea Horizontali, quæ ad res irregulariter per Planum Perspectivum dispersas repræsentandas loco Puncti Principalis adhibentur, dicuntur Puncta Accidentalita.

PROBLEMA XXIV.

81. Scenographiam Objecti cujuscunque mechanicè perficere.

RESOLUTIO.

1. Tabula Vitrea quadrata subscudibus Tab. I. inclusa oblinatur aqua, in qua non-*Fig. 2.* nihil gummi solutum.

2. Ubi rursus arefacta fuerit, Objecto delineando ita objiciatur, ut per Dioptram EH integrum conspiciatur.
3. Quæcunque in Tabula Vitrea comparent, atramento ibi delineentur, ubi comparent.
4. Denique delineatione absoluta Tabulæ apprimatur charta madefacta.

Ita enim futurum, ut, quæ super Vitro delineata sunt, chartæ imprimantur.

SCHOLIUM.

82. *Hæc Praxis non contemnenda admnicula affert iis, qui Arti Pictoriæ student: multa enim observant ad rem attenti, quæ alias non facile succurrerent.*

CAPUT IV.

De Apparentia Umbrae.

PROBLEMA XXV.

83. *D*ata Apparentia Corporis Opaci & Luminosi per Radios divergentes radiantis, e. gr. lampadis, candelæ aut facis accensæ; invenire Apparentiam Umbrae.

RESOLUTIO.

1. A Luminoso, quod instar Puncti consideratur, adeoque ex ejus medio demittatur perpendicularis ad Tabulam hoc est, quærat Apparentia Puncti, in quod cadit perpendicularis ex medio Luminis in Planum Geometricum ducta.
2. A singulis Angulis Corporis seu Punctis sublimibus demittantur itidem perpendiculares ad Planum: quod revera jam factum est, ubi Scenographia Corporis quæsitæ, vi Capituli præcedentis.
3. Puncta, in quæ incidunt hæ perpendiculares, connectantur Lineis rectis cum Puncto, in quod cadit Perpendicularum ex Luminoso demissum, in plagam Luminoso oppositam continuandis.

4. Denique per Puncta sublimia ex Centro Luminosi ducantur rectæ priores interfecantes.

Dico in Punctis intersectionum finiri Umbram.

DEMONSTRATIO.

Quoniam AB & CD ad Planum perpendiculares, per *hypoth.* erunt etiam ad rectam DE perpendiculares (§. 484. *Geom.*). Quare cum $CD > AB$, per *hypoth.* recta CA cum DB convergit (§. 83. *Geom.*). Hinc quia Umbra in Plano ibi terminatur, ubi Radius extremus CE id attingit (§. 46. 125. *Optic.*); intersectio E rectarum CA & DB definit longitudinem Umbrae, quam projicit recta AB. *Q. e. d.*

SCHOLIUM.

84. *Ut Methodi universalis vis rectius percipiatur, non inconsultum esse ducimus, uno alteroque exemplo eandem illustrare.*

PROBLEMA XXVI.

85. *Dato Luminoso L; Prismatis ABCFED Scenographice delineati Umbram projicere.*

RESOLUTIO.

Cum AD, BE & CF sint ad Planum perpendiculares & LM itidem ad idem perpendicularis, *per hypoth.* (datur enim Lumen, si detur ejus altitudo LM); ducantur rectæ MG & MH per Puncta D & E.

Per Puncta sublimia A & B ducantur rectæ LG & LH priores in G & H interfecantes.

Quoniam in G terminatur Umbra rectæ AD, & in H Umbra rectæ BE (§. 83), Imbræ vero rectarum omnium reliquarum, quæ in dato Prismate concipere licet, intra hos terminos coercentur; erit GDEH Apparentia Umbra à Prismate projectæ.

SCHOLIION I.

86. Eodem prorsus modo determinatur Umbra omnium Prismatum & Cylindrorum ad Planum Perspectivum rectorum.

SCHOLIION II.

87. Umbra rectæ CF omittitur, quia cadit intra Basin solidi: id quod & in similibus casibus observandum.

PROBLEMA XXVII.

88. Pyramidis Triangularis Basi insistentis & Scenographice representata Umbra projicere, dato lumine L.

RESOLUTIO.

1. Per Apparentiam Puncti E, in quod cadit Perpendicularum ex Vertice D in Basin demissum, per Scenographiam dati, ducatur ad Punctum N, in quo terminatur perpendicularis LN ex Lumine demissa, recta NM.
2. Ex L per D ducatur alia recta LM; erit in M terminus Umbrae, quam Vertex D projicit (§. 83).

3. Quodsi ulterius à Puncto M ducantur rectæ BM & CM; quoniam omnes Radii latus DB stringentes in BM terminantur, & qui per latus DC appellant, in recta CM desinunt: erit Triangulum BMC Apparentia Umbrae à Pyramide DABC projectæ.

PROBLEMA XXVIII.

89. Determinare Umbra Tetraëdri Tab.V. Vertici insistentis & Scenographice delineati. Fig. 33.

RESOLUTIO.

1. Cum per Scenographiam in Tabula dentur Puncta E, F, G, quibus Puncta sublimia A, B, C perpendiculariter imminent; ob Lumen datum vero Punctum I; per singula Puncta E, F & G ducantur ad I rectæ IK, IL & IM.
2. Porro ex H ducantur per A, B & C rectæ HK, HL & HM. Erit LKDM Umbra quæsitæ.

PROBLEMA XXIX.

90. Determinare Umbra Pyramidis ACDB Scenographice representatæ, in aliud Opacum super Tabula erectum RSQP projectam. Tab.V. Fig. 32.

RESOLUTIO.

1. Quæratum Umbra in pavementum projecta BMC (§. 88).
2. Ex Puncto T, ubi recta EM Opacum RQ secat, erigatur perpendicularis TO secans LM in O.
3. Denique ducantur ex *c* & *b* rectæ *c*O & *b*O. Erit *b*O*c* pars Umbrae in Opacum PRSQ projecta.

SCHO-

SCHOLIION.

91. *Hinc simul intelligitur, quid factò opus sit, si Opacum fuerit humilius Radio DM: erit enim pars Umbræ boc, e. gr. Trapezium bdec.*

PROBLEMA XXX.

Tab. VI. Fig. 34. 92. *Determinare Umbram Prismatici ACBFED in aëre penduli.*

RESOLUTIO.

1. Demittantur ex angulis F, E & D perpendiculares ad pavementum DN, EH, FI.
 2. Ex Punctis N, H & I ad Punctum M, quod ob Lumen datum L datur, ducantur rectæ OM, IM & KM.
 3. Porro ex L per A & B ducantur rectæ OL & KL, itemque ex L per F & E rectæ PL & QL.
- Erit O K Q P Apparentia Umbræ (§. 83).

SCHOLIION.

93. *Quoniam Sol per Radios ad sensum parallelos radiat (§. 94. Optic.); que de Umbræ Projectione hætenus dicta sunt, ad Solarem applicari nequeunt. Cum tamem Umbrarum Solarium usus sit frequentior, quam ceterarum, de earum quoque Projectione Regule nonnullæ sunt tradendæ & ne prolixiores esse cogamur, ad casum superiorem reducendæ.*

PROBLEMA XXXI.

Tab. V. Fig. 35. 94. *Data altitudine Solis supra Horizontem; determinare Umbram Cubi ABCD Scenographice delineati & Tabule insistentis, Solis Radiis eidem Tabule parallelis incidentibus.*

RESOLUTIO.

1. Quoniam Sol radiat per Radios parallelos (§. 94. Optic.), Radium autem Plano Tabulæ paralleli existunt; per hypoth. per angulos solidi singulos agantur rectæ inter se & cum Tabula seu Linea Terræ parallelæ HL, EK & FG.
2. Per angulos superiores aut Puncta sublimia A, B, D agantur rectæ AK, BL, DI cum perpendicularibus AG, BH, DF constituentibus angulos complemento altitudinis Solis, seu ejus à Vertice distantis, æquales KAG, LBH, & IDF.

Cum enim anguli K, L & I sint altitudini Solis æquales (§. 241. Geom.); erunt L, K & I termini Umbræ à Cubo projectæ.

SCHOLIION.

95. *Casus hic facillimus est: in quo supponitur, Solem esse in Plano Tabulæ. Facilius tamen adhuc erit operatio, si supposueris Solem 45 gradibus supra Horizontem esse elevatum: tum enim Umbræ longitudinem FI altitudini DF æqualem esse constat (§. 148. Optic.).*

THEOREMA IV.

96. *Si recta DC ex Oculo D in Tabulam ducta sit Lineæ Objectivæ AB parallela; hujus Apparentia FE in Tabula producta transibit per Punctum C.*

DEMONSTRATIO.

Quoniam CD, utpote ipsi AB parallela, cum ea in eodem Plano est; omnes rectæ à Punctis singulis Rectæ Objectivæ AB ad Punctum quodcunque

que rectæ CD ductæ erunt in eodem Plano ACDB. Lineæ igitur AB Apparentia FE est in interfectione Tabulæ & Plani ACDB (§. 22). Ergo EF in Tabulâ producta necessario rectæ DC occurrit in Puncto C, ubi Tabulam secat. *Q. e. d.*

COROLLARIUM.

97. Quoniam CD est parallela omnibus Lineis Objectivis, quæ in Plano Geometrico ipsi AB parallelæ sunt (§. 495. *Geom.*); Apparentiæ parallelarum productæ omnes in eodem Puncto C concurrere debent.

PROBLEMA XXXII.

98. Sole ultra Tabulam constituto, data ejus distantia à Plano Verticali & altitudine super Plano Geometrico, in quo Corpus constituitur; exhibere Apparentiam Umbrae ejusdem Corporis Scenographice representati.

RESOLUTIO.

1. Ex Puncto Principali V erigatur VA ad Lineam Horizontalem NR perpendicularis & distantia Oculi VL æqualis.
2. Fiat in A angulus VAB distantia Solis à Plano Verticali æqualis.
3. In B erigatur perpendicularis indefinita BD, factaque BC=BA fiat angulus C altitudini Solis æqualis, ut habeatur Punctum D.
4. Quodsi jam quæretur Apparentia Umbrae, quam projicit Punctum sublime H; demissa perpendiculari HI, ad Planum Perspectivum, ducatur per I recta KIB & per H recta DHK.

Wolfii Oper. Mathem. Tom. III.

Dico IK esse Apparentiam Umbrae quæsitam, adeoque Umbram Corporis cujuscunque reperiri ut in Problematis superioribus, si Puncto D utamur tanquam medio Puncto candelæ, & B tanquam Puncto, cui illud perpendiculariter imminet.

DEMONSTRATIO.

Quoniam AV ad NR perpendicularis & angulus VAB distantia Solis à Plano Verticali, VA vero distantia Oculi à Tabula æqualis, per construct. si Triangulum BAV concipiatur elevari, donec Plano Geometrico sit parallelum, erit VA in Plano Verticali (§. 10); adeoque Radius BA ex Oculo A versus Solis plagam tendens in eodem Plano, in quo hæret Centrum Solis. Quare cum Radius Solis IK, per Punctum I transiens & ab Opaco in Plano Geometrico interceptus, sit in eodem Plano (§. 125. *Optic.*), & Triangulum BAV parallelum Plano Geometrico, per hypoth. erit BA Radio isti Parallela, adeoque hujus Apparentia IK in Tabula in Puncto B cum Linea Horizontali NR concurrat (§. 96). Jam cum omnes Radii intercepti seu Umbram Puncti sublimis terminantes in Plano Geometrico sint inter se paralleli (§. 94. *Optic.*), adeoque etiam paralleli rectæ AB Triangulo AVB ut ante elevato (§. 495. *Geom.*); omnes illorum Radiorum Apparentiæ in Puncto B concurrere debent. Exhibet adeo Punctum B in Tabula Punctum, in quod cadit perpendicularis ex Centro Solis demissa. *Quod erat unum.*

N

Quodsi

- n. 1. Quodsi Triangulum DCB concipiamus normaliter erectum super Triangulo BAV, quia $BC = BA$ & angulus C altitudini Solis æqualis *per construct.* Radius CD ad Centrum Solis dirigitur & Triangulum ipsum DBC in eodem Plano est, in quo Centrum Solis hæret, *per demonstrata.* Quare cum Radius transiens per Punctum sublime H sit in eodem Plano & cum recta ipsi AB parallela angulum ipsi C, hoc est, altitudini Solis æqualem efficiat; erit etiam DC parallela eidem Radio. Sit enim AB ipsi KI parallela & $o = x$. Ducta perpendiculari GK, erit $y = u$ (§. 78. 241. *Geom.*), adeoque AD ipsi HK parallela (§. 255. *Geom.*). Ergo Apparentia rectæ HK in Tabula continuata per Punctum D transit (§. 96). Quoniam vero Radii Solares per Puncta sublimia transeuntes & in Planum Geometricum incidentes sunt paralleli (§. 94. *Optic.*), adeoque & paralleli rectæ DC, Triangulo, prouti directum est, elevato, omnes illorum Radiorum Apparentiæ in Puncto D concurrere debent. Exhibet adeo Punctum D Centrum Solis in Tabula. *Quod erat alterum.*

SCHOLIUM.

99. Ne Imaginatio in concipienda Demonstratione negotium facessat; Planum Geometricum & Perspectivum inter se probe distinguenda vi Imaginationis, quoties fieri debet.

PROBLEMA XXXIII.

100. Sole ante Tabulam constituto, data ejus distantia à Plano Verticali & altitudine super Horizonte seu Plano Geometrico, in quo Corpus constituitur; exhibere Apparentiam Umbra ejusdem Corporis Scenographice representati.

RESOLUTIO.

1. Ex Puncto principali V erigatur VA ad Lineam Horizontalem HR perpendicularis & distantia Oculi æqualis.
2. Fiat in A angulus VAB distantia Solis à Plano Verticali æqualis, nempe versus dexteram intuentis, si Sol versus lævam consistat.
3. In B erigatur perpendicularis indefinita factaque $BC = BA$ fiat angulus C altitudini Solis æqualis, ut habeatur Punctum D.

Erit B Punctum, in quo concurrunt rectæ per Puncta ductæ, in quæ cadunt Perpendiculara ex sublimibus demissa, & D Punctum, in quo concurrunt, quæ per sublimia ducuntur: adeoque, his datis, reliqua peraguntur ut in superioribus Problematibus.

DEMONSTRATIO.

Quemadmodum constructio, ita etiam Demonstratio eadem est, quæ Problematibus præcedentis, nisi quod Radius per Solem & Oculum ductus CD infra Lineam Horizontalem HR cum Tabula concurrere debet; quia ante eam, adeoque à tergo Spectatoris, positus supponitur. Quamobrem cum Centrum Solis in Tabula exhiberi non possit, ejus loco exhibetur Punctum D in Meridiano inferiori eidem oppositum & Punctum B exhibet locum, in quem cadit Perpendicularum ex Puncto Centro Solis opposito demissum. Unde & si Sol à tergo intuentis Tabulam constituatur, Triangula, quibus Puncta ista determinantur, describuntur versus dexteram, Sole versus sinistram constituto,

SCHOLIION.

101. *Exempla non addimus, quia datis Punctis B & D, reliqua ex superioribus satis manifesta sunt. Id tamen moneri non inconsultum ducimus, quantitates rectarum VB & BD extra Tabulam investigari & inventas in eam transferri posse, ne multitudo Linearum operationem confundat.*

PROBLEMA XXXIV.

102. *Data Scenographia Fenestræ atque Corporis; Umbra Apparentiam exhibere, quam projicit ad Lumen Fenestræ.*

RESOLUTIO.

1. Ex medio Fenestræ E, itemque ex angulis A & B demittantur perpendiculares EF, AC, BG; & EF continetur in D, ut habeatur altitudo Fenestræ ED.
2. Ex tribus Punctis C, F & G ducantur rectæ per singula Puncta inferiora, in quæ nempe cadunt Perpendiculara

ex Punctis sublimibus demissa, ut in superioribus.

3. Per Puncta sublimia ducantur rectæ ex E & D.

Ita nimirum per rectas ex E ductas determinabitur Umbra plena, hoc est, nullo Lumine per Fenestram directe radiante perfusa, & per rectas ex D ductas Umbra diminuta, Lumine nempe aliquo diluta: prout ex superioribus satis intelligitur.

SCHOLIION I.

103. *Si quæ Lineæ caderent intra ambitum aliarum, ex omittuntur.*

SCHOLIION II.

104. *Possset quoque Umbra in Plano Geometrico delineari & instar Figurarum aliarum per Regulas Capite Secundo traditas in Tabulam projici: Sed cum ea Methodus præter necessitatem prolixitate molesta accideret, peculiare ea de re Regulas exhibere debuimus.*

CAPUT V.

De Anamorphosis, seu Projectionibus Monstrosis.

DEFINITIO XIX.

105. *A Namorphosis, seu Projectio Monstrosa est deformatio Imaginis in Plano aut Superficie alicujus Corporis, quæ ex certo intervallo visa formosa apparet.*

PROBLEMA XXXV.

106. *Anamorphosin in Plano perscrere.*

RESOLUTIO.

1. Construatur Quadratum ABCD ar-

bitrariæ magnitudinis, & latere AB in partes quotcunque æquales diviso, in areolas quadratas minores resolvatur. Quadratum hoc *Craticulam Prototypi* appellant.

2. In hoc Quadrato delineatur Prototypon seu Imago deformanda; in his enim praxibus supponitur Ars delineandi communis.

3. Ducatur Linea *ab* in tot partes æquales divisa, in quod divisum est latus Prototypi AB, eidemque lateri æqualis.

n. r.

4. In medio E erigatur perpendicularis EV eo longior, quo deformior apparere debet Imago.
5. Ad EV ducatur perpendicularis VS eo minor, quo deformior Imago apparere debet.
6. A singulis divisionum Punctis ducantur ad V Lineæ rectæ, & Puncta a atque S jungantur itidem recta aS.
7. Per Puncta, c, e, f, g agantur rectæ ipsi ab parallelæ; erit abcd Craticula Ectypi.
8. Per singulas areolas Craticulæ Ectypi disperse, quæ in respondentibus areolis Craticulæ Prototypi delineata conspiciuntur.

Ita obtinebis Imaginem difformem, quæ Oculo, intervallo EV ab ea distanti & per altitudinem VS supra eam elevato, formosa apparebit (§. 209. *Optic.*).

SCHOLION. I.

207. *Jucundius accidit spectaculum, si Imago deformata non merum chaos, sed aliam Imaginem ab ea diversam, quæ hoc artificio deformata fuit, exhibeat: id quod majorem Artificis peritiam requirit, nec Regulis commode comprehendi potest. Necessè est, ut quis multiplici Experientia edoctus didicerit, quam formam induant Objecta distincte percepta, ubi partes quædam minores in unum confuse non amplius conspiciantur.*

SCHOLION II.

108. *Neque vero opus est, ut Quadratum deformatum sit Craticulæ æquale; sufficit in areolis homologis fieri projectionem.*

SCHOLION III.

109. *Mechanice Anamorphosin perficies, si Prototypon acu hinc inde perforatum candelæ aut lampadi accensæ opponas, & Puncta, in quæ Rádii per foramina delapsi inci-*

*dunt, in Plana vel Curva Superficie Imaginem deformatam exceptura notes. Errant autem, qui Radiis Solaribus ad hoc artificium utuntur, quia hi sunt paralleli (§. 94. *Optic.*) adeoque nullibi concurrunt: quod tamen fieri necesse est in loco, ubi Oculus collocandus.*

SCHOLION IV.

110. *Lumine tamen Solari commode utimur ad Imaginem formosam Prototypo dato similem in superficie quacunque delineandam. In Tabula scilicet, super qua Prototypon expansum aut erectum, duo insiguntur styli ejusdem altitudinis, si Ectypon Prototypo æquale esse debet, vel diversa, si unum altero majus desideratur: quo factò, Tabula Soli ita objicitur ut situ ejus lente mutato Umbra styli unius per singula lineamenta Prototypi oberret. Dum enim Umbra styli alterius per similes vias in superficie quacunque eidem opposita incedit; notatis vestigiis, Ectypon Prototypo simile delineabitur Si Umbra displicet, apici styli affige orbiculum exiguo foramine per-tusum, ut Radius lucidus Penicilli vices sustineat.*

THEOREM V. XXXVI.

III. *In Superficie Coni convexa Anamorphosin perficere.*

RESOLUTIO.

Ex Problemate præcedente satis apparet, non alia re opus esse, quam ut Craticula Ectypi paretur in Superficie Coni, quæ Oculo Vertici ejus in debita distantia admoto appareat Craticulæ Prototypi æqualis. Igitur.

1. Basis Coni ACBD per Diametros dividatur in Sectores quocunque æquales, Peripheria nempe in partes quocunque æquales divisa.
2. Radius unus dividatur quoque in aliquot partes æquales & ex Centro per singula divisionum Puncta

du-

Ta
V.
Fig.

n.

- ducantur Circuli Concentrici. Ita Craticula Prototypi erit perfecta.
3. Dupla Diametro AB tanquam Radio describatur Quadrans EFG, ut Arcus EG sit integræ Peripheriæ æqualis (§. 412. *Geom.*), & Quadrans ipse complicatus superficiem Coni exhibeat, cujus Basis est Circulus ACBD.
 4. Arcus EG dividatur in tot partes æquales, in quot Peripheria Craticulæ Prototypi divisa, & ex Centro F ad singula divisionum Puncta ducantur Radii.
 5. Producatur GF in I, donec FI = FG, quia Oculus tanto intervallo super Verticem Coni elevari debet, quanto intervallo Vertex à Centro Basis abest, dum Imago in superficie Coni deformata formosa spectari debet: ex Centro I Radio IF ducatur Quadrans FKH, ex I vero ad E recta IE, ut habeatur angulus, sub quo videtur latus Coni, Radium Basis exhibiturum Oculo super Vertice Coni rite elevato.
 6. Arcus KF dividatur in tot partes æquales, in quot Radius Craticulæ Prototypi divisus, & per singula divisionum Puncta ducantur Radii ex Centro I ipsi EF in 1. 2. 3 &c. occurrentes.
 7. Denique ex Centro F Radiis FI, F2, F3 &c. describantur Arcus Concentrici. Ita habebis Craticulam Ectypi, cujus singulæ areolæ videntur inter se æquales (§. 209. *Optic.*).
 8. Quodsi igitur ea, quæ in singulis

areolis Craticulæ Prototypi delineata sunt, in areolas Craticulæ Ectypi transferas; Imago deformabitur: Oculo autem super Vertice Coni ita elevato, ut Centrum ejus sit in Axe Coni, distet autem tanto intervallo à Vertice Coni, quanto intervallo hic à Centro Basis abest, formosa apparebit.

COROLLARIUM I.

112. Quodsi in Craticula Prototypi subtenfas Quadrantum & in Craticula Ectypi subtenfas quartarum partium ducas, reliquis omnibus manentibus iisdem, habebis Craticulas ad Anamorphosim in Pyramide Quadrangulari perficiendas. Hinc vero ulterius intelligitur. quomodo Imago deformari possit in Pyramide quacunque alia, cujus Basis est Polygonum quoddam regulare.

COROLLARIUM II.

113. Si Quadrantem HFI. invertas, ita ut Radius sit in E ad FE perpendicularis, reliqua vero omnia fiant ut ante; Craticula prodibit Imaginis in superficie concava Coni deformandæ: spectatur enim, Oculo Basi opposito.

Tab. VI.
Fig. 41.
n. 2.

SCHOLION.

114. Quia Oculus magis hallucinatur, si ex Objectis contiguis de distantia partium in Imagine deformata judicare nesciverit, Imagines istiusmodi deformatae per exiguum foramen adspici debent, ut solæ in intuentis Oculum incurrant.

SCHOLION: II.

115. Notandum vero, eodem artificio, quo Imaginem ope Luminis Solaris delineari possit

posse in Plano docuimus (§. 110), nos quoque uti posse in deformandis Imaginibus in Superficie alicujus Coni vel Pyramidis. Etenim ad Tabulam, cui duo styli infiguntur, verticaliter erigitur Tabula alia, & in ejus parte una describitur Prototypon, cui opponitur stylus unus; in parte altera ad Planum Tabulæ ejusdem verticaliter affigitur Corpus, in

cujus Superficie Imago deformata dispergenda. Cetera deinde fiunt, ut paulo ante præcepimus. Schemata nec hic apponimus, nec superius dedimus, quia facile absque Schematibus intelliguntur, quæ hic præcipiuntur. Non igitur opus est, ut Figuræ præter necessitatem multiplicentur.

FINIS PERSPECTIVÆ.

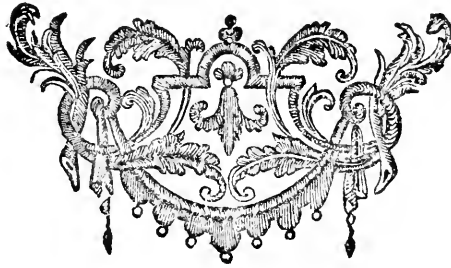


FIG. PERSPECT. TAB. I.

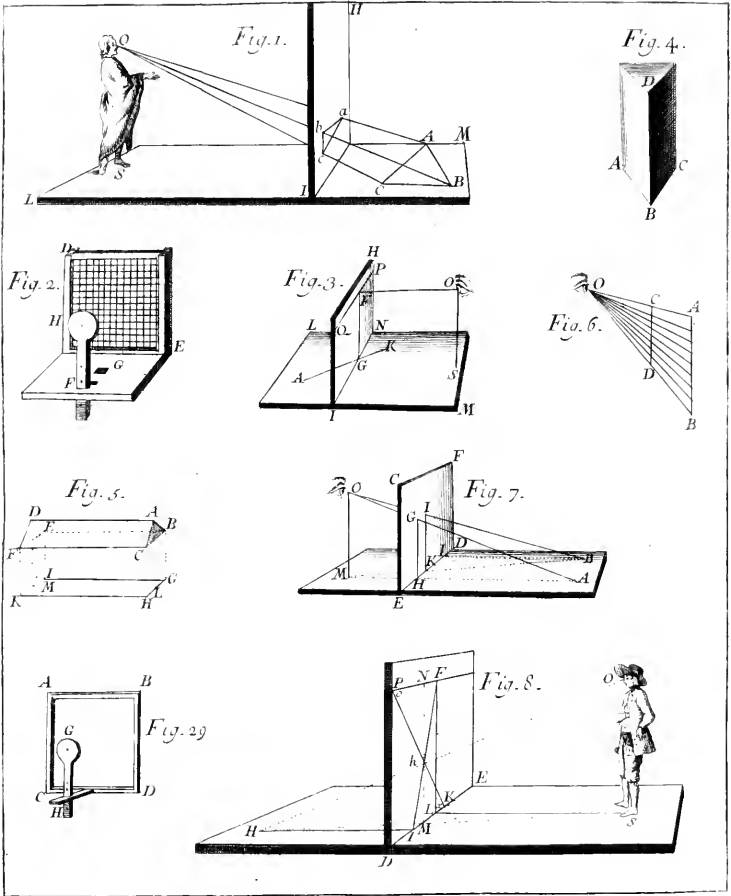


FIG. PERSPECT. TAB II

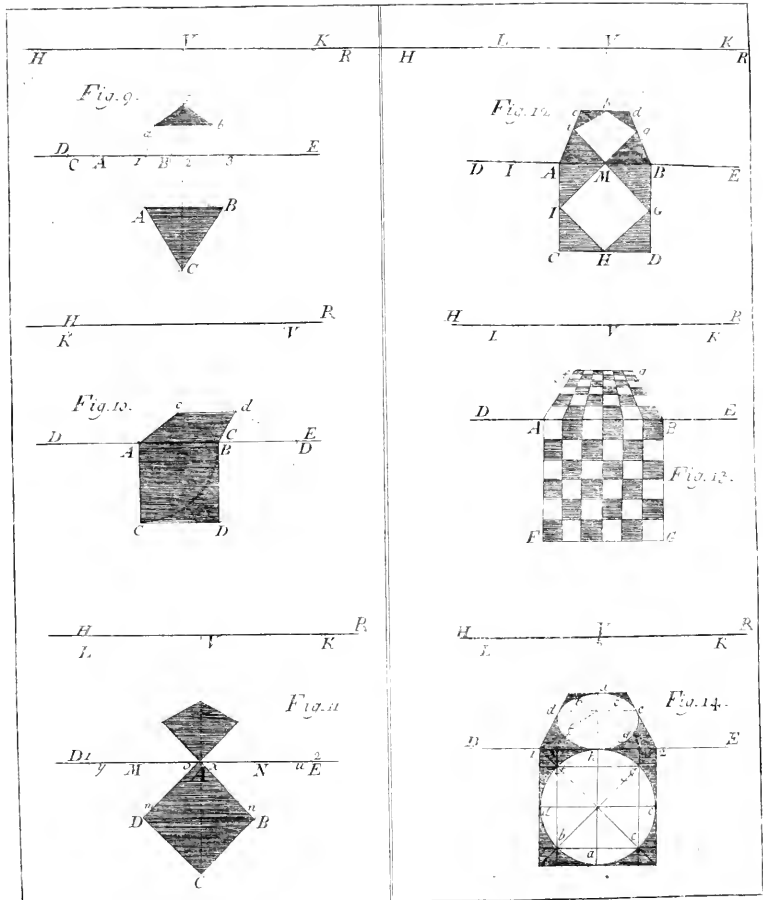


FIG. PERSPECT. TAB.III.

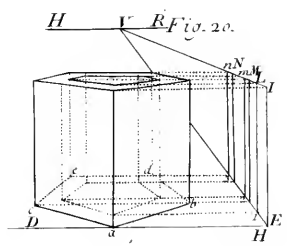
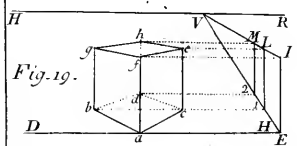
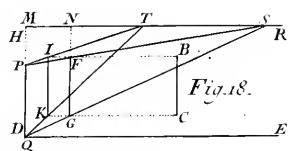
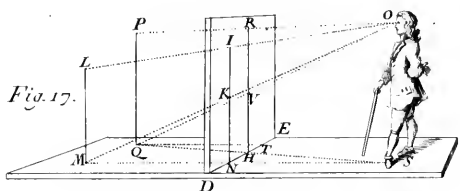
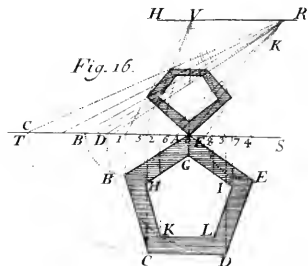
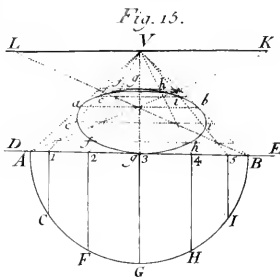




FIG. PERSPECT. TAB. IV.

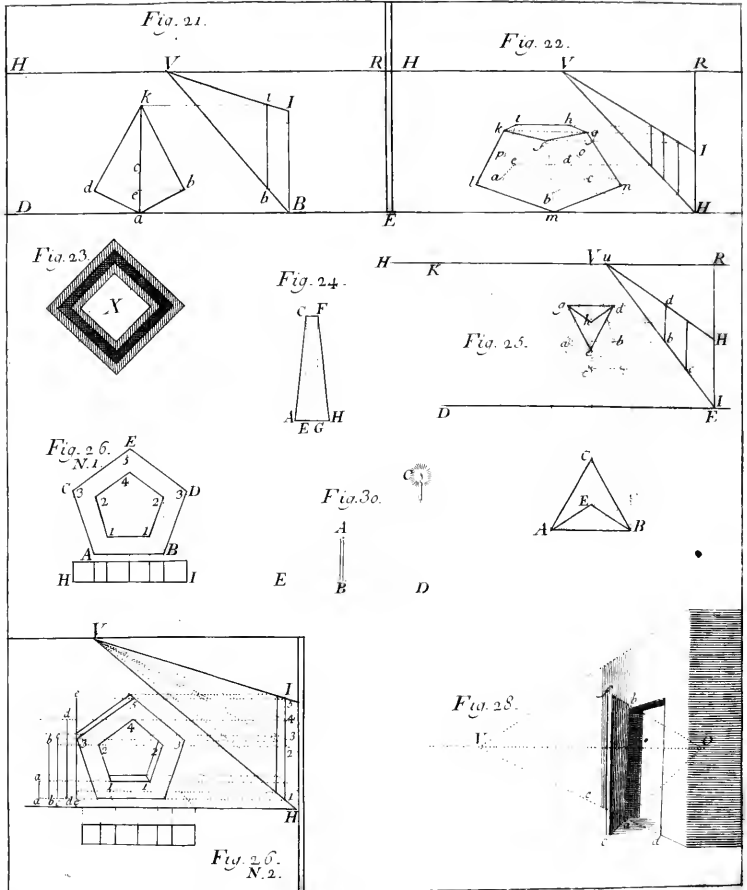




FIG. PERSPECT. TAB. V.

Fig. 27.

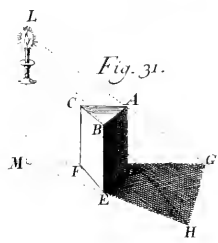
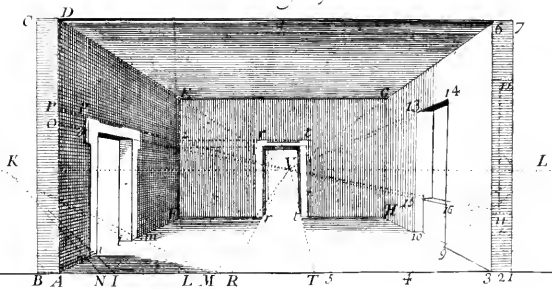


Fig. 31.

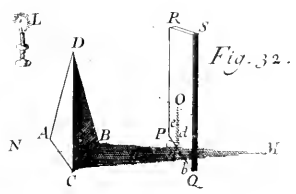


Fig. 32.

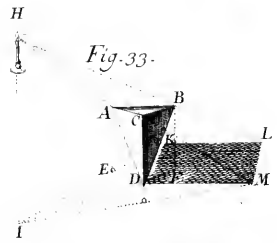


Fig. 33.

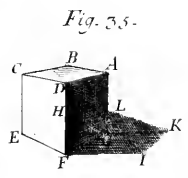


Fig. 35.



FIG. PERSPECT. TAB. VI.

Fig. 38.

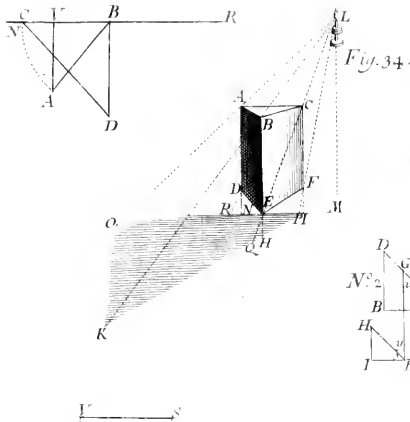


Fig. 36.

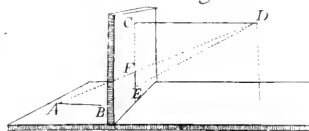


Fig. 37.

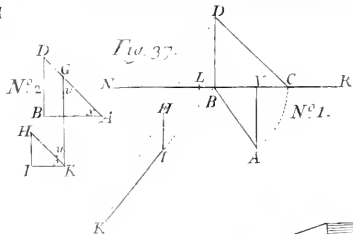


Fig. 40.
N^o 1

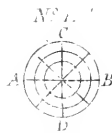
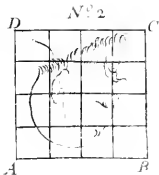
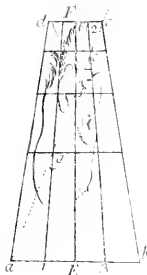


Fig. 39.

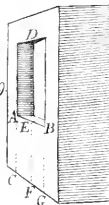
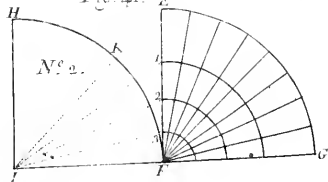
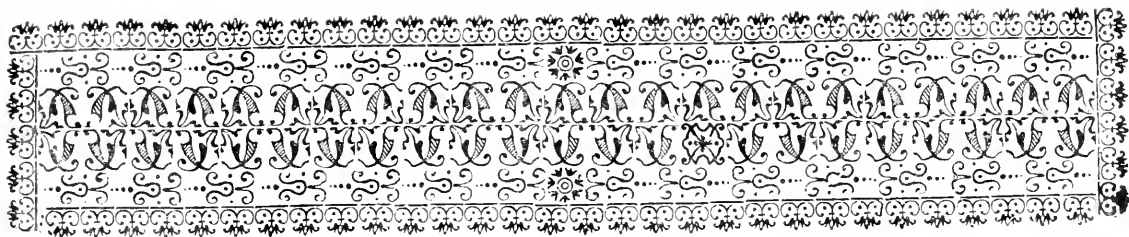


Fig. 41.





ELEMENTA CATOPTRICÆ.

P R Æ F A T I O.



Singularia prorsus sunt Speculorum Phænomena: quorum alia, quia quotidiana, vilescunt, alia vero, quia in vulgus minus nota, in admirationem rapiunt Spectatores. Neque sine ratione mirum videtur, multitudinem Objectorum per ingens spatium diffusam videre, ubi spatium nullum est; videre item Objecta in libero aëre pendentia, ubi nihil prorsus adesse tactu experimur; immo videre Objecta nunc justo majora, nunc minora, nunc formosa, nunc difformia. Qui Opticæ Principia cognita atque perspecta habent, Phænomenorum istorum rationes generales haud difficulter perspiciunt. Radii scilicet à Speculis reflexi speciem Objecti ad Oculum ferunt, quia per Reflexionem cum aliis non confunduntur †: tale autem Objectum spectandum exhibent, quale foret, si per eosdem Radios
 in.

† Optic. S. 76.

in Oculum radiaret , qui à Speculo reflexi in eum illabuntur *. Id vero expressius docet Catoptrica , Reflexionem Luminis in omni Superficierum politarum genere ad examen revocans. Explicabimus itaque naturam Reflexionis in Speculis tam Planis, quam Convexis & Concavis. Ultra Superficies tamen Sphæricas, Cylindricas & Conicas non multum progrediemur, quia Specula aliis figuris prædita hætenus parare fere nesciunt Artifices. Quemadmodum vero Praxin Theoriæ constanter conjunxi in Disciplinis anterioribus; ideo quoque consultum duxi, ut singulorum Speculorum fabricam una exponerem variosque eorum usus ostenderem. A multis præjudiciis animum liberat Catoptrica, Experimentis ad promovendam Scientiam naturalem conducentibus ansam præbet, maximas ad vitam jucunditates affert. Magis delectabit hoc studium si omnis generis Specula fuerint ad manus, ut quæ de eorum effectibus demonstrantur, Experimentis confirmari possint. Hæc vero Experimenta animo insinuabant rationem connubii inter Rationem atque Experientiam ritè instituendi: id quod maximi usus est in omni Scientiarum genere & ad certitudinem Scientiarum firmitatemque assensus plurimum conducit.

ELEMEN.

* Optic. §.347.

ELEMENTA CATOPTRICÆ.

CAPUT PRIMUM.

De Fundamentis Catoptricæ.

DEFINITIO I.

I. **C**ATOPTRICA seu *Specularia* est Scientia Visionis Reflexæ.

DEFINITIO II.

2. *Visio Reflexa* est, quam efficit Radius Reflexus à Speculo.

DEFINITIO III.

3. *Speculum* est omne Corpus politum & Lumini impervium.

SCHOLION.

4. Ita Aqua in puteis & fluminibus profundis in Speculorum numero habetur & Metalla polita, quæ præsertim obscuriorem habent colorem, in Specula abeunt.

DEFINITIO IV.

5. *Speculum Planum* est, quod Planam habet superficiem.

DEFINITIO V.

6. *Speculum Convexum* est, quod Convexam habet superficiem. Per Speculum Convexum Autores ordinariè intelligunt Sphæricè Convexum.

DEFINITIO VI.

7. *Speculum Concavum* est, quod Concavam habet superficiem. Per Speculum Concavum Autores ordinariè intelligunt Sphæricè Concavum.

Wolffii Oper. Mathm. Tom. III.

DEFINITIO VII.

8. *Speculum Sphericum* est, quod superficiem habet Sphæricam. Estque vel *Convexum*, vel *Concavum*.

DEFINITIO VIII.

9. *Speculum Cylindricum* est, quod habet superficiem Cylindricam. Estque vel *Convexum*, vel *Concavum*.

DEFINITIO IX.

10. *Speculum Conicum* est, quod habet superficiem Conicam.

DEFINITIO X.

12. *Speculum Parabolicum* est, quod habet superficiem Conoidis Parabolici; *Hyperbolicum* vero, quod superficiem Conoidis Hyperbolici habet.

DEFINITIO XI.

12. *Speculum Ellipticum* est, quod habet superficiem Sphæroidis Elliptici.

DEFINITIO XII.

13. *Punctum incidentiæ* est Punctum Speculi B, in quod incidit Radius AB à Puncto radiante A emanans. Vocatur idem *Punctum Reflexionis* respectu Radii BC, qui inde reflectitur. Tab. I.
Fig. 1.

DEFINITIO XIII.

14. *Radius incidens* vel *Linea incidentiæ* est recta AB à Puncto radiante A

O

ad

Tab. I. ad Punctum incidentiæ B ducta, per Fig. I. quam Lumen ad Speculum propagatur.

DEFINITIO XIV.

15. *Radius reflexus* vel *Linea reflexionis* est recta BC, per quam Lumen à Puncto reflexionis reverberatur.

DEFINITIO XV.

16. *Cathetus incidentiæ* est recta AF à Puncto radiante A ad Speculum DE perpendicularis.

DEFINITIO XVI.

17. *Cathetus reflexionis* est recta CG à quocunque Radii reflexi BC Puncto C ad Speculum DE perpendicularis. Vocatur etiam *Cathetus Oculi*.

DEFINITIO XVII.

18. *Cathetus obliquationis* est recta HB ad Speculum DE in Puncto incidentiæ vel reflexionis B perpendicularis

DEFINITIO XVIII.

19. *Angulus incidentiæ* ABD est Angulus minimus, quem efficit Radius incidens cum Speculo, vel, si Speculum Convexum aut Concavum, cum tangente in Puncto incidentiæ.

SCHOLION.

20. Nimirum Radius incidens AB duos efficit cum Speculo angulos, alterum acutum ABD, alterum obtusum ABE; interdum utrumque rectum. Angulus minor ABD dicitur Angulus incidentiæ.

DEFINITIO XIX.

21. *Angulus reflexionis* CBE est Angulus minimus, quem efficit Radius reflexus CB cum Speculo, vel, si id Convexum aut Concavum, cum tangente in Puncto reflexionis.

DEFINITIO XX.

22. *Inclinatio incidentis Radii* est Angulus ABH quem efficit Radius incidens AB cum Catheto obliquationis HB.

DEFINITIO XXI.

23. *Inclinatio Radii reflexi* est Angulus CBH, quem efficit Radius reflexus CB cum Catheto obliquationis HB.

THEOREMA I.

24. Si Lumen à Speculo quocunque reflectitur, Angulus incidentiæ est æqualis Angulo reflexionis.

DEMONSTRATIO.

Cum in omni motu reflexo Angulus incidentiæ sit æqualis Angulo reflexionis (§. 557. *Mechan.*); etiam in motu reflexo Luminis Angulus incidentiæ Angulo reflexionis æqualis sit necesse est. Q. e. d.

COROLLARIUM I.

25. Radius igitur Luminis HB perpendiculariter incidens in superficiem Speculi DE in seipsum reflectitur (§. 79. *Geom.*).

SCHOLION I.

26. Veritatem Theorematis Experientia clarissime loquitur. Quodsi enim Speculo quocunque Radius Solaris per exiguum foramen in locum obscurum intronissus excipiat, non sine jucunditate videbis ipsum ita resilientem, ut Angulo incidentiæ Angulus reflexionis æqualis sit. Idem multis adhuc aliis modis experiri poteris. E. gr. Si super Speculo DE collocetur Semicirculus F i G, ita ut centrum ejus sit in B & superficies ad Speculum perpendicularis; sumtisque Arcibus æqualibus Fa & Gc in A collocetur Objectum, in C vero Oculus; Objectum per Radium reflexum a Puncto B videbitur. Quod si Punctum B tegatur, non amplius videri poterit.

SCHOLION

SCHOLIUM II.

27. *Poterat igitur hæc Lex Reflexionis sine probatione Axiomatis instar assumi. Quemadmodum vulgo ab Opticis fieri solet.*

COROLLARIUM II.

28. Ab uno Speculi Puncto non possunt reflecti plures Radii ad unum Punctum: forent enim omnes Anguli incidentiæ eidem Angulo reflexionis CBG (§. 24), adeoque etiam inter se æquales (§. 87. *Arithm.*): quod est absurdum (§. 84. *Arithm.*).

COROLLARIUM III.

29. Radius unus AB in duo vel plura Puncta reflecti nequit: forent enim omnes Anguli reflexionis eidem Angulo incidentiæ ABF æquales (§. 24). Quod esse absurdum, patet ut ante.

THEOREMA II.

30. *A quolibet Puncto Speculi reflectuntur Radii à qualibet Objecti parte incidentes.*

DEMONSTRATIO.

A quolibet Objecti Puncto in Speculi Punctum quodlibet Radius incidit (§. 60. *Optic.*). Quare cum Radii incidentes reflectantur (§. 51. *Optic.*); à quolibet Puncto Speculi reflectuntur Radii à qualibet Objecti parte incidentes. *Q. e. d.*

COROLLARIUM I.

31. Cum ab uno Puncto Speculi Radii à diversis Objecti radiantis Punctis incidentes in unum Punctum reflecti nequeant (§. 28); Radii, qui à diversis Objecti radiantis Punctis emanarunt, per reflexionem rursus separantur. Quilibet igitur Punctum, unde emanavit, videre facit (§. 76. *Optic.*).

SCHOLIUM.

32. *En rationem, cur Radii à Speculo reflexi spectanda exhibeant Objecta. Unde simul intelligitur, Corpora aspera ita reflectere de-*

*bere Lumen, ut Radii à diversis Objectorum Punctis illapsi confundantur: id quod ob diversimode alternantes eminentias & cavitates (§. 935. *Mechan.*) accidere necesse est.*

COROLLARIUM II.

33. In singulis Speculi Punctis duæ sunt Pyramides, altera incidens, altera reflexa, quarum communis Vertex est in Puncto incidentiæ & reflexionis, Basis incidentis in Objecto, Basis vero reflexæ continuo fit major.

THEOREMA III.

34. *Si Oculus C & Punctum radians Tab. I. A loca permutent, Punctum in Oculum Fig. 1. eodem, quo ante, tramite radiabit.*

DEMONSTRATIO.

Si enim Objectum ex A in C transfertur: in Punctum reflexionis pristinum B adhuc radiabit (§. 60. *Optic.*). Quare cum inter duo Puncta C & B nonnisi unica recta esse possit (§. 170. *Geom.*) & Radii per Lineas rectas represententur (§. 46. *Optic.*); qui ante erat reflexionis, nunc incidentiæ erit Radius CB (§. 14. 15). Quoniam itaque sub eodem Angulo reflectitur, quo incidit (§. 24); qui ante erat incidentiæ Radius, nunc erit Radius reflexionis (§. 19. 21). Objectum igitur in C translatum, in Oculum in A constitutum adhuc radiat per rectas CB & BA. *Q. e. d.*

COROLLARIUM.

35. Objectum igitur per Radium reflexum AB perinde videtur ab Oculo in A constituto, ac si ipse in C, Objectum in A poneretur.

SCHOLIUM.

36. *Cum Theorematis veritas Experientia facillime confirmari possit, quidam id instar Principii cum EUCLIDE assumunt & inde*

Tab. I. *Legem Reflexionis hunc in modum demonstrant.*
 Fig. 1. *Sit Angulus incidentiæ Angulo reflexionis major, erit $ABF > CBE$. Facta igitur translatione Oculi & Objecti, Angulus CBE fiet Angulus incidentiæ, adeoque $CBE > ABF$ per hypoth. Idem adeo Angulus ABF & major, & minor est altero CBE . Quod cum sit absurdum, ABF ipso CBE major esse nequit. Idem absurdum sequitur, si ponamus Angulum incidentiæ minorem esse Angulo reflexionis. Quoniam itaque Angulus incidentiæ nec major, nec minor esse potest Angulo reflexionis, eidem utique æqualis erit.*

OBSERVATIO I.

37. *Si ad Speculum quodcunque applicetur Planum aliquod ad Angulos rectos & Dioptra, cujus foramen in eo existit, Soli obvertatur; videbis Radium reflexum esse in eodem Plano. Similiter si in loco obscuro Radium Solarem per exiguum foramen transmissam Speculo immoto excipias & Planum ad Punctum incidentiæ ita applices, ut Radius incidentiæ non minus, quam reflexionis in Plano isto existat; re examinataprehendes, Planum illud esse ad Speculum rectum. Concordat cum his Experimentiis ea, quam supra (§. 26) alium in finem attulimus.*

COROLLARIUM I.

38. *Apparet adeo, Planum reflexionis, in quo nempe Radius incidens & reflexus existit, esse ad superficiem Speculi perpendicularare & in Speculis Sphæricis transire per Centrum.*

COROLLARIUM II.

39. *Cathetus adeo tam incidentiæ, quam reflexionis est in Plano reflexionis (§. 16. 17).*

SCHOLIUM.

40. *Quod Planum reflexionis sit ad Speculum perpendicularare, exemplo EUCLIDIS atque ALHAZENI tanquam Experientia satis clarum, sine Demonstratione assumere malimus, quam rationibus non satis evidentibus stabilire.*

OBSERVATIO II.

41. *Si ad Speculum sive Planum, sive Sphæricum erigatur Stylus ad angulos rectos; Imagini suæ in directum jacet, etiam cum extra Speculum Concavum in aëre apparet. Quod si Stylus Punctum aliquod Objecti extremitate sua attingat, ejusdem Puncti Imago videbitur in Imagine extremitatis styli.*

SCHOLIUM.

42. *Hac Experientia permoti Veteres, Principii instar assumerunt, Imaginem Objecti in Speculo visi esse in Catheto incidentiæ. Quare cum certum sit, eandem esse in Radio reflexo (§. 326. Optic.); tandem intulerunt, eam apparere in concursu Radii reflexi & Catheti incidentiæ. Neque vero negandum est, id verum esse universaliter in Speculis Planis & Sphæricis Convexis, nec minus plurimum in Speculis Sphæricis Concavis; pauci tamen dantur casus, in quibus Regula fallit; quemadmodum dudum monstravit KAPPLERUS (a) Sed videntur Veteres ob casum illum rariorem, ubi exceptionem patitur, non degerere voluisse Principium, per quod reliqua Catoptrica Phenomena demonstrantur. Ne tamen aliquid assumpsisse videamur, quod veritati consentaneum non sit, de singulis Speculorum generibus sigillatim demonstrabimus, an & quibus conditionibus positis Principium verum sit.*

CAPUT

(a) In Parallipon. ad Vitellionem Prop. 18 p. 70.

CAPUT II.

De Speculis Planis.

PROBLEMA I.

43. *T*abulam Vitream polire, unde Speculum Planum confici possit.

RESOLUTIO.

1. Tabula Vitrea gypso agglutinetur Tabula Lignæ Horizontaliter positæ, quæ loco suo dimoveri nequit.
2. Tabulæ Lignæ minori agglutinetur Tabula Vitrea alia. Huic in parte postica affixa sit Cista, ut Tabula lapidibus aliisque ponderibus onerari possit.
3. Tabula Vitrea prior arena per cribrum trajecta, ne inæqualia nimis sint grana, & aqua conspergatur, quantum ad extrictionem sufficere judicatur.
4. Tabula Vitrea posterior sive minor majori superimponatur & huc illucque agitetur, donec una alteram complanaverit.
5. Cum aliqualis planities apparet, arena adhibeatur subtilior, & ubi hæc in pulvem conversa, Tabulæ solæ, aqua tantum affusa cum pulvere Smyridis contriti crassiori, se invicem fricent.
6. Quando ad polituram aptæ, ab omnibus impuritatibus aqua affusa purgentur, ne ullus arenæ aut Smyridis pulvisculus remaneat, polituram depravaturus.

7. Parallelepipedum Ligneum, cujus longitudo aliquoties latitudinem excedit, inferius materia piliari obducatur & eidem materia, qua ad poliendum uteris (e. gr. terra Tripolitana vel Stannum ustum) aqua contemperata inducatur.
8. Tandem parallelepipedum Tabulæ appressum huc illucque agitetur, donec ea perfectam politiem nacta fuerit.

SCHOLION I.

44. *Smyride si uti volueris, in pulverem contritus aquæ immittendus & cum palo ligneo agitandus. Postquam crassiores particule ad lævigandum ineptæ fundum petierunt; aqua in aliud vas transfunditur, in quo subtiliores subsident: quo factò in tertium decantatur, ut adhuc subtiliorem pulverem nanciscaris. Immo in quartum ex tertio effundi debet, donec etiam omnium subtilissimi pulvisculi in fundo collecti conspiciantur. Ita nimirum diversæ subtilitatis Smyridem adipisci licet, quo ad lævigandum successive utendum.*

SCHOLION II.

45. *Specula minora super Tabula Plana ferrea primum exteruntur & deinde eodem modo, quo majora, lævigantur.*

SCHOLION III.

46. *Difficillimum vero est Tabulis Vitreis perfectam planitiem inducere: quod experientia edocti non diffitentur, qui Vitris Planis expoliendis operam dedere, ita ut HENNELIUS (a) majus artificium judicet su-*

O 3. *perfi-*

(a) In Prolegom. Selenogr. f. 14.

perficiem Vitri exacte Planam, quam Cavam reddere. Et hinc raro reperiuntur Specula perfecta planitie prædita, ut adeo exacte Imagines Objectorum non representent.

SCHOLIION IV.

47. Ad poliendas Tabulas majores Artifices Specularii utuntur Machina politoria, cujus descriptionem Problemate sequente tradimus.

PROBLEMA II.

Tab. I. 48. Machinam politoriam conf-
Fig. 2. trueret.

RESOLUTIO.

1. Cylindro AB rota radiata C instructo & verticaliter erigendo infigatur Axis curvatus ferreus DE.
2. Axi DE immittatur annulus ferreus F & huic quatuor Hastæ ferreæ FG applicentur, utrinque in uncum deficientes.
3. Construantur quatuor Quadrangula HKLI ex tribus Regulis Ligneis HL, LI & IK & Cylindro HK atque Regulis transversis KL & HI; sitque Quadrangulum circa axem Cylindri HK mobilis.
4. In medio Regulæ LI infigatur uncus M, cui inferatur uncus Hastæ FG, ita ut Cylindro AB circumactò Quadrangulum HKLI nunc protrudatur, nunc retrahatur.
5. Eidem Regulæ LI in Superficie exteriori affigantur duo annuli & iis inferantur unci Hastarum ferrearum NO, ad quas applicandum est Lignum politorium PQ.
6. Baculi RS extremum alterum R Instrumento politorio, alterum vero S trahi infigatur.

7. Denique ad Machinam agitandam utendum est Rotis dentata ab, stellata cd, radiata de & aquaria fg, vel aliis modis structura varianda pro diversa potentia applicatione, uti docuimus in Mechanicis, Cap. 14.

Quodsi enim Tabulam Vitream Lignæ TV gypso agglutinatum & ad polituram dispositam Ligno politorio subjicias; Machina Lignum politorium huc illucque trahendo Tabulam expoliet.

PROBLEMA III.

49. Ex Tabulis Vitreis levigatis Specula Plana conficere.

RESOLUTIO.

1. Super Tabula Lignea expandatur charta bibula & pulvere cretaceo conspergatur: quo factò, bractea Stanea super charta exactissime explicetur.
2. Affundatur Mercurius pede leporino aut gossypio per bracteam æqualiter distribuendus.
3. Bractæ penna purgatæ imponatur charta munda & huic Tabula Vitrea linteo mundo absterfa.
4. Manu sinistra Tabula Vitrea apprimatur & dextra charta lente extrahatur: quo factò Tabula charta crassiori tecta pondere oneretur, ut superfluum Mercurii arceatur & Stanum Speculo certius adhæreat.
5. Ubi exsiccatum fuerit, pondus removeatur: eritque Speculum Planum confectum.

SCHOLIION.

50. Aliqui Mercurii unciam unam admiscunt uncia dimidia Marchasitæ ad ignem liquefactæ &

et ne Mercurius in fumum abeat, in aquam frigidam infundunt, frige factam per linteum triplicatum aut per corium, ex quibus caligae fieri solent, urgent. Sunt etiam qui quartam unciae partem Plumbi, itemque Stanni Marchasitæ addunt, celerius Specula ut exsiccentur.

THEOREMA IV.

51. In Speculo Plano quodlibet Objecti Punctum A videtur in concursu B Catheti incidentiæ AB & Radii reflexi CB.

DEMONSTRATIO.

Sint duo Radii reflexi CD & FE, quos supponamus in eundem Oculum illabi: vel, si distantia Oculorum tanta fuerit, quanta Radiorum, in F & C, DC in Oculum sinistrum, FE in dextrum radiet. Quoniam angulus CDG = EDB (§. 156. *Geom.*) & CDH = ADG (§. 24); erit quoque ADH = CDG (§. 88. *Arithm.*) = EDB (§. 87. *Arithm.*). Porro HEF = DEB (§. 156. *Geom.*) & HEF = AEG (§. 24); ergo BED = AEG (§. 87. *Arithm.*). Quoniam igitur AEG & ADE duobus rectis minores (§. 240. *Geom.*), etiam BED & BDE duobus rectis minores, consequenter Radii reflexi FE & CD concurrunt in B (§. 262. *Geom.*), estque DB = DA (§. 251. *Geom.*). Quare cum etiam sit angulus BDG = CDH (§. 156. *Geom.*), & ADG = CDH (§. 24), adeoque BDG = ADG (§. 87. *Arithm.*) Erunt quoque anguli ad G æquales (§. 179. *Geom.*), adeoque AB ad HG perpendicularis (§. 79. *Geom.*), hoc est, AB est Cathetus incidentiæ (§. 16). Concurrunt itaque Radii reflexi FE & CD cum Catheto incidentiæ AB in eodem Puncto B. Itâ ergo in

Oculum radiat Punctum A, ac si Coni Tab. I. Optici Vertex esset in B (§. 336. *Optic.*). Fig. 3. Quamobrem Punctum radians A videtur in B, hoc est, in concursu Catheti incidentiæ cum Radio reflexo (§. 348. *Optic.*). Q. e. d.

COROLLARIUM I.

52. Quoniam ex Demonstratione liquet, omnes Radios reflexos cum Catheto incidentiæ uniri in B; per quemcunque Radium reflexum Punctum radians A videatur, in eodem semper loco videtur. Quotquot igitur idem Objectum in eodem Speculo contuentur, in eodem quoque loco post Speculum illud vident, sicque unius Objecti unica tantum est Imago, neque duobus Oculis geminatum apparere potest.

COROLLARIUM II.

53. Quia vi ejusdem Demonstrationis BD = DA; distantia Imaginis B ab Oculo C componitur ex Radio incidente AD & reflexo CD.

COROLLARIUM III.

54. Immo quia per Demonstrationem manifestum est, omnes Radios reflexos cum Catheto incidentiæ uniri in B; Objectum A reflexe eodem modo radiat, quo radiaret directe, si in locum Imaginis transferretur.

COROLLARIUM IV.

55. Si igitur Lumen Solis à Speculo Plano reflectitur, eodem modo propagatur, quo per foramen transmissum, adeoque Luminis reflexi figura erit rotunda & crescente distantia à Speculo crescet, hoc est, Imaginem Solis majorem exhibet (§. 294. *Optic.*).

THEOREMA V.

56. Imago Puncti radiantis B tanto intervallo post Speculum Planum apparet, quanto ipsum Punctum radians A ante Speculum distat.

DEMONSTRATIO.

Tab. I.
Fig. 3.

Quoniam Imago B videtur in concursu Catheti incidentiæ & Radii Reflexi CB; erunt anguli ad G recti (§. 16), adeoque æquales (§. 245 *Geom.*). Est vero etiam $CDH = BDG$ (§. 156. *Geom.*), & $CDH = ADG$ (§. 24), adeoque anguli ADG & BDG æquales sunt (§. 88. *Aritlm.*) & $DG = DG$. Ergo $AG = GB$ (§. 251. *Geom.*). *Q. e. d.*

COROLLARIUM I.

57. Si ergo Speculum HG fuerit Horizontaliter collocatum; Punctum A tanto intervallo infra Speculum demersum videbitur, quanto supra ipsum elevatur. Erecta igitur situ inverso in eodem apparent, adeoque Homines capite deorsum, pedibus sursum videntur.

COROLLARIUM II.

58. Quare si ad parietem, in quem per exiguum foramen projiciuntur species Objectorum inversæ (§. 119. *Optic.*), Speculum Horizontaliter colles; videbis in eo Imagines situ erectas.

COROLLARIUM III.

59. Quodsi Speculum HG ad laquear conclavis applicetur, ita ut Horizonti parallelum existat; Objectum tanto intervallo ultra laquear elevatum apparet, quanto infra id depressum, videnturque erecta de novo inversa, adeoque Homines capite deorsum, pedibus sursum.

THEOREMA VI.

60. *In Speculo Plano Imago est Objecto similis & æqualis.*

DEMONSTRATIO.

Tab. I.
Fig. 4.

Quodlibet enim Objecti Punctum I. 2. 3. 4. &c. videtur in Catheto incidentiæ (§. 51) secaturque Speculum Ca-

theri incidentiæ partem inter Punctum radians & ejus Imaginem interceptam bifariam (§. 56). Quodsi ergo à singulis Punctis Objecti I. 2. 3. 4. &c. demittantur ad Speculum BC perpendiculares ultra id continuandæ; donec fiat $1a = aI$, $2b = bII$, $3d = dIII$, $4e = eIV$ &c. quotlibet Imaginis Puncta I. II. III. IV. &c. determinantur. Quodsi ergo concipiamus perpendiculares I a; 2 b, 3 c, 4 d &c. ita convolvi, ut secum rapiant sua Puncta objectiva I. 2. 3. 4. &c. eaque deferant in Plani partes oppositas; tum quidem I in I, 2 in II, 3 in III, 4 in IV cadere intelligitur, adeoque Objectum Imagini suæ congruit (§. 3. *Geom.*), consequenter Imago Objecto & similis, & æqualis est (§. 161. *Geom.*). *Q. e. d.*

SCHOLIUM.

61. *Hinc Speculorum Planorum usus est in contemplanda facie.*

THEOREMA VII.

62. *In Speculo Plano dextra apparent sinistra & sinistra contra videntur dextra.*

DEMONSTRATIO.

Quoniam enim Punctum I videtur in Catheto incidentiæ suæ, nempe in I, & 4 in Catheto incidentiæ suæ, nempe in IV. (§. 51); dextra videntur è regione dextrorum & sinistra è regione sinistrorum. Sed si alterius faciem extra Speculum contuearis, ejus dextra tuæ sinistrae & ejus sinistra dextræ tuæ respondet. Quare in Speculo dextra apparent sinistra & contra sinistra videntur dextra. *Q. e. d.*

PROBLEMA IV.

63. Datis Puncto radiante A & loco Oculi C; invenire Punctum reflexionis D.

RESOLUTIO.

Demissis ex C & A perpendicularibus CE & AG, hoc est, ductis Cathetis incidentiæ & reflexionis (§.16.17), fiat: ut summa Cathetorum incidentiæ & reflexionis AG & CE, ad Cathetum reflexionis CE; ita distantia Cathetorum EG, ad distantiam ED Catheti reflexionis à Puncto reflexionis.

DEMONSTRATIO.

Quoniam anguli E & G recti sunt (§.16.17) & $x = o$ (§.24); erit $AG:EC = GD:ED$ (§.267. *Geom.*), consequenter $AG + EC:EC = EG:ED$ (§.190. *Arithm.*). *Q. e. d.*

PROBLEMA V.

64. Mediante Speculo Plano C altitudinem accessibilem e. gr. Arboris AB metiri.

RESOLUTIO.

1. Speculo in C Horizontaliter collocato, tamdiu ab eo recede, donec apicem A in Speculo contuearis.
2. Metire altitudinem Oculi DE, distantiam tuam à Puncto reflexionis EC, & distantiam Arboris ab eadem CB.
3. Quærat ad EC, CB & ED quarta proportionalis AB.

Dico, hanc esse altitudinem Arboris quæsitam.

DEMONSTRATIO.

Quoniam DE & AB ad EB perpendiculares (§.227. *Geom.*); anguli B & E

Wolfii Oper. Mathem. Tom.III.

recti sunt (§.78. *Geom.*), adeoque æquales (§.145. *Geom.*). Quare cum etiam sit $\text{angulus } ACB = DCE$ (§.24); erit $EC:ED = CB:AB$ (§.267. *Geom.*), consequenter $EC:CB = ED:AB$ (§.173. *Arithm.*). *Q. e. d.*

THEOREMA VIII.

65. A diversis Speculi Plani AB Punctis non reflectuntur in idem Punctum D Radii ab eodem Puncto G illapsi. Tab. I. Fig. 7.

DEMONSTRATIO.

Est enim $o = y$ (§.24) & $o > x$ (§.239. *Geom.*), adeoque $y > x$ (§.89. *Arithm.*). Porro $x = u$ (§.24) & $y < u$ (§.239. *Geom.*). Ergo $y < x$ (§.89. *Arithm.*). Quod cum sit absurdum, à Speculo Plano AB in idem Punctum D Radii ab eodem Puncto G illapsi non reflectuntur. *Q. e. d.*

COROLLARIUM.

66. Radii igitur per reflexionem à Speculo Plano factam minime densiores fiunt, adeoque nec calorem Solis intendunt.

THEOREMA IX.

67. Si Puncta extrema Objecti F & H à Punctis C & D in Oculum O reflectantur; Puncta omnia intermedia à Linea CD reflectuntur. Tab. I. Fig. 8.

DEMONSTRATIO.

Reflectatur enim, si fieri potest, Punctum I à Puncto E in Oculum O. Quoniam IE Radium DH in K secat: Punctum K à Punctis E & D ad idem Punctum O reflectitur. Quod cum sit absurdum (§.65), & idem absurdum sequatur, si Punctum I à G in O reflecti ponamus; totum Objectum FH à Linea CD reflectitur. *Q. e. d.*

P

Co-

COROLLARIUM I.

Tab. I. 68 Quodsi ergo determinentur Puncta Fig. 8. C & D, unde extrema Objecta F & H reflectuntur (§. 63); integra Linea CD habetur, unde Objectum integrum FH à Speculo in Oculum O reflectitur.

COROLLARIUM II.

69. Punctum remotius F reflectitur à Puncto C Oculo viciniore, quam Punctum Speculo vicinius I: si enim I reflecteretur à Puncto viciniore G, non reflecteretur à Linea CD: quod tamen fieri necesse est (§. 67).

THEOREMA X.

Tab. I. 70. Si Speculum Planum AE ad Horizontem EH inclinatur sub angulo 45 graduum; Objectum Verticale CB Horizontale appareat IK.

DEMONSTRATIO.

Continuetur BC, donec Speculo in A occurrat. Quoniam H est rectus, & E 45° per hypoib. erit etiam A 45° (§. 241. Geom.). Quare si ex B ducatur perpendicularis BG ad Speculum AB; erit ABG itidem 45° (§. cit.) & AG = GB (§. 253. Geom.). Fiat GB = GK: erit in K Imago ipsius B (§. 56). Ducatur KA: quia KG = GA & G rectus per demonstr. erit K semirectus (§. 2+1. Geom.), consequenter KA ipsi EH parallela (§. 255. Geom.). Quare cum eodem modo ostendatur, Punctum C apparere in Puncto I ejusdem parallela; evidens est, Imaginem IK Horizonti EH parallelam esse. Q. e. d.

THEOREMA XI.

71. Si Speculum Planum AE inclinatur ad Horizontem EH sub angulo 45 graduum, Objectum Horizontale LB apparebit verticale in MK.

DEMONSTRATIO.

Coincidit cum Demonstratione Theorematis præcedentis.

COROLLARIUM.

72. Hinc Oculo infra Speculum constituto in hoc situ Terra videtur perpendiculariter erecta; collocato vero supra Speculum deorsum perpendiculariter depressa apparet.

SCHOLIUM.

73. Hinc Globus in Plano parumper inclinato descendens mediante Speculo exhiberi potest tanquam ascendens in Plano Verticali: quod artificium si tegatur, in admirationem rapiet Catoptrices ignaros.

PROBLEMA VI.

74. Efficere, ut se in Speculo volantem contuearis.

RESOLUTIO.

1. Quoniam Specula sub angulo semirecto ad Horizontem inclinata Imagines Verticales ut Horizontales exhibent (§. 70); Speculum Planum majus, inclinandum est ad Horizontem sub angulo semirecto.
2. Quodsi ergo versus Speculum progrediaris; Horizonti parallelum moveri videbitur corpus, adeoque si brachia extensa cum in modum agitentur, quo aves alas agitare solent, per aërem volare tibi videberis.
3. Quoniam tamen pavementum, cui insistis, simul attollitur (§. 71) & in eo incessus pedum observatur, quasi in Plano Verticali sursum contingeret (§. 73); ut Oculus halucinetur, in brachia & caput totus dirigendus & à pedibus, quantum fieri potest, avertendus.

THEO-

THEOREMA XII.

75. Si Objectum AB fuerit Speculo CD parallelum; etiam Imago GH eadem parallela est.

DEMONSTRATIO.

Quodlibet Punctum Imaginis GH tanto intervallo post Speculum distat, quanto Punctum unumquodque Objecti ante Speculum (§.56.). Sed quia Objectum AB Speculo CD parallelum per *hypoth.* singula ejus Puncta à Speculo æqualiter distant (§.81. *Geom.*). Ergo etiam singula Imaginis GH Puncta ab eodem æqualiter distant, consequenter Imago GH Speculo CD parallela (§.cit. *Geom.*). *Q. e. d.*

THEOREMA XIII.

76. Si Objectum AB Speculo CD fuerit parallelum, & cum Oculo æqualiter ab eo distet: Linea reflectens CD est Objecti AB dimidia.

DEMONSTRATIO.

Sit Oculus O in ipso Objecto AB, hoc est, ponamus Spectatorem seipsum contemplari in Speculo. Quoniam Spectator AB Speculo CD parallelus, per *hypoth.* etiam Imago GH eidem parallela erit (§.75). Demittatur ex O perpendicularis OL ad CD, quæ continuata in I erit etiam ad GH perpendicularis (§.230. *Geom.*); estque adeo OL altitudo Trianguli OCD, OI vero altitudo Trianguli GOH (§.227. *Geom.*). Quare cum ob parallelismum Imaginis GH & Speculi CD, sit $o = x$ & $y = z$ (§.233. *Geom.*); Triangula COD & GOH similia sunt (§.267. *Geom.*) & hinc $CD:GH = OL:OI$ (§.396.

Geom.). Cum itaque sit $OL = \frac{1}{2}OI$ (§.56); etiam $CD = \frac{1}{2}GH$. Est vero $GH = AB$ (§.60). Ergo $CD = \frac{1}{2}AB$ (§.168. *Aritbm.*). *Q. e. d.*

Tab.I.
Fig.10.

Eodem prorsus modo succedit Demonstratio, si Oculum O extra Objectum assumas, hoc est, si non teipsum, sed Objectum aliud in Speculo contempleris, quod tamen æqualiter cum Oculo ab eo distet.

COROLLARIUM I.

77. Ut igitur in Speculo te totum conuerti possis; ejus altitudo altitudinis tuæ & latitudo latitudinis pariter tuæ dimidia esse debet.

COROLLARIUM II.

78. Data altitudine & latitudine Objecti per Speculum videndi, datur quoque altitudo & latitudo Speculi, in quo integrum apparet in eadem cum Oculo distantia: Sunt nempe dimensiones Speculi dimensionum Objecti dimidiæ (§.76).

COROLLARIUM III.

79. Cum latitudo atque longitudo portionis Specularis reflectentis, sit subdupla latitudinis & longitudinis superficiæ, quæ reflectitur (§.76) & ob parallelismum Speculi & superficiæ reflexæ portio reflectens Speculi huic similis existat; erit portio Speculi reflectens ad superficiem, quæ reflectitur, in ratione subquadrupla (§.406. *Geom.*).

COROLLARIUM IV.

80. Quoniam portio reflectens constans est (§.79); te semper totum videbis in Speculo Plano, siue accedas, siue recedas, si aliquo in loco te totum videre potes: quod idem valere de Objectis æqualiter cum Oculo à Speculo distitis, satis patet.

THEOREMA XIV.

81. Si Objectum AB Speculo IF fuerit parallelum; longitudo Lineæ reflexæ AB

Tab. I.
Fig. 11.

Tab. I. est ad reflectentem CD, ut via reflexio-
Fig. II. nis BD + DO ad Radium reflexum OD;
vel ut composita ex distantia Oculi &
Objecti à Speculo OI + BF, ad distan-
tiam Oculi OI.

DEMONSTRATIO.

Quoniam Objectum AB Speculo FI
parallelum per hypoth. erit etiam Imago
GE eidem parallela (§. 75), adeoque
GE: CD = OE: OD (§. 268. *Geom.*),
hoc est, quia GE = AB (§. 60) & DE
= DB (§. 51), AB: CD = OD + DB:
OD. Quod erat unum.

Est vero etiam OE: OD = OK: OI
(§. 267. *Geom.*), adeoque GE: CD
= OK: OI (§. 167. *Arihm.*). Quare
cum IK = FE (226. *Geom.*) = BF (§.
56) & GE = AB (§. 60); erit AB: CD
= OI + BF: OI. Quod erat alterum.

THEOREMA XV.

82. Radii AC & DB qui à Specu-
lo Plano CD ad idem Punctum O reflec-
tuntur, cum Catheto reflexionis OK tan-
to intervallo IK post Speculum concur-
runt, quanto Punctum O ante id distat.

DEMONSTRATIO.

Eadem prorsus est, quæ Theorema-
tis 5 (§. 56).

THEOREMA XVI.

83. Si Objectum AB, quod est cum
Oculo O in eodem Plano, & Speculo pa-
rallelum, ab eo totum videtur in Speculo
CD; Oculus in O immotus eo minorem
ejus partem videbit, quo id propius ad
Speculum CD accedit; semper tamen di-
midia longitudinis nempe quarta super-
ficiæ majorem; idem vero juxta Objec-

sum AB adhuc alia in Speculo conspiciet, Tab.
Fig. si id longius ab eo recedat.

DEMONSTRATIO.

Ducatur PQ ipsi AB parallela; erunt
PC & QD Radii extremi, qui à Spe-
culo CD in Oculum O reflectuntur,
adeoque Oculus O præter PQ in Spe-
culo nihil videbit secundum longitudi-
nem. Sed quia AC & BD cum Catheto
reflexionis OK in K concurrunt (§. 82);
erit PQ: AB = KP: KA (§. 268. *Geom.*).
Quare cum KP < KA per hypoth. erit
etiam PQ < AB. Quod erat unum.

Porro ex eadem ratione PQ: CD
= KP: KC. Est vero KP > KC (§. 84.
Arihm.). Ergo PQ > CD. Quare
cum CD = $\frac{1}{2}$ AB (§. 84); erit quoque
PQ > $\frac{1}{2}$ AB (§. 87. *Arihm.*) & hinc su-
perficiæ partis, quæ, Objecto ex AB in
PQ translato, videtur, major quarta
parte superficiæ totius (§. 79). Quod
erat alterum.

Simili modo ostenditur, quod præ-
ter Objectum adhuc alia in Speculo vi-
deantur, si ex AB in MN transferatur.
Quod erat tertium.

PROBLEMA VII.

84. Datis Oculo O, longitudine Spe-
culi CD & longitudine Objecti AB; de-
terminare locum, ubi statuendum est
Objectum, ut totum in Speculo videri
queat, nec quicquam aliud præter ipsum
secundum longitudinem.

RESOLUTIO.

Dato Oculo O, datur etiam Radius
reflexus OC. Itaque

I. Fiat: ut CD longitudo Speculi, ad AB
longitudinem Objecti; ita OC Radius
reflexus,

reflexus, ad viam reflexionis OC
+ AC (§. 81).

2. Subtrahatur inde Radius reflexus OC;
residuum erit Radius incidens AC.

3. Ducta igitur OC fiat Angulus ACD
= OCI (§. 24) & AC Radio inci-
denti æqualis.

4. Denique Objectum AB statuatur in
A Speculo CD parallelum.

Sic factum est, quod petebatur.

THEOREMA XVII.

85. Si Speculi AB inclinatio ad Ho-
rizontem dato Angulo ACa mutetur,
Radius vero incidens DC maneat in suo
incidentiæ Puncto C; Radius reflexus
Ce duplo Angulo eCE variatur.

DEMONSTRATIO.

Quoniam ACD = ECB (§. 24) &
ACa = BCb (§. 156. Geom.) & ECB
= ECB + BCb (§. 86. Arithm.); erit
ECb = DCA + aCA (§. 87. Arithm.)
= DCa + 2ACa (§§. cit.), consequen-
ter ECb — 2ACa = DCa = bCe
(§. 24). Est igitur ECb = bCe +
2ACa (§. 88. Arithm.). Quare cum sit
ECb — bCe = ECe & ECb — bCe
= 2ACa (§. 91. Arithm.); erit etiam
ECe = 2ACa (§. 87. Arithm.). Q. e. d.

COROLLARIUM.

86. Radius igitur reflexus movetur du-
plo celerius Speculo.

SCHOLION

87. Hæc experiri datur in Radio per fo-
ramen exiguum in Cameram obscuram intro-
misso.

THEOREMA XVIII.

88. In Speculo Plano Vitreo, (præ-
sertim si Objectum fuerit Lucidum,

ant Lumen peregrinum à Speculo arcea-
tur) post Imaginem claram videtur ad-
huc alia aliquanto obscurior.

DEMONSTRATIO.

Reflexio enim non modo fit à super-
ficie superiori Speculi; verum etiam ab
interiori, quæ Stanno terminata. Est
igitur Cathetus incidentiæ ad interiorem
Speculi superficiem tanta parte longior,
quanta est crassities Speculi. Quamo-
brem cum Imago Objecti videatur tan-
to intervallo post Speculum, quanto
ante ipsum abest (§. 56) & quidem in
Catheto incidentiæ (§. 51); vi reflexio-
nis primæ minori intervallo post Specu-
lum videtur, quam vi secundæ: utraque
tamen Imago in eadem Linea, adeoque
altera pone primam videbitur. Q. e. d.

SCHOLION.

89. Hoc incommodo carent Specula Plana
ex Metallo parata, quorum tamen rarior est
usus, quia Vitrea & clariora, & durabiliora
sunt Metallicis. Hinc mirifice sese commen-
dabant Specula Chalybea Swarzenbergæ in
Sudetibus Misniæ parata (a).

COROLLARIUM.

90. Quoniam Cathetus incidentiæ, in
casu superiori, differt à Catheto inci-
dentiæ, in priori, tanta parte, quanta est cras-
sities Vitri, distantia autem Objecti & Im-
aginis est ejus duplo æqualis (§. 56.); dis-
tantia Imaginis obscurioris à clariore est
dupla crassities Vitri.

THEOREMA XIX.

91. Si Speculi Plani fragmenta ita
collocentur, ut omnia sint in eodem Pla-
no; unum Objectum non nisi semel vi-
detur.

P 3

DE-

(a) Vid. Acta E.udit. 1714. p. 203. & seqq.

DEMONSTRATIO.

Quoniam enim omnia fragmenta sunt in eodem Plano, *per hypoth.* una tantum est Cathetus incidentiæ (§. 489. *Geom.*). Quare cum Objectum videatur in Catheto incidentiæ (§. 51) Objectum unum nonnisi semel videtur. *Q. e. d.*

COROLLARIUM.

92. Cum perinde sit, utrum fragmenta unius Speculi, vel plura Specula integra in eodem Plano collocentur; in his quoque Objectum nonnisi semel videri potest.

PROBLEMA VIII.

93. *Plura Specula ita statuere, ut in singulis Imaginem tui videas.*

RESOLUTIO.

Tab. II. Fig. 13. 1. Ex Centro O describatur Arcus Circuli ABCDE.

2. Specula AB, BC, CD, DE ita stuantur, ut latitudines ipsorum fiant Arcuum subtensæ, seu ut Anguli B, C, D, sub quibus junguntur, sint in Peripheria; longitudines autem ad Horizontem perpendiculares.

Dico, si Oculus sit in O, quod Imaginem tui in singulis Speculis sis visurus.

DEMONSTRATIO.

Cum enim ex O ad singula Plana AB &c. perpendiculares duci possint (§. 291. *Geom.*), Radius vero perpendicularis in seipsum reflectatur (§. 25); Oculus in Speculis singulis seipsum videbit, & quia Corpus tuum Speculis parallelum, si Speculi longitudo non minor fuerit subduplâ longitudinis tuæ, te totum contueberis (§. 77); in reliquo casu partem Corporis dimidia majorem (§. 83). *Q. e. d.*

SCHOLIUM.

94. *Hoc artificio multiplicatur fonticulus in Crypta saliens.*

THEOREMA XX.

95. *Si Objectum in Linea DE ad Speculum AC perpendiculari movetur; ipso recedente ante Speculum, Imago etiam recedit post Speculum; eodem autem accedente, Imago etiam accedit.*

DEMONSTRATIO.

Si enim Objectum in recta DE ad Speculum AC perpendiculari recedit; ejus à Speculo distantia continuo crescit (§. 225. *Geom.*). adeoque etiam Imaginis distantia post Speculum continuo fit major (§. 56), consequenter Imago etiam recedit. *Quod erat unum.*

Si vero Objectum in Linea DE ad Speculum AC perpendiculari accedit; ejus à Speculo distantia continuo decrescit (§. 225. *Geom.*), adeoque etiam Imaginis distantia post Speculum continuo fit minor (§. 56), consequenter Imago etiam accedit. *Quod erat alterum.*

COROLLARIUM.

96. Accedente igitur ad Speculum Objecto, Imago post Speculum obviam ire videtur: recedente autem Objecto, Imago in contrariam plagam tendit.

THEOREMA XXI.

97. *Si Objectum in Linea DE cum Speculo Plano AB parallela movetur; Imago in Speculo cum ipso eadem celeritate versus eandem plagam progreditur.*

DEMONSTRATIO.

Si enim recta DE ad Speculum AB parallela; Objecti à Speculo distantia semper eadem manet (§. 81. *Geom.*), adeoque etiam

l. etiam Imago eodem constanter inter-
 vallo à Speculo distat (§. 56). Quare
 cum Objecto in directum jaceat (§. 51);
 una cum Objecto progredi videtur.
Q. e. d.

COROLLARIUM.

98. Objectum igitur Imago tanquam in-
 dividua comes comitatur sive ad dextram,
 sive ad sinistram, prout Speculum vel ad
 dextram, vel sinistram constitutum est.

PROBLEMA IX.

99. *Duo Specula Plana ita statuere,
 ut Objectum in oppositas plagas eodem
 instanti moveri videatur.*

RESOLUTIO.

1. Jungantur duo Specula AB & AC
 ad angulos rectos.

2. Ducatur ad alterutrum AC perpen-
 dicularis DE, quæ erit alteri Specu-
 lo AB parallela (§. 256. *Geom.*).

Quodsi itaque Objectum moveatur per
 rectam DE, Imago in Speculo AB una
 cum ipso progredietur (§. 97); altera
 vero in Speculo AC in oppositam pla-
 gam tendet (§. 96). Eodem adeo tem-
 pore Objectum in oppositas plagas mo-
 veri videtur. *Q. e. d.*

PROBLEMA X.

100. *Speculis Planis quocunque BC,
 CD, DE quomodocunque dispositis, &
 5. Puncto radiante A, itemque Oculo P po-
 sitione datis; invenire omnia Puncta
 reflexionis N, M & O, & locum Imagi-
 nis, quam videt Oculus in ultimo.*

RESOLUTIO.

1. Ex A ducatur ad CB Cathetus in-
 cidentia AF & producat in G,
 donec AF = FG.

2. Ex G in DC productam demittatur Tab.II.
 perpendicularis GH continuanda in Fig.15.
 I, donec IH = HG.

3. Ex I demittatur in ED productam
 perpendicularis IK, continuanda
 in L, donec KL = KI.

4. Denique ex L ducatur ad P recta
 LP, ex Puncto intersectionis O ad I
 recta OI, ex Puncto intersectionis
 M ad G recta MG, & denique ex
 Puncto intersectionis N recta AN.

Dico, Radium incidentem ex A in N
 reflecti ad M & inde ulterius ad O, tan-
 demque ex O in Oculum P; Objectum-
 que videri in L.

DEMONSTRATIO.

Quoniam AF = FG, angulique ad F
 recti *per construct.* erit $o = x$ (§. 179.
Geom.), adeoque cum sit $x = y$ (§.
 156. *Geom.*), $o = y$ (§. 87. *Arithm.*).
 Radium igitur AN ex N reflectitur in M
 (§. 24). Eodem modo ob HG = HI
 & angulos ad H rectos, ostenditur Ra-
 dium NM ex M reflecti in O, & ob KI
 = KL & angulos ad K rectos, Radium
 MO ex O in P reflecti. Via igitur re-
 flexionis est ANMOP, & Puncta re-
 flexionum sunt N, M & O. *Quod erat
 unum.*

Porro quia AF = FG & anguli ad F
 recti *per construct.* in G est Imago ip-
 sius A per Radium reflexum MN vi-
 denda (§. 51). Objectum igitur A in
 Speculum DC non aliter radiat, ac si
 in Puncto G constitueretur, adeoque
 GH est Cathetus incidentia (§. 16) &
 ob GH = HI Imago Imaginis G hoc
 est, Objecti A videtur in I (§. 51). Ob-
 jectum ergo A in Speculum DE eod-
 dem

Tab. dem modo radiat, ac si in I constitue-
 II. retur & hinc IK est Catherus inciden-
 Fig. tia (§. 16), & ob $IK = KL$ Imago Ima-
 15. ginis I, hoc est Objecti A, videtur per
 Radium reflexum PO in L (§. 51). *Quod
 erat alterum.*

COROLLARIUM.

101. Quoniam ob $KL = KI$, & $IH = HG$,
 $AF = FG$, angulosque ad K, H & F rectos,
per construct. $LO = OI$, $MI = MG$, NG
 $= NA$ (§. 170. *Geom.*); erit etiam LO
 $= OM + MG = OM + MN + NA$, con-
 sequenter distantia Imaginis ab Oculo PL
 via reflexionis $AN + NM + MO + OP$,
 prorsus ut in unico Speculo, (§. 53) æqualis.

THEOREMA XXII.

Tab. 102. Si duo Specula Plana AB & AC
 II. ad angulum rectum A constituentur;
 Fig. 16. idem Radius GD nonnisi bis reflecti
 potest.

DEMONSTRATIO.

Quoniam $x = o$ (§. 24), adeoque
 acutus (§. 20), A vero rectus, *per hypoth.*
 Radius reflexus DE cum Speculo AC
 concurrat (§. 262. *Geom.*). Quoniam
 vero y est acutus (§. 241. *Geom.*);
 erit etiam u acutus (§. 24), conse-
 quenter $y + n$ obtusus (§. 147. *Geom.*).
 Quare cum m sit rectus *per hypoth.* adeo-
 que m & $y + n$ simul sumti duobus
 rectis majores; Radius reflexus EF à
 Speculo AB divergit (§. 261. *Geom.*),
 consequenter cum eo concurrere nequit
 (§. 84. *Geom.*). Radius itaque GD à
 Speculis BA & AC nonnisi bis reflecti
 potest. *Q. e. d.*

THEOREMA XXIII.

103. Si duo Specula Plana ad angu-
 lum obtusum constituentur; idem Radius
 nonnisi bis reflecti potest.

DEMONSTRATIO.

Eadem prorsus est, quæ Theorema-
 tis præcedentis.

THEOREMA XXIV.

104. Si duo Specula Plana AB &
 BC jungantur ad angulum rectum &
 Oculus O fuerit constitutus extra rectam
 BL, quæ per Punctum radians D in an-
 gulum rectum B ducitur; Imaginem ipsius
 D triplicem videbit: quodsi autem extiterit
 in recta BL, Imagines cernet tantum duas.

DEMONSTRATIO.

Illud satis manifestum est, in quoli-
 bet Speculo per simplicem reflexionem
 videri Imaginem unam adeoque in duo-
 bus Speculis AB & BC simul duas.
 Quod vero in primo casu etiam tertia
 videri debeat, sic demonstratur.

I. Ducta Catheto incidentiæ DG,
 fiat $FG = DG$ & in F erigatur perpen-
 dicularis FI occurrens Speculo BC con-
 tinuato in H. Fiat porro $HI = HF$ &
 jungatur Punctum I Oculo O recta OI;
 erit I Imago tertia ab Oculo O per du-
 plicem reflexionem DEKO videnda (§.
 100). Quod enim IO Speculum BC
 secet, hoc modo patet: ducatur recta
 ID secans Speculum AB in P; quoniam
 BG & IF ad FG perpendiculares *per
 construct.* erunt inter se parallelæ (§. 256.
Geom.) & hinc $DG : DF = PG : FI$ (§.
 268. *Geom.*), consequenter ob DF
 $= 2DG$ *per construct.* FI est ipsius PG
 dupla. Quare cum etiam sit IF ipsius FH
 seu BG dupla, *per construct.* Puncta P &
 B coincidunt. Cum adeo ID transeat
 per Punctum B; recta OI ultra eum
 ducta Speculum BC secare debet in K.
Quod erat unum.

II. Quodsi

II. Quodsi vero Oculus fuerit in L; reflexio duplex impossibilis est, cum Radius reflexus à Speculo BC ex Puncto I ductus, per ea quæ numero primo demonstrata sunt, secare debeat BC ultra Punctum B. Tertia igitur Imago videri nequit. *Quod erat alterum.*

THEOREMA XXV.

105. Si duo vel plura Specula Plana AB & AC jungantur sub Angulo quocunque, ita ut respectu Oculi secundum convexitatem disponantur; una tantum Objecti H videbitur Imago.

DEMONSTRATIO.

Ponamus enim Oculum esse in O. Ducatur Cathetus incidentiæ HG, fiatque HD = DG; erit in G Imago, quam per Radium reflexum FO Oculus O videt (§. 96). Quoniam vero Radii non reflectuntur versus eam plagam, unde incidunt (§. 24): à Speculo altero AB nullus Radius in Oculum O reflecti potest, & hinc in eo Objectum videri nequit. Unica igitur tantum Imago videtur. *Q. e. d.*

THEOREMA XXVI.

106. Si duo Specula Plana XY & XZ jungantur sub Angulo X; Oculus O intra Angulum constitutus, Objecti A intra eundem collocati Imaginem toties videt, quot Catheti, vi §. 100. loca Imaginum determinantes & extra Angulum YXZ terminata duci possunt.

DEMONSTRATIO.

Ducantur enim Catheti AC ex A ad XZ, CE ex C ad XY, FG ex E ad XZ, GI ex G ad XY & IL ex I ad XZ,

ita ut sit $AB = BC$, $CD = DE$, $EF = FG$, $GH = HI$, $IK = KL$. Quoniam Catheti AC, CE, EG & GI extra Angulum terminantur; dico ab Oculo O videri quatuor Imagines Objecti A in C, E, G & I.

Quoniam $AB = BC$, $BT = BT$ & Anguli ad B recti per construct. erit $CTB = BTA$ (§. 179. Geom.). Quare cum etiam verticales CTB & VTO æquales sint (§. 156. Geom.); erit $BTA = VTO$ (§. 87. Arithm.), adeoque Radius AT reflectitur ex T in O (§. 24), sicque Oculus O videt Imaginem Objecti A in C.

Porro ob $AB = BC$ & Angulos ad B rectos, erit etiam VR reflexus ipsius VA & ob $CD = DE$, Angulosque ad D rectos, OR reflexus incidentis VR (§. 51); consequenter Oculus O per Radium OR videt Imaginem Objecti A in E.

Nec absimili modo ostenditur, eundem Oculum O per Radium reflexum OS videre Imaginem Objecti A in G, & per Radium reflexum OQ in I.

Et quoniam demissa Catheto ex A in a factaque $ab = Aa$ eodem, quo ante modo, plures Catheti ad utrumque Speculum duci possunt, quas confusiois evitandæ gratia omittimus; eadem ratione ostendi posse apparet, quod Oculus etiam videat Imagines per illas determinatas.

Tot itaque Oculus O intra Angulum constitutus Imagines videt, quot Catheti Imaginum loca determinantes & extra Angulum terminatæ alternatim in Specula, vi §. 100. duci possunt. *Q. e. d.*

COROLLARIUM I.

107. Quoniam loca Imaginis prorsus determinantur ut in Problemate 10 (§. 100.); distantia quoque Imaginis ab Oculo Viæ reflexionis æqualis est (§. 101).

COROLLARIUM II.

108. Quælibet Imago per tot reflexiones videtur, quota est in ordine, seu per quot Cathetos determinatur. Ita Imago C videtur per unam reflexionem in T; Imago E per duplicem in V & R; Imago quarta I per quatuor in M, N, P & Q.

COROLLARIUM III.

109. Quoniam Objecti A dextra radiant in Speculum XY, sinistra in alterum XZ, Imagines ex radiatione in Speculum XY ortæ Objecti partem dextram repræsentant; quæ vero ex radiatione in Speculum XZ resultant, sinistram Objecti partem spectandam exhibent. Unde si quis seipsum conuetur, faciem & tergum una videbit.

COROLLARIUM IV.

110. Quoniam plures Catheti, quæ extra angulum terminantur, duci possunt, si angulus fuerit acutior; sub acutiori angulo plures videntur Imagines ejusdem Objecti.

SCHOLION I.

III. Quoniam ex Demonstratione Theorematis præsentis abunde intelligitur, quomodo in dato quolibet casu non modo numerus Imaginum, verum etiam earum loca & Puncta insuper atque Viæ reflexionum determinari possunt: supervacaneum fore arbitror, si ad varios casus speciales descenderem. Consultum autem videtur, ut Problemata circa casus speciales constructurus, in peculiari Schemate determinet Imagines cum Functis reflexionum & Viæ totius reflexionis, quæ ab irradiatione dextra oriuntur; in alio vero eas, quæ à sinistra resultant, ne Linearum multitudo facile pariat confusionem. Ut Experi-

menta sub quocunque angulo facile capere possis; duo Specula ita compingi debent, ut instar libri ad arbitrium aperiri atque claudari possint. Specialia prolixè persequitur ZACHARIAS TRABER (a) inter alia ostendens, ad tertiam Circuli partem Objecti Imaginem videri posse vel semel, vel bis, aut etiam ter, vel nunquam; ad quartam ad summum ter; ad quintam quinquies, ordinariè quater aut rarius; ad sextam ad summum quinquies; ad duodecimam undecies.

COROLLARIUM V.

112. Quodsi Specula Verticaliter erecta ita contrahas aut ab iis tantisper recedas, vel ad angulum accedas, donec Imagines prope angulum reflexæ coalescant, nec, si ita visum fuerit, amplius integræ compareant; Imagines monstrosas prodire debere facile apparet.

SCHOLION II.

113. Ita Specula ad angulum recto paulo majorem inclinata faciem intuenti monoculam sistunt; tres contra in eadem facie videbis Oculos, Nasos & Ora duo, si angulus fuerit paulo minor. Sub minori angulo Corpus tuum videbis biceps; sub angulo, qui recto paulo major ad distantiam 4 pedum Capite truncatum, in majori distantia Manus sine Corpore.

COROLLARIUM VI.

114. Quodsi ergo ulterius Specula ita ad se invicem inclinata, ut Imagines prope angulum coalescant, sic colloces, ut unum sit Horizonti parallelum, alterum ad eam inclinatum; quoniam in Horizontali Imagines apparent eversæ (§. 57) & in inclinato Horizontalium Verticales, Verticalium Horizontales (§. 70. 71); plurimas adhuc alias Anamorphoses fieri posse manifestum est. Immo monstrosæ quoque appareant necesse est Imagines, si Speculorum unum ad Horizontem, alterum vero ad alterum inclinetur.

SCHOLION

(a) In Nervo Optico, Lib. II Cap. 4. & 5. f. 90. & seqq.

SCHOLIION III.

115. Ita si Speculum unum ad Horizontem sub angulo obtusiore, e. gr. 144 graduum inclinetur, superius vero fuerit ad Horizontem parallelum; videbis te capite ad pedes alterius stantis jacentem.

SCHOLIION IV.

116. Hinc vero abunde patet, quomodo in Cryptis Hortensibus Specula sint collocanda, ut ingredientis Imaginem multis modis monstrifam exhibeant.

COROLLARIUM VII.

117. Quia Specula Vitrea Objecti Lucidi Imaginem bis reflectunt (§. 88), immo si crassiora fuerint, pluries; ingens videbitur Objecti multiplicatio, si intra angulum, quem duo Specula Plana intercipiunt, candela accensa collocetur.

PROBLEMA XI.

118. Machinam Catoptricam construere, qua non modo ejusdem Objecti Imago varie multiplicari, verum etiam deformari potest.

RESOLUTIO.

1. Duo Circuli AC & ND ita jungantur mediante Axe EK, per Centra utriusque transeunte, & fulcro quodam alio, ut sint invicem paralleli atque figuram Cylindri referant, cujus altitudo EK sit altitudini, Semidiameter KG vero latitudini Speculorum duorum æqualium æqualis.
2. Specula EFGK & EHIK ad Axem EK ita aptentur, ut instar libri aperiri ac claudi possint.
3. In Basi inferiori Cylindri ND descriptus sit Circulus in 360 gradus divisus, ut Specula ad angulum datum aperiri possint.

4. Lateribus Speculorum anterioribus FG & HI afferrumentur Laminæ Orichalceæ tenuiores, si Bases ABC & ND Orichalceæ fuerint, in formam superficierum Semicylindricarum efformatæ, aut ex Charta spissiore vel alia materia simile quid fiat, ut Machina nonnisi antea pateat, ubi Specula constituuntur.
5. Denique in M & L defigantur clavi, aut annuli affigantur, ut Specula FG & HI commode à se invicem diduci possint.

Ope hujus Machinæ pro diversa Speculorum apertura Objectum varie multiplicari ac deformari posse, ex superioribus manifestum est (§. 106. 112. 114).

PROBLEMA XII.

119. Cistulam Catoptricam construere, quam alia Objecta replere videntur, si per aliud foramen inspexeris. Tab. II. Fig. 21.

RESOLUTIO.

1. Paretur ex ligno vel alia materia Cistula Polygona, figuram Prismatis multilateri habens, ABCDEF, & interius spatium per Plana Diagonalia EB, FC & DA in Centro G se mutuo secantia dividatur in tot loculamenta triangularia, quot Cistula habet latera. n. 1.
2. Plana Diagonalia vestiantur Speculis Planis: in Planis vero lateralibus fiant foramina rotunda per quæ in Cistulæ loculamenta introspicere datur. Munienda autem sunt foramina Vitris Planis, intus quidem detritis, sed non lævigatis, ne in loculamentis posita distincte distingui possint. n. 2.

3. In singulis loculamentis collocentur Objecta diversa, quorum Imagines à Speculis sunt exhibendæ.
4. Operiatur denique Cistula membrana tenui pellucida, ut Lumini in eam aditus pateat.

Quoniam Imagines Objectorum intra angulos Speculorum positorum multiplicentur & aliæ aliis remotiores apparent (§. 106): quæ unum loculamentum occupant, majus spatium replere videntur, quam integra Cistula comprehendit. Quodsi igitur per unum foramen introspicias; nonnisi Objecta in uno loculamento posita in Speculis conspicias, sed quasi integram Cistulam replentia. Per aliud vero foramen introspiciens Objecta in alio loculamento posita & ab illis diversa, *per constructionem*, denuo quasi per Cistulam integram diffusa videbis. Et ita porro.

SCHOLIION I.

120. Charta Pergamena, qua teguntur istiusmodi Machinæ Catoptricæ, pellucida redditur, si aliquoties in lixivio valde claro semperque mutato & ultima tandem vice in aqua fontana elvatur, clavisque Tabulæ lignæ aut Regulis ligneis affixa Aëri exponatur, ut rursus exsicceetur. Quodsi colorem inducere volueris, R. P. ZAHN (a) pro viridi commendat æruginem, addito pauxillo viridis saturi, aceto contritam; pro rubeo decoctum ligni Brasiliæ; pro cæruleo succum myrtillorum; pro flavo decoctum ex baccis Rhamni mense Augusto collectis. Observat etiam, Membranam super Machinis expansam vernice aliquoties illini debere, ut splendida evadat. Utuntur etiam Charta oleo illita.

(a) In Oculo artificiali fundam. 3. syntagm. 5. c. 4. technam. 3. annot. 3. f. m. 723.

SCHOLIION II.

121. Quodsi in Cistula Imagines monstrosæ apparere debent; facile id efficies per Collaria 5. 6. 7. Theorem. 26 (§. 112. & seqq.)

THEOREMA XXVII.

122. Si duo Specula BC & DE fuerint parallela & Objectum in A, Oculus in O; dua videbuntur series Imaginum in infinitum excurrentes.

DEMONSTRATIO.

Ducatur KH ad speculum ED perpendicularis; erit eadem ad CB perpendicularis (§. 230. Geom.). Fiat DF = AD, & ex F in H indeque porro in infinitum transferatur duplum intervalum distantia Speculorum BD, itemque ex A in G, & inde porro in infinitum. Similiter fiat BI = BA & ex B in K transferatur ut ante dupla distantia Speculorum BD & inde porro in infinitum, itemque ex A in L & inde porro in infinitum. Dico in Speculo ED Imaginem Objecti A visum iri in F per reflexionem simplicem, in G per duplicem, in H per triplicem & ita porro: similiterque in altero Speculo eandem apparituram in I per reflexionem simplicem, in L per duplicem, in K per triplicem, & quidem Imagines, quarum distantia determinatur ex loco Objecti A, exhibituras partem à Speculo aversam, quæ vero ex Punctis, cui Specula insunt, D & B determinantur, referre debere partem Objecti Speculo oppositam, nempe in F & H videbuntur anteriora, in G posteriora; contra in I & K posteriora, in L anteriora.

Quo-

Quoniam $AD = DF$ & anguli ad D recti *per construct.* erunt quoque o & x æquales (§. 179. *Geom.*), consequenter ob $x = y$ (§. 156. *Geom.*) $o = y$ (§. 87. *Arith.*). Est igitur MO reflexus incidentis AM (§. 24), adeoque Oculus per simplicem reflexionem videt Objectum A in F (§. 51) & quidem eam partem, quæ Speculo ED obvertitur, quia Radius AM inde illabatur.

Ducatur ex G ad O recta OG & ex I ad P recta IP, junganturque Puncta N & A recta NA. Quia $BA = BI$ & anguli ad B recti *per constructionem*; patet ut ante, NP esse reflexum incidentis NA. Et quia $AG = 2BA + 2AD$ *per construct.* adeoque $DG = 2BA + AD$, & $DI = AB + BI + AD = 2AB + AD$, consequenter $ID = DG$ (§. 87. *Arithm.*); eodem modo liquet esse OP reflexum incidentis PN. Videtur adeo Objectum A per duplicem reflexionem N & P in O (§. 51) & quidem pars Speculo CB opposita, quia Radius AN inde illabatur.

Ducatur ex H ad O recta HO & ex L ad S recta LS, itemque ex R ad F recta RF, junganturque Puncta A & Q recta QA. Quia $AD = FD$ & anguli ad D recti *per construct.* patet ut supra, QR esse reflexum incidentis AQ. Et quia $LA = 2BD = 2BA + 2AD$, adeoque $BL = BA + 2AD$, & $BF = BA + AD + DF = BA + 2AD$, consequenter $BL = BF$; erit quoque RS reflexus incidentis QR. Similiter quia $DL = BL + BD = 2BD + AD$ & $DH = HF + FD = 2BD + AD$ *per construct.* adeoque $DL = DH$; erit quo-

que SO reflexus incidentis SR. Videt itaque Oculus O Objectum A per triplicem reflexionem Q, R, S in H (§. 100) & quidem partem, quam Speculo ED obvertit, quia Radius AQ inde in Speculum incidit.

Eodem prorsus modo ostenditur; quod in infinitis aliis Punctis, quæ eodem modo determinantur, in utroque Speculo Objectum A videri debeat. *Q. e. d.*

SCHOLIUM I.

123. Equidem cum per repetitas reflexiones Lumen continuo minuatur atque altitudo Speculi ad distantiam Imaginum tandem evanescat; numerus Imaginum infinitus non est: sufficit tamen, quod sit admodum ingens, ipsa Experientia teste.

COROLLARIUM I.

124. Quoniam Lumen per repetitas reflexiones minuitur, Imagines vero remotiores videntur per plures reflexiones, quam viciniore (§. 122); Imagines quoque remotiores sunt obscuriores vicinioribus.

COROLLARIUM II.

125. Quodsi Cistula construat quadrata sub forma Parallelepipedi & Planis lateralibus agglutinentur Specula Plana, reliqua fiant ut superius in Cistula Polygona (§. 119); per foramen inspicienti Objectum intus constitutum per amplissimum spatium multiplicatum apparebit.

SCHOLIUM II.

126. Jucundum imprimis spectaculum præbent Objecta, quæ multiplicata unum continuum exhibent, e. gr. Munimenta, Hortos, Campos aut Silvas amplissimas; item res pretiosas, veluti Poculum deauratum, Gemmas, Automata.

SCHOLIUM III.

127. Potest quoque ex quinque Speculis Planis sub forma Cubi constructi Machina Caspiana, que

quæ Objectum mire multiplicat, & qui Theorias hætenus demonstratas animo comprehendit, haud difficulter variarum Machinarum Catoptricarum constructiones excogitabit. Immo quia nunc etiam in Germania nostra Specula 10 pedes alta & 5 pedes lata confici possunt, integrum aliquod Conclave Speculis vestire licet: quod ob mirificas reflexiones opus erit vere augustum.

COROLLARIUM III.

128. Quia Imago F exhibet Objecti A partem Speculo ED oppositam, Imago vero G alteram ab eodem averfam; si tergum Speculo BC obvertas alterumque Speculum ED, quod manu tenes, ita à latere illi obvertas, ut sit eidem parallelum; faciem & tergum in Speculo ED una videbis.

SCHOLIUM.

129. Quoniam Objectorum quoad utramque superficiem, anteriorem & posteriorem, reflexio etiam contingit, si Speculum unum ad alterum fuerit inclinatum; faciem & tergum simul in eodem Speculo visurus uti potest Speculis, quorum alterum ad Horizontem inclinatur sub Angulo acuto, alterum vero ad id rectum. Sed cum hujus rei Demonstratio eodem prorsus modo fiat, quo huc usque alia similia demonstrata dedimus; eidem non immorabor.

THEOREMA XXIX.

Tab. II. Fig. 23. 130. Si plura Specula BC, CD, DE & EA super Peripheria alicujus Polygoni regularis erigantur, & ex medio F lateris AB incidat radius FG in medium G lateris BC; idem ab omnibus Punctis mediis H, I, K laterum reliquorum CD, DE, EA reflexus redibit in F, Vique reflexionis FGHKF est Polygonum regulare alteri ABCDEA simile.

DEMONSTRATIO.

Quoniam $BG = GC$ per *hypoth.* & $\theta = x$ (§. 24), atque $B = C$ (§. 104.

Geom.); erit $\triangle HCG$ simile & æquale $\triangle GBF$ (§. 251. *Geom.*). Sed FBG est triangulum æquicrurum per *hypoth.* Ergo etiam HCG est triangulum æquicrurum, consequenter $GC = HC$ (§. 89. *Geom.*) & $y = x$ (§. 184. *Geom.*). Radius ergo FG ex G reflectitur in H punctum medium ipsius DC . Eodem prorsus modo ostenditur, GH ex H in I reflecti debere & ita porro. Quod erat unum.

Porro quia $\triangle HCG$ & GBF æqualia & similia, per *demonstr.* adeoque sibi mutuo congruunt (§. 162. *Geom.*); erit $FG = GH$ (§. 177. *Geom.*) & eodem modo constat esse etiam $GH = HI = IK = KF$. Via igitur reflexionis est Figura, cujus latera singula sunt inter se æqualia & numero totidem, quot Figura $ABCDEA$ habet latera Quoniam vero $u + x + y = 180^\circ$ (§. 240. *Geom.*) & $m + x + o = 180^\circ$ (§. 148. *Geom.*), sed $o = y$ per *demonstr.* etiam $u = m$ (§. 91. *Arithm.*). Quare cum eodem modo ostendatur, Angulos reliquos Viæ reflexionis esse Angulis D, E, A æquales; Via reflexionis $FGHIKF$ est Polygonum alteri $ABCDEA$ simile (§. 175. *Geom.*). Quod erat alterum.

COROLLARIUM I.

131. Quodsi Objectum in quocunque Puncto Viæ reflexionis collocetur; videbitur ab Oculo F in Speculo AE .

COROLLARIUM II.

132. Patet igitur, quomodo effici possit; ut muro aut quocunque Objecto alio inter Oculum & Objectum in Speculo spectandum interposito, idem videatur per reflexionem.

COROLLARIUM III.

133. Si Oculus fuerit in F, videbit seipsum per tot reflexiones, quot sunt latera Polygoni, demto uno, in Speculo AE.

PROBLEMA XIII.

134. *Efficere, ut Objectum positione datum videas in Speculo ab Oculo distare intervallo, quod sit multipulum desideratum distantiae ab Oculo extra Speculum.*

RESOLUTIO.

Sit e. gr. Objectum G distans ab Oculo F intervallo duorum pedum: quarit. r quot Speculis opus sit & quomodo collocanda sint, ut Oculus F videat ejus Imaginem 8 pedum intervallo distantem.

1. Exponens rationis distantiae Objecti ab Oculo ad distantiam Imaginis 4 augeatur unitate.
2. Construatur super distantia Objecti ab Oculo FG Polygonum regulare tot angulorum, quot numerus modo inventus habet unitates, nempe in nostro casu Pentagonum FGHIK.
3. Circa hoc Pentagonum describatur aliud ABCDE.
4. Collocentur Specula in H, I & K. Dico, Objectum G visum iri ab Oculo F in Speculo AE distans intervallo 8 pedum.

DEMONSTRATIO.

Quoniam Radius GH ex H in I, ex I in K, ex K tandem in F reflectitur (§. 130); Objectum G per Radium FK ab Oculo F videbitur in Speculo AE (§. 131). Et quia Via reflexionis GH + HI + IK + KF æquatur distantiae

Imaginis ab Oculo (§. 101); erit ea ad distantiam Objecti ab Oculo FG, ut numerus angulorum Polygoni regularis FGHIK unitate moltiplicatus ad unitatem; adeoque in dicta ratione. Q. e. d.

COROLLARIUM I.

135. Quodsi ergo desideres, ut Speculum Planum intuens Imaginem tuam post id distare videas intervallo desiderato; intervallum istud dividendum est in partes quotcunque æquales, e. gr. in quinque & super uno FG. construendum Polygonum regulare tot laterum, quot intervallo assignavisti partes, nempe in nostro casu Pentagonum. Reliqua fiant ut in resolutione Problematis.

COROLLARIUM II.

136. Construi potest Cistula Catoptrica; in quam introspiciens videat Objectum ad desideratam distantiam remotum.

PROBLEMA XIV.

137. *Cistulam Catoptricam construere, in quam introspicienti Objecta intus collocata appareant mirè multiplicata. & per vasta spatia diffusa.*

RESOLUTIO.

1. Construatur Cistula Polygona, prorsus ut in Problemate 12 (§. 119), nisi quod interior Cavitas in nulla loculamenta dividenda. Tab. II.
Fig. 21.
2. Plana lateralia CBHI, BHLA, ALMF, &c. vestiuntur Speculis Planis & ad foramina abradatur Stannum cum Argento vivo ut introspicere liceat.
3. In fundo MI collocentur Objecta quaecunque, e. gr. Avicula caveæ inclusa, quæ huc illucque volitans suaviter moduletur.

Dico.

Dico per foramen *hi* introspicienti Objectum quodcumque in fundo collocatum multiplicatum & inæqualibus ab Oculo intervallis remotum visum iri.

DEMONSTRATIO.

Quodsi per Problema 10 (§. 100) ex dato Oculi & Objecti situ in figura Polygona, qualis est Basis Cistulæ, loca Imaginum Viamque reflexionis pro unaqualibet determines; omnia statim manifesta erunt: ut supervacaneum foret, Demonstrationem superius jam sæpius repetitam denuo repetere.

SCHOLION. I.

138. Quodsi Conclave aliquod Principis figura multangulari construatur & parietes Speculis majoribus vestiuntur, super quibus Vitra plani pellucida aptentur, ut Lux intrare possit; eadem via, antequam construatur, Phenomena ejus addiscere ac prædicere licet.

SCHOLION. II.

139. Quia Specula parallela omnium maxime multiplicant Objecta (§. 130); huic scopo tale Polygonum omnium maxime convenit, quod Planis terminatur parallelis, quale est Prisma sexangulare. Quamobrem ut sint parallela, ad libellam & normam parietibus sunt affigenda (§. 492. Geom.); Quoniam vero Specula plana Objectum referunt tale, quale est (§. 60); Speculorum quoque superficies exactam habere debet planitiem. Si enim à planitie recedit, figuram ejus deformat: id quod etsi in unica reflexione parum nocet, iteratis tamen reflexionibus vitium formæ conspicuum efficit. Speculum quoque affixum esse debet januæ clausæ ut nullibi terminetur visus intra Conclave stantis. Tectum tamen Speculis vestiendum non est (§. 95): præstat fornicem cavum picturis exornari. Fenestrarum loco sint aperturae oblongæ, vitris planis munitæ, qualis est in Cistula Catoptrica hi. Noctu si illuminetur Conclave Candelabro in medio suspenso & pluribus Candelis instructo, magnifica prodeunt spectacula.

CAPUT III.

De Speculis Convexis Sphericis.

PROBLEMA XV.

140. *Specula Vitrea Convexa conficere.*

RESOLUTIO.

1. Stanni pars una & Marchasitæ itidem pars una liquentur & massæ liquefactæ addantur Mercurii partes duæ.
2. Quamprimum Mercurius (quod statim accidit) in fumum abire parat; materia tota in aquam fontanam præcipitetur &, ubi frige facta fuerit, aqua decantetur.

3. Tum massa per linteum triplicatum aut duplicatum urgeatur, &
4. Quod hac ratione à reliqua secernitur in Sphæræ Vitreæ cavitatem infundatur.
5. Sphæra denique circa Axem suum lente vertatur, donec integra Superficies obducta fuerit. Reliquum effusum in futuros usus servatur.

COROLLARIUM I.

141. Quodsi Sphæræ fuerint coloratæ; Specula colorata habebis,

COROLLARIUM II.

142. Eodem artificio Specula Conica & Cylindrica, itemque Prismatica Pyramidalia formari posse, manifestum est.

SCHOLIUM.

143. Quomodo ex Metallo Specula istiusmodi fiant, docemus in Capite 4. De Speculis concavis.

THEOREMA XXX.

144. In omni Speculo sive Plano, sive Curvo quomodocunque, Cathetus obliquationis FC efficit inclinationem Radii incidentis & reflexi DCF & FCE aequalem.

DEMONSTRATIO.

Sit Speculum AB Planum. Quoniam FC ad AB perpendicularis (§. 18); erit $o + y = u + x$ (§. 145. *Geom.*). Sed $o = x$ (§. 24). Ergo $y = u$ (§. 91. *Arith.*). Quod erat unum.

Sit Speculum HCI Curvum, sive Convexum, sive Concavum. Quoniam Punctum contactus C est in recta AB; Reflexio eodem modo fieri debet tum in Convexa, tum in Concava superficie, ac si in Plana AB contingeret. Sed si à Speculo Plano AB reflectitur, y & u sunt æquales per demonstr. Ergo æquales etiam sunt, si Reflexio fit in Speculo Convexo, aut Concavo. Quoniam vero recta FC ad Tangentem perpendicularis etiam ad Curvam normalis censetur; FC est Cathetus obliquationis Speculi Curvi tum Convexi, tum Concavi (§. 18). In utroque igitur efficit inclinationem incidentis & reflexi y & u æqualem. Quod erat alterum.

Wolfii Oper. Mathem. Tom. III.

COROLLARIUM.

145. Quoniam perpendicularis ad Peripheriam Circuli per Centrum transit (§. 308. *Geom.*); in Speculo Sphærico sive Cavo, sive Convexo Radius reflexus CE incidenti DC assignari potest, si ducta ex Centro L per Punctum incidentiæ C recta LCF angulus FCE æqualis fiat ipsi FCD (§. 208. *Geom.*).

Tab:
III.
Fig. 24.

THEOREMA XXXI.

146. In omni Speculo Sphærico Catheti incidentiæ DR, obliquationis FC & reflexionis ES per Centrum L transeunt.

DEMONSTRATIO.

Perpendicularis enim ad Peripheriam Circuli per Centrum L transit (§. 308. *Geom.*). Sed Catheti incidentiæ, obliquationis & reflexionis sunt ad eam perpendiculares (§. 16. 17. 18). Transeunt itaque per Centrum L. Q. e. d.

COROLLARIUM.

147. Catheti adeo incidentiæ DR, obliquationis FC & reflexionis ES in Centro L concurrunt.

THEOREMA XXXII.

148. In Speculo Sphærico Convexo HCI Radius reflexus EM concurrat cum Catheto incidentiæ DL, & Radius incidens DN cum Catheto reflexionis EL inter Tangentem AB & Centrum L.

DEMONSTRATIO.

Catheti incidentiæ, obliquationis & reflexionis sunt in Plano reflexionis (§. 39) adeoque in Plano, quod in Puncto incidentiæ C Speculum tangit (§. 38). Tangens AC cum Catheto obliquationis FC rectum efficit (§. 308. *Geom.* & §. 146. *Catoptr.*), reflexus vero EC seu

R CM

Tab. III. Fig. 24. CM acutum u , adeoque inter Tangentem AC & Cathetum ob iquationis CL cadit. Quare cum Cathetus obliquationis CL & Cathetus incidentiæ DL in Centro L concurrant (§. 147); Radius reflexus EM inter Tangentem & Centrum Cathetum incidentiæ DL secare debet. Eodem modo ostenditur, Radium incidentem DN inter Tangentem & Centrum cum Catheto reflexionis concurrere debere. *Q. e. d.*

THEOREMA XXXIII.

149. In Speculis Sphæricis Angulus reflexionis mixtilineus ECS aqualis est Angulo incidentiæ mixtilineo DCR.

DEMONSTRATIO.

Ducatur recta AB arcum HCI tangens in C: erit $ACD = ECB$ (§. 24). Concipiamus arcus RC & CS infini te parvos eosque æquales: erunt triangula PCR & QCS rectilinea æqualiumque arcuum Tangentes PC & QC, itemque secantes PL & QL æquales (§. 12. 26. Trig.); consequenter ob $RL = SL$ (§. 40. Geom.) $PR = QS$ (§. 91. Arithm.). Ergo angulus PCR = QCS (§. 204. Geom.); consequenter $DCR = ECS$ (§. 88. Arithm.). In Speculis adeo Sphæricis Convexis Angulus reflexionis mixtilineus &c. *Quod erat unum.*

Porro quoniam ACM = BCN (§. 24) & PCR = QCS per demonstrata: erit etiam SCN = RCM (§. 91. Arithm.). In Speculis itaque Sphæricis Concavis Angulus reflexionis mixtilineus &c. *Quod erat alterum.*

THEOREMA XXXIV.

150. Adversis Speculi Convexi Sphæ-

rici AB Punctis F & E non reflectuntur in idem Punctum D Radii ab eodem Puncto G illapsi.

DEMONSTRATIO.

Ducatur recta FEH per Puncta F & E; erit $DEH > DFH$ (§. 88. Geom.); adeoque multo magis $DEB > DFE$. Quare cum sit $GEF = DEB$ (§. 149); erit quoque $GEF > DFE$ (§. 89. Arithm.). Non ab simili modo ostenditur, esse $DFE > GEF$: quod cum sit absurdum, à Speculi Sphærici Convexi AB Punctis diversis F & E in idem Punctum D Radii ab eodem Puncto G illapsi reflecti nequeunt. *Q. e. d.*

THEOREMA XXXV.

151. Si Oculi G & H fuerint in diversis Planis; Objecti Imago videtur in concursu Catheti incidentiæ AF & Radii reflexi GC vel HC.

DEMONSTRATIO.

Imago Objecti videtur, ubi Radii reflexi ad utrumque Oculum GC & HC concurrunt (§. 344. 345 Optic.). Quoniam vero Radii HE & GD à diversis Planis reflectuntur per hypoth. Punctum concursus esse debet in communi sectione Planorum. Cum itaque communis sectio sit Cathetus incidentiæ (§. 147); Punctum concursus est in Catheto incidentiæ, adeoque Imago videtur in concursu Catheti incidentiæ & Radii reflexi. *Q. e. d.*

SCHOLION.

152. Quoniam ordinariè Puncta D & E, à quibus in utrumque Oculum vel ejusdem Oculi diversis pupille partes Radii DG & EH reflectuntur, in diversis Planis existunt; ideo tuto assumere licet, locum Imaginis in

Speculis Sphæricis Convexis esse in Catheto incidentiæ, ad demonstranda Phænomena eorundem. Hoc adeo Principio utentes constanter supponemus Oculos esse in diversis Planis reflexionis. Ubi vero esse debeat locus Imaginis, si extraordinarius Oculi in eodem Plano existunt, seinceps disquiremus.

THEOREMA XXXVI.

153. *In Speculis Sphæricis Convexis una tantum videtur unius Puncti Imago.*

DEMONSTRATIO.

Imago videtur in concursu Radii reflexi GC & Catheti incidentiæ AC (§. 151). Radiorum vero ab uno Puncto A in Speculum Sphæricum Convexum incidentium nonnisi unus AD ad idem Punctum G reflecti potest (§. 150). Ergo Imago nonnisi unica videtur. *Q. e. d.*

THEOREMA XXXVII.

154. *In Speculo Sphærico Convexo Imago Puncti radiantis apparet inter Centrum & Tangentem.*

DEMONSTRATIO.

Apparet enim in concursu Radii reflexi & Catheti incidentiæ (§. 151). Sed Radius reflexus cum Catheto incidentiæ inter Centrum & Tangentem concurrat (§. 184). Ergo inter Centrum & Tangentem Imago apparet. *Q. e. d.*

COROLLARIUM.

155. Catheti ergo AB quantumvis magnæ Imago est portio Radii BC.

PROBLEMA XV.

156. *Data distantia Puncti reflexionis à Catheto, seu Arcu CR, una cum Angulo incidentiæ o & Speculi Sphærici Convexi semidiametro CL; invenire distantiam Imaginis à Centro LM, item-*

que à superficie Speculi MR & à Tangente MP.

RESOLUTIO.

Ob datum Arcum RC angulus MLC datur (§. 57. *Geom.*). Et quia Angulus incidentiæ o datur, inclinatio quoque incidentis y tanquam ejus complementum ad rectum, adeoque inclinatio reflexionis u (§. 144), & hinc verticalis u (§. 156. *Geom.*) datur. Quare cum etiam detur Radius CL per *hypoth.* invenitur LM (§. 36. *Trigon.*).

Sit e. gr. CL = 6 digitorum, RC = 30°, o = 55°; erit u = 35°, CML = 115°, adeoque

Log. Sin. CML	99572757
Log. CL	07781513
Log. Sin. MCL	97585913
	<hr/>
	105367426
Log. ML	05794669,

cui in Tabulis respondent 3" 8".

Quodsi ML à Radio LR subtrahatur, distantia imaginis à Peripheria MR relinquitur.

E. gr. quia in nostro exemplo LR = 6" & LM = 3" 8"; erit MR = 2" 2".

Si denique MP desideretur, ex datis in Triangulo PLC ad C rectangulo angulo L & latere CL invenitur PL (§. 36. *Trigon.*), & inde subtrahitur ML paulo ante inventa.

E. gr. in nostro exemplo erit

Log. Sin. P.	99375306
Log. CL	07781513
Log. Sin. tot.	10000000
	<hr/>
Log. PL	0.8406207,

cui in Tabulis quam proxime respondent 6" 9". Inde si subducas ML = 3" 8"; prohibet MP = 3" 1".

THEOREMA XXXVIII.

Tab.
III.
Fig.
24.

157. In Speculo Spherico Convexo est Cathetus incidentiæ DL ad distantiam Objecti à Tangente ad Punctum reflexionis C ducta DP, ut distantia Imaginis à Centro LM ad distantiam Imaginis à Tangente MP.

DEMONSTRATIO.

Quoniam $o = x$ (§. 24) & $x = m$ (§. 156. Geom.); erit etiam $o = m$ (§. 87. Arithm.), consequenter DP: PM = DC: CM (§. 269. Geom.) Ducatur DF ipsi CM parallela. Erit $u = p$ (§. 233. Geom.) adeoque ob $u = y$ (§. 144), $p = y$ (§. 87. Arithm.), consequenter DF = DC (§. 253. Geom.). Quamobrem cum sit DF [DC]: MC = DL: ML (§. 268. Geom.); erit DL: ML = DP: PM (§. 167. Arithm.), tandemque DL: DP = ML: PM (§. 173. Arithm.). Q. e. d.

COROLLARIUM I.

158. Quoniam DL > DP (§. 84. Arithm.), etiam ML > PM, adeoque multo magis ML > RM. Est igitur distantia Imaginis à Centro major, distantia vero à Tangente minor dimidia semidiametri, vel quarta Diametri parte.

COROLLARIUM II.

159. Imago igitur Tangenti AB quam Centro L vicinior.

COROLLARIUM III.

160. Quia DL:ML = DP:PM (§. 157) & DL > ML (§. 84. Arithm.), etiam DP > PM. Major ergo est Objecti, quam Imaginis à Tangente distantia

COROLLARIUM IV.

161. Unde cum multo magis sit DR > RM; Objectum D a Speculo magis distat quam Imago M.

THEOREMA XXXIX.

162. In Speculo Spherico Convexo distantia Imaginis PM à Tangente AB minor est distantia ejusdem à Puncto reflexionis C.

DEMONSTRATIO.

Est enim $m = x$ (§. 156. Geom.) & $o = x$ (§. 24), adeoque $m = o$ (§. 87. Arithm.). Sed $r > o$ (§. 188. Geom.); ergo $r = m$ (§. 89. Arithm.), consequenter MC > PM seu PM < MC (§. 189. Geom.). Q. e. d.

COROLLARIUM.

163. Multo magis itaque RM distantia Imaginis à Puncto, in quo Cathetus incidentiæ Speculum secat, minor est MC distantia ejusdem à Puncto reflexionis.

THEOREMA XL.

164. Imago M in Speculo Convexo Spherico à Centro L magis distat, quam à Puncto reflexionis C.

DEMONSTRATIO.

Quia ACL rectus (§. 308. Geom.), adeoque DCL obtusus (§. 66. Geom.); erit DL > DC (§. 223. Geom.). Quare cum supra demonstratum (§. 157), ducta DF ipsi MC parallela esse DF = DC, sitque LM: MC = LD: DF (§. 268. Geom.); ob LD, per demonstrata > DF = DC (§. 89. Arithm.), LM > MC. Q. e. d.

THEOREMA XLI.

165. Si Arcus BD inter Punctum incidentiæ D & Cathetum AB, seu Angulus C ad Centrum Speculi Spherici Convexi à Catheto incidentiæ AC & Catheto obliquationis FC interceptus fuerit duplus Anguli incidentiæ; Imago B erit in superficie Speculi.

DEMONSTRATIO.

Quoniam $y = x$ (§. 156. *Geom.*) & n duplo Angulo incidentiæ, hoc est, Angulis incidentiæ & reflexionis junctim sumtis (§. 24) æqualis per *hypoth.* duplus vero Angulus y cum duplo reflexionis Angulo sit duobus rectis æqualis (§. 147. *Geom.*) erit $z = x$ (§. 239. *Geom.*). Cum adeo sit $BC = CD$ (§. 253. *Geom.*); Punctum B in superficie Speculi existit (§. 471. *Geom.*). *Q. e. d.*

THEOREMA XLII.

166. Si Arcus BD inter Punctum incidentiæ D & Cathetum AB interceptus, seu Angulus C ad Centrum Speculi Sphærici Convexi à Catheto incidentiæ AC & Catheto obliquationis FC interceptus, fuerit major duplo Anguli incidentiæ; Imago G erit extra Speculum.

DEMONSTRATIO.

Quoniam Angulus incidentiæ æqualis Angulo reflexionis (§. 24), adeoque duplus Angulus y cum duplo Angulo incidentiæ duobus rectis æqualis (§. 147. *Geom.*); erunt Anguli C, x & z simul sumti duplo Angulo y five x (§. 156. *Geom.*) una cum duplo Anguli incidentiæ æquales (§. 240. *Geom.*). Est vero Angulus C major duplo Angulo incidentiæ per *hypoth.* Ergo $x + z$ minor $2x$, consequenter z minor quam x (§. 92. *Arithm.*) seu $x > z$. Est igitur GC $>$ DC (§. 188. *Geom.*). Cadit ergo Punctum G extra Sphæram (§. 471. *Geom.*). *Q. e. d.*

THEOREMA XLIII.

167. Si Arcus RC inter Punctum incidentiæ C & Cathetum incidentiæ DR

interceptus, seu Angulus L ad Centrum Speculi Sphærici Convexi à Catheto incidentiæ DL & Catheto obliquationis FL interceptus, fuerit minor duplo Anguli incidentiæ; Imago M intra Speculum apparet.

Tab.
III.
Fig.
24.

DEMONSTRATIO.

Quoniam Anguli o , x , y , & n simul (§. 147. *Geom.*). & u , i & n simul itidem duobus rectis æquales sunt (§. 240. *Geom.*); erit $o + x + y + u = u + i + n$ (§. 87. *Geom.*). Sunt vero Anguli verticales u æquales (§. 156. *Geom.*) & $x = o$ (§. 24). Ergo $2o + y = i + n$ (§. 91. *Geom.*). Jam vero $n < 2o$ per *hypoth.* Ergo $i > y > u$ (§. 144); consequenter CL $>$ ML (§. 188. *Geom.*). Cadit ergo Punctum M intra Sphæram (§. 471. *Geom.*). *Q. e. d.*

SCHOLIION.

168. En itaque Regulas, juxta quas distinguere semper licet, utrum Imago intra Speculum, an in superficie ejus aut prorsus extra id comparere debeat, quæ in Catoptrica hætenus desiderata fuerunt. Ceterum cum Radius reflexus admodum obliquus sit, si Imago extra Speculum apparere debet, ita ut R. P. DECHALES (a) fateatur, se vix unquam Objecti Imaginem extra Speculum spectare potuisse, adeoque vix quicquam certi statui posse concludat; ego jam in Elementis Catoptrica Germanicis tale proposui Experimentum, quo Objecti Imaginem extra Sphæram esse clarissime agnoscitur. Filum argenteum nitore suo se commendans & instar normæ inflexum ABC ita Speculo objeci, ut crus AB esset ad ejus superficiem valde obliquum. Oculus ex opposito constitutus contactum Imaginis & fili BA clarissime conspexit, utut filum BA Speculum

Tab.
III.
Fig.
29.

R 3

n n

(a) Catoptr. Lib. II. Prop. 18. f. 602. Tom. 3. Mundi Mathematici.

non attingeret. Cumque Imago & filum unum continuum constituent, moto filo movetur filum & Imago instar unius rectæ.

THEOREMA XLIV.

Tab.
III.
Fig.
30.

169. In Speculo Spherico Convexo Punctum remotius A reflectitur à Puncto F Oculo O viciniore, quam vicinius quodlibet B in eadem Catheto incidentiæ AC existens.

DEMONSTRATIO.

Ponamus enim, si fieri potest, Punctum vicinius B reflecti in Oculum O à Puncto remotiori Speculi H quam Punctum remotius Catheti A. Quoniam AH secat BE in I, Punctum I & per Radium OH ex H & per Radium OE ex E ad Oculum O reflectetur. Quod cum sit absurdum (§. 150), Punctum Catheti remotius A à Puncto Speculi remotiore H in Oculum O reflecti nequit. *Q. e. d.*

COROLLARIUM.

170. Quodsi adeo Punctum Objecti A à Puncto Speculi F & Punctum Objecti B à Puncto Speculi E reflectitur; omnia Puncta intermedia inter A & B à Punctis Speculi intermediis inter F & E reflectentur: eritque adeo FE tota Linea reflectens rectam AB.

THEOREMA XLV.

Tab.
III.
Fig.
31.

171. Punctum vicinius B, quod cum remotiori H in eadem Catheto non existit, à viciniore Puncto Speculi D reflectitur in Oculum O, quam remotius H.

DEMONSTRATIO.

Ponamus si fieri potest, Punctum remotius H reflecti à Puncto viciniore K quam vicinius B. Quoniam HK secat incidentem BD in I; Punctum I &

à Puncto Speculi D per Radium DO, & à Puncto K per Radium KO ad idem Punctum O reflectetur. Quod cum sit absurdum (§. 150); Punctum remotius H à Puncto viciniore K reflecti nequit. *Q. e. d.*

COROLLARIUM I.

172. Quodsi ergo Punctum Objecti A à Puncto Speculi C & Punctum Objecti B à Puncto Speculi D in idem Punctum O reflectuntur; omnia Puncta intermedia inter A & B à Punctis intermediis C & D reflectuntur.

COROLLARIUM II.

173. Objecti igitur BA Imago FG intra Cathetos BE & AE continetur.

THEOREMA XLVI.

174. In Speculo Spherico Convexo Punctum vicinius Catheti B majori intervallo à Centro C distare videtur quam remotius A.

DEMONSTRATIO.

Quoniam Punctum remotius A à Puncto F Catheto Oculi OC viciniore, vicinius autem B à remotiore E reflectitur (§. 169); Radius reflexus OF Centro C vicinior est quam OE, adeoque Cathetum incidentiæ AC in minori à Centro C distantia secat quam OE. Quare cum quodlibet Catheti Punctum A vel B videatur in concursu Radii reflexi Oa vel Ob cum Catheto incidentiæ AC (§. 151); Punctum A in minori distantia à Centro C videtur quam Punctum B. *Q. e. d.*

THEOREMA XLVII.

175. In Speculo Spherico Convexo Imago minor est Objecto.

DEMONSTRATIO.

Reflectatur Punctum A per Radium EO & Punctum B per Radium DO in Oculum O à Speculo Sphærico Convexo. Ducatur per Puncta reflexionis E & D recta FI; quæ repræsentet Speculum Planum. Dico à Punctis E & D Speculi Plani non posse reflecti eadem Puncta Objecti A & B in Oculum. Tangat KN Speculum in Puncto reflexionis E. Quoniam $AEK = OEN$ (§.24); $AEF < OEN$ (§.89. *Arithm.*), adeoque multo magis $< OED$; consequenter OE non est reflexus incidentis AE in Speculum Planum FI (§. *cit.*). Porro $AEF > AMF$ & $OMD > OEM$ (§.188. *Geom.*), atque $AEF = OEM$ (§.24): ergo $OEM > AMF$ (§.89. *Arithm.*), & hinc multo magis $OMD > AMF$; consequenter OM non est reflexus incidentis A in Speculum Planum. Punctum itaque G, unde A in O à Speculo Plano FI reflectitur, cadit extra rectam ED. Quare cum eodem modo ostendatur, Punctum quoque H, unde B in O reflectitur, extra eandem rectam ED cadere; Objectum AB in Speculo Sphærico sub minore angulo EOD videtur quam in Plano, in quo sub angulo GOH conspicitur: unde minus in Sphærico, quam in Plano apparere debet (§.209 *Optic.*); sed in Speculo Plano Imago Objecto aqualis (§.60). Ergo in Convexo eodem minor. *Q. e. d.*

COROLLARIUM.

176 Speculorum adeo Convexorum usus est in Arte Pictoria, si Imago Objecto minor delineanda.

SCHOLIUM.

177. Falluntur itaque nonnulli Veterum asserentes, in Speculo Sphærico diebus canicularibus sub Aquis demerso videri Sirium. Solis enim, non Sirii imago est, quæ apparet: nec tantum diebus canicularibus, sed omni tempore reliquo idem Phenomenon spectatur.

THEOREMA XLVIII.

178. Imago Objecti remotioris minor est quam viciniore in Speculo Convexo Sphærico.

DEMONSTRATIO.

Sit Objectum $AB = ab$, & in C Centrum; Speculi: erunt AC & BC Punctorum A & B, aC & bC Punctorum a & b Catheti incidentiæ (§.16) & angulus $ACB < aCb$. Quare cum Imago intra Cathetos AC & CB contineatur (§.173) & præterea remotiora à Speculo Centro C propiora spectentur (§.174); Imago remotioris AB minus spatium occupat, quam viciniore ab : illa igitur hac minor videtur. *Q. e. d.*

COROLLARIUM.

179. Accedentis itaque ad Speculum Convexum Imago fit major, recedentis vero minor.

THEOREMA XLIX.

180. In Speculis Convexis minoribus Imago minor est quam in Speculis majoribus.

DEMONSTRATIO.

Sit C commune Centrum Speculorum EF, GH. Quoniam Imago in utroque Speculo intra Cathetos AC & BC continetur (§.173), & inter Centrum atque Tangentem apparet (§.154) in Speculo minori EF Centro C erit propior quam in Speculo GH, adeoque in illo

Tab.
III.
Fig.
33.

Tab.
III.
Fig.
34.

illo minor, in hoc major. *Q. e. d.*

Tab.
111.
Fig.
31.

THEOREMA L.

181. *In Speculo Spharico Convexo sinistra apparent dextra & dextra sinistra.*

DEMONSTRATIO.

Punctum enim B videtur in Catheto BE & Punctum A in Catheto AE (§. 151). Dextra igitur dextris, sinistra sinistris respondent. Sed in Visione directa adspectabilis dextra tuæ sinistrae & sinistra dextræ respondent, adeoque in Speculo sinistra apparent dextra, dextra vero videntur sinistra. *Q. e. d.*

THEOREMA LI.

Tab.
111.
Fig.
30.

182. *Magnitudines ad Speculum Sphericum perpendiculares videntur eversa.*

DEMONSTRATIO.

Punctum enim à Speculo remotius A videtur Centro propius in *a* & Punctum Speculo vicinius B à Centro remotius apparet in *b* (§. 147). Extrema igitur B & *b* sibi mutuo opponuntur, adeoque Imago *ab* magnitudinis ad Speculum perpendicularis AB eversa apparet. *Q. e. d.*

THEOREMA LII.

183. *Lineæ rectæ ad Speculum Convexum Sphericum perpendicularis Imago est Linea recta; Lineæ vero ad Speculum obliquæ vel eidem parallelæ Imago est Convexa.*

DEMONSTRATIO.

Si Linea AB ad Speculum perpendicularis; in Catheto incidentiæ BC erit (§. 16). Sed quodlibet ejus Punctum in Catheto videtur (§. 151). Ergo Ima-

go ejus *ab* est Linea recta. *Quod erat unum.*

Si Linea AB ad Speculum GH vel parallela, vel obliqua; demissa ex C perpendiculari CD, erit $CB > CD$ (§. 220. *Geom.*) adeoque cum sit $CH = CI$ (§. 40. *Geom.*) $BH > DI$ (§. 92. *Aritbm.*). Punctum igitur B Centro C propius videtur quam D (§. 174), consequenter Linea AB convexa apparebit. *Quod erat alterum.*

THEOREMA LIII.

184. *In Speculo Spharico Convexo ab eodem Oculo nonnisi una unius Objecti Imago videri potest.*

DEMONSTRATIO.

Videat Oculus O, si fieri potest; duas Imagenes, alteram quidem per Radium reflexum OA, alteram per reflexum OB. Ergo idem Punctum Objecti à diversis Speculi Punctis B & A reflectetur ad idem Punctum O: Quod cum sit absurdum (§. 150), Imagenes ejusdem Objecti plures in Speculo Convexo Spharico idem Oculus videre nequit. *Q. e. d.*

THEOREMA LIV.

185. *Si plures Radii reflexi DB, EC &c. fuerint in eodem Plano; remotior EC Catheto incidentiæ cum eadem in majore distantia à Centro L concurrat, vicinior DB in minore.*

DEMONSTRATIO.

Concurrat uterque in eodem Puncto G, si fieri potest. Ducantur ad Puncta reflexionis B & C Tangentes BK & CI: erit $AK > AI$. Quoniam $AL : GL = AK : KG$ (§. 157. *Catopt.* & §. 173. *Aritbm.*) si Radius CE itidem in G

cum

cum Catheto AL concurrat; erit etiam $AL:GL = AI:IG$ (§. §. cit.). Est vero $AK > AI$; ergo & $KG > IG$, seu pars major toto. *Quod absurdum.*

Concurrat Radius EC, si fieri potest, infra G in N cum Catheto AL. Quoniam $AL:GL = AK:KG$ & $AL:LN = AI:IN$ (§. 157), sitque $GL > NL$ per hypoth. erit $AL:GL < AL:LN$ (§. 205. Arithm.), & hinc $AK:KG < AI:IN$ (§. 89. Arithm.). Sed cum sit $AK > AI$, erit $AK:KG > AI:KG$ (§. 203. Arithm.) & ob $KG < IN$ erit $AI:KG > AI:IN$ (§. 205. Arithm.), consequenter multo magis $AK:KG > AI:IN$. Habet igitur AK ad KG & minorem & majorem rationem quam AI ad IN. *Quod denno absurdum.*

Quoniam itaque Radius EC nec in G, nec infra G cum Catheto AL concurrat; supra G cum eadem concurrere debet, hoc est, in majore à Centro distantia quam vicinior DB. *Q. e. d.*

COROLLARIUM.

186. Qui ergo Punctum A in Speculo Convexo Sphærico per Radium remotiorem EC videt, ei Imago in majore à Centro distantia FL apparet, quam qui idem per Radium viciniorem DB cernit (§. 151).

SCHOLIUM.

187. Hinc quo magis Oculus à Catheto incidentiæ versus dextram aut sinistram recedit, Puncto A immoto, eo magis à Centro L recedit & ad superficiem accedit, immo tandem eandem egreditur Imago: quod facile experiri datur.

THEOREMA LV.

188. Si duo Oculi D & E fuerint in eodem Plano, Imago ante Cathetum incidentiæ AL in H apparet.

Tab. IV. Fig. 36.

DEMONSTRATIO.

Ibi enim videtur, ubi Radii EC & DB à Speculo in Oculum reflexi concurrunt (§. 346. 347. Optic.). Sed quia EC Cathetum AL in majore à Centro distantia FL secat, DB vero in minore GL (§. 185), erit Radius DG in Catheto infra Radium EF, cum extra Speculum supra eundem existeret, adeoque DG & EL ante Cathetum se necessario secant in H (§. 50. Geom.) Imago igitur in H ante Cathetum apparet. *Q. e. d.*

SCHOLIUM.

189. Atque hic est casus ille rarior, de quo non valent, quæ superius demonstrata sunt ex loco Imaginis in Catheto supposito.

PROBLEMA XVII.

190. Specula Convexa ita collocare, ut per multiplicem Reflexionem videatur adspectabile.

RESOLUTIO.

1. Speculis Planis quomodocunque dispositis inveniantur Puncta reflexionis in singulis (§. 100).
2. Specula Convexa ita collocentur ut Plana tangant in Punctis reflexionum & Plana removeantur.

Quoniam enim tum perinde à Convexis reflectuntur, ac si à Planis reflecterentur per multiplicem Reflexionem in Speculis Convexis factam Adspectabile videbitur.

THEOREMA LVI.

Tab.
IV.
Fig.
37.

191. *Radii à Speculo Sphærico Convexo reflexi magis divergunt, quam si à Plano reflecterentur.*

DEMONSTRATIO.

Incidat ex A Radius in B & reflectatur in C. Ducatur Tangens HB per B, quæ repræsentat Speculum Planum, in quo AB eodem modo reflectitur ac in Sphærico. Incidat porro in Sphæricum Radius AF, qui secabit Tangentem in D, adeoque à Plano Speculo reflecteretur in E via DE (§.24). Per Punctum F ducatur PL ipsi HB parallela & MN tangens Speculum Sphæricum in Puncto incidentiæ F; sitque OF Radius reflexus super Plano PL; erit angulus $ADB = EDH$ (§. 24) $= AFL$ (§.233. *Geom.*) $= OFP$ (§. 24) $= OQH$ (§.233. *Geom.*). Quodsi ergo Radius AF reflecteretur à Plano PL, reflexus OF foret ipsi ED parallelus (§. 255. *Geom.*), adeoque jam magis distaret à reflexo priore CB quam reflexus ED. Quoniam vero Angulus incidentiæ AFN super Tangente MN est minor quam super Plano PL, nempe $AFN < AFL$ (§.84 *Arithm.*); sub minori quoque Angulo reflectetur (§.24), adeoque propior erit reflexus à Tangente KF Tangenti MF, quam reflexus à parallela OF parallelæ PF. Quare cum MF cadat infra PF (§. 50. *Geom.*); Radius quoque KF infra OF cadere debet; consequenter quia OF à CB jam magis distat quam ED, multo magis KF à CB majore intervallo distabit quam ED; adeoque Radii FK & CB

magis divergunt, quam si à Speculo Plano reflecterentur (§. 84. *Geom.*).
Q. e. d.

COROLLARIUM I.

192. Lumen igitur à Speculo Sphærico Convexo reflexum debilitatur (§. 87. *Optic.*), adeoque reflexi effectus minores sunt, quam directi (§. 530. *Mechan.*).

COROLLARIUM II.

193. Quoniam angulus $CAD > CBD$ (§. 188. *Geom.*); Radii magis divergentes AC & AD è propinquiore Puncto A radiant, quam minus divergentes BC & BD. Cum igitur Radii à Speculo Convexo Sphærico reflexi fiant magis divergentes (§. 191); Punctum reflexum veluti ex loco viciniore radiat, & hinc Myopes in Speculo Convexo distinctius vident remota, quam directe (§. 384. & §. 43. *Optic.*).

PROBLEMA LVII.

194. *Radii reflexi à Sphæra minore magis divergunt, quam si a majore reflecterentur.*

DEMONSTRATIO.

Sit Radius AH ad utrumque Speculum perpendicularis, hoc est, transeat per Centra C & D (§.38. *Anal. infra.*), & in Punctum E, quod est in utroque Speculo, incidat Radius AE. Ducantur ex C & D Radii DG & CF. Quoniam inclinatio incidentis $GEA = GDA + EAD$ & $FEA = FCA + EAD$ (§.239. *Geom.*); sed $FCA > GDA$ (§. 188. *Geom.*): erit quoque $FEA > GEA$ (§.90. *Arithm.*); consequenter Radius AE à Speculo Sphærico minore reflexus cadet ultra reflexum à majore (§.144) & sic à Radio AB magis diverget, quam si à majore reflecteretur.
Q. e. d.

Co-

COROLLARIUM.

195. Lumen igitur à Sphæra minore reflexum magis debilitatur, quam si à majore reflectitur (§. 87. *Optic.*), adeoque in priori casu effectus ejus minores sunt, quam in posteriore (§. 530. *Mechan.*).

THEOREMA LVIII.

196. *A quocunque Puncto G portio- nis Sphæra conspicua EGF in Oculum A reflecti potest Radius; sed à nullo Puncto portio- nis inconspicua EDF.*

DEMONSTRATIO.

Sit Oculus A, & recta AD transeat per Centrum, rectæ vero AB & AC tangant Circulum maximum Sphæra EDFG in E & F; erit ECF portio Sphæra conspicua (§. 246. *Opt.*). Sumatur quodcunque Punctum G & ex eo in Oculum ducatur recta AG, sitque Circulus DFGE Planum reflectens. Ducatur in Puncto G Tangens HI & ex Centro L recta LM, erit MGI Angulus rectus (§. 309. *Geom.*), adeoque MGA recto minor, consequenter acutus (§. 66. *Geom.*). Quamobrem cum MGH sit itidem rectus (65. 145. *Geom.*); poterit KGM ipsi AGM æqualis fieri, atque adeo Radius KG per Radium GA reflecti potest in Oculum A (§. 144). *Quod erat unum.*

Jam inter Tangentes AF & AE atque Circulum recta duci non potest (§. 304. *Geom.*), adeoque recta quæcunque ad Punctum contractus ducta FN erit supra eandem. Quamobrem si cum Tangente CF recto minorem facit CFN ipsique æqualis sit OFA & FN sumatur pro Radio incidente; erit etiam reflexus FO super Tangente (§. 24); consequenter à Puncto contactus F nullus in Oculum A Radius reflecti potest. Multo minus igitur reflectetur à portione Sphæra inconspicua EDF. *Quod erat alterum.*

Tab. VII. Fig. 62.

COROLLARIUM I.

197. Quoniam inter Tangentem & Peripheriam Circuli recta nulla duci potest (§. 304. *Geom.*), Visibilia vero per Lineas rectas radiant (§. 46. *Optic.*); Objectum intra Conum truncatum BCFE constitutum non potest radiare nisi in partem Sphæra inconspicuam EDF, consequenter nullus in Oculum A Radius reflecti (§. 196), adeoque nec Objectum istud videri potest (§. 42. *Optic.*).

COROLLARIUM II.

198. Quamobrem si ex Centro L ducatur Cathetus iufinita LP; pars ipsius LQ non videbitur (§. 197), partis vero QP Imago partim extra (§. 166), partim intra Speculum apparebit (§. 167).

CAPUT IV.

De Speculis Sphæricis Concavis.

PROBLEMA XVIII.

199. *Modulum pro Speculis Sphæricis Concavis fundendis parare.*

RESOLUTIO.

1. Lutum exsiccatum & in pulverem contritum percribretur, ut arena & sordes separentur.
2. Pulvis per Cribrum trajectus cum aqua commisceatur, & in pulvem redactus per Secerniculum secernatur.
3. Cum hac massa sterco equinum & pili vitulini concisi porro commisceantur, tamdiu subigenda, donec satis tenax deprehendatur. Addi etiam potest pulvis carbonum vel laterum contritorum percribratus.
4. Ex Lapide arenaceo ruditer paretur duplex Modulus, alter quidem convexus, alter concavus, & mediante arena madefacta tamdiu cavum super convexo atteratur, donec concavus congruat convexo: ita enim perfectam adipisceris figuram Sphæricam. Consultum vero est, ut arena per Cribrum trajiciatur, ne grana majora cavitates hinc inde causentur in superficiebus Modulorum.
5. Massa ante præparata ope Ligni volutorii AB super Tabula extendatur, donec eam nanciscatur crassitiem, quam Speculum habere debet, & extensa pulvereque lateritio conspersa, ne adhæreat, Modulo

Tab.
IV.
Fig. 40.

convexo superinducatur, ut Speculi figuram induat.

6. Huic exsiccatæ & pinguedine illitæ denuo inducatur operculum ex eadem massa: quo ipso exsiccato
7. Utrumque Sphære cavæ segmentum, quod ex luto confecisti, removeatur & rejecto interiore, quod speculi spatium replet, Modulus lapideus pigmento aliquo ex creta & lacte præparato illinetur; operculum vero denuo imponatur.
8. Tandem commissuræ eodem luto, ex quo operculum formatum est, obducantur, Modulus integer filis ferreis constringatur, & foramina duo efformentur, per quorum unum materia Speculi fusa infundi, per alterum vero aër ex Moduli cavitate expelli possit, ne Speculum bulbulis vitietur.

SCHOLIION.

200. *Moduli tanta cum cura parari debent, ut Speculorum figura sit vere Sphærica.*

PROBLEMA XIX.

201. *Speculum Metallicum efficere.*

RESOLUTIO.

1. Liqueantur Cupri recentis partes octo; Stanni Anglicani una, Marchasitæ quinque.
2. Ferro calido materiæ liquatæ nonnihil eximatur: quod si frige factum nimis

nimis rubet, plus Stanni addatur, si nimis albicat, aliquid Cupri adiciatur, donec massa Specularis conveniente gaudeat colore.

3. Tum Massa modulo per Problema præcedens præparato infundatur, quæ Speculi figuram assumet.

SCHOLIION I.

202. Alii 10 partibus Cupri admiscunt quatuor Stanni Anglicani & aliquid Antimonii & Salis Ammoniacy, massamque tandem bacillo agitant, quamdiu fumus exhalat, ab ore & naribus arcendus, quia venenosus. Alii aliis mixturis utuntur, quales complures describunt SCHOTTUS (a) & ZAHNIUS (b).

SCHOLIION II.

203. Specula hæc Metallica vocari solent Chalybea, quia probe polita Chalybis poliri colorem æmulantur. Possent vero etiam ex Chalybe parari, ex superioribus constat (§. 89).

PROBLEMA XX.

204. Specula Metallica polire.

RESOLUTIO.

1. Speculum fufum capulo ligneo pice agglutinetur &
2. Super Modulo lapideo (§. 199) mediante aqua atque arena, & ubi extritum fuerit, sine arena atteratur, donec fuerit ad lævigandum aptum.
3. Lapideus Modulus exsiccatu aut alter æqualis charta vestiatur, pulvere Tripolitano & calce Stanni illinenda.
4. Super hac Speculum tamdiu teratur, donec splendore exquisito undiquaque refulgeat.

(a) Magiæ Catoptr. Part. i. Lib. VI. Pragm. 4. p. 266. & seqq.

(b) In Oculo Artific. Fundam. 3. Synt. 3. Cap. 10. §. 9. Prax. 4. l. m. 6. l. & seqq.

COROLLARIUM.

205. Non abfimili modo Specula Vitrea poliuntur, nisi quod Superficies convexa in Modulo concavo expolienda.

SCHOLIION.

206. Si Specula fuerint majora, super Tabula firmata primum Lapide arenoso, deinde Pumice, inde Arena subtili mediante vitro, quod Capulo ligneo avglutinatum, terminatur, tandem calce Stanni & pulvere Tripolitano corio madido insperso fricantur.

PROBLEMA XXI.

207. Speculum Vitreum Concavum terminare.

RESOLUTIO.

1. Paretur Modulus Concavus ex gypso, cujus Superficiæ Concavæ Convexa Speculi congruit.
2. Reliqua fiant ut in Probl. 3. (§. 49).

THEOREMA LIX.

208. Si inclinatio Radii KI in Speculum Sphericum Cavum EI incidentis & Axi AB paralleli fuerit 60 graduum; Radius reflexus IB cum Axe AB in ipso Speculi Pofo B concurrat.

Tab. IV. Fig. 41.

DEMONSTRATIO.

Quoniam $m = 60^\circ$ per hypoth. erit etiam $n = 60^\circ$ (§. 144), & quia KI axi AB parallela per hypoth. etiam $i = 60^\circ$ (§. 233. Geom.); consequenter $u = 60^\circ$ (§. 240. Geom.) atque hinc CB radio CI æqualis (§. 254. Geom.). Punctum igitur B, in quo Radius reflexus IB cum Axe concurrat, est in ipsa superficie Speculi (§. 356. Geom.). Q. e. d.

THEOREMA LX.

209. Si Radii HE in Speculum Concavum Sphericum EI incidentis & Axi

S 3 AB

Tab.
IV.
Fig.
41.

AB paralleli inclinatio fuerit 60 gradibus minor; reflexus EF cum Axe AB concurrat ad distantiam BE quarta Diametri parte minorem.

DEMONSTRATIO.

Quoniam $o = x$ (§. 144) & ob parallelismum rectarum HE & AB, $o = y$ (233. *Geom.*); erit etiam $x = y$ (§. 87. *Arithm.*) & hinc $FE = FC$ (§. 253 *Geom.*). Est vero $CF + EF > EC$ (§. 190. *Geom.*) & $CE = CB$ (§. 40. *Geom.*): ergo $CF + FE > CB$ (§. 89. *Arithm.*), consequenter $CF > FB$ (§. 92. *Arithm.*), hoc est FB minor est dimidia Radii CB aut quarta Diametri parte. *Q. e. d.*

THEOREMA LXI.

210. Distantia FC Puncti F, ubi Radius HE in Speculum Sphericum Cavum EI incidens & Axi AB parallelus cum eodem concurrat, à Centro C est ad dimidium Radium CD, in ratione Sinus totius ad Cosinum inclinationis.

DEMONSTRATIO.

Ex Demonstratione Theorematis præcedentis patet, esse $FE = FC$. Quare si ex F demittatur perpendicularis FD; erit $DC = \frac{1}{2} CE$ (§. 184. *Geom.*). Quodsi vero CF sumatur pro Sinu toto, erit CD Sinus Anguli DFC (§. 2. *Trigon.*) seu Cosinus Anguli DCF (§. 11. *Trigon.*), hoc est, inclinationis DEH (§. 233. *Geom.*). Est itaque CF ad CD, ut Sinus totus ad Cosinum inclinationis. *Q. e. d.*

PROBLEMA XXII.

211. Determinare rationem, quam habet portio Axis, cum quo Radii paralleli à toto Speculo Spherico Concavo reflexi concurrunt, ad Radium.

RESOLUTIO.

1. Cosinus inclinationis Radii extimi subtrahatur à Sinu toto; relinquetur OF differentia inter dimidium Radium & Puncti F, ubi Radius extimus cum Axe unitur, à Centro C distantiam (§. 210).

2. Quodsi ergo per OF duplum Cosinus istius, hoc est, EC (§. cit.) dividas; quotus exprimit, quanta Radii pars sit OF.

Quare cum portio Axis, cum qua Radii paralleli sub inclinatione 60 gradibus minore concurrunt, sit eidem propemodum æqualis (§. 209); ratio ejus ad Radium, est ut unitas ad quotum inventum.

E. g. Sit inclinatio trium graduum: erit

$$\begin{array}{r}
 CF = 10000000 \\
 CD = 9986295 \\
 \hline
 OF = 13705 \\
 CE = 19972590 \quad (1457) \\
 \hline
 13705 \\
 62675 \\
 54820 \\
 \hline
 78559 \\
 68525 \\
 \hline
 100340 \\
 95935 \\
 \hline
 4405
 \end{array}$$

Nempe OF est $\frac{1}{1457}$ Radii. In Speculo itaque Spherico Concavo, cujus latitudo 6 gradus subtendit, Radii paralleli post reflexionem uniuntur cum portione Axis, quæ parte millesima quadringentesima quinquagesima septima minor existit. Eodem modo reperitur, si inclinatio fuerit 6, 9, 12, 15, 18 graduum; esse OF $\frac{1}{303}$, $\frac{1}{160}$, $\frac{1}{89}$, $\frac{1}{56}$, $\frac{1}{38}$ Radii, hoc est, portionem Axis, cum quo Radii paralleli à Speculo Spherico Cavo reflexi concurrunt, esse minorem $\frac{1}{303}$, $\frac{1}{160}$, $\frac{1}{89}$, $\frac{1}{56}$, $\frac{1}{38}$, si latitudo

latitudo Speculi subtendat Arcum 12, 18, 24, 30, 36, graduum.

COROLLARIUM I.

212. Quoniam itaque Radii per totam Speculi superficiem dispersi in angustum admodum spatium post reflexionem coarctantur; Lumen Radiorum parallelorum per reflexionem à Speculo Sphærico Concavo valde intenditur (§. 89. *Optic.*), nempe in ratione duplicata latitudinis Speculi & Diametri Circuli, in quo Radii omnes uniti continentur (§. 409. *Geom.*)

COROLLARIUM II.

213. Cum Radii Solares sint paralleli (§. 93 *Optic.*); eorum vires per reflexionem à Speculo Concavo Sphærico valde intenduntur (§. 209), adeoque non mirum, quod lignum aliaque inflammabilia accendant & liquabilia liquefaciant.

SCHOLION I.

214. Specula Concava Sphærica inde Caustica seu Ustoria appellari solent: locus autem in quo incendium excitatur, Focus dicitur. Apparet autem errasse EUCLIDEM & cum eo Veteres in universum, dum Focus in Centro esse credidere.

COROLLARIUM III.

215. Quoniam Focus ibi est, ubi Radii arctissime uniuntur; si majoris fuerit Sphærae segmentum, latitudo Arcum 18 gradibus haud majorem subtendere debet; si vero fuerit Sphærae minoris segmentum, ad summum arcum 30 graduum.

SCHOLION II.

216 KIRCHERUS sane (a) Specula caustica omnium optima deprehendit, quorum latitudo Arcum 18 gradibus haud majorem subtendit, Experientia adeo Demonstratio- ni conveniente.

COROLLARIUM IV.

217. Quia superficies Speculi, quod

(a) In Arte magna Lucis & Umbræ, Lib. X. Part. 3. Cap. 1. Pragm. 2.

majoris Sphærae segmentum est. plures Radios excipit, quam quod minoris existit, si utriusque latitudo Arcum 18 graduum subtendat, vel etiam aliquanto majorem, vel minorem, sed æqualem tamen; effectus quoque Speculorum majores sunt, quam minorum.

COROLLARIUM V.

218. Quia Focus intra quartam & quintam Diametri partem continetur (§. 209. 211); Specula, quæ sunt majoris Sphærae segmenta, ad majorem distantiam urunt, quam quæ sunt segmenta minoris.

COROLLARIUM VI.

219. Quoniam denique ustio à Radio- rum unione (§. 212. 213), unio Radio- rum à figura convaca Sphærica pendet (§. 209); mirum sane non est, quod etiam Specula lignea deaurata & quæ ex gypso parantur atque auro obducuntur, immo etiam ex charta confecta & stramine obducta urant.

SCHOLION III.

220. Apud Veteres celebrantur Specula ARCHIMEDIS atque PROCLI: quorum ille naves Romanorum, duce MARCELLO Syracusas obsidentium, ZONARA (b), TZETZE (c) & GALENO (d) aliique antiquioribus, quos TZETZES citat, Autoribus; hic vero, referente denuo ZONARA (e) Classem VITALIANI Byzantium obsidentis Speculo Caustico incendit. Enimvero cum distantia Foci in Speculo Sphærico Concavo quartam Diametri partem non excedat, ARCHIMEDEUM autem ad distantiam 30 passuum (re ab ATHANASIO KIRCHERO Syracusus transeunte examinata) vim suam ustoriam extendere debuerit (f), & latitudo Foci perquam exigua existat; Spectu- lo

(b) Annal. Tom. II. p. 83.

(c) Variorum Historiarum Chiliad. 2. Hist. 35. pag. 22.

(d) De Temperamentis Lib. III. Cap. 2.

(e) Annal. Tom. III. pag. 46.

(f) Vid. SCHOLIUS in Magia universi. Part. 1. Lib. VII. Synagm. §. 3. pag. 417.

lo Caustico præstari nequit, quod ARCHIMEDES atque PROCLUS fecisse perhibentur. Quoniam vero nec difficultate carent, quæ de reflexione Radiorum Solarium à pluribus Speculis Planis in eundem locum factis suspicatur KIRCHERUS, aut alii de Speculis Parabolicis prodiderunt; ideo plurimis inter commenta referenda videntur, quæ Veteres incerta summa delusi de Speculis ARCHIMEDIS atque PROCLI commemorant.

SCHOLION IV.

221. Inter Specula recentiora eminent SEPTALIANUM, VILLETANUM & TSHIRNHUSIANUM. Nimirum MÅNFREDUS SEPTALA, Canonicus Mediolanensis, teste SCHOTO (a), Speculo Parabolico ad 15 ac 16 fere passuum distantiam asseres combussit. VILETTI, Artificis Lugdunensis Galli, Speculum unum à TAVERNIERIO emtum & Regi Persarum oblatum est; secundum suis sumptibus sibi comparavit Rex Daniæ; tertium denique munificentia Regis Galliarum dignum fuit judicatum. Eorum effectus prædicantur sequentes (b): Lignum viride in momento ignem concepit; minutia ferri ex lebetæ resoluta liquefacta destillavit 40 minutorum secundorum spatio; nummus 15 solidorum Gallicorum perforatus est 24 secundis; calculus orichalceus perforatus est $\frac{6}{10}$ secundi; frustum laterculi quadrati ex camera vitrificatum est in guttam vitri 45 secundis; Chilybs perforata est $\frac{2}{10}$ unius secundi; Lapis mineralis, qui sclopetis ad excitandum ignem affigitur, vitrificatus est minuto uno; frustum cæmenti vitrificatum est 52 secundis. Latitudo Speculi istiusmodi effectibus nobilitati erat 30 digitorum, latitudo Foci semiaureum Ludovici adæquabat, tres circiter pedes à Centro distantis. Denique de TSHIRNHUSIANO, quod omnibus palmam præripit, sequentia annotantur in Actis Eruditorum, quæ Lipsiæ

(a) In Magia Univers. Part. I. Lib. VII. §. 6. pag. 418.

(b) In Transf. Angl. n. 6. pag. 95. & in Diario Litteratorum Parisino Ann. 1679. Mens. Decemb. p. 322.

publicantur (c): „ 1. Admotum Foco
„ Speculi lignum momento flammam con-
„ cipit, quam ne ventus quidem valen-
„ tior facile extinguat. 2. Aqua intra vas-
„ culum figulinum ei applicatum extem-
„ plo effervescit, ut ova injecta statim fiant
„ edulia: retento ibidem parumper vas-
„ culo, aqua omnis evaporat. 3. Massa
„ Stanni Plumbive, tres pollices crassa,
„ simul ac Foco admovetur, guttatim li-
„ quescere, pauloque ibi detenta continuo
„ fluere incipit, donec spatio 2 aut 3 mi-
„ nutorum plane perterebretur. 4. Lamina
„ Ferrea aut Chalybea Foco admota, in
„ averfa à Speculo superficie, qua parte
„ Focum contingit, illico candescere conf-
„ picitur, pauloque post in foramina de-
„ hiscit: quorum tria intra sex minuta ho-
„ raria laminæ inusta. Nec minus 5. Cu-
„ prum, Argentum &c. Foco admota
„ colliquefcunt, e. gr. unciali Saxonico
„ idem, quod laminæ supra memoratæ
„ contigit. 6. Quæ liquefactioni obnoxia
„ non sunt, ut lapides, lateres &c. bre-
„ vi instar ferri igniti candescunt. 7. Ardo-
„ sia è vestigio candescit & intra pauca mi-
„ nuta in vitrum nigrum non inelegans
„ transmutatur: cujus si pars aliqua can-
„ descens forcipula prehensa detrahatur,
„ in fila vitrea simul diducitur. 8. Tegulæ,
„ intensissimum ignis æstum alias perpessæ,
„ exigui temporis lapsu in vitrum flavum
„ deliquescent: quemadmodum & 9. testæ
„ ex ollis non solum probè percoctis,
„ sed multo etiam ignis admoti usû dura-
„ tis, in vitrum nigroflavum. 10. Pumex
„ montium, ut vocant in officinis, ignivo-
„ morum ustus Solari hoc igne in vitrum
„ candidum & pellucidum funditur. 11.
„ Crucibuli solidissimi pars foco exposita
„ intra 8 minuta in vitrum conflata est.
„ 12. Ossa in vitrum aliquod opacum &
„ gleba ex terra excisa in flavum aut sub-
„ inde nigrum mutata „ Latitudo Spe-
„ culi erat trium fere ulnarum Lipsiensium: &

ex

(c) Ann. 1687. Mens. Januar. pag. 52.

ex Lamina Cuprea constabat vix duplo crassiori dorso Cultri communis. Focus duabus ulnis à Speculo distabat. Ad Speculorum TSCHIRNHUSIANORUM imitationem Artifex quidam insignis GÄRTNERUS Dresdæ Specula Caustica majora ex ligno confecit, quæ non minores produxerunt effectus non sine multorum admiratione.

SCHOLIION V.

222. ZACHARIAS TRABERUS (a) docet, quomodo ex Auro strepero Specula Caustica confici queant. Scilicet à Tornatore fieri debet Speculum ligneum Concavum & pice cerata aequalissimè tingi, Aurum denique in quadrata duorum digitorum vel trium scissum per frustra agglutinandum, adhibitis si opus fuerit carbonibus. Imo (b) Specula majora fieri posse notat ex Cavorum Speculorum aut Vitri quadratis frustis 30, aut 40 vel pluribus, in Scutella tornata Lignea decenter connectendis, eorumque effectum non multo minorem esse, quam si superficies continua esset.

SCHOLIION VI.

223. Speculum ex Charta duriori & stramine eidem agglutinato Ann. 1699. Viennæ confecit NEUMANNUS quidam Ingeniarius, quo omnia metalla in fluorem reduxit, ZAHNIO referente (c).

THEOREMA LXII.

224. Si Lumen constitutum sit in Foco F Speculi Sphærici Concavi EI; Radium post reflexionem sunt paralleli.

DEMONSTRATIO.

Radii enim paralleli per reflexionem in Foco uniuntur (§. 209). Sed si Lumen sit in Foco F, qui ante erat Ra-

Wolfii Oper. Mathem. Tom. III.

(a) In Nervo Optic. Lib. II. C. 12. Prop. 5. Cor. 1. f. 127.

(b) Loc. cit. Cor. 2. f. 128.

(c) In Oculo Artific. Fundam. 3. Syntagm. 3. Cap. 10. f. m. 634.

dius reflexus EF nunc erit incidens, & qui ante incidens erat, nunc fiet reflexus EH. Erit itaque reflexus EH Axi AB, hoc est, omnes reflexi erunt inter se paralleli (§. 232. Geom.). Q. e. d.

COROLLARIUM I.

225. Lumen igitur intensum ad insignem distantiam projicitur candela accensa in Foco Speculi Concavi constituta (§. 86. Optic.), non tamen ad infinitam (§. 92.

COROLLARIUM II.

226. Quodsi ergo Radium paralleli alio Speculo concavo denuo excipiantur; in Foco post reflexionem iterum concurrent atque urent.

SCHOLIION.

227. Experimento id comprobatum Viennæ teste ZAHNIO (d), ope duorum Speculorum Concavorum ex Lamina Orichalcea confectorum. Majus erat 6, minus 3 pedum, distantia eorundem 20 vel 24 pedum. In Foco majoris constituti erant carbones candentes, in Foco minoris ignitabulum cum filo sulphureo candela circa apicem circumligatum. Radium carbonum reflexi candelam accendebant.

THEOREMA LXIII.

228. Si Lucidum intra Focum F & Speculum CH constituitur in D; Radium post reflexionem ab Axe BA divergunt.

DEMONSTRATIO.

Si Lucidum esset in F, Radius reflexus CE foret Axi BA parallelus (§. 224), adeoque eandem ab Axe constanter distantiam servaret (§. 81. Geom.). Quoniam vero DCG > FCG; erit etiam KCG > ECG (§. 144), adeoque CK ultra CE cadit, consequenter Axi

T paral-

(d) Loc. cit. Syntagm. 5. C. 6. Artif. p. 753.

Tab. IV. Fig. 41.

Tab. IV. Fig. 42.

Tab. IV. Fig. 42. parallela esse nequit (§. 260. *Geom.*); cumque ultra parallelam cadentis distantia ab Axe continuo augeri debeat (§ 81. *Geom.*), ab Axe AB divergit (§. 84. *Geom.*). *Q. e. d.*

COROLLARIUM.

229. Lumen itaque per reflexionem debilitatur (§. 87. *Optic.*).

THEOREMA LXIV.

230. Si Lucidum inter Focum F & Centrum G constituitur in I; Radii post reflexionem cum Axe concurrunt ultra Centrum.

DEMONSTRATIO.

Si Lucidum esset in Foco F, Radius reflexus HL foret cum Axe BA parallelus (§. 224), adeoque ab eo eandem constanter distantiam servaret (§. 81 *Geom.*). Quoniam vero $IHG < FHG$; erit etiam $GHA < GHL$ (§. 144), adeoque reflexus HA à parallela versus Axem recedit; consequenter cum eodem parallelus esse nequeat (§. 260. *Geom.*) sed potius à parallela HL recedentis distantia ab Axe continuo imminui debeat (§. 81. *Geom.*), cum Axe BA convergit, tandemque concurrere debet (§. 89. *Geom.*). *Q. e. d.*

COROLLARIUM.

231. Quodsi Lucidum ponatur in A, qui ante erat Radius reflexus AH, nunc fiet incidens; adeoque qui ante erat incidens IH nunc fiet reflexus (§. 144). Si ergo Lucidum ultra Centrum G constituitur; Radii post reflexionem cum Axe inter Focum F & Centrum G concurrunt.

COROLLARIUM II.

232. Hinc si Candela ponatur in I, ejus Imago apparet in A; si vero Candela accensa constituitur in A, Imago ejus apparet in I; in Punctis vero inter I & A sectio Luminis est Circulus, tanto quidem major, quo Puncto concursus vicinior.

THEOREMA LXV.

233. Si Corpus Luminosum in Centro Speculi Spherici Concavi ponatur; Radii omnes reflectuntur in seipsos.

DEMONSTRATIO.

Incidunt enim in Speculum perpendiculares (§. 38. *Analys. infin.*), adeoque in seipsos reflectuntur (§. 25). *Q. e. d.*

COROLLARIUM.

234. Hinc si Oculus in Centro Speculi ponitur, seipsum confuse videt per totum Speculum.

THEOREMA LXVI.

235. In Speculo Spherico Concavo Oculus seipsum non videt nisi per Diametrum.

DEMONSTRATIO.

Oculus seipsum videre nequit nisi per Radium, qui in seipsum reflectitur. Quamobrem cum Radii perpendiculares tantum in seipsos reflectantur (§. 25), ad Speculum autem perpendiculares sint Diametri (§. 38. *Anal. inf.*); Oculus seipsum non videt nisi per Diametrum. *Q. e. d.*

THEOREMA LXVII.

236. Si duo Oculi aut diverse ejusdem Pupillæ partes fuerint in diversis Planis reflexionis; Objecti Imago videtur plerumque in concursu Catheti incidenti.

dentia & Radium reflexi: aliquando tamen extra Cathetum apparet, si nempe Oculus Speculo valdè vicinas & Objectum ultra Centrum ab eodem remouetur.

DEMONSTRATIO.

Imago Objecti videtur, ubi Radium reflexi ad utrumque Oculum vel diversas Pupillæ ejusdem Oculi partes concurrunt (§. 344. *Optic.*). Quoniam vero iidem à diversis Planis reflectuntur *per hypoth.* Punctum concursus esse debet in communi sectione Planorum. Cum itaque communis sectio sit Cathetus incidentiæ (§. 146), si Radium reflexi concurrunt, Punctum concursus est in Catheto incidentiæ, consequenter Imago videtur in concursu Catheti incidentiæ & Radium reflexi. *Quod erat unum.*

Si Objectum FE ultra Centrum C à Speculo remouetur, Catheti incidentiæ FG & ED ab extremis Punctis F & E ductæ se mutuo in Centro C intersecant (§. 146), adeoque post intersecctionem Cathetus Puncti superioris F deorsum, Cathetus vero inferioris E sursum tendit; consequenter si Objecti Imago post Speculum apparet, atque in concursu Catheti incidentiæ & Radium reflexi videtur, inversa apparere debet. Enimvero si Oculus prope Speculum fuerit constitutus, Experientia teste, Imago post ipsum situ erecto conspicitur; videtur ergo in hoc casu extra Cathetum. *Quod erat alterum.*

COROLLARIUM.

237. Si Objectum in Foco fuerit collocatum, Radium post reflexionem fiunt paralleli tum inter se, tum Axi (§. 224).

Cum adeo nec inter se, nec cum Axe seu Catheto incidentiæ concurrant; in Speculo Objectum hoc in casu videri nequit.

SCHOLIUM

238. *Non difficultate caret doctrina de loco Imaginis in Speculis Sphæricis non minus Convexis, quam Concavis. Quoniam enim diversa Plana reflexionis in Plano eodem commode delineari nequeunt; neque facile demonstrari potest, ubinam Radium ab eodem Puncto in Speculum illapsi & ad diversas Pupillæ partes reflexi concurrant. Unde quod plerisque Phenomenis satisfacit, assumitur, Imaginem nempe esse in concursu Catheti incidentiæ Radium reflexi.*

THEOREMA LXVIII.

239. *Si Radius ex Puncto Catheti h incidens in Speculum Convexum hF & reflexus IF intra Speculum continuentur; erit FH incidens ex Puncto Catheti H in Concavum & FO reflexus ejusdem.*

Tab. IV. Fig. 44.

DEMONSTRATIO.

Est enim $hFE = IFM$ (§. 24). Sed $hFE = MFO$ & $IFM = FFH$ (§. 156. *Geom.*). Ergo $MFO = EFH$ (§. 87. *Arithm.*). Quodsi itaque HF sumatur pro incidente ex Puncto H; erit FO reflexus (§. 24). *Q. e. d.*

COROLLARIUM I.

240. Quoniam Punctum Catheti H est Imago Puncti h in Speculo Convexo (§. 151); Punctum vero h Imago Puncti H in Concavo (§. 236. & 239): si Imago Objecti à Speculo Convexo reflexi videretur per reflexionem in Concavitate factam, instar Objecti ipsius cerneretur.

COROLLARIUM II.

241. Cum Catheti infinitæ Imago in Speculo Convexo sit quarta Diametri par-

te minor (§. 155. 158.); Catheti quarta parte Diametri minor portio in Speculo Concavo quantumvis magna apparere potest.

COROLLARIUM III.

242. Punctum igitur intervallo minore quarta Diametri parte à Speculo Concavo remotum intervallo quantumvis magno post Speculum apparere debet.

SCHOLION I.

243. *Videntur equidem hæc Experientia contraria: quoniam sensuum judicio Imago in Speculo Plano longius distat, quam in Concavo; in Plano autem tanto intervallo post Speculum apparet, quanto Objectum ab eodem removetur (§. 56). Enimvero majorem esse in Concavo, quam in Plano distantiam, clarissime apparet in Speculis Vitreis, quorum exterior superficies Plana, interior vero Concava. Parantur scilicet ex Vitris Plano-convexis in Convexitate terminatis. Quodsi intra Focum & Speculum candelam statuas accensam, videbis in Speculo duplicem Imaginem, alteram clariorem & majorem, quæ à superficie Concava reflectitur, alteram vero obscuriorem & minorem, quæ à superficie Plana reflectitur. Illa vero majori intervallo post Speculum quam hæc distat. Unde jucundum exhiberi potest spectaculum Ligni in Speculo ardentis, quod tamen extra Speculum non ardet. Nimirum si inter Candelam accensam & Speculum collocetur Ligni frustum longius, quam latius, ut sit in Catheto flammæ; Ligni tantum Imago unica cernitur, utpote Objecti obscurioris, quæ à Speculo Concavo reflectitur, adeoque per flammam priorem transit, quasi ex eo erumpere videtur, ut adeo Lignum in Speculo continuo ardeat, nec tamen comburatur. Quod vero Imago exigua admodum intervallo post Speculum distare videtur, ratio hæc est quia major est Objecto nec plura Objecta eidem contigua una exhibentur. Cum adeo ex Objectis interpositis de distantia judicium fieri ne-*

queat & magna atque distincta videntur vicina (210. 314 Optic.); non mirum, quod exigua admodum Imaginis à Speculo distantia credatur. Illico tamen magna apparebit, si stylum quendam longiorem, quarta tamen Diametri parte minorem, inter Objectum & Speculum statuas, qui sit in Catheto aliqua.

COROLLARIUM IV.

244. Quoniam Imago Objecti quantumvis latæ in Speculo convexo inter duas Cathetos incidentiæ Punctorum extremorum continetur (§. 236); si Objectum inter duas Cathetos in distantia minore Diametri parte quarta statuatur, latitudo Imaginis quantumvis magna apparere potest (§. 241).

COROLLARIUM V.

245. Cum itaque Objecti inter duas Cathetos in distantia minore Diametri parte quarta collocati Imago & latitudinem, & altitudinem iusta majorem, immo quantumvis magnam habere possit (§. 241. 244); Objecta inter Focum & Speculum collocata monstrosæ magnitudinis in Speculis Concavis apparere debent.

SCHOLION II.

246. *Nimirum quanto minor est Imago Objecti in Speculo Convexo, tanto major esse debet in Concavo (§. 240).*

COROLLARIUM VI.

247. In Speculo Convexo Imago Objecti remotioris Centro propior est quam viciniore (§. 147). Ergo in Concavo Imago Objecti à Speculo remotioris majori intervallo distat quam viciniore, modo distantia Objecti à Centro sit quarta Diametri parte minor.

COROLLARIUM VII.

248. In Speculo Convexo Imago Objecti remotioris minor est quam viciniore (§. 178): ergo in Concavo Imago Objecti inter Focum & Speculum constituti major est, si Foco quam Speculo propius.

COROLLARIUM VIII.

249. Recedentis igitur à Speculo Concavo Imago continuo fit major, modo ultra Focum non recedatur, in quo confusa evadit (§. 237): accedentis vero Imago fit minor.

COROLLARIUM IX.

250. In Speculo Convexo, quod est minoris Sphæræ segmentum, Imago est minor quam in alio, quod majoris Sphæræ segmentum existit (§. 180). Ergo in Concavo, quod est minoris Sphæræ segmentum, Imago major est quam in alio, quod majoris Sphæræ segmentum existit: unde Specula Concava Sphæræ minimæ segmenta Microscopii vicem præstant.

SCHOLIUM III.

251. En magnum Propositionum numerum instar Corollariorum facillime deductorum: ad quas demonstrandas multo alias apparatus utuntur Scriptores Catoptrica.

THEOREMA LXIX.

252. Si Objectum AB inter Focum & Speculum fuerit constitutum, Imago ab post Speculum apparet situ erecto; sinistra apparent dextra & dextra sinistra.

DEMONSTRATIO.

Sit AB longitudo Objecti. Quoniam Punctum A videtur in Catheto Ca & Punctum B in Catheto Cb (§. 236); Punctum superius videtur in loco superiori a, inferius in inferiori b, hoc est, Objectum situ erecto post Speculum apparet. Quod erat unum.

Quodsi AB concipiatur latitudo Objecti: eodem modo patet, dextra dextris sinistra sinistris respondere. Sed in Visione directa dextra Objecti tuæ sinistrae & illius sinistra tuæ dextræ respondent, adeoque in Speculo Concavo

Objecti inter Focum & Speculum positi sinistra apparent dextra, dextra vero videntur sinistra. Quod erat alterum.

THEOREMA LXX.

153. Si Objectum AB inter Focum & Centrum constituitur; Imago ejus EF Situ inverso apparet ultra Centrum in libero aère, Oculo ultra Centrum remoto. Tab. IV. Fig. 43.

DEMONSTRATIO.

Radii enim, per quos Punctum A reflectitur, in Catheto GF ultra Centrum C in F, & qui Punctum B reflectunt, in Catheto DE ultra Centrum C in E concurrunt (§. 227). Punctum igitur B veluti ex E & Punctum A veluti ex F in Oculum ultra EF constitutum radiat: consequenter Punctum B in E & Punctum A in F, adeoque Imago Objecti ultra Centrum situ inverso videtur (§. 347. Optic.). Q. e. d.

THEOREMA LXXI.

254. Puncti M inter Centrum G & Focum F Speculi Concavi positi & Foco propioris quam Centro Imago videtur à Speculo remotior, quam Puncti I Centro G propioris, quam Foco F. Tab. IV. Fig. 46.

DEMONSTRATIO.

Radii MH & IH reflexi à Puncto H cum Catheto concurrunt ultra Centrum (§. 227). Sed quoniam MHG > IHG & MHG = GHA, itemque IGH = GHN (§. 144); erit GHA > GHN (§. 79. Arithm.), consequenter Radius HA, qui Punctum M Foco F propius reflectit, cum Catheto in majore à Centro distantia GA concurrat, quam qui Punctum

Tab. IV. Fig. 46. Centro G propius I reflectit. Videtur adeo Punctum M in majore à Centro distantia, nempe in A, Punctum vero I in minore, scilicet in N (§. 348. *Optic.*). Q. e. d.

THEOREMA LXXII.

Tab. IV. Fig. 43. 255. Si Objectum EF ultra Centrum C fuerit constitutum, Oculo itidem ultra Centrum collocato Imago apparebit in libero aëre inter Centrum & Focum situ inverso.

DEMONSTRATIO.

Radii enim à Puncto E in Speculum illapsi post reflexionem cum Catheto CD concurrunt inter Centrum C & Focum; similiter qui à Puncto F illabuntur, post reflexionem cum Catheto FG inter Centrum C & Focum concurrunt (§. 228). Punctum igitur E veluti ex B & Punctum F veluti ex A in Oculum ultra Centrum constitutum radiat, consequenter Objecti EF Imago videbitur inter Focum & Centrum in AB, situ quidem inverso (§. 348. *Optic.*). Q. e. d.

COROLLARIUM. I.

256. Imagines ergo Objectorum inversæ ultra Centrum C sitorum à Speculo Concavo reflectuntur erectæ & inter Centrum atque Focum Charta, in Camera præsertim obscura, excipi possunt.

COROLLARIUM II.

257. Si Objectum EF magis distet à Centro, quam Focus, Imago Objecto minor est. Quia enim tum $AC < EC$; erit etiam ob verticales ad C æquales (156. *Geom.*) $AB < EF$ (§. 267. *Geom.*).

SCHOLIUM.

258. Jucunda admodum Specula Concava,

quæ majoris præsertim Sphæræ segmenta sunt, ut Objecta magna integra reflectere possint, præbent spectacula. Certe si gladium adversus Speculum vibres; alius ex eodem prodibit ad Oculum usque protensus: cumque etiam capitis Imago in libero aëre conspiciatur, vero gladio illum percutere licebit, Phantastico tuum percutiente. Si manum versus Speculum porrigas, ex eo prodibit alia inversa tuæ jungenda. Ut autem majori admirationi sint ignaris Imagines in aëre pendula, Objecta post alia abscondi debent, ne ipsamet videantur. Quoniam etiam Objectum idem extra Centrum collocatum à diversis Speculi partibus in Oculos reflectitur, ut quilibet videat Imaginem peculiarem; in minoribus Speculis Imagines coalescentes monstrosas Objecti figuras exhibent. Ita e. gr. facies intuentis unam habet frontem, nasos duos, oculos tres, ora duo; immo interdum inter nasum geminum oculos duos communibus palpebris gaudentes. Quodsi Vitrum, ex quo Speculum paratur, sit coloris subcinericii; facies intuentis eodem colore tincta magis deformabitur.

PROBLEMA XXIII.

259. Cistulam Catoptricam construere, in quam introspiciens videat Objecta Cista majora, e. gr. Caput humanum aut Ædificium quoddam.

RESOLUTIO.

1. Construatur Cistula ABCDEFG pro magnitudine Speculi Concavi, quo usus es, formam parallelepipedo habens, ne desit sufficiens spatium Radiis reflectendis & tegatur ut supra (§. 119) Charta Pergamena pellucida, aut Vitro lævigato quidem, sed non polito.
2. Ad Planum ABG firmetur Speculum Concavum, quod majoris Sphæræ segmentum esse præstat.

3. In Plano opposito DEFC applicetur Pictura Hominis aut Ædificii, aut Objecti cujuscunque alterius, & super ea fiat apertura oblonga HI Vitro Plano polito munienda.

Quodsi enim introspicias, Pictura à Speculo reflexa sub vera Objecti magnitudine comparebit.

SCHOLIION.

260. Quoniam primum per rimam introspicens & Cista magnitudinis sibi adhuc conficius in Cista videt Objectum ejus molem excedens, veluti Caput quoddam humanum, à trunco tamen non separatum; in stuporem abripitur & pro diversitate Objecti in terrorem conjicitur.

PROBLEMA LXXII.

261. Linea recta ad Speculum Concavum Sphericum perpendicularis Imago est Linea recta; Linea vero ad Speculum

obliqua vel eidem parallela Imago est Concava.

DEMONSTRATIO.

Si linea ad Speculum perpendicularis, in Catheto incidentiæ existit (§. 16). Quare cum quodlibet ejus Punctum in ista Catheto videatur (§. 236); Imago ejus Linea recta sit necesse est. Quod erat unum.

Sit AB Speculo parallela vel ad idem obliqua, ducaturque ex Centro C recta CF ad AB perpendicularis; erit CA > CD (§. 220. Geom.) adeoque ob CF = CE (§. 40. Geom.) FD > AE (§. 92. Arithm.). Punctum igitur D à Speculo remotius majore intervallo post Speculum videtur, quam vicinius A (§. 247). Quare cum *d* magis distet à D, quam *a* ab A & *b* à B; Imago *a* *db* videbitur Concava (§. 279. Optic.). Q. e. d.

Tab. IV. Fig. 45.

CAPUT V.

De Speculis Cylindricis, & Conicis, Pyramidalibus, aliisque pluribus.

PROBLEMA XXIV.

262. Specula Cylindrica & Conica, itemque Pyramidalia & alia figuræ cujuscunque conficere.

RESOLUTIO.

Quomodo Specula Cylindrica & Conica Convexa, itemque Pyramidalia, ex Vitro fiant, docuimus supra (§. 142). Metallica eodem artificio parantur, quo supra Specula Sphærica Concava

fieri docuimus, nisi quod Moduli ex luto §. 199. descripto parandi, requirant alios ligneos figuram Speculorum habentes.

Quodsi Modulus pro Elliptico, Parabolico & Hyperbolico Speculo effici debet:

Tab. IV. Fig.

1. In Tabula Ænea aut Ligneae accuratissime describatur Ellipsis AB (§. 435. *Analyf.*) Parabola (§. 401. *Analyf.*) aut Hyperbola CD (§. 471. *Analyf.*)

48. 49. &c.

Tab. & figura accurate excindatur, mar-
IV. go vero ejus lævigetur.

Fig. 48. 2. Affigatur ipsi Axis EF cum manubrio
EO & binis fulcris Ellipticæ figuræ
Axis imponatur.

3. Substernatur lutum, quod superius
§. 199. pro formandis Modulis pa-
rare docuimus.

4. Axis EF cum Plano AB circumdu-
catur, donec luto figura Elliptica,
quantum fieri potest, exactissime
fuerit impressa.

Fig. 49. 5. Axis figuræ Parabolicæ aut Hyper-
bolicæ CD apice E ita infigatur, ut
semper maneat erectus, prope ma-
nubrium vero ad fulcrum ali-
quod firmetur, & ut ante circum-
ducatur, donec luto circumposito
figuram sui accuratissime impresse-
rit.

6. Moduli pars sic formata exsiccetur
& vel pinguedine illinatur, vel pul-
vere lateritio conspergatur, atque
ex simili luto cavitati impresso Mo-
duli pars convexa paretur; quam
Modulum Masculinum, sicuti illam
Fæmininum appellare solent.

7. Modulus masculinus exsiccatuſ se-
cundum convexitatem ita jungatur
concaſitati fæminini, ut inter utrum-
que tantum spatii relinquatur, quan-
tum Speculum occupare debet. Re-
liqua fiant ut supra (§. 199).

Specula Pyramidalia, Cylindrica atque
Conica, tam Convexa, quam Conca-
va, fiunt quoque ex folio selenitæ eo-
dem modo terminato, quo Specula Pla-
na terminari docuimus (§. 49), & vel
convexitati vel concaſitati Cylindri aut

Coni, vel superficiæ Pyramidis lignæ
superinducuntur: quod flexilitas mate-
riæ patitur.

SCHOLIUM.

263. *Specula Elliptica, Parabolica & Hy-
perbolica omnium difficillime parantur, quia
poliando figura facile depravatur, si vel ma-
xime Modulus perfectam figuram Ellipticam,
Parabolicam vel Hyperbolicam, habuerit.*

DEFINITIO XXII.

294. *Speculo Cylindrico vel Conico se-
cundum longitudinem objici dicitur, quod
est in Plano EFHG Speculum per Axem
CD, secante. Et Planum secat Specu-
lum per Axem, si Axis Speculi CD fue-
rit in Plano secante EFHG.*

DEFINITIO XXIII.

265. *Speculo Cylindrico vel Conico se-
cundum latitudinem objici dicitur, quod
est in Plano HLKI Basi MN parallelo
vel in eodem Plano, cui Speculum in-
fistit, ipsummet Diametro Speculi pa-
rallelum.*

OBSERVATIO III.

266. *Si Stylus aliquis Speculo Cylin-
drico secundum longitudinem objicitur:
Imago intra Speculum apparet in recta
Axi parallela, superficiæ quam Centruſ
propior, ejusdem fere cum Objecto lon-
gitudinis, ubi Oculus Stylo non fuerit
altior. Quodsi Oculum eleves, longitu-
do Imaginis extendetur; si deprimas, ea-
dem in se quasi contrahitur.*

COROLLARIUM I.

267. *Linea igitur Objectiva AB, qua
Speculo secundum longitudinem objicitur,
intra Speculum habet Imaginem rectam
ab Axi CD parallelam, Objecto prope-
modum æqualem.*

COROLLARIUM II.

268. Dimensiones itaque Objectorum, longitudini Speculi Cylindrici respondentes parum mutantur.

OBSERVATIO IV.

269. Si Stylus in Plano, cui Speculum Cylindricum infistit, vel in Plano Basi Speculi parallelo vel Diametro Basi, vel Chordæ in directum collocetur; Imago, ut ante, intra Speculum apparet erecta in recta Axi parallela, superficiem quam Centro propior. Quodsi Oculus elevatur, eadem celeritate, qua Oculus movetur, Imago extenditur multo magis, quam si Stylus fuerit in Plano Speculum per Axem secante; sin iste deprimitur, hac quasi in seipsam contrahitur.

COROLLARIUM I.

270. Lineæ igitur Objectivæ in Plano, cui Speculum infistit, vel quod Basi ejus parallelum, Diametro vel chordæ in directum jacentis MN Imago *m n* Axi Speculi CD parallela apparet, Punctumque remotius N videtur in Speculo altius in *n*.

COROLLARIUM II.

271. Linea itaque Objectiva in Plano, cui Speculum infistit vel quod Basi ejus parallelum, in directum jacens Diametro vel Chordæ, instar Lineæ apparet, quæ secundum longitudinem Speculo objicitur (§. 267).

OBSERVATIO V.

272. Si Stylus Speculo Cylindrico secundum latitudinem objicitur; Imago ejus apparet curva, eoque minor, quo à Speculo remotior.

COROLLARIUM I.

273. Linea igitur Objectiva, quæ Speculo secundum latitudinem objicitur, AB

Wolfii Oper. Mathm. Tom. III.

vel CD Imaginem curvam habet, eoque minorem, quo à Speculo remotior.

COROLLARIUM II.

274. Quæ adeo Speculo Cylindrico secundum latitudinem objiciuntur; eorum figuræ mutantur & dimensiones eo magis minuuntur, quo longius à Speculo distant.

SCHOLIUM II.

275. Hæc quidem de Imaginibus Objectorum in Speculis Cylindricis ab Experientia petere libuit, quia de loco earundem in hoc Speculorum genere adhuc desiderantur Demonstrationes satis firmæ ac inconcussæ. Quæ enim ALHAZEN atque V TELLIO eam in rem afferunt, non satisfaciunt. Neque adeo facile est supplere hunc defectum, quia Planum reflexionis pro diverso Speculi & Puncti radiantis situ specie variat: id quod in Theoremate sequente demonstramus.

LEMMA.

276. Si Cylindrus oblique secetur, Tab.V. hoc est, ita ut Diameter sectionis FD Fig.52. continuata cum Diametro Baseos Cylindri BA itidem continuata in G concurrat; Planum sectionis DHFR erit Ellipsis.

DEMONSTRATIO.

Ducantur enim ad Diametrum Circuli normales ML & IC, sitque in C Centrum Circuli. Ex I & M, itemque L & C, Q & O erigantur normales IH & MN, itemque CE, LK, OP & QR. Ducantur denique PH & RN: erit ob MN = QR & IH = OP ex natura sectionis, RN ipsi QM & PH ipsi OI parallela (§.226. Geom.), consequenter ob EC & HI, itemque KL & MN parallelas (§.256. Geom.), EH = CI & KN = LM (§.257. Geom.). Quare cum sit (§.268. Geom.).

V

CD

$GD: DE = GA: AC,$
 & $GD: DK = GA: AL$
 & $GK: KF = GL: LB$
 adeoque etiam ob
 $GD: GK = GA: GL:$
 erit etiam (§. 197. *Arithm.*)
 $GD: KF = GA: LB$
 atque hinc porro (§. 196. *Arithm.*)
 $DE: DK = AC: AL$
 $DE: KF = AC: LB$
 consequenter
 $DE^2: DK. KF = AC^2: AL. LB$
 (§. 213. *Arithm.*),
 hoc est, ob $AC = CI$ (§. 40. *Geom.*)
 $= EH$ per demonstrata & $AL. LB = LM^2$
 (§. 377. *Anal. finit.*) $= KN^2$ per de-
 monstr. $DE^2: DK. KF = EH^2: KN^2,$
 adeoque $DE^2: EH^2 = DK. KF, KN^2,$
 (§. 173. *Arithm.*). Quoniam itaque
 (§. 268. *Geom.*).
 $GD: DE = GA: AC$
 $GE: EF = GC: CB$
 $GD: GE = GA: GC$
 adeoque (§. 197. *Arithm.*)
 $GD: EF = GA: CB$
 & hinc porro (§. 196. *Arithm.*)
 $DE: EF = AC: CB$
 ac præterea $AC = CB$ (§. 40. *Geom.*)
 erit $DE = EF$; adeoque DHF Ellipsis
 (§. 430. *Anal. finit.*) *Q. e. d.*

THEOREMA LXXIV.

277. Si Planum reflexionis per Axem
 Speculum Cylindricum secat; reflexio eo-
 dem modo contingit ac in Speculo Plano:
 si fuerit Basi parallelum; reflexio fit ut
 in Speculo Spharico: si denique Specu-
 lum oblique secet, seu si fuerit ad Basin
 ejus obliquum; reflexio fit ut in Speculo
 Elliptico.

DEMONSTRATIO.

Si Planum reflexionis per Axem secet
 Speculum Cylindricum, communis inter-
 sectio Plani & Speculi est Linea recta
 (§. 465. *Geom.*). Radii igitur à Linea
 recta reflectuntur. Quoniam itaque com-
 munis intersectio Speculi Plani, & Plani
 reflexionis itidem Linea recta, adeoque
 etiam in hoc Radii à Linea recta reflec-
 tuntur; reflectio hoc in casu in Specu-
 lo Cylindrico perinde fieri debet, ac
 si in Plano contingeret. *Quod erat*
unum.

Si Planum reflexionis secet Specu-
 lum Cylindricum per sectionem Basi pa-
 rallelam; communis intersectio Plani &
 Speculi est Arcus Circuli (§. 466 *Geom.*).
 Quoniam itaque communis intersectio
 Speculi Spharici & Plani reflexionis iti-
 dem arcus Circuli; reflexio in casu præ-
 senti in Speculo Cylindrico perinde fieri
 debet, ac si in Spharico contingeret.
Quod erat alterum.

Denique si Planum reflexionis Spe-
 culum oblique secet, Planum sectionis
 erit Ellipsis (§. 276). Cum adeo
 communis intersectio Speculi & Plani
 reflexionis sit Arcus Ellipticus; reflexio
 non aliter contingit, ac si in Speculo El-
 liptico fieret. *Quod erat tertium.*

COROLLARIUM.

278. Quoniam Planum reflexionis non
 transit per Axem Speculi, nisi cum Oculis
 & Linea Objectiva fuerint in eodem Plano;
 nec Basi parallelum existit, nisi cum Punc-
 tum radians & Oculis in eadem constituun-
 tur altitudine; reflexio in Speculo Cylin-
 drico plerumque fit, ac si in Elliptico con-
 tingeret.

SCHOLIION.

279. Apparet adeo, à Theoria Speculi Elliptici multum luminis expectare Cylindricum.

THEOREMA LXXV.

280. Specula Cylindrica deformant Imagines Objectorum.

DEMONSTRATIO.

Objectorum enim dimensionem, quæ longitudini eorum respondet, parum mutant nec juxta eas figuræ vim inferunt (§. 268): quæ vero latitudini respondent, eam eo magis minuunt, quo longius à Speculo distant Objecta, simulque juxta eam figuras immutant (§. 274). Sublata igitur partium secundum longitudinem & latitudinem proportionem & figura mutata, Imagines deformes evadunt. Q. e. d.

SCHOLIION I.

281. Deformationes, vi §. 268. & 274. in dato quolibet casu haud difficulter prædicuntur. Ponamus e. gr. faciem hominis ita obijci Speculo Cylindrico, ut longitudo sit Axi, latitudo Diametro parallela: apparebit admodum longa, sed vix digitum lata. Contra si eandem eidem ita obijcias, ut latitudo sit Axi, longitudo Diametro parallela; ejus figura erit Ovalis latitudine altitudinem plurimum excedente. Nasum habebis exiguum, Os admodum latum, Oculos fere clausos.

SCHOLIION II.

282. Quemadmodum vero Specula Cylindrica Imagines formosas deformant; ita è contrario deformatas reformant. Ut autem intelligatur, quomodo Imagines deformari possint, ut in Speculo Cylindrico formosa appareant; sequens præmittenda est Theoria.

DEFINITIO XXIV.

283. Si ex Oculo O in Planum, cui Speculum insistit, perpendicularis demittatur OE; Punctum E dicitur Punc-

tum suboculare. Recta ex Puncto suboculari E ad Punctum D, cui Linea reflectens CD insistit ducta ED, vocatur subocularis. Tab.V. Fig.53.

THEOREMA LXXVI.

284. Linea Objectiva cum Axi parallela PB, tum Diametro vel Chordæ in directum jacens AB habet singula Puncta reflexionis in recta CD Axi parallela.

DEMONSTRATIO.

Utriusque Lineæ Imago ab est Axi parallela (§. 267. 271) & singulæ rectæ in superficie Cylindri Peripheriæ Basis perpendiculariter insistentes sunt eidem Axi parallelae (§. 465. 336. Geom.). Ergo Imago ab est rectæ cuilibet in superficie Speculi parallela (§. 495 Geom.). Quoniam vero Imago ab instar Objecti radiat in O per Radios reflexos Oa, Ob &c. (§. 348. Optic.), Radii vero reflexi omnes à recta ab ad idem Punctum O ductæ in eodem sunt Plano; Triangulum aOb Speculum secundum longitudinem secabit, adeoque singula Puncta reflexionis erunt in recta CD Axi parallela. Q. e. d.

THEOREMA LXXVII.

285. Si Linea Objectiva AD consideretur ut Radius incidens; erit subocularis DE reflexus.

DEMONSTRATIO.

Quoniam in Plano AD sunt Radii incidentes, in Plano vero COED reflexi (§. 293); utrumque Planum ad Planum obliquationis eandem habet inclinationem (§. 144). Quodsi ergo Planum obli-

Tab.V. quationis fecet Planum suboculare in Fig.53. DG: erit $EDG = GDA$ (§. 509. *Geom.*). Est itaque ED reflexus incidentis AD (§. 24). *Q. e. d.*

COROLLARIUM.

286. Data igitur Linea Objectiva AB in Plano, cui Speculum Cylindricum inficit, invenitur subocularis ED, h ducta ex Centro Speculi per Punctam incidentiæ D recta DG, tanquam Catheto obliquationis (§. 146), fiat $EDG = GDA$ & contra.

THEOREMA LXXVIII.

Tab. V. Fig. 54. 287. Si Radius AB incidat in Speculum Cylindricum & inde reflectatur per BC; erit Angulus ABE Angulo DBC aqualis.

DEMONSTRATIO.

Fiat $AB = BC$ & Puncta A atque C connectantur recta AC. Ducatur per Punctum reflexionis B Tangens FG & ex A atque C demittantur perpendiculares AG & CF. Fiat denique $DB = BE$. ducanturque rectæ EA, EG, DF & DC.

Quoniam $ABG = CBF$ (§. 24), $AGB = CFB$ (§. 145. *Geom.*) & $AB = CB$ per constr. erit $BG = FB$ & $AG = FC$ (§. 252. *Geom.*). Porro $FB = BG$, per demonstr. $DBF = GBE$ (§. 156. *Geom.*) & $DB = BE$ per constr. Ergo $FD = GE$ (§. 279. *Geom.*). Quia Planum reflexionis FCAG ad Planum tangens Speculum in Puncto reflexionis DFEG rectum est (§. 38) & AG atque CF perpendiculares ad illud Planum in Punctis G & F, per construct. erit quoque AG perpendicularis ad EG, & CF perpendicularis ad FD (§. 484. *Geom.*), adeoque $AGE = CFD$ (§. 145. *Geom.*). Est vero etiam

$FD = GE$ & $CF = AG$, per demonstr. Ergo $CD = AE$ (§. 179. *Geom.*). Cum itaque etiam sit $AB = BC$ & $DB = BE$ per construct. erit Angulus $EBA = CBD$ (§. 204. *Geom.*). *Q. e. d.*

SCHOLIUM.

288. Facilior foret Demonstratio in Schematismo reali, si nempe Cylindro Ligneo debita ratione affigerentur fila ferrea, Lineas representantia, ut singularum Linearum singularorumque Angulorum vera quantitas in suo Plano appareret: quod & in similibus casibus tenendum. Difficulus enim Imaginatio per Intell. etum rectificatur, si sensus huic contraria exhibet.

THEOREMA LXXXIX.

289. In Speculo Cylindrico est altitudo Oculi CE ad altitudinem Puncti reflexionis GB, ut composita ex suboculari EG & Linea Objectiva in Plano Horizontali GA ad eandem Objectivam GA.

DEMONSTRATIO.

Quia CE & BG ad EH perpendiculares per hypoth. erit $CE : BG = EH : GH$ (§. 267. *Geom.*). Et quia BG etiam perpendicularis ad GA (§. 484. *Geom.*), adeoque $BGA = BGH$ (§. 145. *Geom.*) præterea $CBD = HBG$ (§. 156. *Geom.*) & $CBD = GBA$ (§. 287), adeoque $HBG = GBA$ (§. 87. *Arithm.*): erit $GA = GH$ (§. 251. *Geom.*) & hinc $EH = EG + GA$ (§. 88. *Arithm.*), consequenter $CE : BG = EG + GA : GA$. *Q. e. d.*

PROBLEMA XXV.

290. Figuram in Plano Horizontali delineare, quæ in Speculo Cylindrico ibidem collocata appareat instar quadrati in plures areolas quadratas minores divisi.

RESOLUTIO.

1. Circa Diametrum Speculi Cylindrici describatur Circulus Basi Cylindri æqualis HBC (§. 171. *Geom.*)
2. Assumpto Puncto suboculari O ducantur Tangentes OC & OB (§. 291. *Analys finit.*), quia ultra eas nullus Radius à Speculo reflexus in Oculum cadere potest. Possunt etiam duci rectæ OC & OB ita, ut Circulum fecerit, quia, quæ per Tangentes videntur, non satis distincta apparent.
3. Puncta contactus vel intersectionum C & B connectantur recta CB, quæ assumenda pro latere quadrati in Speculo apparentis, quia Imago in Speculo Cylindrico inter Centrum & superficiem comparet (§. 269).
4. Dividatur CB in quotcunque partes æquales & ex singulis divisionum Punctis 1. 2. 3. &c. ducantur ad Punctum suboculare O rectæ O1, O2, O3 &c.
5. Radii OH, OI &c. reflectantur in F, G &c. (§. 286): fiant nempe HF, IG &c. reflexi ipsorum OI, O3 &c.
6. Super recta indefinita MQ erigatur perpendicularis MP, quæ sit altitudini Oculi æqualis.
7. Ex M in Q transferatur subocularis OH, & in Q erigatur perpendicularis QR, quæ sit lateri quadrati in Speculo apparentis æqualis & in tot partes æquales divisa, in quot latus istud dividere libuit.
8. Per singula divisionum Puncta 1. 2. 3 &c. ducantur rectæ P I, P II, P III &c.

9. Ex I. in I, II. III &c. transferantur rectæ I. I, I. II, I. III &c. ipsis QI, Q II Q III &c. æquales:

10. Eodem modo dividantur rectæ H F &c. & per Puncta divisionum ejusdem ordinis ducantur Curvæ: vel quia summa accurate in talibus non est opus, per tria Puncta ducantur Arcus circulares, ut in figura factum esse comparet.

Dico, figuram SFGT in Speculo Cylindrico CHB erecto instar quadrati in areolas quadratas æquales divisi apparituram.

DEMONSTRATIO.

Recta IG apparet in Speculo verticaliter erecta (§. 269) & quia OI & GI ad Speculum æqualiter inclinantur *per construct.* erit OI subocularis (§. 283) & hinc recta GI reflectetur in Oculum O à superficie Speculi (§. 285). Quoniam vero est composita ex suboculari OI & recta GI ad rectam GI, ut altitudo Oculi ad latus quadrati in Speculo apparentis, *per construct.* erit IG Linea Objectiva, quæ in Speculo apparet lateri quadrati quam proxime æqualis (§. 289). Et eodem modo constat, apparere I. I. I. II, I. III &c. uni, duabus, tribus &c. partibus ejusdem lateris æquales. Idem cum de reliquis lineis in Plano ductis HF, &c. demonstratur; figura in Plano delineata in Speculo Cylindrico instar quadrati in areolas quadratas æquales divisi apparere debet. *Q. e. d.*

COROLLARIUM:

291. Quodsi ergo quadratum construatur, cujus latus sit ipsi QR æquale, idem-

Tab. VI. Fig. 56. n. 1.

que in areolas æquales, ut ante, dividatur, & in ejus area Imago quæcunque pingatur, tandem quæ in singulis areolis ejusdem comparent in areolas respondentes quadrati deformati transferantur; Imago deformatata per reflexionem reformabitur, videbiturque in Speculo formosa.

SCHOLION. I.

292. *Quadratum in areolas æquales divisum, in quo Imago delineatur, appellari solet Craticula Prototypi; figura vero deformatata, quæ in Speculo instar quadrati in areolas æquales divisi apparet, Craticula Ectypi. Quodsi igitur semel Craticula Ectypi delineata fuerit, sine ulla molestia toties multiplicari potest, quoties libuerit, si singula Puncta intersectionum I, II, III &c. acu perforentur & pulvis carbonum subtilis linteo inclusus in chartam aliam subjectam transmittatur.*

SCHOLION II.

293. *Quodsi quis in Arte delineandi non fuerit satis exercitatus; ei percommoda erit Machina Anamorphotica ab ingenioso Mechanico Lipsiensi JACOBO LEUPOLDO inventa & in Actis Eruditorum A. 1712. descripta. Et si enim rigorem Geometricum non sustineat (id quod Geometria ignari exinde colligere possunt quia quadratum per Machinam istam deformatum in Speculo non apparet in areolas æquales divisum); ad praxin tamen, ubi summa accuratatione opus non est, abunde sufficit, prout unusquisque experire facile potest.*

THEOREMA LXXX.

294. *Si Radii paralleli ita incidunt in superficiem Speculi Cylindrici Concavi, ut Axem ejus ad angulos rectos secent, & inclinatio eorundem ad Speculum fuerit 60 gradibus minor; post reflexionem uniantur in Linea recta Axi parallela, quæ minori intervallo, quam quarta Diametri parte distat.*

DEMONSTRATIO.

Quodsi Speculum Cylindricum secetur per Plana ad Axem recta seu Basi parallela; intersectiones in superficie Speculi erunt Peripheriæ Circulorum æqualium (§. 466. *Geom.*). Quare cum Radii incidant paralleli *per hypoth.* qui ex singulis Peripheriis reflectuntur, in Puncto aliquo concurrunt, quod minore intervallo, quam quarta Diametri parte à Speculo distat (§. 209) & ob Circulorum æqualitatem singula Puncta concursus à Centris suorum Circulorum æqualiter distant (§. 210). Quare cum Centra omnia sint in Axe (§. 465. *Geom.*); omnia Puncta concursus ab Axe eodem intervallo distant. Concurrunt itaque in recta Axi parallela (§. 81. *Geom.*).
Q. e. d.

COROLLARIUM I.

295. Quoniam Radii Solares sunt ad sensum paralleli (§. 93. *Optic.*); si Speculum Cylindricum Cavum Soli directe objicitur, per reflexionem formabitur Linea lucida Axi parallela, intervallo minore, quam quarta Diametri parte à Speculo distans.

COROLLARIUM II.

296. Quia igitur in uno Puncto (Physico scilicet, non Mathematico) tantum uniantur Radii ab uno Arcu reflexi; Speculum Cylindricum Cavum non est ustorium (§. 214).

THEOREMA LXXXI.

297. *Radii AB & AD, qui ex eodem Puncto Axis A in eandem Peripheriam HI Speculi Cylindrici Concavi incidunt, post reflexionem in uno Puncto F uniantur, quod tanto intervallo distat à Centro Circuli C, in cujus Peripheria reflexio contingit, quanto Punctum radians A inde removetur.*

DEMONSTRATIO.

Ex Centro C concipiantur ducti Radii CB & CD ad Puncta reflexionis B & D. Quoniam Planum Circuli, cujus Centrum est in C, Axem ad angulos rectos secat, erunt BCA & BCF anguli recti (§. 484. *Geom.*). Et quia BC ad Arcum HI perpendicularis (§. 38. *Analyf. infinit.*); erit ABC = CBF (§. 144), consequenter AC = CF (§. 251. *Geom.*). Radius igitur BF in Puncto B reflexus Axem secat in Puncto F, quod tanto intervallo à Centro C distat, quanto Punctum radians A inde remotetur. Quare cum eodem modo ostendatur, incidentem AD vel quemcunque alium ita reflecti, ut Axem secet in distantia CF ipsi AC æquali; evidens est omnes Radios, qui à Peripheria HI reflectuntur, se mutuo intersecare in Puncto F. *Q. e. d.*

COROLLARIUM I.

298. Per Radios igitur reflexos OD, PB &c. Punctum A videri debet in F (§. 348. *Optic.*).

COROLLARIUM II.

299 Quoniam Speculum Cylindricum secundum longitudinem est Planum (§. 277. Punctum G à puncto sublimiori L in Oculum O reflectitur (§. 69). Quare cum omnes Radii à Peripheria ST reflexi Axem in R secant (§. 297), Punctum G videbitur in R, consequenter recta AG in FR (§. 346. *Optic.*) adeoque Visibile situ inverso videtur.

SCHOLIUM.

300. Hinc intelligitur, quomodo KIRCHERUS & SCHOTTUS (a) ope Speculi Cylindrici Concavi efficere potuerint, ut flamma candelæ

supra Speculi orificium in libero aëre pendula, admirantibus artificii Catoptrici ignaris, innoxie tangeretur. Idem KIRCHERUS, referente SCHOTTO (b) Speculo Cylindrico Concavo ex mistura confecto Ascensionem Domini ita ad vivum exhibuit, ut omnes figuræ in medio aëris pendere viderentur. Ut vero artificium tegi possit, Speculum semicylindricum includitur Thecæ Cylindricæ & imagines in fundo ita collocantur, ut sitæ sint Inversa respectu intuentis, nec prorsus Horizontaliter prostratæ, sed versus Oculum elevatae. Horum vero omnium Demonstratio limites nostros excedere videtur.

PROBLEMA XXVI.

301. Delineare figuram deformem, quæ Oculo supra Axem Speculi Conici elevato apparet formosa.

RESOLUTIO.

1. Quoniam, teste Experientia, Oculo supra Axem Speculi Conici elevato omnis circumjecta planities superficiem totius Speculi implere videtur & per foramen admodum exiguum transpicienti instar Circuli Basi æqualis propemodum apparet; ideo Imago deformanda delineatur in Circulo Speculi Conici Basi æquali & tam Peripheria per Diametros *a d*, *be*, *cf* &c. quam Radii *Ob*, *Oc*, *Og*, *Od* &c. per Circulos Concentricos in partes quotcunque æquales *OI*, *I. 2*, *2. 3* &c. dividuntur. Tab. VI. Fig. 58.
2. Ut habeantur Puncta *I. II. III* &c. in planitie circumjecta, quæ per Radios reflexos intra Speculum in *1*, *2*, *3* &c. videntur; construatur Triangulum rectangulum *AOE*, cujus Basis n. 1.

(a) Vid SCHOTTUS in *Magia Universalis* Part. I. Lib. VI. Cap. 4. Prop. 1. Cor. p. 351.

(b) Loc. cit.

Tab.
VI.
Fig.
58.
n. 3.

Basis OE fit Radio Speculi, altitudo AO altitudini seu Axi ejusdem æqualis, & in AO producta sumatur AB altitudini Oculi æqualis.

3. Ad singula divisionum Puncta 1, 2, 3 &c. ex Puncto B, in quo supponitur Oculus, ducantur rectæ BI, B2, B3 &c.
4. Quoniam hi sunt Radii reflexi, per quos Puncta 1, 2, 3 &c videntur, AE vero est intersectio Plani reflexionis & Speculi; fiant Anguli I. AE, II. DE &c. æquales Angulis BAG, BDG &c. erunt AI, DII &c. Radii incidentes (§. 24); consequenter, I, II &c. Puncta radiantia, quæ per reflexionem in 1, 2 &c. videntur.
5. Producantur itaque Radii Oa, Ob, Oc &c. in Craticula Prototypi, & in continuatos transferantur divisiones OI, OII, OIII &c. tandemque ex Centro O ducantur Circuli Concentrici: ita prodibit Craticula *Ectypi*.
6. Quodsi itaque per singulas ejus areolas dispergantur, quæ in respondentibus areolis Craticulæ Prototypi depicta cernuntur; figura prodibit difformis, quæ Oculo supra verticem Speculi Conici decenter elevato, formosa apparet. *Q. e. d.*

SCHOLION I.

302. *Supra laudatus LEUPOLDUS Machinam quoque invenit Anamorphicam, in Actis Eruditorum (a) descriptam, per quam Imagines deformes delineari possunt, à Speculo conico ita reformandas, ut satis formosæ in eo appareant.*

(a) An. 1712. p. 367.

SCHOLION II.

303. *Possunt quoque fieri Imagines deformes iis similes, quæ à Speculis Cylindricis reformantur, Oculo ante Speculum Conicum constituto formæ apparituræ: sed quia priores magis deformantur, ideo posterioribus præferuntur.*

PROBLEMA XXVII.

304. *Imaginem deformem delineare, quæ Oculo super Axe Speculi Pyramidalis elevato formosa apparet.*

RESOLUTIO.

Sit e. gr. Imago deformis delineanda, quæ à Speculo Pyramidali quadrangulari reformetur.

1. Quia, Experientia teste, Speculum Pyramidale super Basi ABCD elevatum non reflectit nisi Triangula BEC, CFD, DGA, AHB in Plano circumjecto descripta in Oculo super Axe elevatum, ex intermediis spatii HBE, ECF &c. nullus Radius ad eundem pertingit; illa vero Triangula totam Speculi superficiem occupant & per foramen exiguum transpicienti ad idem Planum Basi æquale ABCD deprefsa apparent; ideo Imago deformanda delineatur in nostro casu in quadrato ABCD Basi Speculi æquali & ex Centro E tum per diagonales, tum per rectas latera AB, BC &c. bifecantes Perimeter in partes æquales dividitur, porro etiam recta EL & EB in partes quotcunque æquales dividitur, ut ductis per puncta divisionum Lineis, quæ lateribus Baseos sint æquidistantes, Prototypon Craticulæ includatur.

2. Jam cum sectio Speculi per Axem & rectam EL in Basi ductam sit Triangulum rectangulum, & quodlibet Punctum divisionis Craticulæ Prototypi sit in Radio reflexo; eodem prorsus modo, quo in Problemate præcedente (§. 301) inveniuntur Puncta in Axe LE Trianguli reflectendi BEC, I, II, III &c. quibus datis, ipsam construere potest.

3. Reliqua deinde itidem eodem modo peragantur, quo in Problemate citato.

SCHOLION.

305. Anamorphoses, quæ ope Speculorum Pyramidalium perficiuntur, magis placent reliquis, quia Imaginis deformatæ partes sunt disjunctæ & inter eas alia quæcunque depingi possunt, unum continuum extra Speculum cum ipsis formantia, in Speculo autem non videntur: quo ipso obtinetur, ut illa extra Speculum difficiliter dignoscantur.

THEOREMA LXXXI.

306. Omnes Radii LM, Im &c. cum Axe AX paralleli in Speculum Parabolicum incidentes in Foco Parabolæ genericis F concurrunt.

DEMONSTRATIO.

Tangat enim TG Parabolam in M; erit $TF = FM$ (§. 411. *Analys. finit.*). Ergo angulus $MTF = TMF$ (§. 184. *Geom.*). Quoniam vero ML ipsi AX parallela per *hypoth.* erit etiam $LMG = MTF$ (§. 233. *Geom.*), consequenter $TMF = GML$ (§. 87. *Arithm.*). Est igitur MF Radius reflexus incidentis LM (§. 24). Quare cum eodem modo

Wolffii Oper. Mathem. Tom. III.

ostendatur, esse Fm cujuscunque altius ml reflexum; Radii omnes Axi paralleli in eodem Puncto F, Foco nempe Parabolæ, uniuntur. Q. e. d.

COROLLARIUM.

307. Quia Radii paralleli omnes in uno Puncto uniuntur, Specula Parabolica inter ustoriam sunt omnium præstantissima (213. 214. *Optic.*).

SCHOLION. I.

308. Paranda sunt Specula Parabolica instar Tubæ per revolutionem Arcus HI circa Axem AX genita, ut Focus F sit extra Speculum.

SCHOLION II.

309. Patet jam ratio, cur Punctum F distans à vertice Parabolæ A quarta Parametri parte AF dicatur Focus, quia nempe ibi per Radios reflexos excitatur ignis.

THEOREMA LXXXII.

310. Radius FM ex uno Foco F in Speculum Ellipticum incidens in Focum alterum G reflectitur.

DEMONSTRATIO.

Recta FM ex Foco F ducta continetur in I, donec $IM = MG$. Angulus IMG per rectam CD dividatur bifariam (§. 209. *Geom.*), & ad Punctum quodcunque H ducantur rectæ HI, HF, HG. Quoniam $o = x$ & $MI = MG$ per *construct.* erit $IH = HG$ (§. 179. *Geom.*). Sed $IH + HF > IF$ (§. 189. *Geom.*). Ergo $HF + HG > IF$, consequenter ob $MI = MG$ per *construct.* & $FM + MG = AB$ (§. 334. *Analys. finit.*) adeoque $FM + MI (= IF) = AB$, $HF + HG > AB$ (§. 87. *Arithm.*). Punctum igitur H & quodcunque aliud extra M in recta

X

CD

Tab.V. Fig.61. CD assumptum extra Ellipsin cadit (§. cit. *Analys.*), & hinc CD Ellipsin in M tangit (§ 47. *Geom.*). Quare cum verticales ad M nempe CMF & IMH sint æquales (§. 156. *Geom.*) & $o = x$ per *constr.* adeoque $CMF = GMD$ (§. 87.

Arithm.); si FM fuerit Radius incidens; erit MG reflexus (§. 24). *Q. e. d.*

COROLLARIUM.

311. Si igitur Candela accensa ponatur in Foco Speculi Elliptici uno F; Radium ejus post reflexionem coeunt in altero G.

CAPUT V.

De Catoptrica Analytica, seu modo investigandi Theoremata Catoptrica per Analysin.

PROBLEMA XXVIII.

Tab. VII. Fig. 63. 312. **D**ata distantia AB Puncti radiantis A a superficie Speculi Spherici Concavi DBE, invenire Punctum F, in quo Radius reflexus DF cum Axe AB concurrat.

RESOLUTIO.

Sit in C Centrum Speculi & CB Radius = a , distantia Puncti radiantis AB = b , BF = x ; erit FC = $b - x$. Quoniam supponimus Oculum, qui videt Imaginem Punctis radiantis A in Speculo, esse in Axe constitutum, ut Radius reflexus DF in eundem incidere possit, Radius incidens AD Axi AB valde vicinus esse debet, ut adeo Arcus DB, Anguli DCB mensura (§ 57. *Geom.*), consequenter & ipse Angulus DCB admodum exiguus sit (§. 58. 59. *Geom.*). Erunt igitur multo magis Anguli o & n (§. 239. *Geom.*), itemque Angulus y (§. 144) valde exigui. Eadem de causa DC & CB, itemque DF & FB tanquam quantitate contemptibili differentes pro

æqualibus assumi possunt. Quoniam itaque $m : y = FD : CF$ & $n : o = DC : AC$ (§. 19. *Trigon.*); erit $n + o : o = DC + AC : AC$ (§. 190. *Arithm.*), seu ob $n + o = m$, $o = y$, & $DC = CB$, $m : y = AB : AC$ (§. 168. *Arithm.*), consequenter (§. 167. *Arithm.*).

$$AB : AC = FB : CF$$

$$b : b - a = x : a - x$$

adeoque $2b - a : b = a : x$ (§. 190.

Arithm.).

$$\text{Et hinc } \frac{ab}{2b - a} = x$$

$$\text{seu } FB = \frac{AB \cdot BC}{2AB - BC} = \frac{AB \cdot BC}{AB + AC}$$

ob $AB - BC = AC$.

Theorema. Si Radius AD in superficiem Speculi Concavi incidens ab Axe AB divergit; erit distantia Puncti concursus F à superficie Speculi BF ad semidiametrum BC, ut distantia Puncti radiantis à superficie Speculi AB ad compositam ex eadem distantia & distantia Puncti radiantis à Centro AC.

Quodsi

Quodsi distantia Puncti concursus F
five Foci à Centro CF desideretur,
cum sit

$$CF = BC - FB$$

$$\text{erit } CF = a - \frac{ab}{2b-a}$$

$$= \frac{2ab - a^2 - ab}{2b-a} = \frac{ab - a^2}{2b-a}$$

$$= \frac{AC \cdot BC}{2AB-BC} = \frac{AC \cdot CB}{AB+AC}$$

Theorema. Si Radius AD in superficiem
Speculi Concavi incidens ab Axe diver-
git; erit ut composita ex distantia Punc-
ti radiantis à superficie Speculi & ejus
distantia à Centro, ad distantiam à Cen-
tro Speculi; ita semidiameter Speculi,
ad distantiam Foci à Centro.

COROLLARIUM. I.

313. Si distantia Puncti radiantis AB
sit infinita, erit BC respectu AB infinite
parva, adeoque AB & AC haberi possunt
pro æqualibus (§. 4. *Analys. infn.*). Quam-
obrem $FB = \frac{AB \cdot BC}{2AB}$ (§. 312) = $\frac{1}{2} BC$,
hoc est, distantia Foci à Speculo FB est
dimidio Radio, seu quartæ Diametri parti
æqualis: quod consonum iis, quæ supra
demonstravimus (§. 209. 211).

COROLLARIUM II.

314. Quodsi ut ante distantia Puncti ra-
diantis AB sit infinita, erit CF ob ratio-
nem eandem = $\frac{AC \cdot BC}{2AC}$ = $\frac{1}{2} BC$, hoc
est, distantia Foci à Centro est quartæ Dia-
metri parti æqualis: id quod convenit cum
Corollario præcedente (§. 313).

COROLLARIUM III.

315. Quodsi $AB > BC$, hoc est, si Punc-
tum radians A ultra Centrum C à Specu-
lo Sphærico Concavo distet; cum sit $2AB$
- $AB = AB$, erit $2AB - BC > AB$ (§. 92.
Arithm.). Enimvero $FB = \frac{AB \cdot BC}{2AB-BC}$

(§. 112) & $\frac{AB \cdot BC}{AB} = BC$. Quamobrem
si AB. BC dividatur per quantitatem ipsa
AB majorem, veluti hic per $2AB - BC$;
erit $FB < BC$ (§. 202. *Arithm.*), hoc est,
distantia Foci F à superficie Speculi est
Radio BC minor, seu Punctum concursus
cum Axe intra Centrum à Speculo distat.

COROLLARIUM IV.

316. Similiter si $AB > BC$, seu distan-
tia Puncti radiantis à Speculo Sphærico
Concavo major Radio; erit $AB > AC$ & AB
+ $AC > 2AC$ (§. 90. *Arithm.*). Qua-
mobrem cum sit $CF = \frac{AC \cdot BC}{AB+AC}$ (§. 312)
& $\frac{AC \cdot BC}{2AC} = \frac{1}{2} BC$; erit $CF < \frac{1}{2} BC$
(§. 202. *Arithm.*), hoc est, distantia Puncti
concurfus à Centro est $< \frac{1}{2} BC$, seu quarta
Diametri parte.

COROLLARIUM V.

317. Quamobrem cum Focus Radio-
rum parallelorum (qui proprie Focus di-
citur) distet à Centro intervallo $\frac{1}{2} BC$;
Radius vero divergens AD cum Axe post
reflexionem concurrat intervallo minore
quam $\frac{1}{2} BC$; Punctum concursus F erit
inter Centrum & Focum Radium pa-
rallelorum.

COROLLARIUM VI.

318. Quodsi fuerit $AB = BC$, hoc est,
si Punctum radians fuerit in Centro Spe-
culi

Tab.
VII.
Fig.
63.

Tab. VII. Fig. 63. *culi Sphærici Concavi, erit* $BF = \frac{BC \cdot BC}{2BC - BC}$
 (§. 312) $= \frac{BC \cdot BC}{BC} = BC$, hoc est, Pun-
 ctum concursus erit in ipso Centro C. Idem
 etiam patet hoc modo. $CF = \frac{AC \cdot BC}{BA + AC}$
 (§. 312). Sed quando $AB = BC$, erit AC
 $= AB - BC = 0$, adeoque $CF = 0$, hoc
 est, distantia Puncti concursus à Centro
 nulla est, consequenter Punctum concu-
 rus in ipso Centro est, seu Radius reflexus
 cum Axe in Puncto radiante con-
 currit.

COROLLARIUM VII.

319. Quodsi fuerit $AB = \frac{1}{2} BC$, hoc
 est, si Punctum radians fuerit in Foco
 Radium parallelorum (§. 313); erit BF
 $= \frac{\frac{1}{2} BC \cdot BC}{BC - BC}$ (§. 312) $= \frac{\frac{1}{2} BC \cdot BC}{0}$.

Quamobrem cum BF in hoc casu sit quan-
 titas infinita, Punctum concursus cum Axe
 à Speculo infinito intervallo distat. Quo-
 niam itaque Radius ex Foco in Speculum
 incidens post reflexionem cum Axe non
 concurrat, nisi intervallo infinito, hoc est,
 nunquam; Radius ex Foco in Speculum
 incidens erit post reflexionem Axi paral-
 lelus, quemadmodum supra demonstratum
 (§. 224).

COROLLARIUM VIII.

320. Similiter si fuerit $AB = \frac{1}{2} BC$; erit
 $CF = BC \cdot (AB - BC) : (2AB - BC)$
 (§. 313) $= \frac{BC \cdot -\frac{1}{2} BC}{BC - BC} = -\frac{\frac{1}{2} BC^2}{0} = \infty$.
 Est igitur distantia Puncti concursus à Cen-
 tro infinita, hoc est, Radius ex Foco in
 Speculum Concavum incidens post reflexionem
 ultra Centrum concurrat intervallo infinito,
 hoc est, nunquam: id quod
 cum Corollario præcedente convenit.

COROLLARIUM IX.

321. Quodsi fuerit $AB < CB$, sed
 $> \frac{1}{2} CB$, hoc est, si Punctum radians
 inter Focum & Centrum consistat, erit
 $2AB > CB$. Ponamus excessum rectæ
 $2AB$ supra CB esse rectam quandam
 GH : erit

$$\begin{aligned} 2AB &= CB + GH \\ \frac{2AB \cdot \frac{1}{2} CB}{2AB - CB} &= \frac{CB \cdot \frac{1}{2} CB + GH \cdot \frac{1}{2} CB}{GH} + \frac{1}{2} CB \\ &= \frac{AB \cdot CB}{2AB - CB} = \frac{CB \cdot \frac{1}{2} CB}{GH} + \frac{1}{2} CB \end{aligned}$$

(§. 94. *Arithm.*)

$$\frac{AB \cdot CB}{2AB - CB} > \frac{1}{2} CB \text{ (§. 84. } *Arithm.*.)$$

$$\text{Enimvero } FB = \frac{AB \cdot CB}{2AB - CB} \text{ (§. 313).}$$

Ergo $FB > \frac{1}{2} CB$ (§. 89. *Arithm.*),
 hoc est, si Punctum radians inter Cen-
 trum atque Focum constituatur, Radius
 divergens ab Axe post reflexionem cum
 eodem concurrat in distantia quarta Dia-
 metri parte majore à superficie Speculi.

COROLLARIUM X.

322. Iisdem positis, quæ in Corollario
 præcedente, erit

$$\begin{aligned} 2AB &= CB + GH \\ \frac{AB = \frac{1}{2} CB + \frac{1}{2} GH}{AB - CB} &= \frac{\frac{1}{2} GH - \frac{1}{2} CB}{GH} \\ \frac{(AB - CB) CB}{2AB - CB} &= \frac{\frac{1}{2} GH \cdot CB - \frac{1}{2} CB^2}{GH} \\ &= \frac{1}{2} CB - \frac{\frac{1}{2} CB^2}{GH} \end{aligned}$$

(§. 94. *Arithm.*) $< \frac{1}{2} CB$ (§. 84. *Arithm.*)

$$\text{Sed } FC = \frac{(AB - BC) BC}{2AB - CB}$$

Ergo $FC < \frac{1}{2} CB$ (§. 89. *Arithm.*),
 hoc

hoc est, si Punctum radians inter Centrum atque Focum constituitur, Radius divergens ab Axe post reflexionem cum eodem concurrat in distantia à Centro quarta Diametri parte minore.

COROLLARIUM XI.

323. Quoniam si ex Puncto radiante inter Centrum & Focum constituto Radius in Speculum Sphæricum Concavum non procul ab Axe incidit, ab eodem reflexus cum Axe concurrat in distantia majore quarta Diametri parte à superficie Speculi (§. 321) & minore quarta Diametri parte à Centro (§. 322); Focus autem à Centro non minus, quam à superficie dimidia Radii seu quarta Diametri parte distat (§. 313); Punctum concursus in hoc casu inter Focum atque Centrum est.

COROLLARIUM XII.

324. Si denique $AB < \frac{1}{2}CB$, hoc est, si Punctum radians fuerit inter Focum & superficiem Speculi; erit etiam $2AB < CB$ (§. 180. *Arithm.*) & hinc $2AB - BC$ quantitas negativa (§. 17. *Analys. finit.*); consequenter $FB = \frac{AB \cdot BC}{2AB - BC}$ est quantitas negativa (§. 32. *Analys. fin.*); id quod indicio est Punctum concursus esse post Speculum. Ut enim sit positiva, fieri debet $\frac{AB \cdot BC}{BC - 2AB}$.

COROLLARIUM XIII.

325. Quoniam Radius AD ex Puncto A inter Focum & superficiem Speculi posito in superficiem Speculi incidens ita reflectitur in DG, ut retro continuatus concurrat cum Axe post Speculum in F; ex Puncto F post reflexionem ab Axe divergit (§. 84. *Geom.*).

COROLLARIUM XIV.

326. Cum Punctum radians A supponatur in Axe Speculi, qui utpote per Centrum C transiens (§. 470. *Geom.*) ad superficiem Speculi perpendicularis (§. 38.

Analys. infinit.); erit Axis Speculi Cathetus incidentiæ (§. 16. Quamobrem cum in Speculo Sphærico Concavo plerumque locus Imaginis sit in concursu Radii reflexi cum Catheto incidentiæ (§. 236); per ea, quæ de Puncto concursus dicta sunt, locus Imaginis in diversis casibus determinatur, suntque distantia illius Puncti à superficie Speculi distantia Imaginum à Speculo.

Tab. VII. Fig. 64.

COROLLARIUM XV.

327. Sit distantia Punctorum radiantium à superficie Speculi in ratione $1:m$. Erunt ergo distantia Imaginum à Speculo ut $\frac{AB \cdot BC}{2AB - BC}$ ad $\frac{mAB \cdot BC}{2mAB - BC}$ (§. 311. 326), consequenter ut $\frac{1}{2AB - BC}$ ad $\frac{m}{2mAB - BC}$ (§. 181. *Arithm.*), seu ut $2mAB - BC$ ad $2mAB - mBC$ (§. 178. *Arithm.*). Quod si sit $m > 1$; erit $2mAB - BC > 2mAB - mBC$ si vero $m < 1$; erit $2mAB - BC < 2mAB - mBC$.

COROLLARIUM XVI.

328. Quod si ergo $AB > BC$, hoc est, si Punctum radians fuerit ultra Centrum à Speculo remotum; Objecto à Speculo recedente, Imago ad idem accedit (§. 327).

COROLLARIUM XVII.

329. Quod si Punctum radians fuerit ultra Centrum à Speculo remotum, Objecto ad Speculum accedente, Imago ab eodem recedit.

COROLLARIUM XVIII.

330. Sit jam $2AB < BC$, adeoque $AB < \frac{1}{2}BC$, hoc est, sit Punctum radians inter Focum & superficiem Speculi; erunt distantia Imaginum ut $\frac{AB \cdot BC}{BC - 2AB}$ ad $\frac{mAB \cdot BC}{BC - 2mAB}$ (§. 324. 326), consequenter ut $BC - 2mAB$ ad $mBC - 2mAB$. Quod si ergo $m > 1$; erit $mBC > BC$, adeoque $BC - 2mAB < mBC - 2mAB$. Si vero $m < 1$; erit $BC > mBC$.

Tab. VII. Fig. 64.

BC = 2mAB > mBC = 2mAB (§. 97. Arithm.)

COROLLARIUM XIX.

331. Quodsi ergo Objectum inter Focum & superficiem Speculi constitutum ad Focum accedit, seu à Speculo recedit, Imago quoque ab eodem recedit.

COROLLARIUM XX.

332. Si vero idem à Foco recedit, seu ad Speculum accedit; Imago quoque ad idem accedit.

COROLLARIUM XXI.

333. Quoniam itaque Imago Objecti intra Focum & superficiem Speculi constituti post Speculum apparet (§. 324); Imago majore intervallo post Speculum comparet, si Objectum Speculo propius, quam si ab eodem remotius.

COROLLARIUM XXII.

334. Quodsi BC = ∞, hoc est, si Radius ponatur infinitus; Speculum Concavum degenerat in Planum. Enimvero tum AB respectu ipsius BC infinite parva, adeoque nihilo æqualis (§. 4. *Analys. infn.*). Quamobrem etiam 2AB nihilo æquivalet,

$$\text{adeoque } FB = \frac{AB \cdot BC}{BC - 2AB} \quad (\text{§. 312.})$$

$$= \frac{AB \cdot BC}{BC} = AB, \text{ hoc est, Imago tanto}$$

intervallo videtur post Speculum Planum, quanto ante ipsum abest: quemadmodum superius demonstratum est (§. 56).

SCHOLIUM.

335. Ex Corollariis hisce apparet, quanta facilitate ex Formula Analytica deducantur palmaria de Speculis Concavis Theoremata. Poteramus ex eadem quoque deducere, quæ ad Specula Convexa pertinent; sed majoris evidentia causa Problema sequens subnectimus.

PROBLEMA XXIX.

336. Data distantia AB Puncti radiantis A à superficie Speculi Spharici

Convexi DBE, invenire Punctum F, in quo Radius reflexus GF cum Axe AB concurrat.

RESOLUTIO.

Sit in C Centrum Speculi & Radius CB = a, distantia Puncti radiantis à superficie Speculi AB = b, distantia Puncti concursus Radii reflexi cum Catheto incidentiæ ab eadem superficie Speculi BF = x; erit distantia ejusdem à Centro FC = a - x. Jam u = 0 (§. 144) & u = t atque o = y (§. 150. *Geom.*). adeoque t = y (§. 87. *Arithm.*), consequenter ob t = n + m (§. 239. *Geom.*) y = n + m (§. 87. *Arithm.*). Cum, ut in Problemate præcedente, Radius incidens AD ipsi AB admodum vicinus ponatur, erit ut ibidem AD = AB, FD = FB & Anguli n, m, y valde exigui, consequenter y : m = FC : BF & m : n = AB : BC (§. 19. *Trigon.*). Quare cum sit m + n : m = AB + BC : AB (§. 190. *Arithm.*) & ob m + n = y, per demonstrata, y : m = AB + BC : AB (§. 168. *Arithm.*); erit etiam (§. 168. *Arithm.*).

$$AC : AB = FC : BF$$

$$\text{adeoque } a + b : b = a - x : x$$

$$\frac{ab - bx = ax + bx}{ab = 2bx + ax}$$

$$\frac{ab}{2b + a} = x \text{ FB}$$

$$\text{hoc est } \frac{AB \cdot BC}{2AB + BC} = \frac{AB \cdot BC}{AC + BA} = FB$$

$$\text{seu } FB : BC = AB : AC + BA$$

Theorema. Si Radius AD incidens, in superficiem Speculi Convexi ab Axe AC non

non nimis divergit; erit distantia Puncti concursus Radii reflexi cum Axe à superficie Speculi ad Radium convexitatis, ut distantia AB Puncti radiantis à superficie Speculi AB ad compositam AC + BA ex distantia ejusdem Puncti à Centro & distantia à superficie.

Quodsi distantia Puncti concursus Radii reflexi cum Catheto incidentiæ F à Centro Speculi FC queratur, erit ob

$$CF = BC - BF$$

$$CF = a - \frac{ab}{2b+a} = \frac{2ab+a^2-ab}{2b+a} = \frac{ab+a^2}{2b+a}$$

$$= \frac{(AB+BC)BC}{2AB+BC} = \frac{AC \cdot BC}{AC+AB}$$

adeoque AC + AB : AC = BC : CF

Theorema. Si Radius AD incidens in superficiem Speculi Sphærici Convexi non multum ab Axe ejus AC divergit, erit distantia Puncti concursus F Radii reflexi GF à Centro Speculi FC ad Radium convexitatis BC, ut distantia Puncti radiantis à Centro Speculi AC ad compositam ex eadem distantia AC & distantia ejusdem à superficie Speculi AB.

COROLLARIUM I.

337. Quoniam AC + BA > AB; erit $\frac{AB}{AC + BA} < 1$ (S. 221. *Arithm.*), adeoque $\frac{AB \cdot BC}{AC + BA} < BC$ (S. 180. *Arithm.*).

Distantia igitur Puncti concursus Radii reflexi cum Catheto incidentiæ in Speculo Sphærico Convexo ab ejus superficie semper minor est Radio.

COROLLARIUM II.

338. Quare cum Imago Puncti radiantis A videatur in isto Puncto concursus

(S. 151); in Speculo Sphærico Convexo semper videtur inter Centrum & superficiem Speculi.

COROLLARIUM III.

339. Sit AB = ∞, erit BC respectu AB infinite parva, adeoque 2AB + BC = 2AB (S. 4. *Anal. infn.*), consequenter

$$\frac{AB \cdot BC}{2AB + BC} = \frac{AB \cdot BC}{2AB} = \frac{1}{2} BC = FB.$$

Distantia igitur Puncti concursus Radii reflexi cum Catheto incidentiæ nunquam majore intervallo à superficie Speculi distat, quam dimidio Convexitatis Radio.

COROLLARIUM IV.

340. Quoniam distantia Puncti radiantis habetur pro infinita, si Radius ab Axe divergens eidem ad sensum sit parallelus; Radius à Puncto remoto in superficiem Speculi Sphærici Convexi incidens cum Catheto incidentiæ concurrat intervallo quartæ Diametri partis.

COROLLARIUM V.

341. In Speculo Sphærico Convexo Imago nunquam majore intervallo distat à superficie Speculi quam quarta Diametri parte (S. 339) & Imago quidem Objecti valde remoti à superficie Speculi quarta Diametri parte distat.

SCHOLIUM.

342. *Objectum an valde remotum sit, æstimatur ex ratione Radii BC ad ejus distantiam à superficie Speculi AB. In minoribus adeo Speculis minor distantia ad hoc sufficit, quam in majoribus.*

COROLLARIUM VI.

343. Quodsi Radius convexitatis BC fuerit infinitus, hoc est, si Speculum fuerit Planum; erit 2AB respectu BC = 0 (S. 4 *Anal. infn.*), adeoque $BF = \frac{AB \cdot BC}{BC} = AB.$

In

In Speculo itaque Plano Imago tanto intervallo videtur post Speculum, quanto ante ipsum ab eodem abest.

COROLLARIUM VII.

344. Sit ratio distantiarum Punctorum radiantium = $1 : n$; erunt distantiæ Imaginum à superficie Speculi inter se ut $\frac{ab}{2b+a}$

ad $\frac{nab}{2nb+a}$, adeoque ut $ab(2nb+a)$ ad $nab(2b+a)$ (§. 178. *Arithm.*), consequenter ut $2nb+a$ ad $2nb+na$ (§. 181. *Arithm.*).

SCHOLIUM.

345. Quodsi ergo n explicetur per aliquem numerum, denturque a & b; ratio distantiarum innotescit in numeris.

COROLLARIUM VIII.

346. Quodsi $1 : n$ fuerit ratio majoris inæqualitatis seu $n > 1$; erit $na > a$, adeoque $2nb+na > 2nb+a$ (§. 90. *Arithm.*). Crescente adeo distantia Puncti radiantis extra Speculum crescit distantia Imaginis à superficie Speculi intra Speculum. Recedente igitur Objecto à Speculo, Imago ejus intra Speculum à superficie versus Centrum recedit.

COROLLARIUM IX.

347. Quodsi $1 : n$ fuerit ratio minoris inæqualitatis, seu $n < 1$; erit $na < a$, adeoque $2nb+na < 2nb+a$ (§. 90. *Arithm.*). Decrescente adeo distantia Puncti radiantis à Speculo decrescit distantia Imaginis à superficie. Visibilis itaque ad Speculum accedentis Imago ad ejus superficiem accedit, à Centro recedens.

COROLLARIUM X.

348. Quodsi b fuerit = 0, hoc est, si visibile superficiem Speculi tangit, erit $\frac{ab}{2b+a} = 0$, adeoque distantia à superficie Speculi nulla est. Videtur igitur Imago in ipsa Speculi superficie.

SCHOLIUM.

349. Atque ex his Corollariis intelligitur, cur Imago Styli longioris superficiem Speculi altero suo extremo contingentis & Diametro Speculi in directum siti sit eidem continua & in directum sita.

COROLLARIUM XI.

350. Si fuerit $b = a$, seu visibile à Speculo Radii intervallo distet; erit $\frac{ab}{2b+a} = \frac{a^2}{3a} = \frac{1}{3}a$; seu Imago tertia semidiametri parte à superficie Speculi distat, adeoque duabus tertiis à Centro.

COROLLARIUM XII.

351. Quodsi fuerit $b = na$ & $n > 1$, seu distantia Puncti radiantis major Radio; erit

$$\frac{ab}{2b+a} = \frac{na^2}{2na+a} = \frac{na}{2n+1} = \frac{n}{2n+1}a.$$

Quoniam $2n+1 > n$; erit $\frac{n}{2n+1}a < a$ (§. 221. *Arithm.*). Idem adhuc obtinet, si $n < 1$. Distantia igitur Imaginis à superficie Speculi continuo minor est Radio, quantacunque fuerit distantia Imaginis: id quod jam alio modo ante elucimus.

COROLLARIUM XIII.

352. Quodsi fuerit $n = \infty$, erit unitas respectu $2n$ nihilo æqualis (§. 4. *Analys. infinit.*), & distantia Imaginis à superficie Speculi $\frac{na}{2n} = \frac{1}{2}a$, seu dimidio Radio æqualis: quemadmodum denuo jam ante reperimus.

COROLLARIUM XIV.

353. Quodsi ponamus $\frac{ab}{2b+a} = \frac{1}{2}a$; hoc est, si Imago à superficie Speculi distet intervallo quartæ partis Diametri; erit $2ab = 2ab+aa$, adeoque $aa = 0$: quod cum sit absurdum, Imago à superficie Speculi nunquam quarta Diametri parte distare

distare potest, si Radius incidens à Catheto incidentiæ divergit.

SCHOLIION.

354. *Consentit hoc cum superioribus, ubi distantiam Visibilis infinitam requisivimus, ut Imago distet à superficie Speculi quarta Diametri parte: tum enim Radius incidens Catheto incidentiæ censetur parallelus.*

COROLLARIUM XV.

355. Si Radii duorum Speculorum fuerint ut a ad na , sitque $n > 1$; erunt distantia Imaginum à superficiebus Speculorum, Visibili ab utroque Speculo eodem intervallo remoto, ut $\frac{ab}{2b+a}$ ad $\frac{nab}{2b+na}$, adeoque ut $2b + na$ ad $2nb + na$ (§. 178. 181. *Arithm.*). Quamobrem cum sit $2nb > 2b$ ex hypothese, distantia Imaginis in Speculo majoris Sphæricitatis major est, in Speculo minoris minor, seu Imago ejusdem Visibilis in eadem distantia à Speculo majore intervallo videtur post Speculum, si majoris fuerit Sphæræ segmentum, quam si minoris fuerit.

COROLLARIUM XVI.

356. Sit $\frac{ab}{2b+a} = b$, seu distet Imago Visibilis tanto intervallo à Superficie Speculi, quanto ante ipsum idem abest; erit $ab = 2bb + ab$, adeoque $2bb = 0$: quod cum sit absurdum, in Speculo Sphærico Convexo Imago nunquam tanto intervallo post Speculum esse potest, quanto ante ipsum Objectum constituitur.

COROLLARIUM XVII.

357. Sit $\frac{ab}{2b+a} = \frac{1}{2}b$, seu sit distantia Imaginis post Speculum distantia Visibilis à Speculo dimidia; erit $ab = bb +$

Wolffi Oper. Mathm. Tom. III.

$\frac{1}{2}ab$ adeoque $\frac{1}{2}ab = bb$, seu $\frac{1}{2}a = b$. Objectum igitur à Speculo intervallo dimidii Radii Speculi ab eodem distare debet, ut Imaginis distantia sit dimidia distantia Objecti.

SCHOLIION

358. *Ex his Corollariis intelligitur, quanta facilitate plurima Catoptrica Theoremata inveniri possint, ope Theorematum generalium, quæ & ipsa absque multa difficultate eruuntur. Poterat hæc Theoria etiam extendi ad alias Curvas: possunt tamen aliis quoque Methodis Puncta concursus Radiorum reflexorum cum Axe inveniri. Ut industriam Lectoris excitemus, sequens addere lubet Problema.*

PROBLEMA XXX.

359. *Invenire Punctum F, in quo Radius GM vel EM Axi AK Parabolæ AMN parallelus cum eodem post reflexionem concurrat, sive in Concavitatem, sive in Convexitatem incidat.* Tab. VII. Fig. 66.

RESOLUTIO.

Sit MH ad Parabolam in M normalis & Parameter Parabolæ = a , AP = x , AF = y ; erit PH = $\frac{1}{2}a$ (§. 36. *Analyf. infin.*), FP = $x - y$ & FH = $\frac{1}{2}a + x - y$. Jam ob parallelismum rectorum GM & AK Angulus GMH = MHF (§. 233. *Geom.*) & ex natura reflexionis FMH = GMH (§. 144), adeoque MHF = FMH (§. 87. *Arithm.*), consequenter FH = FM (§. 253 *Geom.*). Est vero PM² = ax (§. 388. *Analyf. fin.*), adeoque FM² = $x^2 + 2xy + y^2 + ax$ (§. 417. *Geom.*). Quamobrem cum sit FH² = $\frac{1}{4}a^2 + ax + x^2 - ay - 2xy + y^2$ per demonstr. erit itidem, per demonstrata.

$$\frac{x^2 - 2xy + y^2 + ax = \frac{1}{4}a^2 + ax + x^2 - ay - 2xy + y^2}{}$$

adeoque

$$\begin{aligned} 0 &= \frac{1}{4}a^2 - ay \\ ay &= \frac{1}{4}a^2 \\ y &= \frac{1}{4}a \end{aligned}$$

Theorema. Si Radius parallelus FM vel MF incidat in Parabolam AMN, post

reflexionem in Puncto F cum Axe concurrat, quod à Vertice A quarta Parametri parte distat.

SCHOLIUM.

360. Non absimili modo Punctum, ubi Radius reflexus quicumque cum Axe alterius Curvæ concurrat, inveniri potest.

FINIS CATOPTRICÆ.

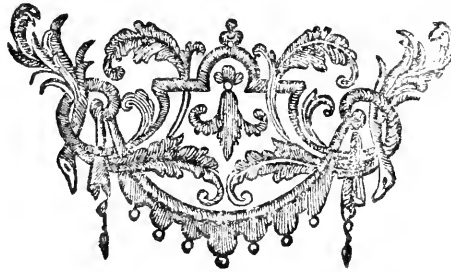


FIG. CATOPTR. TAB. I.

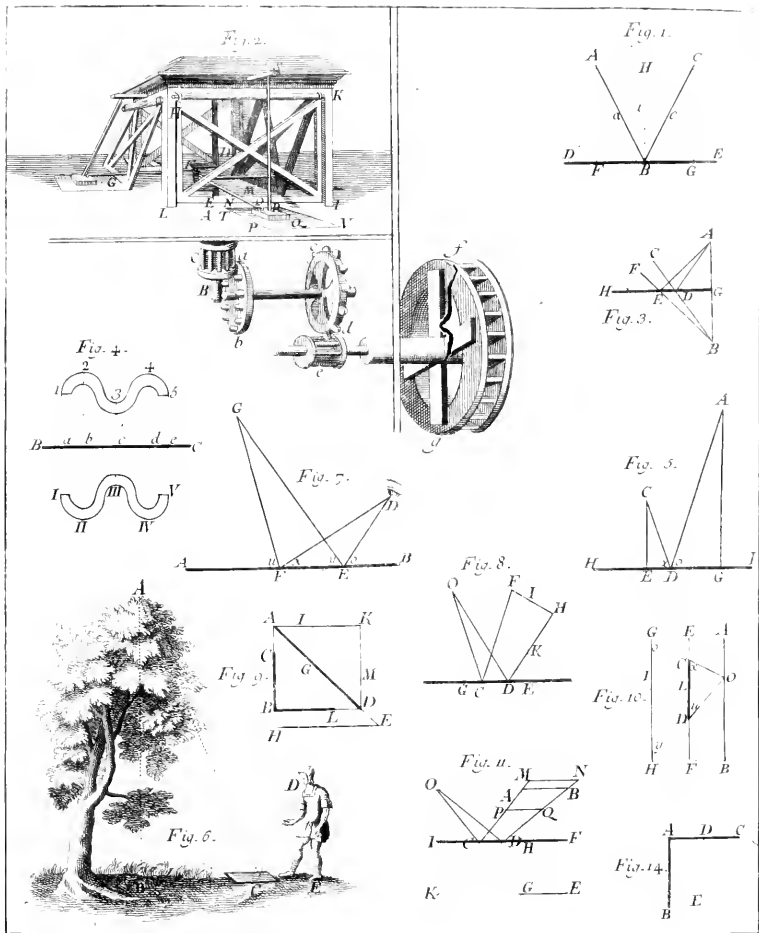


Fig. 12.

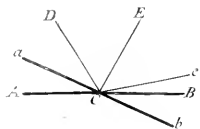


Fig. 13.

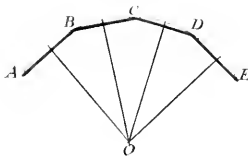


Fig. 16.

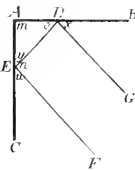


Fig. 18.

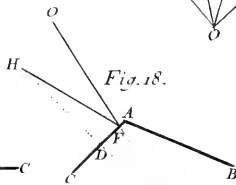


Fig. 15.

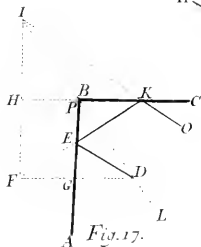
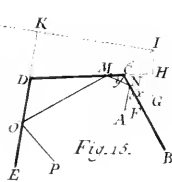


Fig. 17.

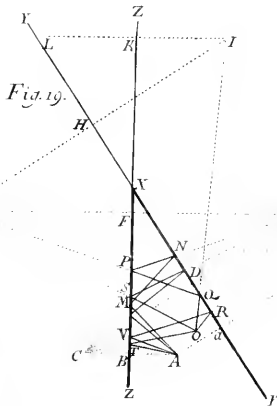


Fig. 19.

Fig. 20.

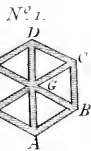
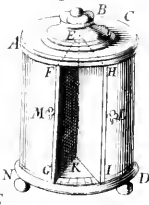


Fig. 21.

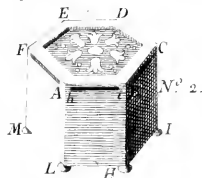


Fig. 23.

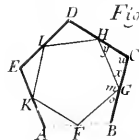


FIG. CATOPTR. TAB. III.

Fig. 27. P

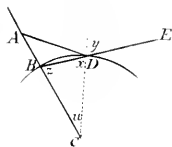


Fig. 22.

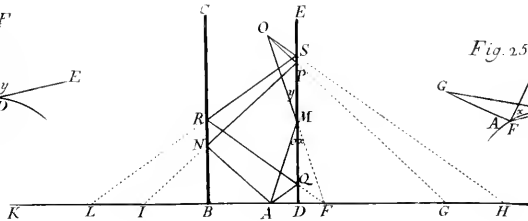


Fig. 25.

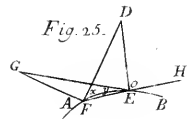


Fig. 24.

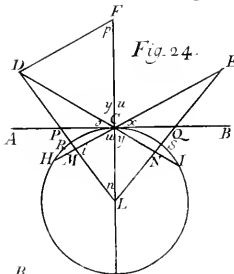


Fig. 26.

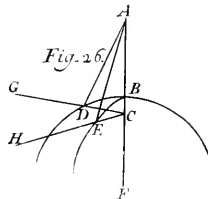


Fig. 28.

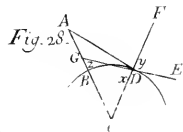


Fig. 29.



Fig. 32.

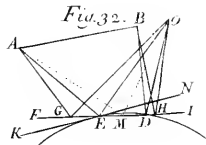


Fig. 30.

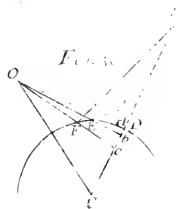


Fig. 31.

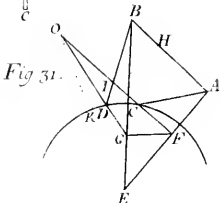


Fig. 33.

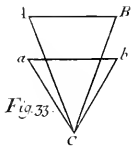


Fig. 34.

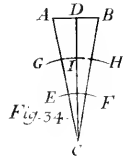


Fig. 35.

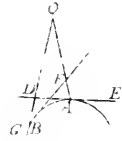




FIG. CATOPTR. TAB. IV.

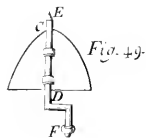
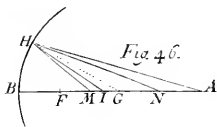
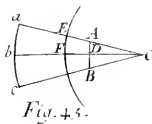
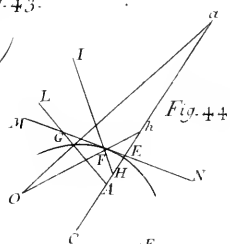
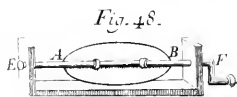
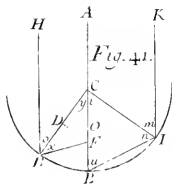
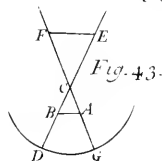
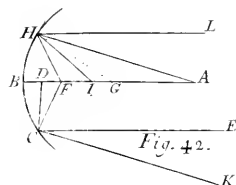
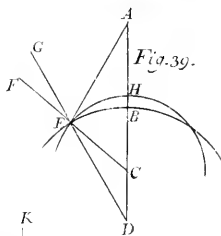
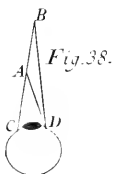
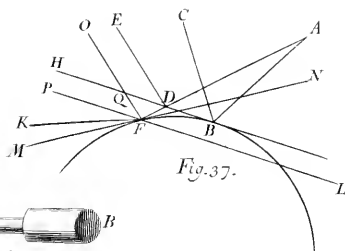
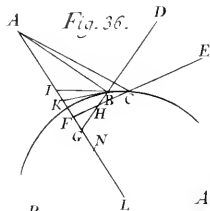
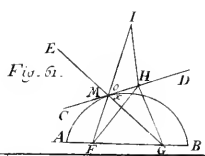
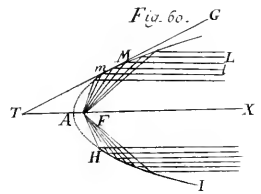
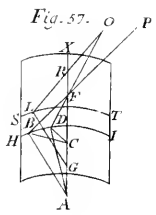
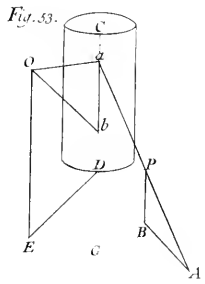
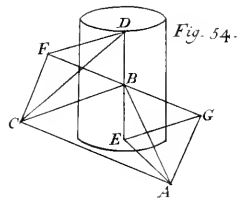
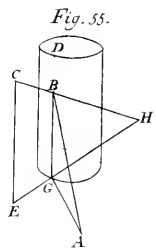
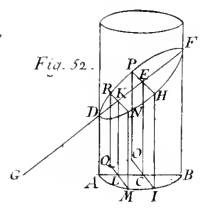
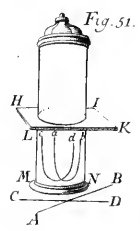
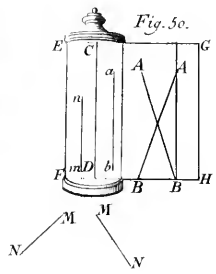
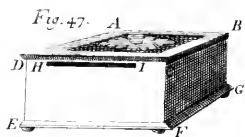


FIG. CAТОPTR. TAB. V.



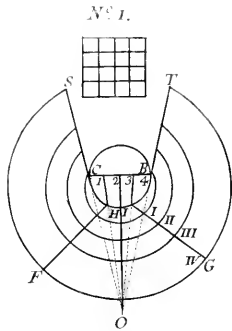


Fig. 56.

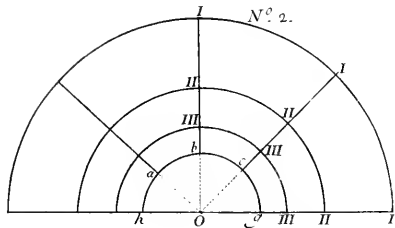
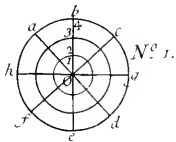
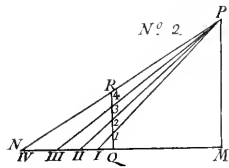
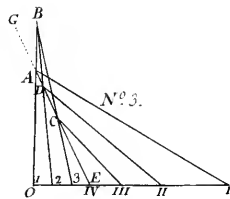
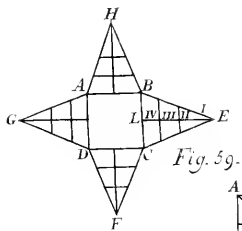


Fig. 58.



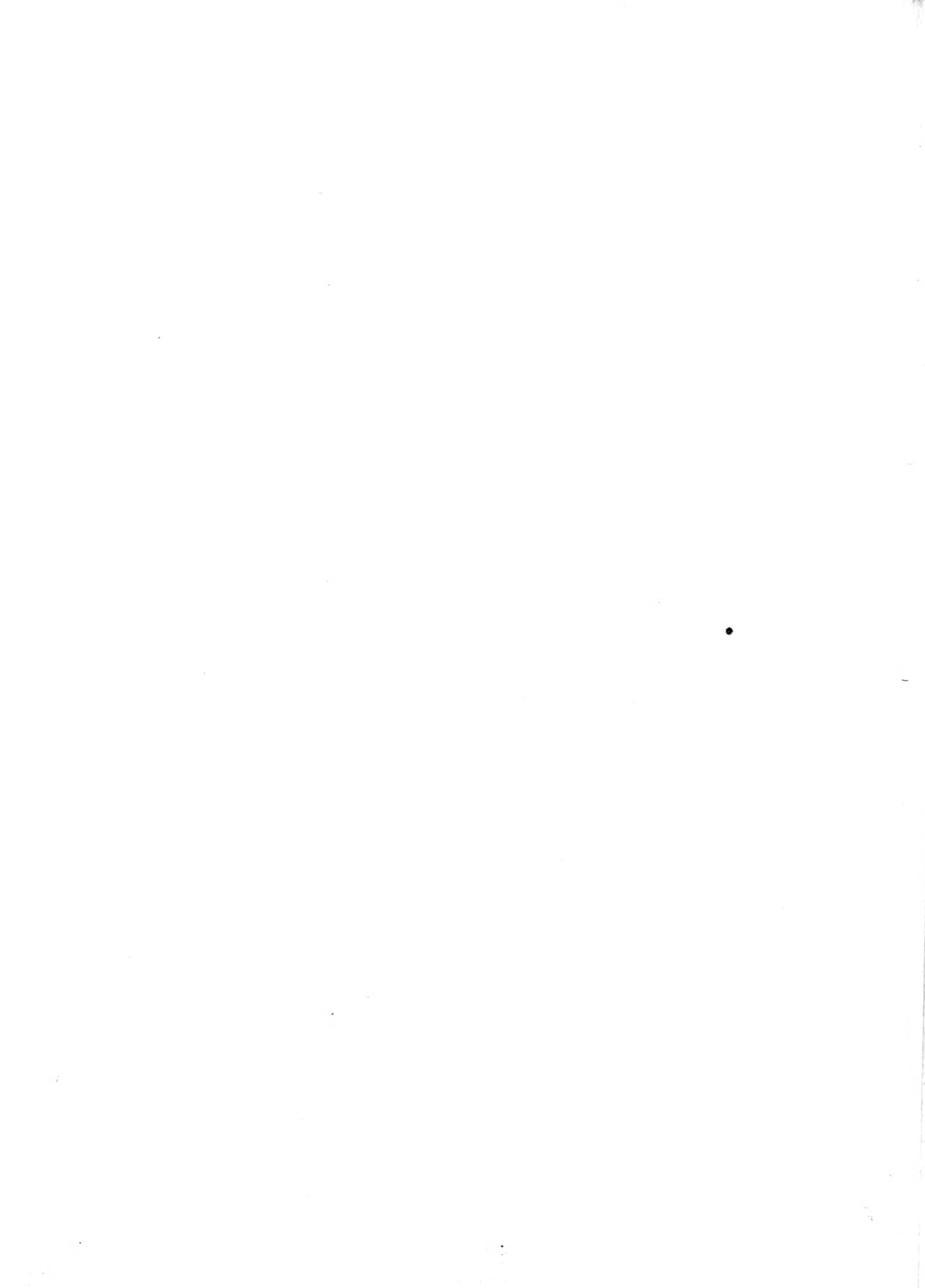


Fig. 62.

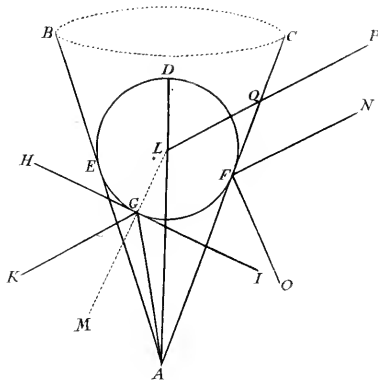


Fig. 63.

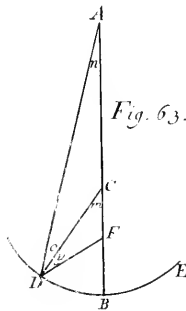


Fig. 64.

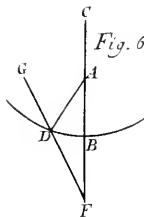


Fig. 65.

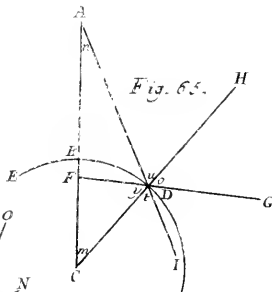
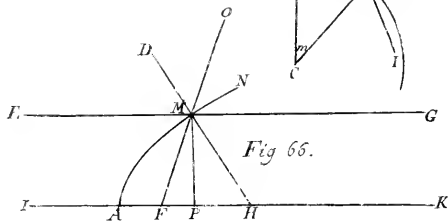


Fig. 66.





ELEMENTA DIOPTRICÆ.

P R Æ F A T I O.



Odie **DIOPTICA** Telescopiorum ac Microscopiorum perfectioni potissimum destinatur: unde ratio refractionis in Specillis seu Vitris politis cujuscunque figuræ imprimis in ea explicatur. Plerique Autores utuntur proportionem prope vera Angulorum inclinationis & refractionis, quam in his Elementis quoque Illustravi: **MOLYNEUX** & **HUGENIUS** soli veram proportionem sinuum Anguli inclinationis & refracti adhibent, quamvis diversa ratione. Ille enim calculo Geometrico Puncta concursus & dispersionis Radiorum eruit: hic vero generaliter absque certa Hypothesi eadem invenire docet. Ego ex vera refractionis Lege indolem refractionis generaliter in omni Diaphano Figuræ potissimum Planæ ac Sphæricæ demonstro & generalia ad Specilla Vitrea & Aquea applico, ac inde Telescopiorum ac Microscopiorum, aliorumque Instrumentorum

Dioptricum constructionem deduco. Aliqua tamen Exempla Demonstrationum vulgarium affero, ut Methodorum varietas innotescat ad amplificandum Ingenii vires, quem scopum labori meo non ultimum præfigendum esse statui. Prodest Dioptrices cognitio illis, qui rerum naturalium cognitionem curæ cordique habent: neque enim solum Principia suppeditat, unde Quæstiones Physicæ permultæ enodantur, verum etiam veræ Methodi Philosophandi de Rebus naturalibus ideam Lectoribus insinuat & varias Observandi & Experimentandi Methodos suppeditat. In Astronomia utilis est tum ad Observandum, tum ad Demonstrandum, ut hodie sine Dioptrica mancum ac mutilum dicendum sit Astronomiæ Studium. Varias quoque ad vitam affert utilitates & jucunditates: quod satis perspicient; qui vel hæc Elementa attentione non superficiali perlustrabunt. Addidi eum in finem Vitrorum polierorum aliorumque perficiendorum Praxes, ut iis una consulere, qui superficiali cognitione rerum contenti ad Instrumenta Dioptrica paranda potissimam curam dirigunt.

ELEMENTA DIOPTRICÆ.

CAPUT PRIMUM.

De Fundamentis Dioptricæ.

DEFINITIO I.

1. **D**IOPTRICA seu *Anaclastica* est Scientia Visionis refractæ.

SCHOLION.

2. *Potissimum autem in Dioptrica traditur Refractio Luminis in Vitris Lenticularibus, quia ex iis tum Telescopia, tum Microscopia, tum Vitra Cautica, tum alix Ma. hi & Dioptrica parantur: propterea quod hæ Theoriæ utilitate sua sese commendant.*

DEFINITIO II.

3. *Visio refracta* est, quæ fit per Radios refractos.

DEFINITIO III.

4. *Radius incidens* seu *Linea incidentiæ* est recta AB, per quam Lumen irrefractum in eodem medio propagatur à Puncto refractionis usque ad Superficiem Corporis refringentis HKLI.

DEFINITIO IV.

5. *Radius refractus* seu *Linea refractionis* est recta BC, per quam Lumen post refractionem in medio diversæ densitatis ab eo, per quod à Puncto radiante emanaverat, propagatur.

DEFINITIO V.

6. *Superficies refringens* est Superficies Diaphani, in qua fit refractionis, seu in qua Radius incipit à via pristina deviare.

DEFINITIO VI.

7. *Punctum refractionis* est Punctum B in Superficie refringente, in quo refractionis contingit. Vocatur idem respectu Radii incidentis AB *Punctum incidentiæ*. Tab. I. Fig. 1.

DEFINITIO VII.

8. *Planum refractionis* est, in quo sunt Radius incidens AB & refractus BC.

DEFINITIO VIII.

9. *Axis incidentiæ* est recta DB ad Superficiem refringentem in Puncto incidentiæ perpendicularis, ducta in eodem medio, unde incidit Radius.

DEFINITIO IX.

10. *Axis refractionis* est recta BE ad Superficiem refringentem in Puncto refractionis B perpendicularis, ducta in medio refringente.

DEFINITIO X.

11. *Angulus incidentiæ* est Angulus ABI, quem facit Radius incidens AB cum Superficie refringente HI.

DEFINITIO XI.

12. *Angulus inclinationis* est Angulus ABD, quem facit Radius incidens AB cum Axe incidentiæ DB.

DEFINITIO XII.

13. *Angulus refractionis* est angulus

Tab. I. lus MBC, quem facit Radius refractus
Fig. 1. BC cum incidente MB ultra Superficiem refringentem protracto.

DEFINITIO XIII.

14. *Angulus refractus* est Angulus CBE, quem facit Radius refractus BC cum Axe refractionis BE.

DEFINITIO XIV.

15. *Lens* seu *Specillum* dicitur Vitrum formæ Lenticularis.

DEFINITIO XV.

16. *Vitrum Plano-convexum* est, cujus Superficies altera Convexa, altera Plana. Communiter intelligitur Convexitas Sphærica, nisi expresse contrarium moneatur.

DEFINITIO XVI.

17. *Vitrum Convexo-convexum* est, cujus utraque Superficies Convexa. Dicitur etiam *utrinque Convexum*. Estque *vel equaliter Convexum*, si eadem Diameter utriusque Convexitatis; *vel inæqualiter convexum*, si Convexitatum Diametri diversæ.

DEFINITIO XVII.

18. *Vitrum Plano-concavum* est, cujus altera Superficies Concava, altera Plana. Communiter intelligitur Concavitas Sphærica, nisi diserte contrarium moneatur.

DEFINITIO XVIII.

19. *Vitrum Concavo-concavum* est, cujus utraque Superficies Concava. Dicitur etiam *utrinque Concavum*. Estque *vel equaliter Concavum*, si Concavitatis eadem Diameter, *vel inæqualiter Concavum*, si Concavitatum Diametri sunt diversæ.

DEFINITIO XIX.

20. *Meniscus* est Vitrum, cujus altera Superficies Convexa, altera Concava. Vocatur etiam interdum *Lunula*.

DEFINITIO XX.

21. *Axis Lentis* est recta, transiens per Axem ejus Solidi, cujus Segmentum Lens existit.

E. gr. Lens Sphærica Plano-convexa est segmentum alicujus Sphæræ: ejus itaque Axis idem est cum Axe Sphæræ, seu recta per hunc transiens.

DEFINITIO XXI.

22. *Punctum concursus* est Punctum, in quo Radii refracti concurrunt, si per refractionem fiunt convergentes. Vocatur etiam *Focus*.

DEFINITIO XXII.

23. *Punctum dispersus* est Punctum, ex quo Radii refracti divergunt, si post refractionem divergentes evadunt. Vocatur etiam *Focus virtualis*.

PROBLEMA I.

24. *In Legem Refractionis per Experimenta inquirere.*

RESOLUTIO.

Si desideretur Refractio ex Aëre in Vitrum, qua potissimum opus habemus in Dioptrica,

1. Paretur Cubus Vitreus CBEDGFHI exacte politus.

2. Jungantur ad angulos rectos duo asserculi dedolati NIPO & NABI, ita ut latitudo communis IN excedat latus Cubi IH, multo magis autem idem superet longitudo inferioris NO: altitudo vero minoris CH sit lateri Cubi æqualis.

3. Obvertatur hoc Instrumentum Anaclasticum Soli in diversis altitudinibus supra Horizontem, noteturque terminus Umbræ tam intra Cubum in K, quam extra eum in L.
4. Quoniam CK est Radius refractus, CL vero irrefractus; erit HCK Angulus refractus (§. 14), KCL Angulus refractionis (§. 13) & HCL Angulus inclinationis (§. 12), consequenter si CL sumatur pro Sinu toto, HL Sinus Anguli inclinationis, & HK Sinus Anguli refracti (§. 2. *Trigon.*). Observare igitur licebit rationem Sinus Anguli refracti HK ad Sinum Anguli inclinationis HL, utramque nempe Lineam HK & HL, accurate in Scala subtiliter divisa dimetiendo.
5. Et quia in Triangulo HCL ad H re- tangulo latera HC & HL dantur, itemque in Triangulo CHK latera HC & HK; invenietur Angulus inclinationis HCL & Angulus refractus HCK (§. 38. *Trigon.*).
6. Si loco Cubi Vitrei adhibeatur Vasculum aqua, vel alio liquore plenum, Refractio ex Aëre in Aquam vel liquorem alium observabitur.

COROLLARIUM I.

25. Radius in ingressu ex Aëre in Vitrum aut generaliter ex medio rariori in densius, ad Axem refractionis frangi observatur: hinc Angulus refractus minor Angulo inclinationis, & Radius perpendicularis ad Superficiem refringentem irrefractus transit.

COROLLARIUM II.

26. Ratio Sinus Anguli inclinationis ad Sinum Anguli refracti constans deprehen-

ditur; nempe, si refractionis sit ex Aëre in Vitrum, major quam 114 ad 76, minor vero quam 115 ad 76, hoc est, quam proxime ut 3 ad 2, observante HUGENIO (a),

SCHOLIUM I.

27. *Consentit cum hac Observatione altera Illustr. NEWTONI (b), quæ Sinus Anguli inclinationis ad Sinum Anguli refracti exhibetur ut 31 ad 20, hoc est, itidem fere ut 3 ad 2. Hoc igitur proportione ad explicandas refractiones in Lentibus Vitreis commode utimur in Dioptriciis. Quamvis enim in omni Vitro non sit eadem refractionis quantitas; in argumentis tamen Physicis omnimoda accuratatione non est opus.*

SCHOLIUM II.

28. *In Aqua pluvia CARTESIUS rationem Sinus Anguli inclinationis ad Sinum Anguli refracti deprehendit (c) ut 250 ad 187, hoc est, propemodum ut 4 ad 3: cum quo denuo conspirat Observatio NEWTONI (d), vi cujus ratio obtinet ut 529 ad 396. Ceterum idem NEWTONUS in Spiritu vini eam facit ut 100 ad 73, quæ itidem à sesquitertia non multum abit; in Aëre vero ut 3851 ad 3850.*

SCHOLIUM III.

29. *Multæ dantur Methodi observandi quantitatem Refractionis, passim apud Autores explicatæ. Ego hic tradidi eam, quam KEPLERUS (e) commendat, quia nulla Dioptrices principia supponit, alias additurus inferius, ubi earum fundamenta demonstrabuntur.*

COROLLARIUM III.

30. Uno igitur Angulo inclinationis &, qui ipsi respondet, refracto per Observationem reperto, facile per computum eruntur Anguli refracti singulis Angulis inclinationis respondententes.

C O

(a) In Dioptrica p. 5.

(b) Optic. Lib. II Part. 3. p. 232. edit. Lat.

(c) In Tract. de Meteoris Cap. 8. §. 10. p. m.

221.

(d) Loc. cit.

(e) Dioptr. Lib. I. Prop. 3.

COROLLARIUM IV.

31. Si Angulus inclinationis graduum 70, Angulus refractus 38° 50', observantibus KIRCHERO (a) & ZAHNIO (b).

SCHOLIUM IV.

32. Et hinc ZAHNIUS condidit Tabulam Refractionum ex Aëre in Vitrum ad singulos gradus Anguli inclinationis, quam hic contractam exhibemus.

Angul. inclin.	Angul. refractus.	Angul. refractionis.
1	0°. 40'. 5''	0°. 19'. 55''
2	1. 20. 6	0. 39. 54
3	2. 0. 3	0. 59. 56
4	2. 40. 5	1. 19. 55
5	3. 20. 3	1. 39. 57
6	3. 59. 50	2. 0. 10
7	4. 39. 48	2. 20. 12
8	5. 19. 49	2. 40. 11
9	5. 59. 35	3. 0. 25
10	6. 39. 16	3. 20. 44
11	7. 18. 55	3. 41. 5
12	7. 58. 32	4. 1. 28
13	8. 38. 2	4. 21. 58.
14	9. 17. 25	4. 42. 35
15	9. 56. 46	5. 3. 14
16	10. 35. 59	5. 24. 1
17	11. 15. 3	5. 44. 57
18	11. 54. 5	6. 5. 55.
19	12. 34. 36	6. 25. 24
20	13. 11. 35	6. 48. 25
25	16. 22. 51	8. 37. 9
30	19. 29. 29	10. 30. 31
35	22. 30. 18	12. 29. 42
40	25. 34. 6	14. 35. 54
45	28. 9. 19	16. 50. 41
50	30. 44. 35	19. 15. 25
60	35. 18. 12	24. 41. 48
70	38. 50. 0	31. 10. 0
80	41. 5. 15	38. 54. 55
90	41. 51. 40	48. 8. 20

(a) In Arte Magna Lucis & Umbræ Lib. VIII. Part. 1. Cap. 2.

(b) In Oculo artific. Fund. 2. Synt. 1. Cap. 2. f. 228. & seqq.

COROLLARIUM V.

33. Quodsi itaque Angulus inclinationis fuerit minor quam 20 graduum, & Radius ex Aëre in Vitrum refrangatur; Angulus refractionis erit propemodum pars tertia inclinationis. Angulus enim refractionis, qui convenit inclinationi unius gradus, à parte tertia deficit 5 secundis, Angulus refractionis respondens inclinationi duorum graduum à parte tertia abest 9 secundis, & ita porro. Angulo inclinationis 20 graduum respondet Angulus refractionis 6° 48''. 25'', adeoque excedit partem tertiam 8' 25''. Sed Angulus refractionis conveniens Angulo inclinationis 30 graduum, partem tertiam jam superat gradu dimidio & 31 secundis & inde excessus continuo fit major.

COROLLARIUM VI.

34. Quando itaque Angulus inclinationis minor fuerit quam 20 graduum; Radius ex Aëre in Vitrum refrangitur ad Axem refractionis seu incidentiæ tertia propemodum parte Anguli inclinationis.

SCHOLIUM V.

35. Hoc principio utitur KEPLERUS ad demonstrandas Refractiones in Specillis in sua Dioptrica & post ipsum usi sunt Scriptores Dioptrica plerique omnes. Exemplo enim ALHAZENI & VITELLIONIS, Legem Refractionis quæsit in ratione Angulorum, adeoque ad veritatem puram pervenire non potuit. Constantem rationem esse Sinuum Angulorum inclinationis & refracti, multiplici Experimento detexit WILLEBRORDUS SNELLIUS, quamvis non adverterit Lineas, per quas rationem constantem explicavit, esse illorum Angulorum Sinus. Ex ejus scripto non edito eandem rationem constantem, non nominato SNELLIO, proposuit CARTESIUS (c), cui vulgo hoc inventum tribui solet. SNELLIO idem vindicat HUGENIUS, cui

(c) In Dioptrica Cap. 2. §. 2. p. m. 57.

cui constabat, CARTESIIUM Tractatum SNELLIUM vidisse (a). Ceterum cum ex Optica (§. 192) constat, Radios Luminis omnes non ejusdem esse refrangibilitatis; constans illa ratio admittenda est diversa in singulis Radiorum speciebus: unde quam à se observatam contendunt Autores, eam de Radiis medium refrangibilitatis gradum habentibus, hoc est, viridibus intelligendam esse jam monuit perspicacissimus NEWTONUS. (c). „Differentiam tamen adeo parvam judicat, ut raro ejus ullam rationem haberi sit necesse,,

PROBLEMA II.

36. In Legem Refractionis per rationes inquirere.

RESOLUTIO.

Quoniam Lumen in diversis mediis, diversa quippe vi resistentibus, eadem celeritate moveri nequit, sit ratio celeritatis Luminis incidentis AB ad celeritatem refracti BC = m : n. Erunt itaque tempora, quibus Lineæ AB & BC percurruntur in ratione n BA ad m BC (§. 28. *Mechan.*). Demittantur perpendiculares AQ & CP fiatque AQ = a, CP = b, PQ = c, PB = x, erit BQ = c - x, consequenter BC = √(bb + xx) & AB = √(aa + cc - 2cx + xx), adeoque tempus, quo percurritur via AB + BC = m √(bb + xx) + n √(aa + cc - 2cx + xx): quod erit minimum aliquod; quia, cum natura semper via brevissima agat, Lumen ex A in C via brevissima pervenire debet. Habemus adeo

Wolffii Oper. Mathm. Tom. III.

$$\frac{mxdx}{\sqrt{(b^2+x^2)}} \mp \frac{ncdx - ncdx}{\sqrt{(aa+cc-2cx+xx)}} = 0 \quad \text{Tab.I. Fig.1.}$$

(§. 61. *Analys. infinit.*)

& hinc

$$mx : \sqrt{(b^2+x^2)} = n(c-x) : \sqrt{(a^2+c^2-2cx+xx)}$$

hoc est, mPB : BC = nBQ : BA

Fiat BC = BA

erit mPB = nBQ

consequenter m : n = BQ : PB

Quodsi ergo BA seu BC sumatur pro Sinu toto, erit BQ Sinus anguli A, & PB Sinus anguli C (§. 2. *Trigon.*), hoc est, quia AQ & PC ipsi DE parallellæ (§. 241. *Geom.*), PB Sinus Anguli CBE & BQ Sinus ipsius ABD (§. 222. *Geom.*), nempe PB Sinus Anguli refracti (§. 14), BQ vero Sinus Anguli inclinationis (§. 12). Patet adeo, Sinum Anguli inclinationis esse ad Sinum Anguli refracti in ratione constante, ea nempe, que est celeritatis Luminis ante refractionem ad celeritatem ejusdem post refractionem.

COROLLARIUM I.

37. Quodsi Radius refractus CB sumatur pro incidente, erit ut n ad m ita Sinus Anguli CBE ad Sinum Anguli refracti (§. 36). Est vero etiam ut n ad m ita Sinus Anguli CBE ad Sinum Anguli ABD (§. cit.). Ergo Sinus anguli ABD est idem cum Sinu Anguli refracti (§. 177. *Aritm.*), consequenter ABD est Angulus refractus incidentis CB (§. 2. *Trigon.*). Radius adeo CB, si contraria ratione refringitur, cum incidente BA coincidet.

COROLLARIUM II.

38. Quando itaque Radius ex Vitro in Aërem, & generaliter ex Medio densiori in rarius transit, ab Axe incidentiæ seu

(a) In Dioptrica, p. 2. & 3.
 (b) In Optic. Ax. §. & Lib. I. Part. 1. Prop. 6. p. 61. & seqq. Edit. Lat.

Tab. I. refractionis refringitur, & hinc Angulus refractus major est Angulo inclinationis Fig. 7. (§. 12. 14.).

COROLLARIUM III.

39. Si Angulus inclinationis 30 gradibus minor; tum propemodum est $MBC = \frac{1}{2} MBE$ (§. 33. *Dioptr.* & §. 156. *Geom.*). Quare cum sit $CBE = \frac{1}{2} MBE$; erit $MBC = \frac{1}{2} CBE$, consequenter si Refractio fit ex Vitro in Aërem & Angulus inclinationis 30 gradibus minor; Radius refringitur ab Axe refractionis dimidia propemodum parte Anguli inclinationis (§. 37).

SCHOLIUM.

40. Atque hoc est alterum Principium Dioptricum, quo Autores fere omnes cum KEPLERO utuntur ad Refractiones in Specillis demonstrandas.

COROLLARIUM IV.

41. Si Refractio ex Aëre in Vitrum contingit, ratio Sinus inclinationis ad Sinum Anguli refracti est ut 3 ad 2 (§. 26), si vero ex Aëre in Aquam fit, ut 4 ad 3 (§. 28). Ergo si Refractio contraria ratione ex Vitro vel Aqua in Aërem contingit, eorundem Sinum ratio erit in casu priore ut 2 ad 3, in posteriore ut 3 ad 4 (§. 37).

COROLLARIUM V.

42. Quoniam ratio Sinus inclinationis ad Sinum refracti ut 3 ad 2, si refractione ex Aëre in Vitrum fit; vel ut 4 ad 3, si fit ex Aëre in Aquam, pertinet ad Radios mediæ refrangibilitatis (§. 35); ratio quoque eorundem Sinuum ut 2 ad 3, si Refractio fit ex Vitro in Aërem; vel ut 4 ad 3, si fit ex Aqua in Aërem, obtinet in Lumine mediæ refrangibilitatis.

COROLLARIUM VI.

43. Quoniam tamen differentia, quæ ex diverso refrangibilitatis gradu oritur adeo exigua est, ut attendi non mereatur (§. 35); ideo in Refractione quoque,

quæ fit ex Vitro vel Aqua in Aërem non attendenda venit.

THEOREMA I.

44. Si recta EF secet Superficiem refringentem quancumque GBH ad angulos rectos in Puncto incidentiæ & ex Puncto quocumque intra Diaphanum densius D ducatur recta DC Radio incidenti AB parallela; hac refracto BC occurret in C, eritque ad partem refracti CB ut Sinus Anguli refracti ad Sinum Anguli inclinationis.

DEMONSTRATIO.

Quoniam CD ipsi AB parallela, per hypoth. erit $o = x$ (§. 233. *Geom.*). Sed si Radius BC exit ex medio densiori in tenuius, veluti ex Vitro in Aërem $y > x$ (38); si vero transit ex tenuiori in densius, veluti ex Aëre in Vitrum, $y < x$ (§. 25): ergo in casu priore $y > o$, seu $o < y$, in posteriore $y < o$ (§. 89. *Arithm.*), consequenter in priore $o \mp u < y \mp u$, in posteriore $y \mp u < o \mp u$. Sunt vero in illo $y \mp u$, in hoc $o \mp u$, duobus rectis æquales (§. 147. *Geom.*). Ergo in illo $o \mp u$, in hoc $y \mp u$ duobus rectis minores sunt (§. 89. *Arithm.*) & hinc in utroque DC ipsi BC occurrit (§. 262. *Geom.*). Quod erat unum.

Jam cum $o = x$ per demonstr. adeoque Angulus inclinationis (§. 12) & y sit Angulus refractus (§. 14), sit vero præterea CB ad CD, ut Sinus Anguli o ad Sinum Anguli y (§. 5. & 33. *Trigon.*); evidens est, quod sit CB ad CD, in ratione Sinus Anguli inclinationis ad Sinum Anguli refracti. Quod erat alterum.

COROLLARIUM I.

45. Quando igitur BC ex Vitro in Aërem exit, ad CD est in ratione subsequaltera (§. 41): si vero ex Aëre in Vitrum transit, ad CD rationem sequalteram habet (§. 26).

COROLLARIUM. II.

46. Quando Lumen ex Aqua in Aërem exit; CB ad CD habet rationem subsequaltertiam (§. 41); si vero ex Aëre in Aquam transit, sequaltertiam (§. 28).

THEOREMA II.

47. Si recta EF secet Superficiem refringentem GH ad Angulos rectos & Radius refractus BC rectæ cuidam alteri DC ex quocunque Axis EF Puncto D intra Medium densius assumpto ductæ ita occurrat, ut ad eam habeat rationem Sinus Anguli inclinationis ad Sinum Anguli refracti; erit CD Radio incidenti AB parallela.

DEMONSTRATIO.

CB est ad CD ut Sinus Anguli θ ad

Sinum Anguli γ (§. 35. *Trigon.*). Est Tab. I. vero etiam CB ad CD ut Sinus Anguli Fig. 4. inclinationis ad Sinum Anguli refracti & 5. *per hypoth.* Quare cum γ sit Angulus refractus; erit θ Angulo inclinationis α æqualis (§. 177. *Aritbm.*), consequenter CD ipsi AB parallela (§. 255. *Geom.*). Q. e. d.

THEOREMA III.

48. Radius incidens in Superficiem Curvam, sive Convexam, sive Concavam, perinde refringitur, ac si incideret in Planam, quæ Curvam in Puncto incidentiæ tangit.

DEMONSTRATIO.

Superficies Curva & Plana, quæ ipsam tangit, habent partem infinite parvam communem. Sed Radius in tam exigua parte refringitur. Ergo perinde est ac si refringeretur in Superficie Plana, quæ Curvam in Puncto incidentiæ tangit. Q. e. d.

CAPUT II.

De Refractione in Superficiebus Planis.

THEOREMA IV.

49. SI Radium paralleli ex uno Diaphano transeunt in aliud diversa densitatis; etiam in Medio altero manent paralleli.

DEMONSTRATIO.

Si Radium ad Superficiem refringentem incidant perpendiculares, irrefracti tran-

seunt (§. 25); adeoque in Diaphano secundo eorum situs non mutatur. Sed in Diaphano primo erant paralleli, *per hypoth.* Ergo etiam in Diaphano secundo manent paralleli. Quod erat unum.

Si Radium AB & CD ad Superficiem re- Tab. I. fringentem obliqui, sed paralleli; erunt Fig. 6. Anguli incidentiæ θ & ν (§. 233. *Geom.*); consequenter etiam Anguli inclinationis

Tab. I. x & y æquales (§. 145. *Geom.* & §. 91. *Fig. 6. Arithm.*). Quoniam igitur Angulorum inclinationis x & y Sinus ad Sinus Angulorum refractorum m & n eandem rationem habent (§. 26), Sinus etiam Angulorum m & n (§. 177. *Arithm.*), consequenter ipsi Anguli refracti m & n (§. 2. *Trigon.*), adeoque & Anguli s & r (§. 145. *Geom.* & §. 91. *Arithm.*) æquales. Radii igitur refracti BE & DF paralleli sunt (§. 255. *Geom.*). *Quod erat alterum.*

COROLLARIUM.

50. Quodsi igitur Vitrum utrinque Planum Soli directe objiciatur; Lumen per ipsum transiens perinde propagatur, ac si Vitrum abesset (§. 93. *Optic.*): si oblique obvertatur, Lumem tamen refractum ejusdem manet intensitatis (§. 86. *Optic.*).

LEMMA I.

51. *Cofecantes Angulorum, qui mensuram trium graduum non excedunt, à Cotangentibus in centesimis Radii non differunt: Cofecantes vero eorum, quorum mensura gradibus quinque major non est, cum Cotangentibus in decimis Radii conveniunt.*

DEMONSTRATIO.

Etenim, vi Canonis. differentia Cotangentium & Cofecantium usque ad gradum tertium in quatuor notis prioribus nulla est. Exprimunt vero quatuor notæ priores Radii particulas centesimas, nempe si Radius est partium 1000, Cotangens Sinus Anguli trium graduum est 19081, Cofecans ejusdem 19087. In centesimis igitur Cotangentes & Cofecantes usque ad tertium gradum non differunt. *Quod erat unum.*

Simili prorsus modo ostenditur, Cotangentium & Cofecantium differentiam nullam esse in decimis Radii usque ad gradum quintum. *Quod erat alterum.*

COROLLARIUM.

52. Quodsi itaque decima vel centesima pars Radii in dato aliquo casu adeo exigua fuerit, ut vel plane non, vel ægre admodum assignari possit; Cofecantes Angulorum in casu priore quinque, in posteriore tribus gradibus non majorum sunt inter se ut Cotangentes.

THEOREMA V.

53. *Distancia DK Puncti refractionis D à Catheto incidentie CL est ad distantiam Puncti radiantis CK à superficie refringente, in ratione Sinus Anguli inclinationis ad Cofinum ipsius.*

DEMONSTRATIO.

Quoniam CL ad AB perpendicularis (§. 225. *Geom.*), & Axis refractionis HI itidem ad AB normalis (§. 10); erit HI ipsi CL parallela (§. 256. *Geom.*), consequenter KCD Angulo inclinationis CDH æqualis (§. 233. *Geom.*). Sed KD est ad KC in ratione Sinus Anguli inclinationis KCD ad Sinum Anguli KDC (§. 33. *Trigon.*). Quare cum KDC sit complementum ipsius KCD ad rectum (§. 241. *Geom.*); erit KD ad CK in ratione Sinus Anguli inclinationis ad Cofinum ejusdem (§. 11. *Trigon.*).

COROLLARIUM I.

54. Quoniam Sinus Anguli 5 graduum ad ejus Cofinum est, ut 8715 ad 99619, hoc est fere ut 1 ad $11\frac{1}{4}$; quamdiu distantia Puncti

Puncti refractionis KD minor est undecima parte distantiae Puncti radiantis KC, Angulus inclinationis minor est quam 5 graduum.

COROLLARIUM II.

55. Similiter quia Sinus Anguli 3 graduum ad ejus Cosinum, ut 5240 ad 99862, hoc est fere ut 1 ad $19\frac{1}{7}$; quamdiu distantia Puncti refractionis KD minor est parte decima nona distantiae Puncti radiantis KC, Angulus inclinationis minor est quam trium graduum.

THEOREMA VI.

56. Si Radius ex uno Medio in Diaphanum aliud diversa densitatis & Planae Superficiae oblique incidit; distantia Puncti radiantis à Superficie refringente est ad distantiam Puncti dispersus, in ratione Cotangentis Anguli inclinationis ad Cotangentem Anguli refracti.

DEMONSTRATIO.

Tendat Radius CD ex Medio tenuiori in Diaphanum densius AB, sitque CK Cathetus incidentiae & HI Axis refractionis: refringetur Radius ad Axem (§. 25) adeoque refractus DF concurret cum Catheto ultra C in G. Jam quoniam GL (§. 16. Catoptr.) & HI ad AB normales (§. 10), erit GK distantia Puncti dispersus (§. 225. Geom.), atque HI ipsi GL parallela (§. 256. Geom.), consequenter $KCD = CDH$ & $KGD = FDI$ (§. 233. Geom.) Est vero CDH Angulus inclinationis (§. 12) & FDI Angulus refractus (§. 14): ergo KCD Angulo inclinationis & KGD Angulo refracto æqualis. Jam si KD sumatur pro Sinu toto, erit KC Tangens anguli KDC & KG Tangens anguli KDG (§. 7.

Trigon.), seu quia KDC est comple- Tab.I.
mentum ipsius KCD, & KDG com- Fig.7.
plementum ipsius KGD ad rectum (§. 241. Geom.), KC est Cotangens ipsius KCD & KG Cotangens ipsius KGD (§. 11. Trigon.). Quare CK ad GK ut Cotangens Anguli inclinationis ad Cotangentem refracti. *Quod erat unum.*

Sit GD Radius incidens ex Medio densiori in Diaphanum tenuius: frangetur ab Axe HI in DE (§. 38), adeoque cum Catheto incidentiae GL infra Punctum radians G in C concurret. Patet vero, ut ante, esse KGD Angulo inclinationis GDH, KCD Angulo refracto CDH æqualem, & ideo KC ad KG ut Cotangentem Anguli inclinationis ad Cotangentem Anguli refracti. *Quod erat alterum.*

PROBLEMA III.

57. Data distantia KC Puncti radiantis C in Superficiem Planam Diaphani diversa densitatis à Medio, per quod incidit CD, una cum distantia KD Puncti refractionis D à Catheto incidentiae KC; invenire distantiam Puncti diversus GK à Superficie refringente AB.

RESOLUTIO.

1. Quoniam in Triangulo KCD ad K rectangulo (§. 225. 78. Geom.) dantur crura KD & KC; invenietur Angulus KCD (§. 40. Trigon.), quem Angulo inclinationis CDH æqualem esse constat, per antea demonstrata (§. 56).
2. Quia datur ratio Sinus Anguli inclinationis ad Sinum refracti (§. 24);

Tab. I.
Fig. 7.

per Regulam trium invenitur porro Sinus Anguli refracti GDH, & hinc in Canone Sinuum ipse Angulus refractus. Immo si Refractio ex Aëre in Vitrum fit: Angulus refractus sine calculo in Tabula superius tradita (§. 32) evolvi potest.

3. Datis Angulis inclinationis & refracto, tandem reperitur distantia Puncti dispersus GK (§. 56).

Et perinde Problema solvitur, si Refractio fiat ex Medio densiori in tenuius, hoc est, si G fuerit Punctum radians, C vero Punctum dispersus.

E. gr. Incidat Radius DC ex Aëre in Vitrum, sitque CK = 33', KD duorum pedum: erit.

Log. KD	0.3010300
KC	1.5185139
Sin. Tot.	10.0000000

Log. Cotang. KCD 11.2174839
& hinc, vi Canonis, Angulus inclinationis KCD vel CDH = 3° 28' 10".

Est vero ut 3 ad 2, ita Sinus Anguli inclinationis ad Sinum refracti (§. 26). Ergo Sinus refracti = 2.605161: 3 = 403441: unde, vi Canonis, reperitur Angulus refractus KGD quam proxime 2° 18' 40". Quare tandem.

Log. Cotang. KCD	11.2174839
Cotang. KGD	11.3940661
KC	1.5185139
<hr/>	
	12.9125800.

Log. KG 1.6950961
Habetur adeo KG = 4° 9' 5" 5".

SCHOLIION.

58. Sinus desumimus ex Canone majore PITISCI; Logarithmos vero ex magno Canone Triangulorum VLACCI, neglectis scrupulis per approximationem querendis ad evitandas calculi tricas.

THEOREMA VII.

59. Si Radiorum CD & CP ex eodem Puncto in Superficiem Planam Diaphani diverse densitatis AB incidentium Puncta refractionis D & P à Catheto incidentiæ CK æqualiter distent; refracti DF & PQ idem Punctum dispersus G habent.

DEMONSTRATIO.

Quia PK = KD per hypoth. & Anguli ad K recti (§. 255. Geom.); erunt Anguli inclinationis PCK & KCD æquales (§. 179. Geom.). Habent ergo distantia Punctorum, in quibus Radii refracti DF & PQ cum Catheto incidentiæ concurrunt, ad CK eandem rationem (§. 56), adeoque æquales sunt (§. 177. Arithm.); consequenter Punctum dispersus G idem est (§. 169. Geom.). Q. e. d.

Eadem est Demonstratio, si supponamus G esse Punctum radians, C vero Punctum dispersus.

COROLLARIUM I.

60. Quoniam Radiorum valde vicinorum distantia à Catheto ad sensum eadem est; Radii valde vicini ex eodem Puncto G disperguntur.

COROLLARIUM II.

61. Quare cum Radii refracti in Oculum extra Cathetum incidentiæ constitutum incidentes vel æqualiter à Catheto distent, vel valde vicini sint; veluti ex Puncto G emanantes in eum illabuntur; consequenter Punctum C per Radios refractos in G videri debet (§. 336. Optic.).

THEOREMA VIII.

62. Si Radius CD ex Medio tenuiori in Diaphanum densius Planam Superficiem

Tab. I.
Fig. 7.

ciem habens AB oblique incidit ; distantia Puncti radiantis CK minorem rationem habet ad distantiam Puncti dispersus KG, quam Sinus Anguli refracti ad Sinum Anguli inclinationis. Quodsi tamen distantia Puncti refractionis à Catheto incidentie KD minor fuerit undecima vel decima nona parte distantie Puncti radiantis CK, & in casu priore decima, in posteriore centesima ejus pars sit adeo exigua, ut assignari nequeat, vel saltem contemni mereatur ; erit CK ad KG ad sensum in ratione Sinus Anguli refracti ad Sinum Anguli inclinationis.

DEMONSTRATIO.

Dicatur brevitatis gratia ratio Sinus Anguli refracti ad Sinum Anguli inclinationis $n : m$, ducaturque GB Radio incidenti CD ex Puncto dispersus G parallela : erit $CK : KG = CD : GB$ (§.268. *Geom.*). Est vero $GB > GD$ (§.417. *Geom.*) adeoque $CD : GB < CD : GD$ (§.205. *Arithm.*). Ergo $CK : KG < CD : GD$ (§.89. *Arithm.*). Quare cum sit CD ad GD, ut Sinus Anguli CGD seu GDH (§.233. *Geom.*) ad Sinum Anguli KCD (§.35. *Trigon.*), vel CDH (§.233. *Geom.*), consequenter ut Sinus Anguli refracti ad Sinum Anguli inclinationis, & n ad m ut idem Sinus Anguli refracti ad Sinum Anguli inclinationis ; erit $n : m = CD : GD$, adeoque $CK : KG < n : m$ (§.89. *Arithm.*). Quod erat unum.

Quodsi $DK < \frac{1}{11}CK$, erit Angulus inclinationis KCD $< 5^\circ$ (§.54). Quare si etiam decima pars Radii adeo exigua fuerit, ut vel plane non, vel

ægre admodum assignari possit ; erit $CK : KG = CD : GD$ (§.52), consequenter cum CD ad GD, sit in ratione Sinus Anguli refracti ad Sinum Anguli inclinationis, per demonstrata, etiam CK ad KG eandem rationem habet. Idem eodem modo ostenditur, si $DK < \frac{1}{19}CK$ & centesima pars Radii parvitatis contemptibilis. Quod erat alterum.

COROLLARIUM I.

63. Quodsi ergo Refractio ex Aëre in Vitrum contingit ; distantia Puncti dispersus Radium Catheto vicinorum est sesquialtera Puncti radiantis ; remotiorum vero sesquialtera major (§.26).

COROLLARIUM II.

64. Si Refractio ex Aëre in Aquam contingit, distantia Puncti dispersus Radium Catheto incidentie vicinorum est sesquitertia ; remotiorum vero sesquitertia major (§.28).

SCHOLION.

65. Consentit cum hisce Calculus secundum Problema 3 institutus. Sane in Exemplo ibi allato erat $CK = 33'$ & reperiebatur $KG = 49' 5''$. Quodsi vero fiat ut 2 ad 3 ita 33 ad KG, reperietur denuo $KG = 33. 3 : 2 = 99 : 2 = 49' \frac{1}{2} = 49' 5''$.

COROLLARIUM III.

66. Oculo itaque in medio densiore constituto, Objecta in rariore collocata remotiora apparent quam sunt (§.332. *Optic.*) & locus Imaginis in quolibet casu dato vel ex ratione refractionis data (§.62) vel per calculum juxta Problema 3 instituendum (§.57) facile definitur.

SCHOLION.

67. Ita piscibus sub aqua natantibus remotiora apparent, quam sunt, que extra aquam constituntur.

THEOREMA IX.

Tab. I.
Fig. 7.

68. Si Radius GD ex Medio densiori in Diaphanum tenuius, quod Planam Superficiem AB habet, oblique incidit; distantia Puncti radiantis GK majorem rationem habet ad distantiam Puncti dispersus CK quam Sinus Anguli refracti ad Sinum Anguli inclinationis. In casu reliquo Theorematis præcedentis erit GK ad KC ad sensum, in ratione Sinus Anguli refracti ad Sinum Anguli inclinationis.

DEMONSTRATIO.

Dicatur brevitatis gratia ratio Sinus Anguli refracti ad Sinum Anguli inclinationis $n : m$, ducaturque ex Puncto radiante GB Radio refracto CD parallela: erit $KG : KC = GB : CD$ (§. 268. *Geom.*) Est vero $GB > GD$ (§. 417. *Geom.*): adeoque $GB : CD > GD : CD$ (§. 203. *Arithm.*). Ergo $KG : KC > GD : CD$ (§. 89. *Arithm.*) Quare cum eodem modo, quo in Demonstratione Theorematis præcedentis pateat esse $m : n = GD : CD$; erit $KG : KC > m : n$ (§. 89. *Arithm.*). Quod erat unum.

Posterius eodem modo ostenditur, quo idem de Radiis ex Medio tenuiori in Diaphanum densius incidentibus (§. 62) demonstravimus.

COROLLARIUM I.

69. Quodsi ergo Refractio ex Vitro in Aërem contingit; distantia Puncti dispersus Radiorum Catheto vicinorum est subsesquialtera distantie Puncti radiantis; remotiorum vero subsesquialtera minor (§. 41).

COROLLARIUM II.

70. Sed si Refractio ex Aqua in Aërem fit, distantia Puncti dispersus Radiorum Catheto vicinorum est subsesquitercia dif-

tantie Puncti radiantis; remotiorum vero subsesquitercia minor (§. 42).

COROLLARIUM III.

71. Oculo itaque in medio rariore constituto Objecta in densiore collocata viciniora apparent quam sunt (§. 339. *Optic.*) & locus Imaginis in quolibet casu dato vel ex ratione Refractionis data (68), vel per Calculum juxta Problema tertium instituendum (§. 57) facile definitur.

SCHOLIUM.

72. Hinc Planum, cui Cubus Vitreus politus imponitur in Experimento superiori (§. 24), ad dimidiam; fundus Vasis Aqua pleni ad tertiam altitudinis partem per Refractionem attollitur respectu Oculi supra Planum refringens perpendiculariter elevati. Et pisces aliæque corpora sub aquis posita propiora videntur quam sunt.

THEOREMA X.

73. Si Radius ex Medio quocunque incidens in Diaphanum diversæ densitatis tendat ad Punctum aliquod recte LG ad Superficiem Planam refringentem AB perpendicularis; erit distantia Puncti, ad quod incidens convergit, ad distantiam Puncti concursus in ratione Cotangentis Anguli inclinationis ad Cotangentem refracti.

DEMONSTRATIO.

Incidat Radius ED ex Medio rariore in densius, convergens ad Punctum C perpendiculari LC. Refringetur ergo ad Axem IH (§. 25), adeoque demum infra C cum LG concurret. Jam quia IH parallela ipsi LG (§. 256. *Geom.*), erit KCD Angulo inclinationis IDE & KGD Angulo refracto GDH æqualis (§. 233. *Geom.*). Quodsi itaque KD sumatur pro Sinu toto, erit KC Tangens Anguli KDC seu Cotangens ipsius KCD & KG Tan-

Tan-

Tangens Anguli KDG seu Cotangens ipsius KGD (§.7.II. *Trigon.*). Est itaque KC ad KG in ratione Cotangentis Anguli inclinationis ad Cotangentem refracti.

Quodsi Radius FG tendens ad Punctum G ex Medio densiori in rarius incidit, Refractio fiet ab Axe (§.38) & refractus CD cum perpendicularo LG concurret in C, eritque adeo KCD Angulo refracto CDH & KGD Angulo inclinationis IDF æqualis (§.233. *Geom.*); consequenter, ut ante, distantia Puncti convergentiæ KG ad distantiam Puncti concursus KC, in ratione Cotangentis Anguli inclinationis ad Cotangentem refracti. *Q. e. d.*

COROLLARIUM I.

74. Eodem itaque modo, quo in Theoremate 7 (§. 59) ostenditur, Radios ad idem Punctum C vel G tendentes, in uno G vel C post refractionem concurrere, si idem fuerit Angulus inclinationis Habent scilicet distantia Punctorum, in quibus Radii refracti concurrunt cum perpendicularo LG eandem rationem (§. 73), adeoque æquales sunt (§.77. *Arithm.*); consequenter Punctum concursus G vel C idem est (§.169 *Geom.*).

COROLLARIUM II.

75. Quoniam adeo Radii valde vicini ad idem Punctum Physicum tendunt; in uno quoque post Refractionem concurrunt.

PROBLEMA IV.

76. Data distantia Puncti C, ad quod Radius ED tendit, à Superficie refringente AB, una cum distantia KD Puncti refractionis D à perpendicularo LG, in quo est Punctum convergentia C; invenire distantiam Puncti concursus GK à Superficie refringente AB.

Wolffii Oper. Mathem. Tom. III.

RESOLUTIO.

Eadem prorsus est, quæ Problematibus tertii (§ 57). Nimirum

1. Ex datis in Triangulo KCD ad K rectangulo cruribus KD & KC invenitur Angulus inclinationis KCD (§. 40. *Trigon.*).
2. Ex data ratione Sinus Anguli inclinationis ad Sinum Anguli refracti, invenitur porro Sinus Anguli refracti *per Regulam trium*: unde non ignotus esse potest Angulus refractus.
3. Datis adeo Angulis inclinationis & refracto reperitur tandem distantia Puncti concursus KG (§. 73).

Eodem modo reperitur Punctum concursus C, si Radius incidens tendit ad Punctum G.

THEOREMA II.

77. Si Radius ED tendens ad Punctum C ex Medio tenuiori in Diaphanum densius, quod Planam habet Superficiem AB, oblique incidit; distantia CK Puncti ad quod ante Refractionem tendit, à Superficie refringente AB est ad distantiam GK Puncti concursus ab eadem in ratione minore, quam sinus Anguli refracti ad Sinum Anguli inclinationis. Quodsi tamen DK distantia Puncti refractionis D à perpendicularo LG, in quo est Punctum convergentia C, minor fuerit undè cima parte distantia Puncti radiantis CK & ejusdem pars decima, vel minimum centesima fuerit parvitas contentenda, erit CK ad GK ad sensum, in ratione Sinus Anguli refracti ad Sinum Anguli inclinationis.

DEMONSTRATIO.

Eadem prorsus est, quæ Theorematis 8 (§.62).

COROLLARIUM I.

Tab.I.
Fig. 8.

78. Quodsi ergo Refractio ex Aëre in Vitrum contingit, distantia Puncti concursus Radium Catheto LG vicinorum à Superficie refringente AB est sesquialtera distantia Puncti C, ad quod irrefracti tendunt; remotiorum vero distantia est sesquialtera minor (§. 26).

COROLLARIUM II.

79. Si Refractio ex Aëre in Aquam contingit, distantia Puncti concursus Radium Catheto LG vicinorum à Superficie refringente AB est sesquitertia distantia Puncti C, ad quod irrefracti tendunt; remotiorum vero distantia est sesquitertia minor (§. 28).

THEOREMA XII.

80. Si Radius FD tendens ad Punctum G ex Medio densiori in Diaphanum tenuius, quod Planam habet Superficiem AB, oblique incidit; distantia GK Puncti G, ad quod ante Refractionem tendit, à Superficie refringente est ad distantiam CK Puncti concursus ab eadem, in ratione majore, quam Sinus Anguli refracti ad Sinum Anguli inclinationis. Quodsi tamen DK distantia Puncti refractionis D à perpendiculo LG, in quo est Punctum convergentie G, minor fuerit undecima parte distantia CK Puncti radiantis & ejusdem pars decima, vel minimum centesima fuerit parvitatibus contemnenda, erit GK ad CK in ratione Sinus Anguli refracti ad Sinum Anguli inclinationis.

DEMONSTRATIO.

Eadem prorsus est, quæ Theorematis 9. (§. 68).

COROLLARIUM I.

81. Quodsi ergo refractio ex Vitro in Aërem contingit & Radium fuerint perpen-

diculo LG vicini, erit KG ad KC in ratione sesquialtera; si vero Radium fuerint remotiores in ratione sesquialtera majore (§. 41).

COROLLARIUM II.

82. Similiter si Refractio ex Aqua in Aërem contingit; habebit in casu priore KG ad KC rationem sesquiterciam, in posteriore sesquitercia majorem (§. 42).

THEOREMA XIII.

83. Si Oculus fuerit constitutus in Medio rariore, Objectum in densiore collocatum videtur per Radium in Superficie plana refractum justo majus; si vero Objectum in rariore, Oculus in densiore Medio constituatur illud justo minus apparet. In utroque casu est magnitudo apparens ad veram, in ratione composita distantia FL Puncti F, ad quod Radium irrefracti tendunt, à Superficie refringente DE ad distantiam GL Oculi G ab eadem, & distantia GM Objecti AB ab Oculo G ad FM distantiam ejusdem à Puncto F, ad quod Radium irrefracti tendunt.

DEMONSTRATIO.

Sit Radius ML ad Superficiem refringentem DE perpendicularis: transit ergo irrefractus (§. 25). Quodsi Radius BE ad Punctum F tendens ex Medio rariore in densius defertur, Punctum concursus G à Superficie DN remotius, quam Punctum convergentia F (§. 77), Radius adeo, qui irrefractus ex Puncto B ad G pertingeret, à perpendiculo GM remotior esse debet quam refractus EG. Quare si in G supponatur Oculus videns refracte Objectum MB sub Angulo LGE, per irrefractus idem ibidem videret sub Angulo LGN: consequen-

quenter per Radios refractos minus apparet, quam per irrefractos (§. 209. *Optic.*). *Quod erat unum.*

Quodsi BE ex Medio densiori in rarius defertur, Punctum concursus G à superficie refringente minori intervallo distat, quam Punctum F, ad quod irrefractus tendit (§. 68): Radius adeo, qui irrefractus ad Punctum G pertingeret, perpendiculo GM vicinior quam GE. Quare si in G supponatur Oculus videns Objectum MB refracte sub Angulo LGE, quod directe sub Angulo LGN videret; eidem Objectum majus apparere debet quam per Radios irrefractos (§. 209. *Optic.*). *Quod erat alterum.*

Ob parallelismum Linearum MB & LE (§. 256. *Geom.*); erit GM: GL = MB: LN & GM: GL = MH: LE (§. 268. *Geom.*), adeoque MB: LN = MH: LE (§. 167. *Arithm.*), consequenter MB: MH = LN: LE (§. 173. *Arithm.*), hoc est, magnitudo vera MB est ad apparentem MH ut LN ad LE. Porro (§. 268. *Geom.*).

$$FM: FL = MB: LE$$

$$GM: GL = MB: LN$$

Hinc LE = MB. FL: FM & LN = MB. GL: GM consequenter

$$LE: LN = \frac{FL. MB}{FM}: \frac{GL. MB}{GM}$$

hoc est LE: LN = FL. GM: GL. FM (§. 178. 181. *Arithm.*), consequenter invertendo LN: LE = GL. FM: FL. GM (§. 173. *Arithm.*). *Quod erat tertium.*

COROLLARIUM.

84. Si Objectum AB fuerit valde remo-

tum, erit FM ipsi GM Physice æqualis, adeoque magnitudo vera MB ad apparentem MH, ut GL ad FL, seu ut distantia Oculi G à Plano refringente DE ad distantiam Puncti convergentiæ F ab eodem Plano. Tab. I. Fig. 9. & 10.

SCHOLIUM.

85. *Hinc sub Aquis demersa Oculo in Aère constituto majora apparent: piscibus vero sub Aquis, quæ sunt in Aère, minora apparere debent.*

PROBLEMA V.

86. *Michinam Hydromanticam conftruere, vi cujus Imaginem Oculis Spectatoris immoti pro arbitrio subducere & ad eos iterum reducere possis.* Tab. I. Fig. 11.

RESOLUTIO.

1. Fiant duo Vasa ABF & CGLK intus cava & tribus columellis, quarum una BC epistomio C instructa sit itidem cava, inter se connexa.
2. Vas inferius CL per Diaphragma HI in duas cavitates dividatur, quarum inferior mediante Epistomio P claudi & aperiri potest.
3. In fundo cavitatis prioris collocetur Imago R, quæ Spectatori in O per Radium directum GM non apparet.

Quodsi Epistomium P aperias, Aqua in cavitatem CI descendet, Radiumque GM refringetur à perpendiculo GR in O (§. 37). Spectator itaque per Radium refractum OG Imaginem videbit. Si jam clauso Epistomio C alterum P aperiat, Aqua in cavitatem inferiorem HL descendet. Cessante igitur Refractione Radius nullus ab Objecto R ad Oculum amplius pertinet. Clauso vero rursus Epistomio P & aperto Superiore C, aqua denuo effluet: sicque Radius refractus OG denuo sistet Imaginem; quæ evanuerat.

CAPUT III.

De Refractione Luminis in Superficiebus Sphericis tam Cavis, quam Convexis.

THEOREMA XIV.

Tab. II.
Fig. 12.
87. **R**adius DE Axi Sphæræ densioris parallelus, post refractionem simplicem cum eodem ultra Centrum C in F concurrat.

DEMONSTRATIO.

Quia semidiameter CE ad Punctum refractionis E ducta est ad Superficiem KBL perpendicularis (§. 38. *Analys. infinit.*), erit ea Axis refractionis (§. 10.). Quare cum Radius EH ad eum refrangatur (§. 25); ad Axem Sphæræ AF convergit, adeoque tandem cum eo concurrat (§. 83. *Geom.*), & quidem ultra Centrum C in F, quia Angulus refractionis FEH minor est Angulo inclinationis CEH (§. 25). *Q. e. d.*

THEOREMA XV.

88. Si Radius DE in Superficiem Sphærice Convexam Diaphani densioris incidit Axi ejus AF parallelus, erit semidiameter CE ad Radium refractum EF, in ratione Sinus Anguli refractionis ad Sinum Anguli inclinationis; distantia vero Puncti concursus à Centro CF ad Radium refractum FE, in ratione Sinus Anguli refracti ad Sinum Anguli inclinationis.

DEMONSTRATIO.

Quoniam ex Demonstratione Theorematis præcedentis (§. 87) constat, Semi-

diametrum CE esse Axem refractionis & DH est Axi AF parallela, *per hypoth.* erit BCE Angulo inclinationis DEG & CFE Angulo refractionis FEH æqualis (§. 233. *Geom.*). Quare CE ad EF, in ratione Sinus Anguli refractionis CFE ad Sinum Anguli inclinationis BCE, & CF ad EF in ratione Sinus Anguli refracti CEF ad Sinum Anguli inclinationis BCE (§. 35. *Trig.*). *Q. e. d.*

PROBLEMA VI.

89. Data distantia ME Puncti refractionis E ab Axe Diaphani Sphærice Convexi AF, una cum Semidiametro ejus CE; invenire Punctum F, in quo Radius ex medio rariore incidens & Axi parallelus DE cum Axe unitur.

RESOLUTIO.

1. Quoniam angulus ad M rectus est (§. 225. *Geom.*), ex datis lateribus ME & CE invenitur angulus MCE (§. 38. *Trigon.*), quem Angulo inclinationis æqualem esse constat ex Demonstratione Theorematis 15 (§. 88).
2. Et quia ratio Sinus Anguli inclinationis ad Sinum refracti datur (§. 24), reperto Angulo inclinationis reperietur per Regulam trium Sinus Anguli refracti, consequenter ipse Angulus refractus CEF.

3. Quod si

3. Quodsi hunc ex Angulo MCE subtrahas, relinquetur Angulus refractionis CFE (§. 239. *Geom.*).
 4. Unde tandem ob datos Angulos inclinationis & refractionis, una cum semidiametro CE, reperitur distantia Puncti concursus F à Centro CF (§. 36. *Trig.*): cui si semidiameter CB addatur, habebitur quoque distantia ejusdem à Superficie refringente BF.

E. gr. Sit $ME = 1'$, $CE = 8'$, fiatque refractione ex Aëre in Vitrum, erit

Log. CE	0.9030900
Sin. tot.	10.0000000
ME	0.0000000

Log. Sin. MCE 9.0969100, cui in Canone quam proxime respondent $7^{\circ} 10' 50''$.

Jam cum sit Sinus Anguli MCE ad Sinum Anguli CEF ut 3 ad 2 (§. 26); reperietur Sinus Anguli CEF = 1249965. 2 : 3 = 833310, cui in Canone quam proxime respondent $4^{\circ} 46' 50''$. Est itaque Angulus FEH $2^{\circ} 24'$. Tandem

Log. Sin. FEH	8.6219616
Sin. FEC	8.9208517
CE	0.9030900
	<hr/>
	98239417

Log. CF 1.2019801, cui in Canone respondent 1592 †

Est ergo CF quam proxime $1^{\circ} 5' 9'' 2'''$ seu $16'$, consequenter BF = $2^{\circ} 3' 9'' 2'''$ seu $24'$.

Sit Angulus inclinationis BCE = 3° , reperietur refractus CEF = 2° & Angulus refractionis CFE = 1° , & hinc porro CF = $1^{\circ} 5' 9'' 9'''$ seu $16'$ consequenter BF = $2^{\circ} 3' 9'' 9'''$ seu $24'$.

THEOREMA XVI.

90. Si Radius DE Axi AF parallelus in Superficiem Convexam BL Dia-

phani Sphærici densioris incidit; distantia Foci à Superficie refringente FB est ad distantiam ejus à Centro FC, in ratione majore quam Sinus Anguli inclinationis ad Sinum Anguli refracti. Quodsi tamen Radii fuerint Axi valde vicini, Angulo inclinationis BCE paucorum graduum existente, distantie Foci à Superficie & Centro FB & FC erunt quamproxime in ratione Sinus Anguli inclinationis ad Sinum refracti. Tab. II. Fig. 12.

DEMONSTRATIO.

FB > FE (§. 302. 303. *Geom.*). Sed FE est ad FC, ut Sinus Anguli inclinationis ad Sinum refracti (§. 88). Ergo FB ad FC rationem majorem habet quam Sinus Anguli inclinationis ad Sinum refracti (§. 203. *Arithm.*). Quod erat unum.

Quodsi Angulus inclinationis BCE fuerit paucorum graduum; erit FE ipsi BF propemodum æqualis, adeoque BF & FE eandem rationem propemodum habent ad FC (§. 168. *Arithm.*). Est itaque in eo casu BF ad FC quamproxime in ratione Sinus Anguli inclinationis ad Sinum Anguli refracti. Quod erat alterum.

COROLLARIUM I.

91. Quodsi Refractio ex Aëre in Vitrum contingit, erit in casu Radiorum Axi vicinorum BF: FC = 3:2 & in casu Radiorum ab Axe remotiorum BF: FC > 3:2 (§. 26), consequenter in priore BC: BF = 1:3 (§. 193. *Arithm.*) & hinc in posteriore BC: BF < 1:3.

SCHOLIUM I.

92. Convenit cum hisce Calculus superior in Probl. 6 (§. 89).

COROLLARIUM II.

Tab. 93. Si Refractio ex Aëre in Aquam contingit, erit in casu priore $BF:FC=4:3$ & in posteriore $BF:FC > 4:3$ (§. 28), consequenter in priore $BC:BF=1:4$ (§. 193. *Arithm.*) & hinc in posteriore $BC:BF < 1:4$.

COROLLARIUM III.

94. Quoniam Radii Solares sunt ad sensum paralleli (§. 94. *Optic.*); si in superficiem Sphæræ Vitreæ solidæ vel Aqua repletæ incident, intra eam cum Axe non concurrunt.

SCHOLIUM II.

95. Fallitur adeo VITELLIO, dum sibi persuadet, Radios Solis parallelos in superficiem Sphæræ ChrySTALLINÆ incidentes ad Centrum refringi.

THEOREMA XVII.

Tab. 96. Si Radius DE Axi FA parallelus ex Medio densiore in Diaphanum Sphericum rarius incidit; post refractionem ab Axe divergit, estque distantia FC Puncti dispersus à Centro Diaphani Sphærici ad Semidiametrum ejus CE, in ratione Sinus Anguli refracti ad Sinum Anguli refractionis; ad portionem vero Radii refracti retroducti EF in ratione Sinus Anguli refracti ad Sinum Anguli inclinationis.

DEMONSTRATIO.

Quoniam semidiameter CE ad Superficiem Sphæræ perpendicularis (§. 38. *Analyf. infin.*), erit ea Axis refractionis (§. 10), adeoque Radius DE ab eo frangitur (§. 38); consequenter refractus EN ab Axe intra Diaphanum Sphæricum divergit & hinc in Medium densius retro continuatus cum eodem concurrat (§. 263. *Geom.*). *Quoderat unum.*

Quoniam DH ipsi FA parallela, per *hypoth.* & CG ad Superficiem BL perpendicularis (§. 38. *Analyf. infin.*); erit BCE Angulo inclinationis DEG (§. 233. *Geom.* & §. 12. *Dioptr.*) & CFE Angulo refractionis HEN (§. *cit. Geom.* & §. 13. *Dioptr.*) æqualis. Erit itaque FC ad CE, ut Sinus Anguli refracti CEN ad Sinum Anguli refractionis CFE; & FC ad FE, ut Sinus Anguli refracti ac Sinum Anguli inclinationis (§. 35. *Trigon.*). *Quod erat alterum.*

PROBLEMA VII.

97. Data distantia ME Puncti refractionis ab Axe Diaphani rarioris Sphærici, in quod incidit ex Medio densiore. Radius DE Axi FA parallelus, una cum Semidiametro Diaphani CE; invenitur Punctum dispersus F.

RESOLUTIO.

1. Quoniam EM ad MC perpendicularis (§. 225. *Geom.*), in Triangulo ac M rectangulo, ex datis lateribus ME & CE, invenitur Angulus inclinationis BCE (§. 38. *Trigon.*).
2. Quia datur ratio Sinus Anguli inclinationis ad Sinum refracti (§. 2436); per Regulam trium porro reperitur Sinus Anguli refracti; & hinc vi Canonis Angulus refractus CEN.
3. Ab Angulo refracto CEN subducendus est Angulus inclinationis BCE & relinquetur Angulus refractioni CFE (§. 239. *Geom.*).
4. Quare tandem (§. 96) reperitur FC distantia Puncti dispersus à Centro unde subducta Semidiametro BC

ejus à Superficie refringente BEL distantia relinquitur.

E. gr. Sit $ME = 1''$, $EC = 12''$. Quoniam CE ad ME, ut Sinus totus ad Sinum Anguli inclinationis; reperietur hic $\frac{10000000}{12} = 8333333$ & hinc, vi Canonis, $BCE = 4^\circ 46' 50''$. Quodsi am supponamus Refractionem fieri ex Vitro in Aërem, erit Sinus Anguli refracti $CEN = 3.8333333 : 2 = 12499999$, cui in Canone quam proxime respondent $0 10' 50''$. Unde $F = 2^\circ 24'$, tandemque

Log. Sin. F.	86219615
Sin. CEN	90968979
CE	10791812
<hr/>	
	101760791

Log. $FC = 15541176$, cui in Canone quam proxime respondent $3' 5'' 2'''$ seu $36''$. Est igitur $FB = 2382''$ u $24''$.

THEOREMA XVIII.

98. Si Radius DE Axi AF parallelus in Superficiem Convexam BEL Diaphani Sphærici rarioris ex Medio densiori incidit; distantia Puncti dispersus Centro FC ad distantiam ejus à Superficie FB rationem majorem habet, quam Sinus Anguli refracti ad Sinum Anguli inclinationis. Quodsi tamen Radius DE fuerit Axi FA valde vicinus, ratio erit quam proxime ea, qua est Sinus Anguli refracti ad Sinum Anguli inclinationis.

DEMONSTRATIO.

FC ad FE habet rationem Sinus Anguli refracti ad Sinum Anguli inclinationis (§ 96). Sed $FE > FB$ (§.302. eom.). Ergo FC ad FB rationem majorem habet quam Sinus Anguli refracti ad Sinum Anguli inclinationis (§. 205. Arithm.). Quod erat unum.

Quodsi Radius DE fuerit Axi FA admodum propinquus, differentia recenterum FE & FB evadet tandem parvitatatis contemnendæ; consequenter FC ad FB & FE eandem quam proxime rationem habet (§.168. Arithm.). Sed FC est ad FE ut Sinus Anguli refracti ad Sinum Anguli inclinationis (§.96). Ergo etiam FC ad FB eandem quam proxime rationem habet. Quod erat alterum.

Tab. II.
Fig. 13.

COROLLARIUM I.

99. Si Refractio ex Vitro in Aërem contingit, erit in casu Radium Axi vicinorum $FC:FB = 3:2$ (§.41), consequenter $BC:FB = 1:2$ (§.193. Arithm.). In casu Radium ab Axe remotiorum $FC:FB > 3:2$ (§.41).

COROLLARIUM II.

100. Si Refractio ex Aqua in Aërem contingit erit in casu priore $FC:FB = 4:3$ (§. 41), consequenter $BC:FB = 1:3$ (§.193. Arithm.). In casu posteriori $FC:FB > 4:3$ (§. 41).

COROLLARIUM III.

101. Cum adeo Punctum dispersus F à Superficie refringente KL longius distet si Radii ex Aqua, quam si ex Vitro in Aërem erumpunt; Radii paralleli in priore casu minus disperguntur, quam in posteriore.

SCHOLION.

102. Cum his consentit Calculus secundum Problema 7 institutus (§.97).

THEOREMA XIX.

103. Si Radius DE Axi AF parallelus incidat in Superficiem Convexam BEL Diaphani Sphærici rarioris ex Medio densiori; erit distantia Puncti dispersus à Centro FC ad Radium BC in ratione Sinus Anguli refracti ad Sinum Anguli refractionis.

Tab. II.
Fig. 13.

DEMONSTRATIO.

Est enim FC ad CE, in ratione Sinus Anguli CEN ad Sinum Anguli CFE (§. 35. *Trigon.*). Cum refraction fiat ex Medio densiori in rarius, Radius incidens DE refringitur ab Axe in EN (§. 38), eritque CEN Angulus refractus (§. 14) & NEH = EFC (§. 233. *Geom.*) ob parallelismum rectorum DH & AF, CFE Angulus refractionis (§. 13). Est itaque FC ad CE five CB in ratione Sinus Anguli refracti ad Sinum Anguli refractionis. *Q. e. d.*

THEOREMA XX.

Tab. II. Fig. 12. IO4. Si Radius HE Axi FA parallelus in Superficiem Concauam Diaphani Spherici densioris ex Medio rariore incidit; refractus EN dispergetur ex Puncto Axis F, ita ut FE habeat ad FC rationem Sinus Anguli inclinationis ad Sinum refracti.

DEMONSTRATIO.

Quoniam Semidiameter CE fecat BEL ad angulos rectos, (§. 38. *Analys. infim.*) & BF ipsi EH parallela, per *hypoth.* Radius refractus EF cum BF concurrere debet (§. 25), estque FE ad FC in ratione Sinus anguli BCE = CEH (§. 233. *Geom.*) ad Sinum anguli CEF (§. 35. *Trig.*), hoc est ut Sinus Anguli inclinationis ad Sinum refracti (§. 14. *Dioptr.* & § 22. *Catoptr.*) *Q. e. d.*

PROBLEMA VIII.

IO5. Data distantia ME Puncti refractionis E ab Axe AF, una cum Semidiametro CE Diaphani Spherici densioris BEL, in cuius Cavam Superficiem Radius EH Axi parallelus ex Medio rariore incidit; invenire distantiam

Puncti dispersus F à Superficie refringente FB.

RESOLUTIO.

1. Cum in Triangulo EMC Angulus M sit rectus (§. 225. *Geom.*) ex datis ME & CE reperietur Angulus inclinationis MCE (§. 38. *Trig.*).
2. Quia ratio Sinus Anguli inclinationis ad Sinum refracti datur (§. 24), per Regulam trium invenietur Sinus Anguli refracti, adeoque vi Canonis habetur ipse Angulus refractus CEF, qui
3. Ex Angulo inclinationis BCE subductus relinquit Angulum refractionis CFE (§ 233. *Geom.*).
4. Datis itaque in Triangulo CEF omnibus Angulis & latere CE, invenitur distantia Puncti dispersus FC à Centro (§. 36 *Trigon.*).

E. gr. Sit EM = 1", BC = 16"; erit Sinus Anguli inclinationis = 10000000 : 16 = 625000.

Est itaque BCE, vi Canonis, 30 35'. Quare si ponamus Refractionem fieri ex Aère in Vitrum, erit Sinus Anguli refracti (§. 26) 625000. 2 : 3 = 4166666, adeoque, vi Canonis, CEF = 2° 23' 20" & hinc CFE = 1° 11' 40". Quare tandem

Log. Sin. CFE	83190118
CE	12041199
Sin. CEF	86199474
	98240673

Log. FC 15050555, cui in Tabulis quam proxime respondent 3' 1" 9" 9" seu 32". Ergo FB = 48".

THEOREMA XXI.

IO6. Si Radius FH Axi FB parallelus in Dia. hani Spherici densioris Superficiem Cavam BEL ex Medio rariore incidit; distantia Puncti dispersus à Superfici

refringente FB est ad distantiam ejus à Centro FC, in ratione majore quam Sinus Anguli inclinationis ad Sinum Anguli refracti. Quodsi tamen Radii fuerint Axi valde vicini, Angulo BCE paucorum graduum existente; erit BF ad CF quam proxime, in ratione Sinus Anguli inclinationis ad Sinum Anguli refracti.

DEMONSTRATIO.

BF > EF (§. 302. 303. *Geom.*). Sed FE est ad FC in ratione Sinus Anguli inclinationis ad Sinum Anguli refracti (§. 104). Ergo FB ad FC rationem ista majorem habet (§. 203. *Arithm.*). Quod erat unum.

Quodsi FE fuerit ipsi FB valde propinqua, differentia earum erit parvitas contemnendæ, adeoque ratio rectarum FE & FB ad FC quam proxime eadem (§. 168. *Arithm.*). Sed FE est ad FC in ratione Sinus Anguli inclinationis, ad Sinum Anguli refracti (§. 104). Ergo FB ad FC, in hoc casu, quam proxime rationem eandem habet. Quod erat alterum.

COROLLARIUM I.

107. Quodsi Refractio ex Aëre in Vitrum contingit, erit in casu Radiorum Axi vicinorum FB : FC = 3 : 2, in casu remotiorum ab Axe FB : FC > 3 : 2 (§. 26), consequenter in priore CB : FC = 1 : 2 (§. 193. *Arithm.*).

SCHOLIUM.

108. Consentit cum his Calculus in Problemate octavo (§. 105).

COROLLARIUM II.

109. Si Refractio ex Aëre in Aquam contingit, erit in casu Radiorum Axi vicinorum FB : FC = 4 : 3 (§. 28), in casu remotiorum ab Axe FB : FC > 4 : 3; consequenter in priore BC : FC = 1 : 3 (§. 193. *Arithm.*).

Wolffii Oper. *Mathem.* Tom. III.

COROLLARIUM III.

110. Quia Punctum dispersus F à Centro C longius distat, si refractio in Aqua, quam si in Vitro contingit (§. 107. 109); in posteriore casu Radii refracti minus disperguntur quam in priore. Tab. II. Fig. 12.

THEOREMA XXII.

III. In Hypothesi Theorematis precedentis, erit Radius Concavitate CE ad distantiam Puncti dispersus à Centro FC, in ratione Sinus Anguli refractionis ad Sinum Anguli refracti.

DEMONSTRATIO.

Est enim CE ad FC, in ratione Sinus Anguli CFE ad Sinum Anguli CEF (§. 35. *Trigon.*). Enimvero CFE = FFH (§. 233. *Geom.*). ob parallelismum EH & BF, per hypoth. Angulus refractionis (§. 13) & CEF Angulus refractus (§. 14). Est igitur CE ad FC, ut Sinus Anguli refractionis ad Sinum Anguli refracti. Q. e. d.

THEOREMA XXIII.

112. Si Radius HE Axi AF parallelus ex Medio densiori in Superficiem Cavam KBL Diaphani Spherici rarioris incidit; refractus in FE cum Axe AF in F concurrat, ita ut distantia Puncti concursus à Centro CF sit ad Radium refractum FE, in ratione Sinus Anguli refracti ad Sinum Anguli inclinationis. Tab. II. Fig. 13.

DEMONSTRATIO.

Quoniam CG fecat BFL ad Angulos rectos (§. 38. *Analys. infinit.*) & ex ducta CF est Radio incidenti parallela, per hypoth. refractus EB eidem occurrere debet in F (§. 41), estque FC ad FE, ut Sinus Anguli refracti ad

Bb

Si

Tab.II. Sinum Anguli inclinationis (§.35. *Tri-
Fig.13. gen.*). *Q. e. d.*

PROBLEMA IX.

113. *Data distantia Puncti refractionis ME ab Axe Diaphani Spherici KBL rarioris, in cujus Superficiem Cavam Radius EH Axi AF parallelus ex Medio densiore incidit, una cum Semidiametro Diaphani CE; invenire distantiam Foci à Superficie refringente BE.*

RESOLUTIO.

1. Ex datis in Triangulo CME ad M rectangulo, (§.225. *Geom.*) lateribus ME & CM, invenitur Angulus inclinationis MCE (§.38. *Tri-
gen.*).
2. Et quia ratio Sinus Anguli refracti ad Sinum Anguli inclinationis datur (§.24. 36), ille quoque per Regulam trium facile invenitur.
3. Angulus inclinationis BCE ex refracto CEN subductus relinquit Angulum refractionis, HEN seu CHE (§.233. *Geom.*).
4. Tandem ex datis in Triangulo FCE præter latus CE, Angulis singulis reperitur FC (§.36. *Trigon.*).

E. gr. Sit ME = 1'', CE = 10''; erit Sinus Anguli MCE = 10000000 : 10 = 1000000, cui in Canone quam proxime respondent 5°44'20''. Quare si ponamus Refractionem ex Vitro in Aërem fieri, reperietur Sinus Anguli CEN = 10000000. 3 : 2 = 15000000, cui in Canone quam proxime conveniunt 8°37'40''. Et hinc Angulus refractionis CPE 2°53'20''. Quare tandem

Log. Sin. F	87024241
CE	10000000
Sin. FEC	91761337
	101761337
Log. FC	1.4737096, cui in

Tabulis respondent quam proxime 2'9"7" 7" seu fere 30. Unde AB = 1'9"7" 7" seu 20".

THEOREMA XXIV.

114. *Si Radius HE Axi AB parallelus ex Medio densiori in Diaphani Spherici rarioris Superficiem Cavam incidit; distantia Foci à Centro FC habet ad distantiam ejus à Superficie refringente FB, rationem majorem quam Sinus Anguli refracti ad Sinum Anguli inclinationis; at si Radius fuerit Axi vicinus, erit FC ad FB, in ratione illorum Sinuum.*

DEMONSTRATIO.

FC est ad FE ut Sinus Anguli refracti ad Sinum Anguli inclinationis (§.112). Sed FB < FE (§.302. *Geom.*). Ergo FC ad FB rationem majorem habet quam Sinus Anguli refracti ad Sinum Anguli inclinationis (§.195. *Arithm.*). *Quod erat unum.*

Quodsi Radii Axi AB fuerint valde vicini, erit differentia rectarum FB & FE parvitatæ contemnendæ; unde FC rationem eandem habet ad FB & FE (§.168. *Arithm.*); consequenter FC ad FB in ratione Sinus Anguli refracti ad Sinum Anguli inclinationis (§.112). *Quod erat alterum.*

COROLLARIUM I.

115. Si Refractio ex Vitro in Aërem contingit, in casu Radiorum Axi vicinorum erit FC ad FB ut 3 ad 2 (§.41), in casu remotiorum FC : FB > 3 : 2. Unde BC : FB = 1 : 2 (§.193. *Arithm.*), in casu priore.

COROLLARIUM II.

116. Si Refractio ex Aqua in Aërem contingit, in casu Radiorum Axi vicinorum

rum erit $FC : FB = 4 : 3$ (§. 41), in casu remotiorum $FC : FB > 4 : 3$. Unde $BC : FB = 1 : 3$ (§. 193. *Arithm.*) in casu priore.

THEOREMA XXV.

117. *In Hypothesi Theorematis precedentis, erit Radius Concavitate CE ad distantiam Puncti dispersus à Centro FC, in ratione Sinus Anguli refractionis CFE ad Sinum Anguli refracti CEN.*

DEMONSTRATIO.

Eadem est, quæ Theorematis 22. (§. III).

LEMMA II.

118. *Cosinus Anguli septem graduum, & multo magis Anguli minoris à Sinu toto in centesimis non differt. Cosinus vero viginti graduum nondum in decimis à Sinu toto d'sidet. Et idem de Secantibus eorundem Angulorum valet.*

DEMONSTRATIO.

Quodsi enim Sinus totus fuerit 10000, Cosinus septem graduum est, vi Canonis, 9925. Differentia itaque $\frac{75}{10000}$ seu $\frac{7}{1000} < \frac{1}{100}$. Quod erat unum.

Similiter si Sinus totus fuerit 10000, Cosinus viginti graduum est, vi Canonis 9396. Differentia itaque $\frac{604}{10000}$ seu $\frac{6}{100} < \frac{1}{10}$. Quod erat alterum.

Nec abimili modo idem de Secantibus ostenditur. Quod erat tertium.

COROLLARIUM I.

119. Quoniam in Triangulo MFE ad M rectangulo, FEM est complementum Anguli F ad rectum (§. 241. *Geom.*), & hinc FE ad FM, ut Sinus totus ad Cosinum Anguli F (§. 33. & 11. *Trigon.*); quamdiu Angulus F septem gradus non excedit, differentia Hypothenusæ FE & Catheti FM centesima istius parte minor; & quamdiu idem

Angulus F viginti gradus non superat, differentia rectorum FE & FM decima longe minor. Tab. II. Fig. 13.

COROLLARIUM II.

120. Quodsi ergo in Triangulo rectangulo FME Angulus F fuerit 7 graduum vel minor, & centesima Hypothenusæ FE pars fuerit parvitate contemnendæ, Hypothenusa FE, & Cathetus FM ad sensum æquales sunt. Eodemque modo patet, fore ad sensum $FE = FM$, si F 10° vel minor, & $\frac{1}{10}$ EF parvitate contemnendæ.

THEOREMA XXVI.

121. *Si Axis AF Diaphani Sphærici LBM ita secetur in N, ut NB habeat ad NC rationem Sinus Anguli refracti ad Sinum Anguli inclinationis, & ex Puncto N incidat Radius ND per Medium rarius in Superficiem Convexam Diaphani densioris LM, Angulo N paucorum graduum existente; refractus DV erit Axi AF parallelus. Quodsi incidens AD ex Puncto remotiori A emanet, refractus DF cum Axe concurrit in F; si vero incidens QD ex Puncto viciniore Q adveniat, refractus DT ab Axe divergit Punctum d'spersus in G habens.* Tab. II. Fig. 14.

DEMONSTRATIO.

Quoniam ND ipsi NB admodum vicinus, seu angulus BND paucorum graduum, per *hypoth.* erit ND ipsi NB prope modum æqualis (§. 120). Quare cum NC ad NB habeat rationem Sinus Anguli inclinationis ad Sinum Anguli refracti per *hypoth.* etiam NC ad ND eandem rationem habebit (§. 168. *Arithm.*). Sunt vero latera NC & ND, ut Sinus Angulorum CDS & NCD (§. 35. *Trigon.*). Quoniam itaque

Tab. II. Quoniam itaque CDS est Angulus inclinationis (§. 12), erit NCD refractio CDV (§. 14.) æqualis; consequenter DV Axi AF parallela (§. 255. *Geom.*). *Quod erat primum.*

Si Radius AD ex Puncto remotiori incidit, erit CDX Angulus inclinationis (§. 12), CDF Angulus refractus (§. 14). Quare si ex Centro C demittantur perpendiculares CH & CO, itemque CI & CP; sumto CD pro Sinu toto, erit CO Sinus Anguli inclinationis CDX & CH Sinus refracti eidem respondentis CDF, similiterque CP Sinus Anguli inclinationis CDS Radii ex N emanantis & CI Sinus Anguli refracti CDV eidem respondentis (§. 2. *Trigon.*). Est vero CP : CI = CO : CH (§. 26) adeoque CP : CO = CI : CH (§. 173. *Arithm.*). Quare cum CP > CO, quia Angulus CDS > CDX (§. 84 *Arithm.*); etiam CI > CH, consequenter Radius refractus DF à Puncto Axis C minus distat, quam parallela DV. Sed in Puncto D eadem erat utriusque ab Axe distantia. Ergo distantia ipsius DF ab Axe in progressu minuitur, atque DF cum eodem convergit (§. 83. *Geom.*), tandemque alicubi, veluti in F, concurrere debet. *Quod erat secundum.*

Si denique Radius QD ex Puncto viciniore incidit, erit CDR Angulus inclinationis & CDT refractionis (§. 12 & 14) demissæque ex C perpendiculares CZ & CK, sumto CD pro Sinu toto, eorundem Sinus (§. 2. *Trigon.*). Unde eodem, quo ante modo, ostenditur, refractum DT ab Axe divergere, adeoque Punctum dispersus in G habere. *Quod erat tertium.*

PROBLEMA X.

122. Si Axis AF Diaphani Spherici LM ita secetur in N, ut NB ad NC habeat rationem Sinus Anguli refracti ad Sinum Anguli inclinationis, & ex Puncto remotiori A per Medium rarius in Superficiem Convexam Diaphani densioris LBM Radius incidat, Angulo BCD exiguo existente; determinare distantiam Puncti concursus à Superficie refringente BF.

RESOLUTIO.

Ex Centro C demittantur perpendiculares CH & CI, quæ sumto CD pro Sinu toto, erunt Sinus Angulorum refracti CDF & inclinationis CDG (§. 2. *Trigon.* & §. 11 & 14. *Dioptr.*). Demittatur etiam ex D ad Axem AF perpendicularis DK. Quoniam Angulus BCD exiguus existit, per hypothesin erit CK ipsi CB ad sensum æqualis (§. 120) & hinc etiam FK ipsi FB atque AK ipsi AB, immo etiam per eandem rationem perpendiculares ex C demissæ CH & CI æquales habentur perpendiculis ex Punctis I & H ad Axem demissis.

Fiat itaque AB = d, CB = a, CH = m, CI = n, FB = x, erit AC = a + d, FC = x - a, consequenter (per demonstrata & §. 268 *Geom.*).

$$FC : FK = CH : KD$$

$$x - a : x = m : \frac{mx}{x - a}$$

$$AC : AK = CI : KD$$

$$a + d : d = n : \frac{nd}{a + d}$$

Habe-

Habemus adeo

$$\frac{mx : (x - a) = nd : (a + d)}{\frac{max + mdx = ndx - nad}{nad = ndx - max - mdx}}$$

Quæ ultima æquatio in analogiam resoluta dabit.

$$(n - m) d - ma : na = d : x$$

hoc est $(n - m) AB - mCB : nCB = AB : FB$

Data adeo ratione refractionis $n : m$ (§. 24), in quolibet casu speciali per Regulam trium invenietur FB.

E. gr. Si Refractio ex Aëre in Vitrum contingit, $n : m = 3 : 2$ (§. 26). Sit $CB = 6''$, $AB = 150''$; erit $n - m = 1$, $(n - m) AB - mCB = 150'' - 12'' = 138''$, $nCB = 18''$, consequenter $FB = 150. 18 : 138 = 19\frac{1}{2}'' = 195''$ fere.

COROLLARIUM I.

123. Ergo si Refractio ex Aëre in Vitrum contingit, erit $AB - 2CB : 3CB = AB : FB$ (§. 26) & hinc $AB - 2CB : AC = AB : AF$ (§. 190. *Arithm.*).

COROLLARIUM II.

124. Si Refractio ex Aëre in Aquam fit, erit $AB - 3CB : 4CB = AB : BF$ (§. 41) & hinc $AB - 3CB : AC = AB : AF$.

THEOREMA XXVII.

125. Si Axis Diaphani Spherici AF ita dividatur in N, ut NB ad NC habeat rationem Sinus Anguli refracti ad Sinum Anguli inclinationis, & ex Puncto A Radius AD Axi vicinus, (hoc est, Angulo A paucorum graduum existente) per Medium rarius in Superficiem Convexam Diaphani densioris LM incidat; erit $AN : NC = AB : FB$.

DEMONSTRATIO.

Sit ratio Sinus Anguli refracti ad Sinum Anguli inclinationis $= m : n$; erit

NB : NC $= m : n$ vi *hypoth.* & hinc Tab. II. Fig. 15.
BC : NB $= n - m : m$ (§. 93. *Arithm.*),
consequenter NB $= mEC : (n - m)$,
adeoque NC $= BC + mBC : (n - m)$
& AN $= AB - mBC : (n - m)$. Est itaque

$$AN : NC = AB - \frac{mBC}{n - m} : BC + \frac{mBC}{n - m}$$

hoc est $AN : NC = (n - m) AB - mBC : nBC$ (§. 178. *Arithm.*). Est vero $(n - m) AB - mBC : nBC = AB : FB$ (§. 122). Quare $AN : NC = AB : BF$ (§. 167. *Arithm.*). *Q. e. d.*

COROLLARIUM I.

126. Erit igitur etiam $AN : AC = AB : AF$ (§. 190. *Arithm.*) & ideo ulterius $AN : AB = AC : AF$ (§. 173. *Arithm.*).

COROLLARIUM II.

127. Est adeo etiam $AN : BN = AC : CF$ (§. 183. *Arithm.*).

PROBLEMA XI.

128. Si Axis FP ita fuerit divisus in N, ut NB ad NC habeat rationem Sinus Anguli refracti ad Sinum Anguli inclinationis & ex Puncto A in Superficiem Convexam LM Diaphani Spherici densioris per Medium rarius incidat Radius AD Axi vicinus; Punctum dispersus F determinare. Tab. II. Fig. 16.

RESOLUTIO.

Quoniam Radius AD Axi Diaphani AC vicinus, adeoque Angulus AC exiguus supponitur; si DK ad AC, CH ad FE, & CI ad AG perpendiculares demittantur, erit ad sensum AK $= AB$, FK $= FB$, & perpendiculares ex K ad AG, ex I & H ad AC demissæ à normalibus DK, CI & CH ad sensum non

Tab. II. different (§. 120). Quodsi CD sumatur pro Sinu toto; erit CI Sinus Anguli inclinationis CDG (§. 2. Trig. & §. 12. Dioptr.) & CH Sinus Anguli refracti CDE (§. 2. Trigon. & §. 14. Dioptr.).

Fiat jam $AB = d$, $CB = a$. $CH = m$, $CI = n$, $FB = x$, erit $AC = a + d$, $FC = x + a$, consequenter (per demonstrata & §. 268. Geom.)

$$FC : FK = CH : KD$$

$$x + a : x = m : \frac{mx}{x + a}$$

$$AC : AK = CI : KD$$

$$a + d : d = n : \frac{nd}{d + a}$$

Habemus adeo

$$\frac{mx : (x + a) = nd : (a + d)}{\frac{max + mdx = ndx + nad}{max + mdx - ndx = nad}}$$

Hæc æquatio in analogiam resoluta dabit

$$\frac{ma + (m - n)d : na = d : x}{mBC + (m - n)AB : nCB = AB : FB}$$

Data adeo ratione refractionis $m : n$ (§. 24), in dato quolibet casu speciali per Regulam trium invenitur FB.

E. gr. Si Refractio ex Aëre in Vitrum contingit; erit $n : m = 3 : 2$ (§. 26). Sit $CB = 6''$, $AB = 10''$, erit $mBC = 12$, $(m - n)AB = -10$, $nCB = 18$, consequenter $FB = 18$. $10 : 2 = 90''$.

COROLLARIUM I.

129. Ergo si Refractio ex Aëre in Vitrum contingit, erit $2BC - AB : 3CB = AB : FB$ (§. 26) & hinc $2BC - AB : AC = AB : AF$ (§. 193. Arithm.).

COROLLARIUM II.

130. Si Refractio ex Aëre in Aquam fit, erit $3BC - AB : 4BC = AB : FB$ (§. 41) & hinc $2BC - AB : AC = AB : AF$ (§. 190. Arithm.).

THEOREMA XXVIII.

131. Si Axis Diaphani Spherici FP ita secetur in N, ut NB habeat ad NC rationem Sinus Anguli refracti ad Sinum Anguli inclinationis, & ex Puncto viciniori quam N per Medium rarius incidat Radius AD Axi vicinus (hoc est Angulo A paucorum graduum existente) in Superficiem Diaphani densioris convexam LM; erit $AN : NC = AB : FB$.

DEMONSTRATIO.

Sit ratio Sinus Anguli Refracti ad Sinum Anguli inclinationis $= m : n$; erit $NB : NC = m : n$ per hypoth. adeoque $BC : NC = n - m : n$ & $BC : NB = n - m : m$ (§. 193. Arithm.), adeoque $NC = nBC : (n - m)$, & $NB = mBC : (n - m)$, consequenter $AN = mBC : (n - m) - AB$. Est itaque $NA : NC = \frac{mBC}{n - m} - AB : \frac{nBC}{n - m} = mBC - (n - m)AB : nBC$ (§. 178. Arithm.) $= AB : FB$ (§. 128). Q. e. d.

COROLLARIUM.

132. Est itaque etiam $NA : AC = AB : AF$ (§. 190. Arithm.).

PROBLEMA XII.

133. Si Radius FC ex Puncto F Axis FP per Medium densius in Superficiem Convexam LBM Diaphani Spherici rarioris incidit; determinare Punctum dispersus A.

RESOLUTIO.

Ex antecedentibus constat, demissis CH & CI ex Centro Diaphani C perpendicularibus ad Radium incidentem FE & refractum AG, fore CH sinum Anguli inclinationis CDE & CI Sinum Anguli refracti CDG, & si fiat $CH = m$, $CI = n$, $FB = d$, $BC = a$, $AB = x$ & hinc $AC = a + x$, $FC = a + d$, fore ulterius

$$AC : AB = CI : KD$$

$$a + x : x = n : \frac{nx}{a + x}$$

$$FC : FB = CH : KD$$

$$a + d : d = m : \frac{md}{a + d}$$

Habemus ergo

$$nx : (a + x) = md : (a + d)$$

$$nax + ndx = mad + mdx$$

$$nax + ndx - mdx = mad$$

Hæc æquatio in analogiam resoluta dabit

$$na + (n - m) d : ma = d : x$$

hoc est, $n BC + (n - m) FB : m BC = FB : AB$.

E. gr. Si Refractio ex Vitro in Aërem contingit, erit $n : m = 3 : 2$ (§. 41). Quare si $BC = 8''$, $FB = 20''$, erit $n BC + (n - m) FB = 24 + 20 = 44$, $m BC = 16$, consequenter $AB = 20$. $16 : 44 = 7 \frac{2}{11}$.

COROLLARIUM I.

134. Si Refractio ex Vitro in Aërem contingit, erit $3 BC + FB : 2 BC = FB : AB$ (§. 41), adeoque $FC : 2 BC = FA : AB$ (§. 193. *Arithm.*).

COROLLARIUM II.

135. Si Refractio ex Aqua in Aërem fit, erit $4 BC + FB : 3 BC = FB : AB$ (§. 41.) & hinc $FC : 3 BC = FA : AB$ (§. 193. *Arithm.*).

THEOREMA XXIX.

136. Si ex Puncto F Axis Diaphani Sphærici rarioris per Medium densius incidat Radius FD Axi vicinus, sitque A Punctum dispersus Radii refracti DG cum Axe FP ita diviso, ut PC habeat rationem Sinus Anguli refracti ad Sinum Anguli inclinationis; erit $FP : PC = FB : BA$.

Tab. II. Fig. 16.

DEMONSTRATIO.

Sit Sinus Anguli inclinationis ad refractum ut m ad n . Quoniam $BP : PC = n : m$ per hypoth. erit $BC : PC = n - m : m$ & $BC : BP = n - m : n$ (§. 193. *Arithm.*), adeoque $PC = m BC : (n - m)$ & $BP = n BC : (n - m)$, consequenter $FP = n BC : (n - m)$

$$+ FB. \text{ Est itaque } FP : PC = \frac{nBC}{n - m}$$

$$+ FB : \frac{mBC}{n - m} = nBC + (n - m) FB : mBC$$

(§. 178. *Arithm.*) = $FB : AB$ (§. 133). *Q. e. d.*

COROLLARIUM I.

137. Est igitur etiam $FP : FC = FB : FA$ (§. 193. *Arithm.*), & $FP : FB = FC : FA$ (§. 173. *Arithm.*).

COROLLARIUM II.

138. Si Refractio ex Vitro in Aërem contingit, erit $3 BC + FB : FB = FC : FA$ (§. 41); si vero ex Aqua in Aërem, $4 BC + FB : FB = FC : FA$ (§. cit.). Est enim $FP = nBC : (n - m) + FB$.

PROBLEMA XIII.

139. Si Radius AD ex Puncto Axis A per Medium rariis in Cavam Superficiem Diaphani Sphærici densioris LM incidat; determinare Punctum dispersus F.

Tab. II. Fig. 17.

RESOLUTIO.

Tab II.
Fig. 17.

Sit CI Sinus Anguli inclinationis
 $CDA = n$, CH Sinus Anguli refracti
 $CDF = m$, $AB = d$, $FB = x$, CB
 $= a$, erit $FC = x - a$, $AC = d - a$
 & ex antecedentibus constat fore

$$AC : AB = CI : KD$$

$$d - a : d = n : \frac{nd}{d - a}$$

$$FC : FB = CH : KD$$

$$x - a : x = m : \frac{mx}{x - a}$$

Habemus ergo

$$\frac{nd : (d - a) = mx : (x - a)}{ndx - nda = mdx - max}$$

$$\frac{max + ndx - mdx = nda}{max + ndx - mdx = nda}$$

$$max + ndx - mdx = nda$$

Hæc æquatio in analogiam sequentem
 resolvitur

$$am + (n - m)d : na = d : x$$

$$mBC + (n - m)AB : nBC = AB : FB$$

E. gr. Si Refractio fit ex Aëre in Vitrum,
 erit $n : m = 3 : 2$ (§. 26). Quare si BC
 $= 20''$, $AB = 80''$; erit $mBC + (n - m)AB$
 $= 40 + 80$, $nBC = 60$, adeoque FB
 $= 80$. $60 : 120 = 40$.

COROLLARIUM. I.

140. Si Refractio ex Aëre in Vitrum
 contingit, erit $2BC + AB : 3BC = AB : FB$
 (§. 26) & hinc $2BC + AB : AC = AB : AF$
 (§. 193. *Arithm.*).

COROLLARIUM II.

141. Si Refractio ex Aëre in Aquam fit,
 erit $3BC + AB : 4BC = AB : FB$ (§. 28) &
 hinc $3BC + AB : AC = AB : AF$ (§. 193.
Arithm.).

THEOREMA XXX.

142. Si Radius AD ex Puncto Axis
 A per Medium rarius in Cavam Super-
 ficem Diaphani Spherici densioris LBM

incidit, & CQ ad QB habeat rationem
 Sinus Anguli inclinationis ad Sinum
 refracti; erit $AQ : CQ = AB : FB$.

DEMONSTRATIO.

Quoniam $CQ : QB = n : m$ per hy-
 poth. erit $CB : CQ = n - m : n$ & $CB :$
 $QB = n - m : m$ (§. 193. *Arithm.*),
 atque hinc $CQ = nCB : (n - m)$ &
 $QB = mCB : (n - m)$, adeoque AQ
 $= mCB : (n - m) + AB$. Est itaque
 $AQ : CQ = \frac{mCB}{n - m} + AB : \frac{nCB}{n - m}$
 $= mCB + (n - m)AB : nCB$ (§. 178.
Arithm.) $= AB : FB$ (§. 139). *Q. e. d.*

COROLLARIUM.

143. Est ergo $AQ : AC = AB : AF$ (§. 193.
Arithm.) & hinc $AQ : AB = AC : AF$ (§.
 173. *Arithm.*).

THEOREMA XXXI.

144. Si Axis AB Diaphani Spherici
 Concavi DMBRL ita dividatur in N,
 ut BN ad NC habeat rationem Sinus
 Anguli refracti ad Sinum Anguli incli-
 nationis & ex Puncto N incidat Radius
 ND Axi vicinus per Medium densius
 in rarius; erit refractus DL Axi AF
 parallelus. Quodsi ex Puncto ulteriori
 A incidat AD, refractus DF cum Axe
 AF in Puncto F concurret; si vero ex
 Puncto propiori I vel S adveniat Ra-
 dius ID vel SR, refractus DO vel
 RZ ab Axe AF divergit habens Punc-
 tum dispersus in Q vel T. Si aenique Ra-
 dius incidat ex Centro C, nullam refractionem patitur.

DEMONSTRATIO.

Si Radius DL Axi parallelus & vici-
 nus per Medium rarius in Superficiem
 Convexam Diaphani Spherici densioris
 DMBRL

DMBRL incidit, fueritque BN ad CN in ratione Sinus Anguli inclinationis ad Sinum Anguli refracti; erit N Punctum concursus post refractionem (§. 90). Quare si refractus DN sumatur pro incidente, fitque adeo Angulus NDC Angulus inclinationis, qui ante erat refractus; erit nunc Radius DL refractus, qui ante erat incidens (§. 37); consequenter refractus DL Axi AF parallelus. *Quod erat primum.*

Demittantur jam ex Centro C rectæ Ca, Cb, Cd, Ce, Cf, Cg ad ND, DG, DA, DH, DI, DQ perpendiculares; erunt Ca, Cd, Cf Sinus Angulorum inclinationis CDN, CDA, CDI (§. 2. Trig. & §. 12. Dioptr.) & Cb, Ce, Cg Sinus Angulorum refractorum CDG, CDH, CDQ (§. 2. Trig. & §. 14. Dioptr.). Quare cum sit $Ca : Cb = Cd : Ce$ (§. 26. & 37) & $Cd > Ca$; erit etiam $Ce > Cb$; consequenter Centrum C à Radio refracto DH magis distat, quam à parallelo DG, & hinc DH ab Axe AB divergit, adeoque DF cum BF convergit (§. 263. Geom.). *Quod erat secundum.*

Similiter quia $Ca : Cb = Cf : Cg$ (§. 26. 37) & $Cf < Ca$, erit quoque $Cg < Cb$, consequenter Centrum C à Radio refracto DQ minus distat, quam à parallelo DG & hinc DQ cum Axe AB convergit, adeoque DO ab eodem divergit (§. 263. Geom.). Est itaque Punctum dispersus in Q (§. 23). Quod vero incidentis SR Punctum dispersus fit in T similiter patet (§. 38). *Quod erat tertium.*

Si Radius ex Centro incidit, est ad

LBM perpendicularis (§. 38. *Analyf. infinit.*). Transfit ergo irrefractus (§. 25). *Quod erat quartum.*

PROBLEMA XIV.

145. Si Axis Diaphani Sphærici ita Tab. II. dividatur in O, ut BO sit ad OC in Fig. 15. ratione Sinus Anguli refracti ad Sinum Anguli inclinationis & ex Puncto F incidat Radius FD Axi vicinus per Medium densius in Superficiem Cavam Diaphani rarioris LBM; determinare Punctum concursus A.

RESOLUTIO.

Ex Centro C demittantur in Radium incidentem DF & refractum DG (§. 38) perpendiculares CH & CI; sumto CD pro Sinu toto, erit CH Sinus Anguli inclinationis CDF (§. 2. Trig. & §. 12. Dioptr.) & CI Sinus Anguli refracti CDG (§. 2. Trig. & §. 14. Dioptr.). Demittatur ex Puncto refractionis D perpendicularis ad Axem DK. Ex antecedentibus constat, fore ad sensum FK ipsi FB, & perpendiculares KD, CI & CH perpendicularibus ex Puncto K ad AG & ex Punctis I & H ad Axem BF demissis æquales. Quare si fiat $CH = m$, $CI = n$, $FB = d$, $AB = x$, $CB = a$ erit $FC = d - a$, $AC = x + a$, adeoque (§. 268. Geom.).

$$AC : CI = AB : KD$$

$$x + a : n = x : \frac{nx}{x + a}$$

$$FC : CH = FB : KD$$

$$d - a : m = d : \frac{md}{d - a}$$

Tab. II.
Fig. 15.

Habemus igitur

$$\frac{nx : (x + a) = md : (d - a)}{ndx - nax = mdx + mad}$$

$$ndx - mdx - nax = mad$$

Hæc æquatio in sequentem resolvitur analogiam

$$(n - m) d - na : ma = d : x$$

hoc est, $(n - m) FB - nCB : mCB = FB : AB$

E gr. Si Refractio ex Vitro in Aërem contingit. erit $n : m = 3 : 2$ (§. 41). Quare si $FB = 24''$, $BC = 6''$; erit $AB = 24. 12 : (24 - 18) = 48$.

COROLLARIUM I.

146. Si Refractio ex Vitro in Aërem contingit, erit $FB - 3 CB : 2 CB = FB : AB$ (§. 41), adeoque, $FB - CB : 2 CB = FA : AB$ §. 190. *Arithm.*), hoc est, $FC : 2 CB = FA : AB$.

COROLLARIUM II.

147. Si Refractio ex Aqua in Aërem contingit, erit $FB - 4 CB : 3 CB = FB : AB$ (§. 41) adeoque $FB - CB : 3 CB = FA : AB$ (§. 190. *Arithm.*), hoc est, $FC : 3 CB = FA : AB$.

THEOREMA XXXII.

148. Si Axis Diaphani Spherici FB ita dividatur in O, ut BO ad OC sit in ratione Sinus Anguli refracti ad Sinum Anguli inclinationis, & ex Puncto F per Medium densius in Superficiem Concavam Diaphani ravioris LBM incidat Radius FD; erit $FO : CO = FB : FA$.

DEMONSTRATIO.

Sit $BO : OC = n : m$; erit $BC : OC = n - m : m$ & $BC : BO = n - m : n$ (§. 193. *Arithm.*), adeoque $OC = mBC : (n - m)$ & $LO = nBC : (n - m)$,

atque $FO = FB - nBC : (n - m)$. Est igitur $FO : CO = FB - \frac{nBC}{n - m} : \frac{mBC}{n - m} = (n - m)FB - nBC : mBC$ (§. 178. *Arithm.*) $= FB : AB$ (§. 145). *Q. e. d.*

COROLLARIUM.

149. Ergo $FO : FC = FB : FA$ (§. 190. *Arithm.*), consequenter $FO : FB = FC : FA$ (§. 173. *Arithm.*).

PROBLEMA XV.

150. Si Axis Diaphani Spherici AB ita dividatur in N, ut BN ad NC habeat rationem Sinus Anguli refracti ad Sinum Anguli inclinationis, & ex Puncto I Diaphano viciniore quam N incidat per Medium densius in ejus Superficiem Cavam LBM Radius Axi vicinus ID; determinare Punctum dispersus Q.

RESOLUTIO.

Demittantur ex Centro C perpendiculares CH ad Radium incidentem ID & CK ad refractum DQ: erit CH Sinus Anguli inclinationis CDI (§. 2. *Trigon.* & §. 12. *Dioptr.*) & CK Sinus Anguli refracti CDK (§. 2. *Trigon.* & §. 14. *Dioptr.*). Demittatur etiam ex D recta DE ad Axem AB normalis; erit eadem ob Anguli Q parvitatem perpendiculari ex E ad QD demissa æqualis: ob quam rationem etiam $QE = QB$. Quare si fiat $CH = m$, $CK = n$, $BC = a$, $IB = d$, $QB = x$, adeoque $IC = d - a$, $QC = x - a$; erit (§. 268. *Geom.*),

$$QG : QB = CK : ED$$

$$x - a : x = n : \frac{nx}{x - a}$$

$$IC : IB = CH : ED$$

$$d - a : d = m : \frac{md}{d - a}$$

Habemus adeo

$$\frac{nx : (x-a) = md : (d-a)}{ndx - max = mdx - mad}$$

$$\frac{mad = max + mdx - ndx}{}$$

Hæc æquatio in fequentem abit analogiam :

$$na + (m-n)d : ma = d : x$$

$$nBC + (m-n)IB : mBC = IB : QB.$$

E.gr. Si Refractio ex Vitro in Aërem contingit, erit $m : n = 2 : 3$ (§. 41). Quare si $BC = 6''$, $IB = 10''$; erit $QB = 10.12 : (18 - 10) = 15''$.

Quodsi Radius ex Puncto S intra Centrum C & Superficiem Diaphani sito incidat, continuetur RS in f & RT in t: atque ex C demittantur perpendiculares Cf & Ct, qui erunt Sinus Anguli inclinationis CRS & refracti CRT. Quare cum, ob verticales ad S & T, $\Delta\Delta CSf$ & SRy , itemque CTt & RTy iat similia, & ob parvitatem Angulorum δ & T fit $Sy = SB$ & $Ty = TB$: repetietur eodem, quo ante modo,

$$nBC + (m-n)SB : mBC = SB : TB.$$

COROLLARIUM I.

151. Si Refractio ex Vitro in Aërem ontigit, erit $3BC - IB : 2BC = IB : QB$ (§. 41), consequenter $IC : 2BC = QI : QB$ (§. 193. *Arithm.*).

COROLLARIUM II.

152. Si Refractio ex Aqua in Aërem ontigit, erit $4BC - IB : 3BC = IB : QB$ (§. 41), consequenter $IC : 3BC = QI : QB$ (§. 193. *Arithm.*).

THEOREMA XXXIII.

153. Si Axis Diaphani Spherici AB ta dividatur in N, ut BN ad NC habeat rationem Sinus Anguli refracti ad

Sinum Anguli inclinationis, & ex Tab. II. Puncto I Superficii viciniore quam N, Fig. 19. per Medium rarius in Superficiem Cavam Diaphani Spherici densioris LBM Radius incidat; erit $IN : NC = IB : QB$.

DEMONSTRATIO.

Si ratio refractionis ponatur ut supra $m : n$, erit $NC : NB = m : n$, vi *hypoth.* unde $NC : CB = m : n - m$ & $NB : CB = n : n - m$ (§. 193. *Arithm.*), adeoque $NC = mCB : (n - m)$ & $NB = nCB : (n - m)$ & $IN = nCB : (n - m) - IB$. Est itaque $IN : NC = \frac{nCB}{n-m} - IB : \frac{mCB}{n-m} = nCB - (n-m)IB : mCB = IB : QB$ (§. 150). *Q. e. d.*

COROLLARIUM.

154. Ergo $IN : IC = IB : IQ$ (§. 193. *Arithm.*).

PROBLEMA XVI.

155. Si Radius GA tendens ad Tab. III. Punctum A Axis BA Diaphani Spherici densioris incidat per Medium rarius in ejus Superficiem Convexam LBM; determinare Punctum concursus F. Fig. 20.

RESOLUTIO.

Quia Radius GA frangitur ad Axem refractionis CD, est autem Angulus refractionis ADF minor Angulo inclinationis ADC (§. 25); evidens est, Punctum concursus F esse inter Centrum C & A. Quodsi ex Centro C demittantur perpendiculares CH & CI, notenturque ea, quibus in antecedentibus jam sæpe usi fuimus, & fiat $CH = m$, $CI = n$, $BC = a$, $AB = d$, $FB = x$, erit $EC = x - a$, $AC = d - a$ atque

Tab. III. Fig. 20.

$$AC : AB = CI : ED$$

$$d - a : d = n : \frac{nd}{d - a}$$

$$FC : FB = CH : ED$$

$$x - a : x = m : \frac{mx}{x - a}$$

Habemus adeo

$$\frac{mx : (x - a) = nd : (d - a)}{mdx - max = ndx - nad}$$

$$nad = ndx - mdx + max$$

Hæc æquatio in sequentem resolvitur analogiam :

$$(n - m) d + ma : na = d : x$$

$$\text{hoc est, } (n - m) AB + mCB : nCB = AB : FB.$$

E. gr. Si Refractio ex Aëre in Vitrum contingit, erit $m : n = 2 : 3$. Quare si $CB = 10''$, $BA = 25''$, erit $FB = 25.30 : (25 + 20) = 16\frac{2}{3}$.

Quod si Punctum A, ad quod Radius GDA tendit, fuerit inter Centrum C & Superficiem Diaphani; tum quia Radius DA ad perpendiculum DC refringitur, Angulus tamen refractionis ADF minor est Angulo inclinationis A' C (§. 25); refractus DF Axi occurret inter A & C. Jam si DA & DF ultra Axem producantur & in eas perpendiculares CI & CH demittantur; sumta DC pro Sinu toto, erit CI Sinus Anguli inclinationis ADC (§. 2. Trigon. & §. 10. Dioptr.) & CH Sinus Anguli refracti FDC (§. 2. Trigon. & §. 14. Dioptr.) & ob parvitatem angulorum A & F (§. 120) $AD = AE = AB$; $FD = FE = FB$. Quare si fiat ut ante $CI = n$, $CH = m$, $CB = a$, $AB = d$, $FB = x$, erit $AC = a - d$, $FC = a - x$, & cum Verticales ad A & F sint aqua-

les (§. 156. Geom.), demissa ex D perpendiculari DE, erit (§. 267. Geom.)

$$AC : CI = AE : ED$$

$$a - d : n = d : \frac{nd}{a - d}$$

$$FC : CH = FB : ED$$

$$a - x : m = x : \frac{mx}{a - x}$$

Habemus itaque

$$nd : (a - d) = mx : (a - x)$$

$$nda - ndx = max - mdx$$

$$nda = ndx - mdx + max$$

Quæ æquatio cum superiori coincidit. Eadem igitur Regula satisfacit de terminando Puncto concursus F, sive Radius incidens ad Punctum Axis intra Centrum & Superficiem, sive ad aliud ultra Centrum situm tendat.

COROLLARIUM I.

156. Si Refractio in Aëre in Vitrum contingit, erit $AB + 2 CB : 3 CB = AB : FB$ (§. 26), adeoque $AB + 2 CB : AC = AB : AF$ (§. 193. Arithm.).

COROLLARIUM II.

157. Si Refractio ex Aëre in Aquam contingit, erit $AB + 3 CB : 4 CB = AB : FB$ (§. 28), adeoque $AB + 3 CB : AC = AB : AF$ (§. 193. Arithm.).

THEOREMA XXXIV.

158. Si Radius GD tendens ad Punctum A Axis Diaphani Spherici incidat per Medium rarius in ejus Superficiem Convexam LBM & post refractionem eadem occurrat in F; Axe in N producto donec CN habeat ad NB rationem Sinus Anguli refracti ad Sinum Anguli inclinationis, erit $AN : CN = AB : FB$

DEMONSTRATIO.

Quoniam $CN:NB = n:m$, per hypoth.
erit $CB:NB = n-m:m$ & $CB:CN = n-m:n$ (§. 193. *Arithm.*), adeoque
 $NB = mCB:(n-m)$, $CN = nCB:(n-m)$
& $AN = mCB:(n-m) + AB$. Est
itaque $AN:CN = \frac{mCB}{n-m} + AB : \frac{nCB}{n-m}$
 $= mCB + (n-m)AB : nCB = AB:FB$
(155). *Q. e. d.*

COROLLARIUM.

159. Est adeo $AN:AC = AB:AF$ (§. 193. *Arith.*), consequenter $AN:AB = AC:AF$ (§. 173. *Arithm.*).

THEOREMA XXXV.

160. Si partes Axis Diaphani Sphærici OC & OB fuerint in ratione Sinus Anguli inclinationis ad Sinum Anguli refracti, & Radius ED Axi vicinus ad Punctum F ultra O situm tendens per Medium densius in Diaphani rarioris Superficiem Convexam LM incidat; refractus DG dispergetur ex Puncto A , ita ut sit $FO:FB = FC:FA$.

DEMONSTRATIO.

Si Radius FD in Concavam Superficiem incidit & ab Axe CD refringitur in DG , ex Puncto A ita dispergitur, ut $FO:FB = FC:FA$ (§. 149). Sed si Radius ED incidit in Diaphani rarioris Convexam Superficiem, Angulus inclinationis idem, qui ante manet, & eadem quantitate ab Axe refractionis CD refringitur (§. 36). Ergo is quoque refractus ex Puncto A ita dispergi debet, ut sit $FO:FB = FC:FA$. *Q. e. d.*

THEOREMA XXXVI.

161. Si fuerit in Axe Diaphani NC

ad NB in ratione Sinus Anguli inclinationis ad Sinum Anguli refracti, & Radius FD ad Punctum I inter Centrum C & Punctum N situm tendens per Medium densius in Superficiem Convexam Diaphani rarioris incidit; post refractionem is Axi occurret in Q , ita ut sit $NI:IB = IC:IQ$. Tab. II. Fig. 19.

DEMONSTRATIO.

Si Radius ID ex Medio densiori incidit in Cavam Superficiem, ab Axe refractionis CD refractus Axi Diaphani in Q occurrat, ita ut $NI:IB = IC:IQ$ (§. 154). Sed si Radius DF in Superficiem Convexam Diaphani ex Medio densiori incidit, idem manet Angulus inclinationis & Radius ibidem ab Axe CD eadem, qua ante, quantitate refringitur (§. 36). Ergo idem quoque post refractionem concurrat cum Axe in Q , adeo ut $NI:IB = IC:IQ$. *Q. e. d.*

THEOREMA XXXVII.

162. Si fuerit NC ad NB in ratione Sinus Anguli inclinationis ad Sinum Anguli refracti, & Radius PR Axi vicinus tendens ad Punctum S , inter Centrum C & Superficiem Diaphani Sphærici rarioris DR situm, per Medium densius in ejus Superficiem Convexam incidat; refractus RT cum Axe in T concurrat, ita ut sit $SN:SB = SC:ST$. Tab. II. Fig. 18.

DEMONSTRATIO.

Si Radius SR in Superficiem Cavam per Medium densius incidit, refractus ab Axe refractionis CR ex Puncto T dispergitur, ita ut sit $SN:SB = SC:ST$

Tab. II. (§. 150. 153), consequenter $SN : SB = SC : ST$ (§. 173. *Arithm.*). Enimvero si Radius PR per Medium densius in Superficiem Convexam incidit, idem manet Angulus inclinationis & Radius ibidem ab Axe sub eodem Angulo refringitur (§. 36). Ergo refractus RT cum Axe concurrat, ita ut sit $SN : SB = SC : ST$. *Q. e. d.*

THEOREMA XXXVIII.

163. Si C sit Centrum Superficiæ Tab. II. Sphæricæ LBM, atque NB ad NC habeat Fig. 15. rationem Sinus Anguli refracti ad Sinum Anguli inclinationis, & Radius Axi vicinus GD tendens ad Punctum A per Medium rarius incidat in Superficiem Cavam Diaphani Sphærici densioris LM; refractus dispergetur ex Puncto F, ita ut sit $AN : AB = AC : AF$.

DEMONSTRATIO.

Si ex Puncto A per Medium rarius in Superficiem Convexam incidit Radius AD, refractus ad Axem refractionis CD ita occurrit Axi Diaphani in F ut sit $AN : AB = AC : AF$ (§. 126). Sed si DG fuerit Radius incidens, idem est Angulus inclinationis GDC & ad Axem refractionis CD eadem quantitate Anguli GDF refringitur (§. 25. 26). Ergo refractus DE itidem Axi in F occurrit, ita ut sit $AN : AB = AC : AF$, consequenter ex hoc Puncto dispergitur (§. 23). *Q. e. d.*

THEOREMA XXXIX.

164. Si fuerit NB ad NC in ratione Sinus Anguli refracti ad Sinum An-

guli inclinationis, & Radius DG tendens ad Punctum A inter N & Superficiem Diaphani situm, incidat per Medium rarius in Superficiem Cavam Diaphani densioris; refractus cum Axe in F concurrat, ita ut sit $NA : AB = CA : AF$.

DEMONSTRATIO.

Si ex Puncto A per Medium rarius in Superficiem Convexam incidit Radius AD, refractus DE ad Axem refractionis CD ex Puncto F ita dispergitur, ut sit $NA : AC = AB : AF$ (§. 132), adeoque $NA : AB = CA : AF$ (§. 173. *Arithm.*). Sed si DG per Medium rarius in Superficiem Cavam incidit, idem est, qui ante, Angulus inclinationis GDC & Refractio sub eodem Angulo GDE ad Axem refractionis CD contingit (§. 25. 26). Ergo Radius refractus DF Axi Diaphani in F ita occurrit, ut sit $NA : AB = CA : AF$. *Q. e. d.*

THEOREMA XL.

165. Si fuerit PB ad PC in ratione Sinus Anguli refracti ad Sinum Anguli inclinationis, & Radius EF Axi vicinus tendens ad Punctum F per Medium densius incidat in Superficiem Cavam Diaphani Sphærici rarioris; refractus AD Axi Diaphani ita occurrit in A ut sit $FP : FB = FC : FA$.

DEMONSTRATIO.

Eadem est, quæ Demonstratio Theorematis præcedentis (§. 137).

C A P U T IV.

De Refractione Luminis in Lentibus Convexis.

THEOREMA XLI.

166. *R*adius EG Axi vicinus & parallelus incidens in Superficiem Planam Lentis Plano-convexæ Luminoso directe opposita, post refractionem cum Axe concurrat in F & si C sit Centrum Convexitatis, CF ad FL habet rationem Refractionis seu Sinus Anguli refracti ad Sinum Anguli inclinationis.

DEMONSTRATIO.

Quia Superficies Plana Luminoso directe opponitur, per hypoth. Radius EH ad AB perpendicularis, adeoque refractus transit usque in H (§ 25). Incidit adeo in Superficiem Cavam AHB adhuc Axi parallelus. Quare cum ex Lente densiori in Medium rarius erumpat, Axi Lentis in F occurrit, estque CF ad FL in ratione Refractionis, hoc est, in ratione Sinus Anguli refracti ad Sinum Anguli inclinationis (§. 114). Q. e. d.

SCHOLIUM.

167. Posthac constanter supponemus, Lentem esse densiorem Medio circumfuso & Rationem Sinus Anguli refracti ad Sinum Anguli inclinationis vocabimus Rationem Refractionis.

COROLLARIUM I.

168. Si itaque Refractio ex Lente Vitrea in Aërem contingit, erit CF: FL, = 3:2 (§. 41) adeoque FL = 2 CL, hoc est Radii paralleli Axi vicini cum eodem uniuntur in distantia Diametri,

COROLLARIUM II.

169. Si Refractio ex Lente Aquea, hoc est, ex Vitro Plano-Convexo & Aqua Pleno contingit, erit CF: FL = 4:3 (§. 41) adeoque FL = 3 CL, hoc est, Radii paralleli Axi vicini cum eodem uniuntur in distantia sesquidiametri.

Tab. III. Fig. 22.

COROLLARIUM III.

170. Ergo si in Foco Lentis Plano-Convexæ, hoc est, in Puncto F, quod à Superficie Convexa Lentis Vitreæ ALB distat intervallo Diametri, à Superficie vero Lentis Aqueæ intervallo sesquidiametri, collocetur Candela accensa, Radii post Refractionem erunt Paralleli (§. 37).

COROLLARIUM IV.

171. Ope Lentis Plano-convexæ optime observari potest ratio refractionis ex Vitro in Aërem.

THEOREMA XLII.

172. Si Radius KI Axi Lentis Plano-convexæ vicinus & parallelus incidat in Superficiem Convexam AHB, post duplicem Refractionem Axi occurret in F, ita ut HG ad GC & GD ad FD habeat rationem Refractionis.

Tab. III. Fig. 23.

DEMONSTRATIO.

Quoniam Radius KI Axi EG parallelus, vi primæ Refractionis in I tendit ad Punctum G, ita ut GH ad GC habeat rationem Sinus Anguli inclinationis ad Sinum Anguli refracti (§. 90). Ergo, vi secundæ Refractionis in L factæ, cum Axe

Tab. III. Fig. 23. *Q. e. d.*

Axe in F concurrat, ita ut GD ad FD rationem Sinus Anguli refracti ad Sinum Anguli inclinationis habeat (§. 80).

PROBLEMA XVII.

173. *Data Semidiametro HC, crassitie DH Lentis Plano-convexæ AB, & Ratione Refractionis; determinare Focum F, Radium Axi parallelorum & vicinorum, in Superficiem Convexam AHB incidentium.*

RESOLUTIO.

1. Sit brevitatis gratia Ratio Refractionis = $n : m$. Quoniam $n : m = HG : GC$ (§. 172); erit $n - m : n = HC : GH$ (§. 193. *Aritbm.*), adeoque Ratione Refractionis & Semidiametro datis, inveniri potest GH. Est nempe generaliter $GH = nHC : (n - m)$.
2. Inde si subducatur crassities Lentis DH, relinquetur $GD = nHC : (n - m) - HD$.
3. Quare cum porro fit $n : m = GD : FD$ (§. 172); ob datam Rationem Refractionis $n : m$, reperitur quoque FD, nempe universaliter $FD = \frac{nCH}{n - m} - \frac{mHI}{n} = \left(\text{si } \frac{mHD}{n} \text{ parvitatæ contemnendæ} \right) \frac{m}{n - m} CH$.

COROLLARIUM I.

174. Si Lens Vitrea fuerit, erit $FD = 2CH - \frac{2}{3}HD$ (§. 26). Quare si duæ tertix crassities Lentis fuerint parvitatæ contemnendæ (quod in praxi plerumque accidit); Radium paralleli Axi uniuntur in distantia Diametri à Lente, etiam cum in Superficiem Convexam incidunt.

COROLLARIUM II.

175. Perinde igitur est, five Superficiem Planam, five Convexam Luminoso Radium parallelorum obvertas (§. 168).

SCHOLIUM.

176. *Constat tamen cum Experientia, tum Calculo Trigonometrico juxta Caput præcedens instituto, plures Radium in spatio minori uniri si Superficies Convexa, quam si Plana Luminoso obvertatur.*

COROLLARIUM III.

177. Si Lens Aqueæ fuerit, erit $FD = 3CH - \frac{3}{4}HD$ (§. 26). Quare si $\frac{3}{4}HD$ parvitatæ contemnendæ, erit $FD = 3CH$, aut si mavis $\frac{1}{4}HD$ contemnere, $FH = 3CH$. Uniuntur adeo Radium Axi paralleli & vicini in distantia sesquidiametri, si Refractio in Aqua fiat, etiam cum Superficies Convexa Luminoso obvertitur.

THEOREMA XLIII.

178. *Si Radius DE Axi AB parallelus & vicinus in Spheram incidat; post duplicem Refractionem Axi continuato in F occurrit, ita ut, semidiametro CB bifariam in I divisa, CF ad FI sit in Ratione Refractionis.*

DEMONSTRATIO.

Quoniam Radius DE Axi AB vicinus & parallelus, per hypoth. post Refractionem in ingressu factam ad Punctum G tendit, ita ut GA ad GC habeat rationem refractionis $n : m$ (§. 90). Quare cum etiam sit $n - m : n = AC : GA$ & $n - m : m = AC : GC$ (§. 193. *Aritbm.*); erit $GA = nAC : (n - m)$, & $GC = mAC : (n - m)$. Quodli jam Radius alteram patitur Refractionem in egressu, fiatque $BL : LC = n : m$: cum Axe in F concurrat, ut sit $GL : GB = GC : GF$ (§. 165), adeoque $BL : GB = FC$

=FC:GF (§.193. *Arithm.*). Est vero CB:BL = n — m : n (§. *cit.*), adeoque BL = nCB : (n — m) = GA, per demonstrata.

Ergo si fiat

$$AC = CB = a, FC = x, \text{ erit}$$

$$GA : GB = FC : GF$$

$$\frac{na}{n-m} : \frac{na}{n-m} - 2a = x : \frac{ma}{n-m} - x$$

hoc est, n:2m — n = nx — mx : ma — nx + mx (§.178.181. *Arithm.*).

$$2m : n = ma : nx - mx \text{ (§.190. } *Arithm.*.)$$

$$1 : n = \frac{1}{2}a : (n - m)x \text{ (§.181. } *Arithm.*.)$$

$$n - m : n = \frac{1}{2}a : x \text{ (§.181.178. } *Arithm.*.)$$

$$m : n = x - \frac{1}{2}a : x \text{ (§.193. } *Arithm.*.)$$

Quoniam FC = x & CI = $\frac{1}{2}$ CB per hypoth. = $\frac{1}{2}a$; erit $x - \frac{1}{2}a = IF$, adeoque

$$m : n = IF : CF. \text{ Q. e. d.}$$

COROLLARIUM I.

179. Quoniam Circulus est Sectio Cylindri pariter ac Sphæra, immo omnis Solidi per rotationem Figuræ Curvilinearæ circa Axem geniti; si Radii paralleli Diametro sectionis Basi Solidi parallelæ post duplicem Refractionem in F concurrunt, IF ad CF Rationem Refractionis habebit.

COROLLARIUM. II.

180. Facile adeo observatur Ratio Refractionis in omnis generis Fluido, si Radii Solaribus, qui pro parallelis haberi possunt (§. 94. *Optic.*) directe opponatur Cylindrus AH liquore quocunque dato plenus & in Charta opposita notetur Punctum F, ubi Radii concurrunt. Quodsi enim Radium CB bifariam seces in I, exhibebit IF ad CF rationem refractionis desideratam (§. *prac.*).

COROLLARIUM III.

181. Quoniam $n - m : n = \frac{1}{2}a : x$ (§. 178); erit $x = na : (2n - 2m) = FC$. *Wolfii Oper. Mathem. Tom. III.*

Data itaque Ratione Refractionis & Semidiametro Sphæra refringentis CB, inveniari potest Foci à Centro distantia CF.

Tab. III. Fig. 24.

COROLLARIUM IV.

182. Si Sphæra Vitrea, erit $CF = \frac{2}{3}a = \frac{2}{3}CB$ (§. 26), adeoque $BF = \frac{1}{3}BC = \frac{1}{4}AB$. Focus adeo à Sphæra Vitrea quarta Diametri parte distat.

COROLLARIUM V.

183. Si Sphæra Aquea, erit $CF = \frac{4}{3}a = 2CB$ (§. 28), adeoque $BF = CB = \frac{1}{2}AB$. Focus a leo à Sphæra Aquea dimidia Diametri parte distat, consequenter Sphæra Aquea Focum duplo remotiorem habet quam Vitrea.

THEOREMA XLIV.

184. Si Radius HI Axi DG parallelus & vicinus incidit in Lentem utrinque Convexam, post duplicem Refractionem eidem occurret in F, sique tum GE ad GC. tum DK ad DO habuerit Rationem Refractionis; erit $GD : GK = GO : GF$.

Tab. III. Fig. 26.

DEMONSTRATIO.

Si EG ad GC habuerit rationem Refractionis, Radius HI Axi Lentis vicinus & parallelus tendit ad Punctum G (§.90.). Quare si porro DK ad DO Rationem Refractionis habuerit, post alteram Refractionem in egressu factam Axi in F occurret, estque $GD : GK = GO : GF$ (§.165). *Q. e. d.*

COROLLARIUM.

185. Ergo etiam $GK : DK = GO : FO$ (§.193. *Arithm.*).

POBLEMA XVIII.

186. Datis Semidiametris CE & OK Lentis utrinque Convexa, una cum cras-
Dd *fig. 26*

Tab. *ſitie ejus* EK : *determinare Focum F*
 III. *Radiatorum Axi parallelorum & vicinorum.*
 Fig. 26.

RESOLUTIO.

1. Si Ratio Refractionis fuerit $= n : m$, erit $GE : GC = n : m$ & $DK : DO = n : m$ (§. 184), adeoque $n - m : n = CE : GE$ & $n - m : n = KO : DK$ (§. 193. *Arithm.*). Quare ſi Ratio Refractionis, & Semidiametri CE atque KO dentur, inveniri poſſunt GE & DK.
2. Quare cum $GD = DK + EG - EK$ & $GK = GE - EK$, denique $GO = GE + KO - EK$, ſitque $GD \cdot GK = GO : GF$ (§. 184); GF quoque inveniri poteſt
3. Quod ſi vero GF ex GE ſubducas, relinquetur FE.

COROLLARIUM I.

187. Si EK fuerit parvitatſis contemnendæ (quod plerumque accidit); erit $GD = DK + EG$, $GK = GE$ & $GO = GE + KO$, adeoque $DK + EG : GE = GE + KO : GF$ (§. 184).

COROLLARIUM II.

188. Ergo ſi Refractio in Lente Vitrea contingit, cum ſit $GE = 3CE$ & $DK = 3KO$ (§. 91); erit $3KO + 3CE : 3CE = 3CE + KO : GF$ (§. 187), conſequenter $KO + CE : CE = 3CE + KO : GF$ (§. 178. *Arithm.*).

COROLLARIUM III.

189. Quare ſi fiat $KO = a$, $CE = b$, $GF = x$; erit $x = (3bb + ab) : (a + b)$, adeoque ob $GE = 3CE$ (§. 91) FE vel FK (in Hypotheſi nempe craſſitie EK contemnendæ)

$$= 3b - \frac{3bb + ab}{a + b} = \frac{3ab + 3bb - 3bb - ab}{a + b} = \frac{2ab}{a + b}$$

Eſt nempe ſumma Semidiametrorum KO & CE ad unius duplum $2CE$, ut altera KO ad diſtantiam Foci à Lente FK.

COROLLARIUM IV.

190. Si Refractio in Lente Aquea contingit, cum ſit $GE = 4CE$ & $DK = 4KO$ (§. 93); erit $4KO + 4CE : 4CE = 4CE + KO : GF$ (§. 187), conſequenter $KO + CE : CE = 4CE + KO : GF$ (§. 178. *Arithm.*).

COROLLARIUM V.

191. Quare ſi fiat $KO = a$, $CE = b$, $GF = x$; erit $x = (4bb + ab) : (a + b)$, adeoque ob $GE = 4CE$ (§. 93) in Hypotheſi præſenti craſſitie Lentis contemnendæ, FE vel FK $= 4b - \frac{4bb + ab}{a + b} = \frac{4ab + 4bb - 4bb - ab}{a + b} = \frac{3ab}{a + b}$. Eſt nempe ſumma Semidiametrorum KO & CE ad alterutrius triplum $3CE$, ut altera KO ad diſtantiam Foci à Lente FK.

COROLLARIUM VI.

192. Si Lens Vitrea fuerit utrinque æqualiter Convexa; erit $KO = CE$, adeoque $2CE : CE = 4CE : GF$ (§. 179); conſequenter $CE : CE = 2CE : GF$ (§. 183. *Arithm.*). Eſt itaque $GF = 2CE$.

COROLLARIUM VII.

193. Immo in eadem Hypotheſi $FK = 2a^2 : 2a = a = EC$ (§. 189), hoc eſt, Focus à Lente Semidiametri intervallo diſtat.

COROLLARIUM VIII.

194. Si Lens Aquea utrinque æqualiter Convexa, erit ob $KO = CE$, $2CE : CE = 5CE : GF$ (§. 190). Ergo $GF = \frac{5}{2}CE$ (§. 183. *Arithm.*).

COROLLARIUM IX.

195. In eadem Hypotheſi $FK = 3aa : 2a = \frac{3}{2}a$ (§. 191), hoc eſt diſtantia Foci à Lente eſt ad Semidiametrum in ratione ſeſquialtera.

COROLLARIUM X.

196. Cum in ratione, per quam Foci distantia à Lente utrinque inæqualiter Convexa, neglecta crassitie, determinatur, termini tres priores maneant iidem, quæcunque Convexitas Luminoso obvertatur; Foci quoque distantia eadem manere debet (§. 177. *Arithm.*).

THEOREMA XLV.

197. *Lumen Solare in Foco Lentis Convexæ, sive Plano-convexæ, sive Convexo-convexæ, valde intenditur.*

DEMONSTRATIO.

Quoniam Radii Solares sunt paralleli (§. 94. *Optic.*), Axi vicini in Foco Lentium Plano-convexarum atque Convexo-convexarum, itemque Sphærarum, uniuntur (§. 172. 184. 178.) Radii igitur per integram Lentem dispersi in spatium minus rediguntur, consequenter Lumen Solare in Foco valde intenditur (§. 84. *Optic.*). *Q. e. d.*

COROLLARIUM.

198. Non igitur mirum, quod Radii Solares ope Lentis Convexæ aut Sphære pellucidæ collecti Ignem suscitent & liquabilia liquefaciant, aliosque effectus edant, quæ Igni vehementiori debentur.

SCHOLION. I.

199. *Nemo Lentes Causticas majores inquam paravit Illustri Dn. DE TSCHIRNHAUSEN, quarum inter alios sequentes praticat effectus in Eruditorum Actis (a). Lignum durum, immo aqua humectatum, momento flammam concepit; Aqua in vase parvo statim effervesce cæpit; Metalla liquefacta sunt, Lateres, Pumex, Porcellana Hollandica, Asbestus in Vitrum conversi; Sulphur, Colophonis, Pix & id genus alia sub*

Aqua colliquata; Lignum variis Æstate sub eadem in carbonem conversum; Cineres vegetabilium, Lignorum aliarumque materialium in Vitrum transmutati. Verbo quæ Foco admovit, vel fundi, vel in calcem verti, vel in auras abire deprehendit. Notat autem, omnia melius succedere, si carbonibus durioribus probeque excoctis materia vi Ignis probanda imponantur, & non modo Gemmas, sed omnia etiam alia Corpora præter Metalla suis privari coloribus. Lentium Diameter fuit trium & quatuor pedum Lentique majori AB addita est minor CD, quæ Radios ad Punctum G tendentes in viciniore F colligit, adeoque magis unitorum vires intendit.

Tab. III. Fig. 27.

SCHOLION II.

200. *Quamvis vero Radiorum Solarium vires adeo stupendas expertus est; Luna tamen plenæ Radii per eadem Vitra Caustica collecti nullum caloris incrementum præbuere.*

SCHOLION III.

201. *Ceterum cum vis Caustica Lentium à Convexitate earundem unice pendeat; mirum sane non est, quod etiam ex Glacie paratæ Ignem excitent. Parantur autem istiusmodi Lentæ, si frustum Glaciei cavitati scutellæ immittatur, ut Carbonum calore ad liquefactionem dispositum figuram ejus induat.*

SCHOLION IV.

202. *Nec minus attoniti flammam flammæque effectus contuentur Dioptrices ignari, quæ ope Refractionis Luminis in Bulla Vitrea Aqua repleta factæ excitatur, propterea quod Ignis Aquæ auxilio excitatur.*

THEOREMA XLVI.

203. *Si post Sphæram Diaphanam, aut Lentem sive Plano-convexam, sive Convexo-convexam vel aequaliter, vel inæqualiter, in Foco collocetur Luminosum; Radii post Refractionem evadunt paralleli.*

(a) Ann. 1697. p. 415. & seqq.

DEMONSTRATIO.

Radii enim paralleli post Refractionem in Sphæra Diaphana aut Lente Convexa factam in Foco uniuntur (§. 197). Quare si Luminosum fuerit in Foco & ex eo radiet in Lentem per Radios inde divergentes, qui antea erant Radii refracti, nunc fiunt incidentes, adeoque refracti evadunt, qui antea erant incidentes; consequenter refracti sunt paralleli. *Q. e. d.*

COROLLARIUM I.

204. Hinc ope Lentis Convexæ aut Bullæ Vitreæ aqua repletæ Lumen valde intensum ad magnam distantiam projicitur (§. 84. *Optic.*).

COROLLARIUM II.

205. Quoniam tamen Luminis per Radios parallelos in Aëre propagati intensitas continuo minuitur, ope Refractionis in Lente Convexa factæ ad datam quamcunque distantiam propagari nequit.

COROLLARIUM III.

206. Si Luminosum in Foco collocatum fuerit majoris amplitudinis, à Punctis sensibiliter à se invicem distantibus incidentes Radii inter se paralleli esse nequeunt, sed plures constituunt tramites Radiorum inter se parallelorum.

SCHOLIUM.

207. *Hæc quoque aliqua ratio est, cur Lumen per Refractionem propagatum sensim sensimque languescat, dum nempe tramites Luminosi à se invicem discedunt.*

PROBLEMA XIX.

208. *Lucernam construere, qua Lumen valde intensum ad insignem distantiam projiciat.*

DEMONSTRATIO.

1. Lucernæ AB afferruminetur Tubus CD, cui alius ductitius EF immitatur.
2. Huic inferatur Lens Vitrea utrinque Convexa FE, Diametro Convexitatis unius circiter pedis, vel etiam majore, aut minore existente, pro magnitudine scilicet Lucernæ.
3. Ex opposito Tubi CD intus aptetur ad parietem Lucernæ Speculum Concavum HI Diametro Concavittatis quinque circiter digitorum, vel etiam majore aut minore existente, pro magnitudine nimirum Lucernæ. Ita autem aptandum est Speculum, ut, si opus fuerit, remota Capsa K, eximi possit.
4. In Foco Speculi constituatur Ellychnium L & Tubus ductitius cum Lente extrahatur, donec Lumen satis intensum ad distantiam desideratam projiciatur.

DEMONSTRATIO.

Quoniam Ellychnium L in Foco Speculi Concavi HI collocatur *per hypoth.* Radii post reflexionem sunt paralleli (§. 224. *Catoptr.*). Lumen itaque intensum in Lentem FE reflexum (§. 84. *Optic.*) post refractionem constat Radiis ad Focum Lentis in distantia Semidiametri convergentibus (§. 193) & inde rursus divergentibus. Quodsi vero Ellychnium L fuerit quoque in Foco Lentis FE Radii post Refractionem sunt itidem paralleli (§. 203). Quare cum Lumen hoc per se satis intensum cum altero non minus intenso concurrat, per intervallum Diametri à Lente Lumen inten-

intensissimum (§. 84. *Optic.*). Et licet postea decrefcatur, quia tamen diverfi trames Radium parallelorum cum divergentibus procul admodum progrediuntur (§. 206), Lumen fati intensum ad insignem distantiam propagatur. *Q. e. d.*

SCHOLIUM.

209. Lucernarum istiusmodi usus est, si nocturno tempore Objecta procul diffita detegenda. Profunt item, si Cancrī & Pisces de nocte congregandi, ut captentur.

COROLLARIUM.

210 Quodsi ad diversa loca, e. gr. per plures plateas, Lumen una transmittendum, pluribus opus est Tubis cum Lentibus Vitreis pluribusque Speculis Concavis iisdem oppositis.

THEOREMA XLVII.

211. Si H fuerit Centrum Convexitatis superioris, & I Centrum Convexitatis inferioris Lentis utrinque Convexa, CH ad CD in Ratione Refractionis; Radii ex C in Lentem incidentes post Refractionem in E concurrunt, ita ut EI ad EF sit in ratione Refractionis.

DEMONSTRATIO.

Etenim post primam Refractionem intra Lentem propagantur paralleli (§. 121): ergo post alteram uniuntur in E, ita ut EI ad EF sit in Ratione Refractionis (§. 121). *Q. e. d.*

COROLLARIUM.

212. Si Lens Vitrea fuerit; erit CD = 2DH (§. 26) & EF = 2IF (§. 41). Quare si Punctum radians C à Lente Convexa AB distet intervallo Diametri Convexitatis ADB; Punctum concursus E ab eadem distat intervallo Diametri Convexitatis alterius AFB.

THEOREMA XLVIII.

213. Si C sit Centrum Lentis Planoconvexae LM, fueritque NB ad NC in Ratione Refractionis & ex Puncto ulteriori A incidat Radius AD Axi vicinus; post duplicem Refractionem eidem occurret in F, ita ut posita Ratione Refractionis = n : m sit (n - m) AB = mBC : AB = mBC : EF. Tab. IV. Fig. 30.

DEMONSTRATIO.

Si enim fiat AB = d, BC = a; erit, GE = nad : [(n - m) d - ma] (§. 122). Sed GE : FE = n : m (§. 80). Ergo EF = mad : [(n - m) d - ma], consequenter.

(n - m) d - ma : ma = d : EF hoc est, (n - m) AB - mBC : mBC = AB : EF. *Q. e. d.*

COROLLARIUM I.

214. Ergo si Lens Vitrea, erit AB - 2BC : 2BC = AB : EF (§. 26), adeoque cum 2BC sit distantia Foci principalis, hoc est, Radium parallelorum (§. 174), erit ut differentia distantiae Foci principalis à distantia Puncti radiantis ad priorem, ita distantia posterior ad distantiam Foci minus principalis seu Radium convergentium.

COROLLARIUM II.

215. Si Lens Aquea fuerit, erit AB - 3BC : 3BC = AB : EF (§. 28). Quare cum 3BC sit distantia Foci principalis (§. 177); eadem Regula Lentibus Vitreis & Aqueis satisfacit.

THEOREMA XLIX.

216. Si C fuerit Centrum Convexitatis inferioris IB & H superioris DE, PE ad PH habeat rationem Refractionis, sitque praterca AP : PH = AE : EF & FP : PC = FB : BG; Tab. IV. Fig. 31.

Tab. IV. Fig. 31. *erit G Punctum concursus Radium Axi vicinorum & ex Puncto A oblique incidentium.*

DEMONSTRATIO.

Est enim $AP:PH = AE:EF$, vi Refractionis in D factæ, (§.125). Cum adeo Radius DI in inferiorem Superficiem incidens ad Punctum F tendat, & ex Medio densiore in rarius egrediat per *hypoth.* erit $FP:FB = FC:FG$ (§. 165). Est igitur etiam $FP:FC = FB:FG$ (§. 173. *Arithm.*); consequenter $FP:PC = FB:BG$ (§. 193. *Arithm.*). *Q. e. d.*

PROBLEMA XX.

217. *Data Ratione Refractionis PC:PB, Semidiametris Convexitatum CB & EH, atque distantia Puncti radiantis A ultra Centrum C; invenire Punctum G, ubi Radius AD Axi vicinus & oblique incidens post Refractionem cum eodem concurrat.*

RESOLUTIO.

1. Quærat Punctum concursus F, ad quod, vi primæ Refractionis, tendit Radius AD (§.122).
2. Hinc investigetur Punctum G, ad quod, vi secundæ, cum Axe concurrat (§.165).

Idem Problema resolvitur utendo Analogiis Theorematis præcedentis, quamvis paulo prolixius, si Calculo uti, non Geometrica constructione contentus esse volueris. In hoc altero vero casu Solutio posterior priori præfertur.

THEOREMA L.

218. *Si C fuerit Centrum Convexitatis superioris DB & H Centrum inferioris*

ris EI Lentis utrinque Convexa sive aequaliter, sive inaequaliter, & NB habeat ad NC itemque OI ad OH Rationem Refractionis, sitque præterea AN:NC = AB:FB & FO:OH = FI:GI; erit G Punctum, ubi Radius AD oblique ex A incidens cum Axe post Refractionem concurrat.

DEMONSTRATIO.

Quoniam NB ad NC Rationem Refractionis habet, & $AN:NC = AB:FB$, per *hypoth.* Radius AD, vi primæ Refractionis, ex Puncto F dispergitur (§.131). Quare cum porro sit OI ad OH in Ratione Refractionis & $FO:OH = FI:GI$, per *hypoth.* erit G Focus Radium Axi vicinorum ex A incidentium (§.148). *Q. e. d.*

PROBLEMA XXI.

219. *Datis Ratione Refractionis Semidiametris Convexitatum BC & IH, atque distantia Puncti radiantis A inter Centrum H & Lentem; invenire Focum G.*

RESOLUTIO.

1. Quærat Punctum F, unde Radius, vi primæ Refractionis in D factæ, dispergitur (§.128).
2. Hinc ulterius investigetur Punctum G, ubi Radius, post alteram Refractionem, cum Axe concurrat (§.145).

Si Geometrica constructione contentus sis, per Theorema præcedens optime absolvetur.

SCHOLIUM

220. *Ex his abunde patet, quomodo in omni casu reliquo, vi Principiorum in Capite præcedenti expositorum, Focus determinari possit; si nempe Radius in Lentem quamcunque*

Convexam incidens ad Punctum aliquod tendere supponatur; ea igitur ut prolixè hic persequamur superfluum esse videtur. Nimirum non alio sine Refractionem indagavimus in Superficiebus Sphæricis & Planis pro diversitate Radiorum incidentium & densitatis Mediorum, per quæ ante & post Refractionem propagatur, quam ut inde Refractio in Lentibus determinari possit. Consideremus itaque potius, quid accidat Radiis à Punctis extra Axem Lentium sitis incidentibus vel etiam ad Puncta extra Axem Lentium sita tendentibus.

PROBLEMA X.

221. *Invenire Focum Radiorum ex Puncto K extra Axem AF sito in Lentem utcumque Convexam incidentium.*

RESOLUTIO.

Illud satis patet, si Refractio in unica tantum superficie fiat, Punctum radians K semper esse in Axe, qui est recta ex Puncto dato K per Centrum Superficie, in quam incidit, ducta (§.21). Unde, per Principia in Capitibus præcedentibus tradita, in omni casu haud difficulter Focus Radiorum inde incidentium determinabitur: quod adeo unico in casu demonstrasse suffecerit.

1. Sit itaque Lens utrinque Convexa ML, Axis Lentis AF, Punctum extra Axem K & Kf ducatur per Centrum C Convexitatis superioris, Radius KD irrefractus transibit & Punctum f, ad quod, vi primæ Refractionis, tendit Radius KE, determinabitur (§.122).
2. Ex f ducatur ad Centrum H Convexitatis inferioris LIM recta Hf, quæ erit Axis aliquis Diaphani, cujus Superficies LIM (§.21). Cum adeo Radius Ef ad Punctum ftendat

& in Cavitate ex Diaphano densiori in rarius refringatur; Punctum concursus g determinabitur (§.165): quod esse Focum, in quo colliguntur Radii ex K venientes, per se patet. Tab. IV. Fig. 33.

THEOREMA LI.

222. *Foci g & G Radiorum ex Punctis A & K à Centro ad sensum equaliter distantibus in Lentem quomodocunque Convexam incidentium ab ea equaliter ad sensum distant.*

DEMONSTRATIO.

Quoniam CA=CK per hypoth. & CE=CD (§.40. Geom.); erit EA=DK (§.91. Arithm.). Est vero $(n-m)AE - mCE : mCE = AE : FE$ & $(n-m)KD - mDC : mDC = KD : Df$ (§.122). Quamobrem cum sit $(n-m)AE - mCE : nCE = (n-m)KD - mDC : nDC$ (§.168. Arithm.); erit $AE : FE = KD : Df$ (§.167. Arithm.), consequenter $EF = Df$ (§.177. Arithm.) & ob CE=CD (§.40. Geom.) $CF = Cf$ (§.91. Arithm.). Jam cum Angulus ACK exiguus supponatur; erunt Anguli fHC & CfH multo magis exigui (§.239. Geom.), consequenter Hf ipsis HC & Cf simul sumtis ad sensum æqualis, & hinc $Hf = HF$ (§.88. Arithm.). Quare etiam Hg ipsi HG (§.165) & inde ob HI=HB (§.40. Geom.) porro Bg ipsi IG ad sensum æqualis (§.91. Arithm.). Q. d. d.

THEOREMA LII.

223. *Focus Radiorum divergentium à Lente longius distat Foco Radiorum* Tab. IV. Fig. 30.

Tab. *parallelorum, & distantia Foci in priori*
 IV. *casu major aut minor est pro distantia*
 Fig. 30. *Puncti radiantis majore aut minore.*

DEMONSTRATIO.

Ponamus Refractionem fieri in Lente Plano-convexa, distantia Foci Radiorum parallelorum HE erit 2BC, si C sit Centrum Convexitatis (§. 168. 174). Sed distantia Foci Radiorum divergentium FE est 2BC. AB: (AB — 2BC) (§. 214). Est itaque HE: FE = 2CB: $\frac{2CB \cdot AB}{AB - 2BC}$ = AB — 2BC: AB (§. 178. 181. *Arithm.*). Quare cum AB — 2BC < AB; erit HE < FE. *Quod erat unum.*

Sit 2BC = b, AB in casu uno = a, in altero = ea; erit a — b: a = ea — cb: ea (§. 178. *Arithm.*). Est vero ea — cb < ea — b (§. 92. *Arithm.*). Ergo ea — cb: ea (= a — b: a) < ea — b: ea (§. 182. *Arithm.*) adeoque HE ad FE in priori casu Rationem majorem habet quam in posteriori (§. 203. *Arithm.*). Ergo distantia Foci Radiorum divergentium in casu priori minor, quam in posteriori (§. 206. *Arithm.*). *Quod erat alterum.*

Eodem modo ostenditur utrumque in quocunque casu alio. *Q. e. d.*

THEOREMA LIII.

224. *Objectorum Lenti quomodocunque Convexa oppositorum Imagines in Foco ejus inverso situ depinguntur.*

Tab. IV. Fig. 33.

DEMONSTRATIO.

Omnes enim Radii à Puncto A venientes in Foco, G concurrunt (§. 218);

Radii vero ex Puncto K emanantes in Foco g, & Radii à Punctis intermediis inter A & K adventantes in Punctis intermediis inter g & G uniantur (§. 222). Radii igitur ex Puncto K propagati post Refractionem, quasi ex g radiant, & à Puncto A propagati quasi ex G emittuntur, consequenter Punctum K in g, Punctum A in G videri debet (§. 348. *Optic.*). Objecti adeo Imago in Foco situ inverso delineatur. *Q. e. d.*

COROLLARIUM I.

225. Hinc si Charta, in loco præsertim obscuro, Lenti Convexæ in distantia Foci objiciatur; Imagines Objectorum in eam radiantium situ inverso quam distinctissime suisque nativis coloribus delineatur.

COROLLARIUM II.

226. Imagines Objectorum vicinorum in majori distantia distincte delineantur Imagines vero remotorum in minore (§. 223).

COROLLARIUM III.

227. Neque Focus adeo Radiorum Solarium aliud est, quam Imago Solis.

COROLLARIUM IV.

228. Hinc in Ecclipsibus Solaribus Imago Solis deficientis jucundo spectaculo Lentibus grandioribus Ligno inuritur.

COROLLARIUM V.

229. Quodsi ergo Lentem quancunque Convexam Objectis tam vicinis quam remotis obvertas & Chartam eidem subjicias in qua Imago distincte repræsentatur; Foci ab ea distantiam dimetiri & inde semidiametrum Convexitatis (§. 168. 193) conjicere licebit.

SCHOLION I.

230. *Hoc modo explicari possunt, quæ supra de Focis demonstrata sunt.*

COROLLARIUM VI.

231. Quodsi Speculum Concavum ita constituas, ut Imago univ[er]sa per refractionem formata sit inter Centrum & Focum, vel etiam ultra Centrum; per reflexionem rursus invertetur, adeoque erecta apparebit, in priori casu ultra Centrum (S. 253. *Catoptr.*), in posteriori intra Centrum (S. 254. *Catoptr.*)

SCHOLIUM II.

232. *Hoc Artificium debetur* JOHANNI BAPTISTÆ PORTÆ (a).

COROLLARIUM VII.

233. Si post Lentem HI Speculum Planum CD sub Angulo semirecto ad Planum Horizonti parallelum inclines atque Planum Horizontale FG ita subternas, ut $D\alpha = D\beta$ & $Cb = C^\beta$: Imago, quæ remoto Speculo inversa videretur in $\beta\alpha$ nunc situ erecto videbitur in ab , quia Punctum A à Puncto Speculi D in a & B à Puncto Speculi C in b reflectitur (S. 24. *Catoptr.*).

COROLLARIUM VIII.

234. Si post Imaginem $\alpha\beta$ per Refractionem in Lente CD factam constituatur Lens altera Convexa EF, ita ut Imago inversa $\alpha\beta$ sit extra Focum ejus; Imago hæc perinde ac Objectum aliquod in eam radiabit (S. 348. *Optic.*). Per Refractionem itaque in altera Lente formabitur Imago inversa ba Imaginis inversæ $\alpha\beta$ (S. 224), hoc est, erecta Objecti AB. Unde patet novum Artificium Imagines erigendi, si duæ Lentes utrinque Convexæ Tubo ductitio inferantur.

SCHOLIUM III.

235. *Lentes vel ejusdem sunt Spharicitatis, vel (quod præstat) anterior majoris Spharæ segmentum existit. Sed cum non quævis Vitrorum proportio commoda deprehendatur (Lens enim interior si Spharæ exiguæ segmen-*

Wolfii Oper. Mathem. Tom. III.

tum, Imagines obscuræ evadunt); ideo ex ZAHNIO (b) proportionem Diametrorum in particulis centesimis pedis huc apponere libet.

Vitrūm anterius utrinque Convexum.	50	25	Vitrūm anterius Plano Convexum.	Vitrūm interius utrinque Convexum.	40. 45. 50
	55	27½			40. 45. 50. 55
	60	30			40. 45. 50. 55. 60
	65	32½			45. 50. 55. 60. 65
	70	35			50. 55. 60. 65. 70
	75	37½			55. 60. 65. 70. 75
	80	40			60. 65. 70. 75. 80
	85	42½			65. 70. 75. 80. 85
	90	45			70. 75. 80. 85. 90
	95	47½			75. 80. 85. 90. 95
100	50	80. 85. 90. 95. 100			
110	55	90. 95. usque ad 110			
120	60	& ita porro,			
130	65				
140	70				
150	75				
200	100				

Nimirum si Lentis prioris Diameter fuerit $\frac{50}{100}$ seu dimidii pedis; erit commode Lentis posterioris Diameter $\frac{40}{100}$, vel $\frac{45}{100}$, vel $\frac{50}{100}$. Et eadem manebit Lentis posterioris Diameter, si anterior fuerit Plano-convexa & Diameter ejus $\frac{25}{100}$ pedis.

PROBLEMA XXIV.

236. *Cameram Obscuram construere; in qua Imagines Objectorum externorum distinctissima suisque nativis coloribus situ vel inverso, vel si mavis erecto represententur.*

RESOLUTIO.

I. Cubiculum quodcumque, ex quo fenestra patet in locum multis Objectis oblitum, totum obscuretur, nonnisi exiguo in fenestra Foramine relicto.

E e

2.Fo-

(a) Magiæ Natural. Lib. XVII. Cap. 6.

(b) Oculi artific. fund. r. Synt. 3. Cap. 4. f. m. 170.

2. Foramen muniatur Lente vel Planoconvexa, vel utrinque Convexa, quæ sit majoris Sphæræ segmentum.
3. In distantia debita, per Experimentiam facile definienda, collocetur Charta vel Velum expansum.

In hac enim Objectorum Imagines desideratæ delineabuntur inversæ (§.224).

4. Quodsi vero easdem situ erecto comparere malueris; id vel ope Speculi Concavi (§.231), vel ope Speculi Plani (§.233), vel ope duarum Lentium Tubo ductitio inclusarum (§.214) efficies.

Aliter.

Quodsi Cameram obscuram portatilem aut Cistulam Parastaticam desideres.

1. Ex Ligno arido paretur Cistula ABCD figuram parallelepipedum habens, cujus latitudo 9 circiter digitorum, longitudo duorum vel plurium pedum, pro diversa magnitudine Diamentrorum Lentium.
2. In Plano AC applicetur Tubus ductitius EF cum duabus Lentibus, aut, ut Imago minori à Tubo intervallo distet, tribus utrinque Convexis. Diametri anteriorum æquales e. gr. $\frac{60}{100}$ pedis, Diameter interioris minor e. gr. $\frac{40}{100}$ (§.235).
3. Intra Cistulam perpendiculariter in debita à Tubo distantia erigatur Charta Oleo imbuta & subscudibus agglutinata GH, ut Imagines in eam trajectæ transparent.
4. Denique in I fiat Foramen rotundum, ut ambobus Oculis commode introspicere possis.

Quodsi Tubum Objectis obvertas; Lentibus rite collocatis, quarum distantiam Experimentia optime definit; in Charta GH Objecta ut ante delineabuntur, situ erecto.

Aliter.

1. In medio Cistulæ erigatur Turricula T rotunda vel quadrata HI versus F Objectum AB aperta.
2. Pone aperturam inclinetur sub Angulo 45 gradum Speculum Planum exiguum ab, quod
3. Radios Aa & Bb reflectat in Lentem utrinque Convexam G Tubulo GL inclusam.
4. In distantia Foci substernatur Tabula Charta munda obducta EF Imaginem Bz exceptura.
5. Denique in NM fiat Foramen oblongum, per quod introspicere possis.

SCHOLIUM.

237. *Usus Camerae obscuræ multiplex. Naturam Visionis optime declarat, ita ut non immerito Oculus Camera obscura naturalis & vicissim Camera obscura Oculi artificialis appelletur. Jucundissima spectacula exhibet, tum quod Imagines objectis suis simillimas suisque nativis coloribus tinctas representet, tum quod motus quoscunque una exprimat, quod posterius præsertim Ars nulla imitari potest. Artis Pictoriæ peritus ex contemplatione harum Imaginum multa annotabit, quæ ad perfectionem illius tendunt: Artis vero imperitus Objecta quævis accurate delineabit, si præsertim tertiam structuram à nobis expositam sibi elegerit. Tum vero Camera obscura etsi portatilis tantæ amplitudinis construi debet, ut homo tuto ingredi & commode juxta Tabulam, in quam projicitur Imago, sedere possit.*

Tab.V.
Fig.36.

LEMMA III.

238. Si fuerint dua Linea parallela AB & CD & eas secent dua alia EF & HI, ita ut Angulus HKB sit ipsi CLF equalis; erit FL ipsi KH parallela.

DEMONSTRATIO.

Est enim $o = x$ (§. 233. *Geom.*) & $o = y$ per *hypoth.* Ergo $y = x$ (§. 87. *Arithm.*) Quare cum sit $y = u$ (§. 156. *Geom.*); erit $u = x$ (§. *cit.* *Arithm.*), adeoque KH ipsi LF parallela (§. 255. *Geom.*). Q. e. d.

THEOREMA LIV.

239. Si Angulus inclinationis SDE in egressu Lentis fuerit equalis Angulo refracto DEM in ingressu; erit Angulus refractus in egressu KDN Angulo inclinationis in ingressu HEG equalis.

DEMONSTRATIO.

Sit ratio S nus Anguli MED ad Sinum Anguli HEG = $m : n$; erit Sinus Anguli SDE ad Sinum Anguli KDN itidem = $m : n$ (§. 37). Sed Sinus Anguli SDE æqualis est Sinui Anguli MED per *hypoth.* Ergo Sinus Anguli HEG Sinui anguli KDN æqualis est (§. 177. *Arithm.*); consequenter Anguli HEG & KDN aequales sunt, Q. e. d.

THEOREMA LV.

240. In Vitro utrinque Plano parallelarum Basium AB & PQ, Radius KD post duplicem Refractionem sit incidenti GE parallelus.

DEMONSTRATIO.

Sint CN & HM Axes refractionis. Quoniam AB ipsi PQ parallela per *hypoth.* & CN ad PQ atque HM ad AB perpendicularis (§. 10); erit quoque HM

ad PQ perpendicularis (§. 230. *Geom.*), adeoque HM ipsi CM parallela (§. 256. *Geom.*). Cum adeo MED = SDE (§. 233. *Geom.*); erit etiam HEG = KDN (§. 239), & hinc KO ipsi IG parallela (§. 238). Q. e. d.

Tab. IV. Fig. 39.

COROLLARIUM I.

241. Quodsi PQ tangat Arcum ADB in D, cujus Centrum in C; erit QD ad CD perpendicularis (§. 308. *Geom.*). Quare cum etiam CN ad AB perpendicularis supponatur; erit PQ ipsi AB parallela. Radius igitur ED incidens in Superficiem Concavam BDA perinde refringitur ac si in Planam QP incideret (§. 48) & hinc Radius refractus DK incidenti GI parallelus (§. 240).

COROLLARIUM. II.

242. Eodem modo patet, si Radius KD sit incidens, fore refractum EG eidem parallelum.

THEOREMA LVI.

243. Si C fuerit Centrum Convexitatis inferioris, M vero superioris, & crassities Lentis IH ita divisa in S, ut MI : CH = IS : SH; Radius DK post duplicem Refractionem in Lente utrinque Convexa factam, erit incidenti GE parallelus.

Tab. IV. Fig. 40.

DEMONSTRATIO.

Quia MI : CH = IS : SH per *hypoth.* erit etiam MI : IS = CH : SH (§. 173. *Arithm.*), & hinc MI : MS = CH : CS (§. 193. *Arithm.*), hoc est, ob MI = ME & CH = CD (§. 40. *Geom.*), ME : MS = CD : CS (§. 168. *Arithm.*). Quare cum Verticales ad S sint æquales (§. 156. *Geom.*), erit CDS = MES (§. 237. *Geom.*). Tangat jam recta AB Lentem in Puncto incidentiæ E in ingressu,

Tab.V. & PQ in Puncto incidentiæ D in egressu : Radius in GE in Superficie Convexa perinde refrangetur, ac in Plana, quæ in E Lentem tangit, & Radius KD in Superficie Concava perinde refractus ac si incidisset in Planam, quæ in Puncto D Lentem tangit (§. 48), eruntque MEA & CDQ Anguli recti (§. 308. *Geom.*), consequenter AED = EDQ (§. 91. *Arithm.*). Est igitur AB ipsi PQ parallela (§. 255. *Geom.*), & hinc si DE sit Radius per Lentem transiens, erit, post alteram Refractionem, Radius DK incidenti GE parallelus (§. 240). *Q. e. d.*

THEOREMA LVII.

Tab V. 244. *Imago ab Objecti AB post Lentem Convexam FE delineata est ad ipsum Objectum AB quoad Diametrum, in ratione distantia Imaginis Cd ad distantiam Objecti CD.*

DEMONSTRATIO.

Quoniam quodlibet Objecti Punctum per totam Lentem FE radiat; necessario Radius unus ex A proveniens per Punctum C transit, quod refractum Ca facit incidenti AC parallelum (§. 241. 242. 243). Eodem modo patet, Radium aliquem Cb esse incidenti BC parallelum. Quodsi Lentis crassities contemnatur, AC & Ca, itemque BC & Cb pro una recta haberi possunt. Quare cum ob parallelismum AB & ab, $o = x$ (§. 233. *Geom.*) & verticales ad C sint æquales (§. 156. *Geom.*), Triangulum aCb alteri ACB simile est (§. 267. *Geom.*), adeoque $ba : AB = Cd : CD$ (§. 396. *Geom.*). *Q. e. d.*

COROLLARIUM I.

245. Quia Imago Objecti remotioris minus distat à Lente quam vicinioris (§. 226), Imago remotioris minor est quam vicinioris.

COROLLARIUM II.

246. Quoniam distantia Imaginis à Lente major est, si Lens FE fuerit majoris Sphæræ segmentum, quam si minoris extiterit (§. 168. 193); Imago quoque in casu priore major est, in posteriore minor.

COROLLARIUM III.

247. Imago igitur ab tantæ magnitudinis est, quantæ foret, si Objectum AB radiaret in locum obscurum per exiguum Foramen in parietem eodem intervallo remotum, quo Focus à Lente distat (§. 120. *Optic.*).

COROLLARIUM IV.

248. Quando Objectum minus distat à Lente Foco Radium parallelorum, Imaginis distantia major est quam Objecti (§. 224. 219); alias vero distantia Imaginis minor quam Objecti existit (§. 214). In casu itaque priore Imago major est Objecto, in posteriore minor (§. 246).

COROLLARIUM V.

249. Quia omnes Radii ab Axe non nimis remoti in eodem Puncto uniuntur per Refractionem, si ab eodem inciderint; si pars aliqua Lentis prope Axem tegatur, aut Bullæ quædam, vel Arenulæ, vel denique Nævi quidam polituræ in Lente observentur; nihil tamen horum in unam Imaginis partem magis redundat, quam in reliquam.

SCHOLIUM I.

250. Si Imagines Objecto majores sunt; non satis distincte apparent, quia tum pauciores sunt Radii, qui in eodem Puncto post Refractionem concurrunt, unde contingit Radios

lios à diversis Punctis Objecti emanantes in eodem Imaginis Puncto terminari. Sed hæc causa confusionis (§. 76. *Optic.*).

SCHOLIUM II.

251. Hinc apparet, non eandem in quovis casu admitti Lentis aperturam, si arcere voveris Radios distinctioni nocituros. Quamvis autem tum Imago maxime distincta, si Radiis tantum prope Axem concedatur ingressus; ob Radiorum tamen defectum obscurior est: obscuritas vero etiam obstat, quominus Imago satis distincta appareat.

THEOREMA LVIII.

252. Si Oculus fuerit in Foco F Lentis utrunque Convexæ; Objectum AB situ videt erecto & auctum in ratione distantia ejus ab Oculo FM ad Oculi à Lente distantiam FL, si vicinum fuerit: in infinitum, si fuerit remotum.

DEMONSTRATIO.

Sit Radius ML in Axe Lentis: erit ergo ad utramque Superficiem perpendicularis (§. 21) adeoque per utramque irrefractus transit (§. 25). Ducatur BN Axi ML parallelus. Quia in F Focus est Radiorum parallelorum per hypoth. Radius BN refringetur in F (§. 22). Objectum igitur MB videtur per Radios refractos sub Angulo LFN. Sed per irrefractus videtur sub Angulo MFB: in priore itaque casu auctum apparet (§. 209. *Optic.*), situ tamen erecto, quia Punctum dextrum B per Radium FN videtur versus dextram; sinistrum vero M per Radium FL versus sinistram. Quod erat unum.

Quoniam Arcus LN exiguus, ut pro recta haberi possit & ob Angulos ad L & M rectos per hypoth. BM ipsi LN pa-

rallela (§. 256. *Geom.*); erit FM: FL Tab.V. = MB: LE (§. 268. *Geom.*). Sed ob Fig. 42. parallelismum rectorum ML & BN. per hypoth. MB = LN (§. 226. *Geom.*) & Objectum apparens est ad verum, ut LN ad LE, tantæ nimirum magnitudinis videntur verum & apparens, quantæ LE & LN in distantia FL videntur (§. 209. *Optic.*). Est igitur Diameter apparentis ad Diametrum veræ, ut FM ad FL (§. 168. *Arithm.*). Quod erat alterum.

Si distantia Objecti nimis longinqua, ratio FL & FM quavis data tandem major evadit, adeoque Imago in infinitum augetur.

THEOREMA LIX.

253. Si Oculus G fuerit in Axe Lentis Convexæ MF, sed inter Focum O & Tab.V. Lentem DE; Objectum videtur situ erecto, sed auctum quoad Diametrum in Ra- Fig. 43. tione composita distantia Puncti F, ad quod Radius BE irrefractus tendit, à Lente FL ad distantiam Oculi ab eadem GL, & distantia Objecti ab Oculo GM ad distantiam ejusdem Objecti à Puncto, ad quod Radii irrefracti tendunt, FM, hoc est, ut FL. GM ad GL. FM.

DEMONSTRATIO.

Coincidit cum Demonstratione Theorematis 13. (§. 83).

COROLLARIUM.

254. Si Objectum AB fuerit longinquum, GF respectu ipsius GM tandem evanescit, adeoque FM ipsi GM redditur Physice aequalis, consequenter magnitudo apparens ad veram quoad Diametrum, in ratione FL ad GL.

SCHOLIION.

Tab. V. 255. *Punctum F, an quod Radius BE irrefractus tendit per superiora determinari potest. Immo data latitudine Objecti MB, una cum Angulo MBE, qui ob parallelismum rectorum LI & MB ipsi LIB equalis, si nempe LI sit normalis ad GM; in Triangulo ad M rectangulo reperietur FM (§. 36. Trigon.).*

THEOREMA LX.

Tab. V. 256. *Si Oculus G, ultra Focum O constitutus, per Lentem utcumque Convexam videat Objectum AB, sitque F Punctum, unde Radius ab extremo B incidens BE divergit remotius à Lente ipso Objecto AB; Objectum videbitur situ erecto, & auctum in ratione composita FL ad FM & GM ad GL.*

DEMONSTRATIO.

Quoniam Objectum MB per Radios refractos sub Angulo LGE, per irrefractus vero sub Angulo LGN videtur; in priore casu auctum videri debet (§. 209. *Optic.*). Et quia Punctum extremum B per Radium GE videtur, M vero per Radium GM; dextrum extremum videtur versus dexteram, sinistrum vero versus sinistram, hoc est, Objectum situ erecto videtur. *Quod erat unum.*

Patet vero ex Theorematis 58. Demonstratione (§. 252); magnitudinem veram esse ad apparentem quoad Diametrum ut LN ad LE & LE haberi posse pro recta ipsi MB parallela. Est itaque (§. 268. *Geom.*).

$$FM : FL = MB : LE$$

$$GM : GL = MB : LN$$

Ergo

$$LE = MB \cdot FL \cdot FM \text{ \& } LN = MB \cdot GL \cdot GM,$$

consequenter

$$LE : LN = \frac{MB \cdot FL}{FM} : \frac{MB \cdot GL}{GM}$$

hoc est, $LE : LN = GM \cdot FL : FM \cdot GL$
(§. 178. 181. *Arithm.*). *Q. e. d.*

THEOREMA LXI.

257. *Si Objectum AB à Lente Convexa adeo distet, ut Radius BE, qui in Oculum G refringitur ex Puncto Axis F inter Lentem & Objectum sito ab eo divergat; situ videbitur inverso, estque magnitudo apparens LE ad veram LN, in Ratione composita FL ad EM & GM ad GL.*

DEMONSTRATIO.

Quia Objectum AB ita situm est, ut Radius BE in Oculum G refractus Axem secet in F; Punctum B videbitur per Radium GE, adeoque versus sinistram. Et quia M per Radium GM videtur, idem versus dexteram apparet. Ergo BM situ inverso videtur. *Quod erat unum.*

Ex antecedentibus vero constat, magnitudinem veram ad apparentem, esse, in Ratione LN ad LE. Quare cum EN, vi antecedentium Demonstrationum, haberi possit pro recta ad FL perpendiculari & ipsi AB parallela; erit $GM : GL = MB : LN$ (§. 268. *Geom.*), adeoque $LN = MB \cdot GL : GM$, & cum Anguli ad L & M recti, verticales ad F æquales (§. 156. *Geom.*), $FM : FL = MB : EL$ (§. 267. *Geom.*), adeoque $LE = FL \cdot MB : FM$. Quare

$$LE : LN = \frac{FL \cdot MB}{FM} : \frac{GL \cdot MB}{GM}$$

hoc est, $LE : LN = FL \cdot GM : GL \cdot FM$
(§. 178. 181. *Arithm.*). *Quod erat alterum.*

COROLLARIUM I.

258. Si fiat $GM = a$, $GL = b$, $FM = c$, $FL = d$, fueritque $\frac{a}{b} > \frac{c}{d}$; erit $\frac{ad}{bd} > \frac{cb}{bd}$. (§. 235. *Arithm.*); consequenter $ad > cb$ (§. 182. *Arithm.*). In hoc itaque casu, in quo GM ad GL rationem majorem habet, quam FM ad FL , $LE > LN$ (§. 257), hoc est, Objectum MB videtur auctum.

COROLLARIUM II.

259. Si fuerit $\frac{a}{b} < \frac{c}{d}$; erit $\frac{ad}{bd} < \frac{cb}{bd}$ (§. 235. *Arithm.*), consequenter $ad < cb$ (§. 182. *Arithm.*). In hoc igitur casu, in quo GM ad GL rationem minorem habet, quam FM ad FL , $LE < LN$ (§. 257), hoc est, Objectum MB videtur minutum.

COROLLARIUM III.

260. Si fuerit $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$; erit $\frac{ad}{bd} = \frac{cb}{bd}$ (§. 235. *Arithm.*); consequenter $ad = cb$ (§. 93. *Arithm.*). In hoc igitur casu, in quo GM ad GL rationem eandem habet, quam FM ad FL , $LE = LN$ (§. 257), hoc est, Objectum MB tantæ magnitudinis Oculo ænato apparet, quantæ à nudo videtur.

THEOREMA LXII.

261. Si Oculus fuerit in Foco F ; invisibile AB ejusdem constanter magnitudinis apparet, quæcumque intervallo à Lente removeatur.

DEMONSTRATIO.

Quoniam Radius BN Axi MF parallelus, in Focum F refringitur (§. 22), & distantia LF constans supponitur; Angulus visorius LFN semper idem manet. Objectum igitur MB ad quamcunque distantiam LM ejusdem semper magnitudinis apparet (§. 209. *Optic.*). *Q. e. d.*

DEFINITIO XXIII.

262. *Polyedrum* est Lens ex Superficiebus Planis in Convexitatem dispositis composita.

THEOREMA LXIII.

263. Si Radii EF , AB , CD paralleli incidunt in Superficiem *Polyedri*; post Refractionem etiam sunt paralleli. Tab.V. Fig.46.

DEMONSTRATIO.

Quia Superficies *Polyedri* componitur ex Planis in Convexitatem dispositis (§. 262) & Radii paralleli incidunt, post Refractionem in ingressu factam etiam sunt paralleli (§. 49). Cum adeo in Superficiem Planam LM paralleli incidant; post alteram itidem Refractionem paralleli sint necesse est (§. cit.). *Q. e. d.*

COROLLARIUM I.

264. Quodsi *Polyedrum* fuerit regulare, LH , HI , IM sunt veluti tangentes Lentem Sphæricam Convexam in F , B & D , consequenter Radii in Puncta contactus incidentes Axem intersecant (§. 166). Quare cum reliqui sint iidem paralleli (§. 263); iidem quoque prope G se mutuo intersecare debent.

COROLLARIUM II.

265. Quodsi ergo Oculus ibi constituitur, ubi Radii paralleli decussantur, à singulis Hedris Radii paralleli ab eodem Objecto promanantes in eum propagantur. Quare cum Humor ChrySTALLINUS, utpote Lenticula Convexa (§. 34. *Optic.*), Radios parallelos uniat (§. 178); in totidem diversis Retinæ Punctis a , b , c uniuntur Radii, quot sunt Vitri LBM Hedræ; consequenter Oculus per Vitrum *Polyedrum* toties videre potest Objectum, quot sunt Hedræ, si debito loco constituitur (§. 70. *Optic.*).

Co-

COROLLARIUM III.

266. Quoniam Radii ab Objectis longinquis venientes sunt paralleli (§. 93. *Optic.*); Objectum remotum per Vitrum Polyedrum toties videtur, quot sunt Hedræ ipsius (§. 265).

THEOREMA LXIV.

Tab.V. Fig.47. 267. Si à Puncto radiante A in diversa Polyedri regularis Plana incidant Radii AB, AC, AD; post Refractionem in G decussantur & à singulis Planis venientes ad singulas plagas tendunt nonnihil divergentes.

DEMONSTRATIO.

Quoniam HI ipsi KL parallela & AB ad HI perpendicularis per *hypoth.* erit etiam eadem ad KL normalis (§. 130. *Geom.*), adeoque Radius Ab irrefractus transit (§. 25). Cum vero KH, HI, IL considerari possint instar tangentium Lentem Convexam, Radii in Puncta contactus incidentes Axem Ab post refractionem secant (§. 213). Incidat jam Radius AK in idem Planum, in quod incidere supponitur AC ad Punctum contactus, sintque PQ & RS ad Planum perpendiculares, hoc est, Axes refractionis (§. 10). Quoniam $o > x$ (§. 188. *Geom.*); cum sit $o + u = y + x$ (§. 233. *Geom.*), erit $y > u$ (§. 92. *Arithm.*), consequenter $n > m$ (§. 26). Quamobrem cum Anguli QCK & SKC simul sumti sint duo recti per *demonstr.* erunt TCK & OKC simul sumti duobus rectis majores (§. 90. *Arithm.*), & ideo Radii KO & CT post primam Refractionem divergunt (§. 261. *Geom.*): non tamen multum divergunt, quia, ob parvitatem Anguli A, o & x non multum

differunt (§. 239. *Geom.*), adeoque & T u atque y tanquam complementa ad rectos, consequenter m atque n ab æqualitate parum absunt (§. 26). Radius itaque KO etiam post alteram Refractionem à Radio CT nonnihil divergit (§. 68). Cum adeo Radii per Puncta contactus transeuntes Axem secant per *demonstrata*; reliqui ipsis vicini post Refractionem parum divergentes similiter sese in vicinia interfecare debent & ideo post Refractionem, qui ab uno Plano veniunt, ad eandem quoque plagam tendunt; qui veniunt ab alio, ad aliam progrediuntur. Q. e. d.

COROLLARIUM

265. Quodsi Oculus ibi constituitur, ubi Radii à diversis Planis advenientes decussantur; à singulis Planis propagantur in eum Radii nonnihil divergentes, hoc est, veluti ex diversis Punctis emanantes Quare cum Humor ChrySTALLINUS, utpote Lenticula Convexa (§. 34. *Optic.*), Radios à Puncto emanantes in uno Puncto iterum colligat (§. 216); in totidem diversis Retinæ Punctis a, b, c uniuntur Radii, quot sunt Vitri LBK Hedræ; consequenter Oculus in Foco G constitutus per Polyedrum toties videt Objectum etiam vicinum, quot sunt Hedræ (§. 70. *Optic.*).

SCHOLION I.

269. Cum in Demonstratione usi simus Theorematis, in quibus Objecta ultra Focum remota supponuntur; Objectum quoque multiplicandum ultra Focum distare debet, ejus nempe Lentis, quæ est segmentum Sphæræ, cui Polyedrum inscribi potest.

SCHOLION II.

270. Me non monente statim apparet, Imagines quoque Objectorum in Camera obscura multiplicari, si foramini apponatur Lens Polyedra

Polyedra & ei in debita distantia jungatur Convexa.

SCHOLION III

271. *Illud quoque praterendum non est, quod Radii Solares in Superficiem LM incidentes post refractionem per singulas Hedras colorati dispergantur, ita ut in Parietem praesertim album illapsi aut Charta munda excepti, totidem Maculas coloratas exhibeant, quot sunt Hedrae Polyedri, tanto quidem splendidiores, quo obscurior fuerit locus, ubi Experimentum capitur. Saepe id expertus sum ope Polyedri LNM Tubo LMH inclusi, ita ut HI esset Planum, in quo Radium per Lentem propagatorum decussatio juxta superiora contingit, tantae adeo amplitudinis, ut omnes Radios per Polyedrum refractos caperet. Radios autem Solares per aperturam Tubi HI in casu presenti immisi.*

SCHOLION IV.

272. *Magis jucunda Spectacula exhibere poteris in Camera Obscura, si Radios a Refractione in Prismate Trigono facta coloratos (S. 183. Optic.) Polyedro paulo majore, h. e. latitudinis 3 aut 4 digitorum excipias. Quodsi Lens a Prismate trium vel quatuor pedum intervallo removeatur, in Pariete aut Charta vicina maculae, de quibus dixi, coloratae multo illustriores apparebunt, Gemmarum quemvis splendorem longe superantes. In Foco autem Polyedri, hoc est, ubi Radii decussantur (in hoc enim Experimento Radii excipiuntur a Superficie Convexa Polyedri) Stella quaedam splendoris prorsus admirandi conspicitur. Non tamen in Radium concursu colores ita confunduntur, ut in Lumen abeant, sed ubi Rursus divergunt, distincti denuo observantur.*

SCHOLION V.

273. *Ceterum quamvis in Demonstratione suppulerimus, Vitrum Polyedrum esse regulare & habere Planum unum HI alteri LM parallelum, haud difficulter tamen apparet, eas quoque a iis Polyedris Sphaerae circumscrip-*

tibilibus applicari posse, modo Radius unus AG supponatur Axis Sphaerae. Quodsi Planum unum fuerit ipsi LM parallelum, Radii per ipsum refracti non erunt colorati.

SCHOLION VI.

274. *Ut Objectum verum digito attingere possis, ita quidem dirigendus, ut ad singulas Imagines digiti singuli tendere videatur: ita nimirum verus quoque digitus ad Objectum tendet. Hoc qui non observant, frustra Objectum attingere conantur. Nonnulli Polyedrum movent in gyrum observantes, quodnam Visibilem maneat immotum: id enim Objectum verum est, apparentibus loca mutantibus, si illana refringentia loca mutant.*

SCHOLION VII.

275. *Quodsi duas Lentas Polyedras in Conspi illa aptes, ut instar aliorum Conspicillorum naso imponi possint; gemino Oculo aperto Objecta multiplicata videntur: quod gratius accidit, quam si Oculo uno per Polyedrum transpiciente alter claudi debet.*

SCHOLION VIII.

276. *Si in Planis Polyedri in Convexitatem dispositis pingantur Imagines coloribus aqua dilutis & Lens ad Foramen Camerae obscurae aptetur; Radii Solares per eam transeuntes secum ferent species istarum Imaginum easque in Parietem oppositum proicient, multo quidem vividiores, si Lente Convexa in Foco Polyedri posita denuo Refractio fiat (S. 268.). Hoc artificium simile est alteri, quo Candela pariter ac Solis Lumine Imago in Charta depicta in Camera obscuram projicitur. Scilicet Charta, in qua Imago depicta, Oleo perungitur &, ne rugas contrahat, Tigillis ligneis agglutinatur: quo facto ante Foramen Camerae obscurae constituitur, Candela accensa pone illam collocata, nisi Solis Lumine illustretur. Radii nimirum Luminis per Chartam pellucidam transeuntes speciem Imaginis cum suis coloribus in Camera obscuram secum ferent.*

Tab. V. Fig. 46.

PROBLEMA XXV.

Tab.V. 277. *Imaginem deformare, quæ per*
 Fig.49. *Vitrum Polyedrum adspecta formosa ap-*
pareat.

RESOLUTIO.

1. Super Tabula Horizontali ABCD erigatur alia AFED ad Angulos rectos.
2. Tabula tam Horizontalis, quam Verticalis habeat incisuras juxta longitudinem dispositas, ita ut intra incisuras Horizontalis AB & DC Fulcrum BHC huc illucque moveri, intra incisuras vero Verticalis ED & FA Charta munda alii compactiori agglutinata demitti & denuo extrahi possit.
3. Ad Fulcrum BHC aptetur Tubus ductitius IK, Lente Polyedra Plano-convexa, ex 24. Planis Triangularibus non nimis magnis in Parabolæ fere Convexitatem dispositis constante, in I instructus. In K Tubus fit obturatus & exiguo tantum Foramine præditus, quod paulo ultra Focum à Lente remotum.
4. Fulcrum BHC à Tabula Verticali removeatur, ut ultra Foci intervallum ab ea distet, eo quidem magis, quo major Imago dissipata per Lentem recolligenda.
5. Ante foramen Tubi K Lampas col-

locetur (non Candela, quia hujus flamma non constanter eadem) & Areolæ Luminosæ in Tabula Verticali seu Charta eidem applicata Plumbagine notentur. Ne tamen facile aberres, in iis designandis, Oculari continuo opus est Observatione, ut nimirum appareat, utrum per Lentem conspectæ unum continuum exhibeant, necne.

6. In Areolis istis pingantur partes, quæ conjunctæ totius cujusdam Imaginem exhibeant, Oculari semper adhibita Observatione, ut per Lentem singulæ bene ordinatæ compareant. Interjecta vero spatia alia Pictura repleantur, opera inprimis data, ut libero etiam Oculo conspecta Pictura Imaginem rei cujusdam ab ea, quæ per Polyedrum videtur, diversæ exhibeat.

Quodsi per Foramen K Picturam contuearis, partes per Areolas dispersæ unam continuam exhibebunt Imaginem, quæ vero in spatiis intermediis depicta sunt, plane non videntur.

SCHOLION.

278. *Si Basis Tubi K amplior fiat & pluribus Foraminibus pertundatur, in eadem Tabula EFDA plures Imagines dissipari possunt, ita ut per singula foramina inspicienti singulæ diversæ appareant Imagines: Sed majori Artificio opus est ad plurimum, quam ad unius dissipationem.*

C A P U T V.

De Refractione Luminis in Lentibus Concavis
& Meniscis.

THEOREMA LXV.

279. *SI* Radii paralleli in Lentem Plano-concavam KL incidunt & FC ad FB fuerit in ratione Refractionis; erit F Focus virtualis.

DEMONSTRATIO.

Quoniam Radius HI Axi FB parallelus, *per hypoth.* Axis vero FB ad KL perpendicularis (§. 21. *Dioptr.*); erit etiam Radius HI ad KL perpendicularis (§. 230. *Geom.*), adeoque irrefractus transit usque ad E (§. 25). Quare cum FC ad FB sit in Ratione Refractionis *per hypoth.* erit F Focus virtualis (§. 98). *Q. e. d.*

COROLLARIUM I.

280. Si Lens fuerit Vitrea, erit $FB = 2BC$ (§. 99), hoc est, Focus virtualis F à Lente KL Diametri intervallo $2BC$ distat.

COROLLARIUM II.

281. Si Refractio in Aqua contingit, erit $FB = 3CB$ (§. 100), hoc est, Focus virtualis F à Lente KL intervallo sesquidiametri $3BC$ distat.

THEOREMA LXVI.

282. *SI* Radius AE Axi FP parallelus incidat in Lentem utrinque Concavam, & tam FC ad FB quam IP ad PH Rationem Refractionis habeat; atque $FP : PH = FB : BG$; erit G Punctum dispersus seu Focus virtualis.

DEMONSTRATIO.

Quia Radius AE per Medium rarius in Superficiem Cavam Diaphani densioris incidit, & FC ad FB Rationem Refractionis habet, *per hypoth.* Radius refractus DE ex Puncto F dispergitur (§. 104). Cum itaque in Superficie Convexa ex Diaphano densiori in Medium rarius refringatur, & IP ad PH in ratione Refractionis, atque $FP : PH = FB : BG$, *per hypoth.* erit G Punctum, unde post alteram Refractionem DN dispergitur (§. 136). *Q. e. d.*

Tab. VI. Fig. 52.

COROLLARIUM I.

283. Si ergo Ratio Refractionis $= n:m$, $CB = a$, $IH = b$; erit $FB = na : (n-m)$ & $PI = nb : (n-m)$ (§. 190. *Arithm.*), consequenter neglecta Lentis crassitie $FP = FB + IP = (na + nb) : (n-m)$ & $PH = PI - IH = nb : (n-m) - b = (nb - nb + mb) : (n-m) = mb : (n-m)$. Quare (§. 282) $\frac{n(a+b)}{n-m} : \frac{mb}{n-m} = \frac{na}{n-m} : BG$

h. e. $a+b : \frac{mb}{m-m} = a : BG$ (§. 183. 184. *Arith.*) seu $(n-m)(a+b) : mb = a : BG$ (§. 178. *Arithm.*), hoc est, $(n-m)(CB+IH) : mIH = CB : BG$.

COROLLARIUM II.

284. Si Refractio in Lente Vitrea contingit, erit $m = 2$, $n = 3$ (§. 26), adeoque $a+b : 2b = a : BG$, hoc est, summa Semidiametrorum CB & HI ad Dianetrum Concavitate alterius $2HI$, ita Semidiameter

Tab V. ter alterius CB ad distantiam Foci virtualis à Lente BG. Fig. 52.

COROLLARIUM III.

285. Quod si $a = b$, hoc est, si Semidiameteri HI & CB æquales, erit $BG = 2a^2 : 2a = a$, seu distantia Foci virtualis à Lente BG Semidiametro CB vel HI æqualis.

COROLLARIUM IV.

286. Si Refractio in Lente Aquea contingit, erit $m = 3$, $n = 4$ (§. 28), adeoque $a + b : 3b = a : BG$, hoc est, summa Semidiametrorum CB & HI ad sesquidiametrum Concavitate alterutrius 3HI, ita Semidiameter alterius CB ad Foci virtualis à Lente distantiam BG.

COROLLARIUM V.

287. Si $a = b$, hoc est, HI = CB, erit $BG = 3a^2 : 2a = \frac{3}{2}a = \frac{3}{2}CB$, hoc est, distantia Foci virtualis à Lente BG est ad Semidiametrum BC in ratione sesquialtera.

THEOREMA LXVII.

288. Si Radii Solares in Lentem Concavam incidunt, Lumen post Refractionem debilitatur.

DEMONSTRATIO.

Cum enim Radii Solares ad sensum sint paralleli (§. 94. *Optic.*), post refractionem in Lente Concava factam divergunt (§. 279). Lumen igitur debilitatur (§. 87. *Optic.*). Q. e. d.

COROLLARIUM.

289. Effectus igitur Lentium Concavarum effectui Convexarum contrarius est (§. 197).

PROBLEMA XXVI.

Tab. VI. Fig. 53. 290. Invenire Punctum dispersus F Radii CD ex Puncto Axis C in Lentem Plano-concavam. & B incidentis, Superficie Plana Puncto C obversa.

RESOLUTIO.

1. Quia Radius CD ex Puncto C in Superficiem Planam Diaphani densioris per Medium rarius incidit; Punctum G, ex quo post primam Refractionem dispergitur, invenitur per Theor. 8. (§. 62).
2. Quare cum Radius simplicem Refractionem passus DI veluti ex Puncto Axis G in Superficiem Convexam incidat & ex Medio densiori in rarius refringatur; Punctum F, ex quo Radius IK, post alteram Refractionem, dispergitur; seu Focus virtualis invenietur per Probl. 12. (§. 133) aut per Theor. 29. (§. 136).

COROLLARIUM.

291. Quoniam per ea, quæ Cap. 2 & 3. tradita sunt, semper determinari potest Punctum dispersus vel Concurfus Radii in Superficie Plana, Convexa & Concava ex Medio rariore in densius & ex densiori in rarius refracti, & ante Refractionem vel ex Puncto quodam Axis divergentis, vel ad id convergentis; eodem prorsus modo Focus Lentium Concavarum in omni casu aliquo invenire licet, sive Radii ex Puncto quodam Axis ante primam Refractionem emanent, sive ad Punctum quoddam Axis tendant.

SCHOLIUM.

292. Ne igitur præter necessitatem prolixi simus, cum speciales Regule de Refractione Radiorum divergentium & convergentium in Lentibus Concavis non tam frequenter usu sint, quam quæ de Lentibus Convexis Capite superiori habentur; eas eruat, qui opus istud habuerit.

THEOREMA LXVIII.

293. Objectum AB per Lentem Convexam videtur situ erecto, & imminutum in

atione composita FL ad FM & GL ad GM, nempe F sit Punctum, ad quod Radius BE irrefractus tendit, G vero Oculus.

DEMONSTRATIO.

Quia Radius refractus GI, per quem punctum B videtur, post Refractionem in I ad Punctum G tendit, per hypoth. incidens EI ante Refractionem in I faciam ad Punctum Lenti vicinius K tendebat (§. 161. 162). Similiter cum Radius EI post refractionem in E ad Punctum K tendat, per demonstrata BE ante Refractionem in E factam ad Punctum F Axi vicinius quam K, consequenter multo vicinius quam G, tendebat (§. 77). Ergo Radius BG, qui irrefractus ad G perveniret, Lente remota, secabit Lentem in Puncto N ab Axe LM remotiori, quam BE; consequenter Angulus LGE, sub quo refracte videtur MB, minor est Angulo LGN, sub quo eadem MB directe in G videtur. Nec absimili modo idem in aliis casibus ostenditur, si Lens utrinque Concava, vel Plano-Concavae Superficies Cava Objecto obvertatur. Quare Objectum per Lentem Cavam imminutum videtur (§. 209. *Optic.*). Quod erat primum.

Et quia Punctum M videtur per Radium GM utpote irrefractum (§. 25); B vero per Radium dexteriores GI: Objecti extremum superius loco superiore, inferius inferiore videtur. Objectum itaque situ erecto apparet. Quod erat secundum.

Quoniam LE videtur sub eodem Angulo, quo MB refracte; & LN sub eodem, quo MB directe; Diameter Objecti apparens erit ad Diametrum veram

ut LE ad LN (§. 209. *Optic.*). Est vero LN perpendicularis ad MG (§. 21): quare cum etiam MB ad MG normalis ponatur, erit MB ipsi LN parallela (§. 256. *Geom.*), & hinc GM: GL = MB:LN & FM: FL = MB:LE (§. 268. *Geom.*), adeoque LN = GL. MB:GM & LE = FL. MB:FM. Ergo

$$LE : LN = \frac{FL \cdot MB}{FM} : \frac{GL \cdot MB}{GM}$$

h. e. LE : LN = FL. GM : GL. FM (§. 178. 181. *Arithm.*). Quod erat tertium.

COROLLARIUM.

294. Quodsi Objectum MB adeo procul distet, ut GF respectu ipsius FM fiat parvitas contemnenda; erit GM ipsi FM ad sensum aequalis, adeoque LE:LN = FL:GL (§. 181. *Arithm.*)

THEOREMA LXIX.

295. Si Radius EH Axi AF parallelus in Menisco LM refringatur, atque Diameter Convexitatis CB Diametro Concavitate OD aequalis; refractus GI erit Axi AF itidem parallelus.

DEMONSTRATIO.

Quia Radius EH Axi parallelus incidit in Superficiem Convexam Diaphani densioris per Medium rarius, post Refractionem in H factam ad aliquod Axis Punctum veluti F tendit (§. 87). Sed quia OD = CB per hypoth. & crassities Lentis BD supponitur parvitas contemnenda; ad idem Punctum F Radius FH tenderet, si in Puncto I ex Medio rariore in densius refringeretur (§. 90). Quare cum Radius HF contraria ratione refractus cum incidente coincidat (§. 37); erit GI axi AF parallelus. Q. e. d.

Tab. VI. Fig. 54.

Tab. VI. Fig. 55.

COROLLARIUM I.

296. Cum adeo Menisci, quarum Diameter Concavitate Diametro Convexitatis æqualis est, Radios nec colligant, nec dispergant; earum in Dioptrica nullus est usus.

COROLLARIUM II.

297. Quoniam Radii paralleli in Vitro utrinque Plano refracti post refractionem itidem sunt paralleli (§. 49); Menisci, quarum Diameter Convexitatis æqualis est Diametro Concavitate, Vitris utrinque Planis æquipollent.

PROBLEMA XXVII.

Tab. VI. Fig. 56. 298. *Invenire Focum Q, ubi Radius KO Axi Menisci Semidiametrum Concavitate HE Semidiametro Convexitatis CB majorem habentis parallelus & vicinus cum Axe concurrat.*

RESOLUTIO.

1. Sit Ratio Refractionis = $m : n$, $HE = b$, $CB = a$. Quoniam Radius KO post primam Refractionem in O ad Punctum I tendit, ita ut $n : m = IB : IC$ (§. 88), erit quoque $n - m : n = CB : IB$ (§. 193. *Arithm.*), adeoque $IB = na : (n - m)$.
2. Quodsi KO in Superficiem Convexam PE incidere, distantia Foci à Lente NE foret $nb : (n - m)$, *vi demonstratorum*, atque hinc Focus N longiori intervallo à Superficie PE distat, quam I, adeoque ob $NI : IH = IB : IQ$ (§. 161. *Dioptr.* & §. 173. *Arithm.*), erit (§. 190. *Arithm.*) neglecta Lentis crassitie $NI : NH = IB : EQ$. Habemus itaque

$$\frac{nb - na}{n - m} : \frac{nb}{n - m} - b = \frac{na}{n - m} : EQ$$

$$h. e. b - a : \frac{mb}{n - m} = a : EQ \text{ (§. 183.}$$

$$184. 235. \text{ Arithm.)}. \text{ Est itaque } EQ = mab : (n - m)(b - a).$$

COROLLARIUM I.

299. Si Meniscus ex Vitro confet, erit $m : n = 2 : 3$ (§. 26), adeoque $EQ = 2ab : (b - a)$; consequenter $b - a : a = 2b : EQ$, hoc est, ut differentia Semidiametrorum Convexitatis & Concavitate HE ac Semidiametrum Convexitatis CB, ita Diameter Concavitate 2HE ad Foci à Menisco distantiam EQ.

COROLLARIUM II.

300. Aquea si fuerit Meniscus, erit $m : n = 3 : 4$ (§. 28), adeoque $EQ = 3ab : (b - a)$; consequenter $b - a : a = 3b : EQ$, hoc est, neglecta Lentis crassitie, $HC : CI = 3HE : EQ$, seu ut differentia semidiametrorum Convexitatis & Concavitate ac Semidiametrum Convexitatis, ita sesquialtera Diameter Concavitate ad distantiam Foci à Menisco.

COROLLARIUM III.

301. Si Semidiameter Concavitate HE tripla fuerit Semidiametri Convexitatis CB, hoc est, $b = 3a$; erit distantia Foci à Menisco Vitrea $EQ = 6aa : 2a = 3a = HE$, hoc est Semidiametro æqualis (§. 299), adeoque Meniscus æquipollet Lenti utrinque æqualiter Convexæ (§. 193).

COROLLARIUM IV.

302. Eodem modo, si Meniscus Aquea fuerit, in eadem Hypothesi reperitur $QE = 9aa : 2a = \frac{9}{2}a = \frac{6}{2}a + \frac{3}{2}a = HE + \frac{1}{2}HE$ (§. 300), hoc est, distantia Foci à Menisco EQ est ad Semidiametrum Concavitate HE in ratione sesquialtera, adeoque Meniscus Lenti utrinque æqualiter Convexæ æquipollet (§. 195).

SCHOLIION.

303. *Haud obscurum est Artificium quomodo inveniatur, quando Meniscus Lentis utrinque aequaliter Convexæ æquipollet. Tum enim in presenti casu* $QE = \frac{2}{3} HE$ (§. 195), hoc est, $3ab : (b - a) = \frac{2}{3} b$. *Hæc æquatio reducta dat* $b = 3a$. *Eodem modo in Lente Vitrea* $QE = HE$ (§. 193), hoc est, $2ab : (b - a) = b$. *Unde reperitur* $b = 3a$, *ut ante. Et hoc Artificio utendum quoque est, ubi reperire volueris, quando Meniscus Lentis Plano-convexæ, quando Sphæræ, quando Lentis quomodocunque Cavæ æquipollet.*

COROLLARIUM V.

304. Si Semidiameter Concavitas HE dupla fuerit Semidiametri Convexitatis CB, hoc est $b = 2a$; erit distantia Foci à Menisco Vitrea $EQ = 4aa : a = 4a = 2 HE$, hoc est Diametro æqualis (§. 299), adeoque Meniscus æquipollet Lentis Plano-convexæ (§. 168).

COROLLARIUM VI.

305. Eodem modo, si Meniscus Aquea fuerit, in eadem Hypothesi $EQ = 6aa : a = 6a = 3 HE$ (§. 300), adeoque Meniscus lenis æquipollet Lentis Plano-convexæ (§. 169).

COROLLARIUM VII.

306. Si Diameter Concavitas HE quinquapla fuerit Semidiametri Convexitatis CB, hoc est, si $b = 5a$; erit distantia Foci à Menisco Vitrea $= 2.5aa : 4a = \frac{5}{2} a = \frac{1}{2} HE$ (§. 298) adeoque Meniscus Sphæræ Vitrea æquipollet (§. 182).

COROLLARIUM VIII.

307. Eodem modo si Meniscus Aquea fuerit & Semidiameter Concavitas HE quadrupla Semidiametri Convexitatis CB, hoc est, si $b = 4a$, erit distantia Foci $= 3.4aa : 3a = 4a = HE$, adeoque Meniscus Sphæræ Aqueæ æquipollet (§. 183).

COROLLARIUM IX.

308. Quodsi distantia Foci fuerit ad Semidiameterum Concavitas in ratione data $m : 1$; erit in Menisco Vitrea $2ab : (b - a) = mb$ (§. 298), adeoque $b = \frac{(2+m)}{m} a$, seu $b : a = m + 2 : m$. E. gr. Si Focus distare debet à Menisco triplo Semidiametri Concavitas intervallo; erit $m = 3$, consequenter semidiameter Concavitas in ratione 5 ad 3 existit.

Tab. VI. Fig. 56.

COROLLARIUM X.

309. Similiter si distantia Foci à Menisco Vitrea fuerit ad semidiameterum Convexitatis in ratione data $m : 1$; erit $2ab : (b - a) = ma$ (§. 298), adeoque $b = ma : (m - 2)$, seu $b : a = m : m - 2$. E. gr. si Focus distare debet triplo Semidiametri Convexitatis intervallo, erit Semidiameter Concavitas illius tripla.

COROLLARIUM XI.

310. Data igitur Semidiametro Convexitatis inveniri potest Semidiameter Concavitas, quæ Focus à Menisco removeat dato intervallo.

SCHOLIION.

311. *Eadem omnia inveniuntur, si ponamus Menisci Superficiem Cavam Lumini obverti.*

PROBLEMA XXVIII.

312. *Invenire Punctum dispersus Radiorum Axi parallelorum in Meniscum incidentium, quæ habet Semidiameterum Concavitas KI minorem Semidiametro Convexitatis BC.*

Tab. VI. Fig. 57.

RESOLUTIO.

I. Quoniam Radius DE Axi AB vicinus & parallelus in Superficiem Convexam Diaphani densioris per Medium rarius incidit, posita Ratione Refractionis $= n : m$, Axi AF in F post

Tab.
V I.
Fig. 57.

post Refractionem occurreret, ita ut sit $n : m = IB : IC$ (§. 88), consequenter $n - m : n = BC : FB$ (§. 183. *Arithm.*). Quare si fiat $BC = a$; erit $FB = na : (n - m)$.

2. Quia Semidiameter Concavitas IK minor Semidiametro Convexitatis CB, *per hypoth.* si Radius DE in Convexitatem Superficiæ LIM incidere ac inde in Medium densius refringeretur, Focus O ab ea minori intervallo distaret quam F, foretque (si $KI = b$) $OI = nb : (n - m)$ *per modo demonstrata*. Quare Radius EH tendens ad Punctum F ex Diaphano densiori in rarius refractus dispergetur ex A, ita ut sit $FO : FI = FK : FA$ (§. 160) seu $FO : FK = FI : FA$ (§. 173. *Arithm.*), consequenter (§. 190. *Arithm.*)

$FO : OK = FI : BA$; hoc est,

$$\frac{na - nb}{n - m} : \frac{nb}{n - m} - b = \frac{na}{n - m} : BA$$

$$a - b : \frac{mb}{n - m} = a : BA \text{ (§. 178. 181.}$$

Arith.), quia nempe neglecta Lentis crassitie $FI = FB$ & $FO = FI - OI$, atque $OK = OI - IK$.

Habemus igitur $BA = mab : (n - m)(a - b)$.

COROLLARIUM I.

313. Quodsi Meniscus fuerit Vitrea, erit $BA = 2ab : (a - b)$, hoc est, ut differentia Semidiametrorum Convexitatis & Concavitas ad Semidiametrum Convexitatis, ita Diameter Concavitas ad distantiam Foci virtualis (§. 26),

COROLLARIUM II.

314. Quodsi Meniscus Aquea fuerit, erit $BA = 3ab : (a - b)$ hoc est, ut diffe-

rentia Semidiametrorum Concavitas & Convexitatis ad Semidiametrum Convexitatis, ita sesquidia neter Concavitas ad distantiam Foci virtualis (§. 28).

COROLLARIUM III.

315. Si Meniscus fuerit Vitrea & Semidiameter Concavitas IK Semidiametri Convexitatis BC subtripla; erit $a = 3b$, consequenter $AB = 6bb : 2b = 3b = 3IK = CB$, hoc est, distantia Foci virtualis à Menisco est Semidiametro Convexitatis æqualis (§. 313). Æquipollet adeo Meniscus Lenti utrinque Concavæ (§. 285).

COROLLARIUM IV.

316. Si Meniscus Aquea fuerit, erit, in eadem Hypothesi, $9bb : 2b = \frac{2}{3}b = \frac{2}{3}a = \frac{2}{3}CF$ (§. 313), adeoque Meniscus denuo æquipollet Lenti Aqueæ utrinque Concavæ (§. 286).

COROLLARIUM V.

317. Si Meniscus Vitrea fuerit & Semidiameter Concavitas Semidiametro Convexitatis subdupla, hoc est, $a = 2b$, erit $AB = 4bb : b = 4b = 2a = CB$ (§. 313), hoc est, distantia Foci virtualis à Menisco et Diametro Convexitatis æqualis. Æquipollet adeo Meniscus Lenti Vitreæ Plano-Concavæ (§. 280).

COROLLARIUM VI.

318. Si Meniscus Aquea fuerit, erit, in eadem Hypothesi, $6bb : b = 6b = 3a = 3CB$ (§. 313), adeoque Meniscus æquipollet Lenti Aqueæ Plano-concavæ (§. 281).

COROLLARIUM VII.

319. Si distantia Foci virtualis à Menisco Vitrea ad Semidiametrum Concavitas in ratione data $m : 1$; erit $2ab : (a - b) = ma$ (§. 313).

Unde elicitur $b = \frac{ma}{m + 2}$. E. gr. si Focus virtualis distare debet triplo Semidiametri Convexitatis intervallo; erit $b = \frac{2}{3}a$.

COROLLARIUM VIII.

320. Data igitur Semidiametro Convexitatis inveniri potest Semidiameter Concavæ

cavitatis, quæ Focum virtualem à Menisco removeat dato intervallo.

SCHOLION I.

321. Eadem omnia inveniuntur, si ponamus Menisci Superficiem Cavam Lumini obverti.

SCHOLION II.

322. Solent autem Menisci, quæ Diametrum Convexitatis minorem habent Diametro Concavitate, à nonnullis dici Menisci propria: quæ vero Diametrum Convexitatis majorem habent Diametro Concavitate, Menisci improprie appellantur.

SCHOLION III.

323. Ceterum qua Methodo Focum Radiorum parallelorum in Meniscis investigavimus; eadem quoque investigantur Foci Radiorum divergentium & convergentium; ut adeo iis expressius docendis merito supersedeamus.

SCHOLION IV.

324. Quia Menisci propriae Lentibus Convexis aequivalent (S. 301. & seqq.), in numero Vitrorum Causticorum locum habent &

in Cameris quoque obscuris adhiberi possunt.

SCHOLION V.

325. CARTESIUS Lentem Hyperbolicam Plano-convexas & Convexo-convexas, itemque Meniscos Ellipticas & Hyperbolicas commendat (a), quia Radios Axi parallelos vel ab aliquo ejus Puncto emanantes in eodem præcise Puncto unirent. Enimvero cum non modo difficillimum sit Lentem istiusmodi satis exactas parare, verum etiam Radios à Puncto extra Axem Lentis sito emanantes minus accurate colligant quam Lentem Sphæricam; Vitra Objectiva Sphærica iis præferuntur, non refragante Viro summo NEWTONO (b) & Experientia id comprobante MILLIETO DECHALES (c). Supervacaneum igitur ducimus de hoc Lentium genere in his Elementis agere. Alias enim haud difficile foret Theoriam Refractionis in Superficiebus Sphæricis ope Algebrae extendere ad quamlibet Curvam & inde Lentium istarum proprietates demonstrare. Dedit jam istiusmodi Theoriam generalem GUISENE (d) & aliam ab ea diversam JOHANNES CRAIGE (e).

CAPUT VI.

De Tubis seu Telescopiis.

DEFINITIO XXIV.

326. **T**elescopium seu Tubus est Instrumentum Dioptricum ex Lentibus compositum, per quod remota tanquam vicina spectantur.

SCHOLION.

327. Telescopiorum inventum longe utilissimum portenta Universi nobis revelavit & eam Astronomiae perfectionem conciliavit, quam antea sperare nefas erat. Casui autem

Wolfi Oper. Mathm. Tom. III.

debetur, non meditationi, ut adeo in inventore felicitatem magis prædicent, quam ingenium admirentur, qui ultra vulgi captum sapiunt. Hinc parum interest nosse, cuinam primum contigerit esse tam felici, ut in inventum nunquam pro dignitate deprædicandum primus
Gg inci-

(a) In Dioptr. Cap. 8. p. m. III.
(b) In Princip. Phil. Nat. Mathem. Lib. I. Prop. 98. Schol. p. 229. Edit. tert. Londin.
(c) Dioptr. Lib. II. Prop. 69. fol. 686. Tom. III. Mund. Math.
(d) In Comment. Acad. Reg. Scient. Paris. Ann. 1704. p. 31. Edit. Amstelod.
(e) In Optica Analytica, Lib. II.

inciderit. *Primus dubio procul Tubum Opticum construxit* JOANNES BAPTISTA PORTA Neapolitanus, *ita enim* (a): Si utrumque, *inquit*, (*Vitrum nempe Concavum & Convexum*) recte conjungere noveris, & longinqua, & proxima majora & clara videbis: Non parum multis amicis auxilii præstitimus, qui & longinqua obsoleta, proxima turbida conspiciabant, ut omnia perfectissime contuerentur. *Enimvero* PORTA *invenit suum, quod casui acceptum ferebat, non satis intellexit, adeoque nec magis id industria perfecit, nec ad Observationes Cælestes transtulit. Quindecim ad hinc annis, postquam liber PORTÆ prodierat, in quo illa scripserat, HUGENIO Autore* (b) *circa annum 1609. Artifex quidam Medioburgensis apud Selandos Tubum construxit & MAURITIO Principi Nassoviæ obtulit quem JOANNEM LIPPERSEIN fuisse, SIRTURUS* (c) *contendit, PETRO BORELLO* (d) *hanc gloriam vindicante ZACHARIÆ HANSEN Artifici itidem Middelburgensi. Post eos quoque Telescopia confecit JACOBUS METIUS Alcmariensis, cui ADRIANUS METIUS Matheseos Professor Franekeranus frater JACOBI laudem inventionis tribuit. Sed cum Tubos sesquipedalibus non majores conficerent Artifices isti, mox in Germania SIMON MARIUS, in Italia GALILÆUS majores paravere ac meliores & ad contemplanda Phænomena Cælestia iisdem usi sunt: quorum Observationes inexpectata invento tam egregio magis perficiendo ansam dedere.*

DEFINITIO XXV.

328. *Vitrum Objectivum* est Lens, quæ Objecto obvertitur.

DEFINITIO XXVI.

329. *Vitrum Oculare* est Lens, quæ Oculo vicinior.

(a) Magiæ Natur. Lib. XVII. Cap. 10.

(b) in Dioptrica, p. 163. 164.

(c) In Telesco; io An. 16 8. edito Part. II. C. I.

(d) In Tractatu de vero Telescopiorum inventore An. 1655. Editio C. 12.

SCHOLIION.

330. *Quodsi Telescopium ex pluribus quam duabus Lentibus componatur, nonnisi una dicitur Objectiva, reliquæ omnes dicuntur Oculares.*

DEFINITIO XXVII.

331. *Tubus Hollandicus seu Galilæanus* est Telescopium ex Lente Objectiva Convexa & Oculari Concava compositum.

SCHOLIION.

332. *Nomen inde est, quod in Baravia primum constructus* (S. 327); GALILÆUS *autem primus fuit, qui Observationes Telescopicas publici juris fecit ac plurima in Cælo antea nobis ignota revelavit* (e).

DEFINITIO XXVIII.

333. *Tubus Astronomicus* est Telescopium ex Lente Objectiva Convexa & Oculari itidem Convexa compositum.

SCHOLIION.

334. *Nomen Astronomici inde est, quia hoc Tuborum genus ad contemplationem rerum Cælestium seu Observationes Astronomicas adhibetur, propterea quod majorem Visionis campum admittat, quam Telescopium Galilæanum, etsi Objecta inverse representet.*

DEFINITIO XXIX.

335. *Tubus Terrestris* est Telescopium ex pluribus, quam duabus Lentibus, communiter ex Objectiva Convexa & tribus Ocularibus itidem Convexis, compositum, seu Telescopium Objecta situ erecto spectanda exhibens ab *Hollandico* tamen diversum.

SCHO-

(e) In Nuncio Sidereo.

SCHOLIION.

336. *Nomen inde est, quod ad spectanda Corpora Terrestria remota adhibetur, quia Objecta situ erecto representat.*

PROBLEMA XXIX.

237. *Tubum ductitium in usum Telescopii construere.*

RESOLUTIO.

In constructione horum Tuborum sollicite cavendum est, ne pondere fiant molesti & ne facile distorqueantur situm Lentium everfuri. Unde non quilibet Tubi in quolibet casu commendantur.

I. Si Tubi fuerint minores, ex Laminis Ferreis Stanno obductis parantur, fistulis pluribus pro longitudine Telescopii sibi invicem immixtis, ita ut, nec nimis facile, nec difficulter nimis diduci possint.

II. Quodsi Tubi fuerint longiores, minime consultum est, ut ex Laminis Ferreis parentur: ponderosiores evadunt, nec commode de loco in locum transportari, nec ad Visibile dirigi possunt. Unde aliqui eos ex Charta conficere solent hunc in modum.

1. Ex ligno tornetur Cylindrus Ligneus ejus longitudinis, quanta est Charta, ex qua Tubus fieri debet. Diameter vero tanta sit, quanta esse debet Cavitationis Fistulæ minimæ.

2. Cylindro circumducatur Charta nigra & huic agglutinetur alia, donec Fistula censeatur satis firmâ: quæ tandem Charta Turcico more colorata obducatur. Ut citius at-

que commodius istiusmodi Fistulas parare possis; duo aut tria folia in usum futurum super Tabula conglutinentur & sub prelo compressa siccentur.

3. Fistula una exsiccata, eodem artificio parentur aliæ, & una super aliam compingatur, donec diductæ exhibeant Tubum longitudinis desideratæ.

4. Denique Annuli Lignei Tornatoris arte parati Fistularum extremis exterioribus agglutinentur, ut Tubus extrahi possit.

III. Cum Tubi Chartacei id incommodi habeant, ut, si ductus fuerint angusti, tempestate humida adeo coarctentur, ut vix ac ne vix quidem extrahi possint; si vero ductus fiant satis laxi, tempestate sicca nimis ampliuntur, consequenter in utroque casu situs Lentium facile depravetur; præterea iidem facile distorqueantur damnumque patiantur; optimam Tuborum construendorum rationem hanc ego judico.

1. Cylindro Ligneo Membrana tenuis (Pergamenam vulgo vocant), circumducatur & conglutinetur, ne pulvisculis detritis Lentis maculentur. Sitque Membrana ista nigredine infecta, ne Radii reflexi confusionem aliquam pariant.

2. Ex Ligno Fagino parentur afferculi admodum tenues & in Cylindrum curvati Membrana cum cura agglutinentur.

Tab.
VI.
Fig. 58.

3. Fistula hæc Ligna vestiatur Membrana Pergamena alba & circa extremum exterius fiat Annulus exiguus AB ex duplici Membrana Pergamena conglutinus, ut Tubus commode diduci possit.
 4. Eodem artificio fiat Fistula alia super priore & ita porro, donec ductæ exhibeant Tubum longitudinis desideratæ.
 5. Singularum Fistularum extremis interioribus aptetur Annulus ligneus, ut Radii spurii ad latera Tubi allisi arceantur: id quod majoris momenti deprehenditur in Telescopiorum usu, quam Experientia nondum convictis videri poterat. Juvat autem Annulos istos Cochleis fœminis instrui iis in locis, ubi Lentæ aptandæ.
 6. Denique ex Ligno rariori Tornatoris manu paretur Operculum CD, quo Vitrum Objectivum contra pulverem tegi possit, ipsumque Vitrum Annulo ligneo inclusum mediante Cochlea ad Tubum firmetur.
 7. Eiusdem Tornatoris industria ex eodem Ligno fiat Tubulus EFG tantæ longitudinis, quanta esse debet Oculi à Lente Oculari distantia, & alteri Tubi extremo decenter aptetur.
- IV. HEVELIUS (a) commendat Tubos ex Ligno sicco tornatos, nec è multis partibus ductibusque compactos, ut parallela Lentium Linea non turbetur.

(a) Selenogr. Proleg. f. 16.

SCHOLIUM I.

338. Si ductus Tubi juxta tertium Artificium parati commode extrahi nequeant, Sapore Veneto affricari debent.

SCHOLIUM II.

* 339. Gluten, quo ad Tubos ex Charta conficiendos opus est, ita preparatur. Aquæ calidæ, sed nondum ferventi, immittatur farina triticea & Cochleari agitetur, donec ab eodem extracta instar fli defluat. Hinc igni admotum coquatur & continuo Cochleari agitetur, donec satis spissum evaserit.

PROBLEMA XXX.

340. Telescopium Batavum construere.

RESOLUTIO.

1. Tubo constructo (§ 337) inferatur Lens Objectiva Convexa, sive Plano-Convexa, sive utrinque Convexa, modo sit majoris Sphæræ segmentum.
2. Eidem inferatur Lens Ocularis utrinque Concava quæ sit minoris Sphæræ segmentum, ita ut ante Imaginem Lentis Objectivæ in distantia Foci virtualis collocetur.

Dico, Oculo valentes & Presbytas per Telescopium visuros Objectum distincte, situ erecto & auctum in ratione distantie Foci virtualis Lentis Ocularis ad distantiam Foci Lentis Objectivæ: ut vero Myopes videant Objectum distincte, Lentem Oculiarem Objectivæ propius admovendam esse.

DEMONSTRATIO.

Quoniam per Telescopium Objecta valde remota spectantur (§. 327), Radii ab eodem Puncto in Lentem Objectivam

tivam

tivam incidentes sunt paralleli (§. 94. *Optic.*), consequenter cum Lens Objectiva sit vel Plano Convexa, vel utrinque Convexa, *per construct.* post Lentem concurrunt (§. 166. 172. 184). Jam cum Focus virtualis Radiorum parallelorum in Lente Oculari utrinque Concava, *per construct.* Semidiametri intervallo distet (§. 285), Radii in eam incidentes, *vi construct.* ad Centrum Concavitate inferioris A tendunt. Quodsi ergo fiat $AN = AB = BC$; habebit NC ad NB rationem Refractionis 3 : 2 (§. 26), consequenter Radius GD ad Punctum A tendens post refractionem Axi occurrat in F, ita ut $NA : AB = CA : AF$ (§. 164), hoc est, ob $NA = AB$, *per demonstrata*, adeoque $CA = AF = 2BA$ in Foco virtuali Radiorum parallelorum in Cavitatem inferiorem incidentium (§. 280). Refractus ergo in egressu ML erit Axi CF parallelus (§. 37). Quamobrem cum Oculi valentes atque Presbytae distincte videant Objecta per Radios parallelos (§. 94. 379. 38. *Optic.*); per Telescopium ita dispositum distincte vident Objecta valde remota. *Quod erat unum.*

Ponamus in A esse Focum Lentis Objectivae BC. Quoniam illorum Radiorum, qui ab extremo dextro Objecti per Tubum visi ad Lentem pertingunt, unus per A transire debet; sit Radius iste AC. Erit ergo refractus CE Axi BI parallelus (§. 203), consequenter post Refractionem in Cava factam, ex Foco virtuali F, hoc est, Centro Concavitate superioris dispergetur (§. 285). Quare cum omnes Radii ab eodem ex-

tremo ad Oculum post Lentem Cavam constitutum pertingentes sint ipsi EL, qui vero à Puncto medio adveniunt, Axi FG paralleli, per ea, quae primo loco demonstrata sunt, Punctum medium videbitur in directum Axi GA, dextrum vero extremum versus dextram, in directum Lineae LN vel ipsi parallelae, hoc est, situ erecto. *Quod erat secundum.*

Quoniam vero rectae ipsi LN parallelae Axem sub eodem Angulo secant (§. 233. *Geom.*), Semidiameter Objecti per Telescopium sub Angulo AFN, seu EFI (§. 156. *Geom.*), videtur: Radii nimirum LE & GI Oculum perinde ingrediuntur, ac si Pupilla in F constitueretur. Quodsi Oculus nudus esset in A, Semidiameter Objecti videret sub Angulo cAb , seu CAB (§. 156. *Geom.*). Quoniam vero Objectum valde remotum supponitur distantia AF ejus respectu evanescit, adeoque Oculus nudus etiam in F sub Angulo ipsi A aequali, hoc est, ducta FM ipsi AC parallela, sub Angulo IFM (§. 233. *Geom.*), Objecti Semidiameter videt. Est itaque Semidiameter Objecti nudo Oculo visa ad eam, quae armato videtur, ut IM ad IE. Ducatur KE ipsi FM parallela: erit $IM : IE = IF : IK$ (§. 268. *Geom.*). Quare cum EK etiam ipsi AC parallela existat (§. 232. *Geom.*); & CE sit ipsi AK parallela *per demonstr. n. 1.* erit $AK = CE$ (§. 257. *Geom.*). Sed quia situs Lentium supponitur parallelus, $EC = BI$ (§. *cit.*). Ergo $IB = AK$ (§. 87. *Arithm.*), consequenter $IK = AB$ (§. 88. *Arithm.*). Quamobrem $IM : IE = IF : AB$, *per*

Tab. VII. Fig. 6a.

Tab.
VII.
Fig.
60.

demonstr. hoc est, Semidiameter nudo Oculo visa est ad Semidiametrum per Telescopium visam, in ratione distantiae Foci virtualis Lentis Ocularis FI ad distantiam Foci Lentis Objectivæ AB. *Quod erat tertium.*

Quoniam Myopes habent Retinam ab humore ChrySTALLINO nimis remotam (§. 401. *Optic.*), Radii vero divergentes ad majorem distantiam colliguntur, quam paralleli (§. 223), qui denique paralleli erant, divergentes evadunt, si Lens Ocularis Objectivæ propius admoveatur (§. 164): ut Myopes per Telescopium Objecta distincte videant, Lens Ocularis Objectivæ propius ad moveri debet. *Quod erat quartum.*

COROLLARIUM I.

341. Ut Objectum integrum videatur, Semidiameter Pupillæ non minor esse debet distantia Radiorum LE & GI, alias enim ab extremo dextro Objecti Radios non excipiet, adeoque nec illud videbit (§. 42. *Optic.*).

COROLLARIUM II.

342. Quo magis itaque Pupilla fuerit ampliata, eo major Area per Telescopium uno obtutu comprehenditur & contra.

SCHOLIUM I.

343. *Hinc si Oculum claudas, antequam eundem Telescopio admoveas, ut Pupilla in tenebris multum dilatetur, intuitu primo latiore Campum comprehendes, quam ubi ob Lucis fulgorem rursus coarctatur.*

COROLLARIUM III.

344. Quia Radiorum EL & IG major distantia in loco à Lente remotiore; major quoque erit Area uno obtutu comprehensa, si Oculus fuerit propior Lenti Concavæ.

COROLLARIUM IV.

345. Quia Focus Lentis Objectivæ Pla-

no-convexæ & Focus virtualis Lentis Ocularis Plano-concavæ est in distantia Diametri (§. 168. 280), Focus vero Lentis Objectivæ utrinque Convexæ & Focus virtualis Lentis Ocularis utrinque Concavæ in distantia semidiametri (§. 193. 285); si Lens Objectiva fuerit Plano-convexa & Ocularis Plano-concava, Telescopium auget Diametrum Objecti in ratione Diametri Concavitate ad Diametrum Convexitatis: si Lens Objectiva utrinque Convexa & Ocularis utrinque Concava, amplificatio contingit in ratione Semidiametri Concavitate ad Semidiametrum Convexitatis: si Lens Objectiva Plano-convexa & Ocularis utrinque Concava, Semidiameter Objecti crescit in ratione Diametri Convexitatis ac Semidiametrum Concavitate: si denique Lens Objectiva utrinque Convexa, Ocularis Plano-concava, augmentum fit in ratione Diametri Concavitate ad Semidiametrum Convexitatis (§. 340).

COROLLARIUM V.

346. Quoniam Semidiametrorum eadem est ratio, quæ Diametrorum (§. 181 *Arithm.*), Telescopia eodem modo Diametrum Objecti amplificant, sive fuerit Lens Objectiva Plano-convexa & Ocularis Plano-concava; sive illa utrinque Convexa, hæc utrinque Concava (§. 345).

COROLLARIUM VI.

247. Quia Semidiameter Concavitate ad Diametrum Convexitatis minorem rationem habet, quam ejus Diameter (§. 203 *Arithm.*), Telescopium magis amplificat si Lens Ocularis utrinque Concava quam si Plano-concava (§. 345. *Dioptr.* & §. 203 *Arithm.*).

COROLLARIUM VII.

348. Quia Semidiameter pariter atque Diameter Concavitate ad Diametrum Convexitatis minorem rationem habet, quam ad ejus semidiametrum (§. 203. *Arithm.*) Telescopium magis amplificat, si Lens Objectiva Plano-convexa, quam si utrinque Con-

Convexa (§. 345. Dioptr. & §. 205. Arithm.).

COROLLARIUM VIII.

349. Quo major fuerit Diameter Lentis Objectivæ & quo minor Semidiameter Lentis Ocularis; eo minorem rationem habet Diameter Objecti nudo Oculo visa ad Semidiametrum armato visam (§. 345), consequenter eo major videtur Diameter Objecti per Telescopium (§. 205. Arithm.).

COROLLARIUM IX.

350. Quia Objecti Semidiameter amplificatur pro ratione Anguli EFI (§. 340.), quo major vero Angulus EFI, eo minorem Objecti partem Oculo uno obtutu comprehendit (§. 341); Telescopium eo minorem Objecti partem Oculo spectandam exhibet, quo magis ejus Diametrum amplificat.

SCHOLION II.

351. Atque hæc est ratio, cur de alio Telescopio inveniendo cogitaverint Mathematici, ostquam imperfectionem ejus, quod casu inventum fuerat, distincte cognoverunt: nec accessu caruit eventus, quemadmodum ex subsequentibus plenius constabit.

SCHOLION III.

352. Quodsi rationem nimis parvam haberit Semidiameter Vitri Ocularis ad Semidiametrum Objectivi; Objectum per Telescopium non satis clarum apparet, quia nimia sit Radiorum distractio, ut Penicilli quotlibet Objecti Puncta in Retina depingentes ex nimis auctis Radiis consent. Defectu vero claritatis confunditur Visio. Illud quoque compertum est, Lentes Objectivas æquales non eandem ferre Lentem Ocularem, si vel Diaphaneitatis fuerint diversæ, vel non eadem industria elaboratæ. Certe Lens Objectiva minus Diaphana, et etiam minus accurate elaborata, Lentem Ocularem requirit Sphæricitatis majoris quam magis Diaphana, vel etiam accuratius elaborata. Neque difficulter Ratio reddi potest. Item si Lens Objectiva fuerit minus Diaphana, pauciores Radii transmittuntur. Quam-

obrem cum constet, Lentes Oculares acutiores obscurius exhibere Objectum, quia pauciores Radios ab eodem Objecti Puncto ad Oculum refringunt, & easdem magis dispergere Radios, quam minus acutas, consequenter Radios ad diversis Objecti Punctis venientes & per Lentem Objectivam non satis à se invicem separatos facile confundere; Lentes Oculares nimis acute nocent Visioni distinctæ. Et quoniam si Lens Ocularis fuerit acutior, manente eadem Objectiva, Objectum magis amplificatur, quam ubi minus acuta fuerit (§. 349), si vero magis amplificatur, navi ex irregulari Refractione orti magis fiunt conspicui; patet Lentem Ocularem minus acutam esse debere, si Lens Objectiva non fuerit adeo perfecte elaborata.

SCHOLION IV.

353. Quamvis adeo per Experientiam constet [quemodmodum observat DECHALES] (a), Telescopium bonum haberi, si distantia Foci Lentis Objectivæ fuerit sex digitorum, Diameter Lentis Ocularis Plano Concavæ digiti unius & lineæ unius, vel utrinque æqualiter Concavæ digiti unius cum dimidio; non tamen suadendum est Artifici, ut huic vel alteri cuicumque combinationi, quæ Experientiæ fide laudatur, nimis fidat. Præstat igitur cum eadem Lente Objectiva conjungere Oculares & majores, & minores data, & ex iis eam eligere, per quam Objectum maxime clarum atque distinctum videtur. Ita demum obtinentur Tubi præstantes, ut adeo errent præstantiam ex sola longitudine æstimantes.

SCHOLION V.

354. HEVELIUS (b) commendat Lentem Objectivam utrinque Convexam, cujus Diameter 4 pedum Gedanensium, Lentem Ocularem utrinque Concavam, cujus Diameter 4½ digitorum. Ait autem pedem Gedanensem esse ad Parisiensem Regium ut 914 ad 1055, ad Rhenanum ut 914 ad 1000. Juxta eundem Vitro Objectivo utrinque æqualiter Convexo, cujus Diameter 5 circiter pedum, convenit Oculare, cujus Diameter 5½ digi-

(a) Dioptr. Lib. II. Prop. 54. fol. 711. Tom. III. Mund Math.

(b) In Proleg. Selenograph. f. 12 & 13.

digitorum. Idem Oculare satisfacere observat Objectivo utrinque Convexo, cujus Diameter 8 pedum, immo majori, cujus nempe Diameter 10 pedum. Egregium prorsus Telescopium haberi & quod Siderum Observationibus perquam idoneum sit, monet, si eidem Oculari jungatur Vitrum Objectivum 12 pedum vel utrinque Convexum, vel Plano-Convexum. Enimvero cum nimis angusta sit Area, quam istiusmodi Telescopia uno obtutu spectandam exhibent, si ultra tres aut quatuor pedes extendantur; nunc quidem nullus eorum amplius est in Observationibus Astronomicis usus: nec ad Objecta Terrestria spectanda adhibentur, nisi quæ 4 aut 5 digitorum longitudinem non excedunt. Et ad tam exigua Telescopia HUGENIUS (a) commendat Rationem Semidiametri Lentis Objectivæ ad Semidiametrum Ocularis quadruplam, immo dupla non majorem.

COROLLARIUM X.

355. Quoniam distantia Lentis Objectivæ & Ocularis est differentia inter distantiam Foci virtualis Ocularis & distantiam Foci Objectivæ (§. 340); longitudo Telescopii habetur, si illam ab hac subtrahas: nempe longitudo Telescopii est differentia inter Diametros Lentium Objectivæ & Ocularis, si illa Plano-convexa, hæc Plano-concava (§. 168. 280); differentia inter Semidiametros Lentis Objectivæ & Ocularis, si illa utrinque Convexa, hæc utrinque Concava, (§. 193. 285); differentia inter Semidiametrum Objectivæ & Diametrum Ocularis, si illa utrinque Convexa, hæc Plano-concava (§. 193. 280); differentia denique inter Diametrum Objectivæ & Semidiametrum Ocularis, si illa Plano-convexa, hæc utrinque Concava (§. 168. 285).

SCHOLIUM. VI.

356. E. gr. Si Lentis Objectivæ utrinque Convexæ Diameter 4 pedum, Ocularis utrinque Concavæ Diameter $4\frac{1}{2}$ digitorum; longitudo Telescopii erit 1 pedis & $7\frac{1}{2}$ digitorum seu 1'. 7". 6".

(a) Dioptr. Prop. 49. p. 178.

COROLLARIUM XI.

357. Quoniam denique per hoc Telescopium Objectum videtur magnum, clarum atque distinctum (§. 340); vicinior quoque apparere debet (§. 21. 314 Optic.)

PROBLEMA XXXI.

258. Telescopium Astronomicum construere.

RESOLUTIO.

1. Tubo constructo (§. 337) inferatur Lens Objectiva Convexa, sive Plano-convexa, sive utrinque Convexa, modo sit majoris Sphæræ segmentum.
2. Eidem inferatur Lens Ocularis utrinque Convexa, quæ sit minori Sphæræ segmentum, in distantia communi Focorum.

Dico Oculum prope Focum Lentis Ocularis constitutum visurum Objectum distincte, situ everso & auctum in ratione distantia Foci Lentis Ocularis ad distantiam Foci Lentis Objectivæ.

DEMONSTRATIO.

Quoniam per Telescopium Objectum valde remota spectantur (§. 326), Radii ab eodem Puncto in Lentem Objectivam incidentes sunt paralleli (§. 94 Optic.); consequenter post Lentem concurrunt (§. 166. 172. 184). Jam cum concursus fiat in Foco Lentis Ocularis per construct. iidem Radii Refractione hac facta evadent paralleli (§. 203). Quamobrem tum Oculi valentes atque Presbyta distincte videant Objecta remota (§. 379. 381. Optic.), adeoque per Radios parallelos (§. 94. Optic.) per Telescopium ita dispositum distincte vident Objecta valde remota. Quæ erat unum.

Sit jam Focus communis Lentium in F, fiatque $AB = BF$. Quia Radiorum unus AC, qui à dextro Objecti latere emanant, per A transire debet; erit Radius CE Axi AI parallelus (§. 203), adeoque à Lente Oculari refractus concurret in ejus Foco G. Quare cum Oculus prope eum constituatur *per hypoth.* & omnes Radii reliqui ab eodem Puncto Objecti egressi, ad quod pertinet Radius EG, huic paralleli retingantur, *per modo demonstrata*; Punctum in latere dextro Objecti videbitur in recta EG. Et eodem modo patet, punctum medium videri in Axe GB. Objectum ergo situ everso apparet. *Quod erat secundum.*

Constat vero ex hactenus demonstratis, Semidiametrum Objecti per Telescopium videri sub Angulo EGI, quæ modo Oculo in A, hoc est, quia Objectum valde remotum supponitur, etiam in G sub Angulo bAc , seu BAC (§. 156. *Geom.*), spectatur. Fiat jam IF distantia Foci IG æqualis. Quoniam Anguli Objecti ad I æquales (§. 145. *Geom.*); erit $GF = EF$ (§. 179. *Geom.*). Ducatur M ipsi AC parallela: erit $IFM = BAC$ (§. 233. *Geom.*). Est igitur Semidiametrum nudo Oculo visa ad Semidiametrum armato visam, ut IM ad IE. Ducatur E ipsi FM parallela: erit $IM : IE = IF : IK$ (§. 264. *Geom.*). Sed ob Lentium parallelismum $CE = BI$ (§. 230. 226. *Geom.*) $= BF + FI = AB + FI$ (§. 91. *Arithm.*) ob $AB = BF$ *per construct.* & ob parallelismum rectorum CA & IK *per construct.* $CE = AK$ (§. 257. *Geom.*). Ergo $BI = AK$ (§. 87. *Arithm.*),

Wolffii Oper. Mathem. Tom. III.

consequenter ob $AK + KI = AB + BI$ Tab. VII. Fig. 61. (§. 87. *Arithm.*) $AB = KI$ (§. 91. *Arithm.*). Quare $IM : IE = IF : AB$, hoc est, Semidiametrum nudo Oculo visa est ad Semidiametrum armato visam, in ratione distantia Foci Lentis Ocularis IF ad distantiam Foci Lentis Objectivæ AB. *Quod erat tertium.*

COROLLARIUM I.

359. Quia Telescopium Astronomicum situ everso Objecta exhibet (§. 358); ad contemplanda Sidera commode quidem eodem utimur (quæ an situ erecto contempleremur, an inverso parum interest), sed non æque ad spectanda Objecta Terrestria, quia situs eversus sæpe non permittit, ut Objectum agnoscat.

COROLLARIUM II.

360. Quodsi inter Lentem Ocularem & ejus Focum G Speculum Planum LN, ex Metallo paratum probeque politum (§. 201. *Catoptr.*), longitudinis pollicaris, Figuræ Ovalis, sub Angulo semirecto ad Axem inclinetur; Radii EP & MQ ita reflectentur, ut in g concurrentes efficiant Angulum ipsi PGQ æqualem. Est enim $LPE = gPQ$ (§. 24. *Catoptr.*) $= GPQ$ (§. 156. *Geom.*) & $IQP = GQN$ (§. 156. *Geom.*) $= gQN$ (§. 24. *Catoptr.*), adeoque $PQG = Pqg$ (§. 147. *Geom.*) consequenter $PGQ = PqQ$ (§. 246. *Geom.*). Oculus itaque in g ejusdem magnitudinis Objectum videt, quantæ ipsi apparet in G (§. 209. *Optic.*), situ tamen erecto (§. 71. *Catoptr.*). Addito igitur Speculo, Telescopium ad spectanda Objecta Terrestria commode adhibetur.

SCHOLIUM I.

361. *Speculum Metallicum esse debet, non Vitreum, quia multiplex refractio in Speculis Vitreis confusionem parit* (§. 89. *Catoptr.*).

COROLLARIUM III.

362. Quia Focus Vitri utrinque Convexi Semidiametri (§. 193), Plano-Convexi

Hh Dia-

Diametri intervallo à Lente distat (§. 168. 174); si Lens Objectiva utrinque Convexa, Telescopium Semidiametrum Objecti amplificat in ratione Semidiametri Lentis Ocularis ad Semidiametrum Lentis Objectivæ; si vero Lens Objectiva Plano-convexa, in ratione Semidiametri Lentis Ocularis ad Diametrum Lentis Objectivæ (§. 358).

COROLLARIUM IV.

363. Quare cum Semidiameter Lentis Ocularis ad Semidiametrum Objectivæ majorem rationem habeat, quam ad ejus Diametrum (§. 205. *Arithm.*); Telescopium Semidiametrum Objecti magis amplificat, si Lens Objectiva fuerit Plano-convexa, quam si utrinque Convexa existat (§. 206. *Arith.*).

COROLLARIUM V.

364. Ratio Semidiametri Lentis Ocularis ad Diametrum vel Semidiametrum Objectivæ eo minor, quo minoris Sphæræ segmentum fuerit Vitrum Oculare & quo majoris Objectivum: Telescopium itaque eo magis amplificat Diametrum Objecti, quo Lens Objectiva majoris, Ocularis vero minoris Sphæræ segmentum fuerit.

SCHOLIUM II.

365. *Necesse tamen est, ne ratio Semidiametri Lentis Ocularis ad Semidiametrum Objectivæ sit justa minor; alias enim pauciores Radios ab eodem Objecti Puncto ad Oculum refringet, nec à diversis Punctis emanantes probe separabit, sicque Visio evadet obscura & confusa. Præterea hic quoque valent, quæ de Telescopio Batavo Schol. 3 & 4. Probl. 30 (§. 352. 353) monuimus.* DECHALES (a) observavit, Lenti Objectivæ $2\frac{1}{4}$ pedum convenire Ocularem $1\frac{1}{2}$ digiti; Lenti Objectivæ 8, imo 10 pedum, Ocularem 4 digitorum. Lenti Objectivæ 8 pedum Ocularem 4 digitorum junxit EUSTACHIUS DE DIVINIS, qui in elaborandis propria manu Perspicillis excelluit. HUGENII Telescopium, quo veram Saturni faciem & unum è Comitibus ipsius primus detexit,

(a) Dioptr. Lib. II. Prop. 21. Cor. 1. f. 699. Tom. III. Mund. Mathem.

constat ex Vitro Objectivo 12 pedum & Oculari paulo minori, quam 3 digitorum: mox tamen ad eadem Phenomena observanda usus est Telescopio 23 pedum, quod duo habebat Vitra Ocularia $1\frac{1}{2}$ digitorum Diametro æquantia juncta invicem, ut æquipollerent uni Radios parallelos ad intervallum 3 circiter digitorum cogenti (b). Idem observavit (c) Lenti Objectivæ 30 pedum convenire Ocularem $3\frac{3}{10}$ digitorum & Tabulam sequentem à nobis contractam pro Telescopiis Astronomicis construendis exhibet:

Foci distantia Vitri Objectivi.	Diameter aperturae.	Foci distantia Vitri Ocularis.	Amplific. sec. Diam.
Pedes Rhemani.	Decim. & cent. dig.	Dec. & centes. digit.	
1	0. 55	0. 61	20
2	0. 77	0. 85	28
3	0. 95	1. 05	34
4	1. 09	1. 20	40
5	1. 23	1. 35	44
6	1. 34	1. 47	49
7	1. 45	1. 60	53
8	1. 55	1. 71	56
9	1. 64	1. 80	60
10	1. 73	1. 90	63
15	2. 12	2. 33	72
20	2. 45	2. 70	89
25	2. 74	3. 01	100
30	3. 00	3. 30	109
40	3. 46	3. 56	126
50	3. 87	4. 26	141
60	4. 24	4. 66	154
70	4. 58	5. 04	166
80	4. 90	5. 39	178
90	5. 05	5. 56	183
100	5. 48	6. 03	199

Construxit autem hanc Tabulam per Regulam sequentem: Foci distantia Lentis exterioris, quem numerum pedum habebit, is numerus ducatur in 3000; facti Radix erit

(b) System. Saturnin. p. 3. & 4.
(c) Dioptr. Prop. 56. p. 212.

erit Diameter aperturae quaesitae in centesimis pollicum (seu digitorum). Eadem si augeatur decima sui parte, dabit Foci distantiam Lentis Ocularis iisdem centesimis expressam. Apparentes vero rei visae latitudines sunt sicut Diametri aperturae. *Demonstrationem vide apud Inventorem HUGENIUM.*

COROLLARIUM VI.

366. Si in duobus vel pluribus Telescopiis eadem fuerit ratio Lentis Ocularis ad Objectivam; Objectum eodem modo amplificatur (§. 358).

SCHOLIUM III.

367. Forte hinc concludent nonnulli, in elaborandis Periscopillis majoribus inanem operam sumi. Enimvero probe tenendum ex Scholiis superioribus, quod Lens Ocularis ad Objectivam majorem in ratione minore esse possit quam ad Objectivam minorem. E. gr. In Telescopio HUGENIANO 25 pedum Vitrum Oculare est trium digitorum. Servata hac proportione, in Telescopio 50 pedum idem foret 6 digitorum: sed Tabulae inspectio docet, sufficere Vitrum Oculare $4\frac{1}{2}$ digitorum: Hinc vi ejusdem Tabulae Telescopium pedum 50 amplificat in ratione 1:141; Telescopium pedum 25 non nisi in ratione 1:100. Negandum tamen non est, Lentem Objectivam minorem exacte elaboratam preferendam esse majori minus exacte elaboratae. Cum enim illa non modo acutiorem Lentem Ocularem ferat, verum etiam aperturam majorem, Radiosque satis accurate colligat; fieri sine potest, ut Telescopium minus, si non magis amplificet Objectum, quam majus, idem tamen & clarius, & magis distinctum exhibeat: quod utrumque facit, ut rectius agnoscatur. Sane non apparet, quid tandem HEVELIUS (a) praegrandi suo 140 pedum Telescopio Lente, ut apparet, non satis exacte elaborata instructo, fuerit assecutus, cum non modo HUGENIUS Telescopio 23 pedum veram Saturni figuram & ejus Satellitum quartum; verum etiam

CASSINUS Telescopiis 35, 40 & 70 pedum reliquas Saturni Lunas aliaque Phenomena detexerit (b). Enimvero si Lentes praegrandes accurate fuerint elaboratae, qualis est illa 123 pedum, quam HUGENIUS Societati Regiae Anglicanae donavit, & illa CAMPANICENTUM palmorum, qua maculas Veneris contempletus FRANCISCUS BLANCHINUS (c), ipsa Experientia loquitur, iisdem patere, quae aliis minoribus latent.

COROLLARIUM VII.

368. Quia Lentium distantia aggregato ex distantis Focorum Lentis Objectivae & Ocularis aequalis (§. 358), Focus vero Vitri utrinque convexi Semidiametri (§. 193), Plano-convexi Diametri intervallo a Lente distat (§. 168. 174); Longitudo Telescopii aequatur aggregato Semidiametrorum Lentium, si Objectiva utrinque Convexa; summae Semidiametri Lentis Ocularis & Diametri Objectivae, si Objectiva Plano-convexa.

SCHOLIUM IV.

369. Quoniam Semidiameter Lentis Ocularis respectu Diametri vel Semidiametri Objectivae admodum exigua (§. 365); longitudo Telescopii ex distantia Lentis Objectivae ordinarie censetur, hoc est, ex ejus Diametro, si fuerit Plano-convexa, ex ejus Semidiametro si utrinque Convexa. Ita dicimus Telescopium 12 pedum, si Lentis Objectivae utrinque Convexae Semidiameter 12 pedum, aut Lentis Plano-convexae Diameter itidem 12 pedum, Semidiameter 6 pedum.

COROLLARIUM VIII.

370. Cum Myopes probe videant Objecta vicina (§. 384 Optic.), per Radios divergentes radiantia (§. 337. Optic.); Lentem Ocularem Objectivae propius admove-re debent, ut Radii per eam refracti fiant magis divergentes.

Hh 2

SCHO-

(b) Vid. Du Hamel in Philos. Vet. & Nov. Tom. V. Phys. Part. 2. Tract. 1. Diff. 3. C. 9. p. m. 109. & seqq.

(c) Vid. Hesperii & Phosphori nova Phenomena.

(a) Vid. Machin. Coelest. Tom. I. C. 21. f. 403. & seqq.

SCHOLIION V.

371. Ut majorem Campum uno obtutu comprehendere liceat, quidam Lentem Ocularem geminant, ita tamen ut prior sit majoris Sphæræ segmentum, quam posterior. Neque tamen eadem ratione Lentes Oculares collocant. Quidam nimirum Tubo Astronomico juxta Problema præsens constructo addunt Lentem Ocularem alteram acutiorem, ita ut intra Focum prioris constituatur: alii contra Lentem Ocularem priorem ita collocant, ut sit intra Focum Objectivæ. Sed de his fufius agere non attinet, quia Tubi ex binis Vitris ordinariè adhibentur.

SCHOLIION VI.

372. Illud tamen notatu dignum est, si duæ Lentes immediate jungantur, ita ut una alteram contingat, Focum ad duplam distantiam ejus removeri, ad quam Focus unius pertingit. Hinc & HUGENIUS, ut supra notatum est, loco Vitri Convexi Ocularis unius iduo adhibuit Contigua & acutiore.

COROLLARIUM IX.

373. Quia Tubus Astronomicus Objecta clara, distincta & aucta exhibet (§. 358), ideo etiam vicina apparere debent.

COROLLARIUM X.

374. Cum Objectum veluti ex Foco Objectivæ, ubi Imago ejus consistit, in Lentem Objectivam radiet; si in Foco communi Lentium Objectivæ atque Ocularis collocetur Objectum aliquod, illud cum altero per Tubum visum eodem in loco apparere debet (§. 348. *Optic.*).

SCHOLIION VII.

375. Non difficultate caret Fulcrorum constructio, quibus Tubi majores imponendi, ne pandare possint, nec nimia difficultate huc illuc moveantur. Multum ea in re desudavit HEVELIUS (a), & P. CHERUBIN (b) duplex excogitavit istiusmodi Fulcrorum genus: quorum minus postea describemus. Si enim Lentes Objectivæ fuerint maximarum Sphæræ-

(a) In Machina Cœlesti, Tom. I. C. 19. 20. 21. 22. f. 379. & seqq.

(b) Dioptrique Oculaire. Part. 3.

rum segmenta; Telescopia à Tubi molimine liberari præstat ex HUGENIANO invento, paulo post distinctius exponendo. Aliam adhuc Machinam erigendi & dirigendi Telescopia majora à CAMPANO inventam representat BLANCHINUS (c). Quidam Telescopia in brevitate contrahere allaborarunt: quemadmodum sequenti Problemate docetur.

PROBLEMA XXXIII.

376. Telescopium Astronomicum contrahere, hoc est, Tubum Astronomicum construere, qui minoris sit longitudinis communi, visibilis tamen Diametrum aque amplificet.

RESOLUTIO.

1. Tubo ductio constructo (§. 337) inferatur Lens Objectiva EG, mediocris Sphæræ segmentum.
2. Lens Ocularis prima BD sit utrinque Concava & ita collocetur in Tubo, ut Focus Objectivæ A sit pone ipsam, Centro tamen Concavitatis G propior. Dico Imaginem jam fore in Q, ita ut sit $GA : GI = AB : QI$.
3. Denique Lens Ocularis altera utrinque Convexa, Sphæræ minoris segmentum, ita collocetur, ut ejus Focus sit in Q.

Dico, hunc Tubum magis amplificatum Diametrum Objecti, quam si Lens Objectiva Convexa ad eandem distantiam EQ Imaginem exprimeret; consequenter breviorẽ hac ratione constructum æquipollere longiori communi

DEMONSTRATIO.

Fiat $NC : NB = 3 : 2$, ut nempe NC ad NB habeat Rationem Refractionis (§. 26); erit $NC : BC = 3 : 1$ (§. 193 *Arithm.*), consequenter si fiat $BC = G$

(c) In Libro paulo ante laudato Tab. VIII.

Tab. VII. Fig. 623

$=GI=a$ & $AB=d$, erit $NC=3a$, $NA=2a-d$, & $NA:AB=AC:AF$ (§. 164). Quamobrem $NA:AC=AB:AF$ (§. 173. *Arithm.*) & ideo (§. 100. *Arithm.*).

$NA : NC = AB : FB$

$2a-d : 3a = d : \frac{3ad}{2a-d}$

Quodsi esset $d=a$, tum foret $FB=3aa:a=3a$. Sed quia $d < a$, nempe $AB < GB$ *per construct.* (supponimus enim $GB=GI$, quia crassities Lentis censetur parvitatē contemnendae): erit $FB < 3a$ (§. 180. 182. *Arithm.*).

Quare si fiat $LI=3a$, Punctum L ultra F cadet, cumque sit $LG:LI=2:3$, hoc est, in ratione Refractionis (§. 26); post alteram Refractionem Radius Axi occurret in Q, ita ut sit $LF:FI=FG:FQ$ (§. 161), hoc est, $LF:FG=FI:FQ$ (§. 173. *Arithm.*), & hinc (§. 190. *Arithm.*) $LF:LG=FI:QI$.

Est vero LF minor quam LG: ergo etiam FI, hoc est (neglecta crassitie Lentis BI) FB minor quam QI aut QB. Patet adeo Focum per Lentem Concavam removeri ex F in Q, atque adeo Imaginem objecti in Q existere. *Quod erat unum.*

Ponamus jam Lentem aliquam Convexam OE ad eandem distantiam QE Imaginem Objecti exprimere Qm, ita ut Radius ab altero ejus extremo adveniēns sit Em, Axem intersecans intra Lentem E & incidenti in directum jacens (§. 241). Jam Radius EH in ingressu in Lentem Concavam frangitur ad perpendiculum HC (§. 25) & hinc refractus HK ab Axe EQ magis diver-

git, quam Em. Porro HK in egressu à perpendiculo KG refrangitur, (§. 37), adeoque refractus KM ab Axe magis divergit quam KH, consequenter multo magis quam Em. Radii igitur KM & BQ majorem Imaginem intercipiunt, quam Hm & DQ, consequenter Lens Concava HD & Convexa EO æquivalent Lenti Objectivæ, quæ majoris Sphæræ segmentum & Imaginem ipsi QM æqualem ad majorem distantiam quam EQ exprimit. *Quod erat alterum.*

Aliter.

Vir summus, ISAACUS NEWTONUS (a) compendiosam Tuborum constructionem invenit.

Tab. VII. Fig. 63.

1. Fiat Tubus ABCD in AD apertus, in BC vero clausus, intus nigerrimus, tantæ circiter longitudinis, quanta est Foci à Speculo Concavo EF distantia.
2. Ad fundum BC aptetur Speculum Metallicum Concavum maximo, quo fieri potest, studio politum, aut, ut Objecta clariora exhibeantur, Speculum Vitreum, ab anteriore sui parte Concavum, à posteriori ex æquo Convexum, Convexa Superficie argento vivo induta. Nisi enim ubique eandem habuerit crassitiem, species Objectorum coloratas & minus distinctas reflectit.
3. Ab altera Tubi extremitate ad ejus fere medium descendat Ansa Ferrea HL, cui agglutinetur Speculum Planum Metallicum, vel, quod melius est, Prisma Trigonum Vitreum aut Chrystillinum G; cujus Angulus

Hh 3 lus.

(a) Optic. Lib. I. Part. 1. Prop. 7. & 8. p. 85.

Tab.
VII.
Fig.
63.

- lus superior G rectus, reliqui duo femirecti. Facies in Angulum G coeuntentes debent esse quadratæ: tertii figura est Parallelogrammum Rectangulum. Ita autem collocari debet hoc Prisma, ut Radius à Speculo reflexus per mediam faciem GM transiens eam fecet ad Angulos rectos, ad Rectangulum vero MN inclinetur sub Angulo femirecto, ea vero sit illius à Speculo Concavo EF distantia, ut Radii reflexi ac & bd à Concavo post alteram reflexionem in Basi Prismatis factam concurrant in e , hoc est, ut distantia Foci e à Superficie reflectente Prismatis & hujus à Speculo Concavo distantia sit distantia Foci à Speculo Concavo æqualis, vi eorum, quæ supra (§. 360) demonstrata sunt.
4. In I sit Lenticula Plano-convexa, cuius Focus in e , ut Radii reflexi Oculum ingrediantur paralleli (§. 203).
 5. Hæc denique Lenticula tegatur Lamella Plumbea vel Orichalcea, tenui foramine rotundo instructa, ut Radii peregrini arceantur, confusionem causaturi (§. 76. *Optic.* Sit vero Foramen ea magnitudine, quæ tantum Luminis transmittat, quantum ad claram Visionem sufficit.

SCHOLIUM I.

377. *Primum Telescopii genus egregium est, modo Lentes sint satis accurate elaboratæ, quia Lens Concava, præsertim quæ minoris Sphæræ segmentum, Radios valde dispergit: unde & minus clarum, & confusum apparere solet Objectum, si Lens Objectiva non satis separat Radios ab eodem Puncto venientes & Cava nimium eosdem dispergit.*

COROLLARIUM.

378. Quia Lens Concava Convexæ juncta magnam Objecti Imaginem in exigua distantia exprimit (§. 376); hoc Artificium egregie conducit ad Cameras obscuras portatiles (§. 236.).

SCHOLIUM II.

379. *Quoniam usus Camera obscuræ postulat, ut Imagines delineentur claræ & distinctæ quantum fieri potest; ideo & danda opera, ut Lentes probe elaborentur, & cavendum, ne Lens Concava nimis acuta Radios nimium dispergat. Quid fieri conducatur, tentando rectius definitur, quemadmodum jam supra (§. 353) in casu simili annotavimus.*

SCHOLIUM III.

380. *Cum Vir excelsi ingenii NEWTONUS de constructione Telescopii sui primum cogitaret, non tam de Tubo contrahendo, quam de imperfectionibus Tuborum ex Refractione oriundis tollendis sollicitus erat. Quoniam enim Radios diversæ refrangibilitatis esse primus repererat (§. 199. *Optic.*); facile quoque videbat, fieri non posse, ut omnis aberratio Radiorum avertatur, quantacunque cum cura Lentes poliantur. In primo, quem construxit, Tubo Speculi Cavi Metallici Semidiameter erat $12\frac{2}{3}$ digitorum, à quo adeo Focus distabat $6\frac{1}{3}$ digitorum intervallo: Lenticulæ Ocularis Diameter erat $\frac{1}{2}$ unius digiti, ut adeo Diametrum Objecti amplificaret in ratione 1 ad 38 (a). Deprehendit autem, Objecta aliquanto obscuriora exhiberi. Unde suavit postea (b), ut Vitrea Specula Metallcis substituantur: nec quicquam amplius in hoc negotio desiderari putat, quam ut Ars Vitra poliendi magis perficiatur: observavit enim inæqualitates quasdam, quæ Lentibus Objectivis non officiant, Speculis tamen multum obesse ac impedire, quo minus Objecta distincte cernantur. Prima inventi hujus idea ex*

(a) *Philos. Transact. n. 81. p. 4004.*

(b) *Optic. l. c. p. 89.*

venit,

venit, qui simile quid ante ipsum meditatus.

SCHOLION IV.

381. Monet præterea NEWTONUS (a), si longitudo Instrumenti sit 6 pedum, adeoque Semidiameter Speculi Concavi pedum 12 (§. 209. Catoptr.), aperturam in Speculo esse debere 6 unciarum, & rem Objectam amplificari in ratione 1 ad 200 vel 300. Si longius breviusque fiat, aperturam esse debere ut Cubum Radicis Quadrato quadrata longitudinis & amplificandi potentiam ut aperturam. Speculum fieri jubet uncia una aut duabus latius quam aperturam. Olim (b) pro constructione istiusmodi Telescopiorum sequentem exhibuit Tabellam.

Apertura.	Diameter Vitri Ocularis.	Semid. Speculi Concavi.	Aperturæ.	Diameter Vitri Ocularis.
100	100	6 ped.	645	186
168	119	8	800	200
283	141	10	946	211
338	157	12	1084	221
476	168	16	1345	238
562	178	20	1591	251

Nullum tamen est dubium, quin eadem hic valeant, quæ superius de Ocularibus Vitris ad Objectiva rite proportionandis dicta sunt. JOHANNES HADLEJUS istiusmodi Telescopium Catadioptricum maximo successu construxit: tenim cum esset nonnisi pedum quinque cum parte quarta, in Observationibus tamen Astronomicis Satellitum Jovis atque Saturni, nec non Annuli Saturnini paria præstitit cum HUGENIANO centum & viginti trium pedum (c). Erat nimirum Radius Concavitate Speculi 10' 5 $\frac{1}{4}$ ". Speculum Planum eodem cum Concavo Metallo confectum erat vale: Crassities ejus $\frac{11}{15}$ seu $\frac{1}{8}$ unius digiti, titudo dimidii circiter digiti, longitudo ad

latitudinem ut 1 ad $\sqrt{2}$. Vitrum Oculare triplex adhibuit; uni erat distantia Foci $\frac{1}{2}$, alteri $\frac{3}{10}$, tertio $\frac{1}{40}$ circiter unius digiti, ita ut in casu primo Diameter Objecti amplificaretur in ratione 188 vel 190 ad 1, in altero in ratione 208 ad 1, in tertio denique in ratione 228 seu 230 ad 1 (d).

PROBLEMA XXX.

382. Fulcrum construere, quo Telescopia 15, 20 aut 25 pedum sustentari, commode ad Objectum datum dirigi & in situ suo immota retineri possunt.

RESOLUTIO.

Placet nobis illud Fulcri genus, quod R. P. CHERUBIN (e) invenit. En ejus constructionem.

Tab. VII. Fig. 64.

1. Basis fiat ex tribus partibus A, B, C in figuram Trianguli firmiter inter se junctis: ut ex Schemate satis patet.
2. Basi infigatur Columna lignea intus Cava DE: cui
3. Immittatur Virga Ferrea dentata EF, cujus ope Tubus elevari ac deprimi potest.
4. Hæc Virga ex cavitate Columnæ educenda & in eam reducenda ope Manubrii G, cujus Axis, ut in Antlia Pneumatica (§. 40. Aerom.) rotula dentata, ex altera Figuræ parte latente, instructa.
5. Ne autem eadem sua sponte relabatur, pondere Tubi pressa, vel ope Rotæ hamatæ, qualis in Molis ferrariis (§. 992. Mechan.) occurrat, atque Elateris, vel aliis Artificiis Mechanicis impediendum.
6. Fiat

(a) Loc. cit. p. 91. 92.

(b) Phil. Transact. n. 82. p. 40. 32.

(c) Philos. Transact. n. 378. p. 382. & seqq.

(d) Ibid. n. 376. p. 303. 304. 306.

(e) Dioptr. Oculaire Part. 13. Sect. IX. Cap. 1. fol. 271. & seqq.

Tab.
VII.
Fig.
64.

6. Fiat Globus Concavus ex Ligno nuceo H Tubulo TF affixus, & circa Axem convertibilis, ut Telescopium in omnem plagam dirigi possit.
7. Huic Globo immitatur alius Convexus, cui Cochlea afferruminetur, ut Tubi sustentaculum ad eum aptari possit, sitque Concavus crena aliqua instructus, ut Tubus sub Angulo quocunque ad Horizontem facile inclinari queat: quod artificium cum in Fulcris Instrumentorum Geodaticorum obvium sit, ut hic distinctius exponatur opus non est.
8. Sustentaculum ML ex tribus partibus componatur, quarum media IK est quadrata intusque cava instar Canalis, altitudine & latitudine 3 digitorum, longitudine duorum circiter pedum cum dimidio, ut Telescopium in cavitate reponi possit. Duæ laterales MI & KL ex affere non nimis tenui paratæ, ne mediæ similes pondus præter necessitatem augeant.
9. Ut tamen Telescopium firmiter incumbat, non modo Segmenta annularia lignea prope extremitates affigenda, sed Telescopium quoque in medio utriusque partis V & X alligandum.
10. Ut vero idem in situ suo retineri possit, Hastæ Ferreæ NO sustentaculo infigendæ immittatur Cubus Orichalceus intus Cavus Q, ut sursum deorsumque libere protrudi possit. Superficii superiori afferruminatus sit Axiculus rotundus per

foramen in Basi inferiore Cubi Orichalcei alterius P trajiciendus, ut is circa hunc libere moveri possit.

- II. Denique per Cubum P trajiciatur Regula Lignea ER, mediantibus Cochleis partim ad Cubum P, partim ad Columnam ED parte sui superiore Ferro obductam firmanda.

Ita nimirum Telescopium elevari ac deprimi, in quamcunque plagam dirigi, ad Horizontem quomodocunque inclinari & in omni suo situ firmiter retineri facile potest: quæ singula ex ipsa structura per se manifesta sunt. Neque quicquam amplius à Tubi Fulcro desiderari potest.

PROBLEMA XXXV.

383. *Telescopia longiora à Tubi molimine liberare.*

RESOLUTIO.

Egregii hujus Problematis solutionem sequentem dedit Celeberrimus HUGENIUS (a):

1. Malus AB ejus fere longitudinis, quæ foret Tubi, normaliter in Terram defigatur & antequam erigatur, latus unum Dolabra complanetur atque ibi Regulæ binæ affigantur inter se parallelæ ac sesquipollice distantes, itaque Canalem efficientes, interius paulo latiore, qui à summo Malo ad imum fere pertingat.
2. In cacumine Mali imponatur Orbiculus A circa Axem mobilis & in eum Funis Gg ducatur dupla Mali longitudine, crassitudine minimi digiti nudidia.

(a) In Astrosopia compendiaria.

dimidia, in se rediens & Plumbum H pondere æquali adjectum habens, quantum est Brachii mobilis cum Lente imposita; utque, si opus sit, ascendi possit, Triangula Lignea æqualibus spatiis defigantur, quæ in Schemate omiſſa sunt.

3. Afferculus bipedalis CD uno latere ita incidatur, ut intra Canalem liberrime moveri queat.
4. Hujus medio affigatur Brachium E Ligneum, pedem unum à Malo extans, in cujus extremo aliud sesquipedale Ff media sui parte ad Angulos rectos jungatur. Utrumque Horizonti parallelum extendatur.
5. Lens Objectiva includatur in Cylindrum Cavum IK, 4 digitos longum & ex Bractea Ferrea fabricatum.
6. Huic Cylindro affigatur Bacillus pedalis KL, digiti crassitudine insiſtens, Globulo Æneo M avellanæ magnitudine, qui in subjecto Moduli sui cavo liberrime volvi possit. Cavum, uti fieri solet, ex duabus partibus constat. Cochlea constringendis.
7. Ut Lens æqualiter librata exigua vi moveri possit, Pondus unius circiter libræ N ex filo Æneo crassiore semipedali suspendatur cujus flexu facile obtinetur, ut Centrum commune gravitatis ejus & Lentis coincidat cum Centro Sphærulæ M.
8. Bacillo KL infigatur Stylus Æneus L digiti longitudine & deorsum flexo, donec cuspede sua tantumdem ac Centrum Globuli M infra Bacillum descendat, filum tenue bombyci-

num LV alligetur, quod adeo erit Bacillo KL parallelum.

9. Lens Ocularis O Cylindro brevi includatur, eique Bacillus PV affigatur.
10. Infra eum appendatur Pondus exiguum S, quantum, opus est ad faciendum libramentum.
11. In Q sit Capulus R, qui Axiculum transversum ferat, manu Observatoris apprehendendus & Bacillus PV versus Lentem Objectivam directus filo LV alligetur.
12. Filum per foramen V trajectum Verticillo T circumvolvatur, qui medio Bacillo infixus, ut ejus conversione longitudo fili contrahi producique possit, quantum opus fuerit.
13. Ut Observator Lentem Ocularem immotam tenere possit, Fulcrum X brachiis supponatur, cujus structura ex inspectione figuræ satis manifesta. Ejus altitudo 4'9".
14. Ut in tenebris Stellæ Telescopio facile reperiantur, Laterna opus est; cujus constructionem supra docuimus (§. 208).
15. Denique ut Lux quædam tenuis ab Aëre ad Oculum manans excludatur, perforatus apponatur Orbiculus Y, Brachiolo mobili flexilique affixus.

SCHOLIUM.

384. *Quanti fieri debeat præclarum hoc HUGENII inventum, non illi modo experiuntur, qui Telescopiis majoribus Sidera contemplari animum inducunt; verum etiam à praxi alienus facile judicabit, qui Speculam HEVELII (a) Regiis sumtibus eum in finem exstruendam consideraverit.*

Ii

PRO:

(a) Machin. Cœlest. Tom. I. C. 22. f. 419.

Tab:
VIII.
Fig.
65.

PROBLEMA XXXVI.

385. *Telescopium Catadioptricum construere, quo in Observationibus Cœlestibus commode uti licet.*

RESOLUTIO.

Constructio, quam dedit HADLEJUS
(a) huc redit:

- Tab. XII.
Fig. 98.
n. I.
1. Speculum Concavum A collocetur in fine Tubi Octangularis BB, tantæ longitudinis, quantam requirit distantia Foci Speculi, v. gr. 6 pedum & amplius, si Diameter Speculi $10\frac{1}{2}$ circiter pedum; tantæ vero latitudinis, ut Speculum commode recipere possit.
 2. Tubi interior Superficies nigredine inficiatur, & in fine, ubi Speculum A collocatur, fiat incisio longitudinis 6 vel 7 digitorum, ut Tubus ope Operculi C ibidem operiri & claudi possit, quando Speculum eidem vel inferere, vel ex eo eximere volueris.
 3. In fundo Octangulari D fiat itidem incisura $2\frac{2}{3}$ circiter unius digiti lata & ad Centrum usque extensa, ut Ansæ Speculo affixæ locus sit, qua idem tenetur, dum Tubo inferitur, vel ex eo eximitur, extra hunc usum claudenda.
 4. Speculum ita collocetur, ut Axis ejus congruat Axi Tubi, ope trium Confibularum Lignearum, quarum duæ conspiciuntur in aa, tertia fundo Tubi affixa, & in situ suo detineatur ope trium Cochlearum, quarum una in b conspicitur. Cavendum tamen, ne Cochleæ nimia vi Speculum ad confibulas apprimant.

(a) Philosoph. Transact. num. 376.

Speculum autem hoc pacto inferitur Tubo, ut extra usum eximi possit, ne splendor ejus obfussetur.

5. Speculum Planum ope Cochlearum affigatur Brachio Ferreo B, quod altero sui extremo firmetur intra Lignum mobile EE, ut ope Cochleæ GG secundum Tubi longitudinem ab ejus fundo removeri, vel eidem propius admoveri possit, donec exacta Speculorum à se invicem distantia obtineatur pro diversa Vitrorum Ocularium, quibus uteris distantia (§.376).
6. In medio Ligni mobilis EE fiat Cavitas Cylindrica D, cujus Axis ad Superficiem interiorem & exterioriorem exacte perpendicularis, ut Lens Ocularis eidem immitti possit.
7. Brachium Ferreum ad distantiam duorum circiter digitorum ad Superficiem Ligni EE perpendiculare Planis terminetur Superficiebus, ita ut latus alterutrum obvertat Radio à Puncto radiante ad Speculum tendenti; in b vero Plana Superficies eundem respiciat, latere contrarium situm obtinente, & ita inflectatur, ut si averfa Speculi Plani Superficies ope Cochlearum Cc ad idem firmetur, Axis Cavitatis Cylindricæ D incidat in Centrum Superficie anterioris Speculi sub Angulo semirecto (§.376).
8. Ut situs Speculi Plani A accurate obtineri possit, in ii duæ adsunt Cochleæ, quarum auxilio Speculum elevari ac deprimi tantillo potest Brachio immoto, donec Axis cum eodem Angulum semirectum faciat.

9. Tu.

9. Tubulus H, cui inferitur Lenticula Ocularis, Cochlea instruat, ut eidem aptari possit segmentum Spharæ Cavæ, quod Oculi bulbum recipiat, ne Lumine à latere illabente officiatur Visioni Objecti Telescopici.
10. In superiori Tubi parte affigatur Telescopium Dioptricum commune H, cujus longitudo octodecim digitorum, ita ut Axis ejus sit parallelus Axi Tubi, & in Foco Communi Vitri Ocularis & Objectivi erigantur duo capilli in Axe sese interse. antes.
1. In Foco Vitri Ocularis non procul à Speculo Plano collocetur Circulus, qui determinet partem Objecti visibilem; in altero vero ejusdem Foco, qui Oculum respicit, Lamina Ferrea exiguo foramine pertusa, re ab interioribus Tubi parietibus reflexi Radii in Oculum illabantur; consequenter ne distinctæ Visioni officiat.
2. Apertura denique limitetur Annulo Chartaceo ante Speculum Conca-
vum intra Tubum collocando: quæ cum pro diversitate visibilis eadem non sit, plures istiusmodi Annuli ad manus esse debent. Diameter aper-
turæ in iis, quibus usus est HADLE-
JUS, fuit $5\frac{1}{2}$, 5 & 4. digitorum. Jam ut Tubus commode ad Objec-
tum dirigi & in situ suo immotus detineri possit, peculiari machina-
mento opus est. Itaque
3. Basis FF fiat ex robusto assere lon-
gitudinis trium aut duorum ac dimi-
dii pedum, latitudinis 14 digitorum.
4. In altero ejus extremo excitetur

- perpendiculariter Arca quadrilatera Tab. XII. Fig. 98. n. 1. & 3.
III, cujus altitudo duorum circiter pedum, lateribus duobus afferi in *aa* & Operculo in *dd* infixis, reliquis vero ad hæc ope Cochlea-
rum firmatis.
15. In Operculo fiat Foramen Circula-
re, cujus Diameter paulo major 3
digitis, per quod transeat Columna
versatilis P Axiculo Ferreo in *c* inf-
tructa & Ferro excavato in *b* in-
sistens.
16. Pars Columnæ superior ultra Oper-
culum unius circiter ac dimidii di-
giti intervallo emineat & Capitulo
K inferatur, cujus longitudo 8, la-
titudo & crassities 4 vel 5 digito-
rum.
17. Capitulo affigantur sustentacula den-
tata LL 14 vel 15 digitos alta,
quæ ab Axe Columnæ distant utrin-
que 5 digitorum intervallo, denti-
bus à se invicem æqualibus interval-
lis remotis, quibus incumbit Axis
Ferreas C Tubum sustentans, juxta
Tubi inferiora latera incurvatus.
Habent autem dentes diversas alti-
tudines, ut Tubus pro diversa Ob-
jecti elevatione supra Horizontem ad
commoditatem Oculi elevari possit.
18. Axis Tubi $2\frac{1}{2}$ circiter digitis altior
Axe motus & Centrum gravitatis
Speculo Cavo A intus collocato ab
eodem 3 digitis retro distet. Et ne
Tubus, dum elevatur, retro descen-
dat, duabus confibulis retineatur.
19. Affricus Columnæ, dum in gyrum
agitur intra Foramen Operculi im-
pediatur Sectore Cylindrico, 65
circiter vel 70 gradus continente

Tab.
XII.
Fig. 98:

- & digitum circiter alto in parte superiori D : intra cujus cavitatem in Angulo quadrati applicetur Lamina Chalybea in medio juxta eundem Angulum incurvata *oo* & vertex Anguli internus intra duas Laminae partes fit in Axe Columnae & gyretur super Apice indurato Ferri Cuneiformis *f*, cujus Basis Cochleis robustis ad Cistam firmetur.
20. Capitulum secum vehat Brachium Planum, cujus longitudo 27 circiter, latitudo anterior, quae altera paulo minor, 4 digitorum, sustentatum Ligno tenui O ad latus infra agglutinatum & Fulcro N à Columna rotatili per aperturam Cistae in P procedens & extremo Brachii occurrens intervallo 9 digitorum ab ejus extremo.
21. In altero Basis FF extremo perpendiculariter erigatur Tabula Q 12 circiter digitos lata, 26 vel 27 vero alta. retinaculo R in situ suo firmiter detinenda.
22. Pars superior Tabulae in Superficie exteriori referat Segmentum. Cylindri, cujus Axis idem est cum Axe Columnae versatilis, ut sustentare possit sustentaculum Brachii, in quo ejus extremum incedit, dum Columna convertitur.
23. Sustentaculum SS eandem habeat Figuram Cylindricam, quae ope quatuor Cochlearum eidem conciliatur transeuntium per utrumque ejus extremum & aliud frustum Ligni T ejusdem cum illo longitudinis. Latus ejus superius est complana-
- tum, ne scabrities affricatum causetur in incessu Brachii: ad quem imminuendum, porro
24. Brachium in V duobus instruitur Rotulis circa Axiculos suos versatilibus (§. 956. *Mech.*), qui in Linea per Axem Columnae versatilis transeunte fiti.
25. Ad Orbiculos illos sustentaculum SS admotum fervetur ope Cochlearum WW, quarum matrices XX Tabulae Q affigantur.
26. Motus Tubi dirigatur ope duorum Paxillorum Ferreorum Y & Z. Primus Y à Brachii extremo distet intervallo IO vel II digitorum & Filum, quod eidem circumvolvitur, infra Trochleam *f* verticaliter Tabulae extremo affixam ductum, alligetur Tubo in *g*. Ope hujus Paxilli anterior Tubi pars debite elevatur. Quod si vero contingat Objecti elevationem supra Horizontem esse magnam; Filum alligetur Baculo quadrato levi in *h*, cujus pars inferior incumbit Brachio, ut impediatur, ne motu vibratorio Fili Tubus vacillet motum tremulum visibili conciliaturus: huc enim facit & Fili brevitatis, & Baculi Brachio adjacentis levis affricatus.
27. Paxillus alter Z inservit motui Tubi Horizontali: quem in finem Filum, quod eidem circumvolvitur, juxta Trochleam pone alteram Horizontaliter erectam, quam in Figura exprimere non licuit, ductum pendeat à Clavo capitulo minori *k* infixo. Ita autem collocetur Paxillus Z, ut altera

altera manu Observatoris facile moveri possit, dum altera circa Paxillum Y occupatur.

8. Ut Paxilli Y & Z commode moveri possint, in inferiori Brachii Superficie firmentur frustra ligni foramine instructa, ita ut unum quodque ope ferræ in altero Foramine extremo scindatur in duas partes ut ope Cochleæ *m* Paxilli pede inserto coarctari possit foramen, quantum usus requirit.

9. Agit autem Paxillus Z adversus, duos elateres *m* & *n* intra Cistam III collocatos, quorum dexter *m* Columnam vertit versus sinistram, ope funis Elateri alligati & Verticillo P circumvoluti, vi cujus debite extenditur. Et eodem modo sinister *n* inservit Columnæ in partem contrariam vertendæ.

SCHOLIUM.

386. Quoniam Telescopium NEWTONIANUM quinquaginta propemodum annos neglectum fuit, quod tamen insignem prorsus usum pondet in Observationibus Astronomicis, ita non melius à Tuborum Opticorum prærandium molimine liberari queamus, quam ubi ab hac imperfectione liberetur Telescopium Catadioptricum, quod Specula Metallorum nitorem suum facile amittant; ideo consilium duximus apparatus illum prolixius describi, qui cura HADLEII accessit & quo Telescopii hujus usus promptus redditur & extenditur.

PROBLEMA XXXVII.

387. Telescopium Terrestre construere.

RESOLUTIO.

1. Tubo constructo (§. 337), inseratur Lens Objectiva vel utrinque Con-

vexa, vel Plano-convexa, quæ sit majoris Sphæræ segmentum.

2. Eidem jungantur tres Lentes Oculares utrinque Convexæ & æqualium Sphærarum segmenta; ita quidem ut binarum quarumcunque distantia sit aggregatum ex distantiis Focorum earundem.

Dico, Oculum Lenti ultimæ in distantia Foci ejus admotum videre Objectum distinctum, situ erecto & amplificatum in ratione distantie Foci Lentis unius Ocularis ad distantiam Foci Objectivæ.

DEMONSTRATIO.

Cum per Tubum Objecta remota spectentur (§. 326), adeoque Radii ab uno Puncto emanantes in Lentem Objectivam paralleli incidant (§. 94. *Optic.*), in distantia Foci principalis delineabitur Objecti Imago, situ inverso (§. 224). Quare cum hæc Imago sit in Foco Lentis Ocularis primæ, *per construct.* Radii post refractionem alteram erunt paralleli (§. 203), qui in Lentem tertiam incidentes post tertiam refractionem Imaginem inversam Imaginis inversæ, hoc est, erectam Objecti in Foco ejus formabunt (§. 224). Quoniam itaque hæc Imago in Foco Lentis Ocularis tertiæ existit, *per construct.* Radii post quartam refractionem erunt paralleli. Oculus adeo Objectum per Radios parallelos videt: unde liquet ex Demonstrationibus anterioribus, quod idem distinctum videre debeat. *Quod erat unum.*

Quando Imago inversa in Foco Lentis Oculo proximæ constituta in eam ra-

diat, Objectum situ inverso apparet (§. 358). Ergo cum Imago erecta ibidem constituta in eandem radiat, Objectum situ erecto apparere debet. *Quod erat alicrum.*

Tab.
VII.
Fig.
66.

Radius AQ, ex Foco Q, Lentis Objectivæ AB incidens post refractionem fit Axi IL parallelus (§. 203); consequenter à Lente Oculari prima CD unitur Semidiametri intervallo cum Axe in M (§. 193). Et cum in M etiam sit Focus Lentis Ocularis secundæ EF, *per construct.* Radius FH post refractionem erit Axi NO parallelus (§. 203), adeoque ab Oculari tertia cum Axe unitur in P ad distantiam Semidiametri PO (§. 193). Sunt vero Semidiametri Lentium GH & CD æquales, *per construct.* Ergo PO = LM vel PH = MC. Quare cum demissis perpendicularibus Cl & Ho anguli recti ad o & l etiam sint æquales nec minus Ho = Cl (§. 289. 291. *Geom.*); erit Angulus OPH ipsi CML æqualis (§. 235. *Geom.*). Objecti adeo Semidiameter tanta apparet in P, quanta videtur in M (§. 209. *Optic.*). Enimvero si IQ fuerit distantia Foci Lentis Objectivæ, Oculus in M positus videt Semidiametrum Objecti amplificatam in ratione ML vel PO ad IQ (§. 358). Ergo & in P Semidiameter Objecti aucta cernitur in ratione LM vel PO ad QI. *Quod erat tertium.*

COROLLARIUM I.

388. Tubus adeo Astronomicus facile convertitur in Terrestrum, Lentem Ocularem triplicando, & Terrestris contra in Astronomicum abit, duas Lentas Ocula-

res auferendo, eadem tamen manente potentia amplificandi.

COROLLARIUM II.

389. Quia distantia Lentium Ocularium exigua est, longitudo Telescopii parum mutatur, si tribus Ocularibus loco unius utaris.

COROLLARIUM III.

390. Patet autem ex constructione longitudinem Telescopii haberi, si Diametro Lentis Objectivæ Plano-convexæ vel Semidiametro utrinque Convexæ IK addas quintuplum Semidiametri Lentium Ocularium KR.

SCHOLION I.

391. HUGENIUS primum invenit in Tubo Astronomico non minus, quam in Terrestrum, mul um conducere ad Telescopii perfectionem. si eo in loco, ubi hæret Imago in Lentem Oculo proximam radians, constituitur Annulus vel ex Ligno tornatus, vel ex Lamina Metallica confectus cum foramine paulo angustiore, quam est Vitri Ocularis latitudo (a). Ita nimirum Colores arcentur Visionem distinctam turbaturi & tota Area, quæ un obtutu comprehenditur, termino suo circum scribitur.

SCHOLION II.

392. Sunt equidem, qui Tubos Terrestræ ex tribus Lentibus construunt, Objecta non minus erecta & amplificata exhibemes: sed talia Telescopia minus perfecta censeferi debent tum quia Imagines Coloribus inficiunt, tum quia circa marginem distorquent.

SCHOLION III.

393. Nonnulli quatuor & pluribus Lentibus Ocularibus utuntur. Sed cum in transitu per singulas Lentas pars quædam Radiorum intercipiatur, Objectiva non satis clara apparent. Sufficit itaque nobis optimum Telescopii genus exposuisse.

PRO-

(a) In Systemate Saturnino p. 82. conf. Dioptr. Prop. 53. p. 195.

PROBLEMA XXXVIII.

394. *Aperturam Lentis Objectivæ in Telescopio definire.*

RESOLUTIO.

1. Ex Charta compacta & nigredine infecta excindantur plures Annuli, ita ut Diameter minoris foraminis Pifi majoris Diametrum adæquet, Diameter vero foraminum in reliquis continuo crescat. Totius vero Annuli Diameter sit latitudini Vitri Objectivi æqualis.
 2. Telescopium interdium versus Objectum aliquod procul distans, noctu versus Lunam, Planetam aliquem atque Stellæ fixas diversæ magnitudinis dirigatur, & adhibitis diversis aperturis notetur, per quamnam Objectum non modo clarum, sed & maxime distinctum appareat.
- ta nimirum aperturam convenientissimam deprehendes.

SCHOLION I.

395. *Quantum momenti situm sit in apertura Vitri Objectivi conveniente, Experientia clarissime loquitur. Nec difficulter idem ratione assequi datur. Radii enim ab Axe remotiores à Foco aberrant, nec in eo colliguntur: unde Objecti Imago in Retina fit confusa. Major vero aberratio est, quæ à diversa Radiorum refrangibilitate pender. Radium enim unum per refractionem in plures diversicoloris dispesci, diversos adeo Angulos cum Cathetero refractionis efficientes, dudum observavit NEWTONUS (§. 199. Optic.). Atque ex his fundamentis HUGENIUS deduxit (a), constituta per Experientiam apertura Lentis Objectivæ 30 pedum, esse ut 30 ad 3, hoc est, t 10 ad 1 ita radicem ex distantia Foci Lentis cujuscumque per 30 multiplicatam ad ejus aperturam, distantias vero Focorum Lentium Ocularium esse aperturis proportionales.*

(a) Dioptr. Prop. 55. p. 205. & seqq.

SCHOLION II.

396. *Quoniam interdium Oculus majori Lumine occupatus minus vivide afficitur à debiliore, ut plures Radii per Tubum ad Oculum pertingant, aut amplianda erit apertura, aut Lente Oculari, quæ sit majoris Sphæræ segmentum, utendum. Sed ne aberratio Radiorum, NEWTONIANA præsertim, Visioni distincta officiat; medelam posteriorem asserre præstat, quam priorem. Hinc interdium Lentem Ocularem adhiberi consultum est, cujus Diameter sit dupla Diametri nocturnæ. Cum enim hæc ratione Imago interdium in Retina delineata sit subdupla ejus, quæ noctu ibidem exhibetur, quoad Diametrum (§. 358. Dioptr. & §. 181. Arithm.); claritatem quoque multo majorem quam illa habebit (§. 89. Optic.).*

SCHOLION III.

307. *Illud quoque notatu dignum est, quod Lentes Objectivæ majorem aperturam admittant, si Tubi intus denigrentur & eorum ductus Annulis Lignæis muniuntur (§. 337).*

SCHOLION IV.

398. *Cum tanta sit Lentis Objectivæ obtegendæ circa marginem necessitas; mirum sane videri poterat, quod per Lentes Vitreas, quæ majorum Sphærarum segmenta existunt, solitiisque multo latiores sunt, in ipsa Luce meridiana, sine ullo Tubi molimine, Objecta valde diffita & per amplum spatium diffusa clare atque distincte videri possint tam situ erecto, si intra Focum & Vitrum Oculi constituatur quam situ everso, si ultra Focum Spectator consistat. Etenim jam ante aliquot annos notatum est in Actis Eruditorum (b), me per Tabulam Vitream Plano-convexam, cujus Convexitatis Diameter 30 pedum, longitudo duorum, latitudo unius cum dimidio existebat, ad distantiam duorum milliarium Germanicorum in ipsa Luce meridiana, sine ullo Tubi molimine, duobus Oculis apertis sine Vitro Oculari adificia monti superstructa distinctissime vidisse. Nec credo*

(b) A 1710. mens. Octobr. p. 466. 467.

credo ab hoc diversum esse illustris Tschirhusii inventum, quod ab ipso celatum tantopere commendatur à Celeberrimo Fontenello (a). Eadem enim observavi per Vitrum non satis exacte politum, quæ de sua Lente singulari ad Illustrem Academiam Regiam Scientiarum perscripsit Tschirhusius, ut adeo secretum nullum sit, quod hic subesse suspicatur Fontenellius.

PROBLEMA XXXIX.

399. *Rationem Experimentaliter definire, quam habet Diameter Objecti nudo Oculo visi ad Diametrum per Telescopium visi.*

RESOLUTIO.

1. Dirigatur Tubus versus tectum alicujus domus & per eum Oculus superiorem regularum seriem contueatur.
2. Oculus alter sit apertus, ut eadem regulæ quoque videantur nudo.
3. Telescopium tamdiu vertatur, donec unius regulæ extremum per Telescopium visum incidat in extremum ejusdem nudo Oculo visum.

4. Numerentur regulæ nudo Oculo visæ, quæ uni vel pluribus tegulis per Telescopium conspectis congruunt.

Erit enim ut numerus prior ad posteriorem, ita Diameter Objecti Oculo armato visi ad Diametrum nudo Oculo visi.

SCHOLION I.

400. *Ne manu vacillante Observatio irrita fiat, Tubus Fulcro cuidam firmo iuncti debet. Oculus non minus immotus sit necesse est.*

SCHOLION II.

401. *Quæ de Tubis binoculis primum Antonius Maria Schyrlæus De Reita (b) & post ipsum alii, veluti Cherubin Capucinus (c), meditati sunt: curiositati magis, quam utilitati servire videntur. Unde non mirum, quod Vir in hoc studiorum genere præstantissimus & de Tuborum perfectione tantopere sollicitus Hugenius, nullam eorum in suo de Dioptrica Opere mentionem injiciat. Uno nimirum Oculo satis bene distinguimus Objecta, modo Lens Objectiva sit exacte elaborata & aperturam habeat Lentemque Ocularem convenientem.*

CAPUT VII.

De Microscopiis seu Engyscopiis.

DEFINITIO XXXI.

402. *Microscopium seu Engyscopium est Instrumentum Dioptricum, per quod Objecta minuta valde aucta & distincte spectantur.*

SCHOLION.

403. *Quando & à quonam Microscopia fuerint inventa, non liquet. Certe anno 1618. ea adhuc incognita fuisse, inde manifestum*

(a) Hist. Acad. Reg. Scient. A. 1701. p. 165. Edit. Bat.

est, quod Hieronymus Syrturus, qui eo ipso anno de Origine & fabrica Telescopiorum Librum edidit, nullam eorum mentionem ejicit.

DEFINITIO XXXII.

404. *Microscopium simplex est, quod unica Lenticula aut Sphærule constat.*

DE-

(b) In Oculo Enochii atque Eliæ Lib. IV. f. 354 & seqq.

(c) In Dioptricæ Ocularis Tom. 2. qui sub titulo: *La Vision parfaite* prodiit.

DEFINITIO XXXIII.

405. *Microscopium compositum est, quod ex pluribus Lentibus constat.*

SCHOLION.

406. *Microscopia composita anno 1621. apud DREBBELIUM Batavum jam inspecta esse eumque tum pro inventore habitum fuisse, autor est HUGENIUS (a). Anno 1646. in Libro Observationum hoc inventum sibi arrogavit FRANCISCUS FONTANA, Neapolitanus, quasi in id jam anno 1621. incidisset. Cum Tubus inversus sit Microscopium, haud difficilis fuit Microscopii compositi inventio. Sed casu, non minus quam Tubus, reperiri potuit.*

THEOREMA LXXVI.

407. *Si Objectum AB ponitur in Foco Lenticulae Convexae Microscopii simplicis DE & Oculus Lenticulae ab altera parte proxime admoveatur; videbis Objectum distinctum, situ erecto, atque auctum in ratione distantiae, Foci ad eam distantiam, in qua collocanda sunt Objecta, quae nudo Oculo cernuntur distincte.*

DEMONSTRATIO.

Quoniam Objectum AB in Foco Lenticulae Convexae DE collocatur, per hypoth. Radium à singulis Punctis emanantes post refractionem erunt inter se paralleli (§. 203). Oculus ergo valens Objectum videre debet distincte, vi eorum, quae de Tubis demonstrata sunt (§. 358). *Quod erat primum.*

Porro cum Radium unus AF à Puncto A emanans post refractionem sit incidenti parallelus, adeoque, neglecta particula crassitiei Lenticulae, eidem in directum situs (§. 240), & idem eodem modo constet de aliquo Radium ex Puncto B in Oculum delatorum; Radium

Wolfii Oper. Mathem. Tom. III.

(a) In Dioptrica, p. 221.

AF & BF, quibus reliqui ex iisdem Punctis A & B emanantes sunt paralleli, per demonstrata, eodem modo Oculum ingrediuntur, ac si Lenticula removeretur. Sed Lenticula remota, Objectum apparet situ erecto, ut Experientia constat. Ergo etiam per Lenticulam situ erecto apparere debet. *Quod erat secundum.*

Ex demonstratis autem simul manifestum est, Objectum AB sub eodem Angulo AFB videri, sub quo ab Oculo nudo cerneretur. Quoniam tamen distinctum apparet, per demonstrata, cum nudo Oculo in eadem distantia videatur valde confusum: perinde est, ac si Objectum aliquod ad distantiam FH remotum videretur; in qua aequae distincte sub eodem Angulo cernitur. Est ergo Diameter Objecti AB ad Diametrum apparentem IK ut FC ad FH, hoc est, ut distantia Foci Lenticulae ad eam distantiam, in qua collocandum est Objectum aliquod, ut ab Oculo nudo distincte videatur. *Quod erat tertium.*

SCHOLION I.

408. HUGENIUS (b) assumit, Objectum nudo Oculo tum apparere distinctum, si 8 digitorum intervallo removeatur Iterata Observatione didici, cum primum haec scriberem, hoc est, A. 1714, ad 5 digitorum intervallum me quidem legere posse: Scripturam eo Characterem expressam, quo Corollaria in his Elementis excusa sunt; sed tamen nebulam quandam adhuc Oculo observari, in distantia 8 digitorum prorsus evanescentem. Unde HUGENIO assentior, quae ab Oculo valente (ego enim, quo haec scribo tempore, nempe A. 1714. neque in Presbyterum, neque in Myopum numero sum) distincte videntur, 8 digitorum intervallo minimum distare debere. *Atque hinc inferitur:*

Kk

Co-

(b) In Dioptr. Prop. 59. p. 221.

COROLLARIUM I.

Tab.
VII.
Fig.
67.

409. Microscopia simplicia amplificant Diametrum Objecti AB in ratione distantia Foci FC ad 8 digitorum intervallum. E. gr. sit Semidiameter Lenticulæ utrinque Convexæ digiti dimidii, erit AB: IK = $\frac{1}{2}$: 8 = 1: 16, hoc est, Diameter Objecti augetur in ratione sedecupla.

COROLLARIUM II.

410. Cum distantia FH sit constans, octo nimirum digitorum (§. 409); quo minor fuerit distantia Foci FC, eo minorem ad FH rationem habebit (§. 203. *Arithm.*), consequenter eo minorem quoque rationem habebit Diameter vera Objecti AB ad apparentem IK (§. 406), adeoque eo minor Diameter videbitur respectu ipsius IK (§. 204. *Arithm.*) Eo itaque magis amplificabitur Diameter Objecti.

COROLLARIUM III.

411. Quia in Lenticulis Plano-convexis distantia Foci Diametro (§. 168. 175), in utrinque Convexis Semidiametro æqualis (§. 193); Microscopia simplicia eo magis Diametrum Objecti amplificant, quo minoris fuerint Sphæræ segmentum (§. 410).

COROLLARIUM IV.

412. Si Diameter Convexitatis in Lenticula Plano-convexa & utrinque Convexa eadem fuerit, nempe = 1; erit distantia Foci prioris 1, posterioris $\frac{1}{2}$, consequenter Semidiameter Objecti AB ad apparentem in casu priore, ut 1 ad 8; in posteriore, ut $\frac{1}{2}$ ad 8 (§. 409), hoc est, ut 1 ad 16. Diameter ergo Objecti in casu posteriore duplo major, quam in priore. Lenticula itaque duplo magis eam amplificat, si fuerit utrinque Convexa, quam si Plano-convexa.

COROLLARIUM V.

413. Si Semidiameter Convexitatis majoris in Lenticula utrinque inæqualiter Convexa fuerit a , Semidiameter minoris b ; erit Foci distantia $2ab$: [$a + b$] (§. 189.). Cum adeo sit ad distantiam Foci Lenticulæ utrin-

que æqualiter Convexæ, cujus Semidiameter Tab. = a , ut $2ab$: $a + b$ ad a (§. 193), hoc est; ut VII $2ab$ ad $aa + ab$, sitque $2ab < aa + ab$, ob $a > b$ per *hypoth.* adeoque $aa > ab$ (§. 189. *Arithm.*); distantia Foci Lenticulæ inæqualiter Convexæ minor est distantia Foci æqualiter Convexæ, cujus Semidiameter æqualis Semidiametro Convexitatis majoris, consequenter illa magis Objectum amplificat quam hæc (§. 410).

COROLLARIUM VI.

414. Ex adverso cum distantia Foci Lenticulæ utrinque inæqualiter Convexæ sit ad distantiam Foci utrinque æqualiter Convexæ, cujus Semidiameter æqualis Semidiametro Convexitatis minoris, ut $2ab$: ($a + b$) ad b , hoc est, ut $2ab$ ad $ab + bb$ sitque $2ab > ab + bb$ (§. 189. *Arith.*) ob $a > b$ per *hypoth.* distantia Foci Lenticulæ inæqualiter Convexæ major est distantia Foci æqualiter Convexæ, cujus Semidiameter æqualis est Semidiametro Convexitatis minoris; consequenter illa minus amplificat Objectum, quam hæc (§. 410).

COROLLARIUM VII.

415. Quoniam Convexitas è Sphæra majore majorem aperturam admittit (§. 395); consequenter per eam plures Radii ad Oculum transmittuntur, quam per Convexitatem è Sphæra minore; Objectum clarius cernitur, si Convexitas major Microscopii Objecto obvertitur, quam si minor.

COROLLARIUM VIII.

416. Quia in Lenticula Aquea major est Foci distantia, quam in Vitrea, si nempe fuerint Sphærarum æqualium segmenta, (§. 174. 173. 192. & seqq.); Aquea Objectum minus amplificat, quam Vitrea (§. 407).

COROLLARIUM IX.

417. Quoniam Myopes per Radios divergentes distincte vident Objecta (§. 384. *Optic.*), Objectum AB propius Lenticulæ admoveere debent, ut intra Focum & Lenticulam collocetur.

SCHOLIUM II.

Tab. VII. Fig. 7. 418. Si quis rationem expendit, cur Microscopia simplicia Objectum amplificent; illi non mirum videbitur, quod per idem Microscopium idem Objectum eodem in loco collocatum diversimode auctum apparere possit, prout intentio fuerit illud in viciniore aut remotiore loco videndi: id quod facile experiri datur, si unus Oculus ad Microscopium applicatus ad Objectum, alter vero apertus in locum nunc remotiorem, nunc viciniorem dirigatur.

COROLLARIUM X.

419. Cum Radii intra angulum bFa comprehensi magis à se invicem discedant, quo magis Oculus à Lenticula removetur; eo minorem Objecti partem is uno obtutu comprehendit, quo longius à Lenticula distat: unde consultum est, Oculum quam proxime eidem admoveri.

SCHOLIUM III.

420. Ut Objecta commode in distantia conveniente ad Lenticulam admoveri & in suo situ immota detineri possint; variæ excogitate sunt Microscopiorum simplicium structurae, quarum præcipuas exponere libet.

PROBLEMA XL.

421. Microscopia simplicia construere.

RESOLUTIO.

Ad usum Microscopiorum simplicium commodam Machinulam Æneam variorumque Instrumentorum apparatus invenit JOHANNES DE MUSCHENBROEK, Artifex insignis Batavus: Machinula Instrumentorumque fabrica ex Schematis, quod exhibemus inspectione satis obvia, ut magis singulorum usum indicari, quam illam prolixis verbis describi opus sit.

I. Lenticulæ utrinque Convexæ diversæ Sphæricitatis, ut diversimode amplificent Objecta (§.407), superim-

positis utrinque Annulis Orichalceis, ne justo major sit apertura, Capsulæ A ex nigro Cornu tornatæ includuntur. Possunt tamen eadem Capsulæ ex Ebore, Ossibus Lignoque duriori & rariori tornari. Capsula foramine pertusa, ut ad Machinulam aptari possit.

Tab. VIII. Fig. 68.

2. Machinula ex Orichalco confecta operitrium Globorum B, C & D in omnem situm convenientem facile disponitur & ope Manubrii E commode manu tenetur.

3. Instrumenta, quibus Objecta debita ratione aptata, Tubulo F infiguntur, Capsula vero A Stylo GH. Ita nimirum Styli Instrumenti, quod Objectum sustentat, versus Lenticulam protrudendo, vel retrahendo, Machinulamque ope Globulorum B, C & D huc illucque versando, Objectum in loco conveniente facile constituitur ibique immotum retinetur.

4. Stylo I agglutinantur Objecta tenuia, plana & exigua, veluti Insecti alicujus Ala vel Foliolum Flosculi.

5. Stylo acuto K infiguntur Objecta parva, non nimis lata, veluti caput aut pes Muscæ, Pulex, Pediculus, frustulum Ligni.

6. Stylo bifurcato L agglutinantur Objecta plana tenuia, oblonga, veluti Fasciola chartæ, lintei, panni, Folia Arborum & Plantarum, Crines.

7. Stylo bifurcato M infiguntur Objecta oblonga & crassiora, veluti Insecta, quæ uni Stylo infixæ se contorquent, qualia sunt Erucæ, Papilion-

Tab.
VIII.

nes & Insecta crassiora, veluti Scarabæi, Muscæ.

- Fig. 68. 8. Instrumento N applicantur Tubuli Vitrei Capillares, liquoribus pleni, veluti si Aquam Pipere conditam, Acetum, Sanguinem, Lac contemplari libuerit.
9. Vasculum O, quod beneficio Cochleæ aperiri potest, ex Ligno duriori tornatum continet duo Vitra Plana, non posita, Annulo Chartaceo interposito, ut Animacula viva, veluti Pulices, Culices, Acari, Pediculi &c. includi possint.
10. Disco Q imponuntur Objecta, quæ reliquis Instrumentis non commode aptantur, veluti granula arenæ, Pulvis farinaceus, salia. Quodsi Objectum non satis firmiter incumbit, Malleo ST in Tubulo P defixo retinetur, parte quidem lata S, sijectum fuerit homogeneous, v. gr. filum, plumula, particula cuticulæ; parte vero acuta, si nullam ejus partem tegi consultum sit, veluti si Alam Insecti, e. gr. Muscæ, Papilionis, Scarabæi, aut integrum quoddam folium Plantæ vel Arboris contemplari libuerit.
11. Fuscinula R, ex Lamina Orichalcea elastica parata, Objectis apprehendendis inservit, quæ digitis apprehendi commode nequeunt.

*Aliter.*Tab.
IX
Fig.
69.

- I. Torno ex Orichalco paretur Tubulus Cavus Orichalceus AB, cujus Superficies exterior in Cochleam efformatur, longitudinis paulo minoris, quam est distantia Foci Vitri

utrinque Convexi, ad illuminandum Objectum, mediante Annulo Cochleæ instructo DE ad Basin ejus AC aptando.

2. Fiat Tubulus alius paulo amplior FG itidem ex Orichalco, ad utrumque latus apertum, ut Objectum Microscopio admoveri possit.
3. Ejus Basi superiori GH afferruminetur Elater ex Filo Ferreo in Spiram contorto I, ut Objectum inter Lamellas rotundas K & L eo quem mox dicemus, modo collocatum & ope Cochleæ BC Lenti Microscopicæ decenter admotum in situ suo firmiter retineri queat.
4. Ad Basin HG Cochleæ foemina M instructam firmantur Scutellæ N, Cochleæ mari O instructæ, in quibus Lenticulæ diversarum Sphæricitatum annulis Orichalceis præmunitæ, ut justa sit apertura, reconduntur.
5. In P afferruminetur Cochleæ foemina, ut Stylus Eburneus PQ, quo Microscopium commode tenetur, aptari possit, mediante Cochleæ transversim acta R in situ suo immotus retinendus.
6. In Regula Eburnea T excaventur foramina rotunda, ita ut intra ea Circelli ex Vitro Moscovitico excisi glutine aliquo firmari queant, quibus Objecta exigua & pellucida præsertim, veluti minima Insecta, aut majorum alæ, partes cuticulæ, squamulæ Piscium &c. agglutinari possint.
4. Quodsi Insecta includere volueris, Vitrea Lamella Y tecta, intra Canaliculum quadratum ex Orichalco

Tab.
IX
Fig.

con-

confectum & foraminibus pertusum X reponatur.

Regula ista sive solitaria, sive Canaliculo inclusa, inter Lamellas rotundas K & L reposita mediante Cochlea AB Lenticulæ admoveatur, donec Objectum distincte conspici possit.

Quodsi Objecta quædam alia tenuia, & oblonga, veluti linteum, cuticulam, alam Insecti majoris, e. gr. Papilionis, crinem, filum contemplari volueris; Regulæ loco utendum est Instrumento V, cujus structura ex ipsa Figuræ inspectione satis manifesta.

Quis sumptibus parcat, idem Microscopium ex Ligno parare poterit.

Aliter.

Lenticula utrinque Convexa in Capsula AC ex Ligno vel Osse tornata reponatur & mediante Cochlea H ibidem firmetur.

Per pedunculium Ligneum vel Osseum CD trajiciatur Stylus Æneus, cujus superficiei aliqua pars in Cochleam efformata, ut in quolibet situ mediante Cochlea foemina I firmiter detineri possit.

Stylus sit in E Tubulo exiguo instructus, cui diversa Instrumenta cum variis Objectis superius in apparatu *Muschenbroekiano* descripta, immittere licet.

nimirum varia Objecta ad idem Microscopium commode applicari & in suo loco firmiter detineri possunt.

Quodsi eidem Capsulæ varias Lenticulas successive indere libuerit, idem eo-

dem modo efficies, quo in Microscopio precedente.

Aliter.

1. Ex Osse vel Ligno tornetur Tubulus AB.
2. Ad Basin BC aptetur Vitrum Planum, cui Objectum agglutinari debet, v. gr. Pulex, Vermiculus, ala Insecti; particula linteæ, feminis granulum exiguum.
3. Ad Basin alteram AD in debita à Vitro distantia applicetur Lenticula utrinque Convexa, cujus Semidiameter dimidii circiter digiti.
4. Vitrum Planum Lumini Solari, vel Candelæ ardenti obvertatur.

Quodsi Tubulus ductitius fiat, Lenticulæ diversarum Sphæricitatum, uti in Microscopio altero, applicari possunt. Solet autem hoc *Microscopium* vulgo appellari *Pulicare*, & loco Lenticulæ adhiberi potest nodulus Convexus ex Vitro potorio nodoso contrafacto.

SCHOLIUM.

422. *Pulicare Microscopium cum SCHBNERUS in itinere è Batavia per inferiorem Austriam in Tyrolim fabri correptus ibidemque in pago extinctus secum in sarcinula haberet; Prætor & Seniores Pulicem Microscopio inclusum pro Dæmone & ideo SCHEINERUM pro Viro venefico habuere, eum hoc nomine indignum sepultura pronunciantes, donec tandem aperto Instrumento Pulicem agnoverint (a).*

THEOREMA LXXVII.

423. *Si Objectum AB fuerit positum in Foco Spherulæ Vitreæ E & Oculus p[er] eam, e. gr. in Foco G constitutus; Objectum videtur distincte & sicut erecto, aus-*

Tab. VIII. Fig. 71.

Tab. VII. Fig. 72.

Kk 3. 11112

(a) Schottus Mag. nat. Part. 1. Lib. X. Syntagm. 4. Cap. 1. p. 534. & Zehn. in Oculo Ferd. 3. Syntagm. 3. Cap. 4. Probl. 1. F. m. 534.

Tab. VII. Fig. 72. *tum quoad Diametrum in ratione $\frac{3}{4}$ Diametri EI ad eam distantiam, in qua collocanda sunt Objecta, quæ nudo Oculo distincte videntur.*

DEMONSTRATIO.

Quoniam Objectum AB in Foco Sphæraulæ F collocatur. *per hypoth.* Radii post reflexionem sunt paralleli (§.203). Oculus ergo sanus Objectum videre debet distincte, vi eorum, quæ de Tubis demonstrata sunt (§.358). *Quod erat primum.*

Porro quia Oculus in Foco Radium parallelorum constitutus, *per hypoth.* Radius incidens AL, qui post duplicem refractionem à Puncto A ad Oculum pergit, Axi FG parallelus est. Quod si ergo LD continetur, donec Axi in H occurrat, ita ut Punctum H sit illud, in quo post primam refractionem Radius AL concurrat (§.90); erit HG=GI (§.91. 182) vel GD; adeoque Angulus DGI duplus Anguli DHI (§.239. *Geom.*) cumque sit FE=GI *per hypoth.* HG=FE (§.78. *Arithm.*)=AL (quia distantia rectarum AL & FE exigua). Quare cum AL ipsi GH, seu FH parallela, *per demonstrata*; erit AG ipsi LH parallela (§.257. *Geom.*), adeoque LHI=AGI (§.233. *Geom.*), consequenter DGI duplus Anguli AGI, (*per demonstr.* & §.168. *Arithm.*). Et quoniam EC=CI (§.40. *Geom.*) & EF=IG *per hypoth.*, adeoque CG=CF (§.88. *Arithm.*)=CA, ob differentiam contemnendam rectarum AC & CF; Angulus ACF duplus est Anguli AGF (§.184. 239. *Geom.*), & hinc ipsi DGI æqualis (§.

177. *Arithm.*). Videtur ergo Semimeter Objecti AF sub Angulo AC unde ex iis, quæ ad Propos. 76 monstrata sunt, patet esse Diametrum veram ad apparentem, in Ratione (hoc est, cum in F fit Focus Sphæraulæ *hypoth.* $\frac{3}{4}$ Diametri EI (§.182), ad distantiam, in qua collocanda sunt Objecta, quæ Oculus nudus distincte cernit. *Quod erat alterum.*

COROLLARIUM. I.

424. Qui valet Oculis, Objectum distincte non cernit, nisi 8 digitorum in vallo distet (§.408); amplificant ergo Sphæraulæ Vitreæ Diametrum Objecti in ratione $\frac{3}{4}$ Diametri ad intervallum 8 digitorum

SCHOLIUM I.

425. *Sit e.gr. Diameter Sphæraulæ EI $\frac{1}{10}$ u. digiti, erit CE = $\frac{1}{20}$ & EF = $\frac{1}{20}$ adeoque = $\frac{1}{20} + \frac{1}{20} = \frac{2}{20} = \frac{1}{10}$, consequenter Diameter Objecti vera ad apparentem, in ratione $\frac{3}{4}$ ad hoc est, 3 a 320, seu 1 ad 103 fere.*

COROLLARIUM II.

426. Lenticula utrinque Convexa augmet Diametrum in ratione Semidiametri = $\frac{1}{2}$ EI ad intervallum 8 digitorum (§.40). Sphæraulæ autem Vitreæ in ratione $\frac{3}{4}$ EI item 8 digitorum intervallum (§.424). Quare cum $\frac{1}{2}$ EI ad intervallum istud mirrem rationem habeat quam $\frac{3}{4}$ EI (§.203. *Arithm.*) si Lenticula & Sphæraulæ eandem Diametrum habuerint, Diameter Objecti minoris per Lenticulam ejusdem magnitudinis videtur, quantæ apparet Diameter majoris per Sphæraulam (§.204. *Arithm.*) consequenter Diameter Objecti per Lenticulam visa major, quam per Sphæraulam; seu Lenticula magis amplificat Objectum quam Sphæraulæ.

SCHOLIION II.

27. Sit e. gr. Diameter Lenticulæ utrinque Convexæ EI $\frac{1}{10}$ unius digiti; erit Diameter vera ad apparentem in ratione $\frac{1}{20}$ ad 8, est, 1 ad 160. Ast in Vitrea Sphærule est ad 103 (§. 425).

COROLLARIUM III.

28. Quia distantia Foci FE in Sphærulea $\frac{1}{2}$ EI (§. 183), adeoque CF = EI; Diameter Objecti per eam visa amplificata in ratione EI ad intervallum 8 digitorum (§. 423). Quare cum Vitrea ejusdem metri eadem amplifcet in ratione $\frac{3}{4}$ EI intervallum idem 8 digitorum (§. cit.); eam quo ante modo patet, Sphæruleam minus amplificare Objectum, in Vitream.

SCHOLIION III.

29. Sit e. gr. Diameter Sphærule Aqueæ $\frac{1}{10}$ unius digiti, erit FC itidem $\frac{1}{10}$, adeoque Diameter Objecti vera ad apparentem in ratione $\frac{1}{10}$ ad 8, hoc est, 1 ad 80. Sed si Vitrea sit, illa ad hanc haberet rationem 1 ad 103 (§. 425).

COROLLARIUM IV.

30. Nec absimili modo colligitur, Sphæruleam minorem magis amplificare Objectum, quam majorem.

PROBLEMA XLI.

431. Sphæruleas Vitreas quantumlibet quas conficere.

RESOLUTIO.

Vitri puri frustulum valde exiguum, quod Filo Ferreo tenuissimo madefactum adhæret, ad imam Cerei flammam cœruleam aut, quod omnium optimam, ad flammam Spiritus vini accensi admoveatur, ne nigredine inficiatur.

2. ubi cum statim liquefiat & in guttulam rotundam abeat, guttula à flamma removeatur, quæ extemplo fluiditatem amittet.

3. Lamella Orichalcea admodum tenuis complicata perforetur & foramina perquam exigua lævigentur, ne ulla in Peripheriis eorum scabrities superfit, quæ ulterius ad tollendum fulgorem fuligine inficere juvat.

4. Sphærulea filo adhærens intra intra Lamellas O ad foramina aptur, ut ex Figuræ inspectione satis liquet. Tab. VIII. Fig. 73.

COROLLARIUM.

432. Quoniam Sphæruleæ longe minores fieri possunt, quam Lenticulæ; ex iis Microscopia omnium præstantissima componuntur, quæ nempe omnium maxime amplificanc Objectum.

SCHOLIION.

433. Ponamus enim Diametrum Sphærule esse $\frac{1}{15}$ unius digiti, erit distantia Foci $\frac{1}{24}$ adeoque Diameter vera ad apparentem ut ut $\frac{1}{23} + \frac{1}{24}$, hoc est ut $\frac{3}{24}$ ad 8, seu ut 3 ad 512, vel denique ut 1 ad 170 fere. Superficies ergo amplificabitur in ratione 1 ad 28900 (§. 406. Geom.) & ipsum Corpus in ratione 1 ad 4913000 (§. 578. 579. Geom.): quod sane insigne est augmentum.

PROBLEMA XLII.

434. Microscopia ex Sphæruleis Vitreis componere.

RESOLUTIO.

Per quam commoda sunt Microscopia JOHANNIS DE MUSSCHENBROEK, quæ adeo primo loco describere libet. Tab. VIII. Fig. 74.

1. Lamina plana AB, ornatus gratia circa marginem excisa, Tubulo extus quadrato, intus cavo CD ita jungatur mediante clavo B, ut Tubulus ope Cochleæ E propius ad eam ad moveri & ab ea rursus removeri possit.

2. Quare ut in eodem situ firmiter detineatur Tubulus CD, beneficio ejusdem

Tab.
VII.
Fig. 74¹

dem clavi B inter eum & Laminam AB aptetur Lamina Elastica ex Chalybe parata, qualis est altera FG in usum alium lateri ejusdem Tubuli annexa, ut nempe beneficio Cochleæ L lateraliter protrusus Tubulus CD in situ suo firmiter persistat.

3. Laminæ AB afferruminetur Tubulus I cum Brachiolo mobili IMK, cui
4. Lamella Orichalcea MN cum geminis limbulis *ab*, frusto cornu nigricantis in modum Hemispharii excavato & foramine pertuso utrinque affixa infigatur, ut

Tab.
VIII.
Fig. 73.

5. Sphærula Microscopica intra binas Lamellas O debite conclusa in limbos *ab* immiti & ad Objectum adduci possit.

6. Per Tubulum CD trajiciatur alius Capulo P ex Cornu nigricante confecto infixus, cui omnes Styli superius (§. 421) descripti & Tab. VIII. Fig. 68. delineati immiti possunt cum suis Objectis.
7. Ope hujus Styli Objectum attollatur & deprimatur, ope Cochleæ L lateraliter ad Lenticulam promoveatur, ope denique Cochleæ E ad eandem admoveatur, donec Oculo in Q applicato distincte cernatur.
8. Denique ut lumen peregrinum arceatur, Machinamentum S in modum Cistulæ ex Orichalco effectum cum Lamella variis foraminulis pertusa & circa clavum V mobili limbulis *ab* Lamellæ Corneæ substantiæ MN affixæ immittatur.
9. Et ut fluida accuratius contemplari

liceat, Instrumento X inferatur frustum Vitri Moscovitici & Uncellæ firmetur, eique guttula affundatur à Microscopia avertenda, ne Sphærulæ Superficies sordibus inficiatur & pelluciditatem amittat.

10. Similiter Vitrum Moscoviticum a glutinari potest Circello Z, receptorum Objecta exigua pellucida.

Aliter.

Elegans quoque est Microscopii structura, quod manu Viri plurimum Reverendi & Matheseos apprime periti G. D. FREDI TEUBERI manu elaboratum dono ipsius possideo. Ecce tibi earum

1. Ex Orichalco parentur duæ Lamellæ fere rotundæ AB & CD, quarum una AB Stylo Eburneo BE firmiter affixa, altera CD mediantibus aperturis D eidem infigi & Cochleæ cum Rotula G circa eundem Axem mobili per foramen H trajectory alii, quantum sufficit, admoveri potest.
2. In I aptetur Sphærula exigua ex Vitro confecta (§. 431).
3. Superfici interiori ejusdem Lamellæ AB affigatur Lamina Elastica MN ut Objectum in situ conveniente immotum detineri possit.
4. Alterius vero Lamellæ Superfici exteriori affigatur Orbiculus K variis foraminibus pertusus & circa Axillum fixum mobilis, ut per foramen in Lamella CD è regione Sphærulæ effectum nunc major, nunc minus Luminis quantitas ad illuminandum Objectum immiti queat.

5. Denique Objecta, veluti Infecta exigua, Alæ majorum, Lintea, Fila, Membranulæ &c. agglutinentur, vel sola saliva madefacta, Orbiculo Vitreo ex altera parte polito, ex altera saltem lævigato, &
5. Orbiculo cum Objectis inter binas Lamellas interjecto, ita ut Sphærulæ respondeat Objectum, & Oculo ad Sphærulam L applicato, ope Rotulæ G Cochleæ F affixæ Objectum in situm convenientem disponatur, tamdiu scilicet Sphærulæ admoventum, vel iterum ab eadem removendum, donec satis distincte cernatur.

SCHOLIION.

435. *Qui structuras Microscopiorum simplicium ex Lenticulis constantium consideraverit paulo attentius; haud difficulter plures structuras ex Sphærulis consciendorum ipsemet imminiscetur: ut adeo mihi sufficiat eorum recipua delineasse, quæ in meorum Instrumentorum apparatu habentur.*

PROBLEMA XLIII.

436. *Microscopium Aquicum, conficere.*

RESOLUTIO.

- Ex Lamina Orichalcea, cujus spissitudo $\frac{1}{12}$ circiter digiti adæquat, paretur Orbiculus AB cum Stylo longiore BD, Capulo Corneo, Ligneo, vel Osseo DE infigendo.
- In facie Orbiculi antica paulo ultra dimidiam ejus spissitudinem excavetur segmentum Sphæricum, cujus latitudo $\frac{1}{8}$ circiter digiti.
- In facie postica fiat Cavitas alia Sphæ-

rica, cujus latitudo nonnisi $\frac{1}{16}$ unius digiti, dimidia nempe prioris.

4. In contactu Cavitatum Sphæricarum fiat exiguum foraminulum rotundum, cujus Diameter $\frac{1}{30}$ unius digiti non excedit.
5. Guttula Aquea ope aciculæ complanata aut per exiguum Tubulum immittatur, quæ in foraminulo Sphærulæ figuram exactam assumet.
6. Ut Objecta ope omnis generis Stylorum in apparatu Microscopii MUSCHENBROEKIANI superius (§.421) descriptorum ad Focum Sphærulæ decenter applicari & in situ suo immota detineri possint; Brachium IFG cum Tubulo K, qui Stylos cum Objectis recipit, in G affigatur, ope juncturarum I & F quaquaversum mobile & ope Cochleæ L ac Rotulæ M Laminæque Chalybeæ Elasticæ H ad Sphærulam adducendum ac quovis in situ firmiter retinendum.

SCHOLIION I.

437. *Sphærus Aqueas in usum Microscopii primus adhibuit in Anglia STEPHANUS GRAY (a). Qui idem Auctor est, guttulam fluidi, cui Animalcula innatent, simili foramini immissam, ad Candele aut Lunæ plenæ Lumen sine ullo Microscopio adhibito Animalculum mirifice auctum exhibere, quia nempe Radii à Superficie guttulæ interiori anterioris Hemisphærii ita reflectuntur, ut sub eodem angulo in Superficiem Hemisphærii posterioris, cui Oculus applicatur, incidant, ac si ex Foco Sphærulæ emanassent. Unde eodem modo ad Oculum propagantur, ac si Objectum extra Sphærulam in ejus Foco constitueretur. Structu-*

Ll tu

turam tamen GRAYIANAM Microscopii Aquei immutare libuit, quia ea, quam exposuimus, in reliquis quoque Microscopiis simplicibus, sive ex Sphæralis, sive ex Lenticulis Vitreis componendis perquam commoda existit. Ceterum me non monente apparet; Sphæram Aqueam in superioribus quoque Microscopiis omnibus adhiberi posse.

SCHOLIUM II.

Tab. 428. Solent etiam Sphærule Vitrea Cavæ
 VII. Q, quarum Diameter dimidii circiter digiti,
 Fig. Spiritu vini repleti & Microscopii loco adhi-
 76. beri: sed Objecta non adeo multum amplificant.
 (§.423).

PROBLEMA XLIV.

Tab.X. 439. Microscopium ex duabus Lenti-
 Fig.77. bus componere.

RESOLUTIO.

1. Lenticula Objectiva vel Plano-convexa, vel utrinque Convexa DE sit minimæ Sphæræ segmentum. habeatque Objectum AB extra Focum F positum.
2. Lens Ocularis GH utrinque Convexa sit majoris, non tamen nimis magnæ Sphæræ segmentum & ita collocetur post Objectum, ut, si fiat $CF:CL = CL:CK$, in K sit Focus Lentis Ocularis.
3. Denique fiat $LK:LM = LM:LI$. Dico, si O fuerit locus, ubi Objectum nudo Oculo distincte videretur, Oculum in I constitutum visurum Objectum AB distincte, situ inverso atque auctum in ratione composita MK ad LK & LC ad CO.

DEMONSTRATIO.

Quoniam $CF:CL = CL:CK$ per *hypoth.* erit $CF:FL = CL:LK$ (§.193. *Arith.*) adeoque Radii ex Puncto C emanantes in K uniuntur (§.214.217); con-

sequenter Imago Objecti situ inverso ibi delineatur (§.224). Est vero in K Focus principalis Lentis Ocularis GH per *hypoth.* Radii ergo ad singula Objecti Puncta pertinentes ad Oculum remittuntur paralleli (§.203). Unde ex iis, quæ de Tubis demonstrata sunt (§.358), liquet Objectum videri distincte. *Quod erat unum.*

Quia Radiorum à Puncto B emanantium unus post refractionem incidenti ad sensum in directum jacet (§.243); sit Radius iste BG seu LG. Unietur ergo post refractionem in Lente Oculari GH factam in Puncto I, ita ut sit $LK:LM = LM:LI$ (§.217). Sed ibi collocatur Oculus per *hypoth.* Ergo Punctum B videtur per Radium IG. Quare cum C videatur per Radium IC; Objectum situ inverso apparet. *Quod erat secundum.*

Hinc vero ulterius patet, Semidiameter Objecti CB videri sub angulo GIM, quæ per *hypoth.* in O sub angulo COB vel AOC distincte cerneretur. Quod si ergo NI ducatur ipsi AO parallela; erit angulus NIM ipsi AOC æqualis (§.233. *Geom.*), adeoque ducta GM ad IM perpendiculari, Semidiameter Objecti vera ad apparentem, ut NM ad GM (§.209. *Optic.*), hoc est, sumtis GI & IN, ad sensum æqualibus, pro Sinu toto, ut Sinus anguli NIM seu COB ad Sinum anguli GIM (§.2. *Trigon.*); consequenter in ratione composita Sinus anguli COB ad Sinum anguli GLI & Sinus anguli GLI ad Sinum anguli GIL (§.178. 159. *Arithm.*). Sed sinus anguli GLI ad Sinum anguli GIL, ut GI ad GL (§.33. *Trigon.*), hoc est; quia

quia GI & IM, itemque GL & LM ad sensum æquales sunt, ut IM ad LM, & Sinus anguli COB ad Sinum anguli GLI seu CLB (§. 156. *Geom.*). vel BLO, ut BL ad BO (§. 35. *Trigon.*), hoc est, quia BL & CL, itemque BO & CO, ob exiguam Objecti Semidiametrum CB, ad sensum æquales, ut CL ad CO. Ergo Semidiameter vera ad apparentem, in ratione composita IM ad LM, & LC ad CO, hoc est, ob LK : LM = LM : LI *per demonstrata*, adeoque KM : LK = IM : LM (§. 193. *Arithm.*), in ratione composita KM ad LK & LC ad CO. *Quod erat tertium.*

Si Objectum longe ultra Focum distat, Imago ejus paulo ultra eundem à Lente removetur (§. 223). Quare si Objectum Foco sit vicinum, Imago ejus ultra Focum principalem longius distabit (§. 37). In eadem vero Objecti à Foco principali remotioris distantia Imago intervallo minore post Lentem delineatur, si ea segmentum Sphæræ minoris fuerit, quam ubi majoris segmentum extiterit (§. 214): ergo Imago Foco vicini in eadem distantia intervallo majore post Lentem delineatur, si ea segmentum Sphæræ minoris fuerit. Unde manifestum est, rationem KM ad LK fore minorem in illo casu (§. 205. *Arithm.*); consequenter, cæteris manentibus iisdem, etiam compositam ex KM ad LK & LC ad CO minorem esse in isto casu, quam si Lenticula Objectiva Sphæræ majoris segmentum fuerit (§. 180. 159. *Arithm.*). Præstat adeo Lenticulam Objectivam valde exiguæ Sphæræ segmentum esse. *Quod erat quartum.*

Denique si Lens Ocularis GH parvæ Tab.X. fuerit Sphæræ segmentum, ratio ipsius Fig.77. KM ad LK, minor est, quam si magnæ segmentum extiterit (§. 203. *Arithm.*); consequenter, cæteris manentibus iisdem, in eodem casu compositam quoque ex KM ad LK & LC ad CO minorem esse (§. 189. 159. *Arithm.*). Objectum adeo magis amplificatur, si Lens Ocularis GH exiguæ fuerit Sphæræ segmentum, *per demonstrata*. Quoniam tamen Lens, quæ est segmentum Sphæræ majoris, majorem Imaginis partem subtendit, quam quæ segmentum minoris existit, in illo casu major Campus uni obtutui patet, quam in altero. Præstat igitur Lentem Ocularem GH esse segmentum Sphæræ nec nimis magnæ, nec nimis parvæ. *Quod erat quintum.*

COROLLARIUM I.

440. Quo magis Objectum per Microscopium amplificatur, eo minor ejus pars uno obtutu comprehenditur.

COROLLARIUM. II.

441. Eidem Lenti Oculari jungi possunt successive diversarum sphericitatum Lenticulæ Objectivæ, ut & Objecta integra, sed minus amplificata, & ejus partes sigillatim tantum, sed multum auctas per idem Microscopium contemplari liceat; quo in casu ob diversam Imaginis distantiam Tubum ductitium esse oportet, cui Lentes immittuntur.

SCHOLIUM I.

442. *Commendatur ratio subdupla, itemque subsesquifexta Lentis Objectivæ ad Ocularem. Semidiametrum Convexitatis in Objectiva ad summum esse jubet DE CHALES (a) digiti dimidi aut $\frac{1}{3}$ ejus; in Oculari digiti integri, vel unius*

LI 2 cum

(a) Dioptr. Lib. II. Prop. 58. f. 720. Tom. III. Mund. Math.

Tab.X. cum dimidio.¹ *Alii tamen Vitrum Objectivum Fig.77. trium digitorum, Oculare digitorum sex admittunt. R.P. CHERUBIN (a) Vitri Objectivi Semidiametrum facit $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{3}$ aut $\frac{1}{2}$ digiti; Semidiametrum vero Vitri Ocularis $\frac{1}{4}$, vel $\frac{1}{2}$ digiti.*

COROLLARIUM III.

443. Quoniam per ea, quæ ad Problema 33 (§.376) demonstrata sunt, distantia Imaginis LK à Lente Objectiva DE major est, si Lenti Objectivæ ante Focum ejus jungatur utrinque Concava; ex Demonstratione Propositionis præsentis colligitur, Objectum magis amplificari, si inter Lenticulam Objectivam DE & Ocularem GH, concava dicta ratione ponatur.

SCHOLIUM II.

444. *Præstantiam hujus Microscopii prædicat Cl. JOHANNES MICHAEL CONRADI (b), usus Lente Objectiva utrinque Convexa, cujus Semidiameter 2 digitorum, apertura grano sinapi æqualis; Lente utrinque Concava 12, ad summum 16 digitorum, & Lente Oculari utrinque Convexa 6 digitorum.*

COROLLARIUM IV.

445. Cum Imago ad majorem distantiam projiciatur, quo propius Lenticulæ Objectivæ jungitur alia majoris Sphæræ segmentum (id quod facillime non modo experiri, verum etiam ex superioribus Principiis demonstrare licet); ex tribus Lentibus Microscopium componere licet, quod insigniter amplificet Objecta.

COROLLARIUM V.

446 Ex Demonstratione Propositionis præsentis liquet, Objectum magis amplificari, si Lens Ocularis fuerit minoris Sphæræ segmentum, sed Campum visionis majorem esse, si eadem majoris Sphæræ segmentum extiterit (§.439). Quod si itaque duæ Lentès Oculares, quorum altera majoris, altera minoris Sphæræ segmentum, ita com-

binentur, ut per eas Objectum valde vicinum, hoc est, non ultra Focum primæ distans, videatur admodum distincte, & sic combinatæ jungantur Lenticulæ Objectivæ; Objectum & valde auctum videbitur, & major erit Campus visionis, quam si unica Lente Oculari utaris.

COROLLARIUM VI.

447. Magis adhuc amplificabitur Objectum & major simul haberi poterit Campus Visionis, si & Lens Objectiva, & Ocularis geminentur (§.445, 446).

SCHOLIUM III.

448. *Quoniam tamen Objectum videtur obscurum, si Lentès plures adhibeantur, quia pars aliqua Radiorum in transitu per singulas Lentès reflectitur: Lentium multiplicatio probari nequit. Unde præstantissimum inter composita habetur, quod ex una Lenticula Objectiva & duabus Ocularibus juxta Cor. 5. (§.456) componitur.*

SCHOLIUM IV.

449. DECHALES (c) pro Microscopio ex tribus Lentibus componendo commendat Lentem Objectivam $\frac{1}{3}$ vel $\frac{1}{4}$ digiti, Lentem Ocularem primam duorum digitorum aut digitorum duorum cum dimidio. Distare autem jubet Lentès Oculares intervallo 20 circiter linearum. Sed puto, distantiam optime per Experimentiam definiri eo, quem Cor 5. (§.446) exposui, modo. Idem pro Microscopio 4 Lentium laudat Lentem Objectivam 6 linearum, Ocularem primam 21, secundam 18, tertiam 15 linearum. Describit etiam (d) Microscopium DEMONCONISII ex tribus Lentibus compositi. Lens Objectiva in eo erat digiti unius cum una circiter linea, ejus apertura lineæ unius cum dimidia; Lens Ocularis prima digitorum duorum cum dimidio, ab Objectiva quindecim digitorum intervallo remota; Lens Ocularis altera digiti unius cum quinque lineis, distans ab Oculari prima, uno digite

(c) Dioptr. Lib. II. Prop. 58. f. 721. Tom. 3. Mund. Mathem.

(d) Dioptr. Lib. II. Prop. 30. Mund. Math. Tom. 3. fol. 705.

(a) Dioptr. Oculaire Part. 3. C. 3. f. 217.

(b) Im Dreyfach gearteten Sehe-Strahle, Part. 3. C. 3. §. 78. p. 109.

ito & novem lineis, Oculo dimidii digiti intervallo remoto. Cl. CONRADI (a) testatur, se felici successu fabricasse Microscopium & Lenticula Objectiva digiti dimidii & duobus Ocularibus valde vicinis digitorum natuor. Excellentissimum deprehendit, cum in locum Lenticulae Objectivae substitueret duas Lentas utrinque Convexas digitorum duorum ut unius cum dimidio se mutuo fere continententes cum apertura vix lineae dimidia. EUSTACHIUS DE DIVINIS (b) loco Lentis Objectivae utrinque Convexae usus est duabus Lenticulis Plano-convexis, quarum Convexitates se mutuo contingebant. JOANNES FRANCISCUS GRINDELIUS AB ACH (c) etiam pro utraque Lente Oculari substituit geminam utrinque Convexam, quarum unius Convexitas Convexitatem alterius fere, non tamen prorsus contingit. R. P. ZAHNIUS (d) Microscopium Bivoculum non sine successu construxit, idque duplici modo, quod apud ipsum videri potest, unum magis curiosum, quam utile sit. Nos aliquot Microscopiorum compositorum fabricam externam adhuc exponemus.

PROBLEMA XLV.

450. Microscopia composita ad Observationes institueudas commoda construere.

RESOLUTIO.

1. Quodsi Lentium situs immotus esse potest (qualis est in Microscopio trium Lentium, quod Anglicanum appellari solet), Tubus BH ex Ligno tornetur, ita tamen ut ex tribus partibus ABCD, CDEF & EFH constet, mediantibus Cochleis inter se jungendis.

2. Lenticula Objectiva aptetur in H, Tab.X. Ocularis prima in EF, altera in CD: Fig.78. Oculus vero applicetur in AB. Unde data, per Problema antecedens & ejus Corollaria, structura interna longitudo partium Tubi facile definitur.
3. Pars superior ABCD operculo muniatur, ne Lens Ocularis CD pulvere conspersa vitium contrahat.
4. Pars inferior EH in Cochleam definit, qua mediante intra Fulcrum firmari & Lenticula Objectiva nunc Objecto ad moveri, nunc ab eodem removeri possit, prout usus postulerit.
5. Orbiculus I cum Brachiolo circa Centrum S mobilis, cui Objecta imponenda, alteram Superficiem habeat albam, alteram nigram, quia Objecta clara ac pellucida nigrae, Objecta vero obscurioris coloris albae imponi consultum est.
6. In R affigatur cum Brachio RP ex variis articulis composito Lens utrinque Convexa Q Annulo Orichalceo conclusa ad Objectum vel Lumine Solis, vel Candelae aut Lampadis nocturno tempore illuminandum.
7. Quodsi situs Lentium mutabilis esse debet, Tubus ductitius ex Charta construendus, quemadmodum supra Probl. 29 (§. 337) docuimus.
8. Si Tubum Fulcro firmiter affixum esse malueris, Orbiculus Microscopio AB circa Cochleam L in gyrum acto Lenticulae Objectivae propius ad movendus.

Tab.X. Fig.79.

(a) Im Dreyfach gearteten Sehe-Strahle, Part. 3. 4. S. 82. p. 113. 114.
 (b) Philosph. Trans. N.42. p. 842.
 (c) In Microgr. nova, p.7.
 (d) In Oculo Artific. Fund. 3. Synt. 5. C.2. f. m. 66. 707.

Aliter.

- Tab. X. Fig. 80.
1. Fiat Tubus ductitius ABC Chartaceus (§. 337), eidemque in D Cochlea Orichalcea aptetur, ut Lenticulæ Oculares diversæ Sphæricitatis ibidem firmari possint, prout magis, aut minus amplificari debet Diameter Objecti (§. 441), tum etiam ut Tubus Microscopicus AE ipse ad Pedamentum suum firmari queat.
 2. Eum itaque in finem paretur ex Orichalco Annulus D Cochlea foemina instructus & Laminæ EGH ad angulum rectum incurvatæ cohærens. Eidem vero Laminæ afferruminetur in H Cochlea foemina alia, quæ
 3. Cochleam I Globuli Orichalcei K intra Matricem M mobilis recipiat, Cochleola L impediente, ne Tubus Brachio forsân impingente vacillet.
 4. Jam ut Objectum Lenticulæ Objectivæ admoveri possit, quantum sufficit; ex Lamina Orichalcea fiat Tubulus N mediante Cochlea nunc coarctandus, nunc laxandus, prout usus postulaverit.
 5. Eidem afferruminentur duæ Laminæ O exiguo intervallo à se invicem distantes, inter quas immittendum Brachium perforatum Annuli Q cum Orbiculo Vitreo, mediante Cochlea V in hoc situ firmandum. Imponuntur autem Orbiculo Vitreo Objecta pellucida & fluidorum guttula, in quibus Animacula observare libuerit.
 6. Ad Objecta alia applicanda inservit Orbiculus S, cujus altera Superfi-

cies candida, altera nigra, & acicula *d*: quem in finem non modo Stylus *dS* huc illucque protrudi & vi Lammellæ Chalybeæ elasticæ *e* in situ suo firmiter retineri, sed & sustentaculum Styli circa Axem suum moveri potest.

7. Si Circulationem sanguinis in Pisciculo observare volueris, Instrumentum TW Annulo Q aptandum.
 8. Ad illuminandum Objecta inservit Lens utrinque Convexa X mediante Brachio plicatili Y in omnem situm facile disponenda & ope Cochleæ P ad Pedamentum Microscopii firmanda.
 9. Columellæ Eburneæ partes duæ in Z ita jungantur, ut Microscopium, si commodum fuerit, inclinari possit.
 10. Basis denique Triangularis *abc* ita construenda, ut inspectio Figuræ doceat, quo perinde ac partes reliquæ, si quando commodum fuerit visum, removeri ac in Capsa modicæ magnitudinis totum Instrumentum reponi & de loco in locum transportari possit.
- II Quomodo Lentes in Tubo sint disponendæ, ex superioribus (§. 439) satis manifestum.

Aliter.

Cum in structura præcedente satis ingeniosa id desiderari possit, quod distantia Objecti à Lente Objectiva paulo difficiliter inveniatur, eidem jungere placet aliam Artificis insignis *Angli* MARCHALLI, ubi directio Objecti admodum expedita.

- I. Tubi, cui Lentes Oculares in A & B, immit-

immittuntur, Objectiva vero in C aptatur, constructio partim ex Probl. 29 (§. 337), partim ex inspectione Figuræ satis manifesta.

Columella DE mediante Globo E intra Matricem F mobilis, ut Microscopium in quemlibet situm disponere liceat.

Eadem in tot partes 1, 2, 3, 4, 5 &c. divisa, quot Sphæricitatum Lenticulis uti libuerit in contemplandis Objectis, ut citra difficultatem distantia Objecti à Lente Objectiva inveniri possit.

Cum vero ita non satis exacte determinetur, mediante Cochlea GH Tubus Objecto adeo prope admoveeri potest, quantum sufficit.

Objecta vel imponantur Orbiculo I, vel infigantur aut aptentur ad Instrumenta illis similia, quæ supra (§. 421) descripsimus, Stylo eorum per Tubulum LM. trajecto.

Denique ad illuminandum Objectum in convenientem situm disponatur Lens utrinque Convexa NO eo modo ad Pedamentum Microscopii aptanda, qui ex inspectione Figuræ satis manifestus.

SCHOLIION.

451. *Alias Microscopiorum fabricas excogitant R. P. PHILIPPUS BÖNANNI (a), & C. CHRISTIANUS GOTTLIEB HERTELIIUS (b); sed prolixum nimis foret omnes describere: HERTELIANUM describitur etiam in Actis Eruditorum (c).*

a) Micrographi. curios. C. 4 p. 26. & seqq.
 b) In n. vo. invento Microscopi.
 c) Mensis Julii. A. 1713. p. 316. & seqq.

PROBLEMA XLVI.

452. *Microscopium reflectens construere.*

RESOLUTIO.

1. Prope Focum Speculi Concavi AB ^{Tab. X.} collocetur Objectum minutum C, ^{Fig. 82.} ut Imago ejus ipso major formetur in D (§. 253. *Catopir.*).
2. Jungatur Speculo Lenticula utrinque Convexa EF, ita ut Imago D sit in Foco ejus.

Videbit ergo Oculus Imaginem inversam (§. 252. *Catopir.*) seipsa majorem atque distincte (§. 407); consequenter Objectum magis auctum apparebit, quam per Lenticulam solam.

SCHOLIION.

453. *Microscopii hujus Inventor est Vir incomparabilis ISAACUS NEWTONUS (d). Sed verendum videtur, ne Objecta appareant minus clara, nisi quis Speculo Concavo Metallico nitorem conciliare, conciliatum conservare docuerit: quo facto geminus successus sperandus, quem experimur in Telescopio Catadioptrico (§. 380).*

PROBLEMA XLVII.

454. *Telescopium quodlibet in Microscopium convertire.*

RESOLUTIO.

Quia Imago Objecti Foco vicini longiori intervallo à Lente distat, quam remoti (§. 226), eadem vero in Foco Vitri Ocularis constitui debet (§. 439); Telescopium erit Microscopium, si Lentem Objectivam majori intervallo ab Oculari removeris, quod per Experimentiam haud difficulter definitur.

Co-

(d) Philosoph. Transact. N. 80. p. 380.

COROLLARIUM.

455. Quia distantia Imaginis varia pro diversa Objecti à Foco distantia (§. 226), magnitudo vero Imaginis major est, si ejus à Lente Objectiva distantia major (§. 245); eundem Tubum in Microscopia diversimode Diametrum Objecti multiplicantiâ successive convertere licet (§. 439).

PROBLEMA XLVIII.

456. *Microscopia optima parare vel sibi comparare.*

RESOLUTIO.

- I. Quoniam multiplex refractio in transitu Luminis per plures Lentas officit Visioni claræ, Lentibus quippe singulis aliquam Luminis partem reflectentibus; Microscopia simplicia ceteris paribus præferantur compositis & minus composita magis compositis.
2. Quia ad distinctam Visionem non modo requiritur, ut Imago sit magna, verum etiam ut sit satis clara; Lenticulæ accurate elaboratæ præfe-

rantur Sphæralis (§. 426), inprimis cum clariora Sphæralis exhibeant Objecta ob polituram eximiam, etiam si non magis quam Sphæralæ amplificent Objecta (§. 431).

3. Lenticulæ omni diligentia elaboratæ ad contemplationem eorundem Objectorum adhibeantur & quæ Objecta magis clare & distincte ceteris repræsentant, seligantur.
4. Observationes propriæ ope alicujus Microscopii factæ comparentur cum Observationibus ab Autoribus factis quorum Microscopia & in Observando dexteritas celebrantur: ita enim innotescet, quam prope ad illorum Microscopia accedant, ex quibus aliquod seligendum.

SCHOLIUM.

457. *Hoc pacto LEEUWENHŒKIUS, qui in Observationibus Microscopicis parem vix habet, superiorem neminem, Microscopia exquisitissima adeptus, non aliis unquam usus nisi Lenticularibus iisque simplicibus (a).*

CAPUT VIII.

De Machinis quibusdam aliis, præsertim Catoptrico-Dioptricis.

DEFINITIO XXXIV.

458. **P**ER Machinam Catoptrico-Dioptricam intelligo talem, quæ ex Speculis & Lentibus componitur.

SCHOLIUM.

459. *Tales igitur sunt, quas superius jam descripsimus, Camera obscura, in quibus Speculorum ope species Objectorum eriguntur (§. 234), Lucerna Lumen valde intensum projici-*

ens (§. 208), Tubus HUGENIANUS (§. 360) Telescopium reflectens NEWTONIANUM (§. 376) & Microscopium reflectens itidem NEWTONIANUM (§. 452).

DEFINITIO XXXV.

460. *Polemoscopium est Tubus recurvus ad spectanda Objecta Oculo non in directum jacentia idoneus.*

SCHO

(a) Philof. Transact. Num. 380. p. 451.

SCHOLIION.

461. *Inventor ejus est JOHANNES HEVELIUS (a), qui A. 1637. in id incidit & hoc nomen eidem imposuit, quia in bello ejus esse potest usus.*

DEFINITIO. XXXVI.

462. *Vas Hydromanticum est Vas Aqua plenum, Imagines Objectorum foris existentium in Aqua innatantes exhibens.*

SCHOLIION.

463. *Speſtaculi hujus jucundi Inventor est L. P. ZAHN ſapius jam nobis laudatus (b).*

DEFINITIO XXXVII.

464. *Laterna Magica est Laternæ quoddam genus, Imagines exiguas, in pposito pariete quantumlibet auctas epingens.*

DEFINITIO XXXVIII.

465. *Heliſcopium est Tubus Aſtronomicus, per quem Solem contempla licet.*

DEFINITIO XXXIX.

466. *Polyſtrum est Tubus, per quem Objectum videtur multiplicatum: ſed minutum.*

PROBLEMA XLIX.

467. *Heliſcopium conſtruere.*

RESOLUTIO.

Quoniam per Vitra colorata citra culi læſionem Solem intueri licet; non ſia re opus est, quam ut Lens tam Obſectiva, quam Ocularis ex Vitro colorata fiat, illa e. gr. ex rubro, hæc ex viſi. Neceſſe autem est, ut Vitra ſint pellucida, nec inæqualiter colorata.

Wolſii Oper. Mathem. Tom. III.

(a) Selenograph Prolegom. f. 24 & ſeqq.

(b) Ocul. Artific. Fund. 3. Synt. 5. C. 1. Tech. f. m. 694.

Aliter.

HEVELIUS, cum intelligeret, raro Vitra colorata pellucida & æqualiter colorata haberi poſſe, duo Vitra Plana quomodolibet colorata interjecta Charta cum exiguo foramine vel filo, vel glutine (quo in poliendis Vitris utimur) firmiter connectere & in Tubo ibidem, ubi Oculus admovetur, applicare ma luit (c).

Aliter.

Vitrum Oculare Tubi Aſtronomici ſuper Candela accenſa fuligine inficia tur: ita cum in Heliſcopium convertes. Vel præſtat Vitrum fuligine infectum alteri puro jungere, Annulo Chartaceo craſſiori interjecto, & inter Oculum & Vitrum Oculare conſtituere.

PROBLEMA L.

468. *Polemoſcopium conſtruere.*

RESOLUTIO.

Teleoſcopium quodlibet erit Polemoſ- Tab.X. copium, ſi Tubus fiat recurvus inſtar Si- Fig.83. phonis reſtangiuli ABDM & inter Len tem Obſectivam AB & Ocularem pri mam GH (ſi plures fuerint) ita collo cetur Speculum Planum in K, ut ipſum quidem ad Horizontem inclinetur ſub Angulo ſemirecto, Imago vero reflexa ſit in Foco Ocularis Vitri GH. Ita nimi rum Objecta Lenti AB oppoſita perinde apparebunt, ac ſi Speculum K abeſſet & Lens Obſectiva cum Objectis in di rectum jaceret Vitris Ocularibus, vi eorum, quæ ſuperius (§. 360) demonſtra ta ſunt.

COROLLARIUM.

469. Quodſi in O introſpicere libuerit, non in M, Speculum Planum alterum N

M m

adjungi

(c) Selenogr. Prolegm. f. 23.

adjungi potest eo, quem supra exposuimus (§. 360) modo.

PROBLEMA LI.

470. *Vas Hydromanticum construere.*

RESOLUTIO.

Tab.
IX.

Fig. 84.

1. Fiat Vas Cylindricum ABDC per Diaphragma Vitreum EF non prorsus politum in duas cavitates divisum.
2. In G applicetur Lens utrinque Convexa & in H inclinetur Speculum Planum Figuræ Ellipticæ sub angulo semirecto, sitque IH & HG distantia Foci Lentis G paulo minor, ita ut locus Imaginum Objectorum per eam radiantium sit intra cavitatem Vasis superiorem.
3. Cavitas inferior intus denigretur, superior autem Aqua limpida repleatur.

Quodsi jam in loco subobscuro Vas collocetur ita ut Lens Objecto à Sole collustrato obvertatur; Imaginem ejus in Aqua natantem videbis (§. 233).

SCHOLIUM

471. *Vas Hydromanticum esse quandam Camera Obscura speciem, satis liquet, si ejus structuram cum structura hujus (§. 233) conferre libuerit.*

PROBLEMA LII.

472. *Polyoptrum construere.*

Tab. X.
Fig. 85.

RESOLUTIO.

1. In Vitro utrinque Plano AB, cujus Diameter 3 circiter digitorum, excaventur segmenta Spherica, quorum latitudo vix quintam digiti partem adæquat. Quodsi enim Vitrum

sufficenter ab Oculo removeris, donec cavitates omnes uno obtutu comprehendas, veluti per totidem Vitra Cava, Objectum idem toties videbis, quot sunt cavitates, idque valde minutum (§. 293).

2. Vitrum hoc Objectivum aptetur in Tubo ABCD, apertura AB Diametro ejus æquali, altera vero CD tanta existente quanta latitudo Vitri Ocularis (e. gr. unius circiter digiti). Longitudo vero Tubi AC tanta esse debet, quanta est distantia Vitri Ocularis ab Objectivo, per Experientiam facile definienda.
3. In CD aptetur Vitrum Oculare Convexum vel ejus loco Meniscus, habens distantiam Foci principalis paulo majorem longitudine Tubi, ut nempe Punctum, ex quo Radii post refractionem in Lente Objectiva factam divergunt, in Foco ipsius existat.

Quodsi Oculum ad Vitrum Oculare propius admoveris, Objectum unicum toties videbis, quot cavitates Vitro Objectivo sunt intritæ, sed magnitudine minuta.

PROBLEMA LIII.

437. *Laternam Magicam construere.*

RESOLUTIO.

1. Ex Lamina Ferrea Stanno obducta paretur Laterna ABCD cum Tubo ductitio FG prorsus ut in Probl. 19 (§. 208).
2. In H constituatur Speculum Metallicum Concavum è Diametro unius pedis ad lumen, ad minimum è

Dia-

Diametro 4 digitorum. Vel ejus loco prope extremitatem Tubi aptetur Lens convexa, quæ sit segmentum Sphæræ exiguæ, cujus scilicet Diameter paucorum digitorum.

. In foco Speculi Concavi vel Lentis collocetur Lampas L cum Ellychnio Gossypino spissiore.

. Tubo ad januam Laternæ afferruminato inferatur Lens utrinque Convexa, quæ sit minoris Sphæræ segmentum, seu Focum habeat 3 circiter digitis distantem.

. Tubi ejusdem pars extrema FM sit quadrata & crena latiore utrinque instructa, per quam Asserculus quadratus oblongus NO commode trahitur & hunc illucque moveri possit.

. In Asserculo fiant foramina rotunda P unius vel alterius digiti; ita tamen ut in parte averfa Cavitates sint quadratæ.

. Pro amplitudine foraminis delineetur in Vitro Plano quadrangulac tenui Orbiculus & in eo coloribus aqueis ac pellucidis pingatur Imago quæcunque.

. Quodsi Imaginem cavitati Asserculi immittam & inversam ita constituas, ut non locul à Foco Lentis I distet; in opposito pariete albo prodigiosa magnitudinis, suis cum coloribus, situ erecto, in loco obscuro depingetur.

DEMONSTRATIO.

Quoniam Lampade in Foco Speculi Concavi vel Vitri alicujus Convexi collocata Radium paralleli propagantur (§. 24 Catoptr. & §. 203. Dioptr.), Ima-

go multo Lumine illustratur (§. 213. Catoptr. & 86. Opt.), adeoque multos Radios in Lentem I emitit. Quoniam vero prope Focum Lentis I collocatur, per hypoth. ex Demonstratione Probl. 44. (§. 439). manifestum est, quod Picturæ inversæ Imago inversa, ipsaque multo major, post refractionem in Lente I factam in opposito pariete formari debeat, tanto nempe major, quo minoris Sphæræ segmentum Lens fuerit, & quo propius Pictura Foco Lentis admovetur. In loco igitur obscuro Pictura prodigiosa magnitudine & satis clare repræsentatur. Q. e. d.

Aliter.

Factis singulis, quæ ante præcepimus, Tubo ductitio FG inferatur Lens altera Convexa K, quæ sit paulo majoris Sphæræ segmentum quam I. Quodsi enim Pictura Lenti I propius admovetur, quam in distantia Foci, Radium divergentes ita propagantur, ac si ex P emanarent. Quare si Lens K ita constituitur, ut locus P sit Foco ejus valde vicinus, eodem, quo ante, modo patet, Imaginem Pictura multo majorem in opposito pariete exhibitum iri.

SCHOLIUM I.

474 Ad Lumen intendendum Specula præferuntur Lentibus, quia Focul minori intervallo removetur à Speculo quam à Lente (§. 209. Catoptr. & §. 168. 193. Dioptr.).

SCHOLIUM II.

475. DECHALES (a) Lentem primam I probat, si fuerit e Diametro 2, 4 aut 5 digitorum

Mm 2 rum

(a) Dioptr. Lib. II. C. 20. f. 608. Tom. III. Mund. Mathem.

Tab. XI Fig. 86. *rum & ad alteram K in ratione subdupla, e. gr. si I fuerit 3 digitorum, ut K sit 10 digitorum. Speculi Diameter juxta eundem 2 digitorum esse debet. ZAHNIUS (a) Lentem I jubet esse ex Diametro $\frac{20}{7}$ unius pedis & Lentem K ex Diametro unius pedis & $\frac{1}{7}$; in majoribus illam ex Diametro unius pedis & $\frac{3}{4}$, hanc ex Diametro pedum duorum & $\frac{1}{4}$. Enimvero in genere notandum est, quæcunque in Instrumentis Dioptricis de Vitrorum proportionibus dicta sunt, non ita præcipi, quasi iis stricte sit inherendum, sed ut facilius ad Vitrorum commodam combinationem in praxi pervenire detur.*

SCHOLIUM III.

476. *Quodsi Animalcula quædam eo artificio includas, quod supra in Microscopiorum doctrina exposuimus (§. 421). vel etiam Objecta alia transparentia Selenitidis folio agglutinata in Imaginum loca substituas; Latera Magica Microscopii vicem præstabit.*

SCHOLIUM IV.

477. *Denique si eundem Tubum cum suis Virris Convexis & Imaginibus ad foramen Camerae obscuræ applices; in ea quoque representationes ad Lumen Solare fieri poterunt.*

CAPUT IX.

De Perspicillis & Dioptrica Analytica.

DEFINITIO XL.

478. **P***erspicilla dicuntur Lentes Dioptricæ, quibus utimur ad corrigenda Optica Oculorum vitia. Dicuntur etiam Conspicilla.*

THEOREMA LXXVIII.

479. *Myopibus conveniunt Perspicilla Concava, sive Plano-concava fuerint, sive utrinque Concava.*

DEMONSTRATIO.

Quoniam Objecta remota per Radios ad sensum parallelos (§. 93. *Optic.*), vicina per divergentes in Oculum radiant (§. 59. *Optic.*); Myopes vero vicina distincte, remota nonnisi confuse vident (§. 384. *Optic.*); iidem non vident distincte nisi per Radios divergentes,

confuse vero per parallelos. Quamobrem cum Lentes tam Plano-concava (§. 280) quam utrinque Concava Radios parallelos per refractionem efficiant divergentes (§. 282), ut perinde sit ac si ab Objecto vicino venirent; Myopes per Perspicilla Concava, sive fuerint Plano-Concava, sive utrinque Concava, Objecta remota distincte videre possunt. Medetur itaque Perspicillum istiusmodi ipsorum vitio (§. 384. *Optic.*); consequenter Myopibus conveniunt Perspicilla Concava, sive Plano-Concava fuerint, sive utrinque Concava. *Q. e. d.*

DEFINITIO XLI.

480. *Magis Myops dicitur, qui a minore distantiam Objectum videt distincte.*

(a) In Oculo Artific. Fund. 3. Synt. 5. C. 5. f. 728.

SCHOLIION.

481. Ponamus distantiam, ad quam collocatum Objectum distincte videtur primum à Titio, esse ad distantiam, qua ab Oculo Sempronii idem removeri debet, ut distincta evadat Visio, in ratione dupla; erit Sempronius magis Myops quam Titius.

THEOREMA LXXIX.

482. Magis Myopi conveniunt Perspicilla minoris Diametri seu Radii; ast minus Myopi Perspicilla majoris Diametri seu Radii.

DEMONSTRATIO.

Perspicilla enim minoris Diametri aut Radii Radios parallelos, adeoque ab Objecto remoto advenientes (§. 93. Optic.), efficiunt magis divergentes, quam quæ sunt Diametri aut Radii majoris (§. 280 284). Quamobrem cum magis Myops ad minorem distantiam Objecta videat distincte (§. 480), adeoque magis Myopem per Radios magis divergentes distincte videre constet, quam minus Myopem; Perspicilla minoris Diametri conveniunt magis Myopi, quæ vero sunt majoris Diametri minus Myopi. Q. e. d.

PROBLEMA LIV.

483. Determinare Semidiametrum Perspicilli utrinque Concavi, vel Diametrum Plano-concavi pro Myope quocunque.

RESOLUTIO.

Removeatur Objectum aliquod ab Oculo, quoad absque ullo incommodo distincte videri potest, ut appareat, quanto distare ab Oculis intervallo debeat Objectum, ut distincte à Myope, cujus vitio mederi volueris, videri possit.

Dico hanc ipsam distantiam esse Diametrum Perspicilli Plano-concavi, vel Semidiametrum utrinque Concavi Oculo Myopis applicandi.

DEMONSTRATIO.

Quoniam enim Objecta remota radiant per parallelos Radios (§. 93. Optic.), si Perspicillum fuerit Plano-concavum, Punctum dispersus refractorum Diametri Concavitate intervallo ab eodem distat (§. 280); si vero fuerit utrinque Concavum, idem Semidiametri Concavitate intervallo abest (§. 285. Enimvero in casu priori, distantia Objecti à Myope distincte videndi Diametro Concavitate; in posteriori, autem Semidiametro ejusdem æqualis per construct. Ergo Objectum remotum à Myope in casu priore distincte videtur per Perspicillum Plano-concavum; in posteriore autem per utrinque Concavum. Q. e. d.

SCHOLIION.

484. Quodsi Perspicillum ponatur inæqualiter Concavum, Diameter Concavitate unius pro arbitrio assumenda, quemadmodum ex Problemate sequente apparet.

PROBLEMA LV.

485. Data distantia, ad quam Myops distincte videt Objectum, invenire Specillum utrinque inæqualiter Concavum Myopi conveniens ad distincte videndum Objecta remota.

RESOLUTIO.

Sit distantia data = d , Semidiameter Concavitate unius = x , alterius = y . Quoniam illa distantia æqualis est distantie Puncti dispersus, quemadmodum ex Demonstratione Propositionis præcedentis patet; erit (§. 284.

mm 3 $x + y$:

$$\begin{aligned} x + y : 2x &= y : d \\ \frac{2xy}{2xy - dy} &= \frac{dx + dy}{dx} \\ y &= \frac{dx}{2x - d} \end{aligned}$$

Quodsi ergo Semidiameter Concavitas unius x pro arbitrio assumatur, altera y per Regulam trium invenitur inferendo scilicet :

Ut differentia distantie, ad quam Myops distincte videt Objecta, à Diametro Concavitas unius, ad eandem distantiam; ita Semidiameter istius Concavitas, ad Semidiametrum Concavitas alterius.

SCHOLIUM.

486. Quoniam quæ de Perspicillis Presbytarum demonstranda sunt, ex Theoria superiori non sine ambagibus deducerentur; igitur placet præmittere, quæ ad Dioptricam Analyticam spectant. Etsi enim in superioribus quoque usi fuerimus hinc inde Analyti ad Demonstrationes vel contrahendas, vel facilitandas; potest tamen Focus, & Punctum dispersus generali quadam Formula determinari, ut specialia Theoremata, ex eadem per modum Corollariorum deducantur.

PROBLEMA LVI.

Tab. XII. Fig. 99. 487. Invenire distantiam Foci à Lente Ef , in quo Radii post duplicem Refractionem in Lente utrinque, sed inæqualiter Convexa concurrunt.

RESOLUTIO.

Sit Axis Lentis KL recta AF , Radius incidens AD , Centrum Convexitatis inferioris C , superioris c . Sit F Punctum, ad quod tendit Radius post primam Refractionem in D passam, f vero Focus,

feu Punctum, in quo post alteram Refractionem in H factam Axi occurrit. Ex Centro c demittantur in Radium in superiorem Convexitatem incidentem & in Radium semel refractum, perpendiculares cP & cQ , itemque ex Centro C in Radium semel refractum FM & bis refractum fN perpendiculares CM & CN ; tandem ex H & D perpendiculares ad Axem DI & HG . Quoniam Radius AD ab Axe parum distat, adeoque Angulus A contemptibilis parvitas existit; erit ID etiam ad AD & GH ad FH perpendicularis. Ex eadem ratione $AD = AB = AI$, $DF = IF = BF$, $HF = EF = GF$ & $Hf = Ef = Gf$.

Sit jam $AB = d$, $Bc = a$, $EC = b$, $BE = f$, $BF = x$, $EF = v$, $Ef = z$, $cP = r$, $CM = t$: erit $Ac = d + a$, $FC = v + b$, $fC = x - a = b + z$.

Quoniam sumto cD pro Sinu toto, cP est Sinus Anguli inclinationis cDP (§. 12. Dioptr. & §. 2. Trigon.) & cQ Sinus Anguli refracti cDF (§. 14. Dioptr. & §. 2. Trigon.); erit $cP : cQ = 3 : 2$ (§. 26), adeoque $cQ = \frac{2}{3}r$. Similiter cum CM fit Sinus Anguli inclinationis in egressu CHM & CN Sinus Anguli refracti ibidem CHN ; adeoque $CM : CN = 2 : 3$ (§. 41.); erit $CN = \frac{3}{2}t$.

Quia ID & cP perpendiculares ad eandem tertiam AP per demonstr. erunt inter se parallelæ (§. 256. Geom.), adeoque (§. 268. Geom.)

$$\begin{aligned} Ac : cP &= AI : ID \\ d + a : r &= d : \frac{dr}{d + a} \end{aligned}$$

Simi-

Similiter quia ID & cQ parallelae (§. 256. Geom.); erit (§. 268. Geom.),

$$FI : ID = Fc : cQ$$

$$x : \frac{dr}{d+a} = x-a : \frac{2}{3}r$$

Unde

$$\frac{drx - adr}{d+a} = \frac{2}{3}rx$$

$$3drx - 3adr = 2rdx + 2arx$$

$$\frac{drx - 3adr = 2arx}{drx - 2arx = 3adr}$$

$$x = \frac{3ad}{d-2a}$$

Porro cum CM sit ipsi GH parallela (§. 256.); erit (§. 268. Geom.)

$$FC : CM = FG : GH$$

$$v+b : t = v : \frac{tv}{b+v}$$

Denique quia CN ipsi GH parallela (§. 256. Geom.); erit (§. 268. Geom.)

$$fC : CN = fG : GH$$

$$b+z : \frac{3}{2}t = z : \frac{tv}{b+v}$$

$$\frac{3}{2}tz = \frac{btv + ztv}{b+v}$$

$$3btz + 3tzv = 2btv + 2tzv$$

$$3bz = 2bv - zv$$

$$\frac{3bz}{2b-z} = v = x-f$$

$$\frac{3bz}{2b-z} + f = x = \frac{3ad}{d-2a}$$

$$abz + (2b-z)(df-2af) = 6adb - 3adz$$

hoc est

$$abz + 2bdf - dfz - 4abf + 2afz = 6adb - 3adz$$

$$+ bdf - 6abz + 2afz - dfz = 6adb + 4abf - 2bdf$$

$$z = \frac{6adb + 4abf - 2bdf}{3ad + 3bd - 6ab + 2af - df}$$

Quodsi crassities Lentis *f* respectu Radiorum *a* & *b* atque distantiae Puncti radiantis *d* fuerit parvitas contemnenda, quemadmodum plerumque accidit & in Demonstrationibus Dioptricis supponi solet; erit

Tab. XII. Fig. 99.

$$Ef = \frac{6adb}{3ad + 3bd - 6ab}$$

$$= \frac{2abd}{ad + bd - 2ab}$$

COROLLARIUM I.

488. Si Lens fuerit utrinque aequaliter Convexa, erit $a=b$, adeoque $Ef = \frac{2a^2d}{2ad - 2aa} = \frac{ad}{d-a}$. Unde $d-a : d = a : Ef$, hoc est, ut differentia Semidiametri Convexitatis à distantia, quam habet Punctum radians à Lente, ad hanc ipsam distantiam; ita Semidiameter Convexitatum ad distantiam Foci à Lente.

SCHOLIUM.

489. Cum Semidiameter Convexitatum sit distantia Foci principalis, Punctum vero Radians in Lentem radiet per Radios divergentes; Corollarium hoc etiam ita efferi potest: ut differentia distantiae Foci principalis à distantia Puncti divergentiae ad distantiam priorem, ita distantia posterior ad distantiam Foci minus principalis.

COROLLARIUM II.

490. Quodsi Punctum radians minore intervallo à Lente distet quam Semidiametri Convexitatum; erit $a > d$, adeoque $ad : (d-a)$ quantitas negativa (§. 33. *Analys.*); consequenter Focus cadit in eam partem, ad quam est Punctum radians, adeoque virtualis est, seu Radii ex eodem disperguntur post duplicem Refractionem. Est vero quemadmodum ante (§. 488): ut differentia Semidiametri Convexitatum seu distantiae Foci principalis & distantiae Puncti radiantis ad distantiam Puncti radiantis, ita

Tab.
XII.
Fig. 99.

ita distantia Foci parallelorum ad distantiam Puncti dispersus seu Foci virtualis minus principalis.

COROLLARIUM III.

491. Si Lens fuerit Plano-convexa, Semidiameter Convexitatis unius b evadit infinita, adeoque in formula $\frac{2abd}{ad + bd - 2ab}$

quantitas ad respectu ceterarum evadit infinite parva, consequenter nihilo æqualis (§. 3. *Analys. infin.*). Habemus adeo pro distantia Foci Radiorum ab Axe divergentium seu minus principalis, $\frac{2abd}{bd - 2ab}$ seu

$\frac{2ad}{d - 2a}$. Quamobrem & in hoc casu, ut differentia Diametri Convexitatis à distantia Puncti divergentiæ seu Puncti radiantis ad hanc ipsam distantiam, ita Diameter Convexitatis, hoc est, distantia Foci principalis ad distantiam minus principalis; quemadmodum supra demonstravimus (§. 214).

COROLLARIUM IV.

492. Quod si etiam hic Punctum Radians per Radios divergentes fuerit inter Lentem & Focum principalem seu à Lente minore intervallo distet, quam Focus principalis, erit $2a > d$; consequenter patet ut paulo ante Formulam esse negativam, adeoque post duplicem Refractionem Radios dispersi. Est autem denuo, ut differentia distantie Puncti radiantis à Diametro Convexitatis seu distantia Foci principalis ad distantiam priorem, ita Diameter Convexitatis seu distantia Foci principalis ad distantiam Puncti dispersus, ex quo post duplicem Refractionem divergunt Radii, seu distantiam Foci virtualis minus principalis.

COROLLARIUM V.

493. Sive igitur Lens fuerit Plano-convexa, sive utrinque æqualiter Convexa, Radii ex Puncto inter Lentem & Focum principalem in Axe constituto divergentes post

duplicem Refractionem ita disperguntur, ut distantia Puncti dispersus sit ad distantiam Foci principalis, uti distantia Puncti divergentiæ ad differentiam ejus à distantia Foci principalis (§. 490. 491. *Dioptr.* & §. 173. *Arith.*), adeoque Lentium Convexarum, sive Plano-convexæ, sive utrinque æqualiter Convexæ fuerint, ea est proprietas, quod Radios ex vicinia advenientes ita inflectant ac si è Puncto remotiori emanassent.

SCHOLIUM.

494. *Atque hæc est illa ipsa proprietas, qua nititur usus Perspicillorum Convexorum pro Presbytis: quæ cum per Dioptricam Analyticam circa difficultatem pateat, ex Principiis autem superioribus difficulter demonstratur, quemadmodum ex HUGENII Demonstratione Synthetica palam fit (a); Analytice Demonstrari debuit, ut rectius pateat, quam amplius sit Dioptrica Analytica usus, & quantum conducat illis, qui brevi labore omnem Theoriam complecti voluerint.*

COROLLARIUM VI.

495. Quoniam b est Radius Convexitatis inferioris CE; si b supponatur quantitas infinita, Convexitas Lentis Plano-convexæ Puncto radianti opponitur. Quod si vero a seu Semidiameter Convexitatis superioris cB fuerit infinita, Superficies Lentis Plana Objecto obvertitur. In casu posteriori cum distantia Foci minus principalis sit $2bd : (d - 2b)$ & ubi $2b > d$, Focus minus principalis tantummodo virtualis est; perinde esse apparet, sive Lentis Plano-convexæ planities, sive Convexitas Puncto radianti ex quo Radii divergunt, obvertatur (§. 49. & seqq.).

COROLLARIUM VII.

496. Si Vitrum fuerit utrinque Planum, erit uterque Radius Convexitatis infinitus, hoc est, tam a , quam $b = \infty$, consequenter

(a) *Dioptr. Prop. 20. p. 67. & seqq. Opus. Poeth.*

consequenter foci distantia = $\frac{2abd}{-2ab} = -d$.

Cadit adeo, ob signum negativum, Focus versus eam partem, ad quam est Punctum radians, adeoque nonnisi virtualis est, & distantia ejusdem à Vitro est æqualis distantia Puncti radiantis, hoc est, Radii post Refractionem adhuc ex eo Puncto divergant, ex quo ante Refractionem divergebant; consequenter situs eorum ad se invicem per Refractionem in Lente non mutantur.

COROLLARIUM VIII.

497. Si Radii sint paralleli, distantia Puncti radiantis d infinita evadit, adeoque $2ab$ respectu quantitatum ceterarum evanescit, consequenter distantia Foci principalis $\frac{2abd}{d+bd} = \frac{2ab}{a+b}$, hoc est, summa Semidiameterum Convexitatis est ad Diametrum lateralem, sicuti Semidiameter altera ad distantiam Foci principalis, sicuti supra demonstratum (§.189).

COROLLARIUM IX.

498. Quodsi porro Lens fuerit utrinque æqualiter Convexa; hoc est, si $a = b$; erit distantia Foci principalis $= \frac{2a^2}{2a} = a$, hoc est, semidiametro Convexitatis æqualis, quemadmodum itidem supra evicimus (§.193).

COROLLARIUM X.

499. Si vero fuerit Semidiameter altera, veluti b , infinita, erit distantia Foci principalis $= \frac{2ab}{b} = 2a$, vel si a ponatur infinita, $= \frac{2ab}{a} = 2b$, hoc est, Diametro æqualis; sive Superficies Convexa, sive Concava Puncto radianti opponatur: id quod denuo convenit iis, quæ in Superioribus demonstrata sunt (§.192. 196).

Wolffii Oper. Mathem. Tom. III.

SCHOLIUM.

500. Eadem Formula facile quoque applicatur ad Meniscos & Vitra Concava, mutatis tantummodo signis, quemadmodum ex sequentibus apparet.

COROLLARIUM II.

501. Quodsi Lens fuerit utrinque Concava, Centrum Concavitatis superioris est superius, inferioris inferius, adeoque uterque Radius fit in Formula negativus. Quantum si pro a & b substituas $-a$ & $-b$;

procedit distantia Foci $\frac{2abd}{-ad-bd-2ab}$;

qui valor cum sit negativus, evidens est, Focum esse nonnisi virtualem. Nempe Focus virtualis eodem intervallo distat à Lente Concava, quo Focus seu Punctum concursus in Convexa (487).

SCHOLIUM.

502. Nimirum si valores negativi sumantur ut positivi (id quod in determinanda distantia Foci principalis fieri debet, cum signum negativum tantummodo indicet Foci distantiam sumendam esse ex altera parte, scilicet hic ante Lentem) terminus ultimus $2ab$ retinet signum negativum, quod habet ex Formula, non ex valore Radiorum a & b negativo (§.34. Analyf.).

COROLLARIUM XII.

503. Quodsi jam fiat $a = b$, seu Lens ponatur utrinque æqualiter Concava;

erit distantia Foci virtualis $\frac{2a^2 d}{-2ad-2a^2}$

$= \frac{ad}{-d-a} = \frac{-ad}{d-a}$, hoc est, ut differentia

Semidiametri Concavitatis seu distantia Foci virtualis principalis à distantia Puncti radiantis ad hanc ipsam distantiam, ita distantia Foci virtualis principalis ad distantiam Foci virtualis minus principalis; consequenter in Lente utrinque æqualiter Concava Focus virtualis minus principalis tanto intervallo à Lente distat, quanto ab utrinque æqualiter Convexa removetur principalis (§.488).

NON COROL-

COROLLARIUM XIII.

504. Quodsi Radius Concavitate superioris a evadat infinitus, Lens fit Plano-concava & Superficies Plana obvertitur Puncto radianti, consequenter in Formula (§. 501) $bd = 0$ & hinc distantia Foci virtualis minus principalis $= \frac{2abd}{ad - 2ab} = \frac{2bd}{d - 2b}$.

Et si $b = \infty$, erit $ad = 0$, adeoque distantia Foci virtualis minus principalis $= \frac{2ad}{d - 2a}$. Focus adeo virtualis minus principalis eodem intervallo distat à Lente Plano-Concava, quo Focus minus principalis removetur à Lente Plano-convexa (§. 495)

ac perinde est, sive Superficies Plana, sive Concava Lentis obvertatur Puncto radianti.

COROLLARIUM XIV.

505. Quodsi distantia d infinita evadat, Radii evadunt paralleli: tum vero $2ab$ evadit infinite parva quantitas respectu ceterarum, & hinc distantia Foci virtualis

$= \frac{2abd}{ad + bd} = \frac{-2ab}{a + b}$, hoc est, ut summa Semidiametrorum Concavitate ad Diametrum alterutram, ita Semidiameter altera ad distantiam Foci virtualis.

COROLLARIUM XV.

506. Si porro Lens fuerit utrinque æqualiter Concava, nempe $a = b$; erit distantia Foci virtualis $\frac{2a^2}{2a} = a$; hoc est, Semidiametro Concavitate æqualis.

COROLLARIUM XVI.

507. Si Lens fuerit Plano-concava, erit Semidiameter alterutra infinita, veluti $b = \infty$, tuncque Semidiameter altera $a = 0$, consequenter distantia Foci virtualis $= -\frac{2ab}{b} = 2a$. Et eodem modo patet, si $a = \infty$, fore distantiam Foci virtualis $= -2b$. Sive igitur Lentis Plano-concavæ Superficies Concava, sive Plana Puncto radianti ob-

vertatur, Focus virtualis Diametri intervallo ab eodem removetur.

COROLLARIUM XVII.

508. Quodsi Radius $CB = a$, evadit negativus, Superficies superior evadit Concava, adeoque Lens convertitur in Meniscum, cujus Superficies Concava Objecto obvertitur & distantia Foci erit $\frac{-2abd}{ad - bd + 2ab}$;

si vero Radius $CE = b$ evadit negativus, Superficies inferior evadit Concava, adeoque Lens Convexa in Meniscum abit, cujus Superficies Convexa Puncto radianti obvertitur, eritque distantia Foci $= \frac{-2abd}{bd - ad + 2ab}$.

Perinde igitur est, sive Menisci pars Convexa, sive Concava Puncto radianti obvertatur. Valor Formulæ positivus est, si $ad > bd + 2ab$; negativus, si $ad < bd + 2ab$ (§. 33. 34. Anal. fin.), adeoque in casu prioris Focus realis, in posteriori non nisi virtualis.

COROLLARIUM XVIII.

509. Sit $a = b$, seu Semidiameter Concavitate Semidiametro Convexitatis æqualis; erit distantia Foci $\frac{-2a^2d}{ad + 2a^2 - ad} = \frac{-2a^2d}{2a^2} = -d$

vel $\frac{-2b^2d}{bd + 2b^2 - bd} = \frac{-2b^2d}{2b^2} = -d$, adeoque

Focus virtualis est in loco Puncti radianti & tum Meniscus æquivalet Vitro Plano sive Convexitas, sive Concavitas Puncto radianti obvertatur.

COROLLARIUM XIX.

510. Sit $b = 3a$, seu Semidiameter Concavitate tripla Semidiametri Convexitatis, erit distantia Foci $\frac{-6a^2d}{ad - 3ad + 6a^2}$

$= \frac{-6a^2d}{6a^2 - 2ad} = \frac{-3ad}{3a - d}$, quæ quantitas po-

sitiva, si $d > 3a$, negativa si $d < 3a$, adeoque: casu primo Focus realis, in altero virtualis est, & Meniscus æquipollet Lenti utrinque: qualiter Convexæ, cujus Semidiameter Convexitatis $= 3a$, seu tripla Semidiametri Convexitatis Menisci a .

CORO

COROLLARIUM XX.

511. Sit $b = 2a$, seu Semidiameter Convexitatis dupla Semidiametri Convexitatis, erit distantia Foci $= \frac{-4a^2d}{ad - 2ad + 4a^2} = \frac{-2ad}{2a - d}$, quæ quantitas positiva, si $d > 2a$, negativa si $d < 2a$, adeoque in ca su priori Focus realis, in posteriori virtualis & Lens æquivalet Vitro utrinque æqualiter Concavo, cujus Semidiameter Concavitatis $= 2a$ seu dupla Semidiametri Convexitatis (§. 491. 492).

COROLLARIUM XXI.

512. Fiat $d = \infty$, hoc est, Radii incident Axi paralleli; erit distantia Foci $= \frac{-2ab}{a - b}$, adeoque ut differentia Semidiametrorum Radium Convexitatis & Concavitatis ad Diametrum alterutram, ita Semidiameter altera ad distantiam Foci vel realis, vel virtualis, prouti $b > a$ vel $b < a$, quemadmodum supra reperimus (§. 299).

COROLLARIUM XXII.

513. Sit $a = b$, seu Semidiameter Convexitatis Semidiametro Concavitatis æqualis; erit $\frac{-2a^2}{a - a} = -\frac{2a^2}{0} = \infty$ (§. 110. Anal. *infn.*), seu Focus virtualis infinito intervallo distat, hoc est, Radii post Refractionem adhuc manent paralleli.

COROLLARIUM XXIII.

514. Sit $b = 3a$, seu Semidiameter Concavitatis tripla Semidiametri Convexitatis, erit $-\frac{6a^2}{a - 3a} = -\frac{6a^2}{-2a} = 3a$, hoc est, distantia Foci realis Semidiametro Concavitatis æqualis, adeoque Meniscus æquipollet Vitro utrinque Convexo, cujus Semidiameter tripla Semidiametri Convexitatis Menisci, quemadmodum supra reperimus (§. 301).

COROLLARIUM XXIV.

515. Sit $b = 2a$, seu Semidiameter Con-

cavitatis dupla Semidiametri Convexitatis, erit $-\frac{4a^2}{a - 2a} = 4a$, adeoque Focus realis Diametri Concavitatis intervallo distat; consequenter Meniscus æquipollet Lenti Plano-convexæ; cujus Semidiameter dupla Semidiametri Convexitatis Menisci, quemadmodum supra reperimus (§. 304).

COROLLARIUM XXV.

516. Si $a = 3b$ vel $a = 2b$, hoc est, Semidiameter Convexitatis fuerit tripla, vel dupla Semidiametri Concavitatis, erit in ca su priore distantia Foci $= -\frac{6b^2}{b - 3b} = 3b$, in altero $= 6b$, adeoque in ca'u priore Meniscus æquipollet Lenti utrinque Convexæ, cujus Semidiameter tripla Semidiametri Concavitatis Menisci, in posteriori Lenti Plano-concavæ, cujus Semidiameter dupla Semidiametri Concavitatis.

COROLLARIUM XXVI.

517. Menisci igitur minoris Diametri cum æquipolleant Lentibus Convexis majoris Diametri adeoque Focus à Lente magis removeant (§. 514. & seqq.), immo cum haud difficulter inveniatur Meniscus, quæ Focus dato intervallo removeat (§. 310); illarum usus commodus videtur in Tubis prægrandibus, cum Lentes Convexæ majoris Diametri admodum difficulter poliantur.

SCHOLION.

518. *Enimvero minuant Menisci Caput Visionis, quemadmodum Telescopia Batava, adeoque Tubis longioribus minime conducunt.*

THEOREMA LXXX.

519. *Presbytis conveniunt Perspicilla Convexa.*

DEMONSTRATIO.

Presbytae enim remota distincte, vicina confuse vident (§. 381. *Optic.*).

Quemobrem cum Lentes Convexæ Radios à Puncto vicino advenientes ita inflectant, ac si è Puncto longinquo emanarent (§. 593); Presbytis Perspicilla Convexa conveniunt. *Q. e. d.*

DEFINITIO XLII.

520. *Magis Presbyta* dicitur, qui ad majorem distantiam distincte videt Visibile; *minus Presbyta* appellatur, qui distincte videt ad distantiam minorem.

SCHOLIUM.

521. *E. gr. Sit distantia, quæ terminus distinctæ Visionis est Sempronio, dupla distantia, ad quam Objectum distincte videt Titius; erit Titius magis Presbyta, quam Sempronius.*

THEOREMA LXXXI.

522. *Magis & minus Presbytis non conveniunt Perspicilla ejusdem Convexitatis.*

DEMONSTRATIO.

Magis enim Presbyta ad minorem distantiam Visibile distincte videt, quam minus Presbyta (§. 520). Jam cum Presbyta distincte videat Objectum vicinum, si Radii ab Objecto vicino advenientes ita inflectuntur, ac si ex termino distinctæ Visionis venirent (§. 493), idem vero Perspicillum Radios eodem modo incidentes diversimode inflectere nequeat; idem Perspicillum magis & minus Presbytis convenire nequit. *Q. e. d.*

PROBLEMA LVII.

Tab. XII. Fig. 100. 523. *Data distantia AB, ad quam Presbyta distincte absque incommodo videt Visibile, invenire Diametrum Perspicilli Convexi eidem convenientis.*

RESOLUTIO.

Quærat ad CB differentiam inter distantiam termini distinctæ Visionis datam & AC distantiam Objecti vicini, quod à Presbyta confuse videtur, atque hanc ipsam distantiam AC tertia proportionalis CF; dico AF esse Semidiametrum Perspicilli utrinque Convexi vel Diametrum Plano-convexi Presbytae conveniens.

DEMONSTRATIO.

Etenim si Presbyta distincte videre debet Objectum in C collocatum, ita inflectendus erit Radius, vi refractionis in Perspicillo passæ, ac si ex Puncto B veniret, qui terminus est Visionis distinctæ. Posamus in F esse Focum principalem ejus Lentis, per quem Presbyta Objectum in C collocatum distincte videt; erit $AC : CF = AB : AF$ (§. 493); consequenter $AC : AB = CF : AF$ (§. 173. *Arithm.*). Quemobrem cum porro sit $BC : AC = AC : CF$ (§. 193. *Arithm.*); patet AF esse Foci principalis distantiam, adeoque Semidiametrum Perspicilli utrinque Convexi (§. 498), sive Diametrum Plano-convexi pro Presbyta (§. 499). *Q. e. d.*

COROLLARIUM.

524. Quodsi quis fuerit magis Presbyta, distantia AB major est, quam si fuerit minus Presbyta (§. 520); consequenter cum distantia AC pro utroque Presbyta sit eadem; AC ad CF majorem rationem habebit, si quis fuerit magis Presbyta, quam minus Presbyta (§. 203. *Arithm.*); consequenter in priori casu CF minor, quam in posteriori (§. 206. *Arithm.*), & hinc AF in isto minor, quam in hoc (§. 90. *Arithm.*)

Arithm.) Magis itaque Presbyræ conveniunt Perspicilla minoris Diametri; minus Presbyræ quæ sunt Diametri majoris, seu magis Presbyræ conveniunt magis Convexa, minus Presbyræ minus Convexa.

PROBLEMA LVIII.

525. *Perspicilla Presbytis ac Myopi-
bus convenientia seligere.*

RESOLUTIO.

Presbyta successive Perspicilla diversæ Convexitatis, Myops Perspicilla diversæ Concavitate Oculis præfigat. Quodsi absque ullo incommodo clare ac distincte videre possit Objectum; Perspicilla Oculo conveniunt. Quodsi vero Oculi dolent vel lachrymantur; eidem minime conveniunt.

Aliter.

Quodsi commode explorare volueris, qualis Sphæricitatis Perspicillum conveniat Oculo cujuscunque Presbyræ, vel Myopi, Lentis probatoriæ tam Plano-Concavæ, quam Plano-convexæ parentur hoc modo.

I. Vitrum quoddam Orbiculare exacte poliatur & ex altera parte Superficies Plana eidem inducatur.

2. Ex altera vero in diversis Catinis eidem interantur Limbi diversæ Sphæricitatis ad Centrum usque continuo crescentis, quod occupat Lenticula maximæ Sphæricitatis. Limbi isti convexi fiunt in usum Presbytarum, Concavi in usum Myopium. Quodsi Lentem istiusmodi probatoriam Oculo admoveris, extemplo apparebit, per quemnam Limbum clare & distincte videas Objectum, consequenter qualis Oculo conveniat Sphæricitas.

THEOREMA LXXXII.

526. *Presbyta distincte vident Objectum in Foco Lentis cujuscunque Convexæ collocatum.*

DEMONSTRATIO.

Presbyræ enim cum clare ac distincte videant Objecta remota (§. 381. *Optic.*); distincte vident quæ radiant per Radios parallelos (§. 94. *Optic.*). Quamobrem cum Objectum in Foco Lentis cujuscunque Convexæ positum radiet per Radios parallelos (§. 203); Presbyræ distincte vident Objectum in Foco Lentis cujuscunque Convexæ collocatum.

CAPUT X.

De Poliendis Vitris.

PROBLEMA LIX.

27. *Catinos ad polienda Vitra commodos parare.*

RESOLUTIO.

Ex Orichalco, Cupro, Ferro vel Ligno fiat segmentum Circuli eo Radio descriptum, qui Cavitati Catinis desiderati respondet. Describitur autem segmentum minus Circino X;

mediocre, cujus nempe Radius est aliquot pedum, Virga Ferrea circa Punctum fixum mobili & Stylo incisorio in altera sui extremitate instructa; maximum denique, cujus Semidiameter 12 pedibus major, Cortice Salineo interiore per modum fili extenso & Annulo Ori-

Orichalceo & Ferreo affixo, in altera vero sui extremitate Stylo inciforio aut Plumbagine instructo, quia is magis extendi nequit, si multum, quam si parum trahatur.

2. Ex Lamina Ferrea vel Cuprea à Fabro cudatur Catinus, donec ejus Cavitas undiquaque congruat Convexitati segmenti. Quodsi vero ex Orichalco aut Ære Catinum fundi malueris, tum ea tenenda sunt, quæ de fundendis Speculis Concavis (§. 201. *Catopr.*) præcepimus.

Tab.
XI.
Fig. 88.

3. Catini ita formati figura perficiatur Torno, quo Figuli Vasorum Stanneorum in conficiendis Patinis ac Discis utuntur, aut super Modulo Lapideo A Virgæ Ferreæ per Rotam radiatam BC transeunti & ope Rotæ dentatæ DE ac Manubrii F versatili.

4. Quando Catinus Convexitati Moduli Lapidei arenacci, quo in Machina teritur, undiquaque congruit, à Machina removeatur & Asseri Ligneo Plumbo onusto, si opus fuerit, agglutinetur ac Arena subtiliori per Cribrum trajecta, ne grana sint inæqualia & Superficiem Catini vitient, tamdiu super Modulo Lapideo teratur, donec fulci residui tollantur.

5. Tandem Vitra majora ope Arenæ subtilioris per Cribrum trajectæ in Catino terantur, donec ejus Superficies satis lavigata motum Vitri nullibi remoretur.

SCHOLION I.

528. *Segmenta Lignea optime parantur*

ex pyro, &, ne distorta figuram mutant. majorum crassities unius fere sit digiti: prope Peripheriam tamen ex una parte dedolandum est segmentum, ut vix decima digiti crassities Margini relinquatur & Faber adeo Catinorum figuram commodius & exactius examinare queat.

SCHOLION II.

529. *Ad facilitandum motum Torni Mechanica subsidia desiderata suppeditat.*

SCHOLION III.

530. *Latitudo Catinorum tripla esse debet latitudinis Vitri poliendi. Minorum ea si amplitudo, quæ motui manus polientis sufficit.*

SCHOLION IV.

531. *Perfectum esse Catinum deprehendit si pili longioris per latitudinem ejus exten Umbra in Camera præsertim Obscura minimè distorta appareat.*

PROBLEMA LIX.

532. *Vitra ad poliendum apta seliger.*

RESOLUTIO.

1. Imponatur Vitrum Chartæ mundæ ita enim videbis, quoniam color inficiatur, & eodem tinctum est Vitrum colliges. Vitandus autem color nimis fuscus. Et quoniam Vitrum candidissimum venas plerumque habet, & in Aëre humescens sua sponte post aliquot annos polituram omnem amittit; HUGENIUS (a) optimum cæteris paribus judicat, quod subflavum, leviter rufum aut subviride apparet. HEVELIUS (b) leviter cœruleum probat.
2. Vitrum à Vesiculis, Arenulis, Venulis, Vorticibus ac Spiritibus nocivis immune deprehendes, si Lumen Solare per id transmissum Charta alba excipiatur: singuli enim nævipes

Umbra

(a) In Commentariis de formandis Vitris p. 27

(b) In Prolegom. Selenogr. 14.

Umbras respondentes detegentur. Quod si eisdem distinctius cognoscere libuerit, lumen transmissam per Lentem Convexam probatæ fidei trajiciatur, antequam ipsum Charta excipias, vel Cannelæ accensæ oppositum per Lentem Convexam respicias. Vitrum vero à Venulis ac Vorticibus liberum obtinebis, si Forcipes longiorum brachiorum in duo segmenta Spharica Cava desinentes materiæ Vitreæ in furno colliquatæ immittas & massam extractam in furno everberii refrigerari sinas. Præstat etiam Vitrum, si duobus vel tribus diebus materia Vittraria immota constiterit.

PROBLEMA LX.

533. *Vitrum ad trituram aptare.*

RESOLUTIO.

1. Si Vitra Lenticularia aut saltem Orbicularia ex Officina Vittraria non obtinueris, verum Tabulas Vitreas; ope Adamantis in frustula quadrata Tabulæ dividantur, & si Vitrum adeo crassum fuerit, ut diffringi nequeat, Tabula panno super mensam strato ita imponatur, ut pars EF CB ultra eam promineat. Ea enim si Instrumento quodam Ferreo percutiatur, juxta ductum rectæ EF diffiliet. Et eodem modo frustulum quadratum EBhg à reliquis separabis. Si minor fuerit crassities, ope Cochleæ manuariæ IK idem commode præstabis.
2. In frustulo quadrato utrinque describantur Circino, qui crure Adamantino instructus, duo Circuli Concentrici, quorum interior habeat Diametrum Lentis desideratæ latitudini æqualem, exterior vero paulo majo-

rem & Anguli eodem, quo ante, modo separentur, inæqualitates minores residuæ ope Cotis in gyrum actæ tollantur.

Tab. XI. Fig. 90.

3. Examinetur Vitrum ope Cochleæ Manuariæ, an ubique æqualis sit crassities. Quod si diversa deprehendatur, ad æqualitatem est reducenda, attritione super Lamina Ferrea mediante Aqua & Arena facta.
4. Tandem Virum agglutinetur Capulo Ligneo NMO, Cœmento ex Pice & quarta parte Resinæ, vel ex una parte Ceræ & undecim partibus Colophonix parato. Debet autem Basis Capuli NO Vitro æqualis esse & Centrum Vitri cum ejus Centro congruere.

Tab. XI. Fig. 91.

SCHOLIION.

534. *Lenticula minores, qualium in Microscopiis est usus, Cera sigillatoria Capulis suis agglutinantur.*

PROBLEMA LXI.

535. *Vitrum Convexum atterere & ad Polituram disponere.*

RESOLUTIO.

3. Catinus Arena per Cribrum trajecta; ut grana sint æqualia, & madefacta; non tamen nimis, ope Lentis huic usui destinatæ æqualiter distribuenda, conspergatur & panno crassiori aliquoties complicato imponatur.
2. Capulo manu prehensio Vitrum super Catino in orbem agatur, ita tamen, ut successive aliis aliisque viis incedat, ne figura Catini depravetur, nec contra Catinum deprimatur.
3. Ubi Vitrum figuram Catini acquisivit, ipsum cum Capulo & Catino

mun-

mundetur, ne quid Arenæ pristinae ullibi adhæreat.

4. Catinus conspergatur primum Pulvere Smiridis madefacto & tamdiu Vitrum teratur, donec omnes inæqualitates fuerint sublatae. Postea usui esse potest Arena Clepsydralis rubra per Secerniculum coacta, ut grana omnia sint æqualia. Notandum vero est, quod Arena nimis attrita ejici & in ejus locum alia recens substitui debeat. Alii utuntur Pulvere Smiridis successive subtiliori, vel etiam Silicis contusi, quo ad excitandum ignem uti solemus.
5. Tandem in Catino, qui minoris Sphaeræ segmentum existit, mediante simili Arena teratur Vitrum, donec marginem obtinuerit declivorem.

Aliter.

Quoniam pressio in medium Vitri non satis exacte determinatur, si manu sola agitur Vitrum: ideo consultius est, ut utamur Machina sequente, præsertim ubi Vitra Objectiva sunt læviganda.

1. Catinus HI super Tabula Horizontali firmiter affigatur.
2. Hujus Centro immineat foramen D, per quod
3. Trajiciatur Stylus Ferreus 5 vel 6 digitos longus & Baculo AB infixus.
4. Baculi AB extremum alterum infigatur foramini in Capulo C exciso atque intra ipsum firmetur.
5. Hinc eodem manu prehenso, Vitrum, ut ante, in Catino mediante Arena madefacta teratur.

SCHOLIION I.

536. *Ne figura Catini depravetur, Vitrum supra ejus margines in motu suo ascendere debet.*

SCHOLIION II.

537. HUGENIUS (a) primum usus est Smiride crassa per Linteum Cameracense trajecta; deinde Smiridis Pulvere, qui intra spatium 40 aut 100 secundorum in Aqua fundum petit, ita tamen ut qualibet Semihora aut quadrante aliquantum Pulveris demeret. Nunquam se usum esse fatetur Smiride 50 secundorum per $\frac{3}{4}$ horæ, & dein per $\frac{5}{4}$ horæ Smiride 400 secundorum & postea adhuc $\frac{1}{4}$ horæ Smiride 45 minutorum.

SCHOLIION III.

538. Pulvis è Silicibus in Mortario Ferreo contusis diversæ subtilitatis itidem obtinetur, si eum Aqua immittas & Spatula Lignea aliquamdiu agites, colligasque Pulverem ad fundum Vasis certo temporis intervallo precipitatum, Aqua in Vas aliud decantata.

PROBLEMA LXI.

539. *Vitra Convexa polire.*

RESOLUTIO.

- I. Si Lentæ fuerint Sphaerarum minorum segmenta, veluti Lentæ Oculares tam in Tubis, quam in Microscopiis.
1. Catinus AB agglutinetur Capulo Ligneo BF eodem cæmento, quo Lentæ Capulo suo agglutinantur.
2. Paretur pultrix ex Hostiis, quibus in Sacra Cæna utimur, & fascia Chartæ tenuis D pro latitudine Lentis Cavitati Catini agglutinetur. Glutinis quoque loco esse potest Gummi in aqua solutum.
3. Chartæ afficeretur Pulvis Terræ Tripolitanae & Lente probatoria exploretur, num forte granula quædam crassiora adsint fulcos data.

4. Tan-

(a) In Commentariis de formandis Vitris, p. 279.

4. Tandem Vitrum Capulo suo affixum super Charta ex D moveatur versus C & in Aërem sublaturum reducatur in D. Atque hæc Operatio tamdiu continuanda, donec Vitri politura censeatur perfecta.

I. Si Lentæ Objectivæ, quæ majorum imprimis Sphærarum segmenta existunt, perpoliendæ; libera manu id nunquam efficies satis accuratæ. Construenda igitur est Machina sequens.

• Construatur Tabula rectangula AK quatuor Fulcris firmiter inter se compactis innixa & in medio excindatur foramen quadratum, cui Cistula CD immittatur mediante Cochlea E ad arbitrium attollenda vel deprimenda, prout nempe usus tulerit.

• In Cistula super panno crasso aliquoties complicato reponatur Catinus, cui ut ante Fascia Chartæ Pulvere Terræ Tripolitanae conspersa agglutinata.

• Capulo Fagglutinetur Vitrum poliendum & ut Vitrum sufficienter atque æquali propemodum vi ad Catinum apprimatur, Capulus intus excavetur cavitati que massa Plumbi infundatur.

• Capulus inferatur Annulo Ferreo G duobus Corrigiis GH & GI annexo, quorum alterum GH ambiens duos Cylindros circa Axes suos convertibiles in H annectatur Scabello N, ut pede insistentis Capulus cum Vitro versus K adduci possit; alterum vero GI super Cylindrum M itidem mobilem ductum annexum habeat

Pondus I, quantum ad Capulum F versus K adductum retrahendum sufficit.

PROBLEMA LXII.

540 *Vitra Concava polire.*

RESOLUTIO.

Vitra Concava eodem modo poliuntur, quo Convexa, nisi quod loco Catinini adhibeatur vel segmentum Sphæricum A, vel Sphæra integra B prout jam supra in Catoptrica (§.204) docuimus. Movetur autem Modulus vel ope Machinæ supra descriptæ (§.527); vel ope alterius, qua ad Vitra Polyedra polienda utimur (§.543); vel denique si plures Moduli eidem Virgæ infixi eodem artificio, quo in Mola acuminaria utimur (§.972. *Mechan.*).

Tab. XI. Fig.95.

PROBLEMA LXIII.

541. *Vitra Plana polire.*

RESOLUTIO.

Vitra Plana eodem modo poliuntur, quo supra Specula Plana polire docuimus (§.43. *Catoptr.*).

SCHOLIUM.

542. *Non exigua difficultatis est perfectam Vitro planitiem inducere, quia Lamina Ferrea vel Orichalcea superficiem exacte Planam habentes nonnisi difficillime parantur. Unde HEVELIUS (a) majus artificium judicat Superficiem Vitro exacte Planam quam Cavam reddere.*

PROBLEMA LXIV.

543. *Vitra Polyedra polire.*

RESOLUTIO.

I. Construatur Machina, in qua ope Rotæ AB, mediante Cochlea D ad Asserculum Planum LM firmatæ, & ope Cochleæ alterius BC, una cum Asserculo huc illucve adducendæ atque

Tab. XI. Fig.96.

O o Funis

(a) In Prolegom. Selenogr. f. 14.

Tab. Funis ductarii EB movetur Axis FE
 XI. per Tabulam quadratam NO quatuor
 Fig.96. Fulcris innixam transiens, cui in Coch-
 leam definenti infixum est Corpus He-
 misphæricum ex Ligno tornatum HG
 cum Lamina Plana & Orbiculari G
 firmiter agglutinata.

2. Ex Ligno paretur Quadrans *abc*, crena
bc excisa & Limbo interiore in gradus
 90 diviso, cujus Radius sit trium cir-
 citer digitorum, latus vero *ab* exca-
 vatum, ut in Cochleam PN Tabulæ
 NO firmiter infixam intrudi & ad da-
 tam altitudinem in situ suo mediante
 Cochlea fœmina *b* detineri possit.
3. Capulus Coniformis Q, cui Vitrum ag-
 glutinandum, affigatur Stylo QR per
 Tubulos R & S trajectiendo, quorum
 ille in Centro Quadrantis circa Axicu-
 lum fixum, hic intra crenam *bc* mobi-
 lis & ope Cochleæ in situ suo firmatur.
4. Vitrum ex ea parte, cui Plana diver-
 sa induci debent, in Catino ruditer at-
 tritum, donec Convexitatem aliquam
 acquisiverit, Capulo Q ad gradum
 Quadrantis decimum, si illud mi-
 nus crassum, vel ad decimum quin-
 tum, si satis crassum fuerit, firmato ag-
 glutinetur.
5. Discus Planus G Arena minuta made-
 facta conspergatur & ope manus sinif-
 træ Capulus Q cum Vitro ad eum ap-
 primatur, ope dextræ Rota AB cir-
 cumducatur: ita prima Planities Cen-
 tro vicina atterctur.
6. Radio exiguo, sed arbitrariæ magni-
 tudinis *hf* in Lamella Orichalcea des-
 cribatur Circulus & ex ejus Centro *b*
 Radio dimidio *hi* alius minor. Inte-

Tab.
 XI.
 Fig.97.

rior dividatur in tot partes æquales,
 quot Plana circa Centrum X Lentis
 Polyedræ TV constitui debent, e. gr.
 in sex: qui idem Circulus una indi-
 cat Plana in secunda serie formanda,
 Circulus vero exterior dividatur in
 partes duplo plures, nempe 12 in nos-
 tro casu, quæ Planis in tertia serie
 respondent.

7. Lamella hæc, exciso foramine, appli-
 cetur ad Tubulum S & Stylo RQ pro-
 pe eam infigatur ad Angulos rectos
 seta suilla, quæ una cum Stylo circa
 Centrum ejus mobilis.
8. Indiculus in prima Planitie inducen-
 da primo divisionis Puncto Circuli
 interioris respondere debet; hac ve-
 ro inducæta, Quadrante in eadem al-
 titudine detento, promoveatur ad
 Punctum divisionis secundum & ita
 porro, ut reliqua primæ seriei Plana
 successive atterantur.
9. Ad Plana secundæ seriei inducenda
 Quadrans elevetur ad gradum vigesi-
 mum, si Vitrum fuerit tenue, aut ad
 vigesimum quintum, immo trigesi-
 mum, si satis crassum. Reliqua fiant
 ut ante.
10. Ad Plana tertiæ seriei inducenda Qua-
 drans elevetur ad gradum trigessimum
 si Vitrum fuerit tenue, aut ad trigesi-
 mum quintum, immo quadragesimum
 quintum, si satis crassum. Reliqua
 fiant ut ante, nisi quod Indiculus
 ad Puncta divisionis exterioris Cir-
 culi sit dirigendus.
11. Quodsi plures Planorum series atte-
 rendæ, adhuc altius elevandus est
 Quadrans.

FIG. DIOPTR. TABL.

Fig. 1.

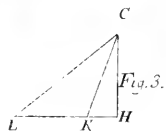
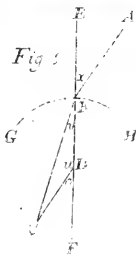
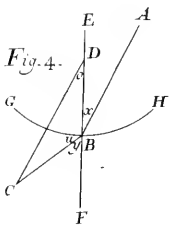
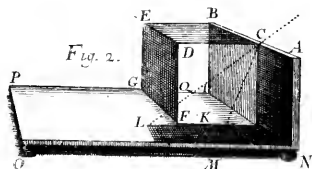
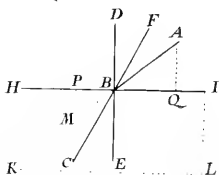


Fig. 8.

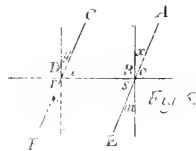
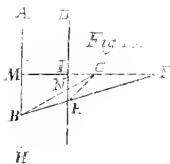
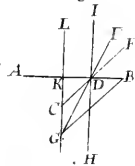
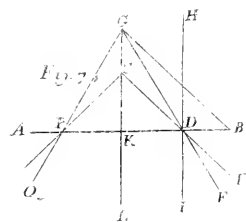
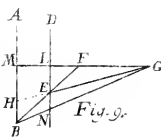
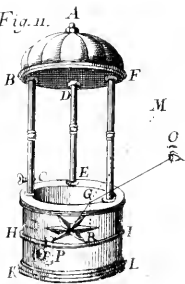


Fig. 11.



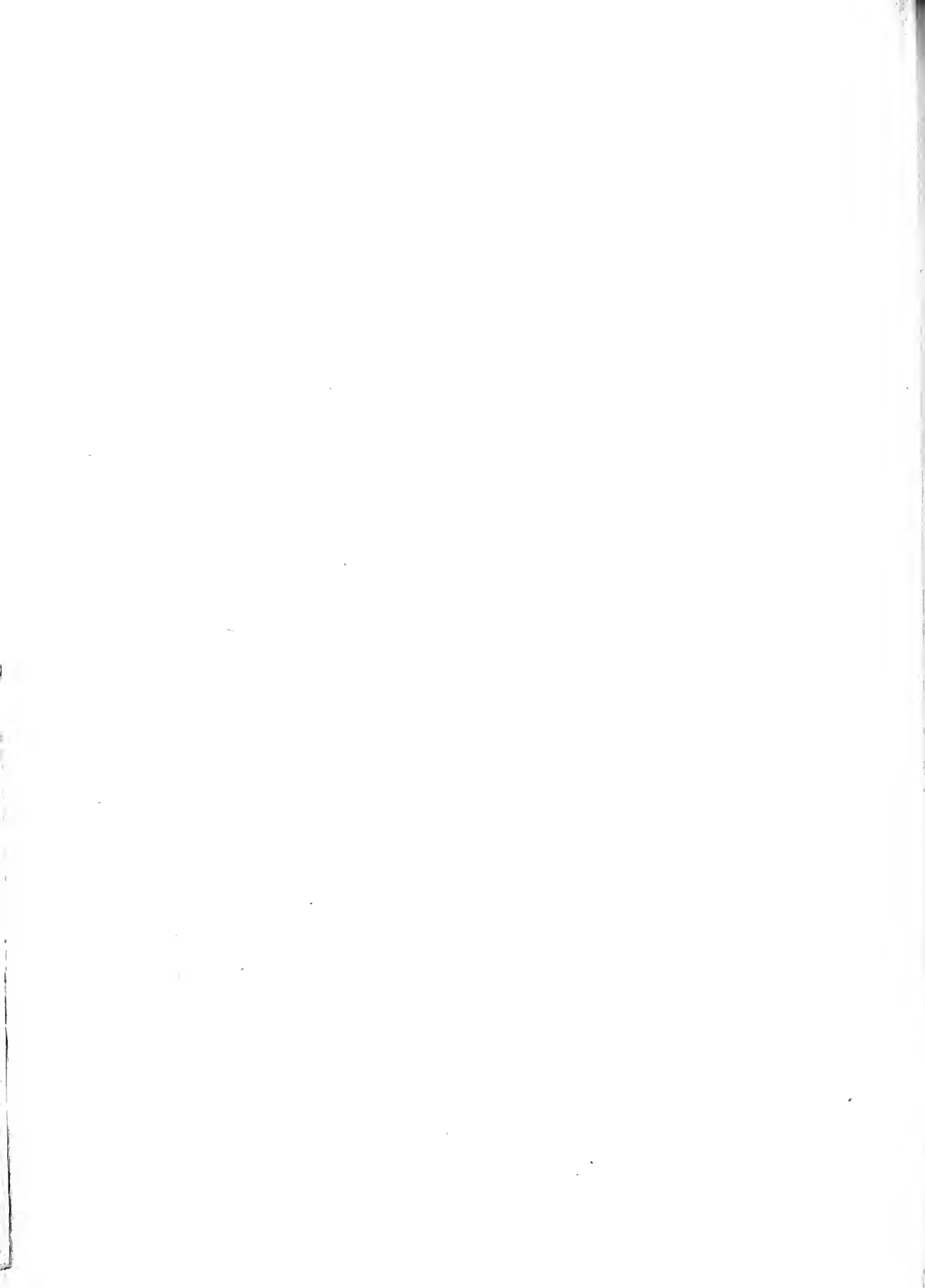
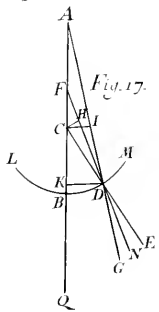
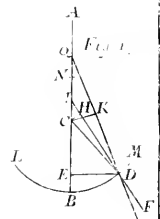
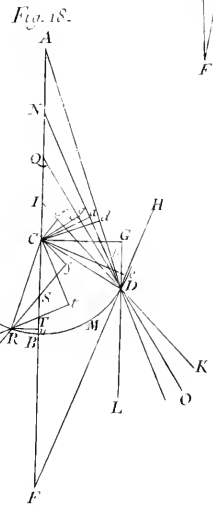
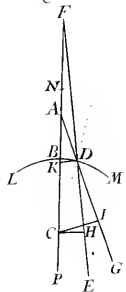
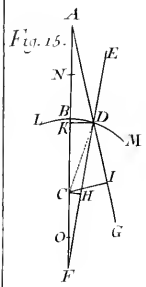
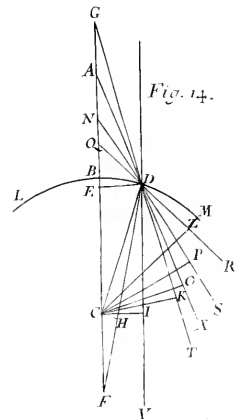
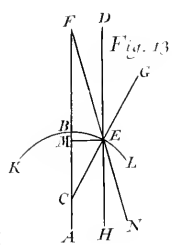
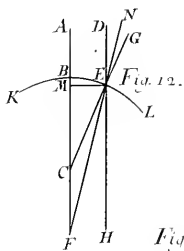


FIG. DIOPTR. TAB. II.



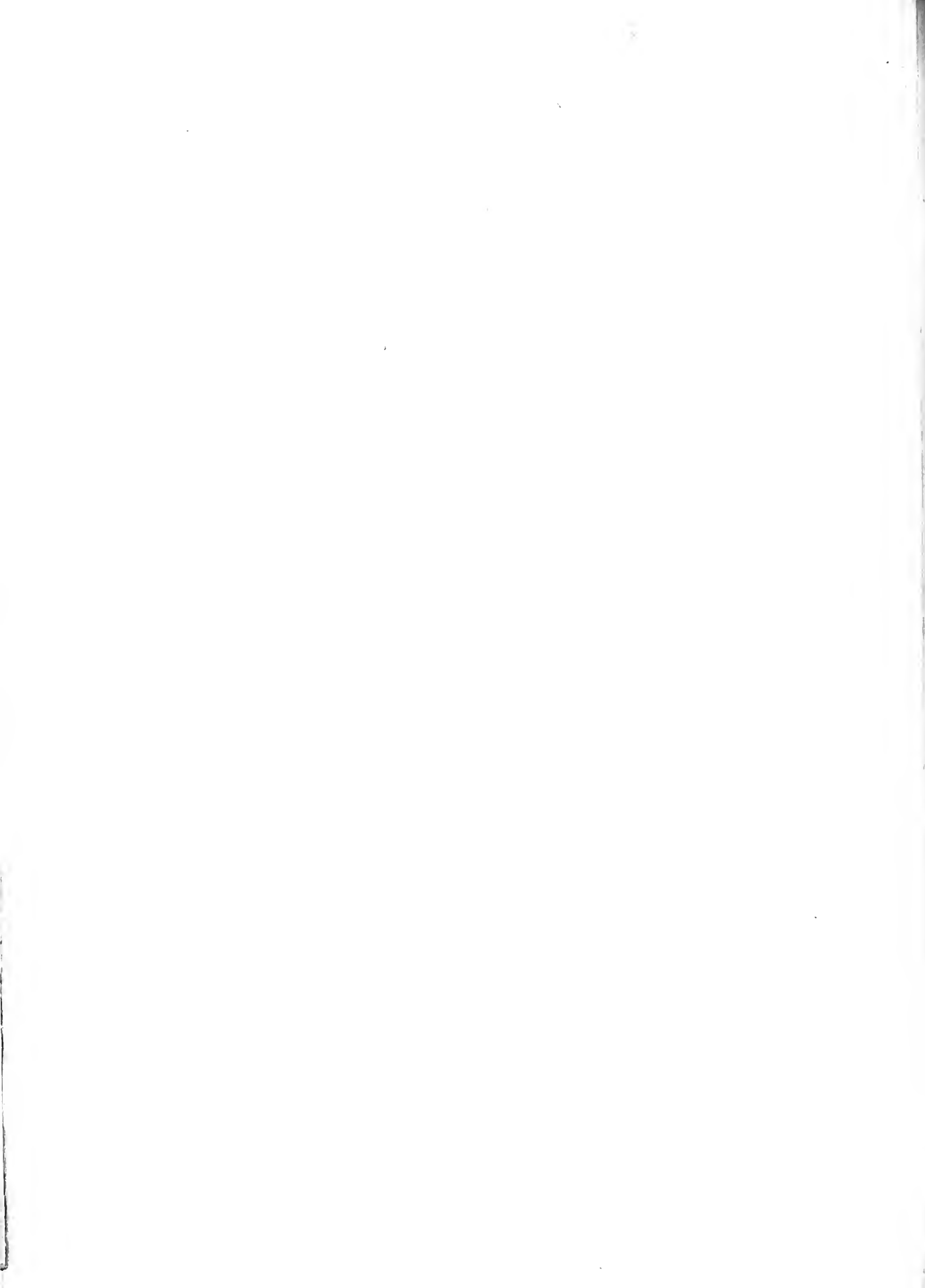
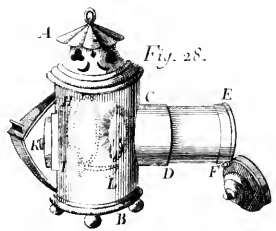
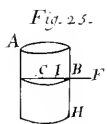
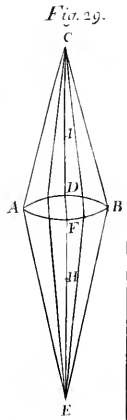
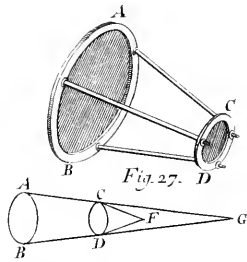
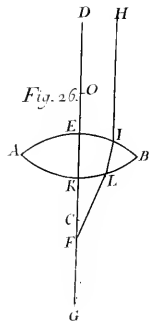
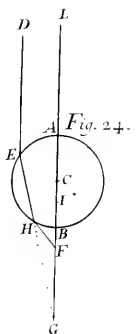
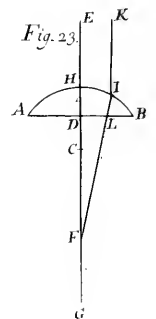
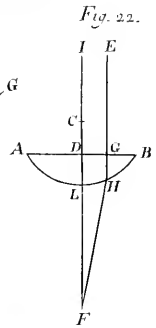
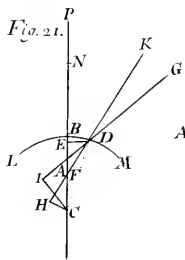
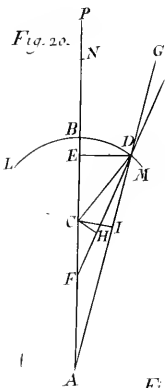


FIG. DIOPTR. TAB. III.



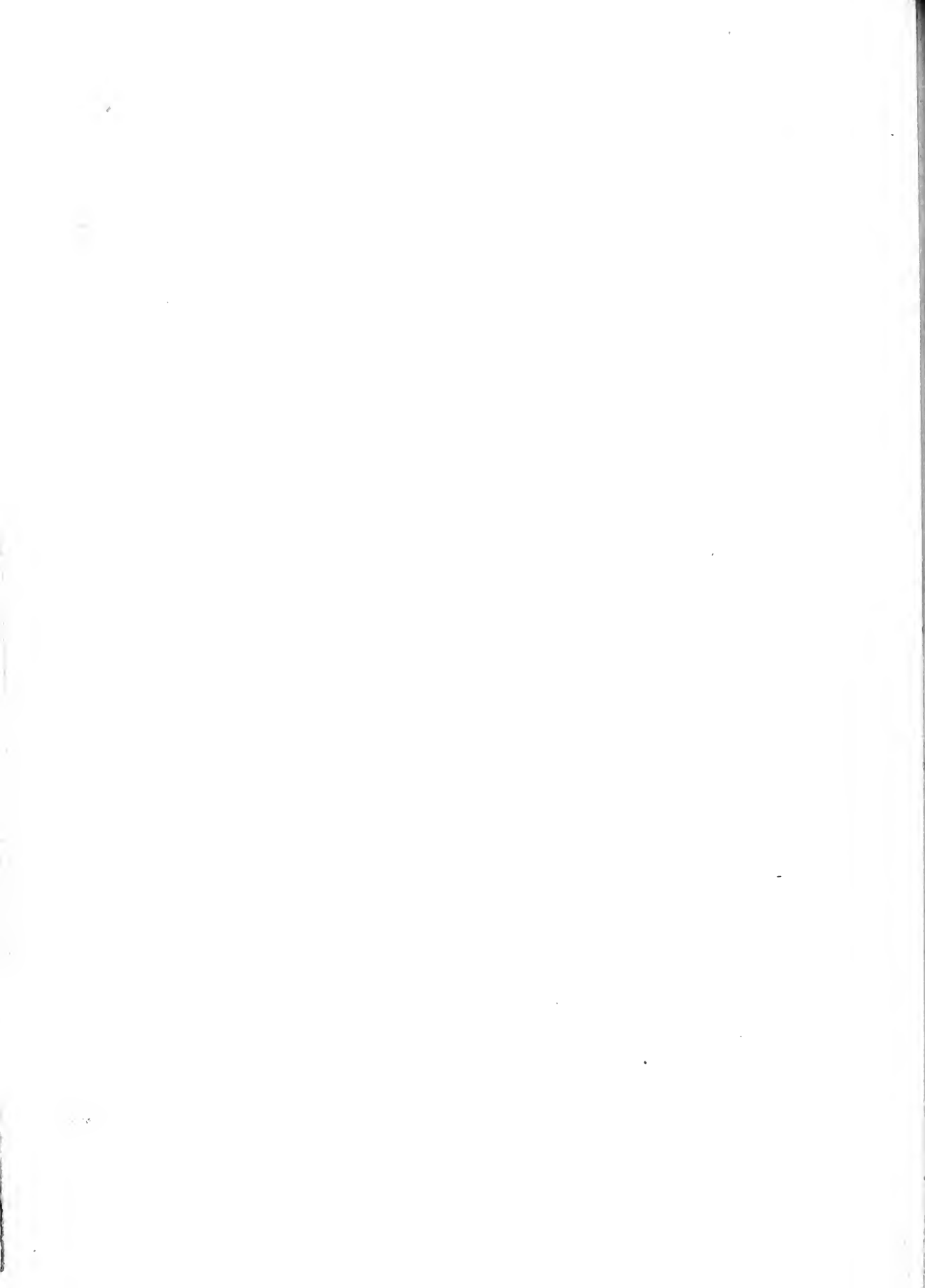
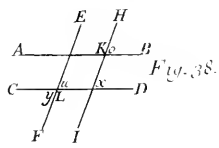
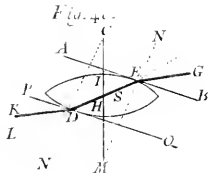
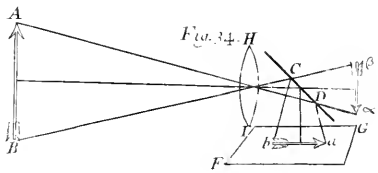
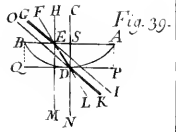
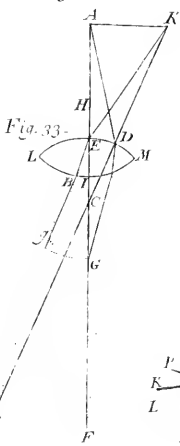
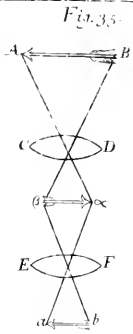
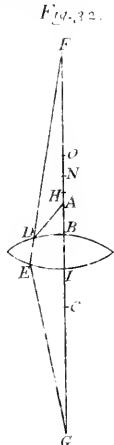
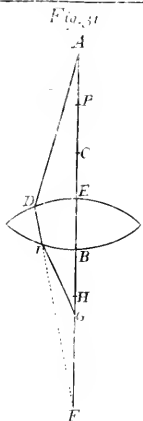
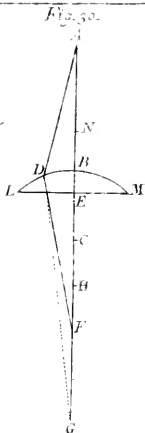
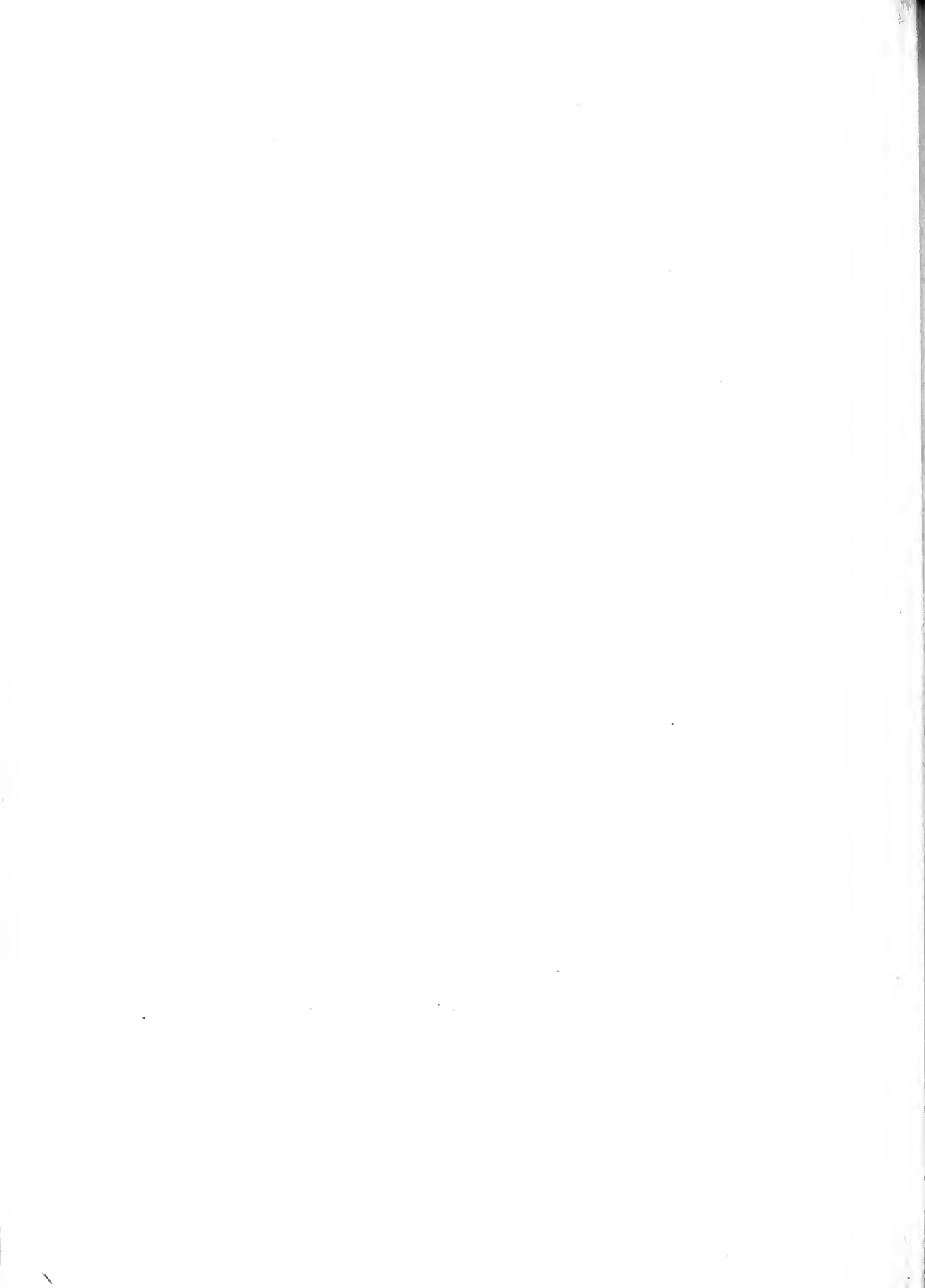


FIG. DIOPTR. TAB. IV.





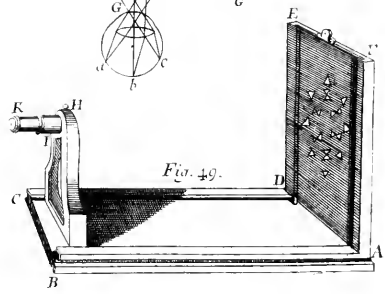
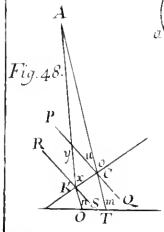
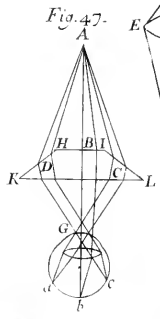
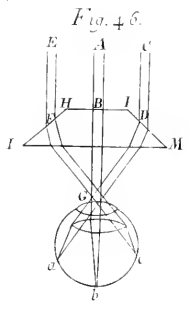
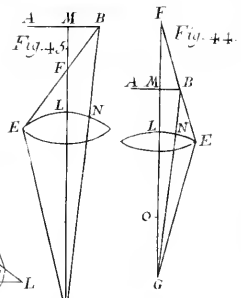
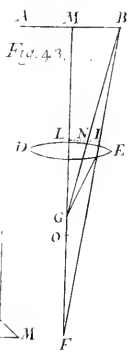
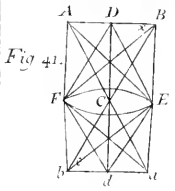
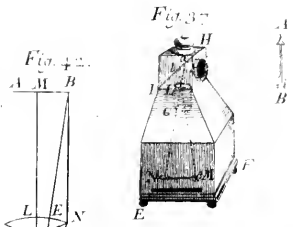
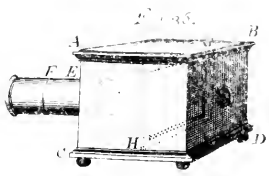




FIG. DIOPTR. TAB. VI.

Fig. 50.

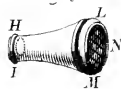


Fig. 52.

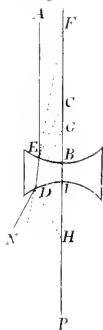


Fig. 53.

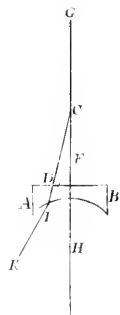


Fig. 54.

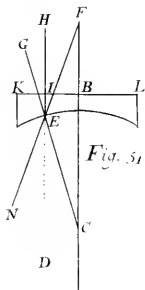
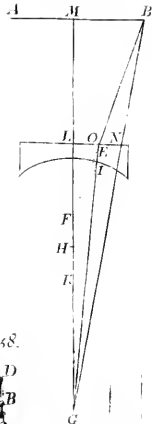


Fig. 51.

Fig. 55.

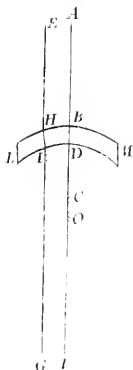


Fig. 57.

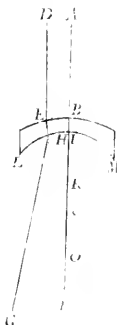


Fig. 58.

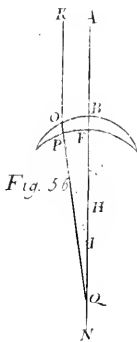


Fig. 56.

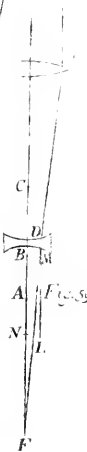


Fig. 59.



FIG. DIO PTR. TAB. VII.

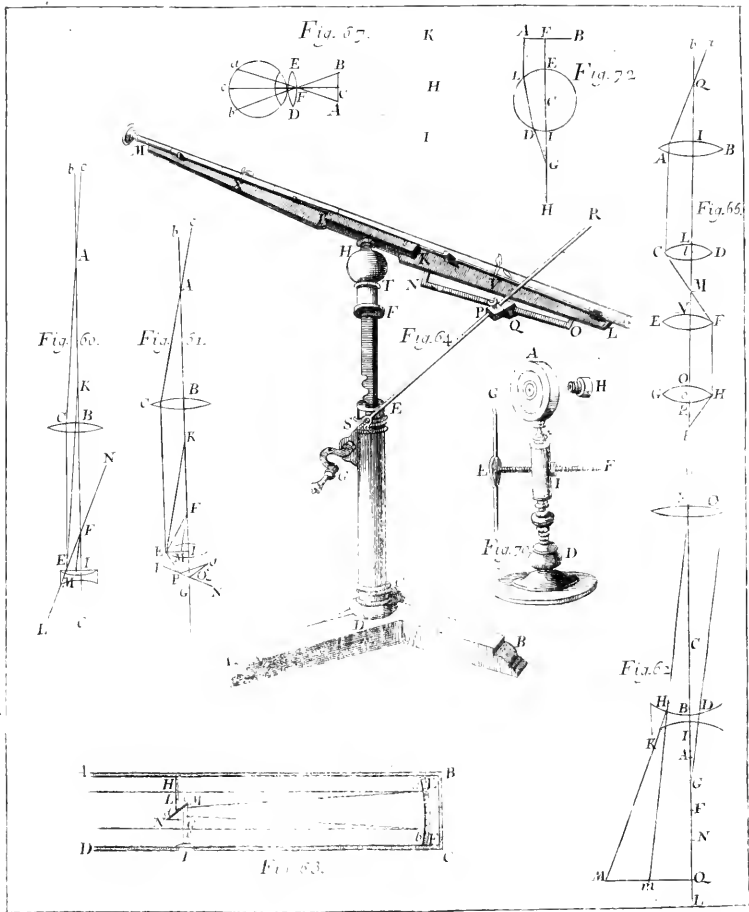
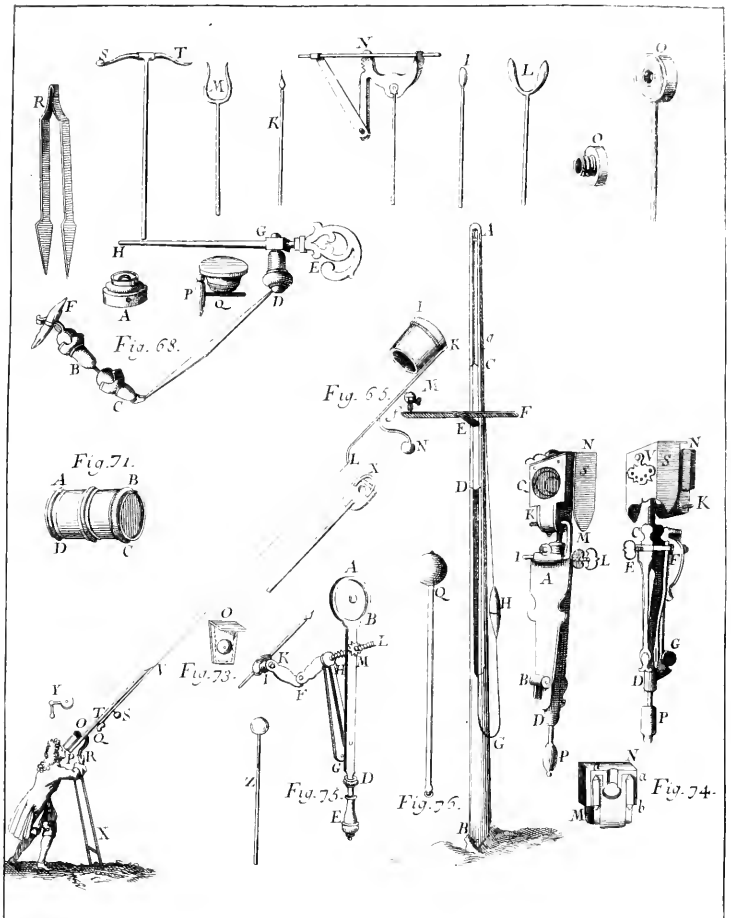
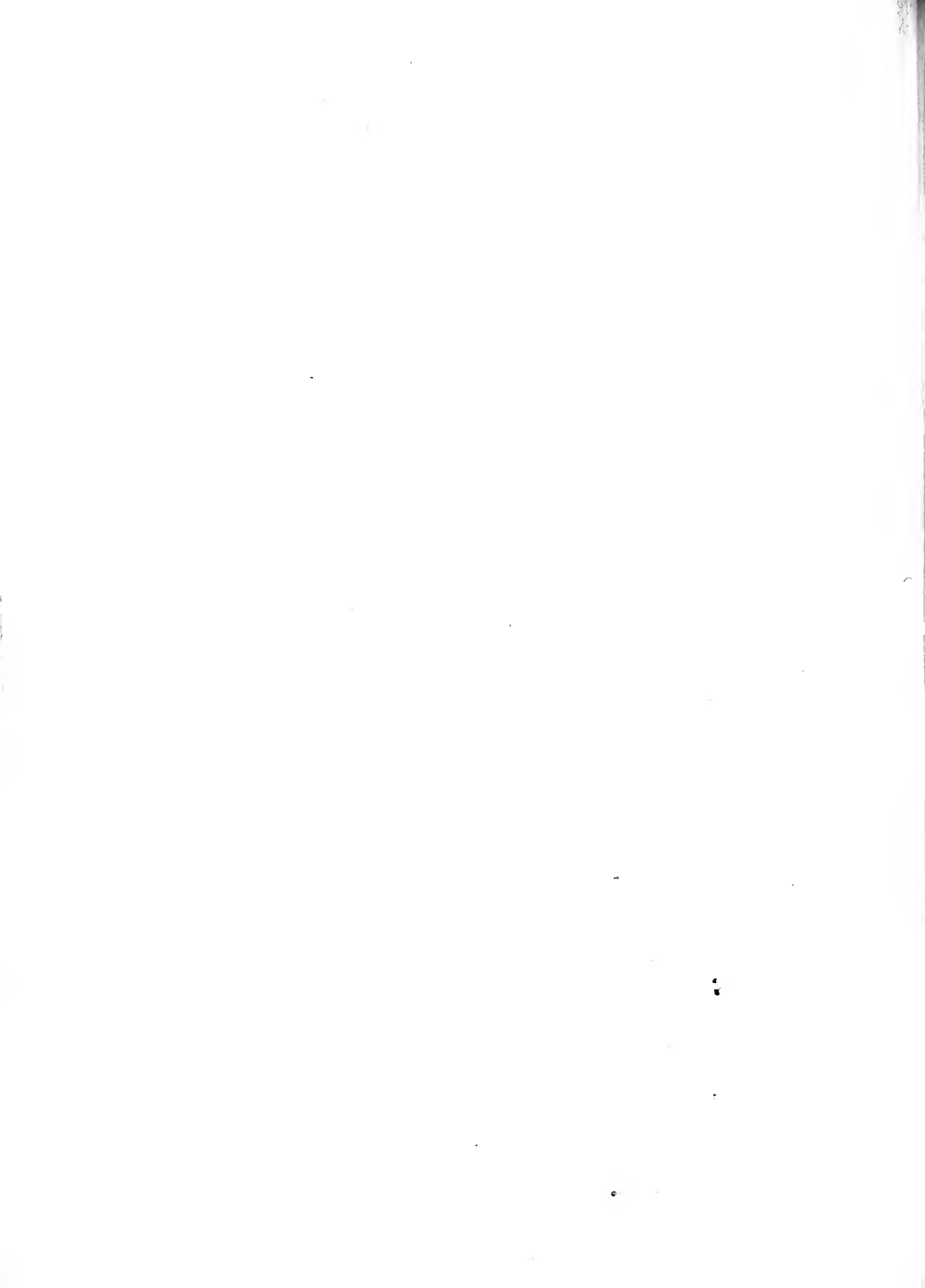




FIG. DIOPTR. TAB. VIII.





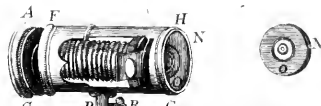


Fig. 84.



Fig. 69.

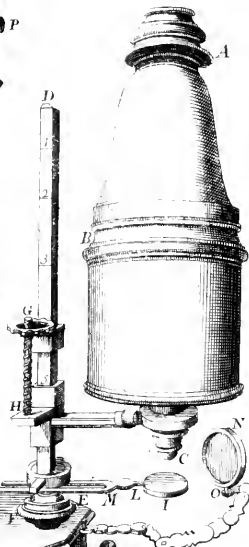
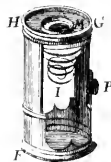


Fig. 81.

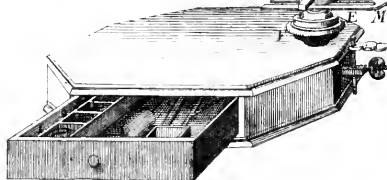




FIG. DIOPTR. TAB. X.

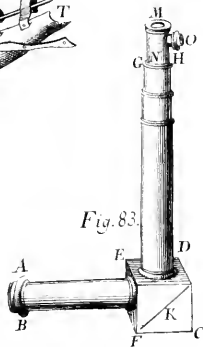
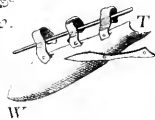
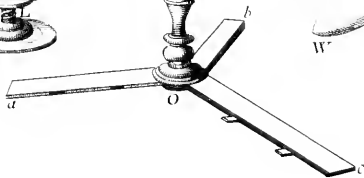
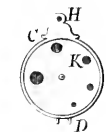
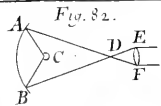
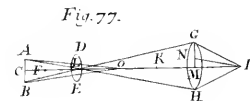
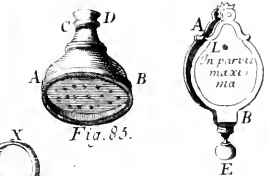
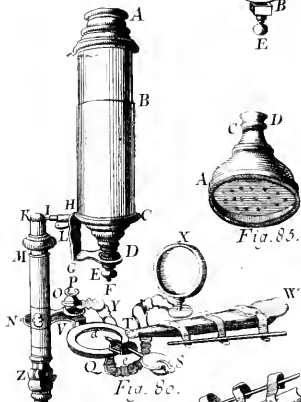
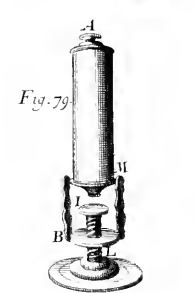
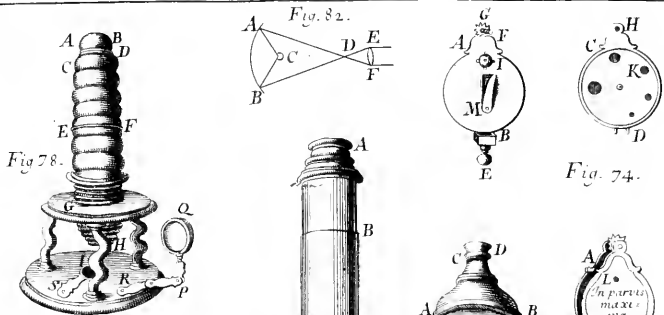




FIG. DIOPTR. TAB. XI.

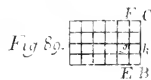
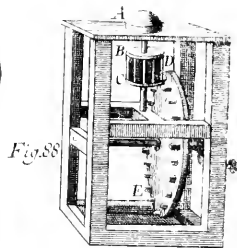
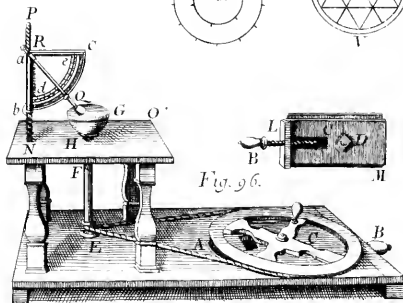
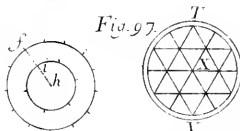
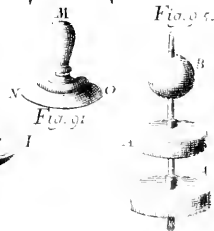
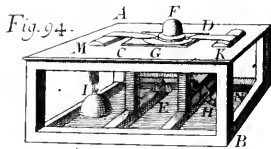
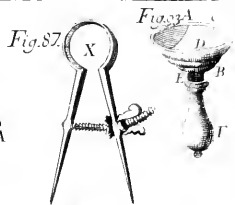
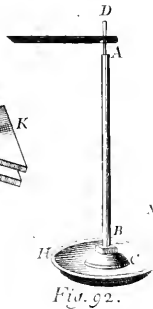
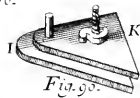
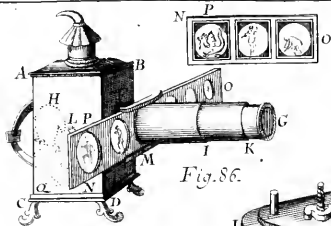
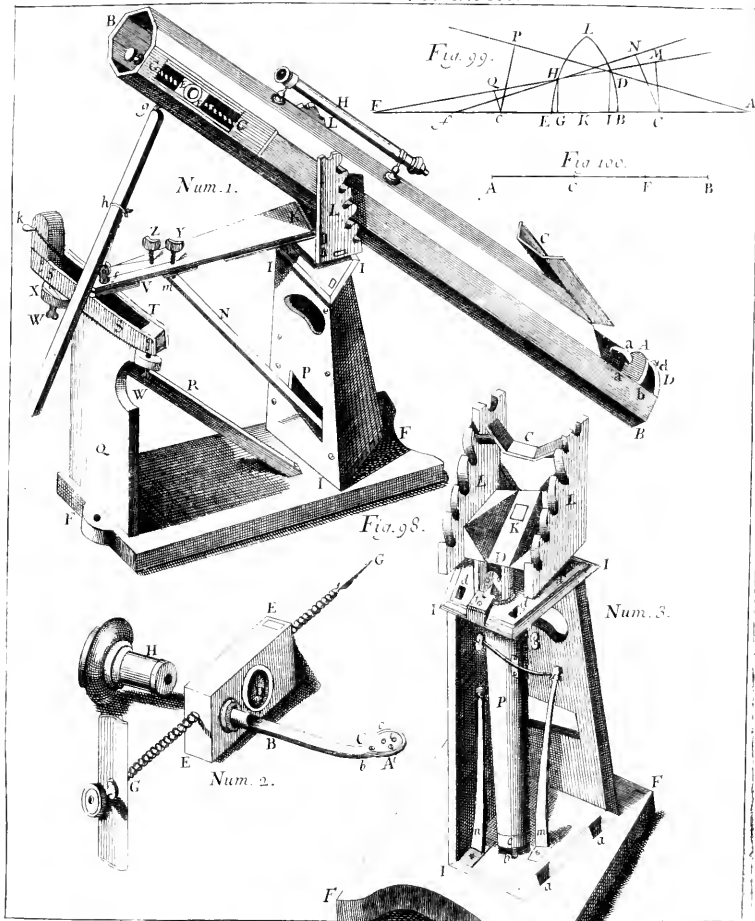
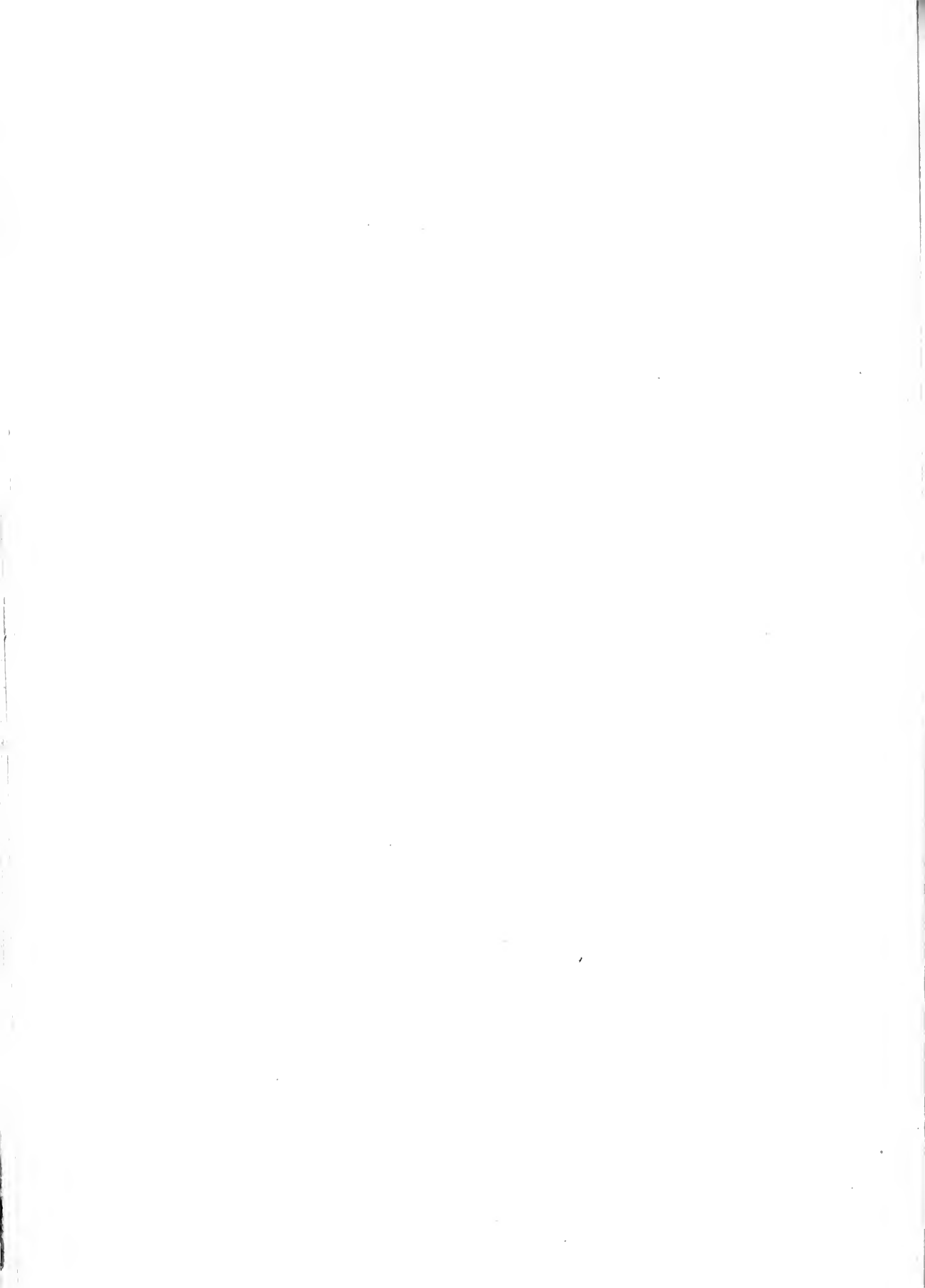
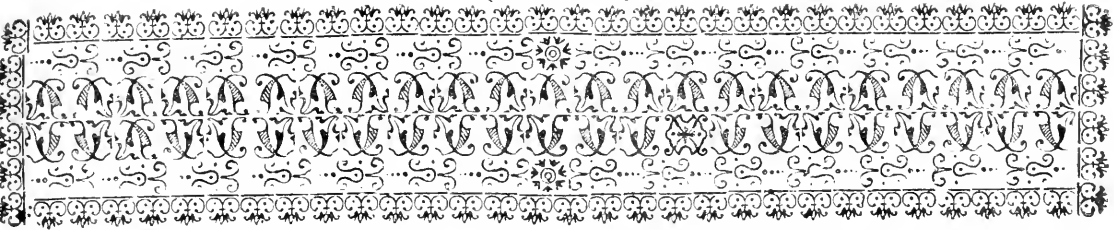




FIG. DIOPTR. TAB. XII.

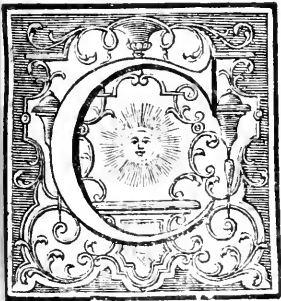






ELEMENTA SPHÆRICORUM ET TRIGONOMETRIÆ SPHÆRICÆ.

PRÆFATIO.



UM TRIGONOMETRIA SPHÆRICA propter Astronomiam & ipsi agnatas Disciplinas Geographiam atque Gnomonicam unice dicitur ; eam quoque à Trigonometria Plana scjungere ac Astronomiæ immediate præmittere placuit. Usus autem ejus in Phænomenis Motus Diurni ad computum revocandis elucescit ; unde ab eadem prorsus abstinere possunt ; quotquot Calculos Geometricos in Astronomia insuper habentes , nonnisi Universi structuram ac pendentes, inde Phænomenorum rationes cognoscere gestiunt. Perfecta Trigonometriæ Sphæricæ cognitio absque Sphæricorum doctrina non datur. Necessarium

rium igitur duxi, ut præcipua ex Sphæricis THEODOSII Theoremata, quamvis alia plerumque ratione, demonstrarem & una Triangulorum Sphæricorum proprietates explicarem, præsertim cum utriusque Doctrinæ ad accuratam Astronomiæ Sphæricæ Tractationem non minor sit, quam ipsius Trigonometriæ Sphæricæ usus. Sphæricorum Elementa cum Trigonometria Sphærica conjunxi, ne numerus Disciplinarum præter necessitatem multiplicaretur. Ob ingentem numerum casuum Trigonometria Sphærica vulgo admodum difficilis habetur; sed omnem difficultatem à me sublatam esse mihi persuadeo. Neque enim solum ostendo, quomodo per Regulam Sinuum atque Tangentium omnibus Triangulorum Rectangulorum casibus satisfiat more vulgari: verum etiam Regulam vere Catholicam propono memoriæ facile mandandam, qua in Trigonometria non minus Plana, quam Sphærica omnia de Triangulis Rectangulis Problemata solvuntur. Triangula Obliquangula non majori opera solvuntur, quam in Trigonometria Plana, ita ut Problema omnium difficillimum, quo ex datis tribus Lateribus Anguli investigantur, non plus negotii faceffat in Trigonometria Sphærica quam in Plana. Etsi vero non opus esse videatur, ut ex Elementis sphæricorum omnia ei perspecta sint, qui Regulas Trigonometriæ Sphæricæ sibi familiares reddere earumque veritatem intueri decreverit; integra tamen perlegisse juvat, quia in iis nihil continetur, nisi quod vel ad subsequenda demonstranda, vel ad Partem Astronomiæ Sphæricam firmandam conducatur. Cæterum omnia in his Elementis facilius intelligentur, si ad manus fuerit Sphæra ex Circulis Ligneis vel Chartaceis se mutuo interfecantibus, compacta, cujus structura ex Figura vigesima quinta satis manifesta.

ELEMENTA SPHÆRICORUM

ET

TRIGONOMETRIÆ SPHÆRICÆ.

CAPUT PRIMUM.

De Symptomatis Circulorum in Superficie Sphæra descriptorum.

DEFINITIO I.

I. **S**PHÆRICA est Scientia Circulorum in Superficie Sphæra descriptorum.

DEFINITIO II.

2. *Trigonometria Sphærica* est Scientia ex tribus Trianguli Sphærici partibus inveniendi reliquas, e. gr. ex duobus Lateribus atque Angulo uno, duos Angulos reliquos cum Latere tertio.

DEFINITIO III.

3. *Triangulum Sphæricum* est Triangulum tribus Arcubus Circulorum maximorum Sphæra in ejus Superficie se mutuo interfecantium terminatum.

SCHOLIION.

4. *Quinam Circulorum in Superficie Sphæra descriptorum sint maximi infra demonstratur* (§.15).

DEFINITIO IV.

I. 5. *Angulus Sphæricus* ACE est inclinatio Planorum CAF & CEF, quibus Sphæra secatur.

DEFINITIO V.

I. 6. *Sphæra* est Solidum ex rotatione Semicirculi ADB circa Diametrum AB descriptum.

COROLLARIUM I.

7. Quia Semicirculus ADB Superficiem Sphæra describit, omnes rectæ à Superficie Sphæra ad Centrum ejus ductæ sunt inter se æquales (§.37. *Geom.*).

Tab. I.
Fig. 2.

COROLLARIUM II.

8. Quodsi ergo eas ultra Centrum continuaveris, donec Puncto opposito Superficie Sphæra occurrant; erunt quoque sic continuatæ tum inter se, tum Diametro Circuli genitoris AB æquales.

DEFINITIO VI.

9. *Axis Sphæra* est Diameter Semicirculi genitoris AB, circa quam tanquam quiescentem Sphæra rotari concipitur. Ejus vero *Diameter* est recta à Puncto quodam Superficie ad Punctum oppositum per Centrum ducta.

COROLLARIUM III.

10. *Axis* igitur est una è Diametris (§.8.9).

DEFINITIO VII.

II. *Poli Sphæra* sunt Puncta Axis extrema A & B.

DEFINITIO VIII.

12. *Polus Circuli in Sphæra* est Punctum in Superficie Sphæra, ad quod è singulis Peripheriæ Circuli Punctis ductæ rectæ sunt inter se æquales.

THEOREMA I.

13. Si Sphæra quomodocunque secetur, Planum Sectionis erit Circulus, cujus Centrum in Diametro Sphærae.

DEMONSTRATIO.

Quodsi Planum Sectionis per Centrum Sphærae transit, rectæ omnes ex ejus Perimetro ad hoc Centrum ductæ sunt æquales (§.7). Est igitur Planum Sectionis Circulus (§.37. *Geom.*) & ejus Centrum in Diametro Sphærae, quippe cum Centro Sphærae idem (§.9). Quodsi Planum intersectionis FGE non transeat per Centrum C; ex hoc ad illud demittatur perpendicularis CD, quæ erit ad rectas quotcunque DG, DE, DF &c. perpendicularis (§.484. *Geom.*). Quare cum CE, CG, CF &c. sint inter se æquales (§.7); in Triangulis CDE, CDG, CDF &c. etiam Bases DE, DG, DF &c. æquales sunt (§.235. *Geom.*). Est igitur Planum FGE Circulus (§.37. *Geom.*) & ejus Centrum D in Diametro Sphærae AB (§.9). *Q. e. d.*

COROLLARIUM I.

14. Diameter itaque Circuli per Centrum C transeuntis HI est Diametro Circuli genitoris AB; Diameter vero Circuli per Centrum non transeuntis FE Chordæ alicui Circuli genitoris æqualis (§.6. *Sphæ.* & §.38. *Geom.*).

COROLLARIUM II.

15. Quare cum Diameter sit Chordarum maxima (§.299. *Geom.*); Circulus Sphærae maximus est, qui per Centrum ejus transit, reliqui vero sunt eodem minores.

COROLLARIUM III.

16. Omnes adeo Circuli maximi in eadem Sphæra sunt inter se æquales (§.172. *Geom.*).

COROLLARIUM IV.

17. Si Circulus Sphærae maximus per datum Sphærae Punctum A transit; idem etiam per Punctum Diametraliter oppositum B transit (§.15).

COROLLARIUM V.

18. Si igitur duo Circuli maximi AEBF & CEDF se mutuo interfecerint, Linea Sectionis EF est Diameter Sphærae, adeoque duo Circuli maximi se mutuo interfecerint in Punctis E & F Diametraliter oppositis.

THEOREMA II.

19. Circulus Sphærae maximus dividit eam in duas partes æquales seu in duas Hemisphæria.

DEMONSTRATIO.

Circulus maximus EGDE transit per Centrum Sphærae C. Erigatur ex C perpendicularis ad Planum (§.502. *Geom.*) quæ etiam perpendicularis erit ad CD (§.484. *Geom.*). Cum sit $AC = CD$ (§.15) & ACD Quadrans Circuli (§.143. *Geom.*), Sphæra vero gignatur ex rotatione Semicirculi ADB (§.6): Hemisphærium ADGED gignetur ex rotatione Quadrantis ACD: Radius vero CD Circulum describit DGED (§.131. *Geom.*). Circulus adeo maximus Sphæram dividit in duas Hemisphæria. *Q. e. d.*

THEOREMA III.

20. Circuli maximi in Sphæra se mutuo bifariam secant & contra.

DEMONSTRATIO.

Quoniam Circuli AEBF & CEDF sunt maximi, per *hypoth.* erit EF Diameter Sphærae & eadem Diameter utriusque Circuli (§.18). Per rectam igitur EF uterque Circulus CEDF & AEBF

bifa-

Tab. I.
Fig. 3.

bifariam secatur (§. 135. *Geom.*); consequenter Circuli maximi AEBF & CEDF se mutuo bifariam secant. *Quod erat unum.*

Quodsi Circuli CEDF & AEBF se mutuo bifariam secant, communis intersectio EF est Diameter utriusque Circuli (§. 135. *Geom.*), & hinc in medio ejus G Centrum. Ducantur rectæ DC & AB per Centrum G; erit $DG = CG = EG$ & $AG = GB = GE$ (§. 40. *Geom.*), adeoque etiam $DG = CG = AG = GB$ (§. 37. *Arithm.*). Est ergo G Centrum Sphæræ (§. 7); consequenter uterque Circulus est maximus (§. 15). *Quod erat alterum.*

THEOREMA IV.

21. *Recta ex Polo uno A Circuli in Sphæra DEF in alterum B per Centrum Sphæra C transit.*

DEMONSTRATIO.

Quoniam in A & B sunt Poli Circuli DEF, *per hypoth.* erit $AD = AF$ & $DB = FB$ (§. 12). Quare cum etiam Arcus cognomines sint a quales (§. 289. *Geom.*), adeoque $AD + DB = AF + FB$ (§. 88. *Arithm.*), sitque $AD + DB + BF + FA$ peripheria Circuli integri; erit ADB emicirculus, consequenter AB Diameter Sphæræ (§. 135. *Geom.* & §. 9. *phar.*). Recta igitur AB ex Polo uno A in alterum B ducta per Centrum Sphæræ C transit (§. 39. *Geom.*). *Q. e. d.*

COROLLARIUM.

22. Circulus itaque ADBF transiens per polos A & B alterius in Sphæra Circuli DEF est maximus. (§. 15).

THEOREMA V.

24. *Recta AB ex Polo uno A Circuli DEF ducta per Centrum Sphæra C in Fig. 5. Polum alterum B cadit.*

DEMONSTRATIO.

Quoniam AB per Centrum C transit, *ex hypoth.* erit $AD + DB = AF + FB$ (§. 135. *Geom.*). Et quia in A Polus Circuli DEF, *per hypoth.* erit $AD = AF$ (§. 12), adeoque $DB = BF$ (§. 91. *Arithm.*), consequenter B est alter Polus Circuli DEF (§. 12). *Q. e. d.*

COROLLARIUM.

24. Recta AB ex Polo uno A Circuli DEF per Centrum Circuli G ducta in alterum B incidit (§. 13).

THEOREMA VI.

25. *Arcus Circuli Sphæra maximi inter alium HIL, & ejus Polos A & B interceptus Quadrans est: qui vero inter Circulum minorem DEF & ejus Polum unum A intercipitur, Quadrante major; interceptus vero inter eundem & Polum alterum B, Quadrante minor.*

DEMONSTRATIO.

Ducatur ex Polo A in alterum B recta AB, transibit ea per Centrum Sphæræ C (§. 21), adeoque & Circuli maximi HIL (§. 15), itemque per Centrum G Circuli minoris DEF (§. 24). Est igitur AHB Semicirculus (§. 135. *Geom.*). Quare cum Chordæ AH & AL æquales sint (§. 12) & Radii HC & CL itidem æquales (§. 40. *Geom.*), erunt Anguli ad C æquales (§. 204. *Geom.*), adeoque recti (§. 147. *Geom.*); consequenter eorum mensuræ AH, AL &c. (§. 57. *Geom.*) sunt Quadrantes (§. 143. *Geom.*) &

hinc

Tab. I.
Fig. 5.

hinc HB & BL sunt itidem Quadrantes, *vi demonstratorum*. Arcus adeo inter Circulum maximum HIL & ejus Polos A & B intercepti Quadrantes sunt. *Quod erat unum.*

Quoniam AH & HB sunt Quadrantes, *per demonstrata*, AD Quadrante major & BD eodem minor (§. 84. *Arithm.*). Arcus ergo Circuli maximi inter minorem DEF & Polum unum A major; inter eundem & alterum Polum B interceptus minor est Quadrante. *Quod erat alterum.*

THEOREMA VII.

26. Si Arcus Circuli maximi inter alium Circulum Sphærae & ejus Polos A & B intercepti Quadrantes sunt; Circulus iste maximus erit.

DEMONSTRATIO.

Quoniam A & B sunt Poli Circuli HIL *per hypoth.* AB per Centrum Sphærae transit (§. 21). Quare cum AH & HB, itemque AL & BL, sint Quadrantes, *per hypoth.* AB & HL sunt Diametri Circuli maximi AHBL (§. 135. *Geom.*) seu Sphærae (§. 9). Ergo in C est Centrum Sphærae (§. *cit.*); consequenter HIL est Circulus maximus (§. 15). *Q. e. d.*

THEOREMA VIII.

Tab. I.
Fig. 6. 27. Si Circulus maximus Sphærae ADBE transit per Polos D & E alterius Circuli maximi AFBG; hic vicissim per illius Polos G & F transit.

DEMONSTRATIO.

Sit DFEG Circulus maximus: quoniam in D est Polus unus, in E alter Circuli AFBG *per hypoth.* erit recta DG = DF & EG = EF (§. 12) & hinc Ar-

cus cognomines æquales sunt (§. 289. *Geom.*). Quare cum Circuli maximi DFEG & AFBG se mutuo bifariam secant (§. 20); erunt GD & DF, itemque GE & FE Quadrantes; consequenter recta GE = GD & recta EF = FD (§. 289. *Geom.*). Sunt igitur G & F Poli Circuli ADBE (§. 12). *Q. e. d.*

THEOREMA IX.

28. Si Circulus maximus ADBE per Polos A & B alterius Circuli maximi DGE transit; se mutuo ad Angulos rectos secant & contra.

DEMONSTRATIO.

Quoniam in A & B sunt Poli Circuli EGD *per hypoth.* erunt AE & EB Quadrantes (§. 25). Quare cum AE & EB sint mensuræ Angulorum ACB & ECB (§. 57. *Geom.*); erunt Anguli hi recti (§. 143. *Geom.*). Ergo rectæ AC & BC rectæ EC, consequenter Quadrantes ACE & ECB Circulo DEG ad Angulos rectos insistent (§. 494. *Geom.*). Secant igitur Circuli ADBE & EGD se mutuo ad Angulos rectos (§. 5). *Quod erat unum.*

Si Circulus AEBDA alterum DEGD in E ad Angulos rectos secat: Planum EAD erit ad Planum EGD perpendiculare (§. 5). Ex Centro C erigatur perpendicularis CA; erit eadem ad omnes Radios ex Centro C in Plano EGD ductos normalis (§. 484. *Geom.*), consequenter rectæ ex A ad Puncta singula Peripheriæ EGD ductæ æquales sunt (§. 179. *Geom.*). Est itaque A Polus unus Circuli EGD (§. 12), adeoque producta AC in B Polus alter Punctum B (§. 23); ideoque Circulus AEBD per Polos alterius EGD transit. *Quod erat alterum.*

THEO-

THEOREMA X.

29. Si Circulus maximus Sphæra AFBD alterum minorem FED bifariam secet; ad angulos rectos eum secat & per Polos ejus A & B transit.

DEMONSTRATIO.

Quoniam DEF est Semicirculus per hypoth. erit DF Diameter ejus (§. 35. Geom.). Quare si per Centrum Circuli minoris G & Centrum Sphærae seu maximi C ducatur recta AB; erunt Anguli AGD & AGF recti (§. 291. Geom.), adeoque Planum DAF Circulo DEF ad Angulos rectos insistit, hoc est, Circulus maximus ADBF minorem DEF ad Angulos rectos secat (§. 5). Quod erat unum.

Jam cum Anguli ad G sint æquales (§. 79. Geom.) & $GD = GF$ (§. 40. Geom.) erit $AD = AF$ & $DB = BF$ (§. 179. Geom.). Sunt ergo in A & B Poli Circuli DEF (§. 12). Quod erat alterum.

THEOREMA XI.

30. Si Circulus maximus AFBD transeat per Polos A & B alterius minoris DEF; secabit eum bifariam & ad angulos rectos.

DEMONSTRATIO.

Quia recta AB ducta à Polo uno A in alterum B, transit & per Centrum Sphærae seu Circuli maximi C, & per Centrum Circuli minoris G (§. 21. 24); erit $DG = GF$ (§. 40. Geom.); consequenter AG ad DG perpendicularis (§. 291. Geom.). Cum adeo Planum ADG Circulo minori DEF ad Angulos rectos insistat (§. 78. Geom.); maximus minorem ad Angulum rectum secat (§. 5). Quod erat unum.

Wolffii Oper. Mathem. Tom. III.

Et quia DF est Diameter Circuli DEFD, per demonstrata; eundem maximus bifariam secat (§. 135. Geom.). Quod erat alterum.

Tab. I.
Fig. 5.

THEOREMA XII.

31. Mensura Anguli Sphærici ACE est Arcus Circuli maximi AE, ex Vertice C tanquam Polo descripti, inter crura CA & CE interceptus.

Tab. I.
Fig. 1.

DEMONSTRATIO.

Quia Angulus Sphæricus ACE idem est cum inclinatione Planorum ACD & CDE (§. 5); ejus mensura eadem est, quæ inclinationis Planorum. Est vero inclinationis quantitas eadem, quæ anguli ADE (§. 476. Geom.) & quia in D Centrum Circuli AEB (§. 15), Arcus AE est mensura Anguli rectilinei ADE (§. 57. Geom.). Ergo idem est mensura Sphærici ACE per demonstr. Q. e. d.

COROLLARIUM I.

32. Quia Plani CEF ad Planum CAF inclinatio ubique eadem (§. 509. Geom.); Anguli in intersectionibus oppositis C & F æquales sunt.

COROLLARIUM. II.

33. Mensura Anguli Sphærici ACE in intervallo Quadrantis AC vel EC ex vertice C tanquam Polo inter crura describitur (§. 25).

THEOREMA XIII.

34. Si duo Circuli maximi AEBF & CEDF se mutuo intersecent in Polis E & F alterius Circuli maximi ACBD; transibit is per Polos H & h, I & i Circulorum AEBF & CEDF.

Tab. I.
Fig. 4

DEMONSTRATIO.

Quoniam in E & F sunt Poli Circuli ACBD, per hypoth. Circuli AEBF &

P p CEDF

Tab. I. CEDF per Polos Circuli ACBD tran-
Fig 4. feunt. Ergo vicissim Circulus ACDB
tam per Polos H & h Circuli AEBF, quam
per Polos I & i alterius CEDF transire
debet (§. 27). *Q. e. d.*

THEOREMA XIV.

35. Si duo Circuli maximi AEBF &
CEDF se mutuo interfecent, erit angulus
obliquitatis AEC distantia Polorum HI
æqualis.

DEMONSTRATIO.

Describatur ex Vertice Anguli E, tan-
quam Polo, Circulus CADB; erit AC
mensura Anguli E (§. 31) & Circulus
per Polos H & h atque I & i Circulorum
AEBF & CEDF transibit (§. 34). Est
vero CH Quadrans & AI itidem Qua-
drans (§. 25). Ergo CA=HI (§. 91.
Arihm.). *Q. e. d.*

THEOREMA XV.

Tab. I. 36. Circuli in Sphæra à Centro ejus C
Fig. 7. æqualiter distantes GNF & LOK æqua-
les sunt.

DEMONSTRATIO.

Sit AIBH Circulus genitor, ad cujus
Diametrum AB sint Chordæ GF & LK
perpendiculares: erunt DC & EC ea-
rum distantia à Centro C (§. 225. *Geom.*)
& DF atque EK Radii Circulorum à
Centro æqualiter distantium (§. 6. *Sphæ.*
& §. 131. *Geom.*). Quare cum sit DF
=EK (§. 298. *Geom.*); Circuli quoque
his Radiis descripti æquales sunt (§. 171.
Geom.). *Q. e. d.*

COROLLARIUM.

37. Quia Chordarum parallelarum non
nisi duæ DF & EK à Centro æqualiter dis-
tare possunt; Circulorum eidem maximo
parallelorum nonnisi duo æquales sunt.

THEOREMA XVI.

38. Si Arcus FH & KH itemque GI &
IL inter Circulum maximum IMH & mi-
niores GNF & LOK intercepti fuerint
æquales; Circuli quoque æquales sunt.

DEMONSTRATIO.

Quoniam FH=HK & GI=IL per
hypoth. erit etiam PF=PK & GQ=QL
(§. 291. *Geom.*) & quia PF & PK, item-
que GQ & QL ad IH perpendiculares
(per *S. cit.*), erunt eadem distantia Cir-
culorum GNF & LOK à Circulo maxi-
mo IMH, consequenter à Centro Circuli
C (§. 15). Est igitur Circulus LOK al-
teri GNF æqualis (§. 36). *Q. e. d.*

THEOREMA XVII.

39. Circuli à Centro Sphæra C æquali-
ter distantes sunt eidem Circulo maximo
IMH atque inter se paralleli.

DEMONSTRATIO.

Quia Circuli GNF & LOK à Centro
C æqualiter distant, erit erecta DE per
Centrum ducta ad Diametrum utrius-
que Circuli GF & LK perpendicularis
(§. 225. *Geom.*). Ergo Radii DF & EK
Circulorum GNF & LOK sunt paralleli
(§. 256. *Geom.*), qui adeo in rotatione
Semicirculi AFKB circa Axem AB Cir-
culos parallelos in Sphæra describunt
(§. 6). *Quod erat unum.*

Ducatur Diameter HI per Centrum
C ad AB perpendicularis, erit ea Dia-
meter Circuli maximi IMH (§. 15). Eo-
dem vero, quo ante, modo porro osten-
ditur, utrumque Circulum GNF & LOK
esse eidem Circulo maximo IMH paral-
lelum. *Quod erat alterum.*

THEOREMA XVIII.

40. Si Arcus FH & GI ejusdem Circuli maximi AIBH inter duos Circulos GNF & IMH intercepti fuerint æquales; Circuli sunt inter se paralleli.

DEMONSTRATIO.

Si IMH fuerit Circulus maximus. demittantur ex F & G perpendiculares FP & GQ. Quoniam Arcus FH & GI æquales sunt per hypoth. erunt etiam perpendiculares PF & GQ æquales (§ 298. *Geom.*). Consequenter Chorda GF Diametro IH parallela (§.256. *Geom.*); describit adeo recta DF in rotatione Semicirculi AFB circa Axem AB Circulum GNF Circulo IMH parallelum (§.6.).

Quodsi Circulus uterque GNF & IMH fuerit minor; dividantur Arcus GAF & IBH bifariam in A & B (§.293. *Geom.*). Quoniam GA=AF & IB=BH, per construct. & GI=IH per hypoth. erit AGIB=AFHB (§.88 *Arihm.*); consequenter AB per Centrum C transit (§. 135 *Geom.*). Secat igitur Chordas GF & IH bifariam & ad Angulos rectos (§. 291. *Geom.*); adeoque DF ipsi EH parallela (§.256. *Geom.*). In rotatione adeo Semicirculi AFHB circa Axem AB Radii DF & EH describunt Circulos parallelos (§.5). *Q. e. d.*

THEOREMA XIX.

41. Si duo Circuli in Sphæra GNF & IMH à Sphæra Centro C inæqualiter distent; minor erit GNF, cujus distantia à Centro CD major.

DEMONSTRATIO.

Ponamus Circulorum Diametros GF & IH esse inter se parallelas: Quoniam

enim Chordæ à Centro æqualiter dist. Tab. I. tantæ æquales sunt (§.298. *Geom.*), si Fig. 8. Circuli GNF & IMH non fuerint paralleli, in Demonstratione facilè assumi potest pro eorum uno alius ipsi æqualis & alteri parallelus. Ducatur jam CB per Centrum C perpendicularis ad GF (§. 216. *Geom.*), erit eadem perpendicularis ad IH (§.230. *Geom.*); adeoque CD & CE sunt distantie Chordarum DF & EH à Centro C (§.225. *Geom.*) Quare cum Arcus IAH major sit Arcu GAF (§. 84. *Arihm.*); erit etiam IH > GF (§.301. *Geom.*); adeoque Circulus IMH major Circulo GNF (§. 172. *Geom.*). *Q. e. d.*

THEOREMA XX.

42. Circuli paralleli GNF & IMH eosdem habent Polos A & B, & si eosdem Polos habent, paralleli sunt, & Arcus Circulorum per Polos transeuntium FH & GI æquales sunt.

DEMONSTRATIO.

Quoniam GF ipsi IH parallela per hypoth. erit Arcus FH=GI (§.312. *Geom.*). Per Centrum C ducatur recta AB Arcum GF bifecans in A (§.293. *Geom.*), quæ secabit Chordas GF & IH bifariam atque ad Angulos rectos (§.291. *Geom.*). Cum adeo Anguli ad D & E sint æquales (§. 145. *Geom.*) & GD=DF, IE=EH per demonstrata; erit AG=AF & AI=AH (§.179. *Geom.*); consequenter A Polus Circulorum GNF & IMH (§.12), & B alter eorundem Polus (§. 23). *Quod erat primum.*

Si A fuerit Polus Circulorum GNF & IMH; erunt Chordæ AG & AF, item-

Tab. I. que AI & AH (§. 12), adeoque etiam
Fig. 8. Arcus cognomines (§. 298. *Geom.*),
consequenter Arcus FH & GI (§. 91.
Arithm.) æquales. Sunt itaque Circuli
GNF & IMH paralleli (§. 40). *Quod*
erat secundum.

Quia Circuli paralleli GNF & IMH
eundem habent Polum A, *per demonstr.*
erunt rectæ AF & AG, itemque AH &
AI (§. 12), adeoque & Arcus cognomines
æquales (§. 298. *Geom.*). Sunt
igitur etiam Arcus FH & GI æquales
(§. 91. *Arith.*). *Quod erat tertium.*

THEOREMA XXI.

Tab. I. 43. Si Circulus in Sphæra AEBF al-
Fig. 9. terum CEDF secet, Anguli Sphærici,
q i sunt deinceps, AEC & AED sunt
æquales duobus rectis; Verticales vero
AEC & CEB æquales inter se. Prius
etiam valet de pluribus super eodem Arcu
CED ad idem Punctum E constitutis.

DEMONSTRATIO.

Communis intersectio EF est subtensa
Arcuum EAF & ECF, itemque FBE
& EDF. Quodsi jam per G ducantur
ad EF perpendiculares AB & CD. erit
angulus AGC inclinatio Plani AEGF
ad planum CEGF & AGD inclinatio
eiusdem plani AEGF ad planum DEGF,
angulus denique BGD inclinatio plani
BEGF ad planum DEGF (§. 476. *Geom.*).
Sunt igitur Anguli Sphærici AEC,
AED, DEB ut anguli rectilinei AGC,
AGD, DGB (§. 5). Sed anguli recti-
linei AGC & AGD sunt æquales duo-
bus rectis, etiam si plures ad idem Punc-
tum G super eadem recta CD constituti
(§. 147. *Geom.*), & Verticales AGC,

& BGD inter se æquales (§. 156. *Geom.*).
Ergo etiam Anguli Sphærici AEC &
AED aut plures ad idem Punctum E
super eodem Arcu CD constituti duo-
bus rectis æquales, & Verticales AEC
& DEB inter se æquales sunt. *Q. e. d.*

COROLLARIUM.

44. Anguli igitur Sphærici quotcunque
AEC, AED, DEB, BEC circa idem Punc-
tum E constituti sunt quatuor rectis æquales.

THEOREMA XXII.

45. Arcus Circuli paralleli IG est
similis Arcui Circuli maximi AE, si
uterque inter eosdem Circulos maximos
CAF & CEF intercipiatur.

DEMONSTRATIO.

Quia AEB Circulus maximus, cujus
Poli F & C; erit in D Centrum ejus &
Sphæra (§. 15. & §. 23) & CE Qua-
drans (§. 25) consequenter EDC rectus.
Quoniam GK parallela ipsi ED, & IK
ipsi AD *per hypoth.* erunt quoque GK
& IK ad CF perpendiculares (§. 230.
Geom.), adeoque anguli IKG & ADE
æquales (§. 509. *Geom.*). Sunt itaque
Arcus AE & IG similes (§. 141. *Geom.*).
Q. e. d.

COROLLARIUM I.

46. Habent adeo Arcus AE & IG ad
suas Peripherias eandem rationem (§. 170.
Arithm.); consequenter eundem numerum
graduum continent (§. 41. *Geom.*).

COROLLARIUM II.

47. Arcus IG minor est Arcu AE.

LEMMA I.

48. Si duæ fuerint Curvæ quacun-
que ACDB & AEFGB versus eandem
rectam

rectam AB cavæ; continens AEFGB maior est contenta ACDB.

DEMONSTRATIO.

Ducantur in Curva contenta Chordæ quotcunque AC, CD, DB: produatur BD in E, donec Curvæ continenti occurrat; ducanturque Chordæ intra continentem AE, EF, FG, GB, FB.

Quoniam

$$AE + ED > AC + CD \text{ (§. 300. Geom.)}$$

$$EF + FB > ED + DB \text{ (§. 190. Geom.)}$$

$$FG + GB > FB \text{ (§. 190. Geom.)}$$

$$\text{erit } AE + ED + EF + FB + FG + GB > AC + CD + ED + DB + FB \text{ (§. 90. Arithm.)}$$

$$\text{adeoque } AE + EF + FG + GB > AC + CD + DB \text{ (§. 62. Arithm.)}$$

Ergo multo magis Curva continens EIGB major contenta ACDB (§. 91. Geom.). Q. e. d.

LEMMA II.

49. Si in duobus Triangulis rectangulis GDB & ACG, Bases æquales AG & GB habentibus, Hypothenusa unius B fuerit major Hypothenusa alterius C; etiam Cathetus illius DG major est Catheto alterius GC.

DEMONSTRATIO.

Quoniam $DB > AC$ per hypoth. erit $DB^2 > AC^2$ (§. 374. Geom.). Cumque $DB^2 = GB^2 + DG^2$ atque $AC^2 = AG^2 + GC^2$ (§. 417. Geom.); erit etiam $GB^2 + DG^2 > AG^2 + GC^2$ (§. 89. Arithm.). Quare cum sit $AG = GB$ per hypoth. adeoque $AG^2 = GB^2$ (§. 374. Geom.), erit etiam $GD^2 > GC^2$ (§. 92. Arithm.); consequenter $GD > GC$ (§. 374. Geom.). Q. e. d.

Aliter.

Concipiamus $\triangle GDB$, poni super Tab. I. $\triangle AGC$, ita ut GB cadat in GA. Quoniam $GB = AG$ per hypoth. Punctum B cadet in A (§. 169. Geom.). Et quia Anguli recti BGD & AGD æquales sunt; Cathetus GD cadet in GC (§. 166. Geom.). Jam Anguli ADG & ACG sunt acuti (§. 218. Geom.), ACH & ADH vero obtusi (§. 239. Geom.). Quare cum sit $AD > AC$ per hypoth., Punctum D ultra C cadet (§. 189. Geom.). Est igitur $GD > GC$ (§. 84. Arithm.). Q. e. d.

COROLLARIUM.

50. Quodsi ergo duo Circuli se mutuo interfecerint in A & B, quia recta ad medium Chordæ communis AB perpendicularis GH per utriusque Centrum transit (§. 291. Geom.) & majoris Radius AD major est Radio minoris AC (§. 172. Geom.); distantia vero Puncti à recta est recta ad illam perpendicularis (§. 225. Geom.); distantia Centri majoris Circuli DG à Chorda communi AB major erit distantia Centri minoris GC.

LEMMA III.

51. Si Circulus minor AFBIA majorem AEBHA secat, Arcus majoris AEB Semicirculo minor, inter Chordam communem AB & Arcum minoris AIB Semicirculo iidem minorem cadit.

DEMONSTRATIO.

Ponamus AFB esse Arcum Circuli majoris: quia Centrum majoris D à Chorda AB longius distat, quam Centrum minoris C (§. 50); erit $AD = DF$ & $AC = CE$ (§. 40. Geom.), adeoque $DAF = DFA$ & $CAE = CEA$ (§. 184. Geom.). Est vero $CEA > CFA$ (§. 188. Geom.),

Tab. I. *Geom.*), ergo $CAE > DAF$ (§. 87. *Fig. 11. Arithm.*): Quod cum sit absurdum (§. 84. *Arithm.*), AFB Arcus Circuli minoris, AEB vero majoris esse debet. *Q. e. d.*

COROLLARIUM.

52. Quia duo Circuli communem Chordam habentes sibi mutuo ita superimponi possunt, ut se mutuo secent; eadem Chorda AB ex Circulo majori Arcum minorem AEB aufert, ex minore autem majorem AFB , si uterque Arcus fuerit Semicirculo minor (§. 48).

THEOREMA XXIII.

53. *Arcus Circuli maximi est Linea brevissima, qua in Superficie Sphæra ab uno Puncto usque ad alterum duci potest.*

DEMONSTRATIO.

Si Sphæra secetur Plano, Planum istud vel per Centrum Sphærae transit, vel Centrum non attingit. In priori casu Linea ab uno Puncto ad alterum in Superficie Sphærae ducta est Arcus Circuli maximi, in posteriori Arcus minoris

(§. 15). Quare si Sphæra Plano secetur, Linea brevissima inter duo Puncta intercepta est Arcus Circuli maximi (§. 52). Quodsi vero Superficie Curvæ secetur, cujus Perimeter versus unam partem Cava, versus alteram Convexum Linea, quæ in Superficie Sphærae per duo Puncta data transit, necessaria versus Arcum Circuli maximi Cava est; consequenter Arcus Circuli maximi minor est Curva quacunque versus eandem partem Cava (§. 48). Quoniam veritas per se patet, Curvam flexuosam ab uno Puncto usque ad alterum ductam esse majorem Arcu Circuli maximi inter eadem Puncta contento; Arcus Circuli maximi est Linea omnium brevissima, quæ in Sphærae Superficie à Puncto uno ad alterum duci potest. *Q. e. d.*

COROLLARIUM.

54. Ergo distantia duorum Punctorum in Superficie Sphærae est Arcus Circuli maximi inter ea interceptus (§. 15. *Geom.*

CAPUT II.

De Triangulis Sphericis.

THEOREMA XXIV.

Tab. I. 55. *Fig. 12.* **S**I in duobus Triangulis Sphericis fuerit $A = a$, $BA = ba$ & $CA = ca$; erit etiam $BC = bc$, $B = b$ & $C = c$.

DEMONSTRATIO.

Non differt à Demonstratione Theorematis 19. *Geometria* (§. 179).

THEOREMA XXV.

56. Si in duobus Triangulis Sphericis fuerit $A = a$, $C = c$ & $AC = ac$;

erit etiam $B = b$, $AB = ab$ & $BC = bc$.

DEMONSTRATIO.

Coincidit cum Demonstratione Theorematis 43. *Geometria* (§. 251).

SCHOLIUM.

57. Nimirum Theoremata de congruentia Triangulorum Rectilineorum ad quæ alia Curvilinea extenduntur, modo late supponantur similia, e. gr. similes Arcus Irtabelici. Quodsi enim ulterius supponantur aequalia.

equalia, tum utique congruere debent (§. 62. Geom.). Universaliter etiam verum est, quod similes Lineæ, quarum extrema coincidunt, totæ coincidunt seu æquales sint: alias enim Perpendiculara ex Punctis eodem modo determinatis ad rectam positione datam demum non forent equalia, consequenter illæ per eorum rationem ad rectam quandam constantem discerni possent, adcoque similes non forent (§. 24. Arithm.), quod Hypothesin vertit.

THEOREMA XXVI.

58. Si in duobus Triangulis Sphericis fuerit $AB=ab$, $AC=ac$, $BC=bc$; sit etiam $A=a$, $B=b$, $C=c$.

DEMONSTRATIO.

Quoniam Arcus AB & ab , AC & ac , BC & bc æquales sunt, per hypoth. etiam Chordæ cognomines æquales sunt (§. 289. Geom.). Ergo Triangulum rectineum abc congruit cum Triangulo ABC , si eidem decenter superimponatur (§. 204. Geom.), consequenter etiam Sphærica sibi mutuo congruere debent (§. 57). Q. e. d.

THEOREMA XXVII.

59. In Triangulo æquicruro ABC , Anguli ad Basim B & C sunt æquales; & in aliquo Triangulo Anguli B & C ad Basim BC æquales sunt, Triangulum BC est æquicrurum.

DEMONSTRATIO.

Fiat $AD=AE$, erit $BD=EC$ (§. 91. Arithm.). Per C & D , itemque per B & E ducantur Arcus Circulorum maximorum CD & BE . Quoniam $AC=AB$, per hypoth. & $AD=AE$, per constr. Angulus vero A utrinque Triangulo ABE & ACD communis; erit $DC=BE$ (§. 55). Quare cum etiam sit EC

$=BD$, per demonstrata & Basis BC Tab. I. utrique Triangulo BDC & BEC communis; erit $B=C$ (§. 58). Quod erat unum.

Sit jam $B=C$ per hypoth. Fiat $BD=CE$. ducanturque Arcus BE & CD ; erit $DC=BE$, $x=0$ & $m=n$ (§. 55), consequenter $u=y$ (§. 43) & $i=h$ (§. 91. Arithm.). Cum adco sit $DA=AE$ (§. 55) & $BD=EC$ per construct. erit $AB=AC$ (§. 88. Arithm.). Quod erat alterum.

SCHOLIUM.

60. Facile apparet, hanc Demonstrationem valere de omni Triangulo, cujus latera sunt Lineæ similes.

THEOREMA XXVIII.

61. In omni Triangulo Spherico quodlibet latus est Semicirculo minus. Tab. I. Fig. 14.

DEMONSTRATIO.

Continuentur latera AB & AC , donec sibi mutuo occurrant in D . Continuentur quoque latera BA & BC , donec sibi mutuo occurrant in E . Quoniam latera Trianguli sunt Arcus Circulorum maximorum in Sphæra (§. 5); ABD , ACD & BCE sunt Semicirculi (§. 20). Ergo Arcus AB , AC & BC sunt Semicirculo minores. Q. e. d.

THEOREMA XXIX.

62. In omni Triangulo Spherico BAC duo latera AB & AC simul sumta sunt tertio BC majora. Tab. I. Fig. 15.

DEMONSTRATIO.

Compleatur latus unum AC in Circulo AFC , cujus Diameter AF . Fiat $AD=AB$, ducaturque Arcus DAC subtensa DC , quæ Diametrum AF in E secabit. Quodli concipiamus Semicirculum ADF

Tab. I. ADF rotari circa Axem AF, donec
Fig. 15. arcus AD ipsi AB congruat (§. 57),
recta ED ipsi EB congruet, adeoque
æqualis erit. Sed $BE + EC > BC$ (§. 190.
Geom.). Ergo $DC > BC$ (§. 89. Arith.);
consequenter arcus DAC, hoc est, duo
arcus AB & AC simul sumti sunt arcu
BC majores (§. 301. Geom.) Q. e. d.

THEOREMA XXX.

Tab. I. 63. In omni Triangulo Spherico ABC,
Fig. 14. tria latera junctim sumta AB, BC &
CA sunt Peripheria Circuli maximi mi-
nora.

DEMONSTRATIO.

Continuentur latera AB & AC, do-
nec coeant in D, erunt ABD & ACD
Semiperipheria Circulorum maximorum
(§. 20). Sed $BD + CD > BC$ (§. 62),
seu $BC < BD + CD$: ergo $BA + AC$
 $+ BC < ABD + ACD$ (§. 90. Arithm.)
hoc est, tria latera simul sumta Peri-
pheria Circuli maximi minora sunt.
Q. e. d.

THEOREMA XXXI.

64. In omni Triangulo Spherico ABC,
majori angulo ABC opponitur majus
latus AC, minori A latus minus BC,
& contra.

DEMONSTRATIO.

Quoniam angulus $ABC > A$ per hy-
poth. Si fiat $o = x$ (§. 20. Arithm.):
erit $FA = FB$ (§. 59), adeoque $FB + FC$
 $= AC$ (§. 80. Arithm.). Est vero
 $FB + FC > BC$ (§. 62): ergo $AC > BC$
(§. 89. Arithm.). Quod erat uuum.

Sit jam $AC > BC$: aut erit $A = B$,
aut $A > B$, aut $A < B$. Si $A = B$, erit
 $AC = BC$ (§. 59) & si $A > B$, erit
 $BC > AC$, per demonstrata. Sed utrum-

que est contra Hypothesin: ergo $A < B$.
Quod erat alterum.

THEOREMA XXXII.

65. Si in Triangulo Spherico BAC
crura AB & BC fuerint simul sumta
Semicirculo æqualia: Basi AC continua-
ta in D, erit angulus externus BCD
interno opposito BAC æqualis.

DEMONSTRATIO.

Continuentur latera AB & AC do-
nec sibi mutuo occurrant in D: erit ABC
Semicirculus (§. 20); consequenter cum
 $AB + BC$ fit itidem Semicirculus, per hy-
poth. $AB + BC = AB + BD$, adeoque
 $BC = BD$ (§. 91. Arithm.). Cum adeo
fit angulus $BCD = D$ (§. 59) & $A = I$
(§. 32); erit etiam $BCD = A$ (§. 87
Arithm.). Q. e. d.

THEOREMA XXXIII.

66. Si in Triangulo Spherico BAC
duo crura AB & BC simul sumta fuerint
Semicirculo minora: angulus externus
BCD major erit interno opposito A.

DEMONSTRATIO.

Continuentur latera AB & AC, do-
nec sibi mutuo occurrant in D; erit
ABD Semicirculus (§. 20); consequenter
cum $AB + BC$ fit Semicirculo mi-
nor, per hypoth. $AB + BC < AB + BD$
adeoque $BC < BD$ (§. 92. Arithm.).
Cum adeo fit angulus $BCD > D$ (§. 64
& $D = A$ (§. 32); erit etiam $BCD > A$
(§. 78. Arithm.). Q. e. d.

THEOREMA XXXIV.

67. Si in Triangulo Spherico BAC
duo crura AB & BC simul sumta fue-
rint Semicirculo majora; angulus exte-
rnus BCD minor erit interno opposito A

DEMONSTRATIO.

Continuentur latera AB & AC, donec sibi mutuo occurrant in D, erit ABD Semicirculus (§.20); consequenter cum AB+BC fit Semicirculo major, per hypoth. $AB+BC > AB+DB$, adeoque $BC > BD$ (§.92. Arithm.). Cum adeo fit $BCD < D$ (§.64) & $D=A$ (§.32), erit etiam $BCD < A$ (§.87. Arithm.). Q. e. d.

THEOREMA XXXV.

68. Si Basi AC Trianguli Spherici ABC continuata in D fuerit $BCD = A$, latera AB & BC sunt Semicirculo equalia; si $BCD < A$, BA & BC Semicirculo majora; si denique $BCD > A$; AB & BC semicirculo minora.

DEMONSTRATIO.

Continuentur latera AB, & AC, donec in D coeant; erit $A = D$ (§.32), adeoque cum sit in casu primo angulus BCD ipsi A æqualis, in secundo eodem minor, in tertio major per hypoth. in casu primo $BCD = D$ (§.37. Arithm.). in secundo $BCD < D$, in tertio $BCD > D$ (§.64). Quare cum AB+BD fit Semicirculus (§.20), erit in casu primo AB+BC Semicirculus (§.88. Arithm.), in secundo AB+BC major, in tertio minor Semicirculo (§.90. Arithm.). Q. e. d.

THEOREMA XXXVI.

69. Si in Triangulo Spherico ABC duo latera AB & BC fuerint Semicirculo equalia, anguli ad Basin A & C

Wolfii Oper. Mathem. Tom. III.

sunt æquales duobus rectis; si illa Semicirculo majora, hi duobus rectis majores; si illa Semicirculo, hi duobus rectis minores.

DEMONSTRATIO.

Si AB & BC simul æquantur Semicirculo, erit $BCD = A$ (§.65). Sed $BCD + BCA =$ duobus rectis (§.43). Ergo anguli ad basin A & C duobus rectis æquales (§.88. Arithm.) Quod erat unum.

Si AB & BC simul sumta Semicirculo majora, erit $BCD < A$ (§.67); si minora, $BCD > A$ (§.66). Sed BCD & BCA simul duobus rectis æquales (§.43). Ergo in casu priori A & C duobus rectis majores, in posteriori minores (§.90. Arithm.). Quod erat secundum & tertium.

THEOREMA XXXVII.

70. Si in Triangulo Spherico ABC anguli ad basin A & C duobus rectis æquales, latera AB & BC simul sumta equalia sunt Semicirculo; si illi duobus rectis majores, hæc Semicirculo majora; si illi duobus rectis minores, hæc Semicirculo minora.

Anguli, qui sunt deinceps, BCA & BCD duobus rectis æquales sunt (§.43). Quare si A & BCA duobus rectis æquales, erit $A = BCD$ (§.91. Arithm.); si A & BCA duobus rectis majores, erit $A > BCD$; si minores, $A < BCD$ (§.92. Arithm.). Ergo in casu primo latera AB & BC simul Semicirculo æqualia sunt, in secundo majora, in tertio minora Semicirculo (§.68.). Q. e. d.

Tab. I.

THEOREMA XXXVIII.

Fig. 14.

71. Si in omni Triangulo Spherico ABC angulus quivis est minor duobus rectis; tres A, B & C simul sunt sex rectis minores, duobus majores.

DEMONSTRATIO.

Angulus quivis BCA cum eo, qui est deinceps, BCD æquatur duobus rectis (§. 43). Ergo solus est minor duobus rectis (§. 84. *Arithm.*). Quod erat unum.

Similiter quia A, B & C cum suis angulis, qui sunt deinceps, æquantur sex rectis (§. 43); pars sex rectorum sunt (§. 9. *Arithm.*) adeoque sex rectis minores (§. 84. *Arithm.*). Quod erat alterum.

Porro cum A & C simul sumti vel sint duobus rectis æquales, vel iisdem majores vel minores (§. 69) in duobus casibus prioribus statim patet, tres A, C & B simul duobus rectis majores esse. Quod vero etiam in casu tertio duobus rectis majores sint, ita demonstratur. Quia A & BCA duobus rectis minores per *hypoth.* latera AB & BC simul semicirculo minora sunt (§. 70) adeoque $BCD > A$ (§. 66. Fiat ergo $GCD = A$; erunt AG & GC simul semicirculo æqualia (§. 68), adeoque BG & GC semicirculo minora (§. 90. *Arithm.*), consequenter $GBC & BCG$ duobus rectis minores (§. 69) & hinc $ABC > BCG$ (§. 43. *Spheric.* & §. 92. *Arithm.*). Ergo $A + ABC > GCD + GCB$ (§. 90. *Arithm.*). $> BCD$ (§. 86. & §. 89. *Arithm.*). Sed $BCD & BCA$ simul duobus rectis æquales (§. 43) Quare A,

ABC & ECA duobus rectis majores (§. 90. *Arithm.*). Quod erat tertium.

THEOREMA XXXIX.

72. Si in Triangulo Spherico BAC crura AB & AC sint quadrantes, anguli ad Basin B & C recti erunt; quod si angulus interceptus A fuerit rectus, etiam Basis BC quadrans erit; si A obtusus, BC quadrante major; si A acutus, BC quadrante minor.

DEMONSTRATIO.

Quoniam AB & AC sunt quadrantes, anguli B & C inter se æquales (§. 59), & junctim sumti duobus rectis æquales sunt (§. 69). Est igitur tam B, quam C rectus. Quod erat unum.

Similiter quia AB quadrans per *hypoth.* BC est mensura anguli A (§. 33). Quare si A rectus, erit BC quadrans; si obtusus, quadrante major; si acutus, quadrante minor. Quod erat alterum.

THEOREMA XL.

72. Si in Triangulo Spherico BAC anguli ad Basin B & C fuerint recti; crura AB & CA sunt quadrantes.

DEMONSTRATIO.

Quia anguli B & C sunt inter se æquales, per *hypoth.* crura AB & AC æqualia sunt (§. 59). Et quia B & C simul duobus rectis æquales per *hypoth.* AB & AC simul Semicirculo æqualia sunt (§. 70). Est igitur tam AB, quam AC quadrans. Q. e. d.

THEOREMA XLI.

74. Si in Triangulo Spherico æquicruro ABC crura AB fuerint quadrante majora, anguli ad Basin B & C sunt obtusi; si minora, acuti & contra.

DE

DEMONSTRATIO.

Si AB & AC quadrante majora, erunt simul Semicirculo majora, adeoque Anguli B & C simul duobus rectis majores (§.69); consequenter tam B, quam C recto major (§.59), hoc est, obtusus. *Quod erat unum.*

Si AB & AC quadrante minora, erunt simul Semicirculo minora, adeoque Anguli B & C simul duobus rectis minores (§.69); consequenter tam B, quam C recto minor (§.59), hoc est, acutus. *Quod erat alterum.*

Conversum Theorema simili profus modo demonstratur. Si enim Triangulum æquicrurum, anguli B & C sunt æquales (§.59); adeoque simul sumti duobus rectis majores, si uterque obtusus, & ex adverso duobus rectis minores, si uterque acutus. Ergo in priori casu latera AB & AC simul Semicirculo majora, in posteriori minora (§.70); consequenter tam AB, quam AC in priori quadrante majus, in posteriori quadrante minus. *Q. e. d.*

THEOREMA XLII.

75. Si in Triangulo Spherico rectangulo angulo recto B adjacens latus BC fuerit quadrans, erit Angulus A rectus; BE quadrante majus, Angulus A obtusus; si denique BD quadrante minus, Angulus A acutus.

DEMONSTRATIO.

Quia CB ipsi BA ad Angulos rectos consistit, Circulus, cujus Arcus CB, per centrum ejus transit ad quem BA pertinet (§.28). Est vero BC quadrans per

hypoth. Ergo in C est Polus ipsius BA Tab. I. Fig. 16. (§.25). Cum adeo CA itidem per Polum ipsius BA transeat (§.27): erit A Angulus rectus (§.28). *Quod erat unum.*

Jam si BD quadrante minus, BE vero quadrante majus, in casu priore AD inter B & C, in posteriore AE ultra C cadit. adeoque in illo Angulus BAD recto BAC minor, in hoc major est (§.84. *Aritbm.*); hoc est, in illo acutus, in hoc obtusus. *Quod erat alterum.*

THEOREMA XLIII.

76. Si in Triangulo Spherico ABC ad B rectangulo Angulus A fuerit obtusus, erit latus ipsi oppositum EB quadrante majus: si vero in triangulo ABD ad B rectangulo Angulus A fuerit acutus, erit latus ipsi oppositum BD quadrante minus.

DEMONSTRATIO.

Si enim latus BE esset vel quadrans, vel quadrante minus, Angulus A esset in priori casu rectus, in altero acutus (§.75). Sed per *hypothesein* obtusus est: ergo BE nec quadrans est, nec quadrante minus, consequenter quadrante majus. *Quod erat unum.*

Eodem modo ostenditur, si A fuerit Angulus acutus, fore BD quadrante minus. *Quod erat alterum.*

THEOREMA XLIV.

77. Si in Triangulo Spherico ABC ad B rectangulo utrumque crus AB & BC fuerit vel quadrante minus, vel quadrante majus; Hypothenusa AC erit quadrante minor. Tab. II. Fig. 17. & 18.

DEMONSTRATIO.

Tab. II.
Fig. 17.
& 18.

Continuentur crura CB & AB quadrante minora in F & D, donec CF & BD fuerint quadrantes, vel si CB & AB quadrante majora, refecentur quadrantes CF & BD ducaturque Arcus DF Hypothenusæ continuatæ in E occurrens. Quia DB secat CB ad Angulos rectos, per Polum ipsius transit (§.28). Quare cum BD sit quadrans, *per constructionem*; erit in D Polus quadrantis CF (§.25), adeoque etiam Angulus ad F rectus (§.28): unde eodem modo patet, esse quoque in C Polum ipsius DF; consequenter CE quadrantem (§.25). Ergo CA quadrante minor, (§.84. *Arithm.*). *Q. e. d.*

THEOREMA XLV.

78. Si in Triangulo Spherico ABC ad B rectangulo duo Anguli reliqui A & C fuerint vel ambo acuti, vel obtusi; Hypothenusa AC quadrante minor.

DEMONSTRATIO.

Si enim A & C fuerint acuti, erunt latera opposita BC & AB quadrante minora; si A & C obtusi, latera opposita BC & AB quadrante majora (§.76). Ergo in utroque casu Hypothenusa AC quadrante minor (§.77). *Q. e. d.*

THEOREMA XLVI.

Tab. II.
Fig. 19. 79. Si in Triangulo Spherico ABC ad B rectangulo latus unum AB fuerit quadrante minus, alterum CB quadrante majus; Hypothenusa AC erit quadrante major.

DEMONSTRATIO.

Continuetur BA in E, donec BE sit quadrans & ex latere BC refecetur quadrans CF, ducaturque Arcus EF secans

Hypothenusam necessario in D. Quoniam EB secat CB ad Angulos rectos *per hypoth.* per Polum ipsius transit (§.28). Quare cum BE sit quadrans, erit in E Polus ipsius CF (§.25), adeoque etiam Angulus ad F rectus (§.28): unde eodem modo patet, esse quoque in C Polum ipsius EF, consequenter CD quadrantem (§.25). Ergo CA quadrante major (§.84. *Arithm.*). *Q. e. d.*

THEOREMA XLVII.

80. Si in Triangulo Spherico ABC ad B rectangulo Angulus unus C fuerit acutus, alter A obtusus: erit Hypothenusa AC quadrante major.

DEMONSTRATIO.

Quia A recto major, C minor, *per hypoth.* erit latus BC majus, AB vero minus quadrante (§.76.). Ergo Hypothenusa AC quadrante major (§.79). *Q. e. d.*

THEOREMA XLVIII.

81. Si in Triangulo Spherico ABC ad B tantum rectangulo Hypothenusa AC sit quadrante minor, erunt crura AB & BC vel quadrante majora, vel minora, & Anguli A & C vel obtusi, vel acuti: si vero Hypothenusa AC quadrante major, crus alterum BC quadrante majus & Angulus ipsi oppositus A obtusus; alterum AB quadrante minus & Angulus eidem oppositus C acutus.

DEMONSTRATIO.

Si enim in priore casu crus unum foret quadrante majus, alterum minus, & Angulorum alter obtusus, alter acutus; tum Hypothenusa necessario foret quadrante major (§.79 & 80). Sed *per hypothesin*, quadrante minor existit; ergo

ergo crus unum quadrante majus, alterum minus esse nequit, nec Angulorum alter obtusus, alter acutus esse potest. Est igitur latus utrumque aut quadrante majus aut eodem minus, & Angulus uterque vel obtusus, vel acutus. *Quod erat unum.*

Non absimili modo ostenditur, si Hypothenusa quadrante major, fore atus alterum quadrante majus, alterum minus; Angulum alterum recto maiorem, alterum minorem. *Quod erat alterum.*

THEOREMA XLIX.

82. Si in Triangulo Sphærico obliquangulo ACB Angulus ad Basim uterque A & B fuerit vel obtusus, vel acutus, perpendicularum CD ex Angulo tertio C in latus oppositum AB demissum intra Triangulum; si unus B obtusus, alter A acutus, extra illud cadit.

DEMONSTRATIO.

Cadat enim, si fieri potest, in casu primo perpendicularum CF extra Triangulum ACB. Quoniam in Triangulo ACF Angulus A obtusus *per hypoth.* erit CF quadrante majus (§.76); consequenter in Triangulo CBF Angulus θ obtusus (§.75). Sed quia x est obtusus *per hypoth.* erit θ acutus (§.43). Quare cum Angulus θ non simul acutus & obtusus esse possit, perpendicularum extra Triangulum cadere nequit. Cadit ergo intra ipsum. *Quod erat primum.*

Cadat porro in secundo casu, si fieri potest, perpendicularum CF extra Triangulum ACB. Quoniam Angulus A acutus, *per hypoth.* erit CF quadrante minus (§.76), consequenter in Triangulo

CBF Angulus θ acutus (§.75). Sed *Tab.II. Fig.20.* quia x est acutus *per hypoth.* erit θ obtusus (§.43). Quare cum Angulus θ non simul acutus & obtusus esse possit, perpendicularum intra Triangulum cadat necesse est. *Quod erat secundum.*

Denique in tertio casu, ubi Angulus CBA obtusus, alter A acutus, cadat, si fieri potest, perpendicularum CD intra Triangulum ACB. Quoniam Angulus x est obtusus, *per hypoth.* erit latus CD quadrante majus (§.76). Sed quia in Triangulo ACD *per hypoth.* rectangulo ad D, Angulus A acutus *per hypoth.* erit idem latus CD quadrante minus (§.76): quod cum sit absurdum, perpendicularum intra Triangulum cadere nequit. Cadit ergo extra illud. *Quod erat tertium.*

THEOREMA L.

83. Distantia Puncti A in Sphæra à *Tab. I. Fig.16.* Circulo maximo vel minore BC est Arcus Circuli maximi AD ad ipsum perpendicularis.

DEMONSTRATIO.

Si Arcus perpendicularis AD fuerit quadrans; erit in A Polus Circuli maximi BC (§.26), adeoque omnes Arcus Circulorum maximorum inter Punctum A & Circulum BC intercepti sunt quadrantes (§.25). Quod si AD fuerit quadrante minor; erit Angulus B recto minor (§.75), adeoque $AD < BA$ (§.64). Minor adeo Arcus Circuli maximi quam AD inter A & BC in utroque casu intercepti nequit. Quare cum Arcus Circuli maximi AD sit Linea brevissima, quæ in Superficie Sphære ab uno Punc-

Tab.I. to ad alterum duci potest (§. 53);
Fig.16. erit is distantia Puncti A à Circulo BC
(§. 15. Geom.). *Quod erat unum.*

Quodsi OG fuerit Circulus minor, CB maximus, A utriusque Polus: erit Arcus AD tam ad OG, quam ad BC perpendicularis (§. 28. 30). Cum adeo AD sit distantia puncti A à BC, & DH distantia puncti H ab eodem BC, *per demonstrata*: erit AH distantia Puncti A ab Arcu OG. *Quod erat alterum.*

THEOREMA LI.

Tab.II. 84. Si in Triangulo Spherico ACB
Fig.20. omnes anguli A, B & C sunt acuti;
latera singula sunt quadrante minora.

DEMONSTRATIO.

Demittatur ex angulo uno C in latus AB perpendicularis CD, quæ intra Triangulum cadit (§. 82). Cum itaque in Triangulo rectangulo CDB angulus B sit acutus & DCB similiter acutus *per hypoth.*; erit Hypothenusa CB quadrante minor (§. 78). Eodem modo constat, Hypothenusam AC in Triangulo rectangulo ADC esse quadrante minorem. Nec ab simili ratiocinio colligitur, perpendicularo ex B in latus AC demisso, latus AB esse quadrante minus. Sunt igitur singula latera quadrante minora. *Q. e. d.*

COROLLARIUM.

85. Ergo si in Triangulo Spherico obliquangulo latus unum sit quadrante majus, angulus unus est obtusus, (§. 84), nempe qui opponitur eidem lateri (§. 64).

THEOREMA LII.

86. Si in Triangulo Spherico ACB

anguli duo A & B fuerint obtusi, tertius vero C acutus; latera AC & CB obtusis opposita sunt quadrante majora, quod vero opponitur acuto AB, quadrante minus.

DEMONSTRATIO.

Demittatur ex angulo acuto C perpendicularum CD in batin AB, quod intra Triangulum cadet (§. 82). Quoniam x & y sunt anguli obtusi, m & n acuti *per hypoth.* in Triangulis ACD & CDB ad D rectangulis *per constr.* erunt Hypothenusæ AC & CB quadrante majores (§. 80). *Quod erat unum.*

Demittatur porro ex angulo obtuso A perpendicularum in CB, quod extra Triangulum cadet (§. 82). Continuetur perpendicularum AG donec lateri CE continuato in H occurrat; erit HG Senescirculus (§. 20). Sed arcus CB quadrante major, *per demonstrata*: Ergo BG quadrante minor. Jam cum angulus x obtusus sit, *per hypoth.* erit z acutus (§. 43), adeoque perpendicularum AC quadrante minus (§. 76), consequente AB quadrante minus (§. 77). *Quod erat alterum.*

COROLLARIUM.

87. Ergo si duo latera sunt quadrante minora, duo anguli sunt acuti.

THEOREMA LIII.

88. Si in Triangulo Spherico ABC singula latera fuerint quadrante majora, vel duo AB & AC quadrante majora, tertium BC quadrans; singuli anguli sunt obtusi.

DEMONSTRATIO.

Ex A tanquam Polo intervallo quadrantis AD describatur circulus maximus DEF occurrens lateri BC producto in F; erunt anguli ad D & E recti (§. 28), & quia BC vel quadrans vel quadrante majus, CF quadrante minus (§. 20) & BF quadrante majus in casu utroque; consequenter cum CE sit quadrante minus, quia AE quadrans, EF quadrante minus (§. 81). Unde angulus CEF acutus (§. 75), adeoque ipsi deinceps positus ACB obtusus (§. 43). eodem profus modo ostenditur angulos reliquos A & B esse obtusos. *Q. e. d.*

THEOREMA LIV.

89. Si in Triangulo Sphærico obliquangulo ABC duo latera AB & AC ut quadrante minora, tertium BC quadrante majus: erit angulus A, qui maximo opponitur obtusus, reliqui duo B & C erunt acui.

DEMONSTRATIO.

Producantur latera quadrante minora AB & AC, donec sibi mutuo occurrant in D, erunt latera BD & CD quadrante majora (§. 20) adeoque omnes anguli obtusi (§. 88); consequenter angulus A obtusus (§. 32) & ABC atque BAC acuti (§. 43). *Q. e. d.*

THEOREMA LV.

90. Si Trianguli Sphærici ABC ad rectanguli singula latera, qua sunt

quadrante minora, continentur in F, Tab II. E & D, donec fiant quadrantibus CD, Fig. 22. CE AF æquales; Arcus Circuli maximi DF transiens per puncta F & D est quadrans, Arcum CE ad angulos rectos secat, & per Punctum E transit.

DEMONSTRATIO.

Quia FA secat AC ad angulos rectos per hypoth. FA per Polum ipsius AC transit (§. 28). Quare cum FA sit quadrans per construct. erit in F Polus ipsius DC (§. 25), consequenter FD quadrans est (§. cit.). Quod erat primum.

Porro quoniam DF transit per Polum F Arcus DC per demonstrata; DC vicissim per Polum ipsius DF transit (§. 27). Quare cum DC sit quadrans per construct. erit in C Polus ipsius DF (§. 25); consequenter CE quadrans (§. cit.) adeoque Arcus DF per Punctum E transit, EC etiam Arcum EF ad angulos rectos secat (§. 28). Quod erat secundum & tertium.

COROLLARIUM.

91. Quoniam DE est mensura anguli C (§. 31) & DF quadrans (§. 90); erit Arcus EF complemento anguli C ad rectum æqualis. Similiter quia DA mensura anguli F (§. 31) & DC quadrans (§. 90) erit angulus F complemento lateris AC æqualis.

CAPUT III.

De Resolutione Triangulorum reſtangularum.

DEFINITIO IX.

Tab.II. 92. **I**N Triangulo Sphærico reſtangu-
Fig.23. lo BAC *partem mediam* voco ,
quæ inter duas alias inſtar extremarum
conſideratas interjacet. Veluti ſi extre-
mæ ſumantur AB & BC , pars media
erit Angulus B.

DEFINITIO X.

93. Quodſi partes , quæ inſtar ex-
tremarum conſiderantur , mediæ fuerint
contiguæ , aut inter mediam & extre-
marum alteram Angulus reſtus A inter-
jacet , *partes illas conjunctas* appello.
E. gr. ſi B ſit media , AB & BC erunt
partes conjunctæ.

COROLLARIUM.

94. Quodſi ergo fuerit.

media	{	1. AB	{	1. { AC
		2. B.		2. { AB
		3. BC erunt conjunctæ		3. { BC
		4. C		4. { B
		5. AC		5. { C

DEFINITIO XI.

95. Si vero inter partes , quæ extre-
marum loco ſunt , & inter mediam alia
quædam præter angulum reſtum inter-
jacet ; tum eas *ſejunctas* dicere ſolco.
E. gr. ſi B ſit media , erunt AC & C ſe-
junctæ : inter partem enim mediam B &

extremam C interjacet hypothenuſa BC
inter mediam B & alteram extremam
AC , præter reſtum A , qui hic non at-
tenditur , crus AB.

COROLLARIUM.

96. Quodſi ergo fuerit

media	{	1. AB	{	1. { BC
		2. B		2. { C
		3. BC erunt ſejunctæ		3. { AC
		4. C		4. { AB
		5. AC		5. { AC

LEMMA IV.

97. Si Planum EFC ad Planum GFI
inclinetur, ſintque FG , EF & BI ad F
BH ad Planum FCG perpendicularares
anguli EFG & BIH *æquales ſunt.*

DEMONSTRATIO.

Fiat FS = IB & ex S demittatur S
ad FG perpendicularis. Quoniam FE &
BI perpendicularares ad FI , *per hypoſ.* er
FI ipſi BS parallela (§.26. *Geom.*) & B
tam ad FS , quam ad IB (§.230. *Geom.*
conſequenter etiam ad SR in Plano FS
& ad BH in Plano IBH perpendicular
(§.484. *Geom.*). Quare cum BH ſit per
perpendicularis ad Planum GFC *per hypoſ.*
adeoque ad HR (§.484. *Geom.*); erit H
ip

ipſi BS parallela (§. 256. *Geom.*), conſequenter $SR = BH$ (§. 226. *Geom.*). Quare cum etiam fit $FS = IB$ per conſtruct. & Angulus FSR & IBH recti per demonſtr. adeoque æquales (§. 145. *Geom.*); erit angulus SFR alteri BIH æqualis (§. 179. *Geom.*). *Q. e. d.*

THEOREMA LVI.

98. In Triangulo Sphærico ABC ad A rectangulo, Sinus totus eſt ad Sinum Hypotheuſæ BC, ut Sinus anguli obliqui C ad Sinum cruris ſibi oppoſiti AB, vel ut Sinus anguli B ad Sinum cruris ſibi oppoſiti AC.

DEMONSTRATIO.

Producantur latera CB in E, CA in D, AB in P, donec CE, CD, AP ſiant quadrantes: circulus maximus DPNO tranſiens per D & P etiam tranſit per E (§. 90), eſtque ED meſura anguli C (§. 31). Quare ſi ad Radios FD, FA & FC demittantur perpendiculares EG, BH & BI; erunt eadem Sinus arcuum ED, BA & BC (§. 2. *Trigon. plan.*) & eundem, ob quadrantem CE, angulus EFC it rectus (§. 143. *Geom.*), adeoque EF ad FC perpendicularis (§. 78. *Geom.*); erit angulus EFG alteri BIH æqualis (§. 179); conſequenter ut FE Sinus totus ad BI Sinum Hypotheuſæ BC, ita EG Sinus arcus ED, ſeu anguli ACB, ad BH Sinum lateris ſibi oppoſiti AB (§. 267. *Geom.*). Eodem modo oſtenditur, quod Sinus totus fit ad Sinum BC, uti Sinus ad Sinum cruris AC.

Quodſi in Triangulo QAB crurum QDA fuerit quadrante majus, erit etiam Hypotheuſa QEB quadrante majus

jor (§. 79). Quare ſi Arcus QD & QE ſiant quadrantes, & reliqua ut ante; in hoc etiam caſu patet eſſe, Sinum totum FE ad Sinum BI Hypotheuſæ BEQ, ut Sinus EG anguli Q ipſi nempe C æqualis (§. 32) ad Sinum BH cruris BA. Tab. II. Fig. 25.

Denique ſi crura angulum rectum intercepta fuerint OAB & ODE quadrante majora, erit Hypotheuſa BE quadrante minor (§. 77). Continuentur latera, donec ſe mutuo interſecent in P, erit angulus P ipſi O æqualis (§. 32), adeoque etiam rectus & PE atque PB erunt complementa crurum ad Semicirculum (§. 18). Sed in Triangulo BPE eſt ut Sinus totus ad Sinum Hypotheuſæ FB, ita Sinus anguli B ad Sinum cruris oppoſiti PE; ita etiam Sinus anguli E ad Sinum cruris oppoſiti PB per demonſtrata. Quare cum PE atque EDO, PB atque BAO, anguli ad B itemque ad E contigui eundem habeant Sinum (§. 5. *Trigon. Plan.*); erit etiam ut Sinus totus ad Sinum Hypotheuſæ BE, ita Sinus EBO ad Sinum EO, & Sinus BEO ad Sinum BO.

In omni adeo Triangulo rectangulo Sphærico, cujus nullum latus eſt quadrans, eſt ut Sinus totus ad Sinum Hypotheuſæ, ita Sinus anguli obliqui, ad Sinum lateris ſibi oppoſiti. *Q. e. d.*

COROLLARIUM.

99. Eſt ergo rectangulum ex Sinu toto in Sinum cruris unius æquale rectangulo ex Sinu anguli eidem oppoſiti in Sinum Hypotheuſæ (§. 378. *Geom.*).

THEOREMA LVII.

100. In omnia Triangulo Sphærico rectangulo ABC, cujus latus nullum eſt quadrans, ſi crurum AB & AC comple-

men-

Tab. II. *menta ad quadrantem considerentur ut*
 Fig. 22. *crura ipsa, Rectangulum ex Sinu toto in*
Cosinum partis mediæ æquatur rectangulo
ex Sinibus partium sejunctarum.

DEMONSTRATIO.

Etenim pars mediæ vel est crus alterutrum AB aut AC, vel Hypothenusa BC, vel angulus obliquus alteruter B aut C; adeoque in primo casu partes sejunctæ sunt Hypothenusa BC & angulus obliquus C vel B mediæ AB vel AC oppositus; in secundo crura AB & AC; in tertio angulus obliquus alter C aut B cum crure adjacente AC vel AB (§. 96).

I. Est vero in casu primo rectangulum ex Sinu toto in Sinum partis mediæ æquale rectangulo ex Sinibus sejunctarum (§. 99) & Cosinus complementorum ad quadrantem sunt Sinus ipsorummet laterum (§. 11. *Trig. Plan.*). Quare si pro cruribus AB & AC sumantur complementa ad quadrantem; erit rectangulum ex Sinu toto in Cosinum partis mediæ, cruris AB vel AC, æquale rectangulo ex Sinibus sejunctarum, Hypothenusæ BC & anguli C vel B.

II. Si BC fuerit pars mediæ & crura AB atque AC partes sejunctæ; continuentur singula Trianguli latera in D, E & F, donec fiant quadrantes & per F ac D ducatur Circulus maximus, erit DF quadrans & transibit etiam per E secabitque EC ad angulos rectos (§. 90). Erit vero F complemento cruris AC, EB complemento Hypothenusæ BC & FB complemento cruris AB æqualis, *per construct.* Cum adeo rectangulum ex Sinu toto in Sinum

EB sit æquale rectangulo ex Sinibus anguli F & Arcus BF, (§. 99); erit rectangulum ex Sinu toto in Cosinum partis mediæ BC æquale rectangulo ex Sinibus sejunctarum AB & AC.

III. Si C pars mediæ, AB & B partes sejunctæ, continuatis ut ante lateribus; erit EF complemento anguli C (§. 91) & EBF suo verticali ABC æqualis (§. 43). Quare cum sit rectangulum ex Sinu toto in Sinum arcus EF æquale rectangulo ex Sinu anguli B in Sinum arcus BF (§. 99); erit denuo rectangulum ex Sinu toto in Cosinum partis mediæ C æquale rectangulo ex Sinibus sejunctarum B & AB.

Patet adeo in omni casu, rectangulum ex Sinu toto in Cosinum partis mediæ æquari rectangulo ex Sinibus sejunctarum, si complementis crurum AB & AC tanquam cruribus utaris. *Q. e. d.*

COROLLARIUM I.

101. Si itaque Sinus fuerint artificiales, seu naturalium Logarithmi; erit Sinus totus cum Cosinu partis mediæ æqualis Sinibus partium sejunctarum (§. 337. *Arithm.*).

COROLLARIUM II.

102. Quia in Triangulo rectilineo rectangulo ABC Sinus totus est ad Hypothenusam BC, ut Sinus anguli B vel C ad Sinum cruris oppositi AC vel AB (§. 33. *Trigon. plan.*); si pro laterum Sinibus sumantur latera ipsa, erit etiam hic Sinus totus cum Cosinu partis mediæ AC vel AB, hoc est, cum ipsa AC vel AB, æquale Sinibus partium sejunctarum B vel C & BC, hoc est, Sinui B vel C & ipsi BC.

SCHOLIUM.

103. *En Regulam Sinuum Catholicam; seu partem primam Regulæ Trigonometriæ Catho-*

Catholicæ, per quam omnia utriusque Trigonometriæ Problemata solvuntur, quando Sinibus solis res peragitur. Equidem haud difficulter apparet, eam sine Theoremate 56 demonstrari potuisse, cum Demonstratio additis iis, quæ in Demonstratione Casus primi Theorematis 57 occurrunt, sit ipsa Demonstratio Casus primi completa; sed ut Theoriam traderemus, quæ etiam vulgari Methodo satisfaceret, una à nobis exponenda, ideo Theorema 56 (§.98) præmittere debuimus. NEPERUS (a) de istiusmodi Regula Catholica primus cogitavit; sed ipse utitur complementis Hypothensæ BC, & angulorum B ac C tanquam Hypothensæ & angulis ipsis. Unde ipse Regula Sinum Catholica hujus tenoris; sinus totus cum Sinu partis mediæ æquatur Cosinibus partium oppositarum seu nostra phrasi) sejunctarum. In hac vero Harmonia Trigonometriæ Planæ & Sphæricæ non apparet, à me per meam primum animadverti, quam inveneram, antequam NEPERIAM vidissem (b), cum nempe CL. CRUGERUS, Mathematicum Professor Bremenensis mihi significaret, sibi communicatam esse à nonnemine Regulam universalem, per quam omnes casus Trigonometriæ Sphæricæ in Triangulis Rectangulis solvi possint, & quam instar arcani cecebat, nescius eam à NEPERO dudum in publicum esse emissam & à Scriptoribus Anglicis usum adhiberi.

LEMMA V.

104. Sinus totus CA est medius proportionalis inter Tangentem AF & Cotangentem DB.

DEMONSTRATIO.

Sit ACB quadrans & AF Tangens anguli ACF; DB vero Cotangens (§.1. Trigon.). Quoniam Cotangens DB: Radium BC perpendicularis (§.8. I. Trigon. Plan.) & AB mensura anguli

ACB (§.57. Geom.), adeoque angulus ACB rectus (§.143. Geom.), consequenter AC ad CB itidem normalis (§.78. Geom.); erunt AC & DB parallelæ (§.256. Geom.). Quare si ex D demittatur perpendicularis DE, erit ea ipsi BC parallela (§.cit.), adeoque EC Cotangenti DB, & DE Sinui toti BC æqualis (§.226. Geom.). Quare cum etiam FA sit ad AC perpendicularis (§.8. Trigon. plan.), adeoque ipsi DE parallela (§.256. Geom.); erit CE: ED = CA: AF (§.268. Geom.), hoc est, DB: AC = AC: AF, vi demonstratorum. Q. e. d.

THEOREMA LVIII.

105. In Triangulo Sphærico rectangulo ABC, cujus nullum latus quadrans, est ut Sinus totus ad Sinum cruris adjacentis AC, ita Tangens anguli adjacentis C ad Tangentem cruris oppositi AB. Tab.II. Fig.25.

DEMONSTRATIO.

Producantur latera AB, CA & CB, in P, D & E, donec fiant quadrantes & erectis perpendicularibus DL & AM ad radios FD & FA, ductaque AK ad radium FC perpendiculari; erit AK Sinus cruris AC (§.2. Trigon. plag.), AM Tangens cruris AB & DL Tangens arcus DE (§.7. Trigon. plan.); hoc est, quia hic mensura anguli C (§.31), DL Tangens anguli C. Eodem vero, quo supra (§.98), modo demonstratur, angulos DFL & AKM esse æquales. Quare cum Triangula DFL & AKM sint ad D & A rectangula per construct. erit FD: KA = DL: AM (§.267. Geom.). Et simili modo ostenditur, esse Sinum totum ad Sinum lateris AB, ut Tangentem anguli adjacentis

(a) In Canone mirifico.

(b) Vid. Præfat. ad Tabulas Sinuum à me editas.

Tab. II. Fig. 25. tis B ad Tangentem cruris oppositi AC, lateribus nempe in oppositum productis. In reliquis casibus idem ostenditur ut supra (§.98). *Q. e. d.*

COROLLARIUM I.

106. Quia Cotangens anguli C est ad Sinum totum, ut Sinus totus ad Tangentem anguli C (§.104), & ut Sinus totus ad Tangentem anguli C, ita Sinus AC ad Tangentem AB (§.105. *Spher.* & §.173. *Arith.*); erit etiam Cotangens anguli C ad Sinum totum, ut Sinus cruris eidem adjacentis AC ad Tangentem oppositi AB (§.167. *Arithm.*).

COROLLARIUM II.

107. Est igitur Rectangulum ex Sinu toto in Sinum cruris unius AC æquale Rectangulo ex Tangente cruris alterius AB in Cotangentem anguli eidem oppositi C (§.378. *Geom.*). Et similiter Rectangulum ex Sinu toto in Sinum cruris AB æquale Rectangulo ex Tangente cruris AC in Cotangentem anguli B.

THEOREMA LIX.

Tab II. Fig. 22. 108. In omni Triangulo Spherico Rectangulo ABC, cujus nullum latus est quadrans, sicrum AB & AC complementa ad quadrantem vel excessus supra quadrantem considerentur ut crura ipsa, Rectangulum ex Sinu toto in Cosinum partis mediæ æquale est Rectangulo ex Cotangentibus partium conjunctarum.

DEMONSTRATIO.

Etenim pars media vel est crus alterutrum AB vel AC, vel angulus obliquus alteruter B & C, vel Hypothenufa BC, adeoque in illo casu partes conjunctæ sunt vel AC & B, vel AB & C, in isto vel AB & BC, vel AC & BC; in hoc denique B & C (§.94).

I. In casu primo Rectangulum ex Sinu toto in Sinum cruris AC æquale est Rectangulo ex Tangente cruris alterius AB in Cotangentem anguli C (§.107). Quare cum Cosinus atque Cotangens complementi ad quadrantem sit Sinus & Tangens ipsius anguli vel arcus (§.11. *Trigon. plan.*), si complementa crurum AC & AB ut crura ipsa considerentur, erit Rectangulum ex Sinu toto in Cosinum partis mediæ AC æquale Rectangulo ex Cotangentibus partium conjunctarum AB & C.

II. Si C sit pars media, AC & BC sint partes conjunctæ; producantur latera in E, D & F, donec fiant quadrantes; erit angulus ad E rectus (§.90), EF complemento anguli C, angulus vero F complemento cruris AC (§.91) & BE complemento lateris BC æqualis *per construct.* Est vero Rectangulum ex Sinu toto in Sinum EF æquale Rectangulo ex Cotangente F in Tangentem EB (§.107). Ergo Rectangulum ex Sinu toto in Cosinum Anguli C seu partis mediæ æquatur, in Hypothefi Theorematis, Rectangulo ex Cotangentibus laterum AC & BC, seu partium conjunctarum. Idemque productis lateribus Trianguli ABC in oppositam partem, eodem modo demonstratur, si angulus B fuerit pars media.

III Si denique BC fuerit pars media, B & C sint conjunctæ, producantur latera AB, BC & AC in K, I & H, donec BK, BI, AH fiant quadrantes.

drantes & per H & K ducatur arcus Circuli maximi HK, qui etiam transit per I, & AI ad angulos rectos in I secat & quadrans est (§.90). Quare cum KI sit mensura anguli B (§.33), erit HI complementum anguli B. Porro CI complementum Hypothenusæ BC per construct. & angulus HCI suo verticali BCA æqualis (§.43). Est vero Rectangulum ex Sinu toto in Sinum CI æquale Rectangulo ex Cotangente anguli C in Tangentem HI (§.107). Ergo Rectangulum ex Sinu toto in Cosinum Hypothenusæ BC seu partis mediæ æquatur Rectangulo ex Cotangentibus angulorum C & B, seu partium conjunctarum.

In omni adeo casu Rectangulum ex Sinu toto in Cosinum partis mediæ æquale est Rectangulo ex Cotangentibus conjunctarum.

COROLLARIUM I.

109. Si ergo Sinus & Tangentes fuerint artificiales; Sinu totus cum Cosino partis mediæ æqualis est Cotangentibus partium conjunctarum (§.337. *Aritbm.*).

COROLLARIUM II.

110. Cum in Triangulo rectangulo rectilineo Tangentibus utamur, si ex cruribus AB & AC inveniri debet angulus C, tum sit Sinus totus ad Cotangentem C, hoc est ad Tangentem B, ut AB ad AC (§.40. *Trigon. plan.*); in Triangulo quoque rectilineo, si pro Sinibus & Tangentibus laterum sumantur latera ipsa, erit Sinus totus cum Cosinu partis mediæ, hoc est cum C, æqualis Cotangentibus partium conjunctarum, hoc est, Cotangenti C seu Tangenti B & lateri AB.

SCHOLIUM I.

111. *En Regulam Tangentium Catholicam, quæ partem alteram constituit Regulæ Trigonometriæ Catholicæ, per quam omnia utriusque Trigonometriæ Problemata solvuntur, in quibus Tangentibus opus est. Equidem apparet, eam sine Theoremate 58. (§.105) demonstrari potuisse, cum ejus Demonstratio additis iis, quæ in Cor. I. (§.106) & in Demonstratione Theorematis 59. (§.108) habentur, ipsa sit Demonstratio casus primi Theor. 59. completa: sed ob rationem supra allatam (§.103), consultum nobis visum est Theorema 58. distincte præmittere. Regula Tangentium NEPERIANA (a) facit ob rationem supra itidem allatam (§.103) Sinum totum cum Sinu partis mediæ æqualem Tangentibus partium circum positarum seu (nostra phrasi) conjunctarum.*

Tab. II.
Fig. 27.

COROLLARIUM III.

112. Est igitur Trigonometriæ Universalis Regula Catholica; In Triangulo rectangulo (notatis notandis, hoc est, complementis crurum AB & AC instar crurum consideratis & in Triangulis rectilineis pro Sinibus & Tangentibus laterum lateribus ipsis assumtis) Sinus totus cum Cosinu partis mediæ æquatur Sinibus partium se junctarum & Cotangentibus conjunctarum.

SCHOLIUM II.

113. Quoad Triangula rectilinea notandum, ex solis angulis datis de lateribus nil determinari concludi posse (§.267. *Geom.*) & angulo uno obliquo dato alterum quoque notum esse (§.241 *Geom.*): unde judicatur, quinam casus sint inutiles. Nec hoc negligendum est, non esse locum Regulæ Tangentium, si per Regulam Sinuum quesitum inveniri potest. E.gr Ex BC & B per Regulam Sinuum invenitur AC, etiam si dentur C & BC, quia dato C datur quoque B: tum ergo Tangentium Regula locum non habet. Superest ut usum Regulæ nostræ in Triangulis Sphæricis exemplis commonstremus.

Rr 3

PRO

(a) In Canone mirifico.

PROBLEMA I.

114. *Datis in Triangulo rectangulo Sphærico, præter angulum rectum, duabus partibus quibuscunque, invenire reliquarum quamlibet.*

RESOLUTIO.

Tab.II.

I. *Per Regulas vulgares.*

- Fig. 22. 1. Ante omnia expendatur, utrum partes, quæ in quæstionem veniunt, sint sejunctæ, an conjunctæ (§.94.96).
2. Si partes sejunctæ sibi mutuo opponantur, veluti si Hypothenusa BC cum angulo C pro crure opposito AB detur, utendum est Analogia Theorematis 56 (§.98), inferendo nempe:
- ut Sinus totus
ad Sinum Hypothenusæ BC;
Ita Sinus anguli C
ad Sinum cruris oppositi AB.
3. Si vero partes sejunctæ sibi mutuo non opponantur, veluti si AB cum angulo adjacente B, pro angulo opposito C, detur, latera trianguli continuanda sunt versus partem alterutram, donec fiant quadrantes, ut obtineatur novum Triangulum, in quo partes, quæ in quæstionem veniunt, sibi mutuo opponuntur, veluti in nostro casu Triangulum EBF, in quo datur BF, cruris AB complementum, & angulus B, pro EF complemento anguli C (§.90.91). Infertur adeo ut ante:
- Ut Sinus totus
ad Sinum BF, seu Cofinum AB;
ita Sinus anguli B
ad Sinum EF, seu Cofinum C.
4. Si inter partes conjunctas Hypothenusa non reperiat locum, veluti si

crura AB & AC pro angulo uni eorum opposito C dentur; Analogia Theorematis 58 (§.105) utendum est, inferendo nempe:

Ut Sinus AB
ad Sinum totum;
ita Tangens AB
ad Tangentem C.

5. Si vero in numero partium conjunctarum Hypothenusa fuerit, veluti si Hypothenusa BC cum angulo C pro latere adjacente AC detur; latera Trianguli versus partem alterutram continuanda sunt, donec fiant quadrantes, ut novum obtineatur Triangulum, in quo Hypothenusa inter partes, quæ in quæstionem veniunt, non comparet, e. gr. in nostro casu Triangulum EBF, in quo EB complementum Hypothenusæ BC, EF complementum anguli C & angulus F complementum cruris AC (§.90.91). Cum adeo in Triangulo EFB Hypothenusa in quæstionem non veniat, inferendum ut ante:
- Ut Sinus EF, seu Cofinus C
ad Sinum totum;
Ita Tangens EB, seu Cotangens BC
ad Tangentem F, seu Cotangentem AC.
6. Quando Trianguli latera producenda, perinde est, in quamcunque partem ea produxeris, si nullus angulus acutus in quæstionem veniat: quodsi unus quæstionem ingreditur, latera continuantur per angulum obliquum alterum: quodsi uterque sit in nexu, per eum continuantur, qui lateri, quod est in quæst-

quæstione, adjacet. Hac enim ratione semper obtineri Triangulum, in quo quæsitum per Regulam vel Sinuum, vel Tangentium invenitur, inductione omnium casuum constat.

II. Per Regulam Catholicam.

1. Expendatur, ut ante, utrum partes quæ in quæstionem veniunt, sint conjunctæ, an sejunctæ (§.94.96).
2. Si crus vel alterutrum, vel utrumque circa angulum rectum quæstionem ingreditur, pro eo inter data scribatur ejus complementum ad quadrantem.
3. Cum per Regulam Catholicam Sinus totus cum Cosinu partis mediæ æqualis Sinibus sejunctarum, & Cotangentibus conjunctarum; à summa datorum subtrahatur tertium datum, relinquatur Sinus aliquis vel Tangens, cui in Canone Triangulorum artificiali respondet angulus, vel latus quæsitum.

SCHOLION.

115. Quoniam Regula Catholica in postem utemur, eandem ad omnes Casus applicare Exemplis illustrare libet: quæ in casu parum sejunctarum vulgarem Methodum una illustrant, in casu autem conjunctarum alias solutiones admittunt. Utimur autem Sinibus & Tangentibus artificialibus.

PROBLEMA II.

116. Datis Hypothenusa BC 60°, & angulo C 23° 30'; invenire crus oppositum AB.

RESOLUTIO.

Quia AB pars media, C & BC sejunctæ (§.96), Sinus totus cum Cosinu

complementi AB, hoc est Sinu ipsius AB æqualis est Sinibus C & BC (§.112). Tab.II.
Fig.23.

Ergo à Sin. C 96006997

& Sin. BC 99375306

Summâ 195382303

subduc. Sin. tot. 100000000

relinquitur Sin. AB 9.5382303, cui in Canone, quam proxime respondent 20° 12'6".

PROBLEMA III.

117. Datis Hypothenusa BC 60° & crure AB 20° 12'6" invenire angulum oppositum C.

RESOLUTIO.

Patet per Probl. præc. à summa Sinus totius & Sinus cruris AB subtrahendum esse Sinum Hypothenusæ BC, ut relinquatur Sinus anguli C. Facile adeo Exemplum Casus præcedentis mutatur in Exemplum Casus præsentis.

PROBLEMA IV.

118. Datis crure AB 20° 12'6" & angulo opposito C 23° 30', invenire hypothenusam BC.

RESOLUTIO.

Patet per Probl.2, à Summa Sinus totius & Sinus AB subtrahendum esse Sinum anguli C, ut relinquatur Sinus Hypothenusæ BC. Exemplum Casus primi facile mutatur in Exemplum Casus præsentis.

PROBLEMA V.

119. Datis Hypothenusa BC 60° & crure uno AB 20° 12'16", invenire crus alterum AC.

RESOLUTIO.

Quia BC est pars media, AB & AC partes sejunctæ (§.96); Sinus totus cum Cosinu Hypothenusæ BC, æqualis est Sini-

Tab. II. Sinibus complementorum, hoc est, Co-
Fig. 23. finibus crurum AB & AC (§. 112).

Ergo à Sin. tot.	100000000
& Cof. BC	96989700
	Summâ 196989700
Subducatur, Cof. AB	99724279
relinquitur Cof. AC :	97265421,

cui in Canone quam proxime respon-
dent $32^{\circ} 11' 34''$. Ergo AC $57^{\circ} 48' 26''$.

PROBLEMA VI.

120. *Datis cruribus* AC $57^{\circ} 48' 26''$
& AB $20^{\circ} 12' 6''$; *invenire Hypothenu-*
sam BC.

RESOLUTIO.

Patet per Casum præcedentem, à
summa Cofinum crurum AB & AC
subducendum esse Sinum totum ut re-
linquatur Cofinus Hypothenusæ BC.
Exemplum Casus præcedentis facile abit
in Casum præsentem.

PROBLEMA VII.

121. *Datis crure* AC $57^{\circ} 48' 26''$ &
angulo adjacente C $23^{\circ} 30'$; *invenire an-*
gulum oppositum B.

RESOLUTIO.

Quia B est pars media, AC & C par-
tes sejunctæ (§. 96); Sinus totus cum
Cofinu B æquatur Sinui C & Sinui com-
plementi, hoc est, Cofinui AC (§. 112).

Ergo à Sin. C	96006997
& Cofin. AC	97265421
	Summâ 193272418
subducatur Sin. tot.	100000000
relinquetur Cofin. B	93272438,

cui in Canone quam proxime respon-
dent $12^{\circ} 15' 56''$. Ergo B $77^{\circ} 44' 4''$.

PROBLEMA VIII.

122. *Datis crure* AC $57^{\circ} 48' 26''$ &
angulo opposito B $77^{\circ} 44' 4''$; *invenire ad-*
iacentem C.

RESOLUTIO.

Patet per Casum præcedentem, à Sum-
ma Sinus totius & Cofinus B subtrahen-
dum esse Cofinum AC, ut relinquatur
Sinus C. Exemplum ejus haud invitum
transit in Casum præsentem.

PROBLEMA IX.

123. *Datis angulis obliquis* B 77°
 $44' 4''$ & C $23^{\circ} 30'$; *invenire crus alteri*
adjacens AC.

RESOLUTIO.

Patet per *Probl. 7.* (§. 121), à Sum-
ma Sinus totius & Cofinu B subtrahen-
dum esse Sinum C, ut relinquatur Cofi-
nus AC. Exemplum Problematis septimi
facile huc applicatur.

PROBLEMA X.

124. *Datis crure* AC $57^{\circ} 48' 26''$ &
angulo adjacente C $23^{\circ} 30'$; *invenire*
crus oppositam AB.

RESOLUTIO.

Quia AC est pars media, C & AB
partes conjunctæ (§. 94); Sinus totus
cum Cofinu complementi, hoc est, Sinu
AC, æqualis est Cotangenti C & Co-
tangenti complementi; hoc est, Tangent
AB (§. 112).

Ergo à Sin. tot.	100000000
& Sin. AC	99275039
	Summâ 199275039
subducatur Cotang. C	103616981
relinquitur Tang. AB	95658058

cui in Canone quam proxime respon-
dent $20^{\circ} 12' 6''$, prorsus ut supra (§. 116)
reperimus.

PROBLEMA XI.

125. *Datis crure* AB $20^{\circ} 12' 6''$ &
angulo opposito C $23^{\circ} 30'$; *invenire cru-*
adjacens AC.

RESO

RESOLUTIO.

Patet per Casum præcedentem, à summa Cotangentis C & Tangentis AB subtrahendum esse Sinum totum, ut relinquatur Sinus AC.

Exemplum ibi propositum facile huc applicatur.

PROBLEMA XII.

126. *Datis cruribus* AB $20^{\circ} 12' 6''$ & AC $57^{\circ} 48' 26''$; *invenire angulum C uni eorum oppositum.*

RESOLUTIO.

Patet per Probl. 10 (§.124), à summa Sinus totius & Sinus AC subtrahendam esse Tangentem BA, ut relinquatur Cotangens C.

Exemplum ibi propositum facile huc applicatur.

PROBLEMA XIII.

127. *Datis Hypothenusa* BC 60° & *angulo obliquo* C $23^{\circ} 30'$; *invenire crur adjacentes* AC.

RESOLUTIO.

Quia C pars media, BC & AC partes conjunctæ (§.94); erit Sinus totus cum Cofinu C, æqualis Cotangenti BC & Cotangenti complementi, hoc est, Tangenti AC (§.112).

Ergo à Sin. tot. 100000000
& Cofin. C. 99623978

Summâ 199623978

subducatur Cotang. BC 97614394

relinquetur Tang. AC 102009584,
cui in Tabulis quam proxime respondent $57^{\circ} 48' 26''$; prorsus ut supra reperimus (§.119).

PROBLEMA XIV.

128. *Datis crure* AC $57^{\circ} 48' 26''$ & *Wolffii Oper. Mathem. Tom. III.*

angulo adjacente C $23^{\circ} 30'$; *invenire Hypothenusam* BC. Tab. II. Fig. 23.

RESOLUTIO.

Patet per Casum præcedentem, à summa Sinus totius & Cofinu C subtrahendam esse Tangentem AC, ut relinquatur Cotangens BC.

Exemplum ibi propositum facile huc applicatur.

PROBLEMA XV.

129. *Datis Hypothenusa* BC 60° & *crure* AC $57^{\circ} 48' 26''$; *invenire angulum adjacentem* C.

RESOLUTIO.

Patet per Probl. 13. (§.127) à summa Cotangentis BC & Tangentis AC, subtrahendum esse Sinum totum, ut relinquatur Cofinus C.

Exemplum ibi propositum facile huc applicatur.

PROBLEMA XVI.

130. *Datis Hypothenusa* BC 60° & *angulo uno* C $23^{\circ} 30'$; *invenire alterum* B.

RESOLUTIO.

Quia BC est pars media, B & C partes conjunctæ (§.94); erit Sinus totus cum Cofinu BC æqualis Cotangentibus B & C (§.112).

Ergo à Sin. tot. 100000000
& Cofin. BC 96989700

Summâ 196989700

subducatur Cotang. C 103616981

relinquetur Cotang. B 93372719,
cui in Canone quam proxime respondent $12^{\circ} 15' 56''$. Est ergo B $77^{\circ} 44' 4''$, prorsus ut supra (§.121).

PROBLEMA XVII.

131. *Datis angulis obliquis* B $77^{\circ} 44'$
S s 4¹⁸

Tab. II. $4'' \text{ } \hat{=} \text{ } C 23^{\circ} 30'$, invenire Hypothenu-
Fig. 23. sam BC.

RESOLUTIO.

Patet per Casum præcedentem, à sum-
ma Cotangentium C & B subducendum
esse Sinum totum ut relinquatur Cofi-
nus BC. Exemplum casus præcedentis
haud invitum abit in casum præsentem

SCHOLIUM

132. Equidem in applicatione Trigonome-
triæ Sphæricæ ad Quæstiones Astronomicas,
Geographicas, Gnomonicas aliasque hujus ge-
neris ex circumstantiis peculiaribus plerumque
colligitur, utrum angulus inventus sit acutus,
an vero obtusus, latus inventum vel quadrante
minus, vel majus, ne tamen quicquam præ-
termisisse videamur, ostendendum nobis adhuc
erit, quomodo species anguli vel lateris inven-
ti innotescat.

PROBLEMA XVIII.

133. In Triangulo Rectangulo an-
guli vel lateris inventi speciem deter-
minare.

RESOLUTIO.

1. Si inter data fuerit angulus C; late-
ris oppositi AB species innotescit per
Theor. 43. (§. 76), anguli vero spe-
cies per speciem lateris constat (§. 75).
Est nempe latus quadrante majus,
si angulus obtusus; quadrante mi-
nus, si acutus & contra. Unde satis-
fit *Probl.* 2. 3. 7. 9. 10. 12.
2. Si inter data fuerit Hypothenufa BC
& vel crus unum, vel ex angulis obli-
quis unus, species anguli vel lateris
quæsitæ patet per *Theor.* 48. (§. 81).
Nempe si Hypothenufa quadrante
minor & angulus acutus, vel crus
quadrante minus; erit etiam angu-
lus alter acutus vel crus quadrante
minus: si Hypothenufa quadrante

minor & angulus obtusus, vel crus
quadrante majus; erit etiam angulus
alter obtusus, vel crus quadrante
majus: si denique Hypothenufa
quadrante major & angulus acutus
vel crus quadrante minus; erit angu-
lus alter obtusus, vel crus quadrante
majus. Unde satisfit *Probl.* 5. 13.
15. 16.

3. Si dentur anguli, species Hypothe-
nusæ innotescit per *Theor.* 47. (§. 78.
80). Est nempe quadrante major,
si anguli diversæ speciei; quadrante
minor, si ejusdem. Unde satisfit *Probl.*
17.
4. Si dentur crura, species Hypothenu-
fæ innotescit per *Theor.* 44. & 46 (§.
77. & 79). Est nempe quadrante
minor, si illa fuerint speciei ejusdem,
quadrante major, si diversæ. Unde
satisfit *Probl.* 6.
5. Si angulus cum latere opposito de-
tur pro angulo adjacente, vel pro Hy-
pothenufa, vel pro cruce altero: spe-
cies quæditorum generaliter determi-
nari nequit. Unde etiam *Probl.* 4. 8.
& II. generaliter satisfieri nequit.
6. Si vero crus cum angulo adjacente
pro Hypothenufa detur; primum spe-
cies cruris oppositi innotescit per n.
1. & inde porro Hypothenufa per n.
4. Et hinc satisfit *Probl.* 14.

PROBLEMA XIX.

134. Triangula Sphærica resolvere,
in quibus duo vel tria latera sunt qua-
drantes.

RESOLUTIO.

1. Si latera tria AB, AC & BC fuerint
quadrantes; erit mensura anguli A;
arcus

arcus nempe BC, quadrans (§. 31) : unde constat angulum A esse rectum. Sunt vero B & C itidem recti (§. 72). Nullo igitur calculo opus est.

2. Similiter si duo latera AB & AC

sint quadrantes, anguli B & C erunt recti (§. 72) & BC mensura anguli A (§. 31), adeoque dato arcu BC, datur angulus A & contra; ut denuo calculo non sit opus. Tab. II. Fig. 21.

C A P U T IV.

De Resolutione Triangulorum Obliquangulorum.

DEFINITIO XII.

135. *P*artes laterales in Triangulo Sphærico Rectangulo voco, quæ mediæ vel conjunguntur, vel ab ea sejunguntur.

THEOREMA LX.

136. *In omni Triangulo Sphærico, Sinus laterum sunt ut Sinus oppositorum angulorum.*

DEMONSTRATIO.

Est enim in Triangulo Rectangulo ABC, ut Sinus totus ad Hypothensam BC, ita Sinus anguli C ad Sinum cruris AB, & ita Sinus anguli B ad Sinum cruris AC (§. 98) Ergo etiam ut Sinus anguli C ad Sinum cruris AB, ita Sinus anguli B ad Sinum cruris AC (§. 167. *Arihm.*). *Quod erat unum.*

Si Triangulum fuerit Obliquangulum ACB, demisso ex C perpendicularo CD ad basin AB, erit ut Sinus AC ad Sinum totum, ita Sinus CD ad Sinum anguli A, ut Sinus totus ad Sinum CB, ita Sinus B ad Sinum CD (§. 98). Ergo ex æquo, ut Sinus AC ad Sinum CB, ita Sinus B ad Sinum A (§. 198. *Arihm.*); consequenter ut Si-

nus AC ad Sinum B, ita Sinus C B ad Sinum A (§. 179. *Arihm.*). Quod si perpendicularum ex angulo B in latus AC demittatur, eodem modo ostenditur, esse Sinum cruris CB ad Sinum A, ut Sinus AB ad Sinum C; consequenter etiam ut Sinus AC ad Sinum B, ita Sinus AB ad Sinum C (§. 167. *Arihm.*). *Quod erat alterum.* Tab. II. Fig. 28. & 29.

THEOREMA LXI.

137. *Si ex angulo uno C Trianguli Obliquanguli Sphærici ACB in latus oppositum AB demittatur perpendicularum CD, & illud in duo Rectangula ACD & BCD resolvatur, sitque DC in utroque pars lateralium una, ac pro AD & BD sumantur complementa; erunt Cosinus partium mediarum in iisdem Triangulis ACD & BCD, ut Sinus partium lateralium reliquarum sejunctarum, sed ut Cotangentes partium lateralium conjunctarum.*

DEMONSTRATIO.

Est enim in Triangulo ACD, ut Sinus totus ad Sinum CD, ita Sinus partis lateralis sejunctæ alterius ad Cosinum mediæ; & in Triangulo BCD similiter,

Tab. II. Sinus totus ut ad Sinum CD, ita Sinus
 Fig. 28. partis lateralis sejunctæ alterius ad Co-
 & 29. finium mediæ (§. 100). Ergo Sinus
 partis lateralis sejunctæ alterius ad Cofin-
 um mediæ in triangulo ACD, ut Sinus
 partis lateralis sejunctæ alterius ad Cofin-
 um mediæ in Triangulo altero BCD
 (§. 167. *Arithm.*); consequenter Cofin-
 us mediarum sunt ut Sinus lateralium
 sejunctarum (§. 179. *Arithm.*). *Quod
 erat unum.*

Similiter in Triangulis ACD & BCD,
 est ut Sinus totus ad Cotangentem CD,
 ita Cotangens partis lateralis conjunctæ
 alterius ad Cofinum mediæ (§. 108).
 Ergo Cotangens partis lateralis conjunc-
 tæ alterius est ad Cofinum partis medi-
 æ in Triangulo ACD, ut Cotangens
 partis lateralis conjunctæ alterius in Tri-
 angulo BCD ad Cofinum partis suæ medi-
 æ (§. 167. *Arithm.*); consequenter
 Cofinus partium mediarum in iisdem
 sunt ut Cotangentes lateralium conjunc-
 tarum (§. 179. *Arithm.*). *Quod erat
 alterum.*

COROLLARIUM I.

138. Est igitur rectangulum ex sinu par-
 tis sejunctæ vel Cotangente conjunctæ in
 Triangulo ACD in Cofinum mediæ in al-
 tero CDB, æquale rectangulo ex Sinu par-
 tis sejunctæ vel Cotangente conjunctæ in
 Triangulo CDB in Cofinum mediæ in al-
 tero ACD (§. 378. *Geom.*).

COROLLARIUM. II.

139. Quare si Sinus fuerint artificiales,
 Sinus partis sejunctæ vel Cotangens con-
 junctæ in Triangulo ACD cum Cofinu medi-
 æ in altero CDB, æqualis est Sinui par-
 tis sejunctæ vel Cotangenti conjunctæ in
 triangulo CDB & Cofinui mediæ in alte-
 ro ACD (§. 337. *Arithm.*).

THEOREMA LXII.

140. In Triangulo Spherico obliquan-
 gulo ACB, demisso ex angulo C perpen-
 diculo CD in basin AB; Tangentes an-
 gulorum ad basin A & B sunt reciproce
 ut Sinus arcuum DB & AD.

DEMONSTRATIO.

Est enim in Triangulo rectangulo
 ADC, ut Sinus totus ad Sinum AD,
 ita Tangens A ad Tangentem DC; & in
 altero, ut Sinus totus ad Sinum DB ita
 Tangens B ad Tangentem DC (§. 105).
 Quare cum etiam sit ut Sinus DB ad
 Sinum totum, ita Tangens DC ad Tan-
 gentem B (§. 179. *Arithm.*); erit ut Si-
 nus DB ad Sinum AD, ita reciproce
 Tangens A ad Tangentem B (§. 198.
Arithm.).

LEMMA VI.

141. Sinus summa duorum arcuum
 BC & CE, quorum unusquisque qua-
 drante minor, est ad summam Sinuum
 eorundem arcuum BC & CE, ut differen-
 tia eorundem Sinuum ad Sinum differen-
 tia arcuum.

DEMONSTRATIO.

Fiat $CA = CB$ & $FO = BF$ & AE
 $= EN$, ducanturque chordæ BA, AN,
 BO & diametri CD atque EF; erunt
 eadem ad illas perpendiculares, ipsas-
 que bifecabunt (§. 291. *Geom.*); adeo-
 que BP Sinus arcus BE seu summæ ar-
 cum BC & CE, BG Sinus ipsius BC,
 AM Sinus ipsius AE seu differentiæ ar-
 cum (§. 2. *Trigon. plan.*) & quia EA
 $+ AB + BF = EN + NO + FO$ (135.
Geom.), $AB = NO$ (§. 91. *Arithm.*),
 adeoque & $BA + AN = AN + NO$
 (§. 88. *Arithm.*); consequenter Chordæ
 AB

AB & NO, itemque AO & BN æquales sunt (§. 298. *Geom.*). Ducatur EH ipsi AB parallela: erit $AE = BH$, (§. 312. *Geom.*) = EN (§. 87. *Arihm.*) & hinc $EA + AB + BH = BA + AE + EN$ (§. 88. *Arihm.*); consequenter Chordæ BN & EH æquales sunt (§. 298. *Geom.*). Est vero $AB \cdot NO + AN \cdot BO = AO \cdot BN$ (§. 324. *Analyf. finit.*) hoc est, ob $AB = NO$ & $AO = BN = EH$ per demonstrata, $AB^2 + AN \cdot BO = EH^2$ (§. 98. *Geom.*) & ideo $AG^2 + AM \cdot BP = EI^2$, nempe pars quarta parti quartæ (§. 374. *Geom.*). Demittantur perpendiculares AL & BQ ad EH; erit $AG = LI$ & $GB = IQ$ (§. 283. *Geom.*) & $EL^2 + LI^2 + 2 EL \cdot LI = EI^2$ (§. 261. *Arihm.*) = $AG^2 + AM \cdot BP$ (§. 87. *Arihm.*), adeoque $EL^2 + 2 EL \cdot LI = AM \cdot BP$ (§. 91. *Arihm.*), hoc est, $(FL + 2 LI) EL$ seu $EQ \cdot EL = AM \cdot BP$. Quare ut BP sinus summæ arcuum BC & CE ad EQ summam Sinuum GB & EI eorundem arcuum, ita EL differentia eorundem Sinuum ad AM Sinum differentiæ arcuum AE (§. 299. *Arihm.*). *Q. e. d.*

COROLLARIUM.

142. Ergo rectangulum ex Sinu summæ in Sinum differentiæ duorum arcuum equatur rectangulo ex summa Sinuum in differentiam Sinuum eorundem (§. 378. *Geom.*).

LEMMA VII.

143. Sinus summæ duorum arcuum EB & ED quorum unusquisque quadrante minor est ad Sinum differentiæ eorundem ut summa Tangentium ad differentiam arcuum.

DEMONSTRATIO:

Tab. II. Fig. 31.

Ducatur LG Tangens arcum DB in E (§. 311. *Geom.*) & Radiis CD atque CB productis in L & G occurrens; erunt LE & EG Tangentes arcuum DE & EB (§. 7. *Trig. plan.*). Fiat $EF = DE$ & demittantur perpendiculares DK & FI, quæ erunt Sinus summæ arcuum DE & EB, ac differentiæ eorundem FB (§. 2. *Trigon. plan.*), atque inter se parallelæ (§. 256. *Geom.*); & quia tam DH (§. 291. *Geom.*), quam LG, ad CE perpendicularis (§. 308. *Geom.*), erit DH ipsi LG parallela (§. 256. *Geom.*). Ducatur denique Radius CM: quia $DE = EF$ per construct. erunt eorum Tangentes EL & EM æquales, adeoque LG Tangentium summa, MG differentia.

Est vero ob parallelismum rectarum LG & DH per demonstrata $LG : MG = DH : FH$ (§. 275. *Geom.*) & ob parallelismum rectarum FI & DK, per demonstr. $DH : FH = DK : FI$ (§. 268. *Geom.*). Ergo $LG : MG = DK : FI$ (§. 167. *Arihm.*). *Q. e. d.*

THEOREMA LXIII.

144. In Triangulo Sphærico obliquangulo ACB, demisso perpendiculo CD, est ut Sinus summæ angulorum ad basin A & B ad Sinum differentiæ eorundem A-B, ita Tangens basis dimidiæ AB ad Tangentem semidifferentiæ segmentorum AD & DB.

Tab II. Fig. 28. & 29.

DEMONSTRATIO.

Quoniam Sinus DB ad Sinum AD, ut Tangens A ad Tangentem B (§. 140) & basis AB semicirculo minor (§. 61); construatur Triangulum rectilineum HIK, cujus crura IH & HK sint æqualia Tan-

Fig. 32.

Tab. II. Fig. 28. 29. & 32. gentibus B & A, angulus ad verticem H vero complemento basis AB ad semicirculum: erunt anguli I & K junctim sumti basi AB æquales (§. 240 & §. 143. *Geom.*), cumque sit ut Sinus I ad Sinum K, ita HK ad HI (§. 33 *Trig. plan.*). erit angulus I segmento BD, angulus K segmento DA æqualis, *vi demonstratorum.* Est vero & HI + HK ad HK - HI ita Tangens $\frac{1}{2}I + \frac{1}{2}K$ ad Tangentem $\frac{1}{2}I - \frac{1}{2}K$ (§. 40. *Trig. plan.*): ergo summa Tangentium Angulorum A & B est ad differentiam Tangentium eorundem angulorum, consequenter Sinus Summæ angulorum A & B est ad Sinum differentiæ eorundem (§. 143), ut Tangens basis dimidiæ AB ad Tangentem Semidifferentiæ arcuum AD & DB. *Q. e. d.*

LEMMA VIII.

145. Si fuerint quatuor quantitates proportionales $A : B = C : D$; erit Summa terminorum primæ rationis $A + B$ ad differentiam eorundem $A - B$, uti Summa terminorum secundæ $C + D$ ad differentiam eorundem $C - D$:

DEMONSTRATIO.

Quia $A : B = C : D$ per *hypoth.* erit $A + B : B = C + D : D$ (§. 190. *Arithm.*) & $A - B : B = C - D : D$ (§. 193. *Arithm.*). Ergo $A + B : A - B = C + D : C - D$ (§. 195. *Arithm.*). *Q. e. d.*

THEOREMA LXIV.

Tab. III. Fig. 34. 146. In Triangulo Spherico obliquangulo ACB, cruribus CB & CA in F & E continuatis, donec fiant quadranti æquales, & ex Polo C descripto arcu FD, donec basi BA continuata in D occurrat; differentia Cosinum crurum AC & BC est ad Summam eorundem Cosinum, ut Tan-

gens basis dimidiæ AB ad Tangentem arcus dimidii compositi ex BD & AD.

DEMONSTRATIO.

Cum enim anguli ad E & F sint recti (§. 28), ac ideo ut Sinus totus ad Sinum DB, ita Sinus anguli D ad Sinum BF; & ut Sinus totus ad Sinum AD, ita Sinus ejusdem anguli D ad Sinum AE (§. 136); erit etiam Sinus BD ad Sinum AD, ut Sinus BF ad Sinum AE (§. 196. *Arithm.*), hoc est, ut Cosinus cruris BC ad Cosinum cruris AC (§. 11. *Trigon.*); consequenter Cosinum BC & AC summa ad differentiam eorundem, ut summa Sinuum BD & AD ad differentiam eorundem (§. 145). Quod si in Triangulo rectilineo HIK anguli K & I haberint mensuras arcibus BD & AD æquales; erunt latera KH & HI ut Sinus arcuum BD & AD (§. 33. *Trigon.*); consequenter summa Sinuum BD & AD ad differentiam eorundem, ut Tangens summæ dimidiæ arcuum BD & AD ad Tangentem semidifferentiæ eorundem seu basis dimidiæ AB (§. 40 *Trigon.*) Est itaque summa Cosinum crurum BC & AC ad differentiam eorundem, ut Tangens summæ dimidiæ arcuum BD & AD ad Tangentem basis dimidiæ (§. 167 *Arithm.*); adeoque differentia Cosinum crurum BC & AC ad summam eorundem, ut Tangens basis dimidiæ AB ad Tangentem summæ dimidiæ arcuum BD & AD (§. 169. *Arithm.*) *Q. e. d.*

LEMMA IX.

147. Si in Triangulo æquicruo spherico ABC ducatur Chorda Basis AC & eiden

eidem per verticem B parallela DB: hac Circulum & Sphæram in B tangit.

DEMONSTRATIO.

Quod si negetur BD tangere Sphæram & Circulum ABC in C, tangat eam in eodem recta quæcunque alia BE. Ducantur arcuum AB & BC, per hypoth. æqualium Chordæ; erunt hæ inter se æquales (§. 289. *Geom.*), adeoque anguli ad basin A & C itidem æquales sunt (§. 184. *Geom.*). Est vero angulus EBC æqualis ipsi A (§. 323. *Geom.*); consequenter etiam ipsi C (§. 87. *Arithm.*). Ergo BE parallela ipsi AC (§. 255. *Geom.*): quod cum sit absurdum (§. 260. *Geom.*), BD Sphæram & Circulum maximum Sphære ABC in Puncto B tangit. *Q. e. d.*

THEOREMA LXV.

148. Si in Triangulo Sphærico quovunque ABC crus minus CA continuetur in D, donec arcus CD fiat cruri majori AC æqualis, & ex crure majore CB referatur arcus CE minori CA æqualis, per puncta vero A & E, itemque per D & B ducantur arcus Circulorum maximorum; erit rectangulum sub Sinibus arcuum didiorum AGE & DHB æquale rectangulo sub Sinibus differentiarum crurum à semisumma omnium laterum.

DEMONSTRATIO.

In arcum CD continuatum transferatur ex A in O & ex D in F basis AB. Bisecetur arcus DO in L: cum sit AO = DF per constr. adeoque AD = OF (§. 91. *Arith.*), erit etiam AL = LF (§. 8. *Arith.*). Sit jam AC = b, BC = a,

AB = c; erit AD = a - b & ob AO = c; DO = c - a + b, adeoque DL = $\frac{1}{2}b + \frac{1}{2}c - \frac{1}{2}a = \frac{1}{2}a + \frac{1}{2}b + \frac{1}{2}c - a$, hoc est, DL est differentia cruris majoris BC à semisumma omnium laterum. Quod si ad DL = $\frac{1}{2}a + \frac{1}{2}b + \frac{1}{2}c - a$ addatur AD = a - b; prodit AL = $\frac{1}{2}a + \frac{1}{2}b + \frac{1}{2}c - b$, hoc est, AL est differentia cruris minoris AC à Semisumma omnium laterum AC, CB & BA. Quoniam arcus AD = OF per demonstr. ex Centro Sphære, quod idem cum Centro arcus AF (§. 15), ducatur recta in Punctum L, quæ bisecabit Chordas AF & DO in N & M, atque ad angulos rectos (§. 291. *Geom.*), eritque AN Sinus arcus LA seu differentie cruris minoris à semisumma laterum, & DM Sinus arcus DL seu differentie cruris majoris à semisumma omnium laterum. Quoniam arcus AD = EB, per constr. & AD = OF, per demonstr. erunt Chordæ AE & DB, itemque DO & AF parallelæ (§. 312. *Geom.*); consequenter & plana Triangulorum DOB & AFE parallela (§. 500. *Geom.*) & anguli BDO & EAF æquales (§. 196. *Geom.*). Quia AO = AB, per constr. si PA ducatur Chordæ OB parallela, Sphæram in Puncto A tangit (§. 146); consequenter & Circulum FAE per Punctum A transeuntem & in Superficie Sphære descriptum. Est itaque & angulus PAF æqualis angulo AEF (§. 328. *Geom.*). Porro quia PA parallela ipsi OB, per constr. & AF ipsi DO, per demonstr. erit angulus PAF æqualis angulo DOB (§. 496. *Geom.*); consequenter angulus AEF ipsi DOB æqualis (§. 87. *Arithm.*).

Tab. 111. Fig. 37.

Quare

Tab. III. Fig. 37. Quare cum etiam sint BDO & EAF æquales *per demonstrata*; erit $AE:DO = AF:DB$ (§.267. *Geom.*), adeoque & $\frac{1}{2}AE:\frac{1}{2}DO = \frac{1}{2}AF:\frac{1}{2}DB$ (§. 181. *Arithm.*); consequenter rect. ex $\frac{1}{2}AE$ in $\frac{1}{2}DB =$ rect. ex $\frac{1}{2}DO$ in $\frac{1}{2}AF$ (§.378. *Geom.*). Sunt vero $\frac{1}{2}AE$, $\frac{1}{2}DB$, $\frac{1}{2}DO$, $\frac{1}{2}AF$ Sinus arcuum dimidiorum AE, DB, DO, AF, seu arcuum GE, HB, DL & AL, adeoque Rectangulum ex Sinibus arcuum dimidiorum AGE & DHB æquale Rectangulo ex Sinibus differentiarum crurum à semisumma omnium laterum. *Q. e. d.*

THEOREMA LXVI.

149. In omni Triangulo Spherico ABC, est Rectangulum sub Sinibus crurum AC & CB ad quadratum Sinus totius, ut Rectangulum sub Sinibus differentiarum crurum à semisumma omnium laterum ad quadratum Sinus dimidii anguli verticalis C, qui scilicet basi AB opponitur.

DEMONSTRATIO.

Fiat $CE = AC$, & CA continuetur in D, donec $CD = CB$. Per Puncta A & E, itemque D & B ducantur arcus Circulorum maximorum AE & DB, nec non per verticem Trianguli C arcus Circuli maximi CK bifecans angulum verticalem ACB. Erit $AG = GE$ & $DH = BH$ atque anguli contigui ad G & H æquales (§.55); adeoque utrobique recti (§.43). Est vero in $\triangle ACG$ ad G Rectangulo *per demonstr.* ut Sinus totus ad Sinum cruris AC, ita Sinus dimidii anguli verticalis ACG ad Sinum arcus AG, & in $\triangle DCH$ ad H Rectangulo, *per demonstr.* ut Sinus totus ad Sinum cruris CD vel CB ita

Sinus dimidii anguli verticalis DCK ad Sinum arcus DH (§.136). Quare, ut quadratum Sinus totius ad Rectangulum sub Sinibus crurum AC & CB ita quadratum Sinus dimidii anguli verticalis C ad Rectangulum sub Sinibus arcuum AG & DH (§.213. *Arithm.*). Enimvero Rectangulum sub Sinibus arcuum AG & DH æquale est Rectangulo sub Sinibus differentiarum crurum à semisumma omnium laterum (§.149) Itaque ut Rectangulum sub Sinibus crurum ad quadratum Sinus totius, ita rectangulum sub Sinibus differentiarum crurum à semisumma omnium laterum ad quadratum Sinus dimidii Anguli verticalis (§.168. *Arithm.*). *Q. e. d.*

COROLLARIUM.

150. Quoniam differentia cruris uniu à semisumma omnium laterum $\frac{1}{2}a \mp \frac{1}{2}c \mp \frac{1}{2}c - a =$ semidifferentiæ ejusdem cruris à summa basis & cruris alterius $\frac{1}{2}b \mp \frac{1}{2} - \frac{1}{2}a$; rectangulum sub Sinibus differentiarum crurum à Semisumma omnium laterum est æquale rectangulo sub Sinibus semidifferentiarum cruris uniuscujuslibet summa basis & cruris alterius. Est igitur ut rectangulum sub Sinibus crurum ad quadratum Sinus totius, ita rectangulum sub Sinibus Semidifferentiarum cruris uniuscujusque à basi & crure altero ad quadratum dimidii anguli verticalis (§. 168. *Arithm.*

LEMMA X.

151. Si Coni Scaleni ACB Sect. Triangularis ACB fuerit ad basin perpendicularis, & Conus secetur plan. FIG, ad Sectionem Triangularem perpendiculari, ea lege, ut Diameter Sectionis FG cum lateribus Coni AC

CB eisdem efficiat angulos, quos cum iisdem efficit Diameter DE Sectionis parallela DIE, sed contraria ratione positos, scilicet ut angulus DFG sit aequalis angulo DEG; erit Sectio FIG Circulus.

DEMONSTRATIO.

Quoniam angulus DFH = HEG per hypoth. & verticales ad H æquales (§. 156. Geom.); erit FH:DH = HE:HG (§. 267. Geom.); consequenter rectangulum ex DH in HE æquale rectangulo ex FH in HG (§. 378. Geom.). Jam Sectio Triangularis ad basin AB perpendicularis, & Sectio DIE basi parallela, per hypoth. Ergo & Sectio parallela DIE ad Triangularem CAB perpendicularis (§. 497. Geom.). Quare cum etiam sit Sectio subcontraria FIG ad Triangularem ACB perpendicularis, per hypoth. communis parallelæ & subcontrariæ Sectio IH erit ad rectas DE & FG perpendicularis (§. 508. Geom.). Est vero Sectio parallela DIE Circulus (§. 468. Geom.), adeoque $HI^2 = \text{rect. ex DH in HE}$ (§. 377. Anal. fin.). Quamobrem $\text{um sit rect. ex FH in HG} = \text{rect. ex DH in HE}$, per demonstrat. erit etiam Sectio sub contraria FIG Circulus. Q.e.d.

LEMMA II.

152. Si Axis Sphæra fuerit perpendicularis ad aliquod Planum & ex Polo idem projiciatur Circulus maximus per Polum transiens; Projectio in isto Plano erit Linea recta, quæ Circulum tangit. Omnis vero Circulus alius, qui per Polum Sphæra non transit, representatur in Plano Projectionis per Circulum.

Wolfii Oper. Mathem. Tom. III.

DEMONSTRATIO.

Sit in A Polus Sphærae & Axis AB ad rectam BG in Plano Projectionis perpendicularis (§. 484. Geom.). Sit porro ACB Semicirculus maximus per Polum transiens & recta BG in Plano Circuli maximi. Quodsi jam Oculus fuerit in Polo & in Punctum C dirigatur; erit cum Puncto C in eodem Plano; adeoque in Plano Semicirculi ACB; consequenter recta, juxta quam dirigitur visus, AC rectam BG in Puncto E attingit. Cum eodem modo ostendatur, Punctum D representari in F & B in B; evidens est Semicirculi ACB arcum DC representari per rectam FE & arcum BC per rectam BE. Circulus adeo maximus per Polum transiens in Plano Projectionis representatur per rectam ad Diametrum perpendicularem; consequenter quæ Circulum tangit. Quod erat primum.

In casibus ceteris Radii ex Polo per singula Circuli in Sphæra descripti Puncta ducti Conum producunt, cujus Sectio est hic ipse Circulus & Planum Projectionis eundem Conum secat (§. 467. Geom.). Quodsi ergo Circulo projiciendo parallelum fuerit Planum Projectionis; erit Sectio communis hujus Plani & basi Coni parallela, consequenter Circulus (§. 468. Geom.). Quamobrem cum hæc ipsa Sectio sit representatio Circuli in Sphæra descripti in hoc ipso Plano; idem in Plano Projectionis per Circulum representatur. Quod erat secundum.

Sit Circulus in Sphæra descriptus ad Planum Projectionis inclinatus, adeoque

Tab. IV. Fig. 39.

Tab. IV. Fig. 40.

T t

Dia-

Tab. I V. Fig. 40. Diameter Circuli projiciendi CG, Linea in quam projicitur, EH, & Oculus seu Polus Sphæaræ in B. Cum BCA sit rectus (§. 317. *Geom.*) & Axis Sphæaræ AB ad Lineam in Plano Projectionis DH in F perpendicularis, per *hypoth.* & §. 484. *Geom.*; erit etiam EFB rectus (§. 78. *Geom.*), consequenter BCA = EFB (§. 145. *Geom.*). Quare cum porro angulus FBE utrique Triangulo FBE & ABC communi sit; erit etiam angulus BEF = BAC (§. 246. *Geom.*). Est vero BAC = CGB (§. 315. *Geom.*). Ergo BEF = CGB (§. 87. *Aritm.*). Quamobrem cum angulus CBG utrique triangulo & EBH communis sit: erit etiam BHE = GCB (§. 246. *Geom.*); consequenter cum CG repræsentet Circulum projiciendum; EH repræsentabit Circulum in Plano Projectionis, adeoque Circulus inclinatus repræsentatur per Circulum (§. 151). *Quod erat tertium.*

Sit denique Circulus projiciendus ad Planum Projectionis perpendicularis, adeoque ejus Diameter GI. Quoniam anguli BIG & BCG æquales (§. 315. *Geom.*) & BHE = BCG, per *antea demonstrata*; erit BIG = BHK (§. 87. *Aritm.*). Quamobrem cum angulus GBI utrique Triangulo GBI & BHK communis sit, erit angulus BGI = BKH (§. 246. *Geom.*); consequenter cum GI repræsentet Circulum projiciendum, cujus nempe Diameter est, etiam KH Circulum in Plano Projectionis repræsentat, cujus itidem Diameter est (§. 151). Circulus itaque ad Planum Projectionis perpendicularis, sed non transiens per Polos, per Circulum projicitur. *Quod erat quartum.*

SCHOLIUM.

153. Ne in concipienda *Demonstratione Imaginatio negotium facessat, tenendum est, CB & BH esse latera Sectionis Triangularis Coni, cujus basis est circulus habens Diametrum Diametro CG Circuli projiciendi parallelam & EH esse communem Sectionem istius Trianguli & Plani Projectionis atque adeo lineam, in quam projicitur Diameter Circuli in Sphæra descripti G: similiter IB & BH esse latera Sectionis Triangularis Coni, cujus Basis est Circulus habens Diametrum Diametro Circuli projiciendi IG parallelam, KH vero esse communem Sectionem istius Trianguli & Plani Projectionis, atque adeo Lineam, in quam projicitur Diameter Circuli in Sphæra descripti IG.*

THEOREMA LXVII.

154. In Triangulo Sphærico obliquangulo ABC, demiss. ex vertice B perpendiculari BD, est ut Tangens basis dimidia AC ad Tangentem semisummam crurum AB & BC; ita Tangens semidifferentiæ eorundem crurum ad Tangentem semidifferentiæ segmentorum bases AI & DC.

DEMONSTRATIO.

Sit Triangulum Sphæricum ABC & HA Diameter Sphæaræ: crus B transiens per A, si ex altera parte continetur, transibit per H, quemadmodum & basis AC (§. 17). Describatu ex B tanquam Polo in Superficie Sphæaræ Circulus CFGE: erit BE = BI = BC, adeoque AE summa crurum AG differentia crurum &, quia ex *Demonstratione Theorematis 66.* (§. 149) constat perpendicularum BD basin FC Trianguli æquicruri FBC secare in duas partes æquales FD & DC, erit porro AF differentia segmentorum basis AD & DC.

Con

Concipiamus Sphæram in Puncto A tangere Planum Projectionis. Quoniam G & E sunt in eodem Circulo maximo per Polos Sphære A & H transeuntis, si per ea ducantur rectæ HM & HN, erunt Puncta M & N, in quibus Planum Projectionis attingunt, cum Puncto A in eadem recta AM (§. 152). Et ex eadem ratione si per C & F ducantur rectæ HK & HL, erunt Puncta L & K cum Puncto A in eadem recta AK. Jam cum recta HA sit ad Planum Projectionis perpendicularis; per hypoth. erit eadem perpendicularis ad rectas AK & AM (§. 484. *Geom.*). Quare si AH sumatur pro Sinu toto, erit AK Tangens anguli AHK, AL Tangens anguli AHL, AM Tangens anguli AHM & denique AN Tangens anguli AHN. Jam anguli AHK mensura est arcus dimidius AC seu basis dimidia, anguli AHL mensura est arcus dimidius AF seu semidifferentia segmentorum basis, anguli AHM mensura est arcus dimidius AE seu semisumma crurum, & denique anguli AHN mensura est arcus dimidius AG seu semidifferentia crurum (§. 314. *Geom.*), consequenter AK Tangens basis dimidiæ, AL Tangens semidifferentiæ segmentorum basis, AM Tangens semisummæ crurum & denique AN est Tangens semidifferentiæ crurum.

Quoniam Puncta E, C, F, G, quæ projiciuntur in M, K, L, N sunt in Peripheria Circuli Sphære inscripti, sed non transeuntis per Polos H & A peronstr. erunt Puncta M, K, L, N, in Peripheria Circuli (§. 152). Quamorem cum sit ut AK ad AM ita AN

ad AL (§. 333. *Geom.*); evidens est esse Tab. ut Tangentem dimidiæ basis ad Tangentem semisummæ crurum, ita Tangentem semidifferentiæ crurum ad Tangentem semidifferentiæ segmentorum basis. *Q. e. d.* IV. Fig. 41.

SCHOLIUM.

155. Demonstratio continet Artificium Analyticum, quo NEPERUS (a) hoc Theorema invenit, modo notes ipsum imitatum esse solutionem Trianguli rectilinei, qua ex tribus lateribus investigantur anguli (§. 41. *Trig.*).

THEOREMA LXVIII.

156. Triangulum Sphericum ABC potest transformari in aliud MLK, in quo latera singula ML, LK, KM angulis singulis A, C, B alterius (aut eorum complementis ad duos rectos, si qui fuerint obtusi) & anguli singuli M, L, K lateribus singulis CB, BA, AC alterius (aut eorum complementis ad semicirculum, si quæ fuerint quadrante majora) aequalia sunt. Tab. II. Fig. 33.

DEMONSTRATIO.

Latus unum AB continuetur in Circulum AEPA, reliqua duo BC & AC producantur, donec Circulo isti occurrant. Ex A, B & C tanquam Polis describantur, quadrantis AE, BG & CI intervallo, arcus EP, GO & IN, qui erunt partes Circulorum maximorum in Sphæra (§. 26). Quoniam Circulus ABGPA per Polos A & B Circulorum EP & GO transit per constr. hi vicissim per illius Polos transeunt (§. 27). Est ergo Circuli AEPA Polus in L, ubi EP & GO se mutuo interfecant.

Tt 2 Simili

(a) Vid. Descriptio Canonis mirifici Logarithmorum Lib. II. C. 6. p. m. 49. & seqq.

Tab. II. Simili modo patet, in K esse Polum Circuli AF, quia is transit per Polos A & C Circulorum EP & NI se mutuo secantium in K, & in M esse Polum Circuli BH, quia is transit per Polos B & C Circulorum GO & NI se mutuo in M secantium. Sunt adeo LE & GL, itemque MQ & MH, KD & KI, AD, BQ & CH quadrantes, (§ 25), & hinc ED=LK, GQ=LM, HI=MK, AB=EG, AC=DI, BC=QH, ablato nempè à quadrantibus æqualibus in casu primo arcu DL, in secundo LF, in tertio HK, in quarto BE, in quinto CD, in sexto CQ (§. 91. *Arithm.*). Sed ED mensura anguli BAC, GQ ipsius EBC, HI ipsius ICQ (§. 33), consequenter verticalis BCA (§. 43); EG ipsius ELG feu MLK (§. *cit.*), DI ipsius LKH, QH ipsius LMK (§. 33). Ergo in Triangulo LMK latus LK angulo BAC, LM ipsi EBC, MK ipsi BCA & angulus MLK lateri AB, LKH ipsi AC, LMK ipsi BC æquatur. *Q. e. d.*

SCHOLIUM.

157. Ex jactis hætenus fundamentis solvuntur omnes Casus Trigonometriæ Sphæricæ circa Triangula obliquangula. Aut enim dantur sola latera, aut soli anguli, aut duo latera cum uno angulo, aut unus anguli cum uno latere. Duobus Casibus præscribitur satisfat per Theor. 64. 66 & 67. (§. 146: 149. 155); duobus posterioribus per Theor. 60 (§. 136), si partes in quæstionem venientes sibi mutuo opponuntur, sed per Theor. 61. (§. 137), si oppositioni locus non est. Erimvero è re esse judicamus, ut hæc expressius doceantur.

PROBLEMA XX.

158. Datis in Triangulo Sphærico

obliquangulo ABC duobus lateribus BC T & AB, cum angulo uni eorum opposito F A; invenire alterum C.

RESOLUTIO.

Inferatur (§. 136):

Ut Sinus lateris BC
ad Sinum anguli oppositi A,
ita Sinus lateris BA
ad Sinum anguli oppositi C.

Si e. gr. BC 39° 29', A 43° 20', BA 66° 45':
erit

Sin. BC	98033572
Sin. A	98364771
Sin. BA	99632168

197996939

Sin. C 99963367, cui in Tabulis quam proxime respondent 82° 34' 7".

PROBLEMA XXI.

159. Datis in Triangulo Sphærico obliquangulo ABC duobus angulis C 82° 34' 7" & A 43° 20', una cum latere AB 6° 45' uni eorum C opposito; invenire latus BC alteri A oppositum.

RESOLUTIO.

Inferatur (§. 136):

Ut Sinus anguli C
ad Sinum lateris oppositi AB;
ita Sinus anguli A.
ad Sinum lateris oppositi BC.

Exemplum Casus præcedentis facile mutatur in Casum præsentem.

PROBLEMA XXII.

160. Datis in Triangulo Sphærico obliquangulo ABC duobus lateribus AB 66° 45' & BC 39° 29', una cum angulo uni eorum opposito A 43° 20'; invenire angulum comprehensum B.

RESOLUTIO.

Ponamus angulum C esse acutum :
quia alter A etiam acutus, perpendicu-
lum CD intra Triangulum cadit (§.82).

1. In Triangulo itaque rectangulo ABE,
ex datis angulo A & latere AB, in-
venitur angulus ABE (§.130).

2. Quoniam BE pro parte laterali af-
sumpta in Triangulo AEB, pars media
est angulus ABE, conjuncta vero la-
tus AB & in Triangulo EBC pars
media est angulus EBC, conjuncta
latus BC (§.94); reperietur Cofinus
anguli EBC, si à summa ex Cofinu
anguli ABE & Cotangente BC sub-
trahatur Cotangens ipsius AB (§.
1.9).

3. Quodsi anguli ABE & EBC addan-
tur, aut perpendiculo extra Trian-
gulum cadente à se invicem subtra-
hantur; prodibit quæsitus ABC.

gr. Sin. Tot.	1000000000
Cofin. AB	95963154
<hr/>	
Summa	195963154
Cot. A	100252805
<hr/>	
Cot. ABE	95710349, cui in
tabulis quam proxime respondent 20°	
5' 35". Est adeo ABE 69° 34' 25".	
Cof. ABE	95428300
Cotang. BC	100841529
<hr/>	
Summa	196269829
Cotang. AB	96330985
<hr/>	
Cofin. EBC	99938844, cui in
tabulis quam proxime respondent, 80°	
4' 26".	
Est ergo EBC 9° 35' 34".	
Addatur ABE 69. 34. 25	
<hr/>	
erit ABC	79° 9' 59"

PROBLEMA XXIII.

161 *Datis duobus angulis A 43° 20'* Tab.II.
& B 79° 9' 59", una cum latere adjacen- Fig.28.
te AB 66° 45'; invenire latus BC uni
eorum oppositum.

RESOLUTIO.

1. Ex angulo uno datorum B demisso
perpendiculo EB in latus ignotum
AC; in Triangulo rectangulo ABE,
ex datis angulo A & Hypothenusa
AB, inveniatu angulus ABE (§.
130); qui

2. Ex angulo ABC subductus relinquit
angulum EBC. Quodsi perpendicu-
lum extra triangulum caderet, an-
gulus ABC subtrahi deberet ex ABE.

3. Quoniam perpendiculo BE pro una
partium lateralium assumpto, in Trian-
gulo ABE pars media est angulus
ABE, conjuncta vero AB; in Trian-
gulo EBC media angulus EBC,
conjuncta BC (§.94); Cotangens la-
teris BC invenitur, si è summa Co-
tangents AB & Cofinus EBC subtra-
hatur Cofinus EBA (§.139).

Exemplum Problematis precedentis facile
mutatur in Casum præsentis.

PROBLEMA XXIV.

162. *Datis in Triangulo obliquan-*
gulo ACB duobus lateribus AB 66° 45'
& BC 39° 29', una cum angulo A uni
eorum opposito 43° 20'; invenire latus
tertium AC.

RESOLUTIO.

1. Demisso ut ante perpendiculo BE,
in Triangulo rectangulo ABE ex
dati angulo A & Hypothenusa AB,
invenatur latus AE (§.127).

2. Quoniam perpendiculo BE pro parte
late-

Tab. II.
Fig. 28.

laterali assumto, in Triangulo AEB pars media est AB, sejuncta AE, in Triangulo BEC media BC, sejuncta EC (§.96); reperietur Cofinus EC, si à summa Cofinum AE & CB subtrahatur Cofinus AB (§.139).

3. Quod si segmenta AE & EC in unam summam colligantur (aut, perpendicularo extra Triangulum cadente, à se invicem subtrahantur); prodibit latus quæsitum

E. gr. Sin. totus	100000000
Cofin. A	98617576
Summa	198617576
Cotang. AB	96330985
Tang. AE	102286521, cui in
Tabulis quam proxime respondent	59° 25' 52".
Cofin. AE	97063540
Cofin. BC	98875102
Summa	195938642
Cofin. AB	95963154
Cofin. EC	99975488, cui in
Tabulis quam proxime respondent	83° 55' 6".
Est ergo EC	6° 4' 54"
addatur AE	59 25 52
erit AC	65 30 46

PROBLEMA XXV.

163. *Datis duobus lateribus AC 65° 30' 46" & AB 66° 45', cum angulo intercepto A 43° 20'; invenire latus tertium BC eidem oppositum.*

RESOLUTIO.

1. Demisso perpendicularo BE, in Triangulo rectangulo quærat ut in Problemate præcedente segmentum AE (§.162), quod
2. Ex AC subductum relinquit EC. Si perpendicularum extra Triangulum cadit AC ex AE subducendum.

3. Quoniam perpendicularo BE pro parte laterali assumto, in Triangulo AEB pars media est AB, sejuncta AE, in Triangulo EBC pars media CB, sejuncta EC (§. 69); reperietur Cofinus BC, si à summa Cofinum AB & EC subtrahatur Cofinus AE (§. 139).

Exemplum Problematis præcedentis facile abit in Casum præsentem.

PROBLEMA XXVI.

164. *Datis duobus angulis A 43° 20' & B 79° 9' 59", una cum latere CB alteri eorum opposito 39° 29'; invenire latus utriusque adjacentis AB.*

RESOLUTIO.

1. Demisso ex angulo incognito C in latus oppositum AB perpendicularo CD, quod intra Triangulum cadit ob A & B acutos (§.82), in Triangulo rectangulo BCD, ex datis angulo B & Hypothenusa BC, invenietur segmentum DB (§. 127).
2. Quoniam perpendicularo CD pro parte laterali assumto, in Triangulo CDB pars media est DB, conjuncta vero angulus B, & in Triangulo CDA pars media AD, conjuncta angulus A (§. 94), Sinus segmenti AD reperitur, si ex summa Sinus DB & Cotangentis anguli A subtrahatur Cotangens anguli B (§. 139).
3. Quod si segmenta AD & DB addantur (aut, perpendicularo extra Triangulum cadente, à se invicem subtrahantur), prodibit latus quæsitum AB.

E. gr.

E. gr. Sinus totus	100000000
Cofin. B.	92740596
Summa	192740596
Cotang. BC	100841529
Tang. DB	91899067, cui in
Tabulis quam proxime respondent	8° 48' 8".
Sin. DB	91847599
Cotang. A	100252805
Summa	192100404
Cotang. B	92818698
Sin. AD	99281706,
ui in Tabulis respondent	57° 56' 50"
addatur DB	8 48 8.
erit AB.	66 44 58

PROBLEMA XXVII.

165. Datis duobus lateribus AB 66° 45' & BC 39° 29', cum angulo intercepto B 79° 9' 59"; invenire angulum A uni eorum oppositum.

RESOLUTIO.

- Demisso perpendiculari CD, invenitur ut in Problemate præcedente segmentum DB (§. 164): quod
- Ex AB subductum relinquit AD. Quodsi perpendicularum extra Triangulum cadit, AB ad DB addendum.
- Quoniam perpendicularo CD pro parte laterali assumpto, in Triangulo CDB pars media est DB, conjuncta vero angulus B, & in Triangulo CDH media AD, conjuncta angulus A (§. 94); Cotangens anguli A reperitur, si à summa Cotangentis anguli B & Sinus AD subtrahatur Sinus DB (§. 139).

Exemplum Problematis præcedentis facile applicatur.

PROBLEMA XXVIII.

166. Datis in Triangulo Spharico

obliquangulo ABC duobus angulis A Tab. II. 43° 20' & B 79° 9' 59", una cum latere Fig. 28. tere adjacenti AB 66° 45'; invenire angulum eidem oppositum C.

RESOLUTIO.

- Ex angulo uno datorum B demisso in latus oppositum AC perpendicularo BE, in Triangulo rectangulo ABE, ex datis angulo A & Hypothenusa AB, invenitur angulus ABE (§. 130); qui
- Ex ABC subductus relinquit angulum EBC. Quodsi perpendicularum extra Triangulum cadit, ABC ex ABE auferri debet.
- Quoniam perpendicularo BE pro parte laterali assumpto, in Triangulo CEB pars media est angulus C, sejuncta angulus CBE. in Triangulo ABE media angulus A, sejuncta angulus ABE (§. 96); Cofinus anguli C habetur, si ex summa Cofinus anguli A & Sinus EBC subtrahatur Sinus anguli ABE.

E. gr. Sinus totus	100000000
Cofin. AB.	95963154
Summa	195963154
Cotang. A.	100252805
Cotang. ABE	95710340, cui in
Tabulis respondent	20° 25' 35". Est adeo
ABE	69° 34' 25".
sed ABC	79 9 59.
Ergo EBC	9° 35' 34"
Cofin A	98617576
Sin. EBC	92217908
Summa	190835484
Sin. ABE	99717958
Cofin. C	91117526, cui in
Tabulis respondent quam proxime	7° 25' 54".
Est vero C	82° 34' 6".

PROBLEMA XXIX.

Tab II. 167. *Datis in Triangulo Spherico Fig. 28. obliquangulo ABC duobus angulis A $43^{\circ} 20'$ & C $82^{\circ} 34' 6''$, una cum latere BA uni eorum opposito $66^{\circ} 45'$; invenire angulum reliquum.*

RESOLUTIO.

1. Ex angulo quæsito B demisso perpendicularo BE, in Triangulo rectangulo AEB, ex datis angulo A & Hypothenusa BA, invenitur angulus ABE (§. 130).
2. Quoniam perpendicularo EB pro parte laterali assumto, in Triangulo ECB pars media est angulus C, sejuncta angulus CBE & in Triangulo AEB pars media angulus A, sejuncta angulus ABE (§. 94); Sinus anguli EBC habetur, si ex summa Cofinus C & Sinus ABE subtrahatur Cofinus A (§. 139).
3. Quodsi ABE & EBC addantur (aut, perpendicularo extra Triangulum cadente, à se invicem subtrahantur); prodibit angulus ABC quæsitus.

Exemplum Problematis præcedentis facile mutatur in Casum præsentem.

PROBLEMA XXX.

168. *Datis in Triangulo Spherico obliquangulo tribus lateribus; invenire angulum uni eorum oppositum.*

RESOLUTIO.

- Tab. II. I. Si latus unum AC fuerit quadrans, & crus AB quadrante minus, quæturque angulus A;
- I. Continuetur AB in F, donec AF fiat quadrantæ æqualis & ex Polo A du-

catur arcus CF (§. 25), qui arcum AF secabit in F ad angulos rectos (§. 28).

2. Quoniam in Triangulo CBF ad F rectangulo, datur Hypothenusa BC & latus BF seu complementum ipsius AB ad quadrantem, reperietur perpendicularum CF (§. 119); quod cum sit mensura anguli CAB (§. 31), eundem repertum esse patet.

Si e. gr. $AB = 67^{\circ}$, $BC = 49^{\circ}$; erit Cofinus BC cum Sinu toto Sinibus complementorum BF & CF, hoc est, Sinui AB & Cofinui CF seu anguli A æqualis, (§. 112) adeoque

Sin. tot.	100000000
Cofin. BC	98169429
Summa	198169429
Sin. AB	99640261
Cofin. A	98529168, cui in

Tabulis quam proxime respondent $45^{\circ} 27' 22''$. Est adeo $A 44^{\circ} 32' 38''$.

- II. Si latus unum AC fuerit quadrans, alterum AB quadrante majus, quæturque denuo angulus A;

1. Ex AB refecetur quadrans AD & ex Polo A describatur arcus CD (§. 25), qui arcum AB secabit in D ad angulos rectos (§. 28).
2. Quoniam in Triangulo CDB ad D rectangulo Hypothenusa BC & latus DB seu excessus lateris AB supra quadrantem datur, reperietur ut ante perpendicularum CD (§. 119), quod est mensura anguli quæsitæ A (§. 31).

Si e. gr. $AB = 158^{\circ}$, $BC = 78^{\circ}$, erit DB = 68° , adeoque (§. 112) Cofinus BC cum Sinu toto æqualis Sinibus complementorum

torum DB & DC, hoc est, Sinui complementi lateris AB ad Semicirculum & Cofinui anguli A æqualis. Ergo

Sinus totus	100000000
Cofin. BC	92805988
Summa	192805988
Cofin. BD	95735754

Cofinus A 97070234, cui in Tabulis quam proxime respondent 30° 37' 16". Est ergo A 59° 22' 44".

III. Si Triangulum ACF fuerit æquicrurum, ut nempe AC = CF, quæratque e. gr. angulus ACF: dividatur AF bifariam in D & per D atque C ducatur arcus DC. Quoniam eodem modo, quo idem de Triangulis rectilineis demonstravimus (§. 184. *Geom.*) ostendi potest, quemadmodum ex Demonstratione *Theorematis* 66. (§. 149) patet, esse CD ad AF perpendicularem, angulos A & F, itemque ACD & DCF æquales; ex datis in Triangulo rectangulo ACD Hypothenusa AC & crure AD invenitur angulus ACD (§. 117), cujus duplus est quæsitus ACF. Angulus vero A vel F reperiri ex iisdem datis potest (§. 129).

E. gr. Sit AC = 65° BA = 38°, erit AD = 19°, adeoque

Sin. totus	100000000
Sinus AD	95126419
Subtr. Sinus AC	99572757

Sin. ACD 95553662, cui in Tabulis quam proxime respondent 21° 3' 9". Est ergo angulus ACF = 42° 6' 8".

V. Si Triangulum ACB fuerit scalenum, quæratque angulus A;

Wolfii Oper. Mathem. Tom. III.

1. Ex angulo C demittatur per Tab II. pendiculum CD & quærat se- Fig. 28. midifferentia segmentorum AD & DB inferendo (§. 154).

Ut Tangens Basis dimidiæ AB

ad Tangentem semisummæ crurum AC & CB

ita Tangens semidifferentiæ eorundem

ad Tangentem semidifferentiæ segmentorum AD & DB.

2. Addatur semidifferentia segmentorum ad Basim dimidiam, ut habeatur majus segmentum; eadem ab eadem subtrahatur, ut habeatur minus (§. 39. *Trigon. plan.*).

3. Datis jam in Triangulo CAD rectangulo ad D Hypothenusa AC & latere AD, invenitur angulus A (§. 129). Eodem modo in altero CDB, ex datis CB & DB, invenitur B.

Sit e. gr. AB = 66° 45', AC = 65° 30' 46", BC = 39° 29' erit ½ AB = 33° 22' 30", AC + BC = 104° 59' 46", AC - BC = 26° 1' 46", adeoque ½ AC + ½ BC = 52° 29' 53", ½ AC - ½ BC = 13° 0' 55". Quare

Tang. ½ AB	98187224
Tang. ½ AC + ½ BC	101149889
Tang. ½ AC - ½ BC	93638728

Summa 194788617

Tang. ½ AD - ½ DB 96601393, cui in Tabulis quam proxime respondent 24° 34' 18".

V u

½ AB

Tab.II.
Fig.28.

$\frac{1}{2} AB = 33^\circ 22' 30''$
24 34 18
AD = 57 56 48
Cotang. AC 96584473
Tang. AD 102033115
Summa 198617588
Sin. tot. 100000000

Cofin. A 98617588, cui in Tabulis quam proxime respondent $46^\circ 40'$. Est igitur angulus A $43^\circ 20'$.

Aliter.

Inferatur (§. 149)

Ut rectangulum sub Sinibus crurum AB & AC,

ad quadratum Sinus totius ;

Ita rectangulum sub Sinibus differentiarum crurum AB & AC à semisumma omnium laterum AB, AC & BC,

ad quadratum Sinus dimidii anguli A cruribus AB & BC comprehensi.

Sit AB = $66^\circ 45' 0''$
AC = 65 30 40
BC = 39 29 0
Summa Lat. 171 44 46
Semis. Lat. 85 52 23
Crus AB 66 45 0
Differ. I. = 19 7 23
Semis. Lat. 85 52 23
Crus AC 65 30 46
Differ. II. = 20 21 37
Sin. AB = 92632168
Sin. AC = 92590670
Rectang. I. = 199222838
Sin. tot. 100000000
□ sin. tot. 200000000
Sin. Differ. I. = 95153231
Sin. Differ. II. = 95414820
Rectang. II. = 190568051

Rectang. I. = 199222838
□ sin. tot. = 200000000
Rectang. II. = 190568051
Summa Logg. 390568051
□ Sin: $\frac{1}{2} A = 191345213$

Sin. $\frac{1}{2} A = 95672606$, cui in Tabulis proxime respondent $21^\circ 40'$.

Est igitur angulus A $43^\circ 20'$, quemadmodum ante repertus.

Adhuc aliter.

Inferatur (§. 150)

Ut rectangulum sub Sinibus crurum, ad quadratum Sinus totius ;

Ita rectangulum sub Sinibus semidifferentiarum cruris uniuscujusque à basi & crure altero,

ad quadratum Sinus dimidii anguli verticalis.

Sit ut ante AB $66^\circ 45'$, AC $65^\circ 30' 46''$, BC $39^\circ 29'$; erit

AC = $65^\circ 30' 46''$
BC = 39 29 0
AC + BC = 104 59 46
AB = 66 45 0
Differ. I. = 38 14 46
Semidiff. I. = 19 7 23
AB = $66^\circ 45' 0''$
BC = 39 29 0
AB + BC = 106 14 0
AC = 65 30 46
Differ. II. = 40 43 14
Semidiff. II. = 20 21 37

Reliqua sunt prorsus ut ante.

Adhuc aliter.

Si, datis tribus lateribus AC, CB & BA, inveniendus angulus A; basis CB & crus alterum CA, continuentur in F & E, donec fiant quadrantibus æquales & ex Polo C descripto arcu

arcu FD, donec cruri alteri BA continuato in D occurrat,

1. Quæratu arcus dimidius compositus ex BD & AD inferendo (§. 146), Ut differentia Cofinum basis CB & cruris unius AC ad summam eorundem laterum, ita Tangens cruris dimidii alterius AB ad Tangentem arcus dimidii compositi ex BD & AD.

2. Ex arcu invento subducatur crus AB, ut relinquatur duplum ipsius AD.

3. Datis, in Triangulo AED ad E rectangulo (§. 28), Hypothenufa AD *vi num.* 2. & latere AE complemento cruris AC ad quadrantem *vi num.* 1. invenitur angulus A (§. 129), qui suo verticali BAC æqualis (§. 43).

4. Quodsi latera LA & LB fuerint quadrante majora, continentur ad Semicirculum & loco Trianguli ALB solvatur Triangulum ACB.

E. gr. Sit ut ante AB=66° 45', AC=65° 30' 46, BC=39° 29', erit

Cofinus BC	7718096
Cofinus AC	4144902
Summa Cofin.	11862998
Differ. eorund.	3573194

Respondent in Tabulis

Summæ Tang.	49° 52' 19"
Differentiæ Sinus	20 56 8

Cum adeo summa Cofinum AB & BC & Tangens arcus 49° 52' 19", itemque differentia Cofinum AC & BC atque Sinus ar-

cus 20° 56' 8" eundem habeant Logarithmum, erit

Log. Differ. Cof.	95530544
Summæ Cof.	100742159
Tang. ½ AB	98187223

Summa	198929382
-------	-----------

Tang. ½ AD + ½ DB	103398838
-------------------	-----------

cui in Tabulis quam proxime respondent

65° 25' 47"

Quare AD + AB	130 51 34
AB	66 45 0

2 AD	64 6 34
------	---------

AD	32 3 17
CE	90 0 0
AC	65 30 46

AE	24 29 14
----	----------

Cot. AD	102032881
---------	-----------

Tang AE	96584473
---------	----------

Cofin. A	498617354, cui in
----------	-------------------

Tabulis proxime respondent

46° 39' 50"

Ergo angulus A 43° 20' 10".

Cum tædiofa sit Logarithmorum summæ ac differentiæ Cofinum AC & BC inventio; præstat uti modis anterioribus.

SCHOLIION.

169. Quodsi in illatione prima solutionis primæ Casus quarti pro Tangentibus crurum & basis sumantur ipsi crura & basis, prohibet ea, qua ex datis tribus lateribus in Triangulo rectilineo investigamus angulos (§. 41. Trigon. Plan.). Patet adeo, casum difficilimum Trigonometriæ Sphæricæ eadem facilitate solvi posse, qua in Trigonometria Plana solvitur. Quare si praxin spectes, Trigonometria Sphærica nunc ad eandem facilitatem reducta est, qua Plana gaudet.

PROBLEMA XXXI.

170. *Datis tribus angulis A, B & C in Triangulo Sphærico obliquangulo ABC, invenire latus quodcumque.*

RESOLUTIO.

Quia loco Trianguli dati aliud assumi potest, in quo latera æqualia sunt angulis, anguli vero lateribus datis (§. 156); Problematis resolutio non differt à resolutione præcedentis.

FINIS TRIGONOMETRIÆ SPHÆRICÆ.

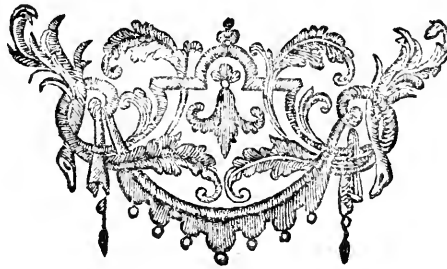


FIG. SPHERIC. TAB. I.

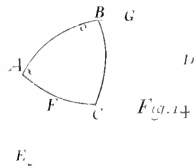
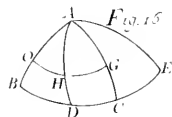
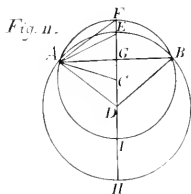
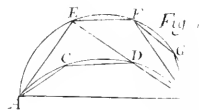
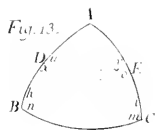
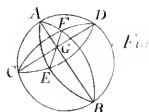
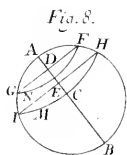
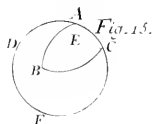
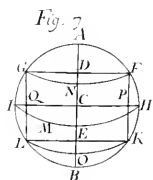
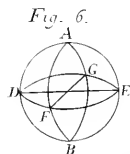
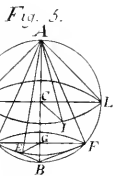
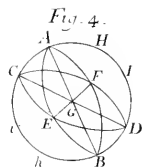
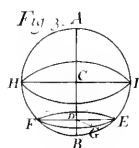
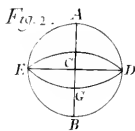
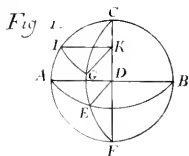
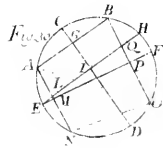
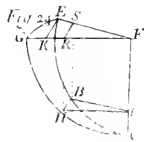
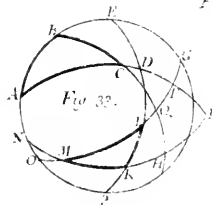
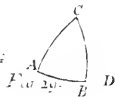
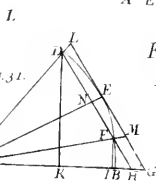
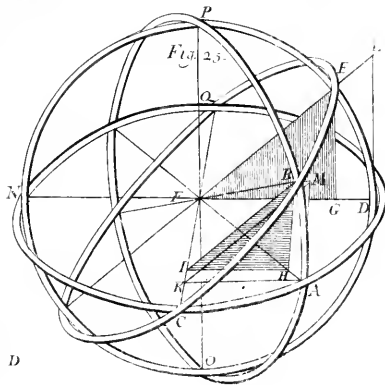
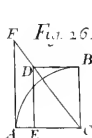
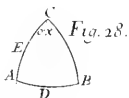
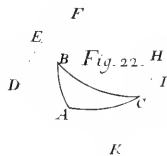
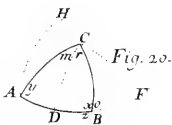
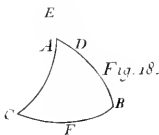
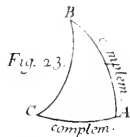
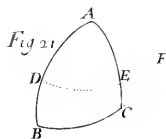
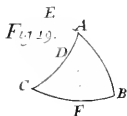
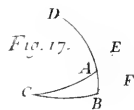
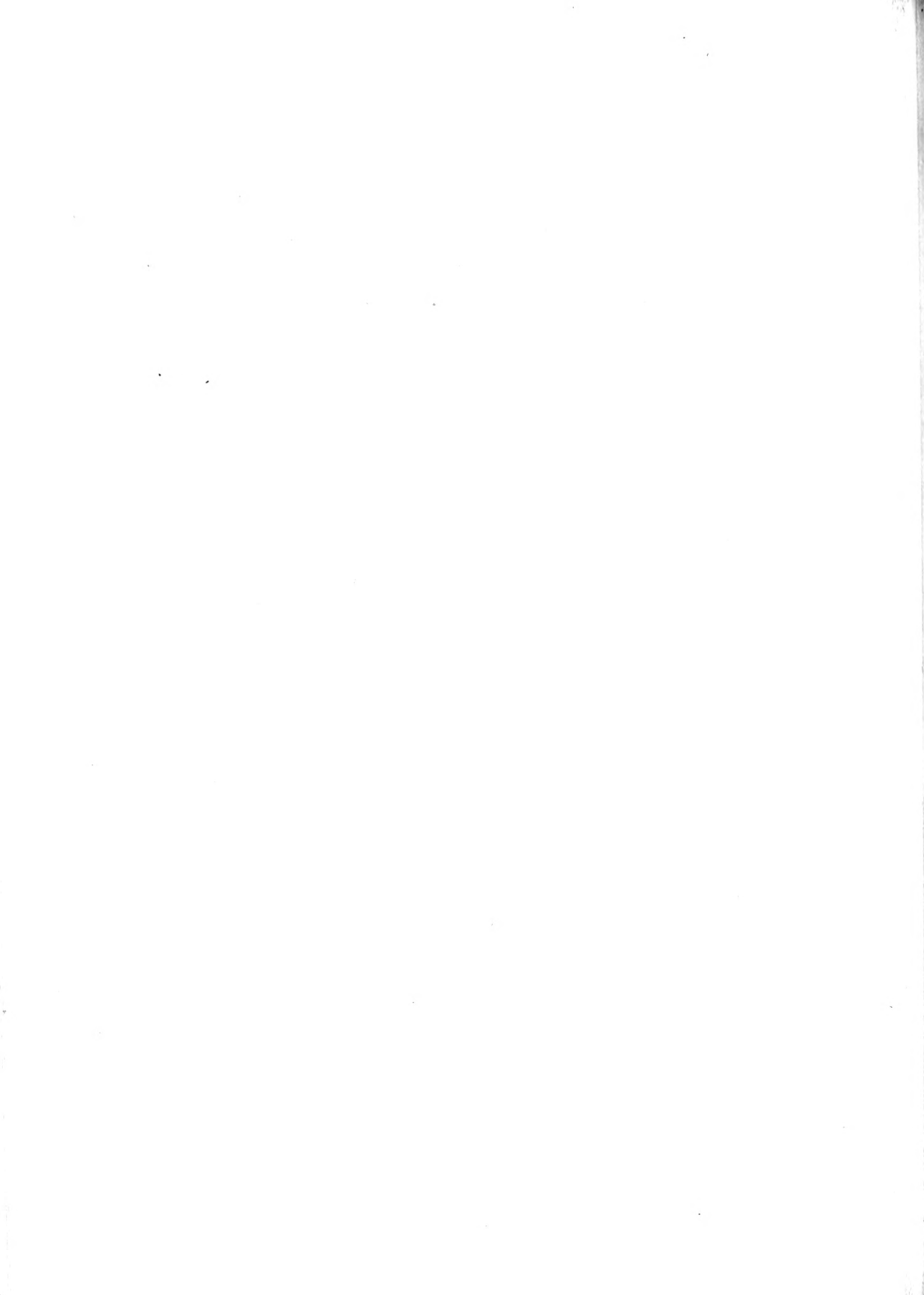
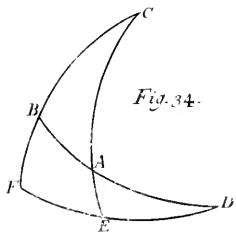
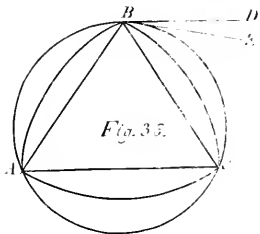
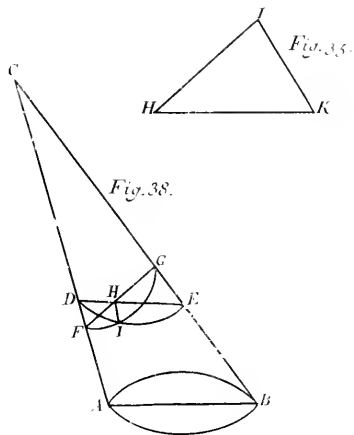
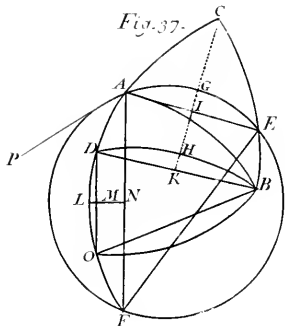




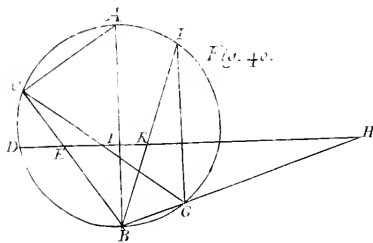
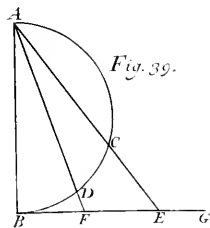
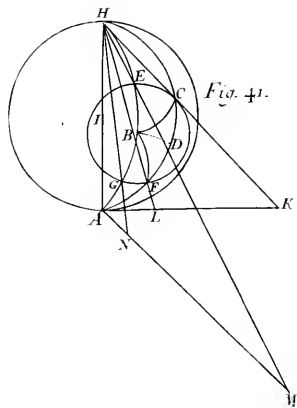
FIG. SPHERIC. TAB. II.

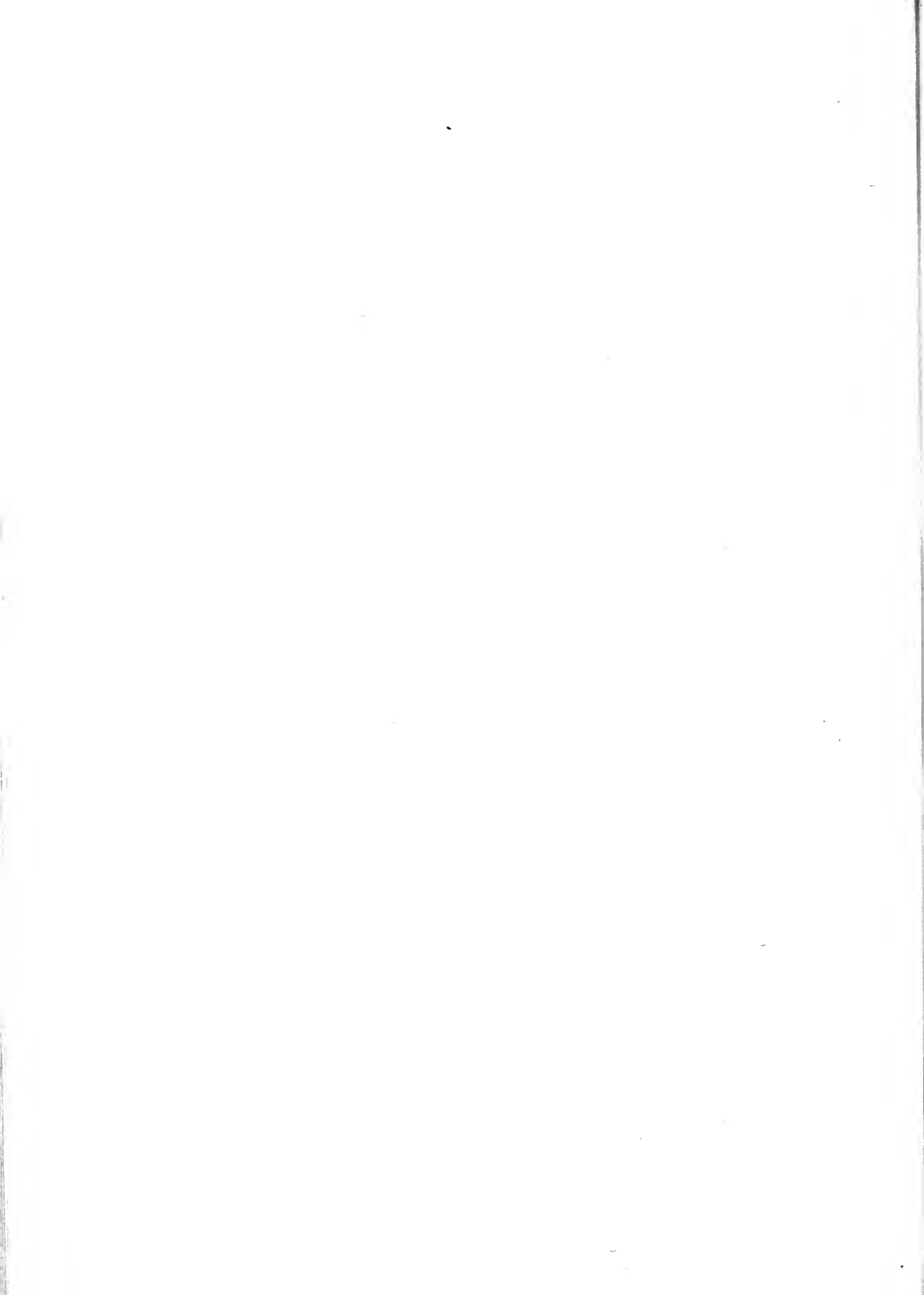












ELEMENTA ASTRONOMIÆ.

P R Æ F A T I O.



Umma Numinis immensi Majestas, & Excellentia Intellectus Humani prorsus insignis non aliunde clarius, quam ex Astronomia elucescit, quæ per structuram Universi simplicitate ac vastitate sua admirandam, motusque Siderum Leges Scientiæ, Sapientiæ, Potentiæ, immo Bonitatis Divinæ immensita-

tem, vulgo ab Hominibus nonnisi confuse cognitam, distincte cognoscendam exhibet & Intellectui Humano, si eodem rite utamur, ad abscondita maxime & à sensibus remota aditum patere exemplis evidentissimis demonstrat. Commendandum igitur est Astronomiæ Studium tum iis, qui ex cognitione perfectionum Divinarum voluptatem capiunt, ut voluptate summa perfundantur; tum etiam illis, qui propriis aliquando meditationibus veritates adhuc latentes in apicem producere & Naturalem inprimis Scientiam ulterius perficere cupiunt, ut summa Intellectus perfectio nonnisi genuino usu

comparanda ipsis concilietur. Utrique fini ut satisfacerem, omnem Astronomiam ita pertractandam esse statui, ut figmenta Veterum, quibus partim ob præjudicia nonnulla, partim ob Instrumentorum, Tubi præsertim Optici atque Microscopi, defectum, ad veritatem liquidam pertingere non licuit, rejicerem & principiis COPERNICII atque KEPLERII, quorum ille veram Mundi fabricam restauravit, hic jura Poli primus manifestavit, totam Theoricæ Doctrinam superstruerem, singula vero more EUCLIDEO in Sphærica demonstrarem. Quoniam nimirum duplici modo considerari potest Univesum, tum quomodo Sensui apparet, tum quomodo Intellectui obvium, utraque vero consideratio ad accuratam Temporum rationem ineundam apprime facit; ideo dudum Astronomi Astronomiam dividerunt in Sphæricam & Theoricam quarum partium illa priori, altera vero posteriori considerationi satisfacit, si Recentiorum inventis debire utamur. Cæterum Chronologia & Gnomonica, immo etiam Geographia tanquam rivuli ex Astronomiæ fonte deducuntur, ut adeo in iis circa plurima cœcutiat, qui Astronomia nondum salutata ad illas Scientias digreditur: Physica vero pulcherrimam suam partem de Univerſi Systemate & natura ac proprietatibus Corporum totalium totam eidem debet, ut adeo nil fani in scriptis Physicorum de hoc argumento reperiatur, nisi quod ex Astronomia desumtum.

ELEMENTA ASTRONOMIÆ.

PARS PRIMA.

ELEMENTA ASTRONOMIÆ SPHÆRICÆ.

CAPUT PRIMUM.

Observationes communes recenset, ac inde prima Astronomiæ Sphæricæ Principia stabilit.

DEFINITIO I.

1. **A**STRONOMIA est Scientia Universi ac Phænomenorum ejus, quæ talis.

DEFINITIO II.

2. *Astronomia Sphærica* est, quæ Universum considerat, quale in Oculis currit.

DEFINITIO III.

3. *Astronomia Theorica* est, quæ Universi veram structuram considerat & us Phænomena inde determinat.

DEFINITIO IV.

4. Per *Observationes communes* intellego ea, quæ ad perceptiones Phænomenorum Universi veluti sponte sua se offerentes attenti cognoscimus.

DEFINITIO V.

5. *Observationes Astronomicas* appello ea, quæ ad perceptiones Phænomenorum Universi studio nostro in nobis productas attenti cognoscimus.

SCHOLION.

6. *Observationes communes primæ omnium sunt & Astronomicis ansam dant. Quamobrem ut intelligatur, quomodo Astronomia enata fuerit suaque incrementa ceperit, ab Observationibus communibus ordiendum nobis erit: id quod & aliis Scientiis lucem affundit.*

OBSERVATIO I.

7. *Si noctu Cælum Stellatum intuemur, omnes Stellæ aequalibus intervallis à nobis distare videntur: & hæc apparentia constans est quovis Anni tempore atque ubivis locorum.*

COROLLARIUM I.

8. Quia distantiarum magnarum differentias, etsi admodum ingentes, visus non discernat (§. 250. *Optic.*); sensuum judicio constare nequit, utrum Stellæ omnes à nobis æqualibus intervallis revera distent, nec ne.

SCHOLION.

9. *Hoc probe notandum est, ne vitio subreptionis judicium præcipitantes periculo errandi nos exponamus & progressum Scientiæ impediamus.*

COROLLARIUM II.

10. Cœlum igitur cuius Spectatori instar Hemisphærii cavi apparet, in cuius superficie Stellæ sint constitutæ, in Centro autem ipse sit collocatus (§.471. *Geom.*): hinc tamen inferri nequit, hæc revera ita se habere (§.8).

OBSERVATIO II.

II. *Stelle, quæ vertici nostro imminent, aliquo temporis spatio præterlapso, ab eodem distare videntur versus dextram, aliis nunc super vertice conspicuis, quæ ante versus lævam distabant, facie nempe illuc versa, ubi Solem circa meridiem contuemur. Stelle, quas versus dextram prope extremitatem Cœli ante conspiciëbamus, disparuerunt & alia vertici viciniores locum earundem occupant: contra quæ versus sinistram extremas Cœli partes replebant, vertici propiores videntur, in ipsorum vero locis alia ante nondum præsentés cernuntur. Caterum distantia Stellarum inter se, quamdiu eas conspiciamus, eadem apparet. Postero die, iisdem horis redeuntibus, ea tem Cœli facies conspicitur. Eadem interdum de Sole, noctu de Luna observamus.*

SCHOLIUM.

12. *In hac Observatione recensenda consulto abstinemus à terminis Astronomicis, quibus excogitandis eadem inserviit.*

COROLLARIUM I.

13. Stellarum igitur, Solis ac Lunæ situs respectu Puncti cuiusdam fixi in superficie Telluris continuo, sed per insensibilia incrementa mutatur.

SCHOLIUM.

14. *Repetenda hic sunt, quæ de vitando vitio subreptionis supra inculcavimus (§.9).*

COROLLARIUM II.

15. Quoniam Spectator locum in Terra non mutat, adeoque seipsum tanquam immotum spectat; Cœlum moveri videtur (§.13), & quidem circa Terram (§.11).

COROLLARIUM III.

16. Cum tamen in omni situ Figuram Hemisphærii cavi referat (§.10); Planum sectionis ubivis locorum est Circulus maximus (§.19. *Sphæric.*); adeoque Cœlum Terræ incolis instar Sphære cavæ apparet (§.13. *Sphæric.*) in cuius Centro ipsi constituitur (§.15. *Sphæric.*), & quæ circa Terram quotidie gyrat (S.15).

COROLLARIUM IV.

17. Et quoniam Stellæ eandem à se invicem distantiam servant (§.11), superficie Sphære cavæ quasi affixæ videntur.

COROLLARIUM V.

18. Cum Astronomia Sphærica Mundum consideret, qualis in Oculos incurrit (§.2) in ea recte assumitur, Mundum esse Sphæram cavam, quæ circa Tellurem in Centro ejus collocatam rotatur, Stellis ejus superficie affixis, ac inde Phænomena reliqua determinantur, quæ ex hac apparentia consequuntur.

DEFINITIO VI.

19. Cum Sidus apparere incipit, quod antea latebat, *Oriri* dicitur: quando vero disparet, quod ante apparuerat, *Occidere* dicitur. Est nempe *Oriri* apparentia Sideris ante latentis: *Occidere* vero occultatio Sideris antea conspicui Denotant quoque vocabula *Ortus* & *Occasus* loca, ubi Sidera oriuntur & occidunt.

SCHOLIUM.

20. *Has sane, non alias Ortus & Occasus notationes habemus (§.19. Meth. Mathem. quæ adeo motum Siderum non involvunt.*

DEFINITIO VII.

21. Motus, quo Stellæ cum Sphæra mundana circa Tellurem ab Ortum ad Occasum moveri videntur, vocatur *Motus Primus communis, diurnus*, item *Motus Primi mobilis*.

SCHOLIUM.

22. *Hunc motum potissimum Astronomia Sphærica expendit & , qualia inde Phænomena in Terra spectanda pendeant, determinat.*

OBSERVATIO III.

23. *Si Stellas notemus, quibus Luna vicina videtur; easdem die sequente ab eadem aliquo intervallo versus Occasum distare observamus; Luna vero prope Stellas alias cernitur. Atque hæc distantie mutatio quotidie accidit, donec tandem 27 circiter diebus elapsis in vicinia earundem Stellarum conspiciatur, inter quas in prima Observatione hærebat.*

COROLLARIUM.

24. Luna igitur interea, dum quotidie cum Sphæra mundana circa Tellurem rotatur (§. 16), in dies certo intervallo à Stellis fociis versus Ortum digredi, adeoque motu contrario ab Occasu versus Ortum, 27 circiter dierum intervallo, circa eandem moveri videtur (§. 23).

DEFINITIO VII.

25. *Stella fixæ dicuntur, quæ eandem à se invicem distantiam constanter servant.*

OBSERVATIO IV.

26. *Si Stellas notemus, quæ in ea Cæli parte conspiciuntur, ubi Sol visui nostro se subduxit, Observationibus per plures dies continuatis, animadvertimus, quæ*

Wolfii Oper. Mathem. Tom. III.

in anterioribus vertici erant propiores, eas in posterioribus Occasui esse proximas, donec tandem, annuo spatio 365 circiter dierum elapso, idem Cæli situs redeat.

COROLLARIUM.

27. Sol adeo æque ac Luna interea temporis, dum cum Sphæra mundana circa Tellurem rotatur, ad alias aliasque Fixas ab Occasu versus Ortum progredi, sicque motu contrario intra anni spatium circa Tellurem moveri videtur.

OBSERVATIO V.

28. *Si Stellarum distantias à se invicem quotidie attentius contemplamur, præter Lunam ac Solem quinque adhuc Stellas situm suum quotidie mutare observamus, quamvis earum distantia à Fixa quadam data non eadem quantitate in singulis mutetur, ita ut prima nonnisi triginta circiter, secunda duodecim, tertia duobus annis præterlapsis, duæ autem à Sole non multum digredientes, eumque interdum præcedentes, interdum sequentes, annuo circiter spatio, in eodem Cæli loco rursus conspiciantur.*

COROLLARIUM.

29. Quinque igitur Stellæ perinde ac Sol & Luna interea temporis, dum cum Sphæra mundana circa Tellurem gyranur, motu contrario ab Occasu versus Ortum inæqualibus temporum intervallis circa eandem moveri videntur.

DEFINITIO IX.

30. *Motus secundus seu proprius appellatur, quo Stella ab Occasu versus Ortum indies certo intervallo promovetur.*

DEFINITIO X.

31. *Planeta* seu *Stelle erraticæ* vocantur *Sidera*, quorum à *Fixis* distantia indies mutatur.

DEFINITIO XI.

32. *Saturnus* est *Planeta* debiliore lumine conspicuus, intra 30 circiter annos *Periodum* suam circa *Tellurem* motu proprio absolvens.

DEFINITIO XII.

33. *Jupiter* est *Planeta*, insigni splendore refulgens, intra 12 circiter annos motu proprio *Periodum* suam circa *Tellurem* absolvens.

DEFINITIO XIII.

34. *Mars* est *Planeta*, lumine subrubido corruscans, intra biennium circiter motu proprio *Periodum* circa *Tellurem* absolvens.

DEFINITIO XIV.

35. *Venus* est *Planeta*, splendore suo lumen omnium superans, Solem constantiter comitans, nec ultra 47 circiter gradus ab eo digrediens. Quando Solem præcedit, *Phosphorus* seu *Lucifer*; quando sequitur, *Hesperus* vocatur.

DEFINITIO XV.

36. *Mercurius* est *Planeta* exiguus, lumine tamen satis claro fulgens, Solis individuus comes, nec ultra 28 gradus ab eodem digrediens.

SCHOLIUM.

37. Ex his *Definitionibus* proprio quilibet Marte *Planetas* agnoscet. Si enim post occasum Solis videat *Planetam* Ortui quam Oc-

casui viciniorem, inde colligit nec *Venerem*; nec *Mercurium* esse (§. 35. 36). An vero sit *Saturnus*, an *Jupiter*, an *Mars*, ex lumine ulterius dignoscit (§. 32. 33. 34). Qui *Saturnum*, *Jovem* & *Martem* agnoscit, ex lumine quoque *Venerem* & *Mercurium* distinguit (§. 35. 36). Contra si quis, illis adhuc sibi ignotis, *Planetam* observat à Sole recedentem, mox iterum ad eum redeuntem, is *Venerem* vel *Mercurium* esse inde colligit: utrum vero *Venus*, an *Mercurius* sit, ex lumine dignoscit (§. 35. 36). Cognitis vero *Venerem* & *Mercurio* reliquos ex solo lumine agnoscit (§. 32. 33. 34).

DEFINITIO XVI.

38. Sol atque *Planetæ* certis signis indigitari solent. Est nempe

♄	signum Saturni.
♃	Jovis.
♂	Martis.
♀	Veneris.
☿	Mercurii.
☉	Solis.
☾	Lunæ.
♁	Terræ.

OBSERVATIO VI.

39. Si distantias Solis & *Planetarum* à vertice minimas in maxima earum elevatione quotidie observamus; eas ad certum usque terminum continuo crescere, dein rursus decrescere discimus: qui tamen uterque terminus in singulis diebus versus notatur.

COROLLARIUM.

40. Omnes igitur sub Circulo aliquo *Sphæræ* mundanæ, non tamen uno eodemque motu proprio incedunt.

CAPUT II.

De Circulis Sphære mundanæ.

DEFINITIO XVII.

41. **P**ER *Circulos Sphære mundanæ* intelligo eos, qui Sphæram mundanam secant & Peripheriam habent vel in ipsa superficie ejus mobili, vel in alia immobili isti contermina & æquidistante.

DEFINITIO XVIII.

42. *Circulus mobilis* est, cujus Peripheria in superficie Sphære mundanæ mobili existit; adeoque cum Sphæra motu diurno rotatur.

DEFINITIO XIX.

43. *Circulus immotus* est, cujus Peripheria in superficie Sphære mundanæ immobili existit, adeoque cum Sphæra motu diurno non rotatur.

DEFINITIO XX.

44. *Axis mundi* est recta PQ, circa quam Sphæra mundana motu diurno rotatur.

SCHOLIION.

45. *Nimirum illud temporis spatium, quo Sphæra mundana unam revolutionem circa Tellurem absolvit, dies dicitur in communi etiam sermone. Unde motus iste circa Axem proprium diurnus appellari solet.*

DEFINITIO XXI.

46. *Polus Mundi* sunt Puncta P & Q in superficie Sphære mundanæ, per quæ Axis PQ transit. *Polus* nobis conspicuus P dicitur *Arcticus* seu *Borealis*; ipsi vero oppositus Q *Antarcticus* seu *Australis*.

SCHOLIION.

47. *Denominatio Poli Arctici est à Side-Tab. I. re vicino, quod Urtæ minoris fert nomen. Fig. 1. Antarcticus vero ita dicitur, quod Arctico opponatur.*

DEFINITIO XXII.

48. *Æquator DA* est Circulus Sphære mundanæ maximus, mobilis & eodem cum ipsa Polos P & Q habens.

COROLLARIUM I.

49. Singula *Æquatoris Puncta* à Polis Mundi quadrantis intervallo distant (§. 25. *Sphæric.*).

COROLLARIUM II.

50. *Æquator Sphæram mundanam* in duo Hemisphæria dividit (§. 19. *Sphæric.*), in quorum uno est Polus Borealis, in altero Australis (§. 46. 49).

DEFINITIO XXIII.

51. *Hemisphærium Boreale* seu *Septentrionale* est dimidium Sphære mundanæ DPA *Æquatore DA* terminatum, in cujus vertice est Polus Borealis P.

DEFINITIO XXIV.

52. *Hemisphærium Australe* seu *Meridionale* est dimidium Sphære mundanæ DQA *Æquatore DA* terminatum, in cujus vertice est Polus Australis Q.

DEFINITIO XXV.

53. *Circulus Æquinoctialis* est Circulus maximus immotus, sub cujus Peripheria *Æquator* motu diurno movetur.

SCHOLIUM I.

Tab. I. 54. Nempe si Semidiameter Sphære per
Fig. 1. Punctum Equatoris producat (quæ eadem
est cum Semidiametro Equatoris (§. 15.
Sphæric.), in superficie immovili Peripheria
Equinoctialis describitur, dum Sphæra circa
Axem rotatur (§. 131. Geom.).

SCHOLIUM II.

55. Circulus Equinoctialis vulgo cum
Equatore confunditur, quia idem sunt Pla-
num, nisi quod Planum Equatoris mobile,
Equinoctialis immobile spectetur & Equi-
noctiale veluti spatium consideretur, intra
quod Equator continetur.

DEFINITIO XXVI.

56. Circulus diurnus est Circulus
immotus, in cuius Peripheria Stella ali-
qua aut Punctum aliquod in Superficie
mundana mobili datum motu diurno
movetur.

SCHOLIUM.

57. Nempe si recta ex Centro Stella ad
Axem mundi perpendicularis ultra superficiem
Sphære mundanæ producta concipiatur, in su-
perficie immota Peripheriam Circuli diurni
describit, dum Sphæra circa Axem rotatur
(§. 131. Geom.).

DEFINITIO XXVII.

58. Zenith seu Punctum verticale
est Punctum Z in superficie Sphære
mundanæ immobili, ex quo ducta rec-
ta per verticem Spectatoris per Cen-
trum Terræ transit. Quod ipsi diame-
traliter opponitur N, vocatur Nadir.

COROLLARIUM I.

59. Tot sunt Zenith, quot diversa
in Terra loca, è quibus Cælum spectari
potest.

COROLLARIUM II.

60. Mutato igitur loco, mutatur etiam
Zenith.

DEFINITIO XXVIII.

61. Horizon rationalis sive verus est
Circulus maximus immotus HR, cuius
Poli sunt Zenith Z atque Nadir N. Ho-
rizon rationalis etiam simpliciter *Horizon*
dicitur.

COROLLARIUM I.

62. Singula Horizontis Puncta à Zenith
atque Nadir quadrantis intervallo distant.
(§. 25. Sphæric.).

COROLLARIUM II.

63. Horizon verus Sphæram mundanam
in duo Hemisphæria dividit (§. 19. Sphæric.).

DEFINITIO XXIX.

64. Hemisphærium superius est di-
midium Sphære mundanæ HZR Hor-
izonte HR terminatum, in cuius vertice
est Zenith Z.

DEFINITIO XXX.

65. Hemisphærium inferius est dimi-
dium Sphære mundanæ HNR Hor-
izonte HR terminatum, in cuius vertice est
Nadir N.

DEFINITIO XXXI.

66. Horizon sensibilis sive apparens
est Circulus hr, qui partem Sphære
mundanæ conspicuam à latente separat.

COROLLARIUM.

67. Quia rectæ à Zenith Z ad singula
Horizontis apparentis hr Puncta ductæ
æquales apparent; Horizontis sensibilis
Polus est Zenith Z (§. 12. Sphæric.); conse-
quenter cum Nadir N ipsi Zenith diame-
traliter opponatur (§. 58), Nadir est alter Ho-
rizontis apparentis Polus (§. 23. Sphæric.).

DEFINITIO XXXII.

68. Horizon ortivus est pars Hor-
izontis, in qua Sol oritur.

DEFINITIO XXXIII.

69. Horizon occidens est pars Hor-
izontis, in qua Sol occidit.

DEFINITIO XXXIV.

70. *Circulus verticalis* est Circulus Sphæræ maximus immotus, per Zenith Z atque Nadir N & Punctum quodcumque aliud in Sphæra mundana ductus.

SCHOLIION.

71. *Datis nempe in superficie Sphæra tribus Punctis, Circulus determinatur* (§. 294. Geom.).

DEFINITIO XXXV.

72. *Meridianus* est Circulus verticalis AZBN per Polos mundi P & Q transiens. *Verticalis primarius* dicitur, qui per Polos Meridiani D & E transit.

DEFINITIO XXXVI.

73. *Altitudo* Stellæ vel Puncti in Sphæra mundana est distantia ejus ab Horizonte. *Profunditas* appellatur si Stella vel Punctum fuerit in Hemisphærio inferiori. Utraque *vera* dicitur, si Horizon spectetur verus; *apparens*, si apparens.

SCHOLIION.

74. *Horizon nempe instar Basis, Centrum Stelle vel Punctum quodlibet aliud in Sphæra mundana datum instar Verticis alicujus Objecti consideratur* (§. 115. Geom.).

DEFINITIO XXXVII.

75. *Declinatio* Stellæ S aut Puncti in Sphæra mundana dati est distantia ejus ab Æquatore.

COROLLARIUM I.

76. Est ergo Arcus Circuli maximi GS, inter Punctum datum S & Æquatorem AQ interceptus, atque ad eum perpendicularis (§. 38. Sphær.).

COROLLARIUM II.

77. Circulus adeo, cujus Arcu declinationem GS metimur, per Polos Æquatoris (§. 28. Sphær.); consequenter per Polos Mundi P & K transit (§. 48).

DEFINITIO XXXVIII.

78. Hinc *Circulus Declinationis* est Circulus maximus PGDK per Polos Mundi P & K transiens. Tab. I.
Fig. 3.

COROLLARIUM.

79. Est ergo GP Arcus inter Æquatorem AQ & Punctum P interceptus Circuli quadrans (§. 25. Sphær.).

DEFINITIO XXXIX.

80. *Cardines Mundi* sunt Puncta Horizontalis A, D, B, E, in quibus Meridianus AZBN & Circulus verticalis primarius ZDNE Horizontem ADBE secant. Est autem *Cardo Septentrionis* A, Punctum intersectionis Meridiani & Horizontalis, cui Polus Borealis P vicinus. *Cardo Meridiei* est Cardo mundi B Cardini Septentrionis A oppositus. *Cardo Orientis* E est Punctum intersectionis Horizontalis ortivi & Verticalis primarii. *Cardo* denique *Occidentis* D est Punctum intersectionis Horizontalis occidui & Verticalis primarii. Tab. I.
Fig. 2.

DEFINITIO XL.

81. *Linea Meridiana* est intersectio AB Planorum Meridiani AZBN & Horizontalis ADBE. Eodem quoque nomine venit recta quæcumque alia eidem in Piano Meridiani parallela.

COROLLARIUM.

82. Transit ergo per Cardinem Septentrionis A & Meridiei B (§. 80).

THEOREMA I.

83. *Dimidia Æquatoris pars supra Horizontem rationalem, dimidia infra eum existit.*

DEMONSTRATIO.

Est enim tam Æquator (§. 48), quam Horizon rationalis Circulus maximus

Tab. I. (§.61). Se mutuo itaque bifariam secant
Fig. 2. (§.20. *Spher.*), consequenter Æquatoris
pars dimidia supra Horizontem rationalem,
dimidia infra eum existit. *Q. e. d.*

THEOREMA II.

84. *Meridianus Æquatorem & Horizontem rationalem bifariam & ad angulos rectos secat.*

DEMONSTRATIO.

Meridianus est Circulus verticalis (§.72), adeoque maximus (§.70). Cum itaque & Æquator (§.48), & Horizon rationalis sit Circulus maximus (§.61); Meridianus tam Æquatorem, quam Horizontem rationalem bifariam secat (§.20. *Spher.*). *Quod erat unum.*

Quia Zenith atque Nadir sunt Poli Horizontis rationalis (§.61), & Poli Mundi iidem cum Polis Æquatoris (§.48), Meridianus cum per Polos Horizontis rationalis, tum per Polos Æquatoris transit (§.70 & 72). Secat igitur Horizontem rationalem atque Æquatore n ad angulos rectos (§.28. *Spher.*). *Quod erat alterum.*

THEOREMA III.

85. *Quilibet Circulus Verticalis Horizontem rationalem bifariam & ad angulos rectos secat.*

DEMONSTRATIO.

Eadem est, quæ Theorematis præcedentis.

THEOREMA IV.

86. *Horizon rationalis & Æquator per Polos Meridiani transit.*

DEMONSTRATIO.

Quia enim Poli Horizontis rationalis sunt Zenith atque Nadir (§.61), Æquatoris vero Poli iidem cum Polis Mundi

(§.48); Meridianus per Polos Horizontis rationalis & Æquatoris transit (§.70 & 72). Ergo Horizon & Æquator vicissim per Polos Meridiani transeunt (§.27. *Spher.*). *Q. e. d.*

COROLLARIUM I.

87. Ibi a seculo sunt Poli Meridiani, ubi Æquator & Horizon rationalis se mutuo interfecant.

COROLLARIUM II.

88. Cum Meridianus sit Circulus verticalis (§.72), adeoque immotus (§.70); Poli ejus erunt quoque Puncta immota (§.25. *Spher.*), adeoque Æquator Horizontem rationalem in eodem semper Puncto secat, dum Sphæra mundana circa Axem convertitur.

COROLLARIUM III.

89. Arcus Æquatoris inter Horizontem & Meridianum, & Arcus Horizontis inter Æquatorem atque Meridianum interceptus est quadrans (§.25. *Spher.*).

THEOREMA V.

90. *Horizonis sensibilis Poli sunt Zenith atque Nadir.*

DEMONSTRATIO.

Recta ZC ex Zenith Z ad Planum Horizontis sensibilis ADBE demissa perpendicularis est ad Planum (§.58), adeoque ad singulas rectas per Punctum C in eodem Plano ductas (§.484. *Geom.*). Sed rectæ CE, CB, CD, CA æquales sunt (§.7). Ergo etiam ZB, ZE, ZA, ZD (quas ductas concipere licet), æquales sunt (§.179. *Geom.*); consequenter Zenith Z est unus Horizontis sensibilis Polus (§.12. *Spher.*). Quare cum Nadir ipsi diametraliter opponatur (§.58); erit hoc Punctum ejusdem Polus alter (§.24. *Spher.*). *Q. e. d.*

COROL:

COROLLARIUM I.

91. Horizon ergo sensibilis & rationalis eosdem habent Polos (§.61).

COROLLARIUM II.

92. Est adeo Horizon sensibilis rationali parallelus (§. 42 *Sphær.*).

THEOREMA VI.

93. *Circuli Verticales Horizontem sensibilem bifariam & ad angulos rectos secant.*

DEMONSTRATIO.

Cum Zenith atque Nadir sint Poli Horizontis sensibilis (§.90), Meridianus & quilibet Verticalis per Polos Horizontis sensibilis transit (§.70.72). Secat ergo eundem bifariam & ad angulos rectos (§ 30 *Sphæric.*). *Q. e. d.*

THEOREMA VII.

94. *Altitudo alicujus Puncti in Sphæra mundana, itemque profunditas ejus est arcus Circuli Verticalis inter ipsum & Horizontem interceptus.*

DEMONSTRATIO.

Cum altitudo & profunditas sint distantia ab Horizonte (§.73); erunt eadem arcus Circulorum maximorum inter Puncta data & Horizontem intercepti atque ad eundem perpendiculares (§. 83. *Sphær.*). Sed Circuli Verticales sunt maximi (§.70) atque ad Horizontem perpendiculares (§. 85). Ergo eorum arcus inter Puncta in Hemisphærio superiori & inferiori data atque Horizontem intercepti sunt illorum altitudines, horum vero profunditates. *Q. e. d.*

COROLLARIUM I.

95. Quia Meridianus Circulus Verticalis (§. 72); altitudo meridiana, hoc est, altitudo Puncti in Meridiano constituti, est arcus Meridiani inter ipsum & Horizontem interceptus.

COROLLARIUM II.

96. Et quia Meridianus per Polos Mundi transit (§.72); altitudo Poli itemque Æquatoris in Hemisphærio superiori & profunditas in inferiori est arcus Meridiani quadrante minor inter Polum ac Horizontem interceptus.

THEOREMA VIII.

97. *Altitudo Æquatoris cum altitudine Poli quadrantis æqualis. Idem valet de profunditate ejus.* Tab. I. Fig. 3.

DEMONSTRATIO.

Sit AQ Æquator, HR Horizon, Z Zenith, P Polus, erit HZPN Meridianus (§.72.70), PR altitudo Poli, HA altitudo Æquatoris & QR profunditas ejusdem (§. 97). Est vero PA quadrans (§.49) & HA + AP + PR Semicirculus (§ 84). Ergo HA + PR quadrans. *Quod erat unum.*

PR + RQ esse itidem quadrantem patet per *Cor. I. Def. 22.* (§. 49). *Quod erat alterum.*

COROLLARIUM.

98. Quia tam HA + PR, quam PR + RQ quadrans est (§.98); erit HA = QR (§.91. *Arithm.*), hoc est, altitudo Æquatoris maxima æquatur ejus profunditati maximæ.

DEFINITIO XLI.

99. Altitudo Poli & Æquatoris PR & AH communiter etiam vocatur *Elevatio Poli & Æquatoris.*

THEOREMA IX.

100. *Mensura anguli O, quem efficit Æquator AO ad Horizontem HO sive ortivum, sive occiduum, æqualis est elevationi Æquatoris HA.*

DEMONSTRATIO.

In O est Polus Meridiani HZRN (§. 87) & hinc OA & OH quadrantes (§.25. *Sphær.*

Tab. I. *Sphar.*). Est ergo HA mensura anguli
Fig. 3. O, sive O fuerit in Horizonte occiduo,
sive in ortivo (§.31. *Sphar.*). *Q.e.d.*

S C H O L I O N.

101. Non mirum, quod anguli ex intersec-
tione Æquatoris & Horizontis tam ortivi,
quam occidui orti, eandem habeant mensu-
ram: sunt enim æquales (§.32. *Sphar.*).

T H E O R E M A X.

Tab. I. 102. Cardines Orientis D & Occi-
Fig. 2. dentis E sunt Poli meridiani, à Cardini-
bus Septentrionis A & Meridiei B qua-
drantis intervallo distant, sibi que mu-
tuo diametraliter opponuntur.

D E M O N S T R A T I O.

Circulus Verticalis primarius ZDNE,
qui transit per Cardines Orientis D &
Occidentis E (§.80), transit etiam per
Polos Meridiani (§.72). Sed Poli Me-
ridiani sunt in Horizonte (§.86): ergo
Cardines Occidentis D & Orientis E
sunt Poli Meridiani, adeoque sibi mu-
tuo diametraliter opponuntur (§.24.
Spharic.) &, quoniam Cardines Meri-
diei ac Septentrionis in interfectionibus
Horizontis atque Meridiani A & B exis-
tunt (§.80), adeoque arcus Æquato-
ris inter Polos Meridiani & ipsos inter-
ceptus quadrans (§.89), quadrantis in-
tervallo ab iisdem distant (§.54 *Sphar.*
Q.e.d.

C O R O L L A R I U M.

103. Quoniam adeo recta DE ex Car-
dine Orientis in Cardinem Occidentis duc-
ta per Centrum Spharæ C transit (§.470.
Geom.) & AD quadrans Circuli existit (§.
102); erit ACD angulus rectus (§.143.
Geom.), adeoque recta DE ad Lineam Me-
ridianam AB perpendicularis (§.78. *Geom.*).

T H E O R E M A X I.

104. Altitudines apparentes MB &
mb æquales sunt & sub eodem angulo vi-
dentur, si vera MA & ma fuerint aqua-
les.

D E M O N S T R A T I O.

MA = ma per hypoib. Sed Horizon
apparens hr Horizonti vero HR paralle-
lus (§.92); adeoque AB & ab æquales
sunt (§.42. *Sphar.*). Ergo etiam MB
= mb (§.61. *Arithm.*). Quod erat
unum.

Cum itaque Chordæ cognomines
MB & mb (§.289. *Geom.*) atque rec-
tæ TB & tb (§.7), itemque anguli
MBT & mbt, utpote eodem modo de-
terminati (§.93.) & per demonstr. simi-
les (§.120. *Geom.*) adeoque æquales
sint (§.174. *Geom.*); erunt quoque an-
guli BTM & bTm, sub quibus magni-
tudines apparentes BM & bm videntur,
inter se æquales (§.179. *Geom.*). Quod
erat alterum.

S C H O L I O N.

105. Posthac evincemus, altitudines ve-
ras & apparentes ad sensum non differre,
nisi fere in Luna sola. Sed antequam id constet,
utendum est altitudinibus apparentibus,
tanquam à veris diversis, ne in leges accu-
rata Methodi, quam mihi proposui, impin-
gatur. Et quoniam altitudinum, præsertim
meridianarum, Observatio præcipuum totius
Astronomiæ fundamentum existit; ideo è re
esse videtur, ut Quadrantem Astronomi-
cum, quali recentiores Astronomi in obser-
vandis Siderum altitudinibus utuntur, dis-
tincte describamus. Quare cum PHILIPPUS
DE LA HIRE; Observator celeberrimus, ta-
lem dederit descriptionem (a); eam huc trans-
ferre libet.

P R O-

(a) In Tabulis Astronomicis p.56. & seqq.

PROBLEMA I.

106. *Quadrantem Astronomicum construere.*

RESOLUTIO.

- I. 1. Fiat Quadrans ABC, cujus radius AC trium circiter pedum, ut divisiones satis minutas admittat, non tamen nimia mole molestus sit, si hinc inde transferendus aut manibus tractandus.
2. Limbus ferreus AB supra regulas ferreas AC, CB, CD, AE & EB mediocris crassitie paululum emineat ac Lamina orichalcea exacte lavigata superinducatur.
3. In Centro aptetur Lamina Circularis C, ferrea & crassa, sed alia orichalcea superinducenda, ita ut cum Limbo AB exacte in eodem sit Plano.
4. In Centro Laminæ fiat foramen rotundum C, cujus Diameter $\frac{1}{2}$ circiter unius digiti.
5. Per hoc foramen adigatur Cylindrus ex orichalco tornatus & bene politus DE, cujus Basis DF ultra Laminam C paululum extet.
6. In Centro Basis Cylindri I defigatur mucro Acus tenuissimæ GI cujus caput G Anconi ferreo DG mastice agglutinetur.
7. Ex mucrone Acus suspendatur Capillus FH cum pondere K duarum circiter unciarum ope annuli satis ampli, ne nodus H Laminæ centrali C occurrens motui remoras injiciat: quem in finem etiam Basis DF aliqualem habere debet convexitatem.

8. Ne Capillus FK aëris motu agretur in Lamina centrali supra ferream Laminam inferatur annulus planus circa Centrum volubilis; Cylindro tamen DE minime occurrens ita ut ejus superficies ultra superficiem Laminæ orichalceæ non emineat, & eidem Tubus ex ea parte, qua Instrumentum respicit, planus duarum Cochlearum ope annectatur, cum Pendulo quaquaversum mobilis. Tab II.
Fig 5.
n. 3.
n. 2.
9. Circa Centrum gravitatis Instrumenti E, ope Cochlearum, ad Regulas ferreas AE, EB & DC firmetur Cylindrus ferreus, longitudine 8 digitorum, Diametro 10 linearum, ad Planum Quadrantis perpendicularis, circa quem Quadrans in usu vertitur. n. 3.
10. Fiat porro Regula ferrea EO, cujus crassities 3 linearum, longitudo 8 & latitudo $1\frac{1}{2}$ pollicum, eique aptentur annuli ferrei elastici, ope Cochlearum P & Q ad arbitrium contrahendi, intra quos immittatur Cylindrus ED seu Axis quadrantis, hoc artificio in situ quolibet firmiter detinendus.
11. Regulæ EO afferruminetur Cylindrus ferreus Axi æqualis & intra Tubum ferreum RS fulcro affixum reponendus & mediante Cochlea T ad libitum firmandus.
12. Fulcri SVXY, cujus structura ex sola inspectione Figuræ manifesta, non excedat pedes quatuor cum semisse.
13. Limbus Quadrantis AB in 90 gradus & horum quilibet in dena prima

Tab. II.
Fig. 5.

- n. 4. 14. Ex Centro Quadrantis ducantur in Limbo duo Arcus concentrici, quorum distantia *bd* digiti intervallum non excedat & sexta cujuscumque gradus pars, qualis *ce*, dividatur in 10 partes æquales eodem artificio, quo in Scala Geometrica dividenda utimur (§. 277. *Geom.*); nisi quod loco rectarum parallelarum ducantur Arcus extremis *ab* & *cd* paralleli, qui in uno gradu *abcd* pro lineis rectis citra errorem sensibilem haberi possunt. Immo patet eodem prorsus modo minores divisiones in dena vel quina secunda haberi posse, siquidem amplitudo Instrumenti tales ferre queat.
- n. 3. 15. Prope Centrum Quadrantis affigatur Cochleis Quadrum ferreum *g* & eidem firmiter agglutinetur Vitrum utrinque convexum, cujus Focus Semidiametri Quadrantis intervallo circiter aut alio quocumque ab eo distat, quæ dicitur *Dioptra objectiva*.
16. In Foco hujus Lentis *A* affigatur Quadrum ferreum aliud, in quo cera firmentur duo fila serica se mutuo ad angulos rectos secantia, ita ut unum eorum sit ad planum Quadrantis perpendiculare, alterum vero eidem parallelum: quæ *Dioptra Ocularis* dicitur.
17. Inter Quadra *g* & *A* aptetur Tubus ex lamina ferrea factus, duabus partibus constans, qualem in *Dioptrica* (§. 337) descripsimus.
18. *Dioptræ* oculari *A* jungatur Lens *T* ocularis utrinque convexa, objectiva *g* proportionata (§. 365. *Dioptr.*), Tubo mobili inclusa, ut pro diversa Oculi Observatoris constitutione eidem adinoveri possit, sicque Objectum una cum filis sericis distincte videatur (§. 374. *Dioptr.*).
19. Quodli interdiu in Solem collimare libuerit, inter Lentem ocularem & Oculum collocetur Vitrum coloratum vel fuligine infectum (§. 467. *Dioptr.*): si vero noctu in stellas Oculum dirigere volueris, ut una cum iis videantur fila serica, orificium Tubi objectivum tegatur tela serica ex filis tenuissimis contexta & hæc candela eminus posita illuminetur.
20. Quoniam Perpendicularum *CK* *Lineam fiducie*, juxta quam nempe fit collimatio, seu quæ ex Oculo per decussationem filorum in Objectum ducitur, sub eodem angulo secare debet, quo Quadrantem secat, necesse est Radio Quadrantis *AC* ex Centro *C* per ultimum divisionis punctum *A* ducto sit parallela (§. 255. *Geom.*), hoc est, ut primum divisionis Punctum *B* à Linea fiducie distet intervallo 90° . Ut igitur hoc Punctum obtineas, ducatur in Quadrante recta *AC* per Centrum *Axi* Tubi ad sensum æstimato parallela & ex eodem Centro erigatur normalis *mc*. Mox elevetur Quadrans, donec Perpendicularum *CK* secet eundem in *m* & notetur Punctum in Objecto aliquo procul

remoto, quod decussationi filorum respondet. Hinc Tubo immoto Quadrans invertatur, ita ut Radius AC sit in eadem, qua ante, altitudine constitutus & idem ejusdem Objecti Punctum filorum decussationi respondeat. Quod si perpendiculum, ita applicatum ut Quadrantem in *m* fecet, transeat per Centrum C; erit *m* primum divisionis punctum. Si vero Perpendiculum in alio puncto veluti *n* Quadrantem secare debet (quod tentando definitur), ut per Centrum C transeat; Arcu *nm* bifariam diviso, erit B Punctum divisionis primum (§. 910. *Mechan.*). Quadrante igitur in situm priorem restituto, Perpendiculum CK eum in B secabit.

SCHOLION I.

107. Dari Lineam fiducie constantem in Dioptris Telescopis, etiamsi decussatio filorum non sit in Axe Tubi, facile demonstratur. Sit AB Axis Lentis objectivæ FG & decussatio filorum extra Axem in C. Quoniam omni Lente convexa est Punctum aliquod, per quod transiens Radius post alteram refractionem incidenti sit parallelus (§. 243. Dioptr.); sit Radius iste CE. Cum in C sit locus Radiorum parallelorum per hypoth. erunt omnes Radii ab eodem Puncto egressi et sensum ipsi CE paralleli. Quare cum assuetudine Lentis respectu distantie Objecti curvaturæ contemnendæ existat, adeoque sensus incidentium DE ad sensum in directum situs ipsi CE; Punctum aliquod Objecti videbit constanter Imaginem in decussatione filorum, quamvis ipsum & Dioptra sunt immota. Erit igitur DC Linea fiducie.

SCHOLION II.

108. Dioptras Telescopicas Observatores recentiores adhibent, tum quod Myopes ac Presbyta non minus distincte remota contemplari possunt, quam qui Oculis valent, tum quod per fila serica locus exactissime Stellis assignatur, ita ut Observator celeberrimus PHILIPPUS DE LA HIRE (a) se nescire profiteatur, an unquam in tota Astronomia practica aut industria, aut utilitatis majoris aliquid inventum fuerit. TYCHO DE BRAHE usus est Dioptris, quarum Oculo proxima duas vel quatuor habet fissuras ope Cobleæ striatæ nunc coarctandas, nunc laxandas, prout usus tulerit; altera Centro Quadrantis erectæ est Lamella quadrata, in Centro autem Sextantis vel Octantis constituta Cylindrus, ejus quidem latitudinis, quanta est rimularum distantia. Et has quoque adhibuit HEVELIUS (b). Ad capiendas altitudines Solis Lamellam in medio perforavit & in Dioptra oculari Circellum designavit, cujus Peripheria Lumen per foraminulum transmissum continetur, si Axis Coni luminosi fuerit in Linea fiducie. Stellis vero accedere ad Planum Verticalis, in quo Quadrans collocatur, manifestum est, quamprimum à Dioptra objectiva teguntur.

PROBLEMA II.

109. Observare altitudinem Sideris Tab. I. apparentem. Fig. 7.

RESOLUTIO.

I. Quadrans ACB ita constituatur; ut filum Perpendiculari CE à pondere D extensum tangat Limbum illius.

Y y 2 2. Hinc

(a) Loc. cit. p. 59.
(b) Vid. Mach. Cœlest. Tom. I. Cap. XIV. f. 219. & seqq.

Tab I. 2. Hinc circa Axem suum vertatur, donec Oculo per Tebium AC aut Dioptras collineanti Stella S occurrat, ita ut S appareat in interfectione florum, aut à Dioptra centrali (si Telescopio non utaris) tegatur,

Dico Arcum EB esse mensuram anguli, sub quo altitudo apparens Stellæ S videtur.

DEMONSTRATIO.

Quia Perpendicularum CD à pondere D extensum Quadrantem tangit, per *hypoth.* Quadrans cum ipso in eodem est plano. Quare cum Perpendicularum continuatum per Centrum Terræ transeat (§. 212. *Mechan.*); Planum etiam, in quo Quadrans existit, per Centrum Terræ transit, adeoque Circulus Sphæræ maximus (§. 15. *Sphær.* & §. 16. *Astron.*). Sed idem transit per Zenith Z Centri Quadrantis C (§. 58): est ergo Circulus verticalis (§. 70), consequenter Arcus hujus Circuli inter Stellam S & Horizontem Quadrantis HR interceptus est altitudo apparens Stellæ super eodem Horizonte (§. 94), quæ adeo sub angulo SCR videtur. Est vero $ACE + ECB = 90^\circ$ &, quia Planum, in quo Quadrans hæret, Horizontem sensibilem ejus HR ad angulos rectos secat (§. 93), $ZCS + SCR = 90^\circ$ (§. 143 *Geom.*). Quoniam itaque $ZCS = ACE$ (§. 156. *Geom.*); erit $ECB = SCR$ (§. 91. *Arithm.*); consequenter cum Arcus EB sit mensura anguli ECB (§. 57. *Geom.*), idem quoque Arcus est mensura anguli SCR (§. 142. *Geom.*), sub quo apparens alti-

tudo Stellæ S videtur, per *demonstr.* 1. Q. e. d. 1.

OBSERVATIO VII.

110. Si Fixæ cujuscunque altitudinem observes in Circulo Verticali quocunque & in eodem Quadrans per plures dies fuerit immotus; Siella ad eum redeuntis eadem constanter erit altitudo. Immo. Stellarum non occidentium altitudo utraque in eodem Circulo Verticali per dies plures non variatur. Quodsi ope Horologii oscillatorii (§. 994. *Mechan.*) notaveris tempus integræ revolutionis; idem quoque in pluribus Observationibus deprehenditur.

SCHOLIUM.

111. Equidem fieri solet, ut in minutis quibusdam seu scrupulis secundis differentia: subinde aliqua occurrat; sed si plures Observationes instituere libuerit, facile apparebit, differentiam illam exiguam inde esse, quod omnimoda accuratione institui nequeant. Eadem nempe nocte nunc in excessu, nunc in defectu peccabis.

COROLLARIUM I.

112. Horizon adeo sensibilis, consequenter etiam rationalis (§. 92), Sphæram mundanam per plures dies eodem modo secat.

COROLLARIUM II.

113. Et quia Arcus Circuli Verticalis ST est altitudo Stellæ S (§. 94); Circulus Declinationis idem PK, per plures dies eundem Circulum Verticalem ZN in eodem puncto S secat.

THEOREMA XII.

114. Polus P in eadem rotatione Sphæræ Mundanae non mutatur. 1.

DEMONSTRATIO.

Ponamus eundem mutari: aut igitur ex P ascendet in p versus Zenith Z, aut

aut inde in π versus Horizontem HR descendet. Ascendat, si fieri potest in p . Quoniam altitudo maxima SR Stellæ nunquam occidentis S per plures dies eadem observatur (§. 110), Stella S ad Polum p continuo accedit. Sed quia altitudo minima fR ejusdem Stellæ eadem itidem deprehenditur (§. cit.); à Polo p recedat necesse est. Quare cum fieri nequeat, ut eadem Stella S ad Polum continuo accedat & una ab eodem recedat; Polus ex P in p intra plures dies non ascendit, adeoque multo minus in eadem rotatione ascendit.

Descendat Polus ex P in π , si fieri potest. Quoniam altitudo maxima SR Stellæ nunquam occidentis S eadem observatur (§. 110); Stella S à Polo π recedit. Sed quia maxima fR similiter non mutatur, ad Polum π accedat necesse est. Quare cum fieri nequeat, ut eadem Stella f à Polo eodem tempore recedat & ad eundem accedat; Polus ex P in π intra plures dies non descendit, adeoque multo minus in eadem rotatione descendit.

Quoniam itaque in eadem rotatione Polus nec versus Zenith ascendit, nec versus Horizontem descendit, per demonstrata; locum suum prorsus non mutat. Q. e. d.

COROLLARIUM.

115. Cum idem Circulus Declinationis PK Verticalem eundem ZN in eodem Puncto S fecerit (§. 113) Declinatio Stellæ SG non mutatur in una Sphæræ Mundanæ revolutione.

SCHOLIUM.

116. Non licet excipere, antequam Planum Meridiani determinetur, observari non

posse, utrum Stella semper apparentis altitudo Tab. I. maxima & minima perinde ac reliquæ non Fig. 3. mutantur, nec ne. Sufficit enim illud utcumque cognitum esse, Quadrante firmato in eo situ, quando Stellæ altitudo maxima observatur. Præterea si Stella S à Polo P magis distaret, quam Polus P ab Horizonte, cum antea esset $SP < PR$; quæ semper antea apparuerat, nunc occideret: quod cum de nulla Stella intra paucos dies observetur, quæ de altitudinibus immutatis extra Meridianum observantur, ad Meridianas quoque extendi debere manifestum est.

OBSERVATIO VIII.

117. Si Solis altitudo in Circulo Verticali quocunque eo anni tempore observetur, quo Vertici proximus in Meridie apparet, hoc est, presenti ævo circa 21 Junii, & Quadrante immoto die subsequente eadem Observatio repetatur, differentia altitudinum nonnisi in minutis secundis consistet.

COROLLARIUM.

118. Cum Polus P interea temporis locum non mutet; Declinatio Solis SG intra 24 horas illo tempore parum mutatur, adeoque multo magis intervallo temporis minore sensibilibiter non mutatur.

THEOREMA XIII.

119. Si duo in Sphæra Mundana Puncta F & f in parte Cæli Orientali & Occidentali aequales altitudines FE & fe atque Declinationes FG & fg habuerint; Arcus æquatoris AG & Ag inter Meridianum atque Circulos Declinationum PG & Pg, itemque Arcus Horizontis HE & He inter Meridianum atque Circulos Verticales ZE & Ze intercepti aequales sunt. Tab. I. Fig. 9.

DEMONSTRATIO.

Tab. I. Quia in P Polus mundi & AQ Æqua-
 Fig. 9. tor *per hypoth.* erit P Polus Æquatoris
 (§. 48) & PG atque Pg erunt Quadrantes
 (§. 49). Quare cum $GF = gf$
per hypoth. erit $PF = Pf$ (§. 91. *Arith.*).
 Similiter quia in Z Zenith & HR Ho-
 rizon; erunt ZE & Zg Quadrantes
 (§. 62). Quare cum $FE = fe$ *per hy-*
poth. erit $ZF = Zf$ (§. 91. *Arithm.*). Est
 vero latus PZ utriusque Triangulo PFZ
 & PfZ commune: ergo tam anguli FPZ,
 & fPZ, quam FZP & fZP (§. 58. *Sphæric.*),
 adeoque etiam his deinceps positi EZH
 & ezH (§. 43. *Sphæric.*), consequenter
 etiam tam illorum mensuræ AG & Ag,
 quam horum mensuræ HE & He (§. 31.
Sphæric.) æquales sunt. *Q. e. d.*

PROBLEMA III.

120. *Invenire Lineam Meridia-*
nam.

RESOLUTIO.

1. Plaga Meridiei præter propter cog-
 nita, in parte Orientali observetur al-
 titudo Stellæ alicujus FE, dum Me-
 ridiano HZRN fuerit vicina.
2. Quadrante circa Axem immoto, ut
 perpendiculum constanter eundem in
 eodem gradu secet, sed in partem
 Occidentalem verso, expectetur, do-
 nec eandem habuerit altitudinem *fe*.
3. Angulus ECe ex intersectione Plano-
 rum, in quibus constituitur Qua-
 drans in duabus Observationibus,
 dividatur bifariam per rectam HR.
 Dico HR esse Lineam Meridianam.

DEMONSTRATIO.

Quoniam Declinatio Stellæ illo tem-
 poris intervallo, quod inter Observa-
 tiones intercedit, non mutatur (§. 115);
 erit $FG = fg$. Quare cum etiam $FE = fe$,
per observ. arcus Horizontis inter Me-
 ridianum ZHNR & utrumque Vertica-
 lem ZEN & Zen inintercepti EH & He
 æquales sunt (§. 119). Sed Circuli Ver-
 ticales se mutuo interfecant in recta ZC
 ex Zenith Z ad Planum Horizontis per-
 pendiculari (§. 93) & in eadem est
 Centrum Horizontis, consequenter Ar-
 cus Ee (§. 10), qui est mensura anguli
 ECe (§. 57. *Geom.*). Ergo si angulus
 ECe bifariam dividatur per rectam HR;
 erit ea Linea Meridiana (§. 81). *Q. e. d.*

Aliier.

1. In Plano Horizontali, quod haud
 difficulter determinatur (§. 219. *Me-*
chan.) ex eodem Centro C descri-
 bantur aliquot Arcus Circuli BA,
ba &c.
2. In eodem Centro C erigatur Stylus
 ad Planum ACB perpendicularis, cu-
 jus longitudo dimidii, immo integri
 pedis.
3. Circa 21. Junii ante meridiem ab
 hora circiter 9 usque ad 11 & me-
 ridie ab hora circiter prima usque ad
 tertiam notentur puncta B, *b* &c. A,
a, &c. in quibus terminatur umbra
 Styli.
4. Arcus AB, *ab* &c. bisecentur in D,
d &c.
 Quod si eadem recta DE bisecet omnes
 Arcus AB, *ab* &c. erit ea Linea me-
 ridiana quæ sita.

DEMONSTRATIO.

Quia Stylus in Centro Arcuum AB, ab &c. erectus, per hypoth. umbræ in eadem Peripheria terminatæ AC & BC, aC & bC &c. æquales sunt (§. 40. Geom.). Quamobrem cum etiam æquales sint Cotangentes altitudinum Solis (§. 149. Optic.), consequenter distantia Solis à Vertice, altitudinum complementa (§. 94), Sol in Circulis Verticalibus qui Horizontale Planum in AC & BC, aC & bC &c. secant, eandem habet altitudinem. Quare cum Declinatio Solis exiguo illo temporis spatio, quod inter duas Observationes intercedit, non mutetur (§. 115); si Arcus AB, ab &c. bisecentur ut nempe sit $AD = BD$, $ad = bd$ &c. erit DE intersectio Meridiani & Horizontis (§. 119), hoc est, Linea Meridiana (§. 81). *Q. e. d.*

SCHOLION I.

121. Circuli plures ex Centro C describuntur, ut plurimum Observationum consensus accurrationem confirmet.

SCHOLION II.

122. Quia extremum umbræ difficulter admodum observatur; ideo consultius est, ut Stylus in planum desinat exiguo foramine pertusum & Punctum lucidum in Arcus AB & ab incidens loco extremitatis umbræ notetur. Aliàs quoque suadetur, ut Circuli non atramento, sed colore flavo aut solo Circini ductu designentur, ut finis umbræ in Oculum distinctius incurrat.

SCHOLION III.

123. Nonnulli peculiaria excogitarunt Instrumenta ad Lineam Meridianam observandam, aut æquales potius altitudines Solis in parte Cæli tam Orientali, quam Occidentali deprehendendis. Enimvero cum prior Methodus satisfaciât Observatoribus, poste-

rior ad Praxes communes sufficiat; iis describendis superfedemus. Tab. I. Fig. 10.

COROLLARIUM I.

124. Quoties umbra Styli Lineam Meridianam tegit, Centrum Solis in Meridiano hæret (§. 125. Optic.), adeoque meridies existit.

SCHOLION IV.

125. Usus ergo est Lineæ Meridianæ in momento temporis determinando, quo Centrum Solis in Meridiano existit, consequenter in motu Horologiorum ad motum Solis aptando. Index nimirum ad lineam Horæ duodecimæ adducitur, quando umbra Styli Lineam Meridianam tegit.

COROLLARIUM II.

126. Quodsi Linea Meridiana in Centro C, ubi erigitur Stylus, vel in Puncto, cui in observandis altitudinibus Centrum Quadrantis perpendiculariter imminet, per rectam OV dividatur ad angulos rectos; erit OV intersectio Horizontis & Circuli maximi per Polos Horizontis transeuntis (§. 28. Sphær.), adeoque Verticalis (§. 70. 61); consequenter cum puncta intersectionum O & V à Meridiano, qui in D & E secat Horizontem (§. 81), Quadrantis intervallo removeantur (§. 173. Geom.) ac ideo Poli Meridiani sint (§. 25. Sphær.), recta OV est intersectio Horizontis & Verticalis primarii (§. 72). Hinc O Cardinem Orientis, & V Cardinem Occidentis monstrat (§. 80).

COROLLARIUM III.

127. Quando itaque umbra Styli lineam CO vel CV tegit; Sol in Verticali primario existit (§. 125. Optic.).

COROLLARIUM IV.

128. Quodsi in plano quocunque alio Horizontali perpendiculariter, in Verticali autem seu perpendiculari ad Horizontem utcunque Stylum infigas &, dato à socio signo, quando umbra Styli Lineam Meridianam in alio Plano inventam tegit, in apice umbræ à Stylo altero projectæ Punctum

Punctum notetur; in rectam per Punctum istud & pedem Styli ductam, seu Punctum illud, in quod cadit recta ex Vertice Styli ad Planum perpendicularis, in momento meridiei umbra Solis cadet (§. 125. *Optic.*); consequenter ope Lineæ Meridianæ unius in aliquo Plano repertæ, in alio etiam Plano quocunque Lineam Meridianam designare licet.

COROLLARIUM V.

129. Si Planum Quadrantis, hoc est, Planum, in quo Radius ejus unus Lineam fiduciæ ad angulos rectos secat, ita constituitur, ut Planum Horizontale in Linea Meridiana ad angulos rectos interfecet; altitudines siderum Meridianas observare licet.

SCHOLIUM V.

130. *Altitudinum Meridianarum Observatio præcipuum totius Astronomiæ fundamentum est; unde summa cura adhibenda, ut Planum Quadrantis exacte in Plano Meridiani existat.* TYCHO DE BRAHE in hunc usum Quadrantem ingentem muro in ipso Plano Meridiei, hoc est super Linea Meridiana perpendiculariter excitato, firmiter aptavit (a). Quadrans supra descriptus, precipiente Observatore celeberrimo PHILIPPO DE LA HIRE (b) ad observandas altitudines Meridianas ita collocandus, ut Regula VY Lineæ Meridianæ congruat, seu ejus longitudines eidem sint parallelae, & Cochlea Y Planum Quadrantis inclinandum, donec Observatore ad Y sedente Plano Meridiei accommodetur, duabus reliquis S & X Instrumentum paululum elevandum aut deprimendum, donec filum Penduli altitudinem optatam indicet. Addit, accidere interdum, quod in convertendis Cochleis in S vel X positis, Instrumentum à vera positione deflectatur. Suadet ergo, ut si paucula desint minuta, pondus mobile è Quadrantis compactione appendatur & ita mutato Centro Gravitatis inclinatio Quadrantis mutetur. Immo cum difficillimum sit Pla-

num Quadrantis Plano Meridiei aptare, consilium eidem videtur, (c) præsertim in peregrinationibus, ut Quadrante portatili per singula minuta temporis ante transitum per Meridianum observetur altitudo Sideris & Observationes continentur, donec decrescere incipiant; earum enim maxima erit Meridiana.

COROLLARIUM VI.

131. Quodsi in Limbo Quadrantis quidam gradus fuerint divisi ultra nonagesimum ipsi Zenith respondentem & ejus facie divisa in Orientem conversa observetur altitudo Meridiana Stellæ à Zenith non procul distantis (§. 129), mox nocte sequente eadem Observatio repetatur, sed Limbi facie divisa in Occidentem conversa, punctum medium Arcus inter duas Observationes intercepti, erit primum divisionis Punctum. Atque ita Dioptrarum positio probatur. Quare si contingat, Punctum illud incidere in gradum nonagesimum, Dioptrarum positio exacta erit; sin minus, aut restituendæ sunt in situm debitum (§. 107), aut semiarctu isto utendum est tanquam excessu vel defectu in corrigendis altitudinibus, quas Instrumento capere libuit.

SCHOLIUM VI.

132. Cum A. 1671 PICARDUS, celebris Astronomus Gallus in Observatorio TYCHONIS Uraniburgico Lineam Meridianam duceret, eam non sine admiratione reperit à TYCHONICA 18 minutis aberrantem: unde nonnulli & cum his WALLISIUS (d) suspicati sunt, Polos Mundi, consequenter Meridianum, qui per eos ducitur (§. 72) esse mutabiles. Sed cum DE CHAZELLES (e) in Agypto observaverit, quatuor Pyramidis maximæ latera quatuor Mundi Cardines exacte respicere, nec hæc positio fortuita censeri possit, evidens est, per 3000 annorum spatium nullam in Meridiano variationem contigisse: quod

(c) Loc. cit. p. 95.

(d) In Transact. Anglican. n. 255. p. 285. 286.

(e) Histoire de l'Academie Royale des Sciences & A. 1710, p. 194.

(*) Vid. Historiæ Cœlestis Prolegomena f. 113.

(b) In Tab. Astronom. p. 58.

quod etiam, quamvis minori intervallo temporis, confirmatur Linea Meridiana à Celebrissimo CASSINO 1655 in Templo S. Petronii Bononiæ ducta.

DEFINITIO XLI.

133. *Culminatio* Stellæ est transitus ejus per Meridianum. Unde Sidus *culminare* dicitur, quando per Meridianum transit.

PROBLEMA IV.

134. *Invenire culminationem Stellæ.*

RESOLUTIO.

- I. Super Linea Meridiana AB perpendiculariter extendatur filum DC & ex D in E aliud DE secans Meridianam oblique sub angulo quocunque. Secabit ergo *Triangulum filare* DCE Planum Horizontale in Linea Meridiana ad angulos rectos, eritque adeo in Plano Meridiei (§.84).
2. Oculo ita constituto, ut filum DE tegat filum DC, expectetur, donec Stella bifecetur per Triangulum DCE. Tum enim Oculus pariter, ac Stella cum Triangulo DCE erunt in eodem Plano, consequenter Stella in Meridiano existit, *vi num. 1.* hoc est, culminat (§. 133).

COROLLARIUM I.

135. Quodsi Stellarum quotcunque culminationem duabus noctibus immediate se vicem subsequenter observes & intervallo temporis ab una culminatione usque ad alteram interjecta ope Horologii oscillatorii exacte dimetiaris; eadem inter se qualia deprehendes.

COROLLARIUM II.

136. Sphæra igitur Mundana motu æquali circa Tellurem movetur (§.24. *Mechan.*).
Wolffi Oper. Mathem. Tom. III.

PROBLEMA V.

137. *Ope Gnomonis Astronomici observare altitudinem Meridianam Solis.* Tab. I, Fig. 12.

RESOLUTIO.

1. Super Linea Meridiana perpendiculariter erigatur Stylus insignis altitudinis.
2. Notetur Punctum, ubi desinit umbra Gnomonis in Lineam Meridianam incidens.
3. Investigetur distantia ejus à Gnomone, hoc est, longitudo umbræ.
4. Data enim altitudine Gnomonis & longitudine umbræ invenitur altitudo Solis apparens (§. 147. *Optic.*)

Aliter.

1. In Lamina orichalcea fiat foramen circulare, per quod transmissi Radii Solis Imaginem in pavimento sensibilem efficere valent.
2. Firmetur eadem in loco sublimi & ad observandum commodo, ita ut Horizonti sit parallela.
3. Demisso Plumbo quod filo alligatur, exploretur distantia foraminis à pavimento, quæ erit altitudo seu *Pes Gnomonis* (§. 227. *Geom.*).
4. Pavimentum juxta libellam complanetur, ut sit exacte Horizontale, ac dealbetur, ut Imago Solis distincte in ea expressa cernatur.
5. Ducatur in eo Linea Meridiana (§. 120. 128) transiens per pedem Gnomonis.
6. Notentur Puncta extrema Diametri Solaris in Linea Meridiana K & I, & utrinque auferatur recta Semidiametro foraminis æqualis, nempe KH ex una parte, LI ex altera: erit HL

z z

Dia-

Tab. I.
Fig. 12. Diametri Solaris Imago, qua bifariam divisa in B, habetur Punctum, ad quod Radius è Centro Solis pertingit.

7. Datis ergo recta AB & altitudine Gnomonis AG invenitur denuo angulus ABG (§.40. Trig. plan.) seu altitudo Centri Solis apparens (§.145. Optic.).

DEMONSTRATIO.

Non aliud demonstrandum, quam cur à recta KI subtrahi debeant KH & LI Semidiametro foraminis FG æquales, ut habeatur Diametri Solaris Imago HL: quod etfi iis pateat, quæ de Lumine Solis per foramen in Cameram obscuram immisso demonstrata sunt (§.304. Optic.), idem tamen etiam hoc modo demonstrari potest.

Si it ergo CH & DL Radii ab extremitatibus Diametri Solaris D & C per Centrum foraminis G propagati: subtendet HL angulum HGL, qui cum sit æqualis suo Verticali CCD (§.156. Geom.), etiam æqualis est Diametro apparenti Solis ex Centro Laminae G visæ (§.208. Optic.). Sit Diameter foraminis EF: Radii adeo extant DF & CE pertingent ad I & K. Jam cum Radii DL & DI ex eodem Puncto Solis D procedant; erunt ad sensum paralleli (§.94. Optic.). Est vero etiam GF ipsi LI parallela per construct. ergo LI=GF (§.257. Geom.). Et eodem prorsus modo patet esse KH=EG. Q. e. d.

SCHOLION I.

138. Hac Demonstratio convenit quoque Theoremati 66 Opticæ, ad quod provocamus.

COROLLARIUM.

139. Quoniam ex datis AH & AG angulus AGH & ex datis AL & AG angulus AGI. invenitur (§.40. Trig. plan.), si angulus AGH ex AGI subtrahatur, relinquetur Semidiameter Solis apparens HGL (§.208. Optic.).

SCHOLION. II.

140. Cl. DE LA HIRE (a) observavit foraminis Lamina calefacta non satis exacte exprimi Solis in pavimento Imaginem. Suzdet itaque, ut Lamina tegatur, nonnisi Observationis momento retagenda.

SCHOLION II.

141. Gnomonis usum Quadrantibus minoribus præferendum esse haud inviti largiuntur, qui Observationibus speram dedere, præsertim cum accurata ejus excitatio multo minus industriæ requirat, quam instrumentorum exacta divisio, ususque Gnomonis facilius sit, quam Quadrantum. Unde & Veteres, & Recentiores Gnomonibus usi sunt ad Observationes selectissimas instituendas (b). ULUGH BEIGH, Rex Parthiæ ac Indiæ, magni TAMERLANIS nepos, circa annum Christi 1437 usus est Gnomone, cujus altitudo 180 pedes Romanos superavit. Gnomon IGNATII DANTIS in Templo S. Petronii Bononiæ An. 1576. erectus fuit 67 circiter pedum Bononiensium; Gnomon. Cel. CASSINI in Ædibus MALVATICIS Bononiæ An 1655. excitatus pedum 20, correctus vero in Ædibus S. Petronii pedum Romanorum antiquorum $95\frac{1}{4}$; RICCIOLI Gnomon in Templo S. Lucie Bononensis pedum 66, unciarum $10\frac{3}{100}$; R. P. HEINRICHII Gnomon Vratislaviæ An. 1705. erectus pedum 35 (c).

PRO.

(a) In Tab. Astron. p. 102.

(b) Videatur RICCIOLUS Astronomiæ Reformatæ Lib. I. f. 5. & seqq. & Geogr. Reform. Lib. VII. C. 15. f. 286.

(c) Vid. Altitudo Poli Vratislaviæ Part. I. p. 5.

PROBLEMA VI.

142. *Altitudinem Stellæ Meridianam ope Gnomonis observare.*

RESOLUTIO.

1. In Plano Horizontali ope libellæ accuratius constructæ aut canalis aqua repleti determinato inveniat^r Linea Meridiana (§. 120) aut cum CASSINO super fulcris suis collocetur canalis ligneus, pice illitus & aqua plenus AB, ita ut linea per medium ejus ducta sit Horizonti parallela, nec ullibi margo ultra aquæ superficiem emineat.
- 2 In fastigio Templi aut domus, vel in Vertice Styli perpendiculariter erecti C ita affigatur Regula orichalcea DE, octo circiter digitos aut pedem unum longa, ut ejus latus superius sit Horizonti parallelum.
- 3 Ex medio C demittatur filum cum appenso pondere F & notetur Punctum G, ubi canalem aut Lineam Meridianam interfecat, simulque exploretur distantia puncti C à Linea Meridiana vel canali AB, hoc est altitudo Gnomonis CG (§. 284. *Geom.*).
4. In M aptetur Furcula ultro citroque mobilis cum filo bombycino tenui IL, ad Horizontem parallelo.
5. Observetur culminatio Stellæ S (§. 134) & mox furcula promoveatur aut retrahatur, donec Oculo in O constituto Centrum Stellæ à Regula DE bisectæ in recta LC appareat.
5. Distantia fili à Linea Meridiana aut

aquæ in canali stagnantis superficie KM accurate dimensa subtrahatur ab altitudine Gnomonis GC, ut habeatur CN.

7. Porro investigetur longitudo KN & tandem,
8. Ex datis in Triangulo CKN ad N rectangulo cruribus KN & NC inveniat^r angulus CKN (§. 40. *Trigon. plan.*), qui erit altitudo Stellæ apparens super Horizonte KN (§. 145. *Optic.*).

OBSERVATIO IX.

143. *Si ad umbram Sole oriente vel Tab. I. occidentale à Stylo C ad Lineam Meridia-* Fig. 10.
nam DE perpendiculari projectam quotidie attendas; bis in anno eandem in intersectionem Verticalis primarii & Horizontis OV incidere advertes. Tam autem tempus ab ortu usque ad occasum Solis elapsum, Horologio oscillatorio indice, erit duodecim Horarum seu semidiurnum. Tanti quoque temporis deprehenditur mora Stellæ supra Horizontem, quæ ope Trianguli filaris super linea OV extensi eo modo, quo Stellæ culminatio observatur (§. 134), in Circulo Verticali primario oriri deprehenditur. Tales Stellæ sunt superior in cingulo Orionis, Stella exigua in collo Antinoi, Nodus piscium.

COROLLARIUM I.

144. Quoniam Semicirculus diurnus Solis ac Stellæ tempore Observationis supra Horizontem sensibilem existit (§. 56); Horizon sensibilis hr per Centrum Diurni transit. Sed Centrum Diurni est in Axe PQ (§. 44. 56), qui per Centrum Terræ C

Tab. I. transit (§. 44); erit ergo extra Centrum
Fig. 15. Terræ in O, consequenter Sol & Stella non
oritur in Cardine Orientis apparente c,
sed ultra eum versus Septentrionem in O:
quod cum Observationi repugnet, quia
Verticalis primarius Horizontem in Car-
dine Orientis & Occidentis interfecat (§.
126) necesse est distantiam cO esse imper-
ceptibilem; consequenter Semidiametrum
Telluris Cc respectu motus primi Solis at-
que Fixarum evanescere.

COROLLARIUM II.

145. In motu adeo primo Solis atque
Fixarum Horizon sensibilis br atque verus
HR coincidunt, hoc est, Arcus Meridiani
Hb inter utrumque interceptus insensibili-
lis; consequenter altitudines Solis atque
Fixarum apparentes cum veris eadem sunt.

COROLLARIUM III.

146. Tellus itaque, in Astronomia Sphæ-
rica, salvis Phænomenis pro Puncto habetur.

PROBLEMA VII.

147. *Observare altitudinem Poli.*

RESOLUTIO.

- I. Tempore hiberno, quando longitu-
do noctis horas 12 excedit, adeo-
que Stellæ semper apparentes bis
in Meridiano observari possunt,
observetur altitudo Meridiana *Stel-
le Polaris*, hoc est, ultimæ in *Cau-
da Urse minoris*, cum maxima SR,
tum minima MR (§. 109. 142).
2. Subtrahatur MR ex SR & differen-
tia MS bifariam dividatur, ita enim
prodibit Stellæ à Polo distantia PM
(§. 114).
3. Addatur PM altitudini minimæ
MR: erit summa PR altitudo Poli
quæsitæ.

E. gr. COUPLÉTUS junior *Ulyssipone* A.
1697. circa finem Septembris observavit (a)

(a) *Memoire de l'Acad. Royal. des Sciences*, A. 1700.
p. m. 175.

	SR = 41° 5' 40"
	MR = 36 28 0
Ergo	SM = 4 37 40
	PM = 2 18 50
	MR = 36 28 0
	PR = 38 46 50

SCHOLIUM I.

148. *Ut altitudo Poli, qua cum Linea Mé-
ridiana basis est omnium Observationum Astro-
nomicarum satis exacta habeatur, altitudines
meridiana SR & MR ex doctrina Refractio-
num inferius tradenda corrigenda: unde COU-
PLETUS in Exemplo proposito subtrahit. ulte-
rius 1' 25'', ut PR sit 38° 45' 25''.*

COROLLARIUM I.

149. Quodsi elevatio Poli PR ex qua-
diante seu 90 gradibus auferatur, relinque-
tur altitudo Æquatoris AH (§. 97).

E. gr. in nostro exemplo

	PR + AH = 89° 59' 60"
	PR = 38 45 25
	AH = 51 14 35

COROLLARIUM II.

150. Si altitudo meridiana Stellæ vel So-
lis HD observata major fuerit altitudine
Æquatoris AH; hæc ex illa subducta, relin-
quit Declinationem ejus Borealem AD; sin
vero altitudo Stellæ HT minor altitudine
Æquatoris HA, illa ex hac subducta relin-
quit Declinationem Stellæ vel Solis Aus-
tralem TA.

E. gr. TYCHO *Uraniburgi* observavit *Cau-
dæ Leonis* altitudinem meridianam

	HD 50° 59' 0"
Alt. Æquat.	HA 34 5 20
Ergo Declinatio	AD 16 53 40

COROLLARIUM III.

151. Si Stella fuerit in quadrante ZR;
tum altitudo minima MR à Poli altitudi-
ne PR subducta relinquit distantiam à Polo
PM: quæ si porro subducatur à quadrante
PQ (§. 49), relinquetur Declinatio MQ.

E. gr.

E. gr. in Observatione COUPLETI PM erat $2^{\circ} 18' 50''$, his ergo ex 90° subductis, relinquitur $MQ 87^{\circ} 41' 10''$. Vel cum $QR = AH$ (§.98), altitudo minima MR additur elevationi Æquatoris, ut prodēat Declinatio MQ , veluti in dato Exemplo ubi neglecta refractione $AH 51^{\circ} 13' 10''$ & $MR 36^{\circ} 28' 0''$, $MQ 87^{\circ} 41' 10''$.

SCHOLION II.

152. Et hac ratione per Observationes construuntur Tabulæ Declinationum Fixarum, quales exhibent RICCIOLUS (a) atque DECHALES (b).

COROLLARIUM IV.

153. Collatio Observationum recentiorum cum antiquioribus variabilitatem Declinationis Fixarum arguit in diversis Stellis diversam. In aliis enim crescit, in aliis decrescit, quantitate minime eadem. Maximum incrementum & decrementum intra decennium minuta tria cum dimidio non excedit.

COROLLARIUM V.

154. Data Declinatione Stellæ ab aliis observata (§.150) & ejus altitudine meridiana à nobis observata (§.109 142), inveniri potest altitudo Æquatoris in nostro Observatorio (§.150) & inde porro altitudo Poli pro eodem (§.97).

COROLLARIUM VI.

155. Si altitudines Solis meridianæ per totum annum observatæ conferantur cum altitudine Æquatoris; Solem quotannis bis in Æquatore hære, reliquo tempore vel ultra eum ad certum terminum ascendere, deinde rursus ad eundem descendere, vel infra eum descendere ad terminum certum, deinde rursus ab eodem ad illum ascendereprehendimus.

COROLLARIUM VII.

156. Circulus itaque, sub quo Centrum Solis motu proprio incedit, Æquatorem duobus in punctis interfecat.

(a) Astron. Reform. lib. 4. c. 9. f. 288.

(b) Tom. III. Mund. Math. in Tract. de Navigat. Lib. VII. f. m. 325. & seqq.

DEFINITIO XLIII.

157. Circulus ille in Sphæræ Mundanæ superficie immobili descriptus sub quo Centrum Solis motu proprio incedit, dicitur *Ecliptica*.

DEFINITIO XLIV.

158. Puncta Æquinoctialia sunt Puncta intersectionum Æquatoris & Eclipticæ. *Vernale* dicitur, unde Sol versus Polum Borealem ascendit: *Autumnale*, unde idem versus Polum Australem descendit. Tempus, quando Sol in Punctum Æquinoctiale ingreditur, dicitur *Æquinoctium*, quod adeo vel *Vernale*, vel *Autumnale*.

DEFINITIO XLV.

159. Puncta Solstitialia sunt Puncta Eclipticæ, in quibus terminatur ascensus Solis supra Æquatorem & descensus infra eundem. Punctum prius dicitur *Æstivum*; posterius *Brumale* seu *Hibernum*. Tempus, quando Sol in Puncta Solstitialia ingreditur, vocatur *Solstitium*, quod adeo vel *Æstivum*, vel *Brumale*.

DEFINITIO XLVI.

160. *Signum Cæleste* est duodecima Eclipticæ pars in 30 gradus divisa. Primi principium est in Puncto Æquinoctiali Vernali. Nomina Signorum Cælestium ac ordo his verticulis continentur:

Sunt *Aries, Taurus, Gemini,*
Cancer, Leo, Virgo,
Libraque, Scorpius, Arcitenens,
Caper, Amphora, Pisces.

Signis sequentibus indigitantur

♈, ♉, ♊, ♋, ♌, ♍, ♎, ♏, ♐, ♑, ♒, ♓, ♈, ♉, ♊, ♋, ♌, ♍, ♎, ♏, ♐, ♑, ♒, ♓

DEFINITIO XLVII.

161. *Signa Vernalia* sunt Aries, Taurus & Gemini: *Æstiva*, Cancer, Leo & Virgo: *Autumnalia*, Libra, Scorpius & Arcitenens seu Sagittarius: *Brumalia*, Capricornus, Amphora seu Aquarius & Pisces.

DEFINITIO XLVIII.

162. *Signa Borealia* vel *Septentrionalia* sunt *Signa Vernalia* & *Æstiva*: *Signa Australia* vel *Meridionalia* sunt *Signa Autumnalia* & *Brumalia*.

PROBLEMA VIII.

163. *Observare Declinationem maximam Eclipticæ.*

RESOLUTIO.

1. Circa Solstitium Æstivum vel Brumale per aliquot dies observetur maxima cum cura altitudo Solis meridiana (§. 129).

2. Ab altitudine maxima subtrahatur elevatio Æquatoris.

Residuum est Declinatio maxima in Puncto Solstitiali (§. 149).

E. g. RICCIOLUS An. 1646. Bononiæ observavit (a) altitudinem Solis meridiana-

d. 20 Jun.	68°	59'	55"
21	69	0	10
22	68	59	55

Erat ergo altitudinum meridianarum Solis maxima

	69°	0	10
Elevat. Æquat.	45	29	50
Declinat. max.	23	30	20

COROLLARIUM.

164. Quodsi alio tempore altitudines Solis meridianæ observentur, eodem mo-

(a) Astron. Reform. Lib. I. c. 5. f. 13.

do Declinationes in aliis Eclipticæ Punctis eliciuntur.

OBSERVATIO X.

165. *Declinationem maximam Eclipticæ observarunt.*

Ante Christ.		D. M.
A.	324 Pytheas	23. 52.
	230 Eratosthenes	23. 51.
	140 Hipparchus	23. 51.
Post Christ.		
A.	140 Ptolemæus	23. 51.
	880 Albategnius	23. 35.
	1460 Regiomontanus	23. 30.
	1476 Waltherus	23. 30.
	1525 Copernicus	23. 28.
	1570 Rothmannus & Byrgius	23. 30.
	1587 Tycho	23. 30.
	1627 Keplerus	23. 30.
	1636 Gassendus	23. 31.
	1646 Ricciolus	23. 30.
	Hevelius	23. 30.
	Moutonus	23. 30.
	1702 Philippus de la Hire	23. 29.
	1715 De Louville	23. 28.

Eadem Declinatio reperitur in utroque Puncto Solstitiali. Ostendit autem RICCIOLUS (b) ERATOSTHENEM ex Observationibus suis falso conclusisse Declinationem maximam 23° 51' 20", cum vi earundem esse debeat 23° 31' 5". Similiter PYTHEAS Massiliæ umbram Solstitialem ad Gnomonem observavit ut 213 $\frac{1}{2}$ ad 600 seu ut 31951 $\frac{1}{2}$ ad 90000; GASSENDUS cum PEIRESCIO ibidem A. 1636 ut 31950 ad 90000 (c).

COROL-

(b) In Astron. Reform. c. 6. §. 4. f. 19.

(c) In Vita Peirescii.

COROLLARIUM I.

166. Quia Observationes intra duo Secula postrema peractæ in scrupulis secundis tantum differunt, nec ERATOSTHENIS errore correcto, quem HIPPARCHUS atque PTOLEMÆUS retinuerunt, major differentia reperitur inter antiquissimas & recentiores, GASSENDUS insuper umbram Solstitialem ejusdem longitudinis deprehendit, quantam annis fere bis mille ante observaverat PYTHEAS; Declinationem Eclipticæ immutabilem esse communiter concluditur.

SCHOLIUM.

167. Qui errores ERATOSTHENIS atque PYTHÆ in modo, quo ex Observationibus suis Declinationem maximam Eclipticæ collegerunt, non agnoverunt PURBACHIUS, REINHOLDUS, REGIOMONTANUS, COPERNICUS, RHÉTICUS, TYCHO, LONGOMONTANUS, SNELLIUS, LANSBERGIUS, BULLIALDUS aliique, eam variabilem statuerunt. Inprimis nostro tempore EUGENIUS DE LOUVILLE (a) operose adstruit, Eclipticæ obliquitatem singulis Seculis uno minuto primo decrescere. HERODOTUS autor est, ex Ægyptiorum traditione Eclipticam ad Circulum Equinotialem fuisse perpendicularem: unde patet ipsos diminutionem obliquitatis Eclipticæ agnovisse: Cumque teste DIODORO SICULO Chaldæi jactaverint Observationes tam antiquas, ut à primis suis Observationibus usque ad ingressum ALEXANDRI M. Babilonem 403 millia annorum numerarent, ex mutabilitate autem Eclipticæ ab ipso asserta consequatur hæc Periodus, si initium statuatur in eo tempore, quo Ecliptica per Polos mundi transit; unde concludit, Chaldæos quoque mutabilitatem Declinationis Eclipticæ observasse & quantitatem diminutionis agnovisse. Sed de his futuris Seculis certius quid statuere licebit. Sumamus interim Declinationem Eclipticæ constantem.

(a) in Dissertatione de mutabilitate Eclipticæ, quæ legitur in Actis Eruditorum A 1719. p. 281. & seqq.

COROLLARIUM II.

168. Ob plerarumque Observationum consensum communiter assumitur, Declinationem eclipticæ maximam esse 23° 30'. Sed quia CL. DE LA HIRE eandem ex Observationibus prope Æquatorem habitis (ubi, per inferius independenter ab his demonstranda, Refractio non adeo turbat Observationes altitudinum meridianarum) 23° 29' colligit, nos cum ipso in posterum eadem utemur.

OBSERVATIO XI.

169. Si in Solstitio Brumali observetur transitus Stellæ alicujus per Meridianum (§. 134), noteturque ope Horologii oscillator. i tempus culminationis; eadem vero nocte vel aliis subsequenti- bus eodem modo observetur temporis intervallum, quod inter culminationes ejusdem aliarumque Stellarum Fixarum interceat, ac tandem in Solstitio Æstivo observetur culminatio unius ex istis Stellis una cum momento, quo accedit, & ex anterioribus Observationibus colligatur tempus, quo Stella primæ Observationis illo die sit culminatura; hoc à tempore culminationis duodecim horis differre deprehenditur.

COROLLARIUM

170. Quoniam motus Sphæræ Mundanæ æquabilis (§. 136) & duodecim horæ præterlabuntur à culminatione Puncti Solstitialis Brumalis usque ad Punctum Solstitiale Æstivum (§. 169); Puncta Solstitialia sibi mutuo diametraliter opponuntur.

THEOREMA III.

171. Ecliptica est Circulus Sphæræ maximus.

Tab. I.
Fig. 16.

DEMONSTRATIO.

Sit AEQL Meridianus, AQ Æquator, EL Ecliptica. Quoniam Puncta Solstitialia sibi mutuo diametraliter opponuntur (§. 170), si E fuerit Æstivum, erit L Brumale. Sunt vero AEQ & ALQ semicirculi (§. 84. *Spher.*), adeoque $AE + EQ = AL + LQ$ (§. 177. *Arith.*). Quare cum sit $AE = QL$ (§. 165); erit etiam $EQ = AL$ (§. 91. *Arithm.*), consequenter $EQ + QL = EA + AL$ (§. 88. *Arithm.*). Transsit ergo EL per Centrum Sphæræ C (§. 135. *Geom.*) & hinc Ecliptica Circulus maximus Sphæræ Mundanæ (§. 15. *Spher.*).
Q. e. d.

COROLLARIUM I.

172. Ecliptica Æquatorem bifariam secat (§. 20. *Spher.*).

COROLLARIUM II.

173. Puncta igitur Æquinoctialia sibi mutuo diametraliter opponuntur (§. 158) adeoque Signa Borealia sunt in Hemisphærio Boreali, Australia in Australi (§. 51. 52. 161. 162).

COROLLARIUM III.

174. Cum & Meridianus (§. 70. 72) & Ecliptica (§. 171) sit Circulus maximus; se mutuo bifariam secant (§. 20. *Spher.*). Et eodem modo patet, Eclipticam ab Horizonte tam rationali (§. 61), quam sensibili (§. 145) bifariam secari.

COROLLARIUM IV.

175. Arcus adeo Eclipticæ inter Horizontem & Meridianum interceptus Quadrans est.

COROLLARIUM V.

176. Quare si ponamus Punctum Solstitiale Æstivum E esse in Meridiano, cum tunc alterum L etiam sit in Meridiano (§. 174), Puncta Æquinoctialia sibi mutuo dia-

metraliter opposita (§. 173) sint in Horizonte (§. 174), Puncta Solstitialia ab Æquinoctialibus Quadrantis intervallo distare manifestum est (§. 175. *Astron.* & §. 54. *Spher.*).

COROLLARIUM VI.

177. Sunt adeo Puncta Solstitialia in principio Cancri & Capricorni, Æquinoctialia vero in principio Arietis atque Libræ (§. 160).

COROLLARIUM VII.

178. Cum Declinatio maxima Eclipticæ AE sit Arcus Circuli maximi (§. 75), quadrantis intervallo à Punctis Æquinoctialibus distans (§. 176); erit eadem mensura *Obliquitatis Eclipticæ*, hoc est, anguli EGA ex intersectione Æquatoris AQ & Eclipticæ EL orti (§. 33. *Spheric.*). Sunt vero omnes illi anguli AGE, LGQ, AHE, QHL inter se æquales (§. 32. 43. *Spher.*).

COROLLARIUM VIII.

179. Cum distantia Poli Eclipticæ M ab Ecliptica EM quadrans sit (§. 25. *Spheric.*) & AP itidem quadrans sit (§. 49); distantia Poli Eclipticæ à Polo Æquatoris, consequenter à Polo Mundi (§. 48) PM, est Declinationi maximæ æqualis (§. 91. *Arithm.*), adeoque $23^{\circ} 29'$ (§. 168).

COROLLARIUM IX.

180. Quia angulus Obliquitatis Eclipticæ immutabilis (§. 166); Sol constanter sub eodem Circule motu proprio incedit.

DEFINITIO XLIX.

181. *Tropici* sunt Circuli inamobiles ME & NL cum Æquatore AD paralleli, per Puncta Solstitialia ducti. *Tropicus Cancri* vocatur, qui per principium Cancri E transit: *Tropicus* vero *Capricorni*, qui per principium Capricorni L transit.

COROLLARIUM I.

182. Quoniam Declinatio Eclipticæ est arcus EA vel LD ad Æquatorem AD perpendicularis (§. 75); erit EN distantia Tropi-
corum

picorum (§. 83. *Sphæric.*). Est vero EA = LD (165) & AN = DL (§. 42 *Sphæric.*). Ergo EA = AN (§. 87. *Aritbm.*), consequenter distantia Tropicorum EN Declinationis maximæ EA dupla.

COROLLARIUM II.

183. Quare si altitudinem Solis meridianam observes cum in Solstitio Brumali, tum in Æstivo (§. 129. 237. & illam ex hac auferas: relinquetur distantia Tropicorum, cujus dimidium est Declinatio Eclipticæ maxima, independenter adeo ab elevatione Æquatoris invenienda.

DEFINITIO L.

184. *Circuli Polares* sunt Circuli immobiles cum Æquatore paralleli & à Polo Mundi tanto intervallo distantes, quanta est Declinatio Eclipticæ maxima. Polo Arctico vicinus dicitur *Polaris Arcticus*; qui vero Antartico proximus, *Polaris Antarticus*.

COROLLARIUM.

185. Quia Polus Eclipticæ à Polo mundi tanto intervallo distat, quanta est Declinatio Eclipticæ maxima (§. 179); Circuli Polares sunt Circuli diurni Polorum Eclipticæ (§. 56).

DEFINITIO LI.

186. *Coluri* sunt Circuli Sphæræ

maximi mobiles per Polos Mundi & Puncta Eclipticæ Solstitialia & Æquinoctialia ducti. *Colurus Æquinoctiorum* est, qui per Puncta Æquinoctialia transit: *Colurus Solstitiorum* est qui transit per Solstitialia.

DEFINITIO LII.

187. *Circuli excursuum* sunt Circuli cum Ecliptica paralleli & ab ea tanto intervallo distantes, quanto Planetarum versus Polos Eclipticæ excursus coërceri possunt, quod IO vulgo statuitur graduum.

DEFINITIO LIII.

188. *Zodiacus* est fascia Circulis excursuum terminata. Dividitur in 12 Signa seu *Dodecatemoria* ejusdem nominis ac ordinis cum Signis Eclipticæ (§. 160).

SCHOLIUM.

189. *Circuli omnes optime dignoscuntur ex Sphæra armillari, in qua P & Q sunt Poli Mundi, AD Æquator, EL Ecliptica cum Zodiaco, PAQD Meridianus, vel etiam Colurus Solstitiorum, T Terra, FG Tropicus Cancræ, MN Circulus Polaris Arcticus, HI Tropicus Capricorni, OV Polaris Antarticus, N & O Poli Eclipticæ, RS denique Horizon.*

Tab. III. Fig. 17.

CAPUT III.

De motu communi Solis, indeque pendentibus Phenomenis.

DEFINITIO LIV.

190. *Ascensio recta* est Punctum Æquatoris cum Stella aut alio quocunque in Sphæræ Mundanæ superficie dato Puncto culminans, à Puncto Æquinoctiali Vernali numeratum.

Wolfii Oper. Mathem. Tom. III.

DEFINITIO LV.

191. *Ascensio obliqua* est Punctum Æquatoris cum Stella aut alio quocunque Puncto in Sphæræ Mundanæ superficie dato per Horizontem ortivum transiens, à Puncto Æquinoctiali Vernali numeratum.

Aaa

DE-

DEFINITIO LVI.

192. *Descensio obliqua* est Punctum Æquatoris cum Puncto in superficie Sphæræ Mundanæ dato per Horizontem occiduum transiens, à Puncto Æquinoc- tiali Vernali numeratum.

DEFINITIO LVII.

193. *Differentia Ascensionalis* est dif- ferentia inter Ascensionem rectam & obliquam ejusdem Puncti: *differentia Descensionalis* est differentia inter Af- censionem rectam & Descensionem obli- quam ejusdem Puncti.

DEFINITIO LVIII.

194. *Azimuthum* est arcus Horizon- tis inter Circulum Verticalem datum & Meridianum interceptus.

DEFINITIO LIX.

195. *Amplitudo ortiva* est distantia Puncti orientis à Cardine Orientis: *Amplitudo vero occidua* est distantia Puncti occidentis à Cardine Occidentis.

COROLLARIUM I.

196. Est itaque Amplitudo ortiva & occi- dua arcus Horizontis inter Punctum oriens & occidens atque Cardinem Orientis & Occidentis interceptus (§. 54. *Sphær.*).

COROLLARIUM II.

197. Azimuthum est Amplitudinis or- tivæ & occiduae complementum ad qua- drantem (§. 194).

PROBLEMA IV.

198. *Datis obliquitate Eclipticæ G; Puncti cujuscunque Eclipticæ dati S De- clinationem DS invenire.*

RESOLUTIO.

Tab. I. Quoniam in triangulo SDG angulus Fig. 16. D rectus est (§. 75), & præter angulum G $23^{\circ} 29'$ (§. 168), ob datum Punc-

tum S, etiam arcus GS datur; reperie- tur DS (§. 116. *Sphær.*).

Sit e. gr. S. $20^{\circ} 8'$, erit GS 50° , adeo- que

Log. Sin. G 96004090

Sin. GS 98842540

Sin. DS 494846630, cui in Tabu- lis quam proxime respondent $17^{\circ} 46' 25''$.

SCHOLIUM.

199. *Hoc modo construitur* Tabula Declinationum singulorum graduum Eclipticæ.

COROLLARIUM I.

200. Si Declinatio Solis Borealis AD in Tabulis reperta ab altitudine Solis mer- idiana HD observata (§. 129) auferatur; elevatio Æquatoris residua fit (§. 150), quæ porro ex 90° subducta elevationem Poli relinquit (§. 97). Similiter Æquato- ris altitudo prodit, si Declinatio Austr- alis TA altitudini Solis meridiana HT ad- datur.

SCHOLIUM.

201. *Patet ex Theoricis cognitum esse debere locum Solis in Ecliptica.*

COROLLARIUM II.

202. Contra data elevatione Æquato- ris HA & Declinatione Solis AD vel TA, invenitur altitudo ejus meridiana HD vel HT, si Declinatio Borealis AD illi adda- tur, Australis vero AT dematur.

E. gr. Altitudo Æquat. *Hala* $38^{\circ} 22'$

Declinat. ☉ in $25^{\circ} 8' 19 3 6'$

Altitudo ☉ meridiana $57 25 6$

PROBLEMA V.

203. *Data elevatione Æquatoris & altitudine meridiana Solis, una cum obli- quitate Eclipticæ; invenire ejus locum in Ecliptica.*

RESOLUTIO.

I. Ex datis altitudinibus Æquatoris & So- lis quæratu- r ejus Declinatio (§. 150).

2. Cur

2. Cum adeo in Triangulo DSG ad D rectangulo (§. 75) dentur angulus obliquitatis Eclipticæ G & Declinatio DS; reperietur arcus GS (§. 118. *Spheric.*): quo dato, locus Solis quæsitus S innotescit, modo constet, in quo quadrante Eclipticæ Sol commoretur. Etenim in primo quadrante GS est distantia à principio Arietis; in secundo complementum ejus ad Semicirculum; in tertio excessus ejusdem supra Semicirculum; in quarto denique complementum ad Circulum integrum.

E. gr. RICCIOLUS (a) A. 1643. d. 23. Martii (quo tempore Sol erat in primo quadrante Eclipticæ) observavit

Altit. ☉ merid.	46° 33' 40"
Altit. Æquat.	45 29 50
Ergo Declinatio DS	1 3 50
Log. Sin. DS	82687487
Sin. tot.	100000000
Summa	182687487
Sin. G	96004090

in Tabulis quam proxime respondent 2° 40' 15".

Fuit ergo locus Solis φ 2° 40' 15".

PROBLEMA VI.

204. Data obliquitate Eclipticæ G, invenire Puncti cujuscunque S Ascensionem rectam D & angulum Eclipticæ cum Meridiano DSG.

RESOLUTIO.

Quoniam Circulus Declinationis PD Equatorem AQ fecat ad angulos rectos (§. 75); Triangulum DSG rectan-

(a) Astron. Reform. Lib. I. c. 8. f. 26.

gulum. Quare cum in eo detur angulus Tab. I. G & ob datum Punctum S arcus GS, Fig. 16. qui vel distantia Solis ab Ariete, si Sol fuerit in primo quadrante, vel complementum ad principium Libræ, si fuerit in secundo; vel distantia à principio Libræ, si fuerit in tertio; vel denique complementum ad principium Arietis, si fuerit in quarto: reperietur angulus DSG (§. 130. *Spheric.*) & arcus DG (§. 127. *Spheric.*), qui in primo casu indicat ipsam Ascensionem rectam; in secundo ejus complementum ad Semicirculum; in tertio excessum supra Semicirculum; in quarto denique complementum ad Circulum integrum.

E. gr. Sit Sol in φ 2° 40' 15". Quia G 23° 29'

erit Log. Sin. tot.	100000000
Cofin. G	99624527
Summa	199624527
Cotang GS.	113311611

Tang. GD 8.6312916, cui in Tabulis quam proxime respondent 2° 27'. Tanta nimirum est ascensio recta in 2° 40' 25" φ .

Porro Log. Sin. tot.	100000000
Cofin. GS	99995279
Summa	199995279
Cotang. G.	103620437

Cotang. S 9.6374842, cui in Tabulis quam proxime respondent 23° 27' 38".

Est ergo angulus GSD 66° 32' 22".

SCHOLIION.

205. Hoc modo construuntur Tabulæ Ascensionum rectarum singulorum graduum Eclipticæ & Tabulæ anguli Eclipticæ cum

Meridiano ad partes Orientales in Hemisphærio Boreali.

PROBLEMA VII.

Tab. III. Fig. 18.19. 206. *Data elevatione Poli PR, una cum Declinatione Solis DS; invenire differentiam Ascensionalem OD, Amplitudinem ortivam SO & Azimuthum HS.*

RESOLUTIO.

Quia circulus Declinationis PD Æquatorem AQ ad angulos rectos secat (§. 75), Triangulum OSD rectangulum ad D. Quare cum in eo detur Declinatio DS & angulus O ob elevationem Poli datam (§. 97. 100); reperietur OD (§. 125. Spher.) & SO (§. 118. Spher.), consequenter ob OH = 90° etiam HS.

Sit e. gr. elevatio Poli, quemadmodum Halæ 51° 38' & Sol in 24° II: erit O 38° 22', DS 23° 20' 48". Unde

Log. Cotang. O	101014704
Tang. DS	96351154
<hr/>	
Sin. OD	497365858,
cui in Tabulis quam proxime respondent 33° 2' 27".	
Log. Sin. tot.	100000000
Sin DS	95980165
<hr/>	
Summa	195980165
Sin. O	97928759
<hr/>	
Sin. OS	98051406, cui
in Tabulis quam proxime respondent 39° 40' 40".	

SCHOLION I.

207. *Hac ratione construuntur Tabulæ differentiarum Ascensionalium itemque Amplitudinum ortivarum pro singulis gradibus Declinationis sub singulis gradibus elevationis Poli. Et per idem Problema differen-*

tias Descensionales & Amplitudines occidentales inveniri per se patet.

COROLLARIUM I.

208. Si Sol fuerit in Signo Boreali & differentia Ascensionalis DO ex Ascensione recta D subtrahatur, relinquetur Ascensio obliqua O (§. 193).

E. gr. si Sol fuerit in 24° II.

Ascensio recta D	83° 27' 46"
Differentia Ascens. OD	33 2 27
<hr/>	
Ascensio Obliqua O	50 25 19

COROLLARIUM II.

209. Si Sol fuerit in Signo Australi & differentia Ascensionalis DO Ascensioni rectæ D addatur, prodibit obliqua O (§. 193).

SCHOLION II.

210. *Patet adeo, quomodo construuntur Tabulæ Ascensionum obliquarum pro singulis Eclipticæ gradibus sub singulis gradibus Elevationis Poli.*

PROBLEMA VIII.

211. *Determinare tempus tam Primi mobilis, quam Solare, quo arcus Æquatoris datus Meridianum transit & contra.*

RESOLUTIO.

Quoniam Meridianus Æquatorem continuo ad angulos rectos secat (§. 84); dum datus arcus Æquatoris per Meridianum transit, perinde est ac si arcum Æquatoris immotum Punctum intersectionis in Meridiano eadem celeritate interea temporis descripsisset. Cum adeo motus Æquatoris sit aquabilis (§. 136); erunt arcus per Meridianum transeuntes temporibus proportionales (§. 24. Mechan.). Quare si inferatur: ut 360 ad 24 horas Primi mobilis, ita arcus datus ad numerum quartum proportionalem; erit

erit is tempus Primi mobilis quaesitum. Quodsi adeo quaeratur arcus dato tempore per Meridianum transiens, inferendum erit: ut 24 ad 360, ita tempus datum ad arcum quaesitum,

Quia Sol intra 24 horas Primi mobilis Ascensionem rectam fere mutat 59' 8" 20''' , hoc est, 212900''' , si hoc intervallum per 24 dividatur, quotus 8870''' seu 2' 28" erit pars adjicienda arcui intra horam Primi mobilis per Meridianum transeunti, ut habeatur arcus intra horam Solarem per eundem transiens.

Quodsi inferas: ut 360° 59' 8" 20''' ad 24 horas Solares, ita arcus datus ad numerum quartum proportionalem; erit is tempus Solare, quo arcus Aequatoris datus per Meridianum transit.

SCHOLIION.

212. Quia conversio temporis in gradus Aequatoris & graduum Aequatoris in tempus nultum in Astronomia usum habet; ideo constructae sunt Tabulae, in quibus exhibentur arcus Aequatoris singulis horis tam Primi mobilis, quam Solaribus, & singulis scrupulis ora unius per Meridianum transeuntes, & intra. Earundem cum sit in Problematibus quentibus usus eas hic contractas apponere bet. Usus facilis. Etenim gradus Aequatoris dati cum suis scrupulis resolvuntur in pars, quae in Tabula extant, & ex ea excerpuntur horae ac scrupula horaria ipsis respondentia. Haec enim in unam summam collecta nt tempus, quo arcus Aequatoris datus per Meridianum transit. Simili modo proceditur, tempus datum in arcum Aequatoris convertendum. Exempla in Problematibus sequentibus currunt.

Aquat. Grad.	Hor. Min.	Min. Sec.	Horae	Aquat. Grad.	Hor. Min.	Aquat.	
						Gr.	'
Min.	Min.	Sec.			Sec.	"	"
Secund.	Sec.	Tert.			Tert.	"	"
Tert.	Tert.	Quart			Quart.	"	"
1	0.	4	1	15	1	0.	15
2	0.	8	2	30	2	0.	30
3	0.	12	3	45	3	0.	45
4	0.	16	4	60	4	1.	0
5	0.	20	5	75	5	1.	15
10	0.	40	6	90	6	1.	30
15	1.	0	9	135	10	2.	30
30	2.	0	12	180	20	5.	0
60	4.	0	15	225	30	7.	30
90	6.	0	18	270	40	10.	0
180	12.	0	20	315	50	12.	30
360	24.	0	24	160	60	15.	0

Aquat. Grad.	Hor.	I.	II.	III.	Hor. Grad.	I.	II.	III.	
									IV.
Min.	I.	II.	III.	IV.	1	15	2	28	
Secund.	II.	III.	IV.	V.	2	30	4	56	
Tert.	III.	IV.	V.	VI.	3	45	7	24	
					5	75	12	20	
					10	150	24	40	
					20	300	49	20	
					Min. Grad.	I.	II.	III.	
					Sec.	I.	II.	III.	IV.
1	0	3	59	20	1	0	15	2	28
2	0	7	58	40	2	0	30	4	56
3	0	11	58	1	3	0	45	7	24
4	0	15	57	22	5	1	15	12	20
5	0	19	56	42	10	2	30	24	40
10	0	39	53	24	20	5	0	49	20
15	0	59	50	6	40	10	1	28	40
30	1	59	40	12	60	15	2	28	0
60	3	59	20	24					
90	5	59	0	36					
180	11	58	1	12					
360	13	56	2	24					

PROBLEMA IX.

213. *Dato loco Solis in Ecliptica, una cum elevatione Poli; invenire longitudinem Diei atque Noctis.*

RESOLUTIO.

1. Quæretur Declinatio Solis (§. 198) & inde porro differentia Ascensionalis (§. 206).
2. Differentia Ascensionalis convertatur in tempus Solare : quod
3. Tempori, quo quadrans Æquatoris per Meridianum transit, addatur, si Sol fuerit in Signo Boreali, vel ab eadem auferatur, si idem in Australi extiterit. Ita nimirum in utroque casu obtinetur tempus semidiurnum.
4. Quodsi hoc ex 12 horis subducas, relinquetur tempus feminocurnum.

E. gr. Sit Sol in 24° II & elevatio Poli $51^{\circ} 38'$: erit Differentia ascensionalis $33^{\circ} 2' 27''$ (§. 206).

Sed 30° resp. 1 hor. $59' 40'' 12'''$

3	11 58	1
2'	7 58	$40'''$
$10''$	39 53	24^v
15	59 50	6
2	7 58	40

Ergo Diff. ascens. 2. hor. 11. 47. 59. 22. 10
 Porro 90° 5 59. 0. 36

Unde temp. semid. 8 hor. 10 48. 35. 22. 10
 hoc est, 8 hor. $10' 49''$
 11 59 60

tempus seminoct. 43 hor. $49' 11''$
 Ergo tempus diurnum 16 hor. $21' 38''$;
 nocturnum vero 7 hor. $38' 22''$.

DEMONSTRATIO.

Quia Punctum D est Ascensio recta; ab ortu Solis usque ad meridiem arcus Æquatoris AD per Meridianum transit (§. 190). Est vero AO quadrans (§. 89): quodsi ergo quadrans & Differentia ascensionalis in tempus convertantur, inde elici posse tempus inter ortum Solis & meridiem intercedens, hoc est tempus semidiurnum, patet. *Q. e. d.*

COROLLARIUM.

214. Quia tempus ortus numeratur à media nocte, tempus vero occasus à meridie; tempus seminocturnum est simul tempus, quo Sol oritur; semidiurnum vero indicat momentum, quo occidit. In nostro nempe exemplo ☉ oritur hor. 3. $49' 11''$; idem occidit hor. 8. $10' 49''$.

PROBLEMA X.

215. *Data elevatione Poli PR & Declinatione Solis DS; invenire altitudinem ejus ad datum quodcumque momentum.*

RESOLUTIO.

- I. Sit HZR Meridianus, in Z Zenith & Sol C in Æquatore AQ. In Triangulo ZAC ad A rectangulo (§. 84), datur AZ elevationi Poli PR æqualis (§. 97), &, si tempus usque ad meridiem residuum (vel pomeridianum in altero casu) in arcum Æquatoris convertatur (§. 212), arcus AC: reperitur adeo arcus ZC (§. 120. *Spher.*), qui ex quadrante ZE (§. 62) subductus

ductus relinquit altitudinem Solis
CE (§. 94).

E. gr. Sit PR $51^{\circ} 38'$, \odot in $\circ \vee$; quæ-
ratur altitudo hora 9 matutina. Quoniam ho-
ræ 3 usque ad meridiem superfunt; erit AC
 $45^{\circ} 7' 24''$.

Quare Log. Cofin. AZ	98943464
Cofin. AC	98485459

Cofin. ZC seu Sin. CE ∓ 9.7428923 ,
cui in Tabulis quam proxime respondent
 $33^{\circ} 35' 16''$.

II. Si Sol S fuerit in Signo Boreali,
cum fit in Z Zenith, in P Polus,
AQ Æquator, HR Horizon, in
Triangulo ZPS dantur latera PS
Declinationis DS complementum
(§. 79) & ZP elevationis Poli PR
complementum ad quadrantem
(§. 62). Quodsi tempus in ar-
cum Æquatoris convertatur (§.
212); prodibit arcus AD, qui
ob quadrantem PD (§. 79) est
mensura anguli ZPS (§. 33.
Spher.). Reperitur adeo SE (§.
163. *Spher.*).

E. gr. Sit Sol in $24^{\circ} \Pi$ sub elevatione Poli
 $51^{\circ} 38'$: quærenda est altitudo ad horam 9
ante meridianam. Quoniam DS $23^{\circ} 20' 48''$;
erit PS, $66^{\circ} 39' 12''$; & AD five angulus P est
 $45^{\circ} 7' 24''$. Quoniam in Triangulo DGS ad
D rectangulo (§. 76) Hypothenusa GS qua-
drante minor, quia ZE quadrans (§. 62), &
DG itidem quadrante minor, quia AO qua-
drans (§. 89), erit angulus S acutus (§. 81.
Spher.). Cum adeo in Triangulo ZSP angu-
li S (§. 43. *Spher.*) & P per *hypoth.* sint acu-
ti, perpendicularum ZK ex angulo Z in
latus PS demissum intra Triangulum cad-
dit (§. 82, *Spher.*). Quamobrem

Log. Sin. tot.	100000000	Tab.
Cofin. P.	98485459	III.
<hr/>		
Summa	198485459	Fig. 20.
Cot. ZP	101014704	
<hr/>		
Tang. PK	9.7470755, cui	
in Tabulis quam proxime respondent	$29^{\circ} 11' 10''$	
Sed PS	66 39 12	
<hr/>		
Ergo SK	37 28 2	
Porro Log. Cofin. SK	98996474	
Cofin. ZP	98943464	
<hr/>		
Summa	197939938	
Cofin. PK	99410343	
<hr/>		

Cofin. ZS seu Sin. SE 98529595 ,
cui in Tabulis quam proxime respondent
 $45^{\circ} 27' 43''$.

III. Si Sol fuerit in Signo Australi; P
est aggregatum ex quadrante Pd
(§. 79) & Declinatione *sd*, Reliqua
se habent ut ante.

PROBLEMA XI.

216. *Data elevatione Poli una cum
Declinatione & altitudine Solis, in-
venire horam diei.*

RESOLUTIO.

I. Si Sol C fuerit in Æquatore AQ, Tab.
cum fit in Z Zenith, in P Polus, III.
HR Horizon, in Triangulo ZAC Fig. 18.
ad A rectangulo (§. 84.) datur
AZ elevationi Poli PR æqualis
(§. 97) & ZC altitudinis CE com-
plementum ad quadrantem (§. 94.
62). Invenitur adeo arcus AC (§.
119. *Spheric.*), qui in tempus So-
lare conversus (§. 212) indicat ho-
ras vel ad meridiem residuas, si Sol
fuerit

fuerit in parte Orientali, vel à meridie præterlapsas, si fuerit in Occidentali.

Exemplum Problematis præcedentis in casu eodem facile huc applicatur.

Tab. II. Si Sol S fuerit in Signo Boreali; in III. Triangulo ZSP dantur latera fin- Fig. 20. gula, nimirum ZP elevationis Poli PR & ZS altitudinis Solis SE complementum (§. 94. 62) atque PS Declinationis SD complementum (§. 79). Invenitur adeo angulus ZPS (§. 168. *Spheric.*), cujus mensura AD (§. 79. *Astron.* & §. 33. *Sphæric.*) in tempus Solare conversa (§. 212) tempus desideratum ut ante patefacit.

Sit e. gr. PR 51° 38', SE 45° 27' 43'', locus Solis 24° II; erit DS 23° 20' 48'', adeoque PS 66° 39' 12'' & hinc ½ PS 33° 19' 36''. Erit porro

ZS	44° 32' 17''
ZP	38 22
ZS + ZP	82 54 17
½ ZS + ½ ZP	41 27 8
ZS	44° 32' 17''
ZP	38 22
ZS - ZP	6 10 17
½ ZS - ½ ZP	3 5 8

Demissum ex Z in PS perpendicularum cadere intra Triangulum PZS, ex Problemate præcedente patet. Cumque sit rectangulum ex cosinu ZS in sinum PK æquale rectangulo ex cosinu ZP in sinum SK (§. 162. *Spheric.*); erunt cosinus ZP & ZS ut Sinus PK & KS (§. 299. *Arithm.*). Quare

cum ZS > ZP per *hypoth.* adeoque Cosinus ZP major Cosinu ZS erit etiam Sinus SK major Sinu PK, consequenter SK > PK. Hinc.

Log. Tang. ½ PS	98179245
Tang. ½ ZS + ½ ZP	99460785
Tang. ½ ZS - ½ ZP	87316308

Summa 186777093

Tang. ½ SK - ½ PK 88597848, cui in Tabulis quam proxime respondent

	4°	8'	30''
Sed ½ PS	33	19	36

Ergo PK 29 11 6

Unde porro Cotang. ZP 101014704
Tang. KP 97470523

Cosin. P 98485227,

cui in Tabulis quam proxime respondent 44° 52' 23''.

Est ergo angulus P, consequenter arcus AD 45° 7' 37'', qui in tempus conversus

30°	1h.	59'	40''	12'''
15		59	50	6
5'		19	56	42'''
2		7	58	40
30''		1	59	40 12 ^v
5			7	58 40
2				

producit 3h. 00 21 052

Residua ergo sunt usque ad meridiem 3h: unde tempus Observationis fuit hora nona.

III. Si Sol S fuerit in Signo Australi, latus P est quadrante majus. Ejus itaque loco resolvitur Triangulum spN & angulus p reperitur ut ante.

SCHOLIION.

217. *Hujus Problematis multus est in Astronomia practica usus, in Eclipsibus praesertim Solaribus observandis.*

PROBLEMA XII.

218. *Data elevatione Aequatoris AH, una cum loco Solis S & obliquitate Ecliptica G; invenire ad datum tempus Punctum Ecliptica oriens M & Angulum orientis EMH.*

RESOLUTIO.

1. Tempus usque ad meridiem residuum convertatur in arcum Aequatoris (§. 212), ut habeatur arcus AD, consequenter ejus complementum DO (§. 89).
2. Ex loco Solis dato quaeratur ejus Ascensio recta (§. 204): qua data innotescit arcus DG.
3. Subducatur DG ex DO, relinquetur GO.
4. Cum in Triangulo GMO praeterea dentur anguli MGO & MOG, quorum ille obliquitas Eclipticae, hic altitudini Aequatoris AH aequalis (§. 100); reperietur arcus GM (§. 164. *Spher.*) & inde porro angulus M (§. 126. *Spher.*).

Ex. gr. Sit Sol in $17^{\circ} \Omega$, elevatio Poli $51^{\circ} 38'$: quaerendum est Punctum Eclipticae M hora 29 matutina oriens, cum Angulo orientis. Quoniam adhuc tres horae usque ad meridiem superant; erit arcus AD $45^{\circ} 7' 24''$ (§. 212), adeoque DO $44^{\circ} 52' 36''$. Ascensio recta Solis D est $139^{\circ} 27' 38''$, adeoque GD (sublata nempe ista ex 180) $40^{\circ} 32' 22''$, consequenter DO - DG = GO = $4^{\circ} 20' 14''$. Porro angulus GOM $38^{\circ} 22'$ (§. 100) & MGO $23^{\circ} 29'$. Demittatur ex G in HM

perpendicularum GN. Quoniam in Triangulo GNO ad N rectangulo datur Hypothenusa GO cum angulo O; erit

Log. Sin. tot.	100000000
Cofin. GO	99987544
Summa	199987544
Cotang. O	101014704
Cotang. NGO	98972840,

cui in Tabulis quam proxime respondent $38^{\circ} 17' 12''$.

Est ergo NGO	$51^{\circ} 42' 48''$
Sed MGO	$23 \quad 29 \quad 0$
Ergo NGM	$28 \quad 13 \quad 48$
Porro Cofin. NGM	99450034
Cot. GO	111199295
Summa	210649329
Cofin. NGO	97921088
Cot. GM	112728241,

cui in Tabulis respondent $86^{\circ} 56' 45''$. Est ergo GM $3^{\circ} 3' 15''$ seu Punctum Eclipticae oriens M $3^{\circ} 3' 15''$ =.

Denique Sin. totus	100000000
Cofin. GM	99993826
Summa	199993826
Cotang. NGM	102701311
Cotang. NMG	97292515,

cui in Tabulis quam proxime respondent $28^{\circ} 11' 46''$.

Est ergo Angulus Puncti Eclipticae orientis NMG $61^{\circ} 48' 14''$.

Si Punctum Aequinoctiale G fuerit infra Horizontem, ex DG subtrahitur DO, ut habeatur OG: reliqua fiant ut ante. Tab. III. Fig. 21.

COROLLARIUM.

219. Quodsi ex Puncto Eclipticae oriente M subtrahantur 90° , relinquitur nonagesimus Eclipticae gradus ab Oriente numeratus.

DEFINITIO LIX.

120. *Nonagesimus* vocatur Eclipticae gradus, nonagesimus a Puncto ejus oriente

oriente numeratus. Hinc *Altitudo nonagesimi* est altitudo gradus nonagesimi à Puncto ejus oriente numerati.

THEOREMA XV.

Tab. 221. *Altitudo nonagesimi est Angulo III. orientis KMI aequalis & continuata per Fig. 23. Polos Ecliptica transit.*

DEMONSTRATIO.

Ex Puncto oriente M tanquam Polo intervallo quadrantis descriptus intelligatur Circulus ZK; erit KI mensura Anguli orientis KMI (§. 33. *Sphæric.*). Jam cum Ecliptica EL atque Horizon HR se mutuo interfecerint in Polo M Circuli KIZ *per constr.*; hic per Polos Eclipticæ atque Horizontis, consequenter per Zenith atque Nadir (§. 61), transit (§. 34. *Sphæric.*). Est igitur ZK Circulus verti-

calis (§. 70), adeoque KI altitudo nonagesimi (§. 94): Unde patet, altitudinem nonagesimi *vi demonstratorum* esse Angulo orientis M æqualem & continuatam per Polos Eclipticæ transire. *Q. e. d.*

COROLLARIUM I.

222. Ad datum igitur tempus, sub data elevatione Poli, invenitur altitudo nonagesimi (§. 218).

SCHOLIUM.

223. Patet adeo, quomodo *construantur* Tabulæ Anguli orientis seu altitudinis nonagesimi *sub elevatione Poli assumta.*

COROLLARIUM II.

224. Quodsi altitudinem nonagesimi IK ex 90° subducas, reliquitur distantia nonagesimi à vertice IZ (§. 73. *Astron.* & §. 54. *Sphæric.*).

CAPUT IV.

De Locis Fixarum.

PROBLEMA XIII.

Tab. 225. *Distantias Stellarum observare.*
III. RESOLUTIO.

- Fig. 24. 1. Quadrans circa Axem suum vertatur, donec per Dioptras radio AC affixas Stella una N appareat in Linea fiduciæ.
2. Loco perpendiculi, quo in metiendis altitudinibus utimur (§. 196), applicetur regula cum Dioptris sive Telescopicis, sive aliis, prout Fixæ vel Telescopicæ fuerint, vel alterius generis, circa Centrum C mobilis CD & Coobservator eam ultro citroque moveat, donec Stella altera S in Linea fiduciæ appareat.

Dico arcum AD indicare distantiam Stellarum SN.

DEMONSTRATIO.

Quoniam Stellæ S & N ad sensum à Centro Instrumenti C æqualiter absunt (§. 7), arcus ex C radio CS descriptus transit etiam per N seu Punctum Sphære Mundanæ, ubi videtur Stella N (§. 40. *Geom.*). Sed quia distantia Centri Instrumenti C à Centro Telluris respectu Fixarum evanescit, hoc est, pro nulla considerari debet (§. 144); Circulus ex C descriptus idem est cum eo, qui ex Centro Telluris describitur, adeoque maximus (§. 15. *Sphæric.*) & hinc arcus SN est distantia Fixarum (§. 54. *Sphæric.*). Quare

re cum SN fit mensura anguli SCN (§.57. *Geom.*) & AD mensura ipsi æqualis ACD (§.156. *Geom.*); arcus AD & SN similes sunt (§.141. *Geom.*), adeoque eundem numerum graduum continent (§.138. *Geom.*). *Q. e. d.*

PROBLEMA XIV.

226. *Datis distantia Fixarum ST, vel TH, vel SV & Declinationibus earundem SH, TI vel VI, invenire differentiam Ascensionum rectarum HI.*

RESOLUTIO.

Si Stella una H fuerit in Æquatore, latus PH est quadrans, si utriusque Declinatio Borealis, latera SP & PT sunt complementa Declinationum SH & TI; si denique unius Declinatio Australis IV, latus PV est aggregatum ex quadrante PI & Declinatione IV (§ 49) & HI mensura est in omni casu anguli HPI (§.33. *Spheric.*). Cum adeo in casu primo in Triangulo HPT; in secundo in Triangulo SPT; in tertio in Triangulo VPS dentur tria latera; invenitur angulus HPI (§.168. *Spher.*).

E. gr. RICCIOLUS observavit distantiam Capitis Andromedæ à Lucida Arietis 27° 9' (a). Juxta Tabulas Cel. DE LA HIRE (b) fuit A. 1700 Declinatio Capitis Andromedæ 27° 27' 3'' & Declinatio Lucidæ Arietis 22° 2' 1''. Quoniam utraque Declinatio Borealis & Caput Andromedæ Lucida Arietis occidentalior; erit HS 27° 27' 3'', TI 22° 2' 1'', TS 27° 9', adeoque PT 67° 57' 59'' & ½ PT 33° 58' 59'' ½,

PS	62°	32'	57''
ST	27	9	0
PS + ST	89	41	57
½ PS + ½ ST	44	50	58½
PS	62°	32'	57''
ST	27	9	0
PS - ST	35	23	57
½ PS - ½ ST	17	41	58½

Quare Log. Tang. ½ PT 98287127
 Tang. ½ PS + ½ ST 99977197
 Tang. ½ PS - ½ ST 95039713

Summa	195016910
Tang. ½ PK - ½ TK	96729783,
cui in Tabulis respondent	25° 13' 5''
Sed ½ PT	33 58 59½

Ergo PK	59	12	4½
Tandem Log. Cot. PS	97155661		
Tang. PK	102246880		
Colin. P	199402541,		

cui in Tabulis quam proxime respondent 60° 37' 50''.

Est igitur P sive HI 29° 22' 10''.

COROLLARIUM.

227. *Datis Declinationibus duarum Fixarum SH & TI una cum earum Ascensionibus rectis H & I; evidens est in Triangulo SPT dari duo latera PS & PT complementa Declinationum datarum, & angulum interceptum P, quem metitur Ascensionum rectarum datarum differentia HI (§.33. *Spher.* & §.190.49. *Astron.*). Invenitur adeo distantia earundem ST (§.165. *Spheric.*). Exemplum Problematis facile huc applicatur.*

PROBLEMA XV.

228. *Observare Ascensionem rectam alicujus Fixæ.*

RESOLUTIO.

I. Observetur momentum meridiei (§.124) & index in Horologio oscillatorio dirigatur ad horam duodecimam.

Tab. III. Fig. 25.

(a) In Almagest. Novo Lib. VI. C. 10. f. 426.
 (b) In Tabul. Astron. p. 13. & 14.

2. Observetur eodem momento à Co-observatore altitudo Solis meridiana (§. 129. 137) & inde eliciatur ejus Declinatio (§. 154), locus in Ecliptica (§. 203) & tandem Ascensio recta (§. 204).
3. Nocte insequente observetur culminatio Fixæ (§. 134) & notetur tempus ab Horologio oscillatorio indicatum.
4. Tempus à meridie usque ad culminationem Stellæ præterlapsum convertatur in arcum Æquatoris (§. 212): qui si
5. addatur ad Ascensionem rectam Solis, prodibit Ascensio recta Fixæ (§. 190. 136). Quodsi aggregatum fuerit 360° major excessus supra eisdem erit Ascensio desiderata.

Aliter.

1. Ope Telescopii observetur interdiu Stella cum Sole culminans (§. 134) & altitudo Solis meridiana (§. 129. 137).
2. Hinc ut ante eliciatur Ascensio recta Solis, quæ eadem erit Ascensio recta Fixæ.
3. Quodsi Stella paulo ante meridiem aut post eundem culminet; tempus inter meridiem & culminationem Stellæ intercedens dabit ut ante differentiam Ascensionum rectarum Solis & fixæ.

SCHOLIUM I.

229. Accurata temporis observatione opus est, quod inter meridiem & Stellæ culminationem intercedit: error enim 4 secundorum in tempore admissus producit errorem integri minuti in Ascensione recta Stellæ (§. 212). Tanta autem est Horologiorum oscillatoriorum assidue constructorum perfectio, ut error

unius scrupuli secundi ab Observatore exercitato præcaveri possit (a).

SCHOLIUM II.

230. Stellarum interdiu per Tubos seu Dioptras Telescopicas Instrumentorum observationem primam sibi tribuit Observator præstantissimus Cel. DE LA HIRE (b). Incidit autem in hunc modum observandi longe utilissimum circa annum 1680.

COROLLARIUM I.

231. Quoniam ex altitudine Solis meridiana locus ejus in Ecliptica determinari potest (§. 203); si transitus Stellæ cum Sole per Meridianum observetur, Punctum Eclipticæ una innotescit, cum quo Stella culminat.

COROLLARIUM II.

232. Quodsi quarundam Fixarum Ascensiones rectæ fuerint observatæ; Ascensiones reliquarum innotescunt, si differentia Ascensionum rectarum ex distantia eruta HI (§. 226) ex Ascensione orientioris I subtrahatur, vel ad Ascensionem occidentalioris H addatur (§. 190. 136).

OBSERVATIO XII.

233. Declinationem Stellæ ultimæ in Cauda ursæ majoris observarunt.

Ante Christum.

An. 295 TIMOCHARIS &

ARISTYLLUS 61° 30'

128 HIPPARCHUS 60 45

Post Christum.

An. 138 PTOLEMÆUS 59 40

1585 TYCHO 51 26 30

1660 R CCIOLUS 51 23 24

1700 DE LA HIRE 50 47 29

& similes differentia deprehenditur in Declinationibus aliarum fixarum à RICCIOLO studiose collectis (c) & in Ascensionibus rectis earundem.

Co-

(a) Memoires de l'Acad. Roy. des Scienc. A. 1700. p. m. 376.

(b) loc. cit.

(c) In Astron. Reform. lib. 4. f. 204. & seqq.

COROLLARIUM I.

234. Patet adeo Declinationes Fixarum esse mutabiles; consequenter etiam earum distantias à Polo, hoc est, Declinationum complementa ad quadrantem (§. 79. *Astron.* & §. 54. *Spheric.*).

COROLLARIUM II.

235. Eodem modo patet Ascensiones rectas fixarum mutabiles esse.

DEFINITIO LX.

236. *Latitudo Stella S* est distantia ejus ab Ecliptica EL.

COROLLARIUM I.

237. Est ergo arcus Circuli maximi TS inter Centrum Stellæ S & Eclipticam EL interceptus atque ad eam perpendicularis (§. 79. *Spher.*).

COROLLARIUM II.

238. Circulus adeo, cujus arcu Latitudinem TS metimur, per Polos Eclipticæ M & m transit (§. 28. *Spheric.*).

DEFINITIO LXI.

239. Hinc *Circulus Latitudinis* est Circulus maximus MSTm per Polos Eclipticæ transiens.

COROLLARIUM.

240. Est ergo TM Circuli quadrans (§. 25. *Spher.*).

DEFINITIO LXII.

241. *Longitudo Stella S* est arcus Eclipticæ à principio Arietis usque ad Circulum Latitudinis TM per Stellæ centrum S ductum continuatus.

SCHOLION.

242. Patet *Latitudinem Stella respondere Declinationi, Longitudinem Ascensioni rectæ, si situs Stella respectu Equatoris conferatur cum situ ejus respectu Eclipticæ.*

PROBLEMA XVI.

243. *Data Declinatione Stella una cum ejus Ascensione recta & obliquitate Eclipticæ; invenire ejus Longitudinem & Latitudinem.*

RESOLUTIO.

I. Si Stella S fuerit in Æquatore AQ, Tab. III. Fig. 27. in Triangulo TSG ad T rectangulo (§. 237) datur angulus G seu obliquitas Eclipticæ & arcus SG, qui in primo quadrante est Stellæ Ascensio recta; in secundo ejus complementum ad Semicirculum; in tertio excessus supra Semicirculum; in quarto complementum ad Circulum integrum. Invenitur adeo tum Latitudo TS (§. 116. *Spheric.*), tum arcus GT (§. 127. *Spheric.*), qui in primo quadrante est Longitudo Stellæ (§. 241), in secundo ejus complementum ad Semicirculum, in tertio excessus supra Semicirculum, in quarto complementum ad Circulum integrum.

II. Si Stella S habeat Declinationem Borealem DS, in Triangulo PSM datur distantia Polorum mundi & Eclipticæ PM, quæ obliquitati Eclipticæ aequalis (§. 179;) angulus QPD, cujus mensura est arcus DQ (§. 31. *Spher.*), compositus ex quadrante GQ & arcu GD ob Ascensionem rectam D dato, prout ex antecedente casu manifestum; & latus PS, Declinationis SD complementum (§. 79). Invenitur adeo latus SM (§. 162. *Spher.*) Latitudinis TS complementum (§. 240), & angulus M (§. 165. *Spher.*), cujus mensura est arcus ET (§. 240. *Astron.* & §. 31. *Spher.*), complementum Longitudinis GT in primo quadrante; excessus ejusdem ultra quadrantem in secundo quadrante.

Tab. III. Fig. 26.

Tab. E. gr. Quærenda est Longitudo *Caudæ Leonis* an annum 1700. Juxta PHILIPPUM DE III. LA HIRE ejus Declinatio borealis DS 16° 14' 44", Ascensio recta D 173° 26' 44" & obliquitas Ellipticæ G 23° 26'. Est adeo DG 6° 33' 16" & hinc DQ seu angulus SPM 96° 33' 16"; PM 23° 29'; SP 73° 45' 16" Demisso ex M perpendicularo MK, quod extra Triangulum SPM cadit (S. 81. Sphar.), erit

Log. Sin. tot.	100000000
Cofin. P.	90574655
Summa	190574655
Cotang PM	103620436
Tang. PK	86954219
cui in Tabulis quam proxime respondent	
	2° 50' 29"
Sed SP	73 45 19
Ergo SK	76 35 45
Log. Cofin. PM	99624526
Cofin. SK	93651482
Summa	193276008
Cofin. PK	9994656

Cofin. SM seu Sin. TS 93281352, cui in Tabulis quam proxime respondent 12° 17' 30"

Log. Sin. tot	100000000
Cofin. PM	99624526
Summa	199624526
Cotang. P	90603135

Cotang. PMK 10.9021391, cui in Tabulis quam proxime respondent 82° 51' 34". Ergo PMK 7° 8' 26".

Porro

Log. Cof. PMK	99966186
Cotang. SM	93382231
Summa	193348417
Cotang. PM	103620436

Cofin. SMK 8.9727981, cui in Tabulis quam proxime respondent 5° 23' 22".

Est ergo SMK	48° 36' 38"
Sed PMK	7 8 26
Ergo ET seu PMS	77 28 12
Addantur	90
erit Longitudo	167 28 12
seu	17° 28' 12"

III. Si Declinatio Stellæ fuerit Australis; ejus Longitudo & Latitudo simili modo inveniri potest.

SCHOLION I.

244. Per Problema præsens construitur Catalogus Fixarum, in quo earum Longitudines & Latitudines annotantur. Primus de Catalogo Fixarum condendo cogitavit HIPPARCHUS Rhodius annis circiter 120 ante Christum natum, TYMOCHARIDIS & ARISTYLLI Observationibus 180 retro annis habitis una usus. HIPPARCHI Catalogum retinuit PROLEMÆUS, utut ipse quoque eum in finem Observationibus vacaret; sed circa annum Christi 880 ALBATEGNIUS Syrus eundem ad sua tempora reduxit. A. 1437 ULUGH BEIGH, Rex Parthiæ ac Indiæ supra laudatus (S. 141), novum Catalogum Fixarum condidit, à D. THOMA HYDE Anglo in Latinum idioma translatus. Tertius, qui Catalogum Fixarum ex propriis Observationibus condidit, fuit TYCHO DE BRAHE, qui Stellis 777 loca sua assignavit ad annum 1600: quem KEPLERUS ex aliis Observationibus TYCHONIS in Tabulis Rudolphinis usque ad 1000 Fixas extendit. Eodem tempore GUILIELMUS Hassiæ Landgravius cum suis Mathematicis CHRISTOPHORO ROTHMANNO & JUSTO BYRGIO 400 Fixarum loca per proprias Observationes determinavit, quas TYCHONICIS præfert Hevelius. RICCIOLUS in Astronomia Reformata centum & unius Stellarum loca ex propriis Observationibus ad annum 1700 determinavit; in reliquis Catalogum TYCHONIS, prout ipsi visum fuit, mutavit. A. 1677 EDMUNDUS HALLEY, nunc Geometriæ Professor in Academia Oxoniensi celeberrimus, & Astronomus Regius in Observatorio

torio Grenovicensi, in *Insula S. Helenæ* 350 *Stellas Australes observavit, in nostro Horizonte non conspicuas. Eundem laborem iteravit R. P. NOEL & novum earundem Stellarum Catalogum ad annum 1687 constructum A. 1710 edidit. JOANNES HEVELIUS ex propriis Observationibus Catalogum 1888 Fixarum contulit, quarum 950 etiam à veteribus, 335 ab HALLEIO & 603 tantum ab ipso fuerunt observatæ. Tandem Celeberrimi FLAMSTEDII Catalogus Stellarum fixarum Britannicus, ad annum ineuntem 1690 ex Observationibus per multorum annorum intervallum indefesso studio in Observatorio Grenovicensi, constructus, prodiit in Historia Cœlesti Britannica.*

SCHOLIUM II.

245. *Ut autem Catalogum condere liceret & ut Astrophili Stellas à se invicem discernere valerent; in certas figuras, quæ Asterismi vocantur, distributæ & nominibus Hominum atque Animalium insignitæ sunt jam ab antiquis. In Zodiaco conspiciuntur Ariès, Taurus, Gemini, Cancer, Leo, Virgo, Libra, Scorpius, Sagittarius, Capricornus, Aquarius, Pisces: à quibus Signa Eclipticæ ac Zodiaci nomina sua sortita, quamvis hodie Asterismis cognominibus non amplius contigua. Præterea in parte Cæli Boreali deprehenduntur Urfa major & minor, Draco, Cepheus, Bootes, Corona septentrionalis, Hercules, Lyra, Cygnus, Cassiopea, Perseus, Andromeda, Triangulum, Auriga, Pegasus, Equuleus, Delphinus, Sagitta, Aquila, Ophiuchus seu Serpentarius, Serpens, Antinous & Coma Berenices. In parte Australi fulgent Cetus, Eridanus fluvius, Lepus, Orion, Canis major, Canis minor, Argo navis, Hydra, Crates, Corvus, Centaurus, Lupus, Ara, Corona meridionalis, Piscis australis, Phœnix, Grus, Indus, Pavo, Apis, Triangulum australe, Piscis volans, Toucan, Hydrus & Dorado. Ex his Asterismi quindecim postremi cum maxima parte Navis, Centauri & Læpi in nostro Hori-*

zonte non conspiciuntur. Stellas reliquas, his Asterismis non comprehensas, nudo tamen Oculo conspicuas, Informes seu Sporades dixere Vctres: quarum nonnullas recentiores Astronomi in novas figuras redegerunt. E. gr. HEVELIUS inter Leonem & Ursam majorem ponit Leonem minorem; inter Ursam minorem & Aurigam supra Geminos Lynxem; sub Cauda Ursæ majoris Canes venaticos & ita porro.

SCHOLIUM III.

246. *In his Asterismis BAYERUS (a) Stellas per litteras Alphabeti distinguit: plurimorum verò peculiaria sunt nomina. Huc pertinent Arcturus inter pedes Bootis, Gemma seu Lucida Coronæ Septentrionalis, Capella cum Hoedis in humero Aurigæ, Palilitium seu Oculus Tauri, Pleiades in dorso & Hyades in fronte Tauri, Castor & Pollux in capitibus Geminorum, Præsepe & Asini in Cancro, Regulus seu Cor Leonis, Spica Virginis in manu & Vindemiatrix in humero Virginis, Antares seu Cor Scorpii, Fomahant in ore Piscis Australis, Rigel in pede Orionis, Sirius in ore Canis majoris, Alcor exigua admodum Stella mediæ in Cauda Ursæ majoris contigua, Stella Polaris ultima in Cauda Ursæ minoris.*

SCHOLIUM IV.

247. *Poetæ Græci atque Romani de Astrorum origine insulas commentî sunt fabulas, quas HYGINUS in Poetico Astronomico & NATALIS COMES in Mythologia enarrant, à RICCIOLLO in compendio propositas (b). Hinc nonnulli vano magis zelo, quam in scientiam amore ducti aut Astrorum figuras, aut saltem nomina earum immutari jusserunt. BEDA Venerabilis in Astris Zodiaci nomina ex sacris substituit profanis: cujus exemplum secutus JULIUS SCHILLERUS Augustanus, Anno 1627. in Cælo stellato omnibus Astris nomina ex sacris imposuit, vocans e. gr. Arietem Petrum, Taurum Andream, Andromedam Sepulchrum Christi, Lyram Præsepe Christi*

Hercu-

(a) In Uranometria.

(b) In Almagesto Novo Lib. VI. C. 3. f. 397. & seqq.

Herculem Magos ex Oriente venientes, Canem majorem Davidem &c. WEIGELIUS, Mathematicum quondam Professor Jenensis, in Cælo Heraldico insignia Principum Europæorum in Cælum invexit. E. gr. Ursam majorem in Elephantem Regni Daniæ, Cynum in Rutam cum gladiis domus Saxonicæ, Ophiuchum in Crucem Coloniensem, Triangulum in Circinum, quem artificum & scholarum, Pleiades in Abacum Pythagoricum, quem mercatorum insigne appellat. Enimvero saniores nunquam approbarunt hunc ausum, nullo prorsus usui futurum, sed turbas in Astronomia daturum. Nos cum COPERNICO (a) & TYCHONE (b) necessarium judicamus, ut nomina & figuræ veterum retineantur, non solum quod meliores istis substituere non liceat, sed ut scripta Astronomorum ad nostrum usque tempus evulgata intelligi & veterum observationes cum recentioribus conferri possint, nec sine ratione, quæ Astronomum deceat, memoria multitudinis descendendorum oneretur, neque pronior ad errandum via sternatur.

SCHOLIUM V.

248. *Ceterum ad Astrognosiam feliciter absolvendam non modo conducunt Globi artificiales, in quorum superficie figuræ Astrorum decenter descriptæ; verum etiam Uranometria BAYERI, cujus designatione Stellarum per litteras Græcas utuntur hodie Astronomi. Multo tamen emendatioribus & splendidioribus hos Asterismos effecit FLAMSTEDIUS (c) Ad eundem scopum faciunt Mappæ Cœlestes, in quibus Asterismi decenter depicti, & Astrocopium inprimis SCHICKARDI. Si quis enim vel solam Ursam majorem cognoverit, his subsidiis adjutus reliquas facile agnoscet.*

SCHOLIUM VI.

249. *Secundum magnitudinem apparentem Stellæ distinguuntur in Stellæ primæ, secundæ, tertiæ, quartæ, quintæ, sextæ magnitudinis atque in Stellæ nebulosæ. Quamvis autem omnes in hanc divisionem consen-*

tiant; multus tamen dissensus apud Autores occurrit, si definiendum, quænam Stellæ sint primæ magnitudinis, quænam secundæ, quænam tertiæ & ita porro. E. gr. Stellæ primæ magnitudinis ab omnibus agnoscuntur Aldebaran seu Oculus Tauri, Rigel, Alhabor seu Sirius, Capella, Cor Leonis, Cauda Leonis, Spica Virginis, Arcturus, summa in pede Centauri, Lucida seu Fidicula Lyræ, Fomalhaut, Canopus in temone Argo navis, Acarnar in extremo Eridani: controversæ autem sunt Procyon in Cane minore, humerus Orionis, Cor Hydræ, Cor Scorpii, Lucida Centauri. Similiter nebulosæ admittunt omnes Præsepe in Cancro, aliam in aculeo Scorpii, adhuc aliam in Oculo Sagittarii: controversæ autem sunt, quas aliqui in Capite Persei, Orionis & Capricorni, in Cornibus Capricorni, in pede Herculis, in Phœnice, Pavone & alibi admittunt.

OBSERVATIO XIII.

250. *Post Christum natum observarunt Cordis Leonis.*

	Longitudinem	Latitudinem
A. 138. PTOLEMÆUS	20. 30'	0. 10' B.
1115 Persæ	17. 30	0. 10 B.
1364 Alphonfini	20. 40	0. 10 B.
1586 WILHELMUS		
Landgravius Hassiæ	24. 11	0. 32. B.
1601. TYCHO	24. 17	0. 26 B.

Et simili modo se habent observationes Longitudinis & Latitudinis aliarum Fixarum.

COROLLARIUM I.

251. *Latitudo Fixarum immutabilis; Longitudo verò continuo crescit.*

COROLLARIUM II.

252. *Videntur adeo Fixæ motu proprio progredi secundum successionem Signorum, seu in consequentia, in Circulis Eclipticæ parallelis.*

(a) Revolut. cœlest. lin. 2. c. 14.

(b) Tom. 1. Progymnasm. p. m. 256.

(c) in Atlante Cœlest.

SCHOLIION I.

253. *Hunc Fixarum motum primus suspicabatur HIPPARCHUS, cum TYMOCHARIDIS atque ARISTYLLI Observationes cum suis conferret: PTOLEMÆUS, qui tribus fere seculis post HIPPARCHUM floruit, invictis argumentis eundem probavit (a).*

SCHOLIION II.

254. *Fuere etiam nonnulli, qui Latitudinem Fixarum mutabilem asseruerunt; sed cum rationibus parum firmis nitatur eorum assertio, ideo plerisque contrarium magis arridet.*

PROBLEMA XVII.

255. *Determinare quantitatem incrementi longitudinis annuam.*

RESOLUTIO.

1. Quia Fixæ in consequentia moventur (§. 252); Longitudo olim observata auferatur à Longitudine recentiori ævo observata.
2. Residuum in scrupula secunda redactum dividatur per intervallum annorum inter utramque Observationem intercedens; quotus erit Longitudinis annum incrementum.

E. g. Longitudo *Cordis Leonis* fuit

A. 1586 Ω 24° 11'

A. 1115 17 30

Increm. Ann. 471 6° 41'

seu 24060''

quod per 471 divisum dat incrementum annum 51 scrupulorum secundorum.

COROLLARIUM I.

256. Si incrementum annum per 100 multiples, prodibit incrementum seculare in nostro casu 5100 scrupulorum secundorum, hoc est, 1° 25'.

SCHOLIION.

257. *Tantum incrementum Longitudinis Fixarum assignat TYCHO DE BRAHE: & Wolfii Oper. Mathem. Tom. III.*

(a) Almagest. Novi Lib. VIII. C. 12. & 13. f. 444. & seqq.

COPERNICUS ponit 1° 23' 40'' 12''', FLAMSTEDIUS cum RICCIOLLO 1° 23' 20'', BULLIADUS 1° 24' 54'' HEVELIUS 1° 24' 46'' 50'''. Unde incrementum annum commode statuitur 50'', quale prodit per Observationes FLAMSTEDII.

COROLLARIUM II.

258. Quia incrementum annum Longitudinis Fixarum 50'' (§. 257); singulis annis 72 Longitudo Fixarum gradu uno augetur.

PROBLEMA XVIII.

259. *Data Longitudine Stelle Fixæ ad datum annum quemcunque invenire Longitudinem ad datum annum quemcunque alium.*

RESOLUTIO.

1. Quæratur differentia annorum datorum.
2. Per eam multiplicentur 50'' (§. 257), productum ad scrupula prima vel gradus (si fieri possit) reductum est differentia Longitudinum.
3. Hæc Longitudini datæ addatur, si annus datæ Longitudinis annum quæsitæ præcedit; vel ab eadem subtrahatur, si is hunc sequitur.

Ita nimirum in utroque casu obtinetur Longitudo quæsitæ.

E. gr. Juxta Tabulas PHILIPPI DE LA HIRE Longitudo *Sirii* A. 1701. erat Ω 9° 57' 33'', quæritur quanta sit anno præsentis 1714? Quia differentia annorum 13; duc 50'' in 13, factum 650'' seu 10' 50'' si addatur Longitudini datæ, prodibit quæsitæ Ω 10° 8' 23''.

PROBLEMA XIX.

260. *Data Longitudine Stelle TG Tab. III. & Latitudine IS una cum bliquitate Eclipticæ G: invenire Declinationem Fig. 26: DS & Ascensionem rectam DG.*

RESOLUTIO.

Quoniam in Triangulo SPM datur SM Latitudinis TS complementum (§. 240)

Ccc

& ob

Tab. & ob arcum TE Longitudinis TG com-
 III. plementum, angulus EMI, seu PMS
 Fig. 26. (§. cit. Astron. & §. 33. Spheric.), atque
 distantia Polorum PM (§. 179); reperi-
 tur PS complementam Declinationis
 SD (§. 163. Spheric.) & angulus APD
 (§. 165. Spheric.), cujus mensura est
 arcus AD (§. 31. Spheric.) Ascensionis
 rectæ DG complementum.

Quodli EG non fuerit quadrans Ecli-
 pticæ primus, ex Problemate præce-
 dente jam constat, ex data Longitu-
 dine dari arcum TG & dato arcu AD
 dari quoque Ascensionem rectam.

Exemplum Problematis 18 facile huc
 applicatur.

PROBLEMA XX.

261. *Data Longitudine Stella TG, una cum Declinatione DS & obliquitate Eclipticæ G; invenire Latitudinem TS & Ascensionem rectam DG.*

RESOLUTIO.

Ex resolutione Problematis præce-
 dentis (§. 260) constat, in Triangulo
 SPM dari PM Polorum Mundi P &
 Eclipticæ M distantiam, & PS Declina-
 tionis DS complementum atque an-
 gulum PMS, quem metitur arcus ET
 ex Longitudine TG notus: invenitur
 ergo SM Latitudinis TS complemen-
 tum (§. 162. Spheric.) & angulus
 EPD (§. 160. Spheric.): unde inno-
 tescit Ascensio recta DG, ceu ex Pro-
 blemate præcedente manifestum est.

Exemplum Problematis 18 facile huc
 applicatur.

PROBLEMA XXI.

262. *Data Ascensione recta DG & Longitudine TG, una cum obliquitate Eclipticæ G; invenire Latitudinem TS & Declinationem DS.*

RESOLUTIO.

Ex resolutionis Problematis 19. (§. 260) constat, in Triangulo SPM dari angulos SPM & SMP una cum latere PM. Invenientur ergo latera PS & SM (§. 161. Spheric.), quæ sunt Declinationis DS & Latitudinis ST complementa.

Exemplum Problematis 18. facile huc applicatur.

PROBLEMA XXII.

263. *Data Ascensione recta DG & Latitudine TS, una cum obliquitate Eclipticæ G; invenire Longitudinem IG & Declinationem DS.*

RESOLUTIO.

Ex resolutione Problematis 19. (§. 260) constat, in Triangulo SPM dari latera SM & PM una cum angulo SPM. Invenietur ergo SP complementum Declinationis SD (§. 162. Spheric.) & angulus SMP (§. 160. Spheric.): unde Longitudinem TG innotescere ex Problemate citato constat (§. 260).

Exemplum Problematis 18 facile huc applicatur.

PROBLEMA XXIII.

264. *Data Declinatione Stella DS & Latitudine TS, una cum obliquitate Eclipticæ G; invenire Longitudinem TG & Ascensionem rectam DG.*

RESOLUTIO.

Ex resolutione Problematis 19. (§. 260) constat in Triangulo SPM dari latera singula SP, PM & SM: invenientur ergo anguli P & M (§. 168. Spheric.): quibus datis Longitudinem TG & Declinationem SD innotescere patet ex Problemate citato.

Exemplum Problematis 18 facile huc applicatur.

CAPUT V.

De Motu communi Fixarum & Phenomenis inde pendentibus.

PROBLEMA XXIV.

265. *D*ata Ascensione recta Stella CO & Declinatione DS, una cum altitudine Poli PR; invenire differentiam Ascensionalem OD & Amplitudinem orbitam OS.

RESOLUTIO.

Coincidit cum resolutione Problematis 7 (§. 206).

E gr. Juxta Tabulas PHILIPPI DE LA HIRE Anno 1714 Ascensio recta *Sirii* 98° 8' 36". Declinatio Australis 16° 20' 36", elevatio Poli *Hala* juxta KEPLERUM 51° 38'. Quare

Log. Cotang. O	101014704
Tang. DS	94672255

Sin. OD 49.5686959, cui in Tabulis quam proxime respondent 21° 44' 30".

COROLLARIUM I.

266. Si Stella fuerit in Hemisphærio Boreali, differentia Ascensionalis DO ex Ascensione recta D subtracta relinquit obliquam O (191).

COROLLARIUM II.

267. Si Stella fuerit in Hemisphærio Australi & differentia Ascensionalis DO Ascensioni rectæ D addatur, prodibit obliqua O (§. 191).

PROBLEMA XXV.

268. *D*ata differentia Ascensionali Stella; invenire moram ejus supra Horizontem.

RESOLUTIO.

1. Differentia Ascensionalis DO convertatur in tempus Solare (§. 212).
2. Si Stella fuerit Borealis, addatur ei-

dem tempus quadranti AO respondens; si Australis fuerit, illud ab hoc subtrahatur.

3. Residuum si per 2 multiplicetur; prodibit tempus moræ supra Horizontem.

E. gr. Differentia Ascensionalis *Sirii Hale* hoc anno, 21° 44' 30" (§. 265). Respondent vero

10°	ohor.	39'	53''	24'''
10	0	39	53	24
1	0	3	59	20
30'		1	59	40 12'''
10		39	53	24
4		15	57	22
30''		1	59	40 12v
<hr/>				
	1hor.	26	43	38 38 12
90°	5	59	0	35 59 60
<hr/>				
2)	4hor.	32	16	57 21 48
	9hor.	4	33	54 43 36

Est ergo *Sirii* mora supra Horizontem 9 hor. 4' 34". Quare mora infra eundem 14 hor. 55' 26".

PROBLEMA XXVI.

269. *D*ato loco Solis in *Ecliptica*, una cum Ascensione recta alicujus Stella; invenire momentum culminationis.

RESOLUTIO.

1. Ex loco Solis dato quæratum ejus Ascensio recta (§. 204).
2. Ab ea subtrahatur Ascensio recta Stellæ.
3. Differentia convertatur in tempus Solare (§. 212), quod est tempus à Meridie usque ad culminationem Stellæ elapsum.

E. gr. Si Sol fuerit in $\circ \overline{\text{D}}$

Ascensio ejus recta 90°

Asc. recta *Sirii* A. 1714 $98^\circ 8' 36''$

Differentia $8^\circ 8' 36''$

Respondent vero

5 ^o	0 hor.	19'	56''	42'''
3		11	58	I
5'		19	56	42'''
3		11	58	I
30''		I	59	40 12 ^v
5			19	56 42
I			3	59 20

Ergo 0 hor. 32 29 I 19 14

Est ergo tempus culminationis à meridie 0h $32' 29''$.

COROLLARIUM I.

270. Si tempus dimidiæ moræ Stellæ supra Horizontem (§. 268) momento culminationis addatur, prodibit momentum occasus.

E. gr. Sole in $\circ \overline{\text{D}}$ existente in ipso meridie, *Sirius* culminat *Hale* 1714 0h. $32' 29''$
 mora dimidia supra horiz. 4. $32. 16$
 occidit ergo tum *Hale* 5 h. pom. $4' 45''$.

COROLLARIUM II.

271. Si à momento occasus 12 horis antè subtrahatur mora Stellæ supra Horizontem, relinquitur momentum ortus. E. gr.

Sirius occidit 5 hor. $4' 45''$
 addatur 12

erit summa 17 hor. $4' 45''$

Mora supra Hor. 9 hor. 4 35 (§. 268).

Oritur ergo 8h. mat. $01. 10''$

Etenim si 12 horæ addantur ad momentum occasus, relinquitur idem à media nocte computatum. Quamobrem si porro auferatur mora supra Horizontem, residuum est momentum ortus à media nocte computatum.

DEFINITIO LXII.

272. *Mediatio Cæli* est Punctum Eclipticæ cum Stella culminans.

PROBLEMA XXVII.

272. *Data obliquitate Eclipticæ G, una cum Ascensione recta Stellæ D invenire mediationem Cæli.*

RESOLUTIO.

Sit in P Polus Mundi, EL Ecliptica, AQ Æquator, PD Circulus Declinationis, erit ad D angulus rectus (§. 78. *Astron.* & §. 28. *Spher.*) & Punctum Æquatoris D Ascensio recta Puncti Eclipticæ S (§. 190). In Triangulo itaque SDG ad D rectangulo, per dem. datur latus DG ob Ascensionem rectam Stellæ & angulus G obliquitas Eclipticæ. Invenitur ergo GS (§. 128. *Spheric.*): unde Punctum Eclipticæ S innotescit prorsus ut supra (§. 203).

E. gr. Obliquitas Eclipticæ G $23^\circ 29'$, Ascensio recta *Sirii* A. 1714 = $98^\circ 8' 36''$, adeoque DG $81^\circ 51' 24''$. Quare

Log Sin. tot.	100000000
Cosin. G	99624527
Summa	199624527
Tang. DG	10844821
Cotang. SG	91180706,

cui in Tabulis quam proxime respondent $7^\circ 28' 37''$. Est ergo ES $7^\circ 28' 37''$, consequenter cum EG sit quadrans & G $\circ \overline{\text{D}}$, mediatio Cæli S $\overline{\text{D}}$ $7^\circ 28' 37''$.

COROLLARIUM.

274. Quodsi ergo ex Theoricis constet, quo tempore Sol sit in $\overline{\text{D}}$ $7^\circ 28' 37''$; dies quoque notus est, quo *Sirius* cum Sole culminat. E. gr. hoc anno Sol in $7^\circ \overline{\text{D}}$ d. 29. Junii. Ergo Sol eo die cum *Sirio* culminabit.

SCHOLIUM I.

275. *Quoniam Sol raro in ipso meridie in $7^\circ 28' 37'' \overline{\text{D}}$ existit, sed aliquot minutis ejus locus plerumque à mediatione Cæli differt; ideo quoque Sirius vel paulo ante, vel paulo post Solem culminat: quæ differentia temporis innotescit, differentia Ascensionum rectarum Solis & Stellæ in Tempus Solare conversa (§. 212).*

SCHO-

SCHOLIUM II.

276. *Quodsi Ascensio recta Stella e. gr. sirii in Tabulis Ascensionum rectorum Solis quaeratur, citra calculum invenitur Cæli mediatio.*

PROBLEMA XXVIII.

277. *Data Declinatione Stella, invenire utrum sub data elevatione Poli oriatur & occidat, an vero semper appareat, an semper lateat.*

RESOLUTIO.

Non alia re opus est, quam ut Declinatio Stellæ conferatur cum altitudine Æquatoris. Nam

I. Si Declinatio Stellæ Borealis QM habeat complementum PM ad quadrantem elevatione Poli PR minorem, seu si ejus à Polo distantia elevatione Poli minor fuerit; Stella in minima altitudine MR supra Horizontem HR existit, adeoque semper apparet.

. gr. Declinatio Borealis *Caudæ Cygni* hoc anno est $44^{\circ} 18' 5''$, adeoque ejus complementum $45^{\circ} 41' 55''$ minor elevatione Poli *Halenfi* $51^{\circ} 38'$. *Cauda* igitur *Cygni* *itala* nunquam occidit.

II. Si Declinatio Australis AI major fuerit elevatione Æquatoris AH, Stella sub Horizonte latet, quando altitudo maxima esse debebat. Nunquam adeo oritur.

. gr. Declinatio Australis *Oculi Pavonis* est $57^{\circ} 52'$, adeoque major elevatione Æquatoris *Halenfi* $38^{\circ} 22'$. *Oculus* adeo *Pavonis* *Hala* nunquam oritur.

III. Si Declinatio Australis AT minor fuerit elevatione Æquatoris AH vel Borealis QG complementum ad quadrantem, seu distantia Stellæ à Polo PG major elevatione Poli PR; Stella & oritur, & occidit.

E. gr. Declinatio Australis *Cordis Scorpiæ* hoc anno $25^{\circ} 46' 13''$, quæ elevatione Æquatoris *Halenfi* $38^{\circ} 22'$ minor. *Cor* itaque *Scorpiæ* & oritur, & occidit.

DEFINITIO LXIV.

278. *Stella Cosmice oritur, si una cum Sole oritur: Cosmice occidit, si Sole oriente occidit.*

DEFINITIO LXV.

379 *Stella Acronyce oritur, si Sole occidente oritur: Acronyce occidit, si una cum Sole occidit.*

DEFINITIO LXVI.

280. *Stella Heliace oritur, si prope Horizontem è Radiis Solaribus rursus emergit & primum conspici incipit: Heliace occidit, si Radiis Solis immergitur & conspectui primum eripitur.*

DEFINITIO LXVII.

281. *Arcus visionis est profunditas Solis sub Horizonte DS, ad quam ubi Sol pervenit Stella T conspici incipit.* Tab. III. Fig. 32.

PROBLEMA XXIX.

282. *Data obliquitate Eclipticæ, elevatione Æquatoris & Ascensione obliqua Stelle; invenire Punctum Eclipticæ, cum quo Stella oritur.*

RESOLUTIO.

I. Si in G fuerit \odot \vee , in Triangulo, GOM datur obliquitas Eclipticæ G, angulus GOM, quia ejus contiguus AOH elevationi Æquatoris æqualis (§. 100), & latus GO, quæ est Ascensio obliqua (§. 191). Invenitur adeo GM, hoc est, distantia Puncti Eclipticæ M, cum quo Stella oritur, à principio Arietis (§. 161. *Spheric.*).

II. Si Stella fuerit in secundo quadrante, tum erit in $G \circ$ atque in Triangulo GOM dantur ut ante angulus G obliquitas Eclipticæ & angulus GOM elevationi Æquatoris AH æqualis (§. 100. *Astron.* & §. 43. *Spher.*), atque GO complementum Ascensionis obliquæ ad Semicirculum (§. 191. 173). Invenitur adeo denuo arcus GM, qui est complementum Puncti Eclipticæ M, cum quo Stella oritur ad Semicirculum seu distantia à principio Libræ (§. 161. *Spher.*).

Tab. III. Fig. 22. III. Si Stella fuerit in tertio quadrante, tum erit in $G \circ$ & in Triangulo GOM datur obliquitas Eclipticæ G, angulus AOH, qui elevationi Æquatoris æqualis (§. 100) & latus GO, qui est excessus Ascensionis obliquæ supra Semicirculum (§. 191. 173). Invenitur adeo arcus GM (§. 161. *Spher.*), qui est excessus Puncti M, cum quo Stella oritur, supra Semicirculum, seu distantia ultra \circ .

Tab. III. Fig. 30. IV. Denique si Stella fuerit in quadrante ultimo, tum erit in $G \circ$ & in Triangulo GOM datur obliquitas Eclipticæ G, angulus GOM, cujus contiguus AOH est elevationi Æquatoris æqualis (§. 100), & latus GO Ascensionis obliquæ complementum ad integrum Circulum (§. 191. 173). Invenitur latus GM (§. 161. *Spher.*), quod est complementum Puncti M, cum quo Stella oritur, ad Circulum integrum.

Tab. III. Fig. 30. E. gr. elevatio Æquatoris AH *Hale* $38^{\circ} 22'$, obliquitas Eclipticæ G $23^{\circ} 29'$, Ascensio obliqua *Sirii* hoc anno $119^{\circ} 53' 61''$.

Est ergo *Sirius* in quadrante secundo & hinc in $G \circ$ atque in Triangulo GOM angulus G, $23^{\circ} 29'$, & GOM $38^{\circ} 22'$, præterea GO $60^{\circ} 6' 54''$. Quoniam angulus GMO obtusus, GOM acutus; perpendicularum GI extra Triangulum cadit (§. 82. *Spheric.*). Quia in Triangulo rectangulo OGI datur OG cum angulo O; erit

Log. Sin. tot.	1000000000
Cofin. GO	96974567
Summa	196974567
Cotang. O	101014703

Cotang. OGI 95959864 , cui in Tabulis quam proxime respondet $21^{\circ} 31' 30''$.

Est ergo OGI	$68^{\circ} 28' 30''$
Sed OGM	$23 29$
Ergo MGI	$44 59 30''$

Unde porro

Cofin. MGI	98495481
Cotang. GO	97594239

Summa	196089720
Cofin. OGI	95645561

Cotang. GM 100444159 , cui in Tabulis quam proxime respondet $47^{\circ} 55' 30''$.

Est ergo GM $42^{\circ} 4' 30''$, consequenter Punctum M $17^{\circ} 55' 30'' \Omega$.

COROLLARIUM I.

283. Quodsi ex Theoricis constet, quo die Sol hæreat in 18Ω ; erit eadem dies quo Sol cum *Sirio* oritur: & hac ratione ortus Cosmicus determinatur (§. 278). Hoc nempe anno *Sirius* Cosmice oritur die 11 Augusti.

COROLLARIUM II.

284. E contrario si ex Theoricis constet, quo die Sol in gradum oppositum, nempe 18° , ingreditur; erit eadem dies, quo *Sirius* Sole occidente oritur (§. 171). Et hac ratione ortus Acronycus determinatur (§. 279).

Hoc nempe anno *Sirius* Acronyce ortus die 28 Januarii.

COROLLARIUM III.

285. Quodsi eodem modo ex data Stellæ Declensione obliqua investigetur Punctum Eclipticæ, cum quo occidit, & ex Theoricis dies constet, quo Sol in illo puncto itemque in opposito hæret; habebitur dies, quo *Sirius* cum Sole occidit & Sole oriente occidit, hoc est quando Acronyce & Cosmice occidit (§. 278. 279).

PROBLEMA XXX.

286. Determinare Arcum visionis SD, dato Solis loco.

RESOLUTIO.

Observetur post occasum Solis ope Horologii oscillatorii momentum, quo Stella datæ magnitudinis aut Planeta primum conspici incipit Tempus hoc in gradus Æquatoris convertatur (§. 212) & habebitur arcus AO, consequenter ejus complementum ad Semicirculum OQ adeoque porro ob KQ quadrantem (§. 49) angulus OKQ.

Ex loco Solis dato quærat Declinatio SO (§. 198), cui si Addatur quadrans KO, prodibit latus SK, si Sol fuerit in Signo Boreali. Alias SK est Declinationis complementum.

Quare cum porro detur KN elevationis Poli PR five HK complementum ad quadrantem; invenietur SN (§. 163. Sphæric.), consequenter profunditas Solis quæsitæ SD.

COROLLARIUM.

287. Patet eodem modo inveniri profunditatem Solis sub Horizonte ad quodcumque temporis momentum aliud per Observationem datum.

SCHOLIUM.

288. Arcus visionis variat pro diversa Stellarum fixarum magnitudine & diverso Planetarum lumine Quoniam vero ob diversum Atmosphæra n stræ statum, in quæ Radii Solares diverso tempore diversimode refringuntur, non constans est omnibus in locis, nec omni tempore in eodem loco; mirum sane non est, quod Autores in eo determinando non prorsus consentiant. KEPLERUS (a) eundem ita determinat secus tus, dubio procul, PTOLEMÆUM:

Magnitudo & Nomina Stellarum.	Arcus Visionis.
Fixa magnitudinis primæ	12°
secundæ	13
tertiæ	14
quartæ	15
quintæ	16
sextæ	17
Stella nebulosa	18
Saturnus	11
Jupiter	10
Mars	11 30'
Venus	5
Mercurius	10

Patet adeo, Arcum visionis pro Venere esse omnium minimum: immo interdum est prorsus = 0, quoniam interdum juxta Solem videtur, si nempe Telluri fuerit valde propinqua. HEVELIUS (b) in Jove ex Radiis Solis emergente observavit Arcum visionis 3°, in Mercurio nunc 3°, nunc 4°, in Venere 2°. Opera adeo pretium foret, ut in hunc arcum accuratiori industria inquirerent Observatores.

PROBLEMA XXXI.

289. Data obliquitate Eclipticæ G, elevatione Æquatoris AH & Ascensione obli-

(a) In Epitom. Astron. Copernic. Lib. III. p. 370.
 (b) Tom. II. Mach. Cœlest. Lib. II. f. 611. 219. 214.

Tab. III. *obliqua Stellæ alicujus O, determinare angulum GMO, quem Punctum Eclipticæ M cum ipsa oriens cum Horizonte HR efficit.*

RESOLUTIO.

1. Investigetur arcus GM ex his datis (§. 282.).
2. Datis adeo in Triangulo OGM angulo O & lateribus OG & GM, invenitur angulus M (§. 158. Sphar.).

E. gr. Hic AH $38^{\circ} 22'$, G $23^{\circ} 29'$, Ascensio obliqua *Sirii* hoc anno $119^{\circ} 53' 6''$ & hinc GO $60^{\circ} 6' 54''$ reperiturque GM $42^{\circ} 4' 30''$. Undè porro

Log. Sin. GM	98261414
Sin. O	97928759
Sin. GO	99380326

Summa 197309085

Log. Sin. M. 99047671, cui in Tabulis quam proxime respondent $38^{\circ} 46' 4''$.

Est ergo obtusus OGM $141^{\circ} 13' 56''$.

SCHOLIION.

290. Hoc angulo opus est, si ortus & occasus Heliacus Stellæ determinandus, quemadmodum ex Problemate sequente apparet.

PROBLEMA XXXII.

Tab. II. Fig. 330. 291. *Datis Arcu visionis DS, Puncto Eclipticæ M cum quo Stella oritur, angulo DMS, quem efficit Ecliptica EL cum Horizonte HR; invenire Punctum Eclipticæ S, in quo Sol haret, dum Stella Heliacæ oritur.*

RESOLUTIO.

1. Cum in Triangulo DMS ad D rectangulo (§. 76) detur Arcus visionis DS, & angulus SMD; invenitur arcus MS (§. 118. Sphar.).
2. Arcus MS addatur Puncto Eclipticæ dato M: ita innotescet locus Solis S.

E. gr. *Sirius* hoc anno *Hæla* oritur cū $\Omega 17^{\circ} 55' 30''$ (§. 282), angulus M $346' 4''$ (§. 289), quia *Sirius* Stellæ primæ magnitudinis, DS 12° (§. 288.) erit ergo

Log. Sin. DS	93178789
Sin. tot.	100000000

Summa	193178789
Sin. DMS	97966890

Sin. MS 95211899, c in Tabulis quam proxime respondent $23' 33''$.

Quodsi huic addas Punctum Eclipticæ oriens $17^{\circ} 55' 30'' \Omega$; prodibit locus Solis S. $ny 7^{\circ} 19' 3''$.

COROLLARIUM I.

292. Quodsi M fuerit Punctum cum quo Stella occidit; patet, eodem modo reperiri locum Solis S ad diem, quo Stella Heliacæ occidit.

COROLLARIUM II.

293. Quodsi adeo ex Theoricis constat, quo die Sol in dato Eclipticæ gradu haret; idem erit dies, quo Stella Heliacæ oritur vel occidit.

PROBLEMA XXXIII.

294. *Data Ascensione recta Solis meridiani & Stella cujuscunque, invenire tempus, quo Stella culminat.*

RESOLUTIO.

1. Ascensio recta Solis ex Ascensione recta Stellæ (integro Circulo, hoc est, 360° aucta, si minor fuerit) auferatur.
2. Residuum convertatur in tempus Solarium (§. 212.): ita prodibit tempus à meridie præterlapsam (§. 190)

E. gr. Ascensio recta *Sirii* hoc anno $98' 36''$. Ponamus nos observasse transitum ejus per Meridianum, quando Sol meridie præcedente erat in $o \chi$ adeoque Ascensio ejus recta $332^{\circ} 5' 50''$. Calculus secundum Problema præfens ita instituetur

Asce

Ascensio recta <i>Sirii</i>	98° 5' 55''
Circulus integer	360
Aggregat.	458 5 55
Ascensio recta ☉	332 5 50
Arcus horarius	126 0 5
90° 5 h. 59' 0'' 36'''	
30 1 59 40 12	
5 19 56 42	
1 3 59 20	
5'' 19 56'' 42''	

Temp. quæf. 8 h. 22 37 9 56 42
 five 8 h. 22' 37''.

COROLLARIUM I.

295. Ex culminatione adeo Stellæ observata inveniri potest tempus nocturnum.

COROLLARIUM II.

296. Quodsi observetur tempus, quod inter datum aliquod momentum & culminationem alicujus Stellæ intercedit, ope Horologii oscillatorii; eodem modo cognoscetur ipsum illud momentum à Meridie præcedente numeratum.

SCHOLIUM.

297. Hoc adeo Problema utile est ad momentum quodcumque nocturnum per Observationem determinandum, si Horologii motum rectificare vel etiam probare volueris.

PROBLEMA XXXIV.

298. Data elevatione Poli PR, una cum altitudine alicujus Stellæ SE, ejus Declinatione DS & Ascensione recta D; invenire Punctum Æquatoris A, quod tempore observata altitudinis per Meridianum transit.

RESOLUTIO.

1. Quoniam in Triangulo ZPS dantur singula latera, nempe ZS complementum altitudinis ZE (§. 62), PS complementum Declinationis (§. 79) & ZP complementum altitudinis Poli PR (§. 62); reperiatur angulus ZPS (§. 168. *Spher.*), cujus mensura arcus AD (§. 31. *Spher.*).

Wolfii Oper. Mathem. Tom. III.

2. Subtrahatur AD ex Ascensione recta Stellæ; residuum erit Punctum Æquatoris culminans A.

E. gr. Noctu insequente, quando Sol meridianus fuit in 9° ≈, ponamus *Hala*, ubi altitudo Poli 51° 38', observatam fuisse altitudinem *Lucida Arietis* in parte Cœli orientali 30°; erit DS 22° 6' 11" & Ascensio recta D 27° 47' 42" consequenter PZ 38° 22', PS 67° 53' 59", ZS 60°. Quoniam anguli P & S acuti, perpendicularum ZK ex Z in PS demissum, intra Triangulum cadit (§. 82. *Spher.*). Porro Cofinus ZS ad Cofinum PZ ut Cofinus KS ad Cofinum KP (§. 138. *Spher.*). Quamobrem cum sit ZS > PZ, per *hypoth.* erit Cofinus ZS < Cofinu PZ (§. 11. *Trigon.*) & hinc Cofinus SK < Cofinu KP (§. 151. *Arith.*). Quamobrem SK > KP (§. 11. *Trig.*).

Itaque	PZ	38° 22'
	ZS	60
<hr/>		
	PZ + ZS	98 22
<hr/>		
	$\frac{1}{2}$ PZ + $\frac{1}{2}$ ZS	49 11
	ZS	60
	PZ	38 22
<hr/>		
	ZS - ZP	21 38
	$\frac{1}{2}$ ZS - $\frac{1}{2}$ PZ	15 49
	Log. Tang. $\frac{1}{2}$ PS:	98281696
	Tang. $\frac{1}{2}$ ZP + $\frac{1}{2}$ ZS	100636448
	Tang. $\frac{1}{2}$ ZS - $\frac{1}{2}$ PZ	94522246
	Summa	195158694
<hr/>		
	Tang. $\frac{1}{2}$ SK - $\frac{1}{2}$ PK	96876998,

cui in Tabulis respondent 25° 28' 30"
 Sed $\frac{1}{2}$ PS 33 56 59½
 Ergo PK 8 28 29½

Unde porro

Cotang. ZP	101014704
Tang. KP	91742007
Cofin. P	492746711,

cui in Tabulis quam proxime respondent 10° 50' 56''.

Est ergo angulus P seu arcus AD 79° 9' 4'', qui ex Ascensione recta Stellæ 27° 47' 42'' subductus, relinquit Punctum culminans A 308° 38' 38''

COROLLARIUM.

Tab. 299. Cum per Problema præcedens investigari possit tempus, quo Punctum III. Æquatoris A culminat; ex data altitudine Fig. 25. Stellæ inveniri potest tempus nocturnum. E. gr. si in meridie, quæ Observationem præcedit, Sol fuerit in 9° m adeoque ejus Ascensio recta $207^{\circ} 54' 10''$, erit arcus horarius $100^{\circ} 44' 28''$, adeoque tempus, quo altitudo observata est. $41' 51''$.

PROBLEMA XXXV.

300 *Datis Ascensione recta D Stellæ cujuscunque, una cum Declinatione ejus DS & elevatione Poli PR; invenire altitudinem SE ad tempus datum.*

RESOLUTIO.

1. Tempus datum convertatur in gradus Æquatoris, ita prodibit arcus Æquatoris qui à meridie usque ad tempus datum per Meridianum transit.
2. Subtrahatur is à Stellæ Ascensione recta D, residuus fiet arcus AD, cujus mensura est angulus P (§.79.

Astronom. & §. 33. Sphæric.).

3. Cum in Triangulo ZPS, præter hunc angulum P, dentur latera PZ & PS, I elevationis Poli PR (§.62) & Declinationis DS complementa (§.79); reperietur ZS complementum altitudinis SE (§.163. *Sphæric.*).

Exemplum præcedens facile huc applicatur, calculo prorsus ut in Problemate 10. (§. 215) instituto.

SCHOLIUM.

301 *Hoc Problemate & ejus Corollario opus est, si Stellæ interdum per Telescopia observare volueris.*

COROLLARIUM.

302. Cum ex iisdem datis reperiri quoque possit angulus HZE (§. 166. *Sphæric.*), cujus mensura ob quadrantem ZE (§. 62) est arcus HE (§. 33. *Sphæric.*), seu Azimuthum Stellæ (§.194); evidens est, quomodo Azimuthum ad datum quodcunque tempus, consequenter Planum Verticalis, in quo Stella hæret, determinetur.

CAPUT VI.

De Globo Cælesti Artificiali.

DEFINITIO LXVIII.

303. **G**LOBUS Cælestis est Sphæra ex cupro, orichalco, charta aut materia alia confecta, in cujus superficie Stellæ singulæ intervallis earundem distantis proportionatis depictæ, una cum Circulis Sphæræ Mundanæ præcipuis.

SCHOLIUM.

304. *Globi Cælestes eum in finem construuntur, ut Phenomena motus primi Solis atque Stellarum, quæ hætenus per Observationes & calculum Trigonometricum accurate deter-*

minare docuimus, rudiori Minerva, quantum ad usum vitæ sufficit, determinentur. Eorum adeo constructionem & usum hic edoceri fas est.

PROBLEMA XXXVI.

305. *In Superficie Sphæræ ex lamina cuprea vel orichalcea parata Circulos Cælestes & Stellæ fixas decenter designare & Sphæram ad usum Astronomicam aptare.*

RESOLUTIO.

1. Libere assumantur duo Puncta P & Q sibi mutuo diametraliter opposita &

& in iis defigantur Axiculi PA & QC, circa quos Globus tanquam circa Axem suum volvi possit, ita ut Puncta P & Q vel A & C designent Polos Mundi (§.46).

2. Circulus Æncus ABCD dividatur in quatuor quadrantes AE, EC, CF & FD & quilibet quadrans in suos 90 gradus subdividatur, à Punctis E & F versus Polos A & C numerandos.

3. Intra hunc Circulum in A & C firmiter Globus tanquam in Meridiano, ita ut libere intra illum rotari possit (§.50.72).

4. Stylo ad primum divisionis punctum E firmiter applicato, Globus circumrotetur; erit Circulus in superficie ejus delineatus Æquator (§.49). Consultum vero est, ut Æquator designetur per duos Circulos parallelos aliquali cum latitudine, quo commode in suos 360 gradus dividi possit.

5. A Polo Mundi P versus M & ab altero C versus N numerentur gradus $23\frac{1}{2}$: erunt Puncta M & N Poli Eclipticæ (§.179).

6. Applicato ad Meridianum Stylo, qui apice suo Punctum M attingat, Globus circumvolvatur; ita designabitur Circulus Polaris Arcticus (§.184). Eodem modo circa Polum Q designabitur Polaris Antarcticus (§.cit.).

7. Quodsi similiter ab Æquatore versus Polos P & Q numerentur gradus $23\frac{1}{2}$ notenturque Puncta H & I, atque denuo ad Meridianum applicato Stylo per ea describantur Cir-

culi cum Æquatore paralleli; erit eorum alter per H ductus Tropicus Cancræ, alter vero per I transiens Tropicus Capricorni (§.181).

Tab:
IV.
Fig. 34^r

8. Globus in Polis Eclipticæ intra Meridianum, ut ante suspendatur & ad E applicato Stylo circumvolvatur; ita nimirum Ecliptica in eodem designabitur in 12 Signa dividenda, quorum unumquodque rursus in suos 30 gradus subdividendum. Consultum denuo est, ut Ecliptica aliquali cum latitudine per duos Circulos parallelos designetur.

9. Globo adhuc ita suspensio, gradus Longitudinis Stellæ ducatur sub Meridianum & in eo versus Polum Latitudini cognominem numerentur tot gradus, quot Latitudini conveniunt: erit Punctum in superficie Globi extremo illius arcus Meridiani respondens Stellæ centrum (§.241.236). Eodem modo ex Ascensione recta & Declinatione locus Stellæ determinatur, si Globus ex Polis Mundi seu Æquatoris fuerit suspensus (§.191.75).

10. Stellis ad unum Asterismum pertinentibus ita designatis, vel coloribus oleo dilutis Asterismi Imago juxta BAYERUM in *Uranometria* in Globi superficie pingatur, vel eidem à Chalcographo incidatur.

11. Intra Horizontem ligneum DLB fulcris quatuor incumbentem ita constitruatur Globus cum Meridiano æneo, ut in duo Hemisphæria ab eodem dividatur (§.63) & Polus A ad arbitrium attolli ac deprimi possit.

Tab. 12. In limbo Horizontis designetur Circulus in 360. gradus divisus cum Calendario & Plagis Mundi, de quibus in Geographia.

IV.
Fig. 34.

13. Denique ad Polum A aptetur Circulus æneus RS in bis 12. partes æquales, hoc est, intervalla horaria divisus, ita ut linea horæ duodecimæ sit in Plano Meridiani & Index horarius circa Axem mobilis cum Globo simul circa Polos rotetur.

Hæc ratione Globus Cœlestis erit constructus.

SCHOLIION I.

306. Equidem Circuli Polares & Tropici immobiles sunt (§. 181. 184), adeoque in superficie Sphæra mobilis perperam designari videntur; sed nulla ratio suadet, ut credamus, primum Globorum inventorem per errorem Circulos illos in superficiem eorum transtulisse. Neque ignorant, cur in superficie Globi Cœlestis mobili compareant Tropici & Polares, qui ejus usum sufficienter cognitum atque perspectum habent. In Geographia nimirum per Tropicos & Polares distinguuntur Zonæ: ut adeo appareat, sub quibus Cœli partibus sita sit Zona qualibet, Tropici & Polares non modo Globo Terrestri, verum etiam Cœlesti inscribuntur. Neque opus est, ut eum in finem extra Globi superficiem ad Meridianum applicentur, quemadmodum in Sphæris armillaribus fieri assolet: quia enim in usu Globi Cœlestis solitario non attenduntur, perinde tum est ac si prorsus abessent, neque in errorem inducere possunt nisi Circulorum definitiones ignorantem.

SCHOLIION II.

307. Quia Stellarum Longitudo perpetuo mutatur, Globorum usus perpetuus non est. Sed quia incrementum 72 annorum demum gradum adæquat (§. 253); in usu Globorum intra seculum pro nullo habendum, cu-

jus nimirum ope Phenomena non ad scrupula singula, sed rudi saltem Minerva determinantur. E. gr. Si Cœli stellati faciem contemplaturus Globum ad Mundi Plagas & Cardines componas; parum refert, an gradus unus Eclipticæ infra Horizontem existat, qui supra eum esse debeat & contra. Eundem sane in Astrognosia usum præstabit Globus, siue Longitudo Stellarum fuerit exacta, siue gradu uno aberret à vera. Sane Longitudinum gradus uno differentium Ascensiones rectæ nunquam magis differre possunt, quam $1^{\circ} 5' 25''$ juxta Tabulas CL. DE LA HIRE: quæ differentia etiamsi in omnibus Stellis obtineret (obtinet tamen in paucissimis), Cœli facies ea prodiret, quæ elapsis demum 4111 futura erat. Quare cum in Circulo horario tantillum temporis discerni nequeat, patet intra seculum & ultra Globos esse ab errore immunes censendos in facie Cœli ad datum tempus determinanda, quorum constructio Longitudinis Stellarum immutabilitatem supponit. Neque difficulter inde perspiciunt intelligentes, in aliis quoque casibus similiter demonstrari posse, intra seculum & ultra citra errorem notabilem adhiberi posse Globos, quorum superficiem adscripti sunt Equator atque Ecliptica. Atque hæc est ratio, cur hæc Globorum vitia ab intelligentibus pro nullis reputentur, atque adeo sciens & volens eadem admittere debuerit primus Globorum inventor,

SCHOLIION III.

308. Vulgo Globos construunt ex Charta eum quidem in modum, quem Problemate sequente exponimus: sed placuit talem præmittere, quam Tyrones facilius intelligere possint.

PROBLEMA XXXVII.

309. Ex Charta Globum Cœlestem componere.

RESOLUTIO.

Ex data Diametro Globi investigetur recta AB Peripheriæ Circuli maximi

- mi æqualis (§. 429. *Geom.*) & in 12 partes æquales dividatur (§. 274. *Geom.*).
2. Per singula divisionis puncta 1, 2, 3, 4 &c. intervallo 10 partium describantur arcus se mutuo in D & E interfecantes: ex iis enim decenter connexis Globi superficies integra componitur.
 3. Pars qualibet rectæ AB dividatur in 30 partes æquales, ut adeo tota recta AB, quæ Peripheriam Æquatoris repræsentat, in 360 gradus sit divisa.
 4. Ex Polis D & E intervallo $23\frac{1}{2}$ describantur arcus *a b*, qui erunt partes Circulorum Polarium duodecimæ (§. 184. 168).
 5. Eodem modo ex iisdem Polis D & E, sed intervallo $66\frac{2}{3}$ graduum ex Æquatore sumpto describantur arcus *c d*, qui erunt partes duodecimæ Tropicorum (§. 181. 168).
 6. Per gradum Æquatoris *e*, qui Ascensioni rectæ Stellæ alicujus datæ respondet & Polos D atque E cerussa delineetur arcus Circuli (§. 194. *Geom.*) & complemento Declinationis ex Polo cognomine D intersecetur in *i*, erit Punctum *i* locus Stellæ.
 7. Omnibus Stellarum ad eundem Asterismum pertinentium locis ita determinatis, Figura Asterismi juxta BAYERUM, vel HEVELIUM in *Firmamento Sobiesciano*, aut FLAMSTÆDIUM in *Atlante Cælesti* decenter delineetur.
 8. Tandem eodem modo per Declinationes & Ascensiones rectas singuli

gradus Eclipticæ *lg* determinantur.

9. Globi superficies in planum ita projecta ari incidatur, ne labor adeo molestus pro singulis Globis denuo sit repetendus.

10. Ex ligno tornetur Globus paulo minoris diametri & Charta conglutinata superinducatur, mox bisariam diffecanda, ut Globus ligneus eximi possit, atque denuo conglutinanda, ut Globus chartaceus cavus habeatur.

11. Superficies Globi chartacei vestiatur gypso, donec superficies fuerit perfecte rotunda & Globus prodeat Diametri requisitæ: id quod explorare licet, Circulo maximo, data Diametro in Tabula lignea descripto & exciso.

12. Eiusdem Circuli ope determinantur duo Puncta Diametraliter opposita in superficie Globi gypso vestiti, quæ sint Poli Mundi, itemque Æquator & Meridiani per trigessimum quemque Æquatoris gradum ducti.

13. Globo in duodecim partes æquales sic diviso agglutinentur partes similes ex Mappa impressa excisæ.

14. Globus ut ante (§. 305) intra Meridianum æneum & Horizontem ligneum decenter suspendatur.

15. Denique construat ex Lamina Tab. orichalcea Quadrans HI circa Axi- IV. culum H mobilis & in æquales gra- Fig. 37. dus cum Ecliptica & Æquatore divisus, quem *Quadrantem altitudinis ac Latitudinis* posthac vocabimus.

SCHOLIUM.

310. Quodsi non Declinationes & Ascensionis rectæ Stellarum dentur, sed earum potius Latitudines & Longitudines: Superficies Globi

Tab. *Globi in planum projicietur eodem prorsus, quo ante modo, nisi quod tum D & E sint Poli Eclipticæ, fh vero Eclipticæ, Circuli vero Polares & Tropici cum Æquatore Ig paralleli ex Declinationibus suis determinentur. Recentissimi, qui in publicum prostant, Catalogi sunt HEVELIANUS & FLAMSTÆDIANUS, in quibus Ascensiones rectæ & Declinationes Fixarum extant: unde consultum duximus docere, quomodo superficies Globi ex Ascensionibus rectis & Declinationibus in planum projiciatur.*

PROBLEMA XXXVIII.

311. *Stelle in Globo depictæ Declinationem & Ascensionem rectam reperire.*

RESOLUTIO.

1. Ducatur Stella sub Meridianum æneum, qui cum per Polos Æquatoris transeat (§. 48. 72), Circulum Declinationis representat (§. 78).
2. Numerentur gradus à Puncto Meridiani, ubi ab Æquatore secatur, usque ad Stellæ datæ Centrum: numerus enim graduum Declinationem quaesitam exprimit (§. 76).
3. Notetur gradus Æquatoris, qui una cum Stella sub Meridiano æneo comparet; is enim est ejus Ascensio recta (§. 190).

PROBLEMA XXXIX.

312. *Stelle in Globi superficie depictæ Longitudinem & Latitudinem reperire.*

RESOLUTIO.

1. Centrum Quadrantis Latitudinis applicetur ad Polum Eclipticæ in eodem cum Stella Hemisphærio constitutum & circa Axiculum suum vertatur, donec Centrum Stellæ attingat.
2. Notetur gradus Eclipticæ, cui Quadrans insitit: is enim est Stellæ Longitudo (§. 241).

3. Numerentur gradus in Quadrante Latitudinis ab Ecliptica usque ad Centrum Stellæ, numerus eorum Latitudinem indicabit (§. 236).

PROBLEMA XL.

313. *Dato loco Solis in Ecliptica, invenire ejus Declinationem & Ascensionem rectam.*

RESOLUTIO.

1. Gradus Eclipticæ datus ducatur sub Meridianum.
2. Reliqua fiant ut in Probl. 38. (§. 311).

PROBLEMA XLI.

314. *Data Longitudine & Latitudine Planeta ad datum quodcumque tempus, locum ejus in Globi superficie exhibere & ejus Declinationem atque Ascensionem rectam determinare.*

RESOLUTIO.

1. Centrum Quadrantis Latitudinis applicetur ad Polum Eclipticæ Latitudini cognominem & circa Axiculum suum vertatur, donec datum Longitudinis Punctum in Ecliptica definet.
2. Ad gradum Latitudinis datum pauca cera affigatur Signum Planetæ (§. 38): ita nimirum Planeta, perinde ac Fixæ, in Globo depictus (§. 310).
3. Tandem Planeta sub Meridianum ducatur & Ascensio recta atque Declinatio patebit ut in Probl. 38. (§. 311).

PROBLEMA XLII.

315. *Invenire Mediationem Cæli seu Gradum Eclipticæ, cum quo Stella aut Planeta per Meridianum transit.*

RESO-

RESOLUTIO.

Ducatur Stella aut Planeta in Globi superficiem translatus (§. 314) sub Meridiano; ita nimirum innotescet gradus cum ea sub Meridiano constitutus.

PROBLEMA XLIII.

316. *Globum dato tempore & loco ad Cœli situm componere, data elevatione Poli & loco Solis.*

RESOLUTIO.

1. Polus Globi supra Horizontem ligneum eleuetur, donec arcus inter ipsum & hunc interceptus sit elevationi Poli data æqualis.
2. Ope arcus magneticæ vel Lineæ Meridianæ Globus ita constituatur, ut Meridianus aeneus sit quam proxime in plano Meridiani.
3. Gradus Eclipticæ, in quo Sol hæret, ducatur sub Meridiano & Index horarius ad horam duodecimam, ad quam computatus supponitur locus Solis: ita nimirum habetur Cœli facies ad momentum meridiei.
4. Vertatur Globus, donec Index horarius datam quamcunque horam aliam attingat: ita nimirum innotescet Cœli facies ad illud quoque momentum.

PROBLEMA XLIV.

317. *Beneficio Globi Stellæ cognoscere, vel si una tantum nobis fuerit nota.*

RESOLUTIO.

1. Componatur Globus eo tempore, quo Stellæ contemplari decreveris, ad Cœli situm (§. 316).
2. Quærat in eius superficie Stella, quæ tibi jam nota supponitur, e. gr. media in *Cauda urse majoris*, cui infidet *Alcor*.

3. Notentur in Globo Stellæ reliquis lucidiores ad eundem Asterismum pertinentes, nec difficulter eadem deprehendentur in Cœlo.

4. Eodem modo innotescunt Stellæ minores ejusdem Asterismi & Asterismo uno cognito vicinos quoque eodem studio cognoscere licebit.

5. Quodii Planetarum loca in superficie Globi designes (§. 314), ad spectus nudus docebit, inter quas Fixas compareant: his ergo cognitis, Planetæ quoque agnoscuntur.

PROBLEMA XLV.

318. *Data elevatione Poli una cum loco Solis ad diem anni datum; reperire Ascensionem Solis obliquam, Amplitudinem ejus ortivam & Azimuthum, atque tempus ortus.*

RESOLUTIO.

1. Globus ad Cœli situm, quem hora duodecima seu in ipso meridie habet, componatur (§. 316).
2. Locus Solis ducatur ad Horizontem ortivum; ita statim innotescet Ascensio Solis obliqua (§. 191), Amplitudo ortiva (§. 195) & Azimuthum (§. 194) in Horizonte ligneo: Index vero horarius in Circulo horario momentum ortus Solis ostendet.

COROLLARIUM.

319. Sole in Horizonte constituto, una innotescit, quænam Stellæ eo die Cosmice orientantur & occidunt (§. 278).

PROBLEMA XLVI.

320. *Data elevatione Poli una cum loco Solis; invenire Descensionem obliquam*

quam, *Amplitudinem occiduam & Azimuthum, atque tempus, quo Sol occidit.*

RESOLUTIO.

Non differt à resolutione Problemat^{is} præcedentis, nisi quod locus Solis ducendus sit ad Horizontem occiduum.

PROBLEMA XLVII.

321. *Data elevatione Poli & loco Solis; invenire longitudinem diei atque noctis.*

RESOLUTIO.

1. Quærat^{ur} tempus, quo Sol oritur (§. 318) quod cum à media nocte numeretur, ejus duplum est longitudo noctis.
2. Longitudo noctis subtrahatur ex 24 horis; residuum est longitudo diei.

PROBLEMA XLVIII.

322. *Invenire tempus, quo Stella quælibet data, die dato, sub data elevatione Poli oritur & occidit, una cum mora ejus super & sub Horizonte, Ascensione & Descensione ejus obliqua, Amplitudine Ortiva atque occidua, & Azimutho.*

RESOLUTIO.

1. Globus ad horam duodecimam diei datæ ad Cœli faciem componatur (§. 316).
2. Stella ad Horizontem ortivum ducatur, ita in eodem apparebit Ascensio ejus obliqua, amplitudo ortiva & Azimuthum: Index vero horarius monstrabit momentum, quo oritur.
3. Ducatur eadem Stella ad Horizontem occiduum, in quo apparebit Descensio ejus obliqua, Amplitudo occidua & Azimuthum: Index vero

horarius ostendet momentum, quo occidit.

4. Momentum ortus à momento occasus subtrahatur: residuum erit mora Stellæ super Horizonte.
5. Mora super Horizonte ex 24 horis subducatur; residuum erit mora Stellæ sub Horizonte. Cum enim differentia inter diem Primi mobilis & diem Solarem in scrupulis paucis consistat (§. 211); ea hic attendi non meretur.

PROBLEMA XLIX.

323. *Invenire Punctum Eclipticæ, cum quo Stella oritur, culminat & occidit, atque tempus culminationis.*

RESOLUTIO.

1. Globus ad Cœli situm rite componatur (§. 316).
2. Stella data ducatur ad Horizontem ortivum, ita patebit, cum quo Puncto Eclipticæ oriatur.
3. Eadem sistatur sub Meridiano, ubi Punctum Eclipticæ cognoscetur, quod cum ea culminat, & Index horarius tempus culminationis ostendet.
4. Aptetur denique Horizonti occiduo, ubi innotescit Punctum Eclipticæ, cum quo occidit.

COROLLARIUM.

324. Quodsi ergo in Ephemeridibus quærat^{ur}, vel per calculum in Theoricis tradendum investigetur dies, quo Sol in dato gradu Eclipticæ hæret, cum quo Stella oritur, vel culminat. vel occidit; erit eadem dies, quo Cosmice oritur (§. 278), vel cum Sole culminat (§. 233), vel Acronyce occidit (§. 279).

PROBLEMA L.

325. *Invenire altitudinem Solis atque Stelle ad datam quamcunque diei vel noctis horam.*

RESOLUTIO.

1. Globus rite componatur ad situm Cœli (§. 316) & vertatur, donec Index horarius horam datam indicet.
2. In gradu nonagesimo ab Horizonte numerato ad Meridianum aptetur Quadrans altitudinis & circa Axiculum suum vertatur, donec gradum Eclipticæ, in quo Sol hæret, aut Stellam datam attingat. Arcus enim inter ipsam & Horizontem interceptus est altitudo quæsita (§. 73).

PROBLEMA LI.

356. *Data Solis altitudine diurna vel Stelle nocturna; invenire temporis momentum.*

RESOLUTIO.

1. Globus ad situm Cœli rite componatur, & Quadrans altitudinis, ut in Problemate præcedente, ad Meridianum aptetur.
2. Globus circa Axem suum & Quadrans altitudinis circa Axiculum vertatur, donec Stella vel gradus Eclipticæ, in quo Sol hæret, Quadrantem in dato gradu attingat.

Index horarius tum temporis momentum quæsitum monstrabit.

PROBLEMA LII.

327. *Dato Azimutho Solis vel Stelle; invenire temporis momentum.*

RESOLUTIO.

1. Globus ad situm Cœli rite componatur & Quadrans altitudinis, ut in Probl. 50, ad Meridianum aptetur.

2. Quadrans altitudinis vertatur circa Axiculum suum, donec in Horizonte Azimuthum quæsitum definiat.
3. Vertatur Globus, donec Stella eundem attingat.

Index horarius temporis momentum indicabit.

PROBLEMA LIII.

328. *Data elevatione Poli; ostendere quenam Stelle nunquam occidant, & quenam nunquam orientur.*

RESOLUTIO.

1. Globi Polus elevetur supra Horizontem ligneum tot gradibus, quot elevatio Poli data existit.
2. Globus circumvolvatur & notentur Stellæ, quæ in Meridiano superiore bis conspiciuntur, & quæ in eo non comparent.

Illæ nimirum nunquam occidunt, hæ nunquam orientur.

PROBLEMA LIV.

329. *Invenire intervallum temporis inter ortus duarum Stellarum vel earum culminationes interceptum.*

RESOLUTIO.

1. Elevetur Globi Polus ut in Problemate præcedente (§. 328).
2. Ducatur Stella prima ad Horizontem noteturque temporis momentum, quod monstrat Index horarius.
3. Ducatur Stella altera similiter ad Horizontem & notetur denuo temporis momentum, quod Index horarius ostendit.
4. Tempus prius subducatur è posteriori, quod relinquitur, est intervallum inter ortus duarum Stellarum interceptum.

5. Non abfimili modo reperitur tempus inter duas culminationes interjectum, si Stella utraque sub Meridiano sistatur.

THEOREMA XVI.

Tab. 330. *Profunditas GO Puncti Eclipticæ G est æqualis altitudini go Puncti oppositi g.*
IV. Fig. 38.

DEMONSTRATIO.

Quia Horizon HR & Verticalis ZN se mutuo bifariam secant (§. 85); erit OZ Semicirculus. Similiter quia tam Ecliptica EL (§. 171), quam Circulus Verticalis ZN Circulus maximus (§. 70); erit etiam GZg Semicirculus (§. 20. *Spheric.*). Est itaque $OZ + Zg + go = GO + OZ + Zg$ (§. 85. *Arithm.*), consequenter $go = GO$ (§. 91. *Arithm.*), hoc est, Profunditas Puncti Eclipticæ G æqualis est Altitudini oppositi g (§. 94).
Q. e. d.

PROBLEMA LV.

331. *Dato Arcu visionis, invenire*

Ortum & Occasum Heliacum Stella in Globo depictæ.

RESOLUTIO.

1. Ducatur Stella in Horizontem ortivum.
2. Ope Circuli verticalis ad Meridianum in Zenith applicati exploretur gradus Eclipticæ, cujus in parte Cœli occidentali altitudo Arcui visionis æqualis: erit Punctum oppositum illud, in quo Sol hæere debet, ut Stella Heliace oriatur (330. 280).
3. Quodsi ergo in Ephemeridibus evolvetur, aut per calculum Theoricis innixum investigetur dies, quo Sol gradum Eclipticæ inventum occupat; erit eadem dies, quo Stella Heliace oritur.
4. Si Stella ad Horizontem occiduum ducatur, simili modo dies invenietur, quo Heliace occidit.

CAPUT VII.

De Refractione & Parallaxi Fixarum.

OBSERVATIO XIV.

332. *D*istantia Caudæ Leonis à Spica Virginis $35^{\circ} 2'$ constanter deprehenditur (§. 225), quando Meridiano vel etiam Occasui proxima; cum vero in parte Cœli orientali Cauda Leonis ad altitudinem $34^{\circ} 30'$ ascendit, Spica Virginis in eodem fere Circulo Verticali jam oritur (a).

(a) Keplerus Epit. Astron. Copernic. Lib. I. Part. 3, p. 61.

SCHOLION I.

333. *Huc etiam pertinet Observatio Bataavorum in Nova Zembla An. 1597. hibernantium, quibus Sol d. 4 Novembris disparuit, die vero 24 Januarii redordiri cepit, reditum suum consueto tunc Calculo Astronomico expectatum sex circiter diebus antevertens, ut habent Acta Eruditorum A. 1697 (b).*
CAROLUS XI. Rex Sueciæ A. 1694. Tor-

noviæ

(b) Menf. Febr. p. 92.

noviæ sub elevatione Poli 65° 33' media nocte inter 14 & 15. Junii Styli veteris Solem inocciduum observavit. Ipsius jussu anno sequente BILEMBERGIO atque SPOLIO Mathematicis Observationem accuratius repetentibus & media nocte inter 10 & 11 Junii Solem Tornoviæ $\frac{3}{4}$ diametri, die 14. Junii sub latitudine 66° 15' ad ferri cuprique officinas Kangis duabus Diametris & amplius supra Horizontem elevatum deprehendentibus (a). Equidem CASSINUS (b) circa has Observationes non satis accurate institutas difficultates quasdam movet, sed quæ non obstant, quo minus hic allegentur, ubi cum quantitate Refractionis nihil nobis adhuc negotii est.

COROLLARIUM I.

334. Quoniam Radii Solis atque Stellarum secundum lineas rectas propagantur (S. 46. Optic.), à Sidere sub Horizonte latente emissi in Oculum Spectatoris illabi nequeunt, nisi in ingressu in Atmosphæram à via pristina detorqueantur. Patet adeo eos in transitu per Atmosphæram refringi (S. 39. Optic.).

COROLLARIUM II.

335. Cum adeo Stellæ propter Refractionem altiori loco appareant; altitudines observatæ veris per calculum productis sunt justo majores.

COROLLARIUM III.

336. Ut ergo altitudines observatæ magis exacte prodeant, Refractionis quantitas inde auferenda.

SCHOLION II.

337. Quoniam Veteres Refractionem ignorarunt; ex altitudinibus justo majoribus sua deduxerunt: unde non mirum quod errores non levis momenti interdum commiserint.

(a) Vid. Opusculum, quod sub titulo: Refractio Solis inoccidui in Septentrionalibus oris aliquot Observationibus Astronomicis detecta, Holmiæ 1696. n. 4. prodit.

(b) Memoires de l'Acad. Roy. des Sciences A. 700. p. 50. & seqq.

SCHOLION III.

338. Ceterum ex hac ipsa Refractionum doctrina consequitur, nos nunquam videre Solem orientem & occidentem, sed Solis sub Horizonte latentis Phantasma quodpiam. Patet hoc clarius, ubi non minus Diameter Solis apparens quam Refractio Horizontalis accurate fuerit definita.

SCHOLION IV.

339. Ipsæ vero Observationes modo recentitæ loquuntur, Refractiones versus Polum esse majores, quam sub minore ejus elevatione, ob diversam dubio procul Atmosphære densitatem & incidentiæ obliquitatem (S. 36. Dioptr.).

OBSERVATIO XV.

340. Cel. DE LA HIRE (c) ab anno 1681. summa sedulitate ac diligentia ad Meridianam Stellarum fixarum altitudinem observandam se incubuisse profiteatur, nullamque differentiam altitudinis animadvertisse præter eam, quæ ex proprio Fixarum motu oritur: non tamen negat, Refractiones circa Horizontem esse quibusdam inconstantibus obnoxias pro varia aëris constitutione & natura soli circumpositi.

COROLLARIUM

341. In eodem adeo loco Refractiones Siderum ad sensum sunt constantes, Horizontalibus exceptis.

THEOREMA XVII.

342. Radii ex Stella altiore S in At- Tab. Tab. spheram incidentis inclinatio SMN IV. minor est inclinatione IHT radii ex Stel- Fig. 39. la humilioris T in eandem illapsi.

DEMONSTRATIO.

Tab.
IV.
Fig-39.

Sint Radii incidentes OS & OT. Ducantur per puncta Atmosphæra M & H ex Centro Telluris C radii CM & CH, qui erunt ad arcum MH perpendicularares (§. 38 *Anal. infin.*). Sunt adeo NMS & IHT anguli inclinationum (§. 12. *Dioptr.*). Producatur SO in R & ex Centro C demittatur perpendicularis CR. Supponatur etiam HO perpendicularis ad CO (§. 308. *Geom.*). Erit adeo, ut Sinus totus ad CH, ita Sinus OHC ad OC; & ut Sinus totus ad CM sive CH (§. 40. *Geom.*), ita Sinus RMC ad RC (§. 33. *Trig.*); consequenter Sinus OHC ad OC, ut Sinus RMC ad RC (§. 167. *Arithm.*), hoc est, Sinus OHC ad Sinum RMC, ut OC ad RC (§. 173. *Arithm.*). Quare cum sit $OC > RC$ (§. 220. *Geom.*), erit etiam $OHC > OMC$ consequenter ob $OHC = IHT$ & $RMC = NMS$ (§. 156. *Geom.*) $IHT > NMS$ (§. 89. *Arithm.*), seu angulus inclinationis in qualibet altitudine major Horizontali. Ponamus jam porro Radium incidentem esse LO. Cum sit ut CM ad CO, ita Sinus ZOM ad Sinum OMC; & ut CL ad CO, ita Sinus ZOL ad Sinum OLC (§. 35. *Trigon.*); erit ob $CM = CL$ (§. 40. *Geom.*) Sinus ZOM ad Sinum OMC, ut Sinus ZOL ad Sinum OLC (§. 167. *Arithm.*); consequenter Sinus inclinationum OMC & OLC erant inter se ut Sinus distantiarum à Vertice ZOM & ZOL (§. 173. *Arithm.*). Quando igitur distantia à Vertice ZOL $<$ ZOM; etiam angulus inclinationis OLC $<$ OMC. *Q. e. d.*

COROLLARIUM.

343. Cum Linea OH supponatur in Plano Horizontis sensibilis, patet inclinationem Radii Horizontalis esse omnium F. maximam.

THEOREMA XVIII.

344. *Stelle in Zenith Refractio nulla est, in Horizonte maxima; ab Horizonte usque ad Zenith continuo decrescit.*

DEMONSTRATIO.

Si Stella in Zenith constituta, radius, qui ex eo in Atmosphæram incidit, continuatus per Centrum Telluris transit (§. 58). Est ergo ad Atmosphæra superficiem seu Planum refringens perpendicularis (§. 38. *Analys. infin.*); consequenter irretractus transit (§. 25. *Dioptr.*). *Quod erat primum.*

Porro ut Sinus anguli inclinationis THI ad Sinum refracti ipsi respondentis, ita Sinus anguli inclinationis NMS ad Sinum refracti eidem convenientis (§. 26. *Dioptr.*), adeoque Sinus angulorum refractorum sunt inter se ut Sinus angulorum inclinationis (§. 173. *Arithm.*). Sed Sinus anguli inclinationis in Horizonte maximus (§. 343); ergo Sinus anguli refracti ibidem quoque maximus, hoc est, Refractio in Horizonte maxima. *Quod erat secundum.*

Denique Sideris altioris angulus inclinationis minor quam humilioris (§. 342); ergo etiam angulus refractus Sideris altioris minor est quam humilioris *per demonstrata*. Patet adeo ab Horizonte usque ad Zenith continuo decrescere

crefcere Refractionem. *Quod erat tertium.*

THEOREMA XIX.

345. *In eadem altitudine Sol & Stella omnes eandem patiuntur Refractionem.*

DEMONSTRATIO.

Si Sidera eandem altitudinem habent, dem erit Radius incidens, adeoque & dem angulus inclinationis (§. 12. *Dioptr.*). Sunt vero Sinus angulorum refractionum ut Sinus angulorum inclinationis §. 26. *Dioptr.* & §. 173. *Arithm.*), adeoque ob angulum inclinationis eundem dem quoque refractus. Ergo in eadem altitudine Sol & Stellæ per eundem Radius refractus radant, seu eandem patiuntur Refractionem. *Q. e. d.*

SCHOLION.

346. *Equidem TYCHO DE BRAHE (a), qui rimus Solis, Luna ac Fixarum Refractiones per Observati nem eruit, Refractiones Fixarum minores facit Solaribus, Lunares subinde majores, subinde minores; sed ejus ævo Theoria Refractionum, quam SNELLIUS debemus §. 34 Dioptric.), nondum erat explorata. Recentiores verout CASSINUS & PHILIPPUS E LA HIRE eandem Refractionem in omni-*

PROBLEMA LVI.

247. *Refractionem Siderum ad singulos gradus altitudinis definire.*

RESOLUTIO.

1. Observetur Stellæ prope Zenith confitutæ altitudo meridiana, quantum

(a) Progymnasim, Lib. I. p. m. 79. 124. 280.

fieri potest, accuratissime (§. 109. 142).

2. Inde eruatur Declinatio ejus (§. 150), quæ erit accurata, quia Stella à Refractione sensibili libera (§. 344).
3. Eiusdem Stellæ observentur altitudines ad singulos gradus, & ope Horologii oscillatorii annotetur tempus, quo eadem observantur.
4. Ad data Observationum momenta, ope Declinationis extra Refractionis aleam positæ, & per num. 1. repertæ computentur altitudines veræ: (§. 300): quæ cum
5. minores deprehendantur observatis, ab his auferantur; erunt residua Refractiones singulis gradibus convenientes.

SCHOLION.

348. *Equidem Refractiones ea, quam exposuimus, Methodo omnium optime ex Observationibus eliciuntur; patet tamen abunde, id fieri non posse nisi quamdiu Refractiones sunt sensibiles, ne errorem in observando vix evitabilem adequent; consequenter si altitudo infra 50 gradus constituatur, Refractione in gradu quinquagesimo secundo non amplius scrupulum primum adequante. Quodsi Atmosphæra ejusdem esset densitatis, ut Refractio non contingeret nisi in ingressu, ac præterea nota ratio Sinus anguli inclinationis ad Refractum in Aëre, una cum ratione altitudinis Aëris refractivi ad Semidiameterum Terræ, ut angulus inclinationis definirî possit; facile per calculum conderetur Tabula Refractionum ad singulos gradus altitudinis (§. Dioptr. 30). Enimvero cum constet Atmosphæram nostram esse diverse densitatis (§. 145. Aërom.), atque adeo continua Refractione Radius Luminis fieri curvilineum, nec ratio*

Altitudinis Aeris refractivi ad Semidiametrum Telluris explorata sit: ad Hypothesin confugiendum erat, quam non in vitis Observationibus Hypothesi naturæ substituere liceret. Istiusmodi Hypothesin excogitavit CASSINUS usu Academicæ Regiæ Scientiarum comprobata (a). Describit eam DAVID GREGORIUS (b) his verbis: „Atmosphæra 40 aut 50 miliaria in altum protensa supponatur, „divisa per 8 aut 10 superficies parallelas „in totidem media diversæ densitatis; ita „tamen ut quod binas proximas superficies „interjacet medium ejusdem sit densitatis, „quæ ad dictam superficiem mutetur instanter in rarius sursum densiusque deorsum: quod res revera non ita se habeat „(procul dubio enim Atmosphære densitas descendendo per minima augetur), sed ad „Calculum ineundum. Octo decemve hæc media ita attendenda, attemperentur ad „se invicem, ut in una, duabus aut pluribus altitudinibus totales Refractiones ad „omnia ista media factæ eadem sint cum Refractionibus, quæ per Observationes „exactissimis altitudinibus istis respectivis „congruere deprehenduntur. In quo casu Refractio in assumta qualibet altitudine ad dicta media facta & per Dioptrices Leges calculo cognita, quam proxime est æqualis Refractioni ex Cælo depromptæ; quæ eidem altitudini respondet.

OBSERVATIO XVI.

349. *Ex Observationibus accuratissimis PHILIPPUS DE LA HIRE (c) sequentem Siderum in singulis altitudinum gradibus Refractiones deduxit.*

(a) Vid. ejus Historia de ortu & progressu atque incrementis Astronomiæ, quæ legitur in *Opere: Recueil d'Observations faites en plusieurs Voyages par ordre de sa Majesté* &c.

(b) In *Element. Astronom. Phys. & Geometr. Lib. I. Schol. Prop. 66. fol. m. 201.*

(c) In *Tab. Astron. p. 6.*

Alt.	Refract.	Alt.	Refract.	Alt.	Refract.
0	32' 0"				
1	26 35	31	1' 51"	61	0' 40"
2	20 43	32	1 47	62	39
3	15 44	33	1 43	63	37
4	12 26	34	1 40	64	35
5	10 26	35	1 36	65	33
6	9 8	36	1 33	66	32
7	8 2	37	1 30	67	31
8	7 1	38	1 27	68	30
9	6 17	39	1 24	69	28
10	5 41	40	1 22	70	26
11	5 11	41	1 19	71	25
12	4 46	42	1 17	72	24
13	4 25	43	1 15	73	23
14	4 7	44	1 13	74	21
15	3 51	45	1 11	75	20
16	3 36	46	1 9	76	18
17	3 23	47	1 7	77	17
18	3 12	48	1 6	78	15
19	3 1	49	1 4	79	14
20	2 51	50	1 2	80	12
21	2 44	51	1 0	81	11
22	2 38	52	0 58	82	10
23	2 31	53	56	83	8
24	2 24	54	54	84	7
25	2 18	55	52	85	6
26	2 12	56	50	86	4
27	2 7	57	48	87	3
28	2 3	58	46	88	2
29	1 59	59	44	89	1
30	1 55	60	42	90	0

SCHOLIUM I.

350 *Equidem TYCHO DE BRAHE (d) Refractiones Solis in gradu 46, Lunares in gradu 45, Fixarum in 20, evanescere arbitratur: sed Celeb. CASSINUS primus reperit, quod ad ipsum Zenith usque extendantur. TYCHO nimirum Refractiones exhibuit justo minores, utut Horizontalis sit apud eundem justo major: facit enim Horizontalem in Sole 34', in Luna 33', in Fixis 30'; sed DE LA HIRE cum CASSINO in omni Sidere 32':*

TYCHO-

(d) *Progymnas. Lib. I. pag. 79. 124. 280.*

TYCHONI in gradu 33 Solaris est 55", CAS-
SINO vero 1' 43" & in gradu 52 adhuc 58".
Hoc discrimen ex Tabula præcedente satis ma-
nifestum est.

SCHOLIION II.

351. R. P. LAVAL (a) observavit A. 1710.
d. 22. Jun. altitudinem Solis meridianam 70°
25' 50" & d. 23 Jun. 36 à Solstitio horis elap-
sis eandem deprehendit 70° 26' 0", adeoque
10" majorem, quæ minor esse debebat. In si-
miles Observaciones cum jam antea incidere,
suspicitur Refractionem variari pro diversita-
ve ventorum ex diversis plagis spirantium.
Enimvero ad tales minutias, quæ nondum
satis explorata habentur, in præsentem nobis
attendere non licet: id nobis annotasse suffi-
ciat, dudum ab HUGENIO observatum esse (b)
Refractionem in singulas horas mutari, quam-
vis Experimenta sumta sint in exigua admo-
dum altitudine & in Objectis terrestribus.

THEOREMA XX.

352. Refractio Ascensionem rectam
& obliquam Sideris minuit, Descensiones
auget; Declinationem borealem auget,
Australem minuit.

DEMONSTRATIO.

Ascensio obliqua est Punctum Æqua-
toris cum Sidere oriens (§. 190). Sed
cum Stella vi Refractionis elevata in Ho-
rizonte comparet, sub eodem adhuc
latet (§. 343). adeoque Punctum Æqua-
toris cum quo revera oritur, adhuc sub
Horizonte absconditur: ergo Ascensio-
nem obliquam minuit Refractio. Quod
erat primum.

Sit Stella supra Horizontem elevata
in S vel T; vi Refractionis videbitur in
s vel in t (§. 341). Ducantur ex Polo

P circuli Declinationum PD, Pd, PB;
Pb & qui erunt ad Æquatorem in D
& d, B & b perpendiculares (§. 76), de-
finientque Stellæ S Ascensionem rectam
veram in D, refractam in d, Stellæ au-
tem T veram in B, refractam in b (§.
190). Quare cum Punctum d sit Me-
ridiano vicinius quam D, & b vicinius
quam B; evidens est per Refractionem
Ascensionem rectam minui. Quod erat
secundum.

Non ab simili modo ostenditur, si
HZR sumatur pro parte Cœli occiden-
tali, Descensiones per Refractionem au-
geri. Quod erat tertium.

Porro in Triangulis SGD & sGd ad
D & d rectangulis, per demonstrata est,
ut Sinus totus ad Sinum SG, ita Sinus
G ad Sinum SD; & ut Sinus totus ad
Sinum sG, ita Sinus G ad Sinum sd
(§. 136. Sphæric.): ergo etiam ut Sinus
SH ad Sinum sG, ita Sinus SD ad Si-
num sd (§. 196. Arithm.). Quare cum
fit sG > SG; erit etiam sd > SD. Quod
erat quartum.

Eodem prorsus modo demonstratur,
esse tb < TB. Quod erat quintum.

THEOREMA XXI.

353. Refractio in parte Cœli orientali
Longitudinem Sideris minuit, in Occi-
dentali auget; Latitudinem Australem
minuit, Borealem auget.

DEMONSTRATIO.

Si AQ ponatur Ecliptica & PD, Tab.
Pd, PB atque Pb sint Circuli Latitudi- I V.
num: Demonstratio Theorematis præ- Fig. 40.
sentis prorsus coincidit cum Demon-
stratione præcedentis.

(a) Histoire de l'Académie Roy. des Sciences A. 1710.
p. m. 144. & 145.

(b) Traité de la lumière C. 4. p. 42.

SCHOLIUM.

Tab. 354. Apparet adeo, in Astronomia non negligendam esse Refractionem, siquidem motuum Phenomena accurate determinare volueris: atque hinc ulterius liquet, Astronomiam veterem, quæ Refractionem insuper habuit, fuisse vel ex hoc capite ubique imperfectam.

DEFINITIO LXIX.

355. Refractio altitudinis est arcus Circuli Verticalis Ss , quo altitudo Sideris SE ob Refractionem augetur.

DEFINITIO LXX.

356. Refractio Declinationis est arcus Circuli Declinationis SI , quo Declinatio Sideris DS vi Refractionis vel augetur, vel minuitur.

DEFINITIO LXXI.

357. Refractio Ascensionis ac Descensionis est arcus Æquatoris Dd , quo Ascensio D & Descensio Sideris sive recta, sive obliqua vi Refractionis augetur, vel minuitur.

DEFINITIO LXXII.

Tab. 358. Refractio Longitudinis est arcus IV. Eclipticæ Tt , quo Longitudo Sideris vi Fig. 40. Refractionis vel augetur, vel minuitur.

DEFINITIO LXXIII.

359. Refractio Latitudinis est arcus Circuli Latitudinis SI , quo Latitudo Sideris TS vi Refractionis vel augetur, vel minuitur.

PROBLEMA LVII.

Tab. 360. Data altitudine Sideris refracta VI. SE , una cum tempore, quo observatur, Fig. 40. & Refractione altitudinis IS ; invenire Refractionem Declinationis SI & Ascensionis rectæ Dd .

RESOLUTIO.

I. Tempus usque ad meridiem vel mediam noctem residuum, aut à meri-

die vel media nocte elapsum convertatur in gradus Æquatoris (§. 212), ut habeatur arcus Ad , consequenter angulus ad Polum APd (§. 79. Astron. & §. 31. Spher.).

2. Quoniam in Triangulo ZPs dantur præter hunc angulum latera PZ & sZ elevationis Poli PR & altitudinis refractæ sE complementa (§. 62); invenietur angulus Z/P (§. 165. Spher.), cui verticalis IS æqualis (§. 43. Spher.).

3. Ex S demittatur perpendicularis SI & in Triangulo $SI s$ ad I rectangulo ex datis angulo IS modo invento & Hypothenusa s , Refractione altitudinis, invenietur latus SI (§. 127. Spher.), Refractio Declinationis (§. 356), & latus IS (§. 116. Spheric.), quod Refractioni Ascensionis rectæ Dd ad sensum æquale, si Stellæ Declinatio exigua.

4. Quodsi vero Declinatio DS fuerit ingens, ex datis in Triangulo PSI ad I rectangulo lateribus IS & PI aggregato ex complemento Declinationis refractæ Ps , & Refractione Declinationis IS , invenietur angulus ad Polum IPS (§. 127. Spheric.), cujus mensura Dd (§. 79. Astron. & §. 31. Spher.) est Refractio Ascensionis rectæ (§. 357).

PROBLEMA LVIII.

361. Datis elevatione Æquatoris, Longitudine Solis ad datum Observationis tempus, angulo obliquitatis Eclipticæ, altitudine Refracta SE , Longitudine refracta Sideris t & Refractione altitudinis IS ; invenire Refractionem Latitudinis SI & Longitudinis Tt .

RESOLUTIO.

1. Ex datis elevatione Æquatoris, Longitudine Solis & angulo obliquitatis Eclipticæ investigetur nonagesimus Eclipticæ C (§. 218): Verticalis ZC per eum transiens transibit quoque per Polum Eclipticæ M (§. 221).
2. Ducantur ex Polo Eclipticæ M per locum Sideris verum & refractum *f* Circuli Latitudinum MT & M*f*: evidens est Refractionem Latitudinis *f*I & Longitudinis T*t* inveniri ope Triangulorum S*f*I & M*f*S ad I rectangulorum, prorsus ut in Problemate præcedente (§. 360).

SCHOLIUM.

362. Ex duobus Problematibus præcedentibus facile intelligitur, quomodo ex Ascensione recta, Declinatione, Longitudine & Latitudine vera datis, earundem Refractiones inveniantur.

DEFINITIO LXXIV.

363. *Locus Physicus Sideris* est Punctum S, in quo Centrum ejus hæret.

DEFINITIO LXXV.

364. *Locus Opticus* est Punctum C vel B, in superficie Sphæræ Mundanæ ABC, quo Spectator ex E vel T Sideris centrum S refert.

DEFINITIO LXXVI.

365. *Locus Opticus verus* est Punctum superficiæ Sphæræ Mundanæ B, quo Spectator in Centro Terræ constitutus Centrum Sideris aut Phænomeni S refert.

DEFINITIO LXXVII.

366. *Locus Opticus apparens* seu *Visus* est Punctum superficiæ Sphæræ Mundanæ
Wolffii Oper. Mathem. Tom. III.

na C, quo Spectator in superficie Terræ E constitutus Sideris Centrum S refert. Tab: IV. Fig. 42.

DEFINITIO LXXVIII.

367. *Parallaxis* est distantia duorum locorum Opticorum. Et in specie *Parallaxis altitudinis* est differentia inter locum verum & apparentem CB. Dicitur etiam *Parallaxis simpliciter*, & *Commutatio* à COPERNICO.

COROLLARIUM I.

367. Parallaxis adeo altitudinem Sideris minuit, distantiam à Vertice auget.

COROLLARIUM II.

369. Parallaxis altitudinis CB est differentia inter distantiam à Zenith A veram AB & visam AC.

DEFINITIO LXXIX.

370. *Angulus Parallaëcticus* est differentia angulorum CEA & BTA, sub quibus distantia à Zenith vera & visa videntur. Vocatur & ipse subinde *Parallaxis*.

THEOREMA XXII.

371. *Angulus Parallaëcticus est equalis angulo TSE, quem recte ex Oculis Observatorum E & T in Centrum Sideris S ductæ intercipiunt.*

DEMONSTRATIO.

Est enim SED angulus, sub quo videtur distantia visa CA, SID angulus, sub quo videtur vera BA. Sed SED = STD + TSE (§. 239. *Geom.*). Ergo TSE est differentia angulorum SED & STD (§. 63. *Arithm.*). Q. e. d.

THEOREMA XXIII.

372. *Parallaxis Ascensionem rectam & obliquam auget, Descensionem minuit: Declinationem & Latitudinem*

Fff Borea-

Borealem minuit, Australem auget; Longitudinem in Orientali auget, in Occidentali minuit.

DEMONSTRATIO.

Tab. IV. Fig. 40. Si f & t sint loca Sideris vera, S & T visa; Demonstratio prorsus eadem quæ Theorematis 20 (§. 352).

COROLLARIUM.

373. Parallaxis adeo Refractioni prorsus contraria (§. 352. 353).

DEFINITIO LXXX.

Tab. IV. Fig. 40. 374. *Parallaxis Declinationis* est arcus Circuli Declinationis fI , quo Parallaxis altitudinis auget vel minuit Declinationem Sideris.

DEFINITIO LXXXI.

375. *Parallaxis Ascensionis & Descensionis* est arcus Æquatoris Dd , quo Parallaxis altitudinis auget Ascensionem.

DEFINITIO LXXXII.

376. *Parallaxis Longitudinis* est arcus Eclipticæ Tt , quo Parallaxis altitudinis auget vel minuit Longitudinem.

DEFINITIO LXXXIII.

377. *Parallaxis Latitudinis* est arcus Circuli Latitudinis fI , quo Parallaxis altitudinis auget vel minuit Latitudinem.

THEOREMA XXIV.

378. *Parallaxis in Zenith nulla, in Horizonte maxima.*

DEMONSTRATIO.

Eadem prorsus est, quæ Theorematis 18. (§. 344), pro Angulis nempe inclinationum substitutis Angulis parallacticis.

THEOREMA XXV.

Tab. IV. Fig. 43. 379. *Sinus Angulorum parallacticorum* ALT & AST , in eadem vel aequalibus à Zenith distantibus SZ , sunt in

ratione reciproca distantiarum Siderum à Centro Terra TL & TS .

DEMONSTRATIO.

Est enim, ut Sinus LST ad TL ita Sinus TLA ad TS (§. 35. *Trigon.*). Ergo Sinus angulorum TLA & ISA sunt ut TS ad TL (§. 173. *Arithm.*). *Q. e. d.*

COROLLARIUM.

380. Cum $LT < TS$ per *hypoth.* erit etiam angulus $AST < ALT$, adeoque Parallaxis remotioris S minor est Parallaxi vicinioris L , in eadem à Zenith distantia: quod etiam aliunde patet (§. 188. *Geom.*).

THEOREMA XXVI.

381. *Sinus Angulorum parallacticorum* M & S Siderum à Centro Terra T aequaliter distantium, sunt ut Sinus distantiarum visarum à Vertice ZM & ZS .

DEMONSTRATIO.

Est enim, ut Sinus ZAM ad TM ita Sinus M ad AT & ut TS ad Sinum ZAS ita AT ad Sinum S (§. 35. *Trigon.*). Ergo ob $TM = TS$ per *hypoth.* Sinus M ad Sinum S ut Sinus ZAM ad Sinum ZAS (§. 194. *Arithm.*). *Q. e. d.*

COROLLARIUM. I.

382. Decrescentibus adeo distantibus à Vertice; hoc est, crescentibus altitudinibus, Parallaxis decrescit.

COROLLARIUM II.

383. Parallaxis ab Horizonte usque ad Zenith altitudinem Sideris afficit.

THEOREMA XXVII

384. *Siella fixæ carent Parallaxi altitudinis sensibili.*

DEMONSTRATIO.

Est enim Semidiameter Telluris AT ad distantiam Fixæ TS , ut Sinus Anguli parallactici S ad Sinum distantie à Vertice ZAS (§. 33. *Trigon.*). Sed

Sed AT respectu TS evanescit (§.146): ergo etiam Sinus S respectu Sinus ZAS; consequenter Parallaxis altitudinis respectu distantiae à Vertice in Fixis evanescit (§.370). *Q. e. d.*

COROLLARIUM.

385. Refractiones adeo ex Fixarum Observationibus erutæ (§.348) sunt differentiae inter altitudines Siderum veras & refractas, neque adeo verendum, quod ob Parallaxin Fixarum sint justo majores.

THEOREMA XXVIII.

386. *Parallaxis Horizontalis eadem, sive Sidus in Horizonte vero, sive in apparente fuerit constitutum, & ubivis locorum eadem.*

DEMONSTRATIO.

Sidus in Horizonte vero TS constitutum non poterit videri in H, sed in loco altiori O, cujus Horizon apparens OS convenit Oculo non elevato in I. Cum igitur in Triangulis TIS & THR anguli I & H sint recti, (§.308. *Geom.*) & TH = TI, atque TS = TR (§.40. *Geom.*); erit HRT = TSI (§.179. *Geom.*). *Q. e. d.*

PROBLEMA LIX.

387. *Data distantia Sideris in Horizonte constituti à Centro Terræ TR, seu ejus ad Semidiametrum Telluris TH ratione; invenire ejus Parallaxin.*

DEMONSTRATIO.

Quoniam in Triangulo THR ad H rectangulo dantur latera TH & TR; reperietur Angulus parallaëticus (40. *Trigon.*).

PROBLEMA LX.

388. *Data ratione distantia Sideris à Centro Terræ TM ad Semidiametrum Terræ TA, una cum distantia vera à Ver-*

tice ZTM; invenire Parallaxin altitudinis.

Tab. IV. Fig. 43.

RESOLUTIO.

Quoniam in Triangulo ATM dantur duo latera TA & TM cum angulo intercepto T; reperietur Angulus parallaëticus M (§.40. *Trigon.*).

COROLLARIUM.

389. Quodsi detur distantia visa à Vertice ZAM, reperietur M (§.38 *Trigon.*).

PROBLEMA LXI.

390. *Invenire Parallaxin Declinationis, Ascensionis rectæ, Longitudinis & Latitudinis; data elevatione Poli & Parallaxi altitudinis, una cum Altitudine visa à Refractione liberata & tempore, quo hæc fuit observata.*

RESOLUTIO.

Non differt à resolutione Problematum 57 & 58 (§.360 361).

PROBLEMA LXII.

391. *Datis nonagesimo Eclipticæ C, altitudine nonagesimi CO, altitudine vera sE, Parallaxi altitudinis sS, Longitudine vera t & Latitudine vera ts; invenire Parallaxin Longitudinis Tt & Latitudinis It.*

Tab. IV. Fig. 41.

RESOLUTIO.

1. Cum detur Longitudo vera t & nonagesimus C; datur quoque arcus Ct; consequenter angulus ad Polum Eclipticæ CMt (§.240. *Astron.* & §.33. *Spher.*).

2. Quia altitudo nonagesimi CO continuata ultra Zenith Z per Polum Eclipticæ M transit (§.221). & MC = ZO (§.62.240), erit ZM = CO (§.91. *Arithm.*);

Fff 2

3. Cum

- Tab. 3. Cum adeo in Triangulo MZf , præter
 IV. MZ & M , detur Zf altitudinis veræ
 Fig. 41. complementum (§. 62); reperietur
 ZfM (§. 158. *Spher.*), cui IfS æqua-
 lis (§. 43. *Spher.*). Unde
 4. Reliqua inveniuntur ut supra *Probl.*
 57. (§. 360).

S C H O L I O N.

392. Parallaxium doctrina maximi mo-

menti est in Astronomia tum ad distantias Si-
 derum aliorumque Phenomenorum inveniend-
 das, tum ad Eclipses computandas: quemad-
 modum ex parte altera patebit, ubi suis locis
 plura ad Parallaxin spectantia tradentur, quæ
 facilius & jucundius intelliguntur, ubi ad
 casus speciales, quorum gratia excogitati
 fuere, modi inveniendi Parallaxin appli-
 cantur.

C A P U T V I I I.

De Crepusculis.

D E F I N I T I O L X X I V.

393. *Crepusculum* est Lux crepera,
 qua Aër ante ortum & post
 occasum Solis resplendet. *Matutinum*
 vocatur illud, quod ortum Solis præce-
 dit; *Vespertinum*, quod occasum ejus
 sequitur. Illud etiam *Aurora*; aut *Cre-
 pusculum* $\alpha\alpha\tau' \xi\sigma\chi\alpha\upsilon$ dici solet.

C O R O L L A R I U M.

394. Crepusculi adeo matutini initium
 est, quando Aër pri num splendescere inci-
 pit; Vespertini finis est, quando splendor
 ejus prorsus disparat.

T H E O R E M A X X I X.

395. *Crepuscula generantur à Radiis
 Solaribus in Atmosphæra nostra refractis
 & ab ejus particulis reflexis.*

D E M O N S T R A T I O.

Tab. Sit Observator in O, H rizon sen-
 IV. sibilis AB, Sol sub Horizonte vero HR
 Fig. 45. constitutus. Incidat Radius SE in At-
 mosphæram infra Horizontem; quo-
 niam in Aëre refangitur, tanquam
 medio crassiori (§. 334), & quidem

ad perpendiculum (§. 25. *Dipt.*), hoc
 est, ad Semidiametrum CE (§. 38 *Anal.*
infinit.), non progredietur in T, sed F
 Tellurem in D tangens incidet in A,
 Horizontem ortivum sensibilem. Ne-
 que enim alius Radius, quam AD, qui
 Tellurem tangit, ex refractis in E ad
 A pervenire potest, cum ceterorum
 propagationi Terra obest. Jam cum
 particulæ Atmosphæricæ Radios Sola-
 res reflectant (§. 45. 51. *Optic.*), sit-
 que ob $CD = CO$ (§. 40. *Geom.*)
 & rectos ad D & O *per demonstrata*
 (§. 309. *Geom.*) angulus DAC ipsi
 CAO æqualis (235. *Geom.*); Radius
 in A reflexus perveniet in O (§. 144.
Catoptr.). Quare cum ibi sit Obser-
 vator, *per hypoth.* videbit particulam
 A in Horizonte sensibili splendescen-
 tem, adeoque Crepusculi matutini ini-
 tium (§. 394). Eodem modo ostenditur
 per Radium Solarium in Atmosphæra
 factam Refractionem & Reflexionem
 contingere vespertini finem. Q. e. d.

SCHO-

SCHOLIION.

396. *Aliam adhuc Crepusculorum causam assignat KEPLERUS (a), materiam nempe lucidam circa Solem, quæ Auroram figura circulari versus Horizontem incurvata nitentem exhibet, Aëri illuminato non adscribenda, prout ibidem demonstrat. Materia illa lucida cum sit Atmosphæra Solis, de ea agemus ex instituto, suo loco.*

PROBLEMA LXIII.

397. *Invenire profunditatem Solis sub initium Crepusculi matutini & finem vespertini.*

RESOLUTIO.

Eodem prorsus modo reperitur, quo supra A cum visionis invenire docuimus (§. 286, observato nimirum momento, quo Aër primum splendescit in Crepusculo matutino; itemque momento, quo splendor omnis evanescit in vespertino. Quoniam vero hæc Observatio difficilis nec satis certa est; notetur momentum temporis, quo mane Stellæ sextæ magnitudinis visui nostro sese subducunt, vel vespere primum in conspectum veniunt.

OBSERVATIO XVI.

398. *Profunditatem Solis sub Horizonte ad initium Crepusculi matutini finemque vespertini observarunt ALHAZEN 19°, TYCHO 17°, ROTHMANNUS 24°, STEVINUS 18°, CASSINUS 15°; RICCIOLUS in Æquinoctiis mane 16°, vespere 20° 30'; in S lst tio æstivo mane 21° 25', in hiberno mane 17° 25'.*

(a) Epit. Astron. Copernic. Lib. I. Part. 3. p. 73. 76.

SCHOLIION.

399. *Non mirum, quod Autores adeo inter se dissentiant. Est enim causa Crepusculorum inconstans: halitus quippe si fuerint in Atmosphæra vel copiosiores, vel altiores, Crepusculum matutinum citius incipit, vespertinum longius durat. Halitus nimirum copiosiores cum plures Radios reflectant, magis splendescunt; altiores vero citius à Sole illustrantur: quæ sane ratio est, cur Crepusculi matutini duratio sit vespertini brevior, cum ob frigus nocturnum mane densior sit & humilior Aër halitibus plenus; & cur æstate Crepuscula longiora quam hieme, cum hieme frigore magis condensatus humilior fiat. Accedit, quod in Aëre densiore major sit Refractio, & Atmosphære Solaris splendor cum in se variabilis, tum Telluri alio tempore proximior quam alio.*

COROLLARIUM

400. *Quando itaque differentia GR inter Declinationem Solis GQ & altitudinem seu profunditatem Æquatoris QR est minor 18°, sane 15° non excedit; Crepusculum per integram noctem durat.* Tab. I. Fig. 14.

PROBLEMA LXIV.

401. *Data elevatione Æquatoris; determinare tempus, quo Crepusculum per noctem integram duret.*

RESOLUTIO.

1. Ab elevatione Æquatoris subtrahantur 18°, relinquetur Declinatio Solis maxima, quæ esse potest, quando Crepusculum per noctem integram durat (§. 400.).
2. In Tabulis Declinationum Solis evolvantur Puncta Eclipticæ, quorum ita est Declinatio.
3. Denique ex Ephemeridibus quaerantur dies, quando Sol puncta ista ingreditur.

Ita nimirum constabit omne temporis intervallum, quo Crepusculum per noctem integram durat.

E. gr. *Hala* altitudo Æquatoris $38^{\circ} 22'$: unde si auferantur 18° , relinquetur Declinatio Solis quæsitæ $20^{\circ} 22'$. Juxta Tabulas PHILIPPI DE LA HIRE Declinatio Solis est $20^{\circ} 22' 49''$ in $1^{\circ} \Pi$ & 29°O . Hoc anno Sol ingressus $1^{\circ} \Pi$ d. 21 Maii; erit in 29°O d. 21 Julii. A die itaque 21 Maii usque ad 21 Julii Crepusculum per integram noctem durat.

PROBLEMA LXV.

Tab. III. Fig. 32. 402. *Data elevatione Poli PR & Declinatione Solis OS, invenire initium Crepusculi matutini & finem vespertini.*

R E S O L U T I O.

1. Cum in Triangulo PSZ dentur singula latera, nempe PZ elevationis Poli PR, & PS Declinationis OS complementum, atque ZS aggregatum ex quadrante ZD & profunditate Solis DS per Observationem nota (§. 398); reperietur angulus ZPS (§. 168 *Spher.*),cujus mensura est arcus AO (§.33. *Spher.*).

2. Convertatur AO in tempus Solare (§.212.), ita prodibit tempus ab initio Crepusculi matutini usque ad meridiem vel tempus à meridiè usque ad finem vespertini elapsum.

E. gr. *Hala* elevatio Poli PR $51^{\circ} 38'$: quæritur initium Crepusculi matutini Sole in 4°ny existente. Est itaque SO $10^{\circ} 3' 37''$ & DS 18° (§.398); hinc ZS 108° & $\frac{1}{2}$ ZS 54°

PS	79°	56'	23"
PZ	38	22	0
PS + PZ	118	18	23
$\frac{1}{2}$ PS + $\frac{1}{2}$ PZ	59	9	11 $\frac{1}{2}$
PS	79°	56'	23"
PZ	38	22	0
PS - PZ	41	34	23
$\frac{1}{2}$ PS - $\frac{1}{2}$ PZ	20	47	11 $\frac{1}{2}$

Quoniam anguli Z & S sunt acuti, perpendiculum Pl intra Triangulum PZS cadit (§. 82. *Spheric.*) & quia PS > PZ, etiam SI > IZ (§.138. *Spher.* & §.299. *Arithm.* Est itaque (§.168. *Spher.*).

Log. Tang. $\frac{1}{2}$ ZS	101387389
Tang. $\frac{1}{2}$ PS + $\frac{1}{2}$ PZ	102238603
Tang. $\frac{1}{2}$ PS - $\frac{1}{2}$ PZ	95793208
Summa	198031911

Tang. $\frac{1}{2}$ SI - $\frac{1}{2}$ ZI 96644522, cui in Tabulis quam proxime respondent

	24°	47'	4"
Sed $\frac{1}{2}$ ZS	54		
Ergo IS	78	47	4
IZ	29	12	56

Porro Log. Sin. ZI 96885057
Sin. tot. 100000000
Summa 196885057
Sin. ZP 97918759
Sin. ZPI 98956298, cui in Tabulis quam proxime respondent $57^{\circ} 50' 47''$.

Log. Sin. IS	99916257
Sin. tot.	100000000
Summa	199916257
Sin. PS	99932706
Sin. IPS	99983551,

cui in Tabulis respondent

	85°	1'	0"
Jam IPZ	51	50	47
Ergo SPZ s. AO	136	51	47
AQ	179	59	60
OQ	43	8	13

Arcus OQ in tempus conversus dat initium Crepusculi à media nocte numeratum. Nempe

30°	respond. 1 h.	59'	40"	12'''
10		39	53	24
3		11	58	1
5'		19	56	42 ^v
3		11	58	1
10 ^o			39	53 24 ^v
3			11	58 1
		2 h.	52	4 23 34 25

Est adeo initium Crepusculi matutini, Solè in 4° ny existente, *Hala* h. 2. 52' 4", seu h. 2. 52'.

Quodsi Triangulum SKN solvere libuerit, perpendiculo ex N in KS demisso, per duas illationes invenitur angulus K seu arcus OQ

COROLLARIUM.

403. Si tempus ortus Solis quærat (S. 214); initium Crepusculi ab eo subductum durationem ejusdem relinquit.

PROBLEMA LXVI.

404 *Dato loco Solis in Ecliptica, una cum elevatione Poli; invenne initium Crepusculi matutini & finem vespertini ope Globi artificialis.*

RESOLUTIO.

1. Globus ad Cœli situm componatur, qualem ipso meridie habet (S. 316).
2. Vertatur circa Axem, donec ope quadrantis altitudinis gradus Eclipticæ loco Solis oppositi altitudo in parte Cœli occidentali, si initium Crepusculi matutini desideretur; in parte autem Orientali, si finis vespertini quærat, 18° deprehendatur (S. 325).

Ita nimirum locus Solis intervallo 18° sub Horizonte erit depressus (S. 331) adeoque Index horarius in casu primo initium Crepusculi matutini, in altero finem vespertini indicabit (S. 398).

Tab. IV. Fig. 45.

PROBLEMA LXVII.

405. *Datâ profunditate Solis sub Horizonte infine Crepusculi vespertini & initio matutini atque semidiametro Telluris DC vel LC; invenire altitudinem Aëris AL.*

RESOLUTIO & DEMONSTRATIO.

1. Quoniam recta OA respectu distantiae Solis à Terra evanescit, seu pro nihilo habenda, angulus IAE sumi potest pro profunditate Solis sub Horizonte (S. 73. *Astron.* & S. 145. *Optic.*); quippe qui ab angulo à recta IO & recta altera ex puncto O in Centrum Solis ducta intercepto non nisi angulo parvitatæ contemnendæ differt (S. 239. *Geom.*), adeoque eidem æqualis existimari potest (S. 4. §. *Analys. infn.*). Quia vero Radius Solis AE refractus est per *hypoth.* à profunditate Solis data subtractatur Refractio Horizontalis (S. 349), ut habeatur vera quantitas anguli IAE.
2. Jam cum angulus IAE cum duobus angulis DAC & CAO efficiat duos rectos (S. 347. *Geom.*), & DAC atque CAO; cum angulis DCA & ACO, duos itidem rectos efficiant (S. 241. *Geom.*), erit ipse IAE duobus DCA & ACO æqualis (S. 91. *Arithm.*)

Tab. *Arithm.*), consequenter ob DCA
 IV. = ACO per superius demonstrata
 Fig. 45. (§. 395), DCA = $\frac{1}{2}$ IAE.

3. Datis itaque in $\triangle ADC$ ad D rectan-
 gulo (§. 309. *Geom.*), angulo DCA
 & latere DC invenitur latus AC
 (§. 36. *Trigon.*).
4. Quodsi inde subtrahatur Semidia-
 meter Telluris LC, relinquitur alti-
 tudo Aëris quæsitæ AL.

E. gr. Sit Semidiameter Telluris LC, qua-
 lis vulgo statuitur, 860 milliarius Germanicorum, & profunditas Solis in fine Cre-
 pusculi matutini & initio vespertini 18° (§. 398). Subtrahatur ab hac Refractio Hori-
 zontalis $32'$ (§. 349); residuus fiet angu-
 lus IAE $17^\circ 28'$, cujus dimidius DCA erit
 $8^\circ 44'$. Quamobrem

Log. Cofin. DCA	99949352
DC	29344984
Sin. tot.	100000000
AC	829395632,

cui in Tabulis quam proxime respon-
 dent 870.

Est igitur AC = 870 milliarius
 Subtrahatur LC = 860

relinquitur AL = 10

Aëris adeo altitudo est 10 milliarius
 Germanicorum.

S C H O L I O N.

406. Facile intelligitur, per Problema præ-
 sens tantummodo reperiri altitudinem Aëris
 crassioris, qui ad Lumen Solis sufficienter reflec-
 tendum sufficit, ut Crepusculum oriatur. Et enim
 cum Aër continuo fiat rarior, quo altius af-
 cenditur (§. 154. Aërom.); altitudo totius
 Atmosphære multo major esse debet.

FINIS ASTRONOMIÆ SPHÆRICÆ.

ELEMENTA ASTRONOMIÆ.

PARS SECUNDA.

ELEMENTA THEORICÆ.

CAPUT PRIMUM.

De Natura Solis ac Lunæ.

OBSERVATIO I.

407. **S**OLE oriente, tenebra ex Terra fugiunt & corpora eidem directe opposita Lumine ejus collustrata resplendent. Solem intuentes Oculi splendorem ejus ferre nesciunt. Nube inter ipsum & corpora terrestria interposita, splendor ab his amittitur & Sol inter dum instar disci argentei, autumnali præsertim ac hiberno tempore, per nubes transparet. Sole denique occidente, Lux omnis tandem evanescit.

COROLLARIUM I.

408. Sol adeo fons Luminis, quo interdum in Tellure fruimur.

COROLLARIUM II.

409. Quoniam Lumen magnum est, quod corpora circumjecta clare ac distincte videri efficit (§. 4. *Optic.*); Sol Telluri est Luminare magnum.

SCHOLION.

410. Patet adeo, cur MOSES Solem dicat Luminare magnum. Gen. I. 16.

OBSERVATIO II.

411. *Extra omnem dubitationem po-*

Wolffii Oper. Mathem. Tom. III.

situm est, JOANNEM FABRICIUM, DAVIDIS Astronomi non incelebris filium, maculas Solis jam ab initio An. 1611. observasse & circa medium ejusdem in lucem publicam protulisse (a), antequam quicquam de hoc Phenomeno tunc temporis prorsus singulari atque inexpectato fuisset inauditum. CHRISTOPHORUS SCHEINERUS, Jesuita Ingolstadtensis, Telescopio in Solem converso An. 1611. mense Majo maculas in eo observare cepit. Cum THEODORUS BUSÆUS tunc temporis Provincialis observationem placitis Aristotelicorum adversam supprimendam judicaret, eam ad MARCUM WELSERUM, Senatorem Augustanum, perscripsit, qui novum Phenomenon sine Autoris nomine sub titulo Apellis post Tabulam evulgavit. Unde excitatus GALILÆUS easdem observavit & hodiernam observant omnes, quos Siderum contemplatio juvat.

Ggg

Sunt

(a) Vid. ejus Narratio de Maculis in Sole observatis & apparente earum cum Sole conversione Wittebergæ An. 1611. in 4.

Tab.V.
Fig.46.

*Sunt autem macule istæ partes nigricantes, figura irregularis ac inconstantis, quæ disco Solis inherere videntur. Ple-
raque partibus heterogeneis constant, quarum obscuriores ac densiores HEVELIO nuclei dicuntur, & veluti Atmosphaera quadam, minus obscura & rariori cinguntur. Figura & magnitudo tam nucleorum, quam macularum integrarum variabilis. HEVELIUS (a) A. 1644. die 8. Maii maculam vidit valde exilem tenuemque, quæ die 10. Maii decuplo major apparuit, longeque obscurior ac densior, permagno nucleo prædita: quales mutationes subitas alias HEVELIUS & SCHEINERUS (b) quoque observavit. Notavit & HEVELIUS (c), nucleum sensim deficere, antequam macula dispareat, & 1644. d. 31. Maii usque ad 1. Junii maculam quotidie attenuari observavit, donec tandem d. 3. Jan. in 4. discerperetur, die 5. rursus in unam coalisceres Durarunt autem aliæ non nisi per diem unum, aliæ per 2, 3, 10, 15, 20, 30, raro per 40 dies. KIRCHIUS Lipsiæ (d) A. 1684 à d. 26. April. usque ad d. 17 Julii eandem in Sole maculam conspexit, qua alia diuturnior hætenus nunquam visa, quam etiam Parisiis observavit CASSINUS: carent enim omni sensibili Parallaxi, ita ut à Spectatoribus longissimo terrarum intervallo à se invicem remotis in idem disci Solaris punctum referantur. Sane maculas, quas R. P. JARTOUX Pekino in China A. 1701. à d. 1 Novem-*

(a) Cometogr. Lib. VII. f. 424. & Selenograph. Append. f. 519.

(b) in Ref. Ursina.

(c) Cometogr. loc. cit. f. 429.

(d) in Appendice Ephemerid. A. 1685.

bris usque ad diem 12 observavit (e); Montepeffulano à d. 31 Octobris usque ad 11 Novembris quoque vidit CASSINUS junior (f). Moventur autem macula per discum Solarem, motu prope limbos tardiori, quam prope centrum. Macula à KIRCHIO observata per 12. dies in disco Solis fuit conspicua, per 15 vero post eum latuit. Ad limbum nimirum Solis, unde digrediantur, rursus restituuntur interdum 27, interdum fere 28 diebus. Denique notatu inprimis digna sunt, quod macula circa limbum contrahantur, in medio disci ampliores appareant, immo sæpius ibi in unam coaluisse videantur, quæ hic disgregatæ spectabantur; quod plures in medio disci orientur, plures etiam ibidem dispareant; quod denique nulla earum à semita deviatio prope Horizontem observetur, cum tamen HEVELIUS (g) Mercurium in Sole observans, prope Horizontem humilioremprehenderit, nempe 27" infra semitam pristinam detrusum.

COROLLARIUM I.

412. Cum depressio Mercurii infra semitam sit à Parallaxi (§. 372), macula Parallaxin à Sole nullam habentes (§. 411) eidem propiores existunt, quam Mercurius (§. 380), Planeta Soli proximus (§. 35. 36).

COROLLARIUM II.

413. Quoniam per plures dies cum Sole orientur & occidunt, nec discum ejus deserunt, nisi quando in limbo disparent, tribus tamen circiter diebus diutius post Solem latent,

(e) Vid. Acta Erudit. A. 1705. p. 483.

(f) Mémoires de l'Acad. Roy. des Scienc. A. 1701. p. III. 3-5.

(g) Vid. Mercurius in Sole visus f. 105.

latent, quam Hemisphærium nobis conspicuum peragrantes consumunt (§. 411); Soli quidem proximæ sunt, non ipsi tamen superficiæ Solari inhærent, sed aliquam ab ea distantiam habent.

SCHOLIION I.

414. Hoc argumento jam intulit primus observator FABRICIUS (a) cum altera die maculam adhuc in disco Solis orientis spectaret, eam esse in Sole: etsi mora macularum post Solem latentium nondum cognita, agnoscere non potuerit, ipsis aliquam à superficie Solis distantiam tribuendam esse.

SCHOLIION II.

415. Non licet excipere, quod, cum minorem Hemisphærii Solaris partem contueamur (§. 247. Optic.; ex mora macularum diuturniore in parte Solis aversa earum à Sole distantia inferri nequeat. Etenim ubi Solis à Terra distantia fuerit cognita una cum ejus Diametro; demonstrativa ratione contrarium ostendere licebit.

COROLLARIUM III.

416. Quia in medio disci Solis & oriuntur & evanescent, subitasque mutationes tum ratione magnitudinis, tum ratione figuræ, tum ratione densitatis, subeunt (§. 411); eas de novo circa Solem nasci & iterum dissolvi manifestum est.

COROLLARIUM IV.

417. Coalescunt itaque ex Solis exhalationibus (§. 413.) nubes nimirum Solares.

SCHOLIION III.

418. Hinc communia cum nubibus habebunt Phenomena, quas itidem congeriem exhalationum esse constat.

COROLLARIUM V.

419. Cum adeo exhalationes, quæ ex Sole prodeunt, supra eum eleventur & in data quadam altitudine subsistant; Solem ambiat fluidum aliquod necesse est, quod exhalationes ad ascensum urget (§. 99. Hydrost.), inferius quidem densius, supe-

rius autem rarius (§. 33. Hydrost.), qualis est Aër noster (§. 154. Aërom.).

SCHOLIION IV.

420. Conveniunt hæc cum iis, quæ KEPLERUS ex Auroræ figura deduxit (§. 385): sed de Atmosphæra Solari postea plura.

COROLLARIUM VII.

421. Quia maculæ in medio disco Solis dissolutæ disparent (§. 411); materia macularum, hoc est, exhalationes Solares in Solem rursus recidunt necesse est: unde manifestum est, varias in Atmosphæra Solari, consequenter & in ipso Sole, contingere mutationes.

COROLLARIUM VII.

422. Cum revolutio macularum circa Solem sit admodum regularis (§. 411) & maculæ ipsæ Soli valde vicinæ (§. 413); non tam maculæ circa Solem, quam Sol ipse una cum Atmosphæra, in qua maculæ hærent, intervallo 27 circiter dierum circa proprium Axem motu vertiginis movetur.

SCHOLIION V.

423. Inde motum vertiginis Solis jam agnovit primus Observator FABRICIUS, tanto prior ad eum inferendum, quod nosset, eundem priori affectos JORDANUM BRUNUM & KEPLERUM (b).

SCHOLIION VI.

424. Inde est, quod prope limbum obliquius spectata coarctentur & oblongæ fiant (§. 251. Optic.).

COROLLARIUM VIII.

425. Quoniam Sol in omni situ instar disci circularis apparet, eminus spectatus; figura ejus ad sensum Sphærica esse debet (§. 13. Sphæric. & §. 277. Optic.).

SCHOLIION VII.

426. Quod autem revera Spheroidica sit, inferius ostendetur.

PROBLEMA I.

227. Observare maculas Solarcs.

Ggg 2

RESO-

(a) Loc. cit. fol. C. 3. b. & seqq.

(b) Loc. cit. fol. D. 2. b.

RESOLUTIO.

Utendum est duobus Vitris planis & coloratis charta candida acu perforata interjecta, vel Helioscopio (§. 467. *Dioptr.*).

Quodsi autem ipsas maculas in propriis locis disci Solaris accurate depingere sicque earum situm, motum, & magnitudinem exacte determinare libuerit.

- Tab.V. Fig.47. 1. Per Tubum Astronomicum AB (§. 358. *Dioptr.*), Sphæræ lignæ A intra foramen fenestrellæ lignæ CD mobili inditum, ut Tubus ope baculi annulo ligneo AE Sphæræ agglutinato affixi FG libere huc illucque moveri possit, species Solis in cubiculum obscuratum intromittatur.
2. Baculo FG ad angulos rectos aptetur Tabula lignea GH, Charta candida superinducenda & ultro citroque mobilis, ut Tubo propius ad moveri iterumque ab eodem removeri possit, donec Solis species exacte impleat Circulum in Charta descriptum.
3. Ope Perpendiculari KL determinetur Punctum Verticale M & plumbagine delineetur macula, quæ in disco Solis in Tabella excepto comparet, noteturque tempus, quo delineatur, ope Horologii oscillatorii ad motum Solis (§. 125) directi.

SCHOLIION

428. In hunc modum observandi maculas Solares primum incidit FABRICIUS, cum splendor Solis ne aciei visus officeret sibi metueret, Helioscopiis tunc temporis nondum cognitis (a). Eundem quoque adhibuit

(a) Loc. cit. f. C. 4. b.

SCHÉINERUS (b) & prolixius ex eodem describitur ab HEVELIO (c).

OBSERVATIO III.

429. Commemorant quoque multi faculas seu partes reliquæ disco Solis lucidiores à se observatas, maculis plerumque majores & tam lumine, quam mole, figura & duratione differentes. Sane HEVELIUS (d) d. 20. Jul. 1634. faculam se observasse ait, quæ tertiam Diametri partem occupaverit. Per ejusdem HEVELII Observationes (e) macule sæpissime in faculas, raro autem facula in maculas abeunt. HUGENIUS tamen (f) fateatur, se nunquam faculas videre potuisse, etsi maculas sæpius spectaverit, & nonnisi in nubeculis subfuscis, quæ maculas plerumque circumdant, aliquando solæ ferantur, puncta quadam clariora interdum notari. Idem etiam exiguam illam in disci circumferentia inæqualitatem, quæ interdum per Telescopia cernitur, vaporum prope Terram nostram tremule agitationi, non (quod vulgò fieri assolet) undarum fluctibus flavimarumque eructationibus adscribit. Et sane ipse ego talem fluctuationem in limbo Solis d. 14 Sept. A. 1708. per Telescopium 8 pedum deprehendi, cum ex nubibus circa Horizontem ortivum constitutis emergeret, quæ in elevatoriis situ mox cessabat.

SCHOLIO

(b) In Rosina Ursina, Lib. III. f. 151.

(c) In Prolegom. Selenogr. f. 98. & seqq.

(d) Loc. cit. f. 87.

(e) In Appendice Selenogr. f. 505. usque ad 509.

(f) In Cosmotheo Lib II. p. m. 107.

SCHOLIUM.

430. *Quemadmodum adeo fictam judico Imaginem Solis, quam ex KIRCHERI & SCHEINERI Observationibus passim depingunt Autores, cum ego similem nunquam viderim, nec HUGENIUS exquisitissimis suis Telescopiis talem deprehenderit, & FABRICIUS, qui primus Solem per Telescopia contemplatus, Observationibus suis diffusis imperfectioni Telescopii tribuit, nihil definiturus de inæqualitate & asperitate circa margines Solis, donec alii eundem accuratioribus Telescopiis observaverint (a); ita facularum Phænomena n n materiæ cuidam accensæ (obstat enim diuturna earum duratio & in maculas mutatio), sed Refractioni Radiorum Solarium in exhalationibus rarioribus tribuo, qui densati in vicinâ umbrosa lucem Solari majorem exhibere videntur. Sunt adeo faculæ macularum quoddam accidens.*

THEOREMA I.

431. *Solis substantia ignea est.*

Sol enim lucet (§. 406) & Radii ejus per Specula concava & Lentes causticas collecti incendunt, urunt, comburunt, liquefaciunt, corpora solidissima exiguo temporis spatio vel in calcem, vel in vitrum convertunt (§. 221. *Catoptr.* & §. 199. *Dioptr.*). Quare cum vis Radiorum Solarium propter divergentiam decrescat in ratione duplicata distantiarum reciproce sumtarum (§. 87. *Optic.*); evidens est, eundem ipsorum fore effectum, qui densiorum per Specula & Lentes causticas deprehenditur, si adeo prope ad Solem accederemus, ubi eadem eorum densitas deprehenditur. Radii adeo Solares in vicinia Solis eisdem effectus producunt, qui ab igne vehementissimo expectari possunt; consequenter Sol substantiæ igneæ existit.

(a) Loc. cit. f. C 2. b.

COROLLARIUM I.

432. *Ejus adeo superficies undiquaque fluida.*

SCHOLIUM.

433. *An Sol integer fluidus sit, quemadmodum visum est nonnullis, an vero potius solidus quemadmodum aliis placet, non desinio. Sed cum non alia sint notæ, per quas ignem ab aliis corporibus distinguimus, nisi lux, calor & vis incendendi, urendi, comburendi, liquefaciendi, calcinandi, vitrificandi; sane ego non video, quid ob stare possit, quo minus concludam, Solem esse corpus igni nostro simile adeoque flamma circumcirca vestiri. Ne tamen quis voce Demonstrationis offendatur, qui minus recte supponi sibi persuadet, eorundem effectuum easdem esse in universo causas; ideo eandem omisimus: quod etiam in posterum faciemus, partim cum probabilia proposituri sumus, partim cum instituti ratio non permittet, ut ad veram Demonstrationis formam probatio redigatur, utut, si verum fateri velimus, forma perfectæ Demonstrationis alibi à nobis delineatæ (b) in ipsis Mathematicorum Demonstrationibus non adeo rigoroſe semper observetur, ne scilicet prolixitate Lectori ratiocinandi vi jam pollenti, nausea moveatur.*

COROLLARIUM II.

434. *Cum maculæ ex Solis exhalationibus concreſcant (§. 417); Solem non esse ignem purum apparet, sed flammæ ejus particulas heterogeneas admixtas esse constat.*

THEOREMA II.

435. *Figura Solis est Spheroides, circa Polos depressior, quam sub Æquatore.*

DEMONSTRATIO.

Sol motu vertiginis movetur (§. 422), adeoque materia Solaris à Centris Circulorum, in quibus movetur, recedere conatur (§. 617. *Mech.*), tanto quidem

Ggg 3 majori

(b) Logicæ S. 551. & seqq.

majori vi, quo Circulorum Periphæriæ majores existunt (§. 623. *Mechan.*). Sed Æquator est Circulus maximus (§. 48), reliqui versus Polos continuo decrescunt (§. 41. *Spher.*). Materia ergo Solaris, etsi primitus in Sphæram coacta, magis à Centro Æquatoris, quam à Centris parallelorum recedere conatur; consequenter cum Gravitas, qua retinetur in spatio suo, per totum Solem uniformis supponatur, sub Æquatore utique à Centro ejus magis recedit, quam sub Circulis parallelis, & hinc Solis Diameter per Æquatorem ducta major est, quam quæ per Polos transit, hoc est, Solis figura perfecte Sphærica non est, sed Sphæroidica.

OBSERVATIO IV.

436. CASSINUS verno tempore A. 1683. primus observavit Lumen quoddam in Zodiaco (a) & Observationes usque ad A. 1688. deinde continuavit (b). Idem deinceps A. 1684. usque ad A. 1686. Genevæ FATIO DE DULLIER & A. 1688. usque ad A. 1694. observarunt in Germania KRCHUS & EIMARTUS (c). novissime vero Cel. DE MAIRAN (d). Diffunditur utrinque à Sole ad diversam diverso tempore distantiam, quæ tamen nunquam minor quam 50 aut 60 graduum, nunquam major quam 100 aut 103 graduum deprehensa. Figura utrinque in cuspide desinit & latitudo prope Horizontem nunquam minor depre-

(a) Vid. Acta Eruditorum A. 1683. p. 274. & seqq.

(b) Vid. Tractatus, cui titulus: *Decouverte de la lumiere celeste, qui paroît dans le Zodiaque.*

(c) Vid. Miscellanea Naturæ Curiosorum Dec. III. A. 1. p. 285. & seqq.

(d) Vid. *Traité Physique & Historique de l'Aurore Boreale*, Sect. 1. p. 11.

hensa quam 8 vel 9 graduum, nunquam major quam 20 graduum observata, maxima tamen latitudine non semper maxime longitudini conveniente. In Sole ejus basis est, crura sunt ad sensum recta & angulum in mediocri quantitate 21° circiter comprehendunt: ubi tamen Phenomenon latissimum est, propter intensitatem Luminis Solaris in conspectum nostrum minime prodit. Lumen hoc in medio maximum est, versus latera vero utrinque sensum sensimque decrescit. Claritas ejus ad claritatem Viæ Lactæ accedit, color lumini, qui in caudis Cometarum conspicitur, similis. Stella perinde ac per Cometarum caudas transparent. Mane debilius constanter apparuit hoc Lumen, quam vespere. Ab Ecliptica ordinarie magis versus Septentrionem, quam versus Austrum declinavit in parte Cæli Boreali visum. Movetur autem una cum Sole circa Terram ab Ortu in Ocasum & latitudine differt ab omnibus Cometarum caudis, qui huc usque observati sunt. Movetur quoque cum eodem ab Occidente in Oriente secundum Signorum successionem.

COROLLARIUM I.

437. Quoniam hoc Lumen instar Siderum motu communi gaudet; ejus sedes in Aura Ætherea est, extra Atmosphæram nostram.

COROLLARIUM II.

438. Et cum non modo motu communi, sed etiam motu proprio cum Sole movetur; in eadem Cæli regione locum tenere debet, ubi Sol hæret, & ab ipso utrinque diffundatur necesse est.

COROLLARIUM III.

439. Quoniam Lumen à Sole per Ætherem diffusum non videtur, quemadmodum

ex postea demonstrandis independenter ab his patebit; necesse est ut ibidem, ubi videtur hoc Lumen, sit materia ad Lumen Solis in Terram reflectendum apta.

OBSERVATIO V.

440. R. P. FRANCISCUS NOEL (a) secundum Solis crepusculum describit, quod incipit, quando Sol est depressus infra Horizontem plus quam 30. inmo quandoque pene 40 gradibus & amplius: & ab ipso primum A. 1684. circa Lineam Æquinoctialem, postea eodem & sequente anno in Collegio Societatis Racheol Latitudinis Borealis 15° 10' prope Goam & sequentibus annis Macai & in China observatum fuit. Per medium Via lacteæ seu grandis caudæ Cometae affurgit, circa Horizontem quidem latioris, sed ab Horizonte usque sursum semper in latitudine, inmo & in latitudine decrescentis & quasi denique in cuspide grandem desinentis. Incipit mane ante ortum Solis & vesperi desinit post occasum quatuor horis juxta paulo diversam locorum Latitudinem, nocte illius, in nubibus & nuda uti multis admodum in locis sapius expertus est. Semper se diffundit per viam Eclipticæ & ideo juxta varium Sphæra mundi situm modo ad 40 modo ad 60, 70 &c. gradus supra Horizontem affurgit, mane sensim crescente altitudine, vespere sensim decrescente. Mane & vespere per totum annum semper conspicitur: astate tamen in regionibus Borealis extra Zonam Torridam fitis, uti in China animadvertit, vesperi non tam clare ac distincte apparet, quam mane, & astate quasi aebi-

lius, inmo non tam longe se extendit, quam sub æquinoctiale & hibernum tempus.

COROLLARIUM I.

441. Cum ex descriptione Crepusculi hujus secundi appareat, ipsum idem esse cum Lumine Zodiacali CASSINIANO (§. 436), Crepusculum, vero hoc in Zona Torrida & locis vicinis per totum annum observetur (§. 440); Lumen Zodiacale Phænomenum ordinatum est, eadem dubio procul cum Sole ferens astatem.

SCHOLIUM I.

442. CASSINUS referente GRIGORIO (b), existimavit, Lumen Zodiacale brevi ante primum ejus observationem à se factam fuisse ortum, atque illud duobus ante annis non extitisse, cum in loco, quem tum obtinere debuit, Cælo intentus Cometam Oculis frequenter intueretur. Illud vero antea extitisse & postea evanuisse ex Historiis antiquis verisimile dicit. Sed FATIO idem à vando coarctum suspicatus est. Appareat itaque conjecturam hujus à veritate non recedere.

COROLLARIUM II.

443. Quoniam Crepusculi secundi seu Lumine Zodiacalis cuspis quotidie per totum annum in star alicujus Sideris oritur & occidit, Solem præcedens & sequens, ita ut Sole ad Horizontem ortivum appropinquante ipsa ad Verticem magis appropinquet & illo ab Horizonte occiduo recedente ipsa à Vertice magis recedat (§. 440); multo jam clarius intelligitur Lumen hoc, quotidie cum Sole oriens atque occidens, ad ipsum Solem pertinere.

COROLLARIUM III.

444. Quam obrem quia hoc Lumen apparere nequit, nisi supponatur circa Solem materia quædam fluida ad lumen ejus reflectendum, vel etiam inflammari apta (§. 439); Solem ambiat necesse est fluidum aliquod ab Ætherea Aura diversum.

S C H O -

(a) In Observat. Mathem. & Phys. in India & China factis C. 9. §. 2. p. 129. & seqq.

(b) Astron. Phys. & Geometr. Lib. II. Schol. Prop. 8. f. 129.

SCHOLIUM II.

445. CASSINUS, referente GREGORIO (a), particulas Solis lumen reflectentes pro innumeris Planetis habet, qui motus suos circa Solem exercent, quemadmodum Via Lactea ab innumeris Fixis ortum ducit. Sed conjectura hæc nimis levi nititur argumento, nec autopsia Telescopica probatur, quemadmodum causa luminis in Via Lactea.

THEOREMA III.

446. Solem ambit Atmosphaera admodum alterabilis.

Etenim Solem ambit aliquod fluidum Aura Ætherea crassius, quod Radios ejus, quibus illuminatur, ad Terram reflectit (§. 444), quemadmodum ab Aëre nostro fieri solet in Crepusculis (§. 395.). Quamobrem cum fluidum Aura Ætherea crassius, quod Lumen Solis reflectere aptum corpori Mundi totali circumfusum dicatur Atmosphaera; Solem quin Atmosphaera quædam ambiat, dubitari nequit.

Constat vero Atmosphaeræ Solis altitudinem insigniter variari (§. 443), cumque Lumen omni tempore non eadem quantitatè reflectat (§. 440), densitatem ejus valde immutari. Atmosphaera igitur Solaris admodum alterabilis est.

SCHOLIUM.

447. Figuram Atmosphaeræ Solaris Lenticularem esse jam collegit FATIO & Cel. DE MAIRAN probat (b) ex apparente ejus figura.

OBSERVATIO VI.

448. Interdum Lumen in aliqua disci Solaris parte, raro in integro successive

(a) Loc. cit.

(b) In Tract. de Aurora Boræali Sect. I. Cap. IV. p. 21.

deficit, Cælo quam maxime sereno, tempore quidem Novilunii, quando Sol atque Luna in eadem Sphæra mundana parte nobis hæere videntur. Tale autem Phænomenon spectatur, quale appariturum erat, si discus quidam niger ab Occasu versus Ortum juxta discum Solis promoveretur. Inprimis autem notatu dignum, quod pars disci deficiens non ejusdem magnitudinis appareat ubique locorum. E. gr. d. 22. Maii A. 1706. Lipsiæ vix $\frac{1}{2}$, Jenæ $\frac{1}{6}$, Berolini $\frac{1}{8}$, Argentorati $\frac{1}{2}$, Bononiæ $\frac{2}{3}$, Romæ $\frac{2}{3}$, Madriti $\frac{1}{2}$ digiti seu duodecimæ Diametri partis luciaa exstabat. Uraclavix, Dresdæ, Norimbergæ, Tiguri, Genevæ, Montepessulano, Massiliæ Sol totus deficiebat (c). Nec minus notatu dignum, quod Populi Occidentales citius videant Solem deficientem deliquique rursus finem, quam Orientaliores. E. gr. Parisiis A. 1706 Sol ultra 44 minuta horaria citius lumen amittebat, quam Berolini; Madriti vero ultra 23 minuta citius quam Parisiis, citiusque Parisiis quam Berolini & Madriti citius quam Parisiis lumen recuperabant (d).

COROLLARIUM I.

449. Quoniam adeo Sol non in omnibus Terræ locis eodem momento & eadem disci quantitate deficit (§. 448); fieri sane nequit, ut Sol revera lumine suo privetur. Oritur adeo Phænomenon ex diametrali interpositione corporis cujusdam opaci ab Occasu versus Ortum progredientis inter Solem & Oculum nostrum, quod Radio-

(c) Vid. Acta Erudit. Ann. 1706. p. 335. 37. Mémoires de l'Académie Roy. des Scienc. An. 1706. p. 599.

(d) Mémoires de l'Acad. Roy. loc. cit.

Radiatorum transitum prohibet (§. 333. *Optic.*), & disco Solis inhærere videtur, etsi longo intervallo ab eo remotum (§. 308. *Optic.*).

COROLLARIUM II.

450. Quoniam corpus inter Solem & Tellurem interpositum instar disci Circularis apparet, rotundum sit necesse est, sive disciforme fuerit, sive Sphæricum (§. 277. *Optic.*) aut Sphæroidicum.

COROLLARIUM III.

451. Cum Luna ab Occasu versus Ortum motu proprio feratur (§. 24), illoque tempore à Terricolis ad eandem Sphæræ Mundanæ partem referatur (§. 448), præterea instar disci Circularis appareat, quando plena facie splendet; quin Luna sit corpus illud opacum Radios Solares intercipiens dubitandum non est.

COROLLARIUM IV.

452. Luna igitur Telluri propior, quam Sol.

COROLLARIUM V.

453. Quoniam Luna Radios Solis non transmittit & in parte à Sole adversa splendore omni destituitur (§. 448); corpus opacum est & minime pellucidum (§. 11. 12. *Optic.*).

OBSERVATIO VII.

454. Cum A. 1706. multis in locis Solis integer discus, in aliis maxima ejus pars deficeret, Stella in conspectum prodibant. E. gr. Lipsiæ vidimus ♀ & ♀, Jenæ Cl. HAMBERGERUS Capellam, & Vratislaviæ R. P. HEINRICH multas Stellas vidit. Non uno in loco tenebra adeo invaluerunt, ut nisi candela accen-

sa in conclavi scripturam legere non licuerit. Cl. SCHEUCHZERUS autor est, ad 4 passuum distantiam homines agnoscere non potuisse. Ea autem in Terris conspiciebatur rerum facies, qualem Sole occidente contuemur. Aves loca repetebant, in quibus pernoctari solent; luscinia suaviter canebant; vespertilioes provolabant; flores in Hortis contrahabant folia; circa Horizontem apparebat Cæli rubedo; in campis ros decidebat & versus Occidentem nebula conspiciebatur, cujus nullum versus Orientem vestigium deprehensum. Observatu omnium maxime dignum erat Annulus circa Lunam lucidus, limbo Lune parallelus, quem cum maximo studio contemplerer, à parte Solis lucida optime distinguebam: neque enim solum splendor Solis splendorem Annuli colorem argenteum referentis multum superabat, verum etiam particula Solis lucida non eadem cum Annulo Peripheria terminabatur. Erat Annulus obversa Lune parte densior, aversa rarior, exacta tamen Peripheria terminatus. Margo Lune instar nubecule pallescit, nigredine medium disci occupante. Eundem Annulum plures alii in locis observarunt (a) inprimis vero Astronomi Academiæ Regiæ Scientiarum Montepeffulano (quorum solertiam in eodem observando laudat FONTENELLIUS) eodem prorsus modo eundem describunt, quo ego ex mea Observatione eum representaveram in Actis Eruditorum (b), antequam istorum

H h h Obser-

(a) Vid. Histoire de l'Acad. Royale des Scienc. A. 1706. p. m. 148.
 (b) A. 1706. p. 385.

Observatio prodiret : Denique generosus Dn. de TSCHIRNHAUSEN Diesdæ per Tubum 16 pedum paulo ante initium Eclipsæ in limbo Solis, ad quem Luna appellebat, tremorem observavit, qualem etiam in ultimo digito advertit, cum jamjam obscuraretur. KEPLERUS (a) refert, similem Annulum A. 1605. mense Octobri Antverpiæ & Neapoli fuisse observatum, cum Sol prorsus deficeret : SCHEINERUS vero perhibet (b), A. 1628. d. 25. Decembris Barcinoni in Eclipsi Solari circa Lunæ limbum tremorem fuisse observatum, qualis ab HEVELIO quoque in nonnullis Eclipsibus deprehensus (c). Cum A. 1715. d. 3. Maii Eclipsi Solis in Anglia esset totalis, Annulus quoque circa Lunam Londini observatus : immo in totali obscuratione fulgurationes momentanea in medio disci Lunæ visa ab HALLEIO & DN. DE LOUVILLE, qui Eclipsæ observanda gratia ex Gallia in Angliam se contulerat (d).

OBSERVATIO VIII.

455. *Quando Luna Solem occidentem mox sequitur, exigua ejus pars splendet : quo longius vero à Sole recedit, eo majorem partem Lumen occupat, ita ut 180 graduum intervallo à Sole distans, plena facie fulgeat. Quamprimum vero ulterius progressa ad Solem rursus accedit. Lumen sensim sensimque deficit, donec Soli vicina omni destituatur. Quamdiu Luna crescit, pars lucida Occiden-*

ti obvertitur ; quamdiu decrescit, Orientem respicit. Paulo ante & paulo post congressam cum Sole pars quoque obscura debili quadam lucula perfusa instar nubecule pallet.

COROLLARIUM I.

456. *Ea Lunæ pars constanter splendet, in quam Radii Solares incidunt.*

COROLLARIUM II.

457. *Telluri nostræ Luminare magna est, quia Corpora terrestria distincte videri facit (§. 4. Optic.).*

OBSERVATIO IX.

458. *Luna interdum Cælo sereno Lumen omne amittit, quando plena facie splendere debebat, tumque discus obscurus ab Oriente versus Occidentem promotus, eam obtegere videtur. Omnibus vero in Terræ locis eadem Lunæ pars obscurata videtur, & Luna vel in ipsa Ecliptica vel prope eandem deprehenditur.*

COROLLARIUM I.

459. *Quando Luna plena facie splendet, intervallo 180 graduum à Sole distat (§. 455). Sed quia Sol in Ecliptica hæret (§. 157), Terra in oppositum gradum Eclipticæ, hoc est, in 180 à loco Solis numeratum, Umbram projicit (§. 125. Optic.). Cum adeo Luna prope eundem gradum deficiat (§. 458) ; eam Lumine privari patet quando Umbram Terræ ingreditur.*

COROLLARIUM II.

460. *Quoniam itaque in Umbra Terræ Lumen Lunæ deficit, id aliunde, nempe à Sole (§. 456), recipere debet.*

COROLLARIUM III.

461. *Unde non mirum, quod ubique Terrarum eadem Lunæ pars obscurata videatur : est enim vera Luminis privatio (§. 459).*

(a) In Libello de nova Stella Serpentarii C. 23. p. 115.

(b) In Rosa Ursina Lib. IV. Part. 2. C. 27. f. 740.

(c) Cometograph. Lib. VII. f. 365.

(d) Phil. Transact. Num. 343. p. 249. & Mémoires de l'Acad. Roy. des Scienc. A. 1715. p. 126. 127. Edit. Batav.

COROLLARIUM IV.

462. Lumen adeo Lunare in omnibus locis eodem modo deficere observatur,

OBSERVATIO X.

463. *Interdum Luna Cælo maxime sereno prorsus disparuit, Stellulis sextæ ac septimæ magnitudinis licet conspicuis, ita ut nec per optima Telescopia detegi potuerit. Hoc Phenomenon observavit KEPLERUS A. 1580. & 1583. (a) & 1620. (b), itemque HEVELIUS (c). Cum A. 1642. d. 14. April. RICCIOLUS cum multis Jesuitis Bononiæ, ac plurimi passim per Bataviam Lunam evanescentem admirarentur; Venetiis ac Viennæ in Austria conspectui Observatorum sese minime subducebat (d). Luna A. 1703. d. 23. Decembris deficiens in totali obscuratione Arelati fulva & fusca, Avinionem contra rubicunda & transparentem, non secus ac si splendor Solis quodammodo transpareret, Massiliæ vero pars ejus Caurum respiciens subrubens, opposita valde obscura cernebatur, tandem ultimo in loco, Cælo quamvis maxime sereno, prorsus disparebat (e). Similiter CHRISTFRIDUS KIRCHIIUS in Eclipsi totali. A. 1729. d. 9. Aug. rubedinem Lunæ deficientis adeo transparentem observavit, ut non modo macule majores obscuræ per eam conspici possent, sed etiam macula minores lucide in ipsa umbra aliquem splendorem retinerent. Color Lunæ rubicundus versus centrum umbrae cum atro colore mixtus*

erat, ut circa idem nigrior quædam macula appareret, quæ versus lumbos umbrae sensim diluebatur (f).

COROLLARIUM I.

464. Quia eodem tempore diversi notantur in Luna colores, imò aucubi nulli (§. 463); colores illi Lunæ proprii non sunt.

COROLLARIUM II.

465. Quoniam in nullo corpore cernuntur colores, nisi quod Radios vel emittit, vel reflectit (§. 42. *Optic.*); Luna in Umbra Telluris constituta lucula quadam adhuc resplendeat necesse est. Quare cum Radii in Oculos Observatorum per Atmosphæram transmissi in ea refringantur (§. 334), Lumen autem per Refractionem in colores mutari possit (§. 184. *Opt.*); Radios Lunares in diversis Atmosphærae partibus diversimode refringi necesse est. Colorum ergo diversitas à diversa constitutione Atmosphærae diversis in locis pendet.

COROLLARIUM III.

466. Radii Solares cum in Atmosphæra refringantur (§. 334.), Umbram Telluris trajiciunt: Luna igitur in eadem constituta eosdem reflectit, adeoque pro diverso Atmosphærae à Sole collustratæ statu, multo vel exiguo Lumine in Umbra Telluris gaudet, & quia Radii Solares per Refractionem in colores transmutari possunt pro diversitate Refractionis varios, Lunam diverso tempore eodem in loco diversis coloribus tinctam cernere licet.

SCHOLIUM.

167. Colores adeo Lunæ deficientis prædicari nequeunt, nisi Atmosphærae constitutione tum in loco observationis, tum in locis, in quibus Sol oritur & occidit, cognita atque perspecta.

OBSERVATIO XI.

468. *Oculo non minus nudo, quam armato partes quasdam obscuriores reliquis*

H h h 2

quis

(f) In Observat. Astronom. selectior. A. 1730. editis, p. 23.

(a) Astron. Optic. p. 227. 297.

(b) Epitom. Astron. Copernican. Lib. V. p. 825.

(c) Selénogr. C. 6. f. 117.

(d) Ricciolus Almag. Nov. Lib. IV. C. 6. Schol. 4. f. 203.

(e) Histoire de l'Acad. Royal. des Scienc. A. 1704. p. m. 72.

Tab. V. Fig. 48. *quis in Luna observamus, quas Maculas appellant: per Telescopia autem Lunam crescentem vel decrescientem contuentibus patet, in maculis lumen aequaliter terminari, in partibus autem lucidioribus terminum Lucis esse lineam flexuosam ex arcubus convexis & concavis dissimilibus compositam. Notantur quoque partes quedam lucidiores per obscuriores hinc inde dispersæ & particule à parte ill' minata avulsæ seu ultra limitem illuminationis constitutæ passim illuminatæ comparent, aliis intermediis adhuc in tenebris constitutis; immo prope maculas & in ipsis maculis istiusmodi particule frequenter observantur. Præter maculas autem antiquas observantur adhuc aliæ variabiles, nudo Oculo inconspicua, quas Maculas novas appellant, Soli semper oppositas & hinc circa partes, quæ in Luna crescente citius illuminantur, in decresciente tardius intermediis Lumen amittunt, in orbem redeuntes, nunc majores, nunc minores.*

COROLLARIUM I.

469. Omnes partes à Sole æqualiter illuminantur, utpote æquali intervallo ab eodem remotæ (§. 87. *Optic.*): sed aliæ tamen aliis clariores, aliæ vero obscuriores (§. 468): ergo aliæ Radios Solares copiosius aliis reflectunt, adeoque heterogeneæ sint necesse est.

COROLLARIUM II.

470. Quia terminus Luminis in maculis admodum æquabilis (§. 468); superficies earum æquabilis est.

COROLLARIUM III.

471. Partes, quæ à Sole citius illuminantur aliis vicinioribus, quasque Lumen Solis tardius iterum relinquit, altiores quoque sunt reliquis, seu ultra reliquam Lunæ superficiem eminent.

COROLLARIUM IV.

472. Maculæ novæ umbris corporum terrestrium prorsus similes (§. 125 & seqq. & §. 257. *Optic.*).

OBSERVATIO XII.

473. HEVELIUS (a) distinctis vicibus se experitum scribit, licet Cælo existente undique satis sereno, ut Stellulas sexta & septima magnitudinis animadvertere potuerit, in eadem Luna altitudine atque elongatione à terra, dato insuper uno eodemque egregio Telescopio, Lunam ejusque maculas non omni tempore æque lucidas serenas & perspicuas sibi apparuisse; sed alio atque alio tempore longe lucidiores, clariores, purioresque visas esse.

COROLLARIUM.

474. Ex circumstantiis Observationis liquet, rationem Phænomeni neque in Aëre nostro, neque in Tubo, neque in ipsa Luna, neque in Oculo Spectatoris, sed in aliquo circa Lunam existente quærendam esse.

OBSERVATIO XIII.

475. CASSINUS (b) sæpius observavit, figuram Saturni, Jovis & Fixarum à Luna occultandorum prope limbum ejus sive illuminatum, sive obscurum ex Circulari in Ovalem fuisse transmutatum: sæpius etiam in aliis occultationibus nullam figuræ mutationem deprehendit. KIRCHIUS filius (c) fatetur, cum A. 1709. d. 19. Sept. occultationem Veneris à Luna observares, se per Tubum 18 pedum distincte animadvertisse mutationem figuræ Veneris, cum proxime ad Lunam accederet. Cum etiam antea dimi-

(a) Cometograph. Lib. VII. f. 363.

(b) Mémoires de l'Acad. Royal des Sciences. A. 1706. p. m. 327.

(c) In Observat. laudatis p. 37.

dimidiata fere appareret, ejus cuspides circa marginem Lune evanuisse & discum Veneris fere Ellipticum, sed male terminatum apparuisse, non prope marginem viri ocularis sed in ipso ejus centro. Simili prorsus modo Sol & Luna in Horizonte vaporoso orientes & occidentes non Circulares sed Elliptici apparent.

COROLLARIUM.

476. Cum ipsa Experientia satis confet, Solis & Lunæ figuram Circularem in Ellipticam mutari propter Refractionem in Aëre vaporoso factam; haud obscure colligitur, tunc temporis, quando Stellarum à Luna occultandarum figura Circularis in Ellipticam abit, densam circa Lunam extitisse materiam, per quam Radii Stellarum trajecti refracti fuerunt: in aliis autem casibus, ubi nulla figuræ mutatio facta, eandem rursus abfuisse.

SCHOLION I.

477. Hoc Phenomenon commode illustratur sequenti Experimento. Parieti interno vasis cujusvisque sive Plano, sive convexo, sive concavo, paucula cera affigatur Circulus chartaceus: Aqua affusa, ut radii ex ea in Aërem transeuntes refringantur, antequam ad Oculum obliquius Circulum respicientem deferantur, figura Circuli in Ellipticam mutata deprehendetur.

SCHOLION II.

478. Cum A. 1715. d. 28. Jun. occultatio Veneris à Luna facta Parisiis observaretur; DE MALEZIEU, CASSINUS & MARALDUS, neque in figura, neque in motu, neque in colore ullam animadverterunt mutationem: ast DE LOUVILLE, DELISIE JUNIOR & CHARDELONIUS colorem prope Lunam admodum sensibilibiter inmutari viderunt, quod his contradicentibus Refractioni in Lente factæ illi attribuerunt (a). Meretur adeo Phenome-

non attentionem Observatorum in posterum, ut tandem extra omnem controversiam ponatur.

THEOREMA IV.

479. Luna & corpus densum & opacum, multis montibus, vallibus & maribus obsitum.

Lunam esse densam seu Luci imperiviam & per se opacam, ex superioribus jam manifestum est (§.453). Partes autem aliæ aliis depressiores sunt, aliæ ultra reliquam Lunæ superficiem asurgunt (§.471) notabili admodum intervallo, eæque satis longæ ac amplæ, quia ex tantâ distantia, qua Luna à Terra abest, videntur (§.212. *Optic.*). Sunt adeo in Luna montes ingentes & valles admodum profundæ. Porro in Luna dantur tractus ingentes superficiem prorsus æquabilem habentes & minus Luminis reflectentes (§.468). Quare cum corporum fluidorum superficies ex naturæ ipsorum necessitate sit æquabilis, eademque corpora, si fuerint perspicua, magnam Radiorum partem transmittant, pauciores reflectant; maculæ Lunares antiquæ corpora fluida & pellucida sint necesse est hoc est, cum constanter eandem deprehendantur, maria. Dantur adeo in Luna montes, valles & maria.

COROLLARIUM I.

480. Partes adeo macularum lucidæ; quæ observantur (§.468), insulæ sunt ac peninsula.

COROLLARIUM II.

481. Et quia in iisdem maculis ac prope earundem limbos partes clariores occurrunt (§.468); in maribus Lunæ passim scopuli & promontoria dantur.

(a) Histoire de l'Acad. Roy. des Scienc. A. 1715. p.12. & seqq.

SCHOLIION.

482. *Quo his ratiociniis tanto tutius fidamus, HEVELIUS (a) suadet, ut ex loci quodam alto Horizontem visibilem aspiciamus: tunc enim eum æquabili tractu appariturum, ubi planitiem terminat, asperum vero, sinuosum & inæqualem visum iri, si terram montibus & vallibus conspersam stringit.*

COROLLARIUM I.

483. Quoniam maculæ novæ montibus contiguæ umbris corporum terrestrium prorsus similes (§.472); dubium quoque non est, quin eadem umbræ sint montium Lunarium.

COROLLARIUM II.

484. Quare cum montes in Luna umbram projiciant; materia Lunaris opaca est.

COROLLARIUM III.

485. Necessario itaque Luna Umbram in locum Soli oppositum projicit (§.125. *Optic.*).

THEOREMA V.

486. *Lunam ambit Atmosphæra gravis & elastica, in qua vapores atque exhalationes ascendunt & unde sub forma roris ac pluvie denuo in eam recidunt & fulgura emittuntur.*

Lumine Solari prorsus deficiente, circa Lunam Annulus lucidus compareret, Peripheriæ Lunæ parallelus (§.454): datur ergo circa Lunam fluidum aliquod, quod figuram ejus assumit, Radiosque Solares incidentes refringit atque reflectit. Fluidum illud inferius prope Lunam densius, superius vero rarius, quia splendor prope Lunam maximus, versus Peripheriam suam continuo sensim sensimque decrescit (§.cit.). Tale

(*) Senelogr. C. 6. f. 148.

fluidum cum sit Aër Tellurem nostram ambiens (§.154. *Ærom.*); circa Lunam quoque Aërem dari manifestum est. Et quoniam diversa Aëris densitas ab ejus gravitate & elasticitate pendet (§.30. 154. *Ærom.*); non dubitandum, quin etiam diversa densitas in Aëre Lunari easdem causas agnoscat. Est adeo Aer Lunaris gravis & elasticus. *Quod erat primum.*

Enimvero Aër Lunaris non eadem constanter pelluciditate gaudet (§.473), limbum Solis tremere facit (§.454), Stellarum figuras Circulares interdum in Ouales mutat (§.475). Quamobrem cum eadem Phænomena in Aëre nostro observentur, quando vaporibus oppletur (§.412. 429. 475); haud obscure intelligitur, eo tempore, quo in Atmosphæra Lunari Phænomena ista conspiciuntur, eam vaporibus & exhalationibus oppietam esse. *Quod erat secundum.*

Quoniam tamen alio tempore Aër Lunaris denuo perspicuus evadit (§.475); vapores ex eo in Lunam rursus præcipitentur opus est; adeoque vel ros decidit, vel pluit, vel ningit. *Quod erat tertium.*

Quod vero etiam subinde fulgura emittantur, ex Observatione liquet (§.454). *Quod erat quintum.*

THEOREMA VI.

487. *Luna est corpus Telluri similitimum.*

Est enim corpus opacum & minime perspicuum (§.453): dantur in ea montes, valles & maria (§.479) cum insulis, peninsulis (§.480), scopulis &

& promontoriis (§ 481): datur denique circa eam Atmosphæra alterabilis, in qua vapores & exhalationes ascendant & unde in Lunam denuo recidunt, ac unde fulgura emittuntur (§. 486). Patet adeo Lunam esse corpus Telluri simillimum.

SCHOLION.

488. *Cum in Tellure nostra rorem ac pluviam in Terram decidere constet, ut Plantæ vegetentur; Plantæ cum Arboribus crescant & semina atque fructus edant, ut Animalia & Homines nutririque queant, nihil profecto obstat, quo minus etiam in Luna Plantas & Arbores, Animalia & Homines admittamus. Nihil frustra facit natura, sibi ubique similis: cur ergo frustra in Luna produxerit Elementa ad vegetatorem Plantarum & Arborum atque ad propagationem Animalium & Hominum necessaria? aut quem, quæso, alium in finem? At non modo rationi consentaneum est, Lunam habitari, verum etiam fidei, quæ hominum credulitati obnoxia non est. Fide nimirum tenemus, Deum omnia condidisse ad manifestandum perfectiones suas, scientiam, sapientiam, potentiam, bonitatem. Cumque adeo Terricolæ corpora Lunæ partialia distincte cognoscere nequeant, ne Deus sapientissimus sine excidat, Creaturæ rationis capaces & corporibus instructæ, ut Lunam incolant opus omnium*

cenferi debet. Cæterum novum pondus his argumentis adjicietur, ubi inferius demonstratum fuerit, Tellurem nostram esse à Planetis unum & medio inter ipsos loco circa Solem ferri, immo ex diversis Planetis conspectam nunc Lunæ, nunc Veneris, nunc Jovis, nunc Saturni aut alterius cujusdam Stellæ faciem præ se ferre. Similitudo enim Planetarum atque Telluris tam Optica, quam Physica sufficiens argumentum ipsi HUGENIO videtur, quo ornatus eorumdem terrestri similis inferatur. Ita nimirum (a):
 „ Si cui, inquit, in dissecti canis corpore
 „ viscera ostenderentur, cor, stomachus,
 „ pulmones, intestina; tum venæ, arteriæ,
 „ nervi; etiamsi nunquam animalis corpus
 „ apertum conspexisset, vix dubitaret, quia
 „ similis quædam fabrica ac partium varietas
 „ in bove, porco, cæterisque bestiis inest.
 „ Nec si unius ex Saturni aut Jovis Comitibus naturam cognitam haberemus,
 „ nonne eadem fere, quæ in illo, in cæteris quoque reperiri putaremus? Similiterque ex uno quopiam Cometa, si,
 „ quidnam esset, perspicere posset, eandem omnium rationem esse statueremus. Itaque plurimum ponderis habet illa ex similitudine petita & à rebus visis non ad visas producta ratio: quam proinde sequentes ex Planeta uno, quem coram
 „ adspicimus, de reliquis ejusdem generis
 „ recte conjecturam faciemus.

(a) In Cosmotheo Lib. I. p. m. 16. 17.

CAPUT II.

De Natura Planetarum tam Superiorum, quam Inferiorum eorumque Satellitum.

DEFINITIO I.

489. **P**laneta Superiores dicuntur Saturnus, Jupiter & Mars; Inferiores Venus & Mercurius. Satellites vero sunt Planetæ, qui circa alios, tanquam Luna circa Tellurem nostram, moventur & una cum ipsis ab Occasu versus Ortum progrediuntur.

SCHOLIUM.

490. Ratio denominationis patebit inferius, ubi ostenderimus, Venerem & Mercurium esse Terra viciniorum Soli, Saturnum vero, Jovem & Martem ab eo remotiorum.

OBSERVATIO XIV.

491. Si Veneris faciem per Telescopium contemplerur, raro plena facie splendere deprehenditur, sed Phases habet Lunaribus simillimas, parte illuminata Soli constanter obversa, directa nimirum in Orientem, quando Phosphorus est, in Occidentem vero, quando Hesperus. Similes Luminis Phases in Mercurio & Marte observantur.

OBSERVATIO XV.

492. A. 1631. d. 7. Nov. PETRUS GASSENDUS pradicente KEPLERO primus, & sequentibus temporibus alii complures Mercurium in Sole viderunt, qui ejus discum in Camera obscura Charta candida exceptum (§.427) instar macu-

la nigra & rotunda trajicere visus est (a). Simili modo JEREMIAS HOROCCIUS A. 1639. d. 24. Novembr. Venerem in Sole vidit (b): quod Phenomenon rarissimum antea à nemine observatum, nec ante d. 25. Maii A. 1761. alteri cuiquam observare licebit.

OBSERVATIO XVI.

493. Celeberrimus DE LA HIRE A. 1700. per Telescopium 16 pedum in Venere detexit montes Lunaribus majores (c), disco ejus triplo apparente Lunaribus nudo oculo visis.

OBSERVATIO XVII.

494. CASSINUS aliquoties duas in Venere maculas observavit (d). Idem A. 1666. d. 3. Martii Bononiæ in Marte per Telescopium 16 ac dimidii pedum quatuor maculas, & d. 24. Februarii duas alias majores deprehendit, quas posteriores eodem tempore Roma per Telescopium 35 pedum vidit CAMPANUS. Idem

(a) Vid. Gassendi Epistola ad Schickardum de Mercurio in Sole viso & Venere invisa, Operum Tom. VI. fol. 45. & seqq. & Tom. IV. f. 499. nec non Hevelii Mercurius in Sole visus.

(b) Vid. Observations Cœlestes in Operibus posthumis p. 393. & ejusdem Venus in Sole visa, quam Hevelius suo Mercurio in Sole viso notis illustratam subjunxit.

(c) Mémoires de l'Acad. Royal. des Sciences, A. 1700. p. m. 288. & seqq.

(d) Ozanam Cours de Math. Tom. V. Trait. de Geogr. Paris. 1. C. 3. p. 84. 85.

Idem CASSINUS A. 1665. in *Jove maculas duas*; A. 1690. *alias duas minores*; A. 1691. *itidem duas conspexit (a)*. In *Mercurio vero, qui Soli proximus, ob nimium Luminis splendorem, & in Saturno ob maximam ejus à terra distantiam macula nulla hætenus detegi potuerunt. Nemo maculas Veneris hætenus accuratius delineavit, quam BLANCHINUS (b)*, quas A. 1726. *Lunaribus amplioribus nudo oculo observabilibus similes per Telescopium 100 palmorum à CAMPANO elaboratum observavit & Celidographiam confecit.*

SCHOLIUM.

495. Monet BLANCHINUS *Observationes instituendas esse diebus à nebula immunibus, hora dimidia post Crepusculum, & eam visus aciem requiri, quæ Lunæ maculis nudo Oculo satis distinguendis sufficit.*

COROLLARIUM I.

496. Ex macularum Observationibus collegit CASSINUS motum vertiginis ± 9 hor. 56', ♂ 24 hor. 40' & ♀ 24 horarum.

SCHOLIUM.

497. BLANCHINUS motum vertiginis Veneris 24 dierum spatio, additis horis circiter octo absolvi ex suis macularum observationibus demonstrat. Merentur Observationes Blanchinianæ repeti ab Observatoribus aliis, qui præsiidiis tantis instructi sunt, antequam quicquam certi definiatur.

COROLLARIUM II.

498. Cum itaque \odot (§.422), \pm ♂ & ♀ (§.496) motu vertiginis moveantur, Observationes autem in ♂ & ♀ ob allatas (§.494) rationes deficient, unde eorum vertigo certo concludi possit; nihil quidem obstat, quo minus statuamus, Mercurium

Wolffii Oper. Mathem. Tom. III.

quoque & Saturnum circa Axem suum gyrari.

OBSERVATIO XVIII.

499. In *Jove observantur duæ fasciæ reliquæ ejus disco lucidiores & lineis parallelis terminatæ, nunc latiores, nunc arciores, nec eadem constanter disci loca occupantes. Fasciam multo latiore, sed Tab. V. obscuram mediamque disci partem occu- Fig. 49. pantem A. 1656. in Marte vidit HU- & 50. GENIUS (c)*. CASSINUS filius d. 25 Martii A. 1715. & sequentibus tres istiusmodi fascias in Saturno observavit, ita ut is per Telescopium 118 pedum ea facie videretur, qua Jupiter per Telescopium 34 pedum apparet (d).

OBSERVATIO XIX.

500. A 1609. circa finem Novembris SIMON MARIUS, Marchionum Brandenburgensium Mathematicus, primus omnium tres Stellulas circa Jovem gyrantes & cum eo progredientes, mox autem mense Januario & Februario An. 1610. quatuor conspexit (e). Et in Italia A. 1610. d. 7. Januar. GALILÆUS easdem Stellulas vidit & eodem adhuc anno Observationes suas publicavit (f): à quo tempore notissima facta est Circumjovialium observatio.

SCHOLIUM.

501. Hi Jovis Satellites à nonnullis dicuntur Lunæ Joviales; à GALILÆO autem Sidera Medicæa. Jovi proximum MARIUS vocat Mercurium Joviale, ab eo secundum Venerem Joviale, tertium Jovem Joviale & quartum denique Saturnum Joviale.

Iii

OB-

(c) In Systemate Saturnino p. 7.

(d) *Memoires de l'Acad. Royal. des Scienc. A. 1715, p. m. 56.*

(e) Vid. Præfatio ad Mundum Joviale.

(f) In Nuncio Sidereo.

(a) *Ozanam* l. c. p. 83. 84.

(b) *Hesperii & Phosphori Nova Phenomena* C. A. f. 38. & seqq.

OBSERVATIO XX.

502. *Luna Joviales Cælo sereno evanescent, Jove inter ipsos atque Solem Diametraliter interposito, id quod jam observavit SIMON MARIUS (a).*

COROLLARIUM I.

503. Privantur adeo Lumine, quando Radii Solares per lineam rectam propagati (S. 46. *Optic.*) à Jove intercipiuntur.

COROLLARIUM II.

504. Unde pater, eos instar Lunæ nostræ esse corpora opaca & à Sole illuminari.

COROLLARIUM III.

505. Cum Jupiter Satellites suos pone ipsum constitutos non illustret (S. 502): ipse similiter in parte à Sole averfa omni Lumine caret: consequenter cum motu vertiginis gaudeat (S. 496), in omni.

OBSERVATIO XXI.

506. *Si Lunula Jovis inter Jovem atque Solem Diametraliter interponuntur, macula rotunda in disco Jovis observatur, quæ interdum Satellite major deprehensa (b).*

COROLLARIUM I.

507. Quoniam Satellites Jovis sunt corpora opaca & à Sole illuminantur (S. 504); umbram in oppositum Solis projiciunt (S. 125. *Optic.*). Sunt adeo maculæ rotundæ in Jove visæ Satellitum umbræ.

COROLLARIUM II.

508. Quia intersectio umbræ est Circulus, Satellites autem Jovis sunt Sole minores, ceu infra independenter ab his ostenditur; umbra eorum conica est (S. 468. *Geom.*).

COROLLARIUM III.

509. Figura igitur Satellitum saltem ad sensum spherica est (S. 137. *Optic.*).

(a) In Mundo Joviali.

(b) *Memoires de l'Acad. Roy. des Sciences*, A. 1707. P. m. 382.

OBSERVATIO XXII.

510. *Si Tellure inter Solem & Jovem constituta Satellitum aliquis inter Jovem atque Solem similiter consistat, Lumini Jovis immensus evanescit. Enimvero A. 1707. d. 26. Marci Cl. MARALDUS per Telescopium 34 pedum quartam Lunularum Jovialium instar macula obscuræ per discum Jovis trajicientem miratus est. Quamprimum vero eundem reliquit, Satelles consueto fulgore iterum comparuit. Similem maculam in Jove deprehendit, cum d. 4. Aprilis ejusdem anni per Telescopium 17 pedum Satellitis tertii immersionem in Lumen Jovis observaret: cum tamen d. 11. Aprilis ejusdem Satellitis immersioni denovo attenderet, nullam prorsus maculam deprehendit. Idem Phenomenon alio tempore aliquoties vidit etiam CASSINUS. Præterea & CASSINUS & MARALDUS admirandas magnitudinis apparentis mutationes in iisdem Satellitibus non simplici vice annotarunt, etiamsi nulla ratio ex eorum à Jove, Sole ac Tellure distantia dari posset: E. gr. quartus Satellitum, qui sæpissime omnium minimus apparet, interdum maximus videtur. Similiter tertius, qui ordinarie omnium maximus, interdum tamen reliquis equalis, immo iisdem minor videtur (c).*

COROLLARIUM.

511. Quoniam Satellites Jovis à Sole collustrantur, etiam cum in Lumen Joviale immerguntur, hoc tamen non obstante obscuro

(c) *Memoires de l'Acad. Roy. des Sciences*, A. 1707. p. 382. 383.

obscuri apparent (§. 510); mutationes in Atmosphæris eorundem contingant necesse est, quæ impediunt, quo minus Radii Solares à tota superficie æqualiter reflectantur.

SCHOLION.

512. Facile apparet, eandem esse rationem, cur umbra eorundem interdum major ipsis deprehendatur (§. 506).

OBSERVATIO XXIII.

513. Saturnus tot formas prorsus mirabiles induere videtur, ut causam tanta varietatis diu detegere non potuerint Astronomi peruissimi. HUGENIUS exquisitoribus Telescopiis Saturnum aggressus tres potissimum Phases detexit (a). Primo enim A. 1656. a d. 16 Jan. usque ad 17 Junii Saturnum vidit rotundum, transversa linea, cæteris disci partibus paulo obscuriore, ex æquo medium ejus discum secante. Eodem anno die 13 Octobris vidit brachiatum, instructum nempe duobus brachiis, recta utrinque extensis, prope limbum Saturni laterioribus, & minus intensa luce quam versus extremis cuspidibus lucentibus, fascia obscuriore paulo infra brachiorum lineam comparente. Tandem A 1657 d. 17 Decembris ansatum vidit, brachia prope discum adaperata ac bifida inveniens, linea obscura versus inferiora ulterius promota: quas ansas latius adhuc patentes à die 10 Novembr. A. 1658 usque ad 26 Martii A. 1659. omnium distinctissime conspexit. Ceterum notu dignum, quod intra ansas Saturni fixas conspiciere liceat.

(a) In Systemate Saturnino p. 16. & seqq.

SCHOLION I.

514. Equidem antea Astronomi Phases Saturni alias mirabiliores annotarunt. Certe HEVELIUS (b) numerat Saturnum 1. monophaericum, 2. trisphaericum, 3. sphaericoansatum, 4. ellipticoansatum, 5. sphaericocuspdatum, quas ipsas Phases denuo in alias subdistinguit Enim vero HUGENIUS (c) clarissime ostendit, imperfecti Tuborum deberi ejusmodi apparitionum monstra. Cum enim A. 1655. mense Aprili ac Maio Saturnum brachiatum observasset, RICCIOLUS & HEVELIUS tricorporeum viderunt; ipsique HUGENIO brachiorum loco apparere duo globuli, Telescopio 5 aut 6 pedum Saturni faciem contemplanti.

COROLLARIUM I.

516. Ex Observationibus suis HUGENII Tab. V. NIUS recte infert: Saturnum cingi Annulo tenui, plano, nusquam coerente, ad Eclipticam inclinato: hoc nimirum admissio, ratio Phænomenorum manifesta.

SCHOLION II.

517. Sane non modo HUGENII, sed & CASSINI Observationes summa cum industria institutæ abunde confirmarunt, Phases Saturni tales apparere, quales ex sua Theoria eas prædixerat HUGENIUS (d). Accuratissimæ Annuli hujus Observationes A. 1715. & 1716. dedere CASSINUS filius atque MARALDUS (e).

COROLLARIUM II.

518. Cum fascia obscura in disco Saturni appareat, Annulo ita constituto, ut nec brachia, nec ansæ appareant (§. 513); manifestum est, eam esse marginem Annuli.

Iii 2

OB-

(b) In Opusculo de Saturni nativa facie.
 (c) In Systemate Saturnino p. 35.
 (d) Transact. Anglic. n. 65. p. 2093. & n. 78. p. 3024 & seqq n. 128. p. 690.
 (e) Mémoire de l' Acad. Roy. des Sciences. A. 1715. p. m. 13. 14. & A. 1716. p. m. 223.

OBSERVATIO XXIV.

519. HUGENIUS A. 1655. d. 25. Martii primus omnium per Telescopia 12 & 23 pedum Satellitem aliquem Saturni observavit (a): postea accessere quatuor alii à CASSINO d. verso tempore detecti. Nempe duos, qui Saturno proximi, per Telescopia CAMPANI 100 & 136 pedum A. 1684. mense Martio primum reperit; tertio jam ante A. 1672. d. 23 Decembris per Telescopium CAMPANI 35 pedum & quinto (quartus enim HUGENIANUS est) A. 1671. circa finem Octobris per Telescopium 17 pedum viso. Duos intimos postea quoqueprehendit per Telescopia CAMPANI 47 & 34 pedum atque per Telescopia BURELLI 40 & 70 pedum, & denique per Telescopia ARTOUQUELLI 80, 155 & 220 pedum (b) Recentissime in Anglia JACOBUS POUND una cum aliis per Telescopium HUGENIANUM Satellites hosce Saturni observavit, de quibus paulo ante dubitare ceperat DERHAMUS (c).

SCHOLIUM.

519. Præter 4 Jovis & 5 Saturni Comites alii observari non sunt: neque facile spes superest, fore ut plures in posterum detegantur, quia CASSINUS usus est Telescopiis & maximis, & exquisitissimis. Equidem ANTONIUS MARCIA SCHYBLEUS DE RHEITA, Capucinus Coloniae, præter Sidera Medicea alios quinque circa Jovem Satellites die 29 Decembris A. 1642 sibi deprehendisse visus est, quos in honorem URBANI VIII. Pontificis maximi, Si era Urbanoctaviana appellavit. Sed cum Observatio per GABRIELEM NAUDÆUM cum GASSENDO communicaretur,

(a) Vid. Systema Saturninum p. 9. & seqq.

(b) Transact. Anglic. n. 92. p. 5178. & seqq. n. 92. p. 5181. n. 181. p. 79

(c) Transact. Anglic. N. 355. p. 768. & N. 356. p. 778.

qui eodem die Jovem observaverat; statim is deprehendit, Virum religiosum quinque Stellas fixas in fusione Aquæ Aquarii, quæ in Catalogo TYCHONIS sunt 24, 25, 26, 27 & 28, cum Satellitibus Jovis confudisse: unde etiam non mirum, quod motu reliquis contrario (qualis nimirum in Fixis apparet) ab Occasu in Ortum progredi visæ reliquisque majores apparuerint (d). Equidem DE RHEITA errorem suum agnoscere noluit (e); nemo tamen postea Satellites istos reperire in Cælo potuit.

OBSERVATIO XXV.

520. Satellitem quartum MARAUDUS atque CASSINUS filius d. e 25 Martii h. 11. A. 1715. Cælo sereno evanescere observarunt, Saturno inter ipsum atque Solem diametraliter interposito (f).

COROLLARIUM I.

521. Privatur adeo Lumine, quando Radii Solares per lineam rectam propagati (§. 46. Optic.) à Saturno intercipiuntur.

COROLLARIUM II.

522. Est igitur instar Lunæ corpus opacum & à Sole illuminatur.

COROLLARIUM III.

523. Cum Saturnus Satellitem pone ipsum constitutum non illustret (§. 520), ipse similiter in parte à Sole averfa omnino lumine caret.

THEOREMA VII.

524. Saturnus, Jupiter, Mars, Venus & Mercurius, nec non Saturni ac Jovis Satellites sunt Corpora Lunæ similia.

QUO-

(d) Vid. Epistola Gassendi ad Gabr. Naudæum de Novem Stellis circa Jovem visis. Oper. Tom. IV. f. 511. & seqq.

(e) Vid. Oculus Enochii atque Eliæ Lib. IV. C. 1. membr. 2. f. 171.

(f) Mémoires de l'Acad. Royal. des Scienc. A. 1715. p. m. 57.

Quoniam in Venere, Mercurio & Marte nonnisi ea pars disci splendet, quæ à Sole illuminatur (§. 491), præterea ♀ atque ☿ inter Solem & Tellurem constituti instar maculæ obscuræ in disco Solis comparent (§. 492); ☿, ♀ atque ♂ esse Corpora opaca lumine Solis mutuatitio splendens patet. Idem de Jove manifestum est, quia Lumine privatur ea parte, quam umbra Satellitum attingit (§. 506) & altero Hemisphario, quod à Sole aversum, constanter Lumine caret (§. 505). Ejus vero Satellites itidem opacos esse lumenque Solis reflectere, supra jam ostensum (§. 504). Non absimili argumento concluditur, Saturnum esse Corpus instar Lunæ opacum Lumenque Solis reflectere: id quod de uno Satellite cum in superioribus etiam evictum fuerit (§. 522), per Analogiam haud fallaci argumento de ceteris quoque concluditur.

Porro cum Lumen Solare per Mercurium & Venerem non transpareat, quando sub eo constituuntur (§. 492); Corpora densa minusque pellucida sint necesse est (§. 12. *Optic.*), quod idem de Jove & Saturno umbra Satellites obscurantibus patet (§. 504. 522).

Ex maculis ♀, ♂ & ♃ variabilibus apparet, dari circa hos Planetas Atmosphæram alterabilem, ceu ex iis manifestum est, quæ supra ad Theor. 5. (§. 486) ostendimus. Eadem Atmosphære alterabilitas simili argumento de Jovis Satellitibus inferitur (§. 511), adeoque ob similitudinem reliquam etiam de Planetis reliquis concluditur.

Simili modo ob montes in ♀ depre-

hensos (§. 493) tales quoque in reliquis supponere licet.

Cum adeo ♃, ♃, utriusque Satellites, ♂, ♀ & ☿ sint Corpora opaca, Lumine Solis mutuatitio resplendescens, montibus prædita & Atmosphæra alterabilis cincta, consequenter etiam Aquæ in iisdem existant, quæ per observationem macularum constantium in Venere parent (§. 494) Corpora Lunæ simillima sunt (§. 479. 486).

COROLLARIUM I.

525. Luna est Corpus Telluri nostro simile (§. 687); sunt ergo & Planetæ reliqui omnes eidem Telluri similes.

COROLLARIUM II.

526. Nil adeo obstat, quo minus statuamus, Planetas omnes ab Animalibus atque Hominibus habitari (§. 488).

SCHOLIUM.

527. *De Planetarum incolis multa probabiliter ostendit HUGENIUS in Cosmotheo, ex similitudine Planetarum cum Terra, quod nempe instar hujus sint Corpora opaca, densa, rotunda, gravia, & à Sole illuminentur ac calefiant, eumque in finem circa ipsum moveantur, argumentatus. Sed multa etiam aliis argumentis inferri poterant. E. gr. Dubio fere penes me caret, Jovicolis esse Terricolis multo majores, ex genere nempe Gigantum. Nimirum Pupilla dilatatur in Lumine fortiori, coarctatur in debiliore (§. 56. *Optic.*). Quare cum in Jove Lux meridiana in eadem altitudine Solis sit debiliore, quam in Tellure, ob majorum nempe Jove à Sole distantiam inferius independenter ab his ostendendam (§. 87. *Opt.*); Pupilla in maxima constrictione, adeoque etiam per se, major esse debet in Jovicolis, quam in Terricolis. Enimvero Experientia loquitur, Pupillam reliquo Bulbo Oculi, Oculum vero reliquo*

Corpori esse proportionatum, ut nempe Animitia Oculos majores habeant, quorum Pupilla major est, & Corpore majori gaudeant, quorum Oculi sunt majores: quare Corpora Jovicolarum majora esse debent Corporibus Terricolarum. Et sane non desunt mihi rationes, quæ suadent, Jovicolas statura æquales esse OG₁ Regi Basan, cujus lectus ferrens, MOSE autore (a), habuit longitudinem novem, latitudinem quatuor cubitorum. Patet enim inferius, distantiam 24 à Sole esse ad distantiam Telluris ab eodem, ut 26 ad 5. Est igitur Intensitas Luminis Solaris in Jove ad Invenitatem in Tellure in ratione duplicata 5 ad 26 (§. 87. Optic.). Sed per Experimentiam constat, Pupillam dilatari in ratione majore, quam Intensitas Luminis decrevit, alias enim Objecti remoti claritas eadem apparere posset, quæ vicinioris, quod tamen videtur obscurius: Diameter adeo Pupillæ in statu maxima contractionis aut dilatationis Terricolarum est ad Diametrum Pupillæ in statu simili Jovicolarum in ratione majore quam 5 ad 26 (§. 409. Geom.). Quodsi eandem ponamus ut 10 ad 26 seu 5 ad 13; cum statura Terricolarum ordinaria

fit pedum Parisinorum $5\frac{7}{2}$ seu particularum 7515, cujusmodi pes regius Parisinus continet 1440 (tantam nimirum meam reperio), reperietur Statura ordinaria Jovicolarum 19539 istiusmodi particularum, hoc est, pedum $13\frac{81}{440}$. Quoniam cubitus Hebræus juxta Cl. EISENSCHMIDIUM (b) est particularum 2384 pedis Parisini, longitudo lecti Gigantis à MOSE commemorati est 21456: unde si subducatur pes unus partium 1440, relinquitur longitudo Gigantis 20016 seu pedum $13\frac{1206}{440}$, cui quam proxime convenit longitudo Jovicolarum pedum $13\frac{81}{440}$. Ceterum Planetarum Incolas jam agnovere Veteres, & METRODORUS (c) affirmat haud minus absurdum esse in Infinito Spatio Mundum unicum tantum collocare ac in amplissimo campo unicam solummodo spem nasci, asserere & credere. Eandem sententiam multis rationibus adstruit CUSANUS Cardinalis Vir gravis & doctus (d): cujus auctoritate permotus, DE REITA è Capucinorum familia (e), in eandem inclinare videtur, ut alios taceamus; apertius vero eam amplectitur R. P. CASTELLUS è Societate Jesu (g).

CAPUT III.

De Systemate Planetario.

DEFINITIO II.

§28. **P**er Systema Planetarium intelligo ordinem, quo Planetæ cum Sole in Universo collocati sunt.

DEFINITIO III.

§29. Planetæ primarii dicuntur, qui circa Solem moventur: secundarii

(a) Deuter. III. 11.

sunt, qui circa alium Planetam feruntur.

COROLLARIUM.

§30. Sunt adeo Satellites Jovis atque Saturni Planetæ secundarii (§. 500. 518).

DEFI-

(b) De Ponderibus & mensuris veterum R. G. & H. Sect. 3. C. 4. p. 119.

(c) Plut. de Placit. Philos. C. 5.

(d) De docta ignorantia lib. 2. c. 11.

(e) In Oculo Enochii atque Elizæ Lib. IV. C. 1. membr. 3. f. 178. & seqq.

(f) Traité de Phys. sur la pesanteur universelle des corps. Tom. 1. lib. 5. c. 6. p. 575. 576.

DEFINITIO IV.

531. *Directo Planeta* est motus in Signa consequentia Eclipticæ, nempe ex ♃ in ♄, ex ♄ in ♀ & ita porro.

DEFINITIO V.

532. *Statio* est apparentia in eodem Cœli puncto per aliquot dies.

DEFINITIO VI.

533. *Retrogradatio* est motus in Signa antecedentia Eclipticæ, e. gr. ex ♀ in ♃, ex ♃ in ♄, &c.

DEFINITIO VII.

534. *Planeta* vocatur *directus*, quando in Signa consequentia movetur; *stationarius*, quando in eodem Cœli puncto immobilis harere videtur; *retrogradus* denique, quando in antecedentia movetur.

DEFINITIO VIII.

535. *Synodus, Conjunctio* seu *Coitus Stellarum* est concursus earundem in eodem Cœli loco Optico.

DEFINITIO IX.

536. *Oppositio* est distantia duarum Stellarum per semissem Circuli, seu intervallo 180 graduum.

OBSERVATIO XXVI.

537. *Planeta omnes Soli opponuntur, exceptis Venere & Mercurio, quorum illa nunquam ultra gradus 47, hic nunquam ultra 28 à Sole digreditur. Uterque Planeta à maxima elongatione rursus ad Solem regreditur & ad Conjunctionem aenuo properat.*

OBSERVATIO XXVII.

538. *Venus plena facie splendet, si post Conjunctionem fuerit Hesperus, cum elongatione à Sole Lumen decrescit, in*

digressione maxima dimidiata cernitur. Dum inde ad Solem regreditur Lumen ulterius decrescit, ita ut instar falis appareat, cum mox Heliace occidit. Quando Coitu cum Sole celebrato Phosphorus evadit, falcata rursus conspicitur, in maxima digressione denuo dimidiata. Dum inde ad Solem regreditur, Lumen continuo crescit, donec paulo ante Conjunctionem plena facie splendeat. Observationes speciales recenset HEVELIUS (a).

COROLLARIUM.

539. In altera itaque Conjunctioe Venus lumine plena; in altera vero omni lumine cassa.

OBSERVATIO XXVIII.

540. *Phases Mercurii eadem prorsus observantur, que Veneris, quemadmodum denuo annotatum est ab HEVELIO (b) & cuilibet ad Oculum constabit, si per Telescopium melioris notæ Cælo non invito, faciem ejus contempletur.*

OBSERVATIO XXIX.

541. *Planeta interdum se mutuo occultant. Certe MOESTIUS A. 1591. die 9. Jan. Jovem à Marte coloris ignei rutilantis; A. 1599. d. 3. Octobr. hor. 5. matutina Martem à Venere coloris candidi contactum vidit (c). A. 1671. d. 1. Jun. HEVELIUS & A. 1678. die 7. Februar. BULLIALDUS Saturnum; A. 1679. d. 5. Jun. HEVELIUS Jovem & A. 1676. d. 21. Aug. FLAMSTÆDIUS, HALLEIUS, HEVELIUS Martem à Luna obiectum conspexerunt. (d) COPERNICUS An.*

(a) in Proleg. Selenogr. f. 69. & seqq.

(b) loc. cit. f. 74. & seqq.

(c) Keplerus in Astron. Optic. p. 305.

(d) Transactio. Anglic. num. 78. pag. 3027. 3031. num. 129. p. 721. & seqq. num. 139. p. 969. num. 10. p. 29.

An. 1529. die 12 Martii vespere Venerem à Luna tectam observavit (a).

OBSERVATIO XXX.

542. Fixarum à Luna occultationes sæpius contingunt, ut adeo Observationibus specialibus recensendis supersedere possimus. Sed Fixarum aliquæ etiam à Planetis reliquis quanquam rarius, occultatæ leguntur. Sane A. 241. ante Christum d. 4. Septembr. mane Jupiter Asellum Austrinum & A. C. 1633. d. 19. Decembris mane, observante GASSENDO, Propoda seu Stellam ante pedes Geminorum; Mars A. 272. ante Christum die 18. Jan. referente PTOLEMÆO, Borealem in fronte Scorpii & recentius, observante GASSENDO, extremam in ala Virginis; Venus A. 1574. d. 16. Sept. hor. 4. mat. & A. 1598. d. 25. Sept. hor. 3. mat. observante MÆSTLINO, Regulum texit (b) KIRCHIUS A. 1679. d. 7. Januar. mane Stellam sextæ magnitudinis in Australi cornu Tauri, quæ apud BAYERUM littera o notatur, à Saturno occultatam observavit (c).

OBSERVATIO XXXI.

543. CASSINUS, referente GREGORIO (d) primam Arietis aliquando in binas æquales intervallo Diametri utriusvis distantes divisam conspexit. Idem Phenomenon de precedente capite Geminorum observavit: immo Pleiadum aliquas & mediam in Orionis gladio quandoque triplas, aut etiam quadruplas apparentes vidit.

(a) Revolut. cœlest. Lib. V. c. 23.

(b) Ricciolus in Almag. Nov. Lib. VII. Sect. 6. C. 11. f. 721.

(c) Vid. Miscellan. Berolin. p. 205. & seqq.

(d) in Element. Astron. Physic. & Geometr. Lib. III. Prop. 54. f. 274.

PROBLEMA II.

544. Micrometrum construere, hoc est Instrumentum, quo res minutas in Cælo exacte dimetiri licet.

RESOLUTIO.

1. In foco Tubi Astronomici aptetur Annulus orichalceus seu ferreus AB cum cochleis fœminis sibi mutuo diametraliter oppositis.
2. Inferantur duæ cochleæ mares CE & DF ejus longitudinis, ut versatæ intra Tubum sese contingere possint. Dico, tali Instrumento res minutas in Cælo dimetiri licere.

DEMONSTRATIO.

Cum enim objecta per Tubum visa cochleis contigua appareant (§. Dioptr.), si ea tamdiu versentur, donec duo puncta opposita contingant, quorum distantiam metiri debes, illico constabit, quot cochlearum striæ isti intervallo respondeant. Ut autem constet, quot scrupula secunda singulis striis convenient, Tubo in Cœlum converso versentur cochleæ, donec duas Fixas, quarum distantia in scrupulis secundis exacte cognita (§. 225), contingant, & notetur numerus striarum isti intervallo respondens. Ita nimirum per Regulam trium constructur Tabella scrupulorum singulis striis convenientium, consequenter distantia duorum quorumcunque punctorum exigua, ope hujus Instrumenti, Tabella constructa, inveniri potest. Q. e. d.

SCHOLIUM I.

545. Tabella, de qua in Demonstratione diximus, construui etiam poterit, si ope Horologii

logii oscillatorii observetur tempus, quod elabitur, dum Stella in Æquatore constituta ab uno cochleæ extremo usque ad alterum, Tubo immoto, progreditur, atque in scrupula Æquatoris convertatur. Utimur etiam commode Fixarum loco Luna vel Solis Diametro apparente.

SCHOLION II.

546. Simplicissimum hoc Micrometri genus, quod à quovis Fabro ferrario facile parari potest, excogitavit KIRCHIUS A 1677. occultationem Fixæ à π factam observaturus (a). Alia Astronomis Gallis usitata describit Cl. DE LA HIRE (b), & alibi alia occurrunt (c). Cæterum Kirchianum agnatum est Instrumento, quo HUGENIUS (d) Diametros apparentes Planetarum metitus, & quod Micrometri inveniendi ansam dedisse videtur.

PROBLEMA III.

547. Observare Diametrum Solis apparentem.

RESOLUTIO.

1. Quadrante exactissime diviso & Dioptris Telescopicis instructo observetur altitudo meridiana limbi Solaris tam superioris, quam inferioris.
2. Altitudo inferior subducatur à superiore, differentia erit angulus, sub quo Diameter Solis è Terra videtur.

Aliter.

1. Super Linea meridiana erigantur duo fila perpendicularia & capite immo-
- Wolffi Oper. Mathem. Tom. III.*

(a) Vid. Præfation. ad Calendarium A. 1696. & Miscell. Berolin. p. 202. & seqq.

(b) In Tabul. Astron. Part. 2. p. 6. & seqq.

(c) Vid. Lexicon meum Mathem. sub voce Micrometrum.

(d) In Systemate Saturn. p. 52.

to observetur transitus Solis per Meridianum.

2. Quamprimum limbus \odot ad fila appropellit, notetur momentum temporis, quo ab Horologio oscillatorio indicatur.
3. Quando limbus oppositus eadem relinquit, notetur similiter tempus, quod Index Horologii monstrat.
4. Tempus prius à posteriore subducatur, residuum erit tempus, quo Diameter \odot per Meridianum transit.
5. Si Sol fuerit in Æquatore, tempus modo inventum convertatur in Scrupula Æquatoris (§. 212), ita prodibit arcus, qui metitur angulum, sub quo Diameter Solis videtur.
6. Si Sol fuerit extra Æquatorem, arcus inventus est Circuli paralleli, in quo Sol commoratur, similis arcui Æquatoris, qui interea per Meridianum transit (§. 45. Spheric). Quare cum ob parallelismum rectarum CQ & TA angulus CAT sit angulo ACQ (§. 233. Geom.), hoc est, Declinationi AQ (§. 57. Geom. & §. 76. Astron.) æqualis; Radius Æquatoris AC est ad Radium Paralleli AT, ut Sinus totus ad Cosinum Declinationis seu anguli ACQ (§. 33. Trigon.). Sed arcus similes Paralleli & Æquatoris in eadem ratione existunt (§. 412. Geom. & §. 171. Arith.): ope igitur ejusdem in scrupula Æquatoris convertuntur scrupula Paralleli (§. 302. Arith.), quæ Diameter Solis apparentem produunt ut ante.

Tab. VI. Fig. 54.

PROBLEMA IV.

548. *Diametrum apparentem Solis, Luna ac Stella cujuscunque observare.*

RESOLUTIO.

1. Convertatur in Solem Helioscopium (§.467. *Dioptr.*), in Lunam & Stellas Tubus Astronomicus (§. 358. *Dioptr.*), Micrometro instructus (§ 544).
2. Cochleæ Micrometri versentur donec utrinque limbum Sideris contingant.
3. Notetur numerus spirarum intervallo intra cochleas in Tubo relicto conveniens.
4. Hic denique ope Tabellæ modo supra præscripto (§. *cit.*) constructæ vertatur in scrupula Æquatoris, quæ Semidiametrum apparentem prodent.

OBSERVATIO XXXII.

549. *Diameter Solis, Luna & Planetarum tam inferiorum, quam superiorum non omni tempore eadem deprehenditur; sed in singulis ad certum usque terminum crescit iterumque decrescit. Inprimis vero notabile est, Planetas superiores multo majores apparere, si fuerint Acronychii seu in Oppositione cum Sole, quam prope Conjunctionem cum eodem; Planetas vero inferiores majores videri, si lumine fuerint diminuti, quam ubi aucti extiterint. Martis inprimis Acronychii Diameter octuplo, immo juxta RICCIOLUM (a) nuncuplo major apparet, quam si prope Conjunctionem in eodem Cæli loco conspiceretur, ita ut A. 1529 mense Julio & Augusto ob prodigiosam magnitudinem novum Sidus crederetur (b).*

(c) In Almagest. Nov. Lib. VII. Sect. 6. C. 10. f. 713.
(c) Keplerus in Astronom. Optic. C. 10. p. 333.

COROLLARIUM I.

550. Planetarum distantia à Terra non semper eadem (§.371. *Optic.*).

COROLLARIUM II.

551. Planetæ superiores sunt Terræ propiores in Oppositione cum Sole, quam circa Conjunctionem (§. *cit.*); Mars inprimis octuplo, immo noncuplo propior est Telluri in Oppositione, quam circa Conjunctionem cum Sole (§.212. *Optic.*).

COROLLARIUM III.

552. Planetæ inferiores Terræ propiores sunt, si lumine diminuti, quam si aucti fuerint (§.371. *Optic.*).

OBSERVATIO XXXIII.

553. *Diametrum Solis apparentem observarunt*

	<i>Maximam</i>	<i>Mediam</i>	<i>Minimam</i>
PTOLEMÆUS (c)	33' 20"	32' 18"	31' 20"
TICHO (d)	32 0	31 0	30 0
KEPLERUS (e)	31 4	30 30	30 0
RICCIOLUS (f)	32 8	31 40	31 0
CASSINUS (g)	32 10	31 40	31 8
DE LA HIRE (h)	32 43	32 10	31 38

Observatur autem hodie Diameter minima, quando Sol existit in ☍; maxima, quando in ☿ hæret.

COROLLARIUM.

554. Maxima adeo Solis à Terra distantia hodie in ☍ est, minima in ☿ (§.211. *Optic.*).

OBSERVATIO XXXIV.

555. *De Luna notatu dignum est quod duplex observetur incrementum & decrementum Diametri apparentis, alterum*

(c) Almag. Lib. V. C. 14. f. m. 117.
(d) Progymnes. Lib. I. C. 1. p. m. 135.
(e) In Tab. Rudolph. f. 92.
(f) Altion. Reform. Lib. I. C. 12. f. 38.
(g) Apud Ricciolum loc. *cit.*
(h) In Tab. Astron. p. 10.

terum in Conjunctionibus & Oppositionibus cum Sole, alterum in Quadraturis. Est nempe maxima Luna Diameter apprens in illis minor, maxima in hisce, & minima in illis; minor itidem minima in hisce. Sane in priori casu statuunt

	Minimam	Maximam
PTOLEMÆUS (a)	31'. 20"	35'. 20"
TYCHO in Conj.	25. 36	28. 48
Idem (b) in Oppos.	32. 0	36. 0
KEPLERUS (c)	30. 0	32. 44
DE LA HIRE (d)	29. 30	33. 30

In casu autem posteriore ponunt

	Minimam	Maximam
PTOLEMÆUS	42'. 8"	55. 0
TYCHO	32. 32	36. 0

COROLLARIUM.

556. Luna in eodem Orbitæ suæ puncto à Terra magis distat in Quadraturis, quam in Oppositionibus & Conjunctionibus (§. 211. *Optic.*).

OBSERVATIO XXXV.

557. Planetarum superiorum Diametros apparentes juxta Autores diversos exhibet HEVELIUS (e). Statuunt nempe Diametrum

		Minim.	Mediam.	Maxim.
ALBATEGNIUS	♄	1'. 29". 13"	1'. 44". 13"	2'. 5". 59"
TYCHO		1. 34. 0	1. 50. 0	2. 12. 0
KEPLERUS		0. 21. 0	0. 25. 0	0. 38. 0
RICCIOLUS		0. 46. 0	0. 57. 0	1. 12. 0
HEVELIUS		0. 14. 10	0. 16. 2	0. 19. 40
ALBATEGNIUS	♃	2. 9. 25	2. 36. 40	3. 18. 24
TYCHO		2. 14. 0	2. 45. 0	3. 59. 0
KEPLERUS		0. 30. 0	0. 38. 0	0. 50. 0
RICCIOLUS		0. 38. 18	0. 49. 46	1. 8. 46
HEVELIUS		0. 14. 36	1. 18. 2	0. 24. 22
ALBATEGNIUS	♂	0. 54. 0	1. 34. 0	6. 10. 0
TYCHO		0. 57. 0	1. 40. 0	6. 46. 0
KEPLERUS		0. 54. 0	1. 34. 0	6. 30. 0
RICCIOLUS		0. 10. 0	0. 22. 0	1. 32. 0
HEVELIUS		0. 2. 46	0. 5. 2	0. 20. 50
ALBATEGNIUS	♀	1. 49. 0	3. 8. 0	6. 42. 0
TYCHO		1. 52. 0	3. 15. 0	4. 40. 0
KEPLERUS		1. 2. 0	1. 48. 0	7. 6. 0
RICCIOLUS		0. 33. 30	1. 4. 12	4. 8. 0
HEVELIUS		0. 9. 30	0. 16. 46	1. 5. 58
ALBATEGNIUS	♁	1. 27. 21	2. 5. 20	3. 41. 45
TYCHO		1. 29. 0	2. 10. 0	3. 57. 0
RICCIOLUS		0. 9. 20	0. 13. 48	0. 25. 12
HEVELIUS		0. 4. 4	0. 6. 3	0. 11. 48

(a) Loco citato. (b) Loco supra citato. (c) In Rudolphinis f. 82. (d) In Tab. Astron. p. 27. (e) In Tractatu de Mercurio in Sole viso f. 101.

CHRISTIANUS HUGENIUS *methodo exquisitiore Diametros Planetarum apparentes investigans deprehendit Diametrum minimam* $\text{h } 30''$, *Annuli ejus* $1'8''$, $4'14''$, $\text{♂ } 30''$, $\text{♀ } 1'25''$ (a). *Ex his Observationibus in* h , 4 & ♀ *accuratissimas judicat, HEVELIUS vero Mercurii Diametrum ex eo in Sole observato elicit.*

SCHOLIION.

558. *Ingens discrimen inter veteres & recentiores inde oritur, quod illi, veluti ALBATEGNIUS & ipse adhuc TYCHO, nudis oculis aestimaverint Diametros Planetarum; recentiores autem Tubis utantur: unde splendor spurius, quem Telescopia tollunt, eos exhibuit justo majores. RICCIOLUS equidem Telescopiis usus est, sed Micrometro caruit, sine quo aut HUGENII apparatu isti simillimo Diameter Planetarum non adeo tuto exploratur (b). Observationes itaque HUGENIANÆ & HEVELIANÆ circa ♀ reliquis merito præferuntur; quibus adeo & nos in posterum utemur.*

PROBLEMA IV.

559. *Longitudinem & Latitudinem Planetæ observare.*

RESOLUTIO.

1. Observetur culminatio Planetæ (§. 134) &
2. Inveniatur ejus altitudo meridiana (§. 129. 142),
3. Noteturque Temporis momentum ope Horologii oscillatorii, quod inter culminationes Planetæ atque Fixæ alicujus notæ Ascensionis rectæ intercedit.
4. Ex datâ altitudine meridiana Planetæ investigetur ejus Declinatio (§. 150), &

(a) In Systemate Saturnino p. 77. & seqq.

(b) Vid. Astron. Reformatæ Lib. X. Cap. I. f. 353. 354.

5. Ex tempore inter culminationes interjecto & Ascensione recta Fixæ Ascensio recta Planetæ (§. 228).
6. Tandem, cognitâ Declinatione & Ascensione recta ejus, inveniatur Latitudo & Longitudo (§. 243).

SCHOLIION I.

560. *Quodsi distantia Planetæ à Fixa notæ Ascensionis rectæ observetur (§. 225); ejus Ascensio recta itidem inveniri potest (§. 226. 232), quamvis calculo operosiore.*

SCHOLIION II.

561. *Hoc modo sequentia de motu Planetarum proprio patebunt.*

OBSERVATIO XXXVI.

562. *Luna & Sol semper apparent directi. Sed* h , 4 , ♂ , ♀ & ♃ *plerumque directi, interdum retrogradi, nunquam stationarii. Planete superiores sunt retrogradi circa oppositionem cum Sole, duo inferiores circa conjunctionem, h stationarius fit in distantia quadrante paulo majore, 4 in distantia 120 circiter graduum. ♂ in distantia longe majori à Sole: ♀ & ♃ vero semel vesperi post directionem, altera vice mane post retrogradationem, utraque statione Soli proprio digressionem maximam.*

OBSERVATIO XXXVII.

563. *Intervalla temporis inter duas retrogradationes intercedentia inæqualia sunt: in* h *est unius anni circiter ac 13 dierum, in* 4 *anni unius & 43 dierum, in* ♂ *annorum 2, dierum 50, in* ♀ *anni unius, dierum 220, in* ♃ *dierum 115. Nempe* h *est stationarius diebus 8, 4 4; ♂ 2, ♀ $1\frac{1}{2}$, $+\frac{1}{2}$ circiter; retrogradus h diebus 140, 4 120, ♂ 73, ♀ 42, ♃ 22; directus denique*

denique in diebus 243 . 4 284, ♂ 705, ♀ 542, ♀ 93 (a). Non tamen singula singulorum stationes, retrogradationes & directiones constanter inter se prorsus aequales.

OBSERVATIO XXXVIII.

564. Saturnus motu retrogrado conficit arcum minorem quam Jupiter, Jupiter minorem quam Mars.

OBSERVATIO XXXIX.

565. Planeta omnes cum directi, tum retrogradi non eadem celeritate singulis diebus progrediuntur, estque directio superiorum celerrima in Conjunctione cum Sole, retrogradatio in Oppositione.

OBSERVATIO XL.

566. RICHERIUS A. 1672 in Insula Cayennæ quatuor tantum gradibus ab Æquatore distante primus observavit, Horologium suum Pendulo instructum tardius moveri quam Parisiis, ita ut Pendulum simplex esset contrahendum linea una cum quadrante. Circa annum 1677 Cel. HALLEIUS reperit Horologium suum oscillatorium in Insula S. Helenæ tardius moveri, quam Londini, & Pendulum idco brevius reddere coactus linea una cum semisse. A. 1682. D. VARRIN & D. DES HAYES longitudinem Penduli singulis minutis secundis oscillantis in Observatorio Regio esse ped. 3. lin. 8½ in Insula vero Gorea ped. 3. lin. 6½ & in Insulis Guadaloupa & Martinica ped. 3. lin. 6½ A. 1697 D. COUPLET Ulyssippone Pendulum brevius reperit quam Parisiis lineis 2½ & Paraibæ lineis 3½. Annis 1699 & 1700, DES HAYES in Insulis Cayennæ &

Granadæ longitudinem Penduli ad minuta secunda oscillantis deprehendit paulo minorem quam ped. 3. lin. 6½, in Insula S. Christophori ped. 3. lin. 6¾, in Insula S. Dominici ped. 3. lin. 7. A. 1704. P. FEUILLEUS invenit in Porto-belo in America eandem ped. 3. lin. 5½, in Insula Martinica ped. 3. lin. 5½. Est autem latitudo Paraibæ 6° 38' ad Austrum, Portobeli 9° 33' ad Boream, Insularum Cayennæ 4° 55' Goreæ 14° 40' Guadaloupæ 14°, Martinicæ 14° 44' Granadæ 12° 6', S. Christophori 17 19' & S. Dominici 19° 48' ad Boream (b).

COROLLARIUM I.

567. Cum vi harum Observationum fuerit sub

Latitudine	Longitudo penduli
19° 48'	3' 7"
17 19	3 6¾
14 0	3 6½
14 44	3 5½
9 33	3 5½
6 38	3 4½
4 55	3 6½

longitudinem Penduli ad singula minuta secunda oscillantis cum Latitudine locorum seu distantia ab Æquatore decrescere manifestum est.

SCHOLIUM I.

568. Patet equidem, quasdam Observationes exhibere longitudinem Penduli in minori ab Æquatore distantia majorem, quam in majore; cum tamen omnes in eo conveniant, quod in locis Æquatori vicinioribus minor, quam Parisiis existat, & pleraque, præsertim ea,

Kkk. 3 que

(a) Ricciolus in Almag. Nov. Lib. VII. Sect. 5. C. 2. f. 647.

(b) Memoires de l'Acad. Royal. des Scienc. A. 1700 p. m. 222. & seqq. Conf. Newtoni Princip. Philof. Natur. Mathem. Lib. III. Prop. 20 p. 418. & seqq. Edit. 1713.

quæ recentius data opera & majori cum cura instituta, in decrementum regulare confpirent, veritati Corollarii nostri rudiores illa minime obstant.

COROLLARIUM II.

569. Gravitas ergo corporum minor est versus Æquatorem, quam versus Polos & cum accessu ad eundem constanter decrescit (S. 389. *Mechan.*).

SCHOLIUM II.

570. Equidem CL. DE LA HIRE cum observasset, virgam ferream, quæ hieme fuerat sex pedum, Soli æstivo expositam, contracto calore majore, quam qui externarum partium Corporis Humani solet, $\frac{2}{3}$ unius lineæ factam fuisse longiorem, mutationem Penduli maj.ri prope Æquatorem calori tribuit (a); sed bene jam monuit Vir summus NEWTONUS, quia virga Penduli in Horologio oscillatorio, quæ Soli exposita non est, calorem æqualem calori externæ superficiei Corporis Humani æqualem concipit, differentiam totam calori attribui non posse (b): id quod etiam ita visum est Celeberrimo BERNOULLIO (c).

THEOREMA VIII.

571. Motus Solis eodem modo e Tellure spectabitur, sive ipse circa Terram intra Orbitam quiescentem revera moveatur, sive Terra circa Solem quiescentem feratur.

DEMONSTRATIO.

Sit enim Terra in T & ☉ in I: apparebit is in ♃. Progrediatur ☉ in Orbita, quæ Terram ambit, ex I in 2; videbitur in ♄. Quodsi ulterius pervenerit in 3; in II spectabitur. Atque ita secundum Signorum successionem in Ecliptica incedere videbitur e Terra.

(a) In Princ. Phil. loc. cit. p. 386.

(b) In Actis Erudit. A. 1710 p. 81. & 82.

Sit jam Terra in in I; Sol S ex eadem spectabitur in ♃; progrediatur illa ex I in 12, videbitur Sol Terricolis progredi ex ♃ in ♄. Quodsi illa ulterius promoveatur in 11; videbitur Sol ulterius progredi [ex ♄ in II &] ita porro. Atque ita secundum Signorum successionem apparenter in Ecliptica incedet.

Motus ergo Solis idem e Tellure spectatur, sive ipse circa Terram, sive Terra circa Solem moveatur. Q. e. d.

THEOREMA IX.

572. Sol e Terra in gradam oppositum ei refertur, in quo ipsa ex Sole spectaretur.

DEMONSTRATIO.

Patet ex Demonstrationis præcedentis parte posteriore.

THEOREMA X.

573. Si Planeta P e Tellure T Soli S oppositus spectatur, Terra inter Solem atque Planetam constituitur: si vero Planeta Q Soli S conjunctus apparet, vel Planeta inter Solem & Terram, vel Sol inter Planetam atque Terram constituitur.

DEMONSTRATIO.

Si Planeta Soli oppositus e Tellure spectatur; loca earundem in Ecliptica intervallo 180 graduum distant (S. 536). nempe si Planeta P videatur in ♃, Sol in ♄ apparet, adeoque Planeta P versus dexteram posito, Sol versus sinistram deprehenditur, consequenter Tellus inter Solem S & Planetam P constituitur. Quod erat univ. m.

Si Planeta Q Soli S conjungitur, e Tellure T in eundem locum Opticum, e gr. if

in \pm uterque refertur (§. 535). Cum adeo versus eandem plagam uterque constituatur; Terra T inter Solem & Planetam media non est, sed vel Sol S, vel Planeta Q locum medium occupat. *Quod erat alterum.*

THEOREMA XI.

574. *In una Conjunctione Venus atque Mercurius inter Solem & Terram, in altera subsequente Sol inter Terram & Venerem vel Mercurium constituitur.*

DEMONSTRATIO.

In omni Conjunctione aut Venus & Mercurius inter Solem & Terram, aut Sol inter Venerem & Mercurium atque Terram constituitur (§. 574). Sed in una Conjunctione Venus & Mercurius ostendunt Telluri T partem sui opacam (§. 539. 540) hoc est, à Sole aver- sam N (§. 491): ergo in ea inter Solem & Tellurem constituuntur. In altera Conjunctione, quæ illam proxime equitur, partem lucidam (§. 539. 540), hoc est, Soli obversam M (§. 491) spectandam exhibent: ergo tunc temporis Sol S inter ipsos atque Tellurem constituitur. *Q. e. d.*

COROLLARIUM.

575. In una adeo Conjunctione Venus atque Mercurius Telluri Sole propiores existunt, in altera vero longiori intervallo à eadem removentur:

THEOREMA XII.

576. *Orbita Veneris atque Mercurii Solem ambit, Tellure extus constituta, Orbitaque Mercurii intra Orbitam Veneris continetur.*

DEMONSTRATIO.

Sit enim Sol in S, Terra in T & Conjunctione Planeta inferior inter

Tellurem & Solem in B constitutus (§. 574); inde adeo certo intervallo SC à Sole S digreditur usque in C, quod sub angulo STC è Tellure spectatur, ex C vero ad Solem regreditur (§. 538) & in altera Conjunctione, quæ in D celebratur, Sol S inter Planetam D & Tellurem T constituitur (§. 374). Post eam Planeta ex D rursus à Sole digreditur intervallo SA, quod sub angulo ATS è Terra spectatur & ex A ad Conjunctionem tertiam in B regreditur (§. 583), ubi denuo inter Solem S & Tellurem T locum occupat (§. 574). Evidens adeo est, Planetas inferiores moveri in Orbitis Solem S ambientibus, Terra vero T extra eas constituta. *Quod erat unum.*

Jam cum digressiones Veneris maximæ à Sole SC & SA sub majoribus angulis STC & STA spectentur, quam digressiones maximæ Mercurii SF & SG sub angulis STF & STG visæ (§. 537); Orbita Veneris Orbitam Mercurii comprehendit (§. 209. *Optic.*). *Quod erat alterum.*

THEOREMA XIII.

577. *Orbita Saturni, Jovis atque Martis & Solem & Tellurem ambit; Centrum tamen à Centro Telluris longius distat.*

DEMONSTRATIO.

Planetæ superiores Soli S & conjuncti in Q, & oppositi in P e Tellure T spectantur (§. 535. 536), ergo Tellus T nunc inter Solem & Planetam constituitur, nunc uterque versus eandem plagam ab ea distat (§. 573). Quare Orbita Planetarum superiorum Tellurem T ambit. *Quod erat unum.*

Porro

Tab:
VI.
Fig. 55.

Tab. Porro Planeta superiores per Tubos
VI. circa Conjunctionem nunquam cornicu-
Fig. 57. lati apparent, adeoque illo tempore
partem sui lucidam M, hoc est, Soli
S obversam Telluri T opponunt; Sol
adeo inter Terram T & Planetam M
constituitur. Necessè igitur est, ut Or-
bita Planetarum superiorum Solem quo-
que S ambiat. *Quod erat secundum.*

Tab. Denique in Conjunctione Planetae su-
VI. perioris M cum Sole S distantia TM à
Fig. 59. Terra T multo major est, quam distan-
tia in Oppositione TN, e. gr. in ♄,
TM=8 TN (§. 557). Quare si in
C sit centrum adeoque CM=CN=
 $\frac{2}{3}$ TN in ♄, erit CT= $\frac{7}{3}$ TN, conse-
quenter Centrum Orbitæ C à Tellure
T valde remotum. *Quod erat tertium.*

THEOREMA XIV.

578. Luna Orbita Tellurem ambit,
sed non Solem.

DEMONSTRATIO.

In omni Conjunctione Luna lumine
cassa (§. 455), adeoque partem à So-
le averfam Telluri obvertit (§. 456),
consequenter in quocunque Orbitæ lo-
co inter Solem atque Tellurem consti-
tuitur (§. 574). Orbita ergo Lunæ
Solem non ambit. *Quod erat unum.*

Tab. Cum tamen Luna Soli opponatur
VI. (§. 455); Tellus T interdum inter Lu-
Fig. 55. nam P & Solem S consistit (§. 574),
adeoque Orbita Lunæ Tellurem ambit.
Quod erat alterum.

THEOREMA XV.

579. Si Planeta motu vertiginis ab
Occasu versus Ortum intervallo aliquot
horarum movetur; Sol, cum Luna, Pla-

netis reliquis & omnibus Fixis, motu
contrario, intervallo eodem, circa ipsum
revolvi videtur.

DEMONSTRATIO.

Sit enim stella M in Zenith Planeti-
colæ in T constituti & rotetur Planeta
T ab Occasu versus Ortum circa Axem
suam; aliquo igitur temporis spatio
elapso, ad Zenith ipsius T perveniet
Sol S, hinc Stella I, inde N, ulterius
Luna L, tandemque denuo Stella M
puncto Planetae T imminet. Planeti-
colis adeo Sol S, cum Luna L & Stellis
I, N, M &c. motu contrario circa Pla-
netam, quem inhabitant, moveri videri
videtur (§. 366. *Optic.*) *Q. e. d.*

COROLLARIUM I.

580. Cum Planetae tam superiores, quàm
inferiores circa Axem rotentur (§. 496.
498; Planeticolis quibusvis Sphæra mun-
dana cum omnibus Stellis atque Sole cir-
ca Planetam, quem inhabitant, ab Ortu
versus Occasum moveri videtur, dantur-
que adeo, ob hunc motum Solis apparen-
tem, in Planetis singulis dierum atque noc-
tium vicissitudines.

COROLLARIUM II.

581. Si Tellus, cui Planetae omnes simi-
les (§. 525), ipsorum instar viginti qua-
tuor horarum spatio circa Axem rotetur,
Cælum cum Sole, Luna ac Stellis univer-
sis, eodem temporis spatio, ab Ortu in Oc-
casum circa eandem moveri videtur.

THEOREMA XVI.

582. In Corporibus mundi totalibus,
qua motu vertiginis gaudent, corporum
partialium Gravitatis versus Æquato-
rem cum distantia ab eodem continuo
decrescit.

DEMONSTRATIO.

Dum enim motu vertiginis abripiuntur; à Centro Corporis totalis C recedere conantur (§. 617. *Mechan.*), consequenter cum Æquator QR Circulus maximus (§. 48), paralleli autem versus Polos continuo decrescant (§. 41. *Spharic.*), Vis centrifuga in Æquatore QR maxima, in Parallelo AP minor, versusque Polum continuo decrescit in ratione Diametrorum Parallelorum ad Diametrum Æquatoris (§. 623 *Mech.*). Sed Vi gravitatis Corpora partialia ad Centrum totalis nituntur (§. 213. *Mechan.*), adeoque Vis centrifuga Gravitati contraria. Quare cum illa huic resistat (§. 20. *Mechan.*), [neque enim adversus Gravitatem prævalet, quia alias Corpora partialia à Centro totalis dispergerentur] descensum Gravium retardare debet (§. 72 *Mechan.*), maxime quidem sub Æquatore, minus vero in Parallelis. Patet adeo Gravitatem versus Æquatorem cum distantia ab eodem continuo decrescere. *Q. e. d.*

SCHOLIUM.

§83. *Supponitur nempe, Vim gravitatis per se esse uniformem, utpote quæ materiæ coherenti proportionalis deprehenditur (§. 112. Mechan.).*

COROLLARIUM.

§84. *Quodsi adeo Tellus motu vertiginis movetur, Gravitatis versus Æquatorem cum distantia locorum ab eodem continuo decrescere, & sub Æquatore minima, sub Polis maxima esse debet.*

THEOREMA XVII.

§85. *Si Terra motu annuo circa Solem feratur; Planeta inferiores intra an-*
Wolffii Oper. Mathem. Tom. III.

ni spatium una cum Sole circa ipsam moveri videntur, dum intere. suas circa Solem revolutiones inæqualibus temporibus absolvunt, & circa Conjunctionem retrogradi apparent.

DEMONSTRATIO.

Si Terra circa Solem motu annuo movetur, Orbitam suam peragrat intervallo 365 dierum (§. 27). Sed Mercurium circa Solem revolvi intervallo 87 circiter dierum, inferius independenter ab his constabit. Est itaque motus Terræ ad motum Mercurii sicut ut 1 ad 4, consequenter dum ¼ integram revolutionem absolvit, Terra nonnisi quartam Orbitæ suæ partem conficit. Dividatur ergo Orbita Mercurii in 8 partes æquales & Orbitæ Telluris quadrantes dividantur singuli in totidem alias. Sit jam Mercurius in 1 & Terra in T 1, videbitur ex terra ¼ in *a*. Progrediatur Terra in 2, & similiter in 2, qui ex illa apparebit in *b*. Promoveatur Terra in 3, ¼ quoque in 3: videbitur is in *c*, hætenus adeo directus apparet. Procedat Terra in 4 & ¼ itidem in 4 properans ad conjunctionem cum Sole: conspicietur is in *d*, consequenter lente progreditur. Conjungatur ¼ Soli in 5, Terra etiam in 5 existente: videbitur is in *e*, adeoque retrogradus. Accedat ¼ in 6, Tellus itidem in 6: videbitur is in *f*, retrogradationem continuans. Perveniat ¼ usque in 7, Terra itidem in 7: apparebit is in *g*, adeoque denuo directus. Sit ¼ in 8, Terra in 8: conspicietur is in *h*, directus adhuc. Quodsi hac ratione ¼

Tab. VI. Fig. 61.

Tab. VI. *Fig. 61.* in sua Orbita & Tellurem itidem in sua ulterius promoveas, donec hæc restituantur in T, Mercurius successive spectabitur in *i, k, l, m, n, o, p, q, r, s, t, u, x, y, z, A, B, C, D, E, F, G, H, I*, adeoque intra spatium annum cum Sole (§. 27), totum Zodiacum emetiri videtur, ita ut circa singulas conjunctiones cum Sole retrogradus fiat: quæ singula manifesta sunt, si per cognomina Puncta Orbitalium Telluris atque ꝯ rectas ducas, confusionis evitandæ & spatii lucrandi gratiâ hic omissas. Nec ab simili modo idem de Venere ostenditur. *Q. e. d.*

COROLLARIUM.

586. Intra annum adeo ꝯ ter fit retrogradus: nec ab simili modo patet, ꝯ non nisi semel intra 19 menses retrogradam fieri.

THEOREMA XVIII.

587. Si Terra circa Solem motu annuo feratur; Planeta superiores fient retrogradi circa Oppositionem & Telluri multo propiores erunt quam in Conjunctione cum Sole.

DEMONSTRATIO.

Tab. VII. *Fig. 62.* Quoniam Orbitæ Planetarum superiorum Tellurem ambiunt (§. 577), Orbita Telluris intra illorum Orbitas continetur. Sit adeo Circulus intimus Orbita Telluris in 12 partes æquales divisus: medius vero designet Orbitam Jovis, extimus terminetur in superficie Sphæræ mundanæ. Quia motus ꝯ est ad motum Telluris, ut 1 ad 12 (§. 138), duodecima Orbitæ ꝯ pars perinde ac Orbita Telluris in 12 partes æquales dividatur. Sit jam Terra in 1, ꝯ itidem in 1: videbitur is in *a*. Progrediantur Terra

& ꝯ in suis Orbitis ex 1 in 2; apparebit hic in *b*: utroque autem in 3 constituto, in *c* videbitur. Promoveantur Terra & ꝯ in 4, ac inde porro in 5: spectabitur hic in priore casu in *d*, in posteriore in *e*. Hactenus adeo directus videtur. Tendat jam Tellus in 6 & Planeta perveniat in 6 Soli S mox opponendus: videbitur hic in *f*, adeoque retrogradus. Perveniat uterque in 7, ubi oppositio cum Sole contingit (§. 536): ꝯ in *g* cernetur, retrogradationem continuans. Similiter utroque ad 8 promotus, ꝯ retrogradus spectabitur in *h*. Utroque ad 9 translato, ꝯ iterum directus videbitur in *i*, & ita porro. Eodem modo ostenditur, ꝯ & ꝯ retrogrados fieri in oppositione cum Sole. *Quod erat unum.*

Sit Planeta in A, Tellus in V: videbitur is Soli S conjunctus (§. 535), tumque distantia ejus à Terra est AV. Sit ut ante Planeta in A, Tellus vero in T: apparebit is Soli oppositus (§. 536), tumque distantia ejus à Terra est AT. Quare cum differentia inter distantiam priorem AV & posteriorem AT sit integra Diameter Orbitæ Telluris TV; Planeta superior quilibet Telluri multo propior est in Oppositione, quam in Conjunctione cum Sole. *Quod erat alterum.*

COROLLARIUM I.

588. Quia Saturnus tardius Jove, Jupiter tardius Marte movetur (32.33.34); Tellus à Saturno digressa citius ad eum redit quam ad Jovem & ad Jovem citius quam ad Martem. Quare cum Planeta A Soli S opponatur, si Terra ad eum accedit (§. 573); Saturni retrogradationes frequentiores sunt

sunt quam Jovis & Jovis frequentiores quam Martis.

COROLLARIUM II.

589. Quoniam motus \hbar ad motum Terræ est ut 1 ad 30 (§. 32), dum Terra integram Orbitam percurrit, \hbar trigessimam circiter suæ partem seu 12 gradus confecit. Quare cum Terra singulis fere diebus gradum unum emeriatur, antequam Saturnum, à quo digressa, iterum assequatur, ultra annum spatium 12 fere elabantur dies necesse est, consequenter spatium temporis inter duas retrogradationes \hbar intercedens erit circiter unius anni ac dierum 12. Nec ab simili modo ostenditur, inter duas retrogradationes \hbar interjici spatium temporis aliquanto majus anno uno ac mense uno, inter duas Martis vero biennium circiter.

THEOREMA XIX.

590. *Orbita Martis Telluri propior, quam Orbita Jovis & hac eidem propior quam Saturni Orbita: Orbita Lunæ denique est omnium proxima.*

DEMONSTRATIO.

Mars enim Jovem, Jupiter Saturnum, Luna Planetas omnes superiores Oculo in Terra constituto tegere potest (§. 541). Mars igitur inter Jovem & Tellurem, Jupiter inter Martem & Saturnum intercedit, Luna vero Telluri proxima, adeoque Orbita Martis propior est quam Orbita Jovis, hac vero propior Orbita Saturni, Lunæ autem Orbita omnium proxima. *Q. e. d.*

THEOREMA XX.

591. *In Hypothesi Terra mota, Saturnus diutius est retrogradus quam Jupiter & hic diutius quam Mars.*

DEMONSTRATIO.

Illud attendentibus ad Demonstrationes superiores satis patet, si Planeta

superior in F tempore retrogradationis apparentis immotus foret, Puncta stationum fore eadem cum Punctis C & D, in quibus Radii ex Planeta in Centrum Telluris ducti Orbitam ejus tangunt. Ducatur etiam Tangens GA à Planeta remotiore, qui necessario ultra D cadet (§. 23. *Analys. infinit.*). Foret ergo arcus AEB, quem Terra emetiretur in retrogradatione Planctæ remotioris G major arcu CD, quem durante retrogradatione propioris F conficit. Quare cum Saturnus longius distet à Terra quam Jupiter & Jupiter longius quam Mars (§. 590); major arcus Orbitæ Telluris retrogradationi Saturni quam Jovis & major retrogradationi Jovis quam Martis responderet. Et si vero Planctæ interea, dum retrogradi ex Tellure spectantur, in Orbita sua progrediantur, adeoque arcus Orbitæ Telluris retrogradationibus eorum respondententes fiant minores prout ex attendita consideratione Demonstrationum superiorum perspicere datur: cum tamen motus \hbar sit tardior motu \hbar motusque \hbar tardior motu \hbar (§. 32. & seqq.), Puncta stationum, quæ arcum supra dictum determinant, à Punctis contactuum minus distabunt in Saturno quam in Jove, & in Jove minus quam in Marte, adeoque arcus ille major adhuc erit pro Saturno, quam pro Jove & major pro Jove, quam pro Marte; consequenter cum Terra in arcu majore diutius commoretur quam in breviori, retrogradationes Saturni erunt diuturniores quam Jovis & Jovis diuturniores quam Martis. *Q. e. d.*

Tab:
VI.
Fig. 63.

THEOREMA XXI.

592. *In Hypothesi Terræ mota, Saturnus per minorem arcum quam Jupiter & Jupiter per minorem quam Mars retrograditur.*

DEMONSTRATIO.

Tab.
VI.
Fig. 63.

Si Planeta superior G, cum retrogradus videtur, immotus staret, arcus Orbitæ AB per quem Tellus durante retrogradatione incederet, inter tangentes GB & GA interciperetur, foretque pro Planeta remotiori G major quam pro viciniore, nempe $AEB > CED$, quemadmodum modo ostendimus (§. 591). Quare cum HD & HA sint ad FD & GA perpendiculares (§. 304. *Geom.*) & angulus $EHD < EHA$ (§. 84. *Arithm.*); erit $HFD > HGA$ (§. 241. *Geom.*), consequenter $CFD > BGA$. Quoniam itaque rectæ FL & FM magis divergunt rectis GN & GO, majorem quoque arcum inter Fixas comprehendunt, hoc est, Planeta viciniore F per majorem arcum LM retrograditur, quam remotior G per NO. Jam cum Planeta tardius Tellure progrediatur, perinde est ac si ille quiesceret, hæc vero excessu celeritatis suæ supra celeritatem Planetæ moveretur (æstimatur autem hic celeritas ex motu angulari circa Solem), motus enim Planetæ non nisi tempus retrogradationis abbreviat, seu arcus CD & AB minores efficit, ceu patet ex Demonstratione præcedente. Quare Planeta viciniore etiam si secundum Signorum successionem in Orbita sua incedat, per majorem arcum retrogredi videtur, quam remotior si-

mili motu latus, adeoque \bar{n} per arcum minimum, 4 per mediocrem, \bar{J} per maximum retrograditur (§. 591).
Q. e. d.

SCHOLIUM.

593. *Rudis hæc Phænomenorum motus proprii Planetarum determinatio ad præsens institutum sufficit: ex subsequen- tibus autem, ubi Planetarum Theoriam tradiderimus, distinctius constabit, quod supposito motu Telluris circa Solem exactissime omnium iisdem satisfiat, ita ut ipse RICCIOLUS Tabulas Astronomicas conditurus, quæ Observationibus responderent, ad motum Telluris, quem ex decreto Inquisitorum Scripturæ Sacræ adversum profitebatur & acriter impugnabat, tanquam ad sacram anchoram confugere teneretur (a). Ita sane DECHALES in Casu simili ejus vestigia lecturus (b): „ P. „ RICCIOLUS inquit, licet ab Hypothesi „ Copernicana esset valde alienus eamque „ pro viribus fuisset infectatus, nullas „ tamen Tabulas aptare potuit, quæ me- „ diocriter Observationibus responderent, „ nisi secundum Systema Terræ motæ, „ quamvis inusitata advocasset subsidia, „ Epicyclosque mutabiles perpetuoque in- „ cremento & decremento obnoxios, va- „ rietate ad Eclipticam inclinatos adhi- „ buisset. Unde in sua *Astronomia Re- „ formata*, in qua Tabulas motuum Cæ- „ lestium accuratissimas, omnibusque Ob- „ servationibus accommodatas se daturum „ promiserat, in Hypothesin Terræ motæ „ relabatur.*

THEOREMA XXII.

594. *Si Terra motu annuo circa Solem revolvitur, nec Diameter Orbitæ ejus ad distan-*

(a) Vid. *Astron. Reformatæ* Lib. X. C. 1. f. 353. 354.

(b) In *Mundo Mathem.* Tom. 4. *Astron. Lib.* VI. Prop. 55. fol. 551. 552.

distantiam Fixarum à Terra habeat rationem insensibilem; distantia Fixarum, cum inter se, tum etiam à Vertice; non omni tempore eadem, in specie Stella Polaris distantia à Vertice in Solstitiis alia, quam in Æquinoctiis.

DEMONSTRATIO.

Si duæ Stellæ A & B Eclipticæ vicinæ, & earum altera A in oppositione cum Sole S, videbitur distantia earundem sub angulo BCA (§ 536). Quod si eadem A fuerit in conjunctione cum Sole S, spectabitur distantia sub angulo BDA (§ 535). Sed si CD ad CA habeat rationem sensibilem; erit $BCA > BDA$ (§. 188. *Geom.*). Distantia igitur Stellarum B & A diverso anni tempore varia existit. *Quod erat unum.*

Si Stellæ M & N fuerint extra Eclipticam seu procul ab ea sitæ; Tellure in T existente, videbuntur sub angulo MTN, & illa in V constituta sub angulo MVN. Quod vero non in omni situ Telluris anguli MTN & MVN æquales esse possint vel exinde liquet, quia angulo MTN invariato, angulus MVN vel major, vel minor evadit, prout Stella N vel n puncto T vel propior vel ab eo remotior supponitur. *Quod erat alterum.*

Quoniam elevatio Poli non mutatur diversis anni temporibus (§. 147); Tellus in Orbita circa Solem ita incedere debet, ut Axis ejus sit constanter Axis Sphæræ mundanæ, hoc est, sibi ipsi Parallelus, adeoque motu annuo Polus Telluris Circulum quendam describit, eodemque modo patet, Polum Eclipticæ in Tellure designatum itidem Circulum

alium describere debere. Sit ergo M Polus Eclipticæ respectu Solis, P Polus Mundi respectu ejusdem, & Circuli *abcd* & ACBD designent eos, quos Polus Eclipticæ & Polus Æquatoris Terrestris describunt. Sit porro PM arcus Coluri Solstitiorum æqualis distantiae Poli Eclipticæ à Polo Mundi & adeo in $A \odot \overline{\text{ab}}$, in $B \odot \times$ (§. 186) Fiat angulus PMS distantiae Stellæ Polaris à principio Cancris quoad longitudinem, recta MS distantiae ejusdem à Polo Eclipticæ æqualis: erit in S Stella Polaris. Quando Terra est in Ariete, Polus ejus erit in C; quando vero in $\overline{\text{ab}}$, idem in A erit (§. 168): in priori adeo casu distantia Stellæ Polaris à Polo SC, in altero SA. Est vero $SC < SA$ (§. 302. *Geom.*): distantia ergo Stellæ Polaris non omni anni tempestate eadem, si Diameter Orbitæ Telluris ad distantiam Fixarum habuerit rationem sensibilem: alias enim DC videbitur ex Tellure sub angulo insensibili, adeoque multo magis differentiae rectarum ex S ad alia puncta Peripheriæ ACBD ductarum & distantiae SC sub angulo insensibili comprehendentur. *Quo erat tertium.*

Tab. VI. Fig. 66.

COROLLARIUM.

595. Tellure in T constituta, Stella n videbitur cum N una eademque: sed ubi illa ad V pervenit, distabit à N aliquo intervallo. Unde in Hypothesi Terræ motæ fieri potest, ut una Stella certo anni tempore appareat in duas aut plures divisa.

Tab. VII. Fig. 65.

DEFINITIO X.

596. Si Fixa ex duobus, diversis locis, veluti quæ Terra motu annuo circa Solem

lem lata diverso tempore in Orbita sua occupat, spectatur; differentia locorum Opticorum dicitur *Parallaxis Fixarum*. Vocatur autem *Parallaxis absoluta* differentia locorum Opticorum ejusdem Fixæ ex Centro Solis & Centro Terræ spectatæ, vel angulus, qui intercipitur rectis ex Centro Solis & Centro Terræ in Centrum Fixæ ductis. Quæ ex Parallaxi absoluta in Latitudinem & Longitudinem Fixæ ex Centro Solis ac Centro Terræ spectatæ, nec non in ejusdem Declinationem atque Ascensionem rectam redundat differentia, *Parallaxis Latitudinis, Longitudinis, Declinationis* acque *Ascensionis rectæ* appellatur.

THEOREMA XXIII.

Tab. VI. Fig. 64. 597. Si distantia Solis à Terra CS ad distantiam Fixæ ab eadem BC rationem sensibilem habuerit; Parallaxis absoluta CBS sensibilis, nec toto anni tempore eadem; maxima vero, ubi angulus ad Terram maximus.

DEMONSTRATIO.

Etenim ut distantia Solis à Terra CS ad distantiam Fixæ ab eadem CB, ita Sinus anguli Parallaxici SBC seu Parallaxis Fixæ absolutæ ad Sinum anguli BSC (§. 33. *Trigon.*). Quod si ergo CS ad CB rationem sensibilem habet, Sinus etiam Parallaxeos Fixæ absolutæ ad Sinum anguli BSC, consequenter etiam ipsa Parallaxis absoluta Fixæ ad angulum BSC rationem sensibilem habere debet. Quamobrem cum Sinus anguli BSC ad Sinum anguli BCS sit, ut distantia Fixæ à Terra ad ejusdem distan-

tiam à Sole, adeoque angulus BSC admodum sensibilis esse debeat (§. 541); Parallaxis quoque Fixæ quin sensibilis esse debeat dubitari nequit. *Quod erat primum.*

In omni puncto Orbitæ cum sit ut Sinus anguli ad Terram BCS ad distantiam Solis à Fixa, ita Sinus Parallaxeos absolutæ CBS ad distantiam Solis à Terra (§. 33. *Trigon.*); erit Sinus anguli ad Terram ad Sinum Parallaxeos absolutæ, ut distantia Solis à Fixa ad distantiam ejus à Terra (§. 173. *Arithm.*). Jam in Hypothesi Terræ motæ, Centrum Solis in S quiescit, adeoque distantia à Fixa BS eadem semper est (§. 11. *Astron.* & §. 170. *Geom.*). Quoniam vero ex inferioribus sequentibus clarius patebit, in præfenti negotio Orbitam Solis sumi posse Circularem & Solem in ejus Centro supponi; consequenter distantia quoque Solis à Terra eadem censei potest (§. 40. *Geom.*); in duobus quibuscunque Orbitæ Punctis Sinus Parallaxium absolutarum ejusdem Fixæ erunt inter se ut Sinus angulorum ad Terram (§. 167. *Arithm.*). Jam cum per Observationes constet, si qua detur sensibilis Parallaxis, eam tamen valde exiguam esse debere, Sinus vero angulorum exiguorum sunt ut ipsi Sinus; Parallaxes absolutæ ejusdem Fixæ, in duobus quibuscunque Punctis Orbitæ Telluris, erunt ut Sinus angulorum ad Terram (§. cit. *Arithm.*); consequenter cum anguli ad Terram non sint ejusdem quantitatis, atque adeo nec eorundem Sinus inter se æquales; Parallaxis absoluta Fixæ ejusdem toto anni tempore eadem non est. *Quod erat secundum.*

Angulus ad Terram vel rectus esse debet, vel acutus, vel obtusus (§. 66. *Geom.*). Quamobrem cum Sinus totus, qui Sinus anguli recti est (§. 2. *Trigon.*), sit omnium Sinuum maximus (§. 6. *Trigon.*), & Parallaxes absolutæ Fixæ ejusdem in diversis Orbitæ Telluris punctis sint inter se ut Sinus angulorum ad Terram *per demonstrata*; Parallaxis absoluta maxima erit, ubi angulus ad Terram rectus. *Quod erat tertium.*

COROLLARIUM.

598. Quoniam Parallaxes Latitudinis, Longitudinis, Declinationis & Ascensionis rectæ à Parallaxi absoluta pendent (§. 596); singulæ quoque toto anni tempore eadem non sunt; consequenter si Parallaxis quædam Fixarum absoluta sensibilis datur, Latitudo quoque, Longitudo, Declinatio & Ascensio recta ejusdem Fixæ toto anni tempore non erit eadem.

SCHOLIUM.

599. *Qua lege Latitudo, Longitudo, Declinatio & Ascensio recta ob Parallaxin Fixarum mutetur, jam non inquirimus, cum paucis Theoria ista tradi non possit. Dedit eam Astronomus eximius EUSTACHIUS MANFREDIUS (a), apprime necessariam, ut intelligatur, num detur aliqua Fixarum Parallaxis si qua in Declinatione, Ascensione recta, Latitudine ac Longitudine annua mutatio observetur. Neque enim ex qualibet variatione annua colligi potest Parallaxis Fixarum; sed necesse est eam sequi Parallaxeos legem annuam; quod ubi non observaveris, fieri poterit ut Parallaxin aliquam Fixis sensibilem tribuas, quæ tamen ipsis competere nequit. Quid hætenus circa eam observandam moliti fuerint Astronomi & quem successum habuerit ipsorum studium, nostrum est exponere.*

(a) In Tractatu De annis Stellarum inerrantium aberrationibus.

OBSERVATIO XLI.

600. ROBERTUS HOOKIUS *per Telescopium 86 pedum perpendiculariter erectum primus observavit Stellam lucidam in capite Draconis ipsi Zenith Collegii Greshamensis, quod Londini est, 27" circiter vel 30" in Solstitio Brumali propiorem, quam in Æstivo (b). Observavit An. 1669. d. 6. Julii distantiam à Vertice Septentrionem versus 2' 12", d. 9. Jul. 2' 12", d. 6. Aug. 2' 6", d. 21. Octobr. 1' 48" vel 50" (c). Has Observationes cum lege annua Parallaxeos Fixarum ad amussim conspirare, ut mireris in re tam delicata consensum, demonstravit MANFREDIUS (d).*

OBSERVATIO XLII.

601. *Post HOOKIUM ab A. 1689. usque ad A. 1697. ope Quadrantis muralis pedum 6 cum unciis octo variationes distantie Stelle Polaris à Vertice observavit Cæl. FLAMSTEEDIUS (e): ex quibus etsi Parallaxin Fixarum inferret Astronomus summus, eas tamen ab annua Parallaxeos hujus lege abhorreere & privatis literis ipsum docuit ROEMERUS (f) & publice demonstravit CASSINUS filius (g), atque DAVID GREGORIUS aliam variationis hujus causam allegat (h), ob quam Parallaxin inde*

(b) Vid. Tractatus Anglicus, cui Titulus; *An attempt to prove the motion of the Earth.*

(c) Vid. Epistola Flamstedii apud Wallisium Vol. III. f. 107. & seqq.

(d) Loc. cit. C. 8. p. 61. 62.

(e) Vid. Epistola laudata apud Wallisium.

(f) Vid. Horrebovii Copernicus triumphans C. 2. p. 6.

(g) Memoires de l'Acad. Roy. des Scienc. A. 1699. p. m. 207.

(h) In Elem. Astron. Phys. & Geom. Lib. IV. Prop. 55. Schol. f. 275.

inde illatam suspectam reddit. Eandem aberrationem Stellæ Polaris jam ante observaverat PICARDUS in Itinere Uraniburgico; sed cum attentius eandem examinaret, eam aliunde quam à Parallaxi annua pendere agnovit (a).

OBSERVATIO XLIII.

602. JACOBUS CASSINUS A. 1714. Telescopio simplici trium pedum in Plano Meridiani immobiliter posito variationes altitudinum Sirii observavit (b). Inter altitudinem maximam, quæ d. 9. Julii notata, & minimam, quæ d. 29. Decembris deprehensa, differentia 11" observata. Ad d. 9. Julii autem usque ad d. 5. Octobr. altitudo maxima decrevit 5" 30^{'''}. Etsi autem HALLEIUS (c) observationes istas suspectas reddere conetur; eas tamen cum lege Parallaxeos Fixarum annua consentire demonstrat MANFREDIUS (d).

OBSERVATIO XLIV.

603. MARALDUS A. 1704 & 1705. differentias Ascensionum rectorum à Sirio ad Arcturum observavit, quas ad MANFREDIUM A. 1707. misit. Eas cum propriis A. 1727 & A. 1728. habitis exhibet MANFREDIUS (e), & cum lege Parallaxeos annua Fixarum confert. Harum aliquas cum eadem consentire,

(a) Mém. de l'Acad. Roy. des Scienc. loc. cit. Conf. Manfredius loc. cit. p. 63. 64.

(b) Mémoires de l'Acad. Roy. des Scienc. A. 1717. p. m. 330.

(c) Philosophic. Transact. num. 364. p. 1. & seqq.

(d) Loc. cit. p. 65. 66.

(e) Loc. cit. c. 9. p. 71. & 72.

alias magis dissentire deprehendit, quam quis suspicari poterat.

OBSERVATIO XLV.

604. Jam ante MARALDUM ab Anno 1692 ex temporibus, quæ inter transitus duarum Stellarum per Meridianum intercedunt. variationes Ascensionis rectæ elicit OLAUS ROEMERUS & ejus exemplo excitatus Observationes istas postea continuavit HORREBOVIUS ac inde cum ROEMERO Parallaxin annuam fixarum determinat 30" seu scrupuli primi dimidii (f). Enimvero MANFREDIUS (g), qui & ipse istiusmodi Observationibus A. 1728 & 1729. vacavit, non modo illorum Observationes suis prorsus contrarias deprehendit, verum etiameasdem à Lege Parallaxeos annua prorsus dissentire evicit.

OBSERVATIO XLVI.

605. Tandem JACOBUS BRADLEIUS (h) summo studio & Instrumentis exquisitissimis variationes Declinationis annuas in 20 Stellis scrutatus est, cumque eas nullo modo per Parallaxin annuam representari posse animadverteret, eas admirando prorsus inter Observationes & Hypothesin consensu, per novam aberrationis legem exhibuit, quam à successiva Luminis propagatione motuque Telluris annuo simul deduxit, scilicet quod Terra interea temporis pro-

(f) In Copernico Triumphante C. 5. S. 26. p. 24.

(g) In Commentariis Bononiens. Scientiar. & Art. Institut. p. 612. & seqq.

(h) Philos. Transact. num. 406. p. 637. & seqq.

greditur, dum Lumen à Fixa ad Oculum Observatoris propagatur. MANNFREDIUS (a), Hypotheseos Bradleianæ, quam dilucide exponit, cum aberrationibus Ascensionalibus consensum scrutatus invenit, non omnia quidem ad amissum quadrare, in plerisque tamen Stellis multo sane majorem cum hac Hypothese, quam cum annuis Parallaxibus consensum reperit, ac in quibusdam tam manifestum, ut minime casui ascribi posse videatur, etsi causas Physicas à BRADLEIO allatas minime probet.

COROLLARIUM I.

606. Quoniam variationes Annuæ Declinationis ac Ascensionis rectæ Fixarum hæcenus observatæ cum lege Parallaxeos annua non profus consentiunt, etsi quædam earum ab eadem non abhorreant; à vero aberrarunt, qui exinde Parallaxin Fixarum annuam inferre ausi.

SCHOLIUM I.

607. Unde porro patet, falli etiam eos, qui motum Telluris annum per Parallaxin Fixarum demonstratum esse contendunt.

COROLLARIUM II.

608. Cum variationes Fixarum, quas in Declinatione & Ascensione recta subeunt, in paucis scrupulis secundis observentur, nullæ autem observentur Parallaxes annuæ; evidens est, Parallaxin annuam Fixarum, si Hypothesis Terræ motæ sit vera, duobus scrupulis secundis minorem esse debere, adeoque in proxima Fixa non posse unico scrupulo secundo majorem assumi.

SCHOLIUM II.

609. Observantur Declinationes & Ascensionis rectæ Fixarum (§. 150. 228) ac inde Latitudines & Longitudines calculo definiuntur (§. 243). Quamobrem & aberrationes Fixarum, quoad Declinationes & Af-

consiones rectas, tantummodo observantur, neglectis iis, quæ ad Longitudinem & Latitudinem spectant.

SCHOLIUM III.

610. Interest autem rei Astronomicæ, ut aberrationes istæ Fixarum annuæ Observatorum cura ad liquidum perducantur, non modo ut inde Catalogi Fixarum emendantur, verum etiam ut loca Planetarum ex Observatione rectius determinentur & motus ipsorum accuratius constituentur.

THEOREMA XXIV.

611. Si Terra quiescit, & Sol cum Stellis universis circa Tellurem motu diurno revolvitur; Sidera remotiora celerius, viciniora tardius circa Tellurem revolvuntur.

DEMONSTRATIO.

Stellæ nimirum omnes duplici motu moveri videntur, altero ab Ortu versus Occasum, altero ab Occasu in Ortum (§. 21. 30), cum vero impossibile sit, ut Stella, dum ab Ortu in Occasum progreditur, eodem tempore ab Occasu in Ortum promoveatur; si motus ab Ortu in Occasum est verus, alter ab Occasu versus Ortum erit tantum apparens, ortus nempe ab inæquali motus diurni celeritate. Ponamus enim Lunam cum Fixa aliqua hodie culminare: quoniam Luna, ex Hypothesi, tardius movetur quam Fixa ab Ortu in Occasum, ubi crastina die Fixa ad Meridianum accedit, Luna adhuc inde versus Ortum distabit, adeoque à Fixa versus Ortum discessisse putatur, videturque motus proprius ob majorem à Fixa distantiam tanto celerior, quo communis tardior. Cum adeo Lunæ motus proprius omnium celerrimus (§. 24), in Sole multo tardior (§. 26)

(a) In Commentar. Bononiens. p. 628. & seqq.

& inde usque ad Fixas continuo decreseat (§. 32. & seqq.), in quibus tandem omnium tardissimus apparet (§. 256); necesse est motus communis in Fixis sit omnium velocissimus, in \hbar multo tardior, in z multo adhuc tardior & ita porro, tandemque in Luna omnium tardissimus. Distantia vero Fixarum à Tellure major quam Planetarum omnium, Saturni major quam Jovis, Jovis major quam Martis, Martis plerumque major quam Solis, Solis denique major quam Lunæ (§. 541), adeoque remotiora Sidera celerius, viciniora tardius circa Tellurem revolvuntur. *Q. e. d.*

COROLLARIUM I.

612. Quoniam remotiora Sidera Peripherias majores describunt vicinioribus (§. 412. *Geom.*), & celerius tamen circa Tellurem revolvuntur (§. 611); Peripheriæ majores breviori tempore describuntur minoribus.

COROLLARIUM II.

613. Motus ergo viciniorum tardior, quam remotiorum.

SCHOLIUM.

614. *Hæc inconcinnitas vitatur in Systemate Terræ motæ, ubi multo convenientius quilibet Planeta tanto majus temporis spatium in Orbita sua motu annuo circa Solem emetientia insumit, quo amplior extiterit.*

THEOREMA XXV.

615. *Si Terra quiescit & Sidera motu communi circa eam revolvuntur; immani celeritate feruntur.*

DEMONSTRATIO.

Inferius independenter ab his ostendetur, distantiam Lunæ à Terra mediocrem esse minimum 57 Semidiametrorum Terrestrium, hoc est, quia Semi-

diameter Terrestris est 860 milliaria Germanicorum, ut in *Geographia* demonstratum, 49020 milliaria Germanicorum. Quoniam itaque Peripheria Circuli diurni Lunaris 307845 milliaria existit (§. 429. *Geom.*); Lunæ motus horarius erit 12827 milliaria & singulis minutis secundis, hoc est intervallo minore, quam quod unico arteriæ pulsu metiri liceat, milliaria tria cum quinque partibus nonis & amplius, Luna conficiet, utut tardissime omnium lata (§. 611). Patebit ulterius inferius, Solis distantiam à Terra mediocrem esse 22000 Semidiametrorum Terrestrium seu 18920000 milliaria Germanicorum, adeoque spatium Solis diurnum, quando in Æquatore existit, 118817600 milliaria (§. 429. *Geom.*). Intervallo itaque unius minuti secundi, hoc est, intra Oculi nictum, Sol spatium conficit 1375 milliaria Germanicorum. Patebit præterea distantiam Solis à Terra esse ad distantiam Martis fere ut 1 ad $1\frac{1}{2}$, ad distantiam Jovis ut 1 ad $5\frac{1}{4}$, ad distantiam Saturni ut 1 ad 9. Quare cum spatia diurna (§. 429. *Geom.*), adeoque & reliqua quæcunque eodem tempore descripta, in eadem ratione existant (§. 171. *Arithm.*); z , unico Oculi nictu, progredietur 2062, z 7219, z denique 12375, milliaria Germanica. Et quoniam Fixæ longiori multo intervallo quam z à Terra distant (§. 541); motus Fixarum in Æquatore aut prope eundem constitutarum, multo velocior erit motu Saturni. Apparet adeo admissa quiete Telluris, Sidera celeritate incredibili circa eam revolvi debere. *Q. e. d.*

SCHOLIUM.

616. *Equidem TYCHO DE BRAHE, qui Terræ quietem, præjudiciis quibusdam inductus, defendit, distantiam Solis à Terra, consensu omnium Astronomorum recentiorum, ob rationes suo loco adducendas, justo minorem facit, ita ut distantia Fixarum ipsi sit 14000 Semidiametrorum Terreſtrium adeoque multo minor distantia Solis à Terra à nobis vi Observationum recentiorum & accuratiorum assumpta; sed admissa illa Fixarum distantia extra controversiam justo minore, spatium à Fixa prope Equatorem constituta, unico niſtu Oculi, confectum est 875 milliarium Germanicorum, utique adhuc enorme, etsi spatium à Luna confectum sit tolerabile.*

THEOREMA XXVI.

617. *Si Terra quiescit & Sidera motu communi moventur; singuli Planetæ singulis diebus Spiras singulas describunt, usque ad certum terminum versus Boream excurrentes & inde rursus ad terminum oppositum versus Austrum recurrentes, nunc ampliores, nunc arctiores.*

DEMONSTRATIO.

Singulorum enim Planetarum distantia à Vertice quotidie mutatur, ad certum usque terminum versus Boream crescens, inde rursus usque ad alium versus Austrum decrescens (§. 39). Quare cum Poli altitudo constanter eadem observetur (§. 147), nec tamen Planetæ ad idem Meridiani Punctum restituantur; non Circulos, sed Spiras usque ad certos terminos versus Polos hinc inde excurrentes describunt. *Quod erat unum.*

Planetæ singuli non eandem constanter à Terra distantiam retinent, sed nunc propius ad eam accedunt, nunc longius ab eadem recedunt (§. 550) & superio-

res, præsertim in Oppositione cum Sole, Terræ multo propiores sunt quam in Conjunctione (§. 551): in majori ergo à Terra distantia Spiras majores seu ampliores, in minore minores seu arctiores describunt. *Quod erat alterum.*

COROLLARIUM I.

618. Cum tamen motus observetur tardior, si Planeta longius à Terra distet, quam si eidem propior extiterit (§. 613; Spiræ majores celerius describuntur minoribus.

COROLLARIUM II.

619. Et quia distantia maxima & minima Planetarum à Terra non eidem Cæli puncto affixa (§. 549. 551); singulis diebus ab omni retro avo Planetæ singuli alia delati sunt per Cælum via.

SCHOLIUM I.

620. *Facile apparet, supposita quiete Telluris, inextricabiles sequi motus Planetarum, qui supposito ejus motu diurno & annuo simplicissimi sunt. Nec ullus hætenus Astronomus vel somniavit de motu Planetarum in Spiris variabilibus computando: sed qui Solem circa Terram quiescentem finxerunt mobilem, in Theoriis Planetarum motum vertiginis Telluris tacite quasi supposuerunt, ut Spiræ diurnæ in Circulos degenerarent, in quibus Planetæ motu proprio ab Occasu versus Ortum incederent: adeo scilicet Astronomiæ infensa est quies Telluris!*

SCHOLIUM II.

621. *Quemadmodum vero Systema Terræ quiescentis sibi relictum nullius est in Astronomia usus; ita exiguum quoque in Physica utilitatem habet, cum præcipuorum Phenomenorum nulla inde ratio reddi possit, adeoque vel provocandum sit ad Numinis nutum immediatum (quod tamen idem esse in Physicis, quod in Geometria est reductio ad absurdum, inter intelligentes & rerum Metaphysicarum satis peritos constat), vel ad rationes nobis*

latentes. Sane ut Astronomi Telluris quieti faventes motus Planetarum Phenomena cum Solis præsertim motu complicata salvarent, Orbitam Telluris tanquam Epicyclum Orbitæ Planetarum affixerunt, ita ut Planeta in Epicyclo incederet, dum i se per Orbitam suam circa Solem deferretur: quamvis ne sic quidem voti sui satis compotes fuerint facti.

THEOREMA XXVII.

622. *Terra movetur & motu diurno seu vertiginis, & motu annuo circa Solem.*

Ex Observationibus constat, Solem cum omnibus Planetis, ac Stellis fixis quotidie oriri atque occidere & successive ad alios aliosque Circulos Verticales appellere (§. 11). Sol autem & Planetae singuli inæqualibus temporum intervallis motu quodam singulis proprio ab Occasu in Ortum feruntur (§. 23. & seqq.), distantias à Vertice in culminatione continuo mutant (§. 39), omnes Soli opponuntur, præter Venerem & Mercurium (§. 517) & superiores in Oppositione cum Sole propiores sunt, quam in Conjunctione (§. 551) suntque circa eam retrogradi, inferioribus circa Conjunctionem retrogradis factis (§. 562). Quo Planeta superior à Terra remotior, eo frequentius fit retrogradus, Venere tamen inter inferiores contraria ratione tardius retrograda facta quam ♃ (§. 563). Saturni retrogradationes sunt diuturnæ, Jovis mediocres, Martis brevissimæ (§. cit.), Saturnus tamen per arcum minimum, ♃ per mediocrem, ♃ per maximum retrogreditur (§. 564). Fixarum à Vertice distantia non semper eadem toto anni tempore, immo aliquo tempore Stella una

videtur in plures divisa (§. 543), immo variationes Declinationis & Ascensionis rectæ annuæ observantur (§. 601. & seqq.) & Gravititas accedendo ad Æquatorem continuo imminuitur (§. 566). Admisso motu Telluris cum vertiginis, tum annuo, hæc omnia necessario consequuntur (§. 579 & seqq.), ita ut non solum Phenomenorum singulorum quoad minimas circumstantias ratio pateat, verum etiam (prout in sequentibus docetur) Phenomena singula prompte computari & prædici possint. Et quamvis variationes distantie à Vertice, Declinationis & Ascensionis rectæ annuæ cum lege Parallaxeos Fixarum à motu Telluris annuo resultante (§. 597) non prorsus consentiant (§. 604); admisso tamen motu Telluris annuo resultant (§. 605). Ex adverso, posita Tellure in universo quiescente, omnis concinnitas in motu Siderum tollitur (§. 611. & seqq.) Sidera singula, sola fere Luna excepta, incredibili prorsus celeritate per Cœli spacia quotidie vagantur (§. 615), motusque Planetarum adeo implicantur (§. 617) ut vix Phenomenorum generalis ratio inde reddi, multo minus eadem juxta accuratum computum in futurum prædici possint (§. 593. 620). Nulla igitur ratio suadet, Terram quiescere & Solem cum Stellis reliquis circa eam moveri: sed consistendum necessario, Tellurem & motu vertiginis cieri & cum comitatu sui simillimo (§. 525) circa Solem naturæ à Planetis omnibus prorsus diversæ (§. 431) motu annuo ferri.

COROLLARIUM.

623. Quia Poli altitudo toto anni tempore eadem observatur (S. 147), necesse est Tellurem in Orbita sua circa Solem ita librari, ut Axis ejus Axi Mundi constanter sit parallelus.

SCHOLION I.

624. COPERNICUS hunc motum Motum librationis vocat, non inepte hoc simili illustrandum. Globus cum Axe Axi Telluris parallelus in aplestri summo navali circa Axem mobili appictus cogitetur: quod à Noto constanter impellatur, dum circa insulam navigatur: evidens est, in omni Navis situ Axem Globi picti manere Axi Mundano parallelum.

SCHOLION II.

625. Agnovere motum Telluris jam inter veteres Philosophi compures. Motum diurnum Telluris CICERONE teste (a) primus detexit NICETAS SYRACUSANUS; annum circa Solem PHILOLAUS (b). Centum annis post PHILOLAUM & amplius, ARISTARCHUS Samius clarius Systema Terra motu proposuit, teste ARCHIMEDE (c). Obstitit autem Gentilium superstitio, quo minus ulterius excoleretur & ab omnibus Philosophis, saltem sanioribus, propugnaretur. Sacrilegii enim accusatus est ARISTARCHUS à CLEANTHE, quod Universi Lares, Vestamque loco movisset (d). Recentiori ævo NICOLAUS CUSANUS Cardinalis (e), motum Telluris asseruit: non tamen Systema Terra motu invaluit, antequam COPERNICUS summa ingenii vi præclarum ejus in Astronomia usum apertissime ostende-

(a) Quæst. Tusculan. Lib. II. non proprus circa finem.

(b) Plutarchus Lib. III. de Placit. Philos. C. 11. & 13. & Laetius Lib. V II. C. 85.

(c) In Arenario Itatim ab initio.

(d) Vid. Plutarch. in Opusculo de facie in Orbe Luna

(e) De docta ignorantia Lib. XI. & XII.

ret (f), cui mox omnes Philosophi & Astronomi altius vulgo literatorum sapientes, mentem à superstitionis labe repurgatam habentes & extra censura Ecclesiastica pericula constituti accessere, ita ut KEPLERUS jam suo tempore scribere potuerit (g); „Hodier-
 „no tempore præstantissimi quique Philo-
 „sophorum & Astronomorum COPERNI-
 „co adstipulantur: secta est hæc glacies,
 „vicinus suffragiis melioribus, ceteris pe-
 „ne sola obstat superstitio aut metus à
 „CLEANTHIBUS: & Vir summus,
 „CHRISTIANUS HUGENIUS confi-
 „teatur (h); Omnes nunc Astronomos,
 „nisi vel tardiore fuerint ingenio, vel
 „hominum imperio obnoxiam habeant
 „credulitatem, motum Telluri locum-
 „que inter Planetas absque dubitatione
 „decernere.

SCHOLION III.

626. Sunt qui Terra motum non admittunt, quod eum Scriptura Sacra divinitus revelata adversum judicent, tum quod in ea Sol oriri & occidere, tum quod tempore JOSUÆ stetisse dicatur. Enimvero videamus, quinam sit Scriptura de ortu, occasu & statione Solis sensus? Ne autem sensum alienum verbis Scripturae affingamus, neque inde inferamus, quæ nullo modo inferri possunt, in Regulis interpretandi ante omnia conveniamus necesse est. Suppono itaque 1. Verbis Scripturae singulis suas respondere notiones, & cum tenere sensum eorundem, cui notiones istæ interpretandum occurrunt: 2. Verba Scripturae cum attentione lecta notiones modo dictas in animo à præjudiciis libero excitare valere. Si prius negaveris, concedendum erit, verba Scripturae esse sine mente sonantia

M m m 3

(f) In Libris Revolution. Cœlestium.

(g) In Epitom. Astronom. Copernic. Lib. I. p. 140.

(h) In Cosmæthecro Lib. I. p. m. 14.

num: id quod utique absurdum & in Auctorem ejus blasphemum. Si posterius non admittendum tibi videatur, excitationem notionum cum verbis Scripturæ combinandarum ad supernaturalem Spiritus S. operationem referenti; Textus Hebraicus Veteris & Græcus Novi Testamenti prælectus intelligitur ab homine Hebraicarum & Græcarum litterarum ignaro, modo asserat animum sincerum & veritatis salutis agnoscendæ cupidum, opemque Spiritus S. precibus ardentibus efflagitet: id quod tamen denuo absurdum censetur, utpote Experientiæ communi adversum. Hinc vero 3. consequitur, necesse esse, ut aut Deus ipse exhibuerit vocum in Scriptura concurrentium definitiones, aut, si notiones jam supponit, ut nobis via ordinaria ad eas pervenire datum sit. Unde tandem 4. concluditur, non alias cum verbis Scripturæ combinandas esse notiones quam quæ ad res præsentibus occurrunt (§. 19. Metho. I. Mathem.). Per ortum adeo Solis intelligit apparentiam antea latentis in Horizonte, per occasum Solis vero occultationem modo conspicui in Horizonte (§. 14.). Quando ergo Ecclesiastes cap. I. 5. Oritur Sol, inquit, & occidit, & ad locum suum revertitur, non alius certe verborum sensus est, quam Solem, qui modo latuerat, nunc apparere in Horizonte, postquam conspicuus fuerat, denuo occultari & occultatione facta, ad plagam Orientis denuo restitui. Hæc nempe cuilibet manifesta sunt ad Solem attendentibus, adeoque hæc, non aliæ notiones, vi superiorum à Deo supponi possunt. Similiter cum Jos. X. 12, 13. Sol & Luna stetisse dicuntur, per stationem intelligitur situs non mutatus, aut, si major, ejusdem situs conservatio. Dum enim Josua jussit Solem stare super Urbe Gabaon & Lunam super valle Ajalon, non aliud certe requisivit, quam ut Sol, qui ipsi super Urbe constitutus apparebat, situm non mutaret. Exinde ergo, quod Solem jusserit tueri situm eundem, inferri sequitur, eum circa Terram quiescentem moveri.

SCHOLIUM IV.

627. Nimirum probe tenendum est, duplicem dari rerum naturalium cognitionem, alteram confusam, quæ Sensui & Imaginationi debetur; alteram distinctam, quæ Intellectui accepta referri debet. Illa Historiam naturalem absolvit & in nuda Phænomenorum recensione acquiescit: hæc vero Scientiam naturalem constituit & rationes Phænomenorum reddit. Quemadmodum Imaginatio Intellectui, ita & Historia naturalis Scientiæ naturali nunquam contraria est, modo rite intelligantur, quæ de notionibus rerum naturalium modo dicta sunt: neque sibi invicem opponi possunt. Historia naturalis ad captum omnium composita; Scientia naturalis captum non modo vulgi, sed etiam pleborumque literatorum transcendit, quippe non comparanda, nisi prius in Althei & in Experimentando ac Observando fueris versatus & Intellectus in eam formam transferat, quæ literatis superiorum, quas vulgo vocant, Facultatum plerique negatur. Scriptura itaque cum de rebus naturalibus verba facit, non ad Scientiam, sed ad Historiam naturalem pertinentia tradit, quippe non solis Philosophis veri nominis, sed vulgo etiam & literatis in rebus naturalibus non alius vulgo sapientibus intelligenda. Patet adeo, ex Scriptura Sacra dirimi non posse controversiam de motu Terra, cum hæc quaestio ad Scientiam naturalem pertineat, adeoque à Philosophis Mathematicis decidenda. Egregie in rem nostram GASENDUS (a) duplicem modicum sacrum distinguit, alterum scriptum, qui Biuliorum nomine venit, alterum Naturam rerum, & illius interpretes Theologos, hujus vero Mathematicos agnoscit; Deo nimirum duplici lumine sese manifestante, Revelationis puta ac Demonstrationis. In Scientia adeo naturali audiendi sunt Mathematici, sicut in ob-

jectis

(a) In Oratione inaugurali, quæ editioni Hagienſi Institutionis Astronomiæ ejusdem subjungitur. p. 165.

jectis fidei Prophetæ, quorum illi non minus, quam hi Dei ad Homines Interpretes. Et quemadmodum extra limites evagari censerentur Mathematici, qui res fidei ex Geometria confutandas aggredierentur: ita non minus cancellos egrediuntur Theologi & Concionatores, qui de quæstionibus ad Scientiam naturalem spectantibus & Geometriæ ac Opticæ ignorantum captum longe superantibus ex Scriptura Sacra, quæ nihil earum rerum docet, decretoriam sententiam proterve pronuntiant. Exemplo sunt LACTANTIUS atque AUGUSTINUS, quorum ille de rotunditate Telluris (a), hic de Antipodibus (b) pueriliter admodum locutus, etsi uterque Scripturæ quædam verba in favorem Hypothesos suæ, oppido falsæ, adduceret.

SCHOLIION V.

628. Neque est quemadmodum alibi (c) jam monuimus, cur Ecclesiæ Romanæ Doctoribus scrupulum moveat Copernicanum Systema, cum nec placitis Ecclesiæ suæ repugnet, cujus post Scripturam autoritas ipsis quoque sacra esse debet. Etsi enim à Cardinalibus librorum Censuræ præpositis in GALILÆO damnatum fuerit (d); nunquam tamen à Pontifice Summo, neque à Concilio pro Hæresi declaratum, ut Systema Terræ quiescentis pro articulo fidei haberi debeat: qua ratione CARTESIUS Systema Copernicanum amplexus, salva in Ecclesiam Romanam & Pontificem maximum reverentia à scrupulis conscientiam liberavit (e). Immo Ecclesiam non niti contra evidentiam, sed declaraturam, quod Systema terræ motæ S. S. adversum non sit, quamprimum aliqua ejus Demonstratio in medium proferetur, rescripto (f) jam publice declaravit P. FABRI è

(a) Institut. divin. Lib. III. C. 14.
 (b) De Civitate Dei Lib. XVI. C. 9.
 (c) In Ratione Prælectionum S. Ct. 1. C. 3. §. 24.
 (d) Ricciolus in Almag. vetere & novo. Tom. II. Lib. IX. Sect. IX. C. 40. f. 498. & seqq.
 (e) In Epistola ad Mersenum, quæ est 80. Part. 2.
 (f) Legitur in Transact. Anglican. A. 1665. mense Junio.

Societate Jesu, Pœnitentiarius in templo D. Petri, quod Romæ est. Quamobrem & permittit, ut eodem tanquam Hypothesi in rebus Astronomicis utamur, quemadmodum jam supra (S. 593) exemplo RICCIOLI docuimus.

SCHOLIION VI.

629. Quodsi tamen quis fuerit aut hebetiore ingenio, quam ut hactenus dicta capere possit, aut infirmior, quam ut sibi persuadeat, à Deo permitti, ut Scripturam in nonnullis non intelligant, qui ad eam interpretandam Ecclesiæ præficiuntur; ei cum Viro summo KEPLERO (g) suadeo, „ ut missa „ Schola Astronomica, damnatis etiam, si „ placet, Philosophorum placitis suas res „ agat, & ab hac peregrinatione munda „ dana desistens domum ad agellum suum „ excolendum se recipiat, oculisque, quibus solis videt, in hoc adspectabile Cœlum sublatis, toto pectore, in gratiarum actionem & laudes Dei Conditoris effundatur, certus se non minorem Deo cultum præstare, quam Astronomum, cui Deus hoc dedit, ut mentis oculo perspicacius videat, quæque invenit, super iis Deum suum & ipse celebrare possit & velit, nec unquam ab Astronomis utpote non secundum affectuum impetum, sed secundum rationem pronuntiantibus, vicissim damnatum iri.

THEOREMA XXVIII.

630. Sol fere in medio Systematis Planetarii quiescit, nisi quod motu vertiginis circa proprium Axem moveatur. Circa eum moventur in Orbitis peculiaribus 1°. Mercurius, 2°. Venus, 3°. Tellus, 4°. Mars, 5°. Jupiter & 6°. Saturnus: circa Terram vero in peculiari Orbita movetur Luna, interea dum totum illud spatium, quo Orbita Luna continetur, una sum Tellure circa Solem

(g) In Introductione ad Commentarios de Motibus Stelle Martis.

Solem transfertur & simili modo quatuor circa Jovem, quinque circa Saturnum Satellites gyrantur.

Tab.
VII.
Fig. 67.

Sit enim in S Sol & Terra in T. Quoniam Orbita Veneris atque Mercurii Solem S ambit, Tellure T extus constituta, Orbitaque Mercurii intra Orbitam Veneris continetur (§. 576); circa Solem duo describantur Circuli, designabit eorum interior Orbitam ☿, exterior orbitam ♀. Porro cum Lunæ Orbita Tellurem ambiat, sed non Solem (§. 578); repræsentabitur per Circulum circa Terram descriptum. Similiter cum Orbitæ Saturni, Jovis atque Martis & Solem S, & Tellurem T. ambiant, eorum tamen Centra Soli S propiora esse debeant, quam Terræ T (§. 577), sitque Orbita ♂ Telluri propior, quam ♃ & Orbita ♄ propior quam ♁ (§. 591); ex Sole S describantur tres Circuli ambitu suo Tellurem T continentes, repræsentabit intimus Orbitam ♂, medius Orbitam ♃ & extimus Orbitam ♁. Circa Jovem describantur quatuor, circa Saturnum quinque Circuli; erunt iidem Orbitæ Lunularum Jovialium & Saturniarum (§. 500. 518). Denique cum Tellus T motu annuo circa Solem S feratur (§. 622); ex Sole S per Tellurem T describatur Circulus, qui ejus Orbitam exhibebit & spatium, quod inter Orbitas Veneris & Martis alias vacuum relinqueretur, occupabit. Ter-

ram vero cum Planetis reliquis ita circa Solem moveri, ut, dum progrediuntur, continuo circa Axes suos convertantur, ex superioribus (§. 496. 498.) manifestum est. Patet adeo Systema Planetarium ea ratione se habere, qua ipsum in Theoremate præsentè descripsimus.

COROLLARIUM.

631. Sunt itaque ♃, ♄, ♂, ♀, ♁, & ♁ Planetæ primarii; ♃ vero secundarius est (§. 529).

SCHOLIUM.

632. *En celebre hoc avo Mundi Systema, quod ab instauratore COPERNICO vulgo Copernicanum dici solet, & cujus ope Astronomia ad insignem perfectionem deducta. TYCHO DE BRAHE (a) Orbitam Telluris omittit & ejus loco Orbitam Solis circa Terram circumducit, quæ Orbitam ♂ intersecat, ut is Telluri Sole propior fieri possit (§. 491), sicque Systema Copernicanum fere totum probat. Enimvero cum nulla ratio (§. 620. 621), sed sola superstitio (§. 627. 628), suadeat, Solem circa Tellurem moveri, Terram vero quiescere, non opus est ut figmentorum recensione Astronomie puritatem commaculemus. Id itaque annotasse nobis suffecerit, quod in Systemate Tycho-nico nullæ sint Planetarum Orbitæ nisi fictitiæ (§. 620): quod adduxit ORIGANUM (b) & LONGOMONTANUM (c), ut motu vertiginis Telluris concesso, motum annuum Soli concederent.*

(a) Progymnasim. Lib. II. C. 8. p. m. 189.

(b) Vid. Præfat. ad Ephemerides.

(c) Astron. Danicæ Lib. I. C. 1. f. 161.

CAPUT IV.

De Theoria Planetarum Primariorum.

HYPOTHESIS.

633. **T**ellus & Planeta omnes Primarii moventur in Orbita Elliptica circa Solem, in cujus Foco uno S Sol quiescit, ea quidem lege, ut radius vector SI ex centro Solis S in centrum Planeta I ductus describat areas ISA temporibus proportionales.

SCHOLIION.

634. Hec ex multiplici Observationum collatione magna Ingenii sagacitate deduxit KEPLERUS (a), mire triumphaturus, si, quod recentius repertum infra expressius docebitur, Theoriam suam Geometriæ & Mechanicæ apprime conformem intellexisset. Ante KEPLERUM Astronomi omnes Orbitas Planetarum supposuere Circulos eccentricos: qualis quidem Orbita in Sole sic satis Observationibus satisfaciebat, at in Planetis reliquis, præsertim in Marte nimium ab iis aberrabat Orbitas Planetarum esse lineas in se redeuntes ex eo constabat, quod elapso aliquo temporis intervallo restituantur ad eundem terminum, unde digressi fuerant. Quoniam linearum in se redeuntium notissima Circulus, cui in Geometria Elementari locus est; facile erat supponere, Orbitas istas esse Circulares. Et quia motus Solis & Lunæ inæquabilis apparebat, qui ob perennitatem suam æquabilis iudicabatur; Orbitam Solis & Lunæ esse Circulum Telluri eccentricum inferebatur, præsertim cum & continua & certa lege facta Diametrorum apparentium variatio continuam distantiarum à Terra mutationem loqueretur. In Sole Circulus eccentricus sa-

Wolfii Oper. Mathem. Tom. III.

tisfacere videbatur salvandis Phenomenis ea certitudine, ut prædici possent; sed in Marte nullo satisfaciebat modo, ut adeo indomitus KEPLERO ansam daret de motu Elliptico cogitandi, felici prorsus conatu.

DEFINITIO XI.

635. *Perihelium* est Punctum Orbitæ P, in quo Planeta minimam à Sole S distantiam habet. In motu Solis circa Terram idem dicitur *Perigaum*. Tab. VII. Fig. 68.

DEFINITIO XII.

636. *Aphelium* est Punctum Orbitæ A, in quo Planeta maximam à Sole S distantiam habet. In motu Solis circa Terram idem dicitur *Apogaum*.

DEFINITIO XIII.

637. *Linea Apsidum* est recta AP ex Aphelio A in Perihelium P ducta.

DEFINITIO XIV.

638. *Eccentricitas* est distantia centri Orbitæ C à Sole S.

SCHOLIION.

639. In Astronomia vetere dicitur *distantia centri Orbitæ à centro Terra*.

DEFINITIO XV.

640. *Intervallum* est recta IS ex centro Planetae I in Solem S ducta, seu distantia Planetae à Sole IS.

DEFINITIO XVI.

641. *Circulus eccentricus* est Circulus PDAE ex centro Orbitæ C dimidio Axe CA tanquam radio descriptus.

Nnn

SCHO-

(a) In Commentariis de Motibus Stellæ Martis.

Tab.

VII.

Fig. 68.

SCHOLIION.

642. *In vetere Astronomia Circulus eccentricus est ipsa Orbita Planetæ.*

DEFINITIO XVII.

643. *Motus medius est, quo Planeta in sua Orbita æquabiliter moveri supponitur.*

SCHOLIION.

644. *Ad eum adeo determinandum opus est, ut integræ revolutionis Periodus in quantumlibet minimis scrupulis definiatur.*

DEFINITIO XVIII.

645. *Motus verus est motus Planetæ, qualis ex Tellure spectatur.*

DEFINITIO XIX.

646. *Anomalia est distantia Planetæ ab Aphelio vel Apogæo.*

DEFINITIO XX.

647. *Anomalia media sive simplex in veteri Astronomia est distantia loci medii Planetæ ab Apogæo; in recentiore KEPLERI tempus, quo Planeta ab Aphelio A usque ad locum medium seu Punctum Orbitæ suæ I digreditur.*

COROLLARIUM.

648. Quoniam area ASI tempori, quo Planeta arcum AI describit, proportionalis est (§. 633); eadem mensura Anomalix mediæ optime constituitur.

DEFINITIO XXI.

649. *Anomalia eccentrici est arcus Circuli eccentrici AK inter Aphelium A & rectam KL, quæ per centrum Planetæ I ad Lineam Apfidum AP perpendicularis ducitur, interceptus.*

DEFINITIO XXII.

650. *Anomalia vera vel coæquata seu angulus ad Solem est angulus ASI, sub*

quo distantia Planetæ ab Aphelio AI ex Sole videtur.

COROLLARIUM.

651. In motu adeo Solis erit distantia loci veri Solis ab Apogæo ex Tellure visa (§. 636), seu potius distantia loci veri Telluris ab Apogæo ex Sole visa quæ isti æquipollet (§. 571).

DEFINITIO XXIII.

652. *Æquatio centri seu Prosthaphæresis est differentia inter locum verum & medium Planetæ, seu quod perinde est, inter Anomaliam mediam & coæquatam.*

PROBLEMA V.

653. *Observare Æquinoctium seu ingressum Centri Solis in Æquatorem.*

RESOLUTIO.

1. Cum hodie ex Ephemeridibus & Calendariis constet dies, in quo Solis Æquatorem ingreditur, eo die observetur altitudo Solis meridiana (§. 129. 137), per additionem Parallaxeos (§. 368) & subtractionem Refractionis corrigenda (§. 336).
2. Conferatur altitudo Solis cum altitudine Æquatoris: cui si æqualis deprehendatur, Æquinoctium in ipsum meridiem incidit. Quod si illa hac major fuerit, Æquinoctium vernale ante meridiem, autumnale post eundem contigit. Denique si illa hac minor deprehendatur, vernale post meridiem, autumnale ante eundem accidit (§. 158). Quare
3. Altitudo minor è majore auferatur, ut relinquatur Declinatio Solis (§. 150).

Dico

Dico, tot horis ante vel post meridiem contigisse Æquinoctium, quot scrupulorum primorum Declinatio extiterit.

DEMONSTRATIO.

Intervallo 24 horarum Sol primum fere gradum Arietis vel etiam Libræ percurrere observatur (§. 203) & in spatio tam exiguo supponere licet, Declinationis incrementa in casu priore, decrementa in posteriore esse tempore proportionalia. Cum adeo Declinatio in $11^{\circ} \varphi$ & \sphericalangle fit $24'$, supposita Declinatione Eclipticæ $23^{\circ} 30'$, aut juxta DN. DE LA HIRE $23^{\circ} 29'$ (§. 198); evidens est Declinationem tunc temporis variari minuto uno in singulas horas. *Q. e. d.*

OBSERVATIO XLVI.

654. Quodsi plures Observationes Æquinoctiorum inter se conferantur, Solem diutius in Signis Borealibus, quam in Australibus commorari manifestum est. Juxta CASSIN. Observationes Sol commoratur in Signis Borealibus 186 d. 14 h. 53', in Australibus vero 178 d. 14 h. 56', differentia adeo existente 7 d. 13 h. 57' (a).

COROLLARIUM.

655. Cum maxima Solis à Terra distantia hodie in \odot sit, minima in \sphericalangle (§. 554); Sol longius commoratur in Semicirculo, in quo majorem à Terra distantiam habet.

PROBLEMA VI.

656. Observare Solstitium, seu ingressum Solis in $\odot \varphi$ & $\odot \sphericalangle$.

(a) Astron. Reform. Lib. I. C. 7. f. 22. 23.

RESOLUTIO.

1. Cum hodie ex Ephemeridibus & Calendariis non ignotus dies, quo Solstitium accidere debet; per aliquot dies observetur altitudo meridiana Solis, maxima, qua fieri potest, acuratione, magno imprimis Gnomone, qui Quadrantibus hoc in negotio præferendus (§. 129. 137).
2. Quamprimum tres obtinentur altitudines, quarum media in Solstitio Æstivo major, in Hiberno minor extat reliquis, hoc ipso dies Solstitii innotescit (§. 159).
3. Altitudo Solstitialis conferatur cum altitudinibus immediate antecedente & consequente. Quodsi enim ambæ fuerint æquales, Solstitium in ipsum meridiem incidit: si præcedens fuerit major consequente, Solstitium Æstivum post meridiem accidit, Brumale vero ante eundem.
4. Quare cum Declinatio Solis tunc temporis intervallo 24 horarum non ultra 15 secunda mutetur (§. 198), differentia altitudinis Solstitialis ab antecedente vel consequente per subtractionem inventa, ope Regulæ trium reperitur horarum intervallum, quo à meridie Solstitium distat.

COROLLARIUM.

657. Error adeo 15 secundorum in altitudine meridiana admixtus producit errorem integri diei in tempore Solstitii definiendo.

SCHOLIUM.

658. Patet hinc difficultas observandi Solstitia, ut adeo alium modum observandi Solsti-

tia excogitaverit HALLEIUS (a), demonstratum à GREGORIO (b), quo Solstitia accuratius observari posse confidit, quam Æquinoctia observantur (§. 654). Opera igitur pretium judicamus ut eundem hic distincte exponamus & ex primis Principiis, more nostro, demonstremus.

LEMMA I.

Tab. XII. 659. Sinus versus RG & Rg sunt in ratione duplicata Chordarum RC & Rc Fig. 98. Rc arcuum, ad quos referuntur.

DEMONSTRATIO.

Est enim ut Diameter Circuli ad Chordam RC, ita Chorda RC ad Sinum versus RG & ut eadem Circuli Diameter ad Chordam Rc ita Chorda Rc ad Sinum versus Rg (§. 330. *Geom.*), consequenter Diameter ad Sinus versus RG & Rg in ratione duplicata Diametri ad Chordas RC & Rc (§. 216. *Arithm.*). Quamobrem Sinus versus RG & Rg sunt in ratione duplicata Chordarum RC & Rc (§. 196. *Arithm.*). Q. e. d.

COROLLARIUM.

660. Quoniam arcus exigui sunt inter se ut Chordæ; si arcus RC & Rc fuerint exigui, erunt Sinus versus RG & Rg in ratione duplicata arcuum RC & Rc.

THEOREMA XXIX.

661. Differentia Declinationum Solis à maxima, paulo ante & post Solstitium, sunt inter se in ratione duplicata temporum inter singula Observationum momenta & ipsum Solstitium interceptorum.

(a) In Transact. Anglic. num. 219. & p. 12.

(b) In Elem. Astron. Phys. & Geom. Lib. III. Prop. 11. f. 221. & seqq.

DEMONSTRATIO.

Designet arcus RL Eclipticæ portionem exiguam prope punctum Solstitiale R & recta eam tangens TR portionem Tropici. Ex punctis Eclipticæ C & c demittantur ad TR perpendiculares, erunt DC, *dc* distantia à Tropico, cum arcus exigui pro lineis rectis haberi possint; consequenter differentia Declinationum in C & c à maxima in R. Quodsi RG ducatur ad TR perpendicularis, erit ea pars Diametri (§. 292. *Geom.*) & ductæ ex punctis c & C rectæ CG & *cg* ipsis DR & *dr* parallelæ erunt ad RG perpendiculares (§. 230. *Geom.*), consequenter DC = GR & *dc* = *gr* (§. 226. *Geom.*). Quamobrem cum RG & *rg* sint in ratione duplicata arcuum RC & Rc (§. 659); erunt etiam DC & *dc*, seu differentia Declinationum Solis à maxima in Punctis C & c, in ratione duplicata eorundem arcuum RC & Rc. Patebit ex inferioribus, ideo quod Apogæum Solis à Puncto Solstitiali non procul distet, motum ad sensum æquabilem esse. Sunt itaque arcus CR & *cR* ut tempora, quibus percurreuntur (§. 31. *Mech.*); consequenter differentia Declinationum in punctis C & c à maxima DC & *dc* sunt circa Solstitia in ratione duplicata temporum inter momenta Observationum in C & c & Solstitium interceptorum. Q. e. d.

COROLLARIUM I.

662. Quoniam arcus RC pro recta sumi potest, cum sint *cd* & CD inter se parallelæ (§. 256. *Geom.*); erit *dR* : DR = *cR* : CR (§. 268. *Geom.*), consequenter cum arcus

cR

CR & CR repræsentent tempus ab Observationibus in *c* & C factis usque ad Solstitium in R residuum, quemadmodum ex Demonstratione intelligitur, idem tempus etiam exponi potest per rectas *dR* & *DR*.

COROLLARIUM II.

663. Et quoniam $Rg : RG = gc^2 : GC^2$ (§. 661. 662); arcus Eclipticæ exiguus LR prope Solstitium Parabolam repræsentat, cujus Abscissæ *Rg*, *RG* exponunt differentias Declinationum à Declinatione maxima, semiordinatæ vero *gc*, *GC* tempora inter momenta Declinationum observatarum & ipsum Solstitium intercepta.

THEOREMA XXX.

664. Si circa Solstitium observentur umbræ Gnomonis præalti, in G, F & E, erunt differentia umbrarum EG & EF differentia Declinationum Solis in Observationum momentis.

DEMONSTRATIO.

Quoniam Gnomon AB ad BG perpendicularis, anguli BAG, BAF & BAE tanquam suis verticalibus æquales (§. 156. *Geom.*) exhibent distantias Solis à Vertice, consequenter cum tantundem ad Verticem Sol accedat, quantum ab Æquatore recedit, adeoque Declinatio ejusdem augetur (§. 75). & contra; anguli EAG & EAF sunt differentias Declinationum in G, E & F æquales. Concipiamus jam Planum aliquod CD ad Planum BG ita inclinatum, ut radius *Ae* sit ad idem perpendicularis, ob angulos *eAf* & *eAg* admodum exiguos, etiam *Af* & *Ag* ad idem Planum erunt propemodum perpendiculares; consequenter si centro A ducas arcus per Puncta *e, g* & *f*, ipsis

perpendiculares (§. 38. *Anal. infin.*), arcus isti angulorum *eAf* & *eAg* mensuræ (§. 57. *Geom.*) sensibilibiter non differunt à rectis *ef* & *eg*, atque ideo hæ rectæ pro differentis Declinationum Solis in G, E & F haberi possunt. Jam quia Gnomon AB præaltus, per *hypoth.* rectæ *Gg*, *Ff*, *Ee*, in puncto valde remoto A concurrentes, pro parallelis haberi possunt. Quamobrem erit $GE : EF = ge : ef$ (§. 268. *Geom.*); consequenter umbrarum in G, E & F observatarum differentia GE & EF sunt ut differentia Declinationum in Observationum momentis. *Q. e. d.*

Tab. XII. Fig. 99.

COROLLARIUM.

665. Quodsi ponamus in H esse locum umbræ Solstitialis; erunt HG, HF, HE differentia Declinationum Solis in G, F & E à Declinatione maxima.

PROBLEMA VII.

666. Datis tribus Observationibus umbrarum Gnomonis præalti in eodem Circulo verticali circa Solstitium, veluti inter 5 dies ante Solstitium & intra quinque dies post idem, in G, F & E; invenire tempus Solstitii.

Tab. XII. Fig. 100.

RESOLUTIO & DEMONSTRATIO.

I. Cum differentia umbrarum à Solstitiali HG, HF, HE sint in ratione duplicata temporum inter momenta Observationum & tempus Solstitii interceptorum (§. 665. 661); si circa rectam BH, in qua observantur umbræ Gnomonis, descripta concipiatur Parabola NHP, transiens in Vertice per terminum umbræ Solstitialis BH, & HG, HF, HE sint

Tab.
XII.
Fig.
100.

differentiæ umbrarum observatarum à Solstitiali; erunt GN, EM & FO tempora inter Observationum momenta & Solstitium in H intercepta (§. 663).

2. Sit igitur tempus inter primam & secundam Observationem intercedens $AC=NR=a$, tempus intercedens inter secundam Observationem & tertiam $CD=b$, differentia umbrarum in prima & secunda Observatione $EG=c$, differentia earundem in secunda & tertia $EF=d$, tempus inter Observationem secundam & Solstitium intercedens $ME=x$; erit tempus inter primam & Solstitium interceptum $NG=a+x$ & quod intercipitur inter tertiam & Solstitium $FO=b-x$. Quodsi porro Parameter fuerit $=p$; erit $EH=x^2:p$, $HG=(a^2+2ax+x^2):p$ & $FH(b^2-2bx+x^2):p$ (§. 391. *Analys. infin.*).

3. Habemus itaque

$$c = \frac{a^2 + 2ax}{p} \quad d = \frac{b^2 - 2bx}{p}$$

$$p = \frac{a^2 + 2ax}{c} \quad p = \frac{b^2 - 2bx}{d}$$

$$\frac{a^2 + 2ax}{c} = \frac{b^2 - 2bx}{d}$$

$$\frac{a^2d + 2adx}{2adx + 2bcx} = \frac{b^2c - 2bcx}{b^2c - a^2d}$$

$$x = \frac{b^2c - a^2d}{2ad + 2bc}$$

Patet adeo, quomodo inveniatur tempus EM sive CB inter Observationem umbræ secundam in E & momentum Solstitii in B intercedens. Nimirum

1. Quadratum temporis à secunda Observatione usque ad tertiam ducatur in differentiam umbræ in prima & secunda Observatione, & quadratum temporis inter primam & secundam Observationem intercedentis in differentiam umbrarum in secunda & tertia Observatione.

2. Ducantur etiam ipsa tempora in easdem umbrarum differentias.

3. Tandem differentia factorum *num. 1.* repertorum dividatur per duplam summam factorum *num. 2.* inventorum: quotus erit tempus à secunda Observatione usque ad momentum Solstitii.

Quodsi etiam desideres tempora inter primam & tertiam Observationem atque Solstitii momentum interjecta, cum sit prius $MG=a+x$, posterius

$$FO=b-x; \text{ erit illud } = a + \frac{b^2c - a^2d}{2ad + 2bc}$$

$$= \frac{2a^2d + 2abc + b^2c - a^2d}{2ad + 2bc}$$

$$= \frac{a^2d + 2abc + b^2c}{2ad + 2bc}; \text{ hoc vero}$$

$$= b - \frac{b^2c - a^2d}{2ad + 2bc} = \frac{2abd + 2b^2c - bc^2 + a^2d}{2ad + 2bc}$$

$$= \frac{2abd + a^2d + b^2c}{2ad + 2bc}.$$

Si umbra in F sit media inter umbram in E & G, ut nempe $AC=CD$, erit $a=b$, adeoque x

$$= ME = \frac{a^2c - a^2d}{2ad + 2ac} = \frac{ac - ad}{2d + 2c},$$

$$MG = \frac{a^2d + 2a^2c + a^2c}{2ad + 2ac} = \frac{3ac + ad}{2d + 2c}$$

$$\& FO = \frac{2a^2d + a^2d + a^2c}{2ad + 2ac} = \frac{3ad + ac}{2d + 2c}$$

Nimirum

Dupla

Dupla summa differentiarum, quæ inter umbras in prima & secunda, atque in secunda & tertia Observatione intercedunt est ad differentiam earundem, ut tempus inter primam & secundam Observationem intercedens ad tempus inter Observationem secundam & Solstitium interceptum.

Et ut eadem dupla summa ad summam simplam, sed dupla differentia umbrarum in prima & secunda Observatione auctam, ita tempus inter primam & secundam Observationem ad tempus inter primam & Solstitium.

Denique ut eadem dupla summa ad summam simplam, sed dupla differentia in secunda & tertia Observatione auctam, ita tempus inter primam & secundam Observationem intercedens ad tempus inter tertiam Observationem & Solstitium interceptum.

SCHOLIION.

667. Regula hæc Praxi admodum accommodata & ex ipsa resolutione Problematis apparet, cur HALLEIUS afferuerit, Solstitia facilius & accuratius observari posse quam Æquinoctia. Etenim umbrarum Observationes facillimæ, & calculus nulla alia Elementa Astronomica ab aliis Observationibus pendentia supponit, quemadmodum Observationes Æquinoctiorum obnoxia sunt refractionibus & calculus eorundem pendet ab elevatione Æquatoris & Declinatione maxima Eclipticæ (S. 635).

OBSERVATIO XLVII.

668. Quodsi Observationes Æquinoctiorum cum Observationibus Solstitiorum conferas; inæqualitas moræ Solis in quatuor Eclipticæ quadrantibus manifesta est. Juxta RICCIOLUM (a) mora Solis in Signis vernalibus 93 d. 36'; in æstivis 93 d. 12 h. 12'; in autumnalibus 89 d. 14 h. 11'; in hibernis 89 d. 45'.

PROBLEMA IX.

669. Invenire quantitatem Annæ Solaris, hoc est, temporis intervallum, quo Sol Eclipticam percurrit.

RESOLUTIO.

1. Observatio Æquinoctii antiqua conferatur cum Observatione recentiore; ubi prius antiqua methodo inferius tradenda ad eundem meridianum atque idem Calendarium fuerit reducta, & per subtractionem investigetur præcessio Æquinoctiorum, hoc est, temporis intervallum, quo à die Observationis antiquæ in antecedentes retrogressum.
2. Quaratur tempus inter duas Observationes intercedens in Annis Julianis, quorum unusquisque 365 dierum & horarum 6, & per illud Præcessio Æquinoctiorum dividatur, quotus est Præcessio anni unius.
3. Quodsi ergo hæc à quantitate Annæ Juliani subducatur, relinquetur quantitas Annæ vera.

E. gr. HIPPARCHUS observavit A. 158. ante Christum natum *Alexandriæ* Æquinoctium autumnale d. 27 Sept. hora 24, seu in ipso meridie: HEVELIUS vero A. 1655 *Dantiscæ* d. 12 Sept. 21 h. 12' 30". Est ergo

Æq. HIPPARCHI. Sept. 26. 24 ^h . 0'. 0"	
Diff. Meridianorum subt.	1. 27. 9
Æq. HIP. in Merid. <i>Dantiscæ</i>	26. 22. 32. 51
Æq. HEVELII	12. 21. 12. 30
Præcessio Æquinoct.	14. 1. 20. 21
Intervallum An. 1812.	
Ergo Præcess. annua	11'. 10". 12 ^{'''} . 37 ^{''''}
Annus Julianus. 365 ^d . 5 ^h . 59'. 59 ^{''} . 60 ^{'''}	
Præcess.	11. 10. 12. 37
Annus Solaris	365. 5. 48. 49. 47. 23.

(a) Astron. Reform. Lib. I. C. 7. f. 22. 23.

SCHOLIION.

670. *In quantitate Anni Solaris determinanda Æquinoctia Solstitiis præferuntur, quia Solstitia communi methodo difficilius observantur (§. 6). Et Æquinoctia Autumnalia Vernalibus anteponuntur, quia Vernalium Observationes Refractio, ob vapores Vere copiosiores, magis turbare creditur.*

OBSERVATIO XLVIII.

671. KEPLERUS *in* Tabulis Rudolphinis *quantitatem Anni Solaris ponit* 365 dierum, 5 h. 48' 57" 39^{III}, RICCIOLUS *in* Astronomia Reformata 365 d. 5 h. 48' 48", TYCHO *in* Progymna matibus 365 d. 5. h. 48' 50", DE LA HIRE *in* Tabulis Astronomicis 365 d. 5 h 49', *qualem nimirum invenerunt* BLANCHINIUS *atque* CASSINUS (a) & Calendarii Gregoriani *Autores supposuerunt.*

PROBLEMA IX.

672. *Data quantitate Anni Solaris, invenire motum Solis medium in anno 365 dierum, item diurnum, horarium, &c.*

RESOLUTIO.

Quia motus medius est tempori proportionalis (§. 643), erit ut quantitas Anni Solaris ad 360°, ita annus 365 dierum, dies unus, hora una, scrupulum unum &c. ad arcum Eclipticæ eo tempore conficiendum. Reperietur adeo hic arcus ope Regulæ trium (§. 302. *Arithm.*).

E. gr. PHILIPPUS DE LA HIRE assumit quantitatem anni 365 d. 5 h. 49' (§. 671),

(a) Vid. Acta Erudit. A. 1705. p. 309.

reperitur adeo motus in anno communi *II* Signorum 29° 45' 40", in uno die 59' 8", in una hora 2' 28", in uno minuto primo 2" 28" &c.

COROLLARIUM.

673. Per solam adeo additionem instar Abaci Pythagorici (§. 109. *Arithm.*) inde construuntur *Tabule motuum mediorum* in annis, diebus, horis & scrupulis.

PROBLEMA X.

674. *Observare locum Aphelii & Perihelii, seu situm Linea Apfidum determinare.*

RESOLUTIO.

Quoniam Terra in Aphelio maximam, in Perihelio minimam à Sole distantiam habet (§. 635. 638); ibi motus ejus tardissimus, hic velocissimus apparet (§. 354.). Observetur itaque singulis diebus locus Solis, dum Cancrum & Capricornum ingreditur, summa, qua fieri potest, accuratione (§. 203) & loca se invicem consequentium dierum à se invicem subtrahantur, ut relinquatur motus Solis diurnus. Quando enim velocissimus, in Perihelio Terra est; quando tardissimus, in Aphelio; consequenter cum constet, ubi hæreat Sol, hoc ipso patet ubi sit Terræ Aphelium & Perihelium.

Aliter.

I. Quodsi Observationes locorum Solis per aliquod temporis intervallum continentur, donec idem motus Solis diurnus bis reperiat; duo habentur loca ab Aphelio & Perihelio æquidistantia. Quamobrem

2. Si arcus inter duo ista loca interceptus bifariam dividatur, habetur locus Aphelii vel Perihelii, prouti Observationes $\odot \text{ } \overline{\text{D}}$ vel $\odot \text{ } \text{X}$ propiores (§. 554).
3. Cum Aphelium Perihelio opponatur (§. 633); loco uno dato alter innotescit, addito Semicirculo seu 180° .

PROBLEMA XI.

675. *Invenire Eccentricitatem Solis.*

RESOLUTIO.

1. Quoniam Diameter apprens Solis maxima est ad minimam ut $32' 43''$ ad $31' 38''$, (§. 552), hoc est (reductione scrupulorum primorum ad secunda facta) ut 1963 ad 1898; erit distantia Solis à Terra maxima SA ad minimam PS ut 1963 ad 1898 (§ 212. *Optic.*).
2. Cum adeo sit $PS + SA = PA = 3861$; reperietur Radius Eccentrici CP, 1930; consequenter $SC = PC - PS = 32$.
3. Quare si $CP = 100000$: invenitur $CS = 1658$ (§. 302. *Arithm.*).

COROLLARIUM.

676. Cum Eccentricitas SC in Sole vix sexagesimam Radii Eccentrici CP partem excedat (§. 675); Orbita Solis Elliptica à Circulari non admodum differt.

SCHOLIUM.

677. Unde non mirum, quod Calculus in Circulo Eccentrico institutus Observationibus satis respondeat. Et quoniam Eccentricitas ex variatione Diametrorum apparentium, in quibus observandis error aliquot scrupulorum secundorum evitari vix potest, deducta

Wolfii Oper. Mathem. Tom. III.

non satis exacta haberi debet; ideo nil obstat, quo minus Eccentricitas & locus Apogai in Hypothesi Circuli eccentrici investigetur: quod adeo faciemus Problemate sequente.

PROBLEMA XII.

678. *Datis duabus Observationibus Æquinoctiorum sibi immediate succedentium & uno loco Solis extra puncta Æquinoctialia & Solstitialia in S; invenire Eccentricitatem TC & locum Apogai A.* Tab. VIII. Fig. 69.

RESOLUTIO.

1. Ob datum locum Solis L datur arcus DL, distantia \odot à puncto Æquinoctiali verno; consequenter angulus LTD (§. 57. *Geom.*) & ejus contiguus LTB (§. 149. *Geom.*).
2. Ob datum tempus Æquinoctii in B; datur tempus, quo Sol ex L in B pervenit: cui conveniens motus medius Solis reperietur (§. 672), & sic habebitur angulus SCM seu SCI.
3. Similiter, ob datum tempus Æquinoctii in D, datur tempus, quo Sol ex M pervenit in W: cui conveniens motus medius reperietur (§ 672), & sic habebitur angulus MCW; consequenter angulus CMW (§. 248 *Geom.*), & ob ante repertum LTB (*num. 1*) angulus MIT (§. 245. *Geom.*), cui SIC æqualis (§ 156. *Geom.*).
4. Datis adeo in Triangulo CSI latere CS 100000 & angulis SCI & CIS (*num. 2 & 3*), invenitur latus CI (§ 36 *Trigon.*), quod ex radio CM subductum relinquit MI.

Tab. 5. Hinc porro in Triangulo MIT ex VIII. datis singulis angulis (*num.* 1 & 3) & latere MI (*num.* 4) reperitur TI (§. 36. *Trig.*).

6. Denique ex datis in triangulo TIC lateribus TI & IC (*num.* 4 & 5) & angulo CIT (*num.* 3 & §. 149 *Geom.*), invenitur angulus ITC, seu LTA, distantia Apogæi AL à loco Solis in L observato (§. 40. *Trigon.*) & Eccentricitas TC (§. 36. *Trigon.*).

E. gr. RICCIOLUS (a) observavit Bononiæ A. 1655. d. 30. Jul. in ipso merid. locum ☉. 7°. 0'. 8" Ω & Æquinoctium Autumnale in B, d. 22. Sept. 18^h. 55' A°. 1656. Æquinoct. Vernale in D, d. 19. Mart. 9^h. 51'.

Erat adeo

Tempus quo ☉ ex L in B pervenit 54^d. 18^h. 55'

Tempus quo ex B in D promotus 178^d. 14. 56.

Unde

Angulus SCM	-----	54°. 0'. 35"
Angulus MCW	-----	176. 3. 10. 35 ¹¹
Ergo CMW	-----	1. 58. 25
Angulus LTD	-----	127. 0. 8.
LTB.	-----	52. 59. 52
MIT seu CIS	-----	125. 1. 43
CIT	-----	54. 58. 17
CSI	-----	0. 57. 42.

Quare si CS = 100000

reperitur CI = 2049½, IM = 97951

TI = 4224, CT = 3480

LTA ----- 28°. 50'. 0"

LTD ----- 127. 0. 8

Ergo ATD ----- 98. 10. 8

hoc est locus Apogæi ☉ 8°. 10'. 8".

COROLLARIUM I.

679. Quodsi ex supposita Eccentricitate TC, quæ in circulo eccentrico repræsentandis æquationibus respondet, quaratur ratio Semidiametrorum apparentium, erit ea ob TV = CV - CT = 96520 & ob NT = CN + TC = 103480, ut 103480 ad 96520. Unde si Semidiameter apprens

maxima fuerit 1963¹¹ seu 32' 43¹¹ reperietur minima 1830¹¹ seu 30' 30¹¹, adeoque iusta minor (§. 553). Quare cum dimidia Eccentricitas seu ½ TC 1740 eodem, quo ante calculo, producat Semidiametrum minimam 31' 36¹¹, quæ ab observata 31' 38¹¹ nonnisi 2¹¹ distidet (§. cit.); evidens est dimidiam Eccentricitatem TC repræsentandis variationibus Semidiametrorum apparentium, adeoque Eccentricitati in Ellipsi satisfacere (§. 675).

COROLLARIUM II.

680. Hinc vero apparet centrum mediorum motuum F non esse in centro Eccentrici C, sed ab eo tanto intervallo distare versus Apogæum A, quanto Sol S ab eodem versus Perigæum P distat, ut nempe sit CS = CF.

SCHOLION I.

681. Cum hæc perpenderet KEPLERUS quæ bisectionem Eccentricitatis primus reperit, atque perpenderet, esse in Ellipsi duos Focos S & F à centro C æqualiter utrinque remotos; in Ellipticam Orbitalium figuram incidit. Quamvis adeo primum erat inferre, Focum Ellipseos alterum F esse Centrum mediorum motuum, hoc est ex eo motus Planeta in Orbita Physice inaquales spectari æquales, quod etiam ab ipso animadversum constat (b); eam tamen Hypothesin, quam postea excoluit SETHUS WARDUS (c) apud Anglos & Comes de PAGAN (d) apud Gallos, rejecit, quod eam deprehenderet Phenomenis minime consentientem, præsertim in Marte, qui Theoriæ inveniendæ ansam dedit, ac præterea causis Physicis, quas scrutabatur, adversum, quemadmodum & postea demonstratum est à BULLIALDO (e) & veram Theoriam supra propositam exhibuit, quæ incessui Planetarum in Orbita Curvilinea circa Solem convenit (§. 651. *Mechan.*).

SCHO-

(a) Astron. Reform. Lib. I. C. 9. f. 30.

(b) Epit. Astron. Copernic Lib. V. Part. 2. p. 685.

(c) In Astronomiæ Geometrica.

(d) In Theoria Planetarum.

(e) In Fundamentis Astron. Phil. clarius explicatis C. 1. & 2. p. 7. & seqq.

SCHOLIION II.

ib. II. 68. 682. PTOLEMÆUS (a) *Eccentricitatem Solis Anno A C. 139. reperit partium 4152 qualium Radius Eccentrici est 100000, quæ bissecta pro Ellipsi est 2076. Enimvero ALBATEGNIUS (b) A. C. 883; jam observavit eam esse justo majorem, eamque fecit 3465 $\frac{3}{11}$ istiusmodi partium, quas diximus, quæ bissecta evadit fere 1733. Etsi autem, qui ipsum secuti sunt, ipse COPERNICUS & TYCHO, eandem majorem Albategniana, utut minorem Ptolemaica statuerint, & KEPLERUS bissectam (c) 1800 partium esse collegerit, qualium Eccentrici Radius est 100000; nostro tamen ævo omnes in eo consentiunt Astronomi, Eccentricitatem KEPLERIANAM in excessu peccare, ac ideo Tabulas Rudolphinas correctione indigere. CASSINUS Eccentricitatem bissectam statuit partium istiusmodi, quas diximus, 1700; WHISTONUS (d) eam accuratius esse ait 1686.*

LEMMA II.

683. *Sector Circuli AKC est ad aream integri Circuli, ut arcus AK ad Peripheriam Circuli.*

DEMONSTRATIO.

Sector Circuli AKC æqualis est Triangulo cujus basis æqualis est arcui AK, altitudo autem Circuli radio CA (§.415 *Geom.*), area vero Circuli æqualis est Triangulo, cujus basis æqualis est integræ Peripheriæ Circuli, altitudo vero radio CA (§.410 *Geom.*). Est itaque Sector AKC ad aream Circuli, in ratione arcus CA ad integram Peripheriam (§. 389 *Geom.*). *Q. e. d.*

PROBLEMA XIII.

684. *Data Eccentricitate SC, una cum Anomalia Eccentri AK; invenire Anomaliã mediam.*

(a) Almag. Lib. III. C. 4. f. m. 68.
 (b) De Scientia Stellarum C. 28.
 (c) In Tab. Rudolphinis.
 (d) In Prælect. Astronom. Lect. 8. Probl. 3. p. 90.

RESOLUTIO.

Quoniam Anomalia media exprimitur per aream ASI seu ejus ad integram Ellipsin, in qua Planeta movetur, rationem (§.648), & area ASI ad Ellipsin integram eam rationem habet, quam ASK ad Circulum integrum (§.141 *Analys. infinit.*); non alia re opus est, quam ut area KSA in istiusmodi partibus inveniatur, qualium area Circuli integri ADPE est 360. Igitur

Tab. VII. Fig 68.

1. Data Semidiametro Eccentrici CA, quærat^r area Circuli (§.429 *Geom.*).
2. Data Eccentricitate SC una cum KL Sinu Anomaliæ eccentri KA, inveniatur area Trianguli KSC (§. 392 *Geom.*).
3. Hinc porro ope Regulæ trium investigetur, quot gradus & scrupula eisdem Triangulo convenient, qualium integra Circuli area est 360.
4. Jam cum Sector KCA habeat ad aream Circuli rationem arcus KA ad Peripheriam integram (§.683); Anomalia Eccentri KA addatur Triangulo KSC in gradibus & scrupulis Circuli invento: summa erit area KSA, adeoque exprimet Anomaliã mediam quæsitam.
5. Quodli Planeta à Perihelio P ad Aphelium A progrediatur, Triangulum SkC à sectore PCK seu Anomalia Eccentri subtrahendum, ut relinquatur Anomaliæ mediæ ADPKS excessus PSk ultra Semicirculum.

E. gr. juxta KEPLERUM in Rudolphinis Eccentricitas Solis CS est 1800, radio CA existente 100000. Sit Anomalia eccentri AK 2°; erit KL 3489, adeoque Triangulum

Tab. VII. SKC 3140100. Sed Circuli eccentrici area est 31415900000 (§.425.429 *Geom.*): quare si eadem ponatur 360° seu 1296000", reperietur SKC paulo major 129", hoc est, quam proxime 2' 10". Est igitur Anomalia media 2° 2' 10", prouti extat in *Rudolphinis*.

PROBLEMA XIV.

685. Data Eccentricitate CS, una cum Anomalia eccentrici; invenire intervallum SI.

RESOLUTIO.

Quoniam angulum KCA Anomalia Eccentri AK metitur (§.58 *Geom.*); erit CL ejusdem Cofinus (§. II *Trigon.*); in ultimo quadrante Cl Sinus excessus super 3 quadrantes; in secundo, utpote Sinus arcus Dk, Sinus excessus super unum; & in tertio, utpote Sinus arcus Ek Cofinus excessus super duos.

1. Fiat ut CA ad CL, ita CS ad quartam proportionalem: quæ
2. in primo & ultimo quadrante addatur ad CA, in secundo & tertio inde subtrahatur, ut prodeat intervallum SI.

E. gr. Sit Eccentricitas Solis CS 1800, anomalia eccentrici KA 2°, erit CL 99939, consequenter quarta proportionalis ad CA, CL & CS 1799. Ergo intervallum SI 101799, prout extat in *Rudolphinis*.

DEMONSTRATIO.

Sit enim $AL = x$, $SC = c$, $CA = \frac{1}{2}a$, erit SI in primo & tertio quadrante $\frac{1}{2}a + c - 2cx : a$, in secundo & quarto $\frac{1}{2}a - c + 2cx : a$ (§.434 *Analyf. infin.*). Est vero $c - 2cx : a$ quarta proportionalis ad $\frac{1}{2}a$, $\frac{1}{2}a - x$ & c , hoc est, ad CA, CL & CS: ergo si ea addatur ad AC in casu uno, in altero autem inde subtrahatur, prodibit SI. *Q. e. d.*

PROBLEMA XV.

686. Datis Anomalia Eccentri AK, Eccentricitate SC & intervallum SI; invenire Anomalia coæquatam seu angulum ad Solem ISA.

RESOLUTIO.

- I. Si Planeta fuerit in primo (vel ultimo quadrante), in Triangulo ISL ad L rectangulo, ex datis intervallum SI & SL composita ex Cofinu anomaliæ Eccentri AK in primo & Sinu excessus super tres quadrantes in ultimo quadrante, atque Eccentricitate CS, invenitur Anomalia coæquata ISL in primo quadrante (§.40. *Trig.*), vel ejus complementum ASk ad Circulum in ultimo quadrante.

E. gr. Sit Eccentricitas \odot SC 1800, Anomalia eccentrici 2°, erit SI 101799 (§.685), CL 99939 & hinc SL 101739: reperitur ISL 1° 57' 58".

- II. Si Anomalia eccentrici fuerit quadrans AD Eccentricitas SC est latus Trianguli GSC & angulus GSC reperitur ut ante.

- III. Si Planeta fuerit in secundo vel tertio quadrante, e. gr. in k, in Triangulo iSl ad l rectangulo, datur intervallum iS, latus lS, quod est differentia inter Eccentricitatem SC & Cofinum lC excessus Anomaliæ eccentrici super quadrantem in priore, super Semicirculum in posteriore casu. Unde angulus lSi reperitur ut ante.

COROLLARIUM.

687. Quodsi Anomalia media & coæquata à se invicem subtrahantur, relinquetur Aequatio centri (§ 652).

SCHOLIION.

688. Patet jam ratio construendi Tabulas æquationum, quales pro Sole & singulis Planetis exhibet KEPLERUS inter Rudolphinas. Nimirum 1. Anomaliam eccentrici à gradu 1. usque ad 180 in prima Columna posuit & ei valorem Trianguli SIC (quod Partem Æquationis Physicam, alias quoque Triangulum æquatorium vocat, cum altera Pars Æquationis Optica ipsi sit angulus SIC) seu respondentis in Eccentrico SKC subjicit (§. 684), quorum aggregatum Anomaliam mediam constituit (§. cit.) 2. Ad latus Anomalie eccentrici atque medie posuit Anomaliam coæquatam per Problema præfens (§. 686). erutam & 3. Intervallum per Problema præcedens (§. 685) reperitum.

SCHOLIION II.

689. In aliis Tabulis Astronomicis in Columna prima comparet Anomalia media ex Anomalia eccentrici elicienda (§. 684), in altera Æquatio centri ex coæquata & media Anomaliis facile determinanda (§. 687) & in tertia denique Intervallum, quod per Problema 14. (§. 685) reperiri potest.

PROBLEMA XVI.

690. Data Eccentricitate & Anomalia media; invenire Anomaliam eccentrici & Anomaliam coæquatam.

RESOLUTIO.

Constat ex superioribus (§. 684), Anomalie medie respondere aream KSA & Anomalie eccentrici sectorem KCA, cui tot partes Areæ totius Circuli conveniunt, quot Arcus Eccentrici AK habet gradus. Non alia igitur re opus est, quam ut area Trianguli Æquatorii SKC in partibus istiusmodi inveniat, qualium Circulus ec-

centricus 360 habet. Hinc enim innoscit Anomalia eccentrici (§. cit.) & inde porro coæquata (§. 686). KEPLERUS (a) utitur Regula positionum, pro arbitrio Anomaliam eccentrici assumens & inde mediam computans, calculumque quoties opus est, instaurans; id quod exemplo rectius, quam præceptis docetur.

Sit e. gr. Anomalia media $2^{\circ} 2' 10''$ seu $7330''$. Quoniam Sector KCA minor area KSA, erit etiam Anomalia eccentrici KA minor $2^{\circ} 2' 10''$, adeoque Sinus KL minor 3552.94, Sinu nempe $2^{\circ} 2' 10''$. Fiat ergo KL 3550. Quoniam Triangula DSC & SKC inter se in ratione DC & KL existunt (§. 389. Geom.), DC vero 100000 & SC 1800, adeoque DSC 90 000 000 (§. 392. Geom.) seu $3713''$; reperietur per Regulam trium, ope nempe rationis DC ad KL, seu Sinus totius ad Sinum Anomalie eccentrici assumtæ Triangulum Æquatorium SKC $132''$ seu $2' 12''$, quod Anomalie eccentrici $2^{\circ} 2' 5''$ (cui nempe respondet Sinus 3550) additum, producit Anomaliam mediam $2^{\circ} 4' 17''$, quæ datam $2^{\circ} 2' 10''$ excedit $2' 7''$. Assumatur ergo Anomalia eccentrici primo assumta minor, scilicet $2^{\circ} 1'$ ad instaurandum calculum. Cum ei respondeat Sinus KL 3519, reperietur $\triangle SKC$ $130''$ seu $2' 10''$: quod additum Anomalie eccentrici $2^{\circ} 1'$, producit Anomaliam mediam $2^{\circ} 3' 10''$, data $2^{\circ} 2' 10''$ majorem $1'$. Assumatur itaque ad instaurandum calculum Anomalia eccentrici 2° . Quoniam eidem convenit KL sinus 3499, reperietur $\triangle SKC$ $130''$ seu $2' 10''$: quod additum Anomalie eccentrici 2° producit Anomaliam mediam $2^{\circ} 2' 10''$ quæ cum data prorsus coincidit. Est igitur Anomalia eccentrici 2° : qua data Intervallum SK & Anomalia coæquata facile reperitur (§. 685. 686).

Oo.o 3

En

(a) Epit. Astron. Lib. V. p. 695.

En typum exempli:
 Sit Sinus KL = 3550
 10000 : 3713 = 3550
 3550

185650	I
18565	32 (2' 12")
11139	60
<hr/>	
13181150	(132'' Δ SKC
I 00000	
Δ SKC	2' 12''
Anom. Eccentri	2° 2 5
Anom. media	2 4 17
Anom. med. data	2 2 10
Excessus	2 7

Anomalia eccentrici	2° 1'
Sinus LK = 3519	
100000 : 3713 = 3519	
3519	
<hr/>	
3417	I
3713	30 (2' 10")
18565	60
11139	
<hr/>	
13066047	(130' Δ SKC
I 00000	
Δ SKC	2' 10''
Anom. Eccentri	2° 1 0
Anom. media	2 3 10
Anom. media data	2 2 10
Excessus	1. 0

An. Eccentri verior 2°	
Sinus KL = 3490	
100000 : 3713 = 3490:	
3490	
<hr/>	
334170	I
14852	30 (2' 10")
11139	60
<hr/>	
12958370	(130'' Δ SCK
I 00000	
Δ SCK	2' 10''
Anom. Eccentri	2' 0 0'
Anom. media	2° 2' 10''

SCHOLIION.

691. Methodum indirectam adhibuit KEPLERUS, quod de directa inveniendâ desperaret. Enimvero cum directa Methodus non sit impossibilis, eam ut explicemus fas est.

THEOREMA XXXI.

692. Si in Circulo eccentrico ADP sumatur arcus AD Anomalie mediæ aequalis & per centrum Planeta I in Orbita Elliptica AIP ducatur recta KL ad Lineam Apfidum AP perpendicularis, tandemque ex Centro C ad Punctum K ducatur recta CK; erit perpendicularis SG ad eandem, si opus est, productam demissa arcui DK aequalis.

DEMONSTRATIO.

Quoniam arcus AD æqualis est Anomalie mediæ per hypoth. erit is ad integram Circuli eccentrici Peripheriam, ut tempus motus medii Planetæ ab Aphelio A in I ad tempus Periodicum, quo scilicet integram Orbitam percurrit. Similiter quia Sector Ellipticus ASI Anomaliam mediam repræsentat, (§. 650); idem ad integram Eclipseos aream in eadem ratione existit; consequenter ad ipsam est, ut arcus Circuli eccentrici AD ad Peripheriam integram ejusdem (§. 167. Arithm.). Jam vero sector ASI est ad aream integram Ellipseos, ut sector Circuli ASK ad aream integram Circuli (§. 141. Analys. infinit.); consequenter sector Circuli ASK ad aream integram Circuli, ut arcus Circuli Eccentrici AD ad Peripheriam ejusdem integram (§. 167. Arithm.). Quomobrem cum etiam sit ut arcus Circuli eccentrici AD ad Peripheriam ejusdem integram, ita sector DCA ad integram Circuli

1. Circuli aream (§. 683), consequenter sectores Circuli DCA & ASK ad aream Circuli eandem rationem habeant (§. 167. *Arithm.*); erunt sectores isti inter se æquales (§. 177. *Arithm.*) Quodsi ergo utrinque auferatur sector ACK; erit Δ SCK sectori DCK æquale (§. 91. *Arith.*), adeoque $DK \cdot \frac{1}{2}CK = SG \cdot \frac{1}{2}CK$ (§. 392. 435. *Geom.*); consequenter arcus $DK = SG$ (§. 94. *Arithm.*). *Q. e. d.*

COROLLARIUM I.

693. Quodsi ex D demittatur ad radium Circuli CK perpendicularis DE erit ea Sinus arcus DK (§. 3. *Trigon.*). Quare cum etiam sit SG ad eandem KG perpendicularis *per hypoth.* si ex D ducatur DF ipsi KG parallela; erit $FG = DE$ (§. 226. *Geom.*), consequenter SF differentia inter Arcum DK & ipsius Sinum DE (§. 692).

COROLLARIUM II.

694. Si angulus FDS fuerit uno scrupulo secundo minor; erit DS ad sensum ipsi GK parallela, adeoque angulus CDS ipsi DCK æqualis (§. 233. *Geom.*).

LEMMA III.

695. *Invenire differentiam inter arcum & Sinum ejusdem tam in partibus, qualium radius, est 10000000, quam in scrupulis secundis gradus.*

RESOLUTIO.

1. Quoniam Diameter ad Peripheriam ut 10000000 ad 31415926 fere (§. 426. *Geom.*), erit Radius ad Peripheriam ut 10000000 ad 62831853 fere. Quare cum eadem Peripheria sit 360° ; inferendo ut 360° ad 62831853 ita Arcus datus ad quartum proportionalem, invenietur Arcus in istiusmodi partibus, qualium Radius est 10000000.

2. Quare cum in Canone Sinuum Sinus ejusdem Arcus in istiusmodi partibus detur; si ab Arcu auferatur, relinquitur differentia in partibus Radii.

3. Denique cum gradus unus sit 174533 in partibus Radii (*n. 1.*) & scrupulorum secundorum 3600, inferendo ut 3600 ad 174533 ita differentia in partibus Radii reperta (*n. 2.*) ad quartum proportionalem; erit is eadem differentia in scrupulis secundis.

PROBLEMA XVII.

696. *Data Eccentricitate SC & Radio Eccentrici CA; invenire Axem dimidium minorem Orbitæ Ellipticæ CG.* Tab. VII. Fig. 68.

RESOLUTIO & DEMONSTRATIO.

Quoniam in Ellipti recta ex Foco S ad Punctum G ducta est Axi dimidio majori CA æqualis (§. 434. *Analys. infinit.*), à quadrato Radii Eccentrici SG subtrahatur quadratum Eccentricitatis SC & ex residuo extrahatur Radix, quæ erit dimidius Axis Orbitæ Ellipticæ minor CG (§. 517. *Geom.*).

E. gr. Juxta KEPLERUM Eccentricitas Solis SC = 1800, CA = 100000. Reperitur ergo CG = 99983.

PROBLEMA XVIII.

697. *Data Anomalia media & Eccentricitate SC; invenire coæquatam.*

RESOLUTIO & DEMONSTRATIO.

1. Quoniam Anomalia media exprimitur per aream sectoris ASI (§. 648); ex ea inveniri potest semiordinata IL, ex loco Planetæ I ad Lineam aptidum AP ducta (§. 193. *Analys. infinit.*).

2. Quæ-

- Tab. VII. Fig. 68.
2. Quærat^{ur} porro ex Radio Eccentrici CA & Eccentricitate CS Axis dimidius minor Orbitæ Ellipticæ CG (§. 696).
3. Quoniam IL ad LK ut CG ad CD (§. 598. *Anal. infin.*); per Regulam trium invenietur KL: qui cum sit Sinus Anomalix Eccentri AK (§. 3. *Trigon* & §. 649. *Astron.*).
4. Hæc cognita invenietur Intervallum SK (§. 685), tandemque Anomalia coæquata (§. 686).

Aliter.

Tab. XII. Fig. 101.

Quia ex dato sectore ASI semiordinata IL molesto calculo eruitur, ideo addere lubet Methodum faciliorem ad condendas Tabulas Æquationum magis aptam.

1. Cum in $\triangle DCS$ dentur latera DC Radius Eccentrici & CS Eccentricitas una cum angulo DCS ipsi DCA Anomalix mediæ data æquali, per *hypoth* deinceps posito (§. 149 *Geom.*); reperietur angulus CDS (§. 40. *Trigon.*).
2. Quoniam hic ipse angulus alteri DCK æqualis, si angulus SDF fuerit uno scrupulo secundo minor (§. 694), id quod obtinere deprehenditur, si CDS fuerit minor $2^{\circ} 30'$; angulus inventus ex Anomalia DCA subtrahatur, relinquetur angulus ACK, Anomalia Eccentri (§. 649).
3. Quodsi vero idem angulus CDS fuerit major $2^{\circ} 30'$; ex datis in $\triangle CDS$ lateribus DC & CS, una cum angulo CDS *n. 1.* reperto, invenitur latus SD (§. 38. *Trig.*).

4. Hinc porro quærat^{ur} differentia inter Arcum, qui metitur angulum CDS & ejus Sinum in scrupulis secundis (§. 695), quem citra errorem sensibilem pro differentia inter Arcum DK & ejus Sinum DE seu recta SF accipere licet.
5. Quoniam in $\triangle SDF$ est ut DS ad Sinum totum, ita SF ad Sinum anguli SDF (§. 33. *Trig.*), & SF in scrupulis data haberi potest pro Arcu, cuius Sinus eadem SF in particulis decimalibus Radii data, Sinus vero Arcuum seu angulorum exiguorum sunt inter se ut ipsi Arcus seu anguli; erit quoque SF in scrupulis secundis data ad angulum SDF, ut SD ad Sinum totum (§. 167. *Arithm.*), adeoque angulus SDF reperiri potest.
6. Quodsi jam angulus SDF ab angulo SDC ante (*n. 1.*) invento subtrahatur, relinquetur angulus FDC, cui DCK, æqualis, & hinc ut ante (*n. 2.*) reperitur Anomalia Eccentri KCA.
7. Data Anomalia Eccentri KCA & Eccentricitate SC invenitur Intervallum IS (§. 685), tandemque Anomalia coæquata ISA (§. 686). Vel cum data Anomalia Eccentri ACK detur complementum ad duos rectos KCS (§. 149. *Geom.*) ac præterea in $\triangle SCK$ dentur latera CS Eccentricitas & CK Radius Eccentrici, reperietur angulus SKC (§. 40. *Trigon.*): qui ex Anomalia Eccentri KCA subductus relinquit angulum KSA (§. 139 *Geom.*). Quodsi

SL fumatur pro Sinu toto, erit KL Tangens anguli KSA & IL Tangens anguli ISA (§. 7. *Trigon.*). Quare cum fit KL ad IL ut Radius Eccentrici ad Axem conjugatum Orbitæ Ellipticæ ex datis inveniendum (§. 599 *Analys. fin.*) inferendo : ut Radius Eccentrici ad dimidium Axem minorem ita Tangens anguli KSA ad Tangentem anguli ISA, reperitur tandem Anomalia coæquata ISA.

E. gr. Quærat Anomalia vera Solis, quæ respondet Anomaliæ mediæ 2°. Cum fit juxta KEPLERUM Eccentricitas SC = 1800'', erit Typus exempli sequens.

$$\begin{array}{l} \text{CD} = 100000 \quad \text{CD} = 100000 \\ \text{SC} = 1800 \quad \text{SC} = 1800 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{CD} \mp \text{CS} = 101800 \quad \text{CD} - \text{SC} = 98200 \\ \text{ang. } \frac{1}{2} \text{DCA} = \frac{1}{2} (\text{CSD} \mp \text{CDS}) = 1^\circ \\ \text{CD} \mp \text{SC} = \text{SA} \\ \text{CD} - \text{SC} = \text{SP} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{Log. SA} \quad 50077478 \\ \text{SP} \quad 49921115 \\ \text{Tang. } \frac{1}{2} \text{DCA} \quad 82419215 \\ \text{Summa Logg.} \quad 132340330 \end{array}$$

$$\text{Tang. } \frac{1}{2} (\text{CSD} - \text{CDS}) \quad 82262852,$$

cui in Tabulis quam proxime respondent 57' 52''

$$\begin{array}{l} \frac{1}{2} (\text{CSD} \mp \text{CDS}) = 1^\circ \ 0 \ 0 \\ \frac{1}{2} (\text{CSD} - \text{CDS}) = 57' \ 52'' \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{DCK} = \text{CDS} = 2' \ 8'' \\ \text{DCA} = 2^\circ \end{array}$$

$$\text{KCA} = 1^\circ \ 57' \ 52''$$

$$\frac{1}{2} \text{KCA} = \frac{1}{2} (\text{CSK} \mp \text{SKC}) = 58' \ 56''$$

Log. SA	50077478	Tab: XII. Fig. 101.
SP	49921115	
Tang. $\frac{1}{2}$ KCA	82341298	
<hr/>		
Logg. Summa	132262406	
<hr/>		
Tang. ($\frac{1}{2}$ CSK - SKC)	82184928	
cui in Tabulis respondent	56' 50''	
$\frac{1}{2}$ (CSK - SKC) =	56' 50''	
$\frac{1}{2}$ (CSK + SKC) =	58 56	
<hr/>		
ASK =	1° 55' 46''	
Log. CD	40000000	
Semi-axi minor	39999261	
Tang. ASK	85274736	
<hr/>		
Logg. Summa	125273997	
<hr/>		

Tang. ASI 85273997
cui in Tabulis respondent 1° 55' 44''
pro Anomalia coæquata quæsitâ.

COROLLARIUM I.

698. Quoniam perinde est, five *b* ipsi *c* addas & *a b + c* subtrahas *a*, five differentiam *a - b a c* subtrahas, utrobique nimirum prodeunte *b + c - a*; differentia Logarithmorum distantia maximæ & minimæ à Sole AS & SP subtrahenda est à Tangente dimidiæ Anomaliæ mediæ ACD pro differentia dimidia angulorum CSD & CDS & à Tangente dimidiæ Anomaliæ eccentrici ACK pro femidifferentia angulorum CKS & CSK.

COROLLARIUM II.

699. Eodem modo patet, differentiam Logarithmorum Axium dimidiorum Orbitæ Ellipticæ subtrahi debere à Tangente anguli ASK pro Anomalia coæquata.

COROLLARIUM III.

700. Quoniam in quolibet Planeta distantia maxima & minima & Axes dimidii Orbitæ

Tab. XII. Fig. 101. Orbitæ Ellipticæ sunt quantitates constantes; nonnisi duobus Logarithmis ad calculum opus est subtractivis, veluti in Sole, si Eccentricitas KEPLERIANA retineatur, 156363 & 739, quorum ille est differentia Logarithmorum distantiarum, hic Axiom.

SCHOLIUM.

701. Monuit jam CASSINUS (a), cui methodum hanc debemus, in Theoria Solis, Lunæ, Veneris, Jovis & Saturni, negligendam esse differentiam inter arcum DK & ejus Sinum DE. Calculus igitur in his Planetis maxime facilitatus (§. 698 & seqq.). Et quamvis differentia ista in Marte atque Mercurio, quorum Orbitæ valde eccentricæ, negligi non possit, ad facilitandum tamen calculum construere potest Tabula (§. 695), qualem exhibet CASSINUS (b) ut inde differentia desiderata excerpti possint a Tabularum Conditionibus, quoties opus habent.

PROBLEMA XIX.

702. Invenire Apogæi motum annum.

RESOLUTIO.

1. Conferantur inter se duæ Observationes loci Apogæi longissimo intervallo à se invicem distantes, minorque è majore subducatur.
2. Differentia in scrupula minima conversa dividatur per numerum Annorum inter utranque Observationem intercedentium.

Quotus erit motus Apogæi annuus.

E. g. HIPPARCHUS anno ante Christum 140 observavit Apogæum Solis in Π $5^{\circ} 30'$, RICCIOLUS anno post Christum 1646 in $\underline{\text{O}}$ $7^{\circ} 26' 15''$. Quodsi differentia $31^{\circ} 56' 15''$ ad scrupula secunda redacta dividatur

(a) In Comment. Acad. Reg. Scient. A. 1719. p. 199. Edit. Bat.

(b) Loc. cit. p. 204.

per intervallum Annorum 1785 prodibit motus annuus Apogæi $1' 2''$ quemadmodum extat in Tabula Cel. DE LA HIRE.

COROLLARIUM.

703. Dato motu annuo Apogæi, facile invenitur mensiuus atque diurnus & Tabula motuum Apogæi construuntur quemadmodum Tabulæ motuum mediorum (§. 672. 673).

PROBLEMA XX.

704. Dato ad aliquod momentum per Observationem loco Solis vero; invenire medium.

RESOLUTIO.

1. Quæratnr locus Apogæi ad datum tempus (§. 674. 678).
2. Longitudo Apogæi subtrahatur à longitudine Solis, aucta integro Circulo, si illa minor fuerit: quod relinquitur est Anomalia coæquata seu angulus ISL (§. 650).
3. Quodsi in Tabulis æquationum Anomalia coæquata evolvatur; invenietur ei respondens media.
4. Anomaliæ mediæ addatur locus Apogæi; ita prodibit locus Solis medius.

COROLLARIUM.

705. Dato loco Solis medio ad aliquod tempus datum facile invenitur idem ad tempus quodcumque aliud datum (§. 672).

PROBLEMA XXI.

706. Dato motu Solis medio & motu Apogæi annuo; invenire motum Anomaliæ annum.

RESOLUTIO.

Cum motus Apogæi annuus sit differentia inter motum Solis medium & motum Anomaliæ (§. 646); motus Apogæi

ex motu Solis subductus relinquit motum Anomalix annuum. E. gr.

Motus \odot medius ann.S. 11. 29^o 45' 40''

Motus Apogxi annuus $\frac{1}{2}$

Motus Anomal. annuus 11. 29 44 38

COROLLARIUM.

707. Dato motu Anomalix annuo, invenitur etiam menstruus & sic *Tabule Anomaliarum Solis* conduntur.

SCHOLIION.

708. *Tales Tabulas exhibet* LONGOMONTANUS in *Astronomia Danica*. *Notandum vero, quod pro motu Anomalix diurno atque horario sumatur medius diurnus & horarius ob tarditatem motus Apogxi.*

THEOREMA XXXII.

709. *Dies Solares sunt inæquales.*

DEMONSTRATIO.

Quoniam cum Arcubus Eclipticæ æqualibus inæquales Arcus Æquatoris per Meridianum transeunt, quemadmodum vel ex *Tabulis Ascensionum rectarum* constat, tum etiam ex collatione Arcuum Æquatoris & Eclipticæ inter Punctum Æquinoctiale alterutrum & Circulos quoslibet Declinationum interceptorum statim innotescit; præterea ipse motus Solis verus in Ecliptica inæqualis est, testibus Observationibus: fieri omnino nequit, ut in singulis Solis revolutionibus idem numerus graduum ac scrupulorum Æquatoris per Meridianum transeat. Dies adeo Solares inæquales sunt (§.211). *Q. e. d.*

COROLLARIUM I.

710. Quoniam ad motus Siderum computandos tempus æquale requiritur; ejus mensura non inepte constituitur Sol quidam fictus, qui motu medio Solis in Æquatore movetur.

COROLLARIUM II.

711. Est adeo differentia inter dies æquales & inæquales temporis particula, qua durante differentia inter Ascensionem rectam Solis veri & locum Solis ficti seu locum medium veri per Meridianum transit.

DEFINITIO XXIV.

712. *Tempus medium* est tempus æquale quod appulso Solis ficti, motu Solis veri medio in Æquatore incedentis, ad Meridianum determinatur.

DEFINITIO XXV.

713. *Tempus apparens vel verum* est tempus inæquale, quod motu Solis veri in Ecliptica incedentis determinatur.

DEFINITIO XXVI.

714. *Æquatio temporis* est differentia inter tempus medium & apparens.

PROBLEMA XXII.

715. *Dies Solares aquare; hoc est, tempus apparens in medium convertere & medium in apparens.*

RESOLUTIO.

- I. Si Ascensio recta Solis æquatur motui medio ejusdem, Sol fictus & verus eodem tempore per Meridianum transeunt, adeoque tempus apparens cum medio coincidit.
- II. Si Ascensio recta est major motu medio, hic ab illa subtrahatur & differentia in tempus Solare conversa (§.212) subducatur ex apparente, ut habeatur medium, vel addatur medio, ut habeatur apparens (§. 721 & seqq.).
- III. Si denique Ascensio recta minor motu medio, illa ex hoc subducatur & differentia in tempus Solare conversa

fa (§. 212) addatur apparenti, ut habeatur medium, vel è medio subducatur, ut prodeat apparens (§. cit.).

SCHOLIION I.

716. *Hæc æquandi ratio obtinet, si calculus fuerit progressivus: si vero retrogradus, h. e. si tempus ante Epocham retro numeretur, contraria prorsus ratione operandum.*

SCHOLIION II.

717. *Dicitur autem Æquatio à nobis exposita Astronomica, cui alias addidere recentiores, hoc loco prætermittendas, quia non certis sed ad arbitrium confictis fundamentis, judice RICCIOLÒ (a) nituntur & Eclipsibus, omnibus pensitatis, Astronomica magis satisfacit quam aliæ, ex falsis hypothesebus de Solis & Lunæ motibus, ex Meridianorum differentia minus exacta & ex Observationibus Eclipsium fallacibus manantibus, quæ contra eam afferuntur.*

PROBLEMA XXIII.

718. *Constituere Epochas seu Radices motus Solis medii & Apogæi.*

RESOLUTIO.

- I. Eligatur aliqua Epochæ, à qua principium numerationis fieri debet, e. gr. meridies dici primæ Januarii (aut ultimi Decembris) Anni secularis.
2. Quæraturn aliquis locus Solis verus ad datum quodcunque tempus apparens per Observationem (§. 204).
3. Locus verus convertatur in medium (§. 713) & tempus apparens itidem in medium (§. 715), ut habeatur aliquis locus Solis medius ad datum aliquod tempus medium.

4. Quæraturn intervallum inter Epocham & tempus Observationis medium in annis, diebus, horis atque scrupulis, eique competens motus medius assignetur (§. 672).
5. Subtrahatur is ex loco Solis medio ante invento, ut prodeat Longitudo Solis media ad Epocham, quæ tempus Observationis præcedit; idem ad eundem addatur, ut locus Solis ad Epocham prodeat, quæ tempus Observationis sequitur.
6. Simili prorsus modo locus Apogæi observatur (§. 674. 678) & ad tempus medium reductus (§. 715) Epochæ alligatur.

SCHOLIION.

719. *Hoc artificio constructæ sunt Tabulæ Epocharum seu Radicum à Recentioribus: PTOLEMÆUS vero, ALPHONSUS & COPERNICUS temporis apparenti Epochas affixere. Notandum vero Epochas tum alligatas esse Meridiano, in quo Observationes habitæ.*

PROBLEMA XXIV.

720. *Ad datum tempus locum Solis verum supputare.*

RESOLUTIO.

1. Constituatur Epochæ motus Solis medii & Apogæi (§. 718).
2. Intervallo temporis inter Epocham & tempus datum intercedenti reperiaturn conveniens motus medius & motus Apogæi (§. 703).
3. Uterque loco Epochæ affixo addatur, integris circulis, si qui proveniunt, abjectis, ut prodeat locus Solis medius & locus Apogæi ad tempus datum.

(a) Almag. Lib. III. C. 32. f. 179.

4. Locus Apogæi à loco Solis (integro circulo, si illo minor sit, aucto) subtrahatur, ut relinquatur Anomalia media (§.647).
5. Anomalia media data, reperiatür coæquata (§.697), aut Æquatio à media ab Apogæo usque ad Perigæum subtrahenda, à Perigæo ad Apogæum addenda, ut habeatur coæquata.
6. Anomaliæ coæquatæ addatur locus Apogæi supra repertus *n.* 3: summa erit locus Solis verus ad datum tempus medium in Meridiano, cui Epochæ alligantur.
7. Dato loco Solis vero, quæratür ejus Ascensio recta (§.204): qua data, tempus medium in apparenis convertatur (§.7.) & ut ante locus Solis apparenis supputetur, aut (quia iteratio calculi nimis molesta foret & præter necessitatem repeteretur, cum in paucis scrupulis horariis motus verus à medio sensibilibiter non differat) loco Solis ad tempus medium invento addatur, vel ab eodem subtrahatur tantundem motus medii, quantum Æquationi additivæ aut subtractivæ respondet.

DEMONSTRATIO.

Ratio totius calculi ex articulis citatis abunde patet: id unice demonstrandum, quod Æquatio sit subtrahenda in sex prioribus Anomaliæ mediæ signis, addenda vero in posterioribus. Quoniam enim Centrum mediorum motuum F à Centro verorum motuum S ultra C distare debet (§.680); angulus IFA, vel

*i*FA Anomaliæ mediæ æqualis (§.647), sicut ASI vel ASi est Anomaliæ coæquatæ æqualis (§.650). Quare cum angulus IFA > ISA & *i*FA > *i*SA (§.239 *Geom.*), Anomalia media in priore Semicirculo major coæquata, consequenter Æquatio è media subtrahenda, ut relinquatur vera (§.652). Eodem prorsus modo patet, in altero Semicirculo Anomaliæ coæquatæ esse media majorem, cum angulus PSi sit major ipso PFi (§.239 *Geom.*), consequenter Æquatio media addenda, ut prodeat coæquata (§.652). *Q. e. d.*

Tab. VII. Fig. 68.

SCHOLIUM I.

721. Non aliis præceptis opus est, si quis ex Tabulis Astronomicis locum Solis ad datum tempus computare voluerit, nisi quod in genere notandum, si qua accurate in Tabulis non extent, prout desiderantur, e. g. si quis in Tabulis PHILIPPI DE LA HIRE quærat Æquationem ad Anomaliæ mediæ S. 1. 2° 25' & in ea tantum habeatur, quæ gradibus duobus & tribus respondet; quærendam esse per Regulam trium partem proportionalem, pro re nata vel addendam, vel subtrahendam eo prorsus modo, quo in Trigonometria in excerptis Sinibus atque eorum Logarithmis ex Canone Sinuum usi sumus (§.38. *Trigon.*). E. gr. Æquatio Anomaliæ mediæ 1 S. 2° respondens est 59 56", differentia inter eam & anomaliæ 1 S. 3° est 1' 41": seu 101": quodsi ergo fiat ut 60' ad 25', ita 101", ad numerum quartum proportionalem 42", erit pars proportionalis 42" ad Æquationem 59' 56" addenda, ut habeatur desiderata 1° 0' 38". Deinde notandum quod in omnibus istiusmodi computis Astronomicis semper abjiciendi sint integri Circuli ex additione resultantes & Circulus unus addendus sit, si quando majus è minori subtrahendum.

SCHOLIION II.

722. Consultum vero videtur ut modum computandi locum Solis ex Tabulis Cel. DE LA HIRE exemplo aliquo illustremus. Supputandus itaque sit locus Solis verus ad tempus apprensens d. 1. Aug. A. 1711 in Meridiano Parisiensi, ad quem Tabulæ istæ constructæ sunt.

A, 1700 Apog. 3S.	8°	7'	30 ^{ll}
A. 10		10	15
Jul.			35
<hr/>			
Apog. 3S.	8°	18'	20 ^{ll}
Rad. A. 1700.	9S.	10°	52' 17 ^{ll}
Mot. med. A. 10	10	29	35 11
Jul.	6.	28	57 26
<hr/>			
Loc. ☉ med.	4S.	9°	24' 54 ^{ll}
Apog. subtr.	3	8	18 20
<hr/>			
Anom. med.	1S.	1	6 34
Æquat. subtr.			58 25
<hr/>			
Anom. coæq.	1S.	0	8 9
Apog. add.	3	8	18 20
<hr/>			
Loc. ☉ ver.	4S.	8	26 29
Afc. rect.	4	10	51 57
auferat. inde		1	3 30 (§. 715)
<hr/>			
Afc. corr.	4S.	9	48 27
Long. med. ☉	4S.	9	24 54
<hr/>			
Excess. Afc.		23	33
Æquat. temp. add.		1	34
Mot. med. ☉ h.t.			4
Loc. ☉ verus	4S.	8	26 29
<hr/>			
Loc. ☉ verus	4S.	8	26 33
in Merid. Paris. ad tempus apprensens.			

SCHOLIION III.

723. Novam Tabularum formam excogitavit Cl. GRANDJEAN (a), qua Calculus mire abbreviatur & Ephemeridum calculatio facillima redditur, cum non ad singulos dies

(a) In Comment. Acad. Reg. Scient. A. 1731. p. 433. & seqq. Edit. Paris.

Calculus instaurandus sit, quemadmodum vulgo fieri necesse est. Nimirum 1. construi jubet Tabulam Transitus ☉ per Apogæum & Longitudinis Apogæi ad Annos CHRISTI, ut inde momentum illius transitus loco Epochæ excerpi possit una cum longitudine Apogæi. Hoc momentum si auferatur à tempore dato, ad quod locus Solis computandus, relinquitur tempus à transitu per Apogæum elapsum. Quamobrem secundam construi porro præcipit Tabulam veri motus Anomalistici in singulis diebus ab Apogæo, una cum differentiis diurnis, ut inde motus Longitudini Apogæi in momento transitus addendus excerpi & pro appendice horarum & scrupulorum pars proportionalis addenda reperiri possit, pro qua facilius invenienda addit Tabulam tertiam proportionalis motus diurni Solis. Quantum calculus hoc pacto abbrevietur, patet ex Auctoris exemplo, quod hic subijcere lubet. Locum Solis exhibet ad d. 12. Jul. 1732 in meridie.

A. 1732	194 d.	oh.	0'	0 ^{ll}
Trans. ☉ per Apog.	182	21	13	54
Temp. ab Apog.	11 d.	2h.	46	6 ^{ll}
Mot. anomal.	11 d.	10°	29'	21 ^{ll}
		2h.	4.	46
		46 ^l	1.	49
		6 ^{ll}		0
Longit. Apog.		3S.	8.	39. 37

Loc. ☉ verus 3S. 19. 15. 33
Cum in Tabula extent motuum ab Apogæo differentiarum diurnarum, sola earundem additione locus Solis ad dies sequentes innotescit. Patet etiam Tabulas sine omni Hypothesi ex ipsis Observationibus deduci, & ea accurate constructui posse, quæ in Observationes loci Solis cadit.

SCHOLIION III.

724. Quodsi locus Solis aut Planetæ cujuscunque ad Meridianum diversum ab eo, cui Epochæ alligatæ sunt, supputandus; reductio Meridianorum instituenda juxta, ea quæ suo loco independenter ab his docentur.

SCHO-

SCHOLIUM IV.

725. Quoniam Æquatio temporis in loco Solis, Luna ac Planetarum inferiorum computando negligi nequit, nisi subinde integris minutis, immo in Luna dimidio gradu & amplius aberrare velis; ideo quoque construi solent Tabulæ Æquationum temporis huic usui inservientes: prout in Problemate sequenti docetur.

PROBLEMA XXV.

726. Tabulas Æquationum temporis construere.

RESOLUTIO.

1. Constituatur aliquis terminus, unde Æquatio temporis initium sumere debet, noteturque ad illum diem differentia inter Ascensionem rectam loci veri Solis & locum ejus medium.
2. Ad singulos gradus Longitudinis mediæ quaratur respondens Longitudo vera (§. 720).
3. Data Longitudine Solis vera, quaratur Ascensio recta ipsi conveniens (§. 204) & excessus Ascensionis rectæ supra Solis locum medium supra inventus inde auferatur vel defectus illius ab hoc supra inventus eidem addatur, ut habeatur Ascensio correctæ.
4. Differentia inter Ascensionem correctam & locum medium Solis assumptum in tempus Solare convertatur: quod prodit, est Æquatio temporis cum titulo competente (§. 715) Tabula Æquationis inferenda.

E. gr. Sit Epochæ, à qua sumitur initium Æquationis, dies prima Januarii A. 1700, qua Ascensio recta veri loci Solis superabat locum ejus medium $1^{\circ} 3' 30''$: quaritur Æquatio temporis pro illo die, quo

Sol in $1^{\circ} \Omega$ versatur motu medio. Ergo à Long. \odot med. 4 S. 1°
 subtr. Apog. locus 3 S. 8. 7' 30''

erit Anom. med. 22. 52. 30
 subtr. Æquatio centri 43. 55

erit Anom. vera 22. 8. 35.
 Loc. Apog. add. 3 S. 8. 7. 30

Loc. Solis verus 4 S. 0 16 5
 cui resp. Ascens. recta 122 28 10
 subtrahatur excessus 1 3 30

erit Ascensio correctæ 121 24 40
 Jam locus medius Sol. 121 0 0

Excess. Ascens. rectæ 24' 40''
 Respondent vero Æquatoris 24' Temp. medii 1' 36''
 40'' 2 40

Ergo Æquatio temporis 1' 38'' 40'''
 hoc est, 1' 39''
 quanta nimirum reperitur in Tabula Æquationis temporis Cel. DE LA HIRE (a).

Aliter.

Quoniam Tabulæ hac ratione constructæ temporariæ sunt, quia locum Apogei datum ad aliquod tempus supponunt, qui tamen fixus non est, sed singulis annis 2 scrupulis primis & 2 secundis mutatur; ideo ab aliis duplex conditur Tabula Æquationis temporis, & per duarum Æquationum additionem vel subtractionem in usu eruitur Æquatio temporis proposito conveniens. Ut fundamentum utriusque Tabulæ intelligatur, ponamus in O esse $\odot \varphi$, in A locum Solis verum, in E medium, & perpendiculum ex A in Æquatorem OB demissum designare loci veri Ascensionem rectam C (§. 190). Fiat OD = OE & OB = OA, erit DB differentia inter

Tab. VII. Fig. 70.

Tab. VII. *Fig. 70.* inter locum verum & medium, seu Æquatio centri, & CB differentia inter locum verum & ejus Ascensionem rectam: CD vero utriusque differentiæ differentia, tanquam differentia inter Ascensionem rectam loci veri C & locum medium D in tempus conversa dat Æquationem temporis (§. 715). Quodsi in E fuerit locus verus, in A medius, Æquationi respondens arcus GB est summa dictarum differentiarum GD & DB. Patet adeo *Tabulam Æquationis temporis* unam construere, si singulis gradibus Anomaliæ mediæ jungatur Æquatio centri in tempus medium conversa: alteram vero, si singulis gradibus Longitudinis mediæ adscribatur differentia inter locum verum Solis & ejus Ascensionem rectam in tempus conversa, notatis tamen, quæ de termino, unde Æquationis initium sumitur, dicta sunt.

PROBLEMA XXVI.

727. *Observare Oppositionem Planetarum superiorum cum Sole.*

RESOLUTIO.

1. Quando suspicio est, Planetam Soli mox oppositum iri, quærat per Observationem Ascensio recta Planetæ, ut supra Probl. 4 (§. 559), vel ex observata distantia à duabus Stellis fixis notæ Ascensionis (§. 227).
2. Ad momentum Observationis supputetur locus Solis verus (§. 720), quæratque ejus Ascensio recta (§. 204).
3. Quodsi differentia inter Ascensionem rectam Solis & Ascensionem rectam Planetæ fuerit 180° , Oppositio ip-

- so momento Observationis facta: quod quidem rarissime continget.
4. Si vero differentia illa fuerit Semicirculo minor, Observatio iteretur, donec eodem major evadat.
 5. Cum ex harum Observationum collatione innotescat incrementum diurnum Ascensionis rectæ Solis supra Ascensionem rectam Planetæ & ex Observatione ultima constet differentia inter Ascensionem rectam Solis & Ascensionem rectam Planetæ ad momentum Observationis, si per Regulam trium quærat tempus ad 24 horas eam rationem habens quam differentia prædicta ad incrementum prædictum, & à momento Observationis subtrahatur, prodibit momentum Oppositionis veræ.

COROLLARIUM.

728. Quoniam ♀ & ♃ interdum juxta Solem per Tubos videri possunt, non ab simili modo eorum Conjunctiones cum Sole hodie observari possunt.

PROBLEMA XXVII.

729. *Determinare temporis intervallum, quo Planetæ superiores Revolutionem unam circa Solem absolvunt.*

RESOLUTIO.

1. Assumantur ab initio duæ Observationes Oppositionum non multum à se invicem distantes, ne numerus Revolutionum incertus evadat: cognito enim loco Solis ad Oppositionum momenta, habetur quoque locus Planetæ ad eadem momenta.
2. Supputetur intervallum temporis ab una

una Observatione usque ad alteram elapsam in minimis scrupulis, & ex collatione locorum Planetæ in Observationum momentis eruatur arcus, quem is dato intervallo descripsit.

3. Hinc inferatur, Ut arcus modo reperi- tus ad intervallum temporis inter duas Observationes interjectum, ita 360 gradus ad tempus integræ Revolutioni debitum: quod adeo, licet minus exacte, per Regulam trium invenitur, cum Planeta nec in Circulo, nec motu æquabili moveatur, quemadmodum supponitur.
4. Cognita saltem aliquatenus quantitate unius Revolutionis, assumantur duæ Observationes longa annorum serie distantes, & tempus ab una usque ad alteram elapsam in scrupulis horariis accurate supputetur, per quantitatem unius Revolutionis paulo ante repertam dividendum, ut prodeat numerus Revolutionum intertea peractarum.
5. Ex collatione loci Planetæ in prima Oppositione cum loco in altera deducatur quantitas arcus supra integros Circulos modo inventos, atque his in graduum scrupula convertis addatur.
6. Hinc inferatur: Ut hoc aggregatum ad temporis intervallum inter duas Observationes intercedens, ita 360 gradus ad quantitatem unius Revolutionis; quæ adeo per Regulam trium reperitur.

E. gr. LONGOMONTANUS Oppositionem Saturni cum Sole *Hafnia* A. 1582 d. 21 Aug. ft. v. h. 2. post mediam noctem observavit in χ $7^{\circ} 26'$, A 1583 d 3 Sept. h. 1 post mediam noctem in χ $19^{\circ} 50'$, A. 1611 d. 15 Aug. h. 16 in $2^{\circ} 12'$ χ : TYCHO vero A. 1582 d. 21 Aug. h. 2 in χ $7^{\circ} 26'$ & *Astronomi Alexandrini* A. 136 d. 9 Jul. h. 24 in ζ $14^{\circ} 14'$. Ex his Observationibus quantitas Revolutionis ζ circa Solem ita deducitur:

Observatio I.

A^o. 1582. d. 21 Aug. h. 14 - - χ $7^{\circ} 26'$

Observatio II.

A^o. 1583. d. 3. Sept. h. 13 - - χ $19^{\circ} 50'$

Intervallum Temporis d. 377 h. 23 seu h. 9071
Motus eidem respondens $12^{\circ} 24'$, seu 744'.

Inferatur, Ut 744' ad h. 9071

Ita 360^o. ad Temp. Revolut. d. 10973.

Observatio III.

A^o. 1611. d. 15. Aug. h. 16 - - - - χ $2^{\circ} 12'$

Int Temp. inter I & III. d. 10586. h. 14, seu h. 254078

Motus eidem respond. $354^{\circ} 46'$, seu 21286'.

Inferatur, Ut 21286', ad h. 254078

Ita 360^o. ad Temp. Revol. d. 10742. h. 18.

Observatio *Alexandrina*

A. 136. d. 9. Jul. h 24 - - - - ζ $14^{\circ} 14'$

Observatio *Tychonica*

A. 1582. d. 21 August. h. 2 - - - - χ $7^{\circ} 28''$

Different. Merid. add. h. 1. 35'.

TYCHO. in Merid. Alex. h. 3. 35'

Int. Temporis d. 528194. h. 3. 35'.

Quod divisum per 10742, ostendit ζ 49

Revoluciones absolvisse, & ultra

Tempus iis debitum restare d. 1836.

Motus eidem conveniens 49 Circ. $53^{\circ} 12'$

seu $17993^{\circ} 12'$

Inferatur, Ut 17993^o ad d. 528194.

Ita 360^o. ad Tempus Rev. d. 10747 h. 4.

hoc est, annorum Ægyptiacorum (quorum singuli sunt 365 dierum) 29. d.

162. h. 4.

COROLLARIUM I.

730. Quia ♀ & ♂ Soli nunquam opponuntur, Coniunctiones autem eorundem cum Sole ob defectum Telescopiorum à Veteribus observari non poterunt; ipsorum Revolutiones circa Solem eodem prorsus modo reperiri nequeunt.

COROLLARIUM II.

731. Quoniam tamen Revolutiones Planetarum inferiorum circa Solem brevi temporis spatio absolvuntur & in singulis Revolutionibus binæ cum Sole Coniunctiones celebrantur (§. 538); ideo Observationes minori temporis intervallo dispositæ in posterum huic scopo satisfaciunt.

OBSERVATIO XLIX.

732. KEPLERUS (a) invenit Periodum circa Solem

Saturni A. 29. d. 174. h. 4. 58'. 25^{''}. 30^{'''}

Jovis A. 11. d. 37. h. 14. 49'. 31^{''}. 56^{'''}

Martis A. 1. d. 321. h. 23. 31'. 56^{''}. 49^{'''}.

Unde motus diurnus

Saturni 2'. 0^{''}. 36^{'''}

Jovis 4'. 58^{''}. 26^{'''}

Martis 31'. 26^{''}. 39^{'''}.

PHILLIPO DE LA HIRE vero (b) est Motus diurnus

Saturni 2'. 1^{''}.

Jovis 4'. 59^{''}.

Martis 31'. 27^{''}.

COROLLARIUM.

733. Hinc facile construuntur Tabulæ mediæ motuum ♄, ♃ & ♀ ut supra (§. 673).

PROBLEMA XXVIII.

734. Datis quatuor Oppositionibus Planetæ superioris in D, E, F & G; invenire Eccentricitatem & situm Lineæ Apfidum HI.

RESOLUTIO.

KEPLERUS (c) hac utitur Methodo,

(a) Epit. Astron. Copern. Lib. VI. Part. 2. p. 73i.

(b) In Tab. Astron. p. 39. & seqq.

(c) In Comment. de Motibus Stellæ ♃ Part. 2. C. 16. f. 92. & seqq.

fed indirecta. Sit Sol in S, B centrum Eccentrici, C centrum mediorum motuum. Oppositiones quatuor observatæ sint in F, E, D & G & HI sit Linea Apfidum Quoniam in Oppositionibus Planetæ cum Sole Planeta ex Sole & Terra per eundem radium videtur; erunt anguli FSE, ESD, DSG GSF æquales differentiis locorum in Oppositionibus F, E, D & G; adeoque vi Observationum dantur. Porro cum detur tempus inter binas quascunque Observationes intercedens, dabitur quoque medius Planetæ motus eidem respondens (§. 733), consequenter Centro mediorum motuum in C existente anguli FCE, ECD, DCG, GCF innotescunt. Sit locus Aphelii H ruditer saltem determinatus: qui cum vi Observationum per aliquot annos citra metum erroris sensibilis in hoc negotio admittendi immotus supponi possit, ob data loca Planetæ in Oppositionibus, dantur anguli HCF, HCE, itemque DCI & GCI. Quodsi locus Aphelii H & Perihelii I rite fuerit determinatus, necesse est ut centrum Eccentrici B sit in linea HI inter S & C, atque quatuor Oppositionum puncta F, E, D, G in eadem Peripheria existant: id quod ita explorandum.

I. Assumta SC 100000 ob calculi commoditatem, in Triangulo CFS ob datum angulum FCH datur contiguus FCS (§. 149 Geom.). Quare cum etiam detur FSH & latus SC, vi antecedentium, reperietur distantia Planetæ à Sole FS (§. 36 Trig.). Similiter ex datis in Triangulo

CGS

illa WARDI Centrum mediorum motuum in Foco altero Orbitæ statuens) admittere. Exemplum in Marte affert KEPLERUS, sed prolixius, quam ut hic transcribi possit.

COROLLARIUM I.

736. Cum per hanc Methodum, qua locum Aphelii H & Eccentricitatem BS investigare docuimus, una constet locus Planetarum medius in Oppositione qualibet; poterunt inde *Tabulæ Radicum mediorum motuum ac Apheliorum* ♄, ♃ & ♀, perinde ac supra ☉, (§. 718.) construi.

COROLLARIUM II.

737. Si locus Aphelii ex Observationibus antiquis deductus conferatur cum loco ejusdem ex recentioribus derivato; motus Aphelii annuus determinabitur ut supra (§. 702) & inde *Tabulæ motuum Aphelii* condentur.

SCHOLIUM II.

738. Quoniam Astronomus celeberrimus HALLEIUS (a) Methodum dedit Geometricam in Orbitis Ellipticis, iisque Keplerianis, investigandi positionem Lineæ Apsidum atque Eccentricitatem Solis atque Planetarum primariorum; nostrum est, ut eam nostro more explicemus. Quoniam vero supponit cognitam Opticam inæqualitatem, quam motus Terræ annuus per Eclipticam Planetis inducit, de ea nobis agendum, antequam illam exponamus.

OBSERVATIO L.

739. Vi Observationum statuunt ad A. 1700. locum Aphelii.

KEPLERUS	DE LA HIRE
Saturni, in ♄ 28°. 31. 44 ¹	29°. 14 ¹ . 41 ¹
Jovis, in ♃ 8. 10. 40	10. 17. 14
Martis, in ♃ 0. 51. 29.	0. 35. 25
<i>Motum Aphelii annuum statuunt.</i>	
Saturni 1 ¹ . 10 ¹	1 ¹ . 22 ¹
Jovis 0. 47.	1. 34.
Martis 1. 7	1. 7.

(a) In Transact. Anglic. num. 128. p. 683.

PROBLEMA XXIX.

740. Digressiones Veneris & Mercurii maximas à Sole observare.

RESOLUTIO.

1. Cum in maxima Digressionem à Sole ♀ & ☿ appareant bisecti, ope Tubi exploretur utcumque dies quo Digressio maxima contingit.
2. Quando suspicio est, Planetam in maxima Digressionem mox conspectum iri, per al quot dies observetur distantia Planetæ TV & SV à duabus Stellis fixis S & T nota Latitudinis IM & SN & Longitudinis M atque N.
3. Quoniam in Triangulo TOS dantur latera TO & SO, Latitudinum TM & SN datarum complementa ad quadrantem (§. 240), & angulus MON, cujus mensura est differentia Longitudinum datarum MN (§. 33. *Spheric.*); reperietur distantia Stellarum ST (§. 163. *Spheric.*) & angulus OTS (§. 165. *Spheric.*).
4. Datis in Triangulo TSV tribus lateribus TS, SV & TV, reperietur angulus STV (§. 168. *Spheric.*), quo alteri OTS addito, prodit angulus OTV.
5. Datis jam in Triangulo OTV præter angulum cognominem OTV lateribus OT & TV, invenietur latus OV (§. 163. *Spheric.*), Latitudinis Planetæ PV complementum ad quadrantem (§. 240), & angulus TOV (§. 165. *Spheric.*), cujus mensura MP est differentia Longitudinum Planetæ V & Stellæ T. Hæc adco

COROLLARIUM.

746. Si loca Aphelii olim observata cum locis recentioribus conferas, innotescit inde ut supra Aphelii motus & *Tabulæ motuum Aphelii* construentur (§.702).

OBSERVATIO LII.

747. *Motum annum Aphelii statuunt*

	KEPLERUS	DE LA HIRE
Veneris	1'. 18".	1'. 26"
Mercurii.	1'. 45".	1'. 39"

SCHOLIUM.

748. *Neminem puto offendet, quod in numerum Observationum nonnulla referamus, quæ ex Observationibus deducta sunt, ne Titulorum numerus multiplicandus esset.*

PROBLEMA XXXI.

Tab. VIII. Fig. 73. 749. *Invenire Eccentricitatem Planetarum inferiorum SC.*

RESOLUTIO.

1. Ex pluribus Observationibus Digressionum maximarum maxima cum cura peractis (§. 740) feligantur duæ, quarum altera facta in Perihelio Planetæ A, altera in Aphelio ejusdem P.
2. Ad tempus utriusque Observationis inveniatur intervallum Telluris à Sole SG & SD (§.685).
3. Cum anguli ad A & P sint recti, & præterea in Triangulo SAG detur angulus G, sub quo Digressio maxima in Perihelio videtur, & intervallum SG; in altero autem SPD angulus D, sub quo Digressio maxima in Aphelio apparet, & intervallum SD; reperietur ibi AS, hic PS (§.36 *Trigon.*).
4. Quoniam PF distantia Foci F à P æqualis est ipsi SA (§. 633 *Astron.* & §. 427 *Analys. fisit.*); subducta

AS ex PS, relinquetur distantia Focorum FS, quæ bisecta in C dat Eccentricitatem SC (§.638) in istiusmodi particulis, qualium Radius Eccentrici Telluris est 100000. Unde

5. Per Regulam trium facile invenitur in istiusmodi partibus, qualium Radius Eccentrici Planetæ inferioris AC est 100000. Si enim summam ex AS & SP bifariam divides, prodibit Radius Eccentrici Planetæ AC in istiusmodi particulis, quarum Semidiameter Orbitæ Telluris est 100000.

OBSERVATIO LIII.

750. KEPLERUS (a) *constituit Eccentricitatem*

♃	♀	♁	♂	♄	♅
21000,	694,	1800,	9263,	4822,	5700

partium qualium Semidiameter Eccentrici unincujusque est 100000.

PROBLEMA XXII.

751. *Determinare tempus Revolutionis Planetarum inferiorum circa Solem.*

RESOLUTIO.

Cum nostro tempore Conjunctiones eorum cum Sole observari possint per Telescopia; inde facile innotescit tempus integræ Revolutionis, si notetur, quodnam elapsum fuerit ab una Conjunctione usque ad alteram, Planeta in utraque vel supra, vel infra Solem constituto. Quare si veteres Observationes prostant, ex collatione recentiorum cum antiquis accuratius idem determinaretur, ut supra in Planetis superioribus (§.729). Enimvero quamdiu Observationes Conjunctionum deficiunt, ita procedendum. I. Si

(a) Epitom. Astron. Lib. VI. p. 732. 765.

1. Si Planeta M fuerit in Digressione maxima à Sole, Radius Eccentrici MC est ad lineam visivam OH perpendicularis, adeoque dato per Observationem loco Planetæ H, datur etiam Punctum I quadrantis intervallo ab eo remotum, cumque locus Perihelii N notus sit (§.746), arcus quoque IN, consequenter angulus MCS datur. Quare cum etiam Radius Eccentrici CM & Eccentricitas CS dentur, reperietur angulus CMS (§.38 *Trigon.*), cui arcus IK æqualis est, ob immensam nempe Eclipticæ ab Orbita Planetæ distantiam. Quodsi ergo IK ex arcu IH subtrahas, relinquetur locus Planetæ K ex Sole S visus.

2. Quodsi hac ratione, in duabus maximis à Sole Digressionibus magno intervallo Annorum distantibus, quærantur loca Planetæ ex Sole visis; tempus uni Revolutioni circa Solem debitum elicietur ut supra (§.729).

OBSERVATIO LIV.

752. KEPLERUS (a) tribuit Revolutioni circa Solem

Veneris. d.22. h.17. 44'. 55". 14¹¹."

Mercurii. d. 87. h. 23. 14'. 24"

Motum diurnum concedit. (b)

Veneri. - - - - - 1°. 36'. 8".

Mercurio. - - - - - 4°. 5'. 32".

DE LA HIRE vero eundem motum renuit (c).

COROLLARIUM I.

753. Dato motu Planetarum inferiorum

(a) In Epitom. Astron. Lib. VI. Part. 3. p.760.
 (b) In Rudolphinis f. 66. 72.
 (c) In Tab. Astron. p. 65. 73.

diurno, Tabula mediorum motuum construuntur ut supra (§.673).

COROLLARIUM II.

754. Cognito vero loco medio uno ad momentum alicujus Digressionis maximæ (§.751); Tabulas quoque Epocharum seu Radicum condere ulterius licet (§.78)

DEFINITIO XXVII.

755. Locus Eccentricus in Orbita est locus Planetæ, in quo ex Sole videtur. Vocatur etiam Locus Centricus.

COROLLARIUM.

756. Quoniam data Eccentricitate una, cum loco & motu Aphelii motuque Planetæ medio, supputari potest locus Telluris ex Sole visus (§.720), motus autem Planetæ primarii cujuscunque, Oculo in Sole posito, eodem modo apparet, quo motus Telluris (§.633); evidens est, Planetæ locum Eccentricum eodem modo supputari, quo supra locum Solis supputare docuimus, & Tabulas ad eum supputandum iisdem artificiis construi, quæ supra (§.684. & seqq. vel §.723) exposita sunt.

DEFINITIO XXVIII.

757. Locus ad Eclipticam reductus, seu locus Eccentricus in Ecliptica est Punctum Eclipticæ, ad quod Planeta è Sole visus refertur. Coincidit cum Longitudine Planetæ è Sole visa, vocaturque locus Heliocentricus.

DEFINITIO XXIX.

758. Locus Geocentricus est punctum Eclipticæ, ad quod Planeta ex Tellure visus refertur.

SCHOLIUM.

759. Sit NEOR Ecliptica, NPOQ Orbita Planetae, Sol in S, Terra in T, Planeta in P; recta SP designabit locum Eccentricum in Orbita, RS locum ad Eclipticam reductum seu Heliocentricum, TR vero locum Geocentricum. Tab. VII. Fig. 74. n. 1.

DEFI.

DEFINITIO XXX.

Tab. VIII. Fig. 74. n. 1. 760. *Angulus commutationis* ESR est differentia inter locum verum Solis E ex Terra T visi & locum Planetæ ad Eclipticam reductum R.

COROLLARIUM.

761 Invenitur adeo, loco Solis vero E è loco Heliocentrico Planetæ R sublato, vel contra.

DEFINITIO XXXI.

762. *Angulus elongationis* seu *angulus ad Terram* ETR est differentia inter locum verum Solis E & locum Geocentricum Planetæ R.

DEFINITIO XXXII.

763. *Parallaxis Orbis* est differentia inter angulum commutationis RSE & angulum elongationis RTE.

COROLLARIUM.

764. Est adeo angulus SRT, quem intercipiunt rectæ ex Terra T & Sole S in locum R ad Eclipticam reductum ductæ (§ 239 *Geom.*).

DEFINITIO XXXIII.

Tab. IX. Fig. 74. n. 1. 765. *Nodi* sunt puncta intersectionum N & O Eclipticæ & Orbitæ Planetæ. *Nodus ascendens* est punctum N, à quo Planeta ultra Eclipticam versus Polum Borealem excurrit. *Nodus descendens* est punctum O, unde Planeta infra Eclipticam versus Polum Australem descendit. Ascendens dicitur etiam *Nodus Borealis*; descendens *Australis*.

SCHOLIUM.

766. *Nodus ascendens* exprimitur per hoc signum ♈; *descendens* vero per illud ♉.

DEFINITIO XXXIV.

767. *Inclinatio* est angulus ad Solem RSP, sub quo distantia Planetæ P ab Ecliptica PR ex Sole videtur.

DEFINITIO XXXV.

768. *Latitudo* est angulus ad Terram PTR, sub quo distantia Planetæ ab Ecliptica PR ex Terra videtur.

DEFINITIO XXXVI.

769. *Argumentum Latitudinis* est distantia loci Eccentrici in Orbita à Nodo ascendente NP.

DEFINITIO XXXVII.

770. *Reductio ad Eclipticam* est differentia inter Argumentum Latitudinis NP & arcum Eclipticæ NR inter locum Planetæ reductum R & Nodum N interceptum.

DEFINITIO XXXVIII.

771. *Distantia curvata* est distantia loci Planetæ ad Eclipticam reducti à Sole SR.

DEFINITIO XXXIX.

772. *Curtatio* est differentia inter distantiam Planetæ à Sole PS & distantiam curvatam SR.

DEFINITIO XL.

773. *Inæqualitas prima* est inæqualitas motus Planetæ ex Sole visi orta ex Orbitæ Eccentricitate.

SCHOLIUM.

774. Eam adeo in antecedentibus jam explicavimus: unde etiam patet, accedere ipsi partem quandam Physicam ab inæquali in Orbita incessu (§ 633). Coincidit nempe cum *Æquatione Orbis*.

DEFINITIO XLI.

775. *Inæqualitas secunda est inæqualitas motus Planetæ ex Terra visi, orta ex motu Telluris annuo circa Solem.*

SCHOLIION.

776. *Hæc tota Optica est & nunc explicanda. Est nempe illa ipsa, quam supra Parallaxin Orbis diximus (§. 763).*

PROBLEMA XXXIII.

777. *Nodos Planetæ observare.*

RESOLUTIO.

1. Observetur per aliquod tempus Longitudo & Latitudo Planetæ (§. 559. 740), cumque Latitudo valde decrescereprehenditur, maxima cum cura continetur, donec nulla evadat. Quando enim Latitudine caret, in Nodo est.
2. Supputetur ad datum tempus, quo Planeta ex Tellure T in Nodo N observatur, Solis locus verus L (§. 720); differentia inter locum Planetæ & Solis erit angulus NTL.
3. Observetur quoque momentum temporis, quando Planeta à Nodo N digressus ad eundem redit (num. I) & supputetur ad idem quoque locus Solis M tunc temporis ex Tellure in V visi; erit differentia utriusque loci angulus NVM.
4. Et cum differentia locorum Solis L & M manifestet angulum LSM, cui verticalis TSV æqualis est (§. 156 Geom.); quærantur porro ad utrumque Observationis momentum intervalla seu distantia Solis à Terra TS & SV (§. 685) & hinc porro

Wolffii Oper. Mathem. Tom. III.

5. Ex datis in $\triangle TSV$ duobus lateribus TS & SV cum angulo intercepto TSV, investigentur STV & SVT (§. 40. *Trigon.*) cum latere tertio TV (§. 36. *Trigon.*).
6. Angulus NTS (num. 2) ab STV subtrahatur; ut relinquatur angulus NTV, & angulus SVT ad angulum NVS (num. 3) addatur, ut prodeat angulus NVT.
7. Datis jam in $\triangle NVT$ angulis omnibus (§. 245. *Geom.*), una cum latere TV (num. 5), inveniatur distantia Planetæ à Terra in prima Observatione TN (§. 36. *Trigon.*).
8. Tandem in $\triangle NST$ datis duobus lateribus TS (num. 4) & TN (num. 7), una cum angulo intercepto NTS (num. 2), inveniatur angulus TSN (§. 40. *Trigon.*) & distantia Nodi à Sole NS (§. 36. *Trigon.*).
9. Quare cum ad momentum primæ Observationis detur locus Solis è Terra visus L (num. 2), adeoque & locus Telluris T è Sole visus (§. 572); locus quoque Nodi N è Sole visus innotescit, cui si addantur 180, prodibit locus Nodi alterius O.

Tab:
XII.
Fig.
102.

COROLLARIUM I.

778. Ex collatione Observationum recentiorum cum antiquis innotescit; Nodos omnium Planetarum moveri in consequentia & ut supra motus Apogæi Solis (§. 702), motus Nodorum determinatur.

COROLLARIUM II.

779. His vero datis facile construuntur *Tabula tam Radicum, quam motus Nodorum ascendentium Planetarum primariorum* (§. 718).

Rrr

OB-

OBSERVATIO LV.

780. *Locus Nodi ascendentis, An. 1700.*

Sil. vet. Sil. novo

<i>juxta</i>	KEPLERUM,	DE LA HIRE
Saturni, ☉	22°. 49'. 4". ---	21° 56'. 29"
Jovis ☉	5. 31. 47.	7. 11. 44.
Martis ♃	17. 50. 46.	17. 25. 20.
Veneris ♀	14. 19. 5.	13. 54. 19.
Mercurii. ☿	14. 47. 26.	14. 53. 14.

Motus annuus Nodi ascendentis

Saturni - - - - -	1'. 12."	1'. 12"
Jovis - - - - -	0. 4.	0. 14.
Martis - - - - -	0. 40.	0. 37.
Veneris - - - - -	0. 47.	0. 46.
Mercurii - - - - -	1. 25.	1. 25.

SCHOLIUM

781. *Quoniam motus Nodorum admodum tardus est (§. 780); ideo patet, quod in determinando loco Nodorum tuto negligatur & citra errorem sensibilem supponatur, Nodum intra Revolutionem unam locum non mutasse.*

COROLLARIUM.

782. *Quoniam motus Nodorum adeo tardus est, ut in una Revolutione pro imotis haberi possint; Revolutio una absolvitur in Orbita, dum ab eodem Nodo digressus Planeta ad eundem redit. Quamobrem si bis in eodem Nodo observetur, tempus inter binas Observationes sese immediate exicipientes interceptum est Revolutionis unius quantitas, accuratius adeo per Observationes Planetæ in Nodo, quam per Oppositiones determinanda in superioribus (§. 729) & quam per Digressiones maximas in inferioribus (§. 751).*

PROBLEMA XXXIV.

783. *Inclinationem Planetæ maximam, seu angulum, quem Orbita Planetæ cum Ecliptica efficit observare.*

RESOLUTIO.

1. *Data Theoria Solis una cum loco & motu Nodorum, inveniri potest tempus, quo Sol S ex Terra T in Nodo N videtur.*
2. *Eodem tempore observetur Longitudo AV & Latitudo AB Planetæ P (§. 559. 741)*
3. *Longitudo Solis VN à Longitudine Planetæ AV subtrahatur, relinquatur arcus NA.*
4. *Datis in Triangulo Sphærico ANB ad A rectangulo, Latitudine AB & latere AN invenitur angulus ANB (§. 126. Sphæric.).*

OBSERVATIO LVI.

784. *Inclinatio maxima, juxta*

KEPLERUM, DE LA HIRE

Saturni - - -	2°. 32'	2°. 33' 30"
Jovis - - -	1. 20.	1. 19. 20
Martis - - -	1. 50. 30"	1. 51.
Veneris - - -	3. 22.	3. 25. 5
Mercurii - - -	6. 54.	6. 52.

COROLLARIUM.

785. *Datis Inclinatione maxima N & T Argumento Latitudinis NP invenitur Inclinatio PR, ut supra Declinatio, (§. 198) Fig & hoc modo Tabule inclinationum. construuntur.*

PROBLEMA XXV.

786. *Dato angulo Inclinationis PNR & Argumento Latitudinis NP; invenire reductionem.*

RESOLUTIO.

1. *Quærat arcus NR (§. 128 Sphæric.).*
2. *Subtrahantur à se invicem NR & NP: residuum est reductio (§. 770).*

COROLLARIUM.

787. *Patet ergo modus construendi Tabulas reductionum.*

SCHOLIION.

788. *Exemplum non addimus, quia Problema coincidit cum Probl. 5. Partis 1. (§. 203).*

PROBLEMA XXXVI.

789. *Dato intervallo PS, una cum Inclinacione PSR; invenire distantiam curtatam SR.*

RESOLUTIO.

Intelligatur ex loco Planetæ P ad Planum Eclipticæ demissa perpendicularis PR, in Triangulo adeo RSP ad R rectangulo datur angulus PSR & latus PS; invenitur adeo RS (§. 36 *Trigon.*), inferendo nempe: Ut Sinus totus seu Radius Circuli Eccentrici ad intervallum PS, ita Cosinus Inclinacionis RPS ad distantiam curtatam RS.

COROLLARIUM.

790. Quoniam differentia inter intervallum PS & distantiam curtatam RS est Curtatio (§. 772); patet jam modus construendi *Tabulas Curtationum.*

SCHOLIION.

791. *Quia Inclinacionis, Reductionis & Curtationis quantitas ab Argumento latitudinis pendet, adeoque singule Tabulæ ad Argumenti latitudinis singulos gradus construuntur; ideo KEPLERUS in Rudolphinis Tabulas inclinacionis, reductionis & curvationis in unam contraxit, cui nomen Tabulæ Latitudinarie indidit.*

PROBLEMA XXXVII.

792. *Datis Angulo commutationis ESR, distantia Solis à Terra TS, & distantia Planetæ curtata SR; invenire Angulum elongationis RFS, Parallaxin orbis SRT & distantiam Planetæ à Terra TR.*

RESOLUTIO.

Datis in Triangulo SRT duobus lateribus RS & ST cum angulo comprehenso RST, invenitur angulus RTS inferendo:

1. Ut ST ad RS (vel in Planetis inferioribus ut RS ad ST, quia tum $RS < ST$), ita Sinus totus ad Tangentem anguli alicujus, qui 45 gradibus multatus vocetur A.

Tab. V II. Fig. 74. n. 1.

2. Ut Tangens 45 ad Tangentem anguli A modo inventi, ita Tangens semisummæ angulorum R & T ad Tangentem semidifferentiæ eorundem: quæ in superioribus Planetis semisummæ angulorum R & T addatur, in inferioribus dematur, ut habeatur angulus ad terram RTS.

Hoc autem dato, invenitur ulterius RST (§. 245 *Geom.*) & RT (§. 36 *Trigon.*).

DEMONSTRATIO.

Fiat $SA = ST = SB$ & erigatur RD $= RA$ ad RA perpendicularis ducanturque SF & BE ipsi RD parallelæ; erit ob $AR = RD$ etiam $FS = SA$ & HF ipsi RA parallela $= RS$ (§. 268 *Geom.*), angulique RDA & RAD semirecti (§. 241 *Geom.*) atque $BF = FA$ (§. 179 *Geom.*). Quare cum sit $SF : FA = HF : FD$ (§. 267 *Geom.*); erit etiam $SF : FB = HF : FD$ (§. 168. *Arith.*) & hinc $SF : HF = FB : FD$ (§. 172 *Arith.*). Est ergo ut SF live TS ad HF live RS, ita Sinus totus ad Tangentem anguli DBF (§. 40 *Trigon.*) Sed ob parallelas BG & FS (§. 256 *Geom.*) GBF semirecto BFS æqualis (§. 233 *Geom.*): ergo angulus DBE hoc est RDB (§. cit.) relinquitur, si ex DBF per illationem primam Problematis invento subtrahitur semirectus EBF. Quoniam itaque ut RA ad RB, h. e. ut summa laterum TS & RS ad differentiam eorundem RB, ita Tangens semirecti RDA ad Tangentem residui anguli RDB (§. 7

Tab. VII. Fig. 76.

Tab. VIII. *Fig. 76.* *Trigon.*); erit etiam ut Tangens Semi-
 recti ad Tangentem illius residui, ita
 Tangens semisummæ angulorum quasi-
 torum TRS & RTS ad Tangentem se-
 midifferentiæ eorundem (§.40 *Trigon.*).
Q. e. d.

SCHOLIION.

793. *Exemplum mox dabimus in loco 24
 supputando, quo & præsens & reliqua ipsi
 agnata Problemata illustrabuntur.*

LEMMA IV.

794. *Tangentes duorum angulorum
 sunt in ratione reciproca Cotangentium
 eorundem.*

DEMONSTRATIO.

Sint duo anguli A & B. Erit ut Tan-
 gens anguli A ad Sinum totum, ita Si-
 nus totus ad Cotangentem anguli A; &
 similiter, ut Tangens anguli B ad Si-
 num totum, ita Sinus totus ad Cotan-
 gentem anguli B (§.104. *Trigon. Sphær.*).
 Quamobrem, cum etiam sit ut Sinus to-
 tus ad Tangentem anguli B, ita Cotan-
 gens ejusdem anguli B ad Sinum totum
 (§.173 *Arithm.*); erit ut Tangens an-
 guli A ad Tangentem anguli B, ita Co-
 tangens anguli B ad Cotangentem an-
 guli A (§.198 *Arithm.*). *Q. e. d.*

PROBLEMA XXXVIII.

Tab. VIII. *Fig. 74.* n. 1. 795. *Datis angulis Inclinationis
 RSP, Elongationis STR & Commuta-
 tionis ESR; invenire Latitudinem
 Planeta PTR.*

RESOLUTIO.

Fiat: Ut Sinus anguli elongationis
 RTS ad Sinum anguli commutationis
 RSE vel RST, ita Cotangens Inclina-
 tionis RSP ad Cotangentem latitudinis
 PTR.

Vel:

Inferatur: ut Sinus anguli commu-
 tationis RSE vel RST ad Sinum anguli
 elongationis RTS, ita Tangens inclina-
 tionis RSP ad Tangentem Latitudinis
 RTP.

DEMONSTRATIO.

Ut SR ad TR, ita Cotangens RSP
 ad Cotangentem RTP (§.213 *Optic.* &
 §.178. *Arithm.*). Est vero SR ad TR,
 ut Sinus RTS ad Sinum RST (§.33 *Tri-
 gon.*); ergo Sinus RTS ad Sinum RST,
 ut Cotangens RSP ad Cotangentem
 RTP (§.167 *Arith.*). *Quod erat unum.*

Est vero, ut Cotangens RSP ad Co-
 tangentem RTP, ita Tangens RTP ad
 Tangentem RSP (§.794). Quare cum
 sit Sinus RTS ad Sinum RST, ut Tan-
 gens RTP ad Tangentem RSP (§.167
Arith.); erit etiam Sinus RST ad Sinum
 RTS, ut Tangens RSP ad Tangentem
 RTP (§.169 *Arith.*). *Quod erat alterum.*

Aliter.

1. Quærat distantia Planetæ à Terra
 TR (§.792) & distantia curtata
 SR (§.789).
2. Quoniam anguli RSP & RTP sunt
 exigui, fiat $TR : RS = RSP : RTP$
 (§.212 *Optic.*).

COROLLARIUM I.

796. Datis angulis SRT & RTS, datur
 ratio distantia Terræ à Sole TS ad distan-
 tiam Planetæ ab eodem RS (§.33. *Trigon.*):
 & hoc modo repertum, posita distantia
 Terræ à Sole 10, esse distantiam $\frac{3}{4}$ à ☉ 4,
 ♀ 7, ♂ 15, ♃ 52, ♄ 95 (a).

CO-

(a) Gregorius Astron. Phys. & Geom. Lib. I.
 Prop. I. f. 2.

COROLLARIUM II.

797. Data ratione Semidiametri Eccentrici Planetæ ad Semidiametrum Eccentrici Telluris (§.795) & Eccentricitate Orbitæ Planetariæ in particulis 100000 Semidiametri Eccentrici (§.734.749); invenitur quoque Eccentricitas Planetæ in particulis 100000 Semidiametri Eccentrici Telluris.

SCHOLIUM.

798. En ope horum Corollariorum deductas Planetarum à Sole distantias & Orbitarum Eccentricitates in particulis, qualium Semidiameter Eccentrici Telluris est 100000, suppositis Eccentricitatibus KEPLERIANIS supra commemoratis (§.750).

	Dist. maxima	media	minima	Eccentr.
♄	1005027	951000	896793	54207
♃	544708	519650	494592	25058
♂	166465	152350	138235	14115
♀	101800	100000	98200	1800
♁	72900	72400	71900	500
♁	46955	38806	30657	8419

THEOREMA XXXIII.

799. Quadrata Temporum Periodicorum Saturni, Jovis, Martis, Veneris, Terra & Mercurii circa Solem sunt in ratione triplicata distantiarum à Sole.

DEMONSTRATIO.

Periodus ♄ est fere annorum 30; Periodus ♃ 12 (§.31.32): distantia veræ eorundem à Sole sunt ut 95 ad 52 (796). Quadrata temporum Periodicorum 900 & 144 sunt fere in ratione sextupla: Cubi distantiarum 857375 & 140608 in eadem quam proxime existunt. Sunt ergo quadrata Temporum Periodicorum ♄ & ♃ in ratione triplicata distantiarum à Sole (§. 259 *Arihm.*). Periodus Telluris est unius anni, ♄

vero 30, distantia illius ad distantiam hujus ut 2 ad 19 (§.796): quadrata Temporum Periodicorum 1 & 900 sunt fere ut Cubi distantiarum à Sole 8 & 6859. Quodsi Periodos accuratius definias, etiam proportio illa accuratior obtinebitur. Idemque eodem modo ostenditur de Planetis reliquis. *Q. e. d.*

SCHOLIUM I.

800. Periodos Planetarum circa Solem respectu Fixarum eum in finem in diebus & partibus earum decimalibus retentis distantias mediis KEPLERIANIS modo exhibitis (§. 798) ita definit NEWTONUS (a).

Planeta	Periodi circa Solem	horæ & scrup.
♄	10759.275	6 h. 36' 26"
♃	4332.514	12 20 25
♂	686.9785	23 27 30
♀	365.2565	6 9 30
♀	224.6176	16 49 24
♁	87.9692	23 15 53

Adjecimus horas & scrupula partibus decimalibus diei respondentia

SCHOLIUM II.

801. Elegans hoc Theorema invenit KEPLERUS & Vir summus NEWTONUS (b) demonstravit, corporibus in Ellipsi gyrantibus Vi centripeta ad Focum alterum tendente, ita ut Radius vector verrat Areas temporibus aequales (qualem motum KEPLERUS Planetis primariis circa Solem tribuit (§. 633. 799), convenire istam proportionem. Enimvero, quemadmodum BERNOULLIUS primus demonstravit (c), admissa illa proportione Planetæ in nulla alia quam Elliptica Orbita incedere possunt (§. 670 *Mech.*). De figura itaque Orbitarum Elliptica & lege,

Rrr 3 qua

(a) In Princip. Phil. Nat. Math. p. 393. Edit. ult.
 (b) Princ. Phil. Nat. Math. Lib. I. Prop. 15. p. 60.
 (c) Memoires de l'Acad. Roy. des Scienc. A. 1700, p. m. 682. & seqq.

qua in ea incident juxta KEPLERUM, vix amplius dubitandum. Ipse sane Cæl. DE LA HIRE (a) non inficiatur, figuram Ellipticam non multum abesse ab Orbita vera Planetarum.

SCHOLIUM III.

802. Restat ut adhuc doceamus, quomodo Eccentricitas tam Solis, quam Planetarum superiorum & inferiorum in Orbitis Ellipticis salvis veris motuum legibus inveniatur: quem in finem præmittimus

LEMMA V.

Tab. XII. Fig. 103. 803. Sit in Ellipsi APB ex Foco alterutro S ducatur ad Punctum quodcumque Peripheriæ P recta SP, & producto Axe AB in G, donec sit distantia Foci à vertice AS ad AG, ut distantia Focorum SF ad Axem AB, ex Puncto P ducatur PH ipsi GB parallela perpendiculari HG in G excitata occurrens in H; erit PH ad PS ut Axis AB ad distantiam Focorum SF.

DEMONSTRATIO.

Demittatur ex P perpendicularis ad Axem PK, sitque $AB = a$, $AK = x$, $SC = c$; erit $SF = 2c$, $AS = \frac{1}{2}a - c$, $SP = \frac{1}{2}a - c + \frac{2cx}{a}$ (§. 434. *Analyt. fin.*).

Et quia

$$SF : AB = AS : AG \text{ per hypoth.}$$

$$2c : a = \frac{1}{2}a - c :$$

$$\text{erit } AG = (\frac{1}{2}a^2 - ac) : 2c = \frac{a^2}{4c} - \frac{1}{2}a,$$

consequenter cum PK & HG sint ad GB perpendiculares & HP ipsi GB parallela per *hypoth.* & *constr.* adeoque $HP = GK$ (§. 283 *Geom.*), erit HP

$$= x - \frac{1}{2}a + \frac{a^2}{4c}. \text{ Quamobrem}$$

$$\begin{aligned} HP : PS &= x - \frac{1}{2}a + \frac{a^2}{4c} : \frac{1}{2}a - c + \frac{2cx}{a} \\ &= 4cax - 2a^2c + a^3 : 2a^2c - 4ac^2 + 8c^2x \\ &= a : 2c \text{ (§. 181. } \textit{Arithm.}), \text{ divi-} \\ &\text{dendo scilicet utrinque per } 4cx - 2ac + a^2 \\ &\text{est igitur } PH : PS = AB : SF. \text{ Q. e. d.} \end{aligned}$$

COROLLARIUM I.

804. Quodsi ex puncto Ellipseos quovis alio L ducatur recta LS ad Focum & IL perpendicularis ad HG; erit $AB : SF = L : LS$ (§. 803). Quare cum etiam sit $AB : SF = PH : PS$ (§. *cit.*) erit $PH : PS = LI : LS$ (§. 167 *Arithm.*) & $PH : LI = PS : LS$ (§. 173. *Arithm.*). Rectæ igitur ex Foco S ad Perimetrum Ellipseos utcumque ductæ PS & LS sunt, in Hypothesi Lemmatis, rectis PH & LI Axii AB parallelis proportionales.

COROLLARIUM II.

805. Quodsi porro chorda PL continetur ultra Ellipsin, donec ipsi HG in Q occurrat; cum sit $PQ : QL = PH : IL$ (§. 268 *Geom.*) & $PH : IL = PS : LS$ (§. 804), erit etiam $PQ : QL = PS : LS$ (§. 167 *Arithm.*).

COROLLARIUM III.

806. Si fuerit $GA : AS = AB : SF$; erit etiam $GA : AB = AS : SF$ (§. 173 *Arithm.*), consequenter $GA : GB = AS : AF$ (§. 190 *Arithm.*), adeoque ob $AS = FB$ ex natura Ellipseos, & hinc $AF = SB$ (§. 88 *Arithm.*) $GA : GB = AS : SB$ (§. 168 *Arithm.*). Quare $GA : AS = GB : BS$ (§. 173 *Arithm.*).

COROLLARIUM IV.

807. Si fuerit $GA : AS = AB : SF$; erit $GA : AS = GB : SB$ (§. 806). Quare cum etiam sit $GA - AS : AS = GS : SB$ (§. 193. *Arithm.*); erit etiam $GA - AS : GS = AS : SB$ (§. 173. *Arithm.*).

(a) In Præfat. ad Tabulas Astron.

COROLLARIUM V.

808. Si fuerit $GA : AS = AB : SF$; erit etiam $GA : AS = PH : PS$ (§. 803), consequenter $GS : GA = PH + PS : PS$ (§. 190 *Arithm.*).

LEMMA VI.

809. *Datis positione & magnitudine tribus rectis SP, SE & SM in Puncto S coëuntibus, describere Ellipsin, cujus Focus sit in S, per puncta P, L & M transeantem.*

RESOLUTIO.

1. Producat PL in Q, donec sit PQ; QL = PS : SL inferendo nempe, ut PS - SL : SL = PL : QL (§. 193 *Arith.*).
2. Eodem modo producat LM in O, donec sit LO : OM = SL : SM.
3. Per puncta O & Q ducatur recta HO & ex puncto S demittatur ad eam perpendicularis SG ducaturque ex P eidem parallela PH.
4. Dividatur GS in A, ut sit GA : AS PH : PS, atque producat in B, donec sit GA : AS = GB : SB; erit AB Axis Ellipseos per puncta M, L & P transeuntis, cujus Focus in S (§. 803. 807. 808).
5. Quodsi itaque fiat BF = AS; erit in F Focus alter & Ellipsis describi poterit (§. 435 *Anal. fin.*).

PROBLEMA XXXIX.

810. *Invenire Eccentricitatem Orbitæ Ellipticæ Telluris & locum Aphelii atque Perihelii.*

RESOLUTIO.

1. Observetur Oppositio Martis cum Sole (§. 727), tum enim ♂ in M, vel Punctum Eclipticæ M, in quod cadit

perpendiculum ex ♂ in Ellipticam demissum, si latitudinem habuerit, \odot in S & Terra in T erunt in eadem recta MS.

Tab. XIII. Fig. 104.

2. Quando Mars elapsis 687 diebus denovo ad Punctum M redit (§. 800), Terra vero nonnisi post $730\frac{1}{2}$ dies, quo binas periodos absolvit (§. *cit.*), ad idem restituitur; adeoque in Puncto A hæret, observetur locus Solis, quem Terra per rectam AS respicit (§. 203) & locus Martis, quem videt per rectam AM (§. 741). Ita enim ob locum Solis in E tempore secundæ Observationis, & locum ejusdem in F tempore primæ Observationis datur angulus ESF, cui verticalis MSA æqualis (§. 156 *Geom.*). Et ob locum Solis & ♂ in secunda Observatione datur distantia ♂ à \odot five angulus MAS.
3. Quodsi ergo MS ponatur 100000; in istiusmodi partibus reperietur distantia Terræ à Sole SA (§. 36. *Trig.*).
4. Eodem modo reperietur angulus MSB & distantia Terræ à \odot BS in particulis decimalibus MS, quando \odot secunda vice redit in M, itemque angulus MSC & recta SC, quando ♂ tertia vice restituitur in M.
5. Quoniam in S est Focus Orbitæ Telluris Ellipticæ (§. 633) & puncta A, B & C in Orbita existunt; Linea Apfidum determinabitur & Orbita describetur (§. 809), consequenter & Eccentricitas innotescit (§. 638). Quodsi jam Eccentricitatem SC & Radium Eccentrici AC in numeris invenire volueris.

Tab.
XII.
Fig.
103.

6. Ex datis in \triangle PLS lateribus PS & LS una cum angulo intercepto PSL (*num.* 2. & 3.) inveniantur anguli SPL & SLP (§. 40. *Trigon.*) cum latere PL (§. 36. *Trigon.*).
7. Eodem modo ex datis in \triangle LMS lateribus LS & MS una cum angulo intercepto (*num.* 4.) investigentur anguli SML & SLM una cum latere ML.
8. Quodsi jam anguli PLS & SLM modo inventi (= angulo PLM) ex 180° subducantur; relinquetur angulus QLO (§. 148. *Geom.*).
9. Quoniam PS — SL: SL = PL: QL (*num.* 1. §. 809), dantur vero PS & SL (*num.* 3. 4.) atque PL (*num.* 6); reperietur QL (§. 302. *Arithm.*) & eodem modo ob datos SL & SM (*num.* 4.) atque LM (*num.* 7.) invenietur MO.
10. Datis in \triangle QLO lateribus QL (*num.* 9.) & LO (*num.* 7. 9.) una cum angulo intercepto QLO (*num.* 8.) quæratuŕ angulus QOL (§. 40. *Trigon.*): qui.
11. Ex 90° ablatuŕ in \triangle IOL ad I rectangulo *per constr.* relinquit angulum OLI (§. 241. *Geom.*), cui si addatur angulus notus SLM (*num.* 7.), prodibit angulus ILS = LSB ob parallelas IL & AB (§. 222. *Geom.*); consequenter distantia Terræ in L ab Aphelio B (§. 636), quod adeo hoc pacto innotescit.
12. Jam porro ex datis in \triangle NOM ad N rectangulo angulo NMO ipŕius NOM ante inventi (*n.* 10.) complemento ad rectum (§. 241. *Geom.*) reperiatuŕ latus NM.

13. Datis adeo NM (*num.* 12.) & MS (*num.* 4.) datur ratio axis AB ad distantiam Focorum SF (§. 803), consequenter Radii Eccentrici AC ad Eccentricitatem SC (§. 181. *Arithm.*). Quare si AC fiat 100000, invenietuŕ tandem Eccentricitas SC in particulis decimalibus Eccentrici (§. 302. *Arithm.*).

SCHOLIION.

811. Nihil in hac solutione supponitur, quam Planetam in eodem Orbitæ Puncto eandem à Sole distantiam habere: id quod ob tarditatem motus Apheliorum (§. 736. 741) supponere licet.

PROBLEMA XL.

812. Planetam in eodem Orbita Puncto bis observatum inæqualitate secunda exuere; seu ex dato loco Geocentrico invenire Heliocentricum & ejus à Sole distantiam.

RESOLUTIO.

1. Observetur Longitudo & Latitudo Planetæ P Geocentrica ex Terra in T (§. 559. 741).
2. Ad momentum Observationis supputetur locus Solis (§. 720) & intervallum TS (§. 675.) ita angulus elongationis PTS (§. 762.) & locus Terræ T innotescit (§. 572).
3. Quodsi jam elapŕo intervallo, quo Planeta Periodum suam absolvit (§. 782.) ex Terra in A constituta denuo Planetæ Longitudo & Latitudo Geocentrica observetur & locus Solis ex A visi supputetur cum intervallo AS; angulus elongationis PAS & locus Terræ A innotescit.

4. Per

4. Per data Terræ loca T & A (*num.* 2. 3.) datur angulus TSA. Quomobrem cum etiam dentur latera AS & ST (*num.* 2. 3.); reperiuntur anguli STA & SAT (§. 40. *Trigon.*) & latus AT (§. 36. *Trigon.*).
5. Quod i anguli STA & SAT ex angulis STP & SAP notis (*num.* 2. 3.) subtrahantur, relinquuntur anguli TAP & PTA, a quoque in \triangle APT invenitur distantia Planetæ à Terra curtata tempore primæ Observationis PF (§. 36. *Trigon.*).
6. Datis jam in \triangle PTS lateribus PT (*n.* 5.), & TS (*n.* 2.) una cum angulo intercepto PTS (*n.* 1.) invenitur angulus TSP (§. 40. *Trig.*). Unde ob locum Terræ T notum, (*num.* 2.) locus Planetæ Heliocentricus tempore primæ Observationis innotescit. Cognito angulo PST reperitur porro distantia Planetæ à Sole curtata PS (§. 36. *Trigon.*).
7. Jam cum detur distantia Planetæ curtata à Sole RS (*num.* 6.) & à Terra TR (*num.* 5.) & Latitudo Planetæ RTP (*num.* 1.), inveniri potest inclinatio RSP. Cum enim sit ut Sinus anguli RTS ad Sinum anguli RST, ita Tangens RIP ad Tangentem RSP (§. 794.) & eidem Sinus sint ut SR ad TR (§. 33. *Trigon.*); erit ut distantia Planetæ à Sole curtata SR ad distantiam ejusdem curtatam à Terra TR, ut Tangens Latitudinis ad Tangentem Inclinationis (§. 167. *Arithm.*).
8. Cum in \triangle PRS ad R rectangulo detur angulus RSP (*num.* 7.) & latus

Wolfii Oper. Mathem. Tom. III.

- RS (*num.* 6.), invenitur distantia Planetæ à Sole vera seu interval- lum SP (§. 36. *Trig.*).
9. Denique quia datur locus Planetæ Heliocentricus in Ecliptica R (*num.* 6.) & locus Nodi N ad momen- tum observationis (§. 779.); datur etiam distantia à Nodo in Ecliptica RN Quare cum porro in \triangle RPN ad R rectangulo detur inclinatio m. xima (§. 783); reperitur distan- tia à Nodo in propria Orbita (§. 120. *Trigon. Spher.*) consequenter locus centricus Planetæ (§. 755).

PROBLEMA XL.

813. *Invenire Eccentricitatem Plan- etarum primariorum in Orbita Ellip- tica & positionem Lineæ Apfidum.*

RESOLUTIO.

1. Inveniantur tria loca Planetæ Heliocentrica una cum distantiiis ejusdem à Sole veris (§. 812.).
2. Cum ita dentur tria puncta, per quæ Ellipsis transit, una cum Foco ejusdem; Linea Apfidum & Eccentricitas tam Geometricè, quam per calculum eodem prout modo determinantur, quo in Sole (§. 810.).

PROBLEMA XLI.

814. *Ad datum tempus veram Pla- netæ Longitudinem & Latitudinem sup- putare.*

RESOLUTIO.

1. Ad datum tempus supputetur locus Solis verus E (§. 720.) & ejus in tervallum TS (§. 658.).
2. Eodem modo (§. *cit.*) computetur locus Planetæ eccentricus in Orbita P cum intervallo ejus PS.

Sss

3. Quæ-

Tab. VIII. Fig. 74. n. 1.

Tab. VIII. Fig. 74. n. 1.

Tab. VIII. Fig. 74. n. 1.

3. Quærat^{ur} porro locus Nodi ascendentis N ad datum tempus (§.779).
4. Locus Nodi N auferatur à loco Planetæ eccentrico P; residuum est Argumentum Latitudinis PN (§.769).
5. Dato Argumento Latitudinis PN, quærat^{ur} porro Inclinatio PR (§.785) & locus ad Eclipticam reductus R (§.786) seu Longitudo Heliocentrica.
6. A loco Solis E subtrahatur locus Planetæ reductus R, vel hic ab illo, minor nempe è majore: relinquetur Angulus commutationis RSE, qui porro ex 180° subductus residuum facit angulum RST.
7. Datis intervallo Planetæ PS & Inclinazione RSP, inveniatur distantia curtata RS (§.789) & inde
8. Porro angulus ad Terram RTS,
9. Si distantia Terræ à loco Planetæ reducto R fuerit minor Semicirculo, locus Solis verus E, angulo ad terram RTS addatur; sin illa major extiterit, hic ab eodem subtrahatur, ut vera Planetæ Longitudo prodeat.
10. Denique ex datis angulis RST & RTS atque Inclinazione RSP inveniatur Planetæ Latitudo RTP (§.794).

E. gr. Quærat^{ur} Longitudo & Latitudo ♃ ad diem 1 Aug. A. 1711. Primum itaque supputandus est locus ☉ verus cum ejus intervallo. Est vero Locus ☉ verus 4S 8°. 26' 33" in Merid. Paris. ad tempus apparens & Logarithmus intervalli 400625 (§.722). Loco Solis vero & intervallo ejus invento, calculus pro Marte ita instituitur:

Radix	Mot. med. S. G.	Aphelii. S. G.	Nod. a S. G.
A. 1700	0. 3.12'.37"	5. 0.35'.25"	1.17.25'
IO	3.23.54.18	11. 5	6.
Julius.	3.21. 6.11	38.	
Loc. med.	7.18.13. 6.	5. 0.47. 8.	1.17.31.
Aphel.	5. 0.47. 8	Log. Interv.	4194
Anom. med.	2.17.25.58		
Æquat. subt.	10. 6.		
Anom. coæq.	2. 7.19.58.		
Aphel.	5. 0.47. 8		
Loc. ♃ eccentric.	7. 8. 7. 6		
Loc. ♃	1.17.31.50		
Arg Latitud.	5.20.35.16		
Inclinat.	18. 9		
Reduct. add.	17		
Loc. ♃ ecc.	7. 8. 7. 6		
Loc. ♃ Red.	7. 8. 7.23		
Loc. ☉ verus.	4. 8.26.33		
Ang ESR.	2.29.40.50		
Semi-circ.	5.29.59.60.		
Ang. RST.	3. 0.19.10		
seu	90.19.10		
Semi-circ.	179.59.60		
SRT + STR.	89.40.50		
$\frac{1}{2}R + \frac{1}{2}T.$	44.50.25.		
Log. Sin. tot.		1000000.	
Interv. ♃		419490	
Cofin Inclin.		999999.	
Log. Dist. curt. SR		419489	
Log. interv. ☉ TS		400625	
Tang. Ang. A in Canone respondent subtr.		1018864, cui 57° 4' 10" 45	
A		12 4 10	
Log. Tang. 45		1000000	
Tang. A.		933006	
Tang. $\frac{1}{2}R + \frac{1}{2}T$		999758	
Tang. $\frac{1}{2}T - \frac{1}{2}R$		932794,	

cui

cui in Canone respondent	12° 0' 38''
$\frac{1}{2}$ R + $\frac{1}{2}$ T	44 50 25
Ang. ad Terr. RTS	56 51 3
seu	1S. 26 51 3
Loc. ☉ ver.	4 8 26 33
	6S. 5 17 36
Est adeo ♂ Longitudo vera	$\underline{=}$ 5° 17' 36''
Tandem pro Latitudine fiat:	
Log. Sin. RTS	992285
Sin. RST	999999
Cotang. Incl.	1227739
	2227738
Cotang. Latit.	1235453
cui in Canone respondent	89° 44' 48''
Quadrans	89 59 60
Ergo Latitudo ♂	15 12

Brevius quoque invenitur hunc in modum:

Log. Sin. RST	999999
RST	992285
Tang. Incl.	772263
	1764548

Tang. Latit. 764549,
cui in Tabulis quam proxime respondent
15' 12''.

SCHOLIUM.

815. *Quibus Calculum Astronomicum exercere volupe fuerit, iis suadeo, ut aut Tabulis Cel. DE LA HIRE utantur, aut, si Rudolphinæ ad manus fuerint, ex iis tamen nonnisi Locum Planetæ Heliocentricum investigent, ad Geocentricum autem inveniendum Methodum Trigonometricam adhibeant: ita enim facilius scopo suo poterunt.*

CAPUT V.

De Theoria Planetarum Secundariorum, præsertim Luna.

DEFINITIO XLII.

816. *Mensis Periodicus* est temporis intervallum, quo Luna integrum Zodiacum percurrit, seu ad idem Zodiaci Punctum restituitur, unde fuerat digressa.

DEFINITIO XLIII.

817. *Mensis Synodicus* seu *Lunatio* est temporis intervallum, quo Luna à Sole digressa ad eundem redit.

DEFINITIO XLIV.

818. *Mensis Anomalisticus* est temporis intervallum, quo Luna ab Apogæo digressa ad idem redit.

DEFINITIO XLV.

819. *Mensis Draconicus* est tempo-

ris intervallum quo Luna à Nodo ascendente digressa ad eundem redit. Nodus enim ascendens dicitur *Caput Draconis*: Nodus descendens *Cauda Draconis*.

DEFINITIO XLVI.

820. Hinc simul intelligitur, quid sint varix illæ motuum species, quarum apud Astronomos mentio fieri solet. *Motus* nimirum in *Longitudinem Periodicus* est mensura mensis Periodici. *Motus Luna a Sole Synodici*; *motus Anomalix Anomalistici*; *motus in Latitudinem Draconici*.

OBSERVATIO LVII.

821. *Quodsi repetitis crebro Observationibus Longitudo atque Latitudo Lunæ*

inveniatur (§. 559. 471); majorem multo in motibus ejus inæqualitatem deprehendes, quam in Sole atque Planetis primariis. Illa tamen inæqualitas regularitate omni non destituitur. Intra 28 enim dies semel velocissimus, bis mediocris & semel tardissimus. Quodsi ope Telescopii Luna observetur Dichotoma sive bisecta, & ad momentum Observationis queratur una Longitudo Planetæ (§. cit.), eademque Observationes sæpius repetantur, Periodos in singulis Lunationibus minime æquales reperies. Eodem modo constat inæqualitas mensium Synodicorum pariter & Periodicorum, si ad tempus, quo Luna Soli opponitur vel cum Fixa conjungitur, Longitudinem observes.

OBSERVATIO LVIII.

822. Si ponamus Lunam in Ellipse moveri, in cujus altero Foco Terra existit, ea lege, qua Primarii circa Solem feruntur (§. 633) & ex Ecliptibus seu Conjunctionibus & Oppositionibus (quas communi nomine Syzygias appellare solent) singula ad supputationem loci Lunæ veri necessaria eo modo, quo in Theoria Solis, determinantur; locus Lunæ eodem modo, quo locus Solis, supputatus cum observatione tantum consentit in Syzygiis, omni autem tempore reliquo mire ab eadem discrepat, ita ut Æquatio nunc augeatur, nunc minuat. Maxima nimirum differentia in Quadraturis observatur: à Novilunio nempe usque ad primam Quadraturam crescit, inde usque ad Plenilunium iterum decrescit, & eodem modo se habet à Plenilunio usque ad Novilunium.

DEFINITIO XLVII.

823. Inæqualitas prima seu soluta est inæqualitas motus Periodici orta ab invariabili Orbitæ Eccentricitate, in Syzygiis observabilis.

DEFINITIO XLVIII.

824. Inæqualitas altera seu menstrua est inæqualitas motus elongationi à Sole alligata, quæ in Quadraturis omnium maxime se prodit.

PROBLEMA XLII.

825. Invenire quantitatem mensis Periodici & Synodici.

RESOLUTIO.

1. Cum in medio Eclipsium Lunarum, prout in sequentibus independenter ab his patebit Luna Soli opponatur; supputetur in minimis scrupulis intervallum temporis inter duas Eclipses seu Oppositiones intercedens.
2. Hoc intervallum dividatur per numerum Lunationum interea absolutarum, quotus erit quantitas mensis Synodici (§. 817).
3. Supputetur motus Solis medius, qui quantitati mensis Synodici respondet (§. 672) & integro Circulo, quem Luna interea absolvit, addatur.
4. Tandem inferatur: ut aggregatum modo inventum ad 360° , ita quantitas mensis Synodici ad quantitatem Periodici.

DEMONSTRATIO.

Etenim cum Luna restituitur ad idem Punctum, in quo Soli opponebatur, Periodum suam absolvit, adeoque tempus interea elapsum est mensis Periodicus (§. 816). Interea vero temporis Sol pro-

progressus ulterius, ut adeo Luna adhuc arcum aliquem ultra integram Revolutionem absolvere teneatur, antequam eidem denuo opponatur. Quamobrem cum spatium inter binas Oppositiones interjectum sit mensis Synodicus (§. 817); intra mensem Synodicum Luna præter Revolutionem integram tantum conficere debet arcum, quantum hoc tempore Sol conficit. Quare si 360 addatur motus medius ☉ intra mensem Synodicum, prodibit motus Lunæ medius e dem respondens, consequenter cum motus medius sit tempori proportionalis (§. 643); ex quantitate mensis Synodici invenitur quantitas Periodici, quemadmodum præcipitur. *Q. e. d.*

E. gr. COPERNICUS A. 1500 d. 6 Nov. h. 12 post mediam noctem observavit Eclipsin Lunæ Romæ & A. 1523 h. 4. 25' d. 1 Aug. aliam Cracoviae. Inde quantitas mensis Synodici ita eruitur.

Obs. II. A. 1523. d. 237. h. 4. 25'

Obs. I. A. 1500: d. 310. h. 2. 20

Interv. temp. A. 22. d. 292. h. 2. 5'
addantur intercal dies 5

Interv. exact. A. 22. d. 297. h. 2. 5'
feu 11991005'

quod per 282 menses. interea elapsos divisum dat quantitatem

Mensis Synodici. 42521' 9'' 9''

hoc est, 29 d. 12 h. 41'

Idem COPERNICUS A. 1522 d. 6 Sept. h. 13 20' post mediam noctem, hoc est, A. 2272 Nabonassaris Eclipsin Lunarem Cracoviae observavit: sed anno 28 ejusdem epochæ media nocte inter 18 & 19 mensis Thot, Babylone, hoc est, in meridiano Cracoviensi & nostro Calendario d. 26 Aug. h. 10. 10', alia observata. Ex harum observationum collatione ut ante quantitas mensis Synodici accuratius elicitur. Nimirum

Obs. II. A. 2272. d. 6 Sept. h. 13. 20'

Obs. I. A. 28. d. 26 Aug. h. 10. 10

Interval. temporis 2243 A. Ægyptiac.
d. 11. h. 3. 10'

hoc est 1178936830'

quod per quantitatem paulo ante inventam divisum exhibet numerum Lunationum interea absolutarum. Quare si idem intervallum denuo per hunc numerum dividatur, prodibit quantitas mensis Synodici

42524'. 3'' 10''' 9'''.

hoc est. d. 29. h. 11. 44'. 3''. 10'''

Mot. ☉ med. interea 29°. 6'. 24''. 18'''
360.

Mot. Lunæ - - - - - 389. 6'. 24. 18'
Ergo Mensis Period. d. 27. h. 7. 43'. 5''.

SCHOLI ON.

826. *Quantitas mensis elicitur ex Pleniluniis veris: quare nova determinatione opus est. Scilicet ubi ope quantitatis inventa determinatus fuerit locus & motus Apogæi atque Eccentricitas & hujus beneficio Equationes inventæ, Oppositiones veræ in medias convertendæ & tempus apparens itidem ad medium reducendum & inde denuo Observationum collatio instituenda.*

COROLLARIUM I.

827. Data quantitate mensis Periodici, per Regulam trium inveniri potest motus diurnus, horarius &c. & sic Tabulæ motuum mediorum Lunæ construuntur.

COROLLARIUM II.

428. Quodsi motus diurnus Solis medius à motu Lunæ medio diurno subtrahatur, relinquitur motus diurnus Lunæ à Sole.

COROLLARIUM III.

829. Cum, in medio Eclipseos totalis cum mora, Luna in Nodo existat, quemadmodum infra independenter ab his ostendetur; si ad momentum illud quærat locus Solis eidemque addantur sex signa, prodibit locus Nodi.

COROLLARIUM IV.

380. Collatio Observationum recentiorum cum antiquis motum Nodorum manifestabit: ex iis vero apparet, Nodos Lunæ moveri in Signa antecedentia, e. gr. ex \varnothing in φ , ex φ in χ .

COROLLARIUM V.

831. Si adeo motui Lunæ medio diurno addatur motus diurnus Nodorum; summa erit motus Latitudinis (§. 820) & inde ulterius ope Regulæ trium invenitur, quanto tempore Luna 360° à capite Draconis digrediat, hoc est, ab eo digressa denuo ad idem restituatur. Patet ergo, quomodo quantitas mensis Draconici sit invenienda (§. 819).

COROLLARIUM VI.

832. Dato motu Latitudinis diurno Tabule motuum latitudinis construuntur ut supra (§. 673).

SCHOLIUM.

833. Tabulas istiusmodi exhibet BULLIALDUS (a).

COROLLARIUM VII.

834. Si motus Apogæi diurni subtrahatur à motu Lunæ medio diurno, relinquitur motus Lunæ medius ab Apogæo & inde per Regulam trium elicitur mensis Anomalistici quantitas (§. 818).

OBSERVATIO LIX.

835. KEPLERUS (b) reperit quantitatem mensis Synodici mediocrem d. 29 h. 12. 44'. 3". 11^{'''}: Periodicum d. 27 h. 7. 43'. 5". 8^{'''}. Apogæi locum ad A. 1700 d. I. Jan. st. v. II S. 8° . 57'. 1^{''}, locum Ω 4 S. 27° 39'. 17^{''}, motum medium \mathcal{Q} diurnum 13° . 10'. 35^{''}, motum diurnum Apogæi 6'. 41^{''}, motum diurnum Ω 3'. 11^{''}. (c): Eccentricitatem denique constantem 4362, qualium semidiameter Eccentrici est 100000.

(a) In Philolaicis f. 122.

(b) In Epit. Astron. Copern. Lib. VI. p. 789.

(c) In Rudolphinis f. 78.

COROLLARIUM.

836. Est adeo motus Latitudinis diurnus 13° 13' 46^{''} (§. 831), motus ab Apogæo diurnus 13° 3' 54^{''} (§. 834).

SCHOLIUM.

837. Cum Tabulæ Equationum ad salvandam inæqualitatem solutam eodem prorsus artificio construuntur, quo supra Tabulas Equationum Solis & Planetarum primariorum construere docuimus, non opus est, ut ibi dicta hic repetamus. Restat igitur, ut ostendamus, quomodo Equationes illæ corrigantur, ut extra Syzygias veros Lunæ motus exhibeant: ubi non diffitendum, magnas hic occurrere difficultates, ita ut Luna Sidus plane contumax censi debet, nec quisquam veras illarum rationes explicatas dederit ante profundarum meditationum Autorem NEWTONUM (d), quas deinde uberius evoluit DAVID GREGORIUS (e). Sed cum Theoriam Lunæ per causas Physicas explicare nostri jam non sit instituti; suffecerit nobis evoluisse Hypothesin, qua KEPLERUS noster ad secundam Lunæ inæqualitatem salvandam utitur.

OBSERVATIO LX.

838. Si Apogæum vel Nodus Luna est in Quadris, nulla observatur inæqualitas secunda integro mense, qui adeo Vacuus appellari solet. Proximo vero mense etiam in ipso Apogæo & Nodo, ubi prima inæqualitas nulla, motus aliqua inæqualitas, nempe altera, notatur. Ab eo tempore inæqualitas secunda singulis mensibus crescit, donec copulis in Apogæo vel Nodo factis, maxima omnium evadat: qui Mensis Plenus dici solet. Mense subsequenti iterum decrescere incipit, donec prorsus extinguatur.

HYPO-

(d) In Princip. Phil. Nat. Math. Lib. III. p. 388. & seqq.

(e) In Elem. Astron. Phys. & Geom. Lib. IV. fol. 282. & seqq.

HYPOTHESIS II.

839. Si DLFM, fuerit Orbita Luna (que per Circulum hic exhibetur, quia Ellipsis Lunaris ad eum proxime accedit), DF Linea Apfidum, ex Terra centro A intervallo Eccentricitatis constantis AB describatur Circulus, per idem ducatur recta IK seu Linea illuminationis, que Hemispherium Terra illuminatum ab obscuro separat, porro per A agatur ad eam perpendicularis HG, que sit Linea copularum, Coniunctione nimirum Luna cum Sole in H, Oppositione in G contingente, denique per centrum Eccentrici B ducantur recte NO & PQ ipsi IK & GH parallela: erit AC Eccentricitas menstrua, toto mense, quo Copulae fiunt in H & G, & in H Apogaeum, in G Perigaeum menstruum, & si his utamur tanquam in prima inequalitate Apogaeo D & Eccentricitate AB. inequalitates secunda prodeunt. Caterum quia haec etiam Latitudinem afficit Planum Orbitae ad Planum Eclipticae librabile concipitur, ut angulus Inclinationi maxima respondens varietur.

SCHOLIUM.

840. Quod haec Hypothesis sit conformis Observationi, quoad generales circumstantias patet, si eam cum ipsa conferre libuerit. Ponamus enim Centrum B pervenire in S, ita ut Linea Illuminationis IK cum Linea Apfidum perpetua DF coincidat: erunt tum Quadrata in Apogaeo & Perigaeo Eccentrici & Linea NO pariter coincidet cum IK atque Punctum menstruum C coincidet cum A, nullaque adeo est Eccentricitas menstrua. En mensem vacuum! Coincidat vere FD cum HG, tum Punctum B & C coincident cum E, eritque Eccentricitas menstrua Eccentricitati perpetuae AB aequalis adeoque maxima omnium,

quia Circellum istum nunquam egredietur. En mensem plenum! Consensum quoad circumstantias speciales calculus in hac Hypothesi institutus monstrat.

Tab. VIII. Fig. 75.

DEFINITIO XLIX.

841. Distantia Solis à Nodo vel Apogeo Luna est arcus Eclipticae inter locum Solis verum H & Apogaeum Luna D seu Nodum ipsius interceptus, seu angulus ad terram DAH vel, si arcus ille major Semicirculo, angulus, quem metitur ejus complementum ad 360°.

DEFINITIO L.

842. Scrupula menstrua Longitudinis sunt valor Trianguli Aequatorii rectanguli BNZ super Eccentricitate menstrua BZ stantis in istiusmodi particulis, qualium omnium maximum in mense pleno est 60, cum nempe Punctum B coincidit cum E.

DEFINITIO LI.

843. Argumentum Longitudinis menstruae est arcus Eccentrici Luna LP interceptus inter locum Luna primo aequatum L & rectam PQ per Centrum Eccentrici B ductam atque Lineae Apfidum menstruae HG parallelam. Annuum est angulus DAH.

DEFINITIO LII.

844. Aequatio menstrua est valor Trianguli Aequatorii LAC, ductis rectis LA & LC ex loco Luna L ad Punctum menstruum C & Terrae Centrum A determinati, in istiusmodi particulis, qualium area totius Orbitae est 360.

DEFINITIO LIII.

845. Particula exfors est differentia inter Triangulum Aequatorium LAC & ejus socium BLZ.

PRO-

PROBLEMA XLIII.

Tab. 846. *Datis loco Apogæi Lunæ soluta VIII. D. loco Solis vero H, & Anomalia Eccen-*
Fig 75. tri Lunæ LBD; invenire Argumentum Longitudinis mensuræ LBP.

RESOLUTIO.

1. Ex dato loco Solis H & loco Apogæi Lunæ D, invenitur per subtractionem distantia Solis ab Apogæo Lunæ, hoc est angulus HAD, cui ob parallelismum rectarum HG & PQ (§. 839) PBD æqualis (§ 233 *Geom.*).
2. Hic ergo ulterius subtrahatur ab Anomalia Eccentri Lunæ LBD; residuum est argumentum Longitudinis mensuræ LBP.

E. gr. Sit Apogæum Lunæ in φ 24° & \odot in Π 0, erit HAD 36° . Sit anomalia eccentrici LB'D $81^\circ 42' 24''$; erit Argumentum Longitudinis mensuræ LBP $45^\circ 42' 24''$.

PROBLEMA XLIV.

847 *Datis distantia loci Solis veri (aut eidem oppositi) ab Apogæo Lunæ HAD, una cum Eccentricitate perpetua AB; invenire Eccentricitatem mensuram AC.*

RESOLUTIO.

Cum in Triangulo CAB ad C rectangulo (§. 839.) dentur angulus CAB & latus AB; reperietur CA (§. 36. *Trigon.*).

E. gr. Sit BAC 36° , Eccentricitas AB 4362: erit

Log. Sin. tot.	100000000
AB	36396857
Cohn. BAC	99079576

Log. AC 35476433 , cui in Tabulis respondent 3529.

PROBLEMA XLV.

848. *Data Eccentricitate mensuræ AC vel BL, & Eccentricitate perpetua AB; invenire scrupula mensuræ Longitudinis.*

RESOLUTIO.

1. Eccentricitas utraque ducatur in semissem Diametri Eccentrici BN vel BL: facta erunt Areae Triangulorum BLA & BNZ (§. 392. *Geom.*), quorum illud est Triangulum Æquatorium in mense pleno, hoc vero in dato (§. 840. 842).
2. Inferatur: Ut Area Trianguli BLA ad 60 scrupula prima, ita Area alterius BNZ ad scrupula mensuræ Longitudinis.

E. gr. Sit AB 4362, AC 3529, BN = LB = 100000: erit BLA 218100000 & BNZ 176450000, consequenter:

$$21810 : 17645 = 60 :$$

$$30) 727 : 17645 = 2 :$$

$$\begin{array}{r} 727 \overline{) 35290} \quad (48'. 32'' \text{ five } 33''. \\ \underline{2908} \\ 6210 \\ \underline{5816} \\ 394 \\ \underline{60} \\ 23640 \\ \underline{2181} \\ 1830 \\ \underline{1454} \\ 376 \end{array}$$

Sunt ergo scrupula mensuræ Longitudinis $48' 32''$ seu $33''$.

SCHOLIUM.

849 *Equidem cum Orbita Lunæ sit Elliptica, rectæ BL & BN aequales non sunt: sed cum ea ad circulum proxime accedat, differentia adeo exigua est, ut contemni queat. Quando enim puncta B & E coincidunt; hoc est, quando differentia maxima, observante*

b. KEPLERO (a) error vix 17^u committitur, I. qualis in motu Lunæ ob ejus velocitatem con- 75. t. anni potest.

PROBLEMA XLVI.

850. Data Eccentricitate menstrua AC, una cum Argumento Longitudinis annuo HAD; invenire Particulam exfortem.

RESOLUTIO.

1. Datis in Triangulo BCA ad C rectangulo (§. 339.) hypotenusa AB & angulo CAB inveniat CB (§. 36. Trigon.).
2. Ducatur CB in semissem Eccentricitatis menstruæ AC: factum erit Area Trianguli ACB (§. 292 Geom.).
3. Quærat etiam Area Circuli, ex Radio Eccentrici BL, tandemque
4. Inferatur: Ut Area Circuli ad 360° seu 192600°, ita Area Trianguli ACB ad valorem ejus in istiusmodi scrupulis.

Dico, hunc valorem esse Particulam exfortem.

E. gr. Sit HAD 36°, AB 4362, AC 3529, erit

Log. Sin. tot.	100000000
AB	36396857
Sin. BAC	97692187
<hr/>	
Log. BC	34089044, cui

in Tabulis respondent 2564.

Ergo AC. ½ CB = Δ ACB = 4524178. Sed Area Circuli 3141590000 (§. 429. Geom.): quare si eadem ponatur 360° five 1296000°; reperietur valor Trianguli ACB in istiusmodi scrupulis, hoc est Particula exfors 3' 6".

DEMONSTRATIO.

Quoniam AC=BZ (§. 257 Geom.). Δ ALC: Δ BLZ = LV: LT & BLZ: BAC

Wolffii Oper. Mathem. Tom. III.

(c) In Epit. Astron. Lib. VI. Part. 4. p. 820.

1 = TL: TV (§. 389 Geom.). Cum adeo Tab. VII. Fig. 75. sit BLZ: BLZ - ALC = LT: TV (§. 193 Arithm.) & hinc BLZ: BLZ - ALC = BLZ: BAC (§. 167 Arith.); erit BLZ - ALC = BAC (§. 177 Arith.). Est igitur Δ BAC Particula exfors (§. 845): Q. e. d.

PROBLEMA XLVII.

851. Datis argumento menstruo LBP, scrupulis mensuris & Particula exfortis; invenire Æquationem menstruam.

RESOLUTIO.

1. Cum scrupula menstrua sint valor Trianguli BNZ in istiusmodi scrupulis, qualium idem in mense pleno est 60, Triangula vero BNZ & BLZ sint ut BN ad LT (§. 389 Geom.), hoc est, ut Sinus totus ad Sinum Argumenti menstrui (§. 2 Trigon.); per Regulam trium invenietur Triangulum BLZ in istiusmodi scrupulis, qualium maximum in mense pleno est 60.
2. Quare cum maximum juxta KEPLERUM sit 2 30', ex valore Areae Circuli 360°: fiat ut 60' ad 2° 30' ita valor Trianguli BLZ modo repertus ad valorem ejus in istiusmodi particulis, qualium Area Circuli est 360°.
3. Ab hoc tandem valore subtrahatur Particula exfors, residuum est Triangulum ALC in istiusmodi particulis qualium Area Circuli est 360° (§. 850); hoc est, Æquatio menstrua (§. 844). Quod si Δ BLZ < Δ ALC, Particula exfors addenda.

E. gr. Sit Argumentum menstruum LBP 45° 42' 24", scrupula menstrua seu valor Δ BNZ 48' 33": erit LT 71577 & reperien-

T t t

tur

Tab. VIII. Fig. 75. tur scrupula \triangle BLZ debita 2085". Quodsi ergo fiat ut 60' ad 2° 30', h. e. 3600" ad 9000", seu ut 4 ad 10, ita 2085 ad numerum quartum proportionalem 5212; erit is valor Trianguli BLZ: quod adeo est 1° 26' 52". Auferatur Particula exfors 3' 6"; relinquetur Æquatio menstrua 1° 23' 46".

PROBLEMA XLVIII.

852. *Data Æquatione menstrua & Anomalia media quæ primo coæquata respondet; invenire mediam secundo coæquata convenientem.*

RESOLUTIO.

Quodsi Luna fuerit in L, Apogæum in D, erit Anomalia media area LAD (§. 648), quæ Anomaliæ primo coæquata, hoc est, angulo LAD (§. 650) respondet. Si ergo in Semicirculo HIG, posita nempe HG Linea Apfidum menstrua LAC addatur; prodibit Anomalia media, quæ secundo coæquata respondet.

Contra si Luna sit in M, Triangulum menstruum CAM ab Anomalia media primo coæquata respondente HAMGN subducenda, ut relinquatur media, quæ secundo coæquata convenit.

SCHOLIION.

853. *In hoc Astronomia nova KEPLERI à veteri differt, quod in nova duplex invenitur Anomalia media, in veteri vero uni Anomaliæ media duæ aptentur coæquata.*

PROBLEMA XLIX.

854. *Data equatione menstrua & Anomalia primo æquata; invenire Anomaliæ media secundo æquatam.*

RESOLUTIO.

1. Inveniatur Anomalia media Anomaliæ secundo coæquata respondens (§. 852).
2. Ex Anomalia hac media eruatur secundo æquata (§. 686).

Aliter.

Quoniam processus iste valde operosus, KEPLERUS moner (a) posse etiam, ad imitationem Astronomiæ veteris, Anomaliæ primo æquata in Semicirculo HLG subtrahi, in altero GMH addi Æquationem menstruam, ut prodeat Æquatio secundo æquata. Vel Æquationis menstruæ loco utendum est angulo ALC vel AMC & ut ante procedendum.

OBSERVATIO LXI.

855. *Locus Lunæ secunda Æquatione adhibita satisfacit in Quadræ, sed extra eas ab observato differt, maxima quidem differentia in Octantibus existente, hoc est, Luna à Sole 45, 135; 225 & 315 gradib. elongata. Excrescit autem usque ad 41° 32' & Periodus ejus intra unam Lunationem quater absolvitur, estque subtractiva à Novilunio usque ad Plenilunium, additiva vero à Plenilunio usque ad Novilunium.*

SCHOLIION.

856. *Hanc inæqualitatem primus observavit TYCHO.*

DEFINITIO LIV.

857. *Variatio seu Reflexio Luminis est tertia motus Lunaris inæqualitas, qua locus ejus verus à loco bis æquato extra Quadræ differt. Æquatio vero Luminis est Æquatio ex menstrua Æquatione & variatione composita.*

(a) Epitom. Astron. Lib. VI. p. 889.

PROBLEMA L.

858. *Invenire Variationem maximam.*

RESOLUTIO.

Observetur Longitudo Lunæ in Octantibus (§. 741.) & ad momentum Observationis computetur locus Lunæ bis æquatus: differentia inter computatum & observatum est Variatio maxima (§. 855. 857).

OBSERVATIO LXII.

859. TYCHO *Variationem maximam observavit* 40' 30"; KEPLERUS *vero* 51' *eandem statuit.*

PROBLEMA LI.

860. *Data elongatione Lunæ à Sole HAL; invenire Variationem.*

RESOLUTIO.

Fiat: ut Sinus totus ad Sinum duplæ elongationis Lunæ à Sole, ita Variatio maxima ad Variationem quæsitam.

E. gr. Sit elongatio \mathcal{D} à \odot 42° 55' 22": erit ejus duplum 85° 50' 44", quod vocetur A, adeoque posita Variatione maxima 51'.

Log. Sin. tot.	100000000
Log. Sin. A.	99988573
Log. 51'.	17075702

Log. Variat. $\times 17064275$, cui in Tabulis respondent 50' $\frac{88}{100}$ seu 50' 51".

SCHOLION.

861. *Hæc proportio ex collatione Observationum eruta.*

DEFINITIO LV.

862. *Locus Lunæ fictus* est locus ejus primo æquatus: *locus prope verus* est locus bis æquatus: *locus verus* est locus ter æquatus.

PROBLEMA LII.

863. *Ad datum tempus locum Lunæ verum supputare.*

RESOLUTIO.

1. Quærat^r locus Lunæ fictus eodem prorsus modo, quo locus Solis verus & Planetarum Eccentricus in Orbita supputatur (§. 720.), qui idem erit verus in Copulis (§. 822).
2. Ad idem tempus supputetur locus Solis verus (§. 720.), & inde constituatur Argumentum tam annuum, quam menstruum Longitudinis (§. 846.).
3. Quærantur scrupula menstrua Longitudinis (§. 848.) cum Particula exsorte (§. 850.) & inde porro Æquatio menstrua (§. 851.).
4. Ope hujus locus Lunæ fictus transmutetur in prope verum (§. 862.).
5. Ab eo subtrahatur locus Solis verus, ut habeatur elongatio Solis à loco Lunæ prope vero.
6. Tandem beneficio hujus inveniatur Variatio (§. 870.), loco Lunæ prope vero vel addenda, vel demenda, ut verus obtineatur in Orbita (§. 862.): qui
7. Eodem, quo supra, (§. 78.) modo ad Eclipticam reducitur.

SCHOLION.

864. *Cum in antecedentibus singula præcepta jam Exemplo aliquo fuerint illustrata, si quis ibi repertis uti voluerit, prodibit Exemplum calculi loci Lunæ veri extra Syzygias & Quadras quoad inæqualitatem menstruam & Variationem sine Tabulis computati. Sed ad abbreviandum calculum sane tediousum, KEPLERUS Tabulam Æquationis luminis condidit, in qua cum distantia Solis ab Apogæo Lunæ & elongatione loci Lunæ primo æquati Æquatio ex mensura & Variatione composita una excerpitur.*

DEFINITIO LVI.

865. *Latitudo Lunæ simplex* dicitur, quæ ex Argumento Latitudinis & angulo, sub quo Orbita Lunæ ad Planum Eclipticæ inclinatur in Copulis, ut supra Inclinatio Planetarum primariorum, supputatur.

SCHOLION.

866. *Coincidit in Luna Latitudo cum Inclinacione, quia Luna circa Terram eadem lege movetur, qua Primarii circa Solem feruntur.*

DEFINITIO LVII.

867. *Latitudo vera* est distantia Lunæ ab Ecliptica, prout è Tellure spectatur.

SCHOLION.

868. *Ideo vera à simplice differt, quia Planum Orbitæ ad Planum Eclipticæ libratile (§. 839), ut adeo Inclinatio eorundem Planorum sit variabilis.*

DEFINITIO LVIII.

869. *Latitudo mensuræ* est arcus interceptus inter locum Lunæ verum & Planum aliquod constante angulo 5 graduum ad Planum Eclipticæ in linea Nodorum inclinatum, atque ad istud Planum perpendicularis.

DEFINITIO LIX.

870. *Argumentum menstruum Latitudinis* est distantia loci veri Lunæ à loco vero Solis.

DEFINITIO LX.

871. *Scrupula Latitudinis* sunt Sinus complementorum distantie Solis à Ω Lunæ ad unum vel tres quadrantes aut excessum ejus super unum vel tres quadrantes in istiusmodi scrupulis, quallium Sinus totus est 60 primorum.

DEFINITIO LXI.

872. *Inclinatio limitis menstrui* est angulus, quo Orbita Lunæ inclinatur ad Planum in dato quolibet mense, quod ipsum ad Planum Eclipticæ constanti angulo 5 graduum super loca Nodorum inclinatur. Maximus est juxta KEPLERUM 18' seu arcus, qui angulum istum metitur. *Limites* enim sunt puncta quadrantis intervallo à Nodis remota.

HYPOTHESIS III.

873. *Si ad Planum Eclipticæ constante angulo 5 graduum in Linea per Nodorum loca transeunte aliud inclinatum fuerit, in quo designata concipiatur Linea Copularum HG per intersectionem plani per centra Solis ac Terra transeuntis, ad Planum Eclipticæ recti; super hac Linea HG ita libratur Orbita Lunæ, ut quando Limes Anomalie soluta in Linea HG, coincidat cum plano Eccentrici DLFM inclinationis constantis quando is haeret in Quadrans, libratio maxima existat, nempe 18', sive in Austrum, sive in Boream, prout fert motus Lunæ; dum vero v. gr. Boreus ab Oppositione H ad Quadrans K tendit, estque v. gr. in D, Sinus portionis librationis in Boream se habeat ad Sinum maxima, ut Sinus anguli HAD ad Sinum totum. Nimirum Limes soluta à Plano priori versus Boream attollitur, donec in Quadrans K incidat & ibidem inclinatio sit maxima; inde rursus descendit ad Planum prius, donec in G cum eodem coincidat: à quo tempore Semicirculus GIH eadem lege versus Boream attollitur, donec in I sit maxima inclinatio;*

b. tio ; inde vero rursus deprimitur , donec
 II. in H denuo cum eo coincidat , alter vero
 75. ex aduerso in Austrum vertitur.

SCHOLI ON.

874. Hæc ita à KEPLERO (a) finguntur
 Phenomenis conformiter , ut ea ad calculum
 revocari possint , more Astronomiæ veteris.

PROBLEMA LIII.

875. Data distantia Solis à Nodo ;
 invenire inclinationem Limitis mens-
 trui D.

RESOLUTIO.

Cum HG sit Linea Copularum (§. 873), adeoque \odot e. gr. in H existat , Limes vero D à Nodo quadrantis intervallo removeatur (§. 872); erit HAD complementum distantiae \odot à Nodo ad quadrantem. Fiat igitur ut Sinus totus ad Cosinum distantiae \odot à Nodo , ita Sinus 18' ad Sinum inclinationis Limitis menstrui D (§. 873).

E. gr. Sit distantia \odot à Nodo 30° , erit HAD 60° , adeoque	
Log. Sin. tot.	100000000
Sin. DAH	99375306
Sin. 18'	77189966

Log. Sin. inc. Lim. mensr. ± 76565272 ,
 cui in Tabulis respondent $15' 35''$.

PROBLEMA LIV.

876. Data distantia Solis à Nodo ;
 invenire Scrupula Latitudinis.

RESOLUTIO.

Fiat : ut Sinus totus ad Sinum comple-
 menti ad unum vel tres quadrantes
 (aut excessus super unum vel tres qua-
 drantes), ita 60 scrupula prima ad scrupu-
 la Latitudinis quaesita (§. 871).

E. gr. Sit distantia \odot à $\text{N} 30^\circ$, erit com- plementum ad quadrantem 60° adeoque	
Log. Sin. tot.	100000000
Log. Sin. 60	99375306
- Log. 60	17781512

Log. Scrup. Lat. ± 17156818 ,
 cui in Canone Logarithmorum numerorum
 vulgariū respondent $51 \frac{26}{100}$
 Sunt adeo Scrupula latitudinis $51' 57''$.

Tab.
 VIII.
 Fig. 75.

SCHOLI ON.

877. Inveniuntur eadem , si fiat ut 3 ad
 10, ita inclinatio Limitis menstrui, e. gr. in
 nostro casu $15' 35''$ seu $935''$ ad numerum quar-
 tum proportionalem, $3117''$, quæ valent $51'$
 $57''$ ut ante.

PROBLEMA LV.

878. Data inclinatione Limitis mens-
 trui, una cum Scrupulis Latitudinis; in-
 venire Latitudinem menstruam.

RESOLUTIO.

Multiplicentur Scrupula Latitudinis
 per inclinationem Limitis menstrui : fac-
 tum est portio Latitudinis menstruæ.

E. gr. Sit Limitis menstrui inclinatio $15'$
 $35''$ seu $935''$, sint scrupula menstrua $51'$
 $57''$ seu $3117''$, factum 2914395 est La-
 titudinis menstruæ portio in Scrupulis quar-
 tis (§. 393. 374 Arithm.). Est adeo por-
 tio Latitudinis menstruæ $13' 29'' 33''' 15''''$
 seu $13' 30''$.

SCHOLI ON.

879. Ex circumstantiis singularibus diju-
 dicandum , utrum portio Latitudinis menstruæ
 sit Australis an Borealis (§. 873).

PROBLEMA LVI.

880 Ad datum tempus Latitudinem
 Luna veram supputare.

(a) In Epit. Astron. Copern. Lib. V. p. 817.

RESOLUTIO.

1. Quærat^{ur} Latitudo Lunæ simplex, ut supra inclinatio Planetarum primariorum (§. 785).
2. Quærat^{ur} porro portio Latitudinis menstruæ (§. 878).
3. Quodsi utraque fuerit ejusdem nominis *v. gr.* Australis, addantur: si vero fuerint diversi nominis, nempe altera Australis, altera Borealis, minor è majori subtrahatur. In casu primo erit summa Latitudo vera ejusdem nominis cum simplici: in posteriori differentia eadem Latitudo erit ejus nominis, quod fuit majoris.

SCHOLIUM.

881. *Expofuimus hætenus Theoriam, qua utitur KEPLERUS ad salvandas inæqualitates motuum Lunarum. Cum Linea Apfidum motu angulari circa Terram moveatur motu inæquabili & motus Lunæ à Conjunctione & Oppositione ad Quadraturas retardetur, à Quadraturis ad Syzygias acceleretur; Orbita ejus continuo mutabilis: quam mutabilitatem ex caufis Phificis demonstravit NEWTONUS. Constat Cel HALLEIUM in perficienda Theoria Lunæ ex Observationibus quoad numeros defudare, ut adeo dubitandum non fit pertinaciam Lunæ tandem victum iri.*

PROBLEMA I.VII.

882. *Invenire Tempora Periodica Satellitum Jovis atque Saturni.*

RESOLUTIO.

Inveniuntur ex eorum Conjunctionibus cum Jove atque Saturno, vel etiam ex eorundem digressionibus maximis à suis primariis.

OBSERVATIO LXIII.

883. *CASSINUS reperit Tempus Periodicum Satellitis*

♃	I.	1 d.	21 h.	18'	27"
	II.	2	17.	41.	22
	III.	4	12.	25.	12
	IV.	15	22.	41.	14
	V.	79	7.	48.	0
♃	I.	1 d.	18 h.	28'	36"
	II.	3	13.	18.	52
	III.	7	3.	59.	40
	IV.	16	18.	5.	6

NEWTONUS (a) *Periodos Satellitum Saturni circa primarios retinet, prouti à CASSINO definitæ, sed Periodos Satellitum Jovis ita definit.*

I.	1 d.	18 h.	27'	34"
II.	3.	13.	13.	42
III.	7.	3.	42.	36
IV.	16.	16.	32.	9

OBSERVATIO LXIV.

884. *Idem CASSINUS deprehendit distantiam Satellitis primi à Saturno $1\frac{1}{2}$ diametri Annuli; secundæ $2\frac{1}{2}$; tertiæ $3\frac{1}{2}$; quarti 8, quinti 24 Diametrorum Annuli. Est vero Diameter Saturni ad Diametrum Annuli juxta eundem ut 5 ad 11, juxta HUGENIUM ut 4 ad 9, juxta Observationes in Anglia factas Telescopio Hugeniano 123 pedum, ut 3 ad 7: quo eodem Telescopio elongatio maxima deprehensa Satellitis quarti à centro Saturni Semidiametrorum $8\frac{7}{15}$ Annuli. Primus Satellitum Jovis juxta CASSINUM à centro Jovis distat $5\frac{2}{3}$ semi diametris Jovialibus, secundus 9, tertius $14\frac{2}{3}$, quartus $25\frac{3}{10}$.*

THEO-

(a) In Princip. Phil. Nat. Mat. Lib. III. p. 390

THEOREMA XXXIV.

885. *Quadrata Temporum Periodicorum Satellitum Jovis atque Saturni sunt in ratione triplicata distantiarum à suis primariis.*

DEMONSTRATIO.

Non differt à Demonstratione Theor. 34 (§. 799), nisi quod numeri ex §. 882 & 883 petendi.

Potest vero etiam hoc modo demonstrari, ut ex Temporibus Periodicis & distantia unius Satellitis à suo primario observatis per Theorema præsens eruantur distantia ceterorum, quæ cum proxime æquales reperiantur distantis observatis, veritas Theorematis à posteriori patet.

SCHOLIUM.

886. *Posteriori modo demonstrandi utitur NEWTONUS tam in primariis, quam in secundariis. Quoniam vero non cujusvis est calculorum tricis sese implicare, ideo subjicimus Tabulam, in qua distantia computata è regione observatarum collocantur.*

Nomina Planetarum.	Distantiæ observatæ à Sole.	Distantiæ computatæ.
Saturnus	95 1000	95 4006
Jupiter	519 650	520096
Mars	152 350	152369
Terra	100000	100000
Venus	72400	72333
Mercurius	38806	38710
Satelles. Saturni	distantiæ à centro Saturni.	
I	$1 \frac{19}{10}$	1. 93
II	$2 \frac{1}{2}$	2. 47
III	$3 \frac{1}{2}$	3. 45
IV	8	8. 00
V	24	23. 25
Satelles. Jovis	distantiæ à centro Jovis.	
I	$5 \frac{2}{3}$	5. 667
II	9	9. 017
III	$14 \frac{23}{60}$	14. 384
IV	$25 \frac{3}{10}$	25. 299

Nemo desideret consensum in fractionibus decimalibus: etenim non major est consensus in distantis, quæ diversis Astronomorum Observationibus debentur, quemadmodum NEWTONUS (a) probat.

CAPUT II.

De Solis & Planetarum Parallaxibus, Distantiis à Terra & Magnitudinibus.

PROBLEMA LVIII.

887. *Parallaxin altitudinis Lunæ observare.*

RESOLUTIO.

1. Observetur altitudo Lunæ meridiana summa cum cura (§. 128) noteturque momentum observationis quam accuratissime.
2. Tempore observationis æquato (§.

(a) Loc. cit.

- 715) supputetur Longitudo & Latitudo Lunæ vera (§. 863).
3. Data Longitudine & Latitudine, quaratur ejus Declinatio (§. 260).
4. Ope Declinationis & elevationis Æquatoris inveniatur altitudo meridiana vera (§. 202). Quodsi altitudo observata non fuerit meridiana, ad tempus observationis reperietur vera (§. 300).

§. Al-

5. Altitudo observata à Refractione liberetur (§. 349) tandemque à vera subtrahatur, residuum est Parallaxis altitudinis (§. 367).

E. gr. Tycho (a) A. 1583 d. 12 Oct. hor. 5. 19' observavit altitudinem meridianam limbi superioris \sphericalangle $13^{\circ} 38'$. Erat adeo

Alt. limbi \sphericalangle Super. $13^{\circ} 38'$	Long. \sphericalangle $15^{\circ} 40' \frac{1}{2}$
Semidiam. \sphericalangle app. 15	Lat. S. $2. 42$
Altitudo centri \sphericalangle $13. 23$	Decl. $19. 57$
Refract. aufer. 8	Alt. Æqu. $34. 6$
Altitudo \sphericalangle visa $13. 15$	Alt. \sphericalangle $14. 9$
Altitud. Vera $14. 9$	
Parallaxis \sphericalangle 54	

PROBLEMA LIX.

888. *Data altitudine Lunæ SR & ejus Parallaxi AST; invenire ejus à Terra distantiam.*

RESOLUTIO.

Ob datam altitudinem \sphericalangle visam, datur ejus distantia visa à Zenith, hoc est, angulus ZAS, aut ob veram angulus ZTS. Quare cum etiam detur angulus Parallaxicus S & Semidiameter Terræ AT fit 1; invenietur distantia Lunæ à Terra TS in Semidiametris Terrestribus (§. 36 Trigon.).

E. gr. Vi observationis præcedentis ZAS $76^{\circ} 45'$, AST $54'$. Ergo

Log. Sin. AST	81961020
Log. AT	00000000
Log. Sin. ZAS	99882821

Log. ST 17921801 , cui in Tabulis respondent $61 \frac{27}{100}$, hoc est, fere 62.

Fuit ergo, vi Observationis TYCHONIS, tunc temporis distantia \sphericalangle à Terra TS 62 Semid. Terrestrium.

COROLLARIUM I.

889. Cum ex Theoria Lunæ detur ratio

(a) Progymnasm. Lib. I. C. 6. p 459.

distantiarum à Terra in singulis Anomalix gradibus (§. 685), distantix eadem ope Regulæ trium in Semidiametris Terrestribus inveniuntur & inde porro Parallaxis quoque ad singulos Anomalix gradus (§. 388) reperitur.

COROLLARIUM II.

890. Cognitis Parallaxibus altitudinis, inveniuntur porro Parallaxes Longitudinis, Latitudinis, Ascensionis rectæ, Declinationis (§. 390. 391).

SCHOLIUM.

891. Patet ergo ratio construendi Tabulas Parallaxium \sphericalangle horizontalium ad singulos Anomalix veræ gradus.

OBSERVATIO LXV.

892. PHILIPPUS DE LA HIRE (b) Parallaxin horizontalem maximam statuit $1^{\circ} 1' 25''$, minimam $54' 5''$.

COROLLARIUM.

893. Ergo distantia \sphericalangle à $\frac{1}{2}$ in Perigæo est $55 \frac{27}{100}$, hoc est fere 56, in Apogæo $63 \frac{57}{100}$, hoc est, $63 \frac{1}{2}$ Semidiametrorum Terrestrium.

PROBLEMA LX.

894. *Invenire distantiam Solis à Terra.*

RESOLUTIO.

1. Sex circiter horis ante primam Quadrantem aut sex horis post ultimam ope Telescopii exquisiti Micrometro instructi observetur Luna.
2. Notetur beneficio Horologii oscillatorii (§. 994. Mechan.) ad motum Solis compositi (§. 127) temporis momentum, quo bisecta apparet seu facie dimidiata splendet.
3. Illo ipso momento capiatur distantia ope Sextantis vel Octantis exactissime

mc

(b) In Tab. Astron. p. 27.

me divisi à duabus Stellis fixis notæ Longitudinis & Latitudinis (§. 225).

4. Inde eruatur Longitudo Lunæ (§. 741).
5. Ad idem momentum, postquam æquatum fuerit (§. 715), supputetur locus Solis verus (§. 720).
6. Locus Solis auferatur à Longitudine Lunæ ante inventa, residuum est elongatio Lunæ à Sole, seu angulus LTS.
7. Ad tempus observationis supputetur Anomalia Lunæ vera (§. 863) & inveniatur ejus à Terra distantia TL (§. 889).
8. Datis adeo in Triangulo TLS ad L rectangulo angulo LTS & latere TL, invenitur ☉ à $\frac{1}{2}$ distantia TS (§. 36 *Trigon.*).

Egr. VENDELINUS (a), per exquisita Telescopia Dichotomias Lunares observans tandem deprehendit, angulum LTS esse $89^{\circ} 45'$, adeoque TSL $15'$. Quodsi distantiam Lunæ TL mediocrem assumamus 60 Semidiametrorum terrestrium (§. 893); erit

Log. Sin. S	76398160
TL	17781512
Sin. Tot.	100000000

Log. TS 41383352, cui in Tabulis respondent 13751.

COROLLARIUM I.

895. Quodsi in Triangulo HRT ad H rectangulo, distantia ☉ TR assumatur 13751 Semidiametrorum Terrestrium; reperietur Parallaxis horizontalis diurna (§. 36 *Trigon.*). Est nempe

Log. Sin. Tot.	100000000
TR	41383352

Log. Sin. HRT 58616648, cui in Tabulis respondent 15", quantam hanc Parallaxin æstimat VENDELINUS.

Wolfii Oper. Mathem. Tom. III.

(a) Vid. Ricciolus in *Almag. Lib. III, C. 7. Tom. I. f. 109.*

COROLLARIUM II.

896. Quodsi vero cum Cl. DE LA HIRE (b) Parallaxis Horizontalis in distantia media assumatur nonnisi 6"; reperietur distantia ☉ à Terra media 34377 (§. 888).

PROBLEMA LXI.

897. *Parallaxin Planetæ, v. gr. Martis, diurnam observare.*

RESOLUTIO.

1. Sit Mars in Meridiano atque in Tab. Æquatore in H, & Observator sub IX. Æquatore in A constitutus eum Fig. 78. cum Fixa aliqua observet culminantem.
2. Quodsi in Centro Terræ D constitueretur, *Martem* (quem tantisper in Orbita sua immotum statuimus) constanter cum Stella in eodem Cœli puncto videret, adeoque & una in Horizonte seu plano horæ sextæ. Sed cum jam Mars habeat aliquam Parallaxin sensibilem, Fixa nullam (§. 384); Mars videbitur in Horizonte, quando est in P plano Horizontis sensibilis, Stella vero demum, quando in Plano veri in R hareret. Notetur adeo tempus, quod intercedit inter transitum *Martis* & Stellæ per planum horæ sextæ.
3. Hoc tempus in scrupula Æquatoris convertatur (§. 212): cum enim ita prodeat arcus PM, cui angulus PAM, consequenter AMD (§. 233 *Geom.*), proxime æqualis, erit is Parallaxis horizontalis Martis (§. 371).
4. Quodsi Observator fuerit non sub Æquatore, sed in parallelo IQ, differen-

V u u ren-

(b) In Tab. Astron. p. 6.

Tab.
IX.
Fig 78.

- rentia illa erit arcus minor QM . Quare cum arcus exigui QM & PM sint ut eorum Sinus AD & ID (§. 23 *Trig.*), fitque ADG distantia loci ab Æquatore, hoc est elevationi Poli æqualis, adeoque AD ad ID , ut Sinus totus ad Cofinum elevationis Poli (§. 11 *Trigon.*), fiat: Ut Cofinus elevationis Poli ID ad Sinum totum AD , ita Parallaxis in I observata ad Parallaxin sub Æquatore observandam.
5. Quonia n *Mars* & *Fixa* in Horizonte non commode observantur, observentur ergo in Circulo horæ tertiæ, cumque sit Parallaxis ibi observata TO ad Horizontalem QM , ut IS ad ID , propterea quod IS & ID sunt Sinus arcuum TO & QM , adeoque propter arcuum exiguitatem inter se ut arcus, erit ut Sinus anguli IDS seu 45° (quia planum DO medium inter Meridianum DH & Horizontem verum DM) ad Sinum totum, ita Parallaxis TO ad Horizontalem QM (§. 38 *Trigon.*).
6. Si etiam *Mars* fuerit extra planum Æquatoris, Parallaxis inventa erit arcus Paralleli, qui adeo ad arcum Æquatoris reducendus ut supra (§. 547).
7. Denique si *Mars* non fuerit stationarius, sed vel directus, vel retrogradus, per aliquot dies Observationes iterentur, ut constet quantum intervallo 24 horarum Ascensio recta *Martis* à *Fixa* mutetur.

Hac Methodo invenit *CASSINUS*, cui egregium hoc inventum debemus, & post eum *FLAMSTEDIUS*, Parallaxin *Martis* horizontalem maximam esse quasi $25''$ aut paulo minorem.

COROLLARIUM I.

898. Quoniam eo tempore, quo *CASSINUS Martis* Parallaxin scrutatus est, distantia \odot à Terra fuit plus quam altero tanto major distantia *Martis*, Sinus vero angulorum exiguorum sunt ut anguli ipsi (§. 23 *Trigon.*); ideo \odot Parallaxin concludit 10 fere secundorum.

COROLLARIUM II.

899. Quando Parallaxis \odot est $10''$, distantia ejus à Terra 22062 Semidiametrorum Terrestrium.

SCHOLIUM I.

900. *CASSINUS eadem methodo Parallaxin Veneris observavit & inde Martis Parallaxin eruit, quam cum ea 25 secundorum optime consentire didicit, ut adeo pro certo haberi possit, Parallaxin \odot non esse 25, Solis non 10 scrupulis secundis majorem. Et ad hanc Parallaxin Solis Cassinianam prope accedit Wendingiana.*

SCHOLIUM II.

901. *Parallaxin Veneris auxilio Reguli eadem Methodo scrutatus est BLANCHINIUS. (a). Reperit autem Parallaxin horizontalem \odot : 1716 à die 1 Julii usque ad quartam 24^h 20^m ac inde distantiam Veneris à Terra elicit 8000 Semidiametrorum Terrestrium, Solis vero distantiam à Terra 13403 seu numero rotundo 13400, & inde porro Parallaxin Solis horizontalem $14'' 18'$. A. 1727 d. 19 Septembr. cum Venus & Saturnus eundem Parallelum describerent, De linatione utriusque existente 19° , ope hujus Planetæ, sed multo operosius Veneris Parallaxin invenit $22'' 12'$, à priori nonnisi $8''$ dissidentem: erat autem tunc temporis Venus Telluri paulo proximior, quam in priori Observatione, ut paulo major in hac secunda Observatione prodire debuisset. Methodo tamen posteriori minus fidendum, quam priori simplicissima.*

SCHOLIUM III.

902. *Ceterum Observati instituenda est ope Telescopii exquisiti, Micrometro instructi,*

(a) In Hæperi & Phosphori novis Phænomenis C.S. f. 72. & seqq.

ab. in cujus foco extendenda fila quatuor se mutuo ad angulos rectos secantia ABCD, & .79. Telescopium tamdiu circumagendum, donec Stella aliqua Marti proxima per filum aliquod decurrere videatur, ut fila AB & CD sint Equatori parallela atque adeo AC & BD representent circulos Declinationum. Nimirum ope filorum perpendicularium Stella fixa atque Martis situs in Meridiano & Circulo horæ tertiæ determinatur.

PROBLEMA LXII.

903. Dato distantia Solis ad unum Anomalia gradum; invenire eandem in Apogæo & Perigæo & ad quemcunque alium Anomalia gradum, & distantiam quoque Planetæ alterius cujuscunque à Terra maximam, mediam & minimam.

RESOLUTIO.

1. Inveniatur ad datum Anomaliæ gradum, ad quem distantia Solis in Semidiametris Terræ reperta, eadem distantia in partibus, qualium Radius Eccentrici est 100000 (§. 645.).
2. Cum ipse Radius Eccentrici 100000 fit distantia media, maxima vero in Apogæo (ob Eccentricitatem 1800 (§. 798.)) 101800, minima 98200; per Regulam trium distantia Solis maxima, media & minima in Semidiametris Terræ inveniri potest.

E. gr. Distantia ☉ à Terra media ex Parallaxi Solis horizontali 6'', quantam statui DE LA HIRE, est 34377 Semidiametrorum Terrestrium. Quoniam itaque distantia media est ad maximam ut 100000 ad 101800 seu ut 1000 ad 1018, reperietur maxima 34995 Semidiametrorum Terrestrium. Similiter quia media ad minimam ut 1000 ad 982, invenietur minima 33758. Quodsi vero cum CASSINO distantia ☉ mediocris assumatur 22000

Semidiametrorum Terrestrium, reperietur, supposita Eccentricitate KEPLERIANA, distantia maxima 22396, minima 21604 Semid. Terrest. CASSINUS 22 maximæ demit, minimæ addit; calculo ex sua Eccentricitate ducto.

3. Cum in tribus Planetis superioribus distantia omnium maxima à Terra sit, quando Planetæ in Aphelio A, Terra itidem in Aphelio suo a constituuntur, & Aphelia Planetarum Aphelio Terræ ex Sole S opponuntur; distantia eorum maxima à Terra componitur ex distantia ipsorum maxima à ☉ SA & distantia Telluris maxima ab eodem Sa. Similiter cum distantia Planetæ P à Terra a minima sit, si Planeta fuerit in Perihelio P, Terra in Aphelio a, & Aphelium Planetæ A Aphelio Telluris a ex Sole opponitur; distantia Planetæ à Terra minima Pa est differentia inter distantiam minimam Planetæ à Sole PS & distantiam maximam Telluris ab eodem aS. Quoniam itaque distantiarum maximarum, mediarum & minimarum Saturni, Jovis & Martis ratio ad Semidiametrum Eccentrici Telluris seu mediocrem Solis à Terra distantiam datur (§. 798.); reperientur, ut ante, distantia Planetarum à Sole & inde porro ex ipsorum à Sole & Solis à Tellure distantia tandem distantia à Terra eruntur.

E. gr. Distantia ☉ mediocris à Terra est ad distantiam minimam Martis ut 100000 ad 138235. Quare cum ☉ distantia mediocris à Terra sit 34377 Semid. Terrest. reperietur distantia Martis minima à ☉ PS 47521; unde si subducatur distantia ma-

Tab. IX. Fig. 80.

Tab. IX. Fig. 81.

xima Telluris à Sole AS 34995, relinquitur distantia minima Martis à Terra Pa 12526. Eodem modo reperitur distantia Martis maxima à Sole 57225 & maxima à Terra 92220.

Tab. IX. Fig. 80. 4. Distantia Veneris & Mercurii à Terra nunquam major est, quam si Aphelium Terræ A Aphelio Planetæ a opponatur & Terra non minus quam Planeta in suo Aphelio fuerit. Quare si ante reperiatur distantia Planetæ inferioris maxima à Sole a S & distantia Telluris maximæ AS addatur, prodibit maxima illius à centro hujus distantia Aa. Similiter si Terra fuerit in suo Perihelio P, Venus vel Mercurius in Aphelio a: relinquitur Veneris vel Mercurii distantia à Terra minima Pa si illorum distantia à Sole maxima a S subtrahitur à minima distantia Telluris à Sole PS.

Tab. IX. Fig. 81. E. gr. Distantia mediocris Solis à Terra est ad minimam Veneris à Sole ut 100000 ad 71950 (§. 798), hoc est, ut 1000 ad 719 Quare cum distantia mediocris Telluris à Sole sit 34377; reperitur Veneris minima à Sole distantia 24717, maxima 25660 Sem. Terrestr. adeoque à Terra maxima 60655, minima 8099 Sem. Terrestr.

5. Denique si distantia à Terra maxima addatur minimæ; semisumma erit mediocris (§. 330 Arithm.).

E gr. Distantia maxima Martis 92220 S.T. minima 12526

Summa	104746
media	52373

COROLLARIUM I.

904. Sunt ergo distantia Planetarum à Sole & à Terra in Semidiamentris Terrestribus, suppositis juxta Cel. DE LA HIRE Pa-

rallaxi horizontali maxima 6'' & dimensionibus Orbitalium Keplerianis sequentes:

Distant. à Sole	Maxima	Media	Minima
Saturni	345498	326894	308290
Jovis	187254	178640	170026
Martis	57225	52326	47521
Terræ	34995	34377	33759
Veneris	25660	24889	24717
Mercurii	16142	13340	10537

Distant. à Terra	Maxima	Media	Minima
Saturni	380493	326894	273295
Jovis	22249	178640	135051
Martis	92220	52373	12526
Solis	34995	34377	33759
Veneris	60655	34377	8099
Mercurii	51137	34377	17617

SCHOLIUM II.

905. Juxta CASSINUM (a) distantia paulo minores prodeunt, ob majorem Parallaxin Solis (§. 898). Ecce tibi eas:

Distant. à Terra	Maxima	Media	Minima
Saturni	244000	210000	176000
Jovis	143000	115000	87000
Martis	59000	33500	8000
Solis	22374	22000	21626
Veneris	38000	22000	6000
Mercurii	33000	22000	11000
Lunæ	61	57	53

SCHOLIUM III.

906. Quoniam rarissime contingit, ut Planetae primarii maximam & minimam consequantur à Terra distantiam, quemadmodum ex anterioribus facile colligitur (903); ideo præstat ad magnitudinem systematis Solaris ex distantis Planetarum primariorum à Sole

(a) Vid. Ozanam, Cours de Mathématique Tom. 5. Traité de Geogr. Part. 1. C. 2. p. 64.

à Sole & Orbitalium magnitudinibus cognoscere, præsertim cum inde nullo negotio elongationes maxima & minima à Terra cognoscantur. Lubet igitur distantias Planetarum primariorum à Sole & Lunæ à Terra hic exhibere, prouti extant in Calendario Astronomico Academiæ Regiæ Scientiarum Parisina (a).

Distant. à Sole	Maxima	Media	Minima
Saturni.	221870	209836	197802
Jovis.	119900	114400	208900
Martis.	36630	33528	30426
Terræ.	22374	22000	21626
Veneris.	16016	15906	15796
Mercurii.	10274	8514	6754
Lunæ à Terra.	62	58	54

Quodsi quis dimensiones Orbitalium desideret in particulis, qualium Radius Eccentrici Telluris est 100000, ut pateat differentia à Keplerianis supra (§. 798) exhibitis; ope Regulæ trium numeri Tabula in quæsitos facile transmutantur; sunt enim dati ad quæsitos ut 100 ad 22.

COROLLARIUM II.

907. Si distantia à Sole maxima AS minimæ PS addatur: summa est Semidiameter major Ellipsis PA. Minima vero distantia à Sole est distantia Foci à vertice (§. 633), differentia inter distantiam mediam PC & minimam PS Eccentricitas, seu Foci S à centro C distantia, Quia distantia media est Radius Eccentrici (§. cit.); cognita Eccentricitate porro invenitur Diameter minor (§. 696). Patet adeo, quomodo dimensiones Orbitalium in Semidiamentis Terrestribus inveniantur.

SCHOLIUM IV.

908. Ecce tibi Diametros Orbitalium cum Eccentricitatibus, quæ sunt distantia Focorum à Centro (§. 633), in Semidiamentis Terrestribus (§. 906).

(a) Connoissance de Temps pour l'Année 1715. p. 138. 139.

	Diamet. Orbitalium	Eccentricitas
Saturni	419672	12034
Jovis	228800	5500
Martiis	67056	3102
Terræ	44000	374
Veneris	31812	110
Mercurii	17028	1760
Lunæ	116	4

PROBLEMA LXIII.

909. Invenire rationes, quas habens Diametri veræ Planetarum ad Diametrum Solis.

RESOLUTIO.

Cum ratio distantia Planetarum à Sole ad distantiam mediam à Terra detur (§. 796. 904), una cum Semidiameteris apparentibus eorum ex Terra visorum (§ 557); inveniantur Semidiametri apparentes ex ea distantia visorum, qua Sol à Terra abest (§ 212. Optic.): erunt enim Semidiametri veræ ut apparentes modo repertæ (§. 245. Optic. & §. 23. Trigon.)

E. gr. Diameter apparens Annuli Saturni in minima à Terra distantia est 68" ex Observatione HUGENII (b): quare cum hæc sit ad distantiam mediocrem Solis quam proxime ut 8 ad 1, diameter Annuli Saturni ex ea distantia visi, qua Sol à Terra abest, foret 544" seu 9' 4", consequenter quia Solis diameter apparens juxta KEPLERUM 30' 30" seu 1830" (§. 553), Diameter Annuli Saturni vera est ad Diametrum Solis veram, ut 544 ad 1830, hoc est, (si utrinque per 49 dividas) fere ut 11 ad 37.

COROLLARIUM I.

910. Quoniam corpora Planetarum sunt ut Cubi Diametrorum (§. 579. Geometr.), Superficies eorundem ut Diametrorum

Vuu 3 Qua-

(b) In Systemate Saturnino p. 77.

Quadrata (§. 554. 408. *Geom.*); data ratione Diametrorum datur quoque ratio Superficierum ac Soliditarum.

COROLLARIUM II.

911. Quodsi ergo Semidiametri apparentes ex Observatione HUGENII affumantur (§. 557), reperietur

Ratio Diametr. ad Diametrum Solis	Ratio Superficierum ad Superficiem Solis	Ratio Soliditarum ad Soliditatem Solis
Annul. 11: 37		
♃ 5 : 37	1 : 55	1 : 405
♄ 2 : 11	1 : 30	1 : 166
♅ 1 : 166	1 : 27556	1 : 4574296
♆ 1 : 84	1 : 7056	1 : 592704
♇ 1 : 290	1 : 84100	1 : 24389000

PROBLEMA LXIV.

912. *Data Semidiametro apparente AOC, & distantia Sideris à Terra OC; invenire veram AC.*

RESOLUTIO.

Cum in Triangulo AOC ad A rectangulo detur angulus O & Hypotenusa OC, reperietur AC (§. 36 *Trigon.*).

E gr. Distantia Lunæ Perigææ est $55\frac{97}{100}$ Sem. Terrestrium (§. 893) & Semidiameter ejus apprens in Perigæo juxta KEPLERUM $16' 22''$ (§. 155.) Unde

Log. Sin. tot.	100000000
CO	17479553
Sin. AOC	76776811
<hr/>	
	94256364

$- 0.5743636,$

cui quam proxime respondent $\frac{1000}{3752}.$

Est ergo Semidiameter Lunæ $\frac{1000}{3752}$, seu $\frac{266}{100}$ Semid. Terrestr.

Aliter.

Cum Semidiameter Telluris apprens ex Sole vel Luna visa sit aqua-

lis parallaxi Solis & Lunæ ex Terra visorum (§. 371); erunt Semidiametri veræ Solis, Lunæ & Terræ ut Parallaxes Solis & Lunæ atque Semidiametri apparentes Solis & Lunæ.

E gr. Parallaxis Lunæ in distantia minima est $1^{\circ} 1' 25''$, Semidiameter ejus apprens $16' 21''$. Est ergo Semidiameter Lunæ ad Semidiametrum Terræ ut $981''$ ad $3685''$, hoc est, ut 266 ad 1000, seu ut 133 ad 500, prorsus ut ante. Similiter Parallaxis Solis in media distantia est $6''$ (§. 896), Semidiameter apprens $15' 15''$ (§. 553). Est ergo Semidiameter Telluris vera ad Semidiametrum Solis vera n, ut 6 ad 915, hoc est, ut 2 ad 305, seu ut 1 ad 152, vel si mavis, ut 1 ad $152\frac{1}{2}$.

COROLLARIUM I.

913. Superficies Lunæ est ad superficiem Terræ ut 17689 ad 250000 hoc est, ut 1 ad 14 (§. 554. 408 *Geom.*).

COROLLARIUM II.

914. Lumen adeo à Terra in Lunam reflexum, est ad Lumen à Luna in Terram reflexum ut 14 ad 1. Non adeo mirum, quod Lucula illa circa Novilunia in parte Lunæ à Sole averfa nobis sit conspicua.

COROLLARIUM III.

915. Luna est ad Terram quoad soliditatem ut 2352637 ad 125000000 (§. 579 *Geom.*), hoc est, fere ut 1 ad 52.

COROLLARIUM IV.

916. Sol est ad Terram quoad superficiem ut 23104 ad 1, quoad soliditatem ut 3511808.

PROBLEMA LXV.

917. *Data Semidiametro Lunæ vera AC & distantia Verticis alicujus Montis B à Limite illuminationis A; invenire altitudinem Montis BD.*

Tab. VIII. Fig. 82.

Tab. X Fig.

RESOLUTIO.

1. Addantur Quadrata rectarum AC & AB, summa est quadratum BC (§. 417 *Geom.*).

2. Ex ea extrahatur Radix quadrata (§. 261 *Arithm.*), quæ erit recta BC.

3. Inde auferatur Semidiameter Lunæ CD, relinquitur altitudo Montis BD.

E. gr. HEVELIUS (a) in Montibus altissimis deprehendit $AB = \frac{1}{13} AC$. Quare cum AC sit 266 partium, qualium Semidiameter Telluris est 1000 (§. 912), erit $AB = \frac{266}{13}$. Est adeo $AC : AB = 266 : \frac{266}{13} = 133 : 1$. Ergo

$$\begin{array}{r} AC^2 = 2989441 \\ AB^2 = 17689 \end{array}$$

$$BC^2 = 3007130$$

$$BC = 1734$$

$$DC = 1729$$

$$BD = 5$$

Est ergo $BD = \frac{5}{1729} AC = \frac{1}{346} AC$.

Quodsi ex *Geographia* Semidiameter Telluris assumatur 860 milliarius Germanicorum; reperietur AC 228 $\frac{76}{100}$ mill. seu $\frac{57}{2}$ mill. Ergo $BD = \frac{1}{34} AC$, paulo major quam $\frac{1}{2}$ mill. Germ.

SCHOLIION.

918. Cum Montium Lunarum magnitudinem dimetiri liceat; non mirum, quod ab Astronomis singulis sua imposta sint nomina. HEVELIUS (b) eadem à Montibus Telluris mutuatur: RICCIOLUS (c) eosdem nominibus celeberrimorum Astronomorum insigniuit, quem nunc plerique sequuntur. Quoniam nomina Montium Lunarum in Observationibus Eclipsium Lunarum usurpantur; ideo Luna faciem cum nominibus præcipuis ex Ephemeridibus Parisiis hic exhibere libet. Est nempe

(a) Selenogr. C. VIII. f. 266.

(b) Selenogr. C. VIII. f. 255.

(c) In Astron. Reform. Lib. III. C. XI. f. 168.

- | | |
|------------------------|-------------------------------------|
| 1. Grimaldus | 28. Dionysius |
| 2. Galilæus | 29. Plinius |
| 3. Aristarchus | 30. Catharina, Cyrillus, Theophilus |
| 4. Keplerus | |
| 5. Gassendus | 31. Fracastorius |
| 6. Schickardus | 32. Promontorium acutum, |
| 7. Harpalus | 33. Messala |
| 8. Heraclides | 34. Promontorium Somnii |
| 9. Lansbergius | 35. Proclus |
| 10. Reinholdus | 36. Cleomedes |
| 11. Copernicus | 37. Snellius & Fernelius |
| 12. Helicon | 38. Petavius |
| 13. Capuanus | 39. Langrenus |
| 14. Bullialdus | 40. Tarantius |
| 15. Eratosthenes | A. Mare Humorum |
| 16. Timocharis | B. Mare Nubium |
| 17. Plato | C. Mare Imbrium |
| 18. Archimedes | D. Mare Nectaris |
| 19. Insula sinus medii | E. Mare Tranquillitatis |
| 20. Pitatus | F. Mare serenitatis |
| 21. Tycho | G. Mare fecunditatis |
| 22. Eudoxus | H. Mare Crisum. |
| 23. Aristoteles | |
| 24. Manilius | |
| 25. Menelaus | |
| 26. Hermes | |
| 27. Posidonius | |

PROBLEMA LXVI.

919. *Invenire Semidiametros Planetarum primariorum in Semidiametris Terra.*

RESOLUTIO.

Cum Semidiameter Solis vera sit 152 Semidiametrorum Terrestrium (§. 912.) & ratio Diametrorum Planetarum primariorum ad Diametrum Solis detur (§. 911.); reperientur Semidiametri Planetarum primariorum in Semidiametris Terrestribus per Regulam trium.

COROLLARIUM I.

920. Est ergo Semidiameter Saturn. Annuli Jovis. Martis. Vener. Merc.

$$20 \frac{2}{37}, 45 \frac{7}{37}, 27 \frac{7}{11} \frac{76}{83}, 12 \frac{7}{21}, 14 \frac{76}{49}$$

COROLLARIUM II.

921. Hinc patet esse rationem quam proximam

	Diamet. Terræ ad diam. Planetarum.	Superfic. Terræ ad Superfic. Planetarum.	Solid. Terræ ad Solid. Planetarum.
Annuli	1 : 45		
♄	1 : 20	1 : 400	1 : 8000
♃	1 : 28	1 : 784	1 : 21952
☉	1 : 152	1 : 23104	1 : 3511808
♂	12 : 11	6 : 5 f. 1 : $\frac{5}{6}$	13 : 10 f. 1 : $\frac{10}{13}$
♀	4 : 7	1 : 3	3 : 16 f. 1 : $\frac{3}{16}$
♁	19 : 45	1 f. 1 : $\frac{1}{5}$	9 : 7 f. 1 : $\frac{7}{9}$

SCHOLIUM.

922. In Calendario Astronomico Academia Regiæ Scientiarum (a) magnitudines Planetarum in Semidiametris Terrestribus ita determinantur :

	Diam. Planetarum.	Superficies.	Soliditates.
♄	10 —	99	980
♃	10 †	106	1170
♂	$\frac{3}{5}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{1}{5}$
☉	100	10000	1000000
♁	1	1	1
♀	1	1	1
♁	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{27}$
♁	$\frac{1}{4}$ †	$\frac{1}{13}$	$\frac{1}{50}$

Notandum, quod signum † denotet, numerum, cui adjicitur, esse justo paulo minorem; signum vero — indicet, eum esse justo paulo

(a) Loc. cit.

majorem. Plurimum autem differunt numeri hi ab anterioribus, propterea quod ibidem Diametrum Solis ob Parallaxin ejus admodum exiguam multo majorem assumserimus. Discrepant nimirum adhuc Astronomi in magnitudine Solis definienda.

PROBLEMA LXVII.

923. Invenire distantias Satellitum Jovis & Saturni a suis primariis.

RESOLUTIO.

1. Ope Tubi Micrometro instructi observetur ratio distantia Satellitum ad suum primarium.
2. Cum diameter Saturni atque Jovis in Semidiametris Telluris detur (§. 920); reperietur quoque in eadem mensura distantia Satellitum à suis primariis.

COROLLARIUM I.

924. Cum Satelles Jovis primus ab eo distet $5\frac{2}{3}$, secundus 9, tertius $14\frac{2}{3}$, quartus $25\frac{1}{3}$ Semidiametris Jovis (§. 886); Semidiameter vero Jovis sit $27\frac{7}{11}$ Semidiametrorum Terrestrium (§. 920); erit distantia primi à centro Jovis 157, secundi 249, tertii 398, quarti 700 Semidiametrorum Terrestrium.

COROLLARIUM II.

925. Similiter quoniam distantia Satellitis primi à centro Saturni est $1\frac{19}{20}$, secundi $2\frac{1}{2}$, tertii $3\frac{1}{2}$, quarti 8, quinti 24 Semidiametrorum Saturni; Semidiameter vero Saturni $20\frac{2}{3}$ Semidiametrorum Terrestrium (§. 920); erit distantia primi 40, secundi 48, tertii 72, quarti 163, quinti 488.

CAPUT VII.

De Aspectibus Planetarum & Eclipsibus Lunæ ac Solis.

DEFINITIO LXVI.

926. *A* *Aspectus* est concursus Radiorum Luminosorum à duobus Planetis in Terram demissorum, vel in unam rectam incidentium, vel angulum formantium, qui est vel pars, vel partes aliquotæ quatuor rectorum.

COROLLARIUM.

927. Est adeo Conjunctio Aspectuum principium (S. 535), Oppositio terminus maximus (S. 536).

DEFINITIO LXVII.

X. 928. Præter hos Aspectuum veluti
85. terminos, *Conjunctionem* & *Oppositionem*, veteres numerant Trigonum, Tetragonum & Sextilem. *Trigonus* seu *Trinus* est angulus, quem metitur triens AB. *Tetragonus* seu *Quadratus* est angulus quem metitur quadrans AD. *Sextilis* est angulus, quem metitur sextans AG.

DEFINITIO LXVIII.

929. Signa sunt Conjunctionis ζ , Oppositionis ρ , Trigoni Δ , Quadrati \square , Sextilis $*$.

SCHOLIUM.

930. *Aspectuum doctrina ab Astrologis excogitata in usum Prædictionum omni Ratione & Experientia certa destitutarum atque hinc à Recentioribus ex Mathesi profigatarum. Unde KEPLERUS (a) Aspectum definit per angulum à Radiis Planetarum apud Terram formatum, efficacem ad stimulandum naturam sublunarem.*

Wolffii Oper. Mathem. Tom. III.

(a) Epic. Astron. Lib. VI. p. 840.

DEFINITIO LXIX.

931. Recentiores addiderunt *Decilem*, qui decimam Circuli partem comprehendit, *Tridecilem*, qui tres decimas, & *Biquintilem*, qui 4 decimas seu duas quintas intercipit. KEPLERUS superaddit ex Observationibus, ut ait, Meteorologicis *Semisextum*, quem duodecima pars Circuli; & *Quincuncem*, quem quinque duodecimæ metiuntur. Denique Medicis Astrologis debetur *Octilis*, qui unam; & *Trioctilis* seu *Sesquadrus*, qui tres octavas comprehendit.

COROLLARIUM.

932. Cedunt adeo Conjunctioni gradus 0, Semisexto 30, Decili 36, Octili 45, Sextili 60, Quintili 72, Quadrato 90, Tridecili 108, Trino 120, Sesquadrato 135, Biquintili 144, Quincunci 150, Oppositioni 180; signa vero Conjunctioni 0, Semisexto 1, Sextili 2, Quadrato 3, Trino 4, Quincunci 5, Oppositioni 6.

DEFINITIO LXX.

933. *Conjunctio magna* est Conjunctionio Saturni & Jovis; *Conjunctio* vero *maxima* est Conjunctionio eorundem Planetarum supremorum in Principio Arietis.

SCHOLIUM.

934. *Divisio hæc in Astronomia parum habet utilitatis, sed Astrologorum commentis debetur, qui Conjunctionibus raro redeuntibus (magnæ enim intervallo 20, maxime intervallo 800 circiter Annorum redeunt) magnam efficaciam tribuunt.*

DEFINITIO LXXI.

935. *Conjunctio corporalis* est, qua Stella inferior superiorem tegit, eaque *centralis*, si centra Siderum cum centro Terræ fuerint in eadem recta; *Planetica* vero dicitur, quæ cum aliqua latitudine conjuncta.

PROBLEMA LXVIII.

936. *Datis Planetarum duorum Longitudine ad meridiem, qui Adspæctum præcedit, & motu utriusque diurno, invenire momentum, quo is celebratur.*

RESOLUTIO.

1. E. Longitudine remotioris subtrahantur tot Signa vel gradus, quot cuilibet adspæctui cedunt (§. 932): nempe in ♄ 6, in △ 4 vel 8, in □ 3 & 9, in * 2 aut 10 signa & ita porro: ut ad eundem fere locum reducatur, in quo vicinior hæret.
2. Locus datus vicinioris & reductus remotioris à se invicem subtrahatur: quo facto,
3. Fiat: Ut differentia motuum diurnorum, (si Planeta uterque vel directus, vel retrogradus) seu ut summa eorundem motuum, (si alter directus, alter retrogradus) ad differentiam modo inventam; ita 24 horæ ad intervallum temporis à meridie dato usque ad momentum Adspæctus præterlaptum. Supponitur enim, motum diurnum in paucarum horarum intervallo esse temporis ad sensum proportionalem.

E. gr. Ex Ephemeridibus apparet A. 1711 d. 10. Nov. in ipso meridie juxta Meridianum *Parisinum* fuisse locum *Saturni* Ω $14^{\circ} 25'$, motum ejus diurnum 2'; locum *Martis* $\rightarrow 14^{\circ} 18' 36''$, motum diurnum $44' 24''$.

Cum adeo distantia sit 4 fere signorum, patet eo die fuisse $\Delta \text{h} \text{J}$: quæritur momentum hujus adspæctus.

$$\begin{array}{r} \text{Loc. } \text{♄} \text{ 8S. } 14^{\circ} 18' 36'' \text{ Mot. } \text{♄} 44' 24'' \\ \text{Subr. } 4 \qquad \qquad \qquad \text{Mot. } \text{h} 2 \end{array}$$

$$\text{Loc. } \text{♄} \text{ red. } 4\text{S. } 14. 18. 36. \text{ Differ. } 42. 24$$

$$\text{Loc. } \text{h} \quad 4\text{S. } 14 \ 25.$$

$$\text{Different. Long. } 6. 24$$

Est adeo differentia motuum diurnorum ad differentiam longitudinis ut $42' 24''$ ad $6' 24''$, hoc est, fere ut 53 ad 8. Fiat ergo 53 ad 8 ita 24 h. ad momentum trini $3 \text{ h. } 37' 21''$.

DEFINITIO LXXII.

937. *Eclipsis Lunæ* est privatio Luminis in Luna ob interpositionem diametralem Terræ inter Lunam & Solem. *Totalis* est, si Luna tota deficit; *partialis* vero, si tantum aliqua ejus pars deficit. Estque *totalis* vel *cum mora*, si defectus totalis aliquandiu durat; vel *sine mora*, si instantanea.

SCHOLION.

938. *Veritas hujus Definitionis patet ex superioribus (§. 459) & mox evidentius adhuc patebit.*

PROBLEMA LXIX.

939. *Ad datum quodcunque tempus invenire Longitudinem Coni umbrosi terræ.*

RESOLUTIO.

1. Ad datum tempus inveniatur distantia Solis à Terra (§. 685).
2. Cum Diameter Solis in Semidiametris Terræ detur (§. 921. 922); invenietur Axis Coni umbrosi (§. 143. *Optic.*).

E. gr Distantia Solis maxima à Terra est 34996 Semidiametrorum Terrestrium (§. 904), Semidiameter Telluris 1, Solis 152 (§. 921): reperietur Longitudo Coni umbrosi

brofi 231 fere. Similiter quia distantia Solis minima à Terra 33759; in distantia Perigæa Longitudo Coni umbrosi 223 Semidiametrorum Terrestrium.

COROLLARIUM.

940. Cum distantia Lunæ maxima à Terra sit nondum 64 Semidiametrorum Terrestrium (§. 893); Luna in Oppositione cum Sole prope Nodos vel in iisdem constituta in Umbram Terræ incidit, etiamfi Sol in Perigæo & Luna in Apogæo fuerit. Multo magis itaque in eandem immergitur, si Sol fuerit Apogæo & Luna Perigæo vicinior, quia tum Umbra longior (§. 144. *Optic.*) & Luna basi Coni umbrosi propior.

PROBLEMA LXX.

941. *Invenire Semidiametrum apparentem Umbræ Terrestris in loco transitus Lunæ ad datum tempus.*

RESOLUTIO.

1. Ad datum tempus inveniantur distantia Lunæ ac Solis à Terra (§. 889) & inde porro Parallaxes horizontales (§. 387).

2. Parallaxes horizontales conjiciantur in unam summam.

3. Inde auferatur Semidiameter Solis apprens; quod relinquitur est Semidiameter apprens Umbræ.

E. gr. Sit Parall. ☽ horizont. 56' 18''
Parall. ☉ horizont. 6

Aggregat.	56	24
Semid. ☉ appar.	16	5

erit Semid. Umbræ 40' 19''

DEMONSTRATIO.

1b. Sit AB Semidiameter Solis, CF Telluris, ED Umbræ in transitu Lunæ: erit
36. ACB Semidiameter apprens Solis, DCE umbræ; & CBF Parallaxis horizontalis Solis, CDF Lunæ (§. 371). Est vero GCE=ACB (§. 156. *Geom.*) & GCD

=CDF+CBF (§. 239 *Geom.*). Ergo Tab. X.
GCD-GCE (=ECD)=CDF+CBF X.
-ACB (§. 91 *Aritb.*). Q.e.d. Fig. 86.

SCHOLIUM.

942. *Cum Parallaxis Lunæ sit juxta PHIL. DE LA HIRE, non major 6'', adeoque fere insensibilis, ejus additionem omittit. Sed propter Umbram Atmosphære Semidiametrum Umbræ apparentem integro scrupulo primo augeri jubet: unde juxta ipsum Semidiameter Umbræ in nostro exemplo, 41' 13''.*

DEFINITIO LXXIII.

943. *Termini Eclipsium possibiles dicuntur, intra quos fieri potest, ut aliquando Eclipsis contingat: necessarii appellantur, intra quos necessario Eclipsis contingit.*

PROBLEMA LXXI.

944. *Terminos Eclipsis Lunaris cum possibiles, tum necessarios determinare.*

RESOLUTIO.

1. Cum nulla possibilis sit Eclipsis, nisi Tab. VII.
aggregatum ex Semidiametris Umbræ ac Lunæ sit major Latitudine Fig. 87.
Lunæ (alias enim Luna non incurrit Umbram); addantur Semidiametri apparentes Lunæ Perigææ & Umbræ, Sole Apogæo, ut habeatur latus MO.

2. Datis in Δ Sphærico MNO angulo ad Nodum, cujus mensura est Latitudo Lunæ maxima in Copulis, recto M & cruce MO, inveniatur distantia Lunæ à Nodo NO (§. 118 *Sphæric.*): qui est terminus, ultra quem Eclipsis contingere nequit.

3. Eodem modo si Semidiametri apparentes Lunæ Apogææ & Umbræ, Sole Perigæo, addantur ut habeatur LH,

Tab. VIII. Fig. 87. in $\triangle NLH$ invenietur distantia Lunæ à Nodo HN (§. 118. *Sphæric.*): qui est terminus, intra quem Luna necessario Eclipsin patitur.

E. gr. Juxta KEPLERUM (a) Semidiameter Umbrae in Sole Apogæo & Luna Perigæa $49' 40''$, Semidiameter Lunæ apparens in Perigæo $16' 22''$. Ergo MO $66'$ seu $1^{\circ} 6'$ atque hinc nulla erit Eclipsis Lunæ si Latitudo ejus vera major fuerit $1^{\circ} 6'$. Jam cum angulus N ab eodem KEPLERO (b) supponatur $5^{\circ} 18'$; erit.

Log. Sin N.	89655437
Sin. MO	82832433
Sin. tot.	100000000

Log. Sin NO 93177096 , cui in Tabulis respondent $11^{\circ} 59' 50''$, hoc est, fere 12° . Si adeo distantia Lunæ à Nodo fuerit major quam 12° , nulla contingere potest Eclipsis.

Similiter juxta KEPLERUM Semidiameter umbrae in Sole Perigæo & Luna Apogæa est $43' 50''$, Semidiameter Lunæ Apogæa $15'$, adeoque LH $58' 50''$, atque hinc necessario erit Eclipsis, si Latitudo Lunæ vera non excedat $58' 50''$. In hoc vero casu reperitur ut ante Argumentum Latitudinis $10^{\circ} 40'$.

DEFINITIO LXXIV.

Tab. IX. Fig. 88. 945. Arcus inter centra est arcus AI ex centro Umbrae A in Orbitam Lunæ OB perpendicularis.

PROBLEMA LXXII.

946. Data Lunæ Latitudine vera AL ad tempus Oppositionis vera, una cum angulo ad Nodum B; invenire arcum inter centra AI & arcum IL.

RESOLUTIO.

Cum in Triangulo Sphærico AIL ad I rectangulo detur latus AL, & angulus ALI, nempe ipsius LAI seu B com-

plementum ad rectum; reperietur arcus inter centra AI (§. 118. *Sphæric.*).

E. gr. Sit AL $43' 25''$ ALI $84^{\circ} 37'$; erit	
Log. Sin. tot.	100000000
Sin. LA	81013702
Sin. ALI	99980802

Sin. AI $*80994504$, cui in Tabulis respondent $43' 14''$ seu $2594''$.

Quoniam angulus LAI ipsi B æqualis, cum uterque cum IAB faciat rectum, & præterea detur Latitudo Lunæ AL; reperietur arcus LI (§. 118. *Sphæric.*).

E. gr. Sit AL $43' 25''$ 7 angulus B seu LAI $5^{\circ} 23'$; erit.

Log. Sin. tot	1000000000
Sin. AL	81013702
Sin. LAI	89722894

Sin. LI $*70736596$, cui in Tabulis respondent $4' 5''$ seu $245''$.

SCHOLIUM.

947. Quoniam latera LA, AI & LI exigua sunt, erunt eadem ut eorum Sinus, adeoque inveniri quoque potest AI inferendo: Ut Sinus totus ad Sinum anguli LAI, ita AL ad LI; & ut Sinus totus ad Sinum anguli ALI, ita AL ad AI.

COROLLARIUM.

948. Si summa ex arcu inter centra AI & Semidiametro Lunæ apparente sit æqualis Semidiametro Umbrae; Eclipsis est totalis sine mora: si minor, totalis cum mora: si denique major, attamen minor summa ex Semidiametris Lunæ & Umbrae, partialis (§. 937).

DEFINITIO LXXV.

949. Scrupula defectus sunt pars Semidiametri Lunaris MK, quæ Umbram ingreditur, in istiusmodi Scrupulis, quibus exprimitur Diameter Lunæ apparentis HK.

(a) Epit. Lib. VI. p. 862.
(b) In Rudolph. C. XXXI. f. 29.

DEFINITIO LXXVI.

950. *Digiti Ecliptici sunt partes duodecimæ Diametri Lunaræ, quæ obscurantur. Dividuntur singulæ in minuta 60.*

PROBLEMA LXXIII.

951. *Datis Diametro Lunæ apparente KH, Semidiametro Umbrae AM & arcu inter centra AI; invenire scrupula defectus KM & quantitatem Eclipsis determinare.*

RESOLUTIO.

1. Semidiameter Lunæ IK addatur semidiametro Umbrae AM, erit $AM + IK = AI + IM + IK = AI + MK$.
2. Ex hac igitur summa subtrahatur arcus inter centra AI, relinquentur scrupula defectus MK.
3. Hinc fiat: Ut diameter Lunæ KH ad scrupula defectus MK, ita 12 ad digitos Eclipticos.

E. gr. Sit KH 30' 44'', adeoque IK 15' 22'', AM 41' 13'', AI 43' 14'': erit

Semidiameter Lunæ	15'	22
Umbrae	41	13

Summa	56	35
Arcus inter centra	43	14
Scrupula defectus	13	21 f. 801''
Fiat ergo: 1844 : 801 = 12		
h. e.	461	3 3

$$461 \overline{) 2403} \left(5 \frac{28}{461} \text{ dig.} \right.$$

$$\underline{2305} \text{ siv. f. dig. } 13''$$

$$98$$

Calculus facilior, si Logarithmis utaris.

DEFINITIO LXXVII.

952. *Scrupula durationis dimidiæ sunt arcus Orbitæ Lunaræ, quem Centrum Lunæ describit ab initio Eclipsis usque ad medium, vel à medio usque ad finem NI vel IO.*

DEFINITIO LXXVIII.

953. *Scrupula dimidiæ moræ sunt arcus Orbitæ Lunaræ, SI vel IT: quem Centrum Lunæ describit intra dimidiam moram obscurationis totalis.* Tab. IX. Fig. 89.

DEFINITIO LXXIX.

954. *Scrupula incidentiæ seu casus sunt arcus Orbitæ Lunaræ SN, quem Centrum Lunæ describit ab initio Eclipsis usque ad momentum, quo tota in Umbram incidit.*

DEFINITIO LXXX.

955. *Scrupula emersionis sunt arcus Orbitæ TR, quem Centrum Lunæ percurrit ab eo momento, quo Luna ex Umbra Telluris emergit usque ad finem Eclipsis.*

PROBLEMA LXXIV.

956. *Datis arcu inter centra AI & Semidiametris Umbrae AP atque Luna PN; invenire scrupula dimidiæ durationis IN.* Tab. IX. Fig. 88.

RESOLUTIO.

1. Semidiametri Umbrae AP & Lunæ PN conjiciantur in unam summam, ut prodeat AN.
2. A quadrato AN subtrahatur quadratum AI, residuum est quadratum IN (§. 417. *Geom.*).
3. Ex hoc adeo residuo extrahatur Radix, quæ erit arcus IN quaesitus.

Aliter.

Quodsi Logarithmis uti volueris.

1. Addantur AN & IA, ut habeatur summa AN + IA, iidemque arcus à se invicem subtrahantur, ut habeatur residuum AN — IA.

- Tab. IX. Fig. 88. 2. Logarithmi AN + IA atque AN - IA conjiciantur in unam summam.
 3. Summa hæc dividatur bifariam: ita prodibit Logarithmus scrupulorum durationis dimidiæ IN.

E. gr. Sit AP $41' 13''$ seu $2473''$, PN $15' 22''$ seu $922''$ adeoque AP + PN = AN = $3395''$.
 Sit porro arcus inter centra AI $2594''$: erit

AN	3395	AN	3395
AI	2594	AI	2594
AN + AI	5989	AN - AI	801
Log. AN + AI	37773543		
AN - AI	29036325		
Summa	66809868		
Log. IN	33404934		

cui in Tabulis respondent $2190''$.

DEMONSTRATIO.

Rectangulum ex AN + AI in AN - AI est æquale differentiæ quadratorum ex AN & ex AI (§. 86 *Anal. finit.*), hoc est, quadrato IN (§. 417 *Geom.*). Ergo summa Logarithmorum AN + AI & AN - AI est Logarithmus quadrati IN (§. 337 *Arithm.*). consequenter ejus dimidium est Logarithmus ipsius IN (§. 341 *Arithm.*). *Q. e. d.*

PROBLEMA LXXV.

- Tab. IX. Fig. 89. 957. *Iisdem datis, invenire in Eclipsi totali cum mora scrupula dimidiæ mora IS.*

RESOLUTIO.

1. Semidiameter Lunæ SV subducatur ex Semidiametro Umbrae AV, ut relinquatur AS.
2. Datis adeo in Triangulo, AIS ad I rectangulo, arcu AS modo invento & arcu inter centra AI, invenitur IS ut in Problemate præcedente (§. 956).

COROLLARIUM.

958 Quodsi ex scrupulis durationis dimidiæ IN subtrahantur scrupula moræ dimidiæ IS, relinquuntur scrupula incidentiæ SN, quibus scrupula emersionis TR æqualia.

PROBLEMA LXXVI.

959. *Ad datum quodcumque tempus invenire ætatem Luna mediam & Novilunium atque Plenilunium medium pro dato mense.*

RESOLUTIO.

1. Ad datum tempus supputentur locus Solis & locus Lunæ medius (§. 672. 827).
2. Locus Solis à loco Lunæ auferatur (aucto, si opus fuerit, integro circulo); residuum est elongatio Lunæ media à Sole.
3. Elongatio Lunæ à Sole media inventa dividatur per elongationem diurnam mediam à Sole (quæ est differentia inter motum medium diurnum Solis & motum medium diurnum Lunæ); quotus est media Lunæ ætas, hoc est, tempus à Novilunio proximo præterlapsum.
4. Quodsi hoc tempus ex tempore dato subducas, relinquitur tempus Novilunii medii proxime præterlapsi medium.
5. Et si ulterius addas semissem mensis Synodici, summa erit tempus Plenilunii medii medium; integrum si addas, tempus medium Novilunii proxime futuri.

E. gr. Quæritur ætas Lunæ media d. 15 Sept. A. 1708. & tempus medium cum Novilunii, tum Plenilunii medii ejusdem mensis. Erit per Tabulas Cel. DE LA HIRE Loc.

Loc. ☉ med. 5 S. 24° 29' 7"
 Æquat. tempor. subtr. 23
 9' 14"

Loc. ☉ med. temp. med. 5 S. 24. 28. 44
 Loc. ☽ med. 6 S. 1. 49. 30

Elong. ☽ à ☉ 0 S. 7. 20. 46
 feu 26446"

Mot. ☽ diurn. 13. 10. 35

Mot. ☉ diurn. 59. 8

Mot. ☽ à ☉ 12. 11. 27
 feu 43887".

Inferatur: Ut 43887" ad 86400 scrupula horaria (hoc est, 24 horas) ita 26446 ad ætatem Lunæ mediam 52064" seu 14 h. 27' 44".

Ergo A. 1708. d. 14. Sept. 23. h. 50' 46"
 Ætas Lunæ med. 14. h. 27 44

Novil. med. d. 14. Sept. 9 h. 23 2

Semiss. m. Synod. 14 d. 18 h. 22 2

Plenilun. med. d. 29 Sept. 3 h. 45 2

post meridiem in Meridiano *Parisiensi*, tempore medio.

COROLLARIUM I.

960. Quodsi eodem modo quæsieris ætatem Lunæ mediam tempore medio diei primæ Januarii A. 1700. styli novi, aut alterius cujuscunque; prodibit Epocha Noviluniorum mediorum, quales exhibent Tabularum conditores.

COROLLARIUM II.

961. Quodsi ab Epocha Novilunii subtrahas semissem mensis Synodici, relinquitur Epocha Plenilunii ad idem tempus, seu tempus medium à Plenilunio medio proxime præcedente elapsum.

E. gr A. 1700 stylo novo fuit

Epoch. Novilun. 21 d. 13 h. 5' 34"

Semiss. mens. 14 d. 18 22 1

Epoch. Plenilun. 6 d. 18 h. 43 33

SCHOLIION.

962. *Ut Novilunia & Plenilunia media facilius inveniantur, conditores Tabularum construere solent Tabulas Epactarum eo, qui sequitur, modo.*

DEFINITIO LXXXI.

963. *Epactæ sunt excessus mensis Solaris supra mensem Synodicum & anni Solaris super 12 menses Synodicos, vel etiam plurium mensium Solarium super totidem Synodicos & plurium Annorum super totidem menses Synodicos duodecies sumtos.*

SCHOLIION.

964. *In presenti negotio assumimus menses Julianos, qualibus in Calendariis nostris utimur, & annos itidem Julianos 365 dierum: quia ad tales annos & menses constructæ sunt Tabulæ Astronomicæ.*

PROBLEMA LXXVII.

965. *Invenire Epactam cujuslibet mensis per annum integrum & unius, duorum, trium &c. pluriumve annorum, data quantitate mensis Synodici.*

RESOLUTIO.

- I. Quantitas mensis Synodici sibi ipsi addatur, & aggregato eadem denuo adjiciatur, atque ita porro, ut constet quantitas duorum, trium, pluriumve mensium Synodicorum.
2. A quantitate mensis Januarii seu 31 diebus subtrahatur mensis Synodicus unus, relinquetur Epacta Januarii (§. 963). Et generaliter à diebus ab initio anni elapsis subtrahantur integri menses Synodici interea elapsi *vi num. 1.* quod relinquitur est Epacta ejus mensis.

3. Cum

3. Cum Epacta duodecim mensium sit Epacta unius anni, si eidem addas numerum dierum unius, duorum, trium &c. Annorum & inde auferas, ut ante, integros menses Synodicos, qui in aggregato continentur; residua fient Epactæ duorum, trium, pluriumve annorum.

E. gr. Januarius	d. 30 h. 23. 59' 60"
Mens. Synod.	d. 29 h. 12. 44 3
Epacta Januarii	d. 1 h. 11. 15 57
Annus Julian.	d. 364 h. 23. 59 60
12. Mens. Synod.	d. 354 h. 8. 48 38
Epacta Anni 1.	d. 10 h. 15. 11 22

COROLLARIUM I.

966. Quodsi Radici Noviluniorum addantur Epactæ annorum & mensium datum, una cum diebus ac horis atque scrupulis horariis datis & à summa subducantur menses Synodici integri; relinquitur ætas media Lunæ ad tempus datum. E. gr. quærat ætas media Lunæ A. 1708. d. 14. Sept. h. 23. 50' 46' tempore medio: erit.

Radix 1700	21 d. 13 h. 5' 34'
A 7.	16 8 51 31
Aug. complet.	6 18 7 35
Tempus datum	14 23 50 46
Summa	59 15 55 26
2 Mens. Synod.	59 1 28 6
ætas Lunæ media	14 h 27 20

COROLLARIUM II.

967. Cum ex ætate Lunæ media tempus Novilunii medii dato mense erui possit (§. 959); ratio per Epactas inveniendi Novilunia & Plenilunia media manifesta est.

PROBLEMA LXXVIII.

968. *Invenire motum Lunæ & Solis horarium verum ad tempus datum.*

RESOLUTIO.

1. Ad datum tempus medium & diem proxime præcedentem supputentur loca Solis atque Lunæ (§. 720. 863.).
2. Loca Solis, itemque Lunæ; à se invicem subtrahantur.
3. Residua per 24 dividantur: quoti erunt motus horarius Solis atque Lunæ.

Aliter.

1. Ad datum tempus quærat æquatio Solis, una cum æquatione, quæ Anomalix uno gradu majori respondet.
2. Fiat: ut 60 ad motum horarium medium 2' 28'' seu incrementum horarium anomalix Solis, hoc est, ut 900 ad 37, ita differentia æquationum modo repertarum ad differentiam motus horarii & medii Solis.
3. Quodsi ergo hæc differentia à motu horario medio Solis subtrahatur, quamdiu Anomalia 93° minor est, eidem vero addatur, si hæc major 93° fuerit; prodibit motus horarius Solis verus.

E. gr. Si anomalia Solis fuerit 30° æquatio 56' 31''; si 31°, æquatio 58' 14'', adeoque differentia 1' 43'' seu 103''. Fiat ut 900 ad 37 ita 103'' ad 4'', quæ ex 2' 28'' subducta relinquunt motum Solis horarium verum 2' 24''.

Similiter quia Anomalia vera à media differt una hora ante vel post copulam mediam, per motum horarium medium & æquationem centri, hoc est, per 41' 49'', si loco rationis 60' ad 2' 28'', assumatur ratio 60' ad 41' 49'', reperietur ut ante differentia inter motum Lunæ horarium medium & verum, subtra-

subtrahenda è motu medio horario Lunæ 32' 56'', si Anomalia minor 95°, addenda, si major.

Quodli differentia Æquationum compositarum utaris, eodem modo reperitur horarius Lunæ verus extra Copulas.

SCHOLIION.

969. Per hanc Regulam à REGIOMONTANO (a) traditam construi solent ad singulos Anomaliæ veræ gradus Tabulæ motuum horariorum verorum Solis & Lunæ.

PROBLEMA LXXIX.

970. Dato tempore Novilunii vel Plenilunii medii; invenire tempus veri.

RESOLUTIO.

1. Ad tempus Novilunii medii supputetur locus Solis verus & locus Lunæ verus in Copulis, una cum utriusque Anomalia vera (§. 720. 863).
2. Quarantur porro motus horarii veri Solis atque Lunæ ad idem tempus (§. 968).
3. Locus Lunæ à loco Solis vel contra (minor nempe à majore) auferatur, ut relinquatur distantia Lunæ à Copula.
4. Motus horarius verus Solis ab horario Lunæ vero subducatur, ut relinquatur horarius verus Lunæ à Sole.
5. Fiat: ut horarius Lunæ à Sole verus ad horam unam seu 3600'', ita distantia Lunæ à Copula ad differentiam temporis Copulæ mediæ à tempore Copulæ veræ.
6. Differentia hæc addatur tempori Copulæ mediæ, si locus Lunæ minor loco Solis; dematur, si major fuerit: ita prodibit tempus Syzygiæ veræ, raro tamen exactum.

Wolffii Oper. Mathem. Tom. III.

(a) In Epit. Almag. Liv. VI. Prop. 4.

7. Quarantur adeo denuo ad hoc tempus locus Solis verus & locus Lunæ verus (§. 720. 863) cum motibus horariis veris utriusque Luminaris (§. 968) & si loca Lunæ ac Solis differunt, differentia temporis antea reperti à tempore exacto Syzygiæ veræ reperiatut ut ante.

8. Hæc operatio tamdiu repetenda, donec differentia temporis inventa non excefferit 5'': tum enim locus Solis repertus erit locus utriusque Lunarum in Copula.

9. Dato loco Solis ad tempus Syzygiæ veræ, inveniatur Æquatio temporis (§. 715), quæ ei addita vel demta producet tempus verum Syzygiæ veræ.

E. gr. A. 1708 Plenilunium medium contigit d. 29. Sept. 3 h. 45' 4'' post meridiem: quaritur tempus veri.

Per Tabulas Cel. DE LA HIRE tum erat

Loc. ☉ verus	6S. 6°. 3' 38''
Loc. ☾ ad Eclipt. reduct.	0. 3. 50. 9
Dist. ☾ ab Opp. ☉	2. 40. 29
	five 9629''

Hor. Lunæ	32'. 17''
Hor. Solis	2. 28
Differ.	29. 49
Reduct. subt.	8
Hor. Luna à Sole	29. 41 five 1781''
Fiat, ut 1781 ad 3600, ita 9629'' ad 19463''	
seu 5 h. 24'. 23''	
Plen. med.	3 45. 4
Plen. ver.	9 h. 9'. 27''

Erat tum per eandem Tabulas

Loc. Solis verus	6S. 6°. 43'. 57''
Loc. Lunæ in Eclipt.	0. 6. 43. 52
Dist. Lunæ ab Opp. Solis	5
Horar. ☾ à ☉	29'. 30'' seu 1770''
Fiat, ut 1770 ad 3600, ita 5'' ad 10''	
Ergo Plen. veri Tempus	9 h. 9' 37''

Y y y

Ad

Ad hoc tempus reperitur

Loc. ☉ verus 6S. 6°. 43' 57"

Loc. ☾ in Eclipt. 6S. 6 43 55

Dist. ☾ ab Opp. ☉ 2,
unde ut ante elicitur tempus à Copula
deficiens 4". Est itaque

Temp. Plenilunii veri 9h. 9' 39"

Æquat. temp. add. 14 10

Tempus appar. Plen. veri 9h. 23 49"

Celebrata igitur est Copula vera ☉ &
☾ A. 1708. d. 29 Sept. 9 h. 23. 49" post
meridiem in Meridiano *Parifino*, tempo-
re apparente.

PROBLEMA LXXX.

Tab. IX. Fig. 88. 971. *Datis scrupulis dimidia dura-
tionis IN, una cum tempore apparente
Plenilunii veri & horario Lunæ à Sole,
arcuque LI; invenire medium, initium
ae finem Eclipsis Lunaræ & durationem
ejus definire.*

RESOLUTIO.

1. Fiat: Ut Horarius Lunæ à Sole verus ad 3600 scrupula secunda horaria, ita scrupula arcus LI ad scrupula horaria eidem æquivalentia.
2. Hæc scrupula in primo & tertio quadrante Anomaliæ à tempore Plenilunii veri subtrahantur, in secundo & quarto addantur, ut prodeat tempus Eclipsis mediæ.
3. Fiat: Ut motus horarius Lunæ à Sole verus ad scrupula horaria secunda 3600, ita scrupula dimidiæ durationis IN ad tempus durationis dimidiæ: cujus adeo duplum integram durationem definit.
4. Tempus dimidiæ durationis à tempore Eclipsis mediæ subtrahatur,

residuum erit Eclipsis initium: idem Tab. IX. Fig. eidem addatur, aggregatum erit finis ejus.

E. gr. LI = 4' 5" = 245", IN = 2190",
tempus Plenilunii veri h. 9. 23' 49", ho-
rarius Lunæ à Sole verus 30' 12" seu 1812":
erit

Log. Hor. ☾ à ☉ 32581581

Log. 3600 35563025

Log. LI 23891660

59454685

Log. temp. quæf. 26873104, cui
in Tabulis quam proxime respondent 486"
seu 8' 6"

Temp. Plenil. veri h. 9 23' 49"

Tempus Eclips. mediæ h. 9 15 43

Log. Hor. Lunæ à Sole 32581581

Log. 3600 35563025

Log. IN 33404934

68967959

Log. dur. dimid. 36386378,
cui in Tabulis respondent 435"
seu 1 h. 12' 31"

2

Duratio Eclipsis 2 h. 25 2

Tempus Eclips. med. h. 9 15' 43"

Duratio dimid. subtr. h. 1 12 31

Initium Eclips. h. 8 3 12

Tempus Eclips. med. h. 9 15 43

Durat. dimid. add. h. 1 12 31

Finis Eclipsis h. 10 28 14

PROBLEMA LXXXI.

972. *Datis Semidiametris Luna at-
que Solis apparentibus in Apogæo; in-
venire easdem in quocunque alio Anoma-
liæ gradu.*

RESOLUTIO.

1. Inveniatur ratio distantiae in dato Anomaliæ gradu ad distantiam Apo-
gæam (§. 685).

2. Cum

2. Cum Semidiametri apparentes sint ut distantia reciproce (§ 212 *Optic.*); reperientur eadem ope Regulæ trium (§.302 *Arith.*).

SCHOLIION.

973. Hoc modo conduntur Tabulæ Semidiametrorum apparentium Solis & Lunæ ad quinque Anomalie gradus.

PROBLEMA LXXXII.

974. Eclipsin Luna supputare.

RESOLUTIO.

1. Ad tempus Plenilunii medii (§.959) datum supputetur distantia à Nodo, ut constet, utrum illud sit Eclipticum, nec ne (§.944).
2. Supputetur ulterius tempus Plenilunii veri cum loco Solis vero & Lunæ ad Eclipticam reducto (§.970).
3. Ad momentum Plenilunii veri supputetur Latitudo Lunæ vera (§. 880) & utriusque Luminaris à Terra distantia (§ 889) cum Parallaxibus horizontalibus (§. 387) & Semidiametris apparentibus (§.972).
4. Ad idem momentum inveniatur horarius Lunæ verus & horarius Solis verus (§.968).
5. Hinc porro investigetur Semidiameter Umbrae apparens AP (§.941) &
6. Arcus inter centra AI cum arcu LI (§.946).
7. Supputentur scrupula dimidiæ durationis IN (§.956) & inde
8. Duratio, initium, medium ac finis Eclipsis definiatur (§ 971).
9. Quærantur tandem scrupula defectus & inde quantitas Eclipsis determinetur (§.951).

E. gr. A. 1708 Plenilunium medium contigit d. 29. Sept. 3 h. 45' 4" post meridiem. Eratum distantia ζ à Ω o S. $5^{\circ} 22' 36''$ juxta Tabulas *Cel.* DE LA HIRE. Est ergo Plenilunium Eclipticum (§.944). Ad illud vero tempus reperimus

Plenilunium verum	h. 9	23'	49''
Locum \odot verum	6 S. 6°	43'	47''
Loc. ζ in ecliptica	6 S. 6	43	47
Latit. ζ veram Bor.		43	25
Parallaxin horizont.	\odot		6
	\oslash	56	18
Semid. apparent.	\odot	16	5
	\oslash	15	22
Horar. verum \oslash à \odot		30	12
Semid. Umbrae		41	13
Arcum inter centra		43	14
LI		4	5
Scrupula dimidiæ durationis		36	30
Scrupula defectus		13	21
Durationem Eclipsis	h. 2. 25		2
Initium	8. 3		12
Medium	9. 5		43
Finem	10. 28		14
Quantitatem		5 dig.	13'

SCHOLIION.

975. Ad calculum Eclipsium absolvendum utendum est Tabulis, quarum constructio ex antecedentibus manifesta: ubi autem Tabulæ deficiunt, supputatio fit per Problemata à nobis exposita. Molestissima in toto calculo est Plenilunii veri inventio, unde tamen reliqua omnia pendent. Illo dato reliqua nihil tædiæ habent.

PROBLEMA LXXXIII.

976. Datis Semidiametris Luna & Tab. I. Umbrae terræ, una cum Latitudine ad IX. initium & finem Eclipsis; Typum Eclipsis Lunaribus in plano describere. Fig. 90.

RESOLUTIO.

1. Designet CD Eclipticam, sitque in A Centrum Umbrae: per quod agatur recta GQ ad DC perpendicularis: Yyy 2 Sup-

Tab.
IX.
Fig. 90.

- Supponatur in D Oriens, in C Occidens, in Q Meridies, in G Septentrio.
2. Ex A intervallo aggregati AN ex Semidiametro Umbrae AP & Semidiametro Lunae PN describatur Circulus DGCQ & intervallo Semidiametri Umbrae solius AP alius concentricus EMFR, qui sectionem Umbrae in transitu Lunae exhibebit.
 3. Fiat AL aequalis Latitudini Lunae ad initium Eclipsis & in L erigatur perpendicularis LN occurrens Peripheria majori in N versus Occidentem: erit ergo in N Centrum Lunae initio Eclipsis.
 4. Similiter fiat AS aequalis Latitudini Lunae ad finem Eclipsis & in S erigatur perpendicularis OS, quae cum ipsi DC parallela (§. 256 Geom.) distantiam ab ea non mutet (§. 81 Geom.), erit in O Centrum Lunae in fine Eclipsis.
 5. Connectantur puncta O & N recta: erit ON arcus Orbitae, quem Centrum Lunae durante obscuracione percurrit.
 6. Ex O & N intervallo Semidiametri Lunaris describantur Circuli PV & TX, quae Lunam in initio ac fine Eclipsis exhibebunt.
 7. Denique ex A demittatur ad ON perpendicularis AI; erit in I Centrum Lunae in media obscuracione. Quare si
 8. Ex I intervallo Semidiametri Lunaris Circulus HK describatur, representabit is Lunam in obscuracione maxima & quantitatem Eclipsis definiet.

PROBLEMA LXXXIV.

977. *Eclipsin Lunae observare.*

RESOLUTIO.

1. Horologium oscillatorium ad motum Solis componatur (§. 125) aut ejus motus ex observatis Stellarum altitudinibus aut altitudine Solis diurna rectificetur (§. 299).
2. Tubus Micrometro exquisito instructus convertatur in Lunam & notetur ope Horologii oscillatorii tempus, quo Peripheria Lunaris rotunditatem amittere incipit, Umbra instar unguulae limbum Lunae orientalem delibante: ut constet initium obscuracionis.
3. Notentur similiter tempora, quibus sectio Umbrae transiit per maculas Lunares ex *Selenographia* cognitae (§. 918).
4. Eodem modo notetur tempus, quo Umbra Lunam deserit, ut constet finis Eclipsis: à quo si subtrahatur initium, relinquetur duratio integra, ejusque dimidium exhibebit Tempus mediae obscuracionis.
5. Ope Micrometri definiatur quantitas Diametri obscurata (§. 547).

SCHOLIUM.

978. *Placet hic exhibere ex literis admodum R. P. HEINRICH in Academia Leopoldina Theologiae moralis & Mathematicum Professoris die 15 Febr. A. 1712 ad me datis peculiare Micrometri genus, quod ad observandos digitos Lunae obscuratae felicissime invenit & ad usum transtulit. Ita autem ille:*
 „ Pro discernenda obscuracionis magnitudine adhibui, inquit, Micrometrum
 „ extemporaneum & facillime parabile.
 „ Descripsi in tenui folio vitri Moscovitici

„ ci acus cuspidē tredecim parallelas ad
 „ æqualia duodecim intervalla in Charta
 „ supposita accurate prius designata, quæ
 „ omnia simul sumta Diametrum Lunæ
 „ non adæquabant, quemadmodum in
 „ Telescopio exploravi per aliud simile fo-
 „ lium eidem, ut mos est, insertum. Pro
 „ iusta autem Diametri Lunaris mensura
 „ obtinenda per folium parallelis distinc-
 „ tum & Telescopio rescissis superfluis in-
 „ sertum extendi capillum transversum,
 „ utrinque limbo fistulæ Telescopii affixum
 „ ejusque longitudinem à parallelis inter-
 „ ceptam sæpius cum Luna contuli & una
 „ cum obliquitate eo usque mutavi, donec
 „ Diametrum Lunarem perfecte adæqua-
 „ ret. Quo casu simul exhibuit desideratam
 „ in 12 digitos divisionem, juxta quam
 „ Lunæ applicatam de partis inumbratæ
 „ quantitate judicium tali, quantum in
 „ ejusmodi Eclipsibus aliquo usque dubia,
 „ ut semper esse solent, Lucis & Umbra
 „ consilia partiuntur. Dicta obliquitatis
 „ & longitudinis interceptæ mutatio red-
 „ di facilius potest, & primo statim aspec-
 „ tu continuato iuxta quam citissime ob-
 „ tineri, si duplicata fistula adhibeatur,
 „ uniusque folium Parallelogrammi, alteri
 „ capillus affigatur: sic enim seorsim
 „ poterunt moveri, donec Lunæ con-
 „ gruant. Insuper ut constet, quænam
 „ obliquitas ac longitudo in aliqua ob-
 „ servatione adhibita fuerit eademque
 „ alio tempore repeti, vel cum alia com-
 „ parari vel etiam pro exploranda Si-
 „ derum distantia adhiberi queat, poterit
 „ exterius in superficie fistularum earun-
 „ dem situs notari per certa signa, etiam
 „ facta, si placuerit, regulari totius Cir-
 „ culi divisione. Quæ omnia & plura alia
 „ commoda per experientiam deinceps de-
 „ prehendenda, nec fistularum in Telesco-
 „ pio perforatione, nec Laminarum artifi-
 „ ciosa connexionē, nec difficillime per
 „ adamantem præcibilibi Circulorum adeo
 „ parvulorum descriptione indigent, ut
 „ facile patet consideranti.

PROBLEMA LXXXV.

979. *Initio vel fine Eclipses Lunaris aut iisdem Phasibus quibuscunque in diversis locis Terræ observatis, invenire differentiam horariam Meridianorum.*

RESOLUTIO.

Cum in singulis Observationum locis horæ earumque scrupula numerentur ab appulsu Centri Solis ad Meridianum, Sol vero ad Meridianum Occidentaliorē tardius appellat, prætereaque eadem Phases Eclipsium Lunarium eodem articulo temporis Physico ubique terrarum contingant (§. 937); non alia re opus est quam ut tempora, quibus eadem ejusdem Eclipsis Phases diversis in locis observatæ, à se invicem subtrahantur, residuum enim est differentia Meridianorum quæsitæ, indicatque horarum numerus major locum Orientaliorem.

E. gr. A. 1701. d. 22. Febr. initium Eclipsis observatum est

<i>Berolini</i>	h. 10.	59'.	36''
<i>Parisiis</i>	10.	15.	23

Est ergo Diff. Meridianorum 44. 13
 hoc est *Berolini* 44' 13'' citius Sol Meridianum attingit quam *Parisiis*.

SCHOLIUM.

980. *Hoc artificio constructæ sunt Tabulæ differentiarum horarum Meridianorum: nostro tamen tempore utuntur etiam Eclipsibus Satellitum Jovis, ob earum præsertim frequentiam.*

COROLLARIUM.

981. Quodsi Eclipsis initium, medium ac finis ad Meridianum Tabularum fuerint computata; differentia Meridianorum addita, vel subducta, eadem momenta definiuntur in aliis Meridianis Orientalioribus & Occidentalioribus. E. gr. in nostro casu in Meridiano *Observatorii Regii Parisini* initium Eclipsis fuit h. 8. 3' 12'' medium

h. 9. $15^{\circ} 43''$, finis h. 10. $28^{\circ} 14''$ (§. 972);
fuit ergo *Berolini* initium h. 8. $47^{\circ} 25''$,
medium h. 9. $59^{\circ} 56''$, finis h. 11. $12^{\circ} 38''$.

DEFINITIO LXXXI.

982. *Eclipsis Solis* est occultatio
Solis facta per interpositionem Diame-
tralem Lunæ inter Solem ac Terram.
Distinguitur æque ac Lunaris (§. 937.)
in *totalem & partialem*.

SCHOLION.

983. *Veritas Definitionis patet ex supe-
rioribus* (§. 452.), & *mox adhuc evidentius
patebit*.

COROLLARIUM I.

984. Quia Luna Parallaxin altitudinis
(§. 887.), adeoque & Latitudinis (§. 372-
377.) sensibilem habet; *Eclipsis Solaris*
acidit, quando Latitudo Lunæ ex Terris
visa minor est aggregato Semidiametro-
rum apparentium Solis ac Lunæ.

COROLLARIUM II.

985. *Eclipsis* adeo contingit, Luna Soli
vel in Nodis, vel prope Nodos juncta
(§. 765.).

COROLLARIUM III.

986. Unde *Eclipsis Solis*, quæ Christo
patiente accidit in ipso Plenilunio, præ-
ternaturalis fuit, quippe in Oppositione
facta.

DEFINITIO LXXXII.

987. *Latitudo Luna visa* est, qua-
lis ex Terra ob Parallaxin spectatur;
seu distantia loci visi ab Ecliptica.

COROLLARIUM.

988. Invenitur adeo, si ex Latitudine
Boreali Parallaxis Latitudinis subtrahatur;
Australi vero addatur (§. 372.).

DEFINITIO XXXIII.

989. *Longitudo Luna visa* est, qua-
lis ex Terra ob Parallaxin spectatur,
seu arcus Eclipticæ inter locum Opticum
visum & \odot interceptus.

COROLLARIUM.

990. Invenitur adeo, si Longitudini
veræ Parallaxis Longitudinis in parte Cæli
orientali addatur, in occidentali dematur
(§. 732.).

DEFINITIO LXXXIV.

991. *Parallaxis Luna à Sole* est
excessus Parallaxeos Lunæ supra Paral-
laxin Solis.

COROLLARIUM.

992. Cum Parallaxis Solis diurna juxta
Cl. DE LA HIRE sit fere insensibilis (§.
869.); Parallaxis Lunæ à Sole vix differt
à Parallaxi Lunæ.

SCHOLION.

993. *Juxta aliorum tamen Hypotheses,
Parallaxis Solis sensibilis, qui eam, e. gr.
cum KEPLERO integro scrupulo primo aqua-
lem constituunt.*

DEFINITIO LXXXV.

994. *Horarius Luna à Sole visus*
est arcus Eclipticæ, quo locus Lunæ
visus intervallo unius horæ à loco So-
lis removetur.

PROBLEMA LXXXVI.

995. *Terminos Eclipsæ Solaris de-
terminare.*

RESOLUTIO.

Si Lunæ Parallaxis esset insensibilis,
termini Eclipsæ Solaris eodem modo
determinarentur, quo supra Lunares
constituuntur (§. 944.) sed quia Paral-
laxis sensibilis est, paulo aliter proce-
dendum. Nimirum.

1. Colligantur in unam summam Semi-
diametri apparentes Luminarium
tum Apogææ, quam Perigææ.
2. Quia Parallaxis minuit Latitudinem
Borealem (§. 372.); aggregato
priori

priori addatur Parallaxis Latitudinis maxima, quæ esse potest; quia vero eadem Latitudinem Australem auget (§. cit.) eidem aggregato posteriori dematur Parallaxis Latitudinis maxima, ita in utroque casu prodibit Latitudo vera, ultra quam Eclipses contingere nequeunt.

3. Data hac Latitudine invenietur distantia Lunæ à Nodo ultra quam Eclipses accidere nequeunt, ut supra (§. 944.).

SCHOLIUM.

996. Quoniam diversi autores diversas de Diametris apparentibus Luminarium & Parallaxi Latitudinis maxima Hypotheses sequuntur, ideo non eosdem definiunt terminos Eclipsium Solarium.

Sane Terminus possibilis... necessarius

PTOLEMÆO	19°. 25'	} à ☉ {	16°. 42'
COPERNICO	19. 12.		16. 25
TYCHONI	18. 25		17. 9
KEPLERO	17. 16		15. 55
RICCIOLO	18. 49		15. 58

PROBLEMA LXXXVII.

997. Data Longitudine & Latitudine Lunæ vera, una cum loco Solis vero; invenire Longitudinem & Latitudinem visam ad tempus datum in loco dato.

RESOLUTIO.

1. Ex data Longitudine & Latitudine Lunæ, quæratnr ejus Declinatio & Ascensio recta (§. 260.).
2. Inde porro eruatur ipsius altitudo sub elevatione loci dati (§. 300.).
3. Quæratnr ad tempus idem distantia ejus à Terra (§. 903.) & Parallaxis horizontalis (§. 387.),

4. Hinc invenietur Parallaxis altitudinis modo repertæ (§. 381.).

5. Ex dato loco Solis vero supputetur, sub elevatione Poli data, ad tempus datum, Punctum Eclipticæ oriens & Nonagesimus Eclipticæ atque angulus Orientis seu altitudo Nonagesimi (§. 218.).

6. His cognitis, reperietur Parallaxis Longitudinis & Latitudinis (§. 391), tandemque

7. Longitudo ac Latitudo Lunæ visa (§. 372.).

Aliter.

Quoniam inventio Parallaxeos altitudinis perquam molestum calculum reddit, ideo KEPLERUS calculum non parum abbreviare docuit, regula tradita, qua sine Parallaxeos altitudinis inventionem, Parallaxes Longitudinis & Latitudinis eruuntur ex datis Parallaxi Lunæ horizontali à Sole, distantia Solis à Nonagesimo & angulo Orientis. Quæratnr ergo

1. Ut ante, angulus Orientis, Parallaxis horizontalis & Nonagesimus: à quo si subducatur locus Solis datus, prodibit distantia ejus à Nonagesimo.

2. Addantur in unam summam Logarithmi Sinuum anguli Orientis & distantie Solis à Nonagesimo atque Logarithmus Parallaxeos horizontalis Lunæ à Sole.

3. A summa subtrahatur duplum Sinus totius: quod relinquitur, est Logarithmus Parallaxeos Longitudinis.

4. Similiter si Logarithmus sinus anguli Orientis seu altitudinis Nonagesimi

&c.

& Logarithmus Parallaxeos horizontalis Lunæ à Sole colligantur in unam summam & ab ea subducatur Logarithmus Sinus totius: qui relinquitur, est Logarithmus Parallaxeos Latitudinis.

5. Datis autem Parallaxibus Longitudinis & Latitudinis, Longitudines & Latitudines visæ reperientur, ut ante (§. 371).

E. gr. Juxta WINGIUM (a) Conjunctio Luminarium Londini contigit A. 1661. d. 19 Martii h. 21. 41' 3" tempore apparente, fuitque verus locus Solis & Lunæ φ $10^{\circ} 19' 48''$, Parallaxis horizontalis Lunæ à Sole $58' 6''$, Latitudo vera Borealis descendens $34' 49''$, altitudo denique Æquatoris $38^{\circ} 28'$. Quare

Log. Cof. Obl. Eclipt.	199624527
Cotang. Long. \odot	107435973
<hr/>	
Tang. Asc. rect \odot	92188554,
cui in Canone respondent	
	$9^{\circ} 23' 55''$
Temp. app. Conj. h. 21	41 3 subtr.
h. 24 seu 23	59 60
<hr/>	
Temp. ad mer. ref. 2	18 57
h. 2	30 ^o
18'	4 30'
57''	14 15''
<hr/>	
AD	34 44 15
AO	89 59 60
<hr/>	
DO	55 15 45
Asc recta \odot GD	9 23 55
<hr/>	
Asc. Obl. Or. GD	64 39 40
Log. Cofin. GO	26314147
Cotang. O	100999134
<hr/>	
Cotang. NGO	95315013,
cui in Canone respondent $18^{\circ} 46' 44''$	
Ergo NGO	71 13 16
MGO	23 29 (§. 168)
<hr/>	
MGN	94 42 16

(a) Astron. Britan. Lib. V. Præc. 36. f. 237.

Log. Cof. MGN	89138975
Cot. GO	96753461
<hr/>	
Summa	185892436
Cof. NGO	95077436
<hr/>	
Cotang. GM	90815000, cui in Canone respondent $6^{\circ} 52' 42''$
Est ergo GM	96 52 44 (§. 135. Sphær.)
Subtr.	90
<hr/>	
Nonag. Eclipt.	6 52 44
Loc. ver. \odot	10 13 48
<hr/>	
Diff. \odot à Non.	3 21 4 vers. Ortum.
Log. Cofin. GM	90783518
Cotang. NMG	89153631
<hr/>	
Cotang. NMG	101629887, cui in Canone respondent $55^{\circ} 30' 37''$
Ergo angulus Orientis NMG seu altitudo Nonagesimi $34^{\circ} 29' 23''$.	
Log. Sin. diff \odot à Nonag.	87668186
Sin. ang. Orient.	97530146
Parall. horiz. \odot à \odot	35423273
<hr/>	
Log. Parall. Long. \odot à \odot	220621605,
cui in Tabulis respondent 1:5 seu $1' 55''$.	
Log. Cofin. ang. Orient.	99160472
Paral. hor. \odot à \odot	35423273
<hr/>	
Log. Parall. Latit.	434583745,
cui in Tabulis respondent $2875''$ seu $47' 53''$.	
Loc. Lunæ verus φ	$10^{\circ} 13' 48''$
Parall. Long. add.	1 55
<hr/>	
Loc. φ visus φ	10 15 43
Lat. Lunæ vera Bor.	34 49
Parall. Latit.	47 53
<hr/>	
Lat. Lunæ visæ merid.	13 4

Ta
IX
Fig.

PROBLEMA LXXXVIII.

998. Invenire motum Lune à Sole visum in tempore proposito.

RESOLUTIO.

I. Quærat ad initium & finem temporis propositi Parallaxis Longitudinis Lunæ, ut in Problemate precedente.

2. Si

2. Si illo tempore Luna fuerit in quadrante Orientali & Parallaxis Longitudinis major fuerit in fine, quam in principio temporis, differentia Parallaxium addatur motui Lunæ à Sole vero ad illud tempus; in casu contrario (si nempe Parallaxis decrescit) subtrahatur, ut prodeat motus Lunæ à Sole visus (§. 361).
3. Si ☽ fuerit toto tempore in quadrante Occidentali, contraria ratione operandum, in casu nempe priori differentia Parallaxium subtrahenda, in posteriori addenda (§. cit.).
4. Denique si Luna initio fuerit in quadrante Orientali, in fine vero in Occidentali: differentia Parallaxium subtrahenda (§. cit.).

E. gr. Quærat^r motus ☽ à ☉ visus ad quadrantem horæ in ☉ ☽ ☉, quæ A. 1661 d. 19 Mart. hor. 21. 41' 3". accidit. Investigetur ut in Probl. præc. Parallaxis Longitudinis ad quadrantem horæ antecedentem, hoc est, ad h. 21. 26' 3"

Fuit tum Loc. ☉ verus φ 10° 13' 11"
 Ascensio recta ☉ 9 23 20
 AD 38 29 15
 GO 60 54 5

Nonag. eclipt. φ 3° 38' 10"
 Loc. ☉ verif. φ 10 13 11
 Dist. ☉ à Nonag. 6 35 1 verif. Ortum
 Parallaxis Longitud. 3' 38"
 Sed eadem in Conj. erat 1. 55

Ergo Differentia 1. 43
 Motus ☽ à ☉ verfus in quad. hor. 8. 46

Motus ☽ à ☉ visus in quad. hor. 7. 3.

PROBLEMA LXXXIX.

999. Dato momento Conjunctionis veræ Luminarium; invenire momentum visæ.

RESOLUTIO.

1. Inveniatur ad momentum Conjunctionis veræ Parallaxis Longitudinis Lunæ à Sole (§ 997).
2. Quærat^r quoque ad illud tempus motus Lunæ à Sole visus in quadrante horæ (§. 998).
3. Inferatur: Ut motus Lunæ à Sole visus in quadrante unius horæ ad 900 scrupula secunda seu horæ quadrantem, ita Parallaxis Longitudinis ad intervallum Synodi veræ atque visæ.
4. In quadrante Orientali intervallum à momento veræ Synodi subtrahatur, ut relinquatur momentum visæ: in Occidentali vero eundem in finem addatur (§. 372).

E. gr. in nostro casu tempus Synodi veræ est hor. 21. 41' 3", & illo tempore Parallaxis Longitudinis 1' 55", seu 115", motus Lunæ à Sole visus in quadrante horæ 7' 3" seu 423".

Log. Quadr. hor.	29542425
Parall. Long.	20606978
<hr/>	
Summa	50149403
Log. Mot. ☽ à ☉ vis.	26263403
<hr/>	
Intervall. Conj. ver. & vis.	23886000,
cui in Tabulis respondent	244"
seu	4' 4"
Tempus Synodi veræ	h. 21. 41. 3
Tempus Synodi visæ	h. 21. 36. 59

PROBLEMA XC.

1000. Ad datum tempus Synodi visæ invenire Latitudinem visam.

RESOLUTIO.

1. Inferatur: Ut intervallum unius horæ seu scrupula secunda 3600 ad motum horarium Lunæ à Sole veram, ita intervallum Synodi veræ ac visæ ad motum Lunæ intervallo congruentem.
2. Quodsi Synodus vera præcedat visam, motus Lunæ repertus loco ejus in Conjunctione vero addatur; si illa sequatur, dematur: ita obtinetur locus Lunæ verus tempore Synodi visæ.
3. Dato loco Lunæ vero invenitur more vulgari Latitudo Lunæ vera eidem respondens; seu ut Declinatio Solis (§. 198).
4. Et hinc tandem Latitudo visa (§. 997).

E. gr. in nostro casu intervallum Synodi veræ & visæ est 4' 4" seu 244" & horarius Lunæ à Sole verus 35' 3" seu 2103". Quare

Log. Hor. veri Lunæ à Sole	33228392
Intervalli Conj. ver. & vis.	23886000
Summa	57114392
Log. 3600	35563025
Log. mot. Lunæ interv. resp. cui in Tabulis respondent.	21551367, 143"
seu	2' 23"
Loc. Lunæ verus in Conj. vera φ	10° 13' 48"
Scrupul. subtr.	2 25
Loc. Lunæ verus in Conj. visa φ	10 11 25
cui resp. Lat. vera Septr. desc.	34 49
Sed tum Asc. recta Solis	9 29 17
AD	35 45 15
DO	54 14 45
reperitur adeoque GO	63 44 2
NGO	70 37 44
& ob MGO	23 29
NGM	24 6 44
hinc Nonag. Eclipt. φ	6 5 24
Angul. Orientis GNM	34 8 34
Unde Parallaxis Latitudinis	48 9
Latit. Lunæ vera Septr. desc.	34 49
Latit. visa Merid.	13 20

Tab. XI. Fig. 91.

PROBLEMA XCI.

1001. Data Latitudine Lunæ visæ ad tempus Synodi visæ, una cum Semidiametris apparentibus Luminarium; invenire scrupula defectus & digitos Eclipticos.

RESOLUTIO.

1. Semidiametri apparentes Luminarium conjiciantur in unam summam.
2. Ab ea auferatur Latitudo Lunæ visæ; relinquuntur scrupula defectus.
3. Fiat Ut Semidiameter \odot ad scrupula defectus, ita 6 digiti in scrupula reducti seu 360 ad digitos Eclipticos in similibus scrupulis.

E. gr. in nostro casu	
Semidiameter Solis	16' 19" seu 979"
Lunæ	16 40
Aggregatum	32 59
Lat. \odot visæ	13 20
Scrupula defectus	19 39 s. 1179"
Log. scrup. 6 dig.	25563025
scrup. defect.	30715138
Summa	56278163
Log. semid. \odot	29907826
Log. dig. Eclipt.	26370337,
cui in Tabulis respondent	434.
Est ergo quantitas Eclipseos	7 dig. 14".

SCHOLIUM.

1002. Qui scrupulosius quantitatem Eclipseos definire intendunt, non Latitudinem visam, sed arcum inter centra subtrahunt, quo superius in Eclipsi Lunari usi sumus (§. 951).

PROBLEMA XCII.

1003. Datis Semidiametris apparentibus Luminarium AP & PN, una cum Latitudine visa AI (aut, si major arcu inter

Tab. IX. Fig. 8. inter

inter centra AL); invenire scrupula dimidia durationis seu Lineam incidentiæ IN.

RESOLUTIO.

Eadem est, quæ Problematis 74 (§. 956).

E. gr. in nostro casu AP 16' 19" f. 979", PN 16' 40" seu 1000" AI 13' 20" seu 800": erit

AN	1979	AN	1979
AI	800	AI	800
<hr/>		<hr/>	
AN + AI	2779	AN - AI	1179
Log. AN + AI		34438885	
AN - AI		30715138	
<hr/>		<hr/>	
Summa		65154023	
<hr/>		<hr/>	
Log. IN		32577011	cui in Tabulis respondent 1811".

Sunt adeo scrupula dimidiæ durationis 30' 11".

PROBLEMA XCIII.

1004. Datis scrupulis dimidiæ durationis; tempus incidentiæ ac repletionis definire, totamque Eclipsos Solaris durationem determinare.

RESOLUTIO.

1. Quærat horarius Lunæ à Sole visus pro hora una ante Synodum visam & pro hora una post eandem (§. 998).
2. Inferatur: Ut motus horarius prior ad scrupula secunda unius horæ, ita scrupula dimidiæ durationis ad tempus incidentiæ, & ut motus horarius posterior ad eadem scrupula horaria, ita eadem scrupula dimidiæ durationis ad tempus repletionis.
3. Tempus incidentiæ addatur tempori repletionis: aggregatum est duratio totalis.

E. gr. in nostro casu reperitur motus horarius Lunæ à Sole visus hora una ante Synodum visam 28' 55", & hora una post eandem 27' 31" scrupula durationis dimidiæ sunt 30' 11". Ergo

Logar. scrup. hor. 3600	35563025
Scrup. dur. dim.	32577011
<hr/>	
Summa	68140036
Log. horar. vis. ante ♂	32392994
<hr/>	
Log. temp. incid.	35747042, cui in Tabulis respondent 3756" seu 1 h. 2' 36".
Logar. scrup. hor. 3600	35563025
Scrup. dur. dim.	32577011
<hr/>	
Summa	68140036
Log. hor. vis. post ♂	32177470
<hr/>	
Log. temp. replet.	35962566, cui in Tabulis respondent 3947" seu 1 h. 5' 47".
Tempus incidentiæ repletionis	1 h. 2' 36"
	1 5 47
Duratio tota	2 h. 8 23

PROBLEMA XCIV.

1005. Eclipsos Solaris medium, initium ac finem determinare.

Tab. IX. Fig. 88.

RESOLUTIO.

1. Ex Latitudine D visa ad tempus Synodi visæ investigetur arcus IL seu distantia maximæ obscurationis à Coniunctione visa (§. 946).
2. Fiat: Ut horarius Lunæ à Sole visus ante Synodum visam ad 3600 scrupula horaria, ita distantia maximæ obscurationis à Coniunctione visa ad intervallum temporis inter maximam obscurationem & Synodum visam.
3. Hoc intervallum in primo & tertio quadrante Anomalix à tempore Synodi visæ subtrahatur, in reliquis eidem addatur, ut prodeat tempus maximæ obscurationis.

4. Denique tempori maximæ obscurationis dematur tempus incidentiæ, addatur tempus repletionis; erit illic differentia initium, hic summa finis Eclipsæos.

Enimvero quia intervallum inter Synodum visam & maximam obscurationem valde exiguum & admodum dubium; vix operæ pretium videtur, tanta accuratione uti: unde plerique tempore Synodi visæ utuntur tanquam tempore maximæ obscurationis.

E. gr. In nostro casu

Tempus Synodi visæ	h.	21	36'	59"
Tempus incidentiæ		1	2	36
<hr/>				
Initium Eclipsæos	hor.	20	34	23
feu h. 8. mat.		34	23	
Tempus Synodi visæ	h.	21	36	59
Tempus repletionis		1	5	47
<hr/>				
Finis Eclipsæos	h.	22	42	46
feu h. 10 mat.		42	46	

Quodsi scrupulosus ea definire volueris, duo circiter minuta, ob distantiam Synodi visæ à maxima obscuratione, deprehendentur subtrahenda.

PROBLEMA XCV.

1006. *Invenire Latitudinem Lunæ visam, initio & fine Eclipsæos Solaris.*

RESOLUTIO.

1. Argumento Latitudinis ad tempus Synodi visæ computatæ demantur scrupula dimidiæ durationis una cum motu Solis tempori incidentiæ conveniente: quod relinquitur est Argumentum Latitudinis initio Eclipsæos.
2. Eidem addantur eadem scrupula una cum motu Solis tempori repletionis respondente: aggregatum est Argumentum Latitudinis in fine Eclipsæos.

3. Dato Argumento Latitudinis invenitur more vulgari Latitudo Lunæ vera (§. 880). & hinc tandem visa (§. 1000).

PROBLEMA XCVI.

1007. *Data Latitudine Lunæ visæ, initio & fine Eclipsæos Solaris, Typum ejus formare.*

RESOLUTIO.

Non differt à resolutione Problematis 83 (§. 976).

PROBLEMA XCVII.

1008. *Eclipsam Solis supputare.*

RESOLUTIO.

1. Supputetur Novilunium medium (§. 959) & hinc porro verum (§. 970) una cum loco Luminarium ad tempus apprens veri.
2. Ad Tempus apprens Novilunii veri supputetur tempus apprens visi (§. 999).
3. Ad tempus apprens visi supputetur Latitudo visa (§. 1000) &
4. inde digiti Ecliptici determinentur (§. 1001).
5. Quærat tempus maximæ obscurationis, incidentiæ ac repletionis (§. 1004) &
6. inde initium ac finis Eclipsæos eruantur (§. 1005).

SCHOLIUM.

1009. *Ad Problemata præcedentia attendentibus satis liquet, omnia calculi radia à Parallaxibus Longitudinis & Latitudinis præcreari; quæ si abessent calculus Eclipsæum Solarium non differet à Lunarium calculo. Quoniam vero Parallaxes Longitudinis & Latitudinis à Parallaxi altitudinis (§. 391), hæc vero ab Ho-*

ab Horizonte pendet (§.73); calculus Eclipsium Solarium non universalis est; sed tantummodo particularis pro dato loco (§.59.67). KEPLERUS (a) Eclipses Solares tanquam Terræ Eclipses considerare cepit: ita enim calculus universalis institui & calculus partialis à Parallaxium tricis liberari potest, quemadmodum ex sequentibus patet.

PROBLEMA XCVIII.

1010. *Observare Eclipsin Solarem.*

RESOLUTIO.

1. Species Solis in Cameram obscuram intromittatur ut supra (§. 427) & Discus per 6 circulos concentricos in 12 digitos dividatur.
2. Ope Horologii oscillatorii notetur tempus, quo Eclipsis incipit ac desinit, & quo unusquisque digitus integer obscuratus cernitur ut supra (§.977).

CAPUT VIII.

De Eclipsi Terræ & motu vertiginis Lunæ.

DEFINITIO LXXXVI.

1011. **E**clipsis Terræ est privatio Luminis Solaris vel totius, vel alicujus partis propter interpositionem Diametralem Lunæ inter Solem atque Terram facta in disco Telluris, qualis oculo in Luna posito apparet.

SCHOLIUM.

1012. *Convenit Eclipsis Terræ cum Eclipsi Lunari, si Lunæ ac Telluris loca invicem permutes. Nimirum in Eclipsi Lunari Luna privatur vel Lumine Solis toto, vel aliqua ejus parte ob Terram inter ipsam & Solem interpositam; in Eclipsi Terrestri Terra ob Lunæ interpositionem similem Luminis Solaris patitur defectum.*

DEFINITIO LXXXVII.

1013. *Discus Terræ est Circulus, in quem projicitur Hemisphærium Terræ luminosum, quantum ex aliquo puncto in Luna apparet.*

THEOREMA XXXV.

1014. *Hemisphærium Terræ opposi-*

tum Lunæ in eadem instar disci apparere debet & quidem luminosi, quando à Sole illuminatur.

DEMONSTRATIO.

Luna ob distantiam, ex qua videtur (§. 277. *Optic.*), instar disci plani apparet, & quidem luminosi, quando Hemisphærium à Sole illuminatum nobis obvertit (§. 456). Quamobrem cum per ea, quæ in *Geographia* independenter à Propositione præsentè demonstrantur, Terra figuram habeat prope modum Sphæricam & in Luna ex eadem distantia videatur, ex qua Luna in Tellure conspicitur; illa quoque in Luna instar disci plani apparere debet. Cumque Lumen Solare, quod à Terra in Lunam reflectitur, sit ad Lumen à Luna in Terram reflexum ut 14 ad 1 (§. 914); discus Terræ ex Luna visus luminosus apparere debet, quando à Sole illuminatur. *Q. e. d.*

(a) In Epitome Astron. Copern. Lib. VI. p. 175.

THEOREMA XXXVI.

1015. *Semidiameter apparens Telluris in Sole vel Luna est æqualis Parallaxi horizontali Solis vel Luna in Terra; in genere Semidiameter Terræ in quavis Stella tanta videtur, quanta est Parallaxis ejus horizontalis in Terra.*

DEMONSTRATIO.

Tab. IV. Fig. 44. Sit Sol in S, HI Horizon sensibilis & Spectator in I, centrum Telluris in T; erit angulus IST Parallaxis Solis horizontalis (§. 371.). Quoniam vero ex S Semidiameter Telluris TI videtur sub eodem angulo IST; erit idem Semidiameter apparens Terræ in Sole (§. 207. 208. *Optic.*). Est igitur Semidiameter apparens Telluris in Sole æqualis Parallaxi horizontali Solis in Terra. Et quia in puncto S, loco Solis, Lunam vel quamcunque Stellam aliam supponere licet, ceteris omnibus manentibus & consequentibus iisdem; in genere patet, magnitudinem Terræ in Stella qualibet tantam apparere, quanta ejus in Tellure percipitur Parallaxis. *Q. e. d.*

COROLLARIUM I.

1016. Quoniam Parallaxis Solis horizontalis nonnisi 6 (§. 896) vel 10 scrupulorum secundorum (§. 898.); Semidiameter Telluris ex Sole visæ apparens est nonnisi 6 vel 10 scrupulorum secundorum.

COROLLARIUM II.

1017. Similiter quia Parallaxis Lunæ horizontalis maxima, quam scilicet habet in minima à Terra distantia (§. 379), est $1^{\circ} 1' 25''$; minima vero, quam in maxima distantia habet, $54' 5''$ (§. 892.); Semidiameter Terræ apparens maxima in Luna est $1^{\circ} 1' 25''$; minima $54' 5''$.

COROLLARIUM III.

1118. Diameter apparens Terræ in Sole insensibilis (§. 1016.).

THEOREMA XXXVII.

1019. *Diameter apparens Luna in Sole insensibilis.*

DEMONSTRATIO.

Si distantia Solis à Terra fuerit 34377 Semid. Terrestr. Parallaxis horizontalis 6 scrupulorum secundorum (§. 896.); si vero 22062 Semid. Terrestr. eadem evadit $10''$ (§. 899), consequenter si Terra propius admoveatur Soli intervallo 12315 Semidiameterum Terrestrium, Parallaxis nonnisi 4 scrupulis secundis augetur. Quamobrem si ponamus eandem propius ad Solem accedere non nisi intervallo 62 Semidiameterum Terrestrium, qualis maxima Lunæ à Terra distantia esse potest (§. 906); Parallaxis Solis horizontalis vix unico scrupulo tertio augebitur, consequenter Diameter Terræ apparens in Sole eadem adhuc erit, quæ erat in distantia remotiori. Jam cum Diameter Lunæ vera sit quarta circiter pars Diametri Terrestris (§. 922.) & Diametri apparentes Terræ atque Lunæ in Sole in eadem distantia sint ut veræ (§. 212. *Optic.*); erit Diameter Lunæ inter Solem atque Tellurem interpositæ in Sole vix major $1\frac{1}{2}$, aut $2\frac{1}{2}$ scrupulorum secundorum (§. 1016.). Est igitur multo magis insensibilis, quam Diameter apparens Terræ in Sole. *Q. e. d.*

THEOREMA XXXVIII.

1020. *Semiangulus Coni umbrosi AHB est ad sensum æqualis Semidiametro apparenti Solis ex Terra spectati, si ad eam refertur*

X. refertur Conus umbrosus, vel ex Luna
6. visi, si Conus umbrosus fuerit Lunaris.

DEMONSTRATIO.

Si in C sit centrum Terræ, erit ACB Semidiameter apparens Solis ex Terra visi & CBF Semidiameter apparens Terræ ex Sole spectatæ (§ 207. 208 *Optic.*). Est igitur Semidiameter apparens Solis ACB æqualis Semidiametro apparenti Terræ CBF ex Sole visæ & angulo dimidio Coni umbrosi Terrestris CHF (§. 239. *Geom.*). Enimvero Diameter apparens Terræ ex Sole visæ insensibilis (§. 1018.), paucorum scilicet scrupulorum secundorum (§. 1016.). Quare semiangulus Coni umbrosi Terrestris CHF Diametro Solis apparenti propemodum æqualis. *Quod erat unum.*

Quod si ponamus in C esse Centrum Lunæ; erit ACB Diameter apparens Solis ex Luna visi & CBF Diameter apparens Lunæ ex Sole spectatæ. Quamobrem cum Diameter apparens Lunæ in Sole sit insensibilis (§ 1019.); eodem, quo ante, modo patet semiangulum Coni umbrosi Lunaris esse Diametro apparenti Solis ex Luna spectati æqualem. *Quod erat alterum.*

COROLLARIUM.

1021. Eadem igitur manente Semidiametro apparente Solis, sectiones triangulares Coni umbrosi CHF sunt sibi mutuo æquiangulæ (§. 239. *Geom.*), consequenter Axis CH ad Semidiametrum CF eandem rationem habet (§. 267. *Geom.*), adeoque Coni ipsi sibi mutuo similes sunt (§. 570. *Geom.*).

SCHOLIUM.

1022. Non modo Diameter Solis apparens eadem est in Terra in eadem Solis distantia ab Apogæo vel Telluris à Perihælio,

ac pro eadem habetur toto illo tempore; quo non nisi paucis scrupulis secundis mutatur; verum etiam pro eadem eodem tempore in Luna & Sole habetur: quemadmodum in Theoremate sequente demonstrare lubet.

THEOREMA XXXIX.

1023. Diameter apparens Solis in Luna eodem tempore ad sensum non differet à Diametro apparente ejusdem in Terra.

DEMONSTRATIO.

Differentia Semidiametri apparentis in maxima & minima à Sole distantia non differt nisi 1' 5" seu 65" (§. 553). Est vero juxta CASSINUM differentia distantia maximæ & minimæ Solis à Terra 748 Semidiametrorum Terrestrium (§. 905.). Quamobrem si Terra propius admoveatur Soli intervallò 748 Semidiametrorum Terrestrium, Diameter apparens non nisi 65 scrupulis secundis augetur. Enimvero maxima Lunæ à Terra distantia nunquam 62 Semidiametros Terrestris excedit (§. 906.): qua cum sit vix decima pars illius intervalli, si Luna in maxima à Terra distantia inter Terram & Solem interponitur, Semidiameter apparens Solis in Luna à Semidiametro apparente ejusdem in Terra vix 6 scrupulis secundis differere potest. Est igitur eodem tempore in Luna & Terra ad sensum eadem. *Q. e. d.*

COROLLARIUM.

1024. Coni igitur umbrosi Terræ & Lunæ eodem tempore similes (§. 1021.).

PROBLEMA XCIX.

1025. Data Semidiametro Lunæ vera Tab. X
& Semidiametro apparente Solis; invenire Longitudinem Axis Coni umbrosi Fig. 86.
Lunaris.

RESOLUTIO & DEMONSTRATIO.

Tab. X. 1. Si in C fuerit Terra, in $\triangle CHF$ ad Fig. 86.

F rectangulo præter semidiametrum Terræ $CF=1$ datur semiangulus Coni umbrosi CHF , utpote Semidiametro apparenti Solis æqualis (§. 1020). Inveniri igitur potest Longitudo Axis Coni umbrosi CH (§. 36 *Trigon.*), qui etiam ex distantia Solis à Terra & ejus Diametro vera reperiri poterat, ut supra (§. 939).

2. Quoniam eodem tempore Conus umbrosus Lunaris similis Cono umbroso Terrestri (§. 1024), adeoque Lunæ Semidiameter ad illius Axem eandem rationem habet, quam habet Semidiameter Terræ ad Axem Coni umbrosi Terrestris (§. 570 *Geom.*), consequenter Semidiameter Terræ ad Semidiametrum Lunæ est ut Axis Coni umbrosi Terrestris ad Axem Coni umbrosi Lunaris (§. 173 *Arithm.*): hic per Regulam trium porro invenitur.

E. gr. Semidiameter Solis apparens in media distantia $16'$ fere (§. 553). Quare cum Semidiameter Terræ sit 1; erit.

Log. Sin. CHF	76678445
CF	00000000
Sin. tot.	100000000

HC 23321555,

cui in Tabulis quam proxime respondent $214\frac{5}{10}$. Est igitur Longitudo Axis Coni umbrosi Terrestris $214\frac{7}{10}$, hoc est, fere 215 Semidiametrorum Terrestrium. Jam Lunæ Semidiameter propemodum pars quarta Semidiametri Terrestris (§. 922). Est adeo Longitudo Axis Coni umbrosi Lunaris fere $53\frac{2}{10}$ Semidiametrorum Terrestrium.

Similiter in maxima distantia Terræ à Sole Semidiameter Solis apparens $15'49''$ (§. 553). Quamobrem ut ante

Log. Sin. CHF	76632969
Sin. tot.	100000000

HC 23367031,

cui in Tabulis quam proxime respondent 217. Est igitur in distantia maxima Telluris à Sole Axis Coni umbrosi Terrestris 217 Semidiametrorum terrestrium. Quodsi ergo Lunæ Diameter ponatur quarta pars Diametri Terrestris; erit Axis Coni umbrosi $54\frac{1}{2}$ Semidiametrorum Terrestrium. Quodsi Diametrum Terræ ad Diametrum Lunæ ponas ut 1000 ad 266 (§. 912), reperietur Axis Coni umbrosi Lunaris in casu priori $57\frac{1}{10}$ Semidiametrorum Terrestrium; in posteriori $57\frac{7}{10}$.

COROLLARIUM I.

1026. Quoniam Axis Coni umbrosi major esse nequit 58 Semidiametris Terrestribus, Lunæ autem à Terra distantia media 58 Semidiametrorum Terrestrium est (§. 906), vel juxta CASSINUM 57 (§. 905); si distantia Lunæ à Terra fuerit major distantia media, Terra in Umbram Lunæ incurrere nequit.

COROLLARIUM II.

1027. Quoniam vero distantia Lunæ minima à Terra est 54 (§. 906) vel 53 Semidiametrorum Terrestrium (§. 905) Longitudo vero Coni umbrosi minor esse nequit 53 Semidiametrorum Terrestrium (§. 1025); si distantia Lunæ à Terra fuerit minor distantia media, Terra in Umbram Lunæ incurrere potest.

SCHOLIUM.

1028. Non tamen ideo actu incurrit, necesse enim est ut Luna sit Nodo vicina vel in ipso Nodo, ubi id fieri debet (§. 985).

DEFINITIO LXXXVIII.

1029. Umbra Lunæ appellatur Circulus in disco Terræ, qui à Luna obumbratur, seu in quem Luna Umbram projici-

projicit. Diameter hujus circuli dicitur *Diameter Umbrae*, & quidem vera. Ast angulus, sub quo Semidiameter Umbrae in Luna videtur *Semidiameter Umbrae Lunaris apprens* appellatur.

PROBLEMA C.

1030. *Invenire Semidiameterum apprensam Umbrae Lunaris.*

RESOLUTIO.

1. Ad datum tempus inveniatur intervallum Solis atque Lunæ (§. 645) indeque porro Diameter apprens utriusque Luminaris (§. 213 *Optic.*).
2. A Semidiametero apprensente Lunæ subtrahatur Semidiameter apprens Umbrae: Quod relinquitur est Semidiameter apprens Umbrae Lunaris.

DEMONSTRATIO.

X. 86. Ponamus in C esse Lunam, DE Semidiameterum Umbrae Lunaris CHF semiangulum Coni umbrosi: erit CDF Semidiameter apprens Lunæ, ECD Semidiameter apprens Umbrae (§. 1029). Est vero Semidiameter apprens Lunæ CDF æqualis Semidiametero apprensente Umbrae ECD & Semiangulo Coni umbrosi Lunaris CHD (§. 239 *Geom.*). Quamobrem cum Semiangulus Coni umbrosi CHF æqualis sit Semidiametero apprensente Solis (§. 1021. 1023); si à Semidiametero apprensente Lunæ CDF subtrahitur Semidiameter apprens Solis seu angulus CHF, relinquitur Semidiameter apprens Umbrae. *Q. e. d.*

COROLLARIUM.

1031. Quodsi ergo Semidiameter Lunæ æqualis vel minor fuerit Semidiametero Solis, nulla quoque Umbra Lunæ in discum Terræ cadit.

Wolfii Oper. Mathem. Tom. III.

SCHOLIUM I.

1032. *Monet KEPLERUS (a) Diameter Umbrae Lunaris hoc pacto inventam esse prope veram. Quoniam enim Parallaxin Solis horizontalem adhuc sensibilem statuit; semiangulus Coni umbrosi Semidiametero apprensente Solis non prorsus æqualis haberi potest.*

SCHOLIUM II.

1033. *Ad facilitandum calculum constructæ sunt Tabulæ Semidiameterorum apparentium, Parallaxium horizontalium & distantiarum à Terra pro Sole & Luna ad singulos quinque Anomalie circuli gradus (b).*

PROBLEMA CI.

1034. *Data Semidiametero Umbrae Lunaris apprensente ECD & distantia Lunæ à Terra disco CE invenire veram ED.* Tab. X. Fig. 86.

RESOLUTIO.

Quoniam in Triangulo CED ad E rectangulo datur angulus ECD & latus EC, invenitur latus ED (§. 36 *Trig.*).

COROLLARIUM.

1035. Quia Diameter vera Umbrae ED minor Diametero vera Lunæ CF, Lunæ vero Diametero multo minor Diametero Telluris (§. 912); Umbra Lunæ nunquam integrum discum Terræ obtegere potest; sed nonnisi partem aliquam tegit.

PROBLEMA CII.

1036. *Datis Axe Coni umbrosi LH per Centrum Telluris C transeuntis & distantia Lunæ à Centro Terra LC una cum semiangulo Coni umbrosi I HD; determinare spatium disci, quod occupat Umbra Lunæ.* Tab. XIII. Fig. 106.

RESOLUTIO.

1. Quoniam in Triangulo CDH præter semiangulum Coni umbrosi Lunaris H

(a) In *Epit. Astron. Copern. Lib. VI. p. 875.*

(b) *De la Hire in Tab. Astron. p. 20. 27.*

Tab.
XIII.
Fig.
106.

- ris H dantur Semidiameter Terræ $CD=1$ & excessus Longitudinis Coni umbrosi supra distantiam Lunæ à Terræ centro CH, inveniri potest angulus CDH (§.38 *Trigon.*).
2. Addatur huic angulo semiangulus Coni umbrosi H; aggregatum erit angulus ECD (§.239 *Geom.*), cujus mensura est arcus ED.
 3. Duplum hujus arcus si convertatur in milliaria Germanica, quemadmodum in *Geographia* docebitur; prohibet Longitudo spatii, quod dato momento Umbra Lunæ occupat.

COROLLARIUM.

1037. Quia Luna continuo movetur ab Occasu versus Ortum & Terra vertigine cietur; Umbra quoque Lunæ ab Occasu in Ortum continuo movetur in disco Terræ, consequenter *Selenitis* instar maculæ per discum Terræ trajicientis apparet (§.1035).

SCHOLIUM.

1038. *Obtinet casus Problematis in Conjunctione centrali (§.935) Quodsi enim plastica fuerit Conjunctio, Axis ad discum Terræ obliquus est, adeoque Conum umbrosum oblique secat, consequenter sectio Ellipsis est. Cum vero varius Luna in ipso Nodo est, quando Terram obumbrat; figura quoque Umbrae plerumque Elliptica est.*

DEFINITIO LXXXIX.

Tab.
XIII.
Fig.
107.

1039. *Penumbra* est spatium disci Terræ, quod aliqua Luminis Solaris parte illo momento privatur.

E.gr. Sit Sol in S, Luna in L, Terra in T. Ducatur ex H recta BH tangens Lunam in E & Solem in B. Ducatur itidem recta AG tangens Lunam in E & Solem in A. Erit in GH Penumbra. Idem intelligitur ex altera parte inter Radios ID & DF.

DEFINITIO XC.

1040. *Conus penumbrosus* dicitur is, qui describi concipitur, si Radius CK circa Punctum fixum C ita moveri in gyrum concipiatur, ut continuo contingat Lunam. Punctum C, in quo radii Lunam contingentes BD & AE se mutuo interfecant, dicitur *Vertex Coni penumbrosi*.

SCHOLIUM.

1041. *In natura rerum formatur Conus umbrosus per Radios, qui ex singulis limbi Solis Punctis per Punctum C transeunt & Lunam contingunt, antequam ulterius progrediantur.*

COROLLARIUM I.

1042. Quoniam Radius CK in infinitum protenditur, Conus penumbrosus in infinitum exporrigitur.

COROLLARIUM II.

1043. Conus umbrosus DFE totus intra penumbrosum ICK continetur.

COROLLARIUM III.

1044. Quia Conus DCE totus toto Lumine Solari illustratur; Conus penumbrosus proprie loquendo est Conus truncatus DIEK.

THEOREMA XL.

1045. *Semiangulus Coni penumbrosi ECL est Semidiametro apparenti Solis æqualis.*

DEMONSTRATIO.

Ducatur recta EN per Punctum E ad Centrum Solis tendens; erit angulus AEN Semidiametro apparenti Solis æqualis (§.207.108 *Opt.*) & recta EN ipsi LS ex Centro Solis eductæ ad sensum parallela (§.93. *Optic.*). Quoniam itaque angulus AEN ipsi LCE æqualis (§.233. *Geom.*); semiangulus Coni penumbrosi Semidiametro apparenti Solis æqualis. *Q. e. d.*

COROL.

COROLLARIUM I.

1046. Quoniam etiam femiangulus Coni umbrosi LFE semidiametro apparenti Solis æqualis (§. 1020); Conus umbrosus Lunaribus & penumbrosus sunt sibi mutuo similes eodem tempore (§. 1021).

COROLLARIUM II.

1047. Et quia Conus umbrosus Telluris Cono umbroso Lunari similis (§. 1024); etiam Conus penumbrosus Lunaribus Cono umbroso Telluris eodem tempore similis esse debet.

COROLLARIUM III.

1048. Quoniam pars Sectionis Coni umbrosi FLE & penumbrosi inter Solem & Lunam interjacentis LCE communem basin & angulos ad eandem æquales habent (§. 246 Geom.); æquales sunt (§. 251 Geom.), consequenter Conus umbrosus Lunaribus & penumbrosi pars ea, quæ inter Lunam & Solem interjacet, æquales sunt (§. 467 Geom.).

COROLLARIUM IV.

1049. Eodem igitur modo invenitur Axis ejus partis Coni penumbrosi, quæ inter Lunam & Solem interjacet, quo Axis Coni umbrosi Lunaribus reperitur (§. 1025).

DEFINITIO XCI.

1050. Si Conus penumbrosus ICG, ubi terram contingit, secetur plano ad axem CF recto, Diameter hujus circuli dicitur *Diameter Penumbrae*, & ejus pars dimidia HG *Semidiameter Penumbrae*.

COROLLARIUM.

1051. Semidiameteri igitur Penumbrae, HG pars est Semidiameter Umbrae, si qua datur; Centrum vero H Penumbrae idem est cum Centro Umbrae, si qua datur.

SCHOLIUM.

1052. Studio dico, si qua datur: constat enim ex superioribus (§. 1026), Umbrae Lunæ non semper attingere Terræ superficiem etsi Penumbrae involvatur.

DEFINITIO XCII.

1053. Differentiam Umbrae à Penumbra, si qua Umbra datur, dicemus *Latitudinem Penumbrae*.

E. gr. Si HG fuerit Semidiameter Penumbrae, HO Semidiameter Umbrae, erit OG Latitudo Penumbrae.

SCHOLIUM.

1054. Nimirum quando Umbra Lunæ incidit in superficiem Terræ, Penumbra mera in disco Terræ annulum occupat, cujus Latitudo est differentia inter Semidiametrum Penumbrae & Umbrae plenariae.

DEFINITIO XCIII.

1055. *Semidiameter apparens Penumbrae* est angulus HLG, sub quo Semidiameter Penumbrae ex Luna videtur. *Latitudo Penumbrae apparens* est angulus OEG, sub quo latitudo Penumbrae ex Luna videtur.

PROBLEMA CIII.

1056. *Invenire ad datum tempus Semidiametrum apparentem Penumbrae, una cum Latitudine apparente ejusdem.*

RESOLUTIO.

1. Inveniantur ad datum tempus Semidiametri apparentes Solis atque Lunæ, ut supra (§. 130).
2. Semidiametri Luminarium ad se invicem addantur, erit aggregatum Semidiameter Penumbrae apparens.
3. Semidiameter Solis apparens multiplicetur per binarium, erit factum latitudo Penumbrae apparens.

DEMONSTRATIO.

Sit L Centrum Lunæ, ducaturque LG; erit HLG Semidiameter apparens Penumbrae (§. 1055); angulus vero LGE

Tab.
XIV.
Fig.
108.

Semidiameter apprens Lunæ è Terra visæ. Quoniam angulus HLG æqualis angulis LCG & LGC (§. 239. *Geom.*), femiangulus vero Coni umbrosi Semidiametro Solis apparenti æqualis (§. 1020); evidens est, Semidiametrum apparentem Penumbrae esse aggregatum ex Semidiametris apparentibus Solis atque Lunæ. *Quod erat unum.*

Sit jam porro in F vertex Coni umbrosi, erit femiangulus ejusdem Semidiametro apparenti Solis (§. 1020), quemadmodum femiangulus Coni penumbrosi ECH æqualis (§. 1045). Quamobrem cum angulus GEO sit duobus femiangulis Conorum ECF & CFE æqualis (§. 239. *Geom.*); erit latitudo apprens Penumbrae DEG duplæ Semidiametro apparenti æqualis. *Quod erat alterum.*

SCHOLIUM.

1057. Cum KEPLERUS in femiangulo Coni umbrosi definiendo, cui femiangulum Coni penumbrosi æqualem esse constat (§. 1048), Parallaxeos Solis, quam sensibilem statuit, rationem habeat; ideo quoque in definienda Diametro apparente Penumbrae eandem non negligit.

PROBLEMA CIV.

1058. Determinare longitudinem spatii in superficie Terræ, quam Penumbra Lunæ occupat dato tempore.

RESOLUTIO.

Ponamus ut supra (§. 1036), Axem Coni penumbrosi CD transire per Centrum Terræ T.

1. Investigetur longitudo Axis Coni Umbrosi (§. 1025), cui æqualis est longitudo partis Penumbrosi LC inter Solem & Lunam interjacentis (§. 1048).

2. Investigetur porro ad datum tempus distantia Lunæ à Terra TL (§. 903), eique
3. Addatur pars Axis Coni penumbrosi LC modo inventa (*n. 1*), ut habeatur TC.
4. Quoniam itaque præter lateia TC & TG, distantiam verticis Coni penumbrosi à Centro Terræ & Terræ Semidiametrum, in Δ TCG datur femiangulus Coni penumbrosi TCG (§. 1045); reperietur angulus CGK (§. 38. *Trigon.*), consequenter angulus CTG innotescit (§. 245. *Geom.*) quem metitur arcus HG (§. 57. *Geom.*).
5. Quodsi tamen duplum arcus HG; arcum scilicet IG, per ea, quæ in *Geographia* independenter ab his traduntur, in milliaria Germanica convertas; prodibit longitudo spatii, quod Penumbra dato momento occupat, in milliariis Germanicis.

E. gr. Ponamus Terram esse in Perihelio, in quo cum Solis Semidiameter apprens maxima sit, erit femiangulus Coni penumbrosi TCG maximus, qui esse potest (§. 1045), nimirum $16' 22\frac{1}{2}''$ five $16' 23''$ (§. 552).

Log. Sin. tot.	100000000
Semid. app. ☉	76781220

Log. Axis Coni umbrosi Ter. 2.3218780, cui in Tabulis, quam proxime respondent $209\frac{8}{10}$. Est igitur Axis Coni umbrosi Terrestris in Perihelio $209\frac{4}{5}$ Semidiametrorum Terrestrium.

Jam cum Semidiameter Telluris sit ad Semidiametrum Lunæ ut 1000 ad 266, (§. 912) reperietur Axis Coni umbrosi Lunarum $55\frac{8}{10}$ five 56 Semidiametrorum Terrestrium (§. 1025), cui LC æqualis (1048).

Ponamus

Tab.
XIV.
Fig.
109

Tab.
XIV.
Fig.
109.

Ponamus jam porro Lunam esse in Apogæo suo, erit TL 62 Semidiametrorum Terrestrium (§ 906), adeoque TC = 118 Semid. Terrest. Quamobrem

Log. Sin. TCG	76781220
TC	20718820
<hr/>	
Log. Sin. CGK	97500040,
cui in Tabulis respondent	
	34° 13' 10"
TCG	16 23
<hr/>	
arc. HG	33 56 47
IG	67 53 34

Est igitur IG fere 68°. Quoniam itaque uni gradui respondent 15 milliaria Germanica; erit longitudo spatii, quod occupat Penumbra 1020 milliarium Germanicorum.

Patet vero intra spatium, quod per Problema præfens determinatur, contineri quoque in meditullio spatium, ab Umbra plenaria occupatum, si quod datur, cujus longitudo per Probl. 102. (§. 1036) invenitur.

DEFINITIO XCIV.

1059. *Ecliptica in disco Terræ est Linea recta, quæ repræsentat intersectionem Plani Eclipticæ & Disci Terræ.*

COROLLARIUM.

1060. Cum Ecliptica sit Circulus Sphæræ maximus (§. 171); idem cum Centro Sphæræ mundanæ (§. 15. *Spheric.*), consequenter Terræ Centrum habet (§. 10), ac ideo per Centrum disci Terræ transit (§. 1013).

DEFINITIO XCV.

1061. *Via Penumbrae est recta, quam Centrum Penumbrae in disco Terræ describit. Dicitur etiam solet Via Lunæ à Sole.*

COROLLARIUM.

1062. Quonia " Centrum Umbrae idem est cum Centro Penumbrae, si qua datur Umbra; via Penumbrae est etiam via Umbrae.

SCHOLIUM.

1063. *Si Sol aut potius Terra quiesceret, nec una cum Luna secundum Eclipticam, etsi motu multo tardiore, progredieretur versus eandem plagam, nimirum ab Occidente versus Orientem; via Penumbrae eadem foret cum Orbita Lunæ. Enimvero ob motum Solis sens Terra proprium in Ecliptica accedit, ut sit diversa: id quod sequente Theoremate demonstratur.*

THEOREMA XLI.

1064. *Via Penumbrae diversa est ab Orbita Lunæ & sub majore angulo, quam Orbita Lunæ, ad eandem inclinatur, angulo tamen constante.*

Tab. XIV. Fig. 110.

DEMONSTRATIO.

Ponamus NM esse Eclipticam, NO Orbitam Lunæ, in N Nodum ascendentem & angulum adeo ONM inclinationem Orbitæ Lunarum ad Eclipticam. Ponamus porro Solem & Lunam in ipso Nodo N conjungi & interea, dum Luna in Orbita sua pervenit ad L, Solem ex N progredi in S; Luna à Sole recedere videtur per rectam SL. Jam cum motus Lunæ à Sole idem sit, sive Sol una cum Luna versus eandem plagam progrediatur, sive Sol quiescat & Luna differentia celeritatum progrediatur; ponamus Solem in Nodo quiescere & Lunam differentia celeritatum secundum Eclipticam moveri. Ducatur itaque per centrum Lunæ L recta PH Eclipticæ NM parallela & in Nodo N erigatur perpendicularis NP. Demittatur etiam ex L ad NM perpendicularis NL. Erit NI = PL (§. 226. *Geom.*), consequenter cum NI designet motum Lunæ secundum Eclipticam (§. 237. 241), etiam PL eundem designabit.

Aaaa 3 Fiat

Tab.
XIV.
Fig.
110.

Fiat LK æqualis ipsi NS motui Solis secundum Eclipticam; erit PK differentia motuum Solis & Lunæ secundum Eclipticam, & KL parallela ipsi NS (§. 257. *Geom.*), consequenter Luna à Sole in Nodo S quiescente recedere videbitur per rectam NK. Quamobrem recta NK = SL (§. 257. *Geom.*), erit via Penumbrae, quam adeo diversam esse ab Orbita Lunæ NO patet. *Quod erat unum.*

Jam angulus LSI æqualis est angulis LNS & NLS simul sumtis (§. 239. *Geom.*), consequenter major est Inclinatione Orbitæ Lunaris ad Eclipticam LNS. Quare cum angulus KNS sit ipsi LSI æqualis (§. 233. *Geom.*); erit etiam KNS inclinatio viæ Penumbrae ad Eclipticam major Inclinatione Orbitæ Lunaris ad eandem. *Quod erat alterum.*

DEFINITIO XCVI.

1065. *Inclinatio viæ Penumbrae est angulus KNM, quem via Penumbrae KN cum Ecliptica NM in Nodo N efficit.*

PROBLEMA CV.

1066. *Invenire inclinationem viæ Penumbrae.*

RESOLUTIO.

1. Inveniatur motus Solis & motus Lunæ horarius ad datum tempus secundum Eclipticam (§. 968.).
2. Inferatur: Ut motus Lunæ secundum Eclipticam ad differentiam motuum Lunæ ac Solis secundum eandem; ita Inclinatio Orbitæ Lunaris ad Inclinationem viæ Penumbrae.

DEMONSTRATIO.

Sint omnia ut in Theoremate præcedente (§. 1064.); erit PL motus Lu-

næ secundum Eclipticam, PK differentia motuum Solis ac Lunæ secundum eandem. Jam anguli PKN & PLN sunt anguli, sub quibus in distantis PL & PK spectatur PN, adeoque magnitudines apparentes ejusdem objecti in diversis distantis (§. 207. 208. *Optic.*). Quamobrem cum anguli isti sint valde exigui; erit angulus PLN ad angulum PKN, uti PK ad PL (§. 212. *Optic.*). Constat ex Demonstratione Theorematis præcedentis, rectas PL & NI esse parallelas. Est igitur angulus PKN ipsi KNM, hoc est, Inclinationi viæ Penumbrae (§. 1065.), & PLN ipsi LNI, hoc est, Inclinationi Orbitæ Lunaris æqualis (§. 233. *Geom.*). Quamobrem Inclinatione Orbitæ Lunaris LNM est ad Inclinationem viæ Penumbrae KMN ut motuum Lunæ ac Solis secundum Eclipticam differentia PK ad motum Lunæ secundum eandem PL. *Q. e. d.*

PROBLEMA CVI.

1067. *Invenire angulum, quem Circulus Latitudinis in dato Eclipticæ puncto efficit cum via Penumbrae.*

RESOLUTIO.

Sit NI Ecliptica, NK via Penumbrae, quæ licet arcus Circuli sit, in disco tamen Lunæ perinde ac Ecliptica instar lineæ rectæ repræsentatur, & KNI Inclinatio viæ Penumbrae. Cum arcus KI tanquam pars Circuli Latitudinis cum Ecliptica NI efficiat rectum ad I (§. 237.), præter angulum rectum dantur in $\triangle KNI$ angulus KNI & latus NI. Invenitur itaque angulus NKI, quem efficit Circulus Latitudinis cum via Penumbrae, (§. 121. *Spher.*).

DEFIN

Tab.
XIV.
Fig.
110.

Tab.
XIV.
Fig.
111.

DEFINITIO XCVII.

1068. In Eclipsi Terrestri *motus horarius* est pars viæ Penumbrae, quam à centro Penumbrae intra unius horæ spatium Luna conficit.

DEFINITIO XCVIII.

1069. Recta TC ex centro disci T in viam Penumbrae NM perpendiculariter ducta dicitur *Arcus Latitudinarius*, cum ex aduerso recta TO in centro disci ad Eclipticam EL perpendicularis designet ipsam Latitudinem Lunæ in O, tempore veræ Copulae seu Coniunctionis Lunæ cum Sole.

COROLLARIUM I.

1070. Arcus adeo Latitudinarius respondet arcui inter centra, quo supra in Eclipsibus Lunaribus & Solaribus fuimus usi (§. 945).

COROLLARIUM II.

1071. Quando Centrum Penumbrae peruenit in O, Coniunctio vera accidit; quando vero in C constituitur, obscuratio maxima est.

COROLLARIUM III.

1072. Si arcus Latitudinarius TC fuerit æqualis summæ Semidiametrorum disci Terræ atque Plumbæ vel hoc aggregato maior; nulla datur Eclipsis Terræ. In utroque enim casu Penumbra Lunæ Terram minime ferit, adeoque nullus datur in Hemisphærio Terræ illuminato locus, quod aliqua Lumine parte priuetur, consequenter nulla est Eclipsis Terræ (§. 1011).

COROLLARIUM IV.

1073. Si arcus Latitudinarius TC fuerit minor aggregato ex Semidiametro Disci Terræ & Semidiametro Penumbrae; Penumbra Terræ superficiem fuerit, adeoque aliqua superficiei pars Lumine Solari priuetur, consequenter Terra alicubi Eclipsatur.

COROLLARIUM V.

1074. Si denique arcus Latitudinarius TC fuerit minor aggregato ex Semidiametro Disci & Semidiametro Umbrae; Umbra per discum Terræ movetur, adeoque idem alicubi plene obscuratur.

THEOREMA XLII.

1075. *Qui in Umbra Luna constituuntur, Eclipsin Solis vident totalem; qui vero in Penumbra constituuntur, nonnisi partialem, tanto tamen maiorem, quo centro Penumbrae propiores sunt.*

DEMONSTRATIO.

Qui enim in Umbra Lunæ constituuntur, ad eos nulli profus Radii Solis directi pertingere possunt. Nihil igitur Solis vident (§. 42 *Optic.*), sed Sol ipsis totus tegitur (§. 122 *Optic.*). Sol igitur totus iisdem obscuratus videtur; consequenter Eclipsin Solis vident totalem (§. 982). *Quod erat primum.*

Enimvero qui in Penumbra constituuntur, ad eos ex aliqua tantummodo Disci Solaris parte Radii nulli pertingere possunt, cum tamen ex reliqua ad eos propagentur. Aliquam igitur tantummodo Solis partem non vident, vident vero reliquam (§. 42 *Optic.*), consequenter Luna ipsis tantummodo aliquam Disci Solaris partem occultat, ac ideo Eclipsin vident Solis nonnisi partialem. *Quod erat secundum.*

Quodsi vero Schema delineare volueris, facile constabit, quo quis Umbrae, consequenter centro Penumbrae fuerit propior, eo maiorem Solis partem à Luna eidem occultari. Atque adeo Eclipsis partialis tanto videbitur maior, quo quis centro Penumbrae fuerit propior. *Quod erat tertium.*

COROLLARIUM I.

Tab. XIV. Fig. 112. 1076. Quando igitur *Selenitæ* vident Eclipsin Terræ, alicubi locorum in Terra videtur Eclipsis Solis.

COROLLARIUM II.

1077. Quamobrem si arcus Latitudinarius TC fuerit æqualis aggregato ex Semidiametro Disci Terræ & Semidiametro Penumbrae, vel eodem major; nullus datur in Terra locus, ubi aliqua videtur Eclipsis Solis (§. 1072).

COROLLARIUM III.

1078. Quando arcus Latitudinarius TC fuerit minor aggregato ex Semidiametro Disci Terræ & Semidiametro Penumbrae; alicubi Terrarum videtur Eclipsis Solis (§. 1073).

COROLLARIUM IV.

1079. Quando arcus Latitudinarius fuerit minor aggregato ex Semidiametro Disci & Semidiametro Umbrae; alicubi Terrarum videtur Eclipsis Solis totalis (§. 1034).

COROLLARIUM V.

1080. Quando denique arcus Latitudinarius fuerit major aggregato ex Semidiametro Disci & Semidiametro Umbrae, vel eidem æqualis, minor tamen aggregato ex Semidiametro Disci atque Penumbrae; nullibi Terrarum Eclipsis Solis totalis est (§. 1074), sed alicubi Terrarum nonnisi partialis (§. 1078).

COROLLARIUM.

1081. Quoniam tam Umbra, quam Penumbra per superficiem Terræ ab Occasu in Ortum movetur; in omnibus illis locis, per quæ Umbra incedit, Eclipsis Solis totalis est, in ceteris, per quæ Penumbra serpit, partialis est. Sed quia Umbra & Penumbra non omnia loca, qua in alterutram incidant, eodem tempore involvunt; Eclipsis quoque non omnibus in locis, in quibus videtur, eodem temporis momento incipit ac desinit, nec totalis, ubi datur, obscuratio eodem momento accidit.

PROBLEMA CVII.

1082. *Terminos Eclipsium Terrestrium definire.*

RESOLUTIO.

Eadem est quæ superius in Sole & Luna (§. 995), nisi quod hic arcus Latitudinarius inter centra TC sumitur æqualis Semidiametris apparentibus Disci atque Penumbrae, cum ultra distantiam à Nodo, quæ eidem respondet, nulla Eclipsis alicubi Terrarum videri possit.

PROBLEMA CVIII.

1083. *Invenire arcum Latitudinarium TC, una cum arcu CO, ad momentum Copulae.*

RESOLUTIO.

Cum in momento Copulae Centrum Penumbrae sit in O ex datis in Δ TCO ad O rectangulo, quod ob arcus exiguos TC & TO pro rectilineo haberi potest, detur Latitudo Lunæ TO in Copula & angulus TOC (§. 1067); reperientur latera TC & CO (§. 36. *Trigon.*).

PROBLEMA CIX.

1084. *Dato arcu CO, distantia maxima obscurationis in C à Copula in O; invenire tempus obscurationis maxima.*

RESOLUTIO.

1. Quoniam in momento, quo Copula contingit, centrum Penumbrae est in O, quando vero obscuratio maxima, in C; ex motu Lunæ à Sole horario invento (§. 968), quærat tempus, quo centrum Penumbrae arcum CO percurrit.
2. Hoc tempus à momento Copulae subducatur, vel eidem addatur ut supra (§. 971): ita prodibit tempus obscurationis maxima.

PROBLEMA CX.

1085. Dato arcu Latitudinario TC & Semidiametris apparentibus Disci TI a'que Penumbrae HI; invenire tempus dimidiæ obscurationis una cum initio ac fine Eclipsis universalis.

RESOLUTIO.

1. Datis in Triangulo TCH ad C rectangulo Hypothenusa TH, æqualis aggregato ex Semidiametris apparentibus Penumbrae & Disci, atque arcu Latitudinario TC, invenitur portio viae Penumbrae CH, quam centrum Penumbrae à momento dimidiæ obscurationis usque ad finem Eclipsos describit (§.36 Trig.).
2. Ex motu Lunæ à Sole horario invenitur tempus, quo centrum Penumbrae rectam CH percurrit: quod erit tempus dimidiæ durationis.
3. Hoc tempus ad momentum Conjunctionis addatur, ita prodit Eclipsis initium, hoc est, momentum, quo alicubi Terrarum Sol videtur Eclipsari (§.1075).
4. Idem à momento conjunctionis subtrahatur, ita relinquitur finis Eclipsis, hoc est, momentum, quo nullus amplius in Terra locus est, ubi Sol Eclipsari videtur (§. cit.).

THEOREMA XLIII.

1086. Elevatione Poli super Disco Terra est æqualis Declinationi Solis.

DEMONSTRATIO.

Quoniam enim Sol imminet centro Disci Telluris T, per quod transit planum Eclipticæ, eundem secans in EL; arcus inter Solem & horizontem interceptus est quadrans seu 90°. Est vero

Wolfii Oper. Mathem. Tom. III.

etiam arcus inter Polum & Æquatorem interceptus quadrans (§.49). Quamobrem si utrinque auferas arcum inter Solem & Polum interceptum; relinquentur utrinque arcus æquales (§.91 Arithm.). Enimvero qui inter Solem & Æquatorem intercipitur arcus, Declinatio Solis est (§.76); qui vero inter Polum & Horizontem interjacet; elevatio Poli (§.99.73). Patet itaque Elevationem Poli super Disco Terræ esse Declinationi Solis æqualem. Q. e. d.

DEFINITIO XCVI.

1087. Meridianus universalis TQ appellatur, qui transit per Solem centro T imminet, seu Zenith ipsius Disci & Polum P (§.72).

COROLLARIUM.

1088. Quoniam Discus Terræ respectu Telluris tanquam immotus spectatur, Terra vero motu vertiginis convertitur ab Occasu versus Ortum, alia aliaque continuo loca ad Meridianum universalem deferuntur, & in iis locis dato momento meridies est, qui sub eodem constituuntur; in eo autem Sol verticalis est, qui in centro Disci ex Luna apparet.

PROBLEMA CXI.

1089. Data distantia Polorum Eclipticæ & Declinatione Solis; invenire positionem Meridiani universalis TQ super Disco Terra.

RESOLUTIO.

Ex centro Disci Terræ erigatur Eclipticæ EL perpendicularis TR; erit in R Polus Eclipticæ (§.25. Sphæar.) Sit Polus Æquatoris seu mundi in P; erit RP distantia Polorum Eclipticæ & Æquatoris, quæ per Observationes datur

Bbbb

(§.

Tab. XV. Fig. 113.

Tab.
XV.
Fig.
113.

(§ 179) & angulus ad P rectus quia RP distantia. Et quia elevatio Poli PQ est Declinationi Solis æqualis (§. 1086), quæ datur *per hypoith.* ideo in Triangulo RPQ invenitur ex datis cruribus RP & PQ Hypothenusa RQ (§. 120 *Spher.*): quæ cum sit mensura anguli RIQ; hoc ipso positio Meridiani universalis TQ super Disco Terræ innotescit.

PROBLEMA CXII.

1090. *Determinare locum, cui Sol dato momento est Verticalis.*

RESOLUTIO.

Ostendemus in *Geographia* loca Telluris per Longitudinem & Latitudinem determinari, quarum illa est distantia à quodam Meridiano tanquam primo assumpto versus Occasum secundum Æquatorem; hæc vero Declinationi Stellarum in Astronomicis respondet. Itaque

1. Quærat ad datum tempus locus Solis (§. 720) & ejus Declinatio (§. 198), quæ erit Latitudini loci æqualis.
2. Tempus à meridie convertatur in gradus Æquatoris (§. 212), ita prodibit arcus Æquatoris inter Meridianum datum, in quo tempus numeratur, & Meridianum loci, cui Sol isto momento verticalis est, interceptus. Atque ita patet, cuiusnam Terræ loco, momento isto, Sol sit verticalis.

COROLLARIUM.

1091. Quoniam Solis Centrum, toto Eclipseos tempore, centro Disci T imminere supponitur; patet quomodo deter-

minentur loca, quæ ab initio Eclipseos Terræ usque ad finem ejusdem à centro Disci repræsentantur.

PROBLEMA CXIII.

1092. *Determinare loca Terræ, quibus Sol oritur & occidit, in principio ac fine Eclipseos Terrestris.*

RESOLUTIO.

Quoniam Sol oritur in aliquo loco; quando vertigine Telluris in Peripheriam Disci Terræ defertur (§. 1013), Eclipseos vero Terræ incipit, quando Peripheria Penumbrae Peripheriam Disci primum contingit (§. 1075); in principio Eclipseos Terrestris Sol oritur eo in loco, qui est in contactu I Penumbrae atque Disci Terræ. Quamobrem per ea, quæ ad Problema præcedens dicta sunt, non alia re opus est, quam ut loci I Longitudo & Latitudo determinetur.

1. Demittatur ex T ad viam Penumbrae HM perpendicularis TC: in $\triangle TCH$ ad C rectangulo, datur arcus Latitudinarius TC (§. 1083) & recta TH composita ex Semidiametro Disci TI & Semidiametro Penumbrae HI (§. 1015. 1056), invenitur angulus HTC (§. 38 *Trig.*); cui si addatur angulus CTP (in alio casu subtrahendus, quod pro re nata per se patet), prodibit angulus ITQ; consequenter arcus IQ innotescit.
2. In $\triangle IQP$ in superficie Sphærica Telluris Sphærico & ad Q rectangulo, dantur latera QP (§. 1086) & IQ *vi nu.* I. adeoque reperitur IP complementum Latitudinis loci I ad quadrantem (§ 119 *Sphæric.*), quæ adeo innotescit, si arcum IP ex 90° subducas.

3. In

Tab.
XV.
Fig.
113.

ab.
v.
fig.
13.

3. In eodem $\triangle IQP$ ex iisdem datis reperitur angulus IPQ (§. 117. *Spher.*), cujus complementum ad duos rectos IPT est mensura distantiae Meridianorum loci I & alterius, ubi Sol verticalis est.
4. Quærat^r igitur locus cui Sol verticalis est (§. 1090): cujus adeo Longitudo cognita, innotescet quoque Longitudo loci I , consequenter cum jam Longitudo & Latitudo ejusdem nota sit, in superficie Terræ Sphærica determinatus est.
5. Quodsi jam assumas Punctum contactus Penumbræ ac Disci in fine Eclipseos Terrestris, eodem prorsus modo determinatur locus, cui Sol in fine Eclipseos occidit.

PROBLEMA CXIV.

1093. *Determinare locum Terræ, ubi Sol totus Eclipseos oritur, vel occidit.*

RESOLUTIO.

Quodsi in I fuerit contactus Umbræ & Disci Terræ; evidens est, in I esse locum, ubi Sol totus Eclipseos oritur. Et similiter si in O fuerit contactus Umbræ & Disci Terræ; patet in O esse locum, ubi Sol totus Eclipseos occidit. Quamobrem cum cetera omnia eadem maneant, quemadmodum in Problemate præcedente, nisi quod HI hic sit Semidiameter Umbræ, quæ ibidem erat Semidiameter Penumbræ, Problema præfens eodem prorsus modo resolvitur, quo præcedens.

PROBLEMA CXV.

1094. *Determinare locum Terræ ad quem dato quolibet momento ante vel*

post Eclipseos medium, centrum Penumbræ pervenit.

Tab.
XV.
Fig.
113.

RESOLUTIO.

1. Dato motu Lunæ horario à Sole investigetur pars viæ Penumbræ GC , quam centrum Penumbræ tempore à medio Eclipseos dato describit. Ita enim dabitur Punctum G , cujus Longitudo & Latitudo investiganda, ut constet, quinam sit ille locus Terræ, in quo tunc centrum Penumbræ & Umbræ, si qua datur, hæret.
2. Datis itaque arcu Latitudinario TC (§ 1083) & portione viæ Penumbræ GC , in \triangle rectilineo ad C rectangulo invenitur GTC (§. 38 *Trig.*) & latus TG (§. 36 *Trigon.*).
3. Adatur (vel ut res ita ferat, dematur) angulus CTP ex superioribus notus (§. 1083 1089) modo invento GTC , ut prodeat angulus GIP .
4. Quodsi Semidiameter Disci Terræ sumatur pro Sinu toto, erit GT Sinus Circuli Verticalis, qui transit per Solem centro T imminentein & per Zenith loci G . Quamobrem si inferatur: ut Semidiameter Disci TE ad rectam TG , ita Sinus totus ad Sinum distantiae Solis à vertice. Ita enim hæc ipsa distantia reperitur.
5. Jam in Triangulo Sphærico in superficie Terræ GTP datur PT distantia Solis à Polo, quæ complemento Declinationis ejusdem æqualis, TG distantia ejusdem à vertice loci dati G modo inventa, & angulus GTP paulo ante repertus. Invenietur itaque angulus GTP & GP distantia loci à Polo P (§. 165. 163. *Spher.*).

Bbbb 2

6. Quodsi

Tab.
XV.
Fig.
113.

6. Quodsi ergo GP ex quadrante auferas, relinquitur distantia loci G ab Æquatore, seu Latitudo ejusdem.
7. Et quia angulus GPT est differentia Meridianorum loci G, ad quod pervenit centrum Umbræ, & loci, ubi Sol verticalis est; Longitudo autem loci, ubi Sol verticalis est, inveniri potest (§. 1090); igitur dato angulo GPT datur etiam loci G Longitudo.

PROBLEMA CXVI.

1095. *Viam Umbræ atque Penumbra in superficie Globi Terrestris, vel Mappa quadam Geographica delineare.*

RESOLUTIO.

1. Quærantur plura loca, ad quæ ante vel post medium Eclipseos pervenit centrum Umbræ vel Penumbrae (§. 1094), una cum locis ubi Eclipseos incipit & finitur (§. 1092. 1093): ita enim via, quam in superficie Terræ, centrum Umbræ percurrit, designari poterit.
2. Quodsi jam in distantia Semidiametrorum Umbræ atque Penumbrae ducantur eidem utrinque parallelæ; totum prodibit superficiæ Terrestris spatium, quod tam Umbræ, quam Penumbrae successive involvitur.

THEOREMA XLIV.

1096. *Pars Diametri Solis loco intra Penumbra dato à Luna testæ, est ad Diametrum Solis integram, ut distantia loci à margine Penumbrae ad Latitudinem penumbrae.*

DEMONSTRATIO.

Sit Latitudo Penumbrae GH, locus intra Penumbra datus M; crit ejus à

mrgine distantia MG. Ducatur ex M recta MN, quæ Lunam contingat & Diametro Solis in N occurrat. Patet, in M partem Diametri Solaris AN tegi. Quoniam NM Lunam tangit non procul à puncto E, ubi Radii AG & BH eandem contingunt; Punctum contactus E pro eodem haberi potest. Erunt itaque anguli HEG & AEB, itemque AEN & MEG inter se æquales (§. 156. Geom.), cumque latitudo Penumbrae HG sit Diametro Solis AB parallela, etiam HGE = EAB (§. 233. Geom.). Est itaque EG : EA = GH : AB = GM : AN (§. 267. Geom. & 167. Arithm.). Quamobrem GH : GM = AB : AN (§. 173. Arithm.) vel invertendo AN : AB = GM : GH (§. 169. Arithm.).
Q. e. d.

COROLLARIUM.

1097. Data ratione partis testæ AN ad integram Diametrum AB, si Diameter concipiatur in 12 digitos divisa, tanquam as in suas partes; inveniri jam porro poterit, quot digitis dato in loco M Sol obscuretur (§. 302. Arithm.).

SCHOLIUM.

1098. *Haftenus dicta sufficiunt, ut intelligatur, quomodo Eclipseos Terrestrium calculus institui possit, qui Eclipseos Solarium calculus universalis est. Ut vero porro intelligatur, quomodo inde calculus specialis pro loco quodam dato deducatur, sequentia addere lubet.*

PROBLEMA CXVII.

1099. *Ad datum tempus, invenire distantiam loci dati M à centro Penumbrae K.*

RESOLUTIO.

Sit EL Ecliptica, NQ via Penumbrae. Erigatur ex centro Disci T recta

TR

Tab.
XV.
Fig.
114.

Tab.
XV.
Fig.
115.

Tab.
XV.
Fig.
114.

b. TR ad Eclipticam perpendicularis; erit
 7. in O centrum Penumbrae in momento
 8. verae Copulae & TO, Latitudo Lunae
 5. vera eodem momento & KO distantia
 centri Penumbrae à vera Copula. Sit
 denique in P Polus. Itaque

1. In Triangulo rectilineo TKO cum
 dentur latera KO & TO, ac præte-
 rea angulus TOK, quem Circulus
 Latitudinis cum via Penumbrae effi-
 cit (§. 1089.), reperietur angulus
 OTK (§. 40. *Trigon.*). & inde porro
 latus TK (§. 36. *Trig.*)
2. Porro in Triangulo PTM, quod in
 superficie Terræ Sphaericum, dan-
 tur latera PT complementum De-
 clinationis Solis & PM complemen-
 tum Latitudinis loci & angulus TPM,
 quem Circulus horarius efficit cum
 Meridiano. Invenitur ergo distantia
 Solis à Vertice arcus TM (§. 163.
Trigon. Spher.), cujus Sinus æqua-
 lis est rectæ TM, sumpta Semidia-
 metro disci TR pro Sinu toto, at-
 que angulus PTM (§. 165. *Spher.*).
3. Jam cum angulus PTR ex positione
 Meridiani universalis in Disco no-
 tus sit (§. 1089.), si in præsentem ca-
 su ab angulo PTM subtrahatur PTO,
 relinquetur angulus OTM, qui an-
 gulo KTO *n. 1.* invento additus
 prodit angulum KTM.
4. Datis jam, in Triangulo rectilineo
 KTM, lateribus KT (*num. 1.*) & TM
 (*num. 2.*), una cum angulo inter-
 cepto KTM (*num. 3.*), reperitur tan-
 dem KM distantia loci dati M à
 centro Penumbrae K dato tempore
 (§. 40. 36. *Trig.*).

COROLLARIUM.

1100. Quodsi à distantia loci dati M
 à centro Penumbrae K Semidiametrum Pe-
 numbrae subtrahas, relinquetur distantia
 marginis Penumbrae à dato loco tempore
 dato.

Tab.
 XV.
 Fig.
 115

PROBLEMA CXVIII.

1101. *Invenire initium & finem
 Eclipsos in dato loco.*

RESOLUTIO.

1. Quærat ad duo tempora, quæ ho-
 ræ intervallo à se invicem diffident,
 distantia centri Penumbrae à loco
 dato (§. 1099.) & inde porro distan-
 tia marginis Penumbrae à dato loco.
2. Quoniam in utroque casu margo Pe-
 numbrae est loco Occidentior; dif-
 ferentia distantiarum modo reperta-
 rum erit accessus marginis Penum-
 brae intra horam unam.
3. Quamobrem si fiat: ut accessus ho-
 rarius marginis Penumbrae ad dis-
 tantiam hujus marginis à loco dato
 tempore primo, ita scrupula secun-
 da unius horæ ad intervallum tem-
 poris inter tempus primum assump-
 tum & initium Eclipsos intercedens.
4. Quodsi tempus modo inventum ad-
 das tempori primo, quo distantia
 marginis Penumbrae à loco dato fuit
 computata; prodibit tempus, quo
 Eclipsis Solis in dato loco incipit.
5. Non absimili modo finem Eclipsos
 reperire licet.

SCHOLIUM.

1102 *Plura de Calculo speciali jam non
 addimus, cum in superioribus jam commu-
 nem methodum computandi Eclipses pro dato
 loco tradiderimus. Cel. DE LA HIRE in
 Tabulis Methodum istam explicat & Cl. BO-*

SIUS (a) exemplo luculento eandem quoad singulas partes illustrat. Si locum datum in Discum Terræ projicere velis absque Calculi molestia, ope Scalæ eum in finem paratæ Eclipsæ quantitatem, initium, finem & tempus maximæ obscurationis definire licet, quemadmodum docet JOHANNES KEIL (b).

OBSERVATIO LXVI.

1103. Luna fere semper eandem sui faciem nobis ostendit, nisi quod partes quædam in Limbo Occidentali quodam temporis intervallo nunc in conspectum veniant, nunc eidem sese subducant.

DEFINITIO XCVII.

1104. Motus iste Lunæ, quo in Limbo Occidentali nunc partes quædam antea visæ occultantur, nunc aliæ, quæ occultatæ fuerunt, iterum reteguntur, *Motus Librationis* dici solet.

SCHOLIUM.

1105. Phenomena hujus motus multo studio observavit HEVELIUS & prolixam de eodem Epistolam ad R. P. RICCIOLUM perscripsit, quam Astronomiæ suæ Reformatæ (c) totam inseruit.

THEOREMA XLV.

1106. Si Luna interea temporis, dum Orbitam suam peragrat, motu æquabili circa Axem convolvitur, motu Libratorio cieri videtur, cujus duæ Periodi intra unam Lunæ Revolutionem seu mensem Periodicum absolvuntur.

DEMONSTRATIO.

Sit ALP Orbita Lunæ Elliptica, cujus Centrum in C, Focus, in quo Terra hæret, in T, Apogæum in A, Perigæum in P. Patet, si Luna fuerit in suo Apogæo, Meridianum ED per cen-

trum Terræ T transire & Lunam faciem FEG Terræ obvertere. Quodsi motus vertiginis esset nullus & Luna in Orbita sua motu æquabili incederet; cum Diameter ED sibi continuo maneat parallela, ubi quadrantem AL absolvit, erit punctum D in G & E in F, adeoque Diameter in FG ipsi Lineæ Apsidum AP parallela. Movetur autem Diameter ED ob motum vertiginis Lunæ motu angulari circa Centrum & ob motum hunc æquabilem quarta parte mensis Periodici angulum rectum emittitur. Quare si in Orbita sua motu æquabili incederet, Punctum E jam esset in I & D in K, adeoque eadem Meridiani Diameter ad centrum C tenderet, consequenter Luna Spectatori in Centro C constituto eandem semper sui faciem obverteret. Enimvero quando Luna pervenit in L, tempus, quo ex Apogæo A ad Punctum L pervenit, est ut Area Ellipseos LTA (§. 822. 633), quæ quarta Ellipseos parte LCA major, adeoque majus quarta parte mensis Periodici. Punctum igitur E ultra I promotum, quod ipsi E in Apogæo respondebat. Quamobrem in L jam in conspectum veniunt partes, quæ Luna in Apogæo versante inconspicue erant. Dum vero Luna in Perigæum pervenit, si nullus esset motus vertiginis, punctum D jam foret in O & E in R, consequenter Telluri in T partem sui aversam jam obverteret. Sed quia motu vertiginis æquabili circumvertitur & dimidio mensis Periodici spatio Orbita dimidia describitur (§. §. cit.), Diameter Meridiani ED integrum Semicirculum absolvit,

(a) In Commentatione in Eclipsin Terræ 1733. d. 13 Maii.

(b) In Introduct. ad veram Astronom. Lect. 14. p. 163. & seqq.

(c) Lib. III. C. 12. f. 169. & seqq.

absolvit, atque adeo in O denuo constituitur Punctum E & in R Punctum D, quemadmodum in Apogæo, sicque partes; quæ in F in conspectum productæ fuerant, eidem rursus eripiuntur & Luna eandem sui faciem Telluri in T obvertit, quæ in Apogæo eidem obvertebatur. Patet itaque si Luna motu vertiginis convertitur menstruo spatio, quo Orbitam suam Ellipticam percurrit, eam motu Librationis cieri debere (§. 1103).

Quod erat unum.

Jam vero non minus liquet, quæ de Luna ab Apogæo usque ad Perigæum mota ostensa fuere, eadem quoque ad eandem applicari posse, dum à Perigæo ad Apogæum restituitur. Librationis igitur Periodi duæ, intervallo unius mensis Periodici absolvuntur. *Quod erat alterum.*

COROLLARIUM.

1107. Quoniam de Sole (§. 422.) & plerisque Planetis primariis constat (§. 496), quod motu vertiginis gaudeant; naturæ ordini conveniens videbatur, Lunam quoque circa Axem suum converti. Quamobrem cum Experientia constet, eidem motu Librationis convenire (1103. 1104.), motus vero Librationis oriatur ex motu Revolutionis inæquabili in Orbita & motu æquabili vertiginis mensis Periodici intervallo absoluto (§. 1106.); quin Luna motu vertiginis moveatur & motus hic æqualis sit motui Revolutionis in Orbita dubitandum non est.

SCHOLIUM.

1108. *Nostrum jam non est pluribus edocere, quomodo Phænomena Librationis particularia per motum vertiginis Luna motui Revolutionis æqualem demonstrantur. Discussio enim prolixior est, quam ut eandem ferat præsens institutum.*

CAPUT IX.

De Stellis fixis, & novis, atque Cometis.

THEOREMA XLVI.

1109. *Stella fixa sunt Terra nostra majores.*

DEMONSTRATIO.

Sint duæ Stellæ C & D, quarum una videatur in Horizonte ortivo, altera in occiduo; C autem ipsi D Diametraliter opposita. Quam primum Stella D pervenit in C, Stella C apparet in D. Sed cum eadem celeritate utraque moveatur, dum Stella C arcum CHD describit, Stella D per arcum ipsi CDH æqualem incedens erit in F. Quare si Stellæ C & D sunt Terra minores, nondum videbitur in

Horizonte ortivo Stella D, dum altera C ad occiduum pervenit; quod cum Experientia repugnet, necesse est Stellas in L & S constitutas & à Spectatoribus A & B una integras visas, esse Terra AB majores. *Q. e. d.*

THEOREMA XLVII.

1110. *Fixæ ultra Saturni Sphæram à Tellure distant.*

DEMONSTRATIO.

Fixæ à Saturno Terricolis tegi possunt (§. 542): est ergo Saturnus Terricolis propior Fixis adeoque Fixæ ultra Saturni Sphæram à Tellure distant. *Q. e. d.*

OBSERVATIO LXVII.

III. *Stella Fixa, prima licet magnitudinis, etiam per Telescopia exquisita spectata, veluti Puncta lucentia sine omni visibili magnitudine resurgunt, ipso HUGENIO (a) observante.*

SCHOLIUM.

III. Deficiunt adeo data ad magnitudinem Fixarum accurate astimandam.

OBSERVATIO LXVIII.

III. *Per Telescopia Stelle longe plures quam nudo oculo conspiciuntur. Ita GALILÆUS (b) in Pleiadibus 36 Stellas nudo oculo inconspicuas notavit, in Ense & Cingulo Orionis 80, in Nebulosa Capitis Orionis 21, in Nebulosa Præsepis 36 numeravit. RHEITA (c) in Sidere Orionis 2000 detexit, in Pleiadibus ultra 188. Quemadmodum autem Stelle Nebulosa non sunt nisi Stellarum minutarum conglomeratio; ita similiter integra Via Lactea innumerarum Stellarum congeries deprehenditur. Cum HUGENIUS A 1656 Stellam mediam in Ense Orionis per Tubam inspiceret; pro una 12 sese ipsi obtulerunt. Ex his tres pene inter se contigue una cum 4 aliis velut trans nebulam lucebant, ita ut spatium circa ipsas multo illustrius appareret reliquo omni Cælo: quod cum apprime serenum esset ac cerneretur nigerrimum, velut hiatus quodam interruptum videbatur, per quem in plagam magis lucidam esset prospec-*

tus. Et mirum sane hoc Phenomenon constans in Cælo deprehendit (d).

COROLLARIUM I.

III. Non a leo credibile est Fixas omnes eidem superficiæ inhærere.

COROLLARIUM II.

III. Unde porro probabile fit, Fixas alias aliis minores apparere, quia longius à Terra distant, non quod revera minores sint.

PROBLEMA CXIX.

III. *Invenire distantiam Fixarum à terra.*

RESOLUTIO.

Quodsi Parallaxis Fixarum annua duorum ad summum scrupulorum secundorum (§. 608) omni dubio careret, haud difficulter earum à Terra distantia definiretur. Sit enim AD Semidiameter orbis annui, Sirius in R, Tellus in A; erit angulus Parallaëticus ARD unius circiter scrupuli secundi, adeoque AD ad AR, ut Sinus unius secundi ad Sinum totum (§. 2. Trigon.) hoc est, per Canonem PITISCI ut 48481 ad 1000000000 seu fere ut 1 ad 206262. Quare cum AD sit 22000 (§. 906), reperietur AR = 4537764000. Tanta nimirum est distantia Fixarum propiorum, admitta Parallaxi Solis CASSINIANA & Parallaxi Fixarum annua duorum scrupulorum secundorum.

Aliter.

CHRISTIANUS HUGENIUS pro summa, qua pollebat, Ingenii vi, Methodum conjecturalem excogitavit (e) rationem distantiae Fixarum ad distantiam Solis investigandi: Nimirum

I. Tu-

(a) In Cosmothero Lib. II. p. 717 & seqq. Oper. Var. Tom. 2.

(b) In Nuncio sidero p. 31. 32.

(c) In Oculo Enochii atque Eliæ Lib. IV. C. I. membro 7. f. 197.

(d) In Systemate Saturni. p. 8.

(e) In Cosmothero Lib. II. p. 717. & seqq. Oper. Var. Vol. 2.

1. Tubi vacui 12 circiter pedes longi aperturam alteram occlusit Lamella tenuissima, in cujus medio tam exiguum erat foramen, ut lineæ partem duodecimam non superaret, & Oculo alteri aperturæ admoto particula Solis cerneretur, cujus Diameter ad totius Diametrum erat ut 1 ad 182.
2. Cum ea particula multo clarior adhuc appareret, quam noctu *Sirius*, foramini globulum vitreum ejusdem cum ipso Diametri objecit & coniecto undique capite per Tubum in Solem intuens non minorem ejus claritatem quam *Sirii* deprehendit.
3. Quoniam itaque tum Diametrum Solis $\frac{1}{152}$ ejus particulæ centesimæ octogessimæ secundæ, quam per foramen exiguum prius conspexerat, deprehendebat (§. 256 *Dioptr.*); ductis in se $\frac{1}{152}$ in $\frac{1}{82}$ diametrum Solis reperit $\frac{1}{27864}$ ejus, quam nudo oculo in Cœlo contuemur.
4. Quia hinc constabat, Solem apparituum instar *Sirii*, si eousque contrahatur ejus Diameter, ut nonnisi $\frac{1}{27864}$ ejus amplius videatur; evidens erat distantiam Solis à Terra tum fore ad præsentem, ut 27664 ad 1 (§. 212 *Optic.*), & Diameter apparens, quam nunc intuemur, divisa per 27664 prodebat Diametrum Solis in tanta distantia 4 scrupulis tertiis paulo majorem.
5. Cum denique mox ostensuri simus, probabile esse, quod *Sirius* Sole non minor existat; *Sirii* quoque distantia à Terra ad distantiam Solis

ad eadem concluditur ut 27664 ad 1 & Diameter apparens 4 circiter scrupulorum tertiorum.

6. Quodsi ergo distantia Solis à Terra fuerit 34377 Semidiametrorum Terrestrium (§. 904); erit distantia Fixarum 951005328 Semidiametrorum terrestrium. Si vero cum CASSINO ponas 22000 Semidiametrorum Terrestrium (§. 905); erit distantia proxima Fixarum 608608000 Semidiametrorum Terrestrium.

COROLLARIUM.

1117. Cum distantia media *Saturni* à Terra sit 326894 Semidiametrorum Terrestrium (§. 904); si distantia prioris 4537764000 utaris, spatium inter *Saturnum* & Fixas erit 4537437106; sin posterior magis arriserit: idem deprehendetur 950678434 Semidiametrorum Terrestrium: quod posterius spatium nimis forsan enorme videri poterat. Quodsi distantiam mediam *Saturni* cum CASSINO facias 210000 Semidiametrorum Terrestrium; erit in casu primo spatium inter *Saturnum* & Fixas 4537554000, in posteriori 608398000 Semidiametrorum Terrestrium.

SCHOLIUM.

1118. Quamvis autem desint principia satis firma, unde distantia Fixarum à Terra satis tuto concludi possit; illud tamen dubio caret, quod vastum admodum spatium inter *Saturnum* & Fixas intercedat: alias enim *Parallaxis Orbis annui* foret sensibilis admodum, quæ tamen aut nulla, aut certe valde exigua deprehenditur. Facile id experieris, si distantiam Fixarum AR in Triangulo ARD non multo majorem distantia *Saturni* assumas & inde angulum ARD investiges.

Tab. X. Fig. 95.

THEOREMA XLVIII.

1119. *Fixæ fulgent proprio Lumine.*

DEMONSTRATIO.

Longius enim à Sole distant *Saturno* (§. 1110) ipsoque minores multo apparent (§. 1113). Cum tamen, hoc non obstante, multo clarius fulgeant *Saturno*, ita ut ipsorum Lumen non imminuatur, quemadmodum Planetarum, ubi per Telescopia conspiciuntur; à Sole Lumen mutuari nequeunt. Quoniam itaque præter Solem non aliud in Cælo comparet Corpus Lucidum, unde Lumen ipsorum derivari possit; necesse est ut proprio Lumine fulgeant. *Q. e. d.*

COROLLARIUM I.

1120. Sunt adeo Fixæ totidem Soles.

COROLLARIUM II.

1121. Sole igitur nostro non minores esse probabile existit.

COROLLARIUM III.

1122. Unde porro colligitur, circa quamlibet Fixam moveri perinde ac circa Solem nostrum Planetas sive Tellures, hoc est, Corpora Opaca, quæ Lumine ipsarum illustrantur, calefiunt & fecundantur.

SCHOLIUM.

1123. *En vastitatem Universi, quæ omnes imaginandi vires longe excedit. Utrum vero infinitum sit, nec ne; ego non definivero. KEPLERUS equidem (a) negat, circa quamlibet Fixam dari Systema Planetarium nostro simile (quod asseruerat JORDANUS BRUNUS) quia duplo aut triplo longius distantes duplo aut triplo minores apparere deberent, positis earum magnitudinibus aequalibus, atque ita Stellæ paucissima & in maxima magnitudinum differentia viderentur. Enimvero*

non modo HUGENIUS jam notavit (b) ignes & flammæ ex iis distantis videri, unde alia corpora sub aque exiguis angulis comprehensa evanescent, propter Luminis scilicet intensitatem; verum etiam mihi videtur Theorema Opticum de Diametris Objectorum apparentibus earum ab Oculo distantis reciproce proportionatis tantum locum habere, quandiu Diameter Objecti ad ejus distantiam rationem non nimis magnam habet. Notandum præterea etiam in vicinia Objecta minuta videri sub iis angulis, si fuerint Luminosa vel fortiter illuminata, sub quibus obscuriora evanescent.

OBSERVATIO LXIX.

1124. *Inter Fixas quedam comparent, quæ certas apparitionis & disparitionis Periodos amant. Pertinet hæc Stella in Collo Ceti, quam Miram appellat HEVELIUS a BAYERO pro Stella semper apparente habitæ, sed à JOHANNÉ PHOCYLIDE Holwardo A. 1638 pro nova agnita & A. 1640 peculiari Libello descripta. Evanescentem is observavit A. 1639 circa æstatem, & septima Decembris eodem præcisè loco ac situ, quo ante Annum inspecta fuerat, redeuntem, A. 1641 d. 23 Sept. post alteram disparitionem reversam vidit FULLENIUS, Annis subsequenteribus 1647 & 1648 eandem Stellam observavit JUNGIUS, ab anno 1648 litteris JUNGHII ad EICHSTADIUM datis excitatus HEVELIUS (c). Aliam ipsi similem in Collo Cygni detexit KIRCHIUS (d) litera x notata & inter Stellæ apparitionis constantis relata, quæ Periodum admodum regularem 404½ dierum observat. Illud autem nota-*

(b) In Cosmoth. Lib. II. p. m. 110.

(c) Vid. Historiola Stellæ Miræ, quam Mercurio in Sole viso subjunxit Hevelius.

(d) Miscell. Berolin. p. 208. & seqq.

(a) In Epit. Astron. Lib. I. p. 35. & seqq.

tatu dignum est, Stellarum istarum magnitudinem sub initium apparitionis crescere, sub finem vero decrefcere, & per Tubos adhuc videri, quando nudis oculis non amplius apparent. Alias istiusmodi Stellarum Observationes reperire licet in Transactionibus Anglicanis (a).

COROLLARIUM.

1125. Has Stellae esse à numero Planetarum, qui circa Fixas tanquam Soles suos Periodos suas absolvunt, probabile foret (S. 1122), modo concipi posset, quo modo Corpora Lumine mutuatitio splendefcentia in tanta distantia videri possint.

SCHOLIUM.

1126. Vir acumine singulari praeclitus Cel. DE MAUPERTUIS (b) demonstravit, vi motus vertiginis Astrorum fieri posse, ut inducant figuram Discam, ac inde rationem reddit, cur nunc appareant, nunc iterum dispareant.

OBSERVATIO LXX.

1127. Observantur quoque nonnullam Stellae temporanea, quae, ubi disparuerunt, non amplius redire videntur. Talem circa A. 125 ante Christum natum observavit HIPPARCHUS, ansam inde arripiens loca Fixarum determinandi, ut posteris constaret, an Stella abirent nascerenturve (c). Eminent inter illas Stella nova, quae ab A. 1572 usque ad A. 1574 in Cathedra Cassiopeae effulfit eidem toto apparitionis tempore loco veluti affixa. Figura erat prorsus rotunda, qualis reliquas Stellae ornat: magnitudo initio major, postea successive decrefcebat. Mense nimirum Novembri A. 1572, quo primum conspecta, Vene-

rem Perigeam, per Decembrem Jovem Acronychium emulabatur, interdiu conspicua. Mense Januario anni sequentis Stellae fixae primae magnitudinis paulo major cernebatur, ad quam mense Febuario & Martio accedebat. Aprili & Maio ad Fixas secundi honoris accedebat, successive ita decrefcens per Junium, ut in Julio & Augusto Stellae tertiae magnitudinis par esset. Per Septembrem magis magisque extenuata Octobri & Novembri quartae in ordine representabat; in fine vero anni ejusdem & Januario sequentis quintae; in Febuario sextae: donec tandem mense Martio ob exilitatem suam conspectui se prorsus eriperet. Color non minus variabilis erat, quam magnitudo. Ab initio enim albicanti, claro splendentique Lumine, gratoque & jucundo vultu Veneri atque Jovi assimilabatur: circa initium verni temporis nitens jubar in Martiam quandam rutilantiam degenerabat, ita ut instar Aldebaran (seu Oculi Tauri) rubesceret. Mense Maio albedinem quandam sublividam inducibat, qualis Saturni esse solet: quam usque ad finem apparitionis retinuit, successive tamen obtusiores factam. Ad ultimum usque evanescentiae terminum scintillabat (d).

SCHOLIUM.

1128. De natura Stellarum novarum nihil asserere audeo: quamvis enim suspicer, eas in Cometarum numerum referendas esse, qui in Systematibus Planetarum superioribus circa Soles suos, hoc est Fixas, feruntur, nondum tamen adsunt rationes ad idem persuadendum sufficientes

Cccc 2

OBSER-

(a) Vide J. Lowthorp. in Epit. Transact. Vol. I. p. 247. & seqq.

(b) Discours sur Les Differentes figures des Astres p. 77. & seqq.

(c) Vid. Plinius Lib. II. C. 26. Hist. natur.

(d) Vid. Tycho de Brahe Progymnas. Lib. I. C. 3. p. m. 300. & seqq.

OBSERVATIO LXXI

1129. *Notatu digniores sunt Observationes MONTANARI atque CASSINI (a) quorum ille di'paruisse notavit Fixas constantis alias apparitionis; hic novis similes ante in Cælo non visas detexit.*

SCHOLIUM.

1130. *Optandum sane foret, ut, qui Observationibus rerum Cælestium incumbunt, ad istiusmodi mutationes diligentius attende- rent, ut tandem certo constaret Corporum Mundi totalium ortus & interitus.*

DEFINITIO XCVIII.

1131. *Cometæ sunt Stellæ plerum- que caudatæ, subito in Cælo exortæ & per aliquod tempus apparentes, postea rursus disparentes, toto autem apparitionis tempore Planetarum instar in propriis Orbitis di'ctim certo intervallo promoveri solitæ.*

PROBLEMA CXIX.

1132. *Cometæ in Cælo apparentis Longitudinem & Latitudinem determinare.*

RESOLUTIO.

1. Observetur distantia Cometæ à duabus Stellis Fixis notæ Longitudinis & Latitudinis (§. 225.).
2. Inde per calculum Trigonometricum eruatur Cometæ Longitudo & Latitudo, prout ostendimus supra Probl. 27. (§. 740.).

Aliter.

Quodsi sine Instrumentorum apparatu locum Cometæ admodum accurate determinare voluerimus, utendum est Methodo ingeniosa per *Extensionem filarem* à LONGOMONTANO (b) adhibita. Nimirum.

1. Filum extensum aut Regula oculo ita

objiciatur, ut Cometa (aut quod- Tab. X. cunque aliud Phænomenon cœ- X. leste) K cum duabu- Stellis fixis Fig. 94. notæ Longitudinis ac Latitudinis E & G in eadem recta appareat.

2. Situs Regulæ vel Fili ita mutetur, ut idem Cometa K cum duabus Fixis aliis H & F in eadem recta appareat, quarum itidem Longitudo ac Latitudo ex Fixarum Catalogo (§. 244.) nota est.
3. Sint jam A & C poli Eclipticæ, BO Ecliptica, erit AE complementum Latitudinis BE Stellæ E (§. 236. 240.), AG aggregatum ex quadrante AD & Latitudine LG Stellæ G (§. cit.) & BD mensura anguli BAD (§. 25. 31. *Spheric.*) longitudinum Stellarum B & G differentia (§. 241.). Datis adeo in Triangulo EAG duobus lateribus AE & AG cum angulo intercepto A invenitur latus EG (§. 163. *Spheric.*) & angulus EGA (§. 165. *Spher.*).
4. Porro cum angulus ad D sit rectus (§. 237.) & angulus LGD modo repertus, DG vero Latitudo Stellæ G, reperietur in Triangulo LGD angulus GLD (§. 121. *Spher.*) & latus DL (§. 124. *Spher.*).
5. Similiter in Triangulo FHC erit FC complementum Latitudinis FM Stellæ F (§. 236. 240), HC aggregatum ex quadrante CI & Latitudine HI Stellæ H (§. cit.), MI vero mensura anguli FCH (§. 25. 31. *Spher.*) differentia Longitudinum Stellarum F & H (§. 241). Datis adeo in Triangulo FHC duobus lateribus FC &

CH

(a) In Transact. Anglic. N. 73 p. 2201. 2202.

(b) Sphæric. Lib. II. Probl. 5. f. 117. Astron. Dan.

X. CH cum angulo comprehenso FCH
4. invenitur latus FH (§.163. *Sphar.*)
& angulus HFC (§.165. *Spharic.*):
quo dato, datur etiam HFA (§.43.
Spharic.).

6. Porro, cum angulus ad M fit rectus
(§.237), angulus MEN seu HFA
modo repertus. FM vero Latitudo
Stellæ F (§.236.240); reperietur in
Triangulo FMN angulus MNE (§.
121. *Sphar.*) & latus MN (§.124.
Sphar.).

7. Addantur latera DL & MN ante in-
venta & aggregatum subtrahatur ex
DM differentia longitudinum Stella-
rum F & G (§.241) ut relinquatur
NL.

8. Datis jam in Triangulo NKL latere
NL & angulis adjacentibus N & L,
suis quippe verticalibus MNF & GLD
ante repertis æqualibus (§.43.
Sphar.), reperietur latus NK (§.
161. *Sphar.*).

9. Denique datis in Triangulo KNP ad
P rectangulo latere KN & angulo
N, invenitur latus KP (§.116.
Sphar.), quod est Cometæ Latitu-
do (§.236) & latus NP (§.127.
Spharic.), quod ipsi MN supra in-
vento additum, efficit arcum MP
ulterius Longitudini Stellæ F adden-
dum, ut prodeat Longitudo Come-
tæ P.

Exemplum LONGOMONTANUS exhibet
in *Marte*, quem A. 1610 d. 10 Decembris
hor. 9 vespertina observavit in recta cum
Lucida Arietis H & posteriore in *Dorso*
Ceti F, itemque in alia recta cum extre-
ma *Alæ Pegasi* E & ea, quæ est in *Cuspide*
narium Ceti G, Prima Stella apud BAYERUM
littera α , secunda littera ν , tertia littera

γ , quarta denique littera ρ , notatur. Fuit Tab.
tuum X.

Stellæ	Longitudo	Latitudo
α 2° 14' γ	9° 57' B.	
" 6 20 ν	16 55 A.	
γ 3 46 ν	12 35 B.	
λ 9 39 γ	7 50 A.	

Fig.94.

Calculo rite instituto reperitur Longitudo
Martis ad tempus Observationis 23° 59'
 ν , Latitudo vero ejus Borealis 1° 12'.

SCHOLIUM.

1133. Non absimili modo calculus insti-
tuitur, si Stellæ omnes fuerint Boreales, vel
Australes, nisi quod Schema paulo aliter sit
describendum. Exemplum dedit MOESTLINUS
in *Demonstratione Astronomicaloci Stellæ novæ*
in *Cassiopeæ* (α).

COROLLARIUM.

1134. Cognita Longitudine ac Latitu-
dine Cometæ reperitur ejus Ascensio recta
& Declinatio (§.260).

PROBLEMA CXX.

1135. Data Cometæ Longitudine &
Latitudine una cum Longitudine Solis;
invenire ejus à Sole distantiam.

RESOLUTIO.

Cum in Triangulo CIS ad I rectan-
gulo (§.237) detur Latitudo Cometæ
CI & differentia Longitudinum IS Tab.
Solis S & Cometæ C; invenietur distan- XI.
tia Cometæ à Sole CS (§.120. *Sphar.*). Fig.95.

E. gr. HEVELIUS (c) A. 1652 d. 20 Dec.
hor. 7 vespertina reperit Longitudinem
Cometæ tunc fulgentis 68° 24' 24", Latitu-
dinem $30^{\circ} 49' 1''$. Sed Longitudo Solis
ex ejus calculo tunc erat 269° 39' 12",
quæ ex illa integro circulo aucta subducta
relinquit IS 158° 45' 12". Est itaque

$$\text{Cccc } 3 \quad \text{Log.}$$

(a) ρ , 31. Legitur etiam apud Tychohem Pro-
gymnasium Lib. I. p. 55.

(b) Cometogr. Lib. I. Sect. 8. f. 80.

Tab. XI. Fig. 95.

Log. Cofin. IS	99694293
IC	99338961
Log. Cofin. CS	999033254, cui in
Tabulis respondent	53° 10' 18".
Est ergo CS	143° 10' 18".

PROBLEMA CXXI.

1136. *Datis Longitudinibus H & I atque Latitudinibus CH & KI Cometa ad duos dies se invicem immediate sequentes; invenire arcum KC, quem Cometa motu diurno proprio descripsit.*

RESOLUTIO.

Tab. XI. Fig. 96. Quoniam in Triangulo KMC datur angulus cognominis, quem nempe metitur arcus IH Longitudinum differentia (§. 31. Spheric.), una cum lateribus KM & CM, quæ Latitudinum KI & CH complementa existunt; reperietur arcus KC (§. 163. Spher.).

E. gr. HEVELIUS observavit A. 1653 d. 2 Jan. h. 6. vesp. 27' 50" Longitudinem H Cometae tunc temporis fulgentis 20° 28' 8", Latitudinem Borealem CH 27° 9'; sed d. 3 Jan. h. 6. vesp. 47' 30" Longitudinem I 20° 10' 41" 8", latitudinem IK 29° 2' 40"; erit IH 17' 19", KM 60° 57' 20", CM 62° 50'. Demisso itaque perpendicularo KF erit

Log. Cof. M	999999945
Cot. MK	97445460
Tang. MF	102554485, cui
in Tabulis respondent	60° 57' 18"
Sed MC	62 49 60

Ergo FC 1 52 42

Quare porro

Log. Cof. MK	96861784
Log. FC	99997665

Log. Cof. MF	996859449
	96861860

Log. Cof. CK	99997589, cui
in Tabulis respondent	88° 5' 10".
Est ergo CK	8° 54' 50".

Tab. XI. Fig. 9 Quodsi Latitudo altera fuerit Australis CH, altera Borealis GN, latus GM est aggregatum ex Latitudine GN & quadrante NM; arcus vero GC reperitur prorsus ut ante.

SCHOLION.

1137. *Prestat Observationes pluribus diebus à se invicem distantes assumere, & motum iis competentem indagare, siquidem Cometa motum distinctius cognoscere libuerit.*

PROBLEMA CXXII.

1138. *Datis duabus Cometa C Longitudinibus H & I, una cum Latitudinibus respondentibus KI & CH; invenire Nodum O Orbitæ Cometae & angulum ad Nodum COH.*

RESOLUTIO.

1. Datis in Triangulo MCK lateribus MC & MK una cum angulo intercepto M quem nempe metitur Longitudinum datarum differentia HI (§. 31. Spheric.), inveniatur angulus MKC (§. 165. Spheric.), qui ex 180° subductus relinquit angulum OKI (§. 43. Spheric.).
2. Datis adeo porro in Triangulo OKI ad I rectangulo (§. 237) Latitudine IK & angulo OKI modo invento, reperitur angulus IOK (§. 121. Spher.) & arcus OI (§. 124. Spher.) quo Longitudini I addito, habetur Nodi O distantia à o v.

SCHOLION.

1139. *Non absimili modo ex datis duabus Ascensionibus rectis & Declinationibus motus Cometae proprius, Inclinatio Orbitæ ejus ad Aequatorem & Punctum, in quo ea Aequatorem intersecat, invenitur.*

PROBLEMA CXXIII.

b. I. 96. *1140. Investigare tempus, quo Cometa per Eclipticam trajecit; dato ejus motu ad singulos dies apparitionis, una cum Latitudine IK ad tempus primæ apparitionis, ejus Longitudine I ad idem tempus & distantia Nodi O ab $\odot\psi$.*

RESOLUTIO.

1. A loco Nodi O subtrahatur Longitudo Cometæ I, ut relinquatur arcus OI.
2. Datis adeo in Triangulo KOI ad I rectangulo (§. 237) lateribus KI & OI, invenitur arcus KO (§. 120. *Spheric.*), quem à primo apparitionis die usque ad Eclipticam emetiri debuit Cometa.
3. Arcus KO inventus conferatur cum arcubus ab initio apparitionis ad datum usque aliquod momentum singulorum dierum, descriptis, qui per Problema 119 (§. 1136) jam supputati supponuntur: ita enim innotescit tempus quaesitum, adhibita, si quidem opus fuerit, uti in Astronomia moris est, parte proportionali.

SCHOLIUM.

1141. *Non absimili modo investigatur tempus, quo Cometa Aequatorem transit.*

PROBLEMA CXXIV.

1142. *Viam Cometa in Globo designare.*

RESOLUTIO.

1. Observetur per Extensionem filarem Cometa A cum Fixis C & B, itemque cum duabus aliis D & E in eadem recta, quemadmodum supra præcepimus (§. 1132).
2. In superficie Globi Cœlestis, quo

Stellæ quatuor B, C, D, E depictæ sunt, à Stella B usque ad alteram C, & à Stella D usque ad Stellam E extendatur aliquod Filum: ubi enim bina hæc Fila sese mutuo interfecant, ibi erit ad tempus datum locus Cometæ.

Tab. XV. Fig. 117.

3. Quodsi ad plures dies loca Cometæ hoc pacto determinentur, via ejusdem in superficie Globi Cœlestis delineabitur.

COROLLARIUM I.

1142. Quodsi loca Stellarum in superficie Globi accurate fuerint designata & in locis Cometæ designandis omnem adhiberis diligentiam, Filum duobus locis applicatum transibit etiã per cetera omnia, sicque innotescit ea esse in Peripheria Circuli maximi, consequenter Cometam ex Terra in Peripheria Circuli maximi moveri videri.

COROLLARIUM II.

1143. Quodsi adeo Filum per duo loca transiens extendatur, donec Eclipticam & Aequatorem interfecet; patebit locus Nodi & Inclinatio Orbitæ Cometæ, simulque Punctum Aequatoris, per quod transit aut transiturus est.

SCHOLIUM.

1144. *Nemo non videt, per Extensionem filarem etiam locum Planetæ ad datum tempus in superficie Globi delineari posse.*

PROBLEMA CXXV.

1145. *Datis Ascensione recta Solis & ejus à Meridiano elongatione, atque Declinatione & Ascensione recta Cometæ veris; invenire Parallaxin altitudinis Cometæ.*

RESOLUTIO.

1. Observetur altitudo Cometæ quadrante exactissime diviso, summa, qua fieri potest, cum cura.

2. Ad

2. Ad idem tempus ex datis supputetur altitudo vera (§. 300).
3. Altitudo visa à vera subtrahatur : quod relinquitur, est Parallaxis quaesita (§. 367).

E. gr. D. 24 Decemb. h. r. 44' 15" mat. HEVELIUS *Dantisci* observavit altitudinem Cometæ A. 1652 30° 53'. Juxta eundem tum erat Ascensio recta Solis 273° 16' 42", ejus elongatio à Meridiano 206° 3' 45", Ascensio recta Cometæ 56° 49' 44", Declinatio ejus 19° 0' 4". Reperitur adeo altitudo vera 31° 15' 11", unde subducta visa 30° 53', relinquitur Parallaxis 22' 11".

SCHOLIION.

1146. *Operosius multo TYCHO DE BRAHE ex distantiiis eruit Parallaxin (a). Enimvero methodis hisce nihil efficitur, nisi Parallaxis fuerit scrupulo primo major. Si subtilius exquirenda, utendum est methodo CASINIANA superius exposita (§. 897).*

COROLLARIUM.

1147. Data altitudine Cometæ & ejus Parallaxi invenitur distantia à Terra in Semidiametris Terrestribus (§. 888).

PROBLEMA CXXVI.

1148. *Invenire utrum Cometa habeat Parallaxin sensibilem nec ne.*

RESOLUTIO.

1. Quoniam motus Cometæ circa finem apparitionis fit adeo tardus, ut intra aliquot horarum intervallum pro immoto haberi possit; per Extensionem filarem exploretur cum quibusnam Fixis vertici proximus fit in eadem recta.
2. Ubi horizonti occiduo appropinquat, exploretur denuo per Extensionem filarem, num adhuc cum iisdem Stellis in eadem recta deprehenda-

tur. Quodsi enim eundem habeat ad Fixas easdem situm prope Horizontem, quem tenet in loco altiori; Parallaxis sensibilis in Cometa, perinde ac in Fixis (§. 384), nulla erit.

Patet Cometam quoque cum Fixis in eadem recta observari posse prope Horizontem ortivum & prope verticem, prout occasio tulerit.

SCHOLIION.

1149. *Hoc pacto etiam exploratur, num Planeta habeant Parallaxin sensibilem, si eo tempore fiat Observatio, quo stationarii deprehenduntur.*

PROBLEMA CXXVII.

1150. *Determinare distantiam TR, Tab. IV. ultra quam Cometa aut aliud Phenomenon in Æquatore positum à Centro Terra Fig. 4. removeri debet, ut datum tempus super Horizonte apparente HR consumat.*

RESOLUTIO.

1. Tempus dimidiæ moræ super Horizonte apparente HR convertatur in gradus & scrupula Æquatoris (§. 212), ut habeatur arcus VR, consequenter angulus HTR (§. 57 *Geom.*).
2. Datis jam in Triangulo HTR ad H rectangulo, latere TH seu Terræ Semidiametro, quæ fit 1, vel per ea, quæ in *Geographia* ostendentur, 860 milliarium Germanicorum, & angulo HTR modo invento, repetitur TR (§. 36. *Trig.*).

E. gr. Sit tempus dimidiæ moræ super Horizonte 5 h. 57', seu tempus moræ integre 11 h. 50', erit VR seu HTR 88° 45', adeoque

Log. Sin. R	83387529
TH	29344984
Sin. tot.	10000000
Log. TR	45937455, cui in magno Canone BARCII respondent 39423.

Est

(a) *Pregymnasim. Lib. II. p. 106. & seqq.*

ab. Est igitur TR 39423 milliarium Ger-
 V. manicorum seu 46 fere Semidiametrorum
 .44. Terrestrium. Quodsi mora super Horizonte
 dimidia ponatur 5 h. 57' 30", seu integra
 11 h. 55', erit VR 89° 22' 30"; unde TR
 reperitur 91 Semidiametrorum Terrestrium,
 adeoque Lunæ distantia à Terra major
 (§. 906).

OBSERVATIO LXXII.

1151. HEVELIUS (a) observavit, Co-
 metam A. 1652 d. 26 Dec. cum duabus
 Stellulis in Pede Persei una ortum esse
 & occidisse, adeoque per 17 horas supra
 Horizontem extitisse. Et similis mora
 Cometarum aliorum super Horizonte ab
 aliis annotata est.

COROLLARIUM.

1152. Fieri adeo nequit, ut Cometæ in
 Aëre nostro commorentur, sed ingenti ad-
 modum intervallo à centro Terræ remoti
 sint opus est, immo cum inter moram Fi-
 xarum & Cometarum super Horizonte nul-
 la differentia sensibilis intercedat, ultra Lu-
 nam à Terra distare debent (§. 379).

SCHOLIUM.

1153. Absurda igitur est Aristotelicorum
 Hypothesis de Cometarum exhalationibus è
 Terra in Atmosphæram elevatis ortu.

OBSERVATIO LXXIII.

1154. Idem HEVELIUS (b) eodem die
 hor. 6. circiter vespertina Cometam in
 eadem fere linea recta cum duabus fixis
 in Pede Persei notavit, non tamen aqua-
 li omnino spatio ab invicem remota, dis-
 tantia nimirum inter Cometam & Cal-
 caneum Persei 1° 45', inter Calcaneum
 & sequentem sinistri pedis 2° 10' existen-
 te. Eodem die h. 16' vesp. BULLIALDUS
 Parisiis in eadem recta linea vidit ambas
 sinistri pedis Persei & Cometam Calcaneo

Wolfii Oper. Mathem. Tom. III.

(a) Cometogr. Lib. III. f. 151.
 (b) Loc. cit. f. 154.

quam alteri propiorem & ipso Borealio-
 rem & Occidentaliorem, satisque diu Co-
 metam in hoc positu perstitisse deprehen-
 dit, ita ut circa hor. 9. non multum rec-
 tam istam lineam superaverit. Immo hoc
 ipsum plane Phenomenon eodem die etiam
 Regiomonti, Hafniæ, Monasterii, Lug-
 duni Batavorum, Bruxellis, Boniæ in
 Provincia Galliæ alibique observatum
 esse, HEVELIUS autor est. Similiter
 A. 1577. d. 16 Novembr. eandem Co-
 meta à Vulture in Circulo Verticali dis-
 tantiam observavit Uraniburgi TYCHO;
 Pragæ autem HAGECIUS (c).

COROLLARIUM.

1155. Cum Luna Parallaxin admodum
 sensibilem habeat (§. 892), Cometa autem
 tunc temporis Parallaxi sensibili fere desti-
 tutus fuerit (1154.368); dubio sane caret,
 quod ultra regionem Lunæ à Terra disti-
 terit.

SCHOLIUM.

1156. Idem sane manifestum est, ex com-
 paratione Parallaxium Lunæ atque Cometæ
 (§. 1146).

OBSERVATIO LXXIV.

1157. Cometarum motus proprius om-
 ni tempore, quo accuratius in eundem in-
 quisiverunt Astronomi, admodum regu-
 laris deprehensus: prout Observationes
 TYCHONIS (d), HEVELII (e), CASSI-
 NI (f) aliorumque abunde loquuntur.
 Quodsi cum CASSINO motus Cometarum,
 qui diversis temporibus apparuerunt, pro-
 prios inter se conferre libuerit; mira in-
 ter veteres & recentiores observabitur
 convenientia. E. gr. Cometa A. 1680
 iisdem profus legibus motus, quas Cometa

Dddd A.

(c) Tychonis Progymnasm. Lib. II. C. 6. p. 24.
 (d) Progymnasm. Lib. II. p. 86.
 (e) Cometogr. Lib. II. f. 105. & seqq.
 (f) In Libello de Cometis.

A. 1577 TYCHONI observatus respexit. Uterque nimirum sub initium apparitionis motu diurno $4^{\circ} 16'$ versus Orientem gavisus est: eadem in utriusque motu notantur decremēta, cumque prior evanesceret, minuta non nisi 16, posterior in eodem statu 18 per diem conficere visus est. Uterque Eclipticam circa 21° intersectavit & sub eodem fere angulo, cum Æquatore angulum 33° effecit & prope trecentesimo à \odot gradum per eum trajecit. Uterque sub iisdem plane Stellis fixis incessit. Eadem fere semita fuit Cometarum annorum 1665, 1672 & 1677: immo omnium Cometarum notatur quasi aliquis Zodiacus, cujus Constellationes CASSINUS his versiculis comprehendit:

Antinous, Pegasusque, Andromeda,
Taurus, Orion,
Procyon atque Hydrus, Centaurus,
Scorpius, Arcus.

Nec id negligi debet, quod, cum Cometa Anni 1680 & 1681 nudis Oculis non amplius appareret, per Telescopium tamen videri adhuc potuerit & quidem facilius per Telescopium 4 pedum, quam per aliud excellentius 20 pedum, ipsoque Jove major apparuerit.

COROLLARIUM.

1158. Cum Cometæ adeo regularem observent motum; Corpora Mundo cœva esse videntur, quæ in Orbitis valde eccentricis feruntur, adeoque non videntur, nisi quando noctu circa Perihelium versantur.

SCHOLIUM.

1159. Atque hinc apparet, quod vastum illud spatium inter Saturnum atque Fixas interjectum (§. 1117), non sit prorsus inane; sed motibus Cometarum locum concedat.

OBSERVATIO LXXV.

1160. Inprimis vero notatu dignum

est, quemadmodum annotavit NEWTONUS (a), Cometæ secundum ordinem Signorum progredientes sub exitu apparitionis omnes esse aut solito tardiores, aut retrogrados, si Terra est inter ipsos & Solem; at justo celeriores, si Terra vergit ad Oppositionem: & contra, qui pergunt contra ordinem Signorum esse justo celeriores in fine apparitionis, si Terra versatur inter ipsos & Solem, & justo tardiores vel retrogrados, si Terra sita est ad partes contrarias.

COROLLARIUM.

1161. Quoniam Planetæ eodem modo retrogradi cernuntur (§. 562) ob motum Telluris annum circa Solem (§. 585. 587); & præterea motus eorundem proprius ex eadem causa inæqualitati obnoxius est (§. 775); Cometæ in regione Planetarum versari, dum conspectui nostro sese sistunt, palam est.

SCHOLIUM.

1162. Inæqualitas ista in Planetis dicitur Parallaxis Orbis annui (§. 776), cum revera sit Parallaxis, quæ in motum ipsorum redundat ob motum annum Telluris circa Solem. Atque adeo patet ob Parallaxin Orbis annui, quam patiuntur Cometæ, Fixæ non item (§. 608), innotuisse eorum in regionem Planetarum descensum.

LEMMA VI.

1163. Si in Ellipsi centrum à Foco intervallo infinito removeatur; portio, cujus abscissa finita est, in Parabolam degenerat.

DEMONSTRATIO.

Sit Axis transversus Ellipsis = a , Parameter = b ; erit distantia Foci à centro = $\sqrt{\frac{1}{4}a^2 + \frac{1}{4}ab}$ (§. 482 Anal.). Quamobrem cum hæc sit infinita per Hypoth. erit

(a) In Princip. Phil. Nat. Mathem. Tom 3. Lem. 4. p. 478. Edit. nov.

erit $\frac{1}{4} a^2 - \frac{1}{4} ab = \infty^2$, seu quadratum hujus distantiae erit infinities infinitum, consequenter si eandem divides per quantitatem infinitam $\frac{1}{4} a$ ex *hypoth.* erit $a - b = \infty$, & hinc b respectu ipsius a infinite parva. Jam in Ellipfi $y^2 = bx - bx^2 : a$ (§. 425. *Analys.*) Quamobrem cum x , quæ abscissam denotat, sit quantitas finita per *hypoth.* erit $b x^2 : a$ quantitas infinite parva, adeoque respectu ipsius $bx = 0$ (§. 3. *Analys. infin.*). Est itaque in casu præsentem $y^2 = bx$: quæ cum sit æquatio ad Parabolam (§. 388. *Analys.*); portio Ellipseos, quamdiu abscissa finita est, in Parabolam degenerat. Q. e. d.

HYPOTHESIS IV.

1164. Cometa moventur in Orbitis Ellipticis valde eccentricis, circa Solem, qui in earum Foco uno existit, ea lege, ut Radius vector verret Areas temporis à Perihelio proportionales.

COROLLARIUM.

1165. Quoniam Orbita Cometarum admodum eccentrica (§. 1158), & portio, quam describunt, quamdiu apparent, valde exigua, cum nonnisi exiguo temporis spatio conspicui sint; Orbita ipsorum tempore apparitionis in Parabolam degenerat (§. 1164).

SCHOLIUM.

1166. KEPLERUS Trajectoriam Cometarum, hoc est, lineam in qua incedunt, esse Lineam rectam statuit (a) & in Trajectoria rectilinea ex quibusdam locis observatis locum Cometae per calculum eruere docuit CASSINUS. Enimvero agnovit jam HEVELIUS (b), Trajectoriam rectilineam non omnino satisfacere Phenomenis & in Linea Parabolica Come-

tas universos moveri sibi persuasit. Cum anno 1680 ingens ille Cometa exoriretur, DOERFFELIUS, Vir rerum Astronomicarum peritissimus, ex Observationibus loca Cometae in Orbita Parabolica representavit, in cujus Foco est Sol, observatis Legibus Keplerianis. Scriptum patrio idiomate editum paucis plagulis constat. Mox vero Vir summus NEWTONUS (c) idem accuratius demonstravit & HALLEIUS (d) docuit, quomodo loca Cometae per calculum in Orbita Parabolica institutum crui possint. Nimirum quemadmodum de Orbitarum Ellipticarum veritate constat ex consensu Calculi cum Observationibus; ita quoque de Cometarum Orbitis Parabolicis ex eodem consensu certi reddimur. Tanto minus igitur nunc dubitari potest, Cometas esse Corporum Mundi totallium peculiare quoddam genus instar Planetarum, cum eadem lege circa Solem moveantur, quemadmodum Planetae.

OBSERVATIO LXXVI.

1167. Per Telescopia si spectantur Cometarum capita, longe aliam sui faciem exhibent quam Fixa atque Planetae. Sane Cel. STURMIUS (e) fatetur, se Telescopium primum in Cometam anni 1680, deinde in Venerem ac vicinam Jovem & in Aquilæ Lyraeque Lucidas dirigentem, pruna obscurius candenti, aut massa interminata tristi ac fumido quasi Lumine, in medio paulo magis, ad extrema minus, collustrata potius, quam Siella disco rotundo ac vivida luce corruscanti similem vidisse. HEVELIUS (f) de Cometa A. 1661. sequentia annotavit.

Dddd 2

(c) In Princip. Phil. Nat. Math. Lib. III. Prop. 40. & seqq. p. 485. & seqq.

(d) In Synopsi Astron. Comet. quæ legitur in Transact. Anglic. n. 1883. p. 218. & Actis Erud. A. 1707. p. 297.

(e) In Differt. de Nat. Comet. C. II. Phæn. 12. p. 124. Tom. 2. Phil. Elect.

(f) Cometogr. Lib. VII. f. 517.

(a) Vid. Libri tres de Cometis
(g) Cometograph. Lib. IX. f. 659.

tavit. D. 3 Febr. Caput subflavi coloris, clarum & conspicuum, nullo tamen vibranti præditum erat Lumine. In medietate unum densum & subrusum referebat nucleum, ipsi Jovi propemodum æqualem: quem autem materia longe dilutior & tenuior cingebat. D. 5 Febr. Caput aliquanto majus & clariùs aurei coloris; Lumen tristius, quam reliquarum Stellarum apparebat. At vero nucleus ille unicus in diversas partes jam dissectus erat. Die 6 Febr. Cometa eundem fere adhuc referebat colorem, non dissimilem ei, paulo tamen obtusorem, quem Stella in Humero Aquilæ alias exhibet. Discus ex parte decreverat; nuclei autem plerique etiam minores existebant; quorum alius in parte disci inferiori ad sinistram præ reliquis omnibus multo densior clariorque corpore rotundo, instar lucidissimæ alicujus Stellulæ extitit: quos nucleos alia materia, ut semper, omnino circumdabat. D. 7. Febr. Caput à priore facie paululum recedebat, sic ut nucleus iste clarior non adeo jam esset conspicuus: interea tamen fere adhuc ejusdem erat coloris & magnitudinis. D. 10 Febr. Caput jam aliquanto obscurius atque nuclei confusiores; in parte tamen inferiori clariores, quam in superiori: cujus alias magnitudo quoad nucleos pene erat eadem. D. 13 Febr. caput multum decreverat, tam ratione magnitudinis, quam claritatis. D. 17 Febr. Cometa conspicua adhuc erat magnitudinis, etiam Luna splendente. Nuclei siquidem propemodum Diametrum Veneris æquabant; etiam ratione Luminis & coloris fere eandem speciem, nisi quod ali-

quænto turbidum & hebetudine languidum exhiberet. D. 20 Febr. totus Cometa ob Lunæ splendorem, una cum nucleis & materia circumstante pallidior & languidior videbatur. D. 2 Mart. satis adhuc conspicuus, magnitudine aliquot minorum in Diametro; non tamen omnino rotundus, adhuc circumcirca laceratus & dispersus existebat. D. 10 Mart. eandem fere præ se ferebat magnitudinem, nisi quod totum corpus cum nucleis obtusus tristiusque existeret. D. 28 Martii Cometa pallidissimus & tenuissimus, maxime vero ratione materiæ erat valde dispersus, ut nulli omnino nuclei discrete animadvertentur, quantum magnitudo ejus parum decreverat. ERHARDUS WEIGELIUS, cui Cometam A. 1664 una cum Luna & nubecula aliqua à Sole illuminata simul contueri datum est, advertit (a), quod Luna per Tubum inspecta continuam exhibeat superficiem luminosam, Cometa vero non item, nubecula in vicinia Horizontis à Sole adhuc illuminata simillimus.

COROLLARIUM.

1168. Patet adeo, Cometas proprio Lumine destitui, & hinc à Sole illustrari: id quod etiam inde confirmatur, quod dum à Terra recedunt ad Solem, decrescente Diametro augeatur splendor.

SCHOLIUM.

1169. Ex iisdem observationibus HEVELIUS alique concludunt, Cometas ad instar macularum Solis, quibus nempe simillimi (S. 411), ex ejus exhalationibus ceu fuliginibus crescere

(a) Vid. Die Fortsetzung des Himmels-Spiegels; Cap. II. S. 5. p. 96.

crefcere, KEPLERO (a) calculum adjicientes, qui Cometas in Æthere inftar Piscium in Oceano magno numero gigni ftatuit, etfi non omnes in oculum incurrant, vel quia minores, vel quia interdum fuper Horizonte exiftunt. Quamvis autem hæc Hypôthefis probabilitate fua non deftituatur, præfertim fi Observaciones Hevelianæ fuerint fatis accuratæ; rationes tamen fuperius allatæ faciunt, ut in eorum fententiam magis propendeam, qui Cometas Corpora Mundo coævâ effe ftatuunt, præfertim poftquam vir fummus NEWTONUS (b) oftendit, Cometam A. 1680 in tranfitu fuo per viciniam Solis ftatim diffipari debuiffè, fi ex Solis & Planetarum exhalationibus conflitifset. Si Cælum nobis in pofterum aliquot adhuc Cometas fpectandos exhibuerit; nullus dubito fore, ut tandem certiora de eorum natura tradantur.

OBSERVATIO LXXVII.

1170. CASSINUS autor eft, Cometas Annorum 1665 & 1680, cum 22 & 23 gradibus à Sole tantum diftarent, pleno orbe fuliffè.

COROLLARIUM.

1171. Cum adeo à Sole illuminentur (f. 1168); evidens eft, Cometas annorum 1665 & 1680 fupra Solem extitiffè.

(a) In ausführlichen Berichte von den Cometen des 1607ten Jahres.

(b) In Princip. Phil. Natur. Lib. III. Prop. 41. p. 508. Edit. nov.

OBSERVATIO LXXVIII.

1172. Cauda Cometarum fempèr præjiciuntur in partem à Solè aversam, etfi TYCHO in Cometa A. 1577 & HEVELIUS in Cometa A. 1652 aliquam inclinationem calculo fcrupulofius fubducto, notaverint. Longitudo Caudarum in uno Cometa diverfis temporibus variâ. Sane Cometa, qui A. 1680 apparuit, cauda circa 20 Nov. observante STURMIO (c) gracilis fatis & ad summum 20 gradus longa, mox ftupenda plusquam 60 graduum longitudine per aliquot noctes confpicua fuit, deinceps autem indices fere magis magisque decrevit. Siellas fixas per Caudas Cometarum tralucentes viderunt CYSATUS, CRUGERUS, TYCHO, KEPLERUS, SCHICKARDUS, HEVELIUS (d). Plerumque tamen Caudæ Stellas occultant.

Tab. XI.

COROLLARIUM.

1173. Patet adeo, Caudas Cometarum effe congeriem exhalationum è Capite afcendentium.

SCHOLIUM.

1174. Prolixius hoc adftruit NEWTONUS (e) & fingularia eorum Phenomena explicat, refutatis quoque opinionibus nonnullorum oppofitis.

(c) Philof. Ecclèf. Tom. 2. p. 133.

(d) Vid. Hevelij Cometogr. Lib. VIII. f. 516. 517.

(e) Loc. cit. p. 509. & feqq.

FINIS TOMI TERTII.

ERRATA

ERRATA

Hæc graviora LECTOR BENEVOLUS condonabit, &
antequam Lectioni se accingat, sic corriget.

IN ELEMENTIS OPTICÆ.

Pag.Col. §. Lign. Erratum	lege
13. 2. 104. 4. a^2 - - - - a^4	
22. 1. — 14. DE: DA	DE: BA.
26. 2. 173. 3. <i>Dioptricus</i>	<i>Dioptris.</i>
31. 2. N°. 1. 1. Formam	Foramen
35. 2. — 1. BG	AG
63. 2. — 3 & 4. A	B.

IN ELEMENTIS PERSPECTIVÆ.

79. 1. 2. 3. <i>dirigere</i>	<i>dirigere.</i>
83. 2. 40. 6. tur Punctum principale V, ita	tur, Punctum principale V ita
89. 2. N°. 5. 1. HI	BI
<i>ib. linea Demonst. 2^a. Re</i>	<i>ke</i>
90. 2. 65. 15. IB	IH
96. 2. — 8 FG	FI
<i>ib. ad marg. Tab. VI. Fig. 37.</i>	<i>Tab. VI. Fig. 36</i>

IN ELEMENTIS CATOPTRICÆ.

134. 1. 169. 2. <i>Punc-</i>	<i>Puncto</i>
136. 2. 185. 2. <i>remotior</i>	<i>remotior à</i>
142. 1. — 3. BE	BF
165. 2. ult. $m > 1$	$m < 1$

IN ELEMENTIS DIOPTRICÆ.

175. 2. 27. 5. <i>Hoc</i>	<i>Hac</i>
178. 1. 39. 4. $\frac{1}{3}$ MBE	$\frac{2}{3}$ MBE
193. 2. — antep. EB	EF
199. 2. — 6. <i>ut PC</i>	<i>ut PB ad PC</i>
202. 1. 148. 7. FB: FA	FB: BA.
219. 2. — 2. CM	CN
244. 2. 376. 8. EG	EO
263. 2. 483. 4. $\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$

IN ELEMENTIS SPHÆRICORUM.

306. 1. 71. 1. <i>Si in omni</i>	<i>In omni</i>
313. 2. 100. 1. <i>omnia</i>	<i>omni</i>

Pag.Col. §. Lin. Erratum	lege
317. 1. 109. 2. Cosino	Cosinu
330. 1. — 15. triangulo &	Triangulo CBG &

IN ELEMENTIS ASTRONOMIÆ.

358. 1. — 15 <i>ezH</i>	<i>eZH</i>
374. 1. — antepen. 43	3
382. 2. — 1. 48°	84°
386. 2. — 2. <i>refolutionis</i>	<i>refolutione</i>
387. 1. — 2. CO	CD
394. <i>in margine. Tab. III. Fig. 25.</i>	<i>Tab. III. Fig. 20.</i>
395. 1. N°. 2. 3. FD.	FA
407. 2. — 22. SH	SG
418. 1. — 22. <i>Jan.</i>	<i>Jun.</i>
25. <i>diis</i>	<i>dies</i>
437. 2. 527. 15. <i>majorum nempe Jove</i>	<i>majorem nempe Jovis</i>
443. 1. — 4 & 5. <i>Deleatur, &</i>	
467. 1. — 13 11°	1°
<i>ibid. 654. ult. 7d. 13h. 57'</i>	<i>— 7d. 23h. 57'</i>
556. 2. N°. 5. 1. <i>tamen</i>	<i>tandem</i>
557. 2. — 4. <i>à fine. NI.</i>	<i>LI.</i>
559. 1. 1072. 3. <i>Plenumbæ</i>	<i>Penumbræ</i>
1073. 4. <i>fuert</i>	<i>ferit</i>

Perspectivæ Tab. V. Fig. 33. Litera G signetur inferius extremum lineæ ex C demissæ in IM.

Tab. VI. Fig. 38. N mutetur in H.

Catoptrica Tab. III. Fig. 24. Angulus ACM signetur litera m & Angulus MPC litera r.

Tab. IV. Fig. 45. Linea abc signetur literis adb.

Astronomiæ Tab. VIII. Fig. 74. N°. 1. Circulorum intersectio altera signata est litera O: altera signetur litera N.



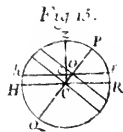
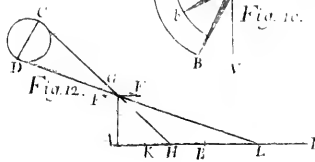
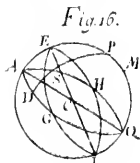
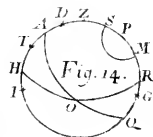
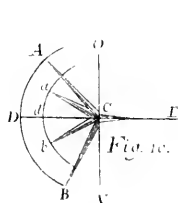
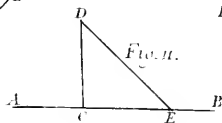
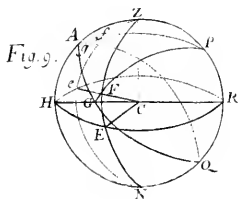
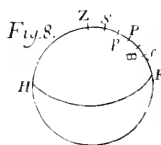
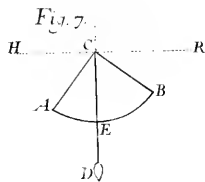
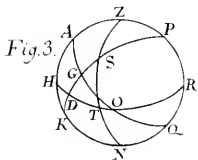
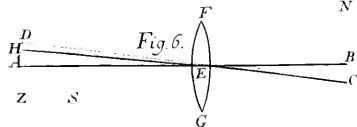
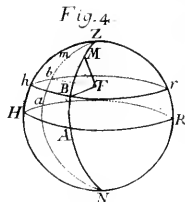
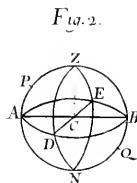
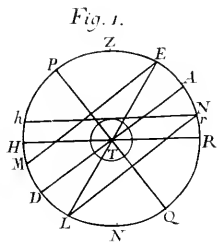


FIG. ASTRON. TAB. II.

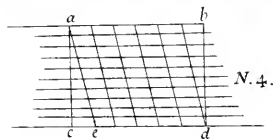
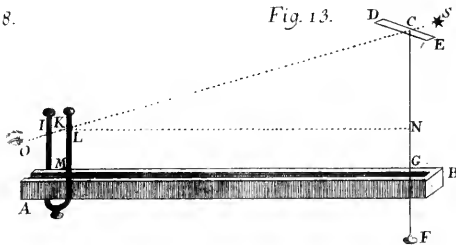
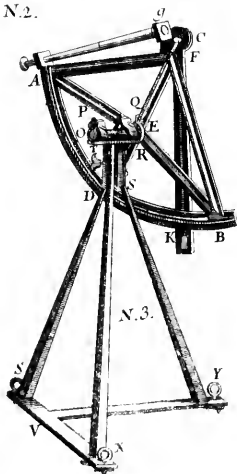
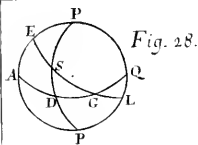


Fig. 5.

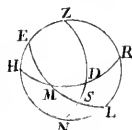
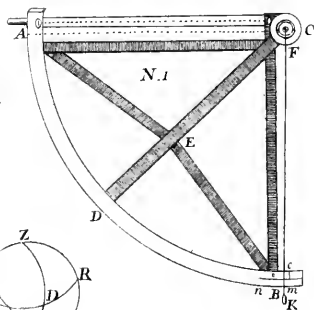


Fig. 18.

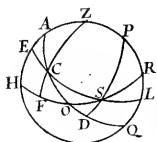


Fig. 17.

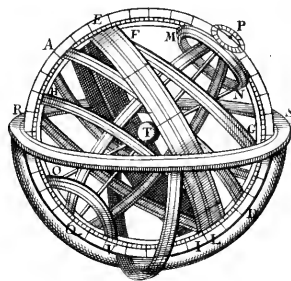


Fig. 23.

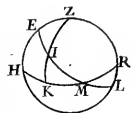


Fig. 19.

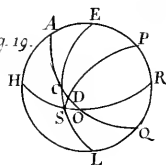


Fig. 32.

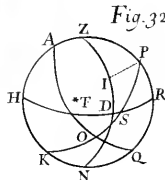


Fig. 21.

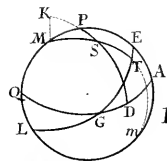
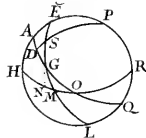


Fig. 26.

Fig. 20.

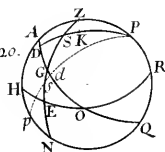


Fig. 22.

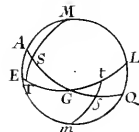
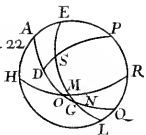


Fig. 27.

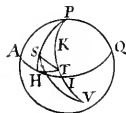


Fig. 25.

Fig. 24.

S* *N

Fig. 29.

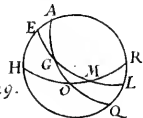


Fig. 30.

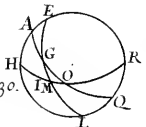


Fig. 31.

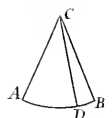
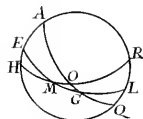
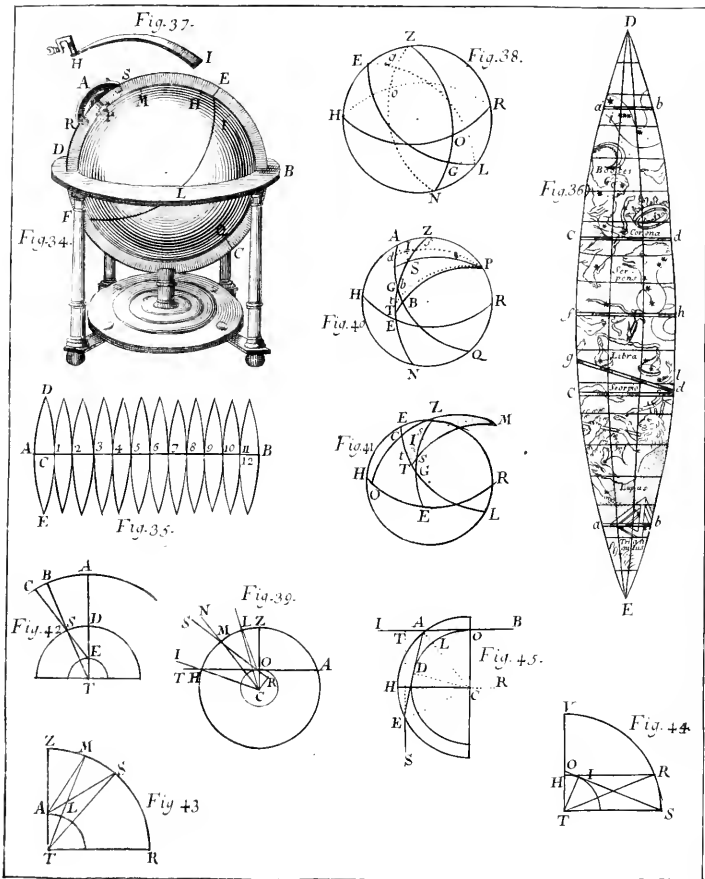
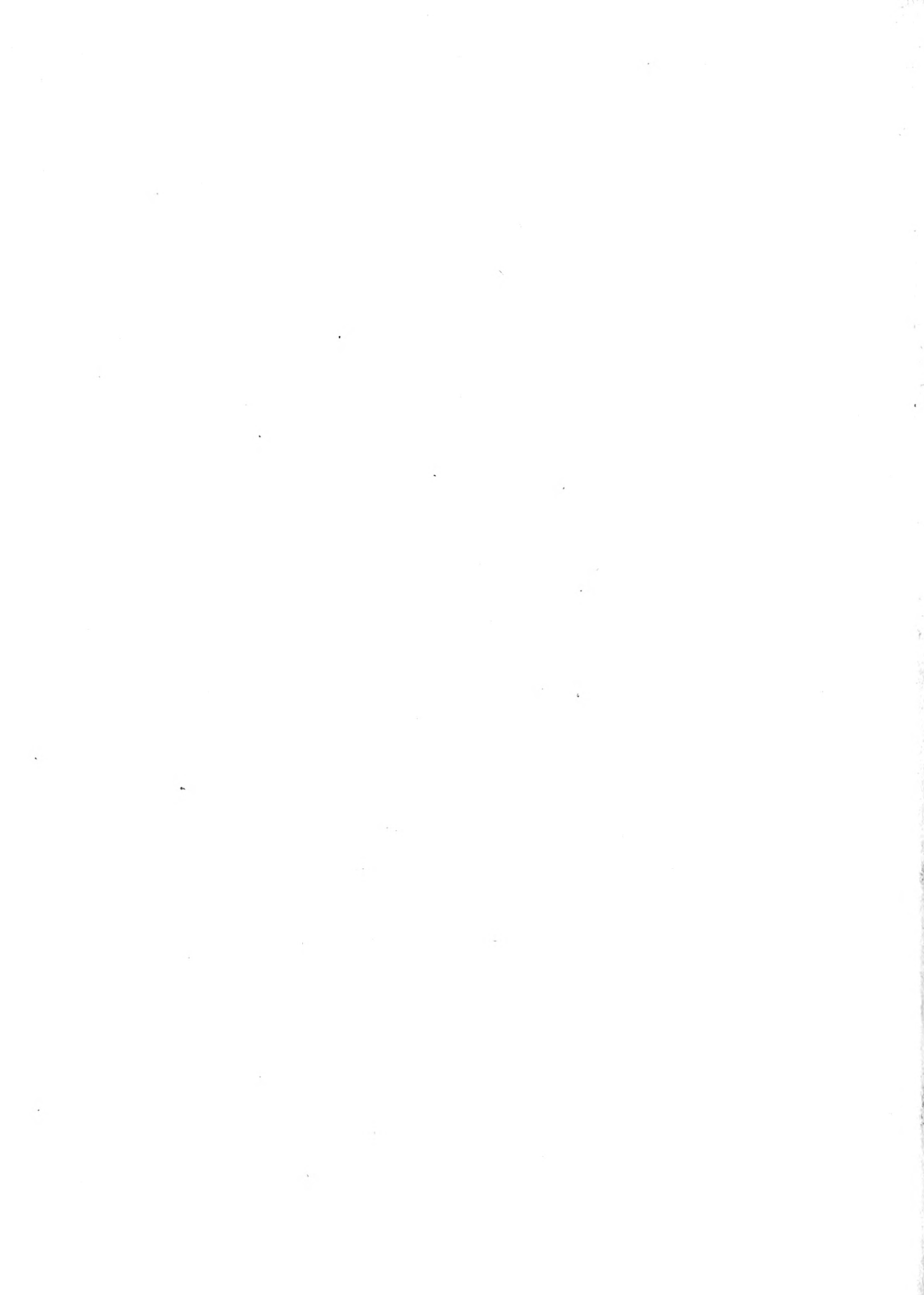




FIG. ASTRON. TAB. IV.





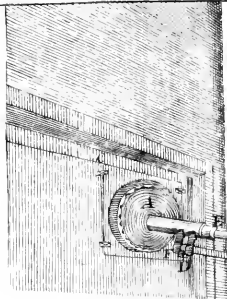


Fig. 53.

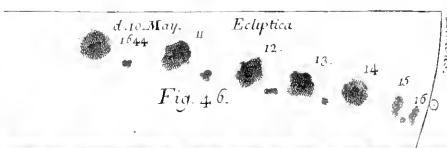
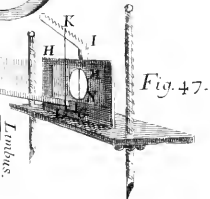
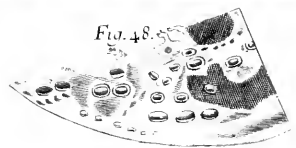
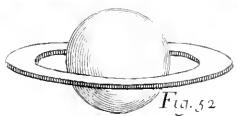
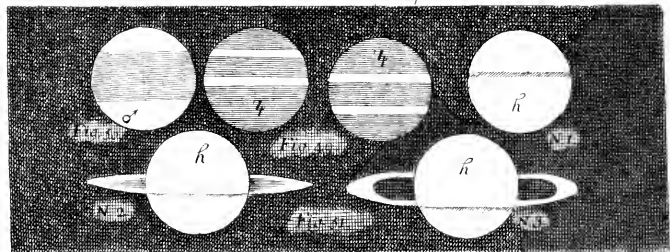


Fig. 46.



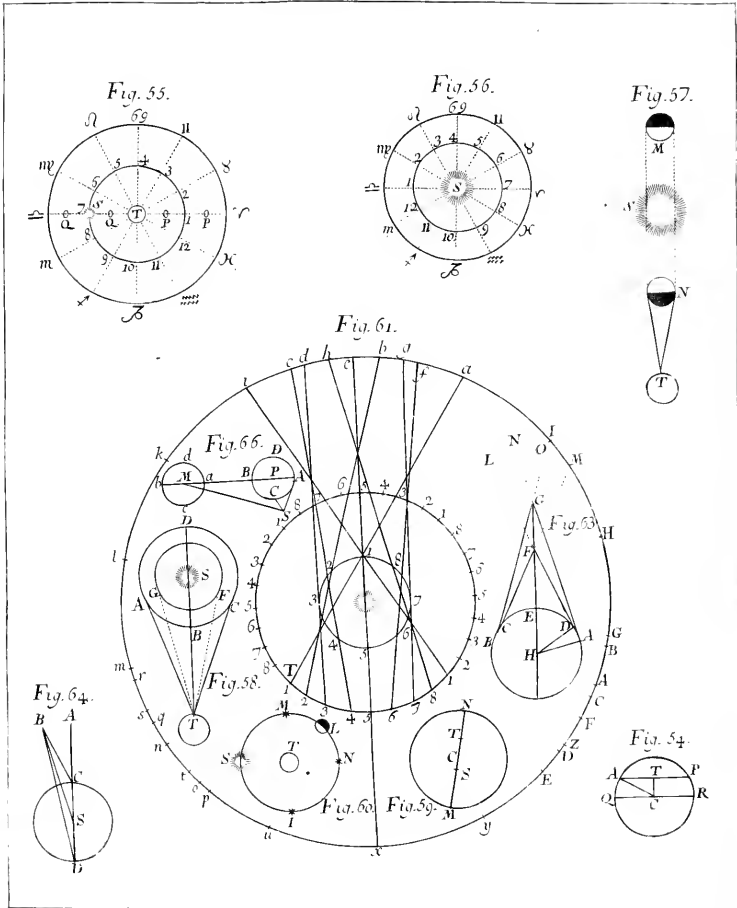


FIG. ASTRON. TAB. VII.

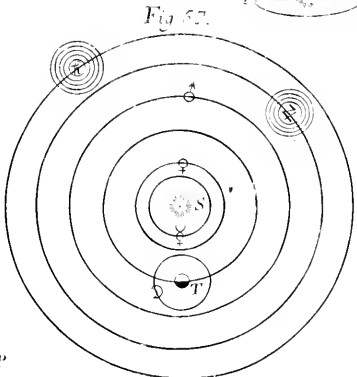
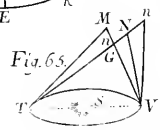
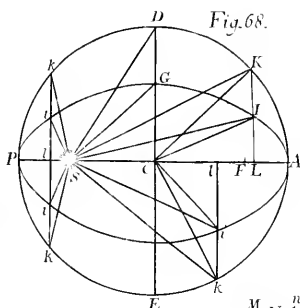
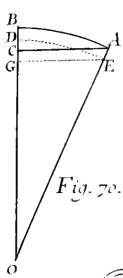
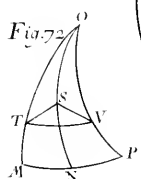
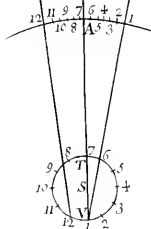
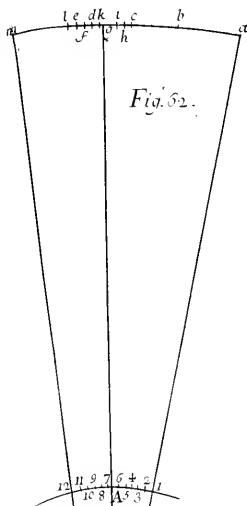


Fig. 69.

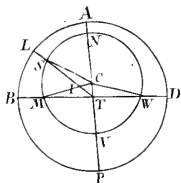


Fig. 77.

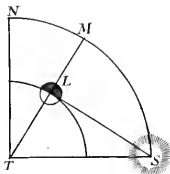


Fig. 73.

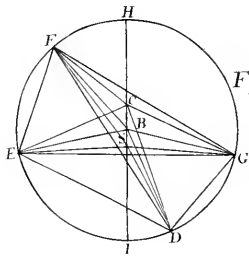
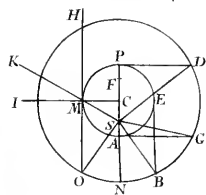


Fig. 71.

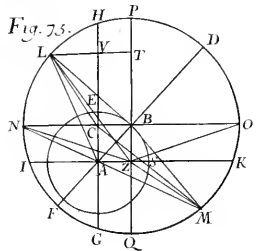


Fig. 75.

Fig. 74. N.2.

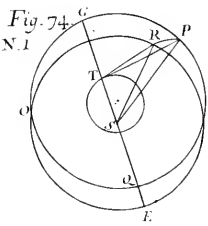
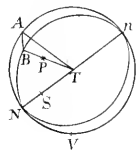


Fig. 74. N.1.

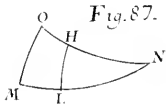


Fig. 87.

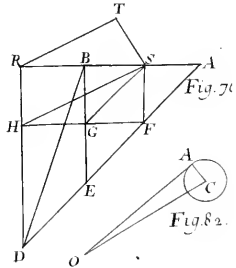


Fig. 70.

Fig. 82.

FIG. ASTPON. TAB. IX.

Fig. 78.

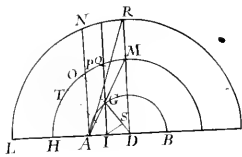


Fig. 79.



Fig. 80.

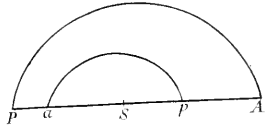


Fig. 81.

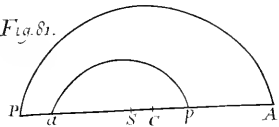


Fig. 90.

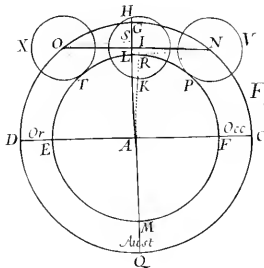


Fig. 89.

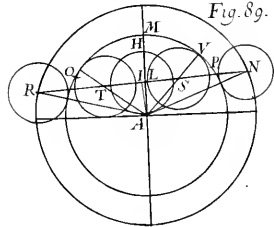


Fig. 88.

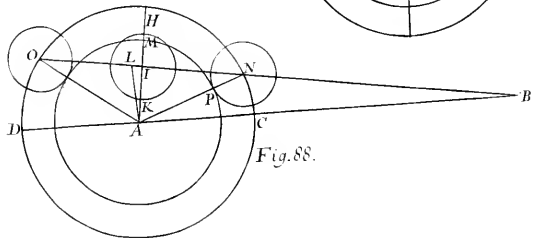




Fig. 80.

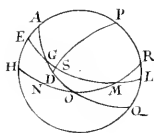


Fig. 86.

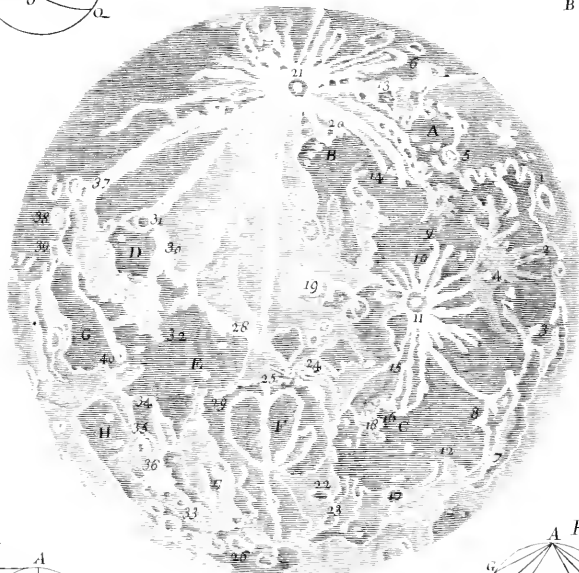
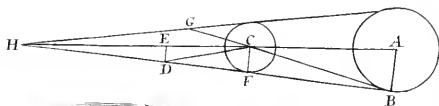


Fig. 83.

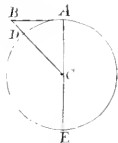


Fig. 84.

Fig. 85.

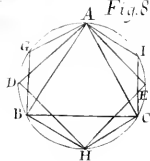




Fig. 91.

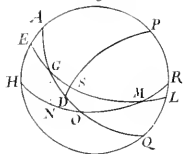
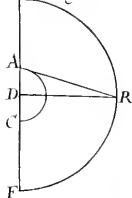


Fig. 93.



Cometa A. 1652. Hevelii observatus.



Fig. 92.

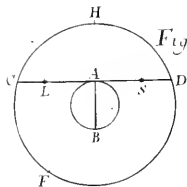


Fig. 95.

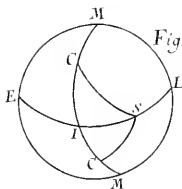


Fig. 94.

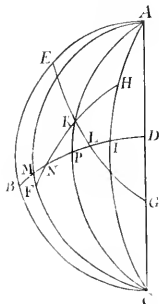
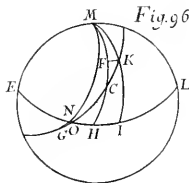


Fig. 96.



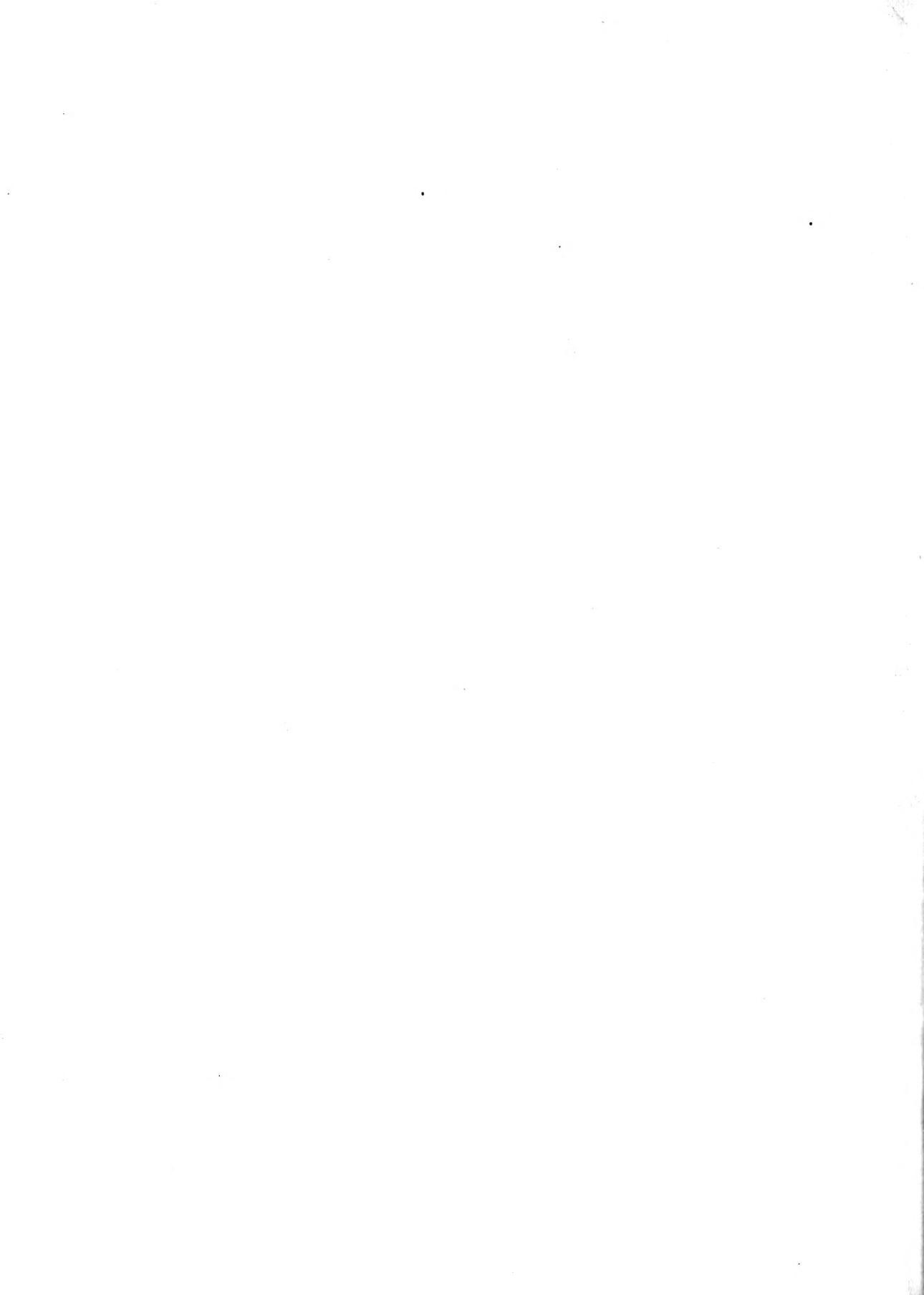
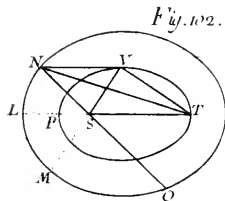
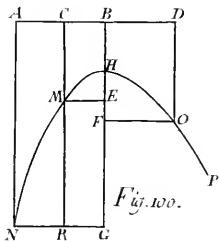
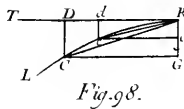
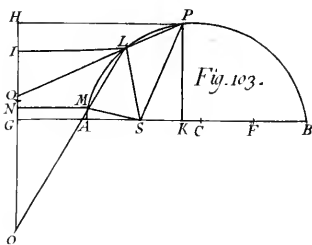
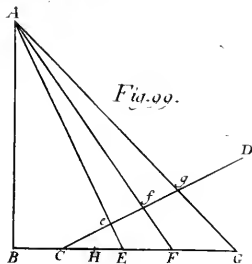
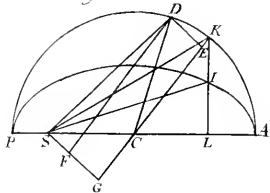


FIG. ASTRON. TAB. XII.

Fig. 101.



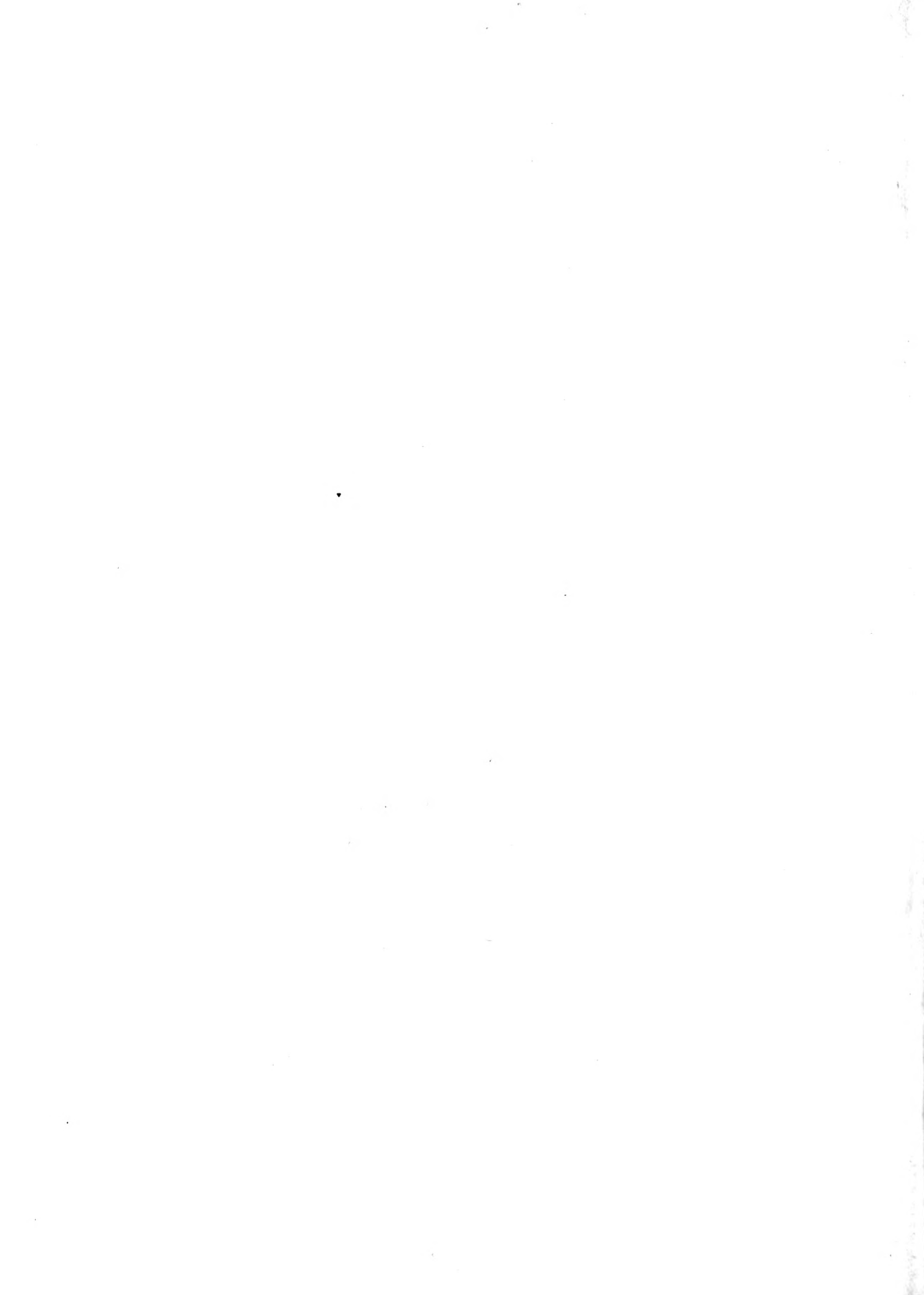


Fig. 107.

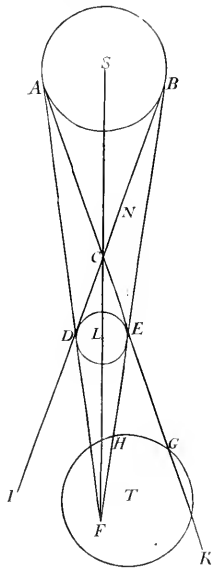


Fig. 104.

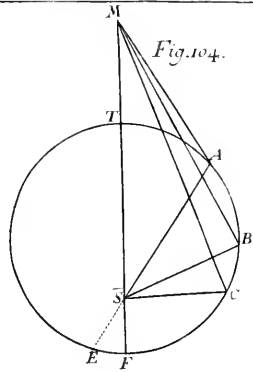


Fig. 105.

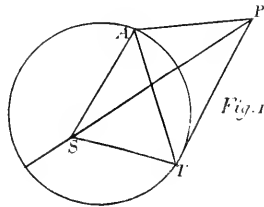


Fig. 106.

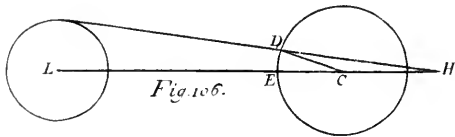




FIG. ASTRON. TAB. XIV.

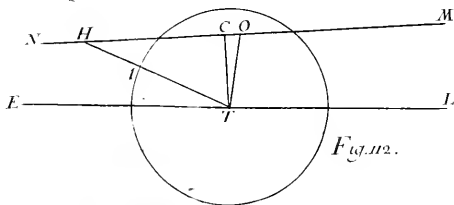
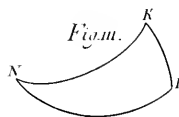
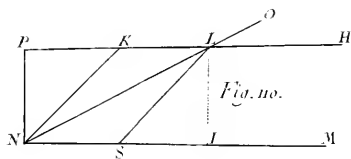
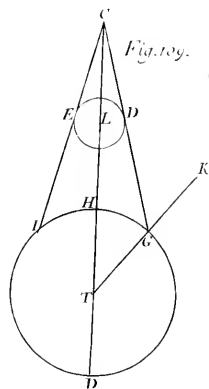
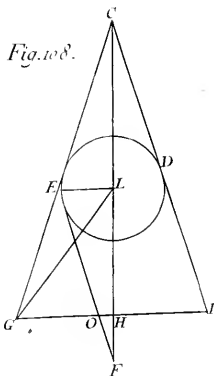




FIG. ASTRON. TAB. XV.

Fig. 113.

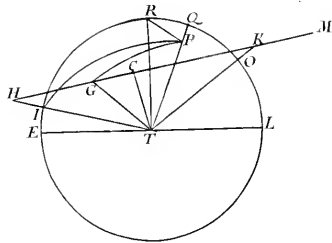


Fig. 114.

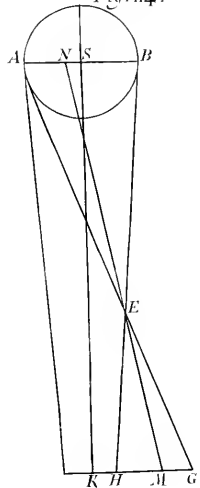


Fig. 115.

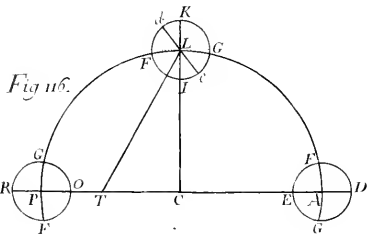
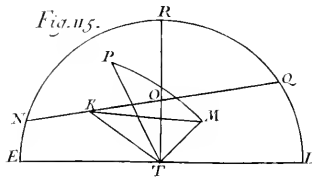


Fig. 117.

