LES
LOIS FONDAMENTALES
DE
L'UNIVERS

41

LES
LOIS FONDAMENTALES
DE
L'UNIVERS

PAR

LE PRINCE GRIGORI STOURDZA

PARIS

LIBRAIRIE POLYTECHNIQUE, BAUDRY ET Cie, ÉDITEURS

15, RUE DES SAINTS-PÈRES, 15

MÊME MAISON A LIÈGE : 7, RUE DES DOMINICAINS

1891

LES

LOIS FONDAMENTALES

DE L'UNIVERS

PREMIER CHAPITRE

L'ESPACE

§ 1. — L'espace est l'objet le plus simple de l'Univers.

Preuve. — L'espace est en effet l'objet le plus simple de l'Univers parce que tout autre objet est composé, non seulement d'espace, mais encore d'un contenu quelconque. C. q. f. d.

Remarque. — En conséquence, pour procéder du simple au composé, on doit commencer par l'espace.

§ 2. — L'espace est un objet réel par lui-même, indépendant de son contenu du moment.

Preuve. — Ici nous avons deux propositions à démontrer : 1° que l'espace est un objet réel, et 2° que c'est un objet réel par lui-même indépendamment de ce qu'il contient à un moment donné.

Première preuve. — Prouvons d'abord que l'espace est un objet réel.

Tout objet qui peut être perçu directement par un ou par plusieurs de nos sens est par là même un objet réel.

Nous constatons avec notre vue la distance qui sépare deux points quelconques de l'espace et nous pouvons mesurer cette distance, c'est-à-dire cette partie de l'espace. Donc l'espace est un objet perçu par nos sens, d'où nous sommes forcés de conclure que l'espace est un objet réel.

Maintenant il nous reste à prouver que c'est un objet réel par lui-même indépendamment de ce qu'il contient à un moment donné.

Voici cette preuve :

Deuxième preuve. — Dire que l'espace n'est qu'une propriété des objets, c'est dire ce qui n'est pas, car tel objet qui remplit en ce moment telle partie de l'espace, lorsque cet objet s'est déplacé, l'instant d'après il a emporté certainement avec lui toutes ses propriétés, mais a-t-il emporté cette partie de l'espace qu'il occupait avant? Évidemment non; il est tout simplement allé occuper une autre partie de l'espace, et la partie de l'espace occupée antérieurement par cet objet est restée ce qu'elle était avant, un cadre immuable que d'autres objets viendront remplir à leur tour.

L'espace est donc un objet réel par lui-même indépendamment de son contenu du moment.

C. q. f. d.

Remarque. — Il y a des philosophes qui font le raisonnement suivant :

« Puisque les mouvements de l'air ou de l'Éther
« se traduisent pour nous en son et en lumière,
« sans être ni son ni lumière; puisque des choses
« qui, en soi, ne sont ni sonores ni lumineuses,
« peuvent nous apparaître comme telles, pourquoi,
« par la même raison, des choses inétendues ne
« nous apparaîtraient-elles pas sous la forme de
« l'étendue ? »

Bien qu'il soit pénible d'avoir à prouver l'évidence, voici ce que nous répondrons à ces philosophes :

S'imaginer que les vibrations de l'air ne sont pas sonores et celles de l'Éther ne sont pas lumineuses constitue une erreur fondamentale.

Lorsque nous entendons un son, les nerfs de notre organe de l'ouïe exécutent par seconde autant de vibrations qu'en exécutent l'air et le corps résonnant qui fait vibrer cet air. Ainsi, le son n'existe pas seulement en apparence pour nous parce que nous le percevons comme tel, mais il existe réellement par lui-même, puisque notre perception est la simple reproduction du nombre de vibrations par seconde qui constituent le son.

Il en est de même de la lumière. Les vibrations de l'Éther produites par un corps qui brûle se communiquent aux nerfs de nos organes visuels. Ces nerfs exécutent par seconde autant de vibrations qu'en exécutent les ondes de l'Éther qui produisent cette lumière. Ainsi, la lumière est en dehors de nous la même que ce qu'elle est en nous. Ainsi, 497 trillions de vibrations en une seconde constituent la couleur que nous appelons rouge, 648 trillions de vibrations par seconde constituent la couleur bleue, et ainsi de suite. Notre perception est tout à fait identique au phénomène que nous percevons. Ce phénomène est donc bien réel par lui-même. Si nous étions aveugles, la lumière n'en existerait pas moins, de même que le Soleil ne cesse pas d'exister parce que nous ne le voyons pas lorsque nous fermons les yeux.

Ainsi, tant de vibrations de l'air par seconde forment un son et tant de vibrations de l'Éther par seconde forment de la lumière, et cela en dehors de nous aussi bien qu'en nous, d'une manière tout à fait identique.

Ce sont donc là des états bien réels de la matière, il n'y a là ni apparence ni illusion.

Considérons maintenant le toucher, le plus simple, le plus élémentaire et le plus sûr de nos sens, parce que ses perceptions se font au contact immédiat de l'objet perçu.

En touchant un objet nous constatons du même coup sa résistance, c'est-à-dire l'impénétrabilité de la matière, et la forme de cet objet, c'est-à-dire son étendue dans les trois dimensions de l'espace qu'il occupe.

Ainsi, on ne peut pas récuser le témoignage de nos sens pour essayer de nier l'existence de l'espace, car ce serait le comble de l'aberration que de nier l'espace pendant que l'on touche du doigt un objet qui a de l'étendue.

Il y a aussi des philosophes qui veulent établir une différence entre la réalité et l'apparence.

Au fond et en réalité, disent-ils, il n'y a au monde que des atomes plus ou moins rapprochés les uns des autres. Les objets que nous voyons, tels que plaines, montagnes, forêts, etc., ne sont que des apparences.

Pour leur répondre, observons qu'en affirmant cela, ils reviennent encore à dire que nos perceptions ne sont qu'apparentes, tandis que nous venons de prouver au contraire qu'elles sont bien réelles, c'est-à-dire qu'elles correspondent exactement au phénomène perçu. Ensuite, c'est une erreur capitale de croire qu'il n'y a au monde que des atomes plus ou moins rapprochés les uns des autres, car il y a aussi le mouvement de ces atomes et il y a, par dessus tout et avant tout, les lois géométriques qui par les chocs des atomes produisent les formes que nous percevons.

Ainsi, quand vous regardez un cristal, les faces symétriques, les arêtes et les angles polyèdres que vous voyez ne sont pas apparents, mais sont tout aussi réels que les atomes qui les composent, et nous les percevons tels qu'ils sont produits par le mouvement des atomes et par les lois géométriques.

Il en est de même de tous les objets de l'Univers; nous les percevons par nos sens tels qu'ils sont en réalité. Il ne saurait d'ailleurs en être autrement, puisque nos sens sont aussi produits eux-mêmes par les lois géométriques de la même manière que tous les autres objets du monde : il y a, par conséquent, concordance absolue entre nos perceptions et les choses perçues.

Enfin, comment peut-on admettre un non-sens tel, que les choses matérielles qui existent dans l'espace pourraient être inétendues? Mais occuper une partie de l'espace, c'est déjà par là même manifester l'existence de l'espace, qui d'ailleurs continue à exister comme tel quand cet objet est allé occuper une autre partie de l'espace.

Nous allons d'ailleurs démontrer géométriquement que les objets existent parce que l'espace existe. On ne peut donc pas dire que l'idée de l'espace nous vient des objets. L'idée de l'espace s'impose d'elle-même comme toutes les lois géométriques.

§ 3. — L'espace existe parce qu'il est réellement impossible qu'il n'existe pas.

Première preuve. — Il serait en effet impossible que l'espace n'existât pas; car là où à présent il y a de l'espace, qu'y aurait-il alors, sinon toujours et nécessairement de l'espace?

Cette preuve suffit au bon sens, mais ne suffit pas à la philosophie, car on pourrait objecter que la nécessité de l'existence de l'espace vient d'être démontrée par le fait même de l'existence de l'espace.

Or voici une preuve géométrique définitive :

Deuxième preuve. — Si l'espace pouvait ne pas exister, le néant serait possible. Or le néant est mathématiquement impossible, puisque $0 = + a - a$, et quelque expression qu'on donne à zéro, elle aura toujours le même type, c'est-à-dire qu'elle contiendra toujours des valeurs égales, positives et négatives, ce qui est précisément le contraire du néant.

L'idée de néant est venue à l'homme par manque de réflexion et de connaissances.

En voyant disparaître un objet qui existait dans un moment donné, cela lui a suggéré l'idée du néant, parce qu'il ignorait que cet objet se transforme en d'autres objets. Ainsi la formule mathématique exprime rigoureusement ce qui existe en réalité.

Mais puisque le néant est mathématiquement impossible, le point mathématique est aussi impossible. C'est une pure fiction, ou, pour mieux dire, un non-sens. Puisque le point mathématique est impossible, le point réel existe nécessairement, comme nous le démontrons d'ailleurs plus loin.

Or le point réel occupe de l'espace; ce qui constitue la base de la première preuve, et l'on est maintenant en droit de dire :

Il serait en effet impossible que l'espace n'existât pas; car, puisqu'il y a par nécessité mathématique des points réels, c'est-à-dire à trois dimensions, l'espace existe par conséquent aussi par nécessité géométrique, et puisque, comme nous venons de le démontrer, le néant est mathématiquement impossible pour les points réels, il est par la même raison tout aussi impossible pour l'espace.

Il en résulte que l'espace existe parce qu'il serait réellement impossible qu'il n'existât pas.

C. q. f. d.

Remarque. — A mesure que nous avancerons, nous verrons que ce premier fait si simple, si évident, qui a sa raison d'être dans une nécessité absolue, géométrique, parfaitement intelligible, est la première et l'unique cause concrète dont découlent nécessairement tous les phénomènes de l'Univers, c'est-à-dire qu'ils en découlent par une *nécessité géométrique*, nécessité évidente et absolue.

§ 4. — L'espace a toujours existé.

Preuve. — Qu'y aurait-il eu à sa place avant sa prétendue création, sinon toujours de l'espace? Donc il a toujours existé.

Cette preuve suffit au simple bon sens, mais nous allons donner aussi une démonstration mathématique de cette proposition. La voici :

Preuve. — L'espace a trois dimensions dont chacune est également infinie. Son expression mathématique est donc ∞^3, comme nous le démontrons au § 7. Or, pour que l'espace ait pu être créé, il faudrait qu'on puisse tirer de zéro l'infini au cube. En d'autres termes, on devrait avoir $0 = \infty^3$, ce qui n'est pas, car

$$0 = a + b + c \ldots - a - b - c \ldots$$

Par conséquent l'espace n'a pas été créé, d'où il résulte qu'il a toujours existé.

Oken a commis une grande erreur, dans sa *Philosophie de la nature*, lorsqu'il affirme que l'Univers est sorti du *rien*, en s'appuyant sur l'expression $0 = a + b + c \ldots - a - b - c \ldots$

D'abord, zéro n'est pas *rien*, puisqu'il est composé d'une série de nombres positifs et négatifs d'égales valeurs; ensuite, l'espace n'est pas représenté par $+ a + b + c \ldots - a - b - c \ldots$, mais bien par ∞^3, comme nous allons le démontrer; enfin le nombre de points matériels qui se trouvent sur les trois dimensions de l'espace et composent l'Univers est aussi exprimé par ∞^3.

Pour que l'Univers ait été créé, pour qu'il soit sorti de zéro, on devrait donc avoir $0 = \infty^3$, ce qui n'est pas.

Il est par conséquent absurde de dire que l'Univers est sorti de rien, et, pour en revenir à notre proposition, il en résulte que l'espace a toujours existé. C. q. f. d.

§ 5. — L'espace est éternel.

Première preuve. — Après son prétendu anéantissement, qu'y aurait-il là où il y a à présent de l'espace, sinon évidemment toujours de l'espace? Donc il ne saurait être anéanti, il est éternel.

Voici maintenant la démonstration géométrique de cette proposition :

Deuxième preuve. — Pour que l'espace ne soit pas éternel, pour qu'il puisse être anéanti, il faudrait pouvoir réduire x^3 à 0. Or, comme c'est impossible, cela démontre mathématiquement que l'espace est éternel. C. q. f. d.

§ 6. — L'espace est infini.

Première preuve. — En effet, quelques limites qu'on veuille lui assigner, il y aura au delà de ces limites toujours encore de l'espace.

En voici aussi la preuve géométrique :

Deuxième preuve. — L'espace a trois dimensions. Ces dimensions sont nécessairement infinies, parce que rien ne peut limiter les lignes qui représentent ces trois dimensions. Puisque les trois dimensions de l'espace sont infinies, il en résulte que l'espace lui-même est infini. C. q. f. d.

§ 7. — $V = x^3$.

V désigne le volume de l'espace infini.

Preuve. — Nous avons démontré dans le paragraphe précédent que l'espace est infini.

Il est par conséquent infini dans tous les sens. Or tous les sens possibles se réduisent géométriquement à trois dimensions pour l'espace aussi bien que pour tous les objets situés dans l'espace.

Pour l'espace infini ces trois dimensions sont constituées par le produit de trois lignes infinies : d'où

$$(2) \qquad V = \infty \times \infty \times \infty.$$

En construisant la forme de l'espace d'après les lois géométriques, nous commencerons par le produit de deux de ces lignes, ce qui donne un plan infini représenté par l'équation

$$(3) \qquad \infty \times \infty = \infty^2.$$

Ce plan superposé à lui-même à l'infini, c'est-à-dire multiplié par la troisième ligne comme dans l'équation suivante,

$$(4) \qquad \infty^2 \times \infty = \infty^3,$$

donne enfin le volume de l'espace :

$$(5) \qquad V = \infty^3.$$

C. q. f. d.

Remarque. — Observons encore que l'équation $V = \infty^3$ a un sens géométrique précis et rigoureux, bien que l'infini lui serve de base. Ainsi, on ne pourrait pas représenter le volume de l'espace par $V = \infty$, car, au lieu de son volume, on n'aurait qu'une ligne infinie de l'espace; on ne pourrait également pas le représenter par $V = \infty^2$, car, au lieu d'avoir le volume de l'espace, on n'en aurait qu'un plan infini; on ne pourrait pas davantage le représenter par $V = \infty^{(3+n)}$, n étant un nombre positif quelconque, car cela serait faux et n'aurait aucun sens, vu que le cube de l'infini donnant les trois dimensions de l'espace donne toutes les dimensions géométriquement possibles, c'est-à-dire qu'il donne toutes les dimensions qui existent réellement. Donc, puisque ∞^3 comprend toutes les parties de l'espace infini, il serait absurde d'en vouloir indiquer encore d'autres par $V = \infty^{(3+n)}$.

Ainsi, l'équation (1) $V = \infty^3$ a un sens géométrique précis et rigoureux, c'est-à-dire que cette équation exprime le volume de l'espace infini tel qu'il est réellement.

Voici enfin encore une démonstration que l'espace a nécessairement une forme :

1° L'espace est un objet réel comme tous les autres objets de l'Univers (§ 2).

2° Tout objet réel a pour raison géométrique une forme, parce que tout objet s'étend dans les trois dimensions de l'espace et que c'est précisément cette étendue dans chacune des trois dimensions qui constitue sa forme.

3° Donc, puisque l'espace s'étend comme tous les autres objets réels de l'Univers dans les trois dimensions, et comme chacune de ces dimensions est infinie pour l'espace, sa forme est par raison géométrique ∞^3.

§ 8. — L'espace infini est une sphère aux rayons infinis, qui a un centre partout et nulle part une périphérie.

Remarque. — Ce fait, que PASCAL a déjà énoncé, contient quatre propositions que nous devons démontrer l'une après l'autre :

1° Que *l'espace infini est une sphère ;* 2° que *les rayons de cette sphère sont infinis ;* 3° que *cette sphère a un centre partout*, et enfin 4° que *cette sphère n'a nulle part une périphérie*.

1° *L'espace infini est une sphère.*

Preuve. — Puisque l'espace est infini dans tous les sens (§ 7), il est d'une égale étendue dans tous les sens.

Or c'est précisément là ce qui constitue une sphère dont le caractère distinctif est, comme cela est connu, d'être d'une égale étendue dans tous les sens.

2° *C'est une sphère aux rayons infinis.*

Preuve. — Comme l'espace est d'une étendue infinie dans tous les sens, les rayons de cette sphère sont nécessairement infinis.

Corollaire. — Comme de plus une ligne infinie est toujours égale à toute autre ligne infinie, ces rayons infinis sont nécessairement égaux entre eux, ce qui constitue une preuve de plus que l'espace infini est une sphère.

Voici encore une preuve que deux lignes droites infinies sont nécessairement égales :

$a = a$ veut dire que le même objet dans les mêmes conditions est nécessairement égal à lui-même. Une ligne droite infinie dans l'espace infini est le même objet dans les mêmes conditions, car dans quelque sens que cette ligne soit dirigée, c'est toujours une ligne droite infinie. Par conséquent, deux lignes droites infinies sont nécessairement égales parce qu'on peut les considérer comme le même objet dans les mêmes conditions, comme $a = a$.

Il serait donc absurde d'admettre qu'on peut se représenter l'espace sous une autre forme quelconque aussi bien que sous la forme d'une sphère. Imaginerait-on, par exemple, un ellipsoïde aux axes infinis? Mais ces axes sont égaux par la raison même qu'ils sont infinis, et du moment où les deux axes d'un ellipsoïde sont égaux, ce n'est plus un ellipsoïde, c'est une sphère. On n'aurait ainsi l'ellipsoïde qu'en imagination, mais en réalité on aurait la sphère.

Si l'on voulait dire : L'espace infini n'est pas plus une sphère que toute autre forme, précisément parce qu'il n'a nulle part une périphérie, on tomberait dans une grave erreur, et voici pourquoi :

L'espace est une sphère parce que tous les rayons qui partent de son centre sont égaux entre eux (§ 8, 2°) et que c'est précisément là ce qui constitue la nature de la sphère.

La périphérie de la sphère n'est que la limite de ses rayons ; or, comme les rayons qui partent d'un centre quelconque de l'espace sont infinis, il est évident qu'ils n'ont pas de limite et que par conséquent cette sphère ne peut pas avoir de surface limitée. C'est donc une sphère sans périphérie, mais toujours une sphère.

Bien plus, le véritable mode d'existence réelle de la surface de la sphère ne peut être trouvé que si l'on fait passer des plans par les extrémités des rayons, déterminant la position de ces plans et pris en un nombre quelconque, selon la loi géométrique de la symétrie. C'est la seule conception vraie de la surface de la sphère, parce que c'est la seule qui correspond à la réalité.

La ligne courbe et la surface courbe ne sont que des fictions mathématiques sans aucune réalité. Une ligne soi-disant courbe n'est en réalité qu'une ligne droite brisée en certains angles, et une surface courbe n'est qu'un assemblage de plans formant entre eux certains angles polyèdres. La réalité est ici tellement évidente que, malgré tous les artifices mathématiques, on n'est jamais parvenu et l'on ne parviendra jamais à calculer la circonférence du cercle et la surface de la sphère en les considérant comme des lignes et des surfaces courbes, et cela parce que les lignes courbes et les surfaces courbes sont des conceptions artificielles dénuées de toute réalité.

On calcule, au contraire, très facilement la circonférence du cercle, la surface et le volume de la sphère en considérant la circonférence du cercle comme composée de lignes droites fort petites, formant entre elles des angles égaux et déterminés par le nombre de côtés du polygone régulier qui constituent cette circonférence. De même, pour calculer la surface de la sphère, on est obligé de rentrer dans la réalité en la considérant comme une surface composée de plans formant entre eux des angles polyèdres égaux et déterminés par le nombre de leurs côtés. Enfin, pour calculer le volume de la sphère, on est obligé de la diviser en pyramides égales entre elles, d'un nombre quelconque de faces dont les bases sont planes.

Ainsi, la réalité, toujours plus puissante que la fiction, reprend ses droits du moment où l'on se trouve en face d'elle.

Une preuve encore que la ligne courbe n'existe qu'en imagination, c'est que toutes les expressions algébriques par lesquelles la géométrie analytique détermine les différentes courbes sont toujours des rapports de lignes droites, c'est-à-dire les rapports des ordonnées et des abscisses.

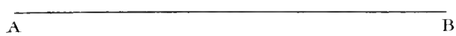
De même, dans le calcul infinitésimal, l'expression des courbes est toujours composée de lignes droites excessivement petites qui sont exprimées par les infiniment petits. Si l'on soutenait que la ligne courbe, dans ce cas, est composée de points au contact les uns des autres comme la ligne droite, nous ferons observer que, dans ce cas extrême, la ligne courbe est encore, comme dans tous les autres, composée de petites lignes droites qui sont constituées par les diamètres de ces mêmes points au contact. Il en est encore ainsi pour les courbes décrites par les Corps Célestes dans leurs mouvements. On sait qu'elles sont composées de lignes droites formées par les diagonales des différents parallélogrammes des forces que ces Corps traversent.

Voici d'ailleurs une preuve directe et absolue que la ligne courbe est impossible en réalité. Nous démontrons dans le cours de cette étude que tous les phénomènes de la nature sont produits par le choc des atomes, et que la translation des atomes ne peut être qu'en ligne droite. Il en résulte que la ligne courbe n'existe nulle part dans la nature. C'est une pure fiction mathématique qui prend l'apparence pour la réalité.

3° *L'espace infini est une sphère aux rayons infinis qui a un centre partout:* il a, par conséquent, une infinité de centres.

Preuve. — Tout point de l'espace est un centre de l'espace infini, car les rayons qui en partiront seront toujours égaux entre eux, parce qu'ils sont infinis (§ 8, 2°). Or, du moment où tous les rayons qui partent d'un point sont égaux entre eux, ce point est par là même le centre de la sphère. Puisque tout point de l'espace est un centre de l'espace infini, la conséquence rigoureuse en est que l'espace a un centre partout, c'est-à-dire qu'il est rempli d'une infinité de centres.

Première remarque. — Si l'on prenait dans l'espace deux points A et B situés à une distance quelconque l'un de l'autre, et qu'après les avoir réunis par une ligne droite qui passe par leur centre, on voulait objecter que la ligne infinie qui du point A passe par le point B, est plus longue dans la direction AB de la quantité AB que la ligne infinie qui du point B s'étend dans la direction AB, nous ré-



pondons que le rayon qui part du point B vers A a la même dimension que celui qui part de A vers B, puisqu'il a aussi la même quantité BA en plus; par conséquent, ces deux rayons étant égaux, les points A et B se trouvent dans la même situation et peuvent au même titre être pris pour le centre du rayon infini.

En voici d'ailleurs la démonstration mathématique :

En désignant par R_A le rayon qui du point A passe par B, on a :

$$(1) \qquad R_A = AB + \infty.$$

En désignant par R_B le rayon qui de B va dans le sens AB, on a :

$$(2) \qquad R_B = \infty.$$

Or, comme

$$(3) \quad \frac{R_A}{R_B} = \frac{AB + \infty}{\infty} = \frac{AB}{\infty} + 1 = 0 + 1 = 1,$$

on voit que

$$(4) \qquad R_A = R_B.$$

Il en résulte que, quelque part qu'on se transporte sur une ligne infinie, on est toujours au centre de cette ligne.

Deuxième remarque. — Il est curieux d'observer que dans l'espace fini il y a une loi analogue. Ainsi, sur une sphère quelconque, tout point de sa surface est le centre de la surface d'un hémisphère, c'est-à-dire son pôle.

C'est ainsi qu'un de mes enfants, une jeune fille de treize ans, sans la moindre idée de la mécanique céleste ou de la philosophie mathématique, inspirée par son instinct géométrique, a soutenu qu'elle se trouve au centre de la Terre. Elle a entendu naturellement par là au centre de sa surface, puisqu'elle ne pouvait penser qu'à ce qu'elle voyait. Or ce qu'elle voyait, c'était précisément la surface d'une calotte de l'hémisphère terrestre qui constitue l'horizon du lieu, et l'homme se trouve ainsi réellement toujours au centre de la surface d'un hémisphère terrestre sur quelque partie du globe qu'il se transporte.

4° *L'espace infini est une sphère qui n'a nulle part une périphérie.*

Preuve. — La périphérie est la limite des rayons d'une sphère. Comme les rayons de l'espace sont infinis, ils n'ont pas de limite : donc la sphère qu'ils forment n'a pas de périphérie.

C. q. f. d.

DEUXIÈME CHAPITRE

LA MATIÈRE

§ 9. — Les points qui constituent les centres et les rayons de l'espace, sont des points réels.

Première preuve. — Comme l'espace est un objet réel (§ 2), une étendue réelle, une sphère réelle (§ 8, 1°), les centres qui le remplissent (§ 8, 3°) sont nécessairement aussi des points réels et les rayons (§ 8, 2°) des lignes constituées par des points réels.

Un penseur a dit « qu'entre les points mathé-
« matiques et l'atome il y a un abîme infranchis-
« sable ».

Oui, comme entre l'impossible et le réel. Le point mathématique est une chose impossible dans la réalité. C'est un jeu de notre imagination, c'est une négation du véritable point; bien plus, c'est un non-sens, car c'est vouloir avoir un point sans en avoir un. Or, du non-sens, de l'impossible, à la réalité, il y a en effet un abîme infranchissable, mais un abîme que crée l'imagination en créant le point mathématique lui-même.

La ligne mathématique est aussi un non-sens, car on l'imagine formée de points mathématiques, c'est-à-dire de points fictifs; or ajoutez un point de dimension nulle, comme le point mathématique, autant de fois que vous voudrez, jamais vous n'obtiendrez une ligne. Cela est si vrai que, après avoir supposé à la ligne une origine si absurde, on est obligé de se mettre en contradiction avec cette fausse définition de la ligne du moment où l'on aborde la réalité. Ainsi, pour représenter une surface et pour la mesurer, on multiplie une ligne par une autre, c'est-à-dire que l'on pose une ligne à côté d'elle-même dans un plan quelconque autant de fois qu'il le faut pour que cette surface égale en largeur la longueur de l'autre ligne. Mais si la définition de la ligne mathématique était soutenable, c'est avec elle qu'il faudrait pouvoir composer la surface. Il serait absurde même de le tenter, car vous auriez beau poser une ligne mathématique à côté d'une autre pareille, vous n'obtiendriez jamais une dimension quelconque, puisque la dimension de cette ligne est nulle. Aussi qu'arrive-t-il? C'est que du moment où l'on a besoin d'une ligne, on donne au point mathématique une étendue réelle, c'est-à-dire que l'on met de côté le point mathématique, comme une fiction gênante, pour se servir du point réel, pour construire la ligne avec des points d'une étendue réelle. De même, du moment où l'on a besoin d'une surface, on se hâte de se débarrasser de la fausse notion de la ligne mathématique et l'on donne aux lignes à multiplier une étendue réelle, on se sert de lignes formées de points réels.

Par conséquent, si l'espace était un champ imaginaire, les points qui constitueraient les centres et les rayons de cette étendue fictive seraient aussi des points imaginaires, des points mathématiques. Mais comme l'espace est un objet réel, une étendue réelle, les points qui constituent ses centres et ses rayons sont nécessairement aussi des points réels, et cela par *nécessité géométrique*, nécessité absolue.

Deuxième preuve. — La preuve ci-dessus est rigoureuse puisqu'elle est géométrique, mais elle est prise dans la matière impondérable. Pour familiariser les esprits avec cette réalité géométrique, nous allons maintenant donner une preuve prise dans la matière pondérable.

Voici un boulet en fer. Pour combattre ce que nous avons dit du centre et des rayons de l'espace, on nous objectera peut-être : Est-ce que ce boulet n'est pas partout homogène? Où sont à l'intérieur de cette sphère les traces de ces rayons et de ce centre que vous placez dans l'espace? Si cette loi avait de la réalité, ne faudrait-il pas qu'elle se manifestât dans cette sphère aussi bien que dans l'autre? Cette sphère est composée partout du même fer, elle est homogène partout. Or l'espace en lui-même ne représente que le vide. Cette sphère étant homogène partout, comme le boulet en fer, elle sera partout vide et vous n'obtiendrez pas les points réels par la seule raison que l'espace existe.

Voilà l'objection; voici maintenant la réfutation basée sur des preuves physiques et mathématiques :

Vous avez basé toute votre objection sur une erreur capitale, à savoir, que le boulet en question est homogène partout. Eh bien! nous allons vous prouver que, loin d'être homogène partout, ce boulet en fer réalise rigoureusement la loi géométrique qui nous donne par l'existence de l'espace la raison d'être des points réels.

Nous pourrions vous rappeler d'abord que ce boulet lorsqu'il a été fondu a subi nécessairement une pression plus forte dans son centre de gravité, qui est son propre centre, que partout ailleurs; qu'il a subi cette pression par les rayons qui vont de la périphérie au centre, et que, par conséquent, ce centre et ces rayons ne sont pas homogènes avec le reste du boulet, mais sont nécessairement plus denses.

Nous pourrions vous observer aussi que, si ce boulet existe à l'état de fer, il le doit à la pression énorme de l'Éther, comme nous le démontrons plus loin. Or cette pression agit nécessairement aussi de la périphérie au centre par l'intermédiaire des rayons. De là encore une différence dans la manière d'ètre du boulet sur les rayons qui de la périphérie vont au centre et sur ce centre même.

Nous pourrions vous rappeler encore que ce boulet une fois fondu, en se refroidissant d'après la loi établie mathématiquement par Newton, s'est refroidi de la périphérie au centre et que cette action s'est encore produite par les rayons, puisque la vitesse avec laquelle se refroidissent les sphères homogènes est toujours en raison inverse du carré de leur rayon. Ceci a eu nécessairement pour résultat que les rayons et le centre sont aussi, pour cette seconde raison, loin d'ètre homogènes avec le reste de la sphère.

Mais nous ne nous servirons pas de ces arguments irréfutables, parce qu'il s'agit d'assimiler le boulet à l'espace et que, par conséquent, si nous prenons l'espace existant (§ 3), nous devons prendre le boulet tout fait. Eh bien! en faisant abstraction pour le moment de la manière dont ce boulet s'est formé, du manque d'homogénéité qui existe entre son centre, ses rayons et le reste de cette sphère, en supposant même, pour abonder dans votre sens, que ce boulet est tout à fait homogène partout, voyez cependant comme cette homogénéité imaginaire va disparaître encore une fois devant la réalité.

1° D'abord ce boulet, sous la pression énorme de l'Éther qui se transmet, comme nous l'avons observé, sur les rayons, de la périphérie au centre, offre nécessairement une différence sur ses rayons et dans son centre, et cela toujours et sans aucune interruption, car la pression de l'Éther est continue et s'exerce à tout moment, ce qui seul contient les molécules qui composent ce boulet à l'état de fer, comme nous le démontrons en détail plus loin.

2° Ensuite ce boulet a une certaine température, donc il a de la chaleur. Mais cette chaleur est un mouvement des parties les plus intimes de ce boulet.

Nous avons vu plus haut d'après quelle loi mathématique la chaleur agit dans cette sphère : donc son centre et ses rayons seront, par cette même raison, loin d'être homogènes avec le reste du boulet.

Il y aura là plus d'action, donc plus de points matériels en mouvement que dans le reste de cette sphère.

3° Le mouvement qui produit la chaleur constitue, comme nous le verrons plus tard, de véritables vibrations dans cette sphère. Or, d'après les lois mathématiques des corps vibrants, les rayons et le centre diffèrent encore, par leurs mouvements, du reste de la sphère. Mais différence de mouvement signifie différence dans le nombre, la force et la direction des points matériels qui se choquent, c'est-à-dire encore différence réelle.

4° Ensuite ce boulet est soumis aux lois de la gravitation qui, comme nous l'avons indiqué plus haut, agit par ses rayons sur son centre et rend ces lignes plus denses que le reste du boulet.

5° Enfin ce boulet est soumis aux lois de la cohésion; or celle-ci décroît, comme nous le verrons plus tard, comme le cube du rayon, tandis que la gravitation décroît comme le carré de ce rayon. Ainsi, les rayons et le centre sont encore des lignes par lesquelles la cohésion doit agir, comme la gravitation, pour se répartir dans toute la masse du boulet. De là encore manque d'homogénéité entre ces lignes et le reste du boulet.

Veut-on enfin une preuve visible et palpable que d'après les lois géométriques il y a toujours une action sur les rayons qui vont de la périphérie au centre? La voici :

Prenez un polyèdre régulier formé par des fils en fer qui se coupent entre eux en carrés ou en losanges. Ce polyèdre n'a ni centre ni rayons; il est vide à l'intérieur. Plongez-le dans de l'eau de savon où il y a un peu de glycérine, et retirez-le. Vous voyez alors le phénomène suivant :

De chaque sommet du polyèdre part un rayon qui va jusqu'au centre de la figure. Ces différents rayons sont reliés entre eux par des plans et forment les arêtes des angles polyèdres que font entre eux les différents plans qui vont de la périphérie au centre. Voilà comment les lois géométriques de la gravitation et de l'équilibre ont une action directe et sensible sur les rayons et sur le centre de la sphère.

Ainsi, voici ce qu'il faut dire pour être d'accord avec la réalité : De même que l'homogénéité du boulet semble être constituée par le fer, l'homogénéité de l'espace semble être constituée par le vide. Mais le boulet en fer contient aussi du vide qui sépare les molécules de fer et les atomes qui le composent. Cette dissemblance n'est donc pas absolue, elle est plutôt apparente. Ensuite, comme dans le boulet en fer nous avons réellement un centre et des rayons qui diffèrent du reste du boulet, de même dans l'espace nous avons réellement des centres et des rayons infinis qui diffèrent du vide, qui sont nécessairement formés de points réels, sans quoi ils n'existeraient pas. Or nous avons vu (§ 8) qu'ils doivent exister par raison géométrique. Du moment donc où l'espace existe nécessairement (§ 3) comme une étendue réelle (§ 2) et qu'il a une forme précise (§ 8), cette forme est un objet tout aussi réel que l'espace et cette nécessité géométrique absolue constitue la *raison d'être* des points réels, des *atomes*.

C. q. f. d.

Discussion. — A propos de la preuve ci-dessus, on nous objectera peut-être encore :

Est-ce que dans le boulet il n'y a pas toujours du fer entre les rayons que vous lui supposez? Donc il est homogène.

Certainement il y a toujours du fer, mais du fer moins mis en mouvement par les vibrations de la chaleur, de la gravitation, de l'Éther, que le fer qui est sur les rayons de cette sphère; donc le boulet n'est pas homogène et les rayons de cette sphère, loin d'être imaginaires, sont réels.

Mais nous dira-t-on : De tous les points de la surface d'une sphère ne part-il pas des rayons? La sphère entière n'est-elle pas composée de rayons? Peut-on supposer un point de la sphère par lequel ne passe pas un rayon?

Avec des points mathématiques et des lignes mathématiques, c'est-à-dire avec des points imaginaires et des lignes fictives, cela se passerait certainement ainsi; mais après toutes les démonstrations qui ont précédé, force est de renoncer à ces jeux de l'imagination et de rentrer dans la réalité, en tenant compte de la dimension des points réels et des lignes réelles. En réalité, donc il est matériellement et géométriquement impossible que de tous les points de la surface d'une sphère il parte à la fois des rayons et qu'ils arrivent tous à la fois au centre de la sphère, car alors ce centre pour pouvoir recevoir tous ces rayons devrait être tout aussi étendu que la périphérie même de la sphère, ce qui est absurde à admettre.

Nous avons démontré (§ 8, 2°) qu'il n'existe dans la nature ni ligne courbe ni surface courbe, que ce sont de pures fictions géométriques sans aucune réalité. Les vibrations imprimées au boulet par l'Éther ne peuvent, par conséquent, se transmettre au centre du boulet que par des rayons qui constituent les arètes des pyramides composant le boulet. Voilà la réalité.

Enfin on nous dira peut-être encore :

Si une sphère matérielle quelconque a des rayons et un centre, cela ne prouve pas que l'espace en ait nécessairement aussi, car on conçoit l'idée d'une sphère continue partout également vide et rien ne prouve que l'espace n'en soit pas une.

Ce qui prouve que l'espace n'est pas une sphère continue partout également vide, ce sont les démonstrations géométriques qui établissent (§ 8) que l'espace est en réalité une sphère aux rayons infinis, ayant un centre partout et nulle part une périphérie.

Détruisez ces démonstrations et alors seulement il vous sera possible de supposer l'espace partout également vide.

§ 10. — Les points réels de l'espace sont des points matériels.

Preuve. — Il est évident qu'un point, par là même qu'il est réel, est nécessairement matériel, car autrement sa réalité serait purement imaginaire, comme celle du point mathématique.

C. q. f. d.

§ 11. — Les points matériels sont minimes et indivisibles : ce sont les *atomes*.

Preuve. — Ils sont minimes et indivisibles parce que tant qu'un point peut encore être réduit, ce n'est pas encore un point. Or le centre de toute sphère doit nécessairement être un point, car, si, on voulait supposer au lieu du point toute autre forme quelconque, cette forme aurait toujours un point pour centre et ce centre serait nécessairement le centre de la sphère.

Par conséquent, les points matériels de l'espace, les *atomes*, sont minimes. Ils sont aussi indivisibles par cela même qu'ils sont minimes, car minime signifie ce qui ne saurait plus être réduit, donc ce qui ne saurait plus être partagé.

C. q. f. d.

Remarque. — Voici encore une preuve que les atomes sont minimes.

Puisque le rapport du volume V d'une sphère à sa surface S est exprimé par

$$\frac{V}{S} = \frac{1}{3} \cdot \frac{R^3}{R^2}$$

on voit qu'à mesure qu'une sphère devient plus petite, son volume diminue beaucoup plus que sa surface. Le contenu du point réel est donc à plus forte raison minime, puisque sa surface, comparativement beaucoup moins réduite, atteint cependant la limite géométrique qu'elle ne saurait dépasser sans que le point réel lui-même s'évanouisse et devienne par là un point imaginaire, un point mathématique.

C. q. f. d.

Discussion. — On nous demandera peut-être : Pourquoi ne déterminez-vous pas la limite inférieure qu'un point matériel ne pourrait dépasser sans s'évanouir et sans devenir par là un point mathématique, un point fictif? En d'autres termes : Pourquoi ne déterminez-vous pas l'étendue réelle du point matériel, le volume de l'atome?

Nous avons déterminé *a priori* cette étendue en démontrant, comme nous venons de le faire, que les points matériels sont sur la limite géométrique au-dessous de laquelle ils ne pourraient être réduits sans s'évanouir en points fictifs.

Maintenant, si l'on veut connaître quelle est de fait cette limite géométrique, comparée à une unité de mesure quelconque, on doit nécessairement mesurer l'atome, ce que nous faisons d'ailleurs dans le § 86.

§ 12. — Les atomes sont sphériques.

Preuve. — Le centre d'une sphère doit être dans tous les sens à une égale distance de la périphérie. Or ce centre ne peut remplir cette condition géométrique que s'il est sphérique.

Comme les atomes sont des centres de sphères, ils sont par conséquent nécessairement sphériques.

C. q. f. d.

Remarque. — Mais, nous dira-t-on peut-être, l'espace étant une sphère sans périphérie, comment faites-vous intervenir cette périphérie dans la démonstration ?

L'espace infini est certainement une sphère sans périphérie, mais tel point de l'espace d'où partent des rayons doit se trouver, si c'est le centre d'une sphère, dans tous les sens à égale distance d'une limite quelconque de ces rayons.

§ 13. — La matière a toujours existé.

Preuve. — L'espace ayant toujours existé (§ 4), il a toujours eu des points réels, des atomes pour centres et pour rayons (§ 8, 3°), par conséquent il a toujours été rempli de points matériels.

C. q. f. d.

§ 14. — La matière est éternelle.

Preuve. — L'espace étant éternel (§ 5), il aura toujours des points réels, des atomes pour centres et pour rayons (§ 8, 3°), par conséquent il sera toujours rempli de points matériels.

C. q. f. d.

Remarque. — La preuve ci-dessus est rigoureuse ; elle suffit par elle-même comme toute démonstration géométrique, mais il est intéressant d'observer que l'expérience la confirme d'une manière incontestable. Ainsi, toutes les expériences physiques, toutes les réactions chimiques nous prouvent qu'aucune force de l'Univers ne saurait anéantir la moindre parcelle de matière.

§ 15. — La matière est infinie : partout où il y a espace il y a aussi matière.

Preuve. — Puisque l'espace est infini (§ 6) et a partout des points réels pour centres et pour rayons (§ 8, 3°), la matière est nécessairement aussi infinie que l'espace, c'est-à-dire que partout où il y a espace il y a aussi matière.

C. q. f. d.

Observation. — Ici encore l'expérience vient confirmer la preuve ci-dessus. Sur notre Terre, aucun phénomène de la nature ne nous présente le vide absolu. Cherchons-nous à le produire artificiellement par une machine pneumatique par exemple, le vide que nous obtenons est loin d'être absolu; d'ailleurs, quand même nous réussirions à retirer tout l'air d'un espace quelconque, il y aurait toujours encore dans cet espace une certaine quantité de chaleur et de lumière pour constater la présence de points matériels.

Le vide absolu existe tout aussi peu dans les espaces interplanétaires. La propagation de la lumière dans ces espaces le prouve suffisamment.

Remarque. — Cauchy, dans ses leçons de *physique générale* publiées par l'abbé Moigno, soutient que le nombre actuellement infini est impossible.

Voici la démonstration qu'il en donne :

« On ne saurait admettre la supposition d'un « nombre infini d'êtres ou d'objets coexistants, sans « tomber dans des contradictions manifestes. En « effet, si cette supposition pouvait être admise, « on pourrait concevoir les objets dont il s'agit, « rangés dans un certain ordre et numérotés de

« manière que la suite de leurs numéros fût la suite
« naturelle des nombres entiers 1, 2, 3, 4, etc...
« On pourrait donc supposer cette dernière suite
« actuellement prolongée à l'infini. Or, pour dé-
« montrer l'absurdité de cette dernière hypothèse,
« il suffit de recourir aux considérations suivantes :

« Vous savez tous que l'on nomme carré le pro-
« duit d'un nombre par lui-même. Ainsi, en parti-
« culier de ce que l'unité, une fois répétée, donne
« un pour résultat, de ce que deux fois deux don-
« nent quatre, trois fois trois neuf, quatre fois quatre
« seize, cinq fois cinq vingt-cinq, etc..., il résulte
« que la série des nombres carrés est 1, 4, 9, 16,
« 25... D'un autre côté, si l'on prolonge indéfini-
« ment la suite naturelle des nombres entiers 1, 2,
« 3, 4, 5..., les carrés que renferme cette suite se-
« ront en minorité, et cette minorité sera de plus
« en plus marquée. Effectivement, si l'on arrête la
« suite après le nombre 10, après le nombre 100,
« après le nombre 1000..., le nombre des carrés
« qu'elle renferme sera 3 dans le premier cas, 10
« dans le second, 31 dans le troisième... Par con-
« séquent, le rapport entre le nombre des termes
« carrés et le nombre total des termes deviendra
« successivement $\frac{3}{10}$, $\frac{10}{100}$, $\frac{31}{1000}$ ou environ $\frac{30}{100}$, $\frac{10}{100}$, $\frac{3}{100}$,
« d'où l'on doit conclure que, si la suite des nom-
« bres entiers pouvait être supposée actuellement

« prolongée à l'infini, les termes carrés y seraient « en très grande minorité. Or cette dernière con« dition qui devrait être satisfaite dans l'hypothèse « dont il s'agit, est pourtant incompatible avec cette « même hypothèse, car dans la suite des nombres « entiers actuellement prolongée à l'infini, se trou« verait avec chaque terme non carré le carré de « ce terme, puis le carré du carré, etc... Donc, puis« que l'hypothèse de la suite prolongée à l'infini « entraîne des contradictions manifestes, cette hy« pothèse doit être rejetée. »

Cette démonstration de Cauchy est erronée. En voici la preuve :

Disposons d'abord les objets, non pas seulement dans un *certain* ordre, comme le veut Cauchy, car c'est là un terme bien vague, mais disposons-les dans l'ordre rigoureux dans lequel les objets se trouvent en réalité dans l'Univers.

A cet effet, nous devons considérer les objets disposés dans les trois dimensions de l'espace.

Considérons d'abord les objets qui se trouvent sur une ligne droite infinie représentée par le signe ∞.

Cauchy soutient que dans cette suite des nombres entiers actuellement prolongée à l'infini, se trouverait avec chaque terme non carré le carré de ce terme, puis le carré du carré, etc...

C'est une erreur, car le terme ∞ ne contient pas plus son carré que ne le contient un nombre fini quelconque n.

En voici la démonstration :

Posons les rapports des nombres dans leur suite naturelle à leurs carrés et prolongeons cette série à l'infini.

Nous avons :

$$(1) \quad \frac{1}{1}; \quad \frac{2}{4}; \quad \frac{3}{9}; \quad \frac{4}{16}; \quad \frac{5}{25} \; \cdots \; \frac{n}{n^2} \; \cdots \; \frac{\infty}{\infty^2}.$$

En simplifiant les termes de la série ci-dessus, elle devient :

$$(2) \quad \frac{1}{1}; \quad \frac{1}{2}; \quad \frac{1}{3}; \quad \frac{1}{4}; \quad \frac{1}{5}; \; \cdots \; \frac{1}{n} \; \cdots \; \frac{1}{\infty}.$$

Ainsi, vous aurez beau prolonger à l'infini la suite naturelle des nombres 1, 2, 3, 4, 5, ... n ... ∞. Vous obtenez les carrés dans une proportion toujours décroissante comme dans la série finie, puisque le rapport du dernier terme de la série des nombres dans leur suite naturelle, au dernier terme de la série des carrés, est toujours $\frac{1}{n}$ pour la série finie et $\frac{1}{\infty}$ pour la série infinie. Par conséquent, avec le nombre infini, le nombre des carrés contenus dans ce nombre est bien plus petit que dans tout nombre fini, puisqu'il est exprimé par le rapport $\frac{1}{\infty}$, au lieu de $\frac{1}{n}$, ce qui est précisément le contraire de ce que soutient Cauchy.

Nous venons de démontrer que dans la série infinie tout se passe comme dans la série finie, puisqu'on ne trouve tous les carrés des termes d'une série infinie qu'au delà du dernier terme de cette série, absolument comme dans la série finie, et cela dans une proportion toujours décroissante, en raison même de ce que la série a été prolongée à l'infini.

Mais, nous dira-t-on peut-être, le numérateur du dernier terme de la série (1) devenant infini, comment voulez-vous que le dénominateur lui soit supérieur puisque l'infini est égal à l'infini? Grande erreur! L'infini n'est égal à l'infini que lorsqu'il est pris dans les mêmes conditions. Ainsi, il est certain que :

$$\infty = \infty. \tag{3}$$

Dans le cas considéré, ∞ c'est une ligne droite prolongée à l'infini et qui est par cette raison même égale à une autre ligne droite infinie. Mais, pour obtenir l'infini au carré représenté par le signe ∞^2, il faut mettre dans le même plan une infinité de lignes droites infinies, à côté les unes des autres. Ainsi, c'est en prenant la ligne droite infinie comme unité, une infinité de fois, que l'on obtient la surface infinie représentée par le signe ∞^2.

Aussi avons-nous mis en évidence dans les séries (1) et (2) que :

$$\frac{\infty}{\infty^2} = \frac{1}{\infty}, \tag{4}$$

et cela tout à fait de la même manière que : $\frac{n}{n^2} = \frac{1}{n}$, puisque vous êtes obligé de prendre le nombre n comme unité, n fois pour avoir n^2.

De ce qui précède, il résulte que le dernier terme de la série infinie ne contient pas plus que les autres nombres finis tous les carrés, car pour les contenir tous il faudrait que ∞ fût égal à ∞^2 et le rapport $\frac{\infty}{\infty^2}$ égal à l'unité, ce qui n'est pas, comme cela a été mis en évidence formule (4), puisque de même que $\frac{n}{n^2} = \frac{1}{n}$, on a aussi $\frac{\infty}{\infty^2} = \frac{1}{\infty}$.

On a déjà pu voir que cette dernière formule n'est pas une vaine formule algébrique, mais qu'elle exprime une réalité géométrique.

A ce propos, nous observons encore que pour avoir la dernière raison des choses et pour se garantir d'erreurs comme celle que nous redressons, on doit toujours remonter aux rapports de l'espace, c'est-à-dire aux lois géométriques. Dans le cas présent, nous devons nous rendre compte géométriquement de la signification de l'équation (4).

Que signifie en effet $\frac{\infty}{\infty^2} = \frac{1}{\infty}$?

En voici l'exacte représentation géométrique : ∞ représente une ligne infinie, laquelle est une succession infinie de points et par conséquent représente le nombre infini.

∞^2 représente une surface plane infinie. Or, comme cette surface est composée de lignes infinies juxtaposées dans le même plan à l'infini, la ligne infinie est une unité que l'on doit prendre une infinité de fois pour composer la surface infinie. Par conséquent, le rapport de cette unité à son produit par l'infini est comme $\frac{1}{\infty}$.

Il en est de même de l'équation

$$\frac{\infty^2}{\infty^3} = \frac{1}{\infty}. \tag{5}$$

En voici la représentation géométrique :

∞^2 représente une surface plane infinie.

∞^3 représente l'espace infini à trois dimensions (§ 7).

Or, comme cet espace infini est composé de surfaces infinies juxtaposées à l'infini, la surface infinie est ici une unité que l'on doit prendre une infinité de fois pour composer l'espace infini. Par conséquent, le rapport de cette unité à son produit par l'infini est encore comme $\frac{1}{\infty}$.

Bien plus, du moment où l'on a $\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$; $\frac{3}{9}=\frac{1}{3}$; $\frac{n}{n^2}=\frac{1}{n}$ et $\frac{\infty}{\infty^2}=\frac{1}{\infty}$ et encore $\frac{\infty^2}{\infty^3}=\frac{1}{\infty}$, il en résulte que ∞ est par rapport à ∞^2 une quantité excessivement petite, puisqu'il faut la prendre une infinité de fois pour avoir ∞^2. De même ∞^2 est une quantité excessivement petite par rapport à ∞^3, puisqu'il faut la prendre une infinité de fois pour avoir ∞^3.

Le dernier terme de la série, c'est ∞^3. Ce terme ne contient pas son carré, comme l'a prétendu Cauchy, car ∞^6 c'est un nombre impossible, c'est un non-sens, comme si l'on parlait d'un espace à six dimensions.

Ainsi, il n'y a aucune contradiction, toutes les conditions exigées sont remplies, puisque avec le nombre infini le nombre des carrés diminue comme avec le nombre fini, et puisque le nombre infini ne contient pas plus que le nombre fini le carré du dernier nombre, qui, pour un nombre infini d'objets rangés dans les trois dimensions de l'espace infini, est l'infini au cube : le nombre actuellement infini est donc possible.

Après avoir prouvé que le nombre infini est possible, nous allons maintenant démontrer qu'il est non seulement possible, mais aussi nécessaire.

Sans revenir aux démonstrations géométriques que nous avons données de l'infini de l'espace, il suffit de poser au simple bon sens de qui que ce soit cette question : Pouvez-vous concevoir l'espace ne se continuant pas à l'infini?

Tout homme qui n'aura pas soigneusement sophistiqué son jugement, nous répondra : Non!

La conséquence en est que vous ne pouvez concevoir l'espace qu'infini.

Mais du moment où l'espace est infini, les portions finies de cet espace vous imposent la nécessité du nombre infini.

§ 16. — Les points matériels, les atomes, constituent les centres et les rayons infinis de l'espace.

Preuve. — Nous avons démontré § 8 que l'espace est une sphère aux rayons infinis, qui a un centre partout et une périphérie nulle part; § 9, que les points qui constituent les centres et les rayons de l'espace sont des points réels, et § 10, que les points réels de l'espace sont des points matériels.

Il résulte de ces trois démonstrations que les points matériels, les atomes, constituent les centres et les rayons de l'espace.

C. q. f. d.

§ 17. — De chaque centre de l'espace partent douze rayons.

Preuve. — Tout rayon doit partir du centre, puisque ce n'est un rayon qu'à cette condition. Les centres et les rayons sont formés par des atomes (§ 16). Les atomes sont sphériques (§ 12). Par conséquent, de chaque centre, il ne partira qu'autant de rayons qu'une sphère peut avoir de points de contact avec d'autres sphères de même diamètre. Or voici la preuve géométrique qu'une sphère ne peut être en contact qu'avec douze sphères de même diamètre.

Considérons les sphères A, B, C, D, E, F (fig. 1) de rayon R, en contact avec la sphère O, de même rayon et placées de manière que leurs points de contact soient sur un grand cercle.

Les centres de ces sphères sont sur un grand cercle de rayon 2R et sont distants l'un de l'autre de cette même longueur 2R, d'où il suit que le polygone ABCDEF est un hexagone régulier et que ces sphères sont au nombre de six.

A ces sphères O, A, B, C, D, E, F, superposons les sphères M, N, P, de même rayon R, tangentes chacune à trois d'entre elles. Il s'agit de prouver que les sphères M, N, P, sont aussi tangentes entre elles.

En effet, quatre sphères tangentes entre elles, telles que A, O, F, M, ont leurs centres aux sommets d'un tétraèdre régulier MOFA, dont l'angle des faces, tel que MOA, est égal à $\frac{2}{3}$ d'angle droit. L'angle POD du tétraèdre PODE est aussi égal à $\frac{2}{3}$ d'angle droit.

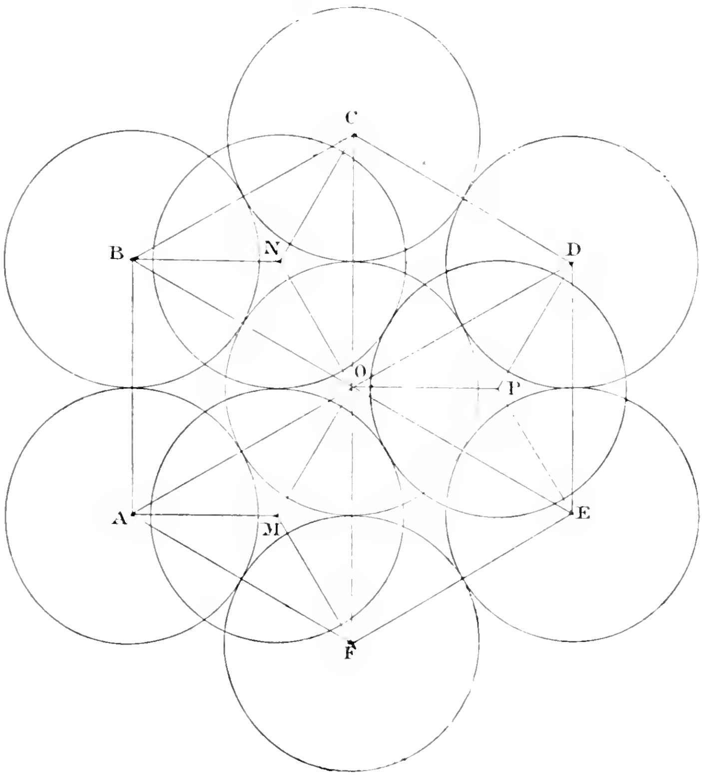


Fig. 1.

Mais le plan passant par AD et OM contient aussi PO, puisque les dièdres AO et DO sont égaux. Il en résulte que l'angle MOP est aussi égal à $\frac{2}{3}$ d'angle droit.

Par raison de symétrie, les angles MON, NOP, valent eux-mêmes $\frac{2}{3}$ d'angle droit; donc les centres

O, M, N, P, sont les sommets d'un tétraèdre régulier dont chaque côté est égal à 2 R ; par conséquent, les sphères M, N, P, sont aussi tangentes entre elles.

On peut évidemment placer trois sphères de la même manière de l'autre côté de O, et l'on a ainsi douze sphères en contact avec la sphère intérieure et tangentes entre elles, ce qui démontre la proposition. C. q. f. d.

Corollaire. — Puisque quatre sphères de même diamètre et tangentes entre elles ont leurs centres aux sommets d'un tétraèdre régulier, dont l'arête est d, le centre de chacune d'elles est distant du plan passant par les centres des trois autres d'une longueur égale à la hauteur de ce tétraèdre, c'est-à-dire égale à : $d\sqrt{\frac{2}{3}}$.

A l'aide de ce corollaire, on détermine de la manière suivante l'espace occupé par des sphères et l'espace compris entre elles dans une unité de volume quelconque rempli de sphères tangentes de diamètre d.

En désignant par n le nombre de sphères contenues dans l'unité de volume, on a :

$$(1) \qquad n = \frac{1}{d} \times \frac{1}{d\sqrt{\frac{2}{3}}} \times \frac{1}{d\sqrt{\frac{2}{3}}} = \frac{3}{2} \times \frac{1}{d^3}.$$

Comme le volume de chacune de ces sphères est $\frac{\pi}{6}d^3$, l'espace P occupé par ces sphères tangentes dans l'unité de volume sera représenté par :

$$(2) \qquad P = \frac{3}{2} \times \frac{1}{d^3} \times \frac{\pi}{6} \cdot d^3 = \frac{\pi}{4} = 0,7854.$$

Par conséquent, l'espace non occupé U, qui reste entre ces sphères, est exprimé par la différence :

$$(3) \qquad U = 1 - \frac{\pi}{4} = 0,2146.$$

Dans le cas où l'unité de volume a été divisée en parties égales à $\frac{\pi}{6}d^3$, ce volume représente du plein absolu. Pour tenir compte du vide U, dont la valeur est 0,2146 dans toute unité de volume, on doit multiplier cette unité de volume par $1 + \frac{U}{P}$, expression dont la valeur numérique est 1,2733.

§ 18. — Le *plein absolu* de l'espace est constitué par les atomes qui forment les centres et les rayons de l'espace infini.

Le *vide absolu* de l'espace, c'est toute la partie de l'espace infini qui n'est pas occupée par les atomes de ses centres et de ses rayons.

Preuve. — La démonstration de cette loi découle rigoureusement des démonstrations précédentes.

En effet, puisque nous avons démontré (§ 9) que les points réels qui constituent les centres et les rayons de l'espace sont des points matériels, et qu'ils sont minimes et indivisibles (§ 11), il s'ensuit que chacun de ces atomes est un point matériel qui ne peut contenir aucun point vide, car alors il ne serait pas minime, puisqu'il serait composé de deux points, et il serait par là même divisible. Ainsi, puisque l'atome n'est composé que d'un seul point matériel, il est *absolument plein*, précisément parce qu'il est minime et indivisible tout en étant matériel. Par conséquent, la somme à l'infini de ces atomes constitue le plein absolu de l'espace.

Maintenant, nous allons démontrer que toute la partie de l'espace infini qui n'est pas occupée par les atomes de ses centres et de ses rayons est absolument vide.

En effet, il n'y a aucune raison géométrique pour que la partie de l'espace non occupée par ses centres et ses rayons soit occupée par autre chose que par l'espace vide. Bien plus, la raison géométrique exige que ce vide existe, car un centre formé par un point réel ne peut pas exister géométriquement s'il n'est réellement séparé comme tel des autres centres de l'espace. Or comment serait-il séparé s'il se trouvait immédiatement à côté de lui d'autres points matériels? Il serait, dans ce cas, confondu avec les autres points, et au lieu de constituer, comme cela doit être (§ 8), un centre avec des rayons, ce serait tout simplement une juxtaposition de points; enfin ce ne serait nullement la forme réelle de l'espace. Puisque les points qui constituent les centres de l'espace ne peuvent pas, par raison géométrique, se trouver immédiatement en contact, il s'ensuit qu'ils sont séparés par des parties de l'espace non occupées par des points matériels, c'est-à-dire qu'ils sont séparés par des espaces absolument vides.

Il en est de même des rayons qui partent de chaque centre de l'espace. Les rayons doivent être, par raison géométrique, de simples lignes droites. Or la ligne droite est formée par la juxtaposition des points matériels dans un seul sens et de telle sorte qu'ils soient dans ce sens tous un par un à la file les uns des autres. Du moment où ces lignes formées de points matériels seraient immédiatement en contact avec d'autres points matériels, ce ne seraient plus des lignes, ce seraient des masses : elles ne constitueraient donc pas, comme cela doit être (§ 8), les rayons de l'espace.

Puisque les rayons de l'espace ne peuvent pas non plus, par raison géométrique, se trouver immédiatement en contact et confondus avec d'autres points matériels, il s'ensuit encore qu'ils sont séparés par des parties d'espace non occupées par des points matériels, c'est-à-dire par de l'espace vide.

Par conséquent, toute la partie de l'espace infini qui n'est pas occupée par les atomes de ses centres et de ses rayons est absolument vide.

C. q. f. d.

Discussion. — On nous dira peut-être :

Chaque point de ce vide absolu peut lui-même être considéré comme centre de l'espace au même titre que les centres occupés par des points réels.

Oui, certainement, chaque point du vide absolu peut être considéré comme centre de l'espace, mais par les raisons géométriques données ci-dessus, ce point reste vide, et si l'on veut le considérer comme centre, force est de lui supposer des rayons formés de points vides. Or il est évident que tout cet échafaudage imaginaire ne change en rien la forme réelle de l'espace, qui est, par nécessité géométrique, une sphère dont les centres et les rayons sont constitués, non par des points vides, mais par des points matériels.

D'ailleurs, tout point de l'espace est indistinctement tantôt un des centres de l'espace, tantôt il fait partie d'un rayon quelconque de l'espace et tantôt il est absolument vide, parce que les atomes se déplacent à chaque instant et s'entre-choquent dans tous les sens, comme nous le démontrons dans le Chapitre suivant.

§ 19. — $$D_S = \frac{13,98}{10^{33}}.$$

L'eau, à 4° C. et à $0^m,76$ de pression, étant prise pour unité, D_S désigne la densité qu'aurait la matière dont les systèmes solaires de notre horizon télescopique sont composés, si tous les atomes condensés en Corps Célestes dans cet horizon étaient uniformément répandus dans l'espace occupé par notre horizon télescopique.

Ainsi, cette densité D_S est environ 14 décilliionièmes de la densité de l'eau.

Preuve. — Pour déterminer la densité D_S, nous devons répandre, par le calcul, dans l'espace occupé par notre horizon télescopique, tous les atomes condensés en Corps Célestes dans cet horizon.

A cet effet, nous devons déterminer d'abord le volume de l'espace, dont la matière s'est condensée dans les Corps Célestes compris dans notre horizon télescopique.

La lumière met 1 002 000 années pour nous arriver des Nébuleuses les plus éloignées. C'est là le rayon de la sphère qui constitue l'horizon télescopique dont notre planète est le centre. Mais comme les Nébuleuses situées sur la limite de cet horizon ont dû se former, par raison de symétrie, avec la matière cosmique de l'espace environnant, il en résulte que le rayon de notre horizon télescopique doit être prolongé encore de la moitié de ce rayon; car, le milieu étant le même, les Nébuleuses situées sur la périphérie de notre horizon télescopique ont dû se former, comme celles de la région centrale, par la condensation de la matière cosmique, située dans la sphère dont elles forment le centre, et qui a pour rayon un demi-rayon de notre horizon télescopique.

Ainsi, le rayon de notre horizon télescopique est parcouru par la lumière en 1 503 000 années, et son diamètre R_2 en 3 006 000 ans.

Pour calculer la valeur de ce diamètre, nous déterminons d'abord le nombre a de myriamètres parcourus par la lumière en une année, à raison de 30 000 myriamètres par seconde; ce nombre est :

$$(1) \qquad a = 94\,608 \times 10^7 \text{ myriamètres.}$$

D'où :

$$(2) \qquad R_2 = a \times 3006000 = 284391648 \times 10^{10} \text{ myr.,}$$

et :

$$(3) \qquad R_2^3 = 23001201030046994691489792 \times 10^{30}$$
myriamètres cubes.

En désignant par V_H le volume de notre horizon télescopique, nous avons :

$$(4) \qquad V_H = \frac{\pi}{6} R_2^3.$$

Enfin, en mettant dans la formule (4) les valeurs connues de $\frac{\pi}{6}$ et de R_2^3, on obtient :

$$(5) \qquad V_H = 120\,434\,288\,593\,326\,064\,204\,640\,550\,912 \times 10^{26}$$
myriamètres cubes.

Dans cet espace immense, la matière cosmique s'est condensée en Nébuleuses et celles-ci en Corps Célestes.

Voici les données, fournies par l'observation, au moyen desquelles nous pouvons déterminer le nombre des étoiles comprises dans cet horizon télescopique :

Herschel a compté 2 500 Nébuleuses, dont beaucoup ont été évaluées à 20 000 étoiles chacune. D'autres, comme les nuées de *Magellan*, semblent être des Nébuleuses aussi considérables et aussi riches en étoiles que notre Voie Lactée, dont le nombre d'étoiles a été évalué à plusieurs millions.

En nous basant sur ces données, nous pouvons calculer approximativement le nombre d'étoiles qui brillent dans notre horizon télescopique.

Les 2 500 Nébuleuses, dont chacune contient environ 20 000 étoiles, nous donnent le nombre de 50 millions d'étoiles.

En y ajoutant 10 millions d'étoiles, évaluation approximative des étoiles contenues dans notre Voie Lactée, et encore autant contenues dans les nuées de *Magellan*, on arrive au chiffre de 70 millions.

A ce chiffre nous devons ajouter encore 10 millions d'étoiles, pour tenir compte des Nébuleuses et des étoiles éteintes et en voie de formation, ainsi que des Nébuleuses que nous ne voyons pas, parce qu'elles sont situées au delà des Nébuleuses les plus éloignées que nous pouvons distinguer et qui, cependant, font partie de notre horizon télescopique, comme nous l'avons démontré ci-dessus.

Ainsi, en désignant par N_H le nombre d'étoiles comprises dans notre horizon télescopique, on a :

$$(6) \qquad N_H = 80 \times 10^6 \text{ d'étoiles.}$$

Maintenant, pour avoir la densité D_S, nous devons diviser la somme M_H des masses de ces 80 millions d'étoiles par le volume V_H de cet horizon télescopique, ou, en d'autres termes, répandre également dans cette sphère les atomes qui s'y sont concentrés en Corps Célestes.

D'où :

$$(7) \qquad D_S = \frac{M_H}{V_H}.$$

Ces 80 millions d'étoiles sont autant de systèmes solaires. Pour évaluer leurs masses, nous serons dans le vrai en prenant la masse de notre Système Solaire pour terme moyen, car la matière cosmique étant également répandue dans l'espace, et sa condensation en Nébuleuses et en Corps Célestes se faisant en vertu des mêmes lois et dans le même milieu, les variations des masses de ces systèmes solaires ne peuvent pas être excessives et doivent, au contraire, osciller autour d'une valeur moyenne. C'est ce qui en effet a lieu, car l'observation a démontré (voyez la *Cosmographie* de M. Fay) que notre Soleil produirait comme éclat le même effet, à peu près, que les étoiles d'une grandeur moyenne, s'il était placé parmi elles.

Ainsi, certaines étoiles sont un peu plus petites et d'autres un peu plus grandes que notre Soleil, mais il n'y en a aucune dont la masse soit de beaucoup supérieure à celle de notre astre.

Par conséquent, en prenant la masse M_S de notre Système Solaire comme terme moyen, nous sommes dans le vrai, et en multipliant cette masse par N_H, c'est-à-dire par le nombre d'étoiles comprises dans notre horizon télescopique, nous avons :

$$M_H = M_S \times N_H. \tag{8}$$

En désignant, comme nous venons de le faire ci-dessus, par M_S la masse totale des Corps Célestes de notre Système Solaire par rapport à la masse de la Terre, prise pour unité, par m_t la masse de la Terre et par n_s la somme des masses du Soleil et de toutes les autres planètes, comparées à celle de la Terre prise pour unité, on a :

$$M_S = m_t n_s. \tag{9}$$

Dans la somme n_s on doit ajouter encore une fois la masse de la Terre pour tenir approximativement compte de la masse des planètes télescopiques et des astéroïdes.

Par conséquent, puisque la densité est égale à la masse divisée par le volume, en mettant dans la formule (7) la valeur de M_H de la formule (8), on a :

$$D_S = \frac{M_S \times N_H}{V_H}. \tag{10}$$

A présent, calculons la masse de la Terre désignée par m_t dans la formule (9).

Comme la masse d'un corps est égale à son volume multiplié par sa densité, nous devons multiplier le volume de la Terre qui est de 1 080 863 240 myriamètres cubes par 5,48 qui est sa densité. Cela nous donne pour la masse m_t de la Terre :

(11) $m_t = 5\,923\,130\,555{,}2$ myriamèt. cub. d'eau.

Il ne nous reste plus qu'à calculer n_s pour résoudre l'équation (9) et pour obtenir la valeur de M_S.

Puisque n_s exprime la somme des masses du Soleil et de toutes les planètes comparées à celle de la Terre, prise pour unité et celle-ci y comprise deux fois, on a :

$$(12) \qquad n_s = 355\,414{,}305,$$

c'est-à-dire que la masse de la Terre prise pour unité est comprise 355 414,305 fois dans la masse totale du Système Solaire, moins un, puisqu'elle y est comprise deux fois, pour tenir approximativement compte de la masse des planètes télescopiques et des astéroïdes.

Comme d'après la formule (9) $M_S = m_t \times n_s$, en mettant dans cette formule les valeurs de m_t et de n_s déterminées dans les formules (11) et (12), on a :

$$(13) \qquad M_S = 5\,923\,130\,555{,}2 \times 355\,414{,}305.$$

En exécutant le calcul, on obtient la masse totale M_S de notre Système Solaire, à savoir :

$$(14) \qquad M_S = 2\,105\,165\,329\,700\,672{,}136 \text{ myriamèt.}$$
cubes d'eau.

Comme d'après la formule (8)

$$M_H = M_S \times N_H,$$

en mettant dans cette formule les valeurs de M_S et de N_H déterminées dans les formules (14) et (6), on a :

$$(15) \qquad M_H = 210\,516\,532\,970\,0672,136 \times 80 \times 10^6.$$

En exécutant le calcul, on obtient la masse totale M_H de tous les Corps Célestes compris dans notre horizon télescopique, à savoir :

(16) $M_H = 1\,684\,132\,263\,760\,5377,088 \times 10^7$ myriamètres cubes d'eau.

Enfin, comme d'après la formule (7)

$$D_S = \frac{M_H}{V_H},$$

en mettant dans cette formule les valeurs de M_H et de V_H déterminées dans les formules (16) et (5), on a :

$$(17) \qquad D_S = \frac{1\,684\,132\,263\,760\,5377,088 \times 10^7}{120\,434\,288\,593\,326\,064\,204\,640\,550\,912 \times 10^{26}}.$$

En exécutant le calcul, on obtient :

$$(18) \qquad D_S = \frac{13,98}{10^{33}}.$$

Ainsi, la densité de la matière cosmique qui s'est condensée en Corps Célestes dans notre horizon télescopique, supposée également répandue dans toute la sphère de cet horizon, est environ 14 décimillionièmes de la densité de l'eau.

C. q. f. d.

§ 20. — $$D_1 = \frac{27,96}{10^{33}}.$$

D_1 désigne la densité, par rapport à l'eau, de la matière cosmique à son état primordial, c'est-à-dire avant sa séparation en atomes concentrés en Corps Célestes et en atomes restés à l'état d'Éther.

Ainsi, la densité de la matière cosmique à son état primordial est environ 28 décimillionièmes de la densité de l'eau, prise pour unité.

Preuve. — Dans le Chapitre IV, où nous déterminons les lois de la gravitation, nous démontrons (§§ 60 et 61), par les lois de la mécanique moléculaire, que dans la matière cosmique à son état primordial, de deux atomes voisins qui s'entre-choquent, l'un, celui qui a plus de masse, est toujours poussé vers un autre atome voisin qui se trouve dans les mêmes conditions, pour former la matière pondérable, dont se composent les Corps Célestes.

Il en résulte que dans l'Univers le nombre d'atomes concentrés en Corps Célestes est égal au nombre d'atomes restés à l'état d'Éther.

En conséquence, puisque nous avons trouvé

(§ 19) $D_S = \frac{13,98}{10^{33}}$ de la densité de l'eau, nous avons par là même démontré que dans notre horizon télescopique la densité D de l'Éther est aussi égale à $\frac{13,98}{10^{33}}$ de la densité de l'eau. Comme l'Éther est répandu dans tout cet horizon dans les espaces interstellaires aussi bien que dans l'espace occupé par les Corps Célestes, on doit ajouter sa densité D à la densité D_S pour avoir la valeur D_1.

Ainsi, la densité de la matière cosmique à son état primordial est par rapport à l'eau, prise pour unité, le double de D_S, et l'on a :

$$(1) \qquad D_1 = 2 \times \frac{13,98}{10^{33}} = \frac{27,96}{10^{33}}.$$

La propagation de la lumière dans notre horizon télescopique démontre aussi que l'Éther a partout dans l'Univers la même densité; car cette propagation se fait d'après les lois mécaniques d'un milieu homogène et isotrope.

Par conséquent, puisque la densité D de l'Éther est égale à D_S dans notre horizon télescopique, et puisque la densité D de l'Éther est la même dans tout l'Univers, enfin puisque nous démontrons dans le Chapitre IV, par les lois de la gravitation, que dans l'Univers le nombre d'atomes concentrés en

Corps Célestes est toujours égal au nombre d'atomes restés à l'état d'Éther, il en résulte que

$$D_1 = D_s + D$$

est une loi universelle.

D'où

$$(2) \qquad D_1 = \frac{27.96}{10^{33}}.$$

C. q. f. d.

§ 21. — $$D = \frac{13,98}{10^{33}}.$$

D désigne la densité de l'Éther par rapport à l'eau, prise pour unité.

Ainsi, la densité de l'Éther est environ 14 décimillionièmes de la densité de l'eau.

Preuve. — La démonstration en a été donnée dans le paragraphe précédent.

§ 22. — Dans l'Univers, le nombre d'atomes concentrés en Corps Célestes est égal au nombre d'atomes restés à l'état d'Éther.

Cette grande loi nous révèle la cause de l'équilibre de l'Univers.

Preuve. — Nous avons démontré (§ 20) que le nombre d'atomes concentrés en Corps Célestes est égal au nombre d'atomes restés à l'état d'Éther, dans notre horizon télescopique aussi bien que dans l'Univers entier.

Cette égalité des deux quantités d'atomes, de points matériels, qui constituent l'Univers, est la cause de son équilibre mécanique et dynamique.

Tant vaut la cause, tant vaut l'effet, est une vérité fondamentale et immuable en mécanique.

D'abord, pour qu'un atome soit poussé vers un groupe d'atomes et forme ainsi la matière pondérable, il faut nécessairement qu'il y soit poussé par un autre atome qui fait partie de l'Éther; c'est ce qui a lieu en effet, comme nous le démontrons, avec les lois de la mécanique moléculaire dans le Chapitre de la *Gravitation*.

Ensuite, pour qu'un atome reste réuni à d'autres atomes avec lesquels il forme la matière pondérable, il faut encore nécessairement qu'il soit comprimé par un autre atome de l'Éther, sans quoi les atomes qui constituent la matière pondérable s'éloigneraient les uns des autres par suite de leurs chocs, s'éparpilleraient dans l'espace et la matière pondérable cesserait d'exister. Or nous démontrons encore dans le Chapitre de la *Gravitation* et dans le Chapitre de l'*Éther* que chaque atome de la matière pondérable est comprimé par un atome de l'Éther, et cela en vertu de la vitesse prodigieuse avec laquelle la pression de l'Éther se transmet à travers l'horizon céleste, pour comprimer les étoiles, leurs satellites et tous les corps qui les composent.

Dans l'Univers, l'Éther d'un côté et la matière concentrée en Corps Célestes de l'autre sont toujours dans leurs mouvements réciproques à l'état d'action et de réaction, de cause et d'effet : tous les phénomènes physiques et astronomiques le démontrent.

Lorsque des Corps Célestes s'entre-choquent, tout leur mouvement de translation arrêté par le choc se transforme en vibrations des atomes qui les composent, c'est-à-dire en chaleur. Cette chaleur produit l'incandescence de ces Corps Célestes et leur expansion en Nébuleuses.

Ici la réaction de la matière pondérable contre la pression de l'Éther est à son point culminant, en vertu même de l'impulsion énorme qui lui a été imprimée par l'Éther dans le choc des Corps Célestes.

Néanmoins, au lieu de laisser les atomes s'éparpiller dans l'espace sans aucune cohésion entre eux, la pression de l'Éther, en vertu des lois de la mécanique moléculaire et de la gravitation (voyez §§ 62 et 64), maintient les masses incandescentes à l'état de Nébuleuses et les ramène peu à peu à l'état de corps solides, à l'état d'étoiles, comme nous le démontrons au Chapitre VI, où nous traitons de la formation des Corps Célestes.

Par conséquent, l'équilibre mécanique et dynamique de l'Univers provient de ce que le nombre d'atomes restés à l'état d'Éther est égal au nombre d'atomes concentrés en Corps Célestes.

C. q. f. d.

§ 23. — $$\varepsilon = \frac{0^{\text{mm.}},56}{10^{18}}.$$

ε désigne la distance normale de deux atomes voisins dans l'Éther.

Ainsi, la distance normale de deux atomes voisins dans l'Éther est les 56 centièmes d'un quintillionième de millimètre.

Preuve. — Une quantité de matière pondérable incandescente produit par ses vibrations un centre d'ébranlement dans l'Éther en repoussant avec une quantité de mouvement q la pression p de l'Éther sur cette matière. Nous démontrons, au Chapitre de l'*Éther*, que la pression de l'Éther sur chaque corps est toujours en rapport direct avec le nombre d'atomes qui composent le corps comprimé. L'onde lumineuse est produite par la différence f de $q - p$, qui déplace un certain nombre d'atomes de leurs positions normales, comme cela a lieu aussi sur une nappe d'eau, lorsque les gouttes déplacées par l'action d'un centre d'ébranlement forment les ondes à la surface de l'eau, avec cette différence cependant que le point incandescent ne rayonne pas seulement sur une surface plane, mais rayonne dans tous les sens, c'est-à-dire dans les trois sens de l'espace.

La quantité de mouvement f est constante puisque le rapport $\frac{q}{p}$ est constant. Par conséquent, quel que soit le corps qui brûle, l'espace ω parcouru en une seconde par la lumière, l'axe λ de l'onde lumineuse et le nombre n de vibrations de la lumière par seconde ont, en terme moyen, toujours les mêmes valeurs.

L'onde lumineuse formée par f autour de la matière incandescente occupe par conséquent, dans tous les cas, un espace sphérique dont la valeur est $\frac{\pi}{6}\lambda^3$. La longueur de λ dépend de la densité D de l'Éther, car plus ε est petit, plus λ est petit, puisque f doit déplacer dans le même temps un plus grand nombre d'atomes de leur position normale.

En conséquence de ce qui précède, $\dfrac{\varepsilon^3\left(1-\frac{\pi}{12}\right)}{\frac{\pi}{6}\lambda^3}$ est le premier membre de l'équation dont nous tirerons la valeur ε, car, comme nous venons de le démontrer, plus $\varepsilon^3\left(1-\frac{\pi}{12}\right)$ est petit, plus $\frac{\pi}{6}\lambda^3$ est petit.

Voici maintenant la raison pour laquelle, au lieu de $\frac{\pi}{6}\varepsilon^3$, nous posons $\varepsilon^3\left(1-\frac{\pi}{12}\right)$.

Puisque les espaces qui séparent deux atomes voisins dans l'Éther sont des sphères tangentes du diamètre ε, pour tenir compte de tout l'espace qui les sépare, nous devons ajouter à la sphère $\frac{\pi}{6}\varepsilon^3$ tout ce qui reste de vide dans ε^3, après en avoir déduit l'espace occupé par les sphères tangentes voisines. En conséquence, en vertu du corollaire du § 17, en désignant par V_a tout l'espace qui sépare dans tous les sens un atome de l'Éther des douze atomes voisins, nous devons poser :

$$V_a = \frac{\pi}{6}\varepsilon^3 + \varepsilon^3 - \frac{\pi}{4}\varepsilon^3, \tag{1}$$

et cela par la raison que nous devons ajouter à la sphère $\frac{\pi}{6}\varepsilon^3$ tout ce qui reste de vide dans ε^3, après en avoir déduit, comme plein, $\frac{\pi}{6}\varepsilon^3$ et l'espace occupé par les segments des douze sphères tangentes voisines. Ce plein, d'après le corollaire du § 17, est exprimé par $\frac{\pi}{4}\varepsilon^3$.

En voici d'ailleurs la démonstration géométrique :

Si l'on considère la sphère centrale O (§ 17, fig. 1) comprise dans ε^3 et prise comme unité, on voit que le plein P qui est égal à $\frac{\pi}{4}$ (voyez le corollaire du § 17) est composé, outre $\frac{\pi}{6}\varepsilon^3$, encore aussi de douze segments de sphères tangentes à la sphère O et du même diamètre. Or, dans le cas que nous considérons, ces douze segments ne font pas partie de l'espace qui entoure l'atome considéré, mais font partie des douze sphères du diamètre ε, tangentes à la sphère $\frac{\pi}{6}\varepsilon^3$ de l'atome considéré.

Par conséquent, en retranchant de ε^3 le plein $\frac{\pi}{4}\varepsilon^3$ dans lequel sont compris et $\frac{\pi}{6}\varepsilon^3$ et les douze segments de sphères, nous obtenons le vide contenu dans ε^3 dont l'expression est $\varepsilon^3 - \frac{\pi}{4}\varepsilon^3$ que nous devons ajouter à $\frac{\pi}{6}\varepsilon^3$ pour avoir la valeur rigoureuse de V_a, qui exprime le volume de l'espace dont est entouré dans tous les sens un atome de l'Éther et qui les sépare des douze atomes voisins.

En simplifiant la formule (1), on a :

$$(2) \qquad V_a = \varepsilon_3\left(1 - \frac{\pi}{12}\right).$$

Ainsi, nous venons de démontrer que le premier membre de l'équation, dont nous tirerons la valeur de ε, est le rapport $\dfrac{\varepsilon^3\left(1-\dfrac{\pi}{12}\right)}{\dfrac{\pi}{6}\lambda^3}$.

Nous prenons pour la longueur de λ la valeur $\dfrac{516^{\text{mm.}}}{10^6}$, parce que c'est la longueur moyenne des λ des sept couleurs. Le λ de la couleur centrale, verte, a $\dfrac{512^{\text{mm.}}}{10^6}$ de longueur.

Observons aussi que plus la densité D de l'Éther est grande, plus est petit l'espace $\dfrac{\pi}{6}\omega^3$ parcouru par la lumière en une seconde dans les trois sens de l'espace, parce que f a une plus grande résistance de l'Éther à vaincre, puisqu'il doit déplacer dans le même temps, de leur position normale, un plus grand nombre d'atomes de l'Éther. D'un autre côté, plus le nombre d'atomes contenus dans $D\times\dfrac{\pi}{6}\omega^3$ de l'Éther est grand, plus est grand aussi le nombre de vibrations exécutées en une seconde par la lumière dans l'espace $\dfrac{\pi}{6}\omega^3$, ayant la densité D. Le nombre de ces vibrations est représenté par $\dfrac{\pi}{6}n^3$.

Il résulte de ce qui précède que $\dfrac{D\times\dfrac{\pi}{6}\omega^3}{\dfrac{\pi}{6}n^3}$ est le second membre de l'équation dont nous tirerons ε.

Ce rapport est constant, quel que soit le nombre de fois qu'on prenne ω, car ce nombre figurerait également aussi au dénominateur, puisque le nombre de vibrations augmenterait de la même quantité.

Par cette raison, le nombre en question disparaîtrait et l'on aurait toujours le rapport établi $\dfrac{D \times \frac{\pi}{6}\omega^3}{\frac{\pi}{6}n^3}$.

Par conséquent, nous avons :

$$(3) \qquad \frac{\varepsilon^3\left(1-\frac{\pi}{12}\right)}{\frac{\pi}{6}\lambda^2} = \frac{D \times \frac{\pi}{6}\omega^3}{\frac{\pi}{6}n^3}.$$

Comme $\omega = \lambda n$, on a :

$$(4) \qquad \frac{\varepsilon^3\left(1-\frac{\pi}{12}\right)}{\frac{\pi}{6}\lambda^3} = D \times \lambda^3.$$

D'où :

$$(5) \qquad \varepsilon^3 = \frac{\frac{\pi}{6}}{1-\frac{\pi}{12}} \times D \times \lambda^6.$$

Et enfin :

$$(6) \qquad \varepsilon = \lambda^2 \sqrt[3]{\frac{\frac{\pi}{6}}{1-\frac{\pi}{12}} \times D}.$$

Nous aurions d'ailleurs pu tirer la valeur de ε aussi de l'équation

$$(7) \qquad \frac{\varepsilon}{\lambda} = \frac{\sqrt[3]{D} \times \omega}{n}$$

puisque plus ε est grand, plus λ est grand et plus il y a d'atomes dans l'Éther dans un seul sens de l'espace sur la ligne ω, plus le nombre n des vibrations est grand.

Alors comme $\omega = \lambda n$, on a :

$$(8) \qquad \varepsilon = \lambda^2 \sqrt[3]{D},$$

ce qui nous donne la même valeur que celle obtenue par l'équation (6), avec la seule différence que dans l'équation (8) on néglige le rapport

$$\sqrt[3]{\frac{\frac{\pi}{6}}{1-\frac{\pi}{12}}}.$$

Or c'est précisément pour ne pas négliger ce rapport que nous avons tiré la valeur de ε de l'équation (3), à savoir :

$$\frac{\varepsilon^3\left(1-\frac{\pi}{12}\right)}{\frac{\pi}{6}\lambda^3}=\frac{D\times\frac{\pi}{6}\omega^3}{\frac{\pi}{6}n^3}.$$

Observons ici que de la formule (4) on peut tirer la formule suivante, à savoir :

$$(9) \qquad \frac{\varepsilon}{\lambda}=\lambda\sqrt[3]{\frac{\frac{\pi}{6}}{1-\frac{\pi}{12}}\times D},$$

ce qui met bien en évidence que le rapport $\frac{\varepsilon}{\lambda}$ est déterminé par le nombre d'atomes qui se trouvent dans l'Éther, dans un seul sens de l'espace sur la ligne qui constitue l'axe λ de l'onde lumineuse.

De l'équation (4) on peut également tirer la formule

$$(10) \qquad \frac{\varepsilon^3}{\lambda^3}=\frac{\frac{\pi}{6}}{1-\frac{\pi}{12}}\times D\times\lambda^3.$$

Cette équation met aussi en évidence que le rapport $\frac{\varepsilon^3}{\lambda^3}$ est déterminé par la densité D de l'Éther

dans l'espace $\left[\frac{\frac{\pi}{6}}{1-\frac{\pi}{12}}\right]\lambda^3$.

C'est d'une vérité rigoureuse, car la grandeur de λ^3 dépend de la grandeur de ε^3, ou, ce qui revient au même, de la densité de l'Éther, c'est-à-dire du nombre d'atomes contenus dans λ^3.

Enfin, en mettant dans la formule (6) les valeurs

connues : $D=\frac{13,98}{10^{33}}$, $\lambda=\frac{516^{\text{mm.}}}{10^6}$, $\frac{\frac{\pi}{6}}{1-\frac{\pi}{12}}=0,7092$,

et en exécutant les calculs, on obtient :

$$\varepsilon=\frac{0^{\text{mm.}},56}{10^{18}}. \tag{11}$$

C. q. f. d.

Remarque. — Cauchy, dans ses calculs sur la dispersion des couleurs dans le vide (voyez *Exercices d'Analyse et de Physique mathématique*, vol. I, pages 288 et suivantes), a aussi cherché à déterminer la distance qui sépare deux atomes voisins dans l'Éther.

D'après Cauchy, la théorie exposée dans son mémoire sur les deux espèces d'ondes planes qui peuvent se propager dans un système isotrope de points matériels, fournit le moyen de calculer approximativement la distance qui sépare deux atomes voisins dans le fluide éthéré, si l'on parvient à mesurer la dispersion des couleurs dans le vide et si l'on adopte pour les atomes voisins, comme rigoureuse, la loi d'une répulsion réciproquement proportionnelle au bicarré de la distance.

Or Cauchy n'est pas parvenu à mesurer la dispersion des couleurs dans le vide. Il a supposé arbitrairement une petite différence entre les vitesses de propagation ω et ω_1 de deux ondes planes de différentes couleurs pour que le rapport $\frac{\omega_1}{\omega}$ au lieu d'être égal à l'unité, comme l'indique l'expérience, ait une valeur un peu plus grande que l'unité, seul moyen de tirer de son équation un résultat quelconque.

Mais cette valeur arbitraire, quelque légère que paraisse à Cauchy l'erreur qui peut en résulter, ne peut nous donner aucune certitude sur la justesse du résultat déduit de cette hypothèse.

Ensuite, c'est une erreur fondamentale de supposer que les atomes voisins de l'Éther exercent les uns sur les autres une répulsion réciproquement proportionnelle au bicarré de leur distance.

Depuis Newton, on a été tellement frappé des résultats importants obtenus en astronomie par la loi de la gravitation, qu'on en est arrivé à vouloir étendre cette loi presque à tous les phénomènes. Pour avoir le droit de le faire, lorsque les phénomènes eux-mêmes ne l'exigent pas, on aurait dû d'abord déterminer la cause qui produit la gravitation.

Comme personne n'y est encore parvenu et que la gravitation est restée à l'état de force mystérieuse, on aurait dû s'en servir seulement pour les phénomènes astronomiques où son application est féconde en résultats, sans étendre son application à des phénomènes qui peuvent avoir une tout autre manière d'être et où la gravitation, introduite comme une hypothèse, comme une cause purement imaginaire, peut induire en erreur les recherches scientifiques au lieu de leur aplanir la voie qui est déjà bien assez pénible par elle-même. Cauchy a payé son tribut à cette tendance générale en supposant que les atomes de l'Éther s'attirent et se repoussent. Quant à nous, comme nous déterminons (§ 70) la cause de la gravitation en prouvant que c'est une fraction minime de la pression de l'Éther, pression que nous calculons § 75, nous sommes à même de déclarer, preuves en main, que c'est une supposition purement imaginaire, dénuée de toute réalité, que de représenter les atomes de l'Éther comme s'ils s'attiraient et se repoussaient.

Nous démontrons dans le cours de cet ouvrage qu'il n'y a entre les atomes de l'Éther qu'un simple échange des quantités de mouvement qu'ils possèdent et nous déterminons (§ 46) les lois d'après lesquelles l'échange de ces quantités de mouvement s'effectue. Les mouvements de ces atomes entre leurs chocs sont des mouvements uniformes. Puisque ce ne sont pas des mouvements accélérés, il n'est pas permis de supposer leur action réciproque inversement proportionnelle au carré de leur distance lorsqu'ils se projettent l'un contre l'autre, car ils ne s'attirent pas, et il est également inadmissible de supposer qu'ils se repoussent avec une force proportionnelle au bicarré de leur distance, car ils ne se repoussent pas, mais ils échangent simplement leurs quantités de mouvement. Aussi, l'hypothèse de la répulsion des atomes voisins réciproquement proportionnelle au bicarré de leur distance, introduite par Cauchy dans ses calculs, a beaucoup contribué à lui faire commettre une erreur énorme.

Selon ce géomètre, la distance ε de deux atomes voisins dans l'Éther est de trois millionièmes de millimètre. En réalité, la distance de deux atomes voisins dans l'Éther est d'un demi-quintillionième de millimètre, comme nous venons de le démontrer dans ce paragraphe. Donc Cauchy est arrivé à une valeur qui est 535 billions de fois plus grande que la véritable valeur de ε.

Puisque λ, ω et T ne peuvent pas donner lieu à une erreur sensible, il est évident que cette erreur énorme provient en grande partie de ce que Cauchy a introduit dans ses calculs l'hypothèse de la répulsion des atomes voisins réciproquement proportionnelle au bicarré de leur distance. Cela se conçoit d'ailleurs aisément, car si cette hypothèse était vraie, il faudrait que les atomes fussent à des distances beaucoup plus considérables qu'ils ne le sont en réalité, pour que les valeurs de λ, de ω et de T soient les mêmes que ce qu'elles sont réellement. et cela par la raison que, l'énergie de la source de la lumière étant la même dans tous les cas considérés, si les atomes voisins se repoussaient en raison inverse du bicarré de leur distance, il faudrait qu'ils fussent plus loin les uns des autres en raison même de la résistance qu'ils opposent par suite de cette répulsion à l'action de la source de la lumière; ce n'est qu'à cette condition que les valeurs de λ, de ω et de T peuvent être ce qu'elles sont en réalité. Or c'est précisément ce qui est arrivé à Cauchy : les quantités λ, ω et T étant données par l'expérience, il a obtenu une valeur beaucoup trop grande pour ε, parce que, outre d'autres sources d'erreur, il a introduit dans ses calculs l'hypothèse de la répulsion réciproquement proportionnelle au bicarré de la distance des atomes.

Maintenant, nous allons citer le texte de Cauchy, pour mettre le lecteur à même de juger si l'appréciation que nous venons d'en faire est juste.

Voici le rapport établi par l'illustre mathématicien entre la distance de deux atomes voisins dans l'Éther désignée par ε et la longueur d'ondulation l, relative à l'un des deux systèmes de vibrations transversales soumis au calcul :

$$(27) \qquad \frac{\varepsilon}{l} = \frac{1}{\pi} \sqrt{\left[14 \frac{\left(\frac{\omega_1}{\omega} - 1\right)\left(\frac{\omega_1}{\omega} + 1\right)}{\left(\frac{T}{T_1} - 1\right)\left(\frac{T}{T_1} + 1\right)} \right]}$$

Dans cette équation, ω et ω_1 désignent les vitesses de propagation de deux systèmes de vibrations transversales, et T et T_1 la durée des vibrations dans chacun des deux systèmes.

A l'aide de cette formule, étant données les valeurs de ω et de T correspondantes à deux systèmes de vibrations transversales, Cauchy détermine ainsi qu'il suit la valeur de $\frac{\varepsilon}{l}$, c'est-à-dire le rapport qui existe entre la distance de deux atomes voisins et la longueur d'ondulation relative à l'un de ces deux systèmes.

Voici comment Cauchy conclut dans son mémoire au § III « sur la dispersion des couleurs dans le vide » :

« Vu la distance considérable qui sépare de la « Terre les étoiles les plus rapprochées, distance « que la lumière ne peut franchir en moins de trois « ou quatre années, un quart d'heure n'équivaut « pas à la cent-millième partie du temps que la lu- « mière emploie pour venir d'Algol jusqu'à nous. « Donc, en admettant que deux rayons, l'un rouge « et l'autre violet, partis simultanément de cette « étoile, se suivent d'assez près pour que l'un ne « soit pas d'un quart d'heure en retard sur l'autre, « nous admettons par cela même, non seulement « que le rapport entre les vitesses de propagation « de ces deux rayons diffère très peu de l'unité, « mais encore que la différence est au-dessous d'un « cent-millième. Cela posé, si l'on adopte comme « rigoureuse, pour l'Éther considéré isolément, la « loi de répulsion précédemment énoncée, c'est-à- « dire si l'on suppose que l'action mutuelle de deux « molécules d'Éther soit répulsive et réciproquement « proportionnelle au bicarré de la distance, la for- « mule (27) fournira le moyen de calculer une limite « supérieure à l'intervalle qui sépare deux molé- « cules voisines du fluide éthéré.

« En effet, désignons par

$$l, l_1; T, T_1$$

« les longueurs d'ondulation et les durées des vi-

« brations moléculaires dans les rayons rouges et
« violets et par

$$\omega,\ \omega_1$$

« les vitesses de propagation de ces rayons dans le
« vide.

« Les rapports entre les durées T, T_1 et l'in-
« tervalle de temps qui résulte de la division d'une
« seconde sexagésimale en mille millions de parties
« égales, seront représentés, à très peu près, par
« les nombres

$$2 \text{ et } 1,36$$

« en sorte qu'on aura sensiblement

$$\frac{T}{T_1} = \frac{2}{1,36} = 1,47$$

$$\left(\frac{T}{T_1}\right)^2 = 2,16$$

« Cela posé, la formule (27) donnera pour le rap-
« port entre la distance ε de deux molécules d'Éther
« voisines et la longueur l

$$(3) \quad \frac{\varepsilon}{l} = \frac{1}{\pi}\sqrt{\left[14\,\frac{\left(\frac{\omega_1}{\omega}-1\right)\left(\frac{\omega_1}{\omega}+1\right)}{1,16}\right]}$$

« ou à très peu près, puisque $\frac{\omega_1}{\omega}$ diffère très peu de « l'unité,

$$(4) \qquad \frac{\varepsilon}{l} = \frac{2}{\pi} \sqrt{\left[\frac{7}{1,16}\left(\frac{\omega_1}{\omega} - 1\right)\right]}.$$

« Pour que la valeur ε reste réelle, on devra évi« demment, dans la formule (4), supposer le rap« port $\frac{\omega_1}{\omega}$ supérieur à l'unité. Si, d'ailleurs, on sup« pose la différence entre le rapport et l'unité réduite « à un cent-millième, alors de l'équation (4) jointe « à la formule

$$(5) \qquad \frac{\omega_1}{\omega} = 1 + \frac{1}{100\,000},$$

« on conclura :

$$\frac{\varepsilon}{l} = \frac{2}{100} \cdot \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{70}{1,16}} = 0,005.$$

« En vertu de cette dernière formule, ε serait « environ 5 millièmes ou $\frac{1}{200}$ de la longueur d'on« dulation des rayons rouges, c'est-à-dire environ « 3 millionièmes de millimètre. On voit ainsi quelle « est la petitesse de la limite supérieure à la dis« tance qui sépare deux molécules voisines d'Éther, « lorsqu'en adoptant la loi d'une répulsion récipro« quement proportionnelle au bicarré de la distance,

« on part de ce fait, que l'observation d'Algol ne « fournit point de traces de la dispersion des cou- « leurs dans le vide. »

Le lecteur a pu se convaincre par lui-même qu'il nous était impossible d'apprécier le calcul de Cauchy autrement que nous ne l'avons fait.

§ 24. — Dans $\varepsilon^3\left(1-\frac{\pi}{12}\right)=\frac{129^{\text{mm.c.}},6}{10^{57}}$, c'est-à-dire dans 129,6 d'un ottillionième de décillionième de millimètre cube d'Éther, il y a un seul atome.

Preuve. — La démonstration en a été donnée dans le paragraphe précédent. Quant à la valeur de $\varepsilon^3\left(1-\frac{\pi}{12}\right)$, en mettant dans cette formule les valeurs connues de $\varepsilon=\frac{0^{\text{mm.}},56}{10^{18}}$ et de $1-\frac{\pi}{12}=0,7382$ et en exécutant le calcul, on obtient :

$$(1) \qquad \varepsilon^3\left(1-\frac{\pi}{12}\right)=\frac{129^{\text{mm.c.}},6}{10^{57}}.$$

C. q. f. d.

§ 25. — Dans $\varepsilon^3\left(1-\frac{\pi}{12}\right)$ d'eau à 4° C. et à $0^{\text{m}},76$ de pression, il y a $\frac{10^{33}}{13,98}$ atomes, c'est-à-dire 71 nonillions, 530 ottillions, 758 septillions, 226 sextillions, 37 quintillions, 195 quadrillions, 994 trillions, 277 billions, 539 millions, 341 mille 917 atomes.

Preuve. — Nous avons démontré (§ 21) que la densité D de l'Éther par rapport à la densité de l'eau, prise pour unité, est exprimée par le rapport $\frac{13,98}{10^{33}}$. En conséquence, si l'on divise par 13,98 le numérateur et le dénominateur du rapport $\frac{13,98}{10^{33}}$, on obtient :

$$(1) \qquad \frac{1}{\frac{10^{33}}{13,98}}.$$

Ce qui veut dire que, dans un espace égal à celui qui contient un seul atome dans l'Éther, c'est-à-dire dans $\varepsilon^3\left(1-\frac{\pi}{12}\right)$, il y a $\frac{10^{33}}{13,98}$ atomes dans l'eau; d'où il résulte que l'eau à 4° C. et à $0^m,76$ de pression est $\frac{10^{33}}{13,98}$ de fois plus dense que l'Éther.

En exécutant le calcul, on obtient :

$$(2) \qquad \frac{10^{33}}{13,98} = 71_9 530_8 758_7 226_6 037_5 195_4 994_3 277_b 539_{ml} 341917$$

atomes (*).

C. q. f. d.

Remarque. — Ainsi, nous sommes maintenant à même de déterminer la densité de tous les corps par le nombre d'atomes qu'ils contiennent sous le même volume, c'est-à-dire d'une manière absolue.

(*) Les indices indiquent : $_9$, nonillion; $_8$, ottillion, etc.

§ 26. — Dans un millimètre cube d'Éther il y a $\frac{10^{57}}{129,6}$ atomes, c'est-à-dire 7 sextillions, 716 quintillions, 49 quadrillions, 382 trillions, 716 billions, 49 millions, 382 mille 716 décillions, 49 nonillions, 382 ottillions, 716 septillions, 49 sextillions, 382 quintillions, 716 quadrillions, 49 trillions, 382 billions, 716 millions, 49 mille 382 atomes.

Preuve. — Nous avons démontré (§ 24) que

$$(1) \qquad \varepsilon^3 \left(1 - \frac{\pi}{12}\right) = \frac{129^{\text{mm. c.}},6}{10^{57}}.$$

Nous avons également démontré (§ 24) que dans $\varepsilon^3 \left(1 - \frac{\pi}{12}\right)$ d'Éther il y a un seul atome.

En désignant par n_a le nombre d'atomes contenus dans un millimètre cube d'Éther, on a, par conséquent :

$$(2) \qquad n_a = \frac{1^{\text{mm. c.}}}{\varepsilon^3 \left(1 - \frac{\pi}{12}\right)}.$$

En mettant dans la formule (2) la valeur de

$$\varepsilon^3 \left(1 - \frac{\pi}{12}\right) = \frac{129^{\text{mm. c.}},6}{10^{57}},$$

on a :

$$(3) \qquad n_a = \frac{1^{\text{mm. c.}}}{\dfrac{129^{\text{mm. c.}},6}{10^{57}}} = \frac{10^{57}}{129,6}.$$

En exécutant la division de 10^{57} par 129,6, on obtient :

(4) $n_a = 7_6\,716_5\,049_4\,382_3\,716_b\,049_{ml}\,382_m\,716_{10}$
$049_9\,382_8\,716_7\,049_6\,382_5\,716_4\,049_3\,382_b\,716_{ml}\,049_m\,382$ atomes.

C. q. f. d.

§ 27. — Dans un millimètre cube d'eau à 4° C. et à $0^m,76$ de pression, il y a $\frac{10^{90}}{1811,8}$ atomes, ou environ 552 quadrillions de vingtillions d'atomes.

Preuve. — Nous avons démontré (§ 24) que dans $\varepsilon^3\left(1-\frac{\pi}{12}\right) = \frac{129^{\text{mm. c.}},6}{10^{57}}$ d'Éther il y a un seul atome, et (§ 25) que dans $\varepsilon^3\left(1-\frac{\pi}{12}\right)$ d'eau il y a $\frac{10^{33}}{13,98}$ atomes.

Nous avons également démontré (§ 26) que dans un millimètre cube d'Éther il y a $\frac{10^{57}}{129,6}$ atomes, parce que $\varepsilon^3\left(1-\frac{\pi}{12}\right)$ est contenu $\frac{10^{57}}{129,6}$ fois dans un millimètre cube.

En désignant par n_e le nombre d'atomes contenus dans un millimètre cube d'eau, nous avons, en vertu des démonstrations ci-dessus indiquées :

$$(1) \quad n_e = \frac{10^{33}}{13,98} \times \frac{10^{57}}{129,6} = \frac{10^{90}}{1811,8}.$$

En exécutant la division de $\frac{10^{90}}{1811,8}$, on obtient :

$$(2) \qquad n_e = 551,9 \times 10^{84},$$

c'est-à-dire environ 552 quadrillions de vingtillions d'atomes.

C. q. f. d.

§ 28. — $$\mu = \frac{1^{\text{mg.}},8}{10^{87}}.$$

μ désigne la masse d'un atome.

Ainsi, la masse d'un atome est 1,8 d'un septillionième de vingtillionième d'un milligramme.

Preuve. — Nous avons démontré (§ 27) que dans un millimètre cube d'eau il y a $\frac{10^{90}}{1811,8}$ atomes, lesquels constituent la masse d'un millimètre cube d'eau, c'est-à-dire un milligramme.

Il en résulte que :

$$(1) \qquad \mu = \frac{1^{\text{mg.}}}{\frac{10^{90}}{1811,8}} = \frac{1811^{\text{mg.}},8}{10^{90}} = \frac{1^{\text{mg.}},8}{10^{87}}.$$

C. q. f. d.

Remarque. — *En déterminant la masse de l'atome, nous avons acquis un moyen puissant pour pénétrer les secrets les plus profonds de la nature.*

§ 29. — $$\varepsilon_1 = \frac{0^{\text{mm.}},44}{10^{18}}.$$

ε_1 désigne la distance normale de deux atomes voisins dans la matière cosmique à son état primordial, c'est-à-dire avant sa concentration en Corps Célestes.

Ainsi, la distance normale de deux atomes voisins dans la matière cosmique à son état primordial est les 44 centièmes d'un quintillionième de millimètre.

Preuve. — Puisque les cubes des distances qui séparent les atomes voisins sont en raison inverse des densités, on a :

(1) $$\frac{\varepsilon_1^3}{\varepsilon^3} = \frac{1}{2}.$$

D'où :

(2) $$\varepsilon_1 = \frac{\varepsilon}{\sqrt[3]{2}}$$

En mettant dans le second membre de l'équation (2) les valeurs connues de $\varepsilon = \dfrac{0^{\text{mm.}},56}{10^{18}}$ et de $\sqrt[3]{2} = 1,259921$, on obtient :

(3) $$\varepsilon_1 = \frac{0^{\text{mm.}},44}{10^{18}}.$$

C. q. f. d.

§ 30. — Dans un millimètre cube de matière cosmique à son état primordial, il y a $\frac{10^{57}}{64,8}$ atomes.

Preuve. — Nous avons démontré (§ 20) que la densité D_1 de la matière cosmique à son état primordial est le double de la densité D de l'Éther, et (§ 26) que dans un millimètre cube d'Éther il y a $\frac{10^{57}}{129,6}$ atomes.

Par conséquent :

$$(1) \qquad n_1 = \frac{2 \times 10^{57}}{129,6} = \frac{10^{57}}{64,8}.$$

n_1 désigne le nombre d'atomes contenus dans un millimètre cube de matière cosmique à son état primordial.

C. q. f. d.

§ 31. — $\varepsilon_e = \frac{13^{\text{mm.}},44}{10^{30}}.$

ε_e désigne la distance normale de deux atomes voisins dans l'eau à 4° C. et à $0^{\text{m}},76$ de pression, si les atomes étaient uniformément répartis.

Ainsi, cette distance normale ε_e est de 13,44 d'un nonillionième de millimètre.

Preuve. — Puisque les cubes des distances qui séparent les atomes voisins sont en raison inverse des densités, et puisque dans $\varepsilon^3\left(1-\frac{\pi}{12}\right)$ d'Éther il y a un seul atome (§ 24), tandis que dans $\varepsilon^3\left(1-\frac{\pi}{12}\right)$ d'eau il y a $\frac{10^{33}}{13,98}$ atomes (§ 25), on a :

$$(1) \qquad \frac{\varepsilon_e^3}{\varepsilon^3} = \frac{1}{\frac{10^{33}}{13,98}}.$$

D'où :

$$(2) \qquad \varepsilon_e = \varepsilon \times \frac{\sqrt[3]{13,98}}{10^{11}}.$$

En mettant dans la formule (2) la valeur connue de $\varepsilon = \frac{0^{\text{mm.}},56}{10^{18}}$, on obtient :

$$(3) \qquad \varepsilon_e = \frac{13^{\text{mm.}},44}{10^{30}}.$$

C. q. f. d.

§ 32. — $\varepsilon_H = \frac{305^{\text{mm.}}}{10^{30}}.$

ε_H désigne la distance normale de deux atomes voisins dans l'hydrogène, à 4° C. et à $0^m,76$ de pression, si les atomes étaient uniformément répartis.

Ainsi, cette distance normale ε_H est de 305 nonillionièmes de millimètre.

Preuve. — La densité de l'hydrogène est $\frac{89,566}{10^6}$ de la densité de l'eau prise pour unité. Par conséquent, puisque les cubes des distances, qui séparent les atomes voisins, sont en raison inverse des densités, on a :

$$(1) \qquad \frac{\varepsilon_H^3}{\varepsilon_e^3} = \frac{1}{\frac{89,566}{10^6}}.$$

D'où :

$$(2) \qquad \varepsilon_H = \varepsilon_e \times \frac{10^2}{\sqrt[3]{89,566}}.$$

En mettant dans la formule (2) les valeurs connues de $\varepsilon_e = \frac{13,44}{10^{30}}$ et de $\sqrt[3]{89,566} = 4,4$, on obtient :

$$(3) \qquad \varepsilon_H = \frac{305^{\text{mm.}}}{10^{30}}.$$

C. q. f. d.

§ 33. — Dans $\varepsilon^3\left(1 - \frac{\pi}{12}\right) = \frac{129^{\text{mm. c.}},6}{10^{57}}$, c'est-à-dire dans 129,6 d'un ottillionième de décillionième de millimètre cube d'hydrogène, à 4° C. et à $0^m,76$ de pression, il y a $6,1 \times 10^{27}$, c'est-à-dire environ 6 ottillions d'atomes.

Preuve. — Puisque les densités sont en raison inverse des cubes des distances qui séparent les atomes voisins, s'ils étaient uniformément répartis, et comme dans $\varepsilon^3\left(1-\frac{\pi}{12}\right)$ d'eau il y a $\frac{10^{33}}{13,98}$ atomes (§ 25), on a :

$$(1) \qquad \frac{n_H}{\frac{10^{33}}{13,98}} = \frac{\varepsilon_e^3}{\varepsilon_H^3}.$$

n_H désigne le nombre d'atomes qu'il y a dans $\varepsilon^3\left(1-\frac{\pi}{12}\right)$ d'hydrogène.

En mettant dans la formule (1) les valeurs connues de $\varepsilon_e = \frac{13^{mm.},44}{10^{30}}$ et de $\varepsilon_H = \frac{305^{mm.}}{10^{30}}$, on obtient :

$$(2) \qquad n_H = 6,1 \times 10^{27}.$$

C. q. f. d.

§ 34. — Dans un millimètre cube d'hydrogène à 4° C. et à $0^m,76$ de pression, il y a $47\,067 \times 10^{78}$ atomes, c'est-à-dire environ 47 067 trillions de vingtillions d'atomes.

Preuve. — Puisque dans $\varepsilon^3\left(1-\frac{\pi}{12}\right)$ il y a n_H, c'est-à-dire $6,1 \times 10^{27}$ atomes (§ 33), et comme $\varepsilon^3\left(1-\frac{\pi}{12}\right) = \frac{129^{\text{mm.c.}},6}{10^{57}}$ (§ 24), en désignant par N_H le nombre d'atomes compris dans un millimètre cube d'hydrogène, on a :

$$(1) \qquad N_H = n_H \times \frac{10^{57}}{129,6}.$$

En mettant dans la formule (1) la valeur connue de $n_H = 6,1 \times 10^{27}$, on obtient :

$$(2) \qquad N_H = 47\,067 \times 10^{78}.$$

C. q. f. d.

§ 35. — Procédant, comme nous l'avons fait, pour l'hydrogène dans les § 32, § 33 et § 34, nous avons calculé dans le Tableau suivant, pour l'azote, l'oxygène, le carbone (graphite), le mercure, le fer, l'argent, l'or et le platine, les distances normales des atomes voisins uniformément répandus, et le nombre d'atomes contenus dans $\varepsilon^3\left(1-\frac{\pi}{12}\right)$ et dans un millimètre cube.

NOMS des CORPS.	DISTANCE NORMALE des atomes voisins uniformément répandus.	NOMBRE DES ATOMES contenus dans $\varepsilon^3\left(1-\frac{\pi}{12}\right)=\frac{129^{\text{mm.c.}},6}{10^{57}}$	NOMBRE DES ATOMES contenus dans un millimètre cube.	POIDS SPÉCIFIQUE par rapport à l'eau.
Éther . . .	$\frac{0^{\text{mm.}},56}{10^{18}}$	1	$7,716\ldots\times 10^{54}$	$\frac{13,98}{10^{33}}$
Matière cosmique à son état primordial. .	$\frac{0^{\text{mm.}},44}{10^{18}}$	2	$15,432\ldots\times 10^{54}$	$2\times\frac{13,98}{10^{33}}$
Hydrogène.	$\frac{305^{\text{mm.}}}{10^{30}}$	$6,1\ldots\times 10^{27}$	$47,\ldots\times 10^{81}$	$\frac{89,566}{10^{6}}$
Azote.	$\frac{125^{\text{mm.}},607}{10^{30}}$	$87,6\ldots\times 10^{27}$	$670,\ldots\times 10^{81}$	$\frac{1256,1}{10^{6}}$
Oxygène . .	$\frac{119^{\text{mm.}}}{10^{30}}$	$103,\ldots\times 10^{27}$	$790,\ldots\times 10^{81}$	$\frac{1429,8}{10^{6}}$
Eau.	$\frac{13^{\text{mm.}},44}{10^{30}}$	$71,53\ldots\times 10^{30}$	$5,519\times 10^{86}$	1
Carbone . . (graphite)	$\frac{9^{\text{mm.}},90}{10^{30}}$	$178,826\ldots\times 10^{30}$	$13,79\ldots\times 10^{86}$	2,500
Mercure . .	$\frac{5^{\text{mm.}},6}{10^{30}}$	$972,\ldots\times 10^{30}$	$75,\ldots\times 10^{86}$	13,596
Fer	$\frac{6^{\text{mm.}},9}{10^{30}}$	$515,\ldots\times 10^{30}$	$39,73\ldots\times 10^{86}$	7,207
Argent. . . .	$\frac{6^{\text{mm.}},1}{10^{30}}$	$749,\ldots\times 10^{30}$	$57,78\ldots\times 10^{86}$	10,474
Or.	$\frac{5^{\text{mm.}}}{10^{30}}$	$1377,\ldots\times 10^{30}$	$106,25\ldots\times 10^{86}$	19,258
Platine . . .	$\frac{4^{\text{mm.}},8}{10^{30}}$	$1500,\ldots\times 10^{30}$	$110,\ldots\times 10^{86}$	21,540

§ 36. — Notre planète, la Terre, est composée de 3 269,2 quadrillions de trentillions d'atomes.

Preuve: — Nous avons démontré (§ 19) que la masse m_t de la Terre est :

$$(1) \quad m_t = 5\,923\,130\,555{,}2 \text{ myriamètres cubes d'eau.}$$

En réduisant les myriamètres cubes en millimètres cubes, on a :

$$(2) \qquad m_t = 5\,923\,130\,555{,}2 \times 10^{21} \text{ millimètres cubes d'eau.}$$

Nous avons démontré (§ 27) que dans 1 millimètre cube d'eau il y a $\dfrac{10^{90}}{1811{,}8}$ atomes.

Par conséquent, en désignant par N_T le nombre d'atomes qui composent la Terre, on a :

$$(3) \quad N_T = 5\,923\,130\,555{,}2 \times 10^{21} \times \frac{10^{90}}{1811{,}8} \text{ atomes.}$$

En effectuant les calculs, on obtient :

$$(4) \qquad N_T = 3\,269\,196 \times 10^{111}$$

ou bien :

$$N_T = 3269{,}2 \times 10^{114} \text{ atomes.}$$

C. q. f. d.

§ 37. — Notre Système Solaire est composé de 1 162 sextillions de trentillions d'atomes.

Preuve. — Nous avons démontré (§ 19) que la masse M_S de notre Système Solaire est :

(1) $M_S = 2\,105\,165\,329\,700\,672,136$ myriamètres cubes d'eau.

En réduisant les myriamètres cubes en millimètres cubes, on a :

(2) $M_S = 2\,105\,165\,329\,700\,672,136 \times 10^{21}$ millimètres cubes d'eau.

Nous avons démontré (§ 27) que dans 1 millimètre cube d'eau il y a $\dfrac{10^{90}}{1811,8}$ atomes.

Par conséquent, en désignant par N_S le nombre d'atomes qui composent notre Système Solaire, on a :

$$(3)\quad N_S = 2\,105\,165\,329\,700\,672,136 \times 10^{21} \times \frac{10^{90}}{1811,8}.$$

En effectuant le calcul, on obtient :

$$(4)\qquad N_S = 1\,161\,919\,267\,971,44 \times 10^{111}$$

ou bien :

$$N_S = 1\,162 \times 10^{120} \text{ atomes.}$$

§ 38. — Dans notre horizon télescopique, ayant le volume d'une sphère dont le diamètre est parcouru par la lumière en 3 006 000 ans, avec une vitesse de 300 000 kilomètres par seconde, il y a 93 nonillions de trentillions d'atomes condensés en 80 millions de systèmes solaires et 93 nonillions de trentillions d'atomes restés à l'état d'Éther.

Preuve. — Nous avons démontré (§ 19) que le volume de notre horizon télescopique est une sphère dont le diamètre est parcouru par la lumière en 3 006 000 ans et que dans cet horizon télescopique il y a 80 millions de systèmes solaires, chacun d'une masse égale à celle de notre Système Solaire, pris pour terme moyen. Par conséquent, en désignant par N_{HZ} le nombre d'atomes qui composent les 80 millions de systèmes solaires de notre horizon télescopique et par N_S le nombre d'atomes qui composent notre Système Solaire, on a :

$$(1) \qquad N_{HZ} = N_S \times 8 \times 10^7.$$

En mettant dans l'équation (1) la valeur de N_S déterminée au § 37, formule (4). et en effectuant les calculs, on obtient :

$$(2) \qquad N_{HZ} = 9\,295{,}352 \times 10^{127}$$

ou bien :

$$N_{HZ} = 93 \times 10^{129}.$$

Enfin nous avons démontré (§§ 20 et 22) que, dans notre horizon télescopique et dans l'Univers entier, le nombre d'atomes restés à l'état d'Éther est toujours égal au nombre d'atomes condensés en Corps Célestes.

Puisque nous venons de démontrer dans ce paragraphe que le nombre d'atomes condensés en Corps Célestes dans notre horizon télescopique est de 93×10^{129}, il en résulte que le nombre d'atomes restés à l'état d'Éther dans ce même horizon est aussi de 93×10^{129}. C. q. f. d.

Première remarque: — Dans ce Chapitre, nous avons démontré d'abord la *raison d'être géométrique* des atomes qui constituent la matière.

Ensuite nous avons déterminé la densité de l'Éther en nous servant de la masse de la Terre, de la masse de notre Système Solaire, et du nombre d'étoiles contenues dans notre horizon télescopique, et nous avons démontré que dans l'Univers il y a autant d'atomes à l'état d'Éther qu'il y en a de concentrés en Corps Célestes, ce qui constitue la raison de l'équilibre de l'Univers.

De la densité de l'Éther, de l'amplitude de l'onde lumineuse, de la vitesse de la lumière et du nombre de ses vibrations par seconde, nous avons déduit la distance normale de deux atomes voisins de l'Éther. Ayant déterminé cette distance, nous en avons déduit le nombre d'atomes qu'il y a dans un volume quelconque d'Éther.

Connaissant ce nombre ainsi que la densité de l'Éther par rapport à l'eau, nous avons déduit le nombre d'atomes contenus dans un volume quelconque d'eau.

A l'aide de ce nombre et des densités connues des différents corps par rapport à l'eau, nous avons établi le moyen de déterminer les masses des différents corps d'une manière absolue, c'est-à-dire le nombre d'atomes qui les composent.

Enfin, après avoir trouvé toutes ces valeurs, nous avons déterminé le nombre d'atomes dont sont composés notre planète la Terre, notre Système Solaire et toutes les étoiles de notre horizon télescopique; par conséquent, nous avons déterminé leurs masses d'une manière absolue.

Deuxième remarque. — Il est regrettable pour le progrès de l'esprit humain que les hommes, au lieu d'aller au fond des choses, ont eu souvent recours à des sophismes et se sont payés de mots.

Nous aurions beaucoup à faire si nous devions énumérer toutes les erreurs qui ont été ainsi commises. Nous ne perdrons pas notre temps à le faire. Nous en énumérerons cependant quelques-unes qui sont arrivées à l'état de préjugés pour certains esprits.

Notons d'abord la distinction, très usitée en philosophie, entre l'homme comme sujet et le monde comme objet. Une fois cette distinction admise, on a fait un pas de plus, et on a dit que les perceptions du sujet pouvaient parfaitement ne pas lui montrer les objets tels qu'ils sont réellement. Enfin, en continuant dans cet ordre d'idées, on en est arrivé à supposer que voir les objets dans l'espace n'est qu'une manière subjective de les voir, et que l'espace lui-même peut ne pas exister en réalité.

Parallèlement à ces erreurs, il s'en est établi encore d'autres qui en dérivent plus ou moins directement.

Ainsi, on a soutenu que les points matériels eux-mêmes n'existent pas, qu'il n'y a que des points dynamiques, et enfin on en est arrivé presque à supprimer le monde et ses objets, parce que le sujet était incapable de pénétrer et de saisir la véritable manière d'être de l'Univers.

Quelle triste procession d'erreurs!

Ainsi, la distinction entre le sujet et l'objet, comme constituant deux natures différentes, est une distinction contraire à la réalité.

En effet, quel est le sujet en question? Un homme, c'est-à-dire un objet, comme tous les autres objets qui l'entourent.

Que sont ses perceptions des autres objets?

Des chocs comme ceux qui ont lieu entre ces objets eux-mêmes.

Ces chocs sont immédiats comme dans le toucher, dans le goût et dans l'odorat, où notre corps perçoit par le contact direct le nombre de vibrations des atomes des corps que nous touchons, que nous goûtons ou que nous sentons. Les chocs nous sont transmis par l'intermédiaire de l'air ou d'un autre milieu dans le son et par l'intermédiaire de l'Éther nous recevons comme lumière les chocs des corps qui se trouvent de nous à des distances immenses.

Ainsi, tout ce qui se trouve dans l'Univers, ce sont des objets et leurs relations sont toujours des chocs entre ces objets. Nous verrons dans le Chapitre suivant les lois géométriques de ces chocs; elles sont inflexibles comme toutes les lois mathématiques et de ce que tel objet s'appelle Pierre ou Paul, ces chocs n'en sont pas moins les mêmes et ces lois restent toujours des lois géométriques et mécaniques qui ne varient pas d'un objet à un autre, mais qui sont les mêmes pour l'Univers entier. Par conséquent, les perceptions nous mettent en relation directe avec les objets et nous les montrent tels qu'ils sont réellement. Le bon sens de l'humanité le lui a toujours dit et c'est appuyée sur ce bon sens que l'humanité vaque à ses affaires et à ses plaisirs. Il a fallu toute une série de sophistes pour mettre en doute ce bon sens, et cela leur a été relativement facile parce qu'on n'a pas su jusqu'à présent opposer à leurs divagations des démonstrations géométriques.

L'humanité, tout en ne connaissant pas ces raisons scientifiques, a cependant toujours fait justice de ces sophismes par son simple bon sens; elle en a ri, et c'est ce qu'elle avait de mieux à faire.

Que dire maintenant de cette autre énormité qui tend à nier l'existence de l'espace? Scientifiquement parlant, il faut renvoyer ceux qui ont cette tendance aux démonstrations mathématiques que nous avons données de l'existence de l'espace; physiologiquement parlant, on doit reconnaître que leur jugement est faussé.

Il en est de même de la supposition qu'il n'y a pas de points matériels dans l'Univers, mais seulement des points dynamiques.

Nous avons démontré géométriquement qu'il y a des points matériels, nous démontrons de même dans le Chapitre suivant que ces points matériels sont aussi des points dynamiques, puisqu'ils sont animés de quantités de mouvement très considérables. Mais imaginer des points dynamiques sans points matériels, non seulement c'est une supposition gratuite dénuée de toute démonstration, mais c'est un non-sens dans toute la force du terme, car jamais un esprit sain ne comprendra qu'un mouvement soit attribué à un point si ce point n'est pas matériel, par la simple raison que ce qui n'est pas matériel n'est pas susceptible de se mouvoir. D'ailleurs voici une démonstration mathématique évidente de ce fait :

Tout mouvement d'un objet quelconque est constaté en mécanique par la quantité de mouvement de cet objet, c'est-à-dire par sa masse multipliée par sa vitesse. Si vous réduisez à zéro l'un des deux facteurs, la masse par exemple, le produit devient nul et vous n'avez plus de mouvement dans l'Univers.

Enfin on nous dispensera de rappeler toutes les élucubrations par lesquelles on a tenté de nier la réalité du monde, et cela parce que ceux qui ont cherché la véritable manière d'être de l'Univers ont été incapables de la trouver : il suffit de leur faire la même réponse qu'à ceux qui ont nié l'existence de l'espace. Ce que ces sophistes avaient de mieux à faire, c'était de reconnaître leur impuissance, mais non de mettre en doute la réalité du monde, parce qu'ils étaient incapables de la démontrer. En agissant ainsi, ils auraient au moins conservé leur bon sens qui est un bien précieux et ils n'auraient pas encombré la philosophie, et même les différentes branches des sciences exactes, d'idées absurdes.

Dans ses aberrations, l'esprit humain est allé jusqu'à considérer même les lois mathématiques et géométriques comme une manière subjective de voir de l'homme, et qu'en définitive on pourrait tout aussi bien considérer les choses autrement. D'abord c'est une supposition gratuite, dénuée de toute démonstration, comme toutes celles que nous avons déjà réfutées plus haut, et nous défions ceux qui avancent de pareilles propositions, de les démontrer.

Ainsi, le volume d'une sphère diminue en raison du cube du rayon, tandis que sa surface ne diminue qu'en raison du carré de ce rayon. Voilà une loi absolue, éternelle et qui est la cause dernière et effective d'une immense quantité de phénomènes des plus importants dans l'Univers. Pouvez-vous changer cette loi, basée sur des démonstrations géométriques immuables? Non, vous ne le pouvez pas. Vous pouvez tout au plus déguiser cette loi en l'exprimant d'une autre manière, mais au fond la loi sera toujours la même. Mais du moment où cette loi est immuable et absolue, vous n'avez pas le droit de dire que c'est une simple manière subjective de voir les choses, et qu'on pourrait aussi les voir autrement.

Même dans l'étude élémentaire de la géométrie, dans l'enseignement des écoles, on a introduit l'erreur que la géométrie a besoin de certains postulata pour établir son édifice. Or c'est une erreur fondamentale, car toutes les démonstrations géométriques doivent aboutir en dernier lieu à une identité telle que $a = a$.

Ainsi, par exemple, la démonstration que la somme des trois angles d'un triangle est égale à deux angles droits, aboutit toujours à une identité; car, si l'on trace une parallèle à l'un des côtés d'un triangle par le sommet opposé, on voit que les trois angles autour de ce sommet sont les mêmes que les trois angles contenus dans le triangle. Il en est de même de toute autre démonstration géométrique qui doit toujours être ramenée à une identité. Or une identité n'est pas un postulatum, c'est l'évidence même : donc c'est la vérité absolue.

Pour ceux qui seraient tentés de donner un créateur aux lois géométriques, il suffit d'attirer leur attention sur cette dernière vérité, à savoir : que la raison d'être de toute loi géométrique est l'identité mise en évidence par la démonstration, que par conséquent les lois géométriques existent nécessairement par elles-mêmes, et qu'elles ne peuvent ni être créées ni être anéanties.

Il en résulte qu'aucun géomètre ne peut faire une loi géométrique : puisqu'elle existe par elle-même, il ne peut que la constater.

Nous démontrons d'ailleurs dans le Chapitre VII que la seule Divinité réelle, c'est l'*Idée Absolue,* qui est l'ensemble des lois de l'espace et qui réunit tous les attributs suprêmes que la foi prête à la Divinité.

TROISIÈME CHAPITRE

LE MOUVEMENT

§ 39. — Le déplacement, ou, en d'autres termes, le mouvement, est, par raison géométrique, l'état inhérent à tout atome, c'est-à-dire que tout atome étant nécessairement déplacé, il a par cette raison même une certaine quantité de mouvement primordiale en rapport avec sa masse.

Preuve. — Les atomes doivent, par raison géométrique, former partout dans l'espace des centres, de chacun desquels partent douze rayons infinis qui sont des lignes composées d'atomes (§§ 16 et 17). Mais une raison géométrique tout aussi évidente rend impossible l'existence à l'état stable de cette infinité de centres avec leurs rayons infinis, car les rayons issus de centres différents s'entrecoupent dans tous les sens entre eux et butent contre les centres des autres rayons.

Or, comme les atomes sont indivisibles (§ 11) et par conséquent impénétrables, ils doivent nécessairement être tous déplacés de leur position stable comme rayons infinis de l'espace, pour satisfaire à ces deux raisons géométriques à la fois.

Or *déplacement* signifie *mouvement*.

Ainsi, par raison géométrique, le mouvement est nécessairement le seul état possible et réel de tout point matériel.

De même que la Terre tourne par raison géométrique autour du centre de gravité de notre Système Solaire, de même aussi les atomes se déplacent, comme nous l'avons démontré, par raison géométrique. Il en résulte que le mouvement a pour cause première une nécessité géométrique, comme c'est d'ailleurs le cas pour tous les phénomènes de l'Univers, car tous ont pour cause première la nécessité géométrique. Les formes matérielles sont aussi produites par le déplacement des parties qui les constituent, et cela toujours en vertu des lois géométriques, comme on peut le constater très clairement en observant les figures de Plateau. Mais puisque ces lois produisent les formes, elles produisent implicitement et nécessairement aussi le déplacement des parties matérielles qui constituent ces formes, c'est-à-dire le mouvement de ces parties.

Ainsi, de quelque manière que l'on envisage la question, le mouvement des atomes est toujours le résultat d'une nécessité géométrique.

Il nous reste à démontrer que la quantité de mouvement primitive, inhérente à tout atome, est en rapport direct de sa masse.

En mécanique, la quantité de mouvement d'un corps est égale au produit de sa masse par sa vitesse.

Si maintenant nous comparons deux atomes dont les masses m_1 et m_2 ont une minime différence entre elles, nous aurons

$$(1) \qquad \frac{q_1}{q_2} = \frac{m_1 v}{m_2 v}.$$

q_1 et q_2 désignent la quantité de mouvement primitive de chacun des deux atomes, et

v leur vitesse.

Comme il n'y a aucune raison pour que les vitesses primordiales diffèrent, v représente la même valeur dans le numérateur et dans le dénominateur du second membre de l'équation (1).

En simplifiant, on obtient par conséquent :

$$(2) \qquad \frac{q_1}{q_2} = \frac{m_1}{m_2}.$$

On nous objectera peut-être que les vitesses primordiales des différents atomes doivent différer aussi bien que leurs masses, puisque l'identité absolue n'est qu'une fiction mathématique sans aucune réalité. Ce raisonnement est juste; mais pour que les vitesses primordiales de deux atomes diffèrent sensiblement entre elles, il faudrait nécessairement que le mouvement de l'un des deux atomes ait été accéléré ou retardé. Or, comme il n'y a aucune cause pour exercer l'une de ces deux actions sur le mouvement primordial des atomes, comme de plus l'idée même d'une action quelconque sur le mouvement primordial démontre que cette action ne saurait avoir lieu qu'après que ce mouvement existe, par conséquent après que les vitesses primordiales sont les mêmes pour tous les atomes, il en résulte nécessairement que les vitesses primordiales des atomes sont sensiblement égales, et cela précisément parce qu'il n'y a aucune raison géométrique pour qu'elles soient différentes.

Il est certain qu'à l'origine du mouvement, comme plus tard, l'identité mathématique absolue entre les vitesses primordiales des différents atomes est tout aussi impossible que l'identité mathématique absolue entre leurs masses. Cette différence doit toutefois être minime, comme nous l'avons déjà démontré pour la masse des atomes, et en tout cas, du moment où l'on veut évaluer la quantité primordiale de mouvement des atomes, on doit comparer ces quantités de mouvement à leurs masses puisque celles-ci sont déplacées, et l'on est ainsi amené à ne pas s'occuper des différences minimes qu'il peut y avoir dans leurs vitesses primordiales. C. q. f. d.

Première remarque. — Nous venons de démontrer que la figure primordiale de l'espace est impossible à l'état stable et que le déplacement des points matériels, c'est-à-dire leur mouvement, est nécessaire par raison géométrique. C'est là ce qui constitue la *cause première* du mouvement.

Maintenant observons que cette même figure primordiale de l'espace, qui est impossible à l'état stable, est réalisée partout dans l'Univers à l'état mobile. L'exemple le plus saisissant en est un point lumineux aussi exigu que possible. A quelles distances incommensurables ne s'étendent pas ses rayons? Chaque point matériel de l'Univers est un centre de l'espace qui rayonne au loin par le mouvement qu'il imprime aux points matériels avec lesquels il est en contact.

Deuxième remarque. — Le fait que la matière paraît inerte parce que le déplacement des corps ne peut être déterminé que par une force indépendante de la masse qui reçoit l'impulsion, a habitué l'esprit humain à ne pas concevoir le mouvement sans une cause étrangère à la matière. Cette conception est radicalement fausse, car la matière ne peut jamais être inerte, comme nous le démontrerons dans cette étude; mais dans ce cas la théorie scientifique a été complice des apparences pour étendre généralement cette conception, en sorte qu'elle paraît tout aussi plausible au savant qu'au laïque qui croit qu'il en est ainsi parce que cela paraît être ainsi.

Il y a cependant bien d'autres conceptions, basées sur les apparences, qui étaient tout aussi répandues dans l'humanité et qui ont fini par être rejetées comme des conceptions fausses.

Par exemple, l'idée que le Soleil tourne autour de la Terre, idée qui était bien plus démontrée par les apparences que l'inertie de la matière, car rien n'autorise en apparence à admettre que le Soleil ne tourne pas autour de la Terre, tandis que beaucoup de phénomènes, qui se passent autour de nous contredisent, même par leur apparence, l'idée de l'inertie de la matière.

Ainsi, voici une pierre humide: l'eau dont elle était humectée il y a quelques instants, s'est évaporée sous nos yeux. Voilà des apparences qui ne militent guère en faveur de l'inertie de la matière. Le laïque conçoit aussi bien que le savant que c'est la chaleur solaire qui a desséché la pierre. Le savant fait plus, il nous démontre que la quantité de mouvement employée pour transformer l'eau en vapeur est l'équivalent d'une certaine quantité de chaleur communiquée par le Soleil et transformée en mouvement. Donc la matière est toujours inerte, dira-t-on, puisqu'elle a reçu cette impulsion du dehors, du Soleil. Mais si, au lieu de communiquer à l'eau de la pierre une certaine quantité de mouvement par une certaine quantité de chaleur, nous nous bornons à supprimer la pression de l'atmosphère, est-ce que les parcelles d'eau ne s'enlèvent-elles pas également pour se répandre en vapeurs? Ici la conception de l'inertie de la matière est déjà fausse, car voilà de la matière qui s'est mise en mouvement sans qu'on lui en ait communiqué du dehors, mais par le seul fait qu'on a supprimé une pression qui l'empêchait de se mouvoir librement. Et si, au lieu de supprimer seulement la pression atmosphérique, on pouvait supprimer la pression de l'Éther qui maintient les atomes de la pierre à l'état de corps solide, comme nous le démontrons plus loin, est-ce que par leurs projections les uns contre les autres tous les atomes qui composent la pierre ne se disperseraient pas d'après la loi du § 75? Et une fois en mouvement dans des sens opposés, est-ce que ces atomes ne s'éloigneraient pas, d'après les lois de la mécanique, à l'infini les uns des autres, si d'autres atomes ne s'opposaient à ce mouvement? Qu'est devenue l'inertie de la matière? Une conception fausse, bonne seulement en mécanique à titre d'hypothèse pour simplifier les données du problème de la translation d'une masse en équilibre, c'est-à-dire en repos.

Mais revenons à notre point de départ.

Nous avons dit que, vu l'inertie apparente de la matière, l'esprit humain s'est habitué à ne pas concevoir le mouvement sans une cause étrangère à la matière.

Cette habitude, basée sur une fausse conception, empêchera plus d'un esprit de saisir au premier abord la démonstration géométrique que nous donnons de la nécessité du mouvement primordial et qui constitue par conséquent la raison d'être, la cause première du mouvement. Pour familiariser ces esprits avec cette démonstration, nous leur observons que tous les mouvements ont pour raison d'être une raison géométrique; il en est ainsi du mouvement des Corps Célestes comme du mouvement des animaux. Pour s'en convaincre, on n'a qu'à prendre tous les phénomènes de la mécanique céleste et l'on verra qu'ils ont toujours chacun une loi géométrique absolue pour raison d'être. Quant aux animaux, du moment où ils éprouvent le besoin de faire tel ou tel mouvement, il est certain, d'après toutes les découvertes physiques, chimiques et physiologiques, que ces mouvements s'effectuent toujours d'après les lois de la mécanique : donc ils ont aussi toujours une loi géométrique absolue pour raison d'être.

Puisque la raison géométrique détermine tous les mouvements, il serait inconcevable qu'il n'en fût pas de même aussi pour le mouvement primordial de l'atome. La difficulté consistait seulement à trouver la loi géométrique qui démontre la nécessité de ce mouvement. Eh bien! nous l'avons trouvée par des déductions rigoureuses des lois géométriques de l'espace (Chapitre Ier).

Vouloir attribuer ce mouvement à une autre cause qu'à la cause géométrique, c'est tomber dans l'absurde, c'est forger des contes tout au plus bons pour duper des ignorants.

Mais on doit nous bien comprendre : se figurer d'abord l'espace sans atomes et puis faire créer des atomes par une cause occulte, inintelligible, c'est absurde. Se figurer ensuite ces atomes sans mouvement et puis leur faire communiquer ce mouvement par une cause étrangère aussi inintelligible que la première, c'est tout aussi absurde. Dans chacun de ces deux cas, pour avoir commencé par dénaturer la réalité en imagination, on est ensuite obligé de commettre une seconde erreur afin de rentrer dans la réalité.

Quant à notre manière de procéder, elle est précisément le contraire de celle que nous venons de critiquer. Nous ne disons pas que telle raison a créé les atomes ou leur a communiqué le mouvement. Nous prenons la réalité telle qu'elle est, et nous disons :

Les atomes ont toujours existé parce que l'espace a dû avoir toujours, par raison géométrique, des centres partout et des rayons infinis.

Nous démontrons donc la nécessité géométrique de l'existence des points matériels, mais non de leur création, car, pour chercher à les créer en imagination, il faudrait d'abord pouvoir se les imaginer n'ayant pas existé.

Or c'est un non-sens, et la raison géométrique le prouve bien, puisqu'elle nous démontre que les points matériels ont dû toujours exister (§ 13).

Il en est de même du mouvement : nous ne disons pas que telle cause a communiqué la première impulsion aux atomes, car pour chercher une pareille cause il faudrait d'abord se les imaginer immobiles, ce qui est encore un non-sens. En effet, nous avons dit et démontré que le mouvement de l'atome a toujours existé, qu'il lui est inhérent à cause d'une raison géométrique déduite rigoureusement des lois de l'espace.

Il n'est donc plus permis de s'imaginer l'atome d'abord immobile pour rechercher ensuite ce qui a pu lui donner la première impulsion.

Ces explications nous ont paru nécessaires pour prévenir tout malentendu.

On nous observera peut-être :

S'il en est ainsi, est-ce qu'il n'était pas plus simple de dire seulement que les atomes et leur mouvement existent, sans en donner aucune raison?

Il aurait été plus simple encore de ne rien dire du tout ; mais cela n'aurait guère avancé l'esprit humain, puisque cela laisserait le champ libre aux erreurs et à l'imposture, tandis que du moment où un fait a été ramené à sa raison géométrique, qui est sa dernière raison d'être, les erreurs et l'imposture ne sont plus possibles.

§ 40. — Le mouvement a toujours existé.

Preuve. — Le déplacement des atomes, c'est-à-dire leur mouvement, a toujours existé, parce qu'il a toujours été géométriquement impossible que les rayons infinis qui sont des lignes composées d'atomes, lesquelles lignes partent de tout centre de l'espace et s'entre-croisent dans tous les sens, il a été, disons-nous, toujours impossible que ces rayons s'entrecoupent sans que le déplacement des atomes, c'est-à-dire leur mouvement, soit une nécessité absolue (§ 39). C. q. f. d.

§ 41. — Le mouvement est éternel.

Preuve. — Parce que les atomes, en s'entre-choquant, ne font qu'échanger leurs quantités de mouvement, comme nous le démontrons au § 46.

C. q. f. d.

Première remarque. — On se demandera peut-être comment il se fait que les atomes, en s'entre-choquant de toute éternité, ne finissent pas par s'user, puisque nous voyons que tous les corps s'usent par un choc répété.

La raison en est fort simple : Lorsque nous disons que les corps s'usent en s'entre-choquant, nous devons faire attention que ces corps se divisent en parcelles très petites, mais ne se divisent jamais au point de se dissoudre dans leurs molécules constitutives.

Ainsi, un cristal broyé se divise en cristaux très petits, mais toujours en cristaux. Le sable du désert, quoiqu'il s'entre-choque sous l'impulsion du vent depuis des milliers d'années, conserve cependant toujours sa forme ; à plus forte raison, les atomes, qui sont indivisibles parce qu'ils sont minimes (§ 11), ne peuvent-ils pas se diviser ou, comme on dit en langage ordinaire, s'user.

Deuxième remarque. — Quant à l'éternité du mouvement, l'expérience nous prouve aussi que, de même qu'il est impossible d'anéantir une parcelle de matière, il est tout aussi impossible d'anéantir un mouvement quelconque.

La théorie mécanique de la chaleur nous en donne la plus belle preuve. Ainsi, une quantité de mouvement produira toujours une quantité équivalente de chaleur et *vice versa* une certaine quantité de chaleur produira toujours une quantité équivalente de mouvement. Le mouvement se transforme d'ailleurs aussi en électricité, en magnétisme, en lumière, mais jamais il ne se perd la moindre quantité de mouvement.

Tout mouvement arrêté se continue instantanément sous une autre forme, et ceci éternellement.

Troisième remarque. — En mécanique, pour simplifier les données du problème, on nous dit : Deux corps de même masse, se mouvant l'un vers l'autre sur la même ligne droite et avec la même vitesse, restent immobiles après le choc. Ces forces égales et contraires se sont annulées l'une l'autre.

C'est là une abstraction commode pour étudier l'action réciproque des forces de translation, mais vous êtes en droit de vous demander : Il n'est donc pas vrai qu'une somme quelconque de mouvement ne peut pas plus s'anéantir qu'une parcelle quelconque de matière, puisque le mouvement de ces deux corps s'est annulé et qu'il faudra emprunter à un autre corps une force équivalente pour leur rendre leur mouvement antérieur? Et puis, si toutes les forces égales et contraires s'annulent, il doit s'anéantir à chaque moment dans l'Univers une somme immense de forces, puisque tous les corps ne sont que des systèmes en équilibre sollicités par des forces égales et contraires.

Voilà comment des abstractions commodes pour le but dans lequel elles ont été imaginées, peuvent fausser les idées. Eh bien! pour rétablir les choses telles qu'elles sont, quittons cette abstraction qui donne une conception radicalement fausse, puisqu'elle conduit à de fausses conséquences, et voyons comment cela se passe en réalité.

Qu'est devenu le mouvement des deux corps qui se sont arrêtés après le choc? Il est devenu chaleur, vibrations moléculaires de ces corps, son, modification de leur état moléculaire, souvent cristallisation instantanée, incandescence et lumière même, si le choc a été assez fort. Travesti sous ces différentes formes, le mouvement antérieur de translation de ces corps s'est communiqué en partie à leurs molécules et en partie au milieu ambiant. Il n'est donc pas annulé; seulement, comme il n'a pas pu se continuer sous la forme de la translation de ces corps mêmes, il s'est continué, toujours d'après des lois mécaniques, sous la forme du mouvement des molécules de ces corps et par leur intermédiaire il a réagi sur le milieu ambiant, et cela en rapport exact du mouvement de translation arrêté.

Voilà la réalité. Il faut donc bien se garder de prendre à la lettre de pareilles abstractions, car on n'aurait jamais de la nature qu'une idée confuse et fausse.

§ 42. — De même que partout où il y a espace il y a aussi de la matière, partout où il y a de la matière il y a aussi du mouvement.

Preuve. — Parce qu'il y a partout dans l'espace des points matériels (§ 17), qui s'entre-choquent (§ 44) et qui échangent continuellement leurs quantités de mouvement (§ 46). C. q. f. d.

Remarque. — Parler de l'inertie de la matière, c'est employer une locution vicieuse qui doit nécessairement fausser les idées. D'après ce qui précède, nous avons vu que tout point matériel est en mouvement. Lors donc qu'une parcelle de matière nous paraît inerte, c'est que le mouvement de translation des atomes composant ce système est empêché de se produire par une autre force égale et contraire. Cette parcelle de matière nous présente donc un système de points matériels en équilibre, et il faut nécessairement une nouvelle quantité de mouvement dans un seul sens quelconque pour troubler cet équilibre et pour déplacer cette parcelle de matière proportionnellement à la quantité de mouvement employée. C'est là ce qui a fait considérer la matière comme inerte par elle-même, conception évidemment fausse.

Il y a encore le cas où une parcelle de matière ou un atome a transmis son mouvement. En ce cas, certainement qu'un mouvement cesse du moment où il a été communiqué, du moment où il s'est transformé, puisque chaque atome n'a primordialement qu'une certaine quantité de mouvement en rapport avec sa masse (§ 39), et puisque la même quantité immuable de mouvement qui a toujours existé dans l'Univers existera éternellement (§ 40 et § 41).

Mais par là même que cet atome a eu un mouvement à communiquer, une force vive à dépenser, il est évident qu'il n'est pas inerte, il est évident que telle quantité de mouvement, précisément celle qu'il a communiquée par lui-même, lui est *inhérente* (§ 39). Ainsi, dire que l'atome est inerte, parce que du moment où il a communiqué son mouvement, il ne l'aura plus avant qu'il ne lui revienne sous la même ou sous une autre forme, c'est méconnaître d'abord qu'il a eu un mouvement à communiquer, ensuite c'est commettre l'erreur de croire que cet atome a pu communiquer tout son mouvement au point d'être inerte; eh bien!

nous verrons (§§ 46 et 48) que les atomes en se choquant échangent seulement une partie de leur quantité de mouvement et s'impriment en même temps un mouvement rotatoire. Ainsi, l'atome qui a transmis un mouvement en a reçu un autre qui le déplace en le faisant tourner sur lui-même, donc il n'est jamais inerte dans le sens absolu du mot. A plus forte raison, est-il faux de dire que telle parcelle de matière qui n'a plus un mouvement de translation est inerte parce qu'elle ne saurait se déplacer sans une impulsion quelconque, puisque dans cette matière il y a une quantité de mouvement en rapport avec la masse qui est en activité sous la forme de la gravitation, de la cohésion, de l'affinité chimique, de la chaleur, de la lumière, de l'électricité, du magnétisme et de la vibration qui est une condition nécessaire de tous les corps. Or appeler inerte cette matière tellement remplie de mouvement, c'est évidemment employer une locution vicieuse qui peut fausser les idées.

Il est certainement fort commode pour la mécanique rationnelle de faire abstraction de tous ces mouvements inhérents à la matière et de la considérer comme inerte dans le cas spécial de son déplacement sous une certaine impulsion. Dans ces limites, il n'y aurait rien à redire à ce que la matière fût considérée comme inerte, afin de simplifier et d'établir nettement les données du problème mécanique, mais on doit se garder de prendre une pareille locution à la lettre, comme on le fait en physique, car on s'expose à fausser ses idées sur la véritable nature de la matière.

Il serait plus rationnel de dire que pour apporter un changement quelconque à l'état dans lequel se trouve telle partie de matière dans tel moment donné, il faut toujours emprunter à une autre partie de matière une quantité de mouvement équivalente au changement à produire. De cette manière on dirait les choses telles qu'elles sont, telles qu'elles se passent.

Maintenant, s'il faut un nouveau terme pour remplacer le mot impropre d'inertie, nous proposons le mot *équilibre*. D'abord, comme nous le verrons plus loin, toute matière n'est qu'une agrégation d'atomes qui se trouvent, les uns par rapport aux autres et par rapport à leur milieu, dans un état d'équilibre plus ou moins stable. Par cette raison même, en disant que toute matière, prise dans un moment donné, est toujours une masse en équilibre, on énonce un fait qui caractérise avec précision la nature intime de la matière. Ensuite, pour troubler cet équilibre quel qu'il soit, il faut nécessairement toujours une nouvelle quantité de mouvement empruntée à une autre masse de matière quelconque, et l'effet produit sera toujours proportionnel au mouvement employé. Voilà donc les bases du problème mécanique tout aussi nettement posées avec la conception d'équilibre qu'avec celle d'inertie, avec la différence que la conception d'inertie est fausse, tandis que celle d'équilibre correspond à la véritable nature des choses.

§ 43. — Les masses des atomes sont à peu près égales entre elles, mais ne sont pas d'une égalité absolue.

Dans leurs différences entre eux, les atomes ne peuvent jamais varier au point qu'un atome soit le double d'un autre.

Preuve. — Les atomes sont semblables puisqu'ils sont sphériques (§ 12), mais ils ne sont pas d'une égalité absolue, parce que ce sont des points réels et parce que l'identité absolue, mathématique, est une pure fiction, un jeu de notre imagination qui n'a aucune réalité, puisque, dans toute la nature, nulle part on ne peut trouver deux objets d'une identité absolue. D'ailleurs nous avons démontré géométriquement (§ 9) que le point mathématique est un non-sens. Enfin un atome ne peut pas être le double d'un autre parce qu'alors ce ne serait plus un simple point matériel, ce serait un composé de deux points. C. q. f. d.

§ 44. — Les atomes s'entre-choquent.

Preuve. — Le mouvement étant l'état inhérent à tout atome (§ 39), ce mouvement se produit dans un sens quelconque et en ligne droite, ce qui a nécessairement pour résultat que tout atome en rencontre un autre qui le repousse par le choc.

La mécanique exprime ce fait en disant que lorsqu'un point matériel se trouve animé de mouvement et qu'aucune cause extérieure ou intérieure ne tend à modifier son mouvement, ce corps décrit nécessairement une ligne droite parce qu'il n'y a aucune raison pour qu'il s'en écarte.

C. q. f. d.

Remarque. — Si de l'excessive petitesse des atomes et de la distance relativement immense qui sépare deux atomes voisins dans l'Éther, on voulait inférer que rarement ils doivent se rencontrer, il suffirait d'observer que, les deux atomes voisins ne se rencontrant pas, chacun d'eux se rencontrera nécessairement avec un autre atome plus éloigné qui se trouvera dans sa direction, parce que le nombre des atomes augmente dans un sens avec la distance. Ceci devant en ce cas arriver, par la même raison aussi, aux autres atomes, il en résulterait un simple échange de situation qui ne modifierait en rien les rencontres des atomes entre eux. Par conséquent, puisque des atomes éloignés les uns des autres peuvent se rencontrer, il est évident que, sur un certain nombre de cas, les atomes voisins peuvent se rencontrer plus facilement. D'ailleurs l'immense quantité d'atomes qu'il y a dans toute partie excessivement petite de l'espace rend probable que les atomes voisins ne peuvent pas se déplacer sensiblement de leur position normale sans rencontrer dans leur direction un autre atome.

§ 45. — Les atomes sont absolument durs et ne sont pas élastiques.

Preuve. — L'atome est un corps absolument dur, parce qu'il est absolument plein, c'est-à-dire qu'il n'a aucun vide à l'intérieur, comme cela a été démontré antérieurement.

Il nous reste à démontrer que les atomes ne sont pas élastiques : L'élasticité ne peut se produire que lorsque les différentes parties d'un corps se déplacent sous une compression quelconque, puis reprennent leur position antérieure en rendant l'impulsion qu'elles ont reçue. Pour que l'élasticité se produise, il faut donc nécessairement qu'un corps soit composé de plusieurs parties entre lesquelles se trouvent des interstices, des vides, sans quoi la compression serait impossible. Or l'atome est un point matériel minime et indivisible (§ 11) : donc il n'est pas composé de plusieurs parties, il n'a pas à son intérieur des interstices, des vides, par conséquent il ne peut pas être élastique.

C. q. f. d.

§ 46. — L'atome qui imprime le choc communique, sur sa quantité de mouvement totale, à l'atome qu'il choque, une quantité de mouvement égale au produit de sa masse par sa vitesse multiplié par le cosinus de son angle d'incidence et divisé par la somme du cosinus et du sinus de cet angle, et conserve une quantité de mouvement égale au produit de sa masse par sa vitesse multiplié par le sinus de son angle d'incidence et divisé par la somme du cosinus et du sinus de cet angle.

Voici l'expression mathématique de cette loi :

$$C_m = \frac{mv.\cos\alpha}{\cos\alpha + \sin\alpha},$$

$$C_s = \frac{mv.\sin\alpha}{\cos\alpha + \sin\alpha},$$

$$C_m + C_s = mv = \frac{mv.\cos\alpha + mv.\sin\alpha}{\cos\alpha + \sin\ \alpha}.$$

mv désigne la quantité de mouvement totale de l'atome qui imprime le choc.

C_m désigne la quantité de mouvement transmise à l'atome choqué.

C_s désigne la quantité de mouvement qui reste, après le choc, à l'atome qui imprime le choc.

α indique l'angle que forme la droite qui réunit les centres des deux atomes avec la droite suivant laquelle est dirigée l'impulsion de l'atome qui imprime le choc.

Preuve. — Nous avons démontré (§ 39) que tout atome a une certaine quantité de mouvement primordiale proportionnelle à sa masse, et (§ 44) que les atomes voisins s'entre-choquent nécessairement dans tous les sens. Considérons donc tous les cas qui peuvent se présenter dans le choc de deux atomes et analysons les effets qui doivent en résulter.

Prenons d'abord le cas le plus simple, celui où les deux atomes s'entre-choquent dans une direction passant par leurs centres de gravité, et où la différence de leurs masses est tellement minime par rapport à ces mêmes masses qu'elle est négligeable.

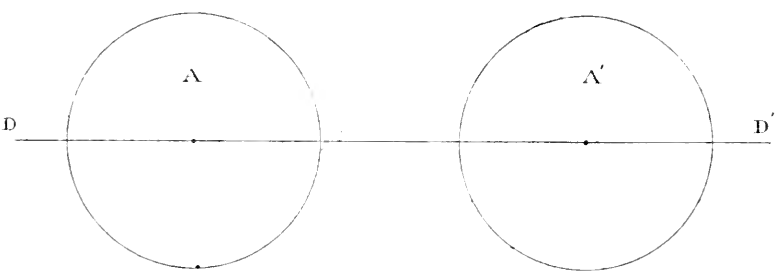


Fig. 2.

Soient A et A' (fig. 2) ces deux atomes.

L'atome A est animé d'une quantité de mouvement mv qui est le produit de sa masse m par sa vitesse v, et l'atome A' est animé d'une quantité de mouvement mv' qui est également le produit de sa masse m par sa vitesse v'. L'atome A se meut dans la direction D D' et l'atome A' dans celle de D'D. Au moment du choc, l'atome A transmet à l'atome A' toute sa quantité de mouvement mv, c'est-à-dire qu'il le pousse dans le sens DD'. Au même moment, l'atome A' transmet à l'atome A aussi toute sa quantité de mouvement mv', ce qui revient encore à dire qu'il le pousse dans le sens D'D. Il en résulte que chacun des deux atomes retourne dans le sens opposé, avec la quantité de mouvement de l'autre atome : ils ont donc échangé leurs quantités de mouvement en entier.

Ce moment où deux points matériels s'entre-choquent sur leur ligne des centres a été quelquefois mal compris : pour preuve, il suffira de rappeler qu'on en est venu jusqu'à imaginer de nouvelles forces, autres que les quantités de mouvement primitives de deux points matériels, avant le choc, pour expliquer leur mouvement en sens opposé, après le choc. On est allé même jusqu'à prêter au point matériel une espèce de volonté, puisque, a-t-on dit, au lieu de s'arrêter après le choc qui a dû détruire son mouvement, il s'en va dans le sens opposé. C'est le cas ou jamais de dire : *Autant de* *mots, autant d'erreurs*. Et d'abord d'où a-t-on pris la notion que les deux points matériels devraient s'arrêter après le choc? De ce que deux corps qui s'entre-choquent avec des masses et des vitesses égales, s'arrêtent réciproquement? Mais on sait bien que dans ce cas le mouvement n'a pas plus été détruit que dans aucun autre cas; il a servi à aplatir les unes sur les autres les différentes parties de ces corps, et il a communiqué à toutes leurs molécules le mouvement vibratoire qui constitue la chaleur. Or l'erreur est venue de ce qu'on a voulu appliquer le même raisonnement à deux points matériels, à deux atomes. Mais ceux-ci ne sont pas composés de plusieurs parties, donc ils n'ont pas d'espaces vides à l'intérieur, par conséquent ils ne sont pas mous et ils ne peuvent s'aplatir.

D'un autre côté, n'étant pas composés de plusieurs parties, le mouvement vibratoire des parties qui constitue la chaleur ne peut pas se produire dans l'atome, raison pour laquelle il n'y a pas de chaleur dans l'Éther. Tout ce qui peut arriver, c'est qu'une partie des impulsions que se transmettent les atomes se change en mouvement rotatoire, comme nous le démontrerons plus loin, et tout le reste des impulsions agit nécessairement comme mouvement de translation. Comme dans le cas considéré, où deux atomes se choquent sur leur ligne des centres, il ne peut se produire aucun mouvement rotatoire, ils échangent toutes leurs quantités de mouvement, donc ils se repoussent.

Les atomes, comme les corps, ne se meuvent qu'en vertu des quantités de mouvement qu'ils possèdent ou qu'ils se transmettent en s'entre-choquant. Au moment donc où les deux atomes A et A' s'entre-choquent, ils se transmettent l'un à l'autre leurs quantités de mouvement respectives, l'un vers D' et l'autre vers D. Dès ce moment l'atome A n'a plus de mouvement de translation vers D' puisqu'il l'a transmise à l'atome A', et par la même raison l'atome A' n'en a plus vers D : aussi l'atome A s'arrêterait-il sur place au point du choc, s'il ne recevait de l'atome A' une impulsion vers D. C'est ce qu'on peut très bien observer sur des billes de même masse, suspendues à un support commun et en contact de manière que leurs centres se trouvent sur une ligne droite horizontale. Si, après en avoir écarté une, on l'abandonne à l'action de la pesanteur, après le choc, elle s'arrête, tandis que la bille qu'elle a choquée s'enlève vers le côté opposé à peu près du même angle. Ainsi, instantanément après le choc, chacun des deux atomes A et A' se trouve, par rapport à l'autre, dans la situation de la bille immobile qui reçoit une impulsion ; comme celle-ci, ils s'en vont, par la même raison, chacun du côté opposé.

Ainsi, deux atomes de masses égales, animés de la même vitesse, et qui s'entre-choquent dans une direction passant par leurs centres de gravité, se repoussent vers les côtés opposés, sans être élastiques, et seulement par la raison qu'ils échangent leurs quantités de mouvement. Ils se repoussent comme se repoussent les billes dures; mais comme ce sont des points matériels isolés absolument durs (§ 45) et non des masses avec des vides à l'intérieur, rien ne les empêche d'exécuter leur mouvement de translation en sens contraire instantanément après le choc. En prenant deux billes dures, en acier, de même rayon, suspendues à un support commun, de manière qu'elles se touchent sur la ligne horizontale des centres, en les écartant vers les côtés opposés d'un même angle de la verticale, et en les abandonnant à l'action de la pesanteur, on voit qu'avant de s'arrêter, elles rebondissent l'une sur l'autre un peu à plusieurs reprises et de moins en moins. Si ces billes n'étaient pas empêchées dans leur recul par les fils auxquels elles sont suspendues, elles s'en iraient chacune avec la vitesse amoindrie avec laquelle elles ont rebondi l'une contre l'autre, et toute la quantité de mouvement qu'elles auraient perdue en translation se retrouverait en elles en vibrations qui constituent la chaleur. Ainsi, c'est bien mal comprendre le phénomène que de dire que les mobiles s'arrêtent et que les quantités de mouvement égales et de sens contraire se détruisent.

En représentant par 1 la quantité de mouvement mv de l'atome qui imprime le choc, on voit que dans le cas où la ligne d'impulsion est sur la ligne des centres, c'est-à-dire où l'angle d'incidence α est égal à zéro, l'expression de la valeur de la quantité de mouvement transmise à l'atome choqué est :

$$mv . \cos \alpha = 1$$

c'est-à-dire que pour ce cas particulier nous avons :

$$mv = mv . \cos \alpha .$$

Ainsi, dans ce cas, l'atome qui imprime le choc transmet à l'atome choqué toute sa quantité de mouvement mv, comme nous l'avons démontré plus haut.

Les limites entre lesquelles peut varier l'angle d'incidence α sous lequel un atome peut imprimer un choc à un autre atome, sont $0°$ et $90°$. Nous venons de considérer la première limite : $\alpha = 0°$; maintenant nous allons considérer l'autre cas limite où $\alpha = 90°$, c'est-à-dire où l'impulsion est dans le sens de la tangente au point du choc.

Dans ce dernier cas, l'atome qui imprime le choc effleure seulement l'atome choqué, et, bien qu'il tende à lui imprimer par là un mouvement rotatoire, comme nous le constaterons dans le § 48, il ne lui en communique qu'une partie minime que l'on peut considérer comme zéro. Ainsi, dans ce cas, l'atome qui choque, glisse sur l'atome choqué, ce qui est exprimé *grosso modo*, en mécanique, lorsqu'on soutient que les chocs tangentiels ont pour unique effet de faire glisser les corps les uns sur les autres. Dans ce second cas limite, la quantité de mouvement transmise par l'atome choquant à l'atome choqué est aussi égale à $mv \cos \alpha$, puisque dans le cas où l'angle d'incidence α est de 90°, $mv \cos \alpha$ est égal à zéro.

Nous venons de considérer jusqu'à présent deux cas, à savoir :

1° Celui où les impulsions passant toutes les deux par les centres de gravité des deux atomes déterminent seulement leur répulsion dans des directions opposées par suite de l'échange de toute leur quantité de mouvement, et

2° Celui où les impulsions étant dans la direction de la tangente au point de contact des deux atomes, ceux-ci glissent seulement en s'effleurant, et tendent à s'imprimer un mouvement rotatoire sans échanger des quantités de mouvement sensibles.

Ces deux cas extrêmes sont fort rares, puisque les angles formés autour d'un point dans un plan quelconque peuvent avoir une grande quantité de valeurs différentes de celles que l'on vient de considérer, et qu'il n'y a d'ailleurs aucune raison pour que les chocs se produisent plutôt dans une direction que dans une autre. Ces deux cas extrêmes sont non seulement fort rares, mais il est impossible qu'ils se réalisent d'une manière absolue, car la coïncidence absolue de deux lignes ou de deux points est une pure fiction mathématique sans aucune réalité, et cela par la raison que les atomes ne sont pas d'une égalité absolue (§ 43). Or ces deux cas extrêmes ne pourraient se réaliser d'une manière absolue que si une pareille coïncidence était possible.

Reste donc le troisième cas, le seul général et réel et qui comprend tous les chocs possibles entre deux atomes. C'est le cas où les impulsions que se transmettent les deux atomes ne passent pas par leurs centres de gravité et ne sont pas non plus tangentielles au point du choc.

Traitons maintenant ce troisième cas, afin d'établir la loi générale relative à un angle quelconque.

Nous avons vu que dans les deux cas limites les quantités de mouvement transmises ont pour expression le produit du cosinus α par la quantité de mouvement qui constitue l'impulsion initiale, et cela dans tous les cas, par la raison que le cosinus est la projection de l'impulsion sur la ligne des centres en prenant l'impulsion pour unité.

Or cette raison est décisive, puisque tout choc s'effectue par la ligne d'impulsion et par la ligne des centres.

En voici la preuve :

Soient B et B′ (fig. 3) deux atomes dont l'un B′

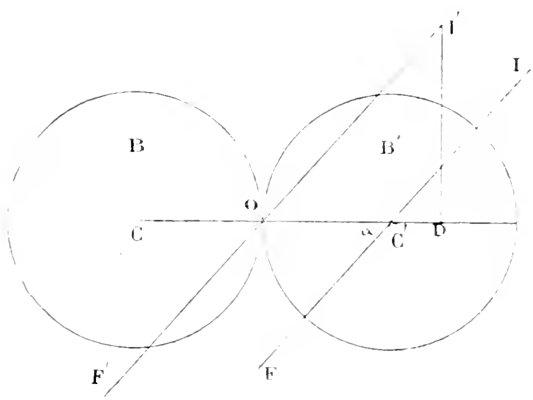


Fig. 3.

a une impulsion dans le sens IF et vient choquer l'atome B en O.

On voit que, dans le choc, l'impulsion IF se transmet à l'atome B au point O sur la ligne C′O et sur la ligne I'F' parallèle à la ligne IF et agit sur l'atome B simultanément dans deux directions dont l'une est OC et l'autre OF'. Or le cosinus est la seule fonction à considérer de ces deux éléments, c'est-à-dire de la ligne d'impulsion et de la ligne des centres. Cette même raison subsiste également dans toute position intermédiaire, car, quel que soit l'angle d'incidence α, la projection de l'impulsion initiale sur la ligne des centres a toujours pour expression le produit de $\cos\alpha$ par cette impulsion initiale.

Puisque $mv \cos\alpha$ représente, dans les deux cas limites, la valeur de la quantité de mouvement transmise par l'atome qui choque à l'atome choqué, nécessairement dans les cas intermédiaires où α varie de 0° à 90°, la quantité de mouvement communiquée à l'atome choqué par l'atome qui imprime le choc est toujours proportionnelle à $\cos\alpha$ ou bien à :

$$mv.\cos\alpha.$$

Nous allons maintenant démontrer que la quantité de mouvement qui reste après le choc à l'atome qui a imprimé le choc est proportionnelle à $\sin\alpha$ ou bien à :

$$mv.\sin\alpha.$$

En effet, nous avons démontré que lorsque l'angle α est de 90°, l'atome qui imprime le choc garde toute sa quantité de mouvement : or, celle-ci étant représentée par 1, sa valeur n'est autre chose que le sinus de α.

Nous avons également démontré que lorsque l'angle α est égal à zéro, l'atome qui imprime le choc communique à l'atome choqué toute sa quantité de mouvement, d'où il suit que la quantité de mouvement gardée après le choc par l'atome qui imprime ce choc est égale à zéro, qui est de même représentée aussi, dans ce cas, par le sinus de α.

Puisque $mv \sin \alpha$ représente, dans les deux cas limites, la valeur de la quantité de mouvement gardée par l'atome qui choque, la quantité de mouvement qui reste après le choc à l'atome qui a imprimé le choc est nécessairement proportionnelle à $\sin \alpha$ ou bien à $mv \sin \alpha$ dans les cas intermédiaires où α varie de 0° à 90°.

De ce que l'atome qui imprime le choc communique sur sa quantité de mouvement totale mv, à l'atome choqué, une quantité de mouvement proportionnelle à $\cos \alpha$ et garde une quantité de mouvement proportionnelle à $\sin \alpha$, ce serait une erreur de conclure que mv est égal à la somme de $mv \cos \alpha$ plus $mv \sin \alpha$. D'abord, parce que nous savons que la somme du carré du cosinus et du carré du sinus est égale au carré du rayon, et non pas au seul rayon. Ensuite, parce qu'il serait absurde d'admettre que la quantité de mouvement mv, représentée en grandeur par l'hypoténuse d'un triangle rectangle, puisse fournir deux quantités de mouvement représentées par les cathètes de ce triangle, dont la somme est plus grande que celle de mv.

En effet, en représentant la quantité de mouvement mv, en grandeur et en direction, par la ligne I'O (fig. 3) et en abaissant sur la ligne des centres C'C la perpendiculaire I'D, on voit que l'atome B' ne peut pas communiquer à l'atome B une quantité de mouvement égale à DO et en conserver une autre égale à I'D, puisque la quantité totale mv de l'atome B' est égale seulement à I'O et pas à la somme DO + I'D.

On doit par conséquent prendre une valeur proportionnelle à la somme de $mv \cos \alpha$ plus $mv \sin \alpha$ qui soit égale à mv.

En désignant ce rapport par p,

on a :

$$mv = p[mv . \cos \alpha + mv . \sin \alpha]$$

d'où

$$p = \frac{1}{\cos \alpha + \sin \alpha}.$$

En conséquence :

$$C_m = \frac{mv . \cos \alpha}{\cos \alpha + \sin \alpha}$$

et

$$C_s = \frac{mv . \sin \alpha}{\cos \alpha + \sin \alpha}$$

et enfin :

$$C_m + C_s = \frac{mv . \cos \alpha + mv . \sin \alpha}{\cos \alpha + \sin \alpha} = mv.$$

C. q. f. d.

Première remarque. — La démonstration ci-dessus prouve que l'on commet aujourd'hui une grave erreur en mécanique lorsqu'on admet $C_m = mv \cos \alpha$, puisque nous venons de démontrer que pour avoir la véritable valeur de la quantité C_m on doit multiplier $mv \cos \alpha$ par le rapport $\frac{1}{\cos \alpha + \sin \alpha}$.

Ce rapport est toujours positif et plus petit que l'unité, parce que l'angle d'incidence α ne peut jamais dépasser 90°. En effet, lorsque l'atome A, au lieu de venir toucher l'atome A' au point O (fig. 4), vient, suivant la direction F_1I_1 oblique par rapport à la perpendiculaire DD_1 à la ligne des centres C'C, le toucher au point O_1, alors la ligne des centres, au moment du choc, aura la direction C_1C', et l'angle d'incidence α_1 sera toujours plus petit que 90°. Le phénomène s'accomplit dans tous les cas de la même manière, et par conséquent l'angle que la ligne d'impulsion fait avec la ligne des centres ne dépasse jamais 90°.

Au delà de 90°, les mobiles ne peuvent s'imprimer aucune impulsion. En voici la preuve :

Considérons les atomes A et A′ pour un moment

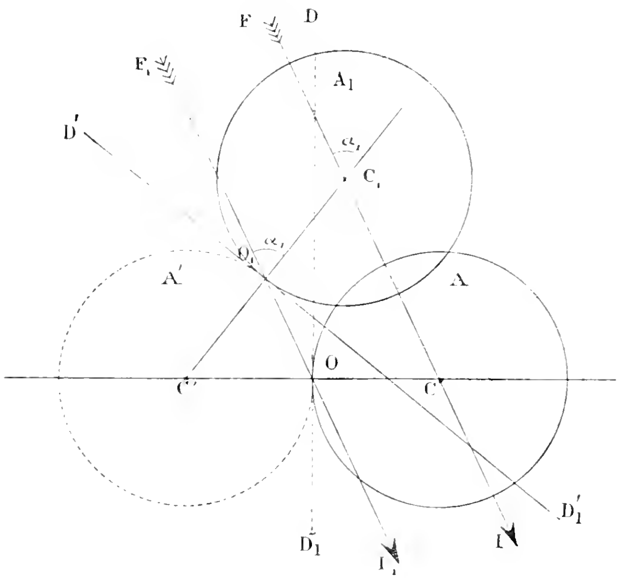


Fig. 4.

immobiles. Si l'atome A commençait à se mouvoir dans la direction F_1OI_1 parallèle à FI, sous l'angle d'incidence $F_1OC > 90°$, on voit que l'atome A quitterait l'atome A′ sans pouvoir lui imprimer aucune impulsion.

Deuxième remarque. — Nous avons démontré géométriquement (§ 6) que l'espace est infini. De ce qui précède, résulte maintenant une démonstration mécanique qui conduit à la même conclusion. En effet, puisque les quantités de mouvement des atomes transmises continuent à se transmettre dans leurs directions générales aux atomes qui se trouvent sur ces directions, si nous considérons un point quelconque A de l'espace (fig. 5) et une direction quelconque DD′ passant par ce point, nous voyons que ce point étant occupé par un atome quelconque, il se transmet à travers ce point, dans chaque unité de temps, des quantités de mouvement qui viennent

Fig. 5.

de D et s'en vont vers D′ et qui ne reviennent plus de D′ vers D, et cela de toute éternité. Or, pour fournir ce nombre infini de quantités de mouvement, il est absolument nécessaire que l'espace d'où ces quantités arrivent soit lui-même infini et rempli de points matériels ayant chacun une quantité de mouvement à transmettre. Car si l'espace était fini, ce qu'on ne saurait d'ailleurs concevoir, ou si la matière située dans l'espace était finie, ce que l'esprit ordinaire conçoit plus facilement parce qu'il ne se rend pas compte des raisons géométriques qui en font une anomalie, il arriverait toujours un moment où il n'y aurait plus de quantités de mouvement qui puissent se transmettre de D vers D′ par le point A. Or il y en a toujours et éternellement sur chaque point de l'espace, d'où il est mécaniquement démontré, d'une manière évidente et absolue, que l'espace est infini et qu'il est rempli, dans toute son étendue, de points matériels en mouvement. Il en est d'ailleurs de même si l'on considère les quantités de mouvement qui vont de D′ vers D parce que ce ne sont pas les mêmes que les précédentes, puisque les quantités de mouvement échangées à travers l'atome A continuent à se communiquer à d'autres atomes dans leurs directions générales, sans jamais revenir sur elles-mêmes.

En voici d'ailleurs la démonstration :

C'est d'abord bien évident pour le cas où les chocs passent par les centres de gravité; quant aux chocs obliques, les quantités échangées dévient de leurs directions primitives, mais il n'y a aucune raison pour qu'elles dévient plus dans un sens que dans l'autre; en considérant une suite quelconque de ces déviations, on en sera toujours ramené à une moyenne qui constitue la direction générale, d'où il résulte que, dans tous les cas, les quantités de mouvement échangées à travers un point matériel continuent à se communiquer à d'autres points matériels toujours suivant leurs directions générales, sans jamais revenir sur elles-mêmes, puisque celles qui vont de D vers D′ se répandent dans les hémisphères concentriques à l'hémisphère qui a AD′ pour rayon.

§ 47. — Au bout d'une série de chocs, la quantité de mouvement cédée par un atome est toujours égale à la moitié de sa quantité de mouvement totale primordiale.

Preuve. — Nous avons démontré dans le paragraphe précédent que lorsque l'angle d'incidence α est égal à zéro, l'atome qui imprime le choc cède toute sa quantité de mouvement à l'atome choqué. Nous avons vu dans le même paragraphe que dans ce cas la valeur de la quantité de mouvement cédée est, comme dans tous les cas, $\frac{mv.\cos\alpha}{\cos\alpha+\sin\alpha}$; or, dans le cas où α est égal à zéro, cette expression est égale à mv.

Nous avons également démontré dans le paragraphe précédent que lorsque l'angle d'incidence est égal à 90°, l'atome qui imprime le choc ne cède à l'atome choqué qu'une partie minime de sa quantité de mouvement, que l'on peut considérer comme zéro, parce qu'il ne fait que glisser. Dans ce cas, l'expression $\frac{mv.\cos\alpha}{\cos\alpha+\sin\alpha}$ est égale à zéro.

Enfin, lorsque l'angle d'incidence α est de 45°, l'expression $\frac{mv.\cos\alpha}{\cos\alpha+\sin\alpha}$ de la quantité de mouvement cédée par un atome devient $\frac{mv}{2}$.

Il en résulte qu'au bout d'une série de chocs, lorsque l'angle d'incidence α aura passé par toutes les valeurs comprises entre 0° et 90°, l'atome aura cédé une quantité de mouvement moyenne correspondante à l'angle de 45°, c'est-à-dire la moitié de sa quantité de mouvement totale.

En calculant la quantité de mouvement cédée par un atome dans son choc contre un autre atome, pour les valeurs de l'angle d'incidence α, de 0° à 90°, seulement pris de 5° en 5°, en additionnant les valeurs obtenues et en prenant leur moyenne, on voit comment se vérifie cette loi, à savoir, qu'au bout d'une série complète de chocs nous avons :

$$C_m = \frac{mv}{2}.$$

C_m désigne la quantité de mouvement communiquée.

En voici la preuve dans le Tableau suivant :

α	C_m
0°	1
5°	0,9195545
10°	0,8501034
15°	0,7886753
20°	0,7331536
25°	0,6819851
30°	0,6339745
35°	0,5881677
40°	0,5437455
45°	0,4999999
50°	0,4562566
55°	0,4118395
60°	0,3660265
65°	0,3180150
70°	0,2668461
75°	0,2113248
80°	0,1498960
85°	0,0804506
90°	0
MOYENNE	0,5001894

§ 48. — La quantité de mouvement imprimée à un point matériel immobile, choqué par un autre point matériel de même masse et de même volume, se décompose en un mouvement de translation égal au produit de la masse par la vitesse de l'atome qui imprime le choc, avec le carré du cosinus de l'angle d'incidence divisé par le carré de la somme du cosinus et du sinus de cet angle, et en un mouvement rotatoire égal au même produit de la masse par la vitesse avec le produit du cosinus par le sinus de l'angle d'incidence divisé par le carré de la somme du cosinus et du sinus de cet angle.

En voici l'expression :

$$(1) \qquad T_r = \frac{mv.\cos^2\alpha}{(\cos\alpha + \sin\alpha)^2},$$

$$(2) \qquad R_t = \frac{mv.\cos\alpha\sin\alpha}{(\cos\alpha + \sin\alpha)^2},$$

D'où :

$$(3) \qquad \frac{mv.\cos\alpha}{(\cos\alpha + \sin\alpha)} = \frac{mv.\cos^2\alpha + mv.\cos\alpha\sin\alpha}{(\cos\alpha + \sin\alpha)^2}.$$

T_r désigne la quantité de mouvement en translation, et

R_t la quantité de mouvement en rotation transmise à l'atome choqué par l'atome qui imprime le choc.

Preuve. — Nous avons démontré (§ 46) que la quantité de mouvement cédée à l'atome choqué par l'atome qui imprime le choc a pour expression

$$\frac{mv.\cos\alpha}{\cos\alpha+\sin\alpha}.$$

Nous allons maintenant déterminer quelle partie de cette quantité de mouvement est employée en translation et quelle autre partie en rotation par le point matériel qui était immobile avant le choc.

Pour le cas où l'angle d'incidence α est égal à zéro, nous avons démontré que toute la quantité de mouvement $\frac{mv.\cos\alpha}{\cos\alpha+\sin\alpha}$ est employée en translation, c'est-à-dire que dans ce cas il ne se produit pas de mouvement rotatoire.

Considérons maintenant l'autre cas extrême,

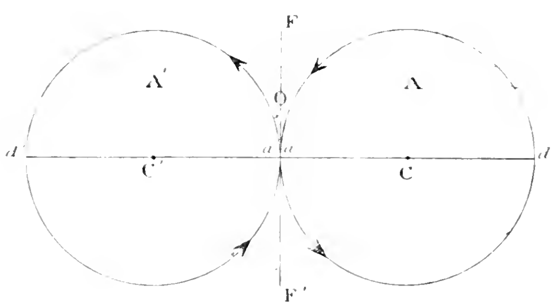


Fig. 6.

celui où l'impulsion est dans le sens de la tangente au point du choc.

Soient A et A' les deux atomes (fig. 6), FO et F'O la direction tangentielle suivant laquelle ils s'entrechoquent au point de contact O.

En vertu de la démonstration précédente, l'impulsion FO communiquée au point a' par le point a dans la direction FF' et l'impulsion F'O communiquée au point a par le point a', dans la direction opposée F'F, sont le résultat de l'échange des impulsions respectives initiales de ces deux éléments a et a'. Il en résulte que l'impulsion FO en s'appliquant au point a' l'entraîne comme cela arriverait au plateau d'une balance en équilibre sur lequel on laisserait tomber un poids. Ainsi $C'a'$ et $C'd'$ font ici fonction de bras de balance ou de levier et C' le centre de gravité de l'atome A' est le point d'appui du système au moment donné.

Telle est la raison pour laquelle les atomes A et A' tendent à s'imprimer un mouvement rotatoire par les impulsions tangentielles FO et F'O.

On peut mettre en évidence le fait de la rotation par une expérience aussi simple que décisive. La voici :

Si l'on suspend par des fils de soie, à un support commun, deux billes en acier très poli, de manière qu'elles se touchent à peine sur une ligne horizontale passant par leurs centres de gravité, il suffit de tordre le fil d'une de ces billes et de l'abandonner au mouvement rotatoire que cela lui imprime, pour lui voir communiquer peu à peu ce même mouvement rotatoire à la bille avec laquelle elle est en contact. Cela a lieu bien que les billes se touchent à peine par un contact purement tangentiel et bien que les surfaces de ces billes soient dures et polies. On peut d'ailleurs varier cette expérience de bien des manières et l'on arrive nécessairement toujours au même résultat.

Dans cette expérience, on voit que la bille immobile ne reçoit un mouvement rotatoire de l'autre bille que peu à peu, c'est-à-dire après que les éléments de la bille immobile ont reçu assez d'impulsions pour que la bille entière puisse prendre ce mouvement rotatoire.

Ce résultat est tout à fait conforme à la théorie que nous venons d'établir, puisque nous avons vu que dans un choc purement tangentiel les atomes A et A' n'échangent que les quantités de mouvement des points a et a'. Il est évident que si cet échange ne donne pas des quantités de mouvement suffisantes pour faire tourner ces atomes d'une manière sensible après le choc, ils ont l'air d'avoir seulement glissé l'un sur l'autre.

En mécanique, on soutient que les chocs tangentiels ont pour unique effet de faire glisser les corps les uns sur les autres, d'où dérive une erreur positive, à savoir, que les chocs tangentiels n'impriment absolument aucun mouvement rotatoire. On vient de voir que c'est faux au double point de vue théorique et expérimental, car si les chocs tangentiels ne pouvaient pas imprimer de mouvement rotatoire, les deux billes en acier poli ne s'imprimeraient pas ce mouvement par un glissement tangentiel répété. Or nous venons de voir qu'elles tendent à s'imprimer ce mouvement : donc l'erreur est bien mise en évidence.

Considérons maintenant le cas général où l'angle d'incidence α a une valeur quelconque entre 0° et 90°.

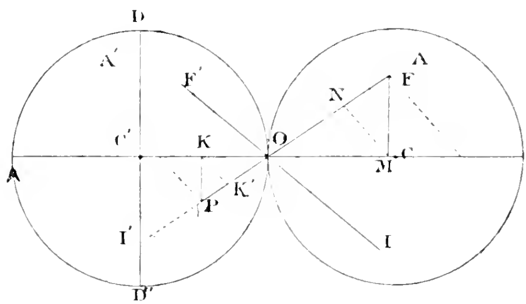


Fig. 7.

Soit FO (fig. 7) la direction suivant laquelle se meut le point matériel A qui choque en O le point matériel immobile A'.

Soient v sa vitesse et m la masse de chacun d'eux.

De la démonstration précédente il résulte que l'impulsion FO agit simultanément dans les directions

OC′ et OP. Il s'ensuit que le point A′ reçoit un mouvement de translation dans la direction OC′, comme si le choc avait été dirigé sur la ligne des centres (§ 46), et un mouvement de rotation déterminé par l'impulsion qui agit dans la direction OP.

En effet, soit DD′ une ligne située dans le plan de la figure et qu'on peut considérer comme une barre rigide qui fait corps avec l'atome. On voit que l'impulsion, suivant la ligne OP, agit en I′ comme une autre barre rigide qui viendrait choquer le bras de levier C′D′ en I′. La conséquence nécessaire en est que le bras de la balance DD′, dont C′ est le point d'appui, puisque c'est le centre de gravité du corps, est entraîné dans le sens OI′, comme le serait le plateau d'une balance qui recevrait un excès de poids sur l'un de ses deux bras.

Le levier DD′ tourne donc à partir du point I′ autour du point d'appui C′ dans la direction de la flèche, ce qui revient à dire que l'atome A′ reçoit un mouvement de rotation autour de son centre de gravité.

Après avoir démontré que tout choc oblique imprime à l'atome choqué un mouvement de translation dans la direction de la ligne des centres, et un mouvement rotatoire dans la direction de la ligne d'impulsion, il nous reste à déterminer les quantités de mouvement respectives en translation et en rotation dans lesquelles se décompose l'impulsion transmise. Ainsi FO $= mv$ étant l'impulsion initiale du point matériel A, en vertu de la démonstration qui a conduit, dans le § 46, à exprimer par $\frac{mv.\cos\alpha}{\cos\alpha+\sin\alpha}$ l'impulsion transmise par l'atome A à l'atome A', la partie que ce dernier emploie en translation, sur la quantité totale reçue, est :

$$\frac{mv.\cos^2\alpha}{(\cos\alpha+\sin\alpha)^2}$$

et la quantité qu'il emploie en rotation est :

$$\frac{mv.\cos\alpha.\sin\alpha}{(\cos\alpha+\sin\alpha)^2}.$$

En effet, partageons, d'après la loi établie § 46, la ligne FO $= mv$ en deux parties proportionnelles aux deux cathètes OM $= mv\cos\alpha$ et FM $= mv\sin\alpha$, ce qui nous donne : ON $= \frac{mv.\cos\alpha}{\cos\alpha+\sin\alpha}$ et NF $= \frac{mv.\sin\alpha}{\cos\alpha+\sin\alpha}$. Portons ensuite sur le prolongement de FO la quantité proportionnelle OP $=$ ON $= \frac{mv.\cos\alpha}{\cos\alpha+\sin\alpha}$ et projetons-la sur la ligne des centres. En prenant maintenant sur la ligne OP les parties proportionnelles aux lignes OK $=$ OP $\cos\alpha$ et

$PK = OP \sin\alpha$, selon la même loi du § 46, nous obtenons :

$$OK' = \frac{OK}{\cos\alpha + \sin\alpha},$$

et

$$PK' = \frac{PK}{\cos\alpha + \sin\alpha}.$$

Or la quantité OK′ représente ce que l'atome A′ emploie réellement en translation, et la quantité PK′ représente ce qu'il emploie en rotation. Par conséquent, en désignant le premier mouvement par T_r et le second par R_t et en mettant à la place de OK et de PK leurs valeurs en fonction de OP, puis en remplaçant OP par sa valeur en fonction de mv, d'après les relations susétablies, nous avons :

$$T_r = OK' = \frac{mv.\cos^2\alpha}{(\cos\alpha + \sin\alpha)^2}.$$

$$R_t = PK' = \frac{mv.\cos\alpha\sin\alpha}{(\cos\alpha + \sin\alpha)^2}.$$

Ainsi la somme de ces deux quantités de mouvement employées en translation et en rotation est égale à la quantité de mouvement reçue, à savoir :

$$\frac{mv.\cos^2\alpha}{(\cos\alpha + \sin\alpha)^2} + \frac{mv.\cos\alpha\sin\alpha}{(\cos\alpha + \sin\alpha)^2} = \frac{mv.\cos\alpha}{\cos\alpha + \sin\alpha}.$$

C. q. f. d.

§ 49. — Lorsqu'un atome A′, ayant une quantité de mouvement mv', choque un autre atome A de même masse, animé d'une vitesse v, moindre que celle de l'atome A' qui lui imprime le choc et se mouvant tous les deux sur la même ligne et dans le même sens, la quantité de mouvement C_m transmise à l'atome choqué par l'atome qui lui imprime le choc est égale au produit de la différence de leurs quantités de mouvement initiales par le cosinus de l'angle d'incidence divisé par la somme du cosinus et du sinus de ce même angle, c'est-à-dire :

$$(1) \qquad C_m = (mv' - mv)\frac{\cos\alpha}{\cos\alpha + \sin\alpha};$$

d'où, après le choc, la quantité de mouvement q_A de l'atome A est :

$$(2) \qquad q_A = mv + (mv' - mv)\frac{\cos\alpha}{\cos\alpha + \sin\alpha}$$

et celle q_A' de l'atome A' est :

$$(3) \qquad q_A' = mv' - (mv' - mv)\frac{\cos\alpha}{\cos\alpha + \sin\alpha}$$

et comme, dans ce cas, α est zéro, les formules (1), (2), (3), se réduisent aux suivantes :

$$(4) \qquad C_m = mv' - mv,$$

$$(5) \qquad q_A = mv + (mv' - mv) = mv',$$

$$(6) \qquad q_{A'} = mv' - (mv' - mv) = mv.$$

Preuve. — Si les deux atomes étaient animés des mêmes vitesses dans le même sens, ils ne se communiqueraient aucune quantité de mouvement, puisqu'il ne s'exercerait aucune pression de l'un sur l'autre à leur point de contact. Ce qui démontre qu'il ne peut se communiquer au point de contact que le surplus de la quantité de mouvement que possède l'atome qui imprime le choc par rapport à l'atome qui reçoit le choc, comme cela a lieu dans le cas où un atome immobile reçoit le choc d'un atome en mouvement.

Les quantités de mouvement que possède chacun des deux atomes après leur choc sont représentées par les formules générales (2) et (3) qui découlent des démonstrations que nous avons données aux § 46, § 47 et § 48.

§ 50. — La quantité de mouvement que possède l'atome après son choc contre un autre atome, se compose de la somme de la quantité de mouvement qui lui est restée et de celle qui lui a été communiquée par l'atome contre lequel il a effectué ce choc.

En voici l'expression :

$$(1) \qquad \frac{mv.\sin\alpha}{\cos\alpha + \sin\alpha} + \frac{mv'.\cos\alpha'}{\cos\alpha' + \sin\alpha'}.$$

Preuve. — La démonstration concernant les quantités de mouvement conservées et reçues par un atome dans son choc contre un autre atome a été donnée au § 46. C. q. f. d.

Remarque. — Nous avons démontré dans la première Remarque du § 46 que le coefficient $\frac{1}{\cos\alpha + \sin\alpha}$ est toujours positif comme le cosinus de l'angle d'incidence α.

Il en est de même du coefficient $\frac{1}{\cos\alpha' + \sin\alpha'}$, par la raison que l'impulsion imprimée par l'atome

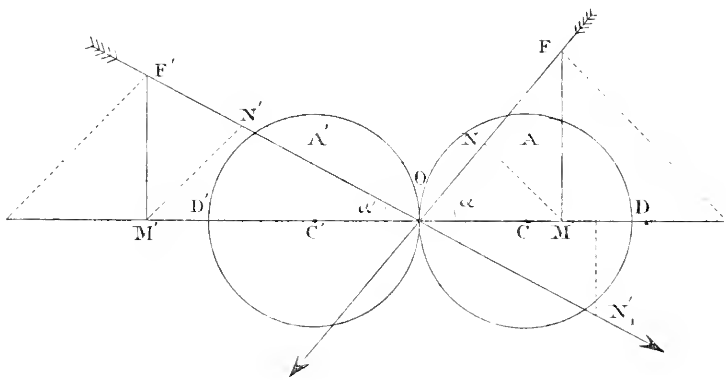


Fig. 8.

A′ à l'atome A agit sur l'hémisphère opposé à celui où se trouve l'angle α; par conséquent le cosinus α', pris par rapport à l'angle CON'_1 (fig. 8) opposé à l'angle α', est positif pour ce qui regarde la réduction. Lorsqu'on considère les quantités analogues de l'atome A′, on arrive au même résultat, car on doit prendre pour origine des angles le point D′.

Les formules ainsi établies sont la véritable expression du phénomène, tel qu'il se passe en réalité.

D'ailleurs, en faisant la somme des quantités de mouvement conservées et reçues après le choc par chacun des atomes A et A', on voit que cette somme est égale aux quantités de mouvement initiales $mv + mv'$: ce qui devait être.

§ 51. — Tous les atomes de l'Univers, qu'ils soient à l'état d'Éther ou bien concentrés en Corps Célestes, ont toujours leur mouvement rotatoire dans le même sens que leur mouvement de translation, c'est-à-dire qu'ils tournent dans le sens qui va de la ligne d'impulsion vers la ligne des centres : c'est ce qu'on exprime, en astronomie, pour les Corps Célestes, par *mouvement direct*.

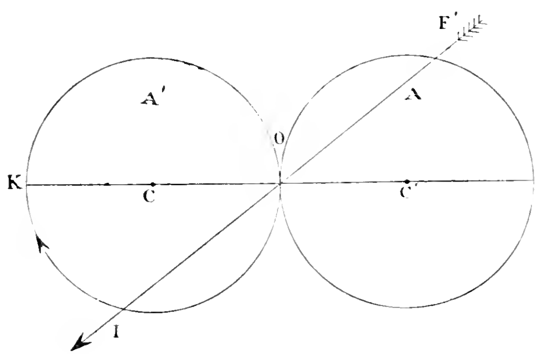


Fig. 9.

Preuve. — Soit A' (fig. 9) l'atome considéré ; soit F'I l'impulsion qu'il a reçue de l'atome A.

Des démonstrations précédentes il résulte que l'atome A' tourne dans le sens OIK indiqué par la flèche.

Or, comme tout atome qui a un mouvement rotatoire l'a par la raison qu'il a reçu d'un autre atome une impulsion qui n'a pas passé par son centre de gravité, tous les atomes de l'Univers se trouvent dans le cas de l'atome A'. C. q. f. d.

§ 52. — Dans le choc de deux atomes, leur mouvement de translation et leur mouvement rotatoire, fondus pour chacun dans l'instant du choc en une seule quantité de mouvement, se communiquent respectivement sur leur ligne d'impulsion et sur leur ligne des centres et se décomposent, après le choc, en mouvement de translation et en mouvement rotatoire.

Preuve. — Dans l'instant du choc de deux atomes, leurs mouvements rotatoires sont arrêtés comme leurs mouvements de translation, et instantanément après le choc, ces quantités de mouvement fondues par l'arrêt pour chacun en une seule se communiquent par le point de contact aux atomes qui se sont choqués, et cela sur leurs lignes d'impulsion et sur leur ligne des centres, conformément aux démonstrations précédentes, parce que ce sont les seules lignes sur lesquelles il est possible qu'il y ait une transmission de mouvement dans le choc de deux atomes : d'où découle, toujours en vertu de ces démonstrations, la décomposition de chacune de ces deux quantités de mouvement totales en mouvements de translation et en mouvements rotatoires.

C. q. f. d.

§ 53. — Quelles que soient les situations respectives des impulsions de deux atomes, les lois établies jusqu'ici restent les mêmes, avec la seule différence que les axes de rotation de ces atomes, après le choc, au lieu d'être tous deux perpendiculaires à un même plan, comme dans les cas considérés jusqu'ici, sont chacun perpendiculaires au plan déterminé par la ligne des centres et par la direction de l'impulsion que reçoit chacun de ces atomes.

Preuve. — Soit A (fig. 10) l'atome qui reçoit une impulsion F'I' de l'atome A', et dont la direction est dans un autre plan que celui de l'impulsion FI de l'atome A et de la ligne des centres.

Au moment du choc, le plan dans lequel s'effectue l'impulsion considérée est déterminée par la direction de l'impulsion F'I' et par la ligne des centres C'C. Or, comme le point d'application de la force se trouve sur un grand cercle situé dans ce même plan, cela détermine la rotation de l'atome A autour d'un axe perpendiculaire à ce plan. Par les mêmes raisons, l'atome A' tourne après le choc autour d'un axe perpendiculaire au plan formé par la ligne

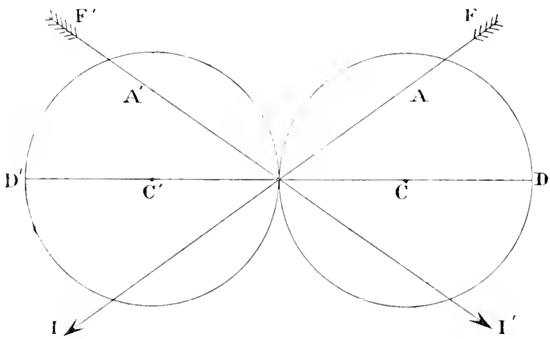


Fig. 10.

d'impulsion FI de l'atome A et par la ligne des centres.

C. q. f. d.

§ 54. — Tous les atomes de l'Univers, sans exception, qu'ils soient isolés dans l'Éther ou concentrés en matière pondérable, ont toujours leur axe de rotation perpendiculaire à l'impulsion qui les anime.

Preuve. — Nous avons vu (§ 39) que chaque atome possède une certaine quantité de mouvement primordiale en rapport avec sa masse. Nous avons également vu (§ 44) que les atomes s'entre-choquent. En prenant les choses à l'origine du mouvement, les atomes, arrivant à la rencontre les uns des autres, n'auraient pas de mouvement rotatoire et s'en imprimeraient un après les premiers chocs qui ne passeraient pas par leurs centres de gravité. Or, d'après ce que nous venons de démontrer dans le paragraphe précédent, ces chocs déterminent toujours dans chaque atome un mouvement rotatoire dont l'axe est perpendiculaire au plan passant par la ligne des centres et par l'impulsion qui lui a été communiquée.

Cet atome, après le choc, aura donc, par cette raison, son axe de rotation toujours perpendiculaire à l'impulsion qui l'anime.

C'est suivant cette loi que, dans les Corps Célestes, l'axe des pôles est toujours perpendiculaire au plan équatorial. En se choquant ensuite contre un autre atome et en prenant une nouvelle direction sur une impulsion nouvelle, l'axe de rotation de l'atome deviendra, par la même raison encore, perpendiculaire à cette nouvelle impulsion, et, quels que soient les chocs qui s'effectuent, cette loi restera toujours constante.

C. q. f. d.

§ 55. — Au bout d'une série de chocs correspondant à toutes les valeurs comprises entre 0° et 90° des angles d'incidence des impulsions avec la ligne des centres de deux atomes qui s'entre-choquent, sur la somme totale des quantités de mouvement successives conservées et reçues par un atome, après ses chocs contre un autre atome, deux tiers sont employés en translation et un tiers en rotation; d'où il résulte que le rapport des quantités de mouvement en translation et en rotation de tout atome est comme $\frac{2}{3}$ à $\frac{1}{3}$ ou bien comme deux à un.

Preuve. — Nous avons démontré (§ 46) que le mouvement de translation imprimé à un atome est zéro lorsque l'angle d'incidence α est de 90°, et qu'il est égal à 1 lorsque α est 0°. Nous avons également démontré que le mouvement de rotation est presque zéro lorsque α est de 90°, qu'il est également zéro lorsque α est 0°, qu'il atteint son maximum lorsque α est de 45°, et que dans ce cas il est la moitié du maximum 1 de la quantité de mouvement totale de l'atome. Il en résulte que le rapport des quantités de mouvement de translation et de rotation d'un atome est comme $\frac{2}{3}$ à $\frac{1}{3}$ ou bien comme deux à un.

En effet, nous avons démontré que sur la quantité de mouvement $\dfrac{mv.\cos\alpha}{\cos\alpha+\sin\alpha}$ reçue par un atome dans son choc contre un autre atome, il emploie en translation une quantité de mouvement égale à

$\frac{mv.\cos^2\alpha}{(\cos\alpha+\sin\alpha)^2}$ et en rotation une quantité égale à $\frac{mv.\cos\alpha\sin\alpha}{(\cos\alpha+\sin\alpha)^2}$. Or le rapport de ces deux dernières quantités se réduit à $\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$.

Il en est de même de la quantité de mouvement $\frac{mv.\sin\alpha}{(\cos\alpha+\sin\alpha)}$ conservée par un atome dans son choc contre un autre atome; car, comme nous l'avons démontré antérieurement, sur cette quantité de mouvement l'atome emploie en translation la quantité $\frac{mv.\sin\alpha\cos\alpha}{(\cos\alpha+\sin\alpha)^2}$ et en rotation la quantité $\frac{mv.\sin^2\alpha}{(\cos\alpha+\sin\alpha)^2}$. Or le rapport de ces deux dernières quantités se réduit aussi, comme dans le cas précédent, à $\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$. Mais $\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha} = \text{cotg.}\,\alpha$; et en prenant la moyenne des valeurs connues de la cotg. pour les variations de α de 0° à 90°, on obtient le nombre 2, ce qui vérifie la loi susétablie. C. q. f. d.

§ 56. — $\Theta = \frac{3v_r}{2\pi d_e} \times \frac{n+1}{2n^2+3n+1}$.

Θ désigne la vitesse angulaire d'une bille, d_e le diamètre d'un élément de la bille, et n le nombre d'éléments contenus sur la périphérie d'un grand cercle de cette bille, enfin v_r la vitesse de rotation de la bille.

Preuve. — Soit B une bille de masse m, soit mv_r la quantité de mouvement employée à la rotation de cette bille. Il s'agit de déterminer sa vitesse angulaire Θ.

A cet effet, nous devons d'abord prendre un élément de la bille B assez petit pour que les courbes occupées par ces éléments soient confondues sensiblement avec les diamètres de ces éléments. Soit e cet élément, soit N_e le nombre d'éléments e contenus dans cette bille. Nous savons que, pendant qu'un élément situé sur l'axe de rotation tourne sur lui-même, un élément situé sur la circonférence d'un grand cercle perpendiculaire à l'axe de rotation fait le tour de ce grand cercle. Voilà les deux limites entre lesquelles doivent se partager les vitesses de tous les éléments de la bille B, et la somme v_r de toutes ces vitesses multipliée par le nombre N_e doit toujours être égale à mv_r, puisque c'est là la quantité de mouvement totale employée en rotation. A cet effet, nous divisons le diamètre D de la bille B par d_e qui est le diamètre de l'élément e. En faisant passer des cercles inscrits par chacune de ces divisions et en désignant par n le nombre de ces cercles, nous avons :

$$D = (2n + 1) d_e. \tag{1}$$

En désignant par r_n le rayon d'un cercle qui a nd_e pour rayon, on a :

$$(2) \qquad nd_e = r_n.$$

En inscrivant avec le diamètre d_e un polygone régulier sur le cercle inscrit considéré, on voit que le nombre N_n des éléments situés sur la circonférence de ce cercle est :

$$(3) \qquad N_n = 2\pi \frac{r_n}{d_e}$$

ou bien, en vertu de la formule (2) :

$$(4) \qquad N_n = 2\pi n.$$

Ainsi le nombre des éléments situés sur la circonférence de chaque cercle est proportionnel au nombre n qui indique le nombre des diamètres d_e contenus dans le rayon de ce cercle.

Pour obtenir le nombre d'éléments contenus dans le plan du grand cercle de la bille, on doit effectuer la sommation des éléments situés sur la circonférence des différents cercles depuis $n = 1$ jusqu'à

$$(5) \qquad n = \frac{R}{d_e} - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}\left(\frac{D}{d_e} - 1\right).$$

On sait que la somme de la série des nombres naturels pris jusqu'à une limite n est exprimée par :

$$(6)\qquad S = \frac{1}{2} n (n + 1).$$

En remplaçant n par sa valeur de la formule (5), on a :

$$(7)\qquad S = \frac{1}{8}\left(\frac{D}{d_e} - 1\right)\left(\frac{D}{d_e} + 1\right),$$

ce qui nous donne le nombre des éléments contenus dans le plan d'un grand cercle de la bille B. Maintenant, pour avoir le nombre d'éléments N_e contenus dans toute la bille, on n'a qu'à multiplier la valeur S, formule (7), par $\frac{\pi}{d_e}$; on obtient alors :

$$(8)\qquad N_e = \frac{\pi}{8 d_e}\left(\frac{D}{d_e} - 1\right)\left(\frac{D}{d_e} + 1\right) = \frac{\pi n}{2 d_e}(n + 1).$$

En désignant par Θ la vitesse angulaire, on sait que la vitesse absolue de tous les éléments situés sur la même circonférence de rayon $n d_e$ est $\Theta n d_e$, et comme il y a sur cette circonférence $2\pi n$ éléments, la somme Σ_{V_r} des vitesses absolues de tous ces éléments est :

$$(9)\qquad \Sigma_{V_r} = 2\pi \Theta d_e n^2.$$

Nous devons par conséquent faire la sommation des carrés de tous les nombres naturels à partir de 1 jusqu'à n.

En désignant par Q cette somme, on a :

$$(10) \qquad Q_e = \Sigma_{n=1}^{n=n} n^2 = \frac{1}{6}[2n^3 + 3n^2 + n].$$

En multipliant d'abord la somme Q par $2\pi\Theta d_e$ et ensuite ce produit encore par $\frac{\pi}{d_e}$, on obtient la somme P des vitesses absolues dans le mouvement rotatoire de tous les éléments de la bille B, à savoir :

$$(11) \qquad P = 2\pi^2\Theta d_e \frac{Q_e}{d_e}.$$

La somme des quantités de mouvement des éléments de la bille B reçues par le choc qui l'a mise en rotation est, d'après ce qui précède : $N_e\ v_r$.

D'un autre côté, la somme des quantités de mouvement employées dans le mouvement rotatoire de tous les éléments de la bille B est, d'après la formule (11) :

$$2\pi^2\Theta \times Q_e.$$

Puisque la quantité de mouvement mv_r qui est égale à $N_e\ v_r$ est employée tout entière en rotation par la bille, en mettant à la place de N_e sa valeur de la formule (8), nous avons :

$$(12) \qquad 2\pi^2\overline{\Theta}\, Q_e = \frac{\pi\, n(n+1)}{2\, d_e} v_r.$$

En tirant de cette formule, Θ, nous avons :

$$(13) \qquad \Theta = \frac{v_r}{4\pi Q_e d_e} \times n(n+1)$$

dans laquelle, en remplaçant Q_e par sa valeur de la formule (10) et en réduisant, nous trouvons la formule définitive pour la vitesse angulaire :

$$(14) \qquad \Theta = \frac{3 v_r}{2\pi d_e} \times \frac{n+1}{2n^2+3n+1}.$$

On voit que la vitesse angulaire Θ est dans tous les cas proportionnelle à la vitesse v_r qui a imprimé le mouvement rotatoire. C. q. f. d.

Remarque. — Nous venons de résoudre ce problème par des calculs relativement simples, et cela seulement parce que, en vertu de notre méthode, nous avons suivi la nature *pas à pas* dans le phénomène étudié.

Corollaire. — Le diamètre d_e de l'élément e, considéré dans ce paragraphe, doit être pour toute sphère, quel que soit son volume, la $159^{me},4$ partie de son rayon, c'est-à-dire égal à la corde qui soustend un arc de $0^o,33\ldots$

En voici la démonstration :

Soit C (fig. 11) la périphérie d'un grand cercle de la Terre.

Soient C_1 et C_2 les périphéries de deux cercles, l'un circonscrit et l'autre inscrit par rapport au cercle C et tous les trois compris dans le même plan.

Soit α un angle de 0°,33... formé par les rayons OA et OB de la Terre.

On sait que, d'après les mesures des méridiens

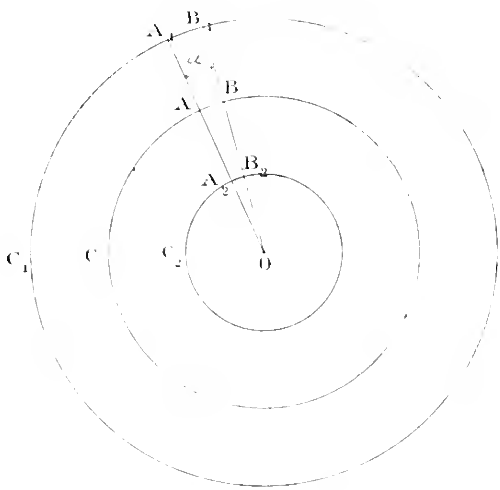


Fig. 11.

terrestres, les géomètres ont établi que le maximum de longueur d'arc, pris à la surface de la Terre, qui peut être confondu avec sa corde est de 40 kilomètres, qui est la 159me,4 partie du rayon de la Terre et qui sous-tend un angle de 0°,33...

On voit qu'il en est de même pour les cercles C_1 et C_2, ainsi que pour les cordes A_1B_1 et A_2B_2.

Il en résulte que pour déterminer le diamètre d_e

de l'élément e on doit, dans tous les cas, prendre la 159me,4 partie du rayon de la sphère dont on veut calculer Θ.

C. q. f. d.

Observation. — A l'aide de cette formule, on peut calculer aussi, dans la balistique, la vitesse angulaire d'un projectile, quelle que soit sa forme, pour en déduire sa force de pénétration.

§ 57. — Lorsque sur deux forces données on construit un parallélogramme, la résultante en translation est toujours plus petite que la diagonale de ce parallélogramme.

Voici l'expression de la résultante R des deux forces données mv' et mv'' :

$$(1)\quad \left\{ \begin{aligned} R = & \frac{\sin\left(90^\circ - \frac{\gamma}{2}\right)}{\cos\left(90^\circ - \frac{\gamma}{2}\right) + \sin\left(90^\circ - \frac{\gamma}{2}\right)} \times \\ & \left[\frac{mv'.\cos\alpha'}{\cos\alpha' + \sin\alpha'} + \frac{mv''.\cos\alpha''}{\cos\alpha'' + \sin\alpha''}\right]. \end{aligned} \right.$$

mv' et mv'' désignent les quantités de mouvement qui constituent les forces primitives du parallélogramme.

γ désigne l'angle des directions des forces.

$\alpha = 90^\circ - \frac{\gamma}{2}$, désigne l'angle que fait chaque impulsion avec la ligne des centres des points matériels qui impriment les impulsions. (Voyez Remarque, § 50.)

α' et α'' désignent les angles formés par la diagonale du parallélogramme avec les directions des forces données.

Mais lorsqu'on construit un parallélogramme sur une force donnée qui représente une résultante en translation, alors cette résultante peut être considérée comme égale à la diagonale du parallélogramme ainsi construit, dont les côtés sont des réductions des composantes primitives.

Voici l'expression de la résultante donnée R_1 qui est prise pour la diagonale :

$$(2) \qquad R_1 = m_1 v_1' \cos \alpha' + m_1 v_1'' \cos \alpha''.$$

$m_1 v_1'$ et $m_1 v_1''$ désignent les forces primitives réduites, c'est-à-dire les côtés du parallélogramme dont R_1 est la résultante donnée en translation.

Dans ce cas, comme on a pris en entier les cosinus de α' et de α'' au lieu de prendre seulement leurs quantités proportionnelles, l'excès de la somme des composantes ne représente pas la valeur proportionnelle entière des mouvements rotatoires définitifs, produits par les sinus de α' et de α'' divisés respectivement par la somme du cosinus de α' et du sinus de α' et par la somme du cosinus de α'' et du sinus de α'', ce qui ne dérange d'ailleurs pas les calculs de ceux qui construisent un parallélogramme sur une résultante donnée, puisqu'ils ne s'occupent pas du mouvement rotatoire et que le mouvement en translation leur est donné par la résultante sur laquelle ils ont construit le parallélogramme ; seulement ils ne doivent pas se figurer qu'ils ont les composantes primitives.

Mais lorsque, étant données deux composantes, on veut en déduire la résultante, en prenant, comme on le fait, pour sa valeur, la diagonale du parallélogramme construit avec ces composantes, on commet une grande erreur, comme nous le démontrons dans ce paragraphe.

Preuve. — Soit A' et A'' (fig. 12) deux points matériels de même masse m, ayant les quantités de mouvement $mv' = F'C'$ et $mv'' = F''C''$ qui choquent suivant leur ligne des centres UV un troisième point matériel A immobile et de même masse.

L'expérience aussi bien que nos démonstrations antérieures prouvent que, dans ce cas, le point A reste immobile après le choc et que les points A' et A'' échangent leurs quantités de mouvement respectives à travers le point A et s'en vont chacun du côté opposé avec la quantité de mouvement de l'autre.

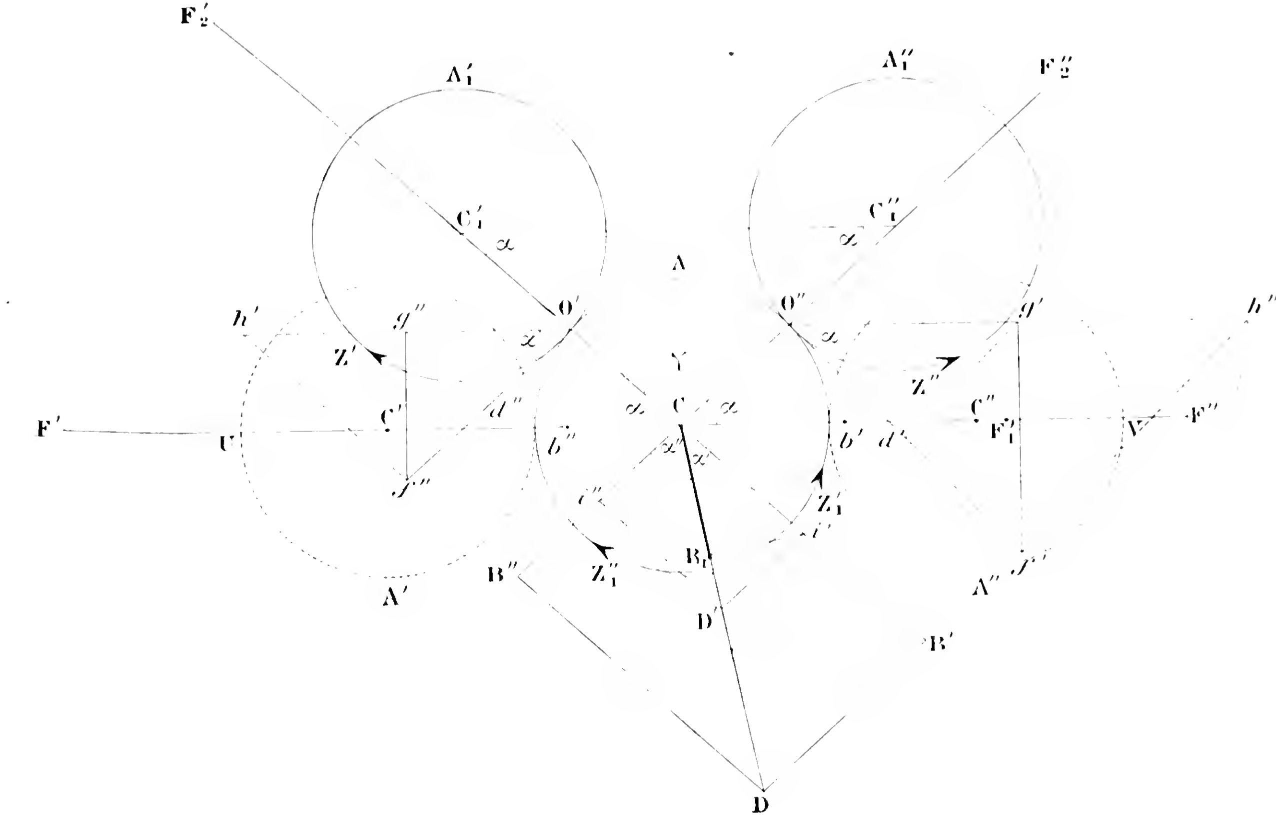


Fig. 12.

L'expérience suivante met bien en évidence ce fait. Si l'on suspend à un support commun trois billes dures de même volume et de même masse de manière que leurs centres se trouvent sur la même ligne horizontale, si l'on écarte d'angles différents les deux billes extrêmes et qu'on les abandonne à l'action de la pesanteur, on voit que la bille centrale reste immobile après le choc, tandis que les billes extérieures s'enlèvent vers les côtés opposés, chacune avec la quantité de mouvement de l'autre.

Ce phénomène se passe comme si les deux billes se choquaient directement; par conséquent, les lois démontrées (§§ 46 et 48) s'appliquent aussi au cas où la transmission se fait par l'intermédiaire d'une autre bille.

Ainsi, dans le cas où γ est de $180°$ et les trois mobiles de même masse, la résultante R des quantités de mouvement mv' et mv'' est nulle, puisque le point A reste immobile après le choc. Nous avons démontré (§ 46) que lorsqu'un atome choque un autre atome suivant leur ligne des centres, il lui transmet toute sa quantité de mouvement : c'est ce qui a lieu dans le cas susindiqué pour les deux atomes extrêmes. Nous avons également démontré (§ 46) que lorsque la ligne d'impulsion forme avec la ligne des centres un angle quelconque α, la quantité de mouvement C_m que l'atome qui imprime le choc transmet à celui qui le reçoit, est :

$$(1) \qquad C_m = \frac{mv.\cos\alpha}{\cos\alpha + \sin\alpha}.$$

En conséquence, lorsque l'angle des impulsions γ décroît, le point A', étant par exemple dans la position A'_1, transmet par l'intermédiaire du point A au point A'', lequel est dans la position A''_1, au lieu de toute sa quantité de mouvement $F'_2C'_1 = F'C' = CF'_1$, comme dans le cas de $\gamma = 180°$, seulement la partie proportionnelle :

$$(2) \qquad Cb' = mv' \frac{\cos\left(90° - \frac{\gamma}{2}\right)}{\cos\left(90° - \frac{\gamma}{2}\right) + \sin\left(90° - \frac{\gamma}{2}\right)} = O''d'.$$

La quantité de mouvement $mv' = F'_2C'_1$ transmise par l'atome A'_1 à l'atome A suivant leur ligne des centres C'_1C est représentée en grandeur et en direction par la ligne CB'. Or, comme toutes les parties de l'atome A se meuvent, par suite de cette impulsion, sur des lignes parallèles à CB', l'impulsion donnée par l'atome A à l'atome A''_1 au point de contact O'', qui est le point d'application de la force, est représentée en grandeur et en direction par la ligne $O''f' = CB'$. Maintenant, pour déterminer la quantité de mouvement transmise par la force $O''f'$ à l'atome A_1'', nous devons décomposer $O''f'$ sur la ligne $O''h''$ parallèle à $C_1'C_1''$, parce que celle-ci est la ligne des centres des atomes A_1' et A_1'' qui se transmettent, par l'intermédiaire de l'atome A, une partie de leurs quantités de mouvement, de la même manière qu'ils se transmettent toute leur quantité de mouvement lorsque $\gamma = 180°$, comme cela a été démontré. En faisant cette décomposition et en prenant la partie proportionnelle du cosinus α, conformément au § 46, et comme $\cos\alpha = \frac{O''g'}{O''f'}$ et $\sin\alpha = \frac{f'g'}{O''f'} = \frac{g'h''}{O''f'}$ par construction, nous avons le rapport suivant :

$$\frac{O''d'}{O''f'} = \frac{O''g'}{O''h''} \tag{3}$$

c'est-à-dire :

$$\frac{O''d'}{mv'} = \frac{\cos\alpha}{\cos\alpha + \sin\alpha}. \tag{4}$$

Et comme $\alpha = 90° - \frac{\gamma}{2}$, nous déduisons :

$$O''d' = mv' \frac{\cos\left(90° - \frac{\gamma}{2}\right)}{\cos\left(90° - \frac{\gamma}{2}\right) + \sin\left(90° - \frac{\gamma}{2}\right)}. \tag{5}$$

Il en est de même de la quantité de mouvement transmise par le point A_1'' au point A_1' par l'intermédiaire du point A, laquelle, au lieu d'être $F''C''$ comme dans le cas de $\gamma = 180°$, est :

$$(6)\quad Cb'' = mv'' \frac{\cos\left(90° - \frac{\gamma}{2}\right)}{\cos\left(90° - \frac{\gamma}{2}\right) + \sin\left(90° - \frac{\gamma}{2}\right)} = O'd''.$$

La quantité de mouvement $O''d'$ formule (5) transmise à l'atome A_1'' se décompose, conformément au § 48, sur la ligne $O''C_1''$, en mouvement de translation suivant la ligne $O''C_1''$, et en mouvement de rotation suivant la flèche Z''. Par les mêmes raisons, ce fait a lieu aussi pour la force $O'd''$ formule (6), qui se décompose en mouvement de translation suivant la ligne $O'C_1'$ et en mouvement de rotation suivant la flèche Z'.

Dans le § 46, nous avons démontré que la quantité de mouvement conservé C_s par l'atome qui a imprimé le choc est :

$$(7)\qquad C_s = \frac{mv.\sin\alpha}{\cos\alpha + \sin\alpha}.$$

Comme dans le cas considéré le point A_1' transmet au point A toute sa quantité de mouvement, puisque le choc s'effectue sur leur ligne des centres $C_1'C$, c'est le point A qui conserve la quantité de mouvement correspondante à la formule (7).

En conséquence, on a :

$$(8)\quad d'f' = mv' \frac{\sin\left(90^\circ - \frac{\Upsilon}{2}\right)}{\cos\left(90^\circ - \frac{\Upsilon}{2}\right) + \sin\left(90^\circ - \frac{\Upsilon}{2}\right)} = \mathrm{C}i'.$$

Il en est de même de la quantité de mouvement que le point A conserve sur la quantité de mouvement totale que lui a transmise le point A''_1. En conséquence, on a :

$$(9)\quad d''f'' = mv'' \frac{\sin\left(90^\circ - \frac{\Upsilon}{2}\right)}{\cos\left(90^\circ - \frac{\Upsilon}{2}\right) + \sin\left(90^\circ - \frac{\Upsilon}{2}\right)} = \mathrm{C}i''.$$

Si l'atome A''_1 était immobile au moment du choc et n'imprimait par conséquent aucune impulsion à l'atome A, celui-ci s'en irait après le choc (§ 46) suivant la ligne C'_1C avec la quantité de mouvement représentée en grandeur et en direction par $\mathrm{C}i'$ formule (8).

Mais comme l'atome A''_1 imprime à l'atome A suivant la ligne C''_1C une impulsion représentée en grandeur et en direction par $\mathrm{C}i''$, l'atome A, dont le centre de gravité est dans ce cas le point d'application des forces, est sollicité par les deux impulsions $\mathrm{C}i'$ et $\mathrm{C}i''$.

Constatons maintenant que le centre de gravité C du mobile A doit se mouvoir dans tous les cas sur la diagonale du parallélogramme des forces, formé par les deux composantes, par la raison que c'est le seul lieu géométrique pour un parallélogramme donné, sur le parcours duquel le mobile A peut se mouvoir sans que les deux forces qui lui sont appliquées et qui sont les côtés du parallélogramme changent de direction. Or, comme il n'intervient aucune cause pour changer la direction initiale de chacune de ces deux forces, le centre de gravité C de l'atome A se meut nécessairement sur la diagonale CD. Toute autre position prise sur une ligne quelconque différente de la diagonale entraînerait un changement dans la direction des forces, ce qui est impossible.

Toutes nos démonstrations antérieures prouvent que le mobile qui a reçu un choc d'un autre mobile, quelle que soit la direction de l'impulsion, se meut toujours avec la quantité de mouvement en translation qu'il a reçue suivant la ligne des centres de ces deux mobiles. Or, comme le centre de gravité C du mobile A effectue son mouvement de translation suivant la diagonale CD, il en résulte que, dans ce cas, c'est cette ligne qui tient lieu de la ligne des centres sur laquelle doit se faire la décomposition des forces Ci' et Ci'', pour déterminer les quantités de mouvement du mobile A en translation et en rotation.

Cette décomposition des forces en translation et en rotation doit nécessairement se faire en vertu de la loi établie § 48, car ce n'est que dans le cas où la force Ci' serait dans le sens de la diagonale CD que cette force serait employée toute en translation. Mais comme l'impulsion Ci' est oblique par rapport à la diagonale CD, elle doit nécessairement imprimer au mobile A, outre un mouvement de translation suivant CD, aussi un mouvement en rotation vers la diagonale dans le sens de la flèche Z''_1. Il en est de même de la force Ci''.

Ainsi, en faisant cette décomposition sur la diagonale et en prenant les parties proportionnelles aux cosinus des angles α' et α'' (§ 46), nous obtenons la résultante définitive en translation CR_1.

Voici l'expression algébrique de cette résultante désignée dans l'énoncé par R :

$$(10) \left\{ \begin{aligned} R = {} & mv' \frac{\sin\left(90^\circ - \frac{\gamma}{2}\right)}{\cos\left(90^\circ - \frac{\gamma}{2}\right) + \sin\left(90^\circ - \frac{\gamma}{2}\right)} \times \frac{\cos\alpha'}{\cos\alpha' + \sin\alpha'} \\ & + mv'' \frac{\sin\left(90^\circ - \frac{\gamma}{2}\right)}{\cos\left(90^\circ - \frac{\gamma}{2}\right) + \sin\left(90^\circ - \frac{\gamma}{2}\right)} \times \frac{\cos\alpha''}{\cos\alpha'' + \sin\alpha''} \end{aligned} \right.$$

ou bien :

$$(11)\quad \left\{ R = \frac{\sin\left(90^\circ - \frac{\gamma}{2}\right)}{\cos\left(90^\circ - \frac{\gamma}{2}\right) + \sin\left(90^\circ - \frac{\gamma}{2}\right)} \times \left[\frac{mv'.\cos\alpha'}{\cos\alpha' + \sin\alpha'} + \frac{mv''.\cos\alpha''}{\cos\alpha'' + \sin\alpha''}\right]. \right.$$

C. q. f. d.

Il nous reste à démontrer que lorsqu'on construit un parallélogramme sur une force donnée, qui représente une résultante en translation, alors cette résultante est égale à la diagonale du parallélogramme ainsi construit, dont les côtés sont des réductions des composantes primitives.

Voici cette démonstration :

Du moment où la résultante en translation est donnée, il n'y a plus lieu de déduire ni une partie des forces transmises, ni une partie des forces employées en rotation, puisque ces quantités de mouvement ont été déjà déduites. En conséquence, les côtés du parallélogramme formé sur cette résultante comme diagonale sont des réductions des forces primitives, et comme la somme de leurs projections sur la diagonale exprime la quantité de mouvement en translation qui constitue la résultante donnée, il en résulte que dans ce cas la résultante est égale à la diagonale.

C. q. f. d.

Remarque. — Lorsque l'un des deux angles du parallélogramme des forces est plus grand que 90°, bien que le cosinus de cet angle soit négatif, le coefficient de réduction proportionnelle $\frac{1}{\cos\alpha + \sin\alpha}$ entre toujours avec le signe *plus*, par la raison que, dans cette opération, il s'agit de réduire la quantité $-\cos\alpha$ en parties proportionnelles à la somme des valeurs absolues de $\cos\alpha$ et de $\sin\alpha$.

Premier corollaire. — En désignant par R_o les quantités de mouvement employées en mouvement rotatoire par le point matériel A, nous avons, conformément à la démonstration ci-dessus :

$$(12)\quad \left\{ \begin{aligned} R_o = & \frac{\sin\left(90^\circ - \frac{\gamma}{2}\right)}{\cos\left(90^\circ - \frac{\gamma}{2}\right) + \sin\left(90^\circ - \frac{\gamma}{2}\right)} \times \\ & \left[\frac{mv' \cdot \sin\alpha}{\cos\alpha' + \sin\alpha'} + \frac{mv'' \cdot \sin\alpha''}{\cos\alpha'' + \sin\alpha''}\right]. \end{aligned} \right.$$

En désignant encore par R_m les quantités de mouvement transmises par l'intermédiaire de l'atome A aux atomes A'_1 et A''_1, nous avons toujours, conformément à la démonstration ci-dessus :

$$(13)\quad R_m = \frac{\cos\left(90^\circ - \frac{\gamma}{2}\right)}{\cos\left(90^\circ - \frac{\gamma}{2}\right) + \sin\left(90^\circ - \frac{\gamma}{2}\right)} [mv' + mv''].$$

Enfin, en désignant par Σ la somme $R + R_o + R_m$, nous obtenons :

$$(14) \qquad \Sigma = mr' + mr''.$$

ce qui devait être.

Observons maintenant que, sur les deux quantités de mouvement rotatoire de sens contraire du mobile A, après le choc, exprimées formule (12), c'est l'excès seul d'une de ces deux quantités qui produit la rotation de ce mobile, dans le sens de la plus grande. Quant aux parties égales de ces deux quantités de mouvement rotatoire de sens contraire, elles produisent dans les corps pondérables les vibrations qui constituent la chaleur, et dans les atomes seulement des oscillations. Il en est ainsi, parce que les atomes n'étant pas composés, comme les corps pondérables, de plusieurs parties séparées par du vide, les vibrations entre les différentes parties qui constituent la chaleur ne peuvent pas se produire dans l'atome. Les deux parties de quantités de mouvement rotatoire égales et contraires déterminent une oscillation de l'axe de rotation, laquelle devient circulaire aux pôles par suite de la rotation de l'atome.

En voici la démonstration :

Dans le plan perpendiculaire à l'axe de rotation, et qui passe par son centre, l'excès de l'un des deux mouvements rotatoires sur l'autre détermine la rotation du mobile dans le sens de cet excès. A partir de ce plan, vers les pôles de l'axe de rotation, l'effet de cet excès diminue, puisque la vitesse en rotation de tout point pris sur la surface du mobile décroît vers les pôles, en raison du cosinus de sa latitude.

Comme la vitesse en rotation devient presque nulle aux pôles, pendant que les deux quantités de mouvement rotatoire de sens contraire restent constamment égales dans tous les plans depuis l'équateur jusqu'aux pôles, il en résulte que, sous l'action et la réaction alternative de ces deux quantités de mouvement rotatoire égales et contraires, l'axe de rotation prend un mouvement oscillatoire.

Ces oscillations sont circulaires autour de la position normale de chacun des pôles de l'axe de rotation, par suite du mouvement rotatoire du mobile autour de cet axe. Observons aussi que le maximum des oscillations a lieu aux pôles, pendant qu'au milieu de l'axe ces oscillations sont presque nulles, ce qui démontre encore que le mouvement rotatoire du mobile et son mouvement oscillatoire sont, de l'équateur aux pôles, en raison inverse l'un de l'autre.

Aujourd'hui, en mécanique, on affirme que deux forces égales et contraires se neutralisent et ne produisent aucun effet.

C'est une erreur, car toute quantité de mouvement doit produire un effet, c'est-à-dire un déplacement quelconque, parce qu'elle ne peut pas être détruite. C'est ce que nous venons de démontrer dans ce cas.

Ce mouvement oscillatoire circulaire des pôles d'une sphère en rotation est analogue à ce qu'on appelle, en astronomie, la nutation.

Deuxième corollaire. — Lorsque l'angle γ formé par les deux impulsions est égal à 180°, la résultante est nulle.

Preuve. — Voyez la démonstration du § 57.

Troisième corollaire. — Deux points matériels ne peuvent pas pousser simultanément un troisième point sous un angle γ moindre que 60°, dans le cas où ces trois points ont le même volume et où les impulsions sont sur la ligne des centres.

Preuve. — Il en est nécessairement ainsi parce que les lignes des centres de trois sphères de même diamètre, tangentes entre elles, forment un triangle équilatéral. Or, comme toute force ne peut pas être autre chose que l'impulsion d'un point matériel sur un autre point matériel, on a tort aujourd'hui, en mécanique, d'admettre que deux forces peuvent pousser simultanément un point matériel sous un angle moindre que 60°. Les angles plus petits que 60° proviennent du croisement des lignes matérielles, mais ne peuvent pas provenir du contact des bouts de deux lignes matérielles, parce que ces deux bouts ne peuvent pas se confondre en un seul, puisque ce sont deux points matériels. D'ailleurs, si l'angle γ pouvait diminuer au-dessous de 60° et arriver enfin à être égal à zéro, ce qui ne pourrait se réaliser que si les deux points matériels qui impriment simultanément leurs chocs au troisième point pouvaient se confondre en un seul, lequel serait le point d'application de la force (fig. 10); alors, dans ce cas, comme dans tous les autres, la loi se vérifierait encore, et, dans le cas de $\gamma = 0$, la résultante serait :

$$R = mv' + mv''. \tag{7}$$

C. q. f. d.

Quatrième corollaire. — A mesure que γ décroît, la résultante augmente.

Preuve. — Voyez la démonstration du § 57.

Nous donnons dans le Tableau suivant les valeurs de la diagonale D, de la résultante R et du rapport $\frac{R}{D}$ pour le cas où $mv' = 5$ et $mv'' = 1$, et l'angle γ variant de 10° en 10°, depuis 180° jusqu'à 60°. On voit que le maximum de la résultante correspond à l'angle de 60° et ne dépasse que de peu la moitié de la diagonale.

$$mr' = 3.$$
$$mr'' = 1.$$

γ^o	D	R	$\frac{R}{D}$
180	4,00000	0,00000	0,00000
170	4,01893	0,31974	0,07956
160	4,07467	0,58804	0,14430
150	4,16410	0,82189	0,19738
140	4,28208	1,03342	0,24131
130	4,42379	1,23540	0,27926
120	4,58208	1,44060	0,31440
110	4,75182	1,65945	0,34922
100	4,92553	1,90646	0,38706
90	5,09902	2,16661	0,42492
80	5,26654	2,43350	0,46207
70	5,42396	2,71587	0,50084
60	5,56775	3,02200	0,53783

Cinquième corollaire. — La somme des deux forces étant constante sous le même angle γ, la résultante croît avec l'excès de l'une sur l'autre.

Preuve. — A mesure que l'excès de l'un des côtés du parallélogramme des forces augmente, l'angle que forme la diagonale avec le grand côté diminue; la diagonale augmente en se rapprochant de plus en plus de la somme des côtés du parallélogramme, et, comme la résultante augmente avec la diagonale, il est démontré que la résultante croît avec l'excès de l'une des deux forces sur l'autre.

Le Tableau suivant met en évidence la loi démontrée dans ce corollaire :

$$\gamma = 60^\circ.$$

LES FORCES $mv' + mv'' = 10$		D	R	$\frac{R}{D}$.	L'EXCÈS.
$mv' = 5$	$mv'' = 5$	8,66027	4,01920	0,46409	$mv' - mv'' = 0$
$mv' = 6$	$mv'' = 4$	8,71704	4,10432	0,47084	$mv' - mv'' = 2$
$mv' = 7$	$mv'' = 3$	8,88789	4,35145	0,48959	$mv' - mv'' = 4$
$mv' = 8$	$mv'' = 2$	9,16528	4,87880	0,53231	$mv' - mv'' = 6$
$mv' = 9$	$mv'' = 1$	9,53932	5,73474	0,60149	$mv' - mv'' = 8$
$mv' = 9,5$	$mv'' = 0,5$	9,75964	5,89058	0,60356	$mv' - mv'' = 9$
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
$mv' = 10$	$mv'' = 0$	10,00000	6,33972	0,63397	$mv' - mv'' = 10$

En considérant la formule de la résultante R :

$$(1)\quad \begin{cases} R = \dfrac{\sin\left(90^\circ - \frac{\gamma}{2}\right)}{\cos\left(90^\circ - \frac{\gamma}{2}\right) + \sin\left(90^\circ - \frac{\gamma}{2}\right)} \times \\ \left[\dfrac{mv'.\cos\alpha'}{\cos\alpha' + \sin\alpha'} + \dfrac{mv''.\cos\alpha''}{\cos\alpha'' + \sin\alpha''}\right] \end{cases}$$

et en désignant le premier facteur par K et le second par M, d'où :

$$(2)\qquad R = K \times M,$$

on voit que, quels que soient les angles α' et α'', et quelles que soient les valeurs de mv' et de mv'', la valeur de la diagonale D, dont l'expression est :

$$(3)\qquad D = mv'.\cos\alpha' + mv''.\cos\alpha'',$$

diffère toujours en plus, de peu, de la valeur de la quantité M, puisque les dénominateurs de cette expression dépassent, dans tous les cas, de peu l'unité.

Les grandes différences entre la résultante R et la diagonale D dépendent principalement du coefficient K.

Le Tableau suivant fait voir comment, en effet, la résultante ne peut jamais dépasser de beaucoup la moitié de la diagonale. La cause réelle de ce phénomène ressort des démonstrations que nous avons données dans ce paragraphe, où nous avons vu que plus l'angle γ augmente, plus les deux mobiles qui impriment les impulsions se transmettent mutuellement, à travers le mobile poussé, une plus grande partie de leurs quantités de mouvement respectives, ce qui a pour résultat la diminution correspondante de la résultante.

Nous donnons dans le Tableau suivant les valeurs de K correspondantes aux angles γ, depuis 60° jusqu'à 180° :

γ°	K
60	0,63397
70	0,58817
80	0,54374
90	0,50000
100	0,45626
110	0,41184
120	0,36600
130	0,31801
140	0,26685
150	0,21132
160	0,14990
170	0,08045
180	0,00000

Remarque. — De la démonstration donnée dans ce paragraphe, il résulte que l'on commet en mécanique deux erreurs dans la composition des forces lorsqu'on veut en déduire la résultante. La première erreur, c'est de ne pas tenir compte des quantités de mouvement que les points qui impriment les impulsions se communiquent réciproquement par l'intermédiaire du point sur lequel ces impulsions agissent.

La seconde erreur consiste en ce que, dans la décomposition des forces que l'on fait sur la diagonale, on ne tient pas compte du mouvement rotatoire qui doit nécessairement se produire, comme nous l'avons démontré dans ce paragraphe.

Toutes les démonstrations données jusqu'à présent que la résultante en translation, ainsi déterminée, est égale à la diagonale, contiennent au fond ces deux erreurs fondamentales, comme cela ressort de nos démonstrations contenues dans ce paragraphe.

Pour montrer comment on a été induit en erreur dans la composition des forces, analysons la démonstration que Newton donne à ce sujet dans les *Principes mathématiques de la philosophie naturelle*, au corollaire I^{er} des *Lois*. — Voici ce corollaire :

« Un corps poussé par deux forces parcourt, par « leurs actions réunies, la diagonale d'un parallélo-

« gramme dans le même temps dans lequel il aurait « parcouru ses côtés séparément.

« Si ce corps, pendant un temps donné, eût été « transporté de A en B d'un mouvement uniforme « par la seule force M imprimée en A, et que, par « la seule force N imprimée dans le même lieu A, « il eût été transporté de A en C, le corps, par ces « deux forces réunies, sera transporté dans le même « temps dans la diagonale AD du parallélogramme « ABCD, etc. » (Fig. *a*.)

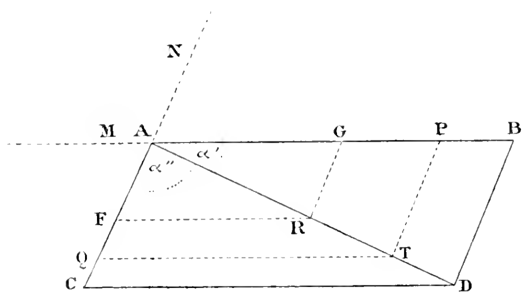


Fig. *a*.

En faisant ce raisonnement, Newton se représente le phénomène tout autrement qu'il ne se passe en réalité.

En effet, nous avons démontré (§ 57) que les impulsions M et N, agissant à la fois sur le point A, se transmettent réciproquement, par l'intermédiaire de ce point, une partie de leurs quantités de mouvement et sont par là réduites. Par conséquent, au bout du temps donné, le point A qui serait arrivé en B s'il avait été poussé par la seule force M, non réduite, ou bien en C, s'il était poussé par la seule force N, aussi non réduite, du moment où il est poussé simultanément par les forces M et N, réduites aux valeurs AP et AQ, il n'arrive plus en D, mais en un point intermédiaire entre A et D.

Ensuite, comme la masse du mobile A est poussée simultanément par deux forces dans des directions différentes, il en résulte nécessairement un mouvement rotatoire de cette masse, comme nous l'avons vu dans ce paragraphe. En conséquence, les composantes AP et AQ sont encore réduites aux valeurs AG et AF, d'où il résulte que le mobile arrivera dans le temps donné en R, et, par conséquent, la résultante en translation des forces AB et AC est non pas AD, comme le croit Newton, mais bien AR, qui est la somme des projections proportionnelles de AG et de AF sur la diagonale, c'est-à-dire :

$$AR = AG \frac{\cos \alpha'}{\cos \alpha' + \sin \alpha'} + AF \frac{\cos \alpha''}{\cos \alpha'' + \sin \alpha''}.$$

Ce qui met en évidence l'erreur commise aujourd'hui en mécanique.

§ 58. — Tout atome de l'Univers possède dans tout moment les quantités de mouvement en translation et en rotation exprimées par les formules suivantes :

$$(1)\left\{\begin{aligned} T_r = {} & mv\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha+\sin\alpha}\times\frac{\cos\alpha_D}{\cos\alpha_D+\sin\alpha_D} \\ & + mv'\frac{\cos\alpha'}{\cos\alpha'+\sin\alpha'}\times\frac{\cos\alpha'_D}{\cos\alpha'_D+\sin\alpha'_D}. \end{aligned}\right.$$

$$(2)\left\{\begin{aligned} R_t = {} & mv\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha+\sin\alpha}\times\frac{\sin\alpha_D}{\cos\alpha_D+\sin\alpha_D} \\ & + mv'\frac{\cos\alpha'}{\cos\alpha'+\sin\alpha'}\times\frac{\sin\alpha'_D}{\cos\alpha'_D+\sin\alpha'_D}. \end{aligned}\right.$$

T_r désigne la quantité de mouvement en translation de l'atome.

R_t désigne la quantité de mouvement en rotation de l'atome.

mv désigne la quantité de mouvement totale en translation et en rotation de l'atome considéré avant son dernier choc contre un autre atome.

mv' désigne la quantité de mouvement totale en translation et en rotation que possède, avant le choc, l'atome avec lequel l'atome considéré s'est entre-choqué en dernier lieu.

α et α' désignent les angles d'incidence des impulsions de l'atome considéré et de l'atome avec lequel il s'est entre-choqué, comptés en sens opposé l'un de l'autre.

α_D et α'_D désignent les angles que fait la diagonale du parallélogramme dont un côté est dirigé suivant la ligne d'impulsion initiale de l'atome considéré, et dont l'autre est dirigé suivant la ligne des centres.

Preuve. — Nous avons démontré (§ 39) qu'à l'origine tout atome a seulement une quantité de mouvement en translation.

Nous avons également démontré (§ 46) qu'après qu'il s'est entre-choqué avec un autre atome, il a un mouvement en translation et un mouvement rotatoire. Il en est de même de l'atome avec lequel il s'est entre-choqué, qui à l'origine avait aussi seulement une quantité de mouvement en translation, et qui après le choc a pareillement une quantité de mouvement en translation et une quantité de mouvement rotatoire.

Conformément au § 50 et au § 52, l'atome après le choc possède la quantité de mouvement suivante :

$$(1) \quad [T_r + R_t] = mv \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha + \sin \alpha} + mv' \frac{\cos \alpha'}{\cos \alpha' + \sin \alpha'}.$$

Pour abréger, nous désignons par K le premier terme du second membre de la formule (1) et par K' le deuxième terme.

La quantité de mouvement K, restée à l'atome après son choc, tend à l'entraîner dans sa direction initiale représentée en grandeur et en direction,

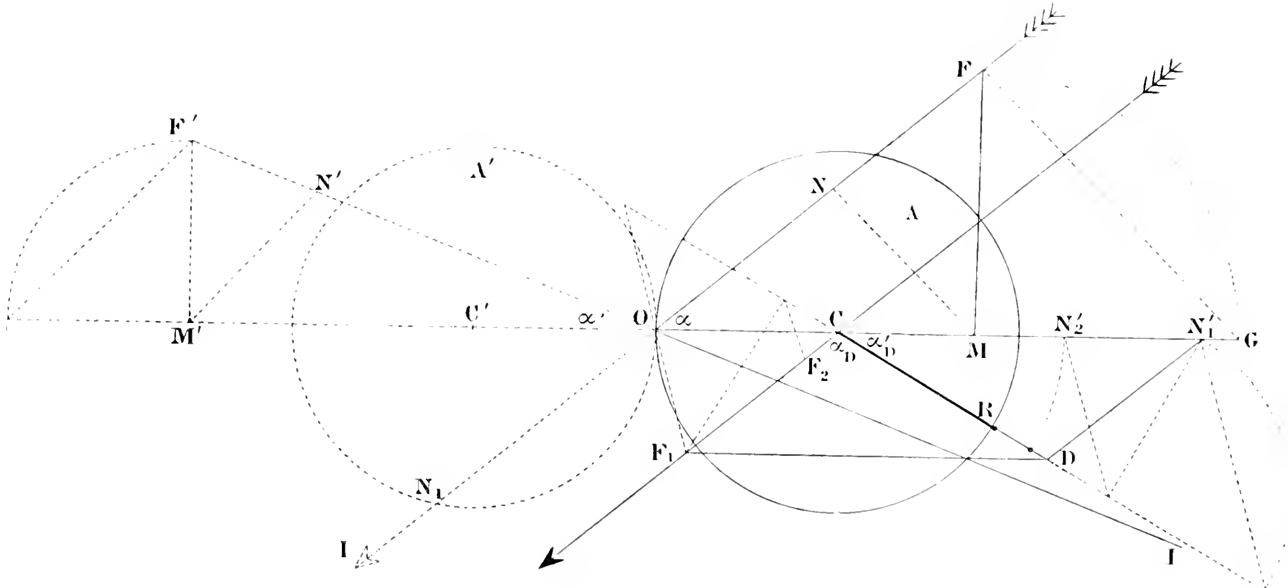


Fig. 13.

dans la figure 13, par la ligne $CF_1 = FN$. D'un autre côté, la quantité de mouvement $K' = CN'_1 = ON'$ reçue par cet atome à la suite de son choc tend à l'entraîner (§ 46) suivant la ligne des centres $C'C$.

Il en résulte que l'atome considéré A étant sollicité par les deux impulsions K et K' effectuera son mouvement de translation dans la direction de la diagonale CD, comme nous l'avons démontré § 57.

Enfin, pour obtenir les valeurs réelles des quantités de mouvement, en translation et en rotation, de l'atome A, nous devons décomposer K et K' sur la diagonale CD (fig. 13) du parallélogramme formé par ces deux impulsions. En faisant cette décomposition conformément au § 57, nous obtenons les résultats suivants :

$$(1)\left\{\begin{aligned} T_r = {} & mv\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha+\sin\alpha}\times\frac{\cos\alpha_D}{\cos\alpha_D+\sin\alpha_D} \\ & + mv'\frac{\cos\alpha'}{\cos\alpha'+\sin\alpha'}\times\frac{\cos\alpha'_D}{\cos\alpha'_D+\sin\alpha'_D}; \end{aligned}\right.$$

$$(2)\left\{\begin{aligned} R_t = {} & mv\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha+\sin\alpha}\times\frac{\sin\alpha_D}{\cos\alpha_D+\sin\alpha_D} \\ & + mv'\frac{\cos\alpha'}{\cos\alpha'+\sin\alpha'}\times\frac{\sin\alpha'_D}{\cos\alpha'_D+\sin\alpha'_D}. \end{aligned}\right.$$

C. q. f. d.

QUATRIÈME CHAPITRE

LA GRAVITATION

§ 59. — Les masses des atomes sont à peu près égales entre elles, mais elles ne sont pas d'une égalité absolue.

Leurs quantités de mouvement sont en rapport de leurs masses.

Preuve. (Voyez § 43.) — L'égalité absolue équivaut à l'identité absolue ; or nous avons déjà démontré que l'identité absolue est une pure fiction mathématique, impossible à réaliser pour les points matériels, à moins de vouloir les réduire à des points mathématiques, ce qui constitue un non-sens, toujours d'après nos preuves antérieures.

Comme nous avons démontré (§ 39) que dans la matière cosmique à son état primordial la vitesse des atomes est la même, il en résulte qu'à l'origine les quantités de mouvement des atomes sont en rapport de leurs masses, comme nous l'avons d'ailleurs démontré toujours dans le même paragraphe.

C. q. f. d.

§ 60. — De deux atomes à égale vitesse qui s'entre-choquent, celui qui a moins de masse a, après chaque choc, une plus grande vitesse que celui qui a plus de masse ; d'où il résulte que les atomes qui ont plus de masse arrivent à être plus rapprochés les uns des autres que ceux qui en ont moins.

Preuve. — Soient A et A′ les deux atomes considérés, soient m et m' leurs masses dont $m < m'$, et soit v leur vitesse commune. Avant le choc, leurs quantités de mouvement sont mv et $m'v$ dont $mv < m'v$.

Après chaque choc d'une série complète qui répond à tous les angles depuis 0° jusqu'à 90°, l'atome A a pour quantité de mouvement : $\frac{mv + m'v}{2}$ et l'atome A′ a de même $\frac{m'v + mv}{2}$ (§ 47), c'est-à-dire que tous les deux ont des quantités de mouvement égales.

Mais d'où ils avaient avant le choc des vitesses égales, ils ont maintenant des vitesses différentes, à savoir :

L'atome A a pour vitesse :

$$v_1 = \frac{vm + vm'}{2m} = \frac{v(m + m')}{2m}$$

et l'atome A' a pour vitesse :

$$v_2 = \frac{vm' + vm}{2m'} = \frac{v(m' + m)}{2m'}$$

d'où il résulte que $v_1 > v_2$; c'est-à-dire qu'après chaque choc de la série complète, l'atome A' dont la masse est plus grande possède une vitesse moindre, ce qui met en évidence pourquoi les atomes qui ont plus de masse arrivent à être plus rapprochés les uns des autres que ceux qui ont moins de masse. C. q. f. d.

§ 61. — Les atomes qui ont plus de masse et qui arrivent à être plus rapprochés les uns des autres que les atomes qui en ont moins, à mesure que leur nombre augmente successivement dans un groupe, perdent de plus en plus de leur vitesse initiale et se rapprochent, par cette raison, de plus en plus les uns des autres. C'est ainsi que se forme le premier groupe de matière pondérable que nous appelons *molécule*, et dont la forme est toujours celle d'un ellipsoïde.

Preuve. — Nous avons démontré (§ 44) que dans la matière cosmique à son état primordial tous les atomes voisins s'entre-choquent, et cela nécessairement par deux à deux et que, dès leur premier choc, ceux qui ont plus de masse perdent une partie de leur vitesse initiale (§ 60); d'où il résulte que, sur deux couples voisins, les atomes qui ont plus de masse resteront plus rapprochés entre eux que les atomes qui en ont moins. Voilà le premier groupe de deux atomes de plus grande masse, qui constitue le commencement de la formation de la *molécule*. Deux de ces groupes voisins seront à leur tour rapprochés les uns des autres par les mêmes raisons. A ce groupe de quatre atomes viendront, par les mêmes raisons, se joindre d'autres groupes voisins qui se trouvent dans les mêmes conditions, et c'est ainsi que dans tout l'espace infini occupé par la matière cosmique à son état primordial, se sont formées à la fois les molécules de matière pondérable.

Les groupes d'atomes concentrés en molécules reçoivent des atomes de l'Éther qui les entourent, des impulsions sur des surfaces sphériques, tandis que ces impulsions se répartissent parmi tous les atomes contenus dans les volumes de ces sphères; d'où l'on voit que les impulsions que reçoit un groupe sont proportionnelles au carré du rayon de ce groupe, tandis que la répartition de ces impulsions se fait proportionnellement au cube de ce même rayon, ou, ce qui revient au même, au nombre d'atomes contenus dans ce volume, ce qui fait que la vitesse des atomes dans chaque molécule diminue dans cette même proportion de la périphérie au centre.

Quant à la forme sphérique de la molécule, en voici la raison :

Nous venons de démontrer que la molécule matérielle est composée d'atomes éloignés les uns des autres qui ne se touchent qu'en s'entre-choquant; par conséquent, dans sa formation la molécule est à l'état fluide.

Nous venons également de démontrer que la molécule reçoit de l'Éther sur sa périphérie de tous les côtés des impulsions égales qui se transmettent de la surface au centre de la molécule. Mais, puisque ces impulsions sont égales, il en résulte que la périphérie de la molécule est aussi partout à égale distance de son centre, ce qui constitue précisément la forme sphérique.

Voici maintenant la raison pour laquelle la forme sphérique de la molécule doit nécessairement devenir ellipsoïde.

En vertu de la loi démontrée § 46, les différents groupes d'atomes précipités les uns sur les autres par la pression de l'Éther et réunis en molécules reçoivent, dès le premier moment de leur formation, un mouvement rotatoire autour de leurs centres de gravité, par suite des directions obliques suivant lesquelles ces groupes s'entre-choquent pour se réunir. Ensuite les molécules une fois formées, elles s'impriment en s'entre-choquant, comme les atomes isolés, un mouvement rotatoire toujours en vertu de la loi du § 46. Ce mouvement rotatoire a nécessairement pour effet d'aplatir la molécule aux pôles et de l'étendre dans le plan équatorial, ce qui constitue précisément la forme ellipsoïde.

C. q. f. d.

Remarque. — Puisque c'est la pression de l'Éther qui, en condensant la matière cosmique, forme les molécules des différents corps, et puisque la tension électrique est un trouble apporté à la pression normale de l'Éther, il en résulte que la voie à suivre pour transformer un corps en un autre, c'est de troubler par l'électricité la pression de l'Éther sur un ou plusieurs corps mis en présence, dans des conditions favorables à leur séparation ou à leur alliage, soit à l'état liquide ou gazeux, soit à l'état de vapeurs, afin de ramener ainsi, autant que possible, la quantité de matière pondérable sur laquelle on opère, à l'état de matière cosmique à son état primordial, et de rétablir ensuite cette pression par la décharge électrique.

La décomposition de l'eau en hydrogène et oxygène par un courant électrique se fait en vertu de cette loi.

§ 62. — Les atomes de l'Éther compriment les molécules de matière pondérable en raison directe du nombre des atomes qui les composent et ne se confondent pas avec elles.

Preuve. — Un atome de l'Éther qui se choque contre un autre atome concentré en matière pondérable est repoussé dans le sens opposé par suite de l'échange d'une partie de leurs quantités de mouvement (§ 46). L'atome de l'Éther donne à l'atome de la molécule, au bout d'une série de chocs, la moitié de sa quantité de mouvement $\frac{mv}{2}$ et reçoit en échange la quantité de mouvement $\frac{m_t v_t}{2}$ (§ 47).

m_t et v_t désignent la masse et la vitesse de l'atome de la molécule.

Mais après chaque choc l'atome de l'Éther qui est au contact avec la molécule reçoit d'un atome voisin de l'Éther, du côté opposé à son choc avec la molécule, une quantité de mouvement, laquelle, après une série complète de chocs, est de même égale à $\frac{mv}{2}$, et en échange il lui transmet la moitié de sa quantité de mouvement réduite. Celui-ci, à son tour, en se choquant avec un troisième atome voisin de l'Éther, en reçoit, toujours après une série complète de chocs, une quantité de mouvement égale à $\frac{mv}{2}$ et lui communique pareillement la moitié de la quantité de mouvement qu'il a à la suite de ses chocs contre l'atome du côté de la molécule, et ainsi de suite.

Or l'atome de l'Éther voisin de la molécule qui avait, après la série complète de chocs contre la molécule, une quantité de mouvement :

$$\frac{m_t v_t}{2} + \frac{mv}{2} = \frac{m_t v_t + mv}{2}$$

a, par suite de son choc simultané avec l'atome voisin de l'Éther du côté opposé de la molécule, après cette même série de chocs, une quantité de mouvement :

$$\frac{1}{2}\left[\frac{m_t v_t + mv}{2}\right] + \frac{mv}{2} = \frac{m_t v_t + 3mv}{4}$$

et donne en même temps à celui-ci

$$\frac{1}{2}\left[\frac{m_t v_t + mv}{2}\right],$$

ce qui fait que ce second atome de l'Éther a en premier lieu, après cette série de chocs simultanés avec le premier atome, une égale quantité de mouvement :

$$\frac{m_t v_t + mv}{4} + \frac{mv}{2} = \frac{m_t v_t + 3mv}{4}.$$

Mais, par suite de ses chocs toujours simultanés contre un troisième atome de l'Éther, ce second atome de l'Éther a, après la série complète de chocs, la quantité de mouvement qu'il possédait tout à l'heure plus $\frac{mv}{2}$ qu'il reçoit de ce troisième atome, c'est-à-dire qu'il a en dernier lieu :

$$\frac{m_t v_t + 3mv}{8} + \frac{mv}{2} = \frac{m_t v_t + 7mv}{8}$$

et ainsi de suite.

Cette loi est mise clairement en évidence par la série établie comme il suit :

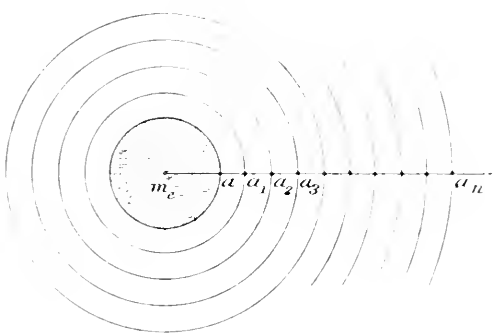


Fig. 14.

Ainsi, soit m_e une molécule considérée (fig. 14) et a, a_1, a_2, a_3. . . . . a_n les atomes successifs qui s'entre-choquent sur la ligne $m_e a_n$.

En suivant pas à pas, comme nous venons de le démontrer ci-dessus, les modifications successives des quantités de mouvement de chaque atome de l'Éther par suite de la série de chocs continuels et instantanés avec les atomes voisins des deux côtés opposés, voici la progression qui montre comment la quantité de mouvement arrive en a_n à être égale à la quantité de mouvement normale d'un atome de l'Éther :

Atomes de l'Éther : a a_1

Quantités de mouvement : $\dfrac{m_t v_t + (2-1)mv}{2}$; $\dfrac{m_t v_t + (2^2-1)mv}{2^2}$;

Atomes de l'Éther : a^2 a^3

Quantités de mouvement : $\dfrac{m_t v_t + (2^3-1)mv}{2^3}$; $\dfrac{m_t v_t + (2^4-1)mv}{2^4}$

Atomes de l'Éther : .... a_n

Quantités de mouvement : .... $\dfrac{m_t v_t + (2^n-1)mv}{2^n}$.

Or, comme la quantité $m_t v_t$ disparaît lorsque n devient très grand, à la limite la quantité de mouvement de l'atome a_n devient égale à mv. D'où l'on voit qu'à mesure qu'on arrive aux atomes de l'Éther plus éloignés de la molécule, leur quantité de mouvement normale est rétablie, et cela en un temps tellement court qu'il paraît instantané, comme nous le démontrons § 78.

Ce fait s'accomplit d'ailleurs par les mêmes raisons tout autour de la molécule. Les atomes de la surface de la molécule transmettent d'un côté à ceux de son intérieur les impulsions qu'ils reçoivent des atomes de l'Éther, et d'un autre côté repoussent par leurs chocs les atomes de l'Éther, comme nous l'avons démontré § 61.

On voit que plus il y a d'atomes dans une molécule, c'est-à-dire que plus la molécule est dense, moins les atomes de cette molécule rendent dans leurs chocs des quantités de mouvement aux atomes de l'Éther.

Il en résulte que la série des atomes de l'Éther $a, a_1. \ . \ . \ . a_n$ est d'autant plus grande, c'est-à-dire qu'il y a un nombre d'autant plus grand d'atomes de l'Éther qui exercent leur pression sur cette molécule m_e, et cela en raison directe du nombre des atomes qui la composent.

C'est là la raison pour laquelle la pression de l'Éther se maintient constante sur la matière pondérable et pour laquelle les atomes de l'Éther ne se confondent pas avec ceux des molécules.

C. q. f. d.

§ 63. — La cause première, c'est-à-dire la *raison d'être géométrique de l'équilibre* de l'Univers, est l'égalité entre le nombre d'atomes concentrés en matière pondérable et le nombre d'atomes restés à l'état d'Éther dans l'espace infini.

Preuve. — Nous avons démontré dans le paragraphe précédent que, dans la matière cosmique à son état primordial, les chocs entre deux atomes voisins ont pour résultat que les atomes qui ont plus de masse sont concentrés en matière pondérable et que ceux qui en ont moins restent libres et constituent l'Éther.

En effet, de deux atomes qui s'entre-choquent dans la matière cosmique à son état primordial, il y en a toujours un qui a un peu plus de masse que l'autre, puisque leurs masses ne sont pas d'une égalité absolue (voyez § 43). Ce fait se produisant à la fois, par les mêmes raisons, dans toute la matière cosmique à son état primordial, le triage des atomes qui ont plus de masse et leur concentration s'effectuent.

Il en résulte qu'il y a autant d'atomes concentrés en matière pondérable qu'il y en a à l'état d'Éther, ce qui a d'ailleurs été rigoureusement démontré et constaté par les calculs faits au § 22.

Enfin le nombre des atomes restés libres à l'état d'Éther étant égal à celui des atomes concentrés en matière pondérable, il en résulte l'équilibre de l'Univers, car pour chaque atome de la matière pondérable il y a un atome de l'Éther pour le comprimer par la transmission continue de l'impulsion, comme nous l'avons démontré dans le paragraphe précédent, transmission qui se fait avec une vitesse qui est 54 quadrillions de décillions de fois plus grande que la vitesse de la lumière, comme nous le démontrons § 76. C. q. f. d.

§ 64. — Sous l'impulsion de l'Éther les agglomérations de matière pondérable voisines gravitent les unes vers les autres en raison inverse de leurs masses et du carré de leur distance.

Preuve. — Soient M′ et M (fig. 15) deux agglomérations de matière pondérable telles que celles de deux Corps Célestes, soient m' et m leurs masses dont $m' > m$. Soient $h'C'i'$, $h'_1C'_1i'_1$, $h'_2C'_2i'_2$, etc., et hCi, $h_1C_1i_1$, $h_2C_2i_2$, etc., deux séries d'ondes successives de l'Éther qui entourent respectivement les corps M′ et M.

Une onde de l'Éther est constituée par les atomes qui se trouvent à un moment donné à peu près sur la surface d'une même sphère concentrique au Corps Céleste. La distance normale de deux ondes successives dans chacune des séries est celle de deux atomes voisins de l'Éther. Cette distance ε est égale à $\frac{0^{\text{mm.}},56}{10^{18}}$ (§ 23), c'est-à-dire 56 centièmes d'un

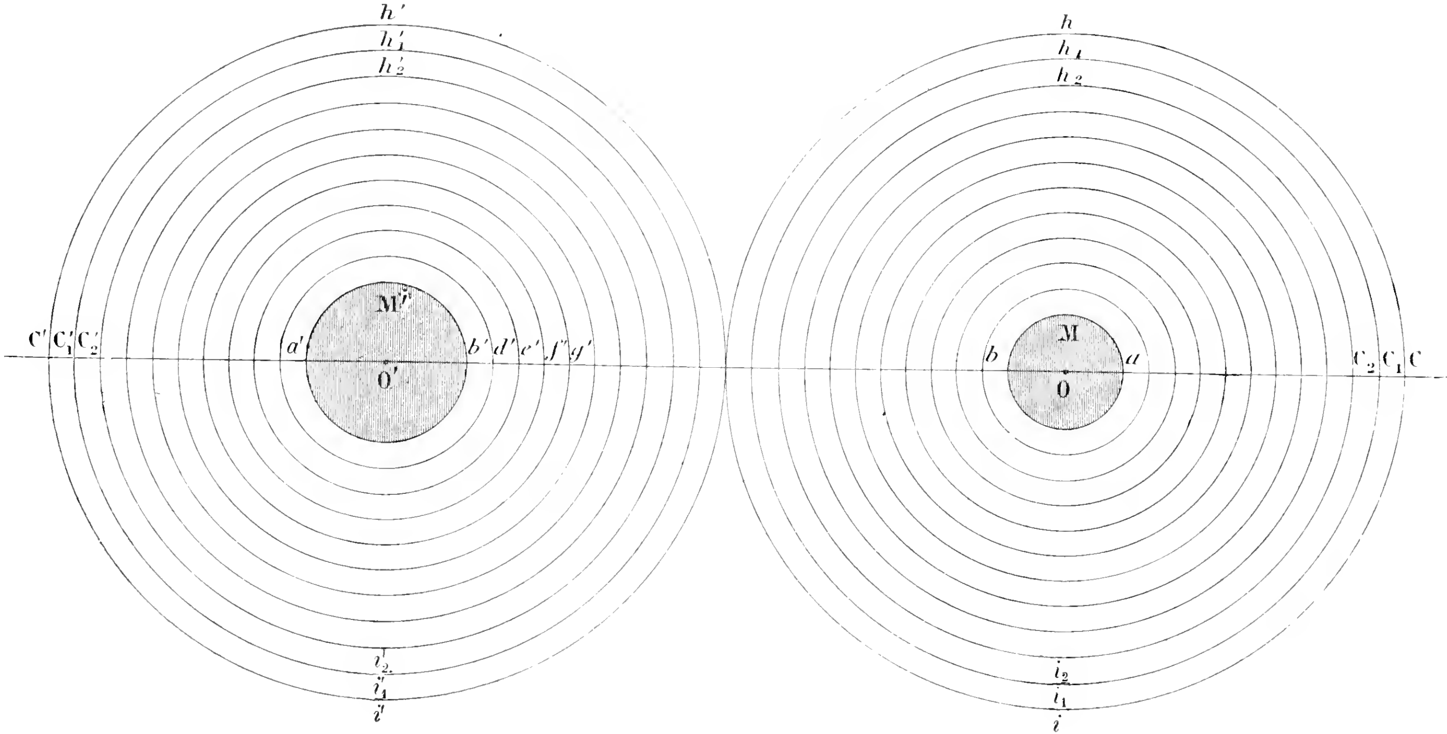


Fig. 15.

quintillionième de millimètre, distance dont la petitesse dépasse toute imagination.

Maintenant, si nous considérons l'impulsion de l'Éther sur M′ dans la direction C′C, nous voyons que M′ reçoit en a' toute l'impulsion normale de l'Éther. Il en est de même de M qui reçoit de son côté en a dans la direction CC′ une impulsion égale. Si maintenant les impulsions de l'Éther de b' vers b et de b vers b' étaient égales aux impulsions de l'Éther de C′ vers a' et de C vers a, les Corps Célestes M′ et M ne graviteraient pas l'un vers l'autre, car, subissant des impulsions égales des deux côtés opposés, il n'y aurait aucune raison pour que l'équilibre de leur position initiale dans l'espace soit troublé. Or il en est tout autrement en réalité.

En effet, de C′ vers a' nous avons l'impulsion normale de l'Éther, mais de b' vers b il n'en est plus ainsi; nous avons une impulsion moindre, et cela en rapport du nombre des atomes concentrés dans le corps M′, c'est-à-dire en rapport de sa masse, parce que les ondes de l'Éther perdent à travers cette masse une certaine quantité de mouvement, comme nous l'avons démontré § 61. Il en résulte que, au sortir du corps M′, les ondes de l'Éther ont en b' une moindre impulsion vers b que n'en ont celles qui arrivent de C vers a.

Mais du moment où l'impulsion de l'Éther de

b' vers b est moindre que celle de C vers a, qu'exerce la pression normale de l'Éther, le corps M est poussé par l'Éther de C vers a, c'est-à-dire qu'il gravite vers le corps M'. Par les mêmes raisons, il en est de même de M' qui gravite vers M parce que les impulsions de l'Éther de b vers b' sont moindres que celles de C' vers a'.

Ces corps gravitent enfin l'un vers l'autre en raison inverse de leurs masses, parce que les ondes de l'Éther, au sortir de M' en b', exercent moins d'impulsion vers b que n'en exercent celles qui, au sortir de M en b, vont vers b', c'est-à-dire que la résistance des ondes de l'Éther du côté de M' est moindre que celle du côté de M; et cela en raison inverse du nombre des atomes qui composent chacun de ces deux corps, c'est-à-dire en raison inverse de leurs masses, comme cela résulte du reste de la démonstration ci-dessus. Le corps M' gravite par conséquent d'autant moins vers M que sa masse est plus grande, et le corps M gravite d'autant plus vers M' que sa masse est plus petite. Ces corps gravitent donc l'un vers l'autre en raison inverse de leurs masses.

Nous allons maintenant démontrer que les corps M' et M gravitent l'un vers l'autre en raison inverse du carré de leur distance.

En effet :

En considérant la série des ondes de l'Éther qui entourent M', on voit qu'un atome de l'Éther situé en e' sur la surface de l'onde concentrique dont le rayon est $O'e'$, a, dans le sens O'O, plus de quantité de mouvement que l'atome qui se trouve en d' sur la surface de l'onde intérieure dont le rayon est $O'd'$, et cela par la raison que les ondes de l'Éther, à mesure qu'elles sont plus éloignées du corps M', regagnent progressivement leurs quantités de mouvement, par suite des chocs qui s'effectuent entre leurs atomes et les atomes des ondes extérieures de l'Éther, comme nous l'avons démontré § 61.

Mais puisque les atomes situés sur les différentes ondes successives de l'Éther regagnent progressivement les quantités de mouvement normales de l'Éther en raison directe de leur surface, par conséquent, en raison directe du carré de leurs rayons, il en résulte que les corps M' et M gravitent l'un vers l'autre en raison inverse du carré de ces rayons. Par conséquent, les corps M' et M gravitent l'un vers l'autre en raison inverse du carré de leur distance. C. q. f. d.

Première remarque. — Depuis Newton, les astronomes prétendent que les Corps Célestes gravitent les uns vers les autres comme s'ils s'attiraient en raison directe de leurs masses. Leur hypothèse de l'attraction les a conduits à formuler la loi de la gravitation d'une manière toute contraire à ce qu'elle est en réalité, puisque, comme nous venons de le démontrer, c'est en raison inverse de leurs masses que les Corps Célestes gravitent les uns vers les autres sous l'impulsion de l'Éther.

Nous allons maintenant démontrer que l'attraction, non seulement à distance, mais encore même au contact des corps, n'existe jamais, que c'est une simple apparence des faits mal observés, enfin que l'attraction est un non-sens, c'est-à-dire une chose qui n'a pas de sens raisonnable, et cela parce qu'elle est impossible. En effet, nous défions qu'on nous montre un seul phénomène où l'objet est attiré. Nous prouvons au contraire que dans tous ces phénomènes l'objet est toujours poussé. Prenons quelques exemples : Vous attirez à vous un objet quelconque et vous croyez que c'est de l'attraction. Eh bien ! pas du tout, c'est de l'impulsion; car comment l'attirez-vous, sinon en le poussant vers vous du côté opposé, soit que vous l'entouriez directement de vos doigts, soit que vous l'entouriez d'une corde? Il en est de même de tous les phénomènes de l'attraction par le contact.

Mais puisque l'attraction au contact est impossible, est un non-sens, elle est, à plus forte raison, nécessairement impossible aussi à distance.

Si l'on nous objectait que l'aimant attire le fer à distance, nous répondons que les frictions par lesquelles on électrise la surface d'un corps troublent l'état normal de la pression de l'Éther sur ces surfaces, et que c'est par la décharge électrique que l'Éther rétablit sa pression normale sur ces mêmes surfaces. De là le développement prodigieux, instantané de force à la décharge électrique.

L'aimant qui n'est qu'un produit des courants électriques se trouve aussi dans cet état de tension où l'état normal de la pression de l'Éther est troublé à sa surface.

Il en résulte un courant de l'Éther qui va du pôle dit positif au pôle dit négatif.

C'est pourquoi l'attraction apparente de l'aimant n'est aussi qu'une impulsion.

D'ailleurs ce courant est bien constaté par le fait que si l'on tourne vers l'objet attiré le pôle contraire de l'aimant, cet objet est repoussé, ce qui met bien en évidence que cet aimant est constitué par un courant et que lorsqu'il a l'air d'attirer l'objet, cet objet est poussé vers lui par ce courant qui s'étend jusqu'à la limite où s'exerce l'action de l'aimant.

Nous n'avons pas besoin d'augmenter les preuves que l'attraction n'est qu'une apparence sans existence réelle, puisque nous avons mis en évidence qu'il est impossible d'attirer à soi un objet autrement qu'en le poussant vers soi.

Enfin, comme tous les phénomènes de l'Univers ne sont produits que par le choc des atomes entre eux, c'est-à-dire par les impulsions qu'ils s'impriment mutuellement, aucun phénomène ne peut s'accomplir en dehors de cette loi universelle. L'attraction est par conséquent impossible; et les objets, lorsqu'ils se rapprochent, sont dans tous les cas nécessairement poussés les uns vers les autres.

Deuxième remarque. — Ainsi, sans avoir recours à aucune hypothèse ni à aucune expérience, *a priori,* par la mécanique moléculaire et par des déductions géométriques, nous avons non seulement constaté et démontré les lois de la gravitation, mais nous avons encore constaté et démontré la raison d'être géométrique, la *cause première*, de la gravitation. De cette loi fondamentale se déduisent, *a priori*, c'est-à-dire par déduction géométrique, toutes les lois de la mécanique céleste. C'est ce que nous ferons dans la suite de notre étude au Chapitre VI, où nous établissons les lois fondamentales de la formation des Corps Célestes.

Troisième remarque. — Toute perception, toute action à distance est toujours, comme la gravitation, en raison inverse du carré de la distance à laquelle est perçue l'action produite.

En effet, considérons un point lumineux et prenons autour de ce point deux sphères concentriques de rayons différents. On sait que plus on est éloigné de ce point, moins on a de la lumière. Tout point de la surface d'une même sphère a toujours la même quantité de lumière, car il n'y a aucune raison pour qu'un de ces points en ait plus qu'un autre. Or, comme les surfaces des sphères sont entre elles en raison du carré de leurs rayons, il en résulte que la quantité de lumière perçue est en raison inverse du carré de la distance à laquelle on se trouve du point lumineux.

Il en est de même de la chaleur et du son. Par les mêmes raisons susindiquées, la quantité de chaleur et la quantité de son perçues sont en raison inverse du carré de la distance à laquelle se fait la perception. Observons que la chaleur et la lumière ne se produisent, à une distance du foyer, que sur les corps pondérables qui subissent les vibrations constituant la chaleur et la lumière que transmet le point incandescent à ces corps par l'intermédiaire de l'Éther. C'est pour cette raison que dans les espaces interstellaires on n'a que le froid et l'obscurité.

L'Éther, vu son excessive ténuité, n'est susceptible d'être ni chaud ni lumineux, bien qu'il transmette les vibrations des corps incandescents, qui seulement sur les corps pondérables produisent la chaleur et la lumière, par suite du rapprochement des atomes dans la matière pondérable. Aussi l'ancienne théorie de l'émanation de la chaleur et de la lumière a-t-elle dû être mise de côté comme complètement erronée.

§ 65. — A la surface de tout Corps Céleste, les objets qui tombent, quelles que soient leur masse et leur nature, ont dans leur chute la même vitesse.

Preuve. — Quelles que soient la masse et la nature des objets qui tombent à la surface d'un Corps Céleste, ces objets tombent toujours avec la même vitesse, parce que l'impulsion de l'Éther vers le Corps Céleste est la même sur chaque molécule de l'objet, que cette molécule soit isolée ou concentrée en groupe avec d'autres molécules. Cela découle nécessairement de ce que les impulsions des ondes de l'Éther sur la matière pondérable sont, comme nous l'avons démontré, de la même intensité sur toute l'étendue de la même onde. C. q. f. d.

§ 66. — A la surface des Corps Célestes, les objets parcourent dans leur chute, dans la même unité de temps, des espaces qui sont proportionnels aux masses des Corps Célestes divisées par les carrés de leurs rayons.

Preuve. — Démontrons d'abord que les espaces parcourus dans la même unité de temps par les objets qui tombent à la surface des Corps Célestes, augmentent avec les masses des Corps Célestes vers lesquels ils gravitent.

En effet, si nous considérons deux Corps Célestes de masses différentes, par exemple la Terre et le Soleil, on voit, d'après nos démonstrations antérieures (§ 61), que les ondes de l'Éther, au sortir de la matière du Soleil à sa surface, ont perdu une quantité de mouvement proportionnelle au nombre d'atomes qui composent le Soleil. Il en est de même des ondes de l'Éther au sortir de la Terre. Or, comme le Soleil est composé d'un plus grand nombre d'atomes que la Terre, en d'autres termes, comme sa masse est plus grande que celle de notre planète, les ondes de l'Éther au sortir du Soleil ont une quantité de mouvement moindre que celle des ondes au sortir de la Terre. Comme la pression normale de l'Éther sur la surface de ces deux astres est la même, il en résulte que les objets qui tombent à la surface du Soleil rencontrent moins de résistance de la part des ondes de l'Éther qui entourent la surface du Soleil que n'en rencontre l'objet qui tombe à la surface de la Terre, de la part des ondes de l'Éther qui entourent sa surface.

La conséquence en est que l'espace parcouru en une unité de temps par l'objet qui tombe à la surface du Soleil est plus grand que l'espace parcouru dans cette même unité de temps par l'objet qui tombe à la surface de la Terre, c'est-à-dire que les espaces parcourus dans leur chute par les objets qui tombent sont en raison directe avec les masses des Corps Célestes sur lesquels ils tombent.

A présent, nous allons démontrer que les espaces parcourus dans la même unité de temps par les corps qui tombent à la surface des Corps Célestes, sont proportionnels aux masses de ces corps divisées par les carrés de leurs rayons.

En effet, la diminution des quantités de mouvement des ondes de l'Éther qui traversent un Corps Céleste, dépend du nombre d'atomes qui le composent, quel que soit le volume de ce Corps. Il en résulte que si le même nombre d'atomes occupe un plus grand volume, cette même diminution se produira, mais elle sera répartie dans une sphère plus grande. Par conséquent, sur la surface de la plus grande sphère, il y a en tout point une réduction correspondante plus grande qu'en tout point de la surface de la sphère plus petite, composée du même nombre d'atomes, et cela parce que, comme nous l'avons déjà démontré, la diminution totale de la pression normale de l'Éther au sortir de ces deux sphères est la même. Or, puisque la réduction s'effectue de cette manière, il en résulte que les résistances correspondantes à la pression normale de l'Éther, résistances qui constituent la gravitation, varient aussi en raison inverse de ces deux surfaces, par conséquent en raison inverse du carré de leurs rayons. Ce qui fait que la pression normale de l'Éther pousse les objets sur les surfaces des différents Corps Célestes avec des impulsions proportionnelles au nombre d'atomes qui composent ces Corps Célestes, c'est-à-dire proportionnelles à leurs masses et inversement proportionnelles aux carrés de leurs rayons.

En désignant par i et i' les impulsions de l'Éther qui produisent la gravitation à la surface de deux Corps Célestes, par n et n' le nombre d'atomes qui composent ces Corps Célestes et qui constituent leurs masses, et par r et r' les rayons de ces deux Corps Célestes, on a, en vertu de la démonstration ci-dessus :

$$(1) \qquad \frac{i}{i'} = \frac{n r'^2}{n' r^2}$$

d'où nous tirons :

$$(2) \qquad \frac{i}{i'} = \frac{\dfrac{n}{r^2}}{\dfrac{n'}{r'^2}}.$$

Ce qui démontre que les impulsions de l'Éther qui produisent la gravitation à la surface des Corps

Célestes, sont proportionnelles à leurs masses divisées par les carrés de leurs rayons, et comme les espaces parcourus par les objets qui tombent sont proportionnels à ces impulsions de l'Éther sur les différents astres, il en résulte en définitive que les espaces parcourus par les objets qui tombent sont proportionnels aux masses des Corps Célestes divisées par les carrés de leurs rayons.

C. q. f. d.

Observation. — L'expérience a démontré qu'à la surface de la Terre, à la latitude de 48°, la distance parcourue dans la première seconde par tout corps qui tombe est de $4^{m},9044$. Comme la masse du Soleil est 359 600 fois plus grande que celle de la Terre, si cette masse était contenue dans un volume égal à celui de notre planète, l'espace parcouru dans la première seconde par un objet qui tombe à la surface du Soleil serait nécessairement égal à $359\,600 \times 4^{m},9044$. Or, d'après les lois que nous venons de démontrer, il faut, pour avoir l'espace parcouru dans la première seconde, diviser la masse du Soleil par le carré de son rayon, ce qui donne 142 mètres, comme les calculs astronomiques l'ont constaté. On déterminerait de la même manière l'espace parcouru dans la première seconde par un objet qui tombe à la surface de tout Corps Céleste dont on connaît la masse et le volume.

§ 67. — A la surface de tout Corps Céleste, les espaces parcourus par les corps qui tombent sont proportionnels aux carrés des temps employés à les parcourir.

Preuve. — Démontrons enfin que l'espace parcouru dans la chute d'un corps est proportionnel au carré du temps employé à parcourir cet espace.

En effet, nous avons démontré dans le § 64 que deux Corps Célestes voisins gravitent l'un vers l'autre en raison inverse du carré de leur distance. Si maintenant, à la place de l'un de ces deux Corps Célestes, nous considérons un objet qui tombe à la surface de l'autre Corps Céleste, cet objet se trouvera soumis à la même loi, avec la seule différence qu'il n'a pas d'orbite autour du Corps Céleste sur lequel il tombe, et que sa masse est tellement petite par rapport à celle de cet astre que la gravitation de celui-ci vers l'objet peut être considérée comme nulle. Par conséquent, dans sa chute, l'objet gravite vers le Corps Céleste en raison inverse du carré de sa distance au centre de cet astre.

Nous avons encore démontré aux paragraphes précédents 61 et 64 que la pression des ondes de l'Éther pousse un objet vers le Corps Céleste en raison inverse du carré de sa distance, parce que les ondes de l'Éther qui, à partir du Corps Céleste, exercent une pression contraire à la pression normale, ont d'autant moins de quantités de mouvement qu'elles sont plus rapprochées de l'astre considéré. Il y a donc un point dans l'espace qui forme la limite où un objet ne graviterait plus vers le Corps Céleste parce qu'il se trouverait poussé par deux impulsions égales et contraires de l'Éther. En partant de cette limite, nous voyons qu'à chaque rapprochement de l'objet vers le Corps Céleste, de la distance ε qui est celle d'une onde de l'Éther à une autre onde voisine, l'impulsion vers cet astre augmente de la petite différence Δq correspondante à la diminution en ce point de la résistance des ondes de l'Éther qui partent du Corps Céleste.

q représente la pression normale d'une onde de l'Éther.

Par suite de cette impulsion première vers le Corps Céleste, l'objet arrivera dans l'unité de temps que met l'objet à parcourir ε à une deuxième onde de l'Éther où l'impulsion augmentée d'un Δq devient $2\Delta q$ et fait augmenter l'espace parcouru de 2ε dans une unité de temps Δt égale à la première, et cela parce que l'impulsion augmente d'une onde à l'autre d'une quantité constante. Par la même raison, l'impulsion augmentant d'un Δq de plus que dans la deuxième onde, on a $3\Delta q$ dans la troisième onde, ce qui fait 3ε pour l'espace parcouru dans une troisième unité de temps égale à la première, et $4\Delta q$

pour la quatrième onde, ce qui fait 4ε pour l'espace parcouru, et ainsi de suite.

En mettant dans le Tableau suivant, en regard les uns des autres, les faits démontrés jusqu'à présent, à savoir :

TEMPS.	ACCROISSEMENT de l'espace parcouru dans les unités de temps successives, par suite des impulsions des ondes successives de l'Éther.	ESPACES parcourus en vertu des impulsions antérieures conservées.	ESPACES entiers parcourus dans chaque unité successive de temps.	ESPACE total parcouru pendant un temps t.	PROPORTIONNALITÉ entre les espaces parcourus et les carrés des temps employés à les parcourir.
1^s	a	$+\ o$	$= 1\,a$	$1\,a$	$1^2 a$
2^s	$2\,a$	$+\ a$	$= 3\,a$	$4\,a$	$2^2 a$
3^s	$3\,a$	$+ 2\,a$	$= 5\,a$	$9\,a$	$3^2 a$
4^s	$4\,a$	$+ 3\,a$	$= 7\,a$	$16\,a$	$4^2 a$

On voit que :

1° L'espace parcouru par suite des impulsions des ondes de l'Éther dans la première seconde est a, dans la deuxième seconde les impulsions successives des ondes de l'Éther, qui vont en augmentant d'une onde, accroissent de la quantité a l'espace parcouru dans la première seconde, ce qui fait qu'il devient $2\,a$ dans cette deuxième seconde. Par les mêmes raisons, puisque l'accroissement est de $2\,a$ à la deuxième seconde, il est d'un a de plus à la troisième seconde, c'est-à-dire de $3\,a$, de $4\,a$ dans la quatrième, et ainsi de suite; quantités indiquées dans la deuxième colonne du Tableau ci-dessus.

Par conséquent, l'accroissement de l'espace parcouru dans les unités de temps successives par suite des impulsions des ondes successives de l'Éther est proportionnel au temps, c'est-à-dire que si dans la première seconde l'accroissement est de la quantité a, dans la deuxième seconde il est de $2a$, dans la troisième seconde de $3a$, dans la quatrième seconde de $4a$, et ainsi de suite.

2° Tout mouvement imprimé à un objet est conservé par cet objet tant qu'aucune raison extérieure ou intérieure n'intervient pas pour le modifier. Ainsi, un objet qui a reçu d'une impulsion un mouvement en ligne droite dans une direction quelconque continue à se mouvoir sur cette ligne tant qu'une autre cause n'intervient pas pour l'arrêter ou le faire dévier. Dans le cas qui nous occupe, l'objet a reçu des impulsions de l'Éther un mouvement qui lui fait parcourir l'espace a dans la première seconde; s'il ne recevait pas d'autres impulsions des ondes de l'Éther suivantes, il continuerait à se mouvoir en parcourant seulement l'espace a aussi dans la deuxième seconde; mais, au lieu de cela, il reçoit dans cette deuxième seconde, dans le même sens, des impulsions de l'Éther qui lui font parcourir un espace égal à $2a$, comme nous l'avons démontré. Il en résulte que, d'après le § 49, ces deux quantités s'ajoutent parce qu'elles sont dans le même sens. Par conséquent, dans la deuxième seconde, la quantité d'espace parcouru en vertu de la quantité de mouvement en translation conservée à ajouter à l'accroissement $2a$ est a, puisque dans la première seconde l'objet a reçu une impulsion qui lui a fait parcourir a. Dans la troisième seconde, la quantité d'espace parcouru à ajouter, correspondante à la quantité de mouvement en translation conservée, est $2a$, puisque l'accroissement dans la deuxième seconde a été $2a$. Dans la quatrième seconde, pour la même raison, la quantité d'espace parcouru à ajouter est $3a$, et ainsi de suite. C'est ce qui nous donne pour les quantités d'espace conservées, dans les unités successives de temps, la série suivante 0, a, $2a$, $3a$, $4a$, etc., inscrite dans la troisième colonne du Tableau.

3° De ce qui précède, il résulte que pour obtenir les espaces entiers parcourus dans les unités successives de temps, il faut additionner pour chaque unité de temps les chiffres correspondants de la première et de la seconde colonne du Tableau ci-dessus, ce qui donne : pour la première seconde a, pour la deuxième seconde $3a$, pour la troisième seconde $5a$, pour la quatrième seconde $7a$, et ainsi de suite. Par conséquent, les espaces parcourus dans les unités successives de temps sont comme la série des nombres impairs. D'où il résulte que l'augmentation de l'espace parcouru pour chaque unité de temps successive est constante et égale au double de la distance parcourue dans la première unité de temps de la chute.

4° Pour connaître l'espace total parcouru dans le temps t, on doit prendre la somme des espaces parcourus dans les unités successives de temps dont t est composé. Ainsi, dans un temps composé de 2 secondes, l'espace parcouru est $4a$, parce qu'il a parcouru dans la première seconde a et dans la deuxième seconde $3a$. De même, si le temps t est composé de 3 secondes, l'espace parcouru est de $9a$, parce que dans la première seconde l'espace parcouru a été d'un a, dans la deuxième seconde de $3a$ et dans la troisième seconde de $5a$, et ainsi de suite.

5° De la démonstration précédente, il résulte que les espaces parcourus sont proportionnels aux carrés des temps employés à les parcourir. Par conséquent, pour connaître la distance parcourue par un corps qui tombe pendant un temps t, on doit multiplier la distance parcourue dans la première unité de temps par t^2. C. q. f. d.

§ 68. — L'objet qui tombe à la surface d'un Corps Céleste acquiert une vitesse uniformément accélérée proportionnelle au temps.

Preuve. — Pour s'en convaincre, on n'a qu'à considérer la seconde colonne du Tableau du paragraphe précédent où l'on voit que l'augmentation de l'espace parcouru par suite des impulsions progressivement croissantes de l'Éther est proportionnelle au temps, d'où il résulte que la vitesse correspondante l'est aussi. C. q. f. d.

§ 69. — La vitesse moyenne dans chaque unité de temps successive est proportionnelle aux nombres impairs 1, 3, 5, 7, etc.

Preuve. — Pour s'en convaincre, on n'a qu'à considérer la troisième colonne du Tableau précédent où l'on voit que les espaces entiers parcourus dans les unités successives de temps sont dans le rapport des nombres impairs 1, 3, 5, 7, etc. Or, comme la vitesse moyenne ici est mesurée par l'espace parcouru dans chaque unité de temps successive, il en résulte que ces vitesses moyennes sont comme ces espaces parcourus, c'est-à-dire proportionnelles aux nombres impairs 1, 3, 5, 7, etc.

C. q. f. d.

§ 70. — La différence entre les quantités de mouvement des ondes de l'Éther au sortir d'un Corps Céleste, et des ondes de l'Éther qui poussent vers ce Corps Céleste, est la *raison d'être* du poids.

Preuve. — Nous avons démontré dans les paragraphes précédents 61 et 64 que c'est en vertu de la différence entre les impulsions des ondes de l'Éther au sortir d'un Corps Céleste et des ondes de l'Éther qui poussent vers ce Corps Céleste que s'accomplit la gravitation. Nous avons également démontré (§ 67) que c'est toujours en vertu de cette loi qu'un objet tombe à la surface d'un Corps Céleste. Comme l'objet qui repose sur la surface d'un Corps Céleste est soumis à la pression de l'Éther qui provient de la différence des quantités de mouvement des ondes de l'Éther au sortir du Corps Céleste et des ondes de l'Éther qui poussent vers ce Corps Céleste, il est par là démontré que le poids de cet objet est le résultat de cette différence même. C. q. f. d.

§ 71. — Le poids d'un objet quelconque à la surface d'un Corps Céleste est proportionnel à la masse de ce Corps Céleste divisée par le carré de son rayon.

Preuve. — Nous avons démontré (§ 66) que la vitesse initiale d'un objet qui tombe à la surface d'un Corps Céleste est proportionnelle à la masse de ce Corps Céleste divisée par le carré de son rayon. Nous venons également de démontrer dans le paragraphe précédent que le poids d'un objet à la surface d'un Corps Céleste est dû à la différence de pression des ondes de l'Éther au sortir d'un Corps Céleste et des ondes de l'Éther qui poussent vers cet astre. Or c'est cette différence même qui fait qu'un objet est précipité sur les différents Corps Célestes avec des vitesses initiales proportionnelles aux masses de ces corps divisées respectivement par le carré de leurs rayons.

De ces deux démonstrations il résulte que le poids d'un objet quelconque à la surface d'un Corps Céleste est aussi, comme la vitesse initiale, proportionnel à la masse de ce Corps Céleste divisée par le carré de son rayon. C. q. f. d.

Remarque. — Lorsque nous aurons traité dans le Chapitre suivant la pression de l'Éther, nous verrons de quelles immenses quantités de fois la pression normale de l'Éther est plus grande que la différence entre les impulsions des ondes de l'Éther au sortir d'un Corps Céleste et celles extérieures qui compriment ce Corps. C'est alors seulement qu'on se rendra compte combien l'effet de la gravitation des Corps Célestes et des objets qui tombent à leurs surfaces est minime par rapport à la puissance de la pression normale de l'Éther.

§ 72. — A la surface de tout Corps Céleste, la gravitation atteint son maximum.

Preuve. — La gravitation atteint son maximum à la surface du Corps Céleste, par la raison que là est le maximum de la différence entre les ondes de l'Éther qui poussent du dehors vers le Corps Céleste, et celles qui poussent en sens contraire après avoir traversé l'astre. Ceci découle rigoureusement des démonstrations précédentes (§§ 61 et 64).

C. q. f. d.

§ 73. — Au centre de tout Corps Céleste la gravitation est nulle, et à partir de son centre vers sa surface, la gravitation croît en raison directe du carré de la distance qui sépare le point considéré du centre de l'astre.

Preuve. — La gravitation est nulle au centre de tout Corps Céleste, parce qu'en ce point les pressions de l'Éther sont égales de tous les côtés opposés. Cela découle nécessairement des démonstrations précédentes.

Nous avons démontré dans le paragraphe précédent qu'à la surface de tout Corps Céleste la gravitation atteint son maximum. Ainsi, l'accroissement de la gravitation dans un Corps Céleste de zéro à son maximum se fait entre deux limites dont l'une est le centre du Corps Céleste et l'autre est sa surface.

Voici maintenant la preuve que l'accroissement de la gravitation entre ces deux limites est en raison directe du carré des distances qui sont les rayons des sphères concentriques considérées.

Soit A (fig. 16) un astre quelconque ;

Soit C son centre, p un point pris à l'intérieur de l'astre, p_1 et p_2 deux points diamétralement opposés pris à sa surface.

En considérant les deux sphères concentriques

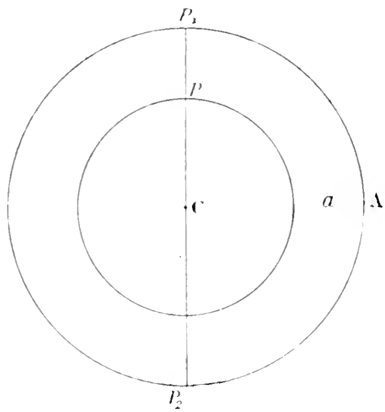


Fig. 16.

contiguës a et A, dont l'une a Cp et l'autre Cp_1 pour rayon, on voit qu'en vertu de nos démonstrations antérieures, il y a au point p_1 moins de résistance à la pression de l'Éther qui vient du dehors, qu'il n'y en a en p, parce que de p_2 en p_1 les ondes de l'Éther ont traversé tout l'astre, tandis que de p_2 en p ces ondes n'en ont traversé qu'une partie, ce qui a pour effet qu'en p_1 la gravitation sur cet astre est plus grande qu'en p.

Maintenant, comme il en est de même pour tout autre point pris sur les surfaces A et a, il en résulte que l'accroissement de la gravitation du centre à la périphérie des sphères concentriques considérées est proportionnel à leurs surfaces, c'est-à-dire en raison directe du carré de leurs rayons.

C. q. f. d.

§ 74. — La pression de l'Éther ne peut pas condenser la matière pondérable des Corps Célestes au delà de la limite déterminée d'abord par le décroissement de la gravitation de la périphérie du Corps vers son centre en raison directe du carré de la distance, ensuite par la contre-pression des atomes condensés en matière pondérable, et enfin par la vitesse tangentielle produite par la rotation que tout Corps Céleste possède comme toute molécule et tout atome.

Preuve. — Nous avons démontré (§ 72) que la gravitation atteint son maximum à la surface de tout Corps Céleste et (§ 73) qu'elle est nulle à son centre.

Nous avons également démontré, toujours dans le paragraphe précédent, que la gravitation décroît de la périphérie de l'astre vers son centre en raison directe du carré de la distance du point considéré au centre.

Voilà la première raison qui empêche la condensation illimitée de la matière vers le centre du Corps Céleste de même que dans toute molécule.

La seconde raison qui empêche cette condensation illimitée vers le centre, c'est la contre-pression exercée par les atomes condensés en matière pondérable, comme nous le démontrons § 85.

La troisième raison qui empêche cette condensation illimitée, c'est la vitesse tangentielle produite par la rotation que tout Corps Céleste possède dès son origine, comme nous le démontrons § 113.

En effet, la vitesse tangentielle produite par la rotation décroît de la périphérie à l'axe de rotation en raison du cosinus de la latitude du point, par conséquent elle décroît dans le même sens que la gravitation. D'où il résulte pour chaque molécule du Corps Céleste un état d'équilibre au point où elle se trouve, dont l'effet est d'empêcher aussi la condensation illimitée de la matière vers son centre.

C. q. f. d.

Remarque. — Ces démonstrations mettent en évidence quelle grande erreur commettent ceux qui s'imaginent que c'est au centre du Corps Céleste qu'est la plus grande attraction.

Nous avons démontré (§ 64) que l'attraction ne peut pas exister et que c'est un véritable non-sens.

Sans revenir là-dessus, nous allons montrer les conséquences de l'hypothèse de l'attraction dans le cas qui nous occupe.

En effet, puisque la vitesse tangentielle diminue de la surface du Corps Céleste vers son axe de rotation en raison du cosinus de la latitude, pendant que dans l'hypothèse de l'attraction celle-ci augmente dans le même sens vers le centre, il en résulte qu'il ne peut pas s'établir un état d'équilibre et que l'attraction a partout la prépondérance. Par conséquent, si la plus grande attraction d'un Corps Céleste était à son centre, tous les atomes qui constituent cet astre iraient se condenser à ce centre, et le Corps Céleste ainsi condensé jusqu'à la dernière limite, c'est-à-dire jusqu'au contact des atomes, deviendrait tellement petit, vu le volume minime de l'atome (§ 86), qu'on ne pourrait plus voir cet astre (§ 101) même avec le plus puissant microscope, ce qui est absurde.

Cela n'a pas lieu, dit-on, parce que l'attraction exercée par la matière qui entoure le centre empêche cette condensation excessive de la matière.

Ceux qui soutiennent ceci se mettent par là en contradiction avec eux-mêmes, car ils reviennent sur ce qu'ils disent, lorsqu'ils soutiennent que la plus grande attraction est au centre. Mais cette contradiction ne les avance à rien, car l'attraction au centre étant, selon leur hypothèse, plus grande, elle doit continuer, malgré la prétendue attraction des masses qui entourent ce centre, elle doit continuer, disons-nous, à condenser de plus en plus la matière en ce point.

En voici la démonstration :

Soit C le centre d'un Corps Céleste, p un point pris à l'intérieur de cet astre à une égale distance du centre C et de la périphérie, q un point matériel de la masse périphérique de ce Corps Céleste.

L'attraction du centre C exercée sur le point matériel p étant plus grande que l'attraction du

Fig. 17.

point q sur ce même point, p avancera vers C en p'.

La conséquence en serait que l'attraction de C sur p', comparée à celle antérieure de C sur p, aurait augmenté de ce chef dans le rapport de $\frac{\overline{Cp}^2}{\overline{Cp'}^2}$ pendant que l'attraction de q sur p', comparée à celle antérieure de q sur p, aurait diminué dans le rapport de $\frac{\overline{qp'}^2}{\overline{qp}^2}$.

En même temps l'attraction périphérique du côté opposé, c'est-à-dire de q' sur p', comparée à celle antérieure de q' sur p, aurait aussi augmenté dans le rapport de $\frac{\overline{q'p}^2}{\overline{q'p'}^2}$, ce qui augmente encore l'attraction de C sur p'.

Comme d'un autre côté l'impulsion tangentielle diminue de la périphérie vers l'axe de rotation en raison du cosinus de la latitude, c'est-à-dire en raison du rayon du cercle que le point décrit autour de l'axe de rotation, l'attraction vers le centre du Corps Céleste augmente encore aussi par cette seconde raison, d'où il résulte que le rapport $\frac{\overline{Cp}^2}{\overline{Cp'}^2}$ doit être multiplié par $\frac{Cp}{Cp'}$; quant au rapport $\frac{\overline{qp'}^2}{\overline{qp}^2}$, il doit aussi être multiplié par le rapport $\frac{qp'}{qp}$, parce que l'attraction exercée par q sur p' qui a une vitesse tangentielle moindre que p est plus petite, puisque la vitesse tangentielle de p qui est plus grande que celle de p' le pousse davantage sur q, ce qui fait que le point p résiste moins que le point p' à l'attraction de q, et cela dans le rapport $\frac{qp'}{qp}$.

Il en est de même du rapport $\frac{\overline{q'p}^2}{\overline{q'p'}^2}$, que l'on doit multiplier par le rapport $\frac{q'p}{q'p'}$. — Ainsi, en désignant par a et a' les attractions exercées par C sur p et p', on a :

$$(1) \qquad \frac{a'}{a} = \frac{\overline{Cp}^3}{\overline{Cp'}^3}.$$

D'un autre côté, en désignant par b et b' les attractions exercées par q sur p et sur p', on a :

$$(2) \qquad \frac{b'}{b} = \frac{\overline{qp}^3}{\overline{qp'}^3}.$$

Enfin, en désignant par d et d' les attractions exercées par q' sur p et p', on a :

$$(3) \qquad \frac{d'}{d} = \frac{\overline{q'p}^3}{\overline{q'p'}^3}.$$

Observons aussi que l'attraction de la masse centrale représentée par C augmenterait considérablement par l'adjonction de la masse représentée par le point p, et qu'en conséquence les relations (1), (2) et (3) augmenteraient dans le même rapport pour concentrer toute la matière au centre. D'où il résulte que la condensation définitive de la matière se ferait sur le centre, non seulement malgré les soi-disant attractions de la masse périphérique, mais encore aussi avec son concours; en sorte que, par ces raisons, toute la matière serait enfin condensée sur le centre jusqu'à la dernière limite, et les Corps Célestes, au lieu d'avoir le volume qu'ils ont en réalité, seraient tellement petits qu'ils seraient invisibles.

Ainsi, après avoir d'abord démontré, en général, que l'hypothèse de l'attraction est une conception erronée, nous avons maintenant démontré que, pour le cas particulier que nous venons de traiter, cette hypothèse conduit nécessairement à l'absurde.

Newton, avec un sens plus juste, a essayé de démontrer que, dans l'intérieur du Corps Céleste, l'attraction d'un point par le centre est en raison directe de la distance de ce point au centre, c'est-à-dire en raison directe du rayon.

Malgré sa juste intuition, et bien que ce fût un grand géomètre, Newton a commis dans les démonstrations de cette loi deux graves erreurs, dont l'une provient de la substitution de la surface mathématique à la surface réelle, et l'autre de l'hypothèse de l'attraction.

En voici la preuve :

Newton, pour démontrer qu'il en est ainsi, considère (Proposition LXXIII, Théorème XXXIII, Livre Ier) un corpuscule quelconque P (fig. *b*) dans l'intérieur d'un Corps Céleste, ainsi que la sphère concentrique sur laquelle ce corpuscule se trouve. Ensuite il soutient (Proposition LXX, Théorème XXX, Livre I^er^) que toute la matière comprise entre la surface de la sphère sur laquelle se trouve le point considéré et la périphérie du Corps Céleste, n'exerce aucune attraction sur ce corpuscule, parce que, selon le Lemme VII, Livre I^er^, l'arc ACB, la corde AB et la tangente AD (fig. *c*) deviennent égales lorsque l'angle

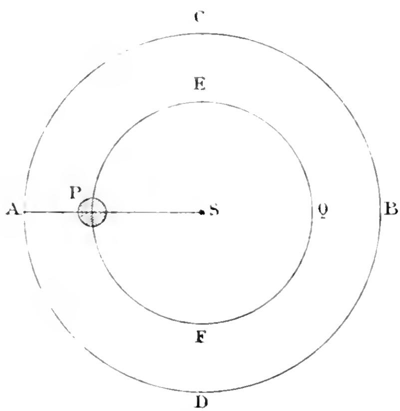


Fig. *b*.

formé par la corde AB et la tangente AD s'évanouit et qu'il en est de même (Coroll. 1, 2 et 3, Lemme VII) pour toute autre ligne (fig. *c*) telle que BF, BD, AD et AF qui deviennent aussi égales lorsque l'angle ci-dessus s'évanouit.

Observons que le point F (fig. *c*) correspond au point P (fig. *d*) (Proposition LXX), qui est un corpuscule de position stable dans l'intérieur du Corps Céleste.

Or, vous avez beau déplacer le point F comme

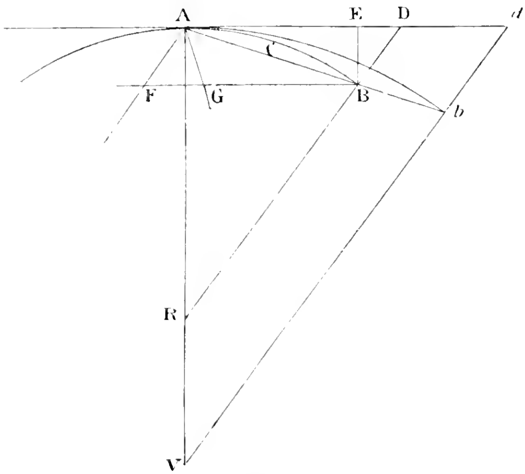


Fig. c.

point d'intersection des lignes AF et BF (fig. c) lors-

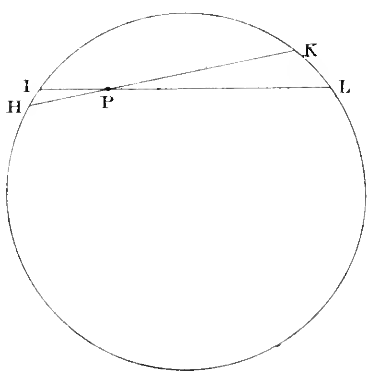


Fig. d.

que celles-ci deviennent égales par l'évanouissement de l'angle BAD, cela ne fait pas déplacer le corpuscule P de la position fixe qu'il occupe dans l'intérieur du Corps Céleste. Il en résulte que cette démonstration de Newton est illusoire et qu'il a été en partie induit en erreur parce qu'il a traité les superficies des corps qui sont des couches matérielles d'une épaisseur réelle, comme des surfaces dont l'épaisseur est si petite qu'on peut la regarder comme nulle (Proposition LXXXIII, Scholie), ce qui revient, malgré la réserve qu'il fait à ce sujet, à les traiter comme des surfaces mathématiques.

D'ailleurs, en appliquant ce même raisonnement à des sphères concentriques intérieures de plus en plus petites, on supprimerait enfin toute gravitation du centre par la périphérie du Corps Céleste. Alors la gravitation de la périphérie vers le centre, que Newton soutient être en raison directe du rayon, ayant seule lieu, rien n'empêcherait que sous l'impulsion de cette force *attractive* tous les atomes qui composent le Corps Céleste soient précipités sur son centre au point de se toucher, comme nous l'avons démontré dans la première partie de cette Remarque, ce qui ferait disparaître l'astre et ce qui est absurde.

Enfin, en appliquant toujours ce même raisonnement à la surface intérieure concentrique contiguë à celle sur laquelle se trouve le corpuscule, on fait évanouir de la même manière, par les mêmes raisons, la force attractive de cette seconde surface sur le corpuscule, car la corde, l'arc et la tangente respectives deviennent égales sur cette surface, aussi bien que sur celle qui l'entoure, lorsque l'angle formé par la corde et la tangente respectives s'évanouit. Il en est de même successivement de toutes les surfaces intérieures concentriques contiguës, ce qui supprimerait toute gravitation de la périphérie vers le centre du Corps Céleste. Dans ce cas, pour parler le langage de Newton, la force centripète étant supprimée et la force centrifuge, c'est-à-dire l'impulsion tangentielle due à la rotation du Corps Céleste, agissant seule, rien n'empêcherait les atomes qui composent le Corps Céleste de s'en aller selon la tangente, ce qui ferait encore disparaître le Corps Céleste par sa dissolution et ce qui est aussi absurde que la supposition précédente.

Mais, du moment où la matière comprise dans les couches périphériques du Corps Céleste détermine la gravitation, aussi bien que la matière de la sphère intérieure, il en résulte, comme nous l'avons démontré § 73, que la gravitation de la périphérie d'un Corps Céleste vers son centre est en raison directe du carré des rayons des couches considérées.

C. q. f. d.

Voici encore une preuve à quelles erreurs on s'expose lorsqu'on assimile une ligne réelle à une ligne mathématique :

Considérons autour d'un point lumineux deux surfaces concentriques de rayons différents. Votre œil, placé successivement sur chacune de ces surfaces, reçoit, en un de ses points, le rayon lumineux qui part du point incandescent. Si vous considérez le rayon lumineux comme une ligne mathématique, alors la quantité de lumière que perçoit votre œil sur chacune de ces surfaces serait en rapport inverse du rayon. Or ce serait là une grave erreur, car cette quantité est en rapport inverse du carré du rayon et non en rapport inverse du simple rayon, comme cela résulterait de la considération d'une ligne mathématique. La raison en est que toute ligne réelle a de l'étendue dans les trois dimensions de l'espace et que tout point pris à la surface d'une sphère matérielle, fût-il un simple atome, a toujours de l'étendue dans les trois dimensions (§ 9).

Il en résulte que tout point matériel pris à la surface d'une sphère est lui-même une partie de cette surface et possède, par conséquent, les mêmes propriétés qu'elle, puisque les parties ressemblent au tout. Par conséquent, puisque la lumière répandue sur les différentes surfaces concentriques est en rapport inverse du carré de leurs rayons, il en est de même du rayon lumineux que perçoit votre œil, et son intensité est en raison inverse du carré de la distance à laquelle vous le percevez.

Quant à la Proposition LXXII (Théorème XXXII, Livre I^er^), sur laquelle Newton s'appuie encore dans sa démonstration, elle prouve précisément le contraire de ce qu'il affirme dans la Proposition LXXIII (Livre I^er^), car il établit d'abord lui-même que, pour une masse d'une densité homogène, l'attraction est en raison directe du cube du rayon et en raison inverse du carré de la distance considérée. Cette loi est fondamentale et immuable pour tout Corps Céleste. Mais Newton, pour arriver à démontrer que l'attraction dans l'intérieur d'une sphère est seulement en raison du rayon, compare deux sphères de même densité et de rayons différents, met les corpuscules à des distances respectivement proportionnelles à ces rayons, et parce que le rapport des attractions de ces deux sphères ainsi considérées est comme le rapport des simples rayons, il veut en déduire que l'attraction dans chacune de ces sphères est proportionnelle au simple rayon. Or c'est une erreur, car de ce que le rapport des attractions de deux sphères de rayons différents est représenté dans sa proposition par le rapport des simples rayons, l'attraction de chacune de ces sphères considérée en elle-même, tel que cela se passe en réalité, est toujours proportionnelle au cube du rayon pour une masse homogène, et inversement proportionnelle au carré de la distance considérée.

Si l'on plaçait le corpuscule sur la surface de la sphère de manière que sa distance au centre soit égale au rayon, et que l'on veuille en déduire que l'attraction exercée dans ce cas sur le corpuscule est en rapport du simple rayon, en s'appuyant sur le fait général que l'attraction est pour les masses homogènes comme le rapport du cube du rayon au carré de la distance, laquelle, pour ce cas, est le rayon même, on commettrait encore une erreur qui découle elle-même de l'hypothèse erronée que l'attraction la plus grande est au centre du Corps Céleste, c'est-à-dire que le corpuscule placé sur la surface est moins attiré vers le centre que s'il en était plus près; en sorte que, d'après cette hypothèse de l'attraction, la gravitation de la surface vers le centre serait en raison inverse du carré du rayon. Aussi Newton, arrivé avec le corpuscule à la surface du Corps Céleste, exprime-t-il, d'après cette hypothèse, sa gravitation vers le centre par le rapport du cube du rayon au carré de ce même rayon, comme pour la gravitation des corpuscules dont la distance au centre du Corps Céleste est plus grande que son rayon. C'est ainsi qu'il arrive à soutenir que la gravitation de la surface vers le centre est en raison directe du simple rayon. Or, comme la gravitation n'est pas en raison inverse du carré du rayon dans l'intérieur du Corps Céleste, mais en rapport direct du carré de ce rayon (§ 73), on ne peut pas établir pour ce cas le rapport du cube du rayon au carré de ce même rayon, et on n'obtient pas non plus par cette voie la preuve que la gravitation est comme le simple rayon à l'intérieur du Corps Céleste.

En effet, en désignant par n le nombre des particules de même densité et de même volume qui composent la masse du Corps Céleste, qui est également dense dans toutes ses parties, ce nombre n est comme R^3.

R représente le rayon du Corps Céleste.

Puisque la gravitation de la surface au centre du Corps Céleste est en raison directe du carré du rayon (§ 73), cette gravitation est tout d'abord exprimée par $R^3 \times R^2 = R^5$. Mais comme on doit tenir compte aussi de la masse de la particule pour déterminer la loi d'après laquelle varie avec le rayon la quantité dont le Corps Céleste fait graviter vers son centre cette particule, et comme la masse de celle-ci est $\frac{1}{n}$ de la masse du Corps Céleste, rapport qu'on peut remplacer par $\frac{1}{R^3}$, on a pour la gravitation G de la particule vers le centre, exprimée ainsi, la formule suivante :

$$G = R^5 \times \frac{1}{R^3} = R^2, \tag{4}$$

ce qui démontre que la gravitation de la surface vers le centre est en raison directe du carré du rayon et non en raison directe du simple rayon, comme l'établit Newton.

La gravitation des Corps Célestes les uns vers les autres s'effectue (§ 64) en raison inverse de leurs masses et du carré de leurs distances. Mais si l'on veut exprimer la quantité dont une masse plus grande fait graviter vers elle une masse plus petite, alors on voit que cette quantité est en rapport direct de la masse du Corps Céleste qui fait graviter vers lui, d'où l'expression :

$$\frac{R^3}{D^2}. \tag{5}$$

D désigne la distance entre les centres de deux Corps Célestes.

Mais pour exprimer la valeur définitive de la quantité dont la masse plus grande fait graviter vers elle la masse plus petite, on doit tenir compte de combien la première est plus grande que la seconde, c'est-à-dire du rapport de leurs masses.

Ainsi, en désignant par $\frac{R^3}{r^3} = a$ le rapport des volumes des deux Corps Célestes de même densité dont les masses sont M et m et dont M est pareillement a fois plus grande que m, par G la quantité dont la plus grande masse fait graviter vers elle la plus petite, et par g la quantité dont la plus petite masse fait graviter vers elle la plus grande, par D la distance entre les centres de ces deux Corps Célestes, par K la distance parcourue dans la première seconde de temps par un objet qui tombe à la surface du plus grand Corps Céleste vers lequel gravite le plus petit, et par K_1 la quantité analogue sur ce dernier, on a :

$$(6) \qquad G = K\frac{ar^3}{D^2} \times \frac{1}{r^3} = \frac{aK}{D^2} = \frac{MK}{mD^2};$$

$$(7) \qquad g = K_1\frac{r^3}{D^2} \times \frac{1}{ar^3} = \frac{K}{aD^2} = \frac{mK}{MD^2}.$$

En mettant dans ces équations les valeurs numériques des quantités M, m, K, K_1 et de la distance D qui est mesurée en prenant pour unité le rayon du plus petit Corps Céleste, nous obtenons les valeurs des quantités dont chacun de ces astres gravite l'un vers l'autre.

Enfin, la seconde raison prédominante pour laquelle un génie comme Newton a été forcé d'avoir recours à des démonstrations illusoires comme celles que nous avons relevées, c'est parce qu'il a admis l'hypothèse de l'attraction de la matière par suite de laquelle la gravitation devrait augmenter vers le centre et aurait pour résultat de précipiter sur ce point toute la matière du Corps Céleste, comme nous l'avons démontré dans la première partie de la Remarque.

Newton, bien inspiré, a cherché à sortir de la situation difficile que lui a créée l'hypothèse de l'attraction, mais il n'y est pas parvenu par ses démonstrations géométriques, comme nous venons de le prouver.

Considérations générales. — Rappelons maintenant la démonstration du § 3, dans lequel nous avons établi le premier fait de l'Univers, à savoir que : « L'espace existe, parce qu'il serait réellement « impossible qu'il n'existât pas. » Dans cette démonstration nous avons dit :

« A mesure que nous avancerons, nous verrons « que ce premier fait si simple, si évident, qui a sa « raison d'être dans une nécessité absolue, parfaite- « ment intelligible, est la première et l'unique cause « concrète dont découlent nécessairement tous les « phénomènes de l'Univers, c'est-à-dire qu'ils en « découlent par une *nécessité géométrique*, nécessité « évidente et absolue. »

Quiconque a suivi cette étude jusqu'ici peut déjà voir comment découlent par nécessité géométrique les phénomènes de l'Univers, de leur première et unique cause concrète, de l'*espace*. En effet, après avoir constaté dans le Premier Chapitre l'existence et la nature de l'*espace*, nous avons démontré dans le Chapitre suivant la raison d'être géométrique, c'est-à-dire la *cause première* de l'existence des points matériels, et cela parce que l'espace existe.

Dans le Troisième Chapitre nous avons démontré la raison d'être géométrique, c'est-à-dire la *cause première* de l'existence du mouvement, et cela parce que les points matériels existent.

Enfin, dans le Quatrième Chapitre, le mouvement des points matériels nous a donné la raison d'être géométrique, c'est-à-dire la *cause première* de la gravitation et de la condensation, sous l'impulsion de l'Éther, de la moitié des points matériels de l'Univers en matière pondérable.

L'en-tête d'un chapitre ne signifie pas que l'on quitte l'objet étudié dans le précédent, pour passer exclusivement à un autre phénomène. Cet en-tête signifie seulement qu'une nouvelle notion va venir s'ajouter aux notions acquises dans les chapitres précédents, lesquelles continueront toujours à nous occuper toutes, puisque toutes contribuent à produire le nouveau phénomène mis à l'étude. C'est ainsi que ces notions successives se développent réciproquement les unes par les autres dans la même mesure et de la même manière dont se produisent les phénomènes, c'est-à-dire d'après une nécessité purement géométrique, d'après les lois de l'espace. Comme toute chose doit avoir un nom, et que sa dénomination doit être prise dans la nature même de l'objet considéré, nous nommerons la méthode que nous venons de fonder : *méthode de la déduction géométrique.*

On aura remarqué que dans toutes nos démonstrations il n'y a jamais aucune hypothèse, et que les calculs sont toujours pris dans la nature même du phénomène étudié.

Nous rappellerons à ce propos les réflexions de grande portée, faites par POINSOT dans le Mémoire qu'il a présenté à l'Institut sur une théorie nouvelle de la rotation des corps, et nous ne pouvons mieux faire que de le citer textuellement à l'appui de notre méthode.

Voici ce que dit ce savant :

« C'est une remarque que nous pouvons faire « dans toutes nos recherches mathématiques : ces « quantités auxiliaires, ces calculs longs et difficiles « où l'on se trouve entraîné, y sont presque toujours « la preuve que notre esprit n'a point, dès le com- « mencement, considéré les choses en elles-mêmes « et d'une vue assez directe, puisqu'il nous faut « tant d'artifices et de détours pour y arriver, tandis « que tout s'abrège et se simplifie sitôt qu'on se « place au vrai point de vue. »

Et plus loin :

« RÉFLEXION GÉNÉRALE

« Nous voilà donc conduits par le seul raison-
« nement à une idée claire que les géomètres n'ont
« pu tirer des formules de l'analyse. C'est un nouvel
« exemple qui montre l'avantage de cette méthode
« simple et naturelle de considérer les choses en
« elles-mêmes, et sans les perdre de vue dans le
« cours du raisonnement; car, si l'on se contente,
« comme on le fait d'ordinaire, de traduire les pro-
« blèmes en équations, et qu'on s'en rapporte en-
« suite aux transformations du calcul pour mettre
« au jour la solution qu'on a en vue, on trouvera le
« plus souvent que cette solution est encore plus
« cachée dans ces symboles analytiques qu'elle ne
« l'était dans la nature même de la question pro-
« posée. Ce n'est donc point dans le calcul que ré-
« side cet art qui nous fait découvrir, mais dans
« cette considération attentive des choses, où l'es-
« prit cherche avant tout à s'en faire une idée, en
« essayant, par l'analyse proprement dite, de les
« décomposer en d'autres plus simples, afin de les
« revoir ensuite, comme si elles étaient formées par
« la réunion de ces choses simples dont il a une
« pleine connaissance. Ce n'est pas que les choses
« soient composées de cette manière, mais c'est

« notre seule manière de les voir, de nous en faire « une idée, et partant de les connaître. »

N. B. — Par cette dernière réflexion, Poinsot n'entend pas professer le scepticisme, qui ne saurait trouver accès dans l'esprit droit d'un géomètre. Mais Poinsot fait cette réflexion parce qu'il a procédé réellement ainsi dans sa théorie nouvelle de la rotation des corps. Ainsi, pour donner une image sensible de cette rotation, il établit que : « La rotation « d'un corps, sur un axe qui varie sans cesse de « position autour d'un même point fixe, n'est autre « chose que le mouvement d'un certain cône, dont « le sommet est en ce point, et qui roule actuelle- « ment, sans *glisser* sur la surface d'un autre cône « fixe de même sommet. »

Et, pour avoir une expression plus claire de ce qui regarde la direction que prend l'axe instantané par rapport au plan du couple qui lui donne naissance, Poinsot imagine encore, autour du centre de gravité du corps et sur les directions de trois *axes principaux*, un *ellipsoïde central* avec des axes dont les carrés sont réciproques aux trois *moments d'inertie* du corps autour des mêmes axes.

Or, comme il n'y a en réalité dans un corps tournant ni un cône ni un ellipsoïde central, et que ce sont seulement des images géométriques auxquelles Poinsot a rattaché le phénomène, pour en donner une image plus claire et pour pouvoir le calculer, il a dû faire la remarque ci-dessus. C'est là la raison pour laquelle il dit que les choses ne sont pas composées de la manière dont nous l'imaginons.

Quant à nous, qui avons pris toutes nos démonstrations dans la nature intime et réelle des phénomènes étudiés et qui les avons suivis pas à pas, tels qu'ils se produisent en réalité, nous démontrons au contraire que les choses sont composées de la manière dont nous les présentons, et nous relevons ceci comme un point capital de notre méthode.

Maintenant poursuivons la citation de Poinsot. On verra qu'elle est instructive sous plus d'un rapport.

« Ainsi notre vraie méthode n'est que cet heu-
« reux mélange de l'analyse et de la synthèse, où
« le calcul n'est employé que comme un instrument;
« instrument précieux et nécessaire sans doute,
« parce qu'il assure et facilite notre marche, mais
« qui n'a par lui-même aucune vertu propre, qui
« ne dirige point l'esprit, mais que l'esprit doit di-
« riger comme tout autre instrument.

« Ce qui a pu faire illusion à quelques esprits
« sur cette espèce de force qu'ils supposent aux
« formules de l'analyse, c'est qu'on en retire, avec
« assez de facilité, des vérités déjà connues et qu'on

« y a, pour ainsi dire, soi-même introduites; et il « semble alors que l'analyse nous donne ce qu'elle « ne fait que nous rendre dans un autre langage. « Quand un théorème est connu, on n'a qu'à l'exprimer par des équations : si le théorème est vrai, « chacune d'elles ne peut manquer d'être exacte, « aussi bien que les transformées qu'on en peut « déduire; et si l'on arrive ainsi à quelque formule « évidente ou bien établie d'ailleurs, on n'a qu'à « prendre cette expression comme un point de départ à revenir sur ses pas, et le calcul seul paraît « avoir conduit comme de lui-même au théorème « dont il s'agit. Mais c'est en cela que le lecteur est « trompé. Ainsi, pour prendre un exemple dans la « question même qui fait l'objet de ce Mémoire, il « est bien clair qu'aujourd'hui rien ne serait plus « aisé que de retrouver nos idées dans les expressions analytiques d'Euler ou de Lagrange, et même « de les en dégager avec un air de facilité qui ferait « croire que ces formules devaient les produire « spontanément. Cependant, comme ces idées ont « échappé jusqu'ici à tant de géomètres qui ont « transformé ces formules de tant de manières, il « faut convenir que cette analyse ne les donnait « point, puisque, pour les y voir, il aura fallu attendre qu'un autre y parvînt par une voie toute différente.

« Nous aurions bien d'autres réflexions à faire « et de plus grands exemples à produire, si nous « voulions montrer, d'une part, tout ce que l'esprit « doit de lumière à cette méthode naturelle, telle « que je l'ai définie plus haut et qui constitue notre « véritable analyse ; et de l'autre, le peu de vérités « nouvelles qu'on a su tirer de ces formules analy- « tiques où l'on croit enfermer une question, et « quelquefois même une science tout entière. Sans « doute la science y est contenue, comme elle le « serait dans tout autre principe énoncé en termes « généraux ; mais la difficulté reste de l'en faire « sortir, et cette difficulté n'en devient-elle pas plus « grande? Et, par exemple, ne faut-il pas déjà con- « naître et la mécanique et les artifices du calcul, « pour tirer de la seule formule générale des vitesses « virtuelles, je ne dis pas quelque nouveau théo- « rème (ce dont je ne vois guère d'exemples), mais « seulement les propositions particulières qui nous « sont le mieux connues? La traduction n'est-elle « pas ici plus difficile que le texte lui-même, je veux « dire, que la considération immédiate des choses « que l'on veut étudier? L'illustre auteur qui a voulu « transformer la mécanique en une question de « calcul, a sans doute rempli son objet avec toute « la clarté et toute l'élégance qu'on en pouvait « attendre. Mais si la véritable analyse brille quel-

« que part dans la *Mécanique analytique*, j'oserai « dire que c'est bien moins dans ces calculs que « l'auteur range avec tant d'ordre et de symétrie, « que dans ces courts passages où il rapproche les « méthodes, et dans ces admirables préfaces qu'il « a placées à la tête des différents livres de son « ouvrage, où il examine et discute les principes « fondamentaux de la science, et fait l'histoire in- « structive du mouvement de l'esprit humain, dans « cette suite délicate d'idées fines et de solutions « ingénieuses qui ont peu à peu formé la Méca- « nique. C'est par là surtout que ce bel ouvrage « pourra servir aux progrès ultérieurs de l'esprit, « en lui montrant la route qu'il a suivie et qui est « encore la route où il doit continuer à marcher. « Car, encore une fois, gardons-nous de croire « qu'une science soit faite quand on l'a réduite à « des formules analytiques. Rien ne nous dispense « d'étudier les choses en elles-mêmes, et de nous « bien rendre compte des idées qui font l'objet de « nos spéculations. N'oublions point que les résul- « tats de nos calculs ont presque toujours besoin « d'être vérifiés d'un autre côté, par quelque rai- « sonnement simple ou par l'expérience; que si le « calcul seul peut quelquefois nous offrir une vérité « nouvelle, il ne faut pas croire que sur ce point « même l'esprit n'ait plus rien à faire; mais, au con-

« traire, il faut songer que, cette vérité étant indé-
« pendante des méthodes ou des artifices qui ont
« pu nous y conduire, il existe certainement quelque
« démonstration simple qui pourrait la porter à
« l'évidence, ce qui doit être le grand objet et le
« dernier résultat de la science mathématique.

« Qu'on me pardonne ces réflexions, que je fais,
« j'ose le dire, dans l'unique intérêt de la science.
« Je connais le caractère propre et distinctif de
« l'analyse algébrique, et je pourrais même dire
« avec précision en quoi cet art a pu perfectionner
« la logique ordinaire du discours; je sais tout ce
« que les bons esprits doivent au calcul, mais je
« tâche d'éclairer ceux qui se trompent sur la na-
« ture de cet instrument, et en même temps de
« prévenir l'abus que d'autres en peuvent faire en
« profitant de cette illusion même. Car sitôt qu'un
« auteur ingénieux a su parvenir à quelque vérité
« nouvelle, n'est-il pas à craindre que le calculateur
« le plus stérile ne s'empresse d'aller vite la recher-
« cher dans ses formules, comme pour la découvrir
« une seconde fois et à sa manière, qu'il dit être
« la bonne et la véritable; de telle sorte qu'on ne
« s'en croie plus redevable qu'à son analyse, et que
« l'auteur lui-même, quelquefois peu exercé, ou
« même étranger à ce langage et à ces symboles,
« sous lesquels on lui dérobe ses idées, ose à peine

« réclamer ce qui lui appartient, et se retire presque
« confus, comme s'il avait mal inventé ce qu'il a si
« bien découvert? Singulier artifice que je n'ai pas
« besoin de caractériser davantage, mais qu'il est
« bon de signaler comme un des plus nuisibles aux
« progrès des sciences, parce qu'il est sans contredit
« un des plus propres à décourager les inventeurs.

« Mais je n'étendrai pas plus loin ces réflexions,
« et si le peu qu'on a dit est assez sensible par les
« exemples qui précèdent, on le verra se confirmer
« encore par ceux qui pourront suivre. »

Nous avons cité ces réflexions de Poinsot parce qu'elles contiennent des vérités incontestables qui viennent à l'appui de *notre méthode* dans l'étude des phénomènes de la nature.

CINQUIÈME CHAPITRE

L'ÉTHER

§ 75. — $$\frac{P_g}{P_r} = \frac{1^{\text{kg. t.}}}{2554 \times 10^{33}}.$$

P_g désigne la pression de la gravitation en kilogrammes terrestres.

P_r désigne la pression de l'Éther en kilogrammes terrestres sur la matière pondérable.

Ainsi, la pression de l'Éther est 2554 décillions de fois plus grande que la pression de la gravitation, c'est-à-dire que la quantité de matière pondérable qui pèse un kilogramme à la surface de la Terre subit, de la part de l'Éther, une pression de 2554 décillions de kilogrammes.

Preuve. — D'après les expériences de M. Wertheim, reproduites dans le *Traité de Physique* de Daguin (édition de 1876), un fil cylindrique, d'un millimètre de diamètre, d'acier étiré, se rompt subitement, si on lui attache un poids de 99^{kg},1. Par conséquent, le fil soutient un poids de 99 kilogrammes, puisqu'il casse à 0^{kg},1 de plus.

Nous disons que ce poids de 99 kilogrammes représente la pression de l'Éther sur la surface de ce cercle en fer, d'un millimètre de diamètre.

En effet, en vertu des quantités de mouvement que possèdent les atomes des corps pondérables, ces atomes se projettent les uns contre les autres, échangent leurs quantités de mouvement, et par cette raison se repoussent vers les côtés opposés, comme nous l'avons démontré §§ 46 et 61.

D'où il résulte que ces atomes s'éloigneraient les uns des autres s'ils n'étaient pas maintenus dans leur position normale par la pression de l'Éther.

Il est par conséquent démontré que, si les atomes qui se trouvent sur la surface de ce cercle en fer, d'un millimètre de diamètre, résistent à une traction de 99 kilogrammes, ils doivent cette ténacité à la pression de l'Éther sur cette surface.

Nous avons pris pour base de notre calcul l'expérience sur le fil en acier étiré, parce que c'est le corps connu le plus résistant. Or cette résistance lui vient tout entière de la pression de l'Éther, comme nous venons de le démontrer. Si nous avions pris un fil d'un corps moins résistant, nous n'aurions constaté qu'une partie de la pression de l'Éther, et cela non parce que cette pression est en réalité moindre, mais parce que cet autre corps a, par son état moléculaire, moins de ténacité que l'acier étiré, qui résiste moins à la pression de l'Éther par la raison que le martelage employé dans sa fabrication a modifié sa structure cristalline granuleuse et en a fait une matière malléable et ductile. Par un ébranlement continuel ou subit, l'acier étiré revient à l'état granuleux parce que l'état cristallin est le seul état stable des molécules qui composent les différents corps.

Ainsi, en prenant pour mesure de la pression de l'Éther le corps le plus résistant par sa ténacité, nous sommes sûrs de connaître toute la pression exercée par l'Éther sur la matière pondérable aussi bien qu'en chaque point de l'espace, puisque l'Éther est partout dans l'Univers un fluide isotrope et homogène, comme nous l'avons démontré § 20.

Pour calculer le rapport $\frac{P_g}{P_r}$, nous devons d'abord déterminer le nombre d'atomes qui se trouvent sur la surface du cercle en fer, resté libre par la rupture du fil cylindrique, d'un millimètre de diamètre, d'acier étiré, car c'est sur ce cercle que s'est exercée la pression de l'Éther, comme elle s'exerce d'ailleurs de tous les côtés sur tous les autres cercles analogues contigus qui composent le fil cylindrique d'acier.

A cet effet, nous savons (voyez le Tableau du § 35) que dans un millimètre cube de fer il y a $39,73 \times 10^{86}$ atomes.

Nous savons aussi (voyez le même Tableau) que la distance normale ε_f de deux atomes voisins dans le fer, les atomes étant considérés comme uniformément répartis, est de $\frac{6^{\text{mm.}},9}{10^{30}}$.

Pour diviser le millimètre cube de fer en tranches de ε_f de profondeur, il faut d'abord diviser 1 millimètre par ε_f, ce qui nous donne :

$$(1) \qquad \frac{1^{\text{mm.}}}{\frac{6^{\text{mm.}},9}{10^{30}}} = \frac{10^{30}}{6,9}.$$

Ainsi, le millimètre cube de fer est composé de $\frac{10^{30}}{6,9}$ tranches ayant toutes ε_f de profondeur.

Maintenant, en divisant le nombre d'atomes contenus dans un millimètre cube de fer par le nombre de tranches déterminé ci-dessus, nous obtenons le nombre d'atomes contenus dans une de ces tranches.

En désignant ce nombre par T_{nf}, on a :

$$(2) \qquad T_{nf} = \frac{39,73 \times 10^{86} \times 6,9}{10^{30}} = 274,137 \times 10^{56}.$$

Pour avoir maintenant le nombre d'atomes contenus dans le cercle en fer, resté libre par la rupture du fil cylindrique, nombre que nous désignons par C_{nf}, on n'a qu'à multiplier T_{nf} par $\frac{\pi}{4} = 0,7854$.

En conséquence :

$$(3) \qquad C_{nf} = 215,307 \times 10^{56} \text{ atomes.}$$

A présent, pour avoir la masse de ce cercle en fer, nous devons multiplier C_{nf} par la masse μ de l'atome qui est $\frac{1^{\text{mg.}},8}{10^{87}}$.

Cette masse du cercle en fer représente la pression de la gravitation à la surface de la Terre. Nous la désignons par P_{gt}.

Conformément à ce qui précède, nous avons :

$$(4) \quad \begin{cases} P_{gt} = C_{nf} \times \mu = 215,307 \times 10^{56} \times \dfrac{1^{\text{mg.}},8}{10^{87}} \\ \qquad = \dfrac{387^{\text{mg.}},553}{10^{31}}. \end{cases}$$

Puisque P_{gt} représente le poids à la surface de la Terre, du cercle en fer considéré, et P_r le poids de 99 kilogrammes dus à la pression de l'Éther sur ce cercle en fer, nous avons le rapport suivant :

$$(5) \qquad \frac{P_{gt}}{P_r} = \frac{\dfrac{387^{\text{mg.}},553}{10^{31}}}{99 \times 10^{6} \text{ mg.}} = \frac{3,914}{10^{37}} = \frac{1^{\text{kg. t.}}}{2554 \times 10^{33}}.$$

Ce rapport entre la pression de la gravitation et la pression de l'Éther est le même sur tout Corps Céleste, par la raison que, quelle que soit la différence de poids d'un même objet à la surface des différents Corps Célestes, cet objet est composé du même nombre d'atomes et il est par conséquent comprimé par le même nombre d'atomes de l'Éther (§ 61) sur quelque Corps Céleste qu'il se trouve. La seule différence qui existe, c'est que l'effet de cette pression de l'Éther sur l'objet considéré est à la surface de tout Corps Céleste en rapport direct du nombre d'atomes qui le composent, et en rapport inverse du carré de son rayon (§ 65). Mais cette différence qui change le poids du même objet à la surface des différents Corps Célestes ne change pas le rapport général

$$\frac{P_g}{P_r}$$

parce que dans le même rapport dans lequel augmente la pression de la gravitation à la surface d'un Corps Céleste, augmente aussi la pression de l'Éther sur ce Corps Céleste.

D'où résulte l'égalité suivante :

$$(6) \qquad \frac{P_{gt}}{P_r} = \frac{P_g}{P_r} = \frac{1^{\text{kg. t.}}}{2554 \times 10^{33}}.$$

C. q. f. d.

§ 76. — $v = 54 \times 10^{48} \times \omega.$

v désigne la vitesse de l'atome de l'Éther,

ω désigne la vitesse de la lumière.

Ainsi, la vitesse de l'atome de l'Éther est 54 quadrillions de décillions de fois plus grande que la vitesse de la lumière.

Preuve. — Au Deuxième Chapitre, dans tous les paragraphes qui établissent les lois du choc des atomes, nous avons démontré que l'impulsion qu'imprime un atome à un autre atome est, après une série complète de chocs, égale à la moitié du produit de sa masse par sa vitesse (§ 47). Celle-ci est mesurée par le nombre de mètres que parcourrait le mobile en une seconde, s'il était animé de la vitesse qu'il a au moment du choc.

Par conséquent, en désignant par i l'impulsion qu'imprime, au moment du choc, un atome de l'Éther à un autre atome, par μ sa masse, et par $v = x$ mètres sa vitesse en une seconde, on a :

$$(1) \qquad i = \mu . x.$$

D'où

$$(2) \qquad x = \frac{i}{\mu}.$$

Pour déterminer la valeur de x, nous devons d'abord déterminer le nombre d'atomes qui se trouvent sur la surface du cercle d'Éther d'un millimètre de diamètre, qui exerce la pression de l'Éther sur le cercle en fer resté libre par la rupture du fil cylindrique, d'un millimètre de diamètre, d'acier étiré.

Nous avons démontré (§ 26) que dans un millimètre cube d'Éther il y a $\frac{10^{57}}{129,6}$ atomes, c'est-à-dire $7,716 \times 10^{54}$ atomes.

Nous avons également démontré (§ 23) que la distance normale ε de deux atomes voisins dans l'Éther est de $\frac{0^{\text{mm.}},56}{10^{18}}$.

Pour diviser le millimètre cube d'Éther en tranches de ε d'épaisseur, il faut d'abord diviser un millimètre par ε, ce qui nous donne :

$$(3) \qquad \frac{1^{\text{mm.}}}{\frac{0^{\text{mm.}},56}{10^{18}}} = \frac{10^{18}}{0,56}.$$

Ainsi, le millimètre cube d'Éther est composé de $\frac{10^{18}}{0,56}$ tranches ayant toutes ε d'épaisseur.

Maintenant, en divisant le nombre d'atomes contenus dans un millimètre cube d'Éther par le nombre de tranches ci-dessus déterminé, nous obtenons le nombre d'atomes contenus dans une de ces tranches.

En désignant ce nombre par T_{nE}, on a :

$$(4) \quad T_{nE} = \frac{7,716 \times 10^{51}}{\frac{10^{18}}{0,56}} = 4,321 \times 10^{36} \text{ atomes.}$$

Pour avoir ensuite le nombre d'atomes contenus dans le cercle d'Éther susindiqué, nombre que nous désignons par C_{nE}, on n'a qu'à multiplier T_{nE} par $\frac{\pi}{4} = 0,7854$.

En conséquence :

$$(5) \quad C_{nE} = 4,321 \times 10^{36} \times 0,7854 = 3,3937 \times 10^{36}$$
atomes.

L'impulsion totale des atomes contenus dans C_{nE} sur le cercle en fer considéré est de 99 kilogrammes, comme nous l'avons démontré dans le paragraphe précédent.

En désignant cette impulsion totale par I et en la divisant par le nombre d'atomes C_{nE}, on obtient l'impulsion i d'un atome de l'Éther.

Par conséquent :

$$(6) \quad i = \frac{I}{C_{nE}} = \frac{99 \times 10^6 \text{ milligr.}}{3,3937\ldots \times 10^{36}} = \frac{29^{\text{mg.}},17}{10^{30}}.$$

Puisque, d'après la formule (1), $i = \mu x$ ou, ce qui revient au même, $i = \mu v$, en mettant dans la formule (2) les valeurs déterminées de $i = \frac{29^{\text{mg.}},17}{10^{30}}$ et de $\mu = \frac{1^{\text{mg.}},8}{10^{87}}$, on a :

$$(7) \qquad v = \frac{i}{\mu} = \frac{\dfrac{29^{\text{mg.}},17}{10^{30}}}{\dfrac{1^{\text{mg.}},8}{10^{87}}} = 16,2 \times 10^{57} \text{ mètres}$$

par seconde.

Ainsi, la vitesse d'un atome de l'Éther est de $16\frac{1}{5}$ septillions de décillions de mètres par seconde.

Enfin, pour déterminer combien de fois la vitesse v d'un atome de l'Éther est plus grande que la vitesse ω de la lumière, on divise v par ω, c'est-à-dire par 3×10^8 mètres, et on obtient :

$$(8) \qquad V = 54 \times 10^{48}\,\omega.$$

C. q. f. d.

§ 77. — $\Theta_a = 3,18... \times 10^{111}$.

Θ_a désigne la vitesse angulaire de l'atome de l'Éther.

Ainsi, un atome de l'Éther fait en une seconde environ 3,2 trillions de trentillions de rotations.

Preuve. — Conformément à la démonstration du § 56 et de son corollaire, nous avons :

$$(1) \qquad \frac{d_{\text{É}}}{\delta} = \frac{1}{159,4}.$$

δ désigne le diamètre de l'atome (§ 86).

D'où :

$$(2)\qquad d_{\text{É}} = \frac{1^{\text{mm.}},08}{159,4 \times 10^{51}};$$

$$(3)\qquad n = \frac{\delta}{2d_{\text{É}}} - \frac{1}{2} = 79,2;$$

$$(4)\qquad \frac{n+1}{2n^2+3n+1} = 0,0062;$$

$$(5)\qquad v = 16,2\ldots \times 10^{57}.$$

v désigne la vitesse de translation de l'atome de l'Éther (§ 76).

$$(6)\qquad v_r = \frac{v}{2} = 8,1\ldots \times 10^{57}.$$

v_r désigne la vitesse de rotation de l'atome de l'Éther (§ 55).

$$(7)\qquad \Theta_a = \frac{3\,v_r}{2\pi\,d_{\text{É}}} \times \frac{n+1}{2n^2+3n+1} = 3,18\ldots \times 10^{111}.$$

C. q. f. d.

Remarque. — On peut de la même manière déterminer la vitesse angulaire d'un atome de tout corps pondérable.

§ 78. — $n_{vb} = 28{,}928... \times 10^{78}$.

n_{vb} désigne le nombre de vibrations de l'Éther en une seconde.

Ainsi, l'Éther fait environ 29 trillions de vingtillions de vibrations par seconde.

Preuve. — Nous avons démontré dans le paragraphe précédent que la vitesse v de l'atome de l'Éther est de $16{,}2 \times 10^{57}$ mètres, c'est-à-dire qu'avec la vitesse v cet espace serait parcouru en une seconde.

Nous avons également démontré (§ 61) que les ondes successives de l'Éther sont éloignées les unes des autres de la distance $\varepsilon = \frac{0^{\text{mm.}},56}{10^{18}}$, qui est la distance normale de deux atomes voisins de l'Éther (§ 23).

En divisant v par ε nous obtenons le nombre de vibrations de l'Éther par seconde, comme on obtient le nombre de vibrations de la lumière en une seconde en divisant sa vitesse ω par la distance λ d'une onde lumineuse à l'autre.

En conséquence, nous avons :

$$(1)\quad n_{vb} = \frac{v}{\varepsilon} = \frac{16{,}2 \times 10^{57}\,\text{mèt.} \times 10^{3}}{\frac{0^{\text{mm.}},56}{10^{18}}} = 28{,}928 \times 10^{78}.$$

C. q. f. d.

§ 79. — L'Éther parcourt en une seconde la distance que la lumière parcourt en 1712×10^{39} années, c'est-à-dire en 1712 millions de décillions d'années.

Preuve. — Nous avons démontré (§ 76) que l'Éther parcourt en une seconde $16,2 \times 10^{57}$ mètres. Comme la lumière parcourt en une année 94608×10^{11} mètres, on a :

$$(1) \qquad \frac{16,2 \times 10^{57}}{94608 \times 10^{11}} = 1712 \times 10^{39} \text{ années.}$$

C. q. f. d.

§ 80. — Les vibrations de tous les atomes de l'Univers, tant de ceux de l'Éther que de ceux qui sont concentrés en matière pondérable, sont isochrones et simultanées.

Preuve. — Puisque les distances normales des atomes voisins, dans les différents corps, dépendent de leurs quantités de mouvement, il en résulte que ces distances sont proportionnelles à leurs vitesses, c'est-à-dire aux espaces parcourus par eux en une seconde. — En conséquence, en désignant par v_e la vitesse d'un atome dans l'eau, par v la vitesse d'un atome de l'Éther, par ε_e la distance normale de deux atomes voisins dans l'eau, et par ε la distance normale de deux atomes voisins dans l'Éther, nous avons :

$$(1) \qquad \frac{v_e}{v} = \frac{\varepsilon_e}{\varepsilon}.$$

D'où :

$$(2) \qquad \frac{v_e}{\varepsilon_e} = \frac{v}{\varepsilon} = n_{vb},$$

c'est-à-dire égal au nombre de vibrations de l'Éther par seconde, déterminé § 77.

Il nous reste à prouver que les vibrations de tous les atomes de l'Univers sont aussi simultanées.

En voici la démonstration :

Au même moment où deux atomes voisins s'entre-choquent, les atomes avec lesquels ils se sont entre-choqués dans le moment précédent s'entre-choquent aussi avec leurs atomes voisins, puisqu'ils s'en vont en même temps que les premiers vers les côtés opposés. Or, comme il en est de même, par la même raison, de tous les atomes voisins, et comme leurs vibrations sont isochrones, il en résulte qu'elles sont aussi simultanées pour tous les atomes de l'Univers. C. q. f. d.

Remarque. — En mettant dans les formules (1) et (2) la distance normale de deux atomes voisins de tout autre corps et leur vitesse, on obtient toujours le même nombre de vibrations par seconde que celui des atomes de l'Éther.

Quant à la simultanéité des chocs des atomes, elle constitue de véritables *pulsations* des atomes de l'Univers et cette loi nous révèle la raison de l'uniformité de la propagation de la lumière dans l'Éther et la raison de l'action excessivement régulière de la gravitation dans les Corps Célestes et à travers l'Éther.

§ 81. — Dans une sphère d'espace céleste dont le rayon est parcouru par l'Éther en une seconde et par la lumière en 1712 millions de décillions d'années, il y a environ 275 millions de septantillions d'atomes, dont environ 137 $\frac{1}{3}$ millions de septantillions d'atomes à l'état d'Éther et environ 137 $\frac{1}{3}$ millions de septantillions d'atomes condensés en 118 $\frac{1}{5}$ quadrillions de trentillions de systèmes solaires.

Preuve. — Nous avons démontré (§ 76) que l'Éther parcourt en une seconde avec la vitesse v la distance de $16,2\ldots \times 10^{57}$ mètres, et (§ 79) que la lumière parcourt cette distance en 1712×10^{39} années.

En désignant par N_v le nombre d'atomes à l'état d'Éther contenus dans la sphère dont le rayon est v, nous avons :

$$(1) \qquad N_v = \frac{\frac{\pi}{6}(2v)^3}{\left(1 - \frac{\pi}{12}\right)\varepsilon^3}.$$

En mettant dans la formule (1) les valeurs numériques déterminées des quantités qui y figurent, et en effectuant les calculs, nous obtenons :

$$(2) \qquad N_v = 137\,353.487\ldots \times 10^{234}.$$

Comme nous avons démontré (§ 20 et § 35, voyez le Tableau) que dans la matière cosmique à son état primordial il y a deux atomes dans $\varepsilon^3\left(1-\frac{\pi}{12}\right)$ et (§ 22) qu'il y a dans l'Univers autant d'atomes concentrés en Corps Célestes qu'il y en a à l'état d'Éther, il en résulte que dans l'espace céleste considéré il y a aussi un nombre d'atomes égal à N_v qui sont concentrés en Corps Célestes.

En conséquence, en divisant N_v par le nombre N_S d'atomes contenus dans notre Système Solaire (§ 37), on obtient le nombre des systèmes solaires compris dans la sphère considérée, à savoir :

$$(3)\qquad \frac{N_v}{N_S}=\frac{137\,353{,}487\times 10^{234}}{1162\times 10^{120}}=118{,}2\times 10^{114}$$

systèmes solaires. C. q. f. d.

§ 82. — Le rayon de notre horizon télescopique que la lumière parcourt en 1 503 000 ans, l'Éther le parcourt en moins d'un millième de la décilllionième partie d'une seconde.

Preuve. — En désignant par X^s_{II} le temps cherché exprimé en secondes, par v l'espace parcouru en une seconde par l'Éther (§ 76), et par R_{II} le rayon de notre horizon télescopique (§ 19), exprimé en mètres, nous avons la relation suivante :

$$(1)\quad \frac{X^s_H}{1^s} = \frac{R_H}{v} = \frac{14{,}219\ldots \times 10^{21}\,\text{mèt.}}{16{,}2\ldots \times 10^{57}\,\text{mèt.}} = \frac{1^s}{1140 \times 10^{33}}.$$

C. q. f. d.

Conclusion. — Cette rapidité prodigieuse, presque instantanée, avec laquelle l'Éther exerce sa pression dans des espaces célestes, que la lumière parcourt en des millions d'années, nous fait voir comment les atomes concentrés en Corps Célestes sont comprimés, par transmission d'une manière continue, par un nombre égal d'atomes restés à l'état d'Éther, d'où résultent l'homogénéité de l'Éther et l'équilibre de l'Univers.

§ 83. — Le rayon de la sphère d'action de notre Système Solaire, que la lumière parcourt en $1\frac{3}{4}$ année, l'Éther le parcourt dans la 978 millionième partie d'un décillionième de seconde.

Preuve. — En désignant par X^s_S le temps cherché exprimé en secondes, par v l'espace parcouru en une seconde par l'Éther (§ 76), et par R_S le rayon de la sphère considérée, exprimé en mètres, nous avons la relation suivante :

$$(1)\quad \frac{X^s_S}{1^s} = \frac{R_S}{v} = \frac{165564 \times 10^{11}}{16{,}2\ldots \times 10^{57}} = \frac{1}{978 \times 10^{39}}.$$

C. q. f. d.

Remarque. — Voici les raisons qui déterminent la limite de la sphère d'action de notre Système Solaire.

La lumière met au moins $3\frac{1}{2}$ années à parcourir la distance qui nous sépare de l'étoile la plus voisine.

Le rayon de la sphère de gravitation de notre Système Solaire est par conséquent égal à la moitié de cette distance, c'est-à-dire égal à l'espace que la lumière parcourt en $1\frac{3}{4}$ année.

Il est évident qu'un objet qui se trouverait sur la surface d'une pareille sphère serait sur la limite de la sphère de gravitation et de notre Système Solaire et du Système Solaire voisin, car il ne graviterait plus ni vers notre Soleil ni vers le soleil voisin.

§ 84. — $v_f = 66,5 \times 10^{37} \times \omega.$

v_f désigne la vitesse des atomes qui composent le fer,

ω désigne la vitesse de la lumière.

Ainsi, la vitesse v_f est 665000 décillions de fois plus grande que la vitesse de la lumière.

La distance normale de deux atomes voisins dans le fer, qui est environ 7 nonillionièmes de millimètre (voyez le Tableau du § 35), parcourue avec une vitesse aussi prodigieuse, est la cause de la résistance et de la prétendue impénétrabilité de la matière.

Preuve. — Puisque les vitesses sont en raison directe des espaces parcourus, en désignant par v la vitesse d'un atome de l'Éther, par ε_f la distance normale de deux atomes voisins dans le fer, et par ε la distance normale de deux atomes voisins dans l'Éther, nous avons la relation suivante :

$$(1) \qquad \frac{v_f}{v} = \frac{\varepsilon_f}{\varepsilon}.$$

D'où :

$$(2) \qquad v_f = v \times \frac{\varepsilon_f}{\varepsilon}.$$

En mettant dans la formule (2) les valeurs connues de v, de ε_f et de ε, on a :

$$(3) \quad \left\{ \begin{aligned} v_f &= 16^{\text{m}},2 \times 10^{57} \times \frac{\dfrac{6^{\text{mm.}},9}{10^{30}}}{\dfrac{0^{\text{mm.}},56}{10^{18}}} = 199^{\text{m}},6 \times 10^{45} \\ &= 66,5 \times 10^{37}\,\omega. \end{aligned} \right.$$

C. q. f. d.

§ 85. — La contre-pression des atomes qui composent une molécule de matière pondérable, contre la pression de l'Éther, est en raison inverse de la masse de la molécule, c'est-à-dire du nombre des atomes qui la composent, et en raison directe des quantités de mouvement que possèdent ces atomes.

Preuve. — Nous avons démontré jusqu'ici que, plus il y a d'atomes concentrés sous le même volume, plus la distance normale des atomes voisins est petite, ce qui revient à dire que plus leur vitesse est petite. Il en résulte que, sous le même volume, plus le nombre des atomes est grand, plus leur réaction contre la pression de l'Éther est petite, ce qui démontre la première partie de cette loi.

D'un autre côté, l'intensité de la contre-pression des atomes concentrés, contre la pression de l'Éther, est d'autant plus grande que la somme des quantités de mouvement de ces atomes est plus grande, ce qui démontre la seconde partie de cette loi.

En désignant par $\frac{p}{P_f}$ le rapport de la pression de l'Éther à la contre-pression du fer, pour déterminer ce rapport conformément à cette loi, il suffit de considérer le rapport de la pression du volume $\varepsilon^3\left(1-\frac{\pi}{12}\right)$ d'Éther à la contre-pression du volume $\varepsilon^3\left(1-\frac{\pi}{12}\right)$ de fer; car, quel que soit le volume de la matière pondérable que l'on veuille considérer, pour obtenir la pression totale de l'Éther sur cette matière condensée, on n'a qu'à multiplier le numérateur et le dénominateur de cette fraction par le même nombre qui exprime combien de fois $\varepsilon^3\left(1-\frac{\pi}{12}\right)$

est compris dans le volume considéré de la matière. D'où il résulte que le rapport $\frac{p}{P_f}$ est constant.

Ainsi, en désignant par n_f le nombre d'atomes contenus dans $\varepsilon^3\left(1-\frac{\pi}{12}\right)$ de fer, donné dans le Tableau du § 35, par i l'impulsion calculée § 76 d'un atome de l'Éther, qui se trouve dans $\varepsilon^3\left(1-\frac{\pi}{12}\right)$ d'Éther (§ 24), et par I_f la somme des quantités de mouvement de tous les atomes compris dans $\varepsilon^3\left(1-\frac{\pi}{12}\right)$ de fer, nous avons, conformément à la loi que nous venons d'établir, la relation suivante :

$$(1) \qquad \frac{p}{P_f}=\frac{n_f}{1}\times\frac{i}{I_f}.$$

Pour connaître le rapport $\frac{p}{P_f}$, nous devons maintenant déterminer la valeur de I_f.

Pour calculer la somme I_f, nous devons d'abord déterminer i_f, c'est-à-dire la quantité de mouvement d'un des atomes compris dans $\varepsilon^3\left(1-\frac{\pi}{12}\right)$ de fer, laquelle résulte, d'après les lois mécaniques que nous avons établies, de la relation suivante :

$$(2) \qquad \frac{i}{i_f}=\frac{v\mu}{v_f\mu}=\frac{v}{v_f}.$$

où v_f désigne la vitesse d'un atome dans le fer, v la vitesse d'un atome de l'Éther, et μ la masse de l'atome, dont les valeurs sont données § 84, § 76 et § 28.

D'où :

$$(3)\left\{\begin{aligned} i_f &= i \times \frac{v_f}{v} = \frac{29^{\text{mg.}},17}{10^{30}} \times \frac{199,6 \times 10^{45}}{16,2 \times 10^{57}} \\ &= \frac{358^{\text{mg.}},791}{10^{42}}. \end{aligned}\right.$$

En multipliant cette dernière valeur par $n_f = 515 \times 10^{30}$ qui est le nombre d'atomes contenus dans $\varepsilon^3 \left(1 - \frac{\pi}{12}\right)$ de fer (§ 35), nous avons :

$$(4)\left\{\begin{aligned} I_f &= 515 \times 10^{30} \times i_f = 515 \times 10^{30} \times \frac{358^{\text{mg.}},791}{10^{42}} \\ &= \frac{185029^{\text{mg.}},2}{10^{12}}. \end{aligned}\right.$$

En introduisant maintenant dans la formule (1) les valeurs numériques de n_f, de i et de I_f, nous avons :

$$(5)\quad \frac{p}{P_f} = \frac{515 \times 10^{30}}{1} \times \frac{\dfrac{29,17}{10^{30}}}{\dfrac{185029,2}{10^{12}}} = 8,1\ldots \times 10^{10},$$

c'est-à-dire que la pression de l'Éther est 81 billions de fois plus grande que la contre-pression des atomes dans le fer.

Cette contre-pression P_f est donnée par la valeur de I_f formule (4), à savoir :

$$P_f = I_f. \tag{6}$$

Remarque. — On peut déterminer de la même manière la contre-pression des atomes de tout autre corps.

Maintenant que nous avons déterminé la valeur de I_f, la formule (1) se réduit par l'introduction de la valeur $I_f = n_f \times i_f$ à la suivante :

$$\frac{p}{P_f} = \frac{i}{i_f}. \tag{7}$$

Ce qui met en évidence la constance du rapport $\frac{p}{P_f}$ et ce qui démontre que la pression de l'Éther est à la contre-pression d'un corps pondérable toujours dans le rapport de la pression d'un atome de l'Éther à la contre-pression d'un atome du corps pondérable considéré.

Ce fait dérive de la loi démontrée (§ 64), à savoir : qu'autant il y a d'atomes dans le corps pondérable qui exercent leur contre-pression, autant il y a d'atomes d'Éther dans l'espace qui compriment, par transmission, ce corps pondérable et font équilibre au nombre d'atomes qui composent ce corps.

Par conséquent, conformément à cette dernière loi, nous avons toujours le rapport constant :

$$(8) \qquad \frac{p}{P_f} = \frac{n_f i}{n_f i_f} = \frac{i}{i_f}.$$

C. q. f. d.

§ 86. — $$W = \frac{0^{\text{mm.c.}},655}{10^{153}}.$$

W désigne le volume de l'atome.

Ainsi, le volume de l'atome est la 655 millième partie d'un sextillionième de quarantillionième d'un millimètre cube.

Preuve. — Pour comprimer les atomes de la matière pondérable jusqu'à ce qu'ils deviennent tangents entre eux, c'est-à-dire pour que la distance normale ε_f entre les centres de deux atomes voisins dans le fer soit réduite au diamètre δ de l'atome, il faudrait que l'impulsion i d'un atome de l'Éther fût assez grande pour contre-balancer l'effet de la contre-pression des atomes contenus dans $\varepsilon^3\left(1 - \frac{\pi}{12}\right)$ de fer, c'est-à-dire que cette pression d'un atome de l'Éther fût égale à la somme I_f des quantités de mouvement en translation de tous les atomes compris dans $\varepsilon^3\left(1 - \frac{\pi}{12}\right)$ de fer, dont la valeur est le produit du nombre n_f de ces atomes par l'impulsion i_f d'un atome dans le fer. En ce cas, on aurait, conformément à la loi démontrée dans le paragraphe précédent, au lieu de la formule (5) de ce paragraphe, la formule suivante, dans laquelle nous désignons la nouvelle pression de l'Éther par p_n :

$$(1)\quad \frac{p_n}{P_f} = \frac{515 \times 10^{30}}{1} \times \frac{\frac{185029,2}{10^{12}}}{\frac{185029,2}{10^{12}}} = 515 \times 10^{30}.$$

D'où :

$$(2)\qquad p_n = 515 \times 10^{30} \times P_f.$$

Il résulte que pour réduire la distance $\varepsilon_f^{\text{mm.}}$ à $\delta^{\text{mm.}}$, par conséquent pour comprimer les atomes de fer jusqu'à être tangents, la pression de l'Éther devrait être 515 nonillions de fois plus grande que la contre-pression des atomes concentrés dans le fer, c'est-à-dire $6\frac{1}{3}$ sextillions de fois plus grande que le rapport de la pression réelle de l'Éther à la contre-pression $\frac{p}{P_f} = 8,1 \times 10^{10}$ déterminé dans le paragraphe précédent.

Ainsi, puisqu'à la pression normale de l'Éther la pression d'un atome de l'Éther est (§ 76) :

$$(3)\qquad i = \frac{29^{\text{mg.}},17}{10^{30}},$$

nous avons pour le rapport de la pression de l'Éther à la contre-pression du fer la valeur suivante (§ 84) :

$$(4) \qquad \frac{p}{P_f} = 8,1 \times 10^{10},$$

et puisque, pour que la distance ε_f des atomes voisins dans le fer soit réduite à δ, la pression i d'un atome de l'Éther, au lieu d'avoir sa valeur normale donnée formule (3), devrait avoir la valeur suivante, que nous désignons par i_n :

$$(5) \qquad i_n = I_f = \frac{185029,2}{10^{12}},$$

alors nous avons, pour le rapport de la nouvelle pression p_n de l'Éther à la contre-pression du fer, la valeur suivante qui découle de la formule (1), à savoir :

$$(6) \qquad \frac{p_n}{P_f} = 515 \times 10^{30}.$$

Dans ce nouvel état du corps ainsi comprimé, il se produira, conformément aux lois mécaniqus établies, une quantité de chaleur proportionnelle aux quantités de mouvement en translation arrêtées des atomes du corps comprimé.

Mais nous n'avons pas à nous occuper ici de cette question qui concerne un état irréalisable dans la nature, et que nous n'avons considéré que pour en tirer le diamètre δ de l'atome.

Maintenant, comme la distance de deux atomes voisins dans un corps pondérable diminue avec l'augmentation de la pression de l'Éther, il en résulte la relation suivante :

$$(7) \qquad \frac{\delta^{\text{mm.}}}{\varepsilon_f^{\text{mm.}}} = \frac{\dfrac{p}{P_f}}{\dfrac{p_n}{P_f}} = \frac{p}{p_n}.$$

D'où :

$$(8) \qquad \delta^{\text{mm.}} = \varepsilon_f^{\text{mm.}} \times \frac{p}{p_n}.$$

En mettant dans cette dernière formule les valeurs numériques antérieurement déterminées de ε_f, de p et de p_n, nous obtenons :

$$(9) \qquad \delta = \frac{1^{\text{mm.}},08}{10^{51}}.$$

D'où enfin :

$$(10) \qquad W = \frac{\pi}{6}\delta^3 = \frac{0^{\text{mm.c.}},655}{10^{153}}.$$

C. q. f. d.

Remarque. — *Le volume de l'atome a été jusqu'à présent le grand secret de la nature.*

§ 87. — $\rho = 2,747 \times 10^{66}$ de fois plus dense que l'eau.

ρ désigne la densité de l'atome.

Ainsi, ρ, qui est le plein absolu, est $2\frac{3}{4}$ vingtillions de fois plus dense que l'eau.

Preuve. — Nous avons déterminé (§ 28 et § 86) la masse μ et le volume W de l'atome, à savoir :

$$\mu = \frac{1^{\text{mg.}},8}{10^{87}} \quad \text{et} \quad W = \frac{0^{\text{mm.c.}},655}{10^{153}}.$$

Comme la densité est égale à la masse divisée par le volume, nous avons :

$$(1) \qquad \rho = \frac{\mu}{W} = 2,747\ldots \times 10^{66}.$$

C. q. f. d.

§ 88. — $\rho = 0,381 \times 10^{66} \times D_f$.

D_f désigne la densité du fer.

Ainsi, la densité de l'atome est environ $\frac{1}{3}$ de vingtillion de fois plus grande que la densité du fer.

Preuve. — En mettant dans le rapport $\frac{\rho}{D_f}$ les valeurs connues de $\rho = 2,747\ldots \times 10^{66}$ et de $D_f = 7,207$, et en effectuant les calculs, nous obtenons :

$$(1) \qquad \frac{\rho}{D_f} = 0,381\ldots \times 10^{66}.$$

D'où :

$$(2) \qquad \rho = 0,381\ldots \times 10^{66} \times D_f.$$

C. q. f. d.

§ 89. — $\rho = 0{,}127\ldots \times 10^{66} \times D_p$.

D_p désigne la densité du platine.

Ainsi, la densité de l'atome est environ $\frac{1}{4}$ de vingtillion de fois plus grande que la densité du platine.

Preuve. — En mettant dans le rapport $\frac{\rho}{D_p}$ les valeurs connues de $\rho = 2{,}747\ldots \times 10^{66}$ et de $D_p = 21{,}540$, et en effectuant les calculs, nous obtenons :

$$(1) \qquad \frac{\rho}{D_p} = 0{,}127\ldots \times 10^{66}.$$

D'où :

$$(2) \qquad \rho = 0{,}127\ldots \times 10^{66} \times D_p.$$

C. q. f. d.

§ 90. — $U_u = 98{,}93\ldots \times 10^{96} \times T_u$.

U_u désigne le vide absolu, et T_u le plein absolu dans l'Univers.

Ainsi, dans l'Univers, il y a environ 99 nonillions de vingtillions de fois plus de vide absolu que de plein absolu.

Preuve. — Nous avons démontré (§ 35, voyez le Tableau) que dans $\varepsilon^3\left(1 - \frac{\pi}{12}\right) = \frac{129^{\text{mm.c.}},6}{10^{57}}$ il y a deux atomes dans la matière cosmique à son état primordial.

En désignant par W le volume de l'atome, nous avons :

$$(1) \qquad \frac{U_u}{T_u} = \frac{\varepsilon^3\left(1 - \frac{\pi}{12}\right)}{2\,W}.$$

En multipliant par ∞^3 le numérateur et le dénominateur du second membre de la formule (1), on a :

$$(2) \qquad \frac{U_u}{T_u} = \frac{\varepsilon^3\left(1 - \frac{\pi}{12}\right)\infty^3}{2\,W \times \infty^3}.$$

Le numérateur du second membre de la formule (2) exprime tout l'espace de l'Univers, et son dénominateur exprime tous les points matériels de l'Univers :

Comme :

$$(3) \qquad \frac{\varepsilon^3\left(1 - \frac{\pi}{12}\right)\infty^3}{2\,W \times \infty^3} = \frac{\varepsilon^3\left(1 - \frac{\pi}{12}\right)}{2\,W},$$

il en résulte que le rapport du vide absolu au plein absolu dans $\varepsilon^3\left(1 - \frac{\pi}{12}\right)$ de matière cosmique à son état primordial est aussi le rapport du vide absolu au plein absolu dans l'Univers entier.

En mettant dans la formule (1) les valeurs de $\varepsilon^3\left(1 - \frac{\pi}{12}\right) = \frac{129^{\text{mm.c.}},6}{10^{57}}$ et de $W = \frac{0^{\text{mm.c.}},655}{10^{153}}$, déterminées aux §§ 24 et 86, et en effectuant les calculs, nous obtenons :

(4) $$\frac{U_u}{T_u} = 98{,}93\ldots \times 10^{96}.$$

D'où :

(5) $$U_u = 98{,}93\ldots \times 10^{96} \times T_u.$$

C. q. f. d.

§ 91. — $U_E = 197{,}86\ldots \times 10^{96} \times T_E$.

U_E désigne le vide absolu, et T_E le plein absolu dans l'Éther.

Ainsi, dans l'Éther il y a environ 198 nonillions de vingtillions de fois plus de vide absolu que de plein absolu.

Preuve. — Nous avons démontré (§ 24) que dans $\varepsilon^3\left(1-\frac{\pi}{12}\right) = \frac{129^{\text{mm.c.}},6}{10^{57}}$ il y a un atome.

En désignant par W le volume de l'atome, nous avons :

(1) $$\frac{U_E}{T_E} = \frac{\varepsilon^3\left(1-\frac{\pi}{12}\right)}{W}.$$

En multipliant par x^3 le numérateur et le dénominateur du second membre de la formule (1), on a :

(2) $$\frac{U_E}{T_E} = \frac{\varepsilon^3\left(1-\frac{\pi}{12}\right)x^3}{W \times x^3}.$$

Le numérateur du second membre de la formule (2) exprime tout l'espace de l'Univers occupé par l'Éther, et son dénominateur exprime tous les atomes de l'Éther dans l'Univers.

Comme :

$$(3) \qquad \frac{\varepsilon^3 \left(1 - \frac{\pi}{12}\right) \infty^3}{W \times \infty^3} = \frac{\varepsilon^3 \left(1 - \frac{\pi}{12}\right)}{W},$$

il en résulte que le rapport du vide absolu au plein absolu dans $\varepsilon^3 \left(1 - \frac{\pi}{12}\right)$ d'Éther est aussi le rapport du vide absolu au plein absolu de l'Éther dans l'Univers entier.

En mettant dans la formule (1) les valeurs connues de $\varepsilon^3 \left(1 - \frac{\pi}{12}\right)$ et de W, et en effectuant les calculs, nous obtenons :

$$(4) \qquad \frac{U_E}{T_E} = 197{,}86\ldots \times 10^{96}.$$

D'où :

$$(5) \qquad U_E = 197{,}86\ldots \times 10^{96} \times T_E.$$

C. q. f. d.

§ 92. — $U_e = 2{,}766\ldots \times 10^{66} \times T_e$.

U_e désigne le vide absolu, et T_e le plein absolu dans l'eau.

Ainsi, dans l'eau il y a environ $2\frac{3}{4}$ vingtillions de fois plus de vide absolu que de plein absolu.

Preuve. — Nous avons démontré (§ 25) que dans $\varepsilon^3\left(1-\frac{\pi}{12}\right)$ d'eau il y a $71,53\ldots \times 10^{30}$ atomes.

En désignant ce nombre par n_e et par W le volume de l'atome, nous avons :

$$(1) \qquad \frac{U_e}{T_e} = \frac{\varepsilon^3\left(1-\frac{\pi}{12}\right)}{n_e \times W}.$$

En mettant dans la formule (1) les valeurs connues de $\varepsilon^3\left(1-\frac{\pi}{12}\right)$, de n_e et de W, et en effectuant les calculs, nous obtenons :

$$(2) \qquad \frac{U_e}{T_e} = 2,766\ldots \times 10^{66}.$$

D'où :

$$(3) \qquad U_e = 2,766\ldots \times 10^{66} \times T_e.$$

C. q. f. d.

§ 93. — $U_f = 384 \times 10^{63} \times T_f$.

U_f désigne le vide absolu, et T_f le plein absolu dans le fer.

Ainsi, dans le fer il y a 384 nonillions de décillions de fois plus de vide absolu que de plein absolu.

Preuve. — Nous avons démontré (§ 35, voyez le Tableau) que dans $\varepsilon^3\left(1-\frac{\pi}{12}\right)$ de fer il y a 515×10^{30} atomes.

En désignant ce nombre par n_f et par W le volume de l'atome, nous avons :

$$(1) \qquad \frac{U_f}{T_f}=\frac{\varepsilon^3\left(1-\frac{\pi}{12}\right)}{n_f \times W}.$$

En mettant dans la formule (1) les valeurs connues de $\varepsilon^3\left(1-\frac{\pi}{12}\right)$, de n_f et de W, et en effectuant les calculs, nous obtenons :

$$(2) \qquad \frac{U_f}{T_f}=384 \times 10^{63}.$$

D'où :

$$(3) \qquad U_f=384 \times 10^{63} \times T_f.$$

C. q. f. d.

§ 94. — $U_p=131,9 \times 10^{63} \times T_p$.

U_p désigne le vide absolu, et T_p le plein absolu dans le platine.

Ainsi, dans le platine il y a environ 132 nonillions de décillions de fois plus de vide absolu que de plein absolu.

Preuve. — Nous avons démontré (§ 35, voyez le Tableau) que dans $\varepsilon^3\left(1-\frac{\pi}{12}\right)$ de platine il y a $1\,500 \times 10^{30}$ atomes.

En désignant ce nombre par n_p et par W le volume de l'atome, nous avons :

$$(1) \qquad \frac{U_p}{T_p} = \frac{\varepsilon^3\left(1-\frac{\pi}{12}\right)}{n_p \times W}.$$

En mettant dans la formule (1) les valeurs connues de $\varepsilon^3\left(1-\frac{\pi}{12}\right)$, de n_p et de W, et en effectuant les calculs, nous obtenons :

$$(2) \qquad \frac{U_p}{T_p} = 131{,}9 \times 10^{63}.$$

D'où :

$$(3) \qquad U_p = 131{,}9 \times 10^{63} \times T_p.$$

C. q. f. d.

§ 95. — Bien qu'il y ait dans un millimètre cube d'Éther environ $7\frac{3}{4}$ sextillions de décillions d'atomes, les atomes voisins dans l'Éther sont, par rapport à leur diamètre, aussi loin les uns des autres que des étoiles dont la lumière met environ $78\frac{1}{4}$ septillions d'années pour parcourir la distance qui les sépare.

Preuve. — Nous avons démontré (§ 26) que dans un millimètre cube d'Éther il y a $7,716... \times 10^{54}$ atomes.

Désignons par L_E la distance à trouver entre deux étoiles qui sont, par rapport à leur diamètre, aussi loin l'une de l'autre que le sont deux atomes voisins dans l'Éther par rapport au diamètre δ de ces atomes. Désignons aussi par D_S le diamètre connu du Soleil qui représente la grandeur moyenne des étoiles.

Alors, en nous servant des quantités trouvées aux §§ 23 et 86 de ε et de δ, qui représentent la distance normale de deux atomes voisins dans l'Éther et le diamètre de l'atome, nous avons l'équation suivante pour en tirer la valeur cherchée de L_E :

$$(1) \qquad \frac{L_E}{\varepsilon} = \frac{D_S}{\delta}.$$

En mettant dans l'équation (1) les valeurs de $D_S = 1\,428\,537\,152 \times 10^3$ millimètres, de $\varepsilon = \dfrac{0^{\text{mm.}},56}{10^{18}}$ et de $\delta = \dfrac{1^{\text{mm.}},08}{10^{51}}$, et en effectuant les calculs, nous obtenons :

$$(2) \qquad L_E = 78,2939... \times 10^{21} \text{ années.}$$

C. q. f. d.

§ 96. — Bien qu'il y ait dans un millimètre cube d'eau environ 552 quintillions de vingtillions d'atomes, les atomes voisins dans l'eau sont, par rapport à leur diamètre, aussi loin les uns des autres que des étoiles dont la lumière met 1879 $\frac{1}{20}$ trillions d'années pour parcourir la distance qui les sépare.

Preuve. — Nous avons démontré (§ 27) que dans un millimètre cube d'eau il y a $5{,}519\ldots \times 10^{86}$ atomes.

Désignons par L_e la distance à trouver entre deux étoiles qui sont, par rapport à leur diamètre, aussi loin l'une de l'autre que le sont deux atomes voisins dans l'eau par rapport au diamètre δ de ces atomes. Désignons aussi par D_S le diamètre connu du Soleil qui représente la grandeur moyenne des étoiles.

Alors, en nous servant des quantités trouvées aux §§ 31 et 86 de ε_e et de δ, qui représentent la distance moyenne de deux atomes voisins dans l'eau et le diamètre de l'atome, nous avons l'équation suivante pour en tirer la valeur cherchée de L_e :

$$(1) \qquad \frac{L_e}{\varepsilon_e} = \frac{D_S}{\delta}.$$

En mettant dans l'équation (1) les valeurs de $D_S = 1\,428\,537\,152 \times 10^3$ millimètres, de $\varepsilon_e = \frac{13^{\text{mm.}},44}{10^{30}}$ et de $\delta = \frac{1^{\text{mm.}},08}{10^{31}}$, et en effectuant les calculs numériques, nous obtenons :

$$(2) \qquad L_e = 1879{,}056 \times 10^{12} \text{ années.}$$

C. q. f. d.

§ 97. — Bien qu'il y ait dans un millimètre cube de fer 3 973 quintillions de vingtillions d'atomes, les atomes voisins dans le fer sont, par rapport à leur diamètre, aussi loin les uns des autres que des étoiles dont la lumière met 965 $\frac{3}{4}$ trillions d'années pour parcourir la distance qui les sépare.

Preuve. — Nous avons démontré (§ 35, voyez le Tableau) que dans un millimètre cube de fer il y a $39,73 \times 10^{86}$ atomes.

Désignons par L_f la distance à trouver entre deux étoiles qui sont, par rapport à leur diamètre, aussi loin l'une de l'autre que le sont deux atomes voisins dans le fer par rapport au diamètre δ de ces atomes. Désignons aussi par D_s le diamètre connu du Soleil qui représente la grandeur moyenne des étoiles.

Alors, en nous servant des quantités trouvées aux §§ 35 et 86 de ε_f et de δ, qui représentent la distance moyenne de deux atomes voisins dans le fer et le diamètre de l'atome, nous avons l'équation suivante pour en tirer la valeur cherchée de L_f :

$$(1) \qquad \frac{L_f}{\varepsilon_f} = \frac{D_s}{\delta}.$$

En mettant dans l'équation (1) les valeurs de $D_s = 1\,428\,337\,152 \times 10^3$ millimètres, de $\varepsilon_f = \frac{6^{mm.},9}{10^{30}}$

et de $\delta = \frac{1^{\text{mm.}},08}{10^{51}}$, et en effectuant les calculs numériques, nous obtenons :

$$(2) \qquad L_f = 965{,}748 \times 10^{12} \text{ années.}$$

C. q. f. d.

§ 98. — Bien qu'il y ait dans un millimètre cube de platine 11 sextillions de vingtillions d'atomes, les atomes voisins dans le platine sont, par rapport à leur diamètre, aussi loin les uns des autres que des étoiles dont la lumière met 671 $\frac{1}{10}$ trillions d'années pour parcourir la distance qui les sépare.

Preuve. — Nous avons démontré (§ 35, voyez le Tableau) que dans un millimètre cube de platine il y a 110×10^{86} atomes.

Désignons par L_p la distance à trouver entre deux étoiles qui sont, par rapport à leur diamètre, aussi loin l'une de l'autre que le sont deux atomes voisins dans le platine par rapport au diamètre δ de ces atomes. Désignons aussi par D_S le diamètre connu du Soleil qui représente la grandeur moyenne des étoiles.

Alors, en nous servant des quantités trouvées aux §§ 35 et 86 de ε_p et de δ, qui représentent la distance moyenne de deux atomes voisins dans le platine et le diamètre de l'atome, nous avons l'équation suivante pour en tirer la valeur cherchée de L_p :

$$(1) \qquad \frac{L_p}{\varepsilon_p} = \frac{D_S}{\delta}.$$

En mettant dans l'équation (1) les valeurs de $D_S = 1\,428\,537\,152 \times 10^3$ millimètres, de $\varepsilon_p = \frac{4^{\text{mm.}},8}{10^{30}}$ et de $\delta = \frac{1^{\text{mm.}},08}{10^{51}}$, et en effectuant les calculs numériques, nous obtenons :

$$(2) \qquad L_p = 671,0906 \times 10^{12} \text{ années.}$$

C. q. f. d.

§ 99. — Si la matière qui constitue notre planète était condensée au point que tous les atomes qui la composent fussent tangents, son volume serait réduit à environ la quatrième partie d'un millième de décillionième d'un millimètre cube et deviendrait par conséquent invisible, même à l'aide du plus puissant microscope.

Preuve. — Nous avons démontré (§ 36) que le nombre d'atomes N_T qui composent la Terre est 327×10^{114}. Nous avons également démontré (§ 86) que le volume W de l'atome est $\frac{0^{\text{mm.c.}},655}{10^{153}}$.

En multipliant ces deux nombres l'un par l'autre et leur produit par le nombre 1,2733, conformément au corollaire du § 17, pour tenir compte du vide entre les atomes tangents, nous obtenons le volume de la petite sphère dans laquelle seraient contenus tous les atomes qui composent notre planète, si ces atomes étaient tangents.

Ainsi, en désignant par $x_{\mathrm{T}}^{\mathrm{mm.c.}}$ la petite sphère cherchée, nous avons :

$$(1) \qquad x_{\mathrm{T}}^{\mathrm{mm.c.}} = \mathrm{N}_{\mathrm{T}} \times \mathrm{W} \times 1{,}2733.$$

En mettant dans cette équation les valeurs numériques connues de N_{T} et de W, et en effectuant les calculs, nous obtenons :

$$(2) \qquad x_{\mathrm{T}}^{\mathrm{mm.c.}} = \frac{1^{\mathrm{mm.c.}}}{3{,}6 \times 10^{36}}.$$

C. q. f. d.

§ 100. — Si la matière qui constitue tous les Corps Célestes de notre Système Solaire était condensée au point que tous les atomes qui la composent fussent tangents, son volume serait réduit à la nonillionième partie d'un millimètre cube et deviendrait par conséquent invisible, même à l'aide du plus puissant microscope.

Preuve. — Nous avons démontré (§ 37) que le nombre d'atomes N_{S} qui composent notre Système Solaire est $1\,162 \times 10^{120}$. Nous avons également démontré (§ 86) que le volume W de l'atome est $\dfrac{0^{\mathrm{mm.c.}},655}{10^{153}}$.

En multipliant ces deux nombres l'un par l'autre et leur produit par le nombre 1,2733, conformément au corollaire du § 17, nous obtenons le volume de la petite sphère dans laquelle seraient contenus tous les atomes qui composent notre Système Solaire, si ces atomes étaient tangents.

Ainsi, en désignant par $x_{\mathrm{S}}^{\mathrm{mm.c.}}$ la petite sphère cherchée, nous avons :

$$(1) \qquad x_{\mathrm{S}}^{\mathrm{mm.c.}} = \mathrm{N_S} \times \mathrm{W} \times 1{,}2733.$$

En mettant dans cette équation les valeurs numériques connues de $\mathrm{N_S}$ et de W, et en effectuant les calculs, nous obtenons :

$$(2) \qquad x_{\mathrm{S}}^{\mathrm{mm.c.}} = \frac{1^{\mathrm{mm.c.}}}{10^{30}}.$$

C. q. f. d.

§ 101. — Si la matière qui constitue les 80 millions de systèmes solaires de notre horizon télescopique dont le diamètre est parcouru par la lumière en 3 006 000 années, plus encore une fois un nombre égal d'atomes restés à l'état d'Éther dans cet horizon, c'est-à-dire si la matière qui constitue 160 millions de systèmes solaires était condensée au point que tous les atomes qui la composent fussent tangents, son volume serait réduit à environ la sixième partie d'un sextillionième de millimètre cube et deviendrait par conséquent invisible, même à l'aide du plus puissant microscope.

Preuve. — Nous avons démontré (§ 38) que le nombre d'atomes N_{HZ} contenus dans notre horizon télescopique est $2 \times 93 \times 10^{129}$. Nous avons également démontré (§ 85) que le volume W de l'atome est $\frac{0^{mm.c.},655}{10^{153}}$. En multipliant ces deux nombres l'un par l'autre et leur produit par le nombre 1,2733, conformément au corollaire du § 17, nous obtenons le volume de la petite sphère, dans laquelle seraient contenus tous les atomes qui composent 160 millions de systèmes solaires, si ces atomes étaient tangents.

Ainsi, en désignant par $x_{HZ}^{mm.c.}$ la petite sphère cherchée, nous avons :

$$(1) \qquad x_{HZ}^{mm.c.} = N_{HZ} \times W \times 1{,}2733.$$

En mettant dans cette équation les valeurs numériques connues de N_{HZ} et de W, et en effectuant les calculs, nous obtenons :

$$(2) \qquad x_{HZ}^{mm.c.} = \frac{1^{mm.c.}}{6{,}4 \times 10^{21}}.$$

C. q. f. d.

§ 102. — Si les $137\frac{1}{3}$ millions de septantillions d'atomes dont est composée la matière qui constitue les 118 $\frac{1}{5}$ quadrillions de trentillions de systèmes solaires contenus dans une sphère d'espace céleste, dont le rayon est parcouru par l'Éther en une seconde et par la lumière en 1712 millions de décillions d'années, plus encore une fois un nombre égal d'atomes restés à l'état d'Éther dans cet espace céleste, c'est-à-dire si toute la matière qui constitue 236 $\frac{2}{5}$ quadrillions de trentillions de systèmes solaires était condensée au point que tous les atomes qui la composent fussent tangents, son volume serait réduit à environ 229 nonillions de décillions de myriamètres cubes, ce qui équivaut à 19 billions de sphères remplies d'atomes tangents, dont chacune d'un diamètre égal à celui de notre horizon télescopique que la lumière parcourt en 3006000 ans.

Preuve. — Nous avons démontré (§ 79) que dans une sphère d'espace céleste, dont le rayon est parcouru par l'Éther en une seconde et par la lumière en 1712×10^{39} années (§ 79), il y a $137353{,}487\ldots \times 10^{234}$ atomes, condensés en $118{,}2\ldots \times 10^{114}$ systèmes solaires, plus encore une fois un nombre égal N_v d'atomes restés à l'état d'Éther, c'est-à-dire que le nombre total d'atomes compris dans la sphère considérée est $2\,N_v = 274706{,}974\ldots \times 10^{234}$.

Nous avons également démontré (§ 86) que le volume W de l'atome est $\dfrac{0^{\text{mm.c.}},655}{10^{153}}$.

En multipliant ces deux nombres l'un par l'autre et leur produit par le nombre 1,2733, conformément au corollaire du § 17, et en désignant par $x_V^{mm.c.}$ le volume cherché, nous avons :

$$(1) \quad x_V^{mm.c.} = 2\,N_v \times W \times 1,2733 = 229\,108^{mm.c.},775 \times 10^{81}.$$

En divisant ce résultat, transformé en myriamètres cubes, par $V_{HZ} = 120,434\ldots \times 10^{53}$ myriamètres cubes, qui est le volume de la sphère dont le diamètre est celui de notre horizon télescopique (§ 19), nous obtenons le nombre de sphères égales à V_{HZ} qui contiendraient les $2\,N_v$ atomes tangents entre eux, à savoir :

$$(2) \quad \frac{x_V^{myr.c.}}{V_{HZ}^{myr.c.}} = \frac{229\,108.775\ldots \times 10^{60}}{120,434\ldots 10^{53}} = 19,02\ldots \times 10^{9}.$$

C. q. f. d.

§ 103. — Toute la matière de 270 ottillions d'étoiles avec leurs planètes, formant des systèmes pareils à notre Système Solaire, pris en moyenne comme unité de mesure, et qui sont contenus dans une sphère céleste dont le diamètre est parcouru par la lumière en 45 billions d'années, plus encore une égale quantité de matière à l'état d'Éther, contenue également dans l'espace considéré, enfin toute cette matière équivalente à 540 ottillions de systèmes solaires, si elle était condensée de manière que les

628 quintillions de quarantillions d'atomes qui la composent se touchent et restent tangents entre eux, le volume de toute cette matière, ainsi condensée, serait celui d'un petit globule d'un millimètre de diamètre.

Preuve. — Nous allons d'abord déterminer le nombre d'atomes tangents entre eux, qui peuvent être contenus dans une sphère d'un millimètre de diamètre. A cet effet, nous devons diviser $\frac{\pi}{6}\,1^{\text{mm.c.}}$ par le volume W de l'atome (§ 86) multiplié par le coefficient 1,2733, conformément au corollaire du § 17, pour tenir compte du vide entre les atomes tangents. En conséquence, en désignant par N_x le nombre d'atomes cherchés, nous avons :

$$(1)\quad N_x = \frac{\frac{\pi}{6} \times 1^{\text{mm. c.}}}{W \times 1{,}2733} = 627{,}8 \times 10^{150} \text{ atomes.}$$

Maintenant, pour avoir le nombre de systèmes solaires formés par la moitié de N_x, puisque l'autre moitié reste à l'état d'Éther, nous devons diviser $\frac{N_x}{2}$ par $N_S = 1162 \times 10^{120}$ qui est le nombre d'atomes contenus dans notre Système Solaire (§ 37), à savoir :

$$(2)\quad \frac{\left(\frac{N_x}{2}\right)}{N_S} = \frac{313{,}9\ldots \times 10^{150}}{1162 \times 10^{120}} = 270 \times 10^{27} \text{ systèmes}$$

solaires.

Pour obtenir le volume de la sphère céleste capable de contenir ces 270×10^{27} systèmes solaires, nous devons multiplier le nombre d'atomes correspondants restés à l'état d'Éther $\frac{N_x}{2}$ par $\varepsilon^3 \left(1 - \frac{\pi}{12}\right)$ qui est le volume occupé par chaque atome de l'Éther (§ 24). Ainsi, en désignant par D le diamètre de cette sphère, exprimé en mètres, nous avons :

$$(3) \quad \frac{\pi}{6} D^3 = \frac{N_x}{2} \times \varepsilon^3 \left(1 - \frac{\pi}{12}\right) = 40^{\text{mm.c.}},78144 \times 10^{96}.$$

D'où :

$$(4) \qquad D = 4^{\text{m}},26\ldots \times 10^{29}.$$

Enfin en divisant le diamètre D par $94608^{\text{m}} \times 10^{11}$ qui est le nombre de mètres parcourus en une année par la lumière, nous obtenons :

$$(5) \quad \frac{D^{\text{mèt.}}}{94608^{\text{mèt.}} \times 10^{11}} = 45 \times 10^{12} \text{ années.}$$

C. q. f. d.

Remarque. — Pour se faire une idée juste de la constitution de la matière, on doit familiariser son esprit avec toutes ces relations.

SIXIÈME CHAPITRE

LES CORPS CÉLESTES

§ 104. A l'origine, la matière cosmique à son état primordial, à la densité de $\frac{27^{\text{mg.}},96}{10^{33}}$ de la densité de l'eau, est condensée par la pression de l'Éther en matière pondérable gazeuse sur des régions d'un volume moyen de $30,112 \times 10^{50}$ myriamètres cubes dont le rayon est parcouru par la lumière en 94 000 années et par l'Éther dans la 4 550$^{\text{me}}$ partie d'un décillionième de seconde.

Dans cet état primordial d'une Nébuleuse Sidérale moyenne, occupant une de ces régions, les atomes qui, par leur condensation ultérieure, constitueront la matière pondérable d'une Nébuleuse Solaire, occupent un volume de $15,054 \times 10^{46}$ myriamètres cubes dont le rayon est parcouru par la lumière en 3488 années et par l'Éther dans la 490000^{me} partie d'un décillionième de seconde.

Cette Nébuleuse Sidérale moyenne contient la matière pondérable nécessaire à la formation de 20000 systèmes solaires.

Preuve. — Nous avons démontré (§ 20) que la matière cosmique à son état primordial a la densité $\frac{27^{\text{mg.}},96}{10^{33}}$ de la densité de l'eau. Nous avons également démontré (§§ 61 et 64) comment l'Éther condense la matière cosmique en matière pondérable.

Les observations astronomiques du monde Sidéral ont démontré que dans notre horizon télescopique il y a au moins 2500 Nébuleuses Sidérales qui contiennent chacune environ 20000 étoiles.

Pour calculer le volume à l'origine d'une de ces Nébuleuses Sidérales moyennes, nous avons d'abord déterminé le volume occupé, à l'état primordial de la matière cosmique, par les atomes qui, à la suite de leur condensation ultérieure, constitueront la matière pondérable d'une Nébuleuse Solaire. A cet effet, nous avons divisé le volume V_{HZ} de notre horizon télescopique qui est $120,434... \times 10^{53}$ myriamètres cubes (§ 19) par le nombre de Nébuleuses Solaires, c'est-à-dire par le nombre d'étoiles contenues dans V_{HZ} et qui est 8×10^7 (§ 19), et en désignant par V_S

le volume d'une de ces Nébuleuses Solaires et par x son diamètre, nous avons :

$$(1)\ V_S = \frac{\pi}{6} x^3 = \frac{120,434\ldots \times 10^{53}}{8 \times 10^7} = 15,054\ldots \times 10^{46}$$

myriamètres cubes.

D'où :

$$(2)\qquad x = 6,6\ldots \times 10^{15} \text{ myriamètres.}$$

La lumière parcourt le rayon de cette sphère en 3488 années. Pour déterminer le temps dans lequel l'Éther parcourt ce rayon, nous divisons la valeur de ce rayon, exprimée en mètres, à savoir : $3,3 \times 10^{19}$ mètres, par le nombre de mètres que l'Éther parcourt en une seconde, à savoir : $16,2 \times 10^{57}$ mètres, que nous avons déterminé § 76. C'est ce qui nous donne :

$$\frac{1^s}{490000 \times 10^{33}}.$$

Maintenant, en multipliant le volume V_S déterminé formule (1) par 20000, qui est le nombre d'étoiles contenues dans une Nébuleuse Sidérale moyenne, et en désignant le volume de celle-ci par V_N et par D son diamètre, nous avons :

$$(3)\ V_N = V_S \times 20000 = 30,112 \times 10^{50} \text{ myriamètres cubes.}$$

D'où :

$$(4)\qquad D = 1{,}78 \times 10^{17} \text{ myriamètres.}$$

La lumière parcourt le rayon de cette sphère en 94000 années et l'Éther en $\dfrac{1^s}{4550 \times 10^{33}}$.

C. q. f. d.

§ 105. — Dans des cas fort rares, la matière cosmique à son état primordial, à la densité de $\dfrac{27^{mg.},96}{10^{33}}$ de la densité de l'eau, est condensée par la pression de l'Éther en matière pondérable gazeuse sur des régions d'un volume environ 500 fois plus grand que celui des Nébuleuses Sidérales moyennes déterminé dans le paragraphe précédent. Ce sont les grandes Nébuleuses Sidérales, telles que notre Voie Lactée et les nuées de *Magellan* qui sont composées d'un grand nombre de Nébuleuses Sidérales moyennes.

Le nombre des étoiles contenues dans chacune de ces grandes Nébuleuses Sidérales peut être évalué à 10 millions d'étoiles.

Le volume de chacune de ces grandes Nébuleuses, à leur état primordial où la matière cosmique avait $\dfrac{27^{mg.},96}{10^{33}}$, était de $15{,}054 \times 10^{53}$ myriamètres cubes et le rayon de ce volume est parcouru par la lumière en 751000 années et par l'Éther dans la 2 280^me^ partie d'un décillionième de seconde.

Preuve. — Puisqu'une grande Nébuleuse Sidérale contient environ 10 millions de Nébuleuses Solaires, en multipliant par 10^7 le volume d'une de ces dernières, à savoir : $15,054 \times 10^{46}$ myriamètres cubes (§ 104), nous obtenons pour le volume de la grande Nébuleuse $15,054 \times 10^{53}$ myriamètres cubes dont le rayon est parcouru par la lumière en 751000 années et par l'Éther en $\frac{1^s}{2,28 \times 10^{36}}$ que nous avons déterminé suivant la méthode indiquée § 104.

C. q. f. d.

§ 106. — Lorsque la pression de l'Éther a condensé la matière cosmique d'une Nébuleuse Sidérale moyenne de la densité de $\frac{27^{mg.},96}{10^{33}}$ à $\frac{35^{mg.}}{10^{24}}$ de la densité de l'eau, et que la pression de l'Éther est devenue 1360,5 fois plus grande que la contre-pression des atomes de cette matière gazeuse, alors cette matière devient lumineuse et peut être condensée en masses de matière pondérable plus compacte qui forme les Corps Célestes.

Dans cet état condensé, la Nébuleuse Sidérale considérée a un volume de $119,682 \times 10^{40}$ myriamètres cubes dont le rayon est parcouru par la lumière en 69 années et par l'Éther dans la $24\frac{1}{5}$ millionième partie d'un décillionième de seconde, et les 20000 Nébuleuses Solaires qu'elle contient ont chacune un volume de $59{,}841... \times 10^{36}$ myriamètres cubes dont le rayon est parcouru par la lumière en $2\frac{1}{2}$ années et par l'Éther dans la 670 millionième partie d'un décillionième de seconde.

Ce moment où la matière cosmique est condensée au point de devenir lumineuse, d'être perçue par notre vue et de former les Corps Célestes, est le véritable moment où commence la Genèse.

Preuve. — Nous avons démontré (§§ 61 et 104) comment l'Éther condense la matière cosmique dont la densité à l'origine est $\frac{27^{\text{mg.}},96}{10^{33}}$ de la densité de l'eau.

Lorsque le volume de chaque Nébuleuse Solaire qui à l'origine était de $15{,}054 \times 10^{46}$ myriamètres cubes (§ 104) a été réduit par la condensation à $59{,}841... \times 10^{36}$ myriamètres cubes, volume dont le diamètre est parcouru par la lumière en 5 années, comme nous le démontrons ci-après, alors la densité de cette matière gazeuse est devenue $\frac{35^{\text{mg.}}}{10^{24}}$ de la densité de l'eau.

En effet, comme le Système Solaire contient toute la matière qui était répandue dans la Nébuleuse Solaire, en divisant la masse de notre Système

Solaire qui est $2,105... \times 10^{15}$ myriamètres cubes d'eau (§ 19), par le volume ci-dessus $59,841... \times 10^{36}$ myriamètres cubes, nous trouvons la densité sus-indiquée $\frac{35^{\text{mg.}}}{10^{24}}$ de la densité de l'eau.

Le diamètre de ce volume réduit est parcouru par la lumière en 5 années, ce qui correspond à la distance moyenne entre deux Soleils voisins.

En effet, l'observation nous montre que le minimum de la distance qui sépare notre Soleil de l'étoile la plus près de lui est parcourue par la lumière en $3\frac{1}{2}$ ou 4 années. En conséquence, la distance parcourue par la lumière en 5 années peut ètré prise comme la distance moyenne entre les étoiles voisines.

Le rayon de ce volume est parcouru par l'Éther en $\frac{1^s}{6,7 \times 10^{11}}$ que nous avons déterminé suivant la méthode indiquée § 104.

Puisque la Nébuleuse Sidérale moyenne contient 20 000 Nébuleuses Solaires, en multipliant par ce nombre le volume de la Nébuleuse Solaire déterminé ci-dessus, qui est $59,841 \times 10^{36}$ myriamètres cubes, nous obtenons le volume réduit actuel de la Nébuleuse Sidérale qui est $119,682 \times 10^{40}$ myriamètres cubes dont le rayon est parcouru par la lumière en 69 années et par l'Éther en $\frac{1^s}{24,21 \times 10^{39}}$.

Voici maintenant la démonstration qu'à la densité de $\frac{35^{\text{mg.}}}{10^{24}}$ la pression de l'Éther est devenue 1360,5 fois plus grande que la contre-pression des atomes de cette matière gazeuse :

Pour calculer cette contre-pression, nous déterminons d'abord, conformément à la loi établie § 32, la distance ε_N qui sépare deux atomes voisins dans la matière gazeuse dont la densité est $\frac{35^{\text{mg.}}}{10^{24}}$ de la densité de l'eau ; ce qui nous donne :

$$(1) \qquad \varepsilon_N = \frac{4^{\text{mm.}},12}{10^{22}}.$$

En désignant par n_N le nombre d'atomes contenus dans $\varepsilon^3\left(1 - \frac{\pi}{12}\right)$ de cette matière gazeuse, nous avons obtenu, conformément à la loi établie § 33 :

$$(2) \qquad n_N = 328,7 \times 10^6 \text{ atomes.}$$

En désignant par v_s la vitesse d'un atome de cette matière gazeuse, nous avons déterminé cette vitesse conformément à la loi établie § 84 et nous avons obtenu :

$$(3) \qquad v_N = 11,9\ldots \times 10^{54} \text{ mètres.}$$

En désignant par i_s la contre-pression d'un de ces atomes, évaluée en milligrammes terrestres, nous obtenons, conformément à la loi établie § 85, sa valeur qui est la suivante :

$$(4) \qquad i_N = \frac{214^{mg.},3995}{10^{34}}.$$

Maintenant, en désignant par I_s la contre-pression de tous les atomes contenus dans $\varepsilon^3\left(1 - \frac{\pi}{12}\right)$ de cette matière gazeuse, nous avons déterminé, conformément à la loi établie § 85, sa valeur qui est la suivante :

$$(5) \qquad I_N = \frac{52,1848}{10^{24}}.$$

Enfin, en calculant, conformément à la loi établie § 85, le rapport de la pression p de l'Éther à la contre-pression P_N de la matière gazeuse dont la densité est $\frac{35^{mg.}}{10^{24}}$ de la densité de l'eau, nous avons obtenu :

$$(6) \qquad \frac{p}{P_N} = 1360,5.$$

D'où :

$$(7) \qquad p = 1360,5 \times P_s,$$

c'est-à-dire que la pression de l'Éther est 1360,5 fois plus grande que la contre-pression de cette matière gazeuse.

L'observation nous montre que les Nébuleuses Sidérales moyennes, avant leur condensation en étoiles, sont remplies à leur intérieur, sans lacunes, d'une matière gazeuse d'une lumière lactée. Cette matière gazeuse lumineuse est incandescente par suite du mouvement arrêté des particules de matière cosmique qui ont été condensées. Sa lumière est pâle parce que cette lumière gazeuse ne contient pas encore des particules solides qui seules peuvent briller avec éclat lorsqu'elles sont incandescentes.

A mesure que cette matière gazeuse est condensée de plus en plus par la pression de l'Éther, elle se divise, parce que la condensation de la matière gazeuse s'effectuant simultanément dans toutes les parties de la Nébuleuse Sidérale, ces parties se séparent nécessairement les unes des autres par suite de leur condensation et se concentrent chacune autour d'un point qui devient son centre de gravité.

C'est ainsi que se forment les Nébuleuses Solaires.

Ainsi, *c'est dans le sein de la Nébuleuse Sidérale moyenne que commence la* Genèse, *au moment où la matière gazeuse qui la constitue entre en incandescence et devient lumineuse.* C. q. f. d.

§ 107. — Lorsque la pression de l'Éther a condensé la matière cosmique de la densité de $\frac{27^{mg.},96}{10^{33}}$ à $\frac{35^{mg.}}{10^{24}}$ de la densité de l'eau, et que la pression de l'Éther est devenue 1360,5 fois plus grande que la contre-pression des atomes de cette matière gazeuse, alors le volume d'une grande Nébuleuse Sidérale qui, à la première densité, était de $15,054 \times 10^{53}$ myriamètres cubes est réduit à $22,863... \times 10^{45}$ myriamètres cubes.

Le rayon de ce dernier volume est parcouru par la lumière en 1500 années et par l'Éther dans la 57 millionième partie d'un décillionième de seconde.

Dans ce second état, les Nébuleuses Sidérales moyennes comprises dans la grande Nébuleuse Sidérale ont leurs centres distants les uns des autres de la quantité moyenne de $4,43... \times 10^{14}$ myriamètres que la lumière parcourt en 467 années et l'Éther dans la 36 850 millionième partie d'un décillionième de seconde.

Comme à la densité de $\frac{35^{mg.}}{10^{24}}$ les Nébuleuses Sidérales moyennes ont, en terme moyen, le volume de $119,682 \times 10^{40}$ myriamètres cubes dont le diamètre est parcouru par la lumière en 138 années et par l'Éther dans la 12 millionième partie d'un décillionième de seconde, on voit quelle grande distance sépare les unes des autres les Nébuleuses Sidérales moyennes comprises dans les grandes Nébuleuses Sidérales. De ce fait résultent les deux lois suivantes :

1° Le rapport de la pression p de l'Éther à la contre-pression P_N de la matière gazeuse, arrivée à la densité de $\frac{35^{\text{mg.}}}{10^{24}}$, rapport qui est :

$$(1) \qquad \frac{p}{P_N} = 1360,5,$$

a pour effet que cette matière gazeuse ne peut pas se concentrer en une agglomération d'un volume plus grand que celui d'une Nébuleuse Sidérale moyenne qui, en terme moyen, est de $119,682... \times 10^{40}$ myriamètres cubes.

2° Le rapport de la pression p de l'Éther à la contre-pression P_S de la matière pondérable, arrivée à la densité de notre Soleil, qui est de 1,379 de la densité de l'eau, rapport qui est :

$$(2) \qquad \frac{p}{P_S} = 16,32 \times 10^9,$$

a pour effet que cette matière pondérable ne peut pas se concentrer en une agglomération d'un volume moyen, plus grand que celui du Soleil, qui est de $15.... \times 10^{14}$ myriamètres cubes.

Preuve. — Les observations astronomiques des grandes Nébuleuses Sidérales, telles que notre Voie Lactée et les nuées de *Magellan*, ont conduit à conclure que la lumière parcourt le diamètre de chacune d'elles en 3000 années.

En calculant le volume V_N actuel d'une de ces grandes Nébuleuses d'après cette donnée, nous obtenons :

$$(1) \qquad V_{gN} = 22,863 \times 10^{45} \text{ myriamètres cubes.}$$

C'est là la valeur à laquelle a été réduit le volume de la grande Nébuleuse Sidérale qui, à la densité de $\frac{27^{\text{mg.}},96}{10^{33}}$, était de $15,054 \times 10^{53}$ myriamètres cubes, calculé § 105.

Puisque la lumière parcourt le rayon du volume V_{gN} en 1500 années, l'Éther le parcourt en $\frac{1^s}{57 \times 10^{39}}$.

Les observations astronomiques montrent qu'aucune grande Nébuleuse Sidérale n'est remplie, sans lacunes, d'une matière gazeuse lumineuse, et que, au contraire, les Nébuleuses Sidérales moyennes qu'elle contient sont à de grandes distances les unes des autres. Ce sont ces dernières qui seules sont remplies, sans lacunes, d'une matière gazeuse lumineuse de la densité $\frac{35^{\text{mg.}}}{10^{24}}$, laquelle en se condensant forme les étoiles qui sont éloignées les unes des autres d'une distance telle que la lumière met 5 années à la parcourir, comme cela a été déterminé § 106.

Nous avons démontré (§ 106) qu'à la densité de $\frac{35^{\text{mg.}}}{10^{24}}$ les Nébuleuses Sidérales moyennes ont, en terme moyen, le volume de $119,682\ldots \times 10^{40}$ myriamètres cubes dont le diamètre est parcouru par la lumière en 138 années et par l'Éther dans la 12 millionième partie d'un décillionième de seconde.

D'un autre côté, en groupant les 10 millions d'étoiles contenues dans une grande Nébuleuse Sidérale (§ 104) en 500 Nébuleuses Sidérales moyennes, on voit que les centres de celles-ci sont éloignés les uns des autres de $4,43\ldots \times 10^{14}$ myriamètres, distance que la lumière parcourt en 467 années et l'Éther en $\frac{1^s}{3,68 \times 10^{43}}$.

Puisque la densité de la matière gazeuse est produite par la pression de l'Éther, et puisque l'observation montre qu'à la densité de $\frac{35^{\text{mg.}}}{10^{24}}$ cette matière gazeuse ne peut pas s'agglomérer sous un volume plus grand que celui d'une Nébuleuse Sidérale moyenne qui contient 20 000 étoiles, la première loi est démontrée.

Il en est de même de la deuxième loi, car, du moment où la matière pondérable est arrivée à la densité de notre Soleil, qui est de 1,379 de la densité de l'eau, cette matière ne peut pas s'agglomérer sous un volume moyen plus grand que celui du Soleil, comme nous l'avons établi § 19.

C. q. f. d.

§ 108. — Un volume d'Éther de $15,054 \times 10^{53}$ myriamètres cubes est nécessaire et suffisant :

1° Pour comprimer une grande Nébuleuse Sidérale à un volume réduit dont le diamètre est parcouru en 3000 années par la lumière et par l'Éther dans la 573 millième partie d'un décillionième de seconde;

2° Pour comprimer en même temps les Nébuleuses Sidérales moyennes contenues dans la grande Nébuleuse jusqu'à la densité de $\frac{35^{\text{mg.}}}{10^{24}}$, état dans lequel elles commencent à être lumineuses et sont réduites à un volume de $119,682\ldots \times 10^{40}$ myriamètres cubes, dont le diamètre est parcouru par la lumière en 138 années et par l'Éther dans la 12 millionième partie d'un décillionième de seconde;

3° Pour comprimer enfin les Nébuleuses Solaires comprises dans les Nébuleuses Sidérales moyennes et les réduire en étoiles d'une densité moyenne de 1,379 par rapport à l'eau, et à un volume moyen de

$15,182 \times 10^{14}$ myriamètres cubes, qui est le volume moyen d'une étoile.

L'Éther contenu dans le volume de $15,054 \times 10^{53}$ myriamètres cubes, et dont le nombre des atomes est égal à celui contenu dans la matière pondérable qui compose la grande Nébuleuse Sidérale, exerce les compressions ci-dessus par la vitesse de la transmission des vibrations de ses atomes, en vertu de laquelle il parcourt le rayon de cet espace dans la 2 280^{me} partie d'un décillionième de seconde.

Le volume d'Éther nécessaire et suffisant pour comprimer une Nébuleuse Sidérale moyenne isolée de la densité de $\dfrac{27^{mg.},96}{10^{33}}$ à celle de $\dfrac{35^{mg.}}{10^{24}}$ de la densité de l'eau, est de $30,112 \times 10^{50}$ myriamètres cubes, qui contient autant d'atomes à l'état d'Éther que la Nébuleuse Sidérale moyenne en contient à l'état de matière pondérable. L'Éther contenu dans ce volume exerce la compression ci-dessus par la vitesse de la transmission des vibrations de ses atomes, en vertu de laquelle il parcourt le rayon de cet espace dans la 4 550^{me} partie d'un décillionième de seconde.

Le volume d'Éther nécessaire et suffisant pour comprimer une Nébuleuse Solaire moyenne et augmenter sa densité de $\dfrac{27^{mg.},96}{10^{33}}$ à la densité 1,379 par rapport à l'eau, et réduire son volume de $15,054 \times 10^{46}$ myriamètres cubes au volume de $15,182... \times 10^{14}$

myriamètres cubes qui est le volume moyen d'une étoile, ce volume d'Éther, qui contient autant d'atomes à l'état d'Éther que la Nébuleuse Solaire moyenne en contient à l'état de matière pondérable, est de $15{,}054 \times 10^{16}$, dont le rayon est parcouru par la lumière en 3488 années et par l'Éther dans la 490000^{me} partie d'un décillionième de seconde.

L'Éther contenu dans chacun des volumes déterminés ci-dessus exerce continuellement sa compression par la rapidité prodigieuse de la transmission des vibrations de ses atomes, dont le nombre est de 29 trillions de vingtillions par seconde (§ 78).

Preuve. — Toutes les lois énoncées dans ce paragraphe ont été démontrées antérieurement. Ainsi, nous avons démontré (§ 22) que partout dans l'espace infini autant il y a d'atomes concentrés en matière pondérable, autant il y en a à l'état d'Éther. Comme la densité de la matière cosmique à son état primordial est $\frac{27^{\text{mg.}},96}{10^{33}}$ de la densité de l'eau (§ 20) ; comme partout dans l'espace infini la moitié des atomes de la matière cosmique à son état primordial est condensée en matière pondérable et l'autre moitié reste à l'état d'Éther (§ 64) ; comme le volume de l'espace, qui fournit le nombre d'atomes nécessaires pour former la matière pondérable qui constitue une grande Nébuleuse Sidérale est de $15{,}054 \times 10^{53}$

(§ 105), il en résulte que c'est ce même volume d'Éther qui exerce la pression nécessaire et suffisante pour maintenir à l'état de matière pondérable les atomes concentrés dans cette grande Nébuleuse.

Les compressions indiquées aux numéros 1, 2 et 3 de ce paragraphe, exercées par la transmission des vibrations des atomes de l'Éther (§ 64), ont été déterminées et calculées aux §§ 105 et 107.

Quant au volume d'Éther nécessaire et suffisant pour comprimer une Nébuleuse Sidérale moyenne isolée et réduire sa densité de $\frac{27^{\text{mg.}},96}{10^{33}}$ à celle de $\frac{35^{\text{mg.}}}{10^{24}}$ de la densité de l'eau, il est, par les mêmes raisons données ci-dessus, égal à $30,112 \times 10^{50}$ myriamètres cubes qui contient autant d'atomes à l'état d'Éther que la Nébuleuse Sidérale moyenne en contient à l'état de matière pondérable.

Les compressions exercées par la transmission des vibrations des atomes de l'Éther (§ 64) ont été déterminées et calculées aux §§ 104 et 106 pour la Nébuleuse Sidérale moyenne isolée et pour les Nébuleuses Solaires qu'elle contient. C. q. f. d.

§ 109. — Dans une grande Nébuleuse Sidérale, les Nébuleuses Sidérales moyennes qu'elle contient gravitent autour d'un centre de gravité commun.

Il en est de même des Nébuleuses Solaires contenues dans une Nébuleuse Sidérale moyenne, lesquelles gravitent autour d'un centre de gravité commun compris dans cette Nébuleuse.

Preuve. — La forme globulaire des nuées de *Magellan* démontre que les grandes Nébuleuses Sidérales ont un mouvement rotatoire qui constitue le mouvement circulatoire, de translation, des Nébuleuses Sidérales moyennes contenues dans chacune de ces grandes Nébuleuses Sidérales. De même la forme globulaire de la plupart des Nébuleuses Sidérales moyennes démontre que celles-ci ont un mouvement rotatoire qui constitue le mouvement circulatoire, de translation, des Nébuleuses Solaires qu'elles contiennent.

Il doit nécessairement en être ainsi, par la raison que les masses de matière pondérable précipitées les unes sur les autres par les impulsions de l'Éther (§ 111) prennent, dans le sens de l'excès des impulsions, un mouvement rotatoire autour d'un centre de gravité commun. C. q. f. d.

§ 110. — Dans les grandes Nébuleuses Sidérales, les Nébuleuses Sidérales moyennes finissent par s'entre-choquer et par reprendre l'état de Nébuleuses gazeuses enflammées, non encore condensées en étoiles.

Dans les Nébuleuses Sidérales moyennes isolées, les systèmes solaires finissent par s'entre-choquer et reviennent à l'état de Nébuleuses Solaires incandescentes qui se condensent ensuite de nouveau en soleils et en planètes.

Preuve. — Puisque tout corps qui brûle doit nécessairement finir par s'éteindre au moment où les quantités de mouvement en translation arrêtées qui ont produit la chaleur et l'incandescence ont été dépensées par la combustion ; puisque pour produire la chaleur et l'incandescence il faut une quantité de mouvement en translation arrêtée par le choc, équivalente à la chaleur et à l'incandescence produites ; comme aussi, s'il ne devait pas y avoir au firmament de toute éternité des étoiles embrasées, il n'y en aurait plus une seule qui brille aujourd'hui, car elles ont dû s'éteindre ; puisque enfin le firmament est rempli de Nébuleuses lumineuses et d'étoiles incandescentes, il en résulte que toutes celles-ci ont nécessairement dû s'entre-choquer et se sont embrasées de nouveau sous l'action de la chaleur produite par leurs quantités de mouvement en translation arrêtées dans leurs chocs.

Voici maintenant la démonstration géométrique de cette loi :

Si les Nébuleuses Sidérales moyennes comprises dans une grande Nébuleuse, et si les Nébuleuses Solaires comprises dans les Nébuleuses Sidérales moyennes se trouvaient toutes, par rapport à leur centre de gravité commun, comme nos planètes se trouvent par rapport au Soleil, sur des couches concentriques assez distantes les unes des autres pour que les Corps Célestes qui circulent sur la surface de ces couches n'arrivent pas à une proximité telle, les uns des autres, que leur gravitation réciproque puisse les précipiter les uns sur les autres, alors il n'y aurait pas de raison mécanique pour que ces Corps Célestes s'entre-choquent, comme il n'y en a pas pour que nos planètes s'entre-choquent ou pour qu'elles soient précipitées sur le Soleil, loi que Laplace a suffisamment établie en démontrant, par l'analyse, la stabilité de notre Système Solaire et la périodicité en vertu de laquelle les perturbations s'équilibrent pour ramener le système à son état normal.

La raison pour laquelle dans notre Système Solaire les planètes se trouvent, les unes par rapport aux autres, sur des couches concentriques assez distantes les unes des autres pour qu'aucune collision entre elles ne puisse avoir lieu, c'est que précisément les collisions possibles ont eu lieu pendant leur formation, et c'est ainsi que notre Système Solaire a acquis sa stabilité actuelle.

Or, comme les Nébuleuses Sidérales moyennes, comprises dans les grandes Nébuleuses Sidérales, et les Nébuleuses Solaires, comprises dans les Nébuleuses Sidérales moyennes, se trouvent irrégulièrement dispersées, par suite de leurs formations isolées et non simultanées, leurs chocs sont inévitables.

En effet, soit *a* (fig. 18) le centre de gravité

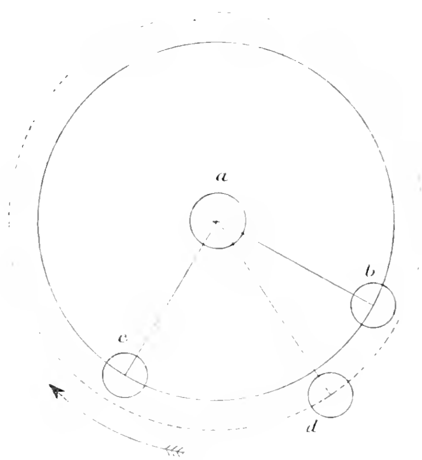


Fig. 18.

d'une grande Nébuleuse Sidérale ou bien d'une Nébuleuse Sidérale moyenne ; soient *b* et *c* deux agglomérations de Corps Célestes qui circulent dans le même sens autour de *a*, sur la surface de la même couche concentrique.

Comme les rayons vecteurs *ab* et *ac* sont égaux, les agglomérations *b* et *c* circulant avec la même vitesse autour de *a* ne pourront pas s'entre-choquer; mais l'agglomération *d* se trouvant sur une couche extérieure concentrique assez rapprochée de la couche sur laquelle circulent *b* et *c*, et ayant un rayon vecteur *ad* plus grand que *ab*, il en résulte que son mouvement de translation autour de *a* est plus lent que celui de *b*. Il arrivera par conséquent nécessairement un moment où l'agglomération *b* sera à une telle proximité de *d* que leur gravitation réciproque les précipitera l'une sur l'autre.

Nous avons vu que les Corps Célestes *b* et *c*, qui sont également éloignés de *a*, ne peuvent pas s'entre-choquer lorsqu'ils circulent avec la même vitesse sur la surface de la même couche concentrique. Il en est ainsi lorsque les plans des orbes de *b* et de *c* coïncident, parce qu'alors les orbes coïncident aussi dans toute leur étendue. On voit qu'il est presque impossible que ce cas puisse se réaliser, parce que la coïncidence absolue de deux plans est très difficile à se réaliser, comme le démontre aussi l'observation, puisqu'on n'a pas encore constaté un cas pareil dans le ciel. Dans le cas où les plans des orbes de *b* et de *c* ont des inclinaisons différentes sur l'équateur de la Nébuleuse dont ils font partie, bien que *b* et *c* se trouvent sur la même couche ellipsoïde ayant *a* pour centre, les Corps *b* et *c* doivent nécessairement s'entre-choquer, parce que dans ce cas leurs orbes et leurs vitesses sont de différentes grandeurs, d'où il résulte que *b* et *c* doivent se rencontrer en un de leurs nœuds. C. q. f. d.

Remarque. — Encke a admis que les perturbations de sa comète proviennent d'un milieu résistant. C'est une erreur.

En effet, puisque c'est l'impulsion de l'Éther qui produit le déplacement des Corps Célestes (§ 64), il ne peut pas offrir de résistance à ce déplacement, car ce serait un non-sens d'admettre que la même impulsion qui déplace un objet s'oppose à son déplacement.

§ 111. — Dans une sphère d'action déterminée par les limites dans lesquelles s'exerce d'une manière sensible la gravitation réciproque des agglomérations de matière cosmique concentrées en matière pondérable par la pression de l'Éther, ces agglomérations nombreuses, qui ont des densités et des masses différentes, gravitent, par suite de l'impulsion de l'Éther, les unes vers les autres, en raison inverse de leurs masses et du carré de leurs distances, sont précipitées les unes sur les autres dans des directions obliques par rapport à leurs lignes des centres et constituent les Nébuleuses Solaires.

Preuve. — Nous avons démontré (§ 61) comment, à l'origine, la pression de l'Éther condense la matière cosmique en matière pondérable.

La pression de l'Éther étant la même dans l'espace infini, la condensation de la matière cosmique en matière pondérable s'effectue à la fois partout dans les mêmes conditions. Il en résulte que, pendant que des masses considérables de matière pondérable sont précipitées par l'impulsion de l'Éther les unes sur les autres sur un point de l'espace et forment une Nébuleuse Solaire, d'autres masses sont précipitées par les mêmes raisons dans une autre région de l'espace et forment de la même manière une autre Nébuleuse Solaire. C'est ce qui détermine les limites réciproques de la gravitation entre ces différentes Nébuleuses. (Voir à ce sujet la démonstration du § 64.)

Quant à la sphère d'action de chaque Nébuleuse Solaire déterminée par les limites dans lesquelles s'exerce en elle d'une manière sensible la gravitation réciproque des agglomérations de matière cosmique concentrées en matière pondérable par la pression de l'Éther, cette sphère d'action nous est donnée par l'observation de la Nébuleuse de laquelle s'est formé notre Système Solaire.

Nous avons également démontré (§ 64) comment, poussées par l'impulsion de l'Éther, les agglomérations de matière pondérable voisines gravitent les unes vers les autres en raison inverse de leurs masses et du carré de leurs distances.

A l'origine de la concentration de la matière cosmique en masses de matière pondérable, ces masses ont chacune, comme les molécules, et par les mêmes raisons, un mouvement de translation en ligne droite et un mouvement rotatoire par suite du choc des parties qui les ont formées; mais comme elles sont isolées les unes des autres, elles n'ont pas encore un mouvement de translation circulaire autour d'un centre de gravité commun; par conséquent, ces masses n'ont pas encore un mouvement tangentiel par rapport à un pareil centre qui les empêche d'être précipitées les unes sur les autres.

Il en résulte que ces masses, poussées les unes vers les autres par l'Éther, n'ont au commencement, chacune, qu'un seul mouvement de translation en ligne droite; par conséquent, elles doivent nécessairement s'entre-choquer.

Les agglomérations de matière pondérable qui forment la Nébuleuse ont nécessairement des densités et des masses différentes par la raison suivante :

Nous avons démontré (§ 43) que la masse des atomes n'est pas d'une identité absolue, puisque ce sont des points matériels et non pas des points fictifs comme les points mathématiques. Il en résulte que les agglomérations de matière pondérable dans lesquelles ils se réunissent suivent la même loi et ne peuvent par conséquent pas être d'une égalité absolue, ni comme masse ni comme densité.

Comme ces agglomérations de matière pondérable isolées sont nécessairement nombreuses, de grandeurs différentes et à de différentes distances les unes des autres, leurs chocs ne peuvent pas s'effectuer sur leurs lignes des centres, comme cela aurait lieu si deux seules masses étaient en pré-

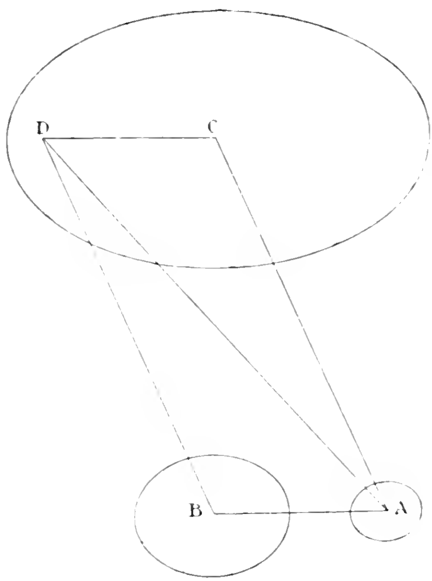


Fig. 19.

sence, mais doivent au contraire s'effectuer dans des directions plus ou moins tangentielles.

En effet, soit A (fig. 19) une masse gravitant en même temps vers les masses C et B. On voit que le choc de A avec C ne peut pas s'effectuer sur la ligne des centres AC, mais dans la direction oblique suivant la diagonale AD qui résulte de la différence des masses et des distances de ces différentes agglomérations de matière pondérable et qui se réunissent ainsi pour former la Nébuleuse Solaire.

§ 112. — Les grandes agglomérations de matière pondérable de densités et de masses différentes qui, dans leur dernier choc, se réunissent et forment la Nébuleuse Solaire, ne se confondent pas en une seule masse homogène. Les parties de ces masses qui s'entre-choquent sont les seules qui s'entremêlent, tandis que les restes de ces agglomérations constituent les parties compactes de la Nébuleuse en conservant leurs états antérieurs au choc, et comme densités et comme masses.

Preuve. — Puisque ces agglomérations sont à l'origine à l'état fluide, puisqu'elles ont des densités et des masses différentes (§ 111) et puisqu'elles s'entre-choquent suivant des directions obliques (§ 111), il n'y a que les parties en contact, au moment du choc, qui peuvent s'entremèler jusqu'à une certaine profondeur de leurs surfaces, tandis que les restes de ces agglomérations conservent nécessairement leurs états antérieurs au choc comme densités et comme masses, puisque aucune cause n'est intervenue pour les modifier, et constituent ainsi les parties compactes de la Nébuleuse.

Il en résulte que la matière dont est formée la

Nébuleuse Solaire ne se confond pas en une seule masse homogène. C. q. f. d.

§ 113. — Dans le dernier choc des agglomérations de matière pondérable qui ont formé la Nébuleuse Solaire, la plus grande masse choquée obliquement de différents côtés par les masses plus petites précipitées sur elle par l'impulsion de l'Éther prend, dans le sens de l'excès de ces chocs, un mouvement rotatoire autour de son propre centre de gravité et un mouvement circulatoire autour du centre de gravité de la Nébuleuse, et entraîne dans le même sens les masses précipitées sur elle en leur imprimant un mouvement circulatoire autour d'un centre de gravité commun qui est celui de la Nébuleuse.

Preuve. — Puisque, dans le dernier choc des agglomérations de matière pondérable qui forment la Nébuleuse Solaire, la plus grande masse est choquée obliquement de différents côtés par les masses plus petites, précipitées sur elle par l'impulsion de l'Éther (§ 111), il en résulte que cette masse principale prend nécessairement, dans le sens de l'excès de ces chocs, un mouvement rotatoire autour de son propre centre de gravité, comme nous l'avons démontré §§ 46 et 48, et, en vertu de ces mêmes lois, un mouvement circulatoire autour du centre de gravité de la Nébuleuse, déterminé par les actions réciproques des masses qui la composent.

La masse principale centrale entraîne dans le sens de son mouvement les masses secondaires plus petites précipitées sur elle, et leur imprime un mouvement circulatoire autour d'un centre de gravité commun, qui est celui de la Nébuleuse, par la raison que l'excès qui a déterminé le sens de son mouvement, multiplié par sa masse, lui donne une quantité de mouvement plus grande que celles de toutes les masses secondaires.

C. q. f. d.

§ 114. — Les diverses parties compactes de la Nébuleuse Solaire, qui ont des densités et des masses différentes, pendant qu'elles prennent un mouvement de translation circulaire autour du centre de gravité de la Nébuleuse Solaire, prennent chacune, dans le même sens, aussi un mouvement rotatoire autour de son propre centre de gravité.

Preuve. — De nos démonstrations données § 48, il résulte que, après tout choc oblique entre deux masses quelconques, chacune d'elles a toujours après le choc deux mouvements, l'un en translation et l'autre en rotation autour de son propre centre de gravité en sens direct, c'est-à-dire dans le sens de sa translation. C. q. f. d.

§ 115. — La vitesse tangentielle de toutes les parties de la Nébuleuse Solaire, produite par son mouvement rotatoire autour de son axe de rotation, combinée avec la pression de l'Éther, l'aplatit aux pôles, l'étend dans le sens du plan équatorial et lui fait prendre la forme ellipsoïde.

Preuve. — La vitesse tangentielle produite par la rotation de la Nébuleuse Solaire augmentant des pôles à l'équateur pendant que la pression de l'Éther est la même sur chaque point de la périphérie de la Nébuleuse, il en résulte que l'effet de la pression de l'Éther est moindre dans le sens du plan de l'équateur que dans celui de la ligne des pôles, ce qui fait que la Nébuleuse Solaire s'étend dans le plan de l'équateur par suite de sa rotation et prend la forme ellipsoïde. C. q. f. d.

Remarque. — Dans la mécanique moléculaire, nous avons démontré comment, en vertu de cette même loi, la molécule prend la forme ellipsoïde.

§ 116. — Dans les parties des agglomérations de matière pondérable qui se sont entre-choquées en formant la Nébuleuse Solaire, se produit une quantité de chaleur en rapport de leurs quantités de mouvement arrêtées. Cette chaleur rend ces parties incandescentes et les répand en gaz embrasés dans toute la sphère d'action de la Nébuleuse entre ces parties compactes qui ne se sont ni entre-choquées ni confondues, et qui, plongées dans ce brasier ardent, deviennent aussi incandescentes. Cette incandescence se propage dans chacune de ces parties compactes de sa surface à son centre, en raison inverse de sa densité et en raison inverse du carré du rayon pour la surface et du cube du rayon pour le volume.

Preuve. — Lorsque deux masses de matière pondérable s'entre-choquent, toutes les quantités de mouvement en translation des atomes qui composent ces masses sont arrêtées instantanément (§ 46). Il en résulte que ces atomes se repoussent vers les côtés opposés (§ 46). Mais comme ils sont repoussés de nouveau les uns vers les autres par les couches des atomes contiguës, ils ne peuvent pas s'éloigner les uns des autres et exécutent ainsi les vibrations qui constituent la chaleur. Ces vibrations se communiquent dans la Nébuleuse Solaire de couche en couche à toutes les parties qui se sont entre-choquées et les rendent ainsi incandescentes. Ces gaz embrasés se répandent, par suite de leur dilatation, nécessairement dans toute la sphère d'action de la Nébuleuse Solaire, entourent de tous côtés les parties compactes qui ne se sont ni entre-choquées ni confondues, leur communiquent à partir de leurs surfaces les vibrations qui constituent la chaleur, et les rendent ainsi incandescentes.

La propagation des vibrations qui constituent la chaleur dans une masse de matière pondérable se fait d'autant plus rapidement que sa densité est moindre, parce que la communication de ces vibrations rencontre moins de résistance dans un milieu moins dense que dans un milieu plus dense. Par conséquent, la propagation de l'incandescence se fait dans chacune des parties compactes de la Nébuleuse en raison inverse de leurs densités respectives.

Puisque les gaz embrasés entourent de tous côtés les parties compactes de la Nébuleuse et leur communiquent à partir de leurs surfaces vers leurs centres les vibrations qui constituent la chaleur, ces vibrations se communiquent de couche en couche à toutes les surfaces concentriques contiguës à l'intérieur de la masse considérée. Or, comme cette masse est homogène quant à sa densité, les vibrations qui constituent la chaleur ont la même intensité en chaque point de la même surface concentrique.

Comme ces vibrations se communiquent, de la périphérie au centre, de couche en couche sur toutes les surfaces concentriques contiguës de la masse considérée, il en résulte que l'incandescence se propage dans l'intérieur de chacune des parties compactes de la Nébuleuse en raison inverse du carré du rayon pour la surface et du cube du rayon pour le volume; parce que plus une sphère est grande, plus sa surface est petite par rapport à son volume, puisque les surfaces des sphères n'augmentent qu'en raison du carré de leurs rayons, tandis que leurs volumes augmentent en raison du cube de ces mêmes rayons.

Par conséquent, plus une sphère est petite, plus la chaleur qui agit sur sa surface est grande par rapport à la matière contenue dans cette sphère qui doit être rendue incandescente. C. q. f. d.

§ 117. — Les gaz devenus incandescents par suite du dernier choc des agglomérations de matière pondérable qui ont formé la Nébuleuse Solaire, se dilatent sous l'influence de la chaleur en raison inverse de leur densité et se répandent dans toute la sphère d'action de la Nébuleuse.

Preuve. — Lorsque les vibrations qui constituent la chaleur ont atteint leur intensité maximum, c'est-à-dire lorsqu'elles ont rendu la matière incandescente, l'amplitude de ces vibrations augmente, ce qui constitue la dilatation et a pour effet d'écarter de plus en plus les molécules et les couches contiguës de la matière, et cela en raison inverse de sa densité, puisque plus celle-ci est petite, plus la dilatation obtenue avec la même quantité de chaleur est grande (§ 116).

Par suite de cette dilatation, ces gaz incandescents se répandent dans toute la sphère d'action de la Nébuleuse Solaire déterminée par les limites dans lesquelles s'exerce d'une manière sensible la gravitation vers le centre de gravité de la Nébuleuse (§ 111). C. q. f. d.

§ 118. — Les parties compactes de densités et de masses différentes de la Nébuleuse Solaire, devenues incandescentes sous l'influence de la chaleur des gaz embrasés qui les entourent, se dilatent à partir de leurs périphéries vers l'extérieur.

Cette dilatation s'effectue dans chaque masse, dans le même milieu embrasé et dans le même temps, en raison inverse de sa densité et en raison inverse du carré du rayon pour la surface et du cube du rayon pour le volume des différentes sphères considérées.

Preuve. — Sous l'action des gaz embrasés qui entourent les parties compactes de la Nébuleuse Solaire, l'amplitude des vibrations qui constitue la dilatation commence nécessairement à partir de leurs surfaces. Ainsi, par suite de la dilatation, c'est la première couche périphérique qui s'étend vers l'extérieur parce qu'elle y rencontre moins de résistance. La seconde couche intérieure concentrique contiguë s'étend à son tour par la même raison et occupe la place antérieure de la première, et ainsi de suite. Cette dilatation s'effectue de cette manière de couche en couche jusqu'au centre de la masse incandescente. La dilatation s'effectue dans chaque masse en raison inverse de sa densité, parce que plus la densité de la matière est grande, plus l'amplitude des vibrations qui constitue la dilatation est petite.

Dans les différentes sphères concentriques contiguës de la même masse, aussi bien que dans des masses différentes et de différents volumes, la dilatation s'effectue dans le même milieu embrasé et dans le même temps en raison inverse du carré du rayon pour la surface et du cube du rayon pour le volume, par la raison que cette dilatation s'effectue vers l'extérieur de couche en couche, en commençant par la surface pour aboutir au centre de la masse considérée, comme nous l'avons démontré plus haut. Or, comme l'amplitude des vibrations qui constitue la dilatation atteint son maximum sur la couche périphérique qui est en contact immédiat avec les gaz embrasés qui l'entourent, pendant que l'amplitude des vibrations qui constitue la dilatation est encore à son minimum sur la couche centrale, si l'on considère les sphères A et A′ (fig. 20), on voit que l'amplitude des vibrations qui constitue la dilatation est la même en D et D′ pendant qu'elle est plus grande en C′ qu'en C.

Il en résulte que la dilatation linéaire s'effectue en raison inverse du rayon considéré, celle pour la surface en raison du carré du rayon et celle pour le volume en raison du cube de ce rayon.

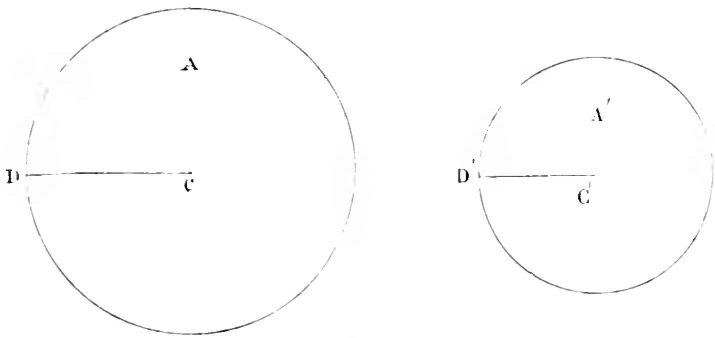


Fig. 20.

Cette loi est démontrée aussi par les raisons suivantes :

Nous avons démontré (§ 117) que lorsque les vibrations qui constituent la chaleur ont atteint l'intensité nécessaire pour rendre la matière incandescente, l'amplitude de ces vibrations augmente, ce qui constitue la dilatation. Ainsi, la dilatation est toujours en raison directe de l'intensité de la chaleur.

Nous avons également démontré (§ 116) que l'incandescence se propage dans l'intérieur de chacune des parties compactes de la Nébuleuse en raison inverse du carré du rayon pour la surface et du cube du rayon pour le volume.

Puisque la dilatation est en raison directe de l'intensité de la chaleur et qu'elle s'effectue suivant la loi d'après laquelle se propage la chaleur, il en résulte que la dilatation de deux masses de même densité, mais de volumes différents, s'effectue dans le même milieu embrasé et dans le même temps, en raison inverse du carré de leurs rayons pour leurs surfaces et du cube de leurs rayons pour leurs volumes. C. q. f. d.

§ 119. — Lorsque les vibrations qui constituent la chaleur et la dilatation des gaz incandescents qui se trouvent sur la couche périphérique de la Nébuleuse Solaire, ont atteint leur maximum, elles perdent de leur amplitude en se communiquant à l'Éther environnant comme chaleur rayonnante, ce qui constitue le refroidissement de ces gaz.

Le refroidissement des gaz incandescents de la Nébuleuse Solaire s'effectue de cette manière de couche en couche à partir de sa périphérie jusqu'à la couche centrale, en raison inverse de la densité et en raison inverse du carré du rayon pour la surface et du cube du rayon pour le volume des sphères considérées.

Preuve. — Les vibrations qui constituent la chaleur et la dilatation des gaz incandescents, en se communiquant sur la couche périphérique de la Nébuleuse aux atomes environnants de l'Éther, fait qui constitue le rayonnement de la chaleur, perdent de leur amplitude, parce que la vitesse des atomes dont les vibrations produisent la chaleur devient moindre, puisqu'une partie de leurs quantités de mouvement est communiquée aux atomes de l'Éther environnant comme chaleur rayonnante. C'est ce qui constitue le refroidissement.

Ce refroidissement s'effectue en raison inverse de la densité par la raison que plus une matière est dense, plus elle contient d'atomes dont les vibrations produisent la chaleur. Il faut, par conséquent, plus de temps pour que les quantités de mouvement de tous ces atomes soient réduites par la transmission aux atomes de l'Éther, qu'il n'en faut pour la transmission des quantités de mouvement des atomes moins nombreux d'une masse moins dense.

Enfin le refroidissement s'effectue en raison inverse du carré du rayon pour la surface et du cube du rayon pour le volume par la raison que, la densité étant la même, plus une sphère est grande, plus elle contient d'atomes dont les vibrations produisent la chaleur. Par conséquent, comme nous venons de le démontrer ci-dessus, il faut à ces atomes plus de temps pour transmettre une partie de leurs quantités de mouvement aux atomes de l'Éther, ce qui constitue le refroidissement. C. q. f. d.

§ 120. — Lorsque les gaz embrasés de la Nébuleuse Solaire se sont refroidis, ils s'éteignent, se contractent, gravitent vers les masses compactes qu'ils entourent et sont précipités sur elles.

Preuve. — Puisque l'incandescence des gaz provient de leur chaleur, lorsqu'ils perdent cette chaleur en se refroidissant, ils doivent nécessairement s'éteindre. Ces gaz en se refroidissant doivent nécessairement aussi se contracter, puisque le refroidissement est la diminution de l'amplitude des vibrations qui constitue la dilatation. Ces gaz, n'étant plus poussés dans tous les sens par la dilatation due à leur état d'incandescence, gravitent sous l'impulsion de l'Éther (§ 64) vers les masses compactes qu'ils entourent et doivent nécessairement être précipités sur elles suivant la loi établie § 111.

§ 121. — Lorsque les gaz embrasés qui entourent les masses compactes de la Nébuleuse Solaire se refroidissent et s'éteignent, ces masses commencent aussi à se refroidir à partir de leurs périphéries vers leurs centres en raison inverse de leurs densités et en raison inverse du carré du rayon pour la surface et du cube du rayon pour le volume.

Tous les Corps Célestes qui constituent une Nébuleuse Solaire, à savoir : le Corps Céleste central de plus grande masse que tous les autres et que l'on nomme Étoile ou Soleil, les Corps Célestes de moindre masse qui gravitent autour du Soleil et que l'on appelle planètes, ainsi que les satellites qui gravitent autour d'elles, sont formés par les masses compactes, de grandeurs, de densités et de positions différentes, comprises dans la Nébuleuse Solaire, sur lesquelles les gaz embrasés qui les entourent sont précipités par l'impulsion de l'Éther lorsqu'ils se contractent par leur refroidissement.

Preuve. — Puisque les masses compactes de la Nébuleuse Solaire ont été rendues incandescentes par les gaz embrasés qui les ont entourées (§ 116), lorsque ces gaz se refroidissent et s'éteignent (§ 119), ces masses doivent aussi commencer à se refroidir à partir de leurs périphéries, parce que les vibrations des atomes qui constituent la chaleur à la surface de la masse diminuent d'amplitude par suite de la transmission d'une partie de leurs quantités de mouvement aux atomes de l'Éther, comme chaleur rayonnante.

Le refroidissement des masses compactes de la Nébuleuse s'effectue dans chacune d'elles à partir de la périphérie vers le centre en raison inverse de sa densité et en raison inverse du carré du rayon pour la surface et du cube du rayon pour le volume, suivant les lois que nous avons démontrées § 119.

Enfin, de toutes les lois démontrées jusqu'à présent dans ce Chapitre, il résulte que tous les Corps Célestes qui constituent une Nébuleuse Solaire, le Soleil, les planètes et les satellites, sont formés par les masses compactes, de grandeurs, de densités et de positions différentes, comprises dans la Nébuleuse Solaire, sur lesquelles les gaz embrasés qui les entourent, lorsqu'ils se contractent par leur refroidissement, sont précipités par l'impulsion de l'Éther, conformément aux lois démontrées dans les §§ 111 et 120. C. q. f. d.

§ 122. — Les gaz embrasés qui entourent les Corps Célestes et qui, en se refroidissant, sont précipités sur eux, ainsi que les gaz incandescents qui font partie des surfaces des Corps Célestes, suivent ceux-ci dans leur mouvement rotatoire autour de leur axe de rotation et dans leur mouvement de translation autour du centre de gravité de la Nébuleuse Solaire.

Preuve. — Les gaz embrasés qui entourent un Corps Céleste et qui, en se refroidissant, se précipitent sur lui, comme nous l'avons démontré § 120, font partie de ce Corps Céleste aussi bien que les gaz incandescents de sa surface. Or, comme tout Corps Céleste a un mouvement de translation autour du centre de gravité de la Nébuleuse Solaire dont il fait partie, et un mouvement rotatoire autour de son propre centre de gravité (§ 114), il en résulte que toutes les parties de sa masse, depuis le centre jusqu'à la périphérie, sont nécessairement entraînées dans ces deux mouvements (§§ 61 et 64).

C. q. f. d.

§ 123. — Le mouvement de rotation du Soleil, les mouvements de translation et de rotation des planètes, ainsi que les mouvements de translation de leurs satellites et en général aussi les mouvements de rotation de ces derniers, doivent avoir tous lieu dans le même sens.

Preuve. — Dans les §§ 48, 111, 113, 114 et 122, nous avons démontré les lois géométriques et mécaniques d'après lesquelles les mouvements de translation et de rotation de tous les Corps Célestes d'une Nébuleuse Solaire doivent avoir lieu dans le même sens. C. q. f. d.

§ 124. — Lorsque la masse compacte de matière pondérable dont se forme un satellite a, avant de prendre la forme sphérique, une forme allongée et n'a pas encore atteint par sa contraction une cohésion telle que toutes ses parties puissent tourner ensemble comme celles d'un corps solide autour de sa planète, alors ce satellite, formé de cette manière, tourne autour de son axe de rotation en sens rétrograde.

Une seconde cause qui peut aussi produire le mouvement rétrograde, c'est lorsque dans leur formation la planète et son satellite ont un contact tangentiel assez fort pour que la planète imprime à son satellite un mouvement rotatoire dans un sens opposé au sien.

Preuve. — Sous l'impulsion de la chaleur produite par le choc des masses compactes de matière pondérable de la Nébuleuse Solaire (§§ 117 et 118), il peut arriver qu'une de ces masses, avant de prendre la forme définitive ellipsoïde, a, dans la première époque qui suit le choc, une forme irrégulière plus ou moins allongée. Alors, du moment où cette masse n'a pas encore atteint par sa contraction une cohésion telle que toutes ses parties puissent tourner ensemble comme celles d'un corps solide autour de sa planète, il en résulte que (fig. 21) la partie intérieure IC de la masse S, c'est-à-dire celle qui est du côté de la planète, a une vitesse tangentielle plus grande que la partie extérieure CE, parce que la gravitation est en raison inverse du carré de la distance (§ 64) et que la résultante du parallélogramme formé par la gravitation et la vitesse tangentielle augmente du moment où augmente l'un des côtés de ce parallélogramme qui, dans ce cas, est la gravitation.

Observons aussi que la partie intérieure IC, ayant à parcourir dans le même temps un orbe plus court que la partie extérieure CE, devance celle-ci aussi par cette raison. Or, comme il se produit en même temps un mouvement de rotation de la masse S autour de son propre centre de gravité C (§ 113), cette rotation doit nécessairement, dans ce cas, se faire dans le sens IKE parce que la partie intérieure IC dans son mouvement rotatoire autour de C l'emporte

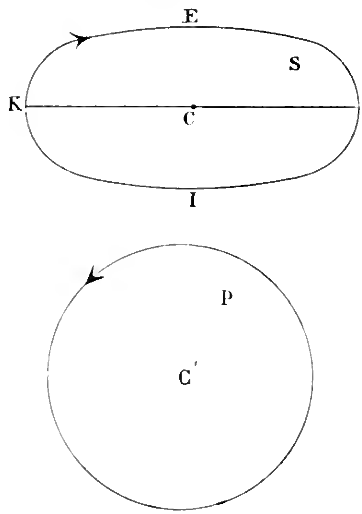


Fig. 21.

sur la partie extérieure CE puisqu'elle la devance. C'est ce qui produit, dans de pareils cas, le mouvement rétrograde.

Le mouvement rétrograde d'un satellite est produit aussi lorsque la planète et son satellite sont, à l'époque de leur formation, dans un état d'incandescence et de dilatation tel que leurs couches périphériques ont un contact tangentiel assez fort pour que la masse la plus grande, c'est-à-dire la planète, imprime à son satellite un mouvement rotatoire dans un sens opposé au sien, comme nous l'avons démontré (§ 46) pour deux billes qui s'effleurent à peine.

En effet, soient P la planète et S le satellite (fig. 22),

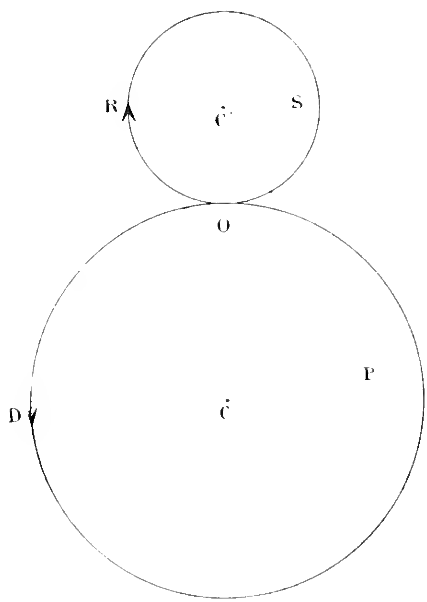


Fig. 22.

O le point de contact de leurs couches périphériques : On voit que pendant que la planète tourne de droite à gauche dans le sens OD, elle imprime à son satellite, par le point de contact, un mouvement rotatoire dans un sens contraire OR, c'est-à-dire de gauche à droite, ce qui constitue le mouvement rétrograde. C. q. f. d.

§ 125. — Lorsqu'au moment du dernier choc des masses compactes qui forment la Nébuleuse Solaire, une d'elles, qui formera une planète, arrive avec un satellite qui gravite autour d'elle avec un mouvement de translation circulaire dans le sens de la translation et de la rotation de la planète et avec un mouvement rotatoire dans le même sens direct, alors, si le satellite ne rencontre pas une matière assez dense qui lui fasse changer par son choc en sens contraire son mouvement initial de translation, pendant que la planète autour de laquelle il gravite, choquée par la masse solaire, est entraînée par cette masse en sens contraire de celui de son mouvement initial, ce satellite, en gardant de cette manière son mouvement circulaire et rotatoire dans le sens initial, a par rapport à sa planète un mouvement circulaire et rotatoire de sens contraire, c'est-à-dire rétrograde.

Preuve. — La démonstration de cette loi ressort de son énoncé même, car du moment où le satellite ne rencontre pas une matière assez dense qui par son choc lui fasse changer en sens contraire son mouvement initial de translation, pendant que la planète autour de laquelle il gravite, choquée par la masse solaire, est entraînée par cette masse en sens contraire de celui de son mouvement initial, il en résulte nécessairement que ce satellite, en gardant de cette manière son mouvement circulaire et rotatoire dans le sens initial, a par rapport à sa planète un mouvement circulaire et rotatoire de sens contraire, c'est-à-dire rétrograde.

C. q. f. d.

Première remarque. — Les mouvements circulatoires et rotatoires rétrogrades des satellites d'Uranus et de Neptune ont été produits conformément à la loi que nous venons de démontrer dans ce paragraphe.

Observons aussi que ce n'est que sur les deux couches périphériques contiguës de notre Nébuleuse Solaire, que les satellites des planètes situées dans ces couches ont rencontré des lacunes assez peu denses pour conserver leur mouvement circulatoire et rotatoire initial, car tous les satellites des autres planètes situées sur les couches intérieures de notre Nébuleuse Solaire, à partir d'Uranus jusqu'au Soleil où ils n'ont pas rencontré des lacunes moins denses pour conserver leur mouvement initial, ont leur mouvement circulatoire et rotatoire dans le même sens direct avec leurs planètes.

Le mouvement circulatoire rétrograde des satellites d'Uranus et de Neptune ne peut pas provenir de la cause qu'on assigne aujourd'hui à leur mouvement rotatoire rétrograde, c'est-à-dire de la gravitation des masses désagrégées en raison inverse des carrés des distances. En effet, si par cette raison le bord intérieur de la masse dont se forme le satellite a plus de vitesse que le bord extérieur, cela produit le mouvement rotatoire rétrograde, comme nous l'avons démontré § 124, mais cela ne peut pas intervertir le sens circulatoire direct que possède ce satellite, par suite de sa gravitation autour de la planète vers laquelle il gravite, parce qu'il n'est rien arrivé qui ait pu changer le sens de son mouvement circulatoire.

Bien plus, en admettant pour un moment que le mouvement circulatoire initial du satellite soit, par suite d'une cause quelconque, rétrograde, alors son mouvement rotatoire serait direct par rapport à la planète, puisque le bord intérieur de la masse désagrégée dont se forme le satellite ayant plus de vitesse que le bord extérieur, le mouvement rotatoire devient rétrograde par rapport à son mouvement circulatoire, et comme celui-ci par hypothèse serait rétrograde, il s'ensuivrait que le mouvement rotatoire du satellite serait en définitive direct par rapport au mouvement de sa planète.

D'où il résulte que la manière dont on cherche à expliquer aujourd'hui les mouvements circulatoires et rotatoires des satellites d'Uranus et de Neptune est inadmissible.

Deuxième remarque. — Les lois que nous avons établies dans ce paragraphe et en vertu desquelles les satellites peuvent avoir dans certains cas des mouvements rétrogrades, sont les mêmes qui déterminent les mouvements rétrogrades de certaines comètes.

§ 126. — Lorsque l'incandescence d'une planète a pénétré dans toute la profondeur de sa masse jusqu'à son centre, et que par cette raison sa dilatation totale est arrivée à un tel degré d'intensité que sous l'impulsion de cette dilatation et sous l'impulsion de la vitesse tangentielle il se détache, dans le plan équatorial de la planète, des masses de matière pondérable de forme irrégulière, plus ou moins allongées, ayant assez de cohésion pour se mouvoir tout d'une pièce; alors, si ces masses ont été emportées par l'impulsion de la dilatation combinée avec la vitesse tangentielle à une distance telle de la planète que, dans leur chute sur celle-ci, la diagonale du parallélogramme formé par cette chute due à la gravitation et par l'impulsion tangentielle ne touche pas la planète, ces masses en se contractant par le refroidissement et en se joignant forment autour de la planète un ou plusieurs anneaux qui tournent dans le même sens que celle-ci.

Preuve. — En effet, lorsque l'incandescence d'une planète a pénétré dans toute la profondeur de sa masse jusqu'à son centre, sa dilatation totale arrivée à un tel degré d'intensité que sous l'impulsion de cette dilatation et sous l'impulsion de la vitesse tangentielle il doit nécessairement se détacher des masses de matière pondérable dans le plan équatorial de la planète où l'impulsion tangentielle est à son maximum, comme ces masses se détachent de la région équatoriale de la planète, elles ont dans la première époque de leur séparation nécessairement des formes irrégulières, plus ou moins allongées, ayant en général la figure d'arcs de cercle.

Ces masses détachées, pour former des anneaux, doivent avoir assez de cohésion pour se mouvoir tout d'une pièce, car si leurs parties étaient désagrégées, alors, conformément à ce que nous avons démontré § 124, ces masses, au lieu de former des anneaux, formeraient des satellites dont le mouvement circulatoire serait en sens direct, tandis que leur mouvement rotatoire serait en sens rétrograde.

Enfin, lorsque ces masses détachées ont été emportées par l'impulsion de la dilatation combinée avec la vitesse tangentielle à une distance telle de la planète que, dans leur chute sur celle-ci, la diagonale du parallélogramme formé par cette chute qui est due à la gravitation et par l'impulsion tangentielle ne touche pas la planète, alors ces masses en se contractant par le refroidissement et en se joignant par l'action de leur gravitation réciproque doivent nécessairement former autour de la planète un ou plusieurs anneaux qui tournent dans le même sens que celle-ci. C. q. f. d.

Remarque. — Les anneaux de Saturne qui tournent dans le même sens que leur planète et qui sont à l'état solide, ont été formés d'après la loi que nous venons de démontrer dans ce paragraphe; car, s'ils avaient été formés de matières gazeuses désagrégées, comme on le suppose aujourd'hui, alors, conformément à la démonstration donnée au § 124, cette matière désagrégée, au lieu de former des anneaux, aurait formé autour de Saturne des satellites dont le mouvement circulatoire aurait été direct et le mouvement rotatoire rétrograde.

§ 127. — Lorsque, dans le dernier choc des masses de matière pondérable qui ont formé une Nébuleuse Solaire, il n'y a eu en présence que deux masses à peu près égales qui se sont entre-choquées sur leur ligne des centres, et que la quantité de chaleur développée par la quantité de mouvement arrêtée a été assez grande pour dilater par leur embrasement total les deux masses dans des gaz d'une grande ténuité, alors il se forme une Nébuleuse homogène et sphérique dont les couches concentriques, en se contractant par le refroidissement et en se groupant sous l'impulsion de l'Éther autour de noyaux, se séparent en différentes parties et forment des planètes autour de la masse centrale, laquelle par son refroidissement et sa condensation forme autour d'un noyau central le Corps Céleste principal, qui est le Soleil de cette Nébuleuse.

Dans ce cas, lorsque des parties des anneaux gazeux se sont condensées au point d'avoir assez de cohésion pour tourner tout d'une pièce, alors les planètes qui se forment dans ces anneaux gazeux avec la matière de ces anneaux, sous l'impulsion de l'Éther, par leur concentration autour d'un noyau, ont leur mouvement circulatoire et rotatoire dans le même sens, sens direct, que le Corps Céleste central autour duquel elles gravitent.

Lorsqu'au contraire les parties des anneaux gazeux n'ont pas assez de consistance pour tourner tout d'une pièce et sont désagrégées, alors les planètes qui se forment dans ces anneaux ont leur mouvement circulatoire dans le sens direct et leur mouvement rotatoire dans le sens contraire, c'est-à-dire en sens rétrograde.

Preuve. — Lorsque deux masses considérables de matière arrivent par suite de leur gravitation réciproque à la rencontre l'une de l'autre, sont à peu près égales et s'entre-choquent sur leur ligne des centres, leurs quantités de mouvement arrêtées étant beaucoup plus grandes que si le choc avait été oblique, il se produit une quantité de chaleur équivalente à la quantité totale de mouvement arrêtée, assez considérable pour embraser toutes les particules de ces masses et les dilater dans des gaz d'une grande ténuité. C'est ainsi que se forme une Nébuleuse homogène, dont la forme est nécessairement sphérique parce que la pression de l'Éther est la même sur toutes les parties de sa périphérie, qui pour cette raison est partout à égale distance du centre de la masse, ce qui constitue précisément la forme sphérique. Les couches concentriques gazeuses de cette Nébuleuse homogène et sphérique, lorsqu'elles se refroidissent et se contractent, doivent se grouper sous l'impulsion de l'Éther autour des différents noyaux, puisque l'homogénéité ne peut pas être partout d'une identité absolue, mathématique, et par cette raison doivent nécessairement se séparer en différentes parties qui forment des planètes autour de la masse centrale vers laquelle elles gravitent. Cette masse, par les mêmes raisons, en se refroidissant et en se condensant autour d'un noyau central, forme le Corps Céleste principal, qui est le Soleil de cette Nébuleuse.

Lorsque les parties des anneaux gazeux se sont condensées au point d'avoir assez de cohésion pour tourner tout d'une pièce, alors les planètes qui se forment dans ces anneaux gazeux avec la matière anneaux, en se concentrant autour des divers noyaux sous l'action de la gravitation produite par l'impulsion de l'Éther, ont leur mouvement rotatoire dans le même sens direct que leur mouvement circulatoire, par la raison que le bord extérieur de ces masses, parcourant dans le même temps un orbe plus grand que le bord intérieur de ces masses, a une plus grande vitesse linéaire, ce qui a pour résultat que cette masse tourne autour de son propre centre de gravité de l'extérieur vers l'intérieur, c'est-à-dire en sens direct.

Lorsqu'au contraire les parties des anneaux gazeux n'ont pas assez de consistance pour tourner tout d'une pièce et sont désagrégées, alors les planètes qui se forment dans ces anneaux, bien qu'elles aient leur mouvement circulatoire en sens direct, car il n'y a aucune raison pour qu'il en soit autrement, ont leur mouvement rotatoire dans le sens contraire, c'est-à-dire en sens rétrograde, conformément à la loi que nous avons démontrée § 124.

C. q. f. d.

Remarque. — Le cas que nous venons de traiter dans ce paragraphe est excessivement rare, puisque la Nébuleuse de la Lyre est le seul type de ce genre que nous connaissions.

Malgré cela, Laplace et ses imitateurs ont généralisé à tel point ce cas exceptionnel qu'ils ont érigé en principe l'hypothèse que toutes les Nébuleuses Solaires, à commencer par la nôtre, se sont formées de cette manière. La simple observation de notre Système Solaire aurait dû cependant les avertir qu'ils commettent une erreur.

En effet, si les planètes de notre Système Solaire s'étaient formées des anneaux gazeux concentriques d'une Nébuleuse homogène et sphérique, comme la Lyre, les planètes comme Neptune et Uranus qui se sont formées des matériaux des anneaux périphériques de cette Nébuleuse devraient avoir plus de masse que les planètes qui se sont formées des matériaux des anneaux intérieurs, puisqu'il y a plus de matière sur une couche périphérique que sur une couche intérieure de même épaisseur.

Or il n'en est rien, car tandis que Neptune est environ vingt mille fois et Uranus vingt-quatre mille fois plus petit que le Soleil, Saturne n'est que trois mille cinq cents fois et Jupiter seulement mille cinquante fois plus petit.

Une autre considération encore qui aurait dû les convaincre que leur hypothèse ne correspond nullement à la réalité, c'est que si elle était fondée, alors, depuis Neptune jusqu'au Soleil, les masses des planètes devraient décroître successivement et graduellement en raison des cubes de leurs distances au Soleil.

Or il n'en est encore rien, car les masses des planètes de notre Système Solaire, loin de décroître d'une manière successive et graduelle en rapport des cubes de leurs distances au Soleil, croissent et décroissent de l'une à l'autre d'une manière tout à fait irrégulière, ce qui démontre encore le non fondé de l'hypothèse en question.

§ 128. — Les masses compactes de matière pondérable qui, à la suite de leur dernier choc, ont formé les Corps Célestes de la Nébuleuse Solaire, décrivent des orbites dans des plans différemment inclinés sur le plan équatorial du Soleil.

Preuve. — Les masses de matière pondérable qui ont formé les Corps Célestes de la Nébuleuse Solaire ne s'étant pas entre-choquées suivant leurs lignes des centres, seul cas où elles auraient pu se trouver après leurs chocs dans un même plan qui constitue le plan équatorial de la masse principale, mais dans des directions plus ou moins obliques, comme nous l'avons démontré § 111 ; la partie compacte de chacune garde la position respective qu'elle avait au moment du choc lors de la formation de la Nébuleuse. Par suite du mouvement de translation circulatoire que la masse principale qui constitue le Soleil imprime au moment du choc aux masses secondaires qui constituent les planètes, et par la raison que l'impulsion de l'Éther fait graviter deux Corps Célestes l'un vers l'autre toujours suivant leur ligne des centres (§ 64), les planètes décrivent des orbites chacune dans un plan déterminé par son rayon vecteur et par la direction de l'impulsion tangentielle qui lui a été communiquée par le choc de la masse principale; d'où il résulte que les plans des orbites planétaires sont, nécessairement, différemment inclinés sur le plan équatorial du Soleil.

C. q. f. d.

§ 129. — Les Corps Célestes de notre Système Solaire n'ont pas la même densité dans toutes leurs parties de la périphérie au centre.

Preuve. — Nous avons démontré (§ 127) qu'un Corps Céleste ne peut avoir la même densité dans toutes ses parties que dans le cas où, au moment du dernier choc qui a formé la Nébuleuse, il n'y a eu en présence que deux masses à peu près égales qui se sont entre-choquées sur leur ligne des centres, et que la quantité de chaleur développée par la quantité de mouvement arrêtée a été assez grande pour dilater par leur embrasement total les deux masses dans des gaz d'une grande ténuité. Or ce n'est pas dans ce cas que se trouve une Nébuleuse Solaire composée d'un Corps Céleste principal, qui est le Soleil, et de plusieurs Corps Célestes secondaires de moindre masse qui gravitent autour de lui.

Dans ce dernier cas, celui que nous considérons dans ce paragraphe, les masses secondaires qui forment les planètes sont précipitées dans des directions plus ou moins obliques sur la masse principale, comme nous l'avons démontré § 111.

Dans ces conditions, les parties compactes des Corps Célestes qui ne se sont ni entre-choquées ni confondues conservent nécessairement une densité plus grande que les parties qui, en s'entre-choquant, ont subi une incandescence plus vive, ont été dilatées davantage et sont devenues par là moins denses que les autres, comme cela a été démontré § 116

Remarque. — La Lune nous présente un exemple frappant de l'inégalité de densité dans les différentes parties d'un Corps Céleste.

En effet, le phénomène connu que la Lune présente toujours le même hémisphère à la Terre, c'est-à-dire que la durée de son mouvement de rotation sur elle-même coïncide avec la durée de son mouvement de translation autour de la Terre, a pour raison d'être que l'hémisphère présenté à la Terre est plus dense que l'hémisphère opposé.

Il en est de même des comètes dont la partie la plus dense, qui est le noyau, est la plus voisine du Soleil que la masse totale de la comète.

C. q. f. d.

§ 130. — Les planètes doivent décrire autour du Soleil des orbites elliptiques dont il occupe un des foyers, ce qui constitue l'excentricité des orbites, d'où les périhélies et les aphélies des planètes, ainsi que la conservation des aires.

Dans ce cas, les orbites planétaires doivent avoir toutes un foyer commun occupé par le Soleil, et les carrés des temps des révolutions des planètes sont, conformément à la troisième loi de Kepler, comme les cubes des grands axes de leurs orbites.

Preuve. — Nous avons démontré (§ 115) que la Nébuleuse Solaire, par suite de son mouvement rotatoire, s'aplatit aux pôles et s'étend dans le sens du plan équatorial.

Nous avons également démontré (§ 128) que les plans des orbites planétaires sont différemment inclinés sur le plan équatorial du Soleil. Il en résulte que l'orbite de toute planète doit être elliptique, puisque celle-ci se meut sur la périphérie de la coupe elliptique déterminée par le plan incliné de son orbite.

Si la Nébuleuse Solaire s'était condensée dans la seule masse du Soleil, celui-ci occuperait le centre de cette Nébuleuse, c'est-à-dire le point d'intersection du grand axe avec le petit axe de l'ellipsoïde de révolution. Mais comme, outre la masse du Soleil, il y a en présence aussi la masse de toutes les planètes, le Soleil ne peut pas occuper ce centre, puisque ce point est le centre de gravité commun de tout le Système Solaire. Par conséquent, du moment où il n'occupe pas ce centre et où il fait graviter vers lui toutes les planètes, il occupe nécessairement un des foyers de l'orbite elliptique de chacune d'elles, par la raison que le point de cette orbite le plus rapproché du Soleil ainsi que le point le plus éloigné sont nécessairement les deux bouts du grand axe qu'on appelle *périhélie* et *aphélie*. C'est là ce qui constitue l'excentricité de l'orbite planétaire par rapport au Soleil.

La proportionnalité des aires aux temps est une nécessité géométrique et mécanique qui provient de ce que le Soleil se trouvant dans un des foyers de l'orbite elliptique et la vitesse de la planète sur son orbite, dans l'unité de temps, étant représentée par la diagonale du parallélogramme formé par sa vitesse tangentielle initiale et par sa chute déterminée par la gravitation, il en résulte que lorsque le rayon vecteur se raccourcit, c'est-à-dire lorsque le côté du parallélogramme qui représente la chute augmente, la diagonale, qui est la base du triangle correspondant à l'aire décrite par le rayon vecteur dans l'unité de temps, augmente dans le même rapport : ce qui a pour conséquence que les aires des triangles successifs sont nécessairement égales, puisque du moment où les hauteurs de ces triangles diminuent, leurs bases augmentent dans le même rapport.

Voilà la raison pour laquelle les aires sont proportionnelles aux temps.

Maintenant, comme chaque planète gravite vers le Soleil, il en résulte que leurs orbites ont un foyer commun occupé par lui.

Enfin les carrés des temps des révolutions des planètes sont comme les cubes des grands axes de leurs orbites, par la raison suivante :

L'orbite elliptique de la planète est la périphérie d'une tranche de la surface de l'ellipsoïde de révolution dont le Soleil occupe un des foyers, et dont le contenu est rempli par les ondes de l'Éther qui produisent la gravitation de la planète vers le Soleil. Cet orbe elliptique étant représenté par les temps employés à le parcourir, on doit prendre le carré des temps, puisque le mouvement est accéléré. D'un autre côté, les volumes des ellipsoïdes de révolution des différentes orbites étant entre eux comme les cubes de leurs grands axes, il en résulte le rapport qui constitue la troisième loi de Kepler.

C. q. f. d.

Remarque. — Les orbes des comètes ont une excentricité beaucoup plus considérable que celle des planètes, parce qu'elles se sont formées des matières gazeuses situées sur des couches périphériques de la Nébuleuse Solaire, lorsque cette matière gazeuse à l'état de $\frac{35^{\text{mg.}}}{10^{24}}$ de densité par rapport à l'eau remplissait un volume dont le diamètre est parcouru par la lumière en 5 années (§ 106).

Des sections obliques dans cet ellipsoïde de révolution, fortement aplati aux pôles à l'époque de la formation des comètes, rendent compte des excentricités de leurs orbites.

§ 131. — Le rapport de la pression qui résulte de la gravitation vers un Corps Céleste à la pression de l'Éther sur ce même astre, calculées en kilogrammes terrestres, est toujours égal à

$$\frac{1^{\text{kg. t.}}}{2554 \times 10^{33}}.$$

Ainsi, la pression de l'Éther sur tout Corps Céleste est 2554 décillions de fois plus grande que la pression de la gravitation vers lui.

Ce rapport met en évidence de combien la pression de l'Éther, qui maintient les atomes condensés à l'état de matière pondérable, est supérieure à la gravitation qui fait mouvoir les Corps Célestes. C'est cette pression de l'Éther qui est la cause de la cohésion des atomes qui composent les molécules matérielles et de la cohésion des molécules entre elles dans les corps solides (§ 75), ainsi que de la stabilité des Corps Célestes sur les points de l'espace qu'ils occupent et dont ils ne peuvent être déplacés que par la gravitation, qui est une minime réduction de la pression de l'Éther dans le sens de leur déplacement (§ 64).

La pression qui résulte de la gravitation sur chacun des Corps Célestes de notre Système Solaire, ainsi que la pression que l'Éther exerce sur chacun d'eux, sont calculées en kilogrammes terrestres dans le Tableau suivant :

ASTRES.	NOMBRE DES ATOMES.	$P_{rc}^{\text{kg. t.}}$	$P_{gc}^{\text{kg. t.}}$
Soleil	$1160{,}36 \times 10^{120}$	$33{,}84 \times 10^{87}$	$13{,}\ 25 \times 10^{51}$
Mercure	$361{,}\ 4 \times 10^{114}$	$10{,}53 \times 10^{81}$	$4{,}\ 12 \times 10^{45}$
Vénus	2887×10^{114}	$84{,}21 \times 10^{81}$	$32{,}\ 90 \times 10^{45}$
Terre	$3269{,}\ 2 \times 10^{114}$	$95{,}36 \times 10^{81}$	$37{,}\ 30 \times 10^{45}$
Mars.	$432{,}\ 9 \times 10^{114}$	$12{,}62 \times 10^{81}$	$4{,}\ 94 \times 10^{45}$
Jupiter.	$1{,}11 \times 10^{120}$	$32{,}09 \times 10^{84}$	$12{,}\ 56 \times 10^{48}$
Saturne	$33{,}04 \times 10^{118}$	$96{,}26 \times 10^{83}$	$37{,}\ 70 \times 10^{47}$
Uranus.	$48{,}35 \times 10^{117}$	$14{,}09 \times 10^{83}$	$5{,}\ 51 \times 10^{47}$
Neptune	$58{,}02 \times 10^{117}$	$17{,}12 \times 10^{83}$	$6{,}\ 70 \times 10^{47}$
Petites planètes.	$3269{,}\ 2 \times 10^{114}$	$95{,}36 \times 10^{81}$	$37{,}\ 30 \times 10^{45}$
Système Solaire.	1162×10^{120}	$33{,}86 \times 10^{87}$	$13{,}267 \times 10^{51}$

Le rapport des valeurs correspondantes données dans la quatrième et la troisième colonne de ce Tableau, à savoir : $\frac{P_{gc}^{\text{kg. t.}}}{P_{rc}^{\text{kg. t.}}}$, est constant et égal à

$$\frac{1^{\text{kg. t.}}}{2\,554 \times 10^{33}} = \frac{P_g}{P_r}.$$

Preuve. — Le rapport entre la pression qui résulte de la gravitation et la pression de l'Éther, calculées en kilogrammes terrestres, a été déterminé § 75.

Pour déterminer en kilogrammes terrestres la pression de l'Éther sur un Corps Céleste, on doit multiplier le nombre des atomes qui le composent par l'impulsion d'un atome de l'Éther, parce que, comme nous l'avons démontré § 21, § 22 et § 64, autant il y a d'atomes dans un Corps Céleste, autant il y a d'atomes de l'Éther qui le compriment par la transmission de leurs quantités de mouvement.

Ainsi, en désignant par $P_{rc}^{\text{kg.t.}}$ la pression de l'Éther sur un Corps Céleste, par N_c le nombre d'atomes qui le composent, et par $i = \frac{29^{\text{mg.}},17}{10^{30}}$ l'impulsion d'un atome de l'Éther déterminée § 76, nous avons :

$$(1) \qquad P_{rc}^{\text{kg. t.}} = N_c \times i.$$

Pour déterminer aussi en kilogrammes terrestres la pression qui résulte de la gravitation sur un Corps Céleste, on doit multiplier la pression de l'Éther sur cet astre, déterminée par la formule (1), par le rapport $\frac{P_g}{P_r} = \frac{1^{\text{kg. t.}}}{2554 \times 10^{33}}$ déterminé § 75, et cela par la raison que la pression de la gravitation sur ce Corps Céleste est 2554 décillions de fois plus petite que la pression de l'Éther sur ce même astre.

En désignant par $P_{gc}^{\text{kg. t.}}$ la pression de la gravitation cherchée, nous avons :

$$(2) \qquad P_{gc}^{\text{kg. t.}} = P_{rc}^{\text{kg. t.}} \times \frac{P_g}{P_r}.$$

Pour calculer, d'après les formules (1) et (2), les valeurs $P_{rc}^{\text{kg.t.}}$ et $P_{gc}^{\text{kg.t.}}$ contenues dans le Tableau ci-dessus, nous avons d'abord déterminé, conformément aux §§ 36 et 37, le nombre des atomes qui composent le Soleil et chacune des planètes, ainsi que la somme des atomes de ces Corps qui constituent le Système Solaire entier; quant aux petites planètes, nous les avons considérées, conformément au § 19, comme formant toutes ensemble une masse égale à celle de la Terre. C. q. f. d.

TABLEAU DE PUISSANCES DE **10**

Observation. — *Pour faciliter la lecture des grands nombres déterminés dans les Chapitres précédents, nous ajoutons ici le Tableau suivant, qui exprime les différentes puissances de* **10** :

10^{3}	Mille.
10^{6}.	Million.
10^{9}.	Billion.
10^{12}	Trillion.
10^{15}	Quadrillion.
10^{18}	Quintillion.
10^{21}	Sextillion.
10^{24}	Septillion.
10^{27}	Ottillion.
10^{30}	Nonillion.
10^{33}	**Décillion.**
10^{36}	Mille décillions.
10^{39}	Million de décillions.
10^{42}	Billion de décillions.
10^{45}	Trillion de décillions.
10^{48}	Quadrillion de décillions.
10^{51}	Quintillion de décillions.
10^{54}	Sextillion de décillions.

10^{57}	Septillion de décillions.
10^{60}	Ottillion de décillions.
10^{63}	Nonillion de décillions.
10^{66}	**Vingtillion.**
10^{69}	Mille vingtillions.
10^{72}	Million de vingtillions.
10^{75}	Billion de vingtillions.
10^{78}	Trillion de vingtillions.
10^{81}	Quadrillion de vingtillions.
10^{84}	Quintillion de vingtillions.
10^{87}	Sextillion de vingtillions.
10^{90}	Septillion de vingtillions.
10^{93}	Ottillion de vingtillions.
10^{96}	Nonillion de vingtillions.
10^{99}	**Trentillion.**
10^{102}	Mille trentillions.
10^{105}	Million de trentillions.
10^{108}	Billion de trentillions.
10^{111}	Trillion de trentillions.
10^{114}	Quadrillion de trentillions.
10^{117}	Quintillion de trentillions.
10^{120}	Sextillion de trentillions.
10^{123}	Septillion de trentillions.
10^{126}	Ottillion de trentillions.
10^{129}	Nonillion de trentillions.

10^{132}	**Quarantillion.**
10^{135}	Mille quarantillions.
10^{138}	Million de quarantillions.
10^{141}	Billion de quarantillions.
10^{144}	Trillion de quarantillions.
10^{147}	Quadrillion de quarantillions.
10^{150}	Quintillion de quarantillions.
10^{153}	Sextillion de quarantillions.
10^{156}	Septillion de quarantillions.
10^{159}	Ottillion de quarantillions.
10^{162}	Nonillion de quarantillions.
10^{165}	**Cinquantillion.**
10^{168}	Mille cinquantillions.
10^{171}	Million de cinquantillions.
10^{174}	Billion de cinquantillions.
10^{177}	Trillion de cinquantillions.
10^{180}	Quadrillion de cinquantillions.
10^{183}	Quintillion de cinquantillions.
10^{186}	Sextillion de cinquantillions.
10^{189}	Septillion de cinquantillions.
10^{192}	Ottillion de cinquantillions.
10^{195}	Nonillion de cinquantillions.
10^{198}	**Soixantillion.**
10^{201}	Mille soixantillions.
10^{204}	Million de soixantillions.

10^{207}. . . .	Billion de soixantillions.
10^{210}. . . .	Trillion de soixantillions.
10^{213}. . . .	Quadrillion de soixantillions.
10^{216}. . . .	Quintillion de soixantillions.
10^{219}. . . .	Sextillion de soixantillions.
10^{222}. . . .	Septillion de soixantillions.
10^{225}. . . .	Ottillion de soixantillions.
10^{228}. . . .	Nonillion de soixantillions.
10^{231}. . . .	**Septantillion.**
10^{234}. . . .	Mille septantillions.
10^{237}. . . .	Million de septantillions.
10^{240}. . . .	Billion de septantillions.
10^{243}. . . .	Trillion de septantillions.
10^{246}. . . .	Quadrillion de septantillions.
10^{249}. . . .	Quintillion de septantillions.
10^{252}. . . .	Sextillion de septantillions.
10^{255}. . . .	Septillion de septantillions.
10^{258}. . . .	Ottillion de septantillions.
10^{261}. . . .	Nonillion de septantillions.
10^{264}. . . .	**Ottantillion.**

SEPTIÈME CHAPITRE

L'IDÉE ABSOLUE

§ 132. — Les lois de l'espace sont absolues.

Preuve. — Sur quelque objet que l'on considère les lois de l'espace, celles-ci sont toujours d'une vérité absolue.

Ainsi, par exemple, que nous considérions des bulles de savon ou des Corps Célestes, les surfaces de ces sphères sont toujours proportionnelles aux carrés de leurs rayons. Par conséquent, les lois de l'espace sont absolues. C. q. f. d.

§ 133. — Les lois de l'espace existent par elles-mêmes à l'état d'idée, indépendamment de leur réalisation dans les phénomènes de l'Univers.

Preuve. — Que vous ayez devant vous des sphères réelles de différents diamètres, ou que vous n'en ayez pas du tout, en est-il moins vrai que les volumes des sphères sont proportionnels au cube de leurs rayons? Cette loi est vraie et elle existe par elle-même à l'état d'idée, indépendamment de l'existence de sphères réelles.

De même si, par impossible, le monde matériel n'existait pas, en serait-il moins vrai que la somme des trois angles d'un triangle est toujours égale à deux droits, ou bien que tous les rayons partant du centre d'une sphère sont égaux entre eux? Il est évident que ces lois seraient vraies, seraient réelles comme idées, quand même le monde matériel n'existerait pas.

Bien plus, l'Idée Absolue, qui est l'ensemble des lois de l'espace, existe par elle-même à l'état d'idée, indépendamment de l'existence concrète de l'espace.

En effet, nous avons démontré (§ 2) que l'espace est un objet réel, indépendamment de son contenu du moment, par conséquent un objet concret. Mais si, par impossible, l'espace n'existait pas à l'état concret, est-ce que l'idée de l'espace n'existerait pas toujours à l'état d'idée? La preuve que cette idée existerait quand même, c'est que si vous prenez une loi de l'espace, une loi géométrique quelconque, que vous ne voyez pas pour le moment réalisée dans un phénomène, est-ce que cette loi en existe moins à l'état d'idée? et lorsque s'imposera une nécessité géométrique, pour que cette loi se réalise dans un phénomène concret, est-ce qu'elle ne se réalisera pas? Évidemment que oui. Par cette raison, il en est de même de l'idée de l'espace et de l'existence de l'espace à l'état concret.

Il en résulte que l'Idée Absolue existe par elle-même à l'état d'idée, indépendamment de l'existence concrète de l'espace.

Dire que ces idées sont seulement des abstractions de notre cerveau, vouloir les assimiler aux jeux de notre imagination, qui cessent d'exister du moment où aucun cerveau ne se prête plus à leur mirage trompeur, c'est méconnaître complètement la nature des lois de l'espace, c'est commettre plusieurs erreurs à la fois.

La première erreur, c'est de penser qu'une idée n'existe qu'en tant qu'elle est réfléchie par un cerveau quelconque, erreur tout aussi grande que si l'on soutenait qu'un objet n'existe que tant qu'il est vu par un œil quelconque.

La seconde erreur, c'est d'assimiler une idée vraie avec les jeux de l'imagination. Qu'est-ce qui fait qu'une loi de l'espace existe réellement comme idée? C'est la vérité géométrique qu'elle contient par elle-même, indépendamment de tout. Or de deux choses l'une : ou bien les jeux de notre imagination contiennent des idées vraies et alors celles-ci existent réellement comme telles par elles-mêmes et font partie de l'Idée Absolue, ou bien ces rêves contiennent des erreurs; or les erreurs sont le contraire de la vérité : donc elles n'existent pas par elles-mêmes, mais elles existent seulement d'une vie éphémère dans le cerveau oisif ou malade qui les enfante.

Enfin, la plus grande erreur de toutes, c'est de ne pas se rendre compte que les lois de l'espace sont l'unique cause première de la genèse des formes de tous les objets que nous voyons dans le monde. Nous avons jusqu'ici rigoureusement, géométriquement, démontré cette loi fondamentale de l'Univers. Mais, pour s'en convaincre de fait, on n'a qu'à considérer les figures de Plateau : Vous trempez dans de l'eau de savon quelques fils en fer recourbés, et lorsque vous les retirez, vous avez dans leur intérieur des formes d'une symétrie et d'une harmonie géométrique admirables. Ici vous touchez du doigt la raison d'être géométrique de la genèse de toutes les formes des objets de l'Univers. Elles sont toutes produites par les lois de l'espace.

Mais puisque les lois de l'espace produisent tous les objets de l'Univers, il en résulte que ces lois sont antérieures à ces objets et qu'elles existent à l'état d'idée avant de se réaliser dans un phénomène quelconque.

Par conséquent, les lois de l'espace existent à l'état d'idée, indépendamment de tout.

C. q. f. d.

§ 134. — L'Idée Absolue, c'est l'ensemble des lois de l'espace qui se réalisent éternellement dans l'Univers.

Preuve. — Nous avons démontré (§ 132) que les lois de l'espace sont absolues. Nous avons également démontré (§ 133) que les lois de l'espace existent à l'état d'idée.

Nous avons enfin démontré par les lois fondamentales de l'Univers que le monde et tous ses phénomènes découlent des lois de l'espace.

Par conséquent, l'Idée Absolue est l'ensemble des lois de l'espace qui se réalisent éternellement dans l'Univers. C. q. f. d.

§ 135. — L'Idée Absolue existe par elle-même.

Preuve. — Puisque l'Idée Absolue est l'ensemble des lois de l'espace (§ 134), elle existe par elle-même comme chacune de ces lois (§ 133), c'est-à-dire en raison d'une nécessité géométrique.

C. q. f. d.

§ 136. — L'Idée Absolue existe à l'état d'idée.

Preuve. — Nous avons démontré (§ 133) que les lois de l'espace existent à l'état d'idée et (§ 134) que l'Idée Absolue est l'ensemble des lois de l'espace. Par conséquent, l'Idée Absolue existe à l'état d'idée comme chacune de ces lois. C. q. f. d.

§ 137. — L'Idée Absolue a toujours existé.

Preuve. — Nous avons démontré (§ 135) que l'Idée Absolue existe par elle-même en raison d'une nécessité géométrique. Or, comme cette nécessité géométrique a été toujours la même, il en résulte que l'Idée Absolue a toujours existé.

C. q. f. d.

§ 138. — L'Idée Absolue est éternelle.

Preuve. — Puisque l'Idée Absolue existe en raison d'une nécessité géométrique (§ 135) et comme cette nécessité géométrique sera toujours la même dans l'avenir comme dans le passé, il en résulte que l'Idée Absolue est éternelle.

C. q. f. d.

§ 139. — L'Idée Absolue est la cause première de l'existence de l'Univers.

Preuve. — Nous avons démontré (§ 134) que l'Idée Absolue est l'ensemble des lois de l'espace qui se réalisent éternellement dans l'Univers. Nous avons démontré dans les trois premiers Chapitres de cet ouvrage que les lois de l'espace sont la cause première de l'existence de la matière et du mouvement qui forment l'Univers.

Par conséquent, l'Idée Absolue est la cause première de l'existence de l'Univers.

C. q. f. d.

§ 140. — L'Idée Absolue est la cause première et coefficiente de tous les phénomènes de l'Univers.

Preuve. — Puisque tous les phénomènes de l'Univers s'accomplissent d'après les lois de l'espace et sont le produit de ces lois, comme nous l'avons démontré dans le cours de cet ouvrage, il en résulte que l'Idée Absolue est la cause première et coefficiente de tous les phénomènes de l'Univers.

C. q. f. d.

§ 141. — Les lois de l'Idée Absolue sont immuables, éternelles et toutes-puissantes.

Preuve. — Les lois de l'espace sont immuables, parce qu'une vérité géométrique ne peut jamais être modifiée.

Elles sont aussi éternelles, parce que la nécessité géométrique qui les constitue existera toujours à l'état d'idée, comme nous l'avons démontré § 138.

Enfin les lois de l'espace sont toutes-puissantes, puisqu'elles sont la cause première et coefficiente de tous les phénomènes de l'Univers (§ 140).

C. q. f. d.

HUITIÈME CHAPITRE

L'AME

§ 142. — Tout être capable d'exécuter des mouvements volontaires a une âme.

Preuve. — Qu'on n'aille pas croire que nous allons répéter ici toutes les dissertations qui ont été faites jusqu'à présent pour prouver l'existence de l'âme. Pour nous, il n'y a que deux espèces de démonstrations irrécusables : la démonstration géométrique et la démonstration fournie par un fait réel de l'expérience, parce que ce fait est toujours de la géométrie réalisée.

La mécanique, qui n'est qu'une application de la géométrie, nous a conduits jusqu'ici à la connaissance des vérités les plus ardues. C'est encore dans la mécanique que nous trouverons la démonstration péremptoire que l'âme existe réellement.

La voici :

Le corps de l'homme est considéré, à juste titre, comme une machine. Sa fonction est de brûler du carbone et de fournir un travail équivalent en mouvements de toutes sortes. C'est bien là le caractère de toutes nos machines.

Comme dans celles-ci, les mouvements de notre corps devraient être, d'après les lois de la mécanique, des résultantes rigoureuses des forces physico-chimiques qui agissent dans ce corps.

Mais *résultante*, en mécanique, signifie une *seule* direction, celle de la diagonale du parallélogramme des forces, qui doit être suivie nécessairement et d'une manière absolue, sans possibilité aucune de prendre une autre direction que celle de cette résultante mécanique.

En vertu de cette loi, il devrait nous être impossible de faire un mouvement volontaire quelconque. Nous ne pourrions pas aller, selon notre volonté, à droite ou à gauche, nous serions forcés d'aller, comme un automate, toujours dans une seule direction, qui serait, dans l'instant considéré, la résultante mécanique des forces physico-chimiques qui agissent dans notre corps.

Or il n'en est pas ainsi. Un fait démontré par l'expérience d'une manière tout aussi palpable que l'existence de l'oxygène et du carbone, c'est que nous pouvons faire à tout moment tel mouvement que nous voulons. Nous pouvons, selon notre volonté, aller à droite ou à gauche, nous abaisser ou nous relever.

Bien plus, l'homme peut faire, en vertu de sa volonté, des mouvements contraires à ceux auxquels il se sent sollicité par son corps. C'est une expérience que chacun peut faire sur lui-même quand il le veut.

Or un fait de l'expérience est une démonstration suprême comme un théorème de géométrie, car tout fait de l'expérience est de la géométrie incarnée, puisque c'est le produit des lois de l'espace.

Ainsi, l'existence de la volonté et des mouvements volontaires est un fait évident démontré à chaque instant par l'expérience. Malgré cela, il y a des sceptiques qui veulent nier l'évidence et qui, à l'égal des philosophes de Molière, soutiennent que les mouvements volontaires ne le sont qu'en apparence. Pour cela ils se servent des cas pathologiques, des nervoses, de l'hypnotisme et de la suggestion, sans vouloir se rendre compte que dans ces cas, l'organisme étant détérioré, le patient agit comme un automate sous l'impulsion des forces physico-chimiques ou sous l'impulsion d'une volonté étrangère qui se substitue à la sienne.

La théorie du déterminisme établie par Claude

Bernard ne peut s'appliquer qu'aux mouvements involontaires. Vouloir l'étendre aux mouvements volontaires est absurde, parce que la libre volonté inhérente aux êtres vivants est un fait palpable et qu'il est toujours absurde de nier l'évidence. Une pareille tendance ne peut provenir que du besoin de compléter le système d'une école quelconque. Or les systèmes d'écoles ont souvent faussé les idées et ont souvent méconnu la réalité. Ces aberrations ont même été si loin, que l'humanité, dans son bon sens, a été forcée plus d'une fois de rire des philosophes qui niaient l'évidence.

Voici ce que dit à ce sujet M. H. Spencer dans le Résumé de sa philosophie par E. Howard Collins, traduction française par Henry de Ravigny, 1891, page 218 :

« Le fait que la volonté naît par suite de la com-
« plexité croissante et de la cohérence imparfaite des
« actions automatiques, est clairement impliqué par
« le fait contraire que, lorsque les actes, autrefois
« incohérents et volontaires, sont très fréquemment
« répétés, ils deviennent cohérents et involontaires. »

Ce raisonnement est erroné, car lorsqu'un acte, par suite de sa fréquente répétition, est devenu automatique et involontaire, il suffit de la volonté pour empêcher cet acte de se produire et pour faire un acte tout à fait contraire à cet acte automatique.

Ainsi, la volonté se manifeste vis-à-vis des habitudes automatiques aussi bien que vis-à-vis des autres sensations de notre corps.

Aristote, ce grand penseur, qui a su observer la nature, a été mieux inspiré lorsqu'il soutenait : « que la matière éthérée pénétrait tous les orga-« nismes vivants de la Terre, les plantes comme les « animaux ; en elle résidait le principe de la chaleur « vitale et même le germe d'une essence spirituelle « qui, *distincte du corps*, *douait les hommes de spon-« tanéité.* »

On aura beau avoir recours à tous les sophismes imaginables, on ne sortira jamais de ce dilemme.

Si le mouvement volontaire était la résultante des forces physico-chimiques agissant dans notre corps, ce mouvement ne pourrait se produire, comme toute résultante mécanique, que dans une seule direction.

Or, comme nous sommes libres d'exécuter des mouvements dans tous les sens, selon notre volonté, il en résulte rigoureusement que les mouvements volontaires ne sont pas la résultante mécanique des forces physico-chimiques agissant dans notre corps, mais doivent être produits par une autre cause indépendante qui fait exécuter à ce corps les mouvements volontaires.

De ce dilemme il résulte rigoureusement qu'il doit y avoir en nous un objet distinct de notre corps, qui lui fait faire les mouvements volontaires. Cet objet, nous le nommons l'*âme*.

A ce compte, le moindre ver qui rampe à nos pieds et qui tourne à volonté à droite ou à gauche a aussi une âme? Certainement qu'il a une âme adaptée à son organisme, puisque les mouvements volontaires ne peuvent être imprimés au corps que par un objet distinct de ce corps.

L'existence de l'âme est donc aussi rigoureusement démontrée que toute loi géométrique ou mécanique, et cela en vertu même de ces lois.

Par conséquent, tout être capable d'exécuter des mouvements volontaires a une âme.

C. q. f. d.

§ 143. — L'âme est formée d'un gaz éthéré neutre.

Preuve. — Nous avons démontré que tout phénomène de l'Univers a pour raison d'être la nécessité géométrique. Sa cause première est donc l'Idée Absolue, c'est-à-dire l'ensemble des lois de l'espace.

Nous avons également démontré que la réalisation des lois géométriques se fait toujours par des atomes qui s'entre-choquent.

Tous les phénomènes de l'Univers sont soumis à ces lois et se produisent en vertu de ces lois.

Par conséquent, l'âme, puisqu'il y en a une (§ 142), puisque c'est un phénomène réel, doit aussi avoir pour cause première l'Idée Absolue, c'est-à-dire la nécessité géométrique ou, pour préciser davantage, la pression de l'Éther qui forme tous les corps, et pour condition indispensable de son existence réelle, des atomes qui s'entre-choquent.

Si l'on voulait dire que l'Idée Absolue, c'est-à-dire l'ensemble des lois géométriques, existe bien par elle-même, abstraction faite de son incarnation dans tel ou tel phénomène, et que l'âme pourrait bien avoir le même mode d'existence, nous répondrons que l'Idée Absolue n'existe en dehors des phénomènes de l'Univers qu'à l'état d'idée et nullement à l'état d'un objet concret. Force est donc que l'âme, qui existe à l'état concret, existe, comme tous les autres objets de l'Univers, en vertu du choc d'un certain nombre d'atomes.

De ce qui précède, il résulte que c'est un non-sens de se figurer l'âme comme un pur esprit sans aucune existence matérielle.

L'instinct de l'humanité a été dans le vrai lorsqu'il lui a représenté l'âme sous une forme éthérée quelconque. Toutes les religions et toutes les croyances populaires en font foi.

Il a été réservé aux *abstracteurs de quintessence* de s'imaginer l'âme comme un pur esprit sans aucune matérialité, c'est-à-dire imaginer un objet réel, occupant une partie de l'espace, sans être composé de matière. Un pareil non-sens ne peut exister que dans l'imagination d'esprits sophistiqués. Le bon sens de l'humanité lui a épargné cette erreur.

Et la pensée, nous dira-t-on, n'est-ce pas quelque chose de réel et cependant c'est du pur esprit? Grave erreur. La pensée se produit comme tous les autres phénomènes de l'Univers, car, pour que la pensée soit un objet réel, il faut que telles parties du cerveau soient mises en vibration. C'est la condition *sine qua non*, c'est le seul mode d'existence de la pensée, et on voit qu'il est le même que celui de tous les autres phénomènes réels.

Voici maintenant la démonstration rigoureuse que l'âme est formée d'un gaz éthéré neutre :

Tout corps est à l'état solide, liquide ou gazeux. L'âme n'est pas à l'état solide ni liquide, car si elle était dans un de ces deux états, on la verrait et on la toucherait. Elle est par conséquent à l'état gazeux. Ce gaz n'est pas pondérable, car jamais on n'en a constaté aucune trace dans nos laboratoires de chimie. Il s'ensuit que ce gaz est d'une très grande ténuité, qui se rapproche beaucoup plus que tous les gaz pondérables, de la ténuité de l'Éther. C'est pour cette raison que nous disons que l'âme est formée d'un gaz éthéré.

Il est certain aussi que ce corps que nous appelons l'âme n'entre dans aucune combinaison chimique avec les éléments de notre corps, car dans toutes nos analyses chimiques on n'a jamais trouvé trace d'un élément autre que les éléments pondérables connus en chimie. Il en résulte que l'âme est constituée par un gaz impondérable qui n'entre dans aucune combinaison chimique avec les éléments de notre corps : c'est pourquoi nous disons que ce gaz est *neutre*.

D'ailleurs, si l'âme entrait dans des combinaisons chimiques avec les éléments constitutifs de notre corps, notre âme serait régie par les lois physico-chimiques qui régissent notre corps : donc nous serions incapables d'exécuter des mouvements volontaires, nous serions des automates, rigoureusement astreints à nous mouvoir seulement dans la direction de la résultante, c'est-à-dire dans la direction de la diagonale du parallélogramme des forces.

Or, puisque nous sommes capables d'exécuter des mouvements volontaires (§ 142), il en résulte que l'âme est formée par un élément impondérable et neutre qui agit seulement d'une manière mécanique sur notre cerveau pour lui faire exécuter ces mouvements volontaires. Ainsi, l'âme se borne à imprimer des vibrations à notre cerveau et par son intermédiaire à notre système nerveux. C'est tellement vrai que les centres nerveux locaux, indépendants de notre système nerveux général dont le cerveau est le centre, ne sont pas soumis à notre volonté : d'où les mouvements réflexes qui sont des mouvements involontaires et tombent par conséquent dans la catégorie des mouvements qui sont la résultante mécanique des forces physico-chimiques en action dans notre corps.

La circulation du sang, la digestion, la sécrétion des liquides par les différents systèmes glandulaires, l'endosmose et l'exosmose, c'est-à-dire l'échange des liquides entre les cellules organiques qui composent notre corps, sont autant de mouvements involontaires sur lesquels notre âme n'a aucune prise directe.

C'est même pour s'être occupés principalement de ces faits que beaucoup d'anatomistes et de physiologues en sont arrivés à nier l'existence de la volonté.

Étrange confusion. Comment! vous avez sous vos yeux un fait aussi flagrant que les mouvements volontaires, qui sont juste l'opposé des mouvements involontaires que vous étudiez, et vous voulez conclure de ceux-ci à ceux-là?

Maintenant, nous devons résoudre la question suivante :

Comment le gaz qui constitue l'âme est-il capable de volonté? ou bien, en donnant à cette question toute sa généralité :

Comment la matière est-elle susceptible de produire une pensée?

Plusieurs savants ont répondu à cette question par des hypothèses et des affirmations, qui ne sont basées sur aucune démonstration rigoureuse et rentrent par là dans la catégorie des jeux de l'imagination. En définitive, ils ont affirmé que la matière est incapable de produire une pensée, et pour expliquer cependant l'existence de la pensée il y en a qui ont supposé l'existence de *monades pensantes* et d'autres ont supposé l'existence d'un *élément animique*. Quant aux premiers, il suffit de leur observer que toute sensation se produit seulement par le choc d'un grand nombre d'atomes et par les vibrations imprimées aux molécules qui constituent le système nerveux. Ces sensations produisent des réflexions et ces réflexions sont des pensées. Comment veulent-ils remplacer par une monade pensante tous ces mouvements, tout ce travail, toutes ces opérations démontrées par l'expérience? Mais une monade c'est un seul atome, il ne peut par conséquent éprouver aucune sensation, et il est par là même incapable de réflexion et de pensée. Il faut abandonner ces entités métaphysiques à l'école scolastique du moyen âge qui en avait la spécialité et le triste privilège.

Quant à l'hypothèse de l'existence d'un élément animique, elle est purement gratuite, elle ne repose sur aucune preuve et elle est en contradiction flagrante avec la réalité, comme nous allons le démontrer.

Regardez une nappe d'eau. Qu'est-ce que vous y voyez? Votre image ou bien l'image d'un tout autre objet que vous lui présenterez. Cette nappe d'eau réfléchit par conséquent les formes des objets qui lui sont présentés. Comment accomplit-elle cette opération?

Les vibrations lumineuses qui partent de l'objet font vibrer la surface de cette nappe d'eau et sont réfléchies par elle sous des angles de réflexion égaux aux angles d'incidence, et cela en vertu des lois géométriques. Voilà une opération très compliquée, très belle, qui est exécutée par cette nappe d'eau. Oui, nous dira-t-on, mais elle n'a pas conscience de ce qu'elle fait. Elle n'a pas conscience parce qu'elle est formée de parties désagrégées, indépendantes les unes des autres, et qui n'aboutissent pas à un sensorium commun. Mettez maintenant à la place de cette nappe d'eau votre œil. Il exécute comme elle sur votre rétine l'opération de la réflexion des objets. Votre rétine imprime aux nerfs visuels les vibrations qu'elle a reçues elle-même des vibrations lumineuses des objets. Les nerfs visuels impriment à leur tour ces mêmes vibrations au cerveau qui est le sensorium commun et vous avez la sensation de la vue qui vous donne la notion des différentes couleurs, c'est-à-dire qui vous donne des réflexions, des pensées. Enfin, le cerveau transmet par ses vibrations ces sensations au corps éthéré qui l'enveloppe et le pénètre, et que nous appelons l'*âme*.

Voilà comment la matière produit des pensées.

Ici, on nous dira peut-être :

Puisque le cerveau est susceptible par lui-même d'éprouver des sensations, de faire des réflexions et d'avoir des pensées, pourquoi ne serait-il pas capable d'avoir aussi de la volonté?

Voici pourquoi :

Le cerveau est soumis, jusque dans ses éléments les plus intimes, aux forces physico-chimiques en action dans notre corps et dans le milieu ambiant.

Il en résulte que tout mouvement déterminé par l'action propre du cerveau, loin de pouvoir être un mouvement volontaire, ne peut être qu'un mouvement d'automate qui suit, comme résultante mécanique, la direction de la diagonale du parallélogramme des forces.

Il en est ainsi de nos sensations et des pensées qui nous viennent du dehors. A celles-là le déterminisme de Claude Bernard est applicable. Ce sont des résultantes du milieu ambiant et des forces physico-chimiques qui agissent sur notre corps.

Il en résulte que le cerveau n'est capable que d'éprouver des sensations et de se voir suggérer des réflexions par les impressions du dehors ou par celles qui lui viennent de l'âme.

Maintenant que nous avons démontré comment la matière est susceptible de produire des pensées, nous allons démontrer comment le gaz qui constitue l'âme est capable de volonté.

Nous avons démontré qu'en vertu des lois géométriques tous les objets de l'Univers sont formés et maintenus dans leur état par la pression de l'Éther, sans laquelle les atomes qui forment ces objets s'éloigneraient les uns des autres, s'éparpilleraient dans l'espace et reviendraient à l'état chaotique de la matière cosmique à son état primordial. L'âme est par conséquent aussi formée par la pression de l'Éther comme tous les autres corps, mais la répulsion des atomes qui constituent l'âme contre l'impulsion des atomes de l'Éther est beaucoup plus forte que dans tous les corps pondérables, parce que le gaz qui constitue l'âme est d'une ténuité beaucoup plus grande, comme nous l'avons démontré. Il en résulte que cette réaction élastique de l'âme contre la pression de l'Éther est si puissante qu'elle lui donne une sphère d'action assez étendue pour lui assurer la liberté de tous ses mouvements. Si, de plus, on considère que le gaz qui constitue l'âme n'est pas désagrégé dans ses parties, mais se trouve au contraire à l'état de tous les autres organismes où toutes les parties sont reliées à un centre commun qui réagit sur sa périphérie, alors on comprendra comment l'âme est capable de volonté. Quant à la faculté d'avoir des pensées, elle la possède en vertu des mêmes lois que le cerveau, avec la différence que les pensées de l'âme ne lui viennent pas seulement du dehors comme au cerveau, mais qu'elle les puise aussi en elle-même. Chacun de nous peut en faire l'expérience à chaque moment. Il n'a pour cela qu'à s'isoler par sa volonté du monde extérieur et à creuser en soi une idée qui le préoccupe et qu'il veut éclaircir. Il constatera ainsi les pensées intérieures de l'âme indépendante du monde extérieur.

Il nous reste encore une question à élucider :

Tous les corps organiques connus sont à l'état solide. Nous ne connaissons aucun corps organique à l'état gazeux. Comment se fait-il alors que l'âme est un corps organique à l'état gazeux? Comment l'Éther maintient-il par sa pression l'âme dans sa forme organique, puisque c'est un gaz, et nous savons que les gaz à l'état libre se répandent dans le milieu ambiant par suite de la répulsion entre elles des molécules de ces gaz? A plus forte raison, devrait-il en être ainsi avec le gaz éthéré qui forme l'âme, puisque ce gaz est d'une très grande ténuité et possède par conséquent une élasticité beaucoup plus grande que celle de tous les gaz que nous connaissons. Remarquons d'abord que lorsqu'un gaz se répand dans le milieu ambiant, ce sont ses molécules qui s'éloignent les unes des autres, mais aucune de ces molécules, bien que composées d'un grand nombre d'atomes, ne se dissout. La preuve, c'est qu'un gaz reste toujours le même, inaltérable, qu'il soit soumis à une pression ou qu'il soit à l'état libre. Par conséquent, la pression de l'Éther maintient les molécules gazeuses dans leur forme et dans leur constitution primitive. Il en résulte que si l'Éther a donné par sa pression, au gaz dont est composée l'âme, une forme organique et une constitution déterminée, cette même pression de l'Éther peut maintenir ce gaz dans sa forme et dans sa constitution de la même manière dont il maintient dans leurs formes les molécules des gaz connus.

Observons ensuite que les gaz qui constituent les queues des comètes et qui sont d'une bien plus grande ténuité que l'hydrogène, bien que s'étendant sur des distances énormes, ne se désagrègent pas. Les queues des comètes malgré quelques variations accidentelles et passagères dues à la gravitation vers quelque Corps Céleste, mais nullement à la répulsion réciproque de leurs molécules, conservent en général leurs formes et leurs dimensions, bien qu'elles circulent dans les espaces libres interstellaires et bien qu'elles ne soient composées que de molécules gazeuses, indépendantes les unes des autres, qui ne sont pas réunies en une forme organique. Cette persistance des queues des comètes dans leurs formes provient de la pression de l'Éther et de la gravitation les unes vers les autres des molécules qui composent ces gaz. A plus forte raison, la pression de l'Éther peut-elle maintenir dans sa forme organisée le gaz dont est composée l'âme.

Si l'on considère enfin que la forme gazeuse de l'âme est adaptée au cerveau sur lequel elle agit et au système nerveux, on verra dans ce fait une raison de plus pour que la pression de l'Éther la maintienne dans sa forme organisée, bien qu'elle soit à l'état gazeux.

Maintenant, pour terminer, voici le résumé de la démonstration que nous avons donnée dans ce paragraphe :

Nous avons démontré que l'âme est constituée par un gaz impondérable qui n'entre dans aucune combinaison chimique avec les éléments de notre corps, mais agit sur lui d'une manière purement mécanique, en imprimant des vibrations à notre cerveau et par son intermédiaire à notre système nerveux. Il est certain que ces vibrations déterminent des transformations chimiques dans notre cerveau, mais nous avons démontré que notre âme ne participe pas à ces transformations, bien qu'elle les détermine par les vibrations qu'elle imprime au cerveau.

Il en résulte que l'âme est formée d'un gaz éthéré neutre. C. q. f. d.

§ 144. — L'âme fait exécuter au corps un mouvement volontaire en imprimant un choc à la partie du cerveau qui met en action les nerfs moteurs destinés à l'exécution de ce mouvement.

Preuve. — Magendie, après avoir trépané des pigeons, les faisait aller à droite ou à gauche ou tourner sur eux-mêmes, selon qu'il touchait telle ou telle partie de leur cerveau. Dans cette expérience, c'est la volonté de l'opérateur qui imprimait aux pigeons ces mouvements, parce qu'il touchait les parties du cerveau par l'intermédiaire desquelles ces mouvements s'effectuent.

S'il n'avait pas mutilé ces pigeons et s'il les avait abandonnés à leur libre arbitre, c'est leur volonté à eux, au lieu de celle de Magendie, qui aurait imprimé à telle ou telle partie de leur cerveau le mouvement qu'elle aurait voulu, comme vous le faites vous-même quand vous exécutez un mouvement volontaire.

Aujourd'hui les physiologues ont constaté que le cerveau est partagé en un grand nombre de casiers dont chacun a la spécialité de faire exécuter un certain mouvement. Ainsi, pour ouvrir un œil il y a un casier, pour le fermer il y en a un autre; pour faire un mouvement extenseur avec un bras il y a un casier, pour faire un mouvement adducteur avec ce même bras il y en a un autre, et ainsi de suite pour tous les mouvements à exécuter.

Comme nous avons démontré aux §§ 142 et 143 que c'est l'âme qui fait exécuter au corps les mouvements volontaires, il en résulte qu'elle le fait en imprimant un choc à la partie du cerveau qui met en action les nerfs moteurs destinés à l'exécution du mouvement voulu. C. q. f. d.

Remarque. — Dans l'état pathologique, dans les congestions au cerveau, dans les névroses, dans les maladies du cerveau, dans l'état de folie, certaines parties du cerveau n'étant plus à l'état normal, étant malades, l'âme ne possède plus l'instrument nécessaire à la transmission de sa volonté et de ses pensées. De là l'incohérence des idées dans ces cas pathologiques.

Observons aussi que cette incohérence vient en grande partie de ce que la congestion fait exécuter au cerveau des mouvements automatiques, des mouvements involontaires. C'est une preuve de plus que les mouvements déterminés par les forces physico-chimiques en action dans notre corps sont tout le contraire des mouvements volontaires exécutés par notre âme.

Dans l'aphasie, on voit clairement la lutte entre la volonté de l'âme et le cerveau malade. En effet, l'âme veut prononcer le nom de tel objet et imprime une impulsion à la partie du cerveau qui est spécialement destinée au langage. Celle-ci étant malade, par suite d'une pression, d'une congestion, d'un caillot de sang ou d'une lésion quelconque, ne répond pas en vibrations nettes à l'impulsion que lui imprime la volonté de l'âme. De là l'impatience de l'âme de ne pouvoir communiquer sa volonté et l'impuissance passive du cerveau, incapable de fonctionner parce qu'il est malade.

§ 145. — Par ses vibrations, le cerveau transmet ses sensations à l'âme.

Preuve. — Nous avons démontré, dans le paragraphe précédent, que l'âme transmet au cerveau sa volonté en lui imprimant des vibrations par le contact. Puisque l'âme est en contact avec le cerveau, il en résulte que, lorsque celui-ci vibre sous l'impulsion d'une sensation, il communique ces mêmes vibrations aussi à l'âme, laquelle perçoit de cette manière les vibrations du corps et réagit par sa volonté sur le cerveau, comme nous l'avons démontré dans le paragraphe précédent. C. q. f. d.

§ 146. — Les sensations et les passions nous viennent du corps; l'empire sur nous-mêmes et l'aspiration au bien nous viennent de l'âme.

Preuve. — La sensation dans la matière organique est produite par les vibrations des parties en contact. Il en est ainsi dans tous les cas, sans aucune exception.

Ainsi, dans le contact immédiat, lorsque nous touchons un objet du doigt, les vibrations des atomes qui composent cet objet se communiquent aux atomes qui composent nos nerfs tactiles et par l'intermédiaire de nos nerfs sensoriels à notre cerveau. De là la sensation du toucher.

Dans le contact non immédiat, comme dans la vue, les vibrations de la lumière se communiquent par l'intermédiaire de l'Éther à notre nerf optique et à notre cerveau. De là la vue.

Il en est de même de tous les sens; ce sont des appareils vibratoires, rien de plus, rien de moins. Les différents sens ne se distinguent entre eux que par la capacité vibratile du système affecté à chaque sens. Pendant que les nerfs de l'ouïe ne peuvent exécuter que tout au plus 3 500 vibrations par seconde, les nerfs optiques, dans la perception de la couleur violette, en exécutent 728 trillions sans parler des nerfs tactiles qui perçoivent la résistance des corps solides en exécutant le même nombre de vibrations qu'exécutent les atomes qui composent ces corps, à savoir : 29 trillions de vingtillions de vibrations par seconde (§ 78).

Tout cela, ce sont des vérités démontrées par l'expérience et bien constatées aujourd'hui par la physiologie.

Nous étions d'ailleurs à même d'établir ces vérités *a priori*, comme une conséquence rigoureuse des lois que nous avons démontrées, à savoir : que tout phénomène de la nature a toujours pour cause réelle le choc des atomes.

En partant de cette vérité fondamentale, la science se serait épargné bien des hypothèses et bien des erreurs, et les recherches sur la manière dont les sensations se produisent auraient marché droit au but par une voie sûre.

Enfin nous savons maintenant que le choc des atomes et les vibrations du système nerveux et du cerveau produisent les sensations.

Notons aussi que ces vibrations ont toujours pour conséquence aussi des actions chimiques. Celles-ci se produisent quand nous touchons un objet du doigt, aussi bien que lorsque nous regardons une Nébuleuse située à des distances immenses. Bien plus, non seulement chaque sensation, mais chaque pensée produit des actions chimiques, ce qui n'a d'ailleurs rien d'étonnant, puisque toute pensée ne peut se produire que par les vibrations du cerveau. L'humanité est dans le vrai lorsqu'elle dit qu'une pensée agréable vous fait du bon sang et une pensée désagréable vous fait du mauvais sang. Il est donc démontré que les sensations nous viennent du corps.

Il en est de même de nos passions, car ce ne sont que des impulsions imprimées à nos organes par les forces physico-chimiques en action dans notre corps ou par le milieu ambiant.

Tout autre est l'action de l'âme.

Pour nous en faire une idée bien nette, prenons un exemple quelconque.

Un chirurgien vous fait une opération. Vous éprouvez une douleur très vive à l'endroit de votre corps où le bistouri de l'opérateur tranche vos chairs. Dans ce moment, votre âme, par la force de sa volonté, domine votre corps et vous fait supporter la douleur avec stoïcisme. Ici, le dualisme de l'âme et du corps saute aux yeux et l'action de l'une sur l'autre est flagrante.

Voici encore un autre exemple qui met en évidence d'une manière frappante le dualisme du corps et de l'âme et leur opposition dans l'homme.

Turenne, au moment de la bataille, disait à son corps qui tremblait : « Tu tremblerais bien plus en-« core, brute, si tu savais où je vais te conduire. » Et l'âme grande et forte de Turenne conduisait son corps partout où l'appelait son devoir et où il y avait du danger.

Les hommes font, avec raison, une distinction entre le courage physique et le courage moral. Le premier vient d'un tempérament vigoureux qui rend indifférent au danger. Le second vient de la volonté de l'âme. Le courage moral peut tenir lieu du courage physique, comme nous venons de le voir dans l'exemple de Turenne, mais rien ne peut tenir lieu du courage moral qui constitue la force et la grandeur de l'âme humaine.

Citons enfin un dernier exemple qui montre à quel point l'âme peut dominer le corps :

L'idéal des Indiens de l'Amérique du Nord, c'est de braver le danger, les supplices et la mort. Aussi, la première fois que les Hurons ont été exposés aux ravages de notre artillerie, ils n'ont manifesté aucune surprise et ils essuyaient ce feu meurtrier avec un sourire dédaigneux sur les lèvres.

Quand un de ces sauvages à l'âme forte était pris par une tribu ennemie et lié au poteau des supplices, il provoquait ses ennemis et les défiait de lui arracher par leurs tortures le moindre signe de douleur. En vain les squaws, les mégères de la tribu, s'acharnaient sur son corps, lui arrachaient les chairs avec des pinces rougies au feu et lui infligeaient toutes sortes de supplices : son stoïcisme ne se démentait pas un seul instant et il mourait en héros au milieu des tortures les plus cruelles. Ces faits prouvent que l'empire sur nous-mêmes nous vient de l'âme.

Il nous reste enfin à démontrer que l'aspiration au bien nous vient aussi de l'âme.

Le corps aspire au bien-être matériel, à la satisfaction de ses besoins et de ses désirs. Il ne saurait en être autrement, puisque ses tendances lui viennent de ses sensations, des fonctions de ses organes, du milieu ambiant et des forces physico-chimiques auxquelles il est soumis.

Il en est tout autrement de l'âme, puisqu'elle n'entre dans aucune combinaison chimique avec les corps pondérables (§ 144) et se trouve par là soustraite à l'action du milieu ambiant et des forces physico-chimiques. Elle n'est par conséquent pas, comme le corps, soumise aux sensations, aux besoins et aux désirs du corps, et lorsqu'elle est pure et forte, elle domine les passions de celui-ci. Chacun peut en faire l'expérience sur lui-même.

Ainsi, toutes les vertus qui relèvent et honorent l'homme lui viennent de l'âme. C'est là ce qui constitue l'aspiration au bien moral, qui est l'aspiration vers l'idéal de l'âme. C. q. f. d.

§ 147. — La mort du corps n'entraîne pas nécessairement celle de l'âme.

Preuve. — Nous avons démontré (§ 144) que l'âme est formée, sous la pression de l'Éther, d'un gaz éthéré neutre. Nous avons également démontré que ce gaz neutre n'entre dans aucune combinaison chimique avec le corps. Il n'y a, par conséquent, aucune raison pour que l'âme se décompose parce que le corps se décompose.

Le gaz impondérable dont l'âme est formée est indestructible, par les mêmes raisons que tout autre corps simple à l'état gazeux, comme par exemple l'hydrogène.

Si la forme de l'âme lui était donnée par le corps humain, elle dépendrait de celui-ci et l'homme serait un automate.

Or, comme nous avons démontré (§§ 142 et 146) que la volonté vient de l'âme et que c'est celle-ci qui domine le corps, il est par là démontré que c'est la pression de l'Éther seule qui donne à l'âme sa forme.

Voici maintenant la conclusion :

Puisque le gaz neutre dont est formée l'âme n'entre dans aucune combinaison chimique avec le corps,

Puisque ce gaz est indestructible comme tous les autres gaz connus,

Puisque la forme de l'âme ne lui est pas donnée par le corps humain, mais par la pression seule de l'Éther, *Il en résulte que la mort du corps n'entraîne pas nécessairement celle de l'âme.*

Remarque. — Observons aussi que le développement de l'âme n'est pas parallèle à celui du corps, car on voit des enfants ayant des âmes nobles et des adultes ayant des âmes basses.

Observons enfin que chez les vieillards l'âme ne tombe pas en décrépitude avec le corps. Au contraire, tant que l'homme se trouve à l'état normal, bien que son corps s'affaiblisse avec l'âge, la force de son âme reste inaltérable.

C'est là encore une preuve frappante que l'âme est indépendante du corps et qu'elle ne dépérit pas avec le corps. Ainsi, tandis que le corps dépérit et meurt, l'âme conserve les qualités morales qu'elle a acquises pendant sa vie terrestre.

§ 148. — L'âme, pour se fortifier, doit exercer sa volonté, et pour s'ennoblir, elle doit employer sa volonté à réaliser son idéal.

Preuve. — Il est démontré en physique que l'élasticité d'un corps diminue si elle n'est pas exercée, et qu'au contraire elle augmente si elle est exercée dans les limites déterminées par la cohésion de ses parties.

Il en est de même de l'âme qui, de tous les corps de l'Univers, est le corps le plus élastique (§ 144), ce qui lui donne précisément, vis-à-vis de la pression de l'Éther, cette grande sphère d'action et de volonté.

Il en résulte que l'âme qui ne fait pas usage de sa volonté, qui ne l'exerce pas, arrive à être faible, et l'individu a alors un caractère mou et sans initiative. Il en est tout le contraire de l'âme qui exerce sa volonté ; elle devient forte, et l'individu a un caractère résolu et plein d'initiative.

Mais, pour l'ennoblir, il ne suffit pas à l'âme de se fortifier, car un brigand a aussi une âme forte.

Pour s'ennoblir, l'âme doit employer la force de sa volonté à aspirer au bien et à réaliser son idéal (§ 146). C. q. f. d.

§ 149. — L'Éther forme, par nécessité géométrique, le monde physique par les impulsions qu'il imprime à la matière pondérable, et le corps éthéré qui constitue l'âme régit par sa volonté le monde moral et a sur le monde physique une action proportionnelle aux connaissances humaines.

Preuve. — Dans les Chapitres du *Mouvement*, de la *Gravitation* et de l'*Éther*, nous avons démontré que l'Éther forme, par nécessité géométrique, le monde physique par les impulsions qu'il imprime à la matière pondérable.

Le corps éthéré qui constitue l'âme régit par sa volonté le monde moral, car les lois qui gouvernent les sociétés humaines ne découlent pas des appétits et des passions du corps humain, qu'elles sont au contraire appelées à refréner, mais elles découlent de la volonté de faire régner la justice dont nous donnons la base dans le Chapitre suivant, où nous traitons de l'*Ordre Moral*.

Enfin la volonté de l'homme a sur le monde physique une action proportionnelle aux connaissances humaines. Bacon a dit avec raison : « L'homme, au« tant il sait, autant il peut. »

Non seulement l'homme peut modifier l'aspect d'un continent en perçant des isthmes comme ceux de Suez et de Panama, ou en introduisant la mer dans les déserts de l'Afrique, comme on veut le faire, mais il peut, dans la mesure de ses connaissances, modifier au gré de sa volonté même les organismes vivants. Les résultats obtenus par les éleveurs en sont une preuve.

L'homme peut aussi modifier et améliorer sensiblement son propre organisme, non seulement sous le rapport intellectuel et moral, mais aussi sous le rapport physique. Pour s'en convaincre, il suffit de considérer les résultats obtenus par un emploi rationnel des exercices gymnastiques.

Enfin, à mesure que les connaissances humaines gagneront en étendue, la sphère de ces modifications deviendra de plus en plus considérable à l'aide de la Néogénésie produite par la Tératologie, science qui n'est encore qu'à l'état embryonnaire et dont l'avenir pourra seul dévoiler toute l'importance.

C. q. f. d.

§ 150. — Les corps éthérés que nous appelons *âmes* sont formés, comme tous les objets de l'Univers, par la pression de l'Éther suivant les lois de l'espace, c'est-à-dire par *nécessité géométrique*.

Preuve. — Toutes nos démonstrations antérieures prouvent ce fait. On n'a d'ailleurs qu'à considérer les figures de Plateau pour voir comment les lois de l'espace produisent les formes des objets par la pression et les impulsions de l'Éther.

C. q. f. d.

NEUVIÈME CHAPITRE

L'ORDRE MORAL

§ 151. — La liberté et la justice sont les bases fondamentales de l'ordre moral.

Preuve. — Si les groupes d'atomes qui constituent la matière ne pouvaient pas se mouvoir, ils ne pourraient pas se rapprocher pour former les objets, et aucun phénomène de l'Univers ne pourrait avoir lieu. Par conséquent, le mouvement est la première condition fondamentale pour l'existence des phénomènes de l'ordre matériel.

La seconde condition fondamentale pour l'existence de l'ordre matériel, c'est l'équilibre des pressions exercées sur chaque objet par l'Éther; car, sans cet équilibre, les atomes qui forment un objet s'échapperaient par un des côtés où cet équilibre n'existerait pas et l'objet se dissoudrait, il disparaîtrait.

Ainsi, le mouvement et l'équilibre sont les bases fondamentales de l'ordre matériel.

Il en est de même de l'ordre moral.

La liberté et la justice sont dans l'ordre moral ce que sont dans l'ordre matériel le mouvement et l'équilibre.

Prenons un exemple :

Voici des émigrants qui veulent aller d'Europe en Amérique pour y fonder une colonie. Il est évident que la première condition pour la fondation de cette colonie, c'est que ces émigrants aient la liberté de quitter l'Europe pour aller en Amérique. Ainsi, la liberté et le mouvement sont tout à fait identiques.

Mais une fois arrivés en Amérique, si les émigrants sont maltraités et spoliés, en un mot, s'ils sont privés de justice, il est encore évident que cette colonie se dissoudra, disparaîtra.

Or on voit que la justice joue ici, dans l'ordre moral, tout à fait le même rôle que joue l'équilibre dans l'ordre matériel.

Aussi, l'humanité, avec un instinct qui ne l'a pas trompée, a toujours représenté la justice sous la forme d'une balance dont les deux plateaux sont en parfait équilibre.

Il est par conséquent démontré que la liberté et la justice sont les bases fondamentales de l'ordre moral comme le mouvement et l'équilibre sont les bases fondamentales de l'ordre matériel.

C. q. f. d.

§ 152. — De la liberté découlent tous les droits de l'homme et de la justice tous ses devoirs.

Preuve. — De la *liberté* découlent pour l'homme :

1° Le droit d'aller où il veut.

Il en est ainsi puisque nous avons démontré dans le paragraphe précédent que la liberté est dans l'ordre moral ce que le mouvement est dans l'ordre matériel.

Cette liberté d'aller où il veut, la première de toutes, est tellement nécessaire à l'homme que sans elle il est un esclave. S'il se soumet à cet esclavage, il se dégrade et s'abrutit. Dans cet état, l'homme est ravalé au rang de la bête domestique. S'il ne se soumet pas, il se révolte. Ainsi, dans tous les cas, l'ordre moral est profondément troublé lorsque cette liberté manque. C. q. f. d.

2° Le droit d'appliquer son activité dans telle direction qu'il veut.

Lorsque l'homme est privé de cette liberté, lorsqu'il est empêché d'employer son activité comme cela lui convient, alors son initiative est paralysée et son activité, frappée dans ce qu'elle a de plus noble, dans la libre volonté de l'homme, est assimilée au travail d'une machine. Dans cet état, l'homme est ravalé à l'état d'outil et la routine empêche le progrès.

Ces quelques mots suffisent pour montrer quelle étrange aberration commettent les communistes et les socialistes lorsqu'ils veulent asservir la libre activité de l'homme. Comment ne se rendent-ils pas compte que par là ils attentent à une liberté essentielle de l'humanité? Aussi, est-ce là la raison pour laquelle leurs tentatives ont toujours échoué.

C. q. f. d.

3° Le droit de disposer comme il veut du produit de son activité.

Par l'exercice de son droit d'aller où il veut et d'appliquer son activité dans telle direction qu'il veut, l'homme produit un objet quelconque. Cet objet lui appartient, il a le droit d'en disposer comme il le veut, puisque c'est le produit de son activité. C'est pour cette raison que la propriété est l'expression la plus puissante de la liberté individuelle.

Les socialistes devraient comprendre que du moment où ils attaquent la propriété et le capital, ils ont contre eux la plus grande force morale du monde, qui est le besoin que l'homme a d'être libre et de pouvoir disposer comme il veut de sa personne et de ce qui appartient à sa personne. Cette force a une telle puissance sur la nature de l'homme, qu'elle a renversé toutes les tyrannies et celle du Socialisme n'y résisterait pas davantage.

Aveuglées par leurs besoins, par leurs appétits et surtout par leurs meneurs, les masses socialistes se font illusion lorsqu'elles croient que la société se laissera décapiter.

Les socialistes avancés qui voudraient, comme ils l'ont manifesté, faire mourir par l'électricité les deux à trois millions de propriétaires de l'Europe, ne verront jamais la réalisation de leur rêve, qui n'aura pas d'autre résultat que de montrer leur démence. Les troubles anarchistes et socialistes seront toujours étouffés dans le sang, et si dans un État quelconque ils avaient pour le moment le dessus, les autres États interviendraient avec leurs troupes pour étouffer ce mouvement d'un exemple dangereux; et même si les autres États n'intervenaient pas, l'édifice socialiste, élevé pour un moment à l'aide de l'anarchie, s'écroulerait encore de lui-même, parce que ses principes sont tyranniques et contraires à la liberté humaine.

D'ailleurs les expériences amères qu'ils ont faites jusqu'à présent, suffisent pour leur montrer ce qui les attend aussi à l'avenir.

L'histoire nous montre déjà dans les républiques grecques, ainsi depuis environ trois mille ans, la guerre des pauvres contre les riches. Les socialistes ont-ils jamais réussi à triompher et à fonder un état de choses tant soit peu durable? Non. Eh bien! il en sera de même à l'avenir. Mais, nous dira-t-on, le développement énorme de l'industrie a donné aujourd'hui au prolétariat et aux ouvriers des forces inconnues auparavant. A quoi nous répondrons que le développement du militarisme donne aujourd'hui à la société des forces et des moyens de défense inconnus auparavant.

Et que l'on n'aille pas croire que la Société, pour se défendre, en est réduite seulement aux troupes du Gouvernement. Un bourgeois Allemand auquel nous observions qu'il y a en Allemagne beaucoup de socialistes, nous a répondu : « Nous le savons, « mais nous sommes plus de trois cent mille bour- « geois membres de sociétés de chants et dans ces « sociétés nous ne nous bornons pas à chanter et à « boire de la bière, nous tirons aussi de la carabine « et comme nous en avons les moyens, nous nous « achetons chacun une bonne carabine. Aussi le « jour où les socialistes descendront dans la rue « pour nous manger, nous les tuerons. »

Ceux qui veulent arborer le drapeau rouge devraient se rappeler comment les a traités en 1848 la garde nationale de Paris, lorsque le général Cavaignac était à la tête du Gouvernement républicain.

Un autre exemple plus récent, c'est le mouvement anarchique et socialiste qui s'est produit il y a trois ans en Belgique : la garde civique, composée de bourgeois, a donné aux troupes un concours énergique pour étouffer ce mouvement.

Enfin, si l'on considère qu'en Angleterre la classe aisée a enrôlé de son propre sein et équipé à ses frais deux cent mille Rifleman armés de carabines et trente mille hommes de cavalerie, on comprend qu'aujourd'hui la Société n'est plus disposée à se laisser massacrer et dépouiller, comme cela lui est arrivé pendant la grande Révolution Française. En 1789, les idées de réforme avaient pénétré tous les esprits en France. La condition essentielle pour que ces réformes soient faites était par conséquent remplie. Si l'élément militaire avait été alors aussi fortement organisé qu'aujourd'hui, et s'il s'était trouvé entre les mains d'un Gouvernement énergique, la grande Révolution se serait faite sans toutes ses horreurs et sans tous ses crimes. Les institutions libérales auraient été introduites sans mutiler la France et la propriété serait passée, sans spoliation, des mains désœuvrées et prodigues aux mains laborieuses qui amassent. Il n'est besoin pour cela ni de guillotine, ni de massacres, ni de jacqueries, ni de bandes noires. Le fonctionnement normal et équitable des forces sociales amène de lui-même ce résultat. Que les socialistes cessent par conséquent de se faire illusion. Au lieu de vouloir attaquer les propriétaires, qui sauront bien se défendre, les socialistes devraient se borner à des réclamations équitables. Dans cette voie, des améliorations pourront être apportées au sort des travailleurs.

De ce qui précède, il résulte que le respect de la propriété constitue l'élément principal de l'ordre moral social. C. q. f. d.

4° La liberté de conscience.

La conscience est la partie la plus intime de l'âme. Vouloir supprimer sa liberté est non seulement odieux, mais c'est aussi inepte, car toute croyance persécutée grandit par le martyr. L'État n'a le droit d'interdire un culte que lorsqu'il a des pratiques immorales. S'il veut empêcher qu'une fausse croyance s'étende, le meilleur et le seul moyen c'est d'éclairer les esprits et de leur faire comprendre que cette croyance est basée sur une imposture.

Les persécutions des empereurs Romains ont glorifié le Christianisme, tandis que le bon sens et l'esprit sarcastique de Voltaire l'ont discrédité.

Or ceux qui profitent d'une religion ont beau faire, du moment où elle est discréditée dans l'esprit des hommes cultivés, c'est une religion en décadence.

Les autodafés de l'Inquisition, qui torturait et brûlait les hérétiques, n'ont pas empêché la réforme de Luther de s'étendre à une grande partie de l'Europe, et la sévérité du Gouvernement russe dans les questions religieuses n'empêche pas l'esprit de secte de travestir l'orthodoxie chrétienne sous les formes les plus bizarres et souvent les plus immorales. Voulez-vous empêcher les fausses croyances, éclairez les esprits, car c'est le seul moyen d'y parvenir; mais respectez la liberté de conscience, qui est la liberté de l'âme, comme le droit d'aller où il veut est la liberté du corps de l'homme. C. q. f. d.

5° Le droit d'exprimer sa pensée par la parole et par des écrits.

La pensée est la fonction la plus noble de l'homme. Vouloir la supprimer dans sa manifestation, c'est vouloir réduire l'homme à être un idiot ou un hypocrite. Le désordre moral qui en résulte est déplorable. Le niveau intellectuel s'abaisse et les caractères se dépriment. La bêtise, le mensonge, l'hypocrisie et la délation deviennent autant de titres à la faveur du Gouvernement, et la corruption qui en résulte est d'autant plus étendue qu'elle est assurée de l'impunité.

D'un autre côté, lorsque la manifestation de la pensée est entravée, le progrès dans toutes les directions de l'esprit et de l'activité humaine l'est aussi.

Les sectaires politiques sont dans une profonde erreur lorsqu'ils croient qu'on peut faire triompher une idée par l'assassinat. Si les croyants qui ont fondé le Christianisme s'étaient mis à commettre des assassinats pour propager leur foi, au lieu de faire triompher la religion chrétienne ils l'auraient couverte d'opprobre.

Il en est de même des croyances politiques. Par le crime on les déshonore, au lieu de les propager. Lorsqu'on se dévoue jusqu'à la mort à une croyance politique, on peut devenir un martyr, mais on ne doit jamais devenir un assassin. Les martyrs avancent beaucoup les causes pour lesquelles ils meurent, ceux du Christianisme en sont une preuve; mais pour être martyr on doit être pur de tout crime.

Répandre des idées par la parole et par les écrits, souffrir toutes les persécutions et mourir en martyr pour la vérité et pour le progrès de son pays, voilà la voie à suivre lorsqu'on se dévoue à une idée morale et qu'on veut la faire triompher.

De ce qui précède, il résulte que le droit d'exprimer sa pensée est la condition essentielle du progrès de l'humanité. C. q. f. d.

6° Le droit de réunion.

Puisque les hommes vivent en société, il est absurde de vouloir les empêcher de se réunir. D'ailleurs le droit de réunion n'est qu'une manière d'exercer le droit d'exprimer sa pensée. Entraver l'un, c'est porter du même coup atteinte aussi à l'autre.

Le droit de réunion est un moyen puissant pour la propagation des idées et le groupement des intérêts. On ne saurait en priver une nation sans lui enlever un moyen essentiel de progrès.

C. q. f. d.

7° Le droit d'association.

L'association donne à l'effort individuel une grande puissance sans laquelle il serait impossible d'obtenir les résultats dont jouissent les sociétés civilisées. Vouloir l'entraver, c'est vouloir paralyser l'activité humaine et lui enlever le mode le plus puissant de se manifester. C. q. f. d.

8° Le droit de contrôler les actes du Gouvernement.

Lorsque dans un État il est interdit aux hommes d'exercer ce contrôle, tous les abus de pouvoir sont possibles et se produisent. Puisqu'il se produit des abus même dans les États où ce contrôle existe, jugez ce qu'il doit en être dans ceux où il n'existe pas du tout. Les fonctionnaires, grands et petits, exploitent chacun à sa convenance le pouvoir absolu du chef de l'État et les abus se produisent impunément dans toutes les branches de l'administration.

Les hommes chargés du soin de gouverner doivent diriger les affaires selon le vœu de la nation et doivent lui rendre compte de l'usage qu'ils font du pouvoir qui leur est confié.

Dans les pays qui vivent sous le régime absolu, le Gouvernement interdit aux citoyens de contrôler ses actes. On leur dit de ne pas se mêler de ce qui ne les regarde pas, comme si les affaires publiques ne regardaient pas tout le monde. Dans un pareil État, c'est à la nation qu'incombe le devoir d'imposer son contrôle : si elle ne le fait pas, elle n'a que le Gouvernement qu'elle mérite.

Il nous semble que l'idée d'avoir une Constitution qui garantisse le citoyen contre l'arbitraire administratif est très répandue en Russie. Voici à ce sujet un fait significatif :

En 1878, le colonel Roumain qui était préposé à Bucarest à l'hôpital des officiers Russes blessés, se trouvant dans une des salles où il y en avait une cinquantaine, s'approcha du lit d'un de ces officiers, qui avait une blessure grave au bras, pour se rendre compte de son état. Celui-ci demanda au colonel, en lui montrant son bras : « Qu'est-ce que c'est que

« cela? » Le colonel lui répondit : « Une blessure qui « est en voie de guérison. » — « Non! » répliqua « l'officier, en montrant son bras : « ceci, c'est une « *constitution*. » Et puis il ajouta : « Comment! vous « croyez que je suis dans cet état, qu'un de mes « frères a été tué et un autre a perdu une jambe, « seulement pour donner une Constitution aux Bul- « gares et que nous, nous n'en ayons pas? » Et tous les officiers qui étaient étendus sur leurs lits dans cette salle ont dit en chœur et avec conviction : « Oui! oui! » Le colonel, surpris de cette scène, est allé chez le général Russe, qui était commandant de place, et lui a raconté ce qui lui est arrivé, sans nommer l'officier en question. « Ah! que voulez-vous, c'est comme cela, » lui répondit le général en haussant les épaules.

Lorsqu'une idée est entrée à ce point dans les esprits, elle doit nécessairement se réaliser, car les faits politiques ne sont que la conséquence des idées dominantes.

Il paraît d'ailleurs que les prétentions constitutionnelles des Russes sont assez modestes. En voici une preuve caractéristique :

Lorsque le préfet de police de Zurich a arrêté, en 1890, les nihilistes Russes qui ont fait des expériences avec des matières explosibles, expériences qui ont coûté la vie à quelques-uns d'entre eux, après s'être entretenu avec ses prisonniers, il a dit : « Ce sont des gaillards très dangereux, mais leurs « prétentions ne sont pas bien grandes, car ils m'ont « déclaré qu'ils se contenteraient pour la Russie « d'une Constitution comme celle que le Prince de « Bismarck a donnée à l'Allemagne. »

Puisque les sectaires politiques les plus fanatiques et les plus avancés ne vont pas plus loin dans leurs revendications, on voit que les vœux de la nation Russe sont fort modérés.

La Russie a des grands propriétaires terriens pour représenter la propriété, des marchands riches pour représenter la bourgeoisie, et des paysans habitués, dans leur zemstwo, à s'occuper des intérêts locaux. Ce sont des éléments sains, très aptes à constituer un bon régime représentatif, qui donne aux citoyens les garanties nécessaires contre l'arbitraire et qui soumette le Gouvernement au contrôle du pays.

Dans beaucoup de pays constitutionnels, le chef de l'État, au lieu de rendre à la nation un compte loyal de ses actes, élude ce devoir et vient débiter, devant des majorités serviles, des mensonges officiels auxquels celles-ci répondent par de basses adulations dont personne ne croit un mot.

Quel pitoyable état moral!

Ce mal provient d'abord de ce que le chef de l'État a le droit de choisir ses ministres à sa convenance, ensuite de ce qu'il a le droit de dissoudre les Chambres qui ne lui conviennent pas, et enfin de ce que le Ministère fait faire par ses employés les élections à sa guise, *pro domo sua*, et s'assure par là des majorités serviles.

En un mot, dans cet état de choses, le roi fait les ministres et les ministres font la majorité.

Ces prérogatives abusives donnent au chef de l'État toute latitude de prendre pour ministres ses favoris, de dissoudre les Chambres qui le gênent et de leur en faire élire d'autres qui leur soient soumises. Dans ces conditions, on voit que le régime constitutionnel est réduit, au fond, en un Gouvernement personnel qui est tout le contraire du régime parlementaire.

Pour obvier à ce mal et pour avoir en réalité un Gouvernement constitutionnel, il faut d'abord enlever au Ministère le droit de présider les élections des Chambres. Il faut confier cette prérogative à une Cour de justice Suprême dont les membres sont inamovibles, comme la Cour de Cassation. Pendant les élections, cette haute Cour doit avoir le droit de suspendre les agents administratifs et judiciaires qui lui semblent suspects d'ingérence illégale dans les élections. Elle veille à ce qu'aucune pression ne soit exercée sur le corps électoral et à ce que la force publique intervienne avec impartialité pour maintenir l'ordre et pour réprimer toute violence, de quelque part qu'elle vienne.

Enfin les attributs dont le Ministère se sert aujourd'hui pour falsifier les élections et pour s'assurer une majorité servile, seront exercés par la Haute Cour de Justice pour garantir le libre exercice du droit des électeurs et pour assurer la légalité des élections.

La seconde mesure à prendre, c'est d'enlever au roi le droit de dissoudre les Chambres.

Avec le droit de dissolution, on ne peut avoir qu'un Gouvernement autoritaire sous le masque constitutionnel. Sous un pareil régime, celui qui jouit de la faveur du chef de l'État peut seul devenir ministre. Tout au contraire, sous un régime vraiment parlementaire, les hommes politiques qui ont la confiance du pays peuvent seuls arriver au pouvoir.

Ces deux régimes s'excluent l'un l'autre et dans tous les pays du monde on ne peut avoir que l'un des deux : le régime autoritaire ou le régime parlementaire.

Sous le régime autoritaire, le niveau moral des hommes politiques est abaissé, car ils attendent le pouvoir de la bonne grâce et de la faveur royales. Ils s'abaissent au rôle d'instruments dociles d'un

Gouvernement personnel et deviennent par là incapables de faire prédominer la volonté du pays dans les actes du Gouvernement.

Tout au contraire, sous le régime parlementaire, le niveau moral des hommes politiques est élevé, car ils n'attendent le pouvoir que de la confiance du pays. Pour s'en convaincre, on n'a qu'à considérer les hommes politiques de la France et de l'Angleterre.

Sous un régime vraiment parlementaire, celui-là seul peut devenir président du Conseil des Ministres, qui a la confiance de la majorité des représentants du pays. Arrivé ainsi au pouvoir, ce Premier Ministre n'est ni influencé ni couvert par la personne du Souverain. Il a en face de lui un Parlement qu'il n'a pas pu faire élire à sa guise, mais qui a été élu par une application impartiale de la loi électorale, sous la surveillance de la Haute Cour de Justice, appelée à veiller à l'application des lois.

Si un pareil Ministère n'a pas le droit de dissoudre les Chambres, il est forcé de gouverner selon le vœu des mandataires du pays. Et si cette Chambre est mauvaise, si on ne peut pas gouverner avec elle? s'écrient les partisans du régime personnel, c'est-à-dire ceux qui en profitent. D'abord, nous ne voyons pas pourquoi tout un pays se tromperait dans son choix plutôt que le Souverain ou son favori, et il est déraisonnable d'admettre que la Chambre qui aurait le droit d'imposer au Gouvernement la volonté du pays, empêcherait le Ministère de son choix de s'y conformer. Cet état parlementaire impossible ne se présente au contraire qu'avec les dispositions constitutionnelles actuelles où le Souverain et ses créatures veulent gouverner selon leur bon plaisir et où la dissolution des Chambres devient pour eux un moyen d'y parvenir.

L'histoire parlementaire nous montre que tous les conflits entre le pouvoir exécutif et le pouvoir législatif proviennent de là. Mais la Convention de 1793 dictait sa volonté au Gouvernement de la première République Française et l'on sait à quels excès et à quelles horreurs cela a conduit. Voilà un argument que les partisans du régime autoritaire croient très fort et qu'ils exploitent de leur mieux. Or il suffit de considérer ce fait, tel qu'il s'est passé en réalité, pour se convaincre que ceux qui emploient cet argument sont dans l'erreur. En effet, que s'est-il passé sous la Convention? Celle-ci était-elle maîtresse des actes du Gouvernement? Loin de là, elle n'était pas même maîtresse d'elle-même. Elle était décimée et guillotinée par le Club des Jacobins, qui avait pris dans toute la France le dessus sur le pouvoir législatif et sur le pouvoir exécutif. Aussi l'abbé Sieyès, membre de la Convention, interrogé sur ce qu'il a fait pendant la Terreur, a-t-il eu le droit de répondre par ces mots caractéristiques : « J'ai vécu. » Et il est connu qu'alors les membres de la Convention étaient immanquablement guillotinés par le Club des Jacobins, s'ils ne se soumettaient pas aveuglément à leur pouvoir dictatorial et s'ils ne se faisaient pas les complices de leurs crimes par des tirades oratoires et par leurs votes.

A part les excès sanglants, c'est à peu près le même rôle que celui que jouent des Chambres serviles sous un Gouvernement personnel, avec la seule différence qu'ici, au lieu du Club des Jacobins, c'est le Souverain et ses créatures qui exercent le pouvoir dictatorial.

Ainsi, il est bien démontré que ce n'est pas le pouvoir législatif qui a commis les horreurs de la grande Révolution. Au contraire, tous les grands principes libéraux et humains dont vivent depuis un siècle les sociétés modernes de tous les pays du monde et qui ont tant contribué à leurs progrès, ont été proclamés par les Corps législatifs de cette époque mémorable.

Les partisans du régime autoritaire mettent enfin en avant un argument qu'ils croient péremptoire. Le voici :

Ce n'est pas le régime parlementaire qui a fait l'unité de l'Allemagne.

A quoi on est en droit de faire la réponse suivante :

En 1848, le Parlement de Francfort, le véritable représentant des vœux de la nation Allemande, a proposé à la Prusse de réunir sous sa domination, en un seul Empire, tous les États de l'Allemagne. Le Parlement avait fort bien choisi le moment pour accomplir ce grand acte politique, car la République Française, occupée de son état intérieur, ne songeait pas à s'y opposer. D'un autre côté, l'Autriche attaquée par les Hongrois était dans l'impossibilité de résister au mouvement national de toute l'Allemagne. Il en était de même des Princes des différents États Allemands qui étaient tous cernés par la révolution et réduits à l'impuissance par la guerre civile. Quant à la Russie, si elle est intervenue en faveur de l'Autriche contre les Hongrois, il est certain qu'elle ne serait pas intervenue contre la Prusse qui aurait eu toute l'Allemagne avec elle. Par conséquent, il reste démontré que, si la Prusse avait exécuté le vœu du Parlement de Francfort, l'unité de l'Allemagne se serait faite en 1848, non seulement avec moins de sacrifices qu'en 1871, mais encore d'une manière plus complète, car elle aurait englobé dans l'Empire aussi les provinces Allemandes de l'Autriche et aurait supprimé tous les petits Souverains sur lesquels s'appuient encore aujourd'hui les éléments réfractaires à l'homogénéité de l'Empire Allemand, et ce grand acte national se serait fait avec l'assentiment unanime et le concours enthousiaste de toute la nation Allemande.

Au lieu de cela, la Prusse a fait, sous le régime autoritaire, l'unité de l'Allemagne un quart de siècle plus tard, au prix d'une guerre fratricide contre la moitié de l'Allemagne et au prix d'une guerre de cinquante ans contre la France.

Le Prince de Bismarck lui-même a dit : « Je sais bien que j'ai commencé avec la France une guerre de cinquante ans. »

C'est égal, nous dira-t-on, l'Allemagne est devenue aujourd'hui l'État le plus puissant grâce au régime autoritaire.

Voyons ce qu'il en est aussi de cette assertion.

Jules Janin a dit avec raison : « Rien ne réussit « comme le succès. » C'est surtout applicable aux succès militaires.

Dès qu'un État a remporté de grandes victoires, on le glorifie et on associe sa cause à la sienne. Jusqu'ici on est assez logique; mais là où la logique commence à faire défaut, c'est lorsqu'on vient vous dire : « Puisque l'Allemagne a battu la France en « 1871, il en résulte que l'Allemagne est plus forte « que la France en 1891. »

Au lieu de faire à la légère de pareilles affirmations, on devrait se rendre compte que la France a été vaincue par l'Allemagne en 1871 parce que celle-ci a eu à la tête de ses armées un grand génie stratégique, le maréchal de Moltke. Mais la France a aussi battu l'Allemagne lorsqu'elle a eu à la tête de ses armées Napoléon Ier. Il en sera de même à l'avenir et c'est celle des deux Puissances qui aura à sa tête un grand capitaine qui vaincra l'autre. Par conséquent, on ne peut pas décider d'avance lequel de ces deux États l'emportera sur l'autre lorsque commencera la lutte.

Lorsqu'on veut établir une comparaison entre la France et l'Allemagne, on doit prendre en considération aussi les faits suivants :

D'abord, la France a un seul adversaire sérieux sur sa frontière orientale, c'est l'Allemagne. Mais l'Allemagne est entre deux feux, entre deux adversaires : l'un sur sa frontière occidentale, la France, et l'autre sur sa frontière orientale, la Russie. Il est certain que, sous ce rapport, la situation de la France est meilleure.

Ensuite, la France a accompli l'unité de son État, de telle sorte qu'aucune de ses parties ne songe à s'en détacher sous aucune forme, tandis que l'Empire Allemand est composé de plusieurs États avec des dynasties différentes et avec un esprit de *particularisme* qui n'a pas encore disparu. Il nous semble que, sous ce rapport encore, la situation de la France est meilleure que celle de l'Allemagne.

Une troisième considération, c'est que toute la France n'a qu'une seule religion, tandis que l'Allemagne est divisée entre deux religions rivales, division qui suscite des difficultés graves à l'Empire Germanique et s'oppose à son homogénéité.

Une quatrième considération, c'est que la France, par sa grande Révolution, a fait sa transformation et le tiers état, la bourgeoisie, est arrivé au pouvoir, tandis que l'Allemagne a encore devant elle cette transformation inévitable, laquelle soit qu'elle se fasse pacifiquement, comme une évolution, soit qu'elle se fasse violemment, comme une révolution, dans les deux cas l'Allemagne a devant elle une crise qui ne menace plus la France.

Une cinquième considération, c'est que le socialisme est faible et déprécié en France, tandis qu'en Allemagne il compte près d'un million de votants dans le corps électoral dont soixante et quelques mille socialistes votent dans la capitale même de l'Empire Allemand, à Berlin. De plus, dans le Reichstag Allemand sont entrés environ trente députés socialistes, tandis que dans la Chambre des députés française il n'y en a eu que trois.

Enfin, un point encore très important à considérer, c'est que la France est plus riche que l'Allemagne, et c'est là un argument très puissant aujourd'hui où l'on a besoin de faire d'énormes dépenses en préparatifs de guerre pour assurer la paix conformément au dicton latin : *Si vis pacem, para bellum.*

Si maintenant nous voulons considérer les situations respectives de la Russie et de l'Allemagne, nous devons nous rappeler les paroles adressées par l'Empereur Guillaume I[er] au Prince de Bismarck, lorsque les relations de ces deux États étaient tendues. Voici ce qu'il lui a dit : « Laissez-moi mourir « en paix, car la Russie peut supporter plusieurs « défaites sans périr, tandis que nous, si nous per- « dons une bataille, notre Empire se défait. » Paroles profondes, bonnes à méditer. Le Prince de Bismarck a reconnu lui-même aussi qu'il serait fort dangereux pour l'Allemagne d'attaquer la Russie, car cette guerre ne pouvant pas être terminée en peu de temps, l'Allemagne finirait par être attaquée aussi par la France et on ne peut pas prévoir toutes les conséquences d'une pareille situation. En effet, la lutte contre deux grandes Puissances militaires comme la France et la Russie peut amener des résultats inattendus, elle peut même modifier les conditions des alliances existantes.

Dans une polémique qui a eu lieu entre un officier d'État-Major Prussien et un officier d'État-Major Russe, celui-ci a dit au premier : « Vous avez

« des armes plus perfectionnées que nous, des offi-
« ciers plus instruits, de meilleurs généraux et une
« administration parfaite qui vous permet de faire
« une mobilisation plus rapide, mais nous avons sur
« vous une supériorité qui consiste dans le tempé-
« rament de notre soldat. »

Ici, nous devons nous rappeler les paroles de Napoléon Ier « qu'il ne suffit pas de tuer le soldat Russe, « qu'il faut encore le pousser pour le faire tomber ».

L'officier d'État-Major Russe aurait pu ajouter dans sa polémique aussi la réponse que l'Empereur Alexandre Ier a faite à l'envoyé de Napoléon, lorsqu'il lui a déclaré la guerre : « Allez, et dites à votre Sou-« verain que j'ai pour moi l'espace et le temps. » Et en effet, avec l'espace et le temps la Russie a brisé la puissance colossale du conquérant de l'Europe, qui était le plus grand génie militaire du monde.

Un diplomate Allemand a publié une dissertation politique fort remarquée, dans laquelle il prouve qu'il n'y a aucune Puissance au monde assez forte pour pouvoir attaquer la Russie, sans que cette Puissance soit à la fin brisée.

Cela n'a d'ailleurs rien d'étonnant si l'on prend en considération l'étendue immense de cet Empire, sa population d'environ cent vingt millions d'âmes et la force de résistance sans pareille de son armée.

Mais ce qui est plus surprenant, c'est qu'il suffit de l'amitié ou de l'inimitié de la Russie pour rendre bonne ou mauvaise la situation d'un État, quelque puissant qu'il soit.

Voici à ce sujet quelques exemples très concluants :

L'Autriche a souffert du temps de Napoléon Ier les revers les plus cruels, et malgré cela, grâce à son alliance avec la Russie, elle est sortie de ces dures épreuves plus forte qu'auparavant.

En 1848, la Russie, fidèle à son amitié traditionnelle pour l'Autriche, l'a aidée à étouffer la révolution de Hongrie. En 1854, le Chancelier de l'Empire Autrichien, le Prince de Schwartzenberg, a déclaré que l'Autriche étonnera le monde par son ingratitude, et il a pris une attitude menaçante vis-à-vis de la Russie pendant que celle-ci faisait la guerre à la Turquie et à ses alliés sur le Danube et en Crimée. Voyons maintenant les conséquences de cette ingratitude de l'Autriche.

Pendant que le Prince de Schwartzenberg gâtait ainsi les relations de l'Autriche avec la Russie, la Prusse a envoyé à Pétersbourg le Comte de Bismarck comme ambassadeur et celui-ci s'est appliqué pendant plusieurs années à gagner la bienveillance de la Russie. C'est alors que la reine d'un grand État, à son passage par Paris, a écrit sur ses tablettes : « J'ai vu aussi Bismarck, tout à fait Russe et Kreiz-

« Zeitung. » Peu de temps après, la Prusse a attaqué l'Autriche, l'a battue à Sadowa et l'a expulsée de la Confédération Allemande pour prendre sa place.

Maintenant une question : la Prusse pouvait-elle faire une transformation aussi considérable à côté des frontières de la Russie, si celle-ci ne le lui avait pas permis ? si la Russie n'avait pas voulu se venger de l'Autriche? Certainement que non.

Ainsi, il est prouvé que l'Autriche a perdu sa position dans la Confédération Allemande parce qu'elle s'est attiré l'inimitié de la Russie, et que c'est grâce à l'amitié de la Russie que la Prusse a pu conquérir la suprématie en Allemagne.

Voyons maintenant ce qui est arrivé à la France sous Napoléon III, parce qu'elle s'est attiré en 1854 l'hostilité de la Russie par la guerre de Crimée. En 1871, la France a été, à son tour, attaquée, battue et lacérée par l'Allemagne ayant à sa tète la Prusse. Nous demandons de nouveau : La Prusse pouvait-elle bouleverser ainsi l'équilibre Européen sans que la Russie y ait donné son consentement ? Certainement que non ; pas plus qu'elle n'a pu le faire en 1875 lorsqu'elle a voulu attaquer de nouveau la France, pas plus qu'elle ne peut le faire aujourd'hui, parce qu'elle ne jouit plus de la bienveillance de la Russie, comme elle en jouissait avant le traité de Berlin.

Ainsi, il est certain que la situation de l'Allemagne est aujourd'hui moins bonne que lorsqu'elle était assurée de l'amitié de la Russie, et on peut prévoir que l'avenir lui réserve de dures épreuves.

D'un autre côté, il a suffi, dans ces dernières années, de l'amitié de la Russie pour la France, pour améliorer sensiblement la situation internationale de celle-ci et pour rétablir, jusqu'à un certain point, l'équilibre Européen, troublé par la guerre Franco-Allemande de 1871.

Il est curieux d'observer le revirement opéré par le Prince de Bismarck lui-même dans cet ordre d'idées. A en juger par le langage de la presse qu'i inspire, la principale préoccupation de l'ex-Chancelier serait maintenant de détacher l'Allemagne de l'alliance Autrichienne, pour la remplacer par celle de la Russie.

Il est par conséquent démontré que la situation créée à l'Allemagne par le régime autoritaire n'est pas précisément aussi bonne qu'on se plaît à le croire.

Enfin, voici encore quelques considérations qui peuvent compléter l'idée qu'on doit se faire de la situation de l'Allemagne :

Après la conclusion du traité de Francfort, dans les premiers temps de l'établissement de la République en France, le Prince de Bismarck a dit aux députés qu'il avait conviés à un banquet parlementaire, que la France républicaine dégoûtera de la république les républicains de l'Allemagne, comme les ilotes ivres dégoûtaient les Spartiates de l'ivrognerie. Quelques années plus tard, lorsqu'il a été manifeste qu'avec le régime républicain, la France a une meilleure politique extérieure que sous les régimes antérieurs, une armée plus nombreuse et mieux organisée que sous l'Empire, enfin moins de troubles à l'intérieur que les États monarchiques, le Prince de Bismarck a vu que, à l'encontre de ses prévisions, la France républicaine, au lieu de dégoûter de la république les républicains de l'Allemagne, comme les ilotes ivres dégoûtaient de l'ivrognerie les Spartiates, leur présentait au contraire un exemple contagieux qui fortifiait leurs convictions républicaines.

C'est alors que le Prince de Bismarck, en parlant des Français, a dit avec humeur à un reporter : « Eh! qu'ils se donnent un Gouvernement comme nous « tous, » bien qu'il ait mis quelques années auparavant le Comte d'Arnim sous jugement et l'ait fait condamner à la prison, pour avoir eu cette même opinion.

Ainsi, il reste certain que le spectacle de l'état florissant de la République Française exerce, en faveur de ce régime, une puissante propagande parmi les libéraux de l'Allemagne.

D'un autre côté, il est tout aussi certain que le prestige du principe monarchique est considérablement diminué en Allemagne par le spectacle de toutes ces dynasties réduites à des ombres de souveraineté et vivant comme des pouvoirs déchus qui n'ont plus de raison d'être.

A côté de cela, l'Allemagne voit que la Confédération républicaine Helvétique est, en comparaison de sa population, militairement plus forte que l'Allemagne : considération importante, puisqu'elle démontre à celle-ci qu'elle serait en état de défendre son unité sous le régime républicain tout aussi bien et même mieux que sous le régime monarchique.

Ajoutez à cela que la Suisse offre le spectacle extraordinaire d'Allemands, de Français et d'Italiens vivant si bien ensemble dans le même État et sous le même gouvernement qu'ils n'ont aucune envie de se détacher de cette Confédération républicaine pour se réunir à l'Allemagne, à la France ou à l'Italie.

Ensuite, l'Allemagne voit qu'un grand État, comme la France, peut aussi bien qu'un petit État, comme la Suisse, être mieux gouverné et être militairement plus fort que ce même État ne l'était sous le régime monarchique.

Observons aussi que l'avènement au pouvoir du tiers état, de la bourgeoisie, introduira nécessairement en Allemagne le régime parlementaire qui est le précurseur du régime républicain.

Enfin, si l'on considère que les catholiques de l'Allemagne supportent à contre-cœur le pouvoir central protestant qui les absorbe et les froisse, on peut prévoir, sans trop s'exposer à se tromper, que le régime politique définitif que l'avenir réserve à l'Allemagne est la Confédération républicaine.

Il nous reste maintenant à démontrer que le droit de dissolution des Chambres est nuisible dans tous les pays constitutionnels sans exception.

En France, lorsque le 16 mai le maréchal de Mac-Mahon a tenté son coup d'État par la dissolution de la Chambre, les institutions républicaines n'ont-elles pas été mises en péril de ce fait? Et si la République Française a réussi à écarter ce danger, en est-il moins vrai qu'après la suppression de la Constitution, le droit de dissoudre les Chambres est le moyen le plus puissant pour frapper les institutions parlementaires? Vouloir le soutenir serait tout aussi logique que de prétendre qu'il n'est pas dangereux d'être jeté par la fenêtre, car un tel à qui cela est arrivé ne s'est rien cassé.

Considérons maintenant l'Angleterre.

Dans cet État, qui est une république sous la forme monarchique, le roi règne, mais ne gouverne pas. Il doit en être ainsi dans tout État constitutionnel avec un régime vraiment parlementaire. Dans cette situation, ce n'est pas le roi qui peut être autoritaire, mais les hommes politiques qui détiennent le pouvoir. Maintenant nous demandons : Le droit de dissolution rend-il autoritaires les hommes politiques qui sont à la tête du gouvernement anglais ? Nous répondons : oui ! Et en voici la preuve : Si M. Gladstone n'avait pas eu le droit de dissoudre la Chambre alors, au lieu de chercher à imposer au pays son projet de loi pour l'Irlande tel qu'il lui plaît, il aurait fait à la Chambre les concessions nécessaires pour obtenir son approbation et le résultat pour l'Angleterre aurait été beaucoup meilleur, car le parti libéral ne se serait pas divisé en Gladstoniens et en dissidents et il ne serait pas tombé du pouvoir. Il en est de même du premier ministre-conservateur lord Salisbury : il persiste dans sa voie de sévère répression vis-à-vis de l'Irlande et pour imposer au pays sa manière de voir, il est prêt à dissoudre à son tour la Chambre. S'il n'avait pas ce droit de dissolution, il est évident qu'au lieu de s'obstiner dans son système de répression, il ferait des concessions à la Chambre et ce serait la volonté de la représentation du pays qui prédominerait, au lieu de celle d'un seul homme. Ainsi, il est démontré que le droit de dissolution rend aussi, en Angleterre, autoritaires les hommes politiques qui sont à la tête de l'État.

En Belgique, après les dernières élections, qui ont donné la majorité au parti clérical-conservateur, ce Gouvernement s'est mis à changer la loi de l'instruction publique faite par le parti libéral. On a vu alors le mécontentement du pays se tourner contre le roi et le menacer de remplacer la monarchie par la république. Si le roi de Belgique n'avait pas eu le droit de dissolution, il n'aurait pas été exposé à ce mouvement inconstitutionnel.

En Danemark, bien que le corps électoral élise après toutes les dissolutions toujours la même opposition, le roi maintient au pouvoir le ministre Estrup contre la volonté du pays. Cela prouve que, avec le droit de dissolution, le Gouvernement peut établir le régime autoritaire, malgré le corps électoral qui donne ses suffrages à l'opposition.

En Allemagne, le droit de dissolution est le moyen le plus puissant par lequel le Gouvernement impérial maintient le régime autoritaire. Le corps électoral a beau choisir la même opposition, le Gouvernement continue à dissoudre les Chambres. Ainsi, il est évident que le régime autoritaire ne peut être désarmé en Allemagne qu'en lui enlevant le droit de dissolution. Alors le grand Chancelier sera forcé, ou de céder à la volonté du pays, ou de se retirer. Un grand nombre des membres de l'opposition ont demandé, par une proposition faite au Reichstag et signée par quarante-cinq députés, la suppression du droit de dissolution que possède actuellement le Gouvernement impérial.

Parmi beaucoup d'autres arguments plausibles pour soutenir cette proposition, figure comme le plus puissant l'argument suivant : « Que le droit de « dissolution est seulement un moyen de faire des « coups d'État déguisés. »

Que dire enfin de la Serbie où le roi Milan a dissous consécutivement quatre Chambres pour établir sur le pays un régime autoritaire?

Tous ces faits prouvent que le droit de dissolution est partout et sans exception le moyen le plus puissant pour établir le régime autoritaire, et que par conséquent cette prérogative de la couronne est abusive, nuisible et doit être nécessairement supprimée.

Ainsi, pour que le pays puisse exercer réellement son contrôle sur les actes du Gouvernement, il faut enlever à celui-ci le droit de faire les élections et le droit de dissoudre les Chambres.

Alors on aura un Gouvernement vraiment parlementaire, et à ceux qui le redoutent, nous rappelons le mot de Cavour que : « La pire des chambres « vaut mieux que la meilleure des antichambres. »

En effet, il est préférable pour la dignité morale et pour le progrès de l'humanité qu'elle ait à lutter avec les difficultés inhérentes au régime libéral, plutôt que de se corrompre sous l'action démoralisante du régime autoritaire. C. q. f. d.

9° Le droit de demander compte au Gouvernement de l'emploi des deniers publics.

L'homme a ce droit puisque c'est lui qui fournit ces fonds comme contribuable.

Lorsque le Gouvernement est, quant à ses dépenses, sans un contrôle sérieux, il en résulte les plus grands abus qui non seulement empêchent le progrès de l'État, mais compromettent même sa défense. C. q. f. d.

10° L'homme a le droit de demander qu'il ne soit établi aucun impôt, ni promulgué aucune loi qui n'aient été approuvés par ses représentants.

Ce droit découle de ce que c'est lui qui paie l'impôt et c'est à lui qu'on applique la loi.

Le droit de voter les impôts est le droit constitutionnel le plus important, car c'est au moyen de ce droit que les peuples se sont fait octroyer des constitutions par leurs Gouvernements, et c'est au moyen du vote ou du refus de voter le budget que les Parlements obligent leurs Gouvernements à tenir compte du pouvoir législatif.

Lorsque ce droit était refusé aux citoyens, sous le régime absolu, les impôts étaient devenus tellement vexatoires, que les peuples ont été obligés de recourir à la révolte pour mettre une borne à ces exactions. C. q. f. d.

11° La liberté d'élire pour ses représentants ceux qui ont sa confiance.

Ce droit, dont dépend l'existence même du régime constitutionnel, est foulé aux pieds par la plupart des Gouvernements. Ils emploient pour cela, vis-à-vis des électeurs, selon les circonstances, la corruption ou les menaces. Dans la plupart des États constitutionnels, les Gouvernements parviennent ainsi à réduire ce régime à une simple apparence et à gouverner selon leur bon plaisir. Nous avons indiqué ci-dessus (8°) les moyens d'assurer la liberté des élections et d'empêcher le Gouvernement de se soustraire au contrôle du pays.

Cette manière hypocrite de se soustraire à la responsabilité en viciant les élections corrompt de haut en bas et le Gouvernement et le Corps électoral. C'est une décomposition morale qu'il faut extirper si l'on ne veut qu'elle déprave toute la nation.

C. q. f. d.

12° Le droit d'être soutenu et défendu par l'État, dans tous ses intérêts légitimes.

L'individu a ce droit par la raison que c'est dans ce but qu'il institue un Gouvernement. Néanmoins les dénégations de justice par suite d'une magistrature qui dépend du ministère, les vexations administratives exercées par des fonctionnaires assurés de l'impunité, couverts comme ils le sont par leur chef, les calomnies et les diffamations que la lâcheté du Gouvernement laisse impunies pour se rendre populaire, au détriment de l'honneur des citoyens, tous ces abus font que le droit de l'individu à être protégé par l'État est souvent remplacé par le droit que s'arroge l'État de persécuter l'individu. Ce régime inique est dangereux. Il pousse les individus à des vindictes personnelles, jusqu'à ce qu'arrive le grand jour où la nation entière se venge de ce Gouvernement odieux. C. q. f. d.

Nous avons énuméré jusqu'ici les principaux droits de l'homme. Il en est de même de tous les autres. Chacun de ces droits est une conséquence rigoureuse de la liberté, qui est leur base fondamentale.

Voici maintenant les principaux devoirs de l'homme qui découlent de la *justice* :

1° L'homme doit respecter la vie d'autrui.

Ne pas respecter la vie de l'individu, c'est lui faire la plus grande injustice possible, puisque c'est anéantir du même coup tous les droits de l'homme rattachés à la vie. Aussi, n'est-ce que dans les pays les plus barbares de l'Asie et de l'Afrique que les Souverains ont encore aujourd'hui droit de vie et de mort sur leurs sujets. Il en résulte pour ceux-ci le dernier état d'abjection, parce qu'ils se soumettent à une pareille tyrannie.

Les assassins, à quelque degré social qu'ils appartiennent, doivent être punis avec la plus grande sévérité : ce n'est pas aux meurtriers, mais à leurs victimes qu'il faut accorder sa compassion.

C. q. f. d.

2° L'homme doit respecter la liberté d'autrui.

Celui qui ne respecte pas la liberté de quelqu'un donne droit aux autres de ne pas respecter la sienne. Or toute liberté qui empiète sur celle d'un autre est une licence, une injustice et doit être réprimée comme telle.

Le plus mauvais état social que peut avoir un pays, c'est celui où le Souverain ou bien une classe privilégiée réduisent au servage une partie de la nation. Un pareil état social doit fatalement aboutir à la dernière dégradation de la nation ou à sa révolte. L'histoire le prouve péremptoirement.

C. q. f. d.

3° L'homme doit respecter la famille d'autrui.

Porter le déshonneur dans les familles, c'est commettre une lâcheté, parce qu'on compromet des femmes et on rend malheureux des enfants. Les romans et le théâtre traitent souvent ce sujet avec beaucoup de légèreté et contribuent ainsi à démoraliser la Société.

Les auteurs dramatiques et les romanciers, en étalant les appétits et les passions qui viennent du corps de l'homme, telles que l'égoïsme, l'avidité, l'intempérance, l'envie, la jalousie, la haine, la vengeance, contribuent à augmenter le trouble de l'ordre moral, en éveillant et en surexcitant les mauvaises passions. Lorsqu'au contraire ils mettent en lumière les élans et les aspirations sublimes qui viennent de l'âme, telles que la générosité, le pardon, l'abnégation, le dévouement, le courage, l'honneur, ils élèvent les âmes et ennoblissent l'humanité.

C. q. f. d.

4° L'homme doit respecter le bien d'autrui.

Vouloir enlever à quelqu'un son bien, c'est vouloir le priver du résultat de son activité et de sa liberté.

Le vol, sous quelque forme qu'il se présente, doit être sévèrement réprimé, sans quoi il n'y a pas de Société possible.

Il en est de même des attentats faits contre la propriété, au nom de n'importe quelle théorie sociale. Ces attentats doivent être réprimés avec rigueur, car ils menacent la base même de la Société comme nous l'avons démontré ci-dessus, en traitant des droits de l'homme.

L'expropriation pour cause d'utilité publique, avec dédommagement, faite par l'État, est seule admissible pour les cas prévus dans la loi. En dehors de là, toute expropriation est un acte injuste et violent que l'on doit repousser par la force.

C. q. f. d.

5° Lorsque l'homme exprime sa pensée, il est de son devoir de ne pas calomnier ses adversaires.

Calomnier quelqu'un, c'est commettre une grande injustice et une infamie, puisqu'on lui attribue sciemment des méfaits qu'il n'a pas commis. Il y a des pays où la presse est tombée si bas que les journaux sont remplis des diffamations et des calomnies les plus éhontées à l'adresse de leurs adversaires politiques. Le Gouvernement, dont les organes font les mêmes excès, a peur de poursuivre ces calomniateurs, conformément à la loi. Pour dissimuler sa lâcheté, il dit qu'il est trop libéral pour faire des procès de presse. Il en résulte que les citoyens sont frappés dans ce qu'ils ont de plus précieux, dans leur honneur, et qu'ils en sont réduits soit à se laisser outrager, soit à se faire justice eux-mêmes. Si le jury ne punit pas les calomniateurs, il faut modifier la loi et envoyer les diffamateurs devant les tribunaux correctionnels, en laissant au jury tous les autres délits de presse. C. q. f. d.

6° Lorsque l'homme use du droit de réunion, il a le devoir de ne pas en faire un instrument de désordre.

La loi doit être précise à cet égard, et le Gouvernement a le devoir de l'appliquer.

Il ne doit pas tolérer un seul instant que des ouvriers qui se sont mis en grève en empêchent d'autres de travailler, et il doit arrêter ceux de leurs meneurs qui les poussent à ces excès. Transiger avec le désordre, c'est se rendre son complice pour devenir ensuite sa victime. C. q. f. d.

7° Lorsque l'homme use du droit d'association, son devoir est de ne pas en faire un moyen d'exploitation. Tous les jours nous voyons le public dupe d'entreprises véreuses. La loi doit être prévoyante à ce sujet, afin de donner à l'exercice du droit d'association toutes les garanties nécessaires, et le Gouvernement doit poursuivre avec énergie tous les abus de confiance.

L'association des ouvriers est très à désirer dans toutes les industries qui la comportent.

Les Gouvernements doivent encourager et protéger ces espèces d'associations par tous les moyens légaux, puisque c'est un moyen d'assurer à ces ouvriers, outre leurs salaires, aussi le bénéfice de leurs produits.

Mais qu'on n'aille pas se faire l'illusion de croire que l'association des ouvriers est applicable à toutes les industries. Une étude détaillée, faite par des experts compétents et impartiaux, pourra seule déterminer les industries qui se prêtent à l'association des ouvriers et indiquer ainsi la voie à suivre.

L'association des patrons avec les ouvriers sous le patronage et avec le concours du Gouvernement pour assurer aux vétérans du travail et à ses invalides une pension, comme le propose le projet de loi que M. de Freycinet a présenté à ce sujet aux Corps législatifs de la République Française, est aussi une excellente mesure et un devoir imposé à la Société par l'équité.

L'association des ouvriers à une quote-part des bénéfices du patron est aussi une mesure fort bonne à prendre dans toutes les industries qui la comportent.

C. q. f. d.

8° Lorsque l'homme combat les actes du Gouvernement ou qu'il les soutient, il doit le faire de bonne foi, mais nullement dans un but égoïste.

Malheureusement la plupart des hommes politiques sont loin de remplir ce devoir. La plupart attaquent de parti pris le Gouvernement lorsqu'ils sont dans l'opposition, et le soutiennent quand même lorsque leur parti est au pouvoir. Cette démoralisation des caractères politiques discrédite le régime parlementaire et donne des armes contre lui aux partisans du régime autoritaire. La seule sanction pénale applicable à ces politiciens, c'est qu'ils perdent leur autorité morale, qui est la plus grande force de l'homme politique. Personne ne les croit plus, et leur influence sur l'opinion publique diminue avec la confiance qu'ils inspirent. Ces politiciens troublent l'ordre moral politique de leur pays et sont nuisibles aux institutions libérales. Le mal arrive à son comble lorsqu'à la mauvaise foi ils ajoutent la corruption.

Avec la division acharnée des partis politiques et avec le maintien au pouvoir de l'un d'eux, avec exclusion absolue des autres, on arrive facilement à la guerre civile, et celle-ci aboutit fatalement à la dictature.

A l'encontre d'un Gouvernement autoritaire, dans lequel domine une seule volonté, le Gouvernement parlementaire doit être le résultat d'une transaction des partis politiques et de concessions réciproques sur les questions qui les divisent. En vertu de cette entente, au lieu d'un ministère pris exclusivement dans un parti, on pourrait avoir un ministère dans lequel les principaux partis politiques seraient représentés en rapport de leur importance.

Sous un pareil Gouvernement, les réformes se feraient progressivement, sans secousses violentes, et les affaires publiques ne souffriraient pas journellement des entraves que lui apporte l'animosité des partis politiques.

Il est curieux d'observer avec quelle irréflexion beaucoup de Souverains constitutionnels font usage de leurs prérogatives pour envenimer la haine des partis politiques les uns contre les autres. En faisant cela, ils s'imaginent être très fins et ils croient appliquer la règle de Machiavel : « *Divide et impera.* »

Un pareil Souverain, loin d'être fin et au lieu de diviser pour commander, il divise pour se mettre à la merci d'un seul parti et pour finir par les avoir tous contre lui. Ainsi, dès qu'un de ces Souverains, mal inspiré, voit qu'un homme politique marquant veut se faire son instrument, il lui donne pleine latitude de faire les élections à sa convenance et de s'assurer ainsi une majorité servile. Il en résulte que le Souverain est complice du chef du parti politique au pouvoir, et, comme tel, il est condamné par le pays, non seulement au même titre que son Premier Ministre, mais bien plus sévèrement encore, car on se dit avec raison que c'est l'usage qu'il fait des prérogatives de la couronne qui amène ce résultat.

Si, au lieu d'agir d'une manière aussi inconsidérée, le Souverain laissait faire les élections libres, sous la surveillance d'une Haute Cour de Justice, son Premier Ministre n'aurait pas dans les Chambres une majorité servile qui écrase tous les autres partis politiques, et il serait par conséquent mis dans la nécessité de s'entendre avec eux pour pouvoir gouverner. La situation qui en résulterait pour le prince serait meilleure sous tous les rapports; mais, pour pouvoir agir ainsi, il faut que le Souverain n'ait pas d'autre but que le bien du pays qu'il est appelé à gouverner. C. q. f. d.

9° Lorsqu'il élit ses représentants, l'homme doit respecter les droits électoraux de ses adversaires politiques, comme il veut qu'on respecte les siens propres.

Ce devoir est, pour la plupart du temps, foulé aux pieds, non seulement par les partis politiques, mais, ce qui est beaucoup plus grave, par le Gouvernement lui-même, qui a cependant le devoir de garantir à chaque citoyen le libre exercice de ces droits légitimes. Des désordres pendant les élections, la haine des partis entre eux et contre le Gouvernement et, en définitive, un régime représentatif vicié, voilà le résultat de ce déplorable état de choses. Nous avons indiqué le remède à ce mal dans l'article ci-dessus, où nous avons traité du droit de contrôler les actes du Gouvernement.

C. q. f. d.

10° Tout habitant doit supporter sa part des charges de l'État, puisqu'il jouit des garanties que l'État lui offre.

Ce devoir des citoyens découle de l'équité, mais lorsqu'un Gouvernement autoritaire en abuse pour satisfaire ses caprices, il est du devoir de la nation de lui résister, et l'histoire nous montre que par cette résistance beaucoup de libertés publiques ont été conquises.

Les radicaux, les socialistes et les Gouvernements Césariens, qui veulent à tout prix s'appuyer sur les masses pour échapper au contrôle et à la direction des classes cultivées et aisées, mettent en avant, pour se rendre populaires, toutes sortes de projets d'impôts plus ou moins progressifs, dans le but de soulager, disent-ils, le peuple, mais en réalité pour abattre les classes dirigeantes qui les gênent. Ils devraient d'abord se rappeler le mot du grand tribun Gambetta : « Qu'un Gouvernement qui a contre lui

« les classes aisées et cultivées ne peut pas durer. » Ainsi, à bon entendeur salut!

Ensuite, ils devraient se rendre compte qu'ils veulent une chose inique, car, de ce que quelqu'un s'est fait une fortune par son travail et ses économies, ni l'État ni personne n'a le droit de lui extorquer son bien par des spoliations.

Enfin, leur entreprise n'a aucune portée pratique, car ce n'est pas en ruinant les hommes aisés qu'on peut enrichir un État et composer un bon budget à ce Gouvernement.

L'histoire nous montre que lorsque les masses populaires ont voulu établir dans la république des Pays-Bas des impôts vexatoires sur les commerçants riches de cet État, ceux-ci ont transporté leurs comptoirs dans d'autres États, dont ils ont fait le centre de leurs opérations commerciales, ce qui a eu pour résultat immédiat la décadence de cette belle République qui auparavant couvrait de ses bâtiments toutes les mers et était riche et florissante.

Aujourd'hui les classes aisées et cultivées, en face de pareilles tentatives de spoliation, au lieu de se transporter elles-mêmes dans d'autres États, y enverraient plutôt leurs spoliateurs. C. q. f. d.

11° Tout citoyen a le devoir de se dévouer à la défense de son pays.

Car il est juste qu'il fasse pour ses compatriotes les mêmes sacrifices que ceux-ci font pour lui, et ce serait la plus grande injustice de dispenser les uns de l'impôt du sang pendant que les autres y sont soumis.

Aussi le service militaire obligatoire pour tous les citoyens d'un État, sans exception, est-il l'expression la plus puissante de l'égalité devant la loi.

C'est aussi la loi démocratique par excellence de notre siècle. Lorsque dans les siècles passés les Princes tenaient à leur solde des troupes racolées un peu partout, ces Souverains pouvaient, jusqu'à un certain point, s'imaginer que l'armée est à eux aussi bien que les provinces conquises qui quelquefois étaient données en dot aux Princesses lorsqu'elles se mariaient. Aujourd'hui que toute la nation est en armes, une pareille idée serait absurde.

Le service militaire obligatoire est encore essentiellement démocratique dans ce sens qu'il mêle tous les citoyens d'un État, sans exception, dans les rangs du peuple et donne à celui-ci une éducation qui, dans le passé, était réservée seulement aux classes privilégiées.

Il en résulte qu'aujourd'hui les guerres ne peuvent plus être, comme autrefois, des entreprises personnelles d'un Souverain, mais doivent répondre à un grand intérêt national. Ce nouveau caractère de l'armée a une bonne influence aussi sur la politique étrangère des Souverains, qui ne peuvent plus se lancer aussi facilement dans les aventures et sont obligés de tenir compte de la volonté du pays.

C. q. f. d.

12° Lorsqu'un patron fait travailler pour lui un ouvrier toute la journée, son devoir est de donner à cet ouvrier un salaire qui suffise à son entretien.

Il serait injuste d'affirmer que l'avidité des patrons est la seule cause qui empêche que cette justice ne soit rendue aux ouvriers.

Il y a une cause beaucoup plus puissante qui produit ce mal : c'est la concurrence illimitée. Ainsi, la première condition pour assurer à l'ouvrier un salaire suffisant, ce serait de pouvoir arrêter la concurrence à la limite où le patron serait mis dans l'impossibilité de remplir ce devoir envers l'ouvrier.

Prenons un exemple : Voici deux États qui produisent chacun tant de centaines de millions d'épingles par an. Ces deux États se font concurrence à qui donnera à meilleur marché ses épingles, afin d'en débiter davantage. Cette concurrence profite au consommateur qui achète ces épingles à un si bas prix qu'il en devient prodigue dans leur emploi.

A cause de ce bas prix, les patrons, les entrepreneurs de cette industrie, pour rentrer dans leurs frais et pour s'assurer quelque bénéfice, sont obligés de surmener leurs ouvriers et de ne leur donner que des salaires insuffisants.

Cet état de choses inique expose un pays à de graves désordres, car il n'y a pas pire conseiller que la faim.

Ainsi la limite où la concurrence devrait être enrayée est celle où l'objet produit ne pourrait plus être vendu à un prix tel qu'il assure les moyens d'existence de l'ouvrier et les bénéfices légitimes du patron. Alors seulement on pourrait réglementer en conséquence les salaires et les heures de travail.

Mais, pour y arriver, il faudrait que les différents États qui se font concurrence puissent tomber d'accord sur la réduction des heures du travail et sur l'augmentation des salaires. Or cette entente internationale est si difficile à établir qu'on peut la regarder comme une utopie impossible à réaliser.

On doit par conséquent avoir recours à un autre moyen pour remédier au mal. L'exécution de la mesure à prendre ne doit pas dépendre de l'entente de plusieurs États, puisque cette entente est impossible à obtenir, mais seulement de la volonté de l'État qui juge convenable de prendre une mesure dans ce but.

Le tarif autonome protecteur de l'industrie nationale n'est efficace qu'en partie, puisqu'il ne peut avoir de l'effet que pour les produits industriels consommés dans le pays même qui les a produits, tandis que pour les produits exportés la concurrence est exactement la même que celle d'où provient le mal auquel on veut remédier.

Le régime protecteur est encore impuissant à remédier à ce mal, parce que les entrepreneurs industriels profiteront des taxes qui frapperont l'importation, sans être tenus en même temps d'augmenter les salaires des ouvriers.

Le Gouvernement doit par conséquent avoir recours à une autre mesure. La voici :

L'État n'a pas le droit de s'immiscer dans les transactions commerciales et industrielles des hommes, parce que, par là, il porterait atteinte à leur liberté, mais il a le devoir d'empêcher, comme un acte immoral, toute injustice faite à quelqu'un.

En vertu de ce devoir, le Gouvernement peut fixer, par disposition législative, le minimum de salaire que le patron est tenu de donner à l'ouvrier qui lui donne toute sa journée, salaire déterminé pour chaque localité par des commissions composées d'experts compétents nommés *ad hoc* par le Gouvernement et d'un nombre égal de représentants des patrons et des ouvriers. Ces commissions devront évaluer, pour chaque localité, le minimum de salaire indispensable à l'existence d'un homme.

Une fois le minimum de salaire déterminé pour chacune des parties du pays, l'État, avant de le mettre en application, donne un certain délai aux industriels pour prendre leurs mesures en conséquence.

Par suite de cette disposition, plusieurs industries qui, à cause de la concurrence, ne permettent pas à leurs entrepreneurs de donner aux ouvriers des salaires suffisants à leur existence, seront forcément abandonnées. Pour cette raison, il est nécessaire d'accorder aux fabricants et aux industriels un délai afin de leur donner le temps de clore leurs entreprises et de reporter leur activité et leurs capitaux sur d'autres branches de l'industrie qui comportent le minimum de salaire.

En même temps le Gouvernement devra ouvrir ses frontières à l'importation des produits industriels dont la fabrication aura été abandonnée dans son pays par suite de cette mesure.

Il en résulte que les consommateurs du pays auront ces produits au même prix qu'auparavant, mais la nation n'aura plus à en souffrir, puisque ce sont les États étrangers qui fourniront ces produits. Ce sont ces États qui auront chez eux la crise ouvrière à l'état chronique : ce sera là leur sanction pénale parce qu'ils n'auront pas pris dans leurs pays la même mesure concernant le minimum de salaire.

Lorsque ces États étrangers auront pris aussi la même mesure, alors les industries abandonnées pourront être reprises sans que l'ouvrier ait à en souffrir.

Enfin voici encore une observation concernant le sort des ouvriers :

Imposer des taxes onéreuses à l'importation des céréales, pour donner aux propriétaires ruraux un bénéfice illégitime, en forçant les classes pauvres et laborieuses à payer le pain nécessaire à leur existence plus cher qu'il ne vaut en réalité, est une des mesures les plus iniques que peut prendre un Gouvernement.

Tous les autres devoirs de l'homme découlent de la justice par la même raison que les quelques devoirs élémentaires que nous avons énumérés ici à titre d'exemples, et l'ordre moral ne peut exister que si l'homme exerce ses droits et observe ses devoirs.

Des démonstrations ci-dessus, il résulte que les droits de l'homme découlent de la *liberté* et ses devoirs de la *justice*. C. q. f. d.

§ 153. — La Société a le devoir de faire respecter les droits de chaque homme sans distinction et de le garantir contre toute agression et toute diffamation, c'est-à-dire que la Société a le devoir d'empêcher qui que ce soit de léser les droits de quelqu'un.

Preuve. — A l'état sauvage, l'homme fait respecter ses droits par sa propre force.

Une fois en Société, l'homme ne renonce pas à ses droits, il renonce seulement à se faire justice lui-même, il remet ce soin à la Société qui a par conséquent le devoir de faire respecter les droits de l'homme.

Si la Société n'accomplit pas ce devoir, si elle ne réprime pas l'iniquité, l'agression, la calomnie, l'homme est forcé de se faire justice lui-même. Alors l'état social retourne à l'état sauvage et à la place de la justice règne le droit du plus fort, à la place de l'ordre moral règne l'anarchie. Par conséquent, pour empêcher l'homme de se faire justice lui-même, la Société doit lui garantir tous ses droits.

La protection du citoyen et l'application de la loi pour tous sans distinction, c'est-à-dire l'égalité devant la loi, est un des résultats les plus importants obtenus par la grande Révolution Française.

On voit qu'ici encore c'est toujours la *justice* qui dicte à la Société ses devoirs.

C. q. f. d.

§ 154. — La liberté et la justice sont les bases fondamentales des droits et des devoirs internationaux.

Preuve. — Puisque toute nation est composée d'êtres humains, il en résulte que les nations ont, vis-à-vis les unes des autres, des droits et des devoirs qui découlent, comme pour les hommes, toujours de la liberté et de la justice.

Ainsi, toute nation a les droits essentiels suivants :

1° Le droit de vivre comme nation.

Toute nation a, comme tout homme, le droit de vivre. Attenter à la vie d'une nation est un crime bien plus grave encore que d'attenter à la vie d'un homme, puisqu'on foule aux pieds les droits les plus essentiels d'un grand nombre d'êtres humains et qu'on outrage et on blesse les sentiments qui leur sont les plus chers. De là l'iniquité des Gouvernements qui veulent détruire des nationalités et la résistance légitime de celles-ci.

Le réveil des nationalités est la plus grande force de notre siècle. Tout Gouvernement qui a contre lui cette force, a à lutter contre un adversaire qui est une Hydre à dix-sept têtes. Il a beau les couper, elles repoussent animées d'une haine et d'un esprit de vengeance qui croissent dans la mesure de l'oppression exercée sur la nation subjuguée.

La révolution de 1848, en France, au lieu de se borner à être une révolution politique, a eu le tort de vouloir se donner des airs de révolution sociale.

Par cette raison elle a abouti à la dictature impériale, au lieu de donner à la France, comme on l'avait espéré, des institutions plus libérales qu'auparavant.

Aussi, dans la République actuelle, les Français se sont-ils bien gardés de se donner des airs socialistes et ce fait seul suffit pour démontrer que l'esprit public a fait en France, depuis 1848, des progrès immenses.

Ainsi, le Prince de Bismarck a eu tort de dire, en plein Reichstag, que si, lors de la première République, la France a voulu étendre sur l'Europe les principes politiques de la Révolution, aujourd'hui, si on la laissait faire, elle l'inonderait de ses principes socialistes.

Dans tous les autres États de l'Europe, les révolutions faites en 1848, à l'instar de la France, ont eu un caractère purement politique, et, qui plus est, un caractère essentiellement national. Aussi ont-elles donné partout des résultats immenses.

Le réveil des nationalités a éclaté dans tous les pays avec une force foudroyante. C'est à cette force morale que sont dues l'unité de l'Italie et l'unité de l'Allemagne, les deux plus grands faits politiques de notre siècle et des temps modernes. C'est encore à cette force morale que sont dus l'émancipation, le relèvement de la Hongrie, de la Roumanie, de la Serbie, et la constitution en État autonome de la

Bulgarie. Le sentiment national domine partout, et, quoi que fassent ses adversaires, l'avenir lui appartient, parce qu'il constitue une force plus vivace et plus grande que toutes celles qui lui sont opposées. Ainsi, lorsqu'un grand État entreprend de détruire un petit État en le dénationalisant, non seulement il fait un acte inique, mais il se crée à lui-même des embarras graves et s'expose à des dangers continuels.

La Confédération est la seule forme politique sous laquelle les grands États peuvent grouper autour d'eux des petits États de nationalités différentes et s'assurer leur concours loyal pour la défense de toute la Confédération.

Du nord au sud de l'Europe orientale, de la mer Baltique à la mer Adriatique et à la mer Égée, il y a plus de cinquante millions d'âmes qui aspirent toutes à la vie nationale. C'est là une grande force latente, et il faudrait être aveugle pour ne pas la prendre en considération.

Les Roumains, les Polonais, les Tchèques, les Hongrois, les Croates, les Dalmates, les Serbes, les Bulgares, les Monténégrins, les Herzégoviniens, les Bosniaques, les Albanais, les Macédoniens et les Grecs, toutes ces nations veulent vivre chacune dans son pays avec son autonomie. Il n'y a pas de force au monde capable d'anéantir ces nationalités, en leur imposant des gouverneurs étrangers et en prohibant leur langue nationale.

Pour s'opposer efficacement à un grand État qui voudrait les détruire, ces nations doivent prendre, au moment de la lutte, les deux mesures suivantes :

La première, c'est de déclarer d'un commun accord, toutes à la fois, la guerre à l'État qui voudrait subjuguer l'une d'elles et de se mettre, chacune dans son pays, en état de défense contre toute invasion, en concentrant ses forces sur un point stratégique bien choisi et en préparant la résistance dans les terrains coupés qui menacent les communications de l'envahisseur. De cette manière l'envahisseur, au lieu d'avoir pour lui les troupes de ces petits États, les aurait contre lui et l'invasion de ces États ne serait pas pour les troupes du grand État une simple promenade militaire, car, au lieu d'être accueillies sur leur passage avec des rafraîchissements, ces troupes d'invasion seraient accueillies avec des balles.

La seconde mesure indispensable à prendre, c'est que toutes ces nations s'allient d'un commun accord avec celui des grands États voisins qui sera en guerre avec l'État envahisseur et qui lui offrira le plus de garanties que leur autonomie et leur vie propre nationale seront respectées.

Malheureusement les petits États de différentes nationalités, au lieu de se soutenir réciproquement pour garantir leur existence nationale et leur autonomie, ont les unes vis-à-vis des autres l'attitude de rivaux prêts à en venir aux mains et leurs divisions sont exploitées à leur détriment par les grands États voisins. C'est ainsi que la Serbie a fait à la Bulgarie une guerre insensée. La cause en est que les Princes des petits comme des grands États cherchent dans les entreprises militaires le moyen d'établir sur leurs pays le régime autoritaire avec un gouvernement personnel. Ces visées de ces petits Princes sont d'autant plus nuisibles qu'elles ne peuvent produire aucun résultat, car si les grands États peuvent quelquefois conquérir une province au moyen de grands sacrifices, les petits États ne le peuvent pas. La dernière guerre entre la Serbie et la Bulgarie en est une nouvelle preuve. Bien que les Serbes aient été vaincus, les Bulgares ont été empêchés par l'Autriche de profiter de leur victoire.

Une nouvelle preuve des divisions de ces petits États, c'est la rivalité de la Bulgarie et de la Grèce pour la possession de la Macédoine. Mais la Macédoine doit recevoir, d'après le traité de Berlin, une organisation autonome. Qu'on lui donne d'abord cette organisation et si les États Balcaniques sont assez sages pour se liguer en une Confédération, la

Macédoine pourra en faire partie, sans léser pour cela la suzeraineté de la Turquie. De cette manière cette province n'appartiendrait exclusivement ni à la Bulgarie ni à la Grèce et leur appartiendrait cependant à toutes les deux, dans ce sens que, la Macédoine faisant partie de la Confédération Balcanique, la Bulgarie et la Grèce en tireraient un égal avantage pour leur défense mutuelle.

Aussi les cercles politiques sérieux de Vienne et de Pétersbourg ont-ils observé que, pour montrer combien l'idée d'une Confédération Balcanique est illusoire, il suffirait de soulever la question de la Macédoine pour que les Confédérés en viennent aux mains.

L'obstacle principal qui s'oppose à l'établissement d'une Confédération des États de la presqu'île Balcanique, ce sont les Princes de ces petits États, leurs dynasties, leurs rivalités de familles, leurs complaisances dans un but personnel pour les volontés de l'un des grands États voisins, enfin toutes les misères princières qui sont d'autant plus grandes que l'État est plus petit.

La Hongrie, de son côté, oubliant les principes en vertu desquels elle a reconquis son existence nationale, cherche à dénationaliser les Roumains de la Transylvanie et à restreindre l'autonomie des Croates. Ce n'est pas de cette manière que les Hongrois peuvent se préparer des soutiens lorsque arrivera l'heure des épreuves.

C'est aux hommes politiques de ces différents États qu'incombe le devoir de se consulter, d'aviser aux moyens de changer ce triste état de choses.

Quant aux grands États qui veulent grouper sous leur influence les petits États voisins, voici les enseignements qui ressortent de l'expérience :

Par une ingérence tracassière dans les affaires intérieures d'un petit pays, le grand État qui l'a émancipé et lui a rendu sa vie nationale perd les sympathies de ce pays. La Russie a pu se convaincre de cette vérité d'abord en 1848 en Moldavie et en Valachie et en dernier lieu en Bulgarie.

La seconde vérité, c'est qu'un Gouvernement, quel qu'il soit, même le gouvernement improvisé d'un tout petit pays, peut faire chez lui, à l'État le plus puissant, une résistance si sérieuse qu'il en résulte pour le grand État plus qu'une situation désagréable, une situation difficile. La Russie en a fait l'expérience en Bulgarie.

L'Autriche a fait aussi son expérience en Serbie. Après s'être servie du Prince de ce pays pour y établir son influence, il a suffi d'un seul jour pour renverser tout cet échafaudage factice. Avec la chute du Prince qui s'était fait son instrument, a disparu aussi l'influence Autrichienne. Tant il est vrai que, pour avoir sur un petit État une influence durable, le grand État doit avoir les sympathies de la nation et elle ne peut les obtenir qu'en la défendant dans ses intérêts internationaux et en s'abstenant de toute immixtion dans ses affaires intérieures et de toute exploitation sur le terrain économique.

C. q. f. d.

2° Toute nation a le droit de s'organiser chez elle selon sa propre volonté.

Si le principe : « Charbonnier est maître chez lui, » est vrai pour l'individu, il est encore plus vrai pour toute une nation qui offre plus de garanties qu'un simple individu, qu'elle ne fera pas de sa liberté un usage nuisible à ses voisins.

L'histoire nous montre d'ailleurs que l'intervention dans les affaires intérieures d'un État n'a jamais donné le résultat qu'on voulait obtenir. Ainsi, lorsque les Puissances Monarchiques sont intervenues contre la République Française, issue de la grande Révolution, cela n'a fait qu'envenimer la situation sans donner aucun des résultats poursuivis par ces Puissances. C. q. f. d.

3° Toute nation a la liberté du commerce et de la navigation.

Toute entrave apportée à ce droit constitue une grande lésion, qui doit nécessairement aboutir à des conflits internationaux. Aussi voyons-nous, dans l'histoire des peuples, beaucoup de guerres issues de ce chef, surtout entre les Puissances maritimes. Lorsqu'une de celles-ci veut dominer les mers au détriment des autres en lésant leurs droits, elle s'expose à voir se liguer tôt ou tard contre elle les flottes des États lésés. C'est ainsi que l'emploi de la force au mépris du droit provoque dans l'ordre moral, comme dans l'ordre physique, la réaction d'une force égale et contraire qui vient rétablir l'équilibre troublé. C. q. f. d.

4° Toute nation a droit sur son territoire.

Elle a ce droit au même titre que l'homme a droit sur sa propriété. Dépouiller une nation d'une partie de son territoire est la plus grande injustice qu'on peut lui faire et celle qu'elle subit le plus difficilement. Aussi en résulte-t-il un état d'animosité continuelle qui donne lieu aux conflits internationaux les plus graves. C. q. f. d.

5° Toute nation a le droit de défendre que l'équilibre international soit troublé à son détriment.

Car alors sa sécurité est compromise.

Un Gouvernement prévoyant, et qui a une bonne politique extérieure, prend dans ce but les mesures nécessaires avant que le fait ne se soit réalisé, c'est-à-dire avant que l'équilibre international n'ait été troublé à son détriment, car il est bien plus difficile de remédier à une mauvaise situation que de la prévenir.

L'exemple le plus frappant sous ce rapport est la conduite de Napoléon III en 1866. Si alors il avait défendu à la Prusse d'attaquer l'Autriche, la Prusse aurait été forcée de se tenir tranquille et elle n'aurait pas conquis à Sadowa sa suprématie sur l'Allemagne. Pour avoir voulu ensuite remédier à la mauvaise situation qui lui était faite, Napoléon III est tombé à Sedan.

Inutile de multiplier les exemples; l'histoire en est remplie. C. q. f. d.

6° Toute nation a le droit de s'allier à d'autres États pour garantir son existence, mais elle ne l'a pas pour menacer l'existence d'un autre État.

Il en est ainsi pour la même raison pour laquelle il est permis à un homme de s'armer pour sa légitime défense et il lui est défendu de le faire dans le but d'attenter à l'existence d'un autre.

Ainsi les alliances défensives sont toujours légitimes, tandis que les alliances offensives constituent déjà par elles-mêmes un attentat international, un acte d'hostilité que l'État visé par ces alliances a toujours le droit de réprimer.

Les alliances offensives qui menacent la sécurité d'un État, créent une situation internationale anormale, imposent aux nations des charges militaires exagérées et aboutissent fatalement à la guerre.

C. q. f. d.

7° Une nation a le droit de s'opposer par la force à tout ce qui porte atteinte à sa dignité, à sa sécurité ou à ses intérêts légitimes.

Tant qu'un arbitrage supérieur n'est pas établi pour trancher les différends internationaux des États, toute nation lésée est mise dans le cas de légitime défense et a le droit de se faire justice elle-même par la force. Les nations opprimées ont ce droit d'autant plus que l'injustice qu'on leur fait est plus grande.

Tous les droits internationaux, de même que ceux que nous avons énumérés ci-dessus à titre d'exemples, découlent par les mêmes raisons de la *liberté*, qui est leur base fondamentale.

C. q. f. d.

Voici maintenant les principaux devoirs internationaux qui découlent de la *justice* :

1° Une nation doit respecter les droits d'une autre nation comme elle veut qu'on respecte ses droits à elle.

Tous les Gouvernements prétendent qu'ils observent l'équité dans leurs relations internationales, et c'est vrai tant qu'ils ne peuvent pas faire autrement; mais dès qu'ils trouvent une occasion favorable pour léser impunément à leur profit le droit d'un autre État, ils ne manquent pas de le faire. Ce manque de moralité dans les relations internationales finit toujours par avoir des conséquences funestes pour celui qui s'en rend coupable. Ainsi, la conduite déloyale de Napoléon Ier avec la famille régnante d'Espagne lui a fait un grand tort et a commencé la série de ses revers.

Le Prince de Bismarck n'a pas non plus à se féliciter de ses procédés vis-à-vis de l'Espagne dans l'affaire des îles Carolines.

L'Angleterre a fait aussi la même expérience avec le Portugal dans un conflit récent d'une nature analogue, et dans le Transvaal les Boërs lui ont montré comment une petite nation peut résister à un État puissant qui veut lui faire une injustice.

Ce qu'un Gouvernement a de mieux à faire, c'est d'être toujours juste et honnête dans ses relations internationales : sa position en sera meilleure et son profit plus grand. C. q. f. d.

2° Une nation ne doit pas chercher à en spolier une autre.

D'abord parce que c'est injuste, et ensuite parce que le spoliateur doit toujours s'attendre à la revendication et à la vengeance de la nation spoliée. Et si cette nation n'est pas assez forte pour se venger elle-même, étant seule elle le sera à la première occasion en se joignant à l'État qui fera la guerre à son spoliateur. Ce droit est imprescriptible et se transmet de génération en génération, et il arrive toujours un moment où le droit dispose d'une force quelconque pour réparer une injustice. C. q. f. d.

3° Un État ne doit pas fomenter des intrigues et des troubles chez une autre nation.

Ces procédés déloyaux, au lieu de procurer des avantages durables, finissent toujours par déconsidérer l'État qui les pratique, et lui attirent la haine et la vengeance de la nation lésée et de ses alliés.

C. q. f. d.

4° Un État ne doit pas chercher à dominer les autres États, car tôt ou tard une réaction se produit parmi les États opprimés et une coalition finit par renverser le dominateur et par rétablir violemment l'équilibre international aux dépens de celui qui l'a troublé.

C'est ainsi qu'est tombé Napoléon Ier. L'histoire nous en donne encore beaucoup d'autres exemples et nous en réserve dans l'avenir de tout aussi instructifs que ceux du passé.

Cela se passe d'ailleurs d'une manière tout à fait analogue dans l'ordre matériel : lorsque la pression de l'Éther est troublée par une tension électrique, l'équilibre de cette pression se rétablit par une formidable décharge.

Nous avons démontré (§ 148) que la volonté des corps éthérés, c'est-à-dire des âmes, régit le monde moral comme l'Éther régit le monde physique. Or, lorsqu'un oppresseur comprime les volontés de plusieurs nations, celles-ci se coalisent, c'est-à-dire qu'elles réagissent contre l'oppresseur pour rétablir l'équilibre moral, et leur foudre c'est le canon.

Ainsi, les avides de domination peuvent être sûrs de finir par être foudroyés. C. q. f. d.

5° La meilleure politique internationale, c'est une politique loyale qui entretient de bonnes relations avec les autres États, sans chercher à les exploiter dans un but égoïste, car il arrive immanquablement un jour où les États ainsi exploités s'aperçoivent que l'amitié qu'on leur offre coûte plus qu'elle ne vaut. C. q. f. d.

6° Lorsqu'un Gouvernement manifeste ses vues sur les relations internationales, soit par la presse, soit par des notes diplomatiques, soit par des discours ministériels, son devoir est de ne pas dénigrer ses adversaires et de ne pas mettre en avant des allégations fausses.

Car par là il se discrédite lui-même, inquiète les intérêts de ses nationaux, irrite inutilement ses adversaires et trouble ainsi l'ordre moral international. C. q. f. d.

7° Un Gouvernement doit bien se garder d'avoir un double jeu dans ses relations avec les autres États.

Jouer au plus fin, en employant la duplicité, est une mauvaise politique qui finit toujours par discréditer un Gouvernement et par éloigner de lui les autres États en leur inspirant de la méfiance.

Il en est de même de tous les devoirs internationaux. Ils découlent tous de la justice qui est leur base fondamentale, et l'ordre moral international ne peut exister que si les nations jouissent librement de leurs droits et observent équitablement leurs devoirs réciproques.

Des démonstrations ci-dessus, il résulte que la *liberté* et la *justice* sont les bases fondamentales des droits et des devoirs internationaux.

C. q. f. d.

Remarque. — Lorsque l'équilibre entre les différents États est troublé et qu'aucun arbitrage supérieur ne peut leur imposer le respect de leurs droits respectifs, alors les nations, comme les individus à l'état sauvage, tranchent le litige par la force et ne parviennent par là à rétablir l'ordre moral international que si la nation qui avait pour elle le droit est victorieuse et si le vainqueur use de sa victoire dans les limites indiquées par l'équité.

Personne ne saurait nier que l'ordre moral international est aujourd'hui profondément troublé en Europe. Si l'on remonte aux causes qui ont amené ce mauvais état des choses, on voit aussitôt que ce ne sont pas les nations elles-mêmes qui en sont fautives, mais seulement leurs Gouvernements.

Ainsi, les ravages des troupes de Louis XIV dans le Palatinat ont nécessairement dû implanter une haine vivace et un ardent désir de vengeance dans la nation Allemande.

Malgré cela, lorsque les premières colonnes de la République Française sont apparues en Allemagne, les villageois venaient à leur rencontre avec des rafraîchissements et les saluaient comme des libérateurs, parce qu'ils voyaient en eux les propagateurs des principes de 1789. Pour se rendre compte de cet enthousiasme, on n'a qu'à lire les idylles du temps.

Il a fallu que Napoléon Ier fasse subir à l'Allemagne toutes les oppressions et toutes les humiliations consignées dans l'histoire, pour que toute la nation Allemande se soulève comme un seul homme, se coalise avec la Russie, l'Autriche et l'Angleterre et se venge d'une manière éclatante en renversant Napoléon I^{er}.

En 1870, c'est Napoléon III qui menace l'Allemagne et lui déclare la guerre.

Cette fois l'Allemagne, étroitement unie à la Prusse, préparée de longue main pour cette lutte et conduite par un génie militaire d'une grandeur extraordinaire, remporte sur la France des victoires éclatantes et renverse Napoléon III.

Maintenant, une question : Est-ce que la nation Française, sous Louis XIV, sentait le besoin de guerroyer en Allemagne et d'y faire des dévastations? Nullement. C'est Louis XIV qui l'a voulu, et comme il disposait d'un pouvoir absolu, il l'a fait.

Seconde question : Est-ce que la nation Française, sous Napoléon I^{er}, voulait absolument fouler aux pieds tous les États de l'Europe pour s'en faire des ennemis implacables et pour succomber à son tour sous leur coalition? Nullement. C'est Napoléon I^{er} qui l'a voulu, et il l'a fait parce qu'il avait le pouvoir absolu et était doué d'un grand génie militaire.

Enfin, dernière question : Est-ce que les Français, sous Napoléon III, avaient bien envie de se jeter sur l'Allemagne? Nullement. Car personne n'a pris au sérieux la comédie plébiscitaire qui devait donner à cette entreprise la consécration nationale.

Ainsi, il est bien démontré que ce n'est pas la nation Française qui est coupable, mais ses Souverains investis d'un pouvoir absolu. Aussi l'Empereur Guillaume Ier, lorsque ses armées sont entrées en France, a-t-il fait avec raison cette distinction dans sa proclamation, car il a dit : « Ce n'est pas à la « nation Française que je fais la guerre, mais à son Empereur. » Ces faits montrent combien se trompent ceux qui méconnaissent l'action de la volonté humaine sur les événements historiques, et qui cherchent à tout expliquer seulement par l'influence du climat et de l'alimentation.

Après avoir vaincu la France, le Chancelier de l'Allemagne lui a imposé la cession de l'Alsace et de la Lorraine. La cession de l'Alsace, avec la tête de pont de Strasbourg, est nécessaire à l'Allemagne pour mettre ses provinces Rhénanes à l'abri de nouvelles agressions de la part de la France. Mais la cession de la Lorraine avec Metz, qui s'avance comme un coin dans le corps de la France, c'est pour elle une menace et un danger continuels. Que gagne l'Allemagne de prendre cette attitude agressive vis-à-vis de la France? Le Prince de Bismarck a déclaré dans le Reichstag que, selon l'avis de militaires compétents, la possession de Metz équivaut pour l'Allemagne à cent mille hommes. Soit! Mais si la France, à cause même de cette raison, organise contre l'Allemagne deux cent mille hommes de plus, on voit que l'avantage pour l'Allemagne de posséder Metz est sensiblement diminué.

Mais les inconvénients de cette menace perpétuelle faite à la France ne s'arrêtent pas là, et prennent au contraire un caractère de gravité extraordinaire. La France, dans cette situation, est obligée d'armer à outrance et de préparer sa revanche. L'Allemagne, de son côté, est obligée d'armer sur le même pied pour s'assurer la possession de cette position avancée, et voilà les deux nations les plus civilisées du continent Européen qui se ruinent en dépenses d'armements, et qui guettent le moment de se jeter l'une sur l'autre pour se faire une guerre d'extermination. Une pareille guerre, quelle qu'en soit l'issue, serait fatale à l'Europe, car et la France et l'Allemagne sont également nécessaires au progrès de la civilisation. Ceux qui croient qu'une guerre Européenne mettrait fin à l'état de malaise actuel se trompent, car cet état est précisément le résultat de la dernière guerre Franco-Allemande et une nouvelle guerre ne ferait que l'empirer. Le seul remède rationnel à cet état de choses, c'est que l'Allemagne, l'Autriche et l'Italie mettent leur politique extérieure sous le contrôle immédiat du Parlement, comme cela a lieu en France et en Angleterre. Lorsque la paix du monde ne dépendra plus de la volonté d'un seul homme, l'Europe sortira de l'état précaire actuel, parce que les surprises et les coups de tête ne seront plus possibles. Alors la sécurité des États Européens ne sera plus menacée et troublée par des alertes et des alarmes continuelles.

Les partisans du régime autoritaire soutiennent que la politique extérieure, pour être bonne, doit être réservée exclusivement au chef de l'État.

Cette assertion est contredite par l'expérience, car Napoléon III s'est aliéné la Russie par la guerre de Crimée pour faire, au prix d'énormes sacrifices, les affaires de l'Angleterre en Orient. C'est encore à cette politique étrangère personnelle du chef de l'État que la France doit d'avoir fait l'expédition insensée au Mexique.

Tandis que, sous le régime républicain actuel, la France a refusé de se faire l'instrument de l'Angleterre en Égypte et n'est pas allée guerroyer pour elle au Soudan.

Quant à la politique étrangère de l'Angleterre qui est sous le contrôle du Parlement, personne ne peut nier qu'elle ne soit très pratique et très utile aux intérêts britanniques.

Inutile de multiplier les exemples.

La *Norddeutsche Allgemeine Zeitung* a dit, dernièrement, que si un homme intelligent faisait comprendre à la France qu'elle doit renoncer à la revanche, elle gagnerait beaucoup dans d'autres directions. Cela est facile à dire, mais mettez-vous à sa place avec la forteresse formidable de Metz enfoncée dans vos côtes et alors vous changerez de langage.

Une feuille officieuse de Vienne a fait à cette boutade de la *Norddeutsche Allgemeine Zeitung* une réponse fort juste. Elle lui a dit : « La preuve que la « France est dirigée par des hommes intelligents, c'est « qu'elle a payé facilement les cinq milliards de con- « tributions de guerre ; elle a formidablement ren- « forcé son armée ; elle a acquis le protectorat sur « Tunis ; elle a conquis un grand empire dans l'Indo- « Chine ; elle a renversé Mac-Mahon qui menaçait ses « institutions républicaines, elle a remplacé à la « Présidence Grévy par Carnot, elle a condamné le « général Boulanger, elle a fait l'Exposition univer- « selle de 1889 et elle a élevé la tour Eiffel. »

Cette feuille aurait pu ajouter que depuis vingt ans que la France est en république, sa politique extérieure a été très sage et très suivie, malgré les fréquents changements de ministères, et que par cette politique loyale elle s'est attiré des sympathies qui rétablissent, jusqu'à un certain point, l'équilibre Européen, si profondément troublé par la dernière guerre Franco-Allemande. L'Angleterre est avec la triple alliance contre la France, parce que celle-ci est tacitement alliée à la Russie, la rivale dangereuse de l'Angleterre en Asie et dans l'Europe orientale. C'est tout naturel, il n'y a pas lieu de s'en étonner. Si la France recommençait la politique de Napoléon III et si elle se montrait hostile à la Russie, l'Angleterre serait aussitôt avec et pour la France, dans ce sens qu'elle chercherait à en faire son instrument contre la Russie comme en 1854, quitte à regarder ensuite tranquillement, comme en 1871, comment l'Allemagne et ses alliés se jetteraient sur la France pour la lacérer.

Et d'ailleurs que peut faire l'Angleterre pour la France dans une guerre continentale? Lui donner le concours de ses flottes? Mais la guerre Franco-Allemande de 1871 a bien mis en évidence combien est de peu d'effet l'action des flottes dans une guerre continentale, et cela surtout aujourd'hui, où il y aurait de chaque côté trois à quatre millions de combattants.

La France a, par conséquent, parfaitement raison de préférer l'alliance de la Russie à celle de l'Angleterre. C'est pour elle une question de vie ou de mort, et c'est le seul moyen qu'elle a à présent pour rétablir l'équilibre Européen et pour se garantir contre les attaques de la triple ou de la quadruple alliance.

Ces vérités politiques sont tellement élémentaires, que nous aurions jugé superflu de les énoncer, si l'on ne voyait pas tous les jours des publicistes avoir l'air de s'étonner qu'il en soit ainsi, ou bien même des hommes d'État Français conseiller à la France, comme l'a fait dernièrement un de ses anciens diplomates, de rompre avec la Russie et de s'allier à l'Angleterre.

Ce diplomate Français a soutenu que si la France gardait la neutralité, elle n'aurait rien à craindre de la quadruple alliance, qui serait dirigée exclusivement contre la Russie.

Comment peut-on admettre un seul instant que l'Allemagne serait assez insensée pour entreprendre une croisade contre la Russie dans le but de servir les intérêts de l'Angleterre en Asie?

Et si cette quadruple alliance parvenait, ce qui est peu probable, à vaincre la Russie dans son immense Empire, est-ce que la déchéance et même le démembrement de la France n'en seraient pas la conséquence immédiate?

Aussi est-il certain que le jour où la France romprait avec la Russie, celle-ci contracterait une alliance avec l'Allemagne, qui alors se jetterait sur la France, pendant que la Russie attaquerait l'Autriche qui serait soutenue par l'Angleterre.

Quant à l'Italie, conduite par son Gouvernement gallophobe, elle attaquerait la France de concert avec l'Allemagne et elle profiterait en même temps de la protection des flottes anglaises pour tenter de mettre à exécution ses projets concernant le littoral africain de la Méditerranée.

Dans cette situation, l'Allemagne poursuivrait un double avantage.

D'abord, celui de réduire la France, en cas de victoire, à ne plus être qu'un État inoffensif de second ordre, et cela en lui enlevant ses provinces du Nord avec une dizaine de millions d'habitants, pour les incorporer à la Belgique qui ferait partie de la Confédération Germanique.

Ce projet, dont le Prince de Bismarck a parlé déjà en 1871 à Versailles, se trouve consigné dans l'ouvrage publié par son secrétaire M. Busch. Le second avantage que retirerait l'Allemagne de cette situation, c'est que si la Russie battait l'Autriche, l'Empire Germanique s'incorporerait les provinces Autrichiennes-Allemandes.

Voilà ce qui pourrait arriver si la France préférait l'alliance de l'Angleterre à celle de la Russie.

Ainsi, le plus grand danger qui menace la France dans l'avenir, c'est l'alliance éventuelle de l'Allemagne avec la Russie. Il en résulte que le grand but politique que doit poursuivre la France, c'est d'empêcher cette alliance.

Il est juste de reconnaître que sous ce rapport les hommes d'État de l'Empire Allemand, tels que le Prince de Bismarck au traité de Berlin et l'Empereur Guillaume II dans ses voyages en Angleterre, ont servi à souhait les intérêts de la France.

Mais l'Empereur Guillaume II est plus excusable que le Prince de Bismarck, car il a trouvé la situation déjà gâtée par son ex-Chancelier, et avant de se jeter dans les bras de l'Angleterre, il a fait toutes les avances possibles à l'Empereur de Russie qui, heureusement pour la France, n'oublie rien et ne pardonne à ses adversaires qu'après qu'ils ont été punis.

Cet aperçu de la situation politique actuelle de l'Europe est une preuve de plus que l'ordre moral international est toujours troublé, lorsque ses bases fondamentales, la *liberté* et la *justice*, sont foulées aux pieds.

§ 155. — Le progrès intellectuel, moral, politique et social de l'humanité consiste dans la connaissance de l'Idée Absolue et dans la pratique de la liberté et de la justice.

Preuve. — Nous avons démontré (§ 134) que l'Idée Absolue, c'est l'ensemble des lois de l'espace, qui se réalisent éternellement dans l'Univers, et (§ 140) que l'Idée Absolue est la cause première et coefficiente de tous les phénomènes de l'Univers. Arriver à la connaissance de ces phénomènes, soit par déduction géométrique, soit par l'expérience, c'est là ce qui constitue les connaissances humaines, la Science.

Tout fait de l'expérience est de la géométrie réalisée, puisque c'est le produit des lois de l'espace (§ 134).

Par conséquent, le progrès intellectuel de l'humanité consiste dans la connaissance des lois de l'espace, ou, en d'autres termes, dans la connaissance de l'Idée Absolue.

Nous avons également démontré (§ 154) que la liberté et la justice sont les bases fondamentales de l'ordre moral, politique et social.

Il en résulte que c'est dans la pratique de la *liberté* et de la *justice* que consiste le progrès moral, politique et social de l'humanité.

C. q. f. d.

DIXIÈME CHAPITRE

LA RELIGION

§ 156. — L'Idée Absolue a tous les attributs suprêmes que la foi religieuse prête à la Divinité.

Preuve. — Nous avons démontré que l'Idée Absolue existe par elle-même (§ 135) à l'état d'idée (§ 136). Nous avons également démontré que l'Idée Absolue a toujours existé (§ 137) et qu'elle est éternelle (§ 138). Nous avons enfin démontré que l'Idée Absolue est la cause première de l'existence de l'Univers (§ 139), la cause première et coefficiente de tous les phénomènes de l'Univers (§ 140), et que les lois de l'Idée Absolue sont immuables, éternelles et toutes-puissantes (§ 141).

Or ce sont là tous les attributs suprêmes que la foi religieuse prête à la Divinité.

C. q. f. d.

Remarque. — La valeur de ce qu'on dit n'est pas dans ce qu'on affirme, mais dans ce qu'on démontre, car ce n'est que lorsqu'une vérité est rigousement démontrée qu'elle s'impose à l'esprit humain et lui fait faire un progrès.

Ce que nous disons dans ce paragraphe de la Divinité a été dit et répété de temps immémorial, à peu près dans les mêmes termes, mais personne ne l'avait démontré. Nous venons d'en donner une démonstration rigoureuse puisqu'elle est géométrique.

L'humanité s'est inspirée d'un sentiment profond et juste lorsqu'elle a mis la raison d'être de tout dans la Divinité.

Rappelons-nous les paroles mémorables avec lesquelles commence l'Ancien Testament et qui résument à elles seules la vérité la plus profonde que la raison humaine ait jamais pressentie : « Au com-
« mencement était le Verbe et le Verbe était en Dieu
« et le Verbe était Dieu.

« Tout a été fait par lui et sans lui rien ne
« s'est fait.

« Et le Verbe s'est incarné. »

Les démonstrations que nous venons de donner dans ce paragraphe prouvent la vérité de ces paroles.

Nous avons en effet démontré que l'Idée Absolue, ou, en d'autres termes, la Divinité, est antérieure à tout, puisque tout découle d'elle, puisqu'elle est la cause première de l'existence de la matière et du mouvement. « Au commencement était le Verbe et « le Verbe était la Divinité. »

Nous avons démontré aussi que l'Idée Absolue, la Divinité, est la cause première de l'existence de l'Univers et de tous les phénomènes qui s'y produisent par raison géométrique. « Tout a été fait « par elle et sans elle rien ne s'est fait. »

Enfin, c'est l'incarnation de l'Idée Absolue que nous avons prouvée lorsque nous avons démontré que c'est des lois de l'espace que découle l'existence des atomes qui forme la matière. « Et le Verbe s'est « incarné. »

Ainsi ces paroles bibliques sont vraies, puisque leur vérité est géométriquement prouvée.

Faust a eu tort de croire impénétrable le sens de ces paroles sublimes.

Dans ce Chapitre où nous traitons de la *Religion*, nous emploierons le terme *Divinité* au lieu de celui d'Idée Absolue, puisque nous avons démontré que l'Idée Absolue a tous les attributs de la Divinité. De même, au lieu de *lois géométriques* nous dirons *lois divines*, puisque nous avons démontré que les lois de l'espace sont les lois de l'Idée Absolue, c'est-à-dire de la Divinité.

C. q. f. d.

§ 157. — La religion doit s'appuyer seulement sur la vérité.

Preuve. — Fonder et propager une religion en s'appuyant sur des assertions fausses, en trompant les hommes, c'est faire un acte immoral, contraire à la justice, car, avec une monnaie fausse, avec le mensonge, on accapare leur foi et leur dévouement.

Le but ne sanctionne pas les moyens, et les iniquités, quel que soit leur but, amènent toujours des résultats funestes parce qu'elles troublent l'ordre moral.

En effet, lorsque la religion s'appuie sur l'imposture, elle vicie l'esprit humain, empêche le progrès, dégrade les caractères, propage la discorde et la haine entre les nations, provoque des guerres religieuses, les pires de toutes les guerres, et entraîne toutes sortes de calamités telles que l'intolérance, la persécution et la tyrannie. Toute l'histoire de l'humanité en est une preuve vivante et douloureuse.

Ensuite, un autre mal qui résulte de l'emploi du mensonge et de l'imposture pour fonder une religion, c'est que cette religion tombe en discrédit dès que les hommes commencent à voir qu'on les trompe, ce qui finit toujours par arriver, grâce au progrès de l'esprit humain.

Par conséquent, la religion doit s'appuyer seulement sur la vérité. C. q. f. d.

§ 158. — Le sentiment religieux, c'est l'aspiration de l'âme vers l'idéal.

Preuve. — Jean-Jacques Rousseau a dit avec raison : « Avant tout, les faits. » Or l'existence du sentiment religieux dans l'humanité est un fait tout aussi réel que l'existence de notre planète.

Pour s'en convaincre, on n'a qu'à considérer l'humanité telle qu'elle a toujours été et telle qu'elle est sous nos yeux.

Vouloir nier l'existence du sentiment religieux serait tout aussi puéril que si l'on voulait nier l'existence de la gravitation.

Maintenant, nous devons nous rendre compte de la nature de ce sentiment.

Dans son expression la moins élevée, le sentiment religieux est la prière adressée par un être faible et timoré à un être supérieur, à un Maître, pour que celui-ci le protège, lui vienne en aide au milieu des difficultés de la vie et lui pardonne ses péchés. Ce n'est pas sans raison que Garibaldi a dit que : « *La paura governa il mondo.* » Cette espèce de sentiment religieux est très répandu dans les classes peu cultivées et très préconisé par les églises officielles des États monarchiques. C'est ainsi qu'elles veulent baser sur le droit divin l'autorité des monarques et proclament ceux-ci les représentants de Dieu sur la Terre. Cette doctrine est tout à fait fausse, car nous avons démontré que la Divinité est l'Idée Absolue (§ 156), et que de celle-ci découlent la liberté et la justice qui sont les bases fondamentales de l'ordre moral, politique et social de l'humanité (VIII[e] Chapitre). Nous voilà bien loin de ce prétendu droit divin fait *ad hoc* par le clergé officiel, pour donner une consécration religieuse à la domination des monarques.

Quelque inférieure que soit la nature de ce sentiment religieux, il contient cependant en germe un sentiment plus élevé, car il exprime le regret d'avoir commis des péchés, puisqu'il en demande pardon. Il est évident que ceci dénote une aspiration de l'âme vers le bien moral. Or c'est précisément là ce qui constitue le sentiment religieux. Lorsque l'âme réprouve ses défaillances, ses faiblesses ou, en termes religieux, ses péchés, c'est qu'elle a devant elle un idéal vers lequel elle aspire.

De cette démonstration il résulte que le sentiment religieux est l'aspiration de l'âme vers l'idéal.

C. q. f. d.

§ 159. — La religion doit être idéale.

Preuve. — Nous avons démontré (§ 156) que la Divinité c'est l'Idée Absolue. Or, puisque la religion est le culte de la Divinité, c'est le culte de l'Idée Absolue.

Nous avons également démontré (§ 157) que le sentiment religieux est l'aspiration de l'âme vers l'idéal, et (§ 158) que la religion doit élever l'âme vers cet idéal. Il en résulte que la religion doit être idéale. C. q. f. d.

Remarque. — Les croyances matérialistes dégradent l'âme parce qu'elles ne tiennent pas compte de son existence et par conséquent de sa volonté.

De même une religion mystique repose aussi sur une fausse doctrine, car mystère signifie, dans ce cas, des choses inaccessibles à notre raison. Or nous avons démontré clairement dans le Septième Chapitre ce que c'est que l'Idée Absolue, par conséquent ce que c'est que la Divinité. Il n'y a là aucun mystère. Au contraire, toutes les idées sont claires et géométriquement démontrées.

Par suite des erreurs qu'elles propagent, les croyances mystiques donnent souvent lieu à des pratiques religieuses insensées et à des sectes immorales. Elles ont de plus le tort d'abaisser le niveau de l'intelligence humaine tant qu'elles dominent, et l'inconvénient de laisser tomber en décadence la religion lorsque l'esprit prend librement son essor et fait des progrès.

§ 160. — La religion doit être optimiste.

Preuve. — Il n'y a et il ne peut y avoir au monde que deux espèces de religion : des religions optimistes et des religions pessimistes.

Nous avons démontré que tous les phénomènes de la nature sont le résultat des lois géométriques.

Les lois géométriques sont remplies de symétrie et d'harmonie entre elles.

La conséquence rigoureuse en est que tout ce qui existe est symétrique et harmonieux.

Le bien est donc nécessairement l'état général et normal du monde.

Ainsi, le pessimisme n'est qu'une triste erreur. Aussi pour être pessimiste doit-on être malade de corps ou d'esprit ou des deux à la fois.

Le pessimisme déprime le caractère de l'homme et le rend bon à rien.

Il produit ce mauvais effet sur l'homme, parce qu'il prive son esprit de l'équilibre et de l'harmonie normale et le met en contradiction avec toute la nature.

Aussi le dernier mot du pessimiste est-il la démence de vouloir détruire le monde, parce qu'il n'a pas le courage de supporter les souffrances et de braver les dangers inséparables de la vie. Et cependant les souffrances et les dangers ont aussi leur charme, car, dans ces moments difficiles, nous sentons se révéler en nous la force et la grandeur de notre âme.

Pour être heureux, il suffit d'avoir une grande âme et d'affronter avec calme et sérénité toutes les difficultés de la vie.

Puisque le pessimisme déprime le caractère de l'homme, toute religion pessimiste déprime le caractère de la nation qui l'adopte et la professe.

Ainsi, il est démontré que la religion doit être optimiste pour être en harmonie avec les lois de la nature et pour être salutaire à l'humanité.

C. q. f. d.

§ 161. — La religion doit avoir ses temples, son culte, son clergé et ses rites.

Preuve. — Aucune association humaine ne peut exister si elle n'a pas ses lieux de réunion et certaines règles pour exercer son activité.

Du moment où il est démontré (§ 158) que le sentiment religieux existe dans l'humanité, il lui faut une religion pour satisfaire ce besoin intime de l'âme. Or que serait une religion sans temples, sans culte, sans clergé et sans rites? Ce que serait une Université sans bâtiment, sans statuts, sans professeurs et sans cours.

Dans ces conditions, la religion n'existerait pas et les individus, pour satisfaire leur besoin religieux, entreraient, à la suite d'imposteurs, dans toutes sortes de sectes, dont les pratiques secrètes sont souvent des plus immorales.

Ainsi, la religion pour exister et pour remplir son but doit être organisée et pratiquée au grand jour, à la vue de toute la nation, et pour cela elle doit avoir ses temples, son culte, son clergé et ses rites.

C. q. f. d.

§ 162. — Le culte, ses rites et le service religieux doivent avoir pour but de purifier l'âme, de la fortifier et de l'élever vers son idéal.

Preuve. — Nous avons démontré (§ 158) que le sentiment religieux, c'est l'aspiration de l'âme vers l'idéal. Par conséquent, pour que le culte et le service religieux répondent à ce besoin profond de l'humanité, il faut qu'il ait pour but de purifier l'âme, de la fortifier et de l'élever vers son idéal.

C. q. f. d.

Remarque. — Il est évident que, pour remplir ce but, le service religieux doit consister en exhortations morales adressées aux fidèles par les membres du clergé.

§ 163. — La religion doit imprimer aux fidèles l'élan moral qui fait la grandeur des nations.

Preuve. — Nous avons démontré (§ 162) que la mission de la religion est d'élever les âmes vers leur idéal. En les élevant et en les fortifiant, elle leur imprime cet élan moral qui constitue la plus grande force d'une nation.

Toute religion qui ne le fait pas finit par être dédaignée, ainsi que ses adhérents. Cette vérité est prouvée par les faits de l'expérience, par l'histoire même de l'humanité. C. q. f. d.

§ 164. — Les prescriptions religieuses doivent établir la fraternité et la solidarité entre tous les membres du corps social.

Preuve. — L'attachement, les uns envers les autres, des membres d'un corps social et leur solidarité rend toute société non seulement très forte, mais aussi durable et heureuse.

La haine entre les différentes classes d'une société, leur isolement les unes des autres et leur antagonisme violent amènent toujours la décadence nationale.

Il en est ainsi parce que tout ce qui n'est pas symétrique et harmonieux est contraire aux lois de l'Idée Absolue et doit fatalement périr.

Par conséquent, les prescriptions religieuses doivent établir la fraternité et la solidarité entre tous les membres du corps social.

C. q. f. d.

§ 165. — Les prescriptions religieuses doivent être conformes aux lois de la nature, qui sont celles de l'Idée Absolue, de la Divinité.

Preuve. — Lorsque les prescriptions religieuses sont contraires aux lois de la nature, si on les observe, elles font du mal et à l'âme et au corps; si on ne les observe pas, elles font encore du mal parce que la religion tombe en décadence.

Par conséquent, les prescriptions religieuses, comme toutes les lois rationnelles, doivent être conformes aux lois de la nature.

C. q. f. d.

§ 166. — La religion doit faire aux fidèles un devoir de la tempérance.

Preuve. — Si l'on pouvait mettre en vue toutes les forces physiques et morales perdues par les nations Européennes à cause de leur intempérance, si l'on énumérait tous les crimes et toutes les maladies qui en sont la conséquence, on serait obligé de reconnaître que Mahomet est un des plus grands législateurs de l'humanité, parce qu'il a interdit aux croyants l'usage des boissons spiritueuses.

Par la boisson, la matière grise du cerveau se détériore et l'homme ivre est littéralement fou jusqu'à ce que son cerveau soit rentré dans son état normal, mais il en reste toujours des traces indélébiles et l'homme se dégrade en détériorant ses organes les plus nobles.

Ainsi, la religion doit faire aux fidèles un devoir de la tempérance. C. q. f. d.

§ 167. — La religion doit imposer aux fidèles de travailler chaque jour de corps et d'esprit.

Preuve. — Sans un travail journalier du corps et de l'esprit, l'organisme humain se détériore. Ce sont des lois physiologiques dont on ne peut pas s'écarter sans se faire du mal. Sans exercice le corps s'affaiblit, perd sa vitalité et son énergie.

Il en est de même de l'intelligence qui a besoin du travail de l'esprit pour se développer et pour se conserver.

Les classes laborieuses ont dans leur travail manuel l'exercice nécessaire au corps, mais il faut les appliquer à exercer aussi leur esprit. A cet effet, l'instruction obligatoire ne suffit pas, puisqu'elle est donnée seulement dans le jeune âge. Il faut encore mettre à leur portée des conférences gratuites, courtes, car ils n'ont pas beaucoup de temps à leur donner, mais intéressantes et instructives.

Quant aux classes cultivées qui vivent des travaux de leur esprit, elles doivent faire chaque jour les exercices nécessaires au corps pour développer sa force et conserver sa santé.

Sans l'observation de ces règles, une nation perd beaucoup de sa valeur.

Par conséquent, la religion doit s'appliquer à astreindre les fidèles à ces règles.

C. q. f. d.

§ 168. — La religion doit rendre les hommes tolérants, bons et généreux.

Preuve. — Tolérants, parce que la tolérance est le respect de la conscience des autres.

Les Romains ont conquis le monde avec leur tolérance autant qu'avec leurs armes et c'est leur intolérance qui a empêché les Mahométans d'en faire autant.

Bons envers les autres, parce que par là nous respectons les lois de la justice. C'est d'ailleurs l'état dans lequel l'âme est la plus heureuse parce qu'elle est en harmonie avec les lois *divines*.

Généreux, parce que la générosité est une justice supérieure. Aussi, tout acte de générosité ennoblit non seulement l'âme de l'homme qui fait cet acte, mais par son exemple il élève aussi le niveau moral de l'humanité. C. q. f. d.

§ 169. — Comme loi morale SUPRÊME, la religion doit prescrire aux hommes de réaliser leur idéal dans chaque moment de leur existence.

Preuve. — Réaliser son idéal dans chaque moment de son existence est la loi morale SUPRÊME, parce qu'elle contient implicitement toutes les autres. En observant cette loi, on agit, à chaque moment et dans toutes les circonstances de la vie, selon l'idéal que s'est formé l'âme. C'est le seul état moral digne de l'homme, le seul qui l'aguerrit contre toutes les vicissitudes de la vie et le seul qui lui donne le bonheur absolu, car ce bonheur n'est pas fragile comme celui qui vient du corps; il ne dépend ni des circonstances ni de la volonté des autres, mais il vient de notre âme et de son idéal : il a sa source dans l'*Idée Absolue*, dans la *Divinité*.

C. q. f. d.

Iassi, 1891.

FIN

RÉSUMÉ

PREMIER CHAPITRE

L'ESPACE

DEUXIÈME CHAPITRE

LA MATIÈRE

TROISIÈME CHAPITRE

LE MOUVEMENT

Pages.

du cosinus et du sinus de ce même angle, c'est-à-dire :

$$(1)\quad C_m = (mv' - mv)\frac{\cos\alpha}{\cos\alpha + \sin\alpha};$$

d'où, après le choc, la quantité de mouvement q_A de l'atome A est :

$$(2)\quad q_A = mv + (mv' - mv)\frac{\cos\alpha}{\cos\alpha + \sin\alpha}$$

et celle $q_{A'}$ de l'atome A' est :

$$(3)\quad q_{A'} = mv' - (mv' - mv)\frac{\cos\alpha}{\cos\alpha + \sin\alpha}$$

et comme, dans ce cas, α est zéro, les formules (1), (2), (3), se réduisent aux suivantes :

$$(4)\qquad C_m = mv' - mv,$$

$$(5)\qquad q_A = mv + (mv' - mv) = mv',$$

$$(6)\qquad q_{A'} = mv' - (mv' - mv) = mv. \;.\;.\;.\;.$$ 155

§ 50. — La quantité de mouvement que possède l'atome après son choc contre un autre atome, se compose de la somme de la quantité de mouvement qui lui est restée et de celle qui lui a été communiquée par l'atome contre lequel il a effectué ce choc.

En voici l'expression :

$$(1)\qquad \frac{mv.\sin\alpha}{\cos\alpha + \sin\alpha} + \frac{mv'.\cos\alpha'.}{\cos\alpha' + \sin\alpha'} \;.\;.\;.\;.$$ 157

mv' et mv'' désignent les quantités de mouvement qui constituent les forces primitives du parallélogramme.

γ désigne l'angle des directions des forces.

$\alpha = 90° - \frac{\gamma}{2}$, désigne l'angle que fait chaque impulsion avec la ligne des centres des points matériels qui impriment les impulsions. (Voyez Remarque, § 50.)

α' et α'' désignent les angles formés par la diagonale du parallélogramme avec les directions des forces données.

Mais lorsqu'on construit un parallélogramme sur une force donnée, qui représente une résultante en translation, alors cette résultante peut être considérée comme égale à la diagonale du parallélogramme ainsi construit, dont les côtés sont des réductions des composantes primitives.

Voici l'expression de la résultante donnée R_1 qui est prise pour la diagonale :

$$(2) \qquad R_1 = m_1 v'_1 . \cos \alpha' + m_1 v''_1 . \cos \alpha''.$$

$m_1 v'_1$ et $m_1 v''_1$ désignent les forces primitives réduites, c'est-à-dire les côtés du parallélogramme dont R_1 est la résultante donnée en translation.

Dans ce cas, comme on a pris en entier les cosinus de α' et de α'' au lieu de prendre seulement leurs quantités proportionnelles, l'excès de la somme des composantes ne représente pas la valeur proportionnelle entière des mouvements rotatoires définitifs, produits par les sinus de α' et de α'' divisés respectivement par la somme du cosinus de α' et du sinus de α' et par la somme du cosinus de α'' et du sinus de α'', ce qui ne dérange

Pages.

d'ailleurs pas les calculs de ceux qui construisent un parallélogramme sur une résultante donnée, puisqu'ils ne s'occupent pas du mouvement rotatoire et que le mouvement en translation leur est donné par la résultante sur laquelle ils ont construit le parallélogramme ; seulement ils ne doivent pas se figurer qu'ils ont les composantes primitives.

Mais lorsque, étant données deux composantes, on veut en déduire la résultante, en prenant, comme on le fait, pour sa valeur, la diagonale du parallélogramme construit avec ces composantes, on commet une grande erreur, comme nous le démontrons dans ce paragraphe. 172

§ 58. — Tout atome de l'Univers possède dans tout moment les quantités de mouvement en translation et en rotation exprimées par les formules suivantes :

$$(1)\quad \begin{cases} T_r = mv\,\dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha+\sin\alpha}\times\dfrac{\cos\alpha_D}{\cos\alpha_D+\sin\alpha_D} \\[2ex] \qquad + mv'\,\dfrac{\cos\alpha'}{\cos\alpha'+\sin\alpha'}\times\dfrac{\cos\alpha'_D}{\cos\alpha'_D+\sin\alpha'_D}. \end{cases}$$

$$(2)\quad \begin{cases} R_t = mv\,\dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha+\sin\alpha}\times\dfrac{\sin\alpha_D}{\cos\alpha_D+\sin\alpha_D} \\[2ex] \qquad + mv'\,\dfrac{\cos\alpha'}{\cos\alpha'+\sin\alpha'}\times\dfrac{\sin\alpha'_D}{\cos\alpha'_D+\sin\alpha'_D}. \end{cases}$$

T_r désigne la quantité de mouvement en translation de l'atome.

R_t désigne la quantité de mouvement en rotation de l'atome.

mv désigne la quantité de mouvement totale

QUATRIÈME CHAPITRE

LA GRAVITATION

CINQUIÈME CHAPITRE

L'ÉTHER

SIXIÈME CHAPITRE

LES CORPS CÉLESTES

Pages.

lume de $119,682... \times 10^{40}$ myriamètres cubes dont le diamètre est parcouru par la lumière en 138 années et par l'Éther dans la 12 millionième partie d'un décillionième de seconde, on voit quelle grande distance sépare les unes des autres les Nébuleuses Sidérales moyennes comprises dans les grandes Nébuleuses Sidérales. De ce fait résultent les deux lois suivantes :

1° Le rapport de la pression p de l'Éther à la contre-pression P_N de la matière gazeuse, arrivée à la densité de $\frac{35^{\text{mg.}}}{10^{24}}$, rapport qui est :

$$(1) \qquad \frac{p}{P_N} = 1360,5,$$

a pour effet que cette matière gazeuse ne peut pas se concentrer en une agglomération d'un volume plus grand que celui d'une Nébuleuse Sidérale moyenne qui, en terme moyen, est de $119,682... \times 10^{40}$ myriamètres cubes.

2° Le rapport de la pression p de l'Éther à la contre-pression P_S de la matière pondérable, arrivée à la densité de notre Soleil, qui est de 1,379 de la densité de l'eau, rapport qui est :

$$(2) \qquad \frac{p}{P_S} = 46,32 \times 10^9,$$

a pour effet que cette matière pondérable ne peut pas se concentrer en une agglomération d'un volume moyen, plus grand que celui du Soleil, qui est de $15,... \times 10^{14}$ myriamètres cubes. 325

§ 108. — Un volume d'Éther de $15,054 \times 10^{53}$ myriamètres cubes est nécessaire et suffisant :

1° Pour comprimer une grande Nébuleuse Sidérale à un volume réduit dont le diamètre est parcouru en 3000 années par la lumière et par l'Éther dans la 573 millième partie d'un décillionième de seconde;

2° Pour comprimer en même temps les Nébuleuses Sidérales moyennes contenues dans la grande Nébuleuse jusqu'à la densité de $\frac{35^{mg.}}{10^{24}}$, état dans lequel elles commencent à être lumineuses et sont réduites à un volume de $119{,}682 \times 10^{50}$ myriamètres cubes, dont le diamètre est parcouru par la lumière en 138 années et par l'Éther dans la 12 millionième partie d'un décillionième de seconde;

3° Pour comprimer enfin les Nébuleuses Solaires comprises dans les Nébuleuses Sidérales moyennes et les réduire en étoiles d'une densité moyenne de 1,379 par rapport à l'eau, et à un volume moyen de $15{,}182 \times 10^{15}$ myriamètres cubes, qui est le volume moyen d'une étoile.

L'Éther contenu dans le volume de $15{,}054 \times 10^{53}$ myriamètres cubes, et dont le nombre des atomes est égal à celui contenu dans la matière pondérable qui compose la grande Nébuleuse Sidérale, exerce les compressions ci-dessus par la vitesse de la transmission des vibrations de ses atomes, en vertu de laquelle il parcourt le rayon de cet espace dans la 2 280^{me} partie d'un décillionième de seconde.

Le volume d'Éther nécessaire et suffisant pour comprimer une Nébuleuse Sidérale moyenne isolée de la densité de $\frac{27^{mg.},96}{10^{33}}$ à celle de $\frac{35^{mg.}}{10^{24}}$ de la densité de l'eau, est de $30{,}412 \times 10^{50}$ myriamètres cubes, qui contient autant d'ato-

SEPTIÈME CHAPITRE

L'IDÉE ABSOLUE

HUITIÈME CHAPITRE

L'AME

NEUVIÈME CHAPITRE

L'ORDRE MORAL

DIXIÈME CHAPITRE

LA RELIGION

ERRATA

Page 61, ligne 2 et ligne 11, *au lieu de :* décimillionièmes, *lisez :* décillionièmes.

Page 63, ligne 11, *au lieu de :* décimillionièmes, *lisez :* décillionièmes.

Paris. — Typ. Chamerot et Renouard, 19, rue des Saints-Pères. — 27866.