A mon camarade Jaké
affectueux souvenir
Duhem

LES

ORIGINES DE LA STATIQUE

LES SOURCES DES THÉORIES PHYSIQUES.

LES

ORIGINES DE LA STATIQUE

PAR

P. DUHEM
Correspondant de l'Institut de France,
Professeur à la Faculté des Sciences de Bordeaux.

TOME PREMIER

2

PARIS
LIBRAIRIE SCIENTIFIQUE A. HERMANN
Libraire de S. M. le Roi de Suède et de Norvège
6, RUE DE LA SORBONNE, 6

1905

Imprimerie POLLEUNIS & CEUTERICK, 60, rue Vital Decoster, Louvain.
(Ancienne rue des Orphelins, 32).

—

Même maison à Bruxelles, 37, rue des Ursulines.

PRÉFACE.

Le lecteur ne trouvera pas dans cet ouvrage l'ordre qu'il y eût sans doute désiré, que nous eussions assurément souhaité d'y mettre ; il s'étonnerait de voir notre exposition revenir, à plusieurs reprises, sur ses pas, s'il n'obtenait tout d'abord l'explication de ces singulières démarches.

Avant d'entreprendre l'étude des origines de la Statique, nous avions lu les écrits, peu nombreux, qui traitent de l'histoire de cette science ; il nous avait été facile de reconnaître qu'ils étaient, la plupart du temps, bien sommaires et bien peu détaillés ; mais nous n'avions aucune raison de supposer qu'ils ne fussent pas exacts, au moins dans les grandes lignes. En reprenant donc l'étude des textes qu'ils mentionnaient, nous prevoyions qu'il nous faudrait ajouter ou modifier bien des détails, mais rien ne nous laissait soupçonner que l'ensemble même de l'histoire de la Statique pût être bouleversé par nos recherches.

Ces recherches nous avaient amené, de prime abord, à quelques remarques imprévues ; elles nous avaient prouvé que l'œuvre de Léonard de Vinci, si riche en idées mécaniques nouvelles, n'était point, comme on le supposait communément, demeurée inconnue des géomètres de la Renaissance ; qu'elle avait été exploitée par maint savant du XVI^e siècle, en particulier par Cardan et par Benedetti ; qu'elle avait fourni à Cardan ses vues si profondes sur la puissance motrice des machines et sur l'impossibilité du mouvement perpétuel. Mais, à partir de Léonard et de Cardan jusqu'à Descartes et à Torricelli, nous avions pu suivre le développe-

ment de la Statique sans que la marche de ce développement nous eût semblé essentiellement différente de celle qu'on lui attribuait communément.

Nous avions commencé à retracer ce développement en les pages hospitalières de la REVUE DES QUESTIONS SCIENTIFIQUES, *lorsque la lecture de Tartaglia, dont aucune histoire de la Statique ne prononce même le nom, vint inopinément nous montrer que l'œuvre déjà amorcée devait être reprise sur un plan entièrement nouveau.*

Tartaglia, en effet, bien avant Stevin et Galilée, avait déterminé la pesanteur apparente d'un corps posé sur un plan incliné ; il avait très correctement tiré cette loi du principe dont Descartes devait plus tard affirmer l'entière généralité. Mais cette belle découverte, dont aucun historien de la Mécanique ne faisait mention, n'était pas le fait de Tartaglia ; elle était, dans son œuvre, un impudent plagiat ; Ferrari le lui reprochait durement et revendiquait cette invention pour un géomètre du XIIIe siècle, pour Jordanus Nemorarius.

Deux traités avaient été publiés, au XVIe siècle, comme représentant la Statique de Jordanus ; mais ces deux traités étaient si différents, ils se contredisaient parfois si formellement, qu'ils ne pouvaient être l'œuvre d'un même auteur. Si nous voulions connaître exactement ce que la Mécanique devait à Jordanus et à ses disciples, il nous fallait recourir aux sources contemporaines, aux manuscrits.

Force nous fut donc de dépouiller tous les manuscrits relatifs à la Statique que nous avons pu découvrir à la Bibliothèque Nationale et à la Bibliothèque Mazarine. Ce dépouillement laborieux, pour lequel M. E. Bouvy, Bibliothécaire de l'Université de Bordeaux, voulut bien nous aider de ses conseils très compétents, nous a conduit à une conséquense absolument imprévue.

Non seulement le moyen âge occidental avait reçu, soit directement, soit par l'intermédiaire des Arabes, la tradi-

tion de certaines théories helléniques relatives au levier et à la balance romaine, mais encore sa propre activité intellectuelle avait engendré une Statique autonome, insoupçonnée de l'Antiquité. Dès le début du XIII^e^ siècle, peut-être même avant ce temps, Jordanus de Nemore avait démontré la loi du levier en partant de ce postulat : Il faut même puissance pour élever des poids différents, lorsque les poids sont en raison inverse des hauteurs qu'ils franchissent.

L'idée dont le premier germe se trouvait dans le traité de Jordanus avait grandi, suivant un développement continu, au travers des écrits des disciples de Jordanus, de Léonard de Vinci, de Cardan, de Roberval, de Descartes, de Wallis, pour atteindre sa forme achevée dans la lettre de Jean Bernoulli à Varignon, dans la Mécanique Analytique *de Lagrange, dans l'œuvre de Willard Gibbs. La Science dont nous sommes aujourd'hui si légitimement fiers dérivait, par une évolution dont il nous était donné de marquer les phases graduelles, de la Science qui naquit vers l'an 1200.*

Ce n'est point seulement par les doctrines de l'École de Jordanus que la Mécanique du moyen âge a contribué à la formation de la Mécanique moderne. Au milieu du XIV^e^ siècle, l'un des docteurs qui honoraient le plus la brillante École nominaliste de la Sorbonne, Albert de Saxe, inaugurait une théorie du centre de gravité qui devait avoir la plus grande vogue et la plus durable influence. Impudemment plagiée au XV^e^ siècle et au XVI^e^ siècle par une foule de géomètres et de physiciens qui la reproduisaient sans en nommer l'auteur, cette théorie florissait encore en plein XVII^e^ siècle ; à qui l'ignore, plus d'une controverse scientifique, ardemment débattue à cette époque, demeure incompréhensible. De cette théorie d'Albert de Saxe est issu, par une filiation qui n'a point subi d'interruption, le principe de Statique énoncé par Torricelli.

L'étude des origines de la Statique nous a conduit ainsi à une conclusion ; au fur et à mesure que nous avons poussé *nos recherches historiques plus avant et en des directions plus variées, cette conclusion s'est imposée à notre esprit avec une force croissante ; aussi oserons nous la formuler dans sa pleine généralité : La science mécanique et physique dont s'enorgueillissent à bon droit les temps modernes découle, par une suite ininterrompue de perfectionnements à peine sensibles, des doctrines professées au sein des écoles du moyen âge ; les prétendues révolutions intellectuelles n'ont été, le plus souvent, que des évolutions lentes et longuement préparées ; les soi-disant renaissances que des réactions fréquemment injustes et stériles ; le respect de la tradition est une condition essentielle du progrès scientifique.*

Bordeaux, 21 mars 1905,

P. Duhem.

LES ORIGINES DE LA STATIQUE

CHAPITRE I

ARISTOTE ET ARCHIMÈDE

(384-322 et 287-212 av. J. C.)

De leurs recherches profondes touchant les lois de l'équilibre, les anciens nous ont laissé des monuments peu nombreux, il est vrai, mais dignes d'une éternelle admiration. De ces monuments, les plus beaux, sans contredit, sont le livre consacré par Aristote aux questions mécaniques et les traités d'Archimède.

Le nom de « Traité de Statique » serait injustement donné à l'écrit où Aristote examine diverses questions relatives aux mécanismes (Μηχανικὰ προβλήματα) ; le Stagirite, en effet, ne sépare pas la théorie de l'équilibre de la théorie du mouvement ; il n'assigne pas à la première des principes propres, autonomes, qui ne se réclament point de la seconde ; il traite d'une manière générale des mouvements qui peuvent se produire en un mécanisme ; lorsqu'aucun mouvement ne se produit, le mécanisme demeure en équilibre.

L'axiome qui donne la solution des divers problèmes mécaniques est la loi fondamentale qu'Aristote assigne au mouvement local et qui, explicite ou cachée, domine tout ce qu'il a écrit au sujet de ce mouvement. La puissance du moteur qui meut un corps est mesurée par le produit du poids du corps mû (ou de sa masse, car les deux notions de poids et de masse sont alors indistinctes) par la vitesse du mouvement imprimé à ce corps. Une même puissance peut donc mouvoir successivement un corps lourd et un corps léger ; mais elle mouvra lentement le corps lourd et vivement le corps léger ; les vitesses des mouvements imprimées à ces deux corps seront inversement proportionnelles à leurs poids.

Cette pensée est exprimée dans maint passage ; citons seulement celui-ci (1), dont la netteté est extrême : « Quelle que soit la puissance qui produit le mouvement, ce qui est moindre et plus léger reçoit d'une même puissance plus de mouvement..... En effet, la vitesse du corps le moins lourd sera à la vitesse du corps le plus lourd comme le corps le plus lourd est au corps le moins lourd. — Ἐπεὶ γὰρ δύναμίς τις ἡ κινοῦσα, τὸ δ' ἔλαττον καὶ τὸ κουφότερον ὑπο τῆς αὐτῆς δυνάμεως πλεῖον κινηθήσεται... Τὸ γὰρ τάχος ἕξει τὸ τοῦ ἐλάττονος πρὸς τὸ τοῦ μείζονος ὡς τὸ μεῖζον σῶμα πρὸς τὸ ἔλαττον. »

Ce principe fondamental de la Dynamique péripatéticienne est, semble-t-il, la traduction fidèle et immédiate des données les plus obvies de notre quotidienne expérience. La Dynamique moderne le répute erreur grave. Mais, pour rejeter cette erreur, il a fallu à la science deux mille ans de méditations, conduites par les plus grands esprits qui se soient succédé d'Aristote à Galilée. Nous essayerons quelque jour de retracer les principales phases de ce gigantesque effort intellectuel. Mais aujourd'hui, nous nous efforcerons d'oublier ce que la Mécanique moderne nous a enseigné et de nous pénétrer des lois acceptées par la Mécanique péripatéticienne. A cette condition seulement nous pourrons comprendre la pensée des géomètres qui, de siècle en siècle, vont faire progresser la Statique.

Deux puissances seront donc regardées comme équiva-

(1) Aristote, Περὶ Οὐρανοῦ, Γ, β. Édition Didot, t. II, p. 414.

lentes si, mouvant des poids inégaux avec des vitesses inégales, elles font prendre la même valeur au produit du poids par la vitesse ; ce produit sera la mesure de la puissance.

Concevons, dès lors, un levier rectiligne qu'un point d'appui partage en deux bras inégaux, aux extrémités desquels pèsent deux masses inégales ; lorsque le levier tourne autour de son point d'appui, les deux poids se meuvent avec des vitesses différentes ; celui qui est le plus éloigné du point d'appui décrit, dans le même temps, un plus grand arc que celui qui est le plus proche du même point ; les vitesses qui animent les deux poids sont entre elles comme les longueurs des bras au bout desquels ils pèsent.

Lors donc que nous voudrons comparer les puissances de ces deux poids nous devrons, pour chacun d'eux, faire le produit du poids par la longueur du bras de levier ; celui-là l'emportera qui correspond au plus grand produit ; et si les deux produits sont égaux, les deux poids resteront en équilibre.

« Le poids qui est mû, dit Aristote (1), est au poids qui meut en raison inverse des longueurs des bras de levier ; toujours, en effet, un poids mouvra d'autant plus aisément qu'il sera plus loin du point d'appui. La cause en est celle que nous avons déjà mentionnée : la ligne qui s'écarte davantage du centre décrit un plus grand cercle. Donc, en employant une même puissance, le moteur décrira un parcours d'autant plus grand qu'il est plus éloigné du point d'appui. — Ὃ οὖν τὸ κινούμενον βάρος πρὸς τὸ κινοῦν, τὸ μῆκος πρὸς τὸ μῆκος ἀντιπέπονθεν· αἰεὶ δ' ὅσῳ ἂν μεῖζον ἀφεστήκῃ τοῦ ὑπομοχλίου, ῥᾷον κινήσει. Αἰτία δ' ἐστὶν ἡ προλεχθεῖσα, ὅτι ἡ πλεῖον ἀπέχουσα ἐκ τοῦ κέντρου μείζονα κύκλον γράφει· ὥστ' ἀπὸ τῆς αὐτῆς ἰσχύος πλέον μεταστήσεται τὸ κινοῦν τὸ πλεῖον τοῦ ὑπομοχλίου ἀπέχον. »

(1) Aristote, Μηχανικὰ προβλήματα, Δ. Edition Didot, t. IV, p. 58.

Ces considérations, développées à propos du levier, ne sont pas une remarque particulière dont l'efficacité se borne à ce cas ; elles constituent une méthode générale ; elles renferment un principe qui s'applique à presque tous les mécanismes ; par ce principe, les géomètres pourront rendre compte des effets variés produits par ces divers engins en considérant simplement les vitesses avec lesquelles sont décrits certains arcs de cercle. « Car les propriétés de la balance (1) sont ramenées à celles du cercle ; les propriétés du levier à celles de la balance ; enfin la plupart des autres particularités offertes par les mouvements des mécaniques se ramènent aux propriétés du levier. — Τὰ μὲν οὖν περὶ τὸν ζυγὸν γινόμενα εἰς τὸν κύκλον ἀνάγεται, τὰ δὲ περὶ τὸν μοχλὸν εἰς τὸν ζυγόν, τὰ δ' ἄλλα πάντα σχεδὸν τὰ περὶ τὰς κινήσεις τὰς μηχανικὰς εἰς τὸν μοχλόν. »

N'eût-il formulé que cette seule pensée, Aristote mériterait d'être célébré comme le père de la Mécanique rationnelle. Cette pensée, en effet, est la graine d'où sortiront, par un développement vingt fois séculaire, les puissantes ramifications du Principe des vitesses virtuelles (2).

Aristote n'était pas géomètre ; du Principe qu'il avait posé, il ne sut pas tirer avec une entière rigueur toutes les conséquences qui s'en pouvaient déduire ; parfois, aussi, il crut pouvoir l'appliquer à des problèmes dont la complexité excédait de beaucoup les moyens par lesquels

(1) Aristote, Μηχανικὰ προβλήματα, A. Édition Didot, t. IV, p. 55.

(2) A une certaine époque, il fut de mode de tenir pour nulle et non avenue la science d'Aristote et de ses commentateurs ; ce préjugé suffisait à rendre incompréhensibles plusieurs des progrès intellectuels les plus importants ; ainsi dans l'aperçu historique, d'ailleurs si beau, qui ouvre la *Mécanique Analytique*, Lagrange a écrit ce qui suit, à propos du Principe des vitesses virtuelles : « Pour peu qu'on examine les conditions de l'équilibre dans le levier et dans les autres machines, il est facile de reconnaître cette loi, que le poids et la puissance sont toujours en raison inverse des espaces que l'un et l'autre peuvent parcourir en même temps ; cependant il ne paraît pas que les anciens en aient eu connaissance. Guido Ubaldi est peut-être le premier qui l'ait aperçue dans le levier et dans les poulies mobiles ou moufles ».

il les prétendait résoudre. D'ailleurs, dès le début de ses recherches, il s'était heurté à une grave difficulté ; la ligne décrite, en un mouvement du levier, par le point d'application de la puissance ou de la résistance est une circonférence de cercle ; elle ne coïncide pas avec la droite verticale selon laquelle agit cette puissance ou cette résistance. Touchant cette difficulté, Aristote avait donné quelques considérations fort obscures (1), plus propres à faire gloser les commentateurs qu'à satisfaire les géomètres.

Les géomètres aiment à voir une longue chaîne de raisonnements se dérouler dans un ordre parfait et former un lien sans défaut qui unit quelques principes très simples et très certains à des conclusions lointaines et compliquées. Aucun ouvrage n'est plus capable de satisfaire leur besoin de rigueur et de clarté que les écrits où Archimède traite de la Mécanique.

Ces écrits comprennent le *Traité de l'équilibre des plans ou de leurs centres de gravité* (Ἐπιπέδων ἰσορροπικῶν ἢ κέντρα βαρῶν ἐπιπέδων) et le *Traité des corps flottants* (Περὶ τῶν ὀχουμένων). Notre intention n'est point d'étudier, en cet écrit, les origines de l'Hydrostatique ; nous laisserons donc de côté le *Traité des corps flottants* pour arrêter notre attention sur l'autre Traité.

Archimède entend exclure des fondements sur lesquels il assoira sa doctrine toute proposition dont la solidité pourrait sembler douteuse ; il n'ira donc pas, à l'imitation d'Aristote, demander ses hypothèses fondamentales à la science du mouvement ; car les lois qui président aux mouvements des corps pesants semblent profondément cachées sous des apparences complexes ; l'analyse de ces phénomènes, si variés et si difficiles à observer exactement, semble peu propre à fournir des propositions qui rallient tous les suffrages. Au contraire, l'emploi quotidien d'in-

(1) Aristote, Μηχανικὰ προβλήματα, B. Édition Didot, t. IV, p. 55.

struments très simples, de la balance par exemple, nous révèle, au sujet de l'équilibre des graves, quelques règles dont la vérité et la généralité ne sauraient faire l'objet d'aucun doute. Suivant la méthode dont son maître Euclide a fait usage dans les *Éléments*, Archimède *demandera* à qui veut suivre son enseignement de lui accorder la certitude de ces quelques propositions, dont il déduira toute sa théorie.

Voici quelles sont ces *demandes* (1) d'Archimède :

1° Des graves égaux suspendus à des longueurs égales sont en équilibre.

2° Des graves égaux suspendus à des longueurs inégales ne sont point en équilibre ; et celui qui est suspendu à la plus grande longueur est porté en bas.

3° Si des graves suspendus à de certaines longueurs sont en équilibre et si l'on ajoute quelque chose à un de ces graves, ils ne sont plus en équilibre ; et celui auquel on ajoute quelque chose est porté en bas.

4° Semblablement, si l'on retranche quelque chose d'un de ces graves, ils ne sont plus en équilibre ; et celui dont on n'a rien retranché est porté en bas.

De ces postulats et de quelques autres, dont l'évidence est trop grande pour qu'il soit utile de les rapporter ici, Archimède tire, par une méthode imitée d'Euclide, une longue suite de propositions. Parmi ces propositions, citons seulement la sixième et la septième (2), qui formulent les conditions d'équilibre du levier droit ; ces propositions sont les suivantes :

Proposition VI. Des grandeurs commensurables entre elles sont en équilibre lorsqu'elles sont réciproquement proportionnelles aux longueurs auxquelles ces grandeurs sont suspendues.

Proposition VII. Des grandeurs incommensurables sont

(1) *Œuvres d'Archimède*, traduites littéralement avec un commentaire, par F. Peyrard. Paris, 1807, p. 275.

(2) *Loc. cit.*, pp. 280-282.

en équilibre lorsque ces grandeurs sont réciproquement proportionnelles aux longueurs auxquelles ces grandeurs sont suspendues.

Ces deux propositions renferment les conséquences proprement mécaniques de l'écrit d'Archimède ; les théorèmes qui les suivent et où l'illustre Syracusain détermine les centres de gravité de diverses aires sont dignes des méditations du géomètre, qui en admire l'élégance et l'ingéniosité, et de l'algébriste, qui y découvre les premières intégrations qui aient été faites ; mais ils n'offrent au mécanicien aucun nouvel éclaircissement sur les questions qui le préoccupent.

Archimède est donc parvenu, en étudiant l'équilibre des graves, au même point qu'Aristote ; mais il y est parvenu par une voie entièrement différente. Il n'a pas tiré ses principes des lois générales du mouvement ; il a fait reposer l'édifice de sa théorie sur quelques lois simples et certaines relatives à l'équilibre. Il a ainsi fait de la science de l'équilibre une science autonome, qui ne doit rien aux autres branches de la Physique ; il a constitué la *Statique*.

Par là, il a assuré à sa doctrine une parfaite clarté et une extrême rigueur ; mais, il faut bien le reconnaître, cette clarté et cette rigueur ont été achetées aux dépens de la généralité et de la fécondité. Les lois qui régissent l'équilibre de deux graves suspendus aux bras d'un levier ont été tirées d'hypothèses spéciales à ce problème ; lorsque le mécanicien aura à traiter un autre problème d'équilibre, distinct de celui-là, il lui faudra invoquer de nouvelles hypothèses, hétérogènes aux premières, et l'analyse des premières hypothèses ne lui donnera aucune indication qui le puisse guider dans le choix des secondes. Ainsi, lorsqu'Archimède voudra étudier l'équilibre des corps flottants, il devra recourir à des principes sans analogie avec les *demandes* qu'il a formulées au début du Traité Ἐπιπέδων ἰσορροπικῶν.

Admirable méthode de démonstration, la voie suivie par Archimède en Mécanique n'est pas une méthode d'invention ; la certitude et la clarté de ses principes tiennent, en grande partie, à ce qu'ils sont cueillis, pour ainsi dire, à la surface des phénomènes et non pas déracinés du fond même des choses ; selon une parole que Descartes (1) applique moins justement à Galilée, Archimède « explique fort bien *quod ita sit*, mais non pas *cur ita sit* » ; aussi verrons-nous les progrès les plus marquants de la Statique sortir bien plutôt de la doctrine d'Aristote que des théories d'Archimède.

(1) Descartes, *Lettre à Mersenne* du 15 novembre 1638 (*Œuvres de Descartes*, publiées par Ch. Adam et P. Tannery, t. II, p. 433).

CHAPITRE II

LÉONARD DE VINCI

(1451-1519)

Les commentaires des Scolastiques touchant les Μηχανικὰ προβλήματα d'Aristote n'ajoutèrent rien d'essentiel aux idées du Stagirite ; pour voir ces idées pousser de nouveaux surgeons et donner de nouveaux fruits, il nous faut attendre le début du XVI[e] siècle.

« Si, à l'aspect de ces hommes placés comme des colosses à l'entrée du XVI[e] siècle (1), on osait témoigner une préférence, peut-être la palme serait accordée à Léonard de Vinci, génie sublime qui agrandit le cercle de toutes les connaissances humaines. Dans les arts, Michel-Ange et Raphaël ne purent éclipser sa gloire ; ses découvertes scientifiques, ses recherches philosophiques le placent à la tête des savants de son époque. La musique, la science militaire, la mécanique, l'hydraulique, l'astronomie, la géométrie, la physique, l'histoire naturelle, l'anatomie, furent perfectionnées par lui. Si tous ses manuscrits existaient encore, ils formeraient l'encyclopédie la plus originale, la plus vaste, qu'ait jamais créée une intelligence humaine. »

De son vivant, Léonard de Vinci n'a rien publié. Divers témoignages nous assurent qu'en mourant il laissait en manuscrits certains traités achevés, notamment un traité de peinture et un traité de perspective ; mais ces ouvrages ne nous sont point parvenus. Le *Trattato della pittura*, publié à Paris par Dufresne en 1651 et souvent réédité depuis, le *Trattato del moto e misura dell' acqua*, imprimé

(1) Libri, *Histoire des Sciences mathématiques en Italie*, depuis la Renaissance des Lettres jusqu'à la fin du XVII[e] siècle. Paris, 1840, t. III, p. 11.

à Bologne en 1828, ne sont que des rapsodies plus ou moins fidèles. La véritable pensée de Léonard doit être cherchée dans les carnets où il notait ses pensées à peine écloses.

De ces carnets, beaucoup ont été perdus ; après bien des péripéties, plusieurs ont été sauvés (1). Une importante collection de ces écrits se trouve à la Bibliothèque de l'Institut de France ; divers feuillets, dérobés par Libri et vendus par lui à Lord Ashburnam, sont devenus, grâce à M. Léopold Delisle, la propriété de la Bibliothèque nationale ; d'autres manuscrits se trouvent en Italie ; parmi ceux-ci, une place de choix doit être réservée au registre que la Bibliothèque Ambrosienne de Milan garde sous le nom de *Codex Atlanticus*.

Sous les auspices du ministère de l'Instruction publique et grâce aux soins minutieux de M. Ch. Ravaisson-Mollien, tous les manuscrits de Léonard de Vinci existant en France ont été publiés. Cette admirable collection donne, en six volumes in-folio (2), le *fac-simile* photographique de chacun des feuillets noircis par Léonard, la transcription des phrases qui y sont tracées et leur traduction en français.

Le gouvernement italien a entrepris de publier, sous une forme encore plus luxueuse, tous les papiers de Léonard que possède l'Italie ; de cette collection un premier volume a paru (3).

(1) On trouvera l'histoire détaillée de ces manuscrits en tête du premier volume de la belle publication de M. Charles Ravaisson-Mollien : *Les Manuscrits de Léonard de Vinci*. Paris, A. Quantin, 1881.

(2) *Les Manuscrits de Léonard de Vinci*, publiés par Ch. Ravaisson-Mollien. Paris, A. Quantin. t. I (1881) : Ms. A. de la Bibliothèque de l'Institut ; t. II (1883) : Ms. B de la Bibliothèque de l'Institut ; t. III (1888) : Mss. C, E et K de la Bibliothèque de l'Institut ; t. IV (1889) : Mss. F et I de la Bibliothèque de l'Institut ; t. V (1890) : Mss. G, L et M de la Bibliothèque de l'Institut ; t. VI (1891) : Ms. H de la Bibliothèque de l'Institut et Mss. n° 2037 et n° 2038 italiens de la Bibliothèque nationale (Acq. 8070, Libri).

(3) *I Manoscritti di Leonardo da Vinci. Codice sul volo degli uccelli e varie oltre materie.* Publicato da Teodoro Sabachnikoff. Transcrizioni e note di Giovanni Piumati. Traduzione in lingua francese di Carlo Ravaisson-Mollien. Parigi, Edoardo Rouveyre, editore, MDCCCXCIII.

On ne saurait se défendre d'une curiosité émue en feuilletant ces notes laissées par Léonard de Vinci ; toutes les pensées, toutes les images qui se sont présentées à l'esprit du grand artiste se retrouvent là, témoignant, par leur diversité et leur désordre même, du génie universel qui les a conçues.

Des dessins innombrables, à la plume ou à la sanguine, représentant des figures d'hommes ou d'animaux, des feuillages, des églises, des machines, des plans de monuments ou de forteresses, des vagues ou des ressauts de cours d'eau, des croquis géométriques, s'enchevêtrent avec les lignes serrées d'une écriture droite, régulière, tracée de droite à gauche.

La variété est extrême des sujets auxquels se rapportent ces lignes. Comptes domestiques, recettes de peintre, souvenirs personnels, anecdotes au gros sel gaulois, pièces de vers, voisinent avec des réflexions profondes sur les arts et les sciences ; ces réflexions elles-mêmes tantôt se suivent en pages nombreuses, régulières et ordonnées, ébauche déjà presque achevée d'un traité de peinture, d'un traité d'hydraulique, d'un traité de perspective ; tantôt elles consistent en courtes phrases dont les ratures, les redites, les contradictions, les inachèvements révèlent le labeur intense du penseur à la recherche de la vérité.

Parmi ces fragments plus ou moins achevés, il en est un grand nombre qui concernent les diverses branches de la Mécanique, science que Léonard cultivait avec passion. « La mechanica, disait-il (1), e il paradiso delle scientie matematiche percheche con quella si viene al frutto matematicho. »

Or, en 1797, Venturi (2) signala l'extrême importance

(1) « La Mécanique est le paradis des sciences mathématiques, car c'est par elle que ces sciences atteignent le fruit mathématique » (*Les Manuscrits de Léonard de Vinci*, publiés par Ch. Ravaisson-Mollien ; Ms. E de la Bibliothèque de l'Institut, fol. 8, verso. Paris, 1888).

(2) Venturi, *Essai sur les ouvrages de Léonard de Vinci*. Paris, 1797.

de plusieurs de ces fragments. De leur lecture découlait cette conclusion que Léonard de Vinci, mort le 2 mai 1519, était déjà en possession de quelques-unes des grandes vérités dont on attribuait l'invention à Galilée ou à ses prédécesseurs immédiats ; de ce nombre était le célèbre Principe des vitesses virtuelles (1), devenu, depuis Lagrange, le fondement de toute la Mécanique.

Plus tard, Libri (2), par des extraits plus étendus, compléta et confirma la découverte de Venturi. Aujourd'hui qu'il nous est possible de connaître en détail une grande partie des manuscrits laissés par Léonard de Vinci, nous devons saluer en lui celui qui, poussant nos connaissances en Statique et en Dynamique au delà du point où les avaient amenées Aristote et Archimède, a déterminé la renaissance de la Mécanique.

Celui que Félix Ravaisson (3) a pu justement nommer « le grand initiateur de la pensée moderne » est, en Statique, un fidèle disciple d'Aristote ; ses pensées les plus neuves ont leur source dans la méditation des *Questions mécaniques* posées par le Stagirite.

Il admet, tout d'abord, la loi qui sert de fondement à la Statique péripatéticienne ; il l'énonce avec une grande précision (4) :

« *Première :* Si une puissance meut une corps quelque temps et quelque espace, la même puissance mouvra la moitié de ce corps dans le même temps deux fois cet espace. »

« *Deuxième :* Ou bien la même vertu mouvra la moitié de ce corps, en tout cet espace, en la moitié de ce temps. »

« *Troisième :* Et la moitié de cette vertu mouvra la

(1) Venturi, *loc. cit.*, pp. 17 et 18.

(2) *Histoire des Sciences mathématiques en Italie*, depuis la Renaissance des lettres jusqu'à la fin du XVII^e siècle, t. III, pp. 10-60. Paris, 1840.

(3) Félix Ravaisson, *La Philosophie en France au XIX^e siècle*, p. 5 *Recueil de Rapports sur les progrès des lettres et des sciences*, 1868).

(4) *Les Manuscrits de Léonard de Vinci*, publiés par Charles Ravaisson-Mollien ; Ms. F de la Bibliothèque de l'Institut, fol. 26, recto. Paris, 1889.

moitié de ce corps, en tout cet espace, pendant le même temps. »

« *Quatrième :* Et cette vertu mouvra deux fois ce mobile, en tout cet espace, en deux fois ce temps, et mille fois ce mobile, en mille pareils temps, en tout cet espace. »

« *Cinquième :* Et la moitié de cette vertu mouvra tout ce corps, en la moitié de cet espace, en tout ce temps, et cent fois ce corps, dans le centième de cet espace, dans le même temps. »

« *Septième :* Et si deux vertus séparées meuvent deux mobiles séparés en tant de temps et tant d'espace, les mêmes vertus unies mouvront les mêmes corps unis en tout cet espace et tout ce temps, parce que les premières proportions restent toujours les mêmes. »

Cette loi paraît si essentielle à Léonard de Vinci, qu'il la formule de nouveau un peu plus loin (1) :

« *Première :* Si une puissance meut un corps en quelque espace, en quelque temps, la même puissance mouvra la moitié de ce corps dans le même temps deux fois cet espace. »

« *Seconde :* Si quelque vertu meut quelque mobile, en quelque espace, en un temps égal, la même vertu mouvra la moitié de ce mobile en tout cet espace dans la moitié de ce temps. »

« *Troisième :* Si une vertu meut un corps en quelque temps en un certain espace, la même vertu mouvra la moitié de ce corps, dans le même temps, la moitié de cet espace.... »

« *Sixième :* Si deux vertus séparées meuvent deux mobiles séparés, les mêmes vertus unies mouvront, dans le même temps, les deux mobiles réunis, le même espace, parce qu'il reste toujours la même proportion. »

Toutefois, à cet énoncé, Léonard apporte maintenant

(1) *Les Manuscrits de Léonard de Vinci*, publiés par Ch. Ravaisson-Mollien ; Ms. F de la Bibliothèque de l'Institut, folio 51, verso. Paris, 1889.

une correction ; une très petite force n'imprime pas à un mobile très massif un mouvement très petit ; elle ne l'ébranle pas du tout. Ce résultat de nos quotidiennes expériences, tous les mécaniciens de l'antiquité et du moyen âge l'admettaient, sans l'analyser, comme une loi première de l'équilibre et du mouvement ; de là, la nécessité de compléter les énoncés précédents par les propositions que voici :

« *Quatrième :* Si une vertu meut un corps quelque temps, en quelque espace, il n'est pas nécessaire qu'une telle puissance meuve un double poids, en un double temps, deux fois cet espace ; parce qu'il se pourrait faire qu'une telle vertu ne pût pas mouvoir ce mobile. »

« *Cinquième :* Si une vertu meut un corps tant de temps, en tant d'espace, il n'est pas nécessaire que la moitié de cette vertu meuve ce même mobile dans le même temps la moitié d'un tel espace, car peut-être il ne le pourrait pas mouvoir. »

Ces restrictions annoncent l'impossibilité de certains mouvements auxquels ne répugnerait pas l'axiome d'Aristote ; elles font prévoir certains équilibres qui ne découlent pas de la Statique péripatéticienne. Nous en verrons la portée lorsque nous exposerons les idées de Léonard de Vinci touchant le mouvement perpétuel. Pour le moment, bornons-nous aux conséquences qui se tirent de l'antique Principe.

Parmi ces conséquences, il convient de citer au premier rang celle qu'Aristote avait déjà obtenue, la loi d'équilibre de la balance ou du levier ; Léonard de Vinci la formule à son tour (1) : « Cette proportion qu'aura la longueur du levier avec son contre-levier, tu la trouveras de même dans la qualité de leurs poids et, semblablement, dans la lenteur du mouvement et dans la qualité du chemin par-

(1) *Les Manuscrits de Léonard de Vinci*, publiés par Ch. Ravaisson-Mollien ; Ms. A de la Bibliothèque de l'Institut, fol. 45, recto. Paris, 1881.

couru par leurs extrémités, quand ils seront parvenus à la hauteur permanente de leur pôle ». Ou bien encore (1) : « Il s'ajoute autant de poids accidentel au moteur placé à l'extrémité du levier que le mobile placé à l'extrémité du contre-levier l'excède en poids naturel ».

« Et le mouvement du moteur est plus grand que celui du mobile d'autant que le poids accidentel de ce moteur excède son poids naturel. »

Ce ne sont point là, d'ailleurs, des remarques particu-

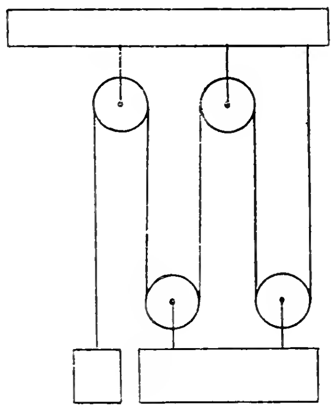

fig. 1.

lières au levier ; dans les machines les plus compliquées, l'axiome d'Aristote permet toujours de comparer la puissance du moteur à la résistance de la chose mue :

« Plus une force (2) s'étend de roue en roue, de levier en levier ou de vis en vis, plus elle est puissante et lente. »

« Si deux forces sont produites par un même mouvement et par une même force, celle qui consommera le

(1) *Les Manuscrits de Léonard de Vinci*, publiés par Ch. Ravaisson-Mollien ; Ms. E de la Bibliothèque de l'Institut, fol. 58, verso. Paris, 1888.

(2) *Les Manuscrits de Léonard de Vinci*, publiés par Ch. Ravaisson-Mollien ; Ms. A de la Bibliothèque de l'Institut, fol. 35, verso ; en titre : *De la disposition de la force pour bien tirer et pousser*. Paris, 1881.

plus de temps aura plus de puissance qu'aucune autre. Et une force sera plus faible qu'une autre d'autant que le temps de l'une entre dans celui de l'autre. »

Ces principes rendent compte très aisément des propriétés des moufles ; Léonard de Vinci expose avec la plus grande exactitude les propriétés de ces mécanismes. Voici, par exemple, une figure tracée par lui (*fig. 1*), qu'accompagnent ces réflexions (1) :

« Les puissances que les cordes interposées entre les poulies reçoivent de leur moteur sont entre elles dans la même proportion que celle qu'il y a entre les vitesses de leurs mouvements. »

« Des mouvements faits par les cordes sur leurs poulies, le mouvement de la dernière corde est dans la même proportion avec la première qu'est celle du nombre des cordes ; c'est-à-dire que si elles sont 5, la première corde se mouvant d'une brasse, la dernière se meut d'un cinquième de brasse ; et si elles sont 6, cette dernière corde aura un mouvement d'un sixième de brasse, ainsi de suite à l'infini. »

« La proportion qu'a le mouvement du moteur des poulies avec le mouvement du poids élevé par les poulies sera telle qu'a le poids élevé par ces poulies avec le poids du moteur. »

Supposons que l'on possède une cause de mouvement bien déterminée : par exemple, une quantité d'eau, immobile dans un réservoir, attendant qu'on la laisse tomber, d'une hauteur donnée, dans un bief inférieur. Cette cause de mouvement possède une puissance mécanique déterminée ; nous pourrons diversifier l'emploi de cette puissance, mais nous n'en pourrons accroître la grandeur ; nous pourrons lui faire surmonter des résistances de plus en plus grandes, mais à la condition qu'elle les déplace de plus en plus lentement :

(1) *Les Manuscrits de Léonard de Vinci*, publiés par Ch. Ravaisson-Mollien ; Ms. E de la Bibliothèque de l'Institut, fol. 20, recto. Paris, 1883.

« Si une roue (1) est mue à un moment par une quantité d'eau et que cette eau ne se puisse augmenter ni par courant, ni par quantité, ni par une plus grande chute, l'office de cette roue est terminé. C'est-à-dire que si une roue meut une machine, il est impossible que sans y employer une fois plus de temps, elle en meuve deux ; donc qu'elle fasse autant de besogne en une heure que deux machines avec une seconde heure ; ainsi la même roue peut faire tourner un nombre infini de machines ; mais, avec un très long temps, elles ne feront pas plus de besogne que la première en une heure. »

Un poids donné, tombant d'une hauteur donnée, produit donc un effet mécanique dont la grandeur est indépendante des circonstances qui accompagnent cette chute ; cette grandeur demeure la même, que la chute s'accomplisse en une fois ou qu'elle soit fractionnée :

« Si quelqu'un descend (2) de marche en marche en faisant de l'une à l'autre un saut, et que tu additionnes toutes les puissances des percussions et poids de tels sauts, tu trouveras qu'elles sont égales à la totalité de la percussion et du poids que donnerait un tel homme tombant, par ligne perpendiculaire, de la tête au pied du dit escalier. »

Les passages que nous venons de citer renferment l'énoncé d'un principe qui est, pour l'art de l'ingénieur, d'une importance capitale ; mais ce principe n'est, en dernière analyse, que l'aboutissant logique de l'axiome posé par Aristote. Non content de faire porter des fruits aux semences déposées par la Mécanique péripatéticienne, Léonard de Vinci aborde et résout une difficulté qui avait fait hésiter le Stagirite.

L'extrémité d'un levier qui s'appuie sur un axe horizontal décrit une circonférence de cercle placée dans un plan

(1) *Les Manuscrits de Léonard de Vinci*, publiés par Ch. Ravaisson-Mollien ; Ms. A de la Bibliothèque de l'Institut, fol. 30, recto. Paris, 1881.

(2) *Les Manuscrits de Léonard de Vinci*, publiés par Ch Ravaisson-Mollien ; Ms. I de la Bibliothèque de l'Institut, fol. 14, verso. Paris, 1889.

vertical ; le chemin parcouru par cette extrémité n'est donc pas dirigé comme le poids de la charge à soulever, poids qui tire suivant une droite verticale. Il en résulte que la résistance qu'il faut surmonter pour faire tourner d'un certain angle le bras de levier dépend de la position initiale de ce bras de levier ; elle est d'autant plus grande que le levier est plus voisin de la position horizontale.

Suivant quelle loi varie la puissance ou la résistance d'une charge donnée, lorsqu'on incline le levier à l'extrémité duquel elle agit ? A cette question, Léonard de Vinci répond en ces termes (1) :

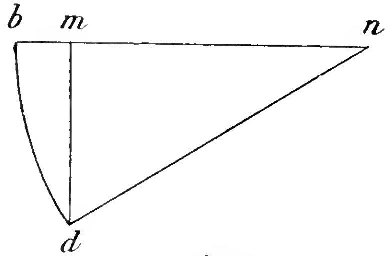

fig. 2.

« Telle est la proportion qu'a l'espace *mn* (*fig. 2*) avec l'espace *nb*, telle est celle qu'a le poids descendu en *d* avec le poids que ce *d* avait dans la position *b*. »

Ainsi, le grave pendu à l'extrémité d'un bras de levier incliné a même action que s'il pendait à l'extrémité d'un certain bras de levier horizontal ; celui-ci s'obtient en projetant le point d'appui sur la ligne verticale suivant laquelle le poids exerce sa traction. Ce bras de levier horizontal, Léonard le nomme le *bras de levier potentiel.*

« Toujours (2) la jonction des appendices des balances avec les bras de ces balances est un rectangle potentiel, et ne peut être réel si ces bras sont obliques (3).

(1) *Les Manuscrits de Léonard de Vinci*, publiés par Ch. Ravaisson-Mollien ; Ms. E de la Bibliothèque de l'Institut, fol. 72, verso. Paris, 1883.

(2) *Les Manuscrits de Léonard de Vinci*, publiés par Ch. Ravaisson-Mollien ; Ms. E de la Bibliothèque de l'Institut, fol. 64, recto. Paris, 1888.

(3) Le texte dit, par erreur, *ne sont pas obliques*.

« Toujours les bras réels de la balance sont plus longs que les bras potentiels, et d'autant plus qu'ils sont plus voisins du centre du monde (1).

« Et jamais (2) les bras réels de la balance n'auront en soi les bras potentiels (*fig. 3*) s'ils ne sont pas dans la position d'égalité. »

A l'extrémité d'un levier, on peut faire agir une force dont la direction soit différente de la verticale ; il suffira

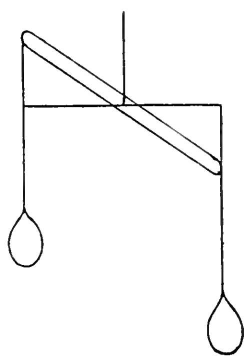

fig. 3.

d'employer une corde tendue selon cette direction, passant sur une poulie et tirée ensuite par un poids. Une règle semblable à la précédente permettra d'évaluer la puissance motrice d'un semblable engin ; voici comment Léonard énonce (3) cette règle :

« *Pour savoir à chaque degré de mouvement la qualité de la force de la puissance qui meut et de même de la chose mue* ».

« Fais donc comme tu vois (*fig. 4*) en *mn* (c'est-à-dire que de l'arrêt de la chose mue, on imagine une ligne qui coupe à angle droit la ligne de la puissance qui meut) *mn* avec *fh*. »

(1) C'est-à-dire *plus voisins de la verticale.*

(2) *Léonard de Vinci, ibid.*, fol. 65, verso.

(3) *Les Manuscrits de Léonard de Vinci*, publiés par Ch. Ravaisson-Mollien ; Ms. I de la Bibliothèque de l'Institut, fol. 59, recto. Paris, 1889.

Cette ligne *mn*, analogue au *bras de levier potentiel* considéré il y a un instant, Léonard la nomme *vrai terme* de la balance, ou encore *bras spirituel*.

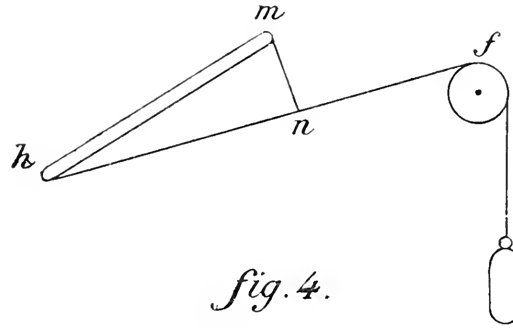

fig. 4.

« Celui-là est dit (1) vrai terme de la balance, lequel joignant sa ligne droite avec la rectitude de la corde tirée par le poids, cette jonction sera faite composant l'angle

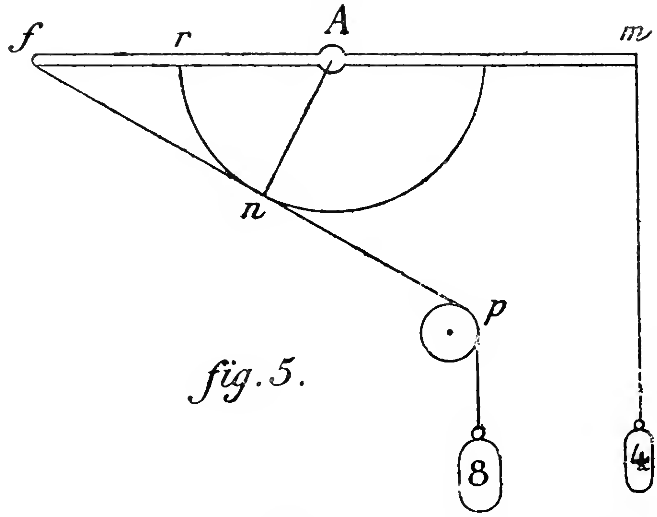

fig. 5.

droit, comme on voit (*fig. 5*) en *s* avec *ma* et de même *pn* avec *n*A, bras spirituel. »

(1) *Les Manuscrits de Léonard de Vinci*, publiés par Ch. Ravaisson-Mollien ; Ms. M de la Bibliothèque de l'Institut, fol. 40, recto. Paris, 1890.

Lors donc qu'une force sollicite un corps mobile autour d'un axe perpendiculaire à cette force — un *circonvolubile*, selon le mot qu'emploie Léonard de Vinci — il importe peu, pour en évaluer l'effet mécanique, de rechercher le point d'application de cette force ; deux éléments seulement sont à considérer : l'intensité de la force et la plus courte distance de l'axe du circonvolubile à la direction de la force.

« Il y a toujours (1) une même puissance et résistance

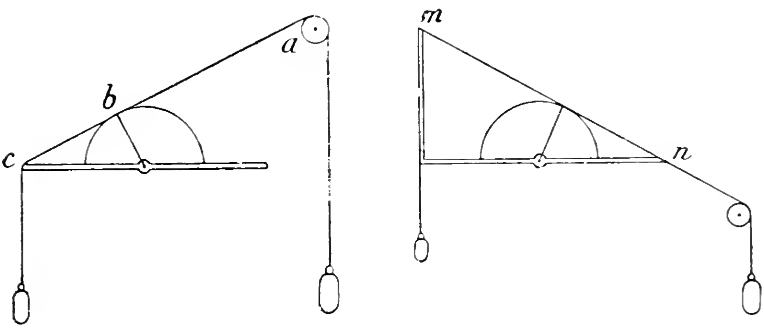

fig. 6.

en quelque lieu qu'on ait attaché la corde sur la ligne *abc* (*fig. 6*) et de même en-dessus sur la ligne *mn*. »

« En quelque partie que soit liée la corde *nc* (*fig. 7*) de la partie *ac*, cela ne fait pas de différence, parce que toujours on emploie une ligne qui tombe perpendiculairement du centre de la balance à la ligne de la corde, c'est-à-dire à la ligne *mf*. »

Ces divers passages montrent que Léonard de Vinci avait conçu de la manière la plus nette la notion de *moment d'une force par rapport à un axe*, du moins dans le cas où la force est située dans un plan perpendiculaire à l'axe ; qu'il savait formuler, pour un solide mobile autour

(1) *Les Manuscrits de Léonard de Vinci*, publiés par Ch. Ravaisson-Mollien ; Ms. M de la Bibliothèque de l'Institut, fol. 59, recto et verso. Paris, 1890.

d'un axe et soumis à de semblables forces, la condition d'équilibre.

Il ne paraît pas qu'entre cette théorie des moments et l'axiome d'Aristote, il ait cherché à établir aucun lien. Un tel lien existe cependant ; la notion de moment apparaît de suite si l'on prend pour mesure de la puissance motrice qu'exerce une charge pendue à l'extrémité d'un bras de levier oblique, non pas le produit de cette charge par la vitesse avec laquelle tourne l'extrémité du levier, mais le produit de cette charge par la vitesse avec laquelle

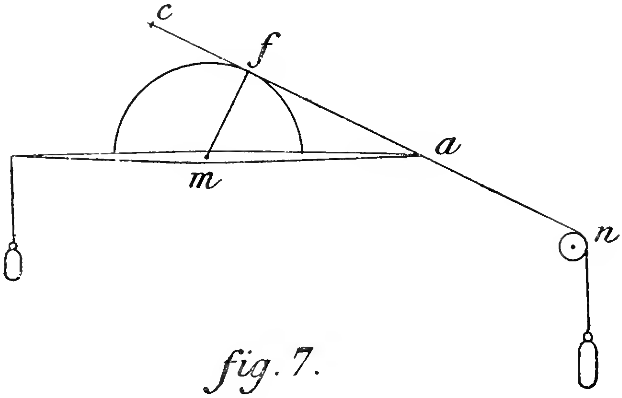

fig. 7.

elle s'abaisse. Cette modification à l'énoncé de l'axiome d'Aristote s'accorderait pleinement, d'ailleurs, avec l'idée, émise par Léonard dans un passage que nous avons cité, de prendre la hauteur de chute d'un poids pour mesure de l'effet mécanique produit. Mais pour apercevoir ce lien entre l'axiome d'Aristote et la notion de moment, il faut faire appel à la définition de la vitesse instantanée du mouvement de la charge ; or, cette notion, qui devait jouer un si grand rôle dans le développement de l'analyse infinitésimale, était encore bien confuse dans l'esprit de Léonard et de ses contemporains.

S'il est un problème mécanique qui se soit souvent présenté aux méditations du grand peintre, c'est assurément l'étude du poids d'un grave qui glisse sur un plan incliné ; on ne peut feuilleter ses manuscrits sans rencontrer à chaque instant, avec de menues variantes, un même dessin : sur une poulie, une corde est tendue par deux poids qui glissent sur deux plans inégalement inclinés.

La recherche des lois qui président à l'équilibre d'un tel mécanisme a certainement sollicité les efforts incessants de Léonard ; d'emblée, il a reconnu qu'un poids glissant sur un plan incliné tire sur la corde qui le soutient moins fort que s'il descendait en chute libre et d'autant moins fort que le plan est moins incliné ; mais ce renseignement qualitatif ne saurait satisfaire le géomètre, qui exige une relation quantitative.

Pour obtenir cette relation, Léonard de Vinci multiplie et varie les tentatives ; en voici une qui, par des considérations quelque peu étranges, lui donne un résultat qui approche de la vérité.

Il se propose de comparer les vitesses avec lesquelles une même sphère tombe sur des plans diversement inclinés. Il remarque que lorsque la sphère est en équilibre sur le plan horizontal, le centre de cette sphère est sur la verticale du point par où elle touche le plan ; la distance du centre de gravité à cette verticale croît avec l'inclinaison du plan et, en même temps, croît la vitesse avec laquelle la sphère, livrée à elle-même, descend ce plan. Il suppose, dès lors, qu'il y a proportionnalité entre la vitesse de la descente et la distance du centre de gravité à la verticale du point d'appui ; de là, il tire sans peine cette conclusion : la vitesse avec laquelle une sphère tombe sur un plan incliné est à sa vitesse en chute libre dans le même rapport que la hauteur de chute à la longueur de la ligne de plus grande pente décrite par le mobile. D'ailleurs, pour Léonard de Vinci comme pour Aristote, l'intensité d'une action mécanique est proportionnelle à la vitesse qu'elle communique à un mobile donne ; le rapport précédent est donc égal au rapport du poids de la sphère descendant le plan incliné à son poids en chute libre.

Voici le passage (1) où est résumée cette curieuse solution :

« Le corps sphérique et pesant prendra un mouvement plus rapide d'autant que son contact avec le lieu où il court sera plus éloigné de la perpendiculaire de sa ligne centrale. Autant *ab* (*fig. 8*) est moins long que *ac*, autant la balle tombera plus lentement par la ligne *ac*, et d'autant plus lentement que la partie *o* est plus petite

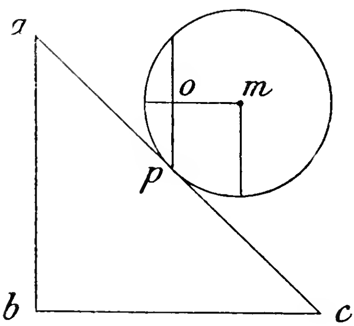

fig. 8.

que la partie *m*, parce que *p* étant le pôle de la balle, la partie *m* étant au-dessus de *p* tomberait avec un mouvement plus rapide, s'il n'y avait pas ce peu de résistance que lui fait en contre-poids la partie *o* ; et s'il n'y avait pas le dit contre-poids, la balle descendrait par la ligne *ac* d'autant plus vite que *o* entre en *m*, c'est-à-dire que si la partie *o* entre dans la partie *m* cent fois, la partie *o* manquant toujours dans la rotation de la balle, elle descendrait plus vite du centième du temps ordinaire sur *n* et la ligne centrale ; et *p* est le pôle où la balle

(1) *Les Manuscrits de Léonard de Vinci*, publiés par Ch. Ravaisson-Mollien ; Ms. A. de la Bibliothèque de l'Institut. fol. 52, recto. Paris, 1881.

touche son plan, et plus il y a d'espace entre *n* et *p*, plus sa course est rapide. »

Léonard ne pouvait se déclarer satisfait d'une telle méthode ; il tenta donc d'aborder par une voie plus rationnelle le problème du plan incliné.

Il reconnut que le poids qui sollicite le mobile vers le centre du monde pouvait être décomposé en deux forces, l'une normale au plan incliné sur lequel glisse le grave, l'autre tangente à ce plan ; c'est cette dernière qui entraîne le mobile :

« *Le grave uniforme qui descend obliquement*, dit-il (1),

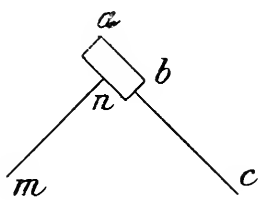

fig. 9.

divise son poids en deux aspects différents. On le prouve. Soit *ab* (*fig. 9*) mobile selon l'obliquité *abc ;* je dis que le poids du grave *a b* partage sa gravité en deux aspects, c'est-à-dire selon la ligne *b c* et selon la ligne *n m ;* pourquoi et combien le poids est plus grand pour l'un que pour l'autre aspect et quelle obliquité est celle qui partage les deux poids en égale partie, sera dit dans le livre *Des poids*. »

Cette décomposition devra être employée en des circonstances variées. Si, par exemple, un poids, pendu par une corde à l'extrémité d'un bras de levier, oscille à la manière d'un pendule, il ne pèsera à chaque instant sur le

(1) *Les Manuscrits de Léonard de Vinci*, publiés par Ch. Ravaisson-Mollien ; Ms. G de la Bibliothèque de l'Institut, fol. 75, recto. Paris. 1890. Cf. *Ibid.*, fol. 76, verso.

levier que par la composante verticale de son poids ; il paraîtra donc d'autant moins lourd que la corde à laquelle il est suspendu sera plus éloignée de la verticale (1).

De même, un grave soutenu par deux cordes divergentes partage son poids entre ces deux cordes.

Suivant quelle règle se fait la décomposition d'un poids en deux directions différentes ? Il ne paraît pas que Léonard ait soupçonné la règle du parallélogramme des forces dont dépend la solution du problème posé ; à plusieurs reprises, il énonce une solution erronée. Voici un passage (2) où cette solution erronée est très explicitement formulée :

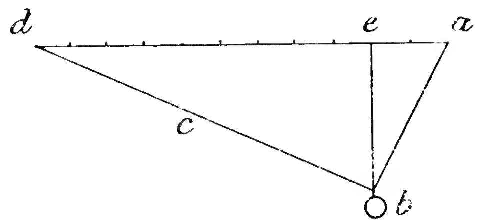

fig. 10.

« Le poids qui se suspend dans l'angle donnera de soi des poids aux côtés de cet angle qui seront entre eux dans la même proportion qu'est celle de l'obliquité de leurs côtés. Ou : un tel poids se distribuera entre ses supports dans la même proportion qu'est celle des deux angles nés de la division de l'angle où se soutient ce poids, division d'angle qui se fait par la droite qui descend dans le centre du grave suspendu ; ainsi l'angle *abd* (*fig. 10*) étant coupé par la ligne *eb* et l'angle *ebd* étant les $\frac{9}{11}$ de

(1) *Les Manuscrits de Léonard de Vinci*, publiés par Ch. Ravaisson-Mollien ; Ms. G de la Bibliothèque de l'Institut, fol. 76, verso ; fol. 77, recto. Paris, 1890.

(2) *Les Manuscrits de Léonard de Vinci*, publiés par Ch. Ravaisson-Mollien ; Ms. E de la Bibliothèque de l'Institut, fol. 6, recto. Paris, 1888.

l'angle *abc*, l'angle *abe* est les $\frac{2}{11}$; *ab* sont les $\frac{9}{11}$ du poids et *db* les $\frac{2}{11}$. »

Cette règle pour décomposer un poids selon deux directions se trouve répétée en un autre passage (1) :

« Si l'angle créé par le concours fait par deux cordes obliques qui descendent à la suspension d'un grave est partagé par la ligne centrale du grave, alors cet angle est partagé en deux parties entre lesquelles il y aura la même proportion qu'est celle en laquelle ledit grave se partage entre les deux cordes. »

La figure jointe à cet énoncé nous montre qu'en ce passage comme au précédent, Léonard prend pour rapport des deux angles partiels qu'il considère le rapport des longueurs qu'ils interceptent sur une même horizontale ; en d'autres termes, le rapport des *tangentes trigonométriques* de ces angles.

Parfois (2), d'ailleurs, une règle analogue lui semble définir les rapports de deux poids soutenus par deux plans inégalement inclinés et tirant les deux extrémités d'une corde qui s'enroule sur une poulie ; il pense que ces poids doivent être en raison inverse des obliquités de ces plans, et il prend pour rapport de ces obliquités le rapport des tangentes des angles faits avec l'horizon.

Léonard s'en est-il constamment tenu à cette règle inexacte sur la décomposition des forces ? Il est probable qu'il ne s'en est pas contenté ; que son esprit, toujours en travail, a cherché mieux, et il semble qu'il ait, sur ce point, entrevu la vérité ; c'est, du moins, ce que nous croyons pouvoir conclure d'une note (3), sommaire et inachevée, que nous allons analyser.

(1) *Les Manuscrits de Léonard de Vinci*, publiés par Ch. Ravaisson-Mollien; Ms. G. de la Bibliothèque de l'Institut, fol. 39, verso. Paris, 1890.

(2) *Les Manuscrits de Léonard de Vinci*, publiés par Ch. Ravaisson-Mollien; Ms. E de la Bibliothèque de l'Institut, fol. 1. verso. Paris, 1888.

(3) *I Manoscritti di Leonardo da Vinci. Codice sul volo degli uccelli e varie altre materie*. Publicato da Teodoro Sabachnikoff. Transerizioni

Sur une poulie, mobile autour de l'axe *d (fig. 11)*, s'enroule une corde *pmonq* que tendent les deux poids *p* et *q* ; ceux-ci glissent sur deux plans inégalement inclinés *da*, *dc* ; les deux brins *mp*, *nq* de la corde sont tendus de telle sorte qu'ils soient respectivement parallèles aux plans *da*, *dc*. De plus, la figure est faite de telle sorte que la projection *de* du rayon *dn* sur l'horizontale *hf* soit les deux tiers du rayon de la poulie, tandis que la projection *dg* de *dm* sur l'horizontale *hf* vaut un tiers du

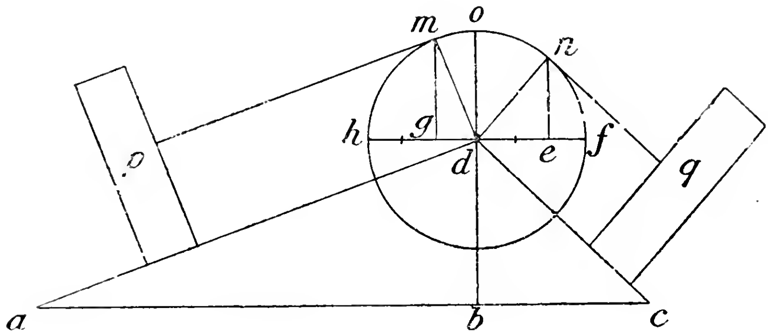

fig. 11.

même rayon. Il s'agit d'évaluer la composante du poids *q* suivant *nq* ou *dc* et la composante du poids *p* suivant *mp* ou *da* ; voici, au sujet de cette évaluation, ce qu'écrit Léonard :

« Le poids *q*, à cause de l'angle droit *n*, au-dessus de *df*, pèse les deux tiers de son poids naturel qui était trois livres, qui reste en puissance de deux livres ; et le poids *p* qui, lui aussi, était trois livres, reste en puissance d'une livre, à cause de *m* rectangle au-dessus de la ligne *hd*, au point *g* ; donc nous avons ici deux livres contre une livre ».

e note di Giovanni Piumati. Traduzione in lingua francese di Carlo Ravaisson-Mollien. Parigi, Edoardo Rouveyre, editore, MDCCCXCIII, fol. 4, recto.

Quel principe dicte à Léonard de Vinci cette affirmation exacte ? Il est difficile de le déclarer avec une entière certitude. Toutefois, les lignes que nous venons de citer nous semblent indiquer que la règle à laquelle il est fait appel, d'une manière plus ou moins consciente, est non point la règle du parallélogramme des forces, mais bien cette proposition, qui lui est équivalente : le moment d'une résultante de deux forces est égal à la somme des moments des composantes.

Léonard était-il donc parvenu à la connaissance de cet important théorème ? Dans ceux de ses manuscrits qui ont été publiés, nous n'en avons relevé aucune trace autre que celle qui vient d'être relatée. Les manuscrits encore inédits, ceux, en particulier, qui composent le célèbre *Codex Atlanticus*, renferment-ils des passages capables de confirmer cette opinion ? Il est permis de l'espérer et, partant, de souhaiter la prompte publication de ces précieuses reliques.

CHAPITRE III

JÉRÔME CARDAN

(1501-1576)

Lorsque, en 1797, Venturi eut annoncé que l'on retrouvait, dans les manuscrits de Léonard de Vinci, quelques-unes des lois essentielles de la Mécanique moderne, la surprise de plusieurs géomètres dut se mêler d'un regret. Sur certains points, le grand peintre avait devancé Galilée d'un siècle. S'il avait pu, de son vivant, publier le *Traité du mouvement* et le *Traité des poids* qu'il préparait ; si du moins, à défaut de cette publication, les fragments qu'il laissait avaient pu être connus aussitôt après sa mort, quelle impulsion aurait reçue l'étude de la Mécanique ! Galilée, Simon Stevin, Descartes, eussent, au début de leurs travaux, trouvé cette science plus avancée d'un stade sur le chemin du progrès ; par un effort égal à celui qu'ils ont donné, ils eussent pu la mener plus loin qu'ils ne l'ont réellement conduite ; tout le développement des sciences positives en eût été hâté. Ainsi l'oubli, à jamais déplorable, dans lequel sont demeurées, pendant des siècles, les pensées de Léonard de Vinci touchant les principes de la Mécanique a imposé à la marche de l'esprit humain un irrémédiable retard.

Ce retard ne s'est pas produit. Dès le milieu du XVI^e^ siècle, les idées les plus essentielles de Léonard de Vinci touchant la Statique et la Dynamique furent connues de ceux qui s'intéressaient à ces sciences ; dans le pillage auquel furent livrées les notes manuscrites du grand artiste, les géomètres et les mécaniciens firent un ample butin ; sans révéler au public la source de leurs richesses, ils les étalèrent dans leurs écrits ; heureux larcin, qui accrut, il est vrai, d'une façon imméritée la gloire de certains auteurs, mais qui, du moins, exhuma et remit en circulation une partie des trésors amassés par Léonard !

Parmi ceux qui s'emparèrent, pour les ordonner, les commenter et les développer, des pensées de Léonard de Vinci, il convient de citer en première ligne Jérôme Cardan ; il ne fut pas seul, d'autres le précédèrent ou l'imitèrent ; c'est ainsi, pour ne donner qu'un exemple, que nous retrouvons l'influence de Léonard dans les écrits de Jean-Baptiste Benedetti ; mais Cardan fut des premiers à publier les résultats les plus essentiels qu'eût obtenus le grand peintre en méditant sur la Mécanique ; sa grande notoriété, l'ample diffusion de ses ouvrages, les firent connaître partout ; c'est par les écrits de Cardan que les idées de Léonard parvinrent à Galilée, à Képler, à Simon Stevin et qu'elles exercèrent, sur le développement de la Mécanique, une puissante et bienfaisante influence.

L'opinion que nous venons d'émettre a, pour l'histoire de la Mécanique, de graves conséquences (1). Elle nous montre dans les écrits de Léonard et de Cardan le canal par où la Mécanique péripatéticienne, après avoir longtemps dormi dans le bassin où l'enfermaient les commentateurs scolastiques, s'est répandue dans la science moderne pour la féconder. Si cette opinion est exacte, elle est appelée à jeter un grand jour sur l'évolution qui a dépouillé de leur écorce archaïque les germes contenus dans la science de l'École et leur a fait produire la science du XVII^e siècle. Il importe donc de l'étayer de solides arguments.

Que les manuscrits de Léonard de Vinci aient été, au milieu du XVI^e siècle, en butte à un véritable pillage, c'est un fait malheureusement trop certain ; on connaît la

(1) M. E. Wohlwill a émis d'une manière tout à fait incidente, et sans y insister, l'opinion que Tartaglia et Cardan avaient pu subir, d'une manière directe ou indirecte, l'influence de Léonard de Vinci. — Voir : E. Wohlwill, *Die Entdeckung des Beharrungsgesetzes* (ZEITSCHRIFT FÜR VÖLKERPSYCHOLOGIE UND SPRACHWISSENSCHAFT, Bd. XIV, p. 386, en note ; 1883).

négligence avec laquelle s'acquittèrent de leur mission ceux qui avaient la garde de ce précieux dépôt : « Non seulement les ouvrages rédigés par le grand peintre ont péri, dit Libri (1), mais on a perdu aussi la plupart des livres où il écrivait ses notes. Après sa mort, tous ses manuscrits, ses dessins et ses instruments devinrent la propriété de François Melzi, son élève, à qui il les avait légués. Melzi, qui n'était qu'un amateur, plaça ce précieux héritage dans sa maison de Vaprio près de Milan ; ses descendants n'en tinrent aucun compte et un certain Lelio Gavardi, parent d'Alde Manuce le jeune, et précepteur dans cette famille, ayant remarqué qu'on laissait perdre cette belle collection, déroba treize de ces manuscrits, et les porta en Toscane pour les vendre au grand-duc François I^er^ ; mais ce prince venait de mourir, et ils furent déposés à Pise chez Alde, qui les montra à son ami Mazenta. Celui-ci désapprouva fortement la conduite de Gavardi qui, honteux de sa mauvaise action, le chargea de rapporter à Milan et de restituer ces manuscrits aux Melzi. Horace, alors chef de cette famille, ignorant la valeur de ces treize volumes, en fit cadeau à Mazenta et lui dit qu'on avait oublié dans un coin de sa maison de Vaprio beaucoup d'autres dessins et manuscrits de Léonard. Plusieurs amateurs obtinrent ensuite les dessins, les instruments, les préparations anatomiques, enfin tout ce qui restait du cabinet de Léonard. Pompée Leoni, sculpteur au service de Philippe II, fut des mieux partagés... »

Ainsi, dans le trésor amassé par le génie de Léonard, chacun fouillait à sa guise et prenait ce qui lui plaisait. Les traités étaient retenus par ceux qui y prenaient intérêt, ou circulaient de main en main jusqu'à ce qu'ils fussent égarés. Nous savons par Pacioli (2) que Léonard avait complètement achevé la rédaction de son *Traité de*

(1) Libri, *Histoire des Sciences mathématiques en Italie*, tome III, p. 35. Paris, 1840.
(2) Pacioli, *Divina proportione*, fol. 1. Venetiis, 1509.

peinture ; Vasari, dans ses *Vies des meilleurs peintres, sculpteurs et architectes* (1), raconte avoir vu ce traité autographe entre les mains d'un peintre milanais, qui voulait le faire imprimer à Rome. Léonard avait également achevé la rédaction d'un *Traité de perspective ;* Cellini, dans l'ouvrage qu'il publia à Florence, en 1568, sur le même sujet, dit à plusieurs reprises qu'il avait en mains ce Traité, qu'il l'avait prêté à Sarlio, et que celui-ci en avait tiré ce qu'il y a de mieux dans son ouvrage.

De ces Traités de Léonard, des copies, des extraits plus ou moins fidèles, circulaient en Italie et hors de l'Italie ; c'est d'après une telle copie, envoyée par Del Pozzo, que Du Fresne, en 1651, fit imprimer à Paris le *Traité de la Peinture.* Une autre copie, plus complète, conservée à la Bibliothèque Vaticane, permit à Manzi d'en donner, en 1817, une édition moins appauvrie.

Les peintres et les dessinateurs savaient quel profit ils pourraient tirer du pillage des manuscrits de Léonard ; les mécaniciens n'étaient guère moins avertis. Au XVI^e siècle, les machines qu'il avait inventées étaient encore en usage et gardaient le nom de leur auteur (2). Ceux donc qui s'intéressaient à la théorie de l'équilibre et du mouvement étaient assurés de découvrir un riche butin d'idées neuves dans la collection que l'incurie des Melzi livrait aux déprédations.

A Milan, non loin de la maison de Vaprio qui gardait si mal ce trésor, vit Jérôme Cardan. Jérôme Cardan est un de ces esprits universels que produisait l'Italie, merveilleusement féconde, du XV^e et du XVI^e siècle ; comme Léonard de Vinci avant lui, comme Galilée après lui, il semble apte à comprendre toutes les sciences et à les perfectionner toutes. Médecin de grand renom, il s'adonne à l'algèbre et fait faire à la théorie des équations des pro-

(1) Vasari, *Vite...*, t. VII, p. 57. Fiorenza, 1550.
(2) Lomazzo, *Trattato della pittura*, p. 652. Milano, 1585. — *Idea del tempio della pittura*, p. 17 et p. 106. Milano, 1590.

grès considérables. Il unit, d'ailleurs, en de prodigieuses inconséquences, les idées les plus audacieuses et les superstitions les plus puériles. L'astrologie et la divination des songes ne l'occupent guère moins que la saine physique et la rigoureuse arithmétique.

Son respect de la richesse intellectuelle d'autrui ne va pas jusqu'au scrupule ; il ne rougit pas de grossir le bagage de ses propres découvertes en y glissant quelques emprunts faits à la science de ses contemporains. Un exemple en fait foi.

Excité par une question d'Antoine Fiore, qui tenait de Ferro de Bologne une méthode pour résoudre une équation du troisième degré, Tartaglia (1) parvint à résoudre toutes les équations de cet ordre. Sa découverte, qu'il cachait soigneusement, afin de pouvoir porter de sûrs défis à ses émules — comme un bretteur garde une botte secrète — finit néanmoins par transpirer. Cardan s'y intéressa vivement. A plusieurs reprises, il sollicita et fit solliciter Tartaglia pour qu'il lui communiquât sa méthode. Après avoir essuyé plusieurs refus, il obtint une pièce de vers où était expliqué le moyen d'avoir une racine de toute équation du troisième degré. Pour obtenir ce renseignement, il n'avait pas hésité à engager sa foi de chrétien et sa parole de gentilhomme que jamais il ne publierait la méthode dont il demandait à Tartaglia la révélation : « Io vi giuro, lui écrivait-il, *ad sacra Dei evangelia*, et da real gentil'huomo, non solamente di non publicar giammai tale vostra inventione, se me le insignate... » Quand il connut la solution si ardemment souhaitée, il s'empressa de la publier dans son *Ars Magna*. Tartaglia se plaignit vivement du parjure grâce auquel sa découverte paraissait pour la première fois dans le livre d'autrui. « Il avait raison de se plaindre, dit Libri, car la

(1) Voir, à ce sujet, Libri, *Histoire des Sciences mathématiques en Italie*, t. III, pp. 148 et suiv. Paris, 1840.

postérité s'est obstinée à appeler du nom de Cardan la formule qui donne la résolution des équations du troisième degré. » Cardan, cependant, avait reconnu la priorité de Tartaglia, ainsi que de ses prédécesseurs Scipion Ferro et Antoine Fiore ; de Ferro, Tartaglia ne cita pas même le nom, lorsqu'à son tour il publia sa solution. Les géomètres du XVIe siècle avaient l'amour-propre irritable lorsqu'on s'emparait de leurs propres découvertes, mais la conscience large lorsqu'ils empruntaient les découvertes d'autrui.

On imaginerait difficilement que Cardan, si avide de connaître la trouvaille de Tartaglia et si prompt, malgré ses serments, à en orner son livre d'Algèbre, n'eût pas éprouvé la curiosité de connaitre les pensées de Léonard de Vinci sur la Mécanique et la Physique et, les ayant connues, qu'il eût résisté à la tentation d'en glaner quelques-unes pour nourrir ses propres méditations. Il n'y résista pas.

En 1551, Cardan publiait ses vingt et un livres *sur la Subtilité* (1) ; une seconde édition (2) latine de cet ouvrage, plus complète que la première, paraissait dès 1554 et, en 1556, était traduite en français par Richard le Blanc (3) ; les éditions françaises ou latines de cet ouvrage se succédaient, nombreuses, pendant la seconde moitié du XVIe siècle (4). A cet écrit, Cardan joignit plus tard son

(1) Hieronymi Cardani medici Mediolanensis, *De Subtilitate libri XXI*. Ad illustrissimum Principem Ferrandum Gonzagam, Mediolanensis provinciae praefectum. Lugduni, apud Guglielmum Rouillium, sub Scuto Veneto, in-8°, 1551.

(2) Je ne connais cette édition que par la mention qui en est faite par Cardan dans l'*Apologie* insérée, en 1560, à la fin de l'édition de Bâle.

(3) Les livres de Hierome Cardanus, médecin milanois, intitulés *de la Subtilité et subtiles inventions*, ensemble les causes occultes et raisons d'icelles, traduis de latin en françois par Richard le Blanc : à Paris, chez Charles l'Angelier, tenant sa boutique au premier pillier de la grand'salle du Palais ; 1556, in-4°.

(4) En 1557, la première édition du *De Subtilitate* avait été vivement prise à partie dans : Julii Caesaris Scaligeri exotericarum exercitationum Liber XV ; *De Subtilitate ad Cardanum*, Lutetiae, apud Vascosanum,

Opus novum de proportionibus (1). Toute la Mécanique contenue en ces deux ouvrages porte, encore reconnaissable, la marque de Léonard.

Entre la Statique de Léonard et la Statique de Cardan, la concordance est incessante ; la seconde n'est guère qu'une rédaction mieux ordonnée de la première ; mais il serait oiseux de nous appesantir sur cette concordance ; la lecture des pages qui vont suivre la fera clairement apparaître.

Comme on le verra au Chapitre IV, Léonard de Vinci et Cardan ne s'accordent pas moins exactement en ce qui touche l'impossibilité du mouvement perpétuel.

L'harmonie entre eux est parfaite au sujet des principes de la Dynamique ; et elle est d'autant plus significative que leurs opinions sur diverses questions de Dynamique ont une forme très particulière que l'on ne trouve guère chez leurs prédécesseurs ou leurs contemporains.

Nous espérons qu'il nous sera donné, quelque jour, de

1557, in-4°. — Aux critiques de Jules César Scaliger, Cardan riposta, en 1560, dans l'Apologie qui termine l'édition suivante : Hieronymi Cardani, Mediolanensis medici, *De Subtilitate libri XXI*, ab authore plus quam mille locis illustrati, nonnulli etiam cum additionibus. Addita insuper Apologia adversus calumniatorem, qua vis horum librorum aperitur. Basileae, ex officina Petrina, Anno MDLX, Mense Martio, in-8°. — Outre les éditions que nous venons de citer, nous avons trouvé à Bordeaux, à la Bibliothèque Municipale et à la Bibliothèque Universitaire : 1° deux autres éditions latines du *De Subtilitate* de Cardan : Norimbergae, apud Petreium, 1560 (in-fol.) et Lugduni, apud Stephanum Michel, 1580 (in-8°) ; 2° trois autres éditions des *Livres de la Subtilité* traduits en français par Richard le Blanc : Paris, Lenoir, 1556 (in-4°) ; Paris, Lenoir, 1566 (in-8°) et Paris, Cavellat, 1578 (in-8°) ; 3° trois autres éditions des *Exercitationes* de Scaliger : Francofurti, apud Claudium Marnium et haeredes Joannis Aubrii, 1607 (in-8°) ; Francofurti, apud A. Wechelum, 1612 (in-8°) ; Lugduni, apud A. de Harsy, 1615 (in-8°). Cette seule énumération fait éclater aux yeux la vogue extraordinaire dont a joui l'ouvrage de Cardan.

(1) Hieronymi Cardani Mediolanensis, civisque Bononiensis, philosophi, medici et mathematici clarissimi, *Opus novum de proportionibus* numerorum, motuum, ponderum, sonorum aliarumque rerum mensurandarum, non solum geometrico more stabilitum, sed etiam variis experimentis et observationibus rerum in natura, solerti demonstratione illustratum, ad multiplices usus accommodatum, et in V libros digestum..... Basileae, ex officina Henricpetrina, Anno Salutis MDLXX, Mense Martio.

retracer les origines de la Dynamique, comme nous retraçons aujourd'hui les origines de la Statique ; ce sera le lieu d'analyser en détail la Dynamique de Léonard de Vinci et de Cardan et l'influence qu'elle a eue sur le développement de la Mécanique rationnelle. Nous verrons alors la doctrine du médecin milanais s'inspirer jusque dans les moindres détails des pensées éparses dans les manuscrits du grand peintre.

Les emprunts faits par Cardan à la Physique de Léonard de Vinci sont moins nombreux, non pas que l'on n'en puisse reconnaître quelques-uns : ainsi Cardan, voulant expliquer comment on peut allumer du feu au foyer d'un miroir concave, dit (1) : « Le feu qui est engendré des miroirs caves ou élevés en rotondité claire, appartient manifestement à la coïtion. Et la raison de coïtion n'est obscure, car si tu distribues dix deniers à dix hommes, chacun aura un denier ; si tu les distribues à cinq, chacun aura deux deniers. Si donc la chaleur qui est éparsée en grand espace est assemblée, tout ce qui était de chaleur en ce grand espace sera au petit ; pourtant ceste grande chaleur assemblément contenue en ce petit espace produira de grans effects, dont méritera estre dite grande, et pour ce le feu sera engendré. » — Or Léonard de Vinci avait écrit (2) : « *De la qualité du chaud produit par les rayons du soleil dans le miroir*. Le chaud du soleil qui se trouvera à la surface du miroir concave sera réparti entre les rayons pyramidaux concourants à un seul point ; autant de fois ce point entrera dans la surface, autant de fois il sera plus chaud que le chaud qui se trouve sur le miroir ; aussi autant *ab* ou, si tu veux, *cd* (3), entre dans

(1) Cardan. *Les Livres de la Subtilité*, traduis de latin en françois par Richard Le Blanc. Paris, l'Angelier, 1556, p. 52.

(2) *Les Manuscrits de Léonard de Vinci*. publiés par Ch. Ravaisson-Mollien ; Ms. A de la Bibliothèque de l'Institut, fol. 20, recto. Paris, 1881.

(3) Il faut entendre par *cd* la surface de l'image lumineuse formée dans le plan focal du miroir.

le miroir, autant de fois sa chaleur sera plus puissante que celle du miroir. » Il avait encore écrit ailleurs ce passage (1) : « *Une même vertu est d'autant plus puissante qu'elle occupe une plus petite place.* Ceci s'entend pour la chaleur, pour la percussion, pour le poids, pour la force et pour beaucoup d'autres choses. »

« Nous parlerons d'abord de la chaleur du soleil, qui s'imprime dans le miroir concave et en est réfléchi en figure pyramidale, pyramide qui acquiert proportionnellement d'autant plus de puissance qu'elle se resserre plus. C'est à dire que si la pyramide frappe l'objet avec moitié de sa longueur, elle resserre la moitié de son épaisseur dans le bas ; et si elle frappe aux 99 centièmes de sa longueur, elle se resserre des 99 centièmes de sa base et croît des 99 centièmes de la chaleur que reçoit la base de la dite chaleur du soleil ou du feu. »

On peut rapprocher également, quoique d'une manière moins intime, la réponse donnée par Cardan (2) à cette question : « Comment sont causées les couleurs de l'arc céleste dit *Iris* » avec ce que Léonard a écrit de l'arc-en-ciel (3).

Mais, en une foule d'occasions, Cardan n'hésite pas à s'écarter de son illustre devancier ; au sujet des marées, de la scintillation des étoiles, de la suspension des nuages dans l'atmosphère, il adopte des solutions distinctes de celles qu'avait proposées Léonard ; sa théorie de la chaleur, du feu et de la force élastique des gaz est bien à lui ; et c'est peut-être la partie la plus remarquable des livres *De la Subtilité*.

Cardan ne fut donc pas un vulgaire plagiaire ; il sut

(1) *Les Manuscrits de Léonard de Vinci*, publiés par Ch. Ravaisson-Mollien ; Ms. G de la Bibliothèque de l'Institut, fol. 89, verso. Paris, 1890.

(2) Cardan, *Les Livres de la Subtilité*, traduis de latin en françois par Richard Le Blanc. Paris, l'Angelier, 1556, p. 83.

(3) *Les Manuscrits de Léonard de Vinci*, publiés par Ch. Ravaisson-Mollien ; Ms. F de la Bibliothèque de l'Institut, fol. 67, verso. Paris, 1889.

extraire le suc des pensées semées par Léonard, l'assimiler, le transformer et nourrir à son tour la science du XVIe siècle d'idées qui, faute de son heureuse indiscrétion, fussent demeurées, inutiles et inconnues, ensevelies dans la maison des Melzi.

Dans le domaine même de la Mécanique, où ses emprunts à Léonard ont été particulièrement nombreux, il a su, nous l'allons voir, mettre l'empreinte de son originalité à côté du sceau du génie qu'avait imprimé son devancier.

Cardan ne dédaignait point d'exercer son talent de géomètre en des démonstrations construites à la manière d'Archimède et de combler certaines lacunes que l'illustre Syracusain avait laissées béantes. Ainsi Archimède avait toujours négligé le poids du levier ou du fléau de balance auxquels il suspendait les graves dont il étudiait l'équilibre ; Cardan se proposa de déterminer les propriétés mécaniques d'un fléau de balance horizontal, homogène, suspendu par un quelconque de ses points. C'est l'objet de l'article intitulé, dans le *De Subtilitate* (1), « *Staterae ratio* » et que son traducteur Richard Le Blanc désigne en ces termes : « La manière de la livre vulgairement dite à Paris un traîneau, de quoi coustumièrement usent les tisserans, en latin *Statera* (2). »

Cardan fait reposer son analyse sur deux propositions prises pour axiomes. Il admet, en premier lieu, qu'un segment AB' (*fig. 12*), égal au petit bras AB du fléau et pris sur le grand bras, fait équilibre au petit bras AB ; il admet, en second lieu, que le reste B'C du grand bras pèse comme un poids égal pendu au milieu M de B'C : « Si la livre [fléau] est estimée sans pois et, de la partie qui est la différence des longitudes depuis la chasse, un pois égal soit estendu par toute la verge, il aura égale pesanteur

(1) Cardan, *De Subtilitate*, Livre I, 1re édition, p. 51.

(2) Cardan, *Les Livres de la Subtilité*, traduis de latin en françois par Richard Le Blanc. Paris, l'Angelier, 1556, p. 17.

avec le mesme pois pendu au point distant de l'aiguille de la livre par le milieu de toute la verge. »

Ces principes donnent aisément la solution du problème posé. Ce problème, Cardan le traite derechef dans l'*Opus Novum* (1) et il parvient à cette proposition : Les pesanteurs (moments) des deux bras AB, AC du fléau sont entre elles comme les carrés des longueurs de ces deux bras.

Cardan, d'ailleurs, ne dissimule pas sa satisfaction d'avoir obtenu une telle solution : « Hoc est, dit-il (2), quod Archimedes reliquit intactum, cum esset maxime necessarium et ostendit magis abstrusa sed, pace illius dixerim, minus utilia. »

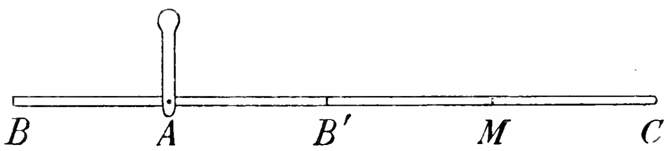

fig. 12.

Cette solution n'était peut être pas si malaisée à obtenir qu'elle méritât ce chant de triomphe ; néanmoins, elle eut, sur les raisonnements des successeurs de Cardan, une influence non douteuse. Abandonnant les *demandes* qu'Archimède avait mises à la base de ses raisonnements sur l'équilibre du levier, Simon Stevin d'une part, Galilée d'autre part, ramèneront l'étude du levier à la considération d'une verge pesante homogène, suspendue en son milieu, et cela au moyen des axiomes mêmes qu'a proposés Cardan. Or Galilée connaissait sinon l'*Opus novum,* au moins le *De Subtilitate,* qu'il cite fréquemment dans ses premiers travaux ; il serait malaisé d'admettre que Simon Stevin

(1) Cardan, *Opus novum,* Propositio XCII. Basileae, 1570, p. 84.
(2) Cardan, *Opus novum, loc cit.*

n'eût pris connaissance d'aucune des multiples éditions de cet ouvrage ; quant à l'*Opus novum*, le géomètre flamand le cite et le critique.

Ces démonstrations de Statique, conçues à la manière d'Archimède, ne forment point la partie la plus importante des considérations que Cardan consacre à l'équilibre des poids ; autrement graves par leur portée sont les développements qu'il donne à l'axiome d'Aristote ; enrichissant et transformant cet axiome à l'aide des pensées

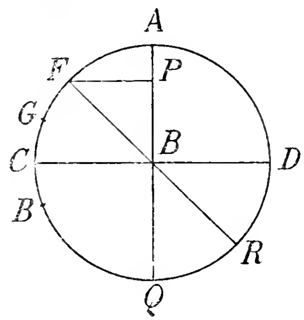

fig. 13.

que Léonard de Vinci a semées dans ses manuscrits, il en fait le Principe des vitesses virtuelles, tel que Galilée l'emploiera, tel qu'il demeurera jusqu'à Descartes.

Commençons par une citation dont nous analyserons ensuite le riche contenu. Voici comment, au premier livre du *De Subtilitate*, s'exprime Cardan (1), traduit par Richard Le Blanc : « *De la balance et de sa mesure.* Après ces choses, il faut voir des pois qui sont mis en la balence. Donques une livre [balance] soit, de laquelle la queue soit pendue en A (*fig. 13*), et la lancette où sont

(1) Cardan, *Les Livres de la Subtilité*, traduis de latin en françois par Richard Le Blanc. Paris, L'Angelier, 1556, pp. 16 et 17.

joints les costés de la balence soit CD... Je dis que le pois mis en C sera plus puissant que si la balance estoit mise en quelque autre lieu, à savoir qu'elle fust mise en F. Or, afin que nous cognoissions que C est plus pesant en telle situation qu'en F, il est nécessaire qu'il soit mouvé en tems égal par plus grand espace vers le centre [du monde]. Car nous voions que les choses les plus graves par pareille raison estant aus autres, sont portées plus légèrement [rapidement] au centre. Or que ceci avienne plus par le pois et par la livre plus tost colloquée en C qu'en F, je le montre par deux raisons.

» La première raison est que si en aucun tems le pois est mouvé de C en E, et que l'arc CE soit égal à FG, qu'il descendrait de F en G plus tardivement que de C en E, et ainsi il sera plus léger en F qu'en C... Il est manifeste aux balences et à ceus qui lèvent les fais, que tant plus le fais est loing de la lancette, tant plus il est pesant ; or le pois en C est loing de la lancette par la quantité de la ligne BC et en F, par la quantité de la ligne FP... Donques cette raison est générale, que tant plus les pois sont loing de la borne, ou ligne de la descente par la ligne droite ou oblique, c'est à dire par l'angle, tant plus sont pesans... Et ainsi l'intention du pois est d'estre porté droictement au centre ; mais pour ce qu'il est empesché par ligature, il est mouvé comme il peut. »

Ainsi lorsqu'un grave descend suivant la verticale, la puissance motrice de ce grave est, comme le voulait Aristote, mesurée par la vitesse avec laquelle il tombe ; mais, par l'agencement du mécanisme qui le porte, par la nature des *liaisons*, selon le mot employé par Cardan et repris par la Mécanique moderne, il peut arriver que le grave ne se meuve pas selon la verticale ; alors, pour estimer sa puissance motrice, il faudra tenir compte non pas de la vitesse totale du grave, mais seulement de la composante verticale de cette vitesse ou, en d'autres termes, de la vitesse de chute.

Si donc on suspend un poids donné en quelque point d'un solide mobile autour d'un axe horizontal, la puissance motrice de ce grave sera d'autant plus grande que le point de suspension s'abaissera plus rapidement par l'effet d'une rotation donnée, imprimée au support ; partant, elle sera d'autant plus grande que le point de suspension sera plus distant du plan vertical contenant l'axe.

Il nous est aujourd'hui bien facile d'achever cette analyse et, des prémisses posées, de tirer la proportionnalité entre la puissance motrice du grave suspendu et la distance du point de suspension au plan vertical contenant l'axe ; il nous suffit de nous reporter à la définition de la vitesse de chute, rapport d'une chute infinitésimale à sa durée infiniment petite ; nous voyons ainsi que la puissance motrice d'un poids, suspendu à un corps mobile autour d'un axe, est mesurée par le *moment* de ce poids par rapport au plan vertical contenant l'axe. Mais la notion de rapport entre deux quantités infiniment petites n'était point parvenue à maturité lorsque Cardan écrivait ; il ne pouvait donc développer la déduction dont nous venons de tracer la marche ; il pouvait seulement montrer que la puissance motrice du grave suspendu croît en même temps que son moment ou bien encore, comme il le fit dans l'*Opus novum* (1), admettre par intuition la proportionnalité de ces deux grandeurs. Le lien mécanique qui unit l'axiome d'Aristote, transformé (2) et devenu

(1) Cardan, *Opus novum*. Propositio XCVIII. Basileae, 1570, p. 92.

(2) En l'*Opus novum*, œuvre conçue dans sa vieillesse, Cardan semble parfois oublier la transformation qu'il a fait subir à l'axiome d'Aristote, pour recourir à cet axiome pris sous sa forme première : ainsi la théorie du levier (*a*) y est exposée par un raisonnement analogue à celui que l'on trouve dans les Μηχανικὰ προβλήματα ; d'ailleurs l'influence de cet ouvrage se fait sentir à chaque instant dans l'*Opus novum*, où Cardan fait de nombreux renvois au Traité du Stagirite.

(*a*) Cardan, *Opus novum*, Propositio XLV : *Rationem staterae ostendere*. Basileae, 1570, p. 34.

Principe des vitesses virtuelles, à la théorie des moments n'en était pas moins clairement aperçu ; il dépendait des progrès de l'analyse infinitésimale qu'il devînt plus rigoureux.

Nous venons de voir Cardan rapprocher les unes des autres plusieurs idées créées ou acceptées par Léonard de Vinci et établir entre elles un lien que ce grand génie n'avait peut-être pas soupçonné, qu'il n'avait en tout cas nullement signalé ; ailleurs, nous trouvons dans le médecin de Milan un fidèle interprète des pensées de Léonard ; ce qui est dit des moufles aux *Livres de la Subtilité* semble extrait des manuscrits dont l'étude a fait l'objet du précédent Chapitre.

« Le quatrième exemple de subtilité, dit Cardan (1), est aus moufles (2) ». Après avoir décrit un moufle à quatre brins, il ajoute : « Le fardeau donques... est tiré en haut par la quatrième partie de la force. Et si chacune poulie avait trois rouleaus, le fardeau pourrait estre tiré par la sixième partie de la force ; et ainsi un enfant pourra tirer en haut un grand fais, sinon en tant que la pesanteur des cordes, l'aspérité des rouleaus, ou poulies, ou moufles empeschent. Mais pource que la proportion des tems est comme des forces et puissances, l'enfant tirera par deux rouleaus quatre fois plus lentement, par trois rouleaus six fois plus lentement qu'il ne tire et lèverait d'une corde par mesme force, ains un peu plus grande, étant dessus, et trop plus lentement six fois ou quatre fois, d'autant que la longueur de la corde ajoute plus au fais ; donques il avient que l'enfant à peine en une heure tirera et lèvera le mesme fais par telle moufle, lequel un homme

(1) Cardan, *Les Livres de la Subtilité*, traduis de latin en françois par Richard Le Blanc. Paris, L'Angelier, 1556, p. 333 (Livre XVII, *Des Arts et inventions artificieuses. La manière de lever facilement les fardeaus*).

(2) Le traducteur dit : « Aus vis, comme de pressoir ». Il ajoute un peu plus loin : « Aucuns les appellent moufles ». Cardan dit : « trochleis ». Ni le texte, ni la figure qui l'accompagne, ne laissent place à aucun doute ; il s'agit bien des moufles.

six fois plus robuste, estant en haut, peut lever incontinent d'une seule corde. »

Léonard de Vinci n'avait appliqué en détail l'axiome d'Aristote qu'au levier et aux moufles ; en ce qui concerne la vis, il s'était contenté de cette brève indication (1) : « Plus une force s'étend de roue en roue, de levier en levier ou de vis en vis, plus elle devient puissante et lente ».

Cette indication, Cardan la développe (2) sous ce titre : *La manière d'attirer et de pousser toutes choses en peu de force.* « Par semblable manière, dit-il, les vis que nous appelons vignes sont faites et composées... Tant plus donc seront de ploiements en la vis, et tant plus seront basses, c'est à dire plus proches au cercle et plus grandes, tant plus le poids sera léger et le mouvement facile ; et tant plus le mouvement sera facile, tant plus sera tardif. La vis donc peut estre de deux coudées par ces ploiements tant larges et bas, que le poids facilement sera levé d'un enfant de dix ans. Mais, comme j'ai dit, tant plus facilement il est mouvé, tant plus tardement il est tiré et levé. »

Ce Principe des vitesses virtuelles, Cardan l'applique, dans l'*Opus novum* (3), à l'évaluation de l'effet produit par le vérin et, dans le *De Subtilitate* (4), au calcul d' « une grande machine pour lever les grands fardeaus et fort pesans, qui est composée d'une vis et d'un vérain ».

En tout ce qui touche le Principe des vitesses virtuelles, Cardan a développé et complété avec sagacité les indications qu'il avait puisées dans la lecture des pensées de Léonard de Vinci. Il a été moins heureux en ce qui con-

(1) *Les Manuscrits de Léonard de Vinci*, publiés par Ch. Ravaisson-Mollien ; Ms. A. de la Bibliothèque de l'Institut, fol. 35, verso. Paris, 1881.

(2) Cardan, *Les Livres de la Subtilité*, traduis de latin en françois par Richard Le Blanc. Paris, L'Angelier, 1556, p. 333.

(3) Cardan, *Opus novum*, Propositio LXXI : *Proportionem levitatis ponderis per virgam torcularem attracti ad rectam suspensionem invenire.* Basileae, 1570, p. 65.

(4) Cardan, *Les Livres de la Subtilité*, traduis en françois par Richard Le Blanc. Paris, l'Angelier, 1556, p. 334.

cerne le plan incliné. Dans le *De Subtilitate*, il n'en aborde pas l'étude. Dans l'*Opus novum*, il se propose (1) de déterminer la pesanteur d'une sphère mobile sur un plan incliné, pesanteur qu'il croit, selon le principe de Dynamique universellement admis à cette époque, proportionnelle à la vitesse avec laquelle la sphère livrée à elle-même descendra suivant ce plan. Comme cette vitesse, nulle lorsque le plan est horizontal, croît en même temps que l'angle d'inclinaison du plan, Cardan croit pouvoir énoncer la proposition suivante : *La pesanteur d'une sphère qui*

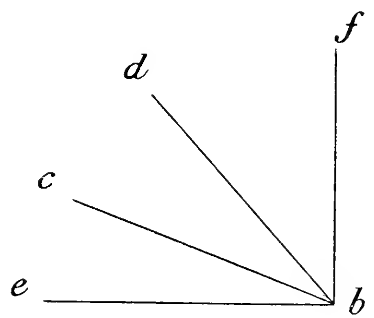

fig. 14.

descend un plan incliné est à la pesanteur de la même sphère tombant en chute libre comme l'angle du plan incliné avec le plan horizontal est à l'angle droit.

Bien que cette solution soit erronée, le passage où Cardan l'expose mérite d'être rapporté ; car il a certainement contribué à suggérer à Simon Stevin d'une part, à Galilée d'autre part, la solution exacte de ce problème célèbre. Stevin, dans sa Statique, cite et discute l'*Opus novum* de Cardan ; Galilée, lorsqu'il trouva pour la

(1) Cardan, *Opus novum*, Propositio LXXII : *Proportionem ponderis sphæræ pendentis ad ascensum per acclive planum invenire*. Basileae, 1570, p. 65.

première fois la loi du plan incliné, avait assurément sous les yeux le passage que nous allons citer :

« Soit une sphère *a* de poids *g* (*fig. 14*), placée au point *b*, que l'on veut tirer sur le plan incliné *bc*, *bf* étant le plan vertical. Sur le plan horizontal *be*, *a* peut être mû par une force aussi petite que l'on veut, selon ce qui a été dit ci-dessus ; par conséquent, selon l'opinion commune, la force qui mouvra *a* suivant *eb* sera nulle ; d'autre part, selon ce qui a été dit, *a* sera mû vers *f* par une force toujours constante et égale à *g*, dans la direction *bc* par une force constante égale à *k*, dans la direction *bd* enfin par une force constante égale à *h* ; donc, par la dernière demande, *cum termini servent quoad partes eandem rationem singuli per se* (1), et comme le mouvement selon *be* est produit par une force nulle, le rapport de *g* à *k* sera comme le rapport de la force qui meut selon *bf* à la force qui meut selon *bc*, et comme le rapport de l'angle droit *ebf* à l'angle *ebc ;* et de même la force qui meut *a* selon *bf* qui, selon ce qui a été dit, est *g* à la force qui meut selon *bd* qui, par hypothèse, est *h*, comme *ebf* est à *ebd ;* donc la résistance au mouvement de *a* selon *bd* est à la résistance au mouvement du même *a* selon *bc*, comme *h* est à *k ;* ce qu'on voulait démontrer (2). »

(1) Nous renonçons à traduire cet obscur membre de phrase.

(2) Libri (*Histoire des Sciences mathématiques en Italie*, t. III, p. 174. Paris, 1840) a écrit ce qui suit : « Dans ses *Paralipomènes*, Cardan a donné pour la première fois le parallélogramme des forces pour le cas où les composantes agissent à angle droit (*Cardani Opera*, tome X, p. 516). Lagrange semble attribuer cette proposition à Stevin ». — Je n'ai pas été en mesure de contrôler cette affirmation de Libri ; d'autre part, il serait imprudent d'accepter sans vérification les affirmations de cet auteur ; trop souvent, il lisait les textes anciens d'une manière un peu superficielle et avec le désir d'y trouver des idées modernes qui n'étaient point encore conçues ; il affirme, par exemple (*loc. cit.*, p. 41), au sujet des manuscrits de Léonard de Vinci, que « la théorie du plan incliné s'y trouve exposée avec beaucoup de justesse » et nous avons vu ce qu'il fallait penser de cette affirmation. — L'affirmation de Libri touchant les *Paralipomènes* de Cardan fût-elle fondée, il est certain que Stevin, qui connaissait l'*Opus novum* lorsqu'il écrivait sa Statique, ne pouvait connaître cet autre ouvrage.

CHAPITRE IV

L'IMPOSSIBILITÉ DU MOUVEMENT PERPÉTUEL

On rangerait plus volontiers la question du mouvement perpétuel en Dynamique qu'en Statique ; mais, pour Léonard de Vinci et pour Cardan, non plus que pour Aristote, il n'existe entre ces deux sciences aucune infranchissable barrière. D'autre part, l'impossibilité du mouvement perpétuel a été admise, par Galilée et par Stevin, comme un axiome propre à fonder certaines démonstrations de Statique ; et Galilée et Stevin avaient lu les écrits de Cardan, où ils avaient peut-être puisé leur confiance en cet axiome ; et Cardan, écrivant contre le mouvement perpétuel, n'avait fait que résumer les notes éparses de Léonard de Vinci. Nous ne saurions donc nous faire une idée nette et complète des origines de la Statique si nous ne passions en revue les objections que Léonard de Vinci et Cardan ont opposées au *perpetuum mobile*.

La recherche du mouvement perpétuel est le nom générique par lequel on désigne deux utopies distinctes, la recherche du *perpétuel moteur* et la recherche du *perpétuel mobile*.

La plus grossière de ces utopies, la recherche du perpétuel moteur, est l'erreur du meunier qui, dans son réservoir, détient une masse d'eau déterminée, prête à tomber d'une hauteur déterminée et qui voudrait sans ajouter une pinte à cette eau, sans ajouter un pouce à la hauteur de son réservoir, combiner des engrenages merveilleux qui lui permettraient de moudre autant de grain qu'il lui plairait.

Nous avons vu avec quelle précision le grand hydraulicien qu'est Léonard ramène à leur juste mesure les ambitions de notre meunier. Qu'il mette sur sa roue cent meules au lieu d'une ; chacune d'elles lui moudra cent fois moins de grain. Un poids donné, tombant d'une hauteur donnée, représente une puissance motrice déterminée ; cette puissance, on peut la morceler, en varier l'emploi à l'infini ; on ne l'accroîtra pas.

Cette vérité coupe court aux espérances de celui qui cherche un *perpétuel moteur* ; elle laisse le champ libre aux rêves de celui qui poursuit la réalisation d'un *perpétuel mobile*.

Sans demander à un engin aucun effet mécanique extérieur, mais aussi sans exercer sur lui aucune action, ne pourrait-on voir cet engin, une fois mis en branle, se mouvoir indéfiniment ? Ne pourrait-on, par exemple, construire une roue si parfaite qu'une fois lancée, elle tournerait autour de son axe sans s'arrêter jamais ? Ne pourrait-on agencer une horloge à poids exactement égaux, où le poids qui est parvenu en haut de sa course descendrait à son tour en relevant le poids dont la chute avait causé son ascension, en sorte que cette horloge perpétuelle *se remonterait elle-même ?*

C'est folie de demander un mouvement perpétuel à une impulsion initiale, car la puissance motrice de cette impulsion, ce que Léonard de Vinci nomme sa « forza » ou son « impeto », ce que Leibniz nommera sa force vive, va s'épuisant sans cesse ; c'est folie également d'attendre d'un agencement de poids un *perpétuel mobile*, car la gravité tend toujours à l'équilibre ; tout mouvement produit par elle a pour terme le repos :

« Aucune chose sans vie, dit Léonard de Vinci (1), ne peut pousser ou tirer sans accompagner la chose mue ; ces moteurs ne peuvent être que *forza* ou pesanteur ; si la pesanteur pousse ou tire, elle ne fait ce mouvement dans la chose que parce qu'elle désire le repos, et aucune

(1) *Les Manuscrits de Léonard de Vinci*, publiés par Ch. Ravaisson-Mollien. Ms. A de la Bibliothèque de l'Institut, fol. 21, verso. Paris, 1881.

chose mue par son mouvement de chute n'étant capable de revenir à sa première hauteur, le mouvement prend fin. »

« Et si la chose qui meut une autre chose est la *forza*, cette force, elle aussi, accompagne la chose mue par elle, et elle la meut de telle sorte qu'elle se consume elle-même ; étant consumée, aucune des choses qui ont été mues par elle n'est capable de la reproduire. Donc aucune chose mue ne peut avoir une longue opération, parce que, les causes manquant, les effets manquent. »

Les contemporains de Léonard lui accordaient volontiers que la puissance motrice d'une impulsion communiquée à un ensemble de corps va se dissipant ; tous les péripatéticiens, en effet, tenaient pour un axiome que le mouvement violent va toujours se consumant : « Nullum violentum potest esse perpetuum », répétaient-ils. Pour peindre cette continuelle déperdition de la force vive au sein d'un système en mouvement, Léonard trouve des expressions d'une poésie enflammée : « Je dis (1) que la *forza* est une vertu spirituelle, une puissance invisible qui, au moyen d'une violence accidentelle extérieure, est causée par le mouvement, introduite et infuse dans les corps, qui se trouvent tirés et détournés de leur habitude naturelle ; elle leur donne une vie active d'une merveilleuse puissance, elle contraint toutes les choses créées à changer de forme et de place, court avec furie à sa mort désirée et va se diversifiant suivant les causes. La lenteur la fait grande et la vitesse la fait faible ; elle naît par violence et meurt par liberté. Et plus elle est grande, plus vite elle se consume. Elle chasse avec furie ce qui s'oppose à sa destruction, désire vaincre et tuer la cause de ce qui lui fait obstacle et, vainquant, se tue elle-même... Aucun mouvement fait par elle n'est durable. Elle croît dans les fatigues et disparaît par le repos. »

(1) *Les Manuscrits de Léonard de Vinci*, publiés par Ch. Ravaisson-Mollien. Ms. A de Bibliothèque de l'Institut, fol. 34, verso. Paris, 1881.

Avec la même richesse d'images, Léonard compare cette déperdition de la force vive à la continuelle tendance de la gravité vers le repos : « Si le poids désire la stabilité (1) et si la *forza* est toujours en désir de fuite, le poids est par lui-même sans fatigue, tandis que la *forza* n'en est jamais exempte. Plus le poids tombe, plus il augmente (2), et plus la *forza* tombe, plus elle diminue. Si l'un est éternel, l'autre est mortelle. Le poids est naturel et la *forza* accidentelle. Le poids désire stabilité et puis immobilité ; la *forza* désire fuite et mort d'elle-même. »

Comment cette continuelle tendance de la gravité à un état d'équilibre final (3) se manifeste-t-elle dans un mécanisme ? Elle se manifeste par cette loi qu'en un mécanisme en mouvement, « toujours le moteur est plus puissant que le mobile (4) » ; c'est en vertu de cette loi, par exemple, que « la corde qui descend des poulies sent plus de poids et, par conséquent, se fatigue plus que la corde opposée qui monte ». Cette inégalité, de sens invariable, entre la puissance du moteur et la résistance du mobile, se retrouve en tout mécanisme : « Par exemple (5), si tu veux que le poids *b* lève le poids *a*, les bras de la balance étant égaux, il est nécessaire que *b* soit plus lourd que *a*. Si tu voulais que le poids *d* levât le poids *c*, qui est plus lourd que lui, il serait nécessaire de lui faire faire une plus grande course dans sa descente que ne fait *c* dans sa

(1) *Les Manuscrits de Léonard de Vinci*, publiés par Ch. Ravaisson-Mollien ; Ms. A de la Bibliothèque de l'Institut, fol. 35, recto Paris, 1881.

(2) Léonard connaissait la chute accélérée des graves dont il a longuement traité en plusieurs passages, notamment au Ms. M de la Bibliothèque de l'Institut.

(3) Ici encore, Léonard ne fait que développer les enseignements de l'École : « Motus simplex terminatur ad quietem », y disait-on.

(4) *Les Manuscrits de Léonard de Vinci*, publiés par Ch. Ravaisson-Mollien ; Ms. E de la Bibliothèque de l'Institut, fol. 20, recto. Paris, 1888. — Cf. Ms. E, fol. 58, verso ; Ms. G, fol. 81, recto et fol. 82, recto. Paris, 1890.

(5) *Les Manuscrits de Léonard de Vinci*, publiés par Ch. Ravaisson-Mollien ; Ms. A de la Bibliothèque de l'Institut, fol. 22, verso. Paris, 1881.

montée ; et s'il descend plus, il faut que le bras de la balance qui descend avec lui soit plus long que l'autre. Et si tu voulais que le petit poids *f* levât le grand *e*, il faudrait que le poids *f* se mût sur une plus grande longueur et plus rapidement que le poids *e*. » C'est l'excès seul de la puissance du moteur sur la résistance du mobile qui détermine le mouvement ; plus cet excès est grand, plus le mouvement est vif. « Aucune puissance (1) ne prévaut sur sa résistance, sinon avec la partie de laquelle elle excède cette résistance. Ou bien : aucun moteur ne prévaut sur son mobile, sinon par ce dont il excède ce mobile... Et d'autant plus que le mouvement du mobile est joint à l'*impeto*, et d'autant plus qu'est grand l'*impeto* de ce mobile, qui peut croître à l'infini. » Si une poulie porte deux poids égaux, ces poids demeureront immobiles ; s'ils sont inégaux, le plus lourd descendra avec une vitesse proportionnelle à son excès sur le plus léger : « Si une livre de poids tombe contre une livre de résistance (2), elle ne changera pas de place ; elle restera de même. Et si par dessus se trouve attachée une autre livre, elle descendra à terre en une certaine quantité de temps ; si tu y ajoutes encore une autre livre, tout le poids descendra avec une vitesse doublée. »

Donc l'horloge qui se remonterait elle-même est une chimère ; toujours le poids qui possède la plus grande puissance motrice se mettra à descendre et, quand il sera parvenu au bas de sa course, l'horloge s'arrêtera ; de là, cette conclusion (3) de Léonard :

« *Contre le mouvement perpétuel.* Aucune chose insensible ne pourra se mouvoir par elle-même ; par conséquent, si elle se meut, elle est mue par une puissance

(1) *Les Manuscrits de Léonard de Vinci*, publiés par Ch. Ravaisson-Mollien ; Ms. E de la Bibliothèque de l'Institut, fol. 21, recto Paris, 1888.

(2) *Les Manuscrits de Léonard de Vinci*, publiés par Ch. Ravaisson-Mollien ; Ms. A de la Bibliothèque de l'Institut, fol. 22, verso Paris, 1881.

(3) *Les Manuscrits de Léonard de Vinci*, publiés par Ch. Ravaisson-Mollien ; Ms. A de la Bibliothèque de l'Institut, fol. 22, verso. Paris, 1881.

inégale, c'est-à-dire de temps et de mouvement inégaux, ou de poids inégal. Et le désir du premier moteur ayant cessé, aussitôt cessera le second. »

Ce sont ces pensées de Léonard que Cardan résume lorsqu'aux livres *De la Subtilité*, « il démontre que le mouvement n'est perpétuel en toutes choses (1). » Lorsque l'on tente de réaliser un perpétuel mobile, « ce que l'on demande à proprement parler, c'est ceci : existe-t-il un mouvement qui en lui-même, et en dehors de toute génération nouvelle, renferme une cause capable de le perpétuer ? Le problème serait résolu si l'on possédait des horloges qui, au lieu de mettre en branle ce mouvement qui annonce les heures en frappant des coups, remonteraient les poids en haut de leur course. Or, les mouvements qui peuvent ébranler les graves sont de trois sortes seulement : ou bien ils tendent essentiellement au centre du monde ; ou bien ils ne sont pas simplement dirigés vers le centre, comme l'écoulement des eaux ; ou bien ils découlent d'une nature particulière, comme le mouvement du fer vers l'aimant. Il est constant que le mouvement perpétuel doit être cherché parmi les mouvements des deux premiers genres (2). Or, lorsqu'un poids est tiré plus

(1) Cardan, *Les Livres de la Subtilité*, traduis de latin en françois par Richard le Blanc. Paris, l'Angelier, 1556, p. 339. Les citations qui suivent sont traduites directement du texte latin et non pas tirées de la traduction de Richard le Blanc, fort obscure en ce passage.

(2) On remarquera que Cardan évite de se prononcer sur la possibilité d'engendrer le mouvement perpétuel à l'aide d'aimants. Les propriétés si étranges des aimants préoccupaient singulièrement, à cette époque, ceux qui espéraient réaliser un *perpetuum mobile*. En 1558, Achille Grasser imprimait pour la première fois à Augsbourg, d'après une des nombreuses copies manuscrites qui circulaient parmi les physiciens, l'écrit célèbre composé par Pierre de Maricourt (Petrus Peregrinus), dans le camp de Charles d'Anjou, devant Lucera, le 8 août 1269. En cet écrit (*a*), Pierre de Maricourt.

(*a*) Petri Peregrini Maricurtensis, *De magnete, seu rota perpetui mobilis libellus* Divi Ferdinandi Rhomanorum imperatoris auspicio per Achillem P. Grasserum L. nunc primum promulgatus Augsburgi in Suevis, Anno Salutis 1558. — Cet ouvrage est réimprimé dans : *Neudrucke von Schriften und Karten über Meteorologie und Erdmagnetismus*, herausgegeben von G. Hellmann. N° 10, *Rara magnetica*. Berlin, 1896.

fortement ou retenu plus énergiquement que ne le comporte sa nature, son mouvement est naturel, il est vrai, mais il n'est pas exempt de violence ; de ces deux circonstances, on trouve un exemple dans les poids des horloges... Quant au mouvement autour d'un cercle, il ne convient naturellement qu'au ciel et à l'air ; encore celui-ci n'en est-il pas animé d'une manière constante ; pour les autres graves, il a toujours son principe dans un mouvement selon la verticale. Les eaux elles-mêmes sont animées d'un certain mouvement selon la verticale ; ainsi, dans les fleuves, au fur et à mesure que les eaux sont engendrées par la source, elles descendent sans cesse suivant la déclivité du lit. Or, pour que le mouvement fût perpétuel, il faudrait que les graves qui ont été déplacés, parvenus à la fin de leur course, fussent reportés à leur situation initiale. Mais ils n'y peuvent être reportés que par un certain excès [de puissance motrice]. Ainsi donc, ou bien la continuité du mouvement découlera de ce que ce mouvement est conforme à la nature (1), ou bien cette continuité ne se maintiendra pas égale à elle-même. Or, ce qui diminue sans cesse, à moins d'être accru par une action extérieure, ne saurait être perpétuel. »

Dans les considérations de Léonard de Vinci et de Cardan il n'y a pas seulement la négation du perpétuel mobile, il y a plus ; il y a cette affirmation qu'une uniforme tendance dans tous les mouvements que nous observons, tendance des graves à descendre autant que possible, à chercher le lieu de leur éternel repos. Cette pensée est constamment présente à l'esprit de Léonard de Vinci. « Tout poids (2) désire descendre au centre par la voie la

après avoir établi les lois des actions magnétiques en logicien rompu à la méthode expérimentale, essaye de produire un *perpetuum mobile* à l'aide d'aimants.

(1) Cardan entend réserver par là le mouvement du Ciel, qui est perpétuel par nature.

(2) *Les Manuscrits de Léonard de Vinci*, publiés par Ch Ravaisson-Mollien ; Ms. A de la Bibliothèque de l'Institut, fol. 35, recto. Paris, 1881.

plus courte; et où il y a plus de pesanteur, il y a un plus grand désir, et la chose qui pèse le plus, laissée libre, tombe le plus vite... » — « Le poids (1) pousse toujours vers le lieu de son départ... Et le lieu du poids est unique ; c'est la terre. » Cette proposition peut servir de principe pour expliquer l'équilibre et le mouvement des eaux : « Cette chose est plus haute qui est plus éloignée du centre du monde (2), et celle-là est plus basse qui est plus voisine de ce centre. L'eau ne se meut pas de soi si elle ne descend pas et, se mouvant, elle descend. Que ces quatre conceptions, prises deux à deux, me servent à prouver que l'eau qui ne se meut pas de soi a sa surface équidistante du centre du monde... Je dis qu'aucune partie de la surface de l'eau ne se meut de soi-même, si elle ne descend pas ; donc la sphère de l'eau n'ayant aucune partie de surface à pouvoir descendre, il est nécessaire par la première conception qu'elle ne descende pas. »

Sans doute, l'eau semble parfois monter spontanément et certains appareils hydrauliques exploitent cette propriété ; mais, en réalité, on n'obtient en ces appareils l'ascension d'une petite quantité d'eau que par la chute d'une très grande masse ; c'est ce que fait observer Cardan (3), traitant de « la vis d'Archimèdes. Donc il semble que cet argument ne conclud : L'eau descend perpétuellement, donc, en la fin, elle sera en un lieu plus bas qu'au commencement. Toutefois, elle ne descend pas tousjours, mais la partie qui descend la plus grande pousse la plus petite et la contraint de monter. »

Telle est donc la loi générale des mouvements produits par la gravité ; aucun corps ne monte qu'il n'en descende

(1) *Les Manuscrits de Léonard de Vinci*, publiés par Ch. Ravaisson-Mollien ; Ms. C de la Bibliothèque de l'Institut, fol. 6, verso. Paris, 1888.

(2) *Les Manuscrits de Léonard de Vinci*, publiés par Ch. Ravaisson-Mollien ; Ms. F de la Bibliothèque de l'Institut. fol. 27, recto ; fol. 26, verso et fol. 30, verso. Paris, 1889.

(3) Cardan, *Les Livres de la Subtilité*, traduis de latin en françois par Richard Le Blanc. Paris, l'Angelier, 1556. pp. 12 et 13. — Ce passage ne se trouve pas dans la première édition du *De Subtilitate* ; il a été ajouté en la seconde édition.

un plus lourd. « Tout grave tend en bas (1), et les choses hautes ne resteront pas à leur hauteur, mais avec le temps, elles descendront toutes, et ainsi avec le temps le monde restera sphérique et, par conséquent, sera tout couvert d'eau. »

Toute cette argumentation de Léonard de Vinci et de Cardan est tirée des principes de la Dynamique péripatéticienne : proportionnalité de la vitesse à la force qui meut le mobile, de la vitesse de chute au poids du grave. Ces fondements, les progrès de la Mécanique vont les emporter. Et cependant, une Mécanique plus avancée encore viendra fortifier les conclusions. Presque constamment, nous avons laissé la parole aux auteurs du XVI^e siècle; or, ce qu'ils nous ont dit a comme une saveur très moderne ; leurs pensées sont très voisines de celles des physiciens qui ont lu Clausius, William Thomson et Rayleigh. C'est que la Thermodynamique, en complétant la Dynamique trop simplifiée issue des *Discorsi* de Galilée, a comblé en partie l'abîme qui séparait celle-ci de la Dynamique d'Aristote.

Ce n'est pas ici le lieu d'insister sur ce rapprochement, qui nous entraînerait bien loin des origines de la Statique. Nous avons vu comment les pensées les plus essentielles de Léonard de Vinci avaient été publiées dans les ouvrages de Cardan; la grande vogue de ceux-ci va permettre à ces pensées d'influer sur le développement de la Science.

A la fin du XVI^e siècle, cette influence se divise en deux courants ; l'un se fait sentir en Italie, où il inspire les travaux de Jean-Baptiste Benedetti, de Guido Ubaldo, de Galilée, de Torricelli ; l'autre, canalisé par Simon Stevin, féconde la science flamande ; ces deux courants viendront confluer en Roberval et en Descartes.

(1) *Les Manuscrits de Léonard de Vinci*, publiés par Ch. Ravaisson-Mollien ; Ms. F de la Bibliothèque de l'Institut, fol. 84. recto. Paris, 1889.

CHAPITRE V

LES SOURCES ALEXANDRINES DE LA STATIQUE DU MOYEN AGE

Le géographe qui veut décrire le bassin d'un vaste fleuve marque d'abord, à grands traits, la marche des principales rivières qui servent à former ce cours d'eau ; puis, revenant sur cette description provisoire et sommaire, il détaille les sinuosités des mille ruisselets dont les eaux viennent grossir les principaux affluents.

Ainsi devons-nous faire en cette étude sur les Origines de la Statique. Nous avons résumé, tout d'abord, les idées abondantes et fécondes que contiennent les écrits d'Aristote, d'Archimède, de Léonard de Vinci ; nous avons vu comment, par l'intermédiaire des heureux plagiats de Cardan, les pensées du grand peintre étaient venues féconder le XVI^e siècle.

Mais nous n'avons encore obtenu qu'une esquisse grossière du développement que la Statique a subie de l'antiquité à la Renaissance ; aux traits essentiels que nous avons marqués, une foule de détails doivent être ajoutés.

Pour fixer ces détails, nous avons dû nous imposer un pénible labeur ; nous avons dû dépouiller et compulser les nombreux manuscrits, relatifs à la Statique, que renferment la Bibliothèque Nationale et la Bibliothèque Mazarine ; ce dépouillement nous a permis, croyons-nous, de découvrir plus d'une source, inconnue ou méconnue jusqu'ici, dont les eaux ont largement contribué à former la science moderne ; mais, malgré nos investigations, bien des questions demeurent encore obscures ; nous ne doutons pas que des recherches, analogues aux nôtres, poursuivies dans les principales bibliothèques de l'Europe, ne donnent aux esprits curieux de nouvelles trouvailles, ne leur permettent de combler les lacunes que nous avons dû laisser béantes et ne les conduisent, peut-être, à modifier quelques-unes de nos conclusions.

Avant d'aborder l'étude du traité de Statique fondamental qu'a produit, au moyen âge, l'énigmatique Jordanus de Nemore, il nous faut recueillir les débris, épars parmi les manuscrits, des écrits composés à Alexandrie sur la science de l'équilibre. Ce sera l'objet du présent Chapitre.

1. *Les écrits attribués à Euclide*

Les idées dont nous nous proposons de suivre l'évolution compliquée sont issues, en partie, de la science grecque ; non seulement nous aurons à démêler l'influence exercée au moyen âge, sur Jordanus de Nemore, par certains passages des Μηχανικὰ προβλήματα d'Aristote, mais encore il nous faut rechercher l'origine de quelques-unes de ces idées en un fragment attribué à Euclide.

Bien que l'antiquité grecque n'attribue à Euclide aucun écrit sur la Mécanique, le nom de ce grand géomètre revient fréquemment dans les livres des auteurs arabes qui ont écrit sur la Statique, et trois fragments relatifs à la Mécanique sont donnés comme de lui.

Le premier de ces fragments ne semble pas avoir été connu, au moyen âge, par les géomètres occidentaux ; il a été signalé, en 1851, par le Dr Woepcke, qui l'a traduit de l'arabe et publié dans le JOURNAL ASIATIQUE (1) sous le titre : *Le livre d'Euclide sur la balance*. Le texte de ce traité se trouve dans le manuscrit n° 952.2 du Supplément arabe de la Bibliothèque Nationale, manuscrit composé à Chîrâz en l'an 358 de l'hégire (970 de notre ère). « Dans un autre exemplaire, dit le Dr Woepcke, j'ai

(1) Dr Woepcke, *Notice sur des traductions arabes de deux ouvrages perdus d'Euclide* (JOURNAL ASIATIQUE, 4e série, t. XVIII, p. 217 ; 1851).

trouvé ce livre attribué aux Benî Moûçâ, collationné avec l'exemplaire d'Aboûl Hoçaïn Alsoûfi. Cette circonstance s'expliquerait par la supposition que les Benî Moûçâ auraient traduit ou revu ce traité, et qu'un copiste aurait omis le nom de l'auteur original. — A l'appui de l'opinion qui attribuerait ce traité à Euclide, le D[r] Woepcke signale la mention qui est faite de démonstrations d'Euclide sur le levier dans un certain traité *De canonio* que renferme un manuscrit de la Bibliothèque Nationale. Mais, au § 3, nous aurons à revenir sur le traité *De canonio* et sur la mention qu'il renferme ; nous verrons que cette mention a trait non point à l'écrit traduit par le D[r] Woepcke, mais à un autre écrit également donné comme d'Euclide.

A l'encontre de l'opinion du D[r] Woepcke, M. Maximilian Curtze (1) n'hésite pas à regarder le traité de la balance comme un traité arabe dû à quelqu'un des fils de Mûzâ ibn Schâkir, à l'un des *trois frères* Muhammed, Ahmed et Alhasan, dont le livre de géométrie fut si célèbre au moyen âge ; M. Heiberg (2) se range à cet avis. M. Curtze rappelle en effet, d'après M. Steinschneider (3), que l'un des *trois frères*, l'un des Benî Moûçâ, avait écrit un livre sur la balance ; ce livre aurait été ensuite développé par Thâbit ibn Kurrah et l'écrit de Thâbit ibn Kurrah, que nous possédons, ne serait qu'une amplification de l'écrit publié par M. Woepcke.

Mais toute cette argumentation nous semble caduque. Nous aurons à parler longuement, au § 2, du livre de Thâbit ibn Kurrah ; nous verrons, par le témoignage très explicite de l'auteur, que son écrit n'est point l'amplifica-

(1) Maximilian Curtze, *Das angebliche Werk des Euklides über die Waage* (Zeitschrift für Mathematik und Physik, XIX[er] Jahrgang, 1874, p. 263).

(2) Heiberg, *Litterargeschichtliche Studien über Euklid*, Leipzig, 1882, p. 11.

(3) Steinschneider, *Intorno al Liber Karastonis. Lettera a D. Baldassare Boncompagni* (Annali di Matematica, t. V, p. 54 ; 1863).

tion d'un traité arabe, mais le commentaire d'un ouvrage grec ; d'ailleurs, les problèmes traités dans l'ouvrage de Thâbit sont, pour la plupart, étrangers au *Livre sur la balance ;* si le problème de l'équilibre du levier y est traité, comme il l'est dans l'écrit que le Dr Woepcke attribue à Euclide, il y est résolu par une tout autre méthode, par la méthode d'Aristote.

Une autre raison peut être invoquée pour prouver que l'écrit en question est d'origine grecque.

M. Hultsch a fait cette remarque curieuse que les traités arabes traduits du grec gardent, en quelque sorte, l'estampille de leur origine dans la suite des lettres qui servent à noter les divers points des figures ou les diverses grandeurs dont on raisonne ; ces lettres se succèdent toujours ainsi :

$$a,\ b,\ c \text{ ou } g,\ d,\ e,\ z,\ h,\ t,$$

reproduisant l'ordre de l'alphabet grec :

$$\alpha,\ \beta,\ \gamma,\ \delta,\ \varepsilon,\ \zeta,\ \eta,\ \theta.$$

Or, cette sorte de marque de fabrique se retrouve dans les figures du traité publié par M. Woepcke et nous assure que ce traité représente un fragment de la science hellène.

Il n'en résulte pas que ce fragment puisse, au moins dans son état actuel, être attribué à Euclide ; des quatre propositions qui le composent, les deux premières sont établies par une suite de considérations où les contradictions se pressent, où il est impossible d'apercevoir trace de raisonnement concluant ; on ne saurait, sans injure, regarder cet entassement de paralogismes comme issu du génie logique auquel nous devons les *Éléments*.

Il semble qu'il faille voir, dans le traité qui nous occupe, l'œuvre d'un bon géomètre, défigurée par quelque commentateur maladroit ; celui-ci aurait voulu démontrer deux postulats indémontrables et en aurait fait les deux théorèmes illogiques que nous avons mentionnés. Ces additions malencontreuses seraient elles-mêmes non d'origine arabe, mais de source grecque, à en juger par l'ordre des lettres employées dans les figures.

Débarrassé de ces démonstrations parasites et vicieuses, le traité débuterait par quatre axiomes ; les deux premiers, qui y sont effectivement énoncés, sont les suivants :

« *Axiome I.* Lorsque deux poids égaux sont suspendus aux deux extrémités d'un fléau droit, d'épaisseur uniforme, et que le fléau à son tour est suspendu, par le point qui se trouve au milieu entre les deux poids, à un arbre de balance, le fléau demeure parallèle au plan de l'horizon.

» *Axiome II.* Lorsque deux poids égaux ou inégaux sont appliqués aux deux extrémités d'un fléau, celui-ci étant suspendu à un arbre de balance, en un de ses points, de telle sorte que les deux poids maintiennent le fléau parallèle à l'horizon ; qu'ensuite l'un des deux poids soit laissé à sa place à l'extrémité du fléau ; que l'on mène de l'autre extrémité du fléau une droite, formant avec celui-ci un angle droit, de tel côté que l'on voudra ; et qu'on suspende l'autre poids en un point quelconque de cette droite ; le fléau restera parallèle au plan de l'horizon.

» C'est pourquoi le poids n'est pas changé si l'on raccourcit les cordons de l'un des deux bassins et si l'on prolonge ceux de l'autre bassin. »

Les pseudo-démonstrations des propositions I, II et III impliquent les deux axiomes suivants :

« *Axiome III.* Si des poids maintiennent un fléau de balance parallèle à l'horizon et si l'on suspend un nouveau poids quelconque au point de suspension du fléau, celui-ci demeure parallèle à l'horizon.

» *Axiome IV.* Si des poids en nombre quelconque maintiennent un fléau de balance parallèle à l'horizon ; si Z, D, sont deux de ces poids suspendus à un même bras du fléau ; si l'on éloigne le poids Z du point de suspension de la balance d'une certaine longueur et si l'on rapproche le poids D du point de suspension de la même longueur, le fléau demeure parallèle à l'horizon.

Cet axiome, qui rend logique la démonstration de la proposition III, conduit l'auteur à la notion de *puissance de poids*, notion que nous nommerions aujourd'hui le *moment du poids* par rapport au point de suspension ; elle lui montre que cette puissance diminue par degrés égaux lorsqu'on diminue de segments égaux la distance du poids au point de suspension du fléau.

Ces axiomes donnent, en la proposition IV, une élégante démonstration de la loi du levier ; résumons en quelques lignes cette démonstration :

Imaginons un levier AB dont le point d'appui est C

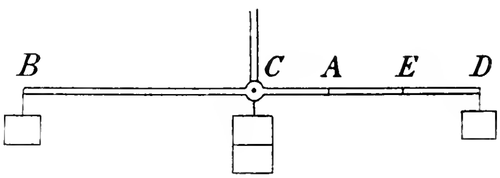

fig. 15.

(*fig. 15*) et supposons le bras de levier CB triple du bras de levier AC. Un poids P est suspendu en B ; quel poids faut-il suspendre en A pour lui faire équilibre ?

Prolongeons CA d'une longueur AD telle que CD = AB ; AD sera double de CA. En D, suspendons un poids égal à P, et en C deux autres poids égaux à P. D'après nos trois premiers axiomes, le fléau sera en équilibre.

D'après notre quatrième axiome, nous pouvons amener au milieu E de AD le poids qui était en D, et amener en A l'un des deux poids qui étaient en C ; le fléau demeurera parallèle à l'horizon ; il demeurera encore parallèle à l'horizon si l'on amène en A le poids déjà amené en E et le second des poids suspendus en C ; le fléau sera donc parallèle à l'horizon si l'on suspend en B un poids P et en A un poids triple de P.

Cette démonstration, qu'il est aisé de généraliser, conduit à la loi bien connue de l'équilibre du levier.

Il nous paraît donc que, sous des maquillages et des altérations qui remontent sans doute à l'antiquité grecque, le fragment exhumé par le Dr Woepcke laisse deviner une intéressante relique de la science hellénique ; l'auteur s'est proposé de démontrer la loi de l'équilibre du levier non pas à partir d'un principe général de Dynamique, comme le fait Aristote, mais au moyen de postulats auxquels leur simplicité et l'expérience de chaque jour confèrent une sorte d'évidence ; sa méthode est donc celle dont Euclide a donné, dans ses Éléments de géométrie, d'inoubliables modèles, celle qu'Archimède a adoptée lorsqu'il a voulu traiter de la Statique ou de l'Hydrostatique ; mais l'application qu'il a faite de cette méthode est très inférieure à celle qu'Archimède en a donnée en démontrant la même loi de l'équilibre du levier. Il ne serait donc pas impossible que l'écrit sur la balance, dont nous ne possédons plus qu'une réplique étrangement déformée, fût antérieur à Archimède et contemporain d'Euclide.

C'est d'un autre texte, également attribué à Euclide, que nous allons maintenant nous occuper.

Ce fragment est connu depuis fort longtemps. Herwagen (Herwagius) en inséra une traduction latine dans l'édition des œuvres d'Euclide qu'il donna à Bâle en 1537 ; cette traduction fut reproduite exactement dans les éditions des mêmes œuvres données à Bâle en 1546 et 1558 ; Gregory l'a insérée, avec une correction tacite, dans l'édition d'Euclide qu'il publia à Oxford en 1747. En 1565, Forcadel publia à Paris le *Livre des Poids*, faussement attribué à Archimède ; il inséra, à la suite de cet ouvrage, une traduction française du texte latin donné par Herwagen.

Au sujet de l'origine de ce fragment, qu'il intitule *De* *ponderoso et levi*, Herwagen (1) ne donne que ce renseignement sommaire : « Dans le temps même que cette œuvre touchait à sa fin, quelqu'un m'apporta un petit livre ou plutôt un fragment (car il paraît mutilé) *De levi et ponderoso* ; je l'ai ajouté... »

En ces dernières années, M. Maximilien Curtze a découvert à Dresde, dans le Manuscrit catalogué Db. 86, une copie latine du petit traité attribué à Euclide ; il l'a publiée (2) en reproduisant en regard le texte, légèrement différent, qu'avait donné Herwagen.

Cette publication ne peut laisser de doute sur l'origine grecque du fragment ; les lettres qui servent à désigner les grandeurs dont on raisonne se succèdent dans l'ordre *a*, *b*, *g*, *d*, *e*, *z*, *h*, *t*, parfois légèrement troublé par le copiste, qui a lu, par exemple, *r* au lieu de *z*.

Le titre exact du fragment manuscrit est : *Liber Euclidis de gravi et levi et de comparatione corporum ad invicem*. Sans analogie avec le *Livre de la balance*, exhumé par le Dr Woepcke, ce *Livre du grave et du léger* est consacré au principe fondamental de la Dynamique aristotélicienne dont il donne le commentaire le plus précis que nous possédions. Il procède, en effet, à la manière d'Euclide, par définitions et théorèmes.

Parmi ces définitions, citons celles-ci, où l'empreinte péripatéticienne est profondément marquée :

« On nomme corps égaux en vertu *(virtus)* ceux qui parcourent des espaces égaux en des temps égaux au sein du même air ou de la même eau.

« Ceux qui parcourent des espaces égaux en des temps différents sont dits différents en vertu *(fortitudo)*.

« Et celui qui a le plus de vertu *(virtus)* est celui qui a mis le moins de temps. »

Les mots *virtus*, *fortitudo* ont visiblement ici le même

(1) Cf. Heiberg, *Litterargeschichtliche Studien über Euklid*, p. 10.

(2) Maximilian Curtze, *Zwei Beiträge zur Geschichte der Physik* (BIBLIOTHECA MATHEMATICA, 3te Folge, Bd. I, p. 51 ; 1900).

sens que les mots δύναμις, ἰσχὺς employés, en des circonstances analogues, par Aristote (1).

Que l'on ne s'étonne pas de voir l'auteur du *Livre du grave et du léger* tenir compte, en ses définitions, de l'influence du milieu, et que l'on n'y voie pas une marque nécessaire des découvertes d'Archimède ; la Physique Aristotélicienne, en effet, admettait, elle aussi, que le milieu influe sur la vitesse de chute des corps ; cette vitesse est d'autant plus grande que le milieu est moins dense ; dans le vide, elle deviendrait infinie ; et de là, le Stagirite tirait un des principaux arguments contre la possibilité du vide. Ce n'est point à dire, d'ailleurs, que l'on ne puisse citer des arguments en faveur de l'opinion qui placerait après Archimède la composition du *De ponderoso et levi*. Les manuscrits du moyen âge renferment un élégant petit traité sur la détermination des poids spécifiques ; notre Bibliothèque Nationale en possède, en son *fonds latin*, au moins trois copies, insérées aux Mss. 7215, 7377 B et 10252 ; Curtius Trojanus l'a imprimé, d'une manière très fautive d'ailleurs, à la suite du *Jordani opusculum de ponderositate* qu'il édita, à Venise, en 1565. Ce traité, parfois attribué à Archimède, lui est sûrement postérieur. Or, la parenté de ce petit traité avec le *De ponderoso et levi* est des plus claires. Le traité du pseudo-Archimède reprend, à ses débuts, quelques-unes des définitions du *De ponderoso et levi ;* peut-être, primitivement, se trouvait-il simplement faire suite à ce dernier. Il ne paraît point douteux, en tous cas, que ces deux écrits soient de la même École ; s'ils ne sont pas exactement de la même époque, le traité du pseudo-Archimède serait l'œuvre d'un continuateur du *De ponderoso ;* ce n'est point sans raison qu'en 1565, l'abbé Forcadel réunissait ces deux fragments, qu'il publiait en français, à Paris, comme représentant le *Livre des Poids* d'Archimède.

(1) Aristote, Φυσικῆς ἀκροάσεως, II, ε.

L'auteur du *Livre du grave et du léger* définit ce qu'il nomme *corps de même genre*, ce que nous appellerions aujourd'hui *corps de même poids spécifique* :

« On nomme corps de même genre ceux qui, pris sous des volumes égaux, ont une même vertu.

« Si des corps de même volume sont de vertus différentes par rapport au même air ou à la même eau, ils sont dits de genres différents.

« Et celui qui a le plus de vertu est dit le plus dense (*solidius*). »

Mais les propriétés qui se rattachent pour l'auteur grec à cette notion de *corps de même genre* sont bien différentes de celles que nous attribuons aujourd'hui aux *corps de même poids spécifique* ; il démontre, en effet (propositions II et III), que des corps de même genre ont des vertus proportionnelles à leurs grandeurs ; c'est-à-dire, selon ses propres définitions, que leurs vitesses de chute sont proportionnelles à leurs volumes. Une telle loi, contraire à celle que l'on admet depuis Benedetti et Galilée, est, au contraire, une des lois essentielles de la Physique d'Aristote. L'auteur grec, d'ailleurs, dans la démonstration qu'il en donne, admet implicitement ce postulat : *Quand on réunit deux graves en un seul, leurs vitesses de chute s'ajoutent* ; ce fut le titre de gloire de J.-B. Benedetti de ruiner la confiance accordée à ce postulat par toute l'antiquité.

Réduit à ce qu'ont publié Herwagen et M. M. Curtze, le *Liber de gravi et levi* se présente comme l'exposé le plus précis que nous possédions des principes de la Dynamique d'Aristote ; il n'aurait aucunement trait à la science de l'équilibre qui nous occupe seule en ce moment ; mais Herwagen nous a déjà averti que cet écrit semblait être un fragment mutilé ; ne pourrait-on retrouver quelque trace des propositions qui, sans doute, lui faisaient suite en l'ouvrage original ?

Un manuscrit conservé à la Bibliothèque Nationale (1), et qui paraît être du XVI^e siècle, contient, sous ce titre : *Incipit liber Euclidis de ponderibus et levitatibus corporum ad invicem*, une réplique de l'écrit qui nous occupe ; le copiste a inscrit, à la fin, cette mention : *Explicit, quia plus non invenitur*, où se retrouve l'affirmation que le *Livre du léger et du grave* est un fragment mutilé.

Ce nouveau texte renferme, avec des variantes insignifiantes, presque tout ce qu'a publié M. M. Curtze ; mais un autre morceau s'y vient enchâsser de la manière la plus étrange. A peine la démonstration de la proposition que M. Curtze note comme la quatrième est-elle ébauchée que l'on voit le texte devenir incompréhensible ; les mots n'ont plus aucun rapport avec ceux qui précèdent ; bientôt, on reconnaît que la démonstration, dont la suite fait défaut, s'est soudée à la dernière partie de l'énoncé d'une proposition nouvelle.

Cette proposition, que nous allons désigner par la lettre B, nous dirons tout à l'heure par quel heureux concours de circonstances nous en avons pu retrouver le texte intégral. Notre fragment en contient la brève démonstration, que suivent les énoncés et les démonstrations très sommaires de trois autres propositions, également nouvelles ; nous les nommerons, en les prenant dans l'ordre où les présente notre manuscrit, les propositions C, A et D. Enfin le tout se termine par la quatrième et dernière proposition du fragment publié par M. Curtze.

Les propositions A, B, C, D, rangées dans cet ordre, composent au *Livre du grave et du léger* une suite très logique, et d'une haute importance pour l'histoire de la Statique (2).

La proposition A peut s'énoncer ainsi : *Un fléau de balance étant primitivement parallèle à l'horizon, si ses deux*

(1) *Bibliothèque Nationale*, Ms. 10260 (fonds latin).

(2) Nous espérons pouvoir prochainement publier le texte de ces propositions, ainsi que les divers textes inédits dont il est question dans ce Chapitre.

extrémités tournent en même temps, leurs vertus seront en même rapport que les chemins qu'elles décrivent.

Cette proposition, où le mot vertu (*virtus*) se retrouve avec un sens voisin de celui qu'il a pris au *Livre du grave et du léger*, est accompagnée d'un très court commentaire. Sa parenté avec la démonstration de la loi du levier qu'a donnée Aristote dans ses *Μηχανικὰ προβλήματα* n'est point douteuse. Mais, à les considérer attentivement, on voit que les deux démonstrations sont, pour ainsi dire, inverses l'une de l'autre ; Aristote admet en principe que la vertu d'un poids pendu à un levier est proportionnelle à la vitesse avec laquelle se meut ce poids lorsqu'on fait tourner le levier et, de ce principe, il tire la condition d'équilibre de deux poids suspendus à des distances différentes du point d'appui. Notre auteur procède tout différemment ; ce qui était pour Aristote un premier principe devient pour lui une proposition qui fait l'objet d'une démonstration. En cette démonstration, d'ailleurs, il se borne à prouver que les chemins parcourus par les extrémités sont entre eux comme les bras du levier. La démonstration ne devient concluante que si l'on suppose précédemment établie la proportionnalité entre la vertu d'un poids suspendu à un levier et la distance de ce poids au point d'appui.

Notre proposition A devait donc être précédée de l'évaluation de cette *vertu* d'un poids suspendu à un fléau de balance, de l'établissement de la loi d'équilibre du levier. Sa rédaction même nous avertit qu'une lacune la précède et nous indique la nature des considérations qui pourraient combler cette lacune. Or, voici qu'un rapprochement s'impose ; cette lacune serait très exactement remplie par le *Livre de la balance* qu'a exhumé le Dr Woepcke ; débarrassé des démonstrations fausses qui sont venues l'altérer, ce livre nous fournirait l'établissement direct de la règle du levier, la preuve qu'un poids suspendu à un fléau de balance a une *vertu* ou une *puissance de poids* proportionnelle à sa distance au point de suspension. La soudure semble se faire de la manière la plus naturelle entre notre proposition A et le *Livre de la balance* publié par le Dr Woepcke.

L'examen de la proposition B ne fait que confirmer l'opinion qui rapproche ces fragments.

Cette proposition est énoncée sous la forme d'un problème, visiblement suggéré par l'emploi de la balance romaine : *On prend un cylindre homogène ; on le divise en deux parties inégales et on le suspend par le point de division ; quel poids faut-il suspendre à l'extrémité du bras le plus court pour établir l'équilibre ?*

A partir du point de suspension, dit notre auteur, supprimons du grand bras une longueur égale au petit bras ; soit *ab* ce qui reste ; le poids cherché sera au poids du segment *ab* dans le rapport où la distance entre le milieu du segment *ab* et le point de suspension est au petit bras du fléau.

Pour justifier cette solution exacte, l'auteur se borne à cette courte remarque : « Car si l'on réunit en une seule masse la matière *ab* et si on la place au point milieu du lieu qu'elle occupait, le fléau demeure en équilibre comme précédemment. »

La démonstration implique donc ce principe : *Un cylindre homogène, étendu selon un bras du levier, pèse comme un poids égal qui serait suspendu à ce bras et qui s'attacherait au point situé au centre du cylindre.*

C'est visiblement pour justifier ce principe essentiel que l'auteur de notre fragment établit la proposition C.

Un bras de fléau, dit cette proposition, *porte quatre poids égaux et équidistants ; ils équivalent à un poids unique, égal à leur somme, et suspendu au point milieu de l'intervalle qu'ils occupent.*

Une ligne indique comment la démonstration de cette proposition peut se tirer de la loi d'équilibre du levier.

De la proposition C, ainsi établie, au principe dont se réclamait la proposition B, on devine comment notre auteur établissait la transition ; il décomposait sans doute le cylindre en un grand nombre de petites tranches égales et admettait pour chacune de ces tranches ce qu'il voulait prouver du cylindre entier.

Ce procédé, d'ailleurs peu rigoureux, est celui que nous verrons constamment employé par les géomètres qui ont traité ces mêmes problèmes ; qu'il soit bien celui que notre auteur suivait implicitement, la démonstration de la proposition D ne permet guère d'en douter.

Voici cette proposition : *Le fait que le fléau d'une balance est un cylindre pesant ne change rien à l'allure des poids.*

En effet, dit à peu près le texte, le poids d'un certain segment de la colonne sera proportionnel à la longueur de l'axe de ce segment ; si donc on divise le fléau en segments égaux, à un poids pris sur un bras correspondra, sur l'autre bras, un poids égal situé à la même distance du point de suspension.

L'analyse de nos quatre propositions montre assez quelle en est l'importance pour l'histoire de la Mécanique ; il y avait donc intérêt à découvrir d'autres textes qui contrôlassent le premier et qui nous permissent d'en combler les lacunes.

Sous le n° 3642 (ancien 1258), la Bibliothèque Mazarine garde un manuscrit du XIII^e siècle ou, plutôt, une réunion de plusieurs manuscrits d'écritures et de formats différents.

Le premier de ces manuscrits, qui devait constituer une collection des plus précieuses, mais qui, malheureusement, est aujourd'hui fort incomplet, débute par ce titre :

Liber Arsamidis philosophi. — Astrologium Robi. — Planispherium Tholomei. — Liber Thebit. — Elementa Jordanis. — Liber Euclidis. — Divinationes.

A la suite, une longue table des matières nous donne la liste des nombreux traités que renfermait le recueil ; elle commence par ces mots :

In isto volumine libri subscripti continentur, cum capitulis eorumdem et figuris.

Copions-en seulement le fragment suivant, relatif aux ouvrages qui vont nous occuper :

Incipiunt elementa Jordani super demonstrationem ponderis, cum cartulis et figuris.

Incipiunt excerpta de libro Thebith de ponderibus. — *Incipit liber Euclidis de ponderibus secundum terminorum circumferentiam.*

Divinationes.

De compoto.

Le titre même de ce « Livre d'Euclide sur les poids selon la circonférence décrite par les extrémités » semble une allusion fort nette à notre proposition A, partant à la pièce qui nous intéresse. Malheureusement, les feuillets qui devaient renfermer ce *Liber Euclidis* ont disparu. Au recto du douzième feuillet se trouve le titre, annoncé dans la table : *Incipiunt elementa Jordanis super demonstrationem ponderis* ; l'ouvrage ainsi annoncé continue au verso du même feuillet et n'est point encore terminé au bas de la page ; mais, brusquement, au feuillet 13, nous nous trouvons au milieu du traité *De compoto.*

Fort heureusement, nous avons pu trouver une copie des pièces qui font défaut au manuscrit de la Bibliothèque Mazarine ; cette copie est insérée dans un manuscrit conservé aujourd'hui à la Bibliothèque Nationale (1), autrefois propriété de la Sorbonne, à laquelle il avait été donné par « *Magister Franciscus Guillebon, Parrhisinus, Socius Sorbonicus et Doctor Theologus* ». Comme le manuscrit de la Bibliothèque Mazarine, ce recueil s'ouvre par le *Liber Arsamidis philosophi de mensura circuli* ; à la fin de ce traité se trouve cette mention : *Explicit liber Arsamidis. Scriptum 1519* ; de même, les *Elementa Jordanis* qui figurent au même recueil se terminent par cette autre

(1) *Bibliothèque Nationale*, Ms. 16649 (fonds latin).

mention : *Finis. 1519. 2 Sa Maii ;* ces indications nous donnent la date de la collection scientifique dont Maître François Guillebon fut le détenteur.

A la suite du traité d'Archimède sur la mesure du cercle, le recueil contient trois opuscules ainsi intitulés :

Incipiunt elementa Jordani super demonstratione ponderum.

Incipit excerptum de libro Thebit de ponderibus.

Incipit liber Euclidis de ponderibus secundum terminorum circumferentiam.

Le libellé de ces titres, l'ordre dans lequel ils se succèdent suffisent déjà à suggérer l'idée que le recueil copié au XVIe siècle et donné à la Sorbonne par Maître François Guillebon, reproduit textuellement une partie de la collection, formée au XIIIe siècle, dont la Bibliothèque Mazarine conserve les débris; mais de cette idée, on peut donner une preuve absolument convaincante.

Le scribe auquel nous devons la collection de la Bibliothèque Mazarine maniait habilement la plume et le pinceau ; il excellait à enjoliver les majuscules et, au moment de commencer la copie des *Elementa Jordani*, il égayait la marge du parchemin d'une amusante figurine, esquissée en quelques traits pleins de verve ; mais les raisonnements géométriques qu'il devait reproduire en élégants caractères étaient sûrement pour lui d'insondables mystères. Si un feuillet manquait au texte original, le copiste continuait son œuvre, soudant l'un à l'autre deux morceaux disparates dont l'incohérence ne le choquait nullement. Ainsi fit-il en rédigeant les *Elementa Jordani*. Au milieu d'une démonstration appartenant à ce traité, le sens brusquement prend fin ; à un commencement de phrase appartenant aux *Elementa* est venue se souder la suite d'un raisonnement pris au traité *De canonio*, dont il sera question au § 3.

Or, cette étrange couture entre deux lambeaux incohérents, le scribe — il devait être allemand, à en juger par son écriture — duquel Maitre François Guillebon tenait son recueil l'avait servilement reproduite ; tels ces tailleurs chinois qui, copiant un vieux vêtement donné pour modèle, ont bien soin d'en répéter les déchirures et les taches sur le vêtement neuf. Erreur singulière, qui devait rendre bien inutile aux géomètres un écrit aussi étrangement composé; mais erreur heureuse, car elle nous assure que nous possédons une réplique servilement fidèle des feuillets manquant au *Codex Mazarineus*.

Le *Liber Euclidis de ponderibus secundum terminorum circumferentiam* porte ce sous-titre : *Liber Euclidis de ponderoso et levi et comparatione corporum ad invicem*, suivi de l'opuscule donné par de Herwagen, et republié par M. Curtze ; mais on n'y trouve pas les quatre propositions que le titre semblait nous promettre. Ces quatre propositions en ont été détachées et ce sont elles qui sont nommées *Excerptum de libro Thebit de ponderibus*. L'erreur n'a rien qui ne soit fort naturel. Le livre de Thâbit ibn Kurrah, dont traitera le prochain §, est une sorte de commentaire arabe de nos quatre propositions ; celles-ci pouvaient donc être prises pour un extrait de ce commentaire. La collection de Maître François Guillebon ne nous en donne pas moins le texte complet de ces quatre propositions, rangées dans l'ordre B, C, A, D où nous les avions déjà trouvées.

Nous avons, d'ailleurs, trouvé derechef ces propositions, ou du moins les trois premières, dans un manuscrit (1), d'origine italienne, qui parait être de la fin du xv^{e} siècle. Une des pièces contenues dans ce manuscrit commence par ces mots : *Incipit liber de ponderoso et levi* qui semblent annoncer le fragment connu depuis Herwagen; en réalité, ce fragment est remplacé par le *Liber de ponderibus* de Jordanus de Nemore ; mais, à la suite de ce dernier ouvrage, on a inséré nos propositions B, C, A.

(1) *Bibliothèque Nationale*, n° 11 247 (fonds latin).

En résumé, les textes, attribués à Euclide, que nous venons d'examiner, paraissent nous fournir trois fragments, plus ou moins bien conservés, de la science mécanique des Grecs.

Le premier de ces fragments est le *Liber de ponderoso et levi*; conservé, semble-t-il, dans son intégrité, il expose avec une grande netteté le principe fondamental de la Dynamique péripatéticienne.

Le dernier se compose des *quatre propositions* que nous venons de signaler; leurs démonstrations écourtées, l'ordre dans lequel elles se présentent et qui ne paraît point logique nous signalent de graves mutilations; nous pouvons cependant y reconnaître un heureux essai pour relier la loi du levier à la Dynamique péripatéticienne, pour tenir compte du poids du levier et pour donner une théorie de la balance romaine.

Pour relier l'un à l'autre ces deux écrits, une théorie directe du levier semble nécessaire; le *Livre de la balance* exhumé par le Dr Woepcke est peut-être l'écrit qui soudait l'un à l'autre les deux fragments précédents; mais cet écrit, par de maladroites retouches, a été rendu presque méconnaissable.

Les débris dont nous venons de retracer les formes ébréchées et usées pouvaient donc s'agencer de manière à former une sorte de traité; en ce traité se réunissaient la méthode d'Aristote et la méthode d'Archimède; en outre, on y indiquait la solution d'un problème délaissé par le grand géomètre de Syracuse, le problème de la balance romaine. Ce traité était-il l'œuvre d'un seul géomètre, ou de plusieurs mathématiciens distincts? Parmi ceux-ci doit-on faire figurer l'auteur des Éléments? Questions difficiles à résoudre, mais au sujet desquelles nous relèverons bientôt quelques légères indications.

Montucla a écrit (1): « Nous ne dirons rien du livre

(1) Montucla, *Histoire des Mathématiques*, Paris, an VII, t. I, p. 217.

De levi et ponderoso qu'on attribue aussi à Euclide. On ne peut comparer ce qu'il contient qu'au bégayement d'une Physique naissante. » Ce jugement donnerait une idée bien fausse de l'importance qu'il convient d'attribuer à l'œuvre dont nous venons de relever les vestiges. Nous allons voir que cette œuvre a exercé une profonde influence d'abord sur la science arabe, puis sur la science de l'Occident.

2. *Le* LIBER CHARASTONIS, *publié par Thâbit ibn Kurrah*

La plupart des bibliothèques (1) possèdent un ouvrage manuscrit intitulé : *Liber Charastonis, editus a Tebit filio Coræ.*

Le nom de l'éditeur, ou mieux du commentateur, est celui d'un des géomètres arabes les plus illustres. Grâce à Wüstenfeld (2), nous possédons sur sa vie un certain nombre de détails précis.

Thâbit ibn Kurrah ibn Marwân ibn Kârâya ibn Ibrâhîm ibn Mariscos ibn Salamanos (Abû al Hasan) al Harranî naquit en 836 à Harrân, en Mésopotamie. Il fut

(1) J'ai pu trouver cet écrit dans cinq recueils appartenant au *fonds latin* de la Bibliothèque Nationale, savoir les Mss. 7310, 7377 B, 7434, 8680 A, 10260. Steinschneider *(a)* en a trouvé un exemplaire dans le Ms. n° 184 de la Bibliothèque du couvent St-Marc de Florence et en a publié le commencement et la fin. M. Maximilien Curtze *(b)* a signalé la présence du même écrit dans deux Mss. de la Bibliothèque Vaticane, le Ms. *Regina Suecorum* 1233 et le Ms. 2975. Il l'a retrouvé dans le Ms. R. 4° 2 de la Bibliothèque de gymnase de Thorn ; d'après ce dernier exemplaire, il a publié les énoncés des théorèmes. Nous nous proposons de donner une édition du traité complet.

(a) Steinschneider, *Intorno al Liber Karastonis. Lettera a D. Baldassare Boncompagni* (ANNALI DI MATEMATICA, t. V, 1863, p. 54).

(b) Maximilian Curtze, *Ueber die Handschrift* R. 4° 2 : *Problematum Euclidis explicatio des Königl. Gymnasial Bibliothek zu Thorn* (ZEITSCHRIFT FÜR MATHEMATIK UND PHYSIK, XIIIter Jahrgang. Supplément, p. 45, 1868).

(2) Wüstenfeld, *Geschichte der Arabischen Aerzte und Naturforscher.* Sr. 29, n° 71 ; Göttingen, 1840. — Cf. Moritz Cantor, *Vorlesungen über Geschichte der Mathematik,* Bd. I, p. 603 ; Leipzig, 1880.

d'abord changeur, puis se consacra à la science. Il acquit, à Bagdad, une grande réputation de mathématicien et d'astronome, en même temps qu'il s'adonnait à l'étude de la langue grecque, dont il parvint à faire usage aussi aisément que de l'arabe et du syrien. Cette parfaite entente du grec lui permit de traduire et de commenter les œuvres des princes de la science hellène, d'Apollonius de Perga, d'Euclide, d'Archimède, de Ptolémée et de Théodose. Il produisit également un grand nombre d'œuvres originales en Arithmétique, en Géométrie, en Astronomie et en Astrologie. Au bout d'un certain temps, il revint à Harrân, sa ville natale ; là, des épreuves l'attendaient ; il appartenait, en effet, à la secte des Sabians ; mais, comme il prétendait s'affranchir de certaines doctrines ou de certaines pratiques, il fut excommunié. Il revint alors à Bagdad, qu'il ne quitta plus. Le Khalife Almu'tadid (892-902) l'avait en grande considération et l'honorait de son commerce le plus intime. Tâbit ibn Kurrah mourut à Bagdad en 901.

Nous sommes donc exactement renseignés sur l'auteur du commentaire qui va nous occuper ; le traducteur même nous est probablement connu. Selon le prince Boncompagni (1), Gérard de Crémone (1114-1187) avait traduit de l'arabe en latin un *Liber Carastonis*. Steinschneider (2) a fort justement pensé que cette traduction était celle dont nous possédons de si nombreux exemplaires.

Mais si nous connaissons avec certitude l'auteur de notre commentaire et avec probabilité le traducteur de cet écrit, notre embarras devient extrême lorsqu'il s'agit d'en interpréter le titre. Comment devons-nous traduire *Liber Charastonis ?* Faut-il écrire *le livre de Charaston* ou *le livre de la balance ? Charasto* est-il le nom d'un géomètre grec ou le nom arabe de la *statera* des latins, de notre balance

(1) B. Boncompagni, *Della vita e delle opere di Gherardo Cremonese*, Rome, 1851.

(2) Steinschneider, *loc. cit.*

romaine ? Les deux opinions ont eu leurs tenants et le choix est malaisé.

Les copistes qui ont reproduit la version attribuée à Gérard de Crémone ont tous pris Charasto, Carasto, Kanisto ou Baracto (car toutes ces orthographes se rencontrent, parfois mêlées en une même copie) pour le nom d'un auteur. L'initiale majuscule du nom ne le marque pas moins que la forme de la phrase qui annonce le commencement ou la fin du livre : *Incipit liber Karastoni de ponderibus*, dit le Ms. 10 260 (latin) de la Bibliothèque Nationale.

Parfois même, le copiste a cherché à deviner quel pouvait être ce géomètre : ainsi, la Bibliothèque Nationale conserve, sous le n° 7310 (latin), un manuscrit qui porte la date de 1604 ; ce manuscrit, dont les pièces paraissent avoir été copiées sur les pièces semblables contenues au Ms. 10 260, renferme, en particulier, le *Liber Charastonis*. Le scribe auquel nous devons ce recueil avait d'abord libellé le titre de la manière suivante : *Incipit liber Baractonis de ponderibus ;* puis, ne connaissant aucun géomètre grec qui répondît au nom ainsi déformé, il biffa *Baractonis* pour y substituer *Eratosthenis*, laissant ensuite Baracto, Carasto, Karasto et Charasto se partager ses préférences au cours du texte. Ces orthographes diverses ont d'ailleurs frappé un annotateur qui, au verso du premier feuillet, a écrit ces mots : « *Eratosthenis*, sic legitur in titulo. Verum, initio libri, auctor ex quo translatus est nominatur aliter et, versus finem, diserte dicitur Charaston. » L'annotateur considérait donc Charaston comme l'auteur dont Thâbit ibn Kurrah avait commenté l'œuvre.

Cette opinion a encore été partagée par des bibliographes modernes ; Heilbronner (1), en un de ses *Index*, fait figurer *Carasto* comme un nom d'auteur, et Hammer, dans son histoire de la littérature arabe, interprète de

(1) Heilbronner, *Historia Matheseos universae*, Lipsiae, 1742 ; Index III.

même les mots *Kitâb el Karstûn* que les traducteurs latins ont rendus par *Liber Karastonis*.

Cette opinion, selon M. Steinschneider (1), serait fort analogue à l'erreur du singe qui prenait le Pirée pour un nom d'homme ; *Karastûn* ne serait qu'une altération du mot arabe *Karstûn;* selon Fleicher, cité par Steinschneider, ce mot peu usité, et venu, peut-être, par l'intermédiaire du syriaque, du mot grec χείρ, *main*, signifierait la balance romaine ; Kitâb el Karstûn, *liber Karastonis*, devrait se traduire non *le livre de Charaston*, mais *le livre de la romaine*.

L'interprétation du mot Karaston, proposée par M. Steinschneider, a été adoptée par M. Heiberg (2) et par M. Maximilien Curtze (3). Selon ce dernier auteur, le *Traité de la balance* exhumé par M. Woepcke et attribué par lui à Euclide, tandis que certains manuscrits en font une œuvre des *trois frères*, serait identique au *Kitâb el Karstûn* composé par les Benî Moûçâ, et dont M. Steinschneider signale l'existence d'après Casiri et d'après Hammer ; en outre, la comparaison du *Liber Karastonis* de Thâbit avec le *Traité de la balance* traduit par D[r] Woepcke montrerait, dans le premier de ces deux ouvrages, un simple développement du second.

La lecture du *Liber Karastonis* serait peut-être (je ne sais si les érudits s'en sont doutés) le meilleur moyen de tirer au clair cette question.

Qu'à la fin de cet écrit, le mot *Charasto* ou *Karasto* soit pris dans le sens de *balance romaine*, cela ne saurait faire l'ombre d'un doute. Après avoir montré comment on pourra calculer le poids du plateau qui, pendu au petit

(1) Steinschneider, *Intorno al Liber Karastonis. Lettera a D. Baldassare Boncompagni* (ANNALI DI MATEMATICA, t. V, 1863, p. 54).

(2) Heiberg, *Litterargeschichtliche Studien über Euklid*, Leipzig, 1882, p. 11.

(3) Maximilian Curtze, *Das angebliche Werk des Euklides über die Waage* (ZEITSCHRIFT FÜR MATHEMATIK UND PHYSIK, XIX[er] Jahrgang, p. 263 ; 1874).

bras de la romaine, compensera l'excès de pesanteur du grand bras. Thâbit ajoute : « Nous diviserons le grand bras en segments qui soient dans un rapport connu avec le petit bras. Alors on saura ce que pèse un poids pendu à une division quelconque *du charaston engendré* (generati carastonis) par ce procédé, d'après la règle précédemment établie pour le cas où le fléau se réduit à une simple ligne. »

Une impression bien différente est reçue lorsqu'on lit l'épître dédicatoire adressée par Thâbit à un personnage qu'il nomme son frère ; traduisons le début de cette épître :

« Que Dieu continue ta conservation, et qu'il multiplie la proportion de ton salut, afin que je ne sois pas privé d'un frère tel que toi ; qui aiguillonne les esprits par sa curiosité ; qui excite l'âme à la spéculation ; qui, par sa propre nature, imprime la science ; qui s'aiguise lui-même ; qui retourne ce qui s'oppose à l'assimilation d'un sujet, et qui, de ce sujet, expose ce qu'il faut.

» J'ai lu, ô mon frère ! la lettre sur ce que j'ai dit touchant ton examen des *Causae Karastonis*, avec les traces que tu as relevées en celui-ci et les figures que tu as construites à propos de lui ; ces choses, tu les a trouvées lorsqu'abandonnant tout autre sujet de recherches, tu as fait de celle-ci ton occupation exclusive et, sur ces recherches, tu as fort bien exercé ta méditation. Parmi les passages obscurs, inacceptables aux intelligences, j'ai tenté une épreuve. J'ai donc tenu compte, ô mon frère, du changement de langue des traducteurs et des caprices de la main des copistes. J'ai longuement hésité à ce sujet, car toi-même tu n'as pu rendre ton opinion sauve de toute interprétation erronée. Tu m'as demandé de te donner de lui une exposition, écrite dans un langage facile, où ses intentions soient mises au jour, par des méthodes qui abrègent la longueur de son discours et allègent la difficulté de son raisonnement. Je te répondrai donc au sujet de ce que tu m'as demandé, et je te parlerai enfin des choses au sujet desquelles tu veux être éclairé, avec des indications suffisantes et de saines démonstrations. Tu connaîtras donc où se trouve l'erreur, et à partir de quelle origine elle s'est multipliée jusqu'à s'emparer, en quelque sorte, de tout l'ensemble. A quel point elle est répandue, tu le sais déjà.

» Que Dieu te dirige et qu'il illumine l'intelligence de ton cœur !

» Que l'absence de figures géométriques dans les *Causae Karastonis* ne soit pas une excuse... »

Il résulte de ce passage que Thâbit se propose de restituer une forme claire à un écrit devenu incompréhensible par la faute des copistes et des traducteurs ; ce n'est donc point un écrit arabe qu'il s'agit de commenter, un traité dû aux Benî Moûçâ, mais bien un écrit grec ; et il paraît bien difficile d'interpréter les phrases que nous avons citées sans voir dans les mots *Causae Charastonis* le titre de l'ouvrage et le nom de l'auteur, sans traduire ainsi ces mots *Le livre des causes, par Charaston.*

Si donc, en divers passages qui se trouvent à la fin de notre manuscrit, le mot *Charasto* signifie assurément la balance dite romaine, il semble bien, au début du même ouvrage, désigner un mécanicien grec. Y a-t-il après tout, dans ce double sens, rien qui doive étonner ? Ne voit-on pas chaque jour, dans les arts mécaniques, un instrument prendre le nom de celui qui l'a créé ou perfectionné ? Nos descendants ne pourraient-ils pas éprouver quelque embarras en cherchant si *Vernier* fut un homme ou une règle divisée ? Et, dans nos laboratoires, ne faisons-nous pas les pesées grossières sur la *Roberval*, sans que Roberval cesse d'être le nom d'un illustre géomètre ?

Il nous semble donc probable que Charaston désigne le nom d'un auteur grec, qui avait écrit un traité sur la balance romaine à laquelle on aurait donné son nom ; ainsi s'expliquerait, pour désigner la balance, l'existence en langue arabe de ce synonyme d'origine grecque : Karstûn.

De ce géomètre grec, nous est-il possible de découvrir quelque autre vestige ?

Nous lisons dans Montucla (1) :

« Plusieurs des livres de Ptolémée sont accompagnés de cette adresse : *ad Syrum fratrem ;* ce qui prouve qu'il avait un frère de ce nom, qui était probablement versé en astronomie, peut-être un coopérateur de ses observations et de ses calculs.

» Je lui ai aussi déterré un fils nommé Hériston, duquel on peut former le même jugement. C'est dans le titre d'un livre extrêmement rare, imprimé à Venise en 1509 sous ce titre : *Sacratissimae astronomiae Ptolomei liber diversarum rerum quem scripsit ad Heristonem filium suum...* »

Kästner, qui a eu entre les mains ce *livre rarissime* (2), nous en a donné une description minutieuse (3) et un résumé. C'est un in-4°. écrit en caractères gothiques, dont le titre complet est : *Sacratissime astronomie Ptholemei liber diversarum rerum, quem scripsit ad Heristonem filium suum, tractans compendiose de diversis rebus. ut habetur in tabula que est in principio istius libri. MDVIII. Felicibus astris prodeat in lucem, ductu Petri Liechtenstein. Cum privilegio.* A la fin du livre, se trouvent ces lignes : *Explicit liber diversarum rerum Ptholemei philudiensis Alexandrini, astronomorum principis clarissimi. Anno virginei partus 1509, die tertio aprilis. Venetiis, in edibus Petri Liechtenstein Coloniensis Germani.*

Ainsi donc, selon le livre imprimé par Pierre Liechtenstein, Ptolémée aurait eu un fils, versé en astronomie, du nom d'Hériston. Hériston n'est pas Charaston ; mais la différence est faible ; elle le semblera surtout à ceux qui connaissent les déformations étranges qu'ont subies les

(1) Montucla, *Histoire des Mathématiques*, t. I, p. 314 ; Paris, An VII.

(2) J. Graesse, *Trésor de livres rares et précieux*, t. V.

(3) *Geschichte der Künste und Wissenschaften seit der Wiederherstellung derselben bis an das Ende des achtzehnten Jahrhunderts.* VII^e Abtheilung : *Geschichte der Mathematik*, von A. G. Kästner, Bd. II, p. 688 ; 1797.

noms grecs traduits d'abord en arabe et de l'arabe en latin. Steinschneider (1) a signalé quelques-unes de ces déformations : « Héron est devenu Iran et Iranius, Menelaüs s'est transformé en Milleius ; Achimedes tantôt en Arsamites, tantôt en Aramides, tantôt en Archimenides ». Pour nous, nous avons rencontré du nom d'Archimède ces formes diverses : Arsamides, Arsanides, Ersemides [Bibl. Nat. 16 649 (lat.) — Bibl. Mazar. 3642], Arsamithes [Bibl. Nat. 9335 (lat.)], Alaminides [Bibl. Nat. 10 252 (lat.)]. Que Charaston fût devenu Hériston, il n'y aurait rien là qui nous puisse surprendre.

Mais le véritable nom de l'auteur qui nous occupe n'est point Charaston, ni Hériston ; ce nom se doit très vraisemblablement lire *Charistion*, Χαριστίων.

Ouvrons n'importe quel dictionnaire grec au mot χαριστίων, et nous y trouverons ce renseignement : sorte de balance inventée par Archimède ; le dictionnaire de Bailly (2) nous dira, en outre, que le terme a été employé par Simplicius en ses Commentaires à la Physique d'Aristote.

Le seul passage où Simplicius (3) ait employé ce mot nous donne, d'ailleurs, des renseignements précieux. Simplicius y commente l'axiome fondamental de la Dynamique péripatéticienne, la proportionnalité de la puissance motrice au poids mû et à l'espace parcouru en un temps donné ; il se propose de discuter les restrictions qu'il convient d'apporter à cet axiome ; et, à ce propos, il nous dit qu' « Archimède, en se fondant sur cette proportionnalité entre la puissance motrice, le poids mû et l'espace parcouru, avait composé un instrument propre à peser qui est nommé *charistion*. — Ταύτῃ δὲ τῇ ἀναλογίᾳ τοῦ κινοῦντος καὶ

(1) Steinschneider, *Hebraïsche Bibliographie*, Bd. VII, p. 92 ; 1864. Cf. Moritz Cantor, *Geschichte der Mathematik*, Bd. I, p. 604 ; Leipzig, 1880.

(2) Bailly, *Dictionnaire grec-français*, Paris, 1895.

(3) Simplicii *in Aristotelis Physicorum libros quatuor posteriores commentaria ; Commentaria in Physicorum* VII, 5 (Édition Diels, Berlin, 1895, p. 1110).

τοῦ κινουμένου καὶ τοῦ διαστήματος τὸ σταθμιστικὸν ὄργανον τὸν καλούμενον χαριστίωνα συστήσας ὁ Ἀρχιμήδης... »

Ainsi, du temps de Simplicius (VIe siècle), non seulement on donnait à la balance romaine le nom de *charistion*, mais encore il était d'usage d'en rattacher la théorie aux principes dynamiques admis par Aristote, ce qui est précisément l'objet des divers écrits que nous analysons ; et, de plus, on avait oublié l'auteur de ces considérations mécaniques, puisqu'on les attribuait à Archimède, alors que l'illustre syracusain avait employé, dans l'analyse de semblables problèmes, de tout autres méthodes.

Que cet auteur se soit précisément nommé Χαριστίων, *Charistion* ; que, par un phénomène bien fréquent dans les arts mécaniques, l'instrument ait pris le nom de celui qui l'avait inventé ou étudié, cela ne paraît point douteux. Comment expliquer, sans cela, que la racine χάρις, *grâce*, ait pu fournir le nom d'une balance ? Quoi de moins étonnant, au contraire, que de voir cette même racine fournir un nom propre, alors qu'elle a déjà fourni (1) le nom de femme Χαριτώ et les noms d'homme Χαρισθένης, Χαριστιάδης, Χαρίσιος, Χαρίστιος et Χαρίτων ?

Certains auteurs, il est vrai, ont cru que χαριστίων désignait non pas la balance romaine, mais un guindeau propre à hâler les vaisseaux sur le rivage. Le texte de Simplicius est cependant formel, et les mots σταθμιστικὸν ὄργανον ne peuvent s'entendre que d'une balance.

On pourrait supposer que Charistion a également donné son nom à un appareil en usage dans les ports ; mais il me semble plus probable qu'il s'agit ici d'une confusion de date récente.

Selon Simplicius, c'est l'invention du charistion qui aurait porté Archimède à s'écrier : « πᾶ βῶ καὶ κινῶ τὴν γῆν. Un point de départ, et je remue la Terre ». De même,

(1) Bailly, *Dictionnaire grec-français* ; Paris, 1895.

Tzetzès (1) lui attribue ce propos : « πᾶ βῶ καὶ χαριστίωνι τὰν γᾶν κινήσω πᾶσαν ».

Ce propos s'applique admirablement à la romaine, où un petit poids, pendu au grand bras du fléau, soulève un grand poids, pendu au petit bras.

Toutefois, d'autres auteurs ont pensé que ce propos d'Archimède n'avait point trait à la romaine. Plutarque, qui lui donne la forme : « Δός μοι ποῦ στῶ καὶ τὰν γᾶν κινάσω », ne dit point à quelle machine il avait trait. Pappus, plus explicite, déclare (2) qu'Archimède s'écria : « Δός μοι ποῦ στῶ καὶ κινῶ τὴν γῆν » dans sa joie d'avoir combiné un puissant guindeau ; il donne la description de ce guindeau où, par l'emploi de multiples engrenages, une petite puissance peut mouvoir une grande résistance ; il assure, d'ailleurs, qu'il emprunte cette description à Héron d'Alexandrie.

Cet instrument est, en effet, décrit par Héron d'Alexandrie (3), qui ne le donne point comme étant d'Archimède. Mais ni Héron d'Alexandrie, ni Pappus, n'attribuent à ce guindeau le nom de χαριστίων, ce qu'ils n'eussent point manqué de faire s'il eût été ainsi nommé, de leur temps, à Alexandrie.

Sans doute, les passages où le mot célèbre d'Archimède sur la possibilité de mouvoir le monde est donné comme ayant trait au χαριστίων ont été rapprochés de ceux qui font de ce mot une allusion au guindeau ; on en a alors conclu, bien à tort, que le *charistion* était le guindeau. Nous ne saurions nommer avec précision l'auteur de cette confusion. Nous savons seulement qu'elle est acceptée

(1) Tzetzes, Τῶν χιλιάδων B (CORPUS POETARUM GRÆCORUM, t. II, Genève 1614). — Tzetzes vécut à Constantinople de 1120 à 1180 environ.

(2) Pappi Alexandrini *collectionis quae supersunt*, edidit F. Hultsch. Lib. VIII, Propos. XI, p. 1060; Berlin, 1888.

(3) A. J. Vincent, *Géométrie pratique des Grecs* (NOTICES ET EXTRAITS DES MANUSCRITS DE LA BIBLIOTHÈQUE IMPÉRIALE, t. XIX, 2e partie, p. 330). — Carra de Vaux, *Les Mécaniques ou l'Élévateur de Héron d'Alexandrie,* publié pour la première fois sur la version arabe de Qostâ ibn Lûkâ. Livre I, art. 1, Paris, 1894.

par Stevin (1); Stevin nous apprend que la description du *charistion* avait été retrouvée par Jacques Besson.

Pour nous, l'opinion de Stevin n'est point fondée, et χαριστίων désigne la *balance romaine*.

Tenons donc pour certain que le livre grec dont Thâbit ibn Kurrah a entrepris la restitution était l'œuvre d'un géomètre alexandrin, du nom de Charistion, qui était probablement fils de Ptolémée ; que la balance romaine, étudiée par cet auteur, en prit le nom, en grec d'abord, puis en arabe, où elle fut appelée *karstûn* ; enfin que les caprices des traducteurs ont tiré de ce nom les deux formes Charaston et Hériston.

L'étude de l'œuvre de Thâbit nous apportera encore quelques nouveaux renseignements.

Tout d'abord, Thâbit nous apprend que l'écrit dont il entreprend le commentaire est intimement lié au *livre attribué à Euclide* : « Hoc autem capitulum innixum est super librum qui dicitur Liber Euclidis ». A ce livre, il renvoie celui qui voudra des renseignements détaillés ; il se contentera, à titre d'introduction, de rappeler de ce livre ce qui est nécessaire à l'intelligence de l'écrit qu'il va étudier.

Ces déclarations précèdent immédiatement l'énoncé suivant : *Les espaces que deux mobiles parcourent en un même temps sont entre eux comme les vertus de ces deux mobiles ;* aucune démonstration ne suit cet énoncé ; un exemple suffit à l'éclairer. Or cet énoncé formule l'axiome fondamental de la Dynamique péripatéticienne, et cela, dans les termes mêmes où il figure au traité *De ponderoso et levi*. Nous voici donc assurés que Thâbit connaissait le petit écrit *De ponderoso et levi ;* que, de son temps, cet écrit portait déjà le nom d'Euclide ; enfin que les *Causes de Charistion* avaient ce livre pour fondement.

(1) *Mathematicorum Hypomnematum de Statica*, conscriptus a Simone Stevino brugensi. Liber III : De Staticæ praxi, p. 101.

De cet axiome à la loi de l'équilibre du levier, Thâbit passe par deux propositions qui développent simplement, avec beaucoup de précision, la démonstration de cette loi telle qu'elle est indiquée aux Μηχανικὰ προβλήματα d'Aristote.

Au cours de ces démonstrations, le levier est supposé sans pesanteur ; il en est encore de même au cours des deux propositions suivantes :

Si le fléau d'une balance en équilibre porte deux poids égaux suspendus à des distances inégales du point d'appui, on pourra, sans rompre l'équilibre, remplacer ces deux poids par un poids unique, égal au double de chacun d'eux, et suspendu au milieu de l'intervalle qui sépare leurs points de suspension.

De même, si l'un des bras du fléau d'une balance en équilibre porte un certain nombre de poids égaux entre eux, pendus en des points équidistants les uns des autres, l'équilibre demeurera assuré si l'on remplace tous ces poids par un poids unique, égal à leur somme, et suspendu au milieu de l'intervalle qui contient tous les premiers points de suspension.

De cet énoncé général, Thâbit donne la démonstration en supposant que le nombre des poids à réunir soit quatre ; mais, visiblement, la démonstration est aisée à généraliser.

Ces propositions, vraies pour des fléaux sans pesanteur, cessent de l'être si le fléau est une règle d'une certaine épaisseur et d'une certaine pesanteur, dont les deux bras ne sont point égaux. Thâbit se propose de montrer comment on peut ramener ce cas, qui est celui de la balance romaine, à la considération d'un fléau sans pesanteur.

Dans ce but, il considère d'abord un fléau réduit à une ligne sans épaisseur, dont une partie est recouverte par un cylindre pesant ; il se propose de prouver que ce cylindre équivaut à un poids égal, suspendu au point marqué par le centre du cylindre. La démonstration, tirée de la proposition qui précède celle-ci, revient, en somme, à admettre pour certaines portions du cylindre ce que l'on veut prouver du cylindre tout entier.

Cette proposition admise, il devient aisé de démontrer celle-ci : Un fléau cylindrique, homogène, pesant, *ab* (*fig. 16*) dont les bras *ag*, *bg* sont inégaux, peut être maintenu parallèle à l'horizon en suspendant un certain poids *e* à l'extrémité du petit bras *ga* ; si *bd* est l'excès du grand bras sur le petit bras, si *u* est le point milieu de *bd*, le poids *e* sera au poids du segment *bd* comme la longueur *gu* est à la longueur *ga*.

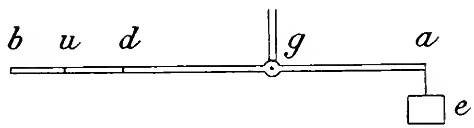

fig. 16.

Thâbit en tire cette règle : Si *p* est le poids total du fléau, le poids *e* est donné par la formule

$$e = p \frac{\overline{ab}}{2\overline{ga}} \cdot \qquad (1)$$

Ce poids étant connu, on pourra suspendre au petit bras de la balance un plateau qui le représente exactement ou bien encore placer à l'extrémité de ce bras une surcharge égale ; sur le *karaston* ainsi constitué, on pourra raisonner désormais comme sur un fléau sans poids.

« Et maintenant, ô mon frère, ajoute le géomètre arabe, je t'ai exposé ce qui est capable de seconder le travail de ton esprit, de t'aider en l'œuvre de la connaissance, de te donner de saines idées à la lumière de la vérité et de porter ton âme à poursuivre son étude... Cet art est donc appuyé par les démonstrations et l'expérience le vérifie. Lors donc que tu feras usage de ce qu'il a démontré, lorsque tu auras compris par leurs démonstrations ce que nous avons énoncé en commençant, ce que nous t'avons exposé te fera franchir la borne de l'hésitation, te gardera d'une assimilation erronée, te fera voir où se trouve la rectitude et te fera reconnaître les endroits ou l'on peut tomber en erreur. Donc c'est la fin. »

Cette courte analyse nous montre clairement que le remarquable écrit de Thâbit n'est, en aucune façon, un développement du *Traité de la balance* traduit par le Dr Woepcke. En revanche, il tient par les liens les plus étroits aux quatre propositions dont nous avons signalé l'existence et résumé le contenu ; l'analogie est telle qu'un copiste a pu prendre ces quatre propositions pour un résumé du livre de Thâbit.

Une divergence, cependant, mérite d'être signalée. Thâbit tire la démonstration de la loi d'équilibre du levier de l'axiome fondamental de la Dynamique péripatéticienne : il la tire en suivant exactement la méthode indiquée dans les *Questions mécaniques* d'Aristote ; la marche esquissée par l'auteur de la proposition A est tout autre ; elle suppose que la loi d'équilibre du levier a été établie directement et elle en déduit l'extension au levier de la loi de Dynamique énoncée dans la Φυσικῆς ἀκρόασις et dans le Περὶ οὐρανοῦ d'Aristote, ainsi que dans le *Liber de ponderoso et levi* attribué à Euclide. Tandis que l'écrit de Thâbit se rattache immédiatement au *De ponderoso et levi*, il faut nécessairement, entre ce livre et nos quatre propositions, placer un intermédiaire ; nous l'avons dit, ce fragment intermédiaire pourrait bien être la source qui a donné naissance à la pièce publiée par le Dr Woepcke.

Si donc nos quatre propositions ont la plus étroite parenté avec l'écrit grec que Thâbit s'est proposé de reconstituer, elles ne paraissent pas représenter cet écrit même. Une autre considération fortifie cette opinion : Thâbit ne parle pas seulement de l'obscurité de l'écrit qu'il commente, mais aussi de sa prolixité ; il se propose de l'abréger ; il ne saurait être question de nos quatre propositions, dont les démonstrations sont réduites à quelques indications d'une extrême concision.

Nos quatre propositions ne semblent donc pas être un débris des *Causae Charastonis* ; elles en seraient plutôt un résumé ; ou, plus probablement, elles représenteraient un thème plus ancien, dont Charistion aurait écrit un commentaire développé et légèrement modifié.

Ces remarques suggèrent une hypothèse; Ptolémée avait écrit un traité *Sur les poids*, Περὶ ῥοπῶν, qui nous est inconnu. Thurot avait déjà émis la supposition (1) que certains fragments parvenus jusqu'à nous, notamment le *De ponderoso et levi* attribué à Euclide, pouvaient bien être des débris du Περὶ ῥοπῶν. Cette supposition ne pourrait-elle être exacte en ce qui concerne nos quatre propositions (2), en ce qui concerne également l'écrit dont le *Traité de la balance*, publié par Woepcke, est une déformation ? Charistion se serait alors borné à développer et à rattacher plus étroitement à la méthode péripatéticienne le Περὶ ῥοπῶν composé par son père.

3. *Le Traité* DE CANONIO

Un seul *liber Karastonis*, celui de Thâbit ibn Kurrah, a été traduit en latin; mais il n'est pas le seul *Kitâb el Karstûn* qu'aient écrit des géomètres arabes ; dans l'article que nous avons cité à plusieurs reprises, Steinschneider en énumère quatre, dont les index et les catalogues de bibliothèques lui ont révélé l'existence. Ces traités sont les suivants :

1° Un *Kitâb el Karstûn* dû aux *trois frères*, aux Beni Moûça ;

2° Un *Kitâb el Karstûn* dû à Thâbit ibn Kurrah ;

3° Un *Kitâb el Karstûn* dû à un philosophe et médecin célèbre, de race arabe mais de religion chrétienne,

(1) THUROT, *Recherches historiques sur le Principe d'Archimède* (REVUE ARCHÉOLOGIQUE, nouvelle série, t. XIX, 1869, p. 117).

(2) Le traité du pseudo-Archimède pourrait également être un débris de ce Περὶ ῥοπῶν.

Kûstâ ibn Lûkâ, qui vécut de 864 à 923 et fut, par conséquent, contemporain de Thâbit ;

4° Un *Kitâb el Karstûn* dû à Abû'Ali al Hasan ibn al Hasan ibn Alhaitam que son *Optique*, traduite en latin, a rendu célèbre sous le nom d'Alhazen, et qui mourut en 1038.

Si l'on admet, avec M. Curtze, que le *Kitâb el Karstûn* attribué aux Beni Moûça soit identique au *Traité de la balance* traduit par le Dr Woepcke, il reste encore deux traités de ce titre qui ne nous sont point connus.

On pourrait être tenté de croire que l'un de ces traités est représenté par le livre *De canonio* dont notre Bibliothèque Nationale possède un texte dans son Manuscrit 8680 A (fonds latin) et un autre texte, remanié, dans le Manuscrit 7378 A (fonds latin) ; dont enfin un important fragment se trouve si singulièrement soudé au texte de Jordanus dans le Manuscrit du XIIIe siècle que la Bibliothèque Mazarine conserve sous le n° 3642, et que nous avons signalé au § 1 ; fragment reproduit dans la collection (1) donnée à la Sorbonne par Maître François Guillebon.

Mais un examen plus détaillé de ce traité conduit à penser que nous avons affaire non seulement à un traité d'origine grecque, mais encore à un traité qui aurait été directement traduit du grec en latin, sans passer par l'intermédiaire de l'arabe.

Les lettres employées dans les figures se présentent ainsi

$$a,\ b,\ g,\ d,\ e,\ z,\ i,\ t,$$

rappelant, par leur ordre, l'alphabet grec auquel elles ont été empruntées ; mais l'η a été représenté non point par l'*h*, comme dans les écrits qui ont passé du grec au latin par l'intermédiaire de l'arabe, mais par l'*i* ; ce détail

(1) *Bibliothèque Nationale*, Ms. 16 649 (fonds latin).

semble indiquer que le traducteur connaissait la prononciation de l'η déjà usitée chez les Grecs du moyen âge.

En outre, les mots grecs simplement transcrits, et non traduits, abondent dans ce petit écrit. Pour désigner un fléau de balance d'épaisseur non négligeable, le traducteur qui a fait passer de l'arabe en latin les quatre propositions étudiées au § 1 dit *longitudo teres* ; le traducteur de Thâbit dit *perpendicularis cum crassitie* (ou *crossitie* ou *grossitie)* ; Jordanus, qui écrit directement en latin, dit *oblongum* ou *regula* ; notre traité conserve le mot κανών, qu'il latinise simplement en *canonium*. Une ligne parallèle à l'horizon est dite, dans tous les autres écrits que nous avons cités, *parallela orizonti* ; ici, elle est dite *parallela epipedo orizontis*, formule sous laquelle transparaît le nom grec du plan, τὸ ἐπίπεδον. Non seulement nous trouvons dans le livre *De canonio* le mot *parallelogrammum*, mais un triangle, au lieu d'y être appelé *triangulus*, y est nommé *trigonium*, τρίγωνον (1). Enfin, *demonstratio* y est parfois remplacé par *apodixis* (ἀπόδειξις).

Il est clair que l'écrit dont nous allons parler est la reproduction directe d'un texte grec ; son contenu, comparé à ce que Thâbit ibn Kurrah nous a appris de l'ouvrage de Charistion, nous montre que le traité *De canonio* est ou bien une réplique de cet ouvrage, ou mieux un écrit destiné à le compléter et à donner une élégante solution géométrique du calcul auquel Charistion avait été conduit.

L'objet du petit traité *De canonio* est la solution du problème auquel aboutissent les *Causae Charistionis*, telles que Thâbit nous les a conservées : Quel poids faut-il suspendre à l'extrémité du petit bras d'un fléau de romaine pour corriger l'excès de pesanteur du grand bras et pour pouvoir raisonner sur cet instrument comme si le fléau était une ligne sans poids ?

(1) Et même *tetragonium* dans le texte du XIII^e siècle, n° 3642, de la Bibliothèque Mazarine.

L'auteur ne reprend point l'établissement de la loi du levier ; il ne se propose pas davantage de démontrer qu'une portion de cylindre grave, dirigé suivant le fléau, a même pesanteur qu'un corps de même poids suspendu au point qui marque le centre du cylindre ; ces propositions, il les regarde comme acquises. A l'égard de la seconde, il renvoie aux écrits de ses prédécesseurs : « Monstratum est in libris qui de his loquuntur quoniam nulla est differentia, sive pondus *db* sit equaliter extensum super totam lineam *db*, sive suspendatur a puncto mediæ

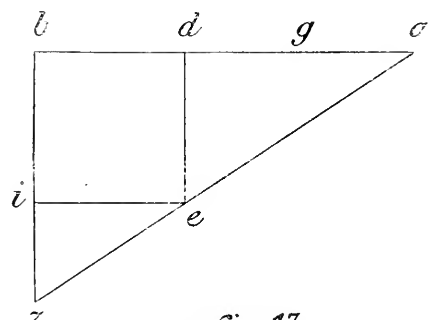

fig. 17.

sectionis ». A l'égard de la première, le texte du Ms 8680 A porte : « Sicut demonstratum est ab Euclide, et Archimede, et aliis, et hæc est radix circa quam versantur omnes ». Au Manuscrit 7378 A, cette indication a disparu, comme nous le verrons au Chapitre VII, 1.

Ainsi allégé de tous les préliminaires, le traité *De canonio* se réduit à quatre théorèmes.

Le premier de ces théorèmes est identique à celui qui termine le livre de Thâbit ; il a pour objet de dire suivant quelle règle on calculera le poids propre à compenser l'excès de pesanteur du grand bras de la romaine. Il suffit de comparer les deux énoncés pour constater qu'ils représentent deux traductions d'un même texte grec primitif. L'exemple numérique auquel la formule est appliquée est aussi le même dans les deux écrits. Très certainement, nous avons affaire à l'une des propositions du livre de Charistion.

Le second théorème est une réciproque du premier ; l'énoncé et la démonstration étaient vraiment superflus.

Au troisième théorème, l'auteur se propose de trouver un cylindre, de même diamètre et de même matière que le fléau, qui pèse exactement comme le poids compensateur ; voici par quelle construction élégante il trouve la hauteur de ce cylindre :

Soit *ab* (*fig. 17*) le fléau ; soient *g* le point de suspension, *ga* le petit bras, *gb* le grand bras. A partir du point *g*, prenons sur le grand bras *gb* une longueur *gd* égale au petit bras *ga* ; par le point *d*, élevons à *ab* une perpendiculaire *de* égale à *bd* ; joignons *ae* et prolongeons cette ligne jusqu'à ce qu'elle rencontre en *z* la perpendiculaire élevée à *ab* par l'extrémité *b* du grand bras ; *bz* sera la longueur cherchée.

La démonstration de ce théorème se tire aisément de la formule (1) qui traduit, en notre langage actuel, le premier théorème du *De canonio*.

De cette construction, l'auteur tire la solution de ce problème : Connaissant le fléau et le poids qui doit compenser l'excès de pesanteur du grand bras sur le petit bras, déterminer la place du point de suspension.

La réponse à cette question forme le quatrième et dernier théorème de ce petit écrit, relique élégante de la méthode par laquelle les Alexandrins traitaient la Mécanique.

CHAPITRE VI

LA STATIQUE DU MOYEN AGE. JORDANUS DE NEMORE

Le fragment *De ponderoso et levi*, attribué à Euclide; les quatre propositions nommées *Liber Euclidis de ponderibus secundum terminorum circumferentiam ;* le traité *De canonio;* le *Liber Karastonis* publié par Thâbit ibn Kurrah; tels paraissent être, avec les *Quæstiones mechanicæ* d'Aristote, les seuls débris de la Statique hellène qui aient été utilisés par les géomètres du moyen âge. De la méthode d'Archimède, ils ne paraissent pas avoir eu connaissance ; ils ne l'ont jamais suivie en leurs travaux. Quant aux Arabes, ils semblent n'être intervenus que pour transmettre aux Occidentaux les reliques de la science alexandrine.

Nous allons voir, maintenant, l'intelligence occidentale s'emparer de ces débris et les incorporer aux systèmes mécaniques qu'elle va construire. Nous allons assister à un travail de transformation et d'organisation, prodigieusement intense et puissant, qui produira la Statique moderne. Or, à ces efforts géniaux par lesquels le moyen âge va créer quelques-unes des idées dont la fécondité n'est point encore épuisée, il nous est presque toujours impossible d'attacher le nom d'un auteur; ceux qui les ont produits sont à tout jamais oubliés; leurs découvertes sont venues grossir l'œuvre de l'un d'entre eux, qui fut sans doute leur maître; mais, si le nom de ce dernier nous est parvenu, aucun renseignement certain ne nous permet d'esquisser quelques traits de l'homme que fut Jordanus de Nemore.

1. *Que savons-nous de Jordanus de Nemore?*

« Jordanus Nemorarius, qui vécut vers l'an 1230, dit Montucla (1), fut un homme très intelligent en géométrie et en arithmétique. » Chasles écrit (2) également : « Jordan était un très savant géomètre qui a écrit sur toutes les branches des mathématiques, même sur la Statique, partie dans laquelle il n'a eu que très tard des imitateurs. A la Renaissance, Jordan était très connu des géomètres italiens; Lucas de Burgo le cite souvent. »

L'*Arithmétique* de Jordanus ou Jordanis parait avoir été un écrit tout à fait classique dès le XIII[e] siècle, si l'on en juge par le grand nombre de manuscrits de l'*Arismetica* ou des *Elementa Arismetice* que l'on trouve dans les diverses bibliothèques. Aussi cet ouvrage fut-il imprimé de bonne heure par les soins de Lefèvre d'Étaples (Faber Stapulensis) qui, sans altérer le texte de Jordanus, y ajouta de nouveaux théorèmes avec ses propres démonstrations. L'édition (3), sous forme d'un in-folio gothique, parut à Paris en 1496. Une seconde édition, due également aux soins de Lefèvre d'Étaples, fut faite en 1514.

Jordanus a composé, sous le titre *De numeris datis* ou *De lineis datis*, un traité dont Regiomontanus parle (4) en termes élogieux : « Tres libros de datis numerorum pulcherrimos edidit Jordanus ». Maurolycus n'attachait pas

(1) Montucla, *Histoire des Mathématiques*, t. I, p. 506; Paris, an VII.

(2) Chasles, *Histoire de l'Algèbre. Sur l'époque où l'Algèbre a été introduite en Europe.* (COMPTES RENDUS, 6 sept. 1845, t. XIII, p. 507).

(3) In hoc opere contenta : Jordani Nemorarii arithmetica decem libris demonstrata; Musica libris demonstrata quatuor, per Jacob. Fabrum Stapul.; Epitome in libros arithmeticos divi Severini Boetii; Ritmachie ludus qui et pugna numerorum appellatur. Parisiis. Jo. Higman et Volg. Hopil. 1496, in-fol. goth. 72 ff. (Cf. Græsse, *Trésor de livres rares et précieux*, t. III. — J. Ch. Brunet, *Manuel du libraire et de l'amateur de livres*, p. 566).

(4) Regiomontanus, *Oratio in prælectiones Afragani*, Norimbergæ, 1537, in-4°. — Cf. Chasles, *Histoire de l'Algèbre. Sur l'époque où l'Algèbre a été introduite en Europe* (COMPTES RENDUS, t. XIII, 1845. p. 507).

moins d'importance à cet écrit, car il l'inscrivait dans la liste (1) des traités qu'il voulait faire imprimer. Chasles en a signalé (2) le haut intérêt pour l'histoire des opérations algébriques. Cependant, il n'a été édité que de notre temps, d'abord par Treuttlein (3), puis par Maximilien Curtze (4).

En 1534, Johannes Schöner publia chez Petreius de Nüremberg un traité intitulé *Algorithmus demonstratus*, dont le manuscrit avait été trouvé dans les papiers de Regiomontanus et qui, avec grande vraisemblance, est attribué à Jordanus (5).

L'algébriste, en Jordanus, se doublait d'un géomètre, dont les remarquables facultés d'invention apparaissent dans le traité *De triangulis*, publié par Maximilien Curtze (6).

Des démonstrations géométriques importantes se trouvent également dans un écrit cosmographique qui a été édité à Bâle en 1507, 1536 et 1558 (7). Mais l'attribution de cet ouvrage à Jordanus mériterait peut-être un nouvel

(1) D. Francisci Maurolyci *Opuscula mathematica*, Venetiis, 1575. Index lucubrationum. Cette liste est reproduite dans Libri, *Histoire des Sciences mathématiques en Italie*, Paris, 1840, t. III, p. 245.

(2) Chasles, *Histoire de l'Algèbre. Note sur la nature des opérations algébriques (dont la connaissance a été attribuée à tort à Fibonacci). — Des droits de Viète méconnus* (COMPTES RENDUS, 3 mai 1841, t. XII, p. 745).

(3) Treuttlein, ZEITSCHRIFT FÜR MATHEMATIK UND PHYSIK, Bd. XXIV, Supplément, pp. 135 et 136, 1879.

(4) M. Curtze, ZEITSCHRIFT FÜR MATHEMATIK UND PHYSIK, Bd. XXXVI, Histor. litterar. Abtheilung, pp. 1, 41, 81, 121 ; 1891.

(5) Voir à ce sujet Treuttlein, ZEITSCHRIFT FÜR MATHEMATIK UND PHYSIK, Bd. XXIV, Supplément, p. 132 ; 1879. — L'attribution de l'*Algorithmus demonstratus* à Jordanus a été récemment révoquée en doute par M. G. Eneström en un écrit intitulé : *Ist Jordanus Nemorarius Verfasser der Schrift « Algorithmus demonstratus » ?* (BIBLIOTHECA MATHEMATICA, 3te Folge, Bd. V, p. 9 ; 1904).

(6) Maximilian Curtze, *Jordani Nemorarii de triangulis libri quatuor* (MITTHEILUNG DES COPERNICUS-VEREINS FÜR WISSENSCHAFT UND KUNST ZU THORN, 1887, Heft VI.)

(7) Chasles, *Aperçu historique*, p. 516. — Weidler, *Historia Astronomiae*, 1741, p. 276.

examen. Nous avons trouvé le texte d'un ouvrage sur l'astrolabe dans la collection d'écrits mathématiques et astronomiques conservée à la Bibliothèque Mazarine sous le n° 3642 (ancien 1258). Il est associé à un écrit où l'on montre, sous le nom de *Compotus manualis*, comment la main peut servir de calendrier perpétuel. Dans la table des matières par laquelle s'ouvre cette collection, on lit *Compotus Manualis. Liber Jordani de Astrolabio. Liber compoti manualis. — Liber tractatus Jordani de Astrolabio.* Mais, dans le texte, cet écrit est attribué non plus à Jordanus, mais à un nommé Hermann : *Tractatus Hermanni de Astrolabio.*

Heilbronner (1) mentionne, dans un manuscrit de la Bibliothèque Bodley d'Oxford, un *Tractatus Jordani de speculis.* Cet ouvrage, connu seulement par le titre, est réputé douteux par M. Moritz Cantor (2). Nous avons été assez heureux pour trouver un exemplaire de cet écrit dans une très précieuse collection manuscrite, due à la main d'Arnaud de Bruxelles, et conservée à la Bibliothèque Nationale sous le n° 10 252 (fonds latin). Au recto du feuillet 136, on lit : *Incipit tractatus Jordani de speculis cum comento super eodem ;* et au verso du feuillet 140 : *Explicit liber de speculis. — Incipiunt elementa Jordani de ponderibus.* Ce traité de catoptrique est écrit dans la manière claire et sobre qui caractérise Jordanus.

Si à ce traité *De speculis* on joint l'écrit de Statique intitulé *De ponderibus*, que nous analyserons en détail au § 3, on aura une idée de la puissance intellectuelle de l'auteur généralement connu sous le nom de Jordanus Nemorarius.

Toutefois, l'admiration pour une telle fécondité devra peut-être être tempérée par quelques réserves ; nous ver-

(1) Heilbronner, *Historia matheseos universae*, 1742, p. 604. — Chasles, *Aperçu historique*, p. 517.

(2) Moritz Cantor, *Vorlesungen über Geschichte der Mathematik*, Bd. II, p. 54, 1892.

rons que, dès le XIIIe siècle, on attribuait au seul Jordanus trois traités de Statique, issus sans doute d'une même École, mais bien différents et portant la marque de trois auteurs au moins; il ne nous étonnerait pas que semblable confusion se fût renouvelée en d'autres circonstances; que la collection d'écrits mathématiques dont nous avons relaté les titres fût l'œuvre d'une pléiade de géomètres et que de leurs noms, tombés dans l'oubli, un seul nous fût parvenu ; la réputation qu'ils auraient justement méritée aurait servi à accroître celle de Jordanus.

De la personne de cet auteur, connaissons-nous quelque chose de précis? Rien, pas même le pays qui l'a vu naître, pas même l'époque à laquelle il vécut. Des conjectures vagues et contradictoires, c'est tout ce que nous pouvons formuler au sujet de ce grand géomètre.

Mentionnons d'abord l'opinion de la *Biographie Universelle* de Michaud, qui identifie l'auteur du *De ponderibus* avec Raimond Jordan, prévôt de l'église d'Uzès en 1381, auteur des ouvrages insérés dans la Bibliothèque des Pères sous l'étrange pseudonyme d'*Idiota*. Cette opinion n'est pas soutenable; nous avons du *De ponderibus* et des autres ouvrages de Jordanus nombre de manuscrits qui remontent au XIIIe siècle.

Daunou (1) nous apprend qu'inversement, certains historiens ont fait vivre Jordanus en Allemagne, vers l'an 1050, sous le règne de l'empereur Henri III. Le jésuite Giuseppe Biancani qui, sous le nom de Blancanus, publia en 1615 une *Clarorum mathematicorum chronologia*, le place au XIIe siècle; mais les affirmations de Blancanus sont sujettes à caution (2).

Daunou a essayé de fixer l'époque où vivait Jordanus au moyen de cette considération : « Il aurait cité Cam-

(1) Daunou, *Histoire littéraire de la France*, t. XVIII, p. 140, Art. Jourdain le Forestier.

(2) Voir, à ce sujet, Moritz Cantor, *Vorlesungen über Geschichte der Mathematik*, Bd. II, p. 599.

panus de Novare et aurait été cité par lui... Campanus, quelquefois inscrit au XIe siècle, appartient plus probablement au XIIIe » ; et l'auteur de l'*Histoire littéraire de la France* en conclut que Jourdain le Forestier peut avoir commencé ses travaux un peu avant 1185 et avoir terminé sa carrière en 1235. Mais cette conclusion se tire des prémisses par une appréciation inexacte de la date à laquelle vivait Johannes Campanus de Novarra ; celui-ci, que Roger Bacon cite, au Chapitre XI de son *Opus tertium*, comme un des meilleurs mathématiciens de son temps, était chapelain d'Urbain IV, qui porta la tiare de 1261 à 1281. Si donc Jordanus avait été son contemporain, il aurait écrit beaucoup plus tard que ne le suppose Daunou.

Chasles (1), ayant supposé que Jordanus Nemorarius avait composé ses ouvrages au XIIe siècle, vit son affirmation vivement combattue par Libri (2), qui insista pour que Jordanus Nemorarius fût replacé au XIIIe siècle. Le grand géomètre, dont l'opinion était ainsi contestée, revint à la charge (3) pour prouver que Jordanus avait vécu à la fin du XIIe ou au commencement du XIIIe siècle. Il n'hésita pas à déclarer qu'il croyait inexacte la citation de Campanus par Jordanus, citation que Daunou avait invoquée ; il ajouta : « Une étude approfondie de quelques-uns de ses ouvrages, notamment de son *Algorisme*, m'a persuadé qu'ils sont antérieurs à ceux de Fibonacci, d'Alexandre de Villedieu, de Sacrobosco, de Campanus, etc. »

Chasles avait grandement raison de révoquer en doute la citation que Jordanus aurait faite de Campanus de Novare. Il est bien vrai que le *Liber Jordani Nemorarii viri clarissimi de ponderibus*, publié en 1533 à Nüremberg

(1) Chasles, *Histoire de l'Algèbre. Note sur la nature des opérations algébriques* (*dont la connaissance a été attribuée à tort à Fibonacci*). — *Des droits de Viète méconnus* (COMPTES RENDUS, 3 mai 1841, t. XII, p. 745).

(2) Libri, *Histoire des Sciences mathématiques en Italie*, t. IV, p. 490 ; 1841.

(3) Chasles, *Histoire de l'Algèbre. Sur l'époque où l'Algèbre a été introduite en Europe* (COMPTES RENDUS, 6 sept. 1841, t. XIII, p. 107).

par Peter Apian, renvoie deux fois (1) le lecteur aux additions dont Campanus avait enrichi les Éléments d'Euclide; mais, comme nous le verrons au Chapitre VII, § 1, le traité publié par Apian est une réédition, fortement étendue, d'un manuscrit très répandu au XV^e siècle, sous le nom de *Liber Euclidis* ou de *Liber Jordani de ponderibus* ; ce manuscrit lui-même résultait d'une soudure du traité *De canonio* avec le texte primitif de Jordanus, soudure suivie d'une nouvelle rédaction plus diffuse du second de ces deux ouvrages ; or la citation de Campanus ne se trouve ni dans le *Liber Euclidis de ponderibus*, ni, à plus forte raison, dans le texte primitif de Jordanus.

De nos jours, une hypothèse nouvelle au sujet de Jordanus Nemorarius a été émise par Boncompagni et par Treuttlein (2), puis soutenue par Maximilien Curtze, dans l'introduction qu'il a mise à la publication (3) de *Jordani Nemorarii de triangulis libri quatuor*. Ce géomètre ne serait autre que le dominicain Jordan le Saxon.

Une tradition rattache Jordan le Saxon à la famille des comtes d'Eberstein, une autre à la famille von Drach ; selon les uns, il serait né à Borrentrick ou Borrentreich, près de Warburg, dans l'Évêché de Paderborn, partant dans les forêts de l'Eggebirge, ce qui expliquerait le surnom *Nemorarius* ; selon d'autres, dans la seigneurie de Dassel, appartenant au diocèse d'Hidelsheim.

En 1220, à Paris, Jordan le Saxon entra dans l'ordre fondé par saint Dominique. Celui-ci étant mort en 1221 à Bologne, le chapitre réuni à Paris en 1222 choisit Jordan comme supérieur général de l'ordre.

(1) Ces deux citations sont au verso du dix-huitième feuillet (titre compris) de l'ouvrage, qui ne porte aucune pagination.

(2) Treuttlein, ZEITSCHRIFT FÜR MATHEMATIK UND PHYSIK. Supplement zur historisch-litterarischen Abtheilung des XXIV Jahrganges. Abhandl. zur Geschichte der Mathematik. 1879, p. 125.

(3) Maximilian Curtze, MITTHEILUNG DES COPERNICUS-VEREINS FÜR WISSENSCHAFT UND KUNST ZU THORN, 1887, Heft VI.

Les deux principaux témoignages en faveur de l'identité entre Jordanus Saxo et Jordanus Nemorarius sont les suivants :

En premier lieu, un passage, découvert par Boncompagni, de la chronique composée au XIV[e] siècle par le dominicain anglais Nicolas Trivet. Trivet parle de l'élection de 1222 qui éleva Jordanus Saxo au généralat de l'ordre des Frères Prêcheurs ; il déclare à ce sujet que le général élu avait, dans le monde scientifique, une grande réputation de mathématicien ; qu'il passait pour avoir composé deux traités extrêmement utiles : *De ponderi* et *De lineis datis*.

En second lieu, la Chronique de son Ordre composée en 1420 par le dominicain Jacob von Soest. Par deux fois, Jacob y signale le supérieur général Jordanus comme ayant, entre autres ouvrages, écrit *geometricalia delicata*.

Ces témoignages sont formels. Certains auteurs, cependant, les révoquent en doute ; ni l'un ni l'autre des témoins n'est contemporain de Jordanus Saxo et, à ces époques, les similitudes de nom engendraient vite des confusions. De plus, on s'explique mal que le surnom *Nemorarius* ne figure dans aucun document ecclésiastique, tandis qu'aucun manuscrit mathématique n'est attribué à Jordanus *de Saxonia*. Partant, le R. P. Denifle (1) n'admet pas l'identité de Jordanus Saxo avec Jordanus Nemorarius et M. Moritz Cantor (2) réserve son jugement.

A ces tentatives pour arracher le voile qui nous cache si complètement Jordanus Nemorarius, nous sera-t-il permis d'ajouter quelques remarques qui, peut-être, aideront nos successeurs à soulever un coin de ce voile ?

Ces remarques concernent, en premier lieu, le nom de notre géomètre.

L'usage a prévalu de le nommer *Jordanus Nemorarius* ;

(1) R. P. Denifle, lettre adressée à Maximilien Curtze et insérée par celui-ci dans son travail.

(2) Moritz Cantor, *Vorlesungen über Geschichte der Mathematik*, Bd. II, p. 53.

cette appellation, cependant, ne figure dans aucun des nombreux manuscrits qui sont venus à notre connaissance.

La plupart des manuscrits portent simplement Jordanis, Jordanes ou Jordanus ; parfois, d'ailleurs, ces diverses orthographes se rencontrent dans la même pièce d'un même manuscrit.

Lorsqu'une appellation accompagne ce prénom, ce n'est jamais *Nemorarius*, mais *de Nemore* ; parmi les manuscrits dont nous avons pu relever les titres dans les bibliothèques parisiennes, seuls, ceux qui renferment l'Arithmétique (1) de notre géomètre portent le surnom *de Nemore*. Toutefois, Maximilien Curtze (2) signale, à la Bibliothèque de Bâle, un manuscrit, le Ms. F. 33, qui contient, sous le titre *Jordanus de Nemore et Euclides de ponderibus*, la rhapsodie généralement nommée *Liber Euclidis de ponderibus*.

Or, au XIII[e] et au XIV[e] siècle, dans les appellations composées comme Jordanus de Nemore, le second nom, celui que précède la préposition *de*, est ordinairement un nom de lieu, lieu de naissance ou d'origine du personnage que désigne cette appellation : Alexandre de Villedieu, Campanus de Novare, se nomment Alexander de Villa Dei, Campanus de Novarra ; nul ne songe à traduire Johannes de Sacrobosco par *Jean du bois sacré*, mais par John of Holywood, Johannes de Muris par *Jean des murailles*, mais par Jean de Murs ; dès lors, au lieu de traduire Jordanis ou Jordanus de Nemore par Jourdain ou Jordan le Forestier, ne serait-il pas beaucoup plus naturel d'y voir la latinisation (3) de Giordano de Nemi ?

(1) *Bibliothèque Nationale*, fonds latin : N° 16 644 (XIII[e] siècle) *Jordani de Nemore Arismetica* — N° 7364 (XIV[e] siècle) *Jordani de Nemore Elementorum Arismetice distinctiones decem* — N° 16 198 (XIV[e] siècle) *Jordani de Nemore Elementorum Arismetice* — N° 14 737 (XV[e] siècle) *Jordani de Nemore Elementa Arismetice*.

(2) M. Curtze, *Die angebliche Werke des Euklides über die Waage* (ZEITSCHRIFT FÜR MATHEMATIK UND PHYSIK, XIX[er] Jahrgang, p. 263 ; 1874).

(3) *Nemus*, nom latin de *Nemi*. Cf. De Vit, *Totius latinitatis onomasticon*, Prati, MDCCCLXXXVII, t. IV, p. 651.

Que Jordanus de Nemore soit devenu, plus tard, Jordanus Nemorarius, il n'y a rien là qui doive nous étonner ; les exemples abondent de transformations analogues ; Pierre de Maricourt (Petrus Peregrinus), que Roger Bacon nomme Petrus de Maharne-curia, est devenu Petrus Maricurtensis ; Johann Müller de Kœnigsberg, qui se nommait lui-même Johannes de Monte-Regio, a fini par être connu sous le nom de Regiomontanus ; et d'ailleurs, le vocable Jordanus Nemorarius semble avoir été employé pour la première fois par Lefèvre d'Étaples qui donnait de son propre nom la traduction latine : Faber Stapulensis.

Si, comme cela nous paraît plausible, il faut voir dans les mots *de Nemore* ou *Nemorarius* l'indication du village de Nemi, notre grand géomètre serait italien, et l'identification de ce personnage avec Jordan le Saxon ne serait plus soutenable.

A ces remarques touchant le nom de Jordanus de Nemore, ajoutons une observation sur la date à laquelle il a pu composer ses ouvrages. Nous montrerons, en ce Chapitre et au suivant, que les Manuscrits du XIII^e siècle confondent sous le nom de *Liber Jordani de ponderibus*, trois ouvrages bien distincts ; le premier, qui nous paraît le texte original, est celui que nous analyserons en ce Chapitre ; le second est une nouvelle rédaction du même écrit, due à un philosophe péripatéticien qui en a profondément transformé certaines idées fondamentales ; le troisième, beaucoup plus développé, est l'œuvre d'un mécanicien auquel nous devons la notion de moment, la théorie du plan incliné et plusieurs autres découvertes essentielles. Comment expliquer que des œuvres aussi différentes, parfois contradictoires entre elles, soient attribuées à un même géomètre, à moins de les supposer assez anciennes déjà pour que les noms des véritables auteurs aient été oubliés ? Et comment faire cette supposition si la première en date ne remonte pas à un siècle ? Si donc

Jordanus est l'auteur du plus ancien de ces traités, nous serions conduit à admettre qu'il l'a composé au plus tard au XII^e siècle.

2. *Quelques passages des* Μηχανικὰ προβλήματα *d'Aristote*

Bien que la Statique de Jordanus semble une œuvre vraiment originale et non une simple compilation d'écrits plus anciens, elle n'en a pas moins tiré ses principes de la science grecque ; elle se rattache, d'une part, au traité *De ponderoso et levi* attribué à Euclide et aux quatre propositions qui, parfois, l'accompagnent ; d'autre part à certains passages des Μηχανικὰ προβλήματα. Il nous sera donc nécessaire d'examiner de près ces passages et de tirer tout à fait au clair les pensées que le Stagirite y a renfermées.

La composition des mouvements a longuement occupé Aristote (1). Avec beaucoup de précision, il énonce cette loi : « Si un mobile se meut à la fois de deux mouvements tels que les espaces parcourus en même temps soient dans un rapport invariable, le mobile se meut en ligne droite suivant la diagonale du parallélogramme qui a pour côtés deux lignes dont les longueurs sont dans ce rapport. — Ὅταν μὲν οὖν ἐν λόγῳ τινὶ φέρηται, ἐπ' εὐθείας ἀνάγκη φέρεσθαι τὸν φερόμενον, καὶ γίνεται διάμετρος αὐτὴ τοῦ σχήματος ὃ ποιοῦσιν αἱ ἐν τούτῳ τῷ λόγῳ συντεθεῖσαι γραμμαί. » De cette loi fondamentale, il donne la démonstration aujourd'hui classique.

Au contraire, si le rapport des deux espaces composants, parcourus en même temps par le mobile, varie d'un instant à l'autre, le mobile ne peut point décrire une ligne droite. « En sorte qu'une trajectoire courbe est engendrée lorsque le mobile est animé de deux mouvements dont le rapport ne demeure point fixe d'un instant à l'autre — ὥστε περιφερὲς γίνεται, δύο φερόμενον φορὰς ἐν μηθενὶ λόγῳ μηθένα χρόνον. »

(1) Aristote, Μηχανικὰ προβλήματα, B.

Considérons, en particulier, un cercle dont le plan est placé verticalement et un mobile qui descend la demi-circonférence supérieure de ce cercle ; il est clair que ce mobile est porté simultanément par deux mouvements ; l'un de ces mouvements le fait descendre verticalement ; l'autre déplace la trajectoire verticale de manière à l'éloigner du centre : « Ὅτι μὲν τοίνυν ἡ τὸν κύκλον γράφουσα φέρεται δύο φορὰς ἅμα, φανερὸν ἔκ τε τούτων, καὶ ὅτι τὸ φερόμενον κατ' εὐθεῖαν ἐπὶ τὴν κάθετον ἀφικνεῖται, ὥστ' εἶναι πάλιν αὐτὴν ἀπὸ τοῦ κέντρου κάθετον. »

Ces propositions, si précises et si exactes, appartiennent à ce que nous nommerions aujourd'hui la Cinématique ; Aristote en tire des conséquences qui sont du domaine de la Dynamique et qui concernent la composition des forces. La transition n'est point énoncée, mais il est fort aisé d'y suppléer ; il suffit de se souvenir du principe fondamental de la Dynamique péripatéticienne : La puissance qui meut un poids déterminé est dirigée suivant la ligne que décrit ce poids et elle est proportionnelle à l'espace parcouru dans un temps donné.

Donc, un mobile qui décrit la moitié supérieure d'une circonférence de plan vertical est sollicité par deux forces, dont l'une le tire verticalement vers le bas, tandis que l'autre tend à l'écarter horizontalement du cercle ; de même, si ce mobile pesant décrit la moitié inférieure de cette circonférence — et c'est ce cas seulement qu'Aristote va considérer désormais — il sera sollicité à descendre verticalement, d'un mouvement naturel, par sa gravité et il sera tiré horizontalement, contre nature, vers l'intérieur du cercle.

D'ailleurs, si deux mobiles décrivent, dans des plans verticaux, des demi-circonférences inégales, lorsqu'ils seront descendus d'une même longueur à partir du diamètre horizontal, ils ne se seront pas déplacés horizontalement de la même longueur ; pour un même déplacement naturel, le mobile qui décrit la petite circonférence aura subi un plus fort déplacement contre nature que le mobile qui décrit la grande circonférence. Alors donc que la pesanteur sera la même pour ces deux mobiles, la force « qui tire de côté et vers l'intérieur » sera plus grande pour le premier que pour le second.

On comprend que, de ces deux mobiles également abaissés, celui qui se trouve sur la grande circonférence se meuve plus vite que l'autre ou, en d'autres termes, soit sollicité par une plus puissante force résultante ; car la pesanteur naturelle est, chez lui, combattue par une force contre nature de moindre intensité.

Si l'on prend, sur un rayon qui tourne autour du centre en s'abaissant, divers points inégalement distants du centre, ces divers points décriront en même temps des mouvements naturels inégaux et des mouvements contre nature inégaux ; mais, pour chacun d'eux, le rapport du mouvement naturel au mouvement contre nature restera le même. La contemplation de cette égalité a longuement retenu Aristote qui paraît y avoir vu une corrélation, quelque peu mystérieuse, avec la loi d'équilibre du levier ; il nous serait difficile d'exposer les considérations, fort confuses, auxquelles cette contemplation conduit le Stagirite. Même parmi les propositions que nous venons d'énoncer, il en est qui s'accorderaient malaisément avec les principes de la Dynamique actuelle ; mais, si inexactes soient-elles, elles n'en ont pas moins joué, dans le développement de la Mécanique, un rôle important ; elles ont, les premières, suggéré l'idée de la composition et de la décomposition des forces. Ce que nous avons dit suffira à montrer comment l'École péripatéticienne concevait cette composition des forces et à expliquer certaines conceptions de Jordanus.

Il est également une question, examinée par Aristote, qui a extrêmement préoccupé Jordanus et ses successeurs ; il nous est donc nécessaire d'en toucher quelques mots.

Aristote considère (1) une balance dont le fléau BC (fig. 18) soit une règle prismatique à section rectangulaire ; ce qu'il en dit suffit à prouver qu'il lui attribue cette forme ; il suppose ce fléau suspendu à une corde DA

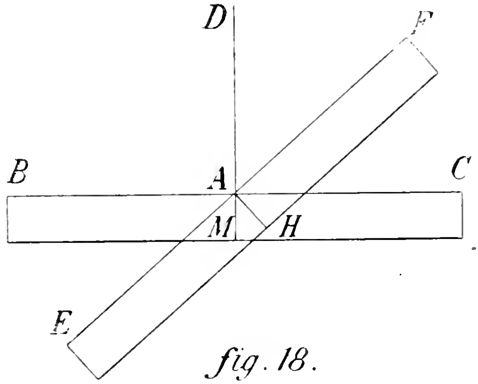

fig. 18.

qui s'attache au point A de son bord supérieur. Il se demande comment le fléau, écarté de la position horizontale et amené en EF, revient, lorsqu'on l'abandonne, à sa

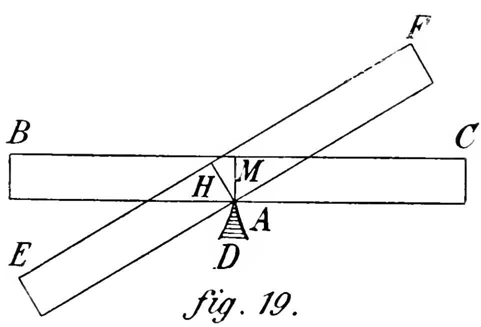

fig. 19.

position première ; en d'autres termes, il se demande pourquoi l'équilibre d'une telle balance est *stable*.

Sa réponse est la suivante : Si le fléau a été, comme dans la fig. 18, abaissé du côté gauche, la partie de la

(1) Aristote, Μηχανικὰ προβλήματα, Γ.

règle qui se trouve à droite de la verticale DAM est plus considérable et, partant, plus pesante que la partie laissée à gauche de la même verticale ; la première partie s'abaissera donc en relevant la seconde, ce qui ramènera le fléau à sa position primitive.

Il prend ensuite un fléau BC de même forme que le précédent, mais reposant sur un support D par un point A de son bord inférieur (fig. 19). Comparant cette disposition à la précédente, il déclare ceci : « Le contraire a lieu si le support est au-dessous ». Il aurait dû en conclure qu'un tel fléau, écarté de la position horizontale, ne cesserait de se mouvoir que lorsqu'il serait devenu vertical ; ou, en d'autres termes, que l'équilibre primitif serait instable ; par une étrange inadvertance, il en conclut que ce fléau resterait, en équilibre indifférent, dans la position où on le placerait ; cette erreur, bien facile à dissiper, ne s'en maintint pas moins, chez plusieurs auteurs, jusqu'au milieu du XVI[e] siècle.

3. *Les* Elementa Jordani super demonstrationem ponderis

Ce titre paraît avoir été le titre primitif du traité de Statique composé par Jordanus ; la forme première de ce traité est demeurée longtemps méconnue ; en effet, au cours des âges, des variantes et des commentaires en ont été composés, d'autres ouvrages sont venus s'y souder plus ou moins naturellement ; ces rhapsodies se sont modifiées et développées ; elles ont ensuite été reproduites par l'imprimerie, donnant naissance à des livres dont la forme ressemblait bien peu à celle de l'œuvre dont ils gardaient le nom.

Un manuscrit (1) de la Bibliothèque Nationale nous

(1) *Bibliothèque Nationale*, fonds latin, n° 10 252.

conserve, de l'œuvre primitive de Jordanus, un texte qui semble complet et à peu près pur de toute altération. Ce texte, d'une élégante et régulière écriture du xv^e siècle, est daté, car il se termine par ces mots *8 kal. novembris 1464.* Il n'est point signé, mais quelques comparaisons aisées nous permettent de fixer le nom du copiste. Le même volume, en effet, renferme diverses autres pièces, écrites de la même main, dont deux sont non seulement datées, mais signées ; l'une, *Algorismus de integris per Joannem de Sacro Boscho,* se termine par les mots : *finis. Neapoli, per Arnaldum de Bruxella, 1476, die 11 februarii, ante ortum solis ;* l'autre, *Tractatus de ponderibus secundum Magistrum Blasium de Parma* dont, au Chapitre suivant, nous verrons toute l'importance, est clos par la formule : *1476, 5 Januarii, Neapoli, per A. de Bruxella.*

Sur cet Arnaud de Bruxelles, nous trouvons des renseignements plus détaillés dans une autre collection semblable (1). Des tables astronomiques, œuvres de *Blanchinus* ou de *de Blanchinis*, se terminent par cette formule :

« *Finis ; 8 kal. Aprilis 1468 incompleto. Expliciunt canones super tabulis clarissimi mathematici et artium doctoris Johannis de Blanchinis in armis militis strenuissimi factoris generalis Ill. Borsii, ducis Mutine et Regii, comitis Rodrigii, marchionis Estensis et Ferrarie, completi per Arnaldum de Tiishout, de oppido Bruxella, ducatus Brabancie. Anno 1468, incompleto 8 kal. Aprilis 2e indictionis. In urbe Parthenopes.* »

Et Arnaud de Tijshout, comme un souvenir à sa patrie, ajoute ce renseignement astronomique : « *Bruxelle polus elevatus g. 40* ».

Arnaud de Tijshout, de la ville de Bruxelles et du duché de Brabant, veillait parfois — une de ces citations nous le confesse — presque jusqu'au lever du soleil pour achever

(1) *Bibliothèque Nationale*, fonds latin, n° 10 267.

de reproduire un manuscrit précieux en caractères gothiques réguliers et bien alignés ; cependant, il ne bornait pas son industrie au métier de copiste ; à Naples, où il était établi, le Flamand, *il Fiamengo* — c'est ainsi qu'on le nommait — avait apporté l'esprit d'initiative du peuple auquel il appartenait ; il s'était fait imprimeur (1), et plus d'un ouvrage connu sortit de ses presses.

C'est donc à Arnaud de Bruxelles que nous devons la collection où se trouve, à la suite du traité *De speculis* de Jordanus, un texte à peu près irréprochable des *Elementa de ponderibus*.

Du même écrit, la Bibliothèque Nationale possède un autre texte (2) complet et à peine différent du précédent, auquel le copiste a attribué faussement le titre *Liber de ponderoso et levi* qui caractérise, en général, le fragment attribué à Euclide. En outre, il a soudé à la fin de l'écrit de Jordanus trois des quatre propositions que nous avons étudiées au § 1 du Chapitre précédent.

La Bibliothèque Mazarine possède un texte du XIII[e] siècle (3) des *Elementa Jordani super demonstrationem ponderis* ; malheureusement, ce texte n'est pas complet ; nous avons dit, au § 1 du Chapitre précédent, de quelle manière étrange le commencement d'une proposition de Jordanus se continuait par la fin d'un théorème du *De canonio* ; nous avons dit aussi comment cette singulière soudure se trouvait scrupuleusement reproduite dans la collection manuscrite (4) qui a appartenu à Maître François Guillebon, Docteur en Sorbonne. Quelque tronqués que soient le texte de la Bibliothèque Mazarine et sa reproduction, ils nous permettent cependant de contrôler une partie du traité copié par Arnaud de Bruxelles ; ils

(1) De Saint-Genois, *Biographie Belge*, 1866.
(2) *Bibliothèque Nationale*, fonds latin, n° 11 247.
(3) *Bibliothèque Mazarine*, n° 3642 (ancien 1258).
(4) *Bibliothèque Nationale*, fonds latin, n° 16 649.

nous montrent que du XIII[e] siècle à la fin du XV[e] siècle, cette partie n'avait éprouvé aucune altération notable.

La clarté et la concision des énoncés et des démonstrations de Jordanus donnent à son traité une forme très élégante, que les commentateurs ont ultérieurement altérée. Le traité, d'ailleurs, est très bref ; il s'ouvre par sept axiomes ou définitions, et se développe en neuf propositions.

Il ne paraît pas, toutefois, que nous en possédions le texte intégral ; en démontrant la troisième proposition, Jordanus écrit ces mots : « Sicut constituimus Præexercitaminibus ». Ces *Præexercitamina* constituaient, sans doute, une sorte de préambule où étaient démontrés certains lemmes de géométrie. En deux autres passages, au cours des démonstrations de la deuxième et de la cinquième proposition, Jordanus indique un autre renvoi : « Sicut declaratum est in Filotegni — sicut declaravimus in Filotegni » ; ces deux renvois visent encore des propositions de géométrie. Jordanus aurait donc, outre ses nombreux ouvrages déjà connus, composé sur la géométrie un traité aujourd'hui perdu ; à ce traité il aurait donné, chose singulière à l'époque où il vivait (1), le titre grec *Filotegnis*, φιλοτέχνης, l'ami de l'art.

Rien cependant ne permet de supposer que les *Elementa super demonstrationem ponderis* soient, comme le *De canonio* par exemple, une simple traduction d'une œuvre grecque ; aucun terme grec ne s'y rencontre, hors celui que nous venons de citer ; lorsqu'on suit l'ordre des lettres qui marquent les divers points des figures ou les diverses grandeurs dont l'auteur raisonne, on ne reconnait plus la suite alphabétique grecque ; dans la première démonstration, nous voyons les lettres s'introduire selon l'ordre de l'alphabet latin : *a*, *b*, *c*, *d*, *e*, *f* ; ailleurs, nous

(1) Il convient de noter que l'un des renvois au *Filotegni* figure dans le fragment du XIII[e] siècle conservé à la Bibliothèque Mazarine. La copie de ce texte qui a appartenu à François Guillebon écrit : *Philotegne*.

voyons deux lignes analogues marquées *dy* et *ez*, ou bien encore *dh* et *eg* ; tout semble indiquer que nous sommes en présence d'une œuvre originale, issue du génie occidental.

Ce n'est pas que l'auteur de cette œuvre n'ait connu certains des écrits, grecs d'origine, que nous avons précédemment analysés.

Il saute aux yeux, dès qu'on ouvre ses *Elementa*, qu'il connaît le *De ponderoso et levi* attribué à Euclide ; ses deux premiers axiomes, sa première proposition, forment comme un résumé de ce fragment.

D'autre part, la neuvième et dernière proposition des *Elementa* a pour objet de prouver qu'une masse cylindrique, allongée selon l'un des bras du fléau d'une balance, pèse exactement comme si on la condensait en son centre. Pour y parvenir, Jordanus se contente de remarquer que deux poids égaux, pendus en deux points différents du fléau, pèsent comme un poids unique, égal à leur somme et pendu à égale distance de chacun d'eux. Il est impossible de lire cette dernière proposition sans songer que l'auteur avait sous les yeux les quatre propositions qui composent le *Liber Euclidis de ponderibus secundum terminorum circumferentiam*, ou au moins les deux propositions B et C.

Le principal intérêt de la proposition qui termine les *Elementa* de Jordanus est de permettre le calcul du poids compensateur dont doit être chargé le petit bras d'une romaine. Or, de cette application, son livre ne dit mot, ce qui lui donne un aspect inachevé. Dès le XIII^e^ siècle — l'étrange soudure présentée par le texte de la Bibliothèque Mazarine en fait foi — on avait l'habitude de placer le *De canonio* à la suite du traité de Jordanus. Cette association, dont nous reparlerons au § 1 du Chapitre suivant, était fort naturelle, les *Elementa super demonstrationem ponderis* se terminant précisément par le théorème que le *De canonio* postule en ces termes : « Monstratum est in libris qui de his loquuntur. » Elle paraît même si naturelle qu'il est permis de se demander si elle n'a pas été voulue par Jordanus et si, en composant ses *Elementa*, il ne s'est pas proposé d'écrire une sorte d'introduction au *De canonio*, dont il était peut-être le traducteur (1).

Ce qui fait l'intérêt principal de cette introduction, ce qui la distingue de tous les écrits précédemment étudiés, sauf des Μηχανικὰ προβλήματα, ce qui la rapproche jusqu'à un certain point de ce dernier ouvrage, c'est que la décomposition du poids suivant diverses directions y joue un rôle essentiel.

Jordanus considère un mobile assujetti à descendre suivant un chemin non vertical et il introduit dans ses raisonnements, comme représentant la seule force efficace, la composante du poids selon la direction de la trajectoire ; cette composante, il la nomme la *pesanteur relative à la situation* du mobile, *gravitas secundum situm*. La relation quantitative qui unit cette gravité relative au poids proprement dit, Jordanus ne la connaît point ; il énonce seulement une règle qualitative : Plus la trajectoire est oblique, plus est faible la *gravitas secundum situm*. D'ailleurs, pour comparer l'obliquité de diverses trajectoires, il faut prendre sur ces trajectoires des chemins de même longueur et évaluer la descente verticale à laquelle ils correspondent ; celui qui correspond à la plus petite descente verticale est le plus oblique.

Tels sont les principes qu'au commencement de son écrit, Jordanus formule en ces termes :

« Omnis ponderosi motum esse ad medium, virtutemque ipsius potentiam ad inferiora tendendi et motui contrario resistendi.....

» Gravius esse in descendendo quando ejusdem motus ad medium rectior.

(1) Nous avons fait remarquer que le traducteur du *De canonio* remplaçait, dans les figures, l'η par un *i* ; de même, Jordanus écrit *filotegni* pour φιλοτέχνη.

« Secundum situm gravius, quando in eodem situ minus obliquus est descensus.

« Obliquiorem autem descensum in eadem quantitate minus capere de directo. »

Ces principes eussent été d'une application facile aux trajectoires rectilignes ; il semble que le problème du plan incliné eût dû, tout d'abord, solliciter les efforts de Jordanus ; son attention, cependant, ne paraît point s'être portée vers ce problème, mais seulement vers les problèmes de mouvement curviligne que soulevait l'étude du

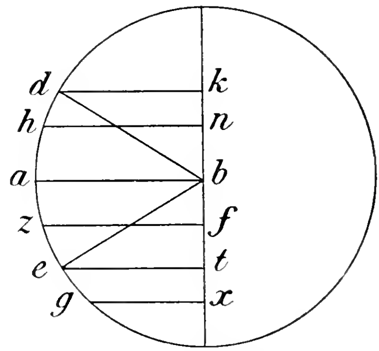

fig. 20.

levier et de la balance. Or, ces derniers problèmes se prêtaient moins aisément à la considération de la *gravité relative à la situation du mobile* ; pour évaluer l'obliquité de la trajectoire, il aurait fallu comparer la longueur d'un chemin infiniment petit parcouru sur cette trajectoire avec la chute infiniment petite qui correspond à ce chemin; de telles considérations infinitésimales ne pouvaient être poursuivies au XII^e ou au XIII^e siècle.

Il semble, cependant, qu'elles se soient offertes un instant à l'esprit de Jordanus, au cours de la démonstration d'une importante proposition, d'une de celles qui ont le plus influé sur le développement ultérieur de la Statique.

Jordanus considère un point pesant fixé à l'extrémité d'un bras de levier mobile autour du point *b* (fig. 20). Ce bras de levier est d'abord horizontal et le poids se trouve en *a* ; puis on l'incline de manière à amener le poids soit en *d*, au-dessus du point *a*, soit en *e*, au-dessous du même point ; dans un cas comme dans l'autre, la gravité *secundum situm* diminue.

En effet, dit Jordanus, prenons au-dessous des points *a*, *d*, *e*, des arcs *az*, *dh*, *eg*, *aussi petits que nous voudrons*, « quantulumcunque parvi », égaux entre eux, et marquons en *bf*, *kn*, *tx* ce que des descentes, effectuées selon ces

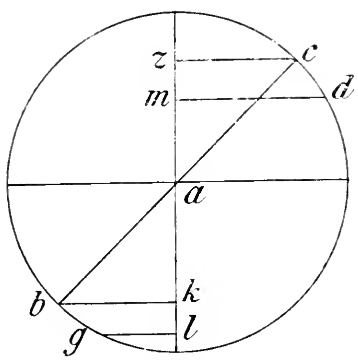

fig. 21.

arcs, *prennent du direct* ; comme *kn* et *tx* sont sûrement plus petits que *bf*, les descentes *dh* et *eg* sont plus obliques que la descente *az* ; ainsi la gravité *secundum situm* est plus faible en *d* ou en *e* qu'en *a*.

Si la méthode infinitésimale pouvait apparaître un instant à un géomètre du moyen âge, ce ne pouvait être que comme une lueur qui brille un clin d'œil et s'éteint aussitôt. En général, Jordanus considère des arcs finis et les compare à leur projection sur la verticale, comme l'avait fait Aristote dans les Μηχανικὰ προβλήματα ; de là, parfois, des raisonnements inexacts. En voici un qui, au XVI^{e} siècle, donnera lieu à bien des débats :

Un levier *bac* (fig. 21), aux extrémités *b* et *c* de ses bras égaux, porte des poids égaux ; ce levier n'est point horizontal ; le bras *ac* est levé et le bras *ab* est abaissé. Jordanus se propose de prouver que le poids *c* est plus grave *secundum situm* que le poids *b*, en sorte que le premier fera remonter le second et ramènera le levier à la position horizontale, qui sera ainsi position d'*équilibre stable*.

Pour construire cette preuve, il prend, au-dessous des points *b* et *c*, des arcs égaux *bg* et *cd*, qu'il projette en *kl* et *zm* sur la verticale ; *kl* est plus petit que *zm*, l'arc *bg*

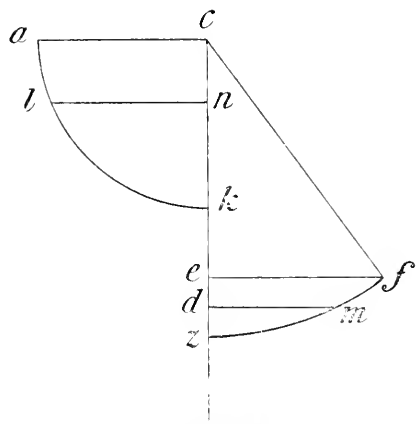

fig. 22.

prend moins du direct que l'arc *cd*, ce qui établit la proposition énoncée.

Aristote avait fort bien vu que la stabilité d'une règle tenait à ce fait que le point de suspension se trouvait au-dessus du centre de figure de la règle ; pour Jordanus et pour ses commentateurs, cette idée juste se trouve obscurcie.

D'autres paralogismes se trouvent dans l'œuvre de Jordanus, erreurs dont, pour la plupart, l'admission devait, en son temps, sembler fort naturelle. Il pouvait sembler naturel, par exemple, de croire qu'en un mécanisme, un poids en soulèvera un autre si la gravité *secundum situm* du premier surpasse la gravité *secundum situm* du second. De ce principe vraisemblable assurément, mais inexact, Jordanus va tirer une proposition formellement erronée ; cette proposition nous montrera clairement à quel point son auteur était loin de concevoir la notion de moment.

Jordanus considère un levier coudé (fig. 22), dont le petit bras *ca* est horizontal tandis que le grand bras *cf* est oblique ; il suppose que la distance *fe* du point *f* à la verticale est précisément égale au bras horizontal *ca*. Nous savons aujourd'hui que des poids égaux placés en *a* et *f* se feront équilibre. Notre auteur se propose au contraire de prouver que le poids placé en *a* l'emporte sur le poids placé en *f*.

Dans ce but, il remarque que toute descente du poids *a* a lieu suivant le quadrant *ak*, de centre *c* et de rayon *ca*, tandis que toute descente du poids *f* a lieu suivant l'arc *fz*, de centre *c* et de rayon *cf* ; sur ces deux trajectoires, prenons respectivement, au-dessous des poids *a*, *f*, des arcs égaux, *al*, *fm* ; la longueur *cn* que le premier *prend du direct* est supérieure à la longueur *cd prise du direct* par le second ; le poids *a* est donc plus grave *secundum situm* que le poids *f* ; et Jordanus se croit en droit d'en conclure la proposition énoncée.

Parmi les démonstrations de Jordanus, il en est une qui mérite une attention toute particulière ; elle ne fait point appel à la notion de la gravité *secundum situm* ; le principe dont elle se réclame n'est point explicitement énoncé ; mais, d'autre part, ce principe transparait si clairement qu'il est impossible de le méconnaître et de ne le point formuler ainsi : *Ce qui peut élever un certain poids à une certaine hauteur peut aussi élever un poids* k *fois plus grand à une hauteur* k *fois plus petite*. Ce principe est donc celui que Descartes prendra pour fondement de toute la Statique et qui, grâce à Jean Bernoulli, deviendra le principe des déplacements virtuels. Il y a plus ; nous verrons que le courant d'idées qui a apporté ce principe à Descartes et qui a pris sa source aux *Elementa* de Jordanus n'a subi, dans son progrès, aucune discontinuité. C'est bien aux commentateurs de Jordanus que Descartes a emprunté ce postulat.

C'est pour justifier la loi de l'équilibre du levier que Jordanus de Nemore fait implicitement appel à ce principe.

« Soient, dit Jordanus, *acb* le fléau (fig. 23), *a* et *b* les poids qu'il porte et supposons que le rapport de *b* à *a* soit celui de *ca* à *cb*. Je dis que la règle ne changera pas de

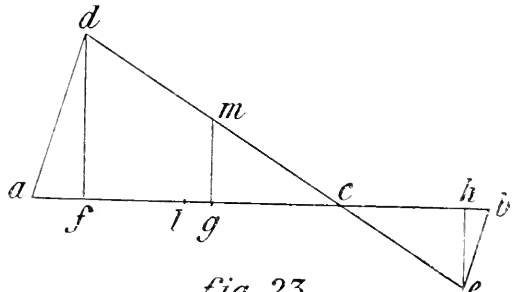

fig. 23.

place. Mettons, en effet, qu'elle descende du côté *b* et prenne la position oblique *dce* ; *b* descendra de la hauteur verticale *he* et *a* montera de la hauteur verticale *fd*. » Si l'on plaçait en *l*, à une distance du point *c* égale à *cb*, un poids égal au poids *b*, il monterait en même temps d'une hauteur verticale *gm*, égale à *he*. « Visiblement, les triangles *ceb*, *cda* sont semblables ; le rapport de *df* à *eh* est donc celui de *ac* à *cb*, partant celui du poids *b* au poids *a* ; donc *df* est à *gm* comme le poids *b* est au poids *a*, ou comme le poids *l* est au poids *a*. Dès lors, ce qui suffit à amener le poids *a* en *d* suffirait à amener le poids *l* en *m*. Mais nous avons montré que les poids *b* et *l* se contre-balancent exactement. » Le mouvement supposé n'aura donc pas lieu, et il en serait de même du mouvement en sens inverse.

Cette démonstration de la loi d'équilibre du levier était en très grand progrès sur celle qu'avait donnée Aristote, qu'avait suivie plus tard Thâbit ibn Kurrah. Celle-ci prenait pour fondement l'axiome de la Dynamique péripatéticienne, la proportionnalité de la force à la vitesse. La révolution accomplie en Dynamique par le XVI^e^ siècle devait un jour la rendre caduque. Celle-là, au contraire, rattachait l'équilibre du levier à l'égalité entre le *travail virtuel* moteur et le *travail virtuel* résistant. Elle était le premier germe d'un principe dont le plein développement serait atteint seulement à la fin du XVIII^e^ siècle, en la *Mécanique Analytique* de Lagrange. L'étude de l'évolution par laquelle ce germe, infime en apparence, est parvenu à la forme achevée sous laquelle nous le contemplons aujourd'hui, sera un des principaux objets de ces études sur les *Origines de la Statique.*

CHAPITRE VII

LA STATIQUE DU MOYEN AGE *(suite)* L'ÉCOLE DE JORDANUS

1. *La formation du* LIBER EUCLIDIS DE PONDERIBUS

Les idées exposées dans les *Elementa Jordani de ponderibus* ont suscité, au moyen âge, un mouvement intellectuel très intense ; philosophes, géomètres, mécaniciens, se sont, à l'envi, emparés de ces idées pour les discuter, les commenter, les développer ; dès le XIII[e] siècle, les *Elementa de ponderibus* ont déjà donné naissance à des traités fort différents de celui qui en est la source.

Ce mouvement intellectuel produit des œuvres qui n'ont point, en général, la simplicité et la rigueur des écrits alexandrins parvenus à la connaissance des géomètres du moyen âge ; mais, tandis que ces derniers écrits s'attachaient presque exclusivement au seul problème de la balance romaine, les traités du moyen âge posent des questions infiniment plus variées ; bien souvent, ils parviennent à les résoudre par de profondes intuitions qui découvrent à leurs auteurs quelques-uns des principes essentiels de la Statique.

Parmi les courants divers qui découlent des idées de Jordanus, nous étudierons tout d'abord celui qui a conduit les géomètres à relier les *Elementa Jordani* au *De canonio* et à composer ainsi le traité souvent nommé *Liber Euclidis de ponderibus*.

La soudure entre les *Elementa* de Jordanus et un autre écrit était d'autant plus naturelle que le traité de Jordanus ne semblait pas avoir sa fin en soi, qu'il apparaissait comme une espèce d'introduction à un autre traité, qu'il se terminait par une sorte de lemme appelant, à sa suite, d'autres théorèmes. Les commentateurs cherchaient donc, parmi les autres écrits concernant la Statique, l'achèvement que réclamaient les *Elementa de ponderibus*.

Parfois, le fragment qu'on leur accolait de la sorte était formé des propositions contenues dans le *Liber Euclidis de ponderibus secundum terminorum circumferentiam* ; c'est cette association qu'un manuscrit du XV^e^ siècle, conservé à la Bibliothèque Nationale (1), nous présente sous le titre : *Incipit liber de ponderoso et levi*. Cette association était d'ailleurs assez étrange ; telle proposition du fragment accolé au traité de Jordanus, la proposition C, faisait double emploi avec la dernière proposition du traité ; la loi du levier se trouvait établie deux fois, et par des méthodes discordantes ; le rapprochement de ces deux textes offrait trop de disparates pour qu'il fût conforme aux intentions de Jordanus.

Ce rapprochement, d'ailleurs, ne semble pas s'être produit fréquemment ; un seul manuscrit nous l'a présenté. En général, on donnait aux *Elementa Jordani de ponderibus* la fin qui semblait leur manquer en les faisant suivre du traité *De canonio*. L'usage de réunir ainsi ces deux traités devait être établi dès le XIII^e^ siècle ; on ne saurait s'expliquer autrement l'étrange méprise qui, dans le *Codex Mazarineus*, soude la fin du *De canonio* au commencement des *Elementa*. Dans le Ms. 7378 A (latin) de la Bibliothèque Nationale, le *De canonio* fait suite non pas au traité primitif de Jordanus, mais à deux autres traités, dérivés de celui-là ; néanmoins, ayant à invoquer la loi d'équilibre du levier, le texte du *De canonio* ajoute : « ut patuit in penultima superiorum demonstrationum ». Cette indication n'a aucun sens dans les conditions où se trouve placé le traité *De canonio* que contient notre manuscrit ; elle devient, au contraire, parfaitement exacte si l'on suppose ce traité placé à la suite de celui de Jordanus ; elle a dû être mise

(1) *Bibliothèque Nationale*, fonds latin, n° 11 247.

par l'auteur qui a réuni ces deux traités à la place de l'indication : « sicut demonstratum est ab Euclide, et Archimede, et aliis » que contiennent d'autres textes du *De canonio* (1). Il y a plus ; ces deux traités se suivent si naturellement l'un l'autre, le livre de Jordanus se termine si exactement par la proposition que l'auteur du *De canonio* invoque pour démontrer son premier théorème, que cette association nous semble voulue par Jordanus lui-même. Ce géomètre paraît, nous l'avons dit, avoir eu l'intention d'écrire une introduction au *De canonio*.

La suite naturelle qui s'établit entre les *Elementa Jordani* et le *De canonio* ne saurait cependant dissimuler la diversité de leur origine, ni les faire prendre pour deux parties d'un même ouvrage ; le texte grec transparait clairement sous le latin du *De canonio*, tandis que rien, dans les *Elementa*, ne décèle une origine hellénique ; d'ailleurs lorsque l'auteur du *De canonio* invoque cette proposition : « Un cylindre pesant, allongé suivant le fléau d'une balance, équivaut à un poids égal suspendu au centre de ce cylindre », il ne renvoie pas son lecteur à la dernière proposition de Jordanus, mais « aux livres qui traitent de ces choses ».

Cette association des *Elementa Jordani super demonstrationem ponderis* et du *De canonio* ne tarda pas à devenir tout à fait classique ; au XV^e^ siècle, peut-être même au XIV^e^, un géomètre dont nous ignorons le nom remania cette rhapsodie ; il développa avec verbosité les démonstrations, si nettes et si concises, de Jordanus ; il donna tout au long les raisonnements au sujet desquels Jordanus s'était borné à renvoyer aux *Præexercitamina* ou au *Philotechnes ;* il les appuya de lemmes empruntés

(1) *Bibliothèque Nationale*, Ms. 8680 A (fonds latin). Le texte du Ms. 7378 A, comparé à celui du Ms. 8680 A, montre que les démonstrations ont subi plusieurs remaniements importants. Le fragment conservé au *Codex Mazarineus* appartient au texte non remanié que nous présente le Ms. 8680 A.

aux *Éléments* d'Euclide ou à l'*Almageste* de Ptolémée, écrits que Jordanus n'avait pas invoqués ; en revanche, il reproduisit les propositions du *De canonio* sous la forme qu'elles avaient déjà reçue au XIII^e siècle (1), sans rien faire pour atténuer la disparate entre les deux parties de l'œuvre, sans même remplacer par un renvoi à sa IX^e proposition le « monstratum est in libris, qui de his loquuntur ».

Cette association remaniée des *Elementa Jordani* et du *De canonio* se trouve en deux manuscrits (2) conservés à la Bibliothèque Nationale ; elle y porte le titre *Liber Euclidis de ponderibus*, qui semble lui avoir été fréquemment attribué.

L'étroite analogie qui existe entre le *Liber de levi et ponderoso* attribué à Euclide et la première proposition du *De ponderibus* de Jordanus pouvait, en effet, conduire assez naturellement à mettre le dernier traité sous le nom du grand géomètre grec. Un manuscrit du XIV^e siècle (3) nous présente les *Éléments de la Géométrie*, que suit une longue série de propositions, énoncées sans démonstration. Nous y trouvons successivement les divers théorèmes qui composent le traité *De speculis* attribué à Euclide, les propositions des *Elementa Jordani de ponderibus*, du *De canonio*, du *Liber de levi et ponderoso*, enfin d'un traité de perspective attribué également à l'auteur des *Éléments*. Ainsi, dès le XIV^e siècle, la gloire de celui-ci était parfois accrue au détriment de la renommée de Jordanus.

Parfois, cependant, le nom de Jordanus reparaissait à côté de celui d'Euclide dans le titre des traités où les *Elementa de ponderibus* se soudaient au *De canonio*. Dans le Manuscrit F. 33 de la Bibliothèque de Bâle, Maximilien Curtze (4) a trouvé un écrit intitulé : *Jordanus de Nemore*

(1) *Bibliothèque Nationale*, fonds latin. Ms. n° 7378 A.

(2) *Ibid.*, fonds latin, Mss. n° 7310 et n° 10 260.

(3) *Ibid.*, Ms. n° 7215 (fonds latin).

(4) Maximilian Curtze, *Das angebliche Werk des Euklides über die Waage* (ZEITSCHRIFT FÜR MATHEMATIK UND PHYSIK, XIX^{er} Jahrgang, p. 263 ; 1874).

et Euclides de ponderibus ; la trop courte description qu'il donne de cet écrit nous permet cependant d'y deviner une telle association. Dans le *Codex amplonianus*, conservé à Erfurt, Valentin Rose (1) a trouvé, à côté d'un *Liber Jordani de ponderibus*, un écrit intitulé : *Liber ponderum Jordani, secundum quosdam vero Euclidis*, et terminé par ces mots : *Explicit liber Euclidis de ponderibus secundum quosdam*. Maximilien Curtze (2), qui a vu cet écrit, nous donne à son sujet des renseignements bien sommaires, mais qui paraissent désigner la compilation remaniée dont nous venons de parler. Le même auteur nous donne (3) une analyse beaucoup plus complète d'un traité, attribué à Jordanus, que contient un manuscrit conservé à Thorn ; et, là encore, c'est la même compilation que nous retrouvons avec certitude.

Cette compilation garda le nom de Jordanus lorsque l'imprimerie s'en empara. Elle forma, en effet, un des éléments essentiels du livre publié à Nüremberg, en 1533, par Peter Apian, professeur à l'Université d'Ingolstadt. Mais un autre élément vint se combiner au précédent pour composer le traité publié par Peter Apian ; c'est ce second élément que nous allons maintenant étudier.

2. *La transformation péripatéticienne des* ELEMENTA JORDANI

Sous le n° 7378 A (fonds latin), la Bibliothèque Nationale conserve un recueil de pièces disparates touchant les

(1) Valentin Rose. *Anecdota graeca et graeco-latina*, II^ter Heft, 1870, — VII, *Zwei Bruchstücke griechischer Mechanik. Philon und Heron.*

(2) Maximilian Curtze, *Zwei Beiträge zur Geschichte der Physik* (BIBLIOTHECA MATHEMATICA, 3e Folge, Bd. I, p. 51 ; 1900).

(3) Maximilian Curtze, *Ueber die Handschrift*, R. 4° 2 : Problematum Euclidis explicatio *des Königl. Gymnasiums zu Thorn* (ZEITSCHRIFT FÜR MATHEMATIK UND PHYSIK, XIII^ter Jahrgang, Supplément, p. 45, 1868). On peut en dire autant d'une pièce intitulée : *Liber de ponderibus vel de statera*

Mathématiques, l'Astronomie, la Mécanique. Parmi ces pièces, se trouve un écrit du XIII^e siècle (1), sur parchemin, qui contient un long et important document relatif à la Statique. Ce document, qui commence par les mots : *Incipit liber Jordani de ponderibus*, se compose, en réalité, de la succession de trois textes distincts.

Le troisième de ces textes comprend une série de problèmes sur l'équilibre du *canonium* ; nous en avons longuement parlé à la fin du Chapitre V ; le second sera l'objet du prochain paragraphe ; le premier, enfin, est celui qui va nous occuper.

Un préambule assez long, où l'auteur donne un aperçu général des problèmes traités et de la méthode qui sert à les résoudre, précède la liste des axiomes pris par Jordanus comme principes de ses déductions. Treize propositions suivent ces axiomes ; l'ordre de ces propositions, la forme de ces énoncés sont exactement les mêmes qu'au *Liber Euclidis de ponderibus*, mais les démonstrations et les explications qui accompagnent ces énoncés sont, comme nous le verrons tout à l'heure, entièrement différentes ; l'étude que nous en ferons justifiera le nom de

Jordani, signalée par M. Curtze dans le Ms. Db. 86, du commencement du XIV^e siècle, conservé à la Bibliothèque de Dresde (Maximilian Curtze, *Ueber eine Handschrift der K. Bibliothek zu Dresden* ; ZEITSCHRIFT FÜR MATHEMATIK UND PHYSIK, XXVIII[ter] Jahrgang, Supplément, p. 1 ; 1883).

(1) C'est la date que lui attribue Thurot (*a*) et que confirme l'aspect de l'écriture gothique. Le catalogue de la Bibliothèque Nationale attribue le Ms. 7378 A au XIV^e siècle ; en effet, à la suite des textes qui nous intéressent, s'en trouvent d'autres, d'une autre main, copiés sûrement au XIV^e siècle. Ainsi, au f. 52, on lit : *Expliciunt canones tabularum astronomie sive tractatus de sinibus et cordis per Magistrum Johannem de Linieriis, ordinati et completi Parisiis anno ab Incarnatione Domini 1322°*. De même, au f. 63 : *Explicit pronosticatio Magistri Leonis Judei facta in Anno Domini 1341°. Incipit pronosticatio Magistri Johannis de Muris super eodem.* Or Chevalier (*b*) nous donne ces renseignements sur Jean de Murs : Musicien et Mathématicien, Docteur en Sorbonne, 1321-1345.

(*a*) Thurot, *Recherches historiques sur le Principe d'Archimède* (REVUE ARCHÉOLOGIQUE, nouvelle série, t. XIX, p. 117, 1869).

(*b*) U. Chevalier, *Bibliographie du moyen âge*, col. 1215.

Commentaire péripatéticien des Elementa Jordani sous lequel nous désignerons ce traité.

Le *Liber Euclidis de ponderibus* d'une part, le *Commentaire péripatéticien* contenu en notre manuscrit du XIII[e] siècle d'autre part, ont été réunis en un seul ouvrage qui fut imprimé au XVI[e] siècle. Il parut en 1533, à Nüremberg, chez Joannes Petreius, sous ce titre (1) : *Liber Jordani Nemorarii, viri clarissimi, de ponderibus, propositiones* XIII *et earumdem demonstrationes, multarumque rerum rationes sane pulcherrimas complectens, nunc in lucem editus, cum gratia et privilegio imperiali, Petro Apiano, mathematico Ingolstadiano, ad* XXX *annos concesso*. MDXXXIII.

Voici comment le célèbre cartographe Peter Apian, professeur à l'Université d'Ingolstadt, s'y est pris pour composer ce petit livre :

Après une épître dédicatoire adressée à Léonhard van Eck, Vuolffeck et Randeck, il a reproduit le préambule par lequel débute le *Commentaire péripatéticien*. Viennent ensuite les postulats de Jordanus, puis treize propositions (neuf dues à Jordanus et quatre fournies par le *De canonio*). Ces propositions gardent l'ordre et la forme qu'elles avaient dans les traités qui les ont fournies, qu'elles avaient conservés dans le *Liber Euclidis* et dans le *Commentaire peripatéticien*.

Chaque proposition est suivie de deux démonstrations.

La première est la reproduction pure et simple des considérations données par le *Commentaire péripatéticien*.

La seconde, annoncée en général par ces mots : *Sequitur aliud commentum*, a pour squelette la démonstration donnée par le *Liber Euclidis*, démonstration qui est, elle-même, une amplification de la déduction primitive de

(1) Je dois à M. Goedseels, administrateur-inspecteur de l'Observatoire royal de Belgique, d'avoir pu consulter un exemplaire de cet ouvrage, conservé à la Bibliothèque de l'Observatoire ; j'adresse à M. Goedseels mes vifs remercîments pour sa très grande obligeance.

Jordanus ; Peter Apian rend ces raisonnements encore plus diffus et verbeux qu'ils ne l'étaient au *Liber Euclidis* ; il les surcharge de digressions géométriques ; c'est, notamment, au cours d'une de ces digressions qu'il cite par deux fois Campanus, citation qui fut attribuée à Jordanus lui-même et contribua à égarer les chronologistes à son sujet. Il y a loin de ces considérations longues et embrouillées aux raisonnements des *Elementa Jordani*, raisonnements dont la clarté et la sobriété révélaient, malgré de graves erreurs de principes, l'œuvre d'un véritable géomètre.

Revenons au *Commentaire péripatéticien* du XIIIe siècle qui a fourni à Peter Apian l'un des éléments constitutifs de son édition.

Ce commentaire commence par ces mots : « La science des poids est subordonnée tant à la géométrie qu'à la philosophie naturelle ; il est donc nécessaire qu'en cette science, certaines propositions reçoivent une preuve géométrique, d'autres une preuve philosophique ».

De suite, l'auteur se montre donc à nous comme un esprit beaucoup plus soucieux de regarder les lois de l'équilibre et du mouvement sous leur aspect philosophique que ne l'avaient été Jordanus et l'auteur du *Liber Euclidis*.

La lecture du *Commentaire* ne fait que rendre plus profonde cette première impression. A plusieurs reprises, au cours des discussions qu'il expose, l'auteur invoque les principes de la Physique d'Aristote. Ainsi, comme Jordanus, pour se rendre compte de la gravité *secundum situm* d'un point pesant placé sur un cercle, il suppose que le point descende le long d'un petit arc. Mais la conclusion à laquelle on parvient ainsi, valable lorsque le point est en mouvement, est-elle applicable à un point immobile ? L'auteur se formule à lui-même cette objection qui, si souvent et si longtemps, sera opposée à la méthode des déplacements virtuels. Pour y répondre, d'une manière bien obscure et bien peu concluante d'ailleurs, il regarde le repos comme le *terme* du mouvement ; en cet état, la *nature* est entièrement en *acte*, tandis que, pendant la durée du mouvement, elle est partiellement en *puissance ;* ce sont les principes mêmes que développent, au sujet du mouvement naturel, les *Physicæ auscultationes.*

Mais si notre auteur est plus instruit ou plus soucieux de la Physique péripatéticienne que ne l'était Jordanus, il est certainement beaucoup moins bon géomètre et logicien beaucoup moins sûr. Aux raisonnements nets et précis du texte primitif des *Elementa Jordani*, il a presque toujours substitué de vagues considérations où nul ne saurait trouver trace d'un raisonnement concluant.

L'influence exercée sur Jordanus par les Μηχανικὰ προϐλήματα ne nous paraît point niable ; Jordanus, cependant, a su repenser les idées qu'il tenait de cet écrit et leur imposer sa forme personnelle ; l'originalité de sa doctrine ferait même supposer qu'il n'a point eu connaissance directe et immédiate du traité d'Aristote. C'est d'une manière beaucoup plus servile que notre commentateur a suivi les *Questions mécaniques ;* pis que cela ! il leur a redemandé une conception erronée de la gravité *secundum situm* que Jordanus avait eu grand soin de délaisser.

Les *Questions mécaniques*, en effet, n'ont point la belle ordonnance logique que l'on remarque en la plupart des écrits d'Aristote ; des opinions différentes les unes des autres, contradictoires les unes avec les autres, s'y enchevêtrent parfois de telle sorte qu'il soit malaisé de les démêler ; ce manque d'ordre est assurément l'un des meilleurs arguments que puissent invoquer les critiques qui veulent attribuer cet écrit non pas au Stagirite, mais à quelqu'un de ses disciples.

Quelle est, selon Aristote, la cause qui fait varier la gravité d'un point pesant descendant le long d'un cercle ? Si l'on s'en tient aux passages que nous avons cités au Chapitre précédent, on voit que le Philosophe regarde cette gravité comme la résultante de deux forces : la gravité naturelle et une résistance contre nature, dirigée suivant l'horizontale; ces deux forces sont entre elles comme les deux composantes du chemin parcouru par le poids sur sa trajectoire curviligne; ce qui doit donc être considéré, si l'on veut comprendre les effets de la gravité en un mouvement circulaire, c'est la longueur du chemin vertical qui correspond à un parcours donné sur le cercle, c'est l'*obliquité* de la trajectoire. C'est ainsi, en effet, que Jordanus a interprété la pensée d'Aristote, lorsqu'il l'a prise pour fondement de sa Statique.

Aux Μηχανικὰ προβλήματα, les passages qui comportent l'interprétation adoptée par Jordanus se trouvent entremêlés d'autres passages selon lesquels la gravité d'un point mobile sur une certaine trajectoire dépendrait non pas de l'*obliquité* de cette trajectoire, mais de sa *courbure*. Tel est, en particulier, le passage suivant :

« De deux mobiles mus par la même force dont l'un décrit une trajectoire qui s'incurve plus et l'autre moins, il est logique que celui qui parcourt la trajectoire la moins courbée se meuve plus vite que celui qui parcourt la trajectoire la plus courbée ; c'est ce qui semble arriver pour les mobiles qui se meuvent sur le plus grand et le plus petit de deux cercles décrits du même centre. Car le point décrivant le plus petit est plus près du point fixe que le point décrivant le plus grand ; aussi, comme s'il était tiré en sens contraire, c'est-à-dire vers le centre, le point décrivant le plus grand est porté plus vite que le point décrivant le plus petit. D'ailleurs, la même chose arrive à tout point décrivant un cercle ; il est porté selon la nature suivant la circonférence, et, contre la nature, de côté et vers le centre. Mais celui qui décrit le plus petit est porté d'un plus grand mouvement contre la nature. Car, par le fait qu'il est plus voisin du centre qui le retient, il en éprouve une plus grande force. »

C'est cet obscur passage qui paraît avoir surtout frappé l'attention de notre commentateur; cherchant à introduire des considérations relatives à la courbure là où, fort sagement, Jordanus n'avait introduit que des évaluations d'obliquités, il change en confusion la clarté et la précision de son prédécesseur.

La valeur scientifique de notre *Commentaire péripatéticien* est donc nulle ; son influence ne s'en exercera pas moins très longtemps, et même sur de très grands géomètres ; Tartaglia, Guido Ubaldo, Mersenne n'y échapperont point entièrement.

3. *Le Précurseur de Léonard de Vinci. Découverte de la notion de moment. Solution du problème du plan incliné*

L'œuvre dont nous allons maintenant nous occuper est, au contraire, une des plus importantes qu'ait à mentionner l'histoire de la Mécanique.

Elle se trouve dans le manuscrit (1) même qui contient le *Commentaire péripatéticien* et elle fait suite à ce commentaire ; elle ne saurait donc être postérieure au XIIIe siècle, époque où fut copié (2) ce manuscrit ; elle se trouve également, plus correcte et illustrée de figures exactes, dans un autre manuscrit (3) du XIIIe siècle, sous le même titre : *Liber Jordanis de ratione ponderis* ; d'ailleurs, ces copies mêmes sont probablement très postérieures à l'original ; certaines démonstrations présentent des lacunes, des passages incompréhensibles que l'on ne saurait attribuer à l'auteur même de ce traité, car celui-ci était sûrement bon géomètre.

Ce traité fut imprimé au XVIe siècle. Tartaglia en laissa, parmi ses papiers, un exemplaire qu'il avait illustré de

(1) *Bibliothèque Nationale*, fonds latin, N° 7378 A.

(2) C'est la date assignée à ce Ms. par Thurot [*Recherches historiques sur le Principe d'Archimède* (REVUE ARCHÉOLOGIQUE, nouvelle série, t. XIX, p. 117, 1869)]. — D'ailleurs, l'écriture de ce Ms. est nettement du XIIIe siècle.

(3) *Bibliothèque Nationale*, fonds latin, N° 8680 A.

quelques figures ; il le légua au grand éditeur vénitien, Curtius Trojanus, qui était son ami, avec mission de le publier ; en effet, en 1565, Curtius Trojanus en fit un petit livre (1), auquel il adjoignit le *Traité des poids* du pseudo-Archimède et quelques déterminations expérimentales de poids spécifiques, dues à Tartaglia.

Curtius Trojanus donnait cet écrit comme le résultat de la correction apportée par Tartaglia au manuscrit primitif ; en fait, Tartaglia n'avait rien corrigé du tout. Si l'on compare le traité imprimé au texte manuscrit que nous avons eu en mains, on observe, de prime abord, une seule modification : la division en quatre livres, qui partage celui-ci, a disparu en celui-là. Quelques additions se laissent découvrir ; elles sont souvent fâcheuses. Presque toujours, le texte du manuscrit a été purement et simplement reproduit par l'imprimeur, mais par un imprimeur inhabile à déchiffrer une écriture du XIII^e siècle ; aussi les fautes, déjà nombreuses par le fait des copistes, arrivent-elles à foisonner ; *pondus* se change en *mundus*, *regula* est constamment remplacé par *responsa*. Les figures, d'ailleurs, valent le texte ; gravées par un artiste qui n'en comprenait point l'objet, marquées de lettres indistinctes qui s'accordent à peine avec les notations du raisonnement, si mal orientées que les horizontales se changent parfois en verticales, elles contribuent à augmenter encore le désordre et la confusion.

Tout concourait, en un mot, à rendre méconnaissables les idées mécaniques nouvelles qui distinguaient ce traité des *Elementa Jordani*.

Ces idées, nous allons les analyser ; mais une question se pose à leur sujet : Quel est le géomètre qui les a conçues ? A cette question, il ne nous est point possible de répondre. Les manuscrits qui nous les ont conservées

(1) Jordani *Opusculum de ponderositate*, Nicolai Tartaleæ studio correctum novisque figuris auctum. Venetiis, apud Curtium Trojanum, MDLXV.

les donnent comme de Jordanus. Or, le traité de Jordanus a été, il est vrai, le germe qui a produit l'écrit qui nous occupe ; mais celui-ci ne saurait être regardé comme un simple développement de celui-là ; rectifiant en plusieurs points ce que les *Elementa Jordani* contenaient d'erroné, il développe de la manière la plus heureuse les indications justes que renfermait ce petit ouvrage ; il constitue une œuvre originale et forte ; la citer sous le nom de Jordanus de Nemore serait grossir le patrimoine, déjà si riche, de cet auteur en lui attribuant un bien qui n'est point le sien. Ignorant d'autre part le nom de celui qui a légitimement acquis ce bien, nous le désignerons comme le *Précurseur de Léonard de Vinci*. Nous verrons, en effet, que les pensées de ce géomètre inconnu ont exercé sur l'œuvre mécanique du grand peintre une profonde et fécondante influence.

Le quatrième livre du traité composé par le précurseur de Léonard concerne la Dynamique bien plutôt que la Statique ; il y est parlé surtout de l'influence qu'un milieu fluide, tel que l'air ou l'eau, exerce sur les corps qui se meuvent en son sein. On ne s'attend point, sans doute, à ce qu'un mécanicien du XVI[e] siècle émette des idées bien exactes et bien profondes au sujet de ces problèmes qui, aujourd'hui encore, nous paraissent presque inabordables. Ces idées, en tout cas, n'auraient point à figurer dans une étude sur les Origines de la Statique. Nous mentionnerons, cependant, quelques-unes des opinions émises par notre auteur touchant la Dynamique, car très originales, très aisées à reconnaître, elles nous permettront de retrouver sa marque dans les écrits de ses successeurs et, particulièrement, de Léonard de Vinci.

Tout milieu gêne le mouvement d'un mobile qui le traverse (1) ; cet obstacle apporté au mouvement dépend, d'ailleurs, d'une foule de circonstances. Il dépend, en

(1) *Édition de Curtius Trojanus,* Quæstio XXIX.

premier lieu, de la forme du mobile (1), qui pénètre d'autant mieux le milieu que sa figure est plus aiguë et la surface plus lisse. Il dépend, en second lieu, de la densité du fluide traversé (2) ; un milieu plus dense se laisse moins aisément traverser qu'un milieu moins dense ; l'eau résiste plus que l'air. Selon notre auteur, tout milieu est compressible ; les couches supérieures d'un fluide pressant les couches inférieures, celles-ci se trouvent être plus denses que celles-là (3) ; les couches profondes gêneront donc le mouvement plus que les couches superficielles (4).

A la proue du mobile, se trouve une portion du milieu comprimée et adhérente au mobile (5) ; mais d'autres portions du milieu, chassées par le mobile, se recourbent en arrière pour venir occuper l'espace qu'il laisse vide (6) ; ce mouvement courbe des parties latérales du milieu peut être comparé à la flexion de l'arc ; lorsque, en un corps, la partie moyenne est immobilisée, une impulsion exercée sur les parties extrêmes incurve aisément ce corps (7).

Aristote attribuait au mouvement du milieu la conservation du mouvement du projectile après que celui-ci a quitté son moteur. Cette opinion avait été suivie par Alexandre d'Aphrodisias, par Themistius, par Simplicius, par Averroës et par saint Thomas d'Aquin. Ce que notre auteur attribue au mouvement du milieu, ce n'est pas la conservation du mouvement du projectile, mais l'accélération de ce mouvement ; c'est le mouvement de l'air qui explique l'accélération de la chute des graves, accélération déjà connue d'Aristote et de ses commentateurs et considérée par eux comme l'effet d'un accroissement de pesanteur. Citons le passage où le Précurseur de

(1) *Édition de Curtius Trojanus*, Quæstio XXXV.
(2) *Ibid.*, Quæstio XXX.
(3) *Ibid.*, Quæstio XXXIII.
(4) *Ibid.*, Quæstio XXXII.
(5) *Ibid.*, Quæstio XLII.
(6) *Ibid.*, Quæstio XLIII.
(7) *Ibid.*, Quæstio XLI.

Léonard de Vinci formule cette curieuse théorie de la chute accélérée (1) :

« *Une chose grave se meut d'autant plus rapidement qu'elle descend plus longtemps*. Ceci est plus vrai dans l'air que dans l'eau, car l'air est propre à toutes sortes de mouvements. Donc un grave qui descend, tire, en son premier mouvement, le fluide qui se trouve derrière lui et met en mouvement le fluide qui se trouve au-dessous, à son contact immédiat ; les parties du milieu ainsi mises en mouvement meuvent celles qui les suivent, de telle sorte que celles-ci, déjà ébranlées, opposent un moindre obstacle au grave qui descend. Par le fait, il devient plus grave et donne une plus forte impulsion aux parties du milieu qui cèdent devant lui, au point que celles-ci ne sont plus simplement poussées par lui, mais qu'elles le tirent. Il arrive ainsi que la gravité du mobile est aidée par leur traction et que, réciproquement, leur mouvement est accru par cette gravité, en sorte que ce mouvement augmente continuellement la vitesse du grave. »

Cette explication de la chute accélérée des corps graves paraît avoir été inconnue des anciens ; Simplicius, qui énumère les diverses opinions de ses prédécesseurs sur ce phénomène, ne la mentionne pas ; elle fut, au contraire, favorablement accueillie par maint auteur du moyen âge ou de la Renaissance. Walter Burley (Burlæus), écrivant en la première moitié du XIV[e] siècle ses commentaires sur Aristote, l'adopta dans ses commentaires au *Liber II, Cap. 76* des *Physicæ Auscultationes*. Les quelques pensées touchant l'influence que le milieu exerce sur la chute des graves, dont nous venons de reproduire l'expression, semblent avoir été, pour Léonard de Vinci, une sorte de bréviaire, constamment médité, où il a puisé bon nombre de ses opinions au sujet de la Dynamique. Ces opinions, nous les retrouvons dans les écrits de Cardan. L'explica-

(1) *Édition de Curtius Trojanus*, Quæstio XXXIV.

tion que notre auteur du XIII^e siècle avait donnée de la chute accélérée des graves fut également acceptée par le Cardinal Gaspard Contarini, au premier livre de son *De elementis*, imprimé en 1548, six ans après la mort de son auteur. En 1576, Benedictus Pererius la fit sienne en son *De communibus omnium rerum naturalium principiis*. Gassendi, enfin, l'admettait encore en 1640, dans ses *Epistolæ tres de motu impresso a motore translato* ; il l'abandonna seulement en 1645, dans une lettre adressée au P. Casrée, lettre où la théorie actuelle de la chute accélérée des graves se trouva, pour la première fois, formulée d'une manière complète.

On conçoit par là le rôle essentiel qu'a joué notre géomètre du XIII^e siècle dans le développement de la science du mouvement.

Mais ce rôle n'est point celui qui doit, en ce moment, arrêter notre attention ; notre objet est d'évaluer l'apport du précurseur de Léonard à la science de l'équilibre ; cet apport, nous l'allons voir, est des plus riches.

Du traité que nous analysons, les trois premiers livres sont consacrés à la Statique ; le second livre, réservé à des problèmes qui se rattachent au *De canonio*, contient peu d'idées nouvelles ; le premier et le troisième nous retiendront seuls.

Le premier livre débute exactement comme les *Elementa Jordani* ; les mêmes axiomes se succèdent dans le même ordre. Dans les deux écrits, la première proposition énonce sous la même forme le principe fondamental de la Dynamique péripatéticienne. Mais, dès la seconde proposition (1), on voit s'affirmer l'originalité du Précurseur de Léonard.

Il s'agit d'une proposition dont nous avons analysé, au Chapitre précédent, l'énoncé et la démonstration.

Jordanus considérait un levier *bc* (fig. 21), mobile

(1) Liber primus, Prop. II. — *Édition de Curtius Trojanus*, Quæstio II.

autour du point a, et dont les bras égaux portaient des poids égaux ; ce levier était écarté de l'horizontale de telle manière que le poids b soit abaissé et le poids c élevé ; dans une telle position, le poids c devait être plus grave que le poids b, parce que la descente le long de l'arc cd est moins oblique que la descente le long de l'arc égal bg.

Le Précurseur de Léonard emprunte, il est vrai, à

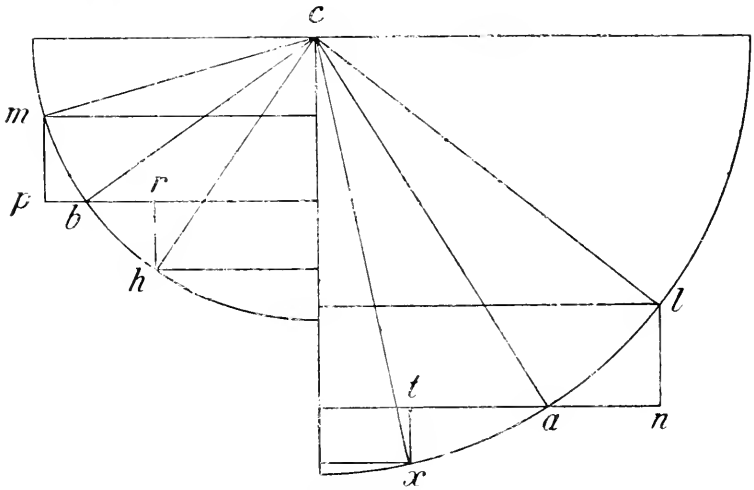

fig. 24.

Jordanus et l'énoncé et la démonstration de cette proposition ; mais il fait suivre la démonstration de quelques considérations qui en sont une réfutation concluante.

L'excès de l'obliquité de l'arc bg sur l'obliquité de l'arc cd, dit en effet notre auteur, peut être rendu plus petit que n'importe quelle quantité ; de telle sorte que si l'on place en c un certain poids et en b un poids qui surpasse le poids c de n'importe quelle quantité fixe, le poids b descendra et fera monter le poids c.

Après avoir apporté cette correction à une erreur de Jordanus, notre auteur reproduit, sans leur apporter aucune modification essentielle, quelques-unes des propositions de son prédécesseur ; il lui emprunte, en particulier, sa belle démonstration de l'équilibre du levier droit. Il arrive enfin à ce problème (1) :

Une balance (fig. 24) a deux bras inégaux *ca*, *cb*, qui font entre eux un certain angle ; les deux points *a*, *b*, sont équidistants de la verticale qui passe par le point d'appui *c* ; ils portent des poids égaux ; la balance est-elle ou n'est-elle pas en équilibre ?

Jordanus avait traité ce problème ou, du moins, un cas particulier de ce problème ; il avait conclu que la balance n'était pas en équilibre dans les conditions prescrites et que le poids porté par le moindre bras *cb* l'emportait sur le poids pendu au grand bras *ca*.

Le Précurseur de Léonard donne, au contraire, au problème énoncé cette réponse correcte : La balance demeurera en équilibre. Mais il ne se contente pas de formuler cette réponse exacte ; il la justifie par une démonstration des plus remarquables.

De part et d'autre du bras *ca*, il trace deux rayons *cx*, *cl*, faisant avec *ca* des angles égaux ; de même, de part et d'autre du bras *cb*, il mène deux rayons *ch*, *cm*, faisant avec *cb* des angles égaux entre eux et égaux aux précédents.

Cela posé, il se demande si le poids *a* pourra l'emporter sur le poids *b*, et il déclare que cela ne se pourra pas ; car alors les bras *ca*, *cb* du levier viendraient respectivement en *cx*, *cm* ; le poids *a*, descendant de la hauteur *tx*, ferait monter le poids *b*, qui lui est égal, d'une hauteur *pm*, supérieure à *tx*. De même, le poids *b* ne saurait l'emporter sur le poids *a*, car le bras *cb* viendrait en *ch* tandis que le bras *ca* viendrait en *cl* ; et le poids *b*, s'abaissant de la longueur *rh*, élèverait le poids égal *a* d'une longueur *nl* supérieure à *rh*.

Cette démonstration offre une parenté évidente avec

(1) Liber primus, Prop. VIII. — *Édition de Curtius Trojanus*, Quæstio VIII.

celle que Jordanus a donnée pour la loi d'équilibre du levier ; mais cette nouvelle application de la méthode des déplacements virtuels présentait certaines difficultés que la première ne rencontrait pas ; en effet, dans le cas du levier droit, l'équilibre est indifférent, en sorte que tout déplacement virtuel fini correspond à un travail de la puissance exactement égal au travail de la résistance ; dans le cas du levier coudé, l'équilibre est stable ; l'égalité entre le travail moteur et le travail résistant n'a plus lieu, sauf pour les déplacements infiniment petits qu'un géo-

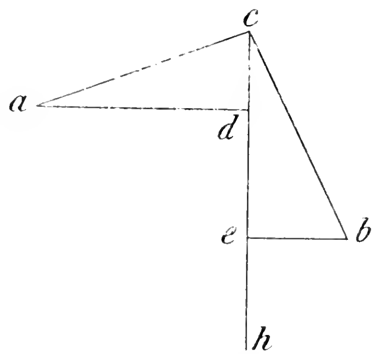

fig. 25.

mètre du XIIIe siècle n'aurait su traiter ; ces difficultés, le Précurseur de Léonard de Vinci a su les surmonter de la manière la plus heureuse.

En combinant la démonstration que nous venons de rapporter avec ce principe : « Ce qui suffit à élever un certain poids à une certaine hauteur suffit aussi à élever un poids n fois moindre à une hauteur n fois plus grande », principe implicitement admis dans la démonstration que Jordanus avait donnée de la loi d'équilibre du levier droit, on obtient sans peine la condition d'équilibre d'un levier coudé quelconque dont les bras portent des poids quelconques.

Cette règle, le Précurseur de Léonard la connaît, en effet, et il la démontre précisément par la voie que nous venons d'indiquer. Si, dit-il (1), une balance coudée *acb* (fig. 25) porte en *a* et *b* des poids inégaux, elle s'orientera de telle sorte que les distances *ad*, *be*, des points *a* et *b* à la verticale *ch* du point de suspension soient en raison inverse des poids qui sont pendus en ces mêmes points.

Ces règles peuvent encore s'énoncer ainsi : L'effet d'un poids qui pend à l'extrémité d'un bras de levier incliné d'une manière quelconque est mesuré par le *moment* de ce poids par rapport à la verticale du point d'appui.

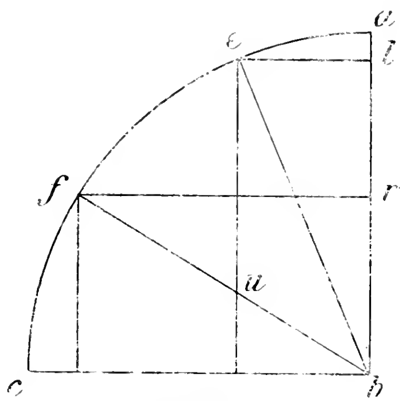

fig. 26.

Cette manière d'envisager les problèmes dont nous venons de parler n'échappe point à notre auteur. « Si, dit-il (2), on soulève un fardeau, et si l'on connaît la longueur de son support, on peut, en toute position, déterminer ce que pèse ce fardeau... Le poids de ce fardeau porté en *e* par le support *be* (fig. 26), sera au poids porté en *f* par *fb* comme *el* est à *fr* ou comme *pb* est à *xb*... Le poids placé

(1) Liber tertius, Propositiones I et II. — *Édition de Curtius Trojanus*, Quæstiones XXIII et XXIV.

(2) Liber tertius, Propositio V. — *Édition de Curtius Trojanus*, Quæstio XXVII En cette proposition, le copiste a introduit des erreurs qui, parfois, rendent méconnaissable la pensée de l'auteur.

en *e* à l'extrémité du levier *be* pèsera comme s'il était en *u* sur le levier *bf*. »

Ainsi se trouve complétée et mise sous forme quantitative la loi que Jordanus avait énoncée et qui désignait la gravité *secundum situm* comme diminuant au fur et à mesure que le bras de levier se rapproche de la verticale.

Cette notion acquise, il est aisé de reconnaître qu'une balance est en équilibre stable lorsqu'en joignant le point d'appui aux points de suspension des poids, on forme un angle dont le sommet est dirigé vers le haut ; notre auteur a sûrement aperçu cette vérité (1). Si le même angle est tourné vers le bas, le seul état d'équilibre dont la balance soit susceptible est un état d'équilibre instable ; le Précurseur de Léonard formule nettement cette proposition (2) qui contredit une affirmation des *Quæstiones mechanicæ* ; Aristote, en effet, avait prétendu qu'un tel état d'équilibre était indifférent.

La loi d'équilibre du levier coudé, obtenue par une ingénieuse application du principe des déplacements virtuels, la notion de moment clairement évaluée, ce sont là des découvertes qui suffiraient à assurer au Précurseur de Léonard une place de choix parmi les créateurs de la Statique. Mais elles n'épuisent pas la liste des trouvailles dont il a enrichi la Mécanique ; cette science lui doit encore d'avoir résolu le problème du plan incliné.

Un seul géomètre de l'antiquité, Pappus, s'était occupé de ce problème ; il en avait donné une solution, inexacte d'ailleurs, dont nous aurons à parler au prochain Chapitre ; cette solution ne semble pas avoir été connue des mécaniciens du moyen âge ; elle n'a exercé sur leurs recherches aucune influence.

Il est surprenant que Jordanus de Nemore n'ait pas

(1) Liber primus, Propositio VIII. — *Édition de Curtius Trojanus*, Quæstio VIII.

(2) Liber primus, Propositio VIII, et Liber tertius, Propositio III. — *Édition de Curtius Trojanus*, Quæstiones VIII et XXV.

songé à reprendre le problème du plan incliné ; en aucune question, la notion de *gravitas secundum situm* ne pouvait être d'une application plus simple et plus obvie ; les mouvements circulaires, seuls considérés par ce grand géomètre, se prêtaient beaucoup moins aisément à la considération de cette gravité.

Si Jordanus avait songé à traiter par ses principes le problème du plan incliné ; si, non content d'affirmer que la gravité *secundum situm* est d'autant plus grande qu'un trajet donné, compté sur la trajectoire, *prend* davantage *du direct*, il avait admis que la gravité *secundum situm*

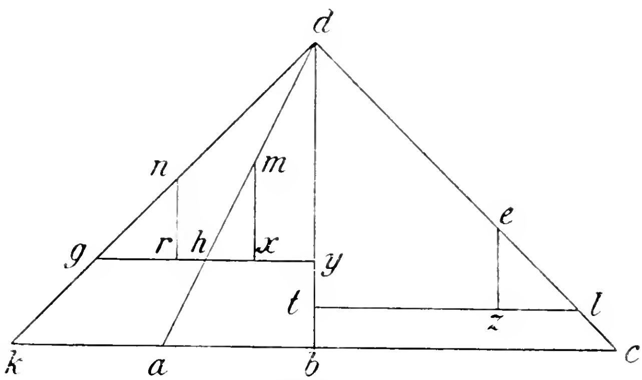

fig. 27.

est proportionnelle à la longueur de ce *direct* pris par une chute oblique de longueur donnée, il eût, du premier coup, triomphé là où Pappus avait échoué. Encore une fois, cette application s'offrait si naturellement aux postulats des *Elementa Jordani super demonstrationem ponderis* que l'on est surpris de voir l'auteur de ce traité laisser à autrui l'honneur de la faire.

Cet honneur était réservé au Précurseur de Léonard. Celui-ci remarque d'abord (1) que la gravité *secundum*

(1) Liber primus, Propositio IX. — *Édition de Curtius Trojanus*. Quæstio IX.

situm d'un poids qui repose sur un plan incliné est la même quelle que soit la position de ce poids sur le plan ; puis il aborde la comparaison des valeurs que prend cette gravité sur des plans diversement inclinés. Traduisons *in extenso*, d'après le texte manuscrit du XIII^e^ siècle, l'énoncé et la démonstration de cette proposition capitale (1) :

« *Si deux poids descendent par des chemins diversement inclinés, et que les poids soient directement proportionnels aux déclinaisons, ces deux poids seront de même vertu dans leur descente.*

« Soit *ab* (fig. 27) une horizontale, et soit *bd* une verticale ; supposons que, de part et d'autre de celle-ci, descendent deux obliques *da*, *dc*, et que *dc* soit d'une plus grande obliquité relative ; par rapport des obliquités, j'entends le rapport des déclinaisons, non le rapport des angles, c'est-à-dire le rapport des longueurs des lignes comptées jusqu'à leur intersection avec l'horizontale, de telle sorte qu'elles prennent semblablement du direct.

« En second lieu, soient *e* le poids placé sur *dc*, *h* le poids placé sur *da*, et supposons que *e* soit à *h* comme *dc* est à *da*. Je dis que, dans une telle situation, ces deux poids auront même vertu.

« Soit, en effet, *dk* une ligne ayant même obliquité que *dc* et, sur cette ligne, un poids *g* égal à *e*.

« Que le poids *e* descende en *l* si cela est possible, et qu'il tire (2) le poids *h* en *m* ; prenons *gn* égal à *hm* et, par conséquent, à *el*. Par les points *g*, *h*, faisons passer une perpendiculaire à *db* ; soit *ghy* cette ligne. Du point *l*, abaissons sur *db* la perpendiculaire *lt*. Puis abaissons *nr*, *mx* perpendiculaires sur *ghy*, et *ez* perpendiculaire sur *et*. Le rapport de *nr* à *ng* est celui de *dy* à *dg* et aussi

(1) Liber primus, Propositio IX. — *Édition de Curtius Trojanus*, Quæstio IX.

(2) Il est clair que l'auteur imagine les deux poids reliés par un fil qui, en *d*, passe sur une poulie.

celui de db à dk ; de même, le rapport de mx à mh est celui de db à da. Donc mx est à nr comme dk est à da, c'est-à-dire comme le poids g est au poids h. Mais comme e ne pourrait pas hisser g en n, il ne pourra pas non plus hisser h en m. Les poids demeureront donc en équilibre. »

La démonstration est calquée sur celle que Jordanus a donnée de la loi d'équilibre du levier ; elle met en jeu le même postulat implicite : *Ce qui peut élever le poids* P *à la hauteur* H, *peut aussi élever le poids* $\frac{P}{\lambda}$ *à la hauteur* λ H. Après avoir donné à Jordanus une preuve convaincante de la loi d'équilibre du levier droit, ce postulat a permis au Précurseur de Léonard de Vinci de résoudre les deux problèmes du levier coudé et du plan incliné. La fécondité de ce principe se manifeste donc clairement dès le XIIIe siècle ; jusqu'à nos jours, elle ne cessera plus de produire ses conséquences. Ce principe est la véritable origine de la méthode des variations virtuelles dont l'ampleur et la puissance font l'admiration des physiciens modernes. Né des méditations de Jordanus et du Précurseur de Léonard, il se développera en l'œuvre de Léonard, de Guido Ubaldo, de Galilée, de Roberval, de Descartes, de Jean Bernoulli, pour prendre son plein épanouissement dans les écrits de Lagrange et de J. Willard Gibbs.

Mais avant que nous puissions apprécier exactement l'influence exercée par le Précurseur de Léonard sur les recherches mécaniques du grand peintre, il nous faut encore analyser un dernier traité issu de l'École de Jordanus.

4. *Le* Traité des poids *selon Maître Blaise de Parme*

Biagio Pelacani, autrement dit Blasius de Parma, appartient à une famille de Parme qu'ont illustrée divers médecins, savants et philosophes ; tel Antoine Pelacani, qui mourut à Vérone en 1327 ; tel encore François Pelacani, qui exerçait la médecine à Parme en 1438.

Blaise (1) était également médecin ; mais comme bon nombre de médecins de cette époque, il n'était étranger à aucune science. Ayant été reçu Docteur de l'Université de Pavie en 1374, il enseigna l'astrologie à Bologne de 1378 à 1384 ; il professa ensuite à Padoue jusqu'en 1388, puis, de nouveau, à Bologne ; en 1404, 1406, 1407, nous le revoyons à Pavie ; il trouve également le temps de se rendre à Paris ; de 1408 à 1411 il reprend sa chaire de Padoue et meurt à Parme, sa ville natale, le 23 avril 1416. Tiraboschi le qualifie de « filosofo e matematico insigne » ; en effet, Luca Paciolo le cite parmi les auteurs dont il s'est servi pour écrire sa *Summa de arithmetica geometria ;* Léonard de Vinci et Cardan font mention de ses recherches de Statique ; certains de ses écrits, notamment son commentaire au *De latitudinibus formarum* de Nicolas Oresme, furent imprimés (2) au XVIe siècle. Mais il semble avoir dû aux défauts de son caractère ses nombreux changements de résidence ; à Padoue, les étudiants, irrités de sa grossièreté et de son avidité, refusèrent de suivre ses cours ; les Parisiens, enfin, avaient composé à son sujet ce dicton peu flatteur : « C'est le diable, à moins que ce ne soit Blaise de Parme — *Aut diabolus, aut Blasius Parmensis* ».

Le manuscrit (3) qui nous a conservé le *Tractatus de*

(1) Voir : Affò, *Scrittori parmigiani*, Parma, 1789 ; t. II. pp. 112, 118, 123. — Tiraboschi, *Storia delle lettere italiane*. 1807, t. VI, I, pp. 335-339. — Gherardi, *Di alcuni materiali per la storia della facoltà matematica nell' antica università di Bologna*, Bologna, 1846.

(2) Bassiani politi Laudens, *De numero modalium ;* — Ejusdem, *Tractatus proportionum*. — Nicolaï Horen, *Proportiones ;* — Ejusdem, *De latitudinibus formarum*. — Blasii de Parma, *De latitudinibus formarum ; De sex inconvenientibus*. — Joannis de Lasali, *De velocitate motus alterationis*. — Blasii de Parma, *De tactu corporum durorum*. Venetiis, mandato et sumptibus heredum Oct. Scoti Modoetiens, per Bonetium Locatellum Bergom. Kal. Sept. MDV.

(3) *Bibliothèque Nationale*, fonds latin, No 10252.

ponderibus secundum Magistrum Blasium de Parma est dû à la plume d'Arnaud de Bruxelles ; celui-ci en acheva la copie, à Naples, le 5 janvier 1476.

Trois parties composent cet ouvrage, où Blaise Pelacani a tenté d'exposer sous une forme coordonnée les doctrines de l'École de Jordanus ; ce but, d'ailleurs, est imparfaitement atteint et plus d'une incohérence peut être signalée au cours de ce *Traité des poids*.

La troisième partie est consacrée à l'Hydrostatique ; elle sera pour nous d'un grand intérêt au jour où nous étudierons la formation de cette science ; visiblement, Blaise de Parme a fait usage, pour la composer, du *Traité des poids* faussement attribué à Archimède — qu'il nomme *Alaminide*. Mais ce livre n'est point le seul qu'il ait consulté ; il donne de l'aréomètre à poids constant une description assez semblable à celle que l'on trouve dans un certain *Carmen de ponderibus* ou *de ponderibus et mensuris*, que la collection des *Poetæ latini minores* attribue, faussement d'ailleurs, à Priscien. Comme ce n'est point l'histoire de l'Hydrostatique, mais celle de la Statique générale qui nous occupe ici, nous ne nous attarderons pas à l'étude de cette troisième partie, qu'il nous suffira d'avoir signalée.

Les deux premières parties du traité de Blaise de Parme sont consacrées à l'étude de la Statique ; la Statique qui y est exposée se rattache nettement à l'École de Jordanus ; mais il ne paraît pas que Biagio Pelacani ait fait usage du texte primitif de Jordanus de Nemore ; son ouvrage est une sorte de synthèse du livre que nous avons nommé le *Commentaire péripatéticien* et du traité composé par l'auteur inconnu que nous avons appelé le Précurseur de Léonard de Vinci. D'autres écrits, d'ailleurs, inconnus de nous, ont peut-être contribué à cette formation ; ainsi la première partie du livre de Blaise de Parme porte assurément la trace du commerce de l'auteur avec le préambule du *Commentaire péripatéticien* ; mais, parmi les propositions géométriques qui y sont démontrées, deux théorèmes sont précisément ceux que Jordanus invoque comme établis dans le *Philotechnes ;* le préambule du *Commentaire péripatéticien* mentionne un seul de ces deux théorèmes ; Blaise de Parme n'aurait-il point eu en mains ce *Philotechnes* aujourd'hui ignoré ?

L'influence exercée par le *Commentaire péripatéticien* sur l'esprit de Blaise de Parme est particulièrement nette au cours de la première partie de son traité. Dès la première phrase, la parenté des deux ouvrages s'affirme : « Cum scientia de ponderibus sit subalternata tam geometriæ quam philosophiæ naturali... », dit, en débutant, l'auteur du XIIIe siècle ; et Pelacani commence son écrit par ces mots : « Scientia de ponderibus philosophiæ naturali vere dicitur subalternari ».

C'est, d'ailleurs, la plus pure physique péripatéticienne qui guide Biagio Pelacani vers la notion de gravité *secundum situm.* « Un grave, dit-il, que l'on place hors de son lieu naturel tend à descendre par la corde plutôt que par l'arc ; car, lorsqu'il est hors de son lieu naturel, où il doit demeurer pour sa conservation et sa perfection, il tend à rejoindre ce lieu le plus rapidement possible, partant, par le chemin le plus court. Un grave sera donc d'autant plus lourd qu'il descendra plus droitement au centre ; l'obliquité ou la courbure de sa trajectoire diminuent sa gravité de situation. » Dans bien des cas, d'ailleurs, Blaise de Parme, s'écartant de Jordanus, mais se rapprochant du *Commentaire péripatéticien*, attribue la diminution de gravité non à l'obliquité, mais à la courbure.

De la notion de *gravitas situalis*, Blaise de Parme tire de suite un curieux corollaire, que nous n'avons point trouvé chez ses prédécesseurs : « Lorsqu'on éloigne du centre du monde une balance dont les bras égaux sont chargés de poids égaux, ces poids semblent d'autant plus lourds que la balance est placée plus haut. » En effet, la ligne selon laquelle chacun des poids tend à tomber fait avec la verticale qui passe par le point d'appui du fléau un angle d'autant plus aigu que la balance est plus loin du centre du monde. Il est piquant de remarquer que Mersenne et Descartes reprendront presque textuellement la même argumentation.

La seconde partie du traité de Biagio Pelacani est essentiellement formée, comme le *Commentaire péripatéticien*, comme le *Liber Euclidis de ponderibus*, par la

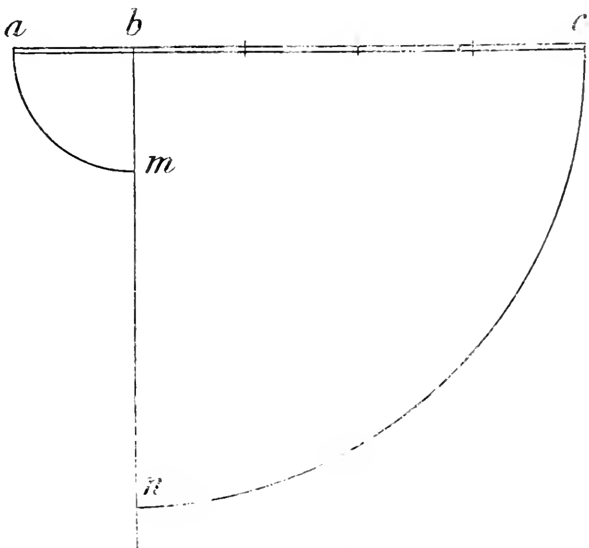

fig. [illegible].

réunion des *Elementa Jordani* et du *De canonio*. Entre ces deux ouvrages ainsi soudés, Blaise de Parme a tenté d'effacer toute disparate ; la première proposition du *De canonio* ne renvoie plus « aux livres qui traitent de ces choses » ; elle invoque le dernier théorème démontré par Jordanus ; dans les propositions empruntées à ce dernier auteur (qui, d'ailleurs, n'est jamais nommé), le fléau de la balance reçoit parfois de Pelacani le nom de *canonium*. La soudure des deux écrits hétérogènes n'en demeure pas moins visible, à peine se cache-t-elle sous ce semblant de transition : « Nunc, datis ponderibus, volo notitiam brachiorum indagare ».

C'est encore le *Commentaire péripatéticien* qui inspire à Blaise de Parme, fort malheureusement d'ailleurs, la plupart des démonstrations données en sa seconde partie.

Prenons, par exemple, la démonstration qu'il substitue, lorsqu'il veut justifier la loi d'équilibre du levier, au raisonnement, si riche en conséquences, qu'avait donné Jordanus.

Il considère un levier (fig. 28) dont le grand bras *bc* soit quadruple du petit bras *ab* ; il trace les arcs de cercle *am*, *cn* que décriraient, dans leur descente, des poids placés en *a* et *c*. Si ces poids sont égaux, ils ne pourront se faire équilibre « car le quadrant *am* est plus courbé que le quadrant *cn*, en sorte que le poids pendant au grand bras sera plus lourd dans le rapport même où le quadrant correspondant est plus droit... Et comme la rectitude du quadrant *cn* est à la rectitude du quadrant *am* dans le même rapport que *bc* à *ab*, la gravité de situation du poids placé en *a* sera quadruple de la gravité de situation du poids égal pendu en *b*. »

Blaise de Parme, toutefois, n'est point sans subir l'influence du Précurseur de Léonard de Vinci ; c'est à cet auteur, on n'en saurait douter, qu'il emprunte l'énoncé et la démonstration que voici :

Il suppose que des poids égaux soient fixés aux points *a* et *c* (fig. 29) d'une ligne *abc*, dont *b* est le milieu ; il suppose, en outre, que le point d'appui se trouve en *o*, sur la verticale du point *b*, mais au-dessous de ce point ; dans ces conditions, il déclare qu' « il sera difficile de mettre les poids en équilibre ».

« Supposons, en effet, que *a* descende aussi peu que l'on voudra ; le bras auquel le poids *a* est fixé devient plus long, tandis que l'autre bras devient plus court ; par conséquent, *a* devient continuellement plus lourd et *c* plus léger. »

Malheureusement, lorsque Blaise de Parme emprunte ses énoncés au Précurseur de Léonard, il ne lui emprunte pas toujours ses démonstrations.

Il considère, par exemple, un levier coudé *acb* (fig. 24) dont les bras *ca*, *cb* sont inégaux, mais se terminent en des points *a*, *b* équidistants de la verticale qui passe par le point de suspension *c*. D'accord avec le Précurseur de Léonard, Pelacani affirme que des poids égaux, placés en *a* et *c*, se feront équilibre ; mais à la belle démonstration donnée par son prédécesseur, il substitue

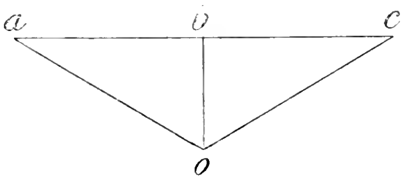

fig. 29.

des considérations où l'on ne saurait apercevoir trace de preuves.

En lisant l'écrit du Précurseur de Léonard, Blaise de Parme n'a pas pu ne pas remarquer la théorie du plan incliné; mais il ne semble pas avoir compris la beauté et la rigueur de cette théorie. Il paraît seulement avoir été frappé de ce fait, qui lui semblait paradoxal : Un poids, glissant sur un plan fortement incliné, peut obliger un poids plus considérable que lui à monter le long d'un plan plus faiblement incliné. Voici, du reste, le curieux passage où il expose sa pensée :

« ... Et ceci peut encore se démontrer en vertu de notre sixième principe, de la manière suivante : Tout grave désire descendre par la ligne verticale et non point par un arc de courbe, pourvu que ce grave soit abandonné à son naturel. Soit donc *hg* la verticale (fig. 30). Il suit de ce que nous avons prouvé que moins une descente diffère de la descente *gh*, plus cette descente participe du naturel, les poids considérés étant toujours égaux. De là résulte ce que nous nous proposons de démontrer.

» Qu'il en soit ainsi, cela est évident. Menons les deux lignes droites *cg* et *ag*, desquelles la ligne *cg* est moins distante du chemin vertical que la ligne *ag*; l'angle *cag* est plus aigu que l'angle *acg* ; cet angle *cag* découpe un plus petit arc.

» Mais ici un doute se présente à l'esprit : Le poids *c*

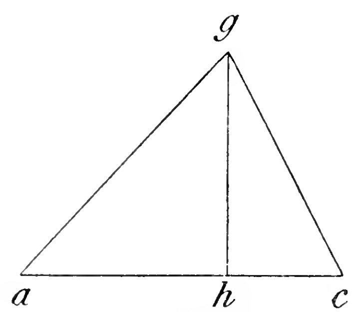

fig. 30.

pourrait donc soulever un poids plus lourd que le poids *a* qui lui est égal ? Et, de suite, il apparaît qu'il en doit être ainsi. Puis, en effet, que le poids *c*, dans une telle situation, est plus lourd que le poids *a*, sa gravité en cette situation surpasse celle du poids *a* d'un certain excès. Il en résulte donc que le poids *c* peut soulever un poids plus lourd que *a* lui-même. Sinon, la puissance active admettrait un terme affirmatif *per maximum*.

» Mais cette conclusion semble impliquer contradiction ; car il est certain que *c* et *a* sont également graves, ce qui entraîne nécessairement cette conclusion : Ce qui est plus lourd que *a* est aussi plus lourd que *c*. Il en résulte que si l'on met en balance avec *c* quelque chose qui soit plus lourd que a, ce poids a descendra nécessairement jusqu'en bas, conformément à notre troisième conclusion.

« De cette instance, je ne dirai rien ici... *Videant tamen philosophantes.* »

Pelacani semble, d'ailleurs, avoir été un esprit paradoxal et sceptique ; il se complaît à signaler des conséquences surprenantes, à opposer les unes aux autres des propositions contradictoires, à soulever des objections contre les théorèmes donnés par ses prédécesseurs. Les résistances passives, dont la considération ne paraît guère avoir préoccupé les géomètres de l'École de Jordanus, inquiètent Blaise de Parme. Il observe que ces résistances empêchent de conclure sûrement de l'équilibre de la balance à l'égalité des poids mis dans les plateaux. Il remarque que l'exactitude de plus d'une proposition de Statique exige que l'on fasse abstraction de toute résistance de la part du milieu. Il tente même, sous une forme bien naïve d'ailleurs, de traiter un problème d'équilibre en tenant compte de cette résistance.

Certes, le traité de Blaise de Parme n'a pas la puissante originalité de l'écrit composé par cet auteur inconnu que nous avons nommé le Précurseur de Léonard ; il ne contient rien qui ait influé d'une manière heureuse sur le développement de la Statique ; il représente seulement un monument curieux des connaissances répandues, au début du XV^{e} siècle, parmi les physiciens. Mais il n'est point sans intérêt pour l'étude que nous poursuivons ; il est, en effet, nous l'allons voir, un des canaux par lesquels la Mécanique du moyen âge est parvenue jusqu'à Léonard de Vinci et jusqu'à Cardan.

CHAPITRE VIII

LA STATIQUE DU MOYEN AGE ET LÉONARD DE VINCI

La science ne connaît point de génération spontanée. Les découvertes les plus imprévues n'ont jamais été créées de toutes pièces au sein de l'intelligence qui les a enfantées. Toujours, elles sont issues d'un premier germe dont ce génie avait reçu le dépôt ; le rôle de ce génie s'est borné à accroître et à développer la petite graine semée en lui jusqu'à ce que l'arbre aux frondaisons puissantes donnât ses fleurs et ses fruits.

Nous avons admiré, en étudiant la Statique de Léonard de Vinci (1), la végétation d'idées neuves la plus touffue, la plus luxuriante qu'il soit possible d'imaginer. Nous allons maintenant rechercher les semences qui ont donné naissance à cette forêt de découvertes. Ce que nous savons de la Statique du moyen âge nous aidera grandement dans cette recherche.

Il va nous être possible de démêler les influences qui se sont exercées sur l'intelligence du grand peintre ; nous verrons comment ses opinions se sont formées en Statique, tantôt en développant certaines propositions formulées par un géomètre appartenant à l'École de Jordanus, tantôt en réfutant les assertions émises par un mécanicien de la même École.

1. *L'École de Jordanus, le traité de Blaise de Parme et la Statique de Léonard de Vinci.*

Il n'est pas besoin de feuilleter longuement les manuscrits de Léonard de Vinci pour reconnaître que les pro-

(1) Voir Chapitre II.

blèmes où l'on tient compte non seulement des poids pendus au fléau d'une balance, mais du poids même du fléau, que les questions traitées par Charistion et par Thâbit ibn Kurrah, ont vivement sollicité son attention.

« Pour essayer un homme, dit-il (1), et voir s'il a un vrai jugement de la nature des poids, demande-lui en quel endroit on doit couper un des deux bras égaux de la balance, en sorte que la partie coupée, attachée à l'extrémité de son reste, fasse contre-poids avec précision au bras opposé (ce qui n'est jamais possible) et, s'il te donne la position, il est un triste mathématicien. »

Les considérations par lesquelles Léonard de Vinci

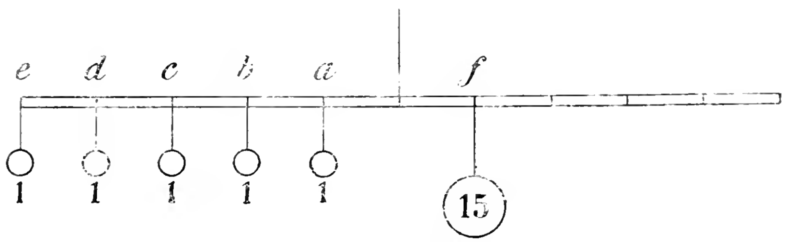

fig. 31

traite ces sortes de problèmes sont, d'ailleurs, tout à fait analogues à celles qui sont données au livre publié par Thâbit ou plus sommairement exposées en la dernière proposition de Jordanus. Citons-en quelques exemples :

« *Du poids* (2). Si les deux bras de la balance (fig. 31) sont divisés en parties égales, et qu'une livre soit placée à chacun des points *a*, *b*, *c*, *d*, *e*, je demande combien de livres leur feront résistance en *f* ?

» Tu feras ainsi : *a* fait résistance à une livre placée en *f*, *b* fait résistance à 2, *c* à 3, *d* à 4, *e* à 5, de sorte que toute la somme fait résistance aux 15 livres placées en *f*.

(1) *Les Manuscrits de Léonard de Vinci*, publiés par Ch. Ravaisson-Mollien, Ms. M de la Bibliothèque de l'Institut, fol. 68, verso.

(2) *Les Manuscrits de Léonard de Vinci*, publiés par Ch. Ravaisson-Mollien, Ms. A de la Bibliothèque de l'Institut, fol. 5, recto.

- *Du poids*. Si une balance (fig. 32) a un poids qui soit semblable en longueur à un de ses bras, soit MN, qui soit de 6 livres, combien de livres placées en F lui feront résistance ? Je dis que 3 livres suffisent, parce que, si le poids MN a la même longueur qu'un des bras, tu pourras

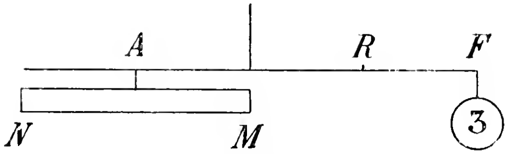

fig. 32.

estimer qu'il est placé au milieu de ce bras de balance, au point A ; donc, s'il y en a 6 livres, 6 autres livres placées en R leur feront résistance, et si tu tires une fois autant en avant, jusqu'à l'extrémité de la balance, au point R, 3 livres leur feront résistance.

- *Du centre de la gravité* (1). Le centre de la gravité

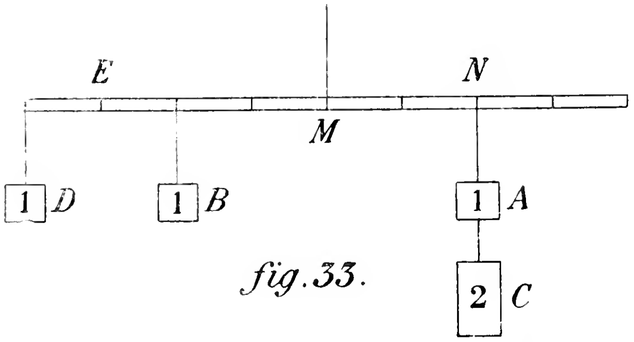

fig. 33.

suspendue est dans la ligne centrale de la corde qui le soutient. On le prouve par les poids B, D, suspendus en la première balance (fig. 33); ceux-ci, quand même ils seraient unis en un seul corps, auraient leur centre de

(1) *Les Manuscrits de Léonard de Vinci*, publiés par Ch. Ravaisson-Mollien, Ms. E de la Bibliothèque de l'Institut, fol. 32, verso.

gravité au milieu inclus entre les deux lignes de suspension en E. Et il faut accorder ceci, parce que A, poids, résiste à B, poids, à bras égal de la balance, et que C, second poids, résiste au poids D ; or les espaces proportionnés aux poids sont MN et ME, qui sont en proportion sesquialtère, et de même sont les poids, en sens inverse, c'est-à-dire D, B, contre A, C, poids. Donc il est prouvé que E, centre, est centre de la gravité suspendue BD, désunie ou unie, et j'entends avoir prouvé la même chose de la seconde figure (fig. 34). »

Ces citations, dont on pourrait accroître le nombre (1),

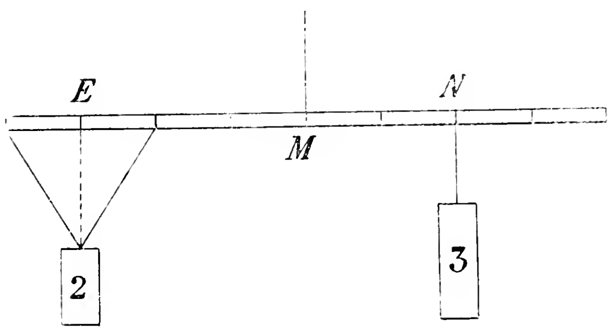

fig. 34.

nous montrent que Léonard possédait la science mécanique développée par ses prédécesseurs. Cette science, nous est-il possible de dire où il l'avait puisée, de citer les manuscrits qu'il avait feuilletés ? Parmi les anciens traités que nous avons analysés, il en est un dont nous pouvons affirmer que Léonard l'avait lu et critiqué : c'est le *Traité des poids* de Maître Blaise de Parme.

Dans sa fureur déprédatrice, Libri avait arraché un certain nombre de feuillets aux cahiers de Léonard de Vinci que conserve la Bibliothèque de l'Institut ; vendus à

(1) Cf. notamment : *Les Manuscrits de Léonard de Vinci*, publiés par Ch. Ravaisson-Mollien, Ms. F de la Bibliothèque de l'Institut, fol. 3, verso, et fol. 4, recto.

Lord Ashburnam, avec une partie de la collection que Libri avait enrichie en pillant les Bibliothèques commises à sa surveillance, ces feuillets sont rentrés en France en même temps que la collection dont ils faisaient partie ; ils sont conservés à la Bibliothèque Nationale. Parmi ces feuillets que la France a pu reconquérir, grâce à la diligence de M. Léopold Delisle, il en est deux, arrachés sans doute au cahier A, qui sont pour nous d'un prix inestimable ; les dessins et les courtes phrases qui les couvrent vont nous montrer comment les principes erronés de Blaise de Parme ont été transformés par le génie de Léonard de Vinci ; ils vont nous permettre de suivre l'éclosion, au sein de ce génie, de quelques-unes des idées maîtresses de la Statique.

Sur un de ces feuillets (1), nous reconnaissons une figure empruntée au traité de Biagio Pelacani ; cette figure est celle par laquelle il tente de justifier la règle du levier, celle que nous avons reproduite ci-dessus en notre figure 28. A côté de ce dessin, Léonard a tracé ces lignes :

« Pelacani dit que le plus grand bras de cette balance tombera plus vite que le petit, parce que sa descente décrit son quart de cercle plus droit que ne fait le petit et parce que, les poids désirant tomber par la ligne perpendiculaire, il se ralentira d'autant plus que le cercle se courbera plus. »

Léonard dessine alors un treuil (fig. 35) et ajoute :

« La figure *m n* jette à terre cette raison, parce que la descente de ses poids ne va pas par cercle et, pourtant, le poids du grand bras *m* s'abaisse. »

Léonard a sous les yeux le traité de Blaise de Parme et, d'emblée, il a reconnu la fausseté de certains principes, il va leur substituer des notions plus exactes.

Il ne peut tout d'abord se contenter de ce qu'a dit

(1) *Les Manuscrits de Léonard de Vinci*, publiés par Ch. Ravaisson-Mollien, Ms. 2038 (italien) de la Bibliothèque Nationale (Acq. 8070, Libri) fol 2, verso.

Maître Blaise de Parme, après Jordanus, pour expliquer la diminution de poids qu'éprouve un faix, pendu à un bras

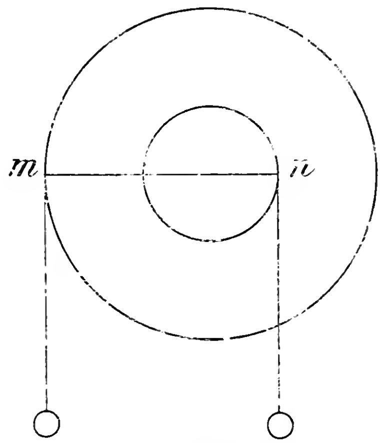

fig. 35.

de levier, lorsque ce bras s'écarte de l'horizontale pour se rapprocher de la verticale. Voici le dessin (fig. 36) qu'il trace et le commentaire (1) dont il l'accompagne :

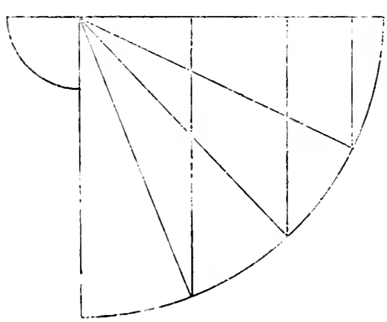

fig. 36.

« La chose qui est plus éloignée de son point d'appui est moins soutenue par lui ; étant moins soutenue, elle

(1) Léonard de Vinci, *loc. cit.*

garde plus de sa liberté et, parce que le poids libre descend toujours, nécessairement l'extrémité du fléau de la balance qui est plus distante de son point d'appui, parce qu'elle est plus pesante, descendra de soi plus vite qu'aucune partie. » Cette réflexion est confuse ; elle trahit les hésitations de la pensée de Léonard ; puis, tout à coup, la lumière se fait et le grand peintre trace ces lignes : « Parce que la roue (fig. 37) a ses extrémités également

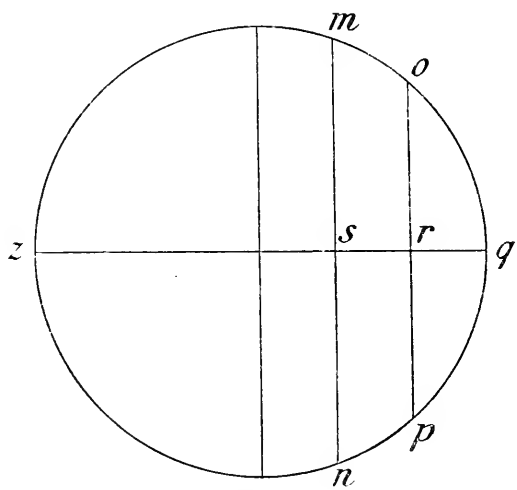

fig. 37.

distantes de son centre, tous les poids placés sur sa circonférence y auront une force telle qu'y auraient de semblables poids placés, sous leur ligne perpendiculaire, sur la ligne de l'égalité *qz*. »

Une des idées les plus importantes de toute la Mécanique, la notion de *moment*, vient de se découvrir à l'esprit de Léonard ; à l'instant précis où, pour la première fois, cette idée dont il devait tirer un parti si puissant, s'est présentée à son esprit, il avait sous les yeux, nous le savons par son témoignage, le traité de Blaise de Parme, et il en voulait réfuter les méthodes erronées.

Mais cet écrit est-il le seul qu'il lise ? La notion de moment, qu'il vient de formuler, ne l'a-t-il point empruntée au traité composé au moyen âge par cet auteur inconnu que nous avons nommé le Précurseur de Léonard ? Comment en douterions-nous après avoir pris connaissance des réflexions inscrites à la page suivante du manuscrit ?

Léonard cherche (1) la condition d'équilibre d'une balance coudée et de bras inégaux ; il hésite et tâtonne d'abord :

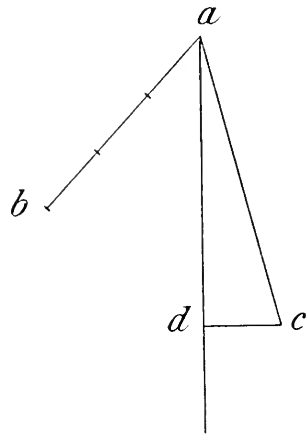

fig. 38.

« Celle-ci (fig. 38), de bras différents, a ses extrémités désireuses de toucher la perpendiculaire centrale, et si elle est de grosseur égale (2), l'une s'en approchera d'autant plus que l'autre qu'elle est plus longue que l'autre. Et si tu veux savoir combien *c* s'approchera de *d*, regarde combien *ab* entre en *ac*, et si elle y entre trois fois, partage *ab* en tiers, et la tierce partie de cette ligne sera l'espace qu'il y a entre *c* et *d*. »

(1) *Les Manuscrits de Léonard de Vinci*, publiés par Ch. Ravaisson-Mollien, Ms. 2038 (italien) de la Bibliothèque Nationale (Acq. 8070, Libri) fol. 3, recto.

(2) A ces mots, il faut substituer ceux-ci : *si ses extrémités portent des poids égaux*, sinon tout ce passage de Léonard serait faux.

Puis la règle exacte apparaît :

« Telle proportion aura la ligne *cb* (fig. 39) pour la ligne *ac*, telle proportion aura le poids et la longueur de *cn* pour le poids *cm* (1). »

Or le problème qui préoccupe ainsi Léonard, c'est celui-là même que son Précurseur traite immédiatement avant de définir la notion de moment. Nous n'en saurions douter : En même temps que le Traité de Blaise de Parme,

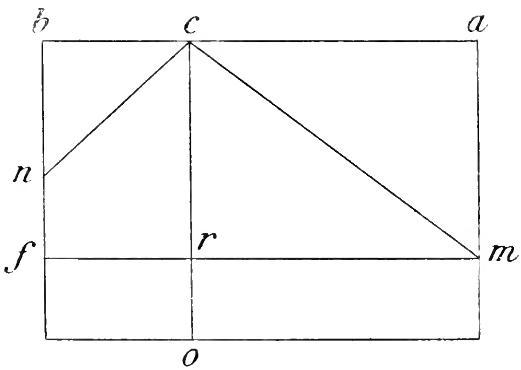

fig. 39.

Léonard avait sous les yeux l'écrit de son Précurseur lorsque l'idée du moment d'une force s'est manifestée à lui.

D'ailleurs, nous l'avons dit, le manuscrit du XIIIe siècle que Curtius Trojanus devait publier plus tard semble avoir constamment inspiré Léonard de Vinci ; le grand peintre lui a emprunté plusieurs des idées, relatives à la Dynamique et à la résistance des fluides, qui reviennent fréquemment en ses notes. L'influence de ce manuscrit se fait fréquemment sentir à côté de celle qu'exerce le traité de Blaise de Parme, redressant parfois l'opinion que ce dernier écrit inclinerait vers l'erreur.

(1) Cette pensée doit être lue ainsi : « Telle proportion aura la ligne *cb* pour la ligne *ac*, telle proportion aura le poids porté par la longueur *cm* pour le poids porté par la longueur *cn* ».

Léonard a, de suite, reconnu comme erroné ce que Jordanus et, après lui, Biagio Pelacani, avaient écrit touchant la stabilité de la balance ; un fléau rectiligne, de bras égaux, soutenu par son milieu et portant des poids égaux n'est pas en équilibre stable, mais en équilibre indifférent : « Ces poids A, B (fig. 40), écrit-il (1), feront stabilité en toute position. »

Ailleurs (2), il énonce plus formellement encore qu'un corps pesant suspendu par son centre de gravité demeurera en équilibre différent : « Si l'équilibre de la balance est fait en un pôle voisin du point mathématique qui se fait centre de gravité de la balance, alors les bras égaux de la

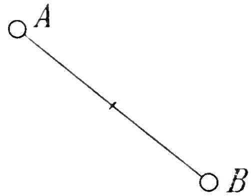

fig. 40.

balance resteront en l'obliquité que lui donne la main de l'homme. »

D'ailleurs, en formulant une telle conclusion, Léonard ne fait que restituer au centre de gravité la propriété que Pappus avait prise comme définition de ce poids ; en effet, ce géomètre, dont Léonard connaissait sans doute les travaux, ainsi que nous le verrons au § suivant, nommait (3) centre de gravité d'un corps un point tel que, si l'on concevait le corps suspendu par ce point, il demeurerait en

(1) *Les Manuscrits de Léonard de Vinci*, publiés par Ch. Ravaisson-Mollien, Ms. E de la Bibliothèque de l'Institut, fol. 58, recto.

(2) *Les Manuscrits de Léonard de Vinci*, publiés par Ch. Ravaisson-Mollien, Ms. G de la Bibliothèque de l'Institut, fol. 78, verso.

(3) ΠΑΠΠΟΥ ἈΛΕΞΑΝΔΡΕΩΣ *Συναγωγή*. PAPPI ALEXANDRINI *Collectiones* quae supersunt e libris manuscriptis edidit, latina interpretatione et commentariis instruxit Fridericus Hultsch. Volumen III, Berolini, MDCCCLXXVIII, pp. 1032 et 1033.

équilibre en quelque position qu'on l'amenât par une rotation convenable.

Cette conclusion est contraire à celle qu'ont formulée Blaise de Parme et Jordanus ; il faut donc que leur raisonnement soit faux par quelque endroit, et c'est ce que Léonard montre tout aussitôt par une discussion très profonde.

Jordanus a considéré chacun des deux poids égaux que porte un fléau incliné ; il a comparé ce qui arriverait en la descente de l'un avec ce qui arriverait en la descente

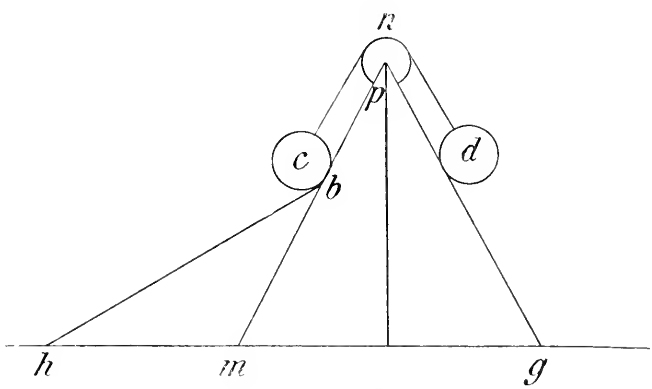

fig. 41.

de l'autre ; il a constaté que le poids placé plus haut descendrait suivant un arc plus voisin de la verticale que le trajet par lequel descendrait le poids inférieur ; il en a conclu que le premier l'emporterait sur le second. C'était mal raisonner. Il fallait remarquer que toute descente de l'un des poids fait remonter l'autre poids et comparer ces deux mouvements que la liaison des deux charges rend corrélatifs l'un de l'autre ; ces deux mouvements étant d'obliquités égales, il eût été clair qu'aucun des deux poids ne pouvait l'emporter sur l'autre.

Pour faire éclater aux yeux la justesse de cette manière de voir et l'inexactitude du raisonnement de Jordanus, Léonard combine (1) un dispositif extrêmement ingénieux.

Sur une poulie *n* (fig. 41), passe un fil qui porte deux sphères identiques *c* et *d* ; ces sphères touchent deux plans inclinés de même obliquité *pm* et *pg* ; mais, en outre, l'une de ces sphères, la sphère *c*, touche un second plan incliné de plus grande obliquité *bh*. Appliquons à ce dispositif le raisonnement de Jordanus. La descente du poids *d* s'effectuerait par un chemin plus voisin de la verticale que la descente du poids *c* ; le premier de ces deux poids sera donc plus lourd que le second et il descendra, en obligeant le second à monter.

Visiblement, ce résultat est faux et, bien au contraire, les deux poids *c* et *d* se feront équilibre.

« Les poids *c*, *d* sont placés égaux entre eux s'ils sont situés dans les obliquités égales *pm*, *pg*, mais si le poids *c* se trouve sur l'obliquité plus grande *bh*, alors le poids *c* se fera d'autant moindre que l'obliquité *bh* qui le soutient se fera plus grande. Donc jamais le poids *b* ne montera par l'obliquité *bp* et le poids *d* ne descendra jamais par l'obliquité *pg*, parce que de telles obliquités sont égales et qu'égaux sont les poids qui se soutiennent sur ces obliquités. » Il est clair, d'ailleurs, que le poids *c* ne descendra pas davantage par l'obliquité *bh* en faisant monter le poids *d* par l'obliquité *gp*, car dans ces conditions, le poids *c* serait moins lourd que le poids *d*.

« *Conclusion*. Étant conclu dans la pénultième de ceci comment les poids égaux placés sur des obliquités égales restent égaux, et les choses égales entre elles ne se surpassent pas, nous avons encore conclu que la balance ne se mouvra pas avec des poids égaux *e*, *h*, par des obliquités égales *ab*, *cd* (fig. 42), obliquités qui sont prouvées être égales entre elles, parce qu'elles sont parallèles ; et

(1) *Les Manuscrits de Léonard de Vinci*, publiés par Ch. Ravaisson-Mollien, Ms. G de la Bibliothèque de l'Institut, fol. 79, recto.

si tu disais que les arcs *ef*, *gh*, encore que leurs cordes soient parallèles, ne sont pas parallèles, il me suffit que de tels arcs soient semblables et égaux, et que les centres des poids qui se meuvent par de tels arcs soient toujours également distants du centre de la balance, et que toujours les centres des poids égaux soient également distants du susdit centre. »

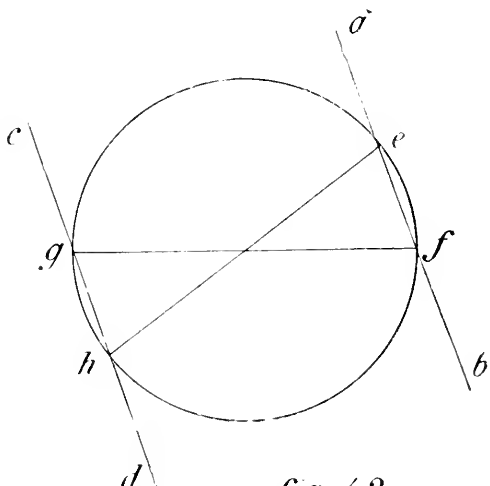

fig. 42

Ainsi à la méthode, imaginée par Jordanus, qui étudie la descente de chacun des poids en balance, Léonard a victorieusement opposé la méthode des *déplacements virtuels* qui donne aux divers poids des mouvements simultanés compatibles avec les liaisons de l'appareil ; cette méthode, Jordanus l'avait, d'ailleurs, appliquée au levier droit et le Précurseur de Léonard au levier coudé et au plan incliné ; nous avons vu, au Chapitre II, quels beaux résultats Léonard avait su en tirer.

Puisque les raisonnements de Jordanus ne valent point pour rendre compte de la stabilité de la balance, il en faut trouver une autre explication. Léonard se contente, tout d'abord (1), de l'explication qu'avait donnée Aristote : Un fléau rigide et pesant est sûrement en équilibre stable lorsque l'axe de suspension se trouve au-dessus du centre de gravité du fléau.

Mais, en un autre endroit, il en trouve une explication plus complète, qui demeurerait valable lors même que le fléau serait sans poids. Le principe de cette explication est le suivant : Lorsque la balance est en équilibre, l'axe de rotation est au-dessus de la ligne qui joint les points où les poids sont suspendus. Lorsqu'on écarte la balance de la position d'équilibre, les poids demeurent égaux, mais leurs bras de levier ne le sont plus ; le poids le plus élevé, correspondant au plus grand bras de levier, l'emporte et ramène la balance à la position d'équilibre. C'est ce que Léonard exprime en ces termes (2) :

« *Pourquoi la balance de bras et de poids égaux s'arrête dans la position d'égalité.* Jamais l'angle fait par la jonction de la ligne centrale du bras de la balance avec la ligne centrale de son appendice n'est rectangulaire. La jonction du bras réel de la balance avec son appendice réel n'est jamais rectangulaire. Toujours les lignes des puissances pesantes sont en jonctions rectangulaires.

» La balance (3) de bras et de poids égaux, détournée de la position de l'égalité, fera des bras et des poids inégaux, d'où nécessité la contraint de regagner l'égalité perdue de bras et de poids : on le prouve... parce que le poids le plus haut est plus détourné du centre de la circonvolution que le poids le plus bas, et qu'ayant un plus faible support, par suite il descend plus facilement et élève la partie opposée du poids joint à l'extrémité du plus petit bras. »

(1) *Les Manuscrits de Léonard de Vinci*, publiés par Ch. Ravaisson-Mollien, Ms. G de la Bibliothèque de l'Institut, fol. 79, verso

(2) *Les Manuscrits de Léonard de Vinci*, publiés par Ch. Ravaisson-Mollien, Ms E de la Bibliothèque de l'Institut, fol. 57, verso. Cf. fol. 58, recto.

(3) *Les Manuscrits de Leonard de Vinci*, publiés par Ch. Ravaisson-Mollien, Ms. E de la Bibliothèque de l'Institut, fol. 59, recto.

Ces raisonnements, il serait injuste de ne le point remarquer, sont le développement des considérations sommaires et un peu confuses que le Précurseur de Léonard avait données en sa huitième proposition ; ils sont la réciproque, en quelque sorte, de ceux par lesquels cet auteur, et Blaise de Parme après lui, avaient étudié le cas d'équilibre instable de la balance.

2. *La composition des forces*

Léonard ne s'est point contenté de réfuter et de transformer ce que les principes de Jordanus et de Blaise de Parme renfermaient d'erroné ; ce qu'ils renfermaient de sain et de fécond, il s'en est emparé, mais en le prenant, il l'a développé et perfectionné. Telle la notion de gravité *secundum situm* ou, comme nous dirions aujourd'hui, de *composante du poids suivant sa trajectoire* ; cette notion, il la conçoit à son tour, mais il y joint cette pensée que ses prédécesseurs, sauf Aristote, n'avaient point signalée : La gravité *secundum situm* n'est qu'une des composantes du poids ; il lui faut associer une seconde composante, normale à la trajectoire.

Que, d'ailleurs, ces idées sur la décomposition du poids en deux forces rectangulaires lui soient suggérées par la lecture du Traité de Blaise de Parme, on n'en peut guère douter lorsque l'on compare ce traité au passage suivant (1) :

« *De la descente du grave.* Toute action naturelle est faite par la voie la plus courte ; c'est pourquoi la descente libre du grave est faite vers le centre du monde ; l'espace le plus court étant entre le mobile et la partie la plus basse de l'univers.

» *Le grave uniforme qui descend obliquement divise son*

(1) *Les Manuscrits de Léonard de Vinci*, publiés par Ch. Ravaisson-Mollien, Ms. G de la Bibliothèque de l'Institut, fol. 75, recto.

poids en deux aspects différents. On le prouve : Soit *ab* (1) mobile selon l'obliquité *abc* ; je dis que le poids du grave *ab* partage sa gravité en deux aspects, c'est-à-dire selon la ligne *bc* et selon la ligne *nm* ; pourquoi et combien le poids est plus grand pour l'un que pour l'autre aspect, et quelle obliquité est celle qui partage les deux poids par égale partie, sera dit dans le livre *Des poids.* »

De cette proposition, visiblement issue des principes de Jordanus, Léonard fait fréquemment usage en étudiant le vol des oiseaux, étude qui, plus que toute autre, paraît avoir conduit son génie à méditer sur les principes de la Mécanique. Mais le grand architecte qui était en lui en entrevoit de suite une autre application, non moins importante, à la résistance des matériaux ; cette proposition se relie, en effet, à ce problème : Un grave étant soutenu par deux appuis qui forment un angle droit, comment la pression exercée par ce grave se partage-t-elle entre ces deux appuis ? Cette question (2) s'offre à l'esprit de Léonard immédiatement après qu'il a écrit le passage cité tout à l'heure :

« Le grave qui ne pèse pas vers le centre du monde pèse toujours en deux ou plusieurs lieux. On le prouve : Soit le grave *abcd* (fig. 43) qui ne pèse pas par la ligne centrale *be* ; donc, il pèse aux deux supports *ba* et *bd*.

» Tout grave pèse sous l'aspect où il est disposé à descendre. On le prouve avec la démonstration de *ba* qui pèse à *d*, et *bd* pèse à *a*, parce qu'en ces positions s'est préparée la disposition de leur descente.

» Conception. — Le grave qui pèse en deux endroits n'a pas son poids en un seul endroit (3). »

La question ainsi posée sollicite continuellement l'atten-

(1) Voir la fig. 9, au Chapitre II, où ce passage est déjà cité.

(2) *Les Manuscrits de Léonard de Vinci*, publiés par Ch Ravaisson-Mollien, Ms. G de la Bibliothèque de l'Institut, fol. 76, verso.

(3) C'est-à-dire : n'exerce pas, en chacun des deux endroits, une pression égale à tout son poids.

tion de Léonard ; elle le conduit à imaginer diverses solutions du problème de la composition des forces ; nous avons vu, au Chapitre II, quelle est la solution, d'ailleurs erronée, à laquelle il semble s'être arrêté.

Mais si cette solution erronée paraît être celle qui a conquis l'acquiescement définitif de Léonard, ce n'est pas qu'elle se soit seule présentée à son esprit.

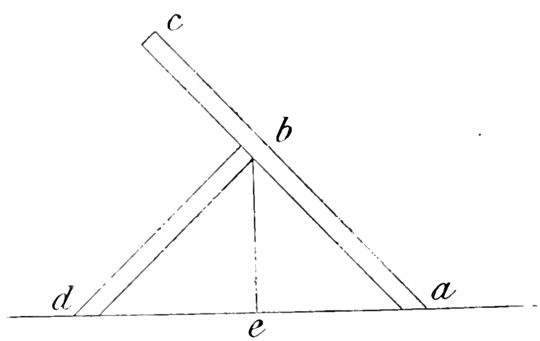

fig. 43.

Déjà, à la fin du Chapitre II, nous avons cité une curieuse solution, malheureusement à peine ébauchée, du problème du plan incliné et nous avons remarqué que cette solution paraissait impliquer des idées exactes sur la loi de la décomposition des forces ; certain membre de phrase, écrit par Léonard, y demeurerait incompréhensible si l'auteur n'admettait point l'exactitude de cette proposition : Le moment de la résultante de deux forces concourantes est égal à la somme des moments des composantes.

A cette remarque, nous avons joint cette réflexion : « Léonard était-il donc parvenu à la connaissance de cet important théorème ? Dans ceux de ses manuscrits qui ont été publiés, nous n'en avons révélé aucune trace autre que celle qui vient d'être relatée. »

Une revision des notes de Léonard, entreprise postérieurement à l'impression de notre Chapitre II, a appelé notre attention sur quelques feuillets du manuscrit E de la Bibliothèque de l'Institut (1) ; l'inspection de ces feuillets confirme pleinement l'hypothèse que nous avions émise ; Léonard a connu et employé ce théorème :

Si l'on considère deux forces concourantes et leur résultante, le moment de la résultante par rapport à un point pris sur l'une des deux composantes est égal au moment de l'autre composante par rapport au même point.

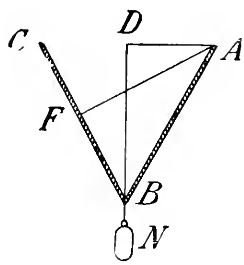

fig. 44.

Dans les raisonnements de Léonard, les deux composantes sont les tensions de deux cordes, tensions dont la résultante est égale et directement opposée à un poids que supportent les deux cordes.

A maintes reprises, le grand artiste applique le théorème que nous avons énoncé à un poids N suspendu au milieu B d'une corde dont les extrémités A, C, sont sur une même horizontale (fig. 44). Du point A, il abaisse une perpendiculaire AF sur la corde CB ou sur son prolongement, et une autre perpendiculaire AD sur la verticale du point B. Il déclare que la tension de la corde CB et le poids N maintiendraient en équilibre un corps rigide formé des deux bras de levier *potentiels* AF, AD, si ce

(1) *Les Manuscrits de Léonard de Vinci*, publiés par Ch. Ravaisson Mollien, Ms. E de la Bibliothèque de l'Institut ; Paris, 1883.

corps était simplement susceptible de tourner autour du point A. Comme d'ailleurs Léonard, nous l'avons vu au Chapitre II, sait exprimer la condition d'équilibre d'un tel corps *circonvolubile*, qui est l'égalité des moments du poids et de la tension par rapport au point A, il obtient de suite le théorème que nous avons énoncé ci-dessus.

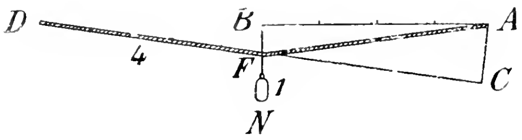

fig. 45.

Voici quelques passages (1) dont la netteté ne semble laisser place à aucun doute :

« Première : A est le pôle de la balance angulaire AD et AF ; et leurs appendices sont DN et FC.

« Seconde : Plus grossit l'angle de la corde qui, au milieu de sa longueur, soutient le poids N (fig. 45), d'autant plus diminue son levier potentiel et croît le contre-levier potentiel qui soutient le poids. » Et Léonard, ayant tracé la figure de telle sorte que AB soit le quadruple de AC, marque 1 le poids N et met sur la corde FD le chiffre 4, qui en indique la tension.

Il poursuit en ces termes, bien propres à nous marquer comment son génie a ramené l'étude de l'équilibre des forces concourantes à la loi d'équilibre du levier coudé, qui lui était déjà familière :

« Cette figure (fig. 46) représente la précédente ACB potentielle ; mais parce que la réelle pèse et la potentielle non, j'y ajoute le bras MN pour le contre-poids du bras O. »

Lorsque, plus tard, Roberval redonnera une démonstration du même théorème, il la tirera, lui aussi, de la con-

(1) Ms. E, fol. 65, recto.

dition d'équilibre d'un levier coudé ; mais l'artifice dont il usera sera beaucoup moins simple, beaucoup moins directement accessible que le dispositif imaginé, en ce passage, par Léonard de Vinci.

Revenant à la fig. 44, Léonard ajoute : « AFD sont les soutiens réels du poids N, et les lignes AC et AB sont le levier et le contre-levier potentiel du poids N, et les appendices demi-réels CD et BF sont ceux dont l'un est joint au levier potentiel et l'autre au contre-levier potentiel AB. »

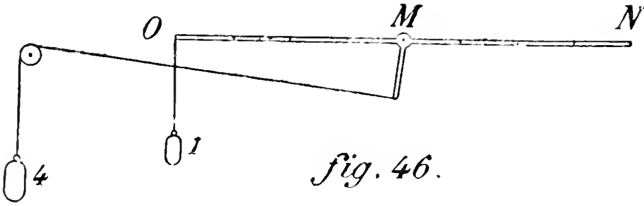

fig. 46.

» Jamais le contre-levier AB ne peut avoir de changement, par quelque changement que puisse avoir l'angle fait par la corde réelle AFD ; et jamais le levier AC ne peut avoir une longueur permanente par le changement du susdit angle AFD ; mais il se fera plus petit d'autant que l'angle AFD sera plus grand. »

Si les deux points A et D restent fixes, ainsi que le poids N, la tension de la corde DF sera inversement proportionnelle au levier potentiel AC : « Où le levier potentiel est en être (1), la force sera aussi en être. La force sera d'excellence d'autant plus grande que le levier potentiel sera de moindre quantité. »

La corde DFA ne peut jamais être rectiligne, car le levier potentiel AC étant nul, la tension de la corde DF serait infinie : « Jamais (2) la corde ou puissance quel-

(1) Ms. E, fol. 60, verso.
(2) Ms. E, fol. 60, verso.

conque, posée dans la situation d'égalité avec ses extrémités opposées, ne se pourra redresser, ayant quelque poids au milieu de sa longueur. » — « Jamais (1) le levier potentiel n'est consumé par aucune puissance. »

En aucun cas, la tension de chacune des cordes n'est, comme le supposerait le vulgaire, la moitié du poids supporté ; il faudrait, pour qu'il en fût ainsi, que les deux cordes fussent parallèles, ce qui ne peut être :

« Si le levier AD (fig. 47) était double (2) de son contre-levier AB, alors la corde DE sentirait la moitié

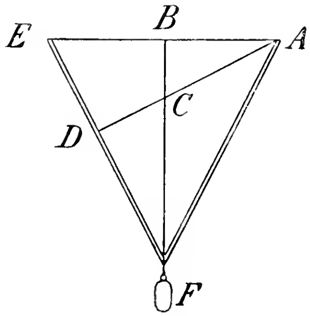

fig. 47.

du poids F, et cela ne peut pas arriver si le levier AD n'est pas dans la position d'égalité [la position horizontale], chose qui ne peut être si les appendices qui concourent à la suspension du poids F ne sont pas équidistants entre eux. »

Jusqu'ici, nous avons vu Léonard appliquer le théorème énoncé à un cas particulier ; la verticale, menée par le poids soutenu, était bissectrice de l'angle des deux cordes qui supportent ce poids. Mais il a également connu et employé cette proposition dans le cas général ; le passage que nous allons citer (3) en témoigne.

(1) Ms. E, fol. 60, recto.
(2) Ms. E. fol. 61, verso ; cf. fol. 63, recto.
(3) Ms. E, fol. 63, recto.

Léonard trace deux figures en chacune desquelles deux cordes, faisant un certain angle, soutiennent un poids dont la verticale n'est nullement bissectrice de cet angle.

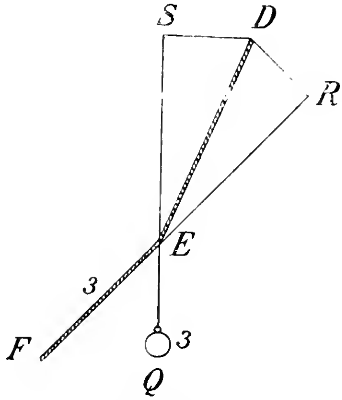

fig. 48.

En l'une de ces figures (fig. 48), le levier DR de la corde FE et le contre-levier SD du poids Q sont égaux entre eux ; aussi Léonard marque-t-il du même chiffre 3 le poids Q

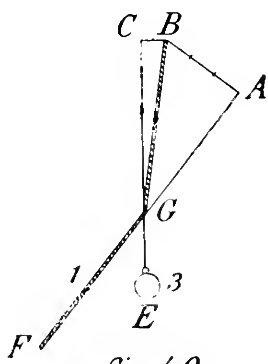

fig. 49.

et la tension de la corde FE. En l'autre figure (fig. 49), le levier AB de la corde FG est triple du contre-levier BC du poids E, et Léonard, évaluant encore à 3 le poids E, marque 1 sur la corde FG, afin d'en indiquer la tension. Cette seconde figure est accompagnée de ce commentaire : « Il est d'autant plus facile de tendre la corde faite angulaire par le poids qui se soutient au milieu d'elle, que la situation de ses extrémités opposées est moins oblique ; donc la corde BGF a moins de fatigue à reprendre la droite extension que la corde précédente DEF, et ceci se manifeste par le levier et le contre-levier de l'une et de l'autre obliquité. En effet, le levier AB sur le pôle B est triple de son contre-levier BC. Donc l'appendice AF demi-réel, avec puissance d'un, peut contre 3 dans l'appendice

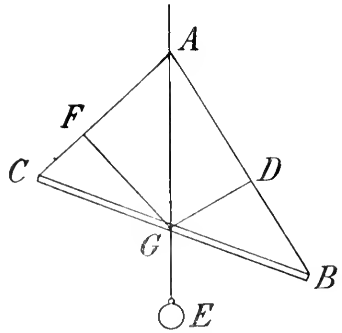

fig. 50.

opposé semi-réel CE ; et, dans la précédente, 3 de puissance sont contre 3 de résistance. »

Ces diverses citations montrent avec la dernière évidence que Léonard a eu une connaissance très exacte du théorème énoncé tout à l'heure ; or ce théorème entraine toutes les règles de composition des forces concourantes.

On peut, en particulier, par une démonstration très simple, en tirer ce corollaire : *Par rapport à un point pris sur la direction de la résultante, les deux composantes ont des moments de signes contraires qui ont même valeur absolue.* Léonard a-t-il aperçu ce corollaire ? La réponse affirmative à cette question paraît seule capable d'expliquer un fragment (1) qui contient une figure très explicite (fig. 50) et un commentaire malheureusement très obscur. Voici ce commentaire : « Si deux cordes d'obliquités différentes et contraires descendent d'un même endroit et se joignent aux extrémités opposées de la poutre située en une obliquité quelconque, toujours le centre de gravité de la poutre se trouve dans la ligne entre-centrique, en même temps que le centre des suprêmes hauteurs des cordes qui la suspendent. »

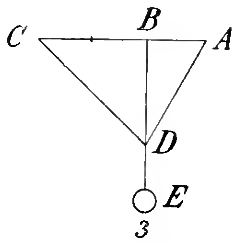

fig. 51.

La ligne *entre-centrique* dont parle Léonard est la verticale du point de suspension A ; quant aux *suprêmes hauteurs* dont il est ici question, et qui ne peuvent être que les lignes GF, GD, de la figure, pourquoi auraient-elles été tirées, sinon parce qu'elles sont les leviers potentiels des deux cordes AB, AC ?

Les divers fragments que nous venons de citer et de commenter énoncent les idées les plus exactes sur la composition des forces concourantes. Pourquoi faut-il que Léonard, abandonnant ces idées dans le moment même qu'il s'en rendait maître, se soit immédiatement rallié à une règle toute differente de la précédente et tout à fait erronée ? *En la page même* (2) où se trouve le fragment

(1) Ms. E, fol. 67, verso.
(2) Ms. E, fol. 67, verso.

que nous venons d'analyser, Léonard écrit : « Pour les deux cordes qui concourent avec différentes obliquités à la suspension d'un même grave, la proportion entre les poids soutenus par elles sont telles que sera celle de leurs obliquités. On le prouve : Soient les deux cordes d'obliquités différentes AD et CD (fig. 51) qui sont telles que l'une d'elles est double de l'autre, comme nous montrent les bras de la balance, BC étant double du bras BA, les obliquités d'appendices AD et CD descendant des extrémités de ces bras. Donc la corde CD sent la moitié du poids que sent la corde AD. » Le chiffre 3, marqué par

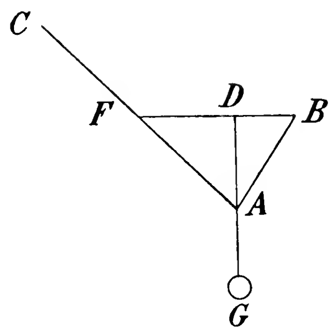

fig. 52.

Léonard au-dessous du poids E, indique qu'il le regarde comme égal à la somme des tensions des deux cordes, acceptant ainsi une opinion erronée qu'il vient de condamner quelques pages auparavant.

A la page précédente (1), nous lisons :

« Le grave suspendu dans l'angle de la corde divise le poids pour les cordes en telle proportion qu'est la proportion des angles inclus entre lesdites cordes et la ligne centrale du poids. On le prouve : Soit l'angle de ladite corde BAC (fig. 52), dans lequel est suspendu le grave G

(1) Ms. E, fol. 66, verso.

à la corde AG. Soit donc cet angle coupé dans la position de l'égalité [la direction horizontale] par la ligne FB, puis tire la perpendiculaire DA, à l'angle A, qui soit en droite continuation avec la corde AG, et la proportion qu'a l'espace DF avec l'espace DB, le poids que sent la corde BA l'aura avec le poids que sent la corde FA. »

Dans les feuillets suivants (1), Léonard use sans cesse de cette règle incorrecte que l'on retrouve en maints autres passages (2) de ses notes.

En l'intelligence de Léonard, les idées se précipitaient tumultueusement ; mais, parfois, il manquait au grand peintre la puissance de saisir et de fixer à jamais la vérité que ce torrent impétueux roulait pêle-mêle avec l'erreur. Aussi, bien souvent, la vérité qui lui était apparue un instant, émergeant à la surface des opinions incomplètes ou erronées, a-t-elle plongé de nouveau, attendant de l'avenir celui qui la ramènerait définitivement au rivage. Ainsi, de la notion de gravité *secundum situm*, conçue par Jordanus, le grand artiste de Vinci a su faire sortir l'idée de la résolution d'une force en ses composantes, et cette idée il a pu la contempler un moment dans la plénitude de son développement ; puis, elle s'est voilée de nouveau à ses regards, n'offrant plus à la vue du grand peintre qu'une loi erronée de la composition des forces.

L'étude du problème du plan incliné nous donnera de nouveau l'occasion de constater les hésitations et les fluctuations de la pensée de Léonard.

(1) Ms. E, fol. 68, recto et verso ; fol. 69, recto et verso ; fol. 70, recto ; fol. 71, recto.

(2) Voir, notamment, les passages cités au Chapitre II et Ms. M, fol. 56, verso.

3. *Le problème du plan incliné*

Le grand mécanicien inconnu que nous avons appelé le Précurseur de Léonard de Vinci avait, dès le XIII^{e} siècle, résolu le problème du plan incliné par une méthode si belle et si sûre qu'elle eût mérité de ravir d'emblée tous les suffrages, Mais il ne suffit pas qu'une vérité ait été découverte, il ne suffit pas qu'elle ait été justifiée par des raisonnements parfaitement justes et rigoureux, pour qu'elle prenne rang en cet ensemble de doctrines qui constituent la science universellement acceptée ; il faut encore que les esprits se soient accoutumés à la comprendre ; de même, il ne suffit pas qu'une lumière brille dans l'obscurité pour que nous voyions clair ; il faut encore que nos yeux se soient accoutumés à en supporter l'éclat.

Parfois, cette préparation des esprits à accueillir une vérité dont la preuve est parfaitement concluante, demande des années ou même des siècles ; et, plus tard, l'historien de la science demeure stupéfait que les hommes aient tardé si longtemps à percevoir cette clarté ; oublieux de l'accoutumance qui a fortifié sa vue, il s'étonne de cet éblouissement prolongé.

En aucun cas, peut-être, cet éblouissement capable d'aveugler les penseurs et de leur faire méconnaître une vérité trop éclatante ne s'est manifesté plus nettement qu'au sujet du problème du plan incliné.

La solution du problème du plan incliné est, nous l'avons vu, parfaite dès le XIII^{e} siècle. Or, au début du XV^{e} siècle, Blaise de Parme a en mains le traité qui renferme cette solution. L'adopte-t-il ? En aucune façon ; il lui oppose une fausse évidence, une conception visiblement insoutenable de l'égalité de deux poids, et il la rejette comme un paradoxe.

La solution du problème du plan incliné ne paraît pas davantage avoir été prise comme vérité acquise par les géomètres de la fin du XV^e siècle.

Regiomontanus, admirateur du traité *De numeris datis*, avait sans doute lu les *Elementa super demonstrationem ponderis ;* il est permis de penser que cette lecture avait attiré son attention sur le problème du plan incliné. Toujours est-il que dans une lettre adressée à Christian Roeder, professeur à Erfurt, le 4 juillet 1471, Regiomontanus pose (1) le problème suivant :

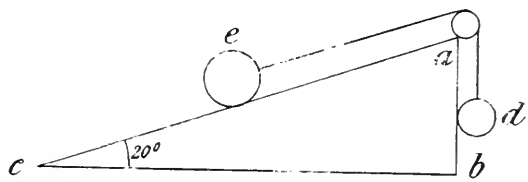

fig. 53.

« Deux poids (fig. 53) sont attachés l'un à l'autre et équivalents par situation *(secundum situm equipollentia) ;* s'ils étaient détachés de leur lien commun, l'un d'eux descendrait verticalement et l'autre obliquement. Le chemin oblique du second poids fait avec l'horizon un angle de vingt degrés, l'angle droit valant quatre-vingt-dix degrés. Je demande en quel rapport sont ces deux poids. Je nomme poids équivalents des poids qui s'empêchent l'un l'autre de descendre. Que l'on regarde donc *bc* comme une droite horizontale, *ab* comme une droite dirigée vers le centre du monde, que *ac* et *bc* forment un angle de vingt degrés, que le moindre poids *d* tende à descendre suivant *ab* et le plus grand poids *e* suivant *ac* si l'on supprimait le lien qui les unit. »

L'emploi des mots *secundum situm equipollentia* nous

(1) Ce passage a été signalé par Maximilian Curtze dans une note publiée par la BIBLIOTHECA MATHEMATICA, 3te Folge, Bd. II, 1901 ; p. 355.

permet d'augurer, avec une grande probabilité, que ce problème est suggéré par les principes de Jordanus.

Maximilien Curtze a fait observer que les problèmes posés par Regiomontanus dans ses lettres étaient, en général, des problèmes dont il possédait ou croyait posséder la solution ; il est donc à présumer que ce géomètre pensait avoir résolu le problème du plan incliné ; en tous cas, il est bien certain qu'il ne le regardait pas comme résolu par ses prédécesseurs ; peut-être, il est vrai, ne connaissait-il point le remarquable traité composé au XIII[e] siècle par le Précurseur de Léonard de Vinci.

D'ailleurs, les géomètres durent hésiter à prendre pour vraie la détermination, donnée par cet auteur, de la pesanteur apparente d'un grave posé sur un plan incliné lorsqu'ils connurent la détermination toute différente qu'en avait donnée Pappus.

Pappus semble être le seul géomètre de l'antiquité qui se soit occupé du problème du plan incliné. Ce mathématicien vivait à Alexandrie, au IV[e] siècle de notre ère ; il y a composé ses *Collections* (1) ; bien que cette œuvre ne nous soit pas parvenue dans son intégrité, elle est cependant, pour l'histoire de la science hellène, d'une extrême importance.

Le VIII[e] Livre de ces collections porte le titre suivant : « *Περιέχει δὲ μηχανικὰ προβλήματα σύμμικτα ἀνθηρά* ». Parmi les « problèmes mécaniques variés et délectables » qui sont ainsi annoncés, se trouve traité le problème du plan incliné (2).

Dès son point de départ, Pappus se trouve en absolue contradiction avec la Statique moderne ; il admet, en effet,

(1) ΠΑΠΠΟΥ 'ΑΛΕΞΑΝΔΡΕΩΣ *Συναγωγή*, PAPPI ALEXANDRINI Collectiones quæ supersunt e libris manuscriptis edidit, latina interpretatione et commentariis instruxit Fridericus Hultsch. Volumen III. Berolini, MDCCCLXXVIII.

(2) *Loc. cit.*, p. 1029.

que pour mouvoir un certain poids α sur un plan horizontal, il faut le tirer parallèlement à ce plan par une certaine force γ ; l'observation vulgaire lui donnait raison ; seul, un plus haut degré d'abstraction et d'analyse devait mettre sur le compte du frottement la résistance qu'un poids éprouve à se mouvoir sur un plan horizontal ; seul, il devait conduire les géomètres à ce principe, tout opposé à celui de Pappus : une force, si petite soit-elle, suffit à

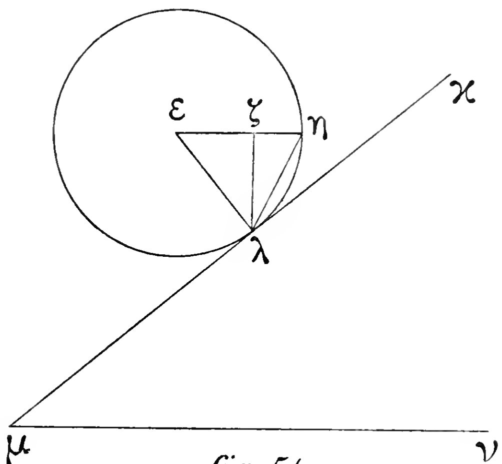

fig. 54.

mettre en mouvement n'importe quel poids sur un plan horizontal parfaitement poli.

Pour tirer le même poids α sur un certain plan incliné, il faut une force θ ; c'est le rapport de la force θ à la force γ que Pappus cherche à déterminer, et voici par quel raisonnement il y pense parvenir :

Sur le plan incliné $\mu\kappa$ (fig. 54), se trouve une sphère pesante, de poids α, qui touche le plan en λ. Pappus se demande tout d'abord comment on pourrait maintenir cette sphère en équilibre. Il assimile ce problème de Statique à un problème sur la balance ; la balance qu'il considère aurait son point d'appui en λ ; elle porterait, pendu au centre ε de la sphère, le poids α de cette sphère.

tandis que le poids β, destiné à l'équilibrer, serait suspendu à l'extrémité η du rayon horizontal $\varepsilon\eta$. Pappus admet (et, par là, il semble avoir entrevu la loi d'équilibre du levier coudé) (1) que le poids β aura pour valeur $\frac{\varepsilon\zeta}{\eta\zeta}\alpha$. Le poids α étant tiré sur le plan horizontal par la force γ, il faudrait, pour tirer le poids β sur le même plan, une force $\delta = \frac{\varepsilon\zeta}{\eta\zeta}\gamma$. Pappus admet alors que la puissance θ, capable de hisser le poids α sur le plan incliné, sera la somme des forces γ et δ, en sorte que l'on aura $\frac{\theta}{\gamma} = \frac{\varepsilon\eta}{\eta\zeta}$.

Telle est la solution, bien éloignée de la vérité, dont certains géomètres, Guido Ubaldo par exemple, se contenteront encore à la fin du XVIe siècle; contre laquelle Galilée devra, à plusieurs reprises, déployer les ressources de sa dialectique.

Léonard de Vinci a certainement connu les deux

(1) Le principe de cette théorie est la notion du moment d'un poids suspendu à l'extrémité d'un bras de levier oblique; or, cette notion était sûrement connue par les géomètres de l'École d'Alexandrie à l'époque où Pappus écrivait; Héron (a) la formule nettement. La partie des *Mécaniques* de Héron où il est fait usage de cette notion ne se trouve pas dans l'extrait de cet ouvrage qui se trouve joint aux *Collections* de Pappus; elle est demeurée inconnue jusqu'à la publication de M. Carra de Vaux; elle n'a donc eu aucune influence sur Léonard de Vinci et n'a pas contribué au développement de la Mécanique moderne. De même, Héron remarque (b), à propos du treuil que cet « instrument et toutes les machines de grande force qui lui ressemblent sont lents, parce que plus est faible la puissance comparée aux poids très lourd qu'elle meut, plus est long le temps que demande le travail. Il y a un même rapport entre les puissances et les temps. » Il répète les mêmes observations à propos des moufles (c) et du levier (d). Mais ces passages, eux aussi, n'ont été connus que par la publication de M. Carra de Vaux. Ils n'ajoutaient rien, d'ailleurs, à ce qu'enseignaient à ce sujet les *Quæstiones mechanicæ*.

(a) *Les Mécaniques ou l'Élevateur* de Héron d'Alexandrie, publiées pour la première fois sur la version arabe de Qostâ ibn Lûkâ et traduites en français par M. Carra de Vaux. Extrait du JOURNAL ASIATIQUE. Paris, 1894. Livre I, Art. 34, p. 91.

(b) *Loc. cit.*, p. 131.

(c) *Loc. cit.*, p. 134.

(d) *Loc. cit.*, p. 136.

solutions du problème du plan incliné qui avaient été proposées avant lui. L'une d'elles, en effet, se trouve dans le traité *De ponderibus* composé par ce géomètre du XIII^e siècle auquel il doit tant que nous l'avons nommé son Précurseur. L'autre, celle de Pappus, a visiblement inspiré quelques-uns des raisonnements par lesquels il s'est efforcé de résoudre ce problème.

Bien loin, en effet, que Léonard ait regardé la détermination de la pesanteur apparente d'un grave sur un plan incliné comme définitivement acquise à la science, il n'a cessé d'être préoccupé par cette détermination. Nous

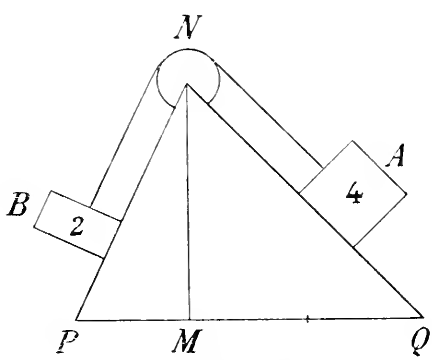

fig. 55.

avons dit, au Chapitre II, quelles réponses, tantôt exactes, tantôt erronées, il avait énoncées.

Il est des cas où nous saisissons l'immédiate influence exercée sur Léonard, en cette recherche, par le traité de son Précurseur. Voici, par exemple, un passage (1) où nous reconnaissons la proposition qui, dans ce traité, précède immédiatement la solution du problème du plan incliné :

« Si A, B, poids (fig. 55) ne poussent pas vers le centre

(1) *Les Manuscrits de Léonard de Vinci*, publiés par Ch. Ravaisson-Mollien, Ms. G de la Bibliothèque de l'Institut, fol. 77, verso.

du monde, étant, comme ils sont, séparés, leur jonction tend à ce centre du monde, comme nous enseigne la ligne centrale MN qui passe par les proportions des poids 2 et 4 ; mais les positions des poids n'ont pas d'espaces proportionnés, parce que dans les mêmes obliquités un même poids peut rester haut et l'autre bas sans que de telles situations, différentes en hauteur, changent la proportion double des poids. »

Que cette invariabilité de la pesanteur apparente aux divers points d'un plan incliné soit, chez Léonard, un ressouvenir du traité de son Précurseur, on n'en saurait douter ; deux pages plus loin, se trouve le passage (1) où il critique d'une manière si sagace la démonstration qui a conduit Jordanus à une proposition erronée sur la stabilité de la balance et où il lui oppose la méthode des déplacements virtuels telle que son Précurseur l'a appliquée au problème du plan incliné. Il semble donc que tout presse Léonard d'accepter la solution proposée par le géomètre du XIIIe siècle. Il n'en fait rien, cependant. Il suffit de regarder la fig. 53 pour constater qu'il regarde les deux poids A et B comme respectivement proportionnels à PM et à QM, selon une règle erronée qu'il a souvent admise.

La solution du problème du plan incliné, proposée par le Précurseur de Léonard, reposait sur un postulat que, déjà, Jordanus avait implicitement introduit dans la démonstration de la règle du levier. Ce postulat peut se formuler ainsi : La puissance motrice employée à soulever un poids a pour mesure le produit du poids par la hauteur dont on l'a élevé ; lorsque ces deux éléments changent en raison inverse l'un de l'autre, la puissance motrice ne change pas. Or nul, mieux que Léonard, n'a compris la justesse et la portée de ce postulat ; nul ne l'a plus nettement formulé ; nul n'en a plus constamment poursuivi

(1) Ms. G, fol. 79, recto.

l'application aux diverses machines. Et cependant, Léonard ne paraît pas avoir compris à quel point ce principe était propre à déterminer la pesanteur apparente d'un grave placé sur un plan incliné ; jamais il n'en a fait usage pour obtenir cette détermination. Lorsque, visiblement guidé par la lecture de son Précurseur, le grand peintre aborde pour la première fois cette détermination, il en emprunte la valeur au grand mécanicien du XIIIe siècle, mais il délaisse sa démonstration pour un raisonnement qui semble imité de Pappus.

Nous trouvons les traces de ces premières tentatives dans le cahier A conservé à la Bibliothèque de l'Institut ; dans ce cahier dont le folio 5 porte, à son recto, des raisonnements tout semblables à ceux qui démontrent la dernière proposition du traité primitif de Jordanus ; dans ce cahier auquel appartenaient les feuillets, arrachés par Libri, où Léonard, méditant sur l'équilibre du levier, a consigné la critique des principes de Pelacano, où il a noté le premier éveil, en sa pensée, de la notion de moment, visiblement tirée du traité de son Précurseur. Ses méditations sur le plan incliné sont donc contemporaines de celles que nous venons de citer.

Pour déterminer la vitesse avec laquelle un corps descend un plan incliné ou la pesanteur apparente de ce corps posé sur ce plan (ce sont grandeurs proportionnelles pour qui admet la Dynamique péripatéticienne) il use, nous l'avons dit, d'un raisonnement où l'on trouve un reflet, sans doute bien affaibli mais, cependant, non méconnaissable de l'argumentation de Pappus.

Au Chapitre II, nous avons cité un texte, emprunté au Manuscrit A, où ce raisonnement se trouve exposé ; le même manuscrit nous en a gardé (1) une autre rédaction que voici :

(1) *Les Manuscrits de Léonard de Vinci*, publiés par Ch. Ravaisson-Mollien, Ms. A. de la Bibliothèque de l'Institut, fol. 21, verso.

« Du mouvement et du poids. *Tout corps pesant désire tomber au centre et l'opposition qui est la plus oblique lui fait le moins de résistance.* Si le poids se trouve en A (fig. 56), sa résistance vraie et directe serait AB, mais en

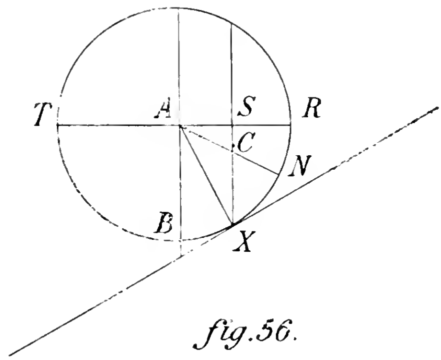

fig.56.

quelque partie que la roue touche terre, là se trouve son pôle, et la partie qui reste la plus grande en dehors de ce pôle tombe ; SX étant le pôle, il est clair que ST pèsera plus que SR ; d'où il convient que la partie ST

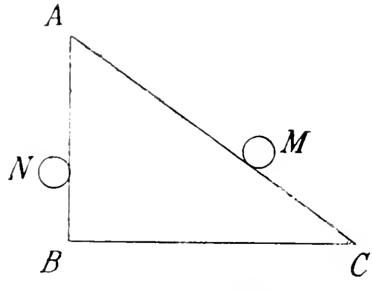

fig.57.

tombe, qu'elle vainque et enlève SR, puis qu'elle se meuve sur la pente avec furie. Et si le pôle était en N, autant NC entre en BC, autant la roue courrait plus fort sur la pente que s'il était en X. »

Quelque étrange que soit ce raisonnement, il n'en a pas moins — nous en avons fait la remarque au Chapitre II — conduit Léonard à une évaluation exacte de la pesanteur apparente d'un grave à la surface d'un plan incliné.

Cette évaluation, on la retrouve plusieurs fois dans ses notes, pourvu que l'on admette avec lui la proportionnalité entre cette pesanteur apparente et la vitesse de chute. On y lit, par exemple, des passages tels que celui-ci (1) :

« Le poids N tombera plus vite que le poids M (fig. 57) d'autant que la ligne AB entre dans la ligne AC. »

On y lit encore l'énoncé que voici (2) :

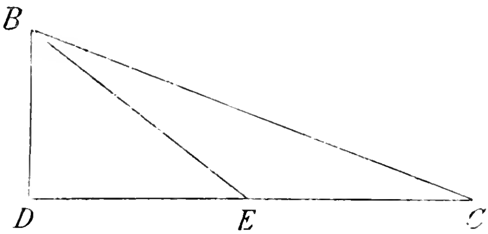

fig. 58.

« La chose descendra plus lente par la ligne BC (fig. 58) que par la ligne BD d'autant que la ligne BC est plus longue que la ligne BD, les choses étant d'égales pesanteurs et rondeurs... Mais encore elle descendra d'autant plus lente que la partie du contact est plus voisine du centre de la gravité qui se meut. »

Voici enfin une curieuse remarque (3) où est impliquée une exacte connaissance de la loi du plan incliné :

« Tel sera à la balance (fig. 59) le poids AB que lui est le poids CD. »

(1) *Les Manuscrits de Léonard de Vinci*, publiés par Ch. Ravaisson-Mollien, Ms. A de la Bibliothèque de l'Institut, fol. 33, recto.

(2) *Les Manuscrits de Léonard de Vinci*, publiés par Ch. Ravaisson-Mollien, Ms. M de la Bibliothèque de l'Institut, fol. 42, recto.

(3) *Les Manuscrits de Léonard de Vinci*, publiés par Ch. Ravaisson-Mollien, Ms. H de la Bibliothèque de l'Institut, fol. 81 [33], verso.

Il ne faudrait point presser beaucoup cette remarque pour en faire sortir l'ingénieuse démonstration que donnera Simon Stevin.

Nous avons vu, au Chapitre II, comment Léonard de Vinci avait esquissé, de la règle du plan incliné, une démonstration qui impliquait une exacte connaissance de la loi de la composition des forces. Il ne semble pas toutefois que cette démonstration, non plus que l'argumentation imitée de Pappus, aient suffi à fixer son adhé-

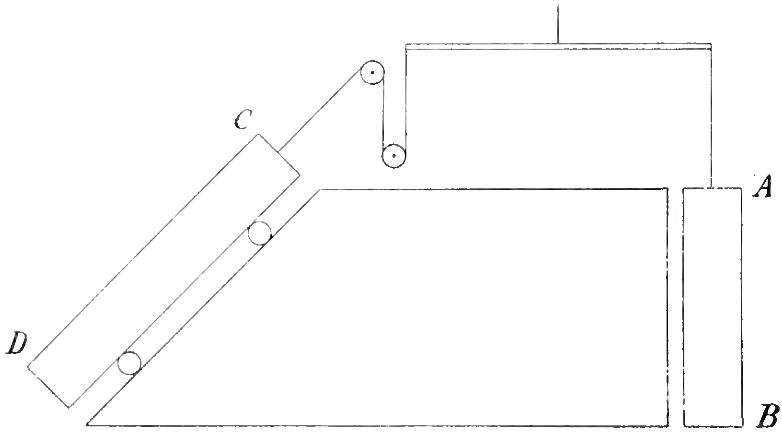

fig. 59.

sion. Le plus souvent il adopte, aussi bien au sujet du plan incliné qu'au sujet de la loi de la composition des forces, des règles erronées.

Il n'est, dans l'œuvre mécanique de Léonard de Vinci, aucune idée essentielle qui ne soit issue des écrits des géomètres du moyen âge et, particulièrement, du traité de ce grand mécanicien que nous avons nommé le Précurseur de Léonard. Notion de moment d'une force, distinction entre les états d'équilibre stable et les états d'équilibre instable d'une balance, détermination de la composante d'une force suivant une direction donnée, évaluation de la puissance motrice comme produit du poids soulevé par la hauteur à laquelle on l'élève, théorie du plan incliné, toutes ces idées avaient été vues ou entrevues dès le XIIIe siècle. Il en est qui se réduisaient à un germe minuscule, à une simple ébauche et qui, dans les notes jetées sur le papier par Léonard, ont acquis un développement d'une merveilleuse ampleur. D'autres, au contraire, avaient, dès le moyen âge, atteint leur perfection, que le grand peintre a en partie méconnues ; telle la théorie du plan incliné.

Grâce aux réflexions de Léonard de Vinci, ajoutées aux œuvres de l'École de Jordanus, il n'est guère, en Statique, d'idée essentielle qui n'ait été clairement aperçue et formulée au moment où s'ouvre le XVIe siècle. Combien il s'en faut, cependant, que cette science soit, dès lors, définitivement constituée ! Les vérités qui, pour la composer, doivent se souder les unes aux autres en un corps de doctrine sont encore éparses et disséminées ; elles apparaissent mêlées à beaucoup d'erreurs ; la clarté des postulats exacts qui doivent justifier ces vérités n'est pas encore perçue par des yeux trop accoutumés aux fausses évidences.

Le XVIe siècle tout entier et le début du XVIIe siècle suffiront à peine à faire le tri entre les théorèmes vrais et les propositions erronées, à dissiper les malentendus nés d'un langage non encore fixé, à faire disparaître les fausses évidences, à montrer l'accord de vérités qui semblaient contradictoires, à retrouver, en un mot, ce qui était déjà inventé au XIIIe siècle.

CHAPITRE IX

L'ÉCOLE DE JORDANUS AU XVI[e] SIÈCLE NICOLO TARTAGLIA

1. *Nicolo Tartaglia ou Tartalea*

En 1546, un des plus grands géomètres du XVI[e] siècle, Nicolo Tartaglia ou Tartalea de Brescia, publie (1) sous ce titre : *Quesiti et Inventioni diverse* le plus important de ses écrits. Ce curieux ouvrage se compose de neuf livres : il est rédigé sous forme de dialogues, où Tartaglia s'entretient avec divers personnages de son temps. Nous y lisons de savantes dissertations, tenues à de grands seigneurs tels que François Marie, duc d'Urbin ; que Richard Ventuorth, gentilhomme de sa Majesté le roi d'Angleterre ; que Gabriel Tadino di Martinengo, chevalier de Rhodes, prieur de Barletta ; que Don Diego Hurtado di Mendozza, ambassadeur de l'Empire près la République de Venise. Nous y voyons Tartaglia s'entretenir avec des gens de toutes conditions, avec Frère Beretino, avec Maître Zuanne di Tonini da Coi, qui tient une école à Brescia, avec l'excellent docteur et philosophe Marc' Antonio Morosini, avec des mathématiciens comme Antonio Maria

(1) *Quesiti et Inventioni diverse di Nicolo Tartaglia*, Venetia, Vent. Ruffinelli, 1546. — Les éditions de cet ouvrage se succédèrent avec rapidité. On peut citer les suivantes : *Quesiti et Inventioni diverse. La nova Scientia*, Venetia, Nic. de Bascarini, 1550 ; — *Quesiti et Inventioni diverse, Ragionamenti sopra la travagliata Inventione*, con *supplemento*, Venetia, Nic. de Bascarini, 1551 ; — *Quesiti et Inventioni diverse, Regola generale de solevare con ragione e misura non solamente ogni affondata nave, ma una torre solida di metallo*, Venetia, Nic. de Bascarini, 1551 ; — *Quesiti et Inventioni diverse, con una giunta al sesto libro, nella quale si mostra duoi modi di redur una città inespugnabile*, Venetia, Nic. de Bascarini, 1554. — On peut mentionner, en outre : *Opere del famosissimo Nicolo Tartaglia, cioè Quesiti, Nova Scientia, Travagliata Inventione, Ragionamenti sopra Archimede*, etc , Venetia, 1606.

Fior et son Excellence Messire Hieronimo Cardano. Parfois, les interlocuteurs sont de plus minces personnages, un artilleur, un bombardier, un fusilier, dont les noms ne nous sont point conservés.

Ces entretiens roulent sur les diverses branches des mathématiques pures et, surtout, des mathématiques appliquées. Si l'algèbre et, particulièrement, la résolution de l'équation du troisième degré, occupent le neuvième livre, les autres livres sont consacrés à la Statique, à la Balistique externe, à la fabrication et aux propriétés des explosifs, à l'art de dresser les plans à la boussole, aux principes selon lesquels doivent être tracées les fortifications, à la Tactique. On guerroyait sans cesse, en ces temps, et le géomètre se doublait presque toujours d'un ingénieur militaire.

C'est à la fin du sixième livre des *Quesiti et Inventioni diverse* que Tartaglia, pour satisfaire la curiosité du Prieur de Barletta, nous conte le peu que nous savons de sa vie.

Tartaglia naît à Brescia, au commencement du XVI^e siècle, à une date qui nous est inconnue. De son père, il connaît seulement le prénom, Michel, et le surnom, Micheletto Cavallero, que lui vaut sa taille exiguë et le nom, Cavalleri, de celui qui l'emploie. Pour gagne-pain, Micheletto a un cheval avec lequel il fait la poste et porte les lettres à Bergame, à Crémone, à Vérone ; mais il meurt jeune, laissant à sa veuve deux fils et une fille ; celle-ci est la plus jeune de ses enfants ; Nicolo, le fils cadet, qui sera le grand géomètre, n'a encore que six ans.

Déjà, la misère est grande dans la famille. Cependant voici venir la guerre avec toutes ses horreurs. Les Français s'emparent de la ville de Brescia et la mettent à sac. Pour éviter la mort, une foule d'habitants fuient leurs maisons trop peu sûres et demandent au Duomo un asile sacré. L'asile est violé ; des bandes furieuses et ivres de carnage envahissent l'église, massacrant sans quartier hommes, femmes et enfants. Le sabre d'un soldat s'abat à trois reprises sur la tête de Nicolo et lui brise le crâne en trois endoits, si affreusement que le cerveau se trouve à découvert ; deux nouvelles estocades lui fendent le palais et les deux mâchoires.

Le malheureux enfant était tombé dans les bras de sa mère ; ses horribles blessures lui ôtaient l'usage de la parole et la possibilité de prendre des aliments ; à grand'peine pouvait-il avaler les liquides. La mère de Nicolo ignorait l'art de composer les onguents ; elle était trop pauvre pour payer le médecin ; « elle fut réduite à me soigner de sa propre main, non point avec des médicaments, mais en nettoyant avec tendresse l'affreuse blessure ; elle imita les chiens qui, lorsqu'ils sont blessés, se guérissent simplement en nettoyant leur plaie avec la langue ». Les soins maternels parvinrent à rétablir Nicolo ; mais de sa blessure, il garda toute sa vie un fort bégayement ; de là, le surnom de Tartaglia, *le Bègue*, qui tint lieu pour lui du nom patronymique inconnu.

Nicolo Tartaglia avait environ douze ans lors du sac de Brescia ; avant la mort de son père, c'est-à-dire à l'âge de cinq ou six ans, il avait été à l'école pour apprendre à lire ; mais, depuis ce temps, il n'avait plus reçu aucune instruction. A quinze ans, il voulut apprendre à écrire, et s'adressa à un certain Francesco. Maître Francesco consentit à lui enseigner l'art d'écrire, moyennant finances. Un premier terme devait être payé d'avance, un second lorsque Nicolo serait parvenu à la lettre *k*, un troisième à la fin de l'alphabet. Mais lorsque l'élève eut appris à tracer la lettre *k*, il se trouva si dépourvu d'argent qu'il dut quitter l'école sans savoir former les autres lettres. Tartaglia trouva moyen de se procurer un alphabet complet tracé par Maître Francesco et d'apprendre seul à former les dernières lettres.

Après les leçons de Maître Francesco, Tartaglia n'eut plus recours à aucun enseignement ; il vécut « sans autre compagne qu'une fille de la Pauvreté, nommée Industrie ». Ainsi se développa l'un des plus grands géomètres du XVI^e siècle et de tous les temps.

La date de la mort de Tartaglia ne nous est pas mieux connue que la date de sa naissance. En 1556, Tartaglia commençait, à Venise, la publication de son *General Trattato di numeri et misure ;* la troisième partie, parue en 1560, débute par une dédicace de l'imprimeur, datée du 1^er janvier 1560 ; il y est parlé de Tartaglia en des termes qui le supposent déjà mort.

Le livre premier des *Quesiti et Inventioni diverse* est consacré à l'étude du mouvement des projectiles d'artillerie. L'analyse détaillée de cette œuvre, dont l'influence fut grande, au XVI^e siècle, sur le développement de la Mécanique, s'imposerait à nous si nous nous proposions d'écrire ici l'histoire de la Dynamique. Nous aurions, en particulier, à y démêler les diverses traces de l'influence non douteuse que les pensées de Léonard de Vinci ont exercée sur le géomètre de Brescia. Mais la lecture de ce premier livre n'est pas sans intérêt pour l'histoire de la Statique, car on y voit, pour la première fois, Tartaglia faire usage des principes posés par Jordanus.

Léonard de Vinci avait écrit (1) : « Tout grave qui se meut selon la position de l'égalité ne pèse que par la ligne de son mouvement. On le prouve dans la première partie que fait le mouvement du boulet de la bombarde, mouvement qui est dans la position de l'égalité. » Cette pensée suivait immédiatement quelques passages tout imprégnés des principes de Jordanus, que Léonard connaissait par Maître Blaise de Parme et par le traité de son Précurseur.

Cette pensée, Tartaglia la développa en des entretiens qu'il eut en 1538, à Venise, avec le duc d'Urbin, et par

(1) *Les Manuscrits de Léonard de Vinci*, publiés par Ch. Ravaisson-Mollien, Ms. G de la Bibliothèque de l'Institut, fol. 77, recto.

lesquels il inaugura ses *Quesiti et Inventioni diverse*. D'une pièce d'artillerie, pointée horizontalement, sort un boulet qui suit quelque temps la ligne horizontale ; tant qu'il tient cette trajectoire, sa pesanteur naturelle, dirigée suivant la verticale, est nulle ; puis, lorsque le projectile se met à décliner, elle commence à se faire sentir et croît d'autant plus que la trajectoire se rapproche davantage de la verticale.

A l'appui de cette théorie, issue des pensées de Léonard de Vinci, admise également par Cardan, que Galilée lui-même professera dans sa jeunesse, Tartaglia invoque ce principe (1) : « Il nous faut encore remarquer que l'on suppose un corps grave d'autant plus grave au lieu où il se trouve, que la descente en est moins oblique ou moins courbe, le corps étant en la même situation ou au même lieu. Et l'on suppose que la descente d'un corps grave est d'autant plus oblique que, dans sa descente, et pour une même quantité, ce corps prend moins du direct ; ou, en d'autres termes, qu'il prend une moindre quantité de la verticale ou d'une parallèle à la verticale, alors qu'il décrit une même quantité de la circonférence sur laquelle il tourne. »

De ce principe, Tartaglia tire aussitôt cette application : « Tout poids suspendu à un fléau de balance qui quitte la position d'égalité, devient plus léger, et d'autant plus léger que le fléau est plus éloigné de la position horizontale. »

L'appel aux principes de Jordanus est ici bien évident ; mais il n'est fait que d'une manière incidente. Nous allons voir Tartaglia donner de ces principes un exposé dogmatique.

Le septième livre des *Quesiti et Inventioni diverse* porte ce sous-titre : *Sur les principes des questions mécaniques d'Aristote*. Les entretiens que Tartaglia échange avec

(1) Tartaglia, *Quesiti et Inventioni diverse*, édition de 1554, p. 8, verso.

l'ambassadeur Don Diego Hurtado di Mendozza ont surtout pour but de prouver que la théorie péripatéticienne de la balance est insuffisante, car elle a été construite sans qu'il soit fait appel aux véritables principes de la Science des poids.

Ainsi, Aristote a raison d'affirmer qu'une même vertu ou puissance, appliquée à l'extrémité d'un bras de levier, le meut d'autant plus vite que ce bras est plus long ; mais de ce principe vrai, il fait une application fausse lorsqu'il en prétend tirer que les grandes balances sont plus sensibles que les petites. Son erreur provient de ce qu'il ne distingue pas assez nettement entre les propriétés des balances mathématiques, abstraites, formées de lignes sans épaisseur ni poids, et les propriétés des balances physiques, composées de pièces matérielles et pesantes. Aussi, contrairement aux raisonnements du Philosophe, sont-ce les balances les plus petites qui sont les plus sensibles.

Tartaglia expose à l'ambassadeur le raisonnement par lequel Aristote explique la stabilité d'une balance dont le point de suspension se trouve au-dessus du fléau ; son désir de critiquer le Stagirite ne l'empêche point de lui emprunter l'énoncé et la démonstration de cette proposition erronée : Lorsque le point de suspension est au-dessous du fléau, l'équilibre de la balance est indifférent ; mais à cette proposition erronée, il en joint une autre, qu'il reproche à Aristote d'avoir omise et qu'il énonce, non sans quelque vanité, comme une « belle question, bien plus cachée à notre intellect que chacune des deux autres » ; il s'agit de cette affirmation : Si le centre de gravité se trouve précisément sur le fléau de la balance, l'équilibre de la balance est stable. « Je dis à votre Seigneurie, ajoute Tartaglia, qu'avant de vouloir démontrer la cause d'un tel effet, il m'est nécessaire de définir et de démontrer quelques termes et principes de la Science des poids. »

C'est donc sur la *Science des poids* que rouleront, entre

Tartaglia et Don Diego Hurtado di Mendozza, les entretiens résumés au Livre huitième.

Il nous suffit d'entendre l'ambassadeur déclarer, dès les premières paroles, que la Science des poids est non pas une science indépendante, mais une doctrine *subalternata*, et demander à Tartaglia de quelles disciplines elle dérive ; d'entendre Tartaglia répondre aussitôt qu'elle dérive, en partie, de la Géométrie et, en partie, de la Philosophie naturelle, pour que notre pensée se reporte aussitôt vers le préambule du *Commentaire péripatéticien* au Traité de Jordanus ; vers ce préambule que, peu d'années auparavant, Peter Apian a livré à l'impression. De suite, il est clair pour nous que la *Science des poids* exposée par Tartaglia à l'ambassadeur de l'Empire se rattache à l'École de Jordanus.

Tartaglia, d'ailleurs, ne suit pas aveuglément un seul auteur de cette École ; il fait un choix entre des traités divers. Nous lui avons vu, par exemple, emprunter son entrée en matière au Commentateur péripatéticien dont Peter Apian a imprimé l'écrit ; mais à ce traité obscur, il ne fait pas d'autre emprunt. Parmi les postulats énoncés, nous remarquons celui-ci (1), qui ne trouve, au huitième livre des *Quesiti*, aucune application : « Aucun corps n'est grave en lui-même. Ainsi l'eau au sein de l'eau, le vin dans le vin, l'huile dans l'huile, l'air dans l'air, n'ont aucune gravité ». Nous reconnaissons aussitôt une proposition empruntée au *traité des poids* — faussement attribué à Archimède — et reproduite dans l'écrit de Blaise de Parme. Mais deux sources ont, presque exclusivement, fourni les matières traitées au huitième livre des *Quesiti* ; ces deux sources sont le fragment *De ponderoso et levi* attribué à Euclide et le premier livre du traité composé par le Précurseur de Léonard de Vinci.

Les modifications apportées par Tartaglia à la rédaction

(1) *Quesiti et Inventioni diverse*, Libro ottavo, Quesiti XXVII, Petitione VI.

de ces divers écrits sont de minime importance ; elles consistent surtout en phrases laudatives prodiguées par l'ambassadeur : « Voilà une assez belle proposition ; voilà un problème qui me plaît ; je comprends très bien, vous pouvez continuer. »

Le premier livre du traité composé par le Précurseur de Léonard de Vinci n'est pas en entier reproduit par Tartaglia. Il passe notamment sous silence la belle proposition relative au levier coudé. Mais il expose (1), avec grand détail et grand soin, la théorie du plan incliné donnée au même ouvrage.

En entendant cet exposé, Don Diego Hurtado di Mendozza peut, à juste titre, s'écrier : « Voilà une belle spéculation, et qui me plaît assez ». Il est impossible, en effet, de souhaiter solution plus claire et plus simple du problème du plan incliné. Mais, sans vergogne, Tartaglia prend pour lui les éloges qu'il se fait décerner ; il se garde bien de faire mention de l'écrit qui a fourni ce beau théorème.

Pas une fois, d'ailleurs, Tartaglia n'a nommé Jordanus, à l'École duquel il s'est rangé. Cette criante injustice ne pouvait longtemps demeurer inaperçue.

Un différend mettait aux prises Cardan et Tartaglia au sujet des méthodes propres à résoudre l'équation du troisième degré et de la priorité d'invention de ces méthodes ; cette querelle provoqua un ardent duel mathématique entre Tartaglia et le tenant de Cardan, Luigi Ferrari, qui était élève du médecin milanais, et déclarait « che sono creato suo ». Le combat s'engagea le 10 février 1547 par un cartel (2) de Ferrari à Tartaglia, que suivirent

(1) *Quesiti et Inventioni diverse*, Libro ottavo, Quesiti XLI, XLII ; Propositioni XIV, XV.

(2) *I sei cartelli di matematica disfida primamenti intorno alla generale risoluzione delle equazioni cubiche di* Ludovico Ferrari. *Coi sei contro-cartelli in riposta di* Nicolo Tartaglia *comprendenti le soluzioni de' quesiti dall' una et dall' altra parte propositi.*

Raccolti, autografati e publicati da Enrico Giordani, Bolognese. Premesse cinq autres cartels envoyés le 1 avril, le 1 juin, le 10 août 1547, au cours d'octobre 1547, et le 14 juillet 1548. A chacun de cartels, Tartaglia riposta par un contre-cartel ; les dates de ces contre-cartels sont les suivantes : 19 février, 21 avril, 9 juillet, 30 août 1547, 16 juin et 24 juillet 1548.

Dès son premier cartel, Ferrari attaque avec une extrême violence la bonne foi scientifique de Tartaglia : « Outre mille erreurs commises dans les premiers livres de votre ouvrage, lui dit-il (1), vous avez encore exposé, au huitième livre, les propositions de Giordano comme si elles étaient vôtres et sans faire aucune mention de l'auteur ; c'est un vol criant. Vous donnez des démonstrations de votre tête qui, la plupart du temps, ne concluent pas, et, pour votre grand'honte, vous faites confesser à l'Illustrissime Seigneur Don Diego di Mendozza des choses qu'il ne dirait pas pour tout l'or du monde ; j'en suis assuré, car je connais en partie l'étendue de sa science ; cela

notizie bibliografiche ed illustrazioni sui Cartelli medesimi, estratte da documenti già a stampa ed altri manoscritti favoriti dal Comm. Prof. Silvestro Gherardi. Milano, 1876.

Ces six cartels de Ferrari et les six ripostes de Tartaglia étaient demeurés entièrement inconnus des mathématiciens, lorsque M. Silvestro Gherardi fut assez heureux pour en reconstituer la collection complète. Les six cartels de Ferrari trouvés par lui portaient, de la main de l'auteur, l'adresse : *Al Signor Nicolo Simo ;* Nicolo Simo était, en effet, un des géomètres auxquels les deux adversaires adressaient leurs écrits. Cette collection est absolument unique. Seul, le second cartel de Ferrari se trouve à la Bibliothèque de St-Marc, à Venise. Gherardi publia ces douze pièces, en 1846, à Bologne, à la suite du livre qu'il a donné sous le titre : *Di alcuni materiali per la storia della facolta matematica in Bologna* ; il les céda ensuite à Libri. Elles furent vendues à Londres, en 1861, avec la bibliothèque de Libri. En 1876, par les soins de M. Enrico Giordani, cette collection fut reproduite en fac-similé et dédiée au Prince Baldassare Boncompagni (Voir : *Catalogue of mathematical, historical, bibliographical, and miscellaneous portion of the celebrated library of M. Guglielmo Libri ;* Part I : A-L, London 1861, n° 178, pp. 19 et 20 : à la p. I se trouve un fac-similé d'un autographe de Ferrari — J. Ch. Brunet, *Manuel du libraire et de l'amateur de livres*, t. V, 1864, colonne 661 — et la notice qui précède la réimpression de 1876).

(1) Ferrari, *Primo cartello*, p. 2.

manifeste votre présomption en même temps que votre ignorance. »

A ce coup droit, Tartaglia ne riposta pas dans son premier contre-cartel ; alors Ferrari redoubla : « Sont-ils sortis de ta mémoire, s'écrie-t-il en son second cartel (1), ces vols et ces erreurs qu'excédé de ton injustice, je t'ai rappelés en ma provocation ? Je t'ai dit que tu avais dérobé les propositions de Jordanus, que tu te les étais attribuées sans aucunement mentionner l'auteur, que tu avais eu le ridicule de donner pour concluants tes arguments futiles, et que, pour ta honte mémorable, tu avais mis en scène et pris pour interlocuteur un homme très digne, l'ambassadeur de l'Empire, auquel tu fais déclarer tes démonstrations vraies et très efficaces ; par une étrange inertie et pour l'étonnement de l'intelligence, il t'arrive souvent de supposer ce qui est en question ; enfin tu reprends faussement et injustement le divin Aristote. »

Cette fois, Nicolo Tartaglia riposta (2).

De l'aveu de Ferrari, les démonstrations par lesquelles il a prouvé les propositions de Giordano sont siennes. « Or la démonstration, vous devez le savoir, est chose de bien plus d'importance, elle demande bien plus de savoir, elle est plus scientifique et de plus grande difficulté que la pure proposition. Toute proposition mathématique, isolée de la démonstration, est réputée de nulle valeur auprès des mathématiciens ; proposer est chose facile ; tout ignorant saurait formuler une proposition, mais non point la démontrer...

» ... Il m'est donc licite de regarder comme mien mon huitième livre des poids, et cela pour trois solides raisons.

» En premier lieu, l'ordre que j'ai suivi est tout diffé-

(1) Ferrari, *Secondo cartello*, p. 6.
(2) *Seconda riposta data da* Nicolo Tartalea Brisciano, pp. 7 et 8.

rent ; il est plus simple, plus intelligible et plus abrégé que l'ordre suivi par Giordano.

« En second lieu, j'ai notablement amplifié les définitions, les pétitions et les propositions et, si la mort n'interrompt point mes desseins, je pense les développer bien plus encore à l'avenir.

« En troisième lieu, comme vous le confessez vous-même, les démonstrations sont miennes ; elles ne sont pas de Giordano. Vous prétendez que le peu que j'ai pris à Giordano me fait un devoir de citer cet auteur. Je vous réponds que si je l'avais cité, il m'aurait été nécessaire de signaler la grande obscurité de ses propositions comme de ses démonstrations, obscurité que tout homme intelligent peut constater ; et il me semblait que ce n'était point chose à faire. »

La riposte que Tartaglia adresse à Ferrari n'est point faite pour nous donner une haute idée de sa bonne foi ; elle pouvait duper celui qui jugeait Jordanus au travers des démonstrations nébuleuses de son Commentateur péripatéticien, publiées par Peter Apian ; elle semble misérable à qui connaît les textes primitifs, si clairs et si précis, dont les raisonnements de Tartaglia sont, presque toujours, une simple paraphrase ; des démonstrations que Tartaglia revendique avec tant d'âpreté, le *Liber de ponderoso et levi*, attribué à Euclide, le traité composé par le Précurseur de Léonard de Vinci ont fait tous les frais.

A son prédécesseur anonyme, Tartaglia accorda une tardive réparation.

Dans sa réponse à Ferrari, il avait déclaré qu'il se proposait, à moins que la mort ne vînt interrompre ses desseins, de donner aux démonstrations de Jordanus de nouveaux développements. Ces projets ne furent point mis à exécution ; mais Tartaglia légua à son ami Curtius Trojanus, célèbre éditeur de Venise, un manuscrit auquel il avait ajouté quelques figures. Ce manuscrit est le traité dont nous avons longuement parlé comme ouvrage du

Précurseur de Léonard de Vinci. Selon le désir exprimé par le grand géomètre, Curtius Trojanus publia (1) ce traité ; il y joignit le traité des pesanteurs spécifiques attribué à Archimède ; il y joignit aussi des déterminations des poids spécifiques obtenues par Tartaglia lui même.

Cette édition, survenant après celle de Peter Apian, fit connaître aux géomètres du XVII^e siècle non pas l'ouvrage primitif de Jordanus — il est encore inédit — mais les divers commentaires composés sur cet ouvrage. Nous verrons ces commentaires donner lieu à de grands débats.

2. *Jérôme Cardan — Alexandre Piccolomini*

Il est impossible de parler de l'École de Jordanus au XVI^e siècle sans faire mention de Jérôme Cardan. Sans doute, Cardan est, avant tout, disciple de Léonard de Vinci ; les idées qu'il commente et développe en Mécanique, ce sont celles que nous lisons dans les notes du grand peintre, notes dont, assurément, il a eu connaissance. Mais ce qu'il ajoute parfois aux découvertes de Léonard, il l'emprunte aux écrits de Jordanus et de son École.

Nous l'avons vu, au Chapitre III, mener grand bruit autour de la théorie de la balance romaine, reprochant à Archimède d'avoir délaissé ce problème pour s'adonner à d'autres recherches moins utiles ; mais il s'est bien gardé d'ajouter que son invention n'avait aucune part à la solution qu'il donnait de ce problème, car il l'avait trouvée exposée en détail dans tous les traités de l'École de Jordanus qui, eux-mêmes, la tenaient, par le *De canonio*, des géomètres de l'École d'Alexandrie.

Il nous est possible, d'ailleurs, de citer l'un au moins

(1) Jordani *Opusculum de ponderositate*. Nicolai Tartaleæ studio correctum, novisque figuris auctum. Cum privilegio. Venetiis, apud Curtium Trojanum, MDLXV.

des écrits de l'École de Jordanus où il avait puisé ses renseignements. Dans un de ses plus anciens ouvrages (1), après avoir donné la théorie de la balance romaine, il ajoute : « De là se conclut la vérité de cette proposition de Pellacanus (2) : Une mouche pourrait faire équilibre à la Terre entière si on la plaçait à l'extrémité d'un bras de levier très long. Mais de telles imaginations fabuleuses ne sont point utiles ; elles rendent plutôt la science ridicule. » Il énumère ensuite divers problèmes que l'on peut examiner touchant la romaine ; ce sont précisément ceux qui composent le *De canonio*, ceux que résout Blaise de Parme dont, comme Léonard, il avait étudié le *Tractatus de Ponderibus*.

Nous avons vu également Cardan examiner pour quelle raison un fardeau pendu à un bras de balance devenait moins pesant au fur et à mesure que le bras qui le porte se rapproche de la verticale ; nous l'avons entendu émettre à cet égard des considérations fort intéressantes touchant le principe des vitesses virtuelles ; mais ces considérations étaient tout imprégnées des propositions établies par Jordanus au sujet de la variation de gravité *secundum situm* d'un poids mobile sur un cercle.

Cardan cite toutefois Jordanus, mais c'est afin de lui reprocher la proposition inexacte touchant la stabilité de la balance. Il rectifie d'ailleurs, dans le même passage, comme le Précurseur de Léonard et Léonard lui-même

(1) Hieronymi Cardani *De numerorum proprietatibus liber unicus* ; Caput LXVI, de Ponderibus. Selon Niceron (a), cet ouvrage fut imprimé pour la première fois, après la mort de l'auteur, dans : Hieronymi Cardani *Opera omnia*, tomus IV.

(2) Dans le manuscrit (b) que nous avons étudié, Blaise de Parme dit seulement qu'un grain de millet peut faire équilibre à un poids mille fois plus considérable. Cardan avait sans doute, du même traité, une rédaction un peu différente.

(a) Niceron, *Mémoires pour servir à l'histoire des hommes illustres*, t. XIV, p. 271 ; Paris, 1731.

(b) Bibliothèque Nationale, fonds latin, Ms. 10 252.

l'avaient fait avant lui, l'erreur d'Aristote qui avait déclaré indifférent un certain état d'équilibre instable.

« Et de ceci, dit Cardan (1), est monstré ce que dit le Filosofe : Que si les poids sont égaus en F et R (fig. 60), la balance toutefois de son gré retourne à la droite situation, la languette étant en AB. Et Jordanus ne démonstre ceci et ne l'a entendu. Semblablement, pourquoi la languette posée à QB et plus bas que la livre, comme il avient quand la livre est renversée, que tu tiennes de ta

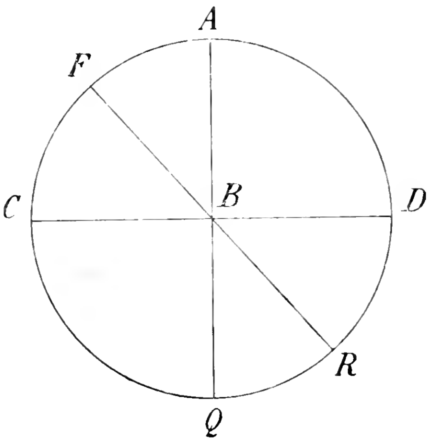

fig. 60

main la languette, la livre dessus, le poids qui ja aurait descendu tiré vers R, un autre pois égal étant constitué en F, ou que les balences soient totalement vides, non seulement elles ne retournent point vers la situation CD, comme en lieu droit, mais plus tost R descend vers Q, et F monte vers A, comme il est manifeste par expérience. Pareillement, Jordanus ne démonstre ceci. »

Les raisonnements, assez confus d'ailleurs, que Cardan

(1) *Les Livres de* Hierome Cardanus, médecin milannois, *intitulés de la Subtilité et subtiles Inventions, ensemble les causes occultes et raisons d'icelles*, traduis de Latin en François par Richard de Blanc. Paris, Charles l'Angelier, 1556.

développe au sujet de ces questions de stabilité sont essentiellement ceux que nous trouvons dans les notes de Léonard de Vinci.

L'erreur commise par Aristote était, nous l'avons vu au Chapitre VII, un simple lapsus ; tout lecteur attentif la devait rectifier ; mais corriger, si peu que ce soit, le Philosophe n'était jamais réputé œuvre de mince importance.

A l'époque qui nous occupe en ce moment, c'est-à-dire au milieu du XVI^e siècle, les *Quæstiones mechanicæ* d'Aristote, qui n'avaient presque été l'objet d'aucun commentaire suivi, furent exposées avec beaucoup de précision et de soin par le savant Alexandre Piccolomini (1). Piccolomini, lui aussi, remarqua l'inadvertance d'Aristote ; mais il n'osa reprendre le Stagirite qu'avec des précautions infinies (2) : « Le texte des paroles d'Aristote est très défectueux en ce qui concerne cette question ; pour établir le véritable sens qu'il convient d'attribuer à ce texte, nous avons dû faire un grand effort ; nous nous sommes servis d'un instrument matériel pour reconnaître par les sens ce que la démonstration avait découvert à notre intelligence ; une telle vérification expérimentale est de grande importance selon la doctrine péripatéticienne ».

(1) Alexandri Piccolominei *in mechanicas quæstiones Aristotelis paraphrasis paulo quidem plenior*, ad Nicolaum Ardinghellum Cardinalem amplissimum (A la dernière page : Excussum Romæ apud Antonium Bladum Asulanum, Tertio Non. Januarii MDXLVII). — Le même ouvrage a été réédité : Venetiis, apud Curtium Trojanum, MDLXV. — Il a été également traduit en italien sous ce titre : A. Piccolomini, *Sopra le mecaniche d'Aristotile*, trad. da O. V. Biringucci. Roma, Zanetti, 1582.

(2) Edition de 1547, p. 22, verso.

CHAPITRE X

LA RÉACTION CONTRE JORDANUS
GUIDO UBALDO — BENEDETTI

§ 1. *Guido Ubaldo, marquis del Monte* (1) (1545-1607)

Dès les débuts de la Statique, nous avons pu observer, aux prises avec les difficultés de cette science, deux sortes d'esprits : l'esprit d'intuition et l'esprit de déduction. Nous avons vu Aristote ou l'auteur, quel qu'il soit, des Μηχανικὰ προβλήματα, jeter des regards profonds en la nature des principes qui doivent régir la science de l'équilibre, quitte à ne point ranger dans un ordre parfait les vues qu'il avait saisies. Nous avons vu Archimède, au contraire, s'efforcer de n'énoncer aucune proposition qui ne se déduise très rigoureusement de postulats clairs et explicitement énoncés.

Précieuse lorsqu'il s'agit d'ordonner et de classer des vérités acquises, la méthode impeccablement déductive du géomètre n'est point celle qui permet de pénétrer d'emblée au cœur d'un problème obscur et de saisir les principes de la solution. C'est l'intuition, et l'intuition seule, qui peut jeter son filet jusqu'au fond des abimes inconnus et y draguer les vérités dont s'alimentera la science. Mais lorsque le filet est revenu à la surface, lorsqu'est répandue sur le rivage la pêche abondante où les vérités précieuses sont mêlées aux erreurs dangereuses, la déduction doit accomplir son triage minutieux et patient, choisir ce qui est bon, le purifier de toute

(1) D'autres auteurs orthographient autrement ce nom ; M. Favaro, notamment, écrit : *Guidobaldo dal Monte* ; nous suivons l'orthographe adoptée par Pigafetta dans la traduction de la *Mécanique* qu'il publia en 1581, du vivant de l'auteur.

souillure, le ranger avec soin, et rejeter au loin ce qui est faux et mauvais.

Pendant deux mille ans, l'intuition a continué sans relâche sa pêche fructueuse ; elle peut être fière du butin qu'elle a rapporté ; la déduction n'est presque jamais venue à son aide. La plupart des vérités fondamentales de la Statique font partie de ce butin ; mais il est temps que la rigueur géométrique les choisisse, les sépare des idées fausses parmi lesquelles elles sont confondues, les étale en pleine lumière ; car, en présence de cet amas confus où le vrai et le faux sont entassés pêle-mêle, les meilleurs esprits hésitent, ne sachant ce qu'il convient de garder, ce qu'il faut rejeter.

Le triage confié à la méthode déductive est une opération nécessaire, mais qui doit être menée avec discernement et prudence. Les conquêtes les plus précieuses de l'induction n'éclatent pas toujours aux yeux, nettes et scintillantes ; la vase des fonds auxquels elles ont été arrachées les souille encore et les dissimule ; le géomètre pressé et peu clairvoyant est exposé à prendre quelqu'une de ces vérités pour une proposition fausse ou inutile, à la rejeter avec mépris, alors qu'un labeur plus soigneux et mieux éclairé lui en eût fait reconnaître l'insigne valeur.

Trop souvent, l'étroitesse de l'esprit géométrique, en réputant fausses des propositions que l'intuition avait formulées, mais qu'elle n'avait pas suffisamment démontrées, a repoussé de fécondes vérités et retardé le progrès de la science. De cette étroitesse, nous allons trouver de remarquables exemples en étudiant la réaction qu'ont dirigée, contre l'École de Jordanus, Guido Ubaldo et Benedetti ; cette réaction, menée au nom de la rigueur déductive, va révoquer en doute presque tout ce que la méthode intuitive avait découvert, d'Aristote à Léonard de Vinci.

Au milieu du XVI^{e} siècle, d'ailleurs, l'esprit géométrique est particulièrement exalté. Les chefs-d'œuvre de la Science grecque sont enfin étudiés d'après les textes originaux ; la rigueur et l'élégance que laissaient seulement soupçonner les versions arabes, se montrent en pleine lumière ; Pappus, et surtout Archimède, dont les écrits sont demeurés longtemps inconnus, montrent que la méthode déductive peut être suivie avec autant de sévérité dans l'étude de la Mécanique que dans l'exposé de la Géométrie.

Assurément, l'analyse subtile que le grand géomètre de Syracuse avait employée pour déterminer certains centres de gravité ou certains centres de carène ne ravissait pas tous les suffrages. Ceux dont l'esprit se portait surtout vers les applications pratiques des mécaniques ne trouvaient pas que le résultat obtenu valût l'effort fait pour l'obtenir. « Archimède, écrivait Cardan (1), a découvert deux raisons d'être du centre de gravité ; l'une a trait aux poids suspendus, l'autre aux corps flottants sur l'eau ; en chacune de ces inventions, comme en l'étude de l'hélice, on trouve toute la subtilité qu'il est juste d'attendre d'un auteur aussi illustre ; mais le fruit n'est pas proportionné à la peine ; depuis l'époque d'Archimède jusqu'à nos jours, il ne s'est rencontré personne qui ait pu montrer quelle sorte d'utilité se peut trouver en une telle contemplation. »

Les esprits amoureux de la beauté géométrique ne partageaient point les sentiments, empreints d'un utilitarisme quelque peu grossier, que professait Cardan. François Maurolycus de Messine (1494-1575) et Frédéric Commandin d'Urbin (1509-1575) traduisaient et commentaient Archimède. Mieux encore : des méthodes créées par l'illustre Syracusain ils donnaient de nouvelles applications ; ils s'en servaient pour déterminer divers centres de gravité jusqu'alors inconnus. Terminées dès 1548, les recherches dirigées en ce sens par Maurolycus parurent seulement

(1) Hieronymi Cardani Mediolanensis civisque Bononiensis *Opus novum de proportionibus numerorum...* Propositio CLXXVI, p. 197 ; Basileæ, MDLXX.

plus d'un siècle après sa mort (1) ; Commandin vit les siennes imprimées durant sa vie (2). D'autres géomètres suivirent la même voie ; parmi ceux-ci, nous pouvons citer Luca Valerio (3), que Galilée nomme (4) le « second Archimède de son temps », et Guido Ubaldo.

De tels esprits, habitués aux minutieuses exigences de la méthode Euclidienne, devaient être violemment scandalisés à l'aspect des intuitions souvent profondes, mais presque toujours troubles et confuses, des grands mécaniciens du XIII[e] siècle. En l'œuvre que ceux-ci avaient laissée, la sagacité des géomètres eût pu trouver un emploi utile et fécond ; elle eût pu s'appliquer à séparer la vérité de l'erreur, à rejeter celle-ci, à affermir celle-là. Mais offusqués par l'erreur qui se manifestait avec évidence, les admirateurs d'Archimède se refusaient à reconnaître, dans la Statique du moyen âge, la très grande et très précieuse part de vérité qu'elle contenait. Leur sens critique, se changeant en esprit de dénigrement, rejetait pêle-mêle tout ce qu'avait produit l'École de Jordanus.

Ainsi l'admiration que les mathématiciens du milieu du XVI[e] siècle professèrent pour les œuvres achevées et parfaites des géomètres grecs eut, d'abord, cette singulière conséquence de faire reculer la Statique, de déterminer l'abandon de vérités acquises, qu'un labeur pénible, prolongé jusqu'au milieu du XVII[e] siècle, parviendra seul à reconquérir.

Cette réaction, nous l'avons dit, est surtout l'œuvre de deux disciples également subtils d'Euclide et d'Archimède : Guido Ubaldo del Monte et Giovanni Battista Benedetti.

(1) *Admiranda Archimedis monumenta omnia quæ exstant*.. ex traditione D. Francisci Maurolyci. Panormi, ap. Cyllenium Hispanicum, MDCLXXXV.

(2) Federici Commandini *Liber de centro gravitatis solidorum*, Bononiæ, MDLXV.

(3) Lucæ Valerii *De centro gravitatis solidorum libri III*, MDCIV.

(4) Galileo Galilei, *Dialoghi delle Scienze nuove*... Giornata seconda.

Guido Ubaldo, marquis del Monte, était un fort habile géomètre ; il maniait avec élégance les procédés chers aux maîtres de la géométrie grecque. Nous en avons pour garants son traité *De la vis* (1) et aussi ses recherches sur les centres de gravité (2) ; des quelques passages, intéressant la Mécanique, que renferment ces dernières, nous aurons à faire mention lorsqu'en un prochain chapitre (Chapitre XV, 3), nous étudierons le principe de Torricelli.

Son traité de Mécanique (3), qui eut une très grande vogue à la fin du xvi^e^ siècle et au début du xvii^e^ siècle, ne porte point seulement la marque de l'influence exercée par Archimède ; Guido Ubaldo connait Pappus, qu'il cite dans sa *Paraphrasis* aux livres d'Archimède, et, par Pappus, les *Mécaniques* d'Héron d'Alexandrie dont un résumé termine les *Collections mathématiques ;* c'est sans doute à ce résumé qu'il emprunte l'énumération des machines simples dont l'étude compose son traité, énumération qui sera religieusement conservée jusqu'à nos jours.

L'œuvre accomplie en Mécanique par Guido Ubaldo est,

(1) Guidi Ubaldi e Marchionibus Montis *De cochlea libri quatuor*, superiorum permissu et privilegio. Venetiis, apud Evangelistam Deuchinum, MDCXV.

(2) Guidi Ubaldi e Marchionibus Montis *In duos Archimedis æquiponderantium libros paraphrasis*, scholiis illustrata. Pisauri, apud Hieronymum Concordiam, MDLXXXVIII.

(3) Guidi Ubaldi e Marchionibus Montis *Mechanicorum liber*, in quo hæc continentur : De libra, de vecte, de trochlea, de axe in peritrochio, de cuneo, de cochlea. Superiorum permissu et privilegio. Pisauri, apud Hieronymum Concordiam, MDLXXVII. — *Le même ouvrage* a été réimprimé : Venetiis, apud Evangelistam Deuchinum, MDCXV. — Il a été également traduit en italien, sous ce titre, d'une emphase curieuse : *Le mechaniche* dell' illustriss. Sig. Guido Ubaldo de Marchesi del Monte, tradotte in volgare dal Sig. Filippo Pigafetta. Nelle quali si contiene la vera dottrina di tutti gli istrumenti principali di mover pesi grandissimi con picciola forza. A beneficio di chi si diletta di questa nobilissima scienza : et massimamente di capitani di guerra, ingegnieri, architetti, et d'ogni artefice, che intenda per via di machine far opre maravigliose, e quasi sopranaturali. Et si dichiarano i vocabili, et luoghi piu difficili. In Venetia, appresso Francesco di Franceschi Sanese, MDLXXXI. — Une deuxième édition de cette traduction a paru à Venise en MDCXV.

bien moins que son œuvre de géomètre, propre à servir sa renommée. Nul écrit n'est plus capable de marquer à quel point le souci exagéré de la rigueur déductive peut aveugler l'esprit et lui faire méconnaître les plus précieuses vérités. Intelligence pointilleuse, Guido Ubaldo prend des vétilles pour de graves erreurs ; il reproche sévèrement à ses prédécesseurs d'avoir toujours traité les verticales issues des divers points d'un levier ou d'une balance comme des lignes parallèles entre elles ; or, il commet des inexactitudes lorsqu'il veut tenir compte de leurs mutuelles inclinaisons et, d'ailleurs, dans la plupart des applications, il néglige, lui aussi, ces inclinaisons.

C'est à l'encontre de l'École de Jordanus que s'exerce surtout sa sévérité ; dès le début de son ouvrage, il se propose de reprendre la théorie de la balance « car, dit-il (1), il est étonnant de voir les ruines qu'ont accumulées en cette question Jordanus, qui a joui d'une grande autorité auprès des géomètres modernes, et les autres auteurs qui se sont proposé de discuter ce problème ».

Jordanus a faussement énoncé qu'un levier de bras égaux, aux deux extrémités duquel pendent des poids égaux, se trouvait en équilibre stable ; Guido Ubaldo déclare avec raison qu'un tel équilibre est indifférent. « Mais, ajoute-t-il (2), quelques géomètres professent, au sujet de cette affirmation, une opinion différente au nom de laquelle ils lui objectent plusieurs considérations ; il sera donc nécessaire de s'arrêter quelque temps à ce point ; et je tenterai de défendre, dans la mesure de mes forces, non seulement mon propre avis, mais Archimède lui-même, qui semble avoir été du même avis ». En regard de cette déclaration, une manchette porte ces indications : « Jordanus, *de ponderibus* ; Hieronymus Cardanus, *de subtilitate* ; Nicolaus Tartalea, *de quæsitis ac inventionibus* ».

(1) Guidi Ubaldi *Mecanicorum liber*, ad Franciscum Mariam II, Urbinatum ducem, præfatio.

(2) Guidi Ubaldi *Mecanicorum liber*, de libra, Propositio IV.

La proposition incriminée par Guido Ubaldo est sûrement inexacte ; mais elle constitue une application illégitime d'un lemme très juste et très fécond : Lorsqu'un bras de levier, dont l'extrémité porte un fardeau, tourne autour de son point d'appui, la gravité *secundum situm* du fardeau est d'autant plus petite que le levier est plus près d'être vertical. Cette proposition fondamentale, Guido Ubaldo n'ose la révoquer en doute ; mais il accumule les critiques contre la démonstration que ses prédécesseurs en ont donnée.

Parmi ces critiques, il en est de tout à fait ridicules ; tel le reproche de ne point tenir compte, en ce problème, de la mutuelle inclinaison des verticales.

D'autres objections, mieux fondées en apparence, n'eussent cependant pas arrêté longtemps un esprit plus clairvoyant et moins malveillant.

Ainsi, Jordanus et ses successeurs, pour déterminer le rapport entre la gravité véritable d'un poids et sa gravité *secundum situm*, supposent que le poids descende le long d'un certain arc et comparent la longueur de cet arc à la longueur qu'*il prend du direct ;* or le rapport de ces deux longueurs change selon que l'on considère un arc plus ou moins long. « Si ce raisonnement était vrai, un même poids, dans une même situation, serait tantôt plus lourd, tantôt plus léger, selon que l'on considérerait d'une manière ou d'une autre sa façon de se comporter en cette même situation ; cela est impossible. » La contradiction n'est qu'apparente ; pour connaître le rapport entre la gravité réelle et la gravité de situation, il faut prendre le rapport limite entre l'arc parcouru et sa projection sur la verticale *lorsque l'arc est infiniment petit* ; Jordanus l'avait indiqué aussi clairement qu'on le pouvait attendre d'un auteur du XIIIe siècle ; et le Précurseur de Léonard l'avait plus qu'indiqué en un passage reproduit aux *Quesiti* de Tartaglia ; bien loin qu'il dût repousser une considération de ce genre, Guido Ubaldo, rompu à la méthode des limites par l'étude des écrits d'Achimède, semblait désigné pour la tirer tout à fait au clair.

Bien au contraire, il rejette résolument toute détermination de la gravité *secundum situm* tirée de l'obliquité de la trajectoire : « L'esprit ne saurait être en repos, tant qu'on n'aura pas assigné aux variations de cette gravité une cause autre que celle-là ; il semble, en effet, que c'en soit le signe plutôt que la vraie raison. Cette variation provient d'une raison autre que celle que l'on tire du mouvement plus ou moins droit ou oblique. »

Quelle est donc cette raison, qui a échappé à l'École de Jordanus ?

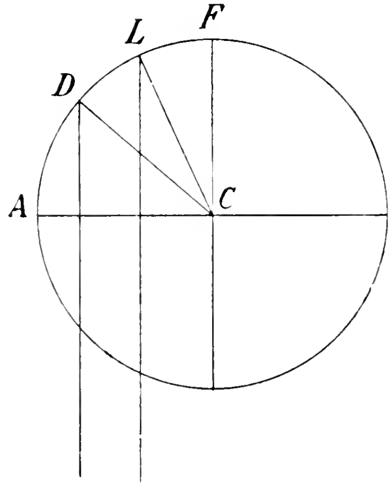

fig. 61.

Considérons en D (fig. 61) un poids mobile sur une circonférence dont le plan est vertical. S'il était libre et débarrassé de toute entrave, il tomberait tout droit par la verticale DS (1). Il en est empêché par le rayon CD qui

(1) Nous négligeons à dessein, en exposant le raisonnement de Guido Ubaldo, la convergence des verticales, dont l'auteur s'embarrasse.

l'oblige à se mouvoir suivant la circonférence, « qui le pousse, en quelque sorte, et qui, en le poussant, soutient partiellement ce poids. Ainsi les lignes CD, CL résistent au poids pour une part, mais non pour une part égale. — Chacune d'elles résiste d'autant plus qu'elle fait avec la verticale un angle plus aigu. En F, où le rayon coïncide avec la verticale, cette résistance annule tout à fait la gravité du mobile. — La ligne CD résiste moins au poids placé en D que la ligne CL ne résiste au poids placé en L. La ligne CD supporte donc moins que CL ; le poids est plus libre en D qu'en L... C'est pourquoi il est plus pesant en D qu'en L... Ainsi donc un même poids peut, par l'effet de la situation qu'il occupe, être plus lourd ou plus léger ; non pas que, par l'effet de cette situation, il acquière réellement une gravité nouvelle ou qu'il perde de sa gravité première ; car il garde toujours la même gravité, en quelque lieu qu'il se trouve ; mais parce qu'il pèse plus ou moins sur la circonférence. »

Ces considérations renferment assurément une idée juste ; lorsqu'un poids est assujetti à glisser sur une certaine trajectoire, il convient de considérer non seulement la composante du poids suivant la tangente à cette trajectoire, mais aussi la composante de la même force suivant la normale au chemin que le mobile est contraint de décrire. Cette pensée, d'ailleurs, s'était déjà présentée, sous maintes formes différentes, à l'esprit de Léonard de Vinci, et Guido Ubaldo ne fait que la retrouver.

Mais, ce point accordé, on ne voit nullement pourquoi il serait plus logique et plus naturel de déterminer en premier lieu la composante normale plutôt que la composante tangentielle ; on ne voit pas que les considérations exposées par Guido Ubaldo lui fournissent une détermination quantitative de la composante normale ; enfin on ne voit pas comment, dans l'ignorance de toute règle de la composition des forces, notre géomètre pourrait tirer, de la connaissance de la composante normale, la connaissance de la composante tangentielle.

A quel point les opinions de Guido Ubaldo touchant la composition des forces sont encore vagues et erronées, on en jugera par le passage suivant :

Si le bras de balance OD (fig. 62) est plus long que le bras OC, un poids placé en O sera plus lourd s'il pend à l'extrémité du premier bras qu'à l'extrémité du second « car la descente du poids sera plus proche du mouvement

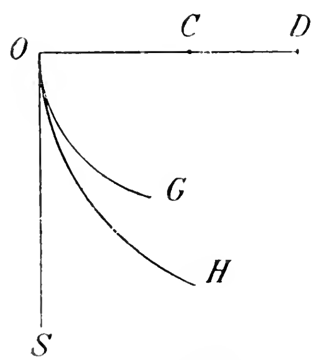

fig. 62

naturel par la circonférence OH que par la circonférence OG. Si donc le centre de la balance est placé en D, le poids sera plus libre et moins lié que si le centre était placé en C ; partant, il sera plus lourd. »

Le P. Mersenne, qui reproduit (1) ce raisonnement en une de ses additions aux *Méchaniques* de Galilée, ajoute : « Aristote croit que la raison en doit estre prise de ce que le centre empesche plus les poids prochains que les éloignez, dautant qu'il les contraint davantage, et leur communique tant qu'il peut son immobilité... Ce que l'on

(1) *Les Méchaniques* de Galilée, mathématicien et ingénieur du duc de Florence, avec plusieurs additions rares et nouvelles, utiles aux architectes, ingénieurs, fonteniers, philosophes et artisans ; traduites de l'italien par L. P. M. M. (le P. Mersenne, Minime). A Paris, chez Henry Guenon, MDCXXXIV ; 2[e] addition, p. 25.

peut aysément appliquer à l'approche ou à la distance des créatures d'avec la perfection divine, laquelle rend les créatures raisonnables dautant plus fixes et immobiles dans sa grâce et dans la ferme résolution du bien, qu'elles s'en approchent plus près. »

C'est avec raison que le P. Mersenne rapproche ici la pensée de Guido Ubaldo de celle d'Aristote ; le raisonnement que nous avons cité s'inspire de certains passages, et non des meilleurs, des Μηχανικὰ προβλήματα ; c'est par le canal du commentateur péripatéticien de Jordanus ou des *Quesiti* de Tartaglia que le Marquis del Monte reçoit cette inspiration ; la malveillance de son sens critique à l'égard de l'École de Jordanus ne le garde pas toujours des pires défaillances de cette École.

D'ailleurs, si certains raisonnements touchant la gravité de situation gardaient encore comme un reflet de la grande vérité découverte par Jordanus, ce reflet ne tarde pas à s'effacer complètement dans l'intelligence, éprise de fausse rigueur, de Guido Ubaldo. Ce géomètre en vient à méconnaître (1) la notion même de moment d'un poids par rapport au point de suspension d'un levier : « *Si une puissance soutient, par l'intermédiaire d'un levier*, dit-il, *un poids dont le centre de gravité se trouve sur le levier, la puissance nécessaire pour soutenir le poids demeurera la même, quelque position que le levier fasse prendre au poids*.

» Je dis que la même puissance appliquée soit en K, soit en B, soit en G, (fig. 63) soutiendra toujours le même poids. Car, par rapport au levier AB, le poids se comporte comme s'il était pendu en E ; et, par rapport au levier GF, comme s'il était pendu en L ; et, par rapport au levier HK, comme s'il était pendu en M. »

Lorsque le centre de gravité du poids fixé au levier se trouve hors du levier, la grandeur de la puissance dépend

(1) Guidi Ubaldi *Mecanicorum liber*, de vecte, Propositio X.

de l'inclinaison du levier suivant une règle qui change de sens selon que le centre de gravité est au-dessus ou au-dessous du levier. Toujours, le poids fixé au levier agit comme s'il était pendu à ce levier au point où se projette son centre de gravité.

Si l'on entend par *puissance* un poids pendu à l'extrémité du levier, la proposition de Guido Ubaldo est exacte, car l'inclinaison du levier diminue dans le même rapport le moment de ce poids et le moment du poids soulevé. Elle devient fausse, au contraire, si la puissance demeure

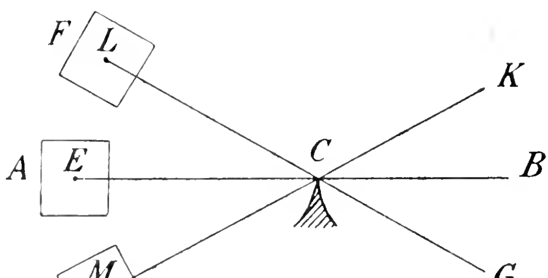

fig. 63.

toujours normale au bras de levier ; tel l'effort exercé par la main du manœuvre. Or tout, dans l'écrit de Guido Ubaldo, semble indiquer que ce géomètre entend le mot *puissance* au second des deux sens.

En effet, si le mot *puissance* avait pour lui le même sens que le mot *poids suspendu*, on ne s'expliquerait pas pourquoi il distingue le levier de la *balance*, fléau rectiligne et sans pesanteur aux extrémités duquel pendent deux poids ; pourquoi, après avoir donné, à la manière d'Archimède, la théorie du second de ces instruments, il croit devoir établir spécialement les lois du premier ; pourquoi, en la déduction qui étend à un levier horizontal les lois de la balance, il prend soin de préciser qu'il substitue à la puissance un poids suspendu de même grandeur qui, dans ces conditions, lui est sûrement équivalent ; pourquoi, enfin, les figures, qui portent toujours le dessin d'un poids suspendu lorsque Guido Ubaldo raisonne d'un tel poids, marquent seulement le point d'application de la puissance, lorsque c'est de cette notion qu'use la déduction.

Il semble donc qu'en la Mécanique de Guido Ubaldo comme, plus tard, dans les écrits de Descartes, la *puissance* appliquée au levier soit une force perpendiculaire à la direction du bras de levier ; dès lors, sa théorie du levier serait gravement erronée (1).

Remarque piquante ! L'auteur qui professait cette théorie a passé, et passe encore, auprès de bon nombre de mécaniciens, pour l'inventeur de la notion de *moment ;* cette réputation usurpée, il la doit à un passage de la *Mécanique analytique* de Lagrange. Voici ce passage (2).

«... C'est ce qu'on appelle maintenant le principe des *momens*, en entendant par moment le produit d'une force par le bras de levier sur lequel elle agit ... Ce principe général suffit pour résoudre tous les problèmes de Statique. La considération du treuil l'avait fait apercevoir dès les premiers pas que l'on a faits après Archimède dans la théorie des machines simples, comme on le voit par l'ouvrage du Guide Ubaldi, intitulé *Mecanicorum*

(1) Les géomètres qui ont reproduit la théorie de Guido Ubaldo ont eu soin de la préciser et de la corriger sur ce point. Pierre Herigone (*a*) entend par *puissance* un poids suspendu au bras du levier, ainsi que le montrent les figures dont il fait usage ; les théorèmes de Guido Ubaldo deviennent alors exacts. Plus soigneux encore, Jacques Rohault, dans son traité posthume (*b*), traite séparément le cas où la puissance est représentée par un poids pendant librement et le cas où elle demeure toujours perpendiculaire au bras de levier. Le soin que ces auteurs ont pris de préciser la pensée de Guido Ubaldo montre assez combien celle-ci était incertaine, sinon erronée.

(2) Lagrange, *Mécanique analytique*, 1re partie, Section I, Sur les différents principes de la Statique, art. 4.

(*a*) Pierre Herigone, *Cours de Mathématique*, t. III ; les Méchaniques, Proposition VI. Paris, 1634.

(*b*) *Œuvres posthumes* de M. Rohault (publiées par Clerselier). Traité des Méchaniques, Proposition XI Paris, 1682.

liber, qui a paru à Pesaro en 1577 ; mais cet auteur n'a pas su l'appliquer au plan incliné, ni aux autres machines qui en dépendent, comme le coin et la vis, dont il n'a donné qu'une théorie peu exacte. »

Rien dans ce que Guido Ubaldo dit du treuil ne justifie cette opinion de Lagrange ; en voici, d'ailleurs, une autre (1), du même auteur, qui n'est pas moins favorable à Guido Ubaldo et qui n'est guère mieux fondée :

« Pour peu qu'on examine les conditions de l'équilibre dans le levier et dans les autres machines, il est facile de reconnaître cette loi, que le poids et la puissance sont toujours en raison inverse des espaces que l'un et l'autre peuvent parcourir en même temps ; cependant, il ne paraît pas que les anciens en aient eu connaissance. Guido Ubaldi est peut-être le premier qui l'ait aperçue dans le levier et dans les poulies mobiles ou moufles. Galilée l'a reconnue ensuite... »

En fait, la loi dont parle ici Lagrange était connue depuis Aristote ; elle était d'un usage banal auprès des géomètres de l'École d'Alexandrie comme auprès des mécaniciens du moyen âge ; Jordanus avait montré comment il convenait de la modifier pour l'appliquer correctement au levier droit ; le Précurseur de Léonard de Vinci en avait tiré la théorie du levier coudé et du plan incliné ; Léonard de Vinci et Cardan en avaient fait l'application aux moufles, aux vis, à une foule de machines ; il eût été bien surprenant que Guido Ubaldo l'ignorât.

Guido Ubaldo connaît donc cette loi, non point sous la forme achevée que lui avaient donnée Jordanus et le Précurseur de Léonard de Vinci, mais sous la forme où la présentaient les *Quæstiones mechanicæ* d'Aristote. D'ailleurs, il se garde bien d'y voir le principe d'où doit découler la Statique tout entière ; il la relègue au rang de remarque ou de corollaire.

(1) Lagrange, *loc. cit.*, art. 16.

Guido Ubaldo, par exemple, établit la loi d'équilibre du levier par des artifices imités d'Archimède ; cette loi une fois connue, il en déduit que la puissance capable de soutenir un poids est à ce poids comme sont entre eux, dans la rotation du levier, les trajets décrits par les extrémités ; il ajoute ce corollaire (1) : « *Il est manifeste par là que le rapport du trajet de la puissance mouvante au trajet du poids mû est plus grand que le rapport du poids à la puissance.* En effet, le trajet de la puissance est au trajet du poids comme le poids est à la puissance qui le soutient ; mais la puissance capable de soutenir le poids est moindre que la puissance capable de le mouvoir ». Le poids agit toujours suivant la verticale, tandis que, pour Guido Ubaldo, la puissance est probablement normale au levier ; le rapport de ces deux forces capables de s'équilibrer change suivant l'inclinaison du levier ; mais Guido Ubaldo, nous l'avons vu, paraît avoir nié ce changement. D'autre part, une saine intelligence des principes de la Mécanique exigerait que l'on comparât au trajet décrit par le point d'application de la puissance non pas le trajet décrit par le point d'application du poids, mais la projection de ce trajet sur la verticale ; Guido Ubaldo ne se soucie point de cette distinction. On voit combien ses idées au sujet du rapport qui existe, en toute machine, entre le travail moteur et le travail résistant sont encore vagues et peu sûres.

Les difficultés qu'offre l'application de cette loi au levier ne se présentent plus lorsqu'il s'agit de poulies ou de moufles qui soulèvent verticalement un poids à l'aide d'une puissance tirant toujours dans une même direction ; là, la puissance est au poids qu'elle équilibre comme le trajet parcouru par le poids est au trajet décrit par la puissance. Guido Ubaldo pourra donc appliquer correcte-

(1) Guidi Ubaldi *Mecanicorum liber*, de vecte, Propositio III.

ment à ces machines la loi en question (1); mais, pas plus qu'il ne l'a fait pour le levier, il ne la prendra pour principe de leur théorie. Il ramènera l'étude de chaque groupement de poulies à l'analyse d'un certain assemblage de leviers ; puis, une fois établie la condition d'équilibre de la moufle considérée, il déduira de cette condition la remarque qu'entre un poids et la puissance qui le soutient, il y a même rapport qu'entre le chemin parcouru par la puissance et le chemin parcouru par le poids. Fastidieusement, ce corollaire reviendra après l'étude de chaque sorte de moufle. D'ailleurs, comme il faut, selon Guido Ubaldo, une plus grande puissance pour mouvoir un poids que pour le tenir en équilibre, il ajoutera (2) : « Il est manifeste par ce qui précède que le rapport du trajet de la puissance mouvante au trajet du poids est toujours plus grand que le rapport du poids à la puissance mouvante. »

En la Mécanique péripatéticienne, il était naturel de considérer avant toutes choses le rapport des *vitesses* entre la puissance mouvante et le poids mû ; Guido Ubaldo attache surtout son attention au rapport des *trajets* que ces deux forces parcourent en même temps ; bien que les deux rapports soient égaux entre eux, il y a là un changement de point de vue qui mérite d'être signalé ; la Statique de Guido Ubaldo, en effet, a sûrement influé sur Descartes qui, si nettement, a proclamé la nécessité de considérer non point les *vitesses* virtuelles, mais les *déplacements* virtuels.

Ce n'est pas à dire que Guido Ubaldo, dans l'étude des machines, laisse entièrement de côté, comme l'exigera Descartes, la considération des *vitesses* ou des *durées* de transport ; mais cette considération, il la rejette au dernier plan ; c'est, par exemple, tout à fait à la fin de son

(1) Guidi Ubaldi *Mecanicorum liber*, de trochlea, Propositiones X ad XXVIII.

(2) Id., *ibid.*, de trochlea, Propositio XXVI, Corollarium.

étude des poulies et des moufles qu'il formule la proposition suivante (1) : « Il est manifeste par ce que nous avons dit que plus un poids est mû facilement, plus il faut de temps pour le mouvoir ; que plus il est difficile à mouvoir, plus il est mû rapidement. »

La théorie du treuil (2) est construite sur le même plan que la théorie des assemblages de poulies ; elle se termine par les mêmes comparaisons entre le trajet décrit par la puissance mouvante et le trajet décrit par le poids mû ; entre l'aisance avec laquelle on meut un poids et le temps qu'il faut pour le mouvoir ; ici encore, ces comparaisons sont données comme des corollaires de la condition d'équilibre du treuil, et non comme des principes d'où se puisse tirer cette condition d'équilibre.

Après avoir sommairement ramené (3) l'étude du coin à la théorie du levier, Guido Ubaldo réduit (4) la vis à une combinaison du levier et du plan incliné. Cette réduction est obtenue exactement, mais le marquis del Monte n'en saurait tirer une théorie satisfaisante de la vis, car il s'attache à la loi du plan incliné qu'a formulée Pappus. En effet, l'une des pires conséquences de la réaction immodérée que l'admiration exclusive des anciens provoqua contre la Statique du XIII[e] siècle fut le retour à la théorie de Pappus, théorie si essentiellement opposée aux principes de l'École de Jordanus, puisqu'elle attribue à un corps mobile sur un plan horizontal une gravité *secundum situm*, bien que son trajet ne prenne nullement du *direct*. La doctrine de Pappus rentra si bien en faveur auprès des géomètres que Galilée eut peine à la faire de nouveau rejeter, à établir que la moindre force suffit à mouvoir un corps sur un plan horizontal parfaitement poli. La loi

(1) Guidi Ubaldi *Mecanicorum liber*, de trochlea, Propositio XXVIII, Corollarium II.

(2) Id., *ibid.*, de axe in peritrochio.

(3) Id., *ibid.*, de cuneo.

(4) Id., *ibid.*, de cochlea.

du plan incliné formulée par Pappus ne peut donner de la vis qu'une théorie inexacte ; aussi est-ce sans aucune démonstration que Guido Ubaldo énonce ce corollaire : « Il est manifeste par ce qui précède que plus les tours de l'hélice sont nombreux, que plus les manivelles ou bras de cabestan sont longs, plus le poids est mû facilement, mais lentement. »

Œuvre parfois erronée, toujours médiocre, la Mécanique de Guido Ubaldo est souvent en recul sur les idées qu'avaient publiées les écrits de Tartaglia et de Cardan. Il nous fallait cependant l'étudier en détail, car elle eut grande vogue à la fin du XVI^e^ siècle et au commencement du XVII^e^ siècle ; bien souvent, nous aurons à noter l'influence qu'elle exerça sur les écrits composés à cette époque.

2. *Giovanni Battista Benedetti* (1530-1590)

Giovanni Battista Benedetti n'était point fort modeste ; il avait grande confiance dans l'originalité de son génie. Au début de l'un de ses ouvrages (1), il dit, en s'adressant au lecteur : « Dans ces livres, je n'ai rien publié que j'aie souvenir d'avoir lu ou d'avoir ouï dire. Si j'ai parfois touché à des choses qui n'étaient point miennes, ou bien j'en ai modifié la démonstration en quelque point, ou bien je les ai exposées plus clairement. Que si, par hasard, quelqu'un a publié quoi que ce soit de semblable, c'est que ses productions ne me sont point parvenues ou que j'ai oublié de les avoir lues. » Au premier rang des découvertes dont il se montre fier, il place ses recherches de

(1) Jo. Baptistae Benedicti, patritii Veneti, philosophi, *Diversarum speculationum mathematicarum et physicarum liber*, quarum seriem sequens pagina indicabit. Ad serenissimum Carolum Emmanuelem Allobrogum et Subalpinorum ducem invictissimum Taurini, apud hæredem Nicolai Bevilaquæ, MDLXXXV.

Mécanique, sur lesquelles il compte pour assurer l'immortalité à son nom (1) : « Atque vel hoc uno modo me inter humanos vixisse testatum reliquerim ».

Il s'en faut, d'ailleurs, que cette fierté fût sans motif légitime ; à peine âgé de vingt-trois ans, Benedetti avait donné une preuve manifeste de son originalité.

Il était communément admis que de deux corps, formés de la même matière, dont l'un avait un volume double de l'autre, celui-là tombait deux fois plus vite que celui-ci. Cette proposition était un axiome de la Physique péripatéticienne. Elle formait le principal objet du fragment *De ponderoso et levi* attribué à Euclide. Jordanus en avait fait le premier théorème de son traité *De ponderibus*. Ses divers commentateurs, aussi bien le Commentateur péripatéticien que le Précurseur de Léonard, avaient soigneusement conservé ce théorème. Léonard de Vinci l'avait formulé à plusieurs reprises et, dans les *Quesiti et Inventioni diverse*, Tartaglia avait reproduit l'exposé si précis qu'en donnait le *De ponderoso et levi*.

C'est contre cette proposition si universellement admise que, dès son premier écrit (2), Benedetti osa s'inscrire en faux. Dans la dédicace de son ouvrage, adressée à Gabriel de Guzman (3), il montrait par un raisonnement très simple que des corps de même substance et de volume différent doivent tomber avec la même vitesse. Ce raisonnement, repris dans le *Diversarum speculationum* (4), devait être reproduit par Galilée dans ses premières

(1) J. B Benedicti *Diversarum speculationum*..... p. 141. De mechanicis.

(2) *De resolutione omnium Euclidis problematum aliorumque ad hoc necessario inventorum una tantummodo circuli data apertura*, per Joannem Baptistam de Benedictis inventa. A la dernière page : Venetiis, apud Bartholomæum Cæsanum. MDLIII.

(3) Ce passage a été reproduit par Libri, *Histoire des Sciences mathématiques en Italie*, note XXV, t. III, p. 258.

(4) J. B. Benedicti *Diversarum speculationum*... Disputationes de quibusdam placitis Aristotelis, Cap. X, p. 174. — Ce passage est également reproduit par Libri, *loc. cit.*, p. 264.

recherches. La proposition à laquelle il avait conduit Benedetti fut également adoptée par Cardan (1), qui la justifia, d'ailleurs, par de singulières raisons. Plagiées par Jean Taisnier (2), les considérations développées par Benedetti au cours de son premier ouvrage parvinrent ainsi à la connaissance de Stevin ; celui-ci, en collaboration avec Jean Grotius, les soumit au contrôle de l'expérience (3) ; il trouva qu'elles ne s'accordaient pas mieux avec les faits que les principes enseignés par Aristote.

Benedetti pouvait, à bon droit, revendiquer l'originalité de son idée et terminer sa dédicace à Gabriel de Guzman par ces paroles : « Cette vérité ne procède point de l'esprit d'Aristote, ni de l'esprit d'aucun de ses commentateurs dont j'aie eu occasion de voir et de lire les ouvrages, ou dont j'aie pu converser avec ceux qui professent l'opinion de ce philosophe. » Sa doctrine nouvelle le mettait en opposition avec toute la Mécanique péripatéticienne.

Nous ne saurions donc être étonnés de lui voir rejeter la théorie de la balance fondée sur le Principe des vitesses virtuelles ; les lois de cet instrument « ne dépendent (4) aucunement de la rapidité ni de la lenteur du mouvement ».

Mais Benedetti ne se contente pas de rejeter la Statique d'Aristote ; il condamne avec une égale sévérité les doc-

(1) Hieronymi Cardani Mediolanensis, civisque Bononiensis, philosophi, medici et mathematici *Opus novum de proportionibus* ; Basileæ, ex officina Henricpetrina, Anno Salutis MDLXX, Mense Martio. Liber V, Propositio CX, p. 104.

(2) Joannis Taisnierii Hannonii *Opusculum perpetuum memoria dignissimum de natura magnetis et ejus effectibus. Item de motu continuo, demonstratio proportionum motuum localium contra Aristotelem et alios philosophos ; de motu alio celerrimo hactenus incognito, atque de fluxu et refluxu maris.* Coloniæ Agrippinæ, MDLXII.

(3) Simonis Stevini *Mathematicorum Hypomnematum Statica.* Appendix Statices. Caput II : Res motas impedimentis suis non esse proportionales, p. 151. Lugodini Batavorum, MDCV.

(4) J. B. Benedicti *Diversarum speculationum*... De mechanicis, Cap. XI, p. 155.

trines de l'École de Jordanus. Deux chapitres (1) de son ouvrage sont consacrés à examiner « diverses erreurs professées par Tartalea touchant le poids des corps et leurs mouvements, erreurs dont quelques-unes ont été empruntées à un vieil auteur nommé Jordanus ».

Benedetti ne se borne pas à repousser les affirmations erronées qu'a produites Jordanus et que Tartaglia a répétées; aucune proposition formulée par ces auteurs ne trouve grâce à ses yeux.

Jordanus, par exemple, a fort exactement montré comment la gravité *secundum situm* d'un point mobile sur une circonférence tracée dans un plan vertical diminuait au fur et à mesure que le point s'éloignait du diamètre horizontal. « Ce qu'il écrit est vrai, déclare Benedetti, mais la cause que Jordanus, d'abord, et Tartalea ensuite ont assignée à cet effet n'est point fondée en nature. »

« La huitième proposition de Tartalea, qui est la sixième question de Jordanus, est bien mieux démontrée par Archimède; ni Jordanus, ni Tartalea n'en ont prouvé l'exactitude. » Le raisonnement que Benedetti traite avec un semblable dédain n'est autre que la démonstration si belle et si féconde par laquelle Jordanus de Nemore a justifié la loi d'équilibre du levier.

Le Précurseur de Léonard a montré que la gravité *secundum situm* d'un poids placé sur un plan incliné était la même en tout point de ce plan. Cette proposition pourrait, à bon droit, être réputée évidente. Selon Benedetti « elle est fausse pour deux raisons ».

Cette proposition n'est d'ailleurs, dans l'œuvre du Précurseur de Léonard de Vinci, qu'une sorte de lemme par lequel il prépare sa belle solution du problème du plan incliné. Mais celle-ci ne ravit point les suffrages de notre géomètre pointilleux : « La quinzième question de Tar-

(1) J. B. Benedicti *Diversarum speculationum*... De mechanicis, Cap. VII et Cap. VIII.

talea est la onzième question de Jordanus, dont l'ouvrage a été tiré des ténèbres de l'oubli et publié par Trojanus, l'éditeur de Venise. *Elle ne vaut absolument rien* ».

A quoi se réduira la Statique de Benedetti, après qu'il aura rejeté avec une telle sévérité tout ce qui dépend de la considération des déplacements virtuels? A la règle du levier et à la notion du moment d'un poids par rapport à un point.

« Le poids pendu à l'extrémité d'un fléau de balance, dit-il (1), possède une gravité plus ou moins grande selon la situation qu'il occupe... Le poids ne pourrait descendre par la verticale F*u*M (fig. 64), à moins que le bras FB

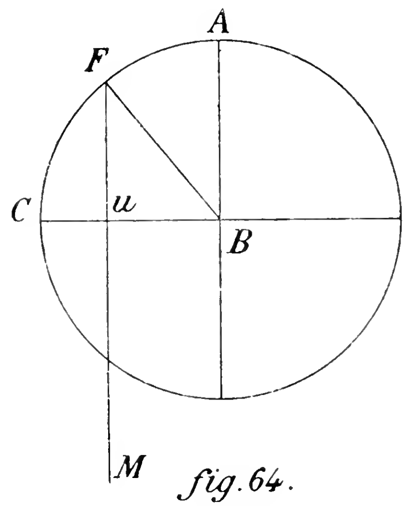

fig. 64.

ne devînt plus court. Il est donc clair que le poids F exerce un certain effort sur le centre B par l'intermédiaire du bras FB... Il nous faut maintenant présupposer que le poids porté par l'extrémité du bras exerce au centre B un effort d'autant plus grand que sa verticale (soit F*u*M) est plus proche du centre..., en sorte que plus le poids F

(1) J. B. Benedicti *Diversarum speculationum*... De mechanicis, Cap. I.

sera voisin de A, plus il se reposera sur le centre et plus il sera léger. »

En dépit des prétentions de Benedetti à l'originalité absolue, nous reconnaissons sans peine le préambule dont nous venons de citer quelques phrases ; il est emprunté à Guido Ubaldo. La suite (1) ne nous est pas moins connue ; le Précurseur de Léonard la pourrait revendiquer :

« Le rapport qu'a la gravité d'un poids placé en C à la gravité du même poids placé en F est égal au rapport du bras BC tout entier à la partie B*u*... Il revient au même que le poids F, égal à C, soit en F, à l'extrémité du bras BF, ou bien en *u*, à l'extrémité du bras horizontal B*u*. Cela nous semblera évident si nous imaginons un fil vertical F*u* à l'extrémité *u* auquel pendrait le poids qui se trouvait en F ; il est clair, que le poids ainsi suspendu produira le même effet que s'il se trouvait en F. »

Cette notion de moment d'un poids par rapport à un point, Benedetti la généralise (2) de suite pour une force quelconque :

« Lorsqu'on voudra comparer les unes aux autres les grandeurs qui mesurent les effets de poids ou de puissances motrices, on déterminera chacune d'elles au moyen de la perpendiculaire abaissée du centre du levier sur la direction de la force. »

Or cet énoncé n'est point, lui non plus, règle nouvelle ; il se trouve, presque textuellement dans les mêmes termes, parmi les notes de Léonard de Vinci (3) ; et les figures que trace le grand peintre ressemblent fort à celles dont Benedetti appuie ses démonstrations.

D'ailleurs, à partir de ce point, nous ne trouverons plus rien en la Statique de Benedetti qui ne reproduise très fidèlement les pensées de Léonard de Vinci.

(1) J. B. Benedicti *Diversarum speculationum*... De mechanicis, Cap. II.
(2) Id., *ibid.*, De mechanicis, Cap. III.
(3) *Les Manuscrits de Léonard de Vinci*, publiés par Ch. Ravaisson-Mollien, Ms. I de la Bibliothèque de l'Institut, fol. 50, recto. Cf. Chapitre II.

Ainsi, notre géomètre entreprend de montrer « comment tous les effets des balances et des leviers dépendent des causes susmentionnées ... Imaginons, ajoute-t-il, que les poids soient suspendus aux points *u* et *n* (fig. 65),

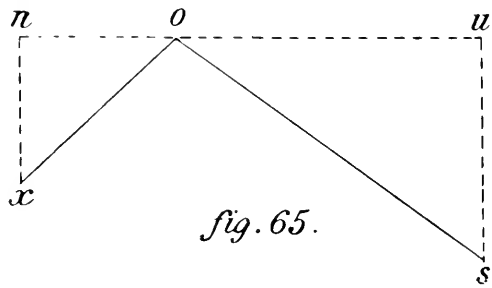

fig. 65.

auxquels ils sont suspendus en réalité, lors même qu'ils sont attachés en *s* et *x*, car le point *u* est lié de telle sorte au point *s* et le point *n* au point *x*, que qui tire l'un tire l'autre. » La règle que justifient ces considérations n'avait-elle pas été déjà tirée par Léonard du manuscrit de son Précurseur (1) ?

La théorie de l'équilibre du levier coudé conduit Benedetti à exposer (2) fort exactement la théorie de la stabilité de la balance : « Soit AB (fig. 66) la balance dans sa position horizontale ; soit E le point de suspension qui se trouve au-dessus de la balance ; abaissons l'extrémité A jusqu'en F, de telle sorte que la balance soit en FH ; son point milieu se trouvera en G du même côté de la verticale VZ que le point B ; VZ coupera le bras FG en un point D ; DH sera donc plus long que FD. Supposons maintenant, ce qui est très exact, qu'il revienne au même pour la balance placée en FH d'être supportée par le point E ou par le point D. Il en résultera que le poids pendu en H surpassera en gravité le poids pendu en F dans le même rapport que DH surpasse DF. Ainsi, lors même que le fléau matériel FH serait supposé sans

(1) Cf. Chapitre VIII, I et fig. 59.

(2) J. B. Benedicti *Diversarum speculationum*... De mechanicis, Cap. XII.

aucune gravité, l'excès de la puissance du poids placé en H, puissance qui est beaucoup plus grande que celle du poids placé en F, suffirait à expliquer pourquoi la balance revient à la position horizontale. »

C'est avec raison que Benedetti regarde cette théorie de la stabilité de la balance comme en progrès sur celle qu'avait proposée Aristote ; mais il n'en est point l'inven-

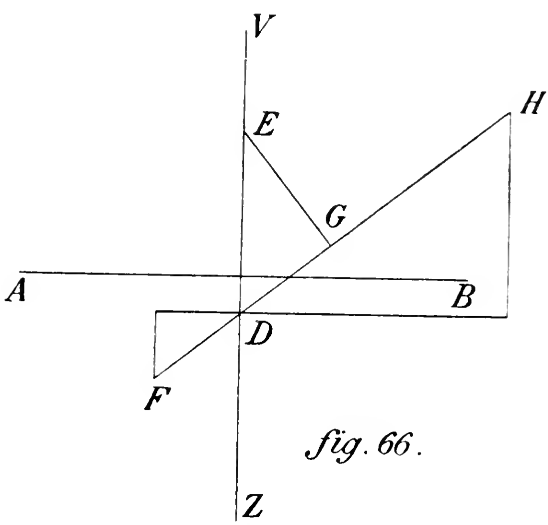

fig. 66.

teur ; Léonard l'a clairement formulée (1) et elle n'était pas demeurée inaperçue aux yeux de Cardan (2).

Ces passages ne sont point les seuls où se manifeste l'influence exercée sur les pensées de Benedetti par les notes de Léonard de Vinci.

Benedetti ne traite pas les moufles par le Principe des déplacements virtuels ; comme Guido Ubaldo, il assimile ces appareils à des combinaisons de leviers (3) ; mais

(1) *Les Manuscrits de Léonard de Vinci*, publiés par Ch. Ravaisson-Mollien, Ms. E de la Bibliothèque de l'Institut, fol. 57, verso ; fol. 58, recto ; fol. 59, recto. — Cf. Chapitre VIII, 1.

(2) Cf. Chapitre IX, 2.

(3) J. B. Benedicti *Diversarum speculationum*... De mechanicis, Caput XXI.

tandis que le marquis del Monte raisonne sur des figures qui reproduisent les dispositions habituellement données aux palans, Benedetti se sert de schèmes très simplifiés.

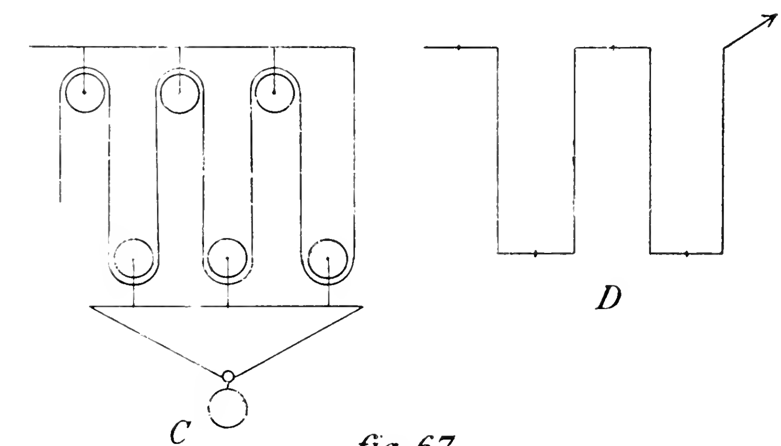

fig. 67.

Or, ces schèmes, il suffit d'y jeter les yeux pour reconnaître des dessins imaginés par Léonard de Vinci (1). En la fig. 67, les dessins A et B sont ceux de Léonard, les dessins C et D ceux de Benedetti.

De Léonard, Benedetti reproduit même les erreurs ;

(1) *Les Manuscrits de Léonard de Vinci*, publiés par Ch. Ravaisson-Mollien, Ms. E de la Bibliothèque de l'Institut, fol. 55, recto.

un Chapitre (1), par exemple, est consacré à répéter la règle inexacte de composition des forces à laquelle le grand peintre s'était arrêté, après avoir clairement vu la loi véritable.

En ce Chapitre, Benedetti considère un poids *n* (fig. 68) que soutiennent deux appuis *n o*, *n u*. Si ces deux appuis sont de même obliquité, « il est clair par le sens commun que la vertu du poids *n* se divisera en deux parties égales,

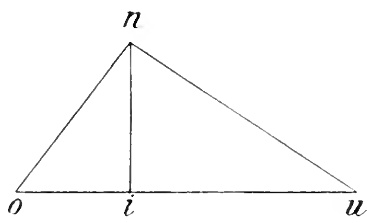

fig. 68.

une moitié reposant en *o* et l'autre moitié en *u*, par l'intermédiaire des deux lignes *n o*, *n u* ». Dans le cas général, « il est clair que si la verticale *n i* est plus éloignée du point d'appui *u* que du point d'appui *o*, une part plus considérable du poids *n* s'appuiera en *o* qu'en *u*. La partie du poids *n* qui presse en *o* sera à la partie du poids *n* qui presse en *u*, non pas dans le rapport des angles *u n i*, *o n i*, mais dans le rapport des longueurs *u i*, *o i*. »

Certaines idées fausses de Léonard de Vinci nous sont donc pieusement conservées par Benedetti ; mais des pensées fécondes qui avaient agité ce grand génie, des belles découvertes faites par son Précurseur, que reste-t-il en la Statique de Guido Ubaldo et de Benedetti ? Presque rien. Toutes ces vérités, il faudra les découvrir à nouveau. C'est à quoi vont s'employer Galilée, Simon Stevin, Roberval, Descartes et Torricelli.

(1) J. B. Benedicti *Diversarum speculationum*... De mechanicis, Cap. V.

CHAPITRE XI

GALILEO GALILEI

(1564-1642)

Ce fut longtemps un pauvre hère que Galilée. A vingt-cinq ans, en 1589, il était dans la misère ; ses amis obtinrent pour lui une chaire de mathématiques à l'Université de Pise, avec un traitement annuel de soixante écus. Muni de pareilles ressources, il lui fallait subvenir aux besoins d'une nombreuse famille dont, par la mort de son père, il était devenu le seul soutien. Encore, après trois ans, perdit-il cette maigre sportule, parce qu'il avait froissé l'amour-propre d'inventeur de Jean de Médicis. Dans l'été de 1592, Galilée se rendit à Venise ; la malle qu'il emportait en quittant Florence ne pesait pas cent livres ; elle renfermait tout son avoir (1).

Ce dénûment profond ne permettait guère à Galilée de trouver un éditeur pour ses écrits ; lorsqu'en 1606 il fit imprimer son premier livre, qui a trait au compas de proportion, il professait depuis dix-sept ans et avait déjà fait de nombreuses découvertes.

A défaut de libraire, il faisait ou faisait faire des copies de ses écrits, et il envoyait ces copies à ses amis, en Italie ou hors de l'Italie. Il garda, d'ailleurs, cette habitude jusqu'à la fin de sa vie. Lorsqu'en 1636 il eut terminé ses célèbres *Discorsi*, au lieu de les faire imprimer, il en fit circuler par l'Europe savante des exemplaires manuscrits.

Parfois, ceux qui obtenaient copie d'une œuvre du grand géomètre ne voulaient point garder pour eux seuls la connaissance des découvertes qui excitaient leur admi-

(1) Libri, *Histoire des Sciences mathématiques en Italie*, Paris, 1841 ; t. IV, pp. 176-180.

ration, et ils livraient à l'imprimeur le manuscrit de Galilée ; ainsi, en 1634, Mersenne publia une traduction française des *Méchaniques*, alors que le traite italien ne devait être imprimé qu'après la mort de Galilée ; en 1636, un exemplaire manuscrit des *Discorsi* de Galilée étant parvenu, à Paris, entre les mains de M. Conte, celui-ci ne voulut pas frauder le monde d'un tel trésor et en communiqua une copie aux Elzévirs, les grands imprimeurs de Leyde, qui l'éditèrent en 1638 (1).

Mais la plupart des ouvrages communiqués en manuscrit par Galilée avaient un sort moins heureux ; leurs seuls éditeurs étaient les lecteurs peu scrupuleux qui y glanaient plus d'une idée neuve et se les appropriaient sans vergogne. Plusieurs de ces manuscrits ont été publiés après un oubli séculaire ; d'autres ont été perdus.

Grâce à ces diverses circonstances, il est parfois difficile de suivre la marche progressive de la pensée de Galilée et de marquer l'influence exercée sur les savants contemporains par la diffusion de cette pensée. Toutefois, l'étude attentive des nombreux documents que nous possédons aujourd'hui nous permet de retracer les principales étapes par lesquelles Galilée est parvenu à ses découvertes en Mécanique, et notamment en Statique.

Passons en revue les sources où nous puiserons pour connaître ce que le développement de la Statique doit à Galilée.

1° Le fragment le plus ancien que nous possédions est assurément un *Commentaire au De Cœlo* d'Aristote, conservé en manuscrit à Florence et demeuré inédit jusqu'à l'*Édition nationale* des œuvres de Galilée qui, en 1888, a fait connaître cet opuscule (2). Ce travail, écrit en latin,

(1) Viviani, *Vita di Galileo Galilei*, cavati da FASTI CONSOLARI DALL' ACCADEMIA FIORENTINA di Salvino Salvini Firenze, MDCCXVII.

(2) Cet opuscule se trouve aussi dans l'édition suivante : *Le Opere di Galileo Galilei*, ristampate fedelmente sopra la Edizione nazionale con approvazione del Ministerio della publica Instruzione. Vol. I (seul paru). Firenze, Successori Le Monnier, 1890.

n'intéresse notre objet qu'en un seul point; il nous montre qu'à l'époque où il fut composé, Galilée était encore fidèle péripatéticien, bien qu'il eût déjà lu et qu'il citât le *De Subtilitate* de Cardan (1) et les *Exercitationes* de Scaliger (2); les pensées de ces auteurs ne sont agréées par lui qu'autant qu'elles s'accordent avec la tradition de l'École; c'est à cette tradition, et non aux argumentations de Cardan contre le mouvement perpétuel, qu'il emprunte ces deux aphorismes (3) : *Motus simplex terminatur ad quietem. Nullum violentum potest esse perpetuum.*

2° L'*Édition nationale* des œuvres de Galilée a fait connaître également deux rédactions, conservées manuscrites à Florence, d'un traité latin *De Motu* (4). L'étude de ce traité a une grande importance; on y voit naître les premières idées de Galilée sur la Statique, l'Hydrostatique, la Dynamique.

3° Une partie de ce traité latin *De Motu* fut reprise par Galilée et rédigée, toujours en latin, sous la forme de dialogue, forme pour laquelle il montra toute sa vie une grande prédilection. Ce dialogue fut publié pour la première fois dans le tome XI de l'édition en 16 volumes des œuvres de Galilée qu'Alberoni donna à Florence (1842-1856) (5).

4° Dans tous ses traités *De Motu*, Galilée a longuement discouru des corps solides flottants sur un liquide; les idées qu'il avait émises sont développées dans l'écrit intitulé : *Discorso al Serenissimo Don Cosimo II, Gran Duca di Toscana, intorno alle cose che stanno in su l'acqua, o che in quella si muorono, di* Galileo Galilei, *filosofo e matematico della medesima Altessa Serenissima* (Discours au Sérénissime Don Côme II, Grand Duc de Toscane, sur

(1) A la p. 122 de l'édition précédente.
(2) Aux pp. 76 et 77 de l'édition précédente.
(3) A la p. 61 de l'édition précédente.
(4) Ces deux rédactions *De Motu* se trouvent également au vol. I de l'édition de 1890.
(5) Ce dialogue *De Motu* est reproduit au vol. I de l'édition de 1890.

les corps qui flottent sur l'eau ou qui se meuvent dans son sein, par Galileo Galilei, philosophe et mathématicien de ladite Altesse Sérénissime). Cet écrit, imprimé à Florence en 1612, ne renferme pas seulement l'exposé des théories hydrostatiques de Galilée ; il contient la première définition d'une notion, celle du *momento*, dont l'importance est grande dans la Statique de l'illustre géomètre.

5° Sous le nom de *Mécanique*, Galilée entend l'étude des machines simples ; sa Mécanique nous est aujourd'hui connue sous trois formes différentes.

La première se trouve en un manuscrit, de la main de Galilée ; ce manuscrit fut la propriété du prince Hermann de Fürstenberg, disciple du P. Kircher, à Rome, en 1646 ; transporté par lui en Allemagne, il est conservé aujourd'hui à Ratisbonne, dans les archives de la famille de Tour-et-Taxis. Ce manuscrit est le résumé des leçons faites par Galilée à l'Université de Padoue, en 1594, comme l'indique son titre : *Delle Meccaniche lette in Padova dal Sr* Galileo Galilei *l'anno 1594*. Il a été publié en 1899 par M. A. Favaro (1).

6° En 1634, le P. Marin Mersenne, religieux minime, publiait à Paris, chez Henry Guenon, un petit volume composé de trois ouvrages. Deux de ces ouvrages, les *Préludes de l'Harmonie universelle* et les *Questions théologiques, physiques, morales et mathématiques* étaient des écrits originaux du laborieux et fécond religieux ; le troisième était formé par les *Méchaniques* de Galilée, traduites d'après un manuscrit italien (2) ; cet ouvrage est

(1) *Delle Meccaniche lette in Padova l'anno 1594* da Galileo Galilei, per la prima volta pubblicate ed illustrate da Antonio Favaro (MEMORIE DEL R. ISTITUTO VENETO DI SCIENZE, LETTERE ED ARTI. Vol. XXVI, nº 5, 1899).

(2) *Les Méchaniques de Galilée*, Mathématicien et Ingénieur du Duc de Florence, avec plusieurs additions rares et nouvelles, utiles aux Architectes, Ingénieurs, Fonteniers, Philosophes et Artisans ; traduites de l'italien par L. P. M. M. ; à Paris, chez Henry Guenon, ruë S. Jacques, près les Jacobins, l'image S. Bernard. MDCXXXIV.

beaucoup plus développé que le manuscrit publié par M. A. Favaro.

7° Aucune édition italienne des *Méchaniques* ne fut imprimée du vivant de Galilée. C'est seulement en 1649 que le chevalier Luca Danesi fit imprimer, à Ravenne, l'ouvrage intitulé : *Della Scienza Meccanica, e della utilità che si traggono dagl' instrumenti di quella ; opera del Signor* Galileo Galilei, *con uno frammento sopra la forza della percossa* (De la Science Mécanique et de l'utilité que l'on peut tirer de ses instruments ; œuvre du Seigneur Galileo Galilei, avec un fragment sur la force de la percussion).

Cet ouvrage présentait, sous une forme plus développée, tout ce que contenaient les *Méchaniques* traduites par Mersenne.

Toutes les éditions des œuvres de Galilée comprennent ce traité *Della Scienza Meccanica.*

8° En 1632, parut à Florence le célèbre *Dialogo* di Galileo Galilei *delle due massimi Sistemi del Mondo, il Ptolemaico et il Copernicano* (Dialogue de Galileo Galilei sur les deux grands Systèmes du Monde, le système de Ptolémée et le système de Copernic), qui devait, le 22 juin 1633, valoir à son auteur la condamnation du Saint-Office. En la seconde journée de ce Dialogue, Galilée est amené à traiter incidemment des principes de la Statique et, particulièrement, de l'équilibre du levier.

9° Nous avons dit comment, chez les Elzévirs, Conte avait fait imprimer, en quelque sorte par surprise, l'ouvrage qui parut sous ce titre : *Discorsi e dimostrazioni matematiche intorno a due nuove scienze attenenti alla Meccanica, ed ai movimenti locali ; di* Galileo Galilei, *Linceo, filosofo e matematico primario del serenissimo Gran duca di Toscana ; Leida, Elsevirii, 1638* (Discours et démonstrations mathématiques au sujet de deux nouvelles sciences relatives à la Mécanique et aux mouvements locaux, par

Galileo Galilei, membre de l'Académie des *Lincei*, premier philosophe et mathématicien de son altesse sérénissime le Grand duc de Toscane ; Leyde, les Elzévirs, 1638).

Cette édition ne renfermait presque rien qui intéressât la Statique. Dans les éditions des *Discorsi* qui furent publiées plus tard et dont la première fut imprimée à Bologne en 1655, on trouve au contraire deux passages qui ont trait à cette science.

Le premier de ces passages est le *Scholium* adjoint au Théorème II, Proposition II, de la *troisième journée*, scholie où l'interlocuteur Salviati donne la théorie du plan incliné ; ce scholie, dont il sera longuement question au Chapitre XV, fut rédigé par Galilée vers la fin de sa vie et envoyé par lui, le 3 décembre 1639, au P. Castelli, pour être joint à la *giornata terza* des *Discorsi* lorsqu'on en ferait une nouvelle édition.

Le second de ces passages se trouve en la *giornata sesta, della forza della percossa* (sixième journée, de la force de la percussion). Or, la première édition des *Discorsi* contenait seulement les trois premières journées ; tout ce qui suit ces trois journées fut composé par Galilée après 1636 et fut imprimé tout d'abord, par les soins de Viviani, dans la première édition des *Opere di* Galileo Galilei, en 1655.

Au travers des écrits que nous venons d'énumérer, suivons le progrès des doctrines professées en Statique par Galilée.

Dès son premier travail *De Motu*, nous voyons Galilée invoquer l'impossibilité du mouvement perpétuel comme un axiome de Statique ; il en fait usage pour prouver qu'un solide de même densité que l'eau demeurera en équilibre au sein de cette eau. « J'ajoute (1) qu'il ne montera ni ne descendra ; mais, en quelque endroit qu'on le place, il y demeurera. Il n'y a, en effet, aucune raison pour qu'il

(1) *Le Opere di* Galileo Galilei, Florence, 1890, vol. I, p. 256.

monte ; comme nous le supposons de même pesanteur que l'eau, dire qu'il descend au sein de l'eau équivaudrait à dire que de l'eau, au sein de l'eau, descend sous l'eau, et que l'eau qui monte au-dessus de celle-ci, descend à son tour ; l'eau continuerait ainsi à descendre et à monter alternativement, *quod inconveniens est.* »

Cette croyance à l'impossibilité du mouvement perpétuel a pu être puisée dans la lecture du *De Subtilitate* de Cardan ; elle peut aussi être tirée des axiomes scolastiques selon lesquels le mouvement naturel tend au repos et le mouvement violent va se dissipant ; car ces axiomes, dont l'argumentation de Léonard n'est que le développement et le rajeunissement, Galilée les formulait dans son commentaire au *De Cœlo*.

L'influence de Cardan et, par lui, de Léonard de Vinci se marque plus nettement dans l'interprétation du principe d'Archimède que Galilée répète, avec de menues variantes, dans ses deux rédactions du *De Motu* et dans son dialogue sur le même sujet, qu'il reprendra d'une manière plus détaillée dans son *Discorso intorno alle cose che stanno in su l'acqua*. Nous aurions à discuter ici cette interprétation, qui constitue une sorte d'application grossière et erronée du principe des déplacements virtuels, si nous ne remettions à une autre occasion l'étude des origines de l'Hydrostatique.

Mais l'influence de Cardan apparaît d'une manière incontestable, lorsque Galilée aborde l'étude du plan incliné ; et, bien que Galilée, dans ses écrits *De Motu*, ne mentionne aucun ouvrage du médecin milanais autre que le *De Subtilitate*, on admettrait difficilement qu'il n'eût pas lu également l'*Opus novum* ; comment pourrait-on, en effet, ne point songer au fragment de l'*Opus novum* que nous avons cité à la fin du Chapitre III, lorsqu'on lit le passage suivant (1) : « Soit *ab* (fig. 69) une ligne menée vers le centre

(1) *Le Opere di* Galileo Galilei, Florence, 1890, vol. I, p. 296.

du monde et perpendiculaire au plan horizontal ; soit *be* une ligne tracée dans le plan horizontal ; du point *b*, menons des lignes, en nombre quelconque, *bd*, *bc* qui fassent avec la ligne *be* des angles aigus. On demande pourquoi un mobile qui descend a, selon la ligne *ab*, la chute la plus rapide ; selon *bd*, une chute plus rapide que selon *bc*, mais moins rapide que selon *ba* ; par *bc*, une chute moins rapide que par *bd* ; on demande, en outre, de combien est plus rapide la chute par *ba* que la chute par *bd*, et celle-ci que la chute par *bc*. Pour résoudre ces questions, il nous faut tout d'abord faire cette remarque déjà signalée ci-dessus. Il est manifeste qu'un grave est entraîné vers le bas par

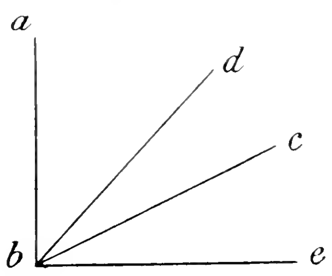

fig.69.

une force égale à celle qu'il faudrait employer pour le tirer vers le haut ; en d'autres termes, il est entraîné vers le bas par une force égale à la résistance qu'il oppose à la montée. Si donc nous trouvons de combien la force qui tirerait le grave en haut par la ligne *bd* est inférieure à la force qui le tirerait par la ligne *ba*, nous saurons aussitôt de combien la force qui fait tomber le même grave par la ligne *ab* est supérieure à celle qui le fait tomber par la ligne *db*. »

Si Galilée a emprunté à Cardan cette introduction à l'étude du plan incliné, il a de beaucoup surpassé son prédécesseur dans l'analyse du problème ; celui-ci s'était contenté d'une induction qui lui avait fourni une solution inexacte ; celui-là, par une intuition ingénieuse, parvient à la loi exacte.

Imaginons un poids concentré à l'extrémité d'une droite mobile autour du point *a* (fig. 70) et supposons cette droite amenée en *as* ; le poids se mouvra suivant une circonférence de centre *a* et de rayon *as* ; menons en *s* la tangente *gh* à la circonférence. Au moment où le poids, placé en *s*, commencera à descendre suivant l'arc de cercle qui part de ce point, nous pourrons le traiter comme s'il descendait suivant la tangente *gh* ; en sorte que la force qui ferait descendre le mobile suivant la ligne inclinée *gh* est

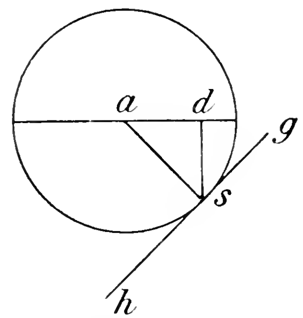

fig. 70.

égale à celle qui tend, à partir du point *s*, à lui faire descendre l'arc de cercle : « Quando mobile (1) erit in puncto *s*, in primo puncto *s* suus descensus erit veluti per lineam *gh* ; quare mobilis per lineam *gh* motus erit secundum gravitatem quam habet mobile in puncto *s*. »

Une fois admise cette audacieuse et féconde intuition, le problème du plan incliné est résolu ; la théorie que Cardan, que Benedetti ont tirée des notes de Léonard de Vinci, ou des manuscrits de son Précurseur, édités par Curtius Trojanus — théorie qu'ils ont exposée dans leurs divers ouvrages — suffit à en achever la solution ; cette théorie

(1) *Le Opere di* Galileo Galilei, Florence, 1890, vol. I, p. 297.

nous apprend, en effet, que la force qui sollicite le poids situé en *s* à se mouvoir suivant la circonférence de cercle est proportionnelle à la projection *ad* de la ligne *as* sur l'horizon ; des considérations élémentaires montrent alors que la gravité qui entraine un mobile sur un plan incliné est à la gravité qui détermine sa chute libre, comme la hauteur du plan est à la longueur de sa ligne de plus grande pente ; en d'autres termes, le rapport de ces deux gravités est le *sinus* de l'angle que le plan fait avec l'horizon.

Le problème du plan incliné, dont Galilée avait ainsi obtenu la solution, était, vers la même époque, l'objet des efforts d'un autre géomètre ; en 1586, Simon Stevin, de Bruges, en publiait également la solution dans ses *Éléments de Statique*. Stevin avait-il précédé Galilée ? l'avait-il suivi ?

Les diverses rédactions du *De Motu* de Galilée ne sont pas datées ; la plus ancienne se place-t-elle, dans le temps, avant ou après les *Beghinselen der Weeghconst ?* Il semble malaisé de décider ce point. Mais, assurément, ni le géomètre de Bruges, ni le géomètre de Florence n'avait connaissance, en poursuivant ses recherches, de la méthode essentiellement différente par laquelle son émule tendait au même but.

A quoi bon, d'ailleurs, s'attarder à trancher cette discussion de priorité ? Nous savons, en effet, que Stevin et Galilée avaient été tous deux devancés, de plus de trois siècles, par le Précurseur de Léonard de Vinci ; que la belle solution obtenue par ce grand géomètre venait d'être publiée dans les cinq éditions des *Quesiti* de Tartaglia et dans le *Jordani de ponderositate* imprimé par Curtius Trojanus.

Nous n'avons pas encore tiré de la lecture du *De Motu* tous les enseignements qu'elle nous peut donner.

Après avoir été franchement péripatéticien, alors qu'il écrivait son commentaire du *De Cœlo*, Galilée maintenant argumente sans relâche contre la Physique d'Aristote ; il n'en résulte pas qu'il ait tout dépouillé de cette Physique; en particulier, il conserve soigneusement l'axiome fondamental sur lequel repose la Dynamique du Stagirite, la proportionnalité entre la force qui meut un corps et la vitesse qui anime ce corps : « Il faut observer, dit-il (1), que la vitesse ne diffère pas du mouvement ; qui pose le mouvement, pose la vitesse, et la lenteur n'est qu'une moindre vitesse. Donc, ce qui produit le mouvement produit aussi la vitesse ; lors donc que le mouvement provient de la gravité ou de la légèreté, il est nécessaire que la lenteur ou la vitesse aient la même origine ; d'une gravité plus considérable découle une plus grande rapidité du mouvement produit par la gravité du mobile, c'est-à-dire du mouvement vers le bas ; d'une gravité moindre découle une plus grande lenteur du même mouvement. »

Assurément, Galilée n'enseigne plus, comme Aristote, qu'un poids de dix livres tombe dix fois plus vite qu'un poids d'une livre ; il enseigne que dans un même milieu, des poids, grands ou petits, formés d'une même substance, tombent avec la même vitesse. Cette proposition est erronée ; elle n'est nullement adéquate à la loi qu'il proposera dans ses *Discorsi* : « Tous les corps tombent dans le vide avec la même vitesse. » Cette affirmation erronée, Galilée l'a sûrement lue dans l'*Opus novum* de Cardan, qui, comme Taisner, l'avait sans doute empruntée à J.-B. Benedetti ; Galilée a dû aussi la lire dans Benedetti, dont il imite les raisonnements. Mais cette affirmation ne contredit pas l'axiome rappelé plus haut ; si dix livres de plomb tombent avec la même vitesse qu'une livre de plomb dans l'air où elles ont été pesées toutes deux, c'est simplement parce que la force décuple a à mouvoir un corps dix fois plus volumineux. « De là découle, dit

(1) *Le Opere di* Galileo Galilei, Florence, 1890, vol. I, p. 260.

Galilée (1), qui reproduit encore en ce point l'opinion de Benedetti, la solution de cette question : Quel est le rapport des vitesses, au sein d'un même milieu, de deux mobiles de même volume, mais de pesanteur différente ? Les vitesses de tels mobiles seront entre elles comme les excès des pesanteurs spécifiques de ces mobiles sur la pesanteur spécifique du milieu. »

Sur deux plans inclinés différents, un même mobile a des poids dont le rapport a été déterminé ; dès lors l'axiome d'Aristote nous fera connaître le rapport des vitesses avec lesquelles ce mobile glissera le long de ces deux plans, car ce sera précisément le rapport de ces deux poids : « Il est donc certain (2) que les vitesses d'un même mobile descendant selon diverses inclinaisons seront inversement proportionnelles aux longueurs des descentes obliques qui correspondent à une même hauteur de chute ».

Ces principes, Galilée s'y tient dans le dialogue *De Motu* qu'il rédigea plus tard. Il y maintient que, dans un même milieu, deux mobiles d'égal volume tombent avec des vitesses qui sont entre elles comme les excès des pesanteurs spécifiques des mobiles sur la pesanteur spécifique du milieu (3), en sorte que, dans le vide, les vitesses de ces mobiles sont entre elles comme leurs pesanteurs spécifiques (4).

L'axiome d'Aristote, dont nous voyons Galilée si fortement pénétré en ses premiers écrits sur le mouvement, va guider toutes ses recherches de Statique et en faire le défenseur des idées qu'a émises le philosophe de Stagire, qu'ont développées Léonard de Vinci et Cardan. Cet axiome, en particulier, va lui inspirer une notion qui

(1) *Le Opere di* Galileo Galilei, Florence, 1890, vol. I, p. 272. — Cf. *Ibid.*, p. 296.
(2) *Ibid.*, p. 301.
(3) *Ibid.*, p. 401.
(4) *Ibid.*, pp. 401 et 402.

joue, en toute sa Mécanique, un rôle essentiel, la notion de *momento* (1).

Une même puissance qui peut mouvoir un grave avec une certaine vitesse, peut, selon l'axiome d'Aristote, mouvoir un corps deux fois plus lourd, mais avec une vitesse deux fois moindre ; ce qui caractérise cette puissance, ce n'est donc ni la grandeur du grave qu'elle met en branle, ni la vitesse qu'elle lui communique ; c'est le produit de ces deux facteurs ; pour une même puissance chacun des deux facteurs peut varier ; le produit seul est déterminé ; c'est ce produit qui va constituer le *momento* de cette puissance.

C'est au début du *Discorso intorno alle cose che stanno in su l'acqua, o che in quella si muovono*, discours qui offre encore tant d'affinités avec les divers écrits *De Motu*, que Galilée, en 1612, définit pour la première fois le *momento* ; il a soin, d'ailleurs, de marquer les liens qui unissent cette notion à la Statique péripatéticienne.

« J'emprunte, dit-il, deux principes à la Science mécanique ; le premier est celui-ci : Deux poids absolument égaux, mûs avec des vitesses égales, sont de même puissance ou de même *momento* dans toutes leurs opérations.

» Pour les mécaniciens, *momento* signifie cette vertu, cette action, cette puissance efficace, par laquelle le moteur meut et le mobile résiste ; cette vertu ne dépend pas seulement de la simple gravité, mais de la vitesse du mouvement, des inclinaisons diverses des espaces en lesquels le mouvement se produit ; un grave, en effet, produit un *impeto* (2) plus grand lorsqu'il descend sur une

(1) J'évite à dessein de traduire ce mot de *momento* en français, car le mot *moment* désigne maintenant, en Mécanique, une notion hétérogène au *momento* ; le *moment*, produit d'une force par une longueur, n'est pas, quoi qu'en dise Lagrange (*Mécanique analytique*, Première Partie, Section I, no 4), un cas particulier du *momento*, produit d'une force par une vitesse.

(2) Ce mot a ici le même sens que chez Léonard de Vinci ; ce sens est à peu près celui du mot *force vive* chez Leibniz.

surface très déclive que lorsqu'il descend sur une surface qui l'est moins ; quelle que soit, en somme, la raison d'une telle vertu, elle garde toujours le nom de *momento ;* et il ne me paraît pas que ce sens du mot *momento* soit nouveau en notre langue ; car, si je ne me trompe, il nous arrive fréquemment de dire : Cette affaire-ci est bien grave, mais cette autre est de faible *momento* (1) ; ou bien : Nous considérons une chose légère et nous négligeons celles qui sont de *momento ;* ce sont des métaphores empruntées à la Mécanique.

» Le second principe est que la puissance de la gravité croît avec la vitesse de la chose mue ; en sorte que des poids absolument égaux, mais animés de vitesses inégales, ont des puissances, des *momenti*, des vertus inégales ; le plus puissant est celui qui est le plus rapide et cela, dans le rapport de sa vitesse à la vitesse qui anime l'autre poids. De ce principe, nous trouvons un exemple très approprié dans la balance, ou dans la romaine, lorsque les bras du fléau sont inégaux ; des poids absolument égaux, suspendus à ces bras, ne pressent pas également, n'exercent pas des actions égales ; celui qui est à une plus grande distance du centre autour duquel se meut la balance, soulevant l'autre, le mouvement de celui-ci est lent, le mouvement de celui-là est rapide ; et telle est la puissance et la vertu que la vitesse du mouvement donne au mobile, qu'elle peut être compensée exactement en accroissant d'un poids équivalent le mobile plus lent...

» Une telle compensation entre la gravité et la vitesse se retrouve dans tous les instruments mécaniques ; Aristote l'a prise pour principe dans les *Questions mécaniques ;* d'où nous pouvons prendre pour très vraie cette affirmation que deux poids de grandeur inégale s'équilibrent réciproquement et possèdent des *momenti* égaux, toutes les fois que leurs gravités sont en raison inverse des

(1) *Momento* a, ici, le même sens qu'en latin *momentum*, importance.

vitesses de leur mouvement ; ou, en d'autres termes, toutes les fois que le plus léger est disposé de telle sorte que sa vitesse soit à celle du plus lourd comme le poids de celui-ci est au poids de celui-là. »

La seconde journée (1) du *Dialogue sur les deux grands Systèmes du Monde* renferme des allusions à la Statique ; Galilée y traite du principe aristotélicien que l'interlocuteur Salviati énonce ainsi : « La vitesse d'un mobile moins pesant compense la gravité du mobile plus pesant et moins rapide : *La velocità del mobile meno grave compensa la gravità del mobile più grave, e meno veloce.* » La romaine sert d'exemple à ce principe qui est développé à peu près dans les mêmes termes qu'au *Discorso intorno alle cose che stanno in su l'acqua*.

Les *Méchaniques* de Galilée ne furent révélées au grand nombre des géomètres que par la traduction de Mersenne, imprimée en 1634 ; mais cet ouvrage était assurément beaucoup plus ancien ; nous le savons par le témoignage même de Galilée ; en 1639, il rédigea un passage dialogué, destiné à être inséré dans les *Discorsi*, et qui y fut en effet inséré lorsqu'on publia, en 1655, la première édition de ses œuvres ; dans ce passage (2), l'interlocuteur Salviati, faisant allusion au traité *Della Scienza Meccanica*, le désigne comme « un antique traité des mécaniques, écrit autrefois par notre Académicien, à Padoue, pour le seul usage de ses élèves ».

Grâce à M. Favaro, nous connaissons aujourd'hui le texte des leçons *Sur les Méchaniques* (3) qui furent professées par Galilée, à Padoue, en 1594. Ce texte, très concis, est beaucoup moins riche en considérations sur les principes de la Statique que les ouvrages dont nous avons

(1) *Dialogo delle due massimi Sistemi del Mondo*, giornata secunda.
(2) Galileo Galilei, *Discorsi*..., giornata terza, Theor. II, Prop. II, Scholium.
(3) *Delle Meccaniche lette in Padova l'anno 1594* da Galileo Galilei... (Memorie del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti, vol XXVI, n° 5, 1899).

déjà parlé. Traitant du levier, Galilée remarque très brièvement (1) qu'au moyen de cet instrument, « ce que l'on acquiert en facilité, on le perd en espace, en temps, en lenteur ; et qu'il en est de même en tous les autres instruments qui ont été fabriqués ou qui pourront être imaginés ». Le cabestan (2) et le treuil (3) lui donnent occasion de répéter la même observation ; il la reprend encore au sujet des moufles (4) et des engrenages (5).

La notion de *momento* ne se trouve point définie dans le *Delle Meccaniche ;* le mot y est cependant employé. Galilée remarque que la puissance qui soutient un poids au moyen d'un levier ne suffit pas à le soulever ; « mais, ajoute-t-il (6), comme tout *momento*, si petit soit-il, qui s'adjoint à la puissance qui fait contrepoids suffit à mettre le poids en mouvement, nous ne tiendrons pas compte de ce *momento* insensible... »

C'est pour donner la théorie de la vis que Galilée, dans son *Delle Meccaniche*, est conduit à user de la théorie du plan incliné (7) ; d'ailleurs, il n'y insiste point : « Tout ce que nous avons dit, écrit-il, est manifeste par la lumière naturelle et par l'expérience ; mais si nous voulions déterminer d'une manière démonstrative le rapport de la force au poids qu'elle peut mouvoir sur des plans diversement inclinés, nous aurions affaire à une spéculation un peu plus difficile ; nous l'omettrons donc ici, et nous nous contenterons d'en connaître la conclusion... » Cependant, en terminant cette étude de la vis, le grand géomètre fait observer (8) que si cet instrument permet d'élever un grand poids avec peu de fatigue, c'est que la

(1) *Delle meccaniche...*, Capo 5.
(2) *Ibid.*, Capo 8.
(3) *Ibid.*, Capo 9.
(4) *Ibid.*, Capo 13.
(5) *Ibid.*, Capo 16.
(6) *Ibid.*, Capo 15.
(7) *Ibid.*, Capo 12.
(8) *Ibid.*, Capo 13.

puissance a parcouru le long chemin représenté par l'hélice, tandis que le poids a gravi seulement la hauteur du cylindre. La remarque avait déjà été faite par Cardan et par Guido Ubaldo ; il eût été bien facile d'en tirer la théorie du plan incliné que Galilée donnera plus tard, reproduisant presque exactement les raisonnements du Précurseur de Léonard.

Ce n'est pas, assurément, au *Delle Meccaniche*, exhumé par M. Favaro, que Salviati faisait allusion ; il citait, en effet, ces leçons à propos de la théorie du plan incliné qui, disait-il, « y était démontrée d'une manière détaillée et concluante en vue de considérer l'origine et la nature du merveilleux instrument qu'est la vis ». Ces paroles ne sauraient s'appliquer au *Delle Meccaniche*, si concis, que nous venons d'analyser ; elles visent sans doute quelque rédaction, plus complète, composée ultérieurement par Galilée.

C'est d'une telle rédaction que le P. Mersenne publia, en 1634, la traduction française ; c'en est une autre, encore plus développée, qui fut imprimée en 1649, à Ravenne, par les soins de Luca Danesi ; à l'une comme à l'autre convient l'allusion de Salviati, car l'une et l'autre traitent avec détail du plan incliné.

On peut supposer que ces rédactions ont suivi de près le *Discorso intorno alle cose che stanno in su l'acqua ;* nous y retrouvons, en effet, parmi les définitions, celle du *momento ; Les Méchaniques* et le traité *Della Scienza Meccanica* la donnent à peu près dans les mêmes termes, et ces termes sont également ceux dont usait l'écrit sur les corps flottants, imprimé en 1612.

« Le *moment* est l'inclination du mesme corps (1), lorsqu'elle n'est pas seulement considérée dans ledit corps, mais conjoinctement avec la situation qu'il a sur le bras d'un levier, ou d'une balance ; et cette situation fait qu'il

(1) *Les Méchaniques de Galilée*, p. 7.

contrepèse souvent à un plus grand poids, à raison de sa plus grande distance d'avec le centre de la balance. Car cet éloignement estant joint à la propre pesanteur du corps pesant, luy donne une plus forte inclination à descendre ; de sorte que cette inclination est composée de la pesanteur absoluë du corps, et de l'éloignement du centre de la balance, ou de l'appuy du levier. Nous appellerons donc tousjours cette inclination composée, *moment*, qui répond au ῥοπή des Grecs. »

En fait, la notion de moment, ainsi présentée, a plus d'une analogie avec ce qu'Aristote et ses commentateurs nomment δύναμις ou ἰσχύς, avec ce que les traducteurs latins des fragments mécaniques attribués à Euclide nomment *virtus* ou *fortitudo*. Visiblement, la notion de *momento*, telle qu'elle est conçue par Galilée, est une idée tout imprégnée encore de Physique péripatéticienne.

Pour justifier l'introduction de cette notion, Galilée ne se contente plus de renvoyer à la Dynamique péripatéticienne ; il développe un raisonnement direct qui semble ne faire appel qu'à des affirmations évidentes ; mais au fond de ce raisonnement, se cache un postulat qui n'est autre que l'axiome d'Aristote.

« Que l'on considère, dit-il (1), une résistance arbitrairement déterminée, une force limitée quelconque, et une distance fixée comme l'on voudra ; on peut, sans aucun doute, au moyen de la force donnée, transporter le poids donné à la distance donnée, et cela lors même que la force donnée serait extrêmement petite ; il suffit pour cela de diviser le poids en un grand nombre de parcelles, de telle sorte qu'aucune de ces parcelles ne soit supérieure à la force dont on dispose, et de transporter ces parcelles une à une ; on aura finalement mené le poids tout entier au terme que l'on s'était assigné. Dès lors, à la fin de l'opé-

(1) Cette citation est tirée du traité *Della Scienza Meccanica* ; les mêmes considérations se trouvent, sous une forme un peu moins développée, dans *Les Méchaniques*.

ration, on pourra dire avec raison qu'un grand poids a été mû et transporté par une force moindre que lui ; mais la force aura réitéré à plusieurs reprises le mouvement, et parcouru le trajet que le poids considéré, pris dans son ensemble, aura parcouru une seule fois. On voit par là que la vitesse de la force surpasse celle du poids autant de fois que le poids surpasse la force ; en effet, pendant le temps qu'il a fallu à la force mouvante pour parcourir à plusieurs reprises l'intervalle qui sépare les deux termes du mouvement, le mobile n'a franchi qu'une seule fois cet intervalle. Par conséquent, on ne doit pas dire qu'il est hors nature qu'une grande résistance soit surmontée par une petite force ; dans le cas seulement où une petite force transporterait une grande résistance de telle sorte que force et résistance cheminent avec la même vitesse, on pourrait déclarer que les lois de la nature sont surpassées ; mais nous affirmons qu'un tel transport est impossible à effectuer avec aucune machine réalisée jusqu'ici ou réalisable dans l'avenir.

» Il arrive parfois que nous disposions de peu de force et que nous ayons cependant besoin de transporter un grand poids d'un seul bloc et sans le subdiviser en poids plus petits. Dans ce cas, il ne faudra pas que notre force parcoure le même chemin que le poids ; il faudra qu'elle parcoure un chemin qui surpasse le trajet du poids autant de fois que le poids surpasse la force. A la fin d'une telle opération, nous trouverons que le seul bénéfice que nous ayons tiré de l'emploi de la machine est d'avoir pu transporter d'un seul bloc le poids donné, au moyen de la force donnée, à la distance qui nous était assignée. Mais sans machine, et à la seule condition de le diviser en plusieurs parties, nous aurions pu transporter le même poids, avec la même force, dans le même temps et à la même distance. C'est là l'un des services que l'on peut attendre du mécanicien ; car il arrive fréquemment qu'ayant disette de force, mais non de temps, on parvient à mouvoir un grand poids en bloc. Mais celui qui, à l'aide de machines, espère produire le même effet sans diminuer la vitesse du mobile, et qui tente d'y parvenir, celui-là, certainement, sera déçu ; il prouvera qu'il n'entend rien à la puissance des instruments mécaniques et aux raisons de leurs effets. »

Ce raisonnement de Galilée — est-il besoin de le dire ? — n'est rien moins que rigoureux ; il ne découle point d'une exacte Dynamique ; il donne, en effet, cette conséquence immédiate : La force qui meut un poids donné, en un espace donné, dans un temps donné, meut un poids dix fois plus grand, en un même espace, dans un temps dix fois plus long ; et cette conséquence n'est autre que l'antique axiome d'Aristote, émanation d'une Dynamique où l'on ne distingue pas entre le poids et la masse, et où la vitesse est supposée proportionnelle à la force.

C'est donc à l'ancienne Dynamique que se rattache l'écrit *Della Scienza Meccanica*, à celle que Léonard de Vinci et Cardan ont tirée de la Φυσικὴ ἀκρόασις, du Περὶ οὐρανοῦ ou des Μηχανικὰ προβλήματα ; celui que l'on regarde comme le créateur de la Dynamique nouvelle n'est point encore en possession des principes qui distinguent cette science de la Mécanique péripatéticienne ; ces principes seront, en réalité, trouvés par d'autres que lui ; il ne les connaîtra jamais.

L'équilibre du levier ou de la romaine fournit à Galilée un premier exemple des considérations générales par lesquelles il a débuté. Il montre que si l'on déplace un levier où les charges sont en raison inverse des bras, les vitesses de ces charges seront en raison inverse de leurs poids, et il ajoute : « Ce n'est point merveille ni contradiction aux lois de la nature si la vitesse avec laquelle se meut le grave B compense la plus grande résistance du poids A. » En terminant, il observe que le rôle du levier consiste bien à transporter une grande résistance, sans la diviser, mais avec lenteur, au moyen d'une petite puissance qui se déplace rapidement. L'étude du treuil, du cabestan, des poulies et des moufles lui donne occasion de reprendre des considérations semblables.

Chemin faisant, il rencontre, comme tous ses prédécesseurs, la notion de *moment*, prise au sens que les modernes donnent à ce mot ; voici en quels termes très brefs il l'introduit : « Le poids suspendu au point D (fig. 71) produit une impulsion selon la ligne DF ; quand il était suspendu au point B, il produisait une impulsion suivant la ligne BH... Finalement, on doit faire attention à mesurer la distance suivant la ligne qui coupe à angle droit

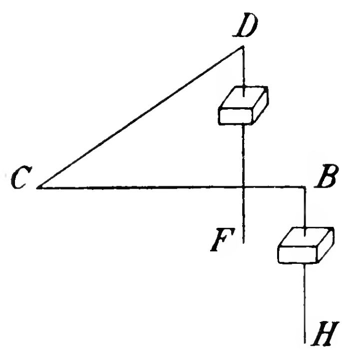

fig. 71.

celle selon laquelle le grave est suspendu et selon laquelle il tomberait s'il se mouvait librement. »

Galilée aurait pu rattacher cette notion de *moment* à ses principes généraux ; il lui aurait suffi d'observer que le *momento* d'un grave doit être pris proportionnel non pas à la vitesse totale de son mouvement, mais seulement à sa vitesse de chute ; il eût trouvé que le *momento* est proportionnel au *moment ;* il n'a point fait ici ce rapprochement, que Cardan avait cependant donné dans le *De Subtilitate* ; en revanche, de ce principe, clairement posé par Cardan, il va faire usage dans la théorie du plan incliné, où le médecin milanais n'avait pas songé à l'employer.

C'est comme préliminaire à l'étude de la vis que Galilée aborde, dans *Les Méchaniques* et dans le traité *Della Scienza Meccanica*, la théorie du plan incliné. Il reproduit d'abord tout ce qu'il en avait dit dans son ancien traité *De Motu* ; puis, dans le *Della Scienza Meccanica*, il ajoute ce passage, que contiennent également *Les Méchaniques*, sous une forme peu différente :

« En terminant, ne passons point sous silence la considération suivante : dès le principe, nous avons dit que nécessairement, en tout instrument mécanique, autant la force était accrue par l'intermédiaire de cet instrument,

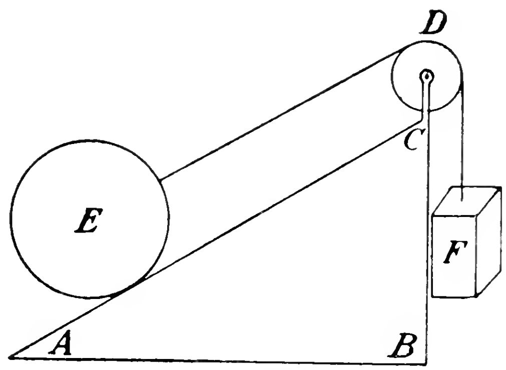

fig. 72.

autant, en revanche, on perdait de temps ou de vitesse. Il pourrait sembler à quelqu'un que cette proposition n'est ni manifeste, ni vraie, dans le cas que nous étudions ; il pourrait lui sembler que la force est, ici, multipliée sans que le moteur fasse un plus long voyage que le mobile. Imaginons donc que, dans le triangle ABC (fig. 72), la ligne AB représente le plan horizontal ; la ligne AC, le plan incliné, dont la hauteur sera mesurée par la perpendiculaire CB ; sur le plan AC, est posé un mobile E qui est attaché à la corde EDF ; celle-ci porte en F une force ou un poids qui est à la gravité du poids E dans le même rapport que la ligne BC à la ligne CA ; si le poids F vient à descendre, tirant le mobile E sur le plan incliné, le mobile E parcourra suivant la ligne AC un chemin égal à celui que le grave F décrit dans sa chute. Mais il faut observer ceci : Il est vrai que le mobile E aura parcouru toute la ligne AC dans le temps que le poids F aura mis à s'abaisser d'une égale longueur ; mais, pendant ce temps, le mobile E ne se sera pas éloigné du centre commun des choses graves d'une longueur supérieure à la verticale BC, tandis que le poids F, descendant selon la verticale, se sera abaissé d'une longueur égale à toute la ligne AC. Or les graves ne résistent à un mouvement oblique que dans la mesure où ils s'écartent du centre de la terre... Nous pouvons donc dire à juste titre que le voyage de la force F garde au voyage de la force E le même rapport que la longueur AC à la longueur CB, partant que le poids E au poids F. »

La première édition des *Discorsi e dimostrazioni matematiche intorno a due nuove scienze attenenti alla Meccanica ed ai movimenti locali*, celle dont la rédaction fut terminée par Galilée en 1636 et l'impression achevée par les Elzévirs en 1638, renfermait peu d'innovations intéressant la Statique. Une élégante démonstration de la loi d'équilibre du levier était exposée en la *giornata prima* ; mais elle ressemblait de très près à la démonstration que Simon Stevin avait donnée depuis quarante ans et qui avait été publiée déjà deux fois en flamand, une fois en latin et une fois en français ; en cette démonstration, d'ailleurs, Galilée, comme Stevin, avait simplement fait usage du principe, si connu dès le moyen âge, d'où se tire la théorie de la balance romaine ; de plus, comme nous le verrons au prochain Chapitre, une démonstration toute semblable était connue dès le XIII^e^ siècle.

La troisième journée (*giornata terza*) des *Discorsi*, consacrée au *mouvement local*, renfermait une proposition essentielle au développement de la nouvelle Dynamique ; cette proposition affirmait l'égalité des vitesses acquises par les corps pesants en descendant d'une même hauteur sur des plans diversement inclinés ; en la première édition des *Discorsi*, cette égalité était supposée, elle n'était pas démontrée.

En des circonstances qui seront relatées au Chapitre XV, Galilée chercha à étayer cette proposition de solides arguments ; il en composa une démonstration ; sous le titre de *Scholium*, elle fut adjointe à la proposition considérée, lorsqu'en 1655 on réunit pour la première fois les œuvres du grand géomètre.

Au début de ce scholie, l'interlocuteur Salviati s'exprime en ces termes : « Je regarderai, en premier lieu, comme un effet très connu que les *momenti* ou les vitesses d'un même mobile sont différentes sur des plans diversement inclinés, que la plus grande vitesse correspond à la chute suivant la verticale, et que, sur un plan incliné, cette vitesse diminue d'autant plus que le plan est plus éloigné d'être vertical, ... ; en sorte que l'impétuosité, la capacité, l'énergie, ou ce que nous nommerons le *momento* de la chute diminue en ce mobile au fur et à mesure que le plan sous-jacent, sur lequel il s'appuie, s'abaisse. »

Pour évaluer cette variation d'impétuosité, Salviati déclare qu'il s'en réfère « à un antique traité des mécaniques, qui fut autrefois écrit à Padoue par notre Académicien pour le seul usage de ses élèves », c'est-à-dire au *Della Scienza Meccanica* de Galilée. Il énonce, en effet, d'après ce traité, que le *momento* d'un grave descendant un plan incliné est à son *momento* en chute libre, comme la hauteur du plan est à la longueur de la ligne de plus grande pente ; et de cette proposition, il tire la démonstration cherchée.

Salviati termine en affirmant que « pour assurer l'équilibre, c'est-à-dire le repos, entre les deux mobiles qu'il a considérés, il est nécessaire que leurs *momenti*, leurs vitesses, ou leurs propensions au mouvement, c'est-à-dire les espaces qu'ils franchiraient dans un même temps, soient dans le rapport inverse de leur gravité ; selon la loi générale que prouvent tous les mouvements mécaniques ».

Dans les longues additions aux *Discorsi* que Galilée avait rédigées et qui virent le jour seulement après sa mort, le passage que nous venons de citer n'est pas le seul qui concerne le plan incliné ; on en trouve un autre en la *giornata sesta, della forza della percossa ;* ce dernier reproduit fidèlement la pensée, sinon les termes, d'un fragment du traité *Della Scienza Meccanica*, rapporté plus haut.

Les divers passages des *Discorsi* que nous venons d'analyser n'ont apporté aux progrès de la Statique aucune contribution nouvelle ; leur intérêt est ailleurs.

Si l'on en croit la plupart des historiens de la Mécanique, Galilée, dans les *Discorsi*, a renversé de fond en comble les bases de la Dynamique péripatéticienne pour élever, sur des fondements nouveaux, la Dynamique moderne ; or, en ces mêmes *Discorsi*, il emprunte un lemme à une Statique qui prend pour principe l'axiome d'Aristote ; et ce lemme n'a pas pour but de prouver quelque théorème accessoire et peu important ; il a pour objet la démonstration d'une proposition que Galilée regarde, comme « le *théorème essentialissime* (1) pour l'établissement de la science du mouvement proposée par lui ». Sans doute, dans les considérations relatives au plan incliné que renferment les *Discorsi*, l'axiome d'Aristote n'est pas explicitement énoncé, mais rien non plus n'indique qu'il le faille rejeter ; les démonstrations du traité *Della Scienza Meccanica* y sont considérées comme des démonstrations détaillées et concluantes «... che in un antico trattato di meccaniche scritto già in Padova dal nostro Accademico sol per uso dè suoi discepoli fu diffusamente, e concludentemente dimostrato... » ; et ces démonstrations sont tirées

(1) Galileo Galilei, *Lettere al P. Ab. D. Benedetti Castelli*, 3 décembre 1639 ; reproduite dans toutes les éditions des œuvres de Galilée.

d'un principe équivalent à l'axiome d'Aristote ; enfin il y est répété à plusieurs reprises qu'un même grave, en diverses circonstances, a des *momenti* proportionnels aux vitesses qui l'animent en ces mêmes circonstances. Que peut-on conclure de ces remarques, sinon qu'au moment même où, selon maint historien, Galilée créait la Dynamique nouvelle, le grand géomètre continuait à relier ses déductions à l'ancienne Dynamique, à celle qu'Aristote avait professée, que l'École avait commentée, dont Léonard de Vinci, puis Cardan avaient tiré tant d'importantes conséquences ? Jamais Galilée n'a cessé de croire à l'axiome péripatéticien qui proclamait la proportionnalité entre la force et la vitesse ; l'opinion qui en fait le créateur de la Dynamique moderne est une légende controuvée.

D'ailleurs, la Statique de Galilée ne mérite peut-être pas tous les éloges que lui prodiguent habituellement les historiens ; une bonne part de ces éloges reviendrait légitimement à des géomètres plus anciens ; il est peu de choses, en cette Statique, qui ne se trouvent déjà dans les écrits de Cardan, nourris eux-mêmes des pensées inédites de Léonard de Vinci ; en fait, si l'on cherche par quoi la Statique de Galilée surpasse celle de Cardan, on ne trouve qu'un seul progrès essentiel : la solution du problème du plan incliné. Mais, de ce problème, la solution avait été donnée dès le XIII^e^ siècle ; des deux démonstrations par lesquelles Galilée la justifie, l'une est une application presque immédiate de la notion de gravité *secundum situm* de Jordanus et du lien que Cardan a établi entre cette notion et celle de moment ; l'autre, la plus satisfaisante, reproduit purement et simplement le raisonnement donné, au moyen-âge, par le Précurseur de Léonard de Vinci.

Or, comment admettre que Galilée ait ignoré l'œuvre de ce grand géomètre inconnu ? Les cinq éditions des *Quesiti et inventioni diverse* de Tartaglia, le recueil des *Opere* du même auteur, le *Jordani opusculum de ponde-*

rositate, imprimé par Curtius Trojanus, l'ont publiée à sept différentes reprises. Cardan, Guido Ubaldo, Benedetti ont critiqué cette œuvre, qu'ils attribuent à Jordanus. Cette œuvre, enfin, est lue par les disciples de Galilée ; l'un d'eux, Bardi, écrit (1), à propos de la pesanteur spécifique: « Gravitas de qua hic agitur ea est quam nonnulli a pondere distinguunt, Galileus vero cum Jordano gravitatem in specie appellat ». Cette allusion à Jordanus, Thurot (2) l'a fort justement remarqué, s'applique en fait au petit traité sur les pesanteurs spécifiques que certains manuscrits attribuent à tort à Archimède et que Curtius Trojanus a joint, sans nom d'auteur, au *Jordani opusculum de ponderositate*. On connaissait donc, dans l'entourage même de Galilée, cet écrit fort ancien dont la Statique passe, en certains points, tout ce qu'a donné, sur le même sujet, le géomètre florentin.

(1) *Eorum quæ vehuntur in aquis experimenta* a Joanne Bardio Florentino *ad Archimedis trutinam examinata*. Romae, 1614.

(2) Thurot, *Recherches historiques sur le principe d'Archimède* (Revue archéologique, nouvelle série, t. XIX, 1869, p. 117).

CHAPITRE XII

SIMON STEVIN

(1548-1620)

Dès l'antiquité, les physiciens qui ont abordé les problèmes de l'équilibre les ont attaqués par deux méthodes bien distinctes.

Aristote, moins géomètre que philosophe, ne voit dans l'équilibre qu'un cas particulier du mouvement ; la Statique n'est point une science autonome, ayant ses principes indépendants ; elle n'est qu'un chapitre de la Dynamique ; ses propositions se doivent tirer des lois générales qui dominent le mouvement local.

Archimède, plus géomètre que philosophe, dirige les efforts de son puissant génie moins à la pénétration profonde de la nature des choses qu'à l'enchaînement rigoureux de propositions, toutes déduites d'axiomes clairs et incontestables.

Or, l'étude du mouvement est trop peu avancée à l'époque d'Archimède — et peut-être encore à notre époque — pour qu'on y puisse trouver de ces propositions auxquelles l'expérience de chaque jour confère une évidence qui exclut toute contradiction. On peut, au contraire, dans l'étude de l'équilibre, trouver de semblables propositions. Ce sont elles qu'Archimède postule, dont il fait les hypothèses sur lesquelles il fonde la Statique, devenue science autonome.

Ces deux courants distincts, on les peut reconnaître au cours de tout le développement de la Statique ; tantôt les progrès de cette science sont promus par la méthode d'Aristote, tantôt ils sont achevés par la méthode d'Archimède.

C'est à la doctrine du Philosophe de Stagire que se rattache presque exclusivement l'évolution dont nous venons de retracer l'histoire ; les lois de la Statique qui vont se généralisant et se précisant à travers les écrits de Jordanus de Nemore, du Précurseur de Léonard, de Léonard de Vinci, de Cardan et de Galilée sont issues des germes que renfermaient les Μηχανικὰ προβλήματα.

Il suffit, au contraire, de feuilleter la Statique (1) de Simon Stevin pour reconnaître, dans le géomètre de Bruges, un fidèle disciple du géomètre de Syracuse.

Simon Stevin naquit à Bruges en 1548. Il fut, pendant quelque temps, teneur de livres et caissier à Anvers ; plus tard, il obtint un emploi dans l'administration des finances du Franc de Bruges. La franchise des droits sur la bière lui ayant été refusée, il quitta sa patrie ; nous savons qu'en 1571, il ne l'habitait déjà plus. Il visita la Prusse, la Pologne, la Suède et la Norvège, puis vint s'établir dans les Pays-Bas septentrionaux, où il passa le reste de sa vie. Dès 1581, il demeurait à Leyde ; en 1582, il y publiait son premier ouvrage ; le 16 février 1583, il se faisait inscrire comme étudiant ès lettres à l'Université

(1) La Statique de Stevin parut d'abord en flamand sous le titre : *De Beghinselen der Weeghconst*, beschreven dver Simon Stevin van Brugghe. Tot Leyden, inde Druckerye van Christoffel Plantijn, bij Françoys van Raphelinghen. MDLXXXVI. Elle était divisée en deux parties, dont l'une traitait des principes généraux de la Statique et l'autre de la recherche des centres de gravité. Deux autres écrits y étaient joints : l'un, intitulé *De Weeghdaet*, traitait des applications de la Statique ; l'autre, *De Beghinselen des Waterwichts*, exposait l'Hydrostatique.

Plus tard, Simon Stevin publia, en flamand, toutes ses œuvres mathématiques sous le titre : *Wisconstige Gedachtenissen*, inhoudende t'ghene daer hem in gheoeffent heeft den Doorlvchtichsten Hooclıgheboren Vorst ende Heere, Mavrits Prince van Orengien, Grave van Nassau, ..., Beschreven deur Simon Stevin van Brugghe. Tot Leyden, inde Druckerye van Ian Bouvvensz, Int Iaer MDCVIII.

Le deuxième volume de cette collection, intitulé : *Vierde Stvck der wisconstighe Ghedachtnissen vande Weeghconst*. Tot Leyden, bij Jan Bouwensz, Anno MDCV, contient la Statique. Les quatre premiers livres reproduisent la Statique publiée en 1586. Stevin y a joint un cinquième livre, *Vanden Anwang der Waterwichtdaet*, sur les applications de l'Hydrostatique ; un appendice, intitulé : *Anhang der Weeghconst*, inde welcke onder anderen vveerleyt vvorden ettlicke dvvalinghen der wichtige ghedaenten ; enfin une sorte de supplément nommé *Byvorgh der Weeghconst*. Ce supplément contient quatre parties, dont la première, *Van het Tawicht*, de cette ville. En 1590, il quitta Leyde pour Delft, puis pour La Haye. Sa réputation scientifique était considérable. Il devint professeur de mathématiques et intendant des finances du Prince Maurice de Nassau, inspecteur des digues, quartier-maitre général de l'armée des États. Il mourut en 1620.

La Mécanique de Stevin, avons-nous dit, n'est nullement celle d'un philosophe ; elle est avant tout une œuvre de géomètre. La prédilection de Stevin pour la méthode, si belle dans sa sobriété et sa rigoureuse précision, qu'Archimède tenait de son maître Euclide, apparait dès l'abord en la savante ordonnance de la *Statique* composée par l'illustre Flamand. C'est avec une minutieuse régularité qu'il range les définitions, les déclarations, les postulats, les propositions, les exemples à la place que leur assignent les lois de la logique déductive ; plus encore qu'Euclide et Archimède, Stevin s'efforce de mettre à nu l'ossature du

est consacrée à la Spartostatique (équilibre des fils) et la seconde, *Vant Catrolwicht*, est consacrée à la Trochléostatique ou équilibre des poulies.

La collection dont nous venons de parler fut, en même temps, traduite en latin par Willebrordus Snellius et publiée sous le titre : *Hypomnemata mathematica*. La partie qui nous intéresse est ainsi désignée : *Mathematicorum Hypomnematum de Statica*, quo comprehenduntur ea in quibus se exercuit Illustrissimus illustrissimo atque antiquissimo stemmate ortus Princeps, ac Dominus, Mauritius Princeps Auraicus, comes Nassoviæ,... conscriptus a Simone Stevino, Brugensi, Lugodini Batavorum, ex officina Joannis Patii ; Anno MDCV.

Enfin, cette collection fut traduite en français sous le titre : *Œuvres mathématiques* de Simon Stevin de Bruges, ou sont inserées les Memoires mathematiques esquelles s'est exercé le Tres-haut et Tres-illustre Prince Maurice de Nassau, Prince d'Aurenge, Gouverneur des Provinces des Païs-bas unis, General par Mer et par Terre, etc. Le tout reveu, corrigé et augmenté par Albert Girard Samielois, Mathematicien. A Leyde, chez Bonaventure et Abraham Elsevier, Imprimeurs ordinaires de l'Université. Anno MDCXXXIV. Quatriesme volume traitant de l'art pondéraire ou de la Statique.

Une autre traduction française, due à J. Tuning, et publiée à Leyde en 1608, ne renfermait pas la Statique.

Pour plus de détails, voir, dans la BIBLIOTHECA BELGICA, la *Bibliographie des œuvres de Simon Stevin* par M. Ferdinand Vanderhaegen. Cet écrit nous a fourni également les renseignements biographiques que nous donnons dans le texte.

raisonnement, afin que l'on en distingue tous les membres, que l'on voie le jeu de chaque articulation.

Si la forme même de ses écrits nous montre en Stevin un fervent disciple d'Archimède, son propre aveu nous assure qu'il repoussait de toutes ses forces la méthode employée en Statique par Aristote et par Cardan.

Cet aveu transparaissait déjà, dès la première édition de sa Statique, dans l'avis au lecteur qui ouvrait le livre consacré à la pratique (1) ; il se manifeste pleinement dans un Appendice (2) rédigé par Stevin pour la seconde édition de sa Statique.

A l'aspect de la foule des erreurs qui ont cours en Statique, Stevin se sent le désir et le pouvoir d'infliger à cette armée d'ennemis de la vérité une défaite de Marathon (3) ; mais il préfère condenser en deux propositions l'essence même de toutes ces hérésies, et réfuter en deux Chapitres ces deux propositions.

Le premier de ces Chapitres (4) est dirigé contre l'idée fondamentale des Μηχανικὰ προβλήματα : *La cause de l'équilibre du levier*, dit le titre, *ne réside point dans les arcs de cercle que décrivent ses extrémités.* « Que des poids égaux, suspendus à des bras de levier égaux, se fassent équilibre, le sens commun suffit à nous l'enseigner. Mais que des poids inégaux, suspendus à des bras de levier inégaux, soient en équilibre lorsque ces poids sont inversement proportionnels aux bras qui les portent, la cause n'en est pas aussi évidente. Cette cause, les anciens ont pensé qu'elle résidait dans les arcs de cercle décrits par les extrémités du levier ; on peut voir cette opinion dans *Les Mécaniques* d'Aristote et dans les écrits de ses parti-

(1) Simonis Stevini *Mathematicorum Hypomnematum de Statica*, p. 81 ; Liber tertius, de Staticæ praxi ; ad Lectorem.

(2) Simon Stevin, *Ibid.*, p. 150 ; Appendix Statices, ubi inter alia errores quidam Στατικῶν ἰδιωμάτων refelluntur.

(3) Simon Stevin, *Ibid.*, p. 150 ; ad Lectorem.

(4) Simon Stevin, *Ibid.*, p. 151 ; Caput I : Causam aequilibritatis situs non esse in circulis ab extremitatibus radiorum descriptis.

sans. Que cette opinion soit fausse, nous le prouverons de la manière suivante :

» *Ce qui est immobile ne décrit pas de cercle ;*

» *Deux poids en équilibre sont immobiles ;*

» *Donc deux poids en équilibre ne décrivent aucun cercle* (1).

» Partant, il n'y a pas de cercle ; le cercle supprimé, la cause qui pouvait résider en lui disparait ; la cause de l'équilibre du levier ne se cache donc pas dans les arcs de cercle. Insistons, afin de mettre hors de doute la mineure de notre syllogisme ; ce mouvement, cette description de cercles, que l'on considère ici, n'est nullement une propriété des poids qui se font équilibre ; il est un effet du hasard, il est causé par le vent ou par quelque impulsion étrangère ; et alors, ce ne sont pas seulement des poids en équilibre qui décrivent des cercles, mais aussi des poids ἀνισόῤῥοπα quelconques. La cause de l'équilibre ne réside donc point dans ces arcs de cercle... Il ne faut point s'étonner si ceux qui prenaient pour vérités de telles erreurs ne sont point arrivés à la véritable connaissance des causes, et que, n'ayant pu, en aucune manière, trouver la forme de la Statique, ils se soient écartés de la vérité dans les sens les plus divers, luttant avec une foule de propositions fausses. »

La condamnation est sévère ; elle est souverainement injuste ; de cette proposition, si hautainement réfutée par Stevin, un progrès continu a fait sortir la méthode entière des déplacements virtuels, et la fécondité, plus étonnante chaque jour, de cette méthode ne cesse de proclamer le génie de celui qui a composé les Μηχανικὰ προβλήματα. La méprise de Stevin est celle d'un esprit exclusivement

(1) Dans son français naïf, Albert Girard formule ainsi ce syllogisme : Ce qui demeure coy, estant suspendu, ne descrit aucune circonference.

Deux pesanteurs pendues en équilibre sont coyes.

Deux pesanteurs pendues en équilibre donc ne descrivent aucune circonférence.

géométrique. Les yeux du géomètre, qui n'est que géomètre, exigent des torrents de lumière ; les seules vérités qu'ils aperçoivent sont celles qui, brillants papillons, ouvrent leurs ailes au grand soleil de l'évidence ; or les idées de l'avenir, demain insectes parfaits, mais aujourd'hui larves encore, vivent dans une demi-clarté ; aux yeux éblouis du géomètre, cette demi-clarté semble une nuit profonde où grouillent des monstres.

Plus justes sont les critiques adressées par Stevin (1) à la Dynamique, encore bien informe, qu'enseigne Cardan dans l'*Opus novum* ; bien aisément, le géomètre de Bruges montre l'impuissance de cette Dynamique à rendre compte des particularités qu'offre la chute des graves dans l'air ou dans un milieu homogène ; comment rendrait-elle compte des mouvements des « machines, formées d'un agencement de bois et de fer, où certaines parties sont graissées d'huile ou de saindoux, où d'autres sont gonflées par l'humidité de l'air ou rongées par la rouille, où ces diverses circonstances, et beaucoup d'autres que je passe sous silence, viennent tantôt faciliter le mouvement, tantôt le gêner » ?

La Statique laissera donc de côté toute considération sur le mouvement des machines : « La Statique enseignera exclusivement (2) les circonstances dans lesquelles le poids moteur et le poids mû s'équivalent ou se font équilibre. Mais à tout mobile sont toujours liés d'une manière inhérente certains empêchements au mouvement ; c'est par la pensée seulement que l'on en peut faire abstraction ; et pour mettre le mobile en mouvement, il est également nécessaire de surmonter ces empêchements ; la détermination de la puissance qu'il faut mettre en œuvre pour ébranler et émouvoir un poids donné restera en dehors des enseigne-

(1) Simonis Stevini *Mathematicorum Hypomnematum de Statica*, p. 151 ; Caput II : Res motas impedimentis suis non esse proportionales.

(2) Simon Stevin, *Ibid.*, Liber tertius, de Staticæ praxi, p. 81 ; ad Lectorem.

ments de la Statique. La méthode mathématique, en effet, est impuissante à déterminer et à expliquer ces excès de puissance motrice qu'exige le mouvement ; car les empêchements au mouvement n'ont, avec l'objet mû, aucune relation constante. »

La Statique peut-elle être construite hors de toute considération de ces obstacles au mouvement? Simon Stevin l'affirme ; il nie que ces obstacles, ces frottements puissent maintenir les corps en repos dans des conditions autres que celles qui sont fixées par la science de l'équilibre. « D'ailleurs, dit-il (1), la considération de l'équilibre suffit ici ; en effet, si, dans les deux plateaux d'une balance, vous placez des poids égaux, bien que le fléau ne soit pas exempt de certains obstacles au mouvement, il suffira toutefois du plus léger effort pour faire osciller la balance alternativement d'un côté et de l'autre ; et il est certain qu'il en sera de même dans tous les autres cas. »

Manifestement, l'affirmation est erronée. Les frottements de toute espèce, les diverses sortes d'empêchements au mouvement déterminent une foule d'équilibres que ne saurait prévoir une Statique où l'on ne tient aucun compte de ces obstacles. Il y a pour cette Statique, en tous ces *impedimenta*, des sources de démentis, des causes de désaccord avec la réalité. Le géomètre, cependant, les laissera hors de ses raisonnements, parce que les lois auxquelles ils obéissent ne présentent pas, à ses yeux, un degré suffisant de clarté. « Impedimentorum, inquam (2), potentia, cum catholica non sit, a Staticæ præceptis rejicienda, quia ejus ad potentiam moventem ratio unica et certa nulla apparet. » Étrange méthode, pensera-t-on, qui sacrifie l'exactitude à la simplicité et à la clarté ; mais heureux illogisme, qui arrache l'esprit humain à l'inutile et désespérante contemplation d'un problème inabordable,

(1) Simonis Stevini *Mathematicorum Hypomnematum de Statica*.
(2) Simon Stevin, *Ibid*.

hérissé de difficultés et de complications, pour le lancer à l'assaut d'un problème moins abrupt et plus accessible ; sûr de celui-ci, il pourra, dans un second effort, y appuyer sa marche en avant et se rendre enfin maître de l'entière vérité, imprenable tout d'abord. Si, dans l'étude de la chute des corps, Galilée n'avait pas négligé la résistance, si réelle et si efficace, du milieu, il n'eût pas créé la Dynamique. De même, la Statique n'eût pas reçu de Simon Stevin la féconde impulsion qu'elle lui doit, si ce géomètre eût voulu tenir compte des résistances et des frottements.

C'est donc, à la manière d'Archimède, une Statique indépendante de la science du mouvement que Stevin composera ; cette Statique tirera ses déductions d'axiomes auxquels le sens commun conférera certitude et clarté.

En toute entreprise de ce genre, la difficulté est moins d'enchaîner dans un ordre logique rigoureux les diverses propositions, dont la suite formera la théorie que l'on veut exposer, que d'énumérer, sans omission ni répétition, tous les axiomes dont on doit réclamer l'acceptation. Au début de ses *Éléments*, Euclide a donné un inoubliable modèle d'une telle énumération ; formé à son École, Archimède a su merveilleusement démêler presque toutes les demandes qu'il convenait de formuler au début de ses traités mécaniques. Il en a omis cependant, et non des moindres ; sa théorie du levier suppose, sans la demander explicitement, l'existence de certaines propriétés du centre de gravité. En l'accomplissement d'une semblable tâche, Simon Stevin fut, peut-être, moins heureux que ses illustres modèles ; sous la minutieuse complication de l'appareil logique selon lequel s'ordonnent ses déductions se glisse parfois un postulat, à demi caché, et d'une évidence moins immédiate que les axiomes formellement énoncés. Girard, déjà, en avait fait la remarque ; au cours d'une de ses démonstrations (Livre I, Théorème II, Prop. VI), Stevin place incidemment cette phrase : « Il faut aussi remarquer cette règle générale de Statique, que *le centre de gravité d'un corps suspendu est en sa perpendicle de gravité.* » A la suite de cette déduction de Stevin, Albert Girard place une note où, entre autres critiques, se lit celle-ci : « On voit que Stevin ne prouve pas du tout sa démonstration, car il s'aide puis après d'une règle qu'il ne démonstre pas icy... Finalement, il devoit plus tost avoir mis la règle cy-dessus ès petitions. »

Les *Éléments de Statique* (1) débutent par une série de définitions; ils présentent ensuite une série de propositions; parmi celles-ci, les unes sont consacrées aux poids qui

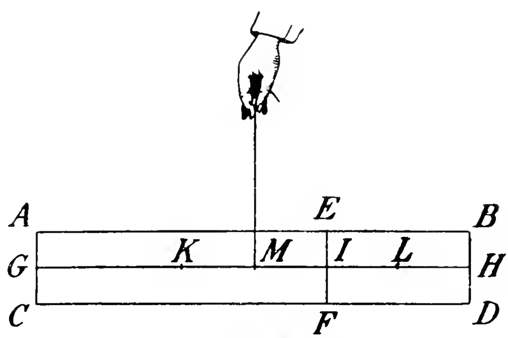

fig. 73.

tirent verticalement, les autres aux poids qui tirent obliquement ; les premières sont dominées par la théorie du levier, les secondes par la théorie du plan incliné.

La théorie du levier est présentée sous une forme très ingénieuse.

Imaginons un cylindre droit, homogène, à génératrices horizontales, ABCD (fig. 73) ; supposons-le suspendu par son centre de figure M, qui est, en même temps, son centre de gravité ; ce cylindre sera sûrement en équilibre.

Par une section droite EF, nous pouvons décomposer

(1) Simonis Stevini *Mathematicorum Hypomnematum de Statica*, Liber primus Staticæ, de Staticæ elementis.

ce cylindre en deux cylindres partiels AECF et EFBD dont les volumes et, partant, les poids aient entre eux tel rapport qu'il nous plaira d'imaginer. A chacun de ces poids, nous pourrons ensuite substituer deux poids de forme quelconque mais égaux aux premiers, suspendus à la ligne non pesante, GH, qui sert d'axe au cylindre total, par les points K, L, centres de gravité des cylindres partiels.

Nous avons donc, en définitive, un levier horizontal en équilibre K, L qui porte en ses extrémités K, L des poids proportionnels à GI et IH, c'est-à-dire inversement proportionnels aux longueurs KM, ML des bras de levier.

Telle est la méthode fort élégante par laquelle Stevin parvient (1) à la loi d'équilibre du levier horizontal ; il en tire aisément ensuite la loi d'équilibre d'un levier oblique et diverses propositions touchant les centres de gravité.

Quelle est l'originalité de cette démonstration, c'est ce que nous examinerons plus tard. Pour le moment, nous poursuivrons l'analyse de la Statique composée par le grand géomètre de Bruges et nous porterons en premier lieu notre attention sur le problème du plan incliné.

De ce problème célèbre, Stevin obtient la solution par une méthode infiniment originale, que rien ne rappelle dans les méthodes diverses par lesquelles Galilée, Descartes et Torricelli ont résolu la même question.

« Jusqu'ici, dit-il (2), nous avons énuméré les diverses espèces de poids tirant verticalement ; désormais, nous allons décrire les propriétés des poids tirant obliquement ; de ces propriétés, nous prendrons pour fondement la vérité générale que renferme ce Théorème :

» Théorème XI, Proposition XIX. *Soit un triangle dont le plan est perpendiculaire et la base parallèle à l'horizon ; sur les deux autres côtés, sont placées deux*

(1) Simonis Stevini *Mathematicorum Hypomnematum de Statica*, pp. 12-13.

(2) Simon Stevin, *Ibid.*, Liber primus, de Staticæ elementis, p. 34.

boules (1) *qui s'équilibrent l'une l'autre* (2) ; *la pesanteur apparente* (sacoma) *de la boule de gauche est à la pesanteur apparente antagoniste* (antisacoma) *de la boule de droite comme la longueur du côté droit du triangle est à la longueur du côté gauche.*

» Soit, ajoute Stevin, le triangle ABC (fig. 74), où le côté AB est double du côté BC ; les deux boules D et E étant de même grandeur et de même poids, il s'agit de prouver que la pesanteur apparente de la boule E est double de la

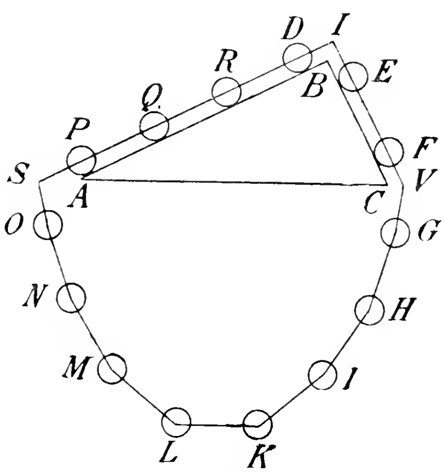

fig. 74

pesanteur apparente de la boule D. Dans ce but, adjoignons à ces boules douze autres boules qui leur soient identiques F, G, H, I, K, L, M, N, O, P, Q, R ; relions-les les unes aux autres par des fils égaux, de telle manière que nous formions un collier sur lequel nos quatorze boules soient également espacées. Jetons ce collier sur notre

(1) Ajoutez : *de même grandeur et de même poids.*

(2) Stevin veut dire par là : *disposées de telle sorte que la descente de l'une oblige l'autre à monter.* Pris au pied de la lettre, l'énoncé donné par Stevin serait en contradiction avec les développements qui le suivent.

triangle, de telle sorte que le côté AB porte quatre boules et le côté BC deux boules seulement.

» Si la pesanteur apparente de l'ensemble de quatre boules D, R, Q, P n'était pas égale à la pesanteur apparente de l'ensemble des deux boules E, F, l'un de ces deux ensembles pèserait plus que l'autre ; supposons que l'ensemble le plus pesant soit celui des quatre boules D, R, Q, P. D'autre part, les quatre boules O, N, M, L ont évidemment même pesanteur que les quatre boules G, H, I, K. Donc la partie du collier formée par les huit boules D, R, Q, P, O, N, M, L serait plus lourde que la partie du collier formée par les six boules E, F, G, H, I, K. Or le plus lourd entraîne le plus léger ; les huit boules vont donc descendre et les six vont donc monter. Imaginons que D soit descendue jusqu'à prendre la place de O, que E, F, G, H se soient substituées à P, Q, R, D, enfin que I, K se trouvent où étaient E, F. La couronne ou le collier de boules se retrouvera exactement dans la même situation qu'au début ; pour la même raison, les huit boules de gauche pèseront plus que les six boules de droite ; de nouveau, ces huit boules de gauche descendront, les six de droite monteront. Ainsi, ces boules prendront d'elles-mêmes un mouvement continu et éternel, ce qui est faux. »

La pesanteur apparente *(sacoma)* des quatre boules de gauche est donc égale à la pesanteur apparente antagoniste *(antisacoma)* des deux boules de droite ; et, comme le voulait l'énoncé, le *sacoma* de l'une des boules de gauche est la moitié de l'*antisacoma* de l'une des boules de droite.

Supposons qu'un corps M (fig. 75), reposant sur un plan incliné AB, soit tiré par un fil MN, tendu parallèlement à la ligne de plus grande pente du plan ; que ce fil passe ensuite sur une poulie N et que le bout qui pend verticalement porte un poids P. Quelle grandeur devra avoir ce poids P pour maintenir le corps M en équilibre ? Il devra évidemment être égal à la pesanteur apparente, au *sacoma* du corps M ; en d'autres termes, le poids P sera au poids du corps M comme BC est à AC.

Ce résultat peut encore s'énoncer d'une autre manière ; traçons un triangle *abc* dont les côtés *ac*, *ab* sont respectivement perpendiculaires à AC, AB, tandis que le troisième côté *bc* est parallèle à AB. Le poids P sera au poids M comme le côté *bc* est au côté *ac*. Cette construc-

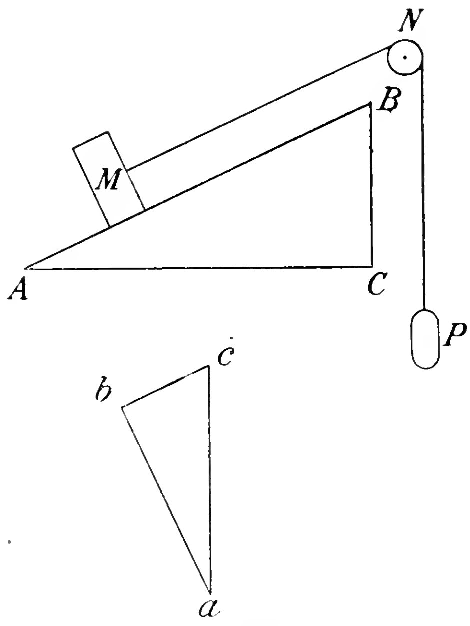

fig. 75.

tion, donnée par Stevin (1), est, on le voit, celle que nous ferions aujourd'hui pour exprimer que la tension du fil MN et le poids du corps M ont une résultante normale au plan AB.

Comment devra être déterminé le poids P (fig. 76) si le fil qui tire le mobile M est tendu suivant une ligne MN

(1) Simonis Stevini *Mathematicorum Hypomnematum de Statica*, Liber primus Staticæ, de Staticæ elementis, p. 35.

qui n'est plus parallèle au plan incliné AB ? Stevin conserve la règle précédente. Si l'on trace un triangle *abc* dont les côtés *ac*, *ab* sont le premier vertical et le second normal à AB, tandis que le troisième côté *bc* est parallèle à MN, le poids P sera au poids M comme le côté *bc* est au côté *ac*. La règle ainsi formulée est encore celle que

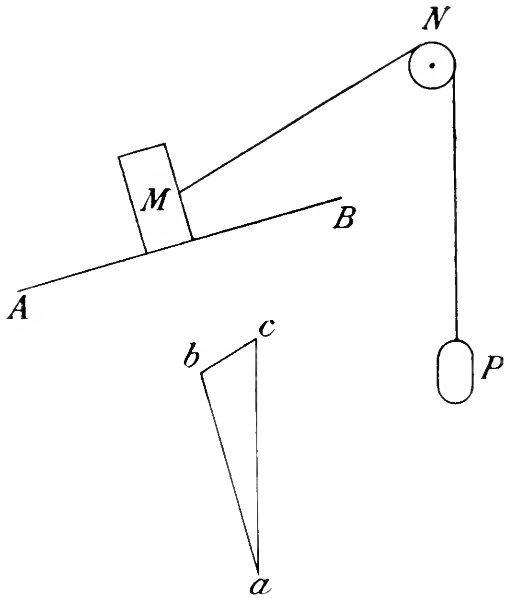

fig. 76.

nous suivons aujourd'hui pour marquer que le poids du mobile et la tension du fil ont une résultante normale au plan incliné.

Mais, il faut bien le reconnaître, cette généralisation de la première règle est, dans l'œuvre de Stevin, une pure pétition de principes ; il ne nous semble pas que les considérations (1) qui en accompagnent l'énoncé puissent, en aucune façon, être prises pour un raisonnement.

(1) Simon Stevin, *loc. cit.*, 6 Consectarium, pp. 36 et 37.

Les règles que nous venons d'exposer équivalent, en somme, à des compositions de forces ; et, en effet, Stevin va en tirer la loi générale de la composition de deux forces concourantes, la loi célèbre du parallélogramme.

Il supposera que deux cordes soutiennent un corps pesant et il démontrera, tout d'abord, que les directions de ces deux cordes, situées dans un même plan vertical, vont concourir en un point qui est sur la verticale du centre de gravité du corps suspendu ; puis, il cherchera quelle est la tension de chacune de ces deux cordes ; il construira un parallélogramme dont les côtés soient parallèles aux deux cordes et dont la diagonale soit verticale ; il montrera alors que la tension de chaque corde est au poids total du corps comme la longueur du côté correspondant du parallélogramme est à la longueur de la diagonale ; ainsi se trouvera démontrée la règle, désormais célèbre, qui donne la résultante de deux forces concourantes ; de cette règle, diverses conséquences, classiques encore aujourd'hui, se tireront aisément.

Par quels intermédiaires Stevin a-t-il pu passer, des théorèmes sur le plan incliné dont nous avons rappelé l'énoncé, à la règle du parallélogramme des forces ? Ces intermédiaires, il ne nous est pas possible de les retracer ici ; la méthode géométrique des anciens, dont Stevin fait un usage exclusif, progresse par une longue suite de propositions, enchaînées par de complexes artifices de construction ; cette lenteur et cette complication paraissent insupportables à nos esprits qui ont accoutumé de goûter la brièveté et la simplicité de l'analyse moderne.

Cette pénible déduction, Stevin ne l'a pas menée d'emblée de son point de départ à son point d'arrivée ; pour obtenir la règle du parallélogramme des forces, il a dû s'y reprendre à deux fois. Au moment où il publiait la première édition flamande de sa Statique, il était déjà en possession de la première partie de l'énoncé (1) ; mais la seconde partie fut publiée pour la première fois dans un appendice sur l'équilibre des fils (*Spartostatica*) (2), inséré aux *Hypomnemata mathematica*.

D'ailleurs, la minutieuse complication de l'appareil logique mis en œuvre par Stevin ne fonctionne pas sans quelques heurts et sans quelques soubresauts ; nous en avons déjà signalé un ; il n'est point seul et le passage (3) de l'équilibre d'un corps sur un plan incliné à l'équilibre d'un corps qui a un point fixe nous semble bien scabreux.

Quoi qu'il en soit des objections que l'on peut adresser à plus d'un raisonnement de Stevin, les règles qu'il a énoncées sont exactes ; elles répondent à des questions qui, dès l'antiquité, avaient sollicité les efforts des mécaniciens sans trouver de solution ; elles seront d'un continuel usage aux géomètres qui, dans l'avenir, traiteront de la Statique ; Stevin avait donc le droit de contempler avec orgueil le monument dont il était l'architecte.

Il était particulièrement fier d'avoir résolu le problème du plan incliné, qui formait comme la clé de voûte de toute sa Statique. En frontispice (4) de la première édition de son œuvre, figurait, au centre d'un écusson, la figure d'un triangle ceint d'un collier de quatorze perles ; cette figure et la devise flamande (5) « *Wonder en is gheen Wonder* » qui la surmontait rappelaient au lecteur l'original artifice par lequel le géomètre de Bruges avait, si simplement, délié ce nœud gordien.

(1) Simonis Stevini *Mathematicorum Hypomnematum de Statica*, Liber primus Staticæ, de Staticæ elementis. 16 Theorema, 25 Propositio ; p. 46.

(2) Simon Stevin, *Ibid.*, Additamentum Staticæ. Pars prima : De Spartostatica ; 3 Consectarium, p. 161.

(3) Simon Stevin, *Ibid.*, Liber primus Staticæ, de Staticæ elementis ; 9 Consectarium, p. 39.

(4) Ce frontispice est reproduit dans : Mach, *Die Mechanik in ihrer Entwickelung*, 2te Auflage, fig. 21, p. 28 ; Leipzig, 1889.

(5) « La merveille n'est pas merveille. »

Cette démonstration tire toute sa force d'un principe, l'impossibilité du mouvement perpétuel. Ce principe, Stevin en fait usage sans en avoir au préalable demandé l'acceptation à son lecteur, sans l'avoir mis au nombre des postulats (1) par lesquels débute sa Statique ; serait-il donc d'une telle évidence que cette précaution logique fût, pour lui, inutile ? Mais, parmi les postulats explicitement formulés par Stevin, le premier est celui-ci : Des poids égaux, suspendus à des bras de levier égaux, sont en équilibre. Or il est n'est point niable que l'impossibilité du mouvement perpétuel constitue une proposition beaucoup moins évidente que cette dernière, car celle-ci n'a jamais été mise en doute, tandis que toutes les époques ont connu des chercheurs de mouvement perpétuel, qui n'étaient point tous des fous.

Où donc Stevin a-t-il puisé cette confiance absolue dans l'axiome de l'impossibilité du mouvement perpétuel, sinon dans les raisonnements de Cardan, raisonnements que Cardan lui-même a empruntés à Léonard de Vinci ? Sans doute, Stevin ne mentionne qu'un seul ouvrage de Cardan, l'*Opus novum de proportionibus* ; mais alors qu'il a lu attentivement et critiqué ce dernier ouvrage, comment ignorerait-il le *De subtilitate*, dont la vogue a été si grande ? Et s'il doit à la lecture du *De subtilitate* sa foi en l'impossibilité du mouvement perpétuel, cette foi n'est-elle pas un hommage indirect aux considérations que développe cet ouvrage touchant la puissance nécessaire pour maintenir une machine en mouvement ? Car sans ces considérations, que Stevin a très vivement blâmées, Léonard de Vinci et Cardan n'auraient pu justifier leurs attaques contre le mouvement perpétuel.

Ainsi, ceux mêmes qui prétendent édifier une Statique

(1) Simonis Stevini *Mathematicorum Hypomnematum de Statica*, Liber primus Staticæ, de Staticæ elementis. Postulata, p. 18.

parfaitement autonome, pleinement indépendante de tout appel aux lois du mouvement, se voient parfois contraints de recourir, plus ou moins explicitement, aux principes de la Dynamique.

Parmi les appendices à sa primitive Statique que Stevin inséra dans ses *Mathematica Hypomnemata*, il en est un (1) qui traite de l'équilibre des poulies et des moufles (*Trochleostatica*). A propos de ces mécanismes, il formule cette brève observation (2) : « Remarquez aussi qu'en ce cas, on peut appliquer cet axiome de Statique :

» *Ut spatium agentis, ad spatium patientis ;*
» *Sic potentia patientis ad potentiam agentis.* »

C'est le seul passage où Stevin fasse allusion aux considérations si souvent développées par les auteurs qui, avant lui, se sont occupés de Statique. De cette allusion, toute considération du rapport entre la *vitesse* de la puissance et la *vitesse* de la résistance est soigneusement exclue ; Stevin est, en cela, conséquent avec les critiques si vives qu'il avait adressées à l'énoncé péripatéticien du principe des vitesses virtuelles. Le *chemin* parcouru par la puissance et le *chemin* parcouru par la résistance sont seuls pris en considération, comme ils le seront systématiquement par Descartes, dont les recherches ont assurément subi l'influence de la Statique de Stevin. Cette influence indéniable donne une importance toute particulière au passage, si court, que nous venons de citer ; ce passage marque, en quelque sorte, un tournant dans la marche suivie par la science de l'équilibre.

La Dynamique péripatéticienne conduit de la manière

(1) Simonis Stevini *Mathematicorum Hypomnematum de Statica*, Additamentum Staticæ. Additamenti Staticæ pars secunda : De Trochleostatica ; p. 169.

(2) Simon Stevin, *loc. cit.*, p. 172.

la plus naturelle à déclarer que deux poids sont en équilibre lorsqu'ils sont inversement proportionnels aux *vitesses virtuelles* de leurs points d'application. Cet énoncé domine non seulement les Μηχανικὰ προβλήματα attribués à Aristote, mais encore maint écrit de l'École d'Alexandrie, les *Causes* de Charistion, le commentaire qu'en a donné Thâbit ibn Kurrah.

Un principe d'origine très distincte, bien que fort semblable au précédent dans ses effets, consiste à poser l'équilibre entre deux poids lorsque l'*abaissement virtuel* de l'un est à l'*élévation virtuelle* de l'autre comme le poids du second est au poids du premier. Implicitement admis, ce principe fournit à Jordanus sa théorie du levier droit ; le Précurseur de Vinci en tire, avec une admirable sagacité, la théorie du levier coudé et la loi du plan incliné.

Dans les écrits des géomètres du XVI^{e} siècle, les deux principes, nés de pensées différentes, mais indistincts dans leurs applications, se trouvent constamment entremêlés. Léonard de Vinci, Cardan, les admettent tous deux et, bien souvent, on aurait quelque peine à décider si leurs raisonnements se réclament de l'un plutôt que de l'autre. Tartaglia, après avoir exposé la doctrine d'Aristote, emprunte la méthode inaugurée par Jordanus et son École. Enfin, Guido Ubaldo se refuse à tirer ses déductions de l'un ou de l'autre principe ; il les transforme l'un et l'autre en corollaires, mais, à ce titre, il les regarde comme équivalents et a toujours soin de les énoncer l'un à la suite de l'autre.

Galilée, qu'une tradition erronée nous montre jetant bas la Dynamique péripatéticienne et inaugurant la Dynamique nouvelle, garde, presque en toutes circonstances, le principe des *vitesses* virtuelles tel que l'a formulé Aristote ; c'est seulement d'une manière incidente, en de rares occasions, qu'il lui donne la forme du principe des *déplacements* virtuels. Au contraire, le staticien Stevin, par ses attaques contre le principe péripatéticien, par la courte remarque que nous avons citée, fraye la voie à Descartes. Celui-ci fera aboutir les tendances issues à l'École de Jordanus ; il montrera comment le principe des *déplacements* virtuels sauve la méthode si féconde introduite en Statique par les péripatéticiens de la ruine où, sous ses coups et sous les attaques de Beeckman, s'effondre la Dynamique d'Aristote.

Il ne semble pas, d'ailleurs, que Stevin ait entrevu toute l'importance de la comparaison entre le chemin parcouru par la puissance et le chemin parcouru par la résistance. Dès longtemps, cette comparaison avait servi à condamner la prétention, attribuée à Archimède, de composer une machine si puissante que la force d'un homme suffirait à mettre en mouvement un poids aussi gros que la Terre ; fort justement, on observait que le chemin parcouru par cette résistance serait au chemin décrit par la main de l'homme comme la puissance de l'homme est à cet énorme poids ; en sorte qu'un mouvement, même très grand, de cette main ne donnerait à la Terre qu'un déplacement prodigieusement petit. Stevin rapporte cette objection, dont il ne pouvait contester le bien fondé, mais il ne paraît pas en avoir senti la gravité. « Bien que ce déplacement, dit-il (1), ne soit ni visible ni appréciable, cependant, la possibilité de produire une puissance infinie nous est démontrée et notre esprit la saisit ; si son action se poursuivait pendant de longs siècles, elle finirait par produire un mouvement visible... L'exclamation qu'Archimède lança autrefois, dans sa joie d'avoir découvert le *charistion* : « δός μοι ποῦ στῶ, καὶ κινῶ τὴν γῆν, donnez-moi » un point d'appui et, de ce point, je tirerai la terre ! » ne doit pas être regardée comme l'énoncé d'une impossibilité ou d'une absurdité. »

(1) Simonis Stevini *Mathematicorum Hypomnematum de Statica*, Liber tertius Staticæ, de Staticæ Praxi ; 1a Propositio : Infinitæ potentiæ formas et accidentia exponere ; p. 107.

Le passage d'où nous extrayons cette citation prête, d'ailleurs, à plus d'une remarque intéressante.

Sur la foi de Jacques Besson, Stevin affirme (1) que le *charistion* dont l'invention arracha à Galilée cette exclamation enthousiaste, était une machine propre à haler les vaisseaux sur une cale. La construction de cette machine reposait sur l'emploi de vis sans fin multiples. Elle avait été imaginée en vue du halage d'une galère immense que Hiéron, tyran de Syracuse, avait fait construire à l'intention du roi d'Égypte, Ptolémée ; le nom de *charistion* était une allusion aux formes gracieuses du navire. A la vérité, on ne comprend guère que cette tonture élégante ait fait donner ce nom non pas à la galère, mais à l'instrument qui permettait de la tirer au sec. Nous avons dit, d'ailleurs, au Chapitre V, combien peu de crédit, selon nous, méritait toute cette légende.

Au *charistion* d'Archimède, Stevin préfère pour le même usage, une machine qu'il nomme *pancration*, à cause de sa grande puissance, et qui n'est autre que notre moderne guindeau.

Stevin parle de ce guindeau, de sa construction, de ses effets, dans des termes tels qu'il serait difficile au lecteur de ne lui en point attribuer l'invention ; cette invention, cependant, remonte au moins à Héron d'Alexandrie ; non seulement Héron décrit ce guindeau (2) au commencement de son livre sur *L'élévateur*, mais encore Pappus en donne (3) la description d'après ce grand mécanicien ; il en attribue même l'invention à Archimède et c'est, selon lui, cette invention qui provoqua l'exclamation ambitieuse du grand géomètre de Syracuse. Or, il est certain que Stevin n'a pas connu l'ouvrage de Héron, car le manuscrit de la tra-

(1) Simon Stevin, *loc. cit.*, p. 101.

(2) Héron d'Alexandrie, *Les Mécaniques ou l'Élévateur*, publiées pour la première fois sur la version arabe de Qostâ ibn Lûkâ et traduites en français par Carra de Vaux ; Paris, 1894, p. 39.

(3) Pappi Alexandrini *Collectiones quæ supersunt* edidit F. Hultsch ; Berolini, 1878. Volumen III, p. 1060.

duction arabe de Qostâ ibn Lûkâ, récemment publiée par M. le baron Carra de Vaux, fut apporté par Golius (1596-1667) à la Bibliothèque de Leyde longtemps après la publication de la Statique de Stevin. Mais, en revanche, le grand géomètre de Bruges a sûrement eu connaissance des *Collections mathématiques* de Pappus. Il cite cet auteur (1) en lui empruntant sa définition du centre de gravité, qui se trouve (2) dans le même livre (livre VIII) que la description du guindeau.

Stevin, nous le voyons, ne poussait pas jusqu'au scrupule le soin de nommer ses prédécesseurs et de mentionner les emprunts qu'il leur faisait. Il suivait en cela, d'ailleurs, les errements coutumiers à tous ses contemporains ; un auteur ne citait guère ses précurseurs ou ses émules que lorsqu'il s'agissait de les combattre. De telles habitudes rendent fort malaisée la tâche de l'historien ; lorsqu'il veut démêler les influences qui ont pu suggérer à un géomètre une idée nouvelle, l'historien, bien souvent, en est réduit aux conjectures.

Stevin a-t-il connu les doctrines professées en Statique par l'École de Jordanus ? Il me paraît difficile d'en douter. Comment admettre qu'il n'ait eu en mains ni le traité publié, sous le nom de Jordanus, par Peter Apian, ni quelqu'une des nombreuses éditions des *Quesiti et Inventioni diverse* de Tartaglia ? Il a donc sûrement connu, par l'un ou l'autre de ces écrits, la notion de gravité *secundum situm*, notion à laquelle correspond si exactement celle qu'il désigne par le mot *sacoma*.

Stevin a-t-il connu le *Mechanicorum liber* de Guido Ubaldo ? Il a pu le connaître et en user au cours de ses recherches de Statique ; le *Mechanicorum liber* fut imprimé en 1577 ; la traduction italienne donnée par Pigafitta

(1) Simonis Stevini *Mathematicorum Hypomnematum de Statica*, Liber primus Staticæ, de Staticæ elementis, p. 6.

(2) Pappi Alexandrini *Collectiones quæ supersunt* edidit F. Hultsch ; Volumen III, p. 1032.

parut en 1581 ; tandis que la première édition de la Statique de Stevin est de 1586. Toujours est-il que l'un des grands titres de gloire de Stevin est d'avoir exactement résolu un problème que Guido Ubaldo avait simplement posé.

L'École de Jordanus, en effet, s'était contentée de considérer la *gravitas secundum situm*, c'est-à-dire la composante du poids suivant la trajectoire que peut prendre le mobile. Guido Ubaldo insista sur la nécessité de considérer aussi la composante du poids suivant la normale à cette trajectoire ; mais il ignora sûrement le moyen de déterminer ces deux composantes.

Stevin donna la règle selon laquelle le poids doit se résoudre en ces deux composantes rectangulaires, et la priorité de cette découverte ne lui saurait être contestée (1). Sans doute, Léonard de Vinci avait eu, un instant, une exacte connaissance de la règle selon laquelle un poids peut se décomposer suivant deux directions données; mais cette règle, il l'avait rejetée presque aussitôt qu'aperçue, et personne ne semble l'avoir remarquée dans ses notes, ni livrée au public.

Si Stevin est parvenu à décomposer correctement un poids en deux forces rectangulaires, il le doit à la solution du problème du plan incliné. Malgré l'originale ingéniosité de la méthode par laquelle Stevin a su résoudre ce problème, on ne saurait oublier que l'École de Jordanus l'avait non moins exactement résolu avant lui, ni douter qu'il ait connu les recherches de ses prédécesseurs.

(1) Nous avons dit, à la fin du Chapitre III, que Libri avait revendiqué pour Cardan l'invention de cette règle, et nous avons mis le lecteur en garde contre cette affirmation. Depuis l'impression du Chapitre III, nous avons pu contrôler l'assertion de Libri et reconnaître qu'au passage cité par celui-ci, Cardan avait parlé non de la règle de composition des *forces*, mais de la règle de composition des *vitesses*, connue déjà de l'auteur des Μηχανικὰ προβλήματα. Chose curieuse, Cardan croit que cette règle n'est exacte que pour des vitesses rectangulaires. — Cet exemple montre le cas que l'on doit faire des renseignements fournis par Libri.

Au moment où Stevin publia la première édition de sa Statique, les *Quesiti et Inventioni diverse* de Nicolo Tartaglia avaient eu cinq éditions, dont la plus récente datait déjà de trente-deux ans ; depuis vingt et une années, Curtius Trojanus avait fait imprimer le *Jordani opusculum de ponderositate* ; comment Stevin aurait-il ignoré la belle théorie du plan incliné donnée par le Précurseur de Léonard de Vinci ?

Il n'est donc pas douteux que l'œuvre admirable accomplie en Statique par le grand géomètre de Bruges n'ait, à plusieurs reprises, éprouvé la bienfaisante influence des idées émises, dès le XIII[e] siècle, par Jordanus de Nemore et par les mécaniciens de son École.

Il est encore une découverte en laquelle Stevin avait été devancé, peut-être à son insu.

Les géomètres de l'École d'Alexandrie s'étaient efforcés de tirer de la loi du levier la démonstration de la proposition suivante : Un cylindre pesant, fixé au bras d'un levier de telle sorte que ses génératrices lui soient parallèles, équivaut à un poids égal suspendu à un fil dont le point d'attache se trouverait coïncider avec le centre du cylindre. Ce théorème jouait un rôle essentiel dans les quatre propositions attribuées à Euclide, dans le *Liber Charastonis* publié par Thâbit ibn Kurrah, dans le *De canonio ;* il terminait les *Elementa Jordani de ponderibus* (1).

Retournant, en quelque sorte, la démonstration suivie jusqu'à lui, Stevin a admis l'exactitude de cette proposition

(1) Ce principe n'a cessé de préoccuper les géomètres de l'antiquité et du moyen âge ; l'un d'eux a tenté de la justifier directement, par une sorte de généralisation de la démonstration que les Μηχανικὰ προβλήματα ont donnée de la règle du levier. Cette généralisation, tout imprégnée d'idées péripatéticiennes, repose sur une tentative pour définir ce qu'il convient d'entendre par grandeur du mouvement d'un segment de ligne. Elle se trouve en un fragment du XIII[e] siècle, sans nom d'auteur, inséré à la suite du *Liber Charastonis* dans le Ms. 8680 A (latin) de la Bibliothèque Nationale (fol. 6 r. à fol. 7 r.).

et, fort élégamment, il en a tiré la preuve de la loi d'équilibre du levier. Galilée, dans la première journée des *Discorsi*, a exposé, postérieurement à Stevin, une déduction analogue.

Or, dès l'antiquité peut-être, dès le XIII^e siècle à coup sûr, on savait que la loi d'équilibre du levier pouvait se justifier de la sorte.

Une des nombreuses collections manuscrites (1) conservées à la Bibliothèque Nationale contient un fragment important dont l'élégante écriture gothique porte la marque du plus pur XIII^e siècle. On trouve, en ce fragment, une rédaction fort correcte du traité des poids spécifiques attribué à Archimède. Ce traité, nous l'avons dit, nous paraît apparenté au traité *De ponderoso et levi* attribué à Euclide et provenir, comme lui, de l'École d'Alexandrie.

A la suite de ce traité sur les poids spécifiques se trouvent réunies quelques propositions disparates qui pourraient bien avoir la même provenance.

La première de ces propositions a pour objet d'établir par la géométrie l'égalité que l'algèbre moderne écrirait sous la forme

$$(a - c)\, b = (a - b)\, c + (b - c)\, a.$$

Aussitôt après cette proposition vient une démonstration originale et élégante de la règle du levier ; résumons-la en quelques lignes.

On admet en principe que, quelles que soient leurs formes, deux poids égaux se font équilibre s'ils pendent aux extrémités de bras de leviers égaux.

Aux deux points a, b, équidistants du point d'appui c (fig. 77) sont suspendus deux poids égaux ; l'un d'eux, f, pendu en a, a une forme quelconque ; l'autre est un cylindre eg dont les génératrices sont horizontales ; le centre de ce cylindre est sur le fil vertical qui part du point b ;

(1) Bibliothèque Nationale (fonds latin), Ms. 7377 B.

ce cylindre est assez long pour que son extrémité g dépasse la verticale du point d'appui.

Remontons ce cylindre jusqu'à ce qu'il devienne contigu au levier et fixons-le en $e'g'$ à ce levier ; selon le postulat d'où se doit tirer notre démonstration, le levier demeurera en équilibre.

Mais il est évident que, sans troubler cet équilibre, nous

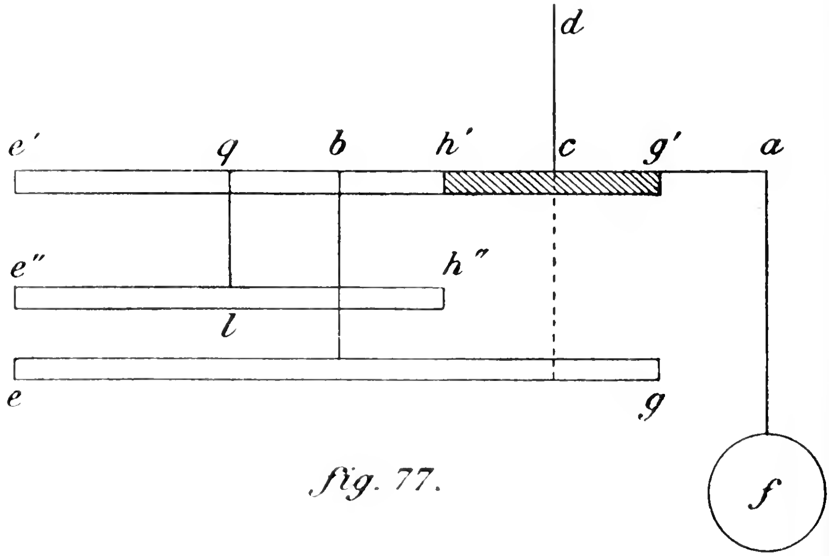

fig. 77.

pouvons retrancher de notre cylindre la portion cg' qui se trouve au delà de la verticale du point d'appui et une portion égale ch' en deçà de la même verticale ; en sorte que le cylindre $e'h'$, fixé au levier, fait équilibre au poids f, pendu en a.

Le cylindre $e'h'$, à son tour, peut, selon notre postulat, être remplacé par un cylindre égal $e''h''$ pendu à un fil qui s'attache au fléau en q, milieu de $e'h'$.

Si nous désignons par l le poids du cylindre $e'h'$ ou du cylindre $e''h''$, nous démontrerons sans peine que l'on a l'égalité

$$\frac{l}{f} = \frac{\overline{ca}}{\overline{cq}},$$

qui est la loi d'équilibre du levier.

Stevin a-t-il eu connaissance de cette démonstration ? Il ne nous est point possible de répondre à cette question. Quoi qu'il en soit, d'ailleurs, diverses conclusions nous paraissent hors de doute.

La première, c'est que Stevin a subi l'influence de ses prédécesseurs beaucoup plus souvent et beaucoup plus profondément que ses trop rares citations ne le laisseraient supposer.

La seconde, c'est que les germes semés en lui par les écrits d'autres géomètres ont pris, par ses méditations, un développement magnifique, souvent hors de proportion avec la graine dont son œuvre est issue ; en particulier, l'idée de résoudre une force en deux composantes, soupçonnée seulement par l'École de Jordanus et par Guido Ubaldo, a fourni à Stevin les théorèmes que nous admettons aujourd'hui et dont il a fait de nombreuses applications ; seul, Léonard de Vinci avait eu, avant Stevin, une vue aussi claire de la règle de composition des forces ; mais il avait lui-même méconnu sa découverte, et nul géomètre, semble-t-il, ne l'avait exhumée de ses notes.

La troisième conclusion, enfin, se peut formuler ainsi :

Malgré la complication et l'apparente rigueur de l'appareil logique que Stevin met en branle en chacune de ses démonstrations, il s'en faut de beaucoup que le géomètre de Bruges ait donné une preuve concluante de la règle selon laquelle il compose les forces concourantes ; après lui, cette règle attend encore qu'un géomètre l'établisse d'une manière entièrement convaincante ; ce sera l'œuvre de Roberval.

CHAPITRE XIII

LA STATIQUE FRANÇAISE — ROBERVAL

1. — *Salomon de Caus — Les premiers écrits du P. Mersenne — Le* Cours Mathématique *de Pierre Herigone*

A la fin du XVI[e] siècle et au début du XVII[e] siècle, l'étude de la Statique fleurit aux Pays-Bas avec Stevin et en Italie avec Galilée ; mais le premier tiers du XVII[e] siècle s'écoule avant qu'aucun écrit important touchant cette branche de la science ait été imprimé en langue française.

Les lecteurs français désireux de s'initier à la Statique et à l'Hydrostatique n'avaient guère à leur disposition (1) que *Les livres de Hierome Cardanus, médecin milanois, intitulés de la Subtilité et subtiles inventions, traduis de latin en françois par Richard le Blanc.* Bien que cet ouvrage fût quelque peu vieilli, ils ne laissaient pas, parfois, d'en faire bon usage.

En 1615, le Normand Salomon de Caux ou de Caus (1576-1630) publie un ouvrage (2) dont l'importance pour

(1) Il va sans dire que le latin était familier à tous les hommes de science et que, grâce à l'emploi de cette merveilleuse langue universelle, les traités composés à l'étranger étaient aisément lus par les mécaniciens français. Notamment, le *Mecanicorum liber* de Guido-Ubaldo parvint de très bonne heure à leur connaissance. En 1599, Henri Monantholius, médecin et professeur de mathématiques, compose un commentaire (*a*) des *Questions mécaniques* d'Aristote. En cet ouvrage, il cite non seulement Cardan et les *Exercitationes* de Scaliger, mais encore, très fréquemment, le traité de Guido-Ubaldo.

(2) *Les raisons des forces mouvantes avec diverses machines tant utilles que plaisantes aus quelles sont adioints plusieurs desseings de grotes et fontaines*, par Salomon de Caus, Ingénieur et architecte de son Altesse Palatine Electorale. A Francfort, en la boutique de Jean Norton, 1615.

(*a*) *Aristotelis Mechanica græca, emendata, latina facta, et commentariis illustrata* ab Henrico Monantholio, medico, et mathematicarum artium professore regio, ad Henricum IIII, Galliæ et Navarræ regem christianissimum. Parisiis, apud Jeremiam Perier, via Jacobæa, sub signo Bellerophontis. MDXCIX.

l'histoire de la machine à vapeur a été signalée par Arago.

En ce livre, un seul auteur moderne est cité (1) comme ayant écrit sur la Mécanique, et cet auteur est Cardan. C'est à Cardan, d'ailleurs, que sont empruntées en entier les notions d'Hydrostatique et de Statique qui précèdent la description des machines inventées ou perfectionnées par Salomon de Caus. Celui-ci s'est borné à formuler avec ordre et netteté ce que le géomètre astrologue avait énoncé pêle-mêle en son livre étrange.

Ingénieur avant tout, Salomon de Caus remarque presque exclusivement, en la Statique de Cardan, la loi de l'égalité entre le travail moteur et le travail résistant, loi que Cardan lui-même devait sans doute à Léonard de Vinci.

En un levier, par exemple, les poids qui se font équilibre sont inversement proportionnels aux arcs de cercle qu'un déplacement virtuel fait décrire à leurs points d'application. « Si ceste démonstration (2) estoit bien considérée, plusieurs hommes ne s'abuseroient en la construction de diverses machines, par lesquelles ils pensent faire eslever un grand fardeau par une petite force, ce qui est bien possible comme sera démonstré, mais il faut aussi que la petite force face d'avantage de chemin comme a esté démonstré par la précédente, et par la présente ie démonstrerai qu'il faut que ce mouvement se face en mesme temps. »

Les mêmes remarques sont faites soit à propos du levier, soit à propos des poulies (3) : « Ainsi, si l'on tire 20 pieds de corde, le fardeau ne lèvera que 10. Aussi un homme tirera aussi pesant avec ceste machine comme en feroient deux, si la machine estoit simple : mais les deux hommes tireront en mesme temps le double de la hauteur, savoir 20 pieds, avant que l'autre en aye tiré plus de dix ; et si aux

(1) Au fol. 4, *verso*, et au fol. 5, *recto*.
(2) Salomon de Caus, *Les raisons des forces mouvantes*, fol. 6, *recto*.
(3) Id., *ibid.*, fol. 7, *recto*.

moufles il y avait deux poulies, la force serait quadruple, mais aussi ne monterait le fardeau que 5 pieds en tirant 20 pieds de corde.

« Les roues dentelées (2) se font encore avec la mesme raison comme les précédentes, car en augmentant la force, l'on augmente proportionnalement le temps. » Salomon de Caus décrit alors une machine où deux axes C et E de même diamètre portent l'un un pignon de 6 dents, l'autre une roue de 48 dents, égales aux premières et engrenant avec elles. « Il faudra que le dit pignon face 8 tours contre la grande roue un, tellement que si une livre est pendue à l'axe C, elle sera esguallement balancée à 8 livres pendues à l'axe E, moyennant que lesdites axes soyent de pareille grosseur. Ainsi, quand l'on voudrait tirer 400 livres avec ladite axe E, ils ne donneroyent non plus de *travail* à tirer que 50 livres seroyent à l'axe C, aussi le pois monte 8 fois autant en l'axe C comme il ferait estant en l'axe E... tellement qu'un homme seul fera autant de force tirant un fardeau par ceste machine comme huit hommes feroient ayant chacun un axe C ; mais aussi si les huit hommes sont une heure à lever leur pois, l'homme seul sera huit heures à lever le sien. »

Pour la première fois, sans doute, depuis que l'on parle le français, le mot *travail* est prononcé avec le sens qu'il prendra dans la Mécanique de notre temps.

Le pignon à vis, le pressoir donnent encore à Salomon de Caus l'occasion de noter l'égalité qui, en toute machine, relie le travail moteur au travail résistant. Cette loi est empruntée à Cardan ; les exemples sont aussi ceux dont le célèbre astrologue a fait usage.

L'année 1634 marque une date pour l'histoire de la Statique en France. En cette même année, paruient trois livres propres à révéler aux mécaniciens de notre pays

(1) Salomon de Caus, *Les raisons des forces mouvantes*, fol. 7, *recto*.

les découvertes touchant les *Méchaniques* qui avaient vu le jour en d'autres contrées.

C'est en 1634, en effet, que B. et A. Elsevier publièrent à Leyde les *Œuvres mathématiques* de Simon Stevin, traduites, corrigées et augmentées par Albert Girard ; c'est en 1634 que Mersenne fit paraître chez Henry Guenon, à Paris, les *Méchaniques* de Galilée ; c'est en 1634 enfin, que Pierre Herigone fit imprimer, également à Paris, son *Cours mathématique*.

La publication simultanée de ces divers ouvrages fut le signal et, sans doute, l'occasion d'un mouvement puissant qui porta l'attention des géomètres français vers les lois selon lesquelles les poids se peuvent équilibrer ; sollicités par ces problèmes, ces géomètres produisirent des œuvres remarquables qui perfectionnèrent et achevèrent les solutions de leurs prédécesseurs. Ainsi naquit cette École française de Statique dont les premiers maîtres, rivaux l'un de l'autre jusqu'à la passion, furent Roberval et Descartes.

Les livres publiés en 1634 par Girard, par Mersenne et par Herigone nous font connaître les sources d'où ce courant est issu.

A sa traduction des *Méchaniques* de Galilée, Mersenne a joint diverses additions « qui seront aussi agréables que le reste (1), parce qu'elles contiennent de nouvelles spéculations, qui peuvent servir pour pénétrer les secrets de la Physique et particulièrement tout ce qui concerne les mouvements tant naturels que violents ».

En ces additions, c'est au *Mecanicorum liber* de Guido Ubaldo que Mersenne fait les plus fréquents emprunts ; il ne cache pas son admiration pour ce traité : « Ceux qui veulent seulement estudier aux méchaniques (2) doivent lire tout le 8e livre de Pappus, dans lequel il explique

(1) *Les Méchaniques de Galilée*, traduites par L. P. M. M. Espitre *(sic)* à Monsieur de Reffuge, conseiller du Roy au Parlement.

(2) *Les Méchaniques de Galilée*, traduites par L. P. M. M., p. 87.

plusieurs sortes d'instrumens ; et les livres de Guidon Ubalde, qui a le mieux de tous traité de la nature de ces instruments. »

La première addition est consacrée à exposer la notion de moment ; la forme sous laquelle cette notion nous est présentée rappelle fort celle que lui a donnée Giovanni Battista Benedetti ; et il ne serait point surprenant que Mersenne la lui eût empruntée, car, en un autre ouvrage (1), ayant à faire usage de cette même notion de moment, il ajoute à son raisonnement cette mention : « Comme fait Jean Benoist dans son 3e chapitre sur les Méchaniques. »

Pappus, Guido Ubaldo, Benedetti n'ont point seuls inspiré les additions du P. Mersenne aux *Méchaniques de Galilée*. En la Xe Addition, qui clôt le traité, il donne (2) la détermination de la pression exercée par un poids sur un plan incliné : « Lorsque l'on veut sçavoir la force dont le poids F presse le plan BC, il faut prendre la base du triangle AC et la comparer avec l'hypotenuse BC ; d'autant que la pesanteur entière du poids F est à celle par laquelle il presse le plan BC comme CB est à CA. » Ce théorème est une des propositions les plus importantes qu'ait démontrées Stevin ; les *Hypomnemata mathematica* étaient connus de Mersenne avant que Girard ne les eût traduits. Nous aurons du reste, en parlant de l'œuvre de Roberval, à revenir sur cette Xe Addition.

Que Mersenne ait connu l'œuvre de Simon Stevin avant que Girard en eût donné la traduction, nous en trouvons le témoignage et l'aveu dans un des premiers écrits du laborieux Minime.

Les Méchaniques de Galilée sont précédées d'une épître dédicatoire à M. de Reffuge, conseiller du Roy au Parle-

(1) *Seconde partie de l'Harmonie universelle*, par F. Marin Mersenne ; Paris, MDCXXXVII. Nouvelles observations physiques et mathématiques ; Ve observation, p. 17.

(2) *Les Méchaniques de Galilée*, traduites par L. P. M. M., p. 87.

ment, et cette épitre débute ainsi : « Puisqu'il y a huict ans que je vous présentay les livres de Méchaniques en latin... »

En effet, en 1626, sous le titre de *Synopsis mathematica* (1), Mersenne avait publié une suite de petits traités. Chacun de ces traités se composait d'une collection de propositions, tirées d'auteurs anciens ou modernes, et reproduites sans aucune figure ni démonstration.

Selon Nicéron (2), l'un de ces traités était intitulé : *Euclides elementorum libri ;* un autre : *Theodosii, Menelai et Maurolyci sphærica et cosmographica*. Ces deux traités manquent dans l'exemplaire de ce très rare ouvrage que nous a communiqué la Bibliothèque municipale de Bordeaux. Cet exemplaire ne contient que trois traités, dont chacun a sa pagination spéciale. L'un de ces traités comprend toutes les propositions que l'on rencontre dans les œuvres d'Archimède ; l'autre, toutes celles qui ont été démontrées par Apollonius au sujet des coniques et par Serenus au sujet des sections du cône et du cylindre ; le troisième, enfin, intitulé *Mechanicorum libri*, est celui dont Mersenne parlait dans son épitre à M. de Reffuge.

La préface, empreinte d'idées péripatéticiennes, annonce que presque tous les théorèmes de Mécanique peuvent être ramenés à cet axiome : *Rotunda machina est moventissima, et quo major, eo moventior*. Et Mersenne ajoute : « Quo ad illam divinam sphæram spe erigamur, cujus centrum ubique, circumferentia nullibi esse dicitur ; et quæ tempus ab ævo

Ire jubet, stabilisque manens dat cuncta moveri. »

Cartésien, et non plus péripatéticien, ce n'est plus

(1) *Synopsis mathematica*, ad clarissimum virum D. Jacobum Lætus, Doctorem medicum Parisiensem. Lutetiæ, ex officina Rob. Stephani. MDCXXVI, cum privilegio Regis. — Le privilège royal est accordé au P. Marin Mersenne, religieux minime, dont le nom ne figure pas en titre.

(2) Nicéron, *Mémoires pour servir à l'histoire des hommes illustres*, Paris, 1736, t. XXXIII, p. 150.

Dieu, mais l'univers que Pascal (1) devait un jour nommer « cette sphère infinie, dont le centre est partout et la circonférence nulle part ».

Ces trois livres des Mécaniques nous offrent l'inventaire probablement complet de ce que connaissait en l'an 1626, touchant la Statique, le Français le mieux informé de la science étrangère.

Le livre premier est intitulé : *De gravitatis et Universi centro;* quatre parties le composent, dont plusieurs seront de grand intérêt en l'étude que contiendra notre Chapitre XV.

La première partie s'inspire fréquemment de Guido Ubaldo ; la seconde est formée de propositions extraites du livre de Commandin sur les centres de gravité des solides ; la troisième reproduit la suite des théorèmes de Luca Valerio sur le même sujet ; enfin, l'ouvrage de J. B. Villalpand sur Jérusalem et son temple, dont nous parlerons au Chapitre XV, a fourni les énoncés de la

(1) Pascal, *Pensées*, édition Havet, art. I, 1. E. Havet dit : « Il est probable que Pascal a pris cette image dans la préface mise par Mademoiselle de Gournay à son édition des *Essais de Montaigne*, de 1635, où elle la cite, d'après Rabelais, sous le nom du Trismégiste. » On voit que, dès 1626, elle était familière à Mersenne, qui fréquentait chez Étienne Pascal. Mersenne lui-même paraît la tenir de Nicolas Müller qui, en 1617, publia une édition annotée du livre de Copernic sur les *Révolutions des orbes célestes*. En ce livre, que Mersenne paraît avoir connu, à en juger par certains passages du *Synopsis mathematica*, Nicolas Müller s'exprime ainsi (*a*) : « Forma rotunda omnium capacissima existit, perfectissima, motui aptissima, atque adeo, sola locum replet in quo movetur. Quoniam igitur mundus omnia capere debebat, seipsum motu assiduo conservare, et quidquid loci erat replere, merito formam rotundam illi attribuit summus Opifex ac Demiurgus. Rogatus quidam ut Deum definiret, haud inscite respondit : Deum esse sphæram, cujus centrum sit ubique, superficies nusquam. »

(*a*) Nicolai Copernici Torinensis *Astronomia instaurata, libris sex comprehensa, qui* DE REVOLUTIONIBUS ORBIUM COELESTIUM *inscribuntur ;* nunc demum post 75 ab obitu authoris annum integritati suæ restituta, notisque illustrata, opera et studio D. Nicolai Mulerii, Medicinæ ac Matheseos professoris ordinarii in Nova Academia quæ est Groningæ. Amstelrodami, Excudebat Wilhelmus Jansonius, sub Solari aureo. Anno MDCXVII, p. 1 : Notæ breves, authore Nicolao Mulerio.

quatrième partie, transmis par elle aux mécaniciens qui les reproduiront encore à la fin du XVII^e siècle.

Le troisième livre, *De hydrostaticis et iis quæ ad aquam pertinent,* est, en entier, emprunté à Stevin.

Le second livre est celui qui, pour le moment, nous doit le plus longuement retenir ; il est consacré, comme nous l'apprend Mersenne en sa préface, à relater des propositions dont un bon nombre ont été démontrées par Guido Ubaldo et par Stevin.

Stevin et surtout Guido Ubaldo ont, en effet, fourni la plupart des théorèmes sur la balance et sur le levier que renferme la première partie, les lois des poulies et moufles rapportées en la quatrième partie, la théorie des autres machines à laquelle est consacrée la cinquième partie ; la troisième partie, toute pénétrée de ce qu'il y a de plus obscur et de plus confus dans la Statique péripatécienne, traite *Des applications utiles et merveilleuses du cercle aux Méchaniques.*

La seconde partie mérite d'arrêter un instant notre attention.

Elle est intitulée : *De ponderibus obliquis et de viribus vectis, et libræ et aliarum machinarum ad ea reductarum. ubi et de navigatione et de Quæstionibus mechanicis Aristotelis.*

La fin de cette partie est consacrée à reproduire presque entièrement les *Quæstiones mechanicæ* d'Aristote ; mais tout ce qui précède cette reproduction est emprunté à Stevin.

Non pas que nous ayons ici la liste complète des propositions démontrées par Stevin au sujet du plan incliné et de la composition des forces ; les théorèmes insérés par Stevin dans le *Supplément à la Statique* ne sont nullement mentionnés, soit que Mersenne n'en eût pas encore connaissance, soit qu'il ne les regardât pas comme définitivement assurés.

Mersenne, en effet, ne nous laisse pas ignorer que la théorie des *poids obliques* était encore loin, en 1626, d'avoir conquis le consentement universel. « Jusqu'ici, dit-il (1), c'est à peine si l'on a pu démontrer quelque chose touchant les poids qui montent ou descendent obliquement. Nous nous contenterons donc, pour le moment, d'énoncer les propositions qui sont accordées par un grand nombre de géomètres. »

La première des propositions ainsi énoncées régit la pesanteur apparente sur un plan incliné. Mersenne la fait suivre (2) de ces réflexions, qui nous montrent combien la démonstration de Stevin était encore loin de satisfaire tous les mécaniciens :

« Stevin prouve cette proposition en montrant que, si elle n'était point vraie, le mouvement perpétuel en résulterait, ce qu'il regarde comme absurde. Mais certains prétendent qu'il s'est trompé en cela, tout comme Pappus... Ils pensent que l'on peut démontrer très clairement la fausseté de cette proposition, ainsi que l'erreur de Pappus. »

Un peu plus loin, Mersenne écrit (3) ces quelques lignes : « Mais tout cela semble reposer sur cet axiome dont, plus haut, j'ai touché un mot : la vitesse de descente de l'un des poids est à la vitesse de descente de l'autre, comme la longueur de l'un des côtés du triangle (4) est à la longueur de l'autre ; en effet, deux descentes sont égales lorsqu'elles correspondent à une même diminution de la distance au centre ; or, plus le côté du triangle ou, ce qui revient au même, plus le plan est oblique, plus aussi ce côté est long ; la descente du corps grave qui suit ce côté en est d'autant plus lente, et d'autant plus lente l'approche vers le centre de l'univers. »

Il est impossible de se méprendre sur le sens de ce pas-

(1) Le P. Marin Mersenne, *Synopsis mathematica, Mechanicorum libri*, p. 137.

(2) Id., *ibid.*, p. 138.

(3) Id., *ibid.*, p. 141.

(4) Le triangle qui a pour côtés la ligne de plus grande pente du plan incliné, la verticale et l'horizontale.

sage ; la démonstration de la loi du plan incliné qui y est esquissée est celle que Galilée indique dans l'écrit *Della Scienza meccanica*, que Mersenne devait traduire en 1634.

Faut-il en conclure que Mersenne eût en mains, dès 1626, un manuscrit du traité de Galilée ? Tout nous porte à écarter cette interprétation. Non seulement le nom de Galilée ne figure pas dans le *Synopsis*, mais, hors le passage que nous venons de citer, nous n'y relevons aucune proposition qui porte la marque du grand géomètre florentin. Enfin, au début de la traduction des *Méchaniques de Galilée*, qu'il donne en 1634, Mersenne écrit à M. de Reffuge : « Puisqu'il y a huict ans que je vous présentay les livres de Méchaniques en latin, et que je fais voir le jour à ce nouveau traitté de Galilée, qui donne de nouvelles lumières à cette science... » Cette phrase semble bien indiquer que le *Della Scienza meccanica* n'est venu à la connaissance de Mersenne qu'après la publication du *Synopsis*.

Il en faut donc conclure que Mersenne est parvenu par ses propres méditations à la théorie du plan incliné que Galilée a imaginée de son côté ; et, à vrai dire, l'invention de cette démonstration n'était guère malaisée ; il suffisait de prendre le raisonnement du Précurseur de Léonard de Vinci, raisonnement que Tartaglia avait publié dans les *Quesiti et inventione diversi*, que Curtius Trojanus avait donné dans le *Jordani opusculum de ponderositate*, et d'y substituer les vitesses aux chemins parcourus, substitution familière aux lecteurs de Guido Ubaldo. Mersenne était donc fort capable de découvrir, à lui seul, la démonstration trop vantée de Galilée.

Ainsi l'argumentation de Simon Stevin n'avait point entièrement supplanté, auprès des géomètres français, l'antique et solide raisonnement construit par l'École de Jordanus. Nous en aurons une nouvelle preuve en étudiant le *Cours mathématique* de Pierre Herigone.

Nous savons peu de choses sur ce mathématicien. Un épisode de sa carrière de géomètre nous est seul connu. Herigone fit partie d'une commission chargée d'examiner la méthode, proposée par Morin, pour prendre les longitudes en mer; le 30 mars 1634, la commission rejeta le procédé de Morin; cette décision provoqua la publication (1) des *Lettres escrites au Sr Morin par les plus célèbres astronomes de France approuvans son invention des longitudes, contre la dernière sentence rendue sur ce subject par les sieurs Pascal, Mydorge, Beaugrand, Boulanger et Herigone, commissaires députez pour en juger.*

En 1634, Pierre Herigone publia un cours complet de mathématiques en cinq volumes (2). Ce cours était rédigé à la fois en latin et en français ; de plus, les démonstrations étaient exposées au moyen d'abréviations et de symboles, grâce auxquels, selon l'auteur, elles pouvaient « estre entenduës facilement sans l'usage d'aucune langue ». La notation adoptée par Herigone n'a presque aucune analogie avec la notation algébrique usitée de nos jours ; ainsi, là où nous employons les trois signes $=$, $>$, $<$, Herigone écrivait 2/2, 3/2, 2/3.

Ce cours, bien oublié aujourd'hui, eut assurément en son temps une certaine vogue. Le 26 février 1639, Debeaune écrit à Mersenne (3) : « Touchant Mr de Beaugrand, je vous advoue que j'ai beaucoup apris de ceste géométrie de Mr Des Cartes et que je ne sçavois que ce que j'avois apris de l'algèbre d'Herigone. » Après avoir été

(1) A Paris, chez Morin et Libert, 1634.

(2) *Cursus mathematicus, nova, brevi, et clara methodo demonstratus, per notas reales et universales, citra usum cujuscunque idiomatis, intellectu faciles. — Cours mathématique démontré d'une nouvelle, briefve et claire méthode, par notes réelles et universelles, qui peuvent estre entenduës facilement sans l'usage d'aucune langue;* par Pierre Herigone, mathématicien. Paris, MDCXXXIV.

(3) Descartes, *Œuvres*, publiées par Ch. Adam et P. Tannery; *Correspondance*, t. V, p. 532.

accru de deux suppléments, l'ouvrage de Pierre Herigone dut être réimprimé à Paris, chez Simon Piget, en 1644.

La partie de cet ouvrage qui nous intéresse est le tome troisième du *Cours mathématique, contenant la construction des tables des sinus, et logarithmes, avec leur usage aux intérests, et en la mesure des triangles rectilignes ; la géométrie practique ; les fortifications ; la milice ; et les méchaniques.*

Aucun nom d'auteur n'est cité en la partie du cours qui est intitulée : *Mechanica.— Les Méchaniques*. Cependant, il ne nous est point difficile de reconnaître les influences diverses que Pierre Herigone a subies lorsqu'il a rédigé ce chapitre.

Tout d'abord, l'influence de Guido Ubaldo est en évidence ; le *Mecanicorum liber* est constamment aux mains d'Herigone ; le texte latin de la proposition VI des *Mechanica* reproduit, sans y changer une syllabe, le texte de la huitième proposition consacrée au levier par le marquis del Monte ; c'est également au traité de ce dernier que sont empruntés les divers problèmes sur la balance qui se groupent autour des propositions III et IV.

Des découvertes de Galilée, il ne paraît pas qu'Herigone ait eu la moindre connaissance ; pas une ligne du *Cours mathématique* ne reflète une pensée de l'illustre Florentin. Au contraire, à la Statique de Stevin le géomètre français a fait de larges emprunts ; l'analyse qui va suivre nous le montrera.

Elle nous fera découvrir également une troisième source de la science d'Herigone ; la Statique de l'École de Jordanus ne lui est point demeurée inconnue ; la démonstration de la règle du levier imaginée par Jordanus de Nemore, la démonstration de la loi du plan incliné construite par le Précurseur de Léonard sont parvenues jusqu'à lui et il a su en tirer parti. Comment en a-t-il eu connaissance ? Est-ce par l'étude des *Quesiti et inventioni diverse* de Tartaglia ? Est-ce par la lecture du *Jordani de* *ponderositate* édité par Curtius Trojanus ? Est-ce, enfin, par l'examen direct de quelqu'ancien manuscrit ? A ces questions, il nous sera peut-être possible de répondre tout à l'heure, au moins d'une manière vraisemblable.

Le point de départ de la Statique de Pierre Herigone, c'est la loi de l'équilibre du levier ; cette loi, il l'obtient (1) par l'élégante démonstration que Stevin a proposée.

La proposition qui formule cette loi est tout aussitôt suivie de cette autre (2) :

« Aux poids équilibres, comme le plus pesant est au plus léger, ainsi l'espace du plus léger est à l'espace du plus pesant ; ainsi aussi est la perpendiculaire du mouvement du plus léger à la perpendiculaire du mouvement du plus pesant. »

Cette dernière remarque est celle sur laquelle Jordanus a fondé la loi de l'équilibre du levier. Herigone nela prend point pour fondement de cette loi. Au contraire, de la loi du levier établie à la manière de Stevin, il déduit comme conséquence ce dont Jordanus fait un principe. L'intention qui le porte à présenter ses pensées dans cet ordre est bien manifeste ; il a voulu justifier dans un cas particulier la proposition dont il fera, par la suite, une hypothèse générale : « Aux poids en équilibre, comme le plus pesant est au plus léger, ainsi est la perpendiculaire du mouvement du plus léger à la perpendiculaire du mouvement du plus pesant. »

Cette hypothèse, Léonard de Vinci l'avait, à plusieurs reprises, fort nettement formulée ; mais il la mêlait avec l'hypothèse d'Aristote, où le rapport des *vitesses* virtuelles fait connaître le rapport des poids en équilibre ; Cardan avait moins nettement encore distingué ces deux hypothèses ; Guido Ubaldo, qui les réduisait à n'être plus que des corollaires, s'appliquait à les mettre toujours sur le

(1) Herigone, *loc. cit.*, proposition I.
(2) Id., *ibid.*, proposition II.

même plan ; Stevin, repoussant l'hypothèse d'Aristote, avait réduit le principe de Jordanus à n'être plus qu'une courte remarque mise à la fin de la théorie des moufles, tandis que Galilée reprenait presqu'exclusivement l'énoncé péripatéticien relatif aux vitesses. Pour la première fois donc, depuis le moyen âge, le principe de Jordanus était remis en pleine vigueur.

Ce n'est pas qu'Herigone omît toute allusion au rapport des vitesses virtuelles ; mais cette allusion, il la réduisait à un très court corollaire, subordonné à la proposition précédente et formulé en ces termes :

« *Corollaire* : D'où il appert que le temps du mouvement d'un poids est d'autant plus long que le poids se meut facilement, et d'autant plus court qu'il se meut difficilement, et au contraire. »

C'est la comparaison entre les chemins parcourus, et non la comparaison entre les vitesses, qu'invoque Herigone lorsqu'il veut connaître, en une machine simple, le rapport entre la puissance et la résistance ; témoins ces citations (1) :

« *De la viz infinie*. La proportion de la puissance au poids se trouvera aussi en cet instrument, en supputant les mouvements que font en même temps la puissance et le fardeau.

» *De la multiplication de la puissance de l'agent par le moyen des rouës à dents*. Aux rouës, de mesme qu'aux autres instruments, le poids est à la puissance qui le soustient, comme l'espace de la puissance à l'espace du poids. »

L'application la plus importante que fasse Herigone du principe de Jordanus est la démonstration de la loi du plan incliné. Voici cette démonstration (2) :

« Si la ligne droicte menée du sommet d'un triangle à sa base est perpendiculaire à l'horizon, les poids qui ont

(1) Herigone, *loc. cit.*, propositions XV et XVI.
(2) Id., *ibid.*, proposition VIII.

mesme proportion entr'eux que les costez du triangle sur lesquels ils sont soutenus, sont équilibres.

« Car en mesme temps que le poids G (fig. 78) descend du poinct C au poinct B, le poids D monte du poinct A au poinct E et, par conséquent, BC sera la perpendiculaire du poids G et EF du poids D ; partant, puisque D est à G comme la perpendiculaire BC à la perpendiculaire EF, les poids D et G seront équilibres à raison de leurs situations. »

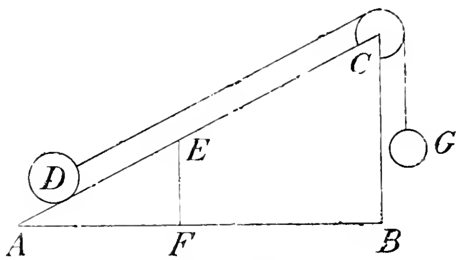

fig. 78.

Cette déduction est essentiellement celle qu'a imaginée ce grand mécanicien inconnu, appartenant à l'École de Jordanus, que nous avons nommé le Précurseur de Léonard de Vinci ; l'influence exercée sur Herigone par le géomètre du moyen âge est, ici, bien visible ; elle se manifeste jusque dans les mots : « Les poids D et G seront équilibres à raison de leurs situations — *erunt situ æquilibria* », qui nous rappellent la *gravitas secundum situm* traitée en la Statique du XIII^e siècle.

Les principes les plus féconds de l'École de Jordanus sont donc sûrement venus à la connaissance d'Herigone ; ils ont dû, également, pénétrer jusqu'aux divers géomètres français de son époque et nous pouvons citer les démonstrations de Jordanus et du Précurseur de Léonard au nombre des sources qui ont, en France, accru le progrès de la Statique ; le cours d'Herigone, d'ailleurs, a grandement contribué à répandre les idées issues de ces sources.

Herigone ne connaît pas seulement, pour justifier la loi du plan incliné, la démonstration, si simple et si rigoureuse, du Précurseur de Léonard ; il connaît également l'ingénieuse démonstration de Stevin et l'expose à sa manière : « *Autre démonstration de la proposition huictiesme.* Si les poids proportionnaux aux costez d'un triangle n'estoient équilibres, le mouvement perpétuel se pourroit faire à l'entour d'un triangle, ce qui est absurde, veu que

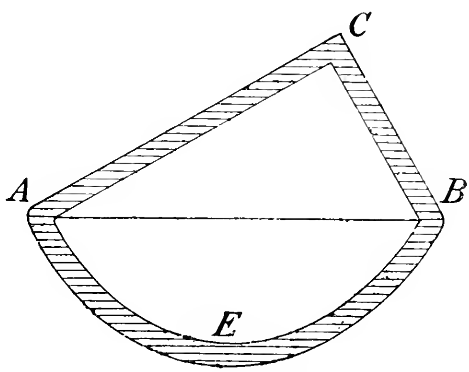

fig. 79.

la nature n'entreprend rien qu'elle n'en devienne à bout. Partant, les poids proportionnaux aux costez d'un triangle sont équilibres.

» Que le mouvement perpétuel se pourroit faire à l'entour d'un triangle, si les poids proportionaux aux costez du triangle n'estoient équilibres, on monstrera ainsi :

» Soit imaginé que BCAEB (fig. 79) est un tuyau de mesme grosseur plein d'eau ou d'autre matière dont l'attouchement ne l'empesche aucunement de couler. A cause que AB est supposé être parallèle à l'horizon, l'eau du tuyau AEB sera équilibre et la pesanteur de l'eau du tuyau CB sera comme la longueur du tuyau AC à la longueur du tuyau

CB, à cause que l'eau est un corps homogène et qu'il est supposé que le tuyau est de mesme grosseur partout.

« Maintenant, si l'on suppose que la puissance de descendre de l'eau de l'un des costez, par exemple du costé AC, soit plus grande que la puissance de descendre de l'eau de l'autre costé CB, l'eau du tuyau AC descendra, et l'eau du tuyau BC succédera en sa place ; et par ainsi, le tuyau AC sera tousjours plein d'eau ; et aura tousjours plus grande puissance de descendre que l'eau du tuyau CB, et par conséquent le mouvement sera continu, ce qui est absurde. Partant, puisqu'il n'y peut avoir de mouvement perpétuel en l'eau du tuyau, il est nécessaire que la puissance de descendre de l'eau du tuyau AC soit égale à la puissance de descendre de l'eau du tuyau CB, ce qu'il fallait démonstrer. »

Au chapelet de boules considéré par Stevin, Herigone a substitué une colonne liquide, partout de même section ; l'innovation est fâcheuse ; on pourrait, tout aussi bien, supposer que les deux tuyaux AC, BC, fussent de grosseur différente ; l'équilibre du liquide n'en subsisterait pas moins ; si donc la démonstration d'Herigone était concluante, elle permettrait de prouver que, sur deux plans inclinés d'une manière quelconque, deux poids quelconques se tiennent en équilibre.

L'ignorance des lois de l'Hydrostatique qu'Herigone manifeste ici se montre également dans les quelques pages, intitulées *Les principes ou axiomes des spiritales*, qu'il leur consacre à la fin de ses *Méchaniques* ; il n'a point su emprunter à Stevin la connaissance exacte des propriétés des fluides,

Ce n'est pas, à coup sûr, en lisant l'Hydrostatique de Stevin qu'Herigone avait conçu l'idée de modifier, assez malheureusement d'ailleurs, la théorie du plan incliné donnée par le grand géomètre de Bruges. Nous pouvons supposer, avec une très grande vraisemblance, que cette modification lui a encore été suggérée par un auteur du XIIIe siècle.

Nous avons vu qu'Herigone avait sûrement connu le traité de Mécanique composé, dès cette époque, par le Précurseur de Léonard de Vinci. Or, un des textes (1), copiés au XIIIe siècle, qui nous ont fait connaître ce traité présente une particularité intéressante ; au bas de la page où la première partie du traité se termine par la belle solution du problème du plan incliné qu'Herigone a reproduite, un annotateur, qui écrivait aussi au XIIIe siècle, a apposé ce qui suit :

« Remarquez qu'une conséquence découle nécessairement de la dernière proposition de cette partie : Que l'on prenne deux canaux de même grosseur, entièrement semblables ; qu'on les réunisse de telle sorte qu'ils fassent un angle ; qu'on les remplisse d'eau ; enfin que l'on mette une des extrémités en rapport avec une masse d'eau et cela, de telle sorte que les deux extrémités se trouvent à une même distance du plan horizontal. L'eau se tiendra en équilibre et ne descendra pas. Si l'on abaisse un peu au dessous de la ligne équidistante à l'horizon l'extrémité qui ne plonge pas dans l'eau, l'eau coulera de ce côté. Il suit donc de là que, par le moyen de tels instruments, l'eau ne peut ni descendre en un lieu plus élevé que sa propre origine, ni en un lieu de même hauteur ; il faut nécessairement qu'il soit plus bas. »

Rapprochée de la solution du problème du plan incliné donnée par Stevin, cette théorie du siphon fournissait de suite la démonstration imaginée par Herigone. Il semble donc entièrement vraisemblable qu'Herigone avait lu le passage que nous venons de citer.

On en est encore mieux convaincu lorsqu'on examine le peu qu'il a écrit sur l'Hydrostatique ; parmi les *Principes ou axiomes des spiritales*, nous trouvons celui-ci, qui

(1) Bibliothèque Nationale. Ms. n° 8680 A (fonds latin).

porte le numéro III : « L'eau du tuyau dont la perpendiculaire est plus longue pèse plus que l'eau du tuyau dont la perpendiculaire est plus courte. » Et plus loin, parmi les *Conséquences*, nous lisons : « Du troisième axiome s'ensuit, que si ABC (fig. 80) est un siphon plein d'eau, dont l'extrémité A soit plongée dans l'eau du vaisseau DF, et l'autre extrémité C soit plus basse que l'extrémité A, tout l'eau de vaisseau DF qui sera plus haute que l'extrémité A sortira par le siphon ABC. »

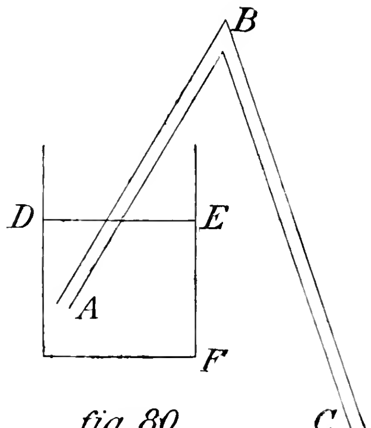

fig. 80.

Visiblement, les connaissances d'Herigone au sujet du siphon sont les mêmes que celles de notre annotateur du XIIIe siècle.

Herigone a donc beaucoup emprunté, lorsqu'il a rédigé son *Cours mathématique*, aux Mécaniciens de l'École de Jordanus. Il a grandement contribué à répandre leur principe le plus fécond parmi les géomètres du XVIIe siècle. C'est, sans doute, par lui surtout que ce principe est parvenu à la connaissance de Descartes, qui l'a pris pour fondement de la Statique tout entière.

C'est de Stevin qu'Herigone tient les diverses propositions dont il nous reste à parler.

La première est un corollaire de la théorie du plan incliné ; avec quelle force ce plan est-il pressé par le poids qu'il porte ? La réponse (1) est celle qu'a donnée Stevin : « D'ici il appert que la pesanteur du poids D (fig. 81) à la pesanteur par laquelle il presse la ligne AC est comme AC à AF. » De cette proposition exacte Stevin n'avait point donné de démonstration convaincante ; Herigone va-t-il être plus heureux ? Au plan incliné AC, il associe un second plan incliné BC qui lui soit perpendiculaire, et dit : « Puisque le poids D presse contre le côté AC autant

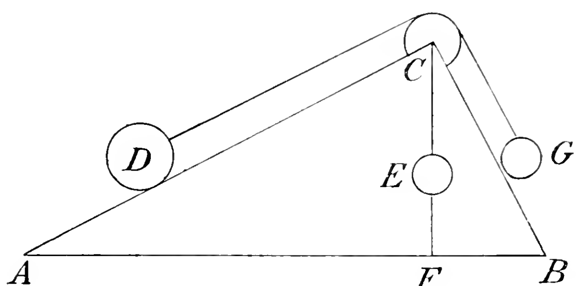

fig. 81.

que le poids G tire la ligne CG, et que le poids E pèse autant que le poids G tire CG, la vérité du corollaire est manifeste. » Ce n'est pas même un semblant de démonstration.

On peut soutenir le poids D sur le plan AC (fig. 82) par une traction exercée suivant la ligne DL, parallèle aux lignes de plus grande pente du plan ; mais on peut également exercer la traction Q suivant la ligne DP qui fait, au-dessus de DL, l'angle DPL ; ou bien encore la traction H, suivant la ligne DI qui fait, au-dessous de DL, l'angle LDI. Quelle règle fera connaître les poids Q, H ? Cette règle, Stevin l'avait exactement formulée, sans pouvoir l'établir par un raisonnement satisfaisant. Heri-

(1) Herigone, *loc. cit.*, proposition VIII, corollaire.

gone la postule (1) purement et simplement. Il mène le plan incliné BC qui fait, avec la verticale CE, un angle BCE égal aux angles PDL, LDI et il admet que les poids Q, H sont tous deux égaux au poids G capable, en glissant sur le plan BC, de faire équilibre au poids D.

De ces propositions relatives au plan incliné, Stevin avait montré comment on peut tirer la règle selon laquelle se composent deux forces concourantes ; cette règle, Herigone la donne également (2).

Le *Cours mathématique* d'Herigone a certainement

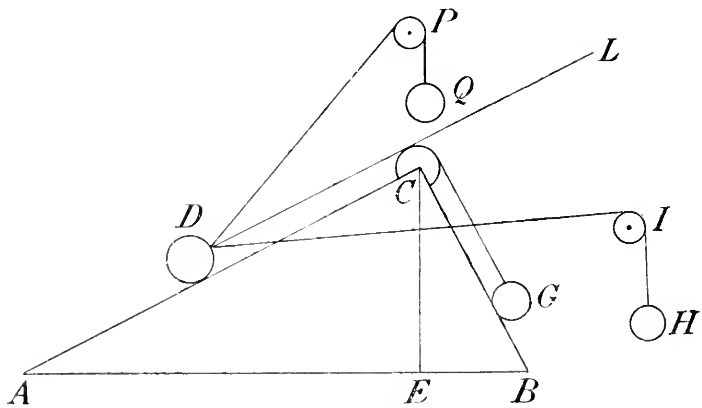

fig. 82.

contribué, à un très haut degré, à publier les plus importantes découvertes que Stevin ait faites en Physique. Aussi le nom d'Herigone se trouve-t-il associé à celui de Stevin soit par Borelli qui attaque (3) la loi de composition des forces donnée par le géomètre de Bruges, soit par Varignon, qui la défend (4).

(1) Herigone, *loc. cit.*, p. 306.
(2) Herigone, *loc. cit*, proposition XII.
(3) Joh. Alphonsi Borelli neapolitani, matheseos professoris, *De motu animalium*; Pars prima, Cap. XIII, Digressio ad Propositionem LXIX; Romæ, MDCLXXX.
(4) Varignon, *Nouvelle Mécanique ou Statique* dont le projet fut donné en MDCLXXXVII. Tome second, p. 453. Paris, MDCCXXV.

Mais Herigone n'ajouta rien à ce que Stevin avait démontré ; il laissa béantes les lacunes que présentaient les déductions de son illustre prédécesseur. Roberval allait les combler.

2. *Gilles Persone de Roberval (1602-1675)*

Une seule fois, en sa vie, Roberval fit imprimer un livre qui fût exclusivement consacré à l'un de ses écrits ; encore, n'osa-t-il point s'avouer pleinement l'auteur de cet ouvrage ; il feignit de le donner pour la publication d'un antique traité composé par Aristarque de Samos et il ne réclama pour lui-même que le rôle d'éditeur et d'annotateur (1). Pour découvrir ses travaux sur la Statique, il les faut chercher parmi les écrits du P. Mersenne.

Marin Mersenne (1588-1648) est une des plus curieuses figures de la première moitié du XVII^e^ siècle. Après avoir été condisciple de Descartes au Collège de la Flèche, il avait pris l'habit religieux dans l'ordre des Minimes. Doué d'une infatigable activité, d'un amour passionné pour les sciences, il entretenait une incessante correspondance avec tous les géomètres et tous les physiciens que la France comptait à cette époque. Cette correspondance tenait vraiment, dans le monde intellectuel de ce temps, le rôle que joue aujourd'hui la presse scientifique. Par elle, un continuel commerce d'idées s'établissait entre la capitale et la province, un constant échange de découvertes et de controverses mettait en rapport les géomètres

(1) *Aristarchii Samii de Mundi systemate, partibus et motibus cujusdem, libellus*. Adjectæ sunt Æ. P. de Roberval, Mathem Scient. in Collegio Regio Franciæ professoris, notæ in eundem libellum. Parisiis, sumptibus vir. ampliss. Væneunt apud Antonium Bertier, viâ Jacobeâ, sub signo Fortunæ ; MDCXLIV.

Une deuxième édition est insérée dans : *Novarum observationum physico-mathematicarum* F. Marini Mersenni, Minimi, tomus III ; quibus accessit *Aristarchus Samius, de Mundi Systemate* ; Parisiis, sumptibus Antonii Bertier, viâ Jacobeâ, sub signo Fortunæ ; MDCXLVII.

de Paris. Étienne et Blaise Pascal, Beaugrand, Roberval, avec le Lyonnais Des Argues, avec Fermat, conseiller au parlement de Toulouse, avec Jean Rey, médecin au Bugue en Périgord, enfin avec Descartes, retiré au fond de la Hollande, en un volontaire et orgueilleux exil. En ses nombreux livres, dont la plupart étaient consacrés à l'Acoustique et à la Musique, il accueillait, pour les répandre, les recherches les plus diverses, mais particulièrement celles qui concernaient la Physique et la Mécanique ; non seulement il y exposait les trouvailles de ses compatriotes, de Fermat, de Roberval, de Descartes, mais encore il y rendait compte de mainte œuvre étrangère ; il contribua grandement à faire connaître en France les progrès accomplis en Statique, en Hydrostatique, en Dynamique par Simon Stevin, par Giovanni-Battista Benedetti, par Guido Ubaldo, par Villalpand, par Galilée ; c'est grâce au P. Mersenne, enfin, que Blaise Pascal connut l'expérience du vif-argent, accomplie par Torricelli.

Dès 1627, le P. Marin Mersenne avait publié (1) un *Traité de l'Harmonie universelle, où est contenuë la musique théorique et pratique des anciens et modernes*. En 1634, en même temps qu'il donnait la traduction des *Méchaniques* de Galilée, il produisait (2) les *Préludes de l'Harmonie universelle, ou questions curieuses, utiles aux prédicateurs, aux théologiens, aux astrologues, aux médecins et aux philosophes*.

L'année 1636 vit paraître à Paris, chez Guillaume Baudry, les *F. Marini Mersenni, ordinis Minim., Harmonicorum libri*, dont la seconde partie s'intitulait : *Harmonicorum instrumentorum libri IV*. Ornés d'une nouvelle dédicace et d'une préface, reliés ensemble sous un nouveau

(1) Cf. Nicéron, *Mémoires pour servir à l'histoire des hommes illustres*, Paris, 1736 ; t. XXXIII, p. 150.

(2) A Paris, chez Henry Guenon, ruë S. Jacques, près les Jacobins, à l'image S. Bernard, MDCXXXIV.

frontispice, ces deux volumes étaient vendus de nouveau en 1648, comme une *editio aucta*, sous le titre : *Harmonicorum libri XII.*

Mais auparavant, les *Harmonicorum libri*, traduits en français et enrichis de diverses additions, avaient fourni la matière d'un volumineux traité dont le premier tome parut à Paris, en 1636, sous le titre d'*Harmonie universelle*, dont le second tome fut imprimé en 1637 sous le titre de *Seconde partie de l'Harmonie universelle* (1).

C'est en la première partie de l'*Harmonie universelle* (2) que se trouve inséré, avec une pagination spéciale, le *Traité de Méchanique ; des poids soustenus par des puissances sur les plans inclinez à l'horizon ; des puissances qui soutiennent un poids suspendu à deux chordes ; par G. Pers. de Roberval, Professeur royal ès Mathématiques au Collège de Maistre Gervais, et en la chaire de Ramus au Collège Royal de France.*

Les seuls auteurs que Roberval cite en ce petit traité sont « Archimède, Guid-Ubalde et Luc Valère » ; à ceux-là, cependant, il n'a presque rien emprunté ; selon le fâcheux usage du temps, ceux dont il s'est inspiré, il s'est

(1) On trouve une notice très détaillée sur les *Harmonicorum libri*, et sur l'*Harmonie universelle* de Mersenne dans Brunet, *Manuel du Libraire et de l'Amateur de livres*, 5e édition, 1862, article Mersenne, p. 1662. Cette notice est due à M. Paulin Richard, de la Bibliothèque Nationale. Les exemplaires que possède la Bibliothèque municipale de Bordeaux nous ont permis de contrôler la minutieuse exactitude de cette notice. — Certaines parties de l'*Harmonie universelle* furent imprimées, ou du moins composées, avant 1636. A la dernière page de sa traduction des *Méchaniques de Galilée*, imprimée en 1634, Mersenne renvoie à un passage de la première partie de l'*Harmonie universelle*.

(2) Cette partie étant celle qui nous intéresse particulièrement, nous en donnons le titre complet :

Harmonie universelle, contenant la théorie et la pratique de la Musique, où est traité de la nature des sons, et des mouvemens, des consonances, des genres, des modes, de la composition, de la voix, des chants, et de toutes sortes d'instrumens harmoniques ; par F. Marin Mersenne, de l'ordre des Minimes. A Paris, chez Sébastien Cramoisy, Imprimeur ordinaire du Roy, ruë S. Jacques, aux Cicognes. MDCXXXVI.

bien gardé d'en faire mention. Nous pouvons aisément suppléer à ce silence.

En premier lieu, Roberval connaissait assurément, et fort bien, la *Statique* de Simon Stevin ; son *Traité de Méchanique* est comme un complément apporté à cette œuvre capitale ; il a pour unique objet de prouver d'une manière convaincante les propositions que le géomètre de Bruges avait énoncées sans démonstration suffisante.

En second lieu, Roberval est également en possession des méthodes employées par Galilée en sa *Mécanique ;* le

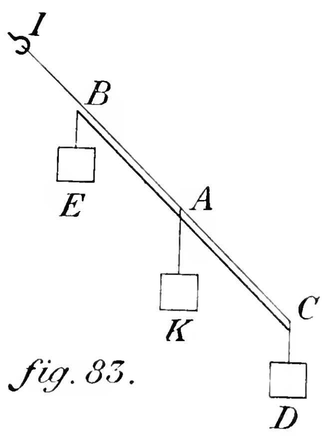

fig. 83.

procédé par lequel il justifie les propositions que Stevin n'avait pas su déduire de ses principes est imité, de très près, de celui par lequel Galilée avait ramené le problème du plan incliné au problème du levier.

Enfin, il introduit la notion de moment d'une manière qui rappelle les raisonnements de Giovanni-Battista Benedetti ; il avait assurément lu cet auteur que, vers la même époque, Mersenne suivait et citait.

Le petit traité de Roberval — il n'a que 36 pages — est un saisissant exemple de cette fausse rigueur à laquelle se laissent trop souvent prendre les physiciens épris de la méthode géométrique ; un grand luxe d'axiomes, un appareil déductif savant et compliqué ne servent parfois qu'à dissimuler certaines hypothèses essentielles ; et il n'est pas rare que celles-ci consistent, ou à peu près, à admettre ce qui est en question.

Ainsi, Roberval admet qu'il revient au même, pour l'équilibre du levier à bras égaux CAB (fig. 83), que les deux poids A et D soient fixement attachés en B et en C ; ou bien que le poids D soit tenu par une corde qui glisse sur le bras de levier AC, passe en A sur une petite poulie et porte un second poids K ; ou bien que cette corde, prolongée au delà de B, y soit retenue par un crochet I ; ou bien, enfin, que ce poids C repose sur un plan incliné normal à AC. Épargnant au lecteur l'embarras de préliminaires absolument inutiles, Roberval aurait pu, à l'exemple de Galilée, admettre d'emblée cette dernière supposition ; en effet, elle fournit sans peine la solution des problèmes qu'il se propose d'examiner. Il aurait pu aussi, fondant en un seul postulat ses axiomes multiples, admettre que deux liaisons distinctes, appliquées à un même poids, sont équivalentes lorsque la trajectoire virtuelle que l'une d'elles trace à ce poids est tangente au chemin virtuel que l'autre lui impose. Roberval use de certaines conséquences fournies par ce postulat, comme l'ont fait avant lui Léonard de Vinci et Galilée, mais il laisse à Descartes le soin de l'énoncer explicitement et sous une forme générale.

Si l'on admet qu'il revient au même, pour un poids D, d'être assujetti à glisser sur le plan incliné AB (fig. 84) ou d'être attaché à l'extrémité D du bras de levier CD, normal à AB, et mobile autour du point C, il devient extrêmement aisé de résoudre les deux problèmes que Roberval énonce ainsi (1) :

« Proposition I. *Estant donné un plan incliné à l'horizon, et l'angle de l'inclination estant cogneu, trouver une puissance, laquelle tirant, ou poussant par une ligne de*

(1) G. P. de Roberval, *Traité de Méchanique*, pp. 7 et 15.

direction parallèle au plan incliné, soustienne un poids donné sur le mesme plan.

» Proposition II. *Quand la ligne de direction par laquelle soustient un poids sur un plan incliné n'est pas parallèle au même plan, l'inclination du plan et le poids estant donnés, trouver la puissance.* »

Pour résoudre ces problèmes, en effet, il suffit d'appliquer la loi générale de l'équilibre d'un *circonvolubile*, que Benedetti a sans doute empruntée à Léonard de Vinci,

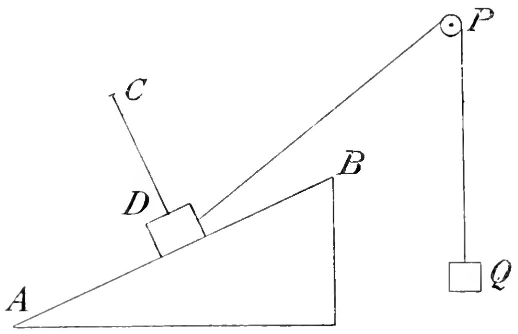

fig. 84

et d'écrire que le poids vertical D a même moment par rapport au point C que la traction Q, dirigée suivant DP ; et c'est bien, en effet, cette solution que donne Roberval, non sans l'embarrasser de détours inutiles.

Aux deux précédents problèmes se ramène sans peine une troisième question que Roberval énonce (1) sous la forme suivante :

« Proposition III. *Estant donné un poids soustenu par deux chordes, ou par deux appuys, desquels la position soit donnée, trouver quelle puissance il faut à chacune chorde, ou à chacun appuy.* »

1) G P. de Roberval, *Traité de Méchanique*, p. 21.

Roberval traite ce problème de la décomposition d'une force par le procédé suivant :

La corde AB (fig. 85) est fixée à un arrêt en A. Quelle traction Q faut-il exercer sur la corde C pour maintenir en équilibre le poids P ?

D'après les axiomes que Roberval a formulés sur l'équivalence des liaisons, au lieu de supposer le poids P retenu par la corde AB, on peut imaginer qu'il glisse sur un plan incliné normal à AB. La solution cherchée se tire

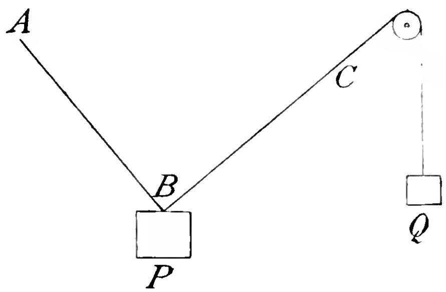

fig. 85.

alors immédiatement de celles qui ont été précédemment données.

Cette solution entraîne diverses conséquences que Roberval formule (1) en ces termes :

« *Corollaire.* On remarquera donc qu'en tous les cas, on tire de chacune puissance deux perpendiculaires, l'une sur la ligne de direction du poids, l'autre sur la chorde de l'autre puissance ; et que dans les raisons du poids aux puissances, le poids est homologue aux perpendiculaires tombantes sur les chordes des puissances, et les puissances sont homologues aux perpendiculaires tombant sur la ligne de direction du poids...

(1) G. P. de Roberval, *Traité de Méchanique*, pp. 24, 27 et 28.

« *Scholie II*. En ce second scholie, nous démonstrerons, en général, qu'en quelque disposition que soient le poids et les puissances qui se soustiennent sur deux chordes, pourveu que les chordes ne soient pas entre elles en ligne droite, le poids et les deux puissances sont toujours homologues aux trois costez d'un triangle...

» Que si de quelque point pris en la ligne de direction du poids, on mène une ligne parallèle à l'une des chordes jusques à l'autre chorde, le triangle formé de cette parallèle, de la ligne de direction et de la chorde, sera semblable au triangle susdit, et par conséquent seront homologues au poids et aux deux puissances ; ce qu'un géomètre prouvera facilement, avec plusieurs autres propriétez que nous laissons. »

Voilà donc, nettement énoncées et démontrées, les règles de la composition des forces que Stevin avait formulées, mais qu'il n'avait pu étayer de démonstrations convaincantes. Roberval a construit sa preuve en ramenant l'équilibre d'un poids soutenu par une corde à l'équilibre d'un poids glissant sur un plan incliné, et ce dernier à l'équilibre d'un poids pendu à l'extrémité d'un bras de levier ; il eût fort bien pu épargner un intermédiaire inutile et éviter la considération du plan incliné ; il eût réduit immédiatement l'équilibre d'un poids soutenu par des cordes à l'équilibre d'un poids pendu à l'extrémité d'un bras de levier. La démonstration plus directe qui eût été composée de la sorte eût présenté une grande analogie avec celle que Léonard de Vinci avait proposée (1).

A ne considérer que ce qu'il y a d'essentiel en toutes deux, la démonstration de Roberval et celle de Léonard de Vinci se confondent ; celle-ci a sur celle-là l'avantage d'être plus immédiate, d'éviter plus parfaitement les détours oiseux.

Léonard, nous l'avons vu, avait malencontreusement

(1) Cf. Chapitre VIII, 2.

abandonné la loi de la composition des forces dont il avait donné une si ingénieuse démonstration. Il a fallu les efforts successifs de Stevin et de Roberval pour retrouver la vérité qu'il avait laissé échapper, après l'avoir un instant tenue entre ses mains.

Roberval n'a pas donné seulement de la composition des forces la démonstration que nous venons d'analyser, il en a également fait connaître une autre ; l'importance

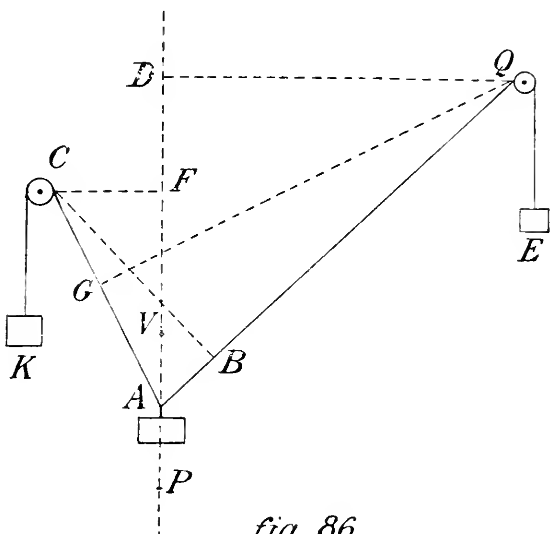

fig. 86.

de cette preuve nouvelle, aussi bien que la rareté du livre où elle est consignée, nous engage à rapporter en entier ce qu'en dit (1) notre géomètre :

« *Scholie VIII.* — Nous avons remarqué sur le subject d'un poids pendu à deux chordes, une chose qui nous a pleu beaucoup ; laquelle est telle que, quand le poids est ainsi soustenu par deux puissances, les raisons estant comme il a esté démonstré en la 3ᵉ proposition, le poids ne peut monter ny descendre que la proportion réci-

(1) G. P. de Roberval, *Traite de Méchanique*, p. 35.

proque des chemins avec le poids et les puissances ne soit changée, et contre l'ordre commun ; comme si le poids est posé en A (fig. 86) sur les chordes CA et QA soustenuës par les puissances C, Q, ou K, E, le poids estant aux puissances comme les perpendiculaires CB et QG sont aux lignes CF et QD, ainsi il a esté dit en la 3. prop.

» Si au dessus du poids A, dans sa ligne de direction, on prend quelque ligne comme AP, il arrivera que si le poids A descend jusques en P, tirant avec soy les chordes et faisant monter les puissances K, E, il y aura réciproquement plus grande raison du chemin (1) que les puissances feront en montant au chemin que le poids fait en descendant, que du même poids aux deux puissances prises ensemble ; ainsi les puissances monteroient plus à proportion que le poids ne descendroit en les emportant, qui est contre l'ordre commun.

» Que si au dessus du poids A, dans sa ligne de direction, on prend une ligne comme AV, et que le poids monte jusques en V, les chordes montant aussi, emportées par les puissances K, E, qui descendent, il y aura réciproquement plus grande raison du chemin que le poids fera en montant, au chemin que les puissances feront en descendant que des deux puissances prises ensemble au poids ; ainsi le poids monteroit plus à proportion que les puissances ne descendroient en l'emportant, ce qui est encore contre l'ordre commun, dans lequel le poids ou la puissance qui emporte l'autre, fait toujours plus de chemin à proportion que le poids ou la puissance qui est emportée.

» Or que les raisons des chemins que feroient le poids A et ses puissances, en montant et descendant, soient telles que nous venons de dire, et contre l'ordre commun, on en trouvera la démonstration dans nos Méchaniques, car elle est trop longue pour estre mise ici. Partant le

(1) Les deux puissances décrivent des chemins différents ; Roberval veut assurément parler d'un chemin *moyen*, qui serait le chemin du centre de gravité des deux poids K, E.

poids A, en subsistant et demeurant en son lieu, par les raisons de la 3. prop., demeure ainsi dans l'ordre commun, ce que nous voulions remarquer. »

Cette démonstration de la règle suivant laquelle deux forces se composent est tirée de la comparaison entre le *travail* des puissances et le *travail* de la résistance, pour employer le mot par lequel la Mécanique moderne désigne le produit d'un poids par la hauteur de sa chute.

Cette comparaison, nous l'avons vue servir dès le XIIIe siècle à justifier certaines lois de Statique ; Jordanus de Nemore en a tiré la démonstration de la condition d'équilibre du levier, connue depuis si longtemps ; son continuateur, le Précurseur de Léonard de Vinci, en a fait usage pour obtenir la première solution satisfaisante du problème du plan incliné.

En ces deux cas, la comparaison entre le travail de la puissance et le travail de la résistance conduit à un résultat très simple ; quel que soit le déplacement virtuel que l'on impose au mécanisme étudié, il y a, lorsque les conditions d'équilibre sont remplies, égalité entre le travail moteur et le travail résistant. Cette relation si simple dépend d'une autre particularité présentée par les mêmes mécanismes : leur équilibre est un équilibre *indifférent*.

Lorsque l'on considère un mécanisme dont l'équilibre est *stable*, la comparaison entre le travail moteur et le travail résistant qui accompagnent un déplacement virtuel ne conduit plus à un résultat aussi simple ; il n'y a plus égalité entre ces deux travaux ou, du moins, cette égalité ne se retrouve plus qu'entre travaux *infiniment petits* correspondant à un déplacement virtuel *élémentaire*.

Les géomètres dont nous étudions l'œuvre, aussi bien les élèves de Jordanus que Roberval, ne considèrent que des déplacements *finis* ; dès lors, leur analyse doit se compliquer quelque peu lorsqu'il s'agit d'établir les conditions d'équilibre stable d'un mécanisme ; il leur faut montrer qu'en tout déplacement de ce mécanisme, le travail des poids qui montent est plus grand en valeur absolue que le travail des poids qui descendent.

De cette méthode, le Précurseur de Léonard de Vinci avait donné un fort élégant exemple lorsqu'il avait établi la loi d'équilibre de deux poids suspendus aux extrémités des bras d'un levier coudé. Roberval, dans le passage que nous venons de citer, en a fait une seconde application qui ne le cède pas à la première.

Roberval connaissait-il l'usage qui, dès le XIII^e siècle, avait été fait du même procédé de démonstration ? Nous ne saurions répondre à cette question d'une manière catégorique. Rien ne nous empêche d'admettre qu'il ait ignoré la démonstration de la loi d'équilibre du levier coudé donnée par le Précurseur de Léonard de Vinci ; Tartaglia, en effet, n'avait pas reproduit cette démonstration dans ses *Quesiti et inventioni diverse* ; elle se trouvait reproduite dans un seul ouvrage imprimé, le *Jordani opusculum de ponderositate* publié par Curtius Trojanus ; et elle y était si brouillée, si méconnaissable que le lecteur était excusable de ne l'y point remarquer.

D'autre part, nous avons vu qu'Herigone avait probablement eu en sa possession un manuscrit renfermant le traité du Précurseur de Léonard ; il ne serait pas invraisemblable que ce même manuscrit eût été connu de Roberval.

Le passage que nous avons cité résume la démonstration de Roberval ; il ne l'expose pas en entier ; Roberval nous apprend que l'on trouve la démonstration complète dans ses « Méchaniques ». De cette indication, d'une indication analogue insérée en l'exposé de la proposition III, nous devons conclure que le *Traité de Méchanique* inséré en 1636, par Roberval, dans l'*Harmonie universelle* de Mersenne est un extrait d'un traité plus étendu qu'il avait publié auparavant.

Mersenne, d'ailleurs, en la première partie de l'*Harmonie universelle*, à laquelle est accolé le *Traité de Mécha-*

nique de Roberval, étudie (1), d'après le Dialogue de Galilée sur les grands systèmes du monde, les lois de la chute accélérée des corps pesants. La proposition X de la théorie qu'il expose est ainsi formulée : *Le plan estant incliné à l'horizon d'un angle donné, déterminer la force qui peut soutenir le poids donné sur ledit plan.* La démonstration donnée par Mersenne est exactement celle que Roberval donnera dans le même volume, un peu plus loin ; les figures employées sont les mêmes. Or, Mersenne fait suivre l'énoncé que nous venons de rapporter de cette remarque : « Je n'eusse pas ici mis cette proposition si elle eust esté en francais, et si le livret où elle est eust esté commun ; quoiqu'elle mérite d'estre en plusieurs lieux pour la grande utilité qu'on en peut tirer ».

Nous recevons de là confirmation que les démonstrations mécaniques de Roberval avaient été déjà publiées avant l'impression de l'*Harmonie universelle* ; mais nous apprenons, en outre, que cette publication avait été faite en latin et que le livre qui la contenait était déjà fort rare en 1634.

Cette dernière circonstance explique comment nous n'avons pu trouver aucune mention de cet ouvrage dans les divers recueils bibliographiques mis à notre disposition, ni dans les divers catalogues de bibliothèques que nous avons pu consulter.

Mais il nous est permis d'affirmer que ce traité de Mécanique de Roberval existait dès 1634 et que Mersenne en avait dès lors connaissance. A cette époque, en effet, Mersenne publia *Les Méchaniques de Galilée*. En la X[e] addition qui termine cet écrit, Mersenne traite de la pesanteur apparente sur un plan incliné « dont, dit-il,

(1) Marin Mersenne, *Harmonie universelle. A. Traitez de la nature des sons, et des mouvements de toutes sortes de corps.* Livre second. Des mouvements de toutes sortes de corps. Paris, MDCXXXVI. Cette proposition, et le livre de l'*Harmonie universelle* qui la renferme, sont cités par Mersenne à la dernière page des *Méchaniques de Galilée*, c'est-à-dire dès 1634.

j'ay parlé fort amplement dans le dix et l'onziesme théoresme du second livre de l'Harmonie universelle ». L'exposé des démonstrations de Roberval était donc, dès cette époque, mis sous la forme où, en 1636, il devait paraître dans l'*Harmonie universelle*. Nous savons, d'ailleurs (1), que dès 1634, Mersenne travaillait à cet ouvrage.

La première rédaction des *Discorsi et dimostrazioni matematiche intorno a due nuove scienze*, composée par Galilée en 1636 et imprimée chez les Elzévirs en 1638, ne se composait que de trois journées ; les trois dernières

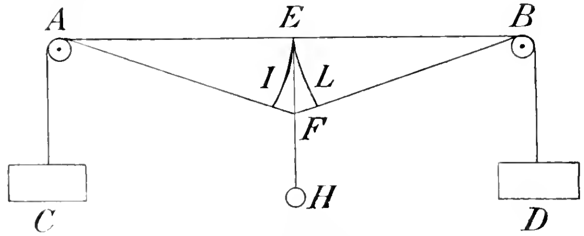

fig. 87.

journées furent ajoutées par Galilée entre 1636 et le moment de sa mort ; elles parurent seulement en 1655, dans l'édition des œuvres de Galilée donnée par Viviani. Ces additions ont donc pu subir l'influence du *Traité de Mécanique* de Roberval. C'est peut-être à cette influence qu'il convient d'attribuer un passage par lequel se termine la *Giornata quarta*.

Galilée — ou Sagredo, qui parle en son nom — considère une corde sans poids AB (fig. 87) que tendent deux charges C, D, très considérables et égales entre elles. Il

(1) *Les Préludes de l'Harmonie universelle*, ou Questions curieuses, utiles aux prédicateurs, aux théologiens, aux astrologues, aux médecins et aux philosophes. Composées par L. P. M. M. (le Père Marin Mersenne). A Paris, chez Henry Guenon, ruë S. Jacques, près les Jacobins, à l'image S. Bernard. MDCXXXIV. — Préface au lecteur : « J'ay donné le nom de Préludes à ce Livre, parce qu'il a quasi le mesme rapport aux traitez de toutes les autres parties de la Musique que je donneray bientost avec l'ayde de Dieu que les préludes du luth... »

veut prouver que si l'on suspend au milieu de la corde AB un poids H, si petit soit-il, il fera prendre à la corde la forme d'une ligne brisée AFB et, par conséquent, soulèvera les deux poids C et D, si grands soient-ils.

Le poids H, en effet, descend de la longueur EF, tandis que les poids C, D montent de longueurs respectivement égales à IF, FL et égales entre elles. Or, on peut assurément prendre EF assez petit pour que le rapport de EF à IF surpasse le rapport du poids H au poids C. « Il y a donc plus grande proportion de la chute ou de la vitesse du poids H à l'ascension ou à la vitesse des poids C, D que de la gravité des poids C, D à la gravité du poids H ; il est donc manifeste que le poids H descendra et que la corde quittera la position horizontale. »

Si Galilée, en écrivant ce passage, connaissait le *Traité de Méchanique* de Roberval, il s'en faut de beaucoup qu'il ait égalé la belle démonstration que renfermait ce traité.

L'article que le *Dictionnaire historique et critique* de Bayle consacre à Roberval se réduit à ces seules lignes : « Roberval, Professeur en Mathématiques à Paris, contemporain de Mr Des Cartes, et son grand ennemi. »

L'animosité était grande, en effet, entre le philosophe et le professeur du Collège de France (1) ; le premier traitait le second avec un mépris et une violence dont nous trouverons des preuves au prochain Chapitre ; dès maintenant, citons cet extrait d'une lettre adressée par Descartes à Mersenne (2) :

« Je vous envoye ici quelques-unes des fautes que j'ai remarquées dans l'Aristarque, et je vous diray icy, entre nous, que j'ay tant de preuves de la médiocrité du sçavoir et de l'esprit de son autheur, que je ne puis assez admirer qu'il se soit acquis à Paris quelque réputation. Car enfin

(1) Cf. : Paul Tannery, *La Correspondance de Descartes dans les inédits du fonds Libri* ; Paris, 1893.

(2) Descartes, *Œuvres*, publiées par Ch. Adam et Paul Tannery ; *Correspondance*, t. IV (juillet 1643 à avril 1647), p. 391.

outre son invention de la roulette, qui est si facile qu'elle aurait pu estre trouvée par une infinité d'autres aussi bien que par luy, s'ils se fussent voulu employer à la chercher, je n'ay jamais rien veu de sa façon, qui ne puisse servir à prouver son insuffisance. »

La dureté d'un tel jugement diminue Descartes plus qu'elle n'abaisse Roberval ; celui-ci n'eût-il à son actif que le *Traité de Méchanique* — et il peut se réclamer d'autres titres — que son nom mériterait de vivre, car il y a démontré, et par deux voies différentes, la règle de composition des forces concourantes dont personne, avant lui, pas même Simon Stevin, n'avait publié de preuve convaincante, et dont tant de mécaniciens, après lui, ont fait un si fréquent usage.

Les dédains de Descartes à l'égard de Roberval étaient donc souverainement injustes ; Roberval, il est vrai, pouvait s'en consoler en lisant les compliments excessifs que lui adressait Mersenne ; car celui-ci déclarait (1) que son ami « le cédait à peine à Archimède ».

(1) F. Marini Mersenni, Minimi, *Tractatus mechanicus theoricus et practicus*. Parisiis, sumptibus Antonii Bertier, viâ Jacobeâ, sub signo Fortunæ, MDCXLIV, p. 47.

CHAPITRE XIV

LA STATIQUE FRANÇAISE *(Suite)*
RENÉ DESCARTES
(1596-1650)

Le 8 septembre 1637, devant Breda, Constantin Huygens, père du grand géomètre Christian Huygens, écrivait (1) à Descartes :

« Peut-estre ne vous lairray point en repos, *donec paria mecum feceris*, et m'aurez favorisé d'un traicté de trois feuillets sur le subject des fondemens de la méchanique, et les 4 ou 5 engins qu'on y démonstre, *libra, vectis, trochleon*, etc. J'ai veu autrefois ce que Guido Ubaldo en a escrit, et, depuis, Galilæo, traduit par le P. Mersenne, mais l'un et l'autre à peu de satisfaction, m'imaginant que ces gens là ne font qu'envelopper de superfluités obscures une chose que je m'asseure que vous comprendrez en deux ou trois positions, n'y ayant rien, à mon sens, qui se tienne d'une si claire et nécessaire façon. »

A cette pressante demande de Constantin Huygens, Descartes répondait (2), le 5 octobre 1637 : « Pour ce que vous désirez des Méchaniques, il est vray que je ne fus jamais moins en humeur d'escrire que maintenant. » Toutefois, il joignait à sa lettre un petit traité intitulé : *Explication des engins par l'ayde desquels on peut, avec une petite force, lever un fardeau fort pesant.* En ce traité, la théorie de la poulie, du plan incliné, du coin, de la roue ou tour, de la vis, du levier est tirée tout entière d'un principe unique. Ce principe est le suivant : Le *travail* (Descartes dit la *force*) nécessaire pour élever des poids différents à des hauteurs différentes garde même

(1) Descartes, *Œuvres*, publiées par Ch. Adam et P. Tannery, Paris, 1897 ; *Correspondance*, t. I (avril 1622 à février 1638), p. 395.
(2) Id., *ibid.*, p. 435.

valeur lorsque le produit du poids par son ascension ne change pas.

Voici, du reste, en quels termes Descartes le formule :

« L'invention de tous ces engins n'est fondée que sur un seul principe qui est que la même force qui peut lever un poids, par exemple, de cent livres, à la hauteur de deux pieds, en peut aussy lever un de 200 livres à la hauteur d'un pied, ou un de 400 livres à la hauteur d'un demi-pied, et ainsy des autres, si tant est qu'elle luy soit appliquée.

» Et ce principe ne peut manquer d'estre receu, si on considère que l'effect doit estre tousjours proportionné à l'action qui est nécessaire pour le produire ; de façon que s'il est nécessaire d'employer l'action par laquelle on peut lever un poids de 100 livres à la hauteur de deux pieds, pour en lever un à la hauteur d'un pied seulement, cestuy-cy doit peser 200 livres. Car c'est le mesme de lever 100 livres à la hauteur d'un pied, et derechef encore 100 à la hauteur d'un pied, que d'en lever deux cent *(sic)* à la hauteur d'un pied, et le mesme aussy que d'en lever cent à la hauteur de deux pieds.

» Or les engins qui servent à faire cette application d'une force qui agist par un grand espace à un poids qu'elle fait lever par un moindre, sont la poulie, le plan incliné, le coin, le tour ou la rouë, la vis, le levier et quelques autres. Car si on ne veut pas les rapporter les uns aux autres, on peut en nombrer d'avantage ; et si on les y veut rapporter, on n'a pas besoin d'en mettre tant. »

Constantin Huygens reçut avec les marques de la plus vive admiration le petit traité de Statique que Descartes lui avait envoyé. « Je prie Dieu, disait-il (1), de vous inspirer à faire continuellement part au monde de vos escrits, puisqu'à vue d'œil ils sont destinés à le nettoyer

(1) Descartes, *Œuvres*, publiées par Ch. Adam et Paul Tannery ; *Correspondance*, t. I (avril 1622 à février 1638), p. 461.

d'un déluge universel d'erreur et d'ignorance. Au reste, Monsieur, je prévoy qu'en ne pouvant me taire de ce que je possède de si précieux de vostre main, on m'en fera chaudement l'amour de tous costés. »

Une occasion se présentait, qui allait amener Descartes à donner une sorte de seconde édition au traité dont Constantin Huygens avait eu la primeur. Un livre de Jean de Beaugrand, dont nous aurons à traiter au Chapitre XVI, avait vivement attiré l'attention des géomètres sur ce problème : Le poids d'un corps varie-t-il avec sa distance à la terre ?

Le 13 juillet 1638, Descartes écrit à Mersenne (1) pour examiner « la question sçavoir si un corps pèse plus ou moins, estant proche du centre de la Terre qu'estant éloigné. » Dans cette lettre, il reprend sur nouveaux frais l'exposé du principe dont il a entretenu Huygens : « Et la preuve de cecy ne dépend que d'un seul principe qui est le fondement de toute la Statique, à sçavoir *qu'il ne faut ny plus ny moins de force, pour lever un cors pesant à une certaine hauteur, que pour en lever un autre moins pesant à une hauteur d'autant plus grande qu'il est moins pesant, ou pour en lever un plus pesant à une hauteur d'autant moindre*. Comme, par exemple, que la force qui peut lever un poids de 100 livres à la hauteur de deux pieds, en peut aussy lever un de 200 livres à la hauteur d'un pied, ou un de 50 à la hauteur de 4 pieds, et ainsy des autres, si tant est qu'elle leur soit appliquée.

» Ce qu'on m'accordera facilement, si on considère *que l'effect doit tousjours estre proportionné à l'action qui est nécessaire pour le produire, et ainsy que, s'il est nécessaire d'employer la force pour laquelle on peut lever un poids de 100 livres à la hauteur de deux pieds, pour en lever un à la hauteur d'un pied seulement, cela tesmoigne*

(1) Descartes, *Œuvres*, publiées par Ch. Adam et Paul Tannery ; *Correspondance*, t. II (mars 1638 à décembre 1639), p. 222

que cestuy-cy pèse 200 livres. Car c'est le mesme de lever 100 livres à la hauteur d'un pied, et derechef encore 100 livres à la hauteur d'un pied, que d'en lever 200 à la hauteur d'un pied, et le mesme aussy que d'en lever 100 à la hauteur de deux pieds. »

Ce principe rend immédiatement compte du rapport qui existe entre le poids apparent d'un grave glissant sur un plan incliné et son poids réel ; la méditation des raisonnements que Galilée, dans ses *Méchaniques*, a développés touchant le plan incliné ont, sans doute, inspiré à Des-

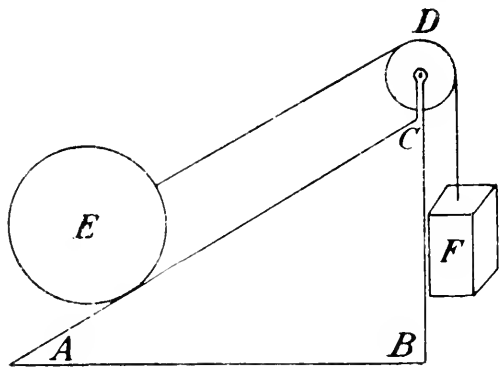

fig. 88.

cartes son principe général ; du moins, est-il permis de le supposer lorsque l'on rapproche les deux passages suivants :

Le premier, que nous avons déjà cité, se trouve dans le Traité *Della Scienza Meccanica*. Reproduisons-le ici d'après la traduction du P. Mersenne (1), alors toute récente, et dont l'auteur avait sûrement fait tenir un exemplaire à Descartes :

« F (fig. 88) ne fera pas moins de chemin en descen-

(1) *Les Méchaniques* de Galilée mathématicien et ingénieur du Duc de Florence, avec plusieurs additions.. . Traduites de l'Italien par L. P. M. M. A Paris, chez Henry Guenon, MDCXXXIV, p. 57.

dant perpendiculairement que le poids E en montant obliquement, c'est pourquoy il est nécessaire que F descende plus bas qu'il ne fait monter le poids E, dont l'exaucement *(sic)* se mesure par la ligne perpendiculaire BC ; de manière que la ligne de la descente de F sera égalée à CA, quand il aura fait monter le poids de B à C. Car le poids ne résiste pas au mouvement parallèle à l'orizon, parceque ce mouvement ne l'éloigne point du centre de la terre. C'est pourquoy il importe grandement de considérer les lignes dans lesquelles se font les mouvements, et particulièrement lorsqu'ils se font par des forces inanimées, dont les momens et les résistances sont en leur souverain degré dans la ligne perpendiculaire à l'orizon ; mais elles se diminuent à proportion que la ligne se panche sur le plan horizontal. »

Le second passage se trouve dans la lettre que Descartes écrivait à Mersenne le 13 juillet 1638 ; il fait suite à celui que nous rapportions il y a un instant :

« Et il suit évidemment de ceci que la pesanteur relative de chaque cors, ou ce qui est le mesme, la force qu'il faut employer pour le soutenir et empescher qu'il ne descende, lorsqu'il est en certaine position, se doit mesurer par le commencement du mouvement que devrait faire la puissance qui le soutient tant pour le hausser que pour le suivre s'il s'abaissait. En sorte que la proportion qui est entre la ligne droite que descriroit ce mouvement et celle qui marqueroit de combien ce cors s'approcheroit cependant du centre de la terre est la mesme qui est entre la pesanteur absolue et la relative. »

Entre ces deux passages, on n'aperçoit guère qu'une seule différence ; Galilée, qui a obtenu par d'autres considérations la théorie du plan incliné, fait de l'égalité entre le travail moteur et le travail résistant l'objet d'une sorte de corollaire ; Descartes y voit la cause même de l'équilibre entre un poids qui glisse sur un plan incliné et un poids qui pend verticalement. Lorsque, le 15 novembre

1638, Descartes écrit à Mersenne (1) : « Pour ce qu'a écrit Galilée touchant la balance et le levier, il explique fort bien *quod ita fit*, mais non pas *cur ita fit*, comme je fais par mon Principe », il établit sans doute en son esprit la comparaison même que nous venons de faire. Visiblement, c'est en ce point que la pensée de Descartes se soude à celle de Galilée.

La soudure est assez apparente, l'influence de Galilée assez visible pour que l'on ne puisse sans stupeur lire ces lignes, que Descartes écrivait (2) à Mersenne le 11 octobre 1638 :

« Et premièrement, touchant Galilée, je vous diray que je ne l'ay jamais vu, ny n'ay eu aucune communication avec luy, et que, par conséquent, je ne sçaurais en avoir emprunté aucune chose. Aussy ne vois-je rien en ses livres qui me fasse envie, ny presque que je voulusse avouer pour mien. »

L'orgueil sans mesure qui aveuglait Descartes ne lui laissait reconnaître les titres d'aucun de ses prédécesseurs.

Nous verrons avec quelle insolence hautaine il avait repoussé une réclamation de priorité en faveur de Roberval.

Stevin a conclu la théorie des moufles en formulant cet adage : La puissance est à la résistance comme le chemin décrit par la résistance est au chemin décrit par la puissance. C'est aux moufles que Descartes fait la première application de son principe, aussi bien dans l'*Explication des engins*, adressée à Huygens, que dans la copie envoyée à Mersenne. Cependant, Descartes ne cite pas Stevin. Et ce n'est point qu'il ignore l'œuvre du grand géomètre de Bruges ; le 13 juillet 1638, le jour même où il a envoyé sa Statique à Mersenne, Descartes lui écrit (3) : « Et je

(1) Descartes, *Œuvres*, publiées par Ch. Adam et Paul Tannery ; *Correspondance*, t. II (mars 1638 à décembre 1639), p. 433.

(2) Id., *ibid.*, p. 388.

(3) Id., *ibid.*, p. 247.

vous diray que, regardant par hazard ces jours passés en la Statique de Stevin, j'y ai trouvé le centre de gravité du conoïde parabolique. »

Ce corollaire, énoncé une seule fois par Stevin, Guido Ubaldo le répète à satiété, à propos de chaque sorte de moufle. Descartes ne cite pas Guido Ubaldo. Il connaît, cependant, ce que ce géomètre a dit des assemblages de poulies, car il écrit (1) à un mathématicien, qui est peut-être Boswell : « Dans la vis, il me parait inepte de chercher à voir un levier ; si j'ai bonne mémoire, c'est la fiction dont use Guido Ubaldo. »

Mais s'il est un géomètre qui ait, longtemps avant Descartes, traité le problème du plan incliné exactement par la méthode que devait employer le grand philosophe français, c'est assurément ce mécanicien inconnu du XIII^e siècle que nous nommons le Précurseur de Léonard de Vinci. Au moment où Descartes compose sa Mécanique, la solution proposée par ce géomètre a été sept fois imprimée ; elle se trouve dans les cinq éditions successives des *Quesiti et inventioni diverse* de Nicolas Tartaglia, dans le recueil des *Opere* du même auteur, dans le *Jordani opusculum de ponderositate*, édité par Curtius Trojanus. Comment admettre que le philosophe n'ait feuilleté aucun de ces ouvrages ? Que le grand algébriste n'ait point jeté les yeux sur l'écrit où se trouvait la première résolution des équations du troisième degré ? Que le raisonnement, si clair et si profond, du mécanicien du moyen âge n'ait pas attiré son attention et n'ait pas exercé sur sa manière de traiter la Statique une profonde influence ? Cependant ni le nom de Jordanus, ni le nom de Tartaglia ne se rencontrent en ses traités de Mécanique. Stevin et Galilée, il est vrai, ne furent pas plus justes.

A supposer que Descartes ait ignoré tous les écrits où

(1) Descartes, *Œuvres*, publiées par Ch. Adam et Paul Tannery ; *Correspondance*, t. IV, Additions, p. 696.

Tartaglia avait publié la doctrine de l'École de Jordanus, est-il possible d'admettre qu'il n'ait point connu le *Cours mathématique* d'Herigone ? En 1634, la commission chargée d'examiner les méthodes astronomiques de Morin met Herigone en rapport avec Étienne Pascal, Mydorge, de Beaugrand, trois géomètres qui ont avec Mersenne un continuel commerce ; c'est Clerselier qui, le 29 décembre 1633, a, au nom du Roi, accordé privilège au *Cours mathématique*. Peut-on croire que ni Mersenne, ni Clerselier n'aient songé à faire tenir à Descartes un exemplaire de cet ouvrage ? Descartes a donc dû en avoir communication ; il a dû y trouver, formellement énoncé, appliqué au levier et au plan incliné, le principe qu'il allait prendre pour fondement de sa Statique ; et ce principe, Herigone lui-même le tenait de l'École de Jordanus.

L'influence de Galilée se laisse reconnaître dans la solution que Descartes a donnée du problème du plan incliné ; elle se marque mieux encore en ce qu'il dit du levier ; en ce cas, comme dans le cas du plan incliné, son exposé est, en quelque sorte, l'exposé de Galilée pris en ordre inverse.

Si Descartes avait traité la puissance et la résistance qui se tiennent en équilibre par l'intermédiaire d'un levier comme deux poids pendus à ce levier, la démonstration de la condition d'équilibre bien connue ne lui eût causé aucune peine ; dès longtemps, Jordanus de Nemore avait tiré cette démonstration du principe même auquel Descartes rattache toute sa Statique. Cette démonstration de Jordanus d'ailleurs, Descartes en a donné une sorte d'aperçu, dans une lettre adressée sans doute à Boswell (1). Mais ce n'est point ainsi que Descartes considère l'équilibre du levier, ni dans l'*Explication des engins* qu'il envoie à Constantin Huygens, ni dans la Statique qu'il adresse à

(1) Descartes, *Œuvres*, publiées par Ch. Adam et Paul Tannery ; *Correspondance*, t. IV, Additions, p. 694.

Mersenne. La résistance est toujours un poids pendu au levier, mais la puissance est sans cesse perpendiculaire au bras du levier; ainsi en est-il lorsque l'effort du bras soulève un faix au moyen du levier; c'est sous cette forme que Guido Ubaldo a traité du levier. Le problème alors se complique, et c'est pourquoi, dans l'*Explication des engins* adressée à Huygens, Descartes déclare (1) ceci :

« J'ay différé à parler du levier jusques à la fin, à cause

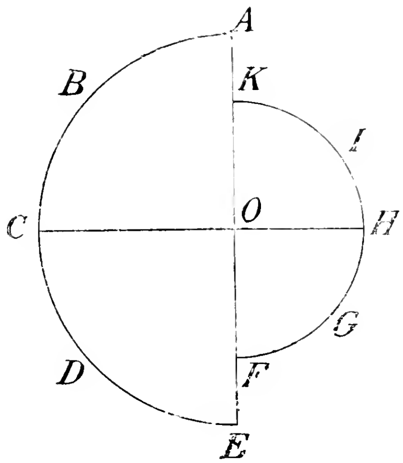

fig. 89.

que c'est l'engin pour lever les fardeaux le plus difficile de tous à expliquer.

» Considérons que, pendant que la force qui meut ce levier descrit tout le demi-cercle ABCDE (fig. 89) et agist suivant cette ligne ABCDE, bien que le poids descrive aussi le demi-cercle FGHIK, il ne se hausse pas toutefois de la longueur de cette ligne courbe FGHIK, mais seulement de la longueur de la ligne droite FOK. De façon que la proportion que doit avoir la force qui

(1) Descartes, *Œuvres*, publiées par Ch. Adam et Paul Tannery ; *Correspondance*, t. I, p. 445.

ment ce poids à sa pesanteur, ne doit pas estre mesurée par celle qui est entre les deux diamètres de ces cercles, ou entre leurs deux circonférences, mais plus tost par celle qui est entre la circonférence du plus grand et le diamètre du plus petit. »

Ce passage, où se marquent des vues si profondes sur le travail d'une force de direction variable, ne fait connaitre qu'une sorte de rapport moyen entre la puissance et le poids à soulever. La puissance, en effet, qui maintient un poids donné en équilibre varie avec l'inclinaison du levier : « Considérons outre cela qu'il s'en faut beaucoup que cette force n'ait besoin d'estre si grande pour tourner ce levier lorsqu'il est vers A ou vers E que lorsqu'il est vers B ou vers D... ; dont la raison que le poids y monte moins, ainsi qu'il est aysé à voir... »

« Et pour mesurer exactement qu'elle doit estre cete force en chasque point de la ligne courbe ABCDE, il faut sçavoir qu'elle y agist tout de mesme que si elle trainoit de poids sur un plan circulairement incliné, et que l'inclination de chacun des points de ce plan circulaire se doit mesurer par celle de la ligne droite qui touche le cercle en ce point. »

Dans tous ses écrits, Galilée avait admis comme évident qu'il revient au même, pour un poids, d'être astreint à se mouvoir sur une ligne inclinée ou sur un cercle tangent à cette ligne ; ce postulat lui avait permis de tirer la théorie du plan incliné de la notion de *moment* d'un poids. L'analyse qui avait conduit Roberval à justifier la loi du parallélogramme des forces reposait également sur ce postulat implicitement admis. Renversant la marche suivie par Galilée, Descartes tire la théorie de l'équilibre du levier de la loi du plan incliné, et il l'en tire en invoquant encore ce même postulat ; mais bien loin de le cacher, comme Roberval, sous le fatras compliqué d'une fausse rigueur, il s'efforce de le mettre en pleine lumière.

Lorsqu'on impose un déplacement à une machine par l'intermédiaire de laquelle deux poids se tiennent en équilibre, l'un d'eux monte et l'autre descend ; le travail effectué par le poids moteur est égal au travail subi par le poids résistant ; mais cette égalité n'a pas lieu quel que soit le déplacement, grand ou petit, que l'on impose au mécanisme ; elle n'est vraie, d'une manière générale, que pour un déplacement infiniment petit à partir de la position d'équilibre. Cette restriction essentielle, aucun des prédécesseurs de Descartes ne l'a nettement aperçue ; aucun, en tous cas, ne l'a explicitement énoncée.

Descartes la marque clairement. « La pesanteur relative de chaque cors, écrit-il à Mersenne, se doit mesurer par le commencement du mouvement que devrait faire la puissance qui le soutient, tant pour le hausser que pour le suivre s'il s'abaissait » ; et il ajoute (1) : « Notez que je dis *commencer à descendre*, non pas simplement *descendre*, à cause que ce n'est qu'au commencement de la descente à laquelle il faut prendre garde. » Un grave assujetti à se mouvoir sur une surface courbe qu'il touche en un point pourra donc être traité comme s'il glissait sur le plan tangent à cette surface en ce point : « En sorte que si, par exemple, ce poids F (fig. 90) n'estoit pas appuié au point D sur une superficie plate, comme est supposée ADC, mais sur une sphérique ou courbée en quelque autre façon, comme EDG, pourvu que la superficie plate qu'on imaginerait la toucher au point D fust la mesme que ADC ; il ne peserait ny plus ny moins, au regard de la puissance H, qu'il fait estant appuié sur le plan AC. Car, bien que le mouvement que feroit ce poids, en montant ou descendant du point D vers E ou vers G sur la superficie courbe EDG fust tout autre que celui qu'il feroit sur la superficie plate ADC, toutefois, étant

(1) Descartes, *Œuvres*, publiées par Ch. Adam et Paul Tannery; *Correspondance*, t. II (mars 1638 à décembre 1639), p. 233.

au point D sur EDG, il seroit déterminé à se mouvoir vers le mesme costé que s'il étoit sur ADG, à sçavoir vers A ou vers C. Et il est évident que le changement qui arrive à ce mouvement, sitost qu'il a cessé de toucher le point D, ne peut rien changer en la pesanteur qu'il a, lorsqu'il le touche. »

Ce principe, les prédécesseurs de Descartes en ont fait usage ; Léonard de Vinci en a tiré la loi de la composition des forces ; grâce à lui, Galilée a pu ramener la théorie du plan incliné à la théorie du levier ; à l'aide du même artifice, Roberval a pu justifier les propositions

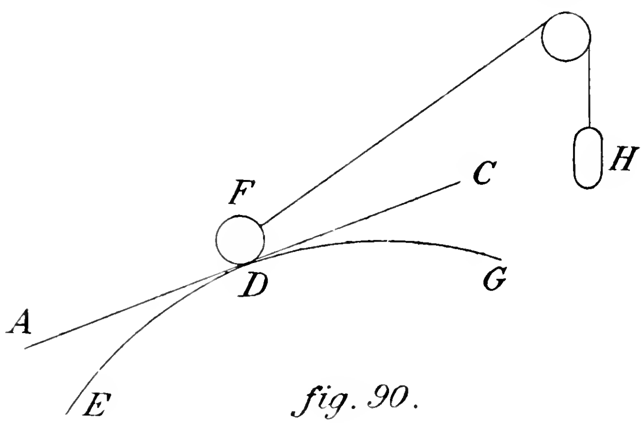

fig. 90.

que Stevin n'avait point suffisamment démontrées ; mais aucun de ces auteurs n'avait formulé d'une manière explicite et générale le postulat qui supportait leurs démonstrations.

Descartes est donc le premier qui ait nettement affirmé le caractère infinitésimal du principe des déplacements virtuels.

Au moment même où il adressait à Huygens l'*Explication des engins par l'ayde desquels on peut avec une petite force lever un fardeau fort pesant*, Descartes publiait le *Discours de la Méthode ;* assurément, en composant sa Mécanique, il avait fort présentes à l'esprit les règles qu'il posait en ce Discours ; en formulant le principe d'où il tirait toute la Statique, il entendait bien se conformer au premier des préceptes qu'il avait posés ; ce précepte lui enjoignait « de ne recevoir jamais aucune chose pour vraie qu'il ne la connût évidemment être telle ; c'est-à-dire.... de ne comprendre rien de plus en ses jugements que ce qui se présenterait si clairement à son esprit qu'il n'eût aucune occasion de le mettre en doute ».

Cette clarté parfaite, cette évidence absolue, il les reconnaissait en son principe de Statique qui ne lui paraissait pas le céder en certitude aux vérités de l'Arithmétique : « La mesme quantité de force (1) qui sert à lever ce poids à la hauteur d'un pied ne suffit pas *eadem numero* pour le lever à la hauteur de deux pieds, et il n'est pas plus clair que deux et deux font quatre, qu'il est clair qu'il y en faut employer le double. »

Ce principe, cependant, ne fut pas admis d'emblée par tous ceux qui en eurent connaissance ; quelques-uns, et non des moindres, tels que Mersenne ou Des Argues, y trouvèrent des obscurités.

Ces obscurités provenaient surtout d'un malentendu. Descartes parlait de la force nécessaire pour soulever un poids à une certaine hauteur ; plusieurs de ses lecteurs entendaient ce mot *force* dans le sens où nous le prenons aujourd'hui ; Descartes, au contraire, désignait par ce mot une grandeur que mesure le produit du poids par la longueur dont il s'élève ou s'abaisse ; en d'autres termes, il lui donnait la signification que nous attribuons aujourd'hui au mot *travail* ; il s'étonnait et, parfois, s'irritait que cette confusion pût arrêter les géomètres et entraver leur adhésion à son principe.

Le 15 novembre 1638, il écrit à Mersenne (2) : « Vous

(1) Descartes, *Œuvres*, publiées par Ch. Adam et Paul Tannery ; *Correspondance*, t. II (mars 1638 à décembre 1639) : *Lettre à Mersenne* du 12 septembre 1638, p. 352.

(2) Descartes, *Œuvres*, publiées par Ch. Adam et Paul Tannery ; *Correspondance*, t. II (mars 1638 à décembre 1639), p. 432.

avez enfin entendu le mot force au sens que je le prens, quand je dis qu'il faut autant de force, pour lever un poids de cent livres à la hauteur d'un pied qu'un de cinquante à la hauteur de deux pieds, c'est-à-dire qu'il y faut autant d'action ou autant d'effort. Je veux croire que je ne m'estois pas cy-devant assez expliqué, puisque vous ne m'aviez pas entendu, mais j'estois si éloigné de penser à la puissance qu'on nomme la force d'un homme, lorsqu'on dit un tel a plus de force que tel, etc., que je ne pouvois aucunement me douter qu'on dûst prendre le mot de force en ce sens là. Et lorsqu'on dit qu'il faut employer moins de force à un effet qu'à un autre, ce n'est pas dire qu'il faille avoir moins de puissance, car encore qu'on en aurait d'avantage, elle ne nuit point ; mais seulement qu'il y faut moins d'action. Et je ne considérais pas en cet écrit la puissance qu'on nomme la force d'un homme, mais seulement l'action qu'on nomme la force par laquelle un poids peut estre levé, soit que cette action vienne d'un homme, ou d'un ressort, ou d'un autre poids, etc. Or il n'y a point, ce me semble, d'autre moyen de connoistre *à priori* la quantité de cet effet, c'est à dire combien et quel poids peut estre levé avec telle ou telle machine, que de mesurer la quantité de l'action qui cause cet effet, c'est à dire de la force qui doit y estre employée ; et je ne doute point que M. Des Argues ne l'accorde, s'il prend la peine de relire le peu que j'ay écrit sur ce sujet ; car comme je suis très assuré de la bonté de son esprit, je croy aussi ne devoir pas douter en cela de ma raison. »

L'impatience de n'être pas compris s'explique et s'excuse d'autant mieux chez Descartes que, dès le 12 septembre 1638, il avait, dans une lettre à Mersenne (1), défini avec une entière précision le sens qu'il attribuait au mot *force* et nettement séparé ce sens des autres significations que l'on peut attribuer au même mot.

(1) Descartes, *Œuvres*, publiées par Ch. Adam et Paul Tannery ; *Correspondance*, t. II (mars 1638 à décembre 1639), p. 352.

« Il faut sur tout considérer, disait-il, que j'ay parlé de la force qui sert pour lever un poids à quelque hauteur, *laquelle force a tousjours deux dimensions*, et non de celle qui sert en chaque point pour le soutenir, laquelle n'a jamais qu'une dimension, en sorte que ces deux forces diffèrent autant l'une de l'autre qu'*une superficie diffère d'une ligne.* »

Le travail, que Descartes nomme *force*, dépend de deux variables ou, comme dit Descartes, a deux dimensions : la grandeur que nous nommons aujourd'hui *force*, qui est de même espèce que le poids, et une longueur, projection sur la force du chemin parcouru par le mobile ; ces deux variables peuvent être prises comme coordonnées rectangulaires d'un point figuratif ; le travail accompli par une force constante sera représenté par le rectangle de ces deux coordonnées. Cette représentation graphique du travail, si communément employée aujourd'hui, ne demeure pas inaperçue de Descartes : « Je ne dis pas simplement *que la force qui peut lever un poids de 50 livres à la hauteur de 4 pieds, en peut lever un de 200 livres à la hauteur d'un pied*, mais je dis *qu'elle le peut si tant est qu'elle luy soit appliquée.* Or est il qu'il est impossible de l'y appliquer que par le moyen de quelque machine ou autre invention qui face que ce poids ne se hausse que d'un pied, pendant que cete force agira en toute la longueur de quatre pieds, et ainsy qui transforme le rectangle par lequel est représentée la force qu'il faut pour lever ce poids de 200 livres à la hauteur d'un pied, en un autre qui soit égal et semblable à celuy qui représente la force qu'il faut pour lever un poids de 50 livres à la hauteur de 4 pieds. » Et, au cours de cette lettre à Mersenne, Descartes fait constamment usage de cette représentation géométrique du travail.

Ce que Descartes nomme la *force*, ce que nous nommons aujourd'hui le *travail*, est donc essentiellement distinct du *momento* considéré par Galilée ; cette dernière grandeur, produit d'un poids par une vitesse, dépend de trois sortes de grandeurs variables, le poids, l'espace parcouru par le mobile, le temps employé à le parcourir. « Que si j'avais voulu joindre la considération de la vitesse avec celle de l'espace (1), il m'eust été nécessaire d'attribuer trois dimensions à la force, au lieu que je lui en ay attribué seulement deux, affin de l'exclure. »

Cette exclusion de la vitesse dans la formation de la grandeur dont dépend toute la Statique, d'aucuns la reprochaient à Descartes, invoquant l'autorité de Galilée ; mais Descartes repoussait dédaigneusement ces critiques mal fondées ; car, à l'imitation de Stevin, et peut-être sous son inspiration, il avait acquis l'assurance que la vitesse d'un

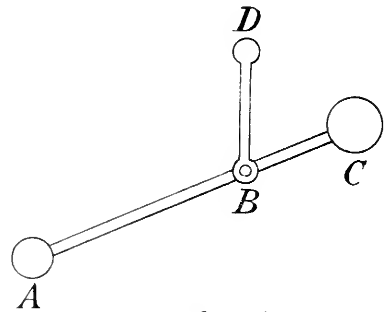

fig. 91.

mouvement n'est point proportionnelle à l'action motrice, et la conviction que cette antique loi péripatéticienne ne devait plus être prise pour fondement de la Statique. « Pour ceux qui disent (2) que je devais considérer la vitesse, comme Galilée, plustost que l'espace, pour rendre raison des machines, je croy, entre nous, que ce sont des gens qui n'en parlent que par fantaisie, sans entendre rien en cette matière. Et bien qu'il soit évident qu'il faut plus de force pour lever un cors fort viste, que pour le lever

(1) *Lettre de Descartes à Mersenne*, du 12 septembre 1638 (*Œuvres de Descartes*, publiées par Ch. Adam et Paul Tannery, t. II, p. 352).

(2) *Ibid.*, p. 433.

fort lentement, c'est toutesfois une pure imagination de dire que la force doit être justement double pour doubler la vitesse, et il est fort aisé de prouver le contraire. »

Cette attaque de Descartes au principe de la Dynamique péripatéticienne n'était pas, d'ailleurs, la première qu'il dirigeât à l'encontre de cet axiome ; peu de temps auparavant, il écrivait ces lignes (1) :

« La première chose dont on peut en cecy estre préoccupé, est que plusieurs ont coustume de confondre la considération de l'espace avec celle du tems ou de la vitesse, en sorte que, par exemple, au levier, ou ce qui est le mesme, en la balance ABCD (fig. 91), ayant supposé que le bras AB est double de BC, et que le poids en C est double du poids en A, et ainsy qu'ils sont en équilibre, *au lieu de dire que ce qui est cause de cet équilibre est que, si le poids* C *souleroit ou bien estoit soulevé par le poids* A, *il ne passeroit que par la moitié d'autant d'espace que luy*, ils disent qu'il iroit de moitié plus lentement, ce qui est une faute, d'autant plus nuisible qu'elle est plus mal aysée à reconnoistre ; car ce n'est point la différence de la vitesse qui fait que ces poids doivent estre l'un double de l'autre, *mais la différence de l'espace*, comme il paroist de ce que pour lever, par exemple, le poids F avec la main jusques en G, il n'y faut point employer une force qui soit justement double de celle qu'on y aura employée le premier coup, si on le veut lever deux fois plus viste, mais il y en faut employer une qui soit plus ou moins grande que le double, selon la diverse proportion que peut avoir ceste vitesse avec les causes qui lui résistent. »

Ces deux lettres n'ont assurément point suffi à convaincre ceux qui, dans l'entourage de Mersenne, tenaient pour la manière de voir de Galilée, c'est-à-dire, en der-

(1) *Lettre de Descartes à Mersenne*, du 12 septembre 1638 (*Œuvres de* Descartes, publiées par Ch. Adam et Paul Tannery, t. II, p. 352).

nière analyse, pour l'antique fondement des Μηχανικὰ προβλήματα. Le 2 février 1643, dans une lettre (1) adressée au savant religieux, Descartes est obligé de revenir à la charge :

« Je viens à vostre seconde lettre que j'ay receue quasi aussy tost que l'autre ; et premièrement, pour ce qu'il vous plaist d'employer en vos escrits quelque chose de ce que j'ay escrit des Méchaniques, je m'en remets entière-

fig. 92.

ment à votre discrétion, et vous avez pouvoir d'en faire tout ainsy qu'il vous plairra ; plusieurs l'ont desja veu en ce païs, et mesme en ont eu copie.

« Or la raison qui fait que je reprens ceux qui se servent de la vitesse pour expliquer la force du levier, et autres semblables, n'est pas que je nie que la mesme proportion de vitesse ne s'y rencontre tousjours ; mais pourceque cette vitesse ne comprend pas la raison pour laquelle la force augmente ou diminuë, comme fait la quantité de l'espace, et qu'il y a plusieurs choses à consi-

(1) Descartes, *Œuvres*, publiées par Ch. Adam et Paul Tannery ; *Correspondance*, t. III (janvier 1648 à juin 1643), p. 613.

dérer touchant la vitesse qui ne sont pas aysées à expliquer. Comme, pour ce que vous dites qu'une force qui pourra eslever un pois de A en F (fig. 92), en un moment, le pourra aussy eslever en un moment de A en G, si elle est doublée, je n'en voy nullement la raison. Et je croy que vous pourrez aysément expérimenter le contraire, si, ayant une balance en équilibre, vous mettez dedans le moindre poids qui la puisse faire trébuscher ; car alors elle trébuschera fort lentement ; au lieu que si vous y mettez le double de ce mesme poids, elle trébuschera bien plus de deux fois aussy viste. »

La force des adversaires de Descartes était évidemment tirée de cet argument :

Selon le grand philosophe, la puissance et la résistance, en une machine quelconque, sont entre elles comme les projections sur la verticale des deux chemins que l'agencement mécanique lie indissolublement l'un à l'autre ; mais ces deux chemins sont nécessairement décrits en même temps, en sorte que le rapport des composantes verticales de ces deux chemins est exactement le même que le rapport des composantes verticales des vitesses ; le rapport des deux poids qui se tiennent en équilibre peut indifféremment être égalé à l'inverse du premier rapport ou à l'inverse du second, comme Guido Ubaldo avait pris soin de le marquer en toutes circonstances. Dès lors, puisque la règle proposée par Descartes conduit certainement, dans tous les cas possibles, au même résultat que la règle formulée par Galilée, pourquoi abandonner la plus ancienne et la plus autorisée de ces règles ?

Descartes luttait avec persévérance contre cette opinion qui donnait, il est vrai, des propositions exactes de Statique, mais prétendait en rendre raison par de faux principes de Dynamique. En 1646 (?), nous le voyons encore écrire (1) à Boswell (?) : « Je ne nie pas la vérité

(1) Descartes, *Œuvres*, publiées par Ch. Adam et Paul Tannery ; *Correspondance*, t. IV, Additions, p. 685.

matérielle de ce que les mécaniciens ont coutume de dire, à savoir que plus la vitesse de l'extrémité du long bras du levier est grande par rapport à la vitesse de l'autre extrémité, moins elle a besoin de force pour se mouvoir ; mais je nie que la vitesse ou la lenteur soit la cause de cet effet. »

Que l'on n'estime pas légère et de peu d'importance la modification apportée par Descartes à l'énoncé de Galilée ; grâce à cette modification, les lois de l'équilibre ne se tirent plus d'un postulat inexact ; elles ne reposent plus ni sur la Dynamique d'Aristote, qui est déjà condamnée, ni sur la Dynamique nouvelle, qui n'est point encore constituée ; la Statique devient une science autonome, qui découle tout entière d'un principe de certitude absolue et d'évidence immédiate. « Et si j'ai tesmoigné (1) tant soit peu d'adresse en quelque partie de ce petit escrit de Statique, je veux bien qu'on sache que c'est plus en cela seul qu'en tout le reste. Car il est impossible de rien dire de bon touchant la vitesse, sans avoir expliqué au vray ce que c'est que la pesanteur, et ensemble tout le système du monde. Or, à cause que je ne le voulais pas entreprendre, j'ai trouvé moyen d'omettre cette considération, et d'en séparer tellement les autres que je les peusse expliquer sans elle. »

Descartes avait lu la Statique de Stevin ; il ne pouvait ignorer l'importance de la règle selon laquelle se composent deux forces concourantes ; on est surpris qu'il n'ait point songé à tirer cette règle du principe sur lequel il a fondé sa Statique. On pourrait croire que, s'il ne l'a pas fait, c'est qu'il regardait le problème comme résolu. Nous avons vu, en effet, que Roberval avait su démontrer, de la manière la plus heureuse, la loi de composition des forces concourantes, en invoquant précisément l'axiome

(1) Descartes, *Œuvres*, publiées par Ch. Adam et Paul Tannery ; *Correspondance*, t. II, p. 352 : *Lettre de Descartes à Mersenne* du 12 septembre 1638.

que Descartes allait formuler avec une entière généralité. Attribuer le silence de Descartes touchant la loi du parallélogramme des forces à la crainte de s'approprier une solution déjà obtenue par un autre géomètre, ce serait lui prêter des sentiments de justice qu'il ressentait rarement à l'égard de ses émules, qu'il n'éprouvait jamais envers Roberval.

Roberval avait élevé une réclamation de priorité au sujet du postulat qui portait toute la Statique de Descartes ; cette réclamation avait été, sans doute, formulée auprès de Mersenne qui l'avait fait connaître au philosophe ; celui-ci répondit (1) par une lettre dont il serait difficile de surpasser le ton de mépris et d'insolence : « Je viens de lire le Traitté de Mécanique du Sieur Roberval, où j'apprens qu'il est Professeur, ce que j'avois ignoré, et je pensois que vous m'aviez autrefois mandé qu'il estoit Président en quelque Province, et je ne m'estonne plus tant de son stile. Pour son Traitté, j'y pourrois trouver quantité de fautes, si je le voulois examiner à la rigueur. Mais je vous diray en gros qu'il a pris beaucoup de peine à expliquer une chose qui est bien aisée, et qu'il l'a rendue plus difficile par son explication, qu'elle n'est de sa nature ; outre que Stevin a demonstré avant luy les mesmes choses, d'une façon beaucoup plus facile et plus générale. Il est vray que je ne scay pas, ny de l'un ny de l'autre, s'ils ont esté exacts en leurs démonstrations, car je ne sçaurois avoir la patience de lire tout du long de tels livres. En ce qu'il dit avoir mis dans un Corollaire le mesme que moy dans mon Escrit de Statique, *aberrat toto Cœlo*, car il fait une conclusion de ce dont je fais un principe, et il parle du temps, de la vitesse au lieu que je parle de l'espace, ce qui est une très grande erreur, ainsy que j'ay expliqué en mes précédentes. »

(1) Descartes, *Œuvres*, publiées par Ch. Adam et Paul Tannery ; *Correspondance*, t. II, p. 390 : *Lettre de Descartes à Mersenne* du 11 octobre 1638.

En cette lettre abondent les jugements injustes ; il y paraît que Descartes avait à peine daigné jeter un coup d'œil sur la très belle démonstration de Roberval, car celui-ci a toujours considéré le *chemin* parcouru par les divers poids, et nullement le temps ni la vitesse. Elle nous apporte du moins un renseignement précieux ; Descartes n'avait point eu la patience de lire avec soin les ouvrages de Stevin et de Roberval ; nous ne nous étonnerons donc pas de le trouver fort ignorant au sujet du problème de la composition des forces.

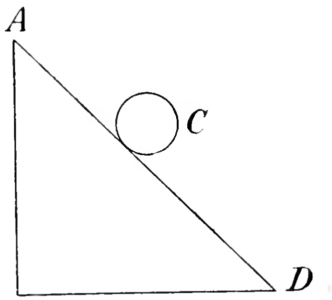

fig. 93.

De cette ignorance, il nous reste une preuve bien manifeste.

Le 18 novembre 1640, Descartes écrit à Mersenne (1) :

« Il est certain que le poids C (fig. 93) ne pèse, sur le plan AD, que la différence qui est entre la force qu'il faut à le soûtenir sur ce plan, et celle qu'il faut pour le soûtenir en l'air. Comme s'il pèse cent livres et qu'il n'en faille que quarante pour le soûtenir sur AD, ce plan AD en porte soixante seulement. »

Ainsi en 1640, Descartes croit encore que les deux composantes d'un poids ont pour somme algébrique ce

(1) Descartes, *Œuvres*, publiées par Ch. Adam et Paul Tannery ; *Correspondance*, t. III (janvier 1640 à juin 1643), p. 243.

poids même ! L'orgueilleux philosophe aurait eu grand profit à lire avec plus de patience la *Statique* de Stevin et le *Traité de Méchanique* de Roberval ou, simplement, le *Cours mathématique* d'Herigone et les écrits de Mersenne.

La Statique de Descartes marque l'extrême aboutissant d'un long développement ; à la construction de cette doctrine ont concouru toutes les idées émises par les prédécesseurs du grand géomètre français ; mais en elle seulement, ces idées ont trouvé leur achèvement ; en elle, leurs désaccords apparents se sont fondus en une harmonieuse synthèse.

Complétant l'œuvre d'Aristote, de Léonard de Vinci et de Cardan, Galilée avait fondé la Statique entière sur un principe unique ; mais à ce principe fondamental, les esprits amis de la rigueur pouvaient, avec Stevin, opposer une grave objection : il n'était qu'un corollaire de la Dynamique péripatéticienne désormais condamnée.

A ces esprits, amis d'une certitude rigide et géométrique, la méthode de Stevin et de Roberval donnait une entière satisfaction, en constituant une Statique autonome, sauve de toute hypothèse empruntée à une Dynamique douteuse. Mais si nul géomètre n'était tenté de rejeter ou de laisser en suspens quelqu'un des postulats invoqués par le mécanicien de Bruges ou par le professeur du Collège de France, plusieurs pouvaient désirer qu'on les déduisît tous d'un axiome unique qui fût leur véritable raison d'être.

A tous ces besoins intellectuels, si divers, l'œuvre de Descartes donne satisfaction ; de la méthode de Galilée, elle garde l'ampleur et l'unité qui condensent toute la Statique en un principe unique ; de la méthode de Stevin, elle garde la rigueur, car son principe, qui semble d'une certitude et d'une évidence immédiates, n'emprunte rien aux doctrines dynamiques surannées.

La grandeur qui, dans la Statique de Descartes, joue le rôle essentiel, le produit du poids d'un corps par la longueur dont ce corps s'est abaissé, a déjà été rencontrée par Stevin et par Galilée ; mais cette rencontre a été fortuite et passagère ; ni le géomètre belge, ni le géomètre italien n'ont signalé l'importance de cette grandeur ; l'École de Jordanus, Roberval et Herigone ont fait jouer un rôle essentiel, en certaines de leurs démonstrations, au produit du poids par son abaissement vertical, sans proclamer cependant que toute la Statique pouvait être ramenée à la comparaison de semblables produits ; Descartes, le premier, a vu en ce produit le concept fondamental de la Mécanique ; par là il est, sinon le véritable créateur, du moins le plus influent promoteur de la notion de *travail*, autour de laquelle pivote toute notre science actuelle de l'équilibre et du mouvement.

Ses efforts pour préciser cette notion de travail et la distinguer de la notion que Mersenne et Desargues confondaient avec elle ont contribué, pour une large part, à définir exactement la notion de *force*, telle que nous l'entendons aujourd'hui ; car c'est celle-ci qui hantait l'esprit de ses contradicteurs.

Descartes a saisi et marqué nettement le caractère infinitésimal du principe des déplacements virtuels ; il a affirmé, ce que nul n'avait explicitement énoncé avant lui, l'obligation d'appliquer toujours ce principe à un déplacement infiniment petit issu de l'état d'équilibre ; il en a conclu l'équivalence de liaisons qui correspondent à un même chemin virtuel infinitésimal ; par là, il a donné à ce principe sa forme définitive.

On objectera peut-être que la Statique dont il a tracé le plan manque de généralité ; il n'y considère d'autre force que des poids. Ce défaut de généralité n'est qu'apparent ; pour raisonner sur une force quelconque, tous les géomètres du XVII[e] siècle, Stevin, Galilée, Roberval, la remplacent par un fil tendu dans la direction où elle doit agir, qui passe sur une poulie et soutient un poids égal à la force que l'on doit exercer ; par cet artifice, la Statique des poids comprend la Statique tout entière. En fait, au moyen de cet artifice, un géomètre pourra, sans le moindre effort, tirer, du principe énoncé par Descartes, le principe des déplacements virtuels sous la forme même que Jean Bernoulli communiquera en 1717 à Varignon ; il est infiniment probable que ce procédé est celui-là même qui suggérera à Bernoulli sa découverte ; et lorsque Lagrange, dans sa *Mécanique Analytique*, le proposera comme un moyen propre à établir le principe des déplacements virtuels, il ne fera, sans doute, que reprendre la méthode de l'inventeur. En sorte que le principe formulé par Descartes renferme d'une manière implicite, mais toute prochaine, l'axiome duquel nous savons aujourd'hui déduire toutes les lois de la Statique.

La Statique de Descartes est donc le fruit mûr qu'a produit une longue végétation. Pour retrouver la graine d'où cette végétation est issue, il a fallu remonter bien haut le cours des temps ; il nous a fallu recueillir, à l'origine du XIII^e^ siècle, les enseignements de l'École de Jordanus. A partir de ce germe, engendré par la science occidentale en sa première jeunesse, nous pouvons suivre chacun des accroissements, chacune des transformations, par lesquelles la science de l'équilibre s'est graduellement développée. Et lorsqu'enfin elle parvient, en la Mécanique cartésienne, à donner son fruit mûr, nous pouvons marquer la provenance de chacune des enveloppes, de chacun des tissus qui composent ce fruit.

A la formation de cette Statique cartésienne, quelle a été l'exacte contribution de Descartes ? Il lui a donné, assurément, l'ordre et la clarté qui sont l'essence même de sa méthode, qui caractérisent si parfaitement son génie éminemment français. Mais, non content d'imposer une forme à la science de l'équilibre, le grand philosophe en a-t-il accru la matière ? Y a-t-il ajouté quelque vérité inconnue avant lui ? D'un tel apport, nous chercherions en vain la trace. En la Statique de Descartes, il n'est aucune vérité que les hommes n'aient connue avant Descartes.

Aveuglé par son prodigieux orgueil, Descartes ne voit qu'erreurs dans les œuvres de ses prédécesseurs et de ses contemporains. Il croit (1) que les difficultés rencontrées par ceux qu'inquiètent les problèmes d'équilibre « ne vienent pour la pluspart que de ce qu'on est desjà trop sçavant aux Méchaniques, c'est à dire, de ce qu'on est trop préoccupé des principes que prennent les autres touchant ces matières, lesquels n'estant pas du tout vrais, trompent d'autant plus qu'ils semblent plus l'estre ». Il laisse complaisamment Constantin Huygens lui affirmer (2) que « ses escrits sont destinés à nettoyer le monde d'un déluge universel d'erreur et d'ignorance ». Il est assurément convaincu qu'il connaît seul les vrais fondements de la Statique et qu'il les a bâtis de toutes pièces, sur un sol déblayé par sa critique de toutes les caduques bicoques que les autres géomètres y avaient élevées. A cette inconscience superbe, on se prend à appliquer cette pensée de Pascal (3) :

« Certains auteurs, parlant de leurs ouvrages, disent : Mon livre, mon commentaire, mon histoire, etc. Ils sentent leurs bourgeois qui ont pignon sur rue, et toujours un « chez moi » à la bouche. Ils feraient mieux de dire : Notre livre, notre commentaire, notre histoire, etc., vu que d'ordinaire il y a plus en cela du bien d'autrui que du leur. »

(1) Descartes, *Œuvres*, publiées par Ch. Adam et Paul Tannery ; *Correspondance*, t. II, p. 354 : *Lettre à Mersenne* du 12 septembre 1638.

(2) Id., *ibid.*, t. I, p. 461 : *Lettre de Constantin Huygens*, du 23 novembre 1637.

(3) Pascal, *Pensées*, Édition Havet, Art. XXIV, n° 68.

NOTES

A.

Sur l'indendité de Charistion et d'Hériston.

Nous avons émis (Chapitre V, § 2) l'hypothèse que le mécanicien Charistion ne serait pas un personnage différent d'Hériston, fils de Ptolémée, auquel son père a dédié le *Liber diversarum rerum*. L'ouvrage imprimé à Venise en 1508 porte, en effet : *ad Heristonem filium suum*. L'exemplaire manuscrit que possède la Bibliothèque nationale (fonds latin, n° 16208) porte : *ad Aristonem*. Ce nom d'Ariston, attribué au fils de Ptolémée, est une des raisons que l'on peut faire valoir pour soutenir que le *Liber diversarum rerum* est apocryphe.

Ariston, en effet, est le nom du personnage, inconnu par ailleurs, auquel Philon de Byzance a dédié tous ses ouvrages (1). " la dédicace à Ariston, dit M. Carra de Vaux, paraît être une sorte de signature dans les œuvres de Philon. „

L'auteur du *Liber diversarum rerum* aurait emprunté ce nom d'Ariston aux écrits de Philon de Byzance (2) et l'aurait attribué à un fils de Ptolémée, ignorant que Philon vécût près de 250 ans avant Ptolémée.

Le personnage imaginaire auquel est dédié l'apocryphe *Liber diversarum rerum* n'aurait donc rien de commun avec Charistion. Je remercie M. Eneström d'avoir bien voulu attirer mon attention sur ce point.

(1) Valentin Rose, *Anecdota græca et græco latina*. 2tes Heft, Berlin, 1870; p. 299. — *Le livre des appareils pneumatiques et des machines hydrauliques par Philon de Byzance*, édité et traduit en français par le Baron Carra de Vaux, Paris, 1902.

(2) C'est l'hypothèse émise par M. M. Steinschneider (*Mathematische Handschriften der Amplonianischen Sammlung* in Bibliotheca mathematica, 2e Série, t. V, p. 46; 1891).

Mentionnons en terminant que M. M. Steinschneider a émis (1), d'une manière incidente, l'hypothèse que le nom arabe *Karastun* de la balance romaine pouvait venir du grec χαριστίων ; le mot peu usité *Faristun* a, en persan, la même signification.

B.

Jordanus de Nemore et Roger Bacon.

L'*Opus majus* de Roger Bacon (1214-1292 ou 1294) est, on le sait, adressé au pape Clément IV, qui mourut en 1268 ; il n'est donc pas postérieur à cette date. Non seulement cet ouvrage a été par deux fois imprimé, mais certaines parties en ont été distraites et livrées séparément à l'impression ; telle la première subdivision de la 4e partie qui, en 1614, fut publiée sous ce titre : *Specula mathematica* (2).

L'ouvrage est divisé en quatre *distinctiones;* la quatrième *distinctio* comprend quinze chapitres dont le dernier, *De motu libræ*, est consacré à la balance et à ses mouvements.

Bacon se propose d'y montrer combien la Gémétrie est puissante dans l'étude des mouvements ; c'est elle, en effet, " qui permet de comprendre la science *des poids ;* c'est une science fort belle, mais trop difficile pour ceux qui n'ont pas expérimenté les causes des mouvements des corps graves ou légers. „

" Dicit ergo Jordanus, in libro *de ponderibus*,... „ tels sont les termes en lesquels Bacon commence son exposition. Cette exposition est entièrement consacrée à la théorie de la stabilité de la balance et aux raisons qu'en a données Jordanus. Aussitôt que la balance est écartée de la position d'*égalité*, la gravité *secundum situm* du poids qui s'élève devient plus grande que la gravité *secundum situm* du poids qui s'abaisse, en sorte qu'abandonnée à elle-même, la balance revient à la position d'où on l'avait dérangée.

Non seulement Bacon ne fait aucune objection à la théorie

(1) M. Steinschneider, *Die Söhne der Musa ben Schakir* (Bibliotheca mathematica, 2e Série, t. I. p. 71 ; 1887).

(2) Rogerii Bacconis Angli, viri eminentissimi, *Specula mathematica*, in qua de specierum multiplicatione earumque in inferioribus virtute agitur. Liber omnium scientiarum studiosis apprime utilis, editus opera et studio Johannis Combachii, Philosophiæ professoris in Academia Marpurgensi ordinarii. Francofurti, typis Wolffgangi Richteri, sumptibus Antonii Hummii, MDCXIV.

de Jordanus, mais encore il trouve dans cette théorie la solution d'une difficulté.

Un corps qui tombe accélère la vitesse de sa chute ; or la vitesse de chute d'un grave est proportionnelle à son poids : un corps devient donc d'autant plus pesant qu'il descend d'avantage ; telle est l'opinion d'Aristote ou, du moins, telle est l'interprétation que la plûpart des commentateurs donnent de cette opinion.

Bacon ne doute pas que cette opinion ne soit exacte ; mais il en tire un corollaire embarrassant.

Supposons que l'on détourne quelque peu de la position horizontale le fléau d'une balance ; le poids que l'on a abaissé s'est rapproché du centre de la terre ; il est donc devenu plus pesant ; l'autre poids, au contraire, s'étant élevé, est devenu plus léger : par conséquent, le fléau va continuer à se mouvoir dans le sens où on l'a incliner et il ne cessera de se mouvoir en ce sens que lorsqu'il sera devenu vertical ; l'équilibre de la balance est essentiellement instable ; " hoc est contra Jordanum et contra sensum „, dit Bacon.

La doctrine de Jordanus résout cette difficulté : le poids qui, selon Aristote, deviendrait le plus lourd parce qu'il s'approche du centre du monde est aussi celui qui possède, d'après Jordanus, la plus petite gravité *secundum situm* ; le second effet, plus puissant que le premier, se manifeste seul.

En exposant cette théorie, assez singulière d'ailleurs, Bacon ne cite pas seulement Jordanus ; il cite aussi le " commentateur „ de ce géomètre.

Or nous avons vu qu'il existait, dès le XIII^e siècle, au moins deux commentaires distincts du traité *De ponderibus* composé par Jordanus ; de ces deux commentaires, quel est celui que Bacon a connu ? La réponse à cette question est malaisée, car Bacon n'emprunte guère à la science *De ponderibus* que des considérations et des énoncés qui sont communs à Jordanus et à ses divers commentateurs. Observons, cependant, que, pour expliquer la diminution de gravité *secundum situm* d'un point qui descend sur un cercle, Bacon invoque, et par deux fois, non seulement l'obliquité, mais encore la courbure de la trajectoire ; cette remarque conduit à penser que le commentaire des *Elementa Jordani super demonstrationem ponderis* dont Bacon a eu connaissance est celui là même que nous avons décrit au Chapitre VII, § 2, comme l'œuvre d'un commentateur péripatéticien ; c'est d'ailleurs le seul qui donne à ses démonstrations le titre de *comentum*.

C.

Sur les divers axiomes d'où se peut déduire la théorie du levier.

Nous avons remarqué au Chapitre V, § 1, que le *livre de la balance,* attribué à Euclide et retrouvé par M. Woepcke en un manuscrit arabe, débute par un essai malheureux pour démontrer la proposition suivante :

Si des poids en nombre quelconque maintiennent un fléau de balance parallèle à l'horizon ; si Z, D *sont deux de ces poids suspendus à un même bras du fléau ; si l'on éloigne le poids* Z *du point de suspension de la balance d'une certaine longueur et si l'on rapproche le poids* D *du point de suspension de la même longueur, le fléau demeure parallèle à l'horizon.*

Si, rejetant la démonstration, on prend cette proposition pour un axiome — afin de mettre de la clarté dans le discours, nous l'appellerons l'Axiome d'Euclide — on en peut déduire, comme l'a fait l'auteur du *livre de la balance,* la théorie du levier.

D'autre part, la démonstration classique d'Archimède, outre les axiomes explicitement énumérés par le grand géomètre, suppose cet axiome implicitement admis (1) :

Si deux poids égaux A, B, *suspendus en deux points distincts* C, D *du même bras d'un fléau, sont équilibrés par un poids* E *suspendu à l'autre bras, le même poids* E *équilibrera un poids égal à* (A + B) *ou* 2A, *suspendu au point* M, *milieu de l'intervalle* CD.

Nous nommerons cet axiome l'Axiome d'Archimède.

Il est clair que l'axiome d'Archimède peut, si l'on veut, être regardé comme un corollaire immédiat de l'axiome d'Euclide et inversement, en sorte que ces deux axiomes sont exactement équivalents.

(1) Voir à ce sujet :

E. Mach, *La Mécanique, exposé historique et critique de son développement,* trad. par E. Bertrand ; Paris, 1904 ; pp. 17 et seqq.

O. Hölder, *Anschauung und Denken in der Geometrie;* Leipzig, 1901, p. 64.

G. Vailati, *La dimostrazione del principio della leva data da Archimede nel libro primo sull'equilibrio delle figure piane* (Atti del Congresso internazionale di Scienze storiche, Roma, 1-9 aprile 1903. Vol. XII, p. 243).

Dans les *Questions Mécaniques*, attribuées au philosophe de Stagire, la loi d'équilibre du levier est tirée d'un troisième axiome, que nous nommerons l'AXIOME D'ARISTOTE ; *Les deux poids qui se font équilibre aux extrémités d'un levier sont inversement proportionnels aux vitesses avec lesquelles se mouvraient ces extrémités dans un déplacement virtuel du levier.*

Cet axiome a été employé non seulement par l'auteur des *Questions Mécaniques*, mais encore par Charistion, dans le livre des *Causes* dont Thâbit ibn Kurrah nous a laissé la restitution.

A côté de ces axiomes, tous également propres à fonder la théorie du levier, il convient d'en citer un quatrième, que nous nommerons l'AXIOME DU Καvὼν. Cet axiome peut s'énoncer ainsi : *Un cylindre pesant dont l'axe se confond avec une partie d'un bras de levier équivant à un corps de même poids, pendu au milieu de la partie du bras de levier que ce cylindre recouvre.*

Cet axiome a été employé par Stevin et par Galilée pour établir la théorie du levier, mais on savait depuis longtemps qu'il était propre à cet usage. Lagrange remarque (1) qu' " Archimède avait déjà employé une considération semblable pour déterminer le centre de gravité d'une grandeur composée de deux surfaces paraboliques, dans la première proposition du second Livre de l' Équilibre des plans ". De notre côté, nous avons trouvé une démonstration de la loi du levier, très rigoureusement déduite de l'axiome du Καvὼν, dans un manuscrit du XIIIe siècle (2), qui, nous l'avons dit, nous paraît être d'origine Alexandrine, comme le Traité des poids spécifiques, faussement attribué à Archimède, auquel il est joint.

Les quatre axiomes dont nous venons de rappeler les énoncés semblent donc avoir tous quatre servi, dès l'Antiquité, à établir la loi d'équilibre du levier ; de plus, il semble que leur exacte équivalence, la possibilité de tirer trois quelconques d'entr'eux du quatrième, ait été communément aperçue. Les *Causes* de Charistion, par exemple, telles que Thâbit ibn Kurrah les reconstitue, prennent pour point de départ l'*axiome d'Aristote* et se proposent d'en tirer l'*axiome d'Archimède*, puis l'*axiome du* Καvὼν. Le fragment, formé de quatre propositions et attribué à Euclide, que nous avons analysé au Chapitre V, § 1, semble avoir pour principal objet de démontrer l'*axiome d'Aristote*.

(1) Lagrange, *Mécanique Analytique*, Première Partie, Section I, art. 1.
(2) *Vide supra*, p. 287.

l'*axiome d'Archimède* et l'*axiome du* Κανών ; ces trois axiomes, en effet, concident respectivement avec les propositions que nous avons nommées A, C et D. L'auteur, pour justifier ces axiomes, suppose connue la loi de l'équilibre du levier, qu'il déduisait donc d'un quatrième axiome, vraisemblablement l'*axiome d'Euclide.*

C'est également pour justifier l'*axiome d'Archimède* et, par son intermédiaire, l'*axiome du* Κανών que Jordanus paraît avoir composé des *Elementa super demonstrationem ponderis ;* mais, pour justifier la loi du levier, il fait implicitement appel à un axiome tout nouveau que l'on peut formuler ainsi : *Ce qui peut élever un certain poids à une certaine hauteur peut aussi élever un poids* K *fois plus grand à une hauteur* K *fois plus petite.*

De cet AXIOME DE JORDANUS, nous ne trouvons aucune trace dans les écrits mécaniques que nous a légués l'Antiquité ; il paraît être un produit spontané de la science occidentale ; sur les axiomes invoqués par les mécaniciens grecs ou arabes, il présente un avantage signalé : son extrême généralité. Jordanus, il est vrai, ne l'a appliqué qu'à la théorie du levier droit ; mais son élève anonyme, que nous avons appelé le Précurseur de Léonard, en a tiré les lois du levier coudé et du plan incliné ; Léonard de Vinci, Cardan et Salomon de Caus en ont signalé l'importance pour la Mécanique industrielle ; Roberval s'en est servi pour justifier la règle de composition des forces concourantes ; Descartes, enfin, a proposé de le prendre pour fondement de la Statique tout entière.

TABLE DES MATIÈRES DU TOME I.

LES

ORIGINES DE LA STATIQUE

LES SOURCES DES THÉORIES PHYSIQUES.

LES
ORIGINES DE LA STATIQUE

PAR

P. DUHEM
Correspondant de l'Institut de France,
Professeur à la Faculté des Sciences de Bordeaux.

TOME II

PARIS
LIBRAIRIE SCIENTIFIQUE A. HERMANN
Libraire de S. M. le Roi de Suède
6, RUE DE LA SORBONNE, 6

1906

Imprimerie F. & R. Ceuterick, 60, rue Vital Decoster, Louvain.
(Ancienne rue des Orphelins, 32).

PRÉFACE DU TOME II.

Nous commencerons par réparer une injustice involontaire.

En la préface du tome I, nous disions comment, en commençant la publication de nos recherches, nous ignorions la solution du problème du plan incliné empruntée par Tartaglia à l'École de Jordanus. Nous ajoutions que, de cette belle découverte, aucun historien de la Mécanique n'avait fait mention.

Or, en ce point, nous nous trompions.

Depuis plusieurs années, l'Académie des Sciences de Turin avait reçu une importante communication (1) *de M. Giovanni Vailati. En cet écrit, l'auteur étudiait les diverses esquisses du principe des vitesses virtuelles que l'on peut relever dans les ouvrages des mécaniciens grecs.*

C'est parmi ces ouvrages qu'il rangeait l'écrit pillé par Tartaglia, et composé par l'auteur inconnu que nous avons nommé le Précurseur de Léonard.

Nous ne discuterons pas ici l'âge que M. Vailati attribue à ce traité de Mécanique ; cette question sera examinée ailleurs (2). *Nous nous bornerons à déclarer, pour le moment, que le savant professeur de l'Institut Technique de Florence avait très exactement apprécié l'importance de ce traité ; on en jugera par la conclusion qui terminait son exposé :*

(1) Giovanni Vailati, *Il principio dei lavori virtuali da Aristotele a Erone d'Alessandria* (Accademia Reale delle Scienze di Torino, vol. XXXII, séance du 13 juin 1897).

(2) *Vide infrà*, note F.

« *Pour rencontrer une œuvre en laquelle la Statique se trouve aussi absolument concentrée autour du principe des travaux virtuels, encore que ce principe ne soit conçu que d'une manière partielle et imparfaite ; une œuvre, dirai-je, où la Statique soit assujettie d'une manière si despotique à ce principe ; une œuvre où l'on refuse, d'une manière si rigoureuse, toute initiative, tout droit d'intervenir à l'intuition directe, dont la méthode d'Archimède faisait si largement usage ; pour rencontrer une telle œuvre, dis-je, il faut venir jusqu'à l'opuscule que Descartes a intitulé :* Explicatio machinarum atque instrumentorum quorum ope gravissima quæque pondera sublevantur ; *cet opuscule est, en effet, la première tentative qui ait été faite, après le traité dont nous parlons, pour construire l'édifice entier de la Statique sur le plan que devait réaliser la* Mécanique analytique *de Lagrange.* »

*
* *

Au moyen âge, la Statique était enseignée de deux manières : Dans les Universités, les maîtres-ès-arts rattachaient l'étude des lois de l'équilibre aux commentaires dont ils enrichissaient les écrits cosmologiques d'Aristote ; hors des Universités, on traitait la Statique comme une science mathématique autonome, sans attache avec la Philosophie ; cette science, on en trouvait le dépôt dans des ouvrages que l'on attribuait parfois à Euclide, à Archimède, à Jordanus, dont plus souvent encore, les auteurs étaient simplement désignés par ce terme collectif : Auctores de ponderibus.

Notre premier volume a eu pour principal objet de suivre, parmi mille vicissitudes, le développement des méthodes que les Auctores de ponderibus *avaient créées ; de ce développement est issue la Statique Cartésienne, fondée tout entière sur l'égalité entre le travail moteur et le travail résistant.*

Les deux premiers chapitres du présent volume nous retraceront l'évolution des idées émises par les maîtres sco-

lastiques ; nous y verrons cette évolution aboutir au célèbre principe de Torricelli : Un système pesant dont le centre de gravité se trouve aussi bas que possible est assurément en équilibre.

Le germe qui devait donner naissance à cette vérité se devine, vague et indistinct, dans les écrits de très anciens commentateurs d'Aristote, de Simplicius par exemple ; au XIV^e^ *siècle, il se précise dans les livres d'Albert de Saxe et prend cette forme :* En tout grave, il y a un point bien déterminé, le centre de gravité, qui tend à se placer au centre des choses pesantes.

Cette proposition qui se montrera extrêmement féconde en conséquences, implique une importante erreur ; l'existence d'un centre de gravité fixe en un corps pesant est liée à la supposition que les verticales des divers points de ce corps peuvent être regardées comme parallèles entre elles ; elle est incompatible avec l'existence, à distance finie, d'un commun centre des choses pesantes. Tout erronée soit-elle, cette proposition s'impose, indiscutée, à tous les esprits ; elle est prise « pour un axiome, le plus clair et le plus évident qu'on peut demander. »

La révolution copernicaine, en déplaçant le centre de l'Univers, ne ruina pas ce principe ; elle l'obligea seulement à se modifier ; le centre de la terre fut substitué au centre commun des graves, et l'axiome ainsi rajeuni put recevoir la constante adhésion de Galilée.

Les conséquences visiblement inadmissibles que Fermat déduisit de cette proposition erronée purent seules en amener la ruine, tandis que les corollaires utiles que l'on en avait déduits prenaient enfin une forme correcte.

Le principe faux qui avait si longtemps dirigé la Statique de l'École, avait aussi produit la théorie géodésique la plus généralement enseignée dans les Universités ; aussi l'histoire de la Science de l'équilibre se trouve-t-elle liée d'une manière inextricable à l'histoire des doctrines qui ont été émises, au *moyen âge et à l'époque de la Renaissance, touchant la figure de la terre et des mers. On ne s'étonnera donc pas que cette dernière histoire se mêle, en notre écrit, à celle des propriétés du centre de gravité.*

*
* *

Des notes assez nombreuses terminent notre volume ; elles apportent au lecteur quelques trouvailles, trop tardivement faites pour prendre leur juste place ; de ces trouvailles, les unes se sont présentées spontanément à nous, au cours de nos longues recherches ; les autres nous ont été signalées par la bienveillante compétence de plusieurs de nos lecteurs ; qu'il nous soit permis de leur adresser ici collectivement les remercîments qu'à chacun d'eux nous avons offerts au moment où nous citions ce que nous lui devions.

*
* *

Qu'il nous soit permis également de témoigner notre reconnaissance au R. P. J. Thirion ; à plusieurs reprises son obligeance nous a procuré des documents difficilement accessibles et sa vigilance nous a évité des erreurs qui nous avaient échappé.

Bordeaux, 14 juillet 1906.

P. Duhem.

LES ORIGINES DE LA STATIQUE

CHAPITRE XV

LES PROPRIÉTÉS MÉCANIQUES DU CENTRE DE GRAVITÉ, D'ALBERT DE SAXE A EVANGELISTA TORRICELLI

PREMIÈRE PÉRIODE

D'ALBERT DE SAXE A LA RÉVOLUTION COPERNICAINE

1. *Énoncé du Principe de Torricelli*

Lagrange a écrit (1) : « Torricelli, fameux disciple de Galilée, est l'auteur d'un autre principe qui dépend aussi de celui des vitesses virtuelles ; c'est que, lorsque deux poids sont liés ensemble et placés de manière que leur centre de gravité ne puisse pas descendre, ils sont en équilibre dans cette situation. Torricelli ne l'applique qu'au plan incliné, mais il est facile de se convaincre qu'il n'a pas moins lieu dans les autres machines. »

C'est dans le recueil intitulé *Opera geometrica Evangelistæ Torricellii* (2), publié à Florence en 1644, que se rencontre l'énoncé du principe dont parle Lagrange.

(1) Lagrange, *Mécanique Analytique*. Ie Partie, Section I, n° 15.

(2) *Opera geometrica* Evangelistæ Torricellii : *De solidis sphæralibus ; De motu ; De dimensione parabolæ ; De solido hyperbolico, cum appendicibus de cycloïde et cochlea.*

A la seconde page, le titre *De sphæra et solidis sphæralibus libri*

Dans la pièce sur le mouvement des graves, Torricelli s'exprime (1) ainsi :

« Nous poserons en principe : *Que deux graves, liés ensemble, ne peuvent se mouvoir d'eux-mêmes, à moins que leur commun centre de gravité ne descende.*

» En effet, lorsque deux graves sont liés ensemble de telle sorte que le mouvement de l'un entraîne le mouvement de l'autre, que cette liaison soit produite par l'intermédiaire de la balance ou de la poulie ou de tout autre mécanisme, ces deux graves se comporteront comme un grave unique formé de deux parties ; mais un tel grave ne se mettra jamais en mouvement, à moins que son centre de gravité ne descende. Or donc, quand il sera constitué de telle sorte que son centre de gravité ne puisse descendre en aucune manière, le grave demeurera assurément en repos dans la position qu'il occupe ; par ailleurs, en effet, il se mouvrait en vain, car il prendrait un mouvement horizontal qui ne tend nullement vers le bas. »

Ce principe, Torricelli le pose afin d'en tirer une solution du problème du plan incliné ; pour quelle raison l'obtention d'une telle solution lui semblait particulièrement souhaitable, nous le verrons plus tard. Aussitôt

duo est suivi de cette mention : Florentiæ, typis Amatoris Massæ et Laurentii de Landis ; 1644.

La pièce qui nous intéressera particulièrement est intitulée : *De motu gravium naturaliter descendentium et projectorum libri duo*, in quibus ingenium naturæ circa parabolicam lineam ludentis per motum ostenditur, et universa projectorum doctrina unius descriptione semicirculi absolvitur.

Nous aurons également à citer cette autre pièce : *De dimensione parabolæ solidique hyperbolici problemata duo, antiquum alterum*, in quo quadratura parabolæ XX modis absolvitur, partim geometricis, mecanicisque ; partim ex indivisibilium geometria deductis rationibus ; *novum alterum*, in quo mirabilis cujusdam solidi ab hyperbola geniti accidentia nonnulla demonstrantur. *Cum appendice, de dimensione spatii cycloïdalis et cochleæ.*

(1) Evangelistæ Torricellii *De motu gravium naturaliter descendentium* liber primus, p. 99.

qu'il a formulé son postulat fondamental, il énonce (1) cette proposition :

« *Si deux graves sont placés sur deux plans inégalement inclinés, mais ayant même élévation, et si les poids de ces graves sont entre eux comme les longueurs de ces plans, ces deux graves auront même momento.*

» Nous montrerons, en effet, que leur commun centre de gravité ne peut descendre, car, quelque mouvement que l'on impose aux deux graves, il se trouve toujours sur la même ligne horizontale... Ainsi deux graves attachés l'un à l'autre se mouvraient, et leur commun centre de gravité ne descendrait pas. Cela serait contraire à la loi d'équilibre que nous avons posée en principe. »

Torricelli revient également à cette loi d'équilibre au début de son écrit *Sur la dimension de la parabole* (2). Il formule, en effet, l'hypothèse suivante, qui devient pour lui la définition même du centre de gravité : « On supposera que la nature du centre de gravité est telle qu'un corps librement suspendu par un quelconque de ses points ne puisse demeurer en repos, tant que le centre de gravité ne se trouve pas au point le plus bas de la sphère sur laquelle il se meut. » Torricelli en déduit sans peine qu'au moment de l'équilibre, le centre de gravité se trouve dans la verticale du point de suspension et au-dessous de ce point.

En cette même pièce (3), Torricelli cherche à tirer de sa règle d'équilibre la loi d'équilibre du levier ; il en donne deux démonstrations équivalentes ; citons seulement la seconde :

Le levier AE (fig. 94) tourne autour du point B. Il porte deux poids, respectivement suspendus en A et en E,

(1) *De motu gravium naturaliter descendentium*, liber primus. Propositio I, p. 99.

(2) Evangelistæ Torricellii *De dimensione parabolæ*..., Suppositiones et definitiones, p. 11.

(3) Torricelli, *loc. cit.*, p. 15.

et en raison inverse des longueurs AB, BE. « Réunissons les deux centres de gravité G, L, par la droite GL. Comme la grandeur du poids L est à la grandeur du poids G dans le même rapport que AB à BE ou bien, pour des raisons de parallélisme, que GN à NL, le centre commun de gravité des deux poids suspendus au levier est en N. Si donc la balance AE ne demeurait pas en

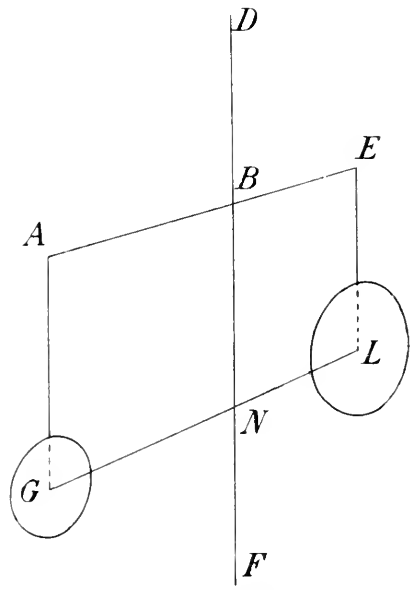

fig. 94.

repos, le centre de gravité N monterait ; car, se trouvant sur la verticale DF, il ne peut se mouvoir qu'il ne monte. »

Torricelli commet ici une inadvertance ; un déplacement virtuel de la balance ne ferait pas monter le point N ; il le laisserait immobile. Dans ce cas, donc, comme dans le cas du plan incliné, le centre commun de gravité des deux poids liés ensemble n'est pas *le plus bas possible ;* il serait aussi bas après un déplacement virtuel. Aujourd'hui, et grâce à Lagrange, nous savons relier ce caractère à un autre : Les deux cas d'équilibre traités par Torricelli sont des équilibres indifférents. Au contraire, l'équilibre d'un système de poids est stable lorsque le centre de gravité de cet ensemble de poids est plus bas dans l'état actuel que dans tout état voisin. Nous avons vu que Roberval, précédant Torricelli, avait traité un tel cas d'équilibre stable.

Il ne paraît pas, d'ailleurs, que Torricelli ait eu, touchant les questions de stabilité, les idées aussi nettes qu'elles l'eussent pu être, grâce aux recherches et aux discussions de ses prédécesseurs. La démonstration de la loi d'équilibre du levier, précédemment citée, est suivie (1) du passage que voici :

« Je n'ignore pas qu'une controverse s'est élevée entre les auteurs pour savoir si une balance portant des poids dont les centres se trouvent sur le fléau même, demeurera dans la position où on l'incline, ou bien si elle reviendra à sa position primitive. Quant à nous, dans ce livre, nous avons toujours supposé que les poids se trouvaient suspendus au-dessous du fléau ; nous avons mieux aimé écrire des choses qui soient utiles à notre objet que d'approprier nos démonstrations aux controverses d'autrui. »

Que les centres de gravité des poids soient ou non au-dessous du fléau, cela importe peu à la stabilité de la balance ; cette stabilité dépend de la disposition *du fléau* par rapport au point de suspension ; lorsque le fléau se réduit à une droite passant par le point de suspension, comme en la démonstration de Torricelli, l'équilibre de la balance est indifférent, lors même que les poids pendraient au-dessous du fléau. Ces idées étaient clairement exposées, dès le XIII^e siècle, dans le traité composé par le Précurseur de Léonard de Vinci. Léonard et Benedetti les avaient élaborées à nouveau. On peut s'étonner de

(1) Torricelli, *loc. cit.*, p. 15.

l'ignorance que le plus illustre disciple de Galilée manifeste à leur endroit.

2. *La notion de centre de gravité dans l'Antiquité*

Le principe nouveau introduit en Statique par Torricelli est parvenu à la forme précise que lui a donnée ce géomètre par une lente évolution dont nous allons retracer les phases principales.

Archimède a fréquemment usé de la notion de *centre de gravité* et il nous a appris à marquer ce point en certaines figures planes ; mais celles de ses œuvres qui nous ont été conservées ne renferment aucune définition de cette idée.

Parmi les auteurs de l'antiquité, Pappus est le seul dont nous tenions une définition du centre de gravité.

Imaginons, dit Pappus (1), qu'un corps grave soit suspendu par un axe $\alpha\beta$ et laissons-le prendre sa position d'équilibre. Le plan vertical passant par $\alpha\beta$ « coupera le corps en deux parties équilibres, qui se tiendront en quelque sorte suspendues de part et d'autre du plan, étant égales entre elles par le poids ».

Prenons un autre axe $\alpha' \beta'$ et répétons la même opération ; le nouveau plan vertical passant par le nouvel axe coupera sûrement le précédent ; s'il lui était parallèle, en effet, « chacun de ces deux plans diviserait le corps en deux parties qui seraient à la fois de poids égal et de poids inégal, ce qui est absurde ».

Suspendons maintenant le grave par un point γ et, lorsque le repos sera établi, traçons la verticale $\gamma\delta$ du point de suspension. Prenons ensuite un second point de suspension γ' et, par une opération semblable, traçons une seconde droite $\gamma'\delta'$. Les deux droites $\gamma\delta$, $\gamma'\delta'$ se coupe-

(1) Pappi Alexandrini *Collectiones quæ supersunt* e libris manuscriptis edidit Fridericus Hultsch; Berolini, 1878. Liber VIII, Propos. I et II; Tomus III, p. 1031.

ront sûrement ; sinon, par chacune d'elles, on pourrait faire passer un plan coupant le corps en deux parties équilibres de telle manière que ces deux plans soient parallèles entre eux, ce que l'on sait être impossible.

Toutes les lignes telles que $\gamma\delta$ se couperont donc en un même point du corps que l'on nommera *centre de gravité.*

Deux remarques doivent être faites au sujet de cette définition. La première est formulée (1) en ces termes par Guido Ubaldo :

Le plan mené par $\alpha\beta$ doit diviser le grave « en deux parties qui soient équipondérantes de part et d'autre ; cela ne veut pas dire qu'elles auraient même poids si on les considérait en elles-mêmes, si on les séparait l'une de l'autre et si on les examinait à la balance. Ce n'est pas ainsi que la chose se passe ; les deux autres parties du corps doivent s'équilibrer dans la situation même qu'elles occupent, de telle sorte que l'une d'elles ne l'emporte pas en pesanteur sur l'autre. »

La définition donnée par Pappus n'est donc pas complète tant que l'on n'a pas défini ce qu'il faut entendre par cette équivalence des deux parties en lesquelles un grave est divisé par tout plan qui contient le centre de gravité. Dans notre langage actuel, cette équivalence s'exprime en disant que ces deux parties ont *même moment* par rapport à ce plan. C'est naturellement à cette notion de moment égal que Pappus et les géomètres qui l'ont suivi font un appel implicite lorsqu'ils déterminent le centre de gravité d'un corps ; cet appel est fait par l'intermédiaire de la loi du levier (2), origine de la notion de moment. Mais parfois, lorsqu'ils n'étaient point mis en garde contre l'inexactitude du raisonnement par la fausseté du résultat, il arrivait aux géomètres d'argumenter

(1) Guidi Ubaldi e Marchionibus Montis *In duos Archimedis æquiponderantium libros paraphrasis, scholiis illustrata.* Pisauri, apud Hieronymum Concordiam, MDLXXXVIII, p. 9.

(2) Cf. Pappus, *loc. cit.*, p. 1045.

comme si les deux parties équilibres séparées dans un corps par un plan issu du centre de gravité étaient non point d'*égal moment*, mais d'*égal poids*. Ainsi Pappus conclut (1) que le centre de gravité d'un triangle est sur la médiane simplement de ce fait que la médiane donne deux triangles partiels qui ont des aires égales.

La seconde remarque est, pour l'étude que nous allons poursuivre en ce Chapitre, de grande importance.

Nous savons aujourd'hui que la loi du levier, telle qu'Archimède l'a formulée, nous savons que les règles tracées par les géomètres pour obtenir le centre de gravité des divers corps, que l'existence même, au sein d'un corps solide, d'un point fixe qui mérite le nom de centre de gravité sont autant de conséquences de cette hypothèse : La gravité a, en tous les points du corps, la même grandeur et la même direction.

Il est très certain que les géomètres n'ont eu que très tard une vue claire des conditions précises auxquelles sont assujetties l'exactitude de la loi du levier et la notion même de centre de gravité.

Assurément, tout ce qu'a écrit Archimède en son traité *Sur l'équilibre des plans* s'accorde avec l'hypothèse d'une pesanteur partout constante en grandeur et en direction ; nulle part, cependant, le grand géomètre ne signale que cette restriction soit essentielle à l'exactitude des propositions qu'il énonce. Il est même permis de douter qu'il ait conçu sur ce point une opinion précise.

Ce doute se fortifie lorsqu'on lit ses livres *Sur les corps flottants*. Au premier de ces deux livres, nous le voyons sans cesse mentionner et figurer la convergence des verticales au centre de la Terre, alors que les lois qu'il veut démontrer ne sont point exactes lorsque la pesanteur n'est pas constante en grandeur et en direction. L'illustre Syracusain donne ainsi, du principe qui a gardé son nom,

(1) Pappus, *loc. cit.*, p. 1035.

un énoncé trop général et entaché d'une grave erreur (1). Mais au second livre, lorsqu'il veut appliquer ce principe, il traite les verticales comme des parallèles ; alors disparaissent les conséquences erronées de sa première analyse.

Rien ne prouve que Pappus ait eu, des conditions dans lesquelles il est permis de parler du centre de gravité d'un corps, la connaissance claire et assurée qui semble avoir été refusée à Archimède. Comme son illustre prédécesseur, il semble n'avoir point attaché d'importance à cette question. Il désigne les verticales comme des lignes qui convergent vers le centre de l'Univers, « εἰς τὸ τοῦ παντὸς κέντρον » et, aussitôt après, il les traite comme parallèles.

3. *La tendance du centre de gravité vers le centre de l'Univers*
Albert de Saxe (XIVe siècle)

Si la notion de centre de gravité garde, même dans l'esprit des géomètres, des contours vagues et imprécis, on devine à quel point elle sera indécise et flottante en l'intelligence des physiciens et des philosophes.

Peu à peu, on voit s'ébaucher d'abord, se préciser ensuite une doctrine qui nous paraît aujourd'hui bien étrange, mais qui fut admise sans conteste pendant des siècles et par de très grands esprits, qui fut une des théories les plus durables, les moins controversées qu'offre l'histoire de la Physique.

Cette doctrine peut se formuler ainsi :

Il est en tout grave un point où sa pesanteur est comme concentrée : c'est le *centre de gravité* ; en tout grave, la pesanteur est un désir d'unir ce centre de gravité au centre de l'Univers. Si son centre de gravité coïncide

(1) P. Duhem, *Archimède a-t-il connu le paradoxe hydrostatique ?* (BIBLIOTHECA MATHEMATICA, 3e Folge, Bd. I., p. 15 ; 1900).

(2) Pappus, *loc. cit.*, p. 1030.

avec le centre de l'Univers, le grave est en repos. Si le centre de gravité est hors du centre de l'Univers, le premier point tend à joindre le second et, s'il n'en est empêché, il se dirige vers lui en ligne droite. La Terre est un grave semblable aux autres ; elle joint donc son centre de gravité au centre de l'Univers ; et c'est ainsi que la Terre demeure immobile au centre du Monde.

Pour trouver le premier germe de cette théorie, il faut remonter jusqu'à Aristote. Ce germe se montre, encore bien chétif et bien indistinct, en un chapitre du Περὶ οὐρανοῦ (1). « On se demandera, dit Aristote, puisque le centre de l'Univers et le centre de la Terre coïncident, vers lequel de ces deux centres se portent naturellement tous les graves, et les parties mêmes de la Terre ? Se portent-ils vers ce point parce qu'il est le centre de l'Univers ou parce qu'il est le centre de la Terre ? C'est vers le centre de l'Univers qu'ils se portent nécessairement... Mais il arrive que la Terre a même centre que l'Univers. Dès lors, les graves se portent au centre de la Terre, mais cela par accident, et parce que la Terre a son centre au centre de l'Univers... C'est pourquoi ils se portent au centre commun de la Terre et de l'Univers... »

« Voici un autre doute qui peut se résoudre de la même manière. Supposons que la Terre soit sphérique et qu'elle occupe le centre du Monde, puis que l'on ajoute un grand poids à l'un de ses hémisphères ; le centre de l'Univers et celui de la Terre ne coïncideront plus. Qu'arrivera-t-il alors ? Ou bien la Terre ne demeurera pas immobile au milieu de l'Univers, ou bien elle demeurera immobile bien qu'elle ne tienne pas ce milieu et, par conséquent, qu'elle soit apte à se mouvoir. Voilà la question douteuse. Mais ce doute se résoudra sans peine pour peu que nous analysions le jugement que nous formons lorsqu'un certain volume pesant se porte au centre. *Il est clair que le mou-*

(1) Aristote, Περὶ οὐρανοῦ, B, ιδ', Livre II, Chapitre XIV. Édition Didot, t. II, pp. 407-409.

vement de ce grave ne s'arrêtera pas au moment même où son extrémité inférieure touchera le centre de l'Univers ; sa partie la plus pesante l'emportera tant que son milieu ne coïncidera pas avec le milieu de l'Univers ; car, jusqu'à cet instant, il aura puissance pour se mouvoir. — Δῆλον γὰρ ὡς οὐχὶ μέχρι τοῦ ἅψασθαι τοῦ κέντρου τὸ ἔσχατον, ἀλλὰ δεῖ κρατεῖν τὸ πλέον ἕως ἂν λάβῃ τῷ αὑτοῦ μέσῳ τὸ μέσον· μέχρι τούτου γὰρ ἔχει τὴν ῥοπήν. Or on peut en dire autant soit d'une particule terrestre quelconque, soit de la Terre entière. Car ce que nous venons de dire n'arrive point à cause de la grandeur ni de la petitesse ; cela est commun à tout ce qui a tendance à se mouvoir vers le centre. Que la Terre donc, à partir d'un lieu quelconque, se porte au centre soit en bloc, soit par fragments, elle se mouvra nécessairement jusqu'à ce qu'elle environne le centre d'une manière uniforme, les tendances au mouvement des diverses parties se contrebalançant alors les unes les autres. »

La doctrine d'Aristote, en ce passage, est encore fort imprécise ; ce *milieu*, τὸ μέσον, qui, en tout grave, tend à se placer au centre de l'Univers, le Philosophe ne le caractérise pas ; il ne l'identifie pas au centre de gravité, qu'il ne connaît pas.

Simplicius (1), commentant ce passage d'Aristote, fait un rapprochement, bien vague encore et bien indécis, entre ce *milieu* du grave et le *centre de gravité* ; il regarde l'objection qu'Aristote a examinée en dernier lieu comme engendrée par les recherches « que les mécaniciens nomment les *Centrobaryques* (κεντροβαρικά). Car les Centrobaryques, au sujet desquels Archimède et plusieurs autres ont énoncé des propositions nombreuses et fort élégantes, ont pour objet de trouver le centre d'une gravité donnée. Il est clair que l'Univers [la Terre, supposée sphérique] aura même centre de grandeur et de gravité. »

(1) ΣΙΜΠΛΙΚΙΟΥ εἰς τὰ Ἀριστοτέλους περὶ οὐρανοῦ ὑπόμνημα, B, ιδ. — Simplicii *Commentarius in IV libros Aristotelis de Cœlo*, ex recensione Sim. Karstenii. Trajecti ad Rhenum, MDCCCLXV ; p. 245.

Il ne semble pas que ce passage ait, tout d'abord, attiré bien vivement l'attention des commentateurs qui succédèrent à Simplicius. Saint Thomas d'Aquin (1), par exemple, se borne à répéter presque textuellement ce qu'a dit Aristote : « Il est clair qu'un volume doué de gravité ne se porte pas seulement vers le centre du Monde jusqu'à ce que son extrémité inférieure touche ce centre ; mais, si aucun empêchement n'y met obstacle, la partie la plus grande l'emportant sur la plus petite, le corps en mouvement se porte au centre du Monde jusqu'à ce que son milieu touche ce centre ; c'est à ce but que tous les corps graves ont inclination.

» Imaginez qu'il n'y ait au monde aucun autre corps grave qu'une pierre unique, et qu'on la jette de haut ; elle descendrait jusqu'à ce que son propre milieu touchât le milieu du Monde ; en effet, la partie la plus grande repousserait la plus petite hors de ce milieu, jusqu'à ce que la gravité se trouvât être égale de tous côtés, comme il a été dit plus haut. Et le Philosophe conclut que l'on peut, sans différence aucune, dire la même chose, soit d'une partie quelconque de la Terre, soit de toute la Terre. »

Averroës, avant Saint Thomas, avait dit (2) à peu près la même chose, mais d'une manière plus prolixe et plus confuse, et Albert le Grand avait répété des considérations (3) presque semblables à celles d'Averroës.

(1) Sancti Thomæ Aquinatis Doctoris Angelici *Opera omnia* jussu impensaque Leonis XIII, P. M., edita. Tomus XIII. Romæ MDCCCLXXXVI. *Commentaria in libros Aristotelis de Cœlo et Mundo*. In librum II lectio XVII, p. 124.

(2) Aristotelis *De Cœlo, de generatione et corruptione, meteorologicorum, de plantis*, Averrois Cordubensis *cum variis in eosdem commentariis*..... Venetiis, apud Iuntas, MDLXXIIII. — De Cœlo lib. II ; Summa quarta : De Terra ; Cap. 6 : Terræ locum causamque quietis ejus exponit. p. 165.

(3) Beati Alberti Magni, Ratisbonensis Episcopi, ordinis Prædicatorum, *Physicorum lib. VIII, De Cœlo et Mundo lib. IV, De generatione et corruptione lib. II, De meteoris lib. IV, De mineralibus lib. V*, recogniti per R. A. P. F. Petrum Iammy, sacræ theologiæ doctoris, conventus Gratianopolitani, ejusdem ordinis, nunc primum in lucem prodeunt. Operum tomus secundus. Lugduni, sumptibus Claudii Prost, Petri et Claudii Rigaud

Ce qui a été une simple remarque dans l'ouvrage d'Aristote, dans les commentaires de Simplicius et de saint Thomas d'Aquin va prendre, au XIV^e siècle, les vastes proportions d'une théorie. Déjà Gautier Burley (1275-1357) développe plus largement les remarques d'Aristote (1). Le *lieu naturel* de la terre n'est pas la surface interne de l'élément de l'eau ; « la terre n'est en son lieu naturel que lorsqu'elle a pour centre le centre même du Monde ». De même, « l'eau n'est en son lieu naturel que si sa sphère a pour centre le centre du Monde, qui est le même que celui de la terre » ; et l'on peut en dire autant des autres éléments : « Aucun élément n'est en son lieu naturel si son centre n'est au centre du Monde ». « Une portion de la terre, libre de tout obstacle, se meut vers le centre du Monde et non vers la surface interne de l'eau. » Une difficulté, il est vrai, se présente « Lorsque la terre a pour centre le centre du monde, chacune de ses parties se trouve violentée, car, libre de tout entrave, elle se mouvrait naturellement vers le centre. » « De même si la terre était percée de part en part d'un trou passant par le centre, une motte de terre, jetée dans ce trou, se mouvra jusqu'à ce que son milieu vienne au milieu du Monde ; une moitié de cette masse sera alors d'un côté du centre du Monde et l'autre moitié de l'autre côté ; mais cela ne peut se faire qu'une partie de cette motte de terre ne s'éloigne du centre de l'Univers pour se rapprocher du Ciel ; or ce dernier mouvement est un mouvement vers le haut, donc un mouvement violent, ce qui est impos-

frat., Hieronymi De la Garde, Joan. Ant. Huguetan filii, via mercatoria. MDCLI. De Cœlo et Mundo, lib. II ; Tractatus IV : De motu et quiete Terræ ; Cap. X, p. 144.

(1) Burleus *Super octo libros Physicorum*. Colophon : Et in hoc finitur expositio excellentissimi philosophi Gualterii de Burley Anglici in libros octo de physico auditu Aristotelis Stagerite *(sic)* emendata diligentissime. Impressa arte et diligentia Boneti Locatelli Bergomensis, sumptibus vero et expensis nobilis viri Octaviani Scoti Modoetiensis .. Venetiis, anno salutis 1491, quarto nonas decembris. Fol. 95.

sible ». A cela, Burley répond « qu'une partie de la terre, détachée de son tout, est violentée lorsque son milieu n'est pas le centre du Monde car, délivrée de tout obstacle, elle se mouvrait vers le centre du Monde ; mais lorsqu'elle est unie au reste de la terre elle peut, sans être violentée, reposer hors du centre du Monde, car elle est en repos non par elle même, mais en vertu du repos de l'ensemble. »

Si les éléments avaient tous la forme de sphères ayant pour centre le centre de l'Univers — c'est ainsi, selon Burley, qu'ils se trouveraient en leur lieu naturel — la terre serait entièrement couverte d'eau ; comment expliquer qu'il n'en soit pas ainsi ? Jean Duns Scot, le *Docteur Subtil* (1275 ?-1308) s'était posé la question ; mais il s'était contenté (1) d'une explication finaliste : « Si tous les éléments était symétriquement distribués, la terre entière serait couverte d'eau ; en fait, actuellement, une partie de la terre est découverte en vue du salut des êtres vivants. »

Jean de Jandun, maître en theologie en 1316, suivait, en bien des points, les opinions de Gautier Burley ; comme lui et comme Aristote, il pense (2) « que la terre se meut de toutes parts vers le centre de l'Univers et que son mouvement ne s'arrête que lorsque son milieu est au milieu du Monde ». Il semble admettre, de l'existence des continents, l'explication finaliste dont c'est contenté Duns

(1) Jo. Duns Scoti Doctor. Subtilis, *in VIII lib. Physicorum Aristotelis Quæstiones et Expositio*, in celeberrima et pervetusta Parisiensium Academia ab ipso authore publice ex cathedra perlectæ, nunc primum ex antiquissimo manuscripto exemplari, abstersis omnibus mendis, in lucem editæ, et accuratis annotationibus illustratæ a R. Adm. P. F. Francisco de Pitigianis Arretino, ord. Minorum..... Venetiis, MDCXVII, apud Joannem Guerilium. p. 582 — Les *Quæstiones* attribuées dans ce livre à Duns Scot ne sont nullement de lui ; elles ont été composées, à la fin du XIV[e] siècle, par Marsile d'Inghen ; nous aurons à les étudier au § 5.

(2) Joannis de Janduno *In libros Aristotelis de Cœlo et Mundo quæstiones subtilissimæ, quibus nuper consulto adjecimus Averrois sermonem de substantia orbis cum ejusdem* Joannis *commentario ac quæstionibus*... Venetiis, apud Hieronymum Scotum, 1552 ; p. 31, Quæst. XIV : An terra sit in medio mundi ?

Scot ; mais à ce sujet, il examine une difficulté : « Il est certain que l'eau est pesante ; d'autre part, une portion de la terre n'est point couverte d'eau, savoir celle qu'habitent les animaux ; il semble, dès lors, que le milieu de la terre ne puisse être le milieu du Monde, car de ce côté où l'eau, qui est lourde, recouvre la terre, elle doit la pousser et la chasser hors de son lieu, vers le côté qui est découvert, car un corps grave comme l'eau se meut vers le bas lorsqu'il n'en est pas empêché... Il est vrai que l'eau est pesante même en son propre lieu ; mais la gravité de l'eau n'est pas assez grande pour chasser la terre du centre, car la gravité de la terre, qui est plus forte, lui résistera. Le raisonnement serait concluant si l'eau était aussi lourde que la terre. »

Les indications, encore bien vagues et bien peu cohérentes, de Gautier Burley et de Jean de Jandun vont s'organiser et se développer en une ample et puissante théorie ; cette théorie sera l'œuvre d'Albert de Saxe.

Albertus de Saxonia que, bien souvent, les scolastiques se contentent de désigner par son surnom : Saxonia, est assurément un des penseurs les plus puissants et les plus originaux que l'École ait produits. Malheureusement, tandis que ses écrits nous sont connus par de très nombreuses éditions, sa vie nous est presque inconnue.

Sa patrie, la Saxe, nous est indiquée par son surnom. Nous savons également, d'une manière certaine, qu'il séjourna et enseigna à Paris. Un manuscrit de la Bibliothèque du Vatican, le *Codex palatinus* n° 1207, contient cette mention (1) : « Explicit tractatus de proportionibus Parisius per Magistrum Albertum de Saxonia editus. Deo laus. » C'est à Paris, assurément, qu'Albert a composé ses *Questions* sur la *Physique* d'Aristote ; voulant, quelque part (2),

(1) B. Boncompagni, *Intorno al* TRACTATUS PROPORTIONUM *di Alberto di Sassonia* (BULLETINO DI BIBLIOGRAFIA E DI STORIA DELLE SCIENZE MATEMATICHE E FISICHE, t. IV, p. 498 ; 1871).

(2) *Acutissime Questiones super libros de physica Auscultatione ab* Alberto de Saxonia *editæ*. In quartum Physicorum quæstio V.

prendre l'exemple d'une pierre qui tombe au sein de l'eau, il suppose que l'on jette cette pierre *dans la Seine.*

A ces renseignements certains, nous pouvons joindre une date : la Bibliothèque Nationale possède (1) en manuscrit la copie des *Questions* sur le *De Cœlo* composées par Albert de Saxe, et cette copie est datée de l'année 1378.

Or l'histoire de l'Université de Paris (2) mentionne un Albert de Saxe auquel ces diverses marques conviennent très exactement. Il a enseigné avec éclat la philosophie, en la dite Université, de 1350 à 1361. Les *Registres de la Nation Anglaise* de la Faculté des Arts de l'Université de Paris (3) mentionnent qu'il présida des examens en 1352, 1354, 1355, 1358, 1359. L'*Historia* de Du Boulay affirme qu'il fut à plusieurs reprises Procureur de la Nation Anglaise. Selon le même ouvrage, Albert de Saxe fut, en juin 1358, élu Recteur de l'Académie ; en 1361, l'Université lui confia la cure de la paroisse SS. Côme et Damien.

Telles sont les particularités non douteuses de la vie de l'auteur qui nous occupe. J. T. Græsse (4), J. C. Adlung (5) et U. Chevalier (6) l'identifient avec Albert de Rückmersdorff, Recteur de l'Université de Vienne en 1365 et Évêque d'Halberstadt de 1366 jusqu'à 1390, date de sa mort. Mais cette identification n'est rien moins que certaine.

Bien des points, d'ailleurs, demeurent obscurs en la vie d'Albert de Saxe. Nous ignorons, par exemple, s'il fut séculier ou régulier ; parmi les éditeurs de ses œuvres, il

(1) Bibliothèque Nationale, fonds latin, Ms. n° 14723. — Cf. Thurot, *Recherches historiques sur le Principe d'Archimède*, 3e Article (REVUE ARCHÉOLOGIQUE, nouvelle série, t. XIX, p. 119 ; 1869).

(2) Bulæus (Du Boulay), *Historia Universitatis Parisiensis*, MDCLXVIII, t. IV, pp. 561 et 958.

(3) Cf. Thurot, *Analyse d'un ouvrage de Ueberweg* (REVUE CRITIQUE D'HISTOIRE ET DE LITTÉRATURE, t. VI, p. 251 ; 1868).

(4) J. T. Græsse, *Lehrbuch einer Litterargeschichte der berühmsten Völker des Mittelalters*, 2te Abth., 2te Hälfte, p. 656.

(5) J. C. Adlung, *Fortsetzung und Ergänzungen zu C. G. Jöchers allgemeinen Gelehrten Lexico*, Bd. I., col. 450-456.

(6) U. Chevalier, *Repertoire des sources historiques du moyen âge. Bio bibliographie*, Paris, 1883. Colonne 59.

en est qui le disent Augustin, d'autres Dominicain, d'autres encore Franciscain ; beaucoup s'abstiennent de mentionner qu'il ait appartenu à un ordre religieux.

U. Chevalier (1), se référant à Sbaralea (2), mentionne un autre Albert de Saxe, surnommé *Albertutius*, qui aurait été moine franciscain au XV^{e} siècle. Nous croyons que cet Albertutius ne doit pas être distingué de notre Albertus de Saxonia ; voici quelques preuves à l'appui de cette opinion.

Nicolo Vernias de Chieti, natif de Vicence, enseignait la philosophie à Padoue à la fin du XV^{e} siècle. Il y composa, en 1499, un écrit intitulé *De gravibus et levibus quæstio subtilissima*. L'éditeur qui, en 1516, publia à Venise les *Quæstiones super libros de physica Auscultatione* d'Albert de Saxe, y joignit ce petit écrit. L'auteur y mentionne et y réfute l'opinion d'*Albertutius* qui attribue le mouvement des projectiles non pas à l'agitation de l'air, mais à un *impetus* ; or cette opinion est bien celle qu'Albert de Saxe a soutenue, par de multiples arguments, dans ses *Questions* sur la *Physique* d'Aristote et sur le *De Cœlo* ; c'est assurément lui que Nicolo Vernias a entendu citer. D'ailleurs, il ne le nomme pas seulement *Albertutius*, mais encore *Albertus parvus*, réservant à Albert le Grand le simple nom d'*Albertus*.

Nous trouvons une indication analogue dans un recueil des commentaires sur le *De generatione et corruptione* composés par Gilles Colonna (Ægidius Romanus), Marsile d'Inghen et Albert de Saxe (3).

(1) U. Chevalier, *loc. cit.*

(2) Sbaralea, *Supplementum scriptorum Franciscanorum*, p. 725 ; 1806.

(3) Egidius cum Marsilio et Alberto *De generatione* — *Commentaria* fidelissimi expositoris B. Egidii Romani *in libros de generatione et corruptione Aristotelis cum textu intercluso singulis locis.* — *Questiones item subtilissime* ejusdem doctoris *super primo libro de generatione* ; nunc quidem primum in publicum prodeuntes — *Questiones quoque* clarissimi doctoris Marsilii Inguem *in prefatos libros de generatione* — *Item questiones subtilissime* magistri Alberti de Saxonia *in eosdem libros de*

Dans ce recueil, Paulus de Genoçano, de l'ordre des frères de Saint Augustin, se donne, à la fin des *Questions* d'Ægidius et de Marsile, comme en ayant revu la rédaction ; il a sans doute accompli la même tache pour les *Questions* d'Albert de Saxe, en sorte que l'on doit lui attribuer la note qui se trouve au fol. 132, col. *a* ; en cette note, on fait remarquer au lecteur que les *Questions* d'*Albertucius* portent exactement sur les mêmes textes que les *Questions* de Marsile d'Inghen.

Au XVI^e^ siècle, *Albertutius* ou *Albertucius* était si bien considéré comme un surnom de maître Albert de Saxe, qui avait enseigné en Sorbonne au milieu du XIV^e^ siècle, que les éditeurs faisaient parfois figurer ces deux noms, accolés l'un à l'autre, dans le titre des ouvrages qu'ils publiaient ; témoin, ce titre : *Logica* Albertucii *perutilis. Logica excellentissimi sacræ theologiæ professoris Magistri* Alberti de Saxonia *ordinis divi Augustini, per Magistrum Aurelium Sanutum Venetum.* Venetiis, ære ac sollertia hæredum O. Scoti. MDXXII.

Le *Tractatus proportionum* d'Albert de Saxe, ses *Acutissimæ Quæstiones* touchant les *Physiques* d'Aristote, le *De Cœlo*, le *De generatione et corruptione* eurent grande vogue dans l'École, à la fin du moyen âge et durant la Renaissance ; l'imprimerie les répandit à profusion (1) ;

gene ; nusquam alias impresse. — Omnia accuratissime revisa, atque castigata ; ac quantum ars eniti potuit fideliter impressa. Colophon : Impressum Venetiis mandato et expensis nobilis viri Luceantonii de Giunta Florentini, Anno Domini 1518, Die 12 mensis Februarii.

En dépit des indications du titre, ce recueil avait été déjà imprimé au moins deux fois : à Venise, en 1504 (B. Locatellus) et 1505 (G. de Gregoriis).

(1) Selon Boncompagni (BULLETINO DI BIBLIOGRAFIA E DI STORIA DELLE SCIENZE MATEMATICHE E FISICHE, t. IV, p. 495 ; 1871), le *Tractatus proportionum* a eu dix éditions. Græsse (*Trésor de livres rares et precieux*, t. I, p. 57) dit que les *Quæstiones super quatuor libros Aristotelis de Cœlo et Mundo* furent imprimées à Pavie en 1481, à Venise en 1492 et 1497, à Paris en 1516, de nouveau à Venise en 1520. — Nous avons pu consulter, outre le recueil que nous venons de citer, les trois éditions suivantes :

1° *Questiones subtilissime* Alberti de Saxonia *in libros de Celo et Mundo.* Colophon : Expliciunt questiones preclarissimi Alberti de Saxonia.

l'œuvre d'Albert de Saxe est l'un des principaux canaux par lesquels la Physique de la Scolastique a répandu ses idées en la science du XVI^e siècle.

Sa théorie de la pesanteur se trouve éparse en divers lieux de ses *Questions* sur la *Physique* ou sur le *De Cœlo*.

En un premier passage (1), il s'agit de soutenir l'opinion, émise par Aristote, selon laquelle les corps graves se mouvraient dans le vide avec une vitesse infinie, parce

super quatuor libros de celo et mundo Aristotelis diligentissime emendate per eximium artium et medicine doctorem Magistrum Hieronymum Surianum Venetum filium Domini Magistri Jacobi Suriani physici prestantissimi. Impresse autem Venetiis arte Boneti de Locatellis Bergomensis. Impensa vero nobilis viri Octaviani Scoti civis Modoetiensis. Anno Salutis nostre 1492, nono kalendarum novembris, ducante inclite principe Augustino Barbadico.

2° *Acutissime Questiones super libros de physica auscultatione ab* Alberto de Saxonia *edite ; jamdiu in tenebris torpentes : nuperrime vero quam diligentissime a vitiis purgate : ac summo studio emendate ; et quantum eniti ars potuit fideliter impresse.* — Nicoleti Verniatis Theatini *philosophi perspicacissimi contra perversam Averrois opinionem de unitate intellectus : et de anime felicitate Questiones divine : nuper castigatissime in lucem prodeuntes.* — Ejusdem *etiam de gravibus et levibus questio subtilissima.* — A la dernière page : Venetiis, sumptibus heredum q. D. Octaviani Scoti Modoetiensis ac Sociorum, 21 Augusti 1516.

3° *Quæstiones et decisiones physicales insignium virorum :*

Alberti de Saxonia *in*	*Octo libros physicorum.* *Tres libros de cœlo et mundo.* *Duos lib. de generatione et corruptione.*
Thimonis *in*	*Quatuor libros meteorum.*
Buridani *in Aristotelis*	*Lib. de sensu et sensato.* *Librum de memoria et reminiscentia.* *Librum de somno et vigilia.* *Lib. de longitudine et brevitate vitæ.* *Lib. de juventute et senectute.*

Recognitæ rursus et emendatæ summa accuratione et judicio Magistri Georgii Lokert Scoti *: a quo sunt tractatus proportionum additi.* Venumdantur in ædibus Jodoci Badii Ascensii et Conradi Resch. — Au verso du titre, se trouve une *Epistola nuncupatoria et parænetica* de Georges Lokert, avec ces deux dates : Ex præclaro Montisacuti collegio idibus Januarii ad supputationem Curiæ Romanæ MDXVI. Et rursus e Sorbona ad kalen. Octo. MDXVIII. — L'ouvrage eut, en effet, à Paris, deux éditions, l'une en 1516, l'autre en 1518.

(1) Alberti de Saxonia *Quæstiones in libros de physico Auditu :* in librum IV quæstio X.

que les corps n'ont, par eux-mêmes, aucune résistance intrinsèque au mouvement, rien d'analogue à ce que nous nommons aujourd'hui l'inertie.

Or certains auteurs (1) pensaient « que les diverses parties d'un même grave s'entravent mutuellement, parce que chacune d'elles a une inclination à descendre par la ligne la plus courte ; et comme, seule, la partie moyenne descend par une telle ligne, elle gêne les parties latérales ; par suite de cet empêchement mutuel des diverses parties, les graves simples se meuvent dans le temps. Mais cette raison ne peut tenir.

« En premier lieu, elle prétend que chacune des parties d'un même grave tend à descendre par la ligne la plus courte ; cette raison n'est pas valable ; chacune des parties ne tend pas à ce que son centre devienne le centre du Monde, ce qui serait impossible. C'est le tout qui descend de telle sorte que son centre devienne le centre du Monde ; et toutes les parties tendent à ce but que le centre du tout devienne le centre du Monde ; elles ne s'entravent donc pas l'une l'autre... »

A cet argument, où nous trouvons une première formule de la théorie qui nous occupe, Albert en joint d'autres, parmi lesquels nous lisons ceux-ci :

Selon cette opinion, « un grand corps descendrait plus

(1) L'opinion ici réfutée par Albert de Saxe avait été émise et soutenue par Roger Bacon (*a*), qui l'avait citée comme une heureuse application des mathématiques aux sciences physiques.

(*a*) Rogerii Baconis Angli, viri eminentissimi, *Specula mathematica* in qua de specierum multiplicatione, earumdemque in inferioribus virtute agitur. Liber omnium scientiarum studiosis apprime utilis, editus opera et studio Johannis Combachii, Philosophiæ professoris in Academia Marpurgensi ordinarii. Francofurti, typis Wolffgangi Richteri, sumptibus Antonii Hummii. MDCXIV. — Distinctio IV. Caput XIV : An motus gravium et levium excludat omnem violentiam ? Et quomodo motus gignat calorem ? Itemque de duplici modo sciendi. — Cet ouvrage est un fragment, imprimé séparément, de l'*Opus majus* dédié, vers 1267, au pape Clément IV (Fratris Rogeri Bacon, ordinis Minorum, *Opus majus ad Clementem Quartum, Pontificem Romanum*, ex MS Codice Dubliniensi edidit S. Jebb, M. D. ; Londini, ex typis Gulielmi Bowyer, MDCCXXXIII ; pp. 103 et 104, marquées par erreur 99 et 100).

lentement qu'un corps plus petit, ce qui, toutes choses égales d'ailleurs, n'est point exact... Dix pierres réunies ensemble descendraient plus lentement que l'une d'entre elles, car elles s'entraveraient l'une l'autre ; or cela est faux et contraire à l'expérience. »

Lorsque Benedetti démontra (1) que tous les corps de même pesanteur spécifique tombent avec la même vitesse au sein d'un même milieu, il eut soin de faire sonner bien haut l'originalité de sa découverte : « Cette vérité, disait-il, ne procède point de l'esprit d'Aristote, ni de l'esprit d'aucun de ses commentateurs dont j'aie eu occasion de voir et de lire les ouvrages, ou dont j'aie pu converser avec ceux qui professent l'opinion de ce philosophe. » Il est permis de se demander, cependant, si le passage d'Albert de Saxe que nous venons de citer ne fut pas la semence qui germa dans la pensée de Benedetti.

Le problème du *lieu naturel* de la Terre préoccupe Albert de Saxe en divers endroits de ses *Questions* sur la *Physique* et sur le *De Cœlo*.

Selon la philosophie péripatéticienne, à tout élément correspond un lieu naturel ; en ce lieu, la forme substantielle de cet élément acquiert sa perfection ; elle est disposée de telle sorte qu'elle reçoive aussi complètement que possible les influences qui lui sont favorables, qu'elle évite les actions qui peuvent lui nuire. Un élément est-il hors de son lieu naturel : il tend à s'y placer, car toute forme tend à sa perfection. Est-il en son lieu naturel : il y demeure en repos et n'en peut être arraché que par violence.

Quels sont les lieux naturels des divers éléments ? Quel est, en particulier, le lieu naturel de la terre ? La question était vivement débattue dans l'École.

Pour les uns, le lieu naturel de la terre était la surface concave qui limite inférieurement la mer, lieu naturel de

(1) Voir Chapitre X, 2.

l'eau ; ou mieux, cette surface jointe à une partie de la surface inférieure de l'atmosphère, lieu naturel de l'air ; et ceux-là se montraient fidèles interprétateurs de la pensée du Stagirite, selon laquelle le *lieu* d'un corps est la surface interne des corps qui l'environnent.

D'autres rejetaient cette opinion. La surface interne de l'eau n'est pas le lieu naturel de la terre ; car alors une portion de terre entourée d'eau de tous côtés demeurerait en équilibre. Or, si l'on jette une pierre dans un fleuve, bien loin de demeurer en repos, elle descend jusqu'à ce qu'elle parvienne au fond de l'eau. Une portion de terre, libre de tout obstacle, ne saurait demeurer en équilibre tant qu'elle n'est pas au centre de l'Univers ; c'est donc le centre de l'Univers qui constitue le lieu naturel de la terre. A quoi les tenants de la première opinion répondaient que la terre, n'étant pas un simple point, ne pouvait être naturellement logée en un point, ce point fût-il le centre du Monde.

C'est surtout à la solution de ce débat qu'Albert de Saxe applique sa théorie de la gravité. Voici comment il formule la thèse où il cherche à conserver la part de vérité que renfermait chacune des opinions adverses :

« La terre, (1) limitée en partie par la surface concave de l'air, en partie par la surface concave de l'eau, occupe sa situation naturelle lorsque le centre de gravité de la dite terre est au centre du Monde ; car si la terre se trouvait hors de la surface qui la situe de la sorte, elle se mettrait à descendre et se mouvrait jusqu'à ce que le centre de l'agrégat qu'elle forme avec tous les autres graves devînt le centre du Monde, à moins qu'elle n'en fût empêchée...

« A quoi j'ajouterai quelques remarques : En premier lieu, si la masse entière de la terre se trouvait placée hors de son lieu naturel, par exemple en la concavité de

(1) Alberti de Saxonia *Quæstiones in libros de physico Auditu ;* in librum IV quæstio V.

l'orbite de la Lune, et qu'elle y fût retenue de force ; que, d'autre part, on laissât tomber un grave ; ce grave ne se mouvrait point vers la masse totale de la terre, mais il se mouvrait en ligne droite vers le centre du Monde ; la raison en est qu'une fois parvenu au centre du Monde, il serait en son lieu naturel, pourvu du moins que son centre de gravité fût le centre du Monde ; or, tout être qui n'en est pas empêché tend naturellement à se placer en son lieu naturel, car il s'y conserve plus longtemps et s'y trouve plus éloigné de ce qui lui est nuisible. Il résulte de là que si les graves se meuvent vers la Terre, ce n'est point à cause de la Terre ; c'est parce qu'en venant à la Terre, ils s'approchent du centre du Monde.

» Mais ici (1), il convient de poser deux distinctions, dont voici la première : Il y a deux points qui peuvent être nommés milieux ou centres des corps graves, savoir : le centre de grandeur (2) et le centre de gravité. Car dans les corps où la gravité n'est pas uniformément répartie, le centre de gravité n'est pas le centre de grandeur ; tandis que dans les corps de gravité uniforme, le centre de grandeur et le centre de gravité peuvent bien coïncider.

» La seconde distinction est celle-ci : Dire qu'un corps est au milieu du Monde peut s'entendre de deux manières différentes ; d'une première manière, on entend que son centre de grandeur est au centre du Monde ; d'une seconde manière, que son centre de gravité est au centre du Monde.

» Or je suppose que la terre n'est pas d'une gravité uniforme » ; cela est évident, car la partie que la mer ne couvre pas, exposée aux rayons du Soleil, est plus dilatée que la partie que les eaux recouvrent.

(1) Alberti de Saxonia *Quæstiones in libros De Cœlo et Mundo* ; in librum II quæstio XXIII.

(2) *Grandeur* a, en général, chez les scolastiques, le sens que les géomètres modernes donnent au mot *volume* ; par *centre de grandeur*, Albert de Saxe entend sans doute, au moins confusément, ce que nous entendons aujourd'hui par *centre de gravité du volume*.

D'ailleurs, si son centre de grandeur coïncidait avec son centre de gravité et partant avec le centre du Monde, elle serait entièrement couverte par les eaux.

« Dès lors, on peut poser cette première conclusion : Ce n'est point le centre de grandeur de la terre qui est au centre du Monde... Puis cette seconde conclusion : C'est le centre de gravité de la terre qui est au centre du Monde ; on le prouve : Toutes les parties de la terre tendent au centre par leur gravité. » Si donc un plan quelconque passant par le centre du Monde ne partageait pas la terre en deux parties d'égale gravité, « la partie la plus lourde pousserait la plus légère jusqu'à ce que le centre de gravité de la terre tout entière devînt le centre du Monde ; alors, ces deux parties de même poids demeureraient immobiles, lors même que l'une surpasserait l'autre en grandeur ; elles se contrebalanceraient l'une l'autre comme deux poids en équilibre. »

De là un paradoxe (1) : Lorsque la terre se trouve en son lieu naturel, les diverses parties de la terre se trouvent violentées et hors de leur lieu naturel ; en effet, chacune de ces parties serait naturellement située si son centre de gravité se trouvait au centre du Monde ; et c'est le centre de gravité de la terre qui occupe cette position.

Albert de Saxe résout évidemment ce paradoxe, comme le résolvait déjà Gautier Burley (2), par les raisons qui lui ont servi à prouver que les diverses parties d'un grave ne se gênaient pas l'une l'autre dans leur mouvement ; ce n'est point chaque partie de la terre qui tend à mettre son centre de gravité au centre du Monde ; cette tendance n'appartient qu'à la terre en son entier ; ou mieux, chaque partie tend à ce que l'ensemble ait son centre de gravité au centre du Monde :

(1) Albertus de Saxonia, *loc. cit.*
(2) Burleus, *Super octo libros Physicorum*, Venetiis, 1491 ; fol. 93, col. d.

« L'eau, dit-il (1), ne forme pas le lieu naturel de la terre tant que le centre de gravité de la terre n'est pas le centre du Monde. Il ne suffit pas qu'une portion de terre se trouve entourée d'eau pour qu'elle soit en son lieu naturel et demeure immobile ; car alors son centre de gravité n'est point encore le milieu du Monde, et le centre de gravité de l'agrégat total qu'elle forme avec le reste de la terre n'est point non plus au centre du Monde ; elle continue donc à descendre, et cela jusqu'à ce que le centre de gravité de tout l'agrégat formé par cette portion de la terre et tout le reste de la terre se trouve au centre du Monde. »

De ce principe que le centre de gravité de l'ensemble des corps pesants tend constamment à se placer au centre du Monde, il résulte que la Terre n'a pas nécessairement cette immobilité absolue que d'aucuns lui prêtent. Une foule de causes, telles que l'échauffement par les rayons du Soleil, font, en effet, varier continuellement la distribution de la gravité en la masse terrestre et déplacent son centre de gravité (2).

« En fait, dit Albert (3), la Terre se meut sans cesse ; sans cesse, en effet, il est une partie de la terre dont la gravité est diminuée plus qu'elle ne l'est en la partie opposée ; c'est la partie qui regarde le Soleil ; or, par suite du mouvement circulaire du Soleil au-dessus de la Terre, cette partie change d'instant en instant ; afin donc que le centre de gravité de la terre demeure au centre du Monde, et puisque la partie de la terre qui s'allège change continuellement, il faut que la Terre se meuve sans cesse. »

(1) Alberti de Saxonia *Quæstiones in libros de physico Auditu ;* in librum IV quæstio V.

(2) Alberti de Saxonia *Quæstiones in libros de physico Auditu ;* in librum IV quæstio V. — *Quæstiones in libros de Cœlo et Mundo ;* in librum II quæstio X.

(3) Alberti de Saxonia *Quæstiones in libros de Cœlo et Mundo ;* in librum II quæstio X.

La cause invoquée ici par Albert de Saxe pour expliquer les déplacements du centre de gravité terrestre est de bien minime influence ; en un autre passage (1), il invoque une action autrement lente, mais autrement importante : l'érosion par les eaux pluviales ; et plus d'un géologue ne verra point sans surprise la précision avec laquelle il marque le rôle joué par l'érosion dans la sculpture du sol :

« Il est bien vraisemblable que, continuellement, quelque partie de la Terre se meut en ligne droite ; on peut s'en persuader par les raisons suivantes : Continuellement, de cette partie de la terre élémentaire que la mer ne couvre pas, une multitude de parties terrestres, entraînées par les fleuves, s'écoulent jusqu'au fond de la mer ; la terre s'accroît ainsi dans la partie qui est couverte par les eaux, tandis qu'elle diminue dans la partie découverte et, par conséquent, elle ne garde pas le même centre de gravité ; mais, après ce changement de centre de gravité, le nouveau centre de gravité se meut, afin de se placer au centre du Monde ; et, pendant ce temps, l'ancien centre de gravité monte vers la surface que ne couvrent pas les eaux ; par cet écoulement et ce mouvement continuels, cette partie de la Terre qui, à une certaine époque, se trouvait au centre finira par venir à la surface, et inversement.

» Et, à ce sujet, on peut montrer comment ont été engendrées les grandes montagnes. Il n'est point douteux que certaines parties de la terre n'aient plus de cohésion que d'autres ; tandis que les parties faiblement cohérentes coulent à la mer, entraînées par les fleuves, les parties douées de cohésion demeurent en place ; elles forment éminence au-dessus de la surface du sol. »

Jusqu'ici, Albert de Saxe nous a parlé seulement du lieu naturel de la terre ; il a fait abstraction de la masse

(1) Alberti de Saxonia *Quæstiones in libros de Cœlo et Mundo;* in lib. II quæstio XXIII.

des eaux ; de quelle manière faut-il tenir compte de la présence de cette masse ? Sur ce point, la pensée d'Albert a varié ; elle n'est pas la même dans les *Questions* sur les livres de *Physique* et dans les *Questions* sur le *De Cœlo*.

En commentant la *Physique* d'Aristote, Saxonia avait écrit ces lignes (1) :

« [Ce que j'ai dit de la terre seule], il faut l'entendre également de tout l'agrégat formé par la terre et l'eau ; ces deux éléments forment sans doute une gravité totale et unique, dont le centre de gravité se trouve au centre du Monde. »

Ainsi, dans ses *Questions* sur la *Physique* d'Aristote, Albert de Saxe enseigne que le centre du Monde coïncide avec le centre de gravité de l'ensemble des corps pesants ; il coïncide aussi (2) avec le *centre de légèreté* de l'ensemble des corps légers.

« Le froid étant particulièrement intense sous les pôles, la couche de l'élément igné y serait bien plus mince qu'à l'équateur, si le feu, continuellement engendré à l'équateur, ne s'écoulait constamment vers les pôles. De même que l'eau s'écoule constamment vers les lieux les plus bas, afin que le centre de toute gravité se trouve au centre du Monde, de même nous devons admettre que le feu s'écoule sans cesse de l'équateur vers les pôles, afin que son centre de légèreté soit au centre du Monde. Il faut concevoir que, sous les pôles, le feu se transforme constamment en air, tandis qu'à l'équateur, l'air se transforme continuellement en feu ; et, sans cesse, le feu coule de l'équateur vers les pôles, afin que le centre de toute légèreté se trouve au centre du Monde, comme le centre de toute gravité. »

Donc, selon l'opinion qu'Albert expose dans ses *Questions* sur la *Physique*, au centre du Monde se trouve le

(1) Alberti de Saxonia *Questiones in libros de physico Auditu* ; in librum IV quæstio V.
(2) Id., *ibid.*, quæstio VI.

centre commun des graves, aussi bien de la terre ferme que de l'eau, et le centre commun des corps légers, aussi bien de l'air que du feu.

Cette opinion, Albert de Saxe la repousse (1), comme la repoussait déjà Jean de Jandun, lorsqu'il commente le *De Cœlo* :

« On m'objectera qu'il ne semble pas que le centre de gravité de la terre seule soit au centre du Monde ; que cette position convient bien plutôt au centre de gravité de l'agrégat formé par la terre et l'eau. La terre, en effet, est d'un côté toute couverte d'eau ; cette eau se joint à la partie de la terre qu'elle recouvre pour peser à l'encontre de l'autre partie ; elle doit donc repousser celle-ci jusqu'à ce que le centre de tout l'agrégat formé par la terre et par l'eau se trouve au centre du Monde.

« Nous répondrons en niant que le centre du Monde coïncide avec le centre de gravité de l'agrégat total formé par la terre et l'eau. En effet, si l'on imaginait que toute l'eau fût enlevée, le centre de gravité de la terre serait encore au centre du Monde ;... car, par essence, la terre est plus grave que l'eau ;... quelle que soit donc la quantité d'eau qui se trouve placée d'un côté de la terre et non de l'autre, cette partie de la terre n'en recevrait point, pour contrepeser et repousser l'autre partie, plus d'aide que par le passé... »

On s'explique (2) sans peine « qu'une partie de la terre émerge des eaux ; la terre, en effet, n'est pas uniformément grave, en sorte que son centre de gravité se trouve fort au-dessus de son centre de grandeur ; il est beaucoup plus près de l'une des calottes convexes qui limitent la terre que de l'autre ; alors l'eau, qui est uniformément grave et qui tend au centre du Monde, coule vers la

(1) Alberti de Saxonia *Quæstiones in libros de Cœlo et Mundo ;* in librum II quæstio XXV.

(2) Alberti de Saxonia *Quæstiones in libros de physico auditu ;* in librum IV quæstio V.

calotte terrestre qui est la plus voisine du centre de gravité de la terre, de sorte que l'autre partie, l'autre calotte, celle qui est la plus éloignée du centre de gravité, demeure découverte ». La théorie de la gravité se reliait ainsi, pour Albert de Saxe, aux notions géographiques qui avaient cours de son temps ; elle servait à justifier l'hypothèse d'un hémisphère terrestre couvert par un vaste océan, hypothèse que devait ruiner la découverte de Christophe Colomb.

L'opinion d'Albert de Saxe, selon laquelle les eaux de la mer n'exercent aucune pesanteur, aucune pression sur le fond de la mer, nous peut sembler aujourd'hui fort étrange ; elle n'est cependant pas émise au hasard ; Albert la tire de ses principes généraux touchant la pression au sein des fluides. Ces principes, dont Thurot a marqué (1) l'influence profonde et durable, avaient pour objet de répondre à cette question : Un corps demeure-t-il pesant lorsqu'il se trouve en son lieu naturel ?

Le désir d'unir son centre de gravité au centre du Monde, un corps pesant le conserve toujours identique à lui-même ; lorsque le grave se trouve placé en son lieu naturel, cette tendance existe à l'état *potentiel* ou *habituel ;* elle consiste alors, pour ce grave, en un désir de demeurer où il est (2). Veut-on l'arracher de ce lieu : la pesanteur potentielle passe aussitôt à l'état *actuel* et se manifeste sous forme de résistance. Le grave est-il placé hors de son lieu : la pesanteur actuelle le met en mouvement si aucun obstacle ne s'y oppose ; « si quelque support l'arrête et le retient hors de son lieu, la pesanteur demeure encore à l'état actuel ; il est vrai qu'elle ne communique plus un mouvement actuel au corps pesant, mais elle produit un effort actuel pour comprimer ce qui retient ce corps par violence ».

(1) Thurot, *Recherches historiques sur le Principe d'Archimède*, 3e article (REVUE ARCHÉOLOGIQUE, nouvelle série, t. XIX, p. 119 ; 1869).

(2) Alberti de Saxonia *Quæstiones in libros de Cœlo et Mundo ;* in librum III quæstio III. — Cf. *ibid.*, in librum I quæstio X.

Lorsque les diverses parties d'un grave, solide ou fluide, sont en leur lieu naturel, lorsque, par conséquent, leur pesanteur se trouve à l'état habituel et non à l'état actuel, elles ne pressent pas, elles ne compriment pas les parties sous-jacentes.

C'est ce qu'Albert objecte (1) à ceux qui soutiennent cette opinion : « Les parties inférieures de la terre sont plus massives que les parties supérieures ; ce qui ne paraît pas avoir d'autre cause que la compression exercée par les parties supérieures, compression qui provient de leur gravité. A quoi je réponds, dit Albert, que si les parties centrales de la terre sont plus denses, ce n'est point qu'elles soient comprimées par les parties supérieures, car les parties supérieures ne pèsent point sur elles... »

Ce qui est vrai des parties de la terre peut s'entendre aussi des parties de l'eau : « Lorsque (2) les parties d'un grave ne se meuvent point à l'encontre les unes des autres, elles ne se gênent point mutuellement ; cette proposition est rendue évidente par l'exemple de l'eau, dont les parties supérieures ne compriment pas les parties inférieures... »

Ainsi le fond des mers ne supporte aucune charge, aucune pression de la part de l'eau qui le surmonte.

En toutes circonstances, qu'elle soit habituelle ou qu'elle soit actuelle, la puissance de la pesanteur garde, en un même grave, même grandeur. « Une portion de terre (3) incline tout aussi bien à son lieu naturel, qu'elle se trouve placée plus haut ou plus bas. »

Cette invariabilité de la gravité ne pouvait s'accorder sans autre explication avec l'axiome fondamental sur lequel reposait toute la Statique de Jordanus : *Gravius*

(1) Alberti de Saxonia *Quæstiones in libros de Cœlo et Mundo;* in librum III quæstio III.

(2) Alberti de Saxonia *Quæstiones in libros de physico Auditu;* in librum IV quæstio X.

(3) Alberti de Saxonia *Quæstiones in libros de Cœlo et Mundo;* in librum I quæstio X.

esse in descendendo quando ejusdem motus ad medium rectior. Déjà, dans le préambule que Peter Apian a reproduit (1), le péripatéticien qui, au XIII^e^ siècle, commenta cette doctrine avait expliqué que cette apparente variation de gravité était due au mélange d'une certaine violence. Avec plus de force, Albert de Saxe va marquer (2) le sens précis qu'il convient d'attribuer à l'axiome de Jordanus:

« Nous devons déclarer qu'un grave ne désire pas plus descendre par une ligne que par une autre ; s'il descend par telle ligne et non par telle autre, cela tient à ce qu'il est appliqué à telle ou telle résistance...

» Mais, dira-t-on, il semble bien qu'un grave désire plutôt descendre par la perpendiculaire que par une oblique; nous voyons, en effet, que lorsqu'un grave descend par la perpendiculaire, il est plus difficile de l'arrêter ou d'empêcher sa descente que lorsqu'il descend par une oblique ; il paraît bien que ce soit le signe d'un désir plus grand à descendre par la perpendiculaire que par la ligne oblique.

» Je réponds à cela qu'un grave, en effet, est plus difficile à arrêter lorsqu'il descend suivant la verticale que lorsqu'il descend obliquement ; mais la raison de cet effet n'est point un plus grand désir de descendre par la verticale que par l'oblique ; cet effet tient à ce que le corps pesant éprouve une moindre résistance lorsqu'il descend verticalement que lorsqu'il descend obliquement, sur un plan incliné, par exemple ; or il est moins facile d'empêcher le mouvement d'une puissance motrice donnée avec une moindre résistance qu'avec une résistance plus grande. »

(1) *Liber* Jordani Nemorarii, viri clarissimi, *de ponderibus*, propositiones XIII, et earumdem demonstrationes, multarumque rerum rationes sane pulcherrimas complectens, nunc in lucem editus. Cum gratia et privilegio imperiali, Petro Apiano mathematico Ingolstadiano ad XXX annos concesso. MDXXXIII. Sixième et septième pages (titre compris) de l'ouvrage, imprimé sans pagination.

(2) Alberti de Saxonia *Quæstiones in libro de Cælo et Mundo*; in librum III quæstio XI.

S'il faut donc un moindre effort pour empêcher un corps pesant de glisser sur un plan incliné que pour retenir sa chute libre, c'est qu'à cet effort se joint la résistance du plan incliné ; la résistance des appuis, telle est la véritable raison des effets que l'École de Jordanus attribuait à la variation de la gravité *secundum situm*.

Il est piquant de remarquer que les arguments par lesquels Guido Ubaldo (1) combattra cette notion de gravité *secundum situm* sont le simple développement des raisons que vient d'exposer Albert de Saxe ; nous trouverons, d'ailleurs, d'autres marques de l'influence exercée sur le Marquis del Monte par notre scolastique. Lors donc qu'en la seconde moitié du XVI^e siècle, les mécaniciens suscitèrent une violente réaction contre la Statique créée, au XIII^e siècle, par l'École de Jordanus, ils n'étaient point seulement poussés par l'admiration exclusive des monuments, récemment exhumés, de la science antique ; ils subissaient aussi l'influence des philosophes de l'École et, en particulier, d'Albert de Saxe.

4. *La théorie de la figure de la Terre et des mers d'Aristote à Albert de Saxe*

Ce que nous venons de dire des doctrines d'Albert de Saxe montre, de reste, à quel point la théorie de la pesanteur et la Statique tout entière se trouvent liées, dans ses écrits, aux suppositions sur le centre de l'Univers, le centre de la terre et le centre de la sphère des eaux. On ne s'étonnera donc pas de nous voir ouvrir ici une digression, examiner ce qu'Albertutius a enseigné touchant la sphéricité de la Terre et des mers, et les sources antiques auxquelles il avait puisé son enseignement. D'ailleurs, nous n'épuiserons pas ici le sujet, si vaste et si important,

(1) Voir Chapitre X, 1.

de cette digression ; nous n'en traiterons que ce qu'il faut connaître pour suivre le développement de la Statique.

Pour retrouver l'origine des théories qui vont nous occuper, il nous faut encore remonter jusqu'à Aristote, jusqu'à ces livres *Sur le Ciel et le Monde* qui, si longtemps, ont dirigé l'évolution scientifique de l'humanité.

Un des plus remarquables chapitres du *De Cœlo et Mundo* est assurément celui (1) où le Stagirite entreprend de prouver la sphéricité de la Terre.

Parmi ses arguments, il y a des raisons *à posteriori* qui nous donnent la rotondité de la Terre comme un fait ; telle la forme de l'ombre de la Terre dans les éclipses de Lune ; telle encore cette observation que le voyageur, s'avançant du nord au sud, voit certaines constellations s'abaisser et disparaître, tandis que d'autres, qui lui étaient tout d'abord inconnues, se lèvent devant lui. Cette observation peut même servir à déterminer les dimensions du globe terrestre, et Aristote en donne une détermination qu'il tenait peut-être d'Eudoxe (2) ; cette détermination est, à coup sûr, fort erronée ; elle n'en est pas moins la plus ancienne qui soit parvenue à notre connaissance.

L'étude de la pesanteur fournit à Aristote un nouvel argument *à posteriori* en faveur de la sphéricité de la Terre. Aristote admet que tous les graves tendent au même point, le centre du Monde ; or la trajectoire de la chute des corps pesants, la *verticale*, variable en direction d'un point à l'autre de la Terre, est toujours normale à la surface ; celle-ci a donc la forme sphérique.

La considération de la pesanteur fournit à Aristote un argument d'un autre ordre, un argument *à priori*, ce que l'on appelait de son temps une *preuve physique*, ce que

(1) ARISTOTE, Περὶ οὐρανοῦ, B, ιδ', Livre II, chapitre XIV. Edition Didot, t. II, p. 408.

(2) Cf. P. Tannery, *Recherches sur l'Histoire de l'Astronomie ancienne* (MÉMOIRES DE LA SOCIÉTÉ DES SCIENCES PHYSIQUES ET NATURELLES DE BORDEAUX, 4e série, t. I, p. 110 ; 1893).

l'on appelle aujourd'hui une *preuve mécanique* ; et cette preuve lui paraît si importante qu'il la place au premier rang.

« Il faut, dit le Stagirite, que la Terre ait la forme sphérique. En effet, chacune de ses parcelles est douée de poids et tend au centre de l'Univers ; si une parcelle moins pesante est poussée par une parcelle plus pesante, elle ne saurait s'échapper ; mais, bien plutôt, elle se trouve comprimée ; l'une cède à l'autre jusqu'à ce qu'elle soit parvenue au centre même. Comprenons donc que ce qui se passe est identiquement ce qui se produirait si la Terre avait été formée comme l'imaginent certains physiciens. Seulement, ces physiciens prétendent que la Terre doit son origine à une projection violente des corps vers le bas ; à cette opinion, il nous faut opposer la doctrine véritable, et dire que cet effet se produit parce que tout ce qui a poids tend naturellement au centre. Lors donc que la Terre n'était encore une masse unique qu'en puissance, ses diverses parties, séparées les unes des autres, étaient de tous côtés, et par une tendance semblable, portées vers le centre. Soit donc que les parties de la Terre, séparées les unes des autres et venant des extrémités du Monde, se soient réunies au centre, soit que la Terre ait été formée par un autre procédé, l'effet produit sera exactement le même. Si des parties se sont portées des extrémités du Monde au centre, et cela en venant de tous côtés de la même manière, elles ont nécessairement formé une masse qui soit semblable de tous côtés ; car s'il se fait une addition de parties égale en toutes directions, la surface qui limite la masse produite devra, en tous ses points, être équidistante du centre ; une telle surface sera donc de figure sphérique. Mais l'explication de la figure de la Terre ne sera point changée si les parties qui la forment ne sont point venues en quantité égale de tous côtés. En effet, la partie la plus grande poussera nécessairement la partie plus petite qu'elle trouve devant elle, car toutes deux ont tendance au centre, et le poids le plus puissant pousse le moindre. »

Sous une forme bien sommaire et bien vague encore, ce passage contient le germe d'une grande vérité, qui ira se développant à travers les siècles : c'est à la pesanteur que la Terre doit sa figure.

De la pesanteur de la Terre, on ne saurait conclure qu'elle soit sphérique, mais seulement qu'elle tend à l'être ; grâce à leur solidité, ses diverses parties s'étayent les unes les autres et se gênent dans leurs mouvements. Il n'en est pas de même de l'eau ; la fluidité de cet élément supprime tout obstacle au changement de figure ; une eau dont les diverses parties tendent au centre du Monde ne saurait être en équilibre que sa surface ne soit une sphère concentrique à l'Univers.

Aristote a fort bien reconnu cette vérité ; il a entrepris de démontrer géométriquement la sphéricité de la surface des eaux ; plus exactement, il a prouvé que si une face plane venait à interrompre cette parfaite sphéricité, cette face ne pourrait persister, tandis que la figure sphérique serait restaurée par la pesanteur. Voici en quels termes, trop concis, le *De Cœlo* nous rapporte (1) cette argumentation : « Que la surface de l'eau soit sphérique, cela est manifeste si l'on accepte cette hypothèse : La nature de l'eau est de s'écouler vers les lieux les plus bas, et ce lieu est le plus bas qui est le plus voisin du centre. En effet, du centre α (fig. 95) menons deux lignes $\alpha\beta$, $\alpha\gamma$; joignons $\beta\gamma$; sur cette ligne $\beta\gamma$, abaissons, du point α, la perpendiculaire $\alpha\delta$ et prolongeons-la jusqu'en ε ; cette ligne $\alpha\delta$ sera la plus courte que l'on puisse mener du centre à un point de la ligne $\beta\gamma$. Ce point δ sera donc le point le plus bas, en sorte que l'eau coulera de tous côtés vers ce point jusqu'à ce que sa surface soit ramenée à l'équidistance du centre. La ligne $\alpha\varepsilon$ est prise égale aux autres lignes $\alpha\beta$, $\alpha\gamma$,

(1) Aristote, Περὶ οὐρανοῦ, Β, δ, Livre II, Chapitre IV. Edition Didot, t. II, p. 394.

issues du centre. Il faudra donc que l'eau prenne la même longueur de toutes ces lignes issues du centre ; alors, elle demeurera en équilibre. Mais le lieu des extrémités de lignes égales issues du centre est une circonférence. La surface de l'eau, qui est βεγ, sera donc sphérique. — Ἀλλὰ μὴν ὅτι γε ἡ τοῦ ὕδατος ἐπιφάνεια τοιαύτη, φανερὸν ὑπόθεσιν λαβοῦσιν ὅτι πέφυκεν ἀεὶ συρρεῖν τὸ ὕδωρ εἰς τὸ κοιλότερον· κοιλότερον δέ ἐστι τὸ τοῦ κέντρου ἐγγύτερον. Ἤχθωσαν οὖν ἐκ τοῦ κέντρου ἡ AB καὶ ἡ AΓ, καὶ ἐπεζεύχθω ἐφ' ἧς BΓ. Ἡ οὖν ἀχθεῖσα ἐπὶ τὴν βάσιν, ἐφ' ἧς AΔ, ἐλάττων ἐστὶ τῶν ἐκ τοῦ κέντρου· κοιλότερος ἄρα ὁ τόπος. Ὥστε περιρρεύσεται τὸ ὕδωρ, ἕως ἂν ἰσασθῇ. Ἴση δὲ ταῖς ἐκ τοῦ κέντρου ἡ AE. Ὥστ' ἀνάγκη πρὸς ταῖς ἐκ τοῦ κέντρου εἶναι τὸ ὕδωρ·

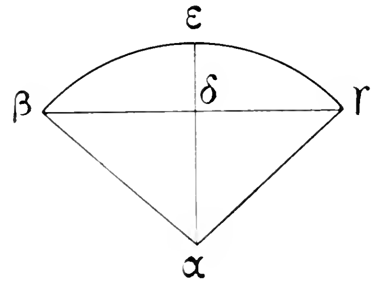

fig. 95.

τότε γὰρ ἠρεμήσει. Ἡ δὲ τῶν ἐκ τοῦ κέντρου ἁπτομένη περιφερής· σφαιροειδὴς ἄρα ἡ τοῦ ὕδατος ἐπιφάνεια ἐφ' ἧς BEΓ. »

L'extrême brièveté du raisonnement d'Aristote ne va pas sans quelque obscurité. Nous allons retrouver ce raisonnement, sous forme plus explicite et plus claire, dans l'œuvre d'Adraste.

Élève immédiat du Stagirite, Adraste vécut, pense-t-on, de 360 à 317 avant J.-C. Ses écrits sont entièrement perdus. Mais de son enseignement touchant la rotondité de la Terre nous trouvons une copie ou un résumé très étendu dans un ouvrage (1) de Théon de Smyrne ; ce der-

(1) ΘΕΩΝΟΣ ΣΜΥΡΝΑΙΟΥ ΠΛΑΤΩΝΙΚΟΥ τῶν κατὰ τὸ μαθηματικὸν χρησίμων εἰς τὴν Πλάτωνος ἀνάγνωσιν. **Μέρος Γ. Τὰ περὶ**

nier vécut à une époque mal connue que l'on doit placer entre le règne de Tibère et celui d'Antonin le Pieux.

Pour prouver la sphéricité de la Terre, Adraste reprend, en les développant et les précisant, quelques-uns des arguments d'Aristote ; il reprend d'abord les arguments *à posteriori* :

« La sphéricité de la Terre est démontrée par cette raison que, de chaque partie de la Terre, notre regard embrasse la moitié du ciel, tandis que l'autre moitié, nous la jugeons cachée par la Terre, ne pouvant l'apercevoir...

» Et d'abord, la Terre est sphéroïdale de l'orient à l'occident ; le lever et le coucher des mêmes astres le prouvent bien ; ils ont lieu plus tôt pour les habitants des régions orientales, plus tard pour ceux des régions occidentales. Ce qui le montre encore, c'est une même éclipse de Lune ; elle se produit dans un même espace de temps assez court ; pour tous ceux qui peuvent la voir, elle paraîtra à des instants différents ; plus on sera vers l'orient, plus vite on la verra et plus tôt on en aura vu une plus grande partie...

» Il est encore évident que la Terre est convexe du nord au midi » ; en effet, les habitants des contrées septentrionales voient des étoiles que les méridionaux n'aperçoivent pas, et inversement.

A ces preuves, Adraste ajoute la raison mécanique donnée par Aristote ; cette raison, il la développe et la précise en ces termes :

« D'ailleurs, tout corps pesant se portant naturellement vers le centre, si nous concevions que certaines parties de la Terre fussent plus éloignées du centre, il faudrait

ἀστρολογίας. Περὶ τοῦ τῆς γῆς σφαιρικοῦ σχήματος. Théon de Smyrne, philosophe platonicien, *Exposition des connaissances mathématiques utiles pour la lecture de Platon*, traduite pour la première fois du grec en français par J. Dupuis ; Paris, 1892. Troisième partie : Astronomie. De la forme sphérique de la Terre, pp. 198 et suiv.

nécessairement, à cause de leur grandeur, que les petites parties qui les entourent fussent pressées, repoussées et éloignées du centre, jusqu'à ce que, l'égalité de distance et de pression étant obtenue, tout soit constitué en équilibre et en repos, comme deux poutres qui se soutiennent mutuellement ou comme deux athlètes de même force qui se tiennent mutuellement embrassés. Si les différentes parties de la Terre sont également éloignées du centre, il faut que sa forme soit sphérique.

» En outre, puisque la chute des corps pesants se fait toujours et partout vers le centre, que tout converge vers le même point et qu'enfin chaque corps tombe verticalement, c'est-à-dire qu'il fait avec la surface de la Terre des angles égaux, on doit conclure que la surface de la Terre est sphérique. »

Adraste, jusqu'ici, a paraphrasé, en les précisant quelque peu, les preuves de la sphéricité de la terre ferme données par son maître Aristote. Puis il ajoute : « la surface de la mer et des eaux tranquilles est aussi sphérique » et, s'inspirant encore du Stagirite, il entreprend de justifier cette affirmation :

« Souvent, dit-il, pendant une navigation, alors que du pont du navire on ne voit pas encore la Terre ou un vaisseau qui s'avance, des matelots grimpés au sommet d'un mât les aperçoivent, étant plus élevés et comme dominant la convexité de la mer qui faisait obstacle. »

Après avoir donné cette preuve, bien insuffisante mais demeurée classique, de la sphéricité de la mer, le philosophe péripatéticien poursuit en ces termes :

« On peut démontrer physiquement et mathématiquement que la surface de toute eau tranquille doit être de forme sphérique. L'eau tend, en effet, toujours à couler des parties les plus hautes vers les parties les plus creuses. Or les parties hautes sont celles qui sont le plus éloignées du centre de la Terre, les parties creuses sont celles qui le sont le moins. »

Comme Aristote, Adraste suppose, pour un instant, qu'une partie de la mer soit limitée par une surface plane ; il montre sans peine qu'il existerait sur cette surface βδγ (voir fig. 95) un point δ situé plus près du centre de la Terre α que les autres points β, γ, ... ; ce point δ est le pied de la perpendiculaire abaissée du point α sur le plan βγ ; ce point δ est, dès lors, plus bas que les points β, γ, ... ; « l'eau s'écoulera donc des points β, γ, ... vers le point δ moins élevé jusqu'à ce que ce dernier point, entouré de nouvelle eau, soit aussi éloigné du point α que β et γ. Pareillement, tous les points de la surface de l'eau devront se trouver à égale distance de α ; donc l'eau offre la forme sphérique et la masse entière de l'eau et de la terre est sphérique. »

Ce premier essai mécanique pour déterminer la forme d'équilibre des mers suscita, dès l'Antiquité, d'autres tentatives analogues. Archimède s'efforça à son tour de prouver que, par le fait de la pesanteur, la surface des eaux tranquilles est une sphère dont le centre est aussi celui du Monde. La démonstration d'Archimède semble plus savante que celle d'Aristote et d'Adraste ; cependant, une critique un peu sévère ne tarde pas à reconnaitre (1) qu'elle ne repose pas sur une exacte notion de la pression hydrostatique. Mais nous n'insisterons pas ici sur la démonstration d'Archimède qui, jusqu'au XVI^e siècle, ne parait guère avoir attiré l'attention des physiciens.

Plus simple que le raisonnement du grand Syracusain, l'argumentation d'Aristote et d'Adraste a pu ravir l'adhésion de maint philosophe. Nous avons dit comment Théon de Smyrne nous avait conservé l'exposition d'Adraste. Nous retrouvons une trace de cette preuve, mais bien fruste et bien effacée, dans les *Pneumatiques* (2) de Héron

(1) P. Duhem, *Archimède a-t il connu le paradoxe hydrostatique ?* (BIBLIOTHECA MATHEMATICA, 3te Folge, Bd. I., p. 15, 1900).

(2) Heronis Alexandrini *Spiritalium liber*, a Federico Commandino Urbinate ex græco nuper in latinum conversus ; Urbini, MDLXXV ; p. 12, verso, et p. 13, recto.

d'Alexandrie. Pline l'Ancien qui, sans doute, fut presque contemporain de Théon, expose également (1), sous une forme sommaire et imprécise d'ailleurs, la preuve mécanique de la sphéricité des mers imaginée par Aristote ; il admire « la subtilité géométrique dont ont fait preuve les inventeurs grecs en créant cette très heureuse et très glorieuse doctrine ».

A cette preuve physique de la rotondité des mers, Pline en ajoute une autre qui n'est point d'Aristote et qu'il avait sans doute lue dans les écrits de quelque autre philosophe grec. On s'étonne, dit-il, que l'eau prenne spontanément la figure d'une sphère ; « et cependant, il n'y a rien de plus manifeste dans toute la nature ; partout, les gouttes suspendues s'arrondissent en petites sphères ; jetées sur la poussière, déposées sur le duvet des feuilles, elles se présentent avec une sphéricité parfaite. Dans un vase plein, le liquide est plus élevé au milieu ; et ce phénomène, en raison de la ténuité et du peu de consistance du liquide, nous le concluons plus que nous ne le voyons. En effet, chose encore plus singulière, dans un vase plein, le liquide, pour peu qu'on y ajoute, déborde ; il ne déborde pas si l'on y fait glisser des poids qui vont souvent jusqu'à vingt deniers. Dans ce dernier cas, les poids introduits ne font qu'augmenter la convexité du liquide ; dans le premier, la convexité déjà existante fait que le liquide déborde incontinent. »

Nous savons aujourd'hui combien sont fautives ces comparaisons qui confondent les phénomènes dus à l'action de la pesanteur avec les effets de capillarité ; mais pouvons-nous reprocher aux physiciens de l'Antiquité ou du moyen âge de n'avoir pas nettement aperçu la distinction entre ces deux ordres de phénomènes ? Ne rencontrait-on pas bien souvent, il y a peu d'années, des physiciens qui, par une confusion toute semblable, cherchaient dans les expé-

(1) C. Plinii Secundi *Historia naturalis* ; lib. II.

riences de Plateau sur les phénomènes capillaires, une explication de l'anneau de Saturne et une preuve du système cosmogonique de Laplace ?

Claude Ptolémée, en l'*Almageste*, ne donne (1) que des preuves bien peu satisfaisantes de la sphéricité de la Terre et des mers ; il ne fait aucune allusion aux démonstrations *physiques* d'Aristote et d'Adraste ; à l'appui de la figure sphérique des mers, il donne cette raison que l'eau étant un élément homogène, le tout doit avoir même forme que ses parties ; sans doute il veut, par là, conclure de la sphéricité des gouttelettes liquides à la sphéricité des mers ; du moins, la plupart de ses commentateurs l'ont compris de la sorte.

Simplicius développe longuement (2) ce qu'Aristote avait dit de la figure de la Terre ; il corrige, d'après les déterminations d'Ératosthène, les dimensions que le Stagirite avait attribuées à notre globe. Il expose (3), sous une forme claire et explicite, le raisonnement par lequel la figure sphérique des mers est prouvée au *De Cœlo*. A cette preuve, il joint ces quelques lignes, dont il est à peine besoin de signaler la complète ressemblance avec le passage de Pline l'Ancien qui a été rapporté ci-dessus :

« Une observation nous conduit à penser que la surface de l'eau est sphérique ; lorsque des gouttes d'eau tombent sur une surface polie, comme une feuille de roseau ou une feuille d'arbre, elles se pelotonnent sur elles-mêmes et, lorsqu'elles ont pris la forme sphérique, elles demeurent en équilibre... Si l'on remplit d'eau un calice et si l'on introduit doucement dans cette eau des pièces de monnaie ou

(1) ΚΛΑΥΔΙΟΥ ΠΤΟΛΕΜΑΙΟΥ μαθηματικὴ σύνταξις, Α, γ. Claude Ptolémée, *L'Almageste*, livre I, ch. III.

(2) ΣΙΜΠΛΙΚΙΟΥ εἰς τὰ Ἀριστοτέλους περὶ οὐρανοῦ ὑπόμνημα, Β, ιδ. Simplicii *Commentarius in IV libros Aristotelis de Cœlo* recensione Sim. Karsteni ; Trajecti ad Rhenum, MDCCCLXV ; pp. 242 et suiv.

(3) ΣΙΜΠΛΙΚΙΟΥ εἰς τὰ Ἀριστοτέλους περὶ οὐρανοῦ ὑπόμνημα, Β, δ. Simplicii *Commentarius in IV libros Aristotelis de Cœlo* recensione Sim. Karsteni ; Trajecti ad Rhenum, MDCCCLXV ; p. 186.

d'autres masses, on voit la surface du liquide prendre la forme sphérique et l'eau ne s'écoule qu'après qu'elle a surpassé la surface de la sphère. »

Averroës, que la Scolastique nomme *le Commentateur* par excellence, ne fait guère que délayer ce qu'Aristote a dit de la figure et des dimensions de la Terre (1), de la forme sphérique des mers (2).

Arrivons au XIIIe siècle. Johannes de Sacro-Bosco, dont le traité *De la Sphère* va, pendant si longtemps, être la plus répandue des cosmographies, ne donne de la sphéricité des mers que les preuves déjà citées par Claude Ptolémée :

« Que l'eau soit renflée, dit-il (3), et qu'elle tende vers la sphéricité, cela se démontre ainsi : Que l'on plante un signal au bord de la mer, qu'un navire sorte du port et qu'il s'éloigne jusqu'à ce que l'œil d'un observateur, placé au pied du mât, ne voie plus le signal ; si le navire s'arrête alors et si l'observateur monte au haut du mât, il verra fort bien le signal... Autre preuve : L'eau étant un corps homogène, le tout est de même espèce que ses parties ; mais les parties de l'eau tendent naturellement à la forme sphérique, comme on le voit dans les gouttes d'eau ou dans les perles de rosée adhérentes aux herbes ; le tout, dont ce sont les parties, doit donc aussi tendre vers la forme sphérique. »

Les philosophes et les physiciens, commentateurs d'Aristote ont, au sujet de la sphéricité de la Terre et des mers, des opinions mieux fondées que celles de leurs contemporains, les astronomes du XIIIe siècle. Déjà, au premier livre de ses *Météores*, Albert le Grand donne de la

(1) Aristotelis *De Cœlo, de generatione et corruptione, meteorologicorum, de plantis, cum* Averrois Cordubensis *commentariis;* Venetiis, apud Juntas, MDLXXIII. *De Cœlo*, lib. II ; Summa quarta : de Terra ; Cap. 7. pp. 165-172.

(2) Averroës. *Op. cit.*, *De Cœlo*, lib. II ; Summa secunda : de circulari corpore ; Quæsitum tertium, pp. 114-115.

(3) Johannes de Sacro-Bosco, *De Sphæra*, Cap. I.

rotondité des gouttelettes d'eau une explication qui fait disparaître toute analogie entre ce phénomène et la figure des mers. Maître Albert déclare que les gouttes d'eau prennent cette forme parce que leurs diverses parties, plus intimement unies entre elles, résistent mieux aux causes de destruction. Dans son *De Cœlo*, il se borne, à l'imitation d'Averroës, à diluer l'argumentation d'Aristote.

Sans rien ajouter aux arguments d'Aristote, saint Thomas d'Aquin les expose avec une grande clarté et une grande fidélité, soit qu'ils concernent la forme de la terre (1), soit qu'ils aient trait à la figure des mers (2).

Roger Bacon, lui aussi, s'en tient, pour la sphéricité des mers, à l'exposé de la preuve mécanique d'Aristote (3); il y joint (4) ce corollaire, qui fit fortune dans l'École : Un vase donné renferme d'autant moins de liquide qu'on l'éloigne d'avantage du centre de la Terre.

Il nous faut arriver jusqu'au XIV^e^ siècle et à l'enseignement d'Albert de Saxe pour voir la doctrine péripatéticienne relative aux questions qui nous occupent s'enrichir de quelque addition importante.

Lorsqu'Albert de Saxe examine cette question (5) : « La Terre entière est-elle sphérique ? » il a assurément sous les yeux le texte d'Aristote et le commentaire de Simplicius; mais il consulte aussi le texte de Théon de Smyrne ou bien un exposé que ce texte a inspiré; une foule d'indices nous en assurent.

Lisons, par exemple, dans les *Questions* du vieux maitre

(1) Sancti Thomæ Aquinatis, Doctoris angelici. *Opera omnia* jussu impensaque Leonis XIII, P. M., edita. Tomus III. Romæ, MDCCCLXXXVI. *Commentaria in libros Aristotelis de Cœlo et Mundo* ; in lib. II lectio XXVII, p. 224.

(2) Id., *ibid.*, in lib. II lectio VI. p. 145.

(3) Rogerii Baeconis *Specula mathematica*. Distinctio IV. Caput IX : De figura mundi. — *Opus majus*, édit. Jebb, p. 95.

(4) Id. *ibid.*, Caput X : Quod plus aquæ contineat vas inferiori, quam superiori loco positum. — *Opus majus*, édit. Jebb, p. 97.

(5) Alberti de Saxonia *Quæstiones in libros de Cœlo et Mundo*; in librum II quæstio XXVII (Ed. 1492) vel XXV (Ed. 1508).

scolastique, les preuves de la sphéricité de la Terre ; nous y retrouvons les arguments d'Adraste, rangés *dans l'ordre même* où Théon de Smyrne nous les a présentés :

« *Première conclusion.* La Terre n'est pas rigoureusement sphérique ; cela est évident, car elle présente un grand nombre de montagnes et de vallées.

» *Seconde conclusion.* La Terre est ronde de l'orient à l'occident. On le prouve ; en effet, s'il n'en était pas ainsi, les mêmes étoiles se lèveraient et se coucheraient aussi tôt pour les hommes qui habitent vers l'occident que pour ceux qui habitent vers l'orient... Or cette conséquence est fausse ; le jour et la nuit commencent plus tôt pour ceux qui habitent à l'orient que pour ceux qui habitent à l'occident ; cela résulte évidemment de ce fait, souvent constaté, qu'une même éclipse de Lune, aperçue par les orientaux à la troisième heure de la nuit, est vue par les occidentaux à la première ou à la seconde heure selon qu'ils habitent plus ou moins à l'ouest des premiers ; et cela n'aurait point lieu si la nuit ne commençait pas de meilleure heure pour les orientaux.

» *Troisième conclusion.* De même, la Terre est ronde du nord au midi. On le prouve ; car si un voyageur s'avance suffisamment du nord vers le sud, il voit le pôle s'élever sensiblement ; cela ne peut provenir que du renflement présenté par la Terre entre le nord et le sud.

» En second lieu, un voyageur pourrait s'avancer du nord vers le sud assez pour voir certaines étoiles qui, auparavant, ne lui apparaissaient point ; en même temps, certaines constellations se cacheraient à ses yeux, qui, auparavant, se montraient à lui. Cela ne peut être qu'un effet du renflement de la Terre entre le nord et le sud.

» *Quatrième conclusion.* La Terre est ronde à ce point que, par rapport à la Terre entière, les élévations des montagnes sont petites et comme négligeables. On le prouve, en premier lieu, parce que lorsque les graves tombent sur un sol qui n'est point celui d'une montagne ni d'une vallée, ils tombent à angles égaux [normalement]. Cela n'aurait point lieu si les graves ne tendaient point au même centre ; et comme toutes les parties de la Terre sont graves, il en résulte qu'elles tendent toutes au même centre. Cela ne serait point si la Terre n'était pas ronde ou ne tendait pas naturellement à la rondeur.

» En second lieu, les parties de la Terre tendent toutes également vers le centre du Monde ; elles descendent aux lieux les plus bas, à moins qu'elles ne se soutiennent l'une l'autre comme on le voit des montagnes ; néanmoins, au cours des temps, toute chose descendra et se précipitera vers le centre du Monde ; il semble que ce soit là la cause de la rotondité de la Terre.

» De là on peut connaître que si la Terre était fluide comme l'eau, de telle sorte que ses diverses parties ne se soutinssent point l'une l'autre, elle coulerait vers une rotondité uniforme et une sphéricité parfaite. »

Jusqu'ici Albert de Saxe n'a guère fait que mettre en forme scolastique les arguments qu'Adraste avait donnés en faveur de la sphéricité de la Terre. Il y joint l'argument tiré de la forme de l'ombre de la Terre dans les éclipses de Lune, argument qu'Aristote avait produit mais qu'Adraste avait négligé, puis il ajoute ce passage :

« Au sujet de cette conclusion, il faut savoir que l'on peut déterminer par l'expérience si la Terre est ronde, du moins du sud au nord. Qu'un observateur, partant d'un certain lieu, se déplace vers le nord jusqu'à ce que le pôle lui semble plus élevé d'un degré qu'auparavant, et qu'il mesure le chemin parcouru. Cela fait, qu'il revienne à son point de départ et que, partant de ce lieu, il se dirige vers le midi, jusqu'à ce que le pôle lui paraisse moins élevé d'un degré qu'il n'était au lieu marqué comme point de départ ; qu'il mesure de nouveau le chemin parcouru. Si ces deux chemins se trouvent être égaux, c'est un signe certain que la Terre est circulaire du nord au sud ; si, au contraire, il se trouvait qu'ils ne fussent point égaux, ce serait un signe que la Terre n'est point ronde du nord au sud. »

Les anciens avaient trouvé dans la mesure de l'arc d'un degré le moyen de déterminer la grandeur de la Terre supposée *sphérique ;* nous avons vu que cette méthode était déjà connue d'Aristote qui la tenait peut-être d'Eudoxe; mais que la mesure d'un degré du méridien, répétée sous diverses latitudes, pût servir à déterminer la forme réelle du globe, c'est une idée qui ne paraît point s'être présentée à l'esprit des astronomes de l'Antiquité (1). Le passage d'Albert de Saxe que nous venons de citer montre que la Scolastique du XIV^{e} siècle l'avait nettement formulée. Il appartenait à la Science du XVII^{e} siècle d'en aborder la réalisation.

Ajoutons qu'Albert de Saxe n'imite point ceux qui cherchent dans les effets capillaires une raison de la rotondité des mers. Dans la dernière des *Questions* relatives au *De Cœlo*, il range (2) au nombre des objections à réfuter, cette proposition, qu'il emprunte à Ptolémée, à Simplicius et à J. de Sacro-Bosco : « En un corps homogène, le tout doit avoir la même figure que les parties ; sinon, ce ne serait point un homogène ; mais les particules de l'eau semblent tendre vers la sphéricité, comme le montrent les gouttes de rosée ou de pluie ; la masse totale de l'eau doit donc, elle aussi, être sphérique. »

A cette proposition, Albertutius répond, avec Albert le Grand : « Au sujet de la figure sphérique des gouttes d'eau, je dis que ce n'est point une conséquence de la forme substantielle de l'eau ; elle résulte plutôt de la fuite des contraires, car cette figure sphérique est celle où les diverses parties se trouvent le plus étroitement unies, où

(1) Cf. Paul Tannery, *Recherches sur l'Histoire de l'Astronomie ancienne* (Mémoires de la Société des Sciences physiques et naturelles de Bordeaux, 4e série, t. I, p. 104 ; 1893).

(2) Alberti de Saxonia *Quæstiones in libros de Cœlo et Mundo;* in librum III quæstio ultima.

elles peuvent le mieux résister à une cause de corruption ; aussi n'importe quelle masse tend-elle à prendre cette figure, pourvu qu'elle n'en soit pas empêchée par quelque autre cause, comme la dureté ou la pesanteur. Cette tendance se remarque surtout lorsque le corps est en petite quantité ; elle ne convient pas seulement à l'eau, mais à tous les liquides, comme on le voit avec le vif argent. »

Albert de Saxe ne s'est pas contenté d'exposer, au sujet de la sphéricité terrestre, les divers arguments d'Aristote et d'Adraste, perfectionnés en un point important ; il y a joint une série de corollaires curieux, d'allure paradoxale, destinés sans doute à frapper l'esprit de ses disciples. Pour l'histoire du développement de la Statique, ces corollaires sont, nous le verrons, d'une importance particulière ; citons-les donc *in extenso* :

« 1° De ce que la Terre est ronde, il résulte que les lignes normales à la surface de la Terre, lorsqu'on les prolonge vers le centre, vont sans cesse en se rapprochant les unes des autres et concourent au centre.

» 2° Il en résulte que si l'on construisait deux tours verticales, plus elles s'élèveraient et plus elles s'écarteraient l'une de l'autre ; et plus elles seraient basses, plus elles seraient proches.

» 3° Si l'on creusait un puits au fil à plomb, ce puits serait plus large au voisinage de l'orifice qu'au fond.

» 4° Toute ligne dont tous les points sont à égale distance du centre est une ligne courbe ; car, si elle était droite, certains de ses points seraient plus près du centre et d'autres plus éloignés ; ses divers points ne seraient pas équidistants du centre ; ils ne seraient pas aussi bas les uns que les autres. Si une ligne droite touche la surface terrestre en son point milieu, son point milieu est plus voisin du centre de la Terre que ses extrémités. Il en résulte que si un homme marchait suivant cette ligne droite, il descendrait une partie du temps et monterait ensuite ; il descendrait, en effet, tant qu'il se dirigerait vers le point qui est le plus voisin du centre de la Terre ; il monterait à partir du moment où il s'éloignerait de ce point ; il est clair, en effet, que durant la première partie du temps, il s'approcherait sans cesse du centre de la Terre et qu'il s'en éloignerait durant la seconde partie ; or, s'approcher du centre de la Terre, c'est descendre, et s'en éloigner, c'est monter.

» On peut conclure de là qu'un mobile qui, entre deux termes donnés, décrit un trajet qui sans cesse monte ou descend peut fort bien faire moins de chemin que s'il allait de l'un de ces termes à l'autre sans monter ni descendre. Cela se voit clairement en supposant que le premier trajet soit un diamètre de la Terre, tandis que le second serait la demi-circonférence qui a ce diamètre pour corde.

» 5° Lorsqu'un homme se promène à la surface de la Terre, sa tête se meut plus vite que ses pieds ; car la tête, qui est en l'air, décrit une plus grande circonférence que les pieds qui touchent le sol. On pourrait concevoir un homme si grand que sa tête se mouvrait en l'air deux fois plus vite que ses pieds sur le sol. »

Ces corollaires de la sphéricité terrestre, bien capables de frapper l'imagination des « escholiers de Sorbonne » qui se pressaient au pied de la chaire de Maître Albert de Saxe devaient, un jour, conduire Léonard de Vinci à découvrir un important théorème de Statique.

5. *La tradition d'Albert de Saxe dans l'École : Thimon le Juif, Marsile d'Inghen, Blaise de Parme Pierre d'Ailly, Jean-Baptiste Capuano Nipho, Grégoire Reisch*

Georges Lokert qui, en 1516 et 1518, donna deux éditions des *Questions* d'Albert de Saxe sur la *Physique* d'Aristote, sur le *De generatione et corruptione* et sur le

De Cœlo et Mundo, était bien placé, assurément, pour connaître les traditions de l'Université de Paris ; en 1516, il était professeur de Physique au Collège de Montaigu ; en 1518, il enseignait en Sorbonne.

Georges Lokert, en l'*Epistola nuncupatoria et parænetica* qu'il met en tête de ses deux éditions, nous apprend qu'au XIV[e] siècle, trois hommes excellaient en Philosophie naturelle et formaient, au sein de l'École parisienne, une sorte de triumvirat ; ces trois hommes étaient Albert de Saxe, Thimon et Jean Buridan. Il ajoute que les Italiens, et, en particulier, les Vénitiens, se sont empressés de livrer à l'impression les œuvres des deux premiers, tandis que les écrits de Buridan sont encore inédits. Les Français, plus négligents, semblent laisser les œuvres de leurs maîtres illustres moisir dans la poussière. C'est pour remédier à cette incurie que Georges Lokert publie non seulement les commentaires à la *Physique*, au *De generatione et corruptione*, au *De Cœlo et Mundo* composés par Albert de Saxe, mais encore les *Quæstiones super quatuor libros meteorum compilatæ per doctissimum Philosophiæ professorem Thimonem* et ce que Buridan a écrit sur les divers traités qui composent les *Physica minora* d'Aristote. Par les soins de Lokert, nous possédons ainsi un précieux héritage de la Physique que l'on enseignait en Sorbonne au milieu du XIV[e] siècle.

Qu'était-ce que Thimon ?

Du Boulay (1) nous donne quelques brèves indications au sujet de Timon le Juif (*Temo judæus*). C'était, nous dit-il, un clerc de la ville de Münster en Westphalie ; il débuta dans l'étude des arts, à la Sorbonne, en 1349, sous Maître Dominique de Chivasso. Le 26 août 1353, il fut élu Procureur de la Nation Anglaise ; cette charge lui fut de nouveau confiée le 18 novembre 1355. « Ce fut un très célèbre professeur de Philosophie ; nous avons lu que bon

(1) Bulæus, *Historia Universitatis Parisiensis*, MDCLXVIII, t. IV, p. 991.

nombre d'étudiants ont débuté avec lui, ont conquis le grade de licencié et ont terminé leurs études. »

Plus jeune qu'Albert de Saxe, Thimon le Juif a sans doute suivi les enseignements de ce maître. La trace de ces enseignements se reconnaît maintes fois dans les *Questions* sur les *Météores* ; en ces *Questions*, les commentaires au *De Cœlo et Mundo* composés par Albertus de Saxonia sont explicitement cités et discutés.

La pensée de Thimon le Juif n'a pas toujours la fermeté logique qui caractérise les doctrines d'Albert de Saxe ; parfois, on la voit hésiter quelque peu entre deux opinions contraires ; elle ne s'en montre pas moins ingénieuse et originale ; sur beaucoup de questions de Physique, Thimon a vu plus loin et plus juste que ses devanciers ; les solutions qu'il a proposées, les hypothèses qu'il a émises ont grandement influé sur le développement de la Physique à l'époque de la Renaissance ; il est telle vérité, admise aujourd'hui sans conteste, dont la découverte a été préparée et provoquée par ses recherches.

Les *Questions* de Thimon le Juif au sujet des *Météores* d'Aristote mériteraient donc une étude approfondie ; mais ce n'est point ici le lieu de poursuivre cette étude ; nous devons nous borner à relever, parmi les affirmations de notre auteur, ce qui concerne la tendance du centre de gravité de tout poids vers le centre de l'Univers.

Thimon connaît la doctrine d'Albert de Saxe ; il connaît même les deux doctrines de ce maître ; l'une, celle qui a été donnée aux *Questions sur la Physique*, affirme que le centre de l'Univers est occupé par le centre commun des graves, de l'eau aussi bien que de la terre ; l'autre, celle qui a été exposée aux *Questions* sur le *De Cœlo*, soutient que, seul, le centre de gravité de la terre ferme se trouve au centre du monde. Entre ces deux doctrines, Thimon hésite ; son adhésion s'attache tantôt à l'une, tantôt à l'autre, et ses hésitations engendrent des contradictions.

Au premier livre de ses *Quæstiones perutiles* (1), nous voyons Thimon admettre, contrairement aux théories d'Albert de Saxe, que l'eau des mers pèse sur la terre ferme et qu'il faut tenir compte de leur poids pour déterminer la position de la terre par rapport au centre du Monde.

« J'imagine, dit-il, que, du côté du globe qui nous est opposé, la mer pénètre en des cavités dont la terre est creusée ; entre ces cavités s'élèvent des proéminences pierreuses, beaucoup plus pesantes que la terre qui se trouve de notre côté ; et peut-être la pesanteur de l'eau vient-elle en aide à la gravité de ces parties de la terre qui se trouvent au delà du centre ; dès lors, grâce au concours de la pesanteur de l'eau, ces parties pèsent plus que les terres habitables, bien que celles-ci soient plus volumineuses ; c'est pourquoi la surface convexe de ces dernières peut se trouver plus loin du centre du Monde que la surface convexe qui termine l'eau de l'autre côté du globe. »

« Il est des philosophes, dit-il ailleurs (2), dont l'opinion est telle : la terre et la mer constituent un poids unique ; le centre de gravité de cet agrégat coïncide avec le centre du Monde ; ce qui se trouve donc au centre du Monde, ce n'est ni le centre de gravité de la terre ferme, ni le centre de gravité de l'eau, ni le centre de grandeur, mais bien le centre de gravité de l'ensemble formé par la terre et l'eau.

» Cette opinion me semble probable et forte. » Toutefois, Thimon lui oppose des objections, d'ailleurs fort peu claires ; et ces objections le ramènent à l'opinion qu'Albert de Saxe a soutenue dans ses *Quæstiones* sur le *De Cœlo*.

« Il me paraît donc plus vraisemblable que le centre de gravité de la terre ferme se trouve au centre du Monde ou près de ce centre ; en la partie du globe que l'eau recouvre, la terre ferme est beaucoup plus lourde que celle qui

(1) Thimonis *Quæstiones in libros Meteorum ;* in librum I quæstio V.
(2) Id., *ibid. ;* in librum II quæstio I.

se trouve de notre côté ; quant à l'eau, bien qu'elle soit naturellement grave, elle est moins grave que la terre ; cette eau demeure donc simplement superposée à la partie la plus dense de la terre, tandis qu'émerge la partie de la terre qui est la plus légère. »

Incidemment, Thimon rejette une théorie inadmissible qu'il formule (1) en ces termes :

« On a émis l'opinion suivante : La terre et l'eau sont toutes deux excentriques au Monde ; c'est pourquoi la terre est en partie découverte par les eaux, car la terre et l'eau sont toutes deux sphériques. »

Cette doctrine inacceptable, visée par Thimon, est sans doute, si nous en croyons Giuntini (2), celle que Nicolas de Lyre (3) avait émise dans son commentaire au premier chapitre de la Genèse.

A l'encontre de cette opinion de Nicolas de Lyre, Albert a enseigné (4) que la terre ferme était à peu près sphérique, mais que son centre de gravité, et non pas son centre de figure, se trouvait au centre du Monde ; quant à l'eau, elle est exactement bornée par une surface sphérique dont le centre est le centre même de l'Univers.

C'est cette doctrine même que reprend Thimon lorsqu'il écrit (5) :

« Le centre de gravité de la terre ferme tout entière coïncide avec le centre du Monde ; c'est autour de ce

(1) Thimon, *loc. cit.*

(2) Fr. Junctini Florentini, sacræ theologiæ doctoris, *Commentaria in Sphæram Joannis de Sacro Bosco accuratissima.* Lugduni, apud Philippum Tinghium, MDLXXVIII ; p. 178.

(3) Nicolas de Lyre était né à Neuve-Lyre (Eure) vers 1270 ; en 1291, il était franciscain à Verneuil ; il mourut à Paris en 1340. Ses commentaires ont été maintes fois imprimés : Nicolai Lyrani *Postillæ perpetuæ in vetus et novum Testamentum* ; Romæ, 1471-1472. — *Biblia sacra latina cum postillis* Nicolai de Lyra ; Venetiis, 1481. — Nicolai de Lyra *Postillæ morales seu mysticæ super Bibliam* ; Mantuæ, 1481. — *Moralia super totam Bibliam* fratris Nicolai de Lira ; Argentorati, circa 1479 ; etc.

(4) Alberti de Saxonia *Quæstiones in libros de Cœlo et Mundo* ; in librum II quæstio XXV.

(5) Thimon, *loc. cit.*

même centre que l'eau demeure en repos ; c'est vers lui qu'elle se meut ; elle s'en approche autant que possible.

» Imaginons que la terre soit, tout d'abord, supprimée et que toute l'eau se trouve réunie autour du centre du Monde ; concevons ensuite que l'on submerge la partie la plus lourde de la terre ferme jusqu'à ce que le centre de gravité de cette terre occupe le centre du Monde ; car on admet que cette sphère terrestre n'est pas d'une gravité uniforme ; qu'un quart de cette sphère est, par exemple, plus lourd que tout le reste ; cette partie la plus lourde demeurerait alors près du centre [et au-dessous de lui], tandis que les trois autres quarts demeureraient au-dessus ; ainsi il pourrait se faire qu'une partie de la terre demeurât hors de l'eau, à cause de sa plus grande légèreté. »

L'influence d'Albert de Saxe, nous le voyons par l'exemple de Thimon, fut grande sur ses contemporains. Cette influence se fit sentir dans l'École d'une manière puissante et persistante.

Jean Marsile d'Inghen fut, en 1386, nommé recteur de Heidelberg ; il mourut en cette ville le 20 août 1396. Ses *Questions* sur la *Physique* d'Aristote (1), conçues sur le même plan que les *Questions* d'Albert de Saxe, ont été constamment inspirées par la lecture des œuvres de ce dernier ; les énoncés des unes sont souvent identiques aux énoncés des autres ; acceptées ou combattues, la plupart des doctrines physiques d'Albertutius s'y retrouvent, souvent complétées et précisées ; son nom seul, par un oubli systématique que nous aurons maintes fois à constater, a été omis ; Marsile d'Inghen se borne à déclarer qu'il suit les doctrines de

(1) *Quæstiones subtilissimæ* Johannis Marcilii Inguen *super octo libros Physicorum, secundum nominalium viam*, cum tabula in fine libri posita : suum in lucem primum sortiuntur effectum. — Colophon : Expliciunt quæstiones super octo libros Physicorum magistri Johannis Marcilii Inguen secundum nominalium viam. Impressæ Lugduni per honestum virum Johannem Marion. Anno Domini MCCCCCXVIII, die vero XVI mensis Julii. Deo gratias.

Nous avons vu précédemment (p. 14) comment, en 1617, ces *Questions* de Marsile d'Inghen avaient été attribués à Duns Scot.

l'École nominaliste, qu'il traite la Physique *secundum nominalium viam*. D'ailleurs, l'œuvre de Marsile d'Inghen est fort inférieure à celle de son précédesseur ; parfois, il en reproduit les opinions sans les avoir, semble-t-il, suffisamment comprises.

C'est ce qui a lieu, notamment, en la question (1) où Marsile d'Irghen examine ce problème : « L'eau est-elle le lieu naturel de la terre ? »

Après avoir rapporté, à peu près comme le fait Albert de Saxe, les diverses objections que l'on peut apporter contre cette affirmation : « L'eau est le lieu naturel de la terre », Marsile remarque que la difficulté de la question examinée provient de cette autre, à laquelle il faut auparavant répondre : « Pourquoi la terre est-elle en partie couverte d'eau et en partie découverte ? »

Le recteur de Heidelberg cite alors plusieurs réponses qu'il rejette. Certains, par exemple (c'est l'opinion que soutenait Duns Scot et que soutenait également Campanus de Novare, à la fin du XIII^e siècle, en son traité *De Sphæra*), prétendent qu'il existe une terre ferme pour le salut des animaux qui ne peuvent vivre sous l'eau. « Cette réponse assigne une cause finale, et point une cause efficiente..., tandis que c'est une cause efficiente que nous cherchons, et là gît la difficulté.

» D'autres répondent que la terre et l'eau sont deux sphères qui se coupent, car elles n'ont point même centre ; du côté découvert par les eaux, le centre de la terre est plus élevé. » Cette opinion, nous l'avons dit, fut celle de Nicolas de Lyre ; Marsile la réfute comme l'a fait Thimon, en son livre des *Météores*, que le recteur de Heidelberg paraît bien avoir lu : « Le même point est centre du Monde et centre de la gravité ; la masse entière de l'eau et la masse entière de la terre solide ont donc même centre... D'ailleurs, la terre habitable ou, du moins,

(1) Johannis Marcilii Inguen *Quæstiones in libros Physicorum ;* circa librum IV quæstio V.

la terre ferme serait de forme circulaire. Cette conséquence est fausse... car la terre habitable est plus longue que large. »

Après avoir relaté ces diverses opinions, Marsile d'Inghen expose celle-ci, où nous reconnaissons la doctrine favorite d'Albert de Saxe : « En cette explication, on suppose tout d'abord que les diverses parties de la terre n'ont pas même gravité ; l'expérience nous prouve qu'il en est de plus lourdes et de moins lourdes... De là découle cette seconde supposition que le centre de gravité de la terre ne coïncide pas avec son centre de grandeur.

» Ces suppositions faites, on imagine que la terre plonge dans l'eau comme une colonne dont la partie inférieure serait, de toutes parts, entourée d'eau, tandis que l'autre partie émergerait et formerait ce que l'on nomme la terre ferme. Concevons, par exemple, qu'un clou se trouve en équilibre au centre de la terre ; il n'y aurait qu'une faible longueur de ce clou d'un certain côté du centre, savoir, du côté où se trouve la tête du clou ; et cela parce que la tête est beaucoup plus lourde que le reste du clou. Eh bien, on suppose que la terre est placée de même par rapport au centre et sous l'eau. »

Marsile d'Inghen rejette cette explication par une argumentation peu compréhensible ; il en propose une autre d'après laquelle l'eau, dont la masse totale est fort petite, remplirait seulement certaines cavités creusées au sein de la terre solide. N'insistons pas sur cette théorie, assurément moins philosophique que celle d'Albertutius.

Un point mérite de retenir un instant notre attention. Non seulement, en exposant cette doctrine, Marsile ne cite pas Albert de Saxe, mais il attribue formellement cette théorie à Campanus de Novare : « Quinta via est quam ponit Campanus in tractatu suo de Sphæra. »

Or, dans son traité de la Sphère (1), Campanus traite, en effet, de l'existence de la terre ferme. Mais il se borne

(1) Campani *Tractatus de Sphæra* : Cap. V. Quare Sphæra non sit integra.

à affirmer que la surface de l'eau est une sphère ayant pour centre le centre même du Monde ; que les continents, qui émergent comme de véritables îles, ont leur surface plus distante du centre du Monde que le niveau des mers. A l'appui de cette affirmation, il n'apporte aucune explication mécanique ; il se borne à invoquer une cause finale, les besoins de la vie animale.

Un peu plus loin (1), Marsile d'Inghen examine, comme Albert de Saxe, si un grave contient une résistance intrinsèque au mouvement ; il expose avec beaucoup de précision l'opinion de ceux qui, avec Roger Bacon, prétendaient trouver l'origine de cette résistance en la tendance de chaque partie du grave à gagner le centre du Monde et en la gêne que la tendance de chacune d'elles éprouve de la part du désir des autres. Comme Albert de Saxe, Marsile d'Inghen répond que « chaque partie du grave ne désire pas gagner le centre en suivant la ligne qui joint chacune d'elles au centre... C'est le grave tout entier qui tombe de telle sorte que son centre devienne le centre du Monde, ou mieux, de manière à se joindre à l'ensemble des choses graves dont le centre doit être le centre du Monde... Pour la satisfaction de ce désir du grave, il faut que le centre de gravité de ce corps se trouve sans cesse sur un des rayons terrestres. »

La question où Marsile écrit ce passage est, d'ailleurs, intéressante à bien des égards ; nous l'y voyons successivement réfuter une opinion émise par le Précurseur de Léonard de Vinci, puis appeler à son aide une proposition qu'il déclare tirée du *Tractatus de ponderibus*. Nous trouvons là de nouveaux arguments en faveur d'une remarque que la lecture d'Albert de Saxe nous avait déjà suggérée : Les découvertes de l'École de Jordanus ont été l'œuvre de mécaniciens peu soucieux, en général, de questions philosophiques. Les philosophes scolastiques se sont préoccupés

(1) Johannis Marcilii Inguen *Quæstiones in libros Physicorum ;* circa librum IV quæstio VIII.

de bonne heure des rapprochements que l'on pouvait établir ou des divergences que l'on devait constater entre ces découvertes et les principes de la Physique d'Aristote. Cette préoccupation a produit, dès le XIIIe siècle, le *Commentaire péripatéticien* aux *Elementa Jordani de ponderibus* ; nous la retrouvons, au XIVe siècle, dans les *Questions* d'Albert de Saxe ou de Marsile d'Inghen.

Les passages que nous venons de mentionner ne sont d'ailleurs pas les seuls où Marsile d'Inghen fasse allusion aux écrits de l'École de Jordanus. Lorsqu'il veut établir (1) que les variations de la vitesse d'un corps mû sont proportionnelles aux variations de la puissance du moteur, Marsile se heurte à cette objection : « Un grave pendu à une balance se meut tantôt plus vite, tantôt moins vite, bien qu'il se trouve toujours dans le même milieu. » A cette objection, il répond en ces termes : « Bien qu'ici la gravité essentielle demeure toujours la même, il se fait un gain de gravité accidentelle, due à la situation et provenant de ce que le grave regarde le centre auquel il tend plus directement qu'auparavant ; c'est cette gravité accidentelle que l'on nomme *gravitas secundum situm*, comme on le voit dans le traité *De ponderibus*. »

Par Marsile d'Inghen, nous avons vu l'influence d'Albert de Saxe s'exercer à la fin du XIVe siècle ; nous allons voir qu'elle se prolongea bien au delà.

C'est ainsi qu'au XVe siècle, Biagio Pelacani éprouva tout particulièrement cette influence. Il suffit de lire attentivement le *Tractatus de ponderibus* de Maitre Blaise de Parme pour y reconnaitre les traces des doctrines d'Albert de Saxe.

La troisième et dernière partie du *Traité des poids* de Blaise de Parme est consacrée à l'Hydrostatique. Assurément les propriétés des poids spécifiques et l'emploi de l'aréomètre à poids constant, qui s'y trouvent exposés,

(1) Johannis Marcilii Inguen *Quæstiones in libros Physicorum* ; circa librum IV quæstio XI.

remontent à l'Antiquité ; nous les trouvons dans le livre *De ponderibus* attribué à tort à Archimède et dans le *Carmen de ponderibus*. Mais l'ordre et la forme des questions traitées par Pelacani semblent presque textuellement empruntés à Albert de Saxe (1).

La seconde proposition de la seconde partie du traité de Biagio Pelacani est ainsi formulée : *Triplum pondus ad aliud, in æquilibri positum, medio uniformiter ut unum resistente, subtriplum ad ipsum non levabit.* Cette proposition et la démonstration qui en est donnée sont extraites presque textuellement des *Questions* (2) de Saxonia et de Marsile d'Inghen sur les *Physiques* d'Aristote.

Albert de Saxe nie (3) que l'intensité de la pesanteur varie avec la distance au centre du Monde : « L'éloignement du centre du Monde fait bien que les diverses parties d'un grave tendent à gagner leur lieu naturel par des chemins différents ; mais jamais la distance n'empêcherait un grave de tendre à son lieu naturel. » Il semble que ce passage, qui, lui-même, paraît découler d'un argument de Roger Bacon, ait suggéré à Blaise de Parme une remarque qu'il développe et que nous avons mentionnée : Bien que chacune des parties d'un grave garde un poids invariable, l'inclinaison mutuelle de ces divers poids fait que le poids total du grave est d'autant plus petit que le corps est plus voisin du sol. Cette remarque semble, d'ailleurs, être devenue classique dans les Écoles ; nous la retrouverons jusque dans les écrits de Mersenne et de Descartes.

Le célèbre Pierre d'Ailly était contemporain de Blaise de Parme. Né à Compiègne en 1330, il fut grand-maître

(1) Alberti de Saxonia *Quæstiones in libros de Cœlo et Mundo;* in librum III quæstiones I et II.

(2) Alberti de Saxonia *Quæstiones in libros de physico Auditu ;* in librum IV quæstio X. — Johannis Marcilii Inguen *Quæstiones in libros Physicorum ;* circa librum IV quæstio IX.

(3) Alberti de Saxonia *Questiones in libros de Cœlo et Mundo ;* in librum I quæstio X.

du Collège de Navarre en 1384, évêque de Cambrai, cardinal en 1411, légat du pape en Allemagne et à Avignon ; il mourut en 1420. Parmi ses nombreux écrits se trouve un commentaire, en quatorze questions, au traité *De Sphæra* composé par Sacro-Bosco ; ce commentaire est presque toujours compris en ces collections de traités cosmographiques qui furent si souvent éditées à la fin du XV^e^ siècle et au commencement du XVI^e^ siècle (1).

La cinquième question de Pierre d'Ailly est ainsi formulée : « Le ciel et les quatre éléments ont-ils la forme sphérique? » Pour répondre à cette question, Pierre d'Ailly reproduit presque textuellement ce qu'Albert de Saxe a écrit sur le même sujet dans ses *Quæstiones* relatives au *De Cœlo*. D'ailleurs, tout en faisant cet emprunt large et

(1) Voici, à titre de documents, les collections de ce genre que nous avons consultées :

1° Barthol. Vespuccio (Florent.) *De laudibus Astrologiæ.* — *Textus Sphæræ* Joa. de Sacro Busto. — Capuani de Manfredonia *Expositio sphæræ.* — Jac. Fabri Stapulensis *Comment. in Sphæram.* — Petri de Aliaco card. *Quæstiones* XIIII. — Roberti Linconiensis episc. *Compendium Sphæræ.* — *Disput.* Joa. de Regio Monte *contra Cremonensia deliramenta.* — Fr. Capuani *Theoricarum novarum textus cum expositione.* — Colophon : Venetiis, per Jo. Rubeum et Bern. fratres Vercelli. ad instant. Junctæ de Junctis. 1508.

2° *Sphæra, cum commentis in hoc volumine contentis, videlicet :* Cichi Esculani *cum textu.* — Expositio Joan. Baptistæ Capuani *in eandem.* — Jacobi Fabri Stapulensis. — Theodosii *De Sphæris* — Michaelis Scoti. — *Quæstiones* reverendissimi Domini Petri de Aliaco, *etc* — Roberti Linchoniensis *Compendium.* — *Tractatus de sphæra solida.* — *Tractatus de computo majori* ejusdem. — *Disputatio* Joannis de Monteregio. — *Textus theoricæ cum expositione* Joannis Baptistæ Capuani. — Ptolemeus *de speculis.* — Colophon : Venetiis, impensa hæredum quondam Domini Octaviani Scoti Modoetiensis ac sociorum ; 19 Januarii 1528.

3° *Sphæræ tractatus* Jo. de Sacro Busto. — Gerardi Cremon. *Theoricæ planetarum.* — G. Purbachii *Theor. planet.* — Prodoscimi de Beldomando Patav. *Comm. sup. tractatu sphærico.* — Joannis Bapt. Capuani *Expos. in sphæra.* — Mich. Scoti *Expositio in sphæra.* — Jac. Fabri Stapulensis *Annotat.* — Campani *Comp. s. tract. de sphæra.* — *De modo fabricandi sphæram solidam.* — Petri card. de Aliaco *XIV quæstiones.* — Roberti Linconiensis *Tractatus de sphæra.* — Bartholomei Vesputii *Gloss.* — Lucæ Gaurici *Castigat.* — Ejusdem *Num quid sub æquatore sit habitatio.* — Ejusdem *De inventoribus Astrologiæ.* — Alpetragii Arabi *Theor. planetarum.* — Venetiis, Luc. et Ant. Juntæ, 1531.

bien reconnaissable à la science d'Albert de Saxe, il se garde d'en nommer le légitime propriétaire. Albert de Saxe, en effet, a été au plus haut degré un de ces génies méconnus dont la pensée féconde nourrit pendant des siècles une science qui ne daigne pas prononcer leur nom.

Aux corollaires d'allure paradoxale qu'Albertutius a tirés de la sphéricité de la terre et des mers, Pierre d'Ailly en ajoute quelques-uns de son cru ; citons ceux-ci :

« Celui qui possède un champ voisin d'une autre pièce, et qui creuse sa terre en gardant à la cavité une section d'étendue invariable fait tort au propriétaire voisin.

» Si la Terre était coupée par une surface plane dont le milieu serait au centre du Monde et si l'on répandait de l'eau sur ce plan, cette eau tendrait à prendre la forme d'un hémisphère ayant pour centre le centre du Monde.

» En second lieu, si le fond d'un étang est plan, cet étang est assurément plus profond au milieu qu'au bord.

» En troisième lieu, le même vase contient plus de liquide en un lieu bas qu'en un lieu élevé. »

Ces aphorismes, dont le dernier est emprunté à Roger Bacon, étaient bien propres à frapper l'imagination ; ils eurent, comme ceux d'Albert de Saxe, grande vogue dans les écoles ; on les retrouve encore dans les écrits de maint auteur du XVII^e siècle.

Jean-Baptiste Capuano de Manfredonia (1) vivait, au dire de Tiraboschi, vers 1475 ; il était chanoine régulier de Saint-Augustin et s'adonnait à l'Astronomie. On possède de lui une *Exposition* du traité de Sacro-Bosco qui se rencontre, en général, dans les mêmes recueils que les *Questions* de Pierre d'Ailly.

Lorsqu'il énumère les raisons pour lesquelles l'eau ne couvre pas en entier la terre, Jean-Baptiste Capuano

(1) Dans certains recueils cosmographiques, on le nomme *Sipontinus*, de Siponte (Maria-Siponto). Parfois, au lieu de *Giovanni Baptista*, il porte comme prénom *Francesco* (Voir, à ce sujet : Riccardi, *Biblioteca matematica italiana*, Part. I, t. I, col. 238-240 ; Modena, 1870).

cite, en premier lieu, celle-ci, où nous reconnaissons la théorie favorite d'Albert de Saxe : « La terre n'est point, en son entier, d'une gravité uniforme ; elle est, d'une part, plus lourde que de l'autre ; cela tient à ce qu'une de ses parties est plus dense, plus épaisse, exempte de pores et de cavernes, tandis que l'autre est poreuse et pleine de cavités ; le centre de grandeur ne coïncide donc pas avec le centre de gravité ; dès lors, la partie la plus légère, qui est beaucoup plus éloignée du centre du Monde, émerge hors des eaux et demeure découverte. »

Jean-Baptiste Capuano a, du reste, fort mal compris le raisonnement qu'il reproduit, car il y fait l'objection suivante : « Il ne paraît pas vraisemblable que la terre, en la région qui demeure découverte, soit assez légère pour émerger hors de l'eau. » Chose plus curieuse, notre auteur écrit : « Cette explication est attribuée à Campanus. » Cette attribution à Campanus d'une doctrine dont il n'a jamais soufflé mot, et qui appartient en entier à Albert de Saxe, nous l'avons déjà rencontrée dans les *Quæstiones subtilissimæ in libros Physicorum* de Jean Marsile d'Inghen. Avec une persistance dont la raison nous échappe, les scolastiques qui empruntent les doctrines d'Albert de Saxe ont grand soin, en général, de taire son nom ; qui plus est, ils remplacent parfois ce nom par celui d'un auteur qui n'a rien à faire avec ces doctrines.

Jean-Baptiste Capuano attribue donc à Campanus une théorie qui est d'Albertutius ; faut-il penser qu'il n'a point lu ce dernier auteur et qu'il connaît ses idées par une tradition anonyme ? Comment pourrait-on le croire lorsqu'on rapproche des *Questions* d'Albert de Saxe ce passage de Capuano :

« La Terre se meut sans cesse d'un mouvement rectiligne... On en donne la preuve en même temps que la raison et la cause. La terre, du côté qui n'est point couvert par les eaux, est sans cesse subtilisée par les rayons du Soleil et la chaleur des étoiles ; elle se réduit en vapeurs et se consume ; cela est certain et par l'expérience, et par le premier livre des *Météores* ; en effet, toutes les exhalaisons qui s'élèvent de la terre proviennent de cette partie découverte. Mais, sur l'autre côté, qui est recouvert par les eaux, l'intensité du froid condense l'eau du fond de la mer et la change en terre ; en même temps, comme cette région est la plus basse de toutes, tous les graves qui sont dans la mer y descendent ; la terre augmente donc sans cesse de ce côté et sa gravité croît. Puis donc que, d'un côté, quelque portion de la terre se consume sans cesse, tandis que, de l'autre côté, il se fait un continuel apport, le centre de gravité de la terre change de place. La moitié couverte par les eaux, devenue plus lourde que la moitié découverte, descend, se rapproche du centre, et pousse l'autre moitié. Le centre du Monde ne demeure donc point en la même région de la terre ; la partie de la terre qui, primitivement, était au centre, devient plus voisine de la surface ; et ce déplacement continue jusqu'à ce que cette partie vienne à la surface même. »

Les *Questions* d'Albert de Saxe étaient donc très souvent lues, très profondément méditées, mais très rarement citées par les hommes de science à la fin du XIV^e siècle et pendant toute la durée du XV^e siècle ; il en était de même à la fin du XV^e siècle et au début du siècle suivant. Augustin Nipho (1473-1538) emprunte à Albertus de Saxonia toute sa théorie de la gravité ; c'est en vertu de cette théorie qu'il écrit (1) le passage suivant : « Que l'eau soit en repos ou en mouvement, elle n'est point *deorsum in respectu* tant que sa surface n'est pas équidistante du centre ; c'est seulement lorsque cette condition est satisfaite que l'air constitue son lieu naturel ; la terre n'est point *deorsum simpliciter* tant que son centre de gravité

(1) Augustini Niphi philosophi Suessani *Expositiones super octo Aristotelis Stagiritæ libros de physico Auditu*... Venetiis, apud Hieronymum Scotum, MDLVIII. Physicorum liber quartus, p. 307.

ne coïncide pas simplement avec le centre du monde. L'eau ne formera donc le lieu naturel de la terre qu'autant que la terre ainsi logée tiendra le milieu du monde. »

Pas plus que Nipho, Gaëtan de Tiène (1) ne nomme Albert de Saxe ; cependant, en ses commentaires à la Physique d'Aristote, il lui fait de nombreux et reconnaissables emprunts ; il mentionne, sans l'adopter, sa théorie du centre de la terre : « Certains imaginent, dit-il (2), que le centre de grandeur de la terre n'est point le centre du Monde ; en effet, la partie soumise à l'action du Soleil et des astres est très sèche et légère ; et comme le centre de gravité de la terre coïncide avec le centre du Monde, il s'ensuit que cette partie de la terre très sèche et légère est beaucoup plus haute que l'autre partie, où s'engendre une grande quantité d'eau ; il y a donc une partie de la terre qui est plus élevée que toute l'eau. » Gaëtan de Tiène mentionne également la théorie selon laquelle la terre et l'eau sont excentriques l'une à l'autre ; au dire de cette théorie, « l'eau, sauve de tout empêchement, tendrait non pas au centre du Monde, mais au centre de sa sphère ; en sorte que de l'eau que l'on placerait au centre du Monde sans que rien l'y retînt, monterait de mouvement naturel jusqu'au centre de sa propre sphère ». Mais Gaëtan attribue à tort cette théorie singulière à Campanus, qui n'a rien dit d'approchant ; elle est, nous le savons, l'œuvre de Nicolas de Lyre.

Alexandre Achillini, de Bologne (1463-1512), dans son livre sur les orbites célestes (3), fait à l'une des doctrines

(1) Gaëtan de Tiène, né à Vicence, enseigna la philosophie à Padoue ; il mourut en cette ville en 1465. Il ne le faut point confondre avec Gaëtan de Tiène, né à Vicence en 1480, mort en 1547 ; celui-ci fonda l'ordre des Théatins et fut canonisé. Il ne faut point non plus le confondre avec l'illustre cardinal Caietan (1469-1534).

(2) *Recollectæ* Gaietani *super octo libros Physicorum cum annotationibus textuum*. In fine : « Impressum est hoc Venetiis per Bonetum Locatellum, jussu et expensis nobilis viri Domini Octaviani Scoti civis Modoetiensis. Anno salutis 1496. » Lib. IV, quæstio I.

(3) Alexandri Achillini Bononiensis *Quatuor libri de Orbibus* ; Bononiæ,

d'Albert de Saxe une allusion fort nette : « Je pose en principe, dit-il, qu'il y a deux centres du Monde : un centre naturel, qui est l'élément de la terre, et un centre mathématique, savoir le point qui est le centre de gravité de la terre, si le centre de gravité diffère du centre de grandeur ; car celui-ci peut bien être appelé centre de la terre, mais non point centre du Monde. »

On n'en finirait point si l'on voulait relever toutes les traces des théories d'Albert de Saxe ; à la fin du xv[e] siècle, au début du xvi[e] siècle, il est presque impossible d'ouvrir un livre qui traite de la gravité, de l'immobilité de la Terre, de sa position dans l'Univers, des relations entre l'eau et la terre ferme, sans y reconnaître l'écho plus ou moins net, plus ou moins altéré, des enseignements qu'Albertutius donnait en Sorbonne au milieu du xiv[e] siècle.

Ne recueillons point toutes ces résonances ; bornons-nous à en signaler une dernière, parce que celle-là retentira longtemps encore, portée par la vogue extraordinaire de la *Perle philosophique* de Grégoire Reisch.

Grégoire Reisch était, à la fin du xv[e] siècle et au commencement du xvi[e] siècle, prieur d'une chartreuse près de Fribourg (1) ; sous ce titre : *Margarita philosophica totius philosophiæ rationalis, naturalis et moralis principia dialogice duodecim libris doctissime complectens*, il composa en 1496 (2) une sorte de petite encyclopédie philosophique, rédigée sous forme de dialogues.

impensis Benedicti Hectoris Bononiensis, MCCCCLXXXXVIII ; Liber primus, dubium tertium. — Alexandri Achillini Bononiensis, philosophi celeberrimi, *Opera omnia, in unum collecta,...* omnia post primas editiones nunc primum emendatiora in lucem prodeunt. Venetiis, apud Hieronymum Scotum, MDXLV ; p. 29.

(1) Sbaralea (*Supplementum scriptorum Franciscanorum*, pp. 512-513) et, d'après lui, U. Chevalier (*Répertoire des Sources historiques du moyen âge ; Bio-bibliographie*, col. 927) font de Grégoire Reisch un franciscain. Brunet (*Manuel du libraire et de l'amateur de livres*, Paris, 1863, t. IV, col. 1200) lui attribue, par erreur, le prénom de Georges.

(2) Panzer, dans les Annales typographiques, et Hain, dans son *Repertorium*, ont cité une édition, sans date ni lieu d'édition, où l'ouvrage même porte la mention : *Ex Heidelberga, III kal. Januarii* 1496.

Cet ouvrage qui, sous un petit volume, réunissait des connaissances si variées, se répandit extrêmement ; pendant tout le XVI[e] siècle, les éditions se succédèrent, nombreuses (1) ; au moment même où le XVII[e] siècle allait commencer, Jean-Paul Galluci en donna une traduction en italien (2). Le livre VII est consacré aux principes de l'Astronomie ; au chapitre XLII du premier traité, l'auteur examine la disposition de l'eau par rapport à la terre ferme ; au sujet de cette disposition, il émet une opinion étrange et qui, cependant, aura bien des partisans au cours du XVI[e] siècle ; il attribue à la surface des mers la figure d'une sphère, à la terre ferme celle d'une sphère plus petite ; il suppose que cette seconde sphère est contenue en entier à l'intérieur de la première, sauf en un point où elle la touche.

Cette opinion invraisemblable, Grégoire Reisch l'appuie de considérations où nous reconnaissons sans peine un résumé grossier et peu exact des théories d'Albert de Saxe. « La substance de la terre et de l'eau, dit-il, forme un seul corps sphérique; les philosophes lui ont attribué deux centres, savoir le centre de gravité et le centre de grandeur. Le centre de grandeur divise en deux parties égales l'axe de symétrie de la figure formée par l'ensemble de la terre et de l'eau ; il est le centre du Monde. Quant au centre de gravité, il est en dehors du précédent ; il se trouve sur le diamètre de la sphère terrestre ; celui-ci surpasse nécessairement la moitié du diamètre de la sphère

(1) Outre l'édition que nous venons de citer, Brunet *(loc. cit.)* mentionne les éditions de Fribourg en 1503, de Strasbourg en 1504, 1508, 1512, 1515, de Bâle en 1534 et 1583; celle que nous avons consultée à la Bibliothèque municipale de Bordeaux est de Joannes Schottus, Basileæ, 1517.

(2) *Margarita filosofica* del R. P. F. Gregorio Reisch, nella quale si trattono tutte le dottrine comprese nella ciclopedia, accresciuta di molte belle dottrine da Orontio Fineo matematico Regio. Di novo tradotta in Italiano da Gio. Paolo Gallucci Salodiano, Accademico Veneto et accresciuta di molte cose. In Vinegia, 1599 ; presso Barezzo Barezzi e Compagni. — Cette même édition, dont le frontispice seul avait été changé, était également vendue : In Venetia, MDC ; appresso Jacomo Antonio Somascho.

que forme l'ensemble de l'eau et de la terre ; sinon, le centre du Monde ne se trouverait pas au sein de la terre ; et l'on ne pourrait guère, en Physique ni en Astronomie, rien dire de plus absurde que cela.

« Il est nécessaire de distinguer entre les deux centres, parce que la terre émergée est plus légère que la terre submergée. Lorsqu'une partie de la terre émerge, elle est d'abord humide; mais bientôt elle se dessèche et s'allège. Le centre de gravité de la terre ne saurait donc coïncider avec son centre de grandeur ; placé sur le diamètre de la terre, ce centre de gravité tend sans cesse à se rapprocher de la partie de la surface terrestre que les eaux recouvrent. D'autre part, les eaux coulent sans cesse vers cette partie, car elle est la plus proche du centre du Monde. Il en résulte que la Terre est animée d'un mouvement local incessant, car les parties les plus éloignées du centre de gravité tendent à se placer à la même distance que les autres. Mais le tout est limité par une seule surface convexe et l'eau n'inonde pas la surface de la terre... »

Cette conclusion, il faut bien l'avouer, ne semble guère compatible avec la disposition que Grégoire Reisch attribue à l'eau et à la terre ; Giuntini (1) en a très justement fait la remarque. En vérité, l'hypothèse de Grégoire Reisch est criante d'absurdité ; cependant les doctrines géodésiques du XVI^e siècle en subiront la profonde et durable influence.

6. *La tradition d'Albert de Saxe et Léonard de Vinci*

La tradition d'Albert de Saxe était donc très vivante, au début du XVI^e siècle, parmi les docteurs de la Scolastique ; mais elle n'avait pas moins d'influence sur la pensée de ceux qui vivaient en dehors de l'École ; parmi

(1) Fr. Junctini Florentini, sacræ theologiæ doctoris, *Commentaria in Sphæram Joannis de Sacro-Bosco accuratissima ;* Lugduni, apud Philippum Tinghium, MDLXXVIII, p. 178.

ceux-ci, nul peut-être n'a plus emprunté au vieux maître en Sorbonne que Léonard de Vinci (1).

Parmi les manuscrits de Léonard de Vinci que conserve la Bibliothèque de l'Institut, l'un des plus importants est le cahier que Venturi a marqué de la lettre *F*. D'après une indication qui figure au recto du premier feuillet, ce cahier fut commencé à Milan le 12 septembre 1508.

Au verso de la couverture, se trouve une liste de livres et d'objets appartenant sans doute à Léonard. Parmi les titres de livres, nous lisons : *Archimède, de centro gravitatis*. Nous lisons aussi :

« *Albertucco elmarliano decalculatione.*

» *Alberto decelo et mundo, da fra bernardino.* »

M. Ravaisson-Mollien (2) traduit ainsi ces deux lignes :

« Albertucco et Marliano, de calculatione.

» Albert, de Cœlo et Mundo, par fra Bernardino. »

Quels sont les ouvrages dont ces quelques lignes nous révèlent la présence entre les mains de Léonard ?

Une note de M. Ravaisson-Mollien nous rappelle que Marliano, premier médecin de Jean Galeasz Sforza, mort à Milan en 1483, avait composé un écrit intitulé : *De proportione motuum in velocitate*. Le sujet de cet écrit a rapport à certaines questions touchées par Léonard au cours du cahier *F* ; il est donc raisonnable de croire que l'ouvrage auquel Léonard fait allusion est bien celui qu'indique M. Ravaisson-Mollien.

Mais comment faut-il interpréter le nom d'*Albertucco*, qui précède la mention de cet ouvrage ? M. Ravaisson-Mollien propose, avec un point de doute, la traduction : Leone-Battista Alberti. M. Eug. Müntz (3) admet, en effet, que cette indication se rapporte à Alberti.

(1) Cf. P. Duhem, *Albert de Saxe et Léonard de Vinci* (BULLETIN ITALIEN, t. V, p. 1 et p. 113 ; 1905).

(2) *Les Manuscrits de Léonard de Vinci*, publiés par Ch. Ravaisson-Mollien ; Ms. F. de la Bibliothèque de l'Institut. Paris, 1889.

(3) Eug. Müntz, *Léonard de Vinci, l'artiste, le penseur, le savant*, p. 308 (en note) ; Paris, 1899.

De prime abord, une remarque rend douteuse cette interprétation : Léonard cite Alberti en d'autres passages (1) ; il ne le nomme point *Albertucco*, mais Battista Alberti.

A la table des matières du cahier *F*, au mot Albertuccius, M. Ch. Ravaisson-Mollien écrit : « Mon frère Louis Ravaisson-Mollien, de la Bibliothèque Mazarine, me fait remarquer qu'un des deux Albert de Saxe, franciscain du XV[e] siècle, fut appelé Albertuccius. » Cette note nous indique la véritable interprétation du mot *Albertucco* écrit par Léonard sur la couverture du cahier *F* ; ce mot désigne non pas Leone-Battista Alberti, mais Albert de Saxe, si souvent nommé, au XVI[e] siècle, *Albertutius* ou *Albertuccius*.

Et, en effet, la seconde partie du *Tractatus proportionum* d'Albert de Saxe, si souvent imprimé à la fin du XV[e] siècle et au commencement du XVI[e] siècle, est intitulée : *Tractatus de proportione velocitatum in motibus* (2). Il semble donc tout naturel que Léonard ait rapproché cet écrit de celui de Marliano.

Qu'est-ce que Léonard a emprunté au *Tractatus proportionum* d'Albertutius et au Traité *De proportione motuum in velocitate* de Marliano ? Sans doute, ces propositions (3) qui, toutes, découlent du vieil axiome péripatéticien : La vitesse d'un mobile est proportionnelle à la force qui meut ce mobile. A cet égard, il semble, au premier abord, bien difficile d'émettre une affirmation formelle ; développées par tous les commentateurs d'Aristote, depuis Alexandre d'Aphrodisias et Simplicius, ces propositions étaient

(1) *Les Manuscrits de Léonard de Vinci*, publiés par Ch. Ravaisson-Mollien ; Ms. F, fol. 82, recto ; Ms. G, fol. 54, recto.

(2) B. Boncompagni, *Intorno ad un comento di Benedetto Vittori, medico Faentino, al* TRACTATUS PROPORTIONUM *di Alberto di Sassonia* (BULLETINO DI BIBLIOGRAFIA E DI STORIA DELLE SCIENZE MATEMATICHE E FISICHE, t. IV, p. 493 ; 1871).

(3) *Les Manuscrits de Léonard de Vinci*, Ms. F, fol. 26, recto, et fol. 51, verso. Ces fragments ont été reproduits en note au Chapitre II.

du domaine commun. Heureusement, pour fixer notre opinion à cet égard, nous avons l'aveu formel de Léonard ; en un cahier qui paraît postérieur au cahier *F*, Léonard écrit (1) : « Albert de Saxe dit, dans son *De proportione*, que si une puissance meut un mobile avec une certaine vitesse, elle mouvra la moitié de ce mobile du double plus vite. Il ne me paraît pas, à moi, ainsi ;... »

Nous savons maintenant, d'une manière très exacte, ce que signifiait l'indication *Albertucco*, écrite par Léonard sur la couverture du cahier *F*. Que signifie cette autre : *Albert, de Cœlo et Mundo ?* M. Ravaisson-Mollien la regarde comme se rapportant à Albert le Grand. Mais rien, dans les notes que renferme le cahier *F*, ne rappelle les théories physiques de Maître Albert ; on y peut reconnaître, au contraire, des emprunts aux *Quæstiones in libros de Cœlo et Mundo* composées par Albert de Saxe ; c'est donc sûrement cet écrit que Léonard avait en mains et qu'il a entendu mentionner en écrivant : *Alberto decelo e mundo*.

Nous avons relevé ailleurs (2) quelques-unes des traces les plus nettes de l'influence exercée par Albert de Saxe sur Léonard de Vinci ; parmi ces traces, nous reprendrons seulement ici celles qui concernent la théorie du centre de gravité ; elles suffiront amplement à prouver au lecteur que Léonard avait lu et médité les doctrines du vieux maître en Sorbonne.

Voici un premier fragment (3) où Léonard reproduit la distinction essentielle entre le centre de grandeur et le centre de gravité, distinction sur laquelle repose toute la théorie d'Albert de Saxe :

« *Du centre du grave*. Tout corps non uniforme a trois centres, c'est-à-dire de la grandeur, de la gravité acciden-

(1) *Les Manuscrits de Léonard de Vinci*, Ms. I, fol. 120 (72), recto.

(2) P. Duhem, *Albert de Saxe et Léonard de Vinci* (Bulletin italien, t. V, p. 1 et p. 113, 1905).

(3) *Les Manuscrits de Léonard de Vinci*, Ms. F, fol. 51, recto.

telle (1) et de la gravité naturelle ; mais si on incorporait le centre du Monde, il manquerait le centre de la gravité accidentelle.

» Des corps non uniformes qui ont un centre de grandeur et un centre de gravité ; et l'on ne pourra recevoir le centre du Monde sinon dans le centre de gravité et celui de la grandeur restera à part. »

Dans cet autre fragment (2), Léonard montre, suivant l'avis d'Albert de Saxe, comment le centre de gravité de la Terre subit de perpétuels changements de lieu :

« Parce que le centre de la gravité naturelle de la Terre doit être au centre du Monde, la Terre va toujours en s'allégeant en quelque partie, et la partie allégée pousse en haut, et submerge autant de la partie opposée qu'il en faut pour qu'elle joigne le centre de la susdite gravité au centre du Monde.

» Où le Soleil est droit au-dessus, la terre s'allège ; couverte par l'air, les eaux et la neige lui ont manqué ; du côté opposé, les pluies et les neiges alourdissent la terre, la poussent vers le centre du Monde et éloignent de ce centre les parties allégées ; ainsi la sphère de l'eau conserve l'égalité du centre de sa sphère, mais non de la gravité. »

Albertutius avait montré comment, par le jeu même de la pesanteur, la Terre tendait constamment à la sphéricité. Léonard reprend (3) les mêmes considérations :

(1) Il me paraît facile de deviner ce que Léonard entend par centre de la gravité accidentelle ; la *gravité accidentelle* désigne, pour beaucoup de scolastiques, ce que Léonard nomme généralement *impeto* ; cette notion confuse correspond, plus ou moins exactement, à nos idées modernes de *vitesse acquise*, de *quantite de mouvement* et de *force vive* ; de même que, pour Léonard, la *gravité naturelle* a son siège en un point, le *centre de gravité naturelle*, de même la gravité accidentelle est condensée au *centre de gravité accidentelle*. Si le grave *incorpore* le centre du Monde, il y demeure en repos, et la gravité accidentelle disparaît avec son centre.— Voir, à ce sujet, notre étude sur *Bernardino Baldi, Roberval et Descartes* qui paraîtra prochainement dans le BULLETIN ITALIEN.

(2) *Les Manuscrits de Léonard de Vinci*, Ms. F, fol. 70, recto.

(3) *Ibid.*, fol. 84, recto.

« *Du monde.* Tout grave tend en bas, et les choses hautes ne resteront pas à leur hauteur, mais avec le temps, elles descendront toutes et ainsi, avec le temps, le Monde restera sphérique et, par conséquent, sera tout couvert d'eau. »

Albert avait reculé devant cette conséquence ; il s'était efforcé d'expliquer comment une terre ferme émergerait toujours hors des eaux ; il avait écrit (1), il est vrai : « Omne grave tendit deorsum nec perpetuo potest sic sursum sustineri, quare jam totalis terra esset facta sphærica et undique aquis cooperta. » Mais cette phrase se trouvait parmi les propositions à réfuter. Plus audacieux, Léonard n'hésite pas à annoncer que le jeu même de la gravité tend à l'inondation totale de l'Univers ; non seulement, il reproduit textuellement (2) l'énoncé latin de la proposition qu'Albert de Saxe avait formulée pour la réfuter : « Omne grave tendit deorsum nec perpetuo potest sic sursum sustineri, quare jam totalis terra esset facta sphærica » ; mais il revient avec instance sur cette prophétie :

« Si la Terre était sphérique (3), aucune partie n'en serait découverte par la sphère de l'eau... Perpétuels sont les bas lieux du fond de la mer, et les cimes des monts sont le contraire; il suit que la Terre se fera sphérique et toute couverte des eaux, et sera inhabitable. »

Ce passage, comme mainte autre réflexion inspirée par Albert de Saxe, se retrouve dans le *Traité du mouvement et de la mesure de l'eau*, dont une copie manuscrite, conservée à Rome, à la Bibliothèque Barberini, a été publiée (4) par Francesco Cardinali en 1826 ; il forme, dans le *Traité de l'eau*, le chapitre XXV du livre I.

(1) Alberti de Saxonia *Quæstiones in libros de Cœlo et Mundo*; in librum II quæstio XXVIII (Ed. 1492) vel XXVI (Éd. 1518).

(2) *Les Manuscrits de Léonard de Vinci*. Ms. F, fol. 84, recto.

(3) *Ibid.*, fol. 52, verso.

(4) Leonardo da Vinci, *Del moto e misura dell' acqua* ; inséré dans : *Raccolta d'autori Italiani che trattano del moto dell' acqua* ; edizione quarta, arrichita di molte cose inedite e d'alcuni schiarimenti. Tomo X, pp. 271-450. Bologna, 1826.

Dans ce continuel travail de la gravité qui, perpétuellement, tend à arrondir la terre ferme, l'érosion produite par les eaux des fleuves joue un rôle essentiel ; Albert de Saxe nous a signalé ce rôle ; il nous a montré également comment l'érosion avait sculpté le relief du sol. Léonard reprend ces considérations, mais il les expose (1) en ingénieur habitué à l'observation minutieuse des phénomènes produits par les eaux courantes :

« Si la terre des antipodes qui soutient l'océan s'élevait et se découvrait beaucoup hors de cette mer, étant presque plane, de quelle façon pourraient se créer avec le temps les monts et les vallées, et les pierres des diverses couches ?

» La fange ou sable, d'où l'eau s'écoule, quand elle reste découverte par les inondations des fleuves, nous enseigne ce qui se demande ci-dessus.

» L'eau qui s'écoulerait de la terre découverte par la mer, quand cette terre s'élèverait beaucoup au-dessus de la mer, bien qu'elle fût presque plane, commencerait à faire divers ruisseaux pour les parties plus basses de cette surface, et ceux-ci, commençant ainsi à se creuser, se feraient réceptacles des autres eaux environnantes ; de cette façon, ils acquerraient, dans toute partie de leur longueur, de la largeur et de la profondeur, leurs eaux croissant toujours jusqu'à ce que toute cette eau se soit écoulée ; et ces concavités seraient ensuite les cours des torrents qui reçoivent les eaux des pluies ; et ainsi elles iraient consumant les berges de ces fleuves jusqu'à ce que les terres qui les séparent les uns des autres se fissent monts aigus et que, l'eau s'écoulant, ces collines commençassent à se sécher et à créer les pierres en couches plus ou moins grandes selon les épaisseurs des fanges que les fleuves auraient portées dans la mer avec leurs déluges. »

Albert admet, au moins dans ses *Questions* sur le *De*

(1) *Les Manuscrits de Léonard de Vinci*, Ms. F, fol. 11, verso.

Cœlo, que c'est le centre de gravité de la terre ferme qui occupe le centre du Monde ; la présence de l'eau en certaines parties de la surface qui termine la terre solide, son absence en d'autres parties de cette même surface ne sauraient déranger ce centre de gravité. Léonard de Vinci a-t-il admis cette doctrine ?

Léonard connaît le principe sur lequel elle repose ; il l'énonce (1) en résumant Albert de Saxe : « Aucun élément simple n'a de légèreté ni de gravité dans sa propre sphère, et si la vessie pleine d'air pèse plus aux balances qu'étant vide, c'est parce que cet air est condensé ; et le feu pourrait se condenser de telle façon qu'il serait plus lourd que l'air ou égal à l'air, et peut-être plus lourd que l'eau et devenant égal à la terre. »

Mais de ce qu'il a connu cette théorie, il n'en résulte pas qu'il l'ait adoptée ; en tout cas, il n'a pas admis sans conteste le corollaire qu'Albertutius en avait prétendu tirer.

La modification qu'il semble disposé à apporter à ce corollaire est, d'ailleurs, bien singulière ; il pense que l'eau n'alourdit pas la partie du globe qu'elle recouvre, mais au contraire l'allège ; il regarde cette proposition comme une conséquence du principe d'Archimède. Voici le passage (2) où se trouve exprimée cette étrange opinion :

« *Si la terre couverte par la sphère de l'eau est plus ou moins grave qu'étant découverte.* Je réponds que ce grave pèse plus qui est en milieu plus léger. Donc la terre qui est couverte par l'air est plus grave que celle qui est couverte par l'eau... »

Deux petits croquis représentent chacun une pyramide, en partie immergée dans une sphère liquide, en partie émergée ; à côté de ces croquis, on lit : « Je dis que le

(1) *Les Manuscrits de Léonard de Vinci*, Ms. F, fol. 69, verso.

(2) *Ibid.*, recto. — Cf. *Del moto e misura dell' acqua*, libro I, capitolo XXIII.

centre de gravité de la pyramide étant placé au centre du Monde, cette pyramide changera de centre de gravité si elle est ensuite en partie couverte par la sphère de l'eau ; et donnes-en exemple avec deux poids cylindriques égaux et semblables dont l'un soit à moitié dans l'eau et l'autre tout dans cette eau. Je dis que celui qui reste à moitié hors de l'eau est plus grave, comme il est prouvé. »

A une théorie formellement contraire aux lois de l'Hydrostatique, Léonard de Vinci en a substitué une autre qui ne s'accorde pas mieux avec les principes de cette science.

Cependant, c'est, semble-t-il, à cette occasion que Léonard fit une découverte qui donne une idée favorable de son talent de géomètre.

La théorie de la pesanteur développée par Albert de Saxe faisait un constant appel à la considération du centre de gravité des solides ; mais la recherche de tels centres de gravité n'avait presque jamais sollicité les efforts des géomètres. Dans ses immortels ouvrages, Archimède avait seulement enseigné comment on peut déterminer le centre de pesanteur de figures planes ; assurément, ses recherches sur les corps flottants nous montrent qu'il connaissait le centre de gravité du paraboloïde de révolution, mais le procédé par lequel il l'avait obtenu ne nous a pas été transmis. Pappus, tout en donnant la définition du centre de gravité pour des corps à trois dimensions, n'a ensuite traité de ce point qu'en des figures planes. C'est seulement au milieu du XVI^e siècle que les travaux de Maurolycus et de Commandin ont inauguré l'étude du centre de gravité des solides.

Or Léonard de Vinci avait, d'un demi-siècle, précédé Maurolycus et Commandin, comme en témoigne cette courte note (1) :

« Le centre de toute gravité pyramidale est dans le

(1) *Les Manuscrits de Léonard de Vinci*, Ms. F, fol. 51, recto.

quart de son axe, vers la base ; et si tu divises l'axe en 4 [parties] égales et que tu entrecoupes deux des axes de cette pyramide, une telle intersection aboutira au susdit quart. »

Quelle démonstration avait fourni à Léonard ce beau théorème, que Maurolycus devait retrouver seulement en 1548 ? Nous en sommes réduits sur ce point aux conjectures que nous suggèrent les figures jointes à l'énoncé.

Libri a écrit (1), avec son inexactitude habituelle : « La figure qui accompagne sa note prouve que Léonard décomposait les pyramides en plans parallèles à la base, comme on le fait à présent. » En réalité, les *deux figures* dessinées par Léonard ne portent aucune trace de cette décomposition ; Léonard, en chacune d'elles, a simplement tracé les médianes des diverses faces du tétraèdre et les lignes qui joignent chaque sommet au point de concours des médianes de la face opposée. Par une démonstration que nous ignorons, il prouvait sans doute que le centre de gravité du solide se trouve sur la ligne joignant un sommet au centre de gravité de la face opposée ; le centre de pesanteur du tétraèdre se trouvait dès lors au point de concours des quatre lignes analogues, issues des quatre sommets.

Il n'est pas douteux que ce problème de géométrie ne se soit présenté à l'esprit de Léonard à propos de la théorie de la pesanteur donnée par Albert de Saxe ; nous avons vu, en effet, qu'au moment de discuter la doctrine de cet auteur, touchant les relations de la sphère solide, de son centre de gravité et de la sphère des eaux, Léonard de Vinci considérait un ensemble analogue où la terre ferme était précisément remplacée par une pyramide ; Marsile d'Inghen avait, de même, imaginé un clou.

D'ailleurs, parmi les questions qu'Albert de Saxe a

(1) Libri, *Histoire des Sciences mathématiques en Italie*, t. III, p. 41 ; 1840.

examinées, il en est peu qui aient, autant que la théorie de la figure de la terre et des mers, sollicité l'attention de Léonard ; cela se conçoit aisément ; le grand artiste était, en même temps, le plus savant ingénieur hydraulicien de son époque ; rien de ce qui touche à l'équilibre et au mouvement des eaux naturelles ne le pouvait laisser indifférent.

Dans ce cahier *F*, où sont consignées au jour le jour les réflexions que lui a suggérées la lecture d'Albert de Saxe, il consacre (1) tout un feuillet à répéter, sous des formes variées, l'argument d'Aristote et d'Adraste en faveur de la figure sphérique des mers :

« *Preuve que la sphère de l'eau est parfaitement ronde.* L'eau ne se meut pas d'elle-même si elle ne descend pas, et se mouvant d'elle-même, il suit qu'elle descend.

» *Aucune partie de la sphère de l'eau ne peut se mouvoir par elle-même, car elle est entourée d'eau d'égale hauteur qui l'enferme et elle ne la peut surpasser par aucun côté.* On en montre la preuve ici en marge. » Léonard dessine, en effet, une circonférence de cercle sur laquelle il marque un point *c* entre deux autres points *a* et *b* ; puis il ajoute : « Soit *c* une quantité d'eau entourée et enfermée par l'eau *ab* ; je dis, par les conclusions passées, que l'eau *c* ne se mouvra pas, parce qu'elle ne trouve pas de descente, selon la définition du cercle ; puisque *a* et *b* sont éloignés du centre du Monde comme *c*, il suit que *c* reste immobile. »

Les passages que nous venons de citer reflètent peut-être les considérations de Pline l'Ancien (2) ; ceux qui suivent (3) ont une plus grande analogie avec l'exposition d'Adraste, rapportée par Théon de Smyrne :

(1) *Les Manuscrits de Léonard de Vinci*, Ms. F, fol. 82, verso. — Cf. *Del moto e misura dell' acqua*, libro I, capitolo V.

(2) Le *Codice Atlantico* renferme une liste des livres que possédait Léonard ; on y voit figurer un Pline (Cf. E. Müntz, *Léonard de Vinci, l'artiste, le penseur, le savant*, p. 282).

(3) *Les Manuscrits de Léonard de Vinci*, loc. cit. — Cf. *Del moto e misura dell' acqua*, libro I, capp. VI, VII et VIII.

« Donné un plan d'eau, à la surface de la sphère de l'eau, les extrémités de ce plan s'en iront en son milieu.

» Le grave sphérique, placé à l'extrémité du plan parfait (fig. 96), ne s'arrêtera pas, mais s'en ira tout de suite au milieu du plan. »

Les pensées esquissées en ce feuillet sont fréquemment reprises par Léonard. La première forme donnée à la preuve de la sphéricité des mers, celle qui paraît refléter

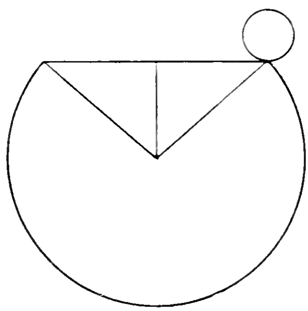

fig. 96.

le raisonnement de Pline, se retrouve, plus développée, dans le fragment suivant (1) :

« Tout élément flexible et liquide a, par nécessité, sa surface sphérique. On le prouve avec la sphère de l'eau, mais d'abord il faut poser quelques conceptions et conclusions.

» Cette chose est plus haute qui est plus éloignée du centre du Monde, et celle là est plus basse qui est plus voisine de ce centre. L'eau ne se meut pas de soi si elle ne descend pas, et se mouvant, elle descend. Que ces quatre conceptions, placées deux à deux, me servent à prouver que l'eau qui ne se meut pas de soi a sa surface équidistante du centre du Monde (en ne parlant pas des

(1) *Les Manuscrits de Léonard de Vinci*, Ms. F, fol. 27, recto, et fol. 26, verso. — Cf. *Del moto e misura dell' acqua*, libro I, capitolo IV.

gouttes ou autres petites quantités qui s'attirent l'une l'autre, comme l'acier sa limaille, mais des grandes quantités).

« Je dis qu'aucune partie de la surface de l'eau ne se meut de soi-même, si elle ne descend pas ; donc la sphère de l'eau n'ayant en aucune partie de surface à pouvoir descendre, il est nécessaire par la première conception qu'elle ne se meuve pas d'elle-même. Et si tu considères bien toute minime particule de cette surface, tu la trouveras entourée d'autres particules semblables, qui sont à égales distances entre elles du centre du Monde, et à cette même distance est cette particule qu'entourent les autres ; donc, par la troisième conception, la particule de l'eau ne se mouvra pas d'elle-même parce qu'elle est entourée de bords d'égales hauteurs. Ainsi chaque cercle de telles particules se fait vase pour la particule que contient ce cercle, vase qui a le circuit de ses bords de hauteur égale ; ainsi est cette particule par rapport aux autres particules semblables qui composent la surface de la sphère de l'eau. Nécessairement, elle sera par elle-même sans mouvement ; et, par conséquent, chacune étant à égale hauteur du centre du Monde, nécessité fait que cette surface est sphérique... »

Ce n'est plus l'influence de Pline, mais celle d'Adraste et de Théon, perçue au travers des *Questions* d'Albert de Saxe, que nous reconnaissons en ce passage (1) :

« Si la terre était sphérique, aucune partie n'en serait découverte par la sphère de l'eau. »

Celui-ci (2) semble immédiatement emprunté à Pierre d'Ailly :

« Il ne se trouvera pas de terre plane sur laquelle l'eau ne soit pas de figure convexe, et réunie au milieu de cette surface plane ; et cette eau n'aura jamais de mouve-

(1) *Les Manuscrits de Léonard de Vinci*, Ms. F, fol. 52, verso.
(2) *Ibid.*

ment vers les extrémités de cette plaine. Donc sur une surface parfaitement plane, il peut y avoir de l'eau de diverses profondeurs. »

Une figure (fig. 97) représente un plan qui coupe une partie de la sphère terrestre ; sur ce plan, une masse d'eau est posée, que termine une calotte sphérique concentrique à la Terre. Au-dessous de cette figure, Léonard écrit : « Ce qui paraît ici plan est mont escarpé. » Puis il continue en ces termes :

« Il est impossible de trouver aucune partie plane sur la surface de n'importe quelle grande étendue d'eau.

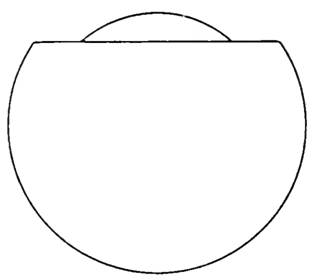

fig. 97.

» Perpétuels sont les bas lieux du fond de la mer, et les cimes des monts sont le contraire ; il suit que la Terre se fera sphérique et toute couverte des eaux, et sera inhabitable. »

Cette dernière phrase est textuellement traduite d'Albert de Saxe.

Albert de Saxe n'avait pas seulement reproduit les arguments d'Aristote et d'Adraste en faveur de la sphéricité de la Terre ; il y avait joint certains corollaires, de forme paradoxale, tirés de cette proposition ; ces corollaires, eux aussi, avaient attiré l'attention de Léonard de Vinci ; les réflexions qu'ils lui avaient suggérées remplissent tout un feuillet (1) de ses notes.

(1) *Les Manuscrits de Léonard de Vinci*, Ms. F, fol. 83, recto.

« L'homme qui chemine, dit Léonard, répétant ce qu'avait écrit Albert de Saxe, va plus vite avec la tête qu'avec les pieds.

« L'homme qui, cheminant, traverse tout un endroit plat, va penché, d'abord en avant, puis autant en arrière (1). »

Albert de Saxe avait remarqué que si l'on construisait deux tours au fil à plomb, les couronnements s'écarteraient d'autant plus que les deux tours seraient plus hautes. Léonard retourne, en quelque sorte, cette remarque. Il mène, en un certain lieu de la Terre, la verticale de ce lieu ; puis, de part et d'autre de ce lieu, à une certaine distance, il imagine qu'on élève deux tours parallèles à cette verticale et, par conséquent, parallèles entre elles. Il montre que ces deux tours devront forcément s'écrouler, si elles sont assez hautes. Le passage a une importance capitale ; reproduisons-le textuellement :

« *Si l'on fait deux tours en continuelle droiture, et que les espaces compris entre elles soient parallèles, il est sans doute que les deux tours s'écrouleront l'une contre l'autre, si la construction continue toujours avec une égale hauteur pour chacune des deux tours.*

« Soient (fig. 98) les deux verticales des deux points B et C, se continuant en continuelle droiture. Si elles coupent une de ces tours en CG et l'autre en BF, il suit que ces lignes ne passent pas par le centre de gravité de leur longueur ; donc KLGC, partie de l'une, pèse plus que son reste CGD et, de choses inégales, l'une l'emporte sur l'autre ; de sorte que, par nécessité, le plus grand poids de la tour entraînera toute la tour opposée ; et l'autre tour fera de même, à l'inverse de la première. »

Au-dessous du croquis que reproduit la fig. 98, Léonard trace un autre croquis, fort analogue, où les deux tours cylindriques sont remplacées par deux pyramides très

(1) C'est un lapsus. Il faudrait dire : « d'abord en arrière, puis autant en avant ».

élevées, et il écrit : « Les axes des deux pyramides étant parallèles, si elles sont de grande hauteur, elles tomberont l'une contre l'autre. »

En cherchant à présenter sous une forme un peu différente une conclusion d'Albert de Saxe, Léonard a fait usage de ce théorème que nul ne paraît avoir énoncé avant lui : Pour qu'un corps pesant, reposant sur le sol,

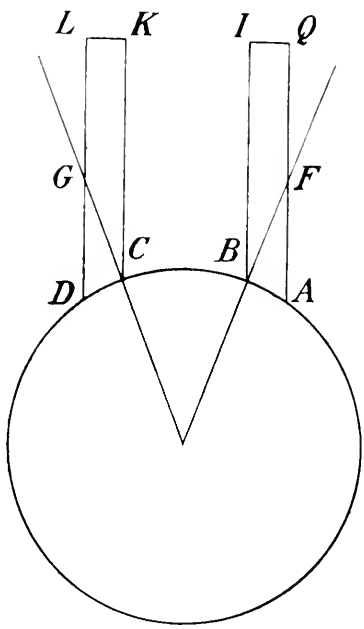

fig. 98.

demeure en équilibre, il faut et il suffit que le centre de gravité de ce corps ne se projette pas en dehors de sa base.

Léonard peut, à bon droit croyons-nous, être regardé comme l'inventeur de ce théorème ; mais, chose bien digne de remarque, ce théorème n'est vrai que si l'on attribue à la pesanteur, en tout point du corps, même grandeur et même direction ; cependant, Léonard le découvre en traitant un problème où, non seulement, il tient compte de la convergence des verticales, mais où, qui plus est, il se propose de justifier une conséquence de cette convergence. Nous aurions souvent, au cours du présent Chapitre, à répéter une remarque semblable ; la plupart des propriétés mécaniques du centre de gravité ont été découvertes par des considérations où la convergence des verticales jouait un rôle essentiel ; et cependant, elles n'étaient exactes qu'à la condition de traiter les verticales comme parallèles.

Le théorème dont nous venons de parler a une grande importance ; les applications en sont innombrables ; dans le fragment que nous avons cité, Léonard en a fait seulement un usage bien spécial ; a-t-il entrevu toute la généralité de la proposition qu'il a découverte en ce cas si particulier ? On n'en saurait douter.

Léonard réclame sans cesse du peintre qu'il soit un esprit universel ; il l'était lui-même au plus haut degré. Il était universel, mais non pas à la façon de ces gens qui juxtaposent une foule de connaissances disparates entre lesquelles ils n'établissent aucun lien. Nul, au contraire, n'a senti plus vivement à quel point sont solidaires les unes des autres les diverses branches du savoir humain. Aussitôt qu'une vérité lui apparaissait en l'un des domaines où s'exerçait son activité intellectuelle, il apercevait le reflet de cette vérité en chacun des autres domaines qu'explorait son esprit. En même temps qu'il tire des *Questions* d'Albert de Saxe des pensées propres à composer le *Traité de l'Eau* qu'il a l'intention d'écrire, il jette sur les feuillets de son cahier de notes le brouillon de certains chapitres du *Traité de la Peinture* (1) ; ou bien encore il revient à l'étude du vol des oiseaux, sujet constant de ses méditations. Aussi, dès là que la démonstration de la sphéricité

(1) Comparez, par exemple, le Ms. F, fol. 1, verso, et le Chapitre XXIV du *Traité de la Peinture* (Édition de 1651).

des mers l'a amené à concevoir une propriété du centre de gravité, il en tire aussitôt des règles utiles au peintre qui veut donner à ses personnages une pose raisonnée ; ou bien encore il en déduit l'explication des diverses allures des oiseaux.

Nous avons déjà vu Léonard, commentant les corollaires d'Albert de Saxe, soucieux des applications que l'on en pourrait faire à la station de l'homme : « L'homme qui, cheminant, traverse tout un endroit plat, va penché d'abord en arrière, puis autant en avant. » Mais si l'on veut connaître toute la portée de ce théorème : Un grave reposant sur le sol ne peut être en équilibre lorsque son centre de gravité se projette en dehors de sa base ; si l'on désire savoir comment il explique les diverses postures de l'homme et des animaux, il nous faut abandonner le cahier *F*, que nous avons presque exclusivement étudié jusqu'ici, et feuilleter le cahier que Venturi a désigné par la lettre *A*.

Le cahier *A* est postérieur au cahier *F*. Léonard y corrige parfois certaines hypothèses qu'il avait émises au cahier *F* (1). Il n'est guère de question, traitée au cahier *F*, à laquelle Léonard ne revienne dans les notes qui composent le cahier *A*. En particulier, la théorie de la figure de la Terre et de la convergence des verticales, sur laquelle les *Quæstiones* d'Albert de Saxe ont appelé l'attention du grand peintre, sont l'objet de maintes réflexions dans le nouveau manuscrit.

En voici une (2) qui est presque la traduction littérale de l'une des conclusions d'Albertutius :

« Si tu fais une tour de 400 brasses et que tu la plombes avec des fils, elle te sera plus étroite du pied que de la tête, et formera un commencement de pyramide. »

(1) Voir P. Duhem, *Thémon, le fils du Juif et Léonard de Vinci* (Cet article paraîtra prochainement dans le BULLETIN ITALIEN).

(2) *Les Manuscrits de Léonard de Vinci*, Ms. A de la Bibliothèque de l'Institut, fol. 20, verso.

Léonard pense, d'ailleurs, qu'il serait possible de mesurer cette différence d'écart entre deux verticales au sommet et à la base d'une tour, et d'en déduire la longueur du rayon terrestre.

Parmi ces pensées, visiblement suggérées par la lecture d'Albert de Saxe, se trouvent des réflexions au sujet du rôle que le centre de gravité joue en Statique ; telle celle-ci (1) :

« Le corps sphérique parfait, placé sur un plan parfait, n'aura aucun mouvement (2) si tu ne lui en donnes pas. Et la raison en est que toutes ses parties sont à égale distance du centre ; par suite, il reste toujours en balance, et la balance qui a ses bras égaux de poids et de longueur reste sans mouvement ; si le dit corps sphérique a ses deux moitiés égales l'une à l'autre, il reste, lui aussi, sans mouvement. »

Léonard ne rattache pas seulement à la considération du centre de gravité certaines règles de Statique ; il veut également découvrir à ce point certaines propriétés dynamiques ; mais la Dynamique est trop peu avancée, au moment où il écrit, pour que ces dernières intuitions pressentent la vérité.

Lorsque le centre de gravité d'un corps posé sur le sol se projette hors de la base qui soutient ce corps, le grave cesse d'être en équilibre, il se meut, il tombe ; et il tombe précisément du côté où l'entraîne la partie la plus lourde, celle qui contient le centre de gravité. De cette remarque, vraie pour un grave sans vitesse initiale, Léonard prétend faire une loi générale du mouvement ; cette loi, il y fait de fréquentes allusions dans ses notes.

« Toute chose, dit-il (3), qui se trouve sur un sol plan

(1) Cette proposition paraît en contradiction avec celle que Léonard a formulée précédemment (Ms. F, fol. 82, verso). Ici, Léonard néglige la convergence des verticales dont, alors, il tenait compte.

(2) *Les Manuscrits de Léonard de Vinci*, Ms. A, fol. 22, recto

(3) *Ibid.*, Ms. A, fol. 21, verso.

et parfait de telle sorte que son pôle ne se trouve pas entre des parties d'égal poids, ne s'arrête jamais ; un exemple s'en voit dans ceux qui glissent sur la glace et qui ne s'arrêtent jamais, si les parties ne deviennent pas équidistantes à leur centre.

» Tout grave (1) se meut du côté où il pèse le plus... La partie la plus lourde des corps qui se meuvent dans l'air se fait guide de leur mouvement.

» La partie la plus lourde (2) de tout corps mû sera guide de son mouvement. »

En insistant sur ces propriétés statiques ou dynamiques du centre de gravité, Léonard a pour principal objet l'explication des allures que prennent les êtres animés, soit qu'ils demeurent en repos, soit qu'ils se meuvent. Nous en avons pour témoins ces réflexions, insérées au cahier *A* (3), et dont la première résout un problème déjà posé dans les *Questions mécaniques* d'Aristote :

« Celui qui est assis ne peut pas se lever de son siège si la partie qui est en avant du pôle ne pèse pas plus que celle qui est en arrière de ce pôle, sans se servir de ses bras.

» Celui qui monte en un lieu quelconque doit donner une plus grande partie de son poids en avant de son pied le plus élevé qu'en arrière, c'est-à-dire en avant du pôle qu'en arrière du pôle ; donc l'homme donnera toujours une plus grande partie de son poids du côté vers lequel il désire se mouvoir qu'en aucun autre lieu.

» Celui qui court penche plus vers le lieu où il court et il donne plus de son poids en avant de son pôle qu'en arrière, de sorte que celui qui court en montant le fait sur les pointes des pieds, et celui qui court en plaine va d'abord sur les talons, et puis sur la pointe des pieds.

(1) *Les Manuscrits de Léonard de Vinci*, Ms. E de la Bibliothèque de l'Institut, fol. 57, recto.

(2) *Ibid.*, Ms. H, fol. 115 [28] recto.

(3) *Ibid.*, Ms. A, fol. 28, verso.

« Celui-ci ne portera pas son poids, s'il ne fait pas équilibre au poids de devant en se renversant en arrière, de façon que toujours le pied qui pose se trouve au milieu du poids. »

Et Léonard poursuit en ébauchant (1) un des chapitres qui figureront au *Traité de la Peinture ;* nous y voyons que lorsqu'une « figure pose sur un pied, ce pied se fait centre du poids placé au-dessus ».

Ces considérations sur la posture des êtres animés, on les trouve, dans le cahier *A*, à côté de notes qui révèlent l'influence d'Albert de Saxe ; elles y ont la forme sommaire et imparfaite du premier jet. Pour les trouver plus parfaites et plus développées, il suffit que l'on consulte le *Traité de la Peinture*. Là, se rencontrent de multiples variantes de cette proposition (2) : « L'homme qui chemine aura le centre de sa pesanteur sur le centre de la jambe qui pose à terre » ; en sorte que « le poids de l'homme (3) qui se tient planté sur une de ses jambes seulement sera toujours esgalement partagé aux deux costez de la perpendiculaire ou ligne centrale qui le soustient. »

« Tousjours (4) la figure qui soustient le poids sur soy et sur la ligne centrale de la masse de son corps, doit jeter autant du poids naturel ou accidentel de l'autre côté opposite, qu'il en faudra pour parfaire le balancement du poids égal autour de la ligne centrale (5) qui part du centre de la partie du pied [du centre de pesanteur de l'homme] (6) qui porte la charge, et laquelle passe au travers de la masse entière du poids, et tombe sur cette

(1) *Les Manuscrits de Léonard de Vinci*. Ms. A, fol. 28, verso et fol. 29, recto.

(2) *Traité de la Peinture* de Léonard de Vinci, donné au public et traduit de l'italien en français par R. F. S. D. C. [Roland Fréart, sieur de Chambray] ; à Paris, de l'Imprimerie de Jacques Langlois, MDCLI ; ch. CCII, p. 66.

(3) Id., *ibid.*, ch. CCI, p. 66.

(4) Id., *ibid.*, ch. CCVI, p. 68.

(5) Ligne centrale = ligne qui va au centre de la Terre, verticale.

(6) La phrase de Léonard contient un lapsus évident ; nous avons rétabli le sens entre [ ].

partie du pied qui pose à terre. On voit ordinairement qu'un homme qui lève un fardeau avec un des bras estend naturellement au delà de soy son autre bras, et si cela ne suffit pas à faire contrepoids, il y met encore de son propre poids en courbant le corps autant qu'il faut pour estre bastant à soûtenir le fardeau dont il est chargé ; on voit encore que celuy qui s'en va tomber estend tousjours l'un de ses bras, et le porte vers la partie opposite. » — « Il faut ici (1) remarquer que le poids du corps de l'homme tire d'autant plus que le centre de la pesanteur est esloigné du centre de l'axe qui le soustient. »

On pourrait multiplier ces citations ; elles nous montreraient Léonard constamment préoccupé de la situation que le centre de gravité du corps occupe par rapport à la base qui le supporte.

La Bibliothèque Vaticane possède une copie fort complète du *Traité de la Peinture* ; les croquis qui ornent cette copie et qui sont, sans doute, de grossières imitations des dessins de Léonard, représentent des figures humaines en des postures variées ; toujours une ligne verticale les traverse, montrant que le centre de gravité se projette à l'intérieur de la surface par laquelle l'homme repose sur le sol. Cette ligne verticale a été conservée en quelques-uns des dessins que Nicolas Poussin exécuta pour l'édition italienne et l'édition française données en 1651.

Léonard de Vinci, au *Traité de la Peinture*, n'use point seulement des propriétés statiques du centre de gravité ; il invoque également et applique les propriétés dynamiques qu'il lui attribue, et qu'il énonce ainsi (2) :

« L'arrest ou la cessation du mouvement en un animal, lequel se tient sur ses pieds, vient de l'equation

(1) *Le Traité de la Peinture* de Léonard de Vinci, ch. CCVII, p. 68.
(2) Id., *ibid.*

ou privation de l'inégalité qu'ont entre eux les poids opposez, lesquels se soustiennent sur leurs propres poids.
« Tout mouvement (1) est produit par la rupture de l'équilibre, c'est-à-dire de l'égalité, parce qu'il n'y a aucune chose qui se meuve d'elle-mesme sans qu'elle sorte de son équilibre, et le mouvement est d'autant plus prompt et plus violent que la chose se retire d'avantage de son équilibre. »

Nous retrouvons ici la pensée que Léonard avait rapidement esquissée dans ses notes, et qu'il avait appliquée aux patineurs : Pour qu'un corps se meuve sur un plan horizontal, il faut que le centre de gravité de ce corps se projette en avant de la base ; et plus il se projette loin en avant de cette base, plus le mouvement est rapide.

C'est ce principe que Léonard invoque en l'étude « du mouvement des animaux et de leur course (2). La figure qui se montrera plus viste en sa course sera celle qui tombera d'avantage sur le devant. Le corps qui se meut soy-mesme aura d'autant plus de vistesse que le centre de sa pesanteur sera esloigné du centre de son soustien. »

C'est au vol des oiseaux que Léonard applique le plus volontiers les propriétés dynamiques qu'il attribue au centre de gravité : « *De la manière de s'équilibrer* », lisons-nous dans ses notes (3), « Toujours la partie la plus lourde des corps est celle qui se fait guide de leur mouvement. » De cette pensée, nous trouvons le développement dans le *Traité de la Peinture* (4) : « Cecy est dit principalement pour le mouvement des oyseaux lesquels, sans aucun battement d'aisles ou sans estre aidez du vent, se remuënt d'eux mesmes, et cela arrive quand le centre de leur pesenteur est hors du centre de leur soustien, c'est à dire hors

(1) *Le Traité de la Peinture* de Léonard de Vinci, ch. CCVIII, p. 69.
(2) Id., *ibid.*, ch. CCXCIX, p. 99.
(3) *I Manoscritti* di Leonardo da Vinci, *Codice sul volo degli ucelli*. Paris, 1893 ; fol. 16 [15], verso ; cf. fol. 4, verso.
(4) *Le Traité de la Peinture* de Léonard de Vinci, ch. CCXCIX, p. 99.

du milieu de l'estenduë de leur (*sic*) aisles; parce que si le milieu des deux aisles est plus [en avant ou] en arrière que le milieu ou le centre de la pesanteur de tout l'oyseau, alors cet oyseau portera son mouvement en haut ou en bas, mais d'autant plus ou moins en haut ou en bas, que le centre de la pesanteur sera plus loin ou plus près du milieu des aisles ; c'est à dire que le centre de la pesanteur estant esloigné du milieu des aisles, il fait que la descente de l'oyseau est fort oblique, et si ce centre est voisin des aisles, la descente de l'oyseau aura peu d'obliquité. »

Les propriétés dynamiques attribuées par Léonard au centre de gravité lui ont fourni la première solution qu'il ait proposée du problème du plan incliné ; de cette solution, qu'il obtient par un procédé où l'on croit reconnaître l'influence de Pappus, il a donné plusieurs rédactions ; celle que nous avons relatée au chapitre II et celle que nous avons reproduite au chapitre V, § 3, se rencontrent au cahier *A*, tout à côté des artifices que Léonard imagine (1) pour déduire le rayon de la terre de l'obliquité des verticales, en la page même (2) où se trouve énoncé ce principe : « Toute chose qui se trouve sur un sol plan et parfait, de telle sorte que son pôle ne se trouve pas entre des parties d'égal poids, ne s'arrête jamais. » Cette solution du problème du plan incliné est d'ailleurs une application de ce principe, dont le précédent est un cas particulier : « Le corps qui se meut de soy-mesme aura d'autant plus de vistesse que le centre de sa pesanteur sera esloigné du centre de son soustien ». L'influence de Pappus, répétons-le, semble bien reconnaissable en cette solution ; mais la lecture des *Quæstiones* d'Albert de Saxe n'y est pas, non plus, étrangère ; elle se marque par cette phrase dont Léonard l'a fait précéder : « Tout corps

(1) *Les Manuscrits de Léonard de Vinci*, Ms. A, fol. 20, verso.
(2) *Ibid.*, Ms. A, fol. 21, verso.

pesant désire tomber au centre et l'opposition qui est la plus oblique lui fait le moins de résistance. » Cette phrase, en effet, résume fidèlement ce qu'Albertutius a écrit à l'encontre de la notion de gravité *secundum situm* et des principes de l'École de Jordanus.

Il y a plus, et l'on peut se demander si ces tentatives de Léonard au sujet du plan incliné ne lui ont pas été suggérées par la lecture d'une certaine *Question* d'Albert de Saxe touchant la *Physique* d'Aristote ; voici, en effet, ce que nous trouvons dans ce livre (1), dont aucune note de Léonard ne semblait, jusqu'ici, révéler l'influence :

« Supposons un espace vide entre le ciel et la Terre, et une surface équidistante du centre ; sur cette surface, posons deux sphères pesantes, l'une *a* et l'autre *b*, et supposons la sphère *a* plus lourde que la sphère *b*. Une vertu quelconque, si faible soit-elle, pourrait mouvoir ces deux sphères sur cette surface avec une facilité infinie. On le prouve ; chacune de ces sphères toucherait la surface en un point ; dès lors, chacun des deux hémisphères opposerait son poids au poids égal de l'autre, comme deux poids en équilibre ; dès lors, comme un excès de puissance, si faible soit-il, suffit au mouvement, n'importe quelle puissance pourrait mouvoir chacune de ces sphères avec une aisance infinie...

» Si un plan était posé transversalement dans le vide, et si l'on plaçait sur ce plan un grave simple et sphérique, ce grave descendrait sur ce plan avec une vitesse finie. Cela est évident car, ne pouvant descendre en ligne droite, il descendrait en roulant ; une partie de la sphère aurait à élever l'autre ; alors cette partie, qui se trouverait élevée par violence, tiendrait lieu de résistance. »

1) Alberti de Saxonia *Quæstiones in octo libros Physicorum ;* in librum IV quæstio XII. — Il ne paraît pas que cet ouvrage ait été imprimé avant 1516, époque où il fut imprimé à la fois à Venise et à Paris.

SECONDE PÉRIODE

DE LA RÉVOLUTION COPERNICAINE A TORRICELLI

7. *La tradition d'Albert de Saxe et la révolution copernicaine*

C'est en discutant (1) l'opinion d'Albert de Saxe au sujet des taches de la Lune, c'est en cherchant à établir sa propre opinion que Léonard était amené, dès l'année 1508, à rejeter l'hypothèse géocentrique et à formuler (2) cette vérité : « Comment la Terre n'est pas au milieu du cercle du Soleil, ni au milieu du monde, mais est bien au milieu de ses éléments qui l'accompagnent et lui sont unis. »

En 1508, donc, se montraient les signes avant-coureurs de la révolution copernicaine. Depuis un an déjà, Copernic se livrait à ses méditations sur le système du monde, qui devaient l'occuper jusqu'en 1530 et ne devaient paraître imprimées qu'en 1543, au moment même où mourait leur auteur. Dès 1525 au plus tard, Celio Calcagnini, sans renoncer à l'hypothèse géocentrique, transportait à la Terre le mouvement diurne.

La révolution copernicaine bouleversait en un point essentiel la théorie péripatéticienne de la gravité, puisqu'elle ne mettait plus le centre de la Terre au centre de l'Univers. Mais, cette transformation accomplie, Copernic et ses disciples gardaient, autant que possible, les lois formulées par les scolastiques et, en particulier, par Albert de Saxe. Pour eux, comme pour les docteurs de l'École,

(1) Voir P. Duhem, *Albert de Saxe et Léonard de Vinci* (BULLETIN ITALIEN, t. V, p. 1 ; 1905).

(2) *Les Manuscrits de Léonard de Vinci*, Ms. F, fol. 41, verso.

la pesanteur d'un corps terrestre, c'est le désir qu'a ce corps de s'unir au centre de gravité de la Terre, désir qui lui a été donné afin que la Terre conserve sa forme sphérique.

« La Terre, dit Copernic (1), est sphérique parce que, de toutes parts, elle s'efforce vers son centre. »

« L'élément de la Terre (2) est le plus lourd de tous et tous les corps pesants se portent vers elle et tendent vers son centre intime. »

Cette tendance, les scolastiques l'attribuaient aux seules parties de la Terre. Les Copernicains attribuent une tendance analogue aux fragments qui seraient détachés du Soleil, de la Lune ou d'une planète ; chacun de ces fragments tend au centre de l'astre auquel il appartient, afin que l'intégrité de cet astre soit sauvegardée : « La gravité n'est pas autre chose, à mon avis (3), qu'une certaine appétence naturelle donnée aux parties de la Terre par la divine providence de Celui qui fabriqua l'Univers, pour qu'elles concourent à leur unité et à leur intégrité en se réunissant sous forme de globe. Il est probable que cette affection appartient aussi au Soleil, à la Lune et aux clartés errantes, afin que, par l'efficace de cette affection, ces corps persévèrent dans la forme ronde sous laquelle nous les voyons. »

Les connaissances géographiques et cosmographiques de Copernic sont trop avancées pour qu'il ne rejette pas certaines opinions d'Albert de Saxe ; il sait qu'il n'existe pas, à la surface du globe, un hémisphère entièrement occupé par les eaux ; il sait que les continents et les mers forment une sphère presque parfaite et que la direction que tout grave suit dans sa chute va joindre le centre de

(1) Nicolai Copernici *De revolutionibus orbium cœlestium libri sex ;* lib. I, cap. II.

(2) Id., *ibid. ;* lib. I, cap. VII.

(3) Id., *ibid. ;* lib. I, cap. IX.

cette sphère. Il ne peut donc admettre, comme le docteur scolastique, que le centre de grandeur de la Terre soit éloigné de son centre de gravité et que ce dernier soit, à l'exclusion du premier, le centre de la sphère liquide. A plusieurs reprises, il combat ces affirmations d'Albert de Saxe, qu'il ne nomme pas, mais qu'il avait sûrement lu :

L'eau et la terre « tendent (1) toutes deux au même centre par leur gravité... Il ne faut point écouter les Péripatéticiens lorsqu'ils prétendent... que le centre de gravité est distinct du centre de grandeur... Qu'il n'y ait point de distinction entre le centre de grandeur et le centre de gravité, on peut le montrer ainsi : La surface de la Terre qui n'est pas couverte par l'Océan ne s'enfle pas d'une manière continuelle ; sinon, elle resserrerait extrêmement les eaux marines et ne se laisserait nullement pénétrer par les mers intérieures, semblables à de vastes golfes... Par toutes ces raisons, il est manifeste, selon moi, que la terre et l'eau s'efforcent en même temps vers un même centre de gravité, et que ce centre de gravité ne diffère point du centre de la Terre ».

Selon Copernic, donc, la terre et les mers forment une masse sensiblement sphérique, en sorte qu'il n'y a pas lieu de distinguer le centre de figure de la terre et le centre de figure de la surface des mers ; ces deux points sont peu éloignés l'un de l'autre. Cette doctrine, qui s'accordait fort bien avec toutes les observations géographiques et astronomiques, était indépendante de toute hypothèse sur le mouvement de la Terre ; il semblait donc qu'elle dût être acceptée sans difficulté et d'une manière générale. Il n'en fut rien ; elle rencontra, au contraire, une opposition vive et prolongée.

L'origine de cette opposition se doit chercher dans une

(1) Nicolai Copernici *De revolutionibus orbium cœlestium libri sex* ; liber I, cap. III.

opinion assez singulière qu'Aristote avait indiquée au livre des *Météores* (1) et que l'emploi du langage moderne permet de formuler en ces termes :

Les quatre éléments, la terre, l'eau, l'air, le feu, ont des masses égales, en sorte que les volumes qu'ils occupent sont en raison inverse de leurs densités ; or, selon plusieurs Péripatéticiens, lorsqu'une certaine masse de l'un de ces éléments *se corrompt* et, par cette corruption, *engendre* l'élément suivant, son volume décuple ; les densités des quatre éléments forment donc une progression géométrique de raison 10 ; partant, le volume total de l'eau doit être décuple du volume total occupé par la terre, le volume de l'air doit être décuple de celui de l'eau, le volume du feu décuple de celui de l'air.

Cette théorie, très fréquemment acceptée au moyen âge, avait engendré d'étranges hypothèses géodésiques ; telle celle de Nicolas de Lyre (2), que nous avons rappelée en son temps. D'ailleurs, dès le XIV^e siècle, nous voyons les nominalistes de Paris rejeter, sur ce point, la doctrine qui se réclame d'Aristote ; nous voyons Albert de Saxe exposer des idées géodésiques fort analogues à celles que soutiendra Copernic ; nous voyons Thimon donner (3) une réfutation en règle de l'hypothèse selon laquelle les volumes des éléments forment une progression géométrique.

(1) Aristote, Μετεωρολογικά, A, γ. — En fait, Aristote n'a indiqué avec précision cette proportionnalité que pour les volumes de l'air et de l'eau : « Il faut qu'il y ait le même rapport de volume entre le tout de l'eau et le tout de l'air, qu'entre une petite quantité d'eau déterminée et l'air que cette eau peut engendrer. — Ἀνάγκη δὲ τὸν αὐτὸν ἔχειν λόγον ὃν ἔχει τὸ τοσονδὶ καὶ μικρὸν ὕδωρ πρὸς τὸν ἐξ αὐτοῦ γινόμενον ἀέρα, καὶ τὸν πάντα πρὸς τὸ πᾶν ὕδωρ. » Encore doit-on remarquer, avec Gaëtan de Tiène, que le sens exige une transposition des paroles d'Aristote.

(2) *Vide supra* : Première période, 5 ; p. 52.

(3) Thimonis *Quæstiones in libros Meteorum* ; in librum primum quæstio VI.

Mais les arguments fort sensés d'Albert de Saxe et de Thimon ne ravirent point le consentement universel ; la supposition d'Aristote était encore en faveur à la fin du XVe siècle ; si Gaëtan de Tiène se borne, après avoir exposé l'opinion aristotélicienne, à déclarer (1) que « d'autres pensent autrement, et qu'il n'a cure de la question », certains, tels que Grégoire Reisch essayent, comme nous l'avons vu, d'accommoder (2) les idées d'Albert de Saxe avec l'hypothèse que l'eau occupe un volume décuple de celui de la terre.

Que de telles opinions aient pu être soutenues jusqu'au moment où les navigateurs vinrent transformer les connaissances géographiques de l'humanité, on le conçoit aisément ; mais qu'après Vasco de Gama et Christophe Colomb, qu'après Magellan, il se soit trouvé des hommes capables de prétendre que la terre solide forme une sphère dix fois moins volumineuse que l'Océan, que la terre ferme forme un continent de surface très petite par rapport à l'étendue des mers, cela paraîtra souverainement invraisemblable ; et cependant cela est.

Celui qui s'étonnerait de cet étrange phénomène intellectuel n'aurait pas, croyons-nous, une idée exacte de l'état des esprits au XVIe siècle.

Ce qui caractérise la pensée d'un très grand nombre d'hommes de science, en cette époque trop vantée, c'est une étroitesse qui va, bien souvent, jusqu'à l'esprit sectaire.

Alors, comme en tout temps, on peut distinguer, parmi ceux qui ont souci de savoir, des novateurs et des conservateurs. Mais les novateurs, ou ceux qui se prétendent tels, sont alors d'une telle intransigeance qu'ils ne veulent

(1) *Libri Metheorum* Aristotelis Stagiritæ *cum commentariis* Gaietani de Thienis ; lib. I, cap. III. La première édition de cet ouvrage, qui en eut un grand nombre, fut donnée à Padoue, en 1476, par Pierre Maufer.

(2) *Vide supra* : Première période, 5, p. 64.

rien garder des conquêtes des âges précédents; tout ce qui, de près ou même de très loin, se rattache à la Scolastique péripatéticienne leur paraît radicalement faux et pernicieux ; ils le rejettent sans examen, pour ne garder que ce qu'ont légué les géomètres de l'Antiquité classique. Ces novateurs, qui exténuent la Science en la vidant de tout ce que le moyen âge a conquis, nous les avons vus à l'œuvre lorsque nous avons étudié la réaction menée contre l'École de Jordanus par Guido Ubaldo del Monte et par Giovanni Battista Benedetti.

En face de ces novateurs qui prétendent jeter à bas l'œuvre entière des siècles précédents, se dressent des conservateurs qui prétendent tout garder de cette œuvre, même et surtout ce dont la fausseté éclate à tous les yeux. Certes, en la Scolastique du XIII^e^ et du XIV^e^ siècle, une vénération profonde entoure la pensée d'Aristote ; mais cette vénération n'est nullement une aveugle servilité ; les Albert de Saxe et les Thimon discutent avec déférence l'opinion du Stagirite, mais ils la discutent et, lorsqu'ils croient avoir de bonnes raisons pour le faire, ils la rejettent. Au XVI^e^ siècle, au contraire, nous voyons naître cet Aristotélisme d'esclaves, dont la routine prend la moindre parole du Maître, voire même la moindre opinion que les commentateurs aient cru découvrir en cette parole, pour un oracle infaillible contre lequel doivent se briser les contradictions les mieux justifiées, les raisons les plus solidement déduites, les faits les mieux avérés.

Il y avait douze ans que les compagnons de Magellan avaient achevé le tour du monde, lorsque le frère servite Mauro de Florence (1493-1556), reprenant les opinions de Grégoire Reisch, vint soutenir (1) que la terre solide

(1) *Sphera volgare novamente tradotta con molte notande additioni di geometria, cosmographia, arte navigatoria, et stereometria, proportioni et quantità delli elementi, distanze, grandezze et movimenti di tutti li corpi celesti, cose certamente rade et maravigliose*, autore M. Mauro Fiorentino, Phonasco et Philopanareto... (In fine) Anno salutis

forme une sphère qui affleure en une région peu étendue de la masse sphérique, et dix fois plus volumineuse, des eaux. Mauro de Florence reprend d'ailleurs une théorie qu'Albert de Saxe avait émise dans ses *Questions* sur la Physique d'Aristote, pour l'abandonner ensuite dans ses *Questions* sur le *De Cœlo*, théorie qui avait un instant sollicité l'adhésion de Thimon ; il remarque que l'agrégat de la terre et de la mer forme un corps hétérogène dont le centre de gravité n'est pas au centre de grandeur ; il admet que c'est ce centre de gravité général qui doit coïncider avec le centre de l'Univers, en sorte que la sphère terrestre et la surface des mers sont, chacune en leur particulier, excentriques au monde.

Copernic ne croit pas faire œuvre vaine en réfutant (1) les théories de Grégoire Reisch et de Mauro de Florence ; si la sphère de la terre solide, observe-t-il, était non pas dix fois, mais sept fois seulement moins volumineuse que la masse de l'eau, le centre de la surface sphérique qui limite l'Océan se trouverait en dehors du volume occupé par la terre ; il ne pourrait donc coïncider avec le centre de gravité de la terre solide, comme le veut Albert de Saxe en ses *Questions* sur le *De Cœlo* ; il est vrai que si Copernic semble admettre cette doctrine d'Albertutius, Mauro de Florence ne paraît pas l'accepter.

Cardan, qui a lu Copernic et le cite (2), partage la manière de voir du grand astronome sur les masses respec-

nostræ MDXXXVII, mense Ottobri, impresso in Venetia, per Bartholomeo Zanetti. — Même ouvrage : in Venetia, per Stefano di Sabio, 1537.

(1) Nicolai Copernici *De revolutionibus orbium cœlestium libri sex*, lib. I, cap. III.

(2) *Les livres* de Hiérome Cardanus, médecin Milannois, *intitulés de la Subtilité, et subtiles inventions, ensemble les causes occultes, et raisons d'icelles*, traduis de latin en français par Richard le Blanc ; à Paris, par Charles l'Angelier tenant sa boutique au premier pillier de la grand' salle du Palais ; 1556 ; livre XVII, fol. 323, verso. — Cette mention du nom de Copernic ne se trouve pas en la première édition du *De Subtilitate*, parue en 1551 ; elle a été introduite par Cardan en la seconde édition, sur laquelle a été faite la traduction française de Richard le Blanc.

tives de la terre ferme et de l'eau ; « Il n'est pas vrai, dit-il (1), que l'eau soit si grande, ni qu'elle forme une partie notable de la Terre entière. Il existe en réalité une très petite quantité d'eau qui, à cause de sa légèreté, reste à la surface de la Terre, remplissant les concavités les plus basses de cette surface... Si nous considérons seulement la surface de l'eau, nous pourrions la croire plus considérable que la terre ferme ; mais si nous tenons compte de la profondeur, il n'est plus possible de les comparer ». Il est impossible de rejeter plus nettement l'opinion de Grégoire Reisch et de Mauro de Florence.

Mauro de Florence trouva également un contradicteur convaincu en la personne d'Alexandre Piccolomini.

En son traité de Philosophie naturelle (2), Piccolomini avait exposé, touchant la figure de la terre et de l'eau, la doctrine devenue classique depuis Albert de Saxe. Par la démonstration d'Aristote et d'Adraste, il avait prouvé (3) que l'eau est limitée par une surface sphérique ayant pour centre le centre de l'Univers ; le centre de gravité de la terre se trouve au même point (4), mais, à cause de l'hétérogénéité de la terre, ce centre de gravité ne coïncide pas avec le centre de grandeur de cet élément. Mais, en cet ouvrage, Piccolomini n'a point examiné si l'eau occupait ou non un volume beaucoup plus grand que la terre.

A ce problème, il a consacré un écrit spécial (5) ; en cet

(1) Hieronymi Cardani, medici mediolanensis, De Subtilitate libri XXI ; Lugduni, apud Guglielmum Rouillium, sub scuto Veneto, 1551 ; lib. II, p. 124. — Trad. française de Richard le Blanc, fol. 63, recto.

(2) *La seconda parte della filosofia naturale* di M. Alessandro Piccolomini, in Vinegia, appresso Vincenzo Valgrisio, alla Bottega d'Erasmo. MDLIIII. — *La prima parte della filosofia naturale* avait paru en 1551 ; les deux parties ont eu, ultérieurement, plusieurs éditions.

(3) A. Piccolomini, *op. cit.*, lib. III, cap. III, p. 279.

(4) Id. *ibid.*, lib. III, cap. IX, p. 335.

(5) *Della grandezza della terra et dell' acqua*, trattato di M. Alessandro Piccolomini, nuovamente mandato in luce, all' illustr. et revermo Sre Monsig. M. Iacomo Cocco, arcivescovo di Corfù. In Venetia, MDLVIII, appresso Giordano Ziletti, all' insegna della Stella. — Le même ouvrage, sous le même titre, et par les soins du même imprimeur, fut donné de nouveau en 1561.

écrit, il a longuement repris contre ceux qui attribuent à l'eau un volume décuple de celui de la terre, et spécialement contre Mauro de Florence (1), toutes les raisons que Thimon et Copernic avaient brièvement indiquées. Sa discussion, d'ailleurs, n'est point exempte d'erreurs ; en voici une, et assez singulière : Il pense (2) que l'ombre qui cause les éclipses de lune est celle du seul élément solide, l'eau ne portant point ombre, à cause de sa transparence.

L'ouvrage de Piccolomini ne termina pas, loin de là, le débat qui mettait les physiciens aux prises.

En 1578, Giuntini (3), après avoir copié des pages entières d'Albert de Saxe, qu'il ne nomme pas, se contente de dire (4) : « Pour moi, je pense que la terre et l'eau ont un même centre qui est aussi le centre l'Univers. » Ailleurs (5), il se déclare adversaire de Grégoire Reisch et de Mauro de Florence.

C'est, au contraire, à l'opinion de ces auteurs que se range Antonio Berga dans un ouvrage (6) où il prend très vivement à partie Alexandre Piccolomini.

Le pamphlet de Berga provoque, à son tour, une riposte de Giovanni Battista Benedetti (7).

Dans cet écrit, Benedetti argumente vivement contre ceux qui attribuent à l'eau un volume décuple du volume de la terre et, particulièrement, contre Antonio Berga ; il réfute leurs raisons et leur oppose les raisons données

(1) A. Piccolomini, *op. cit.*, cap. XIV.

(2) Id. *ibid.*, p. 41.

(3) Fr. Junctini Florentini, sacræ theologiæ doctoris, *Commentaria in Sphæram Joannis de Sacro Bosco accuratissima.* Lugduni, apud Philippum Tinghium, MDLXXVIII.

(4) Junctinus, *op. cit.*, p. 198.

(5) Id. *ibid.*, p. 179.

(6) Antonio Berga, *Discorso.... della grandezza dell' acqua et della terra, contra l'opinione dil* (sic) *S. Alessandro Piccolomini.* In Torino, appresso gli her. del Bevilacqua, MDLXXIX.

(7) *Consideratione* di Gio. Battista Benedetti, filosofo del Sereniss. S. Duca di Savoia, *d'intorno al discorso della grandezza della terra, et dell' acqua, del Eccellent. Sig. Antonio Berga filosofo nella Universilà di Torino.* In Torino, presso gli heredi del Bevilacqua, 1579.

par ses prédécesseurs, notamment par Copernic. Il ne cite point le nom de Copernic ; cependant, il l'avait profondément étudié, car il en fait très souvent mention dans ses lettres (1), n'hésitant pas à placer les livres *De revolutionibus orbium cœlestium* à côté de l'Almageste de Ptolémée (2). Il y a plus : Sans se déclarer partisan convaincu du système de Copernic, Benedetti le regarde comme une hypothèse plausible (3).

Dans ses considérations sur la grandeur de la terre et de l'eau, Benedetti admet pleinement la doctrine d'Albert de Saxe au sujet du centre de gravité, et il la formule avec une grande netteté, appelant à son aide aussi bien la définition du centre de gravité donnée par Pappus que la définition proposée par Commandin :

« Les philosophes anciens, dit-il (4), ont défini le centre de gravité des corps particuliers de la manière suivante :

» *Centrum gravitatis uniuscujusque corporis est punctum quoddam intra positum, a quo si grave appensum mente concipiatur, dum fertur quiescit, et servat eam quam in principio habebat positionem, neque in ipsa latione circumvertitur.*

» Quelques modernes le définissent ainsi :

» *Centrum gravitatis uniuscujusque solidæ figuræ est punctum illud intra positum, circa quod undique partes æqualium momentorum consistunt; si enim per tale centrum ducatur planum, figuram quomodocumque secans, semper in partes æqueponderantes ipsam dividet.*

» D'autres encore disent que le centre de gravité de chaque corps est le point par lequel ce corps s'unirait au centre de l'Univers, s'il n'en était empêché.

(1) Jo. Baptistæ Benedicti, patritii Veneti, philosophi, *Diversarum speculationum mathematicarum et physicarum liber*; Taurini, apud hæredem Nicolai Bevilaquæ, MDLXXXV; pp. 215, 216, 235, 241, 242, 243, 255, 260, 261, 315.

(2) Id. *ibid.*, p. 255.

(3) Id. *ibid.*, p. 255.

(4) G. B. Benedetti, *Consideratione.....*, p. 17.

» Tous s'accordent en cette proposition que la Terre, par son centre de gravité, s'unit d'elle-même au centre de l'Univers. »

Quelques années plus tard, Guido Ubaldo redonnera un exposé aussi net et, semble-t-il, inspiré de celui que nous venons de citer, de la doctrine d'Albert de Saxe.

D'ailleurs, comme Copernic, comme Giuntini, Benedetti n'admet pas que le centre de gravité et le centre de figure de la Terre soient notablement distincts l'un de l'autre :

« Nous sommes certains, dit-il (1), que la surface sphérique de l'eau est partout équidistante du centre de l'Univers, point recherché par tous les corps graves ; de plus, par les nombreuses îles, par les différents pays que la navigation a découverts en toutes régions, nous pouvons être sûrs et certains, que l'eau avec la terre figurent un même globe.... et que le centre de grandeur de la Terre, confondu avec le centre de sa gravité, se trouve au centre de l'Univers. »

Ces lignes méritent d'arrêter un instant notre réflexion. Benedetti est, dans le domaine des sciences, un des réformateurs les plus audacieux et les plus intransigeants du XVI^e^ siècle ; il attaque vivement, en maintes circonstances, la Physique d'Aristote ; il a formulé, au sujet de la chute des graves, une proposition qui bouleverse la théorie péripatéticienne de la pesanteur ; grand admirateur de Copernic, il se montre tenté d'adopter le système héliocentrique ; en revanche, il rejette sans pitié toute la Mécanique du moyen âge, englobant dans cette proscription même les plus belles conquêtes de l'École de Jordanus, même la solution, si exacte, du problème du plan incliné. Et, cependant, cette sorte de haine, souvent aveugle, pour la science du passé s'arrête, respectueuse, devant un monument de la Physique du XIV^e^ siècle ; ce monument,

(1) G. B. Benedetti, *Consideratione.....*, p. 14.

c'est la théorie du centre de gravité imaginée par Albert de Saxe ; cette théorie, dont la fausseté nous paraît aujourd'hui si criante, résiste, à peine modifiée, à la révolution copernicaine, à la réforme scientifique ; Benedetti la maintient, comme l'a fait Copernic, comme le feront Guido Ubaldo et Galilée ; et, malgré les attaques de Képler, elle survivra encore jusqu'au temps de Newton.

Les *Considérations* de Benedetti ne suffirent pas à convaincre d'erreur ceux qui voulaient que la mer fût plus volumineuse que la terre ; cette opinion continua à se produire et à être discutée jusqu'à l'aube du XVII[e] siècle. En 1580, Francesco Maria Vialardi publie une traduction latine du libelle d'Antonio Berga et des *Considérations* de Benedetti (1) ; en 1583, Agostino Michele revient à la charge (2) en faveur de l'antique opinion qui met, en ce monde, plus d'eau que de terre. Dans une longue lettre adressée en 1584 à Horatio Muto (3), Benedetti, reprenant son ancienne discussion avec Piccolomini et Berga, s'empresse de réfuter les arguments d'Agostino Michele. L'année suivante, Nonio Marcello Saia vient se ranger au parti de Benedetti (4).

Ce parti finit par être celui auquel se rangent tous les esprits sensés. En 1593, les Jésuites de l'Université de Coïmbre, sévères gardiens, en Physique, de la tradition péripatéticienne, publient leurs commentaires au *De Cœlo*

(1) *Disputatio de magnitudine terræ et aquæ*..... a Franc. Maria Vialardo *ab italico in latinum sermonem conversa* ; Taurini, apud Jo. Bapt. Raterium, 1580.

(2) *Trattato della grandezza dell' acqua e della terra* di Agostino Michele, nel quale contra l'opinione di molti filosofi, et di molti matematici illustri, dimostrasi l'acqua esser di maggior quantità della terra : (In fine) In Venetia, appresso Nicolò Moretti ; MDLXXXIII.

(3) J. B. Benedicti *Diversarum speculationum liber*, p. 397.

(4) *Tractatus in quo adversus antiquorum, et præcipue peripateticorum opinionem terram esse aqua majorem multis efficacissimis rationibus et experientiis demonstratur*, auctore Nonio Marcello Saia a Rocca Gloriosa in Lucana..... ..... *Addita est etiam quatuor elementorum expositio* ; Parisiis, apud Thomam Perier, vià Jacobæa, sub insigne Bellerophonte, MDLXXXV.

d'Aristote (1). Sans nommer Albert de Saxe, ils exposent clairement les principaux points de sa doctrine : la distinction entre le centre de gravité et le centre de grandeur, la coïncidence du centre de gravité de la terre avec le centre du Monde, l'allègement par la chaleur solaire de la partie découverte de la terre ; puis ils concluent qu'au degré d'approximation où la hauteur des montagnes et la profondeur de l'Océan sont négligeables, la terre et les eaux forment un globe unique dont les centres de gravité coïncident, ces deux points étant d'ailleurs unis au centre de l'Univers. Partisans et adversaires du système de Copernic s'entendent désormais pour présenter la doctrine d'Albert de Saxe à peu près sous la même forme : cette forme, entrevue par Albert de Saxe lui-même, est celle qu'ont proposée Copernic et Benedetti. Une seule divergence sépare les deux Écoles. Pour les partisans du système géocentrique, le point où tendent les graves, où se placent le centre de gravité de la terre et le centre de la surface des mers, est le centre même de l'Univers ; pour les disciples de Copernic, ce point est un point particulier à l'astre que nous nommons Terre, et en chaque astre il existe un point analogue ; au point de vue de la Mécanique céleste, la différence est grave ; elle est sans importance pour la Statique.

Copernicains et adversaires de Copernic sont, à la fin du XVI^e siècle, d'accord au sujet de cette affirmation : Il existe un centre commun de tous les graves qui appartiennent à notre Terre ; que ce centre de gravité soit ou ne soit pas au centre du Monde, c'est vers lui que tous les corps pesants se portent ; chacun d'eux désire unir son centre de gravité au centre commun des graves ; s'il est libre, il se meut de telle sorte que son centre de gravité

(1) *Commentarii Collegii Conimbricensis, Societatis Jesu, in quatuor libros de Cœlo Aristotelis Stagiritæ* ; Lugduni, ex officina Juntarum, MDXCIII. — In librum II de Cœlo quæstio III : Num terra in medio mundi constituta sit, habeatque idem centrum gravitatis et magnitudinis. Artt. 1 et 2.

décrive la *ligne de direction*, c'est-à-dire la ligne droite qui unit ce point au centre commun des graves.

Telle est la doctrine, directement issue de la tradition d'Albert de Saxe, que nous trouvons affirmée dans les écrits de Cardan et, plus explicitement, dans ceux de Guido Ubaldo.

8. *La tradition d'Albert de Saxe et de Léonard de Vinci : Cardan et Guido Ubaldo.*

Léonard de Vinci répétait fréquemment cette formule : La partie la plus lourde d'un grave se fait guide de son mouvement. Cette formule Cardan la précise : Lorsqu'un grave se meut sans violence, qu'il soit libre ou gêné par certaines liaisons, toujours le centre de gravité descend.

Voici en quels termes (1) il formule cette importante proposition :

« *Tout grave qui descend en partie seulement par mouvement naturel, descend par la partie la plus lourde selon le centre de gravité.* »

Voici, d'ailleurs, comment Cardan commente cette proposition qui, on le voit sans peine, contenait en germe le principe de Torricelli :

« Soit *a* le mobile, *b* son centre de gravité, *cd* la partie du mobile la plus voisine du centre. Si une partie du mobile touche terre, je dis que *cd* descendra par mouvement naturel, car si *a* ne peut descendre tout entier au centre, *b* descend. En effet, la partie a même nature que le tout ; or la nature de la Terre entière est que le centre de gravité soit le centre du tout ; *b* se porte donc au centre par la voie la plus courte, partant suivant *cd* qui est la partie la plus proche de ce point *b*. Mais la partie la plus

(1) Hieronymi Cardani Mediolanensis, civisque Bononiensis, philosophi, medici et mathematici clarissimi, *Opus novum de proportionibus...*, Basileæ, MDLXX, Prop. LX, p. 51.

proche du centre de gravité est nécessairement la plus lourde, car ce centre est au milieu de la gravité. Donc, en mouvement naturel, tout mobile descend par sa partie la plus lourde. »

« Il résulte de là que si un grave a des parties inégales, de forme ou de substance, et s'il est placé de telle sorte que la partie la plus lourde ne soit pas en bas, il est nécessaire qu'il pirouette. »

Cette tendance du centre de gravité d'un grave ou d'un ensemble de graves est d'ailleurs, pour Cardan, le principe unique d'où dépendent tous les phénomènes de mouvement et de repos causés par la pesanteur : « A ce sujet (1), remarquons ceci, qui est bien digne d'admiration : ... Un grave, privé de sens, doit suivre une règle géométrique à peine connue des sages ; à cela, il y a cependant une cause, et bien évidente ; tout ce qui est grave se trouve dans la ligne issue du centre du Monde ; si le milieu du grave [suspendu] se trouve hors de cette ligne, il se tourne vers cette ligne qui est en lui, car le centre [du Monde] est toujours en cette ligne. Donc la seule inclination du centre du grave à se trouver sur la ligne qui se dirige vers le centre de gravité de la Terre et le centre du Monde suffit à toute explication. »

Cette Statique dont il esquisse le principe en l'*Opus novum de proportionibus*, Cardan en avait, depuis longtemps, tenté l'application à un problème particulier ; si nous ouvrons, en effet, la traduction française que Richard le Blanc a donnée du *De Subtilitate*, nous y lisons le curieux passage que voici (2) :

(1) Hieronymi Cardani Mediolanensis, civisque Bononiensis, philosophi, medici et mathematici clarissimi, *Opus novum de proportionibus*... Basileæ, MDLXX, Prop. LX, p. 51.

(2) *Les livres* de Hierome Cardanus, medecin Milannois, *intitulés de la Subtilité et subtiles inventions, ensemble les causes occultes, et raisons d'icelles*, traduis de latin en françois par Richard le Blanc ; à Paris, par Charles l'Angelier, tenant sa boutique au premier pillier de la grand' salle du Palais. Livre XVII, fol 343, verso.

« Nous avons parlé des choses qui soustiennent plus que la raison ne semble le monstrer, et aussi des choses qui s'entresoustiennent ; de présent, il convient monstrer comment une chose semble se soustenir de soi-mesme.

» Qu'un buffet plat ou table soit AB (fig. 98[a]), et le baston soit CE, duquel la partie extérieurre soit sous l'anse du seau plein d'eau GFH, et qu'un baston droit EF estroitement soit colloqué entre le baston CE et le fond du seau F, en sorte qu'il ne puisse couler, lors je dis que le seau demeure pendu et ne tombe point ».

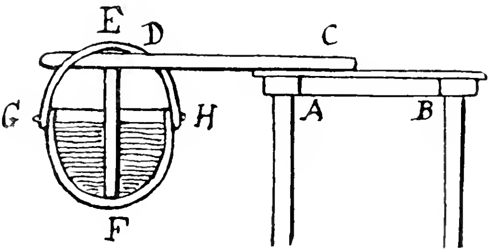

fig. 98[a].

Il est clair que Cardan se méprend ici complètement et qu'aussitôt abandonnés à eux-mêmes, seau et bâton tomberont à terre ; néanmoins, le médecin Milanais entreprend de prouver son dire ; et voici comment il s'y prend : Imaginant que le seau vienne à tomber, il prétend prouver que « le centre de la pesanteur est éloigné de soi-mesme du centre de la Terre ; pourtant, entendu que ceci est pesant, il descend par mouvement naturel, ce qui ne peut estre ici pour l'empeschement. Le seau donc ne descend... » — « Igitur, dit le texte latin, plus clair que la traduction de Richard le Blanc, centrum gravitatis elongatum est a centro Terræ sponte, igitur motu naturali grave ascendit, quod esse non potest. Non igitur situla descendit... »

Les déductions par lesquelles, d'un principe exact et fécond, Cardan prétend tirer un corollaire manifestement absurde ne sont, cela va sans dire, nullement concluantes. Il semble, d'ailleurs, que le célèbre astrologue ait eu quelque soupçon et de la fausseté du fait allégué, et de l'illogisme des raisonnements par lesquels il a voulu en rendre compte ; son exposé, en effet, se termine par ces paroles :

« Et faut (de peur que l'expérience ne te déçoive avec la moquerie des assistans ; car si l'entreprise ne vient à souhait, les ignares ne blament seulement l'homme, ains aussi les démonstrations) il faut donc que tu sois très diligent en ceci : premièrement que la superficie du buffet et de la table soit en balence, que le bois soit exactement droit, non flexile ; semblablement que le bois EF soit droit et bien joint entre le fond du seau et CE, en sorte qu'il face tenir fermement le bois CE à l'anse D ; et que le poinct F soit le centre de la pesanteur ; aussi que le seau soit rond.

» Plusieurs liront ceci, mais peu l'entendront. Il faut toutefois plus entendre qu'il n'est écrit, néantmoins que rien ne soit délaissé qui appartienne à la perfection ».

Comment expliquer cet étrange passage de Cardan ? On pressent qu'il est la déformation d'un raisonnement exact, dont Cardan aura rencontré quelque copie tronquée et faussée qu'il se sera empressé d'insérer, sans la comprendre, dans son *De Subtilitate*.

Mais nous est-il possible de découvrir le cas d'équilibre réel dont la description altérée a été reproduite par Cardan ? Quelques indices vont nous mettre sur la voie.

Le passage de Cardan que nous avons cité ne se trouve pas dans la première édition du *De Subtilitate ;* l'astrologue Milanais l'a introduit seulement en la deuxième édition, sur laquelle a été faite la traduction française de Richard le Blanc ; il l'a maintenu dans toutes les éditions ultérieures.

Or, cette addition n'est point la seule que le XVII[e] livre du

De Subtilitate ait reçue en la seconde édition ; il en est une qui termine ce livre ; et, de suite, la pensée nous vient que ces deux additions pourraient bien avoir même origine.

L'addition qui termine le XVII^e^ livre (1) a pour objet d'expliquer « pourquoi l'homme se travaille tant en montant ». Parmi les raisons que donne Cardan se trouve celle-ci : « La tierce cause est propre à la situation qui est fort roide. Car entendu que l'homme ne peut bien se tenir debout, s'il n'est sus la plante des piés, quand en montagne roide la superficie n'est équidistante au centre de la terre, il est pource contreint quand il monte et qu'il est debout, de se contenir et soustenir à grande force, pource que la plante de ses piés ne se repose ; pourtant, l'homme est lors contreint de trois choses en faire une, ou de se soustenir seulement sus la partie antérieure de ses piés, ou d'encliner et corber tout le cors pardevant, ou de se soustenir par grande distention et estente des muscles, qui est chose très laborieuse ».

Pouvons-nous lire ce passage sans songer aux considérations de Léonard de Vinci sur les diverses postures du corps humain, sans nous souvenir, en particulier, de ce passage (2) : « Celui qui monte en un lieu quelconque doit donner une plus grande partie de son poids en avant de son pied le plus élevé qu'en arrière, c'est-à-dire en avant du pôle qu'arrière du pôle » ? Nous voilà donc sollicités à penser que nous trouverons dans les notes de Léonard de Vinci le cas d'équilibre que Cardan nous a présenté sous une forme si peu sensée.

Ouvrons, en effet, le cahier où se trouve le passage que nous venons de citer ; tournons cinq feuillets après celui où ce passage est écrit ; voici ce que nous lirons (3) :

(1) Traduction de Richard le Blanc, fol. 351.
(2) *Les Manuscrits de Léonard de Vinci*, Ms. A. de la Bibliothèque de l'Institut, fol. 28, verso.
(3) Id., *ibid.*, fol. 33, verso.

« Le poids uni qui est soutenu par le milieu [centre de gravité] et dont le reste est suspendu peut être de n'importe quelle forme étrange, car il s'établira toujours en équilibre sur son soutien, et quelquefois les extrémités ne ne trouveront pas à égale distance du centre du poids.

» *Exemple.* Ainsi, soit AB (fig. 98^b) un bout de règle

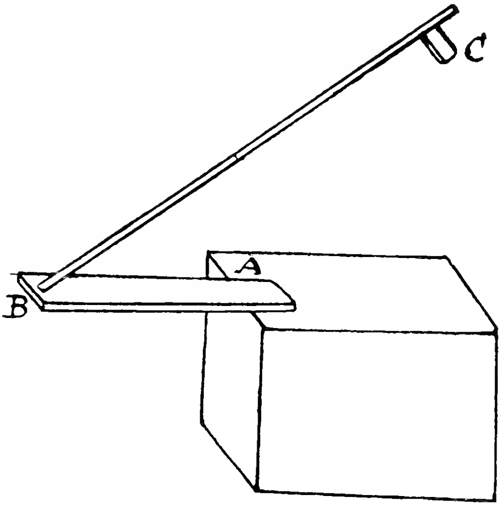

fig. 98^b.

qui pose seulement par l'extrémité A, le reste étant suspendu ; c'est impossible à faire si d'abord tu n'attaches pas à cette règle le poids C qui fasse un contrepoids tel que A reste au milieu entre C et B, et ce poids viendra à s'arrêter sur le pôle A.

» L'instrument de dessous (fig. 98^c) est soumis à une raison semblable ».

Arrêtons notre attention sur cet « instrument de dessous » ; en C, Léonard de Vinci a mis un contrepoids quelconque ; que l'on y accroche un seau plein d'eau et, visiblement, on aura réalisé le cas d'équilibre paradoxal dont Cardan nous a décrit une si singulière déformation.

Que conclurons nous de ce rapprochement ? Une hypothèse, que nous allons formuler dès maintenant et à laquelle la suite de ce Chapitre apportera mainte confirmation.

Après avoir jeté pêle-mêle, sur les feuillets des cahiers qui nous ont été en partie conservés, les réflexions que lui suggéraient ses lectures ou ses méditations, de temps en temps, Léonard recueillait, en ses brouillons, toutes les pensées qui avaient trait à un même objet ; il les transcri-

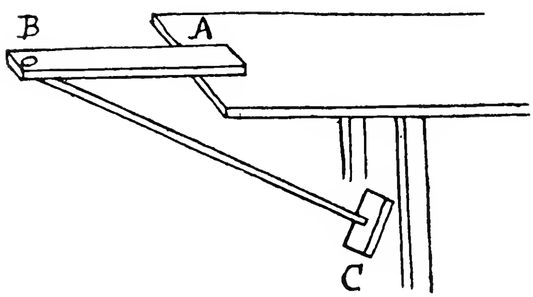

fig. 98c.

vait, parfois en les complétant, et en les rangeant dans un certain ordre ; le *Traité de la peinture*, le *Trattato del moto e misura dell' acqua*, que nous possédons, ont été ainsi composés ; d'autres, sans doute avaient été formés d'une manière analogue : tel le *Traité de perspective* que Benvenuto avait acquis.

Melzi, dans l'intention de servir la renommée de Léonard de Vinci en répandant ses idées, fit faire, de ces divers traités, des copies (1) qu'il mit en circulation, et dont les lecteurs tiraient de nouvelles répliques, plus ou moins complètes, plus ou moins parfaites ; c'est par de telles copies que nous connaissons le *Traité de la peinture*, le

(1) *Les Manuscrits de Léonard de Vinci*, publiés par Ch. Ravaisson-Mollien ; Ms. A de la Bibliothèque de l'Institut ; Paris, 1881. Préface, p. 2.

Trattato del moto e misura dell' acqua, dont les originaux sont perdus.

Léonard avait certainement réuni, en un ou plusieurs traités, les propriétés du centre de gravité que ses méditations sur la doctrine d'Albert de Saxe lui avaient fait découvrir ; au *Traité de la peinture*, comme nous le verrons au § suivant, il cite un de ces écrits qu'il avait intitulé *Traité du mouvement local*.

Ces traités sur les propriétés du centre de gravité furent certainement connus de plusieurs mécaniciens du XVI[e] siècle ; les études qui seront développées aux deux §§ suivants ne sauraient, à cet égard, laisser place au doute.

Cardan a-t-il connu ces recueils ? Il serait difficile d'en douter ; maint passage du *De Subtilitate*, hors celui qui nous occupe en ce moment, porte la trace de l'influence exercée par les pensées de Léonard ; et d'ailleurs, en ce même XVII[e] livre du *De Subtilitate*, Cardan cite par deux fois Léonard de Vinci ; une première fois (1), pour ses recherches anatomiques ; une seconde fois (2), pour ses essais d'aviation. Connaissant les voies diverses en lesquelles avait progressé l'extraordinaire activité intellectuelle du grand peintre, il dut rechercher avidement les reliques de cette activité (3) ; il eut donc en mains, très vraisemblablement, la copie d'un de ces traités où Léonard avait consigné les propriétés du centre de gravité ; mais la copie était fautive et, religieusement, Cardan a reproduit la faute qui l'entachait.

Une dernière remarque.

Léonard de Vinci a entouré d'explications assez confuses les deux cas d'équilibre paradoxaux qu'il a imaginés ;

(1) Hieronymi Cardani, Medici Mediolanensis, *De Subtilitate libri XXI* : Lugduni, 1551 ; p. 529. — Trad. française de Richard le Blanc, fol. 318, verso.

(2) Cardan, *De Subtilitate*, éd. de 1551 ; p. 532. — Trad. française de Richard le Blanc, fol. 322, recto.

(3) Voir P. Duhem, *Léonard de Vinci et Jérôme Cardan*. Cet article paraîtra prochainement dans le BULLETIN ITALIEN.

néanmoins, il est assez aisé de démêler qu'il entend les ramener à ce principe découvert par lui : Un corps est en équilibre lorsque son centre de gravité se projette à l'intérieur de la base par laquelle il repose sur le sol ou sur un support horizontal.

Au *De Subtilitate*, ce n'est pas ce principe là qui est invoqué, mais cet autre : Un système est assurément en équilibre si tout déplacement virtuel en fait monter le centre de gravité.

A qui convient-il d'attribuer ce changement de méthode de démonstration ? Est-ce à Cardan ? Mais Cardan, en cette affaire, paraît avoir joué un rôle de copiste peu intelligent, bien plutôt que d'inventeur. On serait donc amené à penser que ce changement de méthode est dû à Léonard de Vinci lui-même ; il l'aurait introduit en transcrivant les deux cas d'équilibre que nous avons rencontrés dans ses notes.

L'hypothèse n'a rien d'invraisemblable ; elle s'accorderait fort bien avec certains faits, avec celui-ci, par exemple : Bernadino Baldi, comme nous le verrons plus loin, semble avoir tiré toute sa Mécanique des traités de Léonard ; or, il fait un constant usage de ce principe : Le centre de gravité d'un système pesant ne peut monter de lui-même.

Si cette hypothèse est conforme à la vérité, elle ferait de Léonard le véritable inventeur du principe de Statique communément attribué à Torricelli.

La doctrine que Cardan professe en l'*Opus novum* est exactement celle qui était enseignée à Paris au XIV^e^ siècle. Cette même doctrine, nous en trouvons l'expression absolument nette et précise dans l'œuvre de Guido Ubaldo. Après avoir exposé la définition du centre de gravité donnée par Pappus et Frédéric Commandin, le marquis del Monte poursuit en ces termes (1) :

(1) Guidi Ubaldo e Marchionibus Montis *in duos Archimedis æquiponderantium libros paraphrasis, Scholiis illustrata*, Pisauri, apud Hieronymum Concordiam, MDLXXXVIII ; p. 9.

« On peut tirer de là la conséquence suivante : Si un grave était placé au centre du Monde, il faudrait que ce fût son centre de gravité qui fût situé au centre du Monde, si l'on admet toutefois que l'équilibre de ce grave en cette situation exige que les diverses parties qui entourent ce point aient et conservent un même moment. Lors donc que l'on énonce cette proposition : un grave quelconque désire, par une propension naturelle, se placer au centre du Monde, on n'entend point dire autre chose que ceci : ce grave désire appliquer son propre centre de gravité au centre de l'Univers, afin de se trouver parfaitement en repos. Il en résulte que le mouvement vers le bas d'un grave quelconque a lieu suivant la ligne droite qui unit le centre de gravité du grave même au centre du Monde. Aussi la chute rectiligne des graves montre-t-elle clairement que les graves tendent en bas selon leur centre de gravité...

» Tout ce que nous avons dit jusqu'ici du centre de gravité nous fait comprendre qu'un grave pèse, à proprement parler, en son centre de gravité ; le nom même de centre de gravité semble énoncer manifestement cette vérité. Toute la force, toute la gravité du poids est ramassée et réunie au centre de gravité ; elle semble couler de toutes parts vers ce point. A cause de sa gravité, en effet, le poids désire naturellement parvenir au centre de l'Univers ; mais, nous l'avons dit, ce qui tend proprement au centre du Monde, c'est le centre de gravité. C'est donc proprement en son centre de gravité qu'un poids gravite. Dès lors, lorsqu'un poids quelconque est soutenu par une puissance quelconque en son centre de gravité, alors le poids s'arrête aussitôt en équilibre, et l'entière gravité de ce poids est perceptible au sens. C'est ce qui arrive si le poids est soutenu en un point tel que la droite joignant ce poids au centre de gravité passe par le centre du Monde. Dans ce cas, en effet, tout se passe

8

comme si le poids était soutenu précisément en son centre de gravité. Il n'en est plus de même si le poids est soutenu en un point quelconque. Dans ce cas, le poids ne s'arrête pas en équilibre ; avant que sa gravité puisse être perçue, il tourne jusqu'à ce que, comme dans le cas précédent, la ligne qui joint le point de suspension au centre de gravité se prolonge vers le centre de l'Univers.

» ... Lorsque cette ligne est perpendiculaire à l'horizon, il en est absolument de même, nous l'avons dit il y a un instant, que si le poids était exactement soutenu en son centre de gravité. Puis donc que la gravité d'un poids ne peut être aucunement perçue, si ce n'est au centre de gravité de ce poids, assurément, c'est en ce point que gravite proprement le poids. »

Cette doctrine, si nettement formulée par Guido Ubaldo del Monte, n'est qu'un rajeunissement de la théorie de la pesanteur donnée au XIV^e siècle par Albert de Saxe ; elle repose tout entière sur cette hypothèse : Il existe, au sein de tout grave rigide, un point fixe, le *centre de gravité*, auquel sa pesanteur tout entière est appliquée. L'existence de ce point n'est pas seulement une *existence limite*, bornée au cas où l'on regarde les verticales comme parallèles entre elles. Elle subsiste lors même que l'on tient compte de la convergence de ces lignes vers un même point, le *centre commun* des graves.

Nous savons aujourd'hui que cette hypothèse est fausse ; mais les géomètres l'ont regardée comme recevable jusqu'au milieu du XVII^e siècle. Sans la formuler explicitement, ni Archimède, ni Pappus ne l'avaient formellement exclue. Nous allons voir cette supposition et la doctrine de la gravité qui s'y rattache jouer un rôle essentiel dans le développement de la Statique. Elle provoquera d'importantes découvertes ; telle la découverte du principe de Torricelli. Elle conduira aussi à maintes erreurs qui ruineront son crédit et presseront les géomètres de concevoir une plus juste notion du centre de gravité.

Les conséquences fausses de cette conception trop générale du centre de gravité se montrent déjà dans les écrits de Guido Ubaldo. Elles souillent ce qu'il y a de vrai dans les objections adressées (1) par ce géomètre à la proposition erronée que Jordanus et Tartaglia avaient formulée touchant la stabilité de la balance. « Guido Ubaldi qui les réfuta, dit fort justement Montucla (2), n'évita lui-même qu'une partie de ces erreurs, car après avoir montré que la balance restait dans la situation inclinée, si les directions étaient parallèles, il s'efforça d'étendre la même décision au cas dans lequel elles convergent. La cause de son illusion fut d'avoir pensé que, dans le cas des directions convergentes, le centre de gravité était le même, soit que la balance fût horizontale, soit qu'elle fût inclinée. »

9. *La tradition d'Albert de Saxe et de Léonard de Vinci : J.-B. Villalpand et Mersenne*

Guido Ubaldo n'avait point, de la doctrine d'Albert de Saxe, tiré de conséquences applicables à la Statique ; c'est, au contraire, à cette branche de la Mécanique que se rapportent les théorèmes de J.-B. Villalpand.

Jean-Baptiste Villalpand, né à Cordoue en 1552, entra dans la Société de Jésus où il eut pour maître le P. Jérôme Prado, né lui-même en 1547, à Bacca. Philippe II ayant demandé un commentaire de la vision d'Ézéchiel au P. Prado, celui-ci associa son élève à cet ouvrage, auquel il voulait donner les plus vastes proportions (3). Le P. Vil-

(1) Guidi Ubaldi e Marchionibus Montis *Mecanicorum liber*. Venetiis, MDCXV, p. 15.

(2) Montucla, *Histoire des Mathématiques*, Paris, an VII. Part. III, livre V, t. I, p. 91.

(3) Hieronymi Pradi et Joannis-Baptistæ Villalpandi e Societate Jesu *in Ezechielem explanationes et apparatus Urbis et Templi Hierosolymitani commentariis et imaginibus illustratus*. Opus tribus tomis distinctum. Romæ, MDXCVI-MDCIIII.

lalpand n'était, tout d'abord, chargé que de la partie archéologique ; mais le P. Prado mourut à Rome en 1595, laissant son commentaire inachevé ; son élève le continua et composa seul le troisième volume (1). Villalpand mourut à Rome en 1608, sans avoir terminé cette gigantesque explication d'Ézéchiel.

Au cours des études archéologiques sur Jérusalem et le Temple, Villalpand s'attache à réfuter une singulière erreur. Certains commentateurs avaient prétendu ceci : La Judée est un pays si montagneux que la surface du sol y est quatre fois plus considérable qu'en un pays de plaine que délimiteraient les mêmes frontières. Pour prouver l'absurdité, ou mieux l'inutilité d'une telle supposition, Villalpand entreprend de démontrer qu'un sol montueux ne peut porter ni plus d'hommes, ni plus d'animaux, ni plus d'édifices, ni plus d'arbres qu'une plaine de mêmes contours. La démonstration cherchée se doit tirer des conditions d'équilibre d'un corps grave reposant sur le sol.

La Statique de Villalpand a assurément subi l'influence des ouvrages de Guido Ubaldo. L'exposition des deux définitions du centre de gravité données par Pappus et par Commandin ne saurait laisser de doute à cet égard. Mais, en reproduisant les propositions données par le marquis del Monte, Villalpand s'efforce visiblement de les dégager de toute supposition sur l'affinité entre le centre de gravité de chaque corps et le centre commun des graves. Le savant jésuite ne parle pas de cette affinité ; il déclare formellement qu'il traitera les verticales comme parallèles ; enfin, lorsqu'il reproduit les propositions admises par Guido Ubaldo, il les justifie non par le désir qu'a le centre de gravité de tout corps de s'unir au centre commun des graves, mais par des déductions tirées de la définition même du centre de gravité.

(1) *Tomi III, apparatus Urbis ac Templi Hierosolymitani, Partes I et II* Joannis-Baptistæ Villalpandi Cordubensis e Societate Jesu, collato studio cum H. Prado ex eadem Societate. Romæ, MDCIIII.

Ces déductions, d'ailleurs, il ne nous les faut pas examiner bien longuement pour en découvrir l'origine ; les propriétés que Villalpand attribue à la *ligne de direction*, c'est-à-dire à la verticale passant par le centre de gravité, il les emprunte pour la plupart à Léonard de Vinci.

Cette proposition (1) : « *Tout grave qui descend sans empêchement, tombe de telle sorte que le centre de gravité ne s'écarte pas de la verticale* » a pu être extraite de

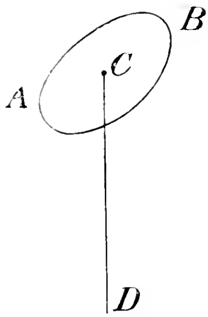

fig. 99.

Guido Ubaldo. Villalpand la justifie ainsi : « Dans le grave AB (fig. 99), soit C le centre de gravité ; joignons ce point au centre du Monde D par la droite CD ; je dis que lorsque le grave AB descend, le point C ne s'éloigne pas de la droite CD ; elle est, en effet, la plus courte distance. Dès lors, comme le grave n'est gêné par aucun obstacle, et que ledit point C est entouré de parties d'égal moment, rien n'empêche que, délaissant toutes les voies plus longues, il parcoure la plus courte. »

La démonstration esquissée par Villalpand n'est point sans analogie avec cette note (2) de Léonard : « Toute action naturelle est faite par la voie la plus courte ; c'est

(1) J. B. Villalpand, *loc. cit.*, Prop. IV, p. 521.
(2) *Les Manuscrits de Léonard de Vinci*, Ms. G, fol. 75, recto.

pourquoi la descente libre du grave est faite vers le centre du Monde, l'espace le plus court étant entre le mobile et le centre de l'Univers ». Plus étroitement encore, elle rappelle ce passage du *Traité de la Peinture* (1) : « Cela se prouve par la 9ᵉ du Mouvement Local, où il est dit que tout grave pèse par la ligne de son mouvement ; de sorte qu'un tout se mouvant vers quelque lieu, la partie qui luy est unie suit la ligne la plus courte du mouvement de son tout, sans charger aucunement de son poids les parties collatérales de ce tout. »

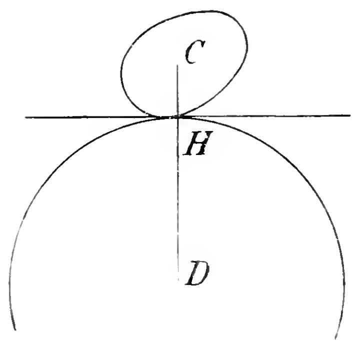

fig. 100.

Léonard, dans ce passage, fait allusion a un *Traité du Mouvement local* ; il l'avait sans doute préparé, comme le *Traité de la Peinture*, le *Traité de la Perspective*, le *Traité de l'Eau*, qui nous sont parvenus ou dont certains témoignages nous enseignent l'existence. Villalpand n'a-t-il point eu en mains une copie de ce Traité ? N'en a-t-il point tiré la suite de ses théorèmes sur la ligne de direction ? L'examen de ces théorèmes ne nous permettra guère d'en douter, car ils portent, bien nette encore, l'empreinte du Vinci.

Pouvons-nous, par exemple, ne point songer à certains

(1) *Le Traité de la Peinture* de Léonard de Vinci, Ch. CXCVII, p. 64.

fragments du cahier A que nous avons cités tout à l'heure, lorsque nous lisons la proposition suivante (1) :

« *Tout corps qui repose sur le sol par un point demeurera en équilibre si la verticale qui passe par ce point passe aussi par le centre de gravité ; il tombera si cette ligne passe hors du centre de gravité...*

» Si la ligne de direction HD (fig. 100) passe par le point C, le corps demeurera immobile ; car ses parties de poids égal se trouvent équidistantes de la ligne en question. Il en résulte qu'aucune de ces parties ne peut entraîner les autres d'un côté ni de l'autre. »

A cette proposition succède cette autre (2) :

« Le grave sphérique parfait, posé sur un plan parfait, s'il n'en est empêché, se mouvra sans cesse jusqu'à ce qu'il parvienne au seul point du plan où il peut demeurer en repos. »

Léonard, jetant sur les feuillets du cahier F les pensées que lui suggérait la lecture d'Albert de Saxe, avait écrit (3) : « Le grave sphérique parfait, placé à l'extrémité du plan parfait, ne s'arrêtera pas, mais s'en ira tout de suite au milieu du plan. » L'emprunt fait par Villalpand n'est point niable ; il l'est d'autant moins que ce théorème n'a pu être suggéré au savant Jésuite par l'objet qu'il se proposait ; il ne concourt nullement à cet objet.

Le sceau du Vinci est encore marqué, et bien profondément, en cette proposition (4) et en la démonstration qui la justifie :

« *Un grave qui repose sur le sol par une certaine aire demeure en équilibre lorsqu'une verticale, menée par le milieu de cette aire, passe par le centre de gravité ; ou bien lorsqu'une verticale menée par le bord de cette aire passe par le centre de gravité ou le laisse du même côté que cette*

(1) Villalpand, *loc. cit.*, prop. V, p. 521.
(2) Id. *ibid.*, prop. VI, p. 522.
(3) *Les Manuscrits de Léonard de Vinci*, Ms. F, fol. 82, verso.
(4) Villalpand, *loc. cit.*, prop. VII, p. 522.

aire. Mais si elle laisse le centre de gravité de l'autre côté, le grave tombera assurément.

» ... Si la ligne FC (fig. 101) prolongée laisse le centre de gravité du corps (soit, par exemple, le point L) du côté opposé à l'aire BC sur laquelle repose le grave, celui-ci tombera nécessairement. En effet, d'après la définition du centre de gravité, le poids CLG est égal au poids CLA ; le poids du volume CGH surpassera donc le poids du

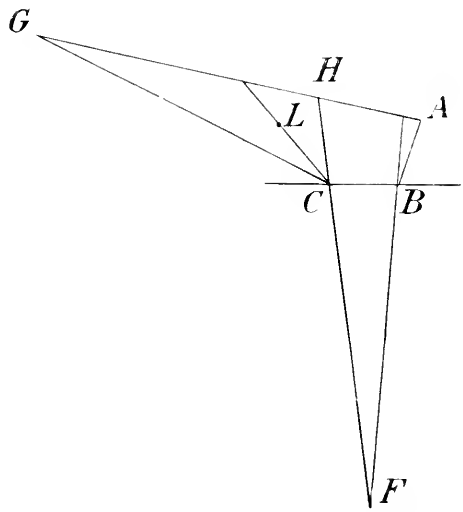

fig. 101.

volume CHA. Le volume le plus pesant entraînera donc le moins pesant. Le corps tombera donc du côté G, car c'est de ce côté que se trouve le centre de gravité et, partant, le plus grand poids. »

Léonard avait, en méditant sur les *Questions* d'Albert de Saxe, rencontré un cas particulier de cette question capitale ; il en avait donné une justification toute semblable à celle que l'on vient de lire. D'ailleurs, bien que ses notes ne nous offrent point de formule de la proposition générale, celle-ci ne lui était point demeurée inconnue, puisque, dans le *Traité de la Peinture*, il en fait de continuelles applications ; comment douter que Villalpand ne l'ait copiée dans le *Traité du Mouvement local* rédigé par le grand peintre ?

Léonard a tiré de cette proposition, soit en ses manuscrits, soit au *Traité de la Peinture*, de fort nombreux corollaires relatifs à la station de l'homme et des animaux ; ce sont ces applications qui intéressent surtout Villalpand ; mais ces applications, il les emprunte, elles aussi, à Léonard ; en pourrions-nous douter en lisant (1), par exemple, ces propositions ?

« Lorsqu'un homme se tient sur ses pieds de telle sorte que la verticale issue du bout du pied sur lequel il s'appuie passe par le centre de gravité, il ne pourra, du côté vers lequel il penche, lever le bras sans tomber, car ce bras étendu joue le rôle d'un bras de levier plus grand ou d'un poids qui pèse d'autant plus qu'il s'écarte davantage du centre de la balance.

» Un homme ne saurait s'incliner en avant, en arrière, ou de côté, que la verticale issue du point extrême de la base sur laquelle il s'appuie ne passe par le centre de gravité de son corps ; ou bien encore que ce centre de gravité ne surplombe cette base ; sinon, cet homme tombera.

» Pour qu'un homme assis puisse se lever, il faut qu'il rapproche les pieds du siège et qu'il avance la tête. »

Parmi ces corollaires, arrêtons un instant notre attention sur celui-ci (2) :

« Lorsqu'un oiseau vole, la verticale qui passe par le milieu de la surface des ailes, passe aussi par le centre de gravité du corps... Lorsqu'il désire élever la partie antérieure de son corps et abaisser la partie postérieure, il porte en avant ses ailes, c'est-à-dire la base qui le supporte. Il les retire en arrière, au contraire, lorsqu'il veut diriger son sol vers le bas. Par là, il parvient à changer en son corps la position du centre de gravité. »

(1) Villalpand, *loc. cit.*, propp. VIII, IX et X ; pp. 108 et 109.
(2) Id., *ibid.*, prop. XIII, p. 524.

Cette dernière proposition est une de celles qui ont le plus constamment sollicité l'attention de Léonard ; Rappelons comment il la formulait (1) : « ... Cecy est dit principalement pour le mouvement des oyseaux, lesquels sans aucun battement d'aisles ou sans estre aidez du vent, se remuënt d'eux mesmes ; et cela arrive quand le centre de leur pesenteur est hors du centre de leur soustien, c'est à dire hors du centre de l'estenduë de leurs aisles, parce que si le milieu des deux aisles est plus en avant ou plus en arrière que le milieu ou le centre de pesenteur de tout l'oyseau, alors cet oyseau portera son mouvement en haut ou en bas, mais d'autant plus ou moins en haut qu'en bas, que le centre de sa pesenteur sera plus loin ou plus près du milieu des aisles, c'est à dire que le centre de la pesenteur estant esloigné du milieu des aisles, il fait que la descente de l'oyseau est fort oblique, et si ce centre est voisin des aisles, la descente de l'oyseau aura peu d'obliquité. »

Transcrite dans l'ouvrage de Villalpand, cette proposition y garde d'autant mieux la marque du grand peintre qu'elle y est un véritable hors-d'œuvre, sans aucune utilité pour l'objet que se propose le savant jésuite.

Nous pouvons donc, sans hésitation, attribuer au Vinci les théorèmes de Villalpand sur le centre de gravité et les applications que cet auteur en a faites à la station de l'homme et des animaux ; nous pouvons, en particulier, lui attribuer cette proposition (2) :

« Un quadrupède demeure en équilibre lorsque son centre de gravité se trouve sur une verticale issue de l'un des points extrêmes de la surface qui passe par ses pieds, ou bien lorsqu'il se trouve, par rapport à cette verticale, du même côté que cette surface de base. »

Or cette proposition n'est autre chose que le classique

(1) *Traité de la Peinture* de Léonard de Vinci, Ch. CXCVI, p. 64.
(2) Villalpand, *loc. cit.*, prop. XII, p. 524.

théorème sur le *polygone de sustentation*, enseigné aujourd'hui dans tous les cours élémentaires de Statique. C'est donc à Léonard de Vinci qu'il faut remonter pour trouver l'inventeur de cette loi, familière au moindre bachelier; Villalpand n'a fait que nous transmettre, en se l'appropriant, la découverte du grand peintre.

Insérés dans un ouvrage d'archéologie, annexé lui-même à un livre d'exégèse, les théorèmes de Villalpand, traduction fort peu modifiée d'un cahier de Léonard, fussent sans doute demeurés presque ignorés des géomètres si, en 1626, le P. Mersenne ne les eût compris dans son *Synopsis mathematica*. C'est vraisemblablement à cet écrit que bon nombre de mécaniciens du XVII^e siècle les empruntèrent pour les exposer dans leurs traités de Statique.

Mais en insérant dans ses *Mechanicorum libri* (1) les propositions de Villalpand (qu'il nomme Villapandus), Mersenne les associait à un grand nombre d'énoncés, les uns empruntés peut-être à Guido Ubaldo et à d'autres auteurs, les autres, imaginés par lui-même ; et quelques-uns de ces énoncés impliquaient adhésion plus ou moins formelle à l'hypothèse selon laquelle le centre de gravité de chaque corps tend à s'unir au centre commun des choses pesantes. Les efforts de Mersenne ne sont donc point du tout orientés dans le même sens que ceux de Villalpand.

Ce n'est pas que les assertions de Mersenne à ce sujet soient exemptes de toute hésitation ; son ouvrage, simple compilation, reflète les divergences d'opinions d'auteurs multiples.

(1) Nous avons déjà parlé, au Chapitre XIII, § I, du *Synopsis mathematica* de Mersenne et des *Mechanicorum libri* qu'il renferme. Le premier de ces livres est intitulé : *De gravitatis et Universi centro*. Quatre parties le composent. La première est ainsi définie : *Continens definitiones et ea quæ spectant ad centrum Universi*. La seconde reproduit les propositions du traité de Commandin. La troisième celles du traité de Luca Valerio. La quatrième partie est intitulée : *De linea directionis et reliquis ad centrum gravitatis pertinentibus*. Elle reproduit d'abord les théorèmes de Villalpand (Prop. I à Prop. XIV), puis six propositions, données sans nom d'auteur.

Cette allure hésitante se marque dès la première définition (1) : « La *gravité* est cette vertu du corps grave par laquelle il tend et s'efforce vers le bas ; elle semble découler de l'appétit qui porte le grave vers sa propre conservation ; certains, cependant, préfèrent supposer que la descente des corps graves provient d'une qualité attractive appartenant à la Terre, cette qualité étant soit magnétique, soit d'autre nature. »

« Le centre de l'Univers (2) est ce point vers lequel tous les graves se portent en ligne droite ; il y a un centre commun de tous les graves ; du moins, en suppose-t-on communément l'existence, bien qu'il ne soit pas possible de la démontrer ; car il est probable qu'il existe un centre spécial de gravité en chacun des systèmes particuliers qui composent l'Univers ou, en d'autres termes, en tous les plus grands corps ; il est donc bon de ne rien affirmer à la légère du centre de l'Univers... »

L'influence de Copernic est manifeste en ce passage ; celle de Képler, dont nous aurons à parler plus loin (Ch. XVI, § 1), a peut-être inspiré la dernière ligne de celui que nous allons citer :

« Nous supposerons que tous les graves désirent le milieu du Monde, et qu'ils se portent vers lui naturellement en ligne droite. Ce principe est accordé presque universellement ; cependant, il n'a jamais été démontré. Qui sait si les parties d'un astre, arrachées à cet astre, gravitent et si elles retournent vers l'astre auquel elles appartiennent ? Qui sait également si les pierres, soulevées vers un astre, reviennent à la Terre ? Des pierres qui seraient, par exemple, plus proches de la Lune que de la Terre descendraient-elles sur la Terre ou sur la Lune ? »

Mersenne reproduit toutes les définitions et tous les énoncés donnés par Villalpand au sujet du centre de gravité et de la *ligne de direction*. Les propriétés de cette

(1) Mersenne, *Mechanicorum libri*, p. 4.
(2) Id. *ibid.*, p. 7.

ligne, les applications que l'on en peut faire à l'équilibre des édifices et à la station de l'homme lui paraissent, d'ailleurs, assez intéressantes pour qu'il leur consacre, quelques années plus tard, une de ses *Questions théologiques, physiques, morales et mathématiques* (1), publiées en même temps que les *Préludes de l'Harmonie Universelle* et les *Méchaniques de Galilée ;* mais ce qu'il en dit alors n'est plus emprunté à Villalpand ; l'ouvrage de Bernardino Baldi, dont nous parlerons au § suivant, en a fait les frais.

Les corollaires à forme étrange et saisissante qu'Albert de Saxe avait tirés de la rotondité de la Terre étaient bien propres à attirer l'attention du P. Mersenne, dont l'imagination se plaisait aux propositions d'allure paradoxale. Dès 1625, Mersenne introduisait quelques-uns de ces corollaires dans son ouvrage sur *La Vérité des Sciences contre les Sceptiques ou Pyrrhoniens* (2) ; dans ce dialogue, nous voyons le Sceptique qui tente d'embarrasser le Philosophe par cette question : « Puisqu'il vous plaist me faire cette offre, je vous prie de me dire combien un homme haut de 6 pieds feroit plus de chemin avec la teste qu'avec les pieds, s'il faisoit le circuit de la Terre ; et combien deus fillets, ou deus chordes, pendues au sommet d'une tour haute d'une lieuë seroient plus proches l'un de l'autre lorsqu'ils atteindroient la Terre que quand ils seroient au haut de la dite tour. » A quoi le Philosophe répond : « Ces difficultez sont fort faciles à résoudre », et il en donne la solution.

Mersenne reprend ces propositions dans son *Synopsis* ;

(1) *Les Questions théologiques, physiques, morales et mathématiques*, où chacun trouvera du contentement et de l'exercice, composees par L. P. M. ; à Paris, chez Henry Guenon, ruë Sainct-Jacques, près les Jacobins, à l'image Sainct-Bernard. MDCXXXIV. Question VIII, p. 32.

(2) *La Vérité des Sciences contre les Sceptiques ou Pyrrhoniens*, dédié à Monsieur, frère du Roy, par F. Marin Mersenne, de l'ordre des Minimes ; à Paris, chez Toussainct du Bray, ruë Sainct-Jacques, aux Epics-meurs, MDCXXV ; p. 871.

il y joint cette autre (1), qui est bien dans l'esprit des doctrines d'Albert de Saxe :

« Si Dieu supprimait un des hémisphères de la Terre, celui que définit notre horizon astronomique, la surface plane restante serait la moitié de l'hémisphère enlevé ; néanmoins un seul homme pourrait habiter sur cette surface ; les autres hommes tomberaient et se rueraient vers le centre, à supposer toutefois que cette section n'ait pas changé le centre de l'Univers. Nous ne pourrions nous promener à la surface de la Terre, si elle était plane, car il faudrait que notre centre de gravité montât naturellement. »

La pensée indiquée à la fin de ce passage se trouve plus nettement marquée en cet autre (2) :

« Jamais le centre de gravité d'un corps quelconque ne monte naturellement ; il monte seulement par violence ; sans quoi la moitié de la gravité du corps, ou même une fraction plus grande monterait, ce qui ne se peut ; ... jamais une partie du corps ne monte, si ce n'est que la partie descendante l'emporte sur elle... La vérité de ce théorème apparaît dans le mouvement de circonvolution d'un globe qui tombe ; certaines parties de ce corps montent, mais le centre de gravité descend continuellement. » La proposition ainsi énoncée renferme évidemment un principe de Statique, celui-là même qui sera le principe de Torricelli ; Mersenne le reconnaît et, du principe énoncé, il mentionne aussitôt deux applications :

« La vérité de ce théorème apparaît clairement... lorsque l'on voit des sabres, des couteaux au d'autres instruments, fichés dans un bâton posé obliquement, demeurer suspendus ; en effet, le poids total ne peut tomber tout à la fois, car il est soutenu d'un côté ; et d'autre part, il ne peut tomber d'un certain côté, car la partie qui tombe devrait

(1) Mersenne, *Mechanicorum libri*, p. 112.
(2) Id., *ibid.*, p. 111.

faire monter une partie aussi grave ou plus grave qu'elle même, ce qui ne se peut ».

« C'est encore à ce principe qu'il faut avoir recours pour expliquer comment un seau plein d'eau ou de quelque autre liquide peut demeurer sans tomber lorsqu'on l'accroche à l'extrémité d'un bâton dont l'autre extrémité est soutenue, pourvu qu'un second bâton se trouve inséré entre le fond du seau et la partie opposée du premier bâton ; en effet, si ce seau ou tout autre vase venait à tomber, le centre de gravité monterait ».

Le second cas d'équilibre cité par Mersenne nous est bien connu ; c'est le cas d'équilibre absurde présenté par Cardan ; il semble donc que Mersenne ait eu en mains un document erroné tout semblable à celui qui a trompé Cardan.

Quant au premier cas d'équilibre mentionné par Mersenne, il nous est également bien aisé de le reconnaitre ; c'est le premier des deux cas d'équilibre imaginés par Léonard de Vinci, celui auquel est consacré la figure 98^b ; seulement, tandis que Léonard a mis, en C, un contrepoids de nature indéterminée, Mersenne a placé un couteau ou une épée.

Cette dernière constatation nous semble fortifier singulièrement l'hypothèse que nous avons émise, à savoir que le document consulté par Cardan, puis par Mersenne tirait son origine des notes de Léonard, comme le traité exploité par Villalpand, comme les réflexions reproduites par Bernardino Baldi.

Une dernière question : Des deux cas d'équilibre imaginés par Léonard de Vinci, n'existait il que l'exposition erronée dont Cardan et Mersenne ont eu connaissance ? Il nous paraît probable, au contraire, que l'altération rendant absurde le second cas d'équilibre s'est produite en quelque copie de seconde main, tandis que d'autres copies demeuraient correctes.

Voici ce qui nous fait émettre cette supposition :

Les grands traités de Mécanique composés par les Jésuites en la seconde moitié du XVII^e siècle (1), le traité du P. De Challes, le traité du P. Casati, trahissent souvent une influence directe de Léonard ; il semble que des cahiers, conservant la pensée du grand peintre, existassent encore à ce moment au Collège Romain ou au Collège des Jésuites de Lyon.

Or le traité du P. De Challes donne (2) un exposé très correct du second cas d'équilibre imaginé par Léonard ; il l'explique, comme Léonard semble l'avoir fait tout d'abord, en observant que le centre de gravité du système se projette en la partie qui repose sur l'appui. Il connaît également la forme sous laquelle Cardan et Mersenne ont présenté ce cas d'équilibre ; mais il observe fort justement qu'alors l'équilibre ne peut se maintenir, à moins que la partie du bâton qui repose sur la table ne soit très longue et très lourde, cas auquel l'équilibre perd tout caractère paradoxal.

Qu'il faille donc remonter jusqu'à Léonard de Vinci pour trouver l'inventeur du principe de Statique attribué par Lagrange à Torricelli, cela nous paraît vraisemblable. En tous cas, ce principe est nettement formulé par Cardan et par Mersenne. Assurément, les applications qu'en font ces deux auteurs sont bien particulières et, parfois, peu exactes ; mais Bernardino Baldi et Galilée vont en tirer des conséquences plus intéressantes.

Terminons nos citations de Mersenne par cette proposition (3) où se trouve énoncée, à la suite d'une vérité, une erreur que Torricelli a reproduite et que nous avons signalée en l'article I ; nous y verrons peut-être l'indice

(1) Voir : Chapitre XVII ; 4. Les grands traités de Statique de l'École jésuite. — Le P. De Challes (1621-1678). — Le P. Paolo Casati (1617-1707).

(2) R. P. Claudii Milliet Dechales, Camberiensis, e Societate Jesu, *Cursus seu Mundus mathematicus*. Editio altera ; Lugduni, apud Anissonios, Joan. Posuel et Claud. Rigaud. MDCLXXXX. — Tomus II, Staticæ lib. VIII, prop IV, p. 364.

(3) Mersenne, *Mechanicorum libri*, p. 114.

d'une influence exercée sur l'esprit de Torricelli soit par l'écrit de Mersenne, soit par les sources auxquelles celui-ci avait puisé :

« Si un corps est suspendu en un point de la ligne de direction situé au-dessus du centre de gravité, ce point revient au premier état lorsqu'on l'en écarte ; s'il est suspendu par un point situé au-dessous du centre de gravité, il s'éloigne de sa position primitive lorsqu'on l'en a une fois dérangé ; mais lorsqu'il est suspendu par le centre de gravité, il demeure en équilibre dans n'importe quelle position... C'est pourquoi les balances demeurent en n'importe quel état ou situation lorsque le point de suspension coïncide avec le centre de gravité ; elles reviennent à l'équilibre lorsque le point de suspension est au dessus du centre de gravité ; enfin elles décrivent un cercle complet lorsque le point de suspension est au-dessous du centre de gravité. »

10. *La tradition de Léonard de Vinci : Bernardino Baldi*

L'ouvrage de Villalpand avait cessé d'être récent lorsque parurent, en 1621, les *Exercices sur les Questions mécaniques d'Aristote* de Bernardino Baldi (1) ; cet écrit, cependant, était plus vieux que le volumineux travail des PP. Prado et Villalpand ; l'abbé de Guastalla, célèbre par sa prodigieuse érudition, qui l'avait composé était mort en 1617, quatre ans avant que l'impression en fût faite ; cette impression avait été menée à bien par les soins de Fabritio Scharloncini, et celui-ci avait fait précéder les *Exercices* de Baldi d'une courte et intéressante

(1) Bernardini Baldi Urbinatis, Guastallæ Abbatis, *In mechanica Aristotelis problemata exercitationes, adjecta succincta narratione, de Autoris vita et scriptis*. Moguntiæ, typis et sumptibus Viduæ Joannis Albini. MDCXXI.

notice sur les travaux de l'auteur ; nous apprenons en cette notice que Bernardino Baldi d'Urbin avait composé ses *Exercices* dès 1582 ; il était alors l'ami et le familier de Guido Ubaldo del Monte.

Guido Ubaldo venait de donner, en 1577, son *Mecanicorum liber* qui, pendant un siècle, allait avoir la plus grande vogue ; il se préparait à y joindre, en 1588, son traité intitulé : *In duos Archimedis æquiponderantium libros paraphrasis ;* il était en la période la plus active de sa vie de mécanicien. Il n'est donc point douteux que les doctrines mécaniques du marquis del Monte n'aient influé sur celles qu'expose Bernardino Baldi ; bien loin, d'ailleurs, de nier cette influence, Baldi se plaît à citer, à maintes reprises, le nom de son ami.

Les connaissances mécaniques de l'infatigable érudit ont d'autres sources encore que le *Mecanicorum liber* de Guido Ubaldo et, parmi ces sources, il en est qu'il nous fait connaitre. Telle, en premier lieu, la traduction des *Questions mécaniques* d'Aristote, donnée, avec de brefs commentaires, par Nicolas Leoniceni (1) ; telle, encore, la savante et importante *Paraphrase* des mêmes *Questions mécaniques* publiée, en 1547, par Alexandre Piccolomini. Baldi va même jusqu'à nous apprendre, en sa préface, que le bruit des recherches du Hollandais Simon Stevin est venu jusqu'à lui, mais qu'il n'a point vu les travaux de cet auteur ; et, en effet, la Statique de Simon Stevin, rédigée en flamand, ne fut imprimée qu'en 1586 ; ainsi, quatre ans avant qu'elles ne fussent imprimées, les recherches du grand géomètre de Bruges étaient annoncées en Italie.

Mais il est une influence que Baldi a profondément

(1) Nicolai Leonici *(sic)* Thomæi *Opuscula nuper in lucem edita quorum nomina proxima habentur pagella... Conversio mechanicorum quæstionum Aristotelis, cum figuris et annotationibus quibusdam.* In fine : Opusculum hoc ex impressione repræsentavit Bernardinus Vitalis Venetus. Anno Domini MCCCCCXXV, Die XXIII Februarii, ex Venetiis.

éprouvée et que, cependant, il ne cite pas : c'est l'influence de Léonard de Vinci (1).

Toute occasion semble bonne à Baldi pour exposer, en marge d'Aristote, les remarques qui lui sont suggérées par les notes de Léonard ; au grand peintre il emprunte son explication de la formation des tourbillons au sein des eaux courantes, sa théorie de la résistance des matériaux, de la poussée des arcs et des voûtes, enfin, bon nombre de points essentiels de sa Dynamique. Mais ce n'est point ici le lieu d'étudier tous ces emprunts ; nous les avons analysés en un autre écrit ; nous nous bornerons, au présent ouvrage, à montrer comment la Statique de Baldi découle de celle de Vinci.

Dès le début de sa Mécanique, Baldi se range, comme son ami Guido Ubaldo del Monte, au nombre des disciples d'Albert de Saxe. Il déclare (2) que « tout ce qui est grave pèse en un point que l'on nomme centre de gravité ».

Nous ne nous étonnerons pas, dès lors, de retrouver, dans les *Exercices* de Baldi, presque tous les théorèmes que Villalpand avait empruntés à Léonard et qu'il avait si curieusement insérés en sa description de la Judée.

De ces théorèmes, Baldi en donne quelques-uns dans le chapitre (3) où il examine cette question d'Aristote : Si deux hommes portent un poids suspendu à un bâton, pourquoi celui qui est moins distant du fardeau supporte-t-il une charge plus grande ?

Cette question l'amène, en effet, à se demander pourquoi ceux qui portent un grand poids marchent courbés, et à répondre qu'ils prennent cette position pour mettre leur centre de gravité dans la verticale du point d'appui.

Il commence alors à développer ces considérations sur

(1) Cf. P. Duhem, *Léonard de Vinci et Bernardino Baldi* (BULLETIN ITALIEN, t. V, p. 309, octobre 1905).

(2) Bernardini Baldi *In mechanica Aristotelis problemata exercitationes*, p. 1.

(3) Bernardino Baldi, *loc. cit.*, Quæst. XXIX, p. 162.

les diverses postures de l'homme et des animaux que Léonard avait esquissées, au cahier *A*, puis plus complètement exposées au *Traité de la peinture*. Ces considérations, Baldi les poursuit au chapitre suivant (1), où il examine cette question d'Aristote : Pourquoi ceux qui sont assis et veulent se lever placent-ils les jambes de telle sorte qu'elles fassent un angle aigu avec les cuisses, et rapprochent-ils de même la poitrine des cuisses ? Cette question était précisément la première (2) que Léonard de Vinci eût cherché à résoudre par la considération du centre de gravité.

Baldi explique en détail la solution de Léonard ; il rend compte d'une manière analogue de diverses allures de l'homme et des animaux ; il n'oublie pas, d'ailleurs, d'appliquer la même théorie aux objets inanimés ; l'exemple du trépied (3) le conduit à formuler la loi du polygone de sustentation. L'équilibre des tours penchées, telles que la tour de Pise et la tour de Garisendi à Bologne, est traité presque dans les mêmes termes qu'au livre de Villalpand.

Ce n'est point en ce livre, cependant, que Baldi a pu lire les théorèmes de Léonard ; l'œuvre de l'abbé de Guastalla était achevée bien avant que ne parût celle du savant jésuite. Il n'est pas admissible non plus que Villalpand n'ait eu des théorèmes de Léonard qu'une connaissance indirecte, par la communication d'une copie manuscrite des *Exercitationes* de Baldi ; certains passages donnés par Villalpand, tel le passage si caractéristique sur le vol des oiseaux, ne se trouvent pas dans le livre de Baldi. Baldi et Villalpand ont dû puiser tous deux leurs connaissances à une source commune, et cette source devait être soit un manuscrit de Léonard, soit un cahier copié

(1) Bernardino Baldi, *loc. cit.*, Quæstio XXX, 166.
(2) *Les Manuscrits de* Léonard de Vinci ; Ms. A de la Bibliothèque de l'Institut, fol. 28, verso.
(3) Bernardini Baldi *In mechanica Aristotelis problemata exercitationes*, p. 172.

sur les notes du grand peintre. Il se peut, d'ailleurs, que Villalpand ait tenu de Baldi la connaissance de ce document ; selon Scharloncini, Baldi s'était occupé, lui aussi, de la description du temple d'Ézéchiel et avait composé un traité sur ce sujet ; il ne serait point surprenant qu'il eût été mis, à cette occasion, en rapport avec les deux savants jésuites qui consacraient leur vie au commentaire d'Ézéchiel.

Baldi ne s'est pas contenté des théorèmes de Statique que Villalpand a exposés ; il a donné encore un bon nombre d'autres propositions relatives à cette branche de la Mécanique ; presque toutes ces propositions, il les a justifiées en les rattachant à ce principe fondamental : Le centre de gravité d'un corps ne peut, sans violence, s'écarter du centre de l'Univers.

Il semble bien que Baldi, inspiré sans doute par les notes de Léonard de Vinci, ait, le premier après Cardan, et plus formellement que lui, publié la généralité de ce principe de Statique. Il s'en sert (1) pour expliquer certains cas d'équilibre. Il va plus loin, et il donne le produit du poids du corps par la hauteur dont le centre de gravité a été élevé comme mesure de l'effort nécessaire pour faire chavirer un corps. On comprend ainsi (2) pourquoi de deux colonnes de forme identique, mais de poids inégal, la plus lourde est la plus difficile à renverser. On comprend aussi pourquoi la figure circulaire est la plus apte au mouvement (3) ; « lorsqu'une roue circulaire roule sur un plan horizontal, son centre de gravité ne s'écarte à aucun moment du centre du Monde ; c'est pourquoi ce mouvement est si facile » ; « il en est autrement d'une roue qui n'a pas la figure circulaire ; son mouvement souffre des inégalités, car, tandis qu'elle roule, son centre

(1) Bernardino Baldi, *loc. cit.*, p. 176.
(2) Id., *ibid.*, p. 84.
(3) Id., *ibid.*, p. 60.

de gravité ne garde pas toujours même distance au centre du Monde ».

Cet axiome est vraiment, selon Baldi, celui qui doit porter toute la Mécanique ; cette opinion se trahit maintes fois en son langage : « Cette démonstration du Philosophe est vraie, dit-il (1), mais elle n'est pas tirée des principes propres de la Mécanique, c'est-à-dire de la considération du centre de gravité. »

L'application la plus intéressante que l'abbé de Guastalla ait donnée de son principe général est assurément la discussion de la stabilité de la balance ; le géomètre du XIIIe siècle que nous avons nommé le Précurseur de Léonard de Vinci en avait, il est vrai, distingué les principaux cas, et tous les éléments de cette discussion se rencontrent épars dans les notes de Léonard ; nous les trouvons ordonnés dans les *Exercitationes* de Baldi (2) et constamment ramenés à l'étude du déplacement du centre de gravité.

La balance dont le point de suspension est au-dessus du centre de gravité du fléau est en équilibre stable, car un dérangement imposé à cette balance fait monter le centre de gravité ; si l'on supprime le poids additionnel qui avait produit ce dérangement, le centre de gravité reviendra à sa position primitive.

Inversement, si le point de suspension est au-dessous du centre de gravité du fléau, l'équilibre de la balance est instable, car le moindre dérangement fait descendre le centre de gravité.

Enfin si le point de suspension coïncide avec le centre de gravité du fléau, l'équilibre de la balance est indifférent ; cela résulte de la définition même du centre de gravité que Pappus a donnée.

A l'étude de la stabilité de la balance, Baldi joint

(1) Bernardino Baldi, *loc. cit.*, p. 20 et p. 31.
(2) Id., *ibid.*, Quæstio II, pp. 18-34.

l'étude, alors nouvelle, de la sensibilité de cet instrument et il marque quelque fierté de son innovation ; cette étude de la sensibilité, il la tire encore de la considération du déplacement subi par le centre de gravité lorsqu'on écarte la balance de sa position d'équilibre stable ; ce qu'il en dit n'est pas absolument correct, mais il y a fort peu à faire pour en éliminer les erreurs ; l'une d'elles, d'ailleurs, semble un simple lapsus, attribuable peut-être à un copiste.

Voici en quels termes Baldi introduit (1) la considération de la sensibilité de la balance :

« Montrons, ce que nul n'a remarqué avant nous, que les balances dont le point de suspension se trouve plus haut que le centre de gravité du fléau sont de telle nature qu'elles ne sont pas mises en mouvement par n'importe quel poids additionnel ou, du moins, qu'elles ne subissent pas une inclinaison totale.

» La balance, en effet, étant de cette espèce, ajoutons un poids en l'un des plateaux ; si ce poids est capable de surmonter la résistance que lui oppose le centre de gravité, obligé de monter contre nature, la balance se mettra en mouvement. Mais si ce poids est trop peu important pour vaincre cette résistance qu'oppose le centre de gravité lorsqu'il se tient au voisinage de sa plus basse position, la balance ne se mettra pas en mouvement ou, du moins, ne se déplacera que très peu. »

Baldi ajoute que la résistance opposée par la balance au déplacement est d'autant plus grande que le centre de gravité est plus voisin du point de suspension, et qu'elle est d'autant plus aisément vaincue par un poids donné que les bras du fléau sont plus longs. A la première de ces deux propositions, il faut substituer la proposition inverse ; il suffit, pour s'en convaincre, de reprendre la démonstration même de Baldi en supprimant quelques inexactitudes qui la font dévier.

(1) Bernardino Baldi, *loc. cit.*, p. 14.

Baldi ajoute encore (1), en étudiant les balances dont le point de suspension se trouve plus bas que le centre de gravité du fléau : « Ces balances ont la propriété de s'incliner complètement, quelque petite que soit la surcharge que l'on mette en l'un quelconque des plateaux ; nous avons vu que cela n'arrivait pas aux balances qui ont le point de suspension en haut. »

Or, en ce point au moins, et malgré ses prétentions à l'originalité, Baldi ne faisait que reproduire une affirmation de Léonard de Vinci ; cette affirmation, nous en retrouvons l'ébauche au cahier *A* (2), à côté de remarques sur la résistance de l'arc ogival et de l'arc surbaissé ; et ces remarques, elles aussi, ont inspiré Baldi. Voici en quels termes s'exprime Léonard :

« *Pourquoi la balance ne chasse pas sous son pôle [point d'appui] le plus grand poids placé à l'une de ses extrémités.* — Si le pôle était avec le centre du volume de la balance comme il est au milieu de la longueur, et que le centre du poids fût avec le centre du volume, le poids le plus grand tomberait sous le centre de la balance. »

Léonard de Vinci sait d'ailleurs que cette *folie* est particulière aux balances dont le centre de gravité coïncide avec le point de suspension. Quelques pages plus loin (3), il propose une « espèce de balance » dont le fléau a la forme d'un triangle équilatéral pivotant autour d'un de ses sommets ; l'écart entre la médiane issue de ce sommet et la verticale permet d'apprécier la différence entre les poids que portent les deux autres sommets.

Léonard a donc pu inspirer à Baldi tout ce que celui-ci a dit de la stabilité et de la sensibilité de la balance ; il lui a assurément fourni sa théorie du plan incliné.

Nous avons vu combien la détermination de la pesan-

(1) Bernardino Baldi, *loc. cit.*, p. 33.

(2) *Les Manuscrits de* Léonard de Vinci ; Ms. A de la Bibliothèque de l'Institut, fol. 50, verso.

(3) Léonard de Vinci, *loc. cit.*, fol. 52, recto.

teur apparente d'un grave placé sur un plan incliné avait préoccupé Léonard ; de ce problème il a proposé des solutions variées, les unes conduisant à une règle exacte, les autres à une formule erronée.

Il est, en particulier, une démonstration, imitée de Pappus, à laquelle Léonard est revenu à plusieurs reprises (1) ; assurément illogique, elle conduit cependant au résultat exact et correctement établi dès le XIIIe siècle. Cette démonstration a, d'ailleurs, plusieurs fois attiré notre attention (2). Or, cette démonstration, l'abbé de Guastalla se l'approprie en entier (3). Il va même jusqu'à reproduire les incertitudes et les tâtonnements de la pensée de Léonard ; dans l'une des expositions (fol. 21, verso) qu'il nous a laissées de son étrange démonstration, Léonard suppose que le corps que l'on fait rouler sur le plan incliné soit une roue pleine ; en l'autre (fol. 52, recto), il suppose que ce soit une sphère ; or Baldi commence sa démonstration par ces mots : « Soit une roue ou une sphère... » ; il ne s'était guère efforcé, sans doute, à faire disparaître la marque du grand inventeur dont il plagiait les pensées.

Comme la démonstration de Pappus, qui l'a sans doute inspirée, la démonstration de Léonard est une tentative pour ramener le problème du plan incliné au problème du levier ; cette réduction sera donnée sous une forme correcte par Galilée (voir Chapitre XI), puis par Roberval (voir Chapitre XIII, § 2).

Or, il est remarquable que la démonstration logique de Galilée et de Roberval conduise à tracer exactement la même figure, à faire identiquement le même calcul que

(1) Léonard de Vinci, *loc. cit.*, fol. 21, verso et fol. 52, recto.

(2) Voir : Chapitre II, fig. 8 ; Chapitre VIII, § 3, fig. 56 ; Chapitre XV, fin du § 6.

(3) Bernardini Baldi *In mechanica Aristotelis problemata exercitationes*, pp. 62-64.

la démonstration inacceptable de Léonard ; faut-il y voir la marque d'une influence exercée par celui-ci sur ceux-là ?

Que Galilée ait eu connaissance de la solution que le problème du plan incliné a reçue de Léonard, nous ne saurions l'affirmer, bien que cette affirmation n'ait rien d'invraisemblable. Au début de ses recherches, le jeune géomètre de Pise est le disciple et le protégé de Guido Ubaldo del Monte, dont Bernardino Baldi est à ce moment le familier ; si ce dernier possédait une copie des notes de Léonard, n'est-il point probable qu'il en ait donné communication à Guido Ubaldo et que, par celui-ci, Galilée en ait eu connaissance à son tour ? Galilée n'a-t-il pu lire les *Exercitationes* de Baldi en manuscrit, longtemps avant leur publication ?

En ce qui concerne Roberval, nous pouvons nous montrer plus affirmatifs. Mersenne, dont nous connaissons l'intime liaison avec Roberval, citait Baldi (1) en 1634 et faisait des emprunts (2) à ses *Exercitationes*. En outre, la Bibliothèque Nationale (3) possède, en manuscrit, un *Traité de Méchanique et spécialement de la conduitte et élévation des eaux, par Monsieur de Roberval*. Ce traité, dont nous aurons à nous occuper au Chapitre XVII, porte des traces bien reconnaissables de l'influence exercée sur Roberval par Bernardino Baldi (4).

La théorie du plan incliné imaginée par Léonard de Vinci et plagiée par Bernardino Baldi a donc fort bien pu inspirer à Galilée, d'une part, et à Roberval, d'autre

(1) *Les Questions théologiques, physiques, morales et mathématiques, où chacun trouvera du contentement ou de l'exercice*, composées par L. P. M. (le P. Mersenne) ; à Paris, MDCXXXIV, chez Henry Guenon, ruë Sainct Jacques, près les Jacobins, à l'image Sainct Bernard ; p. 38.

(2) Mersenne, *loc. cit.* Question VIII : *Quelle est la ligne de direction qui sert aux Méchaniques.*

(3) Bibliothèque Nationale, fonds latin, Ms. nº 7226, fol. 85, recto, à fol. 207, recto.

(4) Cf. P. Duhem, *Bernardino Baldi, Roberval et Descartes* (BULLETIN ITALIEN, t. VI, janvier 1906).

part, le procédé par lequel ils ont ramené cette théorie à la loi d'équilibre du levier.

Quoi qu'il en soit, d'ailleurs, de cette question particulière, l'étude des écrits de Villalpand et de Bernardino Baldi nous paraît mettre hors de doute certaines conclusions :

Grâce à ces écrits, bon nombre des idées émises en Statique et en Dynamique par Léonard de Vinci se trouvent communément répandues, à la fin du XVI^{e} siècle et au début du XVII^{e}, parmi les géomètres français et italiens. C'est dans les écrits où dominent ces idées de Léonard que nous trouvons, plus ou moins nettement formulée, la tendance à fonder la Statique sur ce principe : Le centre de gravité d'un système de graves ne peut jamais monter de lui-même. En particulier, Bernardino Baldi paraît avoir clairement reconnu le rôle essentiel et la portée générale de ce principe. Il semble donc vraisemblable que Léonard de Vinci ait, le premier, imaginé de traiter la Statique par cette méthode, corollaire naturel des doctrines d'Albert de Saxe.

Nous allons voir les doctrines d'Albert de Saxe, modifiées par la révolution copernicaine, et la méthode de Statique qui en dérive, nettement formulées par Galilée.

11. *La tradition d'Albert de Saxe et Galilée. En quoi Galilée a contribué à l'invention du Principe de Torricelli*

Galilée nous apprend lui-même, en terminant la quatrième journée des *Discorsi*, qu' « il s'était appliqué à la considération des centres de gravité sur l'instance de l'Illustrissime Seigneur Marquis Guid' Ubaldo del Monte, très grand mathématicien de son temps, comme le prouvent les diverses œuvres qu'il a publiées ». C'en est assez pour que nous ne nous étonnions pas de trouver une grande analogie entre la pensée de Galilée et celle de Guido Ubaldo (1).

Cette analogie est manifeste dans les passages suivants, qui sont extraits du traité *Della Scienza meccanica* :

« *Définitions*. Nous appelons gravité cette tendance à se mouvoir naturellement en bas que l'on retrouve dans tous les solides, en raison de la plus ou moins grande quantité de matière dont ils sont formés...

» Par définition, le centre de gravité est, en tout corps grave, ce point autour duquel se trouvent des parties d'égal *momento* ; si nous imaginions qu'un tel grave soit soutenu et suspendu par ce point, les parties qui sont à droite font équilibre à celles qui sont à gauche, les parties qui sont en avant à celles qui sont en arrière, les parties qui sont dessus à celles qui sont dessous ; pourvu donc qu'il soit suspendu par ledit centre, il demeurera immobile de quelque manière qu'on le veuille placer ou disposer ; c'est aussi ce point qui tend à s'unir au centre universel des choses graves, c'est-à-dire à celui de la Terre, lorsque le corps peut tomber librement dans un milieu quelconque. Au sujet de ce point, nous ferons les suppositions suivantes :

» *Suppositions*. Tout grave... se meut vers le bas de telle sorte que son centre de gravité ne sorte jamais de

(1) D'ailleurs, l'influence de Guido Ubaldo, unie à celle de Bernardino Baldi, s'exerçait puissamment à l'époque de Galilée ; les écrits de Monantholius et du P. Mersenne nous en sont garants ; nous en trouvons un nouveau témoignage en lisant les Commentaires aux *Questions mécaniques d'Aristote* de Jean de Guevara (*a*) : lorsque celui-ci enseigne (*b*) « que toute la gravité d'un corps pesant se trouve réunie en son centre de gravité, qu'elle s'y ramasse de telle sorte qu'il ne semble plus y avoir de gravité dans le reste du corps », c'est à Guido Ubaldo del Monte et à Baldi qu'il emprunte la plupart des commentaires dont il accompagne cette pensée ; d'ailleurs, il cite continuellement ces deux auteurs.

(*a*) Joannis de Guevara, cler. reg. min., *in Aristotelis mechanicas commentarii, una cum additionibus quibusdam ad eandem materiam pertinentibus ;* Romæ, apud Jacobum Mascardum, MDCXXVII.

(*b*) Guevara, *loc. cit.*, Additio secunda : De centro gravitatis naturaliq. mobilitate gravium et levium ; p. 67.

la ligne droite qui joint le point où ce centre se trouvait au premier instant du mouvement avec le centre universel des choses graves ; cette supposition est très manifestement exacte ; puis, en effet, que c'est ce centre, et ce centre seulement, qui tend à s'unir avec le centre commun, il est nécessaire, lorsqu'il n'est point empêché, qu'il aille le trouver par la ligne la plus courte, qui est la seule ligne droite.

» Au sujet de ce centre nous pouvons faire encore cette seconde supposition : Tout corps grave gravite principalement en son centre de gravité, en sorte que tout l'*impeto*, toute la pesanteur, en un mot, tout le *momento* de ce corps se recueille en ce point comme en son propre domaine. »

Le P. Mersenne, offrant « à Monsieur, Monsieur de Reffuge, conseiller du Roy au Parlement », sa traduction des *Méchaniques de Galilée* où ces suppositions sont reproduites, remarque (1) que « les Méchaniques peuvent enseigner à bien vivre, en imitant les corps pesans qui cherchent leur centre dans celuy de la Terre, comme tousjours l'esprit de l'homme doit chercher le sien dans l'essence divine, qui est la source de tous les esprits ».

La doctrine de la gravité conçue par Albert de Saxe, formulée avec netteté par Guido Ubaldo et par Bernardino Baldi, a pris dans l'écrit de Galilée une entière précision. Sa fécondité va s'accroître encore par les méditations de l'illustre prisonnier du Saint-Office.

Accablé, par la condamnation du tribunal ecclésiastique, par sa réclusion, par son grand âge, par la maladie, par la cécité, Galilée s'était retiré, avec la permission de l'Inquisition, dans une villa sise à Arcetri, près de Florence. Là, il était entouré de soins filiaux de la part d'un

(1) *Les Méchaniques* de Galilée Mathématicien et Ingenieur du Duc de Florence, avec plusieurs additions rares et nouvelles, utiles aux Architectes, Ingénieurs, Fonteniers, Philosophes et Artisans ; à Paris, chez Henry Guenon, MDCXXXIV.

jeune homme de seize ans, doué d'un précoce talent de géomètre ; Vincenzio Viviani commençait à rendre au vieux maître le culte qu'il devait lui garder au cours de sa longue vie. Viviani recueillait avidement les enseignements de Galilée (1) ; il sollicitait de lui des éclaircissements sur les doutes et les objections que l'étude de la Géométrie avait fait naître dans sa jeune intelligence.

Ces entretiens entre Galilée et Viviani portaient volontiers sur les *Discorsi*. Ceux-ci, en effet, venaient d'être publiés. De la rédaction, achevée en 1636, Conte, à Paris, avait reçu une copie qu'il avait portée aux Elzévirs et que ceux-ci avaient imprimée. Cette édition inattendue de son œuvre, Galilée l'avait dédiée au Comte de Noailles par une lettre écrite d'Arcetri et datée du 6 mars 1638.

La troisième journée des *Discorsi*, consacrée au mouvement local, était bien digne, par la nouveauté de la doctrine qui y était exposée, de ravir l'attention du jeune géomètre ; toutefois, elle ne satisfaisait pas complètement son amour de la rigueur ; toute la théorie reposait sur cette proposition : un grave glissant sur un plan incliné acquiert une vitesse qui dépend uniquement de la hauteur de chute et point de l'inclinaison du plan ; or, cette proposition — et c'est ce qui inquiétait Viviani — Galilée l'admettait sans démonstration (2).

(1) Vincenzio Viviani, *Vita di Galileo Galilei,* cavata da' Fasti Consolari dell' Accademia Fiorentina. (Cette vie de Galilée, reproduite dans toutes les éditions de ses œuvres, fut primitivement une lettre de Viviani au Prince Cardinal Léopold de Toscane ; elle fut insérée par l'abbé Salvino Salvi dans les *Fastes Consulaires* de l'Académie de Florence.)

(2) Viviani n'était d'ailleurs pas le seul qui eût remarqué cette lacune dans la déduction de Galilée ; le 11 octobre 1638, Descartes écrivait à Mersenne (*a*) :

« Mon Révérend Père, Je commencerai cette lettre par mes observations sur le livre de Galilée. Je trouve, en général, qu'il philosophe beaucoup mieux que le vulgaire, en ce qu'il quitte le plus qu'il peut les erreurs de l'Eschole, et tasche à examiner les matières physiques par des raisons mathématiques. En cela, je m'accorde entièrement avec luy et je tiens qu'il

(*a*) *Œuvres de Descartes*, édition Ch. Adam et Paul Tannery, *Correspondance*, t. II (mars 1638 à décembre 1639), pp. 379 et suiv.

Les doutes et les questions de Viviani allaient amener Galilée à reprendre les fondements de son œuvre.

Laissons la parole au fidèle disciple (1) : « En lisant les susdits dialogues et en arrivant au Traité des mouvements locaux, je fus saisi d'un doute que d'autres ont également éprouvé, non pas au sujet de la vérité du principe sur lequel repose toute la théorie du mouvement local, mais au sujet de la nécessité de le considérer comme connu. Je me mis à rechercher des preuves plus évidentes de cette supposition ; par là, je fus cause que Galilée, au cours d'insomnies qui, au grand détriment de sa vie, lui étaient fort habituelles, en retrouva la démonstration géométrico-mécanique ; cette démonstration dépendait d'une théorie qu'il avait établie à l'encontre d'une conclusion de Pappus, et qu'il avait exposée dans son ancien traité de Mécanique imprimé par le P. Mersenne. Il me la communiqua aussitôt, ainsi qu'à ses autres amis, qui avaient coutume de le visiter. La méthode qu'il suivait pour se guider — car, aveugle de corps, il était très clairvoyant d'esprit — dans les sentiers de ces études qu'il entendait si bien et que je poursuivais, m'imposait l'obligation de rédiger ce théorème ; car sa cécité lui rendait très difficile toute explication où intervenaient des figures et des lettres. Cette rédaction faite, nous en envoyâmes plusieurs copies, en Italie et en France, à ses amis. »

En effet, le 3 décembre 1639, Galilée écrivait au P. Castelli, professeur de mathématiques à Rome, une lettre (2) où nous lisons ce qui suit :

n'y a pas d'autre moien pour trouver la vérité... Il suppose aussy que les degrez de vitesse d'un mesme cors sur divers plans sont égaux lorsque les élévations de ces plans sont égales, ce qu'il ne prouve point et n'est pas exactement vray ; et pour ce que tout ce qui suit ne dépend que de ces deux suppositions, on peut dire qu'il a entièrement basti en l'air... »

(1) Vincenzio Viviani, *Vita di Galileo Galilei*.

(2) *Lettera di* Galileo Galilei *al P. Ab. D. Benedetto Castelli, contenente una dimostrazione d'un principio già supposto dall' Autore*

« Il y a déjà plusieurs mois, ce jeune homme, qui est actuellement mon hôte et mon disciple, m'a fait des objections contre le principe que je suppose dans mon Traité du mouvement accéléré, qu'il étudiait alors avec une grande application. Ces objections ont nécessité que je pense à ce principe, afin de le convaincre que ce principe est recevable et vrai ; de telle sorte qu'il m'arriva, à sa grande satisfaction et à la mienne, d'en trouver, si je ne me trompe, la démonstration concluante ; l'ayant mise sur pied, je la communiquai sur l'heure à plusieurs personnes. Mon disciple en fit une rédaction pour moi, car, étant entièrement privé de la vue, je me serais peut-être trompé dans les figures et dans les lettres dont j'aurais eu à me servir. Cette rédaction est mise sous forme de Dialogue et présentée comme une réminiscence de Salviati, de telle sorte que, lorsqu'on imprimera derechef mes *Discorsi e dimostrazioni*, on pourra l'insérer immédiatement après le Scholie de la seconde proposition du Traité susdit ; il y sera le théorème essentialissime pour l'établissement de la science du mouvement que j'ai proposée. Cette démonstration, je la communique par lettre à Votre Seigneurie, plutôt qu'à aucune autre personne ; j'attends en premier lieu son opinion, puis celle de nos amis qui se trouvent auprès d'Elle, avec la pensée, lorsqu'Elle m'aura donné son avis, d'en envoyer plusieurs autres copies à nos amis d'Italie et de France. »

Cette démonstration que les questions de Viviani avaient fait découvrir à Galilée, fut insérée (1) à la place marquée par lui lorsqu'en 1655, on imprima à Bologne, pour la première fois, la collection de ses Œuvres ; toutes les autres éditions l'ont soigneusement conservée.

nel suo Trattato del Moto accelerato ne' Dialoghi de' movimenti locali. (Cette lettre est reproduite dans les diverses éditions des œuvres de Galilée.)

(1) Vincenzio Viviani, *Vita di Galileo Galilei* ; voir aussi : *Opere di* Galileo Galilei, divise in quattro tomi, in questa nova edizione accresciute di molte cose inedite ; tomo primo. In Padova MDCCXLIV, nella stamparia del Seminario, appreso Gio. Manfrè. *Prefazione universale*, p. xxx.

De cette démonstration, nous avons déjà cité, au chapitre XI, plusieurs passages ; mais, à dessein, nous avions omis le suivant, qui sollicite maintenant toute notre attention :

« Il est impossible qu'un grave ou qu'un ensemble de graves se meuve naturellement en s'écartant du centre commun vers lequel conspirent toutes les choses graves ; partant, il est impossible qu'il se meuve spontanément, si, par suite du mouvement pris, son propre centre de gravité ne gagne pas en voisinage par rapport au susdit centre commun ; par conséquent sur l'horizon, c'est-à-dire sur une surface dont toutes les parties sont également éloignées du même centre et qui est, dès lors, absolument privée d'inclinaison, l'*impeto* ou le *momento* dudit mobile est nul. »

Galilée, reprenant les considérations qu'il avait développées longtemps auparavant dans son Traité *Della Scienza meccanica*, a précisé ce qu'elles pouvaient encore présenter d'indécis ; à la fin de l'année 1639, il est en pleine possession de ces deux théorèmes essentiels :

Un ensemble quelconque de poids ne peut jamais se mettre de lui-même en mouvement, si ce mouvement ne produit un abaissement de son centre de gravité.

Lorsqu'un tel ensemble de poids descend en chute libre et sans vitesse initiale, son centre de gravité décrit une verticale.

Mais si Galilée a donné à ces propositions une forme parfaitement claire et précise, il ne les a point forgées de toutes pièces ; affirmées déjà au XIVe siècle par Albert de Saxe, contenues en germe dans cet aphorisme, cher à Léonard de Vinci, « La partie la plus lourde d'un grave se fait guide de son mouvement », elles s'étaient formulées, bien que d'une manière un peu confuse, dans l'*Opus novum* de Cardan, et, avec plus de force et de précision, dans le *De Subtilitate* du même auteur, puis dans la *Paraphrasis* de Guido Ubaldo, pour arriver, d'une manière graduelle, à leur énoncé définitif dans les *Exercitationes* de Baldi, dans le *Synopsis* de Mersenne et dans les écrits de Galilée.

Torricelli, dit Montucla (1), « étudiait à Rome les mathématiques sous Castelli, lorsque les écrits de Galilée sur le mouvement lui tombèrent entre les mains. Il composa dès lors sur le même sujet un Traité qui fut envoyé à Galilée, et qui lui donna tant d'estime pour son auteur qu'il désira le connaître et l'avoir auprès de lui. Mais Torricelli ne jouit de cet avantage que fort peu de temps, Galilée étant mort trois mois après. Il augmenta dans la suite le Traité dont nous parlons, et, y ajoutant une partie sur le mouvement des fluides, il le publia, avec ses autres ouvrages mathématiques, en 1644. Nous y trouvons la première idée d'un principe ingénieux et très utile en Mécanique. C'est celui-ci : *Lorsque deux poids sont tellement liés ensemble, qu'étant placés comme l'on voudra, leur centre de gravité commun ne hausse ni ne baisse, ils sont en équilibre dans toutes ces situations*. C'est par le moyen de ce principe que Torricelli démontre le rapport des poids qui se contrebalancent le long des plans inclinés ; et quoiqu'il ne l'emploie que dans ce cas, il est facile de voir qu'on peut l'appliquer à tous les autres cas imaginables de la Statique. »

De ce récit, comparé à ce qui précède, découle la conclusion suivante : Non seulement Torricelli n'a pas précédé Galilée dans la découverte du principe de Statique que Montucla et Lagrange lui attribuent, mais encore c'est Galilée qui lui a enseigné ce principe. On n'en peut douter lorsque l'on observe que Galilée envoie, en décembre 1639, son fameux scholie au P. Castelli, en lui recommandant de le faire connaître autour de lui ; que Torricelli est, à ce moment, au nombre des disciples du P. Castelli ; qu'entre ce moment et l'époque de la mort de

(1) Montucla, *Histoire des Mathématiques*, nouvelle édition. Paris, An VII, tome II, p. 201.

Galilée (8 janvier 1642), Torricelli rédige son Traité où le principe en question est énoncé presqu'exactement dans les termes employés par Galilée.

Mais si Torricelli ne peut être regardé comme le premier auteur de cette proposition, il est le premier qui l'ait clairement désignée, peut-être sous l'inspiration du *De Subtilitate* de Cardan, du *Synopsis* de Mersenne ou des *Exercitationes* de Baldi, comme un postulat propre à fonder la Statique tout entière et qui ait montré, en l'appliquant au plan incliné, de quelle manière on en pouvait user. Or, la remarque était d'importance et l'on conçoit qu'elle ait ravi les suffrages de Galilée.

En effet, la détermination de la pesanteur d'un mobile glissant sur un plan incliné constituait, pour Galilée, le « théorème essentialissime » sur lequel devait reposer toute sa théorie du mouvement accéléré ; or, la déduction qui lui donnait cette détermination se tirait, plus ou moins explicitement, de l'axiome d'Aristote ou d'un axiome équivalent, c'est-à-dire de la Dynamique même que la nouvelle science du mouvement allait renverser et supplanter ; d'une manière plus ou moins manifeste, il y avait là cercle vicieux ; en fondant la théorie du plan incliné sur un postulat qui semblait avoir pour lui l'évidence expérimentale immédiate, Torricelli brisait ce cercle.

La solution plus satisfaisante donnée par Torricelli fut beaucoup plus tôt connue des géomètres que la solution de Galilée, dont elle procédait ; celle-là, en effet, parut en 1644, tandis que celle-ci fut imprimée seulement en 1655. Quant aux copies manuscrites qui en avaient été faites par Viviani et communiquées, en France et en Italie, aux amis du reclus d'Arcetri, il faut croire qu'elles furent fort parcimonieusement distribuées ; l'un des plus fervents admirateurs de Galilée, le premier Français, dit-on, qui ait reçu un exemplaire du *Dialogue sur les deux* *grands systèmes du Monde* (1), Gassendi ignorait encore, en 1645, les raisonnements par lesquels Galilée avait justifié son fameux postulat : *Les vitesses acquises par des mobiles qui descendent d'une même hauteur sur des plans diversement inclinés sont égales*. Le P. Cazrée, de la Compagnie de Jésus, ayant attaqué ce postulat, Gassendi le réfuta par une lettre (2) où nous lisons ce qui suit :

« Par un hasard qui me causa quelque étonnement, au moment même où j'écrivais cette lettre, je reçus la visite du très noble Sénateur Pierre Carcavi, qui est un homme très au courant du progrès des sciences, et particulièrement adonné aux études de mathématiques pures ; après qu'il eût vu entre mes mains votre dissertation et qu'il eût pris connaissance de votre argumentation, il m'annonça qu'on lui avait transmis dans cette ville un exemplaire d'un livre tout récemment publié par Evangelista Torricelli, livre où l'éminent successeur de Galilée avait démontré ce postulat. Ayant obtenu communication de cet ouvrage, je vis en effet que Torricelli parvenait au but au moyen de cinq propositions et de cette prémisse : *Deux graves joints ensemble ne peuvent se mouvoir, à moins que leur commun centre de gravité ne descende.* »

Par cette lettre de Gassendi, nous voyons que le traité *De motu gravium naturaliter descendentium et projectorum*, composé par Torricelli, fut bientôt connu et apprécié en France. En voici une autre preuve ; elle est tirée du *Traité de l'Équilibre des Liqueurs* (3) de Pascal. Après avoir donné deux démonstrations du Principe fondamental de l'Hydrostatique, Pascal ajoute (4) :

(1) Cf. Gassendi *Opera*, t. VI, pp. 53 et 54.

(2) Petri Gassendi *Epistolae tres de proportione qua gravia descendentia accelerantur, quibus ad totidem epistolas R. P. Petri Cazraei, Societatis Jesu, respondetur* ; Epistola prima, Art. XIV ; Parisiis, eid. Martis MDCLV (Petri Gassendi *Opera*, t. III, p. 570 ; Lugduni, 1658).

(3) On ne sait pas à quelle date Pascal composa ce Traité. Il fut publié par Ét. Périer en 1663, un an après la mort de son beau-frère.

(4) Blaise Pascal, *Œuvres complètes*, t. III, pp. 86 et 87 ; Paris, Hachette et Cie, 1880.

« Voici encore une preuve qui ne pourra être entendue que par les seuls géomètres, et peut être passée par les autres.

» Je prends pour principe, que jamais un corps ne se meut par son poids, sans que son centre de gravité descende...

» J'ai démontré par cette méthode, dans un petit *Traité de Mécanique*, la raison de toutes les multiplications de force qui se trouvent en tous les autres instrumens de Mécanique qu'on a jusqu'à présent inventés. Car je fais voir en tous, que les poids inégaux qui se trouvent en équilibre par l'avantage des machines, sont tellement disposés par la construction des machines, que leur centre de gravité commun ne saurait jamais descendre, quelque situation qu'ils prissent ; d'où il s'ensuit qu'ils doivent demeurer en repos, c'est-à-dire en équilibre. »

Bien que Pascal ne cite point ici le nom de Torricelli, il est fort possible qu'il lui ait emprunté le principe de Statique dont il tirait une conséquence nouvelle ; que le *Petit traité de Mécanique* auquel il fait allusion, traité perdu aujourd'hui comme maint écrit de l'auteur des *Provinciales*, fût le développement de l'indication donnée par le grand géomètre italien. Nous savons en effet, par son propre témoignage, que Pascal avait connu de très bonne heure les *Opera geometrica* d'Evangelista Torricelli ; le 8 août 1651, il écrivait (1) à M. de Ribeyre, au sujet de l'expérience « du vif argent » :

« Mais comme nous étions tous [vers 1647 ou 1648] dans l'impatience de savoir qui en était l'inventeur, nous en écrivîmes à Rome au cavalier del Posso, lequel nous manda, longtemps après mon imprimé [tiré en 1647],

(1) *Lettre de Pascal à M. de Ribeyre*, premier président de la Cour des Aides de Clermont-Ferrand, au sujet de ce qui fut dit dans le prologue des thèses de philosophie soutenues en sa présence dans le collège des Jésuites de Montferrand, le 25 juin 1651 (Blaise Pascal, *Œuvres complètes*, t. III, pp. 76 et 77 ; Paris, Hachette, 1880).

qu'elle est véritablement du grand Toricelli, professeur du duc de Florence aux mathématiques. Nous fûmes ravis d'apprendre qu'elle venait d'un génie si illustre, et dont nous avions déjà reçu des productions en Géométrie, qui surpassent toutes celles de l'antiquité. Je ne crains pas d'être désavoué de cet éloge par aucun de ceux qui sont capables d'en juger. »

D'ailleurs, Carcavi, qui avait signalé à Gassendi le principe de Statique énoncé par Torricelli, presque aussitôt après la publication du livre où il se trouvait, était un des fidèles amis de Pascal, un de ceux que celui-ci choisit comme juge dans le tribunal composé pour décider du célèbre tournoi géométrique *de la Roulette* ; il n'eût point manqué de renseigner Pascal comme il renseigna Gassendi.

Pascal, toutefois, est excusable de n'avoir point cité Torricelli comme l'inventeur de ce principe ; dès 1626, dans son *Synopsis*, Mersenne l'avait énoncé et appliqué à la solution de quelques problèmes de Statique ; plus tard, en 1644, le même Mersenne se servait (1) de la doctrine d'Albert de Saxe pour rendre compte des lois de l'Hydrostatique ; en deux vases communiquants, où il suppose de l'eau, « l'eau descend jusqu'à ce que le centre de gravité de toute cette masse formée par la terre, l'eau et le vase s'unisse au centre de l'Univers » ; Pascal était donc en droit de le regarder comme faisant partie du patrimoine commun des géomètres. Ajoutons, enfin, qu'en son *Traité de l'Équilibre des Liqueurs*, Pascal ne cite aucun nom d'auteur (2).

Lors donc que fut imprimée pour la première fois la pièce qui assurait à Galilée la priorité de ce principe (à

(1) F. Marini Mersenni Minimi *Cogitata physico-mathematica in quibus tam naturæ quam artis effectus admirandi certissimis demonstrationibus explicantur*; Parisiis, sumptibus Antonii Bertier, via Jacobeâ, MDCXLIV. Ars navigandi. Hydrostaticae liber primus, p. 239.

(2) Voir, à ce sujet : P. Duhem. *Le Principe de Pascal, Essai historique* (Revue générale des Sciences, 16e année, p. 599, 15 juillet 1905).

moins qu'il ne la faille rapporter à Léonard de Vinci) les géomètres étaient habitués, depuis plus de dix ans, à en attribuer l'invention à Torricelli.

L'histoire du principe de Galilée et de Torricelli nous offre un remarquable exemple de la continuité selon laquelle évoluent le plus souvent les idées scientifiques ; nous avons pu suivre le développement de ce principe comme le naturaliste suit le développement d'un organisme.

CHAPITRE XVI

LA DOCTRINE D'ALBERT DE SAXE ET LES GÉOSTATICIENS

1. *Comment s'est épurée la notion de centre de gravité L'influence de Képler*

Un système est en équilibre, lorsque tout changement de sa configuration ferait monter son centre de gravité. Ce principe est nettement formulé dans la lettre adressée, le 3 décembre 1639, par Galilée au P. Castelli ; il est non moins clairement énoncé dans la pièce sur la chute des graves, que Torricelli donna peu après. Toutefois, lorsque nous comparons les formes prises par ce même principe dans l'écrit de Galilée et dans celui de Torricelli, nous notons entre elles une différence essentielle.

Non seulement Galilée ne néglige pas, en principe, la convergence des verticales vers le centre de la Terre, mais encore la considération du point de convergence des verticales est un élément essentiel de ses déductions. Celles-ci gardent un reflet très net de cette doctrine, professée par Albert de Saxe et par maint scolastique, et à peine modifiée par Copernic : Un grave, qui est une partie de la Terre entière, a même nature que la Terre ; le centre de gravité de ce poids tend à s'unir à son semblable, qui est le centre de gravité de la Terre entière ; cette sympathie du semblable pour son semblable sauvegarde l'intégrité du globe.

Constamment, le langage de Galilée se conforme à cette doctrine. Après avoir défini le centre de gravité, il ajoute : « C'est aussi ce point qui tend à s'unir au centre du Monde, c'est-à-dire de la Terre, lorsque le corps peut tomber librement dans un milieu quelconque. » Il admet que « c'est ce centre de gravité, et ce centre seulement, qui tend à s'unir avec le centre commun ». A la fin de sa vie encore, au moment de donner de son principe un énoncé définitif, il parle du « centre commun vers lequel conspirent toutes les choses graves » ; il admet qu'un ensemble de graves « ne peut se mouvoir spontanément si, par suite du mouvement pris, son propre centre de gravité ne gagne pas en voisinage par rapport au susdit centre commun ». Ce n'est pas, pour nos préjugés historiques modernes, un mince sujet d'étonnement que de voir Galilée faire reposer en entier sur la théorie scolastique d'Albert de Saxe le « théorème essentialissime », dont dépend la ruine de la Dynamique péripatéticienne.

Les raisonnements de Torricelli diffèrent profondément de ceux de Galilée ; non seulement Torricelli ne cherche plus à justifier son principe par la tendance qu'aurait le centre de gravité d'un ensemble de poids à se placer au centre des choses graves, mais encore il rejette résolument ce dernier point à l'infini, il traite les verticales comme parallèles entre elles. Les idées qu'il professe à cet égard sont des plus nettes.

« Voici, dit-il (1), une objection qui est des plus répandues auprès de très graves auteurs : Archimède a fait une hypothèse fausse en regardant comme parallèles entre eux les fils qui soutiennent les deux poids pendus à une balance ; en réalité, les directions de ces deux fils concourent au centre de la Terre. »

Pour résoudre cette objection, Torricelli distingue nettement les machines concrètes, formées de corps pesants réels, sur lesquelles on expérimente, et les machines abstraites desquelles le géomètre raisonne ; c'est en celles-ci seulement que l'on peut considérer des surfaces pesantes sans épaisseur, des fils sans poids ; il est également permis d'y considérer les verticales comme des

(1) Evangelistæ Torricellii *de dimensione parabolæ solidique hyperbolici problemata duo ;* ad lectorem prooemium, p. 9.

lignes parallèles. « Le fondement mécanique qu'Archimède a adopté (1), savoir, le parallélisme des fils de la balance, peut être réputé faux, lorsque les masses suspendues à la balance sont des masses physiques, réelles, tendant au centre de la Terre. Il n'est plus faux, lorsque ces masses (qu'elles soient abstraites ou concrètes) ne tendent point au centre de la Terre ni à quelque autre point voisin de la balance, mais vers quelque point infiniment éloigné.

» Toutefois, pour plus de brièveté et de facilité, nous ne nous écarterons pas du langage usuel ; ce point [infiniment éloigné] vers lequel tendent les masses suspendues à la balance, nous le nommerons encore *centre de la Terre*... »

Torricelli borne donc résolument le champ de ses déductions ; il le réduit à cette Mécanique abstraite où l'on traite la pesanteur comme ayant, en tout point, même intensité et même direction ; par là même, il transforme le principe entaché d'erreur qu'avait énoncé Galilée en un principe parfaitement correct. Quelles influences ont pu le déterminer à accomplir une telle transformation ?

Parmi ces influences, il convient de mentionner en premier lieu celle de Képler. L'opinion qui voit dans la gravité un désir de ce point mathématique, le centre de gravité du poids, à s'unir à un autre point mathématique, centre de l'Univers ou centre de la Terre, trouve en Képler un adversaire convaincu. L'attraction mutuelle de *deux points mathématiques* lui paraît une pure fiction ; seuls, *deux corps* peuvent s'attirer ou se repousser l'un l'autre :

« L'action du feu, dit-il (2), consiste, non à gagner la surface qui termine le Monde, mais à fuir le centre ; non pas le centre de l'Univers, mais le centre de la Terre ; et ce centre non pas en tant que point, mais en tant qu'il est au milieu d'un corps, lequel corps est très opposé à

(1) Evangelista Torricelli, *loc. cit.*, p. 11.

(2) Jo. Kepleri *littera ad Herwartum*, 28 mars 1605 (Joannis Kepleri astronomi *Opera omnia* edidit Ch. Frisch ; t. II, p. 87).

la nature du feu, qui désire se dilater ; je dirai plus, la flamme ne fuit pas, mais elle est chassée par l'air plus lourd comme une vessie gonflée le serait par l eau... Si l'on plaçait la Terre immobile en quelque lieu et qu'on en approchât une Terre plus grande, la première deviendrait grave par rapport à la seconde et serait attirée par elle comme la pierre est attirée par la Terre. La gravité n'est pas une action, c'est une passion de la pierre qui est tirée. »

« Un point mathématique (1), que ce soit le centre du Monde ou que ce soit un autre point, ne saurait mouvoir effectivement les graves ; il ne saurait non plus être l'objet vers lequel ils tendent. Que les physiciens prouvent donc qu'une telle force peut appartenir à un point, qui n'est pas un corps, et qui n'est conçu que d'une manière toute relative !

» Il est impossible que la forme substantielle de la pierre, mettant en mouvement le corps de cette pierre, cherche un point mathématique, le centre du Monde par exemple, sans souci du corps dans lequel se trouve ce point. Que les physiciens démontrent donc que les choses naturelles ont de la sympathie pour ce qui n'existe pas !

»... Voici la *vraie doctrine de la gravité :* La gravité est une affection corporelle mutuelle entre corps parents, qui tend à les unir et à les conjoindre ; la faculté magnétique est une propriété du même ordre ; c'est la Terre qui attire la pierre, bien plutôt que la pierre ne tend vers la Terre. Même si nous placions le centre de la Terre au centre du Monde, ce n'est pas vers ce centre du Monde que les graves se porteraient, mais vers le centre du corps rond auquel ils sont apparentés, c'est-à-dire vers le centre de la Terre. Aussi, en quelque lieu que l'on transporte la Terre, c'est toujours vers elle que les graves sont portés, grâce à la faculté qui l'anime. Si la Terre

(1) Joannis Kepleri *De motibus stellæ Martis commentarii*, Pragæ, 1609 (Kepleri *Opera omnia*, t. III, p. 151).

n'était point ronde, les graves ne seraient pas, de toute part, portés droitement au centre de la Terre ; mais, selon qu'ils viendraient d'une place ou d'une autre, ils se porteraient vers des points différents. Si, en un certain lieu du Monde, on plaçait deux pierres, proches l'une de l'autre et hors de la sphère de vertu de tout corps qui leur soit apparenté, ces pierres, à la manière de deux aimants, viendraient se joindre en un lieu intermédiaire, et les chemins qu'elles feraient pour se réjoindre seraient en raison inverse de leurs masses. »

On devine sans peine le rôle que de telles affirmations ont dû jouer en cette lente évolution qui a abouti à la doctrine de l'attraction universelle ; notre objet n'est point ici de retracer cette évolution (1). Il nous suffira d'avoir opposé la pensée de Képler, qui voit dans la pesanteur une attraction mutuelle entre le grave et chacune des parties du globe terrestre, à l'opinion d'Albert de Saxe, de Cardan, de Guido Ubaldo, de Galilée, opinion selon laquelle le centre de gravité d'un poids aspire à coïncider avec le centre commun des choses pesantes.

2. — *Comment s'est épurée la notion de centre de gravité* (suite) — *Les géostaticiens*

Les critiques de Képler contribuèrent peut-être moins à réfuter cette opinion que les graves erreurs auxquelles elle conduisit divers géomètres, et non des moindres.

Vers l'an 1635, Jean de Beaugrand allait en tous lieux, annonçant qu'il avait découvert la loi selon laquelle le poids d'un corps varie avec l'éloignement du centre de la Terre. Mersenne s'empressait d'insérer (2), en son *Har-*

(1) Cf. : P. Duhem, *La théorie physique, son objet et sa structure* ; 2e partie, ch. VII, § 2, p. 364. Paris, 1905.

(2) *Harmonie universelle*, par F. Marin Mersenne. *Seconde partie de l'Harmonie universelle.* Livre VIII, De l'utilité de l'harmonie et des autres parties des mathématiques. Proposition XVIII, p. 61. Paris, MDCXXXVII.

monie universelle, l'énoncé de la loi dont Beaugrand promettait la démonstration. Selon cette loi, « un corps pesant, par exemple une balle de plomb d'une livre, devient d'autant plus légère qu'elle s'approche du centre de la Terre ; et elle ne pèse plus rien lorsqu'elle se joint audit centre, comme conclud Monsieur de Beaugrand dans sa Géostatique, où il tient que la pesanteur de chaque corps se diminuë en mesme raison qu'il s'approche d'avantage du centre de la Terre, et que mesme toute la Terre ne pèse point ».

Mersenne ajoutait (1) : « J'espère que celuy qui en a le premier avancé la proposition nous donnera telle satisfaction sur ce sujet, que l'on n'y trouvera plus de difficulté, comme il le promet dans sa Géostatique ».

Mersenne n'était pas le seul géomètre qui souhaitât de connaître la démonstration promise par Beaugrand ; Fermat n'attendait pas avec moins d'impatience la publication de la *Géostatique ;* le 26 avril 1636, il écrivait (2) au savant religieux : « Vous m'obligeriez beaucoup de me faire savoir si M. de Beaugrand est à Paris. C'est un homme duquel je fais une estime très singulière ; il a l'esprit merveilleusement inventif, et je crois que sa Géostatique sera quelque chose de fort excellent ».

La *Géostatique* annoncée depuis longtemps, ardemment désirée par les meilleurs géomètres du temps, parut enfin (3). Le désappointement dut être grand ; les raisonnements de Beaugrand ne valaient absolument rien.

Descartes (4) n'eut point de peine à démêler le vice essentiel qui faussait tout l'ouvrage ; les raisonnements

(1) Mersenne, *loc. cit.*, p. 63.

(2) Fermat, *Œuvres*, publiées par les soins de MM. Paul Tannery et Ch. Henry. Tome II, *Correspondance*, p. 4.

(3) Joannis de Beaugrand, Regis Franciæ domui regnoque ac ærario sanctiori a consiliis secretisque, *Geostatice, seu de vario pondere gravium secundum varia a Terræ centro intervalla dissertatio mathematica* ; Parisiis, apud Tussanum Du Bray, MDCXXXVI.

(4) Descartes, *Œuvres*, publiées par Ch. Adam et Paul Tannery, tome II, *Correspondance*, p. 174 : Lettre de Descartes à Mersenne du 29 juin 1638.

d'Archimède touchant l'équilibre du levier ne sont vrais « qu'en cas qu'on suppose que les cors pesans tendent en bas par lignes parallèles et sans s'incliner vers un mesme point », et Jean de Beaugrand ne l'avait point compris ; à cette première erreur, d'autres paralogismes venaient se joindre, pour aboutir à la fameuse proposition que l'auteur avait pompeusement annoncée. Descartes, avec la rudesse qu'il apportait presque toujours dans ses jugements, mais avec une justice qui en était trop souvent exclue, appréciait la *Géostatique* en ces termes :

« Bien que j'aye vu beaucoup de quadratures du cercle, de mouvemens perpétuels, et d'autres telles démonstrations prétendues qui étaient fausses, je puis toutefois dire avec vérité que je n'ay jamais vu tant d'erreurs jointes ensemble en une seule proposition... Ainsi je puis dire pour conclusion que tout ce que contient ce livre de Géostatique est si impertinent, si ridicule et si méprisable, que je m'estonne qu'aucuns honnestes gens ayent jamais daigné prendre la peine de le lire, et j'aurais honte de celle que j'ay prise d'en mettre icy mon sentiment, si je ne l'avois fait à vostre semonce. »

Un tel jugement était peu propre à assurer à Descartes l'amitié de Jean de Beaugrand ; celui-ci se répandit assurément en malédictions contre le philosophe (1), car nous voyons Descartes mander à Mersenne (2), le 27 juillet 1638, qu'il se soucie peu de ce que « le Géostaticien » écrit contre lui.

La *Géostatique*, d'ailleurs, ne paraît pas avoir trouvé, auprès des amis de Jean de Beaugrand, un accueil beaucoup meilleur qu'auprès de Descartes ; on en peut juger

(1) Les pamphlets anonymes que Beaugrand avait composés contre Descartes ont été retrouvés par Paul Tannery (Paul Tannery, *La Correspondance de Descartes dans les inédits du fonds Libri ;* Paris, 1896).

(2) Descartes, *Œuvres*, publiées par Ch. Adam et Paul Tannery, tome II, *Correspondance*, p. 253.

au ton de la lettre que Fermat écrivait (1) à Mersenne le mardi 3 juin 1636 : « J'ai vu la *Géostatique* de M. de Beaugrand et me suis étonné d'abord d'avoir trouvé ma pensée différente de la sienne ; j'estime que vous l'aurez déjà remarqué. Je lui envoie franchement mon avis sur son livre, vous assurant que j'estime si fort son esprit et qu'il m'en a donné de si grandes preuves, que j'ai peine à me persuader qu'ayant entrepris une opinion contraire à la sienne, je ne me sois éloigné de la vérité ; je consens pourtant qu'il soit mon juge et ne vous récuse pas non plus. »

Fermat, dans cette lettre, oppose son opinion à celle de Jean de Beaugrand ; lui aussi, en effet, avait avancé une proposition de Géostatique ; jointe, en mai 1636, à une lettre à Carcavi, qui est aujourd'hui perdue, cette proposition nous a été conservée (2).

La proposition de Géostatique donnée par Fermat va être le point de départ d'un débat long et important ; au cours de ce débat, nous verrons le conseiller au Parlement de Toulouse aux prises avec les plus grands géomètres de son temps, Étienne Pascal, Roberval et, enfin, Descartes ; nous entendrons Fermat énoncer des théorèmes qui paraîtront étranges à notre raison, accoutumée à la Mécanique moderne ; nous le verrons développer des déductions qui nous sembleront absurdes. Gardons-nous cependant de croire ce débat oiseux, de penser qu'il n'a eu d'autre effet que de prouver à Fermat les contradictions, bien évidentes pour nous au premier abord, auxquelles se heurtaient ses opinions touchant la Statique. La querelle a une tout autre portée. Son sens exact, il est vrai, ne saurait nous apparaître, si nous ne nous débarrassions pour un instant des connaissances mécaniques que des efforts, accumulés pendant des siècles, ont rendues aisées

(1) Fermat, *Œuvres*, publiées par les soins de Paul Tannery et Ch. Henry. Tome II, *Correspondance*, p. 14.
(2) Id., *ibid.*, p. 6 : Propositio geostatica Domini de Fermat.

et comme naturelles à nos intelligences du xx^e siècle ; ce sens, au contraire, nous deviendra clair, si nous restaurons en nous l'état d'esprit d'un géomètre au temps de Louis XIII.

Deux doctrines bien distinctes prétendent alors traiter de l'équilibre et du mouvement du corps pesant.

L'une de ces doctrines a pris d'abord pour principe l'axiome fondamental de la Dynamique péripatéticienne ; certains mécaniciens, Galilée par exemple, tiennent encore pour cet axiome ; mais la plupart des géomètres l'ont plus ou moins formellement abandonné ; ils tirent leurs théorèmes de Statique de l'égalité entre le travail moteur et le travail résistant, invoquée tout d'abord par Jordanus, ou d'autres principes liés à celui-là : telle l'impossibilité du mouvement perpétuel. Dans les écrits de Stevin et de Roberval, cette doctrine est parvenue à constituer une Statique complète, dont Descartes tracera bientôt un tableau, admirable de clarté et de simplicité.

L'autre doctrine a été formulée par Albert de Saxe ; la Scolastique entière l'a adoptée ; elle découle de ce principe : Il y a en tout grave un point, le centre de gravité, qui tend à s'unir au centre commun des graves. Bernardino Baldi et Guido Ubaldo ont exposé cette doctrine avec une grande précision, tandis que Cardan, Mersenne et Galilée en tiraient cette règle de Statique : Un système demeure en équilibre lorsque tout dérangement éloignerait son centre de gravité du centre commun des graves.

Or, entre les deux doctrines, celle qui est née de Jordanus de Nemore et celle qui a été proclamée par Albert de Saxe, il y a contradiction ; celle-ci ne peut s'accorder avec celle-là ; les corollaires utiles qu'elle a fournis ne pourront être acceptés par ceux qui posent en principe l'égalité du travail moteur au travail résistant, tant qu'une correction convenable n'aura pas effacé en ces corollaires la marque du postulat inacceptable qui les a produits.

Cette contradiction va apparaître, parce que Fermat, disciple convaincu de la théorie inaugurée par Albert de Saxe, poussera celle-ci jusqu'à ses conséquences inacceptables. Le débat dont nous allons retracer l'histoire va donc débarrasser la Statique de la contradiction qu'elle recélait et assurer l'unité logique de cette science.

Qu'il faille voir en Fermat un disciple convaincu de la doctrine d'Albert de Saxe, c'est ce que nous marque le début même de sa *Propositio geostatica*.

Fermat prend pour principe « cette proposition qui », dit-il, « se prouve très aisément en marchant sur les traces d'Archimède et que l'on démontrerait incontinent si elle venait à être niée :

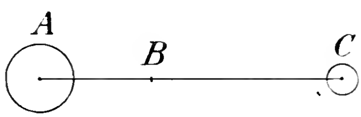

fig. 102.

» Soit B (fig. 102) le centre de la Terre, BC un rayon terrestre, BA une partie du rayon opposé ; si le poids placé en C est au poids placé en A comme BA est à BC, les poids A et C ne se mouvront pas ; ils se feront équilibre. »

Étrange transposition des lois établies par Archimède ! Fermat applique la règle du levier au cas où les deux forces agissantes, dirigées toutes deux suivant le levier, sont opposées l'une à l'autre ; il est bien clair cependant que, pour se faire équilibre, deux telles forces doivent être égales, et non pas dans le rapport de AB à BC.

Ainsi nous exprimerions-nous en vertu des connaissances qui nous sont aujourd'hui si familières qu'elles nous paraissent être de toute première évidence. Gardons-nous, cependant, de regarder Fermat comme un homme dénué de sens qui n'aurait point su reconnaître cette évidence. La proposition qu'il énonce, et qui nous surprend si fort, est la proposition essentielle d'une théorie qu'un grand nombre de profonds penseurs ont soutenue, d'Albert de Saxe à Galilée.

N'est-ce pas, en effet, Albert de Saxe qui écrivait (1) :

« Si la masse entière de la Terre était violemment retenue hors de son lieu, par exemple en la concavité de l'orbe de la Lune, et si, d'autre part, on laissait tomber un corps grave, ce grave ne se mouvrait pas vers la masse totale de la Terre ; il se dirigerait en ligne droite vers le centre du Monde. La raison en est qu'il ne trouverait son lieu naturel qu'au centre du Monde, pourvu, du moins, que son centre de gravité fût au centre du Monde » ?

N'est-ce pas le même Albert de Saxe qui, disant de la Terre entière ce qu'Aristote, Simplicius, saint Thomas, avaient affirmé d'un grave quelconque, écrivait (2) :

« La Terre a son centre de gravité au centre du Monde. En effet, toutes les parties de la Terre tendent au centre par leur gravité, comme Aristote le dit textuellement ; d'ailleurs, la vérité de cette proposition est hors de doute. Par conséquent, la partie la plus lourde de la Terre pousserait l'autre jusqu'à ce que le centre de gravité de la Terre entière fût au centre du Monde. Alors ces deux parties de même gravité demeureraient immobiles, lors même qu'elles n'auraient pas même grandeur, comme deux poids dans une balance » ?

N'est-ce pas enfin Marsile d'Inghen qui expliquait en ces termes (3) la théorie d'Albert de Saxe : « Si un clou était en équilibre au centre de la Terre, il n'y aurait qu'une faible longueur de ce clou d'un certain côté du centre, savoir, du côté où se trouve la tête du clou ; et cela parce que la tête est beaucoup plus lourde que le reste du clou » ?

Qu'est donc le postulat, si absolument inadmissible pour

(1) Alberti de Saxonia *Quæstiones in octo libros Physicorum* ; in librum IV quæstio V.

(2) Alberti de Saxonia *Quæstiones in libros de Cœlo et Mundo* ; in librum II quæstio XXIII.

(3) Johannis Marcilii Inguen *Quæstiones super octo libros Physicorum* ; circa librum IV quæstio V.

nous, qu'invoque Fermat, si ce n'est la conclusion de Marsile d'Inghen revêtue d'une forme mathématique précise ?

C'est au moyen de ce principe, dont la fausseté est pour nous d'une palpable évidence, que le grand géomètre toulousain justifie la proposition suivante :

Soient C le centre de la Terre (fig. 103), CA un rayon terrestre et B un poids placé entre C et A. Pour soutenir ce poids placé en B, il faudrait lui appliquer *directement* une certaine force F. Supposons qu'au lieu d'appliquer cette force directement au point B, on la lui applique par

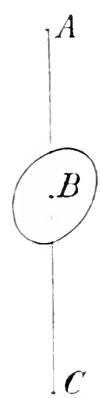

fig. 103.

l'intermédiaire de la tige AB, et que la force tire en A ; elle devra avoir une grandeur F' qui sera à F comme BC est à AC.

La conséquence est manifestement aussi inadmissible que le principe ; les deux propositions sont également propres à marquer l'extrême ignorance des lois de la véritable Mécanique où se trouvaient quelques-uns des plus grands géomètres du XVII^e^ siècle.

Le P. Mersenne, après avoir reproduit (1), dans son

(1) *Harmonie universelle*, par F. Marin Mersenne. *Seconde Partie de*

Harmonie universelle, le raisonnement de Fermat, dit : « Je ne voy pas la force de cette démonstration. » Et Descartes écrit (1) au dit P. Mersenne : « Au reste, j'ay à vous dire que mon Limousin est enfin arrivé, il y a déjà huit ou dix jours, et qu'il m'a apporté la Géostatique, avec la lettre que vous m'avez écrite par luy, en laquelle vous avez mis un raisonnement de M. Fermat pour prouver la mesme chose que le Géostaticien. Mais soit que vous ayez obmis quelque chose en le décrivant, soit que la matière soit trop haute pour moy, il m'est impossible d'y rien comprendre, sinon qu'il semble tomber dans la faute du Géostaticien, en ce qu'il considère le centre de la Terre comme si c'estoit celuy d'une balance, ce qui est une très grande méprise. »

Fermat eut sans doute connaissance des objections que certains géomètres élevaient contre sa proposition ou des obscurités qu'ils y rencontraient ; pour lever les unes et dissiper les autres, il rédigea une pièce en latin (2), qu'il inséra dans une lettre adressée (3) à Mersenne le 24 juin 1636.

Le grand géomètre toulousain se plaint, tout d'abord, que l'on confonde son sentiment avec celui de Beaugrand, selon lequel le poids d'un grave dépend de sa distance au centre de la Terre : « J'estime que tout grave, en quelque lieu du Monde qu'il soit, hormis dans le centre, pris en soi et absolument, pèse toujours également, et c'est une proposition que j'aurais aisément prise pour principe, si je ne la voyais contestée. Je tâcherai donc à la prouver ; mais qu'elle soit vraie ou non, cela n'empêche pas la

l'Harmonie universelle. Livre VIII, De l'utilité de l'harmonie et des autres parties des mathématiques. Proposition XVIII, p. 65. Paris, MDCXXXVII.

(1) Descartes, *Œuvres*, publiées par Ch. Adam et Paul Tannery, t. II, *Correspondance*, p. 190 ; Lettres de Descartes à Mersenne du 29 juin 1638.

(2) Fermat, *Œuvres*, publiées par les soins de MM. Paul Tannery et Ch. Henry ; t. II, *Correspondance*, p. 25 : Nova in mechanicis theoremata Domini de Fermat.

(3) Fermat, *loc. cit.*, p. 17.

vérité de ma *proposition*, qui ne considère jamais le grave en soi, mais toujours par relation au levier, et ainsi je ne mets rien dans la conclusion qui ne se trouve dans les prémisses ».

La distinction invoquée par Fermat nous parait aujourd'hui insaisissable ; pour la comprendre, il faut se souvenir que Fermat est imbu des opinions courantes dans l'École depuis Albert de Saxe ; il regarde comme invariable la gravité totale d'un corps ; mais de cette gravité constante, une part plus ou moins grande peut passer à l'état actuel et faire effort sur le levier, tandis que le reste demeure à l'état potentiel.

Fermat nous apprend ensuite (1) qu'il soupçonnait depuis longtemps Archimède de n'avoir pas apporté toute la précision désirable dans l'étude des Méchaniques ; il est clair, en effet, qu'il a supposé parallèles entre elles les directions de chute des graves ; hors de cette hypothèse, ses démonstrations ne peuvent subsister. Ce n'est point que cette hypothèse s'écarte beaucoup de la vérité ; la grande distance où se trouve le centre de la Terre permet de regarder les lignes de descente des graves comme parallèles entre elles. Mais cette approximation ne saurait satisfaire ceux qui cherchent la vérité minutieuse et profonde.

Pour découvrir cette vérité, il faut faire usage de principes autres que ceux d'Archimède ; Fermat en propose de nouveaux qu'il regarde comme dignes de toute confiance. C'est ainsi qu'il admet ce postulat, conséquence immédiate de la doctrine d'Albert de Saxe : Si deux graves égaux, unis par une ligne droite sans poids, n'étaient retenus par aucun obstacle, ils ne pourraient se reposer tant que le milieu de cette droite ne serait point au centre du Monde.

Il admet également un autre postulat dont nous repro-

(1) Fermat, *loc. cit.*, p. 23.

duirons exactement l'énoncé (1) ; nulle preuve plus manifeste ne saurait être donnée de l'ignorance où « Monsieur Fermat, conseiller au parlement de Tholose, et très excellent géomètre », demeurait au sujet des lois de Mécanique les plus anciennement découvertes et les plus clairement connues.

« Soit DBC un levier (fig. 104) ne passant pas par le centre de la Terre ; le point d'appui de ce levier est en B ; ses bras sont BD, BC ; le centre de la Terre est en A.

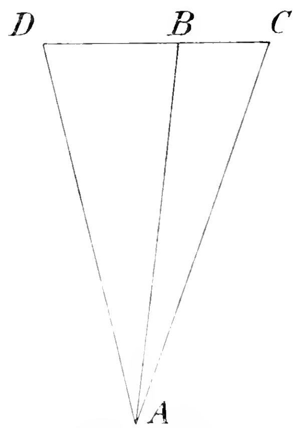

fig. 104.

Que l'on mène les droites DA, BA, CA ; que l'on suspende des graves aux points D et C et que le rapport du poids C au poids D soit le produit du rapport de la ligne DA à la ligne CA et du rapport inverse de l'angle CAB à l'angle BAD. Je dis que le levier BDC, suspendu par le point B, demeurera en équilibre.

» Nous pouvons affirmer que cette proposition est très vraie ; nous la démontrerons, lorsqu'il conviendra, par des démonstrations tirées de la Géométrie la plus pure et de la Physique. »

(1) Fermat, *loc. cit.*, p. 25.

La proposition formulée par Fermat est entièrement inexacte ; pour la rectifier, il y faut remplacer le rapport des angles CAB et BAD par le rapport de leurs sinus ; dans la pratique, ces angles sont assez petits pour que l'erreur commise soit très faible ; on conçoit donc que ce postulat erroné ait fourni à Fermat des conséquences qui sont *qualitativement* exactes.

De ce nombre est cette proposition : Une balance de bras égaux, portant des poids égaux, est en équilibre instable lorsqu'elle est parallèle à l'horizon.

« L'erreur d'Archimède (1), si pourtant nous la pouvons nommer ainsi, provient de ce qu'il a pris pour fondement que les bras de la balance arrêteroient, quoiqu'ils ne fussent pas parallèles à l'horizon, de quoi j'ai démontré le contraire.

»... Mais si la descente des graves se faisait par lignes parallèles,... en ce cas, la proposition d'Archimède serait vraie ; ce n'est pas que, dans l'usage, elle manque sensiblement, mais il y a plaisir à chercher les vérités les plus menues et les plus subtiles, et d'ôter toutes les ambiguïtés qui pourraient survenir. C'est ce que j'ai fait très exactement et je puis vous assurer que, quoique la recherche soit bien malaisée, j'en possède toutes les démonstrations parfaitement. »

Les déductions d'Archimède étaient parfaitement exemptes de l'erreur que Fermat prétendait en éliminer ; seul, Guido Ubaldo s'en était rendu coupable ; Fermat écrivait (2) donc avec plus de justice, en sa pièce latine : « Nous démontrerons et réfuterons l'erreur d'Ubaldo et d'autres géomètres, qui supposent les bras de la balance capables de demeurer en équilibre, lors même qu'ils ne sont pas parallèles à l'horizon. »

Parmi les corollaires exacts que Fermat put tirer de

(1) Fermat, *loc. cit.*, p. 18.
(2) Id., *ibid.*, p. 26.

ce principe erroné, il convient encore de citer celui-ci (1), d'une importance singulière pour l'objet de cette étude : « On voit par ce qui précède que toutes les définitions du centre de gravité, données par les anciens, gisent à terre ; si l'on excepte la sphère, il n'est aucun corps où l'on puisse trouver un point déterminé tel que ce grave, suspendu par ce point, en dehors du centre de la Terre, demeure en équilibre indifférent. » Mais au lieu d'en déduire que la notion de centre de gravité perd tout sens lorsqu'on cesse de traiter les verticales comme parallèles, Fermat veut, à tout prix, sauver cette notion, et il propose (2) cette définition nouvelle, conséquence étrange des doctrines d'Albert de Saxe, de Benedetti, de Bernardino Baldi, de Guido Ubaldo et de Galilée : « Nous définirons désormais le centre de gravité de la manière suivante : Un point, placé à l'intérieur du corps, tel que le corps demeurerait en équilibre indifférent si ce point était uni au centre de la Terre ; dans ce cas, seulement, il y a lieu de considérer des centres de gravité. »

Mersenne s'empressa de communiquer la démonstration de Fermat aux divers géomètres avec lesquels il avait commerce ; elle ne plut pas, et Fermat ne tarda pas à le savoir. « Vous ne devez pas douter que ma démonstration ne conclue parfaitement, écrit-il (3) à Mersenne le 15 juillet 1636, bien qu'il semble que M. de Roberval ne l'a pas trouvée précise. »

Roberval ne tarda sans doute pas à faire connaître ses objections à l'encontre des principes admis par Fermat, car, au mois d'août 1636, celui-ci écrit (4) au professeur du Collège de France :

« La première objection consiste en ce que vous ne

(1) Fermat, *loc. cit.*, p. 25.
(2) Id., *ibid.*, p. 25.
(3) Fermat, *Œuvres*, publiées par les soins de MM. Paul Tannery et Ch. Henry, t. II, *Correspondance*, p. 28.
(4) Id., *ibid.*, p. 31.

voulez pas accorder que le mitan d'une ligne qui conjoint deux poids égaux, descendant librement, s'aille unir au centre du Monde. En quoi certes il me semble que vous faites tort à la lumière naturelle et aux premiers principes... La vérité de mon principe dépend de ce que les deux poids ou puissances ont naturellement inclination au centre de la Terre et tendent là... Outre que jamais personne n'a douté que le centre d'un grave ne s'unit au centre de la Terre s'il n'étoit empêché.

»... La deuxième objection est contre la nouvelle proportion des angles que j'ai découverte, contre laquelle vous n'avez rien dit de précis, mais seulement que vous avez démontré que la proportion réciproque des poids doit être expliquée non par les angles, mais par les sinus de ces angles.

» Voici la démonstration de ma proposition... »

Le samedi 16 août 1636, Étienne Pascal et Roberval écrivaient (1) à Fermat une longue lettre ; en cette épître, modèle de discussion scientifique courtoise et précise, les postulats sur lesquels le grand géomètre toulousain avait fondé sa Mécanique se trouvaient soumis à un exact et rigoureux examen. L'effort de Roberval et d'Étienne Pascal tendait surtout à révoquer en doute le principe posé par Albert de Saxe, formulé par Bernardino Baldi et par Guido Ubaldo, admis par Galilée, reçu par Fermat comme une vérité de « lumière naturelle », comme un « premier principe » dont, jamais, « personne n'a douté ».

« Monsieur », écrivent Étienne Pascal et Roberval, « le principe que vous demandez pour la Géostatique est que si deux poids égaux sont joints par une ligne droite ferme et sans poids et, qu'étant ainsi disposés, ils puissent descendre librement, ils ne reposeront jamais jusqu'à ce que le milieu de la ligne (qui est le centre de la pesanteur

(1) Fermat, *Œuvres*, publiées par les soins de MM. Paul Tannery et Ch. Henry ; t. II., *Correspondance*, p. 35.

des anciens) s'unisse au centre commun des choses pesantes.

» Ce principe que nous avons considéré il y a longtemps, ainsi qu'il vous a été mandé, parait d'abord fort plausible ; mais quand il est question de principe, vous savez quelles conditions lui sont requises pour être reçu ; desquelles conditions, cette principale manque au principe dont il s'agit ici, savoir que nous ignorons quelle est la cause radicale qui fait que les corps pesants descendent et d'où vient l'origine de cette pesanteur. Ainsi nous n'avons rien de connu assurément de ce qui arriverait au centre où les choses pesantes aspirent, ni aux autres lieux hors la surface de la Terre, de laquelle, pour ce que nous y habitons, nous avons quelques expériences sur lesquelles nous fondons nos principes.

» Car il peut se faire que la pesanteur est une qualité qui réside dans le corps même qui tombe ; peut-être qu'elle est dans un autre, qui attire celui qui descend, comme dans la Terre. Il peut se faire aussi et il est fort vraisemblable que c'est une attraction mutuelle ou un désir naturel que les corps ont de s'unir ensemble, comme il est clair au fer et à l'aimant lesquels sont tels que, si l'aimant est arrêté, le fer n'étant point empêché l'ira trouver, si le fer est arrêté, l'aimant ira vers lui ; et si tous deux sont libres, ils s'approcheront réciproquement en sorte toutefois que le plus fort des deux fera le moins de chemin. »

En lisant ces lignes écrites par Étienne Pascal et par Roberval, on ne saurait méconnaître l'influence exercée par Képler sur ces géomètres ; cette constatation, d'ailleurs, n'est point pour nous surprendre ; l'étude du célèbre traité *Aristarchi Samii de mundi systemate*, composé par Roberval, marque de reste que, comme Descartes, le professeur du Collège de France avait médité la pensée du grand astronome.

« Or », poursuivent Étienne Pascal et Roberval, « de ces trois causes possibles de la pesanteur, les conséquences sont fort différentes, ce que nous ferons connaître en les examinant ici l'une après l'autre.

» En premier lieu, si la première est vraie, selon l'opinion commune, nous ne voyons point que votre principe puisse subsister ; car, sur ce sujet, le sens commun nous dit qu'en quelque lieu que soit un poids, il pèse toujours également, ayant toujours la même qualité qui le fait peser, et qu'alors un corps reposera au centre commun des choses pesantes, quand les parties du corps qui seront de part et autre du même centre seront d'égale pesanteur pour contrepeser l'une à l'autre, sans avoir égard si elles sont peu ou beaucoup éloignées du centre.

» ... Et ne sert de rien d'alléguer le centre de la pesanteur du corps AB, lequel centre, selon les anciens, est au milieu C ; car ce centre n'a été démontré que quand la descente des poids se fait par des lignes parallèles, ce qui n'est pas ; et quand il y auroit un tel point, ce qui ne peut être aux corps qui tiennent à un même centre commun, il n'a pas été démontré, et ne prouveroit aucunement que ce seroit ce point là par lequel le corps s'uniroit au centre commun. Même cela, pour les raisons précédentes, répugne à notre commune connaissance en plusieurs figures.

» En tous cas, nous ne voyons point que ce centre commun des anciens doive être considéré autre part qu'aux poids qui sont pendus ou soutenus hors du lieu auquel ils aspirent.

» ... Si la seconde ou la troisième cause possible de la pesanteur du corps est vraie, il nous semble que l'on en peut tirer des conclusions. »

Étienne Pascal et Roberval tentent, en effet, de déterminer comment le poids d'un corps varie avec la distance de ce corps au centre de la Terre lorsque l'on regarde le poids d'un grave comme la résultante d'attractions exercées par les diverses parties du globe ; leur analyse est simplifiée à l'excès, car ils ne paraissent point tenir compte de l'influence que la distance de deux corps exerce assurément sur la grandeur de leur attraction mutuelle ; elle n'en est pas moins un curieux essai pour suivre et développer la pensée de Képler. Elle conduit d'ailleurs les deux auteurs à ces sages réflexions touchant les tentatives de *Géostatique* : « Puis donc que de ces trois causes possibles de la pesanteur, nous ne savons quelle est la vraie, et que même nous ne sommes pas assurés que ce soit l'une d'icelles, se pouvant faire que ce soit une autre, de laquelle on tireroit des conclusions toutes différentes, il nous semble que nous ne pouvons pas poser d'autres principes en cette matière que ceux desquels nous sommes assurés par une expérience continuelle, assistée d'un bon jugement.

» Quant à nous, nous appelons des corps également ou inégalement pesants ceux qui ont une égale ou inégale puissance de se porter vers le centre commun, et un même corps est dit avoir un même poids, quand il a toujours cette même puissance ; que si cette puissance augmente ou diminue, alors, quoi que ce soit le même corps, nous ne le considérons plus comme le même poids. Or, que cela arrive aux corps qui s'éloignent ou s'approchent du centre, c'est ce que nous désirerions bien savoir ; mais ne trouvant rien qui nous contente sur ce sujet, nous laissons cette question indécise et nous raisonnons seulement sur ce que les Anciens et nous en avons pu découvrir de vrai jusqu'à maintenant. »

Étienne Pascal et Roberval ont une connaissance exacte des lois de la composition des forces ; aussi leur est-il facile de mettre à nu les graves erreurs que Fermat a commises en ses déductions.

Prenant un arc de cercle EBD (fig. 105) dont le centre A coïncide avec celui de la Terre, « vous supposez, disent-ils à Fermat (1), que le poids, posé tout entier au point B, pèsera de même sur l'appui B qu'étant posé par

(1) Étienne Pascal et Roberval, *loc. cit.*, p. 43.

parties aux points EFBCD. Cela est tellement éloigné du vrai que quelquefois, en lieu de peser sur l'appui B vers A, il pèsera au contraire sur le même appui pour s'éloigner de A ». C'est ce qui arrivera, par exemple, si l'arc ED surpasse une demi-circonférence et si la charge est tout entière placée aux deux points E et D. « Et, toutefois, étant ramassé tout entier au point B, il pèsera toujours de toute sa force sur l'appui B pour emporter le levier vers A, et, en général, étant étendu, il pèsera toujours moins sur l'appui qu'étant ramassé au point B. Toutes ces

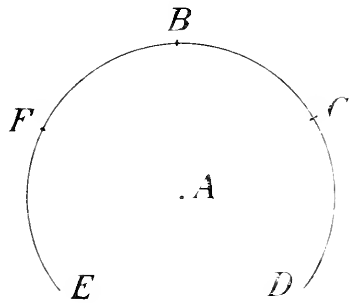

fig. 105.

choses, quoique contraires à votre supposition, sont démontrées en suite de nos principes. »

Les mêmes principes conduisaient Mersenne à reconnaître que le poids total d'un corps d'étendue finie devait diminuer au fur et à mesure que ce corps s'éloigne du centre de la Terre ; et cela, bien que chaque partie du corps gardât, contrairement à l'opinion de Beaugrand, un poids invariable. « Ceux, dit le savant religieux (1), qui considèrent un centre particulier de pesanteur dans chaque partie d'un corps proposé, et qui donnent une inclination particulière à chaque point du dit corps pour

(1) *Harmonie universelle*, par F. Marin Mersenne. *Seconde Partie de l'Harmonie universelle.* Livre VIII, De l'utilité de l'harmonie et des parties des mathématiques. Proposition XVIII, p. 65. Paris, MDCXXXVII.

descendre au centre des corps pesants (que l'on suppose estre le mesme que celuy de la Terre) prouvent par une autre voie, qui me semble meilleure, que les poids deviennent plus légers, ou pèsent moins en s'approchant dudit centre, mais non en mesme proportion qu'ils s'en approchent... Mais parce que l'autre différente pesanteur vient des angles différents faits par chaque point du corps proposé (à raison de la ligne droite par laquelle il veut descendre au centre de la Terre) avec la ligne qui traverse le centre de la pesanteur du dit corps, ou qui luy est parallèle, il s'ensuit que si le poids est considéré comme un point, c'est-à-dire que l'on considère un point qui ait de la pesanteur, il aura toujours la même pesanteur, près ou loin du centre de la Terre ; ce qui n'arrive pas dans l'autre opinion (1), dans laquelle ce point devient plus léger en mesme raison qu'il s'approche du centre, comme fait le corps pesant. »

La remarque faite par Mersenne en ce passage semble présentée comme une opinion commune dans les Écoles au moment où il écrit ; or, cette opinion, nous l'avons rencontrée (2), sous une forme très nette, dans le *Tractatus de ponderibus* de Maître Blaise de Parme ; et déjà Albert de Saxe, dont l'influence sur Blaise de Parme n'est point niable (3), en marquait (4) le principe : « La distance fait bien, il est vrai, que les diverses parties d'un grave tendent à leur lieu naturel par des voies diverses ; mais jamais elle n'empêcherait la tendance d'un corps vers son lieu » ; Albert de Saxe lui-même, en écrivant ces lignes, visait, nous l'avons vu, un argument de Roger Bacon. C'est pour nous une occasion nouvelle de constater la persistance, parmi les mécaniciens du XVII^e siècle, de tradi-

(1) Celle que soutenait de Beaugrand.
(2) Voir ci-dessus, Chapitre VII, § 4.
(3) Voir Chapitre XV, § 5.
(4) Alberti de Saxonia *Quæstiones in libros de Cœlo et Mundo ;* in librum I quæstio X.

tions qui devaient leur origine à l'école de Jordanus et aux commentaires d'Albert de Saxe et de ses disciples.

Fermat reçut avec un étonnement profond les critiques par lesquelles Étienne Pascal et Roberval prétendaient ruiner le principe d'Albert de Saxe ; cet étonnement pénible se laisse deviner en la lettre qu'il adressait à Mersenne le mardi 2 septembre 1636 : « Pour la *Proposition géostatique*, dit-il (1), elle est toute fondée sur ce principe seul que deux graves égaux, joints par une ligne ferme et laissés en liberté, se joindront au centre de la Terre par le point qui divise également la ligne qui les unit, c'est-à-dire que ce point de division s'unira au centre de la Terre. Messieurs Pascal et Roberval, après avoir reconnu que mon raisonnement est fondé là-dessus et, qu'accordant ce principe, ma proposition est sans difficulté, m'ont nié ce principe, que je prenais pour un axiome, le plus clair et le plus évident qu'on peut demander ; obligez-moi de me dire si vous êtes de leur sentiment. Je l'ai pourtant démontré depuis peu par de nouveaux principes, tirés des expériences, qu'on ne saurait contester et je le leur envoierai au plus tôt. »

Réduites, sans doute, aux idées que l'on développait dans les Écoles, d'après l'antique enseignement d'Albert de Saxe, les connaissances de Fermat en Mécanique laissaient béantes d'immenses lacunes ; le géomètre toulousain ignorait assurément comment l'équilibre d'un levier tiré par des forces diversement inclinées dépendait des moments de ces forces par rapport au point d'appui ; aussi doutait-il des raisonnements de Roberval, où il était fait usage de cette règle. « Vous m'obligerez beaucoup, écrit-il (2) au professeur du Collège de France, de m'envoyer la démonstration de votre proposition suivant l'opinion où

(1) Fermat, *Œuvres*, publiées par les soins de MM. Paul Tannery et Ch. Henry ; t. II, *Correspondance*, p. 58.

(2) Fermat, *op. cit.*, p. 59. Lettre de Fermat à Roberval du 16 septembre 1636.

vous êtes, que les graves gardent la proportion réciproque des perpendiculaires tirées du centre du levier sur les pendants, et de laquelle je douterai toujours jusqu'à ce que je l'aurai vue. Je vous puis pourtant assurer que je ne saurais démordre de la mienne. »

Cédant aux instances de Fermat, Roberval lui écrit (1) le 11 octobre 1636 : « Je vous envoie la démonstration de la proposition fondamentale de notre Méchanique, ainsi que je vous l'ai promise ». Et, en indiquant minutieusement la définition des termes qu'il emploie, les axiomes qu'il invoque, il lui expose avec grand soin les lois d'équilibre d'un levier, droit ou coudé, que sollicitent des forces diversement inclinées. L'ordre que suit cet exposé rappelle très exactement la marche des raisonnements de Giovanni Battista Benedetti. Il n'est guère douteux, d'ailleurs, que Roberval ne connût le *Diversarum speculationum* de cet auteur. Un an plus tard, en effet, Mersenne expose (2), en la *Seconde partie de l'Harmonie universelle,* comment la convergence des verticales modifie la loi d'équilibre de la balance ; la règle qu'il indique est celle de Fermat, rectifiée par la correction qu'y avait apportée Roberval ; et, pour justifier cette correction, il invoque le traité de Benedetti :

« Or il ne sera pas hors de propos d'ajouter icy une particulière remarque que l'on a faite touchant les bras de la balance, dont les poids sont en raison réciproque de la longueur des dits bras, suivant les positions d'Archimède, parce qu'il suppose que les pendans des balances descendent parallèles, au lieu qu'ils penchent et s'inclinent vers le centre de la terre, auquel ils se rencontreraient, s'ils avoyent chacun 1145 lieuës de longueur. De là vient que ceux qui considèrent la balance plus exactement,

(1) Fermat, *op. cit.*, p. 75.

(2) *Harmonie universelle,* par F. Marin Mersenne ; *Seconde partie de l'Harmonie universelle ;* Nouvelles observations physiques et mathématiques. Ve observation, p. 17. Paris, MDCXXXVII.

concluent que les poids précédens sont en raison réciproque des lignes perpendiculaires menées des centres de chaque poids sur la ligne qui conjoint le centre de la terre et de la balance ; ou en raison réciproque (1) composée de la raison des lignes penchantes et de la raison des angles faits au centre de la terre, par la ligne qui conjoint les centres de la terre et de la balance, et les dites lignes penchantes, c'est à dire d'inclination ou de direction des poids vers le centre de la terre ; ou plutost en raison réciproque des lignes perpendiculaires tirées du centre de la balance sur les lignes penchantes, comme fait Jean Benoist dans son 3 chapitre sur les Méchaniques, ce que plusieurs excellents géomètres estiment véritable. »

La théorie si nette que Benedetti avait sans doute empruntée à Léonard de Vinci, et que Roberval lui emprunte à son tour, n'a pas raison de l'obstination avec laquelle Fermat défend sa manière de voir. Il s'efforce (2) de mettre Roberval en contradiction avec lui-même ; il croit y parvenir en tirant des principes contenus en sa dernière lettre la conclusion qu'une sphère pesante, placée sur un plan tangent au globe terrestre, se mettra en mouvement à moins qu'elle ne se trouve au point de contact ; en cette conclusion, nous reconnaissons une proposition d'Albert de Saxe ; Léonard de Vinci, Villalpand, Mersenne nous l'ont soigneusement conservée ; Fermat ne voit pas que si la théorie du plan incliné exige le repos d'une telle sphère placée sur un plan horizontal, c'est précisément parce que cette théorie néglige la convergence des verticales.

L'opiniâtreté du géomètre toulousain, qui refuse de se rendre aux raisons de la saine Mécanique, se manifeste

(1) Cette règle est celle qu'avait proposée Fermat.

(2) Fermat, *Œuvres*, publiées par les soins de MM. Paul Tannery et Ch. Henry ; t. II, *Correspondance*, p. 87 ; Objecta a Domino de Fermat adversus propositionem mechanicam Domini de Roberval, décembre 1636.

encore à plusieurs reprises (1) ; la cause, toutefois, peut être tenue pour entendue ; l'opinion d'Albert de Saxe, selon laquelle la pesanteur d'un corps est la tendance qu'a le centre de gravité de ce corps à s'unir au centre de la Terre, a subi une irrémédiable défaite.

Avec son bonheur habituel, Descartes entre dans la lutte au moment où il n'y a plus qu'à recueillir les fruits de la victoire.

L'inlassable curiosité de Mersenne lui a fait désirer de connaître l'avis du grand philosophe sur le problème géostatique qui vient de mettre aux prises Fermat, Roberval et Étienne Pascal. Accédant à cette demande, Descartes envoie au religieux Minime, le 13 juillet 1638, un *Examen de la question sçavoir si un corps pèse plus ou moins, estant proche du centre de la terre qu'en estant éloigné* (2).

Cet examen renferme un exposé de la Statique cartésienne, peu différent de celui que Constantin Huygens avait reçu quelque temps auparavant ; à cet exposé, que nous avons commenté en notre Chapitre XIV, sont jointes diverses remarques qui ont trait au débat dont nous relatons l'histoire.

Nous avons vu que Descartes avait connu par Mersenne les propositions avancées par Fermat ; qu'il ait connu également la lettre où Étienne Pascal et Roberval réfutaient ces propositions, on n'en saurait douter à la lecture des passages suivants :

« ... Il faut déterminer ce qu'on entend par pesanteur absoluë. La plus part la prennent pour une vertu ou qualité interne en chascun des cors qu'on nomme pesans, qui les fait tendre vers le centre de la terre. » Selon les

(1) Fermat, *Œuvres*, publiées par les soins de MM. Paul Tannery et Ch. Henry ; t. II, *Correspondance ;* Lettres de Fermat à Roberval du 7 décembre 1636 (p. 89) et du 16 décembre 1636 (p. 92).

(2) Descartes, *Œuvres*, publiées par Ch. Adam et Paul Tannery ; t. II, *Correspondance* (mars 1638 décembre 1639), p. 222.

uns, cette vertu dépend de la *forme ;* selon les autres, de la *matière* seule. « Or, suivant ces deux opinions, dont la première est la plus commune dans les escholes, et la seconde est la plus receue entre ceux qui pensent sçavoir quelque chose de plus que le commun, il est évident que la pesanteur absoluë des cors est toujours en eux une mesme, et qu'elle ne change point du tout à raison de leur diverse distance du centre de la Terre.

» Il y a encore une troisième opinion, à sçavoir de ceux qui pensent qu'il n'y a aucune pesanteur qui ne soit relative, et que la force ou vertu qui fait descendre les cors qu'on nomme pesans, n'est point en eux, mais dans le centre de la Terre, ou bien en toute sa masse, laquelle les attire vers soy, comme l'aymant attire le fer, ou en quelque autre telle façon. Et selon ceux-ci, comme l'aymant et tous les autres agens naturels qui ont quelque sphère d'activité agissent tousjours d'avantage de près que de loin, il faut avouër qu'un mesme cors pèse d'autant plus qu'il est plus proche du centre de la Terre.

» Pour mon particulier, » ajoute Descartes, « je conçoy véritablement la nature de la pesanteur d'une façon qui est fort différente de ces trois, mais pour ce que je ne la sçaurois expliquer qu'en déduisant plusieurs autres choses dont je n'ay pas icy dessein de parler, tout ce que je puis dire est que par elle je n'apprens rien qui appartienne à la question proposée, si non qu'elle est purement de fait, c'est à dire qu'elle ne sçauroit estre déterminée par les hommes qu'en tant qu'ils en peuvent faire quelque expérience ; et mesme que, des expériences qui se feront icy en nostre air, on ne peut connoistre ce qui en est beaucoup plus bas, vers le centre de la terre, ou beaucoup plus haut, au delà des nuës, à cause que s'il y a de la diminution ou de l'augmentation de la pesanteur, il n'est pas vraysemblable qu'elle suive partout une mesme proportion. »

Descartes cherche d'ailleurs si, parmi les expériences dont les résultats sont déjà connus, il n'en est aucune qui nous puisse renseigner sur les variations de la pesanteur ; les faits lui semblent montrer que la pesanteur décroît lorsqu'on s'élève à partir de la surface de la terre ; mais les preuves qu'il donne de cette assertion sont étranges ; il cite « le vol des oyseaux », « ces dragons de papier que font voler les enfants » et même, sur la foi de Mersenne, « les bales des pièces d'artillerie, tirées directement vers le zénith, qui ne retombent point ». Parmi les arguments qu'il invoque, il en est un qui n'est point sans intérêt pour l'histoire de la pesanteur universelle :

« Une autre expérience, qui est desja faite et qui me semble très forte pour persuader que les cors éloignez du centre de la terre ne pèsent pas tant que ceux qui en sont proches, est que les Planètes qui n'ont pas en soy de lumière, comme la Lune, Venus, Mercure, etc., estant, comme il est probable, des cors de mesme matière que la Terre, et les cieux estant liquides, ainsy que jugent presque tous les astronomes de ce Siècle, il semble que ces Planètes devroient estre pesantes et tomber vers la Terre, si ce n'estoit que leur grand éloignement leur en oste l'inclination. »

Néanmoins, Descartes ne pense pas que l'expérience soit assez avancée pour permettre de raisonner géométriquement sur une pesanteur variable ; il la tiendra donc pour constante dans ses raisonnements : « Outre cela, nous supposerons que chasque partie d'un mesme cors pesant retient tousjours en soy une mesme force ou inclination à descendre, nonobstant qu'on l'esloigne ou qu'on l'approche du centre de la terre, ou qu'on le mette en telle situation que ce puisse estre. Car encore que, comme j'ay desjà dit, cela ne soit peut estre pas vray, nous devons toutefois le supposer pour faire commodément notre calcul.

» Or cete égalité en la pesanteur absoluë estant posée, on peut demonstrer que la pesanteur relative de tous les cors durs, estant considérez en l'air libre et sans estre soutenus d'aucune chose, est quelque peu moindre, lorsqu'ils sont proches du centre de la Terre que lorsqu'ils en sont esloignez, bien que ce ne soit pas le mesme des cors liquides ; et au contraire que deux cors parfaitement égaux estant apposez l'un à l'autre dans une balance parfaitement exacte, lorsque les bras de cette balance ne seront pas parallèles à l'horison, celuy de ces deux cors qui sera le plus proche du centre de la terre pèsera le plus, et ce d'autant justement qu'il en sera plus proche. D'où il suit aussy que hors de la balance, entre les parties égales d'un mesme cors, les plus hautes pèsent d'autant moins que les plus basses qu'elles sont plus esloignées du centre de la terre, de façon que le centre de gravité ne peut estre un centre immobile en aucun cors, encore mesme qu'il soit sphérique. »

La première proposition énoncée par Descartes est celle que Blaise de Parme a formulée autrefois, que Mersenne a retrouvée ; Étienne Pascal et Roberval en ont opposé à Fermat de fort analogues ; les règles de composition des forces en donnent bien aisément la démonstration ; mais, nous l'avons vu, Descartes ne paraît pas avoir jamais eu une connaissance bien exacte de ces lois ; aussi, lorsqu'il se propose (1) de donner une « *démonstration qui explique en quel sens on peut dire qu'un corps pèse moins, estant proche du centre de la Terre, qu'en estant esloigné* », a-t-il recours à un artifice assez étrange et assez peu rigoureux pour tirer cette démonstration des lois du plan incliné.

Quant à la proposition qui a pour objet l'instabilité de l'équilibre d'une balance où l'on regarde les verticales comme concourantes, elle fait l'objet (2) d'une « *autre démonstration, qui explique en quel sens on peut dire qu'un mesme cors pèse plus, estant proche du centre de la terre*

(1) Descartes, *loc. cit.*, p. 238.
(2) Id., *ibid.*, p. 242.

qu'en estant esloigné ». Cette démonstration n'a point exigé de Descartes un fort grand effort d'invention ; Étienne Pascal, Roberval et Mersenne avaient déjà montré comment on devait, selon les principes exposés par Benedetti (1), corriger le raisonnement de Fermat ; cette déduction ainsi rectifiée est celle que Descartes s'approprie.

De la déduction incorrecte qu'il avait construite, Fermat avait déjà tiré ce corollaire qu'un corps n'a pas un centre de gravité indépendant de sa position ; ce corol-

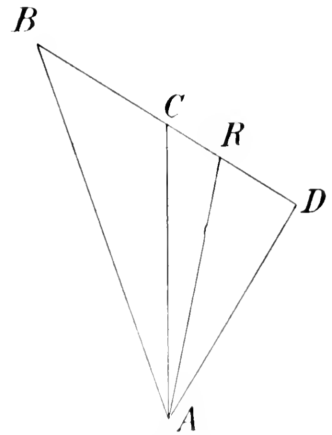

fig. 106.

laire, Descartes le justifie (2) de nouveau par des raisons exactes :

« En suite de quoy il est évident que le centre de gravité des deux poids B et D (fig. 106), joins ensemble par

(1) Dans une lettre (*a*) dont le destinataire est probablement Boswell et dont la date est peut-être 1646, Descartes déclare qu'il « partage l'avis de ceux qui disent que *deux poids sont en équilibre quant ils sont en raison inverse des perpendiculaires abaissées du centre de la balance sur les lignes qui joignent les extrémités des bras au centre de la Terre* ». Il ajoute que « non seulement la raison en est évidente, mais encore qu'elle peut être prouvée ». Nous avouons qu'il nous est impossible de trouver trace d'un raisonnement concluant dans les considérations présentées par Descartes.

(2) Descartes, *loc. cit.*, p. 244.

(*a*) Descartes, *Œuvres*, publiées par Ch. Adam et Paul Tannery ; tome IV, *Correspondance ; Additions*, p. 696.

la ligne BD, n'est pas au point C, mais entre C et D, par exemple au point R, où je suppose que tombe la ligne qui divise l'angle BAD en deux parties égales... De façon que les poids B et D doivent estre soutenus par le point R pour demeurer en équilibre en l'endroit où ils sont. Mais si on suppose la ligne BD tant soit peu plus ou moins inclinée sur l'horizon, ou bien ces poids à une autre distance du centre de la terre, il faudra qu'ils soient soutenus par un autre point pour estre en équilibre, et ainsy leur centre de gravité n'est pas tousjours au mesme point. »

Fermat avait cru, du moins, pouvoir admettre l'invariabilité du centre de gravité de la sphère ; Descartes prouve (1) que cette exception même n'a pas lieu d'être admise : « D'où il suit clairement que le centre de gravité de toute cete sphère n'est pas au point qui est le centre de sa figure, mais quelque peu plus bas en la ligne droite qui tend de ce centre de sa figure vers celuy de la terre. Ce qui semble véritablement fort paradoxe, lorsqu'on n'en considère pas la raison ; mais en la considérant, on peut voir que c'est une vérité mathématique très assurée. »

L'exposé de Descartes résume et juge le débat qui a mis aux prises Beaugrand, Fermat, Mersenne, Roberval et Étienne Pascal ; la conclusion en est maintenant claire et certaine ; l'idée d'un centre de gravité invariablement lié à chaque corps solide n'a de sens qu'autant que les verticales sont traitées comme parallèles entre elles ; c'est donc une absurdité que de vouloir attribuer à ce point une tendance à s'unir au centre de la Terre ; la seule considération du centre de la Terre suffit à rendre illégitime la considération du centre de gravité. Telle est la conséquence importante qu'a produite la querelle des *géostaticiens*.

De cette querelle, Torricelli a-t-il eu connaissance ? Ses

(1) Descartes, *loc. cit.*, p. 245.

recherches ont-elles pu éprouver l'influence des idées qui se discutaient parmi les géomètres français ? De ce point, nous ne saurions douter.

Nous avons vu que Torricelli avait passé une grande partie de sa vie à Rome, auprès de son maître, le P. Castelli ; c'est seulement trois mois avant la mort de Galilée (8 janvier 1642) qu'il quitta son premier maître, pour se rendre à Arcetri, auprès du grand géomètre.

Or, au fort de la querelle sur la Géostatique, le P. Castelli avait eu commerce avec Jean de Beaugrand ; il avait eu connaissance des propositions de Fermat sur la variabilité du centre de gravité et avait entrepris des recherches semblables ; nous en avons pour garant la lettre suivante (1), dont nous ignorons malheureusement la date et le destinataire :

« J'ai lu les très subtiles pensées de M. de Fermat au sujet du centre de gravité ; je confesse bien volontiers qu'elles m'ont paru belles et dignes de cette sublime intelligence, que M. de Beaugrand me célébra avec force louanges lors de son passage à Rome. Je veux croire qu'il en possède une démonstration rigoureuse. M. de Beaugrand m'a dit avoir obtenu une proposition semblable : savoir, qu'un même grave, placé à des distances diverses du centre de la Terre, pèse inégalement, et que le poids est au poids comme la distance au centre de la Terre est à la distance. Aussi ai-je appliqué ma pensée à cette matière et ai-je pensé, à ce moment, que j'avais retrouvé la démonstration ; mais depuis, m'étant proposé certaines difficultés, mon ardeur pour cette spéculation s'est refroidie. Je me souviens encore que j'en avais déduit la conséquence même qu'en tire M. de Fermat, savoir qu'un grave dont le centre de gravité coïnciderait avec le centre de la Terre n'aurait aucun poids et, de plus, que la Terre entière est dépourvue de poids ; en

(1) Fermat, *Œuvres*, publiées par les soins de MM. Paul Tannery et Ch. Henry ; t. II, *Correspondance*, p. 26.

outre, j'avais trouvé qu'un grave qui descend vers le centre de la Terre, non seulement change de poids d'instant en instant, mais encore, chose qui peut sembler plus merveilleuse, que le centre de gravité se déplace continuellement en la masse de ce grave ; de plus, si un grave se meut sur place d'un mouvement de rotation, son centre de gravité change sans cesse ; aussi suis-je aisément d'accord avec M. de Fermat en ceci : Que la nature du centre de gravité n'est point du tout telle que les mécaniciens l'ont communément décrite. »

Torricelli connaissait donc les erreurs et les contradictions auxquelles on est conduit lorsqu'on traite du centre de gravité sans admettre le parallélisme des verticales ; on comprend, dès lors, pourquoi il a pris soin de formuler, avec tant de précision, cette dernière hypothèse. Par là, il a profondément transformé le principe de Statique qu'il tenait de Galilée ; il a fait disparaître toute trace de la doctrine erronée à laquelle ce principe devait sa naissance. Comme mainte proposition de Physique, c'est en reniant ses origines que la loi de Torricelli est devenue une irréprochable vérité. Mais en brisant tout lien avec l'erreur qui lui avait donné naissance, elle a perdu l'apparente évidence qui semblait en imposer l'acceptation ; elle s'est montrée dès lors ce qu'elle était réellement : un pur postulat, justifié seulement par l'accord de ses conséquences avec la réalité.

CHAPITRE XVII

LA COORDINATION DES LOIS DE LA STATIQUE

1. *Le P. Marin Mersenne* (1588-1648) — *Blaise Pascal* (1623-1662) — *Le P. Zucchi* (1586-1670) — *Le P. Honoré Fabri* (1606-1688)

Lorsque le XVII^e^ siècle parvient au milieu de sa course, l'œuvre entreprise en Statique par Stevin, par Galilée, par Roberval, par Descartes et par Torricelli se trouve accomplie. Au moment où débuta le XVI^e^ siècle, la plupart des grandes vérités de la Statique avaient été déjà entrevues, soit par les mécaniciens de l'École de Jordanus, soit par Léonard de Vinci. Puis elles s'étaient obscurcies de nouveau, et la critique étroite et partiale des géomètres les avait rejetées dans l'oubli. C'est ainsi que la brume se déchire un instant et laisse apercevoir la neige étincelante des hautes cimes qu'un nouveau nuage vient bientôt voiler. Maintenant, les propositions les plus importantes, parmi celles qui composent la Science de l'Équilibre, sont formulées d'une manière précise ; les silhouettes des principaux sommets se dessinent avec netteté. Mais il s'en faut bien que la Statique soit complètement constituée. Une théorie scientifique n'est pas la réunion de quelques grandes vérités isolées les unes des autres ; elle est un système où ces vérités s'enchaînent les unes aux autres, une classification méthodique dont l'ordre manifeste les affinités naturelles des divers principes. Or, de cet enchaînement, nul mécanicien n'a encore la claire vision. Si les principaux sommets brillent déjà, éclairés d'une vive lumière, les contreforts qui les unissent et les groupent en un même massif sont encore noyés dans l'ombre. Parfois même, les yeux qui contemplent un pic n'aperçoivent pas une cime voisine. Descartes, qui marque si nettement les contours du principe des déplacements virtuels, n'a de la loi de la composition des forces qu'une vue extrêmement confuse et inexacte.

Il reste donc, pour que la Statique soit une science faite, une œuvre importante à accomplir. Il reste à grouper les diverses lois déjà découvertes en un système un et coordonné, à montrer comment elles s'accordent entre elles, comment elles dérivent les unes des autres, comment, en chaque circonstance, elles fournissent les conditions qui suffisent à assurer l'équilibre et qui sont nécessaires pour qu'il ait lieu.

Ce travail de systématisation et de coordination, nul, plus que le P. Mersenne, n'a souhaité ardemment de le parfaire; nul ne s'y est plus activement efforcé. Malheureusement, le laborieux Minime n'était pas apte à mener à bonne fin la tâche qu'il s'était imposée. Pour classer en une théorie harmonieuse toutes ces propositions diverses et disparates, il fallait une vue claire et profonde des principes, une extrême rigueur de déduction, un sens critique très sûr et très finement aiguisé ; Mersenne était doué seulement d'une curiosité inlassable de collectionneur et d'une exubérante imagination d'artiste. Aussi, à la place du système logique qu'il eût fallu construire, ne composa-t-il qu'une compilation.

Compilation fort complète, d'ailleurs, et pour laquelle les œuvres de presque tous les mécaniciens contemporains furent mises à contribution.

Dès 1626, Mersenne avait donné son *Synopsis mathematica* (1), longue liste de propositions dues soit à des

(1) V. Chapitre XIII, 1, et Chapitre XV, 2.

géomètres anciens, soit à des auteurs modernes. A côté des théorèmes qui composent les traités d'Archimède, Mersenne avait reproduit les énoncés qui forment les ouvrages de Commandin et de Luca Valerio ; il y avait joint maint texte emprunté à Simon Stevin, à Guido Ubaldo, à Villalpand, à d'autres encore. Les *Mechanicorum libri* demeurèrent jusqu'à la fin du XVII[e] siècle le thème de plus d'un traité de Statique, d'autant qu'en 1644, Mersenne réédita son *Synopsis* (1).

En 1634 paraissent *Les méchaniques de Galilée ;* l'infatigable compilateur ne s'est pas contenté de traduire l'œuvre du grand géomètre de Pise ; il y a joint « plusieurs additions rares et nouvelles, utiles aux Architectes, Fonteniers, Philosophes et Artisans » ; et parmi ces additions, plusieurs sont empruntées aux « Méchaniques du Guid-Ubalde (2) ».

L'année 1636 voit paraître les *Harmonicorum libri ;* Mersenne y rapporte les premiers travaux de Galilée sur la chute accélérée des graves ; la Statique y tient peu de place ; cependant, on y étudie (3) de quelle manière varie la pesanteur d'un grave pendu à l'extrémité d'un bras de levier lorsque ce levier tourne autour du point d'appui ; l'influence de Benedetti, dont Mersenne ne cite pas le nom en cet ouvrage, mais qu'il invoquera en un autre écrit, est ici bien manifeste.

En la même année 1636, Mersenne donne, en français, l'*Harmonie universelle*. Là se trouve inséré le « *Traité de*

(1) *Universæ Geometriæ mixtæque Mathematicæ synopsis, et bini refractionum demonstratarum tractatus* ; studio et operâ F. M. Mersenni M. ; Parisiis, apud Antonium Bertier, viâ Jacobæâ, sub signo Fortunæ, MDCXLIV.

(2) Mersenne, *Les méchaniques de Galilée*, p. 25. Cf. L'épître dédicatoire adressée à M. de Reffuge.

(3) F. Marini Mersenni, ordinis minimorum, *Harmonicorum libri* ; Lutetiæ Parisiorum, sumptibus Guglielmi Baudry, MDCXXXVI ; Liber secundus, de causis sonorum, Propositio XXIV, Corollarium IV, p. 22.

Méchanique, des poids soustenus par des puissances sur les plans inclinez à l'horizon ; des puissances qui soustiennent un poids suspendu à deux chordes ; par G. Pers. de Roberval ». Mais le laborieux Minime ne se borne pas à adjoindre l'écrit de Roberval à la partie de son propre ouvrage qu'il a intitulée : *A. Traitez de la nature du son et des mouvemens de toutes sortes de corps. Livre second. Des mouvemens de toutes sortes de corps.* Dans cette même partie, après avoir rapporté la théorie de Galilée sur la chute des corps et critiqué les hypothèses faites par le grand physicien au sujet du plan incliné, hypothèses qui ne s'accordent pas avec ses propres expériences, Mersenne « examine (1) la 9 proposition du 8 livre des Recueils Mathématiques de Pappus, qui consiste à sçavoir quelle force est nécessaire pour soustenir un poids donné sur un plan droit incliné à l'horizon selon un angle donné, dont j'ay déjà parlé assez amplement dans la 4 addition que j'ay mis (*sic*) dans les méchaniques de Galilée ; c'est pourquoi j'ajoûte seulement ici la démonstration qu'en a fait Monsieur de Roberval, l'un des plus excellens géomètres de ce siècle ».

Roberval n'est point le seul mécanicien dont les œuvres soient étudiées dans l'*Harmonie universelle*. Peu après le passage que nous venons de citer, Mersenne nous montre (2) que la loi du plan incliné donnée par Cardan au *De Proportionibus* n'est point exacte ; puis (3) que « Cardan, Tartalea et Guid-Ubalde ont failli touchant la balance ».

Ailleurs (4), Mersenne se montre préoccupé de la diminution que peut éprouver la pesanteur d'un corps qu'on éloigne du sol. Cette préoccupation se retrouve en plusieurs passages des *Nouvelles observations physiques*

(1) Mersenne, *loc. cit.*, Proposition VII, Corollaire VIII, p. 121.
(2) Id., *ibid.*, Proposition X, Corollaire I, p. 124.
(3) Id., *ibid.*, Proposition X, Corollaire II, p. 124.
(4) Id., *Harmonie universelle*. A. Traitez de la nature des sons et des

et mathématiques, observations qui doivent prendre place à la fin de l'*Harmonie universelle*. Nous y voyons Mersenne (1) soucieux de l'objection qu'adressait Fermat à la théorie du levier donnée par Archimède ; il tient compte de la convergence des verticales au moyen du théorème des moments, « comme fait Jean Benoist dans son 3 Chapitre sur les méchaniques, ce que plusieurs excellents géomètres estiment véritable ». Auparavant, il avait reproduit (2) sur le même sujet l'étrange raisonnement de « Monsieur Fermat, conseiller au parlement de Tholose, et très excellent géomètre », non sans ajouter : « Je ne voy pas la force de cette démonstration » ; il avait aussi annoncé la prochaine publication de la Géostatique de Monsieur de Beaugrand.

L'*Harmonie universelle* traitait d'un grand nombre de questions de Mécanique ; mais ces questions, éparses en diverses parties de l'ouvrage, ne se réunissaient pas de manière à former un traité de Mécanique. Ce traité, Mersenne tenta quelques années plus tard de le composer ; il l'adjoignit à l'un de ces ouvrages touffus et désordonnés, consacrés aux questions les plus diverses, qu'il avait coutume de publier. Le *Tractatus mechanicus, theoricus et practicus*, publié à Paris, chez Antoine Bertier, en 1644, forma la seconde partie des *Cogitata physico-mathematica* (3).

mouvemens de toutes sortes de corps. Livre troisième : Du mouvement, de la tension, de la force, de la pesanteur, et des autres propriétez des chordes harmoniques et des autres corps. Proposition XIX, p. 207.

(1) Mersenne, *Harmonie universelle*, Nouvelles observations physiques et mathématiques, Ve observation, pp. 16-17.

(2) Id., *ibid.*, Livre VIII. De l'utilité de l'harmonie et des autres parties des mathématiques. Proposition XVIII, pp. 61 et seqq.

(3) Voici quelques indications sur ce curieux ouvrage :

Il est intitulé : F. Marini Mersenni Minimi *Cogitata physico-mathematica*, in quibus tam naturæ quam artis effectus admirandi certissimis demonstrationibus explicantur. Parisiis, sumptibus Antonii Bertier ; via Jacobea, MDCXLIV.

Une *Præfatio præfationum* réunit les divers traités qui composent ce

Ce *Tractatus mechanicus* n'est, en réalité, qu'une compilation fort peu méthodique des connaissances acquises en Statique par le P. Marin Mersenne.

Le *prœludium* par lequel il débute renferme quelques figures (1) relatives au levier et au plan incliné ; les *Questions mécaniques* du Stagirite inspirent la démonstration de la règle du levier, tirée des vitesses avec lesquelles se meuvent les extrémités. Visiblement, les propositions II et V (2), consacrées à la notion de moment, ont subi

volume. Elle est suivie d'un sommaire ainsi libellé : Tractatus isto volumine contenti : I. De mensuris, ponderibus et nummis Hebraïcis, Græcis et Romanis ad Gallica redactis. — II. De hydraulico-pneumaticis phænomenis. — III. De Arte nautica, seu Histiodroma, et Hydrostatica. — IV. De Musica theorica et practica. — V. De mechanicis phænomenis. — VI. De Ballisticis, seu Acontismologicis phænomenis.

Alors une *Præfatio generalis*, sans pagination, précède un écrit de 40 pages : *De Gallicis, Romanis, Hebraicis et aliis mensuris, ponderibus et nummis*. Ce traité est une seconde rédaction, plus correcte, de celui que nous allons rencontrer peu après.

Un faux titre : *Hydraulica, pneumatica, arsque navigandi, Harmonia theorica, practica et mechanica phænomena*, autore M. Mersenno M., Parisiis, sumptibus Antonii Bertier, viâ Jacobeâ, MDCXLIV, précède une épître dédicatoire au Marquis d'Estampes Valençay, le *Tractatus de mensuris, ponderibus atque nummis tam Hebraicis quam Græcis et Romanis ad Parisiensia expensis* (pp. 1-40) et le *De hydraulicis et pneumaticis phœnomenis* (pp. 41-214).

Un nouveau faux-titre : *Ars navigandi super et sub aquis, cum Tractatu de Magnete et Harmoniæ theoreticæ, practicæ et instrumentalis*. Libri quatuor. Parisiis, sumptibus Antonii Bertier, viâ Jacobæâ, sub signo Fortunæ, MDXLIV — annonce les matières qui occupent les pages 225 à 370. Là se trouve, en particulier (pp. 225-255), l'Hydrostatique.

Nous trouvons encore un faux-titre, accompagné cette fois d'un changement de pagination. Ce faux-titre porte : F. Marini Mersenni Minimi *Tractatus mechanicus, theoricus et practicus*. Parisiis, sumptibus Antonii Bertier, viâ Jacobæâ, sub signo Fortunæ, MDCXLIV. 96 pages composent ce traité.

Un dernier faux-titre, accompagné d'un troisième changement de pagination, est ainsi rédigé : F. Marini Mersenni Minimi *Ballistica et Acontismologia, in quâ sagittarum, jaculorum, et aliorum missilium jactus, et robur arcuum explicantur*. Parisiis, sumptibus Antonii Bertier, viâ Jacobæâ, MDCXLIV. Cette dernière partie compte 140 pages.

Un *Index amplissimus omnium rerum quas hoc primum volumen complectitur* termine l'ouvrage.

(1) Mersenne, *Tractatus mechanicus*, p. 2.

(2) Id., *ibid.*, p. 10 et p. 18.

l'influence de Benedetti, tandis que la proposition VI (1) reproduit des considérations de Guido Ubaldo, qui semblent méconnaître cette notion. La proposition X (2) développe, au sujet de l'utilité des poulies, des considérations qui sont empruntées à Galilée. Mais les deux auteurs auxquels Mersenne doit le plus sont Descartes et Roberval.

De Descartes, le laborieux compilateur reproduit presque en entier la lettre que ce « Vir clarissimus » lui écrivit le 13 juillet 1638 (3), et que nous avons étudiée au Chapitre XIV. Cette lettre fournit la théorie du levier (4), celle du plan incliné (5), à propos de laquelle Mersenne formule l'axiome de Descartes, enfin la variation apparente du poids d'un corps lorsque ce corps s'éloigne du centre de la Terre (6).

Le calcul de la force qui doit agir parallèlement ou obliquement à un plan incliné pour maintenir un corps pesant en équilibre sur ce plan est tiré (7) du *Traité de*

(1) Mersenne, *Tractatus mechanicus*, p. 25.
(2) Id., *ibid.*, p. 36.
(3) Il y était, du reste, dûment autorisé par une lettre de Descartes en date du 2 février 1643 (*Œuvres de Descartes*, publiées par Ch. Adam et Paul Tannery, *Correspondance*, t. III, p. 611). Descartes, en cette lettre, disait à Mersenne que plusieurs personnes, en Hollande, avaient déjà eu copie de sa Statique. Ces copies provenaient de l'exemplaire adressé à Constantin Huygens; les unes étaient en français, d'autres traduites en latin. C'est une de ces traductions latines que l'abbé Nicolas Poisson, prêtre de l'Oratoire, retraduisit en français et fit imprimer en 1668 (*a*). Jean Daniel Mayor, au contraire, ayant trouvé une copie française de l'*Explication des engins*, la traduisit en latin et la fit imprimer à Kiel en 1672.
(4) Mersenne, *Tractatus mechanicus*, Propositio III, p. 12.
(5) Id., *ibid.*, Propositio IX, p. 34.
(6) Id., *ibid.*, Propositio VII, p. 25.
(7) Id. *ibid.*, pp. 47-56.

(*a*) *Traicté de la Mécanique* composé par M. Descartes, de plus l'*Abrégé de la Musique* du même auteur, mis en français avec les éclaircissemens nécessaires, par N.P.P.D.L.; Paris, Angot, 1668. Cette traduction du *Traicté de la Mécanique* fut réimprimée en 1724, à Paris, avec la Méthode, la Dioptrique et les Météores. Victor Cousin l'a insérée au t. V de son édition des *Œuvres* de Descartes (Paris, 1825).

Méchanique composé par Roberval et inséré en l'*Harmonie universelle*.

Ce n'est point, d'ailleurs, dans le *Tractatus mechanicus* que Mersenne reproduit la théorie de Roberval touchant le parallélogramme des forces. Il la donne seulement dans la *Ballistica et Acontismologia*, où elle forme les propositions V et VI (1).

Ajoutons enfin que l'influence de Stevin, moins manifeste que celle des auteurs précédemment cités, n'est point cependant entièrement absente de la Statique de Mersenne. Elle se trahit plus clairement en d'autres parties des *Cogitata physico-mathematica*. Le mot *antisacoma*, employé en un certain lieu (2), en est déjà la trace non douteuse. Elle se marque surtout, profonde et nette, en l'Hydrostatique, que Mersenne emprunte presque entièrement au géomètre de Bruges.

Tel est ce traité de Mécanique, où les fragments tirés des écrits les plus divers s'accolent en une mosaïque grossière, sans que rien les raccorde les uns aux autres, sans qu'aucune transition atténue la dureté tranchée de leurs disparates. Visiblement, Mersenne n'était point homme à ramener à l'unité tant d'œuvres dissemblables, à mettre d'accord tant de principes, contradictoires en apparence.

Tout ce qui manquait à Mersenne pour réduire la Statique en un corps de doctrine, pénétration profonde des principes, rigueur de la déduction logique, acuité du sens critique, toutes ces qualités, Pascal les possédait au degré suprême. Il était donc merveilleusement préparé à l'œuvre qu'il s'agissait d'accomplir ; et il semble bien, en effet, qu'il s'y soit essayé. Son essai, malheureusement, ne nous est pas parvenu.

Nous en avons connaissance par un passage du *Traité*

(1) Mersenne, *Ballistica et Acontismologia*, pp. 10-18.
(2) Id., *De hydraulicis et pneumaticis phænomenis*, p. 141.

de l'Équilibre des liqueurs que Périer publia à Paris, en 1663, un an après la mort de son beau-frère. Au Chapitre II, intitulé : *Pourquoi les liqueurs pèsent suivant leur hauteur*, nous lisons ceci :

« Voici encore une preuve qui ne pourra être entendue que par les seuls géomètres, et peut être passée par les autres.

» Je prends pour principe, que jamais un corps ne se meut par son poids, sans que son centre de gravité descende...

» J'ai démontré par cette méthode, dans un petit *Traité de Mécanique*, la raison de toutes les multiplications de forces qui se trouvent en tous les autres instruments de mécanique qu'on a jusqu'à présent inventés. Car je fais voir en tous, que les poids inégaux qui se trouvent en équilibre par l'avantage des machines, sont tellement disposés par la construction des machines, que leur centre de gravité commun ne sauroit jamais descendre, quelque situation qu'ils prissent ; d'où il s'ensuit qu'ils doivent demeurer en repos, c'est-à-dire en équilibre. »

Le principe adopté par Pascal, en son petit *Traité de Mécanique*, est donc le principe formulé par Torricelli.

Pascal ne méconnaissait point, d'ailleurs, la valeur de l'axiome invoqué par Descartes. Au *Traité de l'Équilibre des liqueurs*, en ce même Chapitre II, nous lisons ceci :

« Et l'on doit admirer qu'il se rencontre en cette machine nouvelle cet ordre constant qui se trouve en toutes les anciennes : savoir, le levier, le tour, la vis sans fin, etc., qui est, que le chemin est augmenté en même proportion que la force..... De sorte que le chemin est au chemin comme la force est à la force ; ce que l'on peut prendre même pour la vraie cause de cet effet : étant clair que c'est la même chose de faire faire un pouce de chemin à cent livres d'eau, que de faire faire cent pouces de chemin à une livre d'eau, et qu'ainsi, lorsqu'une livre d'eau est tellement ajustée avec cent livres d'eau, que les cent livres ne puissent se remuer un pouce, qu'elles ne fassent remuer la livre de cent pouces, il faut qu'elles demeurent en équilibre, une livre ayant autant de force pour faire faire un pouce de chemin à cent livres, que cent livres pour faire faire cent pouces à une livre. »

Pascal admettait donc à la fois l'axiome de Descartes et l'axiome de Torricelli ; mais nous ignorons s'il était parvenu à montrer pourquoi ces deux principes s'accordaient en toutes leurs conséquences, ni même si cette question avait sollicité son attention.

Le sens critique est assurément la faculté que le P. Zucchi prisait au plus haut point. C'est avec beaucoup de finesse et de subtilité qu'il relève, en sa *Nouvelle philosophie des machines* (1), tout ce qu'ont d'inadmissible les assertions émises par Aristote, dans les premiers chapitres de ses *Questions mécaniques ;* il ne montre pas moins de sagacité lorsqu'il s'efforce de mettre en lumière les postulats implicites et, d'ailleurs, nullement évidents qu'Archimède appelle à son aide pour justifier la loi du levier.

Ce sens critique, toutefois, n'était ni si délié, ni si sûr qu'il pût guider le P. Zucchi, sans erreur ni défaillance, parmi les divers principes de Statique que les géomètres modernes avaient proposés ; entre ces axiomes disparates, il hésite ; parmi ces notions mal définies, il confond.

En un de ses axiomes (2), par exemple, il prend le mot *virtus* au sens où Descartes disait *force,* où nous disons aujourd'hui *travail ;* mais, en l'axiome suivant, le mot

(1) *Nova de Machinis Philosophia in qua, Paralogismis Antiquæ detectis, explicantur Machinarum vires unico principio, singulis immediato*, authore Nicolao Zucchio Parmensi, Societatis Jesu, olim professore Mathematicæ in Collegio Romano. Accessit exclusio vacui contra nova experimenta, contra vires Machinarum. Promotio Philosophiæ Magneticæ ; ex ea novum argumentum contra systema Pythagoricum. Romæ, typis hæredum Manelphii, MDCXXXXIX. — Une première édition de cet ouvrage avait été donnée à Paris en 1646 ; les matières mentionnées dans le titre de la seconde édition à partir du mot *accessit* ne figuraient pas dans la première édition.

(2) Zucchi, *loc. cit.*, pars secunda, sectio V. 2, p. 45.

virtus a pris le sens que nous donnons aujourd'hui au mot *force*. Le premier de ces postulats semble annoncer que l'auteur va fonder toute sa Statique sur le principe Cartésien : *Ce qui suffit à élever un certain poids à une certaine hauteur, suffit aussi à élever un poids* K *fois plus grand à une hauteur* K *fois moindre*. Mais le raisonnement tourne à l'improviste et le principe auquel il se trouve conduire est le principe Péripatéticien : *Ce qui suffit à mouvoir un certain poids avec une certaine vitesse, suffit également à mouvoir un poids* K *fois plus grand avec une vitesse* K *fois moindre*.

Toutefois, généralisant la remarque que Galilée avait faite au sujet du plan incliné, Zucchi a soin de corriger l'axiome Péripatéticien : « La vitesse ou la lenteur du mouvement, dit-il (1), doit être estimée suivant la ligne de l'inclination de la puissance motrice ou résistante ; en particulier, dans le cas des poids, elle doit être estimée suivant la verticale, car l'inclination de ces poids au mouvement vers le bas ou leur résistance au mouvement vers le haut est dirigée suivant cette ligne. »

On voit, par cette citation, avec quelle aisance les contemporains de Descartes étendaient à des puissances de direction quelconque ce qu'ils savaient être vrai au sujet des poids. Il nous semblera donc fort naturel, au § 3, que Wallis apporte une semblable généralisation à l'axiome de Statique formulé par le grand philosophe français.

Au moment où le P. Zucchi donnait à Paris la première édition de sa *Nova de machinis philosophia*, un autre savant Jésuite s'efforçait de présenter la Dynamique sous une forme entièrement logique, où les lois mathématiques de cette science fussent très exactement déduites des principes de la Philosophie naturelle ; ce Jésuite était le P. Honoré Fabri. Né dans le Bugey, en 1606 ou 1607,

(1) Zucchi, *loc. cit.*, pars tertia, sectio III, p. 86.

le P. Fabri fut professeur au Collège des Jésuites de Lyon, puis Grand Pénitencier du Saint-Office ; il mourut à Rome le 9 mars 1688. Il était, au début de sa carrière scientifique, en très fréquent commerce avec le P. Mersenne.

Le P. Fabri ne publia pas sous son nom le résultat de ses méditations sur le mouvement local ; l'ouvrage où ce résultat se trouve consigné parut (1) sous le nom d'un ami du P. Fabri, Pierre Mousnier, Docteur en Médecine.

L'ouvrage publié par Pierre Mousnier est, avant tout, un traité de Dynamique ; il est, pour l'histoire de cette science, du plus haut intérêt ; mais la Statique étant, en dernière analyse, un cas très particulier de la Dynamique, on ne s'étonnera point qu'elle se trouve touchée en cet écrit.

Le livre V, intitulé : *De motu in diversis planis*, expose la théorie du mouvement d'un grave placé sur un plan incliné ; cette théorie suppose la détermination préalable de la pesanteur apparente d'un tel grave.

Le P. Fabri fonde cette détermination sur cet axiome (2) : *Un corps grave ne se meut spontanément que pour descendre*. De ce postulat, il tire ce corollaire (3), d'où découle toute la théorie du plan incliné : *Le mouvement d'un grave est gêné dans le rapport où le chemin qu'il faut accomplir pour acquérir une hauteur déterminée ou pour accroître d'une longueur déterminée sa distance au centre est à cette longueur verticale.*

Ne voyons-nous pas dans cette formule un ressouvenir de l'ancien axiome de Jordanus : *Gravius in descendendo quando ejusdem motus ad medium rectior ?*

Ce n'est pas la seule relique de la science médiévale

(1) *Tractatus physicus de motu locali, in quo effectus omnes, qui ad impetum, motum naturalem, violentum et mixtum pertinent, explicantur, et ex principiis physicis demonstrantur* ; auctore Petro Mousnerio, Doctore medico ; cuncta excerpta ex prælectionibus R. P. Honorati Fabry, Societatis Jesu. Lugduni, apud Joannem Champion, in foro Cambii, MDCXLVI.

(2) Id., *ibid.*, p. 195, Axioma I.

(3) Id., *ibid.*, p. 196, Theorema V.

que contienne l'ouvrage du P. Fabri ; on y retrouve (1), par exemple, au sujet de la convergence des verticales, tous les paradoxes qu'avaient imaginés Albert de Saxe et son École, et que Villalpand, Bernardino Baldi et Mersenne avaient recueillis.

Le P. Fabri, ou son interprète Pierre Mousnier, ne se contente pas, d'ailleurs, de la brève allusion à la Statique que renferme le Livre consacré au plan incliné ; un appendice (2) est spécialement consacré à l'étude des engins propres à lever de grands fardeaux ; les lois fondamentales qui régissent l'emploi de ces engins s'y trouvent ramenées aux principes sur lesquels le savant Jésuite a assis sa Dynamique.

Plus nettement encore que la Statique du P. Zucchi, la Statique du P. Fabri s'identifie avec la Statique de Galilée, c'est-à-dire, en dernière analyse, avec la Statique d'Aristote, modifiée par la considération du plan incliné. Cela ressort avec évidence des divers axiomes postulés au début de cette Statique :

« Une même puissance produit plus aisément en un même mobile un mouvement moindre qu'un mouvement plus grand. — Un mouvement est d'autant moindre qu'il est plus lent, c'est-à-dire qu'il requiert plus de temps pour parcourir un espace donné. — Un poids égal à un autre ne le peut mouvoir d'un mouvement égal. — Un poids égal à un autre le peut mouvoir d'un mouvement moindre. — Un poids se meut plus aisément suivant une oblique que suivant une verticale d'autant que l'oblique est plus longue que la verticale. — Un poids peut mouvoir un poids plus grand, pourvu que le mouvement de celui-ci soit moindre que le mouvement de celui-là et que le rapport des mouvements soit moindre que le rapport des poids. — Pour qu'un poids puisse entraîner un poids plus petit d'un mouvement

(1) Pierre Mousnier, *loc. cit.*, p. 219.
(2) Id., *ibid.*, *Appendix secunda : De principio physico-statico ad movenda ingentia pondera*, p. 458.

plus grand que le sien, il faut que le rapport des poids soit plus grand que le rapport des mouvements. »

Après avoir formulé ces axiomes, l'auteur énonce en ces termes le « Problème universalissime » de la Statique : « Mouvoir un poids quelconque au moyen de n'importe quelle puissance », et il en donne cette solution générale : « Faire en sorte que le mouvement du poids soit moindre que le mouvement de la puissance et que le rapport des mouvements soit supérieur au rapport des poids. »

A cette solution est joint ce « Corollaire universalissime » : « Il résulte de là que toute l'industrie qui a pour objet de mouvoir de grands poids consiste à rendre leur mouvement de plus en plus lent ; vous pourrez augmenter le poids mis en mouvement dans le rapport où vous aurez diminué le mouvement. »

Quelques indications très sommaires marquent l'application de ce principe au levier, aux moufles, au treuil, à la vis, aux roues dentées, au plan incliné.

L'influence de Descartes, si sensible en certaines parties de la Dynamique exposée par le P. Honoré Fabri, ne se perçoit nullement ici ; toute la Statique du savant Jésuite est construite sur la notion de *momento*, telle que Galilée l'a conçue.

2. *Le* Traité de Mécanique *de Roberval*

C'est seulement d'une manière incidente, comme appendice à la théorie du mouvement local, que le P. Fabri avait traité des *Méchaniques* ; encore s'était-il borné à présenter sous une forme très générale et très concise le principe qui en justifie l'emploi ; ses leçons, publiées par Pierre Mousnier, ne pouvaient donc, en aucune façon, jouer le rôle d'un traité de Statique. Ce rôle n'était pas joué davantage par l'écrit du P. Zucchi ; cet écrit n'avait rien d'un traité complet de Statique ; c'était bien plutôt un essai critique sur les principes de la Mécanique.

C'est, au contraire, un traité complet de Mécanique que Roberval se proposait d'écrire.

La publication de cet ouvrage était ardemment souhaitée par les amis du Professeur au Collège de France. En reproduisant, dans ses *Cogitata physico-mathematica*, les théorèmes de Roberval sur le plan incliné, Mersenne espère (1) qu'il excitera « ceux qui s'adonnent aux études de Mécanique à réclamer de notre grand géomètre, qui le cède à peine à Archimède, l'exposé des autres parties de cette Science ; et à le réclamer avec tant d'importunité qu'ils finissent par l'obtenir, pour le plus grand honneur des lettres ». Ces réclamations ne furent pas assez puissantes pour vaincre la répugnance que Roberval paraît avoir éprouvée à l'égard de la publication de ses œuvres.

Le traité de Mécanique de ce grand géomètre n'était cependant point demeuré à l'état de projet ; il avait été composé en entier ; nous en avons le témoignage par une lettre que l'auteur adressait en 1650 à Hevelius (2) ; cette lettre nous fait même connaître les titres des huit livres qui devaient composer cet ouvrage : « Nous avons construit, dit Roberval, une Mécanique nouvelle, depuis les fondations jusqu'au faîte ; sauf un petit nombre, les pierres antiques avec lesquelles elle avait été édifiée jusqu'ici ont toutes été rejetées. Elle est complète en huit étages, auxquels correspondent des livres en même nombre.

» Le premier livre traite, d'une manière générale, du centre de vertu des puissances ; on y cherche s'il existe un tel centre, à quelles puissances il convient et quelles sont celles auxquelles il ne convient pas.

» Le second traite de la balance ; on y examine les poids qui se peuvent faire équilibre.

(1) Mersenni *Cogitata physico-mathematica. Tractatus mechanicus*, p. 47.

(2) *Huygens et Roberval; Documents inédits* par C. Henry. Leyde, 1880.

» Le troisième traite du centre de vertu des puissances en particulier.

» Le quatrième est consacré à un extraordinaire larcin.

» Le cinquième a pour objet les instruments et les machines.

» Le sixième a trait aux puissances qui agissent au sein de certains milieux ; on s'y occupe des corps flottants.

» Le septième est consacré aux mouvements composés.

» Le huitième, enfin, traite du centre de percussion des puissances mobiles. »

Ce traité de Mécanique ne nous est point parvenu.

Longtemps après la mort de Roberval, on publia (1), en annexe à son traité géométrique qui a pour titre : *Observations sur la composition des mouvemens*, un court fragment désigné par ces mots : *Projet d'un livre de Mécanique traitant des mouvemens composés ;* ce fragment, dont nous aurons à nous occuper au § 4, peut être regardé comme un essai pour le septième livre du traité de Mécanique; mais cet essai se borne à ce qui devait former les premières pages de ce livre.

D'autres fragments, composés par Roberval sur divers sujets de Mécanique, et presque tous inédits, se trouvent en un cahier manuscrit conservé à la Bibliothèque Nationale (2).

(1) Divers ouvrages de Mathématique et de Physique par Messieurs de l'Académie royale des Sciences. A Paris, MDCXCIII.

(2 Bibliothèque nationale, fonds latin, Ms. n° 7226. — Voici la composition exacte de ce manuscrit :

Fol. 1 : blanc — fol. 2 (recto) à fol. 30 (verso) : *Tractatus mechanicus a D. D. Roberval, anno 1645.* — fol. 31 (recto) à fol. 33 (verso) : *Demonstratio mechanica.* — fol. 34 (recto) à fol. 54 (recto) : *Lettre de Monsieur de Roberval à Monsieur de Fermates, conseiller de Thoulouze, contenant quelques propositions méchaniques.* — fol. 54 (verso) à fol. 56 (verso) : *Proposition de Monsr de Roberval qui sert à trouver les centres de gravité. Envoyée à Mr Fermat le premier avril 1645.* — foll. 57 et 58 : blancs. — fol. 59 (recto) à fol. 82 (recto) : *Theorema lemmaticum ad invenienda centra gravitatis mire inserviens a D. D. Roberval; anno 1645* (Ce fragment ne contient pas seulement le lemme dont il s'agit, mais encore l'application de ce lemme à la recherche des centres de gravité du demi-cercle, de la demi-circonférence, de la trochoïde, Parmi ces fragments, il en est assurément plusieurs que l'on doit regarder comme des ébauches de quelque livre du *Traité de Mécanique* annoncé dans la lettre à Hevelius.

Le *Tractatus mechanicus* que l'on trouve au début du cahier manuscrit ne paraît pas être autre chose que le commencement du premier livre de ce traité. C'est bien, en effet, le *centre de vertu de puissances* quelconques que Roberval se propose comme objet de ses déductions.

Roberval définit ce qu'il entend par *puissance (virtus seu potentia)* ; à ce mot, il attribue exactement le sens que nous attribuons au mot *force* ; c'est, du reste, le sens qu'il lui attribuait dès 1636, dans la lettre à Fermat que nous avons déjà mentionnée au Chapitre précédent : « Nous appelons en général une puissance, y disait-il, cette qualité par le moyen de laquelle quelque chose que ce soit tend ou aspire en un autre lieu que celuy où elle est, soit en bas, en haut ou à costé, soit que cette quantité convienne naturellement à la chose ou qu'elle luy soit communiquée d'ailleurs. De laquelle définition il s'ensuit que tout poids est une espèce de puissance, puisque c'est une qualité par le moyen de laquelle les corps aspirent vers les parties inférieures. Souvent nous appelons aussy du nom de puissance la mesme chose à laquelle la puissance convient, comme un corps pesant est appelé un poids. »

de la courbe associée à la trochoïde et du triangle). — fol. 82 (verso) et foll. 83 et 84 : blancs — fol. 85 (recto) à fol. 207 (recto) : *Traicté de Mechanique et specialement de la conduitte et élévation des eaux. Par Monsieur de Roberval* — fol. 207 (verso) à fol. 210 (recto) : *Proposition fondamentale pour les corps flottants sur l'eau.* — Le reste du cahier est blanc.

De ces divers écrits, un seul a été publié ; c'est la lettre à Fermat, écrite le 11 octobre 1636, et relative à la querelle sur la proposition géostatique ; le commencement de cette lettre fut publié en 1679, à Toulouse, dans les *Varia opera mathematica* D. Petri de Fermat, pp. 138-141 ; la lettre a été donnée in extenso par Paul Tannery et Ch. Henry dans leur édition des *Œuvres* de Fermat, t. II. *Correspondance*, art. XIV, p. 73. Tous les autres fragments sont inédits ; ils mériteraient les honneurs de la publication.

Pour employer notre langage moderne, c'est la composition des forces appliquées à un corps solide que Roberval se proposait d'étudier au premier livre de son *Traité de Mécanique*, dont le *Tractatus mechanicus* de 1645 nous présente sans doute le début.

Le problème est posé, tout d'abord, avec une grande généralité ; le corps peut être un point, une ligne, une surface ; il peut être étendu en toutes dimensions ; les forces peuvent être quelconques. Mais cette généralité ne tarde pas à subir des restrictions, explicites ou implicites ; en fait, Roberval admet que la *puissance* dont est doué chacun des éléments du solide a une grandeur invariable ; il admet qu'elle a une direction fixe ou bien qu'elle se dirige vers un centre fixe.

Ces restrictions rendent légitime le Postulat fondamental auquel Roberval attribue le troisième rang et que, dans sa lettre de 1636, il énonçait déjà en ces termes : « Si une puissance est penduë ou arrestée à une ligne flexible et sans poids, laquelle ligne soit attachée par un bout à quelque arrest, en sorte qu'elle soustienne la puissance, tirant sans empeschement contre cette ligne, la puissance et la ligne prendront quelque position en laquelle elles demeureront en repos, et la ligne sera droicte par force. Soit icelle ligne appelé le pendant ou la ligne de direction de la puissance... »

Du problème déjà restreint qui vient d'être énoncé, le *Tractatus mechanicus* de 1645 examine seulement un cas fort particulier, celui où toutes les forces qui sollicitent le corps solide sont parallèles entre elles et à une direction fixe. Ce cas particulier est étudié, d'ailleurs, avec un grand appareil de rigueur logique ; par une méthode, qui s'inspire à la fois d'Archimède et de Pappus, sont établies l'existence et les propriétés du centre des forces parallèles.

Un commencement de recherches sur la composition des puissances semblables, appliquées à des solides semblables, termine ce fragment sans l'achever ; du premier livre du *Traité de Mécanique* annoncé à Hevelius, livre dont la lettre écrite en 1636 à Fermat nous permet de deviner le plan, la plus grande partie, et la plus neuve, fait défaut.

Le second livre de ce traité était consacré à la balance ; c'est sans doute à ce second livre qu'était destinée la *Demonstratio mechanica* conservée par le Manuscrit de la Bibliothèque Nationale. Cette *démonstration mécanique* est celle de la loi du levier ; comme forme, elle imite les rigoureuses déductions des géomètres grecs ; comme fond, elle se rapproche de celle qu'avaient adoptée Stevin et Galilée.

Selon la lettre qu'il adressait à Hevelius, Roberval traitait, en son troisième livre, « du centre des vertus des puissances en particulier ». Qu'entendait-il par là ? Sans doute la recherche géométrique des centres de gravité de certaines figures, recherche à laquelle il avait consacré une bonne part de son talent de géomètre. Nous trouvons, probablement, une partie des matériaux qui sont entrés dans la composition de ce livre, lorsque nous lisons, au Manuscrit que conserve la Bibliothèque Nationale, la *Proposition de Mons^r de Roberval qui sert à trouver le centre de gravité* et le *Theorema lemmaticum ad invenienda centra gravitatis mire inserviens a D. D. Roberval, anno 1645.*

La proposition qui fait le principal objet de ces deux écrits énonce la propriété fondamentale du centre de gravité d'un nombre quelconque de points matériels : Le moment, par rapport à un plan quelconque, de la masse totale des points, réunie en leur centre de gravité, est égal à la somme algébrique des moments de ces points par rapport au même plan. Ce théorème se trouvait implicitement à la base de toutes les recherches de centres de gravité, aussi bien de celles qui avaient été accomplies dans l'antiquité par Archimède ou Pappus que de celles qui avaient été poursuivies dans les temps modernes par Commandin, Maurolycus, Guido Ubaldo, Stevin et Luca Valerio ; ou, pour mieux dire, ces recherches utilisaient un cas particulier de ce théorème, le cas où le plan choisi passe par le centre de gravité ; mais jamais, croyons-nous, il n'avait été énoncé et démontré dans son entière généralité.

La démonstration de Roberval procède avec ce luxe compliqué d'appareil déductif où se complaisait habituellement notre géomètre ; en la rédaction latine du *Theorema lemmaticum*, ce luxe est vraiment excessif ; on souhaiterait plus de brièveté et de simplicité. A cette rédaction, d'ailleurs, sont jointes d'intéressantes applications du lemme qui y est démontré ; ces applications concernent la recherche des centres de gravité du demi-cercle, de la demi-circonférence, de la trochoïde (1), de la courbe associée à la trochoïde et du triangle.

Que le troisième livre annoncé à Hevelius eût bien pour objet la recherche des centres de gravité particuliers, nous en trouvons la confirmation dans le titre du quatrième livre : « Quartus, de fure mira continet ». Roberval y voulait, sans doute, rapporter l'étrange larcin dont il fut victime de la part de Torricelli ; Pascal nous a conté, dans l'*Histoire de la Roulette*, cet impudent plagiat (2).

Un fragment sur les corps flottants : *Proposition fondamentale pour les corps flottants sur l'eau*, termine le cahier manuscrit conservé à la Bibliothèque Nationale ; il eût servi, sans doute, à la composition du sixième livre du *Traité de mécanique*.

Notre manuscrit ne renferme rien qui ait trait aux mouvements composés, dont devait s'occuper le septième

(1) C'est le nom par lequel Roberval désigne la courbe que Pascal nomme la *roulette* et que l'on appelle communément aujourd'hui la *cycloïde*, selon la proposition de Beaugrand.

(2) *Œuvres complètes* de Blaise Pascal, tome III, p. 338 ; Paris, Hachette, 1880.

livre ; comme nous l'avons dit, le *Projet d'un livre de Mécanique traitant des mouvements composés*, qui fut publié en 1693, semble un essai de rédaction du début de ce livre.

L'objet du huitième livre était le centre de percussion des puissances mobiles, au sujet duquel une si vive discussion s'était élevée entre Roberval et Descartes. Le manuscrit de la Bibliothèque Nationale ne contient rien qui ait trait à cet objet.

Si nous laissons de côté le traité élémentaire dont nous parlerons tout à l'heure, nous ne trouvons rien non plus, en notre manuscrit, qui ait pu entrer dans la composition du cinquième livre, consacré « aux instruments et aux machines ». Cette lacune est particulièrement regrettable ; c'est en ce livre, assurément, que Roberval eût exposé en entier les démonstrations dont le *Traité de Méchanique*, inséré en l'*Harmonie universelle* de Mersenne(1), contenait seulement l'ébauche.

Ainsi nous ne possédons point le *Traité de Mécanique* que Roberval avait composé, comme en témoigne sa lettre à Hevelius ; le cahier manuscrit conservé à la Bibliothèque Nationale nous présente seulement certains fragments que Roberval avait, semble-t-il, fait réunir et classer pour les employer dans la construction de ce grand ouvrage.

Si incomplets et disparates que soient les matériaux réunis sous nos yeux, ils suffisent à nous faire deviner les proportions et le plan de l'édifice achevé ; la perte de cette œuvre paraît être définitive ; elle mérite de vifs regrets. Le *Traité de Mécanique* de Roberval était, à coup sûr, un monument ample et puissant, où les doctrines élaborées au début du XVII^e^ siècle se trouvaient ordonnées et classées ; le souci de la déduction rigoureuse, poussé jusqu'à la minutie, le rendait certainement prolixe et compliqué ; mais les géomètres qui souhaitaient que la science de

(1) Ce traité était aussi vendu séparément à Paris, par Richard Charlemagne, rue des Amandiers, à la Vérité Royalle, MDCXXXVI.

l'équilibre fût développée avec une parfaite clarté y trouvaient l'entière satisfaction de leurs désirs.

Roberval ne s'était pas seulement soucié des aspirations des géomètres, amis des savantes et rigoureuses déductions ; il avait aussi songé aux besoins des artisans ; ceux-ci n'ont ni assez de force d'esprit, ni assez de loisir, pour suivre les raisonnements par lesquels, d'un petit nombre de postulats simples et généraux, on peut tirer avec méthode les diverses lois de la Mécanique ; et cependant, il leur est nécessaire d'user de ces lois, partant d'en prendre une connaissance claire, précise et assurée. C'est pour leur procurer l'avantage d'une telle connaissance que fut sans doute composé le *Traicté de Mechanique et specialement de la conduitte et elevation des eaux, par Monsieur de Roberval*, traité dont le texte, malheureusement inachevé, occupe la plus grande partie du Manuscrit de la Bibliothèque Nationale.

Ce *Traicté de Méchanique* n'est pas daté ; mais un passage qu'il renferme nous peut donner une indication sur l'époque où il fut composé. Traitant de l'élévation des eaux au moyen du « Syphon », Roberval s'exprime en ces termes (1) :

« Et quoyque par ce moyen il semble qu'on peut faire passer l'eau par une haute montaigne, touttefois on se souviendra qu'une telle conduitte d'eau est impossible aux lieux plus haults que 32 pieds de France, et qu'un peu au dessoubs de 32 pieds, elle est fort mal asseurée par deux raisons. La première qu'il est fort difficile que le Syphon soit si bien soudé que l'air n'y trouve bientost passage, et par ce moyen le Syphon s'emplissant d'air, l'eau ne coule plus. L'autre raison est qu'en une grande haulteur il faut un syphon trop hault, ainsy il est subject à crever. »

L'expérience de Torricelli a mis en la pression de

(1) Roberval, *loc. cit.*, fol. 176, verso.

l'atmosphère la raison véritable des effets que mentionne Roberval. Il est clair que celui-ci n'a encore, à l'époque où il rédige son *Traicté de Méchanique*, aucune idée de cette expérience célèbre. Or c'est en 1644, qu'au retour d'un voyage en Italie, Mersenne répéta à Paris l'expérience de Torricelli et « la divulgua en France, non sans l'admiration de tous les savans et curieux » (1). Familier de Mersenne, Roberval dut connaître un des premiers l'importante « expérience d'Italie ». Si donc il l'ignore en son *Traicté de Méchanique*, c'est apparemment que ce traité fut rédigé avant 1644.

En ce *Traicté de Méchanique*, plus de définitions, de postulats, de déductions ; mais un exposé très clair, très simple, très exempt de prétentions à la science abstruse, présente les principaux enseignements de la Mécanique; en lisant ce petit ouvrage, on se prend parfois à songer au *Traité de l'équilibre des liqueurs* et au *Traité de la pesanteur de la masse de l'air*, ces deux immortels chefs-d'œuvre de Pascal ; le *Traicté de Méchanique* de Roberval procède du même esprit.

La Dynamique, la Mécanique des fluides en forment la plus grande partie. « Mais auparavant, dit l'auteur, nous donnerons quelque cognoissance des Instruments de la Méchanique, sçavoir autant qu'il en sera besoin pour fabriquer ceux qui servent à nostre dessein de la conduitte et elevation des eaux ». Voilà pourquoi le traité débute par l'étude des « cinq genres principaux d'instruments reguliers et dont les forces sont cognües, sçavoir la balance, le levier, la roüe avec son aissieu, les poulies ou les moufles, et le plan incliné auquel se reduisent le coin et la visz ».

C'est en cet écrit que l'on peut retrouver les marques de l'influence exercée sur Roberval par Bernardino Baldi ; nous avons relevé ailleurs (2) quelques-unes de ces mar-

(1) Pascal, *Nouvelles expériences touchant le vide* ; au lecteur (*Œuvres complètes* de Blaise Pascal, Ed. Hachette, 1880 ; p. 1).

(2) Cf. P. Duhem, *Bernardino Baldi, Roberval et Descartes* (Bulletin Italien, t. VI, janvier 1906).

ques ; citons seulement ici la discussion touchant la stabilité et la sensibilité de la balance ; non seulement Roberval y reproduit fort exactement ce que Baldi avait dit à ce sujet (1), mais encore il transforme en une erreur formelle un passage douteux écrit par l'abbé de Guastalla ; parlant des balances où le centre de gravité du fléau se trouve au-dessous de l'axe de rotation, Roberval s'exprime en ces termes (2) : « La troisiesme sorte est sujette à tromper, quand le centre de pesanteur est au dessoubs de celuy du mouvement. »

Ce n'est pas en ce traité élémentaire qu'il nous faut chercher aucune vérité nouvelle de Statique ; Roberval se borne à formuler avec clarté et simplicité les lois qui étaient déjà connues par les travaux de ses prédécesseurs ou par les siens ; c'est ainsi que les propriétés du plan incliné sont exposées avec grand soin. Contentons-nous de citer ce passage (3), relatif à l'égalité du travail moteur et du travail résistant dans les machines ; il ne diffère guère de ce que nous avons lu au *De subtilitate* de Cardan ou en *La Raison des forces mouvantes* de Salomon de Caus :

« Enfin il faut remarquer, ce qui est vray non seulement au levier, mais aussy en tous les autres instruments, touchant le mouvement et le chemin que font les poids et la puissance qui les meut par le moyen de l'instrument, sçavoir que s'ils agissent par des bras égaux ou par des distances égales, ils font des chemins égaux ; s'ils agissent par des distances inégales, celuy qui agit par la plus grande fait le plus de chemin, à proportion que sa distance est plus grande, et partant, il s'ensuit que le moindre des deux, soit la puissance ou le poid, estant celuy qui, en récompense, doit avoir le plus grand bras ou la plus grande distance, sera aussy celuy qui aura le plus de chemin. Il

(1) V. ci-dessus, Chapitre XV, 2e Période ; p. 133.
(2) Bibliothèque Nationale (fonds latin), Ms. 7226, fol. 89, recto.
(3) Bibliothèque Nationale, (fonds latin), Ms. 7226, fol. 99, verso.

s'ensuit encore que, à proportion, il faudra plus de temps à celuy qui agira par le plus grand bras pour faire cheminer l'autre, ou au contraire. Par exemple, posant une petite puissance, laquelle doit mouvoir un grand poid, il faudra que cette petite puissance ayt, à proportion, un plus grand bras, et partant qu'elle fasse beaucoup de chemin, et ainsy qu'elle employe beaucoup de temps, pendant que le poid fera beaucoup moins de chemin ; sçavoir que si le bras de la puissance est 10 fois aussy grand [que celuy du poid] (1), il faudra que pour faire cheminer un pied, elle chemine dix pieds ; par ce moyen, le poid se meut fort lentement, et faut beaucoup de temps pour faire cheminer assez peu.

» Ce que nous venons de dire est pour donner advertissement qu'il ne faut point espérer d'espargner ensemble du temps et de la puissance, ny faire un grand effect avec peu de force, sinon en beaucoup de temps ; et en quoy se trompent ordinairement les ignorants qui sont cause de se faire mocquer d'eux, et de la science aussy, sur laquelle les autres ignorants en rejettent souvent la faulte mal à propos. »

Roberval a donc consacré une très grande part de son activité scientifique à composer un vaste et rigoureux traité de Mécanique à l'usage des géomètres, à rédiger un exposé élémentaire de cette même science pour la commodité des artisans. Mais, selon son étrange coutume, il n'a point fait imprimer ces deux ouvrages ; le premier est aujourd'hui perdu, le second est encore inédit. Aussi ces *Traités de Mécanique,* demeurés inconnus, ne pouvaient-ils satisfaire au besoin de plus en plus pressant qui poussait aussi bien les géomètres que les artisans à désirer une Statique complète et coordonnée.

(1) A la place de ces mots, le texte, par erreur évidente du copiste, dit : qu'elle.

3. *John Wallis (1616-1703)*

Les géomètres, sinon les artisans, virent bientôt leur désir comblé par la publication du traité (1) monumental qu'avait composé John Wallis.

En effet, les trois volumes consacrés par le grand géomètre anglais à la Statique, à la Dynamique, à l'Hydrostatique, sont un véritable monument élevé à la Mécanique, le plus ample, le plus systématique qui ait été composé depuis l'œuvre de Stevin.

La Statique de Wallis n'est point, d'ailleurs, sans analogie avec la Statique de Stevin. On y trouve le même souci, parfois exagéré, de rigueur géométrique, le même désir de ne laisser passer aucune supposition, si claire soit-elle, aucun corollaire, si évident qu'on l'imagine, sans qu'un énoncé formel et précis les signale. On éprouve aussi, il faut bien l'avouer, à la lecture de ces deux ouvrages, la même fatigue causée par l'usage excessif d'un appareil logique si compliqué.

Sur quelle hypothèse doit-on faire reposer toute la Statique ?

En toute machine, deux *puissances (potentiæ)* s'opposent l'une à l'autre et doivent se contrebalancer exactement pour que l'équilibre s'établisse ; l'une est la *force motrice (vis motrix)*, l'autre la *résistance (resistentia)* ; comment évaluera-t-on ce dont chacune d'elles est capable, soit pour déterminer le mouvement de la machine, soit pour l'empêcher ?

(1) Johannis Wallis *Mechanica, sive de Motu. Tractatus geometricus.* Pars prima, in qua De motu generalia, De gravium descensu et motuum declivitate, De libra. Londini, MDCLXIX. — Pars secunda, quæ est de centro gravitatis ejusque calculo. Londini, MDCLXX. — Pars tertia, in qua De vecte, ..., De cuneo, De elatere et resilitione seu reflexione, De hydrostaticis et aëris æquipondio, variisque quæstionibus mechanicis. Londini, MDCLXXI. — Réimprimé dans : Johannis Wallis *Opera mathematica.* Volumen primum. Oxoniæ, e Theatro Sheldoniano, MDCXCV.

Deux solutions sont en présence.

L'une est celle que Galilée a tirée de l'ancienne Dynamique péripatéticienne : Pour connaître ce dont est capable un poids, qu'il soit moteur ou résistant, on calculera son *momento*, c'est-à-dire qu'on multipliera ce poids par la *vitesse* du mouvement de son point d'application ou mieux par la projection de cette vitesse sur la verticale.

L'autre est celle qui a pris naissance au sein de l'École de Jordanus, qu'Herigone et Roberval ont adoptée, que Descartes a formulée avec netteté et défendue avec âpreté : Pour déterminer ce dont un poids est capable, on multipliera ce poids par le *chemin* que décrit son point d'application ou, pour parler plus exactement, par la projection de ce chemin sur la verticale.

Entre les deux solutions, Wallis hésite (1) et, au lieu de résoudre son hésitation en une décision nette, en un choix non équivoque, il adopte une étrange demi-mesure, une véritable cote mal taillée.

Ce que peut la force motrice aura pour mesure le *momentum* de cette force ; la capacité de la résistance sera marquée par son *impedimentum*. Or, tandis que le *momentum* sera le produit de la force motrice par la vitesse du point d'application, l'*impedimentum* s'obtiendra en multipliant la résistance par le chemin que parcourt le point où elle s'applique :

« *Momentum* appello, id quod motui efficiendo conducit.

» *Impedimentum*, id quod motui obstat, vel eum impedit.

» *Momentum* eadem ratione a verbo *moveo* descendit, atque *Impedimentum* ab *impedio*...

» Ad *momentum* refero *vim motricem* et *celeritatem* (2). Quæ, quo majora sunt, eo magis efficitur motus.

(1) Johannis Wallis *Mechanica*. Pars prima. Cap. I : De motu generalia.

(2) Par un lapsus évident, Wallis dit ici : *tempus*, au lieu de : *celeritatem*.

« Ad *impedimentum* refero *resistentiam* et *distantiam*. Quæ, quo majora sunt, eo magis motus impeditur. »

Il n'est point permis de dire que l'équilibre est produit par l'égalité entre le *momentum* et l'*impedimentum* ; ce sont grandeurs d'espèces différentes, entre lesquelles il ne peut y avoir égalité ; un *momentum* qui équilibre exactement un *impedimentum* ne lui est point égal ; selon l'expression adoptée par Wallis, il lui est *équipollent*.

Cette cote mal taillée entre la doctrine Galiléenne et la doctrine Cartésienne ne peut que compliquer inutilement les propositions de la Statique ; elle rend infiniment gauche et pénible le premier Chapitre de la Mécanique de Wallis. Ce grand géomètre l'a sans doute reconnu, car il n'a pu garder cette étrange demi-mesure et, à partir du second Chapitre (1), il est devenu résolument Cartésien.

Un grave, dit-il, tant qu'il n'en est point empêché, tend à descendre ; il ne descend qu'autant qu'il s'approche du centre de la Terre ; il ne monte qu'autant qu'il s'en éloigne. Sa propension à un mouvement déterminé est mesurée par la *grandeur de sa descente* en ce mouvement ; sa répugnance à un certain déplacement par la *grandeur de son ascension* en ce déplacement. La *grandeur de la descente* d'un poids est le produit de ce poids par la hauteur dont il s'est abaissé ; la *grandeur de l'ascension* est, de même, le produit du poids par la hauteur dont il s'est élevé.

Lorsqu'on a affaire à un système de plusieurs graves, on peut former, d'une part, la somme de toutes les descentes et, d'autre part, la somme de toutes les ascensions ; si la première somme excède la seconde, l'excès représente la grandeur de la descente totale ; si la seconde somme surpasse la première, l'excès représente la grandeur de l'ascension totale ; entre ces deux cas, se place celui où la somme des descentes est précisément égale à la somme des ascensions.

(1) Johannis Wallis *Mechanica*, Pars prima, Cap. II. De gravium descensu et motuum declivitate.

Dans le premier cas, le système tend à se mouvoir dans le sens qui a été supposé réalisé lorsqu'on a calculé les descentes et les ascensions partielles ; dans le second cas, il tend à prendre le mouvement contraire ; dans le troisième cas, il ne tend à se mouvoir ni dans un sens, ni dans l'autre ; il demeure en équilibre.

Tels sont les principes que formule Wallis, donnant une forme très générale à l'axiome Cartésien.

Cet axiome, le grand géomètre anglais va le généraliser encore davantage.

Descartes avait presque continuellement supposé que les forces en balance fussent des poids, et il avait borné à ce cas l'énoncé de son principe de Statique. Nous avons fait remarquer, au Chapitre XIV, combien il était aisé de l'étendre à tel point qu'il pût s'appliquer à toute espèce de forces. Bien que la possibilité de cette extension n'ait pu échapper à la clairvoyance du grand philosophe, celui-ci avait négligé d'en donner la formule. Cette généralisation, Wallis va la signaler et y insister.

Il remarque (1) d'abord, comme Descartes l'avait fait avant lui, que le principe fondamental de la Statique n'implique aucune hypothèse au sujet de la nature de la gravité ; que l'on y voie une qualité innée en tout corps pesant ; ou bien une attraction, analogue aux actions électriques et magnétiques, exercée par la Terre ; ou bien une pression qui pousse les graves vers le centre du globe, peu importe. Il suffit que l'on entende sous le nom de gravité la force qui se manifeste aux sens, la force qui meut les corps graves vers le bas, quelle qu'en soit la nature.

Mais si les lois de Statique qui concernent la gravité n'ont rien qui dépende de la nature particulière de cette force, elles doivent s'étendre, *mutatis mutandis*, à toute sorte de forces : « Ce que nous avons dit au sujet de la gravité et du centre de la Terre peut se répéter de n'im-

(1) Johannis Wallis *Mechanica*, Pars prima, Cap. I, Art. XII.

porte quelle force motrice et du terme vers lequel elle tend. »

« La descente d'un grave est mesurée (1) par la quantité dont il s'est approché du centre de la Terre ; son ascension, par la quantité dont il s'en est éloigné. Aussi, d'une manière entièrement générale, le progrès dû à une force motrice est mesuré par le mouvement effectué dans la direction de cette force, le recul par le mouvement en sens contraire. »

« Les valeurs (2) des descentes de divers graves sont entre elles dans le même rapport que les produits des poids par les hauteurs de chute ; les ascensions s'évaluent d'une manière semblable... D'une manière entièrement générale, les progrès ou les reculs effectués sous l'action de forces motrices quelconques s'évaluent en formant les produits des forces par les longueurs des progrès ou des reculs estimés selon la ligne de direction des forces. »

La règle est donc bien claire, qui permet de passer du cas de la pesanteur au cas d'une force quelconque ; il est maintenant facile à Wallis de poser les fondements d'une Statique entièrement générale ; il lui suffit, à la suite des énoncés (3) où il formule les hypothèses sur lesquelles repose la Statique des corps pesants, d'ajouter ces mots : « Idem intellige, mutatis mutandis, de quacumque vi motrice ».

Ainsi se trouve formulé le principe fondamental de cette Statique où le géomètre anglais montre une profonde pénétration des écrits de ses prédécesseurs, aussi bien de Torricelli (4) que de Jordanus (5), de Tartaglia et de Guido-Ubaldo.

(1) Johannis Wallis *Mechanica*, Pars prima, Cap. II, Prop. III.

(2) Id., *ibid.*, Pars prima, Cap. II, Prop. V.

(3) Id., *ibid.*, Propp VI et VIII.

(4) Cf. : Id., *ibid.*, Cap. III, De libra, où se manifeste une évidente influence de Torricelli.

(5) Cf. : Id., *ibid.*, Cap III ; en particulier, voir la Prop. XIV et les deux scholies.

Pour tirer ce principe de celui qu'avait formulé Descartes, quelle besogne Wallis a-t-il dû accomplir ? Presque aucune. Il lui a suffi d'expliciter certaines affirmations qui demeuraient implicites dans l'essai du grand philosophe, de produire certaines généralisations dont la nécessité était évidente de prime abord.

D'autre part, lorsque Jean Bernoulli voudra énoncer le principe des déplacements virtuels, quelle transformation devra-t-il faire subir au postulat de Wallis ? Presque aucune. Ce que Wallis considère lorsqu'il veut évaluer la tendance d'une force à produire un mouvement déterminé, c'est ce que l'on a nommé depuis le *moment virtuel* ou le *travail virtuel* de cette force ; c'est par l'égalité entre la somme des moments virtuels positifs et la somme des moments virtuels négatifs qu'il caractérise l'équilibre.

Assurément, en ses énoncés, Wallis considère des déplacements virtuels finis, qu'il suppose rectilignes ; il suppose que les forces sont constantes en grandeur et en direction. Mais déjà, il entrevoit les procédés infinitésimaux qui permettront de se débarrasser de ces entraves ; il reconnaît (1), comme Descartes l'avait déjà reconnu avant lui, qu'une trajectoire curviligne peut être remplacée par sa tangente, une surface courbe sur laquelle le poids s'appuie par son plan tangent ; il aperçoit (2) l'artifice analogue qui permettra de considérer des forces variables en grandeur et en direction.

Lorsque Jean Bernoulli voudra donner sa formule définitive au principe des déplacements virtuels, il lui suffira de réunir les énoncés épars dans le traité de Wallis et de les revêtir de la forme infinitésimale.

C'est donc par une simple nuance que le principe de Wallis se distingue de celui de Descartes ; c'est par une nuance moins perceptible encore que la formule de Jean Bernoulli se sépare de la formule de Wallis. Or, trente-

(1) Johannis Wallis *Mechanica*, Pars prima, Cap. II, Prop. XV.
(2) Id., *ibid.*, Prop. XVII. Scholium.

deux années se sont écoulées entre la lettre de Descartes à Constantin Huygens et la Statique de Wallis, tandis que quarante-huit ans séparent la publication de cette Statique de la lettre que Jean Bernoulli écrivit à Varignon. Tant est lent et pénible le progrès de la vérité en la science humaine !

4. *Les grands traités de Statique de l'École jésuite — Le P. De Challes (1621-1678) — Le P. Paolo Casati (1617-1707)*

Composé suivant les règles d'une logique trop savante et trop compliquée, borné d'ailleurs à l'étude des machines les plus simples, le traité de Wallis n'était point propre à satisfaire les désirs de la plupart des physiciens ou des artisans.

« Les traitez, écrivait (1) le P. Pardies en 1673, qu'on a publiez des loix du mouvement, de la résistance des corps, de la force des percussions, de l'équilibre des liqueurs, de la dureté, de la pesanteur, et beaucoup d'autres, sont asseûrement des ouvrages dignes de la subtilité de leurs auteurs, et de la politesse du siècle ; mais après tout, on ne peut pas dire que ce soit là une Méchanique. Ce sont de belles parties, mais elles ne sont pas un corps, puisque ce sont des productions de divers Auteurs, qui ont eû diverses veûës, qui n'ont point concerté ensemble, pour concourir à un même dessein, et qui même ont raisonné sur des principes differens.

» J'avais toûjours espéré que ce grand ouvrage de M. Wallis, que nous attendions depuis si longtemps, comprendrait tout ce qu'on peut souhaiter sur ce sujet ;

(1) *La Statique ou la science des forces mouvantes*, par le P. Ignace Gaston Pardies, de la Compagnie de Jésus. Paris, chez Sebast. Mabre-Cramoisy, Imprimeur du Roy, Ruë S[t] Jacques, aux Cicognes, MDCLXXIII. Préface.

et je n'en doutois presque plus, quand je vis trois grands tomes in-4° sous le titre de *Méchanique* et de *Science du Mouvement*. Mais j'ay trouvé que cet Ouvrage excellent en soy et admirable, est plus propre à contenter ceux qui sont déjà consommez dans cette science, qu'à instruire ceux qui veulent l'apprendre ; car outre qu'il s'en faut bien qu'il ne comprenne tout, il est écrit d'une manière si sçavante et si géométrique qu'il y a fort peu de personnes capables de le comprendre. »

A l'époque où le P. Pardies écrivait ces lignes, le désir de posséder un traité de Mécanique à la fois aisé et complet, était si commun et si vif que Louis XIV et Colbert s'en émurent ; en 1675, ils entretinrent l'Académie des Sciences de ce désir et la pressèrent d'y donner satisfaction:

« Le Roi (1) voulut que l'Académie travaillât incessamment à un Traité de Méchanique, où la Théorie et la Pratique fussent expliquées d'une manière claire et à la portée de tous ; on devoit cependant séparer de la Théorie tout ce qui pouvoit appartenir de trop près à la Physique, tout ce qui pouvait faire naître de la dispute, on devoit le renfermer dans une espèce d'Introduction à tout l'Ouvrage. On décriroit ensuite dans l'Ouvrage même toutes les Machines en usage dans la Pratique des Arts, soit en France, soit dans les Pays Étrangers.

» Ce fut ce que M. Colbert fit sçavoir par M. Perrault à l'Académie, le 19 Juin de cette année. La Compagnie fit dans le cours de quelques Assemblées ses Réflexions sur ce sujet ; et M. Du Hamel fut chargé de rendre compte à M. Colbert du résultat des Ecrits de chacun. MM. Picard, Hughuens, Mariotte et Blondel travaillèrent de concert aux Préliminaires ; MM. de Roberval et Roëmer traittèrent aussi cette Matière en particulier ; on chargea M. Buot de dresser le Catalogue des Machines,

(1) HISTOIRE DE L'ACADÉMIE ROYALE DES SCIENCES. Tome I : Depuis son établissement en 1666 jusqu'à 1686. Paris, MDCCXXXIII, p. 199.

et d'en faire faire les Desseins ; on lui donna pour aides M. Couplet, et MM. Pasquier et Du Vivier. »

L'ouvrage demandé à l'Académie ne vit jamais le jour, que je sache ; mais les traités de Mécanique rédigés par des particuliers se pressèrent, de plus en plus nombreux.

Ces traités, malheureusement, n'étaient point seulement fort nombreux ; ils étaient souvent fort médiocres. Parmi leurs auteurs, les uns, préoccupés de ne rien omettre, mais peu soucieux de l'unité, ramassaient pêle-mêle et sans choix tout ce qui avait été dit sur la Statique ; d'autres, au contraire, par une critique pointilleuse et malveillante, rejetaient même les vérités les plus sûres et les principes les plus féconds.

C'est un ouvrage (1) d'aspect imposant et antique que le *Cours ou Monde Mathématique* du P. Claude François Milliet Dechales ou De Challes. Les déductions et les discussions s'y poursuivent selon la méthode lente, sévère et rigoureuse de la Scolastique.

En ces discussions aux formes péripatéticiennes, on devine la continuelle influence de très vieux auteurs ; non seulement le *Synopsis* de Mersenne a été mis à contribution (2), mais à chaque instant, on retrouve des allusions au traité du Précurseur de Léonard de Vinci, au *Jordani Opusculum de ponderositate* édité par Curtius Trojanus ; ici (3), le savant Jésuite réfute l'opinion de cet auteur

(1) R. P. Claudii Francisci Milliet Dechales, Camberiensis, e Societate Jesu, *Cursus seu Mundus mathematicus*. Tomus secundus, complectens Geometriam practicam, Staticam, Geographiam, Tractat. de Magnete, Architectonicam civilem, Artem tignariam, et Tractat. de Lapidum sectione. — Editio altera, ex manuscriptis Authoris aucta et emendata, operâ et studio R. P. Amati Varcin, ejusdem Societatis. — Lugduni, apud Anissonios, Joan. Posuel et Claud. Rigaud. MDCLXXXV.

La première édition, en deux volumes, du *Cursus seu Mundus mathematicus* parut à Lyon en 1674 ; je n'ai pu la consulter.

(2) *Ibid.* Tractatus nonus : Statica, seu de Gravitate Terræ. Liber octavus : Proprietates centri gravitatis et lineæ directionis.

(3) *Ibid.* Tractatus octavus : Mechanica. Liber Primus : De vera causa et principio augmenti potentiæ per machinam.

touchant l'influence que le milieu exerce sur le mouvement des projectiles ; là (1), il lui emprunte la démonstration de la règle du levier ou certaines propositions (2) touchant la balance.

Il est vrai que le P. De Challes rajeunit parfois d'assez étrange façon les emprunts qu'il fait à d'anciens mécaniciens ; ce qu'il prend dans leurs œuvres, il l'attribue volontiers à quelques-uns de ses contemporains qui sont ses confrères ou ses amis.

Ainsi la démonstration de la loi du levier composée par Stevin et par Galilée, à l'imitation d'un raisonnement connu dès le XIII[e] siècle, est donnée (3) par le P. De Challes comme étant du P. Léotaud (1595-1672), son confrère en la Société de Jésus. La réduction du problème du plan incliné au problème du levier, effectuée par Galilée dès ses premiers travaux, conservée par Roberval, reprise en sens inverse par Descartes, est (4) « de mon ami, M. Reynaud, homme fort versé aux mathématiques ».

Le Principe de Statique admis par le P. De Challes est exactement celui qu'Aristote postule en ses *Quæstiones mechanicæ ;* mais au cours de son exposé, ce principe se transforme peu à peu comme il s'est transformé dans les écrits de Galilée.

Pour évaluer l'effet mécanique d'un poids, il faut connaître sa *quantité de mouvement* ; « cette quantité de mouvement s'obtient (5) en multipliant le nombre des parties du poids par la vitesse ; et comme nous ne con-

(1) *Cursus seu Mundus mathematicus.* Tractatus nonus : Statica, seu de Gravitate Terræ. Liber tertius : De descensu gravium in planis inclinatis et funependulis : Definitiones — Liber quartus : De æquiponderantibus. Propositio IV.

(2) *Ibid.* Tractatus nonus : Statica, seu de Gravitate Terræ. Liber quartus : De æquiponderantibus. Prop. XV.

(3) *Ibid.* Tractatus octavus : Mechanica. Liber primus : De vera causa et principio augmenti potentiæ per machinam, p. 168.

(4) *Ibid.* Tractatus nonus : Statica seu de Gravitate Terræ. Liber tertius : De descensu gravium in planis inclinatis et funependulis. Propositio VIII.

(5) *Ibid.* Tractatus octavus : Mechanica. Liber primus : De vera causa et principio augmenti potentiæ per machinam. Prop. XVII.

naissons ni ne mesurons la vitesse autrement que par l'espace parcouru dans un temps déterminé, pour connaître la quantité de mouvement, il nous faudra multiplier le nombre des parties du poids par l'espace parcouru... »

Si, en une machine, deux poids s'opposent l'un à l'autre « de telle manière qu'il se trouve en chacun d'eux même quantité de mouvement, il y a équilibre ».

« Deux mobiles sont donc égaux en force (1) lorsque leurs grandeurs sont en raison inverse de leurs vitesses. » En sorte qu'« aucune machine n'augmente les forces de la puissance (2) ». « Si les forces de la puissance peuvent s'appliquer à un plus grand poids (3), c'est que la quantité de mouvement est diminuée dans le poids ou augmentée dans la puissance. » Donc « autant les forces de la puissance (4) sont accrues par la machine, autant est accru le rapport du mouvement de la puissance au mouvement du poids. »

Le principe qui vient d'être énoncé ne tarde pas à être mis en défaut si on ne le modifie ; ce n'est point la vitesse même d'un poids qui doit figurer dans le calcul de la résistance de ce poids, mais seulement la composante verticale de cette vitesse ; les observations les plus obvies signalent la nécessité de cette correction ; celle-ci, par exemple, qu'une même puissance, normale à un même levier, soutient un moindre poids lorsque le levier est horizontal que lorsqu'il est oblique (5). Il semble (6) que notre auteur ait surtout puisé l'intelligence de cette correction que réclame l'axiome d'Aristote en étudiant la

(1) *Cursus seu Mundus mathematicus*, loc. cit., Prop. XIX.

(2) *Ibid.*, loc. cit., Prop. XVIII.

(3) *Ibid.*, loc. cit., Prop. XVII.

(4) *Ibid.*, loc. cit., Prop. XIV.

(5) *Ibid.* Tractatus octavus : Mechanica. Liber secundus : De vecte. Propositio X.

(6) *Ibid.* Tractatus nonus : Statica seu de Gravitate Terræ. Liber tertius : De descensu gravium in planis inclinatis et funependulis. Definitiones.

première déduction où il en ait été fait usage, la démonstration de la règle du levier donnée par Jordanus de Nemore. Cette démonstration est, d'ailleurs, adoptée par le P. De Challes en sa théorie de la balance (1).

Du reste, fidèle en cela à la Dynamique péripatéticienne, c'est toujours la vitesse d'ascension ou de descente d'un grave, et non la hauteur dont il monte ou descend, que le P. De Challes considère dans ses raisonnements ; aussi sa théorie du plan incliné est-elle celle de Galilée (2), et non point celle de Descartes.

Cette théorie débute par une curieuse proposition (3), difficile à concilier avec celles qui la suivent. Le P. De Challes cherche pourquoi une sphère roule d'autant moins vite sur un plan que ce plan est moins incliné ; il en trouve la raison dans le contrepoids formé par une partie de la sphère ; son raisonnement rappelle les déductions de Pappus et, plus encore, celles de Léonard de Vinci et de Bernardino Baldi.

La méthode par laquelle il traite (4) la composition des forces concourantes rappelle également de très près celle que Léonard avait un instant adoptée. De Challes suppose que deux cordes concourantes soutiennent un poids et il se propose de déterminer la tension de chacune d'elles. Dans ce but, il remplace celle des deux cordes dont il ne calcule pas la tension par une barre rigide mobile autour d'un de ses points ; la solution du problème est alors immédiate.

Comme Guido-Ubaldo, Villalpand et Mersenne, notre auteur admet (5) que « le centre de gravité d'aucun corps

(1) *Cursus seu Mundus mathematicus*. Tractatus nonus : Statica. Liber quartus : De æquiponderantibus. Propositio IV.

(2) *Ibid.* Liber tertius : De descensu gravium in planis inclinatis. Prop. II.

(3) *Ibid.*, loc. cit., Prop. I.

(4) *Ibid.*, loc. cit., Propp. X et XI.

(5) *Ibid.* Liber octavus : Proprietates centri gravitatis et lineæ directionis. Prop. I.

ne peut monter si ce n'est violemment ». Il fait l'application de ce principe aux exemples mêmes que Mersenne a cités, et qui sont de Léonard.

Ce principe, il le justifie par des raisonnements semblables à ceux de Villalpand, sans invoquer la sympathie du centre de gravité pour le centre commun des graves. Ce n'est pas que cette sympathie — si bien réfutée cependant, et depuis un demi-siècle — lui semble absurde ; témoin ce curieux passage (1) :

« *En tout corps grave, il existe un certain centre de gravité*... Le P. Léotaud s'est efforcé de prouver cette proposition, en partant de cette opinion commune, admise chez les Péripatéticiens : Le centre de l'Univers ou, si l'on veut, le centre de la Terre — peu importe — est le centre de tous les graves ; ils y sont tous portés par leur pesanteur et ils y demeurent en repos. Démonstration : Chaque grave se porte de tout son effort vers le centre de l'Univers de telle sorte que si l'on supprimait tout obstacle, il se dirigerait vers ce centre et y demeurerait. Mais il ne pourrait jamais demeurer en repos s'il n'existait à l'intérieur de ce corps un certain point ou centre de gravité, tel que le corps cesse de se mouvoir lorsque ce point coïncide avec le centre de l'Univers... Cette démonstration est bonne, mais nous verrons si l'on ne peut rien dire de plus convaincant. »

Le P. De Challes, en effet, n'est point sans éprouver quelques doutes à l'endroit des propriétés que les anciens attribuaient au centre de l'Univers ; il pense (2) que les graves, dans leur chute, pourraient bien chercher à s'unir non point au centre même de la Terre, mais à un noyau intérieur, qui serait lui-même dénué de pesanteur. Combien naïve et vieillotte paraît cette hypothèse, si l'on

(1) *Cursus seu Mundus mathematicus.* Tractatus nonus : Statica. Liber quartus : De æquiponderantibus. Petitio IV.

(2) *Ibid.* Liber primus : Digressiones physicæ. Digressio X.

songe qu'au moment où notre auteur l'émettait, Newton possédait déjà les fondements du système de la gravitation universelle !

Cette même impression de naïveté sénile se dégage de tout ce que le P. De Challes a écrit sur la Statique ; les découvertes quelque peu récentes, les idées quelque peu neuves semblent n'avoir pu trouver accès dans son système. Mais s'il ne rapporte presque rien qui ne sente son vieux temps, du moins conserve-t-il ce que les anciennes traditions avaient de précieux. Les puissantes pensées de Descartes et de Wallis sur la méthode des déplacements virtuels sont demeurées pour lui lettre morte ; du moins a-t-il gardé de cette méthode tout ce que Galilée en avait écrit. Un grave est en équilibre lorsque le centre de gravité est le plus bas possible ; il ne donne pas à ce principe la forme précise sous laquelle l'ont mis Torricelli et Pascal ; du moins le présente-t-il tel que l'ont exposé Cardan, Villalpand et Mersenne. Le respect extrême que notre auteur professe pour la tradition le rend peu accessible aux vérités nouvelles ; mais il en fait un conservateur jaloux des vérités anciennes.

S'il est, d'ailleurs, un lieu où l'on doive rencontrer le respect de la tradition, c'est assurément au sein d'un ordre religieux fortement constitué ; or le P. De Challes était Jésuite ; son ouvrage prend place en la longue série des écrits par lesquels la Compagnie de Jésus s'est efforcée, au XVII^e siècle, de donner à la Statique une organisation logique.

A l'origine de ces efforts se placent les traités du P. Zucchi et du P. Honoré Fabri ; ces traités, non moins que l'enseignement donné par leurs auteurs soit au Collège Romain, soit au Collège que la Compagnie de Jésus possédait à Lyon, ont exercé une influence marquée sur les exposés de la Statique qui furent, ultérieurement, composés par des Jésuites.

Le P. Zucchi et le P. Fabri ont pris pour principe fondamental de la Statique le principe des vitesses virtuelles sous la forme que lui avait donnée Galilée; cette forme offrait en effet, à leurs yeux, un singulier avantage; elle permettait de souder les lois découvertes par les staticiens modernes aux principes de la Mécanique péripatéticienne ; et l'on sait combien les Jésuites du XVI^e et du XVII^e siècle ont attaché de prix à cette œuvre synthétique où la Physique d'Aristote, soigneusement maintenue en tous ses principes essentiels, se trouvait enrichie de toutes les acquisitions de la Science nouvelle.

Ce désir d'être à la fois péripatéticien fidèle et mécanicien très informé de la science de son temps animait assurément le P. De Challes ; il l'avait conduit à fonder sa Statique sur le principe que le P. Zucchi et le P. Honoré Fabri avaient adopté. Ce même désir anime le P. Paolo Casati ; il lui fait adopter le même parti.

Le P. Paolo Casati, de Plaisance (1617-1707), avait débuté dans la Mécanique, en 1655, par un curieux ouvrage intitulé : *Terra machinis mota* (1) ; une seconde édition, plus complète, de cet ouvrage parut en 1658 (2).

En cet écrit, trois interlocuteurs, auxquels le P. Casati a donné les noms de Galilée, de Mersenne et de Guldin, commentent le mot célèbre d'Archimède : « Donnez-moi un point d'appui et j'ébranlerai le Monde ». Ils s'efforcent de prouver que cette parole n'est point seulement une vaine jactance.

Stevin avait déjà émis une opinion analogue; l'influence de Stevin est d'ailleurs visible dans le curieux dialogue

(1) *Terra machinis mota ejusque gravitas et dimensio. Dissertationes duæ quas... publice exposuit... Antonius Comes de Montfort.* Authore Paulo Casato e Societate Jesu. Romæ, typis hæredum Corbeletti. MDCLV.

(2) *Terra machinis mota. Dissertationes geometricæ, mechanicæ, physicæ, hydrostaticæ, in quibus machinarum conjugatarum vires inter se comparantur; multiplici nova methodo Terræ magnitudo et gravitas investigatur; Archimedes Terræ motionem spondens ab arrogantiæ suspicione vindicatur.* Authore Paulo Casato, e Societate Jesu. Romæ, ex typographia Ignatii de Lazaris, MDCLVIII.

composé par le P. Casati ; le guindeau y est nommé *pancratium ;* c'est précisément le nom proposé par Stevin, au passage même où il discute la proposition attribuée à Archimède.

Il est une autre influence dont nous pourrions, si nous en avions le loisir, relever les traces en divers passages du *Terra machinis mota ;* cette influence est celle de Léonard de Vinci. Assurément, l'enseignement de la Mécanique que les Jésuites donnaient dans leurs Collèges contenait de nombreux emprunts aux notes du grand peintre ; l'étude du *Cursus mathematicus* du P. De Challes nous a déjà révélé quelques-uns de ces emprunts ; nous pourrions, au *Terra machinis mota*, en signaler d'autres qui ont trait à certaines théories hydrostatiques ; d'autres encore s'offriront plus tard à nos remarques.

Les dialogues intitulés *Terra machinis mota* n'importent guère à la coordination des principes de la Statique ; c'est en un autre livre que le P. Casati a travaillé à cette coordination. Ce nouveau livre ne fut imprimé qu'en 1684 (1) ; mais en son avis *ad lectorem*, l'auteur nous apprend que dès l'année 1655, il en avait remis un résumé manuscrit à ses auditeurs du Collège Romain. L'écrit du P. Casati serait donc plus ancien que celui du P. De Challes ; entre ces deux écrits, on peut, d'ailleurs, établir de nombreux rapprochements ; non seulement ils procèdent du même esprit, mais, bien souvent, ils usent des mêmes démonstrations.

Le premier livre (2), consacré au centre de gravité, est en très grande partie emprunté à Bernardino Baldi, à Villalpand et à Mersenne, c'est-à-dire, en dernière analyse, à Léonard de Vinci. D'ailleurs, il semble parfois

(1) R. P. Pauli Casati Placentini, Societ. Jesu, *Mechanicorum libri octo, in quibus uno eodemque principio vectis vires physice explicantur et geometrice demonstrantur, atque machinarum omnis generis componendarum methodus proponitur.* Lugduni, apud Anissonios, Joan. Posuel et Claudium Rigaud, MDCLXXXIV.

(2) Id., *ibid.* Liber primus : De centro gravitatis.

que le P. Casati éprouve, en ses *Mecanicorum libri*, comme en ses précédents ouvrages, l'influence directe de Léonard ; une certaine suspension à galets (1), qui permet de sonner sans peine une lourde cloche, paraît presque textuellement extraite des notes du grand peintre (2). L'étude de la station des animaux, reproduite d'après ceux qui se sont inspirés de Léonard (3), donne occasion à l'auteur de formuler la loi du *polygone de sustentation* ; il semble même que le P. Casati soit le premier mécanicien qui ait fait usage de cette dénomination.

C'est en ce même livre que l'auteur traite (4) de la pesanteur apparente d'un grave placé sur un plan incliné ; pour déterminer cette pesanteur apparente, il raisonne à peu près exactement comme le P. Honoré Fabri ; « la pesanteur du corps sur le plan incliné est à sa pesanteur le long du plan vertical comme la résistance qu'il éprouve à monter suivant un de ces plans est à la résistance qu'il éprouve à monter suivant l'autre ; mais ces résistances sont entre elles comme les violences que le corps subit en ces mouvements », et ces violences sont en raison inverse des chemins que le corps doit parcourir en ces deux plans pour s'élever d'une même hauteur.

Casati distingue, d'ailleurs, entre la pesanteur apparente du corps placé sur un plan incliné *(gravitatio in plano inclinato)* et la pression qu'il exerce sur ce plan *(gravitatio in planum inclinatum)* ; l'analyse de Stevin lui eût permis de déterminer exactement cette dernière force ; mais il ne fait point appel à cette analyse ; renouvelant une erreur de Descartes, il formule (5) la proposition

(1) P. Casati, *Mecanicorum libri octo* ; lib. II, Cap. I, p. 150.

(2) *Les Manuscrits de Léonard de Vinci*, Ms. I de la Bibliothèque de l'Institut, fol. 57 [9], verso.

(3) P. Casati, *Mecanicorum libri octo* ; liber primus : De centro gravitatis ; Cap. XI : Quomodo animalium motus ordinentur ex centro gravitatis.

(4) Id., *ibid.* ; Cap. XIII : Quâ ratione minuatur gravitatio in plano inclinato.

(5) Id., *ibid.* ; Cap. XIV : Quâ ratione corpus gravitet in planum inclinatum ; p. 88.

suivante : « Nous connaissons, par le Chapitre précédent, la puissance de la pesanteur du corps placé sur le plan incliné ; la différence entre la pesanteur du corps suivant le plan vertical et cette pesanteur du même corps placé sur le plan incliné est la mesure de l'obstacle apporté au mouvement du corps par le plan sous-jacent ; c'est donc aussi la mesure de la pression que le corps exerce sur ce plan. »

Au problème du plan incliné se ramène (1) la détermination du moment d'un poids fixé à une extrémité d'un bras de levier dont l'autre extrémité peut tourner autour du point d'appui ; ce moment est égal à la pesanteur apparente qu'aurait le même poids posé sur un plan normal au bras de levier ; l'artifice qui permet de passer d'un problème à l'autre est celui-là même qu'avait employé Descartes, celui dont Galilée et Roberval avaient usé en sens inverse.

Ce problème résolu, Casati passe (2) à la détermination des tensions de deux cordes qui portent un poids ; il l'obtient en suivant exactement la même marche que De Challes.

Les solutions des diverses questions de Statique qui ont été examinées au livre Ier ont été tirées de postulats relatifs aux propriétés du centre de gravité ; ces postulats n'ont pas été ramenés aux lois générales du mouvement ; en son second livre (3), Casati se propose de déduire des principes de la Dynamique la théorie des diverses machines.

Les principes de Dynamique qu'expose notre auteur ont la plus grande affinité avec ceux qu'a formulés le P. Fabri ; ils reposent (4) en entier sur la considération

(1) P. Casati, *Mecanicarum libri octo ;* liber primus : De centro gravitatis ; Cap. XV : Inquiruntur rationes gravitationis corporum suspensorum ; p. 95.

(2) Id., *ibid.*, p. 100.

(3) Id., *ibid. ;* liber secundus : De causis motus machinalis.

(4) Id., *ibid. ;* Cap. II : Impetûs motum proxime efficientis natura explicatur ; p. 142.

d'un *impetus* proportionnel au produit du poids du corps mis en mouvement par la vitesse de ce mouvement.

Cette notion joue un rôle essentiel dans l'énoncé du principe sur lequel repose toute machine ; cet énoncé, Casati l'emprunte (1) encore presque textuellement à Fabri :

« Tout l'artifice de la Mécanique consiste donc à distribuer ses instruments de telle manière et à placer la puissance et la charge en de tels points que la puissance se meuve plus vite que la charge ; si l'on tient compte du rapport de leurs mouvements, on saura déterminer la puissance qui est capable de mouvoir une charge donnée ou la charge que peut lever une puissance donnée ; il faut, en effet, pour que ce mouvement soit possible, que le rapport de la puissance au poids de la charge surpasse le rapport du mouvement de la charge au mouvement de la puissance. La machine n'augmente pas les forces de la puissance, elle ne diminue pas le poids de la charge ; elle accommode simplement la résistance du poids à la vertu de la puissance.

» Cette loi a une cause physique. L'*impetus* produit par la puissance aurait, pour mouvoir un fardeau égal à la puissance, avec la même vitesse que la puissance, une intensité trop grande ; il a une intensité moindre lorsqu'il s'agit de mouvoir plus lentement un fardeau plus grand ; mais cette intensité suffit, en raison de la résistance plus faible...

» On voit donc qu'une sorte de justice règne sans cesse entre les forces de la puissance, la pesanteur de la charge, les espaces parcourus par les mouvements et les durées de ces mouvements ; là où les forces de la puissance diminuent, où la pesanteur de la charge augmente, les espaces parcourus par la charge deviennent plus courts et les durées de ces parcours plus longues ; en revanche, les

(1) P. Casati, *Mecanicorum libri octo* ; liber secundus : De causis motus machinalis ; Cap. V : In quo machinarum vires sitæ sint ; pp. 171-172.

espaces parcourus par la puissance deviennent plus longs, car cette puissance plus faible doit se mouvoir plus rapidement que la charge. Si donc on veut soulever un fardeau plus lourd, on doit augmenter la puissance ou bien, si l'on veut garder une puissance invariable, on doit soit diminuer le mouvement de la charge, soit augmenter le mouvement de la puissance ; avec une petite puissance, on ne saurait mouvoir rapidement un grand poids. »

C'est la Statique d'Aristote, et non celle de Galilée, qu'exposent ces divers passages ; mais le P. Casati n'ignore pas la modification que l'étude du plan incliné a contraint le géomètre de Pise d'apporter au principe péripatéticien ; nous l'avons vu reproduire une solution exacte de ce problème du plan incliné ; aussi, en toutes circonstances, ce qu'il introduit dans ses calculs, ce n'est pas la vitesse même du poids mis en branle, mais la projection de cette vitesse sur la verticale.

Les mécaniciens de l'École Jésuite, le P. Zucchi et le P. Honoré Fabri, comme le P. De Challes et le P. Casati, ont assurément bien connu l'œuvre de Descartes ; néanmoins, ils n'ont pas adopté la méthode par laquelle ce grand philosophe voulait que la Statique fût traitée. Qu'ils se soient refusés à suivre cette méthode, on le comprend sans peine ; son objet propre, en effet, était de rompre tout lien entre la Statique enfin constituée et la loi essentielle de la Dynamique péripatéticienne ; l'intention formelle des géomètres Jésuites, au contraire, était de souder intimement la moderne Science de l'équilibre aux principes de la Mécanique d'Aristote ; comment ne se fussent-ils point ralliés à la méthode de Galilée qui, si directement, découlait des axiomes postulés aux *Physiques*, au *De Cœlo*, aux *Questions mécaniques* ? qui cependant, dans la pratique, donnait exactement les mêmes corollaires que la méthode Cartésienne, et par les mêmes calculs ?

S'ils ont donc méconnu la notion de *travail*, dont la nature et l'importance avaient apparu de plus en plus clairement depuis Jordanus jusqu'à Descartes, du moins ont-ils conservé en sa plénitude le procédé des vitesses virtuelles, issu de la Physique d'Aristote et transformé par Galilée, sous l'influence des découvertes dues à l'École de Jordanus. L'École Jésuite de Mécanique sauvegardait ainsi une bonne part des idées fécondes qu'avait engendrées l'antique Science *De ponderibus*.

5. *La réaction contre les méthodes des vitesses virtuelles et des travaux virtuels : Jacques Rohault* (1620-1675) — *Le P. Pardies* (1636-1673) — *Les* TRAITEZ *du P. Lamy* — *Le* DE MOTU ANIMALIUM *de Borelli*

Ces vérités anciennes, nous allons les voir grossièrement méconnues, brutalement chassées du domaine de la Statique. Déjà, au XVIe siècle, nous avions vu Guido-Ubaldo, Benedetti et Stevin mener une violente réaction contre les idées fécondes que contenaient en germe les enseignements de l'École de Jordanus. Cette même réaction, nous la retrouvons à la fin du XVIIe siècle, aussi radicale en ses exclusions qu'au XVIe siècle, mais bien moins justifiée, car l'École de Jordanus s'appelle maintenant l'École de Descartes et de Wallis.

Dans cette exclusion de toute démonstration qui invoquât la méthode des déplacements virtuels, de toute comparaison entre le travail de la puissance et le travail de la résistance, nul ne fut plus absolu que Jacques Rohault ; il faudrait remonter à Benedetti pour trouver un auteur qui eût passé aussi exactement sous silence toute considération de cette nature.

Élève et ami de Cyrano de Bergerac, qu'il détacha du système de Gassendi pour l'amener à la Cosmologie cartésienne, Rohault avait trouvé dans les papiers de Cyrano le plan (1) de divers chapitres d'un traité de Physique ; il composa et publia le traité complet (2) qui eut grande vogue, et demeura classique jusqu'au milieu du XVIII^e siècle.

De son vivant, Rohault ne publia rien qui eût rapport à la Statique ; mais il en traita dans ses cours ; et ses cours, d'une diction claire et élégante, accompagnés de démonstrations expérimentales habiles, étaient très fréquentés. « Les conférences publiques qu'il faisoit (3) une fois toutes les semaines, où se trouvoient des personnes de toutes sortes de qualitez et conditions, prélats, abbez, courtisans, docteurs, médecins, philosophes, géomètres, régens, escoliers, provinciaux, estrangers, artisans, en un mot des personnes de tout âge, de tout sexe, et de toute profession, et où il prononçoit presque autant d'oracles, qu'il faisoit de réponses aux difficultez qui lui estaient proposées par toutes sortes de personnes, l'avaient mis dans une si grande réputation, qu'il s'en est trouvé plusieurs, les uns par curiosité, pour se donner la satisfaction de l'entendre, les autres par jalousie, pour juger de sa doctrine et tâcher de la combattre, qui ont quitté leur païs, et entrepris de grands voyages. »

Par ces conférences, la méthode selon laquelle Rohault exposait la Statique fut bientôt connue ; et l'on en peut noter l'influence en des écrits qui parurent plusieurs années avant qu'elle ne fût elle-même imprimée.

Nous la possédons aujourd'hui dans les *Œuvres post-*

(1) Sous forme de deux fragments que l'on trouvera dans : Cyrano de Bergerac, *Histoire comique des états et empires de la lune et du soleil ou Voyage dans la lune*. Nouvelle édition par P. L. Jacob, Bibliophile. Paris, 1858. Ces deux fragments furent publiés pour la première fois, en 1662, dans les *Nouvelles œuvres* de Cyrano. Rohault était certainement l'auteur de cette publication et de la préface qui y fut mise.

(2) *Traité de Physique*, par Jacques Rohault. A Paris, chez la veuve de Charles Savreux, libraire juré, au pied de la Tour de Notre-Dame, à l'Enseigne des Trois Vertus. MDCLXXI.

(3) Préface mise par Clerselier aux *Œuvres posthumes* de son gendre Jacques Rohault.

humes de Rohault, que son beau-père Clerselier donna (1) en 1682.

Nous l'avons dit, on y chercherait en vain une allusion à la méthode des déplacements virtuels, qu'on la prît, d'ailleurs, sous la forme qui s'est modifiée d'Aristote à Galilée ou sous la forme qui s'est développée de Jordanus à Descartes et à Wallis. On n'y trouverait, non plus, aucune mention du principe du centre de gravité, si précisément formulé par Torricelli et par Pascal, ni du postulat de l'impossibilité du mouvement perpétuel, si habilement employé par Stevin. La loi du levier, établie par le procédé que Stevin et Galilée tenaient sans doute du Moyen Age, sinon de l'Antiquité, telle est la source unique dont découlent toutes les lois des « Méchaniques ». L'ordre de l'exposition, la sévérité et la clarté des déductions dissimulent mal l'aridité du fond, d'où l'on a arraché tout ce qui portait des semences fécondes.

Et cependant, l'auteur qui rejetait en un si complet oubli les pensées de Descartes touchant les « Méchaniques » était, en Physique, un fervent Cartésien. C'est lui qui écrivait, en la Préface de son *Traité de Physique* : « Celui qui a le plus contribué à la composition de cet Ouvrage, duquel cependant le nom ne se trouvera nulle part, parce qu'il l'eût fallu trop souvent répéter, est le célèbre M. Descartes, dont le mérite se faisant de plus en plus reconnoître chez plusieurs des principaux États, fera avouer à tout le monde, que la France est du moins aussi heureuse à produire et élever de grands hommes dans toutes sortes de professions, que l'a été l'ancienne Grèce. »

Il y a plus. En ce *Traité de Physique*, Jacques Rohault définissait (2) la notion de quantité de mouvement et

(1) *Œuvres posthumes* de M. Rohault. A Paris, chez Guillaume Desprez, ruë St-Jacques, à S. Prosper, et aux Trois Vertus, au dessus des Mathurins. MDCLXXXII. — Traité des Méchaniques, pp. 479-594.

(2) Rohault, *Traité de physique*. Première partie, Chapitre X : Du mouvement et du repos.

montrait comment l'égalité des quantités de mouvement entraînait l'équilibre entre la puissance et la résistance, presque exactement dans les termes que De Challes allait adopter quelques années plus tard :

« Le mouvement a toûjours été reconnu comme une espèce de quantité, laquelle d'une part s'estime par la longueur de la ligne que le mobile parcourt... D'autre part, elle s'estime par le plus ou moins de matière qui se meut tout à la fois... Et de là il suit manifestement, qu'afin que deux corps inégaux ayent des quantités égales de mouvement, il faut que les lignes qu'ils parcourent soient entre elles en raison réciproque de leurs masses, comme si un corps est triple d'un autre, il faut que la ligne qu'il parcourt ne soit que le tiers de celle de l'autre.

» Quand deux corps appliquez aux extrémités d'une balance, ou d'un levier, sont entre eux en raison réciproque de leurs distances au point fixe, c'est une nécessité qu'en se mouvant ils décrivent des lignes qui soient entre elles en raison réciproque de leur masse.... Ainsi nous devons juger qu'ils seront dans un parfait équilibre. Ce qui doit servir de fondement à la Mécanique. »

Pourquoi Rohault, lorsqu'il écrivit son *Traité des Méchaniques*, prit-il un fondement tout autre, et n'accorda-t-il plus même une mention à celui-là ? Nous ne saurions le dire. Toujours est-il que son traité se trouva, par là, conforme à la mode du temps.

Les Cartésiens les plus fervents, comme Rohault, en étaient venus à passer sous silence le principe sur lequel Descartes voulait que fût fondée toute la Statique ; les adversaires du grand philosophe allaient plus loin ; ils combattaient ouvertement ce principe et les autres principes analogues.

Le P. Ignace Gaston Pardies, de la Compagnie de Jésus, était un ardent adversaire de Descartes. En son *Discours de la Connaissance des Bêtes* (1), publié à Paris,

(1) Ce discours, comme les autres écrits du P. Pardies dont nous aurons

chez Mabre-Cramoisy, en 1672, il combattait l'automatisme que le grand philosophe attribuait aux animaux ; en son *Discours du mouvement local*, donné par le même éditeur d'abord en 1670, puis en 1673, il niait les principes de la Dynamique cartésienne. Nous le voyons donc sans étonnement rejeter les fondements sur lesquels Descartes prétendait édifier la Statique.

La *Statique* (1) du P. Pardies est un livre fort peu original, bien qu'il semble avoir eu quelque vogue. Le début en est presque textuellement emprunté à Villalpand. La loi du levier, pompeusement annoncée par ces mots : « Voicy maintenant la plus importante proposition de la Statique », est établie par la démonstration qu'ont adoptée Stevin et Galilée, que Rohault et De Challes ont reproduite ; Pardies, d'ailleurs, s'exprime (2) à l'endroit de ce raisonnement comme s'il s'agissait d'une nouvelle invention : « Ceux qui ont connaissance de ce que disent sur ce sujet les interprètes ou les commentateurs d'Archimède pourront remarquer que, dans la démonstration que je viens de faire, on évite toutes les difficultez auxquelles est sujette la démonstration ordinaire. »

L'équilibre du levier coudé est traité (3) sous une forme qui rappelle les raisonnements de Benedetti ; d'ailleurs, au levier droit ou coudé se ramènent toutes les machines simples, telles que les poulies, le plan incliné, les assemblages de deux cordes qui soutiennent un poids ; les

à parler, est réimprimé dans les *Œuvres* du R. P. Ignace-Gaston Pardies, de la Compagnie de Jésus, contenant : 1. *Les élémens de Géométrie* ; 2. *Un discours du mouvement local* ; 3. *La Statique, ou la science des forces mouvantes* ; 4. *Deux machines propres à faire les quadrans* ; 5. *Un discours de la connaissence des bêtes*. Augmenté dans cette nouvelle édition d'une table pour l'intelligence des Élémens de Géométrie, selon Euclide. A Lyon, chez les Frères Bruyset, ruë Mercière, au Soleil. MDCCXXV.

(1) *La Statique ou la Science des forces mouvantes*, par le P. Ignace-Gaston Pardies, de la Compagnie de Jésus. Paris, chez Sebast. Marbre-Cramoisy, Imprimeur du Roy, ruë St Jacques, aux Cicognes. MDCLXXIII. Seconde édition, MDCLXXIV.

(2) Id., *ibid.*, p. 40.

(3) Id., *ibid.*, p. 42.

tensions de ces cordes sont déterminées (1) par l'artifice même qu'ont employé De Challes et Casati.

Incidemment, le P. Pardies écrit (2) : « Dans toutes ces forces mouvantes, on peut remarquer que le mouvement perpendiculaire que font les poids en même temps pour monter ou pour descendre est toujours réciproquement proportionnel aux mêmes poids ». A l'appui de cette proposition, il cite l'exemple du levier et reproduit la figure que De Challes avait presque exactement copiée dans le traité de Jordanus de Nemore.

Mais de cette proposition, le P. Pardies se garde bien de faire le fondement qui doit porter la Statique ; il veut que la Statique repose sur de tout autres principes et que cette proposition soit réduite au rôle de corollaire : « Aussi, dit-il (3), quelques-uns en ont fait un principe pour démontrer la raison de toutes les forces mouvantes ; et il semble bien évident qu'il ne faut ny plus ny moins de force pour porter un poids de cent livres à un pied de haut que pour en porter un d'une livre à cent pieds de haut : de sorte qu'un poids d'une livre descendant de la hauteur de cent pieds contreballancera à un poids de cent livres dans la hauteur d'un pied. Ce principe a quelque chose qui ne satisfait pas si parfaitement l'esprit, qu'il suffise pour faire des démonstrations. Il est néanmoins très véritable, et après les démonstrations que je viens de faire touchant les Forces Mouvantes, on peut le mettre hardiment comme indubitable. »

Si le P. Pardies se refuse à suivre Descartes et à faire de la proposition de Jordanus le postulat essentiel de la Statique, il n'en a pas moins exactement saisi les liens de cette proposition avec l'impossibilité du mouvement perpétuel. Ce qu'il dit (4) pour montrer que « le mouvement

(1) Pardies, *loc. cit.*, pp. 110 et seqq.
(2) Id., *ibid.*, p. 99.
(3) Id., *ibid.*, p. 101.
(4) Id., *ibid.*, p. 102.

perpétuel par méchanique est impossible » n'est évidemment qu'un commentaire, d'ailleurs clair et exact, de ce que Cardan avait écrit dans le *De subtilitate* : « D'où l'on peut faire voir que ceux-là perdent leur temps, qui cherchent le moyen de faire le mouvement perpétuel par la Statique. Pour cela, il faudroit nécessairement que de certains corps descendissent, et que d'autres montassent, en sorte que les mêmes qui sont une fois montez, soient aussi ceux qui descendent après, pour perpétuer ainsi le mouvement, par une succession et une circulation continuelle. Mais il est manifeste que dans ces rencontres, tout ce qui descend, doit monter. Si ce qui doit monter est égal à ce qui doit descendre en même temps, il n'est pas possible que le mouvement se fasse de luy-même, puisqu'un poids égal ne peut pas de cette sorte en surmonter un autre égal. Si ce qui descend est plus grand que ce qui monte en même temps, il faut nécessairement que la vîtesse de ce qui descend soit à proportion plus petite, en sorte que comme le poids qui descend est à celuy qui monte, ainsi soit la vîtesse de celuy qui monte à la vîtesse de celuy qui descend ; autrement, la succession ne pourroit pas être perpétuelle, et il monteroit plus de corps qu'il n'en descendroit, ou au contraire, il en descendroit plus qu'il n'en monteroit ; et ainsi la machine seroit bientost épuisée. Que si la vîtesse de ce qui descend est à la vîtesse de ce qui monte en raison réciproque des poids des corps, il y aura équilibre et rien ne bougera. »

La Statique (1) du P. Lamy, prêtre de l'Oratoire, n'est

(1) *Traitez de Méchanique, de l'équilibre des solides et des liqueurs*, où l'on découvre les causes des effets de toutes les machines dont on mesure les forces d'une manière particulière ; on y en propose aussi quelques nouvelles. Par le P. Lamy, prestre de l'Oratoire. A Paris, chez André Pralard, ruë Saint Jacques, à l'Occasion. MDCLXXIX. — *Traitez de Méchanique, de l'équilibre des solides et des liqueurs*. Nouvelle édition. Où l'on ajoûte une nouvelle manière de démontrer les principaux théorèmes de cette science. Par le P. Lamy, prêtre de l'Oratoire. A Paris, chez André Pralard, ruë S. Jacques, à l'Occasion. MDCLXXXVII. Cette seconde édition n'est en réalité que la première, dont on a changé le faux titre et à laquelle

guère originale ; comme celle du P. Pardies, et peut-être plus qu'elle, elle rappelle le *Traité* de De Challes ; comme elle, elle débute par les théorèmes de Villalpand ; comme elle, elle donne de la loi du levier la démonstration qu'ont adoptée Stevin et Archimède.

Mais le P. Lamy va encore plus loin que le P. Pardies dans la voie critique où celui-ci s'est engagé. Ni le postulat d'Aristote et de Galilée, ni le postulat de Descartes ne semblent au pointilleux Oratorien propres à fonder une Statique ; ce sont des corollaires des lois de l'équilibre ; ce n'en sont point les raisons d'être.

« Ce qu'on gagne en force dans un levier, dit-il (1), on le perd en espace de temps et de lieu. » Cette remarque, il la justifie selon le très vieux procédé d'Aristote, en considérant la longueur même du chemin décrit par chacun des poids et non point la projection de ce chemin sur la verticale. Il ajoute (2) alors : « Il ne faut point chercher d'autre cause d'équilibre de deux corps de pesanteur différente qui sont suspendus à une verge que celle que nous avons proposée ; car il est manifeste, selon que nous l'avons prouvé, que cela arrive parce que la verge est poussée également des deux côtés de l'appuy ; cependant, plusieurs ont assigné une autre cause de cet équilibre, sçavoir cette loy de nature que nous venons de démontrer dans la Proposition précédente...

» Plusieurs raisons m'ont empêché d'embrasser ce sentiment. Premièrement en considérant deux corps en équilibre, je ne conçois pas comment un mouvement qu'ils n'ont point, et qu'ils ne peuvent avoir qu'en sortant de leur repos, peut être la cause de ce même repos...

» Il y a des machines dans lesquelles cette loy de nature

on a joint une addition dont il sera question en l'article suivant. — Une troisième édition porte le titre de la première, suivi de ces mots : Revus et corrigez par le R. P. Bernard Lamy, Prêtre de l'Oratoire. A Paris, chez Denys Mariette, rue Saint Jacques, à Saint Augustin. MDCCI.

(1) Lamy, *loc. cit.*, p. 74.

(2) Id., *ibid.*, p. 76.

que ce que l'on gagne en force, on le perd en temps, est gardée, et cependant nous démontrons géométriquement que la force de ces machines a une autre cause que cette loy ; ce n'est donc pas une bonne conséquence qu'elle soit la cause de la force du levier, de ce qu'elle se trouve dans ses effets...

» Il n'est pas nécessaire que je fasse remarquer (1) que cette loy par laquelle on perd en espace de lieu et de temps ce que l'on gagne en force, n'est pas la cause de la force des poulies, mais une suite de leur composition. Ce sont des leviers, comme nous avons veu... Aussi il ne faut point chercher d'autre cause de l'effet de ces machines. »

L'axiome si souvent invoqué depuis Aristote et Galilée ne mérite donc point, selon le P. Lamy, de garder ce rang logique élevé ; il doit descendre à l'humble rang de corollaire.

L'axiome de Jordanus et de Descartes n'est pas mieux accueilli (2) par notre auteur : « Monsieur Descartes propose le principe suivant, qu'il prétend être la cause de cet équilibre du levier. C'est la même chose, dit-il, de lever un fardeau pesant 100 livres à la hauteur de 10 pieds que d'en élever un de 10 livres à la hauteur de 100 pieds... Il y a ici, ce me semble, un paralogisme, car ce principe ne peut être vrai que lorsque l'on peut lever séparément les parties d'un fardeau. Par exemple, il ne faut pas plus de force pour porter 10 pierres séparément à un pied de hauteur, que pour porter une de ces pierres à 10 pieds de hauteur ; et si je puis porter une pierre à ces 10 pieds, je pourray assurément lever toutes ces pierres à la hauteur d'un pied ; mais comme il est évident, cela ne peut se faire si je ne les prens les unes après les autres : car quoique je puisse lever un fardeau d'une livre à la hauteur de 1000 pieds, je ne puis pas lever un poids de 1000 livres à la hauteur de la millième partie d'un pied. »

(1) Lamy, *loc. cit.*, p. 117.
(2) Id., *ibid.*, p. 79.

Contre l'axiome d'Aristote, le P. Lamy reprend les objections de Stevin, objections qui tombent d'elles-mêmes si l'on remarque que la méthode des vitesses virtuelles est un procédé de démonstration *per absurdum*. A l'axiome de Descartes, il adresse des critiques que Mersenne avait formulées avant lui ; la confusion entre la force et le travail, confusion engendrée par une terminologie défectueuse, en fait tout le fond.

L'axiome de Stevin, tiré de l'impossibilité du mouvement perpétuel, ne trouvera pas grâce, lui non plus, devant la sévère critique du pointilleux oratorien.

C'est au cours de la théorie du plan incliné qu'il trouve occasion d'attaquer cet axiome.

Ce qui préoccupe avant tout Lamy, en cette théorie du plan incliné, c'est de connaître la fraction de la pesanteur totale du corps que porte le plan ; car (1) « un corps pesant ne communique qu'une partie de sa pesanteur au plan sur lequel il est posé quand ce plan est incliné ». Cette partie est ce que nous nommons aujourd'hui la composante du poids suivant la normale au plan. L'excès *arithmétique* (2) du poids entier sur cette composante est, selon l'expression de Lamy, ce qui *porte en l'air* ; il semble bien que Lamy subisse ici une fâcheuse influence du P. Casati.

D'ailleurs, pour évaluer cette partie de la pesanteur que porte le plan incliné, Lamy use de bien étranges démonstrations, visiblement imitées de Léonard de Vinci et de Bernardino Baldi. Il suppose que le corps porté par le plan incliné ait la forme d'une sphère (fig. 107) et il déclare (3) que « le plan incliné ne porte pas toute la pesanteur de X, mais... qu'il porte seulement celle que ressentiroit celuy qui soûtiendroit le levier LG au point E ; ainsi le reste porte en l'air ».

(1) Lamy, *loc. cit.*, p. 121.
(2) Id., *ibid.*, p. 125.
(3) Id., *ibid.*, p. 121.

Ce raisonnement fournit à Lamy ce théorème faux (1) : « Un corps estant posé sur un plan incliné, la partie de la pesanteur de ce poids qui porte sur ce plan est à celle qui n'y porte pas comme la longueur du plan est à sa hauteur. »

Bien qu'usant toujours de raisonnements aussi étranges, Lamy est plus heureux en cette autre proposition (2) : « Lorsqu'on tire une sphère le long d'un plan par une ligne parallèle à ce plan, ce qui porte de cette sphère sur le plan est à ce qui ne porte pas comme l'inclination du plan est à sa hauteur. » Dans cet énoncé, *ce que le plan*

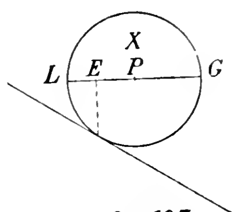

fig. 107.

ne porte pas signifie la composante du poids du corps parallèlement au plan incliné.

Ce théorème conduit notre auteur à cet autre (3) qui, lui aussi, est exact : « Deux corps pesans estant sur deux plans de mesme hauteur, si ce que porte l'un des deux plans est à ce que porte l'autre comme l'inclination de l'un à celle de l'autre, ces deux corps seront en équilibre. »

Entre cette proposition et la théorie du plan incliné telle que l'a formulée Stevin, il y a parfait accord ; mû peut-être par le besoin de critiquer le grand géomètre de Bruges, Lamy altère son propre théorème pour trouver un désaccord avec la doctrine classique du plan incliné : « L'on croit communément, dit-il (4), que lorsque les

(1) Lamy, *loc. cit.*, p. 122.
(2) Id., *ibid.*, p. 131.
(3) Id., *ibid.*, p. 135.
(4) Id., *ibid.*, p. 137.

poids entiers de deux corps pesans qui sont sur deux plans disposez comme on le voit dans la figure de la proposition précédente, sont l'un à l'autre, comme les plans sur lesquels ils sont, ils doivent estre en équilibre, cela n'est pas comme nous venons de le voir. Il ne faut pas que ce soient les poids entiers qui soient l'un à l'autre comme ces plans, mais la partie de ces poids qui portent sur ces plans.

» J'ay veu dans un Autheur cette démonstration prétenduë du sentiment que je rejette... » Après avoir

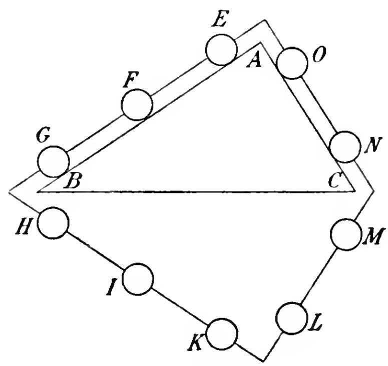

fig. 108.

rapporté la démonstration de Stevin, Lamy ajoute (1) : « Mais comme la démonstration suppose l'impossibilité du mouvement perpétuel, qui n'a point encore esté démonstrée, elle n'est pas bonne. Outre cela, il n'a pas remarqué que les sphères E, F, G (fig. 108) ne peuvent tomber, et faire monter les sphères O, N, à cause qu'elles pendent plus du côté du plan AC que du côté du plan AB... »

La critique n'est pas fondée ; le collier de perles dessine une chaînette parfaitement symétrique qui pend également du côté AB et du côté AC ; mais, il faut l'avouer, Stevin, si prodigue de précautions inutiles en ses longues

(1) Lamy, *loc. cit.*, p. 139.

démonstrations, aurait été sagement inspiré en l'affirmant explicitement et en appuyant son affirmation de quelques raisons.

La *Statique* du P. Pardies, le *Traité de Méchanique* du P. Lamy sont des œuvres fort médiocres ; ces deux écrits, comme ceux de Rohault et de De Challes, nous montrent en quel état de décadence se trouvait, au voisinage de l'an 1680, la Science de l'équilibre. La même impression se dégage encore d'un autre écrit (1), composé à la même époque, bien que cet écrit ait pour auteur l'illustre Borelli et que ses nombreuses éditions attestent la vogue dont il a joui.

L'étude des efforts faits par les muscles qui déterminent les mouvements des animaux exige que Borelli détermine les tensions des cordes qui arrêtent une résistance. Un chapitre entier (2) est consacré à ces lemmes sur la composition des forces ; les procédés par lesquels la démonstration de ces propositions est ramenée aux propriétés du levier n'ont rien de naturel ; ce sont d'ingénieux artifices dont l'emploi entraîne malaisément la conviction.

Les résultats obtenus sont naturellement ceux que l'on connaissait depuis Stevin. Borelli, cependant, juge bon de critiquer les démonstrations de Stevin et d'Herigone (3), qu'il nomme, ainsi que le raisonnement d'un certain « insignis Geometra neotericus » qu'il ne nomme pas, mais dont l'artifice est celui-là même qu'ont employé De Challes, Casati et Pardies. Il va plus loin ; il croit découvrir une

(1) Johannis Alphonsi Borelli, Neapolitani Matheseos professoris, *De motu animalium*. Pars Prima. Romæ, MDCLXXX. Pars secunda. Romæ, MDCLXXXI. — Editio altera. Lugduni in Batavis, MDCLXXXV. — En 1710, parut à Leyde une édition à laquelle était jointe une dissertation : *De motu musculorum*, due à Jean Bernoulli. Ainsi complétée, l'œuvre de Borelli fut réimprimée plusieurs fois, notamment à Naples en 1734. La dernière edition en fut donnée à La Haye en 1743.

(2) Id., *ibid.* Pars prima, Cap. XIII : Lemmata pro musculis quorum libræ non sunt parallelæ et oblique trahunt.

(3) Id., *ibid.* Pars prima, Cap. XIII : Digressio (à la suite de la Propositio LXIX).

erreur dans les énoncés de Stevin et d'Herigone. Il admet avec eux que deux forces obliques et concourantes, exercées par deux cordes, tiendront un poids en équilibre si chacune des tensions est à ce poids comme le côté du parallélogramme des forces est à la diagonale de ce quadrilatère ; mais il prétend que la réciproque de ce théorème n'est point exacte. Varignon (1) n'aura point de peine à lui prouver, et cela par ses propres lemmes, qu'il erre pleinement.

D'ailleurs, Borelli s'interdit toute allusion aux principes généraux de la Statique, aussi bien au principe des vitesses virtuelles, sans cesse repris d'Aristote à Galilée, qu'au principe des déplacements virtuels, constamment accru et précisé, de Jordanus à Descartes et à Wallis. Pour lui, comme pour Rohault, pour Pardies et pour Lamy, la loi du levier est « la plus importante proposition de la Statique » ; toutes les autres s'y ramènent. L'étroitesse d'esprit de ces auteurs va rejoindre celle de Guido Ubaldo.

Il est clair, en effet, que la plupart des géomètres n'ont, vers l'an 1680, qu'une fort médiocre connaissance de la Statique ; non seulement les principes larges et féconds auxquels cette science doit ses plus belles découvertes sont méconnus, relégués au rang de corollaires, passés sous silence, voire réputés faux, mais encore certains des théorèmes les plus certains sont contestés ou demeurent incompris ; de ce nombre est la loi de la composition des forces concourantes. Voici cependant que cette loi va cesser de paraître l'un des nombreux théorèmes de la Statique ; qu'elle va se donner comme la proposition fondamentale d'où découle toute cette science, comme le seul principe où le géomètre découvre avec pleine clarté et entière certitude la raison des équilibres les plus divers.

(1) Varignon, *Projet d'une nouvelle Mechanique. Avec un Examen de l'opinion de M. Borelli sur les proprietez des Poids suspendus par des Cordes.* A Paris chez la Veuve d'Edme Martin, Jean Boudot, et Estienne Martin, ruë S. Jacques, au Soleil d'Or. MDCLXXXVII.

6. *Le parallélogramme des forces et la Dynamique*
Les Observations *de Roberval*
Pierre Varignon (1654-1722) — *La* Lettre *du P. Lamy*
Les Principes *de Newton* — *La* Néo-Statique
du P. Saccheri

En dépit des critiques, bien mal justifiées, de Borelli, la loi de la composition des forces apparaîtra bientôt aux mécaniciens comme le principe qui doit servir à débrouiller toutes les questions de Statique. Dès lors, il y va de l'honneur de ce principe qu'il soit rendu indépendant de toute autre loi relative à l'équilibre, qu'il soit séparé des considérations sur le levier ou sur le plan incliné dont il découlait jusqu'ici ; il faut qu'on y parvienne d'emblée, à partir des lois premières du mouvement.

Cette justification directe par les principes de la Dynamique, la règle de la composition des forces va la trouver tout d'abord en remontant à ses toutes premières origines, aux raisonnements des Μηχανικὰ προβλήματα.

Aristote ou l'auteur, quel qu'il soit, des *Quæstiones mechanicæ* connaissait fort bien la règle de composition des vitesses. Or, pour lui, nous l'avons dit (1), connaître la loi de la composition des vitesses, c'était connaître la loi de la composition des forces, car, en vertu de l'axiome fondamental de la Dynamique péripatéticienne, une force constante produit un mouvement uniforme et la vitesse de ce mouvement est proportionnelle à la force qui l'engendre. On peut donc dire, si l'on veut, que la loi de la composition des forces a été connue dès l'antiquité. Si les auteurs modernes, si Léonard de Vinci, Stevin et Roberval se sont efforcés à la démonstration de cette loi, c'est

(1) V. Chapitre VI, n° 2.

qu'ils voulaient des preuves purement statiques, des preuves qui ne supposassent pas la proportionnalité entre la force qui meut et la vitesse du mobile ; la raison de ces efforts apparaissait très clairement à Stevin, qui regardait la Dynamique péripatéticienne comme condamnée et ne savait encore quelle Dynamique prendrait sa place.

Comme Stevin, Descartes pensait, nous l'avons vu, que l'ancienne Dynamique était à refaire, que la Dynamique nouvelle n'était pas encore faite ; il importait, par conséquent, de fonder la science de l'équilibre, au moins provisoirement, sur des postulats autonomes, sur des axiomes dont la certitude ne dépendît pas de la forme qui serait attribuée aux lois du mouvement.

A l'égard du principe péripatéticien qui affirme la proportionnalité entre la force et la vitesse, Roberval, lui aussi, éprouvait quelques doutes ; témoin ce passage que nous lisons dans son *Traicté de Méchanique* inédit (1) :

« Et quoyque la force ou impression augmente, et en conséquence la vistesse, il ne faut pas croire pourtant que cette vistesse augmente à proportion. Pour exemple, il ne faut pas croire qu'une double force ou impression cause à un mesme corps, une double vistesse, encore que toutes les autres conditions soient pareilles. Au contraire, pour causer une double vistesse, il faudroit souvent plus que le double de l'impression, sans pourtant qu'on sçache l'augmentation de l'une à proportion de l'autre, qui est une vérité fort difficile à découvrir. »

Le scrupule dont témoigne ce passage est malheureusement isolé dans l'œuvre de notre géomètre ; partout ailleurs, Roberval raisonne en péripatéticien.

Cet auteur, nous l'avons vu (2), est le premier qui ait

(1) *Traicté de Méchanique et spécialement de la conduitte et élevation des eaux*, par Monsieur de Roberval (Bibliothèque nationale, fonds latin, Ms. n° 7226, fol. 145, recto).

(2) V. chapitre XIII, 2 ; t. I, p. 311.

publié des démonstrations statiques correctes de la règle de composition des forces ; il en a donné deux, dont la seconde, tirée de l'axiome que Descartes devait formuler d'une manière générale, est fort belle. Néanmoins, pour avoir adopté l'idée que la loi du parallélogramme des forces devait être justifiée par des méthodes purement statiques et avoir assuré le succès de cette idée, il n'a pas jugé qu'il fût tenu d'abandonner l'antique manière de voir d'Aristote.

En mourant (1675), Roberval laissa, en manuscrit, ses *Observations sur la composition des mouvemens, et sur le moyen de trouver les touchantes des lignes courbes* (1), qui sont un de ses grands titres à la gloire géométrique. La Mécanique n'apparaît que d'une manière fort accessoire en cet ouvrage, mais elle y apparaît sous une forme nettement péripatéticienne.

« Puissance, dit Roberval (2), est une force mouvante ; Impression est l'action de cette puissance ; la Ligne de direction de la puissance est celle par laquelle la puissance meut le mobile... Nous avons encore défini la puissance en tant qu'elle nous peut servir considérant les diversités des mouvemens, ce qui n'empêche pas que dans d'autres spéculations, nous n'entendions par le mot de puissance une force capable de soutenir un poids ou de quelque autre effet. »

D'ailleurs, un peu plus loin (3), Roberval considère « dans les corps deux sortes d'impressions qui les peuvent

(1) *Divers ouvrages* de M. Personier *(sic)* de Roberval. *Observations sur la Composition des Mouvemens et sur le moyen de trouver les Touchantes des lignes courbes*. Imprimé une première fois dans le recueil intitulé : DIVERS OUVRAGES DE MATHEMATIQUES ET DE PHYSIQUE PAR MESSIEURS DE L'ACADÉMIE ROYALE DES SCIENCES, à Paris, MDCXCIII, et réimprimé dans les MÉMOIRES DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES depuis 1666 jusqu'à 1699 ; Tome VI, MDCCXXX ; p. 1.

(2) Roberval, *loc. cit.*, p. 2.

(3) Id., *ibid.*, p. 9.

faire mouvoir : l'une qui les chasse d'un lieu vers un autre avec violence : telle est celle que la raquette donne à la bale, la corde d'un arc à la flèche, etc. L'autre qui se fait par attraction des corps, soit que cette attraction soit réciproque ou non... »

Il n'est donc point douteux que, parmi les *puissances* dont il considère l'*impression*, Roberval ne range le poids, la « vertu de l'aiman » (1), et les autres forces.

« Généralement (2), en ce Traité, nous considérerons deux choses dans les mouvements, leur direction et leur vitesse. »

Que la direction du mouvement coïncide avec la *ligne de direction* de la puissance qui le produit, c'est ce qui résulte de la définition même que notre géomètre a donnée des mots : *ligne de direction* ; c'est ce qui résulte encore sans ambiguïté possible de propositions telles que celle-ci :

« La direction (3) d'une puissance mouvant un mobile, lequel par son mouvement décrit une circonférence de cercle, est la ligne perpendiculaire de l'extrémité du diamètre, au bout duquel le mobile se trouve. »

Cette proposition est trop exactement conforme à la Dynamique péripatéticienne pour ne nous point annoncer que Roberval accepte l'axiome même sur lequel repose cette Dynamique, la proportionnalité entre l'*impression* d'une *puissance* et la vitesse du mouvement uniforme qu'elle engendre. En dépit du doute émis en son *Traicté de Méchanique*, cet axiome semble si évident au professeur du Collège de France qu'il ne songe, nulle part, à en demander l'acceptation ; mais il l'invoque de la manière la plus claire, et cela précisément pour identifier le problème de la composition des forces avec le problème de la composition des mouvements ou des vitesses :

(1) Roberval, *loc. cit.*, p. 10.
(2) Id., *ibid.*, p. 2.
(3) Id., *ibid.*, p. 3.

« Or nous entendons (1) qu'un mouvement est composé de plusieurs mouvemens, lors que le mobile duquel il est le mouvement, est meû par diverses impressions... »

« Mais nous remarquerons (2) qu'en cette première composition de mouvemens (deux mouvements uniformes de directions fixes) et généralement en toutes les autres, nous pouvons considérer six choses. Sçavoir trois directions qui sont les deux simples, et la composée, et trois impressions qui sont les deux simples et la composée. »

« Or si les trois directions nous sont données, les trois impressions sont aussi données, *c'est à dire les proportions des vitesses des trois mouvemens*. »

Ainsi donc, dans ses *Observations sur la composition des mouvemens*, Roberval ramène la règle de la composition des forces à la Dynamique, mais à la Dynamique péripatéticienne ; son écrit se soude de la manière la plus naturelle aux *Questiones mechanicæ* et aux *Causes* de Charistion.

Aux *Observations sur la composition des mouvemens* est annexé (3) le *Projet d'un livre de Mécanique traitant des mouvemens composez* ; ce livre, dont deux feuillets nous font connaître seulement l'avant-propos, eût, assurément, été rédigé dans le même esprit péripatéticien que les *Observations*.

Les *Observations* de Roberval furent imprimées seulement en 1693, longtemps après la mort de l'auteur ; mais la doctrine sur les mouvements composés qui s'y trouvait renfermée, la méthode pour « tirer les touchantes aux lignes courbes » qui s'en déduisait, furent assurément connues beaucoup plus tôt, soit par tradition orale issue de l'enseignement que Roberval donnait au Collège de France, soit par communication de manuscrits. Les pen-

(1) Roberval, *loc. cit.*, p. 4.
(2) Id., *ibid.*, p. 6.
(3) Id., *ibid.*, p. 90.

sées contenues en cet écrit semblent avoir exercé une profonde influence sur les recherches de Varignon.

« Dès que M. Varignon eut découvert (1) que les mouvemens composez expliquoient avec une grande facilité l'emploi des forces dans les Machines ; qu'ils donnoient exactement les rapports de ces forces, selon quelque direction qu'on les y supposât placées, avantage qui manquoit aux méthodes que l'on avait suivies avant lui ; il s'attacha à en faire l'application aux Machines simples ; et en 1685, dans l'*Histoire de la République des Lettres*, il donna un Mémoire sur les poulies à moufles (2), dans lequel il se servoit des mouvemens composez pour déterminer tout ce que l'on peut désirer sur cette espèce de Machine. »

En 1687, Pierre Varignon se fit connaître du public par son *Projet d'une nouvelle Méchanique* (3), dédié à l'Académie des Sciences. Il ne cessa, sa vie durant, de travailler au traité de Statique dont ce *Projet* traçait le plan ; mais ce traité (4) ne parut que trois ans après sa

(1) Avertissement à la *Nouvelle Mécanique* de Varignon.

(2) Pierre Varignon, *Démonstration générale de l'usage des poulies à moufle* (HISTOIRE DE LA RÉPUBLIQUE DES LETTRES, mai 1687, p. 487). Je n'ai pu me procurer cet écrit. Je transcris ici ce qu'en dit Lagrange (*Mécanique Analytique*, Première Partie, Section I, Art. 13) : « L'auteur y considère l'équilibre d'un poids soutenu par une corde qui passe sur une poulie, et dont les deux parties ne sont pas parallèles. Il n'y fait point usage ni même mention du principe de la composition des forces, mais il emploie les théorèmes déjà connus sur les poids soutenus par des cordes, et il cite les Statiques de Pardis et de Dechales. Dans une seconde démonstration, il réduit la question au levier, en regardant la droite qui joint les deux points où la corde abandonne la poulie, comme un levier chargé du poids appliqué à la poulie, et dont les extrémités sont tirées par les deux portions de la corde que soutient la poulie. » On voit donc, comme le remarque Lagrange, que l'avertissement à la *Nouvelle Mécanique* « manque d'exactitude » en prétendant que Varignon « se servoit des mouvemens composez » dans son travail sur les poulies à moufle.

(3) *Projet d'une nouvelle méchanique* avec un examen de l'opinion de M. Borelli sur les propriétez des poids suspendus par des cordes. (Sans nom d'auteur). A Paris, chez la veuve d'Edme Martin, Jean Boudot et Estienne Martin, ruë S. Jacques, au Soleil d'or, MDCLXXXVII.

(4) *Nouvelle Mécanique ou Statique dont le projet fut donné en*

mort, imprimé par les soins de Beaufort et de l'abbé Camus.

Le *Projet d'une Nouvelle Méchanique* débute par une préface où Varignon initie le lecteur aux démarches par lesquelles son esprit a acquis une vue claire des lois de l'équilibre; l'auteur pense sans doute, par cette confidence, nous faire admirer l'originalité de ses intuitions et la rare profondeur de ses méditations ; mais cet objet n'est qu'imparfaitement atteint ; nous reconnaissons bientôt, dans les réflexions de Varignon, une suite de pensées qu'il est fort habituel de rencontrer dans les traités de Mécanique composés peu de temps avant le sien ; en sorte que ce qui nous frappe, dans l'œuvre de ce géomètre, c'est bien moins la force et la nouveauté des pensées qu'elle contient que la clarté et la fidélité avec lesquelles elle reflète les idées de ses contemporains.

« A l'ouverture du second Tome des Lettres de Monsieur Descartes, dit Varignon (1), je tombai sur un endroit de la 24 où il est dit que *c'est une chose ridicule que de vouloir employer la raison du Levier dans la Poulie.* Cette réflexion m'en fit faire une autre : Sçavoir s'il est plus raisonnable de s'imaginer un levier dans un poids qui est sur un plan incliné que dans une poulie. Après y avoir pensé, il me sembla que ces deux machines étant pour le moins aussi simples que le levier, elles n'en devoient avoir aucune dépendance, et que ceux qui les y rapportoient, n'y étoient forcez que parce que leurs principes n'avaient pas assez d'étenduë pour en pouvoir démontrer les proprietez indépendamment les unes des autres...

MDCLXXXVII. Ouvrage posthume de M. Varignon, des Académies Royales des Sciences de France, d'Angleterre et de Prusse, Lecteur du Roy en Philosophie au Collège Royal, et Professeur de Mathématiques au Collège Mazarin. A Paris, chez Claude Jombert, ruë S. Jacques, au coin de la ruë des Mathurins, à l'Image Notre-Dame, MDCCXXV.

(1) Varignon, *Projet d'une nouvelle Méchanique*, Preface.

» C'est peut-être ce qui a porté M. Descartes et M. Wallis à prendre une autre route ; quoi qu'il en soit, ce n'a pas été sans succez : puisque celle qu'ils ont suivie, conduit également à la connaissance des usages de chacune de ces machines, sans être obligé de les faire dépendre l'une de l'autre ; outre qu'elle a mené M. Wallis beaucoup plus loin qu'aucun Autheur, que je sçache, n'eût encore été de ce côté là.

» La comparaison que je fis de ces deux sortes de principes, me fit sentir que ceux d'Archimède n'étoient ny si étendus, ny si convainquants que ceux de M. Descartes et de M. Wallis ; mais je ne sentis point que les uns ni les autres m'éclairassent beaucoup : J'en cherchai la raison, et ce défaut me parut venir de ce que les autheurs se sont tous plus attachés à prouver la nécessité de l'équilibre, qu'à montrer la manière dont il se fait.

» Ce fut ce qui me fit résoudre à prendre le parti d'épier moi-même la nature, et d'essayer si, en la suivant pas à pas, je ne pourrais point apercevoir comment elle s'y prend pour faire que deux puissances, soit égales, soit inégales, demeurent en équilibre. Enfin je m'appliquai à chercher l'équilibre lui-même dans sa source, ou pour mieux dire, dans sa génération. »

Varignon donne alors un exemple de cette méthode qui permet de découvrir la génération même de l'équilibre ; il analyse l'équilibre d'un corps sur un plan incliné ; il montre comment la tension du fil qui retient le corps et la pesanteur de cette masse ont une résultante précisément normale au plan. Il ne dit rien à cet égard qui ne se trouve déjà dans Stevin, qui n'ait été maintes fois reproduit par Mersenne, par Herigone, par Wallis, par tous ceux qui ont écrit au sujet de la Statique.

« Après avoir ainsi trouvé la manière dont l'équilibre se fait sur des plans inclinez, je cherchai par le même chemin comment des poids soutenus avec des cordes seulement, ou appliquez à des poulies, ou bien à des leviers, font l'équilibre entr'eux, ou avec les puissances qui les soutiennent; et j'aperçus de même que tout cela se faisoit encore par la voye des mouvemens composez, et avec tant d'uniformité que je ne pus m'empêcher de croire que cette voye ne fût véritablement celle que suit la nature dans le concours d'action de deux poids, ou de deux puissances, en faisant que leurs impressions particulières, quelque proportion qu'elles ayent, se confondent en une seule qui se décharge tout entière sur le point où se fait cet équilibre : De sorte que la raison Physique des effets qu'on admire le plus dans les machines me parut être justement celle des mouvemens composez...

» Des vuës si étenduës me surprirent, et l'évidence avec laquelle le détail de tout cela me paroissoit, indépendamment même du général, me confirma encore dans l'opinion où j'étois, qu'il faut entrer dans la génération de l'équilibre pour y voir en soi, et pour y reconnoître les propriétez que tous les autres principes ne prouvent, tout au plus, que par nécessité de conséquence. »

Comment Varignon est-il arrivé à cette opinion « que la raison physique des effets qu'on admire le plus dans les machines est justement celle des mouvemens composez » ? On n'en saurait douter : Il y est parvenu par la voie même que Roberval a suivie dans ses *Observations* ; il y a été conduit par les principes de la Dynamique péripatéticienne dont il ne semble avoir douté en aucun de ses écrits de Statique.

Non seulement Varignon ne révoque pas en doute l'axiome fondamental de la Dynamique d'Aristote, mais il le formule explicitement (1), il en fait l'axiome premier d'où découleront toutes ses déductions : « Les espaces, dit-il, que parcourt un même corps, ou des corps égaux

(1) Varignon, *Projet d'une nouvelle Méchanique*, p. 1, Axiome.

dans des tems égaux, sont entre-eux comme les forces qui les meuvent ; et reciproquement lorsque ces espaces sont entre-eux comme ces forces, elles les font parcourir au même corps, ou à des corps égaux en tems égaux. »

Mais peut-être objectera-t-on que la similitude entre l'axiome d'Aristote et l'axiome de Varignon est une similitude apparente ; que la proposition énoncée par Varignon s'accorderait avec la Dynamique moderne, pourvu que les corps considérés partissent du repos ; que cette restriction était sans doute présente à l'esprit de Varignon, mais qu'il a négligé de la formuler.

Si l'opinion que nous avons émise pouvait être ébranlée par ces doutes, il nous suffirait, pour la raffermir, de lire le début de la *Nouvelle Mécanique.*

Après avoir déclaré (1) que la Pesanteur est une force ; que « c'est sur cette mesure que se fait d'ordinaire l'estimation de toutes les autres forces moins connuës,... de sorte que l'on dit d'une force quelconque, qu'elle est d'une livre, de trois, etc. », Varignon formule ses axiomes ; et, dans la liste des postulats qu'il énumère, nous trouvons ceux-ci :

« I. Les effets sont toûjours proportionnels à leurs causes ou forces productrices, puisqu'elles n'en sont les causes qu'autant qu'ils en sont les effets, et seulement en raison de ce qu'elles y causent. »

. . . .

« VI. Les vîtesses d'un même corps, ou de corps de masses égales, sont comme les forces motrices qui y sont employées, c'est-à-dire, qui y causent ces vîtesses ; réciproquement lorsque les vîtesses sont en cette raison, elles sont celles d'un même corps, ou de corps de masses égales. »

« VII. Les espaces parcourus de vîtesses uniformes en tems égaux par des corps quelconques, sont entr'eux

(1) Varignon, *Nouvelle Mécanique ou Statique*, tome I, p. 3.

comme ces mêmes vîtesses ; et réciproquement lorsque ces espaces sont en cette raison, ils ont été parcourus en tems égaux. »

« VIII. Les espaces parcourus en tems égaux par un même corps, ou par des corps de masses égales, sont comme les forces qui les leur font parcourir ; et réciproquement lorsque ces espaces sont en cette raison, ils sont parcourus en tems égaux par un même corps, ou par des corps de masses égales. Cet Axiome-ci est un Corollaire des deux précédens. Ax. 6. 7. »

« Le mot *vîtesse* dans la suite y signifiera toujours *vîtesse uniforme*, à moins qu'on n'y avertisse du contraire. »

Il est impossible de formuler avec plus de netteté l'axiome dynamique constamment invoqué dans les *Physicæ auscultationes* et dans le *De Cœlo*, l'axiome supposé dans les *Quæstiones mechanicæ* ; et, certes, on ne peut sans stupeur songer que celui qui affirme cet axiome d'une manière si claire et si explicite est un mécanicien illustre, contemporain de Newton. L'erreur est vivace ; la déraciner entièrement est long et difficile ; toujours, de quelque souche que l'on croyait morte, pousse un surgeon imprévu ; de cette vitalité de l'idée fausse, les opinions que Varignon professait en Dynamique sont un saisissant exemple.

Puisque Varignon admet les principes de la Dynamique d'Aristote, la loi de la composition des forces ne saurait offrir à ses yeux aucune obscurité ; elle est ramenée à la loi de composition des vîtesses et s'obtient (1) par la méthode même qu'a suivie Roberval.

Une fois le principe de la composition des forces ainsi établi, Varignon y ramène tous les cas d'équilibre que l'on peut rencontrer dans les machines ; en tous ces cas, les forces résultantes sont annihilées par les appuis. Ce que sont les procédés de réduction employés, à quel point ils

(1) Varignon, *Projet d'une nouvelle Méchanique*, p. 6. — *Nouvelle Mécanique ou Statique*, tome I, p. 14.

sont presque toujours ingénieux, mais trop souvent artificiels, il n'est pas utile que nous le marquions en détail. Beaucoup de ces procédés, devenus classiques, sont encore en usage dans l'enseignement.

C'est seulement dans la *Nouvelle Mécanique* (1) que Varignon est parvenu au théorème célèbre que nous énonçons aujourd'hui sous cette forme : *Par rapport à un point quelconque pris dans leur plan commun, le moment de la résultante de deux forces est égal à la somme algébrique des moments des composantes.* Grâce à ce beau théorème, son nom est aujourd'hui connu du plus humble étudiant en Mécanique. Cependant, il n'eut pas grand effort à faire pour le découvrir.

Léonard de Vinci avait déjà aperçu la vérité de cette proposition dans le cas où le point auquel on rapporte les moments est pris sur la direction de l'une des trois forces ; l'un des moments est alors égal à zéro. Sous cette forme, Stevin l'avait retrouvée et publiée ; après lui, Roberval, Herigone, Wallis, De Challes, Casati, Pardies, Borelli, l'avaient tous reproduite. Une généralisation bien aisée suffisait à donner le théorème qu'expose la *Nouvelle Mécanique.* Cependant, l'écolier qui répète le nom de Varignon ignore celui de Simon Stevin.

La réduction systématique de la Statique à la règle de composition des forces concourantes ne s'offrit pas seulement à l'esprit de Varignon ; elle se présenta en même temps aux méditations du P. Lamy. Celui-ci exposa ses idées, en 1687, sous forme d'une lettre (2) adressée « à

(1) Varignon, *Nouvelle Mécanique*, Section première, Lemme XVI ; tome I, p. 84.

(2) *Nouvelle manière de démontrer les principaux théorèmes des élémens des Méchaniques.* Pour servir d'addition au Traité de Méchanique du R. P. Lamy, Prêtre de l'Oratoire. A Paris, chez André Pralard, ruë S. Jacques, à l'Occasion. MDCLXXXVII. — Les quelques pages dont se compose cet opuscule furent, en effet, accolées aux anciens *Traitez de Méchanique* du P. Lamy, dont le faux-titre fut également changé et remplacé par celui-ci : *Traitez de Méchanique, de l'équilibre des solides et des liqueurs.* Nouvelle édition. Où l'on ajoûte une nouvelle manière de

Monsieur de Dieulamant, Ingénieur du Roy, à Grenoble ».

Citons quelques passages de cette lettre : « 1° Lorsque deux forces tirent le corps Z (fig. 109) par les lignes AC et BC qu'on appelle lignes de *direction* de ces deux forces, il est évident que le corps Z n'ira pas ni sur la ligne AC, ni sur la ligne BC, mais par une autre ligne entre AC et BC, quelle que soit cette ligne que je nomme X, qui sera le chemin par lequel Z marchera.

» 2° Si le chemin X étoit fermé, alors Z qui est déter-

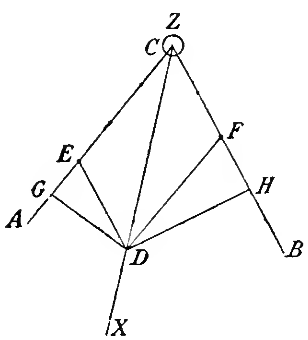

fig. 109.

miné à marcher par ce chemin demeureroit immobile, ainsi les forces seroient en équilibre... »

« 4° Force, c'est ce qui peut mouvoir. On ne mesure les mouvemens que par les espaces qu'ils parcourent. Supposons donc que la force A est à B comme 6 est à 2. Donc si A dans un premier instant tiroit à soi le corps Z jusqu'au point E, dans le même instant, B ne l'auroit tiré que jusques en F ; je suppose que CF n'est qu'un tiers de CE. Nous avons vû que Z ne peut pas aller par AC ni par BC ; ainsi il faut que dans le premier instant, il vienne à D où il répond à E et à F, c'est à dire qu'il a parcouru la valeur de CE et de FC.

démontrer les principaux théorèmes de cette Science. Par le P. Lamy, Prêtre de l'Oratoire. A Paris, chez André Pralard, ruë S. Jacques, à l'Occasion. MDCLXXXVII.

» Tout le monde convient de cela... »

« 6° Cette ligne X a ce rapport avec les lignes de direction des deux forces A et B que, de quel qu'un de ses points qu'on mène deux perpendiculaires sur ces deux lignes, elles sont entre elles réciproquement comme ces forces, ou comme DE à DF. »

Après avoir réduit à la composition des forces la théorie du plan incliné et du treuil, la loi d'équilibre d'une verge soutenue par deux cordes, etc., le P. Lamy ajoute : « Je ne crois donc pas qu'on puisse souhaiter un principe plus simple et plus fécond pour résoudre tous les problèmes qu'on peut faire sur les Méchaniques, et déterminer exactement la force de toutes les machines, de quelque manière qu'on leur applique les forces dont on se sert pour les remuer. »

L'analogie était très grande entre les idées que Varignon exposait dans son *Projet d'une Nouvelle Méchanique* et celle que le P. Lamy esquissait en même temps dans la lettre à M. de Dieulamant. Aussi, dans l'*Histoire des Ouvrages des Sçavans* de 1688, Basnage accusa-t-il le P. Lamy de plagiat à l'égard de Varignon : « Il y a apparence, disait-il, que le P. Lamy doit à M. Varignon la découverte de ces nouveaux principes de Méchanique. » Le P. Lamy se défendit (1) très vivement contre cette accusation et affirma l'indépendance non douteuse de sa découverte par rapport aux recherches de Varignon.

Le P. Lamy eût été en droit de signaler une différence entre la démonstration qu'il donnait de la loi du parallélogramme des forces et celle qu'en donnait Varignon, et de tirer vanité de cette différence ; elle était cependant bien minime en apparence ; elle consistait toute dans l'in-

(1) La *Nouvelle édition* des *Traitez de Méchanique* du P. Lamy se termine par un *Extrait du Journal des Sçavans* du Lundy 13 septembre 1688. Mémoire servant de Réponse à ce que l'Auteur de l'Histoire des ouvrages des Sçavans dit au mois d'avril 1688, art. 3, touchant une lettre où le P. Lamy proposa l'année dernière une nouvelle manière de démontrer les principaux Théorèmes des Élémens de Méchanique.

troduction de ces quelques mots : « Dans le premier instant » ; mais elle était bien profonde en réalité, puisque d'un raisonnement qui rapportait la loi de la composition des forces à la Dynamique péripatéticienne, elle faisait un raisonnement capable de rattacher la même loi à la Dynamique moderne. Il est bien vrai, en effet, selon cette Dynamique, que si diverses forces, constantes ou variables, agissent successivement sur un même mobile partant du repos, les vitesses qu'elles lui communiquent au bout d'un temps infiniment petit, le même pour toutes, sont proportionnelles aux intensités de ces forces.

En même temps donc qu'il proposait de réduire toute la Statique à un principe unique, représenté par la règle de la composition des forces, le P. Lamy parvenait à tirer cette règle des lois d'une Dynamique exacte. Or, au moment même où il adressait sa lettre à M. de Dieulamant, Newton faisait paraître son immortel ouvrage (1) sur les Principes mathématiques de la Philosophie naturelle. Le grand géomètre se proposait, lui aussi, de tirer des principes sur lesquels repose la science du mouvement une justification de la loi de la composition des forces ; il y parvenait en suivant exactement la même voie que le P. Lamy ; peut-être marquait-il cette voie d'une manière un peu moins claire que ne l'avait fait le savant oratorien.

A chaque force, Newton fait correspondre (2) ce que l'on pourrait nommer une *force instantanée*, ce qu'il désigne par les mots : *vis impressa*. Au sujet de cette *vis impressa*, il donne cette indication : « Consistit hæc vis in actione sola, neque post actionem permanet in corpore. » Il semble que sous cette formule, trop concise pour être claire, il faille deviner la pensée suivante : La *vis impressa* est l'effet produit par une force qui agit sur

(1) *Philosophiæ naturalis principia mathematica*, auctore Isaaco Newtono. Londini, MDCLXXXVII.

(2) Newton, *loc. cit.*, Definitiones. Definitio IV.

un mobile pendant un temps infiniment petit, choisi une fois pour toutes.

La *vis impressa* détermine alors le mobile à se mouvoir en ligne droite, d'un mouvement uniforme dont, pour un mobile donné, la vitesse est proportionnelle à l'intensité de la force qui a été appliquée pendant un instant. De là, Newton tire sans peine la démonstration (1) de la loi du parallélogramme des forces.

Lorsque nous comparons aujourd'hui la déduction par laquelle Newton et le P. Lamy ont obtenu la loi de composition des forces concourantes à la voie par laquelle Varignon est parvenu au même résultat, nous faisons entre ces deux méthodes une extrême différence. Varignon obtient la loi du parallélogramme des forces au moyen de la loi de composition des vitesses et de cet axiome : Une force est dirigée comme la vitesse du mouvement qu'elle produit ; elle est proportionnelle à cette vitesse. Newton et le P. Lamy, au contraire, font usage de la régle de composition des accélérations et de ce postulat : L'accélération d'un mobile est dirigée comme la force qui le sollicite et est proportionnelle à cette force. De ces deux principes, nous réputons le premier erreur grave et le second vérité essentielle.

Il ne paraît pas que les géomètres du XVII^e^ siècle ou du XVIII^e^ siècle aient attaché la moindre importance à cette distinction. Les propositions auxquelles la Dynamique péripatéticienne avait, depuis deux mille ans, accoutumé les physiciens étaient encore familières à tous les esprits ; on continuait tout naturellement à les invoquer toutes les fois que leurs conséquences ne heurtaient pas trop violemment les vérités découvertes par la nouvelle Dynamique.

De ce que nous venons d'avancer, les écrits de Varignon ne nous offrent-ils pas un exemple saisissant ?

Lorsqu'en 1687, Varignon donne son *Projet d'une*

(1) Newton, *loc. cit.*, Axiomata, sive leges motus. Corollarium I.

nouvelle Méchanique, il prend pour point de départ de ses déductions des axiomes que l'on dirait empruntés à la *Physica auscultatio* ou au *De Cœlo*. Mais, à ce moment, Lamy et Newton montrent que les mêmes conséquences se peuvent tirer d'une Dynamique exacte. Varignon a sûrement connu la *Lettre* du P. Lamy et il serait de toute invraisemblance qu'il eût ignoré les *Principes* de Newton. En ces deux écrits, il trouvait le moyen de corriger ses raisonnements et de les rendre saufs de tout emprunt à une Physique surannée. S'est-il soucié de le faire ? Aucunement. Pendant trente-cinq ans, il consacre ses efforts à développer les indications contenues dans le *Projet*, et la *Nouvelle Mécanique* qu'il produit par ce labeur persévérant se trouve plus profondément imprégnée de Dynamique péripatéticienne que son premier essai.

La *Néo-Statique* du P. Saccheri prête à des remarques analogues.

Le P. Saccheri est originaire de San Remo, où il naquit à une date inconnue. Il mourut à Milan, le 5 octobre 1733. L'année même de sa mort, il avait publié un livre de géométrie intitulé : *Euclides ab omni nævo vindicatus* (1).

Cet ouvrage suffit à prouver que le P. Saccheri était un logicien original et puissant. Il lui a valu l'honneur d'être salué par Beltrami (2) comme un précurseur de Legendre et de Lobatchewsky ; et M. P. Mansion (3) a pu dire de cet ouvrage : « Malgré ses défauts, l'*Euclides ab omni nævo vindicatus* est l'ouvrage le plus remarquable que

(1) *Euclides ab omni nævo vindicatus sive conatus geometricus* quo stabiliuntur prima universæ geometriæ principia, auctore Hieronymo Saccherio, Societatis Jesu, in Ticinensi Universitate Matheseos professore. Opusculum ex^{mo} Senatui Mediolanensi ab auctore dicatum. Mediolani, MDCCXXXIII. Ex typographia Pauli Antonii Montani.

(2) E. Beltrami, *Un precursore italiano di Legendre e di Lobatchewski* (Rendiconti della R. Accademia dei Lincei, t. V, p. 441 ; 17 mars 1889).

(3) P. Mansion, *Analyse des recherches du P. Saccheri, S. J., sur le Postulatum d'Euclide* (Annales de la Société scientifique de Bruxelles, XIV^{e} année, 1889-90, seconde partie, p. 46).

l'on ait écrit sur les *Éléments* avant Lobatchewsky et Bolyai. »

Un tel géomètre semble particulièrement apte à éviter les paralogismes lorsqu'il traite des principes de la Mécanique ; en sorte que l'on pourrait croire sa *Néo-Statique* (1), publiée en 1703, exempte de toute contradiction.

Un écrit de son confrère, le P. Ceva (2), avait signalé à l'attention du P. Saccheri certaines propriétés remarquables d'une pesanteur qui attirerait les éléments de volume des divers corps vers un centre fixe, et dont l'intensité serait proportionnelle à la distance de l'élément attiré au centre commun des graves.

Cette loi de gravité est précisément celle que Jean de Beaugrand, *le Géostaticien*, avait proposée et que Fermat acceptait avec quelques nuances.

Au sujet d'une pesanteur soumise à cette loi, Saccheri se propose de démontrer deux propositions qui sont, d'ailleurs, parfaitement exactes.

La première de ces propositions, qui semble condenser ce que les vues erronées de Fermat contenaient de vérité diffuse, peut se formuler ainsi : Si la gravité suit une telle loi, la pesanteur résultante d'un corps passe toujours par un point (*centre de gravité*) qui occupe, dans ce corps, une position absolument fixe et indépendante de la situation du corps.

La seconde de ces propositions affirme qu'un point, abandonné sans vitesse initiale et tombant en chute libre, mettra toujours le même temps pour parvenir au centre commun des graves, quelle que soit, au début du mouvement, sa distance à ce centre.

Des deux propositions que Saccheri se propose d'établir,

(1) *Neo-Statica* auctore Hieronymo Saccherio, e Societate Jesu, in Ticinensi Universitate matheseos professore, excellentissimo Senatui Mediolanensi ; MDCCVIII. Ex typographia Josephi Pandulphi Malatestæ.

Je dois au R. P. Thirion la connaissance et la communication de ce rare ouvrage ; qu'il me permette de lui en exprimer ici ma vive reconnaissance.

(2) Cf. Saccheri, *Neo-Statica*, lib. IV, Introductio, p. 125.

l'une ressortit à la Statique et l'autre à la Dynamique ; il nous sera donc donné de connaître les principes que le savant Jésuite emploie en ces deux branches de Mécanique.

Au point de départ de ses déductions, Saccheri place la notion de *momentum* (1) ; cette notion, voisine de celle que Galilée nommait *memento*, identique à la *quantité de mouvement* de Descartes, s'obtient en multipliant la *masse* (2) du mobile par la *vitesse* dont il est animé ; à cette vitesse même, Saccheri donne, en général, le nom d'*impetus* (3).

La composition et la décomposition des *momenta* ou des *impetus* n'est pas autre chose que la composition et la décomposition des vitesses ; de ce problème, il n'est point malaisé à Saccheri d'exposer la solution, connue depuis Aristote. Mais bientôt (4), nous voyons que les propositions ainsi obtenues subissent une insensible transposition; un imperceptible glissement transporte à la *vis motrix* ce que l'on avait prouvé de l'*impetus*, et les lois cinématiques de la composition des vitesses se transforment en lois statiques de la composition des forces, sans que l'auteur ait paru s'apercevoir de ce changement, que le lecteur discerne à grand'peine.

C'est par une telle transposition des *forces* aux *impetus* que se trouve évaluée (5) la pesanteur apparente d'un grave sur un plan incliné. Sans doute, il est question, en cette évaluation, de *vitesse à partir du repos (impetus ex quiete)* et l'on pourrait y voir l'indication que les forces doivent être mesurées par la vitesse qu'elles impriment, au bout d'un temps infiniment court, au mobile partant du repos; les raisonnements de Saccheri seraient alors semblables à ceux de Lamy et de Newton ; ils seraient

(1) Saccheri, *Neo-Statica*, lib. I, Definitiones, p. 2.
(2) Id., *ibid.*, lib. I, Definitio 7, p. 2.
(3) Id., *ibid.*, lib. I, Definitio 9, p. 2.
(4) Id., *ibid.*, lib. I, Propp. IX, X, XI.
(5) Id., *ibid.*, lib. I, Propp. XXVII et XXVIII.

exacts. Mais aucun commentaire du mot *ex quiete* n'indique qu'il lui faille, en ce lieu, attribuer une telle importance ; dénué de tout rôle dans les considérations de Statique que développe Saccheri, il semble n'être qu'un subterfuge pour rendre moins criarde la contradiction qui éclate entre cette Statique et la Dynamique du même auteur.

Est-il possible, d'ailleurs, de douter un seul instant que Saccheri regarde la *vis motrix* comme proportionnelle à l'*impetus*, comme identique au *momentum*, lorsqu'on lit cette définition (1) du centre de gravité :

« Par *centre de gravité*, nous entendons, en tout grave, ce point par lequel passe la direction naturelle de l'*impetus* composé qui tend au centre commun des graves; on doit comprendre que cette direction résulte de l'ensemble des *impetus* naturels par lesquels les diverses parties du grave tendent au même centre. »

Il est bien clair que la Statique de Saccheri repose tout entière sur la supposition que la force est proportionnelle à l'*impetus*, c'est-à-dire à la vitesse. Comme la Statique de Varignon, elle emprunte tous ses principes à la Dynamique d'Aristote.

Or, lorsqu'il aborde des problèmes de mouvement, c'est la Dynamique de Newton qu'invoque Saccheri.

Prenant un point pesant qui décrit une certaine trajectoire (2), il considère l'*impetus vivus* de ce point, c'est-à-dire (3) la *vitesse* dirigée suivant la tangente à la trajectoire; il considère aussi, suivant une direction quelconque D, l'*impetus subnascens* ; cette grandeur est identique, d'après ce qu'il a sans cesse admis dans ses deux premiers livres, au quotient, par la masse du point, de la composante du poids suivant la direction D. Si Saccheri était conséquent avec les principes dont il a tiré sa Statique, il égalerait l'*impetus subnascens* selon la direction D à la

(1) Saccheri, *Neo-Statica*, lib. II, Definitio 5, p. 55.
(2) Id., *ibid.*, lib. III, Prop. I.
(3) Id., *ibid.*, lib. III, Admonitio, p. 84.

composante de l'*impetus vivus* selon la même *direction*. Ce n'est pas ce qu'il fait ; à l'*impetus subnascens*, il égale l'*accroissement (incrementum)* de la composante suivant D de l'*impetus vivus*. Pour parler notre moderne langage, il égale le quotient par la masse du mobile de la composante du poids suivant une certaine direction à la composante de l'*accélération* suivant la même direction ; l'égalité qu'il pose ainsi est le principe même de la Dynamique de Newton.

Nous voyons ainsi Saccheri, qui est un géomètre très habile et un logicien très subtil, se servir, pour traiter des problèmes de Dynamique newtonienne, de propositions de Statique qu'il a établies en suivant la méthode d'Aristote. Tout aussi bien, nous verrions le grand Euler, alors qu'il expose en un admirable traité (1) la Mécanique issue de l'œuvre de Newton, adopter en bloc les lois de Statique que Varignon a fondées sur les principes péripatéticiens.

Ces exemples suffisent à montrer combien la substitution de la Dynamique moderne à la Dynamique d'Aristote a été lente et malaisée. C'est que la Dynamique d'Aristote offrait une traduction bien plus immédiate des expériences les plus obvies ; infiniment plus abstraite, la Dynamique moderne est le fruit d'un prodigieux effort de réflexion et d'analyse ; il a fallu des siècles pour déshabituer l'esprit humain de la première et pour l'accoutumer à la seconde.

7. *La lettre de Jean Bernoulli à Varignon (1717)* *L'énoncé définitif du principe des déplacements virtuels*

En l'an 1687, il semble que la Mécanique ait pour toujours renoncé à la méthode des déplacements virtuels de

(1) *Mechanica sive Motus Scientia, analytice exposita*, auctore Leonhardo Eulero, Academiæ Imper. Scientiarum membro et matheseos sublimioris professore. Instar supplementi ad Commentar. Acad. Scient. Imper. Petropoli, ex typographia Academiæ Scientiarum. An. 1736.

Jordanus, de Descartes et de Wallis, aussi bien qu'à la méthode des vitesses virtuelles d'Aristote, de Charistion et de Galilée. Tous ceux qui ont écrit sur la Statique après Wallis, à l'exception de Casati et de De Challes, ou bien ont passé ces méthodes sous silence, ou bien ont déclaré que l'esprit n'y trouvait pas une suffisante assurance pour y prendre le fondement de la Statique ; tout au plus ont-ils consenti à en faire un corollaire de propositions construites sur d'autres hypothèses.

Après s'être efforcés d'asseoir toute la Statique sur le principe du levier, ils ont reconnu dans la loi de composition des forces concourantes un axiome d'où se peuvent aisément déduire les règles d'équilibre de toutes les machines ; en rattachant directement cette loi aux premiers principes de la théorie du mouvement, ils lui ont conféré une clarté et une certitude qui conviennent parfaitement à l'hypothèse sur laquelle doit reposer toute une doctrine.

La Statique semblait donc définitivement engagée dans la voie que Varignon traçait en son *Projet d'une Nouvelle Méchanique*, que le P. Lamy marquait dans sa lettre à M. de Dieulamant. Elle n'avait plus qu'à progresser dans la direction que ces auteurs lui avaient assignée. A ce progrès, d'ailleurs, Varignon consacrait le reste de sa vie ; il s'efforçait de conduire la Statique au but qu'il lui avait montré ; de ses efforts résultait cette *Nouvelle Mécanique ou Statique* qui, publiée peu de temps après la mort de son auteur, devait rester si longtemps classique.

Quant à la méthode des déplacements virtuels, dont nous avons suivi le développement continu de Jordanus à Descartes et à Wallis, il semblait qu'elle fût définitivement condamnée et qu'elle n'eût plus qu'à rentrer dans l'oubli.

Lorsqu'on suit le développement lent et compliqué par lequel une science se perfectionne, on voit parfois une idée qui, pendant un certain temps, a brillé d'un vif éclat, s'obscurcir peu à peu et cesser d'être perçue ; il semble qu'elle soit à tout jamais éteinte. Mais bien souvent, cette disparition, que l'on prendrait pour une définitive extinction, n'est qu'une éclipse de peu de durée ; le moment où l'idée est devenue invisible à tous les yeux précède à peine celui où elle va reparaître, plus brillante qu'elle n'a jamais été, comme si elle s'était cachée un instant pour se reposer, pour reprendre de nouvelles forces et un nouvel éclat.

Déjà, nous avons vu la méthode des déplacements virtuels, qui s'était montrée si féconde dans les écrits de Jordanus, du Précurseur de Léonard de Vinci, de Léonard lui-même et de Cardan, négligée ou repoussée par Guido Ubaldo, par Benedetti et par Stevin. Mais le moment même où elle semblait complètement abandonnée est précisément celui où elle fut reprise par Roberval et surtout par Descartes, où son principe se dégagea, clair et autonome, de toute alliance avec le postulat des vitesses virtuelles et avec la Dynamique d'Aristote.

Nous allons assister à une résurrection toute semblable de la méthode des déplacements virtuels ; c'est dans le livre même qui semble consacrer l'irrémédiable défaite de cette méthode et le triomphe définitif de la Statique fondée sur la composition des forces, c'est dans la *Nouvelle Mécanique* de Varignon que nous allons voir le principe d'où découle cette méthode revêtir sa forme achevée.

Dans sa *Nouvelle Mécanique*, en effet, Varignon insère (1) une lettre que Jean Bernoulli lui avait adressée de Bâle le 26 janvier 1717. Cette lettre contient le passage suivant :

« Concevez plusieurs forces différentes qui agissent suivant différentes tendances ou directions pour tenir en équilibre un point, une ligne, une surface, ou un corps ;

(1) Pierre Varignon, *Nouvelle Mécanique ou Statique ;* section IX, Corollaire général de la Théorie précédente. Tome II, p. 174.

concevez aussi que l'on imprime à tout le système de ces forces un petit mouvement, soit parallèle à soi-même suivant une direction quelconque, soit autour d'un point fixe quelconque : il vous sera aisé de comprendre que par ce mouvement chacune de ces forces avancera ou reculera dans sa direction, à moins que quelqu'une ou plusieurs des forces n'ayent leurs tendances perpendiculaires à la direction du petit mouvement ; auquel cas cette force, ou ces forces, n'avanceroient ni ne reculeroient de rien ; car

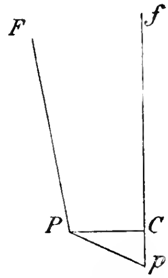

fig. 110.

ces avancemens ou reculemens, qui sont ce que j'appelle *vîtesses virtuelles* (1), ne sont autre chose que ce dont chaque ligne de tendance augmente ou diminue par le petit mouvement ; et ces augmentations ou diminutions se trouvent, si l'on tire une perpendiculaire à l'extrémité de la ligne de tendance de quelque force, laquelle perpendiculaire retranchera de la même ligne de tendance, mise dans la situation voisine par le petit mouvement, une petite partie qui sera la mesure de la *vîtesse virtuelle* de cette force.

» Soit, par exemple, P (fig. 110) un point quelconque

(1) On voit que Jean Bernoulli a donné le nom de *vitesses virtuelles* à des longueurs, et non point à des vitesses ; le nom de *déplacements virtuels* eût seul été correct ; cette fâcheuse dénomination a persisté en Mécanique, où beaucoup d'auteurs nomment encore *Principe des vitesses virtuelles* un principe où les vitesses n'ont que faire et qui devrait se nommer *Principe des déplacements virtuels*.

dans le systême des forces qui se soutiennent en équilibre ; F, une de ces forces, qui pousse ou qui tire le point P suivant la direction FP ou PF ; P*p*, une petite ligne droite que décrit le point P par un petit mouvement, par lequel la tendance FP prend la direction *fp*, qui sera ou exactement parallèle à FP, si le petit mouvement du systême se fait en tous les points du systême parallèlement à une droite donnée de position (1) ; ou elle fera, étant prolongée, avec FP, un angle infiniment petit, si le petit mouvement du systême se fait autour d'un point fixe. Tirez donc PC perpendiculaire sur *fp*, et vous aurez C*p* pour la *vîtesse virtuelle* de la force F, en sorte que F $\times$ C*p* fait ce que j'appelle *Énergie*. Remarquez que C*p* est ou *affirmatif* ou *négatif* par rapport aux autres : il est affirmatif si le point P est poussé par la force F, et que l'angle FP*p* soit obtus ; il est *négatif*, si l'angle FP*p* est aigu ; mais au contraire, si le point P est tiré, C*p* sera *négatif* lorsque l'angle FP*p* est obtus ; et *affirmatif* lorsqu'il est aigu.

» Tout cela étant bien entendu, je forme cette Proposition générale : *En tout équilibre de forces quelconques, en quelque manière qu'elles soient appliquées, et suivant quelques directions qu'elles agissent les unes sur les autres, ou médiatement, ou immédiatement, la somme des Énergies affirmatives sera égale à la somme des Énergies négatives prises affirmativement.* »

C'est en ces termes que Bernoulli formule le principe, désormais complet, d'où l'on peut tirer toutes les lois de l'équilibre.

Comment Jean Bernoulli est-il parvenu à la connaissance de cet axiome général ? Ce que Varignon nous a communiqué de sa lettre ne nous donne aucun renseignement à cet égard ; mais il ne semble pas fort malaisé de

(1) Le lecteur remarquera que Jean Bernoulli introduit dans son énoncé quelques affirmations inexactes et quelques restrictions inutiles ; nous ne nous arrêterons pas à relever ces vétilles.

deviner ce que nous ne connaissons point par document positif.

La distance, en effet, est bien courte et bien aisée à franchir entre la forme que Wallis avait donnée au principe des déplacements virtuels et la forme que cet axiome vient de prendre ; pour passer de l'une à l'autre, il suffit de déclarer ouvertement ce que Wallis soupçonnait déjà, de considérer nettement des déplacements infinitésimaux, des travaux infiniment petits ; cette transformation ne pouvait offrir aucune difficulté à un géomètre rompu aux considérations de l'analyse infinitésimale. Il paraît donc très vraisemblable que Jean Bernoulli soit parvenu à son énoncé du principe des déplacements virtuels en coordonnant et en perfectionnant les affirmations éparses dans l'œuvre de Wallis. Par Wallis et par Descartes, son œuvre se reliait avec continuité aux ébauches de Jordanus et des mécaniciens de son École.

Ce n'est pas que la méthode des déplacements virtuels dont Bernoulli vient de donner l'énoncé général et précis, ravisse d'emblée tous les suffrages et que tous les mécaniciens y reconnaissent le principe d'où doit découler la Statique entière. Varignon, qui nous fait connaître la découverte du grand géomètre de Bâle, refuse d'y voir un principe ; il n'y reconnaît qu'un « corollaire général de la théorie » qu'il a fondée sur la loi du parallélogramme des forces. « Cette proposition me parut si générale et si belle, dit Varignon (1), que, voyant que je la pouvais aisément déduire de la théorie précédente, je lui demandai la permission qu'il m'accorda, de l'ajouter ici avec la démonstration que cette théorie m'en fournissoit, et qu'il ne m'envoyoit pas. La voici séparée pour toutes les machines précédentes. » Et, sans se lasser, Varignon consacre cinquante pages à prouver que toutes les machines dont il a tiré les conditions d'équilibre de la loi de la com-

(1) Varignon, *Nouvelle Mécanique ou Statique*, tome II, p. 174.

position des forces vérifient l'égalité posée par Bernoulli. Ainsi en avaient agi Guido Ubaldo avec l'axiome d'Aristote et le P. Pardies avec l'axiome de Descartes. Ils avaient refusé à ces postulats larges et féconds le titre de principes pour les reléguer au rang de corollaires.

Nous arrêtons ici cette Histoire. Avec la *Nouvelle Mécanique* de Varignon, avec la lettre de Jean Bernoulli, se trouve close cette période du développement de la Statique qui mérite d'être appelée *les Origines ;* la *Période classique* est ouverte. Nous avions entrepris de rechercher les sources d'un fleuve ; nous en avons décrit le bassin supérieur, aux gorges sinueuses et tourmentées ; le fleuve entre maintenant dans une plaine aux molles ondulations où, dans un large lit, ses flots vont poursuivre leur cours paisible.

Au moment où nous cessons de le suivre, ce fleuve est divisé en deux bras, son courant se partage en deux directions différentes, et ces deux directions semblent orientées par les deux impulsions que la Statique a reçues dès l'origine ; en l'une, nous reconnaissons la tendance d'Archimède ; en l'autre, la tendance d'Aristote.

D'Archimède à Varignon, les géomètres ont poursuivi un même idéal ; ils le poursuivront encore de Varignon à Poinsot, de Poinsot jusqu'à nos comtemporains. Ils rêvent de construire la Statique sur le modèle des *Éléments de Géométrie* d'Euclide. Ils veulent que, par une analyse aussi patiente qu'ingénieuse, les cas d'équilibre les plus compliqués des systèmes les plus divers soient décomposés, dissociés, jusqu'à ce que l'on voie clairement les équilibres simples, élémentaires, dont l'agencement complexe les a produits ; ils veulent, en outre, qu'en ces cas simples et élémentaires, le maintien de l'équilibre ait même évidence et même certitude que ces vérités de sens commun dont Euclide a fait ses demandes. Donner à la Statique des principes que l'on puisse réputer aussi clairs et assurés que les axiomes de la Géométrie, tel était déjà l'objet d'Archimède lorsqu'il composait son Traité Περὶ ἐπιπέδων ἰσοῤῥοπικῶν ; tel était encore le désir de Daniel Bernoulli, puis de Poisson, lorsqu'ils s'efforçaient d'établir la loi du parallélogramme des forces sans faire appel aux principes généraux de la Dynamique.

Tandis que ce courant entraîne un bon nombre de mécaniciens, d'autres suivent la direction qu'Aristote avait déjà imprimée à la Statique. Leurs efforts ne tendent point à une analyse qui dissocie les lois les plus complexes de l'équilibre et les réduise à des propositions élémentaires claires et évidentes de soi ; ils tendent bien plutôt à une large synthèse ; tous les cas de repos que l'on rencontre dans la nature ou que l'art réalise, ils s'efforcent de les embrasser en un principe unique et universel. Assurément, ils tirent ce principe de quelques observations simples et obvies ; mais l'extrême généralisation par laquelle ils passent de quelques expériences particulières à une loi si ample, efface en celle-ci tout caractère d'évidence immédiate. Plus la science, en se développant, prend conscience des procédés logiques qu'elle met en œuvre, et mieux elle comprend que la certitude d'une hypothèse aussi générale ne pouvait être contenue dans les quelques faits qui l'ont suggérée ; mieux elle voit que ce qui confirme cette hypothèse et nous assure de sa valeur, c'est l'aisance avec laquelle elle classe la multitude des lois diverses que l'expérience a découvertes, c'est la sûreté avec laquelle elle annonce à l'expérience de nouvelles lois à découvrir.

C'est cette dernière tendance qui a conduit les géomètres, depuis Jordanus et ses élèves jusqu'à Roberval et à Descartes, depuis Descartes et de Wallis jusqu'à Jean Bernoulli, à préciser et à étendre sans cesse le principe des déplacements virtuels.

Entre ces deux tendances dont chacune s'efforce de diriger la Statique, le conflit est incessant. Mais un observateur impartial de cette lutte n'a point de peine à reconnaître les qualités des deux méthodes. Certes, l'esprit d'analyse, par sa critique méticuleuse, contribue à dégager de toute trace d'erreur les vérités que l'esprit de synthèse a fait découvrir ; mais ses propres découvertes, rares et maigres, ne servent qu'à mieux prouver sa stérilité. La fécondité est l'apanage de l'esprit de synthèse ; c'est la méthode des déplacements virtuels qui, sans cesse, élargit le champ de la Statique.

L'emploi exclusif de cette méthode caractérise la *Mécanique analytique* de Lagrange.

L'œuvre de Lagrange est le confluent où viennent se réunir tous les courants qui, successivement, ont entraîné la Statique, où aboutissent toutes les tendances qui en ont diversement orienté l'évolution.

La Statique a mis à l'origine de ses déductions tantôt le principe du levier, tantôt les propriétés du plan incliné, tantôt la loi de la composition des forces ; tous ces principes sont équivalents entre eux, et leur équivalence résulte de ce fait qu'ils découlent tous immédiatement du principe des déplacements virtuels. Ainsi la science de l'équilibre se trouve ramenée par Lagrange à une parfaite unité ; elle se trouve tout entière condensée dans une seule formule.

Varignon, reprenant une idée qu'Albert de Saxe et Guido Ubaldo avaient esquissée, s'est efforcé de trouver la raison de tous les cas d'équilibre dans les pressions que les corps mobiles exercent sur leurs appuis. Lagrange tire de la méthode des déplacements virtuels un procédé aussi simple que sûr pour définir et déterminer ces pressions qu'annulent les liaisons.

La doctrine d'Albert de Saxe, selon laquelle le centre de gravité de tout corps pesant tend à s'unir au centre commun des graves, a fourni un principe de Statique que Galilée et Torricelli énoncent en ces termes : Un système est en équilibre lorsque tout changement de sa disposition obligerait son centre de gravité à s'élever. Ce principe est demeuré longtemps séparé du principe de l'égalité entre le travail moteur et le travail résistant, du principe de Jordanus, de Descartes, de Wallis et de Jean Bernoulli. Lagrange met à nu le lien étroit qui unit ces deux principes.

Le principe de Torricelli n'est pas l'exact équivalent du principe de Jean Bernoulli ; celui-ci prévoit tous les cas d'équilibre, celui-là en exclut quelques-uns ; c'est grâce à la théorie générale de la stabilité, créée par Lagrange, que l'on peut caractériser les cas d'équilibre que fait connaître le principe de Torricelli et montrer que ce sont les seuls équilibres stables.

Les physiciens se sont efforcés de tirer le principe fondamental de la Statique des lois de la Dynamique ; Roberval et Varignon ont ainsi déduit la loi du parallélogramme des forces de l'antique Dynamique péripatéticienne, de la proportionnalité entre la force et la vitesse ; le P. Lamy et Newton l'ont, plus justement, déduite de la proportionnalité entre la force et l'accélération. D'Alembert a, en quelque sorte, retourné la question et montré comment tout problème de mouvement se pouvait ramener à un problème d'équilibre. Lagrange demande alors à la méthode des déplacements virtuels la formule qui met en équation tout problème de mouvement.

Les assemblages de corps solides ne sont d'ailleurs point les seuls systèmes dont l'équilibre dépende du principe des déplacements virtuels ; la Statique des systèmes déformables et, particulièrement, des fluides, découle tout entière de ce principe ; les diverses méthodes propres à traiter l'Hydrostatique qu'ont proposées Newton, Bouguer, Clairaut, Euler, peuvent toutes se ramener à cette méthode générale.

Ainsi, par la méthode des déplacements virtuels, Lagrange constitue une Statique admirablement une et ordonnée, où se classent en un ordre parfait toutes les lois de l'équilibre des corps solides ou fluides, où tous les désirs légitimes de ceux qui ont promu la science de l'équilibre trouvent leur pleine satisfaction.

Après Lagrange, la méthode des déplacements virtuels reste la méthode la plus précise, la plus générale, celle que les mécaniciens appellent à leur aide toutes les fois qu'il s'agit de dissiper une obscurité, de résoudre une embarrassante difficulté.

Navier a obtenu, sans le secours de cette méthode, les équations indéfinies de l'équilibre élastique ; mais, lorsqu'il veut compléter son œuvre et joindre aux équations indéfinies les conditions aux limites qui achèvent la détermination du problème, il reprend ce problème par la méthode des déplacements virtuels.

Poisson pense que l'élasticité d'un corps cristallisé ne dépend, en général, que de 15 coefficients ; Cauchy et Lamé en portent le nombre à 36 ; c'est en usant des procédés de Lagrange que Green peut trancher le débat et prouver que le nombre exact de ces coefficients est 21.

Par le principe de l'équilibre des canaux, que Clairaut a imaginé et que Lagrange a déduit du principe des déplacements virtuels, Laplace a obtenu l'équation de la surface capillaire ; mais ses démonstrations sont peu sûres lorsqu'il veut établir les lois qui régissent le contact du liquide et du tube ; la constance de l'angle de raccordement est postulée et non démontrée. Gauss, dans un travail qui offre l'un des plus beaux exemples de la méthode de Lagrange, demontre avec une entière précision l'ensemble des lois de la capillarité.

La théorie de l'équilibre des plaques élastiques semble poser aux géomètres une désespérante énigme ; Cauchy et Poisson ne s'accordent pas dans l'énoncé des conditions qui doivent être vérifiées au bord d'une plaque ; les conditions qu'ils proposent sont surabondantes. C'est encore la méthode des déplacements virtuels qui permet à Kirchhoff de donner le mot de l'énigme, d'écrire, sans omission ni répétition, toutes les conditions requises au bord d'une plaque élastique.

Certes, la méthode des déplacements virtuels peut être fière du domaine qu'elle a conquis et auquel elle a imposé des lois si claires et un ordre si parfait ; mais voici qu'à la fin du XIX[e] siècle de nouvelles contrées, prodigieusement riches et étendues, viennent accroître son empire. Ce ne sont plus seulement les équilibres mécaniques qui se soumettent à ses arrêts ; elle pose, avec une souveraine autorité, les conditions des équilibres qui mettent fin aux changements d'état physique ou aux réactions chimiques, comme de ceux qui s'établissent en des systèmes électrisés et aimantés. La graine infime semée par Jordanus ne s'est pas contentée de produire la *Mécanique analytique* de Lagrange ; elle a encore engendré la Mécanique chimique et la Mécanique électrique de Gibbs et de Helmholtz.

CONCLUSION

Après qu'il a parcouru le causse desséché du Larzac, aux mamelons de pierre grise, aux dédales rocheux, semblables à des ruines de cités, le voyageur dirige ses pas vers les plaines que baigne la Méditerranée. Le chemin qu'il doit suivre est dessiné par de larges ravines ; traces d'anciens torrents ou de rivières taries, elles s'enfoncent peu à peu, entaillant toujours plus profondément le plateau calcaire. Ces ravines confluent bientôt en une gorge unique ; de hautes murailles à pic, surmontées de dangereux glacis de pierres croulantes, resserrent le lit où, jadis, une belle rivière roulait ses eaux profondes et impétueuses. Aujourd'hui, ce lit n'est plus qu'un chaos de blocs brisés et usés ; nulle source ne suinte aux parois rocheuses, nulle flaque d'eau ne mouille les graviers; entre les amas pierreux, nulle plante ne verdoie. La *Vissec*, tel est le nom que les Cévennols ont donné à ce fleuve d'aridité et de mort.

Le marcheur, qui chemine péniblement parmi les graves et les éboulis, perçoit par intervalles une sourde rumeur, semblable aux roulements d'un tonnerre lointain ; au fur et à mesure qu'il avance, il entend ce grondement s'enfler, pour éclater enfin en un formidable fracas : c'est la grande voix de la *Foux*.

Dans la paroi calcaire, une sombre caverne est béante, largement fendue comme une énorme gueule ; sans relâche, cette gueule vomit en un gouffre, avec des transparences de cristal et des bouillonnements d'écume blanche, la masse puissante des eaux que les fissures du causse ont recueillies au loin, qu'elles ont réunies en un lac souterrain.

D'un seul coup, une rivière est formée ; désormais, la *Vis* roule ses eaux limpides et froides parmi les grèves blanches et les oseraies d'argent; son gai murmure éveille — tel un écho — le tic-tac des moulins et le rire sonore des villages cévennols, tandis qu'un grand rayon de soleil, rasant le bord crénelé du causse, glisse, oblique, jusqu'au fond de la gorge et pose un ourlet d'or aux rameaux des peupliers.

Lorsque l'histoire classique, faussée par les préjugés et tronquée par les simplifications voulues, prétend retracer le développement des sciences exactes, l'image qu'elle évoque à nos yeux est toute semblable au cours de la Vis.

Autrefois, la Science hellène a épanché avec abondance ses eaux fertilisantes ; alors le monde a vu germer et croître les grandes découvertes, à tout jamais admirables, des Aristote et des Archimède.

Puis, la source de la pensée grecque a été tarie et le fleuve auquel elle avait donné naissance a cessé de vivifier le moyen âge. La science barbare de ce temps n'a plus été qu'un chaos où s'entassaient pêle-mêle les débris méconnaissables de la sagesse antique ; fragments desséchés et stériles auxquels se cramponnent seulement, comme des lichens parasites et rongeurs, les gloses puériles et vaines des commentateurs.

Tout à coup, une grande rumeur a ému cette aridité scolastique ; de puissants esprits ont fendu le rocher dont les entrailles recélaient, endormies depuis des siècles, les eaux pures jaillies des sources antiques ; libérées par cet effort, ces eaux se sont précipitées, joyeuses et abondantes ; elles ont provoqué, partout où elles passaient, la renaissance des sciences, des lettres et des arts ; la pensée humaine a reconquis sa force en même temps que sa liberté ; et, bientôt, l'on a vu naître les grandes doctrines qui, de siècle en siècle, pousseront toujours plus profondément leurs pénétrantes racines, étendront toujours plus loin leur imposante ramure.

Histoire insensée ! Au cours de l'évolution par laquelle se développe la science humaine, elles sont bien rares, les naissances subites et les renaissances soudaines — de même que, parmi les sources, la Foux est une exception.

Une rivière ne remplit pas tout d'un coup un large lit de ses eaux profondes. Avant de couler à pleins bords, le fleuve était simple ruisseau et mille autres ruisseaux, semblables à lui, lui ont, tour à tour, apporté leur tribut. Tantôt les affluents sont venus à lui nombreux et abondants, et alors sa crue a été rapide ; tantôt, au contraire, de minces et rares filets ont seuls alimenté son imperceptible croissance ; parfois même les fissures d'un sol perméable ont bu une partie de ses eaux et appauvri son débit ; mais, toujours, son flux a varié d'une manière graduelle, ignorant les disparitions totales et les soudaines résurrections.

La Science, en sa marche progressive, ne connaît pas davantage les brusques changements ; elle croît, mais par degrés ; elle avance, mais pas à pas. Aucune intelligence humaine, quelles que soient sa puissance et son originalité, ne saurait produire de toutes pièces une doctrine absolument nouvelle. L'historien ami des vues simples et superficielles célèbre les découvertes fulgurantes qui, à la nuit profonde de l'ignorance et de l'erreur, ont fait succéder le plein jour de la vérité. Mais celui qui soumet à une analyse pénétrante et minutieuse l'invention la plus primesautière et la plus imprévue en apparence, y reconnaît presque toujours la résultante d'une foule d'imperceptibles efforts et le concours d'une infinité d'obscures tendances. Chaque phase de l'évolution qui, lentement, conduit la Science à son achèvement, lui apparaît marquée de ces deux caractères : la continuité et la complexité.

Ces caractères se manifestent avec une particulière netteté à celui qui étudie les origines de la Statique.

De la Statique ancienne, l'historien simpliste ne mentionne qu'une seule œuvre, l'œuvre d'Archimède ; il nous la montre dominant, comme un colosse isolé, l'ignorance qui l'environne. Mais, pour admirer la grandeur de cette œuvre, il n'est point nécessaire de la rendre monstrueuse par un incompréhensible isolement. La Statique du géomètre de Syracuse, cette recherche d'une impeccable rigueur au cours des déductions, cette analyse subtile appliquée à des problèmes compliqués, ces solutions, merveilleusement habiles, de questions dont l'intérêt, caché au vulgaire, apparaît au seul géomètre, portent, à n'en pas douter, la marque d'une Science raffinée ; elles ne ressemblent nullement aux tâtonnantes hésitations d'une doctrine naissante.

Il est clair qu'Archimède a eu des précurseurs ; ceux-ci ont, avant lui, par d'autres méthodes que lui, aperçu les lois de l'équilibre du levier auxquelles il devait donner un développement magnifique.

De ces précurseurs, d'ailleurs, la trace est demeurée empreinte dans l'histoire. Les Μηχανικὰ προβλήματα ne sont peut-être pas d'Aristote comme la tradition le prétend ; en tout cas, la Statique qui y est exposée se rattache si directement à la Dynamique admise dans la Φυσικὴ ἀκρόασις et dans le Περὶ Οὐρανοῦ que nous les devons attribuer à quelque disciple immédiat du Stagirite. Les méthodes de démonstration qui y sont suivies peuvent avoir été des méthodes d'invention, alors que, des déductions d'Archimède, l'on ne saurait concevoir la même opinion.

D'autre part, une tradition antique et vivace persiste à attribuer à Euclide des écrits sur le levier. Ces écrits ne sont peut-être point ceux que nous possédons sous le nom du grand géomètre. Mais il serait difficile, en niant leur existence, d'expliquer la constante rumeur qui l'affirme.

Si Archimède a eu des précurseurs, il a eu assurément, dans l'Antiquité, des continuateurs. La science byzantine et alexandrine a poursuivi les voies diverses qu'il avait tracées. L'art de l'ingénieur, que le grand Syracusain avait porté à un très haut degré, inspirait les tentatives de Ctesibios, de Philon de Byzance, de Héron d'Alexandrie ; Pappus, au contraire, s'efforçait, dans la recherche des centres de gravité, d'égaler le talent du géomètre ; enfin, l'énigmatique Charistion, par ses raisonnements sur la balance romaine, pénétrait plus avant qu'Aristote et Archimède au sein des principes de la Statique.

De cette Statique hellène, les Arabes n'ont transmis qu'une bien faible part aux Occidentaux du moyen âge. Mais ceux-ci ne sont nullement les commentateurs serviles et dénués de toute invention que l'on se plaît à nous montrer en eux. Les débris de la pensée grecque, qu'ils ont reçus de Byzance ou de la Science islamique, ne demeurent point en leur esprit comme un dépôt stérile ; ces reliques suffisent à éveiller leur attention, à féconder leur intelligence ; et, dès le XIII^e^ siècle, peut-être même avant ce temps, l'École de Jordanus ouvre aux mécaniciens des voies que l'Antiquité n'avait pas connues.

Les intuitions de Jordanus de Nemore sont, d'abord, bien vagues et bien incertaines ; de très graves erreurs s'y mêlent à de très grandes vérités ; mais, peu à peu, les disciples du grand mathématicien épurent la pensée du maître ; les erreurs s'effacent et disparaissent ; les vérités se précisent et s'affermissent, et plusieurs des lois les plus importantes de la Statique sont enfin établies avec une entière certitude.

En particulier, nous devons à l'École de Jordanus un principe dont l'importance se marquera, avec une netteté toujours croissante, au cours du développement de la Statique. Sans analogie avec les postulats, spéciaux au levier, dont se réclamaient les déductions d'Archimède, ce principe n'a qu'une affinité éloignée avec l'axiome général de la Dynamique péripatéticienne. Il affirme qu'une même puissance motrice peut élever des poids différents à des hauteurs différentes, pourvu que les hauteurs soient en raison inverse des poids. Appliqué par Jordanus au seul levier droit, ce principe fait connaître au Précurseur de Léonard de Vinci la loi d'équilibre du levier coudé, la notion de moment, la pesanteur apparente d'un corps posé sur un plan incliné.

Au XIVe et au XVe siècles, la Statique issue de l'École de Jordanus suit paisiblement son cours sans qu'aucun affluent important en vienne accroître le débit ; mais, au début du XVIe siècle, elle se prend à rouler comme un torrent impétueux, car le génie de Léonard de Vinci vient de lui apporter son tribut.

Léonard de Vinci n'est point du tout un voyant qui, subitement, découvre des vérités insoupçonnées jusqu'à lui ; il possède une intelligence prodigieusement active, mais sans cesse inquiète et hésitante. Il reprend les lois de Mécanique que ses prédécesseurs ont établies, les discute, les retourne en tous sens. Ses incessantes méditations l'amènent à préciser certaines idées déjà connues des disciples de Jordanus, à en montrer la richesse et la fécondité ; telle la notion de puissance motrice ; telle aussi la notion de moment ; de cette dernière, il fait jaillir, par une admirable démonstration, la loi de composition des forces concourantes. Mais son esprit, enclin aux tâtonnements, aux retouches et aux repentirs, ne sait point toujours garder fermement les vérités qu'il a un instant saisies. Léonard ne parvient pas à fixer son opinion au sujet du problème du plan incliné, si parfaitement résolu dès le XIIIe siècle.

L'indécision qui, toujours, agita l'âme de Léonard, qui, si rarement, l'a laissé achever une œuvre, ne lui a pas permis de mener à bien le *Traité des poids* qu'il souhaitait d'écrire. Le fruit de ses réflexions, cependant, ne fut point entièrement perdu pour la Science. Par la tradition orale qui avait pris naissance durant sa vie, par la dispersion de ses manuscrits après sa mort, ses pensées furent jetées aux quatre vents du ciel et quelques-unes rencontrèrent un terrain propice à leur développement.

Cardan, l'un des esprits les plus universels et l'un des hommes les plus étranges qu'ait produits le XVIe siècle, Tartaglia, mathématicien de génie, mais plagiaire impudent, restituèrent à la Statique de la Renaissance plusieurs des découvertes faites par l'École de Jordanus ; mais ils les lui restituèrent souvent sous la forme plus riche et plus féconde que leur avait donnée Léonard de Vinci.

Les écrits de Tartaglia et de Cardan répandent, en plein XVI^e siècle, un afflux de la Mécanique du moyen âge. Mais, à ce moment, un courant en sens contraire prend naissance et vigueur en les traités de Guido Ubaldo del Monte et de J. B. Benedetti. Les œuvres de Pappus et d'Archimède viennent d'être exhumées ; elles sont étudiées avec passion et commentées avec talent ; elles donnent aux mécaniciens le goût de cette impeccable rigueur où, depuis Euclide, excellent les géomètres. Cette admiration enthousiaste et exclusive pour les monuments de la Science hellène fait rejeter avec mépris les découvertes profondes, mais encore confuses et mêlées d'erreur, qu'ont produites les Écoles du XIII^e siècle ; les plus pénétrantes intuitions de Jordanus et de ses disciples sont méconnues par l'École nouvelle, qui appauvrit et épuise la Statique sous prétexte de la rendre plus pure. De même, l'admiration exclusive des œuvres empreintes de la beauté grecque fait traiter de *gothiques* les plus merveilleuses créations artistiques du moyen âge.

A la fin du XVI^e siècle donc, presque rien ne subsistait de ce qu'avait spontanément produit, en Statique, le génie propre de l'Occident. L'œuvre était à refaire. Il fallait reprendre les démonstrations des vérités que les docteurs du moyen âge avaient aperçues et leur assurer toute la clarté, toute la précision, toute la rigueur des théories léguées par les Grecs. A cette restauration vont se consacrer, jusqu'au milieu du XVII^e siècle, les plus puissants géomètres de la Flandre, de l'Italie et de la France.

Malgré l'extraordinaire talent des ouvriers, que de tâtonnements et de malfaçons, avant que l'ouvrage soit mené à bien !

Une déduction rigoureuse suppose des axiomes. Où trouver les postulats auxquels s'attacheront fixement les raisonnements de la Statique ? Ceux qu'Archimède a formulés sont infiniment particuliers ; ils suffisent à peine à traiter de l'équilibre du levier droit. De toute nécessité, il faut avoir recours à des hypothèses nouvelles. Les mécaniciens qui vont les énoncer les donneront pour principes inédits et vérités inouïes. Mais si nous les dépouillons du masque d'originalité dont les a affublées l'amour-propre de ceux qui les proclament, nous y reconnaîtrons presque toujours des propositions fort anciennes qu'une longue tradition a conservées, qu'elle a mûries, et dont elle a montré la fécondité. Là où une histoire trop sommaire et trop systématique a cru voir une Renaissance de la méthode scientifique, oubliée depuis les Grecs, nous verrons le développement naturel de la Mécanique du moyen âge.

Galilée, dont la légende fait le créateur de la Dynamique moderne, va chercher le fondement de ses déductions dans la Dynamique déjà chancelante d'Aristote. Il postule la proportionnalité entre la force qui meut un mobile et la vitesse de ce mobile. Les travaux des mécaniciens du XIIIe siècle l'inspirent lorsqu'il veut tirer de ce principe la pesanteur apparente d'un corps posé sur un plan incliné ; mais ils ne vont pas jusqu'à lui faire reconnaître que la notion cardinale de toute la Statique est la notion de *puissance motrice*, produit d'un poids par sa hauteur de chute. A cette notion, Galilée substitue celle de *momento*, produit du poids par la vitesse de sa chute, notion qui se relie immédiatement à la Dynamique déjà condamnée d'Aristote.

Pour traiter de la pesanteur apparente sur un plan incliné, Stevin invoque l'impossibilité du mouvement perpétuel ; or, ce principe, Léonard de Vinci et Cardan l'avaient formulé avec une netteté singulière, en le rattachant à la notion de puissance motrice qu'ils tenaient eux-mêmes de l'École de Jordanus. Mais cette notion n'apparaît qu'incidemment dans l'œuvre de Stevin ; le grand géomètre de Bruges n'en a point vu l'extrême importance.

Elle s'affirme plus nettement en la belle démonstration que donne Roberval de la règle selon laquelle se composent des forces concourantes ; cette démonstration, qui comble si heureusement une profonde lacune, béante en l'œuvre de Stevin, n'est point, d'ailleurs, d'un type imprévu ; pour traiter de l'équilibre du levier coudé, ce disciple de Jordanus qui fut le Précurseur de Léonard de Vinci en avait tracé le modèle.

Le génie admirablement clair et méthodique de Descartes a tôt fait de saisir avec sûreté l'idée maîtresse qui doit régir toute la Statique. Cette idée, c'est celle dont Jordanus avait déjà marqué l'emploi dans la théorie du levier droit, celle dont son disciple avait fait usage pour traiter du levier coudé et du plan incliné ; c'est la notion de *puissance motrice*. Cette notion, Descartes la définit avec précision ; il l'oppose victorieusement au *momento* considéré par Galilée ; tandis que l'emploi du *momento* découle d'une Dynamique désormais insoutenable, la notion de puissance motrice permet de formuler un axiome, très clair et très sûr, qui porte la Statique tout entière ; et ce principe autonome n'attend point, pour devenir acceptable, que la Dynamique nouvelle ait été construite sur les ruines de la Dynamique péripatéticienne.

Malheureusement, l'orgueil insensé qui trouble la conscience de Descartes le pousse à exagérer la grandeur du service qu'il rend à la Statique, et à l'exagérer au point d'en fausser la nature. Incapable, plus encore que Stevin, que Galilée et que Roberval, de rendre justice à ses prédécesseurs, il se donne pour le créateur d'une doctrine dont il n'est que l'organisateur. D'ailleurs, ce que nous disons ici de la Statique cartésienne, ne le pourrait-on répéter du Cartésianisme tout entier ? La superbe de son auteur a triomphé, et son triomphe n'a point d'analogue dans l'histoire de l'esprit humain ; elle a dupé le monde ; elle a fait prendre le Cartésianisme pour une création étrangement spontanée et imprévue ; cependant, ce système n'était, presque toujours, que la conclusion nettement formulée d'un labeur obscur, poursuivi pendant des siècles. Le vol gracieux du papillon aux ailes chatoyantes a fait oublier les lentes et pénibles reptations de l'humble et sombre chenille.

Les quelques lignes où Jordanus démontrait la règle du levier droit contenaient en germe une idée juste et féconde ; de Jordanus à Descartes, cette idée s'est développée au point de comprendre la Statique tout entière. Tandis que se poursuit et s'achève cette graduelle évolution d'une vérité, la Science est le théâtre d'un phénomène non moins intéressant, mais plus étrange ; une doctrine fausse se transforme peu à peu en un principe très profond et très exact ; il semble qu'une force mystérieuse, attentive au progrès de la Statique, sache rendre également bienfaisantes la vérité et l'erreur.

Archimède avait usé, sans la définir, de la notion de centre de gravité ; certains géomètres s'étaient efforcés de la préciser ; mais Albert de Saxe et, après lui, la plupart des physiciens de l'École, profitant de l'indétermination mécanique où demeurait ce point, lui attribuaient des propriétés tout autres que celles dont nous le douons aujourd'hui ; en chaque portion de matière, ils y voyaient le lieu où se trouvait concentrée la pesanteur de cette matière ; la pesanteur d'un corps leur apparaissait comme le désir que le centre de gravité de ce corps a de s'unir au centre de l'Univers. La révolution copernicaine, en déplaçant le centre de l'Univers, en niant même, avec Giordano Bruno, l'existence de ce centre, ne modifia guère cette théorie de la pesanteur ; elle vit en cette qualité la tendance qu'a le centre de gravité de chaque corps à s'unir à son semblable, le centre de gravité de la Terre.

L'un des titres de gloire de Képler est d'avoir éloquemment combattu cette hypothèse d'une attraction entre points géométriques et d'avoir affirmé que l'attraction de gravité s'exerçait entre les diverses parties de la Terre prises deux à deux ; mais ses contemporains, moins clairvoyants, ne partageaient pas cette opinion ; en particulier, Benedetti, Guido Ubaldo et Galilée affirmaient la sympathie que le centre de gravité de chaque corps éprouve pour le centre commun des graves, tandis que Bernardino Baldi et Villalpand plagiaient les corollaires exacts que Léonard de Vinci avait tirés de cette doctrine erronée.

Lorsque cette tendance se trouve satisfaite aussi complètement que le permettent les liaisons d'un système de poids ; en d'autres termes, lorsque le centre de gravité du système est le plus près possible du centre de la Terre, rien ne sollicite plus le système à se mouvoir ; il demeure en équilibre. Tel est le principe de Statique que formulent Cardan, Bernardino Baldi, Mersenne, Galilée, qui le doivent peut-être à Léonard de Vinci.

Ce principe est faux ; mais, pour le rendre exact, il suffira de rejeter à l'infini le centre de la Terre que Galilée invoque sans cesse dans ses raisonnements et de regarder les verticales comme parallèles entre elles. La modification paraît insignifiante ; elle est grave, cependant, puisqu'elle transforme une affirmation erronée en un axiome exact et fécond ; elle est grave, aussi, en ce qu'elle suppose l'abandon d'une théorie de la pesanteur très ancienne et très autorisée.

Les débats confus et compliqués que provoquent, en France, les recherches de Beaugrand et de Fermat sur la variation de la pesanteur avec l'altitude préparent cette réforme. Torricelli l'accomplit ; il dote ainsi la Science d'un nouveau postulat propre à fonder la Statique.

Lorsque l'historien, après avoir suivi le développement continu et complexe de la Statique, se retourne pour embrasser d'un coup d'œil le cours entier de cette Science, il ne peut, sans un étonnement profond, comparer l'ampleur de la théorie achevée à l'exiguïté du germe qui l'a produite. D'une part, en un manuscrit du XIII^e siècle, il déchiffre quelques lignes d'une écriture gothique presque effacée ; elles justifient d'une manière concise la loi d'équilibre du levier droit. D'autre part, il feuillette de vastes traités, composés au XIX^e siècle; en ces traités, la méthode des déplacements virtuels sert à formuler les lois de l'équilibre aussi bien pour les systèmes purement mécaniques que pour ceux où peuvent se produire des changements d'état physique, des réactions chimiques, des phénomènes électriques ou magnétiques. Quel disparate entre la minuscule démonstration de Jordanus et les imposantes doctrines des Lagrange, des Gibbs et des Helmholtz ! Et cependant, ces doctrines étaient en puissance dans cette démonstration ; l'histoire nous a permis de suivre pas à pas les efforts par lesquels elles se sont développées à partir de cette humble semence.

Ce contraste entre le germe, extrêmement petit et extrêmement simple, et l'être achevé, très grand et très compliqué, le naturaliste le contemple chaque fois qu'il suit le développement d'une plante ou d'un animal quelque peu élevé en organisation. Cette opposition, cependant, n'est peut-être point ce qui excite au plus haut degré son admiration. Un autre spectacle est plus digne encore d'attirer son attention et de servir d'objet à ses méditations.

Le développement qu'il étudie résulte d'une infinité de phénomènes divers ; il faut, pour le produire, une foule de divisions de cellules, de bourgeonnements, de transformations, de résorptions. Tous ces phénomènes, si nombreux, si variés, si compliqués, se coordonnent entre eux avec une précision parfaite ; tous concourent d'une manière efficace à la formation de la plante ou de l'animal adulte. Et cependant, les êtres innombrables qui agissent en ces phénomènes, les cellules qui prolifèrent, les phagocytes qui font disparaître les tissus devenus inutiles, ne connaissent assurément pas le but qu'ils s'efforcent d'atteindre;

ouvriers qui ignorent l'œuvre à produire, ils réalisent néanmoins cette œuvre avec ordre et méthode. Aussi le naturaliste ne peut-il s'empêcher de chercher, en dehors d'eux et au-dessus d'eux, un je-ne-sais-quoi qui voie le plan de l'animal ou de la plante à venir et qui, à la formation de cet organisme, fasse concourir la multitude des efforts inconscients ; avec Claude Bernard, il salue l'*idée directrice* qui préside au développement de tout être vivant.

A celui qui l'étudie, l'histoire de la Science suggère sans cesse des réflexions analogues. Chaque proposition de Statique a été constituée lentement, par une foule de recherches, d'essais, d'hésitations, de discussions, de contradictions. En cette multitude d'efforts, aucune tentative n'a été vaine ; toutes ont contribué au résultat ; chacune a joué son rôle, prépondérant ou secondaire, dans la formation de la doctrine définitive ; l'erreur même a été féconde ; les idées, fausses jusqu'à l'étrangeté, de Beaugrand et de Fermat ont contraint les géomètres à passer au crible la théorie du centre de gravité, à séparer les vérités précieuses des inexactitudes auxquelles elles se trouvaient mêlées.

Et cependant, tandis que tous ces efforts contribuaient à l'avancement d'une science que nous contemplons aujourd'hui dans la plénitude de son achèvement, nul de ceux qui ont produit ces efforts ne soupçonnait la grandeur ni la forme du monument qu'il construisait. Jordanus ne savait assurément pas, en justifiant la loi d'équilibre du levier droit, qu'il postulait un principe capable de porter toute la Statique. Ni Bernoulli, ni Lagrange ne pouvaient deviner que leur méthode des déplacements virtuels serait, un jour, admirablement propre à traiter de l'équilibre électrique et de l'équilibre chimique ; ils ne pouvaient prévoir Gibbs, bien qu'ils en fussent les précurseurs. Maçons habiles à tailler une pierre et à la cimenter, ils travaillaient à un monument dont l'architecte ne leur avait pas révélé le plan.

Comment tous ces efforts auraient-ils pu concourir exactement à la réalisation d'un plan inconnu des manœuvres, si ce plan n'avait préexisté, clairement aperçu, en l'imagination d'un architecte, et si cet architecte n'avait eu le pouvoir d'orienter et de coordonner le labeur des maçons ? Le développement de la Statique nous manifeste, autant et plus encore que le développement d'un être vivant, l'influence d'une idée directrice. Au travers des faits complexes qui composent ce développement, nous percevons l'action continue d'une Sagesse qui prévoit la forme idéale vers laquelle la Science doit tendre et d'une Puissance qui fait converger vers ce but les efforts de tous les penseurs ; en un mot, nous y reconnaissons l'œuvre d'une Providence.

Bordeaux, 26 octobre 1905.

NOTES

A.

Sur l'axiome d'Aristote

Au Chapitre I de cet ouvrage (Tome I, pp. 6-7), nous avons regardé le principe des vitesses virtuelles, tel qu'Aristote, en ses *Questions mécaniques* l'applique à la théorie du levier, comme un corollaire de cet axiome péripatéticien : La même puissance qui meut un certain poids avec une certaine vitesse peut aussi mouvoir un poids k fois plus grand, mais avec une vitesse k fois moindre.

De cet axiome, nous avons donné un énoncé emprunté au *De Cœlo ;* en voici un autre, qui se trouve en ce cinquième Chapitre du VIIe livre de la *Physique*, où le Stagirite formule les principes de sa Dynamique :

" Si le moteur est α, le corps mû β, la longueur parcourue γ et le temps employé à la parcourir δ, alors une même puissance, savoir la puissance α, mouvra dans le même temps la moitié de β le long d'un parcours double de γ ; elle le mouvra de la longueur γ en un temps moitié moindre que δ ; car la proportionnalité sera ainsi sauvegardée. — Ἐι δὴ, τὸ μὴν Α τὸ κινοῦν, τὸ δὲ Β τὸ κινοῦμενον · ὅσον δὲ κεκίνηθαι μῆκος, τὸ Γ · ἐν ὅσῳ δὲ ὁ χρόνος ἐφ᾽ οὗ Δ. Ἐν δὴ τῷ ἴσῳ χρόνῳ ἡ ἴση δύναμις ἡ ἐφ᾽ ᾧ Α, τὸ ἥμισυ τοῦ Β διπλασίαν τοῦ Γ κινήσει · τὴν δὲ τὸ Γ ἐν τῷ ἡμίσει τοῦ Δ. Ὅυτω γὰρ ἀνάλογον ἔσται. "

Au cours d'une étude critique, aussi intéressante que bienveillante, à laquelle il a soumis le tome I de notre ouvrage, M. G. Vailati s'exprime en ces termes (1) au sujet de cette proposition :

" Il me semble encore moins évident que cette proposition ait

(1) Bolletino di Bibliografia e Storia delle Scienze matematiche, pubblicato per cura di Gino Loria. Anno IX, p. 13, 1906.

un rapport quelconque avec une autre proposition, non moins importante, énoncée par Aristote en ses *Questions mécaniques;* je veux parler de la proposition qui attribue l'équilibre de deux forces appliquées à l'extrémité d'un levier à cette circonstance qu'en un déplacement donné à ce levier, ses extrémités décrivent des arcs inversement proportionnels aux forces qui leur sont appliquées. „

“ Le seul trait commun entre cette proposition et celle que nous avons énoncée auparavant consiste en ce fait que chacune d'elles affirme l'existence d'une proportionnalité inverse entre deux poids (ou deux forces) et deux vitesses. Mais ce trait commun a bien peu d'importance au prix des différences qui les distinguent l'une de l'autre. En la première, il est question des vitesses que *prennent* effectivement, en un même temps, deux graves de poids différents (nous dirions aujourd'hui de *masses* différentes) *sous l'action d'une même force* (à l'exemple de deux sphères de poids différents posées sur un même plan horizontal). En la seconde, au contraire, on considère les vitesses que *prendraient* deux graves, ou les points d'applications de deux forces, qui se feraient équilibre en un mécanisme donné, si l'on dérangeait ce mécanisme de la position pour laquelle l'équilibre subsiste. „

“ On ne peut donc identifier l'une à l'autre ces deux affirmations sans priver chacune d'elles des parties les plus essentielles de sa signification. „

En dépit de cette critique, nous persistons à croire que la méthode des vitesses virtuelles indiquée dans les *Questions mécaniques* peut dériver de l'axiome formulé par Aristote au VII[e] livre de la *Physique* et au III[e] livre du *De Cœlo*.

On peut s'en rendre compte de la manière suivante :

Considérons un levier où la puissance est α et où la résistance est β ; cette résistance se trouvant à une certaine distance du point d'appui, supposons que la puissance α la puisse mouvoir et lui faire décrire en un temps δ l'arc γ ; elle pourra également mouvoir le poids $\frac{\beta}{2}$, placé à une distance double du point d'appui, car dans le même temps δ, et le lui fera parcourir l'arc 2γ. Il faut donc la même puissance ('Ισχὺς) pour mouvoir un certain poids, placé à une certaine distance du point d'appui, et pour mouvoir un poids moitié moindre placé à une distance double. De là, on tire aisément la justification de la théorie du levier donnée dans les *Questions mécaniques*.

Or, c'est bien cette justification que semble invoquer Aristote, lorsqu'il dit à l'appui de sa démonstration : " Ὥστ' ἀπὸ τῆς αὐτῆς ἰσχύος πλέον μεταστήσεται τὸ κινοῦν τὸ πλεῖον τοῦ ὑπομοχλίου ἀπέχον. „

Que, d'ailleurs, la méthode des vitesses virtuelles appliquée au levier par l'auteur des *Questions mécaniques* soit un corollaire des lois de Dynamique posées par Aristote au VII^e livre de sa Physique, ce n'est nullement, comme semble le penser M. G. Vailati, une opinion que nous avons imaginée ; cette opinion nous paraît bénéficier du consentement universel de la tradition.

Après avoir commenté ces principes de la Dynamique péripatéticienne, Simplicius ajoute (1) : " C'est en vertu de cette proportionnalité entre le moteur, le mobile et le chemin parcouru qu'Archimède a composé l'instrument destiné à peser et appelé *Charistion* — Ταύτῃ δὲ τῇ ἀναλογίᾳ τοῦ κινοῦντος καὶ τοῦ κινουμένου καὶ τοῦ διαστήματος τὸ σταθμιστικὸν ὄργανον τὸν καλούμενον χαριστίωνα συστήσας ὁ Ἀρχιμήδης... „

C'est bien, en effet, sur les principes de la Dynamique péripatéticienne que Charistion avait fondé la théorie de la balance romaine. Thâbit ibn Kurrah met cette proposition au début de la restitution qu'il a donnée de son écrit :

" Si deux mobiles parcourent deux espaces différents en un même temps, le rapport de l'un de ces espaces à l'autre est le même que le rapport de la puissance qui meut *(virtus motus)* le premier mobile à la puissance qui meut le second. „

" Voici, ajoute Thâbit, un exemple de cette proposition :

" Je considère deux mobiles dont le premier parcourt XXX milles et le second LX milles, en un même temps. Il est connu que la puissance motrice du mobile qui parcourt LX milles est double de la puissance motrice du mobile qui parcourt XXX milles, de même que la longueur de LX milles est double de la longueur de XXX milles. „

" Cette proposition est évidente par elle-même ; entre elle et l'intelligence, il n'y a pas d'intermédiaire. „

Tout aussitôt après cette proposition qu'il répute évidente, Thâbit établit la loi du levier par la méthode des vitesses virtuelles, à peu près comme l'a indiqué l'auteur des *Questions mécaniques* ; pour justifier cette méthode, le commentateur de Charistion invoque la proposition qu'il a formulée en premier

(1) *Simplicii in Aristotelis Physicorum libros quatuor posteriores commentaria* edidit Hermannus Diels ; Berolini, 1895. Commentaria in Physicorum VII, 5, p. 1110.

lieu : “ Nous avons dit précédemment que si deux corps mis en mouvement parcourent en un même temps des espaces différents, la puissance motrice de l'un est à la puissance motrice de l'autre comme l'espace décrit par l'un est à l'espace décrit par l'autre..... La vertu motrice de l'extrémité B du levier est donc à la vertu motrice de l'extrémité A comme les deux chemins que ces points décrivent en un même temps, c'est-à dire comme l'arc BD est à l'arc AF. „

Thâbit a donc justifié l'emploi de la méthode des vitesses virtuelles en Statique au moyen d'une proposition de Dynamique ; cette proposition pourrait, en langage péripatéticien, se formuler ainsi : Si une certaine puissance (ἰσχὺς ou δύναμις) meut un certain corps, en un certain temps, le long d'un certain chemin, pour mouvoir ce même corps, dans le même temps, le long d'un chemin double, il faut une puissance double.

Cet axiome de Dynamique n'est pas tout à fait identique à celui dont nous avons emprunté au Stagirite deux énoncés différents ; il n'est même pas textuellement formulé parmi les règles que nous lisons au cinquième chapitre du VII^e^ livre des *Physiques* ; mais il est un corollaire immédiat de deux de ces règles, de celle que nous avons reproduite, et de celle-ci, qui vient peu après : “ La moitié de la puissance fera faire à la moitié du corps mû le même chemin dans le même temps. Soient, en effet, ε la moitié de la puissance α, et ζ la moitié du corps mû β. La puissance gardera le même rapport à la charge (βαρύς), en sorte qu'elle lui fera faire le même chemin dans le même temps. — Καὶ ἡ ἡμίσεια ἰσχὺς τὸ ἥμισυ κινήσει ἐν τῷ ἴσῳ χρόνῳ τὸ ἴσον · οἷον τῆς Α δυνάμεως ἔστω ἡμίσεια ἡ τὸ Ε, καὶ τοῦ Β τὸ Ζ ἥμισυ · ὁμοίως δὴ ἔχουσι καὶ ἀνάλογον ἡ ἰσχὺς πρὸς τὸ βαρύς, ὥστε τὸ ἴσον ἐν ἴσῳ χρόνῳ κινήσουσι. „

Ce n'est d'ailleurs pas à Aristote que Thâbit a emprunté l'axiome sur lequel il fonde la méthode des vitesses virtuelles ; la source à laquelle il a puisé est autre, et il a soin de nous la faire connaître : “ Cet ouvrage, dit-il, se relie au livre qui est attribué à Euclide—Hoc autem capitulum innixum est super librum qui nominatur *Liber Euclidis*. „ Par ces mots le grand astronome arabe entend désigner le fragment sur les poids spécifiques intitulé *Liber Euclidis de gravi et levi, et de comparatione corporum ad invicem* (tome I, pp. 67-71).

Ce court fragment, en effet, débute par quelques définitions et axiomes ; en cette suite de propositions, la quatrième, la cinquième et la sixième équivalent au postulat que Thâbit a admis; voici quelles sont ces trois propositions :

“ On nomme corps égaux en puissance (*virtus*) ceux qui, en des temps égaux, se meuvent de longueurs égales au sein du même air ou de la même eau. „

“ Ceux qui parcourent des espaces égaux en des temps différents sont dits différents en puissance (*in fortitudine*). „

“ Et celui qui a la plus grande puissance est celui qui emploie le moins de temps. „

Euclide, d'ailleurs, ou l'auteur, quel qu'il soit, du *Liber de gravi et levi,* ne s'est point contenté de formuler ces postulats, logiquement équivalents au principe invoqué par Thâbit ; il en a déduit ce principe qu'il énonce ainsi : “ Si en des temps égaux des corps parcourent des espaces inégaux, celui qui parcourt le plus grand espace est de plus grande puissance. „

Mais son objet, en formulant cette proposition, n'est nullement celui que Thâbit recherchera ; il ne s'efforce pas de justifier une méthode de Statique ; il cherche seulement à prouver que les puissances de graves *de même genre* sont entre elles comme les volumes de ces corps. Il résulte de là, si l'on se reporte aux axiomes du début, qu'au sein du même air ou de la même eau, des graves de *même genre* (c'est-à-dire de *même poids spécifique*) tomberont avec des vitesses proportionnelles à leur volume.

Ce corollaire est la conclusion naturelle de ce que nous lisons dans le *Liber de gravi et levi* que les manuscrits attribuent à Euclide ; mais cette conclusion manque aujourd'hui à ce fragment mutilé.

Or cette conclusion est une des lois fondamentales de la Dynamique péripatéticienne ; Aristote, au livre I du *De Cœlo*, la formule en ces termes : “ Le rapport que des poids ont entre eux se retrouvent, inversés, dans les durées de leur chute ; si un poids tombe de telle hauteur en tant de temps, un poids double tombe de la même hauteur en un temps moitié moindre. — Καὶ τὴν ἀναλογίαν ἣν τὰ βάρη ἔχει, οἱ χρόνοι ἀνάπαλιν ἕξουσιν, οἷον εἰ τὸ ἥμισυ βάρος ἐν τῷδε, τὸ διπλάσιον ἐν ἡμίσει τούτου. „

La science hellénique et la science arabe se sont donc accordées à voir dans les règles énoncées au VII[e] livre des Physiques des principes également propres à servir de fondement à la Dynamique et à justifier, en Statique, la méthode des vitesses virtuelles.

Parmi les mécaniciens modernes, il en est plusieurs qui ont professé la même opinion.

Bernardino Baldi, après avoir reproduit le passage où Aristote formule la loi du levier, ajoute (1) :

“ Cette assertion est assurément vraie et très connue. Mais que cet admirable effet ait pour cause la vitesse qui résulte de la longueur du bras de levier, nous ne saurions l'assurer. Qu'est-ce, en effet, que la vitesse en une chose immobile ? Or le levier et la balance demeurent immobiles lorsqu'ils se trouvent en équilibre, et néanmoins une petite puissance soutient alors un grand poids. „

“ On répondra à cela que si une vitesse plus grande n'est pas en acte dans le plus grand bras, elle s'y trouve au moins en puissance. Mais, je vous le demande, en une chose qui est en acte, de quelle importance peut être ce qui n'est qu'en puissance ? Or la force qui soutient, soutient en acte. „

Ces critiques adressées à la méthode des vitesses virtuelles ressemblent fort à celles que Stevin a formulées peu d'années après la rédaction des exercices de Baldi. Jean de Guevara cherche à les réfuter (2). Pour ce faire, il recourt à l'axiome de la Dynamique péripatéticienne, selon lequel un même objet, mû successivement par des puissances différentes, prend des vitesses proportionnelles à ces puissances :

“ Dans le mouvement local, dit-il, la vitesse implique ou suppose toujours la facilité ; une plus grande vitesse ou une plus grande facilité du mouvement indique nécessairement une plus grande gravité ou une plus grande puissance motrice, comme on le reconnaît aisément en examinant soit les mouvements naturels, soit les mouvements violents. Plus un corps est pesant, plus il descend rapidement, s'il n'en est empêché ; des projectiles se meuvent d'autant plus vite dans un milieu donné, que l'instrument qui les lance leur a donné une plus grande impulsion ; plus la force motrice des animaux est grande, plus vite ils marchent, plus rapide aussi est le mouvement qu'ils peuvent imprimer à des corps graves, pour une même disposition des instruments

(1) Bernardini Baldi Urbinatis, Guastallæ abbatis, *In mechanica Aristotelis problemata exercitationes ;* adjecta succincta narratione de autoris vita et scriptis ; Moguntiæ, typis et sumptibus viduæ Joannis Albini, MDCXXI ; p. 36.

(2) Joannis de Guevara, cler. reg. min., *In Aristotelis mechanicas commentarii, una cum additionibus quibusdam ad eandem materiam pertinentibus ;* Romæ, apud Jacobum Mascardum, MDCXXVII ; p. 89.

qu'ils actionnent. Par cela donc, en la question examinée, que l'extrémité du grand bras de levier se meut plus rapidement, elle se trouve douée d'une plus puissante gravité *in hoc situ;* elle indique, par cette plus grande vitesse, qu'elle est douée d'une plus grande force motrice, et qu'elle est capable de soutenir un plus grand poids, lors même qu'elle ne se mouvrait pas. „

Mais il est un mécanicien qui très soigneusement, très explicitement, et en maintes circonstances a justifié la méthode des vitesses virtuelles au moyen de cet axiome de Dynamique péripatéticienne : La puissance qui fait décrire un chemin donné, dans un certain temps, à un certain poids, peut faire décrire le même chemin à un poids k fois plus grand, mais dans un temps qui sera aussi k fois plus grand. Ce mécanicien, c'est Galilée.

C'est, en effet, au moyen de cet axiome, sur lequel il insiste longuement, que Galilée introduit (1) sa notion de *momento*, pierre angulaire de la Statique qu'il expose au *Discorso intorno alle cose che stanno in su l'acqua*, au traité *Della Scienza meccanica*, aux *Discorsi ;* cette notion, toute Aristotélicienne, correspond fort exactement, dans bien des cas, à ce que le Stagirite nomme ἰσχὺς ou δύναμις ; et d'ailleurs, en la définissant pour la première fois, Galilée a soin de citer les *Questions mécaniques* (2). Il est donc clair que, pour le grand géomètre de Pise, la Statique exposée en ces *Questions* se relie étroitement à la Dynamique que formule le VIIe livre des *Physiques*.

Tous les contemporains de Galilée pensent de même.

Mersenne, pour défendre la méthode des vitesses virtuelles contre les attaques de Descartes, invoque (3) cet axiome : Si une force lève un poids à une certaine hauteur, dans un certain temps, une force double lève le même poids à une hauteur double, dans le même temps. Et c'est précisément de cet axiome que Descartes conteste l'exactitude (4) lorsqu'il veut faire prévaloir le principe des travaux virtuels. Les jésuites péripatéticiens, tels que le P. Honoré Fabri (5), font de la Statique de Galilée un corollaire de la Dynamique d'Aristote. En un mot, la plupart des mécaniciens du XVIIe siècle, à l'instar de Simplicius et de Thâbit ibn Kurrah, admettent l'exactitude de cette proposition : La méthode des vitesses virtuelles, telle qu'elle apparaît en ce que

(1) Voir : Tome I, pp. 248-261.
(2) Voir : Tome I, p. 249.
(3) Voir : Tome I, p. 345.
(4) Voir : Tome I, pp. 342-346.
(5) Voir : Tome II, p. 198.

la IVe *Question mécanique* dit du levier, tire sa force des règles dynamiques posées au 5e Chapitre du VIIe livre des *Physiques*.

A cette opinion, toutefois, il nous semblerait légitime d'apporter une atténuation ; les règles dont il s'agit, en proclamant que la vitesse avec laquelle un poids se meut est proportionnelle à la puissance qui le meut, rendent assurément compte de la théorie du levier telle que l'expose Thâbit ibn Kurrah, restaurant l'écrit de Charistion ; mais la théorie de la balance et du levier exposée aux *Questions mécaniques* nous semble trop compliquée pour être complètement expliquée par ces principes ; certaines considérations qui la rendent bien obscure à nos modernes intelligences, s'éclairent par une plus exacte connaissance de la Dynamique péripatéticienne.

Aucun passage n'est plus propre à nous révéler les véritables principes de cette Dynamique, à nous montrer à quel point ces principes diffèrent de notre Science du mouvement, que ce Chapitre du Livre IV des *Physiques* où Aristote s'efforce de prouver l'impossibilité du vide.

En tout corps qui se meut, nous avons accoutumé de distinguer deux éléments : la *force* qui meut et la *masse* qui est mue. Rien de semblable en la Physique péripatéticienne ; aucune des notions que l'on y rencontre n'a la moindre analogie avec notre moderne notion de masse ; tout corps mû est nécessairement soumis à *deux forces*, une *puissance* et une *résistance ;* sans puissance, il ne se mouvrait pas ; sans résistance, son mouvement s'accomplirait en un instant ; la vitesse avec laquelle le corps se meut dépend à la fois de la grandeur de la puissance et de la grandeur de la résistance.

Par exemple, dans les mouvements naturels les plus simples, la puissance est représentée par la pesanteur ou la légèreté ; la résistance provient du milieu où se produit le mouvement. “ Nous avons vu que la vitesse avec laquelle se meut un même poids ou un même corps pouvait croître par deux causes : elle peut croître par suite du changement du milieu au sein duquel se fait le mouvement, ce milieu pouvant être l'eau, ou la terre, ou l'air ; elle peut croître aussi, toutes choses égales d'ailleurs, par suite d'un changement du mobile, tel qu'un accroissement de gravité ou de légèreté. — Ὁρῶμεν γὰρ τὸ αὐτὸ βάρος καὶ σῶμα θᾶττον φερόμενον διὰ δύο αἰτίας, ἢ τῷ διαφέρειν τὸ δι' οὗ, οἷον δι' ὕδατος ἢ γῆς ἢ ἀέρος, ἢ τῷ διαφέρειν τὸ φερόμενον, ἐὰν τἆλλα ταὐτὰ ὑπάρχῃ, διὰ τὴν ὑπεροχὴν τοῦ βάρους ἢ τῆς κουφότητος. „

La vitesse du mobile doit varier dans le même sens que la puissance, en sens inverse de la résistance ; suivant quelles lois ? Selon une remarque fort juste de M. G. Milhaud (1), Aristote, mathématicien médiocre, n'a guère conçu d'autre forme de fonction que la proportionnalité ; il supposera donc, sans d'ailleurs l'énoncer explicitement, que la vitesse du mobile est proportionnelle à la puissance et en raison inverse de la résistance. Une telle loi est inadmissible, puisque la vitesse doit s'annuler lorsque la puissance est égale à la résistance ; la remarque n'échappera pas aux *Calculatores* du XIV^{e} et du XV^{e} siècles ; elle provoquera entre eux bien des débats ; elle ne semble pas, en tous cas, avoir sollicité l'esprit d'Aristote.

Le Stagirite va plus loin ; il n'hésite pas à admettre que la résistance d'un milieu est proportionnelle à la densité de ce milieu ; en sorte que la vitesse de chute d'un grave au sein d'un milieu est inversement proportionnelle à la densité de ce milieu.

« Supposons que le corps α se meuve au sein du milieu β en un temps γ, et au sein du milieu δ, qui est plus subtil que β, en un temps ε ; le chemin parcouru est supposé être le même au sein du milieu β et au sein du milieu δ ; ces mouvements ont lieu selon le rapport des milieux résistants. Si, par exemple, le milieu β est de l'eau et le milieu δ de l'air, autant l'air est plus subtil et plus incorporel que l'eau, autant le mouvement de α sera plus rapide au travers du milieu δ qu'au travers du milieu β. Le rapport qui différencie l'air de l'eau sera donc aussi le rapport de la vitesse à la vitesse. En sorte que si l'air est deux fois plus subtil que l'eau, le mobile mettra deux fois plus de temps à faire le même chemin au sein de β qu'au sein de δ, et le temps γ sera double du temps ε. Toujours le mobile sera mû d'autant plus vite que le milieu qu'il traverse sera plus incorporel, moins résistant et plus facile à diviser. — Τὸ δὴ ἐφ' οὗ Α οἰσθήσεται διὰ τοῦ Β τὸν ἐφ' ᾧ Γ χρόνον, διὰ δὲ τοῦ Δ λεπτομεροῦς ὄντος τὸν ἐφ' ᾧ Ε, εἰ ἴσον τὸ μῆκος τὸ τοῦ Β τῷ Δ, κατὰ τὴν ἀναλογίαν τοῦ ἐμποδίζοντος σώματος. Ἔστω γὰρ τὸ μὲν Β ὕδωρ, τὸ δὲ Δ ἀήρ· ὥσῳ δὴ λεπτότερον ἀὴρ ὕδατος καὶ ἀσωματώτερον, τοσουτῳ θᾶττον τὸ Α διὰ τοῦ Δ οἰσθήσεται ἢ διὰ τοῦ Β. Ἐχέτω δὴ τὸν αὐτὸν λόγον ὅνπερ διέστηκεν ἀὴρ πρὸς ὕδωρ, τὸ τάχος πρὸς τὸ τάχος. Ὥστ' εἰ διπλασίως λεπτόν, ἐν διπλασίῳ χρόνῳ τὴν τὸ Β δίεισιν ἢ τὴν τὸ Δ, καὶ ἔσται ὁ ἐφ' ᾧ Γ κρόνος διπλάσιος

(1) G. Milhaud, *Études sur la pensée scientifique chez les Grecs et chez les Modernes ;* Paris, 1906, pp. 112-117.

τοῦ ἐφ' ᾧ E. Καὶ ἀεὶ δὴ ὅσῳ ἂν ᾖ ἀσωματώτερον καὶ ἧττον ἐμποδιστικὸν καὶ εὐδιαιρετώτερον δι' οὗ φέρεται, θᾶττον οἰσθήσεται. „

La Dynamique, si contraire à nos idées actuelles, que ce passage invoque, nous paraît être celle à laquelle il faut recourir si l'on veut expliquer les raisonnements, bien obscurs, que renferme la seconde *Question mécanique.*

Nous avons donné (1) une analyse succincte de ces raisonnements. Nous avons vu Aristote faire l'analyse cinématique du mouvement circulaire et en tirer cette conclusion : Lorsqu'un point parcourt la moitié inférieure d'une circonférence verticale, il est, à la fois, porté en bas selon sa nature, et vers l'intérieur du cercle contre sa nature.

Qu'à ces deux composantes de la vitesse l'auteur des *Questions mécaniques* ait fait correspondre deux forces qui leur soient proportionnelles, cela transparaît dans les expressions mêmes dont il fait usage : le point mobile *est retenu de force* (κρατεῖται) par le centre.

Ces deux forces, d'ailleurs, jouent le rôle que jouaient la puissance et la résistance en la chute d'un grave au sein d'un milieu ; la force qui correspond au mouvement selon la nature joue le rôle que jouait la pesanteur en cette chute, tandis que la violence exercée par le centre est comparable à la résistance du milieu.

Pour une même valeur de la première force, la vitesse du mobile sera d'autant plus petite que l'action résistante sera plus grande. " Si de deux mobiles mûs par la même puissance, l'un éprouve une plus grande résistance et l'autre une moindre, il est juste que celui qui est le plus repoussé se meuve plus lentement que celui qui est le moins repoussé. — Ἐὰν δὲ δυοῖν φερομένοιν ἀπὸ τῆς αὐτῆς ἰσχύος, τὸ μὲν ἐκκρούοιτο πλεῖον, τὸ δὲ ἔλαττον, εὔλογον βραδύτερον κινηθεῖναι τὸ πλεῖον ἐκκρουόμενον τοῦ ἔλαττον ἐκκρουομένου. „

Or, lorsque le mobile descend d'une hauteur déterminée le long d'un cercle, il prend un mouvement contre nature d'autant plus grand que le cercle est plus petit " Μείζω δ' ἀεὶ τὴν παρὰ φύσιν ἡ ἐλάττων φέρεται. „ — " Le rapport n'est pas le même, en ces deux cercles, entre le mouvement naturel et le mouvement contre nature. Par cette raison, sous l'action d'une même puissance, le mobile le plus éloigné du centre se mouvra plus rapidement ; cela résulte évidemment de ce qui a été dit.— Ὀυχ

(1) Voir : Tome I, pp. 108-110.

ὁμοίως ἔσται οὐδὲ ἀνάλογον ἐν ἀμφοῖν τὸ κατὰ φύσιν πρὸς τὸ παρὰ φύσιν. Δι᾽ ἣν μὲν τοίνυν αἰτίαν ἀπὸ τῆς αὐτῆς ἰσχύος φέρεται θᾶττον τὸ πλέον ἀπέχον τοῦ κέντρου σημεῖον δῆλον κατὰ τῶν εἰρημένων. „

L'analyse que nous venons d'exposer reproduit, croyons-nous, ce qu'il y a de tout à fait essentiel en la pensée de l'auteur des *Questions mécaniques*. Elles nous montre comment il est parvenu à cette proposition : Il faut une moindre puissance pour mouvoir un poids avec une vitesse donnée lorsque le mouvement a lieu sur un grand cercle que lorsqu'il décrit une circonférence plus petite. En l'écrit de Charistion, cette proposition est déduite très simplement des règles posées au VII[e] livre des *Physiques* et au traité *De gravi et levi* attribué à Euclide. Cette forme simple de la méthode des vitesses virtuelles est insinuée en la quatrième *Question mécanique*, qui traite du levier, et en la quatorzième, qui traite des treuils et cabestans ; mais en aucune question, elle n'est explicitement formulée. C'est d'une manière plus compliquée que la Statique s'est offerte à la pensée de l'auteur des *Questions mécaniques ;* mais, à coup sûr, elle s'est présentée à lui comme une conséquence de la Dynamique péripatéticienne.

B.

Sur Charistion et sur le ΠΕΡΙ ΖΥΓΩΝ d'Archimède.

Après avoir développé (1) les raisons qui nous font regarder le *Liber Charastonis, editus a Tebit filio Coræ* comme l'œuvre d'un géomètre du nom de Charistion, nous avons recherché s'il était possible de trouver, en d'autres écrits de la Science hellénique, quelque mention de ce géomètre.

Nous avions pensé, en particulier, que Charistion pouvait être identique à Hériston, fils de Ptolémée, auquel son père a dédié le *Liber diversarum rerum.*

Mais M. Eneström nous a fait observer (2) que cet ouvrage était vraisemblablement apocryphe ; que le personnage auquel il est dédié, nommé Hériston par l'édition du *Liber diversarum rerum* qui fut donnée à Venise en 1509, était appelé Ariston en certains manuscrits; qu'Ariston était le nom du personnage, d'ailleurs

(1) Voir : Tome I, Chapitre IV, 2, pp. 79-93.
(2) Voir : Tome I, note A, p. 353.

inconnu, auquel Philon de Byzance adressait tous ses écrits; que l'auteur de l'ouvrage apocryphe en avait fait un fils de Ptolémée, ignorant à quel point Ptolémée était postérieur à Philon.

M. Carra de Vaux, à qui nous devons la publication, d'après la traduction Arabe, du *Livre des appareils pneumatiques et des machines hydrauliques* de Philon de Byzance, nous a fait l'honneur de nous écrire au sujet de cette question; de sa lettre, nous détachons le passage suivant :

“ Il y a un petit détail que je me permets de vous signaler : Le texte arabe des *Pneumatiques* de Philon de Byzance présente, pour le nom d'Ariston, la variante Mariston; or cet M initial est intéressant parce qu'il peut être très aisément une faute pour H ou, à peine moins facilement, une faute pour K :

ما	حا	كا
mâ	hâ	kâ

La confusion de l'*m* à l'*h* ou au *k* est connue en matière d'écriture arabe ; elle expliquerait ici l'ensemble des formes Mariston, Hériston, Karistion. „

Cette remarque de M. Carra de Vaux ouvre le champ à une hypothèse nouvelle ; Charistion, auteur du *Livre sur la balance* qu'a restauré Thâbit ibn Kurrah, serait ce contemporain et cet ami de Philon de Byzance, auquel celui-ci a dédié tous ses ouvrages ; le nom d'Ariston serait, comme celui de Karaston, une déformation arabe du nom grec Χαριστίων.

Du reste, cette déformation a donné des résultats très variables; dans les manuscrits arabes des œuvres de Philon, on trouve (1) les formes Mouristos et Ristoun ; dans les manuscrits latins, on lit (2) : “ Marzotom „ ou “ mi Argutom. „

Philon de Byzance vivait, pense-t-on, au deuxième siècle avant Jésus-Christ ; nous serions donc amenés à reculer jusqu'à cette époque la vie de Charistion et la composition de son ouvrage sur la balance.

Cette ancienneté de l'œuvre de Charistion expliquerait que son ouvrage ait pu être attribué à Archimède.

Nous avons déjà (3) donné cette citation de Simplicius : “ Archimède, en se fondant sur cette proportionnalité entre la

(1) *Le Livre des appareils pneumatiques et des machines hydrauliques*, par Philon de Byzance, édité et traduit par le Baron Carra de Vaux; Paris, 1902. Introduction, p. 6 et p. 9.

(2) *Ibid.*, p. 9.

(3) Voir : Tome I, p. 86 et tome II, p. 293.

puissance motrice, le poids mû et l'espace parcouru, avait composé un instrument propre à peser qui est nommé *charistion* „.

De cette citation, on peut rapprocher un passage de Pappus (1) : “ Archimède, dans son livre *Sur les balances*, Philon et Héron, dans leurs *Mécaniques*, ont montré que les cercles plus petits étaient moins puissants que les cercles plus grands lorsqu'ils sont engendrés les uns et les autres par rotation autour d'un même centre. — Ἀπεδείχθη γὰρ ἐν τῷ Περὶ ζυγῶν Ἀρχιμήδους καὶ τοῖς Φίλωνος καὶ Ἥρωνος μηχανικοῖς, ὅτι οἱ μείζονες κύκλοι κατακρατοῦσιν τῶν ἐλασσόνων κύκλων, ὅταν περὶ τὸ αὐτὸ κέντρον ἡ κύλισις αὐτῶν γίνηται. „

Ces passages de Simplicius et de Pappus contiennent des affirmations qu'il est bien difficile d'admettre.

Tout d'abord, contrairement à l'assertion de Simplicius, Archimède ne paraît pas avoir inventé la balance romaine, à laquelle est déjà consacrée la XXI^e^ *Question mécanique* d'Aristote.

On pourrait néanmoins supposer que le grand Syracusain eût écrit un livre Περὶ ζυγῶν destiné à donner la théorie de cet instrument ; mais il serait de toute invraisemblance qu'il eût été chercher dans la méthode des vitesses virtuelles le principe de cette théorie, alors qu'il a fondé ses recherches intitulées Ἐπιπέδων ἰσορροπικῶν sur de tout autres hypothèses, et que les théorèmes obtenus en ces recherches lui pouvaient fournir aisément les lois de la balance romaine.

Ces assertions de Pappus et de Simplicius, si invraisemblables lorsqu'on les rapporte à Archimède, conviennent très exactement, au contraire, à l'écrit de Charistion : et, tout aussitôt, une supposition vient à l'esprit : Le traité Περὶ ζυγῶν qu'on lisait à Alexandrie et à Athènes aux temps de Pappus (IV^e^ siècle ap. J.-C.) et de Simplicius (VI^e^ siècle ap. J.-C.), et que l'on attribuait à Archimède ne serait autre que le livre *De la balance* composé par Charistion.

Cette hypothèse n'aurait, d'ailleurs, rien d'invraisemblable ; on avait fini par attribuer à Archimède, dont la gloire s'était auréolée d'une véritable légende, une foule d'écrits dont il n'était nullement l'auteur ; c'est ainsi qu'on mettait sous son nom un traité *Des clepsydres* dédié à Ariston et composé sans aucun doute par Philon de Byzance (2).

(1) Pappi Alexandrini *Collectiones quæ supersunt* edidit Fridericus Hultsch. Volumen III, p. 1068.

(2) *Le Livre des appareils pneumatiques et des machines hydrauliques*

Ajoutons que d'autres indications relatives au Περὶ ζυγῶν d'Archimède, indications qui semblent, elles, vraiment applicacables au traité perdu du grand Syracusain, paraissent donner de cet ouvrage un signalement qui ne concorde nullement avec ce qu'en disent Pappus et Simplicius.

Ces précieuses indications se trouvent dans le traité sur *Les mécaniques* composé par Héron d'Alexandrie (1).

Héron d'Alexandrie formule, en faisant usage de la notion de moment d'un poids par rapport au point de suspension, la condition d'équilibre d'une balance dont le fléau n'est pas rectiligne (2) ; il ajoute : " C'est ce qu'a démontré Archimède dans son livre *Sur les leviers* „. Ce passage est, d'ailleurs, suivi de la solution d'un autre problème à l'aide de cette même notion de moment ; il s'agit de l'équilibre de deux poids suspendus en deux points de la circonférence d'une roue mobile autour de son centre ; ce problème est peut être extrait du même ouvrage *Sur les leviers*.

Ailleurs (3), Héron traite de l'équilibre du treuil. Ce qu'il en dit est précédé de ces mots, qui annoncent l'importance du problème posé : " Quant à la cause qui fait que chacun de ces instruments [les cinq machines simples] meut des poids considérables avec une très faible puissance, nous allons maintenant en parler comme il suit. „ De même, après avoir résolu ce problème fondamental, il ajoute : " Nous allons maintenant appliquer aux cinq machines simples la démonstration que nous venons de faire sur l'exemple du cercle ; après cette analyse, leur exposition aura acquis toute sa clarté. Les anciens la faisaient toujours précéder de ce lemme. „

Ce lemme essentiel, Héron le démontre simplement par comparaison entre le treuil et une balance dont le fléau horizontal aurait des bras inégaux ; il ajoute : " Archimède a déjà donné cette proposition dans son livre *Sur l'équilibre entre les poids.* „

Des deux citations d'Archimède que nous venons de rappor-

par Philon de Byzance, édité et traduit par le Baron Carra de Vaux ; Paris, 1902. — Introduction, pp. 5 et 14.

(1) *Les Mécaniques ou l'Élévateur* de Héron d'Alexandrie, publiées pour la première fois sur la version Arabe de Qostâ ibn Lûkâ et traduites en français par M. le Baron Carra de Vaux. Extrait du Journal Asiatique. Paris, 1894. — Voir, en particulier, les pp. 25-29 de la très remarquable Introduction composée par M. le Baron Carra de Vaux.

(2) *Les Mécaniques ou l'Élévateur* de Héron d'Alexandrie, pp. 87-90.

(3) *Id.*, p. 106.

ter, la première se rapporte assurément à un ouvrage aujourd'hui perdu ; rien n'empêche de supposer que cet ouvrage, que Héron nomme le livre *Sur les leviers,* ait été intitulé Περὶ Ζυγῶν.

Contrairement à l'opinion émise par M. Carra de Vaux (1), nous ne pensons pas que la seconde citation ait trait au même ouvrage ; en cette citation, en effet, il est simplement question de la règle selon laquelle deux poids pendus à un fléau de balance horizontal se font équilibre lorsqu'ils sont inversement proportionnels aux bras du fléau ; or cette proposition a été démontrée par Archimède en son traité bien connu Ἐπιπέδων ἰσορροπικῶν ἢ κέντρα βαρῶν ἐπιπέδων ; c'est donc cet écrit que Héron nommerait le livre *Sur l'équilibre des poids,* nom qui semble, en effet, avoir rapport au mot ἰσορροπικῶν.

Une autre citation se rapporte évidemment au même ouvrage d'Archimède ; la voici (2) :

" Lorsqu'un corps grave fait équilibre à un autre corps grave et que tous deux sont suspendus à deux points d'une ligne partagée en deux et reposant sur le point de division, cette ligne est parallèle à l'horizon, si le rapport des grandeurs des poids est égal à l'inverse du rapport des distances respectives de leurs points de suspension au point de division de la ligne. Les poids suspendus de la sorte se font équilibre sans inclinaison du fléau; c'est ce qu'Archimède a démontré dans ses livres *Sur les équilibres des figures où sont employés des leviers.* „

La proposition dont Héron donne ici l'énoncé est le théorème de Mécanique qui supporte toute la théorie exposée aux Ἐπιπέδων ἰσορροπικῶν : d'ailleurs, la première partie du titre, *Sur les équilibres des figures,* peut passer pour une traduction assez fidèle du titre grec. Mais le titre arabe est complété par ces mots : *où sont employés des leviers.* Si l'on observe qu'en un autre passage, le titre *Sur les leviers* est vraisemblablement appliqué au Περὶ Ζυγῶν, on peut se demander si Héron ne réunit pas ici, en une mention unique, les livres *Sur les équilibres des figures* (Ἐπιπέδων ἰσορροπικῶν) et *Sur les leviers* (Περὶ Ζυγῶν).

Or, la citation dont nous venons de parler est précédée et suivie d'autres emprunts faits, de l'aveu même de Héron, à Archimède ; ces emprunts ne proviennent assurément plus du traité Ἐπιπέδων ἰσορροπικῶν ; ils seraient donc tirés du Περὶ Ζυγῶν. Arrêtons-nous un instant à les commenter; ils en valent la peine.

(1) *Les Mécaniques ou l'Élévateur* de Héron d'Alexandrie, p. 28.
(2) *Id.*, p. 74.

Ils concernent le *centre de gravité*, que Héron nomme parfois de la sorte et, plus souvent, *centre d'inclinaison*, ou encore *point de suspension*.

En voici d'abord la définition (p. 73) :

" Le point de suspension est un point quelconque sur le corps ou sur la figure non corporelle, tel que lorsque l'objet suspendu est suspendu à ce point, ses portions se font équilibre, c'est-à-dire qu'il n'oscille ni ne s'incline. „

A la suite de cette définition, Héron ajoute : " Archimède dit que les corps graves peuvent être en équilibre sans inclinaison autour d'une ligne ou autour d'un point ; autour d'une ligne, lorsque le corps reposant sur deux points de cette ligne, il ne penche d'aucun côté ; alors le plan perpendiculaire à l'horizon, mené par cette ligne, en quelque endroit qu'on la transporte, demeure perpendiculaire et ne s'incline pas autour d'elle... Quant à l'équilibre autour d'un point, il a lieu lorsque, le corps y étant suspendu, quel que soit le mouvement du point, ses parties s'équivalent entre elles. „

Un peu plus loin (p. 75), Héron démontre, sans dire si ses raisonnements sont d'Archimède, deux théorèmes que l'on peut énoncer ainsi :

Si l'on suspend successivement un corps pesant par divers fils, tous ces fils, prolongés se rencontrent au centre de gravité du corps.

Si l'on observe successivement l'équilibre du corps autour de divers axes, et que l'on marque chaque fois le plan vertical qui passe par cet axe, tous ces plans vont passer par le centre de gravité du corps.

Les divers passages dont nous venons de parler sont précédés de celui-ci (p. 73) : " Cette question a été exposée par Archimède avec des développements suffisants. Il faut savoir à ce sujet que Poseidonios, qui était un philosophe Stoïcien (1), a donné du centre de gravité une définition physique. Il a dit que le centre de gravité ou d'inclinaison est un point tel que, lorsque le poids est suspendu par ce point, il est divisé en deux portions équivalentes. En raison de quoi Archimède et les mécaniciens qui l'ont imité ont scindé cette définition, et ils ont distingué le point de suspension du centre d'inclinaison. „

(1) Le nom de Poseidonios et le qualificatif de philosophe Stoïcien sont d'une lecture douteuse ; d'autant que le personnage ici mentionné semble donné par Héron comme antérieur à Archimède et que Posidonius lui est postérieur.

La lecture de ces renseignements un peu désordonnés nous semble conduire aux conclusions suivantes :

Le personnage désigné par le nom de Poseidonios a donné une définition mécanique du centre de gravité : Un point tel que le corps, suspendu par ce point, demeure en équilibre indifférent.

Archimède a donné deux propositions, l'une concernant l'équilibre d'un corps suspendu par un axe, l'autre concernant l'équilibre d'un corps suspendu par un point autre que le centre de gravité, et ces deux propositions donnent deux sortes de déterminations du centre de gravité.

Ces propositions étaient établies dans le traité Περὶ Ζυγῶν.

Or une circonstance accroît singulièrement l'intérêt de ces indications fournies par Héron et en contrôle l'exactitude. Archimède lui-même nous apprend qu'il avait soumis le centre de gravité à de semblables considérations. En son traité *Sur la quadrature de la parabole,* il s'exprime en ces termes (1) : " Tout corps suspendu, quel que soit son point de suspension, se place en équilibre de telle sorte que le point de suspension et le centre de gravité soient sur une même verticale. Cela a été démontré. „ Nous trouvons bien là la distinction entre le point de suspension et le centre d'inclinaison dont a parlé Héron d'Alexandrie.

Maintenant que nous possédons au sujet du Περὶ Ζυγῶν d'Archimède quelques renseignements précis, nous pouvons revenir à la lecture des *Collections mathématiques* de Pappus et émettre cette assertion : Le traité Περὶ Ζυγῶν était déjà perdu, sans doute, à l'époque où Pappus écrivait, car cet auteur ne semble pas l'avoir jamais eu en mains.

En son livre VIII, Pappus reprend, sous une forme plus précise, les considérations sur le centre de gravité que Héron a empruntées à Poseidonios et à Archimède ; puis il ajoute (2) que celui qui voudra étudier les éléments de la *doctrine centrobaryque* (κεντροβαρικὴ πραγματεία) les trouvera dans les livres *Sur les corps qui se trouvent en équilibre* d'Archimède (Τοῖς Ἀρχιμήδους περὶ ἰσορροπιῶν ἐντυχών) et dans *Les Mécaniques* de Héron (Τοῖς Ἥρωνος μηχανικοῖς). Au lieu de citer le traité Ἐπιπέδων ἰσορροπικῶν, auquel il n'a point emprunté l'exposé qu'il vient de donner, pourquoi Pappus n'eût-il point citer le

(1) Archimedis *Opera omnia,* éd. Heiberg, t. II. p. 306.

(2) Pappi Alexandrini *Collectiones quæ supersunt* edidit Fridericus Hultsch ; Volumen III ; Berolini, 1878. Lib. VIII, prop. 2 ; pp. 1034-1035.

Περὶ ζυγῶν, source première de cet exposé, s'il l'avait lu directement dans cet écrit d'Archimède, et non point seulement dans l'aperçu que Héron en a tracé ?

Il est vrai que Pappus cite le Περὶ ζυγῶν en un passage que nous avons reproduit plus haut. Mais la lecture de ce passage ne fait que confirmer notre conclusion. Pappus y dit en effet ceci :

“ Archimède, dans son livre Περὶ ζυγῶν, Philon et Héron, dans leurs *Mécaniques,* ont montré que les cercles plus petits étaient moins puissants que les cercles plus grands lorsqu'ils sont engendrés les uns et les autres par rotation autour d'un même centre. „

Quel est le passage de Héron qui se trouve visé en cette phrase ? Sans aucun doute, cette théorie du treuil dont le mécanicien Alexandrin fait la pierre angulaire de la théorie des machines simples. Pappus nous apprend que Philon de Byzance avait donné une théorie toute semblable ; cela s'accorde fort bien avec ce que Héron nous en dit. Celui-ci nous apprend, en effet, que “ *les anciens* plaçaient toujours ce lemme „ au début de leur théorie des machines simples. Il dit aussi (pp. 111-112) : “ Le treuil n'est pas autre chose que deux cercles concentriques, l'un petit, c'est le cercle de l'arbre, l'autre grand, c'est le cercle du tambour. Il est juste de suspendre le poids à l'axe et la force motrice au tambour, parce que, de cette façon, une faible puissance l'emporte sur un grand poids. *Ceux qui nous ont précédé* l'ont dit déjà ; nous ne l'avons répété que pour que notre livre soit complet, et pour que la composition en soit bien ordonnée. „ Ces allusions aux *anciens,* à *ceux qui ont précédé Héron d'Alexandrie,* conviennent fort bien à Philon de Byzance et à son École.

En ce passage, auquel se rapporte si exactement la citation de Pappus, Héron d'Alexandrie nomme Archimède ; mais ce qu'il attribue à Archimède, nous l'avons vu, ce n'est pas la théorie du treuil, ce ne sont pas les remarques sur les puissances de cercles inégaux, mais seulement la loi d'équilibre du levier ; l'ouvrage qu'il cite, ce n'est pas le Περὶ ζυγῶν, mais le livre *Sur l'équilibre des poids,* c'est-à-dire le traité Ἐπιπέδων ἰσορροπικῶν, le traité qu'en un autre endroit, Pappus intitule *Sur les corps qui se trouvent en équilibre,* Περὶ ἰσορροπιῶν εντυχῶν. Il serait étrange qu'en ce passage Héron n'eût pas cité le livre *Sur les leviers,* Περὶ ζυγῶν, qu'il connaît, qu'il cite ailleurs par deux fois; auquel il emprunte les propriétés fondamentales du centre de gravité, si les propriétés mécaniques de deux cercles concentriques s'y fussent trouvées exposées.

Il semble donc bien que la théorie du treuil fût étrangère au Περὶ ζυγῶν d'Archimède. Pappus, qui n'a pas cité cet écrit alors qu'il exposait une théorie dont il est la source, le cite à propos d'un problème qui, vraisemblablement, ne s'y trouve pas traité. N'est-il pas naturel d'en conclure qu'il ne connaît pas cet ouvrage du Syracusain, si ce n'est par ouï-dire, et qu'on ne le lisait plus, de son temps, à Alexandrie?

Il semble, d'ailleurs, qu'au temps de Pappus, certains livres d'Archimède ne fussent plus connus que de réputation à Alexandrie; Thurot en a déjà fait la remarque (1) : " Pappus cite (2) le Περὶ ὀχουμένων d'Archimède parmi les livres de Mécanique appliquée, avec les *Pneumatiques* de Héron ; il n'en connaissait visiblement que le titre. „

Si le Περὶ ζυγῶν était déjà inconnu à Alexandrie au temps de Pappus, à plus forte raison l'était-il à Athènes au temps de Simplicius. Comme, d'ailleurs, il était fait mention de cet ouvrage en des écrits plus récents, dans les *Mécaniques* de Héron, dans les *Collections* de Pappus, il était naturel qu'on le cherchât parmi les traités qui offraient avec celui-là quelque analogie de titre ou de contenu, qu'on l'identifiât avec un livre sur la balance composé par quelque auteur ancien et oublié. C'est ainsi que le livre de Charistion put fort bien être pris par Simplicius pour le Περὶ ζυγῶν d'Archimède.

Revenons à Charistion.

Nous avons dit (3) que les copistes du *Liber Charastonis* avaient, en général, regardé Charasto comme un nom propre, celui de l'auteur du traité. Voici, à cet égard, un témoignage bien remarquable. La Bibliothèque Ambrosienne de Milan possède un manuscrit (Ms. T. 100. Parte superiore) où le traité édité par Thâbit ibn Kurrah porte ce titre (4) : *Liber Carastonis super Euclidem de ponderibus in mensuris*. Nous savons qu'en effet,

(1) Ch. Thurot, *Recherches historiques sur le principe d'Archimède*. Deuxième article (Revue Archéologique, Nouvelle Série, t. XIX, p. 47; 1869).

(2) Pappi Alexandrini *Collectiones quæ supersunt* edidit Fridericus Hultsch, volumen III, p. 1025; Berolini, 1878.

(3) Cf. Tome I, p. 81.

(4) Bulletino di Bibliografia e di Storia delle Scienze matematiche e fisiche pubblicato da B. Boncompagni. Tomo IV, 1874, p. 472, en note.

Thâbit, dans son préambule, signale le livre qu'il entreprend de restaurer comme un écrit dont les déductions s'appuient sur le livre des poids attribué à Euclide.

Connaissons-nous d'autres écrits attribués à Charistion que le *Liber de statera* ?

Un manuscrit de la Bibliothèque Nationale (1) contient, entremêlé au *Liber Carastonis*, un traité *De figura sectoris* qu'il attribue à Thâbit. Or, dans un texte conservé à la Bibliothèque publique de l'Université de Bâle (Ms. F. II. 33), ce traité porte (2) le titre que voici : *Liber Castoris de figura sectoris, seu Thebitus*. Le mot *Castoris* pourrait bien être une déformation, due au copiste, du mot *Carastonis*. Il serait donc possible que le traité *De figura sectoris* fût une œuvre du géomètre grec Charistion et que Thâbit ibn Kurrah en fût seulement l'éditeur,

Ajoutons que, dans certains manuscrits, ce traité *De figura sectoris* est attribué à Campanus (3).

C.

Sur l'Architecture de Vitruve.

Les *Questions mécaniques* d'Aristote ont été bien rarement citées par les anciens ; Diogène Laërce est, peut être, le seul qui ait attribué au Stagirite un ouvrage sur les mécaniques ; aussi l'authenticité de cet écrit a-t-elle été bien souvent mise en doute, depuis le temps où Cardan, dans son *De proportionibus*, se refusait à l'admettre.

Cependant, cet ouvrage, si rarement cité, a exerçé sur le développement de la Mécanique une influence considérable, plus considérable, peut être, que celle des écrits d'Archimède.

Les *Questions mécaniques* servirent en effet de type à des collections diverses ; en ces collections, plusieurs des problèmes traités par Aristote se trouvaient repris, avec des variantes plus

(1) Bibliothèque nationale, Ms. 7377 B (fonds latin).

(2) Bulletino di Bibliografia e di Storia delle Scienze matematische e fisiche pubblicato da B. Boncompagni. Tomo IV, 1871, p. 474, en note.

(3) Maximilian Curtze, *Ueber die Handschrift R. 4° 2, Problematum Euclidis explicatio der Königl. Gymnasialbibliothek zu Thorn* (Zeitschrift für Mathematik und Physik, XIIIter Jahrg., 1868 ; Supplement, p. 64).

ou moins importantes ; ils y étaient souvent joints à d'autres problèmes analogues.

En de prochaines notes (1), nous aurons occasion de signaler deux de ces collections ; en ce moment, nous voudrions dire un mot de celle qui est à la fois la plus connue et la moins intéressante, de celle qui est due à Vitruve.

Au dixième livre de son *Architecture* (2), Vitruve consacre un chapitre (3) à exposer les principes de Statique qui expliquent les effets des machines. La matière de ce Chapitre est empruntée entièrement aux *Questions Mécaniques*. Peut être la forme sous laquelle Vitruve résume ces *Questions* a-t-elle subi l'influence de Philon de Byzance et de son École. Elle a été imposée surtout par le génie romain, si peu capable de garder, aux œuvres helléniques qu'il commente, leur profondeur philosophique et leur rigueur logique.

Aristote avait cherché dans les propriétés du mouvement circulaire les raisons des effets des divers mécanismes ; Héron nous apprend que *les anciens* faisaient toujours précéder la théorie des machines simples de considérations sur les puissances relatives de deux cercles concentriques et inégaux. Nous ne nous étonnerons donc pas de voir Vitruve donner ce titre à son Chapitre sur la Statique : *De la force que la ligne droite et la circulaire ont, dans les machines, pour porter les fardeaux.* Nous ne nous étonnerons pas non plus de l'entendre débuter en ces termes (4) :

" J'ay écrit en peu de mots ce que j'ay cru estre nécessaire pour l'intelligence des machines qui sont faites pour tirer, dans lesquelles il faut considérer deux mouvemens ou puissances, qui sont des choses différentes et dissemblables, mais qui conviennent et qui concourent à estre les principes de deux actions : l'une de ces puissances est la force de la ligne droite appelée *eutheia* par les Grecs, l'autre est la force de la ligne circulaire

(1) *Vide infrà* : Note D, *Sur les Mécaniques de Héron d'Alexandrie*, et note F, *Sur le Précurseur de Léonard de Vinci.*

(2) *Les dix livres de l'Architecture* de Vitruve, corrigez et traduits nouvellement en François, avec des notes et des figures. Seconde édition reveuë, corrigée et augmentée Par M. Perrault de l'Académie Royalle des Sciences, Docteur en médecine de la Faculté de Paris. A Paris, chez Jean Baptiste Coignard, Imprimeur ordinaire du Roy, ruë S. Jacques, à la Bible d'Or. MDCLXXXIV.

(3) Chapitre VIII, *De la force que la ligne droite et la circulaire ont, dans les machines, pour porter les fardeaux.*

(4) Vitruve, *loc. cit.*, p. 309.

appelée par les grecs *cyclotes.* Néanmoins, la vérité est que le droit ne va pas sans le circulaire, ny le circulaire sans le droit dans l'élévation des fardeaux qui se fait en tournant les machines. „

A l'appui de ces considérations, Vitruve donne un exemple tiré de la poulie ; comme le fait remarquer Perrault, ce qu'il en dit est fort confus et obscur ; si quelque idée s'y laisse deviner, c'est à coup sûr une idée fausse. Peut-être faut-il voir, en ce nébuleux passage, quelque déformation de ces considérations sur le treuil dont *les anciens,* au dire de Héron, faisaient précéder leur théorie des machines simples.

On ne voit pas, d'ailleurs, que Vitruve ait tenté de prouver *more geometrico* la vertu qu'il attribue au mouvement circulaire; il ne tente point d'appliquer à ce mouvement les principes de la Dynamique péripatéticienne, comme l'ont fait l'auteur des *Questions mécaniques* d'une part, et Charistion d'autre part ; il ne tente pas d'avantage de les tirer de la loi du levier prise comme principe. Il se borne à de simples allusions, faites au sujet des divers instruments, comme on en peut relever aux cours des *Questions mécaniques.*

Voici, par exemple, ce que dit Vitruve au sujet du levier (1) :

“ ... La raison de cela est que la partie de la pince qui est depuis le centre qu'elle presse jusqu'au fardeau qu'elle lève est la moindre, et que la plus grande partie estant depuis le centre jusqu'à l'autre bout, lorsqu'on la fait aller par cet espace, on peut, par la vertu du mouvement circulaire, en pesant d'une seule main, rendre la force de cette main égale à la pesanteur d'un très grand fardeau. „

Après avoir sommairement traité quelques problèmes de Statique, tous empruntés aux *Questions mécaniques,* Vitruve ajoute (2) :

“ Ces exemples font voir que c'est par la même raison de la distance du centre et du mouvement circulaire que toutes choses sont remuées. „

De ces vagues considérations théoriques se contentait l'esprit utilitaire d'un latin.

(1) Vitruve, *loc. cit.*, p. 310.
(2) Id., *ibid.,* p. 312.

D.

Sur les Mécaniques de Héron d'Alexandrie.

On s'accorde, en général, aujourd'hui, à placer la vie de Héron d'Alexandrie longtemps après celle de N.-S. J.-C. et à faire de ce mécanicien un contemporain de Ptolémée ; il est donc juste de placer cette note après celle que nous avons consacrée à Vitruve.

Bon nombre des écrits de Héron nous ont été conservés, plus ou moins intégralement, dans le texte grec et sont connus depuis longtemps; il n'en est pas de même de l'important ouvrage qui avait pour titre *L'élévateur* (Ὁ βαρουλκός) ou *Les mécaniques* (Τὰ μηχανικά).

Pendant très longtemps, on n'a connu de cet ouvrage que les nombreuses allusions faites par Pappus au cours du livre VIII de ses *Collections* et un extrait qu'un copiste avait joint à ce même livre (1).

Le texte grec du βαρουλκός paraît définitivement perdu : mais le célèbre Qostâ ibn Lûkâ en avait donné une version Arabe ; cette version fut rapportée d'Orient, au XVII^{e} siècle, par le savant Golius, qui la déposa à la Bibliothèque de Leyde ; elle y est conservée depuis ce temps.

C'est cette version Arabe de Qostâ ibn Lûkâ que M. le Baron Carra de Vaux a publiée, qu'il a traduite en français et qu'il a commentée dans une remarquable introduction (2).

Héron d'Alexandrie connaît les œuvres d'Archimède : le nom du grand Syracusain se trouve neuf fois dans son traité ; c'est même, avec le nom douteux de Poseidonios, le seul que l'on y trouve cité. D'Archimède, il connaît non seulement le traité Ἐπιπέδων ἰσορροπικῶν que nous possédons, mais encore le livre Περὶ ζυγῶν aujourd'hui perdu ; son ouvrage est même l'unique

(1) ΠΑΠΠΟΥ ἈΛΕΞΑΝΔΡΕΩΣ Συναγωγή, Pappi Alexandrini *Collectiones quæ supersunt* e libris manuscriptis edidit, latina interpretatione et commentariis instruxit Fridericus Hultsch ; Volumen III ; Berolini 1878 ; pp. 1115-1135.

(2) *Les Mécaniques ou l'Élévateur* de Héron d'Alexandrie, publiées pour la première fois sur la version arabe de Qostâ ibn Lûqâ et traduites en français par M. le Baron Carra de Vaux ; Extrait du Journal Asiatique ; Paris, 1894.

traité qui nous donne quelques renseignements dignes de foi sur ce dernier livre ; nous l'avons vu précédemment (1).

L'influence d'Archimède n'est pas la seule que Héron ait éprouvée ; en deux passages (2), il parle des *Anciens* et de ceux *qui l'ont précédé ;* nous avons rapporte ailleurs (3) ces passages ; en les rapprochant d'une citation de Pappus, nous avons été conduits à les regarder comme une allusion à Philon de Byzance et à son École.

Mais s'il est une pensée dont l'empreinte se trouve profondément gravée au traité de Héron, c'est assurément celle de l'auteur des *Questions mécaniques ;* M. Carra de Vaux l'a très justement fait remarquer (4) :

" Aristote est, en philosophie naturelle, le maître de l'auteur des *Mécaniques*. Celui-ci a été ingrat en ne le citant pas ; mais la marque de la pensée péripatéticienne, sur son œuvre, n'en est pas moins visible. Héron, comme Aristote, est préoccupé de la recherche des causes, du *pourquoi* des phénomènes mécaniques et de la réduction de ces phénomènes à des principes simples. Les chapitres qu'il consacre à cette étude sont parmi les plus beaux et les mieux ordonnés de son livre, et ils impriment sur l'ouvrage entier un cachet de grandeur qui le rend digne d'être placé beaucoup au-dessus de la plupart des traités mécaniques laissés par l'antiquité et par Héron lui-même. „

"... A côté de ces emprunts faits par Héron à la pensée Aristotélicienne, on rencontre dans les *Mécaniques* un chapitre entier (5) qui affecte l'apparence d'un véritable extrait et qui ne tend à rien moins qu'à reproduire, bien que sous une forme très abrégée et avec de sérieuses variantes, les *Mécaniques* d'Aristote. Ce chapitre comprend dix-sept problèmes posés par demande et réponse, comme les problèmes mécaniques d'Aristote, et précédés d'une introduction qui rappelle de loin le début de la *Naturalis auscultatio*. „

Essayons de marquer brièvement les idées essentielles de Héron touchant les principes de la Statique.

A la base des déductions du mécanicien Alexandrin, il semble

(1) *Vide supra*, note B.

(2) Héron d'Alexandrie, *Les Mécaniques ou l'Élévateur*, p. 108 et p. 112.

(3) *Vide supra*, note B.

(4) Héron d'Alexandrie, *Les Mécaniques ou l'Élévateur*, Introduction, pp. 22-27.

(5) Héron d'Alexandrie, *Les Mécaniques ou l'Élévateur*, livre II, section IV.

bien qu'il faille placer la loi du levier, donnée sur l'autorité d'Archimède (1). " Archimède a déjà donné cette proposition dans son livre *Sur l'équilibre entre les poids.* „

Cette loi sert, comme nous l'avons vu en la note B, à établir la condition d'équilibre du treuil.

Cette condition d'équilibre, à son tour, sert à établir cette vérité, qui trouve son emploi dans l'explication du levier : Un grand poids, qui se meut sur un petit cercle, sera équilibré par un petit poids qui se meut sur un grand cercle concentrique au précédent, si ces poids sont en raison inverse des arcs de cercle qu'ils décrivent en même temps.

Cette déduction, que Héron déclare emprunter " aux anciens „ et " à ceux qui l'on précédé „, conduit au principe de Statique dont Aristote, puis Charistion, ont fait usage ; mais elle n'y conduit nullement par la voie que ces mécaniciens ont suivie. Ceux-ci, en effet, ont rattaché le principe de leur Statique aux lois fondamentales de la Dynamique péripatéticienne. Héron, au contraire, suivant sans doute l'exemple de Philon de Byzance, le fonde sur la loi l'équilibre du levier, qu'il suppose établie directement. Il est intéressant de remarquer que cette manière de procéder est précisément celle que nous avons rencontrée en l'une des quatre propositions sur le levier que les manuscrits attribuent à Euclide (2).

Ce qui était donc, dans les *Questions mécaniques* d'Aristote et dans le livre *Des causes* de Charistion, la pensée maîtresse de toute la Statique n'était plus, dans la manière de raisonner adoptée par Héron, qu'un intermédiaire, assez oiseux après tout ; au lieu de ramener toutes les machines simples au mouvement de deux poids sur deux cercles concentriques, il était aussi simple et plus naturel de les réduire de suite au levier.

C'est ce que Héron a parfaitement compris : " Les cinq machines simples qui meuvent le poids, dit-il (3), se ramènent à des cercles montés sur un seul centre ; c'est ce que nous avons démontré sur les diverses figures que nous avons précédemment décrites. Je remarque pourtant qu'elles se reduisent encore plus directement à la balance qu'aux cercles ; on a vu, en effet, que les principes de la démonstration des cercles ne nous sont venus que de la balance ; on démontre que le rapport du poids sus-

(1) Héron d'Alexandrie, *Les Mécaniques ou l'Élévateur*, p. 107.

(2) *Vide suprà*, tome I, pp. 71-72.

(3) Héron d'Alexandrie, *Les Mécaniques ou l'Élévateur*, p. 127.

pendu au petit bras de la balance au poids suspendu au grand bras, est égal au rapport du grand bras au petit. „

L'intermédiaire dont Héron conteste l'utilité a cependant l'avantage de mettre en évidence cette proposition : La puissance et la résistance sont inversement proportionnelles aux vitesses avec lesquelles se déplacent simultanément leurs points d'applications. Or, on sait quel rôle cette proposition a joué dans le développement de la Statique.

Cette proposition, Héron d'Alexandrie la connaît. Comment lui a-t-elle été révélée ? Est-ce par la réduction de toutes les machines simples à deux cercles concentriques ? Est-ce simplement par la lecture de " ceux qui l'ont précédé „ ? Il ne nous en dit rien. Il ne nous donne même, de cette loi, aucune justification *à priori*. Il se borne à constater qu'elle est vérifiée dans les diverses machines dont il a donné la théorie.

Ainsi, après avoir donné la théorie du guindeau, il dit (1) : " Cet instrument et toutes les machines qui lui ressemblent sont lents, parce que, plus est faible la puissance comparée au poids très lourd qu'elle meut, plus est long le temps que demande le travail. Il y a un même rapport entre les puissances et les temps. „ Puis il contrôle l'exactitude de cette assertion.

C'est de la même manière qu'au sujet de la moufle, il énonce (2) cette vérité : " Le ralentissement de vitesse a lieu aussi dans cette machine... Le rapport entre les temps est égal au rapport entre les puissances motrices. „

Un peu plus loin, au sujet du levier, Héron écrit (3) : " Le ralentissement de la vitesse a encore lieu cette fois selon le même rapport. Il n'y a pas, en effet, de différence entre les leviers et les treuils... Comme nous avons déjà démontré, au sujet des treuils, que le rapport entre les puissances est égal au rapport des temps, la même démonstration s'applique dans le cas présent. „

En réalité, lorsque Héron a donné la théorie du treuil (4), il n'a pas touché un seul mot de la proportionnalité entre la puissance motrice et le temps. Cette proportionnalité, cependant, se tire sans peine de la théorie qu'il a empruntée aux " anciens „, et ces " anciens „, sans doute, n'avaient garde de négliger ce

(1) Héron d'Alexandrie, *loc. cit.*, pp. 131-132.
(2) Héron d'Alexandrie, *loc. cit.*, pp. 134-135.
(3) Héron d'Alexandrie, *loc. cit.*, pp. 136-137.
(4) Héron d'Alexandrie, *loc. cit.*, pp. 106-109.

corollaire ; mais Héron a omis de le reproduire et, cependant, il l'invoque en suite comme s'il l'avait donné.

Héron répète (1) encore semblable affirmation au sujet du coin et de la vis : " Le ralentissement de vitesse a lieu aussi dans ces deux instruments... Le rapport entre les temps est comme le rapport entre les puissances. „

Le mécanicien Alexandrin se borne ici à cette assertion ; il n'en donne aucune vérification ; il n'en saurait tenter aucune, car au sujet du coin et de la vis, il n'a que de vagues aperçus et nulle théorie complète. S'il possédait, d'ailleurs, une théorie correcte de ces instruments, il verrait que la loi qu'il énonce ne peut leur être appliquée sans modification ; qu'il n'y faut point faire figurer les vitesses avec lesquelles se déplacent les points d'application de la puissance et de la résistance, mais seulement les composantes suivant la verticale de ces deux vitesses.

Cette correction, d'ailleurs, n'eût peut-être point fort surpris Héron d'Alexandrie ; en un passage de son œuvre, il semble en avoir soupçonné la nécessité.

Parmi des problèmes qui sont, pour la plupart, empruntés aux *Questions mécaniques* d'Aristote, nous trouvons le problème suivant (2) qui n'en provient point :

Un poids est accroché à un support par une corde qui pend verticalement; on saisit cette corde quelque part entre le support et le poids et on l'écarte jusqu'à ce que la partie qui continue à pendre vienne se superposer à une verticale donnée. Pourquoi l'effort qu'il faut faire est-il d'autant plus grand que l'on a saisi la corde plus près du support ?

Héron prouve que, de la sorte, on impose au poids une ascension d'autant plus grande qu'on a saisi la corde plus près du support ; " Et pour porter le poids plus haut, il faut une plus grande force que pour le porter moins haut, parce que, pour le porter dans un lieu plus élevé, il faut un temps plus long. „

On peut, si l'on veut, voir dans ce passage une sorte d'indication de la modification que Galilée apportera au principe des vitesses virtuelles formulé par Aristote et par Charistion : mais cette indication est extrêmement vague et indécise.

Pour compléter cet exposé des opinions de Héron sur les principes de la Statique, rappelons que le mécanicien Alexandrin connaissait fort bien la notion de moment d'un poids par rapport

(1) Héron d'Alexandrie, *loc. cit.*, p. 137.
(2) Héron d'Alexandrie, *loc. cit.*, pp. 149-151.

à un point ; nous avons vu, en la note B, qu'il en avait usé pour établir les conditions d'équilibre d'une balance à fléau courbe, et aussi d'une roue, mobile autour de son centre, chargée de deux poids attachés en deux points de sa circonférence.

Ce court résumé suffit à nous montrer la richesse des aperçus touchant les principes de la Mécanique que nous ouvre le Βαρουλκός. Il ne faudrait pas, cependant, faire de ces aperçus trop grand honneur au mécanicien Alexandrin ; en leur découverte, la part de son originalité est faible ou nulle. Soit qu'il nous fasse connaître la source de ses théories, soit qu'il nous la laisse ignorer, nous reconnaissons sans peine qu'il les a presque entièrement empruntées à ceux qui l'ont précédé, à Aristote, à Archimède, et sans doute aussi aux mécaniciens de l'École de Philon de Byzance et de Charistion.

E.

Sur Jordanus de Nemore.

Nous avons fait remarquer (t. I, p. 106) que le mathématicien ordinairement connu sous le nom de *Jordanus Nemorarius* devait, au témoignage unanime des manuscrits, être nommé *Jordanus de Nemore* ; nous avons ajouté qu'il convenait, selon nous, de regarder ce surnom, *de Nemore*, comme désignant le lieu d'origine de Jordanus. Il se trouve que cette opinion avait été émise, dès la fin du XVI[e] siècle, par Bernardino Baldi ; celui-ci, en effet, s'exprime en ces termes (1) : " Giordano, d'un luogo detto Hemore, si chiamò Hemorario. „

Il est à peine besoin de remarquer que l'orthographe *Hemore, Hemorario*, pour *Nemore, Nemorario* résulte d'une faute de copiste ou d'imprimeur.

F.

Sur le Précurseur de Léonard de Vinci.

Nous avons désigné sous le nom de Précurseur de Léonard de Vinci l'auteur inconnu d'un traité de Mécanique, fort répandu au XIII[e] siècle, que nous avons longuement étudié (2).

(1) Bernardino Baldi, *Cronica de' Matematici, overo epitome dell' istoria delle vite loro ;* Urbino, per A. Monticelli, 1707. Art. : Giordano.
(2) Voir : Tome I, Chapitre VII, 3 ; pp. 134-147.

Nous n'avions pu, toutefois, pousser cette étude aussi loin que nous l'aurions voulu. L'édition de ce texte, donnée en 1565 par Curtius Trojanus, est fautive au point de demeurer le plus souvent incompréhensible. En dehors de ce texte imprimé, nous n'avons eu pendant très longtemps à notre disposition qu'un seul texte manuscrit, celui que renferme le Ms. 7378 A (fonds latin) de la Bibliothèque Nationale ; or ce dernier texte, d'une lecture difficile, est assez peu correct. C'est seulement au cours de la révision des épreuves que nous avons eu communication d'un texte manuscrit du XIII^{e} siècle, à la fois très clair et très correct ; ce texte se trouve au Ms. 8680 A (fonds latin) de la Bibliothèque Nationale.

A l'aide de ce texte, nous avons pu reprendre une étude très minutieuse du traité du Précurseur de Léonard de Vinci ; cette étude nous a conduits à des conclusions nouvelles que nous avons développées ailleurs (1) et que nous nous contenterons de résumer très sommairement en cette note.

Le traité *De ponderibus* que nous attribuons au Précurseur de Léonard est, dans les textes manuscrits, divisé en quatre livres.

Le premier livre reprend les propositions déjà formulées par Jordanus de Nemore ; il les reproduit ou les rectifie ; en outre, il y joint deux additions fort importantes : la condition d'équilibre du levier coudé et la pesanteur apparente d'un corps sur un plan incliné ; ces deux additions sont obtenues par la méthode même qui a fourni à Jordanus la loi d'équilibre du levier droit.

Le second livre traite de problèmes fort analogues à ceux dont traitait le *De canonio*.

Le troisième livre est consacré à la notion de moment et aux conséquences qui s'en déduisent touchant la stabilité de la balance.

Le quatrième livre, enfin, a pour objet certains problèmes de Dynamique.

Or, la conclusions à laquelle nous a conduits l'étude minutieuse de ce traité peut se formuler ainsi : *Tandis que le premier livre a été composé au moyen âge par un disciple de Jordanus de Nemore, les trois derniers livres sont une relique de la Science grecque parvenue sans doute aux Occidentaux par l'intermédiaire des Arabes.*

(1) *Études sur Léonard de Vinci.* — VII. *La Scientia de ponderibus et Léonard de Vinci.*

Les lettres que portent les figures et qu'emploient les démonstrations des livres II et III se succèdent presqu'invariablement dans l'ordre

A, B, C, D, E, Z, H, T

qui rappelle celui de l'alphabet grec

α, β, γ, δ, ε, ζ, η, θ.

Comme l'a remarqué M. Hultsch, c'est là un caractère qui permet de reconnaître très sûrement les écrits mathématiques d'origine grecque.

Au livre III, la notion de moment est présentée sous une forme voisine de celle qu'elle affecte en l'*Élévateur* de Héron d'Alexandrie.

Enfin, bon nombre des questions traitées aux livres III et IV sont empruntées aux *Questions mécaniques* d'Aristote, encore que l'auteur ait largement modifié et, souvent, grandement amélioré les solutions du Stagirite.

Les *Questions mécaniques* d'Aristote ont fourni à plus d'un mécanicien de l'Antiquité de larges emprunts. Au dixième livre de son *Architecture*, Vitruve introduit un chapitre, le huitième, auquel il donne ce titre : *De la force que la ligne droite et la circulaire ont, dans les machines, pour porter les fardeaux.* La matière de ce Chapitre est tirée en entier des Μηχανικὰ προβλήματα. De même, en son traité si peu ordonné sur *Les Mécaniques*, Héron d'Alexandrie reproduit (1) plusieurs des *Questions* du Stagirite, non sans y apporter de sérieuses variantes.

Les trois derniers livres du traité qui nous occupe forment une collection analogue ; ils sont, pour nous, un précieux document de la Science grecque ; c'est par eux que bon nombre des idées émises par Aristote en ses *Questions mécaniques* sont parvenues aux Occidentaux du moyen âge.

Il est vraisemblable, d'ailleurs, qu'elles leur sont parvenues par l'intermédiaire d'une version arabe. Ce passage par l'arabe explique seul l'absence, dans le traité que nous étudions, de tout mot grec simplement latinisé ; de tels mots abondent, au contraire, dans les écrits qui ont été traduits directement du grec au latin; tel le *De canonio.*

(1) *Les Mécaniques ou l'Élévateur* de Héron d'Alexandrie, publiées et traduites par le Baron Carra de Vaux. Extrait du Journal Asiatique. Paris, 1894. Livre II, Section IV.

Les livres II, III et IV représentent donc une importante relique de la Science grecque.

Tout différent est le caractère que nous présente le livre I. Aucune marque de la Science hellénique ne s'y trouve imprimée. Les lettres qui désignent les divers points des figures s'y succèdent dans l'ordre de l'alphabet latin. La seule marque que nous y reconnaissions, profondément gravée, est celle de l'École de Jordanus. Visiblement, ce livre est une production du moyen âge occidental.

D'ailleurs, entre le premier livre du traité *De ponderibus* qui nous occupe et les trois derniers livres, le lien est des plus lâches; rien de plus aisé que de briser ce lien. Aucune des démonstrations exposées aux trois derniers livres n'invoque explicitement une proposition du premier livre. Il y a plus : les deux notions qui jouent, au premier livre, un rôle essentiel, la notion de gravité *secundum situm* et la notion de travail de la pesanteur, n'apparaissent aucunement aux trois derniers livres. Il est clair que le premier livre d'une part, et les trois derniers livres d'autre part, forment deux ouvrages distincts, fort artificiellement réunis l'un à l'autre.

Les manuscrits, d'ailleurs, ne les réunissent pas toujours. M. A. A. Bjornbö a signalé (1) un manuscrit de la Bibliothèque Vaticane, le Ms. n° 3102, où l'on trouve d'abord les neuf propositions des *Elementa Jordani*, puis les quatre théorèmes du *De canonio ;* ces treize propositions sont suivies des trois derniers livres du traité *De ponderibus* qui nous occupe en ce moment.

Chose digne de remarque : Il semble que Léonard de Vinci ait précisément eu en mains un manuscrit ainsi composé. En effet, des propositions démontrées aux trois derniers livres du traité *De ponderibus,* il n'en est presque aucune qui n'ait laissé en ses notes une trace bien reconnaissable ; il semble, au contraire, que les démonstrations du premier livre lui soient demeurées entièrement inconnues; en particulier, les tâtonnements et les hésitations dont sont empreintes ses recherches sur le plan incliné s'expliqueraient difficilement s'il avait pu lire la belle solution de ce problème que le mécanicien du XIII^e siècle avait découverte.

(1) Axel Anthon Bjornbö, *Studien über Menelaos' Sphärik. Beiträge zur Geschichte der Sphärik und Trigonometrie der Griechen* (Abhandlungen zur Geschichte der mathematischen Wissenschaften mit Einschluss ihrer Anwendungen, begründet von Moritz Cantor. XIV^{tes} Heft, S. 147 ; 1902).

Il nous paraît donc assuré que le traité *De ponderibus*, regardé tout d'abord comme l'œuvre d'un seul auteur, est, en réalité, la réunion de deux traités hétérogènes, dont l'un est un legs de la Science grecque, tandis que l'autre a vu le jour au moyen âge.

Si ces deux écrits, si différents d'origine et de caractère, se trouvent le plus souvent soudés l'un à l'autre, est ce pur effet de hasard ?

Les écrits dont usait l'École *De ponderibus* nous offrent un autre exemple de soudure entre un traité d'origine grecque et un autre traité composé par un géomètre du moyen âge ; les *Elementa Jordani super demonstrationem ponderis* sont presque toujours, et dès le XIIIe siècle, unis au *De canonio*. Or, de cette rhapsodie, la raison est évidente ; le *De canonio* ne se suffit pas à lui-même ; il invoque des propositions qui ont été démontrées " par Euclide, par Archimède et par d'autres „ ; la démonstration de ces propositions est l'un des principaux objets de l'écrit de Jordanus ; cet écrit forme ainsi, au *De canonio*, une introduction très naturelle et peut être voulue par Jordanus même.

Ne peut-on donner une explication analogue de la soudure entre le premier livre du *De ponderibus* et les trois derniers ?

Comme le *De canonio*, le second livre de ce traité suppose la loi du levier et son extension au cas où l'on tient compte du poids des bras du levier ; l'auteur du premier livre démontre ces propositions exactement comme Jordanus l'avait fait avant lui ; en sorte que son premier livre peut, aussi bien que les *Elementa Jordani*, servir d'introduction au second livre.

Mais ce premier livre apporte au troisième livre un secours que les *Elementa Jordani* ne lui sauraient donner.

En effet, si l'on suit avec attention le raisonnement par lequel se trouve justifiée la première proposition de ce troisième livre, on reconnaît sans peine que ce raisonnement suppose un lemme. Ce lemme peut s'énoncer de la manière suivante : " Si des poids égaux pendent aux bras inégaux d'un levier coudé, il faudra, pour l'équilibre, que ces poids soient équidistants de la verticale du point d'appui. „

Cette proposition était assurément connue des géomètres de l'École d'Alexandrie ; elle est citée par Héron d'Alexandrie (1) qui la regarde avec raison comme impliquée dans les théorèmes

(1) *Les Mécaniques ou l'Élévateur* de Héron d'Alexandrie, pp. 87 et seqq.

d'Archimède. Mais, bien loin de se trouver établie dans les *Elementa Jordani,* elle y était formellement niée. Au contraire, l'auteur du premier livre *De ponderibus* l'énonce exactement, en son théorème VIII, et il la justifie par un raisonnement des plus élégants.

De même que Jordanus de Nemore semble avoir rédigé ses *Elementa* pour en faire une sorte d'introduction au *De canonio,* de même son disciple, en composant un premier livre *De ponderibus,* parait avoir souhaité de fournir aux trois derniers livres un lemme dont ils avaient besoin.

G.

Sur un passage du **Tractatus de continuo** de Thomas Bradwardin.

La surface libre d'un liquide en équilibre est une sphère concentrique au Monde. De cette vérité découle ce corollaire : Une coupe exactement pleine contient plus de liquide lorsqu'elle est proche du centre du Monde que lorsqu'elle en est éloignée.

Ce corollaire est une de ces propositions d'allure paradoxale dont les maîtres de l'École faisaient volontiers usage pour frapper l'imagination de leurs disciples. Nous l'avons tout d'abord rencontré (1) dans l'*Opus majus* de Roger Bacon ; nous l'avons retrouvé (2) en l'une des XIV *Questions* de Pierre d'Ailly ; Thomas Bradwardin, qui se place entre ces deux auteurs, l'énonce également.

L'Anglais Thomas Bradwardin naquit vers la fin du XIII^e siècle à Hartfield, près Chichester. En 1325, il était *Proctor* (Procureur) de l'Université d'Oxford, où il enseigna tour à tour la Théologie, la Philosophie et les Mathématiques; son enseignement lui valut le surnom de *Doctor profundus.* Il mourut le 26 août 1349, peu de jours après sa nomination au siège archiépiscopal de Canterbury.

Plusieurs des écrits mathématiques de Bradwardin, dont l'influence avait été grande sur la science médiévale, ont été imprimés à la fin du XV^e siècle et au début du XVI^e siècle ; d'autres

(1) Tome II, p. 43.
(2) Tome II, p. 60.

sont demeurés manuscrits ; tel le *Tractatus de continuo* dont nous devons à Maximilian Curtze la description et l'analyse (1).

Après avoir montré qu'une même corde soustend, en des circonférences inégales, des arcs inégaux, et qu'à la plus grande circonférence correspond le plus petit arc, Bradwardin ajoute : “ Lorsqu'un liquide continu se trouve contenu dans un vase, il abandonne les extrêmes bords du vase, qu'il laisse à sec et, dans le vase demi-plein, il forme une intumescence au-dessus du diamètre du vase. Si l'on élève alors ce vase demi-plein, il devient d'abord plus plein, puis tout à fait plein et de surface convexe vers le haut ;... en descendant, au contraire, il devient moins plein. „

Maximilien Curtze a vu, dans ce passage, une allusion aux effets de la capillarité ; nous pensons qu'il n'en est pas ainsi et que Bradwardin veut parler du corollaire déjà énoncé par Roger Bacon.

H.

Sur la progression des éléments selon Thomas Bradwardin.

Nous avons dit (2) comment certains commentateurs d'Aristote avaient soutenu cette opinion : Le volume de chacun des quatre éléments feu, air, eau, terre est exactement décuple du volume de l'élément suivant. Au dernier Chapitre de son *Tractatus de proportionibus* (3), Thomas Bradwardin a proposé une autre loi analogue, qui eut vogue dans les Écoles.

(1) Maximilian Curtze, *Ueber die Handschrift R. 4° 2, Problematum Euclidis explicatio der Königl. Gymnasialbibliothek zu Thorn* (Zeitschrift für Mathematik und Physik, XIIIter Jahrg., 1868 ; Supplement, p. 85).

(2) *Vide suprà*, t. II, pp. 93-94.

(3) *Questio de modalibus* Bassani Politi — *Tractatus proportionum introductorius ad calculationes* Suisset — *Tractatus proportionum* Thome Braduardini — *Tractatus proportionum* Nicholai Oren — *Tractatus de latitudinibus formarum* ejusdem Nicholai — *Tractatus de latitudinibus formarum* Blasii de Parma — Auctor *sex inconvenientium* — Colophon : Venetiis, mandato et sumptibus heredum quondam Nobilis Viri D. Octaviani Scoti Modoetiensis per Bonetum Locatellum Bergomensem presbyterum. Kalendis Septembribus 1505.

Le passage dont nous parlons ne se trouve pas dans l'édition suivante: *Contenta in hoc libello : Arithmetica communis ex* Severini Boetii *Arithmetica per* M. Johannem de Muris *compendiose excerpta. — Tractatus brevis proportionum : abbreviatus ex libro de proportionibus* D. Thome

Bradwardin admet, en premier lieu, que les quatre éléments remplissent complètement le volume sphérique que limite l'orbe de la lune. Il admet, d'après Alfragan et Thâbith ibn Kurrah, que le rapport du diamètre de la lune au diamètre terrestre est égal à 32,30. Il admet enfin que les volumes des quatre sphères qui limitent respectivement la terre, l'eau, l'air et le feu forment une progression géométrique.

Une calcul bien facile aujourd'hui, mais dont il tire visiblement quelque vanité, lui fait connaître alors les rapports des volumes de ces quatre sphères et les rapports de leurs rayons.

Cette théorie de Bradwardin fut assurément fort remarquée dans les Écoles du moyen âge. Elle a été exposée avec grand soin et réfutée par Thimon le Juif (1) ; elle a été également discutée (2) par l'auteur des *Meteorologicorum libri quatuor* qui ont été faussement attribués à Duns Scot. Au milieu du XVI^e siècle, elle avait encore ses tenants ; en 1552, Nonio Marcello Saia la mentionne comme une doctrine accessible aux seuls mathématiciens (3).

Braguardini Anglici — *Tractatus de latitudinibus formarum secundum doctrinam* Magistri Nicolai Horem. — *Algorithmus* M. Georgii Peurbachii *in integris* — *Algorithmus* Magistri Joannis de Gmunden *de minuciis phisicis* — Colophon : Impressum Vienne per Joannem Singrenium expensis vero Leonardi et Luce Alantse fratrum, Anno Domini MCCCCCXV. Decimonono die Maii.

(1) Thimonis *Quæstiones in libros Metheororum* ; in lib. I, quæst. VI : Utrum quatuor elementa sint continue proportionalia ?

(2) R. P. F. Joannis Duns Scoti, Doctoris subtilis, Ordinis Minorum, *Meteorologicorum libri quatuor*. Lugduni, sumptibus Laurentii Durand, MDCXXXIX. Lib. I, quæst. XIII : Utrum quatuor elementa sint proportionalia continue ? — *Vide infrà*, Note I.

(3) *Di* Nonio Marcello Saia dala Roccha Gloriosa in Lucania *Ragionamenti sopra la celeste sfera in lingua Italiana commune. Con uno breve Tractato dela compositione dela sfera materiale* alla Molto Eccellente e Magnanima Madama Margherita di Franza, Duchessa di Berri ; ed unica Sorella dell' Invitissimo e Christianissimo Henrico secondo Re di Franza. Parisiis, Veneunt apud Franciscum Bartholomæum, sub Scuto Veneto. 1552. Ragionamento primo.

I.

Sur le **Traité des Météores** faussement attribué a Jean Duns Scot.

Nous avons conté précédemment (1) comment, en 1617, Franciscus de Pitigianis avait fait imprimer, en les attribuant à Jean Duns Scot, des *Questions* sur la Physique d'Aristote qui avaient été publiées depuis un siècle sous le nom de Jean Marsile d'Inghen et que de nombreux scolastiques avaient citées comme œuvres de ce dernier.

Les Franciscains qui ont édité les Œuvres complètes de Duns Scot (2) n'ont pas partagé l'erreur commise par Franciscus de Pitigianis. Ils ont reproduit (3), il est vrai, les *Quæstiones in libros Physicorum* que celui-ci avait publiées ; mais il les ont fait précéder d'une Introduction (4) en laquelle le P. Wadding montrait combien l'attribution de ces *Questions* à Duns Scot était invraisemblable ; très nettement, il les regardait comme ayant subi l'influence de l'École nominaliste de Paris, et il désignait Marsile d'Inghen comme un de leurs auteurs probables.

L'œuvre de Duns Scot, qui s'était ainsi enrichie des *Questions sur les Physiques* composée par Marsile d'Inghen, fut également accrue, lorsque l'édition complète en fut donnée, de *Questions* apocryphes sur les quatre livres des *Météores* d'Aristote (5).

Ces *Questions sur les quatre livres des Météores* sont, elles aussi, précédées d'une Introduction du P. Wadding (6).

(1) Voir : Tome II, p. 14, en note.

(2) R. P. F. Joannis Duns Scoti, Doctoris subtilis, Ordinis Minorum, *Opera omnia* quæ hucusque reperiri potuerunt, collecta, recognita, notis, scholiis, et commentariis illustrata, a P. P. Hibernis, Collegii Romani S. Isidori professoribus, jussu et auspiciis Rmi P. F. Joannis Baptistæ a Campanea, ministri generalis. Lugduni, sumptibus Laurentii Durand, MDCXXXIX ; 8 vol. in-fol.

(3) R. P. F. Joannis Duns Scoti, Doctoris subtilis, Ordinis Minorum, *Dilucidicissima expositio et Quæstiones in octo libros Physicorum Aristotelis.* Operum tomus II.

(4) Censura R. P. F. Lucæ Waddingi Hiberni de sequenti opere (Joannis Duns Scoti *Opera*, tomus II).

(5) R. P. F. Joannis Duns Scoti, Doctoris subtilis, Ordinis Minorum, *Meteorologicorum libri quatuor.* Opus quod non antea lucem vidit, ex Anglia transmissum. Advertat compactor librorum hunc tractatum, æquo tardius ad nos delatum, ante tomum III ponendum esse ne erret.

(6) R. P. Lucæ Waddingi de hoc Meteororum opusculo censura.

Le savant Franciscain ne se prononce pas formellement contre leur authenticité ; toutefois, il apporte à l'encontre de cette authenticité des arguments bien puissants et qu'il réfute à peine.

En premier lieu, il remarque que l'auteur, citant (1) Thomas d'Aquin, le nomme *Beatus Thomas*. Or, Thomas d'Aquin a été canonisé par Jean XXII, qui monta sur le trône pontifical en 1316, tandis que Duns Scot est mort en 1308.

En second lieu, l'écrit sur les Météores cite (2) le *Tractatus de proportionibus* de Thomas Bradwardin ; or, Thomas Bradwardin qui était, en 1325, procureur de l'Université d'Oxford, et qui mourut en 1349, quarante-et-un ans après Duns Scot, ne semble pas avoir pu composer son *Tractatus de proportionibus* durant la vie du Docteur subtil.

Le P. Wadding émet l'hypothèse que ces *Questions* sur les quatre livres des *Météores* pourraient être l'œuvre d'un Franciscain Anglais, Simon Tunsted, mort en 1369 ; ce religieux est, en effet, donné par Pitseus et par d'autres écrivains Franciscains comme ayant composé sur ce sujet un traité qui lui valut une grande réputation.

L'étude de ces *Quatre livres sur les Météores* ne révèle aucun détail qui ne se puisse fort bien accorder avec l'hypothèse émise ici par Wadding.

Une allusion aux Anglais, contenue en la cinquième question du livre premier, semble indiquer que l'auteur était Anglais ou vivait en Angleterre.

D'autre part, l'influence des *Questions sur les livres des Météores* composées par Thimon se marque, à chaque instant, en l'ouvrage faussement attribué à Duns Scot ; les titres des questions sont souvent identiques dans les deux écrits ; les raisons invoquées pour les résoudre sont fréquemment les mêmes ; elles sont alors présentées dans le même ordre et presque dans les mêmes termes ; visiblement, l'auteur du traité attribué à Duns Scot n'a été, le plus souvent, qu'un abréviateur de Thimon.

Il semble, d'ailleurs, que de l'abrégé qu'il avait donné, un nouvel abrégé ait été composé ; et de ce nouvel abrégé, l'auteur nous est connu ; c'est Nicole Oresme.

En effet, M. Henri Suter a fait connaître (3) un manuscrit,

(1) Lib. I, quæst. 10.
(2) Lib. I, quæst. 13.
(3) Heinrich Suter, *Eine bis jetzt unbekannte Schrift des Nic. Oresme* (Zeitschrift für Mathematik und Physik, XXVII. Jahrgang ; 1882. Historisch-literarische Abtheilung, p. 121).

conservé sous le n° 839 à la Bibliothèque du Chapitre de St Gall ; à la fin de ce manuscrit se lisent ces paroles : *Rescriptæ sunt hæ quæstiones venerabiles Magistri Orem super libros Metheororum Aristotelis Peripotetici* (sic). *Anno Domini 1459 pridie idus mensis Septembris indictione 7a*.

M. Suter a déjà signalé la très grande analogie du traité de Nicole Oresme avec celui qu'il attribuait à Jean Duns Scot. Les extraits, malheureusement peu nombreux, des *Questions* de Nicole Oresme que nous fait connaître l'étude de M. Suter nous conduisent à penser qu'Oresme a résumé le commentaire que l'on devait plus tard attribuer à Duns Scot ; ce commentaire nous paraît avoir servi d'intermédiaire entre les *Questions* de Thimon et les *Questions* de Nicole Oresme.

Si l'on observe que Thimon le Juif (ou, plus exactement, Thémon le fils du Juif) a composé ses *Questions sur les Météores* à l'Université de Paris et qu'il a appartenu à cette Université de 1349 à 1361 (1) ; que, d'autre part, Nicole Oresme, né en 1320, devint, en 1355, Grand Maître du Collège de Navarre et, en 1377, Évêque de Lisieux, où il mourut en 1385, on voit qu'il est naturel d'attribuer la composition des *Questions sur les Météores* qui furent insérées dans les œuvres de Duns Scot, à un écrivain Anglais qui les aurait rédigées vers l'an 1360. Simon Tunsted répond fort bien à ce signalement.

La figure de la terre et des mers a occupé notre auteur à deux reprises différentes.

Il en traite, tout d'abord, en la Question treizième du premier livre. Cette question est consacrée à l'examen de l'opinion selon laquelle les volumes des quatre éléments formeraient une progression géométrique.

L'auteur, qui s'inspire souvent des opinions émises par Thimon sur le même sujet, prouve que le volume de la mer est inférieur au volume de la terre “ Sinon, dit-il (2), la terre entière serait submergée, conséquence contraire à l'expérience. Or, cette conséquence se pourrait prouver : Que l'on imagine la terre hors de son lieu naturel et l'eau au centre du monde ; puis que la terre descende ; avant que son centre ne parvînt au centre du monde, elle serait entièrement submergée, puisqu'on la suppose moins volumineuse que l'eau. „

(1) Cf. : P. Duhem, *Thémon le fils du Juif et Léonard de Vinci ;* II. Ce que nous savons de Thémon, le fils du Juif (Bulletin Italien, t. VI, avril 1906).

(2) Joannis Duns Scoti *Meteorologicorum libri quatuor,* p. 33.

“ On pourrait prétendre que la terre se trouve placée d'un côté du centre du monde et que l'eau lui fait contrepoids de l'autre côté. „

“ Mais s'il en était ainsi, la mer irait sans cesse en s'approfondissant au fur et à mesure que l'on s'éloigne des côtes, et cela est contre l'expérience. „

“ En second lieu, la terre tend naturellement à se placer au-dessous de l'eau ; en sorte que l'eau placée de l'autre côté du centre du monde ne lui saurait faire contre-poids. „

“ Enfin l'aggrégat formé par la terre et l'eau ne serait pas sphérique. Cette conséquence est fausse, car nous voyons dans les éclipses que l'ombre de cet aggrégat a la forme d'un cercle. Et, d'autre part, la conséquence découlerait évidemment des premisses si l'eau était plus considérable que la terre et que celle-ci émergeât en partie. „

Simon Tunsted combat ici l'opinion de Nicolas de Lyre *(Vide suprà,* p. 52) ; parmi les arguments qu'il lui objecte, il en est que nous avons déjà rencontrés *(Vide suprà,* pp. 14-15) dans les commentaires au *De Cœlo* composés par Jean de Jandun.

L'auteur va reprendre cette discussion, d'une manière plus approfondie, en la première question de son second livre, question qu'il formule ainsi : *Utrum mare semper fluat a septentrione ad austrum.*

Au second article de cette question (1), en effet, il se demande “ si la mer est le lieu naturel des eaux „, ce qui l'amène à examiner quels sont les lieux naturels de la terre et de l'eau. Parmi les difficultés qu'il examine, en voici une, qui est la quatrième : “ Ou bien l'eau, dans son mouvement, tend au même lieu naturel que la terre, ou bien non ; de la première supposition, il résulterait que le centre de la terre est le lieu naturel de l'eau comme il l'est de la terre ; de la seconde, il résulterait que toute gravité, en ce monde, ne tend pas au même centre. „

La réponse par laquelle Simon Tunsted entend résoudre cette difficulté mérite d'être citée en entier, car elle donne lieu à plus d'une remarque intéressante ; la voiçi :

“ Au sujet du quatrième argument, il se présente une grande difficulté. „

“ Campanus, au cinquième chapitre de son traité *De la sphère*, imagine que la terre se trouve, de notre côté, élevée au-dessus du centre du monde et que l'eau, placée de l'autre côté, lui fait

(1) Joannis Duns Scoti *Meteorologicorum libri quatuor*, pp. 62-63.

contre-poids ; la gravité terrestre et la gravité de l'eau ont donc des centres différents. Il suppose que la terre était, tout d'abord, couverte par les eaux ; puis que, sur l'ordre de Dieu, les eaux se sont réunies en un même lieu et la terre-ferme a apparu, afin que l'homme et les autres animaux eussent une habitation qui leur pût convenir. Or, cette réunion des eaux en un même lieu ne pourrait se faire si la terre demeurait en son centre, car l'eau tendrait alors à recouvrir la terre-ferme ; il a donc été nécessaire que la terre montât hors de son lieu naturel. Voici les paroles mêmes qu'écrit Campanus ; après avoir énuméré la position et l'ordre des sphères célestes et l'ordre du feu et de l'air, il dit : " La seconde sphère est la sphère de l'eau, dont la surface sphérique se trouve, selon l'ordre de Dieu, interrompue par la surface de la terre ; la terre ferme émerge du milieu de cette interruption ; l'ordre de Dieu était celui-ci : *Ut congregarentur aquæ...* „

" Contre cette supposition, voici un premier argument : S'il en était ainsi, on pourrait trouver sur la terre des endroits où une certaine masse de terre et une certaine masse d'eau ne tomberaient pas suivant le même chemin. Cette conséquence est contraire à l'expérience : En quelque endroit que l'on élève une certaine masse d'eau au-dessus du sol, elle tombe suivant la même voie qu'une masse de terre mise au même endroit. Et, d'autre part, cette conséquence découle de la supposition faite, car l'eau se mouvrait vers le centre de l'eau et la terre vers le centre de la terre ; et ces deux centres seraient distincts si la sphère de l'eau et la sphère de la terre étaient excentriques. „

„ En second lieu, le contour de la terre habitable serait de figure circulaire. On ne peut admettre cette conséquence, car selon Aristote, en ce second livre des *Météores*, et selon plusieurs autres, la terre habitable est plus allongée de l'est à l'ouest que du nord au sud. Et, d'autre part, on peut prouver que la conséquence découle de l'hypothèse faite, car la portion de sphère qui s'élève au-dessus d'une surface sphérique qui lui est excentrique a un contour circulaire. „

" Laissant donc de côté cette supposition, il nous faut admettre que la terre et l'eau sont toutes deux concentriques au monde quant à la gravité, c'est-à-dire que la terre et l'eau ont même centre de gravité, mais non point même centre de grandeur. „

" Pour comprendre cela, il faut remarquer tout d'abord que la terre, dans sa totalité, n'est pas purement un élément simple ; la région que nous habitons est mélangée, et par conséquent plus légère que la terre pure qui se trouve à l'opposite ; et cela est bien certain, car ceux qui creusent la terre trouvent toujours des matières de natures diverses, du sable, des pierres et d'autres corps, qui sont des mixtes. „

“ Il faut remarquer, en second lieu, que si un corps de gravité non uniforme tombait au centre du monde, c'est son centre de gravité, et non son centre de grandeur, qui se placerait en ce point. Cela est clair. Supposons qu'au centre du monde, il ne se trouve ni terre, ni eau, mais que l'air se trouve répandu jusqu'à ce point; que l'on jette alors un verre d'eau et que cette eau tombe jusqu'au centre ; elle se réunirait autour de ce centre sous forme d'une petite sphère d'eau. Que l'on prenne alors un long clou de fer, muni d'une très grosse tête ; d'un côté, celui de la pointe, ce clou émergerait hors de l'eau réunie autour du centre, mais de l'autre côté, il n'émergerait point, comme on le comprend sans peine. „

“ Il résulte de là que le centre de gravité de la terre est distinct de son centre de grandeur car, selon la première supposition, la terre n'est point de gravité uniforme et la partie mélangée, qui se trouve de notre côté, est la plus légère ; dès lors, la partie de la terre qui se trouve en deçà de son centre de grandeur est moins pesante que celle qui se trouve au-delà ; et comme son centre de gravité coïncide avec le centre du monde, son centre de grandeur se doit trouver en deçà du centre du monde. „

Arrêtons-nous un instant à l'étude de ce texte.

L'auteur y expose la théorie selon laquelle la terre et l'eau forment deux sphères excentriques l'une à l'autre ; sur la foi de Giuntini, nous avions attribué cette théorie à Nicolas de Lyre ; or, elle est ici attribuée, de la manière la plus formelle, à Campanus de Novare ; cette attribution est appuyée d'une citation de Campanus.

Il faut que l'auteur des *Meteorologicorum libri quatuor* ait eu du *Tractatus de Sphæra* de Campanus un texte bien différent de ceux qui ont été publiés ; en ceux-ci (1), on ne trouve nullement la phrase que cite Simon Tunsted et la pensée de Campanus apparaît bien différente de celle qu'il lui prête.

(1) A la p. 59 du tome II, nous avons mentionné deux collections de traités astronomiques où se trouve le *Tractatus de Sphæra* de Campanus ; ces collections ont été imprimées à Venise en 1528 et en 1531. En ces deux collections, le texte du *Tractatus de Sphæra* est le même.

Citons, d'ailleurs, les Chapitres IV et V du *Tractatus de Sphœra* :

“ Chapitre IV. *De la forme naturelle, de la situation et de l'ordre des éléments.* „

“ La situation naturelle des éléments, leur forme et l'ordre dans lequel ils se succèdent sont conformes à ce que je vais dire : Imagine-toi que la terre soit exactement sphérique et que la masse entière de l'eau la recouvre d'une couche sphérique ; que, de même, la totalité de l'air forme une couche sphérique enveloppant la sphère de l'eau ; que le feu, enfin, forme une couche sphérique contenant les trois sphères précédentes. Les quatre éléments seront alors exactement sphériques et exactement concentriques ; ils auront un commun centre qui sera le centre de la terre. Tels sont la situation, la forme et l'ordre naturel des éléments. „

“ Chapitre V. *Pourquoi la sphère de l'eau n'est pas complète.* „

“ En réalité l'eau n'enveloppe pas entièrement la terre en forme de couche sphérique. Il en fut ainsi en vue des choses créées qui, de même que beaucoup de choses nécessaires à leur vie, ne pourraient subsister sans terre ferme. Aussi Celui qui a fait toutes choses, après avoir jeté les yeux sur l'ordre naturel que nous avons décrit ci dessus, voulut-il préordonner les éléments à la fin qu'il se proposait ; il dit alors : Que les eaux qui sont sous le ciel se réunissent en un même lieu et que la terre ferme apparaisse. Il ne faut pas comprendre par là que les eaux se sont gonflées et ont pris la forme d'une sphère élevée vers le ciel, mais que la terre, dans la région qui se montre actuellement émergée s'est soulevée à la façon d'une île, abandonnant sa sphéricité parfaite et produisant une interruption dans la surface sphérique de l'eau. L'eau, en effet, par suite de sa fluidité, ne peut être contenue que par une paroi étrangère ; la terre, au contraire, qui est solide et cohérente, peut être à elle-même sa propre borne ; aussi l'inégalité dont nous venons de parler qui, pour l'eau, était impossible, ne l'était pas pour la terre. Car tout corps pesant se dirige à son centre par la voie qui l'en rapproche le plus : supposons des lors que l'eau se soulève de la manière indiquée ci-dessus et excède la surface sphérique qui lui convient : rien n'empêchera les eaux qui se sont gonflées de redescendre jusqu'à cette surface sphérique, car, lorsqu'elles sont contenues en cette surface, elles sont plus proches du centre que lorsqu'elles s'élèvent au-dessus. La partie de la terre qui est visible a donc émergé du sein de la masse des eaux, de même qu'en plusieurs lieux, des îles émergent au-dessus de la mer; et de même que ces îles, dans les lieux où elles se trouvent, sont plus distantes du centre que ne l'est la surface de la mer, de même, les diverses parties de la terre ferme sont plus éloignées du même centre que les diverses parties de la surface des eaux. La terre ferme tout entière est donc comme une grande île qui se soulève au sein de l'air au-dessus de la surface de l'eau. „

“ Résumons ce que nous venons de dire : La surface de l'universalité des eaux est exactement sphérique ; son centre est le centre de la sphère qui serait naturelle à la terre ; c'est aussi le centre des deux autres sphères élémentaires, à savoir de la sphère de l'air et de la sphère du feu. „

Tout commentaire affaiblirait la clarté et la précision de ces deux chapitres de Campanus ; on n'y saurait trouver trace de la doctrine que Tunsted prête à ce géomètre : le texte par lequel il justifie cette attribution est vraisemblablement un texte altéré.

L'erreur de l'auteur des *Meteorologicorum libri quatuor* s'est. d'ailleurs, propagée ; on la retrouve, comme nous l'avons dit (1), dans les *Commentaires sur les Physiques* de Gaëtan de Tiène,

D'autres ont attribué à Campanus la doctrine soutenue par Albert de Saxe ; tels Jean Marsile d'Inghen (2) et Jean Baptiste Capuano de Manfredonia (3). Cette attribution n'est pas mieux justifiée que la précédente ; Campanus n'a pas dit un mot de la distinction entre les centres de grandeur et de gravité de la terre.

Si l'auteur des *Meteorologicorum libri quatuor* expose la théorie d'Albert de Saxe sans en citer l'auteur, du moins n'en fait-il pas hommage à quelque physicien qui y soit demeuré entièrement étranger.

L'exposition qu'il donne de cette théorie paraît avoir influé grandement sur l'enseignement des Écoles.

Pour faire comprendre comment le centre de gravité de la terre se trouve au centre du monde sans que son centre de grandeur s'y trouve, il imagine que l'on place en ce centre un long clou à grosse tête. Cet exemple saisissant devait plaire aux maîtres de la Scolastique. Aussi Jean Marsile d'Inghen en fait-il

(1) *Vide suprà*, t. II, p. 63.
(2) *Vide suprà*, t. II, p. 55.
(3) *Vide suprà*, t. II, p. 60, *et infrà*, note M.

usage à son tour lorsqu'il veut exposer (1) la doctrine d'Albert de Saxe que, d'ailleurs, il repousse.

Nous avons vu (2) que Léonard, voulant de même obtenir une représentation de la doctrine d'Albertutius, avait imaginé que la terre prît la forme d'un tétraèdre ; c'est à cette occasion, semble-t-il, qu'il a déterminé le premier le centre de gravité de ce solide.

Le tétraèdre de Léonard a bien pu être suggéré par le clou de Simon Tunsted et de Marsile d'Inghen. Nous en avons déjà fait la remarque ; mais cette remarque peut être appuyée de nouveaux rapprochements. Dans le cahier même où Léonard a substitué un tétraèdre à la terre et où il a déterminé le centre de gravité de ce tétraèdre, nous trouvons deux passages que l'on ne peut lire sans songer à l'exposé de Simon Tunsted.

Voici ces deux passages :

“ *Eau, air, terre* (3).— Que la terre se meuve de quelque côté qu'elle veuille, jamais la surface de l'eau ne sortira de sa sphère, mais elle sera toujours équidistante au centre du monde. Donné que la terre s'éloignât du centre du monde, que ferait l'eau ? Elle resterait autour de ce centre avec une égale épaisseur, mais avec un moindre diamètre que quand elle avait la terre en corps. ”

“ *Plomb, goutte de rosée* (4). — Dans la goutte de rosée bien ronde, on peut considérer beaucoup de cas différents de l'office de la sphère de l'eau ; comment elle contient en soi le corps de la terre sans destruction de la sphéricité de sa surface. Que d'abord on prenne un cube de plomb de la grandeur d'un grain de panic, puis qu'avec un fil très fin à lui joint, on le submerge dans cette goutte ; on vera que cette goutte ne perd pas sa première rondeur, bien qu'elle soit agrandie d'autant qu'est le cube enfermé dans cette rosée. ”

Au début du cahier F, Léonard nous apprend qu'il avait ne mains un traité des *Météores*. Nous nous sommes efforcés (5)

(1) *Vide suprà*, t. II, p. 55.

(2) *Vide suprà*, t. II, pp. 73-75.

(3) *Les Manuscrits* de Léonard de Vinci, publiés par Ch. Ravaisson-Mollien ; Ms. F. de la Bibliothèque de l'Institut, fol. 22, verso.

(4) *Les Manuscrits* de Léonard de Vinci, publiés par Ch. Ravaisson-Mollien ; Ms. F de la Bibliothèque de l'Institut, fol. 62, verso. — Cf. *Del moto e misura dell' aqua*, lib. I, capit. XIV, p. 280.

(5) P. Duhem, *Thémon le fils du Juif et Léonard de Vinci* (Bulletin Italien, t. VI, avril et juillet 1906).

d'établir que ce traité était le recueil de *Questions* composées par Thémon le fils du Juif. Le rapprochement que nous venons de signaler pourrait mettre en doute l'exactitude de cette conclusion ; il pourrait faire croire que Léonard lisait non pas les *Quæstiones in libros metheororum* de Thémon, mais les *Quatuor libri meteorologicorum* de Simon Tunsted.

L'analogie est souvent très grande entre ces deux traités ; il semble donc malaisé, au premier abord, de décider si Léonard a usé de l'un plutôt que de l'autre ; mais un examen plus attentif permet, croyons-nous, de résoudre la question.

Peut-être Léonard a-t-il eu en mains le traité des *Météores* que l'on devait un jour attribuer à Duns Scot ; mais bon nombre des pensées que nous lisons en ses cahiers n'ont pu être tirées de cet ouvrage ; seule, la lecture des *Questions* de Thémon a pu les suggérer.

Par exemple, le premier livre du traité attribué à Simon Tunsted se termine par deux questions (la XXV^e^ et la XXVI^e^) qui sont ainsi formulées : *Utrum fontes et fluvii generentur ex aqua pluviali, congregata in visceribus terræ ? — Utrum in concavitatibus terræ generetur aqua fontium ex aëre evaporato ?* De même, le premier livre de l'ouvrage de Thimon se termine par cette question (la XX^e^) : *Utrum aquæ fontium et aquæ fluviales generentur in concavitatibus terræ ?* Au sujet de l'origine des sources, les deux auteurs soutiennent une même doctrine, qui est d'ailleurs celle d'Albert le Grand. Mais, pour exposer cette théorie, Thémon invoque l'exemple de la distillation produite dans l'alambic, tandis que ni Albert le Grand, ni Simon Tunsted ne fond usage de cette comparaison. Or Léonard a insisté sur cette analogie.

De même, Léonard a vivement argumenté en faveur de la théorie de la marée solaire exposée par Thimon aux deux premières questions de son second livre. Lorsqu'en la seconde question de son second livre, Simon Tunsted traite du flux et du reflux, il ne fait aucune allusion à cette théorie ; il se borne à emprunter à Robert Grosse-Teste l'explication des marées par l'influence de la lune.

Il est donc possible que Léonard ait lu les *Meteorologicorum libri quatuor* que le XVII^e^ siècle devait, en dépit de toute évidence, attribuer à Jean Duns Scot ; mais à coup sûr, il a lu et et médité l'ouvrage remarquable dont celui-là s'était inspiré, les *Quæstiones in libros metheororum* de Thémon le fils du Juif.

J.

L'influence d'Albert de Saxe et Nicole Oresme.

La théorie de la gravité formulée par Albert de Saxe et les conséquences qu'il en tirait touchant la disposition relative de la terre ferme et de l'eau eurent la plus grande influence, jusqu'à la fin du xvi[e] siècle, sur les opinions des philosophes et des physiciens. Cette influence s'exerçait déjà sur les maîtres de l'Université de Paris qui furent les contemporains d'Albert de Saxe. Nicole Oresme nous en est garant.

Nicole Oresme, né vers 1320 en Normandie, mort en 1382, devint en 1355, c'est-à-dire à l'époque où l'enseignement d'Albert de Saxe brillait de tout son éclat, grand maître du Collège de Navarre; il fut, comme l'on sait, précepteur du dauphin, plus tard Charles V, puis, en 1377, évêque de Lisieux.

Cet esprit universel, ce grand mathématicien auquel on doit la première idée des coordonnées, nous a laissé un petit traité d'astronomie (1) écrit en français et destiné à enseigner les éléments de cette science à ceux que le xvii[e] siècle eût appelés " les honnêtes gens ", que notre siècle nommerait " les gens du monde. "

Oresme, d'ailleurs, a marqué, dans un *Prologue au lecteur*, l'objet de son livre : " La figure et la disposition du monde, " dit-il, " le nombre et ordre des éléments et les mouvemens des corps du ciel appartiennent à tout homme qui est de franche condition et de noble engin. Et est belle chose, delectable, proffitable et honneste... Duquel je vueil dire en françois généralement et plainement ce qui est convenable à sçavoir à tout homme, sans me trop arrester ès démonstrations et ès subtilitez qui appartiennent aux astronomiens. "

Or, au Chapitre I du *Traicté de la Sphère,* Chapitre qui a pour titre : *De la figure du monde et de ses parties principales,* voici ce que nous lisons :

" Après la terre est l'eau, ou la mer : mais elle ne cœuvre pas toute la terre; car aulcune partie de la terre n'est pas de si

(1) *Traicté de la sphère,* translaté de latin en françois par Maistre Nicole Oresme, très docte et renommé philosophe. On le vent à Paris en la rue Judas chez Maistre Simon du Bois imprimeur. (*In fine :* Imprimé à Paris par Maistre Simon du Bois). — Ce petit volume, imprimé en caractères gothiques, ne porte ni date d'impression, ni pagination.

pesante nature comme l'aultre. Ainsi comme nous voions que estaing ne poise pas tant comme plomb. Et pource, la partie moins pesante est plus haulte et plus loing du centre; et desconverte d'eau; affin que les bestes y puissent vivre, et est ainsi comme la face et le visaige de la terre, tout descouvert; fors que parmy ya aulcunes petites mers, braz de mer et fleuves; et tout le demourant est ainsi comme enchapperonné, vestu, et affublé de la grant mer. „

Ainsi, grâce à Nicole Oresme, avant la fin du XIV^e siecle, certains corollaires des doctrines d'Albert de Saxe avaient cessé d'être l'apanage des seuls " astronomiens „ pour tomber dans le domaine de tous les hommes " de franche condition et de noble engin. „

K.

Sur quelques passages des XIV **Quæstiones** de Pierre d'Ailly.

Au Chapitre XV (Tome II, pp. 58-60), nous avons dit quelques mots de l'important écrit de Pierre d'Ailly qui a pour titre : *In sphæram Johannis de Sacro Bosco subtilissimæ XIV quæstiones*; notre attention a été attirée, en particulier, sur l'une de ces quatorze questions, sur celle qui est classée la cinquième et qui est formulée en ces termes : *Quæritur utrum cœlum et quattuor elementa suit sphærica?* Nous y avons vu le célèbre cardinal reproduire presque textuellement des passages entiers d'Albert de Saxe; notamment, c'est à ce maître qu'il emprunte cette remarque si importante : " On peut faire l'expérience de la rotondité terrestre de la manière suivante : Qu'un homme se déplace à la surface de la terre, à partir d'un certain point, vers le midi, qu'il voie de quelle quantité la hauteur du pôle aura changé et qu'il mesure le chemin parcouru; puis qu'il continue son chemin jusqu'à ce que la hauteur du pôle ait subi une seconde variation égale à la première; si le second chemin parcouru est égal au premier, il faut nécessairement que la terre soit phérique. „

Cette remarque, qui contient en germe la Géodésie tout entière, semble bien une idée originale d'Albert de Saxe (*Vide suprà*, t. II, p. 46); les *XIV Quæstiones* ont assurément contribué, autant et peut être plus que les *Questions sur le De Cœlo* de son auteur, à la faire connaître aux astronomes.

Il est, cependant, un point essentiel où Pierre d'Ailly s'écarte de l'enseignement d'Albertutius ou, du moins, de ce qui fut son enseignement définitif,

Pierre d'Ailly se demande, au cours de sa V^e^ Question, si la terre est au milieu du firmament ; il remarque, à ce propos, que " ces mots peuvent être entendus dans quatre sens différents ; ils peuvent signifier : 1° Que le centre du firmament coïncide avec le centre de grandeur de la terre ; 2° qu'il coïncide avec le centre de gravité de la terre ; 3° qu'il coïncide avec le centre de gravité d'un certain aggrégat dont la terre fait partie ; 4° que la terre est entourée de toutes parts par le firmament. „

" Ces remarques faites „, ajoute le célèbre évêque de Cambrai, " posons nos conclusions „.

" Première conclusions : Le centre de gravité de la terre ne coïncide pas avec son centre de grandeur, car la terre n'est point d'uniforme gravité ; en effet, la partie que les eaux ne couvrent pas et sur laquelle passe le soleil est rendue plus légère par la chaleur solaire ; au contraire, la partie couverte par l'eau est alourdie par le froid de l'eau. „

" Seconde conclusion : Le centre de gravité de la terre n'est pas au milieu du firmament. Cela est évident ; si l'on partageait, en effet, la terre en deux parties qui fussent de même gravité, l'ensemble de la partie couverte par l'eau et de l'eau qui l'entoure repousserait l'autre partie jusqu'à ce que le centre de gravité de l'aggrégat tout entier fût au centre du monde. „

" Troisième conclusion : La terre n'a point un centre de grandeur placé au centre du firmament, car elle serait alors entièrement recouverte par les eaux... Il faut donc, en la terre, imaginer trois centres qui demeurent réellement distincts : Le premier est le centre de grandeur, le second le centre de gravité et le troisième le centre du firmament. Il résulte de ce qui précède que la terre ne peut être dite occuper le centre du firmament ni au premier sens, ni au second ; elle ne l'occupe ni par son centre de grandeur, ni par son centre de gravité. „

" Quatrième conclusion : Le centre de gravité de l'aggrégat formé par la terre et par l'eau se trouve au centre du firmament ; cela est évident, car cet aggrégat forme un corps grave libre de tout empêchement ; il se meut donc jusqu'à ce que son centre de gravité se trouve au centre du monde, comme l'exige la nature du grave. Dès lors, puisque le centre de gravité de l'aggrégat formé par la terre et par l'eau est au milieu du monde, il suit de nos remarques préliminaires que cet aggrégat peut être dit situé au milieu du monde. En second lieu, on voit que la terre peut être dite, au troisième sens de ces mots, située au milieu du firmament, puisqu'elle fait partie d'un aggrégat qui est au milieu du monde ; et l'on en peut dire autant de l'eau. „

“ Dernière conclusion : La terre et l'eau peuvent être dites situées au milieu du monde, en prenent ces mots au quatrième sens. „

En ces passages, Pierre d'Ailly se déclare nettement pour une doctrine qu'Albert avait émise dans ses *Questions sur la Physique* (*Vide supra*, t. II, p. 27), mais qu'il avait rejetée dans ses *Questions sur le De Cœlo* (*Vide supra*, t. II, p. 28) ; cette même opinion avait failli ravir l'adhésion de Thimon (*Vide supra*, t. II, p. 51). Nous avons vu (Chapitre XV, 7) quel rôle cette doctrine, reprise par Mauro de Florence, avait joué dans les discussions scientifiques du xvi^e siècle ; il est vraisemblable que la grande autorité de Pierre d'Ailly, que la réputation de ses *XIV Quæstiones* contribuèrent à la vogue étrangement prolongée dont elle a joui.

Il est un autre point où la doctrine de Pierre d'Ailly semble se séparer de l'enseignement d'Albert de Saxe. En la même cinquième question, nous lisons ce qui suit :

“ On peut émettre un doute : Cet aggrégat de terre et d'eau, qui se trouve naturellement en repos au milieu du monde, est-il doué de gravité actuelle ? A ce doute on peut, au moins d'une manière probable, répondre par l'affirmative. On peut s'en persuader, tout d'abord par la raison suivante : Placé hors de son lieu naturel, cet aggrégat serait grave actuellement ; or, il ne perd pas cette qualité en gagnant son lieu naturel ; il demeure donc doué de gravité actuelle lorsqu'il se trouve en ce lieu. Il ne servirait à rien d'objecter que cette gravité ne tire alors ni vers le haut, ni vers le bas. Il n'en est pas moins certain que la gravité actuelle demeure et qu'elle continue à exercer actuellement son office de gravité. Voici un argument qui le prouve : Si l'aggrégat formé par la terre et l'eau n'était pas actuellement grave, une petite mouche serait de force à déplacer cet aggrégat ; cette conséquence est inacceptable et, cependant, elle se tire logiquement des prémisses : la mouche, en effet, dispose, pour pousser ou pour tirer, d'une certaine puissance : l'aggrégat, au contraire, n'opposerait aucune résistance à cette impulsion si la gravité n'agissait point... Il faut donc imaginer que la gravité ou la légèreté a deux offices : l'un de ces deux offices consiste à mouvoir le corps en lequel elle se trouve lorsque ce corps est placé hors de son lieu naturel ; l'autre est de conserver et de maintenir ce corps en son lieu lorsqu'il s'y trouve. Qu'elle exerce l'un ou l'autre de ces offices, la gravité ou la légèreté doit être dite actuelle. Notre aggrégat de terre et d'eau est donc actuellement grave. „

La divergence entre Pierre d'Ailly et Albert de Saxe est surtout une querelle de mots ; ce que celui-ci nomme gravité *habituelle* ou *potentielle*, celui-là le veut, peu logiquement d'ailleurs, considérer comme une gravité *actuelle ;* mais le fond même des idées ne diffère pas entre les deux auteurs.

La concordance entre eux est absolue au sujet du continuel mouvement que la gravité doit imprimer à la terre ; voici, en effet, comment s'exprime le cardinal Pierre d'Ailly en sa troisième question, ainsi formulée : *Quœritur utrum motus primi mobilis ab oriente in occidentem circa terram sit uniformis?*

“ Il nous faut supposer, en premier lieu, que le centre de gravité de la terre se trouve constamment au centre du monde ; et cela est certain ; tout grave, en effet, tend au centre du monde ; le corps le plus grave doit donc avoir son centre au centre du monde. En second lieu, si l'on imaginait que la terre fut partagée en deux portions d'égal poids par un plan contenant le centre du monde, ces deux parties se comporteraient l'une par rapport à l'autre comme deux poids en équilibre ; si l'on ajoutait à l'une de ces parties un faible poids, elle descendrait en repoussant l'autre. En troisième lieu, si la terre était partagée en deux parties d'égal volume, ces deux parties ne pèseraient pas également ; en effet, une partie de la terre est continuellement exposée au soleil, en sorte qu'elle s'échauffe et s'allège par l'effet de la chaleur solaire ; l'autre partie, constamment submergée, est alourdie par le froid de l'eau : la moitié de la terre dont la surface est émergée est donc moins lourde que l'autre. Enfin, on admet que des parties détachées de la terre ferme sont incessamment entraînées par les eaux vers la mer ; on admet aussi que certaines parties de la terre, transformées en poussière par la sécheresse, sont transportées par les vents et, finalement, sont précipitées à la mer. „

“ Ces suppositions faites, on peut énoncer cette première conclusion : Chaque partie de la terre se meut continuellement d'un mouvement rectigne. En effet, une moitié de la terre devient sans cesse plus lourde que l'autre ; dès lors, en vertu de nos deux premières suppositions, sans cesse la première moitié pousse la seconde. Il résulte de là que la partie de la terre qui est au centre à une certaine époque, se trouvera à la surface à une autre époque. „

En ce que nous venons de citer, tout est emprunté à Albert de Saxe, tout, jusqu'à cette remarque que l'érosion déplace sans cesse le centre de gravité de la terre.

Des citations de Marsile d'Inghen (*Vide supra*, t. II, pp. 56-57) nous ont montré que les traités de Statique produits par l'École de Jordanus n'étaient point inconnus dans les Universités en la seconde moitié du XIV^e siècle. Ils ne l'étaient pas d'avantage en ces années qui terminaient le XIV^e siècle et commençaient le XV^e; le témoignage de Pierre d'Ailly nous en est garant.

En la première de ses *Quatorze questions*, l'évêque de Cambrai est amené à diviser les sciences mathématiques en cinq parties principales : La Géométrie, l'Arithmétique, la Musique, la Perspective et l'Astrologie ; contre cette division s'élèvent certains doutes qu'il examine ; en particulier, on peut se demander " à quelles sciences se rapportent certains petits traités, comme le traité *de ponderibus* et le traité *de speculis* ; à quoi l'on doit répondre que le traité *de ponderibus* dépend de l'Astrologie et le traité *de speculis* de la Perspective. „

Ainsi voyons-nous par les témoignages de Roger Bacon, d'Albert de Saxe, de Marsile d'Inghen, de Pierre d'Ailly, voire par le traité de Blaise de Parme, que la Statique a, pendant plusieurs siècles, constitué, dans la Science médiévale, une sorte de canton spécial ; cette *Scientia de ponderibus* demeurait quelque peu en dehors du courant principal de la Science physique ; le *Tractatus de ponderibus* ne se trouvait point, en général, au nombre des traités sur lesquels portait l'enseignement des Universités; les adeptes de cette science n'étaient point, sans doute, parmi les maîtres de la Faculté des arts ; on les nommait collectivement *Auctores de ponderibus* et leurs écrits étaient attribués par les copistes à Euclide ou à Jordanus ; mais, du moins, les idées contenues dans ces écrits n'étaient-elles ni ignorées, ni méprisées des docteurs de la Scolastique.

L.

Sur le **Tractatus de ponderibus** de Blaise de Parme.

Nous avons remarqué (t. I, p. 150) qu'en son *Traité des poids*, Blaise de Parme avait formulé la proposition suivante : *Lors-*

qu'on éloigne du centre du monde une balance dont les bras égaux sont chargés de poids égaux, ces poids semblent d'autant plus lourds que la balance est placée plus haut. Pelacani prouve cette proposition en remarquant que la direction selon laquelle chacun des poids tend à tomber fait, avec la verticale passant par le point d'appui du fléau, un angle d'autant plus aigu que la balance est plus loin du centre du Monde.

Cette proposition eut, d'ailleurs, un sort digne de remarque dans l'histoire de la Statique ; Roberval et Etienne Pascal ont repris, dans leur discussion avec Fermat (t. II, p. 172), des considérations fort analogues ; Descartes s'est efforcé de démontrer à sa manière (t. II, p. 181) la proposition même de Blaise de Parme et Mersenne a reproduit (t. II, p. 192) les raisonnements du grand philosophe.

Nous avions cité (t. II, p. 58) un passage d'Albert de Saxe où, repoussant une opinion de Roger Bacon, le maître ès-arts de l'Université de Paris semblait préparer la proposition que Blaise de Parme devait formuler plus tard.

Nous pouvons aller plus loin ; non-seulement Albert de Saxe a entrevu le théorème qui nous occupe, mais il l'a formellement connu ; en outre, il n'en est pas l'auteur ; il l'attribue lui-même à ces *Auctores de ponderibus* dont les noms nous demeurent inconnus et dont les œuvres sont collectivement attribuées à Jordanus. Voici, en effet, ce que nous lisons en une *Question* (1) d'Albert de Saxe sur le *De Cœlo et Mundo :*

“ Les *Auctores de ponderibus* disent que plus un corps est distant du centre, plus il est lourd *secundum situm.* „

Ce passage se trouve inséré en une question qui a pour l'histoire de la Dynamique une importance capitale. Albertutius y examine la raison pour laquelle le mouvement naturel est un mouvement accéléré. Après avoir exposé et discuté les diverses réponses que l'on a proposé de donner à cette question, il se range à l'avis qui attribue cette accélération à une accumulation d'*impetus.* Il est alors amené à entrevoir la loi d'inertie et son application à la conservation des mouvements célestes. D'autre part, il cherche selon quelle loi croît la vitesse d'un corps qui

(1) *Questiones subtilissime* Alberti de Saxonia *in libros de Celo et Mundo.* Colophon : Expliciunt questiones... Impresse autem Venetiis Arte Boneti de Locatellis Bergomensis, impensa vero nobilis viri Octaviani Scoti Modoetiensis, Anno salutis nostre 1492, nono Kalen. novembris. Ducante inclito principe Augustino Barbadico. — In librum II quæstio XIIII, *in fine.*

tombe ; il se demande si elle est proportionnelle au temps écoulé ou à l'espace parcouru, mais il rejette ces deux lois, qui feraient croître la vitesse au-delà de toute limite en même temps que la longueur de la chute, pour en proposer une troisième selon laquelle la vitesse tende vers une limite finie ; il laisse, d'ailleurs, entrevoir que la résistance du milieu est la raison qui lui fait préférer cette dernière solution aux deux premières.

Par un hasard étrange, Georges Lokert a omis cette question si importante dans les deux éditions des *Quæstiones in libros de Cœlo et Mundo* qu'il a données à Paris en 1516 et 1518.

Le passage que nous avons cité n'est point sans importance pour l'histoire de la *Statique ;* il nous enseigne que la proposition donnée par Blaise de Parme se trouvait déjà dans un traité *De ponderibus* composé avant 1350; or elle ne se rencontre dans aucun des écrits de l'École de Jordanus que nous ayons consultés ou dont nous ayons rencontré une description. Ces écrits ne composent donc pas la collection complète des ouvrages attribuables aux *Auctores de ponderibus.*

M.

Sur la forme de la terre et des mers selon Jean-Baptiste Capuano de Manfredonia.

Nous avons déjà cité (t. II, p. 60) le Commentaire au traité *de la Sphère* de Jean de Sacro-Bosco, composé par Jean-Baptiste Capuano de Manfredonia ; nous avons noté l'indéniable influence exercée sur cet auteur par les doctrines d'Albert de Saxe touchant le centre de gravité. Nous voudrions, en cette note, insister à nouveau sur quelques passages de ce Commentaire.

Il convient, tout d'abord, de reporter la composition de cet ouvrage à une date un peu plus récente que nos dires ne le pourraient faire supposer ; parlant, en effet, de la forme arrondie de l'ombre de la terre dans les éclipses de lune, Jean-Baptiste Capuano cite l'éclipse qu'il a observée le 15 août 1505, en sorte que son Commentaire est sûrement postérieur à cette époque.

Capuano semble avoir été un esprit critique et paradoxal, préoccupé de trouver des objections, parfois bien étranges, aux raisonnements de ses prédécesseurs. Sacro Bosco, par exemple, comme tant d'autres avant lui, prouve la rotondité de la mer en constatant qu'un signal côtier n'est pas aperçu du pont d'un navire, tandis qu'il est vu de la hune ; Capuano conteste la valeur de cette observation en faveur de la rotondité des eaux ; il l'explique par la présence du brouillard à la surface de la mer.

Nous le voyons également nier que la forme circulaire de l'ombre qui éclipse la lune prouve quoique ce soit au sujet de la forme des mers ; il soutient, en effet, que l'eau ne porte point ombre, opinion étrange qu'Alexandre Piccolomini reproduira. Il admet que les éclipses de lune prouvent la sphéricité de la terre ferme, dont le centre coïncide avec le centre du monde ; quant à l'eau, elle est aussi de surface sensiblement sphérique, mais elle est beaucoup plus grande que la terre. Il ne faut pas suivre l'opinion de ceux qui prétendent (1) que l'eau est seulement en petite quantité, qu'elle est divisée en masses contenues dans les vallées et les dépressions du sol, que l'aggrégat de la terre et de l'eau forme sensiblement une sphère unique et que le centre de cette sphère est au centre du monde.

Nous devons donc ranger Jean-Baptiste Capuano de Manfredonia, à la suite de Nicolas de Lyre et de Grégoire Reisch, parmi les partisans de la doctrine singulière dont Mauro de Florence, Antonio Berga et Agostino Michele seront les défenseurs acharnés.

Une dernière remarque : Nous avons vu Capuano, après avoir exposé la théorie qui pose, en la terre, un centre de gravité distinct du centre de grandeur, et qui s'en sert pour expliquer l'existence de continents immergés, ajouter ces mots : “ Hæc causa attribuitur Campano „. Nous avons dit aussi que rien, dans le Commentaire de Campanus au traité *De la Sphère* de Sacro-Bosco ne justifiait cette assertion ; en sorte que si Campanus est vraiment l'auteur de cette doctrine, il faut qu'il l'ait exposée en quelque ouvrage inconnu de nous et, chose plus incroyable, qu'il en ait fait entière abstraction lorsqu'il composa son Commentaire.

Mais il y a plus. L'exposé de cette doctrine des deux centres de la terre est précédée, dans le Commentaire de Capuano, des lignes que voici : “ De ce fait que l'eau ne couvre pas la terre de toutes parts... on assigne habituellement des causes efficientes multiples, comme le dit le Conciliateur, en l'article premier de la 13[e] Différence ; et de ces causes, voici la première... „

(1) De ce nombre est, nous l'avons vu (t. II, p. 55), Marsile d'Inghen.

Il semble donc que Capuano emprunte l'exposé de la théorie des deux centres à Pierre d'Abano, surnommé le *Conciliateur des différences ;* et comme celui ci, né en 1250, mourut en 1316, il en faudrait conclure que la théorie des deux centres avait, bien avant Albert de Saxe, pris sa forme définitive. Il ne nous a pas été possible de consulter le célèbre écrit de Pierre d'Abano : *Conciliator philosophorum et præcipue medicorum ;* nous n'avons donc pu acquérir à ce sujet une certitude complète. Mais si la distinction entre le centre de grandeur et le centre de gravité de la terre était déjà formellement indiquée dans l'ouvrage de Pierre d'Abano, il serait surprenant qu'aucun des auteurs, antérieurs à Albert de Saxe, que nous avons pu consulter, n'en eût fait mention ; il serait surprenant, en particulier, qu'elle parût inconnue à Jean de Jandun, qui enseigna à l'Université de Padoue quelques années après Pierre d'Abano (1). Il nous paraît plus vraisemblable de croire que Pierre d'Abano s'est borné à exposer la doctrine de Campanus et que Capuano a substitué à cette doctrine la théorie d'Albert de Saxe, sans remarquer tout ce que celle-ci ajoutait à celle-là.

N.

Sur la théorie du plan incliné imaginée par Léonard de Vinci.

A plusieurs reprises, nous avons insisté (2) sur une curieuse démonstration de la loi du plan incliné imaginée par Léonard de Vinci ; cette démonstration, qui n'est pas sans analogie avec le raisonnement de Pappus, consiste à considérer la puissance qui fait rouler un disque ou une sphère sur le plan incliné. Nous avons, en outre, cité (3) un passage d'Albert de Saxe où le principe de cette démonstration se trouve, pour ainsi dire, en germe ; toutefois, nous nous sommes gardé d'affirmer que ce passage eût réellement inspiré Léonard de Vinci ; il est tiré, en effet, des *Questions sur la Physique d'Aristote* rédigées par Albert de

(1) Jean de Jandun était encore à Paris en 1324 [Voir : Denifle et Chatelain, *Chartularium Universitatis Parisiensis ;* tomus II, sectio prior, p. 303 (en note) ; Parisiis, 1891.]

(2) Voir : Tome I, pp. 28 et 190.

(3) Voir : Tome II, p. 31.

Saxe ; or, si le témoignage même de Léonard nous apprend qu'il avait en mains le *Tractatus proportionum* et les *Quæstiones in libros de Cœlo* d'Albertutius, si ses notes font à ces deux ouvrages de nombreuses allusions, rien ne nous révèle que le grand peintre ait eu connaissance des *Quæstiones in libros Physicorum* (1).

Nous avons trouvé ailleurs un passage qui a pu également suggérer au Vinci sa théorie du plan incliné. Ce passage se trouve dans le traité *De distributionibus ac de proportione motuum* (2) d'Alessandro Achillini, célèbre professeur de Bologne.

A une règle qu'il a posée, Achillini objecte le dispositif suivant (3) : " Deux balles de même poids sont placées au contact de deux surfaces planes. L'une de ces balles touche une surface plane qui fait avec la terre un angle droit ; d'ailleurs, je suppose plane la surface de la terre sur laquelle la balle tombe verticalement. L'autre balle touche une autre surface plane qui fait avec la terre un angle aigu. "

Au sujet de ce dispositif, Achillini fait (4) l'observation suivante :

" Le plan vertical le long duquel la balle descendrait verticalement n'empêche point la descente ; au contraire le plan qui n'est pas vertical empêche la descente et imprime à la balle un mouvement de rotation ; dès lors, le plan qui est voisin d'être vertical met un moindre obstacle au mouvement que le plan plus éloigné du vertical ; il met un moindre obstacle au mouvement, mais il imprime à la balle un mouvement de rotation plus

(1) De ces *Questions*, nous n'avons pu consulter aucune édition qui fût antérieure à 1516. Cependant, dans l'édition qu'il en donna à Paris, en cette année 1516, Georges Lokert déclare qu'elles avaient été déjà imprimées par les Vénitiens. En effet, l'édition qui en fut imprimée à Venise, en 1516, par Boneto Locatelli, est précédée d'une épître dédicatoire, datée de 1504, dont la lecture montre que ce même ouvrage avait dû être imprimé en cette année 1504. En outre, selon le *Repertorium bibliographicum* de Hain, il aurait été imprimé à Padoue dès 1493.

(2) Ce traité fut imprimé à Bologne, en 1494, par Benedictus Hectoris. Hieronymus Scotus l'a réimprimé, sous le titre : *De proportione motuum quæstio*, dans les trois éditions des: Alexandri Achillini Bononiensis *Opera omnia* qu'il donna à Venise en 1545, 1551 et 1568. L'édition des *Opera omnia* donnée à Venise, en 1508, sans nom d'imprimeur, ne comprend pas ce traité.

(3) Alexandri Achillini *Opera omnia*, éd. 1545, fol. 194, col. *b*.

(4) Id., *ibid.*, *loc. cit.*, fol. 194, col. *c*.

rapide que ne ferait le plan dont l'angle avec le sol serait plus distant de l'angle droit. „

On ne saurait méconnaître l'affinité qui existe entre la pensée qu'exprime ce passage et le principe de la théorie de Léonard. Or, ce qui rend ce rapprochement intéressant, c'est que Léonard a sûrement eu en mains le *De proportione motuum* d'Achillini ; il l'avait emprunté à Fazio Cardano, père du célèbre Jérôme Cardan, ainsi qu'il nous l'apprend lui-même (1) : “ Le proporzioni d'Alchino colle considerazioni di Marliano da messer Fazio. „

O.

Sur la découverte, faite par Léonard de Vinci, de la loi de composition des forces concourantes.

Au § 2 du Chapitre VIII (2), nous avons montré comment Léonard de Vinci avait donné, le premier une solution très élégante du problème de la composition des forces ; mais il nous avait semblé que ce grand génie avait méconnu sa découverte au moment même où il venait de l'accomplir et qu'il était tout aussitôt revenu à une solution erronée du problème ; nous y avions vu une nouvelle preuve de l'inconstance et de l'indécision que l'on a souvent et justement reprochées à son puissant esprit.

L'accusation, dans ce cas, était injustifiée ; elle s'évanouit si l'on suppose que le cahier E, comme plusieurs autres registres laissés par Léonard, a été écrit non-seulement de gauche à droite, mais encore *à rebours,* suivant l'ordre inverse de celui que marque la pagination.

Or nous avons la certitude qu'il en est bien ainsi, du moins dans la partie du cahier E où Léonard découvre la loi de composition des forces concourantes.

Nous trouvons, en effet, du feuillet 69 au feuillet 71 toutes les notes qui ont trait à cette mémorable invention ; et voici deux

(1) *Il Codice Atlantico* di Leonardo da Vinci *nella Biblioteca Ambrosiana di Milano,* riprodotto e pubblicato dalla Regia Accademia dei Lincei ; Ulrico Hœpli, Milano, MCCCCLXXXXIV, fol. 225 recto *b* (34). — Cf. : Mario Baratta, *Leonardo da Vinci ed i Problemi della Terra ;* Torino, 1903, p. 9.

(2) *Vide suprà,* t. I, pp. 170-181.

faits qui prouvent sans conteste que pour suivre la pensée de Léonard, il faut lire a rebours cette partie du cahier.

A la fin du *verso* du feuillet 61, Léonard, ne pouvant achever un raisonnement, écrit : “ Tourne le papier. „ En haut du *recto* du même feuillet, nous lisons : “ Ici suit ce qui manque derrière au pied. „

Au verso du feuillet 77, un passage biffé est suivi de cette note, qui semble mise après coup : “ Ceci est mieux dit à la troisième page *après* celle-ci „. Or, c'est au recto du feuillet 75 que nous trouvons une nouvelle rédaction du même passage, précédée de ces mots : “ Ici se finit ce qui manque à la troisième page *avant* celle-ci. „

Ces indications nous obligent à lire le cahier E en sens inverse de la pagination. Alors, en l'étude du grave problème que soulève la loi de composition des forces concourantes, nous voyons le génie de Léonard passer graduellement de l'erreur à une vue de plus en plus claire de la vérité et adhérer fermement à celle-ci après qu'il l'a découverte.

En un autre écrit (1), nous avons montré comment la lecture du traité *De ponderibus* composé par son Précurseur avait conduit Léonard à méditer sur la composition des forces concourantes.

P.

Sur la forme de la terre et des mers selon Jean Fernel.

Nous avons vu (t. II, p. 55) que Marsile d'Ingen, s'était refusé à admettre la doctrine selon laquelle la surface des mers forme une surface sphérique unique ayant pour centre le centre de l'Univers ; à cette doctrine il préférait cette opinion : l'eau forme un certain nombre de masses isolées, contenues dans les cavités de la terre ferme.

Cette opinion fut certainement partagée, au début du XVI[e] siècle, par plusieurs astronomes et physiciens. De ce nombre il nous faut compter l'astronome et médecin français Jean Fernel (1497-1558) qui, le premier parmi les modernes, tenta de mesurer un arc de 1° du méridien terrestre ; il eut le bonheur d'obtenir un résultat exact par un procédé qui l'était fort peu.

(1) *La Scientia de ponderibus et Léonard de Vinci* (*Études sur Léonard de Vinci*, Première série, Paris, 1907).

Dans le traité d'Astronomie (1) où il expose sa mesure géodésique, Fernel étudie tout d'abord la disposition de la terre ferme et des mers (2). Il donne un résumé fort exact de la théorie d'Albert de Saxe qui, dit-il, est surtout en faveur parmi les philosophes modernes *(philosophi juniores)*; il rappelle que, selon cette théorie, la terre a deux centres distincts, l'un de grandeur, l'autre de gravité ; que celui-ci est au centre de l'Univers tandis que celui-là en est notablement éloigné, car la partie immergée de la terre est alourdie par son humidité, tandis que la partie découverte est sans cesse desséchée par le Soleil.

Notre auteur n'accepte pas cette doctrine ; selon une opinion qu'il prête à Aristote, il veut que la surface de la terre ferme et la surface des mers forment à peu près une surface sphérique unique. D'ailleurs, les terres, les nombreuses îles que les navigateurs ont découvertes dans les régions les plus diverses ne prouvent-elle pas que la surface de la terre ferme n'est jamais beaucoup plus éloignée du centre que la surface de la mer ? Il faut donc se représenter la terre comme un globe de bois où l'on aurait creusé un certain nombre de cavités et admettre que l'eau remplit ces cavités.

Si l'on menait un plan par le centre de l'Univers, ce plan couperait la terre en deux parties ; ces deux parties n'auraient peut être pas exactement même volume, l'une pouvant être creusée de plus de cavités que l'autre ; mais elles pèseraient également ; celle, en effet, qui serait creusée de cavités pleines d'eau serait alourdie par l'humidité et par le poids de l'eau dont il faudrait tenir compte.

La terre, ainsi disposée, demeure absolument immobile ; par là se trouve rejetée l'opinion de nos philosophes " selon laquelle, contrairement à la doctrine d'Aristote, la terre pouvait se mouvoir hors du centre. „

(2) Joannis Fernelii Ambianatis *Cosmotheoria*, libros duos complexa. — Prior, mundi totius et formam et compositionem : ejus subinde partium (quæ elementa et cælestia sunt corpora) situs et magnitudines : orbium tandem motus quosvis solerter referat. — Posterior ex motibus, siderum loca et passiones disquirit : interspersis documentis haud pænitendum aditum ad astronomicas tabulas suppeditantibus. Hæcque seiunctim tandem expedite præbet Planethodium. — Cuique capiti, perbrevia, demonstrationum loco, adjecta sunt scholia. Parisiis, in ædibus Simonis Colini, 1528.

(1) Cosmotheoriæ liber primus, et elementorum, et cælestium corporum magnitudines, situs, motusque universim aperiens. — De omnimoda terræ et maris dispositione, cap. I (Joannis Fernelii Ambianatis *Cosmotheoria*, fol. 1).

Il est clair que Fernel n'est pas de ceux qui croient le volume de l'eau supérieur au volume de la terre ; en effet, il combat vivement (1) cette opinion et celle qui range en progression géométrique les volumes des éléments.

Q

Sur la forme de la terre et des mers selon Melanchthon.

On sait que Philippe Mélanchthon est un des premiers qui aient combattu le système de Copernic au nom de la théologie. Dans le livre et dans le chapitre mêmes (2) où il attaquait le système héliocentrique, Mélanchthon admettait très exactement, touchant la disposition de la terre et des mers, la doctrine formulée par Copernic. Voici, d'ailleurs, en quels termes il exposait son opinion :

“ On doit avertir ici le lecteur que l'ensemble de la terre et de l'eau est regardé comme un globe unique et en forme un en réalité. Et bien que beaucoup de gens distinguent entre le centre de grandeur et le centre de gravité, il n'y a en vérité qu'un seul centre, qui est à la fois centre de grandeur et centre de gravité ; le continent qui a été récemment découvert prouve que la terre n'est point entièrement entourée par l'Océan, comme le supposaient les anciens. Il n'est pas exact non plus que la sphère de l'eau soit dix fois plus grande que la sphère de la terre ; ils supposaient qu'il en fût ainsi parce qu'ils croyaient qu'un certain volume de terre pouvait engendrer dix semblables volumes d'eau. Car les sphères sont dans le rapport des cubes de leurs diamètres. „

R

Sur Tartaglia.

M. Moritz Cantor et M. R. Marcolongo ont eu l'obligence, dont je les remercie, de me signaler l'existence de certains documents

(1) Fernel, *loc. cit.*, De aeris ignisque situ, Cap. II.

(2) *Doctrinæ physicæ elementa, sive initia,* Philippo Melanchthone auctore ; post omnes alias editiones ex postrema autoris recognitione, cum locuplete rerum et verborum in his memorabilium indice. Lugduni, apud Joan. Tornaesium et Gul. Gazcium, MDLII. — *Quis est motus mundi,* p. 60. — La première édition de cet ouvrage est de 1549.

au sujet de Nicolò Tartaglia ; ces documents m'étaient demeurés inconnus, ou même n'étaient point encore publiés, lorsque fut écrite sur ce géomètre la notice qui figure au tome I (pp. 195-197).

Le Prince Boncompagni, qui a retrouvé le testament de Tartaglia, a prouvé (1) que celui-ci était mort le 14 décembre 1557.

M. Vincenzo Tonni-Bazza a présenté au Congrès international des Sciences historiques, tenu à Rome en 1903, un travail (2) qui contient bon nombre de renseignements, inédits jusqu'ici, sur la vie et les œuvres de Tartaglia.

S.

Sur l'orthographe du nom de Guidobaldo dal Monte.

Nous avons constamment nommé le protecteur de Galilée : *Guido Ubaldo del Monte* ; nous suivions en cela l'exemple de Pigafetta qui, du vivant du Marquis del Monte, a publié une traduction italienne de sa *Mécanique* ; mais, disions-nous (Tome I, p. 209), " d'autres auteurs orthographient autrement ce nom ; M. Favaro, notamment, écrit : *Guidobaldo dal Monte.* „

M. Favaro nous a fait l'honneur de nous adresser, à ce sujet, quelques remarques fort intéressantes ; nous demandons au très savant éditeur des œuvres de Galilée la permission de les transcrire ici.

" La plupart des auteurs, en lisant le titre : *Guidi Ubaldi e Marchionibus Montis* qu'on lit en tête de ses ouvrages, ont cru que *Guido* était le nom de baptême et *Ubaldi* celui de la famille. Mais le nom de baptême (nom historique dans la famille Del Monte) était *Guidobaldo*, divisé en deux parties dans la traduction latine. Vous n'avez qu'à regarder la signature de ses lettres dans le Xe volume de mon édition ; le fac-simile (p. 38) dit : " *Guidobaldi d Marchesi d' Monte* „ ; et, du reste, il signe indifféremment : *Guidobaldo de' Marchesi del Monte* ou bien : *Guidobaldo dal Monte* (voir pp. 39, 41, 43, 45, 47). Ce n'est pas moi, par conséquent, mais lui-même qui s'appelait *Guidobaldo dal Monte*, et je ne crois pas qu'on puisse l'appeler d'autre manière. „

(1) B. Boncompagni, *Intorno ad un testamento inedito di Nicolo Tartaglia*, p. 364 (Collectanea mathematica in memoriam D. Chelini ; 1881).

(2) Vincenzo Tonni-Bazza, *Frammenti di nuove ricerche intorno a Nicolò Tartaglia* [Atti del Congresso internationale di Scienze storiche. (Roma, 1-9 Aprile 1903). Roma, 1904. No XXXIII, p. 293 .

ERRATA : (1)

TOME I.

Page II, ligne 3 en remontant, *au lieu de* : conséquense, *lisez* : conséquence.

Page 16, ligne 24, *au lieu de* : une corps, *lisez* : un corps.

Page 24, ligne 7, *au lieu de* : en *s* avec *m a*, *lisez* : en *m* avec *m* A.

Page 28, fig. 8. *Marquer n au point où la verticale abaissée du point m rencontre la circonférence.*

Page 45, figure 13, *Le point marqué* B *sur la circonférence doit être marqué* E.

Page 91, formule (1), *au lieu de* : *ab*, *lisez* : *bd*.

Page 136, ligne 21, *au lieu de* : XVI^e^ siècle, *lisez* : XIII^e^ siècle.

Page 143, figure 26, *les projections des points e et f sur la ligne bc doivent être marqués respectivement p et x.*

Page 146, dernière ligne avant les notes, *au lieu de* : *e t*, *lisez* : *l t*.

Page 167, ligne 19, *au lieu de* : le poids *b*, *lisez* : le poids *c*.

Page 174, lignes 9 et 10, *au lieu de* : AD, AF, DN, *lisez* : AB, AC, BN.

Page 175, ligne 5, *au lieu de* : fig. 44, *lisez* : fig. 45.

Page 190, ligne 11, *au lieu de* : NC entre en BC, *lisez* : AC entre en AN.

Page 213, ligne 8, *au lieu de* : (Chapitre XV, 3), *lisez* : (Chapitre XV, 8).

Page 231, ligne 14, *au lieu de* : auquel, *lisez* : duquel.

Page 238, ligne 22, *au lieu de* : Alberoni, *lisez* : Eugenio Alberi.

Page 245, ligne 6 en remontant, *au lieu de* : *ponderositale*, *lisez* : *ponderositate*.

Page 282, ligne 3, *au lieu de* : issues à, *lisez* : issues de.

Page 283, ligne 4, *au lieu de* : Galilée, *lisez* : Archimède.

Page 284, dernière ligne avant les notes, *au lieu de* : Pigafitta, *lisez* : Pigafetta.

Page 305, ligne 2 en remontant, *au lieu de* : la pesanteur de l'eau du tuyau CB sera, *lisez* : la pesanteur de l'eau du tuyau CB sera à la pesanteur de l'eau du tuyau AC.

Page 309, ligne 19, *au lieu de* : l'angle DPL, *lisez* : l'angle PDL.

Page 315, ligne 7, *au lieu de* : A, *lisez* : E.

Page 320, ligne 7, *au lieu de* : au dessus, *lisez* : au dessous.

Page 353, titre de la note, *au lieu de* : INDENTITÉ, *lisez* : IDENTITÉ.

TOME II.

Page 19, ligne 22 de la note, *au lieu de* : *meteorum*, *lisez* : *meteororum*.

Page 49, ligne 20, *même correction*.

Page 51, note (1), *même correction*.

Page 272, ligne 5 à partir du bas, *au lieu de* : de Wallis, *lisez* : Wallis.

(1) La plûpart de ces *errata* m'ont été signalés par M. Moritz Cantor et par M. Ch. Devin ; je les prie d'agréer le témoignage de ma vive reconnaissance.

Table des auteurs cités dans les deux volumes.

TABLE DES MATIÈRES DU TOME II