



This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

Usage guidelines

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

- + *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.
- + *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.
- + *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.
- + *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at <http://books.google.com/>



Über dieses Buch

Dies ist ein digitales Exemplar eines Buches, das seit Generationen in den Regalen der Bibliotheken aufbewahrt wurde, bevor es von Google im Rahmen eines Projekts, mit dem die Bücher dieser Welt online verfügbar gemacht werden sollen, sorgfältig gescannt wurde.

Das Buch hat das Urheberrecht überdauert und kann nun öffentlich zugänglich gemacht werden. Ein öffentlich zugängliches Buch ist ein Buch, das niemals Urheberrechten unterlag oder bei dem die Schutzfrist des Urheberrechts abgelaufen ist. Ob ein Buch öffentlich zugänglich ist, kann von Land zu Land unterschiedlich sein. Öffentlich zugängliche Bücher sind unser Tor zur Vergangenheit und stellen ein geschichtliches, kulturelles und wissenschaftliches Vermögen dar, das häufig nur schwierig zu entdecken ist.

Gebrauchsspuren, Anmerkungen und andere Randbemerkungen, die im Originalband enthalten sind, finden sich auch in dieser Datei – eine Erinnerung an die lange Reise, die das Buch vom Verleger zu einer Bibliothek und weiter zu Ihnen hinter sich gebracht hat.

Nutzungsrichtlinien

Google ist stolz, mit Bibliotheken in partnerschaftlicher Zusammenarbeit öffentlich zugängliches Material zu digitalisieren und einer breiten Masse zugänglich zu machen. Öffentlich zugängliche Bücher gehören der Öffentlichkeit, und wir sind nur ihre Hüter. Nichtsdestotrotz ist diese Arbeit kostspielig. Um diese Ressource weiterhin zur Verfügung stellen zu können, haben wir Schritte unternommen, um den Missbrauch durch kommerzielle Parteien zu verhindern. Dazu gehören technische Einschränkungen für automatisierte Abfragen.

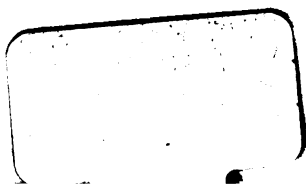
Wir bitten Sie um Einhaltung folgender Richtlinien:

- + *Nutzung der Dateien zu nichtkommerziellen Zwecken* Wir haben Google Buchsuche für Endanwender konzipiert und möchten, dass Sie diese Dateien nur für persönliche, nichtkommerzielle Zwecke verwenden.
- + *Keine automatisierten Abfragen* Senden Sie keine automatisierten Abfragen irgendwelcher Art an das Google-System. Wenn Sie Recherchen über maschinelle Übersetzung, optische Zeichenerkennung oder andere Bereiche durchführen, in denen der Zugang zu Text in großen Mengen nützlich ist, wenden Sie sich bitte an uns. Wir fördern die Nutzung des öffentlich zugänglichen Materials für diese Zwecke und können Ihnen unter Umständen helfen.
- + *Beibehaltung von Google-Markenelementen* Das "Wasserzeichen" von Google, das Sie in jeder Datei finden, ist wichtig zur Information über dieses Projekt und hilft den Anwendern weiteres Material über Google Buchsuche zu finden. Bitte entfernen Sie das Wasserzeichen nicht.
- + *Bewegen Sie sich innerhalb der Legalität* Unabhängig von Ihrem Verwendungszweck müssen Sie sich Ihrer Verantwortung bewusst sein, sicherzustellen, dass Ihre Nutzung legal ist. Gehen Sie nicht davon aus, dass ein Buch, das nach unserem Dafürhalten für Nutzer in den USA öffentlich zugänglich ist, auch für Nutzer in anderen Ländern öffentlich zugänglich ist. Ob ein Buch noch dem Urheberrecht unterliegt, ist von Land zu Land verschieden. Wir können keine Beratung leisten, ob eine bestimmte Nutzung eines bestimmten Buches gesetzlich zulässig ist. Gehen Sie nicht davon aus, dass das Erscheinen eines Buchs in Google Buchsuche bedeutet, dass es in jeder Form und überall auf der Welt verwendet werden kann. Eine Urheberrechtsverletzung kann schwerwiegende Folgen haben.

Über Google Buchsuche

Das Ziel von Google besteht darin, die weltweiten Informationen zu organisieren und allgemein nutzbar und zugänglich zu machen. Google Buchsuche hilft Lesern dabei, die Bücher dieser Welt zu entdecken, und unterstützt Autoren und Verleger dabei, neue Zielgruppen zu erreichen. Den gesamten Buchtext können Sie im Internet unter <http://books.google.com> durchsuchen.

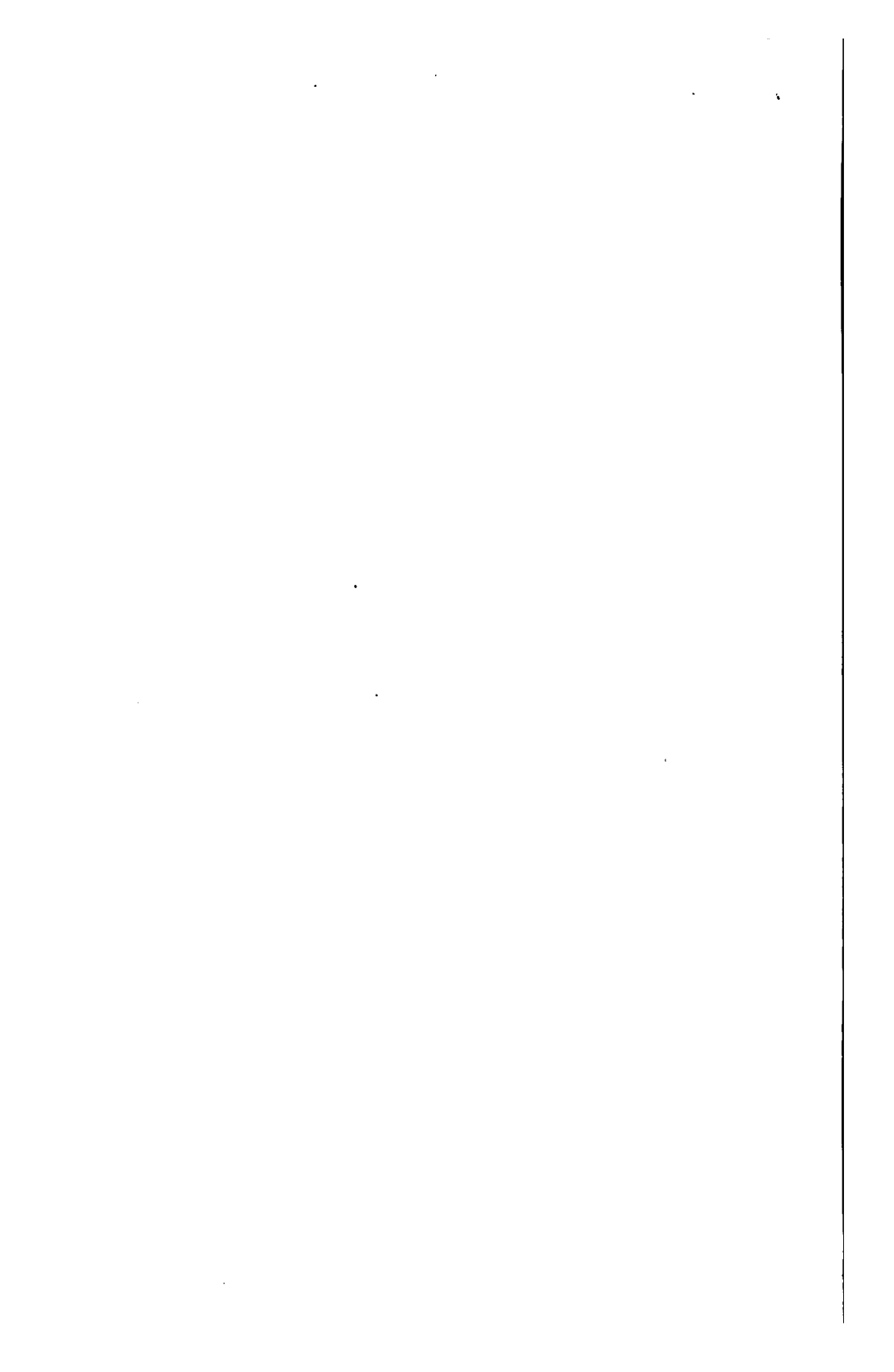
3 3433 08163142 0



YDD

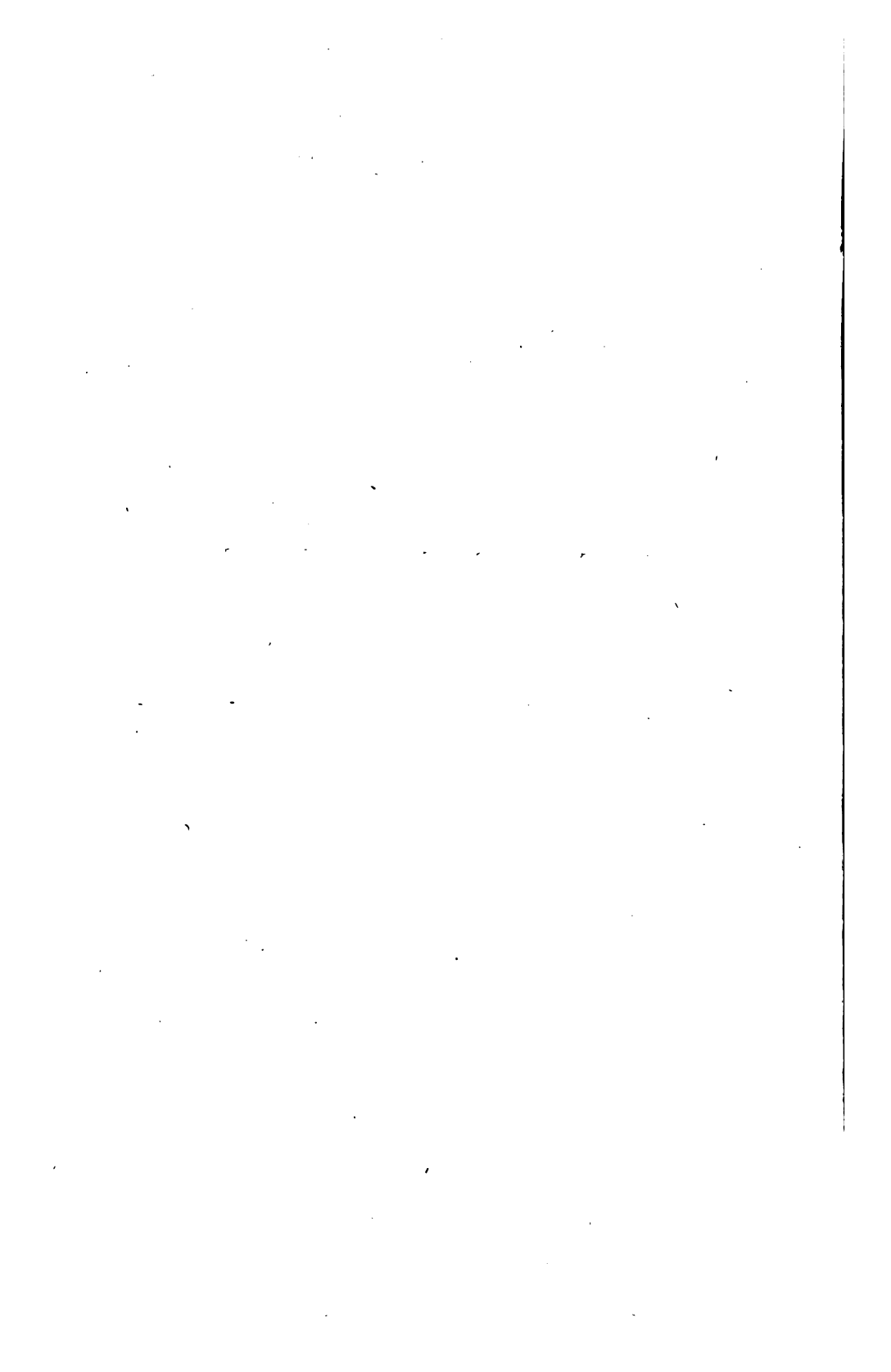
LANGE





LOGISCHE STUDIEN.





LOGISCHE STUDIEN.

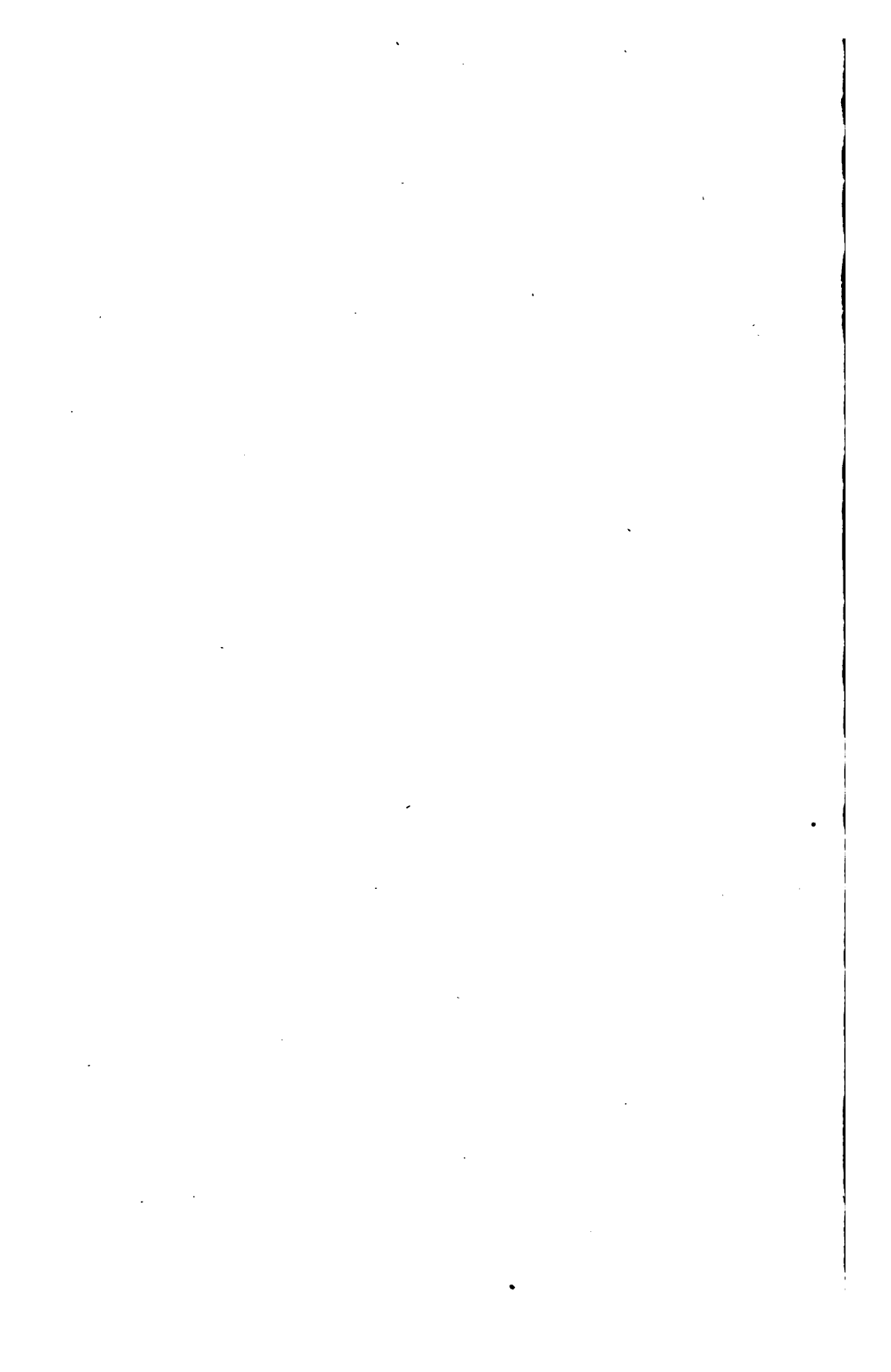
EIN BEITRAG
ZUR NEUBEGRÜNDUNG DER FORMALEN LOGIK
UND DER ERKENNTNISSTHEORIE

VON

FRIEDRICH ALBERT LANGE.

ISERLOHN.
VERLAG VON J. BAEDEKER.

1877. ω



VORWORT.

Mit der Herausgabe des vorliegenden Werkes erfülle ich einen Auftrag, den der verewigte Verfasser mir anvertraut hat.

Die Schrift ist druckfertig von dem Verfasser mir übergeben worden. In seinem Nachlasse fand sich ein Zettel, auf welchem die nachstehende Inhaltsangabe des zweiten Theils verzeichnet war, den er nicht mehr bearbeiten sollte.

II. Theil.

- VII. Zur Pfychologie des Denkens.
- VIII. Grammatik u. Logik.
- IX. Die Induction.
- X. Die numerische Methode und das Gefetz der gr. Zahlen.
- XI. Die histor. krit. Methode.
- XII. Idee einer vergleichenden Methodologie der Wissenschaft.
Eventueller Anhang:
Ueber Wahlen und Abstimmung.

Ich habe bereits an anderem Orte berichtet, dafs dieses Fragment drei Wochen vor des Verfassers Tode vollendet worden ist. Es ist jedoch vor der Bearbeitung der zweiten Auflage seiner »Geschichte des Materialismus« begonnen worden, und die Grundzüge desselben sind als die langsam gereifte Frucht früh entworfener Gedanken anzusehen, welche die ganze Lebensarbeit des Mannes durchzogen haben. Es wird daher den Freunden seines Haupt-

VI

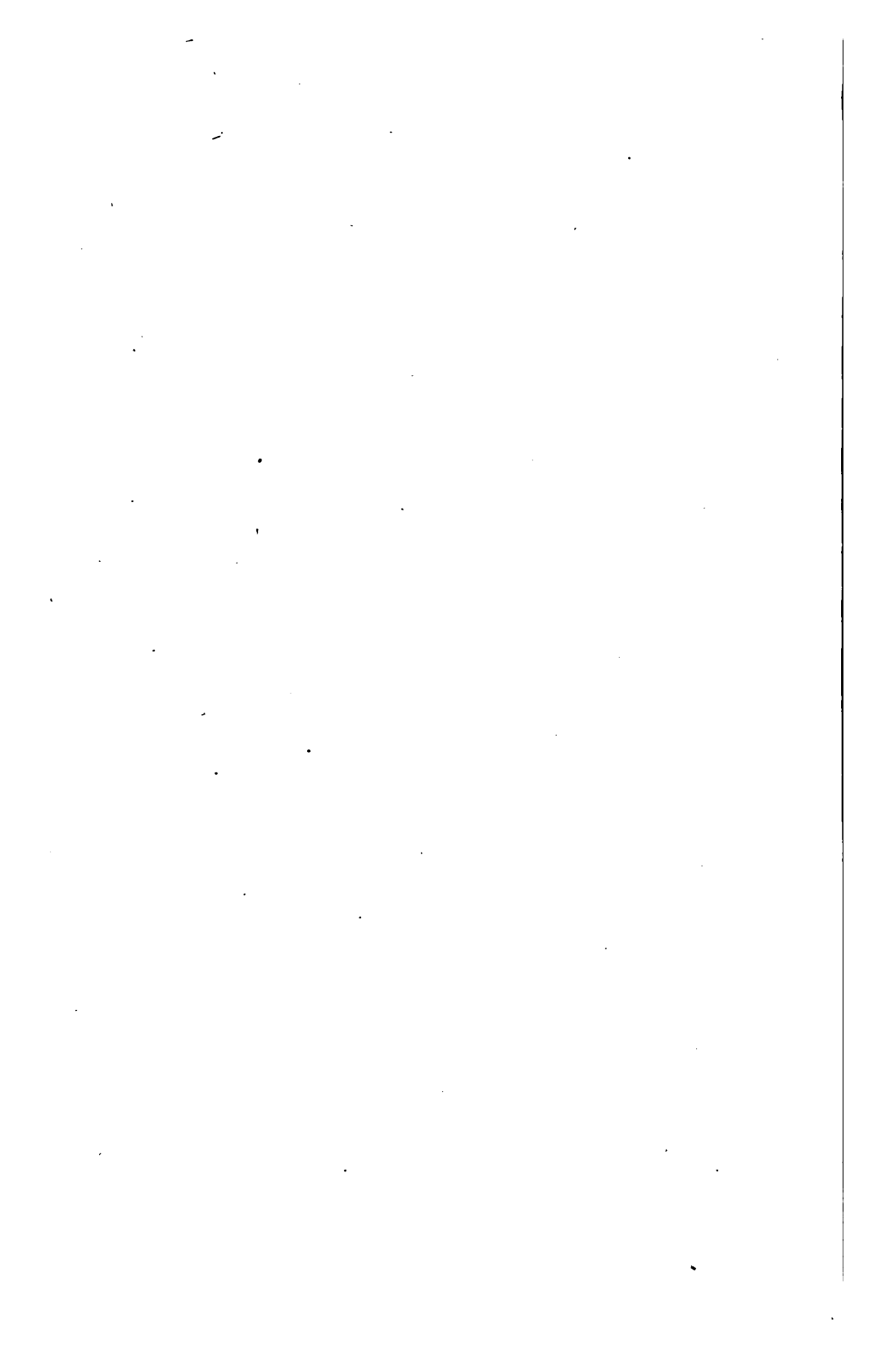
werkes der sicherste Rathgeber werden in Fragen, welche an die systematischen Ansichten des historischen Kritikers ergehen. Zugleich aber wird es unter den fachgenössischen Bestrebungen zur Reform der Logik einen Platz behaupten, würdig des Namens, den FRIEDRICH ALBERT LANGE hinterlassen hat.

Marburg, im December 1876.

H. Cohen.

INHALT.

I. Formale Logik und Erkenntnisslehre	1
II. Die Modalität der Urtheile	30
III. Das particulare Urtheil und die Lehre von der Umkehrung der Urtheile .	55
IV. Die Syllogistik	74
V. Das disjunctive Urtheil und die Elemente der Wahrscheinlichkeitslehre .	99
VI. Raum, Zeit und Zahl	127



I.

Formale Logik und Erkenntnisslehre.

Man wird mit der Frage der Berechtigung einer streng formalen Logik gegenüber der Logik als Erkenntnistheorie*) nie in's Reine kommen, so lange man beide einander schlechthin gegenüberstellt und ihren Werth für die Gesamtaufgabe der Philosophie vergleicht, als hätte man lediglich zwischen beiden zu wählen. Vielmehr handelt es sich darum, beide Aufgaben in ihrer Eigenthümlichkeit zu erfassen und dabei wird die Frage in den Vordergrund treten: Hat die Wissenschaft von dem Versuch einer abgefonderten Behandlung der rein formalen Elemente der Logik eine wesentliche Förderung zu erwarten oder nicht? Fällt die Antwort auf diese Frage bejahend aus, so ist damit über die Zweckmäßigkeit einer andern Behandlung der Logik noch nichts entschieden, sowie andererseits der Nachweis der Zweckmäßigkeit einer Logik als Erkenntnistheorie auf die hier gestellte Frage keinen Einfluss üben kann, so lange man rein auf dem Boden der theoretischen Forschung bleibt und didaktische Rücksichten bei Seite läßt.

Allerdings ist die Aufgabe einer streng formalen Logik unzertrennlich von einer Kritik der überlieferten Logik, in welcher

*) Wir nehmen hier mit Rücksicht auf Trendelenburg und Ueberweg den Ausdruck »Erkenntnistheorie« im Sinne einer Lehre von der menschlichen Erkenntnis, welche sich auf Logik, Metaphysik und Psychologie stützt, und also kein streng einheitliches Princip hat. Es wird sich später zeigen, daß diese Wissenschaft aufzulösen ist in die (Kantische) rein apriori verfahrenende Auffuchung der Postulate, welche das Erkennen voraussetzt, und in die psychologische Lehre vom Erkennen, welche empirischer Natur ist. Beide Zweige der Wissenschaft setzen eine genaue Untersuchung der logischen Formen voraus.

feit Aristoteles die rein logischen Elemente mit Grammatischem und Metaphysischem so eng verbunden sind, daß sich auch die bisherigen Versuche einer rein formalen Logik von dieser Verbindung nicht haben befreien können. Eine Zerfetzung der überlieferten Logik würde also die unmittelbare Folge und zum Theil auch die Vorbedingung der Aufstellung einer rein formalen Logik sein; denn, die Wirklichkeit einer solchen vorausgesetzt, müßte ihre erste Aufgabe darin bestehen, das Nichtlogische in dem überlieferten Stoff der Logik nachzuweisen, damit es auf seine wahren Quellen zurückgeführt und in seiner eigenthümlichen Natur erkannt werden könne. Eine solche Zerfetzung wäre aber keineswegs einer definitiven Sonderung gleich zu achten, denn abgesehen davon, daß auch auf dem neuen Boden eine parallele Behandlung des Logischen, Grammatischen und Metaphysischen in der Erkenntnislehre fruchtbar sein könnte, läßt sich nicht bestreiten, daß eine besonnene und umsichtige Behandlung der Logik als Erkenntnislehre auch ihrerseits für die Erkenntnis des rein Logischen und seiner Beziehungen zur Grammatik und Metaphysik förderlich sein und den Proceß einer principiellen Sonderung des Verschiedenartigen durch die Beobachtung seiner Wechselbeziehungen und seines Ineinandergreifens wesentlich erleichtern kann.

In dieser Beziehung dürfte z. B. Ueberwegs Behandlung der Logik dem Problem einer rein formalen Logik förderlicher sein, als die Bemühungen der Kant'schen Schule, eine rein formale Logik aufzustellen, ohne die aristotelische Ueberlieferung einer gründlichen Kritik zu unterwerfen; denn während wir bei Ueberweg einerseits die rein formalen Bestandtheile der Logik mit ungewöhnlichem Scharfsinn und formaler als bei den meisten Formalisten behandelt finden, sehen wir unmittelbar daneben eine so weit gehende Identificirung des Grammatischen und des Logischen und einen so gewagten Uebergang in das Metaphysische durch eine sinnreiche aber lückenhafte und undurchführbare Entsprechungstheorie, daß man unwillkürlich zu tief gehenden Vergleichen zwischen den apodiktischen und den problematischen Elementen eines solchen Systems geführt wird. Zugleich zeigt sich leicht, daß eben in jener Identificirung des Grammatischen und Logischen eine Hauptquelle alles Streitigen und also trotz aller versuchten »Beweise« nicht wahrhaft Apodiktischen liegt, und da anderseits die schon von Trendelenburg mit Recht hervorgehobene Stammverwandt-



schaft der Grammatik und Logik in ihrem historischen Auftreten über jeden Zweifel erhaben ist, so wird man leicht zu dem Gedanken geleitet, daß schon in den allerersten Anfängen der Logik, grade durch ihre Verwandtschaft mit der Theorie der menschlichen Sprache, eine starke Beimischung eines Factors enthalten ist, welcher seiner Natur nach keiner apodiktischen Behandlung fähig ist, und welcher daher auch eine reine und allenthalben zweifelfreie Durchführung des Logischen nach Art des Mathematischen von vorn herein unmöglich macht. Damit aber werden wir veranlaßt, das Messer der Kritik weit tiefer anzusetzen, als es Kant und seine Nachfolger, die Herbart'sche Schule bei allen ihren Verdiensten nicht ausgenommen, gethan haben. — Ganz gleich verhält es sich mit den metaphysischen Bestandtheilen der Logik, doch werden wir später sehen, wie beide Beimischungen der gleichen Quelle entstammen: der naiven Verwechslung von Wort, Begriff und Sache, von welcher sich Aristoteles bei allen Anstrengungen seiner großen Geisteskraft nicht völlig loszurichten vermochte.

Ob die Aufgabe der Herstellung einer streng formalen Logik zusammenfällt mit der Ausscheidung des wahrhaft Apodiktischen aus dem überlieferten Stoff der Logik, wird von manchen Seiten bezweifelt werden, allein nicht jeder hierauf bezügliche Zweifel darf auf Widerlegung Anspruch machen, und andre Einwendungen wieder giebt es, die deshalb auf sich beruhen mögen, weil es im Grunde gleichgültig ist, ob das Ergebniss einer übrigens richtig geführten Untersuchung der ursprünglichen Vermuthung entspricht, oder nicht.

Vor allen Dingen mag bemerkt werden, daß wir als das wahrhaft Apodiktische in einer Wissenschaft nicht Alles gelten lassen, was sich auf vorgebliche »Beweise« stützt, sondern nur dasjenige, welches Jedermann, der den Sinn der betreffenden Behauptungen verstanden hat, auch wirklich zugeben muß und zugiebt; das also, worüber kein Streit mehr sein kann. Hier muß nun ein für allemal der Anspruch der Metaphysiker, ohne jeden Unterschied der Richtung und Schule definitiv abgewiesen werden, daß es sich mit ihren Deductionen ebenso verhalte, daß der Widerspruch anderer Schulen nur auf Mangel an Verständniß, wo nicht gar auf Mangel an gutem Willen beruhe, daß nur die Schwierigkeit und Tieffinnigkeit der Sache die sofortige allgemeine Zustimmung unmöglich mache, oder gar, daß man sich erst ein in sechs dicken

Bänden niedergelegtes System ganz und gar müße zu eigen gemacht haben, um alsdann, vom Ganzen zum Einzelnen zurückkehrend, die Bündigkeit jedes Schlusses bewundernd anerkennen zu können. Solche Ansprüche verkennen die Natur des Apodiktischen ganz und gar. Auch in der Mathematik giebt es Gebiete, über welche Niemand mitreden kann, der sich nicht durch jahrelanges Studium darauf vorbereitet hat; aber es redet auch wirklich kein Unberufener darüber mit; noch viel weniger fällt es Jemanden ein, das mühsame Studium durch Schöpfung einer eigenen Mathematik nach ganz andern Grundfätzen sich zu ersparen. Der Grund ist, wie auf der Hand liegt, der Einblick in die Unmöglichkeit einer andern Mathematik, welchen Jeder schon bei der Behandlung der ersten Elemente gewinnt, und das Zutrauen in die Consequenz ihrer Methode und die Sicherheit ihres Fortganges vom Einfachen zum Zusammengesetzten. Dergleichen vermag keine Metaphysik zu bieten, die Kant'sche Vernunftkritik nicht ausgenommen, wiewohl diese unter billiger Verurtheilung aller bisherigen Metaphysik einen vermeintlich ebenso sichern als neuen Weg zur Entdeckung allgemeiner Vernunftwahrheiten einschlägt. Es fehlt hier überall schon den ersten Sätzen, von denen aus weiter geschlossen wird, jene Evidenz, welche dem wahrhaft Apodiktischen eigen ist, und der kritische Widerspruch des einen Metaphysikers gegen den andern ist vollkommen genügend, um uns zu zeigen, daß bei keinem von beiden sich wahrhaft nothwendige Annahmen und zwingende Schlussfolgerungen finden.

Wir stellen hiermit so wenig den Werth der Metaphysik überhaupt, als den einer speziellen Kritik der metaphysischen Systeme in Abrede, aber wir behaupten, daß der etwaige Werth eines metaphysischen Systems nicht in seiner vermeintlich zwingenden Deduction liegt, und daß die philosophische Kritik ihre wahre Aufgabe nicht darin hat, zu zeigen, daß die sämtlichen Systeme unhaltbar sind, sondern wie sie zu ihren Irrthümern kommen und wo die schwächsten Punkte liegen. Dabei wird die positive Kritik, gleich der Geschichte der Philosophie, zugleich die Aufgabe haben, die wahre Bedeutung eines Systems für den Culturfortschritt nachzuweisen. Diese Bedeutung hat noch nie ein besonnener Kritiker in der unwiderleglichen Richtigkeit eines Systems gefunden, so unermüdlich auch die Metaphysiker wieder einer nach dem andern den Anspruch auf solche Unwiderleglichkeit erheben.

Wie sehr die Metaphysiker selbst ein Gefühl davon haben, daß die wahre Bedeutung ihrer Producte nicht in der apodiktischen Gültigkeit der Lehrsätze liegt, zeigt der eigenthümliche Umstand, daß die Anhänger geschlossener Systeme, ungeachtet des schroffsten Widerspruchs ihrer Lehren, doch mehr miteinander sympathisiren, als mit den Indifferenten und Skeptikern. Die gleiche Erscheinung, wie bei den orthodoxen Anhängern eines Religionsbekenntnisses. Hier spricht sich deutlich aus, daß die geschlossene Form der Weltanschauung an sich das Geschätzte und die Sicherheit der Deduction nur Außenwerk ist; mit einem Worte, daß man sich nicht auf theoretischem Boden befindet, wie sehr auch der Schein hiefür sprechen möchte. Wir haben es hier nicht damit zu thun, das Streben nach einer geschlossenen Weltanschauung überhaupt zu würdigen; es handelt sich nur darum, zu zeigen, daß es in der Metaphysik das herrschende ist, und daß ihm gegenüber die Sicherheit der Ableitung der Lehren nur eine secundäre, wenn auch wichtig erachtete Rolle spielt.

Nun aber ist grade durch Aristoteles der Anspruch aufgekommen und bis heute unter den Metaphysikern noch keineswegs erloschen, daß nur das aus Principien abgeleitete »apodiktische« Wissen ein wahres Wissen sei, und unter dem apodiktischen Wissen versteht man in diesem Falle keineswegs nur jenes Wissen, welches so bewiesen ist, daß kein gesund organisirtes menschliches Hirn daran zweifeln kann, sondern, kurz gesagt, das Wissen vom philosophischen System aus. »Wissenschaft« ist nach dem Sprachgebrauch dieser Kreise nur die Umfassung des Erkannten mittelst der Deduction aus Principien; der Empiriker hat kein wirkliches Wissen; er liefert nur den Stoff dazu; erst wenn dieser Stoff nach den Grundätzen des Systems geordnet und gegliedert ist, entsteht wirkliches Wissen und Wissenschaft.

Während dieser Anspruch bei Aristoteles noch naiv erscheinen konnte und auf einer offenbaren Verwechslung des metaphysischen Beweises mit dem wirklich zwingenden Beweise beruhte, geht die neuere deutsche Philosophie noch einen kühnen Schritt weiter. Würde nämlich die Identität der philosophischen Deduction mit dem zwingenden Beweisverfahren, wie wir es in der Mathematik am reinsten vor uns haben, wirklich festgehalten, so könnte jeder Philosoph offenbar nur sich selbst und seinen unbedingt gläubigen Schülern wirkliches Wissen und Wissenschaft zuschreiben; denn

einem andern System, dessen Schlussfolgerungen er als unrichtig ansieht, vermöchte er doch nimmermehr apodiktische Erkenntniß zuzuschreiben, da ja das falsch Bewiefene gar nicht bewiesen ist. Diese Consequenz aber wird nicht gezogen und darin zeigt sich eine Umgestaltung der Begriffe von Wissen, Wissenschaft, Beweis und Deduction, deren Tragweite eine sehr ernste ist. Der Hegelianer schreibt zwar dem Herbartianer ein unvollkommneres Wissen zu als sich selbst, und umgekehrt; aber keiner nimmt Anstand, das Wissen des Andern gegenüber dem des Empirikers als ein höheres und wenigstens als eine Annäherung an das allein wahre Wissen anzuerkennen. Es zeigt sich also, daß hier von der Bündigkeit des Beweises ganz abgesehen und schon die bloße Darstellung in Form der Deduction aus dem Ganzen eines Systems heraus als »apodiktisches« Wissen anerkannt wird.

Was wir hier hervorgehoben, darf keineswegs mit dem ferneren Anspruch einzelner neueren Systeme, selbst das Positive und Thatfächliche aus der bloßen Formel hervorgehen zu lassen, verwechselt werden. Wir bleiben bei dem ungleich besonneren Standpunkt des Aristoteles stehn, der nicht nur die Principien selbst, aus denen wir schliessen müssen, aus der Induction hervorgehen läßt, sondern auch allenthalben die ausgedehnteste empirische Kenntniß des Thatfächlichen als Voraussetzung des philosophischen Erkenntnißprozesses fordert. Auch von diesem Standpunkt aus ist der Anspruch, daß erst der philosophische Erkenntnißprozeß das »Wissen« nach gewöhnlichem Sprachgebrauch zu wahren Wissen mache, ein kolossaler: zumal, wenn eben der bloße Versuch einer apodiktischen Darstellung, wie wir gesehen haben, an Stelle des wirklichen Beweises anerkannt wird. Nach dieser Forderung der Metaphysiker hat Faraday kein Wissen über den Magnetismus, Meynert kein Wissen vom Bau des Gehirns; Helmholtz' Lehre von den Tonempfindungen oder seine physiologische Optik sind nicht Wissenschaft, weil nicht aus dem *φύσει πρόταρον* deducirt, sondern aus Experimenten aufgebaut; höchstens diejenigen Theile, welche sich schon ganz und vollständig aus mathematischen Principien deduciren lassen, könnten vielleicht »Wissenschaft« heißen; allein die hier vorliegende wirkliche Deduction ist eben doch noch keine Deduction aus den höchsten (metaphysischen) Principien. Von historischer Wissenschaft, von Philologie als Wissenschaft kann vollends gar keine Rede sein; wenn aber dann ein Professor der Phi-

lofophie kommt und die dürftigen Bruchstücke, welche er bei den Forschern gelernt hat, an den Faden eines Systems reiht und scheinbar apodiktisch aus metaphysischen Principien ableitet, dann ist dies »Wissenschaft« und »wissenschaftliche Behandlung«, und zwar eingestandner Mafsen ohne allen Anspruch auf unbedingte Beweiskraft der Schlüsse. In dieser Beziehung hackt eine Krähe der andern die Augen nicht aus. Ein solches »Wissen« gilt als »apodiktisch« aus dem einfachen Grunde, weil es Theil einer geschlossenen Weltanschauung ist, die sich auf metaphysische Principien gründet und in ihrem Entwicklungsgang unter mehr oder weniger Willkürlichkeiten und Beweisfehlern die äußere Form der Deduction beobachtet.

Wir haben an andrer Stelle zu zeigen versucht, daß die Philosophie diesen Anspruch an apodiktische Geltung ihrer Constructionen aufgeben kann, ohne irgend etwas von ihrem wahren Werthe zu verlieren; ebenso wie die Religion ihren Anspruch an äußere Wahrheit aufgeben sollte, um ihren idealen Inhalt in freier und wandelbarer Form zu behaupten. Hier haben wir mit diesen Fragen nichts zu schaffen, und selbst die Bemerkung über die Verwirrung, welche man mit jenen Ansprüchen im Begriff der Wissenschaft und des wissenschaftlichen Verfahrens angerichtet hat, berührt uns nur insofern, als es gut sein mag, schon hier darauf hinzuweisen, daß auch dasjenige, was die Forscher und Entdecker wissenschaftliches Verfahren nennen, Anspruch auf eingehendste Berücksichtigung in der Erkenntnißtheorie erheben darf. Unser eigentlicher Zweck ist hier nur, jedem anderweitigen Sprachgebrauch gegenüber mit voller Schärfe dasjenige hinzustellen, was wir das Apodiktische in der Logik nennen. Wir verstehen darunter diejenigen Lehren, welche sich, gleich den Lehrsätzen der Mathematik, in absolut zwingender Weise entwickeln lassen, und welche durch den Beweis ihrer Wahrheit auch wirklich bewiesen und also ein für allemal dem Streit der Schulen und dem individuellen Belieben entrückt sind.

Daß die aristotelische Logik solche Lehren enthält, wird wohl Niemand bestreiten; aber auch die Thatsache, daß vorzugsweise diese den Stoff der »formalen Logik« bilden, dürfte schwerlich stark angefochten werden. Damit ist aber noch lange nicht gesagt, daß die formale Logik das Problem gelöst habe, das Apodiktische in der überlieferten Logik rein auszufcheiden und da-

mit zugleich den Grund feiner Denknöthwendigkeit blofs zu legen. Dies Problem darf nur ausgesprochen werden, um die Berechtigung eines Lösungsverfuches ganz unabhängig von dem bisherigen Streit zwischen formaler Logik und Erkenntnistheorie klar zu machen. Die blofse Thatfache des Vorhandenseins zwingender Wahrheiten ist eine fo wichtige, dafs jede Spur derselben sorgfältig verfolgt werden mufs. Eine Unterlassung dieser Untersuchung wegen des geringen Werthes der formalen Logik oder wegen ihrer Unzulänglichkeit als Theorie des menschlichen Denkens müfste von diesem Standpunkte aus zunächst schon als Verwechslung theoretischer und praktischer Zwecke zurückgewiesen werden. Ein solcher Einwand wäre etwa fo anzusehen, wie wenn ein Chemiker sich weigern wollte, einen zusammengesetzten Körper zu analysiren, weil derselbe in seinem zusammengesetzten Bestande höchst werthvoll sei, während die einzelnen Bestandtheile vorausichtlich gar keinen Werth hätten.

Denken wir uns sonach alle auf diesem Boden erwachsenen Einwände gegen unser Unternehmen beseitigt, so bleiben nur noch zwei einigermassen beachtenswerthe Bedenken von sehr verschiedenem Charakter übrig. Man kann nämlich vom Standpunkt der unbedingten Aristoteliker aus behaupten, dafs in der Analytik des Aristoteles, von kleineren Verstöfsen abgesehen, Alles apodiktische Geltung habe; ja, dafs sogar das metaphysisch-logische Princip des Aristoteles, suche man es nun in der Entwicklungslehre von der *δύναμις* und der *ἐνέργεια* oder in der Lehre vom »schöpferischen Begriff«, auch den wahren Grund der Apodikticität der einzelnen Lehren enthalte. Diesem Einwand ist nun aber theils schon in demjenigen begegnet, was wir oben über apodiktische Metaphysik überhaupt bemerkt haben, theils werden wir später reichliche Gelegenheit haben, die totale Unhaltbarkeit solcher Ansprüche im Einzelnen kennen zu lernen. Der andere Einwand könnte nun umgekehrt im Namen des Urhebers der »formalen Logik« im modernen Sinne erhoben werden. Man könnte sagen, die Lösung des von uns aufgestellten Problems sei sehr einfach; sie liege in der von Kant aufgestellten Behauptung, dafs die Lehrsätze der Logik sämmtlich analytischer Art seien und auf dem Satz des Widerspruchs beruhen. Diese Behauptung verdient eine eingehende Prüfung.

Bekanntlich erklärte Kant die mathematischen Urtheile für

insgefammt synthetisch, wie ihm denn die Mathematik als Hauptbeweis dafür galt, daß es Urtheile gebe, welche synthetisch aber gleichwohl mit dem Bewußtsein der Nothwendigkeit verbunden und also, wie Kant folgert, nicht empirisch seien. Diese Behauptung war neu; denn bis dahin herrschte die Ansicht vor, daß auch die mathematischen Urtheile analytisch seien und auf dem Satz des Widerspruchs beruhen. Diese Ansicht findet bis auf den heutigen Tag energische Vertheidiger, denen Kant selbst im Grunde durch seine Behauptung von der rein analytischen Natur der formalen Logik die Waffen in die Hand gegeben hat. Es läßt sich in der That zeigen, daß die Natur aller mit Nothwendigkeit geltender Urtheile im Wesentlichen ein und dieselbe ist und daraus folgt, daß sie entweder alle analytisch, oder alle synthetisch sind, oder daß diese Eintheilung im Kantischen Sinne der Ausschließlichkeit überhaupt nicht richtig ist.

In der That ist das letztere der Fall, und der Grundfehler scheint in der unberechtigten scharfen Trennung von Sinnlichkeit und Verstand zu beruhen, mit welcher Kant ja auch schon in der Lehre von der Synthesis und ihren verschiedenen Arten in's Gedränge kommt, da sich zeigt, daß »Anschauung« irgend eines Gegenstandes überhaupt schon nicht ohne Mitwirkung der Spontaneität zu Stande kommen kann. Umgekehrt giebt es auch in den abstractesten Gegenständen kein Denken ohne Anschauung.

Die mathematischen Sätze sollen durch Synthesis a priori mittelst der Anschauung des Raumes zu Stande kommen. Wir wollen zu zeigen versuchen, daß dies auch bei den logischen Lehrsätzen der Fall ist, und daß in dem nämlichen Anschauungsbilde, mit welchem wir dieselben begleiten, für uns das eigentlich Ueberzeugende liegt.

Wählen wir zunächst einen Fall, bei welchem die Ableitung aus dem bloßen Satze des Widerspruchs recht evident scheint: die Umkehrung des allgemein verneinenden Urtheils! Aristoteles sagt: (Anal. pr. I, 2.) „*Εἰ μηδενὶ τῶν Β τὸ Α ὑπάρχει, οὐδὲ τῶν Α οὐδενὶ ὑπάρξει τὸ Β. Εἰ γάρ τι, οἷον τῷ Γ, οὐκ ἀληθές ἔσται τὸ μηδενὶ τῶν Β τὸ Α ὑπάρχειν. τὸ γὰρ Γ τῶν Β τί ἐστιν.*“ Hier haben wir also den reinen Beweis durch den Satz des Widerspruchs. Gleichwohl haben wir auch den Hilfsbegriff Γ , welcher in dem zu beweisenden Satze nicht vorhanden war. Die Einführung desselben kann keinen andern Zweck haben, als den der Veranschaulichung

irgend eines beliebigen Theiles der B . Diese Veranschaulichung vollziehen wir in der Vorstellung an einem räumlichen Bilde, und wir werden später hinlänglich sehen, daß die den Raumvorstellungen eigene unendliche Variabilität der eigentliche Grund dafür ist, daß wir hier, ganz wie in den Figuren der Geometrie, das Einzelne sofort als ein Allgemeines gelten lassen.

Wir wollen an dies Beispiel zunächst noch einige nützliche Bemerkungen anknüpfen, bevor wir tiefer in die Untersuchung eintreten. Zunächst sehen wir, daß Aristoteles, dessen Logik doch sonst in so eminentem Sinne gegenüber der modern-nominalistischen, besonders in England heimischen Logik des Umfangs als eine Logik des Inhalts bezeichnet werden kann, beim eigentlichen Beweise seiner Sätze es doch nicht verschmäht, sich auf den Umfang der Begriffe zu stützen. Die ganze Art, wie das Γ eingeführt und nachher in Erinnerung gebracht wird, daß es zu den B gehöre, scheint sogar darauf hinzudeuten, daß im mündlichen Lehrvortrage schon damals sinnliche Veranschaulichungsmittel nicht verschmäht wurden; worunter natürlich nicht grade die angeblich vom Rektor Weise (1708) erfundenen Kreise als Symbole der Begriffssphäre verstanden sein müssen. Ludwig Vives wendet in seiner Schrift *de censura veri* Dreiecke an, um das Schema der Subsumtion durch einen Mittelbegriff zu veranschaulichen. Im Druck erscheinen statt der im Text genannten Dreiecke nur Winkel; die dritte Seite fehlt. Wiewohl dies wahrscheinlich nur die typographische Bequemlichkeit mit sich gebracht hat, so sieht man doch, daß auch diese Darstellungsweise dem Bedürfnis der Veranschaulichung schon genügt.*) Wenn wir diese Unterfützung der Phantasie zu Anfang des 16. Jahrhunderts finden und die schlichte Art ihrer Einführung bemerken, so werden wir sie kaum für eine Erfindung des scharfsinnigen Spaniers halten, sondern eher für eine Schultradition. Was Aristoteles betrifft, so kann man die Reduktionsweise der zweiten und dritten Figur nicht als Beweis dafür gelten lassen, daß man zu seiner Zeit diese so nahe liegende Veranschaulichung nicht gekannt habe. Diese Reduktionsweise hatte für die Auffassung des Aristoteles principiell Bedeutung, da nach ihm nur die erste Figur vollkommene Schlüsse lieferte. Es ist daher keineswegs anzunehmen, daß Aristoteles, wenn er die schema-

*) *De censura veri*, l. II. — *Vivis opera ed. Valent. t. III, p. 171.* —

tische Darstellung gekannt hätte, sich derselben bedient haben würde, um die Schlüsse der zweiten und dritten Figur direct zu begründen. Jedenfalls war Aristoteles weit entfernt davon, in der Anwendung einer solchen Veranschaulichung die Beweiskraft feiner Sätze zu finden; was natürlich nicht hindert, daß eben doch auch bei ihm und seinen Schülern die Anwendung des räumlichen Bildes, sei es in der bloßen Phantasie, sei es mit sinnlicher Unterstützung, die eigentliche Quelle des Bewußtseins der Allgemeinheit und Nothwendigkeit der aufgestellten Sätze war.

Hieran mag sich nun ferner die Bemerkung schliessen, daß das Verhältniß der Inhärenz, welches die ganze aristotelische Analytik beherrscht, in den Beweisen der logischen Lehren durchaus keine Rolle spielt. Zwar geht Aristoteles in seiner Syllogistik, entgegen dem modernen Gebrauch, stets vom Prädicatsbegriff aus und stellt die Frage nicht in Beziehung auf das Enthaltensein der Gegenstände des Subjectsbegriffs in der Sphäre des Prädicatsbegriffs, sondern in Beziehung auf die Gültigkeit der Anwendung des Prädicatsbegriffes als Prädicat für das Subject. Während wir uns im vernünftlichen Bilde beim Normalchluss der Subsumtion gleichsam die Prädicatssphäre ruhend denken und in der Phantasie die Sphären des Mittelbegriffs und des Subjectsbegriffs an diese heranbringen, um so das Verhältniß des Schlussurtheils zu finden, scheint in dem aristotelischen „τὸ α κατηγορεῖται κατὰ τοῦ β“ eher das Bild der umgekehrten Bewegung zu liegen. Sieht man aber genauer zu, so liegt das eigentlich beweisende Moment bei Aristoteles ganz wie in der neueren Logik in den Umfungsverhältnissen der Begriffssphären, denke man sich nun diese an jene herangebracht, oder umgekehrt. In dem ebenfalls aristotelischen Ausdruck „τὸ α ἐπάγχει παντὶ τῷ β“ kann man sich die Bewegung der Sphären umgekehrt denken und dies entspricht im Grunde der metaphysischen Anschauung des Aristoteles noch besser, da er ja die Gattung im Verhältniß zu Art und Individuum als das Stoffliche auffasst, welches durch die Differenz erst zur Actualität des wirklichen Dinges erhoben wird. Jedes wahre Prädicat aber ist ihm Gattung gegenüber dem Subject, wie die Reflexionen über das Sein im Subject und das Ausgesagtwerden vom Subject (Cat. 5) beweisen, wo das Urtheil »der Körper ist weifs« nur dem Namen nach als kategorisch anerkannt wird; dem Begriff nach könne »weifs« niemals vom Körper als Prädicat ausgesagt werden, weil nämlich der Körper

nicht Farbe, sondern eine Substanz ist. Man darf diese Unterscheidung wohl trotz der bekannten Zweifel an der Aechtheit der »Kategorien« für ächt aristotelisch halten; denn wenn Anal. post. I. 22 das Urtheil, »das Holz ist weiß« grade umgekehrt als Beispiel eines wirklich kategorischen genannt wird, so ist dies aus dem dort in Rede stehenden Gegensatz zu erklären gegen das Urtheil: dieses Weiße ist Holz, welches Aristoteles begreiflicher Weise noch weit weniger als Ausdruck eines wahren Prädicatsverhältnisses kann gelten lassen, da das Holz keine Kategorie ist, unter die man das Weiße bringen kann. Aus dem gleichen Grunde wird (Cat. 5) gelehrt, daß die Einzelsubstanzen niemals wahrhaft als Prädicat ausgesagt werden können.

Freilich steht dieser Auffassung des Aristoteles, wonach jedes wahre Prädicat dem Subject gegenüber relativ Gattung sein müsse, auch die andre ergänzend zur Seite, daß jedes Prädicat eine dem Subject inhärirende Qualität bezeichne. Der Gattungsbegriff selbst wird bei Aristoteles zur Qualität; denn wiewohl er lehrt, daß im Menschen nicht ein Thier, im Baum nicht eine Pflanze sei, so faßt er doch ausdrücklich (Cat. 2, b, 16 und 17) die Aussage der Art von der Substanz und der Gattung von der Art als Aussage einer Eigenschaft, so daß in dieser Hinsicht der Unterschied zwischen einem Merkmalbegriff als Prädicat und einem prädicativen Namen bloß darin besteht, daß das erstere eine Qualität schlechthin, das letztere aber eine qualitative Substanz oder eine die Substanz betreffende Qualität bezeichnet. Diese das Inhärenzverhältniß hervorkehrende Anschauung widerspricht der obigen nicht; vielmehr bilden beide zusammen erst den vollständigen Ausdruck der Art, wie sich Aristoteles das Verhältniß von Prädicat und Subject im Urtheil dachte. Das Prädicat ist relativ Gattung (d. h. bez. Art gegenüber dem Individuum); grade als Gattung aber spricht es das Haften einer Eigenschaft im Subjecte aus.

Von allen diesen Speculationen über das Inhärenzverhältniß geht nun aber in die Demonstration der apodiktisch geltenden Lehrsätze rein gar nichts über. Zwar werden mitunter auch in rein technischen Abschnitten Ausdrücke gebraucht, welche aus der metaphysischen Anschauung des Aristoteles fließen, allein man kann sich leicht davon überzeugen, daß dieselben mit dem nervus probandi nicht das mindeste zu thun haben. Umgekehrt ist es ohne Zweifel die Demonstration gewesen, welche Aristoteles

veranlaßt hat, gleich im Eingang der Analytik die ὄροι nach der Gröfse zu unterscheiden und Ausdrücke zu gebrauchen, welche das Bild der einander umfassenden Sphären ganz deutlich vor die Augen rufen, wie Anal. pr. I, 4: „τὸν ἔσχατον ἐν ὅλῳ εἶναι τῷ μέσῳ, καὶ τὸν μέσον ἐν ὅλῳ τῷ πρώτῳ“ (worin Ueberweg, Logik 3. Aufl., p. III den Anlaß für die Darstellung der Vorstellungsverhältnisse durch Kreise findet; eine Darstellung, die in der That, von der Kreisform des Raumbildes natürlich abgesehen, in der gesammten Technik der aristotelischen Logik ihre Begründung hat) und ebendas: „λέγω δὲ μείζον μὲν ἄκρον, ἐν ᾧ τὸ μέσον ἐστίν. ἔλαττον δὲ τὸ ὑπὸ τὸ μέσον ὄν.“

So vollständig tritt in der Technik der Syllogistik die Speculation über das innere Verhältniß von Subject und Prädicat zurück, daß Aristoteles jene Bedenken, ob ein Merkmalbegriff Subject, ob er wahres und eigentliches Prädicat sein könne, ob ein Individualbegriff Prädicat sein könne, u. f. w. vollständig bei Seite setzt. Die Entwicklung der Regel erfolgt in durchaus formaler Weise an bloßen Buchstaben; nachher werden dem Leser drei Begriffe hingeworfen, an denen er die Sache probiren mag. Unter diesen Begriffen finden sich substantivische und adjektivische ohne Unterschied, so daß man bei der Ausführung sehr häufig auf Sätze geräth, wie »Einiges Weißse ist Thier,« »Kein Unbeseeltes ist Pferd,« u. f. w., die Aristoteles von seinem erkenntnistheoretischen Standpunkt aus hätte fern halten müssen. Ebenso findet sich in der Lehre von der Umkehrung der Urtheile nirgend eine Einschränkung oder Ausnahme vorgesehen hinsichtlich solcher Urtheile, deren Subjectsbegriff seiner inneren Natur nach nicht wahrhaft Prädicat sein kann oder umgekehrt. Die Regeln werden überall, und ohne Zweifel mit Recht, da die beweisende Veranschaulichung auf keinerlei Ausnahmen führt, in voller Allgemeinheit ausgesprochen. Eben deshalb aber vermag Aristoteles in den speculativen Betrachtungen der Analytik seine Ansichten nicht schroff durchzuführen, weil sonst zahlreiche Widersprüche zwischen der logischen Technik und der logisch-metaphysischen Erkenntnistheorie entstehen würden. Er hilft sich daher in solchen Fällen überall mit ziemlich dürftigem Flickwerk: eigentliche und uneigentliche Redeweise, Sprachgebrauch, der dem inneren Verhältniß nicht ganz entspricht, dem Wort nach, aber nicht dem Begriff nach und dergleichen Auskunftsmittel müssen die Kluft zwischen Technik und Erkenntniß-

theorie verdecken; die Technik selbst aber gilt überall, soweit es sich um das Verhältniß von Subject oder Prädicat handelt, ohne Unterschied für die eigentliche oder uneigentliche, begriffsmäßige oder bloß übliche Redeweise.

Dafs Aristoteles sich hier durch die Natur seiner eignen Technik gezwungen fühlte, liegt klar auf der Hand; denn die Scheidung zwischen Technik und metaphysischer Betrachtungsweise liegt durchaus nicht in seiner Absicht. Dies sehen wir namentlich aus seiner Lehre von der Wahrheit oder Unwahrheit der Urtheile über Zukünftiges und aus seiner Theorie der Möglichkeit. Hier, wo der logische Zwang nicht so evident war, scheut er sich keineswegs, die metaphysischen Betrachtungen, und zwar in sehr verderblicher Weise, in die Technik hineinwirken zu lassen.

Es ist übrigens auch leicht zu zeigen, dafs die Bedenken der aristotelischen Erkenntnistheorie gegenüber den Sätzen mit Merkmalbegriffen oder mit Eigennamen durchweg auf Täuschung beruhen.

Was die Sätze betrifft, wie »Jenes Weisse ist Sokrates«, »Das Herankommende ist Kallias«, so hat schon W. Schuppe (Die aristot. Kategorieen, Berlin 1871, S. 12.) mit Recht bemerkt, dafs sich Aristoteles hier durch die Sprache habe täuschen lassen. Zwar kann die Stelle Anal. post. I, 22, wo von dem Satz »Jenes Weisse ist Holz« die Rede ist, zeigen, dafs Aristoteles wohl einfah, dafs hier eigentlich nicht das Weisse, sondern das Etwas, welches weifs ist, Subject sei; allein auch an jener Stelle beruht das weiter folgende Bedenken, hier ein wahrhaft kategorisches Verhältniß anzunehmen, lediglich auf der Unfähigkeit, diese ungewohnte Auffassungsweise scharf festzuhalten, und auf der unüberwindlichen Neigung, auch das unbekante Etwas, weil es einmal Subject im Satze ist, auch als ein bleibendes Substrat mit wechselnden Eigenschaften aufzufassen. Daher redet Aristoteles hier von einem Etwas, welches zufällig weifs ist und läßt diesem zufällig weissen Etwas den fernern Zufall zustofsen, Holz zu sein; eine Auffassung, in welcher also der ganz unbestimmte Ausdruck für einen jetzt eben wahrgenommenen Gegenstand als beharrliches Ding betrachtet wird.

In dem Satze »Jenes Weisse ist Sokrates« liegt dasselbe Verhältniß vor; nur dafs noch die Schwierigkeit hinzukommt, einen Eigennamen, und zwar bezogen auf eine bestimmte Person, als

Prädicat gefetzt zu fehen. Diefte Schwierigkeit mußte vom ariftotelifchen Standpunkt betrachtet als fehr bedeutend erfeheinen; eine »erfte Subftanz«, ein wirkliches, concretes Ding, wie diefer Menfch da, kann ja nicht Gattung, gefchweige Eigenschaft eines andern Gegenftandes fein! Betrachtet man die Sache ohne das ariftotelifche Vorurtheil, fo ift fie freilich fehr einfach. Der Begriff des Individuums ift allerdings der Oberbegriff für alle wechfelnden Erfcheinungen diefes Individuums, alfo auch gegenüber den einzelnen Momenten feines Dafeins und feiner Erfcheinung relativ immer noch ein Gattungsbegriff, ein Begriff, welcher noch eine unendliche Fülle von einzelnen Gegenftänden unter fich begreift, die gar wohl auch noch der Gruppierung nach untergeordneten Claffen fähig find. Das Subject, nichts weniger als ein beharrliches Ding, fondern lediglich der Ausdruck eines momentan wahrgenommenen Gegenftandes, ift trotz der Unbeftimmtheit diefes Gegenftandes weit individueller als der Begriff des Individuums. Ein folcher Satz hat fo wenig Abnormes an fich, dafs er vielmehr die urfprünglichfte Form aller und jeder Synthesis von Subject und Prädicat darftellt, die man freilich nicht in metaphyififchen Systemen, fondern in den Kinderftuben fuchen muß, wo man die Erkenntniß in ihrer Entwicklung und die Sprache in ihrem Werden belaufchen kann. Die früheften Sätze, welche das Kind fpricht, find folche, wie »Da — Mama!« »Da — Tiktak« u. f. w., wobei das Subject ftets einen Gegenftand der augenblicklichen Wahrnehmung überhaupt bezeichnet und das Prädicat die nähere Beftimmung dazu in einer fubftantivifchen Form giebt, welche die noch ungetchiedne Einheit von Eigennamen und Gattungsnamen enthält.

Was den Uebergang von Merkmalbegriffen in das Subject betrifft, fo läßt fich hier eine fehr einfache aber folgenreiche Bemerkung an die Bedenken des Ariftoteles anknüpfen. Welches Recht hatte Ariftoteles überhaupt, den Satz »Das Holz ift weiß« umzukehren in »Einiges Weißte ift Holz«? Wenn das Merkmal weiß zwar »im Holze ift« aber nicht von demfelben »ausgefagt wird«, d. h. nicht etwas bezeichnet, das fich zu Holz als relativ Gattung verhält; fo hätte gar keine Umkehrung möglich fein folen. Rein im Sinne der Inhärenz gefaft, hätte diefelbe lauten müffen: Weißte Farbe ift bisweilen Holz, d. h. findet fich bisweilen am Holze. Indem nun aber Ariftoteles ftatt deffen die Sätze mit adjectivifchem Prädicat, ohne alle Rückficht auf feine eigne

Theorie, in der Umkehrung ganz wie die wirklich kategorischen, d. h. den Gattungsbegriff prädicirenden Sätze behandelte, anerkannte er im Grunde im technischen Theil seiner Logik, was er in der logisch-metaphysischen Theorie verwarf, dafs nämlich die adjectivischen Prädicate rein logisch genommen auch Gattungen bedeuten, oder vorsichtiger ausgedrückt, dafs sie, um einer streng logischen Behandlung fähig zu werden, so aufgefaßt werden müssen, als bedeuteten sie Gattungen, d. h. »weifs« = »weise Gegenstände«; »das Holz ist weifs« = »das Holz ist ein weisser Gegenstand«. Nun erst heifst die Umkehrung mit Recht »Einiges Weisse ist Holz«, und natürlich nicht in dem Sinne »Einiges (als beharrende Substanz gedacht) welches (in diesem Falle grade) weifs ist, ist Holz«, sondern in dem sehr natürlichen, der Analogie durchaus sich fügenden Sinne: »Ein Theil der weissen Gegenstände ist Holz.«

Bekanntlich streitet man bis auf den heutigen Tag noch darüber, ob die adjectivischen Prädicate in der Logik als Bezeichnung der entsprechenden Gegenstände, als substantivisch, aufzufassen seien, oder nicht. Dieser Streit wird in der Hauptsache richtig gelöst durch die Bemerkung Ueberwegs (Logik, 3. Aufl. S. 229, § 84.), dafs die Substantivirung des Prädicatsbegriffes die »stillschweigende Voraussetzung« der aristotelischen Lehre von der Umkehrung der Urtheile bilde. Nur ist hinzuzufügen, dafs sie zugleich die Voraussetzung der gesammten logischen Technik des Aristoteles bildet, und wenn ferner bemerkt wird, Aristoteles habe die »innere Berechtigung« dieses Verfahrens nicht erörtert, so beruht diese Bemerkung dann freilich auf einem Irrthum. Für Aristoteles bestand diese »innere Berechtigung« gar nicht. Seine logisch-metaphysische Theorie steht in diesem Punkte mit der Technik, wie wir eben gezeigt haben, im Widerspruch; dieser Widerspruch aber ist Aristoteles ebenso wenig klar zum Bewusstsein gekommen, wie der Begriff der von ihm selbst doch vorgegenommenen »Substantivirung« des Prädicats. Er sah sich zu der letzteren einfach durch die treibende Consequenz seiner Technik fortgeriffen.

Es ist daher auch durchaus nicht etwa eine Ergänzung des Aristoteles, sondern ein dem aristotelischen Standpunkt durchaus fremdartiger Gedanke, wenn Ueberweg (§ 84.) den fehlenden Nachweis der »inneren Berechtigung« der Conversion mit der Bemerkung

nachzuholen versucht, daß diese innere Berechtigung nur dann vorhanden sei, wenn der Prädicatsbegriff »sich zur Substantivierung eignet«, d. h. wenn »nicht nur die Thätigkeiten oder Eigenschaften, welche der Prädicatsbegriff bezeichnet, unter einander wesentlich verwandt sind, sondern auch die Gesamtheit der Gegenstände oder Substanzen, welchen dieselben zukommen, wesentlich gleichartig ist, oder eine Classe oder Gattung« (Ueberw. verweist hier auf § 58 seines Werkes) »bildet.«

Mit diesem Mafsstabe gemessen wären die meisten hierher gehörigen Beispiele, welche Aristoteles selbst giebt, falsch und die Lehre von der Umkehrung der Urtheile würde nicht mehr mit Allgemeinheit und Nothwendigkeit gelten, sondern den erheblichsten Ausnahmen unterliegen. Die Regel als solche bestünde gar nicht mehr; der formale und rein logische Grund für die Gültigkeit des umgekehrten Urtheils siele gänzlich weg und die Richtigkeit des neuen Urtheils würde lediglich auf fachlichen Betrachtungen beruhen, welche mit der Logik im überlieferten Sinne so wenig zu schaffen haben, wie mit jener ächt aristotelischen Analytik, auf welche die Schule der Erkenntnistheoretiker so gerne gegenüber der modernen formalen Logik zu verweisen pflegt. Was Aristoteles nur auf wenigen, freilich äußerst wichtigen Punkten sagt: die streng formale Consequenz seiner analytischen Technik durch metaphysische Betrachtungen zu durchbrechen, das treibt die pseudo-aristotelische Erkenntnistheorie der Gegenwart so weit, daß alles Apodiktische in der Logik darunter verflüchtigt wird. Auf diese Weise ist dann freilich Einheit in die Logik gebracht. Bei Aristoteles ist allerdings Technisches und Metaphysisches in der Entwicklung und Darstellung allenthalben miteinander vermengt und verflochten, dagegen im Princip so streng geschieden, daß man der bloßen Absicht nach schwerlich einen radicaleren Formalisten finden könnte, als Aristoteles in der analytischen Technik. Diese Consequenz allein hat seinen Lehren einen für alle Zeiten bleibenden und vom Urtheil über die aristotelische Metaphysik unabhängigen Werth gegeben. Daß die modernen Freunde der aristotelischen Metaphysik, zumal wenn sie in dieser den »bleibenden Grund« aller Philosophie entdeckt zu haben glauben und diese Metaphysik selbst für »apodiktisches Wissen« halten, für den hier nachgewiesenen Unterschied zwischen der wahrhaft apodiktischen Technik und der auf beständiger Verwechslung von Wort, Begriff und Sache ruhenden

den Metaphysik keinen Sinn haben, ist sehr natürlich; um so nachdrücklicher muß zur Wahrung der historischen Thatfache wie des unverfälschten Wesens der Logik bei jeder Gelegenheit darauf hingewiesen werden.

Wie nahe übrigens Ueberweg in Folge seines ungemainen Scharffinns, seinem eigenen erkenntnistheoretischen Vorurtheil zum Trotz, an die richtige Auffassung der logischen Technik streifte, zeigt eine zum gleichen Paragraphen (84) gehörige Anmerkung, welche speciell gegen die geringschätzigste Art gerichtet ist, in der Hoppe (Logik, Paderborn 1868) von dem »Denken nach dem Schema« redet im Gegensatz zu einem angeblichen Denken nach dem Begriff. Hier sagt Ueberweg wörtlich: »Mit gleichem Recht könnte man die mathematisch-mechanische Betrachtung als einseitig und willkürlich schelten, wenn sie untersucht, was aus gewissen einfachen Voraussetzungen folge und dabei von anderen Datis absieht, von denen jene in der Wirklichkeit nicht abgefondert vorzukommen pflegen, wenn sie z. B. die Bahn und die Stelle des Falls eines irgendwie geworfenen Körpers nur auf Grund der Gravitation und der Beharrung berechnet, ohne den Miteinfluß des Luftwiderstandes zu erwägen, so daß anscheinend die concrete Anschauung das Resultat genauer zu bestimmen und über die Rechnung zu triumphiren vermag; wollte aber die mathematische Mechanik jenes abstractive Verfahren nicht üben, so würde sie die Bewegungsgesetze überhaupt nicht zu erkennen vermögen und die Wissenschaft würde aufgehoben sein.« Es folgt die in der That schlagende Anwendung auf die Logik. Wer in ähnlicher Weise das abstracte Verfahren der Logik von der Realität aus corrigiren will, »hebt durch dieses Verfahren nicht eine falsche Logik zu Gunsten einer besseren, sondern die Möglichkeit einer methodisch fortschreitenden logischen Erkenntniß der Denkgesetze selbst auf.«

Man kann sich schwerlich richtiger ausdrücken, aber die Schneide der gleichen Logik trifft auch Ueberwegs Unterscheidung zwischen »geeigneten« und »ungeeigneten« Fällen der Substantivirung; denn das Kriterium des Passenden wird hier nicht aus dem »abstractiven« Verfahren der logischen Technik, sondern aus der Betrachtung der Objecte genommen. Die logische Technik gilt aber für geeignete und ungeeignete Fälle, wie ein Satz der Stereometrie oder der analytischen Geometrie gilt, einerlei ob entsprechende Körper und Flächen oder Linien in der Natur vor-

kommen oder nicht. So gilt auch die logische Regel unfehlbar für eine substantivische Bezeichnung von Gegenständen, welche mit Rücksicht auf ihre Verwandtschaft oder Aehnlichkeit in der Natur der Dinge oder wegen einer gemeinfamen Substantialität nie Jemand so zusammenfassen würde. Die weiteren Erwägungen gehören also erst in die angewandte Logik, und so wird es mit der ganzen Rücksicht auf die Objecte sein, in welcher Ueberwegs erkenntnistheoretischer Standpunkt den Fortschritt sucht, während doch damit die eigentliche Basis aller Logik aufgehoben wird. — Was insbesondere noch die Substantivierung der Prädicate betrifft, so läßt sich leicht zeigen, daß es zwischen »geeigneten« und »ungeeigneten« Fällen nirgend eine scharfe Grenze giebt. Nach Ueberwegs Kriterium, welches in der Verweisung auf den von der Gattung, Art, Klasse u. s. w. handelnden Paragraphen enthalten ist, wären die von Aristoteles selbst herrührenden Beispiele fast alle falsch, denn Niemand wird z. B. behaupten, daß »weisse Gegenstände« in den »wesentlichen Eigenschaften« übereinstimmen und daher (nach Ueberweg, 3. Aufl. S. 126, § 58) eine »Gattung« bilden. Der logischen Technik genügt es zur Substantivierung vollkommen, daß sie in einer einzigen Eigenschaft, auf die es gerade ankommt, übereinstimmen und damit sind die Lehrsätze apodiktisch gültig. Wie richtig die Logik darin verfährt, mag übrigens auch noch der Umstand zeigen, daß es im wissenschaftlichen Gebrauch, hinsichtlich der »weisen Gegenstände« z. B., wenn es sich um optische Fragen handelt, stets fachlich begründete Eintheilungen geben kann, welche mit der gewöhnlichen und natürlichen, auf die gesammte Erscheinungsform gebauten Eintheilung gar nichts zu thun haben, und wo etwa eine Grenze solcher speciell motivirten Zusammenfassungen liegt, vermögen wir a priori gar nicht zu bestimmen. Uns will es scheinen, als ob Alles, was überhaupt Prädicat sein kann, in irgend welchem Zusammenhang einmal trotz der größten Ungleichheit der Gegenstände, zu denen es gehört, auch mit fachlichem Sinn substantivirt werden könne; jedenfalls ist aber von dieser Betrachtung die Richtigkeit des aristotelischen Verfahrens unabhängig, indem sie sich trotz des aristotelischen »Objectivismus« eben nicht auf eine Erwägung der Natur der Dinge stützt, sondern auf die Anschauung des Verhältnisses von Begriffen überhaupt.

Wir haben sonach gesehen, daß der technische Theil der

aristotelischen Logik unabhängig daſteht von den erkenntniſſtheoretischen Speculationen; ja, daſs er mit dieſen auf mehreren Punkten in einen dürftig verhüllten Widerſpruch tritt, wobei jedoch die Lehrſätze der Technik ihr Recht mit zwingender Nothwendigkeit behaupten. Wir haben ferner vorläufig wahrſcheinlich gemacht, was weiterhin ſtreng bewieſen werden ſoll, daſs eben dieſe zwingende Nothwendigkeit, mit welcher die techniſchen Lehrſätze der Logik (d. h. die rein techniſchen, von den mit Speculation gemiſchten wird fattſam die Rede ſein) ihr Recht behaupten, keineswegs eine Folge der bloſs analytiſchen Natur dieſer Sätze, ſondern vielmehr eine Folge der mit der Demonſtration verbundenen Anſchauung, alſo eines ſynthetiſchen Elementes iſt. Die »Veranſchaulichung«, das ſo geringſchätzig betrachtete bloſs didaktiſche Hülfsmittel, ſoll ſich alſo als bloſſe Leitung und beſtimmtere Ausführung der Anſchauung herausſtellen, welche letztere der wahre Quell der Apodicticität wäre.

Wir ſind oben von einem Beiſpiel (Umkehrung des allgemein verneinenden Urtheils) ausgegangen, indem wir zeigten, daſs der betreffende Lehrſatz zwar durch den Satz des Widerſpruchs bewieſen wird, daſs aber der Beweis nicht ohne Hülfe der Anſchauung zu Stande kommt. Wir wollen dieſem Beiſpiel zunächſt zwei andere zur Seite ſetzen, um die Rolle, welche einerſeits der Satz des Widerſpruchs, anderſeits die Anſchauung ſpielt, nach verſchiedenen Seiten klar zu machen.

Bekanntlich beweist Ariſtoteles die Modi Baroco und Bocardo, nach ſeinem Syſtem der Zurückführung auf die erſte Figur, apagogiſch, während man ihre Bündigkeit mittelſt der Anſchauung auch direct erweiſen kann. Der Satz des Widerſpruchs tritt hier in der ariſtotelischen Deduction ganz rein auf: Wenn μ allem ν zukommt, einigem ξ aber nicht zukommt, ſo muſs nothwendig auch ν einigem ξ nicht zukommen; denn käme es allem ξ zu, ſo müſte, da auch μ allem ν zukommt, nothwendig (nach dem Modus *Barbara*) auch μ allem ξ zukommen, was dem gegebenen Unterſatz widerſpricht. Alſo muſs die Vorausſetzung »Alle ξ ſind ν « falſch und das contradictoriſche Gegenheil »Mindeſtens einige ξ ſind nicht ν « richtig ſein. — Wie man ſieht, beruht der Schluſs auf der Lehre vom contradictoriſchen Gegenſatz der Urtheile und auf der Gültigkeit des erſten Modus der erſten Figur. Von dieſen Vorausſetzungen aus wird der Beweis lediglich nach dem Satze des Widerſpruchs

bewerkstelligt, und es scheint, daß eine Veranschaulichung durch Raumbilder der Begriffssphären hier überhaupt nicht nöthig ist, um den Beweis als zwingend erscheinen zu lassen. Es genügt die bloße Vorstellung der Buchstaben mit dem nicht einmal in actualen Vorstellungen entwickelten, sondern summarischen Bewußtsein dessen, was sie bedeuten, nebst der Erinnerung an das, was bereits bewiesen ist. Der Schluss ist, wenn man so verfährt, gleichsam ein blinder, wie der Schluss einer Rechenmaschine, die aus gegebenen Bedingungen das Facit giebt, oder auch, wie die Erzielung eines Resultates durch menschliches Rechnen, wenn dasselbe auf Grund der Einübung bekannter Methoden rein mechanisch vorgenommen wird. Es ist zwar richtig, daß unser Geist sich bei neuen Lehrsätzen, welche einer ausgedehnten Anwendung fähig sind, nicht leicht mit diesem blinden Verfahren begnügt, daß trotz des Zwingenden in solchen Schlüssen ein Mißbehagen, wo nicht gar Mißtrauen übrig bleibt, so lange wir nicht doch auch hier die Anschauung zu Hülfe nehmen; allein diese psychologische Erscheinung ändert nichts an der Thatfache, daß ein zwingender Schluss in diesem Falle wenigstens ohne directe Mitwirkung der Anschauung zu Stande kommt. Von der indirecten Mitwirkung der Anschauung zu solchen Schlüssen wird gleich die Rede sein.

Nun lassen sich aber auch Folgerungen aufweisen, bei denen umgekehrt, der Satz des Widerspruchs zwar zur ferneren Erläuterung und vollständigeren Ueberzeugung zu Hülfe genommen werden kann, bei denen aber offenbar die ganze Beweiskraft in der Anschauung allein beruht und die Erörterung nach dem Satze des Widerspruchs überflüssig ist. Von dieser Art ist der Beweis für den ersten Modus der ersten Figur. Hier giebt Aristoteles nur die Thatfache und die als Beispiel dienenden Begriffe, aber keinen eigentlichen Beweis. Gerade dies abgekürzte Verfahren, welches Aristoteles in den meisten Fällen einschlägt, darf als Zeugniß dafür angesehen werden, daß im Lehrvortrag der aristotelischen Logik auf die Kraft der Anschauung, wenn auch ohne eine bewusste Theorie ihrer Beweiskraft, thatsächlich abgestellt wurde. Der Geist sieht hier unmittelbar, wie die weitere aber minder bestimmte Sphäre α dem Mittelbegriff β zu Grunde liegt. Wenn nun dieser wieder dem ganzen γ zu Grunde liegt, dergestalt, daß γ nur zu der Wesensbestimmtheit von β noch eine neue unterscheidende Bestimmtheit mit hinzubringt, so sieht man, wenn man das erstere

Bild im Geiste festgehalten hat, unmittelbar, wie auch γ ganz auf der durch die Sphäre α dargestellten allgemeinsten Wesensbestimmtheit ruhen muß. Dafs es nothwendig und in allen Fällen so sei, wird wieder durch die Anschauung der Variabilität des Raumbildes zum Bewußtsein gebracht. Man sieht, dafs die Figur, die man sich im Geiste macht, innerhalb der Schranken der Voraussetzung unendlich vieler Variationen fähig ist, in welchen stets unverändert ein entsprechendes Bild der Voraussetzung ist und ebenso unverändert den Schluß darstellt. Wie von dieser in der Anschauung doch immer nur annähernd gegebenen Unendlichkeit und Allseitigkeit der Darstellung der Sprung auf das Bewußtsein abfolgender Nothwendigkeit erfolgt, brauchen wir hier nicht zu erörtern. Es genügt, wenn gezeigt wird, dafs der Vorgang vollständig derselbe ist, wie wenn in der Geometrie ein Satz an einer concreten Figur bewiesen wird und wir gleichwohl die Ueberzeugung gewinnen, dafs der Satz allgemein, d. h. für jede beliebige den Bedingungen entsprechende Figur, gültig ist. — Der Satz des Widerspruchs wird in diesem Falle nur noch zugezogen, um uns die Grenzen, innerhalb welcher wir die Figur variabel zu denken haben, durch hypothetische Annahme ihrer Ueberschreitung deutlicher zum Bewußtsein zu bringen; allein auch hierbei muß die Anschauung mitwirken.

Bei diesem Anlafs können wir doch eine Bemerkung über die aristotelischen Beispiele nicht unterdrücken. Dafs diese ohne alle Rücksicht auf den Sinn der Schlüsse, ohne alle Beziehung zur Erkenntnistheorie aufgerafften Termini, wie Mensch, Thier, Pferd, weifs, schwarz, Schnee, Rabe, Schwan, Stein u. s. w. in rein formalistischem Sinne verwendet werden und sonach einen neuen Beleg geben für die formale Tendenz des eigentlich technischen Theils der aristotelischen Logik, bedarf keines Nachweises; wohl aber ist es an der Zeit, darauf hinzuweisen, dafs die Wahl solcher nichtsagenden Beispiele vom Standpunkte der Technik einen Vorzug hat, der um so wichtiger ist, je weniger noch der Beweis mittelst der Anschauung an Sphärenbildern entwickelt ist.

Unfre Logiker suchen gegenwärtig etwas darin, ihre Lehrbücher mit möglichst sinnreichen Beispielen für die Technik der logischen Regeln auszustatten. Dadurch wird nicht nur die Regel mit Beispielen belegt, sondern gleichzeitig auch für den Nutzen der Logik argumentirt, der bekanntlich, was die überlieferten

Kunstregeln der Deduction betrifft, stark angefochten wird. Dies Verfahren ist nicht nur zu billigen, sondern man sollte eher noch einen Schritt weiter gehen und ausdrücklich nur solche Beispiele wählen, welche in der Geschichte der Wissenschaften eine Rolle gespielt und also ihren Nutzen unmittelbar bewährt haben. Man beachte aber wohl, daß die Beispiele, je mehr sie in diesem Sinne gewählt sind, desto weniger geschickt sind, den Beweis zu ersetzen, indem man im Einzelnen sofort das Allgemeine erkennt. Das alte triviale Beispiel »Alle Menschen sind sterblich; Cajus ist ein Mensch: also ist Cajus sterblich« hat in der Geschichte der Wissenschaften keine Rolle gespielt, wenn nicht eben die Rolle des abgehetzten Schulbeispiels für einen Subsumtionschluss. Beispiele dieser Art sind sehr leicht dem Vorwurf ausgesetzt, den man oft unbillig verallgemeinert hat, daß man mittelst des Syllogismus nichts finde, was man nicht vorher gewußt. Dafür haben sie aber auf der andern Seite in rein formaler Hinsicht grade durch ihre Leere den Vortheil völliger Durchsichtigkeit. Man sieht hier gleich, daß man im Grunde nichts in Händen hat, als den gleichsam schwach colorirten Umriss von Begriffen überhaupt. Während bei den inhaltreichen Beispielen das Bewußtsein zu stark von der Sache ergriffen wird, um mitten in der Ueberzeugung noch den formalen Grund der Ueberzeugung rein zu erfassen, läßt das nichts-sagende Schulbeispiel unmittelbar das Schema der Subsumtion erkennen und bewirkt daher weit leichter und schlagender die Ueberzeugung, daß es sich nicht nur in diesem Falle so verhalte, sondern daß es mit Begriffen überhaupt, wähle man, welche man wolle, ebenso sein werde, sobald sie sich hinsichtlich ihrer Ueber- und Unterordnung ebenso verhalten. Mit einem Wort: das nichts-sagende Schulbeispiel erfüllt annähernd dieselbe Aufgabe, wie die geometrische Figur und wie die Sphärenzeichnung in der Technik der Logiker. Es wird gebraucht mit dem Zweck, am Einzelnen das Allgemeine zu zeigen, und dieser Zweck wird offenbar dadurch erreicht, daß man sich, von keinen Betrachtungen über den speciellen Sinn des Beispiels gestört, irgend ein, wenn auch noch so unvollkommenes Bild von der Summe der Gegenstände entwirft, welche mit dem Begriff bezeichnet sind. Die abstracteste Form solcher Bilder ist das Sphärenbild selbst. Man denke sich nun im mündlichen Lehrvortrag diese zweckmäßig inhaltsleeren Beispiele mit einigen flüchtigen Strichen im Sande des Bodens oder auch

nur mit einer veranschaulichenden Handbewegung begleitet und man hat im Beispiel selbst das Princip unfrer Sphärenvergleichung. Sonach dient das moderne Beispiel einem ganz anderen Zweck als das antike, und mit Recht, denn eben weil wir die Sphärenvergleichung consequent anwenden, bedürfen wir der nichtsagenden Beispiele nicht mehr und können in der Sammlung gewählter Beispiele eine höhere Aufgabe zu lösen suchen.

Man vergleiche hiezu die Bemerkung Ueberwegs (Logik 3. Aufl. S. 297, § 107), das Aristoteles einen gewissen Beweis »nur im Einzelnen an Beispielen« geführt habe, den erst neuere Logiker »in allgemeinerer Weise auf die Sphärenverhältnisse« gegründet hätten. Man wird sehen, das der Unterschied des Verfahrens nicht so groß ist, wie es scheinen könnte. In beiden Fällen wird der Beweis eben auf Anschauung gegründet, indem das concrete Anschauungsbild, an welchem man demonstriert, mit dem Bewusstsein seiner Variabilität die Ueberzeugung von der Allgemeingültigkeit des Behaupteten hervorbringt. — Diese Bemerkung dürfte geeignet sein, auf den Gebrauch von Beispielen in der Wissenschaft überhaupt einiges Licht zu werfen, doch dürfen wir diesen Faden hier nicht weiter verfolgen.

Vergleichen wir nunmehr die oben aufgestellten Beispiele, so finden wir leicht, das da, wo die Anschauung das wahrhaft Maßgebende ist, wie beim Beweise des ersten Modus der ersten Figur, ein wirklich neuer Begriff der Synthesis des Syllogismus zu Grunde liegt, der Begriff der Subsumtion eines Falles unter die Regel, einer Art unter die Gattung. Diese Vermittlung des α und γ durch das eingeschaltete β stellt in der That einen Grundsatz dar, der nachher seine mannigfaltigste Anwendung findet, der aber selbst nicht aus anderen Sätzen abgeleitet werden kann; denn das α von β ausgefagt wird und β von γ enthält noch nichts von einer Beziehung zwischen α und γ , so lange ich nicht durch die Anschauung die Regel dieser Vermittlung erkenne.

Diese Anschauung schien in dem apagogischen Beweise des Modus Baroco überflüssig. Hier wird nur eine Anwendung von schon feststehenden Regeln gemacht, und wenn dieselben nur, an irgend ein Zeichen für die Termini angeknüpft, im Gedächtnis haften, so bedarf es keines Zurückschreitens auf räumliche Bilder der Begriffssphären. Da nun aber doch das Erfchlossene selbst wieder Regel ist, und zwar eine im Modus Barbara keineswegs

schon offen vorliegende Regel, so hätten wir also hier wenigstens den von Kant vorgesehnen Fall einer Erweiterung der Logik auf rein analytischem Wege durch den Satz des Widerspruchs. Freilich nur eine Erweiterung! Bevor wir weiter gehn, mag also immerhin darauf verwiesen werden, daß Erweiterungen ganz analoger Art sich auch in der Mathematik in großer Anzahl vorfinden. Sollen gleichwohl die eigentlich mathematischen Sätze insgesammt synthetisch sein, so könnte man ganz in gleicher Weise einen solchen Kern synthetischer Sätze auch in der Logik auscheiden; auf alle Fälle wäre zwischen der formalen Logik und der Mathematik nicht jene ungeheure Kluft, welche Kant zwischen ihnen gesetzt hat, sondern vielmehr die auffallendste Uebereinstimmung.

Wir gehen aber weiter und wollen zunächst noch einen Blick auf das zuerst gegebene Beispiel werfen, in welchem Anschauung und Demonstration aus dem Satze des Widerspruchs anscheinend gleichberechtigt Hand in Hand gehen: beim Beweise für die Umkehrbarkeit des allgemein verneinenden Urtheils. Zunächst ist hier zu bemerken, daß sich hier, wenn man die aristotelische Beweisführung ganz bei Seite läßt, wie übrigens auch beim Beweise für Baroco und Bocardo, mittelst der Sphärenbilder das zu Erweisende ohne Beziehung auf den Satz des Widerspruchs mit größter Evidenz darthun läßt. Das Bild zweier völlig getrennter Sphären zeigt so klar, daß hier im Verhalten der einen zur andern kein Unterschied ist, daß man die allgemeine Umkehrbarkeit eines solchen Urtheils mit Ueberzeugung vor Augen hat, sobald überhaupt nur erklärt ist, was die Sphären bedeuten sollen.*) Umgekehrt aber kann man hier keineswegs den Satz des Widerspruchs, wie beim Beweise für Bocardo, gleichsam rein mechanisch wirken lassen. Den aristotelischen Hilfsbegriff für irgend einen Theil von β kann man allerdings der Form nach ersparen, aber nicht der Sache nach. Sobald gefagt wird: denn wenn irgend einem Theile von β das α

*) Im folgenden Kapitel wird gezeigt werden, daß der Satz des Widerspruchs gleichwohl auch hier, wie überall, mitwirkt, wenn die Nothwendigkeit, d. h. die unbedingt ausnahmslose Allgemeinheit der gewonnenen Regel zum Bewußtsein gebracht werden soll. Da aber der Satz des Widerspruchs, wie gleich unten gezeigt wird, als logisches Normalgesetz selbst wieder auf Anschauung ruht, während er als psychologisches Naturgesetz das Wesen unsrer Anschauung bestimmt, so kann überhaupt das Entweder — Oder in Beziehung auf die Wirkung der Anschauung und des Gesetzes des Widerspruchs stets nur einen relativen Sinn haben.

zukäme, so muß schon ein solcher Theil vorgestellt werden, der bisher als solcher nicht gegeben war. Ich muß den Versuch machen, ob irgend einem solchen Theile das α zukommen könne, und diesen Versuch kann ich nur in der Phantasie anstellen. Wir können hieraus entnehmen, daß die Anschauung in der That nicht nur in diesem Falle die wesentliche Grundlage des Beweises ist, sondern daß sie überhaupt stets unentbehrlich sein wird, wenn mit den Begriffen, um bündig schließen zu können, noch irgend eine, den Hilfsconstructions der Geometrie vergleichbare, Operation, wie Theilung, Deckung u. f. w. vorgenommen werden muß.

Solche Operationen an der Sphäre der einzelnen Begriffe finden sich nun aber im apagogischen Beweise für den Modus Baroco nicht. Sobald die Annahme des contradictorischen Gegentheils im Schlusssatze gemacht ist, wird mit den fertigen Urtheilen nach einem bereits bewiesenen Schema operirt und es ergibt sich aus der Combination von Obersatz und Schlusssatz eine Folgerung, die man rein dem Gedächtnis entnehmen kann und von der man ebenso durch bloße Anwendung von bereits Erwiefenem sieht, daß sie mit der zweiten Prämisse im Widerspruch steht und also nicht statthaft ist. Weil die einzelnen Begriffe in bestimmter Synthesis bleiben und nicht mit ihnen, sondern nur mit dem ganzen Urtheil operirt wird, so bedarf man auch nicht der Phantasiebilder von der Sphäre dieser Begriffe. In dieser Hinsicht konnten wir also oben bemerken, daß hier der Schluss gleichsam ein blinder sei, wie bei der Rechenmaschine. Ganz blind, d. h. anschauungslos ist eine Operation des Denkens wohl niemals, denn die Erinnerung an das bereits gelernte und eingeübte Verfahren knüpft sich doch immer an die sinnliche Vorstellung der Zeichen, mit denen die Begriffe (beim Rechnen die Größen) und die Operationen symbolisirt werden, und beim ganz mechanischen Verfahren, wie es namentlich beim Rechnen sehr häufig vorkommt, ist wohl im Grunde das Bewußtsein lediglich von der Anschauung dieser Zeichen erfüllt, während die sogenannte Verstandesfunction des Combinirens und Schließens durch einen erworbenen Mechanismus vor sich geht, wie die Combination der Muskelbewegungen beim Gehen, Tanzen u. f. w. — Dazu kommt, daß auch bei der Auffindung des apagogischen Weges jedenfalls Denken und Anschauung Hand in Hand gehen; es gehört ein »Blick« dazu, wie beim Auffinden der geometrischen Hilfsconstruction, um die Möglichkeit des Be-

weises auf diefem Umwege zu entdecken; jedoch wird, wie bemerkt, das Sphärenbild als folches hier nicht zu Hülfe genommen und fomit fcheint die Nothwendigkeit einer Anfchauung defelben fih in der That auf diejenigen Sätze zu befchränken, in welchen auf den Umfang (wenn auch der Ausdrucksweife nach auf den Inhalt) der einzelnen Begriffe zurückgegangen werden muß, um den Beweis zu führen. Dies wird aber bei allen fundamentalen Operationen des Schließens der Fall fein; denn in der That ift keine Art und Weife abzufehen, wie aus gegebenen Urtheilen ein neues, von diefen verfchiedenes gewonnen werden foll, als entweder durch Reflexion über das Verhältniß der gegebenen Begriffe — und dabei wird allemal die Anfchauung der Begriffsfphäre zu Hülfe genommen — oder durch Anwendung bereits vorher bewiefener Regeln.

Beruhet nicht aber fchließlich auch der Satz des Widerspruchs felbft auf räumlicher Anfchauung? — Wir müffen hier wohl zusehen, in welchem Sinne wir diefe Frage bejahen oder verneinen. Der Satz des Widerspruchs ift der Punkt, in welchem fih die Naturgefetze des Denkens mit den Normalgefetzen berühren. Jene psychologischen Bedingungen unfrer Vorstellungsbildung, welche durch ihre unabänderliche Thätigkeit im natürlichen, von keiner Regel geleiteten Denken fowohl Wahrheit als Irrthum in ewig sprudelnder Fülle hervorbringen, werden ergänzt, befchränkt und in ihrer Wirkung zu einem bestimmten Ziele geleitet durch die Thatfache, dafs wir Entgegengesetztes in unfrem Denken nicht vereinigen können, fobald es gleichfam zur Deckung gebracht wird. Der menschliche Geift nimmt die größten Widersprüche in fih auf, fo lange er das Entgegengesetzte in verfchiedne Gedankenkreife einhegen und fo auseinanderhalten kann; allein wenn diefelbe Ausfage fih unmittelbar mit ihrem Gegentheil auf denfelben Gegenstand bezieht, fo hört diefe Fähigkeit der Vereinigung auf; es entfteht völlige Unficherheit, oder eine der beiden Behauptungen muß weichen. Psychologisch kann freilich diefe Vernichtung des Widersprechenden vorübergehend fein, insofern die unmittelbare Deckung der Widersprüche vorübergehend ift. Was in verfchiednen Denkgebieten tief eingewurzelt ift, kann nicht fo ohne Weiteres zerstört werden, wenn man durch bloße Folgerungen zeigt, dafs es widerfprechend ift. Auf dem Punkte freilich, wo man die Confequenzen des einen und des andern Satzes

unmittelbar zur Deckung bringt, bleibt die Wirkung nicht aus, allein sie schlägt nicht immer durch die ganze Reihe der Folgerungen hindurch bis in den Sitz der ursprünglichen Widersprüche. Zweifel an der Bündigkeit der Schlussreihe, an der Identität des Gegenstandes der Folgerung schützen den Irrthum häufig; aber auch wenn er für den Augenblick zerstört wird, bildet er sich aus dem gewohnten Kreise der Vorstellungsverbindungen wieder neu und behauptet sich, wenn er nicht endlich durch wiederholte Schläge zum Weichen gebracht wird.

Trotz dieser Zähigkeit des Irrthums muß gleichwohl das psychologische Gesetz der Unvereinbarkeit unmittelbarer Widersprüche im Denken mit der Zeit eine große Wirkung ausüben. Es ist die scharfe Schneide, mittelst welcher im Fortgang der Erfahrung allmählig die unhaltbaren Vorstellungsverbindungen vernichtet werden, während die besser haltbaren fort dauern. Es ist das vernichtende Princip im natürlichen Fortschritt des menschlichen Denkens, welches, gleich dem Fortschritt der Organismen, darauf beruht, daß immer neue Verbindungen von Vorstellungen erzeugt werden, von denen beständig die große Masse wieder vernichtet wird, während die besseren überleben und weiter wirken.

Dieses psychologische Gesetz des Widerspruches bedarf natürlich zu seinem Bestande und zu seiner Wirksamkeit keiner Anschauung. Es ist unmittelbar durch unfre Organisation gegeben und wirkt vor jeder Erfahrung als Bedingung aller Erfahrung. Seine Wirksamkeit ist eine objective und es braucht nicht erst zum Bewußtsein gebracht zu werden, um thätig zu sein.

Sollen wir nun aber dasselbe Gesetz als Grundlage der Logik auffassen, sollen wir es als Normalgesetz alles Denkens anerkennen, wie es als Naturgesetz auch ohne unfre Anerkennung wirksam ist; dann allerdings bedürfen wir hier so gut, wie bei allen andern Axiomen der typischen Anschauung, um uns zu überzeugen. Daß das Ganze größer ist als der Theil, daß Gleiches zu Gleichem hinzugefügt Gleiches giebt, sehen wir und deshalb glauben wir es. Jedes beliebige Beispiel schließt die Allgemeinheit in sich, weil wir es sofort beweglich sehen und die Ueberzeugung gewinnen, daß es in jeder denkbaren Veränderung von Form und Größe des Angesehenen sich gleich verhalten werde. Ebenso aber sehen wir an einem Raumbilde irgend welcher Art, sei es in einem concreten Falle, sei es in einem bloßen Linienchema, daß

ich nicht dasselbe von demselben Gegenstande bejahen und verneinen kann. Das einzelne Bild wird sofort typisch, allein ohne Bild überhaupt bleibt mir die Formel leer und ich gewinne weder die Ueberzeugung von ihrer unbedingten Gültigkeit, noch auch nur wirkliche Einsicht in ihren Sinn.

II.

Die Modalität der Urtheile.

Zwei der scharfsinnigsten Männer, die je gelebt haben, Lorenzo Valla und Ludwig Vives verwarfen die aristotelisch-scholastische Lehre von der Modalität der Urtheile gänzlich, indem sie behaupteten, daß die Ausdrücke der Möglichkeit oder Nothwendigkeit eines Seins oder Geschehens kein anderes logisches Verhältniß begründen, als beliebige andre Ausdrücke, von denen man das Sein abhängig machen, oder durch die man es näher bestimmen kann.

Valla, welcher dazu neigt, beständig die logische Betrachtung in die grammatische und rhetorische übergehen zu lassen, will nicht nur Ausdrücke wie *facile*, *difficile*, *certum* und *incertum*, sondern auch *consuetum*, *utile*, *jucundum*, *decorum* nebst dem Gegentheil dieser Wörter mit dem Nothwendigen und Möglichen gleich stellen.*) Wenn man den Satz aufstelle: Es ist ehrenhaft, daß ein Bürger für sein Vaterland kämpfe, so sei dieser Satz unter keiner jener Modalitäten der Logiker enthalten. Wir würden diesen Satz nach neuerer Anschauung vielleicht unbedenklich für einen assertorischen erklären, allein wir werden bald sehen, daß eine genauere Analyse des Assertorischen hier doch Bedenken erwecken muß. Theilt man ferner die Urtheile mit Aristoteles ein in solche des Stattfindens, des nothwendig, und des möglich Stattfindens, so ist der Satz Valla's nirgend unterzubringen. Aber muß denn auch jeder grammatische Satz sich unter eine rein logische Urtheilsform ohne Weiteres einordnen lassen?

*) *Läurentii Vallae dialecticae* I. II, c. 39. — Ich benütze die Ausgabe von Jodocus Badius Ascensius, 1509. —

Vives beginnt sofort mit der Behauptung, daß die Urtheile der Modalität nur eine grammatische, keine logische Frage darbieten, wie denn überhaupt Aristoteles in Ermangelung einer besonderen Wissenschaft der Grammatik viele grammatische Fragen in der Logik mit behandelt habe. Es handle sich im Wesentlichen nur um die Erörterung der Bedeutung der Ausdrücke nothwendig, möglich, zufällig. Entweder verlegt Aristoteles die Modi in die Dinge; dann ist jedes Adverbium in gleicher Weise ein Modus, und ebenso die Verba *usu venit, solet, congruit* und ähnliche, bei denen sich auch die gleiche Schwierigkeit wegen der Stellung der Negation erheben läßt, wie bei den Ausdrücken der Nothwendigkeit und Möglichkeit. Oder Aristoteles verlegt die Modalität in die Aussage als solche: dann sind eine Reihe ähnlicher Ausdrücke der Gewißheit, Glaubwürdigkeit, Wahrscheinlichkeit u. f. w. gleichberechtigt, welche auch schon Buridan und andere Scholastiker in die Lehre von der Modalität hineingezogen haben. Vives scheint zu der ersteren Alternative hinzuneigen, denn er wiederholt noch einmal: *Nisi forte Aristoteles pronunciata spectavit ex rebus, non ex nobis. Sed certe in his non plus erat, quod esset ex dialectica petendum, quam in aliis, quibus adverbia inferuntur.**

Beide Männer fehlen darin, daß sie den Zusammenhang dieser Lehre mit der aristotelischen Metaphysik nicht beachten; denn nur diese giebt den Schlüssel dazu, warum gerade Möglichkeit, Stattfinden und nothwendig Stattfinden bei Aristoteles eine solche Rolle spielen. Vives würde übrigens, auch wenn er dessen gedacht hätte, bei seinem Verwerfungsurtheil geblieben sein, wie sich schon aus seiner Kritik der aristotelischen Metaphysik ergibt. Valla, der die wichtige Frage gar nicht beachtete, ob die Modi auf die Dinge oder auf unfre Auffassung derselben zu beziehen seien, würde sich grade von hier aus gewiß auch gegen Aristoteles gewandt haben, denn ihm ist die subjective Bedeutung von Möglichkeit und Nothwendigkeit in den Urtheilen der Modalität außer Zweifel. In einer beständig von rhetorischen Seitenblicken getrübt, aber logisch sehr scharfen Erörterung leitet er Möglichkeit und Nothwendigkeit aus einem Schlußverfahren ab. Ist der Obersatz meines Schlusses allgemein gültig, so ergiebt sich im Schlußsatze die Noth-

*) De causis corruptarum artium, l. III, c. 2. — Vivis opera, ed. Valent. t. VI, p. 116 u. f. —

wendigkeit; gilt der Oberatz nur theilweise oder meistens, so ergibt sich ein Urtheil der Möglichkeit, und diese Möglichkeit kann stets als eine nach verschiedenen Graden abgestufte Wahrscheinlichkeit betrachtet werden. Mit diesen Erörterungen greift Valla seinem Jahrhundert weit voraus und stellt die Frage auf einen ganz neuen Boden. Indem er nach Zertrümmerung der aristotelischen Lehre von der Modalität scheinbar nur seinen Sieg weiter verfolgt, enthüllt er die Grundzüge einer Theorie, welche der Modalität eine neue, wenn auch nicht für die formale Logik, so doch für die Erkenntnistheorie wichtige Bedeutung verleiht. In der That werden wir die Frage, wenn wir zur definitiven Entscheidung gelangen, fast auf demselben Punkte wieder aufzunehmen haben, auf welchen Valla sie durch seine Zugrundelegung des Schluffes gebracht hat.

Die rein grammatische Auffassung der Modalität ist theils veranlaßt durch die Bestrebungen der späteren Scholastiker, Grammatik und Logik zu identificiren, oder vielmehr die Sprache zu einem strengen Ausdruck des rein Logischen zu gestalten, theils aber ist sie durch Aristoteles selbst veranlaßt; namentlich durch das 12. Capitel *de interpretatione*, auf welches auch Vives mit seiner Kritik direct Bezug nimmt. Hier begegnet dem Aristoteles ein gar feltames und für uns sehr auffallendes Mißverständniß, welches wir übrigens als ein Zeugniß dafür auffassen dürfen, wie große Geistesarbeit es gekostet hat, bis man über die einfachsten und uns ganz selbstverständlich scheinenden Satzverhältnisse im Klaren war. Indem er nämlich untersuchen will, welches die Negation eines Urtheils der Möglichkeit oder der Nothwendigkeit sei, stößt er auf den Ausdruck *δυνατόν εἶναι* in dem Sinne von „möglich zu sein“; er verwechselfelt aber diesen Fall, in welchem der Infinitiv *εἶναι* von *δυνατόν* abhängt, mit derjenigen Construction, in welcher *εἶναι* der Infinitiv der Copula ist und *δυνατόν εἶναι* in dem einfachen Sinne von „möglich sein“ zusammen das Prädicat bildet.*) Statt zu sagen, Aristoteles

*) So erklärt vollkommen richtig Waitz, *Organon* I, 359. Prantl I, 177, Anm. 280, spricht zwar von einem unerklärlichen Irrthum, den Waitz begangen habe, allein seine eigene Erklärung läuft auf dasselbe hinaus. Man habe an Sätze zu denken, wie *ἄνθρωπος δυνατός ἐστὶ δίκαιος εἶναι*. In diesen Sätzen gehört aber offenbar die Negation zu *ἐστὶ* und nicht zu *δυνατός*, ganz wie in *ἄνθρωπος λευκός ἐστι*. Läßt man nun das *ἐστὶ* des regierenden Prädicates weg, so verbindet sich eben *δυνατός* mit *δίκαιος εἶναι* ganz in dem von Waitz angegebenen Abhängigkeitsverhältnisse, und nur in diesem Falle gehört die Negation zu *δυνατός*.

verwechsle diese beiden Fälle, ist es freilich historisch richtiger und zugleich billiger, wenn man sagt, er stößt hier auf den Unterschied derselben, kommt aber über die Verschiedenheit des grammatischen Verhältnisses nicht in's Klare. Er macht die Entdeckung, daß bei *δυνατόν εἶναι* im Sinne von »möglich zu sein« die Negation nicht, wie z. B. bei *λευκός εἶναι*, zur Copula gehöre, sondern daß sie zu *δυνατόν* gestellt werden müsse. In diesem Unterschiede nun findet er eine Besonderheit der Sätze mit einem Modus, und es ist daher begreiflich, daß seine späteren Kritiker, ganz wie die unberufenen Fortbildner seines Gedankens, den Begriff der Modalität auf alle diejenigen Fälle ausdehnten, in welchen das »Sein« von einem andern Begriffe abhängig gemacht wird. Im Extrem finden wir dies bei Lorenzo Valla, der sein »*honestum est pro patria pugnare*« mit den Modalitätssätzen gleich stellt. Die späteren Scholastiker dagegen wurden, wie wir aus Vives entnehmen, dadurch in engern Schranken gehalten, daß sie das Wesen der Modalitätsurtheile in dem Verhältniß des Subjectes zu dem Inhalt der Aussage fanden. Das war zwar nicht aristotelisch, aber es war ein Schritt über Aristoteles hinaus zu derjenigen Auffassung des Modalitätsverhältnisses, welche durch Kant die herrschende geworden ist.

Man hat neuerdings diejenigen Urtheile, in welchen eine »reale« Möglichkeit oder Nothwendigkeit ausgesprochen wird, als assertorische bezeichnet und die Modalität des Problematischen und des Apodiktischen auf diejenigen Fälle beschränkt, in welchen ein Zweifel oder eine auf Beweis gegründete Ueberzeugung ausgedrückt wird. Diese ganze Auffassungsweise ist Aristoteles fremd. Wie er sogar die Negation in die Dinge verlegte, so ist ihm auch der begründete Zweifel stets identisch mit einer in der Sache selbst liegenden Unentschiedenheit. Aber selbst der metaphysische Unterschied zwischen der Unentschiedenheit auf dem Gebiete des Zufalls und der Unfertigkeit auf dem Gebiete des organischen Werdens fällt für die logische Technik bei Seite.

In dieser aristotelischen Auffassung der Modalität macht sich nicht nur der Grundfehler des ganzen aristotelischen Systems geltend, welcher in der Verlegung subjectiver Elemente in die Dinge besteht; es ist auch noch ein anderer Zug der aristotelischen Metaphysik dabei zu beachten, der sehr wesentlich auf die Gestaltung der ganzen Logik, selbst in ihren formalsten Theilen, eingewirkt hat. Wir können nämlich nach moderner Anschauung die reale

Möglichkeit ganz ruhig als das Vorhandensein gewisser Kräfte oder Bedingungen bezeichnen, aus denen die Sache unter Umständen hervorgehen wird. Soll ein derartiger Satz, wie z. B. Ueberweg consequent behauptet, ein assertorischer sein, so bezieht sich unsere Aussage direct auf diese Kräfte oder Bedingungen, und die Sache, welche werden soll, schließt sich als eine eventuelle Folge daran an. Es ist uns auch ganz geläufig, eine neue Erscheinung auf eine Summe von Bedingungen zurückzuführen, deren vollständiges Zusammentreffen das Ergebniss mit Nothwendigkeit herbeiführt, während das theilweise Vorhandensein nur eine gewisse Wahrscheinlichkeit des Ereignisses mit sich bringt. Diese ganze Betrachtungsweise stützt sich aber, bewusst oder unbewusst, schon auf die moderne naturwissenschaftliche Weltanschauung, welche jedes Ereigniss aus dem Zusammenwirken unabänderlicher Naturkräfte hervorgehen läßt. Diese Kräfte bestehen unabhängig für sich; ja sie erscheinen uns im Getriebe des großen Ganzen als das eigentlich Wesentliche, als der »ruhende Pol in der Erscheinungen Flucht«. Ganz anders bei Aristoteles! Ihm hat die »Möglichkeit« nur Sinn, als die unvollkommene Vorstufe des Wirklichen. Jede Möglichkeit ist daher schon concret und individuell zu fassen als ein unfertiges Sein eines bestimmten Dinges. Daher kann auch der geistige Blick auf der Möglichkeit nicht ausruhen. Sie ist für sich betrachtet nichts; nur in ihrer Beziehung zum vollendeten Dinge hat sie überhaupt eine Bedeutung. Es giebt da keine Summe von Naturkräften, von welchen ein Theil vorhanden ist, ein anderer Theil fehlt. Was der Möglichkeit fehlt, ist nichts als reine Unbestimmtheit und Unfertigkeit. Der in den Dingen sich verwirklichende Begriff hat die Materie noch nicht durchdrungen; daher die bloße Möglichkeit.

Allerdings ist das Mögliche bei Aristoteles auch ein relativ Wirkliches; die mögliche Bildsäule z. B. ein wirklicher Marmorblock. Wenn jedoch von dem letzteren ausgesagt wird, daß er die Möglichkeit hat, Bildsäule zu werden, so schwindet jene relative Wirklichkeit ganz aus dem Kreise der Betrachtung und von einer assertorischen Behauptung in Beziehung auf den Marmorblock kann keine Rede mehr sein. Er ist jetzt für unser Urtheil die unfertige Bildsäule, und die Erkenntniß dieser unfertigen Bildsäule ist identisch mit dem Zweifel, ob eine solche werden wird oder nicht.

Das unwandelbare Ausgehen vom Begriff in seiner Vollendung führt, wie wir später sehen werden, auch zu der Lehre vom parti-

cularen Urtheil. Es gäbe nicht zwei Arten von Urtheilen, wenn der Bruchtheil eines gedachten Ganzen selbst zum unmittelbaren Gegenstande der Aussage gemacht würde. Aber dieser Bruchtheil hat wiederum keine Bedeutung für sich. Das Ganze bleibt das logische Subject und der beschränkende Zusatz wird daher auch nur zu einer Modification der Aussage. Darauf beruht die ganze Existenz des particularen Urtheils, dessen Zusammenhang mit dem Möglichkeitsurtheil schon oft erfasst, aber noch niemals allseitig in's Klare gestellt worden ist.

Wer also lehrt, daß die reale Möglichkeit durch einen assertorischen Satz bezeichnet wird, der hat den aristotelischen Boden verlassen und den Boden der modernen Weltanschauung betreten; ob aber mit hinlänglicher Consequenz? — Sobald man die Erfcheinungen aus der Summe ihrer Bedingungen hervorgehen läßt und dabei diese Bedingungen als für sich bestehende Kräfte oder Eigenschaften gewisser Dinge auffasst, hört streng genommen auch die reale Möglichkeit auf. Sie ist nur ein letzter Rest der aristotelischen Teleologie. Sie verlegt in die gegebenen und real vorhandenen Dinge und Kräfte eine Beziehung zu einem eventuellen Producte, welche nur in unserem Geiste vorhanden ist.

Trendelenburg hat dies vollständig anerkannt, wenn er sagt: »Aus dem Samen kann ein Baum, aus dem Ei ein Thier werden. Es ist kein leeres Spiel des Gedankens. Die Möglichkeit liegt gleichsam sinnlich vor Augen. Aber für sich bleibt der Same Same und das Ei ein Ei. Der Gedanke greift vor und faßt diese vorhandenen Bedingungen mit den noch nicht vorhandenen in eine thätige Einheit zusammen und spricht nun die Möglichkeit aus. So ist das Mögliche eine eigenthümliche Doppelbildung. Die daseienden Bedingungen werden durch die gedachten ergänzt. Da dies aber nur im Denken geschehen kann, so ist das Mögliche zunächst auch nur ein gedachtes.«*)

Bei diesem »zunächst« sollte es sein Bewenden haben; denn wenn nur das Denken den Begriff der Möglichkeit vollziehen kann, so kann diese Thatfache durch Drehen und Wenden der Begriffe nicht mehr aufgehoben werden. Es ist daher nur Schein, wenn Trendelenburg später zwischen Kant und Hegel eine mittlere, die Einseitigkeit beider aufhebende Stellung einnehmen will. Hegel,

*) Logische Unterf., 3. Aufl., II. S. 189.

welcher die Begriffe der Möglichkeit und Nothwendigkeit objectiv nimmt, wird von Trendelenburg scharf und treffend widerlegt; es wird gezeigt, daß seine scheinbar objective Ableitung dieser Begriffe in der That nur durch ein stillschweigendes Hineinragen des subjectiven Elementes zu Stande kommt. Gegen Kant aber wird nur erinnert, daß die Möglichkeit auf einen Theil der Bedingungen, die Nothwendigkeit auf das Ganze derselben »zurückweise«. Es wird weiter gar nichts damit gewonnen, wenn hinzugefügt wird, daß die Erkenntniß durch diese lebendige Beziehung auf den Grund der Sache vermehrt worden sei und daß grade hierin aller Reichthum und alle Tiefe der Erkenntniß beschlossen sei. Die ganze Grundlage dieser gepriesenen Förderung unsrer Erkenntniß bleibt doch immer nur das »Zurückweisen« der Möglichkeit auf einen Theil der Bedingungen. Trendelenburg liebt es, die Begriffe zu personificiren. Sie »suchen« und »wollen«, sie »springen hervor«, sie »steigen« oder »ruhen«, ohne daß immer gleich klar wäre, was diese Bilder bezeichnen sollen. Das »Zurückweisen« der Möglichkeit ist verständlich. Es kann wohl nur heißen, daß eine genaue Betrachtung dieses Begriffes darauf führt, nicht nur die rein formale Seite in's Auge zu fassen, sondern auch die Entstehung desselben, und daß man dann auf jenen Theil der Bedingungen aufmerksam wird, welcher einerseits reale Bedeutung hat, andererseits aber die Bildung des Möglichkeitsbegriffes veranlaßt. Ist das aber eine Widerlegung Kants? Dieser hält sich an die logische Seite der Sache; Trendelenburg verlangt, daß er auch die psychologische in Betracht ziehe, weil dadurch erst alle Tiefe der Erkenntniß erschlossen werde. Ist es aber bei einer Untersuchung über das Wesen dieser Begriffe nothwendig, gleich auf diese Tiefen der Erkenntniß Rücksicht zu nehmen? Werden sie sich etwa auf ewig verschließen, wenn bei einer logischen Untersuchung zunächst auch nur das logische Wesen der Sache in's Auge gefaßt wird?

Trendelenburg freilich redet nicht von der psychologischen Seite der Sache im Gegensatz zur logischen, sondern von der objectiven im Gegensatz zur subjectiven. Als Gegner einer bloß formalen Logik will er auch hier in der Entwicklung der modalen Kategorien die objective und die subjective Seite zusammengefaßt haben, um das wahrhaft Logische zu erreichen. Was aber ist denn eigentlich das Objective in der Sache? Jener Complex von Bedingungen, von welchem Trendelenburg selbst sagt: »Für sich bleibt

der Same Same und das Ei ein Ei. Objectiv aber bleiben Samen und Ei doch wohl nur so lange, als wir sie eben »für sich« betrachten. Sobald der »Gedanke vorgreift«, beginnt das subjective Element, und nur durch dieses wird der Same zur Möglichkeit des Baumes, das Ei zur Möglichkeit des Thieres. Diesen ganz klaren Sachverhalt hat Trendelenburg an der gegen Kant gerichteten Stelle verdunkelt durch die Rücksichtnahme auf die Entstehung des Möglichkeitsbegriffes, d. h. auf einen psychologischen Process. Kann nun aber die Thatfache, daß ich durch den Anblick des Samenkorns veranlaßt werde, an den Baum zu denken, irgend ein neues Moment in das objective Wesen des Samenkorns hineinbringen?

Einfacher geht Ueberweg zu Werke, wenn er behauptet, die objective und reale Möglichkeit beruhe darauf, »daß unter den Momenten, von denen die Verwirklichung abhängt, nicht bloß subjectiv durch unser Wissen um die einen und Nichtwissen um die anderen, sondern auch objectiv durch die Natur der Sache eine wesentliche Scheidung begründet ist. Die Gesamtheit dieser Umstände nämlich oder die Gesamtmurfache zerlegt sich in der Regel in den (inneren) Grund und die (äußeren) Bedingungen, wie z. B. die Gesamtmurfache des Wachsthums einer Pflanze in die organischen Kräfte, die dem Samen innewohnen, als den (inneren) Grund, und die chemischen und physikalischen Kräfte des Bodens, der Luft und des Lichtes als die (äußeren) Bedingungen. Wo nun der Grund allein gegeben ist, oder die Bedingungen allein, da besteht eine reale oder objective Möglichkeit; wo beides zusammen, eine reale oder objective Nothwendigkeit. In der Eichel liegt in diesem Sinne die objective oder reale Möglichkeit der Entstehung eines Eichbaums.« (Logik, 3. Aufl. S. 167; vgl. 4. Aufl. S. 172). —

Wir sehen einstweilen davon ab, daß sowohl Ueberweg als Trendelenburg eine wichtige Art der Möglichkeit ganz außer Acht gelassen haben. Auch das mag einstweilen nur erwähnt werden, daß der Fall, in welchem sich die Gesamtmurfache nach Ueberwegs Annahme zerlegen läßt, schwerlich die Regel bildet. Es handelt sich für uns zunächst nur um die Frage: sind wir berechtigt, eine solche Gruppe von Bedingungen, wie sie z. B. im Samenkorn enthalten ist, als objective Möglichkeit des Baumes zu bezeichnen?

Darüber, daß es in der Natur solche Gruppen von Stoffen und

Kräften giebt, welche uns zur Bildung eines Möglichkeitsbegriffes veranlassen, kann ja von vorn herein kein Zweifel sein. Schon die bloße Erfahrung, daß Bäume aus Samenkörnern hervorgehen, kann ohne alle Analyse der Bedingungen dazu führen. Es ist dies ein psychologischer Proceß, bei welchem an der anthropomorphen Grundlage, wie überhaupt bei der ursprünglichen Bedeutung der Begriffe des Könnens, der Kraft, des Zwanges und der Nothwendigkeit, nicht zu zweifeln ist. Beseitigt man nun diesen Anthropomorphismus, der mit der Entstehung des Möglichkeitsbegriffes so eng verbunden ist; was bleibt übrig? Was sagen wir überhaupt damit, wenn wir erklären, das Samenkorn sei die Möglichkeit des Baumes? Soll es weiter nichts heißen, als daß erfahrungsmäßig Bäume aus Samenkörnern hervorgehen, oder daß im Samenkorn ein Theil der Bedingungen zur Entstehung eines Baumes vereinigt ist, dann läuft der Streit um die Möglichkeit auf einen reinen Wortstreit hinaus. Man kann dann diesen Begriff entbehren. Wenn man ihn beibehalten will, so geschieht es aus sprachlichen Zweckmäßigkeitsgründen. Bei jeder genauen Analyse eines Falles von Möglichkeit wird man aber unzweifelhaft auf die entsprechende Wirklichkeit zurückgehen müssen. Ein solcher Begriff der Möglichkeit ist schwerlich geeignet, als Kategorie „zu gelten. Von der Eigenthümlichkeit des Problematischen enthält er nichts mehr, und er kann auch nicht einmal mehr im Sinne der Ueberweg'schen Entsprechungstheorie als reales Gegenstück zu der subjectiven Ungewißheit verwandt werden.

Man wird vergeblich bei Ueberweg oder auch bei Trendelenburg eine vollkommen klare Antwort auf diese Frage suchen; also müssen wir uns wieder an Aristoteles wenden, dessen Ansicht ja doch derjenigen Trendelenburgs und Ueberwegs zu Grunde liegt. Hier finden wir Auskunft. Es liegt allerdings in dem Samenkorn etwas mehr, als diese bestimmte Verbindung von Stoffen und Kräften, welche wir nach moderner Anschauung darin finden. Es ist der potenzielle Baum. Das Problematische aber ist die in dem Samenkorn liegende Ungewißheit, ob es ein Baum werden will, oder nicht. Diese aristotelischen Begriffe muß man nehmen, wie sie gegeben sind und muß sich dabei stets des vollen Gegensatzes seiner Weltanschauung gegen unsere naturwissenschaftlichen Begriffe bewußt bleiben. Man verdirbt die aristotelischen Begriffe in der Wurzel, sobald man sie durch Uebertragung in moderne An-

schauungen vermeintlich klar zu stellen sucht. So kann man z. B. nicht die reale Ungewissheit, ob ein Baum werden soll oder nicht, dadurch erklären, daß ja eben nur ein Theil der Bedingungen im Samenkorn vereinigt sei, während die andern noch fehlen. Diese Auffassungsweise ist vollkommen mit der naturwissenschaftlichen Ansicht von der Nothwendigkeit alles Geschehens nach festen Gesetzen vereinbar; die aristotelische Auffassung dagegen steht mit dieser Ansicht im schroffsten Widerspruch. Bei der Art, wie Ueberweg sich die Sache zurecht legt, ist und bleibt die Ungewissheit bloß im Subject, und was ihr in der Objectivität entspricht, ist nicht Ungewissheit, sondern ein bestimmter Sachverhalt, dessen Vergleichung mit dem gedachten späteren Zustande des Dinges in uns die Ungewissheit hervorruft.

Um die Natur des Problematischen in den Dingen, wie Aristoteles sie faßt, vollkommen klar einzusehen und zugleich ihre absolute Unvereinbarkeit mit der naturwissenschaftlichen Auffassung der Dinge zu erkennen, muß man vor allen Dingen seine Lehre vom zukünftig Möglichen, wie sie im 10. Cap. *de interpr.* niedergelegt ist, wohl in's Auge fassen. Hier wird ausdrücklich gelehrt, daß von zwei entgegengesetzten Behauptungen über Zukünftiges nicht nothwendig die eine oder die andre wahr sein müsse, weil in der Sache selbst noch eine Unentschiedenheit liege. Diese Unentschiedenheit in den Dingen selbst kann aber nicht etwa auf das momentane Fehlen gewisser Bedingungen im modernen Sinne zurückgeführt werden; denn nach naturwissenschaftlicher Anschauung sind die Umstände, welche im geeigneten Augenblick das Ereigniß herbeiführen werden oder nicht, schon vorhanden; ihre Entwicklung bis zum Punkte der Entscheidung ist von strenger Nothwendigkeit geleitet und alle Ungewissheit liegt nur in dem beobachtenden Subjecte, welches zur Zeit nicht alle Bedingungen übersieht. Es wäre gewiß ein reines Verstecken spielen, wenn man hier behaupten wollte, auch nach moderner Anschauung sei hier eine reale Ungewissheit anzunehmen, weil eben nur eine reale Gruppe von Bedingungen vorliegt, welche zur Bildung eines gewissen Urtheils nicht ausreicht. Man muß hier den Muth der Entscheidung haben, entweder Nothwendigkeit alles Geschehens anzunehmen, oder nicht. Im ersteren Falle ist durchaus keine reale Ungewissheit vorhanden, sondern nur ein realer Zustand der Dinge, welcher in uns psychologisch den Zustand der Ungewissheit hervorruft. Im letzteren Falle, welcher

allein der Ansicht des Aristoteles entspricht, muß man die strenge Consequenz der naturwissenschaftlichen Weltanschauung offen verwerfen. Dann, und nur dann wird vollständig klar, was mit der realen Ungewißheit gemeint ist, und genau dasselbe gilt von der realen Möglichkeit. Die Identität beider Fälle bedarf keines besonderen Nachweises.

Die aristotelische Philosophie mußte die Lehre von der Möglichkeit und Nothwendigkeit mit in die formale Logik hineinziehen, eben weil sie mehr geben will, als bloß formale Logik. Sollte ein Band der Einheit bestehen zwischen Logik und Metaphysik, so mußten sich so fundamentale Begriffe, wie diejenigen der Möglichkeit und Nothwendigkeit auch in der gewöhnlichen Technik bewähren und anderseits mußte die formale Technik nothwendig so weit entwickelt werden, daß sie diese Begriffe in ihrem Einflusse auf die ersten Elemente des Beweises mit umfaßte. Uns, d. h. denjenigen, welche an der unbedingten Herrschaft der Causalität und der Nothwendigkeit alles Geschehens festhalten, liegt es aus dem gleichen Grunde ob, diese Begriffe so zu analysiren, daß sie vollständig auf Functionen assertorischer Urtheile zurückgeführt werden.

Wir beginnen mit der Nothwendigkeit. Wenn wir im Sinne der naturwissenschaftlichen Weltanschauung von der strengen Nothwendigkeit alles Geschehens reden, so scheint es fast, als müßten wir umgekehrt alles Assertorische auf apodiktische Form zurückbringen; allein es ist leicht einzusehen, daß dies bei dem einfachen Wahrnehmungsurtheil, der ersten Grundlage aller unsrer Erkenntniß, nicht richtig wäre. Wenn wir sehen, wie ein Stein sich von der Felswand löst und herunterstürzt, so können wir noch so sehr überzeugt sein, daß dieser Vorgang ein nothwendiger war, daß der Stein in Folge der Einwirkung von Naturkräften nach unwandelbaren Gesetzen genau in diesem Augenblick niederstürzen mußte; — was wir wahrnehmen, ist aber doch nicht diese Nothwendigkeit, sondern das einfache Factum, dessen Ausdruck der assertorische Satz ist. Umgekehrt läßt sich leicht einsehen, daß im Begriff der Nothwendigkeit jede Vorstellung von Zwang, von einer besonderen Macht, welche jeden Widerstand überwindet, auf einem tief gewurzten Anthropomorphismus beruht, dessen Beseitigung in unserm Vorstellungsleben und im Sprachgebrauch ebenso schwierig sein würde, als sie in der logischen Analyse leicht und einfach ist. Die

Nothwendigkeit des Geschehens befagt weiter nichts, als seine Allgemeinheit innerhalb der Grenzen eines bestimmten Begriffs. Spreche ich diese Allgemeinheit in Beziehung auf einen einzelnen Fall aus, welcher dem maßgebenden Begriff untergeordnet ist, so erhalte ich den Ausdruck der Nothwendigkeit dieses Falles. Daher gilt auch, wie schon Lorenzo Valla einfah, jeder Satz, welcher durch Subfuntion unter einen allgemeinen Oberfatz gewonnen wurde, mit Nothwendigkeit, und es ist nur Sache des Sprachgebrauchs, ob man dieser Nothwendigkeit Ausdruck geben will, oder nicht.

Der Zusammenhang der Nothwendigkeit eines Urtheils einerseits mit der Allgemeinheit, andererseits mit dem Schlufsverfahren ist schon sehr früh eingesehen und im Grunde von jeher anerkannt worden, ohne dafs man jedoch eine genauere Untersuchung über diesen Zusammenhang angestellt hätte. Sigwart hat den Kern der Sache kurz berührt, indem er den Satz aufstellt, dafs die Nothwendigkeit jedes Einzelnen immer nur eine bedingte ist: »indem etwas für nothwendig erklärt wird, wird nicht seine Ursache, sondern sein Hervorgehen aus der vorhandenen Ursache für nothwendig erklärt.«*) Das Einzelne ist nothwendig so oder anders, insofern es zu einem Allgemeinen von dieser Beschaffenheit gehört. Mit dieser Erkenntnis ist nothwendig eine andre verbunden, dafs das apodiktische Urtheil keineswegs höhere Gewifsheit hat, als das assertorische: eine Erkenntnis, durch welche ein großes Stück von dem Gebäude der überlieferten formalen Logik umgestürzt wird. Wir werden darauf zurückkommen, müssen aber zunächst das Band zwischen dem Allgemeinen und Einzelnen vom Standpunkte der formalen Logik aus noch einer näheren Betrachtung unterwerfen.

Sigwart lehrt (a. a. O. S. 221), das unbedingt allgemeine Urtheil sei nur da gerechtfertigt, wo wir von der Erkenntnis des Wesens der Sache ausgehen können, wo wir finden, dafs die Verbindung des Prädicates mit dem Subject schon durch die Natur des Subjectes gegeben sei. Die meisten Logiker stehn auf demselben Standpunkte, der schon durch die aristotelische Ueberlieferung begünstigt wird. Gleichwohl ist diese Beschränkung zu verwerfen. Ein allgemeines Urtheil kann durch bloße vollständige Aufzählung

*) Sigwart, Logik I. Bd., die Lehre vom Urtheil, vom Begriff und vom Schlufs, Tübingen 1873, S. 217. —

der in ihm enthaltenen einzelnen Fälle zu Stande gekommen sein, so wird doch das Band, welches nunmehr den einzelnen Fall mit dem Allgemeinen verbindet, ein Band der Nothwendigkeit sein. Wenn ich mich erinnere, sämtliche Läufe meines Revolvers abgeschossen zu haben, so kann ich gegenüber dem Bedenken, ob etwa ein bestimmter einzelner noch geladen sei, in apodiktischer Form sagen: er muß entladen sein; denn ich habe sie alle, ohne Ausnahme entladen. Hiebei wird die Richtigkeit und Zuverlässigkeit meiner Erinnerung vorausgesetzt. Entsteht Zweifel an dieser, so kann man die Sache untersuchen und erhält dann auf Grund dieser unmittelbaren Wahrnehmung den assertorischen Satz: der Lauf ist wirklich entladen.

Im wissenschaftlichen Gebrauch kommen solche Sätze, die auf einer vollständigen Uebersicht über den Umfang des übergeordneten Begriffes beruhen, verhältnismässig selten vor; um so häufiger und wichtiger dagegen sind die Subsumtionen unter einem inductiv gewonnenen Obersatz. Hier fehlt allerdings die von Sigwart postulierte unbedingte Allgemeinheit des Urtheils und dem entsprechend ist auch die Verbindung des Prädicates mit dem Subject keineswegs durch innere Nothwendigkeit aus dem Subjectsbegriffe schon vorausbestimmt. Gleichwohl haben wir hier einen der wichtigsten, die ganze Geschichte der neueren Wissenschaften durchziehenden Fall der Nothwendigkeit vor uns; einen Fall, den die auf aristotelischer Tradition beruhende Logik bisher gänzlich übersehen hat. Jeder einzelne Fall, welcher unter den inductiven Obersatz gehört, erhält mit Nothwendigkeit seine Bestimmung. Die hypothetische Natur dieser Nothwendigkeit ist hier deutlicher als sonst, aber ihr Wesen ist dasselbe.

Jeder inductiv gewonnene Obersatz sollte streng genommen nur particulare Form haben und die Subsumtion eines gegebenen Falles unter denselben würde dann, wie schon Lorenzo Valla erkannte, nur zu einem Urtheile der Möglichkeit von einem bestimmten Wahrscheinlichkeitsgrade führen. Nimmt man die Sicherheit der Subsumtion als eine absolute an, so hängt dieser Wahrscheinlichkeitsgrad schlechthin ab von der Annäherung des inductiven Obersatzes an die strenge Allgemeingültigkeit. Es ist nunmehr eine Thatsache der Erkenntnistheorie, nicht der formalen Logik, daß die große Mehrzahl unserer allgemeinen Sätze inductiver Natur ist, und daß wir einen bestimmten, sehr hohen Wahrscheinlichkeitsgrad

in die Gewißheit übergehen lassen, wie wir strenge Allgemeinheit überall auszusprechen pflegen, wo eine Anzahl von einzelnen Fällen sich so verhält, daß wir ein allgemeines Band für dieselben nach Analogie mit andern Naturgesetzen voraussetzen müssen, wiewohl wir die Natur dieses Bandes noch nicht erkannt haben. Der inductive Proceß mit seiner Sammlung der Fälle, mit seiner Prüfung der negativen Instanzen und allen sonstigen Vorichtsmaßregeln ersetzt uns bis zu einem gewissen Grade den directen Einblick in das Princip der Allgemeinheit; allein streng logisch genommen tritt er doch niemals an die Stelle der Erkenntniß aus dem Wesen der Sache, sondern nur an die Stelle eines vollständigen Ueberblicks über die Thatfachen, welche zum Umfange des Subjectsbegriffes gehören. Dies einmal zugegeben, tritt für die formale Logik sofort die Consequenz ein, daß jeder einzelne Fall, der unter diesen Begriff gehört, mit Nothwendigkeit das als allgemein geltende Prädicat erhält.

Es giebt also eine Nothwendigkeit des Umfanges der Begriffe, wie es eine Nothwendigkeit des Inhaltes giebt. Die erstere stützt sich auf die einfache Thatfache, daß von allen unter den Subjectsbegriff gehörenden Gegenständen das Prädicat gilt; die letztere stützt sich auf das Wesen des Subjectsbegriffes, welches nach einer Analyse seines Inhaltes das Prädicat schon in sich schließt. Die aristotelische Schule in der Logik hat sich nur mit der Nothwendigkeit letzterer Art beschäftigt; die empiristische Schule, wie sie am vollständigsten von Stuart Mill vertreten wird, hat es im Grunde nur mit der Nothwendigkeit ersterer Art zu thun, da nach ihr alle Erkenntnisse aus der Erfahrung stammen, die uns nur allgemeine Sätze von inductiver Geltung darbietet. Selbst die mathematischen Axiome sind nach dieser Ansicht nur Sätze von höchster Wahrscheinlichkeit, die für unser Bewußtsein zur Gewißheit wird. Indirect sind daher auch alle deducirten Wahrheiten noch mit dem Zweifel behaftet, welcher den inductiven Grundlagen der Deduction anhaftet. Der Streit der Meinungen über diese Frage ist Sache der Erkenntnistheorie. Die formale Logik aber hat bei der Analyse des Nothwendigkeitsbegriffes beide Arten der Reduction des Apodiktischen auf das Assertorische in gleicher Weise zu berücksichtigen. Der Satz S^k muß P sein, heißt also entweder: S^k ist P , weil und insofern von allen S , und zwar $S^1, S^2, \dots, S^k, \dots, S^n$ erkannt ist, daß sie P sind; oder: S^k ist P , weil und insofern in dem

Inhalte des übergeordneten Begriffes S schon die Eigenschaft P zu sein enthalten ist. Die erstere Art der Nothwendigkeit ist diejenige des Umfangs, die zweite diejenige des Inhaltes. Diese Bezeichnungen sind wohl die passendsten vom Standpunkte der formalen Logik; vom Standpunkte der Erkenntnistheorie könnte man sagen: Nothwendigkeit der Thatfache und Nothwendigkeit des Wesens.

Sigwart a. a. O. S. 215 u. f. unterscheidet statt dessen zwischen innerer und äußerer Nothwendigkeit. Diese Unterscheidung ist weder formal logisch, noch erkenntnistheoretisch, sondern rein metaphysisch, beziehungsweise naturphilosophisch. Sie trifft mit der unfrigen nur theilweise zusammen. Was Sigwart innere Nothwendigkeit nennt, ist immer Nothwendigkeit des Inhaltes. Seine äußere Nothwendigkeit dagegen umfaßt Fälle von beiderlei Art und es scheinen ihm dabei ebenfalls wesentlich Fälle der Nothwendigkeit des Inhaltes vorgeschwebt zu haben. Die Nothwendigkeit aus bloßer Induction kommt auch bei ihm nicht zu ihrem Rechte.

Lotze, der übrigens, wie Sigwart, in der Lehre von der Modalität der Urtheile weit über die Schranken der scholastischen Ueberlieferung hinausblickt, findet drei Formen der Beziehung zwischen S und P , die zu nothwendigen Erkenntnissen führen: allgemeine Urtheile, bei welchen das P im S schon mitgedacht wird; ferner hypothetische und endlich disjunctive Urtheile. *) Bei den hypothetischen entspringe die Nothwendigkeit, wenn man zeigt, daß aus dem Hinzukommen einer Bedingung X zu S ein P entspringt, das ohne diese Bedingung nicht vorhanden sein würde; dies P gilt dann nothwendig von jedem S , auf welches dieselbe Bedingung in derselben Weise einwirkt. Lassen wir das disjunctive Urtheil einstweilen bei Seite, so zeigt sich, daß Lotze in diesen beiden Fällen auch nur die Nothwendigkeit des Inhaltes im Auge gehabt hat. Was die kategorischen Urtheile betrifft, so ist dies schon klar aus dem, was wir oben bemerkten. Hinsichtlich der hypothetischen aber ist leicht zu sehen, daß auch hier der gleiche Unterschied stattfindet. Wenn aus dem Zusammentreffen von S und X das P entspringt, so muß P erkennbar im Wesen dieser Verbindung liegen; wir haben also den Fall der Nothwendigkeit

*) Lotze, Logik. Drei Bücher vom Denken, vom Untersuchen und vom Erkennen. Leipzig 1874. S. 65. —

des Inhaltes vor uns. Nun kann aber auch, ohne allen directen Einblick in das Wesen der Verbindung XS , rein empirisch festgestellt werden, daß allemal, wenn XS zusammentreffen, sich auch P einfindet; alsdann gilt mit gleicher Nothwendigkeit für jeden einzelnen Fall, in welchem S zugleich X ist, das Prädicat P . Wir haben also hier die Nothwendigkeit des Umfangs vor uns. Es ist übrigens leicht zu sehen, daß das logische Band der Nothwendigkeit zwischen dem allgemeinen Begriff und dem untergeordneten beim hypothetischen Urtheile durchaus dasselbe ist, wie beim kategorischen. Diese Identität des rein logischen Verhaltens zwischen dem hypothetischen und dem kategorischen Urtheile findet aber nicht nur in diesem Falle statt, sondern überall, daher denn auch die Regeln für die Behandlung hypothetischer Urtheile und Schlüsse überall an denselben Raumbildern demonstirt werden können, welche für kategorische Urtheile und Schlüsse dienen. Von welcher Bedeutung dies für Logik und Erkenntnistheorie ist, werden wir weiter unten noch sehen.

Mit dem disjunctiven Urtheil, welches die Brücke bildet aus den Elementen der formalen Logik zu den höheren, erst in der Neuzeit entwickelten Gebieten, hat es seine besondre Bewandniß. Es kann nicht, wie die übrigen Urtheilsformen durch das einfache Raumbild zweier Sphären dargestellt werden. Auch die Frage nach der Art der Nothwendigkeit ist hier keine ganz einfache. In der Regel wird man, um einer strengen Disjunction sicher zu sein, den Oberbegriff zu den disjuncten Prädicaten haben müssen, um aus der Natur desselben durch ein divisives Urtheil die verschiedenen coordinirten Prädicate mit Sicherheit abzuleiten. Die Entscheidung erfolgt dann für oder gegen eine Anzahl dieser Prädicate auf empirischem Wege, worauf sich für den Rest derselben das Nothwendigkeitsurtheil ergibt. Dasselbe trägt hypothetischen Charakter sowohl in Beziehung auf die Richtigkeit der Disjunction, als auch auf die empirische Entscheidung; da jedoch die letztere hier in den meisten Fällen nicht auf Induction, sondern auf unmittelbarer Wahrnehmung des einzelnen Falles beruht, so kann die Nothwendigkeit gleichwohl eine vollkommen zwingende sein. So entnehme ich z. B. aus dem Wesen des Würfels die Disjunction, daß, wenn derselbe zur Ruhe kommt, nur eine seiner sechs Flächen nach oben liegen kann. In dem Falle eines Wurfes kann ich nunmehr durch einfache Wahrnehmung erkennen und assertorisch be-

haupten, daß die mit der Zahl 4 bezeichnete Fläche nach oben liegt. Alsdann weiß ich mit zwingender Nothwendigkeit, daß weder die Fläche 1, noch 2, noch 3, noch 5, noch 6 nach oben liegen kann.

Lotze's Ableitung der überhaupt möglichen Entstehungsweisen eines Nothwendigkeitsurtheils ist übrigens auch unvollständig, da aus jedem richtigen Schluss, welchem Modus und welcher Figur er auch angehöre, der Schlusssatz stets mit Nothwendigkeit hervorgeht, wiewohl wir ihn bei assertorischen Prämissen auch in assertorischer Form aufzustellen pflegen. Nehmen wir z. B. den Schluss (Modus *Ferrio*): »Kein in dunkeln Grotten lebendes Thier kann Gebrauch von Augen machen. Einige mit Augen verfehene Thiere leben in dunkeln Grotten. Also können einige mit Augen verfehene Thiere dieselben nicht gebrauchen«. Hier kann ich, sobald ich den formalen Zwang des Schlussverfahrens hervorheben will, mit vollem Rechte beifügen: »Daraus ergibt sich mit Nothwendigkeit, daß« u. s. w. — Diese formale Nothwendigkeit, welche jedem Schlusse als solchem beiwohnt, wird in der Regel nicht besonders ausgedrückt; in den Wörtchen »also«, »ergo« u. s. w. ist sie angedeutet. Daß sie, wie alle Nothwendigkeit, eine hypothetische ist, versteht sich von selbst. Auf der Richtigkeit der Prämissen und der Correctheit des Schlussverfahrens beruht die Richtigkeit des Ergebnisses.

Worauf aber beruht nun eigentlich die Nothwendigkeit eines Urtheils? Wenn jede Vorstellung eines Zwanges ein Anthropomorphismus ist und wenn die Nothwendigkeit mit der Allgemeinheit zusammenfällt; wie steht es dann mit solchen Fällen, in denen der Schlusssatz ein singuläres Urtheil ist? Die Antwort ist, wenn man auf der Oberfläche bleiben will, leicht gegeben. Die formale Nothwendigkeit bedeutet in diesem Falle weiter nichts, als die Unfehlbarkeit des Schlussverfahrens selbst, kraft welcher der Schluss richtig ist, welches Individuum auch immer an die Stelle unfres *Cajus* oder *Sempronius* trete, oder wo auch immer dieser sich befinden möge innerhalb der Schranken, welche der Mittelbegriff auspricht.

Gehen wir etwas tiefer auf den Grund der Sache ein, prüfen wir das Wesen dieser Nothwendigkeit in erkenntnistheoretischer Hinsicht, so stoßen wir auf einen bisher nicht hinlänglich beachteten, durchaus rationellen Rest des Anthropomorphismus, den wir mit der Uebersetzung von Nothwendigkeit in Allgemeinheit schlecht-

hin eliminirt hatten. Es ist dies die negative Grundlage der Nothwendigkeit, das Nichtandersseinkönnen. Wir werden darauf geführt, sobald wir die Nothwendigkeit auf die erkenntnistheoretische Grundlage der Anschauung in Verbindung mit dem Satze des Widerspruchs zurückführen.

Auch ohne die Analyse so weit zu treiben, ist man schon darauf gekommen, von den beiden Wechselbegriffen der Nothwendigkeit und der Unmöglichkeit den letzteren als den ursprünglichen zu erkennen. So führt Drobisch (Logik §. 58) die Unmöglichkeit direct auf den Widerspruch zurück, welcher sich bei einer versuchten Verknüpfung von Prädicat und Subject ergibt. Die Nothwendigkeit wird sodann als eine Folge der Unmöglichkeit des Gegentheils aufgefaßt. »Dafs der Schlusssatz nothwendig ist«, bemerkt Drobisch dazu, »erhellert erst, wenn man sich überzeugt, dafs nicht anders geschlossen werden kann. Jede Nothwendigkeit führt einen gewissen Zwang bei sich, der kein selbstaufgelegter, sondern ein anderswoher kommender ist. Dieser Zwang ist der Widerspruch, der diejenige »Noth« bereitet, aus der sich das Denken durch Setzen eines nicht Widersprechenden rettet.« Es ist hier mehr als nöthig von dem Anthropomorphismus der Nothwendigkeit beibehalten, allein als genetische Erklärung der Entstehung von Begriff und Ausdruck kann die Bemerkung von Drobisch sehr wohl dienen. Das Wesentliche an der Sache ist die Voraussetzung, dafs in Gedanken, oder richtiger in der Anschauung ein Versuch gemacht wird, ob nicht durch Variation der Voraussetzung ein andres Ergebnifs zu erzielen sei, dafs aber jedes etwa angenommene andre Ergebnifs alsbald nach dem Gesetze des Widerspruchs vernichtet wird.

Am deutlichsten wird die Sache wieder durch Anwendung der schematischen Raumbilder, welche in einfachster Form dasjenige vertreten, was auf alle Fälle in irgend einer räumlich angeschauten Form vorgehen mufs, wenn die Ueberzeugung sich bilden soll. Wenn man die Sphäre M in die Sphäre P hineinzeichnet und sodann S in M , so gehört zur vollen Ueberzeugung von der Nothwendigkeit des Schlusses die Variation der Sphären in Lage und Gröfse, welche man mit Leichtigkeit in der Phantasie vornehmen kann. Man läfst die Sphäre M beliebig gröfser oder kleiner werden, sich verschieben, in P herumrollen, und ebenso wieder S in M , und überzeugt sich dabei im Nu, dafs trotz der unendlichen

Anzahl von Veränderungen es keine giebt, welche aus der Regel des Schluffes heraustritt. Man sieht, dafs, wo immer ich ein S aus P irgendwie heraustreten lasse, es alsbald auch aus M heraustritt und alle diese Annahmen werden sofort durch den Satz des Widerspruches niedergeschlagen. Wir sehen also hier wieder, wie die räumliche Anschauung, ganz wie in der Geometrie, die Apriorität und die Nothwendigkeit begründet. Zugleich kann man hier unmittelbar sehen, wie das Naturgesetz des Widerspruchs zum Normalgesetz wird. Die aus der Anschauung sich ergebende Unvereinbarkeit einer Ueberschreitung von M mit der Einhaltung der Grenzen von M ist noch eine unmittelbare Wirkung des Naturgesetzes. Dadurch dafs der Versuch als typisch genommen und aus der Allgemeinheit die Regel gebildet wird, ergibt sich das Normalgesetz. Man kann also behaupten, dafs das logische Normalgesetz des Widerspruches aus der Anschauung hervorgeht, wie das Naturgesetz der Unvereinbarkeit des Widersprechenden aller Anschauung zu Grunde liegt.

Das hier nachgewiesene Princip aller logischen Sätze und Regeln, die formale Nothwendigkeit des Apriorischen, liegt nicht nur der Nothwendigkeit des Umfangs, sondern auch derjenigen des Inhalts zu Grunde; denn auch dasjenige Prädicat, welches aus dem Wesen des Subjectsbegriffes entnommen wird, stellen wir uns als eine Kategorie von einem bestimmten Umfange vor, sobald wir auf die Anwendung der logischen Technik übergehen. Weiterhin liegt aber diese rein formale Nothwendigkeit auch ebenso dem Möglichkeitsbegriff zu Grunde, sobald dieser durch eine logische Operation gewonnen wird. Was wir schlechthin möglich nennen, davon können wir, sobald die Möglichkeit aus logischen Regeln fließt, ebenso gut sagen, es sei mit Nothwendigkeit möglich.

Wie steht es nun aber mit der Zurückführung dieser formalen Nothwendigkeit auf ein assertorisch auszudrückendes Verhältniß? Ist sie undurchführbar und damit die Kategorie der Nothwendigkeit dennoch als eine absolut unentbehrliche nachgewiesen? Gewifs nicht. Verfetzen wir uns nur wieder auf den Standpunkt des von Drobisch in die Erklärung des Nothwendigen hineingezogenen Anthropomorphismus! Worin liegt hier der »Zwang« und die »Noth« des Nothwendigen? Wie wir gesehen haben, im Eingreifen der Negation gegenüber jedem Versuche, in der Anschauung die Schranke des gesetzten Begriffes zu überschreiten. Dieses Ver-

fuchen, welches für die Bildung unfreer Ueberzeugung so wesentlich ist, wird wie das Streben eines wollenden Wesens vorgestellt. Die Vorstellung möchte dem Satz entrinnen, aber an den Grenzen des Begriffs findet sie sich zurückgestoßen. Was ist hier das Wesentliche für die Logik, wenn wir alle psychologischen Zuthaten weglassen? Nichts als die Thatfache der beständigen Aufhebung des Widersprechenden. Es ist auf dem Boden der Anschauung im Schema ein bloßer Pleonasmus, wenn man sagt, daß der Widerspruch nicht bestehen kann; als ob hinter dem Grunde des Nothwendigen noch einmal eine Nothwendigkeit steckte. Die Thatfache ist, daß er nicht besteht, daß jedes Urtheil, welches die Grenze des Begriffs überschreitet, sofort durch ein entgegengesetztes und fester begründetes Urtheil aufgehoben wird. Diese thatfächliche Aufhebung ist aber für die Logik der letzte Grund aller Regeln. Psychologisch betrachtet kann man sie auch wieder als nothwendig bezeichnen, indem man sie als einen Specialfall eines allgemeineren Naturgesetzes ansieht; damit aber hat die Logik nichts zu schaffen, welche vielmehr hier mit sammt ihrem Grundgesetze des Widerspruchs erst ihren Ursprung nimmt.

Was nunmehr Zurückführung des Möglichen auf ein Verhältniß der Wirklichkeit betrifft, so können wir auch hier zunächst die Möglichkeit des Inhaltes, von welcher oben im Anschlusse an die aristotelischen Ueberlieferungen ausschließlich die Rede war, ergänzen durch eine Möglichkeit des Umfangs. Die erstere beruht auf dem Vorhandensein eines Theiles der Bedingungen des Prädicatsbegriffes, die letztere auf dem Vorkommen einiger Fälle, welche unter denselben gehören. Der Gegensatz der modernen Logik gegen die aristotelisch-scholastische tritt hier noch schärfer hervor als bei der Nothwendigkeit, denn die Möglichkeit des Umfangs ist in Verbindung mit den Methoden der rationellen Empirie zu dem großen Hebel der Entdeckung geworden, welcher schon so manche wissenschaftliche Wahrheit enthüllt hat und noch einer ungleich ausgedehnteren Anwendung fähig ist. Als Grundlage der Wahrscheinlichkeitsrechnung und der statistischen Schlüsse bildet sie die stärkste Wurzel der höheren formalen Logik, welche das Alterthum und das Mittelalter nicht kannten, und deren consequenter Gebrauch uns nur um so tiefere Blicke in das innere Wesen und den Causalzusammenhang der Dinge thun läßt, je mehr anscheinend von rein äußerlichen Daten ausgegangen wird.

Lorenzo Valla lehrt, die Möglichkeit ergebe sich aus der Subsumtion eines Falles unter einen Oberatz von nur particularer Gültigkeit. Als richtiger Vorläufer der modernen Weltanschauung hat er dabei sofort den Fall der Möglichkeit des Umfangs, d. h. der rein empirisch festgestellten Möglichkeit herausgegriffen. Der Aristoteliker leitet die Möglichkeit, das aus dem Samenkorne ein Baum werden kann, aus dem Vorhandensein eines Theiles der erforderlichen Bedingungen ab, was freilich auch noch nicht streng aristotelisch ist, aber doch dem aristotelischen Gedankenkreise näher als die moderne empiristische Auffassung. Nach dieser sind wir einfach deshalb zu dem Urtheile berechtigt, das aus dem Samenkorn ein Baum werden kann, weil wir dies in der Erfahrung schon sehr oft wahrgenommen haben.

Es giebt jedoch Möglichkeitsurtheile, welche sich dieser rein empiristischen Auffassung nicht fügen; z. B. die Erde kann einmal in die Sonne stürzen. Hier zeigt uns eine auf allgemeine Principien gegründete Rechnung die Möglichkeit der Annahme, während die Erfahrung uns gänzlich im Stich läßt. Die zu Grunde liegende Thatfache ist hier die, das man für einen abstract gefassten, der Erde ähnlichen Körper unter gewissen Voraussetzungen den Sturz in die Sonne, d. h. ebenfalls in einen der Sonne ähnlich gedachten Körper, als nothwendig berechnet hat. Für die wirkliche Erde und die wirkliche Sonne kommen noch zahllose Umstände in Betracht, welche unmöglich in die Rechnung aufgenommen werden können; z. B. die Eventualität eines gemeinsamen Unterganges durch einen dritten Körper, bevor der Zusammensturz eintritt, diejenige einer Zertrümmerung der Erde durch Explosion, u. s. w. — Man kann nun aus diesem Nothwendigkeitsurtheil, welches sich auf den abstracten Körper bezieht, den Satz ableiten, das ein Theil der Körper, welche diesen Bedingungen entsprechen, ausserdem aber auch noch beliebigen unbekanntem Bedingungen unterliegen, in die Sonne stürzen wird, weil a priori und nach Analogie aller Erfahrung anzunehmen ist, das die unbekanntem oder in der Rechnung fehlenden Umstände dem Ergebnisse ebenso leicht günstig als ungünstig sein können. Alsdann ist auch dieser Fall der Möglichkeit auf die Subsumtion unter ein particulares Urtheil zurückgeführt.

Außer der Möglichkeit des Umfangs und derjenigen des Inhalts, welche beide auf gewissen positiven Erkenntnissen beruhen, kommt nun auch noch als dritte Art die rein formale Möglich-

keit in Betracht, welche nichts ist, als die Negation der Nothwendigkeit des Gegentheils. Man kann hier den Ausdruck der subjectiven Ungewissheit unterscheiden von einem Urtheil über die objective Sachlage. Im ersteren Falle, in welchem Ueberweg allein das wahrhaft Problematische erkennen würde, haben wir im Grunde nichts vor uns, als den Ausdruck einer psychologischen Thatfache, also bei der Zurückführung auf die strenge logische Form eine assertorische Behauptung. Die feine und ausdrucksvolle Weise, in welcher die Sprache diese Ungewissheit bloß andeutet, statt sie zum Gegenstande einer directen Aussage zu machen, geht die formale Logik nichts an; wie es denn einer der größten Fehler in der bei uns üblichen Behandlungsweise der Logik ist, daß die Analyse der Sprachformen beständig mit der formalen Logik vermengt wird. Keines der beiden Gebiete wissenschaftlicher Forschung kommt dabei zu seinem Rechte, während man nach strenger Ausschcheidung alles formal Logischen auch die logische Analyse der Sprache mit ungleich größerem Erfolg in die Hand nehmen könnte, als dies bei dem herrschenden Vermengungssystem üblich ist.

Wenn die rein formale Möglichkeit als Urtheil über die objective Sachlage auftritt, so kann sie gleichwohl nichts über die Dinge als solche sagen, sondern nur über die Dinge, so weit sie uns zur Kenntniß kommen. Es kann weiter nichts behauptet werden, als daß in der Sachlage, so weit sie uns vorliegt, kein genügendes Material zu einer Beweisführung vorliegt. Auch das ist eine assertorische Behauptung, und auch hier liegt der Grund des Möglichkeitsbegriffes in uns selbst; nicht in den Dingen. Die aristotelische Weltanschauung vermag freilich auch diese Ungewissheit als einen Mangel der Selbstverwirklichung des Begriffs in die Dinge zu verlegen; die moderne Weltanschauung wird von dem Grundsätze ausgehen, daß in den Dingen selbst völlige Entschiedenheit herrscht, während der Zweifel einzig in der Unvollständigkeit unsrer Einsicht in den Causalzusammenhang begründet liegt.

Schließlich hätten wir noch in Erwägung zu ziehen, was unter der viel erwähnten Möglichkeit oder Nothwendigkeit des Wirklichen zu verstehen ist. Dem Wirklichen gegenüber können wir eine größere Gewissheit nicht erwarten und eine geringere nicht gebrauchen. Wir verlangen jedoch das Wirkliche, das uns in der unmittelbaren Wahrnehmung zunächst vereinzelt erscheint, in einen Zusammenhang zu bringen, um es zu »verstehen«, d. h. es auf

feine Bedingungen zurückführen zu können. Dies geschieht am vollkommensten durch den Nachweis einer Nothwendigkeit des Inhaltes. Wir sehen an einem Gegenstande eine Eigenschaft hervortreten; diesen Vorgang verstehen wir, wenn wir ihn als Specialfall eines Allgemeinen kennen lernen; wenn wir den Gegenstand unter einen Begriff subsumiren können, welchem die betreffende Eigenschaft seinem Wesen nach zukommt. — Die Nothwendigkeit des Umfangs reicht hier nicht aus, wiewohl der menschliche Geist von Natur sehr dazu geneigt ist, sich bei einem Ereignisse zu beruhigen, sobald es feststeht, daß es zu einer ganzen Classe von Erscheinungen gehört, die alle denselben Charakter tragen. — Ganz dieselbe Tendenz hat nun aber die Frage nach der Möglichkeit des Wirklichen. Wenn z. B. Kant fragt: wie sind synthetische Urtheile a priori möglich? so zeigt uns die Antwort nicht nur wie sie möglich, sondern wie sie nothwendig sind. Man sucht den Grund der Sache und drückt sich so aus, als suche man eine Kraft, welche sie hervorbringen kann, statt eines Gesetzes, welches sie hervorbringen muß. Auch in dem Falle, auf welchen Trendelenburg (II, S. 192) besonderes Gewicht legt, in der Construction einer mathematischen Figur, wird uns mehr als bloße Möglichkeit gegeben. Hier ist die Frage eigentlich: wie entsteht ein Ding, welches der Definition entspricht? Es wird also zunächst nach der Möglichkeit dessen gefragt, was durch einen bloßen Begriff gedacht wird. Die Einführung der entsprechenden Anschauung ist die Antwort auf diese Frage. Die Formel: wie kann die Ellipse wirklich sein, geht aber insofern weiter, als sie auch die Kraft sucht, welche diese Wirklichkeit hervorbringt. Die Frage nach der Kraft ist aber auch hier ein bloßer Anthropomorphismus für die Frage nach dem Gesetz. Man nehme die ganze Lehre von den Kegelschnitten im Zusammenhange vor, und man sieht, daß es Ellipsen geben muß und unter welchen Bedingungen sie mit Nothwendigkeit zu Stande kommen.

Es giebt aber Fälle, in welchen in der That mit der Möglichkeit nur die Möglichkeit gemeint ist, wie in den Naturerklärungen Epikurs, welche zunächst nur den Zweck haben, zu zeigen, daß die Sache ganz natürlich zu Stande kommen kann; ebenso, und aus ähnlichen Urfachen, in den Wundererklärungen der Rationalisten des vorigen Jahrhunderts. Hier handelt es sich um die Aufstellung eines Mittelbegriffes, welcher die Erscheinung in den

Bereich des Natürlichen rückt. Das Urtheil aber, welches diesem Mittelbegriff die versuchte Erklärung als Prädicat beilegt, bleibt ein particulares. So z. B. wenn ich für die Erklärung der Sonnenfinsternis den Erfahrungsbegriff der Verdunkelung eines leuchtenden Körpers aufstelle und dann schliesse: Einige Verdunkelungen leuchtender Körper entstehen durch das Dazwischentreten eines dunkeln Körpers. Die Sonnenfinsternis ist eine solche Verdunkelung; also kann sie auf die angegebene Weise entstehen. Auch von hier aus kann man übrigens zur Nothwendigkeit vordringen, wenn man die Summe aller Möglichkeiten in einem disjunctiven Urtheil festzustellen sucht. Geschieht dies rein empirisch, so erhält man eine Nothwendigkeit des Umfangs; geschieht es nach einem rationellen Eintheilungsprincip aus einem übergeordneten Begriff, so entsteht Nothwendigkeit des Inhalts.

Bekanntlich gestattet die Elasticität der Sprache, das Ungewisse als thatfächlich, oder auch als nothwendig ausgedrückt wird. Mit diesen Variationen des Ausdrucks, die oft zu einem förmlichen Mißbrauch der Sprache werden, hat die formale Logik nichts zu schaffen. Das assertorische Urtheil insbesondere kann nicht aufgefaßt werden als Ausdruck einer beliebigen, grundlosen Behauptung, da die Logik mit solchen Behauptungen nichts zu schaffen hat. Es ist der natürliche Ausdruck des Wirklichen, der Thatfache, und es hat daher seine vorzüglichste und eigentliche Bedeutung als Ausdruck der unmittelbaren Wahrnehmung; demnächst als Ausdruck der als sicher angenommenen Ueberlieferung oder der inductiven Zusammenfassung mehrerer Erfahrungen in einem allgemeinen Satze. Beide letztere Anwendungen sind schon nicht mehr vollkommen streng, allein nicht nur eine milde Praxis, sondern die Grundbedingungen unsres Denkens selbst bringen es mit sich, daß hier eine Grenze gestattet wird, jenseits welcher das sehr Wahrscheinliche als sicher gesetzt wird. Auf alle Fälle ist der assertorische Ausdruck der Ausdruck der größten Gewissheit, welche wir haben; denn auf der unbedingten Gültigkeit der einzelnen sinnlichen Wahrnehmung — sofern nur die Wahrnehmung nicht mit ihrer Deutung verwechselt wird — beruht ja schliesslich der ganze Bau der Erkenntnis. Wenn aber dies feststeht, so kann man auch nicht länger die scholastische Lehre von der höheren Gewissheit des apodiktischen Urtheils aufrecht erhalten, die sich ohnehin bei den Schlüssen aus Modalitätsurtheilen für eine nur

einigermaßen aufmerkfame Prüfung als durchaus unhaltbar ergibt. Die ganze, weitreichende Anwendung, welche auf diesem Gebiete von der Regel gemacht wurde: *conclusio sequitur partem debiliorem* ist daher hinfällig. Wir werden diesen Punkt, fowie auch das Verhältniß der Möglichkeit zur Wahrscheinlichkeit in späteren Abschnitten noch eingehend behandeln.

III.

Das particulare Urtheil und die Lehre von der Umkehrung der Urtheile.

Die Aufstellung des particularen Urtheils neben dem allgemeinen ist für die aristotelisch-scholastische Logik im guten, wie im schlimmen Sinne entscheidend gewesen. Viele Mängel und Unklarheiten entspringen aus dieser Quelle; dagegen ist auch mit der Auffassung des Urtheils, welche dieser Annahme zu Grunde liegt, ein großer Vortheil für das wissenschaftliche Denken verbunden; ein Vortheil, den man freilich vom aristotelischen Standpunkte aus kaum recht würdigen kann: der enge Anschluß der logischen Formen an den inductiven Gang der Gedanken.

Es besteht offenbar keine zwingende Nothwendigkeit, ein particulares Urtheil überhaupt aufzustellen. Sobald man sich entschließt, in dem Urtheil: »einige Menschen sind von schwarzer Hautfarbe« als Subjects begriff nicht »Menschen«, sondern »einige Menschen« anzusehen, bezieht sich das Prädicat auf den ganzen Umfang des Subjects begriffes, und nichts hindert uns nunmehr, dies Urtheil ganz wie ein allgemeines zu behandeln. Man hat dabei nur auf den genauen Sinn des Wörtchens »Einige« zu achten. Bedenken wir, was am Schlusse des vorhergehenden Kapitels über das Wesen des assertorischen Urtheils gesagt wurde, und fragen wir uns, wie wir überhaupt zu Urtheilen kommen können, so ergibt sich, daß das Wörtchen »Einige« stets auf eine bestimmte Summe beobachteter Einzelfälle, oder auch auf einen bestimmten, durch ein besonderes Merkmal gekennzeichneten Bruchtheil des früheren Subjects begriffes gehen sollte. Statt dessen ver-

steht man darunter in der Regel einen unbestimmten Theil, der zum mindesten einen einzigen Gegenstand des Hauptbegriffes*), zum höchsten aber »vielleicht« den ganzen Umfang desselben umfaßt.

In der überlieferten Schullogik hat diese Zweideutigkeit des Particularen die heilloseste Verwirrung angerichtet; namentlich seit man die aristotelisch-scholastische Logik des Inhaltes theilweise, aber ohne Consequenz, in eine Logik des Umfangs verwandelt hat. So ist z. B. die Lehre von der Opposition der Urtheile nur dann richtig, wenn die Beschränkung als eine unbestimmte gefaßt wird. Der contradictorische Gegensatz des Urtheils von der Form A kann nur dann in der Form O gefunden werden, wenn man letztere so unbestimmt faßt (»mindestens einige«), daß sie die Möglichkeit von E in sich schließt. Umgekehrt verhält es sich in der Lehre von der Subalternation der Urtheile. Es wäre eine rein unfinnige Behauptung, aus dem Urtheil $S a P$ folge die Richtigkeit von $S i P$, wenn bei letzterem Urtheil nicht an einen bestimmten, wiewohl nicht näher bezeichneten Bruchtheil von S gedacht würde. Aus der vollständigen Erkenntniß, daß alle Körper der Gravitation unterworfen sind, kann ich nimmermehr die unvollständige Erkenntniß ableiten, daß mindestens ein Theil der Körper Gewicht hat. Aus der Gewißheit kann nimmermehr die Ungewißheit folgen. Wohl aber kann ich behaupten, daß jedem beliebigen, aber an sich bestimmten Theile der Körper dasselbe Prädicat zukommen müsse, welches dem Ganzen zukommt; z. B., wenn alle Körper

*) Ein einziger Fall kann in Wirklichkeit nicht nur ausreichen, ein particulares Urtheil zu bilden, sondern auch durch dasselbe hindurch sofort den Schritt der Induction zum Allgemeinen zu thun. Auf manchen Gebieten der Naturforschung ist das Vertrauen in die Gleichförmigkeit aller zu einer übersichtlichen Gruppe gehörigen Erscheinungen so groß, daß man sich dieses Inductivschrittes kaum noch bewußt wird. So wird z. B., was man an einem einzigen Exemplar einer Thier- oder Pflanzenspecies gefunden hat, unter Umständen sofort als Eigenschaft der Species ausgesprochen. — Mit Unrecht hat man aber daraus entnommen, daß das sogenannte singuläre Urtheil bald die logische Natur des allgemeinen, bald die des particularen Urtheils habe. Als singuläres Urtheil, z. B. »die Marsbahn ist eine Ellipse«, hat es stets die Eigenschaften des allgemeinen. Es muß erst durch ausdrückliche Beziehung auf den Oberbegriff den inductiven Charakter annehmen, um particular zu werden und darf dann schon wegen der eingeflossenen Unbestimmtheit nicht mehr als singuläres Urtheil bezeichnet werden. Ein particulares Urtheil dieser Art wäre: »Mindestens eine Planetenbahn, nämlich die des Mars, ist eine Ellipse.«

schwer find, so muß es nothwendig auch wahr sein, dafs alle Gafe schwer find. *)

Lotze hat mit vollem Recht darauf aufmerksam gemacht (Logik, S. 95), dafs das »*dictum de omni et nullo*« nur richtig ist, so weit man sich streng an die alte scholastische Formel hält: »*Quidquid de omnibus valet, valet etiam de quibusdam et de singulis*«, und »*quidquid de nullo valet, nec de quibusdam valet, nec de singulis*«. Was von »Allen« gilt, das gilt natürlich von jedem Einzelnen und also auch von jeder beliebigen Summe dieser Einzelnen, insofern man darunter wieder nur die Einzelnen versteht. Sagt man dagegen, aus dem Urtheil »alle Menschen sind sterblich« folge das Urtheil »mindestens einige Menschen sind sterblich«, so leitet man aus der Gewifsheit die Ungewifsheit ab, was offenbar widersinnig ist.

Man könnte hier noch einwenden, die Logik behaupte gar nicht, dafs das eine Urtheil aus dem andern erkenntnifs-theoretisch oder psychologisch folge, sondern sie behaupte nur, wenn das eine (materiell und an sich) richtig sei, so müsse auch das andre richtig sein. Wenn ich z. B. erkannt habe, dafs alle metaphysischen Systeme falsch sind, so kann ich hieraus nach dem *dictum de omni et nullo* wohl schliessen, dafs also auch die nachkantischen Systeme falsch sind. Ich kann nicht schliessen, dafs »mindestens einige« falsch sind, weil ich die Gewifsheit in Beziehung auf alle habe. Wenn aber ein Anderer zu der Erkenntnifs gelangt ist, dafs mindestens einige metaphysische Systeme falsch sind, so muß ich diesen Satz als richtig anerkennen, da er ja die Möglichkeit dessen, was ich selbst erkannt habe, als Specialfall in sich schließt. Mit dieser Auskunft hat sich auch vermuthlich die Schullogik, so weit man sich nicht streng an die Formel des *dictum de omni et nullo* hielt, geholfen, da die Unmöglichkeit vom Gewiffen auf das Ungewiffe zu schliessen, sonst gar zu evident wäre. Allein grade diese Betrachtungsweise führt uns darauf zurück, dafs das particulare Urtheil in seiner Unbestimmtheit überhaupt nicht der Ausdruck eines objectiven Sachverhaltes sein kann; dafs es stets streng genommen eine Vermuthung in sich schließt und überhaupt in seiner

*) Letzteres ist auch der Sinn des aristotelisch-scholastischen *alicui*, quidam, aliquis, welches bis in die neuere Zeit hinein in der Regel mit dem Subjectsbegriff im Singular verbunden wird; z. B. »*aliquod animal est homo*« in dem Sinne: irgend etwas, das Thier ist, ist Mensch.

taftenden Unentschiedenheit zunächst nur subjective Geltung haben kann. *) Dafs grade hierin, sobald man die inductive Bedeutung des particularen Urtheils in Betracht zieht, ein besonderer Vorzug desselben zu suchen ist, geht die formale Logik zunächst gar nichts an. Es kann also auch von einer materiell und an sich bestehenden Richtigkeit des unbestimmten particularen Urtheils gar keine Rede sein; höchstens kann man behaupten, dafs derjenige, welcher es aufstellt, subjectiv Recht habe, d. h., dafs er sich auf dem richtigen Wege der Erkenntnifs befindet, da ja das unbestimmte Urtheil von der Erkenntnifs einzelner Fälle zur Erkenntnifs des Allgemeinen vorzudringen sucht.

Wie das particulare Urtheil in der Lehre von der Umkehrung der Urtheile und in der Syllogistik zu verstehen ist, werden wir weiter unten noch sehen. Zunächst kommen wir auf die Behauptung zurück, dafs es gar keiner Lehren und Regeln über das particulare Urtheil bedürfte, sobald man sich entschliesen würde, als Subjects-begriff nicht das S der Logiker, sondern das »Einige S « anzusehen, vorausgesetzt, dafs der Begriff des »Einige« in jedem Falle genau festgestellt wird. Man kann den Unterschied, welcher oben berührt wurde, vergleichen mit dem Unterschied in der Bedeutung des x der Mathematiker, je nachdem es entweder eine bestimmte oder unbestimmte, oder aber eine variable Gröfse bezeichnet. Man kann nun offenbar statt $x S$ ein beliebiges andres Zeichen, z. B. Σ in die Formel einsetzen, und mit dieser alle Operationen vornehmen, welche das allgemeine Urtheil zuläfst, um dann am Schluffe statt Σ wieder $x S$ einzusetzen. Wird dabei $x S$ stets genau in demselben Sinne genommen, so kann nichts Unrichtiges herauskommen. Bei einem Versuch an Beispielen hat man freilich beständig auf die Mehrdeutigkeit des sprachlichen Ausdrucks zu achten. So umfaßt ja z. B. schon unser allgemein bejahendes Urtheil, $S a P$, zwei Fälle. Denjenigen, in welchem die Sphäre von S in P enthalten ist, und denjenigen, in welchem beide Sphären zusammenfallen; also das eigentlich kategorische und das identische Urtheil. Anscheinend widersinnige Ergebnisse werden sich

*) Das einzige Objective darin ist die Negative, womit wieder die aristotelisch-scholastische Fassung gut übereinstimmt, während das moderne »Mindestens einige« dem Charakter einer positiven Behauptung über einen noch nicht vollständig aufgeschlossenen Thatbestand an sich trägt.

ftets fo lösen, dafs der Widerfinn nicht auf das rein logifche Ergebnifs fällt, fondern auf den fprachlichen Ausdruck.

Nimmt man das Beiſpiel: »einige Menſchen ſind Neger«; betrachtet man »einige Menſchen« im Sinne von »ein beſtimmter Theil der Menſchen« als Subjectsbeſtandtheil, ſo würde ſich nach der Regel der Umkehrung des allgemein bejahenden Urtheils der widerſinnig ſcheinende Satz ergeben: einige Neger ſind einige Menſchen. Dies Urtheil wäre nicht zu tadeln, wenn Neger auch ſchwarze Thiere oder ſchwarze Gegenſtände überhaupt bezeichnen könnte; aber Neger ſind ſchwarze Menſchen und das gegebene Urtheil iſt daher ein identiſches. Sagt man: ein beſtimmter Theil der Menſchen ſind die ſchwarzen Menſchen, ſo kann man umkehren in: »die ſchwarzen Menſchen ſind ein beſtimmter Theil der Menſchen« und man hat einen zwar nichtſagenden, aber durchaus richtigen Satz.

Wir wollen hier gleich bemerken, dafs man durchaus dieſelbe Zweideutigkeit auch in der Umkehrung des gewöhnlichen allgemein bejahenden Urtheils antrifft. Wenn man z. B. den Satz hat: Die Kreiſe ſind Ellipſen, deren zwei Brennpunkte in einen zufammenfallen, ſo müſte man nach der Schulregel umkehren: »einige Ellipſen, deren zwei Brennpunkte in einen zufammenfallen, ſind Kreiſe«; ein offenbar unrichtiger Satz. Die Schullogik behauptet ihn gleichwohl als richtig mit den gleichen Auskunftsmiteln, welche wir oben kennen gelernt haben. »Einige« heiſt »Mindeſtens einige«, und das particulare Urtheil muß doch richtig ſein nach dem *dictum de omni et nullo*, wenn das allgemeine richtig iſt. Was von dieſen Auskunftsmiteln zu halten iſt, haben wir ſchon oben geſehen. *)

Nimmt man das kategorifche Beiſpiel: einige Giftſtoffe ſind organiſche Körper, ſo kann man nach gewöhnlicher Regel umkehren in: einige organiſche Körper ſind Giftſtoffe. Die Umkehrung kann aber auch lauten: einige organiſche Körper ſind einige Giftſtoffe, d. h. ſind ein beſtimmter Theil der Giftſtoffe. Man erhält

*) Natürlich läßt ſich in einer auf geometriſche Anſchauung geſtützten Logik des Umfangs das identiſche Urtheil ebenſo gut als ein bloßer Specialfall des kategorifchen faſſen, wie in der Logik des Inhaltes, die ſich, wie wir ſpäter zeigen werden, auch auf eine arithmetiſche Anſchauung ſtützen kann. Die variabel gedachte Theilſphäre findet dann ihren Grenzfall in der Gleichheit mit der übergeordneten Sphäre. Die Unzweckmäßigkeit dieſes Verfahrens tritt jedoch bei der modernen Logik weit mehr hervor als bei der arifotelifchen.

jetzt ein identisches Urtheil aus dem kategorischen. Diese Art des Verfahrens ist offenbar vom Standpunkte der rein formalen Logik schärfer und unzweideutiger als die gewöhnliche, aber man wird auf den ersten Blick sagen, sie ist auch unfruchtbarer. Gerade jene Unbestimmtheit des gewöhnlichen Verfahrens ist sein Vorzug. Es ist die inductive Bedeutung des particularen Urtheils, welche bei der Behandlung desselben nach Art des Allgemeinen verloren geht.

Für Aristoteles war gewiss nicht diese inductive Bedeutung des particularen Urtheils der Grund, warum er dasselbe einführte. Und doch berühren die entgegengesetzten Extreme in der Erkenntnistheorie sich hier auf seltsame Weise. Aus der platonischen Ideenlehre stammte die Ansicht des Aristoteles, daß die Welt ein System sich verwirklichender Begriffe sei. *) Diese Begriffe mußten eine feste, geschlossene Form haben. Das Unbestimmte als solches konnte nicht Begriff, noch Merkmal eines Begriffes sein. Es war daher auch der Metaphysik des Aristoteles schnurstracks entgegen, ein solches Gebilde wie »einige Menschen« als einen selbständigen Begriff gelten zu lassen. Diese metaphysische Unmöglichkeit griff in die logische Technik ein und indem »Mensch« als der allein berechnete Begriff festgehalten wurde, ergab sich mit Nothwendigkeit die Lehre vom particularen Urtheil mit allen ihren Vorzügen und Schwächen.

Vergleichen wir nun mit diesem Standpunkte das Verfahren des modernen Empirikers! Dieser hat durchaus keinen Respect vor den überlieferten Begriffen. Er rüttelt an allen, verschiebt sie, erweitert sie; doch ruht sein Denken stets in neuen Begriffen aus, welche zu dem Ergebnisse seiner Experimente und Beobachtungen besser passen, als die überlieferten. Freilich werden auch die neuen, selbstgeschaffenen Begriffe niemals als absolut fest betrachtet. Es bleibt Alles im Flusse, wie bei Aristoteles Alles stehn bleibt. Gleichwohl streben alle Einzelwahrnehmungen beständig zur allgemeinen Form des Begriffes. An die Stelle der festen Classe von Dingen treten zuletzt die festen Gesetze des Werdens und Vergehens; diese Gesetze, die in unserm Geiste begründet sind, werden zugleich als wahre und wirkliche Grundlagen der Natur der Dinge betrachtet. Sie treten für die naturwissenschaftliche Weltanschauung

*) Vgl. Sigwart, Logik, I, S. 178.

an die Stelle der platonischen Ideen, und sie gleichen diesen in fast ebenso vielen Zügen, als sie sich von ihnen unterscheiden. Wären diese Gesetze nicht in der Natur der Dinge verwirklicht, so gäbe es auch keine Naturerkenntniß. Gäbe es keine zusammengehörige, unter gemeinsamem Gesetz stehende Gruppen von Dingen und Vorgängen, so wäre die Induction ein nichtiges Spiel mit unbegründeten Sätzen.

Selbst die extremsten Empiristen, welche den Zweck der Forschung überhaupt nicht in den allgemeinen Sätzen, sondern im Uebergang von einer einzelnen Erkenntniß zur andern erblicken, können nicht leugnen, daß wenigstens psychologisch der Gedanke des Allgemeinen die Brücke für diesen Fortschritt bildet; und wenn Stuart Mill als gemeinsamen Oberatz für jeden Inductions-schluss das Axiom von der Gleichförmigkeit der Natur aufstellt, so ist dies Axiom nichts Andres als das alte platonische Element in unsrer Gedankenbildung. Die Natur ist nicht absolut gleichförmig, sondern je innerhalb bestimmter Grenzen für eine Gruppe von Erscheinungen. Diese Grenzen vertreten den Begriff, das Allgemeine, die Einheit in der Vielheit der Erscheinungen, und so oft wir auch im Fortgang der Erkenntniß die Form dieser Einheit verändern müssen, ihr Wesen bleibt, und sie bleibt der Leitfaden aller Untersuchungen. Der große Fehler der platonischen und aristotelischen Philosophie bestand nur darin, daß man sich vom Zauber der Sprache täufchen ließ, d. h., daß man diejenigen Combinationen der Erscheinungen, welche sich dem kindlichen, noch von keiner Wissenschaft geleiteten Menschengenisse als einheitliche Gruppen aufgedrängt hatten, als die wahren und für immer gegebenen betrachtete.

Das particulare Urtheil kann sich thatsächlich nur auf die Beobachtung einzelner, bestimmter Fälle stützen. Wenn diese genau so wiedergegeben werden, wie man sie gefunden hat, so entsteht ein zusammengesetztes Urtheil mit mehreren Subjecten, aber mit allen Eigenschaften des allgemeinen Urtheils. Im particularen Urtheil wird diese Bestimmtheit der Erkenntniß geopfert und die Unbestimmtheit, welche an die Stelle gesetzt wird, kann zunächst als Ausdruck der Vermuthung gelten, daß es noch in andern Fällen ebenso sein werde, wie in den gefundenen; dahinter aber birgt sich das Suchen nach dem Allgemeinen. Dies gesuchte Allgemeine ist keineswegs immer der Subjects-begriff selbst, sondern in den

meisten Fällen eine specifische Differenz, ein durchschlagendes Merkmal, durch welches sich aus dem gegebenen Gattungsbegriff eine wohlbegrenzte Species auscheidet. Sehr häufig aber, und bei den wichtigsten Entdeckungen, wird auch im Verfolg des inductiven Processes der gegebene Subjectsbegriff selbst durch das Resultat der Forschung verdrängt oder einer totalen Umbildung unterworfen. Die Auffindung des neuen Subjectsbegriffs ist, wie jede Begriffsbildung, ein Act der psychischen Synthesis, vorbereitet durch den Verkehr des Geistes mit dem Gegenstande der Forschung, aber an sich willkürlich, wägend und neuen Zerfetzungen und Umbildungen ausgesetzt.

Wiewohl die nähere Betrachtung dieses inductiven Processes keineswegs in die formale Logik gehört, so ist es doch natürlich, eine Urtheilsform, welche in diesem Process allein ihre Berechtigung hat, in die Technik hineinzuziehen, und sie hier ausführlicher zu behandeln, als es ohne jene Beziehung geschehen würde. Wir brauchen also auch das particulare Urtheil, ungeachtet seiner zahlreichen Zweideutigkeiten, nicht zu verwerfen. Wir müssen es nur auf die streng logischen Formen zurückführen, die ihm zu Grunde liegen, und dazu dienen uns wieder die entsprechenden schematischen Raumbilder. Diese zeigen sich auch hier als die wahre Richtschnur des rein Logischen, als das durchschlagendste Mittel, uns von allen Zweideutigkeiten der Sprache zu befreien, und als der zwingendste Beweis für jede durch sie dargestellte Regel. Dieses Alles aber haftet den Raumbildern nicht zufällig an, sondern mit Nothwendigkeit; weil die Raumvorstellung die einzige Grundlage aller a priori gültigen Sätze ist.

Während das allgemein bejahende Urtheil zwei Formen umfaßt, das identische und das kategorische, haben wir beim particularen außer diesen beiden, welche ja ebenfalls unter der Vieldeutigkeit des Particularen begriffen sein können, noch zwei andere Begriffsverhältnisse zu berücksichtigen, welche durch ein Urtheil ausgedrückt werden können. Es sind dies die Kreuzung der Begriffssphären und die Umkehrung des kategorischen Verhältnisses.

In dem unzweifelhaften Bestehen dieser verschiedenen Begriffsverhältnisse kann man übrigens auch vom Standpunkte der formalen Logik eine wenigstens theilweise Rechtfertigung des particularen Urtheils finden. Sobald die Logik consequent vom eigent-

lichen Kern ihrer sicheren Technik, d. h. eben von den Begriffsverhältnissen ausgeht, muß sich nothwendig das Bedürfnis herausstellen, auch solche Begriffsverhältnisse, wie das der Kreuzung der Sphären und der Umkehrung des kategorischen Verhältnisses in den Kreis der Untersuchungen zu ziehen; zunächst jedes einzeln; sodann aber auch die Fälle, in welchen es zweifelhaft ist, ob das eine oder andre stattfindet. Immerhin bleibt man dabei auf festem Boden, als wenn man von der schwankenden Sprachform ausgeht. Alles, was die Sprache überhaupt Logisches enthält und enthalten kann, muß sich auf Begriffsverhältnisse zurückführen und aus diesen erklären lassen; der Rest bleibt rein psychologisch zu erklären.

Versuchen wir nunmehr, unmittelbar von den einfachen Begriffsverhältnissen ausgehend, die Lehre von der Umkehrung der Urtheile zu entwickeln, um sodann die Resultate mit denjenigen der überlieferten Logik zu vergleichen, so müssen wir uns wohl gegenwärtig halten, daß die einfachen und eindeutigen Verhältnisse, welche die scholastische Logik gänzlich übersieht, nicht nur ihrer elementaren Bedeutung wegen, als Bestandtheile der später folgenden Combinationen, Erörterung verdienen, sondern daß sie auch sehr häufig in Wirklichkeit vorkommen können. Das schlagendste Beispiel hiefür haben wir gleich zu Anfang bei den identischen Urtheilen. Wenn man freilich für das Begriffsverhältnis der Identität keinen andern Ausdruck zu finden weiß, als den des gewöhnlichen allgemein bejahenden Urtheils, und wenn man nun seine Regel schlechthin auf diese Sprachform stützt, ohne die sachlich begründete Kenntniß des Begriffsverhältnisses mit herbeizuziehen, so bleibt man in der Zweideutigkeit der Sprachform stecken und die Umkehrung ergiebt eben jenes »mindestens einige«, welches sich rein auf die Sprachform stützt und so oft mit dem Sachverhalt in schärfsten Gegensatz tritt. Es kann aber auch das Identitätsverhältnis in der Sprachform irgendwie angedeutet sein, z. B. durch einen Zusatz zur Copula oder durch den bestimmten Artikel beim Prädicat. Alsdann ist über die reine Umkehrbarkeit kein Zweifel mehr. Hieher gehört aber vor allen Dingen eine der wichtigsten Classen von Urtheilen überhaupt: das mathematische Urtheil, in welchem sich das Bedürfnis auch durch das Gleichheitszeichen statt der bloßen Copula seine besondere Sprache geschaffen hat.

Für die Logik der Begriffsverhältnisse ist übrigens der sprachliche Ausdruck zunächst ganz gleichgültig und wir stellen daher als erste Regel über die Umkehrung der Urtheile auf:

Identische Urtheile sind schlechthin umkehrbar.

Aus der Umkehrung des kategorischen Urtheils ergibt sich nunmehr ein particulares, bei welchem alle Zweideutigkeit ausgeschlossen ist. Aus »alle S sind P « wird: »ein Theil der P sind S «, in dem Sinne: ein bestimmter Theil und nur dieser Theil. Es muß aber auch, wenn das gegebene Begriffsverhältniß scharf zum Ausdruck kommen soll, aus dem Prädicat des umgekehrten Satzes alle Unbestimmtheit schwinden. Der Ausdruck: »ein Theil der P ist S « genügt daher noch nicht, weil hier S möglicher Weise dem Theile von P als Kategorie gegenüberstehen könnte. Es muß gefagt werden: »ein Theil der P sind die S «, d. h. die sämtlichen S . Dies Urtheil ist nun offenbar auch wieder ein kategorisches. Es sagt genau dasselbe, wie das ursprünglich gegebene und es ist einfach der Prädicatsbegriff an die Stelle des Subjectes gesetzt und umgekehrt. Um sich jedoch zu überzeugen, daß nicht bloß eine sprachliche Inversion stattgefunden hat, sondern daß in der That Subjects- und Prädicatsbegriff im logischen Sinne ihre Stelle getauscht haben, darf man nur das Urtheil in ein zusammengesetztes verwandeln: ein Theil der P sind die S' , ein anderer die S'' u. f. w. Aus diesem könnte dann das divisive Urtheil hervorgehn: die P sind theils S' , theils S'' u. f. w.; das logische Verhältniß zwischen Subject und Prädicat ist in allen diesen Fällen wesentlich dasselbe. Wir können daher das Urtheil: »ein Theil der S sind die P « bezeichnen als das umgekehrte kategorische Urtheil. Hieraus ergibt sich die zweite Regel:

Das kategorische Urtheil kann nur wieder in ein kategorisches umgekehrt werden, bei welchem der Subjects-begriff die Kategorie und die Beschränkung auf einen Theil derselben ausdrückt, während das Prädicat die diesem Theile entsprechende Classe von Gegenständen an giebt.

Bei dem Begriffsverhältniß der Kreuzung der Sphären ist die Zulässigkeit der einfachen Umkehrung evident. Wenn ein Theil der S mit einem Theile der P zusammenfällt, so zeigt der Augenschein, daß auch von eben diesem Theile der P gefagt werden kann, er falle mit einem Theile der S zusammen. Wir können

diese Urtheile als *reciproc-particulare* bezeichnen und die entsprechende Regel lautet:

Reciproc-particulare Urtheile sind schlechthin umkehrbar.

Die einzige Form des *particularen* Urtheils, welche noch übrig bleibt; fällt offenbar zusammen mit derjenigen, welche wir oben als »umgekehrt kategorische« Urtheil bezeichnet haben. Ebenso ist klar, daß sich aus diesem durch Umkehrung das ursprüngliche kategorische Urtheil wieder herstellen läßt, sobald eben über die wahre Natur des Begriffsverhältnisses kein Zweifel übrig bleibt. Es ergibt sich also als letzte Regel für die Umkehrung der einfachen und bestimmten Begriffsverhältnisse:

Aus dem umgekehrt kategorischen Urtheil kann durch Umkehrung das *direct* kategorische hergestellt werden.

Das Begriffsverhältniß der völligen Trennung, durch welches die Negation ausgedrückt wird: kein *S* ist *P*, stellt sich auf den ersten Blick als rein umkehrbar dar. Das allgemein verneinende Urtheil ist durchaus einfach und durchsichtig, und umfaßt keinen Specialfall, wie das allgemein bejahende, der als ein besondres Begriffsverhältniß auszuscheiden wäre. Es ergibt sich hieraus die Regel:

Das allgemein verneinende Urtheil ist schlechthin umkehrbar.

Ein besondres Begriffsverhältniß für das partiell verneinende Urtheil giebt es nicht. Wo nur theilweise Verneinung ist, ist auch theilweise Bejahung, und dieselben Raumbilder, an welchen sich die *particulare* Bejahung veranschaulichen läßt, dienen auch der *particularen* Verneinung. Insofern aber das »Mindestens einige« des *particularen* Urtheils als Specialfall auch das kategorische und das identische Urtheil mit in sich schließt, tritt hier an die Stelle das allgemein verneinende. Als besondere Regel für die Umkehrung der beiden hier in Betracht kommenden Fälle kann man aufstellen:






Das *reciproc-particulare* Urtheil, wenn verneinend genommen, ist umkehrbar.

Das umgekehrt kategorische Urtheil, wenn verneinend genommen, ist nicht umkehrbar.

Daß das negativ *particulare* Urtheil der überlieferten Logik nicht umkehrbar ist, ergibt sich aus der Combination dieser beiden Fälle.

Es ließen sich vielleicht noch andre Begriffsverhältnisse auf-

finden, wie z. B. dasjenige der Begrenzung oder Berührung, welches bei einer geordneten Begriffsreihe zwischen zwei unmittelbar benachbarten Begriffen stattfinden würde oder auch bei dichotomischer Eintheilung eines Begriffes zwischen den beiden untergeordneten. Die besondere Betrachtung derselben ist aber unergiebig und zumal für die Analyse der gewöhnlichen elementaren Technik überflüssig. Was von dieser Art von Bedeutung ist, wird bei der Besprechung des disjunctiven Urtheils zu erörtern sein. Wir haben also die ganze elementare logische Technik abzuleiten aus folgenden fünf*) einfachen Begriffsverhältnissen.

- a  Identität
- b  kategorisches Verhältniß
- c  umgekehrtes kategorisches Verhältniß
- d  Begriffskreuzung
- e  Trennung.

Das allgemein bejahende Urtheil erhalten wir durch die Combination der Fälle a und b, des identischen und des kategorischen Urtheils. Weist man nichts weiter, als daß entweder das eine oder das andere dieser Begriffsverhältnisse stattfindet, so kann man ein Urtheil, welches diese beiden Fälle umfaßt: die *S* sind entweder identisch mit den *P* oder ein Theil derselben, dahin umkehren, daß entweder alle *P* oder ein Theil derselben identisch sind mit den *S*. Bei dieser Art der Umkehrung ist die Erkenntniß, welche in dem allgemein bejahenden Urtheile liegt, möglichst vollständig erhalten worden. Man geräth dabei auf ein particulares

*) Twesten, der in seiner Logik (Schleswig 1825) den Begriffsverhältnissen viele Aufmerksamkeit schenkt, unterscheidet (S. 30) deren nur vier, indem er die oben unter b und c aufgeführten Verhältnisse als dasjenige der Unterordnung zusammenfaßt. Es ist aber offenbar ein großer Unterschied, ob das Subject dem Prädicate untergeordnet ist, oder umgekehrt. Unterscheidet man diese Fälle nicht als besondere Begriffsverhältnisse, so wird sich eine Analyse aller in der Logik vorkommenden Combinationen derselben schwerlich durchführen lassen.

Urtheil, welches auch so ausgedrückt werden kann: Mindestens ein Theil der P sind die S . Dasselbe ist jedoch von dem particularen Urtheile der scholastischen Logik sehr verschieden. Diese begnügt sich hier, ihrer ganzen Tendenz entsprechend, mit der Behauptung, daß wenigstens irgend einem P nun auch das Prädicat S zukommen müsse; eine Behauptung, die sich zu der vollständigen Wahrheit, wie wir sie aus den Begriffsverhältnissen abgeleitet haben, grade so verhält, wie ein durch Subalternation gewonnener Satz zu seinem übergeordneten. Zunächst erhält man anscheinend aus den Begriffsverhältnissen sowohl das *ris*, *aliquis* der alten Logik, als auch das »Mindestens einige« der modernen, wenn man bedenkt, daß der bestimmte Theil der P , welcher S ist, zwar an sich bestimmt, aber nicht gegeben ist. Man kann ihn also variabel denken in allen Formen und Größen innerhalb der Grenzen der Begriffssphäre. Sodann muß man auf die Einsicht verzichten, daß es alle S sind (die ganze Species), von denen die Aussage gilt, daß sie mit »mindestens einigen P « zusammenfallen. Das identische Urtheil muß zum kategorischen herabgestimmt werden. Endlich schließt der sprachliche Ausdruck auch noch die Möglichkeit eines Verhältnisses der Begriffskreuzung in sich, welche in den gegebenen Begriffsverhältnissen gar nicht enthalten ist.

Auf diesem Wege läßt sich die »*conversio per accidens*« der scholastischen Logik aus der strengsten Analyse der Begriffsverhältnisse ableiten und mit dem Vorbehalt, den wir schon bei der Subalternation machen mußten, auch rechtfertigen. *) Daß sie übrigens

*) Lotze hat auf den Verlust an materieller Wahrheit aufmerksam gemacht, der aus dieser Art der Umkehrung entsteht. Wenn man das Urtheil: alle Möpfe sind Hunde umkehrt in: einige Hunde sind Möpfe und nun dieses wieder umkehrt, so erhält man die Aussage: einige Möpfe sind Hunde (Logik 105); ein Urtheil, welches »formal richtig« nur in dem Sinne genannt werden kann, in welchem auch die directe Ableitung eines particularen Urtheils von dem übergeordneten allgemeinen richtig ist. Man muß auf das *dictum de omni et nullo* zurückgehn, um es richtig zu finden und dann heist der Satz nichts Andres als: ein jeder beliebige Theil der Möpfe gehört zu den Hunden, weil sie eben alle Hunde sind. — Trendelenburg, der aus diesem und den damit zusammenhängenden Mängeln einen Angriff gegen die formale Logik selbst herleitet, (Log. Unterf. 3. Aufl. S. 331 u. ff.) überieht die geschlossene Consequenz der aristotelischen Logik und beachtet nicht, daß mit einem wirklichen Fehler in den logischen Regeln sich ein sehr ernstes Problem aufthun würde, welches nicht mit einigen abschätzigen Bemerkungen über den Formalismus der logischen Technik abzuthun ist. In der Zurückführung alles Apodiktischen in

nicht auf diesem Umwege gewonnen wurde, ist klar und folgt auch schon unmittelbar aus der Tendenz der aristotelischen Logik, welche sich ausschließlich um die Frage bewegt, inwiefern ein Begriff von den Gegenständen eines andern ausgefagt werden kann. Dabei werden grundsätzlich nur die zwei Fälle unterschieden, wenn der Begriff schlechthin von den Gegenständen des andern gilt (das allgemeine und nothwendige kategorische Verhältniß) und wenn er denselben wenigstens in irgend einem Falle zukommt (das zufällige kategorische Verhältniß, bei welchem die Möglichkeit, das *ἐπιπέσειν*, den metaphysischen Hintergrund bildet). Sobald man sich damit begnügt, ergibt sich die *conversio per accidens* sehr leicht aus der unmittelbaren Betrachtung der Raumbilder. Man entnimmt denselben nur nicht alles, was aus ihnen zu lesen wäre, sondern begnügt sich mit der unzweifelhaften Sicherheit der Minimal-Erkenntniß, deren man bedarf.

Das particulare Urtheil umfaßt die Möglichkeit sämtlicher Begriffsverhältnisse mit einziger Ausnahme desjenigen der Trennung. Es befagt also im Grunde nichts weiter, als die Negation der Negation und läßt es völlig unentschieden, welches der positiven Begriffsverhältnisse obwalte. Daraus ergibt sich die Regel der Umkehrung mit Leichtigkeit. Denn wenn S entweder identisch ist mit P , oder ein Theil der P , oder umgekehrt P ein Theil der S oder endlich S die Sphäre von P kreuzt, so ergibt sich, daß nunmehr auch P entweder identisch ist mit S , oder S ein Theil der P , oder P ein Theil der S , oder endlich daß P die Sphäre von S kreuzt. Die Begriffsverhältnisse von der Form a und d sind direct umkehrbar, b und c tauschen ihre Stelle und so sind wieder die nämlichen vier Begriffsverhältnisse als möglich gegeben und nur die Negation ist ausgeschlossen. Es ergibt sich also, daß das particular behaupte Urtheil schlechthin umkehrbar ist. Dasselbe Resultat folgt ohne Analyse der einzelnen Fälle unmittelbar aus der Anschauung; denn wenn einige $S P$ sind, so darf man sich diese nur vergegenwärtigen, um überzeugt zu sein, daß mindestens diese nämlichen P auch S sind; die Sphären mögen sich im Uebrigen gestalten wie sie wollen. Damit aber ist den Anforderungen des particularen Urtheils Genüge geschehen.

der Logik auf die reinen Begriffsverhältnisse und des Zweideutigen auf die Sprachform ist das hier angedeutete Problem gelöst.

Das allgemein verneinende Urtheil der scholastischen Logik ist das einzige, welches keine Combinationen umfaßt. Es beruht auf einem einfachen Begriffsverhältniſſe und die Umkehrbarkeit deſſelben iſt ſchon oben gezeigt worden.

Das beſonders verneinende Urtheil ſchließt die beiden erſten Begriffsverhältniſſe aus und läßt die Möglichkeit der drei letzten zu. Von dieſen ſind zwei umkehrbar, das dritte aber nicht. Im umgekehrt kategorischen Urtheil: die *S* umfaſſen die *P*, alſo ſind mindestens einige *S* nicht *P*, kann man aus der Umkehrung des Verhältniſſes keinen negativen Satz in Beziehung auf *P* entnehmen. Wollte man aber das allgemein bejahende Urtheil: alle *P* ſind *S* als richtige Conſequez der Umkehrung in Anſpruch nehmen, ſo käme man für das particular verneinende Urtheil doch auf kein Reſultat. Das Gefammtergebniß würde lauten: entweder alle *P* ſind *S*, oder einige ſind nicht *S*, oder keines iſt *S*; das heißt, alle Möglichkeiten ſind offen und eine beſtimmte Behauptung über das Verhältniſſ von *P* und *S* iſt unmöglich. *) Dieſes Offenſtehen ſämmtlicher Möglichkeiten iſt, beiläufig gefagt, auch in der Syllogiſtik die Form, unter welcher ſich die Unzuläſſigkeit eines Schluffes aus der Combination zweier Prämiſſen kund giebt.

Die Lehre von der Umkehrung der Urtheile iſt in der aristo- teliſchen Logik ein weſentliches und unentbehrliches Stück, da ein großer Theil der Syllogiſtik darauf ruht. Der Beweis für die Gültigkeit der Modi zweiter und dritter Figur wird hergeſtellt durch Zurückführung auf einen entſprechenden Modus der erſten Figur und bei dieſer Zurückführung ſpielt die Umkehrung der Urtheile eine ſehr bedeutende Rolle. Die moderne Logik bedarf dieſer künstlichen Mittel nicht mehr, da ſie ſich auf die Sphärenvergleichung

*) So wenigſtens verhält es ſich für die überlieferte Logik, welche die Begriffsverhältniſſe *a* und *b* im allgemein bejahenden Urtheil zuſammenfaßt und *c* im particularen Urtheil verſchwinden läßt. Für die Logik der Begriffsverhältniſſe ſteht es anders. Man überzeugt ſich leicht und man kann es auch unmittelbar aus der Betrachtung der Sphärenbilder entnehmen, daß bei der Umkehrung des particular verneinenden Urtheils zwar die Verhältniſſe *b*, *d* und *e* möglich ſind, dagegen *a* und *c* nicht. In der That kann ich aus dem Urtheil: Einige *S* ſind nicht *P* ſchließen, daß alſo *P* weder identifiſch mit *S* ſein kann, noch ein Gattungsbegriff, welcher *S* als Species umfaßt. Dieſe keineswegs ganz unbedeutenden Schlüſſe läßt die aristo- teliſch-ſcholastiſche Logik fallen, indem ſie ſich an den grammatiſchen Satz hält, ſtatt an die Begriffsverhältniſſe. Die Möglichkeit von *b*, *d* und *e* genügt alſo hier, um den Schein völliger Unbeſtimmtheit hervorzubringen.

stützt, aus welcher sich der Beweis für die Schlüsse zweiter und dritter Figur ganz ebenso unmittelbar entnehmen läßt, als für diejenigen der ersten Figur.

Die inductive Bedeutung kommt natürlich auch in erster Linie dem unmittelbar aus den Thatfachen erwachsenden particularen Urtheile zu; doch kann auch die Umkehrung desselben im Verlaufe wissenschaftlicher Entdeckungen ihre Rolle spielen. So könnte man z. B. schließen: Einige schutzlose Thierspecies erhalten sich durch »Mimicry«. Einige, und vielleicht alle Species, bei denen wir »Mimicry« finden, würden ohne diese besonders schutzlos sein. — Das particulare Urtheil, welches aus der Umkehrung des allgemein behandelten hervorgeht, kann nur dann eine inductive Bedeutung annehmen, wenn es sich darum handelt, die Identität von Subjects- und Prädicatsbegriff nachzuweisen und also das kategorische Urtheil in ein identisches umzuwandeln.

Es wäre von großem Interesse genau zu wissen, wann und wie das inductive und durchaus dem modernen Geiste entsprechende »Einige« und »Mindestens einige« statt des scholastischen »Irgend ein« in die neueren Darstellungen der Logik eingedrungen ist. Der Gebrauch der modernen Sprachen statt des Lateinischen dürfte daran betheilt sein, doch finden wir bei dem sonst so modern denkenden Verfasser der »*Logique, ou l'art de penser*« in seiner Uebersicht der Syllogistik consequent als Ausdruck des Particularen »*Il y a*« angewendet, was noch im Wesentlichen der aristotelisch-scholastischen Auffassung entspricht; z. B.: *Il y a des méchants dans les plus grandes fortunes. Tous les méchants sont misérables. Il y a donc des misérables dans les plus grandes fortunes.* — Die Engländer scheinen ihr »Some«, Einige, schon sehr früh angewandt zu haben. In Deutschland finden wir bei Wolff in den »Vernünftigen Gedanken von den Kräften des menschlichen Verstandes« als Ausdruck des Particularen »Etliche«. Des nämlichen Ausdrucks bedient sich Lambert, wohl der bedeutendste Logiker des vorigen Jahrhunderts; Kant ersetzte ihn durch das gleichbedeutende »Einige«, welches auf diese Autorität gestützt, seitdem das Feld behauptet hat. Lambert erkannte auch schon klar, daß der Ausdruck »Etliche« nicht vollständig genüge und zeigt (*Organon* I § 124), daß man »Etliche« im Sinne von »Wenigstens etliche« nehmen müsse.

Der Gebrauch von »Einige« oder »Etliche« zur Bezeichnung

des Particularen hängt zusammen mit der Auffassung des Allgemeinbegriffs als eines collectiven Ganzen, und diese Auffassung geht wieder Hand in Hand mit der Neigung zur Demonstration der Begriffsverhältnisse an geschlossenen, oder wenigstens eine bestimmte Raumgröße darstellenden Figuren. Zwar haben wir angenommen, daß räumliche Anschauung unter allen Umständen erforderlich ist, um die Ueberzeugung von der Allgemeingültigkeit der logischen Formen zu bewirken und wir werden in einem späteren Abschnitt diesen durchaus fundamentalen Satz noch vollständiger durchführen. Es bleibt jedoch immerhin ein großer Unterschied, ob man sich bloß die Art, wie ein übergeordneter Begriff sich über den untergeordneten erstreckt, in beliebigen Linien, Winkeln, oder auch geschlossenen Figuren veranschaulicht, oder ob man die Figuren gradezu als eine Darstellung der Summe der unter dem Begriff enthaltenen Gegenstände betrachtet. So bedient sich z. B. Lambert in seinem Organon zwar bloßer Linien zur Darstellung des Umfangs der Begriffe; allein gleichwohl steht er ganz auf dem modernen Standpunkte; da er die Linien ausdrücklich als eine Darstellung der Summe der Gegenstände des Begriffs betrachtet. Er denkt sich nur die nämlichen Gegenstände alle in eine gradlinige Reihe geordnet, welche man bei geschlossenen Figuren sich so vorstellt, als seien sie auf einer Ebene zusammengestellt. Wir werden weiter unten zeigen, daß bei consequenter Entwicklung der modernen Logik, sobald die Gegenstände des Begriffs nicht nur als Summe gedacht, sondern auch numerisch behandelt werden, weder die graden Linien noch die jetzt allgemein üblichen Kreise die zweckmäßigsten Formen der Veranschaulichung sind, sondern daß man dafür der Rechtecke bedarf.

Die Auffassung des Begriffes als eines collectiven Ganzen stimmt vollständig mit der inductiven und empirischen Richtung der modernen Wissenschaften überein, wie sie sich andererseits an den Nominalismus des späteren Mittelalters anschließt; denn wenn der Begriff nichts mehr ist als die Zusammenfassung einer Classe von Gegenständen, so ist er auch nichts mehr als ein Wort. Man kann das logische Wort, insofern es durch eine Definition bestimmte Grenzen erhält, von den vieldeutigen Wörtern der unbearbeiteten Sprache unterscheiden, aber damit wird ihm noch nicht jener höhere Rang verliehen, der nach platonisch-aristotelischer Ueberlieferung dem Allgemeinen gegenüber dem Besonderen und Einzelnen zu-

kommt. Hat das particulare Urtheil feine wahre und bleibende Bedeutung in der Anlage unfres Geistes zur inductiven Erkenntniß; ist die Wahrnehmung der einzelnen Thatfache das Fundament unfrer Urtheilsbildung; dann muß auch der Allgemeinbegriff collective Geltung haben, und damit stürzt das ganze System der Construction der Wissenschaften aus bloßen Begriffen. Die einzigen Wahrheiten, welche der Erfahrung zu ihrer Gültigkeit nicht bedürfen und welche uns also Sätze a priori geben, sind diejenigen, welche sich auf unmittelbare Anschauung stützen. Diese Anschauung ist der Erfahrung wesenverwandt, allein wir erblicken in ihr weit deutlicher als in der Erfahrung das wahrhaft apriorische Element aller Erkenntniß: die synthetische Natur unfres eignen Geistes. Anscheinend redet im Apriori nur der Geist; in der Erfahrung nur die Dinge. In der That handelt es sich hier nur um einen relativen Unterschied, und die Erkenntnisse aus bloßer Anschauung geben den Schlüssel zu dem Räthsel dieses Zusammenwirkens. Es ist daher sehr wohl möglich, den strengsten Empirismus mit einer ungleich tieferen Auffassung der Erscheinungen zu verbinden, als sie den Empirikern der modernen, namentlich der englischen Schule eigen zu sein pflegt.

Interessant ist, mit welcher Schärfe Leibnitz den tief greifenden Unterschied der scholaistischen und der modernen Auffassung des Begriffs in allen seinen Consequenzen erkannte. In seiner Abhandlung »*de stilo philosophico Nizolii*« *) erwähnt er als einen schweren Irrthum des Nizolius, daß das Allgemeine nichts sei als die Summe alles Einzelnen; wenn man also sage: *omnis homo est animal*, so bedeute das nichts weiter als: *omnes homines sunt animalia*. Leibnitz giebt zu, daß letzteres materiell richtig sei, allein daraus folge noch nicht, daß der Allgemeinbegriff ein *totum collectivum* sei; vielmehr sei er ein *totum distributivum*: sei es, daß du den Titius oder den Cajus u. s. w. nimmst, so wirst du immer finden, daß er ein *animal*, oder daß er ein empfindendes Wesen sei. Leibnitz schließt daran die Bemerkung, daß dieser Irrthum ein ungemein folgenschwerer sei; denn wenn die Allgemeinbegriffe nichts mehr seien, als Summirungen der einzelnen Gegenstände, so gebe es keine demonstirte Wissenschaft mehr,

*) Leibnitii opera philos. ed. Erdmann, p. 70. —

fondern nur noch Induction. »*Sed ea ratione*«, fügt er bei, »*prorsus evertuntur scientiae, et Sceptici vicere*«.

Leibnitz hat ganz recht; nur dafs das Unglück nicht so groß ist, als er es sich denkt. Er hat noch nicht erkannt, dafs alle wahrhaft demonstirten Wissenschaften auf der Anschauung, und zwar auf der räumlichen Anschauung beruhen, und dafs auf allen übrigen Gebieten die Empiriker, denn das sind keine Skeptiker, mit Recht an die Stelle der demonstirenden Metaphysiker treten. Die Erkenntnistheorie der Empiriker mag eine ungenügende und oberflächliche sein; ihre Methode aber ist die erfolgreiche und sie muß auch von einer tieferen Erkenntnistheorie bestätigt werden.

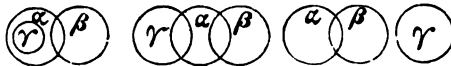
IV.

Die Syllogistik.

Wenn es richtig ist, daß die Anschauung der Begriffsverhältnisse in Raumbildern die eigentliche Grundlage aller logischen Technik bildet, so muß es auch möglich sein, die ganze Syllogistik, gleich allen andern logischen Sätzen aus der bloßen Combination der Begriffsverhältnisse abzuleiten. Man muß also, indem man jedes Begriffsverhältnis, welches in einem Urtheile vorkommen kann, mit jedem andern combinirt, so daß je ein Begriff, der Mittelbegriff, in den beiden combinirten Urtheilen identisch ist, alle überhaupt möglichen Verhältnisse zwischen den beiden andern ablesen können. Wir bedienen uns, um dies nachzuweisen, der im vorhergehenden Abschnitte angenommenen Bezeichnung der Begriffsverhältnisse mit den Buchstaben a , b , c , d und e . — Es sei beispielsweise gegeben die Combination von e als Oberatz (Verhältniß zwischen β und γ) und von d als Unteratz (Verhältniß zwischen α und β):



so sieht man mit Leichtigkeit, daß zwischen α und γ die Verhältnisse c , d und e möglich sind:



die Verhältnisse a und b dagegen nicht; d. h. wir werden auf ein particular verneinendes Urtheil geführt. — Die griechischen Buch-

staben zur Bezeichnung der einzelnen Begriffssphären sind hier in umgekehrter Ordnung genommen, wie bei Aristoteles; α bedeutet also den *terminus minor*, γ den *terminus major*. — In der nachstehenden Tabelle sind nunmehr die sämtlichen Combinationen je zweier Begriffsverhältnisse mit gemeinsamem Mittelbegriff durchgeführt. Das Resultat in Beziehung auf die möglichen Verhältnisse von α und γ ist nicht in Sphären ausgeführt, sondern einfach durch die Buchstaben a, b, c, d, e angedeutet.

Diese Tabelle bietet uns gleich in den ersten Schlüssen die Veranschaulichung höchst wichtiger Grundsätze, für welche die gewöhnliche Logik keinen rechten Platz hat. Der erste Schluss zeigt uns, daß zwei Begriffe, welche einem dritten gleich sind, auch unter sich gleich sein müssen; die nächstfolgenden, sowohl in der Horizontal- als auch in der Verticalreihe führen das Princip der Substitution von Gleichem für Gleiches durch alle möglichen Begriffsverhältnisse durch. Die entsprechenden mathematischen Sätze, welche sich auf Größen beschränken, erscheinen hier als Specialfall der logischen, welche sich auf Gegenstände überhaupt beziehen. Auch die Schlüsse bb und cc sprechen in dieser reinen Form ein allgemeines Princip aus. Wenn ein Begriff einem zweiten unter- oder übergeordnet ist, und dieser wieder einem dritten, so ist auch der erste dem dritten unter- oder übergeordnet. — Bei bc, dd und ee ergibt sich aus der Combination der Prämissen kein Schluss, weil alle Begriffsverhältnisse zwischen α und γ als möglich erscheinen. In andern Fällen, z. B. bei eb und bei bd ergibt sich noch ein Schluss, wo nach der scholastischen Logik keiner mehr gefunden wurde.

Es versteht sich von selbst, daß auch alle möglichen Combinationen verschiedener Begriffsverhältnisse gebildet werden können, so gut wie diejenigen, welche die scholastische Logik in der Sprachform vorgebildet fand. Manche derselben können ihre gute Bedeutung haben. So kommt z. B. die Combination »entweder b oder d « in der naturwissenschaftlichen Forschung sehr häufig vor, wo die Möglichkeiten a und c , welche das gewöhnliche particulare Urtheil mit umfaßt, von vorn herein ausgeschlossen sind. Verbindet man einen solchen Satz mit einer zweiten Prämisse, z. B. mit einem Obersatz von der Form b , oder auch von der zusammengesetzten Form »entweder a oder b «, so erhält sich die größere Bestimmtheit desselben auch im Schlusssatz. Wir wollen jedoch

davon absehen, diese Schlufsformen hier weiter zu verfolgen und vor allen Dingen zeigen, wie sich die Formen der überlieferten Syllogistik aus den einfachen Formen der Tabelle durch die bereits bekannten Combinationen der Prämissen ergeben.

Barbara: Die Prämissen haben beide die Form »entweder a oder b «. Daraus ergeben sich für den Schlusfsatz die vier Möglichkeiten a, b, b, b . Die ungleiche Häufigkeit von a und b ist vom Standpunkte der höheren Logik betrachtet, durchaus nicht gleichgültig. Wir wissen zwar auch bei den Prämissen nicht, was sich hinter der Formel »entweder a oder b « für ein Verhältniß relativer Häufigkeit bergen mag. Wohl aber sehen wir jetzt, daß wenn man dasselbe als gleich annimmt, daß alsdann im Schlusfsatz die relative Häufigkeit von $a : b$ sich verhält wie $1 : 3$; mit andern Worten: ist die Wahrscheinlichkeit für den Fall der Identität in den Prämissen $= \frac{1}{2}$, so ist sie im Schlusfsatze nur noch $= \frac{1}{4}$. — Die überlieferte Syllogistik aber kümmert sich um diese Frage durchaus nicht. In ihrem Sinne sagt: »entweder a , oder b , oder b , oder b « nicht mehr als einfach »entweder a oder b «. Sobald man also absieht von der relativen Häufigkeit der zwei Fälle, welche im allgemein bejahenden Urtheil zusammengefaßt sind, erhält man im Schlusfsatz auch die einfache Form des allgemein bejahenden Urtheils, wie in den Prämissen; d. h. man hat den modus »*Barbara*« vor sich.

Celarent: Hier ist die Rechnung sehr einfach. Der Untersatz von der Form »entweder a oder b « ergibt sowohl im einen wie im andern Falle mit dem Obersatz von der Form e einen Schlusfsatz wiederum von der Form e . —

Darii: Hier sind die Formen des Obersatzes »entweder a oder b « zu verbinden mit denen des Untersatzes »entweder a oder b oder c oder d «. Dies ergibt zunächst für den Fall von a im Obersatze die vier Möglichkeiten des Untersatzes a, b, c, d ; sodann für den Fall b im Obersatze aus den Combinationen ab und bb beidemale b ; aus der Combination von c mit b die vier Möglichkeiten des particularen Urtheils a, b, c und d ; aus der Combination von d mit b die beiden Möglichkeiten b und d ; im Ganzen also: $a, b, b, b, b, c, c, d, d$. Die relative Häufigkeit der einzelnen Formen ist natürlich auch hier nicht ohne Bedeutung; abstrahirt man jedoch von derselben, so ergeben sich wieder einfach die vier Möglichkeiten des particular bejahenden Urtheils.

Ferio: Der Oberatz hat nur e ; der Unteratz die vier andern Formen. ea giebt e ; eb giebt e ; ec giebt c, d, e und ed giebt c, d, e . Wir haben also für den Schlusatz die Möglichkeiten c, c, d, d, e, e, e, e ; d. h. unter Abstraction von der relativen Häufigkeit die drei Möglichkeiten des particular verneinenden Urtheils.

Cesare: Die Formen sind in den Prämissen wie im Schlusatz ganz dieselben wie für Celarent.

Camestres: Oberatz a oder c ; Unteratz nur e ; Schlusatz also e und wiederum e . —

Festino: Die Formen sind dieselben wie bei Ferio.

Baroco: Oberatz a oder c (c tritt durch die Umstellung der *termini* an die Stelle von b); Unteratz c, d, e . — Aus der Verbindung des Unteratzes mit der Form a im Oberatz ergeben sich für den Schlusatz zunächst die Formen c, d, e ; sodann aus c und c wieder c ; aus c und d : c, d, e und endlich aus c und e : e . Wir haben also die Möglichkeiten: c, c, c, d, d, e, e, e und unter Abstraction von der relativen Häufigkeit c, d und e , also das particular verneinende Urtheil.

Darapti: Oberatz a und b , Unteratz a und c (in Folge der Umkehrung der zweiten Prämisse); Combinationen: a, a, b, b, c, c, d ; also das particular bejahende Urtheil.

Felapton: Oberatz e ; Unteratz a oder c ; Schlusatz: c, d, e, e , also particular verneinend.

Datifi: Dieselben Formen wie bei Darii.

Difamis: Oberatz a, b, c, d ; Unteratz a, c ; Schlusatz: $a, a, b, b, c, c, c, c, d, d, d$; also das particular bejahende Urtheil. (Wir geben hier, wie oben bei Darapti u. ff., nur die geordnete Summe der Möglichkeiten, da die Art, wie dieselbe zu Stande kommt, aus den früheren, ausführlicher behandelten Fällen hinlänglich erhellt.)

Bocardo: Oberatz c, d, e ; Unteratz a, c ; Schlusatz: c, c, c, d, d, e, e, e ; also das particular verneinende Urtheil.

Ferison: Dieselben Formen wie bei Ferio.

Bamalip: Oberatz a oder c , Unteratz ebenso. Der Schlusatz hat die Formen a, c, c, c ; ergiebt also nicht die sämtlichen Möglichkeiten des particular bejahenden Urtheils, sondern schlechthin die Formen des umgekehrt kategorischen Urtheils. Dies aber ist ganz in der Ordnung, da der Schluss auch in der That

weiter nichts leistet, als dafs er die Schlufsweise von *Barbara* copirt und den Schlufsatz sodann durch die *conversio per accidens* umkehrt. Diese aber führt, wie wir im vorhergehenden Abschnitt eingehend erörtert haben, nicht auf die sämtlichen Möglichkeiten des particular bejahenden Urtheils, sondern nur auf ein umgekehrt kategorisches Urtheil, aus welchem man durch Verzicht auf einen Theil der Erkenntnis zum particularen gelangt. Das hier gewonnene Ergebnifs ist also nur eine glänzende Bestätigung der Consequenz und Richtigkeit der unmittelbar aus der Anschauung geschöpften Logik der Begriffsverhältnisse.

Calemes: Wie Camestres.

Dimatis: Wie Disamis.

Fesapo: Wie Felapton.

Frefifon: Wie Ferio.

Es ergibt sich also hier die gesammte aristotelisch-scholastische Syllogistik als ein Specialfall der Syllogistik der Begriffsverhältnisse, in welcher die eigentliche Beweiskraft für die apodiktisch geltenden Regeln enthalten ist. Die Sphärenbilder für die Begriffsverhältnisse erscheinen jetzt nicht mehr als blofs zufällige Veranschaulichungsmittel, bei denen die Consequenz leicht an irgend einem Punkte aufhören könnte; sie sind vielmehr die nothwendige Grundlage der logischen Technik selbst, die nach keinem Punkte über den Kreis der räumlichen Anschauung hinauskommt.

Neuere Logiker greifen, nicht ohne Ursache, die aristotelische Lehre an, dafs der Satz: »der Mensch geht« gleichbedeutend sei mit: »der Mensch ist gehend«. Man hebt hervor, dafs der Satz, welcher die Handlung bezeichnet, gar kein kategorisches Urtheil sei und daher auch nur mit unnatürlichem Zwang in ein solches umgestaltet würde. Dabei ist jedoch zu bemerken, dafs die streng logische Technik sich genau so weit erstreckt, als sich die Begriffsverhältnisse erstrecken. Allen weiter gehenden Betrachtungen über die Natur solcher Sätze, wie: »der Mensch geht«, fehlt der apodiktische Charakter der logischen Technik. Statt mit Aristoteles zu sagen, der Satz sei gleichbedeutend mit »der Mensch ist gehend« wird man richtiger sagen, er unterliege der logischen Technik, insofern er mit letzterem gleichbedeutend sei. Nur was sich in die Form von Begriffsverhältnissen bringen läfst, unterliegt der streng logischen Technik. Setzt man also »ist gehend« an die Stelle von »geht«, so opfert man einen Theil des lebendigen In-

haltes, welcher dem Zeitwort eigenthümlich ist. Dies Opfer ermöglicht die Anwendung der logischen Regeln. Man wird es also allemal dann bringen dürfen und müssen, wenn es lediglich auf die logische Seite des Inhalts ankommt. Ist dies nicht der Fall, so ist dann jene Opposition gegen die aristotelische Gleichsetzung durchaus an der Stelle. Sobald man aber, dem vollen, lebendigen Inhalte des Zeitworts zu liebe, den Boden der reinen Begriffsverhältnisse verlassen hat, befindet man sich auch nicht mehr auf dem Boden der formalen Logik, sondern der Sprachphilosophie. Diese Sprachphilosophie kann freilich den Charakter eines Zweiges der angewandten Logik annehmen, aber dann wird auch innerhalb ihrer Sphäre stets das eigentlich Logische auf die Begriffsverhältnisse beschränkt bleiben.

Die eben gegebene Ableitung der scholastischen modi aus der Uebersicht aller überhaupt möglichen Begriffsverhältnisse nimmt auf die verschiedenen Figuren keine Rücksicht. Allenthalben, wo der Schluss sich durch *conversio simplex* in einer der Prämissen auf einen schon dagewesenen Schluss zurückführen lässt, einerlei ob dieser der ersten Figur angehöre oder nicht, ist das Sphärenbild das nämliche und die formale Technik giebt also für diese Schlüsse nur eine einzige Form. Es wird jedoch dadurch weder die aristotelische Reductionsweise noch die Behauptung Kants von der Ueberflüssigkeit und unnützen Spitzfindigkeit der verschiedenen Figuren begünstigt. Allenthalben, wo die aristotelische Logik der *conversio per accidens*, der Umstellung der Prämissen oder des Beweises durch die Unmöglichkeit des Gegentheils bedarf, erhalten wir verschiedene Raumbilder, und diejenigen für die späteren Figuren sind ebenso unmittelbar beweisend, als diejenigen für die erste Figur. Die Frage nach dem Werthe der verschiedenen syllogistischen Figuren geht daher offenbar über den Kreis der formalen Technik hinaus und gehört in das Gebiet der angewandten Logik. Lambert, der diese Frage wohl am gründlichsten behandelt hat, giebt allen vier Figuren der Scholastiker eine selbständige Bedeutung.*) Dem *dictum de omni et nullo*, welches die erste Figur beherrscht, stellt er ein *dictum de diverso*, *de exemplo* und *de reciproco* zur Seite und behauptet, dass wir ganz naturgemäss eine Reihe von Schlüssen in der zweiten, dritten oder vierten Figur vollziehen, bei

*) Lambert, neues Organon, I. Leipz. 1764, IV. Hauptstück, §§ 229 — 233.—

denen die Reduction auf die erste Figur nur zu einer unnatürlichen, dem gewohnten Gang des Denkens zuwiderlaufenden Entstellung des Schlusses führen würde. Lambert hat dies auch für die zweite und dritte Figur sowohl durch treffende Beispiele als auch durch eingehende Erörterung bewiesen. Zugleich bemerkt er aber sehr richtig, daß der Unterschied der Figuren nicht nur auf ihrer Form beruht, sondern sich auf die Sache selbst ausdehnt, indem wir jede da gebrauchen, wo sie natürlicher ist. Hieran könnte der Gegner der syllogistischen Figuren anknüpfen und behaupten, diese Natürlichkeit sei bloße Sache des sprachlichen Ausdrucks; man müsse, um der Reinheit der Technik willen auf sie verzichten, grade so wie man auf den natürlichen Ausdruck verzichtet, wenn man an die Stelle von »der Mensch geht« die Worte setzt: »der Mensch ist gehend.« Der Einwand wäre begründet, wenn aus den Begriffsverhältnissen nur die Schlüsse der ersten Figur hervorgingen. Da dies aber nicht der Fall ist, so behält Lambert Recht, aber die Frage überschreitet den Kreis der formalen Logik.

Um dies noch genauer zu sehen, dürfen wir nur den Modus Celarent näher betrachten. Nach dem *dictum de omni et nullo* aufgefaßt, enthält dieser Modus im Obersatz $M e P$ eine allgemeine aber negative Regel in Beziehung auf das Verhältniß von M zu P . Im Unterfatz $S a M$ folgt eine Subfumtion, ganz wie im Unterfatz von *Barbara*, und es ergibt sich darauf der Schlusfsatz, $S e P$ als Folge dieser Subfumtion. Was hindert uns aber, denselben Schluß so aufzufassen, daß der Oberfatz schlechthin eine Trennung der Sphären von M und P ausspricht, der Unterfatz dagegen eine Vereinigung der Sphäre von S mit M , woraus sich nach dem »*dictum de diverso*« die Verschiedenheit von S und P ergibt? Celarent wäre also nach dieser Auffassung auf Cesare zurückgeführt; grade so, wie man sonst Cesare auf Celarent zurückführt. Die logische Technik kann nichts dagegen einwenden. Wenn man aber die Sache und ihren naturgemäßen sprachlichen Ausdruck in Betracht zieht, so wird man, sowohl in den Schlüssen des täglichen Lebens, als auch in den Wissenschaften, Anlaß genug finden, die Figuren zu unterscheiden.

Man betrachte folgende Beispiele! »Kein Staat im Staate kann von einer weisen Regierung geduldet werden. Die moderne römische Hierarchie bildet einen Staat im Staate. Also kann sie von einer weisen Regierung nicht geduldet werden.« Hier haben

wir in der Sache selbst die offenbare Subsumtion eines gegebenen Falles unter eine allgemeine Regel und daher als natürlichen Ausdruck des Gedankens einen Schluss nach Celarent. Wollte man statt dessen setzen: »Nichts was von einer weisen Regierung geduldet werden kann, ist Staat im Staate u. f. w.«, so erhielte man allerdings einen correcten Schluss nach Cesare; aber wie wenig würde die Form dieses Schlusses zum Inhalte passen! — In folgendem Schlusse dagegen ist die zweite Figur ganz das Natürliche: »Keine Gletscher Spuren sind älter als die Tertiärzeit. Sehr viele Alpenthäler sind älter als die Tertiärzeit. Also sind mindestens viele Thalbildungen nicht Gletscher Spuren«. Bei diesem Schlusse, dessen materielle Richtigkeit wir übrigens dahingestellt sein lassen, ist offenbar das Alter der Thalbildungen das Mittel, zu unterscheiden, ob das Prädicat dem Subjecte zukomme oder nicht. Der Mittelbegriff enthält ein Kriterium; der ganze Schluss ist ein Verschiedenheitschluss und er würde sich; auf die erste Figur reducirt, sehr sonderbar ausnehmen: »Nichts, das älter ist als die Tertiärzeit, ist Gletscher Spur u. f. w.«

Schlüsse dieser Art, nach Cesare und Festino sind in den Naturwissenschaften ungemein häufig und wenn es auch grade hier oft vorkommt, daß der allgemein verneinende Obersatz später als nicht richtig erkannt wird, so gehören sie doch zu den wichtigsten Mitteln wissenschaftlicher Untersuchung. Wir müssen also nicht nur Schlüsse der zweiten und dritten Figur zulassen, sondern auch über den Werth derselben gegenüber den Schlüssen der ersten Figur ganz andre Ansichten fassen, als die überlieferten. So ist z. B. der Modus Baroco nach gewöhnlicher Auffassungsweise einer der werthlosesten von allen, weil er nur particular verneinende Schlusssätze giebt. Und doch ist grade diese Schlussform der gewöhnlichste Weg zum Umsturz leerer Dogmen und eingewurzelter Vorurtheile. Die Aufgabe der Widerlegung irrthümlicher allgemeiner Sätze ist aber eine ungemein wichtige. Die Natur des menschlichen Denkens bringt es mit sich, daß beständig durch Association der Vorstellungen und durch den natürlichen Gang zur Generalisation allgemeine Sätze in Masse entstehen, von denen nur sehr wenige richtig sind. Die Irrthümer befestigen sich durch die Gewohnheit und müssen endlich mühsam durch entgegenstehende Beobachtungen ausgerottet werden, um besseren Vorstellungsverbindungen Platz zu machen. Eine Schlussweise aber, welche die-

fem wichtigen Läuterungsproceſſe in formaler Hinſicht zu Grunde liegt, kann gewiß nicht als werthlos betrachtet werden.

Gegen die dritte Figur hat Trendelenburg einen heftigen Angriff gerichtet (Log. Unterf. 3. Aufl. II. S. 353 u. ff.), der aber ſchlechthin auf die hinlänglich beſprochenen Mängel des particularen Urtheils und ſeiner Entſtehung durch Subalternation und Umkehrung hinausläuft. Dabei iſt auch unbeachtet geblieben, daß dieſe Mängel erſt durch den Gebrauch des modernen »Einige« zu eigentlichen Fehlern werden, während mit dem aristoſeliſch-ſcholatiſtiſchen »*ris*«, »*aliquis*« wenigſtens überall die Conſequez gewahrt bleibt. Daß ſich bei einem Modus wie Darapti ſehr häufig Fälle ergeben müſſen, in welchen die materielle Wahrheit ſtatt des particularen Urtheils ein allgemeines ergibt, läßt ſich von vornherein annehmen und wenn man mit Beiſpielen dieſer Art die formale Logik zu erſchüttern gläubt, ſo thäte man beſſer, den Hebel gleich bei der Subalternation der Urtheile einzusetzen. Hier darf man ja nur ſtatt des ſcholatiſtiſchen *aliquis*, welches diſtributiv zu verſtehen iſt und auf jeden aliquoten Theil bezogen werden kann, das moderne »einige« ſetzen, zumal mit dem Nebengedanken »nur einige«, ſo erhält man lauter Unſinn. Alle Menſchen ſind ſterblich. Einige Menſchen ſind ſterblich. Alle Quadrate haben vier rechte Winkel. — Einige (vielleicht gar nur einige!) Quadrate haben vier rechte Winkel. Alle Laſter ſind verabſcheuungswerth — Einige Laſter ſind verabſcheuungswerth, u. ſ. w. — Was alſo an dieſen Angriffen etwa berechtigt iſt, gehört gar nicht hieher, ſondern iſt gleich zu Anfang bei der Lehre vom particularen Urtheil abzumachen. Die Frage nach dem Werth der dritten Figur wird alſo dadurch gar nicht berührt. Sie kann nur darauf gehen, ob es nicht Schlüſſe in der Wiſſenſchaft und im täglichen Leben giebt, welche ſich naturgemäß in dieſer Form darſtellen, und welche dabei einen weſentlichen Zweck erfüllen.

Hier brauchte man denn nur dem Winke Lamberts zu folgen, der die dritte Figur als diejenige der Beiſpiele und Ausnahmen betrachtet, um alſobald eine ſehr ausgedehnte Anwendung derſelben wahrzunehmen. Man betrachte nur folgende Beiſpiele, denen ſich ähnliche in Maſſe zur Seite ſtellen ließen: »Die Zettelbanken verfolgen excluſivlich ihr Privatintereſſe. Sie ſind vom Staate privilegiert. Alſo giebt es Inſtitute, welche vom Staate privilegiert ſind, die (gleichwohl) excluſivlich ihr Privatintereſſe verfolgen«. »Die Handelskriſen ſind periodiſch. Sie pflegen gleichwohl die Bethei-

ligten zu überraschen. Also giebt es Erscheinungen, welche die Betheiligten überraschen, wiewohl sie periodisch sind«. »Kein Meteor stammt aus dem Bereich der Atmosphäre. Alle Meteore bestehen aus Stoffen, welche mit terrestrischen identisch sind. Es giebt also Stoffe, welche mit denen der Erde identisch sind und gleichwohl nicht aus dem Bereich der Atmosphäre stammen (sondern aus dem Weltraum)«.

Von ganz besonderer Wichtigkeit sind aber die positiv schließenden Modi der dritten Figur bei der Vorbereitung eines Inductions-schlusses. Man vergleiche z. B. folgende Schlüsse: »Die Erscheinungen $n_1, n_2, n_3 \dots n_n$ sind regelmässig mit dem Blitz verbunden. Eben dieselben Erscheinungen zeigen sich im Kleinen beim elektrischen Funken. Also sind viele Eigenschaften des elektrischen Funkens identisch mit denen des Blitzes«. (Angestrebter Inductivsatz: der Blitz ist ein elektrischer Funke.) — »In den bituminösen Schiefen von Igornay und Millary finden sich Batrachier vor. Diese Schiefer gehören der paläozoischen Formation an. Also kommen in der paläozoischen Formation Batrachier vor«. (Worauf sofort nach Art der inductiven Wissenschaften einige andre, bisher als zweifelhaft geltende Fälle in demselben Sinne, wie diese sicheren Beispiele, gedeutet werden.) — »Viele Nordlichter stehen (nach Weyprecht) in unverkennbarem Zusammenhange mit der Witterung. Alle Nordlichter sind Vorgänge in den höchsten und entferntesten Theilen der Atmosphäre. Es giebt also Vorgänge in den entferntesten Theilen der Atmosphäre, welche mit der Witterung im Zusammenhange stehen«. »Alle Höhlenfunde der Diluvialzeit zeugen für einen Zustand großer Rohheit des Diluvialmenschen. Einige dieser Höhlenfunde enthalten wohlgebildete Schädel. Also sind einige Fundstätten wohlgebildeter Menschenschädel zugleich Zeugnisse großer Rohheit der damaligen Menschen« (Angestrebter Inductions-schluss: Der Mensch befaß schon im Zustande thierischer Wildheit eine — den Affen weit übertreffende — wohlgebildete Schädelform).

Es giebt hier aber auch vollkommen berechnete und zwingende Schlüsse, welche man durch räumliche Anschauung der Begriffsverhältnisse sofort als richtig anerkennt, während die aristotelisch-scholastische Logik sie für unzulässig erklären muß. So namentlich der Schluss aus zwei particularen Prämissen, der nicht immer, aber in einer bestimmten und genau zu bezeichnenden

Gruppe von Fällen möglich ist. Ein Beispiel sei: »Fast alle Jagdhunde sind sehr munter und lebenskräftig. Fast alle Jagdhunde sind mit einem Bandwurm behaftet. Also giebt es Thiere, welche mit einem Bandwurm behaftet und gleichwohl sehr munter und lebenskräftig sind.« Das »fast alle« muß nach den Regeln der überlieferten Logik so gut wie »Viele«, »die Meisten«, »Einige« als Zeichen eines particularen Urtheils angesehen werden; macht also den Schluss unzulässig. In der Anschauung an Begriffssphären aber mag man die Sache drehen und wenden, wie man will; man wird finden, daß der Schluss zwingend und durchaus correct ist. Diese Möglichkeit gleichsam in *Diripti* zu schließen, beginnt schon, sobald im Ober- und Untersatz mehr als die Hälfte der Gegenstände des Subjectbegriffes mit dem Prädicat in Verbindung gebracht werden.

Hinsichtlich der vierten Figur müssen wir übrigens dem fast allgemeinen Verwerfungsurtheil zustimmen, und auch Lamberts »Reciprocität« vermag uns nicht von der selbständigen Bedeutung derselben zu überzeugen. Diese Reciprocität ist doch bei Lichte befehen nichts als das Princip der Umkehrung der Urtheile, und weiter leitet auch die ganze Figur nichts; daher man z. B. in *Bamalip*, wie schon oben gezeigt wurde, auch auf Grund der Begriffsverhältnisse im Schlusssatze nicht das eigentliche particulare Urtheil mit seinen vier Möglichkeiten erhält, sondern nur jene Abart, welche aus der *conversio per accidens* entsteht. Am ehesten können noch diejenigen Modi Bedeutung in Anspruch nehmen, welche keine Umkehrung des Schlusssatzes voraussetzen, also *Fesapo* und *Freson*. Ein gut gewähltes Beispiel für den Schluss in diesen beiden Figuren giebt Ueberweg, Logik, § 117. Man wird sich aber vergeblich bemühen, irgend eine wichtigere Function der wissenschaftlichen Forschung aufzufinden, welche sich mit Vorliebe in dieser Schlussweise bewege. Daß übrigens die Schlussweise in der vierten Figur zulässig ist, wo sie sich irgend natürlich ergibt, versteht sich von selbst.

Mit der Frage nach dem wissenschaftlichen Werth der Figuren steht aufs engste die Behauptung der aristotelischen Logik im Zusammenhange, daß derjenige Schluss der vollkommenste und allein dem Ideal des Vernunftschlusses entsprechende sei, bei welchem der Mittelbegriff zugleich den Realgrund enthalte. Wir haben hier ein rechtes Stück Platonismus vor uns. Wenn die obersten

und allgemeinsten Begriffe und Grundätze zugleich die sichersten sind und sich im Absteigen des Begriffsystemes zum Einzelnen diese Sicherheit nur abschwächen kann, so muß jede Behauptung in dem Allgemeineren, aus dem sie sich herleiten läßt, ihre natürliche Stütze finden. Beobachtung und Empirie gelten nichts. Die Stellung auf der Stufenleiter der Begriffe entscheidet Alles und es kann danach kaum überhaupt einen Realgrund für etwas geben, der verschieden wäre von dem inneren, logisch-metaphysischen Bande, welches das Begriffsystem verbindet und das ganze System der Erkenntniß an die Ideenwelt knüpft.

Man darf hier von vorn herein den schroffsten Gegensatz in der modernen Logik erwarten, welche danach strebt, Alles auf den festen Boden der Thatfache zurückzuführen, von der unbedingt sichern einzelnen Wahrnehmung auszugehen und durch Combination der Wahrnehmungen zur Erkenntniß des Allgemeinen, d. h. der Gesetze, vorzuschreiten. Aristoteles blieb hier, wie in so manchem andern Punkte, in der platonischen Anschauung stecken, wiewohl er die Anfänge einer besseren Einsicht besaß. Dafs seine Lehre von der Induction ihn nicht dazu bringen konnte, den Schlüssen der dritten Figur eine gröfsere Bedeutung beizulegen, folgt schon aus der untergeordneten Stellung, welche er der Induction überhaupt in den Vorhöfen der eigentlichen Wissenschaft anwies.

Ganz aus dem gleichen Grunde konnte Aristoteles den so ungemein wichtigen Schlüssen, bei welchen der Mittelbegriff nicht den Grund, sondern nur irgend ein Erkennungszeichen, ein Merkmal, ein Beispiel u. s. w. enthält, nicht gerecht werden. Und doch wird unsere Erkenntniß mit Ausnahme der wenigen Wissenschaften, welche streng deductiv verfahren können, fast nur durch Schlüsse dieser Art erweitert und der gewöhnliche Gang ist der, dafs wir zuerst die Thatfache und erst nachher den Grund derselben erfassen.

Es ist übrigens nicht ohne Interesse, auch hier wieder zu sehen, wie wenig die aristotelische Technik sich um die Metaphysik bekümmert. Wiewohl Aristoteles principiell die Metaphysik über die Logik stellt, so bleibt doch die letztere von allen den zahlreichen Anforderungen der metaphysischen Erkenntnistheorie fast unberührt. So fällt es Aristoteles auch gar nicht ein, die zahlreichen Beispiele, welche er seiner Syllogistik einfügt, etwa so zu wählen, dafs wo möglich der Mittelbegriff den Grund enthält. Die Schlüsse sind ja

auch in formaler Hinsicht perfect, ohne den mindesten Einfluss jener metaphysischen Lehren, und, wie schon früher hervorgehoben: die formale Vollkommenheit fällt am besten in die Augen an möglichst nichtsagenden Beispielen.

Uebrigens ist die Forderung, daß der Mittelbegriff die Ursache enthalte, bei den neueren Aristotelikern, welche die modernen Naturwissenschaften anerkennen und welche, wie Trendelenburg und namentlich Ueberweg, schon zum Theil auf dem Boden der modernen Logik stehen, eine ungleich einseitigere und verwerflichere als bei Aristoteles selbst. Einmal nämlich bringen sie die metaphysische Forderung in die Technik hinein, während bei Aristoteles die formalen Elemente der Logik unvermittelt und daher unverfälscht neben den metaphysischen stehn bleiben; sodann aber schiebt sich ihnen der moderne Begriff der Causalität unter, den Aristoteles gar nicht kannte.

Für Aristoteles ist z. B. folgender Syllogismus: »Jedes Thier erkennt mit Hülfe sinnlicher Wahrnehmungsbilder. Der Mensch ist ein Thier, also erkennt er mit Hülfe sinnlicher Wahrnehmungsbilder« ein vollkommen, auch in Beziehung auf den Mittelbegriff den Forderungen der Erkenntnistheorie entsprechender Vernunftschluß. Das »Thier-Sein« des Menschen ist der vollgenügende Grund seines Erkennens durch sinnliche Wahrnehmungsbilder. Eine bloße Abstraction wird noch mit voller Unbefangenheit zu einem wirkenden Gegenstande gemacht, was heutzutage wohl keinem gründlichen Denker einfallen würde. Diese Abstraction ist aber freilich ein Glied in dem großen, vom Allgemeinen zum Befondern niedersteigenden Begriffssysteme, und als solche vermag sie nicht nur die Ursache im engeren Sinne, sondern auch Wesen, Bedingung und Zweck auszudrücken, die ja mit der bewegenden Ursache zusammen die vier metaphysischen Ursachen bilden.

Es hätte daher auch keines großen Streites darüber bedurft, ob Aristoteles in seinem bekannten Ausspruche *τὸ πρὶν γὰρ αἴτιον τὸ μέσον* die Ursache habe auf den Mittelbegriff oder den Mittelbegriff auf die Ursache zurückführen wollen. *) »Formale« ist der Mittel-

*) Vgl. die ausführliche Polemik Ueberwegs gegen Drobisch, *Logik*, § 101. Die beiden feindlichen Stichwörter: Aristoteles wolle »das Reale auf ein Formales zurückführen« oder vielmehr er wolle »das Formale durch die Beziehung auf das Reale vertiefen« sind gewiß beide nicht aristotelisch. Sobald Aristoteles im Fahr-

begriff nur für die logische Technik; in der Metaphysik ist er von vorn herein mit Leben und metaphysischem Inhalt begabt. Dafür muß es aber auch der richtige und richtig gestellte Mittelbegriff sein, der im Ober- und Unteratz kategorische Urtheile ergiebt und sich so zugleich als metaphysisches Zwischenglied in der großen Stufenreihe des Begriffsystems darstellt. In diesem Sinne ist die Forderung, daß der Mittelbegriff die Ursache enthalte, bei Aristoteles nichts Anderes, als die Forderung eines streng deductiven Verfahrens überhaupt, welches uns ja stets das *διότι* kennen lehrt, während die Induction nur zu *ὅτι*, zur Thatfache, führt. Sehr klar tritt diese Lehre hervor an der Stelle Anal. post. I. c. 13, wo unter Anderm das kostbare Beispiel von der Kugelgestalt des Mondes vorkommt. Es war gewiß einer der größten Triumphe der alten Naturwissenschaft, durch die Combination mathematischer Kenntnisse mit einem einfachen Schlusse die Kugelgestalt des Mondes aus der Form der Lichtstreifen nachzuweisen, welche dem beleuchteten Theile in gewissen Zeitabschnitten zuwachsen. Die Entdeckung mußte in einer Schlufsform ausgesprochen werden, bei welcher diese Zuwachstreifen den Mittelbegriff bilden. Aristoteles aber stellt, ohne diese naturwissenschaftliche Bedeutung des Schlusses auch nur zu erwähnen, ihm ganz ruhig den vollkommeneren Schluß entgegen, bei welchem die Kugelgestalt des Mondes einfach vorausgesetzt wird: »Ein kugelförmiger Körper hat diese Art von Lichtzuwachs. Der Mond ist kugelförmig. Also hat er diese Art von Lichtzuwachs.« Jetzt enthält freilich der Mittelbegriff den Grund, aber diese Schlufsweise hat in der Geschichte der Wissenschaften keine Rolle gespielt.

Gegenwärtig können wir eine reiche Entwicklung der positiven Wissenschaften überblicken und den logischen Faden ihres Fortschritts auffuchen. Fragt man nun aber, durch welche Art von Schlüssen die Wissenschaft am meisten gefördert worden ist, so wird die Antwort schwerlich zu Gunsten jenes Musterschlusses ausfallen. Der Philologe schließt z. B. auf das Alter einer Handschrift aus der Buchstabenform, d. h. von der Wirkung auf die Ursache, und nicht umgekehrt; der Naturforscher auf das Zusammenleben des

wasser seiner Metaphysik ist, kümmert er sich um die dürre Technik gar nicht mehr und verfährt mit ihren Bestandtheilen rein willkürlich. Metaphysisch aber ist der Mittelbegriff von vorn herein schon als solcher etwas Reales: die Zwischenstufe im lebendigen Begriffsystem zwischen Subject und Prädicat.

Menschen und des Höhlenbären aus dem gemeinfamen geologischen Vorkommen ihrer Knochen, oder auf den Luftdruck aus der Wirkung desselben auf das Barometer; der Mediziner aus den Symptomen auf die Krankheit, aus festgestellten Wirkungen auf die Natur eines Heilmittels. Man wende nicht ein, daß dies Inductions-schlüsse seien, die nicht hieher gehören! zunächst wäre damit noch mehr zugegeben, als wir behaupten; der Inductions-schluss ist doch auch ein Schluss, und zwar nach der aristotelischen Rangordnung einer der unvollkommensten, die man sich denken kann und jedenfalls nicht ein Schluss aus dem Realgrund als Mittelbegriff. Es läßt sich aber ein großer Theil jener Schlüsse in der That, unbeschadet ihrer inductiven Tendenz, auf einen Syllogismus der ersten Figur bringen, bei welchem niemals die Ursache Mittelbegriff ist. Dies ist aber auch ganz natürlich, da es sich ja in den positiven Wissenschaften in der Regel erst um Entdeckung des Causal-zusammenhangs handelt. So läßt sich z. B. der Schluss Franklins, welcher zur Erfindung des Blitzableiters Veranlassung gab, auf folgenden Syllogismus bringen: »Gleichartige Wirkungen haben gleichartige Ursachen. Blitz und elektrischer Funke haben gleichartige Wirkungen. Also haben Blitz und elektrischer Funke eine gleichartige Ursache. Der Untersatz mußte durch einen Inductions-schluss gewonnen werden; der Obersatz wird als Axiom angenommen. Der Schlussatz führt weiter zu dem Schlusse, daß der Blitz sich nur quantitativ von einem elektrischen Funken unterscheidet. Der Mittelbegriff des angeführten Syllogismus enthält nicht den Realgrund, warum Blitz und elektrischer Funke eine gleichartige Ursache haben; vielmehr wird durch einen Erkenntnisgrund a posteriori das aristotelische Prius, der Grund, erst erkannt. So machte Volta den Schluss: »Wenn verschiedene Metalle mit einander in Berührung kommen, entsteht eine elektrische Entladung. Die von Galvani beobachtete Zuckung des Froschschenkels wird bedingt durch gleichzeitige Berührung zweier Metalle; also findet bei jeder solchen Zuckung eine elektrische Entladung statt.« An dies Resultat des Syllogismus schließt sich alsdann unmittelbar der nur inductiv zu erreichende Satz, daß die elektrische Entladung Ursache der Zuckung ist und also auch umgekehrt jede solche Entladung in Folge der Berührung zweier Metalle im Froschschenkel, wenn sie demselben zugeleitet wird, eine Zuckung hervorrufen muß. — Der Schluss Newton's, welchem wir das allgemeine Gravitationsgesetz

verdanken, läßt sich auf folgenden Syllogismus bringen: »Eine Bewegung, welche genau dem Fallgesetz entspricht, muß auf eine Kraft zurückgeführt werden, welche mit der terrestrischen Schwerkraft identisch ist. Die Bewegung des Mondes entspricht genau dem Fallgesetz; also muß sie auf eine mit der terrestrischen Schwerkraft identische Ursache zurückgeführt werden.« Die Erweiterung des Schlusssatzes auf die übrigen Himmelskörper ergab sich sodann leicht oder war vielmehr *in dem Beispiel des Mondes schon antecipirt. In beiden Fällen enthält der Mittelbegriff den Erkenntnisgrund, aber nicht den Realgrund für die Statthaftigkeit des Schlusssatzes; was das erstere betrifft, so ist vielleicht nicht überflüssig zu erinnern, daß nicht deshalb bei jeder galvanischen Zuckung eine elektrische Entladung stattfindet, weil sich die beiden Metalle berühren, sondern umgekehrt deshalb die Berührung der Metalle Zuckung hervorruft, weil dieselbe mit einer elektrischen Entladung verbunden ist.

Ein flüchtiger Blick auf die Geschichte der Wissenschaften zeigt, daß es leicht wäre, solche Beispiele massenweise vorzubringen, und für die wichtigsten Errungenschaften des menschlichen Denkens. Dagegen wird es weit schwieriger sein, Beispiele zu finden, in welchen der Mittelbegriff den Realgrund enthält und welche dabei von dem Vorwurfe frei sind, den man der ganzen Syllogistik gemacht hat, daß im Grunde nur etwas erschlossen werde, was man vorher schon wußte. Das gut gewählte Beispiel bei Uebeweg, Logik 3. Aufl. S. 262, § 101: »Was das Pendel verlängert, verlangsamt den Gang desselben; Wärme verlängert das Pendel, also verlangsamt sie seinen Gang« entgeht diesem Vorwurf, weil der Obersatz aus der Rechnung abgeleitet werden kann und also nicht nothwendig schon ohne Vermittlung des Untersatzes den Schlusssatz als Specialfall in sich enthält. Es soll auch nicht gelegnet werden, daß Schlüsse dieser Art sowohl in der Wissenschaft als auch namentlich in der praktischen Anwendung wissenschaftlicher Sätze eine bedeutende Rolle spielen, allein diese ist doch immer auf einzelne untergeordnete Erweiterungen unsrer Kenntnisse beschränkt, während diejenigen Schlüsse, welche uns durch Vermittlung eines bloßen Zusammentreffens erst auf die Entdeckung eines Causalzusammenhangs führen, mit den eigentlichen Inductionschlüssen zusammen uns überall die Grundlagen liefern, auf denen die weitere Erkenntnis aufgebaut wird.

Die hypothetisch-deductiven Schlussreihen liefern uns zwar auch, falls der Ausgangspunkt derselben schliesslich durch die Erfahrung bestätigt wird, eine Erweiterung unfrer Einsicht in den urfachlichen Zusammenhang der Dinge, allein einen blofs hypothetisch angenommenen Realgrund kann man schwerlich als wirklichen Realgrund im Sinne der »objectivistischen« Logik gelten lassen und da die ganze Theorie schliesslich doch nur durch die Erfahrung so viel Geltung erhält, dafs wir sie als objectiv richtig ansehen, so ist der wahre Schluss, durch welchen erst eine Uebereinstimmung des Gedachten mit der Wirklichkeit erschlossen wird, in allen solchen Fällen im Grunde nur folgender: »Eine formal consequente Theorie kann als objectiv richtig betrachtet werden, wenn sie von der Erfahrung bestätigt wird. Die Theorie, dafs u. s. w., wird von der Erfahrung bestätigt; also kann sie als objectiv richtig betrachtet werden.« Die Bestätigung durch die Erfahrung ist aber gewifs nicht der Realgrund der Richtigkeit einer Theorie.

Mathematische Schlüsse müfsten wohl, als vorzüglich vollkommene Schlüsse, sämmtlich durch den Realgrund erfolgen, wenn diese Schlussweise die allein wahrhaft wissenschaftliche wäre. Es ist aber nichts weniger der Fall als dies. Zunächst kann man die zahlreichen, oft ganzen Reihen von Folgerungen zu Grunde liegenden Schlüsse apagogischer Art aussondern, welche sämmtlich andrer Natur sind, denn einen negativen Realgrund kann es nicht geben; sodann alle diejenigen, welche sich auf eine Hilfsconstruction stützen; denn es kann ja z. B. nicht der innere Grund dafür, dafs das Quadrat der Hypotenuse gleich der Summe der Quadrate der beiden Katheten ist, darin liegen, dafs bei Anwendung irgend einer der zahlreichen Hilfsconstructionen an den zerschnittenen Theilen dieser Quadrate die Richtigkeit der Behauptung sich nachweisen läfst.

Genau genommen kann es freilich in der reinen Mathematik gar keinen Realgrund geben, weil es sich überall nur um Verhältnisse unfrer Anschauung handelt. Man kann jedoch im Sinne unfrer logischen Frage dasjenige Verhältnifs als Realgrund ansehen, aus welchem die andern, damit unzertrennbar zusammenhängenden, hervorgehen; so z. B. beim Kreise die Eigenschaft, dafs sämmtliche Punkte der Peripherie vom Mittelpunkte gleich weit entfernt sind. Aber auch so wird man darauf gelangen, dafs auffallend viele Schlüsse, ja die Grundlegung ganzer Disciplinen,

auf einer Schlufsweise beruhen, welche diefer Bedingung nicht entspricht.

In Ueberwegs ausführlicher Deduction des II. Euklidifchen Axioms (Logik, 3. Aufl. S. 305 u. ff. § 110) kann man z. B. den dritten Schlufs als einen Schlufs aus dem Grunde gelten laffen: »Gleiche Gröfsen können für einander fubftituirt werden. Die Winkel KGH und DHF find gleiche Gröfsen; alfo können fie für einander fubftituirt werden.« Zwar ift »Gleichheit« durchaus nichts in den Dingen. Es ift ein Verhältnifsbeffriff unfrer Anfchauung, aber ein fundamentaler, aus welchem die Möglichkeit der vorzunehmenden Operation abzuleiten ift. Ganz anders verhält es fich aber mit dem Axiom, dafs zwei Gröfsen, welche einer Dritten gleich find, auch einander gleich fein müffen. Diefer Grundfatz, welchem Ueberweg im zehnten Schlufs den Mittelbeffriff entnimmt, ift trotz feiner axiomatifchen Natur blofs ein Erkennungsmittel der Gleichheit zweier Gröfsen durch eine Operation in der Anfchauung, zu welcher uns zufällig eine dritte Gröfse dienen kann. Der innere Grund der Gleichheit der beiden erfteren kann aber unmöglich in diefer Beziehung zu einer dritten liegen. In Schlufs 14 gehört wenigftens das negative Merkmal zweier graden Linien, dafs fie nicht in ihrer ganzen Ausdehnung zufammenfallen, nicht dem Grunde an. In Schlufs 15 ift das apagogifche Verfahren angewandt; u. f. w. —

In der Begründung der Differenzialrechnung wird mit graden Linien operirt, um die Eigenfchaften einer Curve zu beftimmen. Diefe Linien find ein Hülfsmittel unfrer Anfchauung, ein Erkennungszeichen, aber fie enthalten nicht den Grund, warum die Curve fich an einem gegebenen Punkte in beftimmter Richtung fortbewegt. Wenn man das bekannte Verhältnifs $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ fich einem Grenzwerthe nähern läßt, indem die endliche Differenz in das Differenzial übergeht, fo kann man mit Recht behaupten, dafs der Differenzialquotient einen beftimmten Werth hat, aber diefer Werth ift indirect ermittelt, während er doch ohne Zweifel feinen Grund unmittelbar in der Befchaffenheit der Curve, oder in dem Verhältniffe der Functionsänderung zum Zuwachs der Veränderlichen hat.

Wir fehen alfo, wie die ariftotelifche Erkenntnißlehre überall die Wichtigkeit der indirecten Erfaffung der Wahrheit verkennt. Und doch ift diefe das grofse Mittel, durch welche wir unfre heu-

tigen Wissenschaften gewonnen haben. Es ist daher kein Zufall, daß fast alle großen Erfinder und Entdecker aus der Zeit der Begründung der modernen Wissenschaften sich ihres Gegensatzes gegen Aristoteles und die Scholastik wohl bewußt waren. Dieser Gegenatz dauert heutzutage noch fort und er verräth sich besonders in der Behandlung der Logik. Die Grundsätze der modernen Logik, welche mit dem Entwicklungsgange der positiven Wissenschaften im Einklange steht, sind überall eingedrungen, aber noch nirgend recht durchgedrungen. Die höheren Gebiete werden von Mathematikern und Naturforschern, sowie von Statistkern bearbeitet, welche sich meist wenig um den Zusammenhang ihrer Sätze mit den Elementen der Logik bekümmern. Es fehlt also das Band der Einheit zwischen den wichtigsten Gebieten der Methodologie und der logischen Grundlagen aller Methoden. Wir werden im folgenden Abschnitte versuchen, dies Band herzustellen. Für jetzt haben wir noch einige Bemerkungen zu machen über das Verhältniß der Thatsache zur demonfirten Nothwendigkeit und über die Modalität in der Syllogistik.

Wir haben schon oben im zweiten Capitel gesehen; daß alle Nothwendigkeit nur eine bedingte ist (S. 41) und daß das apodiktische Urtheil keineswegs eine höhere Gewißheit ausdrückt als das assertorische. Nichts kann gewisser sein, als die einfache Thatsache, das Ergebniß unmittelbarer Wahrnehmung. Für die Syllogistik ist also die überlieferte Anwendung der Regel *conclusio sequitur partem debiliorem* auf Schlüsse aus Urtheilen verschiedner Modalität gänzlich zu verwerfen (S. 54).

Man darf diesen Punkt nicht zu leicht nehmen. Auch hier scheiden sich zwei Weltanschauungen, von denen die eine das menschliche Denken in der Stufe der Kindheit beherrscht hat, während die andre dem gereiften, zu ächter wissenschaftlicher Einsicht befähigten Denken zukommt. Die ganze aristotelisch-scholastische Weltanschauung beruht auf dem unbedingten Uebergewicht des *διότι* über das *ὅτι*. So gerechtfertigt dies Uebergewicht sein würde, wenn wir überall der obersten Principien und des Grundes der Erscheinungen völlig gewiß wären, so hinfällig wird es, wenn wir sehen, wie das *διότι* nur ein Spiel der Dialektik ist, wie die vermeintliche Deduction aus unbedingt gewissen Principien nur zu willkürlichen Constructionen und unhaltbaren metaphysischen Systemen führt. Aber selbst da, wo die Deduction aus allgemeinen

Principien ihre höchste wissenschaftliche Berechtigung hat, vermag sie nicht völlig den Nachweis der Thatfache zu ersetzen. Wir erinnern an das bekannte Beispiel der Entdeckung des Neptun. Nirgend ist die Deduction aus den einmal angenommenen Principien wohl sicherer, als in der Astronomie. Gleichwohl würden die Rechnungen Leverriers verhältnißmäßig geringe Bedeutung gehabt haben, wenn man nicht gleich darauf den Neptun wirklich gefunden hätte. Die Bestätigung der Nothwendigkeit durch die Wirklichkeit war es, was die wissenschaftliche Welt in Bewegung setzte.

In der Syllogistik hat die vermeintliche höhere Gewißheit des Apodiktischen gegenüber dem Assertorischen zu einer Gedankenlosigkeit sonder Gleichen geführt. Während Aristoteles noch aus einem apodiktischen Oberfatze und einem assertorischen Unterfatze ganz richtig einen apodiktischen Schlusfatze hervorgehen läßt, wandten Theophrast und Eudemus, von dem Bestreben geleitet, die formale Logik nach allen Seiten abzurunden und consequent zu machen, auch hier die Regel an, *conclusio sequitur partem debiliorem*, und dieser Unsinn hat sich bis in die neueste Zeit hinein forterhalten. Hier hätte schon der gesunde Menschenverstand Einsprache erheben und zu erneuter Untersuchung veranlassen müssen, da Schlüsse dieser Art im täglichen Leben wie in den Wissenschaften ungemein häufig sind. Man betrachte folgende, leicht aufgegriffene Beispiele!

»Ein regelmäsig wiederkehrender Komet muß eine elliptische Bahn verfolgen. Der Enke'sche Komet ist ein regelmäsig wiederkehrender. Also muß er eine elliptische Bahn verfolgen.«

»Ein rotirender Körper, welcher nicht absolut starr ist und von einem andern angezogen wird, muß nothwendig früher oder später seine Umdrehungsbewegung verlieren. Die Erde ist ein solcher Körper; also muß sie«, u. f. w. —

»Wasser in communicirenden Röhren steht nothwendig gleich hoch. Das Grundwasser der Flußthäler ist Wasser in communicirenden Röhren. Also steht es nothwendig überall gleich hoch.«

»Ein in sich zerrütteter Staat muß nothwendig früher oder später äußeren Feinden erliegen. Polen war ein solcher Staat. Also mußte es«, u. f. w. —

»Erleichterung des Credits hebt nothwendig die Gewerthätigkeit. Gut geleitete Banken erleichtern den Credit. Also müssen sie auch die Gewerthätigkeit heben.«

»Wer wohlfeiler verkauft als er einkauft, muß Verlust erleiden. N N thut dies; also muß er auch Verlust erleiden.«

»Maffenvertilgung der Maikäfer muß nothwendig auch eine Verminderung der Engerlinge herbeiführen. Die Mafsregeln der Regierung bringen eine Maffenvertilgung der Maikäfer hervor; also müffen sie auch« u. f. w.

Befonders charakteriftisch ift, dafs der fonft fo behutfame Ueberweg, der fich in diefem Punkte noch arglos für Theophrast und Eudem entfcheidet, felbft in feiner Logik die durchaus richtige Schlußweife anwendet. In feiner fchon oben erwähnten Deduction des 11. Euklid'schen Axioms hat der 6. Syllogismus folgenden Gang: »Zwei ungleiche Winkel . . . müffen, u. f. w. Die Winkel BGH und KGH find zwei Winkel diefer Art. Also müffen sie, u. f. w. — Die gleiche Schließweife wiederholt fich im 12. Syllogismus, fowie im 13. und 14. (wo die apodiktifche Bedeutung des Ausdrucks »kann nur« klar genug ift). —

Man fieht übrigens auch leicht, dafs gerade in den mathematischen Beifpielen die Berechtigung des apodiktifchen Schluffatzes befonders evident ift. Es kommt Alles darauf an, dafs die apodiktifche Prämiffe auch wirklich Nothwendigkeit, die affertorifche thatfächliche Wirklichkeit ausdrücke. Ift das »Müffen« oder die »Nothwendigkeit«, wie es fo oft vorkommt, Ausdruck eines unvollkommenen Beweifes, wo nicht gar bloßer Vermuthung, fo verlangt natürlich die Strenge des logifchen Verfahrens erft recht, dafs diefer Ausdruck auf den Schluffatz übergehe. Die Bedingtheit des »Nothwendigen« kann, wenn man fich an den Sprachgebrauch und das alltägliche Denken hält, durch alle möglichen Zwifchenstufen bis zum Ausdruck der Ungewifsheit herabfinken. Grade in folchen Beifpielen begnügt fich aber das alltägliche Denken, welches ftets auf Abkürzung gerichtet ift und die Genauigkeit gern dafür fahren läßt, fehr häufig mit der affertorifchen Form des Schluffatzes, die dann im Grunde nicht für die apodiktifche, fondern für die problematifche fteht. Die exacte Logik kann hierin nur einen neuen Antrieb finden, fich von der Sprachform zu befreien; denn wie fehr auch die letztere fich dem natürlichen und gewöhnlichen Denken anfchmiegt, fo ift es doch nicht Sache der Logik diefer Natürlichkeit zu huldigen, fondern vielmehr zu fcheiden und klar zu ftellen, was wirklich logifch ift in den Gebilden der Sprache und was nicht.

Eigenthümlich gestaltet sich die Sache, wenn die apodiktische Prämisse den Unterfatz bildet. Hier liefs Aristoteles den Schlusfatz assertorisch werden, worin sich sein sorgfältiges aber rein empirisches Verfahren verräth. Auch für uns werden die meisten ohne befondre Auswahl aufgegriffenen Beispiele hier auf einen Schlusfatz in assertorischer Form führen, während doch das Princip zu verlangen scheint, das jeder Ausdruck des Apodiktischen wie des Problematischen, welcher sich in den Prämissen findet, auch auf den Schlusfatz übergehe.

Die Sache wird klar, wenn wir den Unterschied von Ober- und Unterfatz bei den Subfumtionschlüssen, die wir hier zunächst in's Auge fassen, genau feststellen. Der Oberfatz giebt die Regel; der Unterfatz die Thatfache, welche unter die Regel gebracht wird. Ist nun die Regel zwingend und die Thatfache wirklich unter dieselbe gehörend, so ergibt sich mit Leichtigkeit, das dieser Zwang im Schlusfatz seinen Ausdruck finden mus. Die Bedingtheit des Zwanges findet damit ebenfalls ihren Ausdruck. Hat nun aber der Oberfatz assertorische Form, während der Unterfatz apodiktisch ist, so bezieht sich der Zwang dieser Apodikticität gar nicht auf den eigentlichen Inhalt des Schlusfatzes, sondern nur auf das Recht ihn zu bilden. Vernachlässigt man dies, so kann dadurch ein ganz falscher Schluss entstehen, wenn man versuchen will, den Ausdruck des Apodiktischen in den Schlusfatz überzuführen. So namentlich bei blofs inductiv geltendem Oberfate. Man könnte z. B. schliessen: »Alle Wirbelthiere besitzen ein vom Rückenmark gefondertes Gehirn. Der Amphioxus gehört erwiesenermassen zu den Wirbelthieren; also besitzt er auch erwiesenermassen ein vom Rückenmark gefondertes Gehirn.« In diesem Falle ist der Schlusfatz materiell falsch; allein auch wenn er richtig wäre, dürfte nicht behauptet werden, das er erwiesen sei; weil eben der Oberfatz nicht als Ausdruck unzweifelhafter Wirklichkeit angesehen werden darf. Man kann solche inductiv gewonnenen Sätze als assertorisch gelten lassen, wie man ihren Inhalt als berechtigt gelten läst; nämlich gleichsam provisorisch, in Anbetracht der Kürze des menschlichen Lebens und der unabweisbaren Nothwendigkeit, sich gewöhnlich in unvollkommenen Denkformen zu bewegen. Sobald aber die Schärfe der Logik herausgefordert wird, kann sie solche Oberfätze nicht mehr als wirklich assertorisch gelten lassen.

Ist der Oberfatz ein deducirter Satz, bei welchem jedoch der

Ausdruck der Nothwendigkeit weggelassen wurde, so schließt sich der Unteratz an diese Deduction an, und wenigstens in dem Falle daß die Art des Beweises dieselbe ist, folgt im Schlusssatz ein Nothwendigkeitsurtheil, einerlei ob man die Nothwendigkeit besonders hervorhebt oder nicht. Als Beispiel diene: »Weltkörper ohne Atmosphäre haben kein organisches Leben. Der Mond ist, wie man beweisen kann, ein Weltkörper ohne Atmosphäre. Also kann man auch beweisen, daß er kein organisches Leben hat.« So auch, wenn der Oberatz axiomatisch ist: »Zwei Größen, welche einer dritten gleich sind, sind auch unter sich gleich. Die Winkel α und β müssen beide dem Winkel γ gleich sein. Also müssen sie auch unter sich gleich sein.« Ebenso steht es in den verhältnißmäßig seltenen Fällen, in welchen der Oberatz eine unmittelbar wahrgenommene Thatfache enthält. Z. B.: »Der Rhein treibt mit Eis. Das Wasser, welches wir dort sehen, muß nothwendig der Rhein sein. Also muß dasselbe mit Eis treiben.« »Der Congo mündet auf der Westküste Südafrikas. Livingstones »Luababa« muß nothwendig der (obere) Congo sein. Also muß derselbe an der Westküste Südafrika's münden.«

Unrichtig wäre dagegen folgender Schluß: »Wer gestohlen hat, wird mit Zuchthaus bestraft. Es ist bewiesen, daß N gestohlen hat. Also ist auch bewiesen, daß er mit Zuchthaus bestraft wird.« Der Oberatz kann hier als Rechtsregel ausnahmslose Geltung beanspruchen; aber nicht als Ausdruck der Thatfache. Der Thäter kann z. B. entfliehen oder sterben, bevor er bestraft wird. Der Beweis kann sich daher über die Sphäre des Oberatzes nicht mit erstrecken. Will man sich im Schlusssatze mit der gleichen Art von Genauigkeit ausdrücken, so kann man allerdings ohne erheblichen Verstoß sagen: »Also wird N mit Zuchthaus bestraft.« Dies gilt zumal dann, wenn es eine ausgemachte Sache ist, daß der objective Beweis zur Bestrafung genügt. Immerhin geht dabei ein Theil der Wahrheit verloren und vollständiger würde der Schlusssatz lauten: »Also wird N auf Grund eines Beweises mit Zuchthaus bestraft.« Ebenso geht ein Theil des Inhaltes verloren, wenn man aus zwei Prämissen der Nothwendigkeit schließt: M muß P sein; S muß M sein; also muß auch $S - P$ sein. Die vollständige Folge würde lauten: also muß auch S nothwendig P sein. Die beiden Ausdrücke der Nothwendigkeit besagen nicht dasselbe; der eine geht auf die Nothwendigkeit der Behauptung und stammt

aus dem Unterfatz; der andre trifft die Nothwendigkeit des Inhaltes der Behauptung und stammt aus dem Oberfatz. Die Weglassung des einen ist schlechthin conventionell und kann das Princip nicht stürzen, daß jeder Ausdruck der Modalität, welcher in einer der beiden Prämissen vorkommt, auch auf den Schlusfsatz übergehen sollte.

Bei der Möglichkeit stimmt diese Forderung im Resultate, wenn auch nicht in der Begründung, überein mit der scholastischen Regel *conclusio sequitur partem debiliorem*; so lange nämlich die zweite Prämisse ein assertorisches Urtheil ist. Ist dieselbe ein Nothwendigkeitsurtheil, so greift in erster Linie wieder die Regel Platz, daß sowohl der Ausdruck des Problematischen als auch derjenige des Apodiktischen in den Schlusfsatz übergehen müssen. So in folgenden Beispielen: »Ein Weltkörper, dessen Bahn die Erdbahn kreuzt, kann mit der Erde zusammenstoßen. Es ist erwiesen, daß die Bahn des Biala'schen Kometen die Erdbahn kreuzt. Also ist erwiesen, daß der Biala'sche Komet mit der Erde zusammenstoßen kann.« »Ein chemisch-physikalisches Gesetz, welches nur scheinbare und durch besondere Umstände zu erklärende Ausnahmen zuläßt, ist nothwendig in der Natur der Materie begründet. Das Gesetz von Dulong und Petit ist vielleicht ein solches. Also ist es auch vielleicht ein nothwendiger Ausfluß der Eigenschaften der Materie.«

Aristoteles, in dessen System eine solche Verbindung von Möglichkeit und Nothwendigkeit nicht passen will, nähert sich hier schon der von seinen Nachfolgern aufgestellten Regel. Er schließt z. B.: Alle M sind nothwendig P ; alle S können M sein; also können alle $S - P$ sein.« Dabei fällt ein Ausdruck der Nothwendigkeit weg. Vollständiger würde der Schluss lauten: »Also ist es möglich, daß alle S nothwendig P sind.« — Durch seine Auffassung der Möglichkeit als einer Eigenschaft der Dinge kommt Aristoteles zu einigen Schlüssen, welche von seinem Standpunkt aus ganz richtig sind, während sie nicht nur von seinen strengen formalistischen Nachfolgern verworfen wurden, sondern auch aus der modernen Logik unbedingt entfernt werden müssen. So schließt er z. B. (vgl. Prantl I, 288 u. ff.): »Nothwendigerweise ist kein $B - A$. Möglicherweise ist alles $C - B$. Also (assertorisch) ist kein $C - A$.« Die Richtigkeit dieses Schlusses kann allerdings nur apagogisch bewiesen werden. Er folgt nicht unmittelbar aus den

Prämiffen, fondern fetzt den Hülfsatz voraus, dafs Möglichkeit und Nothwendigkeit des Gegentheils in den Dingen fich ausschließen. Aristoteles fhließt. fo: Gefetzt irgend ein C fei A . Dann wird diefer Satz combinirt mit dem umgekehrten Oberfatz: Nothwendigerweife ift kein $A - B$. Nun ift A Mittelbegriff und man fhließt (nach Ferio): Nothwendiger Weife ift einiges C nicht B . Dies aber widerfpricht der Behauptung, dafs alles $C - B$ fein kann; alfo ift das contradictorifche Gegentheil der gemachten Vorausfetzung richtig und kein C ift A . Diefer Schluß wird unmöglich, fobald der Möglichkeitsbegriff ftreng formal und fubjectiv gefafst wird. Vielleicht ift alles $C - B$; vielleicht aber auch nicht; vielleicht gar keines, vielleicht fogar nothwendig keines.

V.

Das disjunctive Urtheil und die Elemente der Wahrscheinlichkeitslehre.

Wir haben gesehen, daß es eine befondre Syllogistik der Modalität nicht geben kann, daß vielmehr jeder Ausdruck der Modalität, wie schon Lorenzo Valla und Vives erkannten, schlechthin wie ein anderer adverbialer Ausdruck zu behandeln ist; die Reductionen vorbehalten, welche die Bequemlichkeit der Sprache auf Kosten der logischen Genauigkeit vorzunehmen pflegt. — Auch das hypothetische Urtheil bringt keine neuen Formen der logischen Technik mit sich. Es stimmt, wie namentlich Herbart gezeigt hat, in allen wesentlichen Punkten mit dem kategorischen überein, und die hypothetischen Schlüsse können an denselben Raumbildern veranschaulicht werden, wie die entsprechenden kategorischen. Dieses Verhältniß ist von den neueren Logikern, insbesondere auch von Drobisch und Ueberweg so klar dargestellt worden, daß wir uns nicht weiter dabei aufzuhalten brauchen. Nur im Vorbeige ein Wort über die Frage, ob etwa, wie Herbart und seine Nachfolger wollen, jedes kategorische Urtheil in der Logik nur als ein hypothetisches aufzufassen sei, oder ob, wie die Erkenntnistheoretiker wollen, der Satz A ist B die Behauptung in sich schliesse, daß A existire.

Diese beiden Behauptungen stehen sich keineswegs rein contradictorisch gegenüber, und es muß daher in jedem Falle zunächst der Gegenstand der Behauptung scharf bestimmt werden. Vor allen Dingen ist festzuhalten, daß die formale Logik mit ihren Begriffsformen und Begriffsverhältnissen sich nur auf Gegenstände überhaupt bezieht, ohne irgend einen Zweifel daran, daß einer

dieser Formen auch Gegenstände entsprechen; denn für die logische Technik sind das gedachte und durch Sphärenbilder veranschaulichte A und B , S und P u. f. w. selbst schon Gegenstände. Insofern also kann nicht behauptet werden, daß der kategorische Ausdruck A ist B und der hypothetische: »Wenn A ist, so ist B « identisch seien. Der erstere behauptet schlechthin die Unterordnung der ganzen Begriffssphäre von A unter B , und diese Behauptung ist und bleibt kategorisch. Man kann nicht die Existenz der bloß gedachten Begriffssphäre von einer Bedingung abhängig machen. Für den Gedanken mit seiner Beziehung auf Gegenstände überhaupt ist die Sache damit endgültig abgeschlossen, daß A dem B untergeordnet wird. Der Bedingungssatz dagegen, wenn A ist, so ist B , bezieht sich naturgemäß auf die einzelnen Gegenstände, oder auf die Fälle, in welchen mir A , und damit auch B , gegeben wird: Wo immer, oder so oft mir ein A vorkommt, wird auch B vorhanden sein. Hierauf führt die Genesis des hypothetischen Urtheils aus dem temporalen und hierauf beschränkt sich auch die logische Technik. Will man statt dessen den Zweifel einführen, ob dem A in der Wirklichkeit überhaupt etwas entspreche, so muß man auch zuerst den Begriff dieser Wirklichkeit einführen, und damit verläßt man schon den Boden der reinen Technik und begiebt sich auf das Gebiet der angewandten Logik. Wenn man vollends fragt, ob in Sätzen wie »Gott ist gerecht« die Existenz Gottes vorausgesetzt werde oder nicht, so geht das die reine Logik gar nichts an, denn diese hat es gar nicht mit dem Inhalt der Sätze zu thun, sondern allein mit der Form. Die Form ist in diesem Falle diejenige eines kategorischen Satzes und diese setzt das Vorhandensein ihrer Gegenstände (nicht die »Wirklichkeit« in irgend einem materiellen Sinne) voraus. Ob aber die Form in einem gegebenen Falle richtig angewandt ist, mag derjenige prüfen, welcher sie anwendet. Hier steckt also noch ein Zweifel, der den Schein einer bloß hypothetischen Geltung auf die logische Form werfen kann, während er bloß ihrer Anwendung gebührt.

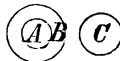
Mit dem disjunctiven Urtheil steht es nun aber völlig anders als mit dem hypothetischen. Zwar hat man dasselbe früher als eine bloße Nebenart des hypothetischen behandelt, allein ohne alle Einsicht in das Wesen der Sache. Neuere Logiker, namentlich Sigwart und Lotze haben hier tiefer gesehen. Sigwart lehrt ganz richtig (Logik I § 37), daß das disjunctive Urtheil stets ein

einfaches Urtheil voraussetzt, welches den Kreis der Möglichkeiten umschließt, und ein disjunctives, welches dieselben aufzählt. Die Lehre (§ 37. 10), daß das disjunctive Urtheil sich auf zwei hypothetische zurückführen lasse, erklärt er für richtig, allein es folge daraus nicht, daß dem disjunctiven Urtheil neben dem hypothetischen keine selbständige Bedeutung zukomme. »Denn eine Verneinung als Grund einer Bejahung zu behaupten, ist nur möglich, wenn die Disjunction bereits feststeht. Nur wenn feststeht, daß das Licht entweder Materie oder Bewegung ist, kann das Urtheil ausgesprochen werden, Wenn das Licht nicht Materie ist, ist es Bewegung.« Die letztere Bemerkung ist wieder durchaus richtig; ob aber das disjunctive Urtheil sich wirklich »auf zwei hypothetische Urtheile zurückführen« lasse, ist ernstlich in Frage zu ziehen. Jedenfalls ist dies nicht in dem Sinne wahr, in welchem sich z. B. das copulative Urtheil auf zwei einfache zurückführen läßt. Hier bleiben die verschiedenen einfachen Urtheile, aus denen sich das copulative zusammensetzt, unverändert.

Ganz anders verhalten sich die beiden hypothetischen Urtheile, aus denen man das disjunctive ableiten will. A ist entweder B oder C führt man zurück auf die Urtheile: »Wenn A nicht B ist, so ist es C «, und »Wenn $A - B$ ist, so ist es nicht C «. Von diesen beiden Urtheilen ist das erste, für sich genommen, ganz wohl vereinbar mit dem Satze: »Wenn $A - B$ ist, so ist es ebenfalls C «, und er könnte also z. B. durch folgendes Sphärenbild dargestellt werden:



Der zweite Satz, für sich genommen, kann auf sehr verschiedene Weise dargestellt werden, z. B.:



Sobald nun aber die beiden Sätze mit einander in Verbindung gebracht werden, so daß von ein und demselben A , B und C zwei verschiedene, einander näher bestimmende Ausagen gemacht werden, entsteht erst die Form, welche dem disjunctiven Urtheile entspricht, und die wir etwa durch folgendes Sphärenbild darstellen können:



Diese Form stellt noch kein disjunctives Urtheil dar, wohl aber ein *divisives* und der Gedanke der Eintheilung eines Ganzen in zwei Theile liegt dann auch der eigenthümlichen Verbindung jener zwei hypothetischen Urtheile zu Grunde. Es sind also genau genommen nicht die zwei hypothetischen Urtheile als solche, denen das disjunctive entspricht, sondern es ist die eigenthümliche Art ihrer Verbindung, in welcher in der That die Disjunction schon vorausgesetzt ist.

So bemerkt auch Lotze ganz richtig (Logik, S. 94) man pflege das disjunctive Urtheil mit dem copulativen und remotiven zusammenzustellen, aber mit Unrecht. »Trotz der äußerlichen Analogie der Form haben beide nicht den gleichen logischen Werth mit dem disjunctiven. Das erste ist nur eine Sammlung positiver; das andere eine Sammlung negativer Urtheile von gleichem Subject und verschiedenen Prädicaten; welche letztere in gar keine logisch wichtige Beziehung zu einander gesetzt werden. Das disjunctive Urtheil allein drückt ein eigenthümliches Verhältniß seiner verschiedenen Glieder aus: es giebt seinem Subject gar kein Prädicat, schreibt ihm aber die nothwendige Wahl zwischen einer bestimmten Anzahl verschiedener vor.« Lotze führt dann weiterhin sowohl das *dictum de omni et nullo*, als auch den Satz vom ausgeschlossenen Dritten auf das »disjunctive Grundgesetz« zurück: »Von jedem allgemeinen P , welches als Merkmal in dem Allgemeinbegriff M enthalten ist, kommt jedem S , welches eine Art von M ist, eine seiner Modificationen p^1 , p^2 , p^3 mit Ausschluß der Uebrigen als Prädicat zu; und von jedem allgemeinen P , welches aus dem Begriffe M ausgeschlossen ist, kommt jedem S , als einer Art von M , weder die eine noch die andre seiner Modificationen p^1 , p^2 oder p^3 zu.«

Unserm leitenden Gedanken folgend werden wir uns vor allen Dingen an der räumlichen Anschauung über das Wesen des disjunctiven Urtheils zu orientiren suchen. Lambert, der mit seinen Linien sonst die logischen Verhältnisse sehr gut darzustellen wußte, bemerkt, das disjunctive Urtheil lasse sich nicht zeichnen, und zwar weil es nichts Positives setzt (Organon I, S. 116). Dies ist nun aber nicht richtig; vielmehr ist das disjunctive Urtheil ganz so positiv, wie das kategorische, da ja in jedem disjunctiven auch ein kategorisches enthalten ist. Das Entweder — oder — oder bildet in dieser Urtheilsart stets einen festgeschlossenen Kreis; die Zahl

der Glieder mag noch so groß, oder auch selbst unbestimmt sein. Das Subject des Urtheils wird stets dem Oberbegriff der coordinirten Prädicate mit aller Bestimmtheit untergeordnet, und nur die Wahl des bestimmten, in diesem Falle passenden Prädicates bleibt offen. Daraus ergibt sich die Möglichkeit, das disjunctive Urtheil durch zwei Raumbilder darzustellen, deren Synthesis erst das Urtheil darstellt; und zwar müssen diese beiden Bilder offenbar den beiden Urtheilen entsprechen, von denen das disjunctive selbst die Synthesis ist: einem kategorischen und einem divisiven. Da nun aber hier, namentlich im divisiven Urtheile ganz neue Verhältnisse auftreten, so läßt uns die Zeichnung mittelst Sphären im Stich, und wir müssen uns nach einer zweckmäßigeren umsehen, welche in bequemer Weise die Eintheilung eines Ganzen in feine Theile darstellt. Dies geschieht am einfachsten durch Rechtecke in folgender Weise:



Das erste Bild zeigt uns ein kategorisches Urtheil, bei welchem P , wenn es nicht mit dem zweiten übereinstimmen müßte, ebensowohl nach gewöhnlicher Weise durch einen Kreis dargestellt werden könnte. Der Subjectsbegriff ist nicht durch einen Kreis oder ein Rechteck, sondern durch ein Kreuzchen oder einen Punkt darzustellen, um anzudeuten, daß es nicht eine Art oder Gattung, sondern ein einzelner, bestimmter Gegenstand ist, welcher hier das Subject bildet. Das Kreuzchen wird an eine beliebige Stelle in den Raum des Prädicates eingezeichnet, mit dem Vorbehalt, daß es irgendwo innerhalb desselben hingehöre. Diese Darstellung des Unbestimmten dadurch, daß man ein Bestimmtes mit dem Vorbehalt der Veränderlichkeit setzt, haben wir ja auch schon in den gewöhnlichen Raumbildern des kategorischen Urtheils anzuwenden, und es ist die Anschauung einer Bewegung der einen Sphäre in der andern oder eines Punktes im Rechteck, welche uns hier zu Hülfe kommt. Der Punkt S ist also in P beweglich zu denken. Er kann überall innerhalb dieses Raumes sein, da der Satz nichts weiter ausagt, als daß er überhaupt in den Raum, welcher den Umfang von P darstellt, hineingehört. Diese Annahme der Verschieblichkeit in der Anschauung ist also hier nicht neu, wohl aber gewinnt sie beim disjunctiven Urtheil eine erhöhte Bedeutung.

Das zweite Raumbild zeigt uns das Verhältniß der Gattung P zu ihren Arten p_1, p_2, p_3 u. f. w., wobei namentlich darauf Gewicht zu legen ist, daß die Raumbilder der Arten sich unmittelbar aneinanderanschließen und in ihrer Gesamtheit die Gattung ausmachen. Man könnte dies, wenn man so viel als möglich bei den beliebten Kreifen stehen bleiben wollte, auch etwa in folgender Weise darstellen:



allein man geräth mit dieser Zeichnungsweise in's Gedränge, sobald man dazu übergeht, die einzelnen Gattungen quantitativ und vergleichend zu betrachten und den Raum, welcher ihren Umfang darstellt, als commensurabel anzunehmen oder auch hypothetisch gleich zu setzen. Grade in diesen Annahmen aber liegt die so ungemein folgenreiche Fortentwicklung der modernen Logik aus dem Princip des disjunctiven Urtheils begründet.

Bevor wir darauf eingehen, wollen wir noch eine Bemerkung machen über das Verhältniß des disjunctiven Urtheils zu den hypothetischen, welche man aus ihm entnehmen kann. Wenn es auch richtig ist, daß das disjunctive Urtheil: A ist entweder B oder C bestimmt wird durch die beiden hypothetischen: Wenn A nicht B ist, so ist es C und: Wenn $A - B$ ist, so ist es nicht C ; so erschöpfen doch diese Urtheile keineswegs den Inhalt des disjunctiven. Vielmehr ist in gleicher Weise auch noch aus denselben zu entnehmen: Wenn A nicht C ist, so ist es B und: Wenn $A - C$ ist, so ist es nicht B . Schon in dem einfachsten Falle der bloßen Dichotomie lassen sich also dem disjunctiven Urtheile vier hypothetische Urtheile entnehmen. Bei einer dreigliedrigen Eintheilung steigt diese Zahl auf 12; denn man darf Urtheile wie z. B.: Wenn A weder B noch D ist, so ist es C nicht außer Acht lassen. Sie sind oft kleine aber wichtige Stationen auf dem schrittweise ansteigenden Wege der Forschung. Wenn sie dies aber auch nicht wären, so lägen sie doch im disjunctiven Urtheil begründet und alle möglichen Combinationen seiner Glieder mit Entweder-oder, sowie mit Weder-noch haben formal gleiche Berechtigung. Daraus aber ergeben sich, wenn man von den Urtheilen aus unvollständiger Disjunction noch absteht, schon bei vier Gliedern 28, bei fünf 60, bei sechs 124, bei sieben 252 u. f. w., und allgemein bei n Gliedern:

$$2 \times \left(n + \frac{n \cdot (n-1)}{1 \cdot 2} + \frac{n \cdot (n-1) \cdot (n-2)}{1 \cdot 2 \cdot 3} + \dots + \frac{n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \dots \cdot 2}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot (n-1)} \right)$$

Diese Formel*) enthält, wie man sieht, die Summe der Combinationen von n Gegenständen zu je 1, d. h.: Wenn A , dann weder B , noch C u. f. w.; Wenn B , dann weder A , noch C u. f. w.; ferner zu je 2 Gegenständen: Wenn entweder A oder B , dann weder C , noch D , noch E u. f. w.; zu je 3 Gegenständen: Wenn entweder A oder B oder C , dann weder D u. f. w.; bis zu $n-1$ Gegenständen: Wenn entweder A oder B u. f. w. dann nicht X , wenn X als letztes Glied der Disjunction angenommen wird. Die ganze Summe muß schließlic mit 2 multiplicirt werden, weil jede Combination sowohl positiv als negativ vorkommt.

Disjunctionen von einer ziemlich großen Zahl von Gliedern bieten sich naturgemäß gar nicht selten dar; so bei den Flächen der regelmässigen Körper, unter denen der Würfel mit seinen sechs Flächen das beliebteste Beispiel und Veranschauligungsmittel in der Wahrscheinlichkeitslehre geworden ist. Niemand wird hier den 124 hypothetischen Urtheilen, welche sich aus dem disjunctiven: S ist entweder p_1 oder $p_2 \dots p_6$ entnehmen lassen, die Priorität zuerkennen, und so mag auch diese Betrachtung dazu dienen, die Ursprünglichkeit und Originalität des disjunctiven Urtheils nach allen Seiten festzustellen.

Eine fernere Bemerkung haben wir noch zu machen hinsichtlich des Gegensatzes zwischen den Gliedern des disjunctiven Urtheils. Dieser Gegensatz ist zwischen je zwei Gruppen von Gliedern, welche zusammen den ganzen Umfang des Prädicatsbegriffes aus-

*) Eine einfachere Formel, welche zu demselben Ziele führt, ist $2 \times (2^n - 2)$. Ueber die Begründung derselben vgl. *Jacobi Bernoulli ars conjectandi*, Basil. 1713, p. 82—85. Dafs hier statt $2^n - 1$ gesetzt werden muß $2^n - 2$, folgt aus der Weglassung der n ten Classe der Combinationen, bei welcher lauter positive Glieder und kein negatives vorkommen würden, oder umgekehrt. Die Multiplication mit 2 ergibt sich wieder daraus, dafs jeder positiven Combination auch eine negative entspricht. — Man erhält übrigens eine noch ungleich gröfsere Zahl hypothetischer Sätze, sobald man auch diejenigen mit unvollständiger Disjunction in Betracht zieht, wie z. B.: Wenn p_1 , dann nicht p_k oder p_{k+1} , wo p_k ein beliebiges Glied in der Reihe von p_1 bis p_n , wenn n die Anzahl der Glieder ist, bezeichnet. Hier sind die Sätze mit positivem Vorderatz und negativem Nachatz durchaus richtig und berechtigt; nicht aber umgekehrt, weil kein contradictorischer Gegensatz (s. weiter unten) vorhanden ist. Man kann höchstens schliessen: Wenn nicht p_1 , dann vielleicht p_k , ein Schluss, der von geringem Werthe ist.

machen, stets ein contradictorischer, da nicht nur die Bejahung der einen Gruppe die Verneinung der andern, sondern auch die Verneinung der ersteren die Bejahung der letzteren in sich schließt. Allerdings ist dies nicht jener wüste contradictorische Gegensatz von A und $Non A$, bei welchem, wenn A irgend einen bestimmten Begriff umfaßt, unter $Non A$ alle möglichen, auch die heterogensten Gegenstände gehören müßten. Man könnte den contradictorischen Gegensatz letzterer Art als den absoluten, den aus dem disjunctiven Urtheil erwachsenden als den relativen bezeichnen, da er ja nur unter Beziehung auf den übergeordneten Gattungsbegriff seine Geltung hat. Es ist jedoch leicht zu zeigen und ist schon von Lotze (Logik S. 96 u. ff.) hinlänglich gezeigt worden, daß jenes absolute $Non A$ ein Unding ist, und daß im Grunde zu jedem Gegensatz ein übergeordneter Begriff gedacht werden muß, aus dessen Eintheilung der Gegensatz entsteht. Es ist auch ganz richtig und wird durch die Anschauung des Raumbildes bestätigt, daß im Princip des disjunctiven Urtheils das Gesetz des ausgeschlossenen Dritten enthalten ist. Das *Dictum de omni et nullo*, welches Lotze ebenfalls erst hier finden will, liegt nach unserer Auffassung schon im kategorischen Urtheil und muß sich also aus dem disjunctiven eben deshalb entwickeln lassen, weil dasselbe ein kategorisches enthält.

Zwischen je zwei beliebigen Gliedern oder Gruppen von Gliedern besteht das Verhältniß der wechselseitigen Ausschließung auch dann, wenn sie nicht zusammen die vollständige Disjunctionsreihe ausmachen. Der Gegensatz ist dann kein contradictorischer mehr; es ist zwar unmöglich diese beiden Glieder gleichzeitig dem Subjecte zuzusprechen, wohl aber kann man sie ihm beide absprechen. Man kann hier sogar eine neue Folge hypothetischer Sätze (vgl. die vorhergehende Anmerkung) aufstellen, in der Form: Wenn p_1 , dann nicht p_2 , oder: wenn entweder p_1 oder p_2 , dann weder p_3 noch p_4 , allein diese Sätze gelten nur positiv, und lassen sich nicht in die entsprechende Negation verwandeln, vorausgesetzt natürlich, daß die Zahl der Glieder größer ist als p_2 , beziehungsweise p_4 . Diese Art des Gegensatzes kann man zweckmäßig als den disjunctiven bezeichnen. Zwar hat Herbart dafür die Bezeichnung conträr eingeführt und diese Bezeichnungsweise hat auch außerhalb seiner Schule hie und da Anklang gefunden, allein sie leidet an dem großen Fehler, daß der Ausdruck »conträrer Gegensatz«

traditionell und nicht nur in der Logik, eine tief eingewurzelte andre Bedeutung hat, die sich nicht so leicht völlig wird verdrängen lassen. Man versteht darunter das aristotelische *ἐναντίον*, also Gegensätze wie kalt und warm, schwer und leicht, hell und dunkel. Mit dieser Art von Gegensatz hat im Grunde die formale Logik gar nichts zu schaffen, was Herbart verleitete, die Bedeutung des Ausdrucks so zu modificiren, daß er wieder einem wirklichen Gegensatz auf logischem Gebiete entsprach. Allein, wenn der conträre Gegensatz auch streng genommen nicht in die formale Logik gehört, so ist er doch um so wichtiger für die bequeme Bezeichnung der Erscheinungen, welcher das tägliche Leben bedarf. Die strenge Wissenschaft giebt einen bestimmten Temperaturgrad als wirklich vorhanden an und kümmert sich nicht darum, ob man diesen nun »kalt« oder warm finden wolle. Das tägliche Leben aber umfaßt mit diesen beiden Ausdrücken und ihren Steigerungen oder Einschränkungen die ganze Scala der gewöhnlich vorkommenden Temperaturen. Einen solchen Ausdruck umzupfropfen, bloß deshalb, weil er einmal in die Logik eingeführt ist, erscheint unzweckmäßig und man thäte daher besser, den Ausdruck »conträrer Gegensatz« ganz aus der Logik zu verbannen, wenn man ihn nicht für die einander gegenüberstehenden Endpunkte einer geordneten Begriffsreihe verwenden will.

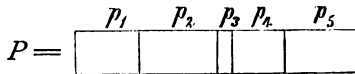
Man kann nämlich sehr häufig die disjuncten Begriffe nach irgend einem Princip, wie z. B. Farben nach der Brechbarkeit der Strahlen, ordnen. Alsdann bilden die Endpunkte der Reihe einen Gegensatz, welcher dem aristotelischen *ἐναντίον* entspricht. Allein auch dieser Gegensatz hat im Grunde keine logische Bedeutung. Für die formale Logik ist es vollständig gleichgültig, ob die zu ordnende Begriffsreihe nach einem materiellen Princip geordnet werden kann, wie bei den Farben, oder nach einem bloß formalen, wie bei den Flächen eines Würfels oder bei einer Anzahl von Kugeln, die in eine Urne gelegt werden. Es mag daher in der That am besten sein, den Begriff des conträren Gegensatzes, welchen Aristoteles, wie so vieles andre Fremdartige, in die Logik hineingebracht hat, aus derselben zu entfernen und ihn dem volksthümlichen Sprachgebrauch zu überlassen, der seine conträren Begriffe, wie hell und dunkel, groß und klein, kalt und warm u. s. w. nicht entbehren kann.

Nirgendwo mehr als bei den disjunctiven Begriffen wird der Ausdruck »Möglichkeiten« angewandt und nirgend scheint er

besser zu passen und mehr Anspruch auf eine besondere logische Bedeutung zu haben. Gleichwohl findet Alles, was wir im zweiten Capitel über den Begriff der Möglichkeit gelehrt haben, auch hier seine unbestreitbare Anwendung. Wenn man den Satz ausspricht: S ist entweder p_1 , oder p_2 , p_n , und man bezeichnet alsdann p_1, p_2 p_n als die verschiedenen Möglichkeiten für S , so hat dieser Ausdruck durchaus keinen andern Sinn, als den, daß diese disjuncten Prädicate die verschiedenen Fälle bezeichnen, welche eintreten können, wenn $S - P$ ist und P der Oberbegriff zu p_1, p_2 p_n . Dieses »Können« aber beruht auf keiner verborgnen Kraft in den Begriffen oder ihren Gegenständen, sondern es ist wieder der bloße Anthropomorphismus statt des Ausdrucks der Wirklichkeit: die verschiedenen Fälle, welche vorhanden sind, oder in welche der Hauptfall, dessen Eintreten bejaht worden ist, sich zerlegen läßt.

Wenn wir nun dazu übergehen, die höheren Gebiete der wissenschaftlichen Logik, welche erst die neueren Jahrhunderte hervorgebracht haben, vor allen Dingen die Grundlagen der Wahrscheinlichkeitslehre aus dem disjunctiven Urtheile abzuleiten, so soll damit keineswegs gesagt sein, daß diese Grundlage den ersten Entdeckern des neuen Gebietes klar im Bewußtsein gelegen habe. Noch weniger finden wir, daß die Erfinder von unsern einfachen Raumbildern zur Entwicklung ihrer Sätze Gebrauch gemacht hätten. Sie wußten jedoch klar genug, daß es sich in den ihrer Betrachtung unterliegenden Fragen um ein Entweder — oder, um die richtige Abschätzung coordinirter Möglichkeiten handelte, und sie hatten statt der abstracten Linienzeichnungen, wie sie für die logische Untersuchung passen, concretere Raumformen vor sich, durch deren Anschauung sie sich leiten ließen: die Münze mit ihren beiden Flachseiten, den Würfel, eine Urne mit einer Anzahl gleicher Kugeln u. s. w. — Daß aber die Anschauung an solchen Raumbildern dieselben Dienste thun muß, und nur weniger einfach und allgemein ist, als diejenige an unsern Linienzeichnungen bedarf kaum weiterer Erörterung. Auch mit der Anschauung eines Würfels, wie mit derjenigen eines in sechs Felder getheilten Rechtecks, ist die unmittelbare Ueberzeugung verbunden, daß es in allen analogen Fällen durchaus ebenso sein müsse, wie in dem vorliegenden, und damit ist die Möglichkeit gegeben, der Anschauung axiomatische, apriori gültige Sätze zu entnehmen, welche der ganzen weiteren Entwicklung zu Grunde liegen.

Betrachten wir das Raumbild,



welches eine Eintheilung des Begriffes P darstellen soll, so ist leicht zu zeigen, daß die verschiedene Ausdehnung der Felder p_1 bis p_5 die Bedeutung hat, daß der Umfang der untergeordneten Begriffe im Verhältnisse dieser Ausdehnung verschieden ist, oder was dasselbe sagen will, daß die Häufigkeit, mit welcher man einen Fall der Classe p_1 erwarten darf, sich zu derjenigen von p_2 oder von p_3 verhält, wie die Ausdehnung der betreffenden Felder.

Wenn man nämlich in dem Satze: S ist entweder a oder b oder c den Umfang von a in zwei beliebige Theile theilt, welche a_1 und a_2 heißen sollen, so kann man nunmehr behaupten: S ist entweder a_1 oder a_2 oder b oder c . Die beiden eben erst vereinigten Glieder a_1 und a_2 stehen jetzt genau in demselben disjunctiven Gegensatz zu einander und zu den übrigen Gliedern der Disjunction, wie vorher a . Auf diese Weise kann man die Theilung von a und ebenso von b und von c beliebig fortsetzen: man behält stets eine vollständige Disjunction und jedes einzelne Theilglied verhält sich zu den andern und zum Ganzen genau wie sich früher die größeren Glieder verhielten. Es ist dies auch ganz natürlich, da die Zusammenfassung der Gegenstände in die Classen a, b, c immer nur ein Hülfsmittel der Ordnung und ein Werk der Abstraction ist. Genau genommen entspricht nur je ein einzelner Fall, der unter a oder b oder c enthalten ist, der Voraussetzung. S ist a oder b oder c , und zwar einerlei, ob letzteres Substanz- oder Merkmalbegriffe oder Bezeichnungen eines Geschehens sind. Ein Mensch kann entweder Europäer oder Asiate oder Afrikaner oder Amerikaner oder Australier sein. Theilt man noch in Australier oder Polynesier, so bleibt das Verhältniß des disjunctiven Gegensatzes dasselbe. Es bleibt aber auch dasselbe, wenn man z. B. den Begriff »Europäer« in vollständiger Eintheilung auflöst in: Engländer, Deutscher, Russe u. f. w., während man an den andern Stellen die höheren Begriffe stehen läßt. Man hat dann keine reine Coordination mehr, keine lobenswerthe Eintheilung, allein das Verhältniß des Gegensatzes zwischen je zwei beliebigen Gliedern, oder je einem und der Summe aller übrigen, oder zwischen zwei beliebigen

Gruppen bleibt durchaus dasselbe. Man kann also auch ganz paradox gruppieren und z. B. die Aufstellung machen: Entweder Deutscher oder Engländer oder Amerikaner, und wenn Ja in Beziehung auf diese Gruppe, dann Nein für die Summe aller übrigen Glieder. — In gleicher Weise kann man auch zwei oder mehr beliebige Glieder in eins zusammenziehen und für diese Summe eine neue Gesammtbezeichnung in die Reihe eintreten lassen. In der so veränderten Reihe wird das Verhältniß der Glieder zu einander und zum Ganzen durchaus dasselbe sein, wie in der früheren. Will man z. B. von einem Subject S ausagen, daß es irgend eine Farbe habe, so kann man die Farben zunächst eintheilen nach der gewöhnlichen Eintheilung des Spectrums in Roth, Orange, Gelb, Grün, Blau, Indigo und Violett, und alsdann behaupten, daß S entweder die eine oder die andere dieser sieben Farben haben müsse. Wenn man nun das Indigo mit dem Blau zusammenzieht und also nur sechs Farben unterscheidet, so bleibt das Verhältniß der Disjunction durchaus dasselbe, nur daß der Umfang von Blau, wenn man Indigo mit darunter begreift, um so viel größer wird.

Etwas anders stellt sich die Sache beim Würfel und den ähnlichen Fällen dar, wo jede der vorhandenen Möglichkeiten nur einen einzigen Fall zu umfassen scheint und daher eine weitere Theilung der disjuncten Glieder nicht möglich ist. Man sieht jedoch zunächst, daß die Summierung mehrerer Glieder genau in derselben Weise ausführbar ist, wie bei den obigen Beispielen. So kann man z. B. die Summe der mit einer ungraden Zahl bezeichneten Fläche der Summe der übrigen entgegenstellen und man hat dann eine Disjunction in zwei Glieder statt in sechs. — Aber auch die vereinzelt Fläche eines Würfels kann eine Summe von Gegenständen oder Fällen bezeichnen. Sobald man nämlich bei fortgesetztem Würfeln unter p_1 alle diejenigen Fälle versteht, in welchen die mit I bezeichnete Fläche oben bleibt, unter p_2 diejenigen, in welchen die Fläche II oben bleibt, u. s. w. bis p_6 für die Fläche VI , so kann man das Raumbild aufstellen:

$$\begin{array}{c} P \\ \boxed{Sx} \end{array} \quad P = \quad \boxed{p_1} \boxed{p_2} \boxed{p_3} \boxed{p_4} \boxed{p_5} \boxed{p_6}$$

Wenn man nun unter S das Resultat eines bestimmten Wurfes versteht, so bedeutet das Raumbild nicht nur, daß derselbe eine der Flächen I , II u. s. w. nach oben bringen muß, sondern auch,

dafs der neue Wurf damit zu einer Classe von Würfeln gehört, die einen bestimmten Umfang hat. Dieser Umfang kommt durch eine Zeitfolge zu Stande, welche hier als räumliche Ausdehnung angefaßt wird. Dies geschieht nach einem Princip, dessen Allgemeinheit wir in einem späteren Capitel zeigen werden. Der Umfang der sechs Classen von Würfeln muß aber in diesem Falle gleich groß gesetzt werden, wiewohl dies der Wirklichkeit niemals völlig entsprechen wird. Sowohl constante Urfachen, wie z. B. Ungenauigkeit in der Construction des Würfels, als auch die Schwankungen des Zufalls werden in einer bestimmten Anzahl von Würfeln das Resultat stets ungleich machen; da es jedoch gänzlich unbekannt bleibt, in welchem Sinne diese Ungleichheit ausfällt, so kann man *a priori*, aus der Anschauung des Würfels, nur die völlige Gleichheit der sechs Umfangsgebiete annehmen. Anders wäre es freilich, wenn die Zahlen für $p_1, p_2 \dots p_6$ bei einem bestimmten Würfel empirisch ermittelt würden. In diesem Falle müßte die sich ergebende Ungleichheit der einzelnen Gebiete in das Raumbild aufgenommen werden und wenn damit streng genommen auch nur das Ergebnifs der begrenzten, bei der Untersuchung angewandten Zahl von Würfeln bezeichnet werden kann, so wird doch das Resultat auch auf unfre Erwartung für eine neue Reihe von Würfeln Einfluß üben müssen.

Hiermit haben wir nun aber schon den Boden der Wahrscheinlichkeitslehre betreten. Die Möglichkeiten des disjunctiven Urtheils verwandeln sich in Wahrscheinlichkeiten, sobald ihnen eine bestimmte Größe beigelegt wird, welche abhängt von dem Verhältnisse des Umfangs der einzelnen Möglichkeit zur Summe aller Möglichkeiten. Da nun aber diese Möglichkeiten nichts sind als Summen der Fälle, in welchen sich der übergeordnete Begriff durch irgend einen der untergeordneten verwirklicht, so ist klar, daß die Gesamtsomme derselben der Gewißheit gleichkommen muß. Wenn es fest steht, daß $S = P$ ist, und daß $P = p_1 + p_2 + \dots + p_n$, so steht es auch fest, daß S entweder p_1 oder $p_2 \dots$ oder p_n ist. Es ist dabei gleichgültig, ob die relative Größe von p_1, p_2 u. s. w. empirisch ermittelt ist, oder ob sie *a priori* feststeht wie beim Würfel. Ebenso ist es gleichgültig, ob es sich um die Wahrscheinlichkeit eines Wirklichen, aber zur Zeit Unbekannten handelt, oder um die Wahrscheinlichkeit eines Zukünftigen nach den bekannten Bedingungen seines Eintretens. Die einzelnen Mög-

lichkeiten oder die Umfanggebiete der Specialfälle können, wie sich aus der Betrachtung des Raumbildes

$$\frac{P_1 P_2}{P_3}$$

ergiebt, nur Bruchtheile des Ganzen fein, welches die Gewifsheit in sich schließt. Welchen Werth man dem Ganzen beilegen will, ist natürlich im Wesentlichen gleichgültig, da es sich nur um Verhältnifsgrößen handelt. Der Einfachheit der Rechnung wegen hat man das Ganze der Disjunction, welches die Gewifsheit bedeutet, mit 1 bezeichnet, so dafs also alle Wahrscheinlichkeitsgrößen als ächte Brüche erscheinen.

Der historische Gang bei der Entdeckung dieses neuen Gebietes der formalen Logik war freilich ein ganz anderer. Man begann nicht mit der logischen Wahrscheinlichkeitslehre, sondern mit der Rechnung, und auch hier nicht mit den allgemeinen Principien, sondern mit Lösung bestimmter Probleme. Nicht die Logik, sondern das Spiel mit seinen Ausichten auf Gewinn und Verlust war das Interesse, welches die ersten Versuche leitete; und als man begann, die Logik des Wahrscheinlichen auszubilden, geschah es nicht in Anknüpfung an die geläuterte aristotelische Logik, sondern in Opposition gegen Alles, was man bisher Logik genannt hatte. Bekanntlich tritt diese Opposition bei Descartes scharf hervor, der das Kind mit dem Bade ausschüttete, indem er einige Regeln zur Leitung des Verstandes an die Stelle der ganzen Logik setzen will. Damit wird die Aufgabe der Erkenntnistheorie mit der reinen Logik verwechselt und eine nichts weniger als zwingende Annahme über die Natur der Wahrheit und der menschlichen Erkenntnis tritt an die Stelle jener apriori gültigen Sätze, welche die unveräußerliche Grundlage jeder Logik bilden. Dafs diese Sätze, gleich den Axiomen der Mathematik, auf Anschauung ruhen, haben wir im Bisherigen nachzuweisen versucht. Sie haben also von vornherein ein verwandtes Element mit den Principien der Wahrscheinlichkeitsrechnung, welches jedoch erst ganz allmählig zu einer engeren Verbindung führte, und welches bei gründlicher Untersuchung zu einer völligen Verschmelzung führen mufs. Zunächst versuchte freilich der Verfasser der berühmten *Logique ou l'art de penser* (Paris 1664) die Principien der eben erst von Pascal entdeckten Wissenschaft mit den Regeln Descartes' zu verschmelzen und daraus eine Art von Methodologie herzustellen,

welche der geläuterten aristotelischen Logik angehängt wurde. Damit aber wurden zum Nachtheil der weiteren Entwicklung die mathematischen Grundlagen verlassen, in welchen ein der formalen Logik verwandtes apriorisches Element liegt. Grade die ersten mathematischen Principien der Wahrscheinlichkeitsrechnung sind zugleich logischer Natur und wenn wir überhaupt zwischen der Wahrscheinlichkeitsrechnung und der allgemeinen Wahrscheinlichkeitslehre unterscheiden, so bezieht sich diese Unterscheidung nicht auf die Principien, sondern auf die weitere Ausführung. Die Rechnung hat es mit der exacten Lösung bestimmter Probleme zu thun, die logische Lehre untersucht die Anwendbarkeit jener Principien im Allgemeinen und versucht den Charakter und das logische Wesen der mathematischen Methoden aufzuweisen.

Der erste, der mit voller Klarheit und Schärfe die ausgedehnte Anwendbarkeit der Principien der Wahrscheinlichkeitsrechnung auf Fragen verschiedenster Art erkannte, war Jakob Bernoulli. Er war es auch, der, anknüpfend an ein Capitel der »*Art de penser*« die empirische Ableitung der Wahrscheinlichkeit zur Geltung brachte*), während in den Problemen der Glücksspiele überall nur die apriori, durch die Bedingungen des Spiels feststehenden Wahrscheinlichkeiten zur Geltung kamen. Indem er zugleich das »Gesetz der großen Zahlen« in einem bestimmten mathematischen Sinne als richtig nachwies — ein Beweis, über den er nach seiner eigenen Angabe zwanzig Jahre lang nachgedacht hatte — wurde er der eigentliche Begründer der numerischen Methode, deren ungemeine Leistungsfähigkeit selbst in unsern Tagen noch bei weitem nicht hinlänglich erkannt ist. Eine echt philosophische Leistung sind namentlich auch die Definitionen der Gewissheit, Wahrscheinlichkeit, Möglichkeit, Unmöglichkeit, Nothwendigkeit, der moralischen Gewissheit, des Zufalls und des Glücks, welche er zu Anfang des vierten Theils seiner berühmten *Ars conjectandi* entwickelt. Sein Neffe Daniel Bernoulli stellte zuerst das Gesetz auf, nach welchem die »moralische Hoffnung« von der mathematischen abhängt: ein Gesetz, dessen Uebereinstimmung mit dem psychophysischen Grundgesetz**) einen weiten Ausblick auf eine zukünftige

*) S. *ars conjectandi*, pars IV., p. 225, wo der »*Auctor artis cogitandi*« als *magni acuminis et ingenii vir* bezeichnet und auf Cap. 12 und die folgenden des letzten (IV.) Theiles der *art de penser* Bezug genommen wird.

**) Vgl. hierüber Fechner, *Psychophysik*, Leipzig 1860. I. S. 236 u. ff. —

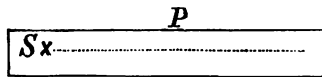
exacte Behandlung der psychologischen und socialen Wissenschaften eröffnet. Aber erst Laplace unternahm es, in seinem »Philosophischen Versuch über die Wahrscheinlichkeiten« die einfachsten Grundlagen der Rechnung, die nothwendigen Axiome der mathematischen Disciplin, möglichst vollständig aufzufuchen und unmittelbar an diese Rechnungsgrundsätze Betrachtungen über die allgemeine Bedeutung der Wahrscheinlichkeit im Leben und in den Wissenschaften anzustellen.

Die erkenntnistheoretische Seite der neuen Wissenschaft blieb aber auch bei Laplace und seinen Nachfolgern bis auf die Gegenwart im Dunkeln. Man leitete die Axiome ab aus der Betrachtung bestimmter Beispiele, bei denen die Anschauung an Münzen, Würfeln, Kugeln in einer Urne u. f. w. ihre Dienste thut, ohne principiell gewürdigt zu werden. Poisson freilich spricht bei Gelegenheit des Beweises für das Gesetz der großen Zahlen den Satz aus, daß wir jedes beliebige Problem der Wahrscheinlichkeitsrechnung uns zur Fixirung der Begriffe so vorstellen können, als handle es sich um den Zug einer weißen Kugel aus einer Anzahl von Urnen, welche Kugeln verschiedener Farbe enthalten. Allein auch in diesem, der Wahrheit nahe kommenden Satze ist die Allgemeinheit und Nothwendigkeit dessen, was wir an der Anschauung eines einfachen Raumbildes ermitteln, nicht ausgesprochen.

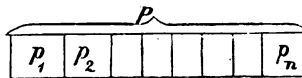
Wir wollen nun versuchen, die einfachsten Grundsätze der Wahrscheinlichkeitsrechnung aus dem disjunctiven Urtheile hervorgehen zu lassen und sie an dem Raumbilde für das disjunctive Urtheil zur Anwendung zu bringen. Ist das logische Verhältniß der Wahrscheinlichkeitsrechnung zum disjunctiven Urtheile wirklich das von uns angenommene, so muß sich das, was die Mathematiker herkömmlicher Weise an Münzen, Würfeln und Kugeln in einer Urne demonstrieren, an dieser einfachen Linienzeichnung ebensowohl veranschaulichen lassen.

Wir erinnern daran, daß wir das disjunctive Urtheil S ist entweder p_1 oder $p_2 \dots p_n$ durch die Combination zweier Raumbilder veranschaulichen, welche zwei Urtheile darstellen, deren Synthesis das disjunctive ist: zunächst das kategorische Urtheil $S - P$:

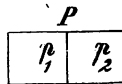
Ferner meine Schrift über die Arbeiterfrage, 3. Aufl. (Winterthur 1875.) S. 113 u. ff. — Schäffle, Bau und Leben des socialen Körpers. 1. Bd. Tübingen 1875. S. 110 u. ff. —



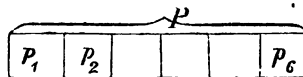
wobei S gedacht werden muß als irgendwo in P befindlich. Um diese Unbestimmtheit innerhalb der bestimmten Grenzen zu veranschaulichen, nehmen wir bekanntlich die Vorstellung der Bewegung des Punktes S durch den ganzen Raum von P zu Hülfe. Hier haben wir die Unbestimmtheit noch durch eine Reihe von Punkten darzustellen versucht. Mit diesem Urtheile verbindet sich nun das divifive: $P = p_1 + p_2 \dots + p_n$:



In der Anschauung der Phantasie, die sich leicht auch noch durch Zeichnung unterstützen ließe, kann man nun mit diesem letzteren Raumbilde ausreichen, indem man sich S durch den ganzen Raum von p_1 bis p_n wandernd, aber nirgend Ruhe findend vorstellt. Bedeutet S die nach oben fallende Seite einer geworfenen Münze, so haben wir das Raumbild eines nur zweigliederigen Entweder-oder,

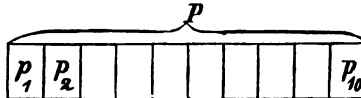


wo P die Summe der flachen Seiten bedeutet, die an der Münze vorhanden sind, p_1 die eine und p_2 die andre derselben. Der Raum muß zwischen p_1 und p_2 gleich getheilt werden, da wir die Voraussetzung machen, daß beide Seiten gleich leicht nach oben fallen. Das Verhältniß von p_1 zu P ist $1 : 2$, die Wahrscheinlichkeit also, daß diese bestimmte Seite nach oben falle $= 1/2$. Ebenso natürlich für p_2 . Unser Raumbild hat dabei noch den Vorzug, daß wir die Halbiring des Raumes von P unmittelbar vor uns sehen. Ebenso verhält es sich im Falle des Würfels:



Hier bezeichnet P wieder die Summe der Möglichkeiten. Daß, wenn der Würfel geworfen wird, irgend eine seiner sechs Flächen schliesslich oben bleibt, gilt als gewiß. Der Gesamtraum p_1 bis p_n stellt also wieder die Einheit dar, die Wahrscheinlichkeit oben zu bleiben ist für alle sechs Flächen gleich und für jede einzelne

$= \frac{1}{6}$. — Haben wir eine Urne mit zehn Kugeln, in welche ich greifen werde, um eine derselben herauszuziehen, so sind zehn, ebenfalls als gleich zu betrachtende Möglichkeiten vorhanden. S bedeutet die gezogene Kugel, $p_1, p_2 \dots p_{10}$ die einzelnen Kugeln, oder vielmehr die Wahrscheinlichkeiten, das je eine bestimmte derselben gezogen werde, und P die Summe dieser Wahrscheinlichkeiten.



Die Wahrscheinlichkeit, eine einzelne, bestimmte Kugel zu ziehen, ist, wie man sieht $\frac{1}{10}$; das man überhaupt eine beliebige ziehen werde, also die Summe der 10 Möglichkeiten ist als gewis zu betrachten, wird also durch den Gesamttraum von $P = 1$ dargestellt. Die Mathematiker pflegen gewöhnlich zur genaueren Veranschaulichung anzunehmen, das unter den 10 Kugeln eine weisse und neun farbige oder schwarze seien. Man fragt dann, wie gros die Wahrscheinlichkeit sei, die weisse Kugel zu ziehen, und die Antwort ist natürlich wieder $\frac{1}{10}$, da der Wahrscheinlichkeitsraum für die weisse Kugel nach der Voraussetzung weder grösser noch kleiner sein kann, als für irgend eine der schwarzen. Diese Annahme hat für manche Probleme ihre Vorzüge, hat aber auch den Nachtheil, das man dabei immer wieder erinnern mus, das es sich mit der weissen Kugel um kein Haar anders verhalte, als mit einer beliebigen einzelnen schwarzen Kugel. Denn da die Voraussetzung ist, das der Ziehende die Farbe nicht unterscheiden kann, so ist der Fall für jede einzelne der 10 Kugeln, die weisse inbegriffen, durchaus derselbe. Die Annahme übrigens, das eine der Kugeln eine weisse sei, entspricht mehr den Voraussetzungen eines Spiels, bei welchem dann die neun schwarzen Kugeln nicht mehr als einzelne in Betracht kommen, sondern collectiv gefasst werden. In der That sieht man leicht, das der Wahrscheinlichkeit, die weisse Kugel zu ziehen, diejenige, irgend eine schwarze zu ziehen, ergänzend gegenübersteht, denn beide Fälle zusammen entsprechen der Gewisheit, das ich überhaupt eine Kugel ziehen werde, sei sie nun weis oder schwarz. Gehen wir nun auf die Sätze zurück, welche wir oben über die Natur des disjunctiven Urtheils entwickelt haben, so sehen wir leicht, das die Wahrchein-

lichkeit, irgend eine der neun schwarzen Kugeln, sei es, welche es wolle, zu ziehen, gleich ist der Summe der einzelnen Wahrscheinlichkeiten für jede bestimmte schwarze Kugel. Diese Summe ist aber $\frac{9}{10}$ und diese Wahrscheinlichkeit steht nun derjenigen von $\frac{1}{10}$ für die weiße Kugel so gegenüber, daß beide zusammen die Gewissheit ausmachen und daß zwischen der einen und der andern dieser beiden Möglichkeiten ein contradictorischer Gegensatz stattfindet.

Ganz wie wir oben beim disjunctiven Urtheil sahen, können nun auch zum Zweck der Wahrscheinlichkeitsrechnung die Möglichkeiten beliebig getrennt und verbunden werden und immer wird sich zwischen je zwei Summen, welche zusammen dem eingetheilten Ganzen entsprechen, der contradictorische Gegensatz wieder herstellen. Untersuchen wir z. B. beim Würfel,

p_1	p_2	p_3	p_4	p_5	p_6
-------	-------	-------	-------	-------	-------

wie groß die Wahrscheinlichkeit ist, daß eine mit einer ungraden Zahl bezeichnete Fläche nach oben kommt, so haben wir das Maß der Wahrscheinlichkeit für p_1 , p_3 und p_5 zu addiren. Wir finden $\frac{3}{6}$ oder $\frac{1}{2}$. Hieraus ergibt sich schon ohne specielle Untersuchung, daß auch das Maß der Wahrscheinlichkeit des contradictorischen Gegentheils $\frac{1}{2}$ ist, d. h. daß sich die Wahrscheinlichkeiten für den Wurf einer ungraden und den einer graden Zahl gleich stehen. Ihre Summe ist wieder die Gewissheit. Will ich wissen, wie groß die Wahrscheinlichkeit ist, entweder 1 oder 6 zu werfen, so habe ich die beiden entsprechenden Umfangsgebiete zu addiren; ich erhalte also $\frac{2}{6}$ oder $\frac{1}{3}$ und für das contradictorische Gegentheil $\frac{2}{3}$.

Wenn in einer Urne 12 Kugeln liegen, welche mit den Zahlen 1, 2, 3 u. s. w. bezeichnet sind, so ist die Wahrscheinlichkeit eine der sieben ersten zu ziehen, offenbar $\frac{7}{12}$; die des contradictorischen Gegentheils $\frac{5}{12}$. Ganz die gleiche Theilung in die entgegenstehenden Wahrscheinlichkeiten tritt natürlich ein, wenn die Urne sieben blaue und 5 rothe Kugeln ohne weitere Bezeichnung enthält und es sich nur darum handelt, im ersten Zuge eine blaue Kugel zu ziehen. In den Glücksspielen stellt sich die Wahrscheinlichkeit des contradictorischen Gegentheils dar als die Wahrscheinlichkeit des Verlierens gegenüber der des Gewinnens. Ebenso wird bei Wetten das Verhältniß der einander entgegenstehenden Wahrscheinlichkeiten zur Beurtheilung der Ausichten auf Gewinn und Verlust angewandt. Hieraus ergeben sich vortreffliche Beispiele zur Veranschaulichung

der Principien. Die Anwendung als folche, und daher namentlich auch die fo ungemein wichtige Anwendung dieser Principien im Leben und in der Wissenſchaft gehört nicht in das Gebiet der reinen, ſondern in das der angewandten Logik, wo ſie mit der Theorie der Induction in die engſte Verbindung tritt.

Wir haben alſo bis jetzt folgende Sätze aus dem Weſen des diſjunctiven Urtheils abgeleitet.

1. Das Maß der Wahrſcheinlichkeit iſt ein Bruch, deſſen Nenner die Summe aller möglichen Fälle, und deſſen Zähler die Summe derjenigen Fälle umfaßt, in welchen der Gegenſtand der Wahrſcheinlichkeit ſtattfindet.

Wie wir oben geſehen haben, kann man die Glieder einer Diſjunction zuſammenziehen und theilen, ohne das Weſen des diſjunctiven Urtheils anzutaſten. Ebenſo iſt ganz ſelbſtverſtändlich, daß man die auf die Wahrſcheinlichkeit eines und deſſelben Ereigniſſes bezogenen Brüche in freieſter Weiſe mathematiſch behandeln kann.

2. Die Wahrſcheinlichkeit eines Ereigniſſes und diejenige des contradictoriſchen Gegentheils machen ſtets zuſammen die Gewiſſheit aus.

Das contradictoriſche Gegenheil kann dabei natürlich ſowohl in einer Summe verſchiedner anderer Ereigniſſe beſtehen, als auch in einem einzigen, wie z. B. beim Werfen einer Münze. Wenn zwei einfache oder zuſammengeſetzte Ereigniſſe ſich ſo verhalten, daß die Maße ihrer Wahrſcheinlichkeit zuſammen die Gewiſſheit ausmachen, d. h. daß eins derſelben nothwendig eintreten muß, ſo ſtehen ſie auch in contradictoriſchem Gegenſatze.

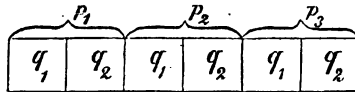
Wir gehen nun dazu über, die Wahrſcheinlichkeit des Zuſammentreffens zweier von einander unabhängiger Ereigniſſe zu unterſuchen. Die Ereigniſſe S und S^1 mögen die Diſjunction haben:

p_1	p_2	p_3
-------	-------	-------

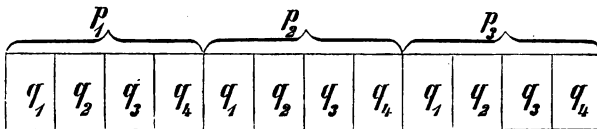
q_1	q_2
-------	-------

dann iſt, Gleichheit der Felder vorausgeſetzt, die Wahrſcheinlichkeit von $p_1 = \frac{1}{3}$ und diejenige von $q_1 = \frac{1}{2}$. Es fragt ſich nun, wie groß die Wahrſcheinlichkeit ſei, daß p_1 und q_1 zuſammentreffen. Offenbar kann mit p_1 ſowohl q_1 als q_2 mit gleicher Wahrſcheinlichkeit zuſammentreffen. Ebenſo aber mit p_2 und p_3 . Da nun unfre Felder nur eine relative Bedeutung haben und ihre absolute Größe

gleichgültig ist, so können wir diesen Sachverhalt in folgender Weise zur Anschauung bringen:



Sobald das veranschaulichende Raumbild fertig ist, lesen wir aus demselben ab, daß es sechs verschiedene Fälle giebt, unter denen nur einer der Voraussetzung eines Zusammentreffens von p_1 und q_1 entspricht. Die Wahrscheinlichkeit desselben ist also $\frac{1}{6}$. Dabei ist es natürlich völlig gleichgültig, ob wir q_1 und q_2 auf die p_1, p_2, p_3 vertheilen, oder umgekehrt. Man sieht auch leicht, daß, wie man auch den Fall variiren möge, stets das Product der beiden Wahrscheinlichkeiten als Wahrscheinlichkeit des Zusammentreffens sich ergeben muß. Wir wollen annehmen, die Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses X sei $\frac{2}{3}$; die eines andern, Y , $\frac{3}{4}$, so ergibt sich zur Beurtheilung des Zusammentreffens folgendes Raumbild:



Wir wollen annehmen, die dem Ereignisse günstigen Fälle seien p_1, p_2 und q_1, q_2, q_3 , so liest man von der Zeichnung ab, daß sechs Fälle dem fraglichen Zusammentreffen günstig sind, während die Gesamtzahl der Fälle 12 beträgt. Wir haben also wieder für das Zusammentreffen der Ereignisse X und Y das Product der Wahrscheinlichkeiten der isolirten Ereignisse, $\frac{6}{12}$ oder $\frac{1}{2}$.

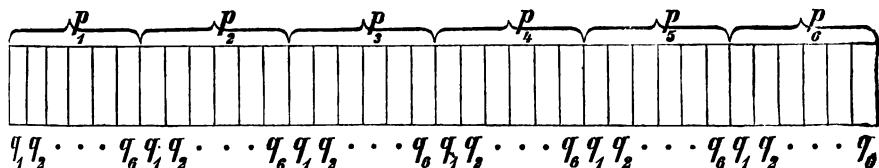
Bei diesem Satze ist die Anwendung auf Fälle des täglichen Lebens eine besonders reiche und mannigfaltige. Auch läßt sich hier besonders deutlich einsehen, wie die principielle Klarheit, welche die mathematischen Fundamentalformeln mit sich bringen, auch da noch von größter Bedeutung sein kann, wo eine genaue Rechnung mit denselben entweder nicht möglich oder nicht von hinlänglichem Nutzen ist. Zwar gehören diese Anwendungen streng genommen nicht in die formale Logik, allein es ist doch gut, schon hier einen vorläufigen Einblick in die Wichtigkeit dieses Gebietes zu gewinnen. Dies geschieht am besten durch die Wahl einiger Beispiele.

Wenn ein Rechner in einem Bankgeschäft die Wahrscheinlichkeit hat, sich unter 2000 Rechnungen einmal zu irren, und ein

zweiter Rechner einmal unter 5000, so wird die Wahrscheinlichkeit, dafs beide zugleich irren, wenn sie denselben Cours eines Papiers berechnen, auf 1 : 10 Millionen herabgedrückt. Noch ungleich geringer und kaum abzuschätzen ist die Wahrscheinlichkeit, dafs beide zugleich in derselben Weise irren und daher wieder übereinstimmen; es sei denn, dafs hierfür eine constante Ursache in der Natur der Rechnung läge. — Eine Fangvorrichtung zur Sicherung des Förderkorbes in einem Schachte mag so beschaffen sein, dafs sie unter 1000 Malen, wo sie in Anspruch genommen wird, einmal zu versagen droht. Kann man nun an dem gleichen Förderkorbe eine zweite Vorrichtung, unabhängig von der ersten, anbringen, welche die gleiche relative Sicherheit gewährt, so ist die Wahrscheinlichkeit des gleichzeitigen Versagens beider nur 1 : 1 Million. Freilich kommen grade hier gar zu leicht constante und gemeinsame Ursachen vor, welche auf das gleichzeitige Versagen beider Versicherungen, hinwirken: Unordnung und Sorglosigkeit, welche die Maschinen verkommen läßt. Damit aber werden natürlich die Voraussetzungen, auf welchen die Rechnung beruhte, aufgehoben. — Die Wahrscheinlichkeit, dafs zwei Schüler in ihren Arbeiten zufällig den gleichen grammatischen Fehler machen, sei 1 : 20. Kommt dann das gleiche Factum in gleicher Arbeit viermal vor, so ist die Wahrscheinlichkeit eines rein zufälligen Zusammentreffens $1 : 20^4$ oder 1 : 160000, in welchem Falle man meistens die Wahrscheinlichkeit eines nicht zufälligen Zusammentreffens ungleich gröfser veranschlagen wird. — Wenn man bei einer Nachricht, welche sich durch Tradition fortpflanzt, die Wahrscheinlichkeit, dafs der erste Zeuge ganz richtig berichtet habe, zu $\frac{9}{10}$ veranschlagt, und wenn man der Einfachheit wegen den folgenden Zeugen immer die gleiche Glaubwürdigkeit beimifst, so ist die Wahrscheinlichkeit, dafs der Bericht noch immer richtig sei, nach 20 Zeugen schon auf $(\frac{9}{10})^{20}$ herabgefunken, eine Zahl, welche kleiner ist als ein Achtel.*)

*) Hier hat Lotze, der sonst in anerkennenswerther Weise die Logik des Wahrscheinlichen behandelt, den Sinn der Behauptung wohl nicht richtig aufgefaßt, wenn er (Logik S. 421 u. f.) die ganze Aufstellung als willkürlich und unhaltbar nachzuweisen sucht. Von einer arithmetischen Abnahme der Glaubwürdigkeit der Zeugen kann hier gar keine Rede sein. Ueberhaupt werden die Zeugen ja für sich jeder als gleich glaubwürdig betrachtet. Auch findet keine Veränderung der Bedingungen des Falles statt. Es handelt sich einfach, wie beim dritten Laplace'schen Satze über-

Für den Wurf mit zwei Würfeln stellt sich uns folgendes Raumbild dar:



Denkt man sich die Seiten der Würfel mit den Zahlen von 1 bis 6 bezeichnet, so bedeutet p_1 die Wahrscheinlichkeit, daßs mit dem ersten Würfel 1 geworfen werde, q_1 daßs mit dem zweiten Würfel 1 geworfen werde, u. f. w. — Welchen Würfel man dabei als ersten oder zweiten betrachten wolle, ist natürlich total gleichgültig. Die Gesamtzahl der Möglichkeiten ist, wie man sieht, 6^2 oder 36, und die Wahrscheinlichkeit mit beiden Würfeln zugleich 1 zu werfen, ist $\frac{1}{36}$, da das Zusammentreffen von p_1 und q_1 nur ein einziges Mal vorkommt. Ebenso verhält es sich mit dem Zusammentreffen von p_2, q_2 ; p_3, q_3 u. f. w. Will man dagegen die sämtlichen Würfe, welche gleiche Augenzahl ergeben, unter einem gemeinfamen Oberbegriff zusammenfassen, so hat man für diesen die einzelnen Wahrscheinlichkeiten, welche unter diesen Oberbegriff fallen, zu addiren. Man nenne einen solchen Wurf mit gleichen Augen einen Pasch, so ist die Wahrscheinlichkeit seines Eintretens, wie man sieht, $\frac{6}{36}$ oder $\frac{1}{6}$. —

Das Zusammentreffen in unmittelbarer zeitlicher Succession wird unter dem gleichen Raumbilde angeschaut, wie das Zusammentreffen in räumlicher Ausbreitung. Wir haben daher auch für die Wahrscheinlichkeit, mit einem einzigen Würfel zweimal nacheinander 6 zu werfen, den Werth $\frac{1}{36}$, zweimal nacheinander überhaupt die gleiche Zahl Augen zu werfen $\frac{1}{6}$ u. f. w. — Die Wahrscheinlichkeit in zwei Würfeln mindestens einmal sechs zu werfen,

haupt, um eine Combination der möglichen Fälle, die sofort ganz klar wird, wenn man auf das zu Grunde liegende disjunctive Urtheil zurückgeht: die Aussagen des Zeugen sind entweder wahr oder falsch, und zwar in je neun Fällen wahr und in einem falsch. Also ist die Wahrscheinlichkeit, daßs er in diesem bestimmten Falle richtig aus sage, bei jedem einzelnen Zeugen = $\frac{9}{10}$; daßs dies aber 20 Mal nacheinander der Fall sei und nie die unrichtige Aussage eintrete, hat die Wahrscheinlichkeit $(\frac{9}{10})^{20}$. Daßs sich diese Rechnung nicht an die Stelle der historischen Kritik setzen kann, ist durchaus selbstverständlich. Sie ist aber sehr geeignet, derselben in einem einzelnen bestimmten Punkte ihrer reichen Methodologie Licht zu geben.

läßt sich ebenfalls an unserm Raumbild mit Leichtigkeit ablesen. Wir finden unter p_6 sechs günstige Combinationsfälle, die daraus entstehen, daß gleich im ersten Wurf die Zahl 6 getroffen wird; daneben bleibt dann noch je ein günstiger Fall, q_6 , unter p_1 bis p_5 für den zweiten Wurf. Wir erhalten also 11 günstige Fälle und die gefuchte Wahrscheinlichkeit ist $\frac{11}{36}$. — Für die Wahrscheinlichkeit aus einer Urne in drei aufeinander folgenden Zügen mindestens einmal eine bestimmte, z. B. blaue Kugel zu ziehen, wenn die Urne drei Kugeln, blau, roth und grün, enthält und die gezogene Kugel jedesmal wieder eingelegt wird, können wir folgendes Raumbild aufstellen:

I	1			2			3														
II	1	2	3	1	2	3	1	2	3												
III	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3

I, II, III bedeuten den ersten, zweiten, dritten Zug; 1, 2, 3 die drei Möglichkeiten, welche sich bei jedem Zuge ergeben. Es seien, in dieser Reihenfolge, 1, 2, 3, blau, roth und grün! Dann bedeutet z. B. die Zahlenreihe für den zweiten Zug:

- 1 = blau, wenn im ersten Zuge ebenfalls blau gezogen wurde.
 - 2 = roth, wenn im ersten Zuge blau gezogen wurde.
 - 3 = grün, - - - - -
 - 1 = blau, - - - - - roth - - -
 - 2 = roth, - - - - - - - -
- u. f. w.

Die Zahlenreihe *III*:

- 1 = blau, wenn im ersten und zweiten Zuge ebenfalls blau gezogen wurde.
 - 2 = roth, wenn im ersten und zweiten Zuge blau gezogen wurde.
 - 3 = grün, - - - - -
- u. f. w.

In der dritten Reihe haben die einzelnen Felder nur $\frac{1}{9}$ der Ausdehnung von derjenigen der Felder erster Reihe. Dafür kann man je ihrer neun wieder zusammenfassen, die eine vollständige

Disjunctionsreihe bilden. So z. B. wenn man sämtliche mit 1 bezeichnete Felder in der dritten Reihe zusammen fucht:

- 1) blau wenn II blau und I blau
- 2) - - - roth - - -
- 3) - - - grün - - -
- 4) - - - blau - - roth
- 5) - - - roth - - -
- 6) - - - grün - - -
- 7) - - - blau - - grün
- 8) - - - roth - - -
- 9) - - - grün - - -

Diese neun Fälle umfassen die Summe aller Möglichkeiten, unter welchen blau im dritten Zuge überhaupt vorkommen kann, und die Summe dieser neun Felder muß also, entsprechend der relativen Wahrscheinlichkeit von blau, genau gleich groß sein, wie die Summe der 3 mit 1 bezeichneten in der zweiten Reihe und wie das einzige mit 1 bezeichnete Feld in der ersten Reihe. Es ist auch wieder ganz gleichgültig, ob man die erste Reihe in 3 und die letzte in 27 Felder theile oder umgekehrt. Das Bild der Wahrscheinlichkeitsverhältnisse bleibe dasselbe. Man muß dann nur die Möglichkeit der Combinationen schon beim ersten Wurf zum Voraus erwägen, während man bei der natürlicheren Folge der Reihen diese Combinationen mit samt ihrer Regel unter seinen Händen entstehen sieht.

Während so die Zusammenstellung der überhaupt möglichen Fälle sich von selbst ergibt, muß dagegen bei der Bestimmung der Summe der günstigen Fälle oft besondere Aufmerksamkeit angewandt werden. So z. B. bei der Frage nach der Wahrscheinlichkeit mit 2 Würfeln 4 oder 7 zu werfen. Die erstere Möglichkeit setzt sich zusammen aus $1 + 3$, $2 + 2$ und $3 + 1$, ist also $= \frac{3}{36}$ oder $\frac{1}{12}$; die andre aus $1 + 6$, $2 + 5$, $3 + 4$, $4 + 3$, $5 + 2$, $6 + 1$, ist also $= \frac{6}{36}$ oder $\frac{1}{6}$. Auch hierfür kann das entsprechende Raumbild sichere Anleitung geben. Das Nähere jedoch über diese und manche andre zusammengesetztere Anwendung der schon erörterten Grundsätze würde uns hier zu weit führen. Wir haben hinlänglich gezeigt, daß auch folgender sehr wichtiger Grundsatz der Wahrscheinlichkeitsrechnung mit allen seinen Consequenzen aus dem Wesen des disjunctiven Urtheils fließt.

3. Das Maß der Wahrscheinlichkeit für das räumliche oder zeit-

liche Zusammentreffen zweier oder mehrerer von einander unabhängiger zufälliger Ereignisse ist das Product der Wahrscheinlichkeiten der einzelnen Ereignisse.

Wenn man in einer Urne zwei weiße Kugeln und eine schwarze hat, so kann man auch annehmen, daß zweimal gezogen werde, ohne daß die gezogene Kugel, wie in den bisherigen Fällen, zurückgelegt wird. Fragt man nun, wie groß in diesem Falle die Wahrscheinlichkeit ist, zweimal nacheinander eine weiße Kugel zu ziehen, so daß die schwarze allein übrig bleibt, so sind die Bedingungen des zweiten Zuges durch den Erfolg des ersten verändert. Wir können dies in folgendem Bilde darstellen:

	1	2	3
I			
II	1	2	3

Anfangs ist im *I.* Zuge, wenn die Urne nur eine schwarze und zwei weiße Kugeln enthält, die Wahrscheinlichkeit eine weiße zu ziehen, unzweifelhaft $\frac{2}{3}$. Nun aber ist für den zweiten Zug das Problem so modificirt, daß nicht mehr drei, sondern nur noch zwei Möglichkeiten vorhanden sind. Diese Veränderung stellen wir dadurch dar, daß wir eins der drei Felder in *II.* Reihe durchkreuzen, einerlei welches; es sei das mittlere. Wir haben nun hier nur noch zwei Möglichkeiten, und die Wahrscheinlichkeit eine weiße Kugel zu ziehen, ist offenbar $\frac{1}{2}$, da das vertilgte dritte Feld durch Ziehung der ersten weißen Kugel in Wegfall gekommen ist. Will man nun statt dieser einfachen Wahrscheinlichkeiten für den ersten und zweiten Zug schon gleich von vorn herein wissen, wie groß die Wahrscheinlichkeit ist, zweimal nacheinander die weiße Kugel zu ziehen, so darf man nur die beiden Möglichkeiten des zweiten Zuges auf die drei des ersten projiciren:

	W		W		S
W		S	W		S
S		W	S		S

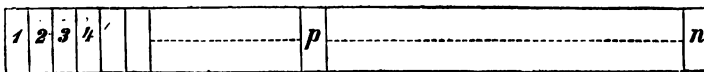
und man sieht alsbald, daß die gefuchte Wahrscheinlichkeit $\frac{2}{6}$ oder $\frac{1}{3}$ ist. — Man kann in diesem Falle auch annehmen, es sei unbekannt, was für eine Veränderung die Zurückführung der Wahr-

scheinlichkeit von $\frac{2}{3}$ im ersten Zuge auf $\frac{1}{3}$ für das Schlusresultat herbeigeführt habe. Es muß jedoch ein mit dem ursprünglichen Ereigniß zusammentreffendes gewesen sein, welches fähig war, die Wahrscheinlichkeit desselben auf die Hälfte zu reduciren. Wenn es z. B. feststeht, daß für eine gewisse Ausfaat in der Regel zwei Drittel der Keime aufgehen; so hat also jedes einzelne Saatkorn a priori die Wahrscheinlichkeit von $\frac{2}{3}$ aufzugehen. In einem bestimmten Falle nun stelle es sich heraus, daß nur $\frac{1}{3}$ der Saat aufgegangen ist, also jedes Saatkorn die Wahrscheinlichkeit von $\frac{1}{3}$ gehabt hat, aufzugehen. Man schließt daraus auf eine Ursache, welche die Hälfte der Keime vernichtet hat und unter deren alleinigem Einflusse also die Wahrscheinlichkeit des Aufkommens $\frac{1}{2}$ gewesen wäre. Die Division der beobachteten Wahrscheinlichkeit durch die ursprünglich gegebene wird diesen Factor, der übrigens auch ein zusammengesetzter sein kann, nach der Seite der formalen Wahrscheinlichkeit des Ereignisses, welche er mit sich bringt, herausstellen. Man kann daher diesen Fall als eine Rückoperation des vorhergehenden betrachten. Aus diesen Erwägungen lassen sich zwei Sätze ableiten, die Laplace in etwas anderer Fassung als vierten und fünften Grundsatz der Wahrscheinlichkeitsrechnung aufstellt. Sie sind jedoch in der Anwendung mit Vorsicht zu behandeln und es fragt sich noch, ob sie den Namen selbständiger Grundsätze verdienen und nicht vielmehr als bloße Anwendungen des vorhergehenden Grundsatzes zu betrachten sind:

4. Wenn ein Ereigniß A in einer gewissen Anzahl von Fällen durch ein andres B hervorgebracht wird, so ist die Wahrscheinlichkeit von A , gleich der Wahrscheinlichkeit von B multiplicirt mit der Wahrscheinlichkeit (γ), mit welcher A von B hervorgebracht wird.

5. Wenn man die Wahrscheinlichkeit zweier, sich wie A und B verhaltender Ereignisse hat, kann man das Maß der Abhängigkeit des Ereignisses B von A , die Wahrscheinlichkeit γ , dadurch finden, daß man das Wahrscheinlichkeitsmaß von B durch dasjenige von A dividirt.

Will man bei der bloßen Modification der Wahrscheinlichkeit durch einen Eingriff in die Bedingungen stehen bleiben, so bietet sich hiefür folgendes einfache Raumbild dar:



Wir haben n Glieder, darunter p günstige. Nehme ich nun eins der letzteren und damit auch eins der ersteren hinweg, so verwandelt sich die Wahrscheinlichkeit, welche vorher $\frac{p}{n}$ war, in $\frac{p-1}{n-1}$, d. h. sie wird etwas gröfser. Dies ist, in allgemeinerer Form, der Fall der Entnahme einer weifsen Kugel aus einer Urne, welche in der Gesamtzahl n , p weifse enthält. Die Wahrscheinlichkeit, in dieser Weise mehrmals nacheinander weifse zu ziehen, ist alsdann wieder das Product der einzelnen Wahrscheinlichkeiten, also $\frac{p}{n} \frac{(p-1)}{(n-1)}$ u. f. w.

Die übrigen Grundsätze von Laplace, so interessant und wichtig sie auch sein mögen, enthalten nirgend ein neues Formalprincip, sondern gehören in die angewandte Logik, und theilweise auf die psychologische Seite der Erkenntnistheorie. Es genügt aber für unsern Zweck vollständig, dafs die formalen und apriorischen Grundlagen der Wahrscheinlichkeitsrechnung aus dem Wesen des disjunctiven Urtheils hervorgehn, dafs sie ihre axiomatische Kraft aus der Anschauung ziehen, und dafs diese Anschauung am allgemeinsten und überzeugendsten an denselben einfachen linearen Raumbildern gewonnen werden kann, welche auch zur Darstellung der Eigenthümlichkeiten des disjunctiven Urtheils dienen.

VI.

Raum, Zeit und Zahl.

Die wichtigsten Resultate, welche sich uns bisher ergeben haben, mögen etwa folgende sein: Die formale Logik hat als apodiktische Wissenschaft einen Werth, der von ihrer Nützlichkeit ganz unabhängig ist, da jedem System a priori gültiger Wahrheiten die höchste Beachtung zukommt. Eben deshalb muß auch die formale Logik von den erkenntnistheoretischen Betrachtungen gefondert behandelt werden, da nur der reinen Technik der Begriffe jene, der Mathematik vergleichbare Apodikticität zukommt. Diese beruht auf der räumlichen Anschauung. — In die aristotelische Logik sind mancherlei fremdartige Bestandtheile aus seiner metaphysischen Erkenntnistheorie eingedrungen, so namentlich die Lehre von der Modalität der Urtheile, bei deren Prüfung sich zugleich herausstellt, daß die Begriffe der Möglichkeit und der Nothwendigkeit keine logische Selbständigkeit haben, sondern auf die Begriffe des Allgemeinen und des Besondern zurückzuführen sind. Die Stellung des assertorischen Urtheils zwischen dem problematischen und apodiktischen wurde als falsch erkannt, und dem assertorischen, sofern es Thatfachen ausspricht, der höchste Grad der Gewißheit zuerkannt. Bei der Betrachtung des particularen Urtheils trat uns mit besondrer Deutlichkeit der Unterschied zwischen der alten und der modernen Logik entgegen. Die erstere ist durchweg Logik des Inhalts, die letztere Logik des Umfangs. Noch nirgend consequent durchgeführt, macht sie sich doch unter dem allgemeinen Einfluß der modernen Denkweise überall geltend. Sie schließt sich naturgemäÙ an die höheren Gebiete der Logik an,

welche erst in der Neuzeit entstanden sind, und die Begründung der apodiktischen Sätze auf die räumliche Anschauung tritt in ihr deutlicher hervor als in der alten Logik. Eine ziemliche Anzahl von Mißverständnissen und Fehlern ist aus der Vermengung beider Standpunkte entstanden. Die in neuerer Zeit üblich gewordene Darstellung der Begriffsverhältnisse durch Sphärenbilder schwankt noch zwischen Veranschaulichung und Beweis. Einzelne Logiker nehmen die Sphärenbilder als beweisend an, ohne die Consequenzen dieser Annahme hinlänglich zu beachten. Wenn die Sphärenbilder der Begriffsverhältnisse beweisend sein sollen, so müssen sich auch aus der consequenten Entwicklung ihrer überhaupt möglichen Combinationen sämtliche Regeln der Syllogistik, sowie der Umkehrung der Urtheile ergeben. Dies wird thatächlich nachgewiesen und damit der Begründung der logischen Apodikticität auf räumliche Anschauung eine neue Stütze gegeben. In der Syllogistik wird die Unhaltbarkeit der gewöhnlichen Ansicht vom Werthe der verschiedenen Schlusformen gezeigt und dargethan, daß grade diejenigen Formen, welche ihrer Natur nach nicht durch den Realgrund als Mittelbegriff schliessen, in den neueren Wissenschaften die größte Bedeutung erlangt haben. Endlich wurde gezeigt, daß das disjunctive Urtheil sich von allen andern Urtheilsformen unterscheidet, und daß es die Grundlage bildet für die höheren Gebiete der modernen Logik, insbesondere für die Wahrscheinlichkeitsrechnung. Die fundamentalen Sätze derselben ließen sich aus dem Wesen des disjunctiven Urtheils ableiten und an einfachen linearen Raumbildern, identisch mit denjenigen für das disjunctive Urtheil, zur Anschauung bringen und damit beweisen.

Wir sehen, wie sich durch alle Neuerungen die Bedeutung des Raums und der räumlichen Anschauung hindurchzieht. Zwar liegt das Raumbild auch der alten Logik zu Grunde, allein erst in der modernen, welche die Begriffsverhältnisse nach dem Umfang der Begriffe ordnet, und welche diesen Umfang als ein collectives Ganze betrachtet, sieht man unmittelbar den Zusammenhang zwischen der Apriorität der Sätze und der räumlichen Anschauung. Die collective Auffassung des Begriffs, welche Leibnitz (f. oben S. 72. f.) als einen so schweren Fehler des Nizolius betrachtete, ist der modernen Logik wesentlich, und es haben also in ihr in der That, was Leibnitz so sehr befürchtete, die Empiriker gesiegt. Zunächst freilich gilt dieser Sieg nur für die logische Technik, und

wenn es den Metaphysikern beliebt, nach wie vor den Gemeinbegriff als ein »*totum distributivum*« aufzufassen, so haben sie sich nur darüber auszuweisen, daß bei vorkommenden Schlüssen ihre Begriffe sich in formaler Hinsicht genau so verhalten, als seien sie Collectivbegriffe, denn nur für diese ist die Apriorität der Begriffsverhältnisse aus der räumlichen Anschauung zu entnehmen.

Für unsre erkenntnistheoretische Untersuchung aber steht es keineswegs fest, daß die Empiriker gesiegt haben; handelt es sich doch eben um den Ursprung apriorischer Elemente, die wir in der Logik wie in der Mathematik vorfinden. Allerdings ist jenes blitzschnelle Durchprobiren mannigfaltiger Variationen innerhalb des vom Begriff gegebenen Gesetzes der Erfahrung verwandt, allein es ist doch etwas ganz Andres als Erfahrung. Der ganze Vorgang bleibt in uns. Es bedarf keines erneuten, ja nicht einmal eines ersten Anstoßes von Außen, um die Wahrheit eines Satzes zu erkennen. Immerhin aber ist so viel richtig, daß die apriorischen Urtheile nicht fertig im Geiste liegen, sondern daß sie, ganz wie die Erfahrungsurtheile, durch einen plötzlichen Act psychischer Synthesis geschaffen worden. Sie sind daher auch, ganz wie die Erfahrungsurtheile, wiewohl in ungleich geringerem Grade, dem Irrthum unterworfen; was ihrem Anspruch auf Nothwendigkeit keinen Eintrag thut, so lange der Irrthum nicht entdeckt und widerlegt wird.*) Soll man nun, bei dieser allerdings schlagenden

*) Vgl. Gesch. d. Materialismus. 2. Aufl. II. S. 20. u. f. — Wenn Göring in seinem verdienstlichen Versuch einer Kritik der Vernunftkritik (System der krit. Philosophie II. Leipz. 1875. S. 153) bemerkt, es komme ihm mir gegenüber hauptsächlich darauf an, zu beweisen, daß man dem objectiven, wie dem subjectiven Factor in der Erkenntnis das gleiche Recht widerfahren lassen müsse, so ist dem gegenüber zunächst der Sinn von »objectiv« und »subjectiv« in's Klare zu stellen. Man braucht diese Ausdrücke jetzt oft wie »äußerlich« (im Sinne von an sich bestehenden Dingen) und »innerlich« d. h. aus dem empirisch erkannten eignen Leib und seinen psychischen Functionen stammend. Auch wird »objectiv« als an sich gewiß, »subjectiv« als bloß individuell angesehen. Der ursprüngliche Gebrauch dieser Ausdrücke ist davon sehr verschieden. Kant hat zur Umbildung, nicht auf dem Wege absichtlich veränderter Nomenclatur, sondern durch Sinn und Inhalt seiner Philosophie selbst, den Anstoß gegeben und die Mißverständnisse seiner Nachfolger thaten das Weitere. Vgl. z. B. folgende Stelle in der Kritik der r. Vern. (Elementarl. II. Th., II. Abth., 1. Buch, 2. Abschn.), an welcher der Uebergang der Bedeutungen deutlich hervortritt. »Wenn man eine Idee nennt, so sagt man dem Object nach (als von einem Gegenstande des reinen Verstandes) sehr viel, dem Subjecte nach aber (d. i. in Ansehung seiner Wirklichkeit unter empirischer

Analogie den Vorgang in der Anschauung aus demjenigen in der Erfahrung ableiten, oder umgekehrt, oder etwa beide aus einem gemeinsamen Princip? Ersteres scheint unmöglich, da die Erfahrung selbst der Erklärung bedarf; vor allen Dingen hinsichtlich der Raumform und des Zusammenhangs in ihren Erscheinungen. Die empiristische Raumlehre der Physiologen leistet vortreffliche Dienste zur Erklärung der Ausbildung und Vervollkommnung unfreer Raumvorstellungen, aber den ersten Ursprung derselben vermag sie nicht zu erklären; den Raum selbst setzt sie überall schon voraus. Auch Lotze's berühmte Theorie der Localzeichen in den Empfindungen setzt den Raum schon im ersten Anfange voraus; denn wie kann eine Empfindung Localzeichen sein, wenn nicht das Princip der Localisation und damit eine Raumvorstellung schon gegeben wäre. Darin wird also Kant wohl Recht behalten: Die Vorstellung des Raumes kann »nicht aus den Verhältnissen der äußeren Erscheinung durch Erfahrung erborgt sein, sondern diese äußere Erfahrung ist nur durch gedachte Vorstellung allererst möglich«. Aber gilt nicht dasselbe auch für jene Anschauung, aus welcher wir die Wahrheiten der Mathematik und der formalen Logik ableiten? Kant verfährt hier sehr kurz, indem er aus der Nothwendigkeit der Raumanfschauung ohne Weiteres die apodiktische Gewissheit aller geometrischen Grundsätze ableitet. Wie diese Apodikticität zu Stande komme, kümmert ihn weiter nicht. Es scheint bei ihm der Gedanke zu Grunde zu liegen, dafs mit der Nothwendigkeit des Raumes auch die Nothwendigkeit seiner Eigenschaften gegeben sei, welche eben durch die Geometrie entwickelt werden. Man kann dies zugeben; gleichwohl bleibt die Entstehung der bewussten Urtheile über die Eigenschaften des Raumes an einen Procefs gebunden, welcher demjenigen der Induction sehr nahe verwandt ist. Diesen Procefs bis auf das Innerste zu verfolgen, ist ebenso nothwendig, als die Eigenschaften des Raumes mit der Natur unfres Geistes in Verbindung zu bringen. Gehen wir also auf unfre obige Frage zurück, so dürfte es wohl möglich sein, die synthetische Natur der Erfahrung aus derjenigen der Anschauung abzuleiten, da ja in jeder Erfahrung Anschauung enthalten sein

Bedingung) eben darum sehr wenig, weil sie als der Begriff eines Maximum *in concreto* niemals congruent kann gegeben werden.« — So viel als eine allgemeine Erinnerung. Das Weitere in Bezug auf Göring's Kritik mufs hier leider dahingestellt bleiben.

mufs. Beides aus einem gemeinfamen Princip abzuleiten, wird nicht wohl angehen, da die Anschauung allenthalben, wenn auch ohne Bewußtsein des Subjectes, die allgemeinsten Principien der Raumformen, und damit indirect aller Erscheinungen, hergiebt. Insofern ist also Erfahrung abhängig von der Anschauung, allein die Anschauung selbst bedarf noch der weiteren Erklärung.

Kant überhebt sich dieser Erklärung mit jenem kühnen Griff, welcher der ganzen Vernunftkritik ihr eigenthümliches Gepräge giebt: er postulirt gegenüber der empirischen Anschauung die »reine Anschauung«, umgeht damit den Boden der Psychologie und macht die Erkenntnistheorie zu einer rein metaphysischen Wissenschaft, welche ihre Lehren aus lauter Postulaten deducirt. Die empirische Anschauung definiert Kant sogar in der Regel so, daß sie fast mit der Erfahrung zusammenfällt, indem er in beiden Fällen verlangt, daß der Gegenstand äußerlich gegeben sei und unsre Sinnlichkeit erzeuge. Aus zahlreichen andern Stellen und dem ganzen Zusammenhang, in welchem von »Anschauung« die Rede ist, geht jedoch hervor, daß Kant unter Anschauung auch die Vorstellung eines Gegenstandes in der Phantasie mit versteht, und dies ist, so lange man den psychologischen Boden nicht verläßt, von der entscheidendsten Bedeutung. Die Lehrsätze der Geometrie und die Grundzüge der formalen Logik erhalten ihre apriorische Geltung ausschließlich mit Hülfe der Phantasie, sei es nun, daß eine Beweisfigur dabei benutzt werde, oder nicht. Denn die gezeichnete Figur ist ja in diesem Falle selbst Product der Phantasie und an ihre Modification in der Phantasie knüpft sich die Vorstellung der Nothwendigkeit und Allgemeinheit der Regel. Dabei kommt es gar nicht darauf an, ob nicht etwa die Leistungen der Phantasie erst durch äußere Erfahrung möglich werden. Diese offene Frage kann man ruhig zukünftigen psychischen Forschungen überlassen. Auf jeden Fall geht die Phantasie — so namentlich in der Erforschung mathematischer Wahrheiten — weit über die Anregungen der Erfahrung hinaus und verfolgt dabei streng die Richtschnur unabänderlicher Gesetze, welche in nichts Anderem als in der Natur unfrerer Raumvorstellung ihren Grund haben können, und welchen deshalb auch die gesammte Erfahrung apriori unterworfen sein muß.

Kant genügte diese Ableitung des Apriori nicht, die übrigens ja auch nach unsrer Ansicht noch durch eine Untersuchung über das Wesen der Raumvorstellung ergänzt werden muß. Er postu-

lirte die »reine Anschauung«, wie er die reine Raumform postulierte, während er doch sehr wohl wufste, daß die empirische Raumvorstellung niemals ohne die Vorstellung eines ausgedehnten Gegenstandes sein kann.

Was ist nun diese reine Anschauung? Streng genommen ist sie gar keine Anschauung, sondern nur die im Gemüthe bereit liegende Form aller Anschauung. Diese »Form« kann nicht selbst wieder »angefchaut« werden, weil dazu Empfindungsmaterial nöthig wäre; wenn man nicht ein besonderes überfinliches Anschauungsvermögen annehmen will. Kant ist hier anderer Ansicht und will das Unvereinbare vereinigen. Er behauptet, wenn ich von der Vorstellung eines Körpers alles absondere, was sich irgend absondern läßt, wie Theilbarkeit, Härte, Farbe u. f. w., so bleibe zuletzt noch übrig Ausdehnung und Gestalt, und diese sollen nun zur reinen Anschauung gehören, »die a priori, auch ohne einen wirklichen Gegenstand der Sinne oder Empfindung als eine bloße Form der Sinnlichkeit im Gemüthe stattfindet«. — Aber kann ich mir wirklich Ausdehnung und Gestalt eines Körpers vorstellen ohne Umrisslinien? Und sind diese ohne Empfindung, beziehungsweise in der Phantasie vorgestellte Empfindung möglich? — Kant's Erklärer Mellin (Wörterbuch u. »Anschauung«) nimmt hier die Stadt Magdeburg als Beispiel. Wenn ich sie mir wegdenke, so bleibe doch noch der Raum übrig, den sie eingenommen und die Anschauung dieses Raumes sei eine reine Anschauung. Man darf hier wohl fragen: Wie ist denn dieser Raum in meiner Vorstellung beschaffen? Sehe ich an der Stelle, wo Magdeburg stand, Aecker und Wiesen, die ruhig dahinfließende Elbe in ungestörtem Zusammenhang, als ob hier nie eine Stadt gestanden? Oder sehe ich einen dunkeln Fleck von den Umrissen der Stadt Magdeburg? Im ersteren Falle habe ich keine Anschauung überhaupt mehr, auch nicht von der Raumform der Stadt Magdeburg, wiewohl der Raum, den sie eingenommen, in gewissem Sinne noch da ist. Im letzteren Falle habe ich eine empirische Anschauung, denn der dunkle Fleck hat seine ihm entsprechende Empfindung, so gut, wie vorhin das ausgeführte Bild der Stadt. Die Erscheinungen, welche sich an den blinden Fleck auf der Netzhaut knüpfen, können vortrefflich dienen, dies weiter zu illustriren. — Die Sache wird um kein Haar anders, wenn man an die Stelle der Stadt Magdeburg die einfachsten mathematisch begrenzten Körper setzt, z. B. einen Würfel

aus Elfenbein. Hier kann man auch den Stoff durch Abstraction wegfchaffen und die reine Form des Würfels übrig lassen: man wird sie doch nie ohne Beimischung von Empfindung »anschauen« können, so wenig man sich überhaupt auch die einfachste geometrische Figur vorstellen kann, ohne dafs die Umrifslinien in der Phantasie eine etwas andre Färbung annehmen, als der Hintergrund. Damit ist aber bewiesen, was im Grunde schon direct aus Kant's Definition der Anschauung folgt, dafs alle wirkliche Anschauung auch empirische Anschauung, und dafs die reine Anschauung gar keine Anschauung ist.

Wir lassen hier dahingestellt, wie diese unabweisbare Zurechtstellung auf die transcendente Erörterung des Begriffs vom Raume zurückwirken muß. Für uns bedürfte es einer reinen Anschauung nicht mehr, da wir den Grund der Apriorität der mathematischen Urtheile schon in der empirischen finden. Es bleibt jedoch Kant's Postulat bestehen, dafs es für das Zustandekommen der empirischen Anschauung einen Grund im Subject geben müsse; dagegen kann nicht mehr behauptet werden, dafs dieser Factor die reine Form der Anschauung im Gegensatze zur Materie sei, welche der Empfindung angehöre.

Wir haben gesehen, dafs bei allen Erkenntnissen apriori, welche sich auf die unmittelbare Anschauung in der Phantasie stützen, eine Regel, oder, was hier dasselbe ist, ein Begriff, leitend eintritt. Ohne diesen Begriff würde die Variation der Raumbilder ein leeres, nichts beweisendes Spiel sein. Und doch liegt die Beweiskraft in der Anschauung; ja, der Begriff selbst wird durch die Anschauung erst fixirt. Es ist daher anzunehmen, dafs im Wesen der Anschauung ein objectiver Factor liege, welcher dem subjectiven Apriori entspricht und dasselbe beherrscht. Hinter dem Ueberzeugungsgrunde, den wir in der empirischen Anschauung finden, läge also noch ein Realgrund, der zwar nicht »reine Anschauung«, aber doch ebenso wenig empirische ist, der sich zur empirischen verhält, wie die allgemeine Ursache zur einzelnen Wirkung, wie eine beharrende und für die ganze Menschheit gleich geltende Grundlage zu den aus ihr hervorgehenden und verhältnismäfsig spät entwickelten bewußten Erkenntnissen der einzelnen Menschen. Man kann diesen Realgrund nicht deduciren, weil er kein Begriff, sondern nur eine wie immer geartete Ursache von Begriffen ist.

Das Raumbild eines Gegenstandes, z. B. eines Dreiecks, wird

also bestimmt durch den Begriff des Gegenstandes; dieser Begriff aber wird erst gegeben durch die betreffende Anschauung. Die Art, wie sich hier Begriff und Anschauung zu einander verhalten und namentlich die Variation des Raumbildes innerhalb der durch den Begriff gegebenen Regel entspricht fast vollständig demjenigen, was Kant das Schema und den Schematismus der Begriffe nennt. Diese Lehre ist, wenn man vom transcendentalen Gebrauch derselben ganz absieht, ebenso richtig als bedeutungsvoll: eine wahre Entdeckung für Logik und Psychologie zugleich. Noch lange nach Kant haben sich die Psychologen vergeblich darüber den Kopf zerbrochen, wenn sie nicht gedankenlos über die Frage hinweggegangen, was das psychologische Wesen des Begriffs sein möge, da wir ja doch in unserem Vorstellungsleben nichts als einzelne Anschauungen vorfinden. In Kant's Lehre vom Schematismus der Begriffe hatten sie die Lösung des Räthfels in der Hand. »Der Begriff vom Hunde«, sagt Kant sehr richtig, »bedeutet eine Regel, nach welcher meine Einbildungskraft die Gestalt eines vierfüßigen Thieres allgemein verzeichnen kann, ohne auf irgend eine einzige besondere Gestalt, die mir die Erfahrung darbietet, oder auch ein jedes mögliches Bild, was ich in concreto darstellen kann, eingeschränkt zu sein.« Kant irrte nur darin, wenn er diesen Schematismus einseitig dem Verstande zuschrieb, während er offenbar ein Werk der Phantasie ist, die in der Production einer Bilderreihe die Regel concret darstellt, welche in abstracter Darstellung, d. h. durch bloße Worte fixirt, dem Verstande zugeschrieben werden mag, so weit man sich überhaupt der Lehre von den getrennten Seelenvermögen bedienen will. In der That ist der Begriff der Anschauung immanent; Verstand und Phantasie sind bei der Production des Schemas ein und dasselbe. Das Schema ist nicht ein Bindemittel zwischen Begriff und Anschauung, sondern es ist die unmittelbare psychologische Erscheinung des Begriffs.

Die Sprache und die mathematischen Zeichen ermöglichen uns, Begriffe ohne Anschauung aufzustellen, d. h. ohne unmittelbar entsprechende Anschauung, denn in gewissem Sinne giebt das Zeichen selbst, dessen wir uns zur Feststellung solcher Begriffe bedienen, schon eine Anschauung und niemals kann diese gänzlich fehlen. Anschauungen ohne Begriff kann es nicht geben, da jede Anschauung sich dadurch von einer bloßen Empfindungsgruppe unterscheidet, daß sie die Anschauung von Etwas ist, von einem Ge-

genstände, dessen sprachliche Bezeichnung, wenn sie auch in den rohesten Naturlauten bestände, einen Begriff bildet.

Der Begriff des Gegenstandes, welcher angeschaut wird, bezeichnet zugleich die Einheit des Mannigfaltigen, welches in der Anschauung verbunden ist; ob er aber auch, wie ein besondrer zur Anschauung hinzutretender Factor diese Einheit erst schafft, ist keineswegs so sicher, wie Kant annimmt. Dieser führt für die Verbindung des Mannigfaltigen zu einer Einheit in unserm Bewusstsein den äußerst folgenreichen Begriff der Synthesis ein, lässt aber der Anschauung für sich nur eine unvollkommene und gleichsam provisorische Synthesis zukommen. Erst indem die Spontaneität des Verstandes zur Receptivität der Sinnlichkeit hinzutritt, also durch einen besondern vom Verstande ausgehenden Act wird die Synthesis des Mannigfaltigen in der Anschauung so vollzogen, dass dieselbe sich im Bewusstsein behaupten kann. Diese ganze Annahme ist wieder unhaltbar, wie die gewaltsame Trennung von Verstand und Sinnlichkeit überhaupt. Es hilft nichts, wenn man bemerkt, dass Kant diese beiden Elemente der Erkenntnis nur zum Zwecke der Untersuchung getrennt habe. Die Trennung wird so consequent durchgeführt und so sehr als Thatfache behandelt, als hätte man ein psychologisches Factum vor sich, was doch keineswegs der Fall ist. Die Synthesis dagegen, wenn man davon absieht, dass sie ein Act der Spontaneität des Verstandes sein soll, ist allerdings ebensowohl eine psychologische Thatfache, als auch ein Postulat der metaphysischen Erkenntnistheorie.

Die Synthesis ist die einzige psychologische Thatfache, welche keiner Zurückführung auf Physiologie oder auf Mechanik der Gehirnatome fähig ist und welche doch zu jedem Vorgange im Gehirn und Nervensystem hinzutreten muss, um das mechanische Factum zu einem psychologischen werden zu lassen. Man muss sich freilich sehr wohl hüten, aus dem bloßen Worte eine Erkenntnis abzuleiten, die wir nicht haben. Wir wissen weder, ob die Synthesis eine Thathandlung des Verstandes ist, wie Kant mit großer Zuversicht annahm, noch wissen wir, ob sie eine Lebensäußerung einer »Seele« als eines vom Körper verschiednen Subjectes ist, oder ob sie vom Mechanismus der Atome in einer für unsre Anschauung unfassbaren Weise abhängt. Wir haben an diesem Ausdruck zunächst nicht viel mehr, als eine Fixirung der Thatfache, dass sich in allen unsern Vorstellungen Einheit eines

Mannigfaltigen findet, und daß diese Einheit irgendwie entstanden sein muß. Kant nimmt es als eine Art von Axiom an, daß «unter allen Vorstellungen die Verbindung die einzige ist, die nicht durch Objecte gegeben, sondern nur vom Subjecte selbst verrichtet werden kann, weil sie ein Actus seiner Selbstthätigkeit ist». Es handelt sich aber zunächst nicht um die Vorstellung, sondern um die Thatfache der Verbindung. Ist diese einmal gegeben, so ist durchaus nicht einzusehen, warum die Vorstellung der Verbindung nicht, gleich andern Vorstellungen, auf dem Wege der Erfahrung und der Abstraction in uns entstehen sollte. Die Thatfache aber der Verbindung des Mannigfaltigen in der Empfindung zur Einheit einer Vorstellung kann ganz wohl ein Vorgang sein, durch welchen wir, als Subject, erst entstehen. Richtig ist dagegen, daß sie von der subjectiven Seite der psychischen Erscheinungen nicht zu trennen ist; denn jeder Uebergang von unbewussten Eindrücken zu wirklichem Bewußtsein kommt durch Synthesis zu Stande.

Wenn sonach durch und mit der Synthesis erst ein Bewußtsein und damit Subjectivität entsteht, so muß doch gleichzeitig auch ein Object geschaffen werden, welches der Gegenstand des Bewußtseins wird. Dies Object erscheint dem Bewußtsein als etwas Aeußeres und ihm gegenüber verdichtet sich die Subjectivität allmählig zur Vorstellung eines »Ich«, welches sich vom Object unterscheidet, während doch dieses seinen ganzen und ausschließlichen Inhalt ausmacht. Will man annehmen, daß das Bewußtsein Eigenschaft eines befondern Wesens, eines Individuums sei, so ist kein Zweifel, daß das Object diesem Individuum so gut angehöre, wie die Subjectivität. Beides entsteht durch ein und denselben Act der Synthesis. Kant lehrt ferner, daß sämtliche Vorstellungen, welche durch einen solchen Act der Synthesis entstehen, nothwendig zu einem und demselben Bewußtsein gehören müssen, weil sie sonst auseinander fallen und gar nicht mir angehören würden. Ohne irgend etwas Andres über das Ich auszumachen, z. B. ob es Seele, ob Individuum, ob ein Modus nach der Philosophie Spinoza's, stellt Kant das Eine unbedingt fest, daß zur Möglichkeit eines dauernden und zusammenhängenden Bewußtseins die Identität des Ich gehöre, zu welcher alle überhaupt möglichen Erscheinungen zum Voraus in Beziehung stehen müssen, um Gegenstand für dasselbe werden zu können.

Auf die reine Apperception und die zahlreichen daran sich

knüpfenden Fragen gehen wir hier nicht näher ein und stellen nur die Frage, ob die Verbindung aller Vorstellungen durch die Einheit der Synthesis wirklich auf der subjectiven Seite der Erkenntnis und nicht vielmehr auf der objectiven zu Stande kommt? Da die Ich-Vorstellung ursprünglich ganz leer ist und später sich an die Vorstellung des eignen Leibes mit feinen Empfindungen und Gefühlen anlehnt, so muß die Einheit der Synthesis in den transcendentalen Hintergrund des Lebens und der Wirklichkeit veretzt werden, wo Niemand sie beobachten kann. Ganz anders, wenn man sie auf der objectiven Seite der Erkenntnis sucht. Hier haben wir das Urbild aller Synthesis in der Raumvorstellung anschaulich vor uns. Die Raumvorstellung ist stets Vorstellung eines einheitlichen Ganzen mit gefonderten Theilen. Empfindung und Ausdehnung sind in ihr unzertrennlich verbunden. Sie umfaßt stets den gesammten Inhalt unfre Anschauung; der Raum ist daher bald groß, bald klein und doch immer ein und derselbe. Man darf ihn nicht unendlich nennen, weil wir Unendliches gar nicht vorstellen. Auch hat unfre Raumanschauung stets eine bestimmte Form, wie beweglich auch die Grenzen sein mögen. Sobald man etwas jenseit des Raumes vorstellen will, ist der Raum wieder da und schließt auch dieses ein, ohne deshalb unendlich zu werden. Aus dieser Eigenschaft des Raumes, daß er stets größer ist, als die Summe der Ausdehnung aller angeschauten Gegenstände, wird die gedachte Unendlichkeit desselben abgeleitet; welche in der Anschauung nur als ein beständiges Wachsen über jedes gegebene Ziel hinaus vorgestellt werden kann.

Der Raum ist sonach die anschauliche Form meines Ich mit feinem wechselnden Inhalt; denn außerhalb des Raumes habe ich weder Anschauungen noch Vorstellungen. Das Ich, welches sich durch Ideenassociation an die Erscheinung des eigenen Leibes anknüpft, ist nicht das Ich der Erkenntnis, das Subject zu allen Objecten, denn für dies absolute Subject ist auch der eigne Leib, wie jeder Gegenstand der Anschauung, Object und Außenwelt. Man hat aber den Gegensatz zwischen dem leibhaften Ich und ihm gegenüberstehenden äußeren Erscheinungen in unklarer Weise auf das absolute Ich, welches nur Subject und niemals Object sein kann, übertragen. Das leibhafte Ich steht seiner Außenwelt schroff geschieden gegenüber, und diese Scheidung ist eine der ersten Grundlagen der Wirklichkeit, in welcher die Außenwelt schlecht-

hin ein Aeußeres ist und bleibt. Das leibhafte Ich hat kein Inneres mit bestimmtem und mannigfaltigem Inhalt. Die Stimmungen der Mattigkeit oder freudiger Erregung werden empfunden, als ob sie in der Brust oder im Herzen ihren Sitz hätten. Hunger und Durst, Schmerz und Luft, ja sogar die Spannkraft des eigenen Willens, die Anstrengung des Nachdenkens werden gefühlt und als innere Vorgänge dem Aeußeren entgegengesetzt. Alles dies geschieht mit Recht, wenn auch unter zahllosen physiologischen und psychologischen Mißverständnissen, so lange es sich um das leibhafte Ich handelt, welches der Außenwelt — streng genommen müßte man sagen, der übrigen Außenwelt — gegenübersteht. Sobald man aber das absolute Ich ins Auge faßt, den subjectiven Pol der Erkenntniß, das ewig sich selbst gleiche Etwas, dessen Gegenstand die Gegenstände sind, so schwindet aller besondere Inhalt. Sein einziger Inhalt ist das große Ganze der Außenwelt selbst in ihrer räumlichen Erscheinungsform. Will man auch hier dies als ein Aeußeres bezeichnen und daneben dem erkennenden Ich noch eine innere Erkenntniß zuschreiben, so geräth man auf das Gebiet gegenstandsloser Speculationen und willkürlicher Erfindungen. Selbst-erkenntniß kann niemals etwas Andres sein als Erkenntniß seiner Person, wie sie als leibhaftes Ich den übrigen Gegenständen der Außenwelt handelnd und dulnd gegenübersteht. Selbstbewußtsein hat keinen Sinn, außer dem eines Wissens um seine eigene, als Object gleich allen andern Objecten erscheinende Person. Das erkennende Ich ist nicht das erkannte. Jenes ist das bleibende Subject zu allen Objecten; dieses ist selbst schon Object und zwar von Hause aus, nicht erst durch einen besondern Act der Selbst-erkenntniß. Alle Wahrnehmung unfres »inneren Zustandes« ist nur Wahrnehmung eines Theiles der Zustände unfreir empirischen Person und kann gar keinen Inhalt gewinnen, wenn sie sich nicht an körperliche Symptome hält.

Es kann daher, was wir auch an einem andern Orte gezeigt haben, auch keinen »inneren Sinn« geben. Gäbe es aber auch einen solchen, oder wollte man die Wahrnehmung des eignen Zustandes bloß der Kürze oder der Uebersichtlichkeit wegen so bezeichnen, ungeachtet es keine zwei Sinne, sondern nur zweierlei Functionen eines und desselben Sinnes gäbe, so würde es damit doch nicht gerechtfertigt sein, dieser nach Innen gewandten Wahrnehmung die Zeit als Erscheinungsform zuzuschreiben. Die empi-

rische Wahrnehmung unfres inneren Zustandes kann gar nicht in der bloßen Zeitform vollzogen werden. Wir finden immer eine Mehrheit von Empfindungen gleichzeitig vor, welche nur in Form eines Raumbildes zur Synthesis gelangen können. Die Volkssprache und die Dichter, welche diese Empfindungen so treu als möglich wiederzugeben suchen, finden das Herz bald leicht, bald schwer, bald hart, bald weich u. f. w. Der Dichter läßt seine Gefühle »durch das Labyrinth der Brust« wandeln, oder »es schweifen leise Schauer wetterleuchtend durch die Brust«. Aber vielleicht soll im »reinen Denken« die Zeitform ausschließlich hervortreten? Was ist dies reine Denken? Der nachdenkende Geometer hat seine Figuren im Sinn, der Baumeister seine Pläne, der Feldherr seine Marschordnung — überall Raumbilder. Am Ende bleibt uns nur der Metaphysiker mit seinen Gedanken über nothwendige Undinge; allein auch dieser kann sich von den Raumbildern nicht losreißen. Die Kategorien fogar setzen, wenn sie empirisch gedacht werden sollen, überall das Vorhandensein räumlich ausgedehnter Dinge voraus. Will man aber, um das reine Denken zu beobachten, systematisch Alles davon absondern, was zur Empfindung und zur Raumform gehört, so beachte man auch, daß diese Art von »Denken« eine reine Abstraction ist. Sollte es etwa gelingen, sie mit irgend einer Formel in die reine Zeitform zu zwingen, so ist damit nichts gewonnen, denn auf das wirkliche Denken, und also auch auf die Beobachtung unfres inneren Zustandes, erleidet eine solche Formel gar keine Anwendung.

Kant selbst hat sehr wohl eingesehen, daß der äußere Sinn der erste und ursprüngliche ist, und das wir innere Erfahrungen nicht vor den äußeren haben können. Er hat auch eingesehen, daß alle unfre empirischen Zeitvorstellungen sich an Raumvorstellungen anschließen. Eine Linie bildet uns die Vorstellung vom Verlaufe der Zeit. Bewegungen im Raum geben uns Veranlassung die Zeit zu messen. Sollte man daraus nicht schließen, daß die Zeitvorstellung neben der Raumvorstellung überhaupt eine secundäre ist? Daß Kant gleichwohl die Zeit zu einer reinen Form der Anschauung erhob, beruht hauptsächlich auf der Erwägung, daß die unmittelbar gegebenen Anschauungen der Bewegung und Veränderung nicht ohne Empfindung zu Stande kommen können und also empirisch sind, während sie offenbar die der Zeit als reine Anschauung mit in sich schließen. Wir haben oben gezeigt, daß auch die

Raumvorstellung niemals ohne Empfindung und dafs die reine Anschauung gar keine Anschauung ist. Es hindert uns also nichts, die unlegbar psychologisch ursprüngliche Anschauung der Bewegung derjenigen des ruhenden Raumbildes zur Seite zu setzen, und wenn es auch richtig ist, wie die Formeln der Mechanik zeigen, dafs die Bewegung auf Elemente des Raumes und der Zeit zurückgeführt werden kann, daher die Zeit hier in der Rechnung als das Einfachere erscheint, so folgt daraus doch noch nicht, dafs sie Anschauung oder eine Form der Anschauung sei. Die Axiome der Mechanik werden daher auch sämmtlich aus der Anschauung eines sich bewegenden Körpers und nicht aus irgend einer reinen Zeitvorstellung entnommen. Was Kant sonst noch (in der metaph. Erörterung 3) für die apriorische Natur der Zeitvorstellung anführt, dafs aus ihr z. B. das Axiom fliesse, die Zeit habe nur eine Dimension, so ist dies angebliche Axiom nicht einmal unbestritten, und der Satz, dafs verschiedene Zeiten nicht zugleich, sondern nacheinander sind, ist ein analytischer. Es ist eben ohne die Anschauung der Bewegung im Raume durchaus zu keinem die Zeitverhältnisse betreffenden Axiome zu gelangen.

Mit der Zeit pflegt man die Zahl in engste Verbindung zu bringen. Nach Kant ist eine transcendente Zeitbestimmung im Allgemeinen die Vermittlung zwischen der Kategorie und den Erscheinungen; das reine Schema der Quantität aber soll die Zahl sein, welche erklärt wird als »die Einheit der Synthesis des Mannigfaltigen einer gleichartigen Anschauung überhaupt, dadurch, dafs ich die Zeit selbst in der Apprehension der Anschauung erzeuge«. Von einer solchen Erzeugung der Zeit (auch ohne gleichzeitige Raumvorstellung!) wissen wir nichts. Empirisch betrachtet bildet sich die Zeitvorstellung neben und aus der Raumvorstellung verhältnismässig spät, langsam und unsicher; transcendental betrachtet müfste sich die Behauptung als ein nothwendiges Postulat zur Erklärung der Erfahrung erweisen. Dies ist aber wiederum nicht der Fall, da wir Alles, was die Zeit hier leisten soll, weit einfacher und sicherer aus der Raumvorstellung ableiten. Schon Baumann hat gezeigt, dafs die Zahl weit besser mit der Raumvorstellung als mit derjenigen der Zeit in Einklang stehe. »Sie ist mit dem Raum zusammen und überall in ihm, daher die Geometrie auch auf arithmetische Ausdrücke gebracht wird.«*) Die ältesten Ausdrücke für

*) Baumann, die Lehren von Raum, Zeit und Mathematik in der neueren Philosophie, II. Bd. Berlin 1869. S. 658 u. ff.

Zahlwörter bezeichnen, so weit wir ihren Sinn kennen, überall Gegenstände im Raume mit bestimmten Eigenschaften, welche der Zahl entsprechen, so z. B. Viereckiges der Zahl vier. Wir sehen daraus auch, daß die Zahl ursprünglich nicht etwa durch systematisches Hinzufügen von Einem zu Einem u. f. w. entsteht, sondern daß jede der kleineren, dem später entstehenden System zu Grunde liegenden Zahlen durch einen besonderen Act der Synthesis der Anschauungen gebildet wird, worauf dann erst späterhin die Beziehungen der Zahlen zueinander, die Möglichkeit des Addirens u. f. w. erkannt werden.

Die algebraischen Axiome beruhen, wie die geometrischen, auf räumlicher Anschauung, und da, wo die Mathematiker den Boden der Anschauung verlassen, wie beim Gebrauch der imaginären Zahlen, dienen die conventionellen Zeichen selbst dem Denken als sinnliche Stütze. Das Recht dieser Operationen stützt sich zunächst schlechthin auf die Analogie mit den der Anschauung zugänglichen Rechnungsformen und auf das Vertrauen, daß eine mit absoluter Consequenz durch das Sinnlose hindurchgeführte Rechnung jederzeit eine sichere Rückkehr auf den Boden der Wirklichkeit gestatte, während sie zugleich erhebliche Vortheile in der Aufstellung schnell zum Ziele führender Formeln darbietet. Das Imaginäre hat seine Rechtfertigung nicht in sich selbst, sondern in der Art, wie es sich für das Reelle verwenden läßt, und Baumann hebt (a. a. O.) ganz richtig hervor, daß diese Verwendung ursprünglich ein Experiment war, welches erst an feiner Uebereinstimmung mit der Wirklichkeit seine Rechtfertigung fand. Wichtige Gebiete der neueren Algebra sind gradezu aus der Beobachtung von Raumbildern hervorgegangen. So namentlich die Combinationslehre, auf deren Resultaten so vieles Weitere ruht. Hier bilden die Buchstaben, welche in Reih und Glied gestellt werden, ganz unzweifelhaft die Vertretung von Gegenständen überhaupt, und zwar von einzelnen, wie wir in der Logik die Summe beliebiger Gegenstände durch Kreise und Rechtecke dargestellt haben. Es ist der Raumvorstellung eigen, daß sich innerhalb der großen, allumfassenden Synthesis des Mannigfaltigen mit Leichtigkeit und Sicherheit kleinere Einheiten der verschiedensten Art aussondern lassen. Der Raum ist daher das Urbild nicht nur der continuirlichen, sondern auch der discreten Größen, und zu diesen gehört die Zahl, während wir die Zeit kaum anders als Continuum denken können.

Zu den Eigenschaften des Raumes gehören ferner nicht nur die Verhältnisse, welche zwischen den Linien und Flächen geometrischer Figuren stattfinden, sondern nicht minder die Verhältnisse der Ordnung und Stellung discreter Größen. Werden solche discrete Größen als unter sich gleichartig betrachtet und durch einen neuen Act der Synthesis zusammengefaßt, so entsteht die Zahl als Summe. Werden aber mehrere Classen discreter Größen, welche unter sich verschieden sind, von denen aber eine jede eine Menge gleichartiger Gegenstände enthält, in Beziehung auf die Möglichkeit der Zusammenordnung dieser Gegenstände untersucht, so entsteht die Combinationslehre. Diese wird von den Mathematikern unter Anderem auch der Wahrscheinlichkeitsrechnung zu Grunde gelegt, deren Elemente wir oben aus den Raumbildern des disjunctiven Urtheils ableiteten. In diesen stecken ebenfalls die Elemente der Combinationslehre, aber auf geometrische Weise dargestellt, während der gewöhnliche Weg der Mathematiker der arithmetische ist. Ersterer besitzt den Vorzug größerer Anschaulichkeit, letzterer den der größeren Einfachheit und Kürze. Im Uebrigen findet zwischen beiden die vollständigste Analogie statt.

Hier wäre denn auch ein Wort an der Stelle über die zahlreichen Versuche, die formale Logik in algebraischer Form darzustellen. Der Zug zum Abstracten, welcher die neueren Mathematiker bis in unser Jahrhundert hinein einseitig beherrschte, mußte namentlich Mathematiker leicht dahin führen, auch die Probleme der Logik womöglich, gleich denen der Geometrie, in ein Rechenexempel aufzulösen. In diesem Sinne beschäftigten sich Leibnitz und Lambert und in unserm Jahrhundert besonders der englische Mathematiker Boole mit der algebraischen Darstellung der Logik. Es muß ohne Zweifel möglich sein, und Lambert hat dies schon eingehend gezeigt, sich zur Demonstration der logischen Lehrsätze gewisser Zeichen von conventioneller Bedeutung zu bedienen, welche denen der Algebra ähnlich sind, und mit denen nicht nur Begriffe und Begriffsverhältnisse, sondern auch gewisse Operationen, wie Abstraction und Determination, ausgedrückt werden. Zwar werden die allgemeinsten Grundwahrheiten der Logik auf diesem Wege niemals so anschaulich dargestellt werden können, als durch die oben angewandten Figuren, denn wenn man z. B. bestimmt, daß das Zeichen a eine gewisse Classe von Gegenständen bedeuten soll, so wird die Phantasie sich doch diese Klasse immer erst wie ein

ausgedehntes aber bestimmt begrenztes Etwas zu veranschaulichen suchen. Dagegen hat die algebraische Form den Vortheil, Verhältnisse und namentlich Operationen mit Leichtigkeit ausdrücken zu können, deren Darstellung in Linien theils unmöglich, theils aber sehr umständlich und weitläufig sein würde. So wird z. B. Abstraction und Determination in vollkommen genügender Weise durch Weglassung oder Hinzufügung eines Buchstaben dargestellt, der ohne Bedenken ganz wie ein Coefficient behandelt werden kann, ohne dafs dadurch etwa das algebraische Verhältnifs einer Multiplication vorge stellt werden soll; denn auch für die Algebra ist die betreffende Bezeichnungsweise nur eine symbolische und conventionelle. Man sieht übrigens, wie durch diese Leichtigkeit der Darstellung unter Verzicht auf grössere Anschaulichkeit die algebraische Form sich vorzüglich für die Logik des Inhalts eignet, während die Logik des Umfangs auch hier nach Raumbildern verlangt. Man könnte dieselben etwa in folgender Weise geben: Der übergeordnete Begriff sei:

$$B = \boxed{\phantom{\text{ }}}$$

Die Hinzufügung der *differentia specifica* zu B ist vom Standpunkte der Logik des Umfangs nichts als die Aussonderung eines Theiles von B (nicht Division, weil die Theile von sehr ungleichem Umfange sind). Wir haben also:

$$B = \boxed{b' \phantom{\text{ }}} , \quad \boxed{b'} + X = \boxed{B}$$

wo X die Summe der übrigen, b coordinirten Begriffe bedeutet. Es ist also ferner:

$$\boxed{b} + \boxed{b^2} + \boxed{b^3} + \dots = \boxed{b \ b^2 \ b^3 \ \phantom{\text{ }}} = \boxed{B}$$

Diese Raumbilder genügen, um das Verhältnifs der übergeordneten und untergeordneten Begriffe und also die Resultate von Abstraction und Determination für den Standpunkt der modernen Logik befriedigend zu veranschaulichen; denn um das Verhältnifs der Substanz zu ihren Accidenzen, um das Problem der Inhärenz der Merkmale im Begriff kümmert sie sich wenig. Ihr ist einfach die Bestimmung des Oberbegriffs durch die Differenz eine neue Bezeichnung von Gegenständen, bestimmter als die frühere und eben deshalb nur einen Theil des früheren Umfangs umfassend; wie

z. B. eine Adresse bestimmter ist, wenn sie nicht nur die Stadt, sondern auch die StraÙe angiebt.

Die Leichtigkeit der Bezeichnung von Begriffen und Operationen in algebraischer Form mußte natürlich den Gedanken nahe legen, den ganzen logischen Inhalt der Sprache in diesen Formeln auszudrücken und damit eine »*characteristica universalis*«, wie Leibnitz sich ausdrückte, eine Begriffssprache herzustellen, die für den Unterrichteten ohne Rücksicht auf die Verschiedenheit der Sprachen und der Nationen verständlich wäre. Leibnitz freilich, der diesen Gedanken mit so großer Vorliebe hegte, hat uns nur unbrauchbare Notizen und Fragmente hinterlassen. Er war viel zu sehr Metaphysiker, um den richtigen Ausgangspunkt finden zu können. Er wollte gleich auf eine Feststellung der Stammbegriffe hinaus, aus denen die übrigen Begriffe nach bestimmten Methoden abgeleitet werden sollten. So verfiel er in den Fehler des Raymondus Lullus, der mit seinen Tabellen und Apparaten für alle möglichen Combinationen der allgemeinsten Begriffe eine sehr nützliche Arbeit verrichtet haben würde, wenn der Platonismus in der Begriffslehre begründet wäre. Mit der Unmöglichkeit der platonischen Lehre von der Stufenleiter der Begriffe werden diese Bemühungen zur nutzlosen Spielerei. Sollte eine Pafigraphie in algebraischen Formeln jemals zu Stande kommen — wovon die Möglichkeit durchaus nicht zu leugnen ist — so wird man jedenfalls die Stammbegriffe, von denen man ausgeht, im Bereiche des Sinnlichen und Anschaulichen zu suchen haben, und nicht in den höchsten Abstractionen. — Aber auch bei der Beschränkung auf das formale Gebiet liegt hier ein Irrthum sehr nahe; die Meinung nämlich, man könne den ganzen Inhalt der Sprache in solchen Formeln ausdrücken. Lambert giebt sogar in einem seiner »Versuche einer Zeichenkunst in der Vernunftlehre« eine förmliche Anleitung zur Uebertragung aller sprachlichen Ausdrücke in die logische Zeichensprache.*) Daß es dabei zugeht, wie beim Bette des Prokrustes, versteht sich wohl von selbst, und doch hat dies Verfahren insofern seine Berechtigung, als dabei der rein logische Hauptinhalt der Sätze herausgegriffen und an Symbole angeknüpft wird, welche keinerlei Zweideutigkeit zulassen. Wenn Lambert

*) Lambert's logische und philosophische Abhandlungen. 1. Bd. Berlin 1782. Vgl. insbesondre S. 163 u. ff.

meint, mehr brauche man nicht, und der übrige Inhalt der Sprache habe weiter keinen Werth, so hat er wiederum vom Standpunkte der reinen logischen Analyse Recht, aber dieser Standpunkt ist ein sehr einseitiger. Die Sprache ist aufs innigste mit dem gesammten Geistesleben des Menschen verflochten. Sie entsteht aus Reflexwirkungen der Anschauung, unter dem Einflusse der Synthesis als eines schaffenden Actes unsres Geistes. Die ungeordneten Laute, in welchen der Säugling nur spielend seine Sprachwerkzeuge übt, treten plötzlich in Verbindung mit einer Regung der Apperception, und im ersten »Da!« »Da!«, welches das Kind mit gleichzeitiger Fixirung eines auffallenden Gegenstandes stammelt, liegt der Keim der ganzen Sprache. Ihren Grundcharakter verliert sie auch bei der höchsten Ausbildung nicht. In ihr ist Stimmung, Gefühl, Gedanke, Streben stets eng verbunden und alle Analyse vermag diese Elemente nur annähernd und unvollkommen zu trennen. Gilt dies auch am meisten von dem gesprochenen Wort in seiner Unmittelbarkeit, so bleibt es doch auch der geschriebenen Sprache eigen. An die Worte knüpfen sich die Vorstellungen und jedes Wort hat seine Geschichte. Mag man daher immer behaupten, die Wörter seien conventionell, so gilt dies doch nur in dem Sinne, daß durch Anpassung, Nachahmung und Autorität Ausdrücke von anfangs beschränkterem Geltungskreise allgemein und national werden, während andere, gleich gut gewachsene, vom Schauplatze verschwinden; oder so, daß ein Wort von anfangs weiterer Bedeutung durch technischen Gebrauch eine bestimmtere und engere Bedeutung erhält. Dabei bleibt aber in unsern Vorstellungen die Geschichte des Wortes, sein Zusammenhang mit dem ganzen Kreise thatfächlicher Zustände unter denen es entstanden ist, fort und fort wirksam. Es ist daher eine oberflächliche und unzulängliche Auffassung der Sprache, wenn Boole (*laws of thought* p. 23) es als etwas rein zufälliges und bedeutungsloses ansieht, daß z. B. der Römer denselben Gegenstand mit »*civitas*« bezeichne, welchen der Engländer »*state*« nenne. Wie oft sind nicht solche Ausdrücke im Grunde rein unüberfetzbar, wiewohl der abstracte Begriff der Sache sich bei beiden Nationen vorfindet. Das Wort, und ihm entsprechend die lebendige Vorstellung, enthalten eine ganze Welt von Theilvorstellungen, welche alle aus den thatfächlichen Zuständen fließen. Ebenso verhält es sich mit den Sätzen. Sie suchen die Dinge gleichsam im Fluge zu ergreifen und enthalten in ihren

Adverbien, in den Modis ihrer Zeitwörter, ja in der Wortstellung und der Wahl der Ausdrücke eine solche Fülle von Nebenbeziehungen, daß diese oft genug an Bedeutung den logischen Kern des Satzes in seiner schlichten Einfachheit überwiegen. Gerade diese Eigenschaften aber, welche die Sprache so wenig geeignet machen zu scharfem Gedankenausdruck zu dienen, sind für die allgemeine Entwicklung des Menschengewisses von der höchsten Wichtigkeit. Nicht nur Poesie und Rhetorik hängen daran, sondern auch die ganze Fruchtbarkeit des wissenschaftlichen Denkens. Die Sprache nöthigt uns, auf das natürliche Vorstellen zurückzugehen, welches mitten aus einem Gebiete reichster Beziehungen nach allen Seiten hervorwächst. Zudem scheint es eine Eigenthümlichkeit der Synthesis zu sein, daß sie stets aus dem Gesammtzustande unfres Geistes hervorgeht, daher — z. B. einsichtsvolle Beobachter schon bemerkt haben, daß eine kräftige Phantasie eine sehr wesentliche Bedingung erfolgreichen wissenschaftlichen Denkens sei. Es handelt sich mit einem Worte um die Productivität des Geistes, die an den freien Gebrauch der Sprache gebunden scheint, während die exacte Logik eine nicht minder wichtige Rolle erfüllt, indem sie durch Aufhebung des Irrthums die Erweiterung unfres Erkenntniß indirect fördert.

Auf zwei sehr verschiedenen Wegen hat man versucht, Sprache und Logik in Einklang zu bringen. Den ersten großartigen Versuch unternahmen die Logiker des späteren Mittelalters, mit denen im Princip die von Ueberweg nach dem Vorgange Becker's und Trendelenburg's eingeschlagene Richtung übereinstimmt. Hier wird versucht, Alles in der Sprache logisch zu analysiren, und für jeden Casus, jeden Modus, jedes Formwort, Hülfzeitwort u. s. w. eine exacte Formel zu finden, mit deren Hülfe diese Modificationen der Rede in die logische Analyse aufgenommen werden können. Der andre Weg ist der eben beschriebene, welcher Alles in der Sprache als nutzlos und störend bei Seite wirft, was sich nicht in eine Gleichung zwischen Subject und Prädicat bringen läßt. Dieser zweite Weg hat den Vortheil der Ausführbarkeit, während beiden eine gleiche Verkennung des Wesens der Sprache zu Grunde liegt. Durch eine exacte Zeichensprache schafft sich der Logiker ein neues, rein verstandesmäßiges Mittel des Gedankenausdrucks. Dasselbe entbehrt aller Vorzüge der Sprache für das geistige Leben überhaupt, ist aber auch frei von allen ihren Nachtheilen in Be-

ziehung auf präcises, von allen Zweideutigkeiten freies Urtheilen. Ihre Mittel sind die kleinen, beweglichen, streng conventionellen Raumbilder der Buchstaben und der Operationszeichen. Durch *τάξις* und *θέσις* derselben im Raume wird eine unabsehbare Fülle streng mit einander zusammenhängender Ausdrücke ermöglicht, und es ist eine Grundeigenschaft unsrer Erkenntniß, daß jeder streng consequente Gebrauch solcher Zeichen durch alle Wandlungen der Identitätsausdrücke hindurch wieder zu streng richtigen, direct oder indirect anwendbaren Formeln führt. Daher haben auch diese Bemühungen eine Zukunft. Wenn schon bei so viel Willkürlichem und zum Theil Sonderbarem, wie wir es z. B. bei Boole finden, dennoch alle Probleme der logischen Technik nicht nur im Ganzen richtig, sondern auch in weit größerer Allgemeinheit und Strenge gelöst werden, als in unsern gewöhnlichen Handbüchern, so wird man sich der Einsicht nicht verschließen können, daß durch Verbesserungen in den Grundlagen des Systems allmählig eine logische Zeichensprache geschaffen werden kann, welche für den Zweck strenger Analyse unsrer gewöhnlichen Wortlogik weit überlegen ist.

So sehen wir also überall den Raum als Ursprung alles Apriorischen. Die Raumvorstellung des Ausgedehnten und der Figur, der Ordnung und Stellung des Einzelnen in einem Ganzen zeigt uns eine unendliche Fülle von Eigenschaften und Aequivalenten, die alle unter sich und mit gewissen Grundwahrheiten aufs Strengste zusammenhängen. Was sich, sei es auch nur durch conventionelle oder willkürliche Annahme, eng an diese Elemente der Raumvorstellung anschließen läßt, kann in der wissenschaftlichen Form der Nothwendigkeit entwickelt werden. Dahin gehören aber vor allen Dingen die Lehren der Logik von Gegenständen überhaupt und die Lehre von Größen und von Summen gleicher Einheiten, bei denen von Allem mit Ausnahme der meßbaren und zählbaren Verhältnisse abgesehen wird. Daß es sich mit den Zeitgrößen ebenso verhält, geht schon daraus hervor, daß die Zeit für uns nur eine aus dem Raumbilde der Bewegung auf einer Linie abgeleitete Vorstellung ist.

Wir entnehmen hieraus, daß den einfachen Grundlagen der Logik und der Mathematik nicht nur eine relative, sondern eine absolute Nothwendigkeit beiwohnen müsse, wiewohl wir dieselben gleich allen andern Erkenntnissen auf inductivem Wege, und

nicht ohne die Möglichkeit vorübergehenden Irrthums, gewinnen. Da sie die strenge Richtigkeit aller Erkenntniß überhaupt verbürgen, so müssen sie die Grundlage der Richtigkeit, der absoluten Geltung selbst sein, und dies ist nicht anders möglich, als dadurch, daß sie die Grundlage unserer intellectuellen Organisation sind, daß die Gesetzmäßigkeit, welche wir an ihnen bewundern, aus uns selbst stammt; freilich nicht aus der Region unfres empirischen Bewußtseins, sondern aus der unbewußten Grundlage unfer selbst, sammt allen Erscheinungen, aus denen unfre Welt besteht. Das Apriori geht also für uns nicht aus dem Subject hervor, sondern aus dem Object, denn der Raum ist die Form aller Objecte, wie wohl er aus uns selbst stammt.

Es möchte hier scheinen, als seien wir ganz auf dem Wege Fichte's, allein wir sind nur auf dem Punkte angelangt, wo Fichte abirrte. Ein »Ich«, welches das »Nichtich« setzt, kennen wir nicht und können wir auch nicht postuliren. Aber ebenso wenig kennen wir ein »Ich«, welches sich selbst setzt. Das empirische Ich entsteht durch eine Reihe nicht sehr schwer zu verfolgender psychologischer Prozesse im engsten Anschlusse an die Vorstellung des eignen Körpers. Das transcendente Ich ist nichts andres als der völlig unbekante Gegenpol der Objectivität in der Wahrnehmung. Für dieses Ich ist das empirische ebenfalls nur Object und also Erscheinung. Aber Erscheinung ist Alles, was wir überhaupt haben; darüber hinaus können wir nur vermuthen oder postuliren. Die Welt der Erscheinungen ist die Welt unfre Wirklichkeit und nach Ausbildung des empirischen Ich ist das Object in dieser Erscheinungswelt nicht mehr unfer eignes Wesen, sondern etwas Fremdes, Aeufseres, unfremem empirischen Ich gegenüberstehendes. So wird auch der Raum uns scheinbar fremd und äußerlich, während wir doch in seinen Eigenschaften die Norm unfre Verstandesfunctionen fanden, der wir subjectiven Ursprung zuschreiben mußten, wegen der unbedingten Allgemeinheit und Nothwendigkeit ihrer Regeln.

Aber die Raumvorstellung ist zugleich auch, wie wir gesehen haben, das Urbild aller Synthetis. In ihr haben wir die Einheit des Mannigfaltigen anschaulich vor uns. In ihr finden wir die Anschauung zu den Begriffen des Zusammenhangs und der Trennung, der Aequivalenz und der Verhältnisse eines Ganzen zu seinen Theilen, eines Dinges zu seinen Eigenschaften. Es ist daher nur eine nothwendige Schlußfolgerung, wenn wir in der Raumvor-

stellung auch den Ursprung der Kategorien finden, da es ja ein reines, anschauungsloses Denken ohnehin nicht giebt und nicht geben kann.

So zeigt sich uns die Raumvorstellung mit ihren für unsern Verstand constitutiven Eigenschaften als die bleibende und bestimmende Urform unsres geistigen Wesens, als das wahre objective Gegenbild unsres transcendentalen Ich. Dieses letztere freilich wird uns dadurch um nichts bekannter. Es bleibt das gänzlich unbestimmte und unbestimmbare X , von dessen Existenz wir nicht einmal positiv urtheilen können. Alle Erkenntniss, sobald wir sie haben, ist schon Object. Das Subject, der verborgene Strahlungspunkt dieser sich um uns ausdehnenden Welt, ist nichts als eine nothwendige Voraussetzung. Hier hat die dichtende Speculation einen weiten Tummelplatz. Es liegt nahe, das transcendente Ich, welches ja unserm Denken allgemein gültige Gesetze vorschreibt, als ein Allgemeines zu fassen, ähnlich wie die Averroisten den Nous, der als ein und dasselbe Wesen in alle Menschenseelen eindringt. Von hier aus öffnet sich eine weite Bahn, die wir jedoch nicht betreten wollen. Es genüge gezeigt zu haben, dass die Logik nirgend sonst festen Boden findet, als in den Gesetzen, welche aus der Betrachtung des Raumes und der Bewegung im Raume hervorgehn.

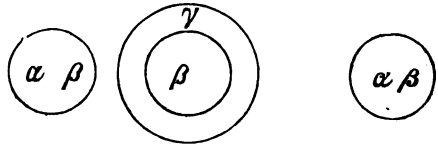
•

Druck von C. Grumbach in Leipzig.



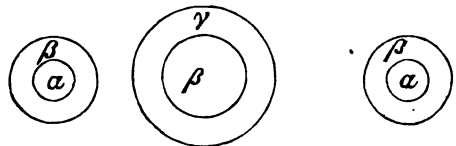
THE
PUBLI
ASTOR, LENOX
TILDEN FOUNDATION
R

b



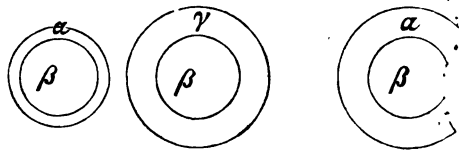
nur b

nur



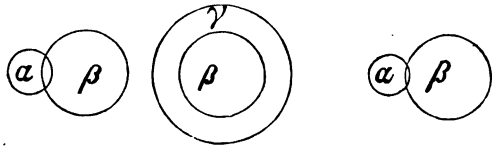
nur b

alle Mög



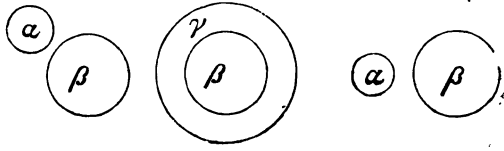
entweder a oder b, c, d

n



entweder b oder d

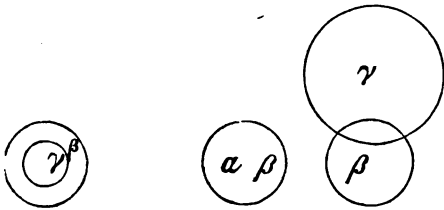
entweder c oder e



entweder b oder d oder e

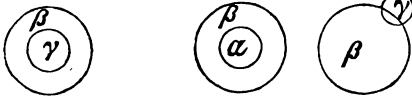
nur

d

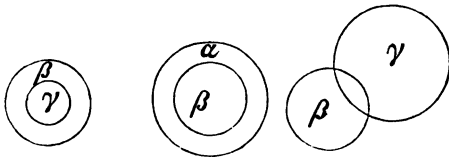


3

nur d

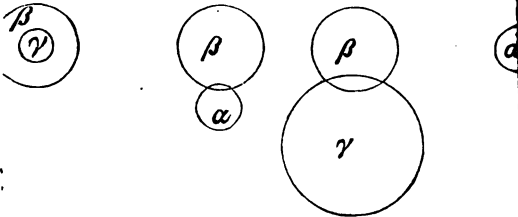


Möglichkeiten entweder b oder d oder e



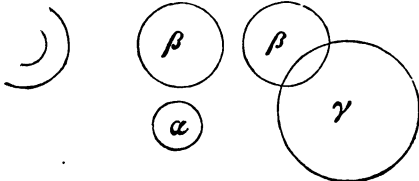
c

entweder c oder d



er e

alle Möglichkeiten



e

entweder b oder d oder e

THE NEW YORK
PUBLIC LIBRARY

ASTOR, LENOX AND
TILDEN FOUNDATION
R



MAR 28 1940



