



S.1802. C.50.

M É M O I R E S

DE

L'ACADÉMIE IMPÉRIALE

DES SCIENCES

DE

ST. PÉTERSBOURG.

.....
TOME VIII.
.....

AVEC

L'HISTOIRE DE L'ACADÉMIE

POUR LES ANNÉES 1817 ET 1818.

ST. PÉTERSBOURG.

DE L'IMPRIMERIE DE L'ACADÉMIE IMPÉRIALE DES SCIENCES

1 8 2 2.

M. H. M. O. J. R. E.
PUBLIÉ PAR ORDRE DE L'ACADÉMIE, ET AVEC L'OBLIGATION D'ENVOYER, OÙ IL CONVIENT,
le nombre d'exemplaires fixe par la loi.

N. Fufs
Secrétaire perpétuel.



TABLE DES MATIÈRES.

Histoire de l'Académie Impériale des Sciences.

Années 1817 et 1818.

	Page
I. Evénemens mémorables	3
II. Changemens arrivés dans l'Académie	5
1. Membres décédés	5
2. Membre exclu	7
3. Membres congédiés	ibid.
4. Nouvelles réceptions	—
5. Décorations	10
6. Distinctions littéraires	11
7. Nominations à d'autres places	ibid.
III. Présens faits à l'Académie :	
1. Pour la Bibliothèque	12
2. Pour le Cabinet de curiosités	33
3. Pour le Cabinet de Minéralogie	ibid.
4. Pour la Bibliothèque de l'Observatoire	34
IV. Mémoires et autres ouvrages manuscrits présentés à l'Académie	35
V. Observations, expériences et notices intéressantes faites et communiquées à l'Académie	42
VI. Rapports présentés par des Académiciens chargés de commissions particulières	45
VII. Ouvrages publiés par l'Académie	60
VIII. Questions proposées par l'Académie pour l'an 1820	ibid.

I. Section des sciences mathématiques.

	Page
<i>L. Euler.</i> De binis formulis speciei $xx + myy$ et $xx + zyy$ inter se concordibus et discordibus	3
<i>L. Euler.</i> Investigatio accuratio circa Brachystochronas	47
<i>L. Euler.</i> De Brachystochrona seu linea celerrimi descensus in medio resistente	29
<i>L. Euler.</i> De Brachystochrona in medio resistente, dum corpus ad centrum virium utcumque attrahitur	41
<i>N. Fufs.</i> Disquisitio statica super casu quodam aequilibrîi	46
<i>Littrow.</i> Sur la position des plans	54
<i>Littrow.</i> Essai de déterminer les élémens des planètes ou Comètes par les observations géocentriques	91
<i>V. Wisniewski.</i> Diamètre de la lune, déduit des occultations d'Aldebaran	125
<i>P. Fufs.</i> De curva quadam transcendente, ejusque proprietatibus	147
<i>N. Fufs.</i> De cycloidibus in superficie sphaerae descriptis	161
<i>F. T. Schubert.</i> Reflexions sur les points de rebroussement	176
<i>N. Fufs.</i> Problemata de curvis rectificabilibus algebraicis in superficie corporum rotundorum descriptis	198
<i>C. F. Degen.</i> Adumbratio demonstrationis theorematis arithmetici maxime universalis	207
<i>F. T. Schubert.</i> Tables de la correction du midi	220
<i>E. Collins.</i> Theorematis arithmetici demonstratio	242

II. Section des sciences physiques.

<i>C. P. Thunberg.</i> Ichneumonidea, insecta hymenoptera illustrata	249
<i>C. P. Thunberg.</i> Piprae novae species descriptae	282
<i>P. Zagorski.</i> De singularitate venae cavae inferioris et quorundam ramorum arteriae aortae	288
<i>Tilesius.</i> Additamenta conchyliologica ad Zoographiam Rosso-Asiaticam. Specimen primum	293
<i>C. P. Thunberg.</i> Trachyderes, insecti genus, ulterius examinatum et auctum sex novis speciebus	303
<i>C. P. Thunberg.</i> Species novae insectorum e Rutelae genere	308
<i>C. F. Ledebour.</i> Oenothera Romanzowii et stricta, species novae descriptae	314
<i>B. Petrow.</i> Extrait des observations météorologiques, faites à St. Pétersbourg, Année MDCCCIX d'après le nouveau style	317

III. Section des sciences politiques.

	Page
<i>C. T. Herrmann.</i> Des progrès de la population en Russie, par Gouvernemens, d'après la 4 ^e , 5 ^e et 6 ^e revision. Première Partie	331
<i>C. T. Herrmann.</i> Des progrès de la population en Russie, par Gouvernemens, d'après la 4 ^e , 5 ^e et 6 ^e revision. Seconde Partie	352
<i>C. T. Herrmann.</i> Nouvelles recherches statistiques sur le rapport de la population à l'étendue du terrain en Russie	379
<i>C. T. Herrmann.</i> Données statistiques sur l'état de l'Agriculture en Russie en 1814.	398
<i>H. Storch.</i> Le revenu national considéré sous un nouveau point de vue	412
<i>C. T. Herrmann.</i> Coup d'oeil sur l'état des manufactures en Russie et sur les principes de la législation manufacturière	435
<i>C. T. Herrmann.</i> Vues sur l'état des manufactures en Russie depuis 1803 jusqu'en 1814.	454
<i>H. Storch.</i> Considérations sur les sources du revenu national, d'après les principes exposés dans le mémoire précédent du même auteur	470

IV. Section d'Histoire et de Philologie.

<i>C. M. Fraehn.</i> Variæ inscriptiones arabicæ vel primo explanatæ vel novis post alios curis tractatæ	497
<i>C. M. Fraehn.</i> Inscriptionum arabicarum vel primo explanatarum vel novis post alios curis tractatarum nova sylloge	557
<i>C. M. Fraehn.</i> Veteres memoriæ Chasarorum ex Ibn-Foszlano, Ibn-Haukale et Schems-ed-dino Damasceno, arabice et latine	577
<i>C. M. Fraehn.</i> De Baschkiris quæ memoriæ tradita sunt ab Ibn-Foszlano et Jakuto	624
<i>Fr. Graefe.</i> Inscriptiones græcæ, ex antiquis monumentis et libris editis depromptæ, restituuntur et explicantur. Part. I.	629
<i>Fr. Graefe.</i> Inscriptiones græcæ, ex antiquis monumentis et libris editis depromptæ, restituuntur et explicantur. Part. II.	664

Corrigenda.

Pag. 29. lin. 1. lege Brachystochrona
 — 41, — 1. — Brachystochrona

THE HISTORY OF THE UNITED STATES

1840
 1841
 1842
 1843
 1844
 1845
 1846
 1847
 1848
 1849
 1850
 1851
 1852
 1853
 1854
 1855
 1856
 1857
 1858
 1859
 1860

1861
 1862
 1863
 1864
 1865
 1866
 1867
 1868
 1869
 1870
 1871
 1872
 1873
 1874
 1875
 1876
 1877
 1878
 1879
 1880

HISTOIRE
DE L'ACADÉMIE IMPÉRIALE

DES SCIENCES
DE ST. PÉTERSBOURG.

ANNÉES 1817 ET 1818.

HISTOIRE

DE L'ACADEMIE ROYALE

DES SCIENCES

DE PARIS

PAR M. DE LA HARPE

HISTOIRE

DE L'ACADÉMIE IMPÉRIALE DES SCIENCES.

ANNÉES 1817 ET 1818.

EVÈNEMENS MÉMORABLES.

1. Le Comité d'Administration envoya la copie d'un ordre de M^{sr}. le Prince *Golitzyn*, daté du 15 Septembre 1817, par lequel Son Excellence fait savoir à l'Académie que SA MAJESTÉ L'EMPEREUR, par un Rescrit du 25 Août, dont Elle transmet la copie, a daigné très-gracieusement charger, pendant son absence, de l'administration du Ministère de l'Instruction, M^{sr}. le Ministre de l'Intérieur, *Ossip Petrovitch Kozadavleff*, auquel, par conséquent, l'Académie devra s'adresser jusqu'au retour de M^{sr}. le Prince.

2. *Assemblée extraordinaire du 28 Janvier 1818.*

Le Secrétaire lut un Rescrit de M^{sr}. le Ministre en fonction, daté du 21 Janvier 1818, avec lequel Son Excellence transmet à la Conférence la copie de l'Oukaze SUPREME, donné à Moscou le 12 Janvier, en vertu duquel SA MAJESTÉ L'EMPEREUR a daigné très-gracieusement conférer au Curateur des Ecoles de l'arrondissement de St. Pétersbourg, Mr. le Conseiller d'Etat actuel *Ouwaroff*, en lui laissant cet emploi, la place de Président de l'Académie IMPÉRIALE des Sciences, avec le traitement fixé par l'état, et outre cela, pour la table, trois mille six cents roubles, du trésor IMPÉ-

RIAL. Cette heureuse nouvelle fut reçue par la Conférence avec la très-respectueuse reconnaissance due à ce choix du Souverain.

3. *Séance du Lundi 28 Janvier 1818.*

Son Excellence Monsieur le Président ouvrit la séance par un discours adressé à Mrs. les Académiciens et analogue aux circonstances. La substance en est que flatté du droit de présider dans une Société depuis si longtems célèbre, S. E. prie les Académiciens d'être assurés de sa disposition constante à aider chacun dans son zèle louable à perfectionner sa science; qu'à son tour il attend de chacun des membres un dévouement sans bornes pour les véritables intérêts de l'Académie, c'est-à-dire pour l'augmentation de son activité et pour le renouvellement de sa gloire; ajoutant que nous pouvons espérer que l'Académie, sous l'égide de L'AUGUSTE PROTECTEUR des Sciences, conservera dans toute leur plénitude ses droits à la considération du monde savant et à la reconnaissance de la patrie; et que pour atteindre ce but sublime, il faut se réunir en une seule volonté et vaincre de concert tous les obstacles avec fermeté, concorde et confiance réciproque. Le Secrétaire répondit à ce discours par un autre adressé à Mr. le Président, dans lequel il développa tous les inconvéniens qui depuis longtems ont fait sentir à l'Académie le besoin d'un Chef immédiat. Il exposa tous les avantages qu'elle doit attendre de la nomination d'un nouveau Président. Ensuite il fit brièvement mention des travaux de l'Académie dans les huit dernières années, contenus dans une suite de Mémoires déjà suffisamment connus au monde savant. Il fit sentir enfin que l'espérance, de voir s'augmenter et l'activité de l'Académie et ses encouragemens, est fondée sur les qualités personnelles de l'homme distingué par son érudition classique, par ses vastes connoissances et par son zèle pour l'avancement des sciences, auquel SA MAJESTÉ L'EMPEREUR a daigné conférer la place de Président.

La séance finie Son Excellence Mr. le Président, accompagné des Académiciens, alla visiter le Cabinet de Physique, le Comité d'Administration, la Bibliothèque, l'Observatoire inférieur et supérieur, le Muséum d'Histoire naturelle, le Cabinet de curiosités, celui des minéraux et des monnaies et enfin l'Imprimerie.

4. Visite de M^{gr}. le Prince Royal de Prusse.

Le 28 Juin 1818, l'Académie fut honorée de la visite de S. A. R. M^{gr}. le Prince Royal de Prusse, accompagné de LL. AA. M^{gr}. le Prince de Mecklenbourg - Strelitz, de M^{gr}. le Prince de Hesse - Hombourg et d'une nombreuse suite d'Officiers Prussiens. S. A. R. fut reçu à la porte du Musée par Son Excellence Mr. le Président et par le Secrétaire perpétuel et conduit à la Bibliothèque, au Cabinet d'Anatomie et d'Histoire naturelle, au Médailler, au Cabinet de *Pierre le Grand*, à l'Observatoire et au Globe de Gottorp. Après avoir vu tout ce que les nombreuses et riches collections académiques renferment de plus curieux, l'illustre hôte quitta l'Académie, en témoignant sa reconnaissance à Mr. le Président et aux Académiciens démonstrateurs.

II.

CHANGEMENS ARRIVES DANS L'ACADÉMIE.

Membres décédés.

Du nombre des Membres honoraires externes :

Mr. *Martin Henry Klaproth*, Conseiller du Conseil médical supérieur, Membre de l'Académie Royale des Sciences et Chevalier de l'ordre de l'aigle rouge de la 3^{me} classe; mort à Berlin le 4 Janvier 1817, âgé de 73 ans.

Mr. *Alexis Marie Rochon*, ancien Astronome de la Marine à Brest, Membre de la 1^{re} classe de l'Institut national dans la section de Physique générale, mort à Paris le 5 Avril. Le Défunt avoit été reçu membre honoraire de l'Académie le 13 Juin 1785.

Mr. *Charles Messier*, Membre de l'Académie Royale des Sciences et du Bureau des Longitudes, décédé à Paris le .. Avril 1817, âgé de 87 ans. Le Défunt fut reçu en 1776, lors de la célébration du Jubilé semi-séculaire de l'Académie.

Mr. le Baron *Nicolas de Jacquin*, Professeur de Chimie et de Botanique à l'Université Impériale de Vienne, Conseiller des Mines, Chevalier du l'ordre de St. Etienne, mort à Vienne le 26 Octobre 1817 dans la 91 année de son âge. Le Défunt avoit été reçu au nombre des Membres honoraires externes le 11 Septembre 1780.

Mr. *Jean de Vivenzio*, Premier Médecin du Roi des deux Siciles, et Chevalier de l'ordre Royal et militaire de Constantin et de St. Géorge à Naples, reçu le 13 Juin 1785.

Mr. *François Daniel*, Jurisconsulte et Historiographe du Roi des deux Siciles à Naples. Reçu le 19 Mai 1788.

Mr. *George Frédéric de Wehrs*, Conseiller privé de Régence du Grand-Duc de Mecklenbourg - Strélitz, Chevalier de l'ordre de Wasa et de celui de St. Joachim; reçu le 19 Mai 1794, mort à Hannovre le 19 Août 1818.

Du nombre des Correspondans de l'Intérieur:

Mr. *Robert Hynam*, Artiste-Mécanicien, reçu le 21 Sepr. 1800, mort à St. Pétersbourg le 29 Décembre 1817, âgé de 81 ans.

Du nombre des Correspondans externes:

Mr. l'Abbé *François de Triesnecker*, Astronome de la Cour et Directeur de l'Observatoire Impérial à Vienne, Correspondant de l'Académie depuis le 5 Fevrier 1812.

Du nombre des Élèves de l'Académie:

Mr. *André Vladislavleff*, reçu Elève pour l'Économie politique le 23 Janvier 1811, mort le 10 Décembre 1818.

2. Membre exclu de l'Académie:

Le Secrétaire lut un ordre de M^{sr}. le Ministre en fonction, daté du 15 Mai 1817, avec lequel Son Excellence transmet à la Conférence la copie d'un Oukaze SUPRÊME donné au haut et dirigeant Sénat, en vertu duquel le ci-devant Académicien extraordinaire *Klaproth* qui, à la suite d'une résolution unanime de la Conférence, devoit être puni de l'exclusion, à cause de sa conduite indigne montrée en 1812, doit perdre le titre d'Académicien et être rayé de la liste des membres de l'Académie. Résolu de mettre incontinent en pleine exécution cet ordre SUPRÊME, de faire mention de la confirmation de cette exclusion dans l'Histoire de l'Académie de cette année, et de demander à Son Excellence M^{sr}. le Ministre en fonction la permission d'insérer l'Oukaze même dans les gazettes que l'Académie publie, afin de donner plus de publicité à cet acte de justice qu'un concours de circonstances avo retardé de tant d'années.

3. Membres congédiés de l'Académie:

Mr. *Guillaume Nasse*, Académicien extraordinaire pour la Technologie, congédié avec un Attestat daté du 2 Avril 1817.

Mr. *Guillaume Théophile Tilésius*, Académicien extraordinaire pour l'Histoire naturelle, congédié à sa demande et élu membre honoraire externe le 10 Septbr. 1817.

Mr. *Constantin Kirchhoff*, Académicien extraordinaire pour la Chymie, Conseiller de Cour et Chevalier de l'ordre de S^{te}. Anne de la 2^{de}. classe, obtint sa dimission demandée le 4 Mars 1818.

4. Nouvelles réceptions.

Au nombre des Académiciens ordinaires:

Mr. *Henry Köhler*, Conseiller d'Etat, Bibliothécaire et Conservateur des Antiques de l'Hermitage, élu Académicien pour les Antiquités grecques et romaines le 3 Septembre 1817.

Mr. *Chrétien Martin Frähn*, ci-devant Professeur des langues orientales à l'Université IMPÉRIALE de Kazan, élu pour les Antiquités orientales le 24 Septembre 1817.

Au nombre des Adjoints:

Mr. *Paul Fufs*, pour les Mathématiques; élu le 10 Juin 1818.

Mr. *Janvier Yartsoff*, pour les langues orientales; élu le 10 Juin 1818.

Au nombre des Membres honoraires de l'Intérieur:

S. E. Mr. le Comte de *Steinheil*, Gouverneur-général de Finlande, Chevalier de plusieurs Ordres; élu le 10 Septembre 1817.

Mr. *Joseph Kamenetski*, Médecin du Corps, Conseiller d'Etat et Chevalier; élu le 10 Septembre 1817.

S. E. Mr. le Comte *Dmitri Ivanovitch Khvostoff*, Conseiller privé, Sénateur, Chevalier de S^{te}. Anne de la 1^{re} classe; élu le 5 Novembre 1817.

Mr. *Nicolas de Karamsin*, Conseiller d'Etat, Chevalier de S^{te}. Anne de la 1^{re} classe et de St. Vladimir du 3^e degré; élu le 28 Janvier 1818.

S. E. Mr. *Alexandre de Tourgueneff*, Conseiller d'Etat actuel, Directeur du Département des Affaires ecclésiastiques, Chevalier de St. Vladimir du 4^e degré et de S^{te}. Anne de la 2^{de} classe; élu le 18 Février 1818.

S. E. Mr. *Alexis de Yermoloff*, Général d'Infanterie, Chevalier de St. Alexandre - Nevski, de St. George du 2^d degré et de S^{te} Anne de la 1^{re} classe; élu le 17 Juin 1818.

S. E. Mr. le Comte de *Capodistrias*, Secrétaire d'Etat de SA MAJESTÉ IMPÉRIALE, Chevalier de St. Alexandre - Nevski, de St. Vladimir du 2^d degré et de S^{te} Anne de la 1^{re} classe; élu le 17 Juin 1818.

S. E. Mr. le Comte de *Kotchoubey*, Conseiller privé actuel, Membre du Conseil de l'Empire, Sénateur, Chambellan actuel, Che-

valier de St. Alexandre - Nevski, de St. Vladimir du 1^r degré etc.; élu le 23 Décembre 1818.

Au nombre des Membres honoraires externes :

Mr. *Guillaume Théophile Tilésius*, ci-devant Académicien extraordinaire pour l'Histoire naturelle, Docteur en Médecine, Conseiller de Cour et Chevalier de l'ordre de St. Vladimir du 4^e degré; élu le 10 Septembre 1817.

Mr. *Noël de la Morinière*, Membre de plusieurs Sociétés savantes à Paris; élu le 26 Novembre 1817.

Mr. le Baron *Antoine Isaac Silvestre de Sacy*, Membre de l'Institut de France et de la Commission de l'Instruction publique; élu le 11 Février 1818.

Mr. *Louis Matthieu Langlès*, Membre de l'Institut de France; élu le 11 Février 1818.

Mr. le Baron *Alexandre de Humboldt*, Chambellan de S. M. le Roi de Prusse; élu le 11 Février 1818.

Au nombre des Correspondans de l'Intérieur :

Mr. *Pierre de Bazaine*, Colonel du Corps des Ingénieurs des voyes de communication et Chevalier de l'ordre de S^{te}. Anne de la 2^{de} classe; élu le 10 Septembre 1817.

Mr. *Frédéric Brandenbourg*, Apothicaire à Polotsk; élu le 1 Avril 1818.

Mr. *Pierre de Ricord*, Capitaine de la Flotte du 1^r rang, Commandeur du Kamtchatka et Chevalier; élu le 20 Mai 1818.

Mr. *Basile Golovnine*, Capitaine de la Flotte; élu le 27 Mai 1818.

Mr. le Comte *Alexandre Chodkievicz* à Varsovie; élu le 17 Juin 1818.

Mr. l'Abbé *Colecchi*, ancien Professeur de Mathématiques à l'Ecole polytechnique de Naples; élu le 26 Août 1818.

Mr. *Chrétien Frédéric Gräfe*, Professeur de Littérature grecque à l'Institut principal pédagogique, Conseiller de Cour et Chevalier; élu le 16 Décembre 1818.

Mr. *Frédéric de Hauenschild*, Professeur de Littérature allemande au Lycée IMPÉRIAL de Sarskoye - Sélo, Conseiller de Cour et Chevalier; élu le 16 Décembre 1818.

Au nombre des Correspondans externes :

Mr. *Charles Frédéric Burdach*, Professeur d'Anatomie à Königsberg; élu le 13 Mai 1818.

Mr. *Chrétien A. Zipser*, Professeur à Neusohl en Hongrie; élu le 26 Août 1818.

3. Élection d'un Membre du Comité d'Administration.
1817.

S. E. Mr. l'Académicien *Fufs* fut élu Membre du Comité d'Administration pour deux ans, à la place de Mr. l'Académicien *Severguine*.

1818.

Mr. l'Académicien *Severguine* fut élu Membre du Comité d'Administration pour deux ans, à la place de S. E. Mr. l'Académicien *Schubert*.

4. Avancemens civils.

Mr. l'Académicien *Schérer* fut avancé au rang de Conseiller d'Etat par un Oukaze, daté du 12 Janvier 1817.

Mr. l'Académicien *Storch*, en sa qualité d'Instructeur de L. A. I. MGRS les Grand-Ducs *Nicolas* et *Michel*, fut avancé au rang de Conseiller d'Etat actuel en 1817.

5. Décorations.

Son Excellence Mr. le Président fit savoir à la Conférence, que SA MAJESTÉ L'EMPEREUR a daigné très-gracieusement récompenser le service zélé et assidu du Secrétaire perpétuel de l'Académie, S. E. Mr. l'Académicien *Fufs* par la décoration de l'Ordre de St. Vladimir du 3^{me} degré.

Mrs. les Académiciens *Zagorski* et *Pétroff*, en leur qualité de Membres de l'Académie IMPÉRIALE de Médecine et de Chirurgie, ont été très-gracieusement décorés de l'ordre de S^{te} Anne de la 2^{de} classe, à la suite d'un Ordre SUPREME daté du 19 Février 1818.

SA MAJESTÉ L'EMPÉREUR a daigné très-gracieusement conférer à S. E. Mr. l'Académicien *Storch*, l'ordre de St. Vladimir du 3^{me} degré.

6. Distinctions littéraires.

Mr. l'Académicien *Storch*, fut reçu membre honoraire de la 2^{de} classe de l'Institut Royal des Sciences, de la Litterature et des Arts dans les Païs - bas, en 1817.

Mr. l'Académicien *Zagorski* notifia que la Société IMPÉRIALE des Naturalistes de Moscou l'a reçu le 10 Décembre 1818 au nombre de ses Membres honoraires.

Mr. l'Académicien *Schérer* présenta un diplôme de la Société des Naturalistes à Halle, qui vient de le recevoir au nombre de ses Membres honoraires externes.

Mr. l'Académicien *Schérer* notifia que la Société IMPÉRIALE minéralogique de St. Pétersbourg l'a reçu le 25 Novembre 1817 au nombre de ses Membres honoraires.

Mr. l'Académicien *Zagorski*, notifia que la Société de Médecine à Vilna l'a reçu le 12 Février 1818 au nombre de ses Membres honoraires.

S. E. Mr. l'Académicien *Fufs* notifia que la Société des Sciences à Philadelphie lui a fait l'honneur de le recevoir, le 17 Avril 1818, au nombre de ses Membres externes.

7. Nominations à d'autres places.

M^{gr}. le Ministre des Affaires ecclésiastiques et de l'Instruction a nommé Mr. l'Académicien *Severguine* premier Membre de l'Expédition chargée de fournir des objets d'Histoire naturelle aux Ecoles de l'Empire, avec le traitement fixé par l'état du Département.

M^{sr}. le Ministre des Affaires ecclésiastiques et de l'Instruction a nommé Mr. l'Académicien *Sevastianoff* Membre de l'Expédition établie pour fournir aux Écoles des objets d'Histoire naturelle, avec le traitement fixé par l'état.

III.

PRÉSENS FAITS À L'ACADÉMIE.

1. Pour la Bibliothèque.

De la part de l'Université IMPÉRIALE de Dorpat :

Cent - soixante dix huit ouvrages imprimés dans son arrondissement depuis le 6 Septembre 1816.

Essai critique sur l'Histoire de la Livonie, suivi d'un Tableau de l'état actuel de cette province; par M. I. C. d. B. Tome I. II. III. Dorpat 1817. 8^o.

De la part de l'Académie IMPÉRIALE Russe :

Извѣстія Россійской Академіи. Книжка 3^я. 4^я. 5^я. 6^я. С. II. бурб 1817 и 1818. 8^o.

De la part de la Société des Naturalistes à Berlin :

Der Gesellschaft naturforschender Freunde zu Berlin Magazin für die neuesten Entdeckungen in der gesammten Naturkunde. VII^{ten} Jahrg. 4^{tes} Quartal, VIII^{ten} Jahrg. 1^{tes} und 2^{tes} Quart. Berlin 1816 — 1817. 4^o.

De la part du Département IMPÉRIAL de l'Amirauté :

Морскій мѣсяцословъ на лѣто 1818 и 1819. С. II. бурб 8^o.

De la part de l'Académie Royale des Sciences de Stockholm :

Kongl. Vetenskaps-Academiens Handlingar, 1 och 2 Häftet, för År 1816. Stockholm 8^o.

Kongl. Vetenskaps - Academiens Handlingar för År 1817. Hälften 1 och 2. Stockholm 1817. 8^o.

De la part de l'Académie Royale des Sciences de Paris :

Mémoires de la classe des Sciences mathématiques et physiques de l'Institut de France. Année 1809. Année 1810. 1^{re} et 2^{de} partie. Année 1811 1^{re} et 2^{de} partie. Année 1812 1^{re} et 2^{de} partie. Paris 1810 — 1816. 4^o.

Mémoires présentés à l'Institut des Sciences et des Arts par divers Savans et lus dans les Assemblées. Sciences mathématiques et physiques. Tome second. Paris 1811. 4^o.

Mémoires de l'Institut Royal de France, classe d'Histoire et de Littérature ancienne. Tome 1 et 2. Paris 1815. 4^o.

De la part de la Société Royale des Sciences de Göttingue :

Commentationes Societatis Regiae Scientiarum Göttingensis recentiores. Volumen III. ad annos 1814 et 1815. Göttingae 1816. 4^o.

De la part de l'Université IMPÉRIALE de Abo :

Ad sacra connubialia IMPERIALIS Celsitudinis Nicolai Paulidae, Magni Russiarum Principis et. A. S. D. Fridericæ Lovisæ Charlottæ Wilhelminæ Principis hereditariae Regni Borussiae, Oratio. Aboae 1817. folio.

Index praelectionum, quas in Academia IMPERIALI Aboënsi habebunt omnium facultatum Professores a die 1 Octobris Anni 1816 ad idem tempus anni sequentis.

Dissertatio de vita Patriarcharum longissima. Auct. S. Roos. Aboae 1817. 4^o.

Positiones nonnullae circa necessitatem ordinationum cogentium ad negotium insitionis variolarum tutoriarum in Finlandia rite gerendum, Auct. M. Kalm. Aboae 1817. 8^o.

Positiones nonnullae circa negotium insitionis variolarum tuteriarum publicum in Finlandia; Auct. M. Bäck. Aboae 1817. 8^o.

Dissertatio chemica, nova experimenta, naturam Pargasitae illustrantia, proponens. Auct. Bonsdorff. Aboae 1817. 8^o.

- Specimen academicum observationes quasdam de hordei in borealibus terris culti cito maturescendi habitu etc. Auct. J. Utter. Aboae 1817. 8^o.
- Dissertatio academica de signis relationum nominalium in lingua fennica; pars VI^{ta}; Auct^s. G. Renval et I. Wogelio. Aboae 1817. 8^o.
- Philosophiae criticae de malo radicali doctrina breviter exposita; pars I^{ma}. Auct^s. C. Ottelin et J. Hein. Aboae 1817. 8^o.
- Dissertatio academica de modo reducendi distantias lunae a stellis, pro longitudine geographica invenienda; pars prior. Auct^s. Walbeck et Tulindberg. Aboae 1817. 8^o.
- Dissertatio academica de signis relationum nominalium in lingua fennica; pars IV^{ta}. Auct^s. J. Renval et N. Ingelio. Aboae 1817. 8^o.
- Dissertatio academica de motu corporum libero in medio resistente; pars IV^{ta}. Auct^s. N. G. af Schultén et C. Swahn. Aboae 1817. 8^o.
- Casus vulneris cum fractura olecrani et ruptura ancyloseos verae complicati; Auct. Hjertmann. Aboae 1816. 4^o.
- Ingenii romantici, aevo medio orti, expositio historica. Auct^s. A. Arwidsson et G. Aminoff. Aboae 1817. 4^o.
- De monstro humano bicipite et bicorpore, truncis ad anteriora coalitis artibusque duplicatis, Auct. C. Tengström. Aboae 1816. 4^o.
- De fide religiosa dissertatio. Auct^s. C. Ottelin et H. Zidén. Aboae 1816. 4^o.
- Dissertatio academica de viris in Fennia peritiae litterarum graecarum claris; pars V^{ta}. Auct. J. Tengström et J. Bergbom. Aboae 1816. 4^o.
- Curani sura LVII arabice et suethice; Auct^s. J. Wallenio et A. Wallenio. Aboae 1816. 4^o.
- Dissertatio Academica de motu corporum libero in medio resistente; pars III; Auct. C. Grönlund. Aboae 1816. 4^o.

De angina polyposa dissertatio. Auct. F. Rosenbom. Aboae 1816. 4^o.
 Observationes circa partum praematurum obstetricia manu parandum.
 Auct. C. de Hartmann. Aboae 1817. 4^o.

Commentationum in Aetii Amideni, Medici, Anecdota. Specimen primum. Auct. J. M. Tengström. Aboae 1817. 4^o.

Dissertatio academica, de motu corporum libero in medio resistente.
 Pars 3 et 4.

De fide religiosa dissertatio.

Dissertatio de vita patriarcharum longissima.

Dissertatio academica de signis relationum nominalium in lingua fenica. Pars 4, 5, 6, 7, 8.

Philosophiae criticae de malo radicali doctrina, breviter exposita.
 Part. 1.

Dissertatio academica de modo reducendi distantias lunae a stellis pro longitudine geographica invenienda.

Positiones nonnullae circa necessitatem ordinationum cogentium ad negotium, insitionis variolarum tutorialium in Finlandia rite gerendum.

Dissertatio academica de Panegyricis Romanorum.

De solo ex plantis eidem insitis dignoscendo, periculum chemico-oeconomicum.

Dissertatio academica de dialectica intellectus natura.

Dissertatio inauguralis medica anatomicam veneficii arsenico peracti investigationem sistens.

Vaticinium Nahumi latine et fenice redditum.

Theoriae possessionis ex jure civili romanoque sciagraphica adumbratio.

Dissertatio de topasio caeruleo Brasiliensi, Aboae 1818.

Dissertatio academica, threnos Jeremiae latine versos notisque explicatos sistens. Pars. 6. 7. 8. 9.

De typho contagioso dissertatio.

Dissertatio physico - mathematica, observationes hypsometricas ope
barometri institutas computandi methodum sistens.

Specimen academicum de Gangraena nosocomiali.

Dissertatio de aqua medicata Kuppisensi.

Casus Chirurgicus: De vulnere scilicet contusi capitis cum fractura
cranii et insigni depressione.

Cephalus et Proeris, fabula ex Ovidio suetice reddita.

Dissertatio inauguralis medica: de praecipuis insitionis variolarum
tutoriarum in Finlandia fati.

De angina polyposa dissertatio.

De la part de la Société géologique à Londres:

Transactions of the geological Society. Vol. 2^d. London 1814. 4^o,
with plates and maps, in illustration of this Volume.

De la part de l'Ecole Royale des Mines à Paris.

Annales des mines. Année 1816 et 1817 et la 1^{re} livraison
de 1818. Paris 1816 1818. 8^o.

De la part de l'Académie Royale des Sciences d'Upsala:

Acta Academiae Regiae Scientiarum Upsaliensis. Vol. II. IV.
V. VI.

De la part de la Société Américaine à Philadelphie:

Transactions of the American philosophical Society, held at Phi-
ladelphia, for promoting usefull knowledge. Vol. 1. New Series.
Philadelphia 1818. 4^o.

*De la part de l'Académie Royale des Inscriptions et Belles-Littres
à Paris.*

Notices et Extraits des manuscrits de la bibliothèque du Roi et
autres bibliothèques, publiés par l'Institut Royal de France.
Tome X. Paris 1818. 4^o.

De la part de la Direction générale des voies de communication:

Mémoire sur la Théorie du mouvement des barques à vapeur et sur leur application à la navigation des canaux, des fleuves et des rivières; par P. D. Bazaine. etc. St. Pétersbourg 1818. 4°.

Au nom de Sa Majesté le Roi des Pays-bas et de la part de Son Ministre de l'Instruction publique:

Flora Batava, ou description des plantes qui se trouvent dans les Pays-bas. Livraison 39 — 52. 4°.

De la part de la Direction de la Bibliothèque Impériale publique:

Омчебъ въ управленіи Императорскою Публичною Библиотечкою за 1817 годѣ. С. П. бурѣ 1818. 8°.

De la part de S. E. Mr. le Président:

Nonnos von Panopolis der Dichter. Ein Beytrag zur Geschichte der griechischen Poësie, vom wirklichen Staatsrath Ouvaroff. St. Petersburg 1817. 4°.

2°) Рѣчь Президента Императорской Академіи Наукъ, Попечителя С. П. бурскаго учебнаго Округа, въ шорже-ственномъ собраніи Главнаго Педагогическаго Инспитута, 22. Марша 1818 года. С. П. бурѣ 1818. 8°.

3°) Несторѣ Лавреншьевскій.

4°) Дипломатическое Собрание дѣлъ между Россійскою Имперією и Шлезвигъ-Голштейнскимъ Герцогствомъ производившихъ и пр:

De la part de Mr. le Professeur Frähn à Kazan:

C. M. Fraehnii, Rostochiensis; de namorum Bulgharicorum forte antiquissimo, libri duo. Casani 1816. 4°.

De la part de Mr. Giuliano Fazio à Naples:

1°) Discorso intorno al sistema di costruzione de'porti, proprio a non promuovere il loro arenamento. Napoli 1814. 4°.

2°) Discorso secondo intorno al sistema di costruzione de'porti,

concernente alcune ricerche sopra gli antichi porti d'Ostia, d'Anzo, d'Ancona, di Civitavecchia et di Nisita; di Giuliano de Fazio. In Napoli 1816. 4^o.

De la part de S. E. Mr. le Conseiller privé, Sénateur et Chev. Comte Stroyńowski :

Ekonomika powszechna krajowa narodow; przez Waleriana Strzemien Hrabiego z Stroynowa Stroynowskiego, Senatora i Taynego Jego *Imperatorskiej* i *Krolewskiej* Mosci Radez etc. w Warszawie 1816. folio.

De la part de Mr. Poltkovski :

Сокращенное учение о Государственномъ хозяйствѣ и пр. Творение Ж. Б. Сая. С. П. бургб. 1816. 8^o.

De la part de Mr. le Conseiller de Collèges et Chev. Fischer à Moscou :

Essai sur la Turquoise et sur la Calaité; par Gotthelf Fischer. Moscou 1816. 8^o.

Essai sur la Turquoise et sur la Calaité; par Gotthelf Fischer. Moscou 1818. 8^o. Seconde édition.

Essai sur la Pèllegrina, ou la perle incomparable des Frères Zozima; par G. Fischer de Waldheim etc. Moscou 1818. 8^o.

De la part le Mr. le Comte Szechenyi :

Catalogus manuscriptorum Bibliothecae nationalis Hungaricae Szecheniano-regnicolaris. Sopronii 1815. 8^o.

De la part de Mr. le Minéralogiste Etter, Correspondant de l'Académie :

Catechesis D. M. Lutheri, germanice, latine, graece et hebraice. Editio J. Claii. Witebergae 1573. 8^o.

Symbola et Emblemata, jussu atque auspiciis SS. M. A. ac S. Imp. Mosco^{ae} M. Di Czaris et M. D. Petri Alexeidis etc. etc. excusa. Amstelodami 1705. 4^o.

Sjöborg's Schwedische Sprachlehre. Stralsund 1811. 8^o

- Lange's Teutsch - Lettisches und Lettisch - Teutsches Wörterbuch.
Mitau 1777. 8°.
- Catalogue des huit collections qui composent le Musée minéralogique de Mr. Etienne de Drée. Paris 1811. 4°.
- Curso de Quimica general applicada a las artes, escritos por D. Joseph Maria de St. Cristobal y D. Joseph Garriga y Buach. Paris 1804 et 1805. Vol. 1 et 2. 8°.
- Lucrece. Traduction nouvelle, avec des notes; par Mr. Lagrange. Tome 1 et 2. Paris An VII. 8°.
- T. Lucretius Carus, of the nature of things, translated in english verse by Th. Creech. 8°.
- Titus Lucretius Carus, von der Natur der Dinge, aus dem lateinischen übers. mit Anmerkungen von Fr. H. Meyr. 1784. 8°.
- Di Tito Lucrezio Caro della natura delle cose Libri VI. Tradotte in verso Toscano da Alessandro Marchetti 1768. 8°.
- Geschichte der merkwürdigsten Naturbegebenheiten auf unserer Erde, von Christi Geburt bis auf gegenwärtige Zeiten; von J. E. Cantor. 3 Bände Koburg und Leipzig 1804-1805. 8°.
- Systematisch - tabellarische Übersicht der mineralogisch - einfachen Fossilien; herausgegeben von Dr. J. C. Ullmann. Kassel 1814. 4°.

De la part de Mr. le Conseiller privé et Chev. Graefe à Berlin:
Repertorium augenärztlicher Heilformeln; vom Ritter Carl Graefe; mit zwey Kupfertafeln. Berlin 1817. 8°.

Jahrbericht über das klinische chirurgisch - augenärztliche Institut der Universität von Berlin; überreicht vom Director der genannten Anstalt, Geh. Rath Graefe. Berlin 1816. 4°.

De la part de Mr. le Dr. Tönnies à Berlin:

Quomodo ex observatione occultationis stellae fixae, a luna, effectae; longitudo geographica loci observationis computetur explicavit et calculum conjunctionis Veneris cum Regulo, Anno 1817 observandae, addidit Fr. Guil. Tönnies. Berlin 1816. 4°.

De la part de Mr. Moreau de Jonnés à Paris :

Essai sur l'Hygiène militaire des Antilles; par Alex. Moreau de Jonnés. Paris 1817. 8°.

Observations sur les Géophages des Antilles; par le même. Paris 1817. 8°.

Monographie du Trigonocéphale des Antilles; par le même. Paris 1816. 8°.

Des effets du climat des Antilles sur le système moteur; par le même. Paris. 8°.

Précis historique sur l'éruption de la fièvre jaune à la Martinique en 1802; par le même. Paris 8°.

De la part de Mr. le Conseiller d'Etat d'Adelung :

Предложение объ учреждении Рускаго Национальнаго Музея, 8°.

Siegmund Freyherr von Herberstein. Mit besonderer Rücksicht auf seine Reisen in Rußland, geschildert von Friedr. Adelung etc. St. Petersburg 1818. 8°.

De la part de Mr. l'Académicien Scherer :

Nordische Blätter für die Chemie; herausgegeben von Dr. A. N. Scherer etc. 1^{ten} Bandes 1, 2, 3 und 4^{tes} Heft. Halle 1817. 8°.

De la part de Mr. le Conseiller de Cour Tilesius :

Beschreibung merkwürdiger Höhlen. Ein Beitrag zur physikalischen Geschichte der Erde. Herausgegeben von Rosenmüller u. Tilesius. 1^{ter} Band. Leipzig 1799. 2^{ter} Bd. Lpz. 1805. 8°.

De respiratione Sepiae officinalis. Dissertatio quam die XIX. Nov. 1801 defendet G. F. Tilesius. Lipsiae 4°.

Dissertatio inauguralis medica de Pathologia artis pictoriae plasticisque auxiliis illustranda, quam pro summis in Medicina et Chirurgia honoribus capessendis ad XV. Dec. 1801 ad disceptandum proponit G. T. Tilesius. Lipsiae in 4°.

Über die sogenannten Seemäuse oder hornartigen Fischeyer, nebst anatomisch - physiologischen Bemerkungen über die Fortpflanzungsweise der Rochen und Hayfische; von W. G. Tilesius. Mit fünf ausgemahlten Abbildungen. Leipzig 1802. 4^o.

De la part de Mr. l'Académicien Bode à Berlin :

Astronomisches Jahrbuch, für das Jahr 1819. Herausgegeben von J. E. Bode. Berlin 1817.

De la part de feu l'Astronome Schroeter :

Hermographische Fragmente zur genauern Kenntniß des Planeten Merkur. 2^{ter} Theil, nebst Beobachtungen des Planeten Vesta; von Dr. J. H. Schroeter. Göttingen 1816. 8^o.

De la part de Mr. le Professeur et Chev. Thunberg à Upsala :

Flora Runsteniensis. Pars I. Upsaliae 1815. 4^o.

De rosis Succanis. Tentamen XI. Ups. 1813. 4^o.

Museum naturalium Academiae Upsaliensis Pars XXIII. et appendices XV, XXII et XXIII. Upsaliae 4^o.

De typho contagioso. Pars I. et II. Ups. 1816. 4^o.

Remedia Guineensis. Collectio V. VI. VII. et VIII. Ups. 4^o.

De fistula stercoreali. Ups. 1813. 4^o.

Observationes pathologico - anatomicae circa ventriculum. Upsal. 1815. 4^o.

Periculum medicum de utilitate plantarum quarundam Succicarum. Ups. 1813. 4^o.

De narcoticis observationes. Upsaliae 1816. 4^o.

Dissertatio botanica de Cinchona. Pars I. et II. Upsaliae 1814. et 1816. 4^o.

Perspectivarum principia analyticae exposita a Car. Schulten. Ups. 1815. 4^o.

De la part de Mr. le Major Rennell :

Illustrations (chiefly geographical) of the history of the expedition of Cyrus from Sardis to Babylonia, and the retreat of the tenthousand Greeks from thence to Trebisonde and Lydia; by James Rennell. London 1816. 4^o.

De la part de Mr. le Chevalier Scheltema :

De laaste Veldtogt van Napoleon Buonaparte, door Jacobus Scheltema. Te Amsterdam 1816. 8°.

De la part de Mr. le Professeur et Chev. Sniadecki :

Trygonometrya Kulista, analyticznie wylozona; przez Jana Sniadeckiego, w Wilnie y Warszawie 1817. 8°.

Pisma rozmaite Jana Sniadeckiego. Tom. III. Wilno 1818. 8°.

Jeografia czyli Opisanie matematyczne i fysyczne Ziemi, w Wilnie 1810. 8°.

Discours sur Nicolas Copernic, par Jean Sniadecki; Nouv. édition. Warsovie 1818. 8°.

De la part de Mr. le Conseiller d'Etat Kamenetski :

Краткое наставленіе о лѣченіи болѣзней проспыми средствами. 1. часть сочиненная Осипомъ Каменецкимъ. 2. часть сочиненная Яковомъ Соколовичемъ; въ С. П. бургѣ 1817. 8°.

De la part de S. E. Mr. l'Académicien Storch :

Verhandelingen der eerste Klasse van het Hollandsch Instituut van Wetenschappen, Letterkunde en schoone Kunsten. Te Amsterdam 1 et 2 Deel. Te Amsterdam en den Haag 1812 et 1816. 8°.

Reglement voor het koninklik Neederlandsche Instituut van Wetenschappen, Letterkunde en schoone Kunsten. 4°.

Proces vèrbal van de vereenigde Zitting der vier Klassen van het Neederlandsche Instituut van Wetenschappen, etc. gehouden te Amsterdam op den 31^{ten} van Lentemaand 1814. 4°.

Reglement van Orde voor de vierde Klasse van het koninklik Neederlandsche Instituut van Wetenschappen, etc. 4°.

Encomium dictum viro doctissimo et consultissimo Wilhelmo Bilderdyk ab H. Bosscha. 4°.

Nagedachtenis van M. I. Hinlopen, Voorzitter der tweede Klasse van het koninklijk Instituut, overleeden den 21 December 1808. 8°.

Reglement van Orde voor de eerste Klasse van het koninklijk Nederlandsche Instituut van Wetenschappen, etc. 4°.

Reglement van Orde voor de tweede Klasse van het koninklijke Nederlandsche Instituut. 4°.

Reglement van Orde voor de derde Klasse van het koninklijk Nederlandsche Instituut. 4°.

Verhandeling over het Sommeren en Interpoleren van arithmetische Serien, door Jacob Florin. Te Amsterdam 1816. 8°.

Verslag van Zijne Excellentie den Minister van Eeredienst en binnenlandsche Zaken, door de eerste Klasse van het koninklijk Instituut van Wetenschappen etc. 1809. 4°.

Aanspraak by de opening van de eerste Vergadering der tweede Klasse van het koninklijk Instituut op den 21^{ten} van Slagtemaand. 1808. 4°.

Verslag by de tweede Klasse van het koninkl. Instituits, door de Commissie der taalkundige Werkzaamheden uitgebragt, betrekkelyk de Inrigting en verwaardiging van het allgemeeene Hollandsch Woordenboek. 4°.

Verslag van de Commissie der taalkundige Werkzaamheden betrekkelyk de Bastaardwoorden, uitgebragt in de vergadering der tweede Klasse van het koninkl. Institut op den 8^{ten} van Blocimaand. 1809. 4°.

Précis historique des opérations géodétiques et astronomiques, faites en Hollande, pour servir de base à la Topographie de cet Etat; exécutées par le Lieutenant - Général Kragenhoff, à la Haye 1815. 4°.

Verslag over het Amsterdamsch geotroijeerd Kunst-Cement; an zyne Excellentie de Minister van binnenlandsche Zaaken, door de eerste Klasse van het koninkl. Nederlandsche Instituut etc. 1816. 4°.

Verhandeling over den Geest van het Plakkaat van 31. July 1725 op den Ophef der Convooyen en Licenten. Amsterdam 1816. 8°.

De laatste Veldtocht van Napoleon Buonaparte; door Jacobus Scheltema. Te Amsterdam 1816. 4°.

Rapport de l'Institut d'Hollande, sur l'Introduction d'un système uniforme de poids et de mesures. 1814. 8°.

Verhandeling over den Landbouw, door I. F. Serrurier. Te Amsterdam 1816. 8°.

Verhandeling bevattende een overzicht van den Staat der voornaamste Gewassen in Nederland, geteeld door Jan Kops. Te Amsterdam 1816. 8°.

Rapport van het koninkl. Nederlandsche Instituut wegens de Maten en Gewigten. 8°.

Verhandeling over de Werking van den Azyn in de Typhus, door C. H. a Roy. Te Amsterdam 1817. 8°.

Verhandeling over eene nieuwe Wyze om Afstanden te meten, door Wylen den Heere Hendrik Aeneae. Te Amsterdam 1812. 8°.

De la part de S. E. Mr. le Conseiller privé, Sénateur et Chev. Comte D. I. Khwostoff:

Полное Собрание Спихотворений Графа Хвостова. Часць 1. С. П. бурб 1817. 8°.

De la part de Mr. le Conseiller et Commandeur Léonhard à Munic:

Propaedeutik der Mineralogie; von Dr. K. C. Leonhard, Dr. J. H. Kopp und C. S. Gärtner. Frankf. a. M. 1817. folio.

Taschenbuch für die gesammte Mineralogie, mit Hinsicht auf die neuesten Entdeckungen; herausgegeben von K. C. Leonhard, X^{ter} Jahrg. 1^{te} u. 2^{te} und XI^{ter} Jahrg. 1^{te} u. 2^{te} Abtheilung. Frankfurt a. M. 1816 und 1817. 8°.

De la part de Mr. le Colonel de Bazaine:

Traité élémentaire de Calcul différentiel, à l'usage des Elèves de l'Institut des voyes de communication; par P. D. Bazaine, Colonel du Génie des voyes de communication etc. St. Petersburg 1817. 8°.

De la part de Mr. l'Abbé Haiiy:

Traité des caractères physiques des pierres précieuses, pour servir à leur détermination, lorsqu'elles sont taillées; par Mr. l'Abbé Haiiy. Paris 1817. 8°.

De la part de Mr. Schlichtegroll, Secrétaire de l'Académie Royale des Sciences de Munic:

Bemerkungen über die Schriften des M. Corn. Fronto und über das Zeitalter der Antonine; von Fr. Roth. Nürnberg 1817. 4°.

De la part de Mr. le Baron Silvestre de Sacy:

Recherches historiques et critiques sur les mystères du Paganisme, par Mr. le Baron de St. Croix, seconde édition, revue et corrigée par Mr. le Baron Silvestre de Sacy. Tome 1 et 2. Paris 1817. 8°.

De la part de Mr. le Conseiller de Collèges et Professeur Morgenstern à Dorpat:

Töne vom Lebenspfade; von K. M. Dorpat 1818. 8°.

De la part de Mr. Langlès à Paris:

Notices sur l'état actuel de la Perse, en Persan, en Arménien et en Français; par Myr Davoud Zadour de Melik Schachnazar et Mrs. Langlès et Chahan de Cirbied. Paris 1818. 16^{mo}.

De la part de Mr. le Professeur Bessel à Königsberg:

Astronomische Beobachtungen auf der Königlichen Universitäts-Sternwarte zu Königsberg; von F. W. Bessel. 3^{te}. Abtheilung vom 1. Januar bis 31. Decbr. 1817. Königsberg 1817. folio.

Fundamenta Astronomiae pro Anno 1755, deducta ex observationibus viri incomparabilis James Bradley in specula astronomica Grenovicensi per annos 1750 — 1762 institutis; auctore F. W. Bessel. Regiomonti, 1818. fol. min.

De la part de Mr. le Professeur Burdach à Königsberg:

Über die Aufgabe der Morphologie; von Karl Fried. Burdach. Leipzig 1817. 8^o.

Berichte von der Königl. Anatomischen Anstalt zu Königsberg. Erster Bericht, mit einer Beschreibung des untern Endes des Rückenmarks; von K. F. Burdach. Leipzig 1818. 8^o.

De la part de Mr. Delambre à Paris:

Tables écliptiques des Satellites de Jupiter, d'après la théorie de Mr. le Marquis La Place et la totalité des observations, depuis 1662 jusqu'à l'an 1802; par Mr. Delambre. Paris 1817. 4^o.

Histoire de l'Astronomie ancienne; par Mr. Delambre. Tome 1. et 2. Paris 1817. 4^o.

De la part de Mr. le Conseiller de Cour Bouldakoff:

Новѣйшія любопытныя и достоверныя повѣствованія о восточной Сибири и пр. напечатаны по Высочайшему повелѣнію. С. П. бургб 1817. 8^o.

Описаніе несчастнаго Кораблекрушенія Фрегата Россійско-Американской Компаніи Невъ, послѣдовавшаго близъ береговъ Ново-Архангельскаго Порта. С. П. бургб 1817. 8^o.

Путешествіе по Сѣверной Америкѣ къ ледовитому морю и тихому Океану, совершенныя Т. Т. Герномъ и Микенціемъ. Переведено съ Англійскаго на Островъ Кадьякъ. С. П. бургб 1818. 4^o.

De la part de Mr. le Comte Chodkiewicz à Varsovie:

Nauka robienia piwa; przez Alex. Hrabiego Chodkiewicza. w Warszawie 1811. 4^o.

Tablice Stosunku dawnych miar i wag francuzkich i Koronno Litewsko-Polskich z miarami i wagami nowemi, przyjętymi we Francyi; przez A. Hr. Chodkiewicza. w Warszawie 1811. fol.

Pisma wierszem i prozą Alex. Hr. Chodkiewicza. Tom 1. w
Warszawie 1817. fol.

De la part de Mr. le Professeur Ewers à Dorpat:

Beyträge zur Kenntniss Russlands und seiner Geschichte. Her-
ausgegeben von Gustav Ewers und Moritz v. Engelhardt. 1^{ter}
Bandes 2^{te}. Hälfte. Dorpat 1818. 8^o.

De la part des Auteurs ou Éditeurs:

Dörptische Beyträge für Freunde der Philosophie; von K. Morgen-
stern. Jahrg 1816. 1^{te} Hälfte.

Über die Capillarität. Eine Kritik der Theorie des Grafen La Place
über die Kraft welche in den Haarrohren wirkt; von F. G.
Parrot. Dorpat. 8^o.

Tractatus physico-medicus de atmosphaera et aëre atmosphaerico,
nec non de variis gazis, vaporibus, effluviisque in cis contentis,
respectu eorum in corpus humanum effectuum auct. Herm. Josepho
Jaeger. Colon Agripp. 1816. 8^o.

Saggio sulla bonificazione delle Paludi Pontine; dal Cavaliere Vittorio
Fossombroni. Verona 1815. 4^o.

De latitudine speculae Manhemiensis; auctore H. C. Schumacher,
Astronomiae Professore. Havniae 1816. 4^o.

Mémoires concernant l'Histoire, les Sciences, les arts, les moeurs,
les usages etc. des Chinois, par les Missionnaires des Peking;
par le Baron Silvestre de Sacy. Tome XVI. Paris 1814. 4^o.

Λιθίνας Πυργος, ossia Forte di pietra etc; del Cavaliere Ha-
ger. Milano 1816. 4^o.

Erfahrungen und Abhandlungen aus dem Gebiete der Krankheiten
des weiblichen Geschlechts; von Dr. E. F. Nägele. Manheim
1812. 8^o.

Dr. E. F. Nägele, Professoris Heidelbergensis, epistola ad T. F.
Baltz. Med. et Chir. Doctorem, qua historia et descriptio ane-
vrismatis, quod in aorta abdominali observavit, continetur. Hei-
delbergae 1816. 4^o.

- Neue Beyträge zur Akustik; von E. F. F. Chladni, nebst zehn steingedruckten Tafeln. Leipzig 1815. 4^o.
- Neues Verzeichniss der herabgefallenen Stein- und Eisen-Massen, in chronologischer Ordnung; von E. F. F. Chladni 1816. 8^o.
- A parallel drawn between the two intended Chinese Dictionaries; by the Rev. Robert Morrison and Antonio Montucci. London 1817. 4^o.
- Elogium Johannis Meermann; Auctore Henr. Const. Gras. Amstelædami et Hagæ 1817. 8^o.
- Geognostische Untersuchungs-Methode, ein Versuch von Moritz v. Engelhardt. Riga 1817. 8^o.
- The American medical and philosophical Register; or Annals of Medecine, Natural History, Agriculture and the Arts. Vol. I. II. III. IV. New-York 1811 — 1814. 8^o.
- Transactions of the Society for the promotion of Agriculture, Arts and Manufactures, instituted in the States of New-York. Vol. I. II. III. Albany 1801. — 1814. 8.
- An inaugural dissertation on the Eupatorium perfoliatum of Linneus; by A. Anderson. New-York 1813. 8.
- An inaugural Dissertation on Mercury; by J. W. Francis. New-York 1811. 8.
- An inaugural dissertation on Angina pectoris; by Henry Bogast. New-York 1813. 8^o.
- Hortus Elginensis, or a Catalogue of plants cultivate in the Elgin Botanic-Garden. New-York. 1811. 8^o.
- An introductory discourse to a course of Lectures on the theory and practice of Physick; by Dr. Hosack. New-York 1813. 8^o.
- Remarks on the treatment of the typhoed state of fever; by Dr. Hosack. New-York. 1815. 8^o.
- A statement of facts relative to the establishment and progress of the Elgin Botanic Garden; by Dr. Hosack. New-York 1811. 8^o.
- Observations on the establishment of the College of Physicians and

- Surgeons in the City of New-York; by Dr. Hosack. New-York 1811. 8°.
- Observations on Croup or Hives; by Dr. Hosack. New-York 1811. 8°.
- Description d'un Anevrisme de l'artère crurale, opéré avec succès à New-York, par Mr. le Docteur Hosack.
- Syllabus on the Course of Lectures on Botany, delivered in Columbia College, by Dr. Hosack. New-York 1814. 8°.
- A case of Anthrax, by Dr. Hosack.
- Observations on the Peripneumonia typhoides, by Dr. Hosack. New-York 1813. 8°.
- Case of Aneurism of the femoral Artery; by Dr. Hosack. New-York 1812. 8°.
- Observations on the advantages of exposing wounds to the air after capital operations; by Dr. Hosack. New-York 1813. 8°.
- Syllabus of the several courses of medical Lectures, delivered in the College of Physicians and Surgeons of the University of the State of New-York. New-York 1814. 8.
- Observations on the Balston Waters; by Dr. Hosack. New-York. 8°.
- A discourse on the importance of medical education; by S. Bard. New-York 1812. 8°.
- Memorial of the New-York historical-Society, to the honourable the legislature of the State of New-York. 1814. 8°.
- Eight annual reports of the proceedings of the medico-chirurgical Society of the University of the State of New-York. 1815. 8°.
- Observations on the Laws governing the communication of contagious diseases, and the means of arresting their progress; by Dr. Hosack. New-York 1810. 4°.
- An introductory discourse delivered before the literary and philosophical Society of New-York on the fourth of May 1814; by De Witt Clinton. New-York 1815. 4°.

- Expériences sur la digestion dans l'homme; par A. Jenin de Montègre. Paris 1814. 8°.
- Observations sur les Lombrics ou vers de terre; par Mr. A. J. de Montègre. Paris 1815. 8°.
- Nouvelle nomenclature chymique; par Mr. Caventou. Paris 1816. 8°.
- Ornithologia Suecica; auctore Sv. Nilson. Pars prior Havniae 1817. 8°.
- Meteorologisches Jahrbuch von 1814 und 1815, mit Rücksicht auf die hieher gehörigen meteorologischen und astronomischen Beobachtungen, nebst den Aspecten der Sonne, der Planeten und des Mondes; vom Canonicus Augustin Stark. Augsburg 1816 und 1817. 4°.
- Exposé des propriétés de l'eau de mer distillée; par B. G. Sage. Paris 1817. 8.
- L'identità del fluido elettrico col così detto fluido Galvanico, memoria comunicata al Signore Pietro Confgliacchi. Pavia 1814. gr. in 4°.
- Canon Pellianus, sive Tabula simplicissimam aequationis celebratissimae $y^2 = ax^2 + 1$ solutionem pro singulis numeri dati valoribus ab 1 usque ad 1000 in numeris rationalibus, iisdemque integris, exhibens. Auctore C. F. Degen etc. Havniae 1817. 8°.
- Talhofer. Ein Beitrag zur Litteratur der gerichtlichen Zweikämpfe im Mittelalter; von Dr. Nathanael Schlichtegroll, mit 6 Tafeln in Steindruck. München 1817. Quer-Folio.
- Nouveau voyage dans l'empire de Flore, ou principes élémentaires de Botanique; par J. L. A. Loiseleur de Longchamps. Paris 1817. 8°.
- Flora Gallica, seu enumeratio plantarum in Gallia sponte crescentium; Auctore J. L. A. Loiseleur de Longchamps. Lutetiae 1806. 8°.
- Cephalogenesis, sive capitis ossei structura, formatio et significatio, per omnes animalium classes, familias, genera et aetates digesta, atque tabulis illustrata; auctore Joanne Baptista Spix etc. accedunt Tabulae XVIII, Monachii 1815. Fol. Imperial.

- Chemia przez Alexandra Hrabiego Chodkiewicza. Tom 1 — 6. w.
Warszawie 1816. 8°.
- Dissertatio de Topasio caeruleo Brasiliensi, quam publicae censurae
subjiciunt Matthias Baeck et O. W. Rosenlew. Aboae 1818. 4°.
- Über die bey Rosette in Aegypten gefundene dreyfache Inschrift;
von Frid. Schlichtegroll. München 1818. 4°.
- Von dem Einfluss der Bauwissenschaften auf das allgemeine Wohl
und die Civilisation, insbesondere in Griechenland und Klein-Asien;
von C. F. v. Wiebeking. München 1818. 4°.
- Рускій лечебный Травникъ, содержащій описание отече-
стныхъ врачебныхъ растѣній качествами своими замѣняю-
щихъ иноземныя. Сочиненіе Доктора Медицины и Хирур-
гій Кашинскаго. С. П. бурга 1817. 8°.
- Trattato teorico-pratico sulla raccolta del nitro; da Pietro Pulli.
Tomo 1 et 2. Napoli 1813 et 1817. 8°.
- Traité complet de Mécanique appliquée aux Arts, divisé en huit
Traités; par M. J. A. Borgnis. Paris 1818. 4°.
- Essai d'une parallèle entre les forces physiques et les forces mo-
rales; par Hyacinthe Carena etc. Turin 1817. 8°.
- Précis topographique et géologique sur l'île de Martinique; par le
Chef d'Escadron Moreau de Jonnés etc. Paris 1817. 8°.
- Quatuor monumenta aenea e terra in Suecia eruta; illustrata ab Jona
Hallenberg. Stockholm 1802. 8°.
- Disquisitio de nominibus in lingua Sviogöthica lucis et visus etc.
Auctore Jona Hallenberg. Pars 1 et 2. Stockholm 1816. 8°.
- Berättelse om Svenska Kongl. Mynt-Cabinettet; af J. Hallenberg.
Stockholm 1804. 4°. minori.
- De Rhinoplastice, sive arte curtum nasum ad vivum restituendi
Commentatio etc. conscripsit C. F. Graefe etc. Berolini 1818. 4°.
- Della gente Arria Romana e di un nuovo denaro di Marco Arrio
Secondo. Dissertazione di Bartolomeo Borghesi. Milano 1817. 8°.
- Nuovi frammenti dei Fasti consulari Capitolini, illustrati da Barto-
lomeo Borghesi. Parte 1. Milano 1818. 4°.

Descrizione degli stateri antichi, illustrati con le medaglie, per Domenico Sestini. Firenze 1817. 4°.

Versuch die Idee einer fortgesetzten Schöpfung oder einer fortwährenden Entstehung neuer Organismen aus regelmässig wirkenden Naturkräften darzustellen; von A. M. Tauscher etc. Chemnitz 1818. 8°.

Gründliche Darstellung der Differenzial- und Integral-Rechnung, nach der eigenen Idee des Erfinders etc; von E. T. Wrede, Professor in Königsberg. Königsberg 1817. 4°.

Corso di Scienze di Carmino Lippi. Napoli 1817. 8°.

Fu il fuoco o l'acqua che sotterro Pompei ed Ercolano? da C. Lippi. Napoli 1816. 8°.

Il Pubblico istruito delle malattie de' fanciulli, del metodo di guarirle facilmente et di avere degli uomini di ottima salute in tutte le altre età. Opera utile a tutti i padri di famiglia; dal Dre. Buccellati. Milano 1818. 8°.

L'attraction détruite par le mouvement primordial, ou Théorie nouvelle du cours des corps célestes et du mouvement; par Mr. le Comte de Zuylen de Nyevelt. etc. Bruxelles 1818. 8°.

An Essay on the origin and operation of the dry rot, with a view to its prevention; by Robert Mac-William, Architect and Surveyor. London 1818. 4°.

Eloge de Blaise Pascal, accompagné de notes historiques et critiques; par G. M. Raymond. Lyon 1816. 8°.

Prodromo di ricerche sperimentali sul gas illuminante, applicato a vari oggetti di privata e pubblica economia; dal Cavalier Giovanni Aldini. Milano 1818. 8°.

Saggio sperimentale sull'esterna applicazione del vapore all'acqua dei bagni e delle filandre a seta, con alcune osservazioni su i bagni a vapore; dal Cav. Giovanni Aldini. Milano 1818. 8°.

2. Pour le Cabinet de Curiosités.

De la part de Mr. John Liston à Leith en Écosse:

Six bourses de cuir brodées, du travail des Esquimaux du détroit de Davis.

De la part de S. E. Mr. l'Académicien Ozeretskovski:

Dans un flacon rempli d'esprit de vin, trois exemplaires de l'Oniscus Entomon, dont deux d'une grandeur extraordinaire.

De la part de la Régence du Palais de Zarskoje-Sélo:

Une tortue de mer morte dans la Ménagerie.

De la part de la Régence du Gouvernement d'Orenbourg:

Deux foetus monstrueux à têtes de chien, sans poils, à quatre pattes avec des griffes et de longues queues, dont la femme d'un païsan du district d'Oufa doit avoir été accouchée!

De la part de Mr. l'Académicien extraordinaire Langsdorff à Rio de Janeiro:

276 objets d'Histoire naturelle pour le Musée de l'Académie, parmi lesquels il y a des Lézards, des Singes, des Armadillos, des Agoutis, des Coatis, des Tayassons, des Ecureils, des Philandres etc. et 250 peaux d'oiseaux du Brésil.

Une dent molaire d'Éléphant, trouvée en Crymée entre la ville de Taman et la vieille forteresse Turque, envoyée à l'Académie, par S. A. J. Monseigneur le Grand-Duc *Nicolas Pavlovitch*.

3. Pour le Cabinet de Minéralogie.

SA MAJESTÉ L'EMPEREUR a digné très-gracieusement ordonner de payer à Mr. le Conseiller d'Etat actuel *Ozeretskovski*, 2000 Roubles pour la pierre de Labrador de 23 pouds de poids, offerte en vente à l'Académie et qui a été placée au Musée Académique.

*De la part de S. E. Mr. le Gouverneur-général de Finlande
Comte de Steinheil:*

Deux caisses de minéraux de sa province: Quarz bleus, Coccolithes, Actynofes, Pargasites, Morochites, Chondrodites, Basaltes, Scapolithes, Pantolithes, Sphènes, Malacolithes, Graphites etc. en tout 55 pièces.

De la part du Minéralogiste Mr. Etter:

Un morceau de charbon de terre qui a été trouvé dans le Gouvernement de Perm, district de Solikamsk, aux environs des minières de Mr. le Chambellan actuel Vsevoloshski.

Un morceau de pierre lithographique, ou Schiste marneux d'Oppenheim.

De la part de Mr. le Professeur Zipser à Neusohl:

Deux caisses de minéraux de Hongrie, contenant 200 pièces.

S. E. Mr. le Président transmet:

Un fragment de l'Aérolithe tombé dans le district de Youkhnoff du Gouvernement de Smolensk, près du village Slobotka.

4. Pour la Bibliothèque de l'Observatoire:

De la part de Mr. le Professeur Bessel à Königsberg:

Astronomische Beobachtungen auf der Königl. Universitäts-Sternwarte in Königsberg: von F. W. Bessel. 2^{te}. Abtheilung vom 1. Januar bis 31^{ten}. Decbr. 1815. Königsberg 1816. in fol.

Astronomische Beobachtungen angestellt auf der Königlichen Universitäts-Sternwarte in Königsberg; von F. W. Bessel. IV^{te}. Abtheilung vom 1^{ten}. Jan. bis 31^{ten}. Decbr. 1817. Königsberg 1818. fol.

De la part de Mr. le Prof. Struve à Dorpat:

F. G. W. Struve Observationes astronomicae, institutae in Specula Universitatis Caesariae Dorpatensis. Vol. 1. Dorpati 1817. 4^o.

De la part de Mr. l'Académicien Bode à Berlin :

Astronomisches Jahrbuch für das Jahr 1820; herausgegeben von J. E. Bode, Berlin 1817. 8°.

Astronomisches Jahrbuch für das Jahr 1821; herausgegeben von J. E. Bode, Berlin 1818.

5. Pour le Cabinet de Physique.

De la part de Mr. le Conseiller de Cour Karsakoff :

Le modèle d'un Antigraphé simplifié, avec la description.

IV.

MÉMOIRES ET AUTRES OUVRAGES MANUSCRITS PRÉSENTÉS A L'ACADÉMIE.

Sur la pierre Chinoise nommée You; par Mr. Severguine.

О противуглистомъ средствѣ испытанномъ Докторомъ Ивановъ Кашанскимъ.

О прищалахъ сѣрокислаго Хромія; par l'Elève Mr. Moukhine.

О наждакъ; par Mr. Zakharoff.

Switrigail Grossfürst von Lithauen. Ein Beitrag zu den Geschichten von Lithauen, Russland, Polen und Preussen; von August v. Kotzebue.

Des entraves à l'importation des marchandises étrangères, comme moyen d'encourager la production nationale; par S. E. Mr. Storch.

О сырыхъ или неуподобленныхъ сокахъ человеческого шѣла (Продолженіе); par Mr. Zagorski.

Versuch einer Litteratur der Pharmacopöen; par Mr. Schérer.

De l'aberration des étoiles fixes; par S. E. Mr. Schubert.

Описаніе новой породы рыбъ, принадлежащей къ роду понкохвоста (Trichiurus); par Mr. Sevastianoff.

Diamètre de la lune déduit des occultations d'Aldebaran; par Mr. Wisniewski.

Abstammung und Erklärung mehrerer zum Theil veralteter Russischer Wörter in Nestors Chronik und Jaroslaws Gesetzen; par Mr. Krug.

- Продолженіе Метеорологическихъ наблюдений учиненныхъ въ
Змѣиногорскомъ рудникѣ съ Юля 1816 по Генварь 1817.
года; par Mr. le Correspondant Spaski.
- Наблюдения и опыты надъ попассиємъ; par Mr. Petroff.
- Mémoire sur la théorie du mouvement des barques à vapeur et sur
leur application à la navigation des canaux, des fleuves et des
rivières; par Mr. de Bazaine.
- Remarques sur la trisection de l'angle et sur la duplication du
cube; par Mr. Roussel.
- De curva quadam transcendente ejusque proprietatibus; par Mr.
Paul Fuss.
- О существованіи желѣза и марганца въ костяхъ; par Mr.
Zagorski.
- Средство Г. Ганеня противъ бородавкъ; par le même.
- Изложеніе новой Теоріи уравненій Доктора Павла Руффуні;
par Mr. Collins.
- О тройной соли состоящей изъ хроміевой окиси. или о сѣрно-
кисломъ хроміевомъ кали. (Sulfate de Chrome et de Potasse);
par l'Elève Mr. Moukhine.
- О хрисоколѣ Плинія; par Mr. Severguine.
- Разложеніе Екатеринбургскаго Наждака; par Mr. Zakharoff.
- Observations astronomiques, faites à l'Observatoire de l'Université
Impériale de Vilna en 1816 nouveau Stile; par Mr. Sniadecki.
- Summatio duarum serierum; par S. E. Mr. Fuss.
- De Cycloidibus in superficie sphaerae descriptis; par le même.
- Объ ошдѣленныхъ сокахъ человѣческаго шѣла. Продолженіе
ислѣдованія жидкихъ частей. Ошдѣленіе 4. . Соки ошдѣ-
ленные; par Mr. Zagorski.
- Описаніе новой породы Американской Обезьяны изъ рода
Унстиши (Jaechus Géoffr); par Mr. Sevastianoff.
- Description du Micromètre binoculaire; par Mr. Wisnievski.
- Выписка учиненнымъ въ С. Петербургѣ, при Император-
ской Академіи Наукъ, наблюденіямъ о погодахъ и воздуш-
ныхъ явленіяхъ и перемѣнахъ въ 1816 году; par Mr. Tar-
khanoff.

- Vorläufige Anzeige einer neuen zusammengesetzten Alaunverbindung;
par Mr. Scherer.
- Berichtigte Zeitangaben der Russischen Jahrbücher. Fortsetzung;
par Mr. Krug.
- Сравнительныя таблицы новыхъ французскихъ мѣрб и вѣсовъ
съ Россійскими; par l'Elève Mr. Paul Fuss.
- Опыты дѣланные надъ потассіемъ для узнанія того, мо-
жетъ ли оказываться свѣтъ или пламя при разрѣшеніи
онимъ воды безъ всякаго прикосновенія къ нимъ атмосфер-
наго воздуха; par Mr. Petroff.
- Статистическое описаніе горныхъ промысловъ въ Россіи; par
l'Elève Mr. Vladislavleff.
- Tableaux statistiques sur le Commerce étranger de l'Empire de
Russie, pendant les années 1802 et 1807 et depuis 1812
jusqu'en 1815; par Mr. Herrmann.
- О ядоносномъ орудіи ушконоса (*Ornithorhynchus paradoxus*);
par Mr. Sevastianoff.
- Извѣстіе о новой породѣ Носорога, сообщенное Г. Бурчелемъ;
par le même.
- Einige Bemerkungen über die Silber und Kupfergruben in Georgien;
par Mr. Schlegelmilch.
- Объ Озерѣ Спержѣ; par S. E. Mr. Ozeretkovski.
- De Academiae Imperialis Scientiarum Petropolitanae Museo numario
Moslemico Prolusio prima, qua dum confiat accurata descriptio,
ejus copia et praestantia obiter contuenda proponitur. Particula
prior; par Mr. Frähn.
- Изложеніе новой Теоріи уравненій Доктора Павла Руффини.
часть 2; par Mr. Collins.
- Sur une Cochlide du Gouvernement de Twer; par Mr. Severguine.
- О гидраулическомъ или водяномъ жомѣ и о легкомъ способѣ
увеличить онаго силу; par Mr. Zakharoff.
- Описаніе о жишеляхъ Казанской Губерніи; par Mr. Zinovieff.
- Coleoptera Capensia, antennarum clava solida et perfoliata, collecta,
recensita et descripta a Car. Pet. Thunberg.

- О студенистыхъ сокахъ (Продолженіе изслѣдованія отдѣлен-
ныхъ соковъ человеческого шѣла); par Mr. Zagorski.
- Монографія или описаніе рода Землеройки. (Sorex); par Mr.
Sevastianoff.
- Способъ употребленія сѣрнощелочной печени въ перепончатой
жабѣ, удушливомъ кашлѣ и насморкѣ легкихъ; par Mr. Za-
gorski.
- Новый способъ лакировать кожу; par le même.
- Détermination de la Longitude géographique de Stavropol; par Mr.
Wisnievski.
- Нѣкоторыя объясненія въ разсужденіи Теоріи обжиганія из-
вести; par M. Severguine.
- Достопамятныя извѣстія о Лиховскихъ островахъ; par Mr.
Sevastianoff.
- Über das Alisma Plantago. Zur Geschichte der Entdeckung seiner
Wirkung; par M. Scherer.
- О новомъ Вильсоновомъ Изрометрѣ и о приманкѣ для ловленія
крысъ; par Mr. Zagorski.
- О луженіи кухонной посуды цинкомъ; par le même.
- Über die Präexistenz der Schwefelsäure im Alaunsteine; par Mr.
Scherer.
- Über den germanischen Ursprung des Wortes Князь; par Mr.
Krug.
- О Циклоидахъ на поверхности шара описанныхъ. Сочиненіе
Николая Фуса; перевелъ съ Машинскаго Павелъ Фусъ.
- Extrait des observations météorologiques, faites à St. Petersburg,
année 1809, d'après le nouveau Stile; par M. Petroff.
- Mémoire sur l'Analyse chimique de quelques substances végétales,
présenté à l'Académie Impériale des Sciences de St. Petersburg;
par Mr. O. Gribko.
- Über die grossen Silbermünzen der Könige von Bactrien oder
Baktriane; par Mr. Köhler.
- О причинахъ цепенія живошныхъ, спячими называемыхъ, и
дѣятельности другихъ; par M. Zagorski.

- Химическое разрѣшеніе мозгового вещества человека и инок-порныхъ живописныхъ; par le même.**
- О морскихъ черепахахъ и о способѣ ловить оныхъ посредствомъ рыбки называемой *большое прилипало* (*Echeneis Neucrates*); par Mr. Sevastianoff.**
- De usu radicis Fumariae bulbosae apud Carelos; par S. E. Mr. Ozeretskovski.**
- Symbolae ad Bulghariae, urbis quondam ad Wolgam-florentissimae, nunc vero in ruderibus-jacentis historiam; par Mr. Fraehn.**
- Слѣдствія опытовъ Г. Тенара надъ Фосфоромъ; par Mr. Zagorski.**
- Über die Mittel sich gegen die Wirkung des Feuers zu sichern; par Mr. Scherer.**
- Données statistiques sur l'état de l'Agriculture en Russie en 1814; par Mr. Herrmann.**
- Réflexions sur les points de rebroussement; par S. E. Mr. de Schubert.**
- Техническое распредѣленіе драгоценныхъ камней, съ показаніемъ ихъ отличительныхъ признаковъ; par Mr. Severguine.**
- Снарядъ для предохраненія рабочихъ людей отъ вредныхъ газовъ, которыми они подвергаются въ ямахъ; par Mr. Zagorski.**
- Démonstration de plusieurs théorèmes de la Géométrie élémentaire; par Mr. Kausler.**
- Über das Hornstein-Porphyr-Gebirge in der vordern Bergreihe des Araratschen Haupt-Gebirgrückens; par Mr. Schlegelmilch.**
- Auflösung einiger zu einer eigenen Gattung gehörender Aufgaben der höhern Geometrie; par Mr. Collins.**
- Объ Озерахъ Вселухъ и Пено; par S. E. Mr. Ozeretskovski.**
- Химическое разложеніе шафрана, и о прозябеніи; par Mr. Zagorski.**
- Mémoire sur l'application à la Géométrie plane de plusieurs propriétés de l'hyperboloïde de révolution et du cône, et résolution de quelques problèmes relatifs aux courbes du second degré; par Mr. de Bazaine.**

- Mémoire sur le Paraboloïde; par le Révérend Père Collecchi.
- О смарагдахъ и Бериллахъ Плинія. Часть 1. О смарагдахъ;
par Mr. Severguine
- De Rumänzovite, Fossili Fennico novo; par Mr. Nordenskiöld.
- Краткое начертаніе началъ полипической Экономіи, сочиненное Г. Гарніе; par Mr. Vladislavleff.
- О прессѣ новаго устройства; par Mr. Zakharoff.
- Выписка учиненнымъ въ С. П. бургѣ при Императорской Академіи Наукъ наблюдениямъ о погодахъ и воздушныхъ явленіяхъ и перемѣнахъ въ 1817. году; par Mr. Tarkhanoff.
- О сокахъ сыворочныхъ желчныхъ и сбменныхъ. Окончаніе изслѣдованія опдѣленныхъ соковъ человѣческаго тѣла; par Mr. Zagorski.
- De l'emploi du crédit, pour subvenir aux besoins du Gouvernement, dans les états modernes et particulièrement en Russie; par S. E. Mr. de Storch.
- О породахъ семги имѣющихъ на спинѣ горбы; par Mr. Sevastianoff.
- Mémoire sur l'Ergot ou le blé cornu, et sur les maladies du blé en général; par Mr. Tilésius.
- Mémoire contenant la description et les dessins de quelques nouvelles espèces d'insectes; par Mr. Billberg.
- Solution du problème de la trisection de l'angle; par Mr. Riboult.
- Chemische Abhandlung vom salzsauren Baryt; par Mr. le Docteur Richter.
- Über die bisher unbeachtet gebliebene Vorsicht bey der Bestimmung der Salze mit prävalirender Säure, vermittelt der Lakmus Tinktur; par Mr. Schérer.
- Über den Ursprung und die Einführung des Zahlworts сорокъ anstatt четьредесять; par Mr. Krug.
- Краткое извѣстіе о несходствѣ послѣдствій опытовъ Мориккини, Конфигіаки и моихъ собственныхъ, въ отношеніи къ намагничиванію желѣзныхъ и стальныхъ стрѣлокъ опы дѣйствія на оныя разноцвѣтныхъ и наипаче фіолетовыхъ лучей солнечнаго свѣта; par Mr. Petroff.

- Problemata de curvis algebraicis rectificabilibus in superficie corporum rotundorum descriptis; par S. E. Mr. de Fuss.
- Antiquitatis Muhammedanae Monumenta vel in Russia vel exteris reperta C. M. Frähn interpretatus est. 1. Elogium sepulcrale Melitense; a Chr. 1174.
- Nouvelles recherches statistiques sur le rapport de la population à l'étendue du terrain en Russie; par Mr. Herrmann.
- Solutio problematum aliquot ex Geometria sublimiori; par Mr. Paul Fuss.
- Объ Озеръ Волго; par S. E. Mr. Ozeretskovski.
- Adumbratio demonstrationis theorematis arithmetici maxime universalis; par Mr. Degen.
- Наблюденіе солнечнаго затмѣнія, учиненное на обсерваторіи С. П. бургской Императорской Академіи Наукъ 1818 года, Маія 5-го дня (по нов. ст.), вычисленное Воспишанникомъ Павломъ Тархановымъ.
- Über einige zwischen den Seiten regelmässiger Vielecke statt findende Beziehungen; par Mr. Collins.
- Problematis geometrici nec non aequationum differentialium aliquot difficiliorum resolutio; par S. E. Mr. N. Fuss.
- Tables de la correction du midi; par S. E. Mr. de Schubert.
- Начальныя правила земледѣлческой Химіи, чишанныя въ Единбургскомъ Обществѣ для спосибшествованія земледѣлія Г. Гумфриемъ Деви. Переложенныя на Россійской языкъ съ нѣмецкаго перевода Г. Вольфа. Бесѣда 1, 2 и 3; par Mr. Zakharoff.
- Des variations dans les prix des marchandises; par S. E. Mr. de Storch.
- De supernumerario sive abducente accessorio oculi musculo, in cadavere hominis observato; par Mr. Zagorski.
- Описаніе породы Семги, называемой въ Камчаткѣ пестракомъ и мыкызомъ (*Salmo purpuratus*); par Mr. Sévastianoff.

OBSERVATIONS, EXPÉRIENCES ET NOTICES INTÉRESSANTES,
FAITES ET COMMUNIQUÉES À L'ACADÉMIE.

1^o) Mr. le Conseiller de Cour et Chev. *Buldakoff*, Directeur de la Régence de la Compagnie Russe-Américaine, envoya, pour être présenté de sa part: 1^o) Un morceau de bois ayant servi de chassis à une poulie destinée à faciliter la direction des voiles d'un vaisseau, pièce trouvée à Kadiak et portant, en gros caractères taillés dans le bois, l'inscription: 1718 годъ. Федоръ Засыпкинъ. Elle doit servir de preuve que les Russes ont navigué dans l'Océan oriental longtems avant l'an 1742; 2^o) Une pièce de bois de Cypres sauvage d'un vaisseau de la Compagnie, rongée par les vers et criblée de trous comme une éponge, envoyée de Novo-Archangelsk, Port-de-mer de l'île de *Baranoff* (Sitché). Ces vers ne sont connus dans ces parages que depuis 13 ans. Amenés par des vaisseaux étrangers ils s'y sont tellement répandus, qu'après s'en être servi on fut obligé de doubler de cuivre tous les vaisseaux de la Compagnie. 3^o) Un fragment de cuivre dit natif, pris d'un morceau de 30 livres de poids, trouvé près du promontoire de St. Elie, dans le voisinage de montagnes volcaniques. Quant à la pièce N^o. 1, la Conférence la reçut avec intérêt, mais elle fut d'avis que les notices qu'on a du voyage de *Deshneff*, fournissent des preuves bien plus convaincantes de la navigation des Russes dans l'Océan oriental antérieure à l'an 1742 et même à l'an 1718. Quant à l'objet N^o. 3: la Conférence trouva que c'est du cuivre non natif mais fondu, apparemment par des feux souterrains, et jetté dehors par quelque éruption volcanique.

2^o) Le Secrétaire fit voir à la Conférence un échantillon de la Célestine filamenteuse, trouvée à Dornbourg près de Jena, que lui a envoyé Mr. le Docteur *Schwabe*, Médecin de Son Altesse Impériale, *Madame la Grande Duchesse Maria Pavlovna*. Cette célestine

ressemble à celle de Frankstown en Pensylvanie, tant pour la beauté de la couleur bleue, que pour la longueur et la finesse de ses filamens, ainsi que par le gîte. Sa pesanteur spécifique à 14° de chaleur et o, 748 mètres de hauteur barométrique, est de 3, 9536 et, selon Stromeyer, elle contient sur 100 parties:

Strontiane	56,394.
Acide sulfurique	42,949.
Chaux	0,057
Oxide de fer	0,027
Argile	0,051
Subst: bitumineuse et eau	0,105
Perte	0,417.

3°) Mr. le Conseiller de Collèges et Chevalier *Parrot* à Dorpat, Correspondant de l'Académie, communiqua les résultats d'une seconde mesure que son fils, le Médecin, voyageant en Italie, a instituée, pour déterminer plus exactement la hauteur du Monte Rosa, qu'il a trouvée de 2012 Toises et l'élévation de la ligne des neiges de 1613 Toises. Mr. Parrot ajoute que c'est le résultat de deux opérations faites en allant et en revenant, et qui ne diffèrent que de 2, 8 Toises entr'elles, malgré le nombre des stations qu'il a falu prendre et les sinuosités qu'il a falu suivre dans les montagnes.

4°) Mr. l'Académicien *Wisnievski*, notifia à la Conférence, d'avoir déterminé, par 24 observations, faites le 16, 17 et 18 Juin 1817, la déclinaison de l'aiguille aimantée et d'en avoir trouvé le milieu de 7°, 15', 62 Ouest. En Juin 1806 il l'avoit trouvée de 7°, 52' et en Mars 1811 de 7°, 36', 6. Le décroissement annuel a donc été de 3',13 minutes dans cet intervalle.

5°) Mr. l'Académicien *Schérer* notifia d'avoir examiné le fossile en grains présenté à l'Académie par Mr. le Correspondant *Etter*, sous la dénomination de Ménakanite de Gregor (Titane oxydé ferrifère granuliforme de Haüy). Selon l'examen de Mr. *Schérer* ce fossile paroît plutôt convenir avec la pierre de fer magnétique de

Puzzuoli, analysée par Klaproth, et contenir principalement de l'oxyde de fer et point de Titan. Au reste la quantité étoit trop petite pour une analyse complète.

6°) Mr. le Conseiller de Cour et Chevalier *Buldakoff*, premier Directeur de la Régence de la Compagnie Russe-Américaine, envoya la description de plusieurs phénomènes volcaniques qui avoient eu lieu dans les premiers jours de Mai 1806, et à la suite desquels une nouvelle île de deux verstes de longueur s'est formée successivement entre les Aléoutes *Unalachka* et *Umnak*. Ce récit est accompagné des observations faites par l'équipage de deux Baïdars qui y ont été envoyés en 1813 et en 1815, pour examiner la forme extérieure de cette île et les changemens qu'elle a subis dans cet intervalle, changemens qui sont représentés par deux dessins annexés à la description.

7°) Mr. l'Académicien *Pétroff* présenta et lut un rapport, par lequel il rend compte des expériences qu'il a instituées depuis l'an 1799 sur la phosphorescence connue du Spath-Fluor, ainsi que d'une série de nouvelles expériences faites depuis peu avec un nombre de pièces fraîches de ce Spath qu'il a reçues des minières de Nertchinsk, et dont il distribua aux Académiciens qui désire-roient de répéter ces expériences, en observant les précautions indiquées dans le rapport. Mr. *Pétroff* a trouvé que les pièces qui, exposées au Soleil pendant 10 minutes, avoient donné, dans l'obscurité, la lumière la plus vive, l'ont perdue après quelques heures, tandis que d'autres, d'une lumière plus foible, l'ont gardée jusqu'à 2 et 3 jours et quelques unes même un mois entier.

8°) Mr. l'Académicien *Wisnievski* rapporta à la Conférence d'avoir déterminé de nouveau la déclinaison de l'aiguille magnétique et de l'avoir trouvée 7° , $27\frac{1}{2}$ Ouest. Cette détermination est fondée sur 24 observations faites à l'Observatoire depuis le 14 jusqu'au 22 Septbr. 1818.

RAPPORTS PRÉSENTÉS PAR DES ACADÉMICIENS CHARGÉS
DE COMMISSIONS PARTICULIÈRES.

1^o) Mrs. les Académiciens extraordinaires *Herrmann* et *Schlégelmilch*, chargés d'examiner un manuscrit de Mr. le Conseiller d'Etat actuel *Bronevski*, intitulé: *Новѣйшія географическія и историческія извѣстія о Кавказѣ*, sur lequel Mgr. le Ministre de l'Instruction avoit demandé l'opinion de l'Académie, en firent leurs rapports circonstanciés. La Substance en est: que le travail de Mr. *Bronevski* est très méritoire; que son ouvrage contient des matériaux intéressans sur les païs situés entre la mer noire et la mer caspienne, mais que ces matériaux ont besoin d'être revus et arrangés d'après un plan plus systématique, et que l'Auteur mérite d'être encouragé à mettre la dernière main à son ouvrage et à lui donner le degré de perfection dont il est susceptible.

2^o) Mr. l'Académicien *Schérer*, chargé d'examiner un mémoire du Compagnon-Apothicaire *Garéninoff* à Mohileff, concernant les parties constituantes de l'acide muriatique, en fit son rapport contenant en substance: que l'Auteur s'efforce de concilier, par la voye théorétique, les opinions contradictoires de Lavoisier et de Davy sur ce sujet. Pour y parvenir il met en avant une nouvelle hypothèse, savoir: que l'acide muriatique commun, est composé de trois substances: de l'oxigène, de l'hydrogène et de l'acide muriatique parfaitement libre d'eau, qu'il nomme *Muriacum*. Cette dernière substance forme, selon son opinion, avec l'acide muriatique seul, l'acide muriatique oxigéné. Quoique Mr. *Garéninoff*, comme il l'avoue lui-même, n'ait fait aucune expérience, seul moyen d'arriver à des découvertes en chymie, Mr. *Schérer* est d'avis qu'il mérite d'être encouragé, à cause des connoissances, de la sagacité et surtout de la modestie qu'il a montrées dans ce mémoire.

3°) Mrs. les Académiciens *Zakharoff* et *Wisnievski*, chargés d'examiner un instrument envoyé à l'Académie par Mr. le Baron de Draï, en firent leurs rapports, contenant en substance: que cet instrument n'est autre chose que le Polémoscope du célèbre *Hevelius* et que même son usage pour le théâtre est connu depuis long-tems. Mr. l'Académicien *Wisnievski* rappella à cette occasion la grande utilité qui pourroit résulter de l'emploi de cet instrument pour certaines opérations militaires, usage pour lequel le premier Inventeur avoit déjà recommandé son Polémoscope.

4°) Mr. l'Académicien *Krug*, chargé d'examiner un mémoire envoyé à l'Académie par le Correspondant Mr. le Conseiller d'Etat de Kotzebue, sous le titre: *Svitrigail, Grossfürst von Lithauen. Ein Beitrag zu den Geschichten von Lithauen, Polen und Preussen*, il en fit son rapport contenant en substance ce qui suit: Déjà dans son Histoire de Prusse Mr. de Kotzebue avoit tâché de justifier le Grand-Duc *Svitrigail*, dont le Polonois *Struikovski* et d'après lui le Jésuite *Kojalavicz* ont fait un portrait peu avantageux. Mr. *Krug* pense que les liaisons étroites de ce Prince avec les Russes et les secours fréquens qu'il en a obtenus, ont provoqué les jugemens durs que *Struikovski*, Secrétaire du Roi *Sigismond Auguste*, en a porté. Mais Mr. de *Kotzebue*, ayant trouvé dans les Archives de *Königsberg* une quantité de documens qui montrent *Svitrigail* sous un jour beaucoup plus avantageux, il s'est vu en état de rectifier pleinement, dans ce mémoire, l'opinion désavantageuse, où l'on a été à son égard. Quelques légères fautes, échappées à l'Auteur, doivent être mises sur le compte d'une connoissance insuffisante de la langue Russe et peuvent être corrigées facilement; mais une tâche plus difficile à remplir, ce sera de résoudre les contradictions qu'on trouve entre les auteurs Russes et les écrivains Polonois. Mr. *Krug* ajouta que M^{sr}. le Chancelier de l'Empire, Comte *N. Roumantsoff* seroit disposé à faire traduire en Russe, et publier à ses fraix le mémoire de Mr. de *Kotzebue*, si l'Académie veut bien y consentir.

La Conférence en applaudissant à l'intention de ce généreux promoteur de toute entreprise littéraire utile, consentit avec plaisir à lui céder pour quelque tems le manuscrit allemand, qui fut remis à Mr. l'Académicien *Krug*, pour Mr. le Comte *Roumantsoff*.

5^o) Mr. l'Adjoint *Collins*, chargé d'examiner: *Quelques nouvelles observations sur la trisection des angles et sur la duplication du Cube*, présentées à l'Académie par Mr. *Roussel*, en fit son rapport contenant en substance ce qui suit: *Quant à la Trisection*, l'Auteur ne promet, dans le titre modeste, que quelques nouvelles observations sur ce problème; mais dans le mémoire même il prend à tâche d'en donner une solution géométrique. Il débute par deux théorèmes connus, concernant les rapports entre les angles au centre et les angles qui ont leur sommet ou entre le centre et la circonférence, ou hors du cercle. Ces théorèmes sont suivis d'une construction du problème, mais qui, étant mécanique, est déjà par là même dénuée de la rigueur des constructions purement géométriques, qui seules sont demandées, lorsqu'il est question de ce problème. L'auteur détermine bien, dans ce qui suit, les limites pour les sommets des angles qui sont tiers de l'angle donné, mais ce qu'il dit des changemens locaux de ces sommets, ne donne point la conviction qu'on exige des vérités géométriques élémentaires et assigne à sa solution une place parmi les approximations, dont on a et de plus simples et de plus satisfaisantes pour ce problème. *Quant à la duplication du Cube*, l'Auteur réduit le problème à celui de trouver deux moyennes proportionnelles, et il croit l'avoir résolu géométriquement, mais sa solution est vicieuse; car on peut démontrer qu'elle n'est vraie que dans un seul cas, qui même n'est pas applicable à ce problème.

6^o) S. E. Mr. l'Académicien *Fufs*, chargé d'examiner un mémoire présenté à l'Académie par Mr. le Colonel de Bazaine, sur la théorie du mouvement des barques à vapeur et sur leur

application à la navigation des canaux, des fleuves et des rivières, il fit un Résumé de ce mémoire, suivi de son opinion portant en substance ce qui suit: On voit par l'analyse du mémoire qu'il contient des recherches très-curieuses sur la théorie du mouvement des pyroscaphes, et surtout sur les avantages de leur application à la navigation des canaux et des fleuves. On y trouve une suite de problèmes d'Hydrodynamique intéressans par eux-mêmes et plus intéressans encore par leur application à un principe moteur qui, depuis quelques années a produit tant de merveilles en fait de Mécanique et qui semble en promettre encore de nouvelles. Le Cabestan de S. E. Mr. le Général de *Bétancourt*, que Mr. de Bazaine substitue dans sa seconde solution aux roues à palettes du pyroscaphe, et ses recherches sur ce dernier mode d'action, fournissent matière à d'autres problèmes non moins intéressans, qu'on trouve aussi résolus dans ce mémoire. La solution de cette suite de questions physico-mathématiques est, à mon avis, un travail très méritoire, et l'Auteur s'en est acquitté comme on devoit l'attendre d'un Mathématicien aussi habile et aussi versé que Mr. de Bazaine dans les recherches de cette nature. Aussi lorsque quelques uns des élémens, qui entrent dans ses calculs, auront été mieux déterminés par la série d'expériences qu'il se propose d'instituer, et en tenant compte du frottement, ainsi que de la roideur et de la tension de la corde, son mémoire ne laissera rien à désirer sur cette matière importante.

7°) Mr. l'Académicien *Pétroff*, chargé d'examiner les paratonnières des magasins à poudre de la fabrique d'Okhta, notifia à la Conférence d'en avoir trouvé toutes les parties, qui sont hors de terre dans le même bon état que l'année passée. Quant aux puits, où aboutissent les extrémités inférieures des conducteurs, il dit dans son rapport que trois en ont de l'eau jusqu'à 1 et $1\frac{1}{2}$ sagènes de profondeur, mais que celui du quatrième magasin n'en a qu'une archine et 6 verchoks. Pour être complètement en état de juger, si cette profondeur se soutient, si elle est entretenue, par une com-

munication avec la rivière d'Okhta qui n'en est qu'à une distance de 16 sagènes, ou bien s'il faudra prolonger le conducteur jusque dans cette rivière. Mr. *Pétroff* dit avoir proposé quelques expériences et donné des conseils y relatifs, au Directeur de la fabrique de poudre.

8^o) S. E. Mr. de *Schubert*, ayant été chargé d'examiner un instrument, au moyen duquel le Mécanicien, Mr. *Hynam*, croit pouvoir déterminer l'inclinaison de l'aiguille magnétique sous toutes les latitudes, instrument sur lequel S. E. Mgr. le Ministre a demandé l'opinion de l'Académie, cet Académicien fit son rapport contenant en substance ce qui suit: l'Instrument en question n'est au fond autre chose que la Terrelle imaginée par l'Anglais *Gilbert*, il y a 260 ans et dont on s'est servi souvent depuis ce tems, pour expliquer d'une manière sensible l'inclinaison de l'aiguille magnétique. Mr. *Hynam* a perfectionné cette idée, en rendant l'instrument plus commode pour la pratique; et son arrangement, aussi bien que l'exécution, font honneur à l'Artiste. Mais il est impossible de trouver l'inclinaison de l'aiguille sous chaque latitude au moyen de cet instrument, par les raisons suivantes: 1^o) parceque sa construction suppose que l'inclinaison dépende uniquement de la latitude et ne varié point dans toute l'étendue du Parallèle, ce qui est prouvé être contraire à l'expérience; 2^o) parceque la Terrelle représente en même tems l'aiman terrestre et la terre même et que par conséquent elle suppose que les poles magnétiques de la terre ont précisément la même position que les poles géographiques, ce qui est prouvé être faux; 3^o) parceque la Terrelle présente entre la grandeur de l'aiman et la distance et grandeur de l'aiguille un rapport tout-à-fait différent de celui qui existe dans la nature. Cependant, quoique cet instrument ne puisse pas indiquer la véritable inclinaison, ni servir à trouver celle qui a lieu sous chaque latitude, il n'est pourtant pas sans utilité. L'avantage que cet instrument offre c'est d'expliquer, par une expérience qui touche les sens, la théorie de l'inclinaison de l'ai-

guille aimantée et de prouver la vérité de l'hypothèse, sur laquelle cette théorie est fondée, savoir l'existence d'un noyau magnétique dans l'intérieur de la terre, dont les poles coïncident à-peu près avec ceux de la terre. C'est sous ce point de vue que cet instrument pourroit être employé utilement à l'instruction de jeunes gens et qu'il devoit se trouver dans chaque Cabinet de Physique.

9^o) Mr. l'Académieien *Schéerer*, charge, d'examiner une brochure de Mr. Sage: *Exposé des propriétés de l'eau de mer distillée*, sur laquelle S. E. Mgr. le Ministre a demandé l'opinion de l'Académie, en présenta son rapport, dont voici la substance: Mr. Sage soutient que l'eau de mer renferme un gaz particulier qu'il appelle gaz alcalin, oléagine, inodore, Neptunien. Il assure que ce gaz se trouve dans l'eau de toutes les mers; qu'il ne s'en sépare pas, même par des distillations réitérées, et qu'il est très nuisible à la santé des marins qui se servent de l'eau de mer distillée comme hoisson. À ces assertions, nullement démontrées, on peut opposer les réflexions suivantes: 1^o) L'Auteur n'a pas jugé nécessaire d'appuyer son assertion d'aucune expérience décisive. Cependant il auroit dû produire le gaz dont il soutient l'existence dans l'eau de mer; il auroit dû l'examiner, tant par rapport à sa nature particulière que par rapport à l'effet qu'il produit dans l'eau de mer distillée sur l'organisme de ceux qui la boivent. 2^o) Il avoue lui-même que l'eau de mer qu'il a examinée cette année ne contenoit pas ce gaz; 3^o) Le Capitaine *Cook* s'est servi de l'eau de mer distillée sur ses vaisseaux, sans que pendant tous ses voyages on eût remarqué le moindre effet nuisible sur la santé de l'Equipage; 4^o) *Lowitz* a purifié, au moyen du charbon, l'eau de mer, même gâtée, au point de la rendre aussi bonne que l'eau fluviale la plus pure. 5^o) Les recherches exactes faites sur l'eau de mer par *Bergmann*, *Lavoisier*, *Vogel*, et d'autres Chymistes célèbres, n'ont donné aucune indice de ce gaz que Mr. Sage prétend y avoir trouvé. 6^o) Le seul passage cité par Mr. Sage pour prouver que l'eau de mer di-

stillée soit nuisible à la santé, est tiré de Hales : (*Instruction pour les Mariniers, concernant la manière de rendre l'eau de mer potable*). Il y est dit que l'eau de mer mal distillée procure des maladies; mais par eau *mal distillée* Hales entend celle dont la distillation est faite au moyen d'un appareil de cuivre mal étamé. Il résulte de cette analyse de la brochure examinée, que Mr. Sage n'a suffisamment prouvé aucune de ses assertions, tandis que d'autres ont prouvé le contraire.

10^o) Mr. l'Académicien *Wisnievski* ayant été chargé d'examiner une machine qu'un François, nommé Rouy, a fait voir ici, et sur l'utilité de laquelle Mgr. le Ministre en fonction a demandé l'opinion de l'Académie, il en fit son rapport contenant en substance ce qui suit: Ce Mécanisme n'est au fond qu'un Orréry mis en mouvement, non par des rouages, mais par des cordons de soye tendus autour de poulies qui se tournent au moyen d'une manivelle. Ces mouvemens montrent le mouvement périodique et rotatoire de Mercure, de Venus et de la Terre, le changement des saisons, le mouvement et les phases de la Lune, les éclipses du Soleil et de la Lune, la rotation du soleil, le mouvement des Comètes, la station, le mouvement progressif et retrograde des planètes inférieures, avec leurs elongations. Quant aux planètes supérieures, elles se trouvent suspendues, dans cette machine, au dessus de l'Ecliptique: leurs distances au Soleil ne sont pas dans les justes proportions; aussi leur mouvement n'est il pas produit par le mécanisme mentionné, borné à produire le mouvement de Mercure, de Venus, de la terre et d'une Comète. On conçoit facilement que ces mouvemens, produits au moyen de cordons et de poulies, ne peuvent imiter que très inexactement les mouvemens des corps célestes. Plus de goût dans l'arrangement de l'Ensemble et plus de justesse dans l'exécution des détails auroient rendu cet instrument plus intéressant. Quant à l'utilité que de machines semblables peuvent offrir pour l'instruction de la jeunesse Mr. *Wisnievski* est d'avis qu'elles serviroient bien à

faciliter les leçons de Cosmographie qu'on donne aux D^{emoiselles}, mais qu'elles seroient de peu d'utilité dans les Gymnases ou autres établissemens d'instruction publique, où les Mathématiques constituent une partie essentielle des études et où par conséquent on peut se passer d'un mécanisme aussi imparfait pour montrer ce que des figures géométriques suffisent à expliquer à de esprits déjà formés pour les comprendre.

11^o) S. E. Mr. l'Académicien *Fufs*, chargé d'examiner l'ouvrage de Mr. le Colonel de *Bazaine*: *Traité élémentaire de Calcul différentiel*, à l'usage des Elèves de l'Institut des Voies de Communication, présenté à la Conférence le 7. Janvier 1818, en fit son rapport contenant en substance: que ce Traité élémentaire est un essai remarquable de présenter les principes du Calcul différentiel comme de simples résultats de l'Analyse, indépendans de toute abstraction métaphysique, et que sous ce point de vue il est digne de l'attention des Géomètres; que la marche suivie par l'Auteur est ingénieuse et que son ouvrage, destiné aux aux Elèves de l'Institut des voies de communication ne peut que bien remplir le but, dans lequel il a été composé.

12^o) Mr. l'Adjoint *Collins*, chargé d'examiner un mémoire de Mr. *Roussel*, présenté à l'Académie le 28 Janvier 1818, en fit son rapport qui porte en substance: que les observations de Mr. *Roussel* ne roulent que sur la solution graphique du problème des deux moyennes proportionnelles; qu'il a tâché de répondre aux objections qui lui ont été faites antérieurement, par une nouvelle démonstration, dans dans laquelle on découvre sans peine une pétition de principe assez évidente.

13^o) S. E. Mr. l'Académicien *Fufs* avoit été chargé d'examiner, avec Mrs. les Académiciens *Schubert*, *Schérer* et *Pétroff*, un mémoire de Mr. le Conseiller d'Etat et Chevalier de *Karazine*, en-

voyé à l'Académie le 14 Mars 1818, à la suite d'un ordre SUPRÊME, sous le titre : *Sur la possibilité d'appliquer la force électrique des couches supérieures de l'Atmosphère aux besoins de l'homme*. Selon le rapport de Mr. *Fufs* ce mémoire contient deux projets : Le premier concerne un appareil, nommé électro-atmosphérique, composé d'une paire de balons aérostatiques et d'un globe creux de cuivre battu en feuilles et argenté, les premiers pour élever dans les hautes régions de l'atmosphère, où surabonde la matière électrique, le bout d'un fil métallique légèrement argenté, qui doit attirer cette matière et la conduire dans le Globe de cuivre destiné à lui servir de réservoir. Au moyen de cet appareil Mr. de *Karazine* croit pouvoir faire ample provision de matière électrique toutes les fois qu'on désire en avoir, soit pour la combiner chimiquement avec les corps, soit pour d'autres usages techniques. Le second projet est de combiner avec les expériences sur l'électricité de l'atmosphère des observations météorologiques, en fondant une Société météorologique centrale qui puisse entrer en correspondance avec tous les observateurs de l'Intérieur et de l'Etranger. Mr. de *Karazine* propose que les Universités de l'Empire fournissent des instrumens de Météorologie aux Gymnases et Écoles de leurs arrondissements, et imposent aux Précepteurs l'obligation de faire des observations selon les règles qui leur seroient données. Au moyen de ces deux projets combinés Mr. de *Karazine* espère d'élever la Météorologie au rang d'une science exacte et pense qu'en peu de tems on arrivera au point de pouvoir calculer et prédire, pour chaque lieu de la terre, le bon et le mauvais tems, tout comme les Astronomes calculent et prédisent les éclipses. Mr. l'Académicien *Fufs* fait voir dans son rapport, que le premier projet est fondé sur plusieurs suppositions purement hypothétiques et en partie plus que douteuses et même en contradiction avec la Physique, de sorte que les 20000. Roubles que coûteroit, selon Mr. de *Karazine*, son appareil électro-atmosphérique, pourroient bien être dépensés en pure perte, en donnant des résultats peu proportionnés

à la grande dépense, et certainement inférieurs aux résultats qu'on pourra obtenir moyennant des appareils incomparablement plus simples et d'une exécution plus facile, plus sûre et moins dispendieuse. Quant au second projet, Mr. *Fufs* cite les *Наставленія для составленія въ Гимназіяхъ и уѣздныхъ училищахъ записокъ по разнымъ наукамъ*, publiés 1812 par le Directoire des Ecoles, pour faire voir que Mr. de *Karazine* propose comme une idée nouvelle ce qui existe déjà depuis six ans en Russie. Il cite de plus les travaux immenses d'une société météorologique, semblable à celle du second projet, qui avoit été fondée à Manheim, il y a près de 40 ans, mais sur un plan beaucoup plus vaste, poursuivi avec des frais et une persévérance dignes d'un meilleur succès; car tous les efforts de cette Société ont laissé la Météorologie aussi loin du rang d'une science exacte qu'elle l'a été il y a 40 ans et qu'elle le sera probablement toujours, par des raisons faciles à concevoir. Mr. *Fufs* cite enfin, comme contraires à des vérités solidement démontrées, quelques passages du mémoire, par lesquels l'Auteur a cru prouver les effets étonnans qu'on doit attendre de l'exécution de ses deux projets.

13°) L'opinion de S. E. Mr. l'Académicien *Schubert* sur le mémoire de Mr. de *Karazine*, contient en substance ce qui suit:
 1°) L'électricité de l'atmosphère est sans contredit incomparablement plus forte que celle qu'on obtient par le frottement, et les effets qu'on peut produire par cette électricité surpassent de beaucoup les effets d'une machine électrique. Mais l'Auteur paroît ignorer qu'il y a longtems qu'on sait produire cette électricité atmosphérique et que si l'on a négligé depuis ce moyen, c'est apparemment par la raison qu'ils sont trop grands pour nos besoins. Mr. de *Schubert* parle ici des conducteurs électriques, et il raconte qu'en Allemagne il s'est servi de trois conducteurs pareils, communiquans entr'eux par des fils métalliques dont une extrémité passoit par sa chambre et pouvoit être détachée en un clin d'oeil à l'ap-

proche d'un orage. Moyenant ce fil il étoit en état de charger en peu de secondes une batterie de vingt bouteilles de Leyde ce qui surpasse tout ce que l'usage pratique peut jamais exiger, et prouve qu'on peut se soumettre la matière électrique aussi bien que l'eau et le feu, sans avoir besoin pour cela de l'appareil de Mr. de *Karazine*. 2^o) Quoique les couches supérieures de l'atmosphère contiennent plus de fluide électrique que les inférieures, Mr. de *Schubert* pense qu'il est inutile de puiser à la source ce qu'on peut avoir plus près, et qu'on n'a pas besoin de faire un voyage à Schlüsselbourg pour boire de l'eau de la Neva; 3^o) Quant à la Météorologie Mr. de *Schubert* est d'avis qu'elle tireroit peu d'avantage de l'appareil de Mr. de *Karazine*, parceque cet appareil ne sauroit nous faire connoître les opérations chimiques qui ont lieu dans l'atmosphère et qui en produisent les variations. Même en supposant qu'un Physicien pût monter avec l'aërostet et faire quelque séjour dans les hautes régions, il ne découvreroit rien de tout ce que l'auteur du mémoire se promet de son appareil. Ce Physicien seroit témoin, oui! des changemens qui se font là-haut, mais qui sont bien différens des changemens qui se font plus bas et qui produisent le bon et le mauvais tems, parceque les nuages sont les conducteurs de l'électricité atmosphérique et que c'est de leur nature, de leur électricité positive ou négative, de leur élévation plus ou moins grande, et de cent autres circonstances que dépend l'influence que les changemens de la-haut peuvent produire. 4^o) Cela prouve aussi le néant de l'espoir d'élever la Météorologie au rang d'une science exacte enseignant à calculer et à prédire le bon et le mauvais tems, comme les Astronomes calculent et prédisent les éclipses. Le grand problème de la Météorologie est de découvrir les grands et petits périodes, après lesquels les mêmes changemens de tems retournent dans le même ordre. Mais ces périodes, supposé qu'ils existent, seront infiniment plus compliqués et plus difficiles à découvrir que les périodes astronomiques qui dépendent d'une loi unique, simple et générale, celle de la gravitation; et pourtant il a falu

des siècles d'observations pour les reconnaître. 5^o) Quant aux deux assertions de Mr. de *Karazine*: a) que l'air atmosphérique est trop grossier pour obéir à l'attraction des planètes; b) que les changemens de position des planètes influent sur les changemens du tems, Mr. de *Schubert* observe que la première est en opposition avec les principes de l'Astronomie, de la Physique et de la Mécanique et que la seconde est réfutée par la parallaxe imperceptible des planètes et par la Lune qui, malgré sa grande proximité, n'a point d'influence sensible sur le tems qu'il fait, quoiqu'elle en ait sur les eaux de l'océan. Mr. de *Schubert* croit que tout cela suffit pour prouver l'inutilité et l'impossibilité de l'exécution du projet en question.

14^o) Mr. l'Académicien *Schérer*, dans son rapport fait sur le même mémoire, dit que comme la partie physique et météorologique en a déjà été examinée en détail, il croit pouvoir se borner à l'application chymique et technique du projet de l'Auteur, et il trouve suffisant d'observer à cet égard: que nous possédons dans la pile de Volta un moyen qui rend absolument inutile pour cet objet tout approvisionnement de matière électrique, parceque les effets de cette pile surpassent l'électricité ordinaire et que la construction et l'application n'en est ni compliquée ni dispendieuse.

15^o) Le Rapport de Mr. l'Académicien *Pétroff*, contient en substance ce qui suit: 1^o) Mr. de *Karazine* auroit dû s'expliquer plus clairement sur la suite d'expériences nouvelles, remarquables et utiles qu'il se propose d'instituer au moyen de l'électricité atmosphérique, pour qu'on eût pu juger avec plus d'assurance de leur possibilité; 2^o) il auroit dû ajouter à son mémoire les dessins et la description de toutes les parties de son appareil, pour qu'on eût pu décider jusqu'à quel point on pourra s'en servir sans danger; 3^o) il y auroit encore deux questions à faire à l'Auteur; a) quelles raisons solidement fondées at-il de préférer son appareil extrêmement cou-

teux au Cerf volant électrique, dont les effets sont connus par les expériences de Romas, et qui coûte si peu; b) comment prouverait-il que les aérostats résisteront aux effets des orages et des vents, sans être endommagés par les uns ou emportés par les autres? Un Résumé succinct de ces quatre rapports fut transmis à S. E. Mr. le Président, pour être présenté à Mgr. le Ministre.

16^o) - Mr. l'Académicien *Krug*, chargé d'examiner un manuscrit intitulé: *Journal des fouilles, faites à Kertch, par ordre de S. E. Mr. le Comte de Langeron*, présenté à la Conférence le 1^r Avril 1818, en fit son rapport qui contient un court aperçu de l'histoire de la Prèsqu'île et porte ensuite en substance: 1^o) qu'on est étonné de voir combien d'objets intéressans a fourni une fouille, pour laquelle on n'avoit accordé que la très modique somme de 500 roubles; 2^o) qu'en considérant le nombre des cités opulentes qui ont fleuri autrefois dans la Tauride et dans le voisinage desquelles on doit trouver vraisemblablement des restes non moins curieux, on ne sauroit s'empêcher de désirer que des sommes plus considérables fussent assignées, soit pour entreprendre des fouilles plus étendues sur cette terre classique; soit pour faire graver les monumens anciens qui se sont conservés jusqu'à nos jours; 3^o) que ces fouilles devront cependant se faire d'après un meilleur plan et être soumises à une surveillance plus exacte que cela ne s'est fait jusqu'ici; 4^o) qu'il seroit nécessaire d'envoyer à St. Pétersbourg les objets de peu de volume, parcequ'il seroit possible de déchiffrer ici ce qui là avoit été trouvé indéchiffrable; 5^o) qu'il faudroit promettre des récompenses convenables à ceux qui trouveroient des objets d'un métal précieux, afin qu'ils les délivrassent au Gouvernement, au lieu de les vendre à des voyageurs ou de les fondre au creuset, comme cela est arrivé tant de fois.

17^o) Mr. l'Adjoint *Collins*, chargé de lire un mémoire présenté à l'Académie par Mr. l'Abbé *Colecchi*: *Sur le Paraboloïde*, en fit son rapport contenant en substance que l'auteur s'y

occupe des paraboloides elliptique et hyperbolique, engendrés par le mouvement d'une parabole qui, parallèle à elle même, parcourt de son sommet le périmètre d'une autre parabole; et que son intention est de fixer et d'éclaircir, à l'aide de la Géométrie descriptive, l'idée qu'on doit se faire de la forme de ces surfaces dans l'espace; qu'à cet effet il en examine les sections principales et celles qui leur sont parallèles, d'abord par l'analyse de leurs équations, et puis au moyen des constructions, eu égard à leurs projections sur les plans des coordonnées. Mr. *Collins* trouve que les résultats, auxquels l'Auteur est conduit par ses recherches, sont justes et satisfaisans; mais il observe que *L. Euler* dans son *Introd. in Anal. Inf.* et *Jacroix* dans son *Traité de Calc. diff. et integr.* ont trouvé, par la seule voye de l'Analyse, les mêmes propriétés des sections principales, que l'Auteur expose dans son mémoire.

18^o) S. E. Mr. l'Académicien *Fufs*, chargé de lire un mémoire de Mr. de *Bazaine*, Colonel des Ingénieurs des voies de communication, présenté à l'Académie sous le titre: *Mémoire sur application à la Géométrie plane de plusieurs propriétés de l'hyperboloïde de révolution et du Cône, et résolution de quelques problèmes relatifs aux courbes du second degré*, en fit son rapport contenant en substance ce qui suit: Le but du savant auteur de ce mémoire est de faire voir que l'Analyse appliquée à la Géométrie dans l'espace, outre qu'elle donne la solution de tous les problèmes qui dépendent de la considération des surfaces ou des corps dont la génération est connue, présente encore un moyen de démontrer plusieurs propriétés particulières qui appartiennent à des figures planes. C'est dans cette vue que Mr. de *Bazaine* déduit ici, des considérations analytiques qui se rapportent à deux des surfaces les plus connues du second degré, plusieurs propriétés dont l'application fournit le moyen de résoudre beaucoup de problèmes relatifs à des courbes planes: Plusieurs de ces solutions sont remarquables par les belles constructions que l'auteur a su déduire de ses applications intéressantes.

19^o) Mr. l'Académicien *Séverguine* chargé de lire un mémoire présenté à l'Académie par Mr. *Nordenskiöld* sous le titre : *De Rumänzovite, Fossili Fennico novo*, en fit son rapport dont la substance est : que ce mémoire, qui décèle un connoisseur tant en Chimie qu'en Minéralogie, est digne d'être imprimé parmi les mémoires de l'Académie et que son auteur mérite la reconnaissance de l'Académie.

20^o) Mr. l'Académicien *Séverguine* fit son rapport sur les minéraux envoyés à l'Académie par Mr. le Professeur *Zipser* à Neusohl en Hongrie, minéraux qu'il avoit été chargé d'examiner. Les objets contenus dans les deux caisses ont été trouvés conformes aux numéros du catalogue. Mais outre les minéraux orognostiques il s'est trouvé dans la collection : 1^o) des cristallisations de Quartz et d'Améthystes ; 2^o) du Spath calcaire rose, avec sa gangue, semblable au Pargassite de Finlande ; 3^o) Mine de Cinabre ; 4^o) Blende de Zinc ; 5^o) Hématite ou Sanguine striée en forme de Stalactite, pièce très belle et très instructive ; 6^o) une collection très belle de pierres de poix, ou Opales Cérites, que l'Académie ne possédoit pas encore, et qui sera un ornement distingué de son Cabinet.

21^o) Mr. l'Adjoint *Collins*, chargé de lire un mémoire de Mr. le Professeur *Degen*, présenté à l'Académie sous le titre : *Adumbratio demonstrationis theorematum analyticum maxime universalis*, en fit son rapport contenant en substance : que ce mémoire, qui présente, dans toute son universalité, un théorème donné autrefois par L. Euler et amplifié après par Lagrange, est un enrichissement de l'Analyse de Diophante qu'on doit accueillir avec reconnaissance, et que, quoique l'Auteur, après l'avoir démontré rigoureusement pour le cas de 8 membres et avoir frayé la route pour les cas de 16, de 32 et en général de 2ⁿ membres, ne donne pour ce dernier cas qu'une démonstration par induction, son travail ne laisse pas d'être très méritoire et peut fournir matière à des recherches ultérieures.

VII.

OUVRAGES PUBLIÉS PAR L'ACADÉMIE.

- 1°) Всеобщая Исторія о звѣринныхъ и рыбныхъ промыслахъ древнихъ и новѣйшихъ, въ моряхъ и рѣкахъ обоихъ материковъ: сочиненіе С. Б. И. Ноеля. Перевелъ Н. Озерецковскій, Членъ С. П. бургской Императорской Академіи Наукъ. Томъ 1-й въ С. П. бургѣ 1817. 4°
- 2°) Путешествіе на озеро Селигеръ Н. Озерецковскаго, Члена Академіи Наукъ и пр. С. П. бургъ. 1817. 8°.
- 3°) Продолженіе Технологическаго журнала. Томъ II. Части I. II. III. IV. С. П. бургъ 1817. 8°.
- 4°) St. Petersburger Taschenkalender für das Jahr nach Christi Geburt 1818. 8°.
- 5°) Mémoires de l'Académie Impériale des sciences de St. Petersburg Tome VI. avec l'Histoire de l'Académie pour l'an 1813 et 1814. 4°.
- 6°) Полное Собраніе ученыхъ Путешествій по Россіи, издаваемое Императорскою Академіею Наукъ, по предложенію ея Президента; съ примѣчаніями, извѣщеніями и дополненіями, Томъ I. Описаніе Камчатки. С. П. бургъ 1818. 8°.
- 7°) Продолженіе Технологическаго Журнала. Тома шрешьяго части I—IV. С. П. бургъ 1818. 8°.

VIII.

QUESTIONS PROPOSÉES PAR L'ACADÉMIE IMPÉRIALE DES SCIENCES, POUR L'AN 1820.

L'Académie avoit proposé pour l'an 1818 une question de Chimie et une question d'Économie politique; mais le terme du concours étant expiré, sans qu'elle eut reçu de réponses à ces deux questions, elle résolut d'en prolonger le terme et publia au commencement de l'année 1818 un second programme, dont voici la substance :

1. Question de Chimie.

On ne sauroit nier que, non obstant les recherches multipliées, instituées sur le mélange des alkalis et des terres, si nous en exceptons la potasse et la soude, les autres nous laissent encore beaucoup à désirer, pour arriver à une connoissance complète des espèces de métalloïdes réellement existantes.

L'Académie, convaincue de l'importance de ce sujet, d'où dépendent les progrès ultérieurs des sciences physiques, propose un prix qui sera adjudgé au Physicien qui lui aura communiqué la série la plus satisfaisante d'expériences propres, instituées sur les mélanges des alkalis et des terres, qui jusqu'ici n'ont point encore été complètement examinées.

L'Académie désire de diriger l'attention des Physiciens principalement sur les points suivans :

- 1^o) Faire la révision de toutes les expériences instituées sur le kali et le natron, et sur les bases métalliformes qui y sont contenues, et examiner plus exactement les résultats qu'on en a tirés.
- 2^o) Soumettre l'ammoniaque à un examen particulier et plus soigneux, afin de prouver d'une manière décisive laquelle des opinions émises sur son mélange est la mieux fondée, et si le prétendu métalloïde qu'il contient peut être représenté isolément.
- 3^o) Examiner, d'une manière plus complète qu'on ne l'a fait jusqu'ici, les substances métalliformes des différentes terres; voir si elles peuvent être produites dans leur état pur et isolé; connoître leurs propriétés, tant dans cet état, que dans la combinaison avec d'autres substances, et indiquer les rapports différens et déterminés dans lesquels elles peuvent être présentées.

Outre le prix qui sera décerné à l'auteur du mémoire le plus satisfaisant, l'Académie lui promet un nombre de cent exemplaires du mémoire couronné, en dédommagement des frais qui pourront occasionner les expériences à faire sur des terres rares.

2. Question d'Économie politique et de Statistique.

„Donner un précis complet et raisonné du système d'imposition établi en Russie sous le règne du Tsar *Alexis*..

L'Académie, en proposant cette question, a en vue de préparer la comparaison de l'état actuel des finances de l'Empire avec celui qui a précédé le règne réformateur de *Pierre le Grand*. Pour parvenir à ce but, elle désire que la question soit envisagée sous tous les points de vue qui peuvent fournir des rapprochemens entre ces deux époques. Elle s'attend d'abord à voir déterminée la valeur des espèces, qui avoient cours du tems du Tsar *Alexis* et dans lesquelles se payaient les impôts. Dans cette détermination il ne s'agira pas seulement de la valeur numérique des monnaies, ou de la quantité de métal fin qu'elles contenaient, mais encore de leur valeur réelle, ou de la quantité de ble et de choses de première nécessité qu'elles pouvaient alors acheter. L'influence des changemens apportés au système monétaire, pendant la durée de ce règne, est encore un objet d'une grande importance et qui mérite une attention particulière.

Ce n'est qu'après avoir déterminé préalablement la valeur du numéraire, qu'on pourra passer à l'objet principal de la question, savoir à l'analyse des impôts établis à cette époque. Pour mettre de l'ordre dans cette recherche, il sera convenable de classer les impôts suivant leur nature : impôts directs et impôts indirects ; impôts perçus en argent et impôts prélevés en denrées. On examinera en détail ces différentes branches, la manière de les percevoir, les autorités chargées de les recueillir, les lois fiscales re-

latives à leur perception, la forme de la régie et des fermes, les frais de perception, enfin le produit total de chaque espèce d'impôts, et son produit net, c'est-à-dire son produit déduction faite des frais de perception. Si les données qu'on pourra rassembler sur ces objets étoient assez complètes pour en tirer un résultat général, il seroit à désirer qu'il fut présenté dans une évaluation du montant total des revenus de l'état.

L'Académie croit inutile d'ajouter qu'une pareille exposition historique et statistique ne mérite de confiance qu'autant qu'elle est appuyée sur des preuves et des autorités, et qu'en conséquence elle s'attend à les voir citées dans les écrits qui lui seront présentés sur cette question.

I.
SECTION
DES
SCIENCES MATHÉMATIQUES.

NOTION

AMERICAN NOTION

DE BINIS FORMULIS SPECIEI

$$xx + myy \text{ ET } xx + nyy$$

INTER SE CONCORDIBUS ET DISCORDIBUS.

AUCTORE

L. EULERO.

Conventui exhibuit die 5. Junii 1780.

§. 1. In Analysis Diophantea frequentissime occurrere solent hujusmodi binae formulae, de quibus quaeritur, utrum ambae simul quadrata effici queant, nec ne? quod discrimen cum maximi sit momenti et ad insignes numerorum proprietates perducatur, eas hujus generis formulas, quae quadrata reddi possunt, vocabo *concordantes*, eas autem, ubi hoc nullo modo fieri potest, *discordantes*. Ita, cum demonstratum sit, has formulas: $xx + yy$ et $xx - yy$, nunquam simul quadrata effici posse, eae erunt discordantes, cujusmodi etiam sunt hae duae formulae: $xx + yy$ et $xx + 2yy$, ac plurimae aliae nunc quidem cognitae: Contra vero etiam dantur innumera- biles formulae concordantes, cujusmodi sunt $xx + yy$ et $xx + 7yy$. Sumto enim $x = 3$ et $y = 4$ fit $xx + yy = 5^2$ et $xx - 7yy = 11^2$. Quemadmodum igitur formulae concordantes et discordantes distingui queant hic accuratius investigare constitui.

§. 2. Primum autem observasse juvabit, hujusmodi binas for- mulas pluribus modis in alias transformari posse, quae ejusdem sint indolis. Ita hae duae formulae:

$$\begin{aligned}xx + myy &= zz \\xx + nyy &= vv,\end{aligned}$$

facile transmutantur in formas sequentes :

$$\begin{array}{l|l}zz - myy = xx & vv - nyy = xx \\zz + (n-m)yy = vv & vv + (m-n)yy = zz \\zz - xx = myy & vv - xx = nyy \\(m-n)xx + nzz = nvv & mvv + (n-m)xx = nzz\end{array}$$

$$\begin{aligned}zz - vv &= (m-n)yy \\nzz - mvv &= (n-m)xx.\end{aligned}$$

Hae igitur sex variationes ita sunt comparatae, ut si earum quae-
cunque fuerit vel concordans vel discordans, reliquae omnes ejusdem
sint naturae. Quo praemisso solutio sequentis problematis maximi
momenti erit censenda.

Problema.

*Proposita hac formula: $xx + myy = zz$, ubi m denotet nu-
merum integrum quemcunque, sive positivum sive negati-
vum, investigare omnes formulas $xx + nyy = vv$, quae
cum proposita sint concordantes.*

Solutio.

§. 3. Hic igitur, proposito quocunque numero m , omnes nu-
meri n requiruntur, quae cum forma proposita binas formulas con-
cordantes exhibeant, quae ergo quaestio potissimum pendet ab indole
numeri m , sive sit primus, sive compositus. Si enim pluribus mo-
dis in duos factores inter se primos resolvi queat, etiam pluribus
modis sequens investigatio institui poterit. Hanc ob rem statim po-
namus $m = \mu\nu$; ubi facile patet, si m fuerit numerus primus, vel
potestas numeri primi, alterum factorum μ et ν unitati aequallem ac-
cipi debere. Quo plures autem numerus m contineat factores inter
se primos, eo pluribus modis eum ad formam $\mu\nu$ recovare licebit.

§. 4. Primo ergo in genere valores quantitatum x et y ita assignemus, ut formula proposita $xx + myy$ fiat quadratum, quod praestabitur sumendo $x = \pm (\mu pp - \nu qq)$ et $y = 2pq$; tum enim fiet $xx + myy = (\mu pp + \nu qq)^2$; ita ut hoc casu sit $z = \mu pp + \nu qq$. Jam hi valores in formula quaesita $xx + nyy = vv$ substituti dabunt hanc aequationem:

$$(\mu pp - \nu qq)^2 + 4nppqq = vv.$$

§. 5. Quare cum tota quaestio huc redeat, ut omnes idonei valores pro numero n investigentur, ex hac aequatione statim deducimus $n = \frac{vv - (\mu pp - \nu qq)^2}{4ppqq}$; ubi loco formulae $\mu pp - \nu qq$ retineamus literam x , dummodo notetur ejus valorem eo pluribus modis diversum esse posse, quo plures factores numerus propositus $m = \mu\nu$ complectatur. Simul vero etiam intelligitur, literam x tam negative quam positive accipi posse. Hoc ergo modo habebimus numerum $n = \frac{vv - xx}{4ppqq}$, ubi ergo pro v omnes ejusmodi valores quaeri debebunt, ut numerator divisionem per denominatorem admittat. Quare cum numerator etiam in duos factores resolvi queat, ita ut sit $n = \frac{(v+x)(v-x)}{4ppqq}$, primo evidens est utrumque numeratoris factorem parem esse debere; tum vero intelligitur si alter per quempiam factorem ipsius $ppqq$ fuerit divisibilis, alterum ejus complementum complecti debere. Evidens autem est hos binos valores ipsius $ppqq$ inter se primos esse debere, propterea quod numeri v et x necessario inter se sunt primi.

§. 6. Hic primo quidem productum $ppqq$ statim praebet duos factores inter se primos pp et qq ; ubi etiam pro altero sumi potest $ppqq$; pro altero vero unitas. Cum autem usu venire queat, ut productum $ppqq$ etiam aliis modis in duos factores inter se primos resolvi possit, quos semper quadratos esse debere manifestum est, ponamus generatim $ppqq = rrrs$, atque literam v ita determinemus, ut alter numeratoris factor $v + x$ divisibilis evadat per $2rr$, alter vero $v - x$ per $2ss$.

§. 7. Hanc ob rem ponamus $v+x=2frr$ et $v-x=2gss$, ut hoc modo prodeat ipse numerus quaesitus $n=fg$. Ex illis vero aequalitatibus statim colligitur $v=frr+gss$ et $x=frr-gss$. Cum autem quantitas x tanquam cognita spectari debeat, hic potissimum quaeritur, quales numeri pro f et g accipi debeant, ut fiat $frr-gss=x$, sive hoc problema erit resolvendum: quomodo datis numeris r, s, x , definiiri debeant f et g , ut huic conditioni $frr-gss=x$ satisfiat? id quod, si numeri r, s et x essent determinati, per notas Analyseos operationes facile praestari posset. At vero hic solutione generali est opus, quam sequenti modo obtinebimus.

§. 8. Pro numeris rr et ss , quaeramus ope methodi jam satis cognitae binos numeros ϱ et σ , ut fractio $\frac{\varrho}{\sigma}$ proxime accedat ad fractionem $\frac{rr}{ss}$, sive ut sit $\sigma rr - \varrho ss = \pm 1$. Constat autem talem fractionem $\frac{\varrho}{\sigma}$ per eas operationes inveniri posse, quibus maximus communis divisor numerorum rr et ss quaeri solet. Hanc obrem, quicumque numeri per rr et ss designentur, istos numeros ϱ et σ tanquam cognitos spectare licebit.

§. 9. His igitur numeris ϱ et σ inventis capiamus $f=hss+\sigma x$ et $g=hrr+\varrho x$, tum enim, quia fieri debet $frr-gss=\pm x$, his valoribus substitutis fiet $frr-gss=x(\sigma rr-\varrho ss)$, ideoque ob $\sigma rr-\varrho ss=\pm 1$, utique evadet $frr-gss=x$, hocque modo nostrum problema jam perfecte erit solutum. Cum enim sit $n=fg$, nunc erit

$$n = (hss + \sigma x)(hrr + \varrho x)$$

qui ergo valor semper producit numerum compositum, nisi alter factorum abeat in unitatem. Ubi meminisse oportet, primo pro x plures assignatos fuisse valores pro factoribus numeri $m = v$. Praeterea vero etiam pro r et s saepe plures dari possunt valores, ut fiat $rs=pq$, quae geminae varietates a se invicem non pendent, ita ut cum singulis valoribus ipsius x singulos valores ipsarum r et

s combinare liceat. Ex quo patet, hanc solutionem problematis maxime esse generalem, atque adeo omnes valores idoneos pro numero n continere.

§. 10. Quoniam igitur hic inventio fractionis $\frac{\rho}{\sigma}$, quae fractioni $\frac{rr}{ss}$ proxime sit aequalis, praecipue requiritur, istam aequalitatem proxime veram hoc signo \approx designemus, ita ut sit $\frac{rr}{ss} \approx \frac{\rho}{\sigma}$, quo nihil aliud significatur, nisi quod sit $\sigma rr - \rho ss = \pm 1$. Sumtis ergo pro lubitu binis rr et ss , sequentem tabulam adjungo, quae numeros ρ et σ indicat:

$rr:ss$	$\rho:\sigma$	$rr:ss$	$\rho:\sigma$
1: 1	1: 0	100: 1	1: 0
4: 1	1: 0	100: 9	11: 1
9: 1	1: 0	100: 49	49: 24
9: 4	2: 1	100: 81	21: 17
16: 1	1: 0	121: 1	1: 0
16: 9	7: 4	121: 4	30: 1
25: 1	1: 0	121: 9	27: 2
25: 4	6: 1	121: 16	53: 7
25: 9	11: 4	121: 25	29: 6
25: 16	11: 7	121: 36	37: 11
36: 1	1: 0	121: 49	42: 17
36: 25	13: 9	121: 64	17: 9
49: 1	1: 0	121: 81	3: 2
49: 4	12: 1	121: 100	23: 19
49: 9	11: 2	144: 1	1: 0
49: 16	3: 1	144: 25	23: 4
49: 25	2: 1	144: 49	47: 16
49: 36	15: 11	144: 121	25: 21
64: 1	1: 0		
64: 9	7: 1		
64: 25	23: 9		
64: 49	17: 13		
81: 1	1: 0		
81: 4	20: 1		
81: 16	5: 1		
81: 25	13: 4		
81: 49	38: 23		
81: 64	19: 15		

§. 11. Ope hujus tabulae facile erit solutionem problematis expedire. Sumantur enim pro r et s successive omnes valores a

minimis 1 et 1 incipiendo, et pro singulis excerptantur numeri ϱ et σ ; tum pro quolibet casu r et s quaerantur omnia producta pq ipsi rs aequalia, quod eo pluribus modis fieri poterit, quo plures affuerint factores: Tum vero pro singulis p et q quaerantur valores ipsius $x = \mu pp - \nu qq$, id quod duplici modo fieri poterit, quia etiam erit $x = \nu pp - \mu qq$. Quo facto singuli valores pro x inventi dabunt infinitos valores pro numero quaesito, cum sit

$$n = (h s s + \sigma x) (h r r + \varrho x)$$

hocque modo operationes continuando plurimos numeros pro n sumendos obtinebimus.

Exemplum.

§. 12. *Proposita formula $xx + yy = zz$ investigare omnes formulas concordantes $xx + ny = vv$.*

Hic ergo erit $\mu = \nu = 1$ et $x = pp - qq$. Sumatur nunc $r = 2$ et $s = 1$, eritque $\varrho = 1$ et $\sigma = 0$. Quia igitur $rs = 2$, unico modo fiet $p = 2$ et $q = 1$, eritque $x = 3$, quocirca hinc habebimus $n = h(4h + 3)$, unde pro n jam deducuntur sequentes valores: $n = 1, 7, 10, 22, 27, 45, 52, 76, 85$. Simili modo sumatur $r = 3$ et $s = 1$, ubi iterum erit $\varrho = 1$ et $\sigma = 0$, tum vero unico modo fiet $p = 3$ et $q = 1$, ideoque $x = 8$, hinc $n = h(9h + 8)$, unde oriuntur sequentes valores pro n : $1, 17, 20, 52, 57$. Eodem modo sumtis $r = 3$ et $s = 2$, ut sit $\varrho = 2$ et $\sigma = 1$, habebimus duplici modo $p = 6$ et $q = 1$, et $p = 3$ et $q = 2$, unde duo casus nascuntur, scil. $x = 35$, et $x = 5$. Ex priore oriatur $n = (4h + 35)(9h + 70)$, unde infra centenarium nulli occurrunt valores praeter hos: $n = -6; 11; 49; 100$. At vero pro altero casu fiet $n = (4h + 5)(9h + 10)$, unde oriuntur hi valores: $n = 1, 24$. Hinc jam satis clare intelligitur, quomodo ulterius sit operandum.

Hoc autem modo calculum satis longe prosecuti, pro n sequentes valores infra centenarium sumus adepti. Primo quidem istos positivos:

$n = 1, 7, 10, 11, 17, 20, 22, 24, 27, 30, 31, 34, 41,$
 $42, 45, 49, 50, 52, 57, 59, 60, 61, 71, 72, 74, 76,$
 $79, 85, 86, 92, 94, 97, 99,$

tum vero negativos sequentes:

$n = -6, -18, -35, -47, -55, -60, -76, -88,$
 $-90, -98.$

§. 13. Interim tamen asseverare non ausim, nullos alios praeterea dari valores pro n . Quidam enim horum valorum orti demum sunt ex numeris satis magnis pro r et s assumtis. Veluti valor $n = 59$ prodiit ex numero $x = 11$, sive ex casu $r = 6$ et $s = 5$, unde fit $y = 60$; tum enim utique erit $11^2 + 60^2 = 61^2$ et $11^2 + 59 \cdot 60^2 = 461^2$. Simili modo casus $n = 86$ ortus est ex valoribus $x = 1295$ et $y = 72$. Erit enim

$$1295^2 + 72^2 = 1297^2$$

$$1295^2 + 86 \cdot 72^2 = 1457^2.$$

Numerus autem $n = -47$ oritur ex casu $x = 612^2$ et $y = 35^2$. Erit enim:

$$612^2 + 35^2 = 613^2 \text{ et } 612^2 - 47 \cdot 35^2 = 563^2.$$

§. 14. Cum igitur neququam affirmare liceat, omnes numeros in hac tabula non contentos dare formulas discordantes cum formula $xx + yy = zz$, methodum subjungam quamlibet formulam $xx + ny = vv$ explorandi, utrum sit concordans an discordans cum formula $xx + yy = zz$. Ex casu autem notissimo formularum discordantium $xx + yy$ et $xx - yy$ supra jam derivavimus $xx + yy$ et $xx + 2yy$, quae certe etiam sunt discordantes. Quamobrem has formulas $xx + yy$ et $xx + 3yy$ hic ad examen revocabo:

Problema.

Explorare, utrum hae duae formulae: $xx + yy = \square$ et $xx + 3yy = \square$ sint concordantes an discordantes.

Solutio.

§. 15. Numerorum x et y alter necessario erit par, alter impar. Facile autem patet in formula posteriore x non esse posse parem; foret enim y impar et $3yy$ numerus formae $8a + 3$, qui cum quadrato pari nunquam quadratum efficere potest. Erit ergo x impar et y par. Pro priore formula erit $x = pp - qq$ et $y = 2pq$, ubi ergo iterum numerorum p et q alter est par, alter impar. Hinc igitur posterior formula evadet

$$xx + 3yy = p^4 + 10ppqq + q^4 = \square$$

quae formula reducitur ad hanc: $(pp + qq)^2 + 2(2pq)^2$. Statuamus ergo $pp + qq = \pm rr - 2ss$ et $2pq = 2rs$ ideoque $pq = rs$.

§. 16. Hic jam tuto assumere licet $q = 1$, siquidem pro p , r , s etiam fractiones admittere velimus. Habebimus ergo $p = rs$ et nostra aequatio erit $rrss + 1 = \pm rr + 2ss$. Ex signis superioribus deducimus $rr = \frac{1 + 2ss}{1 - ss}$, quae fractio, si loco s scribamus $\frac{s}{r}$, reducitur ad hanc: $\frac{tt + 2ss}{tt - ss}$, quae, an quadratum producere queat, nec ne? quaeritur.

§. 17. Hic ante omnia est observandum, numeratorem et denominatorem alium divisorem communem habere non posse praeter ternarium, unde uterque vel ipse erit quadratum vel triplum quadratum. Priore casu ergo habebimus $tt + 2ss = aa$ et $tt - ss = bb$, unde fit $tt = bb + ss$ et $aa = bb + 3ss$ quae formulae similes sunt ipsis propositis, ideoque eandem sortem sequentur. Posteriore casu erit $tt + 2ss = 3aa$ et $tt - ss = 3bb$. Ex posteriore erit $tt = ss + 3bb$, unde fit $3aa = 3ss + 3bb$, siue $aa = ss + bb$, quae formulae iterum ipsi propositae sunt similes.

§. 18. Ex inferioribus signis erit $rr = \frac{2ss - 1}{ss + 1}$, ubi iterum loco s scribamus $\frac{s}{r}$, quo fiat $rr = \frac{2ss - tt}{ss + tt}$, ubi divisor communis, praeter ternarium, non datur. Casus, quo numerator et denominator

sunt primi inter se, praebet $2ss + tt = aa$; $s + tt = bb$, ubi statim ingens absurdum se offert. Summa enim foret $aa + bb = 3ss$. Constat autem summam duorum quadratorum nunquam per 3 dividi posse. Sumatur $2ss - tt = 3aa$ et $ss + tt = 3bb$, unde sequitur $ss = aa + bb$, hincque porro $tt = 2bb - aa$ et $ss + tt = 3bb$, quod iterum per se est absurdum.

§. 19. Ex his conjunctim jam sequitur, si formulae propositae essent concordantes, ex iis aliae ejusdem indolis sequerentur, atque adeo multo minores; quam obrem, cum in minoribus numeris nullus casus possibilis assignari queat, evictum est, ambas formulas propositas esse discordantes.

Problema.

Proposita formula $xx + yy = \square$, explorare, utrum haec formula $xx + 4yy = \square$ sit concordans nec ne.

Solutio:

§. 20. Hic statim patet x esse debere numerum imparem. Jam pro priore ponatur $x = pp - qq$ et $y = 2pq$; ubi patet numerorum p et q alterum debere esse parem, alterum imparem. Hinc altera formula fiet

$$xx + 4yy = p^4 + 14ppqq + q^4 = \square.$$

quae formula abit in hanc: $(pp + qq)^2 + 3(2pq)^2 = \square$, ubi prius quadratum est impar. Ponatur ergo $pp + qq = (rr - 3ss)$; $2pq = 2rs$, sive $pq = rs$. Hic si quemquam offendat; quod ante sumserimus $q = 1$, calculum in integris instituamus, sumendo $pq = rs = abcd$, et ponamus $p = ab$; $q = cd$; $r = ac$; $s = bd$, quibus valoribus substitutis erit:

$$aabb + cedd = (aqcc - 3bbdd).$$

§. 21. Signum superius nobis dabit $\frac{aa}{dd} = \frac{cc + 3bb}{cc - bb}$, cujus numerator et denominator alium factorem communem habere nequit, excepto numero 4, qui cum ipse sit quadratum, necesse est ut uterque fiat quadratum. Statuatur ergo $cc + 3bb = ff$ et $cc - bb = gg$, eritque $cc = bb + gg$ et $4bb + gg = ff$; quae formulae conve-

munt cum ipsis propositis, quorum tamen termini minores sunt quam x et y .

§. 22. Signa inferiora nobis dabunt $\frac{a'a}{d'd} = \frac{3bb - cc}{bb + cc}$, ubi alius divisor communis non occurrit, praeter 4; unde tam numerator quam denominator debet esse quadratum. Quod si ergo ponatur

$$3bb - cc = ff \text{ et } bb + cc = gg$$

ex priore erit $3bb = cc + ff$, quod jam est absurdum. Cum igitur ista operatio vel perducatur ad formulas propositis similes, vel contradictionem involvat, hoc certum est signum, formulas propositas esse discordantes.

§. 23. Hic autem jure objici potest, fieri posse ut numerator et denominator fiant dupla quadrata, scilicet $3bb - cc = 2ff$ et $bb + cc = 2gg$, quod revera fieri sponte patet, casu $b = c$, unde fit $f = g = b$, consequenter etiam $a = d$, $p = q$, ideoque $x = 0$, quo ergo casu utique ambae formulae propositae fient quadrata. Hoc autem aliis casibus evenire nunquam posse hoc modo ostendi potest. Cum enim hinc fiat $cc = 2gg - bb$ et $2bb - gg = ff$, ista quatuor quadrata cc , gg , bb , ff forent in progressionem arithmetica, quod autem nunquam fieri posse jam dudum est demonstratum, solo casu excepto quo inter se sunt aequalia.

§. 24. Subjungamus autem adhuc casum, quo binae formulae propositae revera sunt concordantes.

Problema.

Proposita formula $xx + yy = \square$ *explorare utrum haec formula:*
 $xx + 7yy = \square$ *sit concordans nec ne.*

Solutio.

§. 25. Pro priore sumamus ut hactenus $x = pp - qq$ et $y = 2pq$, et posterior dabit $p^4 + 26ppqq + q^4 = \square$, quae transformatur in hanc: $(pp + qq)^2 + 6(2pq)^2 = \square$, pro qua poni potest primo $pp + qq = \pm (rr - 6ss)$ et $pq = rs$, vel secundo

$pp + qq = + (3rr - 2ss)$ et $pr = rs$. Pro utraque ergo statuamus $pq = rs = abcd$ sitque $p = ab$, $q = cd$, $r = ac$, $s = bd$, sicque pro prima formula habebimus :

$$aabb + cedd = + (aacc - 6bbdd) \text{ et pro altera}$$

$$aabb + cedd = + (3aacc - 2bbdd).$$

Ob signa ergo ambigua quatuor casus sunt evolvendi.

§. 26. Pro priore casu erit $\frac{aa}{dd} = \frac{cc + 6bb}{cc - bb}$, ubi cum divisor communis sit 7, primo fiat $cc + 6bb = ff$ et $cc - bb = gg$, unde fit $cc = bb + gg$ et $ff = 7bb + gg$, quae formulae ipsis propositis sunt similes. Ponamus porro $cc - 6bb = 7ff$ et $cc - bb = 7gg$, hincque fiet $cc = bb + 7gg$ et $ff = bb + gg$, quae denuo propositis sunt similes.

§. 27. Pro secundo casu erit $\frac{aa}{dd} = \frac{6bb - cc}{bb + cc}$, ubi iterum divisor communis esse potest 7; quare statuendo $6bb - cc = ff$ et $bb + cc = gg$, foret $6bb = cc + ff$, quod est absurdum. Statuamus ergo $6bb - cc = 7ff$ et $bb + cc = 7gg$, quae posterior suppositio jam per se est absurda.

§. 28. Tertius casus dat $\frac{aa}{dd} = \frac{cc + 2bb}{3cc - bb}$, ubi divisor communis iterum est 7. At vero ponendo hic $cc - 2bb = ff$ et $3cc + bb = gg$ foret $3cc = bb + gg$, quod denuo est absurdum. Statuamus ergo $cc + 2bb = 7ff$ et $3cc - bb = 7gg$, hinc fit $cc = 7ff - 2bb$ et $gg = 3ff - bb$, sive $3ff = bb + gg$, quod est absurdum.

§. 29. Restat igitur quartus casus, qui dat $\frac{aa}{dd} = \frac{2bb - cc}{bb + 3cc}$, ubi statim in oculos occurrit casum $b = c = 1$ satisfacere; tum enim fiet $x = 1$ et $d = 2$. Hinc autem nanciscimur $p = 1$, $q = 2$, ideoque $x = 3$ et $y = 4$; unde utique fiet $xx + yy = 5^2$ et $xx + 7yy = 11^2$, consequenter evidens est formulas propositas esse concordantes.

Supplementum.

§. 30. Cum solutio penultimi problematis non satis sit concinna et perspicua, ejus loco sequens theorema subjungamus.

Theorema.

Hae duae formulae $xx + yy = \square$ et $xx + 4yy = \square$ sunt discordantes, sive impossibile est pro x et y ejusmodi valores assignare, qui utramque reddant quadratum, exceptis duobus casibus $x = 0$ et $y = 0$.

Demonstratio.

§. 31. Incipiamus a posteriore formula $xx + 4yy$, quae cum etiam sit summa duorum quadratorum, certe erit $x = pp - qq$ et $y = pq$; tum enim fiet $xx + 4yy = (pp + qq)^2$. Hinc autem prior formula hanc induet formam: $p^4 - ppqq + q^4 = \square$, quae manifesto aequivalet huic: $(pp + qq)^2 - 3(pq)^2 = \square$. Quamobrem, quo hoc fiat, statuamus $pp + qq = rr + 3ss$ et $pq = 2rs$. Sic enim fiet $xx + yy = (rr - 3ss)^2$.

§. 32. Statuamus porro $pq = 2rs = 2abcd$, fiatque $p = 2ab$ erit $q = cd$; tum vero sit $r = bc$, erit $s = bd$, qui valores substituti hanc praebent aequationem:

$$4aabb + ccd d = aacc + 3bbdd$$

unde sequitur $\frac{aa}{dd} = \frac{3bb - cc}{4bb - cc}$, vel etiam $\frac{aa}{dd} = \frac{cc - 3bb}{cc - 4bb}$; ubi cum nullus divisor communis occurrat, siquidem tam p et q quam r et s supponantur primi inter se, tam numerator quam denominator seorsim debet esse quadratum. Pro priore ergo ponatur $3bb - cc = ff$ et $4bb - cc = gg$, quae utraque positio est absurda. Quare pro altera formula porramus $cc - 3bb = ff$ et $cc - 4bb = gg$. Ex ista statim fit $cc = gg + 4bb$, unde altera evadit $ff = gg + bb$, quae cum sint ipsis propositis perfecte similes, atque minores, manifesto hinc sequitur veritas theorematis.

Corollarium 1.

§. 33. Cum igitur istae formulae $xx + yy$ et $xx + 4yy$ sint discordantes, etiam omnes ejus variationes initio memoratae erunt discordantes, scil.

$$\begin{array}{l}
 xx + yy = zz \quad | \quad zz - yy = xx \quad | \quad vv - 4yy = xx \\
 xx + 4yy = vv \quad | \quad \cancel{zz} + 3yy = vv \quad | \quad vv - 3yy = zz \\
 zz - xx = yy \quad | \quad vv - xx = 4yy \quad | \quad vv - zz = 3yy \\
 4zz - 3xx = 4vv \quad | \quad vv + 3xx = 4zz \quad | \quad 4zz - vv = 3xx.
 \end{array}$$

Corollarium 2.

§. 34. Praeterea vero etiam illae formulae, ad quas in solutione superiore sumus perducti, certe sunt discordantes, scilicet:

$$\begin{array}{l}
 2bb - gg = ff \\
 2gg - bb = cc,
 \end{array}$$

quoniam non dantur quatuor quadrata in progressionem arithmetica. Hinc ergo etiam omnes variationes erunt discordantes, quae sunt:

$$\begin{array}{l}
 2xx - yy = zz \quad | \quad 2xx - zz = yy \quad | \quad yy + zz = 2xx \\
 2yy - xx = vv \quad | \quad 3xx - 2zz = vv \quad | \quad 3yy - zz = 2vv \\
 2yy - vv = xx \quad | \quad xx + vv = 2yy \quad | \quad 2zz + vv = 3xx \\
 3yy - 2vv = zz \quad | \quad 3xx - vv = 2zz \quad | \quad zz + 2vv = 3yy.
 \end{array}$$

Corollarium 3.

§. 35. Denique etiam formulae biquadraticae quae se obtulerunt sunt impossibiles. Ita cum ex theoremate sit $p^4 - ppqq + q^4 = \square$ impossibilis; impossibiles quoque erit haec forma: $p^4 + 14ppqq + q^4 = \square$, hincque etiam plures aliae formulae, quae per transformationem hinc formari possunt.



INVESTIGATIO ACCURATIOR CIRCA BRACHYSTOCHRONAS

AUCTORE

L. EULERO.

Conventui exhibuit die 10. Julii 1780.

§. 1. Cum primum in Mechanicae meae tomo secundo hoc argumentum tractassem, incideram in hanc insignem proprietatem: quod, dum corpus super curva Brachystochrona descendit, pressio ex omnibus viribus sollicitantibus orta semper sit aequalis vi centrifugae atque in eandem plagam directa, ita ut ubique tota pressio, quam corpus descendens in curvam exerit, duplo major sit quam pressio a solis viribus sollicitantibus oriunda. Neque hanc proprietatem solum in hypothesis gravitatis naturalis, et quando corpus versus aliquod centrum virium fixum a viribus quibuscunque urgetur, locum habere deprehendi, sed etiam quando corpus ad duo plurave puncta fixa a viribus quibuscunque sollicitatur. Quam ob rem non dubitavi istam proprietatem tanquam principium universale stabilire, cujus ope omnibus plane casibus Brachystochronae inveniri queant, neque opus sit ad methodum isoperimetricam recurrere.

§. 2. Ex hoc ipso igitur principio deinceps omnes quoque Brachystochronas in mediis resistantibus derivavi. Postquam autem theoriam isoperimetricam ubertius essem perscrutatus, mox deprehendi, istud principium in medio resistente admitti non posse, neque tamen quisquam eorum, qui opus meum mechanicum omni studio sunt perscrutati, hunc defectum animadvertit, quem autem ipse in tractatu

meo de isoperimetris feliciter emendavi, atque adeo veras Brachystochronas pro quovis medio resistente determinare docui.

§. 3. Interim tamen iste error, quem ingenue sum confessus, non est tam enormis, ut non quodammodo non solum excusari sed etiam cum veritate conciliari possit, si modo status quaestionis paulisper immutetur. Quod si enim non inter omnes plane curvas, quas a termino superiore ad inferiorem ducere licet sed inter eas tantum, super quibus corpus descendens eandem acquirit celeritatem (quarum numerus utique etiam nunc est infinitus), ea quaeratur, super qua corpus brevissimo tempore a puncto summo usque ad imum perveniat, tum omnes Brachystochronae a me assignatae et ex memorato principio derivatae veritati erunt consentaneae.

§. 4. Quo autem clarius appareat sub quibusnam conditionibus istud principium locum habeat, et quando deficiat, totam theoriam de Brachystochronis accuratius evolvere constitui. Observavi enim, etiamsi motus tantum in vacuo consideretur, tamen ejusmodi vires exhiberi posse, ad quas illud principium neutiquam accommodari possit; quamobrem hoc loco ab omni resistantia animum sum abstracturus, siquidem hoc argumentum in opusculo meo isoperimetrico jam satis prolixè est pertractatum. Quamobrem alias vires non sum contemplaturus, praeter tales quas vocavi *absolutas*, quarum actio a solo loco, in quo corpus versatur, pendet, neque ejus celeritas quicquam ad vires sollicitantes conferat.

§. 5. Haec autem tractatio ultro in duas partes dividitur, prouti totus corporis motus vel in eodem plano absolvitur, vel extra idem planum extravagatur. Pro hoc enim discrimine methodus Brachystochronas inveniendi prorsus diversa adhiberi debet, cum casu priore duae coordinatae, in calculum introducendae, sufficiant, posteriore vero casu necessario tres coordinatae requirantur, qui casus adeo prorsus est novus; neque cuiquam, quantum quidem mihi, in mentem venit Brachystochronas, quae non in eodem pla-

no contineantur, investigare; quamobrem secundum hanc differentiam sequentem tractationem bipartito sum propositurus.

I. *De Brachystochronis*
in eodem plano sitis.

§. 6. Hic igitur etiam omnes vires sollicitantes in eodem plano sitas esse oportet, quas autem generalissime hic sum consideraturus. Ponamus igitur motum corporis in ipso plano tabulae absolvi, sitque Ay curva, super qua corpus moveatur, postquam ex puncto A est egressum, quam curvam referamus ad axem Ax et vocemus binas coordinatas $Ax = x$ et $xy = y$, elementum vero curvae yy' vocemus ∂s , ita ut, posito $\partial y = p\partial x$, sit $\partial s = \partial x \sqrt{1 + pp}$; unde si yO fuerit curvae radius osculi, constat fore $yO = \frac{\partial x(1 + pp)^{\frac{3}{2}}}{\partial p}$. Jam a quibuscunque viribus corpus in y sollicitetur, eas semper ad binas yX et yY revocare licet, quae cum coordinatis easdem teneant directiones. Vocemus igitur has vires $yX = X$ et $yY = Y$, et quia actio harum virium a loco corporis y unice pendere assumitur, istas litteras X et Y tanquam functiones quascunque binarum coordinatarum x et y spectare licet. Tum vero has vires jam tanquam acceleratrices specto, quae oriuntur si verae vires motrices per massam corporis dividantur ideoque per numeros absolutos exprimantur, denotante unitate vim acceleratricem gravitatis naturalis quacum omnes alias vires comparare licet.

Tab. I.
Fig. 1.

§. 7. Cum igitur, dum corpus super curva Ay descendit, in hoc loco y actionem duarum virium $yX = X$ et $yY = Y$ sustineat; has vires secundum directionem motus, seu tangentem yT et directionem ad eam normalem yN resolvantur, atque reperietur vis tangentialis $yT = \frac{X\partial x + Y\partial y}{\partial s}$, altera vero vis normalis $yN = \frac{X\partial y - Y\partial x}{\partial s}$, a quarum illa motus corporis per elementum yy' procedens accelerabitur, altera autem vis normalis, si in massam corporis ducatur,

dabit pressionem, quam corpus in curvam exerit, quae, si massa corporis per M indicetur, erit $\frac{M(X\partial y - Y\partial x)}{\partial s}$, cui ergo, secundum principium supra stabilitum, vis centrifuga corporis ex curvatura nata pro Brachystochronis aequalis esse deberet.

§. 8. Designemus nunc celeritatem, qua corpus elementum xy' percurrit, littera v , quae exprimat spatium, quod ista celeritate uno minuto secundo percurreretur; et quo omnia ad mensuras determinatas revochemus, denotet g altitudinem per quam gravia primo minuto secundo delabuntur, atque ex principiis motus constat fore $v\partial v = 2gT\partial s$, siquidem T designet vim tangentialem, quae erat $\frac{X\partial x + Y\partial y}{\partial s}$, ex quo sequitur ista aequatio: $v\partial v = 2g(X\partial x + Y\partial y)$; unde determinatio celeritatis ab integratione hujus formulae pendet, cum sit $vv = 4gf(X\partial x + Y\partial y)$.

§. 9. Quod si jam litterae X et Y fuerint tales functiones ipsarum x, y , ut ista formula integrationem admittat, quod evenit, uti constat, si fuerit $(\frac{\partial X}{\partial y}) = (\frac{\partial Y}{\partial x})$; tum celeritas corporis v erit functio prorsus determinata binarum variabilium x et y , ideoque a solo loco corporis y pendebit. Sin autem haec conditio non habeat locum, tum celeritas non amplius a solo loco y pendebit, sed insuper totum tractum curvae jam percursae Ay involvet, secundum valores, quos formula $X\partial x$ et $Y\partial y$ per totam curvam percursam Ay recipit; unde hic duo casus sollicite a se invicem distinguendi occurrunt, prouti scilicet formula $X\partial x + Y\partial y$ integrationis est capax nec ne. Mox enim patebit principium supra memoratum solo casu priore locum habere, altero vero casu nequam in usum vocari posse.

§. 10. Cum enim tempusculum, quo elementum curvae $xy' = \partial s = \partial x \sqrt{1 + pp}$ percurritur, sit $\frac{\partial s}{v}$, ut tempus per curvam Ay evadat minimum, sive ut ista curva sit vera Brachystochro-

na, necesse est ut formula integralis $\int \frac{ds}{v} = \int \frac{\partial x \sqrt{1+pp}}{v}$ inter omnes curvas, quas a puncto A ad punctum y ducere licet, minimum obtineat valorem. In tractatu autem meo isoperimetrico ostendi, si formula integralis quaecunque $\int V \partial x$ debeat esse vel maximum vel minimum, ubi V quomocunque pendeat non solum ab ipsis binis coordinatis x et y sed etiam a relatione inter earum differentialia cujusque ordinis, ita ut posito, ut jam fecimus, $\partial y = p \partial x$, porro $\partial p = q \partial x$, $\partial q = r \partial x$, $\partial r = s \partial x$, etc. fueritque

$$\partial v = M \partial x + N \partial y + P \partial p + Q \partial q + R \partial r + \text{etc.}$$

tum pro casu maximi vel minimi semper hanc aequationem locum habere :

$$N - \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial \partial Q}{\partial x^2} - \frac{d^3 R}{\partial x^3} + \text{etc.} = 0,$$

quae ergo aequatio tum tantum locum habet, quando V fuerit functio quantitatum x , y , p , q , r , etc., hoc est, quando ejus valor a solo puncto y et elemento curvae in hoc loco pendet. Quando enim functio V insuper involvat quasdam formulas integrales, tum etiam termini hinc pendentes ad illam aequationem adjici debent, quo casu totus calculus longissimas ambages postulat, quas autem hoc loco non sum suscepturus, sed aequationi hic traditae unice inhaerebo.

§. 11. Hinc igitur manifestum est, istam aequationem maximi minimive locum habere non posse, nisi celeritas v sit functio determinata binarum x et y , sive si formula $\int (X \partial x + Y \partial y)$ revera integrationem admittat, quem igitur casum hic accuratius sum contemplaturus. Cum igitur pro nostris Brachystochronis fieri debeat $\int V \partial x = \int \frac{\partial x \sqrt{1+pp}}{v}$, ideoque $V = \frac{\sqrt{1+pp}}{v}$, erit $\partial V = -\frac{\partial v}{v^2} \sqrt{1+pp} + \frac{p \partial p}{v \sqrt{1+pp}}$, ubi ergo loco ∂v ejus valorem per ∂x et ∂y substituere oportet. Supra autem habuimus hanc aequationem: $v \partial v = 2g (X \partial x + Y \partial y)$, unde fit $\partial v = \frac{2g}{v} (X \partial x + Y \partial y)$, sicque ∂v partim per ∂x partim per ∂y exprimitur; quamobrem si hic valor substituatur et comparatio fiat cum forma generali supra memorata :

$\partial V = M \partial x + N \partial y + P \partial p + Q \partial q + \text{etc.}$ fiet

$$M = -\frac{2gX\sqrt{1+pp}}{v^3}; N = -\frac{2gY\sqrt{1+pp}}{v^3}; P = \frac{p}{v\sqrt{1+pp}}; Q = 0; R = 0; \text{etc.}$$

sicque nunc pro Brachystochrona habebimus hanc simplicem aequationem: $N - \frac{\partial P}{\partial x} = 0$, sive $N \partial x = \partial P$, ita ut jam valor ipsius P denuo differentiari debeat. Erit autem $\partial P = -\frac{\partial v}{v} \cdot \frac{p}{\sqrt{1+pp}} + \frac{1}{v} \partial \cdot \frac{p}{\sqrt{1+pp}}$, ideoque $\partial P = -\frac{2g(X\partial x + Y\partial y)}{v^3} \cdot \frac{p}{\sqrt{1+pp}} + \frac{1}{v} \partial \cdot \frac{p}{\sqrt{1+pp}}$, cui ergo expressioni aequari debet debet quantitas $N \partial x = -\frac{2gY\partial x\sqrt{1+pp}}{v^3}$, ex qua porro aequatione colligitur fore:

$$\begin{aligned} \frac{1}{v} \partial \cdot \frac{p}{\sqrt{1+pp}} &= \frac{2gX\partial x}{v^3} \cdot \frac{p}{\sqrt{1+pp}} - \frac{2gY\partial x}{v^3\sqrt{1+pp}} \text{ sive} \\ \frac{1}{v} \partial \cdot \frac{p}{\sqrt{1+pp}} &= \frac{2g}{v^3\sqrt{1+pp}} (X\partial y - Y\partial x). \end{aligned}$$

§. 12. Supra autem invenimus, vim normalem ex viribus sollicitantibus oriundam et secundum yN urgentem esse $\frac{X\partial y - Y\partial x}{\partial s}$, quae si vocetur Θ , ut sit $\Theta = \frac{X\partial y - Y\partial x}{\partial x\sqrt{1+pp}}$, nostra aequatio inventa erit $\frac{1}{v} \partial \cdot \frac{p}{\sqrt{1+pp}} = \frac{2g\Theta\partial x}{v^3}$, ideoque erit $\Theta = \frac{vv}{2g\partial x} \partial \cdot \frac{p}{\sqrt{1+pp}}$. Est vero $\partial \cdot \frac{p}{\sqrt{1+pp}} = \frac{\partial p}{(1+pp)^{\frac{3}{2}}}$, sicque fiet $\Theta = \frac{vv}{2g\partial x} \cdot \frac{\partial p}{(1+pp)^{\frac{3}{2}}}$. Vidimus autem porro radium osculi in puncto y esse $\frac{\partial x(1+pp)^{\frac{3}{2}}}{\partial p}$, qui si vocetur r , fiet $\Theta = \frac{vv}{2gr}$. Constat autem hanc formulam $\frac{vv}{2gr}$ exprimere vim contrifugam, qua curva in puncto y a corpore descendente ob ipsam curvaturam premitur, quam ergo vim nunc videmus semper aequalem esse vi normali Θ , quoties formula $\int(X\partial x + Y\partial y)$ integrationem admittit, contra vero aequationem pro Brachystochrona longe aliter se esse habituram, ejusque determinationem calculos intricatissimos postulare. Commode autem usu venit, quoties corpus a viribus realibus, cujusmodi sunt gravitas, et vires centripetae quaecunque et quotcunque, secundum functiones distantiae quascunque sollicitantes, ut formula $\int(X\partial x + Y\partial y)$ integra-

tionem admittat ideoque principium supra stabilitum revera locum habeat. Excluduntur tantum vires prorsus imaginariae, quae ne locum quidem in rerum natura invenire possunt.

II. De Brachystochronis

non in eodem plano sitis.

§. 13. Hic casus evenit, quando vires, quibus corpus simul sollicitatur, non in eodem plano fuerint sitae. Sit igitur curva Az Brachystochrona quaesita, super qua corpus ex puncto A moveri coeperit. Ejus igitur punctum quodvis z per ternas coordinatas determinemus, quae sint $Ax = x$; $xy = y$; $yz = z$; elementum vero curvae vocetur $zz' = ds$, ita ut sit $ds^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2$. Vires autem sollicitantes, utcumque fuerint comparatae, revocentur ad eadem ternas directiones fixas vocenturque $zX = X$; $zY = Y$; $zZ = Z$; quae ergo quantitates esse possunt functiones quaecunque ternarum variabilium x, y, z .

Tab. I.
Fig. 2.

§. 14. Ut jam motum curvae hinc definiamus, totam rem ex primis principiis motus definiamus, ac posito temporis elemento $= dt$, motus corporis determinatio his tribus formulis continetur: 1^o) $\frac{\partial dx}{\partial t^2} = 2gX$; 2^o) $\frac{\partial dy}{\partial t^2} = 2gY$; 3^o) $\frac{\partial dz}{\partial t^2} = 2gZ$; ubi g iterum designat altitudinem lapsus gravium primo minuto secundo, siquidem tempus t in minutis secundis exprimere velimus. Nunc harum aequationum prima per dx , secunda per dy et tertia per dz multiplicatae et integratae dabunt:

$$\frac{\partial x^2 + \partial y^2 + \partial z^2}{\partial t^2} = 4gf(X \partial x + Y \partial y + Z \partial z),$$

quae aequatio, ob $\partial x^2 + \partial y^2 + \partial z^2 = ds^2$, reducitur ad hanc:

$$\frac{\partial s^2}{\partial t^2} = 4gf(X \partial x + Y \partial y + Z \partial z).$$

Quare cum $\frac{\partial s}{\partial t}$ exprimat celeritatem, qua corpus elementum zz' percurrit, si ea ponatur $= v$, habebimus hanc ejus determinationem:

$$vv = 4gf(X \partial x + Y \partial y + Z \partial z),$$

unde sequitur fore $v dv = 2g(X \partial x + Y \partial y + Z \partial z)$.

§. 15. Ex iisdem autem formulis differentio-differentialibus conveniet etiam hanc integrabilem derivare: $\frac{y\partial\partial x - x\partial\partial y}{\partial t^2} = 2g(yX - xY)$, cujus integrale erit $\frac{y\partial x - x\partial y}{\partial t^2} = 2gf(yX - xY)$. Jam quia modo invenimus $\frac{\partial s^2}{\partial t^2} = uv$, loco ∂t^2 scribamus $\frac{\partial s^2}{uv}$, eritque $\frac{y\partial x - x\partial y}{\partial s} = \frac{2g}{uv} \int (Xy - Yx) \partial s$. Eodem modo reperiemus $\frac{z\partial x - x\partial z}{\partial s} = \frac{2g}{uv} \int (Xz - Zx) \partial s$, denique $\frac{z\partial y - y\partial z}{\partial s} = \frac{2g}{uv} \int (Yz - Zy) \partial s$. Hasque formulas in sequentem unum notasse jüvabit.

§. 16. Inventa jam celeritate corporis talis relatio inter ternas coordinatas x, y, z est investiganda, ut tempus, quo arcus curvae Az percurritur, omnium fiat minimum. In quo ergo negotio ad methodum isoperimetricam est recurrendum. At vero ista methodus, prouti equidem eam tractavi, ad duas tantum variables est accomodata; interim tamen et hanc quaestionem ad casum duarum variabilium reducere licet, siquidem in subsidium vocemus, quae de projectionibus curvarum non in eodem plano sitarum sunt tradita.

Tab. I.
Fig. 3.

§. 17. Consideremus igitur projectionem nostrae curvae Az in plano tabulae factam, quae sit Ay , cujus ergo natura exprimetur aequatione inter binas variables x et y , pro qua statuamus $\partial y = \bar{p}\partial x$, eritque elementum hujus projectionis $= \partial x \sqrt{1 + pp}$. Simili modo in plano ad tabulam normali super axe Ax exstructa sit Au projectio nostrae curvae, cujus ergo natura exprimetur aequatione inter has duas variables $Ax = x$ et $xv = yz = z$, pro qua ponamus $\partial z = q\partial x$, ut elementum hujus projectionis sit $\partial x \sqrt{1 + qq}$. Evidens autem est elementum verae curvae Az fore

$$= \partial s = \partial x \sqrt{1 + pp + qq}.$$

Priorem projectionem Ay vocemus jacentem, alteram vero Au erectam.

§. 18. Manifestum autem est, si ambae hae projectiones fuerint inventae, ex iis junctim ipsam curvam Az facillime determinari posse. Cum enim abscissa $Ax = x$ utrique projectioni sit commu-

nis, si ex puncto y perpendicularum erigamus yz , ipsi xy aequale, punctum z erit in ipsa curva quaesita. At vero una harum projectionum negotium neququam conficit, cum tam projectio jacens quam erecta infinitis curvis convenire queat.

§. 19. His probe notatis tota quaestio de minimo quaesito ita biparpita constitui poterit. Primo scilicet spectemus projectionem erectam tanquam datam, atque inter omnes curvas, quibus eadem projectio erecta respondet, eam quaeramus, in qua formula integralis $\int \frac{\partial s}{v}$ minimum obtineat valorem, id quod per duas tantum coordinatas praestari poterit. Cum enim projectio erecta Axy tanquam data spectetur, ejus applicata z tanquam functio abscissae x spectari poterit, eodemque modo etiam quantitas $q = \frac{\partial x}{\partial z}$ erit functio ipsius x , atque si praecepta isoperimetrica ad hunc casum applicemus, reperiemus inter omnes curvas eandem projectionem erectam habentes eam, pro qua formula $\int \frac{\partial s}{v}$ minimum sortitur valorem.

§. 20. Eodem modo projectio jacens Axy tanquam cognita spectetur, atque inter omnes curvas hanc projectionem communem habentes, per eandem methodum maximorum et minimorum quaeratur ea, pro qua eadem formula $\int \frac{\partial s}{v}$ minimum obtineat valorem, et nunc in hac investigatione tam y quam $p = \frac{\partial y}{\partial x}$ pro functionibus ipsius x haberi poterunt, ita ut tantum binae reliquae x et z jam variables reputari debeant, atque calculus per eadem praecepta atque ante expediri poterit, si modo loco y scribamus z et q loco p .

§. 21. Quod si jam hoc modo tam inter omnes curvas eandem projectionem erectam habentes, quam inter omnes eandem jacentem habentes, invenerimus curvam minimi, quoniam pro priore prodiit certa aequatio inter x et y , pro altera vero aequatio inter x et z , hae duae determinationes junctim sumtae praebebunt veram Brachystochromam, inter omnes plane curvas possibles.

§. 22. Secundum haec praecepta jam facile erit Brachystochronas eruere, sive eas curvas, in quibus formula $\int \frac{\partial x \sqrt{1+pp+qq}}{v}$ minimum accipit valorem. Hic autem, ut ante, necesse est ut v sit functio determinata variabilium x, y, z , id quod evenire nequit, nisi formula $\int (X\partial x + Y\partial y + Z\partial z) = \frac{vv}{4g}$, integrationem admittat; quamobrem hos solos casus hic tractabimus. Hinc igitur erit $v\partial v = 2g(X\partial x + Y\partial y + Z\partial z)$, ideoque $\partial v = \frac{2g}{v}(X\partial x + Y\partial y + Z\partial z)$. Primo ergo projectionem erectam tanquam datam spectemus, ita ut tam z quam q sint functiones solius x ; unde si ponamus

$$\partial \cdot \frac{\sqrt{1+pp+qq}}{v} = M\partial x + N\partial y + P\partial p,$$

aequatio pro curva quaesita erit $N\partial x - \partial P = 0$, ubi commode evenit, ut quantitas M non in hanc aequationem ingrediatur.

§. 23. Quoniam igitur quantitate M prorsus non indigemus, in hac differentiatione duae tantum in computum veniunt variables scilicet y et p , quoniam z et q pro functionibus ipsius x habentur, earumque differentia continentur in membro $M\partial x$, quod rejicere licet. Quare valores litterarum N et P per differentiationem quaeri oportet, et quoniam quantitas p in celeritatem v non ingreditur, pro membro $P\partial p$ hinc statim oritur $P = \frac{p}{v\sqrt{1+pp+qq}}$.

§. 24. Restat igitur variabilis v , quae ut functio tantum ipsius y spectari poterit, sicque pro usu nostro praesente erit $\partial v = \frac{2gY\partial y}{v}$, ideoque $\partial \cdot \frac{1}{v} = -\frac{2gY\partial y}{v^2}$, sicque erit $N = -\frac{2gY}{v} \times \sqrt{1+pp+qq}$. Hinc ergo aequatio quaesita elicitur:

$$+\frac{2gY\partial x}{v^2} \sqrt{1+pp+qq} + \partial \cdot \frac{p}{v\sqrt{1+pp+qq}} = 0.$$

§. 25. Simili modo, si projectionem jacentem pro cognita assumamus, ut jam y et p sint functiones tantum ipsius x , aequatio ante inventa ad hunc casum transferetur, si tantum litterae y et z ,

itemque p et q inter se permutentur. Hoc modo prodit ista aequatio:

$$\frac{2gZ\partial x}{v^3} \sqrt{1+pp+qq} + \partial \cdot \frac{q}{v\sqrt{1+pp+qq}} = 0,$$

quae aequatio, cum praecedente conjuncta, determinabit ipsam Brachystochronam quaesitam, quandoquidem ejus determinatio requirit duas aequationes, propterea quod pro qualibet abscissa x binae reliquae y et z definiri debent.

§. 26. Ecce ergo Problematis nostri resolutio his duabus aequationibus continetur:

$$\frac{2gY\partial x}{v^3} \sqrt{1+pp+qq} + \partial \cdot \frac{p}{v\sqrt{1+pp+qq}} = 0$$

$$\frac{2gZ\partial x}{v^3} \sqrt{1+pp+qq} + \partial \cdot \frac{q}{v\sqrt{1+pp+qq}} = 0,$$

ubi jam omnes plane quantitates pro variabilibus sunt habendae. Hic autem posteriores formulas aliquanto magis evolvi conveniet ope hujus reductionis:

$$\partial \cdot \frac{p}{v\sqrt{1+pp+qq}} = -\frac{\partial v}{vv} \cdot \frac{p}{\sqrt{1+pp+qq}} + \frac{1}{v} \partial \cdot \frac{p}{\sqrt{1+pp+qq}}.$$

Nunc autem ob $\partial v = \frac{2g(X\partial x + Y\partial y + Z\partial z)}{v}$ erit

$$\frac{\partial v}{vv} = + \frac{2g(X\partial x + Y\partial y + Z\partial z)}{v^2},$$

hincque nostrae duae aequationes sequentes formas induent:

$$\frac{2gY\partial x}{v^3} \sqrt{1+pp+qq} - \frac{2g(X\partial x + Y\partial y + Z\partial z)}{v^2} \cdot \frac{p}{\sqrt{1+pp+qq}} + \frac{1}{v} \partial \cdot \frac{p}{\sqrt{1+pp+qq}} = 0,$$

$$\frac{2gZ\partial x}{v^3} \sqrt{1+pp+qq} - \frac{2g(X\partial x + Y\partial y + Z\partial z)}{v^2} \cdot \frac{q}{\sqrt{1+pp+qq}} + \frac{1}{v} \partial \cdot \frac{q}{\sqrt{1+pp+qq}} = 0.$$

Multiplicentur hae aequationes per $\frac{v^3}{2g}$ et partes priores ad denominatorem $\sqrt{1+pp+qq}$ reductae sequenti modo referentur:

$$\frac{(Y(1+qq) - pX)\partial x - pZ\partial z}{\sqrt{1+pp+qq}} + \frac{vv}{2g} \partial \cdot \frac{p}{\sqrt{1+pp+qq}} = 0$$

$$\frac{(Z(1+pp) - qX)\partial x - qY\partial y}{\sqrt{1+pp+qq}} + \frac{vv}{2g} \partial \cdot \frac{q}{\sqrt{1+pp+qq}} = 0,$$

quae aequationes porro, ob $\partial y = p \partial x$ et $\partial z = q \partial x$, ita transformabuntur:

$$\frac{Y(1+qq) - pX - pqZ}{\sqrt{1+pp+qq}} + \frac{vv}{2g\partial x} \partial \cdot \frac{p}{\sqrt{1+pp+qq}} = 0$$

$$\frac{Z(1+pp) - qX - pqY}{\sqrt{1+pp+qq}} + \frac{vv}{2g\partial x} \partial \cdot \frac{q}{\sqrt{1+pp+qq}} = 0.$$

Quod si hic deleamus terminos z et q continentes, aequatio pro casu praecedente inventa ex priore aequatione manifesto oritur, ex ea quippe prodit:

$$\frac{Xp - Y}{\sqrt{1+pp}} = \frac{vv}{2g} \partial \cdot \frac{p}{\sqrt{1+pp}},$$

quae aequatio cum supra inventa egregie convenit; posterior vero aequatio hoc casu plane evanescit.

DE VERA BRACHISTOCHRONA

SEU

LINEA CELERRIMI DESCENSUS

IN MEDIO RESISTENTE.

AUCTORE

L. EULERO.

 Conventui exhibuit die 13. Nov. 1780.

§. 1. Quae de his curvis in Mechanicae meae tomo II. tradidi ejusmodi nituntur principio, quod in medio resistente admitti non potest. Deinde in Tractatu meo isoperimetrico idem argumentum ex primis Maximorum et Minimorum principiis expedire sum conatus; verum quae de Brachystochrona in medio resistente ibi attuli, tantopere sunt in formulis analyticis nimis generalibus involuta, ut vix quisquam veram indolem harum curvarum inde eruere valeat. Quamobrem hoc idem argumentum hic majori studio evolvere atque ex primis principiis clare et perspicue derivare constitui.

§. 2. Hunc in finem consideremus curvam quamcunque AYC, ad axem verticalem AB relatam, super qua corpus, ex A labi incipiens, descendat in medio resistente secundum rationem quamcunque multiplicatam celeritatis. Jam pro puncto curvae quocunque Y vocetur abscissa $AX = x$, applicata $XY = y$ et arcus curvae $AY = s$. Celeritas autem in Y sit v , cujus ergo quantitas tali aequatione exprimitur: $v \partial v = g \partial x - h v^{n+1} \partial s$, quae ita est comparata, ut non nisi casibus $n = -1$ et $n = +1$ in genere integrari queat. Interim tamen valore ipsius v inde definito elementum temporis erit $\frac{\partial s}{v}$, cujus ergo integrale proprietatem minimi obtineri debet, siquidem curva AYC fuerit Brachystochrona.

 Tab. I.
 Fig. 4.

§. 3. Si motus fieret in vacuo, quo casu foret $h = 0$ et $vv = 2gx$, quia celeritas in Y a sola ejus altitudine penderet, evidens est, ut tota curva AYC evadat Brachystochrona, etiam singulas ejus partes AY minimo tempore percurri debere; At vero in medio resistente res longe aliter se habet, ubi celeritas non amplius a loco puncti Y pendet, sed simul totum arcum praecedentem AY involvit; unde fieri potest ut tempus per totum arcum AYC fiat minimum, etiamsi tempus per arcum AY non esset minimum, scilicet fieri posset ut descensu per arcum AY in Y aliquanto major celeritas generaretur, quae tanto brevius tempus per sequentem arcum YC producat; quamobrem nostrum problema pro medio resistente ita proponi debet:

Inter omnes curvas, quas a puncto A usque ad C ducere licet ea quaeratur, super qua corpus, descensum ex A incipiens, citissime ad terminum C perveniat.

§. 4. Quo autem haec investigatio latius pateat problema multo generalius, quod non ad solas Brachystochronas sit restrictum, contemplantur, propterea quod solutio non solum non fit difficilior, sed etiam facilius ad formulas analyticas reduci patitur; quamobrem sequens problema ante omnia expediri conveniet:

Problema generale.

Inter omnes curvas, quae a dato puncto A ad datum punctum C duci possunt, eam investigare, in qua ista formula integralis: $\int V dx$ maximum minimumve obtineat valorem; ubi littera V, praeter coordinatas x et y earumque differentialia cujuscunque ordinis, etiam quantitatem v involvat, quae per aequationem quamcunque differentialem determinetur.

Solutio.

§. 5. Cum functio V etiam differentialia cujusvis ordinis implicare sumatur, ponamus more solito $dy = p dx$; $dp = q dx$;

$\partial q = r \partial x$; etc. ita ut jam V praeter quantitates x, y, p, q, r , etc. etiam quantitatem illam v involvat; unde ejus differentiale hujusmodi habebit formam:

$$\partial V = L \partial v + M \partial x + N \partial y + P \partial p + Q \partial q + \text{etc.}$$

quantitas autem v per hanc aequationem differentialem exprimitur: $\partial v = \mathfrak{B} \partial x$; ubi \mathfrak{B} sit functio quaecunque ipsius v cum quantitativibus ad curvam pertinentibus x, y, p, q, r , etc. Quocirca ejus differentiale talem habebit formam:

$$\partial \mathfrak{B} = \mathfrak{L} \partial v + \mathfrak{M} \partial x + \mathfrak{N} \partial y + \mathfrak{P} \partial p + \mathfrak{Q} \partial q + \text{etc.}$$

§. 6. Quo nunc formulae integrali $\int V \partial x$ valor maximus minimusve conciliari possit, methodo utamur ex calculo variationum petita, quem in finem tribuamus applicatis $XY = y$ incrementum quam minimum $Y\delta$, quod per δy indicemus, ita ut δy sit variatio ipsius y ; alteri vero coordinatae x nullam variationem tribui opus est, ita ut sit $\delta x = 0$, Quatenus ergo reliquae quantitates ab applicata y pendent, eatenus eae etiam certas variationes recipient, quas ante omnia evolvere necesse est.

§. 7. Ponamus brevitatis gratia variationem $\delta y = \omega$, et cum sit $p = \frac{\partial y}{\partial x}$, erit $\delta p = \frac{\delta \partial y}{\partial x}$. Demonstratum autem est esse $\delta \partial y = \partial \delta y = \partial \omega$, unde fit $\delta p = \frac{\partial \omega}{\partial x}$. Simili modo, cum sit $q = \frac{\partial p}{\partial x}$, erit $\delta q = \frac{\delta \partial p}{\partial x} = \frac{\partial \delta p}{\partial x} = \frac{\partial \partial \omega}{\partial x^2}$. Pariter manifestum est fore $\delta r = \frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2}$; etc. Hic scilicet ubique littera δ cuique quantitati praefixa designat ejus variationem ex variatione ipsius y oriundam.

§. 8. His positis investigemus variationem ipsius formulae integralis propositae $\int V \partial x$, quae ergo erit $= \delta \int V \partial x$. Ex calculo autem variationum constat esse $\delta \int V \partial x = \int \delta V \partial x$, et quia variationes eadem lege capere licet, qua differentialia indicantur, erit

$$\delta V = L \delta v + M \delta x + N \delta y + P \delta p + Q \delta q + \text{etc.}$$

ubi terminus $M \delta x$ evanescit; ac si loco $\delta y, \delta p, \delta q, \delta r$, etc., valores modo inventi scribantur, habebimus:

$$\delta V = L \delta v + N \omega + \frac{P \partial \omega}{\partial x} + \frac{Q \partial \partial \omega}{\partial x^2} + \frac{R \partial^3 \omega}{\partial x^3} + \text{etc.}$$

Hinc ergo variatio formulae integralis propositae erit :

$$\delta \int V \partial x = \int \partial x (L \delta v + N \omega + \frac{P \partial \omega}{\partial x} + \frac{Q \partial \partial \omega}{\partial x^2} + \frac{R \partial^3 \omega}{\partial x^3} + \text{etc.})$$

sive

$$\delta \int V \partial x = \int L \delta v \partial x + \int N \omega \partial x + \int P \partial \omega + \int \frac{Q \partial \partial \omega}{\partial x} + \text{etc.}$$

Totum ergo negotium huc redit, ut primi membri $\int L \delta v \partial x$ valor omni cura evolvatur.

§. 9. Ex §. 5. sequitur $v = \int \mathfrak{B} \partial x$, hinc erit $\delta v = \delta \int \mathfrak{B} \partial x = \int \delta \mathfrak{B} \partial x$; quare cum sit $\partial \mathfrak{B} = \mathfrak{L} \partial v + \mathfrak{M} \partial x + \mathfrak{N} \partial y + \mathfrak{P} \partial p + \text{etc.}$ erit simili modo :

$\delta \mathfrak{B} = \mathfrak{L} \delta v + \mathfrak{M} \delta x + \mathfrak{N} \delta y + \mathfrak{P} \delta p + \mathfrak{Q} \delta q + \mathfrak{R} \delta r + \text{etc.}$
hoc est :

$$\delta \mathfrak{B} = \mathfrak{L} \delta v + \mathfrak{N} \omega + \frac{\mathfrak{P} \partial \omega}{\partial x} + \frac{\mathfrak{Q} \partial \partial \omega}{\partial x^2} + \frac{\mathfrak{R} \partial^3 \omega}{\partial x^3} + \text{etc.}$$

consequenter habebimus :

$$\delta v = \int \partial x (\mathfrak{L} \delta v + \mathfrak{N} \omega + \frac{\mathfrak{P} \partial \omega}{\partial x} + \frac{\mathfrak{Q} \partial \partial \omega}{\partial x^2} + \text{etc.})$$

ex qua aequatione nunc valorem ipsius δv erui oportet.

§. 10. Hunc in finem, quo calculus magis sublevetur, ponamus $\delta v = u$, eritque differentialibus sumtis :

$$\partial u = \mathfrak{L} u \partial x + \mathfrak{N} \omega \partial x + \mathfrak{P} \partial \omega + \frac{\mathfrak{Q} \partial \partial \omega}{\partial x} + \text{etc.}$$

quae aequatio ita repraesentetur :

$$\partial u - \mathfrak{L} u \partial x = \mathfrak{N} \omega \partial x + \mathfrak{P} \partial \omega + \frac{\mathfrak{Q} \partial \partial \omega}{\partial x} + \text{etc.}$$

quae ut integrabilis reddatur multiplicetur per $e^{-\int \mathfrak{L} \partial x}$, cujus loco brevitatis gratia scribamus $\frac{1}{\Lambda}$, ita ut sit $\Lambda = e^{\int \mathfrak{L} \partial x}$, ideoque $\frac{\partial \Lambda}{\Lambda} = \mathfrak{L} \partial x$. Tum igitur aequatio integralis erit :

$$\frac{u}{\Lambda} = \int \frac{\partial x}{\Lambda} (\mathfrak{N} \omega + \frac{\mathfrak{P} \partial \omega}{\partial x} + \frac{\mathfrak{Q} \partial \partial \omega}{\partial x^2} + \text{etc.})$$

hocque modo adepti sumus valorem quaesitum δv , qui erit :

$$\delta v = \Lambda \int \frac{\partial x}{\Lambda} (\mathfrak{N} \omega + \frac{\mathfrak{P} \partial \omega}{\partial x} + \frac{\mathfrak{Q} \partial \partial \omega}{\partial x^2} + \text{etc.}).$$

§. 11. Nunc igitur pro primo termino formulæ, qua variatio $\delta \int v \partial x$ exprimitur, habebimus:

$$\int L \Lambda \partial x \int \frac{\partial x}{\Lambda} (\mathfrak{N} \omega + \frac{\mathfrak{P} \partial \omega}{\partial x} + \frac{\Omega \partial \partial \omega}{\partial x^2} + \text{etc.})$$

ubi post signum integrationis \int adhuc aliud involvitur, unde in id erit incumbendum, ut omnia ad simplicem integrationem revocentur.

§. 12. Hunc in finem statuamus $L \Lambda \partial x = \partial \Pi$, eritque

$$\int \partial \Pi \int \frac{\partial x}{\Lambda} (\mathfrak{N} \omega + \frac{\mathfrak{P} \partial \omega}{\partial x} + \text{etc.}) = \Pi \int \frac{\partial x}{\Lambda} (\mathfrak{N} \omega + \text{etc.}) - \int \frac{\Pi \partial x}{\Lambda} (\mathfrak{N} \omega + \text{etc.}).$$

Jam quia est $\Pi = \int L \Lambda \partial x$, constans huic integrali adjicienda nostro arbitrio relinquatur; unde ista constans ita determinetur, ut pro tota curva AYC, ubi fiat $x = AB = a$, ista quantitas Π evanescat, quippe quo pacto prior pars $\Pi \int \frac{\partial x}{\Lambda} (\mathfrak{N} \omega + \text{etc.})$ pro tota curva, ad quam calculum instrui oportet, sponte evanescet, siquidem ipsa formula integralis adjuncta aliter ad nihilum redigi nequit. Quocirca, integrali $\int L \Lambda \partial x = \Pi$ ita accepto, ut posito $x = a$ evanescat, erit:

$$\int L \partial x \delta v = - \int \frac{\Pi \partial x}{\Lambda} (\mathfrak{N} \omega + \frac{\mathfrak{P} \partial \omega}{\partial x} + \frac{\Omega \partial \partial \omega}{\partial x^2} + \text{etc.})$$

§. 13. Hoc jam valore invento variatio quaesita $\delta \int v \partial x$ erit sequenti modo expressa:

$$- \int \frac{\Pi \partial x}{\Lambda} (\mathfrak{N} \omega + \frac{\mathfrak{P} \partial \omega}{\partial x} + \frac{\Omega \partial \partial \omega}{\partial x^2} + \text{etc.}) \\ + \int \partial x (\mathfrak{N} \omega + \frac{\mathfrak{P} \partial \omega}{\partial x} + \frac{\Omega \partial \partial \omega}{\partial x^2} + \text{etc.}),$$

quae expressio, ponendo brevitatis gratia:

$$N = \frac{\Pi \mathfrak{N}}{\Lambda} = N'; \quad P = \frac{\Pi \mathfrak{P}}{\Lambda} = P'; \quad Q = \frac{\Pi \Omega}{\Lambda} = Q'; \quad \text{etc.}$$

ad hanc formam satis simplicem reducitur:

$$\delta \int v \partial x = \int \partial x (N' \omega + \frac{P' \partial \omega}{\partial x} + \frac{Q' \partial \partial \omega}{\partial x^2} + \text{etc.})$$

ejus ergo valor, per totam curvam AYC, hoc est usque ad $x = a$ extensus, nihilo aequari debet.

§. 14. Quo haec formula ulterius reducatur, notetur esse

$$\int P' \partial \omega = P' \omega - \int \omega \partial P'; \quad \text{deinde} \quad \int Q' \partial \partial \omega = Q' \partial \omega - \int \partial \omega \partial Q'.$$

At vero est $\int \partial \omega \partial Q' = \omega \partial Q' - \int \omega \partial \partial Q'$, ideoque

$$\int Q \partial \omega = Q' \partial \omega - \omega \partial Q' + \int \omega \partial \partial Q.$$

Eodemque modo erit

$$\int R' \partial^2 \omega = R' \partial \partial \omega - \partial \omega \partial R' + \omega \partial \partial R' - \int \omega \partial^3 R$$

et ita porro; ubi, quia in extremo termino C nulla variatio ω adhibetur, partes absolutas prorsus negligere licet, ideoque habebimus

$$\delta \int V \partial x = \int \omega \partial x \left(N' - \frac{\partial P'}{\partial x} + \frac{\partial \partial Q'}{\partial x^2} + \frac{\partial^3 R'}{\partial x^3} + \text{etc.} \right)$$

eius ergo valor per totam curvam, ab A ad C extensus, nihilo aequari debet, utcunque variationes ω accipiantur.

§. 15. Evidens autem est, hoc aliter fieri non posse, nisi fuerit $N' - \frac{\partial P'}{\partial x} + \frac{\partial \partial Q'}{\partial x^2} - \frac{\partial^3 R'}{\partial x^3} + \text{etc.} = 0$, qua ergo aequatione ipsa curva determinabitur, in qua formula integralis proposita maximum minimumve valorem sortitur; ubi meminisse oportet esse

$$N' = N - \frac{\Pi \mathfrak{A}}{\Lambda}; \quad P' = P - \frac{\Pi \mathfrak{B}}{\Lambda}; \quad \text{etc.}$$

Tum vero erit $\Lambda = e^{\int L \partial x}$ et $\Pi = \int L \Lambda \partial x$, quod integrale ita capi debet ut evanescat posito $x = a$. Praeterea vero omnes constantes per integrationem ingredientibus ita definiiri oportet, ut omnibus circumstantiis satisfiat, hoc est, ut sumto $x = 0$ fiat etiam $y = 0$; deinde vero, ut sumto $x = a$ fiat $y = BC = b$. Praeterea etiam quantitati v pro casu $x = 0$ certus valor datus tribui debet.

Applicatio

ad Brachystochronas in medio resistente.

§. 16. Cum tempus descensus per arcum AY sit $\int \frac{\partial s}{v}$, ob $\partial s = \partial x \sqrt{1 + pp}$ formula integralis a termino A, ubi $x = 0$, usque ad terminum C, ubi $x = a$ et $y = b$, extensa et ad minimum reducenda, erit $\int \frac{\partial x \sqrt{1 + pp}}{v}$ ideoque $V = \frac{\sqrt{1 + pp}}{v}$, quae formula cum duas tantum variables v et p contineat, erit $L = -\frac{\sqrt{1 + pp}}{vv}$, $M = 0$; $N = 0$; at $P = \frac{p}{v\sqrt{1 + pp}}$. Deinde cum sit $\partial v = \frac{g \partial x - hv^{n-1} \partial x \sqrt{1 + pp}}{v}$, erit $\mathfrak{B} = \frac{g}{v} - hv^n \sqrt{1 + pp}$; unde porro fit $\mathfrak{E} = -\frac{g}{v} - nhv^{n-1} \sqrt{1 + pp}$;

$\mathfrak{M} = 0$; $\mathfrak{N} = 0$; at $\mathfrak{P} = -\frac{bv^n p}{\sqrt{1+pp}}$. Ex his jam valoribus primo erit $\frac{\partial \Lambda}{\Lambda} = \mathfrak{L} \partial x$; deinde vero fit $\Pi = \int L \Lambda \partial x$.

§. 17. His inventis erit primo $N' = 0$; $P' = P - \frac{\Pi \mathfrak{P}}{\Lambda}$; quocirca aequatio pro curva quaesita erit $N' - \frac{\partial P'}{\partial x} = 0$, sive $\frac{\partial P'}{\partial x} = 0$, unde statim integrando obtinetur $P' = C$; substitutis ergo valoribus pro P et \mathfrak{P} oritur ista aequatio pro curva:

$$\frac{p}{v\sqrt{1+pp}} + \frac{bv^n p}{\Lambda v\sqrt{1+pp}} = C.$$

Ex hac aequatione statim eliciamus valorem Π , quippe pro quo formulam integram dedimus, eritque

$$\Pi = \frac{C \Lambda v \sqrt{1+pp} - \Lambda p}{b p v^{n+1}}.$$

Ponamus hic brevitatis gratia $\frac{C}{v^n} \cdot \frac{\sqrt{1+pp}}{p} - \frac{1}{v^{n+1}} = \Theta$, ut sit $\Pi = \frac{\Lambda \Theta}{b}$, atque ob $\partial \Lambda = \Lambda \mathfrak{L} \partial x$ erit:

$$\partial \Pi = L \Lambda \partial x = \frac{\Theta \Lambda \partial x}{b} + \frac{\Lambda \partial \Theta}{b},$$

quae aequatio, per Λ divisa, erit $h L \partial x = \Theta \mathfrak{L} \partial x + \partial \Theta$. Est vero

$$\partial \Theta = -\frac{n C \partial v}{v^{n+1}} \cdot \frac{\sqrt{1+pp}}{p} + \frac{C}{v^n} \cdot \partial \cdot \frac{\sqrt{1+pp}}{p} + \frac{(n+1) \partial v}{v^{n+1}};$$

unde aequatio nostra erit:

$$\begin{aligned} -\frac{b \partial x \sqrt{1+pp}}{v v} - \frac{C \mathfrak{L} \partial x}{v^n} \cdot \frac{\sqrt{1+pp}}{p} - \frac{\mathfrak{L} \partial x}{v^{n+1}} - \frac{n C \partial v}{v^{n+1}} \cdot \frac{\sqrt{1+pp}}{p} \\ + \frac{(n+1) \partial v}{v^{n+1}} + \frac{C}{v^n} \cdot \partial \cdot \frac{\sqrt{1+pp}}{p} \end{aligned}$$

existente $\mathfrak{L} = -\frac{\mathfrak{L}}{v} - n h v^{n-1} \sqrt{1+pp}$.

§. 18. Haec jam aequatio a formulis integralibus liberata continet adhuc tres variables, scilicet p et v cum differentiali ∂x , ex eaque elementum ∂x facile expelli potest. Cum enim sit

$$v \partial v = g \partial x - h v^{n+1} \partial x \sqrt{1+pp},$$

erit $\partial x = \frac{v \partial v}{g - h v^{n+1} \sqrt{1+pp}}$, qui valor si substituatur, obtinebitur aequatio tantum duas variables v et p continens. Hunc in finem in nostra aequatione omnes terminos elementum ∂x continentis ad ean-

dem partem constituamus, eritque:

$$\frac{p \partial x}{v^{n+1}} - \frac{\partial x \sqrt{1+pp}}{v} \left(h + \frac{c p}{p v^{n-2}} \right) = \frac{(n+1) \partial v}{v^{n+2}} - \frac{n c \partial v}{v^{n+1}} \cdot \frac{\sqrt{1+pp}}{p} \\ + \frac{c}{v^n} \cdot \partial \cdot \frac{\sqrt{1+pp}}{p}.$$

Quod si vellemus loco ∂x et \mathcal{L} valores substituere, prodiret aequatio valde perplexa, quam superfluum foret hic apponere. Interim tamen evidens est aequationem inter p et v differentialem primi gradus futuram; unde in negotio tam arduo ejus resolutionem tanquam concessam jure postulare possumus.

§. 19. Cum igitur per istam aequationem quantitas p per v detur, atque ob integrationem nova quantitas constans ingrediatur, reliqua omnia, quae ad solutionem pertinent, facile expedire licebit. Primo enim cum $\sqrt{1+pp}$ certa sit functio ipsius v , etiam quantitatem x per v definire licebit ope aequationis $\partial x = \frac{v \partial v}{g - b v^{n+1} \sqrt{1+pp}}$, unde iterum nova constans introducetur, quam ita definire oportet ut sumto $v = 0$ fiat $x = 0$. Deinde vero etiam $\int \mathcal{L} \partial x$ per solam v determinabitur, hincque porro ipse litterae Π valor ex aequatione $\Pi = \frac{c \Lambda v \sqrt{1+pp} - \Lambda p}{b p v^{n+1}}$; ubi constans C ita determinari debet, ut posito $x = a$ iste valor evenescat, quod ergo, si sumamus casu $x = a$ fieri $v = C$, hoc casu fieri debet; sicque omnibus constantibus rite definitis ipsa curvae constructio nulla amplius laborat difficultate. Cum enim jam x et p dentur per v , ob $y = \int p \partial x$ etiam applicata y per v assignari poterit, atque in tam sublimi investigatione his determinationibus acquiescere debemus, quatenus scilicet solutio generalis, quae ad omnes valores exponentis n pateat, desideratur.

Supplementum

in quo natura Brachystochronarum in medio resistente accuratius determinatur.

§. 20. Etsi ultima aequatio differentialis inter binas variables p et v , ad quam nos methodus Maximorum et Minimorum per-

duxit ita videbatur complexa, ut vix quicquam inde ad indolem harum curvarum cognoscendam concludi posse videretur: tamen calculo rite instituto sequens aequatio satis commoda prodiit:

$$0 = \frac{(n+2)\partial v}{vv} - \frac{(n+1)C\partial v\sqrt{1+pp}}{pv} + C\left(1 - \frac{b}{g}v^{n+1}\sqrt{1+pp}\right)\partial \cdot \frac{\sqrt{1+pp}}{p},$$
 quae tantum ex quatuor terminis constat, atque haud difficulter ad formam simpliciore redigi potest.

§. 21. Statuamus enim primo $C = \frac{r}{c}$ et $\frac{\sqrt{1+pp}}{p} = t$, unde fit $p = \frac{r}{\sqrt{tt-1}}$ et $\sqrt{1+pp} = \frac{t}{\sqrt{tt-1}}$, quibus valoribus substitutis oritur ista aequatio:

$$\frac{(n+2)c\partial v}{vv} - \frac{(n+1)t\partial v}{v} + \partial t - \frac{b}{g} \cdot \frac{v^{n+1}t\partial t}{\sqrt{tt-1}} = 0.$$

Ubi statim patet binos terminos medios $\partial t - \frac{(n+1)t\partial v}{v}$ reddi integrabiles, si dividantur per v^{n+1} , quippe cum integrale prodeat $= \frac{t}{v^{n+1}}$. Tum autem terminus prior et postremus sponte integrationem admittent, ita ut integrale completum hujus aequationis fiat:

$$\frac{t}{v^{n+1}} - \frac{c}{v^{n+2}} - \frac{b}{g}\sqrt{tt-1} = \Delta,$$

quae aequatio, restitutis valoribus $t = \frac{\sqrt{1+pp}}{p}$ et $\sqrt{tt-1} = \frac{r}{p}$, multiplicando per v^{n+1} , induet hanc formam:

$$\frac{\sqrt{1+pp}}{p} - \frac{c}{v} - \frac{b}{g} \cdot \frac{v^{n+1}}{p} = \Delta v^{n+1},$$

unde ergo valor ipsius p per v sola extractione radices quadratae definitur.

§. 22. Hic autem ante omnia notasse juvabit constantem Δ ex loco ultimi puncti C , ubi descensus terminatur, definiri. Cum enim in hoc termino debeat esse $\Pi = 0$, atque methodus Maximorum et Minimorum immediate suppeditasset hanc aequationem: $P - \frac{\Pi p}{\Lambda} = C$, evidens est quantitatem Π evanescere non posse, nisi in eo loco, ubi fit $P = C$. Erat autem $P = \frac{p}{v\sqrt{1+pp}}$, et quia nunc posuimus $C = \frac{r}{c}$, hoc eveniet, ubi fit $c = \frac{v\sqrt{1+pp}}{p}$.

Hoc autem casu nostra aequatio inventa praebit valorem $\Delta = -\frac{b}{gP}$ ubi p exprimit tangentem anguli quo curva a situ verticali declinat; quamobrem si velimus, ut ista inclinatio in puncto C dato angulo α aequetur, cujus tangens sit $=\theta$, erit $\Delta = -\frac{b}{g\theta}$; quo ergo valore substituto aequatio nostra penitus erit determinata, fietque

$$\frac{\sqrt{1+pp}}{p} - \frac{c}{v} + \frac{b}{g} v^{n+1} \left(\frac{1}{\theta} - \frac{1}{p} \right) = 0, \text{ sive}$$

$$\sqrt{1+pp} - \frac{cp}{v} + \frac{b}{g} v^{n+1} \left(\frac{p}{\theta} - 1 \right) = 0.$$

Haec autem determinatio puncti extremi C per datam declinationem curvae a situ verticali naturae rei multo magis videtur accomodata, quam si hoc punctum per abscissam $x = a$ et $y = b$ definire vellemus.

§. 23. Quoniam igitur quantitas p per hanc aequationem functioni adeo algebraicae ipsius v aequatur, hinc constructio curvae satis commode institui poterit. Cum enim sit

$$dx = \frac{v \partial v}{g - bv^{n+1} \sqrt{1+pp}}, \text{ erit } dy = \frac{p v \partial v}{g - bv^{n+1} \sqrt{1+pp}},$$

et utraque formula ita integrari debet, ut posito $v = 0$, id quod in ipso initio A evenit, integralia evanescant, hocque modo obtinebuntur ambae coordinatae x et y pro eo curvae puncto, ubi celeritas corporis est v . Erit scilicet

$$x = \int \frac{v \partial v}{g - bv^{n+1} \sqrt{1+pp}} \text{ et } y = \int \frac{p v \partial v}{g - bv^{n+1} \sqrt{1+pp}},$$

haecque curva eo usque continuata, ubi fit $v = \theta$, erit vera Brachystochrona, super qua corpus brevissimo tempore ex A ad C descendit.

Evolutio casus quo $h = 0$

sive resistentia evanescens.

§. 24. Hoc igitur casu nostra aequatio in hanc simplicissimam formam contrahitur: $\sqrt{1+pp} - \frac{cp}{v} = 0$, cui respondet aequatio P - C = 0; unde patet, quodlibet curvae punctum Y pro ultimo termino assumi posse, ita ut hujus curvae omnes portiones,

ab initio A incipientes, Brachystochronismi proprietate gaudeant, quae uti constat est insignis proprietas Brachystochronae jam pridem pro vacuo inventae.

§. 25. Cum igitur hic sit $h = 0$, erit $p = \frac{v}{\sqrt{cc - vv}}$ et ambae coordinatae ita exprimentur:

$$x = \int \frac{v \partial v}{g} \text{ et } y = \int \frac{vv \partial v}{g \sqrt{cc - vv}}.$$

Inde igitur erit $x = \frac{vv}{2g}$, unde vicissim $v = \sqrt{2gx}$, qui valor in altera formula substitutus dat $y = \int \frac{\partial x \sqrt{2gx}}{\sqrt{cc - 2gx}}$, quae aequatio manifesto est pro Cycloide, cujus cuspis in ipsum initium A incidit et revolutione circuli super recta horizontali describitur.

*Evolutio casus, quo $n = -1$,
sive resistentia ubique eadem.*

§. 26. Hoc ergo casu aequatio nostra inter p et v hanc inducit formam:

$$\sqrt{1 + pp} - \frac{cp}{v} + \frac{b}{g} \left(\frac{p}{\theta} - 1 \right) = 0,$$

ex qua aequatione elicitur $v = \frac{cp}{\sqrt{1 + pp} + \frac{b}{g} \left(\frac{p}{\theta} - 1 \right)}$. Unde sumpto $p = \theta$ celeritas in termino ultimo C erit $v = \frac{c\theta}{\sqrt{1 + \theta\theta}}$. Coordinatae autem nunc per v ita exprimentur, ut sit

$$x = \int \frac{v \partial v}{g - b \sqrt{1 + pp}} \text{ et } y = \int \frac{pv \partial v}{g - b \sqrt{1 + pp}},$$

quae, si loco v valor inventus substituatur, per p expressae reperientur. Superfluum autem foret hanc operationem instituere.

§. 27. Haec ergo curva erit Brachystochrona in medio cujus resistentia est constans, neque a celeritate pendens, seu, quomodo *Newtonus* talem resistentiam describit, ea est momenti temporum proportionalis.

Conclusio.

§. 28. Si aequationem inter p et v hic inventam accuratius perpendamus,prehendemus, eam multo latius extendi posse, ut non solum resistentia certae potestati celeritatis v sit proportionalis, sed adeo rationem functionis cujuscunque ipsius v sequatur, ita ut, sumto V pro ista functione celeritatis v , pro motu corporis hanc habeamus aequationem:

$$v \partial v = g \partial x - h V \partial x \sqrt{1 + pp}.$$

Quia enim in nostra aequatione integrali exponens n non nisi in exponente ipsius v occurrit, hinc tuto concludere licet, nil aliud opus esse nisi ut in nostris formulis loco v^{n+1} scribatur V . Hoc igitur modo aequatio inter p et v nunc ita se habebit:

$$\sqrt{1 + pp} - \frac{cp}{v} + \frac{b}{g} V \left(\frac{p}{\theta} - 1 \right) = 0.$$

Unde cum sit $\partial x = \frac{v \partial v}{g - b V \sqrt{1 + pp}}$, erit $\partial y = \frac{p v \partial v}{g - b V \sqrt{1 + pp}}$, et reliqua omnia eodem modo determinabuntur ut ante.

DE BRACHISTOCHRONA

IN MEDIO RESISTENTE

DUM CORPUS AD CENTRUM VIRIUM

UTCUNQUE ATTRAHITUR

AUCTORE

L. EULERO.

 Conventui exhibuit die 20. Nov. 1780.

§. 1. Sit O centrum virium, cujus attractio ad distantiam $\equiv x$ sit X , functio quaecunque ipsius x ; tum vero si corporis celeritas fuerit $\equiv v$, sit vis resistens motui contraria $\equiv V$, functio quaecunque ipsius v . Sit jam curva AXC Brachystochrona quaesita, super qua corpus descendens tempore brevissimo ab A ad C perveniat, siquidem descensus in A ex quiete inceperit. Verum nihil obstat, quominus ipsi in A jam certa celeritas tribuatur. Pro initio hujus curvae A ponatur distantia $OA \equiv a$ et pro fine C distantia $OC \equiv c$. angulusque $AOC \equiv b$. At vero pro ejus puncto quocunque X ponatur ejus distantia $OX \equiv x$ et angulus $AOX \equiv y$; atque manifestum est per relationem inter x et y curvam aequae determinari ac per aequationem inter coordinatas orthogonales. Ponatur autem arcus $AX \equiv s$ ejusque elementum $Xx \equiv \partial s$, et ducta recta Ox ductoque ex x ad X perpendicularo Xy , erit $Xy \equiv -\partial x$, et ob angulum $XOx \equiv \partial y$ erit $xy \equiv x \partial y$, unde fit elementum

Tab. I.
Fig. 5.

$$Xx \equiv \partial s \equiv \sqrt{\partial x^2 + x x \partial y^2};$$

hinc si ponamus $\partial y \equiv p \partial x$, erit $\partial s \equiv -\partial x \sqrt{1 + ppxx}$.

§. 2. Cum nunc corpus in X sollicitetur in directione XO vi $\equiv X$, hinc pro directione motus Xx oriatur vis $X \cdot \frac{Xy}{Xx} \equiv -\frac{Xx}{\partial s}$; vis autem resistentiae, posita celeritate corporis in $X \equiv v$, est $\equiv V$,

unde corpus accelerabitur a vi $= -\frac{x\partial x}{\partial s} - V$, quae ducta in elementum spatii ∂s dabit incrementum quadrati celeritatis, unde ergo erit $v\partial v = -\lambda\partial x - V\partial s$, hincque ob $\partial s = -\frac{\partial x\sqrt{1+ppxx}}{v}$ fiet

$$v\partial v = \partial x (V\sqrt{1+ppxx} - X),$$

quae aequatio exprimit relationem inter celeritatem v et quantitates proprie ad curvam pertinentes. Cum igitur tempusculum per $Xx = \partial s$ sit $\frac{\partial s}{v} = -\frac{\partial x\sqrt{1+ppxx}}{v}$, inter omnes curvas, ab A ad C ducendas, ea quaeritur, pro qua fiat valor hujus formulae integralis $\int \frac{\partial x\sqrt{1+ppxx}}{v}$ omnium minimus.

§. 3. Hic ante omnia observasse juvabit, si terminus C in ipsa recta AO accipiatur, Brachystochoram in hanc ipsam rectam incidere debere, pro cujus motu, ob $y = 0$ ideoque etiam $p = 0$, enascitur ista aequatio: $v\partial v = \partial x (V - X)$, quae quia in genere neutiquam resolvi potest, multo minus postulari poterit ut in genere pro Brachystochrona AC motus determinatio penitus evolvetur, sed praeclare nobiscum agi censendum erit, si modo aequationem differentialem inter ternas variables x, y, v eruere valuerimus, quippe qua, cum formula: $v\partial v = \partial x (V\sqrt{1+ppxx} - X)$ conjuncta, in se possibile esse intelligitur celeritatem v eliminari ideoque aequationem inter binas variables x et y obtineri posse.

§. 4. Cum igitur inter omnes curvas AG ea quaeri debeat, pro qua valor hujus formulae integralis $\int \frac{\partial x\sqrt{1+ppxx}}{v}$ sit minimus, recurrendum erit ad problema generale isoperimetricum in praecedente dissertatione solutum. At quia hic circumstantiae non nihil sunt variatae, consultum erit solutionem ibi inventam sub forma theorematis huc transferre, quod ita si habebit:

Theorema isoperimetricum generale.

§. 5. Si inter omnes curvas, quae a puncto A ad C duci possunt, ea quaeratur, in qua valor formulae integralis $\int W \partial x$

sit maximus vel minimus, ubi W praeter binas variables x et y earumque differentialia $\frac{\partial y}{\partial x} = p$; $\frac{\partial p}{\partial x} = q$; $\frac{\partial q}{\partial x} = r$; etc. insuper involvat variabilem v , ita ut sit

$$\partial W = L\partial v + M\partial x + N\partial y + P\partial p + \text{etc.}$$

tum vero quantitas v ita per aequationem differentialem detur, ut posito $\partial v = \mathfrak{B}\partial x$ sit

$$\partial \mathfrak{B} = \mathfrak{L}\partial v + \mathfrak{M}\partial x + \mathfrak{N}\partial y + \mathfrak{P}\partial p + \mathfrak{Q}\partial q + \text{etc.},$$

his positis quaeratur $\Lambda = e^{\int \mathfrak{L}\partial x}$, hincque porro quantitas $\Pi = \int (L\Lambda)\partial x$, quod integrale ita capiatur, ut pro termino C evanescat, seu, quod eodem redit, terminus iste C ibi statuatur, ubi fit $\Pi = 0$, quibus inventis sumatur $N' = N - \frac{\Pi \mathfrak{N}}{\Lambda}$, $P' = P - \frac{\Pi \mathfrak{P}}{\Lambda}$; $Q' = Q - \frac{\Pi \mathfrak{Q}}{\Lambda}$; etc. ex his pro natura curvae quaesitae ista deducitur aequatio:

$$0 = N' - \frac{\partial P'}{\partial x} + \frac{\partial \partial Q'}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 R'}{\partial x^2} + \text{etc.}$$

ubi elementum ∂x sumtum est constans.

§. 6. Pro nostro igitur casu est $W = \frac{\sqrt{1+ppxx}}{v}$ et $\mathfrak{B} = \frac{\sqrt{1+ppxx}-x}{v}$, quae formulae tantum tres variables involvunt, scilicet v , x et p ; et quoniam litterae M et \mathfrak{M} in aequationem finalem non ingrediuntur, eas etiam evolvere non est opus. Hinc ex priore formula erit $L = -\frac{\sqrt{1+ppxx}}{vv}$, $N = 0$, $P = \frac{p^2xx}{v\sqrt{1+ppxx}}$. Ex altera vero formula fit:

$$\mathfrak{L} = -\frac{\sqrt{1+ppxx}+x}{vv} + \frac{v\sqrt{1+ppxx}}{v}$$

posito scilicet $\partial v = V\partial v$; tum vero erit $\mathfrak{N} = 0$ et $\mathfrak{P} = \frac{v p^2 x x}{v\sqrt{1+ppxx}}$, quibus inventis nostra aequatio finalis erit $\frac{\partial P'}{\partial x} = 0$, ideoque $P' = C$, hoc est $C = P - \frac{\Pi \mathfrak{P}}{\Lambda}$. Unde patet, quantitatem Π evanescere, ubi fit $P = C$. Quare terminus Brachystochronae C ibi constitui debet, ubi fit $\frac{p^2xx}{v\sqrt{1+ppxx}} = C$.

§. 7. Cum nunc sit $\Lambda = e^{\int \xi dx}$ erit $\frac{\partial \Lambda}{\Lambda} = \xi dx$, ergo $\partial \Lambda = \Lambda \xi dx$. Hinc, autem porro habebimus $\Pi = \int L \Lambda dx$. Quare cum ex aequatione finali fiat

$$\Pi = \frac{AP}{p} - \frac{CA}{p}, \text{ hoc est } \Pi = \frac{\Lambda}{v} - \frac{CAv\sqrt{1+ppxx}}{Vp_{xx}},$$

statuamus brevitatis gratia $\sqrt{1+ppxx} = \omega$ et $\frac{\sqrt{1+ppxx}}{p_{xx}} = t$, ita ut sit $t = \frac{\omega}{x\sqrt{\omega\omega-1}}$. Differentiemus nunc aequationem inventam, et cum sit $\partial \Pi = L \Lambda dx$ et $\partial \Lambda = \Lambda \xi dx$, facta hac substitutione tota aequatio per Λ dividi poterit, ideoque non opus erat ejus valorem integralem determinare. Nunc ergo pro L et ξ valores inventos substituendo pervenietur ad hanc aequationem:

$$0 = \frac{\omega dx}{v\omega} + \frac{\xi dx}{x\sqrt{\omega\omega-1}} - \frac{\partial v}{vV} - \frac{Ct\omega dx}{V} - C \times \frac{(vdt + t\partial v)}{V} + \frac{Ct\omega \partial v}{vV},$$

$$\text{ubi est } \xi = -\frac{v\omega + Y}{v\omega} + \frac{v'\omega}{v}.$$

§. 8. Nunc cum sit $v\partial v = \partial x (V\omega - X)$, erit $\partial x = \frac{v\partial v}{v\omega - X}$, quem valorem in nostra aequatione loco ∂x substituamus, scilicet pro ∂x ubique scribamus $v\partial v$, reliquos vero terminos multiplicemus per $V\omega - X$ et loco $V'\partial v$ scribamus ∂V , quo facto aequatio sequentem induct formam:

$$0 = \frac{\omega \partial v}{v} + \frac{\omega \partial v}{V} - \frac{Cv\omega \partial v}{V} + \frac{v\omega - X}{vV} (Cvt\partial V - Cv\partial t - \partial V - \frac{v\partial v}{v}).$$

§. 9. Quia haec aequatio non parum est complexa, primo eos tantum terminos evolvamus, in quibus non inest constans C , iique reperientur

$$\frac{\omega \partial v}{v} + \frac{\omega \partial v}{V} - \frac{\omega \partial v}{V} + \frac{X \partial v}{vV} = \frac{\omega \partial v}{v} + \frac{X \partial v}{vV}, \text{ sive } \frac{X}{V} \left(\frac{\partial v}{V} + \frac{\partial v}{v} \right).$$

At vero termini constantem C continentis erunt

$$-\frac{Cv\omega t \partial v}{V} + Cv\omega \partial t + \frac{Cv\omega t \partial v}{V} + \frac{CXv \partial t}{V} - \frac{CXt\omega \partial v}{vV}$$

sive deletis terminis se destruentibus

$$-\frac{Cv t X \partial v}{vV} + \frac{Cv X \partial t}{V} = v\omega \partial t,$$

quocirca tota aequatio ita se habebit:

$$\frac{x}{v} \left(\frac{\partial v}{\partial v} + \frac{\partial v}{\partial v} \right) - C v \omega \partial t + \frac{C v X \partial t}{v} - \frac{C v t X \partial v}{v v} = 0.$$

§. 10. Quod si jam haec aequatio dividatur per CvX , prohibet haec forma :

$$\frac{1}{Cv} \partial . lVv - \frac{\omega \partial t}{x} + \frac{\partial t}{v} - \frac{t \partial v}{v v} = 0,$$

cujus aequationis tam primum membrum quam duo postrema integrationem admittunt. Sumto igitur integrali erit $-\frac{1}{Cv} + \frac{t}{v} - \int \frac{\omega \partial t}{x} = \Delta$, ubi in signo summatorio tantum binae variables p et x involvuntur, quia est $\omega = \sqrt{1 + ppxx}$ et $t = \frac{v + ppxx}{pxx}$, ac praeterea X functio ipsius x . Quamobrem per hanc aequationem tertia variabilis v , cum sua functione data V , determinari est censenda; Quodsi hi valores in aequatione $v \partial v (V \sqrt{1 + ppxx} - X)$ substituerentur, oriretur aequatio binas tantum variables x et p , vel x et y involvens, qua ergo natura curvae Brachystochronae quaesitae exprimeretur; neque quicquam ulterius pro solutione hujus problematis postulari potest. Curva autem hac inventa terminus descensus C ibi statui debet, ubi fit, uti jam observavimus, $P = C$, seu ubi fit

$$C = \frac{p x x}{v \sqrt{1 + p p x x}}.$$

DISQUITIO STATICA
SUPER CASU QUODAM AEQUILIBRII,

AUCTORE

NICOLAO FUSS.

Conventui exhibuit die 27. Sept. 1809.

§. 1. Si perimeter polygoni a circumfuso fluido undequaque aequaliter prematur atque singula latera circa angulos libere moveri queant, quaestio oritur satis curiosa: utrum polygonum in aequilibrio coosistat, an vero figuram suam mutare cogatur? Hic scilicet polygonum a virgis rigidis formari concipio, quarum binae in angulis, ope cardinis, ita sint junctae, ut circa eum libere moveri queant. Hoc modo singulae hae virgae a fluido circumfuso introrsum prementur, idque vi in medio virgae normaliter applicata, quae cum sit ipsi longitudini virgae proportionalis, utramque in sequentibus eadem littera designemus.

Tab. II.
Fig. 1.

§. 2. Ita, si polygonum fuerit quadrilaterum ACBD, atque vires, quas singula latera in medio sustinent, hoc modo designentur: $Pp = p$, $Qq = q$, $Rr = r$, $Ss = s$, eadem litterae p , q , r , s , nobis expriment quoque latera CA, CB, DA, DB. Ex Hydrostatica autem constat has vires semper se mutuo in aequilibrio tenere. Hoc tamen non obstante, quia latera circa angulos sunt mobilia, fieri omnino poterit, ut angulis ab istis viribus mutatio notabilis inducetur.

§. 3. Ad hanc mutationem investigandam, perpendi imprimis oportebit vires quas cardines sustinent. Cum igitur quilibet cardo binas virgas junctas contineat, ob actionem reactioni aequalem, quantum vim sustinet ab una virga, tantam quoque sustinebit ab altera,

idque in directione contraria. Unde si cardo C a virga AC urgeatur in directione $C\gamma$, tum a virga BC urgebitur in directione Cc , haeque duae vires erunt aequales et in directum sitae. His praemissis sequens problema aggrediamur :

Problema.

Tab. II.
Fig. 2.

- §. 4. Si duae virgae $CA = p$, $CB = q$ sub angulo $ACB = \gamma$ fuerint junctae, atque utraque sollicitetur in medio, illa vi $Pp = p$, haec vi $Qq = q$, investigare vires, quae terminis A et B applicari debeant, ut virgae in aequilibrio teneantur.

Solutio.

Hic ante omnia considerandae sunt vires quas cardo C sustinet, quae sint $Cc = C\gamma = v$, existentibus angulis $ACc = \alpha$, $BC\gamma = \beta$, ideoque $\gamma = 180^\circ - (\alpha + \beta)$. Cum igitur $Cc = v$ sit vis qua cardo C urgetur, vis in A applicanda Aa ita comparata esse debet, ut cum illa Cc conjuncta vim Pp in aequilibrio teneat, quae postrema cum in medio P sit applicata, evidens est vim Aa aequalem esse debere vi $Cc = v$, ejusque inclinationem vero quoque fieri debere $CAa = \alpha$. Resolvantur jam istae vires secundum directiones $P\pi$ et ipsam CA, atque vires secundum CA utrinque se destruent, utraque vero vis ad AC normalis, sive in directione P agens, erit $= v \sin. \alpha$, ita ut esse debeat $2v \sin. \alpha = p$. Simili modo, ut virga CB in aequilibrio teneatur, in puncto B applicari debet vis $Bb = Cq = v$, sub angulo $CBb = BC\gamma = \beta$, fietque $2v \sin. \beta = q$. Cum igitur $\sin. \alpha : \sin. \beta = p : q$ et $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$, si ducta concipiatur recta AB, facile intelligitur angulos illos, ACc vel CAa , aequales esse debere angulo CBA, angulos vero $BC\gamma$ vel $CB\beta$ angulo CAB; sic enim erit, uti requiritur, $\sin. \alpha : \sin. \beta = p : q$. Recta igitur AB nobis ostendit directionem virium quas cardo C sustinet, quia anguli α et β ex triangulo ABC innotescunt. Quod autem ipsas vires attinet, cum esse debeat $v = \frac{p}{2 \sin. \alpha} = \frac{q}{2 \sin. \beta}$, erit

quoque $v = \frac{AB}{2 \sin. \gamma}$, sive ob $AB = \sqrt{pp + qq - 2pq \cos. \gamma}$, omnes istae vires erunt $v = \frac{\sqrt{pp + qq - 2pq \cos. \gamma}}{2 \sin. \gamma}$.

Tab. II.
Fig. 3.

Corollarium 1.

§. 5. Haec determinatio magis illustrabitur, si circa puncta A, B, C, circulum circumscribamus. Tum enim, quoniam arcus CDA est mensura angulorum ACc, CAa et ABC, patet aequalitas horum angulorum, simulque intelligitur fore rectas Aa et Cc tangentes circuli in punctis A et C, quod idem etiam de rectis Bb et Cγ valebit. Deinde cum quantitas harum virium sit $v = \frac{AB}{2 \sin. \gamma}$ (§. 4.) si ex centro circuli O in rectam AB agatur perpendicularum OG, erit angulus AOG = °ACB = γ et AH = $\frac{1}{2}AB$, ideoque $\sin. \gamma = \frac{AG}{AO} = \frac{AB}{2AO}$, unde sequitur fore $\frac{AB}{2 \sin. \gamma} = OA$. Hinc intelligitur vires illas v radio circuli circumscripti esse aequales, sive eas aequari vi quam virga isto radio aequalis a fluido sustineret.

Corollarium 2.

§. 6. Quodsi ergo cum virgis CA et CB tertia virga BA cardinibus jungatur, vires, quas hi cardines sustinent, erunt inter se aequales et secundum tangentes circuli directae; quae cum ad aequilibrium requirantur, patet triangulum ACB, cujus latera a circumfuso fluido premuntur, in aequilibrio consistere debere, id quod ex ipsa rei natura manifestum est, cum triangulum nullius mutationis sit capax. Ceterum operae pretium est hic annotasse, vim quam latus AB a fluido sustinet, in aequilibrio esse cum viribus illis p et q. Quodsi ergo vis contraria applicetur Gg, ea aequivaleret binis viribus p et q junctim sumtis. Hinc sequens oritur Theorema:

Theorema.

§. 7. Si polygonum quodcumque circulo fuerit inscriptibile, ejusque latera a fluido circumfuso undique aequaliter premantur, hoc polygonum semper in aequilibrio consistet.

D E M O N S T R A T I O.

Hujus theoremat^{is} veritas ex præcedentibus facillime deducitur; vires enim, quas singuli cardines in angulis sustinent, erunt secundum tangentem circuli in angulis his directæ, atque singulæ erunt æquales pressioni quam virga radio circuli æqualis a fluido sustineret.

C O R O L L A R I U M.

§. 8. Hinc autem simul intelligitur, si polygonum non fuerit circulo inscriptibile, tum æquilibrium nullo modo locum habere posse. Id autem hic memorabile est et silentio minime prætereundum: quod ista polygona, conditioni æquilibrii satisfactura, simul maximam aream includant, cum tamen rei natura potius postulare videatur ut pressiones fluidi polygonum ad minimam aream reducere conentur. Quoniam autem Maxima et Minima ex eodem fonte derivantur, ex evanescentia scilicet valoris differentialis, in hoc quoque causa est quaerenda, cur polygonum maximam aream includens etiam a circumfuso fluido in æquilibrio teneatur. Verum hoc æquilibrium neutiquam erit stabile; simulac enim figura vel minimam mutationem patietur, illud æquilibrium non restituetur, sed potius polygonum continuo in minus spatium cogetur, quantum quidem laterum ratio permittet. Quaedam adeo ad spatium nullum redigi possunt, veluti parallelogramma.

P R O B L E M A.

§. 9. Si quadrilaterum ACBD pressionem a fluido circumfuso sustinens non fuerit circulo inscriptibile, invenire vires in binis angulis oppositis A et B applicandas, quibus quadrilaterum in æquilibrio contineatur.

Tab. II.
Fig. 4.

S O L U T I O :

Sit c centrum circuli per puncta A, C, B, transeuntis, atque ante ostendimus (§. 5.) æquilibrium ex hac parte obtineri, si in A applicetur vis Aa radio cA æqualis ad eumque normalis. Eodem-

que modo in B applicanda est vis Bb radio cB aequalis eique normalis. Pro altera parte sit d centrum circuli per puncta A, D, B, transeuntis, atque in A applicari debet vis Aa radio dA aequalis et normalis, in B vero vis Bβ radio dB aequalis ad eumque normalis. Aequilibrium ergo totius quadrilateri obtinebitur ope virium Aa, Aa, puncto A et virium Bβ, Bb, puncto B applicatarum. Cum autem hae vires non sint sibi contrariae et inter se aequales, substituamus iis vim AM binis prioribus, et vim AN binis posterioribus aequivalentem, quae vires non solum inter se erunt aequales, sed etiam directe contrariae; earum enim directiones in ipsam diagonalem AB utrinque productam cadent. Jam cum sit vis

$$AM = \sqrt{Aa^2 + Aa^2 + 2Aa \cdot Aa \cdot \cos. aAa},$$

si in hac formula scribantur Ac loco Aa, Ad loco Aa, $-\cos. cAd$ loco $+\cos. aAa$ (ob $cAc' + aAa = 180^\circ$), erit haec vis

$$AM = \sqrt{Ac^2 + Ad^2 - 2Ac \cdot Ad \cdot \cos. cAd + cd},$$

unde sequitur vim AM aequalem esse distantiae centrorum cd, quod idem quoque simili modo de vi BN demonstrari poterit, unde sequitur, quod supra jam monuimus, esse $BN = AM$. Hic autem adhuc notandum est has vires eatenus tantum aequivalere, prioribus Bβ et Bb posterior viribus Aa et Aa, quatenus (ductis per A et B rectis mμ et nν ad AB normalibus, si in eas ex b, β et a, α demittantur perpendiculara bn, βν, am, αμ) intervalla Am, Aμ, nec non Bn, Bν fuerint aequalia, ita ut cardines in A et B positi insuper vires sustineant sibi aequales et contrarias prior Am et Aμ, posterior Bn et Bν.

Corollarium 1.

§. 10. Hinc patet, si binae vires AM et BN extrorsum cadant, tum puncta A et B divellere, ideoque angulos C et D augeri debere; unde sequitur, si istae vires removeantur et quadrilaterum soli actioni fluidi circumfusi relinquatur, tum angulos C et D diminutum iri. Contrarium eveniet, si vires AM et BN introrsum cadant.

Corollarium 2.

§. 11. Si ambo anguli C et D junctim sumti aequentur duobus rectis, ita ut quadrilaterum circulo sit inscriptibile, centra *c* et *d* coincident et vires AM et BN in nihilum abibunt.

Corollarium 3.

§. 12. Sin autem summa angulorum C et D minor fuerit duobus rectis, ut in figura 4^{ta}, anguli A et B extus urgeri debent viribus AM et BN, ut aequilibrium obtineatur. Remotis autem his viribus diagonalis AB a pressione fluidi diminuetur, altera vero CD augebitur.

Corollarium 4.

§. 13. Quodsi vero summa angulorum C et D major fuerit duobus rectis, ut in Fig. 5., tum vires AM et BN introrsum agent, quibus ergo remotis diagonalis AB a pressione fluidi augebitur, centra vero altera CD minuetur. Sic pro quadrilateris omnes casus qui evenire possunt clare perspiciuntur, siquidem ad obtinendum aequilibrium tantum in binis angulis oppositis vires applicentur.

Tab. II.
Fig. 5.

Corollarium 5.

§. 14. Possent autem etiam in tribus angulis, vel adeo in omnibus quatuor, tales vires applicari, quibus figura quadrilateri, non obstante pressione fluidi, in statu invariato conservaretur, id quod adeo infinitis modis praestari poterit, quod idem etiam tenendum est de polygonis quotcunque laterum, quae quomodo in aequilibrio teneri queant in sequente problemate ostendetur:

Problema generale.

§. 15. Si latera polygoni cujuscunque ABCDEF a fluido circumfusio comprimantur eaque circa angulos libere sint mobilia, investigare in genere vires singulis angulis applicandas, ut figura polygoni invariata maneat.

Fig. 6.

Vocentur latera polygoni $AB = P$, $BC = Q$, $CD = R$ etc. quae litterae simul expriment vires, quas latera a pressione fluidi sustinent. Jam ad vires quaesitas in genere definiendas super singulis lateribus construuntur pro lubitu triangula isoscelia APB , BQC , CRD , etc. quorum anguli ad bases vocentur respective p , q , r , etc., quos angulos etiam recto majores concipere licet, ita ut crura ad alteram partem convergant. Jam ista crura referant vires singulis angulis applicandas, quarum quantitas sequenti modo determinetur:

$$\begin{aligned} \text{sec. } AP &= BP = \frac{P}{2 \sin. p} \\ \text{sec. } BQ &= CQ = \frac{Q}{2 \sin. q} \\ \text{sec. } CR &= DR = \frac{R}{2 \sin. r} \\ \text{etc.} & \qquad \qquad \text{etc.} \end{aligned}$$

atque evidens est cujusque horum triangulorum binas vires tertiam, scilicet pressionem lateris, in aequilibrio conservare. Quamobrem, quia hae tres vires pro quovis latere se mutuo destruunt, earum momenta respectu cujusque reliquorum angulorum evanescent, ideoque totum polygonum ab omnibus his viribus simul sumtis in aequilibrio conservabitur. Cum igitur in singulis angulis duae hujusmodi vires applicentur, veluti in angulo B vires BP et BQ , earum loco substitui poterit unica vis Bb illis aequalens. Idem etiam in omnibus reliquis angulis fieri poterit, hocque modo determinabuntur pro singulis angulis vires Aa , Bb , Cc , etc. quibus figura polygoni invariata conservabitur, unde patet hunc scopum infinitis modis attingi posse.

Corollarium 1.

§. 16. Si polygonum circulo fuerit inscriptibile, ex superioribus patet omnes istas vires ita capi posse ut, verbi gratia pro angulo B , binae BP et BQ fiant inter se aequales et in directum jaceant, quo casu igitur vis Bb evanescet, quod cum etiam de omni-

bus reliquis angulis valeat, polygonum figuram suam sponte conservaturum erit.

Corollarium 2.

§. 17. Quod in polygonorum circulo inscriptibilium omnibus plane angulis efficere licet, ut modo vidimus, id in pluribus saltem angulis polygoni circulo non inscriptibilis fieri poterit; scilicet in eo pro uno quovis angulo B binos angulos trianguli isoscelis p et q ita assumere licet, ut vires BP et BQ fiant inter se aequales, sibi que contrariae, quo casu vis aequipollens Bb evanesceat, sicque iste angulus liber relinquatur; tum autem in angulis proximis A et C vires ibi applicandae erunt determinatae. In angulis autem magis remotis iterum talis virium aequalitas obtineri poterit, ita ut per totam figuram anguli v. g. alterni liberi relinquuntur, ad nihilum redigendo vires Bb , Dd , Ff , hocque modo omnia quae circa quaestionem generalem propositam desiderari possunt, sunt absoluta, unde huic dissertatiunculae haec finem imponimus.

SUR LA POSITION DES PLANS.

PAR

M^r. LIT TROW.

 Présenté à la Conférence le 27. Octobre 1813.

Les recherches, que j'ai l'honneur de présenter ici à l'Académie, sont à la vérité plus utiles que difficiles, ce qui n'en diminuera pas l'intérêt qu'on y pourrait prendre. C'est par la même raison que j'ai supprimé la plupart des démonstrations, qui sont d'ailleurs par leur nature un peu longues. Les diverses combinaisons que j'ai données ici pourront être multipliées à l'infini, mais tout en m'arrêtant dans les bornes prescrites je crois avoir donné les plus utiles pour l'application. Il me faut encore observer, qu'on peut regarder ce mémoire comme une introduction générale à l'astronomie sphérique, qui n'est qu'un aggregat de corollaires de ce problème, comme je le ferai voir à la fin par plusieurs exemples.

Tab. III.

Fig. 1.

Concevons trois plans ABD, ACE, ADE (Fig. 1.), que je nommerai dans le même ordre le premier, le second et le troisième et qui soient supposés passer tous par le même point A, l'origine des coordonnées. D'un point F du troisième plan soit tirée la normale FG sur le premier et FH sur le second plan. Par le point G soit tirée la normale GB sur le ligne AB, dont la position est arbitraire. Enfin par le point H soit tirée la normale HC sur la ligne AC, intersection du plan second avec le premier. Soit $AB = x$, $BG = y$, $GF = z$, et de même $AC = X$, $CH = Y$, $HF = Z$.

Soit de plus

$$0 = mx + ny + pz \quad \text{l'équation du troisième plan vers le premier e}$$

$$0 = MX + NY + PZ \quad \text{second.}$$

Soit encore

- α l'inclinaison du second plan sur le premier c. a. d. sur le plan des xy
- α' " " sur le plan des xz et
- α'' " " sur le plan des yz .

Quand il s'agit de la position du troisième plan sur le premier j'exprime ces trois inclinaisons dans le même ordre par a, a', a'' et quand il s'agit de la position du troisième plan sur le second, je les nomme A, A', A'' . Il faut observer le même changement dans les lettres suivantes $\beta\beta B, \gamma\gamma C$ et ainsi de suite. Pour abréger je désignerai les plans coordonnés des yz, xz, xy par 0, 1, 2 et les plans YZ, XZ, XY par 0, I, II.

1. Commençons avec la position du troisième plan sur le premier. Soit a l'inclinaison du trois. plan sur le plan 2

$$\begin{array}{l} \alpha' \quad - \quad 1 \\ \alpha'' \quad - \quad 0. \end{array}$$

on a, comme on sait

$$\left. \begin{array}{l} \cos. a = \frac{p}{r} \\ \cos. a' = \frac{n}{r} \\ \cos. a'' = \frac{m}{r} \end{array} \right\}$$

en faisant $r = \sqrt{m^2 + n^2 + p^2}$

Déjà il se présente ici une difficulté à l'égard des signes de ces expressions. Chacun des trois cosinus appartient à quatre angles. Si le premier p. e. appartient à l'angle a , il conviendra aussi à l'angle $360^\circ - a$ par la nature du cosinus; et comme la quantité r , à cause du radical, peut être positive ou négative, il s'ensuit que les angles $-a$ et $-360 + a$ satisfont également au même cosinus. Il s'agit donc de déterminer, lequel de ces quatre angles doit être employé par préférence.

Il me semble, qu'on n'a pas encore traité complètement ce genre de questions, tout important qu'il est. Carnot, avec sa Géo-

métric de position, n'a pas encore de successeurs qui pourroient achever ce qu'il a commencé. Je m'éloignerois trop de mon sujet, en détaillant mes idées sur ce point. Qu'il me soit permis de m'expliquer en trois mots sur le cas particulier dont il s'agit ici.

Deux plans quelconques ont en général quatre cotés, dont on peut regarder deux comme homogènes et les deux autres comme hétérogènes, chaque paire contenant un coté de l'un et un coté de l'autre plan. Le choix de ces cotés est arbitraire, mais une fois déterminé il doit être gardé invariable pendant le cours d'un même calcul. Cela posé, on peut prendre les angles formés par les cotés homogènes comme positifs, et les autres, faits par les cotés hétérogènes, comme négatifs. Par là déjà les quatre angles sont réduits à deux, les deux positifs et les deux négatifs étant égaux entre eux. En supposant donc toujours les angles positifs, on n'aura plus de quoi se confondre avec les autres.

Selon ces principes nommant α l'inclinaison du troisième plan sur le plan 2, l'angle formé par ces deux plans du coté de la ligne des noeuds de ces deux plans, qui est opposé aux x positifs, si cet angle est moindre qu'un angle droit, je dirai, que l'inclinaison est positive. De là il suit qu'un plan, incliné positivement vers le plan 2, tend, dans le I et IV quart de cercle, vers les y positifs, en considérant seulement cette partie du plan, qui est au dessus du plan 2 ou qui est du coté des z positifs. On se convaincra facilement, en tournant le plan donné autour du point de l'origine des coordonnées, sans varier son inclinaison, qu'un tel plan doit être dirigé dans le II et III quart de cercle vers les y négatifs. La même règle s'applique aussi à l'inclinaison α vers le plan 1, en changeant seulement x en z , et à l'inclinaison α'' vers le plan 0, en changeant x en y . Nous en trouverons dans la suite une application.

2. Soit

b l'angle de la ligne des noeuds du troisieme plan en 2 avec l'axe des x

b' 1 z

b'' 0 y

on aura

$$\left. \begin{aligned} \text{tg. } b &= - \frac{m}{n} \\ \text{tg. } b' &= + \frac{p}{m} \\ \text{tg. } b'' &= - \frac{n}{p} \end{aligned} \right\}$$

en comptant les b positifs des x positifs vers les y positifs,

b' - - - z - - - - x negatifs,

b'' - - - y - - - - z positifs.

Ces directions adoptees me semblent les plus naturelles et les plus propres pour la conformite des signes des diverses expressions, que nous en developperons dans la suite.

Il faut remarquer, qu'il y en a encore six autres angles, qui appartiennent ici, dont trois sont les complemens des angles b, b', b'' à 90° et dont les trois autres sont des angles droits.

3. Soit

c l'angle de la ligne des noeuds du 3^{me} pl. en 2 avec la ligne d. n. en 1

c' 2 0

c'' 1 0

on a

$$\left. \begin{aligned} \text{tg. } c &= \frac{m r}{n p} \\ \text{tg. } c' &= \frac{n r}{m p} \\ \text{tg. } c'' &= \frac{p r}{m n} \end{aligned} \right\}$$

en comptant ces angles, pour parler avec les astronomes, selon l'ordre des signes. Soit p. e. AC la ligne des noeuds en 2, AB en 1 et AD en 0, on aura $c = 180 - BAC$, $c' = 180 - CAD$, $c'' = BAD$.

4. Des expressions precedentes on peut deduire plusieurs combinaisons, dont je ne donnerai que les plus remarquables.

On a voit $\text{tg. } b = -\frac{m}{n}$ et $m = r \cos. a''$, $n = r \cos. a$, donc

$$\left. \begin{aligned} \text{tg. } b &= \frac{\cos. a''}{\cos. a'} \\ \text{et de même} \\ \text{tg. } b' &= \frac{\cos. a}{\cos. a''} \\ \text{tg. } b'' &= \frac{\cos. a'}{\cos. a} \end{aligned} \right\} (1)$$

On a $\text{tg. } b = -\frac{m}{n}$, $\sin. b = -\frac{m}{\sqrt{m^2+n^2}}$, $m = r \cos. a''$,
 $\sqrt{m^2+n^2} = r \sin. a$, donc

$$\left. \begin{aligned} \sin. b &= \frac{\cos. a''}{\sin. a} \\ \sin. b' &= \frac{\cos. a}{\sin. a'} \\ \sin. b'' &= \frac{\cos. a'}{\sin. a''} \end{aligned} \right\} (2).$$

Des équations 1, 2 on tire

$$\left. \begin{aligned} \cos. b &= \frac{\cos. a'}{\sin. a} \\ \cos. b' &= \frac{\cos. a''}{\sin. a'} \\ \cos. b'' &= \frac{\cos. a}{\sin. a''} \end{aligned} \right\} (3).$$

On a voit $\text{tg. } a = \frac{\sqrt{m^2+n^2}}{p}$;

mais $\sin. b = \frac{m}{\sqrt{m^2+n^2}}$ ou bien $\cos. b = \frac{n}{\sqrt{m^2+n^2}}$

$$\text{tg. } b' = \frac{p}{m} \quad \text{tg. } b'' = \frac{n}{p}$$

donc $\text{tg. } a = \frac{1}{\sin. b \text{ tg. } b'}$ - - - $\text{tg. } a = \frac{\text{tg. } b''}{\cos. b}$ ce qui donne

$$\left. \begin{aligned} \cotg. a &= \sin. b \text{ tg. } b' = \cos. b \cotg. b'' \\ \cotg. a' &= \sin. b' \text{ tg. } b'' = \cos. b' \cotg. b \\ \cotg. a'' &= \sin. b'' \text{ tg. } b = \cos. b'' \cotg. b' \end{aligned} \right\} (4).$$

On a voit de-même $\text{tg. } c = -\frac{m r}{n p}$ et $\frac{m r}{n p} = \frac{m}{r} \cdot \frac{p}{r} \cdot \frac{n}{r}$ ce qui fournit

$$\left. \begin{aligned} \text{tg. } c &= -\frac{\cos. a''}{\cos. a \cos. a'} \\ \text{tg. } c' &= -\frac{\cos. a'}{\cos. a \cos. a''} \\ \text{tg. } c'' &= -\frac{\cos. a}{\cos. a' \cos. a''} \end{aligned} \right\} (5).$$

L'équation $\operatorname{tg} c = -\frac{nr}{np}$ donne

$$\cos c = -\frac{np}{\sqrt{m^2 r^2 + n^2 p^2}} = -\frac{np}{\sqrt{(m^2 + n^2)(m^2 + p^2)}} = -\operatorname{cotg} a \operatorname{cotg} a'$$

ce qui donnera

$$\left. \begin{aligned} \cos c &= -\operatorname{cotg} a \operatorname{cotg} a' \\ \cos c' &= -\operatorname{cotg} a \operatorname{cotg} a'' \\ \cos c'' &= -\operatorname{cotg} a' \operatorname{cotg} a'' \end{aligned} \right\} (6).$$

Les équations 5, 6 donnent

$$\left. \begin{aligned} \sin c &= \frac{\cos a''}{\sin a \sin a'} \\ \sin c' &= \frac{\cos a'}{\sin a \sin a''} \\ \sin c'' &= \frac{\cos a}{\sin a \sin a''} \end{aligned} \right\} (7).$$

Les équations 1, 5 donnent

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{cotg} c &= -\cos a \operatorname{cotg} b = -\cos a' \operatorname{tg} b' \\ \operatorname{cotg} c' &= -\cos a \operatorname{tg} b = -\cos a'' \operatorname{cotg} b'' \\ \operatorname{cotg} c'' &= -\cos a' \operatorname{cotg} b' = -\cos a'' \operatorname{tg} b'' \end{aligned} \right\} (8).$$

Les équations 6 combinées avec les 2 et 3 donnent

$$\left. \begin{aligned} \cos c &= -\cos b \sin b' \\ \cos c' &= -\sin b \cos b'' \\ \cos c'' &= -\cos b' \sin b'' \end{aligned} \right\} (9).$$

Enfin les équations 7 combinées avec les 2 et 3 donnent :

$$\left. \begin{aligned} \sin c &= \frac{\sin b}{\sin a'} = \frac{\cos b'}{\sin a} \\ \sin c' &= \frac{\sin b''}{\sin a} = \frac{\cos b}{\sin a''} \\ \sin c'' &= \frac{\sin b'}{\sin a''} = \frac{\cos b''}{\sin a'} \end{aligned} \right\} (10).$$

5. Les rapports des quantités m, n, p donnés par les a, b, c sont, comme il est facile de trouver par les équations précédentes

$$\begin{aligned} \frac{m}{n} &= -\operatorname{tg} b = -\frac{\cos a''}{\cos a'} = -\operatorname{tg} a' \cos b' = -\frac{1}{\operatorname{tg} a'' \sin b''} \\ &= +\operatorname{tg} c \cos a = +\frac{1}{\operatorname{tg} c' \cos a'} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{p}{m} &= + \operatorname{tg}. b' = + \frac{\cos. a}{\cos. a''} = + \operatorname{tg}. a'' \cos. b'' = + \frac{1}{\operatorname{tg}. a \sin. b} \\ &= - \operatorname{tg}. c' \cos. a' = - \frac{1}{\operatorname{tg}. c \cos. a'} \\ \frac{n}{p} &= - \operatorname{tg}. b'' = - \frac{\cos. a'}{\cos. a} = - \operatorname{tg}. a \cos. b = - \frac{1}{\operatorname{tg}. a' \sin. b'} \\ &= + \operatorname{tg}. c' \cos. a'' = + \frac{1}{\operatorname{tg}. c'' \cos. a''} \end{aligned}$$

6. Il ne sera pas difficile d'après les règles établies, de prendre pour chaque cas particulier les vrais quarts de cercle pour les angles a , b , c . Les expressions précédentes donnent pour cela plusieurs moyens. Par exemple, les astronomes ont la coutume, de déterminer la position d'un plan vers un autre donné par l'inclinaison et le noeud c . a. d. par les quantités a et b . Supposant donc les a et b connus, on en trouvera les valeurs des a' et a'' par les équations :

$$\begin{aligned} \cos. a' &= \sin. a \cos. b \\ \cos. a'' &= \sin. a \sin. b \end{aligned}$$

parce que, comme on sait, les angles a' et a'' ne doivent pas surpasser deux angles droits. Selon donc que $\cos. a'$ et $\cos. a''$ sera positif ou négatif, les angles a' et a'' seront dans le premier ou dans le second quart de cercle. Il n'en est pas ainsi à l'égard des quantités b' et b'' . On les trouve par les équations :

$$\begin{aligned} \operatorname{cotg}. b' &= \operatorname{tg}. a \sin. b \\ \operatorname{tg}. b'' &= \operatorname{tg}. a \cos. b \end{aligned}$$

ce qui donne, à cause de la tangente, deux quarts de cercle pour les valeurs des b' et b'' . Mais on en trouvera le vrai par les équations $\sin. b' = \frac{\cos. a}{\sin. a'}$, $\sin. b'' = \frac{\cos. a'}{\sin. a''}$ ou bien par les suivantes $\cos. b' = \frac{\cos. a''}{\sin. a'}$, $\cos. b'' = \frac{\cos. a}{\sin. a''}$.

C'est par une méthode pareille, que j'ai construit la table suivante, qui, en s'accordant avec les expressions précédentes, en facilite l'usage.

	Inclinaisons			Noeuds			Angles des Noeuds		
	<i>a</i>	<i>a'</i>	<i>a''</i>	<i>b</i>	<i>b'</i>	<i>b''</i>	<i>c</i>	<i>c'</i>	<i>c''</i>
Nombre des quarts de cercle	1	1	1	1	1	1	2	2	2
	1	2	1	2	1	4	1	3	1
	1	2	2	3	2	4	4	4	2
	1	1	2	4	2	1	3	1	1
	2	1	1	1	4	2	1	1	3
	2	2	1	2	4	3	2	4	4
	2	2	2	3	3	3	3	3	3
	2	1	2	4	3	2	4	2	4

Exemple.

Soit $a = b = 10^\circ$ on aura

$$\log. \frac{m}{p} = \log. \operatorname{tg}. a \sin. b = 8.4859890$$

$$\log. \frac{n}{p} = \log. - \operatorname{tg}. a \cos. b = 9.2396703 n$$

$$\log. \frac{m}{n} = 9.2463187 n \text{ de - là - il suit:}$$

$$a = 10^\circ \quad b = 10^\circ \quad c = 169^\circ, 50', 56''.1$$

$$a' = 80^\circ, 9', 12''.4 \quad b' = 88^\circ, 14', 46''.4 \quad c' = 99, 51, 3.9$$

$$a'' = 88, 16, 19.4 \quad b'' = 9, 51, 3.9 \quad c'' = 90, 18, 0.0.$$

7. Toutes les expressions précédentes s'appliquent aussi à la position du plan troisième vers le second. Pour cela on n'a qu'à changer les lettres précédentes m, n, p et a, b, c dans le même ordre en les suivantes M, N, P et A, B, C . Supposant donc, que A soit l'inclinaison du troisième plan vers le plan II, B l'angle de la ligne des noeuds en II avec l'axe des X et C l'angle de la ligne des noeuds en II avec la ligne des noeuds en I et ainsi de suite avec les $A', A'', B', B'', C', C''$ on aura, en prenant $R^2 = M^2 + N^2 + P^2$

$$\cos. A = \frac{P}{R}, \operatorname{tg}. B = \frac{M}{N}, \operatorname{tg}. C = \frac{MR}{NP} \text{ etc. comme dans les } \S. 1. 2. 3$$

$$\operatorname{tg}. B = \frac{\cos. A''}{\cos. A'} \text{ etc. comme } \S. 4 \text{ et suiv.}$$

$$\frac{M}{N} = - \operatorname{tg}. B = - \frac{\cos. A''}{\cos. A'} = - \operatorname{tg}. A' \cos. B' \text{ etc. comme } \S. 5.$$

8. Avant que d'aller plus loin, il ne sera pas inutile d'ajouter, qu'on peut trouver toutes les expressions du §. 4. par une autre méthode, ce qui pourra servir de rectification pour la première, si elle en a besoin.

Pour cela soit (Fig. 2.) $A\xi v$, $A\xi Y$, ABC le plan premier, second et troisième. Le commencement des coordonnées soit A , le centre d'une sphère décrite d'un rayon indéterminé. Pour abréger soit la section $A\xi$ des deux plans premiers l'axe des x . Les axes des y et Y sont Av et AY et les axes des z et Z sont $A\xi$ et AZ . Donc ζ est le pôle du plan $A\xi v$ ou du plan 2; et v , ξ sont les pôles des plans 1, 0. De la même manière Z , Y et $\xi = X$ sont les pôles des plans II, I, O. En prenant p pour le pôle du plan troisième, on a, comme il est facile de voir

$$\beta = 0, Z\xi = \alpha, Zv = 90 + \alpha.$$

En outre les angles ξv , $v\xi$, $\xi\xi$, ξY , YZ , ξZ , Cp , $\xi Z\xi$, $\xi\xi Z$, $ZY\xi$, $\xi v\xi$ etc. sont des angles droits.

En conservant la signification des lettres précédentes a , b , c , A , B , C , on aura :

$$\begin{array}{lll} a = p\xi & b = 90 - p\xi\xi = 180 - p\xi v & c = 180 - vp\xi \\ a' = 180 - pv & b' = 90 - pv\xi = 360 - pv\xi & c' = \xi p\xi \\ a'' = p\xi & b'' = p\xi\xi = 270 - p\xi v & c'' = 180 + \xi pv. \end{array}$$

En écrivant dans ces expressions XYZ au lieu des $\xi v\xi$, les a , b , c se changent en A , B , C de sorte qu'on a

$$A = pZ \quad B = 90 - pZX = 180 - pZY \quad C = 180 - YpZ$$

et ainsi de suite avec les autres.

La dénomination des arcs et des angles précédents est générale et il est facile de voir, que l'addition ou la soustraction d'un ou de plusieurs angles droits soit introduite à cause de cette généralité. La déduction complète me meneroit trop loin et il suffira ici de remarquer, que la raison en est la même, que celle de la dénomination des angles d'un triangle sphérique compris en-

tre le pôle de l'équateur, de l'écliptique et entre un astre quelconque. Nommant ces trois points dans le même ordre A, B, C on a, comme il est assez connu entre les astronomes, $A = 90 + \alpha$ et $B = 90 - \lambda$ en désignant par α et λ l'ascension droite et la longitude de l'astre. L'inspection seule de la figure nous montre, que cette dénomination des angles A et B est très-juste dès que l'astre est ou dans le premier ou dans le quatrième quart de la longitude ou de l'ascension droite. Mais dans les deux autres quarts il faut prendre le complément des angles du triangle à 360° pour en avoir $90 + \alpha$ et $90 - \lambda$. La raison en est, qu'il y a entre trois points A, B, C de la surface de la sphère toujours deux triangles (sans compter les autres). La surface de l'un est le complément de la surface de l'autre triangle à la surface totale de la sphère. Les côtés de ces deux triangles sont les mêmes, mais les angles de l'un sont A, B, C et ceux de l'autre sont $360 - A$, $360 - B$, $360 - C$. De-là il est clair, que les expressions fondamentales de la trigonométrie sphérique sont les mêmes pour les deux triangles, telles comme :

$$\sin. \alpha \sin. B = \sin. A \sin. \beta$$

$$\cos. A = \cos. \alpha \sin. B \sin. C - \cos. B \cos. C$$

$$\cotg. A \sin. C = \cotg. \alpha \sin. \beta - \cos. \beta \cos. C \text{ etc.}$$

D'où il suit, qu'on doit prendre dans le 1 et le 4 quart de longitude le triangle commun A, B, C et dans les deux autres quarts le triangle complémentaire du premier, pour avoir dans tous les cas $A = 90 + \alpha$ et $B = 90 - \lambda$.

Mais pourquoi doit-on donc prendre, dès que le point C est du côté opposé de la ligne AB, le triangle complémentaire? — Parce que ce triangle complémentaire de l'autre côté est réellement le même, que le triangle commun du premier côté. On s'en convaincra facilement, en tournant p. e. le côté AC autour du point A et en prenant, pour former le triangle ABC, qui doit rester toujours le même pendant toute la révolution de la ligne AC, tou-

jours le même coté de cette ligne AC. Dès que AC est dans le même plan avec BA, l'angle A est 180° , donc cet angle doit surpasser deux angles droits, si la ligne AC entre dans le coté opposé de ce même plan. La même chose aura lieu en tournant BC autour du point B. Donc on a en général $A = 90 + \alpha$ et $B = 90 - \lambda$.

Cela posé on aura dans le triangle $p\xi v$

$$\cos.pv\xi = \frac{\cos.p\xi}{\sin.pv} \text{ c'est à dire } \cos.b' = \frac{\cos.a'}{\sin.a'} \text{ comme } \S. 4. \text{ équat. (3)}$$

$$\cos.p\xi v = \frac{\cos.pv}{\sin.p\xi} \quad \sin.b'' = \frac{\cos.a''}{\sin.a''} \quad \text{ibid. équat. (2)}$$

$$\sin.\xi pv = \frac{\sin.pv\xi}{\sin.p\xi} = \frac{\sin.p\xi v}{\sin.pv} \quad \sin.c'' = \frac{\sin.b''}{\sin.a''} = \frac{\cos.b''}{\sin.a''} \quad (10)$$

$$\cotg.pv = \sin.pv\xi \cotg.p\xi v \quad \cotg.a' = \sin.b' \operatorname{tg}.b'' \quad (4)$$

$$\cotg.p\xi = \sin.p\xi v \cotg.pv\xi \quad \cotg.a'' = \cos.b'' \cotg.b' \quad (4)$$

$$\cos.\xi pv = -\cotg.pv \cotg.p\xi \quad \cos.c'' = -\cotg.a' \cotg.a'' \quad (6)$$

$$\cotg.\xi pv = -\cos.pv \cotg.pv\xi \quad \cotg.c'' = -\cos.a' \cotg.b' \quad (8)$$

$$\cotg.\xi pv = -\cos.p\xi \cotg.p\xi v \quad \cotg.c'' = -\cos.a'' \operatorname{tg}.b'' \quad (8)$$

$$\cos.\xi pv = -\cos.pv\xi \cos.p\xi v \quad \cos.c'' = -\cos.b' \sin.b'' \quad (9).$$

On trouvera dix autres expressions semblables par la résolution du triangle $p\xi\xi$ et de même par le triangle $pv\xi$. Toutes ces équations seront parfaitement les mêmes avec celles du §. 4, et on voit en même tems par la méthode dernière, que les expressions données donnent la résolution complète de chaque triangle, parce qu'un coté de chaque triangle est égal à 90° .

Enfin les triangles pXY , pXZ et pYZ donneront trente expressions semblables pour les quantités A, B, C, conformément à ce que j'ai remarqué dans le §. 7.

9. Tirons à présent une ligne droite AF (Fig. 1.) par le commencement des coordonnées dans le plan troisième. Soit s l'angle FAD de cette droite avec la ligne AD des noeuds. Les coordonnées de cette droite, que je nommerai, pour abrégé, le rayon, en prenant le point de cette droite, dont la distance à l'origine des coordonnées est l'unité, sont

$$AD = \cos. s$$

la seconde $= \sin. s \cos. a$ et la troisième

$$FG = \sin. s \sin. a.$$

De là il est facile de tirer les coordonnées suivantes de ce même point

$$AB = x' = \cos. s \cos. b - \sin. s \sin. b \cos. a$$

$$BG = y' = \cos. s \sin. b + \sin. s \cos. b \cos. a$$

$$GF = z' = \sin. s \sin. a$$

en supposant $AF = 1.$

De ces dernières coordonnées on trouve, que les équations des projections du rayon dans les trois plans coordonnés sont

$$xy' = yx' \text{ dans le plan } 2$$

$$xz' = zx' \text{ } 1$$

$$yz' = zy' \text{ } 0.$$

Ayant trouvé ces équations, il sera facile d'en tirer ce qui suit.

10. Soit d l'angle du rayon avec l'axe des x

$$d \text{ } y$$

$$d' \text{ } z, \text{ on aura}$$

$$\left. \begin{aligned} \cos. d &= x' \\ \cos. d' &= y' \\ \cos. d'' &= z' \end{aligned} \right\}$$

11. Soit e l'inclinaison du rayon vers le plan 2

$$e \text{ } 1$$

$$e' \text{ } 0, \text{ on aura}$$

$$\left. \begin{aligned} \sin. e &= z' \\ \sin. e' &= y' \\ \sin. e'' &= x' \end{aligned} \right\}$$

12. Soit

f l'angle de la projection du rayon en 2 avec l'axe des x

$$f \text{ } 1 \text{ } z$$

$$f' \text{ } 0 \text{ } y,$$

on aura :

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{tg} f &= \frac{y}{x} \\ \operatorname{tg} f' &= \frac{y'}{x'} \\ \operatorname{tg} f'' &= \frac{y''}{x''} \end{aligned} \right\}$$

et des six angles restans, trois sont les complémens des f, f', f'' à 90° , et les trois autres sont des angles droits.

13. Soit

g l'angle du rayon avec la ligne des noeuds du plan troisième en 2

g' 1

g'' 0

on aura :

$$\left. \begin{aligned} \cos g &= \frac{m y' - n x'}{\sqrt{m^2 + n^2} \sqrt{x'^2 + y'^2}} \\ \cos g' &= \frac{p x' - m z'}{\sqrt{p^2 + m^2} \sqrt{x'^2 + z'^2}} \\ \cos g'' &= \frac{n z' - p y'}{\sqrt{p^2 + n^2} \sqrt{y'^2 + z'^2}} \end{aligned} \right\}$$

14. Soit

h l'angle de la projection du rayon en 2 avec la ligne d. n. du plan 3^{me} en 2

h' 1

h'' 0

on aura

$$\left. \begin{aligned} \cos h &= \frac{m y' - n x'}{\sqrt{(m^2 + n^2)(x'^2 + y'^2)}} \\ \cos h' &= \frac{p x' - m z'}{\sqrt{(m^2 + p^2)(x'^2 + z'^2)}} \\ \cos h'' &= \frac{n z' - p y'}{\sqrt{(p^2 + n^2)(y'^2 + z'^2)}} \end{aligned} \right\}$$

15. Avant que d'aller plus loin il sera nécessaire, de chercher plusieurs combinaisons remarquables des quantités x, y, z , avec les quantités m, n, p .

D'abord en éliminant les facteurs $\frac{m}{p}$ et $\frac{n}{p}$ des équations

$$0 = mx + ny + pz$$

$$0 = mx' + ny' + pz'$$

on trouve $0 = x(y'z - z'y) + y(xz' - zx') + z(xy' - y'x)$
comme il est clair par l'équation identique.

En combinant alors les équations

$$0 = mx' + ny' + pz'$$

$$1 = x'^2 + y'^2 + z'^2$$

on trouve, en prenant $r^2 = m^2 + n^2 + p^2$

$$\left. \begin{aligned} (m^2 + n^2)(m^2 + p^2) &= m^2 r^2 + n^2 p^2 \\ (n^2 + m^2)(n^2 + p^2) &= n^2 r^2 + m^2 p^2 \\ (p^2 + m^2)(p^2 + n^2) &= p^2 r^2 + m^2 n^2 \end{aligned} \right\} (a).$$

En outre on a

$$\begin{aligned} y'(my' - nx') - z'(px' - mz') &= m(y^2 + z^2) - x(ny + pz) \\ &= m(1 - x^2) + mx^2 = m \end{aligned}$$

donc

$$\left. \begin{aligned} m &= y'(my' - nx') - z'(px' - mz') \\ &\text{et de même} \\ n &= z'(nz' - py') - x'(my' - nx') \\ p &= x'(px' - mz') - y'(nz' - py') \end{aligned} \right\} (b).$$

Cherchant enfin des deux équations premières les valeurs des x'
et y' en z' , on aura

$$x' = \frac{pmz' + n\sqrt{m^2 + n^2 - r^2 z'^2}}{m^2 + n^2}$$

$$y' = \frac{pnz' - m\sqrt{n^2 + m^2 - r^2 z'^2}}{m^2 + n^2}$$

et de là on tire

$$\left. \begin{aligned} m^2 + n^2 &= r^2 z'^2 + (my' - nx')^2 \\ p^2 + m^2 &= r^2 y'^2 + (px' - mz')^2 \\ p^2 + n^2 &= r^2 x'^2 + (nz' - py')^2 \end{aligned} \right\} (c).$$

Les équations a, b, c trouvées ci-dessus nous seront très-utiles
dans la suite.

16. Les équations des §§. 12. et 14. ou 10. donnent

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{tg.} f &= \frac{\sin. e'}{\sin. e''} = \frac{\cos. d'}{\cos. d} \\ \operatorname{tg.} f' &= \frac{\sin. e''}{\sin. e} = \frac{\cos. d}{\cos. d''} \\ \operatorname{tg.} f'' &= \frac{\sin. e}{\sin. e'} = \frac{\cos. d''}{\cos. d'} \end{aligned} \right\} (1)$$

en prenant toutes les expressions positives, parce qu'il est facile de déterminer pour chaque cas particulier le quart de cercle, dans lequel doit être situé un des angles mentionnés.

Les équations 12 donnent :

$$\sin. f = \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}}, \quad \cos. f = \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}$$

et l'équation 14 donne $\cos. e = \sqrt{1 - z^2} = \sqrt{x^2 + y^2}$ donc on aura

$$\left. \begin{aligned} \cos. d &= \cos. f \cos. e = \sin. f' \cos. e' \\ \cos. d' &= \cos. f'' \cos. e'' = \sin. f \cos. e \\ \cos. d'' &= \cos. f' \cos. e' = \sin. f' \cos. e' \end{aligned} \right\} (2).$$

Les équations du § 13 donnent :

$$\cos. g = \frac{m \cos. d' - n \cos. d}{\sqrt{m^2 + n^2}}. \quad \text{Mais } \sin. b = \frac{m}{\sqrt{m^2 + n^2}}, \quad \cos. b = -\frac{n}{\sqrt{m^2 + n^2}}$$

donc on a

$$\left. \begin{aligned} \cos. g &= \sin. b \cos. d' + \cos. b \cos. d \\ \cos. g' &= \sin. b \cos. d + \cos. b \cos. d'' \\ \cos. g'' &= \sin. b' \cos. d'' + \cos. b' \cos. d' \end{aligned} \right\} (3)$$

ou bien, en substituant pour $\cos. d$, $\cos. d'$, $\cos. d''$ leurs valeurs (équation 2.)

$$\left. \begin{aligned} \cos. g &= \sin. d'' \cos. (f' - b) \\ \cos. g' &= \sin. d \cos. (f'' - b) \\ \cos. g'' &= \sin. d \cos. (f' - b') \end{aligned} \right\} (4)$$

Nous avons §. 13. $\cos. g = \frac{my - nx'}{\sqrt{m^2 + n^2}}$ donc

$$\sin. g = \frac{\sqrt{m^2 + n^2 - (my - nx')^2}}{m^2 + n^2}; \quad \text{c'est à dire selon le §. 15.}$$

$$\sin. g = \frac{rz'}{\sqrt{m^2 + n^2}} \quad \text{ou bien}$$

$$\left. \begin{aligned} \sin. g &= \frac{\cos. d''}{\sin. a} \\ \sin. g' &= \frac{\cos. d'}{\sin. a'} \\ \sin. g'' &= \frac{\cos. d}{\sin. a''} \end{aligned} \right\} (5).$$

La combinaison des équations 4 et 5 donne

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{tg.} g &= \frac{\operatorname{cotg.} d''}{\sin. a \cos. (j-b)} \\ \operatorname{tg.} g' &= \frac{\operatorname{cotg.} d'}{\sin. a' \cos. (j'-b')} \\ \operatorname{tg.} g'' &= \frac{\operatorname{cotg.} d}{\sin. a'' \cos. (j''-b'')} \end{aligned} \right\} (6).$$

Auparavant on avoit

$$\begin{aligned} \sin. g &= \frac{r z'}{\sqrt{m^2 + n^2}} & \sin. g' &= \frac{r y'}{\sqrt{p^2 + m^2}} \\ \cos. g &= \frac{m y' - n x'}{\sqrt{m^2 + n^2}} & \cos. g' &= \frac{p x' - m z'}{\sqrt{p^2 + m^2}} \end{aligned}$$

d'où il suit :

$$\sin. (g' - g) = \frac{r y' (m y' - n x') - r z' (p x' - m z')}{\sqrt{(m^2 + n^2)(p^2 + m^2)}} = \frac{y' (m y' - n x') - z' (p x' - m z')}{r \sin. a' \sin. a}.$$

donc selon le §. 15.

$$\left. \begin{aligned} \sin. (g' - g) &= \frac{\cos. a''}{\sin. a' \sin. a} \\ \sin. (g - g'') &= \frac{\cos. a'}{\sin. a'' \sin. a} \\ \sin. (g'' - g') &= \frac{\cos. a}{\sin. a'' \sin. a'} \end{aligned} \right\} (7).$$

Par une méthode pareille on obtiendra

$$\cos. (g' - g) = \cos. g \cos. g' + \sin. g \sin. g' = \frac{(mx + ny) pz + (mx + pz) py - pnx^2}{\sqrt{(m^2 + n^2)(p^2 + m^2)}},$$

c'est à dire

$$\cos. (g' - g) = - \frac{pn}{\sqrt{(m^2 + n^2)(p^2 + m^2)}}, \text{ ce qui fournit}$$

$$\left. \begin{aligned} \cos. (g' - g) &= - \operatorname{cotg.} a \operatorname{cotg.} a' \\ \cos. (g - g'') &= - \operatorname{cotg.} a \operatorname{cotg.} a'' \\ \cos. (g'' - g') &= - \operatorname{cotg.} a'' \operatorname{cotg.} a' \end{aligned} \right\} (8)$$

et de - là on tire

$$\left. \begin{aligned} \text{tg. } (g' - g) &= - \frac{\cos. a''}{\cos. a \cos. a'} \\ \text{tg. } (g - g'') &= - \frac{\cos. a'}{\cos. a \cos. a''} \\ \text{tg. } (g'' - g') &= - \frac{\cos. a}{\cos. a' \cos. a''} \end{aligned} \right\} (9).$$

En outre les équations du §. 13 et 14 donneront

$$\left. \begin{aligned} \cos. h &= \frac{\cos. g}{\cos. e} \\ \cos. h' &= \frac{\cos. g'}{\cos. e'} \\ \cos. h'' &= \frac{\cos. g''}{\cos. e''} \end{aligned} \right\} (10).$$

Les expressions du §. 14. donnent

$$\sin. h = \sqrt{\frac{(m^2 + n^2)(x'^2 + y'^2) - (m y' - n x')^2}{(m^2 + n^2)(x'^2 + y'^2)}} = \frac{m x' + n y'}{\sqrt{(m^2 + n^2)(x'^2 + y'^2)}}$$

et pareillement

$$\sin. h' = \frac{m x' + p z'}{\sqrt{(m^2 + p^2)(x'^2 + z'^2)}}; \quad \sin. h'' = \frac{n y' + p z'}{\sqrt{(p^2 + n^2)(y'^2 + z'^2)}}.$$

En y substituant

$$\sin. b = - \frac{m}{\sqrt{m^2 + n^2}}, \quad \sin. f = \frac{y'}{\sqrt{x'^2 + y'^2}}$$

$$\cos. b = \frac{n}{\sqrt{m^2 + n^2}}, \quad \cos. f = \frac{x'}{\sqrt{x'^2 + y'^2}} \quad \text{on obtient}$$

$\sin. h = \sin. f \cos. b - \cos. f \sin. b$, c'est à dire

$$\left. \begin{aligned} \sin. h &= \sin. (f - b) \\ \sin. h' &= \sin. (f' + b) \\ \sin. h'' &= \sin. (f'' - b) \end{aligned} \right\}$$

comme il est clair par soi-même.

Mais en substituant dans l'équation :

$$\sin. h = \frac{m x' + n y'}{\sqrt{(m^2 + n^2)(x'^2 + y'^2)}}$$

pour $\frac{m x' + n y'}{x'^2 + y'^2}$ la quantité $= - p z = - \sin. e$

$$\frac{x'^2 + y'^2}{\sqrt{m^2 + n^2}} \dots \dots = 1 - z^2 = \cos. e$$

$\sqrt{m^2 + n^2} \dots \dots = - p \text{tg. } a$ on aura

$$\left. \begin{aligned} \sin. h &= \text{tg. } e \cotg. a \\ \sin. h' &= \text{tg. } e' \cotg. a' \\ \sin. h'' &= \text{tg. } e'' \cotg. a'' \end{aligned} \right\} (11)$$

et les équations 10 et 11 donnent :

$$\left. \begin{aligned} \text{tg. } h &= \text{tg. } g \cos. a \\ \text{tg. } h' &= \text{tg. } g' \cos. a' \\ \text{tg. } h'' &= \text{tg. } g'' \cos. a'' \end{aligned} \right\} (12)$$

17. On pourroit encore ajouter plusieurs autres combinaisons aux équations du §. précédent, mais je crois d'en avoir donné les plus utiles.

Par la même supposition, en prenant de deux angles toujours le plus petit, on trouvera dans la Fig. (2)

$$d = 90 - e' = D\xi \quad f = D\xi\xi = 90 - D\xi v \quad g = 90 - Dp\xi$$

$$d' = 90 - e' = Dv \quad f' = Dv\xi = 90 - Dv\xi \quad g' = 90 - Dpv$$

$$d'' = 90 - e = D\xi \quad f'' = D\xi v = 90 - D\xi\xi \quad g'' = 90 - Dp\xi$$

$$\text{et enfin } h = p\xi D - 90 = 270 + p\xi D$$

$$h' = -pv D + 90 = 90 - pv D$$

$$h'' = p\xi D - 90 = 270 + p\xi D$$

et c'est alors, que les triangles $Dv\xi$, $D\xi\xi$, $Dv\xi$ donnent les équations (2) et les triangles $Dp\xi$, Dpv , $Dp\xi$ les équations (4), (5) . . du §. précédent.

18. Les mêmes expressions s'appliquent aussi sans difficulté aux autres plans. Soit p. e. $FAE = S$ et

$$X = \cos. S \cos. B - \sin. S \sin. B \cos. A$$

$$Y = \cos. S \sin. B + \sin. S \cos. B \cos. A$$

$$Z = \sin. S \sin. A$$

Soit en outre :

D l'angle du rayon AF avec l'axe des X' E l'inclin. du rayon vers II

D' Y', E' I

D'' Z', E'' O

F l'angle de la projection du rayon en II avec l'axe des X

G l'angle du rayon avec la ligne des noeuds du 3^{me} plan en II

H l'angle de la projection du rayon en II avec la ligne des noeuds en II etc. etc. etc.

on aura, comme auparavant,

$$\cos. D \equiv \sin. E'' \equiv X' \text{ etc.}$$

$$\text{tg. } F \equiv \frac{Y'}{X'} \text{ etc.}$$

$$\cos. G \equiv \frac{MY' - NX'}{\sqrt{M^2 + N^2}} \text{ etc.}$$

$$\cos. H \equiv \frac{MY' - NX'}{\sqrt{(M^2 + N^2)(X'^2 + Y'^2)}} \text{ etc. comme dans les §§. 10. : 14,}$$

et de - là les combinaisons

$$\text{tg. } F \equiv \frac{\cos. D'}{\cos. D}$$

$\cos. D \equiv \cos. F \cos. E \equiv \sin. F' \cos. E'$ comme dans le §. 16 de manière, qu'on n'a qu'à transformer les lettres $a, b, c, d \dots$ en $A, B, C, D \dots$

Enfin, pour comparer tout cela avec la Fig. (2), on aura

$$D \equiv 90 - E'' \equiv DX, \quad -F \equiv DZX \equiv 90 - DZY,$$

$$D' \equiv 90 - E' \equiv DY, \quad -F' \equiv DYZ \equiv 90 - DYX,$$

$$D'' \equiv 90 - E \equiv DZ, \quad -F'' \equiv DXY \equiv 90 - DXZ,$$

$$G \equiv 90 - DpZ, \quad H \equiv 270 + pZD,$$

$$G' \equiv 90 - DpY, \quad H' \equiv 90 - pYD,$$

$$G'' \equiv 90 - DpX, \quad H'' \equiv 270 + pXD.$$

19. Toutes les expressions précédentes sont données de la manière la plus naturelle et par - là la plus simple. Il se présentent ici plusieurs questions sur la composition de toutes ces expressions, dont l'une des principales est, d'exprimer les quantités $a, b, c \dots$ appartenantes au plan troisième par les quantités M, N, P et X', Y', Z' ou bien par les quantités $A, B, C \dots$ appartenantes au plan second. Pour cela il est nécessaire, d'avoir les M, N, P par les m, n, p . La dépendance de ces quantités sera évidemment donnée par les quantités, qui expriment la position du plan second vers le premier. Cette position peut être exprimée par les quantités $\alpha, \beta, \gamma, \delta \dots$ de plusieurs manières, d'où résultent des expressions des M, N, P par les m, n, p , qui peuvent être multipliées à l'infini. Mais nous aurons les expressions les plus simples et en

même tems les plus usitées dans l'astronomie, en y prenant les deux quantités premières α et β . Cela posé on aura :

$$x = X \cos. \beta - (Y \cos. \alpha - Z \sin. \alpha) \sin. \beta$$

$$y = X \sin. \beta + (Y \cos. \alpha - Z \sin. \alpha) \cos. \beta$$

$$z = Y \sin. \alpha + Z \cos. \alpha$$

et il est facile de voir, qu'on aura de même les expressions des quantités m, n, p , en changeant dans les equations précédentes x, y, z en m, n, p et X, Y, Z en M, N, P . En effet substituant les valeurs précédentes des x, y, z dans l'équation

$$0 = mx + ny + pz$$

et comparant ensuite cette équation avec la suivante

$$0 = MX + NY + PZ \text{ on aura toute de suite}$$

$$M = n \sin. \beta + m \cos. \beta$$

$$N = p \sin. \alpha + (n \cos. \beta - m \sin. \beta) \cos. \alpha \quad \left. \vphantom{\begin{matrix} M \\ N \end{matrix}} \right\} (A)$$

$$P = p \cos. \alpha - (n \cos. \beta - m \sin. \beta) \sin. \alpha \quad \left. \vphantom{\begin{matrix} M \\ N \\ P \end{matrix}} \right\}$$

et de - là par la reversion

$$m = M \cos. \beta - (N \cos. \alpha - P \sin. \alpha) \sin. \beta \quad \left. \vphantom{\begin{matrix} m \\ n \\ p \end{matrix}} \right\} (B)$$

$$n = M \sin. \beta + (N \cos. \alpha - P \sin. \alpha) \cos. \beta$$

$$p = N \sin. \alpha + P \cos. \alpha$$

et on voit en même tems, que ces deux équations auront aussi lieu en y mettant X', Y', Z' pour M, N, P et x', y', z' pour m, n, p .

20. Selon le §. 1. nous avons

$$\cos. \alpha = \frac{p}{r}, \quad \cos. \alpha' = \frac{n}{r}, \quad \cos. \alpha'' = \frac{m}{r}.$$

Substituant pour m, n, p leurs valeurs des équations (B) §. 19, on a

$$r = \sqrt{m^2 + n^2 + p^2} = \sqrt{M^2 + N^2 + P^2}.$$

Mais selon le §. 7.

$$\frac{M}{N} = - \operatorname{tg}. B, \quad \frac{M}{P} = \operatorname{tg}. A \sin. B, \quad \frac{N}{P} = - \operatorname{tg}. A \cos. B$$

$$\text{donc } \sqrt{\frac{M^2 + N^2 + P^2}{P^2}} = \frac{1}{\cos. A}$$

Remarquant enfin, qu'on a

$$\cos. \alpha = \frac{N \sin. \alpha + P \cos. \alpha}{\sqrt{M^2 + N^2 + P^2}} \text{ on en déduit}$$

$$\left. \begin{aligned} \cos. a &= \cos. A \cos. \alpha - \sin. A \cos. B \sin. \alpha \\ \cos. a' &= \sin. A \sin. B \sin. \beta - (\cos. A \sin. \alpha + \sin. A \cos. B \cos. \alpha) \cos. \beta \\ \cos. a'' &= \sin. A \sin. B \cos. \beta + (\cos. A \sin. \alpha + \sin. A \cos. B \cos. \alpha) \sin. \beta \end{aligned} \right\} (1)$$

ou bien

$$\begin{aligned} \cos. a &= \cos. A \cos. \alpha - \cos. A' \sin. \alpha \\ \cos. a' &= \cos. A' \sin. \beta - F \cos. \beta \\ \cos. a'' &= \cos. A'' \cos. \beta + F \sin. \beta \end{aligned}$$

où $F = \sin. a \cos. A + \cos. a \cos. A'$.

21. De la même manière il y avoit $\cos. A = \frac{P}{R}$, $\frac{m}{n} = -\text{tg. } b$ etc. donc

$$\left. \begin{aligned} \cos. A &= \cos. a \cos. a + \sin. a \sin. a \cos. (b - \beta) \\ \cos. A' &= \sin. a \cos. a - \cos. a \sin. a \cos. (b - \beta) \\ \cos. A'' &= \sin. a \sin. (b - \beta) \end{aligned} \right\} .$$

22. Nous avons

$$\sin. A = \frac{\sqrt{M^2 + N^2}}{R}, \quad \sin. B = \frac{M}{\sqrt{M^2 + N^2}}, \quad \cos. B = \frac{N}{\sqrt{M^2 + N^2}} \quad \text{donc}$$

$$\sin. A \sin. B = \frac{M}{R} = \frac{m \cos. \beta + n \sin. \beta}{r} \quad \text{et}$$

$$\sin. A \cos. B = \frac{N}{R} = \frac{p \sin. \alpha + n \cos. \beta \cos. \alpha - m \sin. \beta \cos. \alpha}{r} \quad \text{c'est à dire}$$

$$\sin. A \sin. B = \sin. a \sin. (b - \beta)$$

$$\sin. A \cos. B = \sin. a \cos. a - \cos. a \sin. a \cos. (b - \beta)$$

et de même

$$\sin. A' \sin. B' = \cos. a \cos. a + \sin. a \sin. a \cos. (b - \beta)$$

$$\sin. A' \cos. B' = \sin. a \sin. (b - \beta)$$

et enfin

$$\sin. A'' \sin. B'' = \sin. a \cos. a - \cos. a \sin. a \cos. (b - \beta)$$

$$\sin. A'' \cos. B'' = \cos. a \cos. a + \sin. a \sin. a \cos. (b - \beta)$$

et de ces équations on tire

$$\sin. A \sin. B = \sin. A' \cos. B''$$

$$\sin. A' \sin. B' = \sin. A'' \cos. B''$$

$$\sin. A'' \sin. B'' = \sin. A \cos. B$$

comme il suit des équations 2 et 3 du §. 4.

23. Nous avons

$$\text{tg. } B = -\frac{M}{N} \text{ donc } \text{tg. } B = -\frac{(m \cos. \beta + n \sin. \beta)}{p \sin. \alpha + (n \cos. \beta - m \sin. \beta) \cos. \alpha} \text{ c'est à dire}$$

$$\left. \begin{aligned} \text{tg. } B &= \frac{\sin. (b - \beta)}{\cos. \alpha \cos. (b - \beta) - \sin. \alpha \cotg. \alpha} \\ \text{et de même} \\ \text{tg. } B' &= \frac{\sin. \alpha \cos. (b - \beta) - \cos. \alpha \cotg. \alpha}{\sin. (b - \beta)} \\ \text{tg. } B'' &= \frac{\cos. \alpha \cos. (b - \beta) + \sin. \alpha \cotg. \alpha}{\sin. \alpha \cos. (b - \beta) + \cos. \alpha \cotg. \alpha} \end{aligned} \right\}$$

et par la même méthode on trouve

$$\text{en faisant } K = \cos. \alpha \cos. B + \sin. \alpha \cotg. A$$

$$L = \cos. \alpha \cotg. A - \sin. \alpha \cos. B$$

$$\left. \begin{aligned} \text{tg. } b &= \frac{K \sin. \beta + \sin. B \cos. \beta}{K \cos. \beta - \sin. B \sin. \beta} \\ \text{tg. } b' &= \frac{L}{K \sin. \beta + \sin. B \cos. \beta} \\ \text{tg. } b'' &= \frac{L}{K \cos. \beta - \sin. B \sin. \beta} \end{aligned} \right\}$$

24. On pourra continuer toutes ces combinaisons. Mais comme le détail en sera très-long et comme il ne demande que des substitutions d'ailleurs très-faciles, je me contente d'y ajouter seulement les expressions des quantités g, g', g'' , qui sont un peu plus difficiles.

$$\text{Nous avons } \cos. g = \frac{m y' - n x'}{\sqrt{m^2 + n^2}} \text{ donc}$$

$$\text{tg. } g = \frac{\sqrt{m^2 + n^2} - (m y' - n x')^2}{m y' - n x'} \text{ ou bien selon le } \S. 15$$

$$\text{tg. } g = \frac{r z' - n x'}{m y' - n x'} \text{ c'est à dire selon le } \S. 19$$

$$\text{tg. } g = \frac{r (Y \sin. \alpha + Z \cos. \alpha)}{X (P \sin. \alpha - N \cos. \alpha) - M (Z \sin. \alpha - Y \cos. \alpha)}$$

$$\text{Mais } \frac{r}{\phi} = \frac{R}{P} = \frac{1}{\cos. A}, \quad \frac{M}{P} = \text{tg. } A \sin. B, \quad \frac{N}{P} = -\text{tg. } A \cos. B$$

ce qui donne

$$\left. \begin{aligned} \text{tg. } g &= \frac{\sin. \alpha \sin. B \cos. S + K \sin. S}{K \cos. S - \sin. \alpha \sin. B \sin. S} \\ \text{et pareillement, en supposant } \beta = 0 \\ \text{tg. } g' &= \frac{\cos. \alpha \sin. B \cos. S + L \sin. S}{L \cos. S - \cos. \alpha \sin. B \sin. S} \\ \text{tg. } g'' &= \frac{\cos. A \sin. B \sin. S - \cos. B \cos. S}{\cos. B \sin. S + \cos. A \sin. B \cos. S} \end{aligned} \right\} (1)$$

en faisant $K = \cos. a \sin. A + \sin. a \cos. A \cos. B$

$L = \cos. a \cos. A \cos. B - \sin. a \sin. A.$

Il sera encore plus commode de prendre les cosinus au lieu des tangentes, ce qui donne

$\cos. g = \frac{my' - nx'}{\sqrt{m^2 + n^2}}$ mais $\sqrt{m^2 + n^2} = r \sin. a$ donc

$\cos. g = \frac{N(Y' \cos. a - Z' \sin. a) - X'(N \cos. a - P \sin. a)}{R \sin. a}.$

Substituant $\frac{M}{F}$, $\frac{N}{F}$, $\frac{R}{F}$ leurs valeurs de même que pour X' , Y' , Z' on trouve

$$\left. \begin{aligned} \cos. g &= \frac{K \cos. S - \sin. a \sin. B \sin. S}{\sin. a} \\ \cos. g' &= \frac{L \cos. S - \cos. a \sin. B \sin. S}{\sin. a'} \\ \cos. g'' &= -\frac{\cos. B \sin. S - \cos. A \sin. B \cos. S}{\sin. a''} \end{aligned} \right\}$$

ou K et L ont les mêmes significations qu'auparavant.

25. Il nous reste encore de donner quelques applications des expressions précédentes, pour en montrer l'usage et l'utilité.

Soit d'abord le plan premier l'équateur et le second l'écliptique, ou ce qui est la même chose, e, f la déclinaison et l'ascension droite; et E, F la latitude et la longitude du point. D . Cela posé nous avons :

$$\left. \begin{aligned} \sin. e &= \frac{z'}{r} \\ \text{tg. } f &= \frac{y'}{x'} \end{aligned} \right\} \text{ et } \left. \begin{aligned} \sin. E &= \frac{Z'}{R} \\ \text{tg. } F &= \frac{Y'}{X'} \end{aligned} \right\}.$$

On peut à présent substituer dans les deux équations premières pour x', y', z' leurs valeurs §. 9. et dans les deux autres celles de X', Y', Z' §. 18. Mais comme on doit introduire dans ce cas les quantités s et S , ce qui est incommode pour l'usage, il vaudra mieux, de procéder comme il suit.

Par la combinaison des deux équations premières avec la suivante

$$1 = x'^2 + y'^2 + z'^2.$$

on obtient

$$x' = \cos. e \cos. f, \quad y' = \cos. e \sin. f, \quad z' = \sin. e;$$

et de la même manière

$$X' = \cos. E \cos. F, \quad Y' = \cos. E \sin. F, \quad Z' = \sin. E.$$

De - là il suit :

$$\sin. e = z' = Y' \sin. \alpha + Z' \cos. \alpha \dots (A)$$

$$\operatorname{tg.} f = \frac{y'}{x'} = \frac{X' \sin. \beta + (Y' \cos. \alpha - Z' \sin. \alpha) \cos. \beta}{X' \cos. \beta - (Y' \cos. \alpha - Z' \sin. \alpha) \sin. \beta} \dots (B)$$

Substituant pour X', Y', Z' leurs valeurs et prenant, selon l'usage reçu entre les astronomes pour les signes $e, f, E, F, \beta, \alpha$, dans le même ordre les signes $\delta, \alpha, \beta, \lambda, \psi, \varepsilon$, on aura

$$\left. \begin{aligned} \sin. \delta &= \cos. e \sin. \beta + \sin. e \cos. \beta \sin. \lambda \\ \operatorname{tg.} \alpha &= \frac{\cos. \beta \cos. \lambda \sin. \psi + (\cos. \beta \sin. \lambda \cos. e - \sin. \beta \sin. e) \cos. \psi}{\cos. \beta \cos. \lambda \cos. \psi - (\cos. \beta \sin. \lambda \cos. e - \sin. \beta \sin. e) \sin. \psi} \end{aligned} \right\} (I)$$

et par la même méthode on trouve :

$$\left. \begin{aligned} \sin. \beta &= \sin. \delta \cos. e + \sin. e \cos. \delta \sin. (\psi - \alpha) \\ \operatorname{tg.} \lambda &= \frac{\sin. \delta \sin. e - \cos. e \cos. \delta \sin. (\psi - \alpha)}{\cos. \delta \cos. (\psi - \alpha)} \end{aligned} \right\} (II)$$

et les équations I, II donnent la déclinaison δ et l'ascension droite α par la latitude β et la longitude λ , ou bien les dernières par les premières, en supposant e l'obliquité de l'écliptique et ψ l'angle de l'axe des x avec l'intersection de l'écliptique et de l'équateur. Supposant donc $\psi = 0$, on a les formules connues, qui se trouvent p. e. dans le volume premier de l'excellente astronomie de Mr. *Schubert*.

On peut trouver les mêmes expressions d'une manière plus simple. Soit pour cela

$$x = \cos. \beta \cos. \lambda, \quad y = \cos. \beta \sin. \lambda, \quad z = \sin. \beta;$$

et de - même

$$x' = \cos. \delta' \cos. \alpha', \quad y' = \cos. \delta' \sin. \alpha', \quad z' = \sin. \delta'$$

d'où l'on tire sans difficulté

$$y = y' \cos. e + z' \sin. e, \quad z = z' \cos. e - y' \sin. e$$

$$\text{et} \quad y' = y \cos. e - z \sin. e, \quad z' = y \sin. e + z \cos. e$$

et de - là

$$\begin{aligned} \text{tg. } \lambda &= \frac{y}{x} = \frac{\sin. \alpha \cos. e + \text{tg. } \delta \sin. e}{\cos. \alpha} \quad \text{et} \quad \text{tg. } \alpha = \frac{y'}{x'} = \frac{\sin. \lambda \cos. e - \text{tg. } \beta \sin. e}{\cos. \lambda} \dots 1 \\ \frac{\text{tg. } \beta}{\cos. \lambda} &= \frac{z}{x} = \frac{\text{tg. } \delta \cos. e - \sin. \alpha \sin. e}{\cos. \alpha} \quad \cdot \quad \frac{\text{tg. } \delta}{\cos. \alpha} = \frac{z'}{x'} = \frac{\text{tg. } \beta \cos. e + \sin. \lambda \sin. e}{\cos. \lambda} \dots 2. \end{aligned}$$

Comme en outre $x = x'$ on a

$$\cos. \alpha \cos. \delta = \cos. \lambda \cos. \beta$$

et comme $\frac{\text{tg. } \delta}{\cos. \alpha} = \frac{\sin. \delta}{\cos. \alpha \cos. \delta} = \frac{\sin. \delta}{\cos. \lambda \cos. \beta}$ on a par l'équation 2,

$$\sin. \delta = \sin. \lambda \cos. \beta \sin. e + \sin. \beta \cos. e \quad \text{et par l'équation 1,}$$

$$\sin. \beta = \sin. \delta \cos. e - \sin. \alpha \cos. \delta \sin. e$$

ce qui sont toutes les équations, qu'on a donné jusqu'ici en traitant cet objet.

26. Soit le plan premier l'horizon et le second l'équateur, ce qui donnera $Z\zeta = \alpha$ la hauteur de l'équateur, $D\zeta = 90 - e$ la distance du point D au zénith, $DZ = 90 - E$ la distance au pôle du monde, $D\zeta Z = 90 + f = 180 - \text{Azimut}$, $DZ\zeta = 90 - F =$ l'angle horaire. Mettant alors selon l'usage astronomique $90 - \Phi$, h , δ , $90 - \omega$, $90 - s$ pour les signes α , e , E , f , F on trouvera par les équations A, B du paragraphe précédent :

$$\begin{aligned} \sin. \delta &= \sin. h \sin. \Phi - \cos. h \cos. \Phi \cos. \omega \\ \text{cotg. } s &= \text{cotg. } \omega \sin. \Phi + \frac{\text{tg. } h \cos. \Phi}{\sin. \omega} \end{aligned}$$

ou bien

$$\begin{aligned} \sin. h &= \sin. \delta \sin. \Phi + \cos. \delta \cos. s \cos. \Phi \\ \text{cotg. } \omega &= \text{cotg. } s \sin. \Phi - \frac{\text{tg. } \delta \cos. \Phi}{\sin. s} \end{aligned}$$

lesquelles sont les équations, qu'on déduit ordinairement du triangle $D\zeta Z$ par la trigonométrie sphérique. De la même manière on pourroit opérer sur les triangles DYv etc.

27. Soit donné le lieu héliocentrique d'une planète, qu'on en cherche le lieu géocentrique.

Pour la solution importante de ce problème, dont on fait tant d'usage dans l'astronomie, soit α , δ l'ascension droite et la déclinaison géocentrique de la planète, μ l'argument de la latitude,

L, e la longitude de la terre et l'obliquité de l'écliptique; r, ϱ, R la distance de la planète au soleil, à la terre et la distance de la terre au soleil.

Soit donnée la position de la planète vers le soleil par les coordonnées rectangulaires x, y, z et la position de la terre vers le soleil par X, Y, Z où l'axe des x, X est dans la ligne des équinoxes et l'axe des y, Y dans l'équateur. Cela posé on a sur le champ

$$\begin{aligned} X &= R \cos. L \\ Y &= R \sin. L \cos. e \\ Z &= R \sin. L \sin. e. \end{aligned}$$

Les coordonnées x, y, z sont plus difficiles à trouver et c'est en elles, dans leur expression la plus simple et la plus commode pour le calcul qu'il faut chercher les principaux avantages de la solution. Nos expressions précédentes y présentent un moyen très-expéditif. En effet il est facile de voir, qu'on a

$$\begin{aligned} x &= r \sin. a'' \sin. (g'' + u) \\ y &= r \sin. a' \sin. (g' + u) \\ z &= r \sin. a \sin. (g + u) \end{aligned}$$

et on n'a rien à faire, que d'exprimer les a et g par les quantités données du problème. Mais c'est ce que nous avons déjà fait avec une généralité plus que nécessaire pour notre cas dans les équations désignées par (1) des §§. 20 et 24. Soit en effet $A = n$ l'inclinaison du plan de l'orbite vers l'écliptique, $B = k$ la longitude du noeud, $a = e$ l'obliquité de l'écliptique, nous avons par le §. 20

$$\left. \begin{aligned} \cos. a' &= \cos. n \cos. e - \sin. n \sin. e \cos. k \\ \cos. a'' &= -\cos. n \sin. e - \sin. n \cos. e \cos. k \\ \cos. a''' &= \sin. n \sin. k \end{aligned} \right\}$$

en y mettant β égale à zéro.

De là même manière nous avons par le §. 24

$$\left. \begin{aligned} \cotg. g' &= \frac{\sin. n \cotg. e + \cos. n \cos. k}{\sin. k} \\ \cotg. g' &= \frac{\cos. n \cos. k - \sin. n \tg. e}{\sin. k} \\ \cotg. g'' &= - \cos. n \tg. k \end{aligned} \right\}$$

en y mettant S égale à zéro.

En faisant aussi pour la terre :

$$\begin{aligned} X &= R \sin. A'' \sin. (G'' + U) \\ Y &= R \sin. A' \sin. (G' + U) \\ Z &= R \sin. A \sin. (G + U) \end{aligned}$$

on aura

$$G'' = A'' = 90^\circ$$

$$G' = G = 0$$

$$A' = 90 - e$$

$$A = e \text{ ce qui donne}$$

$$X = R \cos. U, \quad Y = R \cos. e \sin. U, \quad Z = R \sin. e \sin. U$$

comme auparavant, parce que $L = U$.

Après avoir trouvé les valeurs des quantités x, y, z et X, Y, Z on a pour la solution complète du problème :

$$\tg. \alpha = \frac{y - Y}{x - X}$$

$$\tg. \delta = \frac{z - Z}{x - X} \cos. \alpha \text{ ou bien } = \frac{z - Z}{y - Y} \sin. \alpha$$

$$\varrho = \frac{z - Z}{\sin. \delta} \text{ ou bien } = \frac{y - Y}{\sin. \alpha \cos. \delta} \text{ ou enfin } = \frac{x - X}{\cos. \alpha \cos. \delta}.$$

28. La solution du problème précédent est conforme à celle qu'a donnée Mr. *Gauß* dans la *Corresp. littéraire* de Mr. de *Zach* 1804. May, mais par une route tout-à-fait différente de celle-ci. On pourra obtenir les mêmes expressions encore d'une manière beaucoup plus simple. Soit pour cela le lieu de la planète vers le centre du soleil donné par les coordonnées x', y', z' , dont x' soit dans la ligne du nœud et y' dans le plan de l'écliptique. Cela donne :

$$x'' = r \cos. u$$

$$y'' = r \sin. u \cos. n$$

$$z'' = r \sin. u \sin. n$$

Si x' dans la ligne des équinoxes, y' dans l'écliptique, on a

$$x' = x'' \cos. k - y'' \sin. k$$

$$y' = x'' \sin. k + y'' \cos. k$$

$$z' = z''$$

Si x dans la ligne des équinoxes, y dans l'équateur, on a

$$x = x'$$

$$y = y' \cos. e - z' \sin. e$$

$$z = y' \sin. e + z' \cos. e$$

Substituant ces coordonnées l'une dans l'autre, on trouve

$$x = r(\cos. u \cos. k - \sin. u \sin. k \cos. n)$$

$$y = r(\cos. u \sin. k \cos. e + \sin. u \cos. k \cos. n \cos. e - \sin. u \sin. n \sin. e)$$

$$z = r(\cos. u \sin. k \sin. e + \sin. u \cos. k \cos. n \sin. e + \sin. u \sin. n \cos. e)$$

lesquelles sont exactement les mêmes valeurs des quantités x, y, z , comme on s'en peut convaincre facilement.

29. Il est clair, qu'on peut multiplier à l'infini l'introduction des quantités auxiliaires, pour rendre les trois équations dernières du §. 28. plus commodes pour le calcul. On en a essayé assez, mais toutes ces substitutions ont cela de commun, qu'elles roulent seulement sur les quantités constantes, sans aucun changement des tables planétaires, dont la forme reçue s'est depuis long-tems fixée entre les astronomes. Mais il m'a paru toujours, que ce n'est, que par cette forme de nos tables, que toutes les solutions de notre problème soient encore assez incommodes pour le calcul et qu'il faut par conséquent apporter un changement, d'ailleurs très-léger, aux tables et non à la méthode du calcul. Je m'explique.

Nous observons les astres par rapport à l'équateur terrestre, parce que les instrumens nécessaires pour les observer par rapport à l'écliptique sont très-complicés et incommodes, peut-être

impossibles à exécuter avec précision pour l'artiste et parce que, même en les supposant doués de toute l'exactitude nécessaire, leur rectification et tout leur usage est difficile et incertain pour l'observateur. Nos ancêtres au contraire, pour lesquels notre manière d'observer ne pouvoit être très-avantageuse, vû l'imperfection de leurs horloges, faisoient toutes leurs observations par rapport au plan de l'orbite de la terre, plan qui devoit préférablement fixer l'attention de tous ceux, pour qui le spectacle merveilleux du ciel avoit de l'intérêt. En instituant donc les observations par rapport à l'écliptique, il étoit très-naturel de disposer aussi, conformément aux observations, la forme de leurs tables. Cet accord de la théorie avec la pratique étoit la cause de la simplicité, avec laquelle ils savoient dans leur développement numérique comparer les lieux des planètes observés avec les lieux donnés par leurs tables.

Cette harmonie n'a plus lieu pour nous, car nous avons abandonné, et avec raison, leur manière d'observer, mais en conservant, sans raison, leur manière de construire les tables; et c'est ainsi, que pour gagner dans les observations, nous avons perdu dans la simplicité du calcul.

Pour se convaincre de la vérité de ce que j'ai avancé, on n'a qu'à comparer nos catalogues des étoiles fixes avec ceux des anciens. Les derniers y donnoient les longitudes et les latitudes des astres, parce qu'ils en avoient besoin pour les observations des planètes et comètes, dont ils mesuroient aussi immédiatement la position vers l'écliptique. Pour nous au contraire, qui observons les ascensions droites et les déclinaisons, ces catalogues avec leur réduction continuelle et pénible ne sont que d'un usage très-incommode et c'est seulement pour cela, que nous avons abandonné sans délai la vieille forme de ces catalogues en y substituant une autre plus conforme à nos observations et par cela même plus commode pour nos calculs.

La même chose pouvoit s'exécuter sans difficulté avec nos tables des planètes. Ces tables contiennent ordinairement pour le mouvement moyen des planètes trois colonnes, dont la première donne pour chaque époque la longitude moyenne de la planète, l'autre la longitude du noeud dans l'écliptique et la troisième la longitude du périhélie, ou ce qui est encore plus commode, l'anomalie moyenne. En changeant les deux premières colonnes de manière, que la première donne l'ascension droite moyenne de la planète et la seconde l'ascension droite du noeud ascendant, dans l'équateur, sans toucher à la troisième; ces tables transformées auront toute la simplicité et la commodité pour le calcul, qu'on en peut désirer. Or ce changement est très-facile et peut être exécuté, jusqu'à l'acception générale de la nouvelle forme, dans peu de tems par chacun séparément.

Soit N l'inclinaison de l'orbite vers le plan de l'équateur, K l'angle de la ligne des noeuds de l'orbite avec l'équateur et de la ligne des équinoxes, et O enfin l'angle de la ligne des noeuds dans l'équateur avec la ligne des noeuds dans l'écliptique.

On trouve les quantités K, N, O par les équations suivantes

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{tg.} \frac{O+K}{2} &= \frac{\cos. \frac{e-n}{2}}{\cos. \frac{e+n}{2}} \operatorname{tg.} \frac{k}{2} \\ \operatorname{tg.} \frac{O-K}{2} &= \frac{\sin. \frac{e-n}{2}}{\sin. \frac{e+n}{2}} \operatorname{tg.} \frac{k}{2} \\ \sin. N &= \frac{\sin. e \sin. k}{\sin. O} = \frac{\sin. n \sin. k}{\sin. K} \end{aligned} \right\}$$

Après avoir trouvé les quantités K, N, O on trouve l'ascension droite a et la déclinaison héliocentrique d de la planète par les équations suivantes, en supposant $U = u - O$:

$$\begin{aligned} \operatorname{tg.} (a - K) &= \cos. N \operatorname{tg.} U \\ \cos. (a - K) &= \frac{\cos. U}{\cos. d} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \operatorname{tg}. d &= \operatorname{tg}. N \sin. (a - K) \\ \sin. d &= \sin. N \sin. U. \end{aligned}$$

Mais il sera encore plus commode, de construire, à l'exemple des anciennes tables, deux petites tables, dont l'une donne la déclinaison et l'autre la réduction à l'équateur, comme on en usoit auparavant pour la latitude et pour la réduction à l'écliptique. En nommant cette réduction à l'équateur θ , on aura

$$\begin{aligned} \sin. \theta &= \operatorname{tg}. \frac{N}{2} \sin. d \cos. (a - K) \\ &= \operatorname{tg}. \frac{N}{2} \operatorname{tg}. d \cos. U \\ &= 2 \sin.^2 \frac{N}{2} \sin. U \cos. (a - K) \end{aligned}$$

ou bien

$$\theta \sin. 1'' = -\operatorname{tg}.^2 \frac{N}{2} \sin. 2 U + \frac{1}{2} \operatorname{tg}.^4 \frac{N}{2} \sin. 4 U - \frac{1}{3} \operatorname{tg}.^6 \frac{N}{2} \sin. 6 U +$$

Il est encore nécessaire de remarquer, que les quantités n, k, e n'étant pas constantes, leurs fonctions N, K, O seront aussi variables. On peut trouver les variations des dernières par les équations différentielles suivantes :

$$\begin{aligned} \partial N &= \partial e \cos. K + \partial n \cos. O - \partial k \sin. O \sin. n \\ \partial K &= -\partial e \cotg. N \sin. K + \partial n \sin. O \operatorname{cosec}. N + \partial k \cos. O \sin. n \operatorname{cosec}. N \\ \partial O &= \partial e \sin. K \operatorname{cosec}. N - \partial n \cotg. N \sin. O + \partial k \cos. K \sin. e \operatorname{cosec}. N. \end{aligned}$$

En renversant ces quantités, on trouve

$$\partial n = -\partial O \cotg. k \sin. n + \partial K \sin. e \operatorname{cosec}. k.$$

30. En nous permettant ce changement des tables, on aura les valeurs des x, y, z , qui faisoient autrefois toute la difficulté du calcul, avec toute la facilité possible. De la même manière la solution analytique recevra son ancienne simplicité et les équations très-harmonieuses, qui seront à évaluer, sont les suivantes.

Soit a, d, r l'ascension droite, la déclinaison héliocentrique de la planète et sa distance au soleil. Pour le lieu héliocentrique de la terre on aura A, D, R et pour le lieu géocentrique de la planète α, δ, ξ . Cela posé on aura pour la solution du problème

$$\begin{cases} x = r \cos. d \cos. \alpha \\ y = r \cos. d \sin. \alpha \\ z = r \sin. d \end{cases}$$

et

$$\begin{cases} X = R \cos. D \cos. A \\ Y = R \cos. D \sin. A \\ Z = R \sin. D \end{cases}$$

et enfin

$$\begin{cases} x - X = \varrho \cos. \delta \cos. \alpha \\ y - Y = \varrho \cos. \delta \sin. \alpha \\ z - Z = \varrho \sin. \delta \end{cases}$$

Après avoir trouvé les valeurs des x, y, z et des X, Y, Z , on aura donc :

$$\begin{aligned} \operatorname{tg.} \alpha &= \frac{y - Y}{x - X} \\ \operatorname{tg.} \delta &= \frac{z - Z}{x - X} \cos. \alpha \\ \varrho &= \frac{z - Z}{\sin. \delta} \end{aligned}$$

31. Reste encore la solution du problème inverse, savoir : L'ascension droite et la déclinaison géocentrique étant données, qu'on cherche le lieu héliocentrique de la planète.

Supposant connues les quantités N et K , on aura, en prenant l'axe des x dans la ligne des noeuds avec l'équateur :

$$\begin{aligned} x = r \cos. d \cos. (\alpha - K) &= r \cos. U & \text{et } X = R \cos. D \cos. (A - K) \\ y = r \cos. d \sin. (\alpha - K) &= r \sin. U \cos. N & Y = R \cos. D \sin. (A - K) \\ z = r \sin. d &= r \sin. U \sin. N & Z = R \sin. D \end{aligned}$$

et enfin

$$\begin{aligned} \xi = x - X &= p \cos. \delta \cos. (\alpha - K) \\ \upsilon = y - Y &= p \cos. \delta \sin. (\alpha - K) \\ \zeta = z - Z &= p \sin. \delta \end{aligned}$$

De - là on tire $\frac{z - Z}{y - Y} = \frac{\operatorname{tg.} \delta}{\sin. (\alpha - K)}$. Mais $y = z \cotg. N$, donc

$$z = \frac{Z \sin. (\alpha - K) - Y \operatorname{tg.} \delta}{\sin. (\alpha - K) - \cotg. N \operatorname{tg.} \delta}$$

Substituant cette valeur de z dans l'équation :

$$\varrho = \frac{z - Z}{\sin. \delta} \text{ on aura}$$

$$\frac{\rho}{R} = - \left\{ \frac{\cos. D \sin. (A-K) - \sin. D \cotg. N}{\cos. \delta \sin. (\alpha-K) - \sin. \delta \cotg. N} \right\}.$$

Soit pour abrégér $\text{tg. } m = \frac{\text{tg. } \delta}{\sin. (\alpha-K)}$, $\text{tg. } M = \frac{\text{tg. } D}{\sin. (A-K)}$, on aura

$$\frac{\rho}{R} = - \frac{\sin. D \sin. m \sin. (N-M)}{\sin. \delta \sin. M \sin. (N-m)} \dots (I).$$

On trouve par les équations premières

$$\text{tg. } U = \frac{z}{x \sin. N} = \frac{Z + \rho \sin. \delta}{\{X + \rho \cos. \delta \cos. (\alpha-K)\} \sin. N}.$$

Substituant pour Z sa valeur $R \sin. D$ et pour $\frac{\rho}{R}$ sa valeur donnée par l'équation I, on a

$$\cotg. U = \frac{\cos. M \sin. (N-m) \cotg. (A-K) - \cos. m \sin. (N-M) \cotg. (\alpha-K)}{\sin. (M-m)} \dots (II);$$

Enfin on a

$$r \sin. N \sin. U = R \sin. D + \rho \sin. \delta \quad \text{ce qui donne}$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{r}{R} &= \frac{\sin. D \sin. (N-m)}{\sin. M \sin. (N-m) \sin. U} \\ \frac{r}{\rho} &= \frac{\sin. \delta \sin. (M-m)}{\sin. m \sin. (N-M) \sin. U} \end{aligned} \right\} \text{III.}$$

Les équations I, II, III donnent les valeurs cherchées des ρ , U , r .

Pour faciliter le calcul des anciennes planètes je donne ici les valeurs des quantités N , K , O en supposant les valeurs des n , k , e selon l'*Exposition du syst. du monde* p. Laplace, édit. 3^{me}.

		N	K	O
1800	Mercure	28° 45' 11".4	10° 29' 40".6	36° 30' 28".4
1810		28 44 35.5	10 31 10.2	36 36 19.0
1820		28 43 58.7	10 32 39.5	36 42 9.5
1800	Venus	24 33 31.2	7 54 9.3	67 38 52.7
1810		24 33 9.6	7 54 28.5	67 43 44.2
1820		24 32 47.7	7 54 47.8	67 48 36.1
1800	Mars	24 44 23.0	3 17 23.3	45 1 46.1
1810		24 44 11.6	3 17 38.6	45 6 5.4
1820		24 43 59.2	3 17 54.2	45 10 27.6
1800	Jupiter	23 18 28.9	3 17 13.9	95 23 4.9
1810		23 18 16.0	3 17 7.4	95 29 7.7
1820		23 18 1.7	3 17 0.9	95 35 10.8
1800	Saturne	22 38 41.5	6 1 24.2	106 24 4.5
1810		22 38 23.9	6 1 11.6	106 29 30.8
1820		22 38 6.1	6 0 59.0	106 34 57.0
1800	Uranus	23 42 18.3	1 50 26.2	71 9 44.9
1810		23 42 11.3	1 50 29.0	71 12 19.4
1820		23 42 4.8	1 50 31.7	71 14 54.1

On voit par cette table, que les valeurs des inclinaisons à l'équateur sont comprises entre les limites de 6° et celles des ascensions droites des noeuds entre les limites de 9° , pendant que les longitudes des noeuds dans l'écliptique comprennent un espace de 66° . Les variations des N, K, O dans un espace de plusieurs années sont presque proportionnelles aux tems et celles de la quantité K sont ordinairement beaucoup plus petites, que celles de la quantité k.

En appliquant cette méthode à un exemple, on se convaincra encore d'avantage de la commodité et de la rapidité du calcul. Choisissons pour cela la première comète de l'année 1811, la

plus belle de nos jours. Les élémens de cette comète donnés par Mr. *Bessel* et communiqués à moi par Mr. *Wisnievski*, sont:

Passage par le périhélie 1811 Sept. 12.25175 tems moy. Par.

long. du noeud asc. $140^{\circ}, 24', 29''.9 = k$, inclin. vers l'écliptique $106^{\circ}, 57', 24''.4 = n$

long. du périhélie $75^{\circ}, 1', 9''.2$, logar. demi-param. 0.3151432

Excentricité 0.9954056, log. mouv. moyen journ. 9.9374598.

Pour donner l'éphéméride de cette comète pour les mois de Juin, Juillet et Août 1812, où elle devoit être visible encore une fois dans les parties mérid. de l'Europe, on a, selon la méthode exposée ci-dessus, à résoudre un triangle ABC, où AB l'équateur, AC l'écliptique et BC le plan de la comète. Dans ce triangle on a

$$A = e = 23^{\circ} 27' 51''$$

$$C = 180 - n = 73^{\circ} 2' 35''.6$$

$$AC = 180 - k = 39 35 30.1.$$

Prenant donc $B = N$, $AB = 180 - K$ et $BC = O$ on trouve

$$N = 88^{\circ} 30' 46''.0$$

$$K = 142 25 27.0$$

$$O = 14 42 19.$$

Donc cette comète a cela de particulier, qu'elle est directe vers l'équateur et rétrograde vers l'écliptique.

L'argument de la déclinaison sera

$$U = \omega + O + 65^{\circ} 23' 21'' = \omega + 80^{\circ} 5' 40''$$

où ω désigne l'anomalie vraie. L'ascension a et la déclinaison héliocentrique d seront données par $\sin.d = \sin.N \sin.U$, $\operatorname{tg}.(a - K) = \cos.N \operatorname{tg}.U$ donc on aura sur le champ

$$x = r \cos.d \cos.a, \quad y = r \cos.d \sin.a, \quad z = r \sin.d$$

et en supposant connue la position de la terre

$$\operatorname{tg}.\alpha = \frac{y - Y}{x - X}, \quad \operatorname{tg}.\delta = \frac{z - Z}{x - X} \cos.\alpha, \quad \varrho = \frac{z - Z}{\sin.\delta}.$$

C'est ainsi que j'ai trouvé dans l'hypothèse elliptique dans peu de tems l'éphéméride suivante, midi moyen de Paris:

1812	l'ascension géocentrique	déclinaison géocentrique	log. ρ	intensité de la lumière
Mai 31	338° 9'	— 11° 21'	0.54580	0.0116
Juin 5	337 51	12 6	0.54140	0.0116
— 10	337 27	12 52	0.53711	0.0115
— 15	336 55	13 43	0.53316	0.0114
— 20	336 16	14 36	0.52946	0.0113
— 25	335 29	15 33	0.52631	0.0112
— 30	334 36	16 32	0.52382	0.0110
Juill. 5	333 35	17 32	0.52199	0.0109
— 10	332 28	18 35	0.52105	0.0106
— 15	331 16	19 38	0.52113	0.0103
— 20	329 58	20 41	0.52215	0.0100
— 25	328 36	21 43	0.52439	0.0097
— 30	327 11	22 44	0.52769	0.0093
Août 4	326 44	23 42	0.53220	0.0089
— 9	324 16	24 38	0.53786	0.0085
— 14	322 49	25 30	0.54464	0.0081

l'unité de l'intensité de la lumière a lieu pour le 4. Octobre 1811.
L'opposition de la comète avec le soleil 13.1632 d'Août 1812
pour l'ascension dr. 323°, 3', 15''.

32. Avant que de finir, il me faut encore remarquer, que la méthode, dont nous avons fait usage §. 25. I, contient la manière la plus simple de toutes qu'on a essayé jusqu'ici, d'une théorie complète de la trigonométrie sphérique. Pour faire voir cela, soit (Fig. 3.) abd un plan incliné sous l'angle p vers le plan abc . Soient les coordonnées rectangles du point C

$$ab = x, \quad bd = y, \quad dC = z, \quad ab = x', \quad bc = y', \quad cC = z'.$$

Soit en outre $bad = m$, $daC = n$, et de même $bac = m'$, $caC = n'$.

Cela posé on aura sur le champ, si $aC = 1$

$$x = \cos.m \cos.n \quad \text{et} \quad x' = \cos.m' \cos.n' \quad \text{et} \quad \text{enfin} \quad x = x'$$

$$y = \sin.m \cos.n \quad y' = \sin.m' \cos.n' \quad y = z' \sin.p + y' \cos.p$$

$$z = \sin.n \quad z' = \sin.n' \quad z = z' \cos.p - y' \sin.p.$$

L'équation $x = x'$ donne $\cos. m \cos. n = \cos. m' \cos. n' \dots (1)$.

En outre $\operatorname{tg}. m = \frac{y}{x} = \frac{\sin. n' \sin. p + \sin. m' \cos. n' \cos. p}{\cos. m' \cos. n'} \dots (2)$

$$\frac{\operatorname{tg}. n}{\cos. m} = \frac{z}{x} = \frac{\sin. n' \cos. p - \sin. m' \cos. n' \sin. p}{\cos. m' \cos. n'}$$

mais $\frac{\operatorname{tg}. n}{\cos. m} = \frac{\sin. n}{\cos. m \cos. n} = \frac{\sin. n}{\cos. m' \cos. n'}$ donc l'équation précédente
 $\sin. n = \sin. n' \cos. p - \sin. m' \cos. n' \sin. p \dots (3)$

Concevons à présent dans les plans acC , adC deux quarts de cercle dCA , cCB , dont le rayon aC , tirons l'arc AB du même rayon. Cela posé on aura $bAB = ABb = 90^\circ$. Nommant donc $AB = \gamma$, $AC = \beta$, $BC = \alpha$ on a dans le triangle ABC

$$AB = p = \gamma \quad \text{et} \quad A = 90 - m$$

$$AC = 90 - n = \beta \quad B = 90 + m'$$

$$BC = 90 - n' = \alpha$$

done l'équation 1 sera $\sin. A \sin. \beta = \sin. B \sin. \alpha \dots (1')$

$$2 \quad \cotg. A = \frac{\cotg. \alpha \sin. \gamma - \cos. B \cos. \gamma}{\sin. B} \dots (2')$$

$$3 \quad \cos. \beta = \cos. \alpha \cos. \gamma + \sin. \alpha \sin. \gamma \cos. B \dots (3')$$

et les équations 1', 2', 3' sont les formules fondamentales de la trigonométrie sphérique, d'où les autres se dérivent sans difficulté, comme aussi les deux premières ne sont qu'une suite de la troisième.



ESSAI DE DETERMINER
 LES ÉLÉMENTS DES PLANÈTES OU COMÈTES
 PAR LES OBSERVATIONS GÉOCENTRIQUES.

PAR
 M^r. LITTRON.

Présenté à la Conférence le 26. Janvier 1811.

L'ouvrage dernier de Mr. *Gauß* a épuisé ce problème important d'astronomie, qui dans nos jours a acquis un nouveau intérêt par le zèle réuni des observateurs vers les nouvelles planètes, dont on a trouvé pendant les cinquante dernières années plus que dans toutes les siècles précédens. La solution citée de ce problème est sans doute la meilleure de toutes, qu'on a essayé jusqu'ici, quoique y concourissent les plus grands géomètres. Mais le problème, étant trop difficile pour être résolu d'une manière directe, nous force de nous contenter d'une solution indirecte, d'une approximation, qui même représente encore assez de difficultés (problema longe difficillimum, quod multimodo aggressus sum. *Newt. Princ. Liv. III. Prop. 41.*). Mr. *Gauß* s'empressoit de trouver une solution indirecte, qui en ne supposant rien donné que les observations géocentriques, présente enfin les élémens d'une section conique en général avec toute la précision possible. De cette manière il embrasse le problème dans toute son étendue, mais il entraîne aussi un calcul long et pénible, qui par la nature de la chose devient inévitable.

Il y en a tant d'occasions, où cette généralité dans le problème et cette rigoureuse exactitude dans l'exécution devient à la fois et inutile et impossible. Dès qu'on n'a, p. e. que des ob-

servations souvent peu assurées et prises hors du méridien les premiers jours après l'apparition de l'astre, on se contentera d'une détermination approchée de l'orbite, qui suffit pour les premiers besoins, p. e. pour ne pas perdre de vue la comète découverte après quelques jours de mauvais tems.

En me proposant de chercher ces déterminations approchées, dont Mr. *Gauß* ne faisoit pas mention dans son excellent ouvrage, je sépare l'objet à traiter en deux parties. Dans la première je considère les solutions, qui supposent connus les lieux héliocentriques de l'astre, pour en faciliter les recherches de la seconde partie, qui ne suppose donnés que les lieux géocentriques. Plusieurs de ces solutions sont déjà données de tems en tems par les géomètres, mais je crois d'y avoir ajouté à l'égard de la généralité ou de la commodité du calcul.

Première partie.

§. 1. Soit l, b, r, d la longitude et la latitude héliocentrique, le rayon vecteur de la planète et sa projection sur le plan de l'écliptique. Pour le lieu héliocentrique de la terre ces quantités sont L, B, R, D et pour le lieu géocentrique de la planète $\lambda, \beta, \varrho, \delta$. Déterminant enfin le lieu de la planète vers le centre du soleil par les trois coordonnées rectangulaires x, y, z , les coordonnées du lieu héliocentrique de la terre sont X, Y, Z et celles du lieu géocentrique de la planète ξ, ν, ζ , de manière, qu'on a

$$x = X + \xi$$

$$y = Y + \nu$$

$$z = Z + \zeta \quad \text{ou bien}$$

$$d \cos. l = D \cos. L + \delta \cos. \lambda$$

$$d \sin. l = D \sin. L + \delta \sin. \lambda$$

$$d \operatorname{tg}. b = D \operatorname{tg}. B + \delta \operatorname{tg}. \beta$$

où $d = r \cos. b$, $D = R \cos. B$, $\delta = \varrho \cos. \beta$. Pour une seconde ou une troisième observation les quantités l, b . . seront l', b' . . ou l'', b'' . .

§. 2. On peut, comme on sait, trouver l'inclinaison n et la longitude k du noeud de l'orbite par deux oppositions ou conjonctions observées. Soit l'équation du plan de l'orbite $0 = z - Ay + Bx$, on aura pour la seconde observation $0 = z' - Ay' + Bx'$, ce qui donne

$$A = \frac{xz' - x'z}{xy' - x'y}, \quad B = \frac{yz' - y'z}{xy' - x'y} \quad \text{ou bien}$$

$$A = \frac{\cos.l \operatorname{tg}.b' - \cos.l' \operatorname{tg}.b}{\sin.(l' - l)}, \quad B = \frac{\sin.l \operatorname{tg}.b' - \sin.l' \operatorname{tg}.b}{\sin.(l' - l)} \quad \text{et de - là}$$

$$\operatorname{tg}.n = \sqrt{A^2 + B^2} \quad \text{et} \quad \operatorname{tg}.k = \frac{B}{A} \quad \text{ou bien}$$

$$\operatorname{tg}.n = \frac{\sqrt{\operatorname{tg}.^2 b + \operatorname{tg}.^2 b' - 2 \operatorname{tg}.b \operatorname{tg}.b' \cos.(l - l')}}{\sin.(l' - l)} \quad \text{et} \quad \operatorname{tg}.k = \frac{\sin.l \operatorname{tg}.b' - \sin.l' \operatorname{tg}.b}{\cos.l \operatorname{tg}.b' - \cos.l' \operatorname{tg}.b}$$

En choisissant les observations pour que $(l' - l)$ soit presque 90° ou 270° , on aura de cette manière la quantité n avec beaucoup de précision, ce qui ne vaut pas de la quantité k , parce que A et B , au moins pour les planètes anciennes, sont ordinairement des quantités très-petites. Ayant ainsi n et k , on pourra à l'aide de ces quantités réduire chaque lieu géocentrique au lieu correspondant ou du soleil, ce qui donnera p. e. pour trois observations les valeurs de l , b et r , d'où il est facile de déduire les autres éléments de l'orbite. — Les oppositions de Cérés dans les années 1802, 1803 et 1807 donnent dans le même ordre :

$$l = 176^\circ, 21', 25'', 4 \quad \dots \quad 279^\circ, 29', 35'', 8 \quad \dots \quad 222^\circ, 14', 5'', 2$$

$$b = + 10, 34, 54, 8 \quad \dots \quad - 3 \quad 24 \quad 41, 6 \quad \dots \quad + 6 \quad 41 \quad 51, 4.$$

La première et la seconde donne

$$\left. \begin{array}{l} A = 0.0294514 \\ B = 0.1853210 \end{array} \right\} \quad \text{donc} \quad n = 10^\circ, 37', 40'', \quad k = 80^\circ, 58', 12''$$

La première et la troisième donne

$$\left. \begin{array}{l} A = 0.0294291 \\ B = 0.1853224 \end{array} \right\} \quad \text{donc} \quad n = 10^\circ, 37', 39'', 5, \quad k = 80^\circ, 58', 36'', 0$$

La seconde et la troisième donne

$$\left. \begin{array}{l} A = 0.0294483 \\ B = 0.1853398 \end{array} \right\} \quad \text{donc} \quad n = 10^\circ, 37', 43'', 6, \quad k = 80^\circ, 58', 19'', 0$$

§. 3. Le lieu héliocentrique de la planète en supposant deux observations géocentriques, pour lesquelles la planète est dans le

même point de son orbite. Pour ces observations on a $x = x'$,
 $y = y'$, $z = z'$ ou bien, en prenant $B = 0$ ou $D = R$

$$\delta \cos. \lambda + D \cos. L = \delta' \cos. \lambda' + D' \cos. L'$$

$$\delta \sin. \lambda + D \sin. L = \delta' \sin. \lambda' + D' \sin. L'$$

$$\delta \operatorname{tg}. \beta = \delta' \operatorname{tg}. \beta'$$

Multipliant la première de ces équations par $\sin. \lambda'$ et la seconde par $-\cos. \lambda'$, ou la première par $\sin. \lambda$ et l'autre par $-\cos. \lambda$, la somme de ces produits sera

$$\delta = \frac{D' \sin. (\lambda' - L') - D \sin. (\lambda' - L)}{\sin. (\lambda' - \lambda)}$$

$$\delta' = \frac{D \sin. (\lambda - L) - D' \sin. (\lambda - L')}{\sin. (\lambda - \lambda')}$$

et pour confirmation du calcul $\delta' = \delta \operatorname{tg}. \beta \operatorname{cotg}. \beta'$.

Après avoir trouvé δ et δ' , on connoit aussi x , x' ... donc on a les quantités l , b par les équations :

$$\operatorname{tg}. l = \operatorname{tg}. l' = \frac{y}{x} = \frac{y'}{x'}$$

$$\operatorname{tg}. b = \operatorname{tg}. b' = \frac{z}{x} \cos. l = \frac{z'}{x'} \cos. l'$$

$$d = z \operatorname{cotg}. b = z' \operatorname{cotg}. b'$$

Une seconde observation double donnera l' , b' , d' , desquelles on déduit, par les formules du §. 2. les valeurs de n et k .

Les deux méthodes précédentes, d'ailleurs assez connues, supposent des observations, qui sont ordinairement séparées l'une de l'autre par un intervalle de tems trop long, pour en pouvoir faire usage relativement à nos recherches; et c'est ainsi, que je me contente, de les avoir indiqué.

§. 4. Concevons en général trois longitudes et trois latitudes héliocentriques données, sans se soucier de la manière, par laquelle on les a obtenu. Qu'il s'agit d'en trouver une détermination approchée de l'orbite.

Pour cela nous supposerons diverses hypothèses à l'égard de la ligne, dans laquelle se meut la planète. Les suppositions ordinaires sont celle d'une ligne droite, d'un cercle et enfin d'une sec-

tion conique quelconque. Nous allons nous occuper de ces trois hypothèses.

Problème.

Soient données trois longitudes et latitudes héliocentriques d'une planète. Qu'on en cherche les élémens de l'orbite dans la supposition d'une ligne droite.

Soit u, u' . . l'argument de la latitude dans la première, dans la seconde observation etc. et (1. 2), (1. 3) . . l'intervalle de tems entre la première et la seconde, entre la première et la troisième observation etc. Soit de plus le centre du soleil le commencement des coordonnées x et y et l'axe des x dans l'écliptique et dans la projection du rayon vecteur de la première observation. Cela posé on a les équations de trois lignes droites, projections des rayons vecteurs r, r', r'' , qui sont :

$$y = 0 \quad x = A y \quad x = B y$$

où $A = \cotg. (l' - l)$ et $B = \cotg. (l'' - l)$.

Enfin l'équation de la projection de l'orbite sur le plan de l'écliptique sera :

$$x = P y + p$$

où les quantités P, p sont à chercher.

Pour en déterminer les coordonnées ξ, v du point d'intersection de la première des lignes données avec la ligne cherchée, on regardera les quantités x, y des deux équations $y=0, x=Py+p$, comme appartenantes à un même point, ce qui donne $\xi = p$ et $v = 0$. De la même manière on aura pour la section de la seconde ligne donnée avec la ligne cherchée $\xi' = \frac{Ap}{A-P}, v' = \frac{p}{A-P}$ et pour la troisième $\xi'' = \frac{Bp}{B-P}, v'' = \frac{p}{B-P}$.

La distance des deux premiers points est évidemment $\sqrt{(\xi' - \xi)^2 + (v - v')^2}$ et la distance du premier et du troisième est $\sqrt{(\xi'' - \xi)^2 + (v'' - v)^2}$. Mais comme le mouvement dans

une ligne droite ne peut être ici qu'un mouvement uniforme, on aura

$$\frac{(1.2)}{(1.3)} = \sqrt{\frac{(\xi' - \xi)^2 + (v' - v)^2}{(\xi'' - \xi)^2 + (v'' - v)^2}}$$

Pour simplifier l'expression dernière, on remarquera, qu'on a par la supposition d'une ligne droite

$$\xi' - \xi = (v' - v) \cotg. P \text{ et } (\xi'' - \xi) = (v'' - v) \cotg. P$$

ce qui change l'équation précédente dans celle-ci

$$\frac{(1.2)}{(1.3)} = \frac{v' - v}{v'' - v} \text{ ou bien, comme } v = 0, \text{ dans la suivante}$$

$$\frac{(1.2)}{(1.3)} = \frac{v'}{v''} \dots \dots (I).$$

Substituant pour v', v'' les valeurs données auparavant, on aura

$$\frac{(1.2)}{(1.3)} = \frac{B - P}{A - P} \text{ ce qui donne } P = \frac{(1.3)B - (1.2)A}{(2.3)} \dots \dots (II).$$

L'équation (II) donne la position de la ligne cherchée, car prenant Φ pour l'angle fait par cette ligne avec l'axe des x , on aura $\cotg. \Phi = P$. La quantité p ou la distance de cette ligne reste indéterminée par la nature du problème.

Pour en déduire la position du plan de l'orbite ou les quantités n, k , on les trouvera par la méthode donnée auparavant (§. 2.) ou bien d'une manière encore plus simple par les équations suivantes:

$$\text{tg.} \left(\frac{l' + l}{2} - k \right) = \frac{\sin. (b' + b)}{\sin. (b' - b)} \cdot \text{tg.} \frac{l' - l}{2}, \text{ tg. } n = \frac{\text{tg. } b}{\sin. (l - k)} = \frac{\text{tg. } b'}{\sin. (l' - k)}$$

Reste encore l'époque ou la détermination du lieu de la planète pour un tems donné. Soit (1.4) l'intervalle de tems entre le moment donné et le moment de la première observation et u'' l'argument de la latitude pour ce tems donné. Cela donné on a par la trigonométrie sphérique

$$\cos. (u' - u) = \sin. b \sin. b' + \cos. b \cos. b' \cos. (l - l')$$

et de même pour les autres observations, ce qui donne :

$$u'' = \frac{(1.4)}{(1.2)} (u' - u) + u \text{ ou bien } u'' = \frac{(1.4)u' - (2.4)u}{(1.2)} = \frac{(1.4)u'' - (3.4)u}{(1.3)}$$

Problème.

§. 5. Soient données deux longitudes et latitudes héliocentriques. Qu'on en cherche les élémens de l'orbite supposée circulaire.

Soit l'équation du plan de l'orbite $0 = z + Ay - Bx$ et l'équation de la sphère du rayon $r \dots x^2 + y^2 + z^2 = r^2$. La combinaison de ces deux équations donnera l'équation du cercle cherché, qui est

$$x^2 + y^2 + (Ay - Bx)^2 = r^2,$$

ou bien, en substituant pour x, y ses valeurs

$A \sin.l - B \cos.l = \operatorname{tg}.b$ et de même pour la seconde observation

$$A \sin.l' - B \cos.l' = \operatorname{tg}.b'.$$

Au moyen des deux équations dernières on trouve pour A et B les valeurs, que j'ai donné dans le §. 2. et de-là les quantités n, k par les expressions :

$$\operatorname{tg}.k = \frac{B}{A}, \quad \operatorname{tg}.n = \sqrt{A^2 + B^2} = \frac{A}{\cos.k} = \frac{B}{\sin.k}.$$

Pour un autre tems donné on a comme §. 4.

$$u'' = \frac{(1.5) - u'(2.3)u}{(1.2)}.$$

Enfin pour la détermination du rayon r , nous avons pour l'expression de l'aire entre les deux rayons vecteurs $\frac{r^2}{2}(u' - u)$. Mais la même aire est par les principes de la mécanique $\frac{(1.2)b \cdot \sqrt{r}}{2}$ où $h = 0.0172021$, donc on a

$$r^2 = \frac{(1.2)b}{u' - u}.$$

P r o b l è m e.

§. 6. Soient données trois longitudes et latitudes héliocentriques. Qu'on en cherche les élémens de l'orbite dans la supposition d'une section conique.

Ce problème est beaucoup plus difficile, que les précédens, aussi ne vois-je, qu'aucun des géomètres s'en ait occupé. Toutes les solutions essayées jusqu'ici se rapportent à la position géocentrique des planètes et supposent par-là les rayons vecteurs au moins à-peu-près connus, rayons, qui dans notre problème sont inconnus. Le célèbre *Euler* en donna une solution indirecte, en déclarant avec raison la solution directe pour impossible (voyez

Comment. Acad. scient. Petrop. Tom. VII. ad annos 1734 et 1735), mais il suppose le grand axe ou la révolution de la planète donnée, ce qui simplifie beaucoup le calcul. Qu'il me soit permis d'ajouter ici les résultats de cette solution dans une forme un peu différente et plus simple.

Soit ε l'excentricité divisée par le demi-grand axe, $\lambda = \frac{\varepsilon}{1 + \sqrt{1 - \varepsilon^2}}$,

T la révolution, $\alpha = (1.2) \frac{360^\circ}{T}$, $\alpha' = (1.3) \frac{360^\circ}{T}$ et b, b' les angles au soleil entre les rayons vecteurs, enfin $e, e' = e + x, e'' = e + x'$ les trois anomalies excentriques. Cela donné on a

$$\left. \begin{aligned} x &= \frac{a+b}{2} - \frac{(2\lambda-\varepsilon)}{2} (\sin.e' - \sin.e) - \frac{1}{2}\lambda^2 (\sin.2e' - \sin.2e) \\ &\quad - \frac{1}{3}\lambda^3 (\sin.3e' - \sin.3e) \\ x' &= \frac{a'+b'}{2} - \frac{(2\lambda-\varepsilon)}{2} (\sin.e'' - \sin.e) - \frac{1}{2}\lambda^2 (\sin.2e'' - \sin.2e) \\ &\quad - \frac{1}{3}\lambda^3 (\sin.3e'' - \sin.3e) \end{aligned} \right\} \dots \text{I}$$

$$\text{tg. } e = \frac{(a-x) \sin. x' - (a'-x') \sin. x}{(a-x)(1-\cos. x') - (a'-x')(1-\cos. x)} \dots \text{II}$$

$$\varepsilon = \frac{a-x}{\sin.(e+x) - \sin.e} = \frac{a'-x'}{\sin.(e+x') - \sin.e} \dots \text{III}$$

$$\left. \begin{aligned} a &= e' - e - \varepsilon (\sin. e' - \sin. e) \\ a' &= e'' - e - \varepsilon (\sin. e'' - \sin. e) \end{aligned} \right\} \dots \text{IV.}$$

De ces équations on cherche avec les valeurs approchées $x = \frac{a+b}{2}$, $x' = \frac{a'+b'}{2}$ la valeur de e par II, de ε par III et alors les e, e', e'' par IV. Avec ces valeurs de e, e', e'', ε on trouve les valeurs corrigées des x et x' par I, de e par II etc. en répétant le calcul indiqué tant qu'il soit nécessaire.

Comme cette solution suppose le grand axe connu, il nous reste encore d'essayer la solution générale.

Par les trois longitudes et latitudes héliocentriques on trouve par les expressions des §§. précédens les trois argumens de latitude u, u', u'' et de là les deux élémens n et k , qui déterminent la position du plan de l'orbite. Il nous reste donc de trouver les élémens proprement elliptiques, c. a. d. le grand axe $2a$, le rapport $\frac{e}{a}$ en-

tre l'excentricité et le demi-grand axe, la longitude $p = \pi + k$ du périhélie et l'époque, où π l'élongation du périhélie au noeud ascendant.

Soit k la corde, qui unit les extrémités des rayons vecteurs r, r' , ce qui donne $k^2 = r^2 + r'^2 - 2rr' \cos. (u - u')$.

Supposant alors

$$\sin.^2 \frac{m''}{2} = \frac{r+r'+k}{4a}, \quad \sin.^2 \frac{n''}{2} = \frac{r+r'-k}{4a} \text{ on a, comme on sait,}$$

$$\frac{b(1.2)}{a^2} = (m'' - n'') - (\sin. m'' - \sin. n'').$$

Mais on a $r = \frac{a(1-\varepsilon^2)}{1+\varepsilon \cos. (u-\pi)}$, ce qui donne

$$\frac{k}{4a} = \frac{(1-\varepsilon^2) \sin. \frac{u-u'}{2} \cdot \sqrt{1+2\varepsilon \cos. \frac{u-u'}{2} \cos. (\frac{u+u'}{2} - \pi)} + \varepsilon^2 \cos.^2 \frac{u-u'}{2}}{2(1+\varepsilon \cos. (u-\pi))(1+\varepsilon \cos. (u'-\pi))}$$

Substituant cette expression de $\frac{k}{4a}$ dans les valeurs données de $\sin. \frac{m''}{2}$ et $\sin. \frac{n''}{2}$, on a, en prenant $x = 1 + 2\varepsilon \cos. \frac{u-u'}{2} \cos. (\frac{u+u'}{2} - \pi)$

$$\sin.^2 \frac{m''}{2} = \frac{1-\varepsilon^2}{4} \left\{ \frac{1+x+2 \sin. \frac{u-u'}{2} \sqrt{x+\varepsilon^2 \cos.^2 \frac{u-u'}{2}}}{x+\varepsilon^2 \cos. (u-\pi) \cos. (u'-\pi)} \right\} \dots \text{I}$$

$$\sin.^2 \frac{n''}{2} = \frac{1-\varepsilon^2}{4} \left\{ \frac{1+x-2 \sin. \frac{u-u'}{2} \sqrt{x+\varepsilon^2 \cos.^2 \frac{u-u'}{2}}}{x+\varepsilon^2 \cos. (u-\pi) \cos. (u'-\pi)} \right\} \dots \text{II.}$$

En changeant dans ces deux expressions :

$$u \text{ et } u' \text{ dans les quantités } u \text{ et } u' \text{ on trouve } \sin.^2 \frac{m'}{2}, \sin.^2 \frac{n'}{2}$$

$$\dots \dots \dots u' \text{ et } u'' \dots \dots \sin.^2 \frac{m}{2}, \sin.^2 \frac{n}{2}.$$

Donc après avoir calculé avec les quantités à-peu-près connues ε et π les valeurs des quantités m, m', m'' et n, n', n'' , on a les deux équations suivantes :

$$0 = (1.3) [m'' - n'' - 2 \sin. \frac{m''-n''}{2} \cos. \frac{m''+n''}{2}]$$

$$- (1.2) [m' - n' - 2 \sin. \frac{m'-n'}{2} \cos. \frac{m'+n'}{2}] = F$$

$$0 = (2.3) [m'' - n'' - 2 \sin. \frac{m''-n''}{2} \cos. \frac{m''+n''}{2}]$$

$$- (1.2) [m - n - 2 \sin. \frac{m-n}{2} \cos. \frac{m+n}{2}] = G$$

et de ces deux équations on trouve les deux erreurs des hypothèses, qu'on a commis en prenant les valeurs approchées de ε et π . Supposons, qu'on trouve de cette manière au lieu de zéro les quantités F, G . Une seconde hypothèse ε', π' donnera de même les erreurs F', G' et une troisième ε'', π'' donnera les erreurs F'', G'' . Pour en trouver les vraies valeurs E et Π , on a selon Mr. *Gauß*

$$\gamma = F''G - FG''$$

$$\delta = FG' - F'G$$

$$\frac{1}{\alpha} = \gamma + \delta + F'G'' - F''G' \text{ et}$$

$$E = \varepsilon + \gamma \alpha (\varepsilon' - \varepsilon) + \delta \alpha (\varepsilon'' - \varepsilon)$$

$$\Pi = \pi + \gamma \alpha (\pi' - \pi) + \delta \alpha (\pi'' - \pi).$$

Pour faciliter le calcul, on peut supposer $\pi' = \pi$ et $\varepsilon'' = \varepsilon$. Après avoir trouvé les quantités vraies de ε et π , on en peut déduire les valeurs corrigées de m et n par les équations I et II. Mais on peut aussi étendre les équations dernières à la détermination des valeurs corrigées et définitives des quantités m et n , et c'est la raison, par laquelle je les ai présenté sous une forme différente de celle de leur inventeur. Soient p. e. m, m', m'' les valeurs de m dans les trois hypothèses précédentes, on aura avec les quantités γ, δ et α , calculées déjà à l'occasion des quantités E et Π

$$\text{valeur corrigée de } m = m + \gamma \alpha (m' - m) + \delta \alpha (m'' - m)$$

$$n = n + \gamma \alpha (n' - n) + \delta \alpha (n'' - n).$$

Avec les quantités corrigées de m et n on trouve le demi-grand axe par l'équation :

$$a^3 = \frac{h^{(2.5)}}{(m-n) - (\sin. m - \sin. n)} \text{ où } h = 0.0172021$$

la longitude du périhélie $= \pi + k$ et la longitude vraie dans l'orbite pour le moment de la première observation $= u + k$. Soit enfin $\text{tg. } \frac{e}{2} = \text{tg. } \frac{u - \pi}{2} \cdot \sqrt{\frac{1 - e}{1 + e}}$ on aura pour la longitude moyenne dans l'orbite au tems de la première observation $e - \pi - k - e \sin. e$, ce qui donne le sixième et le dernier des élémens cherchés.

Mais la solution précédente suppose des valeurs à-peu-près connues des quantités ε et π . Il est facile de voir, que la mé-

thode exposée elle-même donne le moyen de trouver ces premières valeurs de ε et π . En vérité supposons ε très-petite envers l'unité, on aura $\varepsilon^2 = \varepsilon^3 \dots = 0$ et

$$\sin. \frac{m''}{2} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \sin. \frac{u-u'}{2} - \frac{1}{2} \varepsilon (1 + \sin. \frac{u-u'}{2}) \cos. \frac{u-u'}{2} \cos. (\frac{u+u'}{2} - \pi)$$

et comme $\sin. \frac{m''}{2} = \frac{1 - \cos. m''}{2}$

$$\cos. m'' = - \sin. \frac{u-u'}{2} + \varepsilon (1 + \sin. \frac{u-u'}{2}) \cos. \frac{u-u'}{2} \cos. (\frac{u+u'}{2} - \pi)$$

ce qui donne

$$\sin. m'' = \cos. \frac{u-u'}{2} + \varepsilon \sin. \frac{u-u'}{2} (1 + \sin. \frac{u-u'}{2}) \cos. (\frac{u+u'}{2} - \pi)$$

et de la même manière

$$\sin. n'' = \cos. \frac{u-u'}{2} - \varepsilon \sin. \frac{u-u'}{2} (1 - \sin. \frac{u-u'}{2}) \cos. (\frac{u+u'}{2} - \pi).$$

Soit $\sin. \frac{u-u'}{2} = a''$, $\frac{u+u'}{2} = b''$. En supposant pour une première approximation les intervalles des tems (1.2), (1.3) ou plutôt le mouvement de la planète pendant ce tems très-petit, ce qui est toujours possible, on aura, en négligeant a''^3 , $\varepsilon \cdot a''^2$ et les puissances ou produits supérieurs :

$$\sin. m'' = 1 - \frac{1}{2} a''^2 + \varepsilon a'' \cos. (b'' - \pi),$$

$$\sin. n'' = 1 - \frac{1}{2} a''^2 - \varepsilon a'' \cos. (b'' - \pi)$$

et de la même manière

$$\sin. m' = 1 - \frac{1}{2} a'^2 + \varepsilon a' \cos. (b' - \pi);$$

$$\sin. n' = 1 - \frac{1}{2} a'^2 - \varepsilon a' \cos. (b' - \pi)$$

$$\sin. m = 1 - \frac{1}{2} a^2 + \varepsilon a \cos. (b - \pi);$$

$$\sin. n = 1 - \frac{1}{2} a^2 - \varepsilon a \cos. (b - \pi)$$

où $a' = \sin. \frac{u-u''}{2}$, $b' = \frac{u+u''}{2}$, $a = \sin. \frac{u'-u''}{2}$, $b = \frac{u'+u''}{2}$.

Nous avons trouvé auparavant

$$\sin. (90 - m') = -a'' + \varepsilon (1 + a'') \cos. (b'' - \pi),$$

ce qui donne

$$m' = 90 + a'' - \varepsilon (1 + a') \cos. (b'' - \pi) \text{ et de même}$$

$$n' = 90 - a'' - \varepsilon (1 - a') \cos. (b'' - \pi).$$

De la même manière on trouvera m' , n' et m , n . Substituant donc les valeurs trouvées dans les équations :

$$\frac{(1.2)}{(1.3)} = \frac{m'' - \sin. m'' - n'' + \sin. n''}{m' - \sin. m' - n' + \sin. n'}, \quad \frac{(1.2)}{(2.3)} = \frac{m'' - \sin. m'' - n'' + \sin. n''}{m - \sin. m - n + \sin. n}$$

on trouvera

$$\frac{(1.2) a'}{(1.3) a''} = \frac{1 - 2\varepsilon \cos. (b'' - \pi)}{1 - 2\varepsilon \cos. (b' - \pi)}, \quad \frac{(1.2) a}{(2.3) a''} = \frac{1 - 2\varepsilon \cos. (b'' - \pi)}{1 - 2\varepsilon \cos. (b - \pi)}$$

et de ces deux équations on trouve par l'élimination :

$$\text{tg. } \pi = \frac{a''(1.3a - 2.3a') \cos. b'' - a'(1.2a - 2.3a'') \cos. b' + a(1.2a' - 1.3a'') \cos. b}{a''(1.3a - 2.3a') \sin. b'' - a'(1.2a - 2.3a'') \sin. b' + a(1.2a' - 1.3a'') \sin. b} \quad \text{et}$$

$$2\varepsilon = \frac{1.3 a'' \cos. (b'' - \pi) - 1.2 a' \cos. (b' - \pi)}{1.3 a'' \cos. (b'' - \pi) - 1.2 a' \cos. (b' - \pi)}$$

ce qui sont les premières valeurs approchées des quantités π et ε .

§. 7. Avant que d'aller plus loin, il sera utile, de chercher les erreurs de la longitude et latitude héliocentrique, qui sont les effets des erreurs, qu'on a commises en déterminant, par une des méthodes données auparavant, les quantités n et k . Pour cela supposons les x dans la ligne des noeuds, ce qui donne

$$x = r \cos. b \cos. (l - k)$$

$$y = r \cos. b \sin. (l - k)$$

$$z = r \sin. b,$$

En différenciant ces équations, on trouve

$$\left. \begin{aligned} \partial(l - k) &= \frac{\partial y \cos. (l - k) - \partial x \sin. (l - k)}{r \cos. b} \\ r \partial b &= \partial z \cos. b - \partial y \sin. b \sin. (l - k) - \partial x \sin. b \cos. (l - k) \\ \partial r &= \partial z \sin. b + \partial y \cos. b \sin. (l - k) + \partial x \cos. b \cos. (l - k) \end{aligned} \right\} \text{I.}$$

En même tems on a $x = r \cos. u$

$$y = r \sin. u \cos. n$$

$$z = r \sin. u \sin. n, \text{ ce qui donne}$$

$$\left. \begin{aligned} \partial x &= \partial r \cos. u - r \partial u \sin. u \\ \partial y &= \partial r \sin. u \cos. n + r \partial u \cos. u \cos. n - r \partial n \sin. u \sin. n \\ \partial z &= \partial r \sin. u \sin. n + r \partial u \cos. u \sin. n + r \partial n \sin. u \cos. n \end{aligned} \right\} \text{II.}$$

Substituant ces valeurs de ∂x , ∂y , ∂z dans la première des équations I, on a :

$$\partial(l - k) = \frac{[\partial r (\sin. u \cos. n \cos. (l - k) - \cos. n \sin. (l - k)) + r \partial u (\cos. u \cos. n \cos. (l - k) + \sin. u \sin. (l - k)) - r \partial n \sin. u \sin. n \cos. (l - k)]}{r \cos. b}$$

Mais en remarquant, qu'on a

$$\left. \begin{aligned} \sin. b &= \sin. n \sin. u \\ \operatorname{tg}. (l - k) &= \cos. n \operatorname{tg}. u \\ \sin. (l - k) &= \operatorname{tg}. b \operatorname{cotg}. n \\ \cos. (l - k) &= \cos. u \operatorname{sec}. b \end{aligned} \right\} \text{III}$$

on trouve

$$\partial(l - k) = \partial u \frac{\cos. n}{\cos. b} - \partial n \operatorname{tg}. b \cos. (l - k) \dots (A).$$

De la même manière on obtient par la seconde des équations I.

$$\partial b = \partial u \sin. n \cos. (l - k) + \partial n \sin. (l - k) \dots (B).$$

On pourroit trouver ces équations (A) et (B) plus simplement par la différentiation des deux premières des équations III. On voit par ces expressions, que ∂l et ∂b sont des fonctions des quantités ∂k , ∂n et ∂u . Mais en supposant les autres élémens exactement connus, ∂u ne sera autre chose que $-\partial k$, donc on aura

$$\partial l = \partial k \left(1 - \frac{\cos. n}{\cos. b}\right) - \partial n \operatorname{tg}. b \cos. (l - k)$$

$$\partial b = \partial n \sin. (l - k) - \partial k \sin. n \cos. (l - k)$$

ce qui sont les équations cherchées.

Supposons encore, que les autres élémens aient aussi besoin de correction. Pour cela soit w , m l'anomalie vraie et moyenne compté du périhélie, p la longitude du périhélic, a , ε le demigrand-axe et l'excentricité, L la longitude moyenne pour une époque, éloignée de t jours de l'observation et f le mouvement moyen d'un jour. Cela posé on aura

$$u = w + p - k \text{ et } m = L + t f - p.$$

Supposant donc $\alpha = \frac{a^2}{r^2} \sqrt{1 - \varepsilon^2}$ et $\beta = \frac{(2 + \varepsilon \cos. w) \sin. w}{1 - \varepsilon^2}$ ou bien

$$\alpha = 1 + 2\varepsilon \cos. m + \frac{5}{2} \varepsilon^2 \cos. 2m$$

$$\beta = (2 - \frac{3}{4} \varepsilon^2) \sin. m + \frac{5}{2} \varepsilon \sin. 2m + \frac{13}{8} \varepsilon^2 \sin. 3m, \text{ on aura}$$

$$\partial w = \alpha \cdot \partial m + \beta \cdot \partial \varepsilon, \text{ ce qui donne}$$

$$\partial u = \alpha (\partial L + t \cdot \partial f - \partial p) + \beta \partial \varepsilon + \partial p - \partial k.$$

Prenant enfin pour abrégé $A = \frac{\cos. n}{\cos. b}$, $B = \frac{1}{2} \sin. 2b \operatorname{cotg}. (l - k)$ on aura, en substituant la valeur trouvée de ∂u dans les équations (A) et (B)

$$\left. \begin{aligned} \partial l &= A \cdot [\alpha \partial L + \alpha t \cdot \partial f + (1 - \alpha) \partial p + \frac{\beta \partial \varepsilon}{\sin. r''}] \\ &\quad + (1 - A) \partial k - \text{tg}. b \cos. (l - k) \cdot \partial n \\ \partial b &= AB \cdot [\alpha \partial L + \alpha t \cdot \partial f + (1 - \alpha) \partial p + \frac{\beta \partial \varepsilon}{\sin. r''}] \\ &\quad - AB \cdot \partial k + \sin. (l - k) \cdot \partial n \end{aligned} \right\} \dots (C).$$

Ce sont sans doute les équations, dont un anonyme (*Monatl. Correspondenz* 1810 *October*) a fait usage, sans les indiquer, pour y fonder une nouvelle et très-bonne méthode de calculer les oppositions. Avec ses données pour l'opposition de Mars 1809 je trouve par les équations (C)

$$0 = 5''.60 + 0''.89 \partial L - 1''.62 \partial \varepsilon + 0''.11 \partial p - 0''.00 \partial k + 0''.01 \partial n$$

$$0 = -2''.90 - 0''.25 \partial L + 0''.05 \partial \varepsilon - 0''.00 \partial p + 0''.03 \partial k + 0''.49 \partial n$$

ce qui s'accorde avec le résultat qui y est donné. En comparant seulement les longitudes v dans l'orbite, les deux équations (C) seront remplacées par l'équation unique :

$$\partial v = \alpha \partial L + \alpha t \cdot \partial f + (1 - \alpha) \partial p + \frac{\beta \partial \varepsilon}{\sin. r''}$$

et cette équation servira p. e. pour corriger les quatre élémens de l'orbite de la terre.

Seconde partie.

§. 8. Jusqu'ici nous avons déterminé les élémens des orbites planétaires au moyen de ses positions héliocentriques, recherche intéressante mais stérile pour la pratique. Nous allons nous occuper avec la même détermination au moyen des positions géocentriques, en y observant la même division des hypothèses c. a. d. celle d'une ligne droite, d'un cercle et d'une section conique quelconque.

Problème.

Déterminer les élémens de l'orbite par les longitudes et latitudes géocentriques dans la supposition d'une ligne droite.

Il y en a plusieurs solutions de ce problème. Une des plus connues est celle qu'a donnée *Bouguer*, *Mém. de l'Acad. des sc.*

1733. Les solutions de plusieurs autres dans l'hypothèse d'une trajectoire parabolique, comme celle de *Boscovich*, se laissent réduire à la même supposition. Mais elles sont toutes trop composées pour une première approximation, où on ne demande pas une rigoureuse exactitude. C'étoit *Newton*, qui donna déjà avant l'an 1707 une solution beaucoup plus commode pour le calcul, voyez *Arithmetica universalis*, Probl. geom. 56. Il paroît, qu'elle restoit long-tems inconnue à tous ceux, qui s'occupoient du même problème. *Newton* y emploie quatre observations et il remarque, que le problème se réduit à trouver une ligne droite coupée dans une relation donnée par quatre droites données de position. Il trouve par des considérations seulement géométriques pour le sinus de l'angle fait par la projection de la trajectoire sur l'écliptique avec la projection de la distance ρ dans la première observation l'expression suivante, que j'ai déduite de ses diverses combinaisons données de la manière des anciens géomètres :

$$\frac{(1.2)(b-c) - (1.3)(a-c) + (1.4)(a-b)}{(1.3)(1.4)(C-B) - (1.2)(1.4)(C-A) + (1.2)(1.3)(B-A)} = \sin. \Phi$$

où

$$\begin{aligned} a &= \frac{R \sin. (\lambda' - L) - R' \sin. (\lambda' - L')}{\sin. (\lambda' - \lambda)} & A &= \cotg. (\lambda' - \lambda) \\ b &= \frac{R \sin. (\lambda'' - L) - R'' \sin. (\lambda'' - L'')}{\sin. (\lambda'' - \lambda)} & B &= \cotg. (\lambda'' - \lambda) \\ c &= \frac{R \sin. (\lambda''' - L) - R''' \sin. (\lambda''' - L''')}{\sin. (\lambda''' - \lambda)} & C &= \cotg. (\lambda''' - \lambda). \end{aligned}$$

Essayons de résoudre le même problème analytiquement. Soit le centre de la terre dans la première position le commencement des coordonnées et l'axe des x dans la ligne droite, qui unit les centres de la terre et de la planète projetée dans la première observation. Cela posé on aura pour la ligne, dans laquelle se trouve $\delta, \delta', \delta'', \delta'''$ respectivement aux équations suivantes :

$$\begin{aligned} y &= 0 \\ x &= Ay - a \\ x &= By - b \\ x &= Cy - c \end{aligned}$$

où a, b, c, A, B, C ont les mêmes valeurs, qu'auparavant.

Soit de plus $x = Py - p$ l'équation de la projection de la trajectoire cherchée, donc les coordonnées du point d'intersection de la première ligne donnée avec la trajectoire projetée seront

$$\xi = -p, \quad v = 0$$

et de-même pour la 2^{de} ligne donnée .. $\xi' = \frac{aP - Ap}{A - P}, \quad v' = \frac{a - p}{A - P}$
 . . . 3^{me} . . . $\xi'' = \frac{bP - Bp}{B - P}, \quad v'' = \frac{b - p}{B - P}$
 . . . 4^{me} . . . $\xi''' = \frac{cP - Cp}{C - P}, \quad v''' = \frac{c - p}{C - P}$

Remarquant alors, qu'on a par la nature du mouvement uniforme dans une ligne droite :

$$\frac{v' - v}{v'' - v} = \frac{(1.2)}{(1.3)} \quad \text{et} \quad \frac{v' - v}{v''' - v} = \frac{(1.2)}{(1.4)} \quad \text{ou bien}$$

$$\frac{a - p}{b - p} \cdot \frac{B - P}{A - P} = \frac{(1.2)}{(1.3)} \quad \text{et} \quad \frac{a - p}{c - p} \cdot \frac{C - P}{A - P} = \frac{(1.2)}{(1.4)}$$

on n'aura qu'à chercher P et p par les deux dernières équations, pour fixer la position de la trajectoire. De cette manière on obtient par une simple élimination :

$$P = \frac{(1.2)(c-b)A - (1.3)(c-a)B + (1.4)(b-a)C}{(1.2)(c-b) - (1.3)(c-a) + (1.4)(b-a)}$$

$$p = \frac{(1.3)(1.4)(C-B)a - (1.2)(1.4)(C-A)b + (1.2)(1.3)(B-A)c}{(1.3)(1.4)(C-B) - (1.2)(1.4)(C-A) + (1.2)(1.3)(B-A)}$$

Pour comparer cette solution avec la première, on doit chercher le sinus de l'angle Φ de la trajectoire projetée avec la direction de la ligne δ , angle dont la cotangente est P et dont le sinus par conséquent sera $\frac{1}{\sqrt{1+P^2}}$:

Substituant ici la valeur trouvée de la quantité P , on trouvera pour $\sin. \Phi$ la valeur donnée auparavant par la solution de *Newton*. On trouve encore la même chose avec plus de commodité, en remarquant, qu'on a :

$$\sin. \Phi = \frac{v'}{(1.2)}$$

Substituant pour v' sa valeur $\frac{a-p}{A-P}$ et pour p et P les expressions données auparavant, on a tout - à - l'heure :

$$\sin. \Phi = \frac{(1.2)(b-c) - (1.3)(a-c) + (1.4)(a-b)}{(1.3)(1.4)(C-B) - (1.2)(1.4)(C-A) + (1.2)(1.3)(B-A)}$$

ce qui s'accorde parfaitement avec la solution précédente. Il ne sera pas nécessaire, de faire remarquer l'élégante harmonie des expressions trouvées. Soit à - présent q la distance du point extrême de δ' au point, où la ligne δ' prolongée coupe la ligne δ aussi prolongée, s'il soit nécessaire, d'où il est facile de voir qu'on a

$$q = \frac{(1.2) \sin. \Phi}{\sin. (\lambda' - \lambda)}$$

Soit a' la distance du centre de la terre dans la II^{de} observation au point d'intersection des lignes δ, δ ; b' la distance du centre de la terre dans la troisième observation au point, où se coupent δ, δ'' ; et c' la distance du centre de la terre dans la quatrième observation au point, où se coupent δ, δ''' . Cela posé on aura sans difficulté :

$$a' = \frac{R \sin. (\lambda - L) - R' \sin. (\lambda - L')}{\sin. (\lambda' - \lambda)}, \quad b' = \frac{R \sin. (\lambda - L) - R'' \sin. (\lambda - L'')}{\sin. (\lambda'' - \lambda)},$$

$$c' = \frac{R \sin. (\lambda - L) - R''' \sin. (\lambda - L''')}{\sin. (\lambda''' - \lambda)}$$

et de - là les distances projetées de la planète à la terre :

$$\delta = p$$

$$\delta' = \frac{(1.2) \sin. \Phi}{\sin. (\lambda' - \lambda)} - a'$$

$$\delta'' = \frac{(1.3) \sin. \Phi}{\sin. (\lambda'' - \lambda)} - b'$$

$$\delta''' = \frac{(1.4) \sin. \Phi}{\sin. (\lambda''' - \lambda)} - c'$$

Après avoir trouvé ces distances, on en conclut les valeurs des x, y, z par les équations $x = D \cos. L + \delta \cos. \lambda$ etc. que j'ai donné §. 1, et pour en déduire les élémens n et k , on a les équations suivantes :

$$\left. \begin{aligned} yz' - zy' &= \pi' \sin. (u' - u) \sin. n \sin. k \\ xz' - zx' &= \pi' \sin. (u' - u) \sin. n \cos. k \\ xy' - yx' &= \pi' \sin. (u' - u) \cos. n \end{aligned} \right\} (A)$$

u, u' designant l'argument de latitude.

L'équation de la droite passant par le commencement des coordon-

nées perpendiculairement sur l'orbite projetée est $x = -\frac{y}{p}$. Les coordonnées du point, où se coupent ces deux lignes, sont $-\frac{p}{p^2+1}$ et $\frac{p}{p^2+1}$, donc la plus courte distance de l'orbite projetée au commencement des coordonnées sera $= \frac{p}{\sqrt{p^2+1}}$.

§. 9. Nous venons de résoudre le problème donné par quatre observations géocentriques à l'exemple de *Newton*. Mais il est clair de voir, que trois observations complètes suffisent en général, le nombre des élémens à déterminer n'étant que six, savoir la situation du plan de la trajectoire passant par le centre du soleil, ce qui renferme deux quantités inconnues; puis la situation de la trajectoire elle-même dans ce plan, ce qui demande deux autres; enfin l'époque et le mouvement journalier. Reste donc de résoudre le même problème au moyen des trois observations géocentriques.

Soit donc $0 = Ax + By + Cz$, l'équation du plan de l'orbite passant par le centre du soleil, ce qui donne

$$\text{pour la première observation } 0 = Ax + By + Cz$$

$$\text{. seconde } \quad \quad \quad 0 = Ax' + By' + Cz'$$

$$\text{. troisième } \quad \quad \quad 0 = Ax'' + By'' + Cz''.$$

Les deux premières des ces équations donnent $\frac{B}{A} = \frac{xz' - x'z}{y'z - yz'}$ et

les deux dernières donnent $\frac{B}{A} = \frac{x'z'' - x''z'}{y''z' - y'z''}$. En égalant ces deux

expressions de $\frac{B}{A}$, on a la condition, qui exprime, que tous les trois points observés sont dans un même plan. Cette condition sera

$$\left. \begin{aligned} 0 &= x(y'z' - y'z'') - x'(y''z - yz'') + x''(y'z - yz') \\ &\text{ou bien} \\ 0 &= y(x''z' - x'z'') - y'(x''z - xz'') + y''(x'z - xz'') \\ &\text{ou enfin} \\ 0 &= z(x''y' - x'y'') - z'(x''y - xy'') + z''(x'y - xy'') \end{aligned} \right\} \text{I.}$$

Soit f l'aire du triangle rectiligne entre le commencement des coor-

données et les lieux des planètes dans la seconde et dans la troisième observation. Soit f' la même aire pour la 1^{re} et la 3^{me} et f'' pour la 1^{re} et la 2^{de} observation. Soit de plus a, b, c l'inclinaison du plan vers les plans coordonnés yz, xz, xy . Cela posé il est facile de voir, que les aires de ces triangles projetés sur les plans coordonnés sont :

$$\begin{aligned} y'z' - y'z'' &= f \cos. a & y''z - yz'' &= f' \cos. a \\ y'z - yz' &= f'' \cos. a & & \text{dans le plan des } yz \\ x'z'' - x''z' &= f \cos. b & xz'' - x''z &= f' \cos. b \\ xz' - x'z &= f'' \cos. b & & \text{dans le plan des } xz \\ x''y' - x'y'' &= f \cos. c & x''y - xy'' &= f' \cos. c \\ x'y - xy' &= f'' \cos. c & & \text{dans le plan des } xy. \end{aligned}$$

Substituant ces expressions dans les équations I, on aura

$$\left. \begin{aligned} 0 &= fx - f'x' + f''x'' \\ 0 &= fy - f'y' + f''y'' \\ 0 &= fz - f'z' + f''z'' \end{aligned} \right\} \text{ II.}$$

Mais pour le mouvement dans une ligne droite, qui doit être supposé uniforme, on a $\frac{f}{f'} = \frac{(2.3)}{(1.3)}$, $\frac{f}{f''} = \frac{(2.3)}{(1.2)}$ et comme on n'a que les rapports des quantités f, f', f'' à considérer, on peut supposer $f = (2.3)$, $f' = (1.3)$, $f'' = (1.2)$. Remarquant enfin, qu'on a $x = \delta \cos. \lambda + D \cos. L$ etc. voyez §. 1, les équations II. seront transformées dans les suivantes :

$$\begin{aligned} 0 &= (2.3) (\delta \cos. \lambda + D \cos. L) - (1.3) (\delta' \cos. \lambda' + D' \cos. L') \\ &\quad + (1.2) (\delta'' \cos. \lambda'' + D'' \cos. L'') \\ 0 &= (2.3) (\delta \sin. \lambda + D \sin. L) - (1.3) (\delta' \sin. \lambda' + D' \sin. L') \\ &\quad + (1.2) (\delta'' \sin. \lambda'' + D'' \sin. L'') \\ 0 &= (2.3) (\delta \operatorname{tg}. \beta + D \operatorname{tg}. B) - (1.3) (\delta' \operatorname{tg}. \beta' + D' \operatorname{tg}. B') \\ &\quad + (1.2) (\delta'' \operatorname{tg}. \beta'' + D'' \operatorname{tg}. B''). \end{aligned}$$

et de ces trois équations on trouve par l'élimination pour les trois quantités $\delta, \delta', \delta''$ les expressions suivantes :

$$\left. \begin{aligned}
 (2.3) M \cdot \delta &= a(\sin. \lambda' \operatorname{tg}. \beta' - \sin. \lambda'' \operatorname{tg}. \beta'') \\
 &- a'(\cos. \lambda' \operatorname{tg}. \beta'' - \cos. \lambda' \operatorname{tg}. \beta') + a'' \sin. (\lambda'' - \lambda') \\
 (1.3) M \cdot \delta' &= a(\sin. \lambda \operatorname{tg}. \beta'' - \sin. \lambda'' \operatorname{tg}. \beta) \\
 &- a'(\cos. \lambda \operatorname{tg}. \beta'' - \cos. \lambda'' \operatorname{tg}. \beta) + a'' \sin. (\lambda'' - \lambda) \\
 (1.2) M \cdot \delta'' &= a(\sin. \lambda \operatorname{tg}. \beta' - \sin. \lambda' \operatorname{tg}. \beta) \\
 &- a'(\cos. \lambda \operatorname{tg}. \beta' - \cos. \lambda' \operatorname{tg}. \beta) + a'' \sin. (\lambda' - \lambda)
 \end{aligned} \right\} \text{III.}$$

où $a = (2.3) D \cos. L - (1.3) D' \cos. L' + (1.2) D'' \cos. L''$
 $a' = (2.3) D \sin. L - (1.3) D' \sin. L' + (1.2) D'' \sin. L''$
 $a'' = (2.3) D \operatorname{tg}. B - (1.3) D' \operatorname{tg}. B' + (1.2) D'' \operatorname{tg}. B''$
 $M = \operatorname{tg}. \beta \sin. (\lambda' - \lambda'') - \operatorname{tg}. \beta' \sin. (\lambda - \lambda'') + \operatorname{tg}. \beta'' \sin. (\lambda - \lambda')$
 Négligeant donc la latitude de la terre, on a $D = R$, $D' = R'$,
 $D'' = R''$ et $a'' = 0$.

Après avoir trouvé les quantités δ , δ' , δ'' , il est facile, d'en déduire les longitudes et latitudes héliocentriques et les distances r , r' , r'' de la planète au soleil, et de-là l'inclinaison et la position du noeud par les méthodes expliquées auparavant.

Note. Comme dans les solutions de ces problèmes, qui par leur supposition erronée éludent la plus grande exactitude du calcul, on doit se contenter d'approximations, qui rendent souvent le calcul très-commode, sans en nuire beaucoup à la précision du résultat, qui ne peut être qu'approché, on aura, selon l'ouvrage de Mr. *Olbers* sur les comètes ou selon un mémoire de Mr. *Gauss*, inséré dans le 20. Vol. de la corresp. littéraire de Mr. *Zach*, au lieu des trois équations III. les deux suivantes:

$$\left. \begin{aligned}
 (2.3) M \cdot \delta &= (2.3) AR - (1.3) BR' + (1.2) CR'' \\
 \delta' &= \frac{(2.3)\delta}{(1.2)} \cdot \frac{\operatorname{tg}. \beta \sin. (L' - \lambda') - \operatorname{tg}. \beta' \sin. (L' - \lambda)}{\operatorname{tg}. \beta' \sin. (L' - \lambda'') - \operatorname{tg}. \beta'' \sin. (L' - \lambda')}
 \end{aligned} \right\} \text{IV}$$

où $A = \operatorname{tg}. \beta' \sin. (L' - \lambda'') - \operatorname{tg}. \beta'' \sin. (L' - \lambda')$
 $B = \operatorname{tg}. \beta' \sin. (L' - \lambda') - \operatorname{tg}. \beta'' \sin. (L' - \lambda')$
 $C = \operatorname{tg}. \beta' \sin. (L'' - \lambda'') - \operatorname{tg}. \beta'' \sin. (L'' - \lambda')$

Ces deux équations contiennent une solution approchée du pro-

blème, suffisante dans beaucoup de cas pour une approximation première.

Pour le faire voir par un exemple, dont nous ferons usage aussi pour les solutions suivantes, je prends trois observations de la planète Vesta, qui sont des milieux de plusieurs autres faites dans le méridien par les plus habiles astronomes.

1807 Avr. 24. tems moy. Paris 9 ^h . 5', 16".5, l'asc. dr. 179°, 19', 9".9, déclin. +12°. 53'. 57".6
— — 29. 8, 43, 42.2. . . . 178. 50, 28.1, . . . 12, 52, 2.1
— Mai 4. 8, 22, 51.2. . . . 178, 32, 35.9, . . . 12, 38. 55.6.

Par un calcul superficiel avec les élémens déjà connus à-peu-près j'ai trouvé l'aberration de l'ascension — 3'.5, — 2".4, — 1".4 et de la déclinaison — 0".5, — 1".1, — 1".8. Les parallaxes de la hauteur sont 3".55, 3".51, 3".48, l'obliquité apparente de l'écliptique 23° 27' 50".2. De-là on trouve :

les longit. 174° 8' 5".8 .. 173° 44' 54".6 .. 173° 34' 7".0

les latit. + 11 37 24.1 .. 11 19 42.6 .. 11 0 39.2.

La nutation est — 16".95, — 16".92, — 16".89. La précession pour le commencement de l'année 1807 est — 15".69, — 16".38, — 17".07. De la même manière les longitudes du soleil, prises des nouvelles tables de Mr. Zach, sont corrigées de la précession en y ajoutant 180°, 0', 20".2 et c'est ainsi, qu'on a obtenu les quantités suivantes :

$\lambda, \lambda', \lambda''$.. 174°, 7', 33".2 .. 173°, 44', 21".3 .. 173°, 33', 33".0

β, β', β'' .. +11, 37, 24.1 .. 11, 19, 42.6 .. 11, 0, 39.2

L, L', L'' .. 213, 42, 55.5 .. 218, 33, 22.4 .. 223, 23, 15.5

$\log. R, R', R''$.. 0.0028540 .. 0.0034240 .. 0.0039670

enfin (1.2) = 4.9850197, (1.3) = 9.9705405, (2.3) = 4.9855208.

Avec ces données les équations III. seront :

$$\delta = \frac{2.3146943}{(2.3)} \cdot \frac{(1.3)}{(2.3)} - \frac{2.3423825}{(2.3)} \cdot \frac{(1.2)}{(2.3)} - 191.331309$$

$$\delta' = \frac{2.5972317}{(1.3)} \cdot \frac{(2.3)}{(1.3)} + \frac{2.6502360}{(1.3)} \cdot \frac{(1.2)}{(1.3)} + 422.762488$$

$$\delta'' = \frac{2.3366472}{(1.2)} \cdot \frac{(1.3)}{(1.2)} - \frac{2.3118047}{(1.2)} \cdot \frac{(2.3)}{(1.2)} - 227.607263$$

où les nombres marqués en haut sont des logarithmes, dont le signe n à la fin indique, que le nombre correspondant est négatif. Evaluant ces expressions, on trouve :

$\log. \delta = 0.1690281$, $\log. \delta' = 0.4794897$, $\log. \delta'' = 0.4923921$.
Appliquant cela aux équations $x = \delta \cos. \lambda + D \cos. L$ etc. du §. 1, on aura pour la première observation :

$\log. x = 0.3627353_n$ et pour la troisième $\log. x'' = 0.3581124_n$
 $\log. y = 9.6103300_n$ $\log. y' = 9.7147764_n$
 $\log. z = 9.4822528$ $\log. z'' = 9.4814848$
 et de - la $\log. (zy'' - yz'') = 8.5297741_n$
 $\log. (z'x - zx'') = 7.7905174_n$
 $\log. (y'x - yx'') = 9.4240356$

ce qui donne par les équations (A) du §. 8

$\log. \text{tang. } k = 0.7392567_n$, $k = 100^\circ, 19', 50''$
 $\log. \text{tg. } n = 9.1128363$, $n = 7, 23, 17.7$.

En faisant usage des équations approchées (IV) on trouve de la même manière :

$\log. \delta = 0.1690281$, $\log. \delta'' = 0.4910246$ ce qui donne
 $y z'' - z y'' = 0.0344219$
 $x'' z - x z'' = 0.0054542$
 $x y'' - y x'' = 0.2687321$ et de - là
 $k = 99^\circ, 0', 13''.5$ et $n = 7^\circ, 23', 21''.6$.

Par un calcul très-exact selon la théorie de Mr. *Gauß* pour l'hypothèse elliptique j'ai trouvé par ces trois observations

$n = 7^\circ, 6', 46''.42$ et $k = 103^\circ, 5', 39''.76$

et l'incertitude de toutes les solutions se manifestera toujours dans cet exemple par la quantité k , tandis que l'inclinaison n sera toujours très-proche de la vérité. La raison en est l'argument de latitude, qui dans toutes les trois observations surpasse 88 degrés.

Problème.

§. 10. Soient données deux observations géocentriques, qu'on en trouve les élémens dans la supposition d'une trajectoire circulaire.

Ce problème a occupé les géomètres à l'occasion de la découverte d'Uranus. - A cause de sa grande distance et de la petitesse de son inclinaison ils se permirent de supposer la somme des parallaxès annuelles égale à zéro et de négliger son inclinaison tout-à-fait. Voyez l'excellente astronomie de Mr. *Schubert*. Vol. II. §. 149 ou *Berliner Jahrbuch* 1785.

Comme ces hypothèses n'ont pas lieu pour les nouvelles planètes et comme d'ailleurs la solution sans aucune supposition étrangère n'est pas si difficile, il sera utile, d'ajouter ici la solution générale.

I. On peut premièrement regarder le problème comme appartenant purement à la géométrie. La condition, que l'orbite est un plan passant par le centre du soleil, donne l'équation

$$z + py + qx = 0$$

où p et q dépendent de la situation de ce plan vers le plan fixe. Combinant cette expression avec l'équation $x^2 + y^2 + z^2 = r^2$ d'une sphère dont le rayon est r , on aura pour la section de ces deux surfaces, c. a. d. pour le cercle cherché, l'équation suivante

$$0 = r^2 - (1 + p^2)y^2 - (1 + q^2)x^2 - 2pqyx \text{ ou bien}$$

$$0 = r^2 - R^2 - \frac{(pC + qD)^2}{(1 + Ap + Bq)^2} + \frac{2E \cdot (pC + qD)}{1 + Ap + Bq}$$

où $A = \sin. \lambda \cotg. \beta$; $B = \cos. \lambda \cotg. \beta$; $C = \frac{R \sin. L}{\sin. \beta}$;

$$D = \frac{R \cos. L}{\sin. \beta}$$
; $E = R \cos. (L - \lambda) \cos. \beta$.

Deux autres observations donneront deux équations semblables et on n'aura que l'élimination des trois quantités r, p, q au moyen des trois équations trouvées. Mais cette solution sera assez incommode.

II. En regardant le problème comme appartenant à la mécanique, la solution en devient plus simple. Comme on n'a que quatre élémens à déterminer, r, n, k et l'époque, il s'ensuit, que deux observations complètes suffisent pour la solution.

Pour plus de généralité nous prendrons le plan de l'équateur pour le plan fixe, c. a. d. nous ne nous permettrons pas de négliger la quantité B , de manière, que les quantités λ, l, L désignent ou les longitudes ou les ascensions droites, et les quantités β, b, B les latitudes ou les déclinaisons.

Soit $u' - u$ l'angle entre deux rayons quelconques r, r' , circulaires ou non, et k la corde, qui unit les extrémités de ces rayons; on aura :

$$\cos. (u' - u) = \frac{r^2 + r'^2 - k^2}{2rr'}$$

et comme $k^2 = (x' - x)^2 + (y' - y)^2 + (z' - z)^2$ on aura en général

$$\cos. (u' - u) = \frac{xx' + yy' + zz'}{rr'}$$

et pour le cercle en particulier

$$\cos. (u' - u) = \frac{xx' + yy' + zz'}{r^2}$$

L'aire du secteur circulaire correspondant sera donc $= \frac{r^2}{2} (u' - u)$ et en même tems $= \frac{1}{2} h t \sqrt{r}$ où $h = 0.017202099$ et t l'intervalle des observations en parties du jour. Cela posé on aura

$$r^2 \cos. \frac{bt}{r^2} = xx' + yy' + zz'$$

Prenant donc $a = \cos. (\lambda' - \lambda) + \text{tg. } \beta' \text{ tg. } \beta$

$$b = D' (\cos. (\lambda - L') + \text{tg. } B' \text{ tg. } \beta)$$

$$c = D (\cos. (\lambda' - L) + \text{tg. } B \text{ tg. } \beta')$$

$$d = DD' (\cos. (L' - L) + \text{tg. } B' \text{ tg. } B) \quad \text{on aura}$$

$$r^2 \cos. \frac{bt}{r^2} = a \cdot \delta \delta' + b \delta + c \delta' + d.$$

Soit encore α l'angle entre les distances R et ϱ , ce qui donne

$$r^2 = R^2 + \varrho^2 - 2R\varrho \cos. \alpha.$$

Mais il est facile de voir par ce qui précède immédiatement, qu'on a

$$\cos. \alpha = \frac{(x\xi + yv + z\zeta)}{R\varrho}$$

parce que les coordonnées du centre du soleil sont $-X, -Y, -Z$.

Cela donne

$$\cos. \alpha = \cos. (L - \lambda) \cos. B \cos. \beta - \sin. B \sin. \beta.$$

Prenant donc $m \equiv \cos.(L - \lambda) \cos.B + \sin.B \operatorname{tg}.\beta$ et
 $m' \equiv \cos.(L' - \lambda') \cos.B' + \sin.B' \operatorname{tg}.\beta'$ on aura
 $r^2 \equiv R^2 + \delta^2 \sec.^2 \beta + 2Rm\delta$ et $r'^2 \equiv B'^2 + \delta'^2 \sec.^2 \beta' + 2R'm'\delta'$.

Première solution.

Avec une valeur arbitraire de δ on trouve δ' par l'équation
 $R'^2 + \delta'^2 \sec.^2 \beta' + 2R'm'\delta' \equiv R^2 + \delta^2 \sec.^2 \beta + 2Rm\delta$
 et l'erreur de cette hypothèse sera donnée par

$$\cos. \frac{bt}{(R^2 + \delta^2 \sec.^2 \beta + 2Rm\delta)^{\frac{3}{2}}} - \frac{(a.\delta\delta' + b.\delta + c.\delta' + d)}{R^2 + \delta^2 \sec.^2 \beta + 2Rm\delta} = 0.$$

Seconde solution.

Avec une valeur arbitraire de δ on cherchera r par

$$r \equiv \sqrt{R^2 + \delta^2 \sec.^2 \beta + 2Rm\delta}$$

et δ' par

$$\frac{\delta'}{\cos.\beta'} \equiv -R'm' \cos.\beta' + \sqrt{r^2 - R^2 + R'^2 m'^2 \cos.^2 \beta'}.$$

Après avoir trouvé ainsi les quantités δ, δ', r on a pour l'erreur de cette hypothèse :

$$r^2 \cos. \frac{bt}{r^3} - a.\delta\delta' - b.\delta - c.\delta' - d \equiv 0.$$

Troisième solution.

Au lieu d'employer la différence $u' - u$ des argumens de latitude, on pourra, comme il est plus en usage, prendre la corde k . Soit en choisissant pour plan fixe celui de l'écliptique :

$$A \equiv R \cos.\beta \cos.(L - \lambda) \quad a' \equiv 2(\cos.\beta \cos.\beta' \cos.(\lambda - \lambda') + \sin.\beta \sin.\beta')$$

$$A' \equiv R' \cos.\beta' \cos.(L' - \lambda') \quad b' \equiv 2R' \cos.\beta \cos.(L' - \lambda)$$

$$c' \equiv 2R \cos.\beta' \cos.(L - \lambda')$$

$$d' \equiv 2RR' \cos.(L - L').$$

Après avoir calculé ces quantités indépendantes de toutes les hypothèses, on cherche avec une valeur quelconque de r les quantités β, β' et k par les équations :

$$\left. \begin{aligned} \sin.m &= \frac{1}{r} \sqrt{R^2 - A^2} & \varrho &= r \cos.m - A \\ \sin.m' &= \frac{1}{r} \sqrt{R'^2 - A'^2} & \varrho' &= r \cos.m' - A' \end{aligned} \right\} k^2 = 2r^2 - a' \cdot \varrho \varrho' - b' \cdot \varrho - c' \cdot \varrho' - d'$$

et on aura pour l'erreur de cette hypothèse :

$$\frac{k}{2r} - \sin. \frac{bt}{2r^3} = 0.$$

On pourroit bien multiplier encore ces solutions, mais comme les précédentes suffisent, il ne reste, qu'à donner une méthode de trouver par les deux erreurs des deux hypothèses la vraie valeur de la quantité cherchée. Pour cela on pourra employer le même procédé, dont se sert Mr. *Gauss* pour trouver les équations du §. 6. En vérité, nommant a, a' les hypothèses, substituées pour la quantité inconnue x ; et α, α' les erreurs correspondantes de ces hypothèses, on peut supposer :

$$\alpha = m(a - x) \quad \text{et} \quad \alpha' = m(a' - x)$$

donc éliminant m , on aura $x = \frac{a\alpha' - a'\alpha}{\alpha' - \alpha}$.

Mais je préfère ici une autre déduction qui a plusieurs avantages sur la première. Pour cela soit $y = fx$ une fonction de x . Mettant pour x la quantité $x + w = a$ et $x + w' = a'$ on aura pour y les deux valeurs :

$$Y = y + w \cdot \frac{\partial fy}{\partial y} + \frac{w^2}{1 \cdot 2} \cdot \frac{\partial^2 fy}{\partial y^2} + \text{etc.}$$

$$Y' = y + w' \cdot \frac{\partial fy}{\partial y} + \frac{w'^2}{1 \cdot 2} \cdot \frac{\partial^2 fy}{\partial y^2} + \text{etc.}$$

En ne prenant que les premiers termes de ces expressions, on aura

$$Y - y = w \cdot \frac{\partial fy}{\partial y}, \quad Y' - y = w' \cdot \frac{\partial fy}{\partial y} \quad \text{donc} \quad \frac{Y - y}{Y' - y} = \frac{w}{w'}$$

Remarquant alors, que $Y - y = \alpha$, $Y' - y = \alpha'$ sont les erreurs, qui dérivent par les hypothèses, dans lesquelles on mettoit a et a' pour x et que $w = a - x$ et $w' = a' - x$, l'équation dernière se changera dans la suivante :

$$\frac{\alpha}{\alpha'} = \frac{a - x}{a' - x} \quad \text{ce qui donne} \quad x = \frac{a\alpha' - a'\alpha}{\alpha' - \alpha} \quad \text{comme auparavant.}$$

Par cette déduction il est clair, 1^{mo} que la valeur définitive de x sera en même tems la vraie valeur dans tous les cas, où x

dans l'équation donnée ne surpasse pas la première puissance, car alors les valeurs de $\frac{\partial^2 f x}{\partial x^2}$, $\frac{\partial^3 f x}{\partial x^3}$. . seront réellement égales à zéro, comme nous avons supposé; 2^{do} que dans tous les autres cas la valeur trouvée de la quantité x ne sera qu'approchée, tant plus, que les w , w' sont moindres, parce que alors les quantités négligées, dont les facteurs sont w^2 , w^3 . ., seront à-peu-près égales à zéro. Enfin on pourra sans difficulté poursuivre le même procédé en y introduisant les termes suivans. Soit p. e. x égal à Y , Y' , Y'' dans le cas, où x est égal à $x + w = a$, $x + w' = a'$, $x + w'' = a''$. Soit de plus $Y - y = \alpha$, $Y' - y = \alpha'$, $Y'' - y = \alpha''$ et $\frac{\partial f y}{\partial y} = m$, $\frac{\partial^2 f y}{\partial y^2} = n$. Cela posé on aura $Y - y = w \cdot \frac{\partial f y}{\partial y} + \frac{w^2}{2} \cdot \frac{\partial^2 f y}{\partial y^2}$ ou bien $\alpha = mw + nw^2$ et de la même manière

$$\alpha' = mw' + nw'^2, \quad \alpha'' = mw'' + nw''^2.$$

En éliminant m et n de ces trois équations, on a

$$w'(\alpha''w - \alpha w'')(w' - w) = w''(\alpha'w - \alpha w')(w'' - w).$$

Mais on a $w' = w + \alpha' - \alpha$ et $w'' = w + \alpha'' - \alpha$, donc l'équation dernière devient :

$$\begin{aligned} & w^2 [(\alpha' - \alpha)(\alpha'' - \alpha) - (\alpha'' - \alpha)(\alpha' - \alpha)] \\ & + w [(\alpha' - \alpha)(\alpha'' - \alpha)^2 - (\alpha'' - \alpha)(\alpha' - \alpha)^2] \\ & - \alpha(\alpha' - \alpha)(\alpha'' - \alpha)(\alpha'' - \alpha) = 0. \end{aligned}$$

Tirant alors la valeur de w de l'équation dernière, on a.

$$x = a - w.$$

Il nous reste d'appliquer encore un exemple. Choisissons pour cela les observations du 24. et 29. d'Avril et la solution troisième.

Avec ce qui a été donné auparavant on aura :

$$A = 0.7598033 \quad \log. a' = 0.3010147 \quad \log. \sqrt{R^2 - A^2} = 9.8197078$$

$$A' = 0.7910470 \quad \log. b' = 0.1492157 \quad \log. \sqrt{R^2 - A'^2} = 9.8598422$$

$$\log. c' = 0.1797447$$

$$d' = 2.0218832.$$

I. Hypothèse $r = 2$	II. Hypothèse $r = 2,2$
$m = 19^{\circ}, 16', 34''.8$	$17^{\circ}, 27', 51''.85$
$m' = 21, 13, 42.2$	$19, 13, 6.14$
$\log. \varrho = 0.0523367$	0.1267106
$\log. \varrho' = 0.0656700$	0.1387286
$k^2 = 0.0035973$	0.0033423
$\log. \frac{k}{2r} - \log. \sin. \frac{bt}{2r^2} = 0.0047286$	0.0000017

De ces deux erreurs on trouve

$$\log. r \text{ corrigé} \dots 0.3424376$$

$$\log. \varrho = 0.1267373$$

$$\log. \varrho' = 0.1387549.$$

Finissant ici le calcul des hypothèses, on aura pour les longitudes et latitudes héliocentriques :

$$\sin. b = \frac{\varrho}{r} \sin. \beta, \quad \sin. (L - l) = \frac{\varrho \cos. \beta}{r \cos. l} \sin. (L - \lambda), \quad \text{ce qui donne}$$

$$l \dots b \dots 191^{\circ}, 12', 39''.1 \dots 7^{\circ}, 2', 33''.9$$

$$l' \dots b' \dots 192, 43, 38.9 \dots 7, 3, 33.1$$

d'où l'on tire par les équations du §. 2. ou 4.

$$k = 170^{\circ}, 3', 17''.8, \quad n = 7^{\circ}, 4', 45''.0$$

l'erreur de n n'est que $2', 1''$.

§. 11. Après tout cela je ne dois pas passer sous silence une autre solution, donnée par Mr. *Gauß* dans la corr. litt. de Mr. *Zach* Vol. 20, qui sans se limiter à une des hypothèses ordinaires d'une ligne droite ou d'un cercle, dérive son approximation de la nature même du problème et qui a en outre l'avantage d'un calcul commode et très-simple. Cette solution, une des meilleures qu'on a essayé jusqu'ici, ne contient, que les deux équations suivantes :

$$\frac{2}{b^2(1.2)(2.3)} \cdot \frac{\text{tg.} \beta \sin. (\lambda'' - \lambda) - \text{tg.} \beta' \sin. (\lambda'' - \lambda) + \text{tg.} \beta'' \sin. (\lambda' - \lambda)}{\text{tg.} \beta'' \sin. (L' - \lambda) - \text{tg.} \beta \sin. (L' - \lambda'')} + \left(\frac{1}{R'^3} - \frac{1}{r^3} \right) \cdot \frac{R'}{\delta} = 0$$

$$r'^2 = R'^2 + \delta'^2 \sec.^2 \beta' + 2R' \delta' \cos. (L' - \lambda').$$

Après avoir trouvé les valeurs des deux quantités inconnues r' et δ' par les deux équations précédentes, on a les δ et δ'' par

$$\delta = -\frac{(1.3)\delta'}{(2.3)} \left(1 - \frac{2b^2(1.2)(2.3)}{3r'^3}\right) \cdot \frac{\text{tg.}\beta' \sin.(L' - \lambda'') - \text{tg.}\beta'' \sin.(L' - \lambda)}{\text{tg.}\beta'' \sin.(L' - \lambda) - \text{tg.}\beta \sin.(L' - \lambda'')} \\ \delta'' = -\frac{(1.3)\delta'}{(1.2)} \left(1 - \frac{2b^2(1.2)(2.3)}{3r'^3}\right) \cdot \frac{\text{tg.}\beta \sin.(L' - \lambda') - \text{tg.}\beta' \sin.(L' - \lambda)}{\text{tg.}\beta'' \sin.(L' - \lambda) - \text{tg.}\beta \sin.(L' - \lambda'')}.$$

Après avoir trouvé les distances δ , δ' , δ'' il sera facile d'en déduire les n , k et les autres élémens par les équations des §§. précédens.

Pour notre exemple les deux équations premières sont

$$0.6483616 = \frac{1}{R'^2 \delta'} - \frac{R'}{r'^3 \delta'}$$

$$r'^2 = 4.0158930 + 0.1553219 \cdot \delta' + 0.0170896 \cdot \delta'^2$$

desquelles on tire $\log. \delta' = 0.1390755$, $\log. r' = 0.3477013$ et par-là les équations dernières donnent

$$\log. \delta = 0.1284886, \quad \log. \delta'' = 0.1504851.$$

Avec ces données on trouve, selon le §. 8. équat. (A)

$$\log.(yz'' - zy'') = 8.5043630, \quad \log.(xz'' - zx'') = 7.8441328_n,$$

$$\log.(xy'' - yx'') = 9.4180230, \quad \text{ce qui donne}$$

$$n = 7^\circ, 7', 5''.04 \quad \text{et} \quad k = 102^\circ, 20', 4''.04$$

où n n'est trop grand que de $0', 19''$.

§. 12. Pour compléter l'objet de ce mémoire, il nous reste encore, de donner une méthode, par laquelle on peut déduire, avec les valeurs de n et k , données par une des approximations précédentes, les vraies et définitives valeurs de tous les élémens dans la supposition d'une section conique.

Pour cela je ne sais rien de meilleur, que la méthode indiquée par Mr. *Gaults* dans son excellent ouvrage § 128, qui est contenue dans les expressions suivantes, dans lesquelles j'aurai égard à la latitude de la terre, de la manière, que les λ , L désignent ou les longitudes ou les ascensions droites et les β , B les latitudes ou les déclinaisons.

Avec les valeurs à-peu-près connues de n et k on trouve les rayons vecteurs r et l'argument u de la latitude par les équations suivantes :

$$\begin{aligned} \cotg. m &= \sin. (\lambda - k) \cotg. \beta, \quad \cotg. M = \sin. (L - k) \cotg. B \\ \cotg. u &= \frac{\cos. M \sin. (n - m) \cotg. (L - k) - \cos. m \sin. (n - M) \cotg. (\lambda - k)}{\sin. (M - m)} \\ r &= \frac{R \sin. B \sin. (M - m)}{\sin. M \sin. (n - m) \sin. u} \end{aligned}$$

De la même manière on cherche u', r' et u'', r'' pour les deux autres observations. Soit alors

$$f = r'r'' \sin. (u'' - u'), \quad f' = rr'' \sin. (u'' - u), \quad f'' = rr' \sin. (u' - u).$$

Cela posé on cherche par les deux premières équations la quantité g'' de la manière suivante.

$$\text{Soit } 1 + 2a = \frac{\sqrt{r'} + \sqrt{r}}{2 \cos. \frac{u' - u}{2}}, \quad \gamma = \frac{h^2 (1.2)^2}{(2 \cos. \frac{u' - u}{2} \cdot \sqrt{r'r'})^3}, \quad \zeta = \frac{\gamma}{\frac{5}{6} + a}.$$

Ayant trouvé a, γ, ζ on cherche g'', x, ξ, ζ par

$$\zeta = \frac{g''^2 (g'' - 1)}{g'' + \frac{1}{6}}, \quad x = \frac{\gamma}{g''^2} - a,$$

$$\xi = 8.7569620 x^2 + 8.5187227 x^3 + 8.3126373 x^4, \quad \zeta = \frac{\gamma}{\frac{5}{6} + a + \xi}$$

et avec la dernière valeur de ζ on cherchera encore une fois les g'', x, ξ et ζ par les quatres dernières équations, jusqu'à ce que la nouvelle valeur ξ ne soit pas différente de la dernière.

De la même manière on trouvera g par les deux dernières observations. Cela posé on a les deux équations :

$$\begin{aligned} (1.2) g f - (2.3) g'' f'' &= x \\ 2g g'' \cdot r r' r'' \cdot \cos. \frac{u' - u}{2} \cos. \frac{u'' - u}{2} \cos. \frac{u'' - u'}{2} \cdot [f - f' + f''] - f'^2 h^2 (1.2)(2.3) &= y \end{aligned}$$

où x et y doivent être égales à zéro, si les valeurs primitives de n et k sont justes. Si donc x et y ne sont pas zéro, on répétera le calcul avec n' et k et encore une fois avec n et k' , où n', k' sont des valeurs un peu différentes de n, k . Connoissant à-présent

trois hypothèses et ses erreurs xy , $x'y'$, $x''y''$ on a par les formules du §. 6. les vraies valeurs des quantités n, k

$$\alpha = x''y - xy'', \quad \beta = xy' - x'y, \quad \frac{1}{\gamma} = \alpha + \beta + x'y'' - x''y'$$

$$N = n + \alpha \gamma (n' - n)$$

$$K = k + \beta \gamma (k' - k).$$

Ayant ainsi trouvé les quantités N, K , il ne sera plus difficile, d'en déduire les autres élémens avec toute la précision nécessaire.

§. 13. La lecture de l'excellent ouvrage de Mr. *Gauß*, qui nous a fourni les solutions données §. 11. et 12, contient §. 86. des équations très-intéressantes et utiles dans beaucoup de cas. Comme le cel. auteur n'en a donné la démonstration, il me sera permis de l'ajouter à la fin de ce mémoire, qui par son objet, qu'il traite, ne peut être qu'écrit sous la dictée du vrai père de nos nouvelles planètes, dont aussi plusieurs lui doivent leur noms.

L'intégral $y = \int \Phi(x) \cdot \partial x$ entre les limites $x = a$ et $x = a + b$ est $y = \int \Phi(a + b) \partial x - \int \Phi(a) \cdot \partial x$, c'est-à-dire, en évaluant $y = b \Phi(a) + \frac{b^2}{1 \cdot 2} \partial \cdot \Phi(a) + \frac{b^3}{1 \cdot 2 \cdot 3} \partial^2 \cdot \Phi(a) \dots (A).$

Soit donc

$$y = x \Phi(a) + x_1 \Phi(a + \frac{1}{n} b) + x_2 \Phi(a + \frac{2}{n} b) + x_3 \Phi(a + \frac{3}{n} b) \dots + x_n \Phi(a + b) \quad (B)$$

on aura comme auparavant,

$$\Phi(a + \frac{1}{n} b) = \Phi a + (\frac{b}{n}) \partial \cdot \Phi a + \frac{(\frac{b}{n})^2}{1 \cdot 2} \partial^2 \cdot \Phi a + \dots$$

$$\Phi(a + \frac{2}{n} b) = \Phi a + (\frac{2b}{n}) \partial \cdot \Phi a + \frac{(\frac{2b}{n})^2}{1 \cdot 2} \partial^2 \cdot \Phi a + \dots$$

jusqu'à

$$\Phi(a + b) = \Phi a + (\frac{nb}{n}) \partial \cdot \Phi a + \frac{(\frac{nb}{n})^2}{1 \cdot 2} \partial^2 \cdot \Phi a + \dots$$

Substituant ces valeurs dans l'équation (B) et comparant alors cette expression de y avec l'équation (A), on trouve

$$\begin{aligned}x + x_1 + x_2 + x_3 \dots + x_n &= b \\x_1 + 2x_2 + 3x_3 \dots + nx_n &= \frac{n}{2}b \\x_1 + 2^2x_2 + 3^2x_3 \dots + n^2x_n &= \frac{n^2}{3}b\end{aligned}$$

jusqu'à $x_1 + 2^n x_2 + 3^n x_3 \dots + n^n x_n = \frac{n^n}{n+1} b$.

Le nombre de ces équations est $(n+1)$, comme le nombre des quantités inconnues $x, x_1, x_2 \dots x_n$. Donc on trouvera ces quantités par l'élimination ordinaire. Pour cela soit $n=1$ ce qui donne $x + x_1 = b$, $x_1 = \frac{1}{2}b$ donc $y = \frac{b}{2} [\Phi(a) + \Phi(a+b)]$.

De-même on trouve pour $n=2$, $y = \frac{b}{6} [\Phi(a) + 4\Phi(a+\frac{1}{2}b) + \Phi(a+b)]$

$n=3$ donne $y = \frac{b}{8} [\Phi(a) + 3\Phi(a+\frac{1}{3}b) + 3\Phi(a+\frac{2}{3}b) + \Phi(a+b)]$

$n=4$ donne $y = \frac{b}{90} [7\Phi(a) + 32\Phi(a+\frac{1}{4}b) + 12\Phi(a+\frac{2}{4}b) + 32\Phi(a+\frac{3}{4}b) + 7\Phi(a+b)]$

et ainsi de suite, ce qui sont les équations cherchées.

La méthode précédente, dont je dois la première idée à Mr. le Prof. *Bartels*, n'a lieu que pour des intervalles égaux $\frac{1}{n}b, \frac{2}{n}b, \frac{3}{n}b$. En voila encore une autre, qui s'étend aussi à des intervalles inégaux.

Pour cela cherchons premièrement l'équation d'une courbe, qui pour les abscisses $w, a, b, c \dots$ donne dans le même ordre les ordonnées $A, B, C, D \dots$. Cette équation aura la forme

$$y = p + qx + rx^2 + sx^3 +$$

où x l'abscisse et y l'ordonnée. Pour satisfaire à l'équation donnée, on aura

$$A = p + qw + rw^2 +$$

$$B = p + qa + ra^2 +$$

$$C = p + qb + rb^2 +$$

où le nombre de ces équations est égal au nombre des quantités $p, q, r \dots$. Donc les $p, q, r \dots$ seront trouvés par l'élimination. Soit après l'élimination

$$p + qx + rx^2 + \dots = PA + QB + RC + \dots$$

on aura, en prenant $w = 0$,

$$\frac{p}{x} = \frac{a-x.b-x.c-x.d-x\dots}{a.b.c.d\dots}, \quad \frac{aQ}{x} = \frac{b-x.c-x.d-x.e-x\dots}{b-a.c-a.d-a\dots},$$

$$\frac{bR}{x} = \frac{a-x.c-x.d-x.e-x\dots}{a-b.c-b.d-b\dots}, \quad \frac{cS}{x} = \frac{a-x.b-x.d-x.e-x\dots}{a-c.b-c.d-c.e-c\dots}$$

et l'équation cherchée sera $y = A.P + B.Q + C.R + D.S + \dots$

Soit à - présent y une fonction quelconque de x . Si on connoit les valeurs de cette fonction $y = A, B, C \dots$ pour $x = 0, a, b \dots$ on aura évidemment pour l'intégral $\int y dx$ l'expression suivante

$$\begin{aligned} \int y dx &= \frac{A}{a.b.c.d\dots} \int dx.a-x.b-x.c-x.d-x\dots \\ &\quad + \frac{B}{a.b-a.c-a.d-a\dots} \int x dx.b-x.c-x.d-x\dots \\ &\quad + \frac{C}{b.a-b.c-b.d-b\dots} \int x dx.a-x.c-x.d-x\dots \\ &\quad + \frac{D}{c.a-c.b-c.d-c\dots} \int x dx.a-x.b-x.d-x.e-x\dots \end{aligned}$$

et c'est l'équation générale cherchée. Soit à - présent dans notre cas particulier $a = 1, b = 2, c = 3, d = 4 \dots$. Si on n'a que les valeurs A et B pour $x = 0$ et a , l'équation dernière sera

$$\int y dx = A \int (1-x) dx + B \int x dx = \frac{A+B}{2}$$

en mettant après l'intégration $x = 1$.

Soit $y = A, B, C$ pour $x = 0, a, b$, ce qui donne

$$\begin{aligned} \int y dx &= \frac{A}{2} \int (1-x)(2-x) dx + B \int (2-x)x dx - \frac{C}{2} \int (1-x)x dx \\ &= \frac{1}{3}(A + 4B + C) \text{ en mettant après l'intégration } x = 2. \end{aligned}$$

Soit $y = A, B, C, D$ pour $x = 0, a, b, c$, on aura

$$\begin{aligned}
 \int y dx &= \frac{A}{6} \int (1-x)(2-x)(3-x) dx + \frac{B}{2} \int (2-x)(3-x) x dx \\
 &\quad - \frac{C}{2} \int (1-x)(3-x) x dx + \frac{D}{6} \int (1-x)(2-x) x dx \\
 &= \frac{3}{8} (A + 3B + 3C + D).
 \end{aligned}$$

Soit enfin $y = A, B, C \dots G$ pour $x = 0, a, b, c, d, e, f$, on aura

$$\int y dx = \frac{1}{120} (41A + 216B + 27C + 272D + 27E + 216F + 41G)$$

ce qui s'accorde avec la solution précédente.



DIAMÈTRE DE LA LUNE
DÉDUIT DES OCCULTATIONS D'ALDEBARAN

PAR

V. WISNIEWSKI.

Présenté à la Conférence le 2. Avril 1817.

Ayant à calculer une série d'occultations pour la détermination de la longitude géographique de plusieurs villes de l'Empire, je pensais qu'il pourrait être utile pour mon but, de faire auparavant une recherche sur le demi-diamètre apparent de la lune : vu que cet élément paraît être encore sujet à quelque petite incertitude.

Dionis du Séjour en calculant les observations de l'éclipse annulaire de 1764, détermina une correction du demi-diamètre apparent de la lune, connue depuis sous le nom de *l'inflexion*. Il porta la valeur de cette correction au delà de trois secondes, et il semble l'attribuer, si non en totalité du moins en partie, à la réfraction des rayons solaires dans l'atmosphère de la lune (*). L'existence de la correction mentionnée ayant été confirmée par les calculs de *Lexell* et de *Méchain*, les astronomes ne tardèrent pas à l'adopter; mais dans la suite ils ont réduit sa valeur à deux secondes, pour la concilier avec les déterminations micrométriques postérieures du demi-diamètre apparent de la lune.

Mr. *Bürg* a donné une nouvelle détermination du demi-diamètre de la lune dans ses tables lunaires, publiées par le Bu-

(*) Traité analytique des mouvemens apparens des corps célestes par Mr. *Dionis du Séjour*. Paris 1786. Discours pag. XVIII et pag. 405 et 421.

reau des longitudes de France (*); ce demi-diamètre, correspondant à la constante de la parallaxe, y est $15' 33'',69$. On lit dans l'introduction de ces tables „Le diamètre de la lune a été déduit des „ occultations d'étoiles. Des mesures directes faites avec un micromètre de *Dollond* ont donné le même résultat.“ Ce passage semble donc prouver, que la correction d'inflexion, déterminée par *Du Séjour*, ne saurait pas avoir lieu dans les occultations d'étoiles par la lune. Mais si elle est due à une inflexion particulière des rayons solaires ou à la réfraction de ces rayons dans l'atmosphère lunaire, elle devrait, ce me semble, exister aussi dans les occultations d'étoiles : parce que la lumière de ces corps suit les mêmes lois. Cette correction devient donc très problématique, d'autant plus que *Mr. Bürg* a diminué le diamètre de la lune de deux secondes.

Mr. Burckhardt a adopté dans ses tables lunaires (**) $15' 31'',95$ pour ce demi-diamètre de la lune, ce qui diffère du résultat de *Mr. Bürg* de $1'',74$ en moins. Cette récente détermination, due à *Mr. Daufsy* le fils, a été faite par les durées des passages au méridien observées lors des pleines lunes. Ainsi, si l'on doit avoir, égard dans le calcul des éclipses à l'irradiation, qui amplifie les diamètres des astres, il faut en ôter $2''$ (**); et la différence du demi-diamètre de la lune dans les éclipses, calculé sur les deux tables lunaires, serait en vertu du passage ci-dessus rapporté de $3'',74$.

On trouve dans la *Connaissance des tems* pour l'an 1817 (pag. 318.) une nouvelle détermination du demi-diamètre de la

(*) Tables astronomiques, publiées par le Bureau des longitudes de France. Année 1806. Première partie.

(**) Tables astronomiques, publiées par le Bureau des longitudes de France. Tables de la lune par *Mr. Burckhardt*. Paris 1812.

(***) *Connaissance des tems* Année 1816, pag. 206; et Année 1817; pag. 212.

lune, correspondant à la constante de la parallaxe, qui est $15' 31'',69$. Cette détermination a été faite par Mr. *Ferrer* par les observations de quatre éclipses du soleil et de quatre occultations d'étoiles. Elle se rapproche du résultat adopté par Mr. *Burckhardt* si l'on n'a pas égard à l'irradiation; dans le cas contraire, elle coïncide parfaitement avec le résultat de Mr. *Bürg*, et diffère de celui de Mr. *Burckhardt* de $1'',81$. Mr. *Ferrer* détermina en outre l'*inflexion* par les observations du tems qui s'écoule entre le moment du contact de l'étoile avec le limbe de la lune et le moment de sa disparition; il fait cette correction $2'',07$, dont il faut augmenter le demi-diamètre de la lune calculé pour les passages au méridien, les distances au zénith et les mesures micrométriques.

Il est ainsi très difficile de faire un choix par rapport aux déterminations du demi-diamètre de la lune et à ses corrections d'*inflexion* et d'*irradiation*: parce que les résultats ci-dessus rapportés, quoique assez différens, semblent mériter également la confiance. Aussi Mr. *Delambre* (*) trouve, que ce point n'est pas encore suffisamment éclairci. Dans ces circonstances, pour pouvoir diriger mon choix, je pris le parti de calculer trois occultations d'*Aldebaran* par la lune, observées complètement dans plusieurs Observatoires de l'Europe, savoir: celle du 10 Août 1792, celle du 18 Septembre 1810 et celle du 22 Octobre 1812. Ces occultations semblent être très propres pour cette recherche: les immersions de l'étoile ayant eu lieu au limbe éclairé, et les émer-sions au limbe obscur de la lune, de sorte qu'il a été facile d'observer les deux phénomènes avec une exactitude égale. Je me bornais aux occultations, parce que j'avais en vue une recherche sur la valeur du demi-diamètre de la lune, qui est à employer dans le calcul des occultations: mettant la question sur les corrections d'*in-*

(*) *Astronomie théorique et pratique*, par Mr. *Delambre*. Tome II. pag. 423.

flexion et d'*irradiation* tout-à-fait de côté. Quoique le résultat obtenu laisse encore beaucoup à désirer, j'ose cependant le présenter ici à l'Académie Impériale : espérant qu'il pourrait peut-être concourir, avec des recherches ultérieures, à l'éclaircissement de ce point important de l'Astronomie pratique.

J'ai employé les tables de Mr. *Burckhardt* pour le calcul des élémens de la lune, en y prenant aussi le demi-diamètre lunaire sans aucune correction à cause d'inflexion ou d'irradiation; et j'ai supposé l'appatissement de la terre d'après Mr. *Delambre* $\frac{1}{308,65}$. Voici la position apparente d'*Aldebaran* calculée pour les époques des trois occultations mentionnées :

		Longitude	Latitude
le 10 Août .	1792 =	66° 53' 21'',15	.. 5° 28' 50'',27 austr.
- 18 Septembre	1810 =	67 8 45, 34	.. 5 28 47, 07 . .
- 22 Octobre	1812 =	67 10 27, 28	.. 5 28 47, 29 . .

Les tableaux suivans présentent le calcul de ces occultations: *Sn* y désigne la différence apparente et *SN* la différence vraie des longitudes de la lune et de l'étoile; *m* le mouvement horaire de la lune en longitude pour le milieu du tems de l'observation et celui de la conjonction vraie; *ds*, *dβ* et *dπ* sont les corrections du demi-diamètre, de la latitude et de la parallaxe de la lune.

Calcul de Poccultation d'*Aldebaran*
du 10. Août 1792.

Observations faites à Paris à l'Observatoire Royal.

	Immersion	Emersion
Tems vrai de l'observation	15 ^h 53'39'',50	17 ^h 11'38'',10
Equation du tems	+ 4 44, 33	+ 4 43, 81
Tems moyen de l'observation	15 58 23, 83	17 16 21, 91
Longitude vraie }	66 ^o 18 6, 97	66 ^o 57 15, 25
Latitude vraie } de la lune	- 4 54 59, 52	- 4 56 6, 23
Parallaxe équator. }	54 37, 99	54 36, 57
Réduction de la parallaxe	- 6, 02	- 6, 01
Parallaxe horizontale à Paris	54 31, 97	54 30, 56
Demi-diamètre de la lune	14 53, 25	14 52, 86
L'angle de la verticale	11 3, 6
Latitude corrigée de l'Observat.	48 39 9, 5
Ascension droite }	19 53 35, 7	39 26 19, 0
Longitude } du zénith	39 6 55, 1	53 16 30, 7
Latitude }	36 48 30, 1	31 26 10, 4
Parallaxe de longitude }	20 15, 04	11 11, 19
Latitude apparente } de la lune	- 5 31 14, 59	- 5 28 42, 90
Demi-diamètre appar. }	15 2, 61	15 4, 02
<i>S n</i>	895, 12	908, 14
<i>S N</i>	2110, 16	236, 95
<i>m</i>	1807, 21	1806, 54

Conjonction vraie :

$$\text{par l'Imm.} = 17^{\text{h}}8'27'',32 + 2,018ds + 0,323d\beta + 0,526d\pi$$

$$- \text{l'Em.} = . . . 29, 73 - 1,993ds + 0,016d\beta + 0,399d\pi$$

$$10 = - 2, 41 + 4,011ds + 0,307d\beta + 0,127d\pi . . [A]$$

Observations de Montauban.

	Immersion	Emersion
Tems vrai de l'observation	15 ^h 40 32'',80	16 ^h 59' 2'',00
Equation du tems	+ 4 44, 39	+ 4 43, 87
Tems moyen	15 45 17, 19	17 3 45, 87
Longitude de Montauban en tems	3 56, 70	3 56, 70
Longitude vraie }	66°13 30, 78	66°52 54, 63
Latitude vraie } de la lune	- 4 54 51, 53	- 4 55 58, 95
Parallaxe équator. }	54 38, 15	54 36, 73
Réduction de la parallaxe	- 5, 12	- 5, 12
Parallaxe horizontale à Montauban	54 33, 03	54 31, 61
Demi-diamètre horiz. de la lune	14 53, 30	14 52, 91
L'angle de la verticale	11 8, 9
Latitude corrigée de Montauban	43 49 46, 1
Ascension droite }	16 36 33, 5	36 16 57, 1
Longitude } du zénith	33 55 13, 3	48 55 52, 3
Latitude }	33 34 59, 5	27 43 40, 7
Parallaxe de longitude }	24 39, 10	15 7, 96
Latitude apparente } de la lune	- 5 28 33, 11	- 5 25 34, 61
Demi-diamètre appar. }	15 2, 60	15 4, 33
<i>Sn</i>	906, 58	886, 92
<i>SN</i>	2385, 67	21, 04
<i>m</i>	1807, 29	1806, 54

Conjonction vraie :

$$\text{par l'Imm.} = 17^{\text{h}}4'29'',29 + 1,992ds - 0,033d\beta + 0,923d\pi$$

$$+ \text{l'Em.} = . . 27, 80 - 2,041ds + 0,442d\beta + 0,313d\pi$$

$$0 = 1, 49 + 4,033ds - 0,480d\beta + 0,610d\pi . . [B]$$

Observations de Toulouse.

	Immersion	Emersion
Tems vrai de l'observation	15 ^h 40 23'',50	16 ^h 58'52'',50
Equation du tems	+ 4 44, 39	+ 4 43, 87
Tems moyen de l'observation	15 45 7, 89	17 3 36, 37
Longitude de Toulouse en tems	+ 3 35, 80	+ 3 35, 80
Longitude vraie }	66°13 15, 63	66°52 39, 37
Latit. vraie } de la lune	- 4 54 51, 09	- 4 55 58, 52
Parallaxe équator. }	54 38, 17	54 36, 73
Réduction de la parallaxe	- 5, 05	- 5, 04
Parallaxe horizontale à Toulouse	54 33, 12	54 31, 69
Demi-diamètre de la lune	14 53, 30	14 52, 91
L'angle de la verticale	- 11 8, 4
Latitude corrigée de Toulouse	43 24 37, 6
Ascension droite }	16 34 12, 8	36 14 33, 3
Longitude } du zénith	33 39 38, 8	48 43 44, 9
Latitude }	33 13 24, 4	27 20 52, 2
Parallaxe de longitude }	24 55, 75	15 20, 87
Latitude apparente } de la lune	- 5 28 15, 76	- 5 25 15, 42
Demi-diamètre appar. }	15 2, 62	15 4, 37
<i>Sn</i>	906, 10	882, 46
<i>SN</i>	2401, 85	38, 40
<i>m</i>	1807, 30	1806, 61

Conjonction vraie :

$$\text{par l'Imm.} = 17^{\text{h}}4'52'',19 + 1,993ds - 0,076d\beta + 0,957d\pi$$

$$- \text{l'Em.} = . . 52, 89 - 2,051ds + 0,487d\beta + 0,300d\pi$$

$$0 = - 0, 70 + 4,044ds - 0,563d\beta + 0,657d\pi . . [C]$$

Observations faites à Manheim.

	Immersion	Emerision
Tems vrai de l'observation	16 ^h 25'37",20	17 ^h 46'12",60
Equation du tems	+ 4 44, 28	+ 4 43, 74
Tems moyen	16 30 24, 48	17 50 56, 34
Longitude vraie	66°21 51, 55	67° 2 18, 30
Latitude vraie	} de la lune - 4 55 5, 99	- 4 56 14, 66
Parallaxe équatoriale		
Réduction de la parallaxe	- 6, 13	- 6, 13
Parallaxe horizontale	54 31, 72	54 30, 25
Demi-diamètre de la lune	14 53, 21	14 52, 81
L'angle de la verticale	- 11 1, 5
Latitude corrigée de Manheim	49 18 16, 5
Ascension droite	} du zénith 27 53 18, 8	48 5 20, 3
Longitude		
Latitude	35 2 4, 0	30 9 5, 9
Parallaxe de longitude	} de la lune 0 16 19, 82	0 6 4, 79
Latitude apparente		
Demi-diamètre appar.	15 3, 36	15 4, 41
<i>Sn</i>	903, 53	906, 97
<i>SN</i>	1883, 35	542, 18
<i>m</i>	1807, 15	1806, 45

Conjonction vraie de la lune:

$$\text{par l'Imm.} = 17^{\text{h}}32'53'',30 + 2,001ds + 0,188d\beta + 0,476d\pi$$

$$\text{- l'Ém.} = . . . 55 86 - 1,996ds + 0,118d\beta + 0,154d\pi$$

$$0 = - 2, 56 + 3,997ds + 0,070d\beta + 0,322d\pi..[D]$$

Calcul de l'occultation d'Aldebaran
du 18. Septembre 1810. N. St.

Observations faites à Paris à l'Observatoire Royal.

	Immersion	Emersion
Tems sidéral de l'observation	21 ^h 52' 5'',29	22 ^h 45'13'',67
Tems moyen	10 3 29, 13	10 56 28, 80
Longitude vraie	66°25 5, 15	66°52 40, 75
Latitude vraie } de la lune	-4 36 50, 14	4 38 3, 73
Parallaxe équator. }	55 41, 47	55 39, 93
Réduction de la parallaxe	— 6, 13	— 6, 13
Parallaxe horizontale	55 35, 34	55 33, 80
Demi - diamètre de la lune	15 10, 55	15 10, 13
L'angle de la verticale	11 3, 6	.
Latitude corrigée de l'Observatoire	48 39 9, 5	.
Point de l'équateur au méridien	328 1 19, 3	341 18 25, 0
Longitude } du zénith	357 44 46, 7	9 29 41, 2
Latitude }	55 53 17, 9	50 37 10, 7
Parallaxe de longitude	29 13, 73	29 57, 30
Latitude apparente } de la lune	-5 23 42, 61	-5 22 35, 32
Demi-diamètre appar. }	15 12, 45	15 14, 13
<i>Sn</i>	864, 05	838, 89
<i>SN</i>	2617, 77	958, 40
<i>m</i>	1873, 92	1873, 06

♁ * par l'observation

$$\text{de l'Imm.} = 11^{\text{h}}27'18'',15 + 2,038ds - 0,680d\beta + 1,583d\pi$$

$$- \text{l'Ém.} = \dots 10, 84 - 2,104ds + 0,856d\beta + 0,350d\pi$$

$$0 = 7, 31 + 4,142ds - 1,536d\beta + 1,233d\pi \dots [A']$$

Observations faites à Paris à l'Observatoire de l'École militaire.

	Immersion	Emersion
Tems sidéral de l'observation	21 ^h 51'57",90	22 ^h 45' 7",4
Tems moyen	10 3 21, 74	10 56 22, 53
Longitude occidentale du lieu	0 0 7, 60	0 0 7, 60
Longitude vraie	66°25 5, 27	66°52 41, 44
Latitude vraie } de la lune	4 36 50, 15	4 38 3, 76
Parallaxe équatoriale }	55 41, 47	55 39, 93
Réduction de la parallaxe	— 6, 13	— 6, 13
Parallaxe horizontale	55 35, 34	55 33, 80
Demi-diamètre de la lune	15 10, 55	15 10, 13
L'angle de la verticale	— 11 3, 6
Latitude corrigée de l'Observatoire	48 40 2, 4
Point de l'équateur au méridien	327 59 28, 5	341 16 51, 0
Longitude } du zénith	357 43 59, 4	9 29 12, 0
Latitude }	55 54 44, 3	50 38 30, 1
Parallaxe de longit. }	29 12, 79	29 56, 61
Latitude apparente } de la lune	5 23 43, 34	5 22 36, 09
Demi-diamètre appar. }	15 12, 45	15 14, 13
<i>S n</i>	864, 30	839, 23
<i>S N</i>	2617, 09	957, 38
<i>m</i>	1873, 92	1873, 06

Conjonction vraie :

$$\text{par l'Imm.} = 11^{\text{h}}27'9'',45 + 2,038ds - 0,680d\beta + 1,583d\pi$$

$$- \text{l'Ém.} = . . . 2, 60 - 2,104ds + 0,856d\beta + 0,350d\pi$$

$$0 = 6, 85 + 4,142ds - 1,536d\beta + 1,233d\pi . . [B]$$

Observations faites à Göttingue.

	Immersion	Emersion
Tems moyen de l'observation	10 ^h 37' 4'',84	11 ^h 32' 18'',71
Longitude du lieu	30 25, 90	30 25, 90
Longitude vraie }	66 ^o 26 44, 04	66 55 29, 36
Latitude } de la lune	-4 36 54, 56	-4 ^o 38 11, 17
Parallaxe équat. }	55 41, 38	55 39, 78
Réduction de la parallaxe	— 6, 63	— 6, 63
Parallaxe horizontale	55 34, 75	55 33, 15
Demi-diamètre horiz. de la lune	15 10, 52	15 10, 09
L'angle de la verticale	10 52, 5
Latitude corrigée de Göttingue	51 21 3, 5
Ascension droite }	336 25 22, 9	350 16 7, 1
Longitude } du zénith	8 7 50, 7	19 10 40, 7
Latitude }	54 40 27, 1	49 19 39, 9
Parallaxe de longitude }	27 34, 20	27 4, 62
Latitude apparente } de la lune	-5 23 37, 81	-5 22 24, 24
Demi-diamètre appar. }	15 13, 91	15 15, 54
<i>S n</i>	863, 88	835, 40
<i>S N</i>	2518, 09	789, 22
<i>m</i>	1873, 87	1872, 98

Conjonction vraie de la lune:

$$\text{par l'Imm.} = 11^{\text{h}}57'42'',49 + 2,042ds - 0,691d\beta + 1,534d\pi$$

$$- \text{l'Ém.} = . . . 35, 65 - 2,116ds + 0,885d\beta + 0,233d\pi$$

$$0 = 6, 84 + 4,158ds - 1,576d\beta + 1,301d\pi \dots [C']$$

Observation de Mirepoix.

	Immersion	Émersion
Tems vrai de l'observation	10 ^h 1' 50'', 10	10 ^h 48' 43'', 10
Equation du tems	— 5 56, 28	— 5 56, 96
Tems solaire moyen	9 55 53, 82	10 42 46, 14
Longitude vraie	66° 22' 5, 80	66° 46' 30, 31
Latitude vraie } de la lune	— 4 36 42, 11	— 4 37 47, 35
Parall. équator. }	55 41, 64	55 40, 28
Réduction de la parallaxe	— 5, 05	— 5, 05
Parallaxe horizontale à Mirepoix	55 36, 59	55 35, 23
Demi-diamètre horiz. de la lune	15 10, 60	15 10, 22
L'angle de la verticale	— 11 7, 7
Latitude corrigée de Mirepoix	42 53 59, 3
Ascension droite)	326 7 15, 7	337 52 16, 0
Longitude } du zénith	350 20 5, 4	1 30 35, 0
Latitude }	51 54 28, 2	47 14 54, 5
Parallaxe de longit.)	33 28, 77	34 32, 43
Latitude apparente } de la lune	— 5 21 2, 01	— 5 19 52, 75
Demi-diamètre appar.)	15 11, 73	15 13, 42
<i>Sn</i>	787, 72	744, 14
<i>SN</i>	2796, 49	1328, 29
<i>m</i>	1874, 01	1873, 25

Conjonction vraie :

$$\text{par l'Imm.} = 11^{\text{h}} 25' 25'', 90 + 2,233ds - 1,139d\beta + 2,065d\pi$$

$$- \text{l'Ém.} = . . . 18, 84 - 2,368ds + 1,385d\beta + 0,145d\pi$$

$$0 = 7, 06 + 4,601ds - 2,524d\beta + 1,920d\pi . . [D]$$

Observations de Marseille.

~~~~~

|                                       | Immersion                  | Emersion                    |
|---------------------------------------|----------------------------|-----------------------------|
| Tems moyen de l'observation           | 10 <sup>h</sup> 9' 54", 01 | 10 <sup>h</sup> 56' 15", 48 |
| Longitude de Marseille en tems        | 12 7, 60                   | 12 7, 60                    |
| Longitude vraie                       | 66° 22 6, 63               | 66 46 15, 10                |
| Lat. vr. australe } de la lune        | - 4 36 42, 15              | - 4° 37 46, 67              |
| Parallaxe équat. } . . . . .          | 55 41, 64                  | 55 40, 29                   |
| Réduction de la parallaxe . . . . .   | — 5, 09.                   | — 5, 08                     |
| Parall. horiz. de la lune à Marseille | 55 36, 55                  | 55 35, 21                   |
| Demi-diamètre horiz. de la lune       | 15 10, 60                  | 15 10, 23                   |
| L'angle de la verticale . . . . .     | 11 8, 0                    | . . . . .                   |
| Latitude corrigée de Marseille        | 43 6 41, 0                 | . . . . .                   |
| Ascension droite } . . . . .          | 329 37 18, 6               | 341 14 34, 9                |
| Longitude . . . . . } du zénith       | 353 57 59, 3               | 4 41 36, 9                  |
| Latitude . . . . . } . . . . .        | 50 42 19, 8                | 46 5 8, 6                   |
| Parallaxe de longitude } . . . . .    | 33 46, 86                  | 34 21, 32                   |
| Latitude apparente } de la lune       | - 5 20 31, 60              | - 5 19 18, 40               |
| Demi-diamètre appar. } . . . . .      | 15 12, 38                  | 15 14, 04                   |
| <i>S n</i> . . . . .                  | 769, 55                    | 718, 82                     |
| <i>S N</i> . . . . .                  | 2796, 41                   | 1342, 51                    |
| <i>m</i> . . . . .                    | 1874, 01                   | 1873, 26                    |

## Conjonction vraie:

$$\text{par l'Imm.} = 11^{\text{h}} 39' 25'', 94 + 2,288ds - 1,242d\beta + 2,146d\pi$$

$$- \text{l'Ém.} = . . . 15, 48 - 2,455ds + 1,527d\beta + 0,047d\pi$$

---


$$0 = 10, 46 + 4,743ds - 2,769d\beta + 2,099d\pi \dots [E']$$

*Observations faites à Altona près d'Hambourg.*

|                                             | Immersion                 | Émersion                  |
|---------------------------------------------|---------------------------|---------------------------|
| Tems sidéral de l'observation               | 22 <sup>h</sup> 28'50",50 | 23 <sup>h</sup> 25'27",00 |
| Tems moyen . . . . .                        | 10 93 57, 35              | 11 36 40, 53              |
| Longitude du lieu en tems . . . . .         | 30 31, 80                 | 30 31, 80                 |
| Longitude vraie . . . . .                   | 66°28'10, 81              | 66°57'42, 54              |
| Latitude australe . . . . .                 | - 4 36 58, 44             | - 4 38 17, 04             |
| Parallaxe équatoriale . . . . .             | 55 41, 30                 | 55 39, 65                 |
| Réduction de la parallaxe . . . . .         | — 7, 00                   | — 7, 09                   |
| Parallaxe horizontale à Altona . . . . .    | 55 34, 30                 | 55 32, 65                 |
| Demi-diamètre horiz. de la lune . . . . .   | 15 10, 50                 | 15 10, 05                 |
| L'angle de la verticale . . . . .           | 10 40, 4                  | . . . . .                 |
| Latitude corr. du lieu de l'observ. . . . . | 53 22 19, 6               | . . . . .                 |
| Ascension droite . . . . .                  | 337 8 37, 5               | 351 21 45, 0              |
| Longitude . . . . .                         | 11 0 24, 2                | 21 55 0, 1                |
| Latitude . . . . .                          | 55 56 20, 9               | 50 31 14; 5               |
| Parallaxe de longit. . . . .                | 25 51, 23                 | 25 15, 34                 |
| Latitude apparente . . . . .                | - 5 24 27, 63             | - 5 23 18, 02             |
| Demi-diamètre appar. . . . .                | 15 14, 08                 | 15 15, 65                 |
| <i>Sn</i> . . . . .                         | 880, 46                   | 858, 34                   |
| <i>SN</i> . . . . .                         | 2431, 69                  | 656, 99                   |
| <i>m</i> . . . . .                          | 1873, 82                  | 1872, 90                  |

Conjonction vraie :

$$\text{par l'Imm.} = 11^{\text{h}}57'49'',12 + 2,004ds - 0,569d\beta + 1,380d\pi$$

$$- \text{l'Ém.} = . . . 43, 37 - 2,060ds + 0,740d\beta + 0,274d\pi$$

---


$$0 = 5, 75 + 4,064ds - 1,309d\beta + 1,106d\pi . . [F']$$

Calcul de l'occultation d'Aldebaran  
du 22. Octobre 1812. N. St.

Observations faites à Vienne.

|                                  | Immersion                  | Emersion                    |
|----------------------------------|----------------------------|-----------------------------|
| Tems vrai de l'observation       | 13 <sup>h</sup> 9' 49", 75 | 14 <sup>h</sup> 21' 31", 40 |
| Equation du tems                 | — 15 29, 15                | 15 29, 55                   |
| Tems moyen                       | 12 54 20, 60               | 14 6 1, 85                  |
| Longitude de Vienne              | 0 56 10, 20                | 0 56 10, 20                 |
| Longitude vraie                  | 66° 45' 26, 1              | 67° 29' 32, 6               |
| Latitude vraie } de la lune      | — 4 59 28, 63              | — 4 58 47, 10               |
| Parallaxe équator. }             | 60 20, 64                  | 60 18, 32                   |
| Réduction de la parallaxe        | — 6, 52                    | — 6, 51                     |
| Parallaxe horizontale de la lune | — 60 14, 12                | 60 11, 81                   |
| Demi-diamètre de la lune         | 16 26, 62                  | 16 25, 99                   |
| L'angle de la verticale          | 11 5, 4                    |                             |
| Latitude corrigée de Vienne      | 48 1 30, 6                 |                             |
| Ascension droite } du zénith     | 44 49 55, 0                | 62 48 10, 4                 |
| Longitude                        | 56 56 3, 9                 | 70 2 23, 7                  |
| Latitude                         | 29 37 12, 2                | 26 25 56, 9                 |
| Parallaxe de longitude }         | + 9 6, 24                  | — 2 26, 60                  |
| Latitude apparente } de la lune  | — 5 34 6, 72               | — 5 30 37, 63               |
| Demi-diamètre appar. }           | 16 40, 78                  | 16 40, 89                   |
| <i>Sn</i>                        | 952, 86                    | 999, 38                     |
| <i>SN</i>                        | 1499, 10                   | 1145, 98                    |
| <i>m</i>                         | 2215, 67                   | 2214, 12                    |

♁ \* par l'observation

$$\text{de l'Imm.} = 13^{\text{h}} 34' 56'', 32 + 1,707ds + 0,547d\beta - 0,069d\pi$$

$$\text{— l'Ém.} = 13 34 58, 57 - 1,628ds - 0,180d\beta + 0,029d\pi$$

$$0 = - 2, 25 + 3,335ds + 0,727d\beta - 0,098d\pi.. [A'']$$

## Observations de Prague.

|                                       | Immersion                  | Émersion                    |
|---------------------------------------|----------------------------|-----------------------------|
| Tems vrai de l'observation . . . . .  | 13 <sup>h</sup> 2' 45'',05 | 14 <sup>h</sup> 10' 47'',80 |
| Equation du tems . . . . .            | — 15 29, 14                | — 15 29, 54                 |
| Tems moyen . . . . .                  | 12 47 15, 91               | 13 55 18, 26                |
| Longitude du lieu . . . . .           | 0 48 20, 95                | 0 48 20, 95                 |
| Longitude vraie } . . . . .           | 66° 45 53, 55              | 67° 27 45, 39               |
| Latitude vraie } de la lune           | — 4 59 28, 21              | — 4 58 48, 84               |
| Parallaxe équator. } . . . . .        | 60 20, 61                  | 60 18, 42                   |
| Réduction de la parallaxe . . . . .   | — 6, 90                    | — 6, 89                     |
| Parallaxe horizontale . . . . .       | 60 13, 71                  | 60 11, 52                   |
| Demi-diamètre de la lune . . . . .    | 16 26, 62                  | 16 26, 02                   |
| L'angle de la verticale . . . . .     | — 10 59, 2                 | . . . . .                   |
| Latitude corrigée de Prague . . . . . | 49 54 18, 8                | . . . . .                   |
| Ascension droite } . . . . .          | 43 3 46, 5                 | 60 7 9, 4                   |
| Longitude } du zénith                 | 56 23 24, 6                | 68 33 15, 5                 |
| Latitude } . . . . .                  | 31 46 46, 7                | 28 38 47, 6                 |
| Parallaxe de longitude } . . . . .    | + 9 23, 57                 | — 1 1, 56                   |
| Latitude apparente } de la lune       | — 5 35 56, 99              | — 5 32 38, 20               |
| Demi-diamètre appar. } . . . . .      | 16 40, 35                  | 16 40, 55                   |
| <i>Sn</i> . . . . .                   | 907, 60                    | 978, 07                     |
| <i>SN</i> . . . . .                   | 1471, 18                   | 1039, 63                    |
| <i>m</i> . . . . .                    | 2215, 65                   | 2214, 18                    |

## Conjonction vraie :

$$\text{par l'Imm.} = 13^{\text{h}} 27' 6'', 29 + 1,799 ds + 0,773 d\beta - 0,215 d\pi$$

$$- \text{l'Ém.} = . . . 7, 95 - 1,671 ds - 0,386 d\beta + 0,190 d\pi$$

---


$$0 = - 1, 66 + 3,470 ds + 1,159 d\beta - 0,405 d\pi \dots [B'']$$

## Observations de Padoue.



|                                 | Immersion                  | Émersion                   |
|---------------------------------|----------------------------|----------------------------|
| Temps moyen de l'observation .  | 12 <sup>h</sup> 26'34'',30 | 13 <sup>h</sup> 39'24'',80 |
| Longitude de Padoue en tems .   | 38 7, 90                   | 38 7, 90                   |
| Longitude vraie                 | 66°39 26, 51               | 67°24 16, 06               |
| Latitude vraie } de la lune     | - 4 59 34, 05              | - 4 58 52, 22              |
| Parallaxe équator. }            | 60 20, 95                  | 60 18, 60                  |
| Réduction de la parallaxe .     | — 5, 94                    | — 5, 94                    |
| Parallaxe horizontale . . .     | 60 15, 01                  | 60 12, 66                  |
| Demi-diamètre de la lune . .    | 16 26, 71                  | 16 26, 07                  |
| L'angle de la verticale . . .   | 11 9, 3                    | . . . .                    |
| Latitude corrigée de Padoue .   | 45 12 52, 9                | . . . .                    |
| Ascension droite } . . . .      | 37 52 56, 5                | 56 8 33, 5                 |
| Longitude . . . } du zénith     | 50 42 10, 8                | 64 24 6, 1                 |
| Latitude . . . }                | 28 36 38, 7                | 24 43 8, 3                 |
| Parallaxe de longitude } . . .  | + 14 48, 80                | + 2 55, 34                 |
| Latitude apparente } de la lune | - 5 33 12, 03              | - 5 29 9, 23               |
| Demi-diamètre appar. }          | 16 40, 67                  | 16 41, 24                  |
| <i>Sn</i> . . . . .             | 969, 50                    | 1005, 60                   |
| <i>SN</i> . . . . .             | 1858, 30                   | 830, 25                    |
| <i>m</i> . . . . .              | 2215, 88                   | 2214, 31                   |

## Conjonction vraie :

$$\text{de l'Imm.} = 13^{\text{h}}16'53'',36 + 1,685ds + 0,446d\beta + 0,151d\pi$$

$$- \text{l'Ém.} = \dots 54, 98 - 1,626ds - 0,035d\beta + 0,097d\pi$$

---


$$0 = - 1, 62 + 3,311ds + 0,481d\beta + 0,054d\pi \dots [C'']$$

## Observations faites à Milan.

|                                | Immersion                  | Émersion                   |
|--------------------------------|----------------------------|----------------------------|
| Temps moyen de l'observation . | 12 <sup>h</sup> 12'50'',30 | 13 <sup>h</sup> 24'18'',80 |
| Longitude de Milan en temps .  | 0 27 25, 70                | 0 27 25, 70                |
| Longitude vraie .              | 66°37 34, 55               | 67°21 33, 83               |
| Latitude vraie .               | } de la lune — 4 59 35, 72 | — 4 58 54, 84              |
| Parallaxe équatoriale .        |                            |                            |
| Réduction de la parallaxe .    | 60 21, 05                  | 60 18, 74                  |
| Parallaxe horizontale .        | — 5, 96                    | — 5, 95                    |
| Parallaxe horizontale .        | 60 15, 09                  | 60 12, 79                  |
| Demi - diamètre de la lune .   | 16 26, 74                  | 16 26, 11                  |
| L'angle de la verticale .      | 11 9, 3                    | . . . . .                  |
| Latitude corrigée de Milan .   | 45 16 51, 4                | . . . . .                  |
| Ascension droite .             | 34 26 49, 0                | 52 21 52, 7                |
| Longitude .                    | } du zénith . 48 9 26, 1   | 61 34 55, 5                |
| Latitude .                     |                            |                            |
| Parallaxe de longit. .         | 29 33 42, 6                | 25 27 57, 6                |
| Latitude apparente .           | } de la lune — 5 33 59, 87 | — 5 29 51, 92              |
| Demi-diamètre appar. .         |                            |                            |
| <i>Sn</i> . . . . .            | + 16 54, 61                | + 5 34, 85                 |
| <i>SN</i> . . . . .            | 16 40, 33                  | 16 41, 10                  |
| <i>m</i> . . . . .             | 954, 67                    | 1003, 61                   |
|                                | 1969, 28                   | 668, 76                    |
|                                | 2215, 94                   | 2214, 40                   |

## Conjonction vraie :

$$\text{par l'Imm.} = 13^{\text{h}}6' 9'',58 + 1,710ds + 0,534d\beta + 0,151d\pi$$

$$- \text{l'Ém.} = . . 11, 58 - 1,629ds - 0,105d\beta + 0,205d\pi$$

---


$$0 = - 2, 00 + 3,339ds + 0,639d\beta - 0,054d\pi . . [D'']$$

## Observations faites à la Chapellete.

|                                     | Immersion                  | Émersion                  |
|-------------------------------------|----------------------------|---------------------------|
| Temps moyen de l'observation        | 11 <sup>h</sup> 49'52'',38 | 13 <sup>h</sup> 1 16'',42 |
| Longitude du lieu en tems . . . . . | 12 10, 40                  | 12 10, 40                 |
| Longitude vraie } . . . . .         | 66°32 49, 6                | 67 16 46, 55              |
| Latit. vraie } de la lune           | - 4 59 39, 97              | - 4 58 59, 43             |
| Parallaxe équator. } . . . . .      | 60 21, 30                  | 60 18, 99                 |
| Réduction de la parallaxe . . . . . | — 5, 51                    | — 5, 51                   |
| Parallaxe horizontale . . . . .     | 60.15, 79                  | 60 13, 48                 |
| Demi-diamètre de la lune . . . . .  | 16 26, 80                  | 16 26, 17                 |
| L'angle de la verticale . . . . .   | 11 8, 0                    | . . . . .                 |
| Latitude corrigée de la Chapellete  | 43 5 37, 0                 | . . . . .                 |
| Ascension droite } . . . . .        | 28 42 1, 3                 | 46 35 57, 8               |
| Longitude } du zénith               | 42 49 37, 1                | 56 31 21, 9               |
| Latitude } . . . . .                | 29 8 58, 8                 | 24 32 57, 1               |
| Parallaxe de longitude } . . . . .  | + 21 33, 26                | + 10 25, 59               |
| Latitude apparente } de la lune     | - 5 33 32, 52              | - 5 29 2, 30              |
| Demi-diamètre appar. } . . . . .    | 16 39, 96                  | 16 41, 11                 |
| <i>Sn</i> . . . . .                 | 962, 88                    | 1005, 60                  |
| <i>SN</i> . . . . .                 | 2256, 14                   | 380, 01                   |
| <i>m</i> . . . . .                  | 2216, 11                   | 2214, 57                  |

Conjonction vraie :

$$\text{par l'Imm.} = 12^{\text{h}}50'57'',41 + 1,695 ds + 0,483 d\beta + 0,309 d\pi$$

$$- \text{l'Ém.} = . . . 58, 67 - 1,625 ds - 0,024 d\beta + 0,293 d\pi$$

---


$$0 = - 1, 26 + 3,320 ds + 0,507 d\beta + 0,016 d\pi . . [E'']$$

Le calcul ci-dessus rapporté nous a donné plusieurs équations de condition, dont nous allons tirer la correction du demi-diamètre apparent de la lune, calculé sur les tables lunaires de Mr. *Burckhardt*. En commençant par l'occultation du 10. Août 1792, nous aurons les quatre équations suivantes :

$$0 = - 2'',41 + 4,011 ds + 0,307 d\beta + 0,127 d\pi, \dots [A]$$

$$0 = 1, 49 + 4,033 ds - 0,480 d\beta + 0,610 d\pi, \dots [B]$$

$$0 = - 0, 70 + 4,044 ds - 0,563 d\beta + 0,657 d\pi, \dots [C]$$

$$0 = - 2, 56 + 3,997 ds + 0,070 d\beta + 0,322 d\pi; \dots [D]$$

qui étant traitées par la méthode des moindres carrés, donnent pour la détermination des corrections  $ds$ ,  $d\beta$  et  $d\pi$ , les trois équations :

$$0 = - 16'',721 + 64,683 ds - 2,701 d\beta + 6,913 d\pi \dots [a]$$

$$0 = - 1, 2402 - 2,7011 ds + 0,6465 d\beta - 0,6012 d\pi \dots [b]$$

$$0 = - 0, 6814 + 6,9135 ds - 0,6012 d\beta + 0,9235 d\pi \dots [c].$$

En y éliminant  $d\beta$ , on en tire les deux équations suivantes :

$$ds = 0'',4102 - 0,08242 d\pi,$$

$$ds = 0, 4063 - 0,08220 d\pi.$$

On ne peut pas obtenir ici  $d\pi$  avec quelque exactitude, les coefficients de cette correction étant très petits par rapport à ceux de  $ds$ . Mais, dans l'état actuel des tables,  $d\pi$  se réduit presque entièrement à la correction de la constante de la parallaxe lunaire; nous pouvons donc la laisser ici indéterminée, sauf de l'introduire après, quand elle sera connue par le calcul d'autres observations, plus propres à sa détermination. Nous aurons ainsi pour résultat de l'occultation du 10. Août 1792 l'équation :

$$[I] \dots ds = 0'',4102 - 0,0824 d\pi,$$

tirée de la combinaison des équations [a] et [b], qui ont été formées par rapport à  $ds$  et  $d\beta$ .

Les observations de l'occultation du 18. Septembre 1810. nous ont fourni ci-dessus les équations :

$$0 = 7'',31 + 4,142 ds - 1,536 d\beta + 1,233 d\pi, \dots [A']$$

$$0 = 6, 85 + 4,142 ds - 1,536 d\beta + 1,233 d\pi, \dots [B']$$

$$0 = 6, 84 + 4,158 ds - 1,576 d\beta + 1,301 d\pi, \dots [C']$$

$$0 = 7, 06 + 4,601 ds - 2,524 d\beta + 1,920 d\pi, \dots [D']$$

$$0 = 10, 46 + 4,743 ds - 2,769 d\beta + 2,099 d\pi, \dots [E']$$

$$0 = 5, 75 + 4,064 ds - 1,309 d\beta + 1,106 d\pi; \dots [F']$$

qui ne semblent pas être très propres à la détermination des inconnues, parce que tous les termes y conservent leurs signes. Aussi parvient-on, en se servant de la méthode des moindres carrés, aux trois équations suivantes :

$$0 = ds + 1'',72259 - 0,44142 d\beta + 0,34807 d\pi, \dots [a']$$

$$0 = ds + 1, 75991 - 0,46517 d\beta + 0,36366 d\pi, \dots [b']$$

$$0 = ds + 1, 75347 - 0,46119 d\beta + 0,36106 d\pi, \dots [c']$$

qui sont presque identiques. En éliminant  $ds$  dans les équations [a'] et [b'], on en tire

$$d\beta = 1'',5714 + 0,6564 d\pi.$$

Cette valeur réduit l'équation [a'] à

$$ds = - 1'',02895 - 0,05831 d\pi;$$

ce qui diffère considérablement du résultat obtenu par les observations de l'occultation du 10. Août 1792.

On remarquera cependant, en examinant les six équations de condition A', B', C', ..., qu'il y a toute apparence que le terme constant de l'équation [D'] est affecté d'une erreur considérable. Excluons donc cette équation, et nos équations finales se changeront alors en :

$$0 = ds + 1'',76653 - 0,41639 d\beta + 0,33189 d\pi, \dots [a']$$

$$0 = ds + 1, 82931 - 0,43949 d\beta + 0,34715 d\pi, \dots [b']$$

$$0 = ds + 1, 81795 - 0,43553 d\beta + 0,34455 d\pi. \dots [c']$$

Les dernières équations [a'] et [b'] donnent

$$d\beta = 2'',7178 + 0,6606 d\pi;$$

substituant cette valeur dans l'équation [a'], on trouve

$$ds = - 0'',6349 - 0,0568 d\pi.$$

Quoique ce résultat soit peut-être moins inexact, cependant il ne mérite pas d'être conservé, à cause des circonstances ci-dessus énoncées.

L'occultation du 22. Octobre 1812, nous a donné ci-dessus les équations de condition :

$$0 = -2'',25 + 3,335 ds + 0,727 d\beta - 0,098 d\pi, \dots [A'']$$

$$0 = -1,66 + 3,470 ds + 1,159 d\beta - 0,405 d\pi, \dots [B'']$$

$$0 = -1,62 + 3,311 ds + 0,481 d\beta + 0,054 d\pi, \dots [C'']$$

$$0 = -2,00 + 3,339 ds + 0,639 d\beta - 0,054 d\pi, \dots [D'']$$

$$0 = -1,26 + 3,320 ds + 0,507 d\beta + 0,016 d\pi, \dots [E'']$$

qui, étant traitées par la méthode des moindres carrés, se réduisent aux trois suivantes :

$$ds = 0'',52381 - 0,21059 d\beta + 0,029852 d\pi \dots [a'']$$

$$ds = 0,52764 - 0,23352 d\beta + 0,045638 d\pi \dots [b'']$$

$$ds = 0,53145 - 0,32195 d\beta + 0,106935 d\pi \dots [c'']$$

En tirant la valeur de  $d\beta$  des équations  $[a'']$  et  $[b'']$ , formées par rapport à  $ds$  et  $d\beta$ , nous aurons :

$$d\beta = 0'',16725 + 0,68845 d\pi;$$

et cette valeur étant substituée dans les équations  $[a'']$  et  $[c'']$ , les réduit à :

$$ds = 0'',4886 - 0,1151 d\pi \dots [a'']$$

$$ds = 0,4776 - 0,1147 d\pi \dots [c'']$$

Ne pouvant point déterminer moyennant ces équations la correction  $d\pi$  avec quelque exactitude, nous sommes contraint de la laisser ici encore indéterminée. En conséquence nous aurons pour résultat de l'occultation du 22. Octobre 1812 l'équation :

$$\text{II} \dots ds = 0'',4886 - 0,1151 d\pi$$

qui s'accorde assez bien avec le résultat de l'occultation du 10. Août 1792.

Jusqu'à ce que la correction  $d\pi$  soit déterminée par d'autres observations, supposons la  $= 0'',0$ ; et nous aurons, en prenant la demi-somme des équations I et II, la correction approximative du demi-diamètre de la lune, calculé sur les tables de Mr. *Burkhardt*,  $= 0'',45$ .

## DE CURVA QUADAM TRANSCENDENTE

EJUSQUE PROPRIETATIBUS.

AUCTORE

PAULO FUSS.

---

 Conventui exhibuit die 23. Aprilis 1817.
 

---

§. 1. Quærens nuper problemata ex methodo tangentium inversa, quibus vires discipulorum meorum exercere possem in calculo integrali; cui negotio hujusmodi problemata valde sunt idonea; incidi in curvam, transcendentem quidem, sed propter proprietates, quibus prædita est, satis memorabilem. Quæstio ad eam perducens ita se habet:

*Problema I.*

§. 2. *Invenire curvam AYM, ad axem AB relatam, cujus arcus AY ubique æqualis sit resectæ AT.* Tab. IV.  
Fig. 1.

*Solutio:*

Sit abscissa  $AX = x$ , applicata  $XY = y$ , ductaque tangente YT resecta erit  $AT = TX - AX = \frac{y \partial x}{\partial y} - x = \frac{y - px}{p}$  (existente  $p$  tangente anguli curvedinis). Habebimus ergo ex conditione problematis

$$s = \frac{y - px}{p}.$$

Sumtis differentialibus nanciscimur

$$\partial s = \partial x \sqrt{1 + pp} = \frac{\partial y}{p} \sqrt{1 + pp} = - \frac{y \partial p}{p^2},$$

ex qua æquatione prodit

$$\frac{\partial y}{y} = - \frac{\partial p}{p \sqrt{1 + pp}}.$$

Jam ad reddendam integrationem faciliorem, sit  $\sqrt{1 + pp} = p + z$ , critque  $p = \frac{1 - zz}{2z}$ ,  $dp = - \frac{\partial z(1 + zz)}{2zz}$ , et  $\sqrt{1 + pp} = \frac{1 + zz}{2z}$ .

Substitutis nunc omnibus his valoribus in aequatione pro  $\frac{\partial y}{y}$  inventa, habebimus

$$\frac{\partial y}{y} = \frac{2 \partial z}{1 - z^2}.$$

Hanc postremam fractionem discerpamus in duas sequentes :

$$\frac{2A \partial z}{1+z} + \frac{2B \partial z}{1-z},$$

quae, si ad eundem denominatorem revocentur ac cum proposita comparentur, dabunt pro A et B hos valores :

$$A = \frac{1}{2} \text{ et } B = \frac{1}{2},$$

ita ut habeamus

$$\frac{\partial y}{y} = \frac{\partial z}{1+z} + \frac{\partial z}{1-z},$$

sumtoque integrali prodit

$$ly = la + l(1+z) - l(1-z).$$

Hinc restituto loco  $z$  valore  $z = \sqrt{1+pp} - p$ , adipiscimur

$$ly = la + l \frac{1 + \sqrt{1+pp} - p}{1 - \sqrt{1+pp} + p},$$

consequenter

$$y = \frac{a(1 + \sqrt{1+pp} - p)}{1 - \sqrt{1+pp} + p}.$$

Quo hanc formulam commodiorem reddamus ducamus ejus numeratorem ac denominatorem in  $1 - \sqrt{1+pp} + p$ , fietque

$$y = - \frac{ap}{1 - \sqrt{1+pp}},$$

unde porro deducitur

$$p = \frac{\partial y}{\partial x} = - \frac{2ay}{a^2 - y^2},$$

ita ut habeamus

$$\partial x = - \frac{\partial y (aa - yy)}{2ay},$$

hacque aequatione integrata prodit

$$x = C - \frac{a}{2} ly + \frac{yy}{4a}.$$

Si nunc definiamus C ita, utposito  $y = a$ ; fiat  $x = 0$ , erit

$$C = \frac{a}{2} la - \frac{aa}{4a},$$

atque substituto hoc valore in aequatione modo inventa pro  $x$ , fiet

$$x = \frac{1}{2} a l \frac{a}{y} - \frac{(aa - yy)}{4a},$$

quae aequatio indicat curvam nostram ad genus transcendentium pertinere.

### Corollarium.

§. 3. Antequam construamus curvam nostram ope aequationis, videamus qualis propemodum sit figura ejus. Hunc in finem si in aequatione prius inventa ponatur  $y = a$ , tum fit  $x = 0$ , et tangens anguli curvedinis  $p = -\frac{2ay}{aa - yy}$  evadit infinita, ipse consequenter angulus  $\Phi = 90^\circ$ . Unde patet, si in initio abscissarum A erigatur perpendicularum  $AC = a$ , curvam ab eo tangi in C. Si porro in aequatione ponatur  $y = 0$ , fiet  $x = \infty$ ; ex quo concluditur curvam habere ramum descendente  $CYM$ , huncque ramum in infinito coincidere cum axè, inferiorem ergo curvae partem, asymptota praeditam esse. Adhuc notandum est, si applicata  $y < a$  successive diminuatur, ac denique evadat pars parum notabilis constantis  $a$ , aequationem mutari in hanc:

$$x = \frac{1}{2} a l \frac{a}{y} - \frac{a}{4},$$

quae est aequatio Logisticae. Unde sequitur ramum descendente, quo propius accedat ad axem, eo similiorem fore Logisticae. Contra vero, quando applicata  $y > a$  magis magisque crescit, et denique fit valde magna tum aequatio abit in hanc:  $yy = 4ax$ , quae indicat parabolam vulgarem. Unde intelligitur ascendente curvae ramum  $CYN$ , quo longius a puncto C fuerit remotus, eo similiorem fore parabolae. Si denique ponatur  $y = \infty$  fit  $x = \infty$ . Caeterum manifestum est resectas hujus curvae cadere vel sinistrorsum vel dextrorsum puncti A, prout scilicet punctum curvae situm fuerit vel in ramo ascendente vel descendente, ac pro postremo resectas signo contrario sumendas esse. Sic ergo erit in figura 2<sup>da</sup>  $CY = TA$  atque  $CY' = T'A$ .

Tab. IV.  
Fig. 2.

## Scholion 1.

§. 4. Haud difficile jam erit definire arcum curvae ex aequatione ejus. Sumamus hunc in finem ramum descendentem, cujus arcus erit:  $s = x - \frac{y}{p}$ , quae expressio ob

$$x = \frac{1}{2} a l \frac{a}{y} + \frac{yy - aa}{4a}, \text{ et}$$

$$\frac{y}{p} = \frac{yy - aa}{2a}$$

mutatur in hanc

$$s = \frac{1}{2} a l \frac{a}{y} + \frac{aa - yy}{4a};$$

unde sequitur: decrescente applicata  $y$ , crescere arcum,positoque  $y = 0$ , eum fieri infinitum, contra vero crescente applicata, arcum successive decrescere. Si enim fuerit  $y = a$ ,  $s$  evanescit, hocque fit in puncto C, initio curvae, ubi scilicet ramus descendens transit in ascendentem. Facto denique  $y > a$ , arcus iterum crescit, sed signo contrario, atqueposito  $y = \infty$ , fiet  $s = -\infty$ .

Hoc igitur modo figura curvae jam propemodum innotescit; sequens Scholion indicabit, quomodo illa construenda sit ope aequationis inventae.

## Scholion 2.

§. 5. Transeamus nunc ad constructionem curvae ope aequationis inventae

$$x = \frac{1}{2} \varepsilon a l \frac{a}{y} - \frac{(aa - yy)}{4a},$$

ubi scilicet  $\varepsilon$  denotat numerum, per quem multiplicari debet logarithmus tabularis ut in logarithmum naturalem sive hyperbolicum convertatur, scilicet  $\varepsilon = 2,302585$  eritque arcus

$$s = \frac{1}{2} \varepsilon a l \frac{a}{y} + \frac{(aa - yy)}{4a}.$$

Quodsi nunc pro applicata  $y$  successive scribantur valores:

$$y = 0, 2a; 0, 4a; 0, 6a; 0, 8a; 1, 0a; 1, 2a; 1, 4a; \\ 1, 6a; 2, 0a; 3, 0a \text{ etc.}$$

invenientur valores correspondentes abscissae et arcus, quos sequens tabula exhibet

| $y$       | $x$       | $s$       |
|-----------|-----------|-----------|
|           |           | +         |
| 0,200 $a$ | 0,565 $a$ | 1,045 $a$ |
| 0,400 $a$ | 0,248 $a$ | 0,668 $a$ |
| 0,600 $a$ | 0,095 $a$ | 0,415 $a$ |
| 0,800 $a$ | 0,022 $a$ | 0,202 $a$ |
| 1,000 $a$ | 0,000 $a$ | 0,000 $a$ |
|           |           | -         |
| 1,200 $a$ | 0,019 $a$ | 0,201 $a$ |
| 1,400 $a$ | 0,072 $a$ | 0,408 $a$ |
| 1,600 $a$ | 0,165 $a$ | 0,625 $a$ |
| 2,000 $a$ | 0,404 $a$ | 1,096 $a$ |
| 3,000 $a$ | 1,451 $a$ | 2,549 $a$ |

Non opus est hanc tabulam ulterius continuare, quoniam praecipue intererat nosse figuram portionis curvae puncto C proximae. Caeterum et ex hac tabula apparet, quod jam supra innuimus, arcus, sumto  $y > a$ , fieri negativos, abscissas vero manere positivas. Adhuc notandum est, hoc casu, quo scilicet  $y > a$ , expressiones adhibitae ita se habere:

$$x = -\frac{1}{2}\varepsilon a l \frac{y}{a} + \frac{(yy - aa)}{4a}, \text{ et}$$

$$s = -\frac{1}{2}\varepsilon a l \frac{y}{a} - \frac{(yy - aa)}{4a}.$$

### Problema II.

§. 6. Invenire radium osculi curvae in quolibet ejus puncto.

#### Solutio.

Si in nota illa expressione generali pro radio osculi:

$$R = \pm \frac{\partial x (1 + pp)^{\frac{3}{2}}}{\partial p}$$

substituamus valores

$$\partial x = \frac{\partial y (yy - aa)}{2ay};$$

$$p = \frac{2ay}{yy - aa};$$

$$(1 + pp)^{\frac{3}{2}} = \left(\frac{yy + aa}{yy - aa}\right)^3; \text{ et}$$

$$\partial p = - \frac{2a(yy + aa)\partial y}{(yy - aa)^2};$$

nanciscimur

$$R = \pm \frac{(yy + aa)^{\frac{3}{2}}}{4aay}.$$

#### Corollarium 1.

§. 7. Hinc intelligitur, posito  $y = a$  fore et  $R = a$  sumtis vero  $y = 0$ , et  $y = \infty$ , fore  $R = \infty$ : Erit igitur in curva punctum, ubi radius osculi minimus est, hocque punctum erit, ubi  $y = \frac{a}{\sqrt{3}} = 0,577a$ , atque  $x = \frac{1}{4}a\sqrt{3} - \frac{1}{6}a = 0,108a$ , fiet enim  $\mathfrak{R} = \frac{4a}{3\sqrt{3}} = 0,770a$ .

#### Corollarium 2.

§. 8. Cum sit

$$TY^2 = TX^2 + XY^2 = \frac{y^2 \partial x^2}{\partial y^2} + y^2,$$

haec expressio, ob

$$\frac{\partial x}{\partial y} = \frac{yy - aa}{2ay},$$

transmutatur in hanc

$$TY^2 = \frac{(yy - aa)^2}{4aa} + yy = \frac{(yy + aa)^2}{4aa}.$$

Unde intelligitur fore

$$TY^2 = y \cdot \mathfrak{R},$$

hoc est: tangens curvae ubique est media proportionalis inter applicatam et radium osculi.

#### Scholion.

§. 9. Id etiam inde patet quod quaestio de invenienda Curva, hac proprietate praedita, ad eandem aequationem perducatur. Cum enim sit

$$\frac{y^2 \partial s^2}{\partial y^2} = y \cdot \mathfrak{R},$$

introducendo  $p$  erit

$$\frac{yy(1+pp)}{pp} = - \frac{y \partial x (1+pp)^{\frac{1}{2}}}{\partial p}$$

sive

$$\frac{y}{pp} = - \frac{\partial x \sqrt{1+pp}}{\partial p};$$

hinc, posito  $\frac{\partial y}{p}$  loco  $\partial x$ , nanciscimur

$$\frac{y}{p} = - \frac{\partial y}{\partial p} \sqrt{1+pp},$$

hincque

$$\frac{\partial y}{y} = - \frac{\partial p}{p \sqrt{1+pp}},$$

plane idem, quod supra § 2 jam invenimus.

### Problema III.

§. 10. Investigare quadraturam curvae seu superficiem spatii curvilinei.

#### Solutio.

Cum supra invenerimus

$$\partial x = - \frac{(aa - yy) \partial y}{2ay},$$

erit elementum spatii curvilinei

$$y \partial x = - \frac{(aa - yy) \partial y}{2a},$$

ejusque integrale

$$\int y \partial x = C - \frac{ay}{2} + \frac{y^3}{6a}.$$

Quodsi hic constans ita determinetur, ut superficies evanescat, posito  $y = a$ , impetrabimus

$$C = \frac{aa}{3}.$$

Habebimus igitur spatium quaesitum

$$\int y \partial x = \frac{aa}{3} - \frac{ay}{2} + \frac{y^3}{6a}.$$

#### Corollarium.

§. 11. Quodsi nunc ponamus  $y = 0$ , invenietur superficies

spatii intra ramum descendentem, ejusque tangentem in A et asymptotam, contenti, eritque ea  $\equiv \frac{a^2}{3}$ .

*Problema IV.*

§. 12. *Investigare superficiem solidi, ex rotatione curvae circa axem AB geniti.*

*Solutio:*

Cum sit

$$\partial s = - \frac{y \partial p}{p^2} = - \frac{(yy + aa) \partial y}{2ay},$$

erit

$$2 \pi y \partial s = - \frac{\pi yy \partial y}{a} - \pi a \partial y,$$

sumtisque integralibus nanciscimur

$$2 \pi \int y \partial s = C - \frac{\pi y^2}{3a} - \pi a y.$$

Cum igitur, sumto  $y = a$ , solidum evanescere debeat, erit constans per integrationem ingressa

$$C = \frac{4}{3} \pi a a$$

hincque superficies quaesita

$$2 \pi \int y \partial s = \frac{4}{3} \pi a a - \pi a y - \frac{\pi y^2}{3a}.$$

*Corollarium.*

§. 13. Si in hac expressione ponatur  $y = 0$ , inveniatur superficies solidi, quod gignitur ex rotatione figurae; intra ramum descendentem ejusque asymptotam contentae, circa eandem asymptotam; hujusque solidi superficies erit  $\equiv \frac{4}{3} \pi a a$ .

*Problema V.*

§. 14. *Investigare soliditatem corporis, ex rotatione curvae circa axem AB geniti.*

*Solutio:*

Cum invenerimus

$$\partial x = - \frac{\partial y (aa - yy)}{2ay}$$

erit

$$\pi y y \partial x = - \frac{\pi y \partial y (a a - y y)}{2 a};$$

ejusque integrale

$$\pi \int y y \partial x = C + \frac{\pi y^4}{8 a} - \frac{\pi a y y}{4}.$$

Cum vero corpus evanescat, posito  $y = a$ , erit constans

$$C = \frac{\pi a^3}{8},$$

ac soliditas quaesita conoidis fit

$$\pi \int y y \partial x = \frac{\pi a^3}{8} + \frac{\pi y^4}{8 a} - \frac{\pi a y y}{4}.$$

## Corollarium

§. 15. Hinc si ponamus  $y = 0$ , inpetrabimus soliditatem corporis ex rotatione rami descendentes circa asymptotam geniti, haecque soliditas erit  $= \frac{\pi a^3}{8}$ .

## Scholion.

§. 16. De expressione, problemate postremo pro  $\pi \int y y \partial x$  inventa, ut et de binis praecedentibus pro  $\int y \partial x$  et  $2 \pi \int y \partial s$  tenendum est eas referri ad ramum descendentes CM casu quo  $y < a$ ; contra vero, si  $y > a$ , ad ramum ascendentes CN.

## Problema. VI.

§. 17. Invenire curvam, cujus applicata sit media proportionalis inter datam lineam  $2 a$ , et residuum, quod oritur, si  $a$  lineam constante  $\frac{1}{2} a$  auferatur differentia arcus et abscissae.

## Solutio.

Ex conditione problematis habebimus

$$y y = 2 a \left( \frac{1}{2} a - (s - x) \right),$$

sumtisque differentialibus adipiscimur

$$y \partial y = - a (\partial s - \partial x),$$

unde, ob

$$\begin{aligned}\partial s &= \partial x \sqrt{1 + pp}, \\ \partial y &= p \partial x,\end{aligned}$$

facta substitutione erit

$$yp = -a(\sqrt{1 + pp} - 1),$$

ideoque

$$y = -\frac{a(\sqrt{1 + pp} - 1)}{p},$$

sive, ductis numeratore et denominatore fractionis in  $\sqrt{1 + pp} + 1$ , nanciscimur

$$y = -\frac{ap}{\sqrt{1 + pp} + 1},$$

ex quo valore  $p$  ita determinatur

$$p = \frac{2ay}{yy - aa} = -\frac{2ay}{aa - yy},$$

ex qua aequatione eadem prorsus curva emergit, quam supra in Problemate 1<sup>mo</sup> invenimus.

### Corollarium.

§. 18. Cum sit

$$x = \frac{1}{2}al\frac{a}{y} - \frac{(aa - yy)}{4a} \quad \text{et}$$

$$s = \frac{1}{2}al\frac{a}{y} + \frac{(aa - yy)}{4a},$$

erit

$$s - x = \frac{aa - yy}{2a} \quad \text{et}$$

$$\frac{1}{2}a - (s - x) = \frac{yy}{2a};$$

quod etiam ex valoribus tabulae, paragrapho 5<sup>o</sup> exhibitae, periculum facienti patebit.

### Conclusio.

§. 19. Curva igitur nostra sequentibus praedita est proprietatibus:

1°. In quolibet curvae puncto arcus aequalis est resectae.

2°. Curva igitur est geometricè rectificabilis.

3°. Ea ex duobus constat ramis, quorum alter, ascendens, forma aemula parabolam mentitur, alter vero, descendens, Logisticae similis ac asymptota praeditus est.

4°. Radius osculi curvae geometricè est assignabilis, et minimus in puncto parum remoto ab eo, ex quo ambo rami in infinitum excurrunt.

5°. Tangens curvae ubique est media proportionalis inter applicatam et radium osculi.

6°. Curva est quadrabilis; et area spatii intra ramum descendentem ejusque asymptotam contenti, est tertia pars quadrati super linea constante  $a$  constructi.

7°. Superficiem solidi, ex rotatione curvae circa axem nati, algebraice assignare licet.

8°. Si planum, intra ramum descendentem, asymptotam ejus et tangentem, huic normalem, contentum, circa asymptotam rotetur, superficies conoidis inde nati aequalis est tertiae parti superficiei sphaerae tangente illa tanquam radio descriptae.

9°. Solidi, ex rotatione curvae circa axem, geniti soliditatem algebraice assignare licet.

10°. Si planum, intra ramum descendentem ejus asymptotam et tangentem, huic normalem, contentum, circa asymptotam rotetur, soliditas conoidis inde nati aequalis est quartae parti soliditatis sphaerae, tangentem illam pro diametro habentis, ter sumtae.

11°. Applicata curvae est media proportionalis inter constantem  $2a$  et residuum quod oritur, si a linea constante  $\frac{1}{2}a$  auferatur differentia arcus et abscissae.

#### Scholion.

§. 20. Si quaeratur curva, cujus arcus ubique sit ad resectam in data ratione  $1:n$ , invenietur aequatio algebraica, quicquid

sit  $n$ , solo casu  $n = 1$  excepto, quem hic tractavimus. Erit enim

$$x = \frac{(n-1)y^{2n} + (n+1)a^{2n}}{2(nn-1)a^n y^{n-1}} - \frac{na}{nn-1},$$

quemadmodum patebit ex solutione problematis sequentis.

*Problema generalius.*

§. 21. *Invenire curvam, cujus arcus ubique ad resectam datam teneat rationem 1:n.*

*Solutio.*

Habebimus ex conditione problematis

$$ns = \frac{y - px}{p},$$

hac aequatione differentiatam nanciscimur

$$\frac{\partial y}{y} = - \frac{\partial p}{np \sqrt{1+pp}},$$

sumtisque integralibus erit

$$ly = la + \frac{1}{n} l \left( \frac{p}{\sqrt{1+pp-1}} \right),$$

et resurgendo ad numeros

$$y^n = \frac{a^n p}{\sqrt{1+pp-1}},$$

unde porro fit

$$p = \frac{\partial y}{\partial x} = \frac{2a^n y^n}{y^{2n} - a^{2n}}$$

ita ut habeamus

$$\partial x = \frac{\partial y (y^{2n} - a^{2n})}{2a^n y^n}.$$

Sumtis integralibus et constante rite determinata, ita scilicet ut sumto  $y = a$ , fiat  $x = 0$ , impetrabimus

$$x = \frac{y^{n+1}}{2(n+1)a^n} + \frac{a^n}{2(n-1)y^{n-1}} - \frac{na}{nn-1}$$

quae aequatio etiam ita repraesentari potest:

$$x = \frac{(n-1)y^{2n} + (n+1)a^{2n}}{2(nn-1)a^n y^{n-1}} - \frac{na}{nn-1}.$$

*Corollarium 1.*

§. 22. Hinc sequitur, hanc curvam esse algebraicam, dummodo  $n$  fuerit numerus rationalis. Adhuc excludendus est casus quo

$n = 1$ , quem initio hujus commentatiunculæ tractavimus, et qui ex hac postrema solutione derivari nullo modo potest, sed postulabat solutionem peculiarem.

### Corollarium 2.

§. 23. Posito  $y = 0$ , fit  $x = \infty$ , idem valor obtinebitur pro  $x$ , si ponatur  $y = \infty$ . Porro posito  $y = a$ , fit  $x = 0$  et tang.  $\Phi = \infty$ , factoque  $y = 0$ , tang.  $\Phi$  evanescit; unde intelligitur perpendicularum  $AC = a$  (v. fig. 2), ex initio abscissarum A erectum, hanc quoque, curvam tangere in C, aequè ac casu prius tractato, quo  $n = 1$ . Curva igitur includitur intra latera anguli recti BAD. Abscissæ enim etiam hic nunquam negativæ fieri possunt, quoniam membrum constans  $\frac{na}{nn-1}$  semper minus est summa membrorum variabilium. Sit enim  $y = ma$ , existente  $m$  numero quocunque, habebimus

$$x = \frac{a(n-1)m^{2n} + a(n+1)}{2(nn-1)m^{n-1}} - \frac{an}{nn-1};$$

eritque semper

$$\frac{a(n-1)m^{2n} + a(n+1)}{2(nn-1)m^{n-1}} > \frac{an}{nn-1},$$

hoc est

$$(n-1)m^{2n} + (n+1) > 2nm^{n-1},$$

tam si  $m$  fuerit numerus unitate major et  $y > a$ , pro ramo ascendente, quam si  $m$  numerus unitate minor et  $y < a$ , pro ramo descendente.

### Alia Corollaria.

§. 24. Pro hac postrema curva problemati generaliori satisfaciende erit:

#### 1. Arcus.

$$s = \frac{(n-1)y^{2n} - (n+1)a^{2n}}{2(nn-1)a^n y^{n-1}} + \frac{na}{nn-1}.$$

#### 2. Radius osculi.

$$R = \frac{(y^{2n} + a^{2n})^2}{4na^{2n}y^{2n-1}}.$$

## 3. Quadratum tangentis.

$$TY^2 = \frac{(y^{2n} + a^{2n})^2}{4a^{2n}y^{2n-2}}$$

## 4. Hinc sequitur:

$$R : TY = TY : ny.$$

## 5. Quadratura curvae.

$$\int y \partial x = \frac{(n-2)y^{2n} + (n+2)a^{2n}}{2(nn-4)a^ny^{n-2}} - \frac{naa}{nn-4}$$

## 6. Superficies conoidis.

$$2\pi \int y \partial s = \frac{\pi(n-2)y^{2n} - \pi(n+2)a^{2n}}{(nn-4)a^ny^{n-2}} + \frac{4\pi aa}{nn-4}$$

## 7. Soliditas ejus.

$$\pi \int y y \partial x = \frac{\pi(n-3)y^{2n} + \pi(n+3)a^{2n}}{2(nn-9)a^ny^{n-2}} - \frac{\pi na^3}{nn-9}$$



## DE CYCLOIDIBUS

IN SUPERFICIE SPHAERAE DESCRIPTIS.

AUCTORE

NICOLAO FUSS.

---

 Conventui exhibuit die 20. Aug. 1817.
 

---

§. 1. Referat circulus ACBD superficiem Hemisphaerii polos Tab. V.  
 habentis in A et B, in qua ductus concipiatur circulus aequatori Fig. 1.  
 parallelus, sive a polo utrovis aequidistans CD. Super hoc circulo  
 CD circulus minor PQM, stilum gerens in puncto M, ita volvatur,  
 ut stilus, qui initio fuerat in puncto C, curvam hoc motu describat  
 CMV, atque notum est curvam hanc vocari *Cycloidem sphaericam*.  
 De hujus curvae natura et proprietatibus observationes nonnullas  
 exhibebo in sequentibus pagellis, quas lector b. spectari potest tanquam  
 continuationem argumenti non ita pridem a me tractati: De Cy-  
 cloidibus, Epicycloidibus et Hypocycloidibus in plano descriptis, in  
 dissertatione Tomo quinto Actorum Academiae Rossica lingua edito-  
 rum inserta.

*Problema 1.*

§. 2. Investigare naturam curvae CMV, a puncto circuli mobi-  
 lis M descriptae, dum is super circulo CD, in superficie  
 sphaerae descripto, volvendo incedit.

*Solutio.*

Pervenerit stilus ex C in M, tangatque nunc circulus mobilis  
 immobilem in P. Per hoc punctum et per stilum M ducti conci-  
 piantur meridiani APB et AMB, quorum prior per centrum O circuli

mobilis transibit, ductoque arcu circuli maximi MO vocentur arcus  $AP = a$ ,  $OP = b$ ,  $AO = a - b = c$ , anguli vero  $CAP = p$  et  $POM = q$ , eritque arcus  $CP = p \sin. a$  et arcus  $PRM = q \sin. b$ . Unde, cum ex ipsa genesi Cycloidis noverimus arcus CP et PRM esse aequales, sequitur fore  $p \sin. a = q \sin. b$ ; unde pro quolibet arcu CP percursu angulus POM, ideoque locus stili M innotescit, quod ad curvam CMV delineandam jam sufficeret.

Quo autem indolem hujus curvae accuratius indagemus, vocemus arcum  $AM = z$ , angulum  $CAM = x$  atque angulum  $OAM = p - x = y$  eritque, uti ex Trigonometria sphaerica constat:

$$\operatorname{tg} y = \frac{\sin. b \sin. q}{\cos. b \sin. c + \sin. b \cos. c \cos. q}$$

unde, ob arcus  $a$ ,  $b$  et  $a - b = c$  cognitos, pro quovis angulo  $q$  innotescit angulus  $y$ ,  $p$  vero ex aequatione  $p = \frac{q \sin. b}{\sin. a}$ , unde porro determinatur  $x = p - y$ , qui angulus, a meridiano fixo ACB computatus, una cum arcu  $AM = z$ , cujus cosinus est

$$\cos. z = \cos. b \cos. c - \sin. b \sin. c \cos. q.$$

praebet, ut ita dicam, ambas coordinatas pro curva quaesita CMV. Si enim fuerit X intersectio meridiani AMB cum circulo dato CD, posita abscissa  $CX = X$  et, applicata  $XM = Y$ , erit

$$X = x \sin. a = (p - y) \sin. a = q \sin. b - y \sin. a,$$

$$Y = a - z = a - A \cos. (\cos. b \cos. c - \sin. b \sin. c \cos. q).$$

Cum omnia haec elementa per solum angulum  $q$  determinantur, operae pretium erit valores ejus praecipuos et characteristicos examinare, quod examen in sequentibus Corollariis instituamus.

### Corollarium 1.

§. 3. Statuamus primo  $q = 0$ , eritque  $p = 0$ , tum vero erit  $\cos. z = \cos. (b + c)$ , ideoque  $z = a$ . Porro habebimus  $\operatorname{tg} y = 0$ , ergo  $y = 0$ , nec non  $x = p - y = 0$ , ac denique  $X = 0$  et  $Y = a - a = 0$ , quae omnia rite se habent, quoniam hoc casu punctum M, stili locus initialis, in C esse debet.

## Corollarium 2.

§. 4. Statuatur nunc  $q = 90^\circ = \frac{\pi}{2}$ , eritque  $p = \frac{\pi \sin. b}{2 \sin. a}$ , tum vero  $\cos. z = \cos. b \cos. c$  et  $\text{tg. } y = \frac{\text{tg. } b}{\sin. c}$ . Quod si fuerit  $c = 90^\circ = \frac{\pi}{2}$ , hoc est si circuli mobilis centrum O percurrat aequatorem sphaerae, erit  $\cos. z = 0$  et  $\text{tg. } y = \text{tg. } b$ , ideoque  $z = \frac{\pi}{2}$  et  $y = b$  et  $x = p - y = \frac{\pi \sin. b}{2 \sin. a} - b$ , unde porro nanciscimur:

$$X = x \sin. a = \frac{\pi}{2} \sin. b - b \sin. a;$$

$$Y = a - z = a - \frac{\pi}{2} = b;$$

ob  $a - b = c = \frac{\pi}{2}$ , per hypothesin. Haec omnia quoque rite sibi constant et cum natura motus hic considerati egregie consentiunt.

## Corollarium 3.

§. 5. Statuatur  $q = 180^\circ = \pi$ , eritque  $p = \frac{\pi \sin. b}{\sin. a}$ , tum vero  $\cos. z = \cos. b \cos. c + \sin. b \sin. c = \cos. (c - b)$ , ideoque  $z = c - b = a - 2b$ . Porro erit  $\text{tg. } y = 0$ , ideoque  $y = 0$ , hinc  $x = p = \frac{\pi \sin. b}{\sin. a}$ ,  $X = \pi \sin. b$  et  $Y = a - (c - b) = 2b$ . Unde, cum sit  $CP = p \sin. a = \pi \sin. b = CX$ , sequitur punctum X cadere in P et applicatam XM fore maximam  $= 2b$ . Hic scilicet stilus M summum locum tenebit, quoniam curva a circulo immobili CD longius divagari non potest quam ad intervallum  $2b = 2OP$ .

## Corollarium 4.

§. 6. Sit  $q = 270^\circ = \frac{3\pi}{2}$ , erit  $p = \frac{3\pi \sin. b}{2 \sin. a}$ ,  $\cos. z = \cos. b \cos. c$ , sive sumto  $c = \frac{\pi}{2}$ , erit  $\cos. z = 0$ , hinc  $z = \frac{\pi}{2}$ ; tum vero erit  $\text{tg. } y = -\text{tg. } b$ , ergo  $y = \pi - b$ , hinc

$$x = p - y = \frac{3\pi \sin. b}{2 \sin. a} - (\pi - b),$$

unde denique nanciscimur:

$$X = \frac{3}{2} \pi \sin. b - (\pi - b) \sin. a;$$

$$Y = a - z = a - \frac{\pi}{2} = b;$$

$$\text{ob } a - b = c = \frac{\pi}{2}.$$

## Corollarium 5.

§. 7. Ponamus denique esse  $q = 360^\circ = 2\pi$ , eritque  $p = \frac{2\pi \sin. b}{\sin. a}$ ,  $\cos. z = \cos. b \cos. c - \sin. b \sin. c = \cos. (b + c)$ , ideoque  $z = b + c = a$ ; tum vero erit  $\text{tg. } y = 0$ , ideoque  $y = 0$  atque  $x = p = \frac{2\pi \sin. b}{\sin. a}$ , unde porro fit:

$$X = x \sin. a = 2\pi \sin. b;$$

$$Y = a - z = a - a = 0.$$

Hoc igitur casu curva CMV iterum ad arcum CD pertinet in puncto a C distante intervallo  $CX = 2\pi \sin. b$ .

## Scholion.

§. 8. Ex his quinque Corollaribus prima curvae portio satis bene, quoad figuram, cognoscitur, quae portio deinceps continuo, durante stili motu, replicabitur, existente cujusque portionis amplitudine  $= 2\pi \sin. b$  et applicata maxima  $= 2b$ . Quin etiam hinc intelligitur, si fuerit  $\frac{\sin. b}{\sin. a}$  fractio rationalis, circuli mobilis stilum M, post aliquot integras revolutiones, iterum in C cadere.

## Problema 2.

§. 9. *Invenire angulum, quem Cyclois sphaerica supra determinata cum axe CD in quovis puncto curvae M constituit.*

## Solutio.

Constat, posita inclinatione tangentis in puncto  $M = \omega$ , per coordinatarum differentialia fore

$$\text{tg. } \omega = \frac{\partial Y}{\partial X} = \frac{-\partial z}{\partial x \sin. a}$$

sive commodius:

$$\text{cot. } \omega = -\frac{\partial x \sin. a}{\partial z}$$

Cum autem sit

$$\cos. z = \cos. b \cos. c - \sin. b \sin. c \cos. q,$$

sumtis differentialibus erit

$$\partial z = - \frac{\partial q \sin. b \sin. c \sin. q}{\sin. z},$$

ita ut habeamus

$$\cot. \omega = \frac{\partial x \sin. a \sin. z}{\partial q \sin. b \sin. c \sin. q}.$$

Cum porro sit :

$$\text{tg. } y = \frac{\sin. b \sin. q}{\cos. b \sin. c + \sin. b \cos. c \cos. q},$$

erit differentiando :

$$\frac{\partial y}{\cos. y^2} = \frac{\partial q \sin. b (\sin. b \cos. c + \cos. b \sin. c \cos. q)}{(\cos. b \sin. c + \sin. b \cos. c \cos. q)^2}.$$

At vero, quoniam, vocando angulum AMO =  $\Phi$ , ex triangulo AMO fit :

$$\text{tg. } \Phi = \frac{\sin. c \sin. q}{\sin. b \cos. c + \cos. b \sin. c \cos. q};$$

$$\text{tg. } y = \frac{\sin. b \sin. q}{\cos. b \sin. c + \sin. b \cos. c \cos. q};$$

habebimus ;

$$\sin. b \cos. c + \cos. b \sin. c \cos. q = \frac{\sin. c \sin. q}{\text{tg. } \Phi};$$

$$\cos. b \sin. c + \sin. b \cos. c \cos. q = \frac{\sin. b \sin. q}{\text{tg. } y};$$

quibus valoribus substitutis erit :

$$\frac{\partial y}{\cos. y^2} = \frac{\partial q \sin. c \text{tg. } y^2}{\sin. b \sin. q \text{tg. } \Phi},$$

unde intelligitur fore :

$$\partial y = \frac{\partial q \sin. c \sin. y^2}{\sin. b \sin. q \text{tg. } \Phi},$$

quod ob  $\sin. q : \sin. y = \sin. z : \sin. b$  induit hanc formam :

$$\partial y = \frac{\partial q \sin. c \sin. b \sin. q}{\sin. z^2 \text{tg. } \Phi},$$

unde porro, ob

$$\partial x = \partial p - \partial y = \frac{\partial q \sin. b}{\sin. a} - \frac{\partial q \sin. c \sin. b \sin. q}{\sin. z^2 \text{tg. } \Phi},$$

adipiscimur

$$\frac{\partial x \sin. a}{\partial z} = - \frac{\sin. z}{\sin. c \sin. q} + \frac{\sin. a}{\sin. z \text{tg. } \Phi};$$

ita ut pro inclinatione quaesita  $\omega$  tangentis habeamus

$$\cot. \omega = \frac{\sin. z}{\sin. c \sin. q} = \frac{\sin. a}{\sin. z \operatorname{tg}. \Phi},$$

qua expressione, quoniam pro quovis valore anguli  $q$  dantur  $z$  et  $\Phi$ , etiam  $\omega$  per  $q$  datur ideoque problema nostrum propositum est solutum.

### Problema 3.

§. 10. Pro quavis positione stili  $M$  investigare angulum quem Cyclois sphaerica  $CMV$  cum meridiano  $AMB$  constituit.

### Solutio.

Hoc problema quidem a praecedente non differt; utroque enim quaeritur positio tangentis nostrae curvae per  $M$  ductae. Quoniam autem angulus, quem hic quaerimus, formula aliquanto simpliciore exhiberi potest, ejus investigationem breviter ostendam. Hunc in finem per Cycloidis sphaericae punctum  $m$  ductum concipio meridianum  $AmxB$  proximum meridiano  $AMXB$ , in quem si ex  $m$  demittatur perpendicularum  $ms$ , erit arcus  $Am = z - \partial z$  et angulus  $MAm = \partial x$ , hinc elementum  $ms = \partial x \sin. z$  et  $MS = -\partial z$ . Unde si vocetur angulus quaesitus  $AMm = \psi$ , erit

$$\operatorname{tg}. \psi = \frac{ms}{Ms} = - \frac{\partial x \sin. z}{\partial z}$$

Est vero ex §. 9.

$$\partial z = - \frac{\partial q \sin. b \sin. c \sin. q}{\sin. z} \quad \text{et}$$

$$\partial x = \frac{\partial q \sin. b}{\sin. a} = \frac{\partial q \sin. b \sin. c \sin. q}{\sin. z^2 \operatorname{tg}. \Phi}$$

unde sequitur fore

$$\operatorname{tg}. \psi = \frac{\sin. z^2}{\sin. a \sin. c \sin. q} = \cot. \Phi.$$

### Corollarium.

§. 11. Si hanc expressionem cum illa, quam §. 9 pro  $\cot. \omega$  invenimus, comparemus, facile perspiciemus hanc postremam, ductam in  $\frac{\sin. z}{\sin. a}$ , abire in  $\operatorname{tg}. \psi$  §. 10 inventam, ita ut sit

$$\cot. \omega : \operatorname{tg}. \psi = \sin. a : \sin. z$$

## Scholion.

§. 12. Si constructionem tantum tangentis in quovis puncto M desideremus, ea in promptu est. Ex genesi enim Cycloidis sphaericae statim intelligitur, ducto per puncta M et P arcu circuli maximi, fore angulum CMP (fig. 1.) rectum. Tantum igitur opus est per M arcum ducere circuli maximi, arcui MP normalem, is certe erit tangens curvae CMV in puncto M.

Tab V.  
Fig. 1.

## Problema 4.

§. 13. Investigare radium osculi Cycloidis sphaericae CMV. Fig 2

## Solutio.

Per puncta curvae proxima M et  $m$  ducantur arcus ei perpendiculares MR et  $mR$ , concurrentes in puncto R, quod erit polus circuli minoris curvam per elementum M  $m$  osculantis. Cum hoc punctum maneat invariatum, dum ex M procedimus in  $m$ , ducto per A et R arcu circuli maximi AR erit

$$\cos. AR = \cos. AM \cos. MR - \sin. AM \sin. MR \cos. AMR.$$

Vocetur MR =  $r$ , et cum sit AM =  $z$ , AMR =  $90^\circ + \psi$  (§. 10), erit

$$\cos. AR = \cos. z \cos. r + \sin. z \sin. r \sin. \psi,$$

cujus differentiale, quia AR et MR non mutantur ab M ad  $m$ , nilo aequari debet, unde fit

$$0 = \cos. r \partial. \cos. z + \sin. r \partial. \sin. z \sin. \psi,$$

hincque sequitur fore

$$\operatorname{tg}. r = \frac{\partial z \sin. z}{\partial. \sin. z \sin. \psi}.$$

Est vero ex §. 10.

$$\operatorname{tg}. \psi = - \frac{\partial x \sin. z}{\partial z} = - u \sin. z,$$

existente  $u = \frac{\partial x}{\partial z}$ , unde fit

$$\sin. \psi = - \frac{u \sin. z}{\sqrt{1 + uu \sin. z^2}},$$

ita ut habeamus

$$\operatorname{tg}. r = - \frac{\partial z \sin. z}{\partial. \frac{u \sin. z^2}{\sqrt{1 + uu \sin. z^2}}} = - \frac{\partial z \sin. z}{\partial u},$$

posito brevitatis gratia

$$\frac{u \sin. z^2}{\sqrt{1 + u u \sin. z^2}} = v.$$

Cum jam ex triangulo A O M sit

$$\cos. y = \frac{\cos. b - \cos. c \cos. z}{\sin. c \sin. z},$$

inde fluunt sequentes valores :

$$\sin. y = \frac{\sqrt{1 - \cos. b^2 - \cos. c^2 - \cos. z^2 + 2 \cos. b \cos. c \cos. z}}{\sin. c \sin. z};$$

$$\partial y \sin. y = - \frac{\partial z (\cos. c - \cos. b \cos. z)}{\sin. c \sin. z^2};$$

unde concluditur fore

$$\partial y = - \frac{\partial z (\cos. c - \cos. b \cos. z)}{\sin. z \sqrt{1 - \cos. b^2 - \cos. c^2 - \cos. z^2 + 2 \cos. b \cos. c \cos. z}}.$$

Ex eodem porro triangulo AOM erit

$$\cos. q = \frac{-\cos. z + \cos. b \cos. c}{\sin. b \sin. c},$$

unde derivantur valores :

$$\sin. q = \frac{\sqrt{(1 - \cos. b^2 - \cos. c^2 - \cos. z^2 + 2 \cos. b \cos. c \cos. z)}}{\sin. b \sin. c};$$

$$\partial q \sin. q = \frac{\partial z \sin. z}{\sin. b \sin. c},$$

ita ut habeamus

$$\partial q = \frac{\partial z \sin. z}{\sqrt{1 - \cos. b^2 - \cos. c^2 - \cos. z^2 + 2 \cos. b \cos. c \cos. z}}.$$

Cum igitur sit  $\partial x = \partial p - \partial y$  (§. 9.), hoc est  $\partial x = \frac{\partial q \sin. b}{\sin. a} - \partial y$ , loco  $\partial q$  et  $\partial y$  substituendo valores modo inventos nanciscimur

$$\frac{\partial x}{\partial z} = u = \frac{\sin. a (\cos. c - \cos. b \cos. z) + \sin. b \sin. z^2}{\sin. a \sin. z \sqrt{1 - \cos. b^2 - \cos. c^2 - \cos. z^2 + 2 \cos. b \cos. c \cos. z}},$$

$$v = \frac{\sin. a (\cos. c - \cos. b \cos. z) + \sin. b \sin. z^2}{\sqrt{\sin. a^2 \sin. b^2 + 2 \sin. a \sin. b (\cos. c - \cos. b \cos. z) + \sin. b^2 \sin. z^2}}$$

per cujus differentiale  $\partial v$  si dividatur  $-\partial z \sin. z$ , pro radio osculi quaesito prodibit expressio tg.  $r$  unicam variabilem  $z$  constinens, quae cum pro quolibet valore anguli POM  $= y$  sit data, etiam radius osculi  $r$  pro quovis valore  $q$  inotescet.

### Problema. 5.

Tab. V.  
Fig. 2.

§. 14. Indagare quadraturam nostrae curvae CMF.

## Solutio.

Ex figura 2. liquet fore  $XxmM$  elementum areae  $CXM$  quam quaerimus. Est vero  $XxmM = Y\partial X$ . At ex §. 2. est  $Y = a - z$  et  $\partial X = \partial x \sin. a$ , ergo spatium quaesitum erit

$$\int Y \partial X = \sin. a (ax - \int z \partial x).$$

Statuatur jam  $z = k \cos. mx$ , erit area quaesita spatii trilinei  $CXM$ :

$$\int Y \partial X = \sin. a (ax - \frac{k}{m} \sin. mx)$$

quae cum sponte evanescat pro initio  $C$ , ubi  $x = 0$ , constantis additione non eget. Sumto autem pro altero portionis curvae termino  $x = \frac{2\pi \sin. b}{\sin. a}$  (§. 7.), erit totum spatium intra Cycloidem ejusque axem  $CD$  inclusum

$$= \sin. a \left( \frac{2\pi a \sin. b}{\sin. a} - \frac{k}{m} \sin. \left[ \frac{2\pi m \sin. b}{\sin. a} \right] \right).$$

## Corollarium.

§. 15. Quodsi fuerit  $\sin. a = 4m \sin. b$ , erit hoc spatium

$$= 2\pi a \sin. b - 4k \sin. b$$

aequale rectangulo, cujus basis est amplitudo curvae  $2\pi \sin. b$  et altitudo  $= a - \frac{2k}{\pi}$ .

## Problema. 6.

§. 16. *Invenire rectificationem nostrae curvae.*

## Solutio.

Tab. V.  
Fig. 2.

Vocetur arcus curvae  $CM = s$ , et cum sint elementa  $Mm = \partial s$ ,  $Ms = -\partial z$ ,  $ms = \partial x \sin. z$  (§. 10.), erit ex triangulo  $Msm$

$$\partial s = \sqrt{\partial z^2 + \partial x^2 \sin. z^2}$$

cujus integrale assignari oportet. Cum autem hoc in genere praestari nequeat, ejusmodi relatio inter  $x$  et  $z$  est quaerenda, quae istam formulam integrabilem reddat, ita ut integrale nullum arcum involvat, sed per solos sinus cosinusve exprimatur. Hoc autem nullo alio modo fieri posse compertum est, nisi ponendo

$$s = m + n \cos. z$$

quo facto habebimus

$$\sqrt{0z^2 + \partial x^2 \sin. z^2} = -n \partial z \sin. z$$

unde nanciscimur

$$\partial x = \frac{\partial z \sqrt{nn \sin. z^2 - 1}}{\sin. z}$$

Statuatur nunc  $\sin. z = t$ , eritque

$$\partial z = \frac{\partial t}{\sqrt{1 - tt}} \text{ et}$$

$$\partial x = \frac{\partial t \sqrt{nn tt - 1}}{t \sqrt{1 - tt}}$$

Sit porro  $\frac{\sqrt{1 - tt}}{\sqrt{nn tt - 1}} = \tau$ , ita ut fiat  $\partial x = \frac{\partial t}{t \tau}$ . Est vero

$tt = \frac{1 + \tau\tau}{1 + nn\tau\tau}$ , unde sumtis logarithmis fit

$$l t = l \sqrt{1 + \tau\tau} - l \sqrt{1 + nn\tau\tau}$$

et differentiando prodibit

$$\frac{\partial t}{t} = \frac{\tau \partial \tau}{1 + \tau\tau} - \frac{nn \tau \partial \tau}{1 + nn\tau\tau};$$

consequenter erit

$$\partial z = \frac{\partial \tau}{1 + \tau\tau} - \frac{nn \partial \tau}{1 + nn\tau\tau}$$

unde integrando elicitur

$$x = A . \text{tg. } \tau - n A . \text{tg. } n\tau.$$

Vocetur  $A . \text{tg. } \tau = \zeta$ ,  $A . \text{tg. } n\tau = \eta$ , eritque  $x = \zeta - n\eta$ . Et cum sit

$$\tau = \text{tg. } \zeta = \frac{\sqrt{1 - tt}}{\sqrt{nn tt - 1}}$$

perspicuum est fore

$$\sin. \zeta = \frac{\sqrt{1 - tt}}{t \sqrt{nn - 1}} = \frac{\cos. z}{\sin. z \sqrt{nn - 1}}, \text{ hinc}$$

$$\zeta = A \sin. \frac{\cot. z}{\sqrt{nn - 1}}.$$

Simili modo, cum sit

$$\text{tg. } \eta = n\tau = \frac{n \sqrt{1 - tt}}{\sqrt{nn tt - 1}},$$

habebimus

$$\sin. \eta = \frac{n \sqrt{1 - \frac{1}{n^2}}}{\sqrt{nn - 1}} = \frac{n \cos. z}{\sqrt{nn - 1}};$$

$$\eta = A \sin. \frac{n \cos. z}{\sqrt{nn - 1}};$$

ita ut consecuti simus

$$x = A \cdot \sin. \frac{\cot. z}{\sqrt{nn - 1}} = n A \cdot \sin. \frac{\cos. z}{\sqrt{nn - 1}}.$$

En relatio quaesita inter  $x$  et  $z$ , quae formulam  $\delta s = \sqrt{\delta z^2 + dx^2} \sin. z^e$  integrabilem reddit, integrali existente  $s = m + n \cos. z$ , hoc est

$$s = m + n \cos. b \cos. c - n \sin. b \sin. c \cos. q.$$

Ponamus brevitatis gratia

$$m + n \cos. b \cos. c = \mu,$$

$$n \sin. b \sin. c = \nu,$$

eritque arcus curvae quaesitus

$$s = \mu - \nu \cos. q.$$

Quoniam autem in puncto initiali C, ubi  $q = 0$ , fieri debet  $s = 0$ , sumi oportet  $\mu = \nu$ , ita ut sit

$$s = \nu (1 - \cos. q).$$

#### Scholion. 1.

§. 17. Quodsi curvam nostram CMV referre velimus ad ae-Tab. v. quorem EF, quem secet in puncto  $\Omega$ , sit hoc punctum initium Fig. 3. abscissarum, voceturque abscissa  $\Omega P = X'$ , applicata  $PM = Y'$  et cum sit  $AM + PM = z + Y' = 90^\circ$ , erit  $\sin. z = \cos. Y'$  et  $\cos. z = \sin. Y'$ . Inter has vero novas coordinatas aequatio pro curva erit

$$X' = A \sin. \frac{\text{tg. } Y'}{\sqrt{nn - 1}} = n A \sin. \frac{\sin. Y'}{\sqrt{nn - 1}}.$$

Quoniam autem nunc et arcus a puncto  $\Omega$  computantur, sumenda est expressio

$$\Omega M = s' = m + n \cos. z$$

ubi haec conditio est adimplenda, ut  $s$  evanescat ubi  $Y' = 0$ , ideoque  $z + Y' = z = 90^\circ$ , unde fit  $m = 0$  et

$$s = n \cos. z = n \sin. Y'.$$

Ne autem  $X'$  imaginarium obtineat valorem, numerus  $n$  debet esse unitate major, unde autem  $X'$  prodiret negativum; quamobrem signa mutemus et loco  $n$  scribamus  $\frac{1}{\cos. c}$ , quo facto erit

$$X' = \frac{1}{\cos. c} A \sin. \frac{\sin. Y'}{\operatorname{tg.} c} - A \sin. \frac{\operatorname{tg.} Y'}{\operatorname{tg.} c},$$

existente arcu

$$\Omega M = S' = \frac{\sin. Y'}{\cos. c}.$$

Hinc statim elucet, sumta applicata  $Y'$  negativa, tam abscessam quam arcum obtinere quoque negativum valorem, sicque ultra punctum  $\Omega$  curva ita continuabitur, ut, sumto  $\Omega p = \Omega P$ , sit  $pm = PM$  et  $\Omega m = \Omega M$ . Maxima autem curvæ elongatio ibi erit, ubi  $Y' = c$ . Tum autem erit

$$\Omega P = X' = \frac{\pi}{2} \left( \frac{1 - \cos. c}{\cos. c} \right) - \frac{c}{\cos. c};$$

$$\Omega M = s' = \operatorname{tg.} c.$$

#### Scholion 2.

§. 18. Rectificatio hic tradita eo magis est notatu digna, quod præter curvam nostram nulla alia in superficie sphaeræ descripta inveniri potuit, quæ esset rectificabilis; namque omnium circulorum tam maximorum quam minorum in sphaeræ superficie ductorum rectificatio a quadratura circuli pendet. Vidimus quoque §. 16. non omnes Cycloides sphaericas rectificationem admittere, sed tantum eae, pro quibus ejusmodi relatio inter  $x$  et  $z$  invenire licet, ut integrale elementi arcus per solos sinus, cosinusve, exprimatur. Hujusmodi autem Cyclois est illa, quæ gignitur si circulus mobilis, super parallelo  $CD$  incedens, fuerit maximus, quemadmodum ex sequente problemate clarius patebit.

#### Problema 7.

§. 19. Si circulus super circulo  $CD$  volvens fuerit circulus sphaeræ maximus, Cycloidem a stilo  $M$  descriptam ejusque proprietates investigare.

## Solutio.

Hic igitur erit  $b = 90^\circ$ , unde formulae §. 2. inventae erunt  
 $a = 90^\circ + c$ ;  $\text{tg. } y = \frac{\text{tg. } q}{\cos. c}$ ;  $p = \frac{q}{\cos. c}$ ;  $\cos. z = -\sin. c \cos. q$ .  
 Ex prima sequitur circulum CD hoc casu infra aequatorem cadere  
 ejusque declinationem fore  $EC = c$ . Praeterea erit  $x = \frac{q}{\cos. c} - y$ ,  
 coordinatae vero erunt.

$$X = q - y \cos. c;$$

$$Y = a - A \cos. [-\sin. c \cos. q];$$

## Corollarium 4 — 5.

§. 20. Ex modo traditis, nec non ex paragraphis 3 — 7,  
 deducuntur sequentia corollaria. pro praecipuis valoribus anguli con-  
 versionis.  $q$  :

1<sup>o</sup>) Pro casu  $q = 0^\circ$  erit

$$X = 0 \text{ et } Y = 0.$$

2<sup>o</sup>) Pro casu  $q = 90^\circ$  erit

$$X = \frac{\pi}{2} (1 - \cos. c);$$

$$Y = a - \frac{\pi}{2} = c;$$

3<sup>o</sup>) Pro casu  $q = 180^\circ$  erit

$$X = \pi \text{ et } Y = 2b = \pi.$$

4<sup>o</sup>) Pro casu  $q = 270^\circ$  erit

$$X = \frac{\pi}{2} (3 - \cos. c);$$

$$Y = a - \frac{\pi}{2} = c.$$

5<sup>o</sup>) Pro casu  $q = 360^\circ$  erit

$$X = 2\pi \text{ et } Y = a - a = 0.$$

## Corollarium 6.

§. 21. Pro inclinatione tangentis in quovis puncto, ob

$$\sin. z = \sqrt{1 - \sin. c^2 \cos. q^2} \text{ et}$$

$$\text{tag. } \Phi = \text{tg. } c \sin. q,$$

ex §. 9. habebimus

$$\cot. \omega = \frac{\sin. c \sin. q}{\sin. z};$$

ex §. 10. vero erit

$$\operatorname{tg}. \psi = \operatorname{tg}. c \sin. q.$$

Hinc autem sequitur:

$$\begin{aligned} \text{si } q &= 0 & \text{fore } \psi &= 0; \\ - q &= 90^\circ & \text{.. } \psi &= +c; \\ - q &= 180^\circ & \text{.. } \psi &= 0; \\ - q &= 270^\circ & \text{.. } \psi &= -c; \\ - q &= 360^\circ & \text{.. } \psi &= 0. \end{aligned}$$

Curva igitur casibus  $q = 0$ ,  $q = 180^\circ$  et  $q = 360^\circ$  cum axe CD faciet angulum rectum, sive meridianos tanget; casibus autem  $q = 90^\circ$  et  $q = 270^\circ$  ad *aequatorem* inclinabitur sub angulo  $90^\circ - c$ .

### Corollarium 7.

§. 22. Pro radio osculi curvae, posito  $b = 90^\circ$ , ex §. 13. erit

$$v = \frac{\cos. c^2 + \sin. z^2}{\sqrt{3 \cos. c^2 + \sin. z^2}},$$

quo differentiato nanciscimur

$$\partial v = \frac{\partial z \sin. z \cos. z (3 \cos. c^2 + \sin. z^2)}{(3 \cos. c^2 + \sin. z^2)^{\frac{3}{2}}}$$

unde, ob  $\operatorname{tg}. r = - \frac{\partial z \sin. z}{\partial v}$  (§. 13.), erit

$$\operatorname{tg}. r = - \frac{(3 \cos. c^2 + \sin. z^2)^{\frac{1}{2}}}{\cos. z (3 \cos. c^2 + \sin. z^2)}$$

Hinc pro casibus, quibus  $q = 0$ ,  $q = 180^\circ$ ,  $q = 360^\circ$ , consequenter  $z = 90^\circ + c$ ,  $z = c - 90^\circ$ ,  $z = 90^\circ + c$ , erit  $\operatorname{tg}. r = \frac{4}{3} \cot. c$ ; pro casibus autem, quibus  $q = 90^\circ$  et  $q = 270^\circ$ , ideoque  $z = \frac{\pi}{2}$ , erit  $\operatorname{tg}. r = \infty$ , ideoque  $r = \frac{\pi}{2}$ .

### Corollarium 8.

§. 23. Quod curvae quadraturam attinet, pro nostro casu habebimus ex §. 14. spatium indefinitum CXM, hoc est

$$\int Y \partial X = \cos. c \left[ \left( \frac{\pi}{2} + c \right) x - \frac{k}{m} \sin. mx \right],$$

et spatium definitum, intra curvam ejusque axem inclusum, erit

$$= 2 \pi (90^\circ + c) - 4 k = 2 \pi \alpha - 4 k.$$

## Corollarium 9.

§. 24. Pro rectificatione curvae ex §. 16. erit  $s = \nu(1 - \cos. q)$ .

Cum autem constans  $\nu$  ab arbitrio pendeat, in §. 16. ponamus

$$n = \frac{1}{\sin. b \cos. c}, \text{ eritque } \nu = \text{tg. } c, \text{ ideoque arcus}$$

$$s = \text{tg. } c (1 - \cos. q).$$

Hinc posito  $q = 90^\circ$  erit  $s = \text{tg. } c$ , ut supra §. 17. invenimus;

sumto autem  $q = 180^\circ$ , arcus erit duplo major  $s = 2 \text{tg. } c$ .

## Scholion.

§. 25. Ad figuram hujus curvae adhuc accuratius cognoscendam sint  $CD$  et  $cd$  duo paralleli ab aequatore utrinque aequaliter remoti ad distantiam  $EC = Ec = c$ . Sit  $C\Omega C'$  portio Cycloidis intra hos parallelos contenta et in  $\Omega$  ad aequatorem inclinata sub angulo  $u = 90^\circ - \psi = 90^\circ \pm c$ , radio osculi in hoc puncto existente  $r = A \text{tg.} \left[ \frac{2}{3} \cot. c \right]$ , eruntque semisses  $C\Omega$  et  $C'\Omega$  inter se similes et aequales, meridianos contingentes in punctis  $C$  et  $C'$ , ubi radius osculi  $r = \frac{\pi}{2}$ .



## R É F L E X I O N S

SUR LES POINTS DE REBROUSSEMENT.

PAR

F. T. SCHUBERT.

---

 Présenté à la Conférence le 1. Avril 1818.
 

---

§. 1. Parmi les points *singuliers* des courbes, un des plus remarquables est le rebroussement, où la courbe prend subitement une direction diamétralement opposée à celle qu'elle avait suivie un moment auparavant. Comme cela paraît tout à fait contraire à une des loix fondamentales de la nature, celle de continuité, il n'est pas étonnant, que ces points des courbes présentent des difficultés considérables; et j'avoue que les règles qu'on a données, pour trouver ces points, ne me paraissent pas du tout satisfaisantes, et que cette matière me paraît être encore enveloppée dans une certaine obscurité que je tacherai d'éclaircir dans ce mémoire.

§. 2. Tous les analystes qui ont traité cette matière, que je sache, donnent le même caractère pour les rebroussemens que pour les inflexions, savoir  $\frac{\partial \partial y}{\partial x^2} = 0$ . Ce caractère serait donc au moins insuffisant, parcequ'il faudrait encore un autre caractère, pour distinguer le rebroussement d'avec l'inflexion. De plus, nous verrons que cette condition ne convient pas du tout aux rebroussemens, au moins à ceux de la *seconde* espèce. Il sera donc nécessaire d'examiner les raisonnemens, sur lesquels on a fondé la règle que dans un point de rebroussement il est  $\frac{\partial \partial y}{\partial x^2} = 0$ .

§. 3. Le plus spécieux est celui du Marquis de l'Hospital  
 Tab. VI. (*Anal. des infin. petits*, Part. I. Sect. 4. Propos. 2.): le voici.  
 Fig. 1. La courbe (Fig. 1). MFR ou MFN, ayant en F une inflexion ou

un rebroussement, soit pour un point quelconque M,  $AP = x$ ,  $PM = y$ ; et ayant mené en M la tangente MT, soit  $AT = t$ , de sorte que  $t = PT - x = \frac{y \partial x}{\partial y} - x$ . Or, l'abscisse  $x$  croissant continuellement,  $t$  croît aussi jusqu'à ce que les points M, P, T, tombent en F, E, L, FL étant la tangente de la courbe en F; mais plus loin il en sera autrement. Si F est un point d'inflexion, de manière que la courbe se prolonge de F en R,  $x$  croîtra toujours de E en Q, tandis que la tangente en R coupe l'axe des abscisses en K: le point L a donc pris un mouvement rétrograde, AT ou AL a commencé à diminuer, et  $t$  est devenu un *maximum* en L: par conséquent, on a pour les *inflexions*,  $\frac{\partial t}{\partial x}$  nul ou infini, ce qui donne, en supposant  $\partial x$  constant,

$$\frac{\partial x \partial y^2 - y \partial x \partial \partial y}{\partial x \partial y^2} - \frac{\partial x}{\partial x} = - \frac{y \partial \partial y}{\partial y^2} = 0 \text{ ou } \infty;$$

d'où il suit que  $\partial \partial y$  ou plutôt  $\frac{\partial \partial y}{\partial x^2} = 0$  ou  $\infty$ .

§. 4. Tout cela est parfaitement juste, quant aux inflexions.

Pour ce qui regarde le rebroussement, où la courbe se prolonge de F en N, M. de l'*Hospital* fait le raisonnement suivant. La tangente en N coupant nécessairement l'axe des abscisses dans un point H, plus éloigné de A que L, la coupée  $t$  va toujours en croissant, même au delà de F, tandis que l'abscisse  $x$  va en diminuant de E en P: par conséquent,  $x$  devient un *maximum* au point de rebroussement, donc  $\frac{\partial x}{\partial t}$  nul ou infini, ou bien  $\frac{\partial t}{\partial x}$  infini ou nul, ce

qui donne le même résultat que le cas précédent (§. 3): on a donc également pour les points de rebroussement  $\frac{\partial \partial y}{\partial x^2} = 0$  ou  $\infty$ .

§. 5. J'avoue que ce raisonnement me paraît peu juste, et voici pourquoi. 1) La condition que  $x$  devient un *maximum*, pendant que  $t$  va toujours en croissant, convient tout aussi bien à une limite quelconque de  $x$ , qu'aux points de rebroussement, comme on peut le voir dans la 2. *Figure*, où dans l'arc MFN,  $AT = t$  Tab. VI. prend successivement les valeurs AT, AL, AH, en croissant continuel- Fig. 2.

lement, tandis que  $x$ , prenant les valeurs AP, AL, AK, devient un *maximum* en F ou L. 2) Supposant même que  $\frac{\partial t}{\partial x} = 0$  soit un caractère des points de rebroussement, il ne s'ensuit pas que  $\frac{\partial \partial y}{\partial x^2}$  soit nul ou infini: car cette dernière condition résulte, comme nous venons de voir (§. 3.), lorsqu'on différentie  $\partial t$ , en supposant  $\partial x$  constant; et il serait absurde de chercher le *maximum* de  $x$ , c'est-à-dire, le point où  $\partial x$ , prenant une valeur opposée à celle immédiatement précédente, devient  $= 0$ , et de regarder en même tems  $\partial x$  comme constant. Il s'agit de trouver le point où, en parcourant la courbe dans toute son étendue, les abscisses  $x$  prennent brusquement un mouvement rétrograde, c'est-à-dire, où  $x$  devient un *maximum*, l'arc de la courbe, que nous nommerons  $s$ , allant toujours en croissant. Il est donc naturel et même nécessaire, de supposer  $\partial s$  constant, et de faire  $\frac{\partial x}{\partial s}$  nul ou infini, ou plutôt  $\frac{\partial x}{\partial s} = 0$ , parceque la supposition  $\frac{\partial x}{\partial s} = \infty$  serait absurde.

§. 6. La supposition que  $\partial s = \sqrt{(\partial x^2 + \partial y^2)}$  est constant, donne  $\frac{\partial x \partial \partial x + \partial y \partial \partial y}{\partial s} = 0$ , d'où l'on conclut  $\frac{\partial y \partial \partial y}{\partial s^2} = 0$ , parceque  $\frac{\partial x}{\partial s} = 0$ . Or,  $\frac{\partial y}{\partial s} = 0$  donnant le cas particulier, où la courbe est parallèle à l'axe des abscisses, on a généralement  $\frac{\partial \partial y}{\partial s^2} = 0$ . Ce résultat est à la vérité conforme à celui que Mr. de l'Hospital a trouvé; mais il faut faire ici deux remarques, 1) que cette condition, comme nous l'avons déjà observé, détermine en général toutes les limites de  $x$ , 2) qu'elle ne convient qu'aux rebroussemens de la *première* espèce. Au reste, nous verrons plus bas, que cette méthode de chercher les *maxima* par des équations de la forme  $\frac{\partial y}{\partial x} = 0$ , ne peut être employée ici, parcequ'elle est fondée sur le théorème de Taylor, lequel n'est pas applicable aux points de rebroussement.

§. 7. M. Lacroix (*Traité du Calc. Différ. etc. Tome I. p. 379. 380.*), après avoir observé que l'ordonnée d'une courbe,

le point de rebroussement étant pris pour origine des coordonnées, ayant au moins deux valeurs, pour les deux branches qui se réunissent dans ce point, ne peut être exprimée par une série de la forme de celle de *Taylor*,  $k = ph + qh^2 + rh^3 + \text{cet.}$ , parceque cette série ne donne qu'une seule valeur de  $k$ , pour chaque abscisse  $h$ , ajoute que c'est à cause de cela que, dans un point de rebroussement, tous les coefficients de cette série,  $p$ ,  $q$ , etc. deviennent nuls ou infinis; d'où il tire la conclusion, „qu'au point de rebroussement de la première espèce, comme au point d'inflexion,  $q = \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}$  „est nul ou infini.“ Qu'il me soit permis de faire quelques objections au raisonnement de ce grand analyste.

1) Cette démonstration n'étant pas moins applicable aux rebroussemens de la *seconde* espèce, où l'ordonnée  $k$  a nécessairement deux valeurs, aussi bien qu'aux points de rebroussement de la *première* espèce, il s'ensuivrait que dans les premiers on aurait également  $\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = 0$ . Cependant il est sûr que ce n'est pas le cas, ainsi que nous le verrons plus bas, et que *M. Lacroix* le dit lui-même.

2) Si le résultat trouvé par *M. Lacroix*, que tous les coefficients,  $\frac{\partial y}{\partial x}$ ,  $\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}$ ,  $\frac{\partial^3 y}{\partial x^3}$ , etc. deviennent nuls ou infinis, était juste, on n'en pourrait rien conclure, si ce n'est que cette série ne peut pas être appliquée au cas d'un rebroussement, comme *M. Lacroix* l'a très-bien remarqué.

3) Il est difficile de se persuader que, généralement dans tous les points de rebroussement,  $\frac{\partial y}{\partial x}$  soit nul ou infini, puisque cela ne donne que le cas particulier, où la courbe est parallèle ou perpendiculaire aux abscisses  $x$ , et que, par conséquent, on n'a qu'à changer l'axe des abscisses, pour rendre  $\frac{\partial y}{\partial x}$  égale à une quantité finie, sans que le rebroussement soit détruit: pour mettre cela hors de doute, nous proposerons (§. 17.) une courbe, où un rebroussement de la première espèce a lieu, sans que  $\frac{\partial y}{\partial x}$  soit nul ou infini.

§. 8. Suivant le théorème de Taylor, on a

$$k = \frac{\partial y}{\partial x} h + \frac{\partial^2 y}{2 \partial x^2} h^2 + \text{cet.}$$

$h$  et  $k$  étant de nouvelles coordonnées, parallèles à  $x$ ,  $y$ , dont l'origine est au point de la courbe, donné par des valeurs déterminées de  $x$  et  $y$ . Mais il est aisé de voir que cette série ne peut pas être employée là où la courbe s'arrête, comme aux points de rebroussement, d'abord, parcequ'elle ne donnerait qu'une des deux ordonnées  $k$ , pour chaque valeur de  $h$ , et puis, parce que ne renfermant aucun radical, elle ne peut donner les valeurs imaginaires de  $k$  qui ont lieu aux points de rebroussement, ou pour  $+h$  ou pour  $-h$ . On trouve cette matière développée dans l'excellent ouvrage de M. *Lacroix* que nous avons cité. Mais il est assés singulier que les analystes, ayant reconnu que, dans tous les cas où quelques coefficients différentiels deviennent infinis, le théorème de *Taylor* ne peut servir à déterminer les *maxima*, et que dans ces cas il faut les chercher *a priori*, ou par l'équation primitive, croient cependant que, dans un pareil cas, le même théorème puisse être employé pour trouver les points de rebroussement. Il paraît évident, par ce que nous venons de dire, que le théorème de *Taylor* n'est aucunement applicable aux points de rebroussement, et que, pour déterminer ces points, il faut recourir à l'équation de la courbe, et à son développement dans une série convergente, sans le théorème de *Taylor*, ou sans le calcul différentiel.

§. 9. On appelle *rebroussement* le point, où une courbe rebrousse tout court, ou retourne subitement en arrière. Voyons ce qui suit de cette notion. Comme la courbe s'arrête à ce point, il faut qu'au delà, ou pour des abscisses plus grandes, les ordonnées, deviennent imaginaires; et comme cela ne saurait résulter que des radicaux, il faut que l'ordonnée ait au moins deux valeurs. Or, cela arrivant aussi aux simples limites des abscisses, où la courbe se replie doucement, il faut qu'au point de rebroussement, où elle prend brusquement une direction opposée, il y ait deux branches

qui se réunissent dans ce point, comme dans un point *double*. Mais, — comme l'une de ces branches doit être regardée comme la prolongation de l'autre, (ce qui fait la différence essentielle entre le rebroussement et un point double), il faut que ces branches se touchent, ou que la courbe prenne une direction diamétralement opposée à celle qu'elle avait suivie jusques là: car la définition de la tangente exige que sa direction soit la même que celle de l'arc suivant et du précédent; il faut donc qu'elle touche les deux branches au point de rebroussement. S'il en était autrement, l'une de ces branches ne serait pas la continuation de l'autre, mais le point de rebroussement appartiendrait à deux différentes branches, ou à différentes suites de valeurs de  $y$ : il y aurait effectivement un point d'intersection, où, d'après la loi de continuité, la prolongation de chacune des deux branches ne pourrait pas manquer, la courbe ne pourrait s'arrêter, et il n'y aurait point de rebroussement. Il est donc évident qu'en vertu de la loi de continuité, des points de rebroussement, tels que les deux arcs  $y$  fassent un angle fini, sont impossibles, c'est-à-dire, qu'ils ne peuvent exister dans une courbe donnée par une équation. Suivant la même loi, on ne peut concevoir l'origine des rebroussemens autrement que par un *nœud* qui, par des rétrécissemens successifs, est devenu un point. Le nœud MN (Fig. 10.) donnera un rebroussement de la *première* espèce; celui de la *seconde* espèce résultera du nœud PQ (Fig. 11.), qui a un point d'inflexion en Q. Soit MNT la *normale* en M, qui doit être perpendiculaire aux deux branches de la courbe, Mm, Mn. Au moment où le nœud s'est resserré en un point, les deux branches coïncideront avec leur normale MT qui, par conséquent, deviendra leur commune tangente: d'où l'on tirera le même résultat.

On peut s'en assurer encore d'une autre manière. Si  $x = a$  et  $y = b$  sont les coordonnées pour le point de rebroussement, et qu'on fasse  $x = a + h$ ,  $y = b + k$ ,  $h$  et  $k$  étant infiniment petits; il suit, de la nature des rebroussemens, que la valeur de  $k$  sera réelle, si  $h$  est positif, et imaginaire, si  $h$  est négatif, ou *vice*

*versa*. En désignant donc généralement les quantités réelles par  $r$ , les imaginaires par  $i$ , on aura  $\frac{k}{b} = r$ ,  $\frac{k}{-b} = i$ . Mais  $\frac{k}{b} = p$  est la tangente de l'angle que fait la tangente de la courbe avec les abscisses: donc cet angle ou  $p$  doit être donné par une équation du second degré, qui a deux racines réelles, si  $h$  est positif, et deux racines imaginaires, si  $h$  est négatif; d'où il suit, par la théorie des équations algébriques, que les deux racines  $p$  doivent être égales, si  $h$  est nul: c'est-à-dire, dans le point de rebroussement, les deux branches de la courbe ont une même tangente, ou se touchent.

Je suis entré dans quelque détail sur cet objet, parce qu'aucun analyste n'a montré, pourquoi des rebroussemens, où les deux branches font un angle fini, sont impossibles.

On peut donc regarder le point de rebroussement, comme né du concours de deux arcs qui se touchent, et dont la partie, de l'un ou de l'autre côté du point de contact, a été détruite. Or, comme il y a deux espèces d'attouchement, qu'on appelle *osculatation* et *embrassement*, il en résulte deux espèces de rebroussement, celui qui est produit par une osculation, et qu'on appelle rebroussement de la *première* espèce (*Fig. 3.*), et celui de la *seconde* espèce, qui provient d'un embrassement (*Fig. 4.*). Dans le premier la tangente tombe entre les deux arcs, dans le second les deux arcs tombent du même côté de la tangente.

Tab. VI.

Fig. 3.

Fig. 4.

§. 10. En rassemblant tout ce que nous venons de dire, on trouvera les caractères suivans du point de rebroussement. C'est un point *double*, au delà duquel la courbe ne se prolonge pas, et où les deux arcs ont la même tangente; ou plutôt, c'est une réunion de deux arcs qui se touchent, sans se prolonger. Il faut donc que leur tangente soit donnée par une équation du second degré, dont les deux racines sont égales, et que leur ordonnée commune soit donnée par une expression qui devient imaginaire, lorsqu'on augmente l'abscisse, ou lorsqu'on la diminue. Donc, la

courbe étant donnée par cette équation entre les coordonnées  $x, y$ ,

$$(A) \dots u = 0,$$

dont la différentielle est

$$\partial u = 0 = M \partial x + N \partial y,$$

il faut qu'au point de rebroussement on ait en même tems,  $M = 0$  et  $N = 0$ , pour que la tangente soit donnée par une équation du second degré. La position de cette tangente se trouvera donc, quand on différencie encore une fois, en regardant  $\partial x$  et  $\partial y$  comme constans, ce qui donne

$$0 = \partial M \partial x + \partial N \partial y = \left(\frac{\partial M}{\partial x}\right) \partial x^2 + \left(\frac{\partial M}{\partial y}\right) \partial x \partial y + \left(\frac{\partial N}{\partial x}\right) \partial x \partial y + \left(\frac{\partial N}{\partial y}\right) \partial y^2.$$

Or comme, dans la première différentiation, il est nécessairement

$$\left(\frac{\partial M}{\partial y}\right) = \left(\frac{\partial N}{\partial x}\right), \text{ on a}$$

$$0 = \left(\frac{\partial N}{\partial y}\right) \frac{\partial y^2}{\partial x^2} + 2 \left(\frac{\partial M}{\partial y}\right) \frac{\partial y}{\partial x} + \left(\frac{\partial M}{\partial x}\right);$$

d'où l'on tire, en nommant

$$\left(\frac{\partial M}{\partial x}\right) = P, \quad \left(\frac{\partial M}{\partial y}\right) = Q, \quad \left(\frac{\partial N}{\partial y}\right) = R,$$

$$\frac{\partial y}{\partial x} = - \frac{Q \pm \sqrt{Q^2 - PR}}{R}.$$

Il faut donc, pour que les deux tangentes coïncident, poser  $Q^2 = PR$ , de sorte que  $\frac{\partial y}{\partial x} = - \frac{Q}{R}$ . Substituant donc les valeurs de

$$M = \left(\frac{\partial u}{\partial x}\right), \quad N = \left(\frac{\partial u}{\partial y}\right), \quad P = \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}\right), \quad Q = \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y}\right), \quad R = \left(\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right),$$

et nommant  $p$  le rapport différentiel  $\frac{\partial y}{\partial x}$ , lequel est ici donné par une équation du second degré, dont les deux racines sont égales, on a, pour le rebroussement, outre l'équation proposée de la courbe,

$$(A) \dots u = 0,$$

encore les suivantes,

$$(B) \dots \left(\frac{\partial u}{\partial x}\right) = 0, \quad (C) \dots \left(\frac{\partial u}{\partial y}\right) = 0, \quad (D) \dots \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y}\right)^2 = \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}\right) \left(\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right);$$

ce qui donne en même tems

$$p = - \frac{\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y}\right)}{\left(\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right)}.$$

§. 11. Les valeurs de  $x$  et  $y$ , qui satisfont aux trois équations (A) (B) (C), déterminent les points doubles ou multiples de la courbe (A). Puis, ayant donné à  $x$  et  $y$  des valeurs qui satisfont aux quatre équations (A) (B) (C) (D), on n'a trouvé que la réunion de deux arcs qui se touchent. Pour voir, si c'est un point double avec osculation ou embrassement, ou bien un point de rebroussement, il faut examiner, si l'une des coordonnées devient imaginaire au delà de ce point: dans ce cas, le rebroussement a lieu. Si par ex. les valeurs  $x = a$ ,  $y = b$ , satisfont aux quatre équations, il y aura un point double avec attouchement, lorsque tant  $x = a + h$  que  $x = a - h$  donnent des valeurs réelles pour  $y$  ( $h$  étant une quantité très-petite); mais il y aura un point de rebroussement, lorsque l'une des deux suppositions  $x = a + h$  et  $x = a - h$ , donne des valeurs réelles pour  $y$ , tandis que l'autre n'en donne que des imaginaires.

Après s'être assuré de cette manière, qu'il y a effectivement un rebroussement, il reste encore à examiner, si ce rebroussement est de la *première* ou de la *seconde* espèce, c'est-à-dire, si la commune tangente tombe entre les deux arcs, ou du même côté. Si l'ordonnée à la tangente tient le milieu entre les deux valeurs réelles de  $y$  qui répondent à  $x = a + h$ , c'est un rebroussement de la *première* espèce; mais si cette ordonnée est plus ou moins grande que l'une et l'autre des deux valeurs de  $y$ , le rebroussement est de la *seconde* espèce. Nommant donc  $z$  l'ordonnée à la tangente,  $y'$ ,  $y''$ , les deux ordonnées à la courbe,  $x$  étant  $= a + h$ , et  $y' > y''$ , le rebroussement est de la *première* ou de la *seconde* espèce, selon que les différences  $y' - z$  et  $z - y''$  ont le même signe ou des signes opposés (+ -).

§. 12. Cette recherche ne peut se faire qu'en déduisant de l'équation (A), la valeur de  $y$  en  $x = a$ . Mais lorsque cette équation est trop compliquée, pour donner une expression directe et complète de  $y$  en  $x$ , alors, comme il ne s'agit que de trouver  $y$

pour une valeur de  $x$ , très-peu différente de  $a$ , pour laquelle on connaît déjà  $y = b$ , il faut recourir à une approximation, et pour cet effet on développera  $y$  dans une série qui procède suivant les puissances ascendantes de  $h$ ,  $x$  étant supposé  $= a + h$ . Cela se ferait aisément à l'aide de la série de *Taylor*; mais, comme elle ne peut être employée ici, par les raisons sus-dites, il faut se servir du parallélogramme de *Newton*, ou de la méthode analytique de *Lagrange*.

Supposons que, par une de ces méthodes, on ait trouvé, pour  $x = a + h$ ,  $y = b + fh + Ah^\alpha + Bh^\beta + Ch^\gamma + \text{cet.}$  les exposans  $\alpha, \beta, \gamma$ , etc. allant en croissant, il faut d'abord, qu'un de ces exposans soit de la forme  $\frac{2n+1}{2m}$ , afin que  $y$  devienne imaginaire pour les valeurs négatives ou positives de  $h$ ; il faut de plus, qu'un des coefficients  $A, B$ , etc. soit de la même forme, pour que  $y$  prenne deux valeurs. Les deux premiers termes de cette série,  $b + fh$ , formant une équation linéaire, donnent la valeur de l'ordonnée à la tangente  $z$ , de sorte que  $z = b + fh$ , où il faut observer que la tangente est parallèle ou perpendiculaire à l'axe des abscisses, lorsque  $f = 0$  ou  $f = \infty$ . On a donc

$$y = z + Ah^\alpha + Bh^\beta + \text{cet.}$$

Maintenant, il est aisé de voir que le premier terme  $Ah^\alpha$ , étant plus grand que tous les suivans, suffit pour décider, si le rebroussement est de la première ou de la seconde espèce, et que le premier ou le second cas aura lieu, lorsque  $A$  est un radical affecté d'un double signe  $\pm$ , ou qu'il n'a qu'un seul signe. En effet, si  $y' = z + Ah^\alpha + \text{cet.}$ ,  $y'' = z + Ah^\alpha - \text{cet.}$ , les différences  $y' - z = +Ah^\alpha + \text{cet.}$  et  $z - y'' = -Ah^\alpha + \text{cet.}$  ont des signes opposés, donc le rebroussement est de la *seconde* espèce; mais, si  $y = z \pm Ah^\alpha + \text{cet.}$  de manière que  $y' = z + Ah^\alpha + \text{cet.}$ ,  $y'' = z - Ah^\alpha - \text{cet.}$ , les différences  $y' - z = +Ah^\alpha + \text{cet.}$  et  $z - y'' = +Ah^\alpha + \text{cet.}$  sont affectées du même signe, donc le rebroussement est de la *première* espèce (§. 11.).

§. 13. Les deux cas, où  $f$  (§. 12.), et par conséquent  $p$  est nul ou infini, méritent une attention particulière. Le premier cas, où la tangente est parallèle aux abscisses,  $z$  étant  $= b$ , n'a aucune difficulté: le coefficient  $A$  décidera, comme ci-dessus (§. 12.), si le rebroussement est de la *première* ou de la *seconde* espèce. Dans le second cas, où  $f = p = \infty$ , de sorte que la tangente est perpendiculaire à l'axe des abscisses, le meilleur moyen est la transmutation des coordonnées, et il est évident que, pour qu'un rebroussement ait lieu, il faut que  $y = b + k$  ou  $y = b - k$  donne des valeurs imaginaires pour  $x$ ; il est aussi aisé de voir que le rebroussement sera de la *seconde* ou de la *première* espèce, selon que les deux valeurs de  $x$  qui répondent à  $y = b \pm k$ , sont plus ou moins grandes que  $a$ , ou que l'une est plus grande, l'autre plus petite que  $a$ . Les exemples que nous allons proposer, éclairciront tout cela.

§. 14. Prenons pour premier exemple, la courbe que le Marquis de l'Hospital a traitée (loc. cit. Ex. VII.), et dont la propriété est telle qu'ayant mené (Fig. 5.)  $AP = x$ ,  $PM = y$ , et la tangente  $MT$ , il soit toujours  $AT = \lambda$ .  $MT$ ;  $\lambda$  étant un nombre constant. Le résultat est que cette courbe a un point de rebroussement de la première espèce, là où  $x = y \sqrt{\lambda^2 - 1}$ , d'où ce géomètre conclut que  $\lambda$  doit être plus grand que l'unité. Pour trouver ce résultat, il cherche une expression de  $\partial\partial y$ , qui est telle qu'on ne peut pas l'égaliser à zéro: il fait donc  $\partial\partial y = \infty$ , d'où il tire le résultat sus-dit. Avant de traiter cette courbe d'après notre méthode, voyons ce que fournit la condition  $\partial\partial y = 0$  ou  $\partial\partial y = \infty$ .

Nommant  $\frac{\partial y}{\partial x} = p$ ,  $\frac{\partial\partial y}{\partial x^2} = q$ , on a

$$PT = -\frac{y}{p}, \quad AT = -\frac{y}{p} + x, \quad MT = \frac{y\sqrt{(1+p^2)}}{p},$$

et l'équation de la courbe est

$$(a) \dots -y + px = \lambda y \cdot \sqrt{(1+p^2)},$$

dont la différentielle est

$$xq = \lambda p \sqrt{(1+p^2)} + \frac{\lambda y p q}{\sqrt{(1+p^2)}}$$

Faisant maintenant  $q=0$ , on a  $p=0$ ; faisant ensuite  $q=\infty$ , on a deux cas, savoir  $p=\infty$  ou  $x\sqrt{1+p^2}=\lambda y p$ , de sorte que nous avons ces trois solutions, 1)  $p=0$ , 2)  $p=\infty$ , 3)  $\lambda y\sqrt{1+p^2}=\frac{x(1+p^2)}{p}$ . Substituant  $p=0$  dans l'équation (a), on a  $\lambda y=-y$ , d'où il suit, ou  $\lambda=-1$ , ce qui est contradictoire au problème, ou  $y=0$ , ce qui donne le point A, dont nous parlerons plus bas. La seconde solution  $p=\infty$  donne (a).... $x=\lambda y$ . En effet, dans le cas où la tangente est perpendiculaire à l'axe des abscisses ( $p=\infty$ ), la tangente MT coïncide avec l'ordonnée MP, et la coupée AT est égale à l'abscisse AP, donc  $MT=y$ ,  $AT=x$ , et l'équation  $x=\lambda y$  est identique avec la condition du problème  $AT=\lambda.MT$ . Ce point M qui se confond avec la limite des  $x$ , satisfait donc à la condition du problème, et M. de l'*Hospital* avait tort d'exclure cette solution.

La troisième solution est  $\lambda y\sqrt{1+p^2}=\frac{x(1+p^2)}{p}$ , ce qui étant substitué dans l'équation (a), donne  $\frac{x(1+p^2)}{p}=px-y$ , ou bien  $0=x+py$ , d'où l'on tire  $p=-\frac{x}{y}$ ,  $\sqrt{1+p^2}=\frac{\sqrt{x^2+y^2}}{y}$ . Ces valeurs transforment l'équation (a) en  $-y-\frac{x^2}{y}=\lambda\sqrt{x^2+y^2}$ , ou  $0=\lambda y\sqrt{x^2+y^2}+x^2+y^2$ , d'où il suit, ou  $x^2+y^2=0$ , ou  $\lambda y=-\sqrt{x^2+y^2}$ . La première supposition donnerait ou des valeurs imaginaires, ou  $x=y=0$ , ce qui indique le point A que nous avons déjà trouvé plus haut. La seconde supposition donne  $(\lambda^2-1)y^2=x^2$ , d'où l'on tire enfin

$$x=\pm y\sqrt{\lambda^2-1},$$

ce qui est est la solution donnée par M. de l'*Hospital*.

Nous avons donc trouvé trois solutions, 1)  $x=y=0$ , ce qui donne un point d'*inflexion* en A, comme nous verrons plus bas; 2)  $x=\lambda y$ , limite des  $x$  en M; 3)  $x=y\sqrt{\lambda^2-1}$ , point de *rebroussement* en F. (Voy. §. 5.).

§. 15. Pour traiter cette courbe d'après notre méthode, il est nécessaire de chercher, par l'intégration, une équation finie entre  $x$  et  $y$ . Quarrant l'équation (a) (§. 14.), et faisant pour abrégé

ger,  $\lambda^2 - 1 = \mu^2$ , on trouvera  $x^2 p^2 - 2xyp = \mu^2 y^2 + \lambda^2 y^2 p^2$ , ce qui donne  $p = \frac{-xy + \lambda y \sqrt{(x^2 - \mu^2 y^2)}}{\lambda^2 y^2 - x^2}$ , et à cause de

$$\lambda^2 y^2 - x^2 = \frac{\lambda^2 x^2 - \lambda^2 (x^2 - \mu^2 y^2) - \mu^2 x^2}{\mu^2} = \frac{x^2 - \lambda^2 (x^2 - \mu^2 y^2)}{\mu^2} = \frac{(x + \lambda \sqrt{(x^2 - \mu^2 y^2)})(x - \lambda \sqrt{(x^2 - \mu^2 y^2)})}{\mu^2},$$

$$p = \frac{-\mu^2 y}{x \pm \lambda \sqrt{(x^2 - \mu^2 y^2)}}.$$

Posant  $y = ux$  et  $\sqrt{(1 - \mu^2 u^2)} = z$ , on aura  $p = \frac{-\mu^2 u}{1 \pm \lambda z}$ , et  $\partial y = p \partial x = u \partial x + x \partial u$ , d'où il suit  $\frac{\partial x}{x} = \frac{\partial u}{p - u}$ . Mais nous avons  $p - u = -u \frac{\mu^2 + 1 \pm \lambda z}{1 \pm \lambda z} = \frac{-\lambda u (\lambda \pm z)}{1 \pm \lambda z}$ ,  $u^2 = \frac{1 - z^2}{\mu^2}$ , et  $u \partial u = -\frac{z \partial z}{\mu^2}$ , donc  $\frac{\partial x}{x} = -\frac{u \partial u (1 \pm \lambda z)}{\lambda u^2 (\lambda \pm z)} = \frac{z \partial z (1 \pm \lambda z)}{\lambda (1 - z^2) (\lambda \pm z)}$ , dont l'intégral est

$\lambda \log x = \frac{1}{2} \log(1 + z) - \frac{1}{2} \log(1 - z) - \lambda \log(\lambda \pm z) + \log m$ ,  $m$  étant la constante arbitraire. Nous avons donc

$$x^\lambda (\lambda \pm z)^\lambda = m \sqrt{\frac{1+z}{1-z}} = m \frac{1+z}{\sqrt{(1-z^2)}} = m \frac{1+z}{\mu u}.$$

Après avoir restitué les valeurs  $u = \frac{y}{x}$  et  $z = \sqrt{(1 - \frac{\mu^2 y^2}{x^2})}$ , on aura pour la courbe cette équation

$$(A) \dots \mu y (\lambda x \pm \sqrt{(x^2 - \mu^2 y^2)})^\lambda = m x \pm m \sqrt{(x^2 - \mu^2 y^2)}.$$

§. 16. Si l'on fait  $\lambda = 1$ , la condition du problème (§. 14.) est que les lignes droites TA, TM, sont toujours égales, ce qui est une propriété du *cercle*. La courbe est donc un cercle que l'axe des abscisses touche en A, quoique l'équation (A) ne nous l'apprenne pas : car elle devient identique  $0 = 0$ , parceque  $\mu = 0$ . Il faut donc recourir à l'équation différentielle (§. 15.)

$$x^2 p^2 - 2xyp = \mu^2 y^2 + \lambda^2 y^2 p^2,$$

laquelle, à cause de  $\lambda = 1$  et  $\mu = 0$ , donne

$$p = \frac{2xy}{x^2 - y^2} = \frac{2u}{1 - u^2}, \quad p - u = \frac{u(1 + u^2)}{1 - u^2}, \quad \text{et}$$

$$\frac{\partial x}{x} = \frac{\partial u}{p - u} = \frac{\partial u (1 - u^2)}{u(1 + u^2)} = \frac{\partial u}{u} - \frac{2u \partial u}{1 + u^2},$$

dont l'intégral est  $\log x = \log u - \log(1 + u^2) + \log m$ , ce qui donne

$x(1 + u^2) = mu$ , ou  $x^2 + y^2 = my$ ,  
 équation d'un cercle dont le diamètre est  $m$ .

La valeur trouvée pour le rebroussement (§. 14.)  $x = y\sqrt{\lambda^2 - 1}$  donne dans ce cas  $x = 0$ , c'est-à-dire, les deux points du cercle, qui se trouvent dans le diamètre passant par  $A$ , ou bien les deux limites des ordonnées.

La même équation différentielle  $0 = (x^2 - y^2)p^2 - 2xyp$  donne encore  $p = 0$  (Voy. §. 14): la ligne qui satisfait au problème, serait, dans ce cas, une droite parallèle à l'axe des abscisses. En effet, la tangente d'une ligne droite se confondant avec la droite même, elle sera partout infinie, aussi bien que la distance de son intersection avec l'axe parallèle des abscisses à l'origine des abscisses: donc, ces deux lignes sont partout égales.

§. 17. Soit  $\lambda = 2$ , donc  $\mu = \sqrt{3}$ . Ayant donné à  $m$  la forme  $9a^2\sqrt{3}$ ,  $a$  étant la constante arbitraire, l'équation (A) (§. 15.) deviendra

$$y(2x \pm \sqrt{(x^2 - 3y^2)})^2 = 9a^2(x \pm \sqrt{(x^2 - 3y^2)}) \\ = y(5x^2 \pm 4x\sqrt{(x^2 - 3y^2)} - 3y^2),$$

ou  $\pm(4xy - 9a^2)\sqrt{(x^2 - 3y^2)} = 3y^3 - 5x^2y + 9a^2x$ ,  
 dont le carré donne

$$(16x^2y^2 - 72a^2xy + 81a^4)(x^2 - 3y^2) = \\ 9y^6 + 25x^4y^2 + 81a^4x^2 - 30x^2y^4 + 54a^2xy^3 - 90a^2x^3y,$$

ou en réduisant

$0 = 9y^6 + 9x^4y^2 + 18x^2y^4 - 162a^2xy^3 - 18a^2x^3y + 243a^4y^2$ ,  
 ce qui étant divisé par  $9y$ , donne cette équation du cinquième degré  
 (A) ...  $u = 0 = y^5 + x^4y + 2x^2y^3 - 18a^2xy^2 - 2a^2x^3 + 27a^4y$ ,  
 d'où l'on tire d'après notre méthode (§. 10.),

$$(B) \dots 0 = 4x^3y + 4xy^3 - 18a^2y^2 - 6a^2x^2,$$

$$(C) \dots 0 = 5y^4 + x^4 + 6x^2y^2 - 36a^2xy + 27a^4,$$

$$\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}\right) = 12x^2y + 4y^3 - 12a^2x,$$

$$\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y}\right) = 4x^3 + 12xy^2 - 36a^2y,$$

$$\left(\frac{\partial \partial u}{\partial y^2}\right) = 20y^3 + 12x^2y - 36a^2x, \text{ donc}$$

$$(D) \dots (x^3 + 3xy^2 - 9a^2y)^2 = (3x^2y + y^3 - 3a^2x)(5y^3 + 3x^2y - 9a^2x),$$

$$\text{et } p = \frac{9a^3y - x^3 - 3xy^2}{5y^3 + 3x^2y - 9a^2x}.$$

Essayons à présent les deux valeurs trouvées ci-dessus pour le rebroussement (§. 14.),  $x = \lambda y = 2y$ , et  $x = y\sqrt{(\lambda^2 - 1)} = y\sqrt{3}$ . La première change (B) en  $0 = 20y^2 - 21a^2$ , ce qui donne  $y = \pm a\sqrt{\frac{21}{20}}$  et  $x = 2a\sqrt{\frac{21}{20}}$ , valeurs qui ne satisfont pas à l'équation (C). Cette solution ne donne donc pas un rebroussement, mais seulement une limite des  $x$  (Voy. §. 14.). Il ne reste donc que la valeur  $x = y\sqrt{3}$ . Pour abrégier le calcul, faisons  $3 = e^4$  ou  $x = e^2y$ , ce qui donnera (B) ...  $0 = 4e^2y^2 - 9a^2$ , ou  $y = \frac{3a}{2e} = \frac{e^2a}{2}$ , et  $x = \frac{3ea}{2}$ , valeurs qui rendent (A) (B) (C) égales à zéro, l'équation (D) identique, savoir  $\frac{27}{16}e^2 = \frac{27}{4}e \cdot \frac{2}{4}e$ , et  $p = -e^2 = -\sqrt{3}$ .

Pour voir maintenant, si c'est effectivement un point de rebroussement, et de quelle espèce, nous ferons, d'après la méthode de *Lagrange*, dans l'équation (A),  $x = \frac{3e}{2}a + h$ , et  $y = \frac{e^3}{2}a + Ah^\alpha$ ,  $h$  étant très-petit, ce qui donne pour première approximation,

$$(E) \dots 0 = \frac{27}{2}ea^3 \cdot h^2 + 7a^2 \cdot h^3 + \text{cet.} + 9e^3a^3 \cdot Ah^{\alpha+1} + 18e^2a^2 \cdot Ah^{\alpha+2} + \text{cet.} \\ + \frac{9}{2}ea^3 \cdot A^2h^{2\alpha} + 9a^2 \cdot A^2h^{2\alpha+1} + \text{cet.} \\ + 12e^2a^2 \cdot A^3h^{3\alpha} + \frac{5}{2}e^3a \cdot A^4h^{4\alpha} + A^5h^{5\alpha},$$

dont les termes qui contiennent  $h^2$ ,  $h^{\alpha+1}$ ,  $h^{2\alpha}$ , donnent le plus grand terme de  $y$ . Comparant ces trois termes, on a  $2 = \alpha + 1 = 2\alpha$  ou  $\alpha = 1$ , et  $0 = 3 + 2e^2A + A^2 = (A + e^2)^2$ , donc  $A = -e^2 = p$ , et  $y = \frac{e^3}{2}a - e^2h$ . Pour trouver le terme suivant de  $y$ , il faut substituer dans l'équation (E),  $-e^2h + Bh^\beta$  au lieu de  $Ah^\alpha$ , d'où l'on tirera, en se rappelant que, par la première approximation, on a  $\frac{27}{2}ea^3 \cdot h^2 + 9e^3a^3 \cdot Ah^{\alpha+1} + \frac{9}{2}ea^3 \cdot A^2h^{2\alpha} = 0$ ,

$$(F) \dots 0 = -128a^2 \cdot h^3 + \text{cet.} + 108e^2a^2 \cdot Bh^{\beta+2} + \frac{9}{2}ea^3 \cdot B^2h^{2\beta} \\ + 12e^2a^2 \cdot B^3h^{3\beta} + \frac{5}{2}e^3a \cdot B^4h^{4\beta} + B^5h^{5\beta}.$$

La comparaison des termes  $h^3$ ,  $h^{2\beta}$ , donnant le plus grand terme de  $y$ , on a  $0 = -256 \cdot h^3 + 9ea \cdot B^2h^{2\beta}$ , d'où il suit

$\beta = \frac{1}{2}$ , et  $B = \pm \frac{16}{3\sqrt{ea}}$ , donc  $Bh^\beta = \pm \frac{16}{3} \sqrt{\frac{b^3}{ea}}$ , et  $y = \frac{e^3}{2}a - e^2h \pm \frac{16}{3} \sqrt{\frac{b^3}{ea}}$ . Désignant donc par  $y'$  et  $y''$ , la plus grande et la plus petite des deux ordonnées  $y$  qui répondent à  $x = h$ , et l'ordonnée à la tangente par  $z$  (§. 12.), on aura

$$z = \frac{e^3}{2}a - e^2h, \quad y' = z + \frac{16}{3} \sqrt{\frac{b^3}{ea}}, \quad y'' = z - \frac{16}{3} \sqrt{\frac{b^3}{ea}}.$$

Le dernier terme  $\sqrt{\frac{b^3}{ea}}$  nous apprend que les ordonnées  $y$  deviennent imaginaires, lorsqu'on donne à  $h$  une valeur négative, et que par conséquent il y a un rebroussement au point de la courbe, déterminé par les coordonnées  $x = \frac{3e}{2}a$  et  $y = \frac{e^3}{2}a$ . De plus, comme on a  $y' - z = +\frac{16}{3} \sqrt{\frac{b^3}{ea}}$  et  $z - y'' = +\frac{16}{3} \sqrt{\frac{b^3}{ea}}$ , il est clair que le rebroussement est de la première espèce (§. 11.). Au reste, nous avons trouvé que la tangente à ce point fait avec les abscisses un angle dont la tangente est  $p = -e^2 = -\sqrt{3}$ : cet angle est donc de 120 degrés, ou de 60°.

Pour ce qui regarde la première solution (§. 14.)  $x = y = 0$ , qui fait  $\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}$  nul, elle nous apprend que le point A où la courbe rencontre l'axe des abscisses, est un point d'*inflexion*. En effet, donnant à  $x$  dans l'équation (A) une valeur très-petite  $h$ , on trouvera par son développement, pour première approximation,

$$0 = -2a^2h^3 + 27a^4y, \quad \text{donc } y = \frac{2b^3}{27a^2}.$$

On a, de plus,  $p = -\frac{(B)}{(C)} = \frac{-4x^3y - 4xy^3 + 18a^2y^2 + 6a^2x^2}{27a^4}$ , ou  $p = 0$ : l'axe des abscisses touche donc la courbe dans l'origine des abscisses. Or, comme  $y = \frac{2b^3}{27a^2}$  devient négatif, lorsqu'on donne à  $h$  ou  $x$  une valeur négative, la courbe touche et coupe en même tems l'axe des abscisses en A, par conséquent A est un point d'*inflexion*. La courbe aura donc la forme BAMFG (Fig. 6.), Tab. VI. où A est un point d'*inflexion*, F un point de rebroussement de la première espèce, donc la tangente FL fait avec l'axe des abscisses l'angle FLK = 120° ou FLA = 60°.

Tab. VI. Fig. 5. §. 18. Si, dans la courbe qui a la propriété exprimée par l'équation (A) (§. 15.), on fait  $\lambda = \frac{1}{2}$ , de sorte que la coupée AT n'est pas le double, mais la moitié de la tangente MT, on aura  $\mu^2 = \lambda^2 - 1 = -\frac{3}{4}$ , et le carré de l'équation (A) donnera

$$-\frac{3}{4}y^2 \left( \frac{1}{2}x \pm \sqrt{x^2 + \frac{3}{4}y^2} \right) = m^2 (2x^2 + \frac{3}{4}y^2 + 2x\sqrt{x^2 + \frac{3}{4}y^2}),$$

donc  $\mp (2m^2x + \frac{3}{4}y^2) \sqrt{x^2 + \frac{3}{4}y^2} = 2m^2x^2 + \frac{3}{4}y^2(m^2 + \frac{x}{2})$ .

Posant  $m^2 = \frac{9}{2}a$ , et quarrant, on obtiendra

$$(81a^2x^2 + \frac{27}{2}axy^2 + \frac{9}{16}y^4)(x^2 + \frac{3}{4}y^2) = 81a^2x^4 + \frac{27}{2}ax^2y^2(9a+x) + \frac{9}{64}y^4(81a^2 + 18ax + x^2),$$

ce qui, en réduisant, et divisant par  $\frac{27}{64}y^2$ , devient

$$(A) \dots u = 0 = 16ax^3 - 27a^2y^2 + 18axy^2 + x^2y^2 + y^4.$$

La courbe est donc du quatrième degré; elle coupe l'axe des abscisses dans l'origine des coordonnées, et cet axe est son diamètre principal, puisque chaque abscisse donne pour l'ordonnée deux ou quatre valeurs égales et opposées. Cette équation nous fournit, d'après la méthode du §. 10. les suivantes conditions du point de rebroussement.

$$(B) \dots 0 = 48ax^2 + 18ay^2 + 2xy^2,$$

$$(C) \dots 0 = -54a^2y + 36axy + 2x^2y + 4y^3,$$

$$\left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right) = 96ax + 2y^2, \quad \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} \right) = 36ay + 4xy,$$

$$\left( \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) = -54a^2 + 36ax + 2x^2 + 12y^2, \quad \text{donc}$$

$$(D) \dots 4y^2(81a^2 + 18ax + x^2) = (48ax + y^2)(-27a^2 + 18ax + x^2 + 6y^2),$$

$$\text{et } p = \frac{2y(9a+x)}{27a^2 - 18ax - x^2 - 6y^2}.$$

Les valeurs  $x = 0$ ,  $y = 0$ , satisfaisant aux quatre équations (A) (B) (C) (D), il faut déduire de l'équation (A), comme ci-dessus, une valeur approximée de  $y$ . Posant donc  $x = h$ ,  $y = Ah^\alpha$ , on trouvera

$$0 = 16ah^3 - 27a^2.A^2h^{2\alpha} + 18a.Ah^{2\alpha+1} + A^4h^{4\alpha}.$$

La comparaison des deux premiers termes donne

$$0 = 16h^3 - 27a.A^2h^{2\alpha}, \quad \text{d'où il suit}$$

$$a = \frac{2}{3}, \quad A = \frac{1}{3\sqrt[3]{2}}, \quad \text{et } y = \frac{1}{3} \sqrt[4]{\frac{b^3}{3a}}.$$

Sans pousser l'approximation plus loin, on s'apercevra aisément que les valeurs  $x = y = 0$  donnent un point de rebroussement, parceque  $y$  devient imaginaire, lorsqu'on fait  $h$  négatif, et que ce rebroussement est de la première espèce. En effet,  $p$  devenant dans ce cas  $= \frac{2y}{3a} = 0$  (ce qui est conforme à ce que nous venons de trouver, que le premier terme de  $y$  est  $h^3$ , d'où il suit que  $f$  ou  $p = 0$  (§. 12.)), l'axe des abscisses est une tangente de la courbe, et tombe entre les deux arcs, parceque l'une des deux ordonnées  $y$  est positive, l'autre négative, ainsi qu'on le voit dans la Fig. 7. On se rappellera que M. de l'Hospital avait soutenu (Tab. VI. Fig. 7. §. 14.), qu'un rebroussement ne peut avoir lieu, lorsque  $\lambda < 1$ .

§. 19. Soit l'équation (A) ...  $u = 0 = 2a^3 + x^3 - a^2y - axy - y^3$ , qui donne (B) ...  $0 = 3x^2 - ay$ , (C) ...  $0 = -a^2 - ax - 3y^2$ ,  $(\frac{\partial \partial u}{\partial x^2}) = 6x$ ,  $(\frac{\partial \partial u}{\partial x \partial y}) = -a$ ,  $(\frac{\partial \partial u}{\partial y^2}) = -6y$ , donc (D) ...  $a^2 = -36xy$ . Substituant en (D) la valeur  $y = \frac{3x^2}{a}$ , tirée de (B), on trouvera  $a^3 = -108x^3$ , donc

$$x = -\frac{a}{3\sqrt[3]{4}} \text{ et } y = \frac{a}{3\sqrt[3]{16}}, \text{ ou bien } x = -\frac{a\sqrt[3]{2}}{6} \text{ et } y = \frac{a\sqrt[3]{4}}{12}.$$

Ces valeurs ne satisfaisant pas aux équations (A) et (C), on voit que cette courbe n'a point de rebroussement.

§. 20. Considérons la parabole de Neil, qui est exprimée par l'équation (A) ...  $u = 0 = x^3 - ay^2$ , d'où l'on tire

$$(B) \dots 0 = 3x^2, (C) \dots 0 = -2ay, (\frac{\partial \partial u}{\partial x^2}) = 6x, (\frac{\partial \partial u}{\partial x \partial y}) = 0, (\frac{\partial \partial u}{\partial y^2}) = -2a,$$

$$(D) \dots 0 = -12ax, \text{ et } p = \frac{0}{2a} = 0.$$

Les valeurs  $x = 0$ ,  $y = 0$ , satisfaisant à toutes ces quatre équations, il est aisé de s'apercevoir que l'origine des coordonnées est un point de rebroussement de la première espèce, comme dans la Fig. 7. En effet,  $y = \pm \sqrt{\frac{x^3}{a}}$  étant imaginaire, lorsque  $x$  devient négatif, et l'une des deux ordonnées réelles étant positive,

l'autre négative, l'axe des abscisses AP, qui est en même tems la tangente en A, à cause de  $p = 0$ , tombe entre les deux arcs.

§. 21. L'équation proposée par le célèbre Euler (*Introd. in An. Infin. Tom. II. 333.*),  $y = \sqrt{x + \sqrt{x^3}}$ , donne

$$(A) \dots u = 0 = x^2 - x^3 - 4x^2y - 2xy^2 + y^4,$$

$$(B) \dots 0 = 2x - 3x^2 - 8xy - 2y^2, \quad (C) \dots 0 = -4x^2 - 4xy + 4y^3,$$

$$\left(\frac{\partial u}{\partial x^2}\right) = 2 - 6x - 8y, \quad \left(\frac{\partial u}{\partial xy}\right) = -8x - 4y, \quad \left(\frac{\partial u}{\partial y^2}\right) = -4x + 12y^2,$$

$$(D) \dots 2(4x^2 + 4xy + y^2) = (1 - 3x - 4y)(-x + 3y^2),$$

$$\text{et } p = \frac{2x + y}{3y^2 - x}.$$

La supposition de  $x = y = 0$ , satisfait aux quatre équations, et  $p$  devient dans ce cas infini, dont il est aisé de s'apercevoir, en donnant à  $x$  une très-petite valeur  $h$ , d'où la première valeur approximée de  $y$  sera  $\pm \sqrt{h}$ , ce qui étant substitué, donne

$$p = \frac{2h + \sqrt{h}}{2h} = 1 \pm \frac{1}{2\sqrt{h}} = \infty.$$

On trouve le même résultat par la différentiation de  $y = x^{\frac{1}{2}} + x^{\frac{3}{2}}$ , laquelle donne  $\frac{\partial y}{\partial x}$  ou  $p = \frac{1}{2x^{\frac{1}{2}}} + \frac{3}{4x^{\frac{1}{2}}} = \frac{2 + 3x^{\frac{1}{2}}}{4x^{\frac{1}{2}}}$ , ce qui devient infini, lorsque  $x = 0$ . La tangente commune aux deux arcs est donc perpendiculaire à l'axe des abscisses dans leur origine. Il faut donc prendre (§. 13.)  $y = k$  et  $x = Ak^\alpha$ , ce qui donne

$$u = 0 = k^4 - 2Ak^{\alpha+2} + A^2k^{2\alpha} - 4A^2k^{2\alpha+1} - A^3k^{3\alpha},$$

où la première approximation naît des termes

$$0 = k^4 - 2Ak^{\alpha+2} + A^2k^{2\alpha}, \text{ qui donnent}$$

$$\alpha = 2, \text{ et } 0 = 1 - 2A + A^2 = (A - 1)^2, \text{ donc } A = 1, \text{ et } x = k^2.$$

Substituant ensuite  $k^2 + Bk^\beta$  au lieu de  $Ak^\alpha$ ,  $u$  devient

$$0 = -4k^5 - k^6 - 8Bk^{\beta+3} + B^2k^{2\beta} - B^3k^{3\beta} + \text{cet.}$$

et on aura la seconde approximation par la comparaison des termes  $k^5$  et  $k^{2\beta}$ , ce qui donne  $\beta = \frac{5}{2}$  et  $B^2 = 4$ , ou  $B = \pm 2$ , donc  $x = k^2 \pm 2\sqrt{k^5}$ . Cela nous apprend que la courbe ne coupe pas l'axe des abscisses, mais rebrousse chemin, parceque des valeurs négatives de  $k$  ou de  $y$  rendent  $x$  imaginaire, d'où il suit qu'il  $y$  a un rebroussement à l'origine des coordonnées. Au reste,

l'abscisse pour la tangente étant toujours nulle, parceque la tangente est perpendiculaire à l'axe, et les deux valeurs de  $x$ , savoir  $k^2(1 + 2\sqrt{k})$  et  $k^2(1 - 2\sqrt{k})$ , étant positives, lorsque  $k$  ou  $y$  est très-petit, il est évident que tous les deux arcs tombent du même côté de la tangente, et que le rebroussement est de la *seconde* espèce, ainsi qu'on le voit dans la *Fig. 8.*

Tab. VI.  
Fig. 8.

§. 22. L'équation (A) ...  $u = 0 = x^5 - a^3y^2$ , donne (B) ...  $0 = 5x^4$ , (C) ...  $0 = -2a^3y$ ,  $(\frac{\partial \partial u}{\partial x^2}) = 20x^3$ ,  $(\frac{\partial \partial u}{\partial x \partial y}) = 0$ ,  $(\frac{\partial \partial u}{\partial y^2}) = -2a^3$ , (D) ...  $0 = a^3x^3$ , et  $p = 0$ , ce qui prouve que, partout où deux branches de la courbe se touchent, leur commune tangente est parallèle aux abscisses. La supposition  $x = 0 = y$ , satisfaisant aux équations (A) (B) (C) (D), il est clair que l'origine des coordonnées est un point de rebroussement de la première espèce, parceque  $y = \pm \sqrt{\frac{x^5}{a^3}}$  devenant imaginaire, lorsque  $x$  est négatif, ses deux valeurs réelles tombent, l'une au-dessus, l'autre au-dessous de l'axe des abscisses, qui est la tangente commune des deux arcs, ainsi qu'on le voit dans la *figure 7.*

Fig. 7.

§. 23. Soit (A) ...  $u = 0 = ax^4 - x^5 - 2a^2x^2y + a^3y^2$ , ce qui donne (B) ...  $0 = 4ax^3 - 5x^4 - 4a^2xy$ , (C) ...  $0 = -2a^2x^2 + 2a^3y$ ,  $(\frac{\partial \partial u}{\partial x^2}) = 12ax^2 - 20x^3 - 4a^2y$ ,  $(\frac{\partial \partial u}{\partial x \partial y}) = -4a^2x$ ,  $(\frac{\partial \partial u}{\partial y^2}) = 2a^3$ , (D) ...  $0 = ax^2 - 5x^3 - a^2y$ , et  $p = \frac{2x}{a}$ .

La supposition  $x = y = 0$  satisfaisant aux quatre équations, il est aisé de voir qu'elle donne un point de rebroussement de la *seconde* espèce, parceque,  $p$  devenant nul, l'axe des abscisses est la tangente des deux arcs, et que l'équation (A) donne  $y = \frac{x^2}{a}(1 \pm \sqrt{\frac{x}{a}})$ , dont les deux valeurs sont imaginaires, lorsque  $x$  est négatif, mais réelles et positives, tant que  $x$  est positif et moins grand que  $a$ ; de sorte que les deux arcs tombent au-dessus de l'axe des abscisses, ou de la tangente. On voit en même tems que  $\frac{\partial p}{\partial x}$  ou  $\frac{\partial \partial y}{\partial x^2} = \frac{2}{a}$  ne devient nul ni infini, quoiqu'un point de rebroussement ait lieu. En

général on a  $\frac{\partial y}{\partial x} = \frac{2x}{a} \pm \frac{5x^2}{2a^2}$  et  $\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{2}{a} \pm \frac{5 \cdot 2}{2 \cdot 2} \sqrt{\frac{x}{a}}$ . Faisant donc  $\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = 0$ , on trouve, pour le point d'inflexion,  $x = \frac{64a}{225}$ . Mais, comme ce n'est que le signe inférieur (—) qui fasse  $\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}$  nul, il est clair que le point d'inflexion ne peut avoir lieu que dans la branche de la courbe, qui est représentée par  $y = \frac{x^2}{a} (1 - \sqrt{\frac{x}{a}})$ , de sorte que la conformation de la courbe est telle qu'on le voit

Tab. VI. dans la *figure 9*.

Fig. 9.

§. 24. Qu'il me soit permis de faire encore une remarque qui répandra un plus grand jour sur cette matière. Nommant  $\frac{\partial y}{\partial x} = p$ ,  $\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = q$ ,  $\frac{\partial^3 y}{\partial x^3} = r$ , etc. la différence entre les ordonnées à la courbe et à sa tangente sera  $qh^2 + rh^3 + \text{cet.}$   $h$  étant l'accroissement de l'abscisse. Il faut donc qu'au point d'inflexion  $q$  soit nul, afin que cette différence  $= rh^3 + \text{cet.}$  prenne des signes opposés pour des valeurs positives et négatives de  $h$ . Il est vrai qu'au point de rebroussement de la *première* espèce, cette différence doit également avoir des signes opposés (§. 12.); mais les deux valeurs opposées de cette différence ont lieu relativement au même  $h$ , et non pas, comme au point d'inflexion, à une valeur positive de  $h$ , et à une autre qui est négative. Il faudrait, au contraire, qu'au point de rebroussement,  $rh^3 + \text{cet.}$  devînt imaginaire pour des  $h$  négatifs, si l'on voulait se permettre d'appliquer la série de *Taylor* aux rebroussemens. Il est donc clair que le raisonnement, par lequel on prouve que  $q = 0$  au point d'inflexion, n'est pas applicable aux points de rebroussement, et qu'en général on ne peut rien décider sur la valeur des coefficients différentiels  $q$ ,  $r$ , etc. (Voy. §. 8.).

§. 25. Prenons pour dernier exemple la courbe transcendante, donnée par l'équation

$$(A) \dots u = 0 = y^2 - xy \cdot l \left( 1 + \frac{x}{a} \right) + \frac{x^2}{a}, \text{ d'où l'on tire}$$

$$(B) \dots 0 = -y \cdot l \left( 1 + \frac{x}{a} \right) - \frac{xy}{a+x} + \frac{3x^2}{a}, \quad (C) \dots 0 = 2y - x \cdot l \left( 1 + \frac{x}{a} \right),$$

$$\left(\frac{\partial \partial u}{\partial x^2}\right) = -\frac{2y}{a+x} + \frac{xy}{(a+x)^2} + \frac{6x}{a}; \quad \left(\frac{\partial \partial u}{\partial x \partial y}\right) = -l\left(1 + \frac{x}{a}\right) - \frac{x}{a+x};$$

$$\left(\frac{\partial \partial u}{\partial y^2}\right) = 2,$$

(D) ...  $l\left(1 + \frac{x}{a}\right)^2 + \frac{2x}{a+x} \cdot l\left(1 + \frac{x}{a}\right) + \frac{x^2}{(a+x)^2} = -\frac{4y}{a+x} + \frac{2xy}{(a+x)^2} + \frac{12x}{a}$ ,  
 et  $p = \frac{1}{2} \cdot l\left(1 + \frac{x}{a}\right) + \frac{1}{2} \cdot \frac{x}{a+x}$ . Les valeurs  $x = y = 0$  satisfont aux quatre équations, et rendent  $p = 0$ . La courbe a donc, dans l'origine des coordonnées, un point de rebroussement de la première espèce, où l'axe des abscisses est sa tangente, ce qui est aisé de voir. L'équation (A) donne

$$y = \frac{x}{2} \cdot l\left(1 + \frac{x}{a}\right) \pm \frac{x}{2} \sqrt{\left(l\left(1 + \frac{x}{a}\right)\right)^2 - \frac{4x}{a}}.$$

Donnant donc à  $x$  une très-petite valeur  $h$ , on aura

$$l\left(1 + \frac{x}{a}\right) = \frac{b}{a} - \frac{b^2}{2a^2} + \text{cet. donc}$$

$$y = \frac{b}{2} \left\{ \frac{b}{a} - \frac{b^2}{2a^2} + \text{cet.} \pm \sqrt{\left(\frac{b^2}{a^2} - \frac{4b}{a} + \text{cet.}\right)} \right\}, \text{ ce qui}$$

donne, pour première approximation,  $y = \pm h \sqrt{-\frac{b}{a}}$ . Il est donc évident que, des abscisses positives  $h$  ou  $x$  donnant à  $y$  des valeurs imaginaires, la courbe, s'étendant du côté des abscisses négatives, a dans l'origine des coordonnées, un point de rebroussement qui est de la première espèce, parceque l'une des deux coordonnées  $y = -\sqrt{\frac{b^3}{a}}$  tombe au-dessus, l'autre  $y = +\sqrt{\frac{b^3}{a}}$  au-dessous de l'axe des abscisses, qui est la tangente commune des deux arcs.



# P R O B L E M A T A

DE CURVIS RECTIFICABILIBUS ALGEBRAICIS  
IN SUPERFICIE CORPORUM ROTUNDORUM DESCRIPTIS.

AUCTORE.

NICOLAUS FUSS.

---

Conventui exhibuit die 16. Septbr. 1818.

---

## P r o b l e m a 1.

§. 1. *Inter curvas algebraicas non in eodem plano sitas invenire generaliter omnes eas, quae sint rectificabiles.*

### S o l u t i o.

Constitutis ternis coordinatis orthogonalibus  $x, y, z$ , statuatur

$$\partial y = p \partial x \text{ et } \partial z = q \partial x$$

eritque elementum curvae

$$\partial s = \partial x \sqrt{1 + pp + qq}.$$

Res igitur eo redit ut omnes istae tres formulae integrabiles reddantur. Hunc in finem pro  $p$  et  $q$  pro lubitu sumantur functiones quaecunque novae variabilis  $t$ , ac ponatur brevitatis gratia  $\sqrt{1 + pp + qq} = r$ , eritque quoque  $r$  functio ipsius  $t$ , et nunc inquirendum est qualis functio ipsius  $t$  pro  $x$  debeat assumi, ut illae tres formulae integrationem admittant. Cum autem sit

$$y = px - \int x \partial p,$$

$$z = qx - \int x \partial q,$$

$$s = rx - \int x \partial r,$$

integrabiles reddi debent formulae  $x \partial p$ ,  $x \partial q$  et  $x \partial r$ . Statuatur igitur primo  $\int x \partial p = P$ , ubi  $P$  est functio quaedam incognita varia-

bilis  $t$ . Hinc autem erit  $x = \frac{\partial P}{\partial p}$ , qui valor in secunda substitutus  
 dat  $\int x \partial q = \int \frac{\partial P \partial q}{\partial p}$ . Fiat igitur  $\frac{\partial q}{\partial p} = \Lambda$ , ita ut habeamus

$$\int x \partial q = \int \Lambda \partial P = \Lambda P - \int P \partial \Lambda.$$

Posito nunc  $\int P \partial \Lambda = Q$  erit  $\int x \partial q = \Lambda P - Q$  et  $P = \frac{\partial Q}{\partial \Lambda}$ . Denique  
 sit  $\int x \partial r = \int \frac{\partial P \partial r}{\partial p}$ , facto  $\frac{\partial r}{\partial p} = B$  nanciscimur

$$\int x \partial r = \int B \partial P = B P - \int P \partial B,$$

ob  $P = \frac{\partial Q}{\partial \Lambda}$ , sit

$$\int x \partial r = B P - \int \frac{\partial Q \partial B}{\partial \Lambda}.$$

autem  $\frac{\partial B}{\partial \Lambda} = \Delta$ , eritque

$$\int x \partial r = B P - \int \Delta \partial Q,$$

unde denique sequitur fore

$$\int x \partial r = B P - \Delta Q + \int Q \partial \Delta.$$

Quodsi igitur accipiat pro lubitu functio quaecunque ipsius  $t$ , quae  
 sit  $T$ , ex eaque definiatur  $Q = \frac{\partial T}{\partial \Delta}$  hincque porro  $P = \frac{\partial Q}{\partial \Lambda}$ , erit

$$\int x \partial r = B P - \Delta Q + T$$

unde denique omnes tres coordinatae orthogonales  $x$ ,  $y$ ,  $z$ , una  
 cum arcu  $s$ , sequenti modo algebraice exprimentur:

$$x = \frac{\partial P}{\partial x},$$

$$y = p x - P,$$

$$z = q x - \Lambda P + Q,$$

$$s = r x - B P + \Delta Q - T.$$

### Problema 2.

§. 2. *Invenire curvas algebraicas rectificabiles in superficie conica  
 recti ducendas.*

### Solutio.

Oriatur conus ex revolutione anguli  $BAC$  circa crur  $AB$  facta, Tab. v.  
 sitque  $Z$  punctum quodcunque in ejus superficie, pro quo vocentur Fig. 5.  
 coordinatae:

$$AX = x, XY = y, YZ = z.$$

Ponatur  $XZ = XV = \sqrt{yy + zz} = v$ , unde si vocetur angulus  $VXZ = \Phi$ , erit  $y = v \cos. \Phi$  atque  $z = v \sin. \Phi$ . Pro cono autem nostro sit  $x = nv$ , ita ut  $\text{tag. } A = \frac{XV}{AX} = \frac{1}{n}$  et latus  $AV = v \sqrt{1 + nn} = mv$ , existente  $m = \sqrt{nn + 1}$ . Jam cum sit elementum curvae in superficie cono descriptae  $ds = \sqrt{dx^2 + dy^2 + dz^2}$ , ob  $dy^2 + dz^2 = dv^2 + vv \partial \Phi^2$ , erit

$$\partial s^2 = \partial x^2 + \partial v^2 + vv \partial \Phi^2.$$

Quo igitur curva fiat rectificabilis, statuatur arcus  $s = \alpha \sqrt{vv - aa}$ , eritque  $\partial s^2 = \frac{\alpha \alpha vv \partial v^2}{vv - aa}$ , qui valor si, una cum  $\partial x^2 = nn \partial v^2$ , in superiore aequatione substituatur, extracta utrinque radice nanciscimur

$$\partial \Phi = \frac{\partial v}{v} \sqrt{\frac{mm \alpha \alpha + (\alpha \alpha - mm) vv}{vv - aa}}.$$

Quoniam autem  $\partial \Phi$  debet esse elementum anguli seu arcus circuli, ponamus  $mm - \alpha \alpha = mm \beta \beta$ , eritque

$$\partial \Phi = \frac{m \partial v}{v} \sqrt{\frac{aa - \beta \beta vv}{vv - aa}}.$$

Nunc integrationis causa statuatur

$$\frac{vv - aa}{aa - \beta \beta vv} = tt, \text{ eritque } vv = \frac{aa(1+tt)}{1+\beta \beta tt}.$$

Sumtis porro differentialibus logarithmicis prodibit

$$\frac{\partial v}{v} = \frac{t \partial t}{1+tt} - \frac{\beta \beta t \partial t}{1+\beta \beta tt}.$$

Cum igitur sit  $\frac{\partial \Phi}{m} = \frac{\partial v}{v t}$ , erit

$$\frac{\partial \Phi}{m} = \frac{\partial t}{1+tt} - \frac{\beta \beta \partial t}{1+\beta \beta tt},$$

unde integrando adipiscimur

$$\frac{\Phi}{m} = A \cdot \text{tag. } t - \beta A \cdot \text{tag. } \beta t.$$

Ubi observandum est tam  $m$  quam  $\beta$  esse debere numeros rationales, quia alioquin arcus  $\frac{\Phi}{m}$  non foret realis. Tum vero, ob  $t = \sqrt{\frac{vv - aa}{aa - \beta \beta vv}}$ , intelligitur esse debere  $v > a$  et  $\beta v < a$ , ergo  $\beta < 1$ . His autem conditionibus adimpletis elementa curvae quaesitae ita per variabilem  $v$  determinabuntur:

$$\begin{aligned}x &= n v, \\y &= v \cos. \Phi, \\z &= v \sin. \Phi, \\s &= m \sqrt{(1 - \beta\beta)(vv - aa)},\end{aligned}$$

ubi igitur pro eodem cono tam  $a$  quam  $\beta$  pro arbitrio assumi possunt; unde intelligitur in ejus superficie infinitas describi posse curvas rectificabiles.

### Corollarium 1.

§. 3. Casus hic se praebet notatu dignus ponendo  $\beta = 0$ :

Fit enim tum

$$\frac{\Phi}{m} = \text{Arc. tag. } t$$

unde elicitur

$$t = \text{tag. } \frac{\Phi}{m} = \frac{\sqrt{vv - aa}}{a}$$

ita ut habeamus

$$vv = \frac{aa}{\cos. \frac{\Phi}{m}}, \text{ hincque}$$

$$s = \sqrt{vv - aa} = ma \text{ tag. } \frac{\Phi}{m}$$

haecque curva est brevissima, quae in superficie cono recti duci potest, et quae evadit linea recta, si superficies in planum explicetur, eaque tum demum fit rectificabilis, quando  $m$  est numerus rationalis.

### Corollarium 2.

§. 4. Sumatur  $m = \infty$ , quo casu conus in cylindrum abit,

eritque  $t = \frac{\Phi}{m}$ , unde fit  $vv = aa \left(1 + \frac{\Phi\Phi}{mm}\right)$ , ideoque  $\sqrt{vv - aa} = \frac{a\Phi}{m}$

et arcus  $s = a\Phi$ , quo igitur casu curva non est rectificabilis.

Ceterum omnes lineae rectae per cono verticem  $A$  ductae huc pertinent atque ex aequatione nascuntur, quando angulus  $\Phi$  assumitur constans et  $\partial\Phi = 0$ ; tum enim fit

$$\partial v^2 = \partial x^2 + \partial y^2 = (nn + 1) \partial v^2 = mm \partial v^2,$$

idèoque  $\partial s = m \partial v$  et  $s = mv$ . Supra autem vidimus esse latus conici  $AV = mv$ , unde sequitur fore  $s = AV$ , uti requiritur.

*Problema 3.*

§. 5. *Invenire curvas algebraicas rectificabiles in superficie Spheroidis elliptici ducendas.*

*Solutio.*

Tab. V. Sit C centrum Spheroidis nati revolutione Ellipseos AZB circa  
Fig. 6. axem AB. Vocentur coordinatae orthogonales  $CX = x$ ,  $CY = y$ ,  $CZ = z$ ,  
angulus  $YXZ = \Phi$ , ita ut, posito  $XZ = \sqrt{yy + zz} = v$ , sit  $y = v \cos. \Phi$   
et  $z = v \sin. \Phi$ , existente, ex natura ellipsis generatricis,

$$x = n \sqrt{bb - vv}$$

posita semiaxe  $CA = CB = b$ . Sit arcus curvae quaesitae  $= s$ ,  
eritque:

$$\partial s^2 = \partial x^2 + \partial v^2 + vv \partial \Phi^2,$$

unde deducitur:

$$vv \partial \Phi^2 = \partial s^2 - \partial x^2 - \partial v^2.$$

Sumatur nunc  $s = m \sqrt{bb - vv}$ , uti sit differentiale:

$$\partial s = - \frac{mv \partial v}{\sqrt{bb - vv}}$$

unde cum sit,

$$\partial x = - \frac{nv \partial v}{\sqrt{bb - vv}}$$

his substitutis fiet:

$$vv \partial \Phi^2 = \frac{(\lambda vv - bb) \partial v^2}{bb - vv},$$

existente  $\lambda \lambda = mm - nn + 1$ , hinc

$$\partial \Phi = \frac{\partial v}{v} \sqrt{\frac{\lambda \lambda vv - bb}{bb - vv}}.$$

Hinc intelligitur fieri debere

$$v < b \text{ et } \lambda v > b, \text{ ergo } \lambda > 1 \text{ et } m > n.$$

Quoniam autem  $\partial \Phi$  debet esse elementum arcus circularis, ut hoc praestetur, ponamus

$$t t = \frac{bb - vv}{\lambda \lambda vv - bb}$$

ut sit  $\partial \Phi = \frac{\partial v}{v t}$ , et cum sit

$$v v = \frac{b b (1+t)}{1+\lambda \lambda t t}$$

$$\frac{\partial v}{v} = \frac{t \partial t}{1+t t} - \frac{\lambda \lambda t \partial t}{1+\lambda \lambda t t}$$

habebimus

$$\partial \Phi = \frac{\partial t}{1+t t} - \frac{\lambda \lambda \partial t}{1+\lambda \lambda t t}$$

cujus integrale dat

$$\Phi = A. \text{tg. } t - \lambda A. \text{tg. } \lambda t$$

ubi ergo  $\lambda$  pro arbitrio sumi potest, modo sit  $\lambda > 1$ , et quoties  $\lambda$  fuerit numerus rationalis, curva erit algebraica.

#### Problema. 4.

§. 6. *Invenire curvas algebraicas in superficie conoidis parabolici ducendas.*

#### Solutio.

Sit, ut hactenus, Z punctum in superficie data, genita hic ex Tab. V. revolutione spatii parabolici BAM circa axem AB. Vocentur coordinatae orthogonales

$$A X = x, X Y = y, Y Z = z$$

et angulus  $Y X Z = \Phi$ , positoque  $X Z = \sqrt{y y + z z} = v$  erit  $y = v \cos. \Phi$  et  $z = v \sin. \Phi$ ; ex ipsa parabola autem fit  $x = \frac{v v}{2 a}$ , hinc  $\partial x = \frac{v \partial v}{a}$ . Cum igitur sit

$$\partial s^2 = \partial x^2 + \partial v^2 + v v \partial \Phi^2$$

habebimus

$$v v \partial \Phi^2 = \partial s^2 - \frac{(a a + v v)}{a a} \partial v^2$$

Statuatur nunc

$$s = \lambda v \sqrt{v v - b b},$$

eritque differentiando

$$\partial s = \frac{\lambda \partial v (2 v v - b b)}{\sqrt{v v - b b}}$$

quo valore substituto habebimus

$$\partial \Phi = \frac{\partial v}{v} \cdot \frac{\sqrt{4\lambda\lambda v^4 - 4bb\lambda\lambda uv + \lambda\lambda b^4}}{V(vv - bb)}$$

ubi, quia  $\lambda$  pro arbitrio sumere licet, ponamus  $\lambda = \frac{x}{2a}$ , quo terminus  $v^4$  post signum radicale destruat. Sumto porro

$$\lambda\lambda b^4 + bb = \frac{b^4}{4aa} + bb = nnbb,$$

ita ut  $nn = \frac{bb}{4aa} + 1$ , prodibit

$$\partial \Phi = \frac{\partial v}{v} \sqrt{\frac{nnbb - vv}{vv - bb}};$$

unde jam intelligitur fieri debere  $v > b$  et  $v < nb$ . Ponamus nunc

$$tt = \frac{vv - bb}{nnbb - vv}$$

atque habebimus

$$vv = \frac{bb(1 + nntt)}{1 + tt}$$

unde sumtis differentialibus logarithmicis obtinebimus

$$\frac{\partial v}{v} = \frac{nnt\partial t}{1 + nntt} - \frac{t\partial t}{1 + tt}$$

ita ut perventi simus ad valorem

$$\partial \Phi = \frac{nn\partial t}{1 + nntt} - \frac{\partial t}{1 + tt},$$

ejus integrale est

$$\Phi = nA \cdot \text{tg. } nt - A \cdot \text{tg. } t$$

existentibus

$$x = \frac{vv}{2a},$$

$$y = v \cos. \Phi,$$

$$z = v \sin. \Phi,$$

$$s = \frac{v}{2a} \sqrt{vv - bb}.$$

### Problema. 5.

- §. 7. *Invenire curvas rectificabiles in superficie solidi, ex revolutione Hyperbolae circa axem conjugatum orti, ducendas.*

## Solutio.

Sit pro Hyperbola abscissa a centro sumta  $x = n\sqrt{vv - bb}$ .  
 Tum vero pro curva quaesita statuatur arcus  $s = m\sqrt{vv - bb}$ ,  
 atque ob  $\partial x = \frac{nv \partial v}{\sqrt{vv - bb}}$  et  $\partial s = \frac{mv \partial v}{\sqrt{vv - bb}}$ , habebimus  

$$vv \partial \Phi^2 = \frac{\partial v^2 [bb - \lambda \lambda vv]}{\sqrt{vv - bb}},$$

posito brevitatis gratia  $1 + nn - mm = \lambda \lambda$ . Erit igitur

$$\partial \Phi = \frac{\partial v}{v} \sqrt{\frac{bb - \lambda \lambda vv}{vv - bb}}.$$

Quod si jam statuamus

$$tt = \frac{vv - bb}{bb - \lambda \lambda vv}$$

pro angulo  $\Phi$  obtinebimus

$$\Phi = A. \text{tg. } t - \lambda A. \text{tg. } \lambda t.$$

Curva igitur erit algebraica, quoties fuerit  $\lambda$  numerus rationalis. Ce-  
 terum notandum adhuc est fieri debere  $v > b$  et  $\lambda v < b$ , hinc  $\lambda < 1$   
 et  $n < m$ .

## Corollarium.

§. 8. Examinemus casum simplicissimum quo  $\lambda = 0$ , sive  
 $m = \sqrt{1 + nn}$ . Hoc casu erit  $\Phi = A. \text{tg. } t$ , hinc prodit

$$t = \text{tg. } \Phi = \frac{\sqrt{vv - bb}}{b} = \frac{\sin. \Phi}{\cos. \Phi}.$$

Cum igitur ex hoc valore sequatur esse

$$v \cos. \Phi = b \text{ et } v \sin. \Phi = \sqrt{vv - bb},$$

ternae curvae coordinatae erunt

$$x = n \sqrt{vv - bb} = nz,$$

$$y = b;$$

$$z = \sqrt{vv - bb} = \frac{x}{n}$$

arcu curvae existente

$$s = m \sqrt{vv - bb} = \frac{m x}{n};$$

unde sequitur curvam hoc casu abire in lineam rectam. Hinc se-  
 quens deducitur theorema notatu dignum:

*Theorema.*

Tab. v.  
Fig. 8.

§. 9. Si Hyperbola *MAN* circa axem conjugatum *BD* circumvolvatur et solidum inde natum secetur a plano verticali rectae *FG* verticem *A* tangenti insistente, intersectio erit linea recta.

*Demonstratio.*

Veritas quidem hujus propositionis jam elucet ex praecedente solutione; eam autem quoque sequenti modo directe demonstrare licet. Positis in genere, pro quovis puncto *Z* in superficie conoidis hyperbolici, coordinatis orthogonalibus  $CX = x$ ,  $XY = y$ ,  $YZ = z$ , erit

$$XZ^2 = yy + zz.$$

At vero ex natura hyperbolae est

$$XZ^2 = bb + vvx.$$

Hinc igitur sequitur fore

$$yy + zz = bb + vvx$$

cui aequationi satisfit sumendo  $y = b$  et  $z = vx$ . Cum igitur sit elementum curvae in superficie conoidis descriptae

$$\partial s = \sqrt{\partial x^2 + \partial y^2 + \partial z^2}$$

ob  $\partial y = 0$  et  $\partial z = v\partial x$ , fiet

$$\partial s = \partial x \sqrt{1 + vv} = \mu \partial x$$

ideoque  $s = \mu x$  pro linea recta *AY* ad axem conjugatum inclinata sub angulo cujus secans =  $\mu$ .



ADUMBRATIO DEMONSTRATIONIS THEOREMATIS ARITHMETICI  
MAXIME UNIVERSALIS.

AUCTORE

C. F. DEGEN.

Conventui exhibuit die 7. Octobris 1818.

§. 1. Jamdudum nota sunt Analysecos diophanteae cultoribus sequentia theoremata :

$$I. (p^2 + q^2)(r^2 + s^2) = (pr \pm qs)^2 + (ps \mp qr)^2,$$

$$II. (fp^2 + gq^2)(fr^2 + gs^2) = (fpr \pm gqs)^2 + fg(ps \mp qr)^2,$$

unde, posito  $f = 1$  et  $g = a$ , sequitur

$$III. (p^2 + aq^2)(r^2 + as^2) = (pr \pm aqs)^2 + a(ps \mp qr)^2,$$

nec non hæc :

$$IV. (P^2 + Q^2 + R^2 + S^2)(p^2 + q^2 + r^2 + s^2) \\ = (Pp + Qq + Rr + Ss)^2 + (Pq - Qp + Rs - Sr)^2 \\ + (Pr - Qs - Rp + Sq)^2 + (Ps + Qr - Rq - Sp)^2,$$

quod summo *Eulero* acceptum refertur, et generalius hoc :

$$V. (P^2 - BQ^2 - CR^2 + BCS^2)(p^2 - Bq^2 - Cr^2 + BCs^2) \\ = (Pp + BQq + CRr + BCSs)^2 - B(Pq + Qp + CRs + CSr)^2 \\ - C(Pr - BQs + Rp + BSq)^2 + BC(Ps - Qr + Rq + Sp)^2,$$

quod ill. *Lagrange* (V. Mémoires de Berlin, année 1770. p. 133 in fine), praeclaris suis inventis addidit, quodque omnia praecedentia in se complectitur. Idem vero etiam alio respectu est notatu dignum, cum ita enunciari possit :

*Si numerus formae*  $P^2 - BQ^2 - CR^2 + BCS^2$  *per alium numerum ejusdem formae, puta*  $p^2 - bq^2 - cr^2 + bcs^2$  *multiplicetur, prodibit factum ejusdem formae, scil. F = V^2 - BX^2 - CY^2 + BCZ^2, sumendo*

$$\begin{aligned}
 V &= Pp + BQq + CRr + BCSS \\
 X &= Pq + Qp + CRs + CSr \\
 Y &= Pr - BQs + Rp + BSq \\
 Z &= Ps - Qr + Rq + Sp.
 \end{aligned}$$

Specialiori *summae* generaliorem *formae* notionem, quadratis *simplicibus* quadratorum *multipla* substituit summus ille Analysta. Methodum vero inveniendi et demonstrandi lectori curioso reliquit. Alio vero loco, scil. in Additamentis ad *Euleri* Algebram (ad Cap. 11<sup>mum</sup> et 12<sup>mum</sup> Anal. indetermin.) celeberrimus idem Autor alias functiones algebraicas contemplatus est, quarum producta ipsis similia sunt, quales v. c.  $x^2 + axy + by^2$ ,  $x^3 + ax^2y + bxy^2 + cy^3$  etc. quam speculationem equidem ad formas mixtas sc. non homogeneas, quales est v. c.  $x^2 + axy + by^2 + cx + dy + e$  extendi et ad solutionem aequationum indeterminatarum secundi ordinis cum successu applicari posse observavi, cujus rei specimen in alia disertatiuncula exhibere conatus sum.

§. 2. Prout autem in adscensu Matheseos ad maxime sublimia haud raro fit ut, quae maxime nobis videantur generalia, universaliorum non esse nisi consectaria in posterum deprehendamus, ita et hic probabile fiet, theorema *Lagrangianum* non esse nisi anticam catenae infinitae, aliquot annulos continentem, partem, atque monstrare conabor, esse *functiones hujus formae*:

$$\begin{aligned}
 &p^2 + aq^2 + br^2 + abs^2 + ct^2 + acu^2 + bcv^2 + abcx^2 + dy^2 \\
 &+ adz^2 + bdp^2 + cdq^2 + abdr^2 + acds^2 + bcdt^2 + abcdv^2 \\
 &+ ev^2 + aex^2 + bey^2 + cez^2 + \text{etc. etc.}
 \end{aligned}$$

*hac proprietate insigni praeditas, ut formata ex hujus generis functionibus producta ipsis factoribus sint similia; id quod vel per transennam conspexisse admodum est volupe; quare in re tam ardua jam plurimum praestitisse mihi videor, si theorema illud ad terminum  $abcx^2$  usque extenderim et analogiae, cujus veritas ex ipsa inventionis methodo satis elucet, quod reliquum est, superstruxerim.*

§. 3. Ante omnia necesse est extensionem theorematis *Euleriani* ad summam octo quadratorum ostendere: Fit nempe

$$\begin{aligned}
 & (P^2 + Q^2 + R^2 + S^2 + T^2 + U^2 + V^2 + X^2)(p^2 + q^2 + r^2 + s^2 + t^2 + u^2 + v^2 + x^2) = \Pi \\
 & = (Pp + Qq + Rr + Ss + Tt + Uu + Vv + Xx)^2 \\
 & + (Pq - Qp + Rs - Sr + Tu - Ut + Vx - Xv)^2 \\
 & + (Pr - Qs - Rp + Sq + Tv + Ux + Vt + Xu)^2 \\
 & + (Ps + Qr - Rq - Sp + Tx + Uv + Vu + Xt)^2 \\
 & + (Pt - Qu + Rv + Sx - Tp + Uq + Vr + Xs)^2 \\
 & + (Pu + Qt + Rx + Sv - Tq - Up + Vs + Xr)^2 \\
 & + (Pv - Qx + Rt + Su + Tr + Us - Vp + Xq)^2 \\
 & + (Px + Qv + Ru + St + Ts + Ur - Vq - Xp)^2,
 \end{aligned}$$

cujus aequalitatis dispositionem ita me instituisse spero, ut etiam minus sagacibus de veritate ejus facile constare possit. Sagaciores eandem facile ad sedecim etc. quadratorum summam extensuros esse mihi persuasum est. Prolixa igitur aequae ac taediosa descriptione supersedeo. Circa ipsum hoc theorema vero notasse oportet, deceptum iri qui hujus et *Fermatiani* illius, quo statuitur, *omnem numerum esse quatuor pauciorumve quadratorum summam*, aliquam ut aiunt *identitatem* ideo statuerent, quod sumto pro lubitu  $\Pi = \Sigma + \Theta$ , secundum *Fermatium*  $\Sigma$  in  $\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 + \delta^2$ ,  $\Theta$  in  $\epsilon^2 + \zeta^2 + \eta^2 + \theta^2$  resolvi possit, adeoque semper sit  $\Pi$  octo quadratorum summa. Excluis autem (e quadratorum realium classe) cyphris, non semper habebuntur octena illa quadrata, quae nostra formula immediate ita exhibet, ut nec conjecturae nec vagis tentaminibus locus relinquatur; idem de theoremate *Euleriano* valere protinus perspicitur. Praeterea vero aliud est *resolutionis possibilitatem enunciare*, aliud *ipsam resolutionem commonstrare*.

§. 4. His praemissis me ad praecedentis theorematis amplificationem accingo, indeterminatis quos ajunt coefficientibus in auxilium adcitis. Sic quod absque demonstratione proponere licuisset.

problematis instar veri nominis solutione munivisse praefuli. cum exinde aditus ad ulteriora pateat, quamplurimum laudi et utilitati certissimae adeoque peregrinae scientiae officere arbitratus eos, qui, cum non sint nisi secundi ordinis Geometrae, principum more se gerere gestiant, cum ne ipsos quidem hosce deceat nimia caligine tectos incedere (\*).

Introducamus pro unitatibus factores  $a, b, c \dots g; \alpha, \beta, \gamma, \dots \eta; \alpha', \beta', \gamma' \dots \eta'; \alpha'', \beta'', \gamma'' \dots \eta''; \dots \alpha^{VI}, \beta^{VI}, \gamma^{VI}, \dots \eta^{VI}$  atque ponamus  $(P^2 + aQ^2 + bR^2 + cS^2 + dT^2 + eU^2 + fV^2 + gX^2)$  mult. per  $(p^2 + aq^2 + br^2 + cs^2 + dt^2 + eu^2 + fv^2 + gx^2)$  esse

$$= p^2 + aq^2 + br^2 + cs^2 + dt^2 + eu^2 + fv^2 + gx^2$$

$$= (Pp + aQq + bRr + cSs + dTt + eUu + fVv + gXx)^2$$

$$+ a(Pq - aQp + \beta Rs - \gamma Sr + \delta Tu - \epsilon Ut + \zeta Vx - \eta Xv)^2$$

$$+ b(Pr - \alpha' Qs - \beta' Rp + \gamma' Sq + \delta' Tv + \epsilon' Ux + \zeta' Vt + \eta' Xu)^2$$

$$+ c(Ps + \alpha'' Qr - \beta'' Rq - \gamma'' Sp + \delta'' Tx + \epsilon'' Uv + \zeta'' Vu + \eta'' Xt)^2$$

$$+ d(Pt - \alpha''' Qu + \beta''' Rv + \gamma''' Sx - \delta''' Tp + \epsilon''' Uq + \zeta''' Vr + \eta''' Xs)^2$$

$$+ e(Pu + \alpha^{IV} Qt + \beta^{IV} Rx + \gamma^{IV} Sv - \delta^{IV} Tq - \epsilon^{IV} Up + \zeta^{IV} Vs + \eta^{IV} Xr)^2$$

$$+ f(Pv - \alpha^V Qx + \beta^V Rt + \gamma^V Su + \delta^V Tr + \epsilon^V Us - \zeta^V Vp + \eta^V Xq)^2$$

$$+ g(Px + \alpha^{VI} Qv + \beta^{VI} Ru + \gamma^{VI} St + \delta^{VI} Ts + \epsilon^{VI} Ur - \zeta^{VI} Vq - \eta^{VI} Xp)^2.$$

Quod autem coefficients  $\alpha, \beta', \gamma'', \delta''', \epsilon^{IV}, \zeta^V$  et  $\eta^{VI}$ , secundum diagonalem  $Pp \dots Xp$  dispositi et signo negativo affecti sint unitati aequales, vel levissima attentione perspicitur. Deinde cum productum illud, numerorum indeterminatorum  $P, Q \dots p, q \dots$

(\*) Nostra certe Urania ab illa *Virgilii* longe differt, quae (v. *Aeneid.* I. 411 - 414.)

. . . . . obscuro gradientes aëre saepsit,  
Et multo nebulae circum dea fudit amictu.  
Cernere ne quis eos, neu quis contingere posset,  
Molirive moram aut veniendi poscere causas.

Apertos atque simplices, non vanam ex admiratione vulgi laudem captantes, honestos et strenuos veritatum suarum cultores templa sua intrare jubet. Antiquae huic legi morem gerere, quid sanius, quid pulchrius?

quadrata tantum contineat, patet coefficientes productorum  $QRqr$ ,  $QSqs$ , ...  $RSrs$ ,  $RTrt$ , ...  $Sfst$ ,  $SVsv$  ... etc. non-quadratorum nihilo esse aequales, unde sequentes 21 aequationes nanciscimur:

Scil. e coefficientibus producti

- |            |             |                    |            |     |                                 |
|------------|-------------|--------------------|------------|-----|---------------------------------|
| 1) $QRqr$  | aequationem | $ab = ca''\beta''$ | 7) $RSrs$  | ... | $bc = a\beta\gamma$             |
| 2) $QSqs$  | .           | .                  | 8) $RTrt$  | ... | $bd = f\beta^V\delta^V$         |
| 3) $QTqt$  | .           | .                  | 9) $RUru$  | ... | $be = g\beta^{IV}\epsilon^{IV}$ |
| 4) $QUqu$  | .           | .                  | 10) $RVrv$ | ... | $bf = d\beta''\zeta'''$         |
| 5) $QVqv$  | .           | .                  | 11) $RXrx$ | ... | $bg = c\beta^{IV}\eta^{IV}$     |
| 6) $Qxqx$  | .           | .                  |            |     |                                 |
|            |             |                    |            |     |                                 |
| 12) $STst$ | .           | .                  | 16) $TUtu$ | ... | $de = a\delta\epsilon$          |
| 13) $SUsu$ | .           | .                  | 17) $TVtv$ | ... | $df = b\delta\zeta'$            |
| 14) $SVsv$ | .           | .                  | 18) $TXtx$ | ... | $dg = c\delta''\eta''$          |
| 15) $SXsx$ | .           | .                  |            |     |                                 |
|            |             |                    |            |     |                                 |
| 19) $UVuv$ | .           | .                  | 21) $VXvx$ | ... | $fg = a\zeta\eta$               |
| 20) $UXux$ | .           | .                  |            |     |                                 |

§. 5. Est autem numerus coefficientium indeterminatorum  $\alpha, \beta, \gamma, \dots = 49$ ; quare, ob 21 aequationes illas et 7. priores e membrorum diagonalium indole derivatas, 21 horum coefficientium nostro plane arbitrio reliquuntur, qua libertate ita utemur, ut formas fractas evitemus. Statuamus hunc in finem

○)  $\alpha'' = \beta'' = \alpha^{IV} = \delta^{IV} = \alpha^{VI} = \zeta^{VI} = 1$ , et erit

22)  $c = ab$ ; 23)  $e = ad$ ; 24)  $g = af$  (ex aequat. 1, 3, 5).

Quare multiplicando aequat. 1<sup>am</sup> per 2<sup>am</sup>, 3<sup>tiam</sup> per 4<sup>tam</sup>, 5<sup>tam</sup> per 6<sup>tam</sup>, adipiscimur

25)  $a^2 = \alpha\gamma$ ; 26)  $a^2 = \alpha''\epsilon''$ ; 27)  $a^2 = \alpha^V\eta^V$  unde colligo

28)  $\alpha' = \gamma' = \alpha''' = \epsilon''' = \alpha^V = \eta^V = a$ .

29)  $cb = ab^2 = a\beta\gamma$  (7, 22), sive  $b^2 = \beta\gamma$ ; ergo 30)  $\beta = \gamma = b$

31)  $de = ad^2 = a\delta\epsilon$  (16, 23), sive  $d^2 = \delta\epsilon$ ; ergo 32)  $\delta = \epsilon = d$

33) Ponendo porro  $\beta^V = \delta^V = 1$ , ex aequatione 8<sup>va</sup> emergit

$f = bd$ . Hinc ob

- 34)  $bf = b^2 d = d\beta''' \zeta'''$  sc.  $b^2 = \beta''' \zeta'''$  fit  $\beta''' = \zeta''' = b$   
(Ex aequat. 10, 33.)
- 35)  $be = g\beta^{VI} \varepsilon^{VI}$  sc.  $bad = af\beta^{VI} \varepsilon^{VI} = abd\beta^{VI} \varepsilon^{VI}$  (9, 23, 24, 33);  
ergo  $\beta^{VI} = \varepsilon^{VI} = 1$ .
- 36)  $bf = d\beta^{IV} \eta^{IV}$  sc.  $b^2 = \beta^{IV} \eta^{IV}$ ; ergo  $\beta^{IV} = \eta^{IV} = b$  (11, 24, 23).
- 37)  $cd = g\gamma^{VI} \delta^{VI}$  sc.  $bd = f\gamma^{VI} \delta^{VI}$ ; ergo  $\gamma^{VI} = \delta^{VI} = 1$ .  
(12, 22, 24, 33)
- 38)  $ce = f\gamma^V \varepsilon^V$  sc.  $a^2 bd = f\gamma^V \varepsilon^V$ ; ergo  $\gamma^V = \varepsilon^V = a$ .  
(13, 22, 23, 33)
- 39)  $cf = e\gamma^{IV} \zeta^{IV}$ , sc.  $bf = b^2 d = d\gamma^{IV} \zeta^{IV}$ ; inde  $\gamma^{IV} = \zeta^{IV} = b$   
(14, 22, 23, 33)
- 40)  $cg = d\gamma''' \eta'''$  sc.  $a^2 bf = a^2 b^2 d = d\gamma''' \eta'''$ ;  
inde  $\gamma''' = \left\{ \begin{smallmatrix} a^2 \\ b^2 \end{smallmatrix} \right\}$ ,  $\eta''' = \left\{ \begin{smallmatrix} b^2 \\ a^2 \end{smallmatrix} \right\}$  sc.  $\gamma''' = \left\{ \begin{smallmatrix} a \\ b \\ a^2 b^2 \end{smallmatrix} \right\}$  et  $\eta''' = \left\{ \begin{smallmatrix} a^2 b^2 \\ a \\ b \end{smallmatrix} \right\}$  (15)
- 41)  $df = b\delta' \zeta'$  sc.  $bd^2 = b\delta' \zeta'$ ; ergo  $\delta' = \zeta' = d$ . (17)
- 42)  $dg = c\delta'' \eta''$  sc.  $df = b\delta'' \eta''$  sc.  $bd^2 = b\delta'' \eta''$ ; ergo  $\delta'' = \eta'' = d$  (18)
- 43)  $ef = c\varepsilon'' \zeta''$  sc.  $df = bd^2 = \varepsilon'' \zeta''$ ; hinc  $\varepsilon'' = \zeta'' = d$  (19)
- 44)  $eg = b\varepsilon' \eta'$  sc.  $a^2 df = a^2 b d^2 = b\varepsilon' \eta'$ , ergo  $\varepsilon' = \eta' = ad$ ,  
reliqua ut supra (40). (Ex aequat. 20)
- 45)  $fg = a\zeta \eta$ , sc.  $af^2 = a\zeta \eta$ ; hinc  $\zeta = \eta = f$ .

§. 6. Collectis jam sparsis illis coefficientium valoribus §. praec. erutis, colligitur

- 1)  $a = \beta' = a'' = \beta'' = \gamma'' = \delta'' = a^{IV} = \delta^{IV} = \varepsilon^{IV} = \beta^V = \delta^V = \zeta^V$   
 $= a^{VI} = \beta^{VI} = \gamma^{VI} = \delta^{VI} = \varepsilon^{VI} = \zeta^{VI} = \eta^{VI} = 1$ ,  
partim ex hypothesis, partim ex aeq. 35, 37; partim denique ex aequatione  $a = \beta' = \gamma'' = \delta'' \dots = 1$ .
- 2)  $a' = \gamma' = a''' = \varepsilon''' = a^V = \eta^V = \gamma^V = \varepsilon^V = a$  (28, 38)
- 3)  $\beta = \gamma = \beta''' = \zeta''' = \beta^{IV} = \eta^{IV} = \gamma^{IV} = \zeta^{IV} = b$  (30, 34, 36, 39)
- 4)  $\delta = \varepsilon = \delta' = \zeta' = \delta'' = \eta'' = \varepsilon'' = \zeta'' = d$  (32, 41, 42, 43)

$$5) \gamma''' = \eta''' = ab \quad (40) = c$$

$$6) \varepsilon' = \eta' = ad \quad (44) = e$$

$$7) \zeta = \eta = bd \quad (45) = f.$$

Patet ratio, cur (c §. 5. 40, 44) e pluribus solutionibus hic (N<sup>o</sup>. 5, 6)  $\gamma''' = \eta'''$ ,  $\varepsilon' = \eta'$ , posuerim; reliquae nempe in radicem producta  $ab^2$ ,  $a^2b$ ,  $ad^2$ ,  $a^2d$  introduxissent, unde in ipso quadrato exorti fuissent factores  $a^2b^4$ ,  $a^4b^2$ ,  $a^2d^4$ ,  $a^4d^2$ , cum coefficiente eiusdem quadrati combinandi. Eadem ex causa ex aequatione  $a^2 = \gamma^v \varepsilon^v$  concludimus  $\gamma^v = \varepsilon^v = a$  potius quam  $\gamma^v = [\frac{1}{c^2}]$ ,  $\varepsilon^v = [\frac{1}{f}]$  ne alios factores in radicem expressiones introducamus, quam quos *lineares* dicunt.

§. 7. Cum  $c$  per  $ab$  expressum e calculo eliminare liceat, occupet  $d$  illius locum, i. e. pro  $d$  scribatur ubique  $c$ , adeoque pro  $e$ ,  $ac$ ; pro  $f$ ,  $bc$  atque pro  $g = af$  (§. 5. 24) scribatur  $abc$ ; tunc habebimus, rite factis substitutionibus et mutatis mutandis:

$$\begin{aligned} & (P^2 + aQ^2 + bR^2 + abS^2 + cT^2 + acU^2 + bcV^2 + abcX^2) \text{ mult. per} \\ & (p^2 + aq^2 + br^2 + abs^2 + ct^2 + acu^2 + bcv^2 + abcx^2) = \\ & (Pp + aQq + bRr + abSs + cTt + acUu + bcVv + abcXx)^2 \\ + a & (Pq - Qp + bRs - bSr + cTu - cUt + bcVx - bcXv)^2 \\ + b & (Pr - aQs - Rp + aSq + cTv + acUx + cVt + acXu)^2 \\ + ab & (Ps + Qr - Rq - Sp + cTx + cUv + cVu + cXt)^2 \\ + c & (Pt - aQu + bRv + abSx - Tp + aUq + bVr + abXs)^2 \\ + ac & (Pu + Qt + bRx + bSv - Tq - Up + bVs + bXr)^2 \\ + bc & (Pv - aQx + Rt + aSu + Tr + aUs - Vp + aXq)^2 \\ + abc & (Px + Qv + Ru + St + Ts + Ur - Vq - Xp)^2 \end{aligned}$$

e qua formula, proposito nobis problemati satisfaciente, innumera quasi corollaria deduci posse nemo non videt. Dubitarit forsitan aliquis num 24 aequationes illae a nobis adhibitae proposito sufficiant, cum in determinandis valoribus  $\alpha$ ,  $\alpha'$  ..  $\beta$ ,  $\beta'$  ... etc. eiusmodi productorum, qualia sunt  $QRtx$ ,  $RUvq$ , etc. nullam ha-

buerimus rationem; dubium vero prorsus evanescet consideranti ope illarum 21 aequationum coefficientes

v. c. producti  $Qt, Qx, Rt, Rx, Rv, Rq, Uv, Uq$  etc. sive  
 $\alpha^{IV}, \alpha^V, \beta^V, \beta^{IV}, \beta'', \beta''', \epsilon'', \epsilon'''$  etc.

ita esse determinatos, ut cum indole radicis primi quadrati sc.  $Pp + a Qq + b Rr$  etc. conveniant, et ea ex causa necessario inter se convenire, vi antiqui axiomatis: *Quae in eodem tertio etc.* Sic cum sit  $QRtx = Qt \cdot Rx = Qx \cdot Rt$ , oportet sit  $ea^{IV} \cdot \beta^{IV} + fa^V \cdot \beta^V = 0$  sive, mutata notatione  $ac \cdot (+b) + bc \cdot (+a) = 0$ . Item, ob  $RUvq = Rv \cdot Uq = Rq \cdot Uv$ , oportet sit  $d \beta''' \epsilon''' + c \beta'' \epsilon'' = 0$ , sive mutato characterē,  $c (+b) a + ab (+c) = 0$ . Huius conclusionis veritatem cum formula inventa ubivis affirmet, pro comperto habemus, eam inter demonstrata locum mereri.

§. 8. Ad faciliorem sequentium intellectum juvabit *schema vacuum* (§. 3.) a *schemate completo* (§. 7.) distinxisse. In utroque autem quodlibet octenorum quadratorum ope initialis membri hunc in modum  $\overline{Pv}^2, \overline{Px}^2$ , etc. indicabo. Deinde etiam, vitandae confusio-  
 nis ergo conveniet tam membris initialibus,  $Pp, Pq \dots$  quam omni-  
 bus quadratorum  $\overline{Pp}^2$  et  $\overline{Pq}^2$  membris signa simplicia tribuere. Pro-  
 inde etiam membris diagonalibus, factorem  $p$  continentibus, eadem  
 competent. Denique pro litteris  $Q, R, S \dots q, r, s \dots$  signa  $P',$   
 $P'', P''', P^{IV} \dots p', p'', p''', p^{IV} \dots$  introducamus.

His praemissis videamus, quid analogia pro schematis vacui constructione praecipiat.

I. Manifesto erit, si ad sedecim quadrata progrediendum sit,  
 $\overline{Pp} = Pp + P'p' + P''p'' + \dots + P^{XV}p^{XV}$   
 et  $\overline{Pp'} = Pp' - P'p + P''p''' - P'''p'' \dots + \dots + P^{XIV}p^{XV} - P^{XV}p^{XIV}$ .

II. In radice  $\overline{Pp''}$  necessario etiam occurret membrum  $- P''p$ ;  
 et quoniam  $\overline{Pp'}$  membra  $+ P'' \cdot p''', - P'p$ , continet, quorum pro-

ductum est  $-P''p''''$ , hoc per  $-P''p$  divisum praebet quatum  $+P'p''''$ , opposito cum signo in schemate collocandum, una cum *membro reciproco*  $+P''p'$ , quod ubique observandum est. Habetur ita *schema* sedecim membrorum *partiale*,

$$(A) \left\{ \begin{array}{l} Pp + P'p' + P''p'' + P'''p''' \\ Pp' - P'p + P''p''' - P'''p'' \\ Pp'' - P'p''' - P''p + P'''p' \\ Pp''' + P'p'' - P''p' - P'''p \end{array} \right\}$$

*Nota.* Hic et donec contrarium moneatur, suaserim, a signis  $+$  et  $-$ , ceu minus essentialibus et quasi schematum replendorum gratia tantisper additis  $-$  abstrahatur, cum *membra*, sc. producta formae  $P^{(m)}p^{(n)}$ , hic imprimis spectanda veniant.

facilis scil. est seriei quartae formatio, si observes, a quolibet  $-P^{(n)}p$  sursum et sinistrorsum progredienti indices factorum  $p^{(m)}$  eodem ordine occurrere, v. c. a  $(-P'''p)$  orienti utraque via inita obviam fiunt factores  $p, p', p'', p'''$ ; a  $(-P''p)$ , factores  $p, p''', p''$  et sic porro.

III. Schemati (A) dextram versus jungantur schemata similia, indicibus tantum diversa:

$$(B) \left\{ \begin{array}{l} + P^{IV}p^{IV} + P^Vp^V + P^{VI}p^{VI} + P^{VII}p^{VII} \\ + P^{IV}p^V - P^Vp^{IV} + P^{VI}p^{VII} - P^{VII}p^{VI} \\ (+) \left\{ \begin{array}{l} + P^{IV}p^{VI} - P^Vp^{VII} - P^{VI}p^{IV} + P^{VII}p^V \\ et (-) \left\{ \begin{array}{l} + P^{IV}p^{VII} + P^Vp^{VI} - P^{VI}p^V - P^{VII}p^{IV} \end{array} \right. \end{array} \right. \end{array} \right\}$$

et duo alia, brevitatis gratia ita delineanda:

$$(C) \left\{ \begin{array}{l} P^{VIII}p^{VIII} \dots P^{XI}p^{XI} \\ \vdots \\ P^{VIII}p^{XI} \dots P^{XI}p^{VIII} \end{array} \right\} \text{ et } (D) \left\{ \begin{array}{l} P^{XII}p^{XII} \dots P^{XV}p^{XV} \\ \vdots \\ P^{XII}p^{XV} \dots P^{XV}p^{XII} \end{array} \right\}$$

quae quatuor schemata quasi zonam horizontalem primam constituunt.

IV. Schemati (A') subjiciatur (A'') ipsi (B') diagonaliter oppositum, et in quo factores  $p^{(n)}$  eodem ordine, quo in (B'), sese excipiunt, prout factores  $P^{(n)}$  ordinem in (A') observatum sequuntur, signa vero membrum 1<sup>um</sup> et 2<sup>um</sup>, 3<sup>ium</sup> et 4<sup>tum</sup>, etc. jungentia diversa sunt. Erit itaque huius indolis:

$$(A'') \left\{ \begin{array}{l} P p^{IV} - P' p^V \pm P'' p^{VI} \mp P''' p^{VII} \\ P p^V + P' p^{IV} \mp P'' p^{VII} \mp P''' p^{VI} \\ P p^{VI} - P' p^{VII} \mp P'' p^{IV} \pm P''' p^V \\ P p^{VII} + P' p^{VI} \pm P'' p^V \pm P''' p^{IV} \end{array} \right\}$$

cui, vi naturae membrorum reciprocorum, respondebit schema sequens ad dextram situm:

$$(B'') \left\{ \begin{array}{l} - P^{IV} p + P^V p' \mp P^{VI} p'' \pm P^{VII} p''' \\ - P^{IV} p' - P^V p \pm P^{VI} p''' \pm P^{VII} p'' \\ \pm P^{IV} p'' \mp P^V p''' - P^{VI} p + P^{VII} p' \\ \mp P^{IV} p''' \mp P^V p'' - P^{VI} p' - P^{VII} p \end{array} \right\}$$

quod, æque ac (A'') respectu ipsius B', exhibet factores  $p^{(n)}$  eodem ordine progredientes, quo in diagonaliter opposito A' conspiciuntur dispositi.

V. Formatis schematis  $\left\{ \begin{array}{l} A', B' \\ A'', B'' \end{array} \right\}$ , ex eisdem combinatis

componitur schema partiale majus, 64 producta continens, quod unica littera  $\mathcal{A}'$  denotabimus. Pari modo erit nobis  $\mathcal{B}'$  idem ac syste-

ma  $\left\{ \begin{array}{l} C', D' \\ C'', D'' \end{array} \right\}$ ,  $\mathcal{A}''$  idem ac  $\left\{ \begin{array}{l} A''', B''' \\ A^{IV}, B^{IV} \end{array} \right\}$  et  $\mathcal{B}''$  idem ac  $\left\{ \begin{array}{l} C''', D''' \\ C^{IV}, D^{IV} \end{array} \right\}$

quorum quidem systematum  $\mathcal{B}'$  ab  $\mathcal{A}'$ ,  $\mathcal{B}''$  ab  $\mathcal{A}''$  indicum tantum valore differre censendum est, abstractione a signis posthac seorsim determinandis, facta. Continent autem systemata  $\mathcal{A}'$ ,  $\mathcal{B}'$ ,  $\mathcal{A}''$ ,  $\mathcal{B}''$  octo series horizontales, quarum quaelibet ipsa est octimembris; quare coëuntibus quaternis hisce systematis prodit systema sedecim serierum, quarum quaelibet sedecim est membrorum.

VI. Cum autem indices factorum  $P^{(n)}$  ordine naturali progre-

diantur, his factoribus facile supplendis (et etiam tamdiu signis) omissis, sequens nanciscimur schema 16 serierum:

| Series | $\int$     | a.         | b.         | ab.        | a.         | ac.        | bc.        | abc.       | d.         | ad.        | bd.        | abd.       | cd.        | acd.       | bcd.       | abcd.      |      |
|--------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------|
| 1...   | $p$        | $p^1$      | $p^{II}$   | $p^{III}$  | $p^{IV}$   | $p^V$      | $p^{VI}$   | $p^{VII}$  | $p^{VIII}$ | $p^{IX}$   | $p^X$      | $p^{XI}$   | $p^{XII}$  | $p^{XIII}$ | $p^{XIV}$  | $p^{XV}$   | r    |
| 2...   | $p^{II}$   | $p$        | $p^{III}$  | $p^{II}$   | $p^V$      | $p^{IV}$   | $p^{VII}$  | $p^{VI}$   | $p^{IX}$   | $p^{VIII}$ | $p^X$      | $p^{XI}$   | $p^{XIII}$ | $p^{XII}$  | $p^{XV}$   | $p^{XIV}$  | a    |
| 3...   | $p^{III}$  | $p^{II}$   | $p$        | $p^1$      | $p^{VI}$   | $p^{VII}$  | $p^V$      | $p^{IV}$   | $p^X$      | $p^{XI}$   | $p^{VIII}$ | $p^{IX}$   | $p^{XIV}$  | $p^{XV}$   | $p^{XII}$  | $p^{XIII}$ | b    |
| 4...   | $p^{III}$  | $p^{II}$   | $p^1$      | $p$        | $p^{VII}$  | $p^{VI}$   | $p^V$      | $p^{IV}$   | $p^X$      | $p^1$      | $p^{IX}$   | $p^{VIII}$ | $p^{XV}$   | $p^{XIV}$  | $p^{XIII}$ | $p^{XII}$  | ab   |
| 5...   | $p^{IV}$   | $p^V$      | $p^{VI}$   | $p^{VII}$  | $p$        | $p^1$      | $p^{II}$   | $p^{III}$  | $p^{XII}$  | $p^{XIII}$ | $p^{XIV}$  | $p^{XV}$   | $p^{VIII}$ | $p^{IX}$   | $p^X$      | $p^{XI}$   | c    |
| 6...   | $p^V$      | $p^{IV}$   | $p^{VII}$  | $p^{VI}$   | $p^1$      | $p$        | $p^{III}$  | $p^{II}$   | $p^{XIII}$ | $p^{XII}$  | $p^{XV}$   | $p^{XIV}$  | $p^{IX}$   | $p^{VIII}$ | $p^{XI}$   | $p^X$      | cc   |
| 7...   | $p^{VI}$   | $p^{VII}$  | $p^{IV}$   | $p^V$      | $p^{II}$   | $p^{III}$  | $p$        | $p^1$      | $p^{XIV}$  | $p^{XV}$   | $p^{XIII}$ | $p^{XII}$  | $p^X$      | $p^{XI}$   | $p^{VIII}$ | $p^{IX}$   | bc   |
| 8...   | $p^{VII}$  | $p^{VI}$   | $p^V$      | $p^{IV}$   | $p^{III}$  | $p^{II}$   | $p^1$      | $p$        | $p^{XV}$   | $p^{XIV}$  | $p^{XIII}$ | $p^{XII}$  | $p^{XI}$   | $p^X$      | $p^{IX}$   | $p^{VIII}$ | abc  |
| 9...   | $p^{VIII}$ | $p^{IX}$   | $p^X$      | $p^{XI}$   | $p^{XII}$  | $p^{XIII}$ | $p^{XIV}$  | $p^{XV}$   | $p$        | $p^1$      | $p^{II}$   | $p^{III}$  | $p^{IV}$   | $p^V$      | $p^{VI}$   | $p^{VII}$  | d    |
| 10...  | $p^{IX}$   | $p^{VIII}$ | $p^{XI}$   | $p^X$      | $p^{XIII}$ | $p^{XII}$  | $p^{XV}$   | $p^{XIV}$  | $p^1$      | $p$        | $p^{III}$  | $p^{II}$   | $p^V$      | $p^{IV}$   | $p^{VII}$  | $p^{VI}$   | cd   |
| 11...  | $p^X$      | $p^{XI}$   | $p^{VIII}$ | $p^{IX}$   | $p^{XIV}$  | $p^{XV}$   | $p^{XII}$  | $p^{XIII}$ | $p^{III}$  | $p^{III}$  | $p$        | $p^1$      | $p^{VI}$   | $p^{VII}$  | $p^{IV}$   | $p^V$      | ed   |
| 12...  | $p^X$      | $p^X$      | $p^{IX}$   | $p^{VIII}$ | $p^{XV}$   | $p^{XIV}$  | $p^{XIII}$ | $p^{XII}$  | $p^{III}$  | $p^{II}$   | $p^1$      | $p$        | $p^{VII}$  | $p^{VI}$   | $p^V$      | $p^{IV}$   | ibd  |
| 13...  | $p^{XII}$  | $p^{XIII}$ | $p^{XIV}$  | $p^{XV}$   | $p^{VIII}$ | $p^{IX}$   | $p^{XI}$   | $p^{XII}$  | $p^{IV}$   | $p^V$      | $p^{VI}$   | $p^{VII}$  | $p$        | $p^1$      | $p^{II}$   | $p^{III}$  | d    |
| 14...  | $p^{XIII}$ | $p^{XII}$  | $p^{XV}$   | $p^{XIV}$  | $p^{IX}$   | $p^{VIII}$ | $p^{XI}$   | $p^X$      | $p^V$      | $p^{IV}$   | $p^{VII}$  | $p^{VI}$   | $p^1$      | $p$        | $p^{III}$  | $p^{II}$   | cd   |
| 15...  | $p^{XIV}$  | $p^{XV}$   | $p^{XII}$  | $p^{XIII}$ | $p^X$      | $p^{XI}$   | $p^{VIII}$ | $p^{IX}$   | $p^{VI}$   | $p^{VII}$  | $p^{IV}$   | $p^V$      | $p^{III}$  | $p^{II}$   | $p$        | $p^1$      | bcd  |
| 16...  | $p^{XV}$   | $p^{XIV}$  | $p^{XIII}$ | $p^{XII}$  | $p^{XI}$   | $p^X$      | $p^{IX}$   | $p^{VIII}$ | $p^{VII}$  | $p^{VI}$   | $p^V$      | $p^{IV}$   | $p^{III}$  | $p^{II}$   | $p^1$      | $p$        | abcd |
|        | $p$        | $p^1$      | $p^{II}$   | $p^{III}$  | $p^{IV}$   | $p^V$      | $p^{VI}$   | $p^{VII}$  | $p^{VIII}$ | $p^{IX}$   | $p^X$      | $p^{XI}$   | $p^{XII}$  | $p^{XIII}$ | $p^{XIV}$  | $p^{XV}$   |      |

cujus e conspectu optime et facillime methodum ulterius progrediendi addiscere possumus. Series 1, 4; 2, 3; 5, 8; 6, 7; 9, 12; 10, 11; 13, 16; 14, 15; monstrant in quolibet quadrato factorum  $p^{(n)}$  inversum ordinem. Subjunximus simul factores  $P^{(m)}$  factoribus  $p^{(n)}$  in eadem serie verticali positus jungendos, nec non a latere ordinem coefficientium 1, a, b, ab, ... cujuslibet  $Pp^{(n)}$  exhibuimus.

VII. Quaeritur jam factor producti  $P^{(n)} p^{(n)}$ , v. c.  $p^{XI} p^{XIII}$ , quem eundem esse novimus cum factore producti  $P^{(n)} p^{(m)}$ , hic  $p^{XIII} p^{XI}$ , opposito tamen signo affecti. Reperiuntur autem haec producta in serici horizontali 7<sup>ma</sup>, cujus coefficientis est bc. Si vero e serie prima, cui superscriptos videmus eosdem subscriptis sibi terminis seriei horizontalis 1<sup>ae</sup>. congruos coefficientes, membrorum  $p^{XI} p^{XV}$  et  $p^{XIII} p^{XIII}$  factores abd et acd excerpamus, ex horum combinatione nanciscimur productum  $a^2bcd^2$ , quod per coefficientem (bc) seriei 7<sup>mae</sup> divisum praebet quatum in binos factores (ex causis supra allatis invicem aequales, adeoque = ad) dispescendum. Erit igitur

membrorum radix  $\overline{Pp^{VI}}$  alterum  $\pm ad P^{XI} p^{XIII}$ , alterum  $\mp ad P^{XIII} p^{XI}$ . His ubique observatis determinatio coefficientium, quibus radicem singuli termini afficiendi sint, nulla plane difficultate laborat.

VIII. *Signa quod attinet, notetur, horum pleraque esse ambigua.* Simplicitatis observandae gratia statuimus omnia primae seriei tam horizontalis, quam verticalis, signa esse positiva; secundae seriei horizontalis adeo alternantia sunt necessario. Deinde vero singula diagonalis  $Pp - P^{XV} p$  membra, formae  $P^{(m)} p$ , sunt negativa; unde sequitur, a diagonali quocunque membro  $P^{(m)} p$  [sinistrorsum] [dextrorsum] et [sursum] [deorsum] progredientibus occurrere membra formae  $P^{(m+z)} p^{(n)}$  et  $P^{(m)} p^{(n)}$ ,  $z$  terminis a diagonali illo distantia et oppositis signis affecta. Reliqua omnia manent ambigua, ita tamen ut signi dato euidam membro respondentis electio aliorum quorundam membrorum signa determinet. Quod, quo clarius monstremus, ponamus characteribus  $\alpha, \beta, \gamma, \dots$  denotari signa quaelibet  $\pm$  aut  $\mp$ , his vero  $\underline{\alpha}, \underline{\beta}, \underline{\gamma}, \dots$  eorundem signorum opposita, ita ut sit  $\underline{\alpha}$  idem quod  $-\alpha$ ;  $-\underline{\beta}$  i. qu.  $\beta$ ; etc:

Jam, cum praeter diagonalem et series tam horizontales quam verticales  $1^{mam}$  et  $2^{dam}$ , reliquarum signa nondum determinata esse fingamus, proposita signi membro  $P^{IV} p^{VI}$  (ser. hor. 3) respondentis determinatione, sit idem  $\alpha$ . Occurrit autem in eadem serie necessario membrum reciprocum  $P^{VI} p^{IV}$ , cujus ideo signum erit  $-\alpha$  sive  $\underline{\alpha}$ . Cum vero horum membrorum productum  $P^{IV} p^{VI} \cdot P^{VI} p^{IV} = P^{IV} p^{IV} \cdot P^{VI} p^{VI}$  etiam in seriei prima horizontali occurrat et vi assumptionis sit positivum, perspicitur  $\tau\delta - \alpha^2$  aequivalere  $\tau\tilde{\omega} -$ , adeoque  $\tau\delta \alpha^2 \tau\tilde{\omega} +$ , ideoque  $\alpha$  significare signum ambiguum  $\pm$ . Nunc vero etiam in serie verticali  $3^{tia}$  occurrunt membra  $P'' p^{VI}$  et  $P'' p^{IV}$ , quibus, ob ante notata, tribuenda sunt signa  $\bar{\alpha}$  et  $\alpha$  (series hor. 5 et 7). In iisdem (5 et 7) iterum spectanda sunt membra reciproca  $P^{VI} p''$  et  $P^{IV} p''$ , signis contrariis  $\alpha$  et  $\bar{\alpha}$  afficienda. Hinc perspicitur, introducendo membro  $\pm P^{IV} p^{VI}$ , obtineri

alia plura, scil.  $\mp P^{VI} p^{IV}$ ;  $\mp P'' p^{VI}$ ,  $\pm P^{VI} p''$ ,  $P'' p^{IV}$ ,  $P^{IV} p''$ .  
 Igitur nec signorum determinatio, prolixitatem hic prout in factorum determinatione si exceperis, nulli prorsus difficultati est obnoxia.

§. 9. Ita viam stratam patefecimus ad demonstrationem insignis hujus theorematis:

*Si fuerit  $P^2 + a P'^2 + b P''^2 + a b P'''^2 + c P^{IV^2} + a c P^{V^2} + b c P^{VI^2} + a b c P^{VII^2} + d P^{VIII^2} + \dots$  expressio 2<sup>a</sup> terminorum, atque  $p^2 + a p'^2 + b p''^2 + \dots$  alia expressio ipsi  $P^2 + a P'^2 + b P''^2 + \dots$  perfecte similis, erit etiam productum harum expressionum ipsis factoribus prorsus simile.*

Quare, si forte hujus similitudinis efficiendae methodum in antecedentibus adumbrasse successerit, nexum theorematum a viris illis immortalibus, ill. *Eulero* et ill. *Lagrangio* prolatorum cum veritate universali ostendisse contenti, finem huic tractatiunculae ponimus, nobis congratulaturi, si levi hoc tentamine scientiae analyticae amatores ad exemplaria summorum horum magistrorum exemplaria nocturna, diurna manu versanda excitaverimus.

## TABLES DE LA CORRECTION DU MIDI.

PAR

F. T. SCHUBERT.

---

 Présenté à la Conférence le 4. Nov. 1813.
 

---

M. *Delambre*, dans son excellent traité d'*Astronomie théorique et pratique*, a donné de nouvelles tables de la correction du midi conclu des hauteurs correspondantes du soleil, lesquelles, par rapport à la pratique, me paraissent préférables à toutes celles dont on a fait usage jusqu'à présent; vu qu'elles ne sont pas à double entrée, comme toutes les autres, et qu'on n'a besoin que de transcrire quatre logarithmes, pour les ajouter deux à deux. Frappé de la simplicité de ces tables, et de la facilité qu'elles présentent pour le calcul, je me décidai à m'en servir exclusivement. En conséquence, je me mis à analyser la formule qui sert de base à ces tables, et à examiner le degré de leur précision; et je ne tardai pas à découvrir des erreurs, tant dans la formule employée par M. *Delambre*, que dans la série en laquelle il l'a développée. Je suis persuadé que ce grand astronome, loin d'être fâché de ce que je viens de dire, m'en saura gré: quand on a fait de si grandes découvertes, et que l'on est continuellement occupé des recherches les plus sublimes, il est bien pardonnable de se tromper sur de petits objets comme celui-ci; au reste, il est possible que ces incorrections ne sont que des fautes d'impression, quoiqu'elles ne se trouvent pas parmi les *errata*. Voici de quoi il s'agit.

On sait qu'en nommant  $\odot$  la longitude du soleil,  $\delta$  sa déclinaison,  $t$  la moitié du tems écoulé entre deux hauteurs correspondantes,  $d$  le nombre de secondes dont le soleil se rapproche du

pole boréal en une heure, ou le mouvement horaire du soleil en déclinaison, et  $\beta$  la hauteur du pole, la correction du midi sera égale à

$$\frac{d \cdot t}{15} \left( \frac{\operatorname{tg} \delta}{\operatorname{tg} 15 t} - \frac{\operatorname{tg} \beta}{\sin \delta t} \right) = z.$$

Une table générale de cette correction aurait donc proprement trois argumens,  $t$ ,  $\delta$ , et  $d$ , ou plutôt deux,  $t$  et  $\delta$ ,  $d$  étant fonction de  $\delta$ . Mais, comme on a préféré prendre la longitude du soleil pour argument des tables, la première opération est d'exprimer  $\delta$  et  $d$  par  $\odot$ . Pour cet effet on a

$$\sin \delta = \alpha \sin \odot,$$

$\alpha$  étant le sinus de l'obliquité de l'écliptique  $= \sin 23^{\circ} 28'$ , d'où l'on tire  $\partial \delta = \frac{\cos \odot}{\cos \delta} \alpha \partial \odot$ , ou

$$(A) \dots d = \frac{\alpha v \cos \odot}{\sqrt{(1 - \alpha^2 \sin^2 \odot)}},$$

$v$  étant le mouvement horaire du soleil. Or on sait que, d'après les lois de *Kepler*, le mouvement vrai est égal au mouvement moyen, multiplié par  $(1 - e \cos u)^2$ , et divisé par  $(1 - e^2)^{\frac{3}{2}}$ ,  $e$  étant l'excentricité, et  $u$  l'anomalie vraie comptée de l'aphélie. Nommant donc  $m$  le mouvement moyen du soleil pour une heure, on aura

$$(B) \dots d = \frac{m \alpha (1 - e \cos u)^2 \cos \odot}{(1 - e^2)^{\frac{3}{2}} (1 - \alpha^2 \sin^2 \odot)^{\frac{1}{2}}}.$$

M. *Delambre* (*Astr. theor. et prat.* T. I. pag. 562.) trouve  $(1 - e^2)^{-\frac{1}{2}}$  au lieu de  $(1 - e^2)^{-\frac{3}{2}}$ ; mais cette différence n'est pas d'une grande importance, lorsqu'il s'agit du soleil, dont l'excentricité est très-petite.

Tout se réduit maintenant à développer en série, les trois binomes qui se trouvent dans cette valeur de  $d$ . Pour cet effet, on a  $(1 - e^2)^{-\frac{1}{2}} = 1 + \frac{3}{2} e^2$ , parceque la quatrième puissance de  $e$  est tout-à-fait inconsiderable. On a ensuite

$$(1 - e \cos u)^2 = 1 + \frac{e^2}{2} - 2e \cos u + \frac{e^2}{2} \cos 2u,$$

$$\text{et } (1 - \alpha^2 \sin^2 \odot)^{-\frac{1}{2}} = 1 + \frac{\alpha^2}{2} \sin^2 \odot + \frac{3\alpha^4}{8} \sin^4 \odot + \frac{5\alpha^6}{16} \sin^6 \odot \\ + \frac{35\alpha^8}{128} \sin^8 \odot + \text{cet.} = S.$$

Cela donne

$$(C) \dots d = m \alpha S \cos \odot [1 + 2e^2 - e(2 + 3e^2) \cos u + \frac{e^2}{2} \cos 2u].$$

En supposant  $e = 0,0167798$  on trouvera

$$1 + 2e^2 = 1,00056.312 = \varepsilon, e(2 + 3e^2) = 0,03357.378 = \eta,$$

ce qui donne

$$(D) \dots d = m \alpha S \cos \odot [\varepsilon - \eta \cos u + \frac{e^2}{2} \cos 2u].$$

Soit  $\Pi$  la longitude de l'apogée du soleil,

$$\sin \Pi = p, \cos \Pi = q, \sin 2 \Pi = r, \cos 2 \Pi = s;$$

on aura  $u = \odot - \Pi$ , et

$$d = m \alpha S \cos \odot [\varepsilon - \eta(q \cos \odot + p \sin \odot) + \frac{e^2}{2}(s \cos 2 \odot + r \sin 2 \odot)].$$

Faisant donc  $\Pi = 3^{\text{h}} 9^{\text{m}} 53^{\text{s}}$ , ce qui sera sa valeur l'an 1823, on trouvera

$$\eta q = -0,00576.269 = -\zeta, \eta p = 0,03307.552 = \theta,$$

$$\frac{e^2}{2} s = -0,00013.249 = -\kappa, \frac{e^2}{2} r = -0,00004.761 = -\lambda;$$

d'où il viendra

$$(E) \dots d = m \alpha S \cos \odot [\varepsilon + \zeta \cos \odot - \theta \sin \odot - \kappa \cos 2 \odot - \lambda \sin 2 \odot].$$

Le mouvement moyen du soleil pour une heure étant  $m = 147^{\text{h}} 847$ ; la plus grande valeur de  $m \alpha \cos \odot$  multiplié par la dernière série, sera de  $59''$ , dont on peut négliger, sans erreur sensible, la cent-millième partie: il serait donc inutile de développer  $S$  au delà de  $0,00001$ . Après avoir substitué dans la série précédente  $S$ , les puissances des sinus exprimées par les cosinus des angles multiples, savoir  $\sin^2 \odot = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos 2 \odot$ , etc. on trouvera

$$S = 1 + \frac{\alpha^2}{4} + \frac{9\alpha^4}{64} + \frac{25\alpha^6}{256} + \frac{1225\alpha^8}{16384} - \frac{\alpha^2}{4} \left(1 + \frac{3\alpha^2}{4} + \frac{75\alpha^4}{128} + \frac{245\alpha^6}{512}\right) \cos 2 \odot \\ + \frac{3\alpha^4}{64} \left(1 + \frac{5\alpha^2}{4} + \frac{245\alpha^4}{192}\right) \cos 4 \odot - \frac{5\alpha^6}{512} \left(1 + \frac{7\alpha^2}{4}\right) \cos 6 \odot + \frac{35\alpha^8}{16384} \cos 8 \odot,$$

dont le dernier terme est insensible. En introduisant donc la valeur de  $\alpha = \sin 23^{\circ} 28'$ , et nommant

$$1,04361.67 = A; 0,04501.85 = B;$$

$$0,00145.02 = C; 0,00004.97 = D; \text{ on aura}$$

$$S = A - B \cos 2 \odot + C \cos 4 \odot - D \cos 6 \odot;$$

ce qui étant multiplié par  $\varepsilon + \zeta \cos \odot - \theta \sin \odot - \kappa \cos 2 \odot - \lambda \sin 2 \odot$ , convertira l'équation (E) en celle-ci,

$$(F) \dots d = m\alpha \cos \odot \left\{ \begin{array}{l} \Lambda \varepsilon + \frac{B}{2} \kappa + \zeta \left( A - \frac{B}{2} \right) \cos \odot - \theta \left( A + \frac{B}{2} \right) \sin \odot \\ - [B\varepsilon + \left( A + \frac{C}{2} \right) \kappa] \cos 2 \odot - \lambda \left( A - \frac{C}{2} \right) \sin 2 \odot \\ - \frac{\zeta}{2} (B - C) \cos 3 \odot + \frac{\theta}{2} (B + C) \sin 3 \odot \\ + [C\varepsilon + \frac{\kappa}{2} (B + D)] \cos 4 \odot + \frac{\lambda}{2} (B - D) \sin 4 \odot \\ + \frac{\zeta}{2} (C - D) \cos 5 \odot - \frac{\theta}{2} (C + D) \sin 5 \odot \\ - (D\varepsilon + \frac{C}{2} \kappa) \cos 6 \odot - \frac{\lambda}{2} C \sin 6 \odot - \frac{\zeta}{2} D \cos 7 \odot \\ + \frac{\theta}{2} D \sin 7 \odot + \frac{\kappa}{2} D \cos 8 \odot + \frac{\lambda}{2} D \sin 8 \odot. \end{array} \right.$$

Il est aisé de voir que les cinq derniers termes sont tout-à-fait insensibles. Pour le reste, on trouvera

$$\begin{aligned} \Lambda \varepsilon + \frac{B}{2} \kappa &= 1,04420.73 = E, \quad \zeta \left( A - \frac{B}{2} \right) = 0,00588.43 = F, \\ \theta \left( A + \frac{B}{2} \right) &= 0,03526.27 = G, \quad B\varepsilon + \kappa \left( A + \frac{C}{2} \right) = 0,04518.23 = H, \\ \lambda \left( A - \frac{C}{2} \right) &= 0,00004.96 = K, \quad \frac{\zeta}{2} (B - C) = 0,00012.55 = L, \\ \frac{\theta}{2} (B + C) &= 0,00076.85 = M, \quad C\varepsilon + \frac{\kappa}{2} (B + D) = 0,00145.4 = N, \\ \frac{\lambda}{2} (B - D) &= 0,00000.11 = O, \quad \frac{\zeta}{2} (C - D) = 0,00000.4 = P, \\ \frac{\theta}{2} (C + D) &= 0,00002.48 = Q, \quad D\varepsilon + \frac{\kappa}{2} C = 0,00004.99 = R; \end{aligned}$$

d'où il vient

$$(G) \dots d = m\alpha \cos \odot \left\{ \begin{array}{l} E + F \cos \odot - G \sin \odot - H \cos 2 \odot \\ - K \sin 2 \odot - L \cos 3 \odot + M \sin 3 \odot + N \cos 4 \odot \\ + O \sin 4 \odot + P \cos 5 \odot - Q \sin 5 \odot - R \cos 6 \odot \end{array} \right\}.$$

Cette série, étant multipliée par  $\cos \odot$ , deviendra =

$$\begin{aligned} &\frac{F}{2} + \left( E - \frac{H}{2} \right) \cos \odot - \frac{K}{2} \sin \odot + \frac{F-L}{2} \cos 2 \odot - \frac{G-M}{2} \sin 2 \odot \\ &- \frac{H-N}{2} \cos 3 \odot - \frac{K-O}{2} \sin 3 \odot - \frac{L-P}{2} \cos 4 \odot + \frac{M-Q}{2} \sin 4 \odot \\ &+ \frac{N-R}{2} \cos 5 \odot + \frac{O}{2} \sin 5 \odot + \frac{P}{2} \cos 6 \odot - \frac{Q}{2} \sin 6 \odot - \frac{R}{2} \cos 7 \odot. \end{aligned}$$

Maintenant il faut multiplier cette série par  $\frac{m\alpha}{15}$ , pour avoir le premier terme de la correction  $z$ , lequel est  $\frac{d}{15}$ . Or on trouvera  $\frac{m\alpha}{15} = 3'',924996$ ; d'où l'on tirera

$$(H) \dots \frac{d}{15} = +0'',01154.8 + 4'',00984.1 \cos \odot - 0'',00009.74 \sin \odot \\ + 0'',01130.16 \cos 2\odot - 0'',06769.48 \sin 2\odot - 0'',08581.66 \cos 3\odot \\ - 0'',00009.53 \sin 3\odot - 0'',00023.84 \cos 4\odot + 0'',00145.95 \sin 4\odot \\ + 0'',00275.56 \cos 5\odot + 0'',00000.78 \cos 6\odot - 0'',00004.87 \sin 6\odot \\ - 0'',00009.79 \cos 7\odot.$$

$$M. Delambre trouve  $\frac{d}{15} = 0'',01207.4 + 4'',01 \cos \odot + 0'',01182.6 \cos 2\odot \\ - 0'',0696 \sin 2\odot - 0'',08486 \cos 3\odot + 0'',02756 \sin 4\odot \\ - 0'',0027 \cos 5\odot.$$$

Il est vrai qu'il a supposé  $\Pi = 3^s 10^o 20'$ , valeur qui aura lieu en 1850, d'où il ne peut résulter qu'une très-petite différence entre les coefficients, comme celle qui a lieu dans les cinq premiers termes de la série. Mais le sixième terme  $0,02756 \sin 4 \odot$  est vingt fois plus grand qu'il ne devrait l'être, et le dernier est affecté d'un faux signe, — au lieu de +.

Ces différences m'ont engagé à calculer derechef ces tables; mais avant d'exposer ce calcul, je ferai encore une observation. Les deux termes de la correction  $z$ , indépendamment de l'argument  $t$ , sont  $d$  et  $d \operatorname{tang} \delta$ . Pour donner à la table l'argument  $\odot$ , on a cru devoir éliminer  $\delta$ ; mais on ne l'a fait que dans le premier terme  $d$ , tandis que le second,  $d \operatorname{tang} \delta$ , est multiplié dans la table par la tangente de la déclinaison qui est calculée pour chaque degré de longitude. On ne voit pas, pourquoi il serait plus difficile de diviser par  $\cos \delta$ , que de multiplier par  $\operatorname{tang} \delta$ , ou pourquoi il était nécessaire de développer le facteur  $\frac{1}{\cos \delta}$  en la série  $S$ , lorsqu'on se permet de laisser le facteur  $\operatorname{tang} \delta$  sans développement. Nous avons trouvé (E) ...  $d = \frac{m\alpha}{\cos \delta} T \cos \odot$ ,  $T$  étant  $= \varepsilon + \zeta \cos \odot - \theta \sin \odot - \kappa \cos 2\odot - \lambda \sin 2\odot$ . En multipliant  $T$  par  $\cos \odot$ , il viendra  $\frac{d}{15} =$

$$\frac{m\alpha}{15 \cos \delta} \left\{ \begin{array}{l} \frac{\xi}{2} + (\varepsilon - \frac{\kappa}{2}) \cos \odot - \frac{\lambda}{2} \sin \odot + \frac{\xi}{2} \cos 2 \odot \\ - \frac{\theta}{2} \sin 2 \odot - \frac{\kappa}{2} \cos 3 \odot - \frac{\lambda}{2} \sin 3 \odot \end{array} \right\}$$

$$= \frac{1}{\cos \delta} \left\{ \begin{array}{l} 0'',01130.92 + 3'',92694.72 \cos \odot - 0'',00009.34 \sin \odot \\ + 0'',01130.92 \cdot \cos 2 \odot - 0'',06491.08 \cdot \sin 2 \odot \\ - 0'',00026 \cdot \cos 3 \odot - 0'',00009 \cdot 34 \cdot \sin 3 \odot \end{array} \right\},$$

vaieur qui n'est pas approchée, mais exacte. Si l'on veut se servir de cette formule, il sera plus simple de réduire à un seul, les deux termes qui ont le même argument. Les deux termes  $a \cos \odot - b \sin \odot$  par ex. donneront un terme de cette forme,  $p \cos (\odot + P)$ , et ainsi des autres. En effet on a  $p \cos P = a$ ,  $p \sin P = b$ , d'où l'on tire  $\tan P = \frac{b}{a}$ , et  $p = \frac{b}{\sin P}$ . On trouvera par ce moyen

$$(I) \dots \frac{d}{15} = \frac{1}{\cos \delta} \left\{ \begin{array}{l} 0'',01130.92 + 3'',92694.72 \cdot \cos (\odot + 5'') \\ - 0'',06588.86 \cdot \sin (2 \odot - 9^\circ 53') \\ - 0'',00009.92 \cdot \cos (3 \odot - 19^\circ 45' 35'') \end{array} \right\}.$$

En nommant  $V$  cette série, la correction sera  $z = \frac{V t}{\cos \delta} \left( \frac{\tan \delta}{\operatorname{tg} 15 t} - \frac{\tan \beta}{\sin 15 t} \right)$ . Quoique cette formule soit assés simple, j'ai cependant préféré la formule primitive

$$(K) \dots \frac{d}{15} = \frac{m\alpha}{15(1-e^2)^{\frac{3}{2}}} (1 - e \cos u)^2 \cdot \frac{\cos \odot}{\cos \delta},$$

pour calculer la table de la correction du midi. Pour chaque degré de l'argument  $\odot$ , j'ai d'abord cherché  $u$  et  $\delta$ , au moyen des équations,  $u = \odot - 99^\circ 53'$ , et  $\sin \delta = \alpha \sin \odot$ , ce qui donne  $(1 - e \cos u)^2 \cdot \cos \delta$ , et  $\tan \delta$ . Le produit de  $\frac{\cos \odot}{\cos \delta} (1 - e \cos u)^2$  par le coefficient constant  $\frac{m\alpha}{15(1-e^2)^{\frac{3}{2}}} = 3,92665.55$  donne  $\frac{d}{15}$  que je nommerai  $r$ . Ensuite j'ai multiplié  $r$  par  $\tan \delta$ , ce qui m'a donné  $\frac{d}{15} \operatorname{tg} \delta = s$ . Or, la correction  $z$  étant  $= s \cdot \frac{t}{\operatorname{tg} 15 t} - r \cdot \frac{t}{\sin 15 t} \operatorname{tg} \beta$ , j'ai calculé les quantités  $\frac{t}{\sin 15 t} = \varrho$ , et  $\frac{t}{\operatorname{tg} 15 t} = \sigma$ ,  $t$  étant exprimé en heures. En nommant donc  $r \varrho \operatorname{tg} \beta = R$ , et  $s \sigma = S$ , la correction du midi est  $z = S - R$ , et on a  $\log R = \log r +$

$\log \varrho + \log \operatorname{tg} \beta$ ,  $\log S = \log s + \log \sigma$ . Les logarithmes de  $r$  et de  $s$ , ayant le même argument  $\odot$ , se trouvent dans la première table; la seconde donne les logarithmes de  $\varrho$  et de  $\sigma$  qui ont  $t$  pour argument. L'usage de ces tables, imaginées par M. *Delambre*, consiste donc à transcrire les logarithmes de  $r$ ,  $s$ ,  $\varrho$ ,  $\sigma$ , qu'on y trouve à côté des argumens  $\odot$  et  $t$ : après quoi, dans tous les cas, on prendra les sommes,  $lr + l\varrho$ , et  $ls + l\sigma$ , et l'on ajoutera à la première  $\log \operatorname{tang}$  hauteur du pôle. Après avoir trouvé, de cette manière,  $S$  et  $R$ , au moyen de leurs logarithmes, on aura la correction du midi,  $z$ , en observant qu'il faut faire en printems  $z = S - R$ , en été  $z = R - S$ , en automne  $z = R + S$ , en hiver  $z = -(R + S)$ , et que la valeur de  $z$ , qui résulte de ces combinaisons, est toujours ajoutée algébriquement au milieu entre les deux hauteurs correspondantes.

C'est de cette manière que j'ai calculé, pour mon propre usage, les deux tables de la correction du midi. Comme je puis répondre de leur exactitude, les ayant mises à toutes les épreuves, et que j'ai porté la précision jusqu'à la cinquième chiffre décimale, je pense que d'autres astronomes s'en serviront aussi volontiers. C'est par cette raison que je les présente à l'Académie, pour être imprimées dans nos mémoires.

Il ne sera pas inutile de vérifier ces tables par une ou deux épreuves. Supposant  $\odot = 30^\circ$ , on aura

$$\sin \odot = \cos 2 \odot = -\cos 4 \odot = \frac{1}{2},$$

$$\cos \odot = \sin 2 \odot = \sin 4 \odot = -\cos 5 \odot = -\cos 7 \odot = \sin 60^\circ,$$

$$\cos 3 \odot = \sin 6 \odot = 0, \sin 3 \odot = -\cos 6 \odot = 1;$$

ce qui étant substitué dans l'équation (H), donnera

$$\frac{d}{15} = + 0'',01154.8 - 0'',00009.53 - 0'',00000.78$$

$$+ \frac{1}{2} (0'',01130.16 - 0'',00009.74 + 0'',00023.84)$$

$+ \sin 60^\circ (4'',00984.1 - 0'',06769.48 + 0'',00145.95$   
 $- 0'',00275.56 + 0'',00009.79)$   
 $\equiv + 0'',01144.49 + 0'',00572.13 + 3'',41296.08 \equiv 3'',43012.7;$   
 dont le logarithme est 0,535.31.02. Notre table donne  
 $\log r \equiv 0,535.31$ . La série de M. *Delambre* donne  $\frac{d}{15}$  ou  
 $r \equiv 0'',01207.4 + 4'',01.\cos 30^\circ + 0'',00591.3 - 0'',0696.\sin 60^\circ$   
 $+ 0'',02756.\sin 60^\circ + 0'',0027.\sin 60^\circ \equiv 3'',45667.94;$   
 dont le logarithme est 0,538.65.91; au lieu que sa table donne  
 $\log r \equiv 0,5366$ . La valeur de  $\odot \equiv 30^\circ$  donne  $\delta \equiv 11^\circ 29' 5'',2;$   
 $\log \text{tang } \delta \equiv 9,307.87.19;$  ce qui étant ajouté à 0,535.31.02  
 donnera  $\log s \equiv 9,843.18$ . précisément comme dans notre table.  
 Celle de M. *Delambre* donne  $\log s \equiv 9,8444$ .

Lorsque  $\odot \equiv 90^\circ$  ou  $270^\circ$ , on sait que  $d$  ou  $r$  est nul,  
 parceque dans l'équation (K)  $\cos \odot \equiv 0$ . Notre série (H) donne,  
 pour le premier cas,

$$\begin{aligned}
 r &\equiv + 0'',01154.8 - 0'',00009.74 - 0'',01130.16 + 0'',00009.53 \\
 &- 0'',00023.84 - 0'',00000.78 \equiv - 0'',00000.19;
 \end{aligned}$$

et pour le second cas,

$$\begin{aligned}
 r &\equiv + 0'',01154.8 + 0'',00009.74 - 0'',01130.16 - 0'',00009.53 \\
 &- 0'',00023.84 - 0'',00000.78 \equiv + 0'',00000.23.
 \end{aligned}$$

Celle de M. *Delambre* donne, pour l'un et l'autre cas,

$$r \equiv + 0'',01207.4 - 0'',01182.6 \equiv + 0'',00024.8.$$

Il m'a paru inutile de calculer la seconde table pour des  
 intervalles plus grands que de huit heures, parcequ'il est aisé d'é-  
 tendre cette table aussi loin que l'on veut.



## Table I

de la correction du midi.

Argument: Longitude du soleil =  $\odot$ .

| $\odot$                         | log $r$  | Différ. | log $s$  | Différ. |
|---------------------------------|----------|---------|----------|---------|
| 0 <sup>s</sup> . 0 <sup>o</sup> | 0,596.52 | —       | $s = 0$  | +       |
| 1                               | 0,596.21 | 0.31    | 8,438.20 | 300.58  |
| 2                               | 0,595.80 | 0.41    | 8,738.78 | 175.50  |
| 3                               | 0,595.27 | 0.53    | 8,914.28 | 124.21  |
| 4                               | 0,594.62 | 0.65    | 9,038.49 | 96.05   |
| 5                               | 0,593.87 | 0.75    | 9,134.54 | 78.19   |
| 6                               | 0,593.00 | 0.87    | 9,212.73 | 65.81   |
| 7                               | 0,592.02 | 0.98    | 9,278.54 | 56.72   |
| 8                               | 0,590.92 | 1.10    | 9,335.26 | 49.75   |
| 9                               | 0,589.71 | 1.21    | 9,385.01 | 44.20   |
| 10                              | 0,588.39 | 1.32    | 9,429.21 | 39.71   |
| 11                              | 0,586.94 | 1.45    | 9,468.92 | 35.95   |
| 12                              | 0,585.38 | 1.56    | 9,504.87 | 32.79   |
| 13                              | 0,583.70 | 1.68    | 9,537.66 | 30.06   |
| 14                              | 0,581.90 | 1.80    | 9,567.72 | 27.70   |
| 15                              | 0,579.98 | 1.92    | 9,595.42 | 25.61   |
| 16                              | 0,577.94 | 2.04    | 9,621.03 | 23.76   |
| 17                              | 0,575.78 | 2.16    | 9,644.79 | 22.11   |
| 18                              | 0,573.48 | 2.30    | 9,666.90 | 20.60   |
| 19                              | 0,571.06 | 2.42    | 9,687.50 | 19.25   |
| 20                              | 0,568.51 | 2.55    | 9,706.75 | 17.99   |
| 21                              | 0,565.83 | 2.68    | 9,724.74 | 16.85   |
| 22                              | 0,563.01 | 2.82    | 9,741.59 | 15.78   |
| 23                              | 0,560.06 | 2.95    | 9,757.37 | 14.80   |
| 24                              | 0,556.96 | 3.10    | 9,772.17 | 13.86   |
| 0. 25                           | 0,553.73 | 3.23    | 9,786.03 | 13.00   |
|                                 |          | 3.38    |          | +       |

## Suite de la Table I.

| ⊙                                | log r    | Differ. | log s    | Differ. |
|----------------------------------|----------|---------|----------|---------|
| 0 <sup>s</sup> . 26 <sup>o</sup> | 0,550.35 | —       | 9,799.03 | +       |
| 27                               | 0,546.82 | 3.53    | 9,811.20 | 12.17   |
| 28                               | 0,543.14 | 3.68    | 9,822.59 | 11.39   |
| 0. 29                            | 0,539.30 | 3.84    | 9,833.24 | 10.65   |
| I. 0                             | 0,535.31 | 3.99    | 9,843.18 | 9.94    |
|                                  |          | 4.16    |          | 9.26    |
| 1                                | 0,531.15 | 4.32    | 9,852.44 | 8.61    |
| 2                                | 0,526.83 | 4.49    | 9,861.05 | 7.97    |
| 3                                | 0,522.34 | 4.68    | 9,869.02 | 7.37    |
| 4                                | 0,517.66 | 4.85    | 9,876.39 | 6.77    |
| 5                                | 0,512.81 | 5.03    | 9,883.16 | 6.19    |
| 6                                | 0,507.78 | 5.23    | 9,889.35 | 5.62    |
| 7                                | 0,502.55 | 5.43    | 9,894.97 | 5.07    |
| 8                                | 0,497.12 | 5.63    | 9,900.04 | 4.52    |
| 9                                | 0,491.49 | 5.84    | 9,904.56 | 3.99    |
| 10                               | 0,485.65 | 6.06    | 9,908.55 | 3.45    |
| 11                               | 0,479.59 | 6.29    | 9,912.00 | 2.93    |
| 12                               | 0,473.30 | 6.51    | 9,914.93 | 2.40    |
| 13                               | 0,466.79 | 6.76    | 9,917.33 | 1.88    |
| 14                               | 0,460.03 | 7.01    | 9,919.21 | 1.35    |
| 15                               | 0,453.02 | 7.27    | 9,920.56 | 0.84    |
| 16                               | 0,445.75 | 7.54    | 9,921.40 | 0.30    |
| 17                               | 0,438.21 | 7.82    | 9,921.70 | —       |
| 18                               | 0,430.39 | 8.11    | 9,921.49 | 0.21    |
| 19                               | 0,422.28 | 8.42    | 9,920.73 | 0.76    |
| 20                               | 0,413.86 | 8.74    | 9,919.44 | 1.29    |
|                                  |          | 9.08    |          | 1.84    |
| 21                               | 0,405.12 | 9.42    | 9,917.60 | 2.40    |
| 22                               | 0,396.04 | 9.79    | 9,915.20 | 2.96    |
| 23                               | 0,386.62 | 10.17   | 9,912.24 | 3.54    |
| 24                               | 0,376.83 | 10.59   | 9,908.70 | 4.13    |
| I. 25                            | 0,366.66 | —       | 9,904.57 | 4.75    |

## Suite de la Table I.

| $\odot$ | $\log r'$ | Différ. | $\log s$ | Différ. |
|---------|-----------|---------|----------|---------|
| I. 26°  | 0,356.07  | —       | 9,899.82 | —       |
| 27      | 0,345.07  | 11.00   | 9,894.46 | 5.36    |
| 28      | 0,333.61  | 11.46   | 9,888.44 | 6.02    |
| I. 29   | 0,321.67  | 11.94   | 9,881.75 | 6.69    |
| II. 0   | 0,309.23  | 12.44   | 9,874.38 | 7.37    |
|         |           | 12.98   |          | 8.11    |
| 1       | 0,296.25  | 13.54   | 9,866.27 | 8.86    |
| 2       | 0,282.71  | 14.16   | 9,857.41 | 9.64    |
| 3       | 0,268.55  | 14.81   | 9,847.77 | 10.48   |
| 4       | 0,253.74  | 15.50   | 9,837.29 | 11.36   |
| 5       | 0,238.24  | 16.26   | 9,825.93 | 12.28   |
|         |           | 17.07   | 9,813.65 | 13.27   |
| 6       | 0,221.98  | 17.95   | 9,800.38 | 14.31   |
| 7       | 0,204.91  | 18.91   | 9,786.07 | 15.45   |
| 8       | 0,186.96  | 19.95   | 9,770.62 | 16.66   |
| 9       | 0,168.05  | 21.09   | 9,753.96 | 17.97   |
| 10      | 0,148.10  | 22.36   | 9,735.99 | 19.40   |
|         |           | 23.77   | 9,716.59 | 20.97   |
| 11      | 0,127.01  | 25.33   | 9,695.62 | 22.70   |
| 12      | 0,104.65  | 27.09   | 9,672.92 | 24.63   |
| 13      | 0,080.88  | 29.08   | 9,648.29 | 26.78   |
| 14      | 0,055.55  | 31.37   | 9,621.51 | 29.23   |
| 15      | 0,028.46  | 34.01   | 9,592.28 | 32.03   |
|         |           | 37.10   | 9,560.25 | 35.27   |
| 16      | 9,999.38  | 40.76   | 9,524.98 | 39.11   |
| 17      | 9,968.01  | 45.19   | 9,485.87 | 43.69   |
| 18      | 9,934.00  | 50.65   | 9,442.18 | 49.31   |
| 19      | 9,896.90  | 57.56   | 9,392.87 | 56.37   |
| 20      | 9,856.14  | 66.57   | 9,336.50 | 65.55   |
|         |           | 78.87   | 9,270.95 | 78.01   |
| 21      | 9,810.95  | 96.66   | 9,192.94 | 95.95   |
| 22      | 9,760.30  | —       | —        | —       |
| 23      | 9,702.74  |         |          |         |
| 24      | 9,636.17  |         |          |         |
| II. 25  | 9,557.30  |         |          |         |

## Suite de la Table I.

| ⊙                    | log r    | Differ. | log s    | Diffr. |
|----------------------|----------|---------|----------|--------|
| II <sup>s</sup> . 26 | 9,460.64 | —       | 9,096.99 | —      |
| 27                   | 9,335.88 | 124.76  | 8,972.78 | 124.21 |
| 28                   | 9,159.90 | 175.98  | 8,797.20 | 175.58 |
| II. 29               | 8,858.93 | 300.97  | 8,496.46 | 300.74 |
| III. 0               | $r = 0$  | —       | $s = 0$  | —      |
|                      |          | +       |          | +      |
| 1                    | 8,858.84 | 300.89  | 8,496.37 | 300.65 |
| 2                    | 9,159.73 | 175.88  | 8,797.02 | 175.49 |
| 3                    | 9,335.61 | 124.67  | 8,972.51 | 124.12 |
| 4                    | 9,460.28 | 96.58   | 9,096.63 | 95.87  |
| 5                    | 9,556.86 | 78.78   | 9,192.50 | 77.92  |
| 6                    | 9,635.64 | 66.48   | 9,270.42 | 65.46  |
| 7                    | 9,702.12 | 57.47   | 9,335.88 | 56.28  |
| 8                    | 9,759.59 | 50.56   | 9,392.16 | 49.22  |
| 9                    | 9,810.15 | 45.11   | 9,441.38 | 43.61  |
| 10                   | 9,855.26 | 40.67   | 9,484.99 | 39.02  |
| 11                   | 9,895.93 | 37.01   | 9,524.01 | 35.19  |
| 12                   | 9,932.94 | 33.93   | 9,559.20 | 31.94  |
| 13                   | 9,966.87 | 31.28   | 9,591.14 | 29.14  |
| 14                   | 9,998.15 | 29.00   | 9,620.28 | 26.70  |
| 15                   | 0,027.15 | 27.00   | 9,646.98 | 24.54  |
| 16                   | 0,054.15 | 25.25   | 9,671.52 | 22.61  |
| 17                   | 0,079.40 | 23.67   | 9,694.13 | 20.89  |
| 18                   | 0,103.07 | 22.28   | 9,715.02 | 19.32  |
| 19                   | 0,125.35 | 21.01   | 9,734.34 | 17.88  |
| 20                   | 0,146.36 | 19.87   | 9,752.22 | 16.58  |
| 21                   | 0,166.23 | 18.82   | 9,768.80 | 15.36  |
| 22                   | 0,185.05 | 17.93   | 9,784.16 | 14.24  |
| 23                   | 0,202.98 | 16.93   | 9,798.40 | 13.18  |
| 24                   | 0,219.91 | 16.18   | 9,811.58 | 12.21  |
| III. 25              | 0,236.09 | 15.43   | 9,823.79 | 11.27  |
|                      |          | +       |          | +      |

## Suite de la Table I.

| (°)                    | log $r$  | Differ. | log $s$  | Differ. |
|------------------------|----------|---------|----------|---------|
| III <sup>s</sup> . 26° | 0,251.52 | +       | 9,835.06 | +       |
| 27                     | 0,266.24 | 14.72   | 9,845.46 | 10.40   |
| 28                     | 0,280.32 | 14.08   | 9,855.03 | 9.57    |
| III. 29                | 0,293.79 | 13.47   | 9,863.81 | 8.78    |
| IV. 0                  | 0,306.69 | 12.90   | 9,871.84 | 8.03    |
|                        |          | 12.37   |          | 7.30    |
| 1                      | 0,319.06 | 11.86   | 9,879.14 | 6.61    |
| 2                      | 0,330.92 | 11.38   | 9,885.75 | 5.94    |
| 3                      | 0,342.30 | 10.94   | 9,891.69 | 5.30    |
| 4                      | 0,353.24 | 10.51   | 9,896.99 | 4.67    |
| 5                      | 0,363.75 | 10.10   | 9,901.66 | 4.06    |
| 6                      | 0,373.85 | 9.72    | 9,905.72 | 3.47    |
| 7                      | 0,383.57 | 9.35    | 9,909.19 | 2.89    |
| 8                      | 0,392.92 | 9.01    | 9,912.08 | 2.33    |
| 9                      | 0,401.93 | 8.67    | 9,914.41 | 1.77    |
| 10                     | 0,410.60 | 8.35    | 9,916.18 | 1.23    |
| 11                     | 0,418.95 | 8.05    | 9,917.41 | 0.69    |
| 12                     | 0,427.00 | 7.76    | 9,918.10 | 0.15    |
| 13                     | 0,434.76 | 7.47    | 9,918.25 | —       |
| 14                     | 0,442.23 | 7.21    | 9,917.88 | 0.37    |
| 15                     | 0,449.44 | 6.95    | 9,916.98 | 0.90    |
| 16                     | 0,456.39 | 6.70    | 9,915.57 | 1.41    |
| 17                     | 0,463.09 | 6.46    | 9,913.63 | 1.94    |
| 18                     | 0,469.55 | 6.22    | 9,911.17 | 2.46    |
| 19                     | 0,475.77 | 6.00    | 9,908.18 | 2.99    |
| 20                     | 0,481.77 | 5.79    | 9,904.67 | 3.51    |
| 21                     | 0,487.56 | 5.58    | 9,900.63 | 4.04    |
| 22                     | 0,493.14 | 5.37    | 9,896.06 | 4.57    |
| 23                     | 0,498.51 | 5.18    | 9,890.94 | 5.12    |
| 24                     | 0,503.69 | 4.99    | 9,885.26 | 5.68    |
| IV. 25                 | 0,508.68 | 4.80    | 9,879.02 | 6.24    |
|                        |          | +       |          | 6.82    |
|                        |          |         |          | —       |

## Suite de la Table I.

|                                   | log r    | Diffr. | log s    | Diffr. |
|-----------------------------------|----------|--------|----------|--------|
| IV <sup>s</sup> . 26 <sup>o</sup> | 0,513.48 | +      | 9,872.20 | —      |
| 27                                | 0,518.10 | 4.62   | 9,864.79 | 7.41   |
| 28                                | 0,522.55 | 4.45   | 9,856.77 | 8.02   |
| IV. 29                            | 0,526.83 | 4.28   | 9,848.12 | 8.65   |
| V. 0                              | 0,530.94 | 4.11   | 9,838.81 | 9.31   |
| 1                                 | 0,534.89 | 3.95   | 9,828.83 | 9.98   |
| 2                                 | 0,538.69 | 3.80   | 9,818.14 | 10.69  |
| 3                                 | 0,542.33 | 3.64   | 9,806.71 | 11.43  |
| 4                                 | 0,545.82 | 3.49   | 9,794.50 | 12.21  |
| 5                                 | 0,549.16 | 3.34   | 9,781.47 | 13.03  |
| 6                                 | 0,552.36 | 3.20   | 9,767.57 | 13.90  |
| 7                                 | 0,555.42 | 3.06   | 9,752.74 | 14.83  |
| 8                                 | 0,558.34 | 2.92   | 9,736.92 | 15.82  |
| 9                                 | 0,561.13 | 2.79   | 9,720.04 | 16.88  |
| 10                                | 0,563.78 | 2.65   | 9,702.02 | 18.02  |
| 11                                | 0,566.31 | 2.53   | 9,682.75 | 19.27  |
| 12                                | 0,568.70 | 2.39   | 9,662.11 | 20.64  |
| 13                                | 0,570.97 | 2.27   | 9,639.98 | 22.13  |
| 14                                | 0,573.11 | 2.14   | 9,616.20 | 23.78  |
| 15                                | 0,575.13 | 2.02   | 9,590.56 | 25.64  |
| 16                                | 0,577.03 | 1.90   | 9,562.85 | 27.71  |
| 17                                | 0,578.84 | 1.78   | 9,532.77 | 30.08  |
| 18                                | 0,580.47 | 1.66   | 9,499.96 | 32.81  |
| 19                                | 0,582.02 | 1.55   | 9,463.99 | 35.97  |
| 20                                | 0,583.44 | 1.42   | 9,424.27 | 39.72  |
| 21                                | 0,584.76 | 1.32   | 9,380.05 | 44.22  |
| 22                                | 0,585.96 | 1.20   | 9,330.30 | 49.75  |
| 23                                | 0,587.04 | 1.08   | 9,273.57 | 56.73  |
| 24                                | 0,588.02 | 0.98   | 9,207.74 | 65.83  |
| V. 25                             | 0,588.88 | 0.86   | 9,129.55 | 78.19  |
|                                   |          | 0.75   |          | 96.05  |
|                                   |          | +      |          | —      |

## Suite de la Table I.

| ⊙                                | log r    | Différ. | log s    | Différ. |
|----------------------------------|----------|---------|----------|---------|
| V <sup>s</sup> . 26 <sup>o</sup> | 0,589.63 | +       | 9,033.50 | —       |
| 27                               | 0,590.27 | 0.64    | 8,909.28 | 124.22  |
| 28                               | 0,590.79 | 0.52    | 8,733.77 | 175.51  |
| V. 29                            | 0,591.21 | 0.42    | 8,433.19 | 300.58  |
| VI. 0                            | 0,591.52 | 0.31    | s = 0    | —       |
| 1                                | 0,591.71 | 0.19    | 8,433.76 | +       |
| 2                                | 0,591.80 | 0.09    | 8,734.78 | 301.02  |
| 3                                | 0,591.77 | —       | 8,910.79 | 176.01  |
| 4                                | 0,591.64 | 0.03    | 8,910.79 | 124.72  |
| 5                                | 0,591.39 | 0.13    | 9,035.51 | 96.55   |
| 6                                | 0,591.03 | 0.25    | 9,132.06 | 78.70   |
| 7                                | 0,590.55 | 0.36    | 9,210.76 | 66.32   |
| 8                                | 0,589.96 | 0.48    | 9,277.08 | 57.23   |
| 9                                | 0,589.26 | 0.59    | 9,334.31 | 50.25   |
| 10                               | 0,588.44 | 0.70    | 9,384.56 | 44.71   |
| 11                               | 0,587.51 | 0.82    | 9,429.27 | 40.21   |
| 12                               | 0,586.46 | 0.93    | 9,469.48 | 36.47   |
| 13                               | 0,585.29 | 1.05    | 9,505.95 | 33.29   |
| 14                               | 0,584.00 | 1.17    | 9,539.24 | 30.58   |
| 15                               | 0,582.58 | 1.29    | 9,569.82 | 28.20   |
| 16                               | 0,581.05 | 1.42    | 9,598.02 | 26.12   |
| 17                               | 0,579.39 | 1.53    | 9,624.14 | 24.26   |
| 18                               | 0,577.60 | 1.66    | 9,648.40 | 22.61   |
| 19                               | 0,575.68 | 1.79    | 9,671.01 | 21.11   |
| 20                               | 0,573.63 | 1.92    | 9,692.12 | 19.75   |
| 21                               | 0,571.45 | 2.05    | 9,711.87 | 18.49   |
| 22                               | 0,569.13 | 2.18    | 9,730.36 | 17.35   |
| 23                               | 0,566.67 | 2.32    | 9,747.71 | 16.28   |
| 24                               | 0,564.07 | 2.46    | 9,763.99 | 15.29   |
| VI. 25                           | 0,561.33 | 2.60    | 9,779.28 | 14.36   |
|                                  |          | 2.74    | 9,793.64 | 13.48   |
|                                  |          | 2.89    |          | +       |

## Suite de la Table I.

| ⊙                                 | log r    | Différ. | log s    | Différ. |
|-----------------------------------|----------|---------|----------|---------|
| VI <sup>s</sup> . 26 <sup>o</sup> | 0,558.44 | —       | 9,807.12 | +       |
| 27                                | 0,555.40 | 3.04    | 9,819.78 | 12.66   |
| 28                                | 0,552.20 | 3.20    | 9,831.66 | 11.88   |
| VI. 29                            | 0,548.85 | 3.35    | 9,842.79 | 11.13   |
| VII. 0                            | 0,545.34 | 3.51    | 9,853.21 | 10.42   |
| 1                                 | 0,541.66 | 3.68    | 9,862.94 | 9.73    |
| 2                                 | 0,537.80 | 3.86    | 9,872.02 | 9.08    |
| 3                                 | 0,533.78 | 4.02    | 9,880.47 | 8.45    |
| 4                                 | 0,529.58 | 4.20    | 9,888.30 | 7.83    |
| 5                                 | 0,525.19 | 4.39    | 9,895.53 | 7.23    |
| 6                                 | 0,520.61 | 4.58    | 9,902.18 | 6.65    |
| 7                                 | 0,515.83 | 4.78    | 9,908.26 | 6.08    |
| 8                                 | 0,510.86 | 4.97    | 9,913.78 | 5.52    |
| 9                                 | 0,505.67 | 5.19    | 9,918.75 | 4.97    |
| 10                                | 0,500.27 | 5.40    | 9,923.17 | 4.42    |
| 11                                | 0,494.65 | 5.62    | 9,927.07 | 3.90    |
| 12                                | 0,488.80 | 5.85    | 9,930.42 | 3.35    |
| 13                                | 0,482.71 | 6.09    | 9,933.25 | 2.83    |
| 14                                | 0,476.38 | 6.33    | 9,935.56 | 2.31    |
| 15                                | 0,469.79 | 6.59    | 9,937.33 | 1.77    |
| 16                                | 0,462.93 | 6.86    | 9,938.58 | 1.25    |
| 17                                | 0,455.80 | 7.13    | 9,939.30 | 0.72    |
| 18                                | 0,448.39 | 7.41    | 9,939.48 | 0.18    |
| 19                                | 0,440.67 | 7.72    | 9,939.12 | 0.36    |
| 20                                | 0,432.64 | 8.03    | 9,938.22 | 0.90    |
| 21                                | 0,424.29 | 8.35    | 9,936.77 | 1.45    |
| 22                                | 0,415.59 | 8.70    | 9,934.75 | 2.02    |
| 23                                | 0,406.55 | 9.04    | 9,932.17 | 2.58    |
| 24                                | 0,397.12 | 9.43    | 9,928.99 | 3.18    |
| VII. 25                           | 0,387.31 | 9.81    | 9,925.22 | 3.77    |
|                                   |          | 10.23   |          | 4.38    |

## Suite de la Table I.

| ⊙                                  | log r    | Diffr. | log s    | Diffr. |
|------------------------------------|----------|--------|----------|--------|
| VII <sup>s</sup> . 26 <sup>o</sup> | 0,377.08 | —      | 9,920.84 | —      |
| 27                                 | 0,366.43 | 10.65  | 9,915.82 | 5.02   |
| 28                                 | 0,355.31 | 11.12  | 9,910.14 | 5.68   |
| VII. 29                            | 0,343.71 | 11,60  | 9,903.79 | 6.35   |
| VIII. 0                            | 0,331.60 | 12.11  | 9,896.74 | 7.05   |
| 1                                  | 0,318.95 | 12.65  | 9,888.96 | 7.78   |
| 2                                  | 0,305.71 | 13.24  | 9,880.42 | 8.54   |
| 3                                  | 0,291.87 | 13.84  | 9,871.08 | 9.34   |
| 4                                  | 0,277.36 | 14.51  | 9,860.91 | 10.17  |
| 5                                  | 0,262.15 | 15.21  | 9,849.85 | 11.06  |
| 6                                  | 0,246.18 | 15.97  | 9,837.85 | 12.00  |
| 7                                  | 0,229.39 | 16.79  | 9,824.86 | 12.99  |
| 8                                  | 0,211.71 | 17.68  | 9,810.82 | 14.04  |
| 9                                  | 0,193.07 | 18.64  | 9,795.64 | 15.18  |
| 10                                 | 0,173.38 | 19.69  | 9,779.24 | 16.40  |
| 11                                 | 0,152.53 | 20.85  | 9,761.52 | 17.72  |
| 12                                 | 0,130.41 | 22.12  | 9,742.36 | 19.16  |
| 13                                 | 0,106.88 | 23.53  | 9,721.62 | 20.74  |
| 14                                 | 0,081.78 | 25.10  | 9,699.15 | 22.47  |
| 15                                 | 0,054.91 | 26.87  | 9,674.74 | 24.41  |
| 16                                 | 0,026.03 | 28.88  | 9,648.17 | 26.57  |
| 17                                 | 9,994.87 | 31.16  | 9,619.14 | 29.03  |
| 18                                 | 9,961.05 | 33.82  | 9,587.31 | 31.83  |
| 19                                 | 9,924.14 | 36.91  | 9,552.21 | 35.10  |
| 20                                 | 9,883.55 | 40.59  | 9,513.29 | 38.92  |
| 21                                 | 9,838.53 | 45.02  | 9,469.76 | 43.53  |
| 22                                 | 9,788.04 | 50.49  | 9,420.61 | 49.15  |
| 23                                 | 9,730.64 | 57.40  | 9,364.39 | 56.22  |
| 24                                 | 9,664.21 | 66.43  | 9,298.99 | 65.40  |
| VIII. 25                           | 9,585.47 | 78.74  | 9,221.12 | 77.87  |
|                                    |          | 96.53  |          | 95.83  |

## Suite de la Table I.

|                       | log r    | Différ. | log s    | Différ. |
|-----------------------|----------|---------|----------|---------|
| VIII. 26 <sup>o</sup> | 9,488.94 | —       | 9,125.29 | —       |
| 27                    | 9,364.30 | 124.64  | 9,001.20 | 124.09  |
| 28                    | 9,188.43 | 175.87  | 8,825.73 | 175.47  |
| VIII. 29              | 8,887.55 | 300.88  | 8,525.09 | 300.64  |
| IX. 0                 | r = 0    | —       | s = 0    | —       |
|                       |          | +       |          | +       |
| 1                     | 8,887.64 | 300.96  | 8,525.17 | 300.73  |
| 2                     | 9,188.60 | 175.95  | 8,825.90 | 175.56  |
| 3                     | 9,364.55 | 124.73  | 9,001.46 | 124.17  |
| 4                     | 9,489.28 | 96.62   | 9,125.63 | 95.92   |
| 5                     | 9,585.90 | 78.82   | 9,221.55 | 77.95   |
| 6                     | 9,664.72 | 66.52   | 9,299.50 | 65.49   |
| 7                     | 9,731.24 | 57.49   | 9,364.99 | 56.31   |
| 8                     | 9,788.73 | 50.57   | 9,421.30 | 49.23   |
| 9                     | 9,839.30 | 45.11   | 9,470.53 | 43.61   |
| 10                    | 9,884.41 | 40.67   | 9,514.14 | 39.01   |
| 11                    | 9,925.08 | 37.00   | 9,553.15 | 35.18   |
| 12                    | 9,962.03 | 33.89   | 9,588.33 | 31.92   |
| 13                    | 9,995.97 | 31.26   | 9,620.25 | 29.11   |
| 14                    | 0,027.23 | 28.95   | 9,649.36 | 26.65   |
| 15                    | 0,056.18 | 26.96   | 9,676.01 | 24.49   |
| 16                    | 0,083.14 | 25.18   | 9,700.50 | 22.56   |
| 17                    | 0,108.32 | 23.61   | 9,723.06 | 20.82   |
| 18                    | 0,131.93 | 22.20   | 9,743.88 | 19.24   |
| 19                    | 0,154.13 | 20.93   | 9,763.12 | 17.80   |
| 20                    | 0,175.06 | 19.78   | 9,780.92 | 16.48   |
| 21                    | 0,194.84 | 18.72   | 9,797.40 | 15.26   |
| 22                    | 0,213.56 | 17.77   | 9,812.66 | 14.13   |
| 23                    | 0,231.33 | 16.85   | 9,826.79 | 13.07   |
| 24                    | 0,248.18 | 16.05   | 9,839.86 | 12.07   |
| IX. 25                | 0,264.23 | 15.29   | 9,851.93 | 11.14   |
|                       |          | +       |          | +       |

## Suite de la Table I.

| ⊙                                 | log r    | Différ. | log s    | Différ. |
|-----------------------------------|----------|---------|----------|---------|
| IX <sup>s</sup> . 26 <sup>o</sup> | 0,279.52 | +       | 9,863.07 | +       |
| 27                                | 0,294.11 | 14.59   | 9,873.32 | 10.25   |
| 28                                | 0,308.03 | 13.92   | 9,882.74 | 9.42    |
| IX. 29                            | 0,321.34 | 13.31   | 9,891.36 | 8.62    |
| X. 0                              | 0,334.07 | 12.73   | 9,899.21 | 7.85    |
|                                   |          | 12.18   |          | 7.13    |
| 1                                 | 0,346.25 | 11.68   | 9,906.34 | 6.42    |
| 2                                 | 0,357.93 | 11.18   | 9,912.76 | 5.74    |
| 3                                 | 0,369.11 | 10.73   | 9,918.50 | 5.10    |
| 4                                 | 0,379.84 | 10.30   | 9,923.60 | 4.45    |
| 5                                 | 0,390.14 | 9.89    | 9,928.05 | 3.85    |
| 6                                 | 0,400.03 | 9.49    | 9,931.90 | 3.24    |
| 7                                 | 0,409.52 | 9.12    | 9,935.14 | 2.66    |
| 8                                 | 0,418.64 | 8.76    | 9,937.80 | 2.08    |
| 9                                 | 0,427.40 | 8.42    | 9,939.88 | 1.52    |
| 10                                | 0,435.82 | 8.09    | 9,941.40 | 0.97    |
| 11                                | 0,443.91 | 7.78    | 9,942.37 | 0.42    |
| 12                                | 0,451.69 | 7.48    | 9,942.79 | —       |
| 13                                | 0,459.17 | 7.20    | 9,942.67 | 0.12    |
| 14                                | 0,466.37 | 6.92    | 9,942.01 | 0.66    |
| 15                                | 0,473.29 | 6.65    | 9,940.83 | 1.18    |
| 16                                | 0,479.94 | 6.39    | 9,939.11 | 1.72    |
| 17                                | 0,486.33 | 6.15    | 9,936.87 | 2.24    |
| 18                                | 0,492.48 | 5.91    | 9,934.10 | 2.77    |
| 19                                | 0,498.39 | 5.68    | 9,930.80 | 3.30    |
| 20                                | 0,504.07 | 5.45    | 9,926.97 | 3.83    |
| 21                                | 0,509.52 | 5.24    | 9,922.60 | 4.37    |
| 22                                | 0,514.76 | 5.03    | 9,917.68 | 4.92    |
| 23                                | 0,519.79 | 4.83    | 9,912.21 | 5.47    |
| 24                                | 0,524.62 | 4.63    | 9,906.19 | 6.02    |
| X. 25                             | 0,529.25 | 4.44    | 9,899.59 | 6.60    |
|                                   |          | +       |          | 7.18    |
|                                   |          |         |          | —       |

## Suite de la Table I.

| ⊙                                | log r    | Differ. | log s    | Differ. |
|----------------------------------|----------|---------|----------|---------|
| X <sup>s</sup> . 26 <sup>o</sup> | 0,533.69 | +       | 9,892.41 | —       |
| 27                               | 0,537.94 | 4.25    | 9,884.63 | 7.78    |
| 28                               | 0,542.01 | 4.07    | 9,876.23 | 8.40    |
| X. 29                            | 0,545.91 | 3.90    | 9,867.20 | 9.03    |
| XI. 0                            | 0,549.63 | 3.72    | 9,857.50 | 9.70    |
|                                  |          | 3.56    |          | 10.37   |
| 1                                | 0,553.19 | 3.40    | 9,847.13 | 11.09   |
| 2                                | 0,556.59 | 3.23    | 9,836.04 | 11.84   |
| 3                                | 0,559.82 | 3.08    | 9,824.20 | 12.62   |
| 4                                | 0,562.90 | 2.93    | 9,811.58 | 13.44   |
| 5                                | 0,565.83 | 2.78    | 9,798.14 | 14.32   |
| 6                                | 0,568.61 | 2.64    | 9,783.82 | 15.25   |
| 7                                | 0,571.25 | 2.49    | 9,768.57 | 16.25   |
| 8                                | 0,573.74 | 2.35    | 9,752.32 | 17.31   |
| 9                                | 0,576.09 | 2.22    | 9,735.01 | 18.47   |
| 10                               | 0,578.31 | 2.08    | 9,716.54 | 19.71   |
| 11                               | 0,580.39 | 1.94    | 9,696.83 | 21.08   |
| 12                               | 0,582.33 | 1.82    | 9,675.75 | 22.58   |
| 13                               | 0,584.15 | 1.69    | 9,653.17 | 24.25   |
| 14                               | 0,585.84 | 1.56    | 9,628.92 | 26.09   |
| 15                               | 0,587.40 | 1.43    | 9,602.83 | 28.18   |
| 16                               | 0,588.83 | 1.32    | 9,574.65 | 30.55   |
| 17                               | 0,590.15 | 1.19    | 9,544.10 | 33.27   |
| 18                               | 0,591.34 | 1.07    | 9,510.83 | 36.45   |
| 19                               | 0,592.41 | 0.95    | 9,474.38 | 40.19   |
| 20                               | 0,593.36 | 0.83    | 9,434.19 | 44.70   |
| 21                               | 0,594.19 | 0.72    | 9,389.49 | 50.24   |
| 22                               | 0,594.91 | 0.60    | 9,339.25 | 57.22   |
| 23                               | 0,595.51 | 0.48    | 9,282.03 | 66.31   |
| 24                               | 0,595.99 | 0.37    | 9,215.72 | 78.68   |
| XI. 25                           | 0,596.36 | 0.26    | 9,137.04 | 96.55   |
|                                  |          | +       |          | —       |

## Suite de la Table I.

| $\odot$               | $\log r$ | Différ. | $\log s$ | Différ. |
|-----------------------|----------|---------|----------|---------|
| XI <sup>s</sup> . 26° | 0,596.62 | +       | 9,040.49 | —       |
| 27                    | 0,596.77 | 0.15    | 8,915.78 | 124.71  |
| 28                    | 0,596.80 | 0.03    | 8,739.78 | 176.00  |
| XI. 29                | 0,596.71 | 0.09    | 8,438.70 | 301.08  |
| XII <sup>s</sup> . 0° | 0,596.52 | 0.19    | $s = 0$  | —       |

## T a b l e II

de la correction du midi.

Argument: Demi - intervalle =  $t$ .

| $t$                 | $\log \varrho$ | Différ.<br>pour 1 | $\log \sigma$ | Différ.<br>pour 1 |
|---------------------|----------------|-------------------|---------------|-------------------|
| 1 <sup>h</sup> . 0' | 0,587.00       | +                 | 0,571.95      | —                 |
| 5.                  | 0,587.87       | 0.17              | 0,570.16      | 0.36              |
| 10.                 | 0,588.80       | 0.19              | 0,568.22      | 0.39              |
| 15.                 | 0,589.81       | 0.20              | 0,566.13      | 0.42              |
| 20.                 | 0,590.89       | 0.22              | 0,563.87      | 0.45              |
| 25.                 | 0,592.03       | 0.23              | 0,561.45      | 0.48              |
| 30.                 | 0,593.25       | 0.24              | 0,558.87      | 0.52              |
| 35.                 | 0,594.54       | 0.26              | 0,556.11      | 0.55              |
| 40.                 | 0,595.90       | 0.27              | 0,553.18      | 0.59              |
| 45.                 | 0,597.33       | 0.29              | 0,550.06      | 0.62              |
| 50.                 | 0,598.84       | 0.30              | 0,546.76      | 0.66              |
| 1. 55.              | 0,600.41       | 0.31              | 0,543.28      | 0.70              |
|                     |                | 0.33              |               | 0.74              |
|                     |                | +                 |               | —                 |

## Suite de la Table II.

| $t$                 | $\log \varrho$ | Differ.<br>pour 1' | $\log \sigma$ | Differ.<br>pour 1' |
|---------------------|----------------|--------------------|---------------|--------------------|
| 2 <sup>h</sup> . 0' | 0,602.06       | +                  | 0,539.59      | —                  |
| 5.                  | 0,603.78       | 0.34               | 0,535.70      | 0.78               |
| 10.                 | 0,605.58       | 0.36               | 0,531.60      | 0.82               |
| 15.                 | 0,607.44       | 0.37               | 0,527.29      | 0.86               |
| 20.                 | 0,609.39       | 0.39               | 0,522.75      | 0.91               |
| 25.                 | 0,611.40       | 0.40               | 0,517.98      | 0.95               |
| 30.                 | 0,613.49       | 0.42               | 0,512.96      | 1.00               |
| 35.                 | 0,615.66       | 0.43               | 0,507.69      | 1.05               |
| 40.                 | 0,617.90       | 0.45               | 0,502.16      | 1.11               |
| 45.                 | 0,620.22       | 0.46               | 0,496.34      | 1.16               |
| 50.                 | 0,622.61       | 0.48               | 0,490.25      | 1.22               |
| 2. 55.              | 0,625.09       | 0.50               | 0,483.84      | 1.28               |
|                     |                | 0.51               |               | 1.34               |
| 3. 0.               | 0,627.64       | 0.52               | 0,477.12      | 1.41               |
| 5.                  | 0,630.26       | 0.54               | 0,470.06      | 1.48               |
| 10.                 | 0,632.97       | 0.56               | 0,462.65      | 1.56               |
| 15.                 | 0,635.76       | 0.57               | 0,454.87      | 1.64               |
| 20.                 | 0,638.62       | 0.59               | 0,446.69      | 1.72               |
| 25.                 | 0,641.57       | 0.61               | 0,438.09      | 1.81               |
| 30.                 | 0,644.60       | 0.62               | 0,429.05      | 1.90               |
| 35.                 | 0,647.71       | 0.64               | 0,419.53      | 2.01               |
| 40.                 | 0,650.91       | 0.65               | 0,409.50      | 2.12               |
| 45.                 | 0,654.18       | 0.67               | 0,398.92      | 2.23               |
| 50.                 | 0,657.55       | 0.69               | 0,387.76      | 2.36               |
| 55.                 | 0,661.00       | 0.71               | 0,375.97      | 2.49               |
| 4 <sup>h</sup> . 0' | 0,664.53       | +                  | 0,363.50      | —                  |



## THEOREMATIS ARITHMETICI DEMONSTRATIO.

AUCTORE

EDUARDO COLLINS.

---

 Conventui exhibuit die 26. Aprilis 1820.
 

---

I. Sit  $N$  summa progressionis geometricae  $1, n, n^2, n^3, \dots, n^{k-1}$ , denotante  $k$  terminorum numerum. Sit porro  $p$  factor simplex ipsius  $N$ , numerum  $k$  excedens; tum erit  $p \equiv 1 \pmod{k}$  (\*).

Nam, ob  $N = 1 + n + n^2 + \dots + n^{k-1} = \frac{n^k - 1}{n - 1}$ , erit  $n^k = (n - 1)N + 1$  seu  $n^k \equiv 1 \pmod{N}$ , unde fit etiam  $n^k \equiv 1 \pmod{p}$ . Hinc autem sequitur,  $k$  fore aut  $\equiv p - 1$ , aut pars aliqua ipsius  $p - 1$  (*Gaußs.* §§. 45 seqq.) — Ergo  $p \equiv 1 \pmod{k}$ .

II. Sit summa  $N$  numerus primus, quo casu poni debet  $N \equiv p$ ; dico, residuum minimum e divisione potentiae  $\frac{p-1}{k}$ ti gradus numeri cujuslibet  $A$ , per  $p$  non divisibilis, ortum, necesse in illa progressionem contentum fore.

Ponatur enim  $A^{\frac{p-1}{k}} \equiv x \pmod{p}$ , eritque  $A^{p-1} \equiv x^k$  (*Gaußs.* §. 8); at, ob  $A^{p-1} \equiv 1$  (ibid. §. 50), erit quoque  $x^k \equiv 1$ , quae congruentia resolvitur sumto  $x \equiv n^b$ . Cum autem numerus radicum congruentiam  $k$ ti gradus solventium non possit excedere exponentem  $k$  (l. c. §. 43), tum illi  $k$  termini progressionis geometricae, unice possunt esse radices hujus congruentiae, itaque simul sola residua minima potentiarum  $\frac{p-1}{k}$ ti gradus.

---

(\*) Vis talium expressionum, per egregium Illustrissimi *Gaußs* opus: *Disquisitione arithmeticae*, cuique est nota.

III. Quaerantur  $n$  numeri in commemorata progressionem contenti, quorum summa sit numerus termino cuicunque ejusdem progressionis congruens pro modulo  $p$ .

Cum termini illius progressionis modo congruant cum potentiis numeri  $n$ , summa numerorum quaesitorum etiam potentia esse debet ipsius  $n$ . Hoc autem evenire posse solo casu, quo isti numeri sunt omnes aequales inter se, sequenti modo demonstratur.

Liquet, numeros quaesitos non posse esse omnes inaequales, quia summa eorum tunc esset  $\equiv p$ , numero primo. Statuamus ergo  $h'$  eorum aequales esse termino cuilibet  $n^\alpha$ ,  $h''$  alios aequales termino  $n^\beta$ ,  $h'''$  aequales termino  $n^\gamma$ , ...  $h^{(m)}$  denique aequales termino  $n^\mu$ , ubi designet  $\alpha$  exponentem infimum,  $\beta$  proxime majorem, sicque porro usque ad ultimum  $\mu$ , qui sit maximus. Ponatur summam horum  $n$  numerorum aequalem fore potentiae  $n^x$ ; tum colligitur:

$$h' \cdot n^\alpha + h'' \cdot n^\beta + h''' \cdot n^\gamma + \dots + h^{(m)} \cdot n^\mu = n^x; \text{ at, cum sit } \\ h' + h'' + h''' + \dots + h^{(m)} = n, \text{ erit } h' n^\alpha + h'' n^\beta + h''' n^\gamma + \dots \\ + h^{(m)} n^\mu = h' n^{x-1} + h'' n^{x-1} + h''' n^{x-1} + \dots + h^{(m)} n^{x-1}.$$

Cum autem necessario sit  $x > \mu$ , in hac postrema aequatione (quae hic de solis numeris integris agitur) ad summum terminum  $h^{(m)} n^\mu$  et  $h^{(m)} n^{x-1}$  aequales esse possunt, caeterique dextrae partis aequationis termini semper superabunt correspondentes partis sinistrae, unico casu excepto, quo fit  $\alpha = \beta = \gamma = \dots = \mu = x - 1$ , i. e. quo omnes  $n$  numeri quaesiti aequales erunt eidem termino progressionis.

IV. His praemissis facile erigitur sequens.

*Theorema.*

Si potentiae  $\frac{p-1}{k}$  ti gradus  $n$  numerorum  $a', a'', a''', \dots a^{(n)}$ , quorum nullus sit divisibilis per numerum primum  $p$ , in unam summam collectae, producant potentiam ejusdem

gradus; puta  $A^{\frac{p-1}{k}}$ , tum differentia potentiarum quorumvis binorum illorum numerorum divisibilis esse debet per numerum  $p$ , existente  $p$ , ut supra, summa progressionis  $1, n, n^2, \dots, n^{k-1}$ .

Cum sit  $a^{\frac{p-1}{k}} + a'^{\frac{p-1}{k}} + a''^{\frac{p-1}{k}} + \dots + a^{(n)\frac{p-1}{k}} = A^{\frac{p-1}{k}}$ , erit quoque

$$a^{\frac{p-1}{k}} + a'^{\frac{p-1}{k}} + \dots + a^{(n)\frac{p-1}{k}} \equiv A^{\frac{p-1}{k}} \pmod{p}.$$

At, ob  $A^{\frac{p-1}{k}} \equiv n^h \pmod{p}$  (§. II.), summa residuorum minimorum e divisione terminorum partis sinistrae illius congruentiae oriundorum, potentia esse debet ipsius  $n$ , quod tamen fieri non potest, nisi illa residua minima fiant aequalia inter se (§. III.). Quam ob rem bini quilibet illorum terminorum congruere debent pro modulo  $p$ . Q. E. D.

V. Hic quaestio formari potest, an summa  $A^{\frac{p-1}{k}}$  non ipsa per  $p$  divisibilis esse queat? Hoc revera eveniet casu quo fit  $k$  aut  $\equiv n$  aut pars aliquota ipsius  $n$ . Tum enim concipi queunt  $n$  potentiae  $a^{\frac{p-1}{k}}$ ,  $a'^{\frac{p-1}{k}}$ , --- quarum residua minima sint omnia diversa, vel etiam (si  $k$  sit  $\frac{1}{m}$  ipsius  $n$ ) talia, ut quaeque  $m$  residua sint aequalia inter se. In his casibus ad theorema nostrum addenda erit conditio, ut etiam summa  $A^{\frac{p-1}{k}}$ , seu ejus radix  $A$ , non debeat esse divisibilis per  $p$ . — Praeterea casus postremus quippe quo  $k$  est pars aliquota ipsius  $n$ , particularem adhuc praebet exceptionem: fieri enim potest, ut  $k$ , vel  $2k$ , vel  $3k$ , etc. residua conjuncte dent numerum  $\equiv 0 \pmod{p}$  caeterique  $(n-1)k$ , vel  $(n-2)k$ , vel  $(n-3)k$ , etc. pro summa habeant potentiam ipsius  $n$ . Tum, licet

A evadat numerus divisore  $p$  carens, potentiae illae  $\alpha^{\frac{p-1}{k}}$ ,  $\alpha^{\frac{p-1}{k}}$ , etc. non omnes simul congruere poterunt pro modulo  $p$ .

VI. Illustremus praecedens theorema nonnullis exemplis:

1.) Cum sit  $7 = 1 + 2 + 2^2$ , erit hic  $p = 7$ ,  $n = 2$ ,  $k = 3$ , hincque  $\frac{p-1}{k} = 2$ . Ergo, si summa duorum quadratorum per 7 non divisibilium sit ipsa quadratum, differentia eorum semper habet divisorem 7. — E. g.  $16 + 9 = 25$ , et  $16 - 9 = 7$ ;  $144 + 25 = 169$  et  $144 - 25 = 119 = 7 \cdot 17$ ; etc. etc.

2.)  $31 = 1 + 5 + 5^2$ , unde fit  $\frac{p-1}{k} = 10$ . Ergo, si exstarent quinque numeri, per 31 non divisibiles, quorum potentiae decimi gradus in unam summam collectae darent etiam potentiam hujus gradus, tum differentia binarum talium potentiarum divisibilis esse deberet per 31. — Est quoque  $31 = 1 + 2 + 2^2 + 2^3 + 2^4$ , unde colligitur  $\frac{p-1}{k} = 6$ , at satis notum est, duas potentias sexti gradus non posse iterum efficere potentiam ejusdem gradus.

3.)  $13 = 1 + 3 + 3^2$ . Hic occurrit casus, de quo in §. V<sup>to</sup> locuti sumus; erit nempe hic  $k = n = 3$ , unde concludi debet, si tres potentiae 4<sup>ti</sup> gradus (ob  $\frac{p-1}{k} = 4$ ), quarum nulla per 13 dividi potest, pro summa habeant biquadratum quoddam, tum differentiam binarum harum potiarum hac proprietate gaudere unico casu, quo haec summa non simul per 13 fuerit divisibilis.

4.) Similes conclusiones e sequentibus exemplis erui possunt:  
num. primus  $1093 = 7 \cdot 156 + 1 = 1 + 3 + 3^2 + 3^3 + 3^4 + 3^5 + 3^6$

$$5 = 2 \cdot 2 + 1 = 1 + 4$$

$$19531 = 7 \cdot 2790 + 1 = 1 + 5 + \dots + 5^6$$

$$7 = 2 \cdot 3 + 1 = 1 + 6$$

$$43 = 3 \cdot 14 + 1 = 1 + 6 + 6^2$$

$$55987 = 7 \cdot 7998 + 1 = 1 + 6 + \dots + 6^6$$

$$2801 = 5 \cdot 560 + 1 = 1 + 7 + 7^2 + 7^3 + 7^4$$

$$137257 = 7 \cdot 19608 + 1 = 1 + 7 + \dots + 7^6$$

etc. etc.

VII. Examinemus nunc relationem, quae in variis casibus locum habet inter quantitates  $\frac{p-1}{k}$  et  $n$ . Cum sit  $p = \frac{n^k-1}{n-1}$  (§§. I. et II.), erit  $\frac{p-1}{k} = \frac{n(n^{k-1}-1)}{k(n-1)}$ . Ponatur

1.)  $k = 2$ ; tum habemus  $\frac{p-1}{k} = \frac{n}{2}$ , ergo pro hoc casu  $\frac{p-1}{k} < n$ .

2.) Sit porro  $k = 3$ , erit  $\frac{p-1}{3} = \frac{n(n+1)}{3}$ , quae expressio pro  $n = 2$  dat  $\frac{p-1}{k} = n$ , pro sequentibus autem valoribus, loco  $n$  substituendis, erit  $\frac{p-1}{k} > n$ .

3.) Posito denique  $k = 4$ , erit  $\frac{p-1}{k} = \frac{n(n^2+n+1)}{4}$ , unde jam pro  $n = 2$  fit  $\frac{p-1}{k} > n$ , eoque magis ergo pro numeris maioribus.

Hinc concludimus, exceptis duobus casibus, quippe quibus  
 aut  $k = 2$  et  $n =$  numero quocunque  
 aut  $k = 3$  et  $n = 2$ ,  
 semper fore  $\frac{p-1}{k} > n$ .

Firme autem opinor, theorema illud inclytum, *Fermatio* adscriptum, nuperque ab Academia Gallica Geometris ad rigorosam demonstrationem propositum — quo nempe docetur, summam duarum potentiarum secundum gradum excedentium nunquam potentiam efficere ejusdem gradus — casum modo particularem esse theorematum generalioris, quod ita exhiberi potest:

Summa quocunque potentiarum cujuscunque gradus non potest esse potentia ejusdem gradus, si numerus earum sit exponente minor.

Si propositio haec fuerit vera, theorema §. IV<sup>ti</sup> ad solòs casus est applicandum, quibus fit  $k = 2$ , vel  $k = 3$  et  $n = 2$ .



II.

SECTION

DES

SCIENCES PHYSIQUES.

---



# ICHNEUMONIDEA

INSECTA HYMENOPTERA,

ILLUSTRATA A

C. P. THUNBERG.

---

Conventui exhibuit die 6. Novembr. 1811.

---

## PARS I.

*Ichneumon* dixit olim *Linne'* Insecti quoddam Genus, ex Hymenopterorum tribu, cui

*Abdomen* petiolatum, angustum, elongatum;

*Antennae* seteceae, revolutae, longiores;

*Aculeus* exsertus, longus, vagina bivalvi;

cujus vivendi et sese propagandi ea est ratio, ut ova sua aliorum Insectorum vel larvis, vel pupis imponat, atque adeo illa destruendo exclusis suis pullis nutrimentum procuret. In politia itaque naturae aequilibrium servant Ichneumonum species, impediendo, ne nimis augeantur alia Insecta, et diminuendo, quae nimium luxuriare solent.

Sub hoc vero nomine apud varios Auctores obvenit cohors immensa specierum, saepe breviter nimis descriptarum et difficillime distingvendarum, de quibus Scientiae Cultor certus esse nequit, an revera sint distinctae species, vel antea sub diversa denominatione allegatae.

Numerosae nimis semper fuerunt Species Ichneumonis generis, et multum adhuc magis sensim auctae evaserunt opera indefessa

Peregrinatorum recentioris aevi, sic ut Entomologi coacti fuerint, plura exinde constituere genera, qualia apud Ill. *Fabricium* occurrunt, *Ichneumon*, *Cryptus*, *Bassus*, *Bracon*, *Branchus*, *Pimpla*, *Joppa*, *Ophion*, *Foenus*.

Haec vero genera, multum inter se affinia et consimilia cum non adeo facile semper ab invicem distinguantur, ac quidem quisque sibi persuaderet; tentare conatus sui generalē quoddam schema totius hujus familiae amplissimae, ut saltem Tironibus, si non aliis normam sisterem et filum commodarem Ariadnaeum, quo ad faciliorem et certio rem cognitionem specierum manu quasi ducerentur.

Haec opera, certe non facilis, per plures menses continuata ansam mihi praebuit omnes illas *Ichneumonis* species, quae in Fauna Svecica *Linnei* occurrunt, et quae in Systemate Piozatorum illustris Entomologi *Fabricii* invenientur determinatae, accuratius inquirendi, examinandi et cognoscendi. Quare illa in Ordinem novum Systematicum reduxi, neglectis dubiis et incertis speciebus, quae in Systemate Naturae compilato *Celeb. Gmelini* enumerantur, de quibus, propter characterem vagum nil certi determinari potest.

Adjeci quoque numerum, non exiguum specierum novarum, quas vel in Patria, sub spatio dimidii seculi, collegi, vel in Africes promontorio australi, bonae spei dicto, vel in India orientali et Japonia olim conquisivi, semper tamen adjunctis concinnis et adaequatis descriptionibus.

*Habitacula* quoque indicavi et *Synonyma* ex *Fabricis* adduxi, in cujus *Scriptis* cetera videri possunt citata.

*Mas* in hac familia absque acules inermis est, dum feminae aculeus, ad ova ponenda magis, quam ad defensionem accomodatis, saepius longus, tripartibilis et exsertus est.

*Rarius* variare inveni *Scutellum* concolor vel coloratum; *Antennas* unicolores vel albo-annulatas; *thoracem* maculatum vel immaculatum; *segmenta* abdominis fasciis, punctis et guttis; vel *magnitudinem* specierum et sexus.

*Antennae* raro variant in hac familia, semper tamen figuram filiformem servant, apice parum setaceo; corpore sunt rarissime longiores, saepius paulo breviores, interdum duplo breviores; quandoque rectius sculae, vel arcuatae, vel revolutae, vel spirales.

Oculos cingit in quibusdam circulus flavus, quem *orbitam* oculorum appellavi; duas lineas in media fronte *lineas frontales* et maculam mediam frontis *maculam centralem* vocavi.

*Segmenta* abdominis ut plurimum septem sunt; sed in horum determinatione magna apud Auctores confusio occurrit. Dixi itaque *Petiolum* ex apice thoracis prodeuntem et in abdomen basi latiori terminatum, a quo incepi primum numerare segmentum usque ad ultimum, quod saepe *Anus* dici solet.

*Colores* nonnihil interdum difficultatis creant; ego *rectum* vocavi, qui sanguineus est,

*ferrugineum*, paulo pallidiorem, in luteum vergentem,

*coccineum*, saturate et laete sanguineum;

*flavum* illum, qui saturatus est et

*luteum*, qui pallidus et dilutus obvenit;

*atrum*, saturatissimum et

*fuscum* dilutiorem, dum

*piceus* quasi medius, ex nigro et rufo translaceat.

Mihi ipsi, in examinando species magnae hujus familiae saepe profuit Ichneumonum hocce Systema, nec forsitan aliis omnino inutilis erit, licet adhuc multo magis perfici et possit et debeat.

## CHARACTERES SPECIERUM.

\* ANTENNIS Annulatis.

† *Thorace nigro; Scutello flavo.*

α. *thorace maculato.*

1. *Abdomine rufo immaculato.*

*pisorius*: abdomine rufo, petiolo nigro.

*lutorius*: abdomine pedibusque luteis, thorace quadrilineato.

- meritorius* ? abdomine pedibusque rufis, ore albido.  
*serratorius*: abdomine pedibusque rufis, ore albo, thorace spinoso.  
*punctatorius*: abdomine pedibusque rufis, thorace bidentato: spinis albis.  
*sponsatorius*: abdomine pedibusque rufis; scutelli margine flavo.  
*Assertorius*: abdomine pedibusque rufis, scutello lineolaque albis.  
*curvatorius*: abdomine rufo, aculeo bifido recurvo.  
*flavatorius*: abdomine rufo, segmentis margine flavis, alis flavescentibus.

2. *Abdomine rufo nigroque immaculato.*

- latorius*: abd. rufo, ano nigro, antennis basi rufis.  
*imitatorius*: abd. rufo, ano nigro, alis bifasciatis, thorace spinoso.  
*Gyratorius*: abd. rufo, ano nigro, pedibus rufis: femoribus posticis macula atra.  
*vibratorius*: abd. rufo, ano nigro, pedibus rufis, plantis posticis fuscis.  
*deceptorius*: abd. rufo, ano nigro, pedibus rufis, antennarum annulo dimidiato.  
*haemorrhoidarius*: abd. rufo cingulo nigro, apice fusco ano rufo.  
*incertorius*: abd. rufo apice nigro, pedibus rufis tibiis posticis fuscis.

3. *Abdom. rufo nigroque, albo guttato fasciatoque.*

- expectatorius*: abd. rufo, segmento primo niveo.  
*frictorius*: abd. rufo, segmento primo atro: guttis duabus marginalibus.  
*ferrugatorius*: abd. piceo, capite guttis duabus anoque albis.  
*olitorius*: abd. rufo, ano nigro: gutta alba.  
*sarcitorius*: abd. rufo fascia nigra, ano nigro fascia alba.  
*natatorius*: abd. basi rufo, apice nigro: guttis duabus albis.  
*erispatorius*: abd. basi rufo, apice nigro: cingulis duabus flavis.  
*grossorius*: abd. basi rufo, apice nigro: guttis tribus albis.

- affirmatorius*: abdominis 2, 3<sup>to</sup> que segmentis rufis fascia nigra, apice nigro fasciis quatuor albis.
- gradatorius*: abd. basi rufo, apice nigro: guttis quatuor, femoribus nigris.
- quadriguttorius*: abd. basi rufo, apice nigro: guttis quatuor, femoribus posticis nigris.
- ambulatorius*: abd. basi rufo fascia flava, apice nigro: fasciis quinque albis.
- sulphuratorius*: abd. rufo, segmentis 1, 2 nigris, omnibus margine albis.
- narratorius*: abd. rufo, segmentorum marginibus flavis, thorace pubescente.
- spinatorius*: abd. nigro, segmento primo rufo, reliquis margine flavis, thorace spinoso.
- pulcratorius*: rufus abd. apice nigro: cingulis quatuor flavis, tertio basi anoque rufis, alis maculis quatuor fuscis.
- triplicatorius*: ater abdom. segmento primo gutta, 2, 3, 4<sup>to</sup> que cingulo rufo alboque.

4. *Abdomine nigro, guttato fasciatoque.*

- obsoletorius*: ater segmento 2, 3 que utrinque pustula rufa.
- femoratorius*: ater abdominis apice biguttato.
- tetraguttorius*: ater abdominis apice quadriguttato.
- guttatorius*: ater abdominis segmento secundo biguttato.
- irroratorius*: ater abdominis segmento primo gutta, reliquis margine albis.
- interruptorius*: ater abdominis segmento 1 et 2 fascia interrupta, reliquis margine flavis.
- oratorius*: ater abdominis segmentis 1 et 2 margine, septimo toto albis.
- tarsatorius*: ater abdominis segmentis gutta marginali.
- glaucoatorius*: ater abdominis segmentis ultimis margine albis.

*albatorius*: ater abdominis segmentis margine anoque albis, pedibus rufis.

*infractorius*: ater Abdominis segmentis margine albis, pedibus rufis totis.

*nutatorius*: ater abdominis segmentis margine albis, pedibus rufis plantis albis.

*praecatorius*: ater abd. segmentis margine albis, pedibus rufis, tibiis posticis basi albis.

*dentatorius*: ater abdom. segmentis margine flavis, 1 et 2 majoribus, thorace spinoso.

*elegantorius*: ater abd. segmentis margine flavis, thorace spinoso postice rufo.

### 5. *Abdomine nigro, immaculato.*

*biguttorius*: ater scutelli lineis duabus, thoracisque quatuor albis.

*desinatorius*: ater scutelli apice tibiarumque annulo albis.

*calcatorius*: ater scutello tibiarum annulo petiolique basi albis.

*fuscatorius*: ater scutello biguttato, pedibus rufis, femoribus nigris.

*vinulatorius*: ater scutello capiteque flavomaculato, pedibus rufis.

*militarius*: ater scutello tibiarumque annulo albis.

*solitarius*: ater scutello albo, pedibus nigris.

### β. *Thorace immaculato.*

#### 1. *Abdomine rufo, immaculato.*

*Armatorius*: abdomine pedibusque rufis, scutello spinoso.

*adpressorius*: abdomine pedibusque rufis, thorace inermi.

#### 2. *Abdomine rufo nigroque immaculato,*

*erratorius*: abd. basi rufo, apice nigro, tibiis albis apice nigris.

*culpatorius*: abd. basi rufo, apice nigro, pedibus rufis.

*biannulatorius*: abd. petiolo tribusque primis segmentis rufis, thorace inermi.

*bispinatorius*: abd. petiolo tribusque primis segmentis pedibusque rufis, thorace bispinoso.

— *flagratorius*: abd. basi testaceo, ano nigro, thorace pedibusque testaceis.

*constrictorius*: abd. rufo, apice nigro, pedibus rufis.

— *cingulatorius*: abd. rufo, segmento 3 quartoque margini nigris.

3. *Abdom. rufo nigroque, guttato fasciatoque.*

*seductorius*: abd. basi rufo, segmentis 1, 2 margine nigris, apice flavo.

*motatarius*: abd. basi rufo, segmentis tribus ultimis nigris, ano albo.

*extensorius*: abd. basi rufo, apice nigro: guttis tribus, femoribus rufis.

*raptorius*: abd. segmentis 1, 2 rufis, apice nigro triguttato, femoribus nigris.

— *captorius*: abd. segmentis 1, 2, 3 rufis, ano nigro triguttato.

*destructorius*: abd. segmento 2 rufo, reliquis nigris apice albis.

*porrectorius*: abd. basi nigro, segmentis tribus apicis rufis, albo-marginatis.

4. *Abdomine nigro, guttato fasciatoque.*

*signatorius*: abd. nigro, ano niveo, thorace rufo.

*saturatorius*: abd. nigro apice biguttato.

*molitorius*: abd. pedibusque nigris, tibiis annulo albo.

*moratorius*: abd. nigro, segmentis 1, 2 guttatis, pedibus rufis.

*quaesitorius*: abd. nigro, segmentis tribus ultimis guttatis, pedibus rufis.

— *bulimorius*: abd. nigro, segmentis duobus ultimis guttatis, pedibus rufis.

*sugillatorius*: abd. nigro, segmentis 1, 2, 3 guttatis, pedibus nigris.

— *intratorius*: abd. nigro, segmentis 2, 3que fascia flava excisa.

*atratorius*: abd. nigro, segmentis tribus ultimis margine albis, pedibus rufis.

5. *Abdomine nigro, immaculato.*

— *liberatorius*: abd. basi nigro, apice cinerascete, scutello spinoso.

— *viduatorius*: abd. nigro, pedibus rufis, tarsis posticis nigris.

- pedatorius*: abd. nigro, pedibus rufis, alis obscuris.  
*nigratorius*: abd. pedibusque nigris, orbita oculorum alba.  
*electorius*: abd. nigro, pedibus rufis, orbita oculorum alba.  
*machinatorius*: abd. nigro, tibiis annulo albo.

† *Thorace* nigro; *Scutello* concolore.

1. *Abdomine* rufo.

- *rubricator*: abdomine pedibusque rufis totis.  
*Zonator*: abd. pedibusque rufis, posticis ante apicem albis.  
*profligator*: abd. pedibusque rufis, petiolo femoribusque nigris.  
*sponsor*: abd. pedibusque rufis, aculeo fronteque nigris.  
— *orbitator*: abd. pedibusque rufis, petiolo aculeoque nigris, orbita punctisque thoracis flavis.  
— *torsor*: abd. pedibusque rufis, petiolo aculeo fronte femoribusque nigris.

2. *Abdomine* rufo nigroque immaculato.

- constrictor*: abd. rufo, apice nigro, alis fuscis.  
— *circulator*: abd. rufo, segmento primo nigro, alis macula alba.  
*irrigator*: abd. rufo, apice nigro, alis stigmatate nigro: puncto albo.  
*dispar*: abd. rufo, apice nigro, alarum fascia fusca, stigmatate nigro: puncto albo.  
*Migrator*: abd. rufo, apice nigro, pedibus rufis, genibus posticorum atris.  
— *Grassator*: abd. rufo, apice nigro, pedibus totis rufis.  
— *digitator*: abd. rufo, apice nigro convexo, pedibus rufis, tibiis posticis nigris, plantis albis.  
*abbreviator*: abd. rufo, apice nigro convexo, pedibus rufis, tibiis rufis, tarsis albis.  
— *curator*: abd. rufo, apice nigro, femoribus nigris, tibiis piceis.  
*cursor*: abd. rufo, apice nigro, pedibus posticis nigris.  
— *plantator*: abd. rufo, apice nigro, pedibus rufis, plantis posticis albis.

- *regenerator*: abdominis segmentis tribus intermediis pedibusque rufis.
- debellator*: abdominis segmentis quatuor intermediis rufis, femoribus clavatis nigris.
- sputator*: abd. segmentis 2, 3 que rufis, reliquis nigris, pedibus nigris, anticis rufis.
- reluctator*: abdominis medio piceo, apice nigro, tibiis anticis clavatis.

3. *Abdom. rufo nigroque, guttato fasciatoque.*

- *breviator*: abd. rufo, apice nigro: striga alba, alis brevissimis.
- incubitor*: abd. rufo, apice nigro: fascia alba, alis hyalinis.
- peregrinator*: abd. rufo, apice nigro: ano albo, pedibus subclavatis.
- enervator*: abdominis basi apiceque nigro, ultimis segmentis guttatis.

4. *Abdomine nigro, guttato fasciatoque.*

- *extremator*: abd. atro, ano niveo, pedibus rufis.
- restaurator*: abd. atro, striga alba, pedibus rufis.
- caudator*: abd. clavato atro fasciis tribus pallidis, femoribus rufis.
- *distinctor*: abd. atro, segmentis tribus ultimis albofasciatis, pedibus nigris, tibiis piceis.
- vigilator*: abd. atro, segmento 5 margine albo, alis apice nigris.
- albator*: abd. atro, cingulis 5 albis, alis hyalinis.

5. *Abdomine atro, immaculato.*

- *carbonator*: ater abdomine oblongo, tibiis piceis.
- comitator*: ater abdomine convexo, tibiis tarsisque piceis.
- *lamentator*: ater abdomine oblongo, tibiis basi albis.
- *chirothecator*: ater tibiis anticis albis.
- *renovator*: ater pedibus rufis, aculeo abdomine longiori.
- obfuscator*: ater pedibus totis rufis.
- *Associator*: ater pedibus rufis, tibiis posticis fuscis.
- *perscrutator*: ater tibiis rufis.
- *crassator*: ater pedibus rufis, tibiis alboguttatis.
- viator*: ater pedibus rufis, tibiis posticis fuscis alboguttatis.
- *tibiator*: ater pedibus rufis, tibiis basi albis: apice genibusque femorum nigris.

- *tarsator*: ater pedibus rufis, tarsi albis.
- *fuligator*: ater pedibus nigris, tibiis anticis antice albis.
- *ternator*: ater pedibus anticis albidis, posticis nigris.
- *versator*: ater pedibus nigris, tibiis albis.
- *cephalotor*: ater pedibus rufis, femoribus atris, thorace bidentato.
- *vindicator*: ater petioli basi pedibusque rufis, posticis nigris, thorace spinoso.
- *atrator*: ater pedibus rufis, alis nigris.
- *violator*: ater abdomine compresso, fronte tibiisque flavis, alis atris.
- *bimaculator*: ater alis hyalinis: macula apiceque nigris.
- *tornator*: ater abdomine clavato, aculeo apice tarsisque posticis albis.

††† *Thorace* rufo; *Scutello* concolore.

1. *Abdomine* immaculato.

- *ferrugator*: ferrugineus antennis apice nigris.
- *clavator*: luteus antennis dorsoque ani nigris.
- *brunnecator*: ferrugineus capite atro.

2. *Abdomine* rufo, guttato.

- *leucophthalmus*: rufus totus ano niveo.

3. *Abdomine* rufo nigroque, immaculato.

- *bifasciator*: ferrugineus ano alisque maculis 2 nigris.
- *rufator*: ferrugineus capite abdominis alarumque apicibus nigris.
- *deustor*: ferrugineus pectore abdominis alarumque apicibus nigris.
- *dimidiator*: Abdominis basi thoraceque postice rufis, apice capiteque nigris.
- *instructor*: ferrugineus capite pectore abdominis alarumque apicibus nigris.
- *calumniator*: flavus thoracis dorso, abd. segmento tertio basi, reliquis totis atris, alis flavis.
- *minor*: rufus capite thoracis dorso anoque nigris.

4. *Abdomine* rufo nigroque, guttato.

- *adpersor*: rufus abdominis apice atro, ano albo.

*exhortator*: rufus capite anoque nigris, gutta ani alba.

*pictor*: rufus thoracis dorso abdominisque apice nigris, cingulis tribus luteis.

5. *Abdomine* atro, fasciato.

—*perditor*: abd. atro, segmentis margine flavis, thorace pedibusque rufis.

—*sartor*: abd. atro, segmentis margine albis, thorace rubro bidentato.

*sutor*: abd. atro, fasciis binis flavis, thorace rubro, petiolo bidentato.

6. *Abdomine* atro, immaculatō.

—*ensator*: abd. nigro, thorace rufo, alis fascia fusca.

—*pector*: ferrugineus abd. clavato atro.

—*punctor*: rufus abd. atro, aculeo longissimo.

*objurgator*: rufus abd. atro, alis cyaneis fenestratis.

*truncator*: abd. atro, thorace pedibusque rufis.

*seductor*: abd. atro, thorace rufo, pedibus posticis nigris, tarsis albis.

\*\* - ANTENNIS Unicoloribus.

† *Thorace* rufo; *Scutello* concolore.

1. *Abdomine* rufo, immaculatō.

a. *Alis* hyalinis.

—*planator*: flavus antennis nigris, alis fuscis.

—*generator*: flavus antennis nigris, alis albis.

—*quaestor*: flavus thoracis tuberculis tribus fuscis.

*glabrator*: ferrugineus oculis stemmatibus pectoreque nigris.

—*delicator*: ferrugineus oculis thoracisque lineis 5 nigris.

—*fimbriator*: ferrugineus oculis nigris, scutello lineis lateralibus luteis.

—*pallidator*: ferrugineus oculis stemmatibusque fuscis, abdomine cylindrico.

*luteator*: ferrugineus oculis stemmatibusque fuscis, abdomine compresso.

- *testaceator*: ferrugineus abdomine ovato depresso, alarum stigmatate luteo.
- *attenuator*: fusco ferrugineus oculis nigris, stigmatate albo nigroque.
- *castrator*: ferrugineus antennis thoracisque dorso nigris, stigmatate albo nigroque.
- *affinator*: ferrugineus thoracis dorso obscuriore, alis puncto marginali atro.
- *sticticator*: ferrugineus vertice thoraceque sub scutello nigris, stigmatate flavo.
- *costator*: ferrugineus antennis costaque alarum atris.
- *gastritor*: luteus antennis thoracisque postico fuscis.
- *aculeator*: ferrugineus antennis aculeoque nigris, alis flavis, stigmatate nigro.
- *varius*: luteus abdomine ovato, pectore atro vario, alis flavescens.

β. *Alis nigris.*

- *fulvator*: luteus alis nigris.
- *itinerator*: luteus vertice alisque atris.
- *pennator*: luteus antennis alisque atris.
- *affirmator*: flavus antennis alisque nigris.
- *fastidiator*: coccineus alis fuscis: macula marginali coccinea.
- *rubiginator*: coccineus alis nigris: stigmatate rubro.
- *laminator*: ferrugineus vertice atro, alis fuscis: costa dimidia ferruginea.
- *sanguinator*: sanguineus antennis vertice alisque atris: costa stigmatateque rufis.
- *hastator*: coccineus capite scutello alis pedibusque atris.

γ. *Alis fasciatis.*

- *desertor*: sanguineus alis fuscis: fascia alba.
- *culpator*: rufus antennis nigris: apice albo, alis fuscis: fascia lata alba.
- *diminutor*: coccineus alis basi flavis; apice nigro.

*purgator*: luteus antennis aculeoque nigris, alis hyalinis: fasciis 2 fuscis.

*mercator*: flavus alis fascia apiceque nigris: macula magna flava.

*proficiscator*: luteus alis fascia apiceque fuscis, capite nigro.

*lanceolator*: ferrugineus alis flavis: fascia apiceque nigris, capite atro cornuto.

## 2. *Abdomine* rufo nigroque.

### a. *Abdomine* cylindrico, immaculato.

*furcator*: rufus abd. dorso atro, segmentis ultimis tribus spinosis, thoracis spina recurva.

*fissura*: luteus antennis dorsoque abdominis rufis.

*alveator*: flavus abd. dorso thoracisque postico nigris.

*discolor*: rufus ano alisque nigris, thorace tripunctato.

*hospitator*: luteus capite anoque nigris, alis fascia apiceque nigris.

*ornator*: luteus ano nigro, alis fascia apiceque nigris: macula flava.

*denunciator*: rufus capite ano alisque nigris: macula media alba.

*femorator*: rufus abd. basi thoracisque postico nigris, femoribus posticis dentatis.

*gyrator*: rufus abd. basi apiceque nigris.

*nebulator*: rufus abd. basi oculisque fuscis.

*stigmator*: luteus abd. basi apiceque fuscis.

*mutillator*: rufus abd. thoracisque dorso nigris, alis fuscis.

*lanator*: rufus abd. apice aculeoque atris.

*defensor*: rufus antennis pedibusque posticis nigris, alis subfuscis.

*striator*: luteus abd. segmentis basi nigris, thorace lineato.

*capellator*: rufus ano capite alis pedibusque nigris totis.

*anator*: rufus ano capite alis pedibusque nigris, tarsis anticis albis.

*lucidator*: flavus thoracis dorso abdominisque segmento primo nigris.

*vicinator*: luteus oculis stemmatibus abdominisque apicé supra fuscescente.

*cornutus*: abd. luteo, ultionis segmentis supra nigris, thorace flavo: dorso nigro.

— *gestator*: luteus thoracis linea atra, abd. punctis quatuor parium nigris.

*spinator*: rufus vertice atro, segmento primo punctis duobus, alis apice atris.

— *colonator*: luteus segment. punctis baseos nigris duobus.

*punctator*: flavus abd. utrinque punctis 5 nigris, capite thoraceque maculatis.

— *steymator*: luteus thorace quadripunctato, abd. punctis octo parium nigris.

— *multipunctor*: flavus thorace nigrolineato, abd. punctis octo parium nigris.

*obovator*: flavus abd. clavato ferrugineo: lunulis lateralibus flavis nigromaculatis.

*nominator*: luteus nigromaculatus, alis fuscis: lunula alba.

b. *Abdomine cylindrico, guttato.*

*notator*: rufus abd. segmentis utrinque gutta alba.

c. *Abdomine compresso, falcato.*

*ramidulus*: luteus ano nigro.

— *flavarius*: luteus vertice anoque nigris.

— *capensis*: rufus oculis abdominisque carina anoque nigris.

*Glaucopterus*: luteus pectore anoque nigris.

*impressus*: rufus pectore anoque nigris, labio punctis duobus nigris impressis.

— *relictus*: rufus ano nigro, alis brevibus obscuris.

— *pellator*: rufus ano nigro, alis fuscis: punctis duobus hyalinis.

— *demidator*: flavus antennis nigris, abdomine fusco, basi flavo.

— *quadrator*: flavus abd. segmento secundo atro, alis apice atris.

*luteus*: ferrugineus oculis stematibus abdominisque carina apice nigris:

*ferrugineus*: luteus abdominis segmentis utrinque puncto fusco.

— *vastator*: rufus abdominis basi nigra: fasciis duabus flavis, apice flavo: ano nigro.

3. *Abdomine nigro, guttato fasciatoque.*

—*unicinctor*: flavus abdomine nigro: cingulo luteo.

—*Giberius*: abd. nigro, segmentorum marginibus ore orbitaque flavis, thoracé pedibusque rufis.

*histrion*: abd nigro, segmentorum marginibus flavis, thorace pedibusque flavis.

*ariolator*: abd. nigro, segmentis margine flavis, thorace bispinoso rufo.

*lapidator*: abd. nigro, segmentis guttatis, 1 et 2 biguttatis.

4. *Abdomine nigro, immaculato*

*mutator*: ater thorace rufo, alis fuscis.

—*Abdominator*: flavus abdomine nigro.

—*subsultator*: ferrugineus abdomine atro, alis flavis.

5. *Abdomine nigro, auromaculato.*

—*fulgeus*: pallidus thoracis dorso atro, abd. nigro segmento primo toto, secundo apice aureis.

†† *Thorace nigro; Scutello concolore.*1. *Abdomine rufo, immaculato.*α. *Alis nigris.*

*initiator*: rufus thorace alisque nigris.

—*nutritor*: ater abd. compresso rufo, petiolo nigro, pedibus rufis.

*elector*: ater abd. ferrugineo, alis fuscis: macula flava basique pallida.

*flavator*: ater abd. sanguineo, alis nigris.

*denigrator*: ater abd. coccineo, alis nigris: lunula hyalina.

*Amictor*: ater abd. falcato rufo, fronte flava, alis obscuris.

*fasciator*: niger abd. coccineo, alis albis fascia lata nigra.

β. *Alis hyalinis.*

*nudator*: ferrugineus antennis thoraceque nigris: dorso rufo.

—*expulsor*: niger abd. pedibusque rufis.

- *relator*: niger abd. pedibusque anticis rufis, fronte nigra.
- *sericeator*: niger abdomine pedibusque flavis.
- rutilator*: niger abd. pedibusque anticis rufis, fronte flava.
- cunctator*: niger abd. rufo, petiolo nigro, fronte tarsisque posticis flavis, thorace maculato.
- inculcator*: niger abd. subfalcato clavato rufo, fronte nigra.
- Armator*: niger abd. rufo, petiolo nigro striato.
- *piceator*: niger abd. piceo, pedibus rufis, tarsis posticis atris.
- tricolor*: niger abd. rufo, ore thoraceque flavo maculatis.
- carinator*: niger abd. rufo, petiolo nigro bicarinato.
- *recreator*: niger abd. rufo, petiolo atro.

γ. *alis* abbreviatis.

*emarciator*: niger abd. piceo, aculeo falcato, pedibus rufis, alis abbreviatis.

2. *Abdomine* rufo nigroque compresso.

α. *tibiis* clavatis.

- jaculator*: ater abd. falcato medio rufo, tibiis posticis clavatis basi apiceque albis.
- Assectator*: ater abd. falcato: maculis tribus lateralibus rufis, tibiis posticis clavatis rufis.
- *Guttulator*: ater abd. compresso rufo, apice nigro, ano guttato, tibiis posticis clavatis rufis.

β. *tibiis* ordinariis simplicibus.

- *laedator*: ater abd. rufo, dorso apicis nigro, capite flavo: vertice nigro.
- *cribrator*: ater abd. rufo, dorso apicis nigro, fronte flava.
- pugillator*: ater abd. basi rufo, fronte flava, pedibus elongatis.
- Victor*: ater abd. compresso, segmento secundo rufo.
- petiolor*: ater abd. falcato, segmento tertio rufo, pedibus nigris, anticis flavis.

- *festinator*: ater abd. falcato, segmento tertio rufo, pedibus rufis.  
*exhaustator*: ater abd. compresso medio rufo, aculeo recurvo, femoribus compressis.  
*falcator*: ater abd. compresso medio rufo, tibiis flavis.  
*delusor*: ater abd. compresso medio rufo, patellis nigris.
- *nidulator*: ater abd. falcato, segmentis tertio, quarto pedibus rufis, femoribus posticis nigris.  
*flagellator*: ater abd. falcato, segmentis 2, 3 rufis, femoribus posticis nigris.
- *delictor*: ater abd. falcato rufo, apice atro, fronte flava.
- *incurvator*: ater abd. compresso; segmentis 1, 2, 3 pedibusque rufis, femoribus posticis nigris.  
*multellator*: ater abd. compresso, segmentis 2, 3, 4 rufis, thorace rugoso.  
*compensator*: ater abd. falcato, segmentis 2, 3, 4 pedibusque rufis tibiis posticis nigris.
- *macellator*: ater abd. segmentis tribus primis pedibusque rufis.  
*venator*: ater abd. compresso nigro, fascia pedibusque rufis.
- *pungitor*: ater abd. compresso nigro, macula pedibusque rufis, tibiis apice tarsisque fuscis.
- *stylator*: ater abd. compresso nigro, fascia pedibusque rufis, tarsis posticis niveis.
- *reticulator*: ater abd. clavato nigro, dorso lateribusque cingulis tribus rufis.  
*didymator*: ater abd. compresso: cingulis duobus pedibusque rufis, tibiis posticis albo nigroque annulatis.  
*erigator*: ater abd. falcato, segmento tertio pedibusque rufis.
- *aggressor*: ater abdominis cingulo antennis ore pedibusque rufis.
- *flavifrontator*: ater abd. compresso, segmentis 3, 4 rufis, fronte flava.
- Xanthopora*: ater abd. falcato basi rufo, clypeo flavo
- *extenuator*: ater abd. falcato rufo: dorso nigro, pedibus ferrugineis.

- tenebrator*: ater abd. compresso: striga anali capite pedibusque flavis.
- jocator*: ater abd. falcato rufo, segmentis 2, 3 margine nigris, pedibus rufis, femoribus posticis nigromaculatis.
- venditor*: ater abd. falcato, segmento secundo apice, tertio toto, quarto basi flavis.
- fomentator*: ater abd. compresso, segmento 3, 4toque basi pedibusque testaceis.
- dubitator*: ater abd. compresso, segmentis 1 et 2 totis, reliquis margine pedibusque rufis, scutello mutico.
- certator*: ater abd. compresso, segmentis 1 et 2 totis, reliquis margine pedibusque rufis, scutelli spina erecta.
3. *Abdomine* rufo nigroque cylindrico.
- a. *fronte* flava.
- globulator*: flavus thoracis dorso nigro, abd. segmento primo nigro, secundo punctis duobus fuscis.
- minutor*: rufus abd. basi ano thoraceque nigris.
- tripunctor*: rufus thorace nigro, abd. basi rufo: punctis tribus nigris, apice nigro.
- auricator*: rufus abd. basi ano thorace tarsisque posticis nigris.
- elevator*: rufus abd. petiolo apice thoraceque nigris, pedibus totis rufis.
- faciator*: rufus abd. basi lateribus thoraceque nigris pedibus flavis.
- frontator*: ater abd. segmentis duobus pedibusque rufis, tarsis nigris
- substitutor*: ater abd. segmentis duobus pedibusque rufis, petiola sulcato.
- ambulator*: ater abd. medio pedibusque anticis rufis, posticis nigris.
- interruptor*: ater abd. medio pedibus fronteque rufis, segmento primo fascia nigra.
- gesticator*: ater abd. basi pedibus anticis fronteque rufis, femoribus posticis apiceque tibiarum nigris.
- sectator*: ater abd. medio pedibus anticis fronteque rufis, femoribus posticis nigris.

- factator*: ater abd. rugo, ano fusco, pedibus anticis rufis.  
 — *locutor*: ater abd. rufo, ano nigro, pedibus rufis, tibiis posticis nigris albo-annulatis.  
 — *dorsator*: ater abd. dorso rufo: basi lateribusque nigris, segmentis tribus ultimis luteis.

*b. fronte flavo-lineata*

- *pusillator*: ater abd. fascia, lineis frontalibus orbitaque luteis.  
*titillator*: ater abd. medio pedibusque rufis, fronte bilineata, tarsis posticis albis.  
 — *confiscator*: ater abd. medio rufo, fronte maculata, tarsis omnibus albis.  
 — *laterator*: ater abd. basi rufo, fronte muculata, pedibus rufis, femoribus posticis tarsisque nigris.

*c. fronte nigra.*

\* *Abdomine punctato.*

- *lictor*: ater abd. segmento primo rufo: macula nigra, pedibus rufis.  
 — *unipunctator*: ater abd. rufo, ano nigro, segmento primo macula fusca.  
 — *mundator*: ater abd. segmentis 1 et 2 pedibusque flavis, segmento secundo puncto fusco.  
*elongator*: ater abd. segmentis 1, 2, 3 rufis: puncto fusco, femoribus posticis nigris.  
 — *digestor*: ater abd. segmentis 1, 2, 3 rufis: puncto fusco, pedibus rufis, tibiis basi tarsisque pallidis.  
 — *suturator*: ater abd. rufo, segmentis 1 et 2 margine, reliquis totis nigris.  
 — *sector*: ater abd. rufo, segmento primo fascia nigra, reliquis nigris, pedibus rufis.  
*mensurator*: ater abd. segmentis 2 et 3 rufis: triangulo dorsali nigro.  
*bipunctator*: ater abd. basi rufo: punctis duobus nigris, ano nigro: fascia rufa.

- *binotator*: ater abd. 1 et 2 segmentis rufis: primo bipunctato.  
*urinator*: ater abd. rufo: punctis dorsalibus 4 nigris, alis fuscis.  
*cylindrator*: ater abd. segmentis tribus rufis margine nigromaculatis.  
*irritator*: ater abd. rufo, segmento primo toto, reliquis punctis duobus nigris.  
*minutator*: ater abd. rufo: linea dorsali nigra, alis fuscis.  
*transversor*: ater abd. segmentis 1, 2 rufis: fascia marginali atra, apice nigro.  
*vocator*: ater abdom. segmentis 1, 2, 3 rufis: fascia media atra, apice nigro.

× × *abdomine guttato.*

- firmator*: ater abd. segmentis 2 et 3 rufis, ultimis apice albis.  
*Mandator*: ater abd. segmentis 2 et 3 rufis, ultimis guttatis, femoribus posticis nigris, tarsis albis.  
*Mactator*: ater abd. segmentis 1, 2, 3 rufis, ultimis guttatis, tibiis posticis annulo tarsisque albis.

× × × *alis coloratis.*

- *Guianor*: ater abd. rufo. ano alisque nigris, stigmatē atro, major.  
 — *rector*: ater abd. rufo, ano alisque nigris, stigmatē atro, minor.  
 — *legator*: ater abd. pedibusque anticis rufis, ano pedibus posticis alisque nigris.  
 — *filator*: ater abd. rufo, ano nigro, alis flavescens: macula apiceque fuscis.  
 — *trifasciator*: ater abdom. rufo, ano nigro, anis albis: fasciis tribus nigris.  
*simulator*: ater abd. rufo, ano nigro, alis flavis: fascia apiceque nigris.  
*speculator*: ater abd. segmento primo gibboso rufo, alis basi flavis.  
 × × × × *Alis hyalinis.*  
*Gravidator*: ater abd. segmento primo maximo rufo, alarum nervis atris.  
 — *Aphidator*: ater abd. ovato basi pedibusque rufis, stigmatē fusco.

- *Arundinator*: ater abd. rufo, ano aculeoque brevi nigris.
- *Scortator*: ater abd. ovato, segmentis 1 et 2 rufo, alis hyalinis nervis obsolete.
- *campanulator*: ater abd. segmento secundo maximo rufo, pedibus rufis.
- *gloricator*: ater abd. segmento secundo rufo, alis albis: macula apiceque fuscis.
- *vexator*: ater abd. ovato, segmentis 1 et 2, antennis basi pedibusque rufis.
- *Mediator*: ater abd. ovato, segmentis 1, 2, 3 pedibusque rufis.
- *cespitator*: ater abd. ovato, segmentis 1 et 2 rufis, pedibus albidis.
- *detestator*: ater abd. ovato, segmentis 1 et 2 pedibusque rufis, femoribus posticis nigris.
- *necator*: ater abd. sessili, segmentis 1 et 2 rufis, ano nigro, pedibus rufis.
- *ductor*: ater abd. petiolato, segmentis 1 et 2 rufis, ano nigro, pedibus rufis.
- *citator*: abd. petiolato, segmentis 1 et 2 rufis, ano pedibusque nigris.
- *Sordator*: ater abd. lineari, segmentis 1 et 2 pedibusque rufis, tibiis posticis macula atra.
- *arrogator*: ater abd. segmentis 1 et 2 rufis, alis fuscis: stigmatibus rufo.
- *dictator*: ater abd. segmentis 1 et 2, petioli basi pedibusque totis rufis.
- *ensor*: ater abd. segmentis 1 et 2; petioli basi pedibusque rufis, tarsis posticis fuscis.
- *debitor*: ater abd. segmentis 1 et 2, tertio dimidio pedibusque rufis.
- *serrator*: ater abd. segmentis 1, 2, 3 rufis, femoribus posticis serratis, alis lunula pallida.
- *latrator*: ater abd. segmentis 1, 2, 3 rufis, femoribus posticis multicoloribus nigris.

- *obtusator*: ater abd. segmentis 1, 2, 3 pedibusque rufis, femoribus posticis clavatis nigris.
- *praeceptor*: ater abd. segmentis 1, 2, 3 pedibusque rufis, ano femoribusque posticis clavatis tibiisque nigris.
- *obligator*: ater abd. segmentis 1, 2, 3 pedibus antennisque rufis, femoribus posticis nigris.
- *creditor*: ater abd. pedunculato, segmentis 1, 2, 3 pedibusque anticis rufis, ano pedibusque posticis nigris: annulo tibiarum tarsisque niveis.
- *strobilator*: ater abd. subsessili, segmentis 1, 2, 3 pedibusque anticis rufis, ano pedibusque posticis nigris: annulis duobus albis.
- *director*: ater abd. segmentis 1, 2, 3, basi petioli pedibusque anticis rufis, femoribus pedibusque posticis nigris.
- *textor*: ater abd. segmentis 1, 2, 3, basi petioli pedibusque anticis rufis, femoribus intermediis et posticis nigris.
- *patellator*: ater abd. segmentis 1, 2, 3 pedibusque rufis, genubus femorum apiceque tibiarum posticarum nigris.
- ovator*: ater abd. segmentis 2, 3 pedibusque rufis.
- *hemipterator*: ater abd. segmentis 2 et 3 rufis, alis brevissimis.
- barbator*: ater abd. medio pedibusque rufis, antennis barbatis.
- *purpurator*: ater abd. rufo, ano femoribus intermediis pedibusque posticis nigris.
- *titubator*: ater abd. basi rufo, ano nigro, pedibus rufis.
- roborator*: ater abd. rufo, segmentis margine anoque atris, pedibus rufis.
- marginator*: ater abd. rufo, segmentis margine anoque atris, thorace immaculato.
- maculator*: ater abd. lateribus pedibusque rufis.

### 3. *Abdomine nigro.*

#### *α. abdomine fasciato.*

- *gibbator*: ater abd. dorso pedibusque rufis, tibiis posticis fuscis.

- cinctor*: ater abd. fascia pedibusque rufis, alis fasciis duabus rufis.
- *junctor*: ater abd. fascia pedibusque rufis, alis macula fusca.
- *hiator*: ater abd. cingulo ore pedibusque rufis.
- Strigator*: ater abd. striga alba, tibiis posticis albis, apice nigris.
- *Cayennator*: ater abd. fascia pallida, pedibus albis nigromaculatis.
- *distichor*: ater abd. latere medio cingulis duobus pedibusque rufis, fronte flava.
- Saturator*: ater abe. cingulis tribus margine pedibusque rufis, fronte nigra.
- *invisor*: ater abd. cingulis tribus obsoletis, antennis pedibusque rufis.
- *dilatator*: ater abd. segmentis tribus margine pedibusque rufis, femoribus posticis tarsisque nigris.
- *rusticator*: ater abd. segmentis tribus pedibusque rufis.
- *clypeator*: ater abd. segmentis tribus pedibusque rufis, clypeo biguttato.
- *praedator*: ater abd. segmentis tribus margine anoque albis, alis fasciis duabus nigris.
- *crenator*: ater abd. segmentis margine flavis: 2, 3, 4 utrinque guttato.
- *rotundator*: ater abd. segmentis margine obsolete pedibusque rufis, tibiis posticis tarsisque albomaculatis.
- Osculator*: ater abd. cingulis 5 rufis, ore flavomaculato.
- *Collector*: ater abd. cingulis 6 albis, pedibus anticis rufis, posticis fuscis.
- *Conopsator*: ater abd. cingulis 6 flavis, pedibus anticis luteis, posticis fuscis.
- Segmentator*: ater abd. segmentis omnibus margine lateribus pedibusque rufis, tarsi albomaculatis.
- bidentor*: ater abd. segmentis ultimis margine albis, petiolo bidentato.
- *accusator*: ater abd. segmentis margine pedibusque rufis.
- *Modulator*: ater abd. segmentis margine albis, thorace rufo.
- *buccator*: ater abd. segmentis omnibus margine pedibusque totis rufis, ore flavoguttato.

— *liferator*: ater abd. lateribus ventre pedibusque rufis, tibiis posticis albo nigroque annulatis.

— *Gigantor*: ater abd. cingulis 7 flavis, pedibus rufis, tibiis posticis fuscis.

β. *Abdomine guttato.*

*oculator*: ater abd. basi biguttato, thorace bidentato.

*custodiator*: ater abd. segmentis duabus ultimis guttatis, pedibus rufis.

*tripunctator*: ater abd. guttis tribus.

— *polyguttator*: fuscus abd. lateribus flavomaculatis, thoracis dorso luteo trilineato.

— *dentator*: flavo-variegatus, abd. falcato: segmentis margine flavis, femoribus posticis dentatis.

— *dealbator*: ater ano albo, pedibus rufis.

*meliorator*: ater aculeo ante apicem albo.

γ. *abdomine immaculato.*

α. *alis abbreviatis.*

— *dissector*: cyaneus femoribus posticis rufis, alis abbreviatis.

β. *alis coloratis.*

— *Saxator*: coeruleus pedibus rufis, alis nigris.

— *Cyanator*: cyaneus alis fascia fusca.

— *coerulator*: coeruleus nitidus, antennis pedibusque rufis.

— *expectator*: ater alis apice atris.

*tottor*: ater antennis pedibusque rufis, alis nigris.

*irrorator*: ater abd. clavato: macula villosa, alis apice nigro-ocellatis.

*Morio*: ater fronte flavomaculata, alis cyaneis, apice fuscis.

— *duplicator*: ater abd. ovato nitido, alis fasciis duabus fuscis.

— *ocellator*: ater alis flavis, apice fuscis: puncto flava.

— *phryganator*: ater alis flavis, apice fuscis.

— *luctor*: ater pedibus rufis, alis violaceis: fascia pallida.

— *plumator*: ferrugineus abdomine alisque atris, aculei vagina ciliata.

- capitator*: rufus abdomine alisque nigris.  
*umbrator*: ater petiolo rufo, alis fuscis: striga apiceque albis.  
*insidiator*: ater capite pallido, alis nigris: puncto maculaque albis.  
*despector*: ater abd. segmentis 2, 3, 4 nitidulis, alis apice fuscis.  
*marmorator*: nigro flavoque varius, alis apice nigris.

c. *alis hyalinis.*

x *capite flavomaculato.*

- tentator*: ater pedibus rufis, femoribus posticis dentatis.  
*compunctor*: ater ore palpis pedibusque rufis.  
*redactor*: ater clypeo palpis pedibusque anticis rufis.  
*corruscator*: ater clypeo flavo.  
*mandibulator*: ater clypeo pedibusque flavis.  
*compactor*: ater ore pedibusque rufis: tibiis tarsisque posticis nigris.  
*junior*: ater ore pedibusque rufis, abdomine ovato.  
*gladiator*: ater ore pedibusque rufis, orbita nigra, thorace maculato.  
*dilector*: ater fronte lutea, pedibus rufis, thorace pectoreque maculatis.  
*infestor*: ater fronte lutea, pedibus rufis, thorace immaculato.  
*fabricator*: ater fronte flava, pedibus rufis, abdomine ovato.  
*laborator*: ater ore palpis lateribus clypei pedibusque rufis.  
*approximator*: ater fronte orbitaque flava, pedibus rufis, abdomine lineari.  
*cognator*: ater ore pedibusque flavis, abdomine lineari.  
*nepotor*: ater ore basi antennarum pedibusque luteis, abdomine lineari.  
*calceator*: ater ore lineisque ocularibus luteis, pedibus rufis, tarsis posticis albis.  
*fundator*: ater ore lineis ocularibus basique femorum luteis, pedibus rufis.  
*lineator*: ater fronte flavolineata, pedibus anticis rufis.  
*coronator*: ater capite rufo, fronte quinquedentata.

- Stercorator*: ater fronte flava, pedibus rufis, tibiis tarsisque albo nigroque annulatis.
- varicator*: ater labio flavo, antennis flavis nigroannulatis, pedibus rufis.
- Signator*: ater fronte thorace pectoreque flavo-maculatis, pedibus rufis.
- mammillator*: ater ore thorace pectoreque rufo-maculatis, pedibus rufis.
- pectorator*: ater labio flavo, thorace pectoreque luteo-maculatis, pedibus rufis.

xx *capite nigro.*

- manducator*: ater mandibulis dilatatis tridentatis, antennis barbatis.
- denticulator*: ater femoribus rufis, posticis unidentatis.
- ruspator*: ater pedibus rufis, femoribus clavatis, posticis dentatis.
- Salsator*: ater tibiis rufis, femoribus posticis elongatis, alis lacteis.
- curvator*: ater pedibus flavis, femoribus posticis clavatis inermibus.
- Spectator*: ater nitidus pedibus flavis, femoribus clavatis, alis fusco-maculatis.
- distensor*: ater pedibus rufis, tibiis posticis nigris, femoribus clavatis, aculeo longiori.
- expansor*: ater pedibus rufis, tibiis posticis basi que omnium nigris, aculeo, brevissimo.
- extensor*: ater pedibus totis rufis, femoribus clavatis, aculeo longiori.
- foliator*: nigro rubroque varius, abd. falcato, alis abbreviatis.
- nunciator*: ater abd. compresso, pedibus rufis.
- deprimator*: ater abd. depresso plano, pedibus rufis.
- calculator*: ater thorace antico pedibusque rufis.
- pinnator*: ater pedibus rufis, aculeo hirto.
- fuscator*: ater pedibus rufis, alis macula ante apicem nigra.
- formicator*: ater pedibus rufis, alis hyalinis: stigmatate nigro.
- incitator*: ater pedibus rufis, thorace maculato, aculeo brevi.
- castigator*: ater pedibus rufis, thorace immaculato, aculeo brevi.

- *vestigator*: ater pedibus rufis, tibiis posticis nigris, abdominis apice compresso.
- *Cryptator*: ater pedibus rufis, aculeo abdomine longiore.
- *cingulator*: ater pedibus rufis, tibiis posticis nigris basi albo-annulatis, aculeo brevi.
- *examinator*: ater pedibus rufis, tibiis posticis omnibus annulo albo, aculeo brevi.
- *surionator*: ater pedibus rufis, tibiis posticis nigris, omnibus annulo albo.
- moschator*: ater pedibus rufis, tibiis tarsisque albo annulatis.
- moderator*: ater pedibus rufescentibus, abdomine compresso, aculeo brevi.
- praerogator*: ater pedibus rufis, tibiis posticis fuscis.
- *resinator*: ater pedibus flavis, abdomine incurvo, antennis subtus luteis.
- manifestator*: ater pedibus rufis, abdomine lineari longo, aculeo longissimo.
- instigator*: ater pedibus rufis, femoribus basi atris, aculeo brevi.
- glomerator*: ater pedibus flavis pallidis.
- globator*: ater pedibus rufis, abdomine sessili depresso.
- *ovulator*: ater pedibus rufis, antennis longioribus.
- exarator*: ater abdomine femoribusque clavatis, alis macula nigra albaque.
- *narrator*: ater pedibus nigris, tibiis anticis piceis.
- *melanator*: ater abdomine cylindrico, pedibus nigris posticis ante apicem albis.
- *restitutor*: ater guttis duabus albis ante scutellum, abdomine pedibusque piceis.

††† *Thorace* aureo; *Scutello* concolore.

*auratus*: aureus capite pallido, abdominis basi nigro-punctato, apice atro.

*verticalis*: aureus capite pallido, abdominis basi nigro-punctata, apice atro, margine flavescente.

††† *Thorace nigro; Scutello flavo.*

1. *Abdomine rufo, immaculato.*

*testatorius*: ferrugineus oculis, thorace petiolo basique femorum nigris.

*decorius*: ferrugineus oculis thorace petioloque nigris.

*variatorius*: abd. rufo cylindrico, thorace variegato.

*fusorius*: abd. rufo, petiolo nigro; fronte lutea: punctis nigris.

*axillatorius*: abd. rufo, petiolo nigro, labio flavo.

*similatorius*: abd. rufo, petiolo nigro, orbita oculorum alba.

2. *Abdomine rufo, nigro-maculato.*

*binarius*: abd. rufo, petiolo nigro, segmento primo maculis duabus nigris.

*breviatorius*: abd. rufo, segmento secundo macula nigra.

*minorius*: abd. rufescente, segmento primo et secundo macula atra, alis, apice nigris.

*nominatorius*: abd. flavo, segmento secundo et tertio macula fusca, reliquis atris, alis fascia apiceque nigris.

3. *Abdomine rufo nigroque.*

*flexorius*: abd. rufo, thorace anoque nigris, fronte flava.

*circumflexus*: abd. rufo, thorace anoque nigris, fronte trilineata.

*maxillarius*: abd. rufo, basi apiceque nigro, fronte linea duplici labio maxillisque luteis.

*fulvatorius*: abd. basi rufo, apice nigro, capite fulvo.

*fraternarius*: abd. rufo, basi apiceque nigro, fronte tota flava.

*dubitatorius*: abd. basi flavo, apice nigro, alis fascia fusca.

*scriptorius*: abd. basi rufo, apice nigro, labio fronte lineisque duabus oculatibus flavis.

*labiatorius*: abd. basi rufo, apice nigro, fronte flava, pedibus rufis, tibiis posticis genibusque nigris.

- *duplicatorius*: abd. basi rufo, apice nigro, pedibus nigris: genubus annulo rufo.
- lotatorius*: abd. segmento secundo rufo.
- laetatorius*: abd. segmento primo et secundo rufis, reliquis nigris, tibiis posticis annulo albo.
- erectorius*: abd. segmentis 1 et 2 rufis, reliquis nigris, pedibus rufis, fronte nigra.
- luctatorius*: abd. segmentis 1 et 2 rufis, reliquis nigris, tibiis albo-annulatis, thorace capiteque maculato.
- Segmentorius*: abd. segmentis 1, 2, 3 flavis, reliquis nigris.
- *limbatorius*: abd. segmentis 1, 2, 3 flavis: margine rufo, reliquis nigris.
- sollicitorius*: abd. segmentis 1, 2, 3 rufis, reliquis nigris.
- *ligatorius*: abd. segmentis 1, 2, 3 rufis: fascia nigra, petiolo ano-que atris.
- decoratorius*: abd. rufo: ultimo segmento fascia atra.
- *sinuatorius*: abd. segmentis 2 et 3 rufis, secundo fascia nigra, fronte flava.
- osculatorius*: abd. segmentis 2, 3, 4 rufis: fascia nigra.
- *mediatorius*: abd. segmentis 2, 3, 4 flavis, basi atris.
- nugatorius*: abd. segmento 2 basi, 3 et 6 totis flavis.

4. *Abdomine* rufo nigroque, guttato fasciatoque.

- nuptatorius*: abd. rufo, apice nigro, ano albo.
- sponsorius*: abd. testaceo, basi nigro, apice flavo.
- *gemellitorius*: abd. segmentis 1, 2, 3 rufis, reliquis nigris, ultimo guttato, petiolo biguttato.
- punctorius*: abd. segmentis 1 et 2 rufis, reliquis nigris, tertio gutta utrinque.
- negatorius*: abd. segmentis 1 et 2 rufis, reliquis nigris margine albis.
- laboratorius*: abd. segmentis 2 et 3 rufis, omnibus margine flavis.

*umbratorius*: abd. segmentis 1 et 2 rufis, reliquis nigris guttatis, femoribus nigris.

*occisorius*: abd. segmento secundo basi, tertio toto, reliquis apice flavis.

*capitatorius*: abd. segmentis 1 et 2 margine niveis, tertio margine rufo, quarto toto rufo, 5 et 6 nigris, 7 niveo.

5. *Abdomine nigro, guttato.*

*cinctorius*: niger abd. fascia anali nivea.

*retusorius*: abd. nigro, segmentis tribus ultimis guttatis.

*consignatorius*: abd. nigro, segmento secundo utrinque guttato.

*designatorius*: abd. nigro, segmentis tribus primis petioloque utrinque guttatis.

*vagatorius*: abd. nigro, segmentis margine excisis: litura flava.

*intricatorius*: abd. nigro, segmentis utrinque uniguttatis.

*persuasorius*: obd. nigro, segmentis utrinque biguttatis.

6. *Abdomine nigro, fasciato.*

*notatorius*: niger abd. segmento primo guttato, secundo flavo.

*bidentorius*: abd. nigro, segmentis 1 et 2 flavis, pedibus rufis: annulis nigris.

*fasciatorius*: abd. nigro, segmento 2 basi, 3 et 6 totis flavis.

*bicinctorius*: abd. nigro, cingulis duobus flavis, pedibus rufis.

*frontorius*: abd. nigro, cingulis duobus flavis subinterruptis.

*tricinctorius*: abd. nigro cingulis tribus albis.

*gelitorius*: abd. nigro, segmentis tribus anticis margine albis, pedibus rufis.

*tricolorius*: abd. basi apiceque nigris, dorso rufo: fasciis tribus nigris.

*coalitorius*: abd. nigro, segmentis margine flavis dorsalibus coalitis.

*maculatorius*: abd. nigro, segmentis quatuor anticis margine flavis, alis apice fuscis.

*neqatorius*: abd. nigro, segmentis quatuor anticis margine flavis, alis hyalinis.

- tetratinctorius*: abd. nigro nitido, segmentorum marginibus pedibus frontisque maculis luteis.  
*vaginatorius*: abd. nigro, fasciis 5 albis, tertia interrupta.  
*micratorius*: abd. nigro, segmentis 1 et 2 biguttatis, reliquis margine flavis.  
*geniculatorius*: abd. nigro, segmento primo basi apiceque, reliquis margine albis.  
*sulcatorius*: abd. nigro, segmentis margine flavis, 1 et 2. latoribus, petiolo sulcato.  
*abruptorius*: abd. nigro, segmentis margine flavis, primo guttis quatuor transversis, scutello sulcato.  
*lituratorius*: abd. nigro, segmentorum medio dorso maculis trigonis flavis, petiolo sulcato.  
*dilatatorius*: abd. nigro, fasciis marginalibus 6 flavis, pedibus rufis.  
*arcuatorius*: abd. nigro, segmentis margine flavis, lunula flava pone scutellum.  
*polyzonius*: abd. nigro, segmentis margine fasciis 7 flavis, thorace pedibusque nigris.  
*volutatorius*: abd. nigro, segmentis 2 et 3 basi, reliquis apice flavis.  
*mercatorius*: abd. nigro, segmentis margine flavis, femoribus nigris.  
*lineatorius*: abd. nigro, segmentis margine flavis, pedibus rufis, plantis posticis nigris.  
*denticularius*: abd. nigro, segmentis margine flavis, scutello anoque bidentatis.  
*annulatorius*: abd. nigro, segmentis margine flavis bipunctatis, scutello bidentato.  
*melioratorius*: abd. nigro, segmentis marginalibus capite pedibusque rufis.  
*marginatorius*: abd. nigro, segmentis 3, 4, 5, 6 margine flavis.  
*notulatorius*: abd. nigro, segmentis margine flavis, alis macula nigra.  
*lateratorius*: abd. nigro, segmentorum lateribus et marginibus pedibusque flavis.

- *asilatorius*: abd. nigro, segmentorum marginibus flavis, thorace femoribusque posticis rufis, fronte pedibusque flavis.
- *septemcinctorius*: abd. nigro, cingulis 7 flavis, thorace antice, femoribusque rufis, tibiis luteis.
- *ecclipsorius*: abd. nigro, segmentorum marginibus rufis, alis flavis apice nigris.
- *dorsatorius*: abd. segmentis 1 et 2 aureis: macula atra, reliquis atris margine flavis.

7. *Abdomine nigro, immaculato.*

- *emarginatorius*: abd. nigro lineari, pedibus rufis, femoribus posticis nigris.
- *deliratorius*: abd. nigro, tibiis albis, thorace punctis utrinque tribus.
- *laminatorius*: abd. nigro, clypeo albo trilineato.
- *edictorius*: abd. nigro, thorace lineis duabus.
- *oculatorius*: abd. nigro, scutello albo: puncto fulvo.
- *tripunctorius*: niger linea oculari punctis thoracis et scutelli lineolis albis.
- *palpitorius*: abd. nigro, fronte maculata, pedibus rufis, tibiis posticis fuscis.
- *fossorius*: abd. nigro, fronte flava, pedibus rufis.
- *curtorius*: abd. nigro, fronte atra, pedibus rufis.
- *depressorius*: abd. nigro, segmento primo lateribus impresso, tibiis albidis.
- *cubitorius*: abd. nigro, pedibus rufis, geniculis femorum nigris.
- *tibiatorius*: abd. nigro, pedibus rufis, tibiis posticis basi albis, tarsis fuscis.
- *tetragonus*: abd. nigro, segmento primo subspinoso, fronte flava, pedibus rufis, tibiis basi albis.
- *hortorius*: abd. nigro, fronte pedibusque totis flavis.
- *pectoratorius*: abd. nigro, fronte flava, pectore pedibusque rufis.
- *angustorius*: abd. nigro, lineis frontalibus luteis, pedibus rufis, tibiis pallidis, tarsis fuscis.

*ustorius*: abd. tiliarumque apice nigris, fronte flava, pedibus rufis.

*tipulatorius*: abd. nigro, thorace antice pedibusque totis rufis, fronte fulva.

*vexatorius*: abd. nigro, lincis ocularibus flavis, pedibus rufis, tarsis posticis nigris.

*bipunctorius*: abd. nigro, ore flavo, pedibus rufis, femoribus posticis punctis duobus nigris.

*frontatorius*: abd. nigro, fronte femorumque basi albis.

*armillatorius*: abd. nigro, fronte flava, pedibus rufis, tibiis albis apice punctoque baseos tarsisque nigris.



## P I P R A E

## NOVAE SPECIES DESCRIPTAE.

AUCTORE

C. P. THUNBERG.

---

 Conventui exhibuit die 12. Aprilis 1820.
 

---

Inter Aves passeres videtur speciosum illud PIPRAE genus Patriam suam agnoscere Americam Meridionalem ejusque insulas, et imprimis Brasiliam, Guianam, Cubam, Hispaniolam et Surinamum. Saltem e viginti sex speciebus, Ornithologis huc usque notis non nisi duae innotuerunt una e nova Guinea, altera e Capite bonae Spei; reliquae vero omnes e calidioribus Americae meridionalis regionibus.

Rarissimas inter illas Gazas, tam Insectorum, quam Avium, quas liberalitati Domini Westin, Consulis in Rio Janeiro generalis, et Equitis Regii ordinis Wasaci, debet Museum Academiae Upsalien-sis, plura occurrunt specimina, tam antea Ornithologis bene cognita, ut *pareola*, *superba*, *erythrocephala*, *aureola*, *leucopilla*, *serena*, *manacus*, *cinerea*; quam huc usque ignotae aliquot species.

Ut hae novae species Cynos Ornithologiae Studiosis innotes-cent, credidi non ingrati, nec inutilem fore meam operam, quam in harum descriptionibus exarandis impendere potui.

Rarius in hoc genere majora individua occurrunt. Maxima est *superba* illa species, quae *ruricola* dicta fuit. Pleraque *Parum* tantum magnitudine adaequant. Nonnullae, adhuc minores sunt, et vix duae vel tres inter mediocres, magnitudine *Alaudae* referendae erunt.

Tredecim species, quae Museum Upsaliense exornant, jam antea notis adnumerari possunt, ut Novae, quarum Descriptiones, cum adjunctis nonnullarum iconibus, Scientiarum Imperiali et illustrissimae Academiae humillimus offero Cliens, ut in Amabilis Scientiae augmentum innotescant infinitae Sapientiae et bonitatis Summi Numinis, in his teris sparsa, magnifica Opera.

*Dignoscuntur* novae species characteribus sequentibus:

- P. caudata*: viridis collo, alis caudaque nigris; pileo coccineo; re-  
ctricibus duabus intermediis longioribus. c. fig.
- P. forficata*: flavescens maculis nigris; occipite coccineo; temporali  
macula alisque nigris; cauda forficata. c. fig.
- P. lineata*: viridis pileo coccineo; abdomine flavescente: striis fus-  
cis. c. fig.
- P. cyanea*: viridis capite, colloque; dorso coeruleo: abdomine flavo;  
remigibus antice atris. c. fig.
- P. viridis*: viridis tota, opaca; pennis caudae duabus intermediis  
longioribus. c. fig.
- P. virens*: viridis tota remigum margine caudaeque apice nigris;  
cauda rotundata.
- P. pusilla*: supra virescens capite fusco, subtus cinerescens; remigi-  
bus atris: fascia alba sesquialtera. c. fig.
- P. fasciata*: supra virescenti-fusca; remigibus nigris; pennis mar-  
gine albis et fusca duplici alba.
- P. frontalis*: supra fusco-virescens fronte lutescente; subtus brun-  
nea; remigibus nigris: pennis margine viridibus.
- P. cephalucos*: viridis pileo albo; abdomine cinereo.
- P. flavogaster*: supra fusca pileo albo; subtus flavescens; remigibus  
albo bifasciatis et lineatis.
- P. brunnea*: supra brunnea, subtus cinereo-virescens; remigibus ni-  
gris: fasciis duabus ferrugineis.
- P. atra*: tota atra, immaculata; reatricibus duabus intermediis lon-  
gioribus.

## Descriptiones specierum novarum:

- Tab. VII. *P. caudata* inter majores hujus generis numeranda est, vel Paro  
Fig. 1. paulo major, tota nitida.  
*Rostrum*, collum, gula, alae caudaque atra, immaculata.  
*Pileus* coccineus.  
*Cauda* rotundata rectricibus duabus intermediis longioribus, obtusis.  
*Pedes* cinerei.
- Tab. VII. *P. forficata* magnitudine Ampelis garrulae.  
Fig. 2. *Rostrum* cinereum.  
*Dorsum*, uropygium, pectus, abdomen coerulea, immaculata.  
*Pileus*, tempora, alae caudaque supra atra.  
*Gula* flava, immaculata.  
*Occiput* rufescens.  
*Pectus* album fasciis atris, undulatis e maculis.  
*Abdomen* et crissum luteo - alboque varia maculis sparsis nigris.  
*Crissum* flavum, immaculatum.  
*Alae* supra atrae tectricibus baseos prope dorsum viridibus, nigro - maculatis.  
*Cauda* forficata, supra atra, subtus fusca, longitudine fere corporis.  
*Pedes* cinerascens.
- Tab. VIII. *P. lineata* magnitudine vix Motacilla regulo major.  
Fig. 1. *Caput*, dorsum, basis remigum viridia.  
*Pilei* crista tota coccinea.  
*Remigum* caudaeque apices nigrae.  
*Rostrum* nigrum totum.  
*Gula* sordide alba.  
*Abdomen* prope pectus flavescens, postice albicans, totum, striis fuscis seu brunneis pictum.  
*Cauda* remigibus paulo brevior, rotundata.  
*Femora* brunnea pedibus cinereis.  
*Femina* similis, pileo tamen non coccineo, sed viridi.
- Tab. VIII. *P. Cyanea* magnitudine Pari.  
Fig. 2. *Caput*, collum, gula viridia.

*Pectus*, abdomen et uropygium laete flava.

*Pone* collum fascia, dorsum et tectrices alarum cyanea.

*Remiges* majores nigrae margine tenuissime virente.

*Cauda* rotundata, supra atra, subtus fusca, alis paulo longior.

*Rostrum* nigrum, basi pallidum.

*Pedes* fuscii.

*Femina* similis dorso magis obscure viridi et subtus obsoletius flava.

*P. Viridis* magnitudine Pari majoris, vix sex pollices longa.

Tab. VIII.

Fig. 3.

*Corpus* totum viride, non nitens, caudae remigumque apicibus fuscis.

*Gula* paulo pallidior, uti et caput et abdomen.

*Rostrum* et pedes cinerei.

*Vibrissae* nigrae, porrectae, breves.

*Cauda* rotundata, alis paulo longior, reatricibus duabus exterioribus paulo longioribus, forficatis.

*P. Virens* magnitudine Pari vix major.

*Rostrum* cinereum.

*Tota* supra saturate viridis et nitens maculis fuscis dorsalibus, caudae apice et marginibus remigum atris. Subtus obscurius virescens abdomine pallidiore.

*Pedes* fuscii.

*Cauda* rotundato-obtusa, alis longior.

*P. pussilla* magnitudine vix Motacillae reguli, adeoque inter minimos hujus generis.

Tab. VIII.

Fig. 4.

*Rostrum* atrum.

*Caput* supra nigrum.

*Collum*, dorsum et basis alarum fusco-virescentia.

*Remiges* atrae pennae interioribus margine albis; fascia transversa sesquialtera e maculis albis, quatuor scilicet prope basin et duabus in medio remotis.

*Gula* et collum cinerea.

*Abdomen* lutescens.

*Cauda* rotundata, fusca, alis aequalis.

*P. fasciata* magnitudine Pari majoris.

*Supra* tota ex virescenti fusca, immaculata.

*Subtus* gula et collum cinerea, abdomine postice albo.

*Remiges* nigrae pennis omnibus margine albis, exterioribus tenuissime, interioribus latius. Praeterea fascia ante basin duplex e maculis albis.

*Rostrum* et cauda nigra.

*Cauda* rotundata, subtus pallidior, alis longior.

*P. frontalis* magnitudine Pari minoris.

*Rostrum*, cauda et pedes nigri.

*Frons* sordide lutescens.

*Caput* et corpus supra virescenti-fusca, immaculata.

*Gula*, collum, pectus, abdomen, crissum brunnea, immaculata.

*Remiges* nigrae pennis omnibus margine tenuissime virescentibus.

*Cauda* fusca, alis longior.

*P. cephalucos* magnitudine circiter Pari.

*Corpus* totum supra viride, remigum et caudae apicibus atris; subtus gula et pectus cinereo-virentia; abdomen postice cinereo-albidum, immaculatum.

*Pileus* totus niveus.

*Rostrum* pedesque atri.

*Cauda* rotundata, remigibus parum longior.

*Differt* a *Pipra atrocapilla* corpore viridi.

*P. flavogaster* magnitudine Fringillae domesticae.

*Tota* supra cinereo-fusca; subtus pectore cinerea, abdomine et crisso flavescens.

*Rostrum* et pedes nigri.

*Crista* pilei nivea, tata et fereoculta plumis cinereo-fuscis.

*Remigum* tectrices apice albae, ex maculis duplicem formantibus fasciam. *Pennae* alarum exteriores tenuissime albae, interiores latius niveae.

*Cauda* rotundata, alis longior, subtus pallidior.

*P. brunnea* Paro paulo minor.

*Supra* tota brunnea, subtus cinereo-virescens lineis obsoletis, fuscis.  
*Rostrum* supra nigrum, subtus albidum.

*Remiges* nigrae marginibus pennarum fasciisque duabus macularibus  
 brunneis.

*Cauda* nigra, rotundata, alis longior.

*Pedes* nigri.

*P. atra* magnitudine circiter *Pari*.

*Tota* corpore supra infraque, rostro pedibusque aterrima, immaculata.

*Remiges* et cauda subtus pallidiores, basi albicantes.

*Cauda* rotundata, alis longior, pennis duabus intermediis longio-  
 ribus.



DE SINGULARITATE VENÆ CAVÆ INFERIORIS ET QUORUNDAM RAMORUM ARTERIAE AORTÆ.

AUCTORE

P. ZAGORSKY.

---

Conventui exhibuit die 26. Aprilis 1820.

---

Sub dissectione quatuordecim plurium cadaverum humanorum, et solidarum partium, oeconomiam hominis constituentium praeparatione, ad fabricam earum medicinae alumnis, meis in Imperatoria Medico-Chirurgica Academia auditoribus, demonstrandam, frequens mihi supeditatur occasio diversas organorum ratione formae, situs, numeri, etc. observandi anomalias. Et paene nullus praelectionum anatomicarum absolvitur annuus cursus, quin in hoc vel illo subiecto, coeterum bene constituto, unius alteriusve partis internae qualiscunque contingat varietas.

Quamvis autem in universa corporis humani compage abnormitates occurrere solent, nullum tamen his magis obnoxium est systema, quam circulatorium. Vasa prae omnibus organis frequentiores et insigniores, quo ad ortum, capacitatem, gressum, numerum et in ramos divisionem, sistunt nobis irregularitates, quae tamen ut plurimum tantum abest ut perturbent vel impediunt, ut potius nonnunquam faciliunt et promoveant partium functiones.

Notabiliorum systematis vasculosi varietatum aliquot historiae, jam anno 1807 et 1808 a me descriptae et Conventui Academico exhibitae, ex decreto ejus in Actis Academiae divulgatae sunt.

Ab eo etiam tempore, si quid in organis insoliti vel, qualiscunque respectu, anormis inter meas occupationes sub oculos cadebat, notare et colligere non neglexi; et hoc modo non paucum

denovo observationum numerum collegi de iis variarum partium animalis, quae ad statum hominis physiologicum pertinent: sed ex illis graviores tantum, speciatim circa vanae eavae inferioris truncum et ramos quosdam arteriae Aortae, in variis subiectis, vario tempore observatae, in sequenti descriptione sistuntur.

I. *Truncus venae cavae inferioris singulari modo constitutus.*

In hominis-adulti cadavere, cujus systema venosum materia ceracea erat impletum pro demonstratione, vidi truncum venae cavae inferioris plane peculiarem. Truncus hic, qui ex confluxu duarum venarum iliacarum, semper infra Aortae in iliacas arterias divisionem, ad vertebrae lumbalem ultimam constituitur, in nostro subiecto formabatur, contra morem suum, multo superius; scilicet ad vertebrae ejusdem classis primam, vel, ut strictius dicam, ad synchondrosin hujus cum secunda vertebra et circa initium sulci semicylindrici hepatis, per quem ille pergere solet ad suum exitum. Ex tali venarum iliacarum in truncum serotino confluxu, necessario sequi oportuit, ut omnes illae venae, quae infra hepar utrinque in truncum cavae communiter desinunt, in iliacas venas abirent, utraque nempe renalis, succenturiata dextra (sinistra cum renali sui lateris conjungebatur), ambae spermaticae internae, et quatuor paria venarum lumbalium. Porro ad exitum illius trunci in sinum cordis prominebat plica semilunaris sat conspicua, quae nomine valvulae Eustachii insignitur et quae raro in adultis invenitur.

II. *Ortus arteriae mesentericae superioris cum coeliaca communis.*

Truncus arteriae mesentericae superioris, qui, in plures majores ramos per mesenterium distributus, huic et majori parti tubi intestinalis numerosissimis ramis suis prospicit, constanter propriam habet originem a regione antica Aortae abdominalis, mox sub arteria coeliaca, eo loco, qui corpori primae vertebrae lumborum correspondet. Inter plurima, a me secta cadavera, unum tantum vidi,

in quo haec arteria non a loco sibi destinato, sed a trunco arteriae coeliacae ortum ducebat communem cum tribus ejus ordinariis ramis, scilicet coronaria ventriculi majore, hepatica et splenica arteriis. Truncus coeliacae arteriae in hoc subiecto multo crassior erat, et quatuor illas arterias sic spargebat, ut coronaria ventriculi superum, mesenterica superior inferum locum, hepatica vero et splenica laterales trunci oras tenerent. Dereliquo omnes hae arteriae coeliacae propagines in tractu suo et ramificatione ordinario modo sese habebant, nisi excipias arteriam splenicam, quae paulo minor, quam fieri solet, videbatur.

### III. *Arteria hepatica duplex.*

In alio subiecto vidi ramum longitudine et crassitie insignem, qui ab arteria coronaria ventriculi majore s. stomachica sinistra ad hepar, iuxta et pone curvaturam ventriculi minorem, tendebat; et unacum arteria hepatica, quae iusto minor erat, perveniens ad fissuram magnam hepatis, simili modo ac haec dividebatur in ramum dextrum et sinistrum. Peculiaris ille arteriae stomachicae ramus rite appellari potest *arteria hepatica secundaria* sive *subventitia*: suppetias enim videbatur tulisse arteriae hepaticae, quae, ob exiguitatem suam, praegrandi visceri nutriendo minus sufficiebat.

### IV. *Arteriae Thyreoideae superioris origo et magnitudo insuetae.*

Thyreoidea superior arteria, quae etiam laryngea superior dicitur, semper suam trahit originem a Carotide externa, rarius supra, saepius ad ipsum huius arteriae a Carotide communi initium; sic ut potius e trunco Carotidis communis, quam e trunco externae Carotidis oriri videatur: sed mihi semel ortus thyreoideae arteriae superioris insolitus est visus in uno latere hominis adulti, cujus cadaver per arterias erat injectum. Truncus hujus arteriae in illo subiecto reapse incipiebat a parte interna Carotidis communis, et quidem, ad distantiam fere pollicis integri, infra bipartitionem trunci ejus in Ca-

rotidem externam et internam; inde iuxta Carotidem communem oblique ascendens ad illam racionem Carotidis externae, ubi vulgo ex hac arteria oriri solet, factaque deorsum curvatura, pergebat ad glandulam thyreoideam; sparsisque ramis musculis vicinis et partibus laryngis externis, distribuebatur in utraque illius glandulae superficie, Praeter ortum insolitum, arteria thyreoidea superior id etiam peculiaris habebat, quod truncus eius, communiter crassitiem caulis straminis secalini non superans, in nostro subiecto duplo major erat, et pennam scriptoriam paene aequabat; quodque rami ejus, ad partem anticam glandulae thyreoideae tendentes, multo capaciores, quam par est, et magis superficiales erant, sola cute et musculo platysma-myode tecti. Haec anormitas arteriae thyreoideae superioris in latere sinistro occurrebat; e contra socia sibi arteria lateris dextri nullam irregularitatem sistebat.

#### V. *Duplex arteria ulnaris recurrens.*

Saepius haec arteria ex communi trunco arteriae interossee et ulnaris, quam ex hac ultima provenit. Mihi duo casus obvenerunt, ubi praeter ordinariam, alia recurrens, quae inferior dici potest, erat. Haec, superiore longe major, oriebatur immediate ex arteria ulnari, mox infra eius a trunco communi initium. Inde assurgens, ramisque suis prospiciens musculis flexoribus: profundo, sublimi et ulnari interno, pergebat ad partem internam articulationis cubiti, ubi, capiti communi illorum musculorum et ligamentis cubiti ablegatis surculis, copulabatur cum arteriis communicantibus brachii internis. Ordinaria recurrens, quae in hoc casu superioris nomine insigniri debet, a loco ordinario, id est a trunco communi exorta, sparsisque ramis capiti communi musculorum flexorum, parti superiori pronatoris teretis et inferiori muscoli brachialis interni, currebat ad partem internam et anteriorem juncturae cubiti, ibique, in ligamentis ejus sese distribuens, anastomosin faciebat cum communicantibus brachii internis. Nonnunquam duae recurentes proveniunt a trunco communi, sed minus notabiles. Notandum porro est, quod in illis

subiectis, in quibus recurrens inferior ulnaris aderat, perexiles erant aliae recurrentes, scilicet radialis et interossea, et vix apparebant vestigia anastomoseos earum cum arteriis brachii communicantibus externis.

Ex observatione II. III. et V. patet, quomodo provida natura defectum vel insufficientiam alicujus canalis, per capacitatem majorem alterius vicini vasis vel numerum auctum ramorum, vel per aliud vas ex fonte propinquo advenum, supplere et compensare valeat, ne partes debita nutritione deficiant et humorum circulatione. Observatio IV. cautelae eorum servire potest, qui praxin chirurgicam exercent, ut in abscessibus aperiendis vel tumoribus extirpandis, in parte antica colli ad glandulam thyreoideam occurrentibus, sint circumspecti.



## ADDITAMENTA CONCHYLIOLÓGICA

AD ZOOGRAPHIAM ROSSO-ASIATICAM.

SPECIMEN PRIMUM.

AUCTORE

TILESIUS.

---

 Conventui exhibuit die 1. Novembr. 1820.
 

---

Post regressum a sede Petropolitana in patriam continuo animalium inferiorum Rosso-Asiaticorum, quorum reliquiae supersunt, numerum admodum parvum perlustravi, quo Zoographiam Rosso-Asiaticam a *Pallasio* celeberrimo nostro tam copiose et felicissimo cum successu inchoatam continuarem, sed proh dolor! mihi non sunt nisi Camtschatica, a me ipso, occasione circumnavigationis terrae cum celeberrimo *Krusensternio* peractae; collecta, et haec quidem plerumque detrita atque imperfecta. In eodem fere statu pauciora, adhuc a *Pallasio* ipso collecta et Berolini post mortem auctoris reposita, inveniebantur, quae, paucis exceptis, genere et specie fere omnia cum meis conveniebant. Adjecta erat brevis enumeratio animalium inferiorum a *Stellero* et *Merckio* lectorum, partim incerte satis definitorum, absque ulla descriptione consignata, adscriptis tamen quaerelis de penuria ac defectu Faunae Rossicae in inferioribus. Revera itaque confirmatum est, quod auctor indefessus quondam, in litteris, post regressum ex itinere ad me missis, de inopia Faunae in inferioribus animalibus respectu superiorum clamitavit, et ipse largus et ditissimus in mammalibus et avibus suis descriptis cum sese pauperum in inferioribus et molluscis, testaceis et zoophytis fere destitutum videret, propter penuriam, qua Fauna laborat in inferioribus describendis, commotus opus cum tertio volumine repo-

suit. Insecta Entomologis *Klug* et *Schiippelio* Berolinensibus elaboranda et publici juris facienda, praefestinante morte, tradidit auctor, ut quartum implerent volumen, a me vero petiit, ut in quinto Helminthologiam vel Molluscorum et Zoophytorum Rossiae historiam elaborarem eamque eodem implendo et totum opus concludendo iconibusque adjiciendis curarem. Molluscorum perpauca in terris Camtchaticis vidi, Zoophytorum plura, ita saltem, ut piscibus quoad numerum respondeant. Testaceorum vero paucissima sunt. Reducuntur nempe ad Chitonem unicum, duos vel tres *Balanos*, totidem *Lepades*, *Myam* unicam, duos *Mytilos* et quas *Stellerus* annotavit, *Concham rugosam Aldrovandi*, *concham longam primam Rondeletii* (soleram), spondylum *Aldrovandi* et quae mihi Ochoti amicorum cura collecta et transmissa fuere, pectines Islandicos, *Ostreas croceas* et *Mytilos fabas*. Ex omnibus hisce nil nisi *Balanum* et *Lepadem*, *Mytilum* et *Ostream* vivam vidi.

Initium faciam autem cum *Mya* admodum singulari et curiosa a *Stellero* collecta et descripta et a *Stelleri* pictore dexterrimo *Berkhan* ad naturam picta. Descriptionem *Stelleri*, ex historia ejusdem rejectaneorum et subjectorum marinorum nondum typis impressa decerptam, a *Pallasio* conservatam simul cum icone *Berkhani* schedis *Pallassii* intermixtam inveni et publici juris faciendam censi. *Stellerus* *myam* in corpore tam paradoxo non recognoverat, at *Palladius* eam pro *Mya* agnovit et adscripsit conchae definitionem: „Concha ventricosa cartilaginea bivalvis, valvulae scabriusculae transversim cingulis cinctae.“ Adjecit simul testarum sequentem descriptionem: „Testae oblongae, subovatae, fornicatae, dehiscentes, cardine edentulo junctae, semi-orbiculari utrinque concavo introrsum exstructae, extus elevatae convexae scabriusculae, fasciis abruptis albidis, sulcis callosis non admodum profundis, ab umbone ad marginem exaratae. Margo valvularum tenuissimus tenerrimisque fibris epidermidis coriaceae intertextus.“ De animalculo molliori, cartilagineis testis incluso, paradoxo, tacet.

*Stellerus* vero animalculum prae ceteris respexit et concham cartilagineam non sine magno errore alio quodam animalculo, *Mytilo* nempe, adscripsit, a quo toto coelo differt. Mentulam marinam *Numenii* appellavit, forsan, quoniam simile quidquam in *Numenii* Heracliothae libro (*αλιευτικῶν*) descriptum legerit, qui ab *Athenaeo* laudatur. Hic enim solus est, qui de marinis ac piscatura scripsit, idemque non solum a Philosopho Pythagoraeo et Platonista, qui seculo secundo post Christum natum vixit et Apameae in Syria natus erat, sed etiam a Pyrrhoniano Philosopho et ab oratore ejusdem nominis, simul cum Hadriano imperatore vivente, distinguendus est.

*Miya Priapus vel Mentula marina* Stelleri, a Berghano, *Stelleri* pictore, delineata, a Stellero ipso descripta ac annotationibus quibusdam explicata a Tilesio.

Mentula marina *Numenii* in Mytili concha delitescens, corio rugoso fusco obducta, glande duobus rubris foraminibus pertusa (<sup>1</sup>).

Subjecti hujus, licet aspectu perobscoeni admodum, tamen curiosi, uberiolem definitionem figuramque ad vivum, magnitudine naturali, una cum concha sua sisto, idque eo lubentius ago, quo magis auctores in hoc describendo subjecto incerti ac confusius nomen quamplurimis subjectis marinis imposuerunt omniumque icones apud Aldrovandum et Rondeletium a nostro alieni sint.

Vocatur *Numenio* mentula marina, aliis *Holothurium* (<sup>2</sup>). *Apulejo* in *Apologia Veretillum* (<sup>3</sup>). Non dubitarem eam esse secundam Rondeletii speciem, nisi me *testae cartilagineae* additamentum

(<sup>1</sup>) Ascidiarum characterem duo orificia in una eademque extremitate exacte indicant, licet forma non conveniat.

(<sup>2</sup>) *Holothuria* sunt *Centronia*, vel *Mollusca radiata*, tentaculis radiatis circum os centrale distincta, ad utramque extremitatem uno tantum orificio instructa.

(<sup>3</sup>) *Veretillum* est pennatula.

ab hac sententiâ avocaret, quin potius *Alberti* ostreum <sup>(4)</sup> crederem, membrum virile fovens, ac simul priorem *Gesneri* speciem a *Sittardo* illi oblatam, ob definitionem, licet minus sufficientem, in nostrum tamen subjectum quadrantem.

Nostrum eliminatum est circa ostium fluvii magni, Bolschaja Reka dicti, 8 pollices longum, in diametro sesqui-pollices latum. Cartilagineae conchae <sup>(5)</sup> Mytuli, potius Myae, 4 pollices longae  $2\frac{4}{10}$  pollices latae, extus cinereae, hinc inde coerulescenti scabrae lamellari, inaequaliter elatae, intus albae et sordidae, posteriore parte crassiori *inhaeret*. Parte dimidia cute fusca rugosa crassiuscula facile abscissili ad glandem usque integitur et quae tum ad concham pertingit extus eam *investit*, obvolvitur seque hac ratione in ea obfirmat, ex quo, cum interne nulla parte conchae adhaereat <sup>(6)</sup>, conjicio, eam non propriam subjecto esse testam, sed aliunde ascitiam, ita ut *Bellonio* vitio non dandum, si solum occurrere maris hoc purgamentum dicat, nec *Rondeletio*, testam *cartilagineam* tribuenti, nec *Alberto* Ostrei, quippe solutus quaecumque sibi modo idoneam eligat Concham, quod auctoribus non animadvertentibus tot diversitates peperit.

Mentula haec marina parte anteriori ad 4 pollices, quantum e testa prominet, teres, consistentia, forma et reliquis omnibus attributis membrum virile erectum refert, ita ut, extra testam inventum, Eunuchi spoliū esse cuius persuadeat. Erigitur hirudinis more ac in se iterum contrahitur <sup>(7)</sup>. Erectum pedem superat ambitusque

(4) Non est cartilagineum.

(5) Non est Mytili forma, sed Myae, et Mya et Mytili conchae non cartilagineae sunt, sed calcares testaceae.

(6) Lamellae cartilagineae, fibrae musculares et epidermis omnino cum corpore coriaceo cohaerent.

(7) Haec omnino contradictionem *Stelleri* probant. Cum enim *Priapus* in ipsa testa cartilaginea punctum fixum habeat, quod *Ascidiae* libere in undis agitati ejusque corpori cylindrico comprimendo, aëremque exprimendo inserviat et in se retrahendo locum suppeditet, absque testa nec erigi neque contrahi ab omni parte posset.

augetur, cute detracta candidum, membro virili assimilatur, parte anteriori, subrotunda parumque acuminata, glande quasi munitur, *orificiis duobus* rubris *pertusa*, parte posteriori, quantum conchae includitur, ventricosiori, latiori ac depressiori; ad initium quartae longitudinis partis foramen magnitudine hastulae argenteae patet ano? subtus contiguum, cui stylus immissus varia directione *per ambo officia* exibat; cum eundem, jam flaccidum et mortuum, tubi ope inflarem, glandis orificiis compressis, naturali suo vigori se restituebat intumescens: *ambo officia* intus carnoso, ad orificium crasso, dein subinde magis gracilescente, septo discriminantur, quod uno pollice a glandis remoto orificio deficit; superius orificium pulmonum aut branchiarum vices subit (<sup>8</sup>) superiorique orificio supra anum canali suo respondet, ut inflatio, respirationis vices subiens, necessario ita contingat, aperto foramine superiori aëreque recepto caruncula seu septum inferiore parte inferioris orificii canalem, superiori superioris orificium claudit, respiratorium autem orificium pene penitus vento inflato a ventriculò per ani sphyncterem sursum adacto clauditur, ita clausus autem ac aëre distentus natationi aptus evadit (<sup>9</sup>), cum alias, ob molem, ad natationis mechanismum prorsus ineptus sit, et propter pinnarum defectum semper mergi deberet. Inferiori orificio glandis, ubi septum deficit, gula adnata, quae recta ad anum tendit ambituque calamum anserinum capacitatem attingit, uno pollice autem ab ano in ampullam distenditur, ita ut ventriculus cum canali suo Barometri ampullam cum suo canali referat, pylorum ab ano vix tres lineas distat; anus autem valido sphynctere clauditur qui structura sua suturam scroti inferiorem exacte exprimit; a ventriculo autem valde robusta membrana utrinque ad latera diffunditur, per quam vasa nutritioni inservientia, veluti canales, unde Priapus obsonium haberet, communicantur. Discissus albus est, carnem su-

(<sup>8</sup>) Haec omnia Ascidiarum affirmant, etsi liberam et nulla basi, nisi conchae, quae locum bases occupat, affixa.

(<sup>9</sup>) Haec iterum affirmant, testam huic Ascidae liberae pro basi affixa et fortius comprehendenda, si ad fundam maris descendere velit, datam esse.

illam refert, 4 lineas crassus, odoris valde virosi ac gentilitii, excrementa continet flavicantia.

*Mya Priapus*, vel *Mentula marina Stelleri*, exemplis quibusdam Myarum Groenlandiae explicata.

Myae quoad anatómen molliorum partium nondum satis perspectae neque cognitae in genere offerunt *Ascidias* liberas, loco baseos conchis bivalvibus altera extremitate hiantibus affixas vel inclusas, quarum corpus cylindraceum e testis longe prominet et papillis binis orificio perforatis retractilibus, praeputio quasi obductis, terminatur. Nostra *Camtschatica Mya*, *Priapus* ob formae similitudinem dicta, corpore prae caeteris longo crassoque, parte plus quam dimidia testam prominente gaudet cylindraceo et, excepto *Stellero*, a nemine peregrinatorum *Camtschaticorum* lecta. Omnium Myarum vero propter magnitudinem, figurae monstrositatem et testarum cartilaginearum compagem memoriae dignissima, nostra forsán genus illustrabit. Hanc ob causam iconis et descriptionis *Stelleri* oblivioni eripiendae et exemplis explicationibusque illustrandae consilium coepi.

*Cuvierus* (Regne animal Tome II. pag. 487.) Myarum characterem ita constituit: „A le manteau ouvert par le bout antérieur, ou vers son milieu seulement, pour le passage du pied, et prolongé de l'autre bout en un tube double, qui sort de la coquille, laquelle est toujours plus ou moins baillante par ses deux extrémités.“

„Les Myes n'ont que deux valves à leur coquille oblongue, dont la charnière varie; le pied est comprimé et le double tube forme un gros cylindre charnu etc.“ Haec satis confirmant, *Priapus Stelleri* nec ad *Actinias*, neque *Holothuriones*, sed ad *Myas* referendum esse. Praeterea in simili climate similem speciem hujus generis *Otto Fabricius* (Faun. Groenland. p. 407.) invenisse videtur: verba enim, quae de *Mya* sua truncata et arenaria refert, in nostram speciem quodammodo quadrare videntur. Ex ejusdem aucto-

ris descriptionibus Myarum clarum fit, quid de inferiori orificio hujus animalis, quod *Stellerus* anum appellavit, sentiendum sit. *Fabricsius* suam ita descripsit: „Testa bivalvis, ovata, rudis, convexa postice vel extremitate clausa rotundata paulo latior, antice angustior, truncata, medio latissima, ob umbones apice suo extra cardinem prominentes. Striae transversales latae, distantes, testae figuram describunt, quas in testa decorticata aliae minores intercurrunt. Ceterum testa laevis, alba cretacea, epidermide tenui, in aliis flava, in aliis (praesertim majoribus) fusca vel ferruginea. Nates plerumque denudatae. Hiatus testae terminalis magnus, interne argenteo colore nitet, reliquo interiore albo minime glabro, nisi locis, ubi animal adnatum fuit.

„Animal cardini subjectum ovatum, albo flavicans, carnosum est, anteriorem ventriculum suum habet liquore nigro plenum. Corpus hoc circumdat sacculus tenacior totam testam interne investiens et antice proboscide exsertili *longa* instructus. Proboscis haec cute rugosa, ut prolongatione epidermidis testarum obducta est et fissuram (?) rubram terminalem habet.“ (Forsan papillae terminales in praeputium retractae fuerint et fissuram simularunt) „Praeterea in sacculi latere ad marginem valvularum *apertura* alia *ovalis postica* (anus a *Stellero* dicta) indeque canalus longitudinalis exterior versus proboscidem producit. Habitat in fundo argilloso sinuum maris Groenlandici copiose. Sub argilla vivens non conspicua se prodit foramine, unde proboscidem suam porrigit victus quaerendi gratia.

a) *Usus*. Editur cocta ab incolis; b) testa interdum cochlearis locum supplet. Praeterea c) *Trichechus Rosmarus*, canis lagopus, corvus corax, anas spectabilis in hac *Mya* cibum vulgarem habent. Sub maris descensu periodice colligitur.“ Caeterum *Mya arenaria* et truncata pro una eademque specie habentur. Tertiam vero descripsit, byssiferam nempe (pag. 409. l. c.) rudiori testa, cardine edentulo, ut in nostra, hospitem oblongum carnosum longitudinaliter

aeque canaliculatum gerentem, ex cujus apertura sacculi postica, quae a *Stellero* perperam anus dicebatur, byssum more mytilorum emittere valet, quo corporibus peregrinis sese affigit. Caeterum cingitur primum labiis 2 internis, teneris, expansilibus, deinde sacculo, qui totam testam interne vestit, valvulas combinat et antice prolongatur tubulis 2 longis pro lubitu contrahendis vel per hiatum testa in longitudinem ejus exserendis, cohaerentibus quidem, sulco tamen interstitiali distinctis *apicibus rugosis perforatis sanguineis* (10). Ex his tubulis margini testae propior in cavitatem sacculi fert et pro ore habendus est; alter vero cum antica parte corporis connexus et alterius canali cum ventriculo, in dorso corporis jacente, combinatus est, igitur pro ano assumendus (11). Apertura etiam ovalis postica (scilicet byssifera) sacculi ut in praecedentibus speciebus (12).

Praeterea ligamentum magnum transversum anticum et posticum, ad valvulas claudendas, ut in *Mytilis* et aliis bivalvibus. Tacta aquam expuit seque contrahit, ut *Ascidiae*.

Si libera, bysso se affigit; sin vero sacculo inclusa, tali non utitur, quoniam tam occulta, ut nihil nisi extremitas tubulorum vel papillarum sanguinearum conspici possit."

Haec de speciebus *Myae* Groenlandicis exempla attuli, ut *Priapum* nostrum *Camtschaticum*, simili forma et figura constructum, forsitan etiam byssiferum, licet byssus *Stelleri* et pictoris oculis sese subduceret, comparando illustrarent et peregrinatores *Camtschaticos*, *Groenlandicos* et *Americanos* ad animalia *Myarum* curatius perscrutanda incitarent.

(10) Ex his omnino illucet, *Myam* byssiferam etiam papillas perforatas sanguineas, praepudio rugoso inclusas, habere et cum nostra convenire, vid. Tabulam ad apicem proboscidis a. b.

(11) Assumit ergo *Fabricius* orificium pro ano, quod a *Stellero* branchiale censebatur vel respiratorium. Sub iudice lis est et erit, donec intestina et interna structura corporis *Myarum* curatius perscrutata sint, at orificium posterius vel inferius, quod perperam a *Stellero* pro ano habebatur, tamquam byssiferum, observationi *Othonis Fabricii* confirmatum est et forsitan ejusdem observatoris fide. — — —

(12) Omnes *Myae* byssiferae, quae tali orificio instructae sunt.

Profecto *Rondeletii* mentula marina secunda (p. 129. e. m.) cujus icon Ascidiam exprimit a fundo, vel a basi solutam, secundum descriptionem non *Ascidia* proprie sic dicta fuit, sed *Mya*; inquit enim ipse *Rondeletius*: „Neque Zoophyton istud a Mentulae contractae forma multum distat, si eam cum scroto accipias: ex dura quidem *testa* constat, sed veluti *cartilaginea* spissa, *rugosa*, *perspicua*, Foramina a sese sejuncta habet, quibus aquam rejicit, quum comprimitur.“ *Rondeletii* mentula fere conica est, *Stelleri* Priapus vero cylindricam potius obtinet formam, quoniam corio concham obducente destitutus erat, quo concha ipsa in conspectum veniret. (vid. Tab. IX.).

Nil aliud enim nisi corium, concham obducens, *Rondeletius* de scroto dicens intelligere potest et *Stellerus* ipse hanc partem cum sutura scroti comparavit. De tertio orificio circa hiatum conchae aperto, quod *Stellerus* perperam pro ano habuit, *Fabricius* autem byssiferum demonstravit, *Rondeletius* tacet.

*Rondeletius* igitur nostram forsan cum corio delineavit obductam illaesam, inde forma versus concham corio dilatatam differt et similem scroti refert vel a cylindrica in conicam abit.

*Stellerus* Priapum non ante, sed post corii concham obducentis dissectionem, pictori tradidisse videtur, ut denudatam concham cartilagineam, tam ob structuram, quam ob substantiam, memoriae dignam prae caeteris delinearet; altera enim concha, vel testa cartilaginea, (vid. Tab. IX. Fig. 1. *d. e.*) jam diffracta, altera (*f*) adhuc integra ac illaesa fuit. *g*) Fibrae musculares sacculi praedicti ventriculum et intestina cingentis, *h*) vasa nutrientia, sub corio sita, ex utraque ventriculi membrana laterali valida vasculosa, quae a *Stellero* ipso in adjecta figura secunda *hh* calamo delineatae sunt, progredientia, *c*) orificium posterius et inferius, *Stellero* anus, *Fabricio* byssiferum dictum, suturam scroti referens, exprimere videntur. Tab. IX.  
Fig. 2.

*Linnaeus*, licet animalculum molle Myarum testis inclusum, porrectum, cylindraceum, rugosum, papillis duabus retractilibus san-

guineis perforatum, Ascidiam vocaverit, certe non veras proprie sic dictas Ascidas in iis quaesivit, sed potius generalem characterem in duobus orificiis ad glandem sitis indicantem, Ascidiis similem, annotare voluit et terminus Ascidia pro animalculo Myarum in Opere systematico indicando hic nil aliud significat, ac Myarius Francogalorum, licet melior sit et characterem denotet animalculo proprium.

Ascidas caeterum, quoad structuram internam corporis et formam externam, haud parum diversas esse a Myariis, non solum ex tribus Myariorum orificiis videmus, quorum corpus liberum est nec ulla basi affixum, sed etiam *Stelleri* experimenta cum Priapo suo instituta et *Fabricii* descriptiones Myarum, si easdem imprimis cum egregiis Ascidiarum descriptionibus anatomicis *Meckellii* <sup>(13)</sup> et *Cuvieri* <sup>(14)</sup> comparare velimus, satis probant; ac si partes internae Myariorum aequali assiduitate ac studio perscrutatae jam essent, ut hoc in Ascidiis factum est, parum nobis superesset optandum,

---

(13) In Dissertatione Halensi 1814. *Schalk* de Ascidiarum structura, cum tabula aenea.

(14) *Cuvier* Mémoires sur les Mollusques et leur anatomie in 4<sup>to</sup> maj. Paris 1817. Mémoire sur les Ascidies et leur anatomie, cum tribus tabulis aeneis.



TRACHYDERES,  
INSECTI GENUS, ULTERIUS EXAMINATUM ET AUCTUM  
SEX NOVIS SPECIEBUS,

DESCRIPTIS A

C. P. THUNBERG.

---

Conventui exhibuit die 28. Februarii 1821.

---

Celeberrimus, et saepe laudatus *Linné* ad *Cerambycis* Genus olim amandaverat ingentem Insectorum Cohortem, quae recentiores deinde Entomologi ad distincta et nova Genera vetulerunt, postquam in diversis terris innumerae fere species detectae Musaeorum Europaerum Magnificentiam, mirum in modum, adauxerunt. Hinc constituta fuerunt, plus minus ampla Genera, a Cerambycibus separata, *Rhögium*, *Gnoma*, *Saperda*, *Callidium*, *Clytus*, *Lamia*, *Stenacorus*, *Calopus*, *Acrocinus*, *Prianus* et tandem nuper *Trachyderes*. Tot fuerunt ad finem vergentis praeterlapsi et initium hujus, quo vivimus, seculi nova inventa: tanta indefessorum Entomologorum gloriosa et immortalia merita!

Quatuordecim species *Trachyderis* Generis anumerat Dom. *Schönherr* in *Synonymia* sua, P. I. 111. p. 364 - 367, et quibus *T. hirticornis* ad aliud, idque novum genus abire debet. E reliquis tredecim speciebus Sex mihi videre non contigit, neque D. *Schönherr*, in Musaeis exoticis tantum occurrentes, scilicet: *bilineatus*, *quadrioculatus*, *porcatus*, *scutellaris*, *bicornis* et *abbreviatus*.

*Septem Species*, quae huc usque optime innotuerunt, sunt sequentes:

1. *Succinctus*: elytris rubris: fascia flava.
2. *striatus*: elytris rubris: lineis decem flavis.
3. *signatus*: elytris nigris: lituris flexuosis testaceis.
4. *bicolor*: elytris dimidiis basi rubris, apice nigris.
5. *dimidiatus*: elytris nigris: basi ad suturam flavis.
6. *morio*: elytris nigris, immaculatis; antennis basi ferrugineis.
7. *rufipes*: elytris nigris, immaculatis; antennis flavo-nigroque annulatis.

Has inter Trach. *succinctus* in multis collectionibus occurrit et multum quoque variat tam magnitudine, quam fasciae dorsalis forma. Ceterae species rariores sunt: Omnes ex Americae meridionalis insulis et continente oriundae, praesertim e Cayena et Brasilia.

*Novae species*, quae hisce addi possunt, etiam omnes et singulae vel e Cayenna, vel etiam e Brasilia adportatae, sunt sequentes:

1. *flavescens*: elytris rubris: lineis quatuor pallidis.
2. *octolineatus*: elytris rubris: lineis octo atris.
3. *ruber*: elytris rubris, immaculatis, inermibus.
4. *flavipes*: elytris brunneis, immaculatis, spinosis.
5. *virens*: elytris viridibus, immaculatis.
6. *marmoratus*: elytris atris: maculis difformibus albis irroratis.

*Specierum novarum Descriptiones:*

Tab. X. Tr. *flavescens*. Magnitudine *Callidii bajuli*, totus rufis elytris postice obscurioribus.

*Caput* sulcato-inaequale.

*Antennae* setaceae, rufae, corpore paulo longiores.

*Thorax* inaequalis fovea antica cum sulco postico; tubercula duo lateralia, minima.

*Elytra* laevia, in basi utrinque foveolata, basi rufa, a medio ad apicem sordida seu fusca lineis quatuor in singulo, duabus

obsoletis, flavescens. *Apex* in margine exteriori spina terminatus

*Subtus* omnia rufa.

*Obs. 1.* Varietas exstat Elytris totis rufis lineis in singulo duabus pallidioribus, atque abdomine nigro.

*Obs. 2.* Alter sexus in toto hoc genere duplo fere minor observatur cum Antennis paulo brevioribus.

*Tr. octolineatus:* Magnitudine *Tr. succincti*, totus glaber, laevis, nitens, rufus punctis et lineis atris. Tab. X.  
Fig. 2.

*Caput* lacunosum Mandibulis apice oculisque nigris.

*Antennae* longitudine circiter corporis, filiformes, apice parum atteruatae: articulus primus conicus, secundus minimus; reliqui filiformes, flavi apice rufo.

*Thorax* convexus, inaequalis sulcis duobus transversis tuberculisque tribus lateralibus, tribusque dorsalibus apice atris cum punctis duobus nigris.

*Scutellum* apice nigrum.

*Elytra* convexa, basi et ante medium fovea triplici impressa; in singulo lineae quatuor, atrae, apicem non attingentes, sed ante apicem per paria et invicem coeuntes, omnes rectae.

*Pectus* et venter basi rufa.

*Venter* a medio ad apicem ater.

*Pedes* rufi, femoribus clavatis: puncto nigro.

*Sternum* ut in plurimis speciebus porrectum, spinosum.

*Sub gula* etiam spina porrecta.

*Obs.* Diversus omnino a *Tr. quadrioculato* erit, cum Elytra minime spina terminentur, quodque lineae Elytrorum omnino rectae, nec curvatae.

*Tr. ruber:* Magnitudine *Callidii striati*, totus rufus, opacus, laevis, autennis solis nigris.

*Caput* antice callosus callo transverso.

*Antennae* setaceae, nigrae, corpore breviores.

*Thorax* convexus, medio depressus, postice bicallosus, latere utroque callo spinoso minimo armatus.

*Elytra* convexa, immaculata, costa in singulo solitaria, abbreviata; tenuissime et vix perspicue rugulosa, marginata, apice truncata, inermia.

*Subtus* omnia rufa.

*Obs.* Callidium, primo adpectu, qua habitum, refert; sed latera thoracis bicallosa.

Tab. X. Tr. *flavipes*: Maximus in hoc Genere, *Prionem deorsarium* magnitudine fere aequat, sed paulo angustior; totus laevis, glaber, nitens, brunneus, immaculatus.

Fig. 3.

*Caput* supra inaequale, lacunosum.

*Antennae* filiformi-setaceae, II-articulatae, arcuato-patentes, ultra polliceres, corpore breviores. Articulus primus major, obovatus, crassior, brunneus; reliqui filiformes, 2, 3, 4 et 5 lutei apice brunneo; ultimi brunnei.

*Thorax* convexiusculus, antice posticeque marginatus, valde lacunosus-inaequalis, spinis utrinque lateralibus tribusque dorsalibus armatus cum costa postice transversali.

*Elytra* oblonga, marginata, convexa fovea scutellari majori, duplici baseos et duplici costali; abdomine paulo breviora, obtusa cum denticulo laterali minimo.

*Femora* clavata, inermia, brunnea.

*Tibiae*, tarsi et angules pallide lutescentes.

Fig. 4. Tr. *Virens*. Inter maximos hujus generis, Tr. *succinctum* magnitudine aequat.

*Caput* et thorax atra, sericeo-villosa, circulus heic, ut et in aliis pluribus, in capite impressus cum tuberculo inclulo observatur.

*Antennae* setaceae, corpore sesquilongiores; Articuli tres primi nigri, reliqui rubri apice atro.

*Thorax* convexus, valde inaequalis, sulco duplici transverso pro-

fundo impressus, callis spinosis lateralibus utrinque duobus armatus.

*Elytra* convexa cum fovea baseos, viridia cum macula minima humerali flava, marginata, truncata, vix spinosa, sulco in singulo duplici abbreviato, quorum exstantior et longior prope suturam.

*Subtus* omnia atra, glabra, nitida.

*Alter* sexus similis, sed duplo fere minor est, et macula humerali flava caret.

Tr. *marmoratus*: magnitudine Tr. *succincto* paulo minor, totus ater maculis et lineis obliquis variis et difformibus albis quasi marmoratus.

Tab. X.  
Fig. 5.

*Caput* atrum lineis duabus curvis dentatis albis.

*Antennae* setaceae, totae nigrae, corpore paulo longiores.

*Thorax* ater medio fovea magna depressa inter callos elevatos nitentes; postice arcus albus cruribus antrorsum spectantibus; in utroque latere linea undulata nivea cum puncto nigro incluso. Spina lateralis basi crassa, tridentata dente antico acutiori.

*Elytra* basi latiora, sensim attenuata in apicem truncatum, inermem; medio costa elevata; prope suturam plano-depressa; tota maculis difformibus, dentatis, lunatis, niveis marmorata.

*Subtus* pectoris latera et ventris margines nivei.

*Pedes* toti nigri.

*Obs.* In genere toto alter Sexus videtur duplo minor, antennis brevioribus.

*Ab* hocce Genere quoque separandus videtur *Trachyderes hirticornis*, descriptus a Dom. Schönherr, in Synonym. Ins. Append. n. 246. Verosimile est, quod cum aliis simillimis speciebus proprium constituat genus, *Batus* a memet appellatum, ab antennis diversas et corporis totius singularem struturam.

## SPECIES. NOVAE INSECTORUM E RUTELAE

GENERE DESCRIPTAE

AUCTORE

C. P. THUNBERG.

---

 Conventui exhibuit die 28. Februarii 1821.
 

---

*Rutela* est Insecti genus, quod recentiori aëvo constitutum fuit, et quod corporis forma cylindracea magis ad *Melolonthas* accedit, quam quidem ad *Cetonias* forma corporis depressa. Cum *Cetonia* tamen eximie convenit sterno spinoso, licet differat defectu squamulae humeralis, qua omnes, vere *Cetoniae* instruuntur.

Character itaque Generis *Rutelae* imprimis consistit in sterni spina porrecta et Elytrorum margine recto absque squamula humerali, nec pro dente pectoris laterali basi coarctato. Ambae hae notae facile in oculos, vel non armatos cadunt et observantur.

Quae huc usque notae fuerunt species, ab Entomologis relatae fuerunt vel ad *Cetonias*, vel ad *Melolonthas* et non nullae etiam ad *Trichios*. Cum vero haec tria genera, *Cetonia*, *Melolontha* et *Trichius* amplissima sint, plurimis ditata speciebus, adeoque non facile determinandis, examinandis et cognoscendis; non inutile erit *Rutelas* ab illis distinguere.

In variis terris species fuerunt inventae; videtur autem praesertim Brasilia harum esse Patria, unde non paucae, novae, necdum descriptae species, in Europam missae fuerunt.

Quadraginta sex species Rutelarum enumerantur in Synonymia Insectorum *Shönherriana*, quas inter prima, seu *R. caesarea* certe huc non pertinet, sed ad proprium Genus, *Goliathas* a meomet appellatum referri debet. Reliquis quadraginta quinque mihi

contingit jam addere Undecim novas, illas quidem valde exstantes et non raro elegantissimas species, scilicet:

1. *R. viridis*: tota viridis, laevis.
2. *R. cupraea*: tota cupraea elytris testaceis.
3. *R. Amazona*: elytris fusco-rufescentibus, laevibus; subtus rufa incisuris ventralibus nigris.
4. *R. ruficollis*: elytris nigris, laevibus; thorace rufo.
5. *R. chloropgga*: elytris testaceis; thorace viridi-nitente; ventre nigro; pedibus rufis.
6. *R. versicolor*: elytris testaceis, viridi-nitentibus, punctatis striatisque; subtus viridis.
7. *R. lacunosa*: elytris flavis, auro-nitentibus, punctatis, foveolatisque; capite thoraceque viridibus.
8. *R. sulcata*: elytris testaceis, viridi-nitentibus, sulcatis; capite, thorace subtusque viridi-nitens.
9. *R. jamaicensis*: elytris flavis; capitis lateribus maculisque thoracis duabus cyaneis.
10. *R. minuta*: elytris aeneo-fuscis: sulcatis: punctis minutis flavis.
11. *R. trichoidea*: elytris nigris, striatis; fascia e lineolis flavis.

Descriptiones harum specierum sequentes sunt:

*Rutela viridis.*

*Magnitudine* Melolonthae vulgaris, adeoque *R. chryside* duplo major, tota supra subtusque viridis, nitens, laevissima, glabra, absque punctis et striis.

*Clypeus* capitis integer, rotundatus, marginatus.

*Thorax* convexus, marginatus; antice angustior, lunatus; postice lobato-sinuatus.

*Elytra* vix marginata, obtusa, abdomine breviora.

*Scutellum* longitudine dimidia Elytrorum.

*Spina* pectoralis apice parum incurvata.

*Rutela cupraea.*

*Magnitudine* omnino Melol. *vulgaris*, tota glabra, laevis, e cupro nitens, elytris solis testaceis.

*Capitis* clypeus antrorsum angustior, integer, marginatus.

*Thorax* convexus; antice rotundatus, angustior, lunulatus; postice sinuatus.

*Scutellum* elytris triplo brevius.

*Elytra* convexa, marginata, absque striis et punctis laevia, minus nitida, obtusa, abdomine paulo breviora.

*Spina* pectoralis valde exstans, obtusa.

*Femora* et tibiae punctis impressis pertusa.

*Rutela Amazona.*

*Magnitudine* Scarabaei *stercorarii*, tota glabra, nitida, brunnea seu fusco-rufa.

*Clypeus* capitis excisus, antice angustior, postice convexus.

*Thorax* convexus, marginatus, antice angustior, postice sinuatus.

*Scutellum* triangulare, elytris triplo brevius.

*Elytra* convexa fovea humerali duplici, marginata, truncata, abdomine breviora, absque punctis et striis laevissima, nitida.

*Subtus* omnia rufa, fusco resplendentia.

*Spina* pectoralis exstans, obtusa.

*Variat* interdum colore magis obscuro.

*Rutela ruficollis.*

*Magnitudine* R. *Chrysidis*, adeoque inter mediocres, tota glabra, laevissima, nitida.

*Capitis* clypeus rotundatus, integer, marginatus, rufus.

*Thorax* convexus, marginatus, rufus, laevissimus, antice angustior, postice sinuatus.

*Elytra* convexa prope humeros fovea oblonga, et alia minor in basi depressa, rotundata, apice cum acumine obtusa, marginata, laevissima, abdomen tegentia.

*Spina pectoralis acuta.*

*Venter niger.*

*Pectus et pedes toti rufi.*

*Rutela Chloropyga.*

*Facie et magnitudine Melol. vulgaris, tota laevis, glabra.*

*Chlypeus capitis integer, marginatus, viridi-aeneus.*

*Thorax convexus, marginatus, fovea duplici baseos humerali minima, e testaceo et viridi nitens*

*Elytra testacea, opaca absque nitore, laevia striis paucis obsoletis, marginata, obtusa, abdomine paulo breviora.*

*Subtus omnia obscure viridia, nitentia.*

*Pedes rubri.*

*Spina pectoralis acuta, viridis.*

*Rutela versicolor.*

*Similis R. glaucae, sed Elytra huic punctato.*

*Magnitudine Melol. vulgaris, valde convexa seu subcylindrica; tota lutescente supra, e viridi splendens; subtus viridis, nitens.*

*Capitis clypeus rotundatus, integer, marginatus.*

*Thorax marginatus, antice rotundato-angustior et lunatus, postice parum sinuatus, laevis absque punctis virescens.*

*Scutellum brevissimum, elytris octies brevius, viride.*

*Elytra marginata, obsolete striata, obtusa, abdomen fere totum tegentia.*

*Spina sterni porrecta, acuta.*

*Rutela lacunosa.*

*Magnitudine Melol. vulgarem paulo superat, convexa, glabra, laevis.*

*Clypeus capitis marginatus, integer, cyaneus cum costa transversa.*

*Thorax marginatus, antice lunatus, postice sinuatus, viridis, nitens*

*Scutellum subtriangulare, viride, brevissimum, elytris saltem octies brevius.*

*Rutela trichoidea.*

*Magnitudine* Melol. *horticola*e et facie *Trichii* minoris, tota glabra, nitida, supra subtusque picea elytris magis rufescentibus.

*Thorax* convexus, antice utrinque fovea impressus, parum marginatus.

*Elytra* plana, tenuissime marginata, sulcata, apice truncata, elytris breviora; in ipso humero lineolae duae et in medio fascia flexuosa e lineolis flavescentibus.

*Subtus* omnia immaculata.

*Spina* sterni brevis, obtusa.

*Habitat* et in Brasilia et in Gviana haec species, inter Generis hujus minimas.

*Obs.* in Omnibus speciebus *Spina* pectoralis sita in ipso sterno, inter secundum par pedum.

*Elytra* marginata, medio utrinque paulo dilatata, lutea, parum e viridi splendentia, obsolete striata, per series punctata cum interjectis foveolis majoribus et minoribus, oblongis et rotundatis; obtusa, longitudine abdominis.

*Pectus*, basis ventri et femora rufescentia.

*Venter* postice niger, e viridi splendens.

*Differt* a *R. lanigera*, cui similis, eo quod tota glabra.

*Rutela Sulcata.*

*Magnitudine* Melolonthae *Julii* et *Vitis*, adeoque inter minores.

*Capitis* clypeus integer, marginatus, virscens, nitens

*Thorax* convexus, subquadratus, antice lunatus, uarginatus, viridis, nitens.

*Elytra* testacea, parum e viridi nitentia, sulcata seu grosse striata, marginata, obtusa, abdomine breviora.

*Subtus* omnia fusca, e viridi nitentia.

*Rutela jamaicensis.*Tab. X.  
Fig. 6.

*Magnitudine* et facie *Cetoniae* mediocris, supra planiuscula, supra subtusque glabra, laevis, nitida.

*Clypeus* capitis rotundatus, marginatus, flavus latere utroque cyaneus.

*Thorax* marginatus, convexus, antice angustior, postice sinuatus, flavus macula magna utrinque in medio et puncto minutissimo intra latus cyaneis.

*Elytra* marginata, plana, laevissima absque striis et punctis, rotundata, tota lutea, immaculata, abdomine breviora.

*Omnia* subtus viridia tibiis cupreis.

*Scutellum* elytris quadruplo brevius.

*Spina* Sterni acuta.

*Habitat* haec species in Insula Jamaica, unde mecum communicavit Celebr. Swartz, specimen sane omnium pulcherrimum.

*Rutela minuta.*

*Magnitudine* Melol. *horticolae* quadruplo vel sextuplo minor, adeoque inter minimas hujus generis, tota glabra, polita.

*Caput* et thorax nigra. *Clypeus* capitis rotundatus, marginatus.

*Thorax* etiam marginatus et rotundatus.

*Elytra* aeneo-fusca, subsulcata maculis baseos minutissimis et obsoletis lutescentibus; truncata, abdomine breviora.

*Spina* pectoris acuta.

*Facies* Trichii.



OENOTHERA ROMANZOWII ET STRICTA, SPECIES NOVAE,  
 DESCRIPTAE

A

C. F. LEDEBOUR.

---

Conventui exhibuit die 18. Aprilis 1821.

---

1. *Oenothera Romanzowii*.

Tab. XI. *O.* foliis glaucescentibus lanceolatis, stigmatе staminibus breviori, capsulis sessilibus cylindricis angulatis.

Hab. in imperio Chilensi, ad pagum Talcaguano. ☉.

*Radix* annua, ramosa.

*Caulis* pedalis vel altior, erectus, teres, undique pilis brevibus adpressis obductus, inferne subfuscus, a basi ad apicem ramosus.

*Rami* sparsi; inferiores tantum subdecussati, plus minusve elongati et uti superiores floriferi; intermediū breves, steriles.

*Folia* (exceptis floralibus sparsis) decussata, in petiolum attenuata, lanceolata, pilis raris brevibus adpressis, punctisque immersis squamularum ad instar nitentibus approximatis ornata; caulina et ramorum floriferorum acuta; sterilium obtusissima.

*Flores* versus apicem caulis et ramorum superiorum (interdum quoque inferiorum) axillares, sessiles, solitarii, erecti.

*Calycis* tubus sericeus, versus apicem incrassatus, striis octo parum impressis notatus; limbus tubo duplo longior, quadripartitus; laciniis per paria coadunatis, basi tantum liberis, extus pubescentibus, acutis, carinatis, marginibus inflexis.

*Corolla* lilacina; petalis cuneatis, apice truncatis, laciniis calycinis duplo longioribus.

*Filamenta* octo; alterna petalis opposita, breviora.

*Antherae* aeruginosae.

*Germen* cylindraceum, utrinque attenuatum, 8-angulatum, villosopubescens; pube adpressa.

*Stylus* cylindraceus, longitudine tubi calycis.

*Stigma* saturate violaceum, quadrilobum; lobis brevibus, crassis, marginibus reflexis.

*Capsula* cylindracea, 8-angulata; angulis obtusis; truncata; apice excavato, quadrilobo; lobis margine ciliatis.

*Semina* rhomboidea.

#### Explicatio tabulae:

1. Corolla a parte superiori visa, ut staminum et stigmatis situs et proportio melius conspiciantur.
2. Calyx cum corolla nondum aperta.
3. Germen cum stylo et stigmate.
4. Stigma calycis fauce circumdatum.
5. Stigma seorsum a parte superiori spectatum.
6. Idem a latere visum.
7. Semina mgn. natur.
6. Semen unicum magn. aucta.

#### Oenothera stricta.

Tab. XII.

O. caule stricto, foliis lineari-lanceolatis denticulatis glabris subciliatis, capsulis cylindraceis rectis.

Hab. cum priori. 4.

*Radix* perennis, ramosa.

*Caulis* bipedalis, simplicissimus, foliosus, erectus, strictus, teres, inferne glaber, superne pilosus; pilis patentibus, apicem versus sensim sensimque crebrioribus, brevibus, glanduliferis, quibus intermixti sunt longiores, glandulosi.

*Folia* omnia sessilia; radicalia et caulina inferiora erecto-patentia, lanceolato-lineararia, utrinque attenuata, acuta, denticulata,

subciliata, caeterum glabra; caulina superiora, quae flores inferiores suffulciunt, lanceolata, villosula, caeterum inferioribus similia; suprema ovato-lanceolata, subintegerrima, nervosa, magis villosa.

*Flores* magni, speciosi, sessiles.

*Calyx* villosus; tubo cylindraceo; limbo tubo paullo breviori, quadripartito; laciniis infra apicem mucronatis; mucrone crassiusculo, viridi.

*Corollae* flava; petalis obcordatis, diametro transversali longitudinalem superante, calycis limbo longioribus.

*Filamenta* 8, aequalia.

*Antherae* lineares, incumbentes.

*Germen* cylindraceum, superiori caulis parte villosius.

*Stylus* cylindraceus, longitudine staminum.

*Stigma* cruciatum.

*Capsula* truncata, versus apicem paullo incrassata.

*Semina* elliptica.

Ab affini *O. odorata* Jacq. praeter notas indicatas differt: foliis planis, nec undulatis; inferioribus praeter marginem glaberrimis, nec utrinque pubescentibus; laciniarum calycis mucrone multo breviori et respectu longitudinis crassiori; stylo filamentorum longitudine, nec filamenta cum antheris superante; — et toto coelo.

Utriusque speciei semina legit am. *Eschholtz* in itinere circa orbem terrarum, sumtibus instituto illustrissimi Comitis *Nicol. Romanzow*, in cuius honorem prioris speciei nomen posui triviale.

EXTRAIT DES OBSERVATIONS MÉTÉOROLOGIQUES,  
FAITES A St. PÉTERSBOURG ANNÉE MDCCCIX,  
D'APRÈS LE NOUVEAU STYLE,

PAR

B. PETROW.

---

 Présenté à la Conférence le 4. Mars 1818.
 

---

## I. BAROMÈTRE.

Hauteurs extrêmes, variation, milieu arithmétique, hauteur moyenne et nombre des jours, auxquels la hauteur du baromètre a été au-dessus de 28 pouces de Paris.

NB. *m.* signifie matin, ou avant midi, à *m.* signifie à midi, *apr. m.* signifie après midi, et *s.* soir.

| Mois   | Hauteurs         |                     |                  |                  | variation | milieu arithmétique | hauteur moyenne | hauteur au-dessus de 28 pouces en jours |
|--------|------------------|---------------------|------------------|------------------|-----------|---------------------|-----------------|-----------------------------------------|
|        | les plus grandes |                     | les plus petites |                  |           |                     |                 |                                         |
|        | pouces           | jours               | pouces           | jours            | pouces    | pouces              | pouces          |                                         |
| Janv.  | 28,87            | le 23 à m.          | 27,50            | le 31 s.         | 1,37      | 28,185              | 28,198          | 22                                      |
| Févr.  | 28,54            | le 9 m. et à m.     | 27,12            | le 21 s.         | 1,42      | 27,83               | 27,915          | 17                                      |
| Mars   | 29,78            | le 24 m. et à m.    | 26,98            | le 9 à m.        | 1,80      | 27,88               | 28,046          | 19                                      |
| Avr.   | 28,67            | le 23 s.            | 27,58            | le 2 m.          | 1,09      | 28,125              | 28,209          | 22                                      |
| Mai    | 28,46            | les 9 m. et 13 à m. | 27,80            | le 27 m. et à m. | 0,66      | 28,13               | 28,190          | 25                                      |
| Juin   | 28,45            | les 2 à m. et 5 m.  | 27,48            | le 18 m.         | 0,97      | 27,965              | 28,112          | 23                                      |
| Juill. | 28,44            | le 26 m. et à m.    | 27,67            | le 18 à m.       | 0,77      | 28,055              | 28,137          | 22                                      |
| Août   | 28,60            | le 12 m.            | 27,70            | les 5 et 6 à m.  | 0,90      | 28,15               | 28,225          | 28                                      |
| Sept.  | 28,50            | le 16 m.            | 27,66            | le 20 à m. et s. | 0,84      | 28,08               | 28,083          | 21                                      |
| Oct.   | 28,72            | les 25 s. et 26 m.  | 27,90            | le 6 à m.        | 0,82      | 28,31               | 28,329          | 30                                      |
| Nov.   | 28,92            | le 27 s.            | 27,44            | le 15 à m.       | 1,48      | 28,18               | 28,234          | 23                                      |
| Déc.   | 28,70            | les 26, 27. et 28   | 27,97            | le 31 m.         | 0,73      | 28,335              | 28,362          | 30                                      |
| A.     | 28,92            | le 27 Nov.          | 26,98            | le 9 Mars        | 1,94      | 27,95               | 28,170          | 282                                     |
| H.     | 29,04            | le 27 Déc. 1808     | 26,98            | le 9 Mars        | 2,06      | 28,010              | 28,099          | 123                                     |
| E.     | 28,72            | les 25 et 26 Oct.   | 27,48            | le 18 Juin       | 1,24      | 28,10               | 28,179          | 149                                     |

A. marque l'intervalle de toute l'année depuis le 1 Janvier jusqu'au 31 Décembre 1809, comprenant 365 jours de l'année.

H. marque l'intervalle de six mois d'hiver depuis le 1 Novembre 1808 jusqu'au 1 Mai 1809, comprenant 181 jours.

E. marque l'intervalle de six mois d'été depuis le 1 Mai 1809 jusqu'au 1 Novembre 1809, comprenant 184 jours.

On voit par l'inspection du tableau précédent: 1) que la variation totale du baromètre a été la plus grande (de 1,80 pouce) en Mars, et la plus petite (de 0,66 pouce) au mois de Mai; 2) que la hauteur moyenne du baromètre se trouve être la plus grande (de 28,362 pouces) en Décembre, et la plus petite (de 27,915 pouces) au mois de Février.

## II. THERMOMETRE DE Mr. DÉLISLE.

1) Températures extrêmes de l'atmosphère avec leurs différences, et températures moyennes, pendant les matins et les soirs, à midi ou bientôt après midi et pour chaque mois entier de l'année 1809.

| Mois   | Températures extrêmes |               |                 |                    | leurs différences | Températures moyennes           |                              |                       |
|--------|-----------------------|---------------|-----------------|--------------------|-------------------|---------------------------------|------------------------------|-----------------------|
|        | les plus basses       |               | les plus hautes |                    |                   | pendant les matins et les soirs | à midi ou bientôt après midi | de chaque mois entier |
|        | degrés                | jours         | degrés          | jours              |                   | degrés                          | degrés                       | degrés                |
| Janv.  | 204                   | le 23 m.      | 148,1           | le 31 m. et à m.   | 55,9              | 180,34                          | 174,64                       | 178,44                |
| Févr.  | 200                   | le 5 m.       | 146             | le 18 à m.         | 54                | 173,75                          | 166,09                       | 171,21                |
| Mars   | 193,1                 | le 24 m.      | 144,4           | le 9 à m.          | 48,7              | 170,20                          | 158,91                       | 166,43                |
| Avril  | 181                   | le 14 m.      | 131             | le 21 à m.         | 50                | 155,97                          | 145,15                       | 152,36                |
| Mai    | 153,8                 | le 17 m.      | 118,1           | le 28 à m.         | 35,7              | 142,33                          | 132,12                       | 138,93                |
| Juin   | 136,9                 | le 1 - 6 m.   | 110             | les 3 et 7 à m.    | 26,9              | 131,61                          | 120,69                       | 127,97                |
| Juill. | 138,8                 | le 26 m.      | 106             | les 3 et 5 à m.    | 32,8              | 128,20                          | 121,53                       | 124,67                |
| Août   | 138                   | le 12 m.      | 108,8           | le 29 à m.         | 29,2              | 130,14                          | 117,84                       | 126,04                |
| Sept.  | 155                   | le 15 m.      | 112             | le 6 à m.          | 43                | 135,22                          | 126,97                       | 132,46                |
| Oct.   | 161,2                 | le 26 m.      | 132             | le 1 m.            | 29,2              | 145,66                          | 141,81                       | 144,38                |
| Nov.   | 181                   | le 19 m.      | 139             | le 1 m.            | 42                | 161,76                          | 157,59                       | 160,37                |
| Déc.   | 183                   | le 29 m.      | 147             | le 19 m. et à m.   | 36                | 156,63                          | 155,45                       | 156,24                |
| A.     | 204                   | le 23 Janvier | 106             | les 3 et 5 Juillet | 98                | 150,98                          | 143,23                       | 148,29                |
| H.     | 204                   | le 23 Janvier | 131             | le 21 Avril        | 73                | 167,43                          | 160,58                       | 165,15                |
| E.     | 161,2                 | le 26 Octobre | 106             | les 3 et 5 Juillet | 55,2              | 135,52                          | 127,00                       | 132,41                |

Ce tableau indique : 1) que le plus grand froid (de 20,4 degrés) a eu lieu le 23 Janvier; 2) que la plus grande chaleur (de 40,6 degrés) a été le 3. et le 5 Juillet après midi; 3) que la plus grande différence entre la plus basse et la plus haute températures de l'atmosphère (de 55,9 degrés) fut en Janvier, et la plus petite (de 26,9 degrés) en Juin; 4) que la température moyenne, pendant les matins et les soirs, se trouve être la plus basse (de 180,34 degrés) en Janvier, et la plus haute (de 128,20 degrés) au mois de Juillet; 5) qu'à midi ou bientôt après midi la température moyenne la plus basse (de 174,64 degrés) a été aussi en Janvier, et la plus haute (de 117,84 degrés) en Août.

2) Nombre des jours, auxquels la température de l'atmosphère a été, pendant les matins et les soirs, à midi ou bientôt après midi de chaque mois, au-dessous et au-dessus de quelques divisions principales du thermomètre.

| Mois      | Pendant les matins et les soirs<br>la température a été plus<br>basse que : |       |       |       |       |       | A midi ou bientôt après midi<br>la température a été plus<br>haute que : |       |       |       |       |
|-----------|-----------------------------------------------------------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|--------------------------------------------------------------------------|-------|-------|-------|-------|
|           | 200°                                                                        | 190°  | 180°  | 170°  | 160°  | 150°  | 150°                                                                     | 140°  | 130°  | 120°  | 110°  |
|           | jours                                                                       | jours | jours | jours | jours | jours | jours                                                                    | jours | jours | jours | jours |
| Janvier   | 2                                                                           | 10    | 1     | 26    | 29    | 30    | 1                                                                        |       |       |       |       |
| Février   |                                                                             | 9     | 13    | 17    | 20    | 22    | 7                                                                        |       |       |       |       |
| Mars      |                                                                             | 2     | 8     | 18    | 26    | 29    | 3                                                                        |       |       |       |       |
| Avril     |                                                                             |       | 1     | 4     | 8     | 20    | 22                                                                       | 8     |       |       |       |
| Mai       |                                                                             |       |       |       |       | 8     | 31                                                                       | 26    | 11    | 1     |       |
| Juin      |                                                                             |       |       |       |       |       | 30                                                                       | 30    | 30    | 12    | 2     |
| Juillet   |                                                                             |       |       |       |       |       | 31                                                                       | 31    | 31    | 15    | 5     |
| Août      |                                                                             |       |       |       |       |       | 31                                                                       | 31    | 31    | 18    | 2     |
| Septembre |                                                                             |       |       |       |       | 2     | 30                                                                       | 30    | 15    | 10    |       |
| Octobre   |                                                                             |       |       |       | 1     | 9     | 30                                                                       | 8     |       |       |       |
| Novembre  |                                                                             |       | 2     | 11    | 18    | 27    | 5                                                                        |       |       |       |       |
| Décembre  |                                                                             |       | 2     | 4     | 9     | 27    | 9                                                                        |       |       |       |       |
| A.        | 2                                                                           | 21    | 45    | 80    | 111   | 174   | 230                                                                      | 164   | 118   | 56    | 9     |
| H.        | 2                                                                           | 21    | 49    | 86    | 119   | 15    | 48                                                                       | 8     |       |       |       |
| E.        |                                                                             |       |       |       | 1     | 19    | 103                                                                      | 156   | 118   | 56    | 9     |

3) Nombre des jours, auxquels la température de l'atmosphère a été, pendant les matins et les soirs, à midi ou bientôt après midi de chaque mois, tant au-dessous qu'au-dessus et entre quelques divisions principales du thermomètre.

| Mois   | Les matins et les soirs<br>la température a été |                             |                             |                             |                             |                             | A midi ou bientôt après midi<br>la température a été |                           |                             |                             |                             |                             |                           |
|--------|-------------------------------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|------------------------------------------------------|---------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|---------------------------|
|        | au-des-<br>sous de<br>200°                      | entre<br>200°<br>et<br>190° | entre<br>190°<br>et<br>180° | entre<br>180°<br>et<br>170° | entre<br>170°<br>et<br>160° | entre<br>160°<br>et<br>150° | au-des-<br>sous de<br>150°                           | au-des-<br>sus de<br>150° | entre<br>150°<br>et<br>140° | entre<br>140°<br>et<br>130° | entre<br>130°<br>et<br>120° | entre<br>120°<br>et<br>110° | au-des-<br>sus de<br>110° |
|        | jours                                           | jours                       | jours                       | jours                       | jours                       | jours                       | jours                                                | jours                     | jours                       | jours                       | jours                       | jours                       | jours                     |
| Janv.  | 2                                               | 8                           | 9                           | 7                           | 3                           | 1                           | 30                                                   | 1                         | 1                           |                             |                             |                             |                           |
| Févr.  |                                                 | 9                           | 4                           | 4                           | 3                           | 2                           | 22                                                   | 7                         | 7                           |                             |                             |                             |                           |
| Mars   |                                                 | 2                           | 6                           | 10                          | 8                           | 3                           | 29                                                   | 3                         | 3                           |                             |                             |                             |                           |
| Avril  |                                                 |                             | 1                           | 3                           | 4                           | 12                          | 20                                                   | 22                        | 14                          | 8                           |                             |                             |                           |
| Mai    |                                                 |                             |                             |                             |                             | 8                           | 8                                                    | 31                        | 5                           | 15                          | 10                          | 1                           |                           |
| Juin   |                                                 |                             |                             |                             |                             |                             |                                                      | 30                        |                             |                             | 18                          | 10                          | 2                         |
| Juill. |                                                 |                             |                             |                             |                             |                             |                                                      | 30                        |                             |                             | 16                          | 10                          | 5                         |
| Août   |                                                 |                             |                             |                             |                             |                             |                                                      | 30                        |                             |                             | 13                          | 16                          | 2                         |
| Sept.  |                                                 |                             |                             |                             |                             | 2                           | 2                                                    | 30                        |                             | 15                          | 5                           | 10                          |                           |
| Oct.   |                                                 |                             |                             |                             | 1                           | 8                           | 9                                                    | 30                        | 22                          | 8                           |                             |                             |                           |
| Nov.   |                                                 |                             | 2                           | 9                           | 7                           | 9                           | 27                                                   | 5                         | 5                           |                             |                             |                             |                           |
| Déc.   |                                                 |                             | 2                           | 2                           | 5                           | 18                          | 27                                                   | 9                         | 9                           |                             |                             |                             |                           |
| A.     | 2                                               | 19                          | 24                          | 35                          | 31                          | 63                          | 174                                                  | 230                       | 66                          | 46                          | 62                          | 47                          | 9                         |
| H.     | 2                                               | 19                          | 28                          | 37                          | 33                          | 35                          | 154                                                  | 48                        | 40                          | 8                           |                             |                             |                           |
| E.     |                                                 |                             |                             |                             | 1                           | 18                          | 19                                                   | 183                       | 27                          | 38                          | 62                          | 47                          | 9                         |

Il a commencé à geler le 16 Septembre 1808, par conséquent avant le commencement de l'intervalle H.; et il a gelé pour la dernière fois le 23 Mai 1809, après un intervalle de 250 jours. En A., et notamment en E., où il avait gelé pour la dernière fois le 23 Mai, il a recommencé à geler le 15 Septembre 1809, après un intervalle de 115 jours.

Il a gelé, pendant les matins et les soirs, en A. 174 jours, en H. 154 jours et en E. 19 jours.

Il n'a gelé, à midi ou bientôt après midi, en A. 230 jours, en H. 48 jours et en E. 183 jours.

La rivière Newa, après avoir été couverte de glaces du 17 Novembre 1808, débâcla le 16 (à 7 heures après midi) d'Avril 1809, conséquemment après un intervalle de 150 jours. Du 14 au 15 Novembre 1809, elle se couvrit de nouvelles glaces, ayant été ouverte 212 jours.

### III. VENTS.

Tableau général de la force et de la direction des vents pour chaque mois de l'année 1809.

| Mois      | La force des vents |                         |           |                | Rapport de la direction des vents |       |       |       |
|-----------|--------------------|-------------------------|-----------|----------------|-----------------------------------|-------|-------|-------|
|           | calme              | vent faible et médiocre | vent fort | vent très-fort | Nord                              | Est   | Sud   | Ouest |
|           | jours              | jours                   | jours     | jours          | jours                             | jours | jours | jours |
| Janvier   | 12                 | 13                      | 3         | 3              | 3                                 | 4     | 8     | 4     |
| Février   | 7                  | 10                      | 10        | 1              | 4                                 | 4     | 7     | 6     |
| Mars      | 4                  | 12                      | 10        | 5              | 9                                 | 7     | 5     | 6     |
| Avril     | 4                  | 21                      | 4         | 1              | 5                                 | 8     | 7     | 6     |
| Mai       | 2                  | 25                      | 3         | 1              | 8                                 | 6     | 7     | 8     |
| Juin      | 2                  | 21                      | 5         | 2              | 6                                 | 9     | 6     | 7     |
| Juillet   | 3                  | 25                      | 2         | 1              | 7                                 | 9     | 6     | 6     |
| Août      | 5                  | 25                      | 1         |                | 5                                 | 8     | 8     | 5     |
| Septembre | 9                  | 15                      | 2         | 4              | 3                                 | 7     | 8     | 3     |
| Octobre   | 8                  | 15                      | 8         |                | 6                                 | 4     | 5     | 8     |
| Novembre  | 8                  | 16                      | 1         | 5              | 4                                 | 5     | 6     | 7     |
| Décembre  | 6                  | 17                      | 6         | 2              |                                   | 11    | 12    | 2     |
| A.        | 70                 | 215                     | 55        | 25             | 60                                | 82    | 85    | 68    |
| H.        | 35                 | 91                      | 38        | 17             | 29                                | 38    | 48    | 31    |
| E.        | 29                 | 126                     | 21        | 8              | 35                                | 43    | 40    | 37    |

Les mois de Février et de Mars ont été sensiblement plus venteux, que tous les autres. L'hiver (H.) a été un peu plus calme que l'été (E.), qu'il a suivi dans le rapport de 35 + 91 : 29 + 126, ou de 126 : 155.

Les vents du Sud et de l'Est régnaient dans l'année plus, que ceux du Nord et de l'Ouest.

## IV. L'ÉTAT DE L'ATMOSPHÈRE.

| Mois    | Ciel   |        |            |       | pluie | l'arc-en-ciel | tonnerre et éclairc | grêle | gelée blanche | neige | para-sélènes | couronnes autour du soleil |
|---------|--------|--------|------------|-------|-------|---------------|---------------------|-------|---------------|-------|--------------|----------------------------|
|         | serein | nuages | brouillard |       |       |               |                     |       |               |       |              |                            |
|         | jours  | jours  | jours      | jours |       |               |                     |       |               |       |              |                            |
| Janv.   | 9      | 12     | 10         | 7     |       |               |                     |       | 1             | 11    | 5            | 4                          |
| Févr.   | 9      | 9      | 10         |       | 6     |               |                     |       |               | 9     | 2            | 1                          |
| Mars    | 8      | 18     | 5          | 2     |       |               |                     |       | 1             | 12    |              | 1                          |
| Avril   | 6      | 19     | 5          | 12    | 3     |               |                     |       | 2             | 8     | 1            |                            |
| Mai     | 4      | 22     | 5          | 6     | 10    |               | 1                   | 2     | 4             | 3     | 1            |                            |
| Juin    | 3      | 24     | 3          | 16    | 14    | 4             | 2                   |       |               |       |              |                            |
| Juillet | 2      | 28     | 1          | 20    | 12    | 2             | 5                   | 1     |               |       |              |                            |
| Août    | 6      | 23     | 2          | 22    | 10    | 2             | 3                   |       |               |       |              |                            |
| Sept.   | 4      | 22     | 4          | 21    | 12    | 2             | 1                   | 2     |               |       |              |                            |
| Oct.    | 1      | 18     | 12         | 10    | 15    | 1             |                     | 1     | 2             | 4     | 2            |                            |
| Nov.    | 5      | 14     | 11         | 12    | 3     |               |                     | 1     | 2             | 7     |              |                            |
| Déc.    | 3      | 6      | 22         | 16    | 1     |               |                     | 1     |               | 13    | 2            |                            |
| A.      | 60     | 215    | 90         | 144   | 86    | 11            | 12                  | 8     | 12            | 67    | 13           | 6                          |
| H.      | 38     | 83     | 60         | 36    | 11    |               |                     |       | 7             | 73    | 14           | 6                          |
| E.      | 20     | 137    | 27         | 95    | 73    | 11            | 12                  | 6     | 6             | 7     | 3            |                            |

Cette table fait voir: 1) que le nombre des jours entièrement sereins a été le plus grand en Janvier, Février et Mars; 2) qu'en Juillet on n'en a compté que deux, et en Octobre un seul jour serein; 3) qu'en hiver (H.) il y en avait presque deux fois autant qu'en été (E).

Cette année-ci il neigea pour la dernière fois le 14 Mai (à 4 heures de l'après midi), et pour la première fois le 9 d'Octobre (au soir) après un intervalle de 148 jours.

Il tonna pour la première fois le 30 Mai (à 8 heures du soir), et pour la dernière fois le 27 Septembre (de même à 8 heures du soir).

Cette année-ci on n'a remarqué pas une seule aurore boréale. Peut-être en était la cause l'exposition de ma demeure peu favorable à l'observation de ce phénomène très-intéressant.

EXTRAIT DES OBSERVATIONS MÉTÉOROLOGIQUES,  
FAITES A ST. PÉTERSBOURG ANNÉE MDCCCX,  
D'APRÈS LE NOUVEAU STYLE,

PAR

B. PETROW.

Présenté à la Conférence le 10 Février 1849.

## I. BAROMÈTRE.

Hauteurs extrêmes, variation, milieu arithmétique, hauteur moyenne et nombre des jours, auxquels la hauteur du baromètre a été au-dessus de 28 *pouces de Paris*.

NB. *m.* signifie matin, ou avant midi, *à m.* signifie à midi, *apr. m.* signifie après midi, et *s.* soir.

| Mois   | Hauteurs         |                  |                  |                      | variation | milieu arithmétique | hauteur moyenne | hauteur au-dessus de 28 pouces en jours |
|--------|------------------|------------------|------------------|----------------------|-----------|---------------------|-----------------|-----------------------------------------|
|        | les plus grandes |                  | les plus petites |                      |           |                     |                 |                                         |
|        | pouces           | jours            | pouces           | jours                | pouces    | pouces              | pouces          |                                         |
| Janv.  | 29,02            | le 14 à midi     | 27,73            | le 26 matin          | 1,29      | 28,375              | 28,488          | 28                                      |
| Févr.  | 28,54            | le 1 matin       | 27,20            | le 11 à midi         | 1,34      | 27,87               | 27,946          | 14                                      |
| Mars   | 28,76            | le 27 soir       | 26,97            | le 2 à m. et s.      | 1,79      | 27,865              | 27,793          | 10                                      |
| Avr.   | 28,82            | le 4 à midi      | 27,78            | le 12 soir           | 1,04      | 28,30               | 28,282          | 26                                      |
| Mai    | 28,72            | le 22 à midi     | 27,73            | le 5 matin           | 0,99      | 28,225              | 28,189          | 30                                      |
| Juin   | 28,60            | le 2 soir        | 27,56            | le 9 à midi          | 1,04      | 28,08               | 28,170          | 28                                      |
| Juill. | 28,33            | le 26 matin      | 27,52            | le 22 matin          | 0,81      | 27,925              | 28,070          | 25                                      |
| Août   | 28,59            | le 27 midi       | 27,81            | le 13 soir           | 0,78      | 28,20               | 28,212          | 31                                      |
| Sept.  | 28,61            | le 22 m. et à m. | 27,70            | le 5 matin           | 0,91      | 28,155              | 28,262          | 28                                      |
| Oct.   | 28,58            | le 9 matin       | 27,28            | le 24 matin          | 1,30      | 27,93               | 28,110          | 24                                      |
| Nov.   | 28,62            | le 23 à midi     | 27,75            | le 14 à m. et s.     | 0,87      | 28,185              | 28,214          | 27                                      |
| Déc.   | 28,78            | le 31 soir       | 27,48            | le 11 matin          | 1,30      | 28,13               | 27,913          | 14                                      |
| Λ.     | 29,02            | le 14 Janv. à m. | 26,97            | le 2 Mars à m. et s. | 2,05      | 27,995              | 28,138          | 285                                     |
| H.     | 29,02            | le 14 Janv. à m. | 26,97            | le 2 Mars à m. et s. | 2,05      | 27,995              | 28,138          | 131                                     |
| E.     | 28,72            | le 22 Mai à m.   | 27,28            | le 24 Oct. m.        | 1,44      | 28,00               | 28,170          | 166                                     |

A. marque l'intervalle de toute l'année depuis le 1 Janvier jusqu'au 31 Décembre 1810, comprenant 365 jours de l'année.

H. marque l'intervalle de six mois d'hiver depuis le 1 Novembre 1809 jusqu'au 1 Mai 1810, comprenant 181 jours.

E. marque l'intervalle de six mois d'été depuis le 1 Mai jusqu'au 1 Novembre 1810, comprenant 184 jours.

Le tableau précédent montre: 1) que la variation totale du baromètre a été la plus grande (de 1,79 pouce) en Mars, et la plus petite (de 0,78 pouce) au mois d'Août; 2) que la hauteur moyenne du baromètre se trouve être la plus grande (de 28,488 pouces) en Janvier, et la plus petite (de 27,793 pouces) au mois de Mars.

## II. THERMOMÈTRE DE Mr. DÉLISLE.

1) Températures extrêmes de l'atmosphère avec leurs différences, et températures moyennes, pendant les matins et les soirs, à midi ou bientôt après midi et pour chaque mois entier de l'année 1810.

| Mois   | Températures extrêmes |                |                 |                   | leurs différences | Températures moyennes           |                              |                       |
|--------|-----------------------|----------------|-----------------|-------------------|-------------------|---------------------------------|------------------------------|-----------------------|
|        | les plus basses       |                | les plus hautes |                   |                   | pendant les matins et les soirs | à midi ou bientôt après midi | de chaque mois entier |
|        | degrés                | jours          | degrés          | jours             |                   | degrés                          | degrés                       | degrés                |
| Janv.  | 184                   | le 16 matin    | 148             | le 6 à m.         | 36                | 163,62                          | 160,76                       | 162,67                |
| Févr.  | 206,2                 | le 21 matin    | 147             | le 3 à m.         | 59,2              | 168,17                          | 161,65                       | 166,00                |
| Mars   | 191                   | le 25 matin    | 144             | le 9 à m.         | 47                | 165,07                          | 157,71                       | 163,69                |
| Avril  | 177                   | le 5 matin     | 136,9           | le 23 à m.        | 40,1              | 158,34                          | 145,33                       | 154,00                |
| Mai    | 158                   | le 2 soir      | 123,8           | les 22 et 28 à m. | 34,2              | 146,71                          | 137,54                       | 143,65                |
| Juin   | 151                   | le 1 matin     | 115             | le 15 à m.        | 26                | 137,19                          | 126,12                       | 133,49                |
| Juill. | 140                   | le 1 matin     | 108,8           | le 14 à m.        | 31,2              | 131,27                          | 121,33                       | 127,95                |
| Août   | 140,6                 | le 4 matin     | 115             | les 5 et 10 à m.  | 25,6              | 123,64                          | 120,03                       | 122,44                |
| Sept.  | 158                   | le 30 matin    | 115             | le 4 à m.         | 43                | 139,43                          | 130,38                       | 136,41                |
| Oct.   | 165                   | le 26 matin    | 133             | le 5 à m.         | 32                | 145,54                          | 141,07                       | 144,05                |
| Nov.   | 177                   | le 26 soir     | 144,4           | le 6 à m.         | 32,6              | 158,60                          | 156,14                       | 157,57                |
| Déc.   | 177                   | le 29 matin    | 147             | le 2 à m.         | 30                | 157,67                          | 156,37                       | 157,24                |
| A.     | 206,2                 | le 21 Févr. m. | 108,8           | le 14 Juill. à m. | 97,4              | 149,60                          | 142,87                       | 147,43                |
| H.     | 206,2                 | le 21 Févr. m. | 136,9           | le 23 Avr. à m.   | 69,3              | 162,26                          | 156,41                       | 160,49                |
| E.     | 165                   | le 26 Oct. m.  | 108,8           | le 14 Juill. à m. | 56,2              | 137,29                          | 129,41                       | 134,66                |

On voit par l'inspection de cette table : 1) que le plus grand froid (de 206,2 degrés) est arrivé le 21 Février matin; 2) que la plus grande chaleur (de 108,8 degrés) a été le 14 Juillet après midi; 3) que la plus grande différence entre la plus basse et la plus haute températures de l'atmosphère fut (de 59,2 degrés) en Février, et la plus petite (de 25,6 degrés) au mois d'Août; 4) que la température moyenne, pendant les matins et les soirs, se trouve être la plus basse (de 168,17 degrés) en Février, et la plus haute (de 123,64 degrés) au mois d'Août; 5) qu'à midi ou bientôt après midi la température moyenne la plus basse (de 161,65 degrés) a été de même en Février, et la plus haute (de 120,03 degrés), comme ci-dessus, en Août.

2) Nombre des jours, auxquels la température de l'atmosphère a été, pendant les matins et les soirs, à midi ou bientôt après midi de chaque mois, au-dessous et au-dessus de quelques divisions principales du thermomètre

| Mois      | Les matins et les soirs<br>la température a été plus<br>basse que |       |       |       |       | A midi ou bientôt après midi<br>la température a été plus<br>haute que |       |       |       |       |       |
|-----------|-------------------------------------------------------------------|-------|-------|-------|-------|------------------------------------------------------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|
|           | 200°                                                              | 190°  | 180°  | 170°  | 160°  | 150°                                                                   | 150°  | 140°  | 130°  | 120°  | 110°  |
|           | jours                                                             | jours | jours | jours | jours | jours                                                                  | jours | jours | jours | jours | jours |
| Janvier   |                                                                   |       | 5     | 8     | 18    | 30                                                                     | 2     |       |       |       |       |
| Février   | 1                                                                 | 4     | 9     | 11    | 16    | 27                                                                     | 8     |       |       |       |       |
| Mars      |                                                                   | 1     | 9     | 20    | 27    | 31                                                                     | 4     |       |       |       |       |
| Avril     |                                                                   |       |       | 6     | 15    | 26                                                                     | 25    | 2     |       |       |       |
| Mai       |                                                                   |       |       |       |       | 16                                                                     | 31    | 19    | 6     |       |       |
| Juin      |                                                                   |       |       |       |       | 2                                                                      | 30    | 27    | 21    | 5     |       |
| Juillet   |                                                                   |       |       |       |       |                                                                        | 31    | 31    | 29    | 10    | 2     |
| Août      |                                                                   |       |       |       |       |                                                                        | 31    | 31    | 31    | 16    |       |
| Septembre |                                                                   |       |       |       |       | 2                                                                      | 30    | 25    | 15    | 1     |       |
| Octobre   |                                                                   |       |       |       | 1     | 14                                                                     | 28    | 9     |       |       |       |
| Novembre  |                                                                   |       |       | 4     | 16    | 27                                                                     | 5     |       |       |       |       |
| Décembre  |                                                                   |       |       | 4     | 14    | 26                                                                     | 7     |       |       |       |       |
| A.        | 1                                                                 | 5     | 23    | 53    | 107   | 201                                                                    | 232   | 144   | 102   | 32    | 2     |
| H.        | 1                                                                 | 5     | 27    | 60    | 103   | 168                                                                    | 53    | 2     |       |       |       |
| E.        |                                                                   |       |       |       | 1     | 34                                                                     | 181   | 142   | 102   | 32    | 2     |

3) Nombre des jours, auxquels la température de l'atmosphère a été, pendant les matins et les soirs, à midi ou bientôt après midi de chaque mois, tant au-dessous qu'au-dessus et entre quelques divisions principales du thermomètre.

| Mois   | Les matins et les soirs<br>la température a été |                             |                             |                             |                             |                             | A midi ou bientôt après midi<br>la température a été |                           |                             |                             |                             |                             |                           |
|--------|-------------------------------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|------------------------------------------------------|---------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|---------------------------|
|        | au-des-<br>sous de<br>200°                      | entre<br>200°<br>et<br>190° | entre<br>190°<br>et<br>180° | entre<br>180°<br>et<br>170° | entre<br>170°<br>et<br>160° | entre<br>160°<br>et<br>150° | au-des-<br>sous de<br>150°                           | au-des-<br>sus de<br>150° | entre<br>150°<br>et<br>140° | entre<br>140°<br>et<br>130° | entre<br>130°<br>et<br>120° | entre<br>120°<br>et<br>110° | au-des-<br>sus de<br>110° |
|        | jours                                           | jours                       | jours                       | jours                       | jours                       | jours                       | jours                                                | jours                     | jours                       | jours                       | jours                       | jours                       | jours                     |
| Janv.  |                                                 |                             | 5                           | 3                           | 10                          | 12                          | 30                                                   | 2                         | 2                           |                             |                             |                             |                           |
| Févr.  | 1                                               | 3                           | 5                           | 2                           | 5                           | 11                          | 27                                                   | 8                         | 8                           |                             |                             |                             |                           |
| Mars   |                                                 | 1                           | 8                           | 11                          | 7                           | 4                           | 31                                                   | 4                         | 4                           |                             |                             |                             |                           |
| Avril  |                                                 |                             |                             | 6                           | 9                           |                             | 26                                                   | 25                        | 23                          | 2                           |                             |                             |                           |
| Mai    |                                                 |                             |                             |                             |                             | 16                          | 16                                                   | 31                        | 12                          | 13                          | 6                           |                             |                           |
| Juin   |                                                 |                             |                             |                             |                             | 2                           | 2                                                    | 30                        | 3                           | 6                           | 16                          | 5                           |                           |
| Juill. |                                                 |                             |                             |                             |                             |                             |                                                      | 31                        |                             | 2                           | 19                          | 8                           | 2                         |
| Août   |                                                 |                             |                             |                             |                             |                             |                                                      | 31                        |                             |                             | 15                          | 16                          |                           |
| Sept.  |                                                 |                             |                             |                             |                             | 2                           | 2                                                    | 30                        | 5                           | 10                          | 14                          | 1                           |                           |
| Oct.   |                                                 |                             |                             |                             | 1                           | 13                          | 14                                                   | 28                        | 19                          | 9                           |                             |                             |                           |
| Nov.   |                                                 |                             |                             | 4                           | 12                          | 11                          | 27                                                   | 5                         | 5                           |                             |                             |                             |                           |
| Déc.   |                                                 |                             |                             | 4                           | 10                          | 12                          | 26                                                   | 7                         | 7                           |                             |                             |                             |                           |
| A.     | 1                                               | 4                           | 18                          | 30                          | 54                          | 94                          | 201                                                  | 232                       | 88                          | 42                          | 70                          | 30                          | 2                         |
| H.     | 1                                               | 4                           | 22                          | 33                          | 43                          | 65                          | 168                                                  | 53                        | 51                          | 2                           |                             |                             |                           |
| E.     |                                                 |                             |                             |                             | 1                           | 33                          | 34                                                   | 181                       | 39                          | 40                          | 70                          | 30                          | 2                         |

Il a commencé à geler le 15 Septembre 1809, par conséquent avant le commencement de l'intervalle H.; et il a gelé pour la dernière fois le 12 Juin 1810, après un intervalle de 271 jours. En A., et notamment en E., où il avait gelé pour la dernière fois le 12 Juin, il a recommencé à geler le 29 Septembre 1810, après un intervalle de 108 jours.

Il a gelé, pendant les matins et les soirs, en A. 201 jours, en H. 168 jours et en E. 34 jours.

Il n'a gelé, à midi ou bientôt après midi, en A. 232 jours, en H. 53 jours et en E. 181 jours.

La rivière Newa, après avoir été couverte de glaces du 14 au 15 Novembre 1809, débâcla le 12 Mai 1810, conséquemment après un intervalle de 178 jours. Le 15 Novembre 1810 elle se couvrit de nouvelles glaces, ayant été ouverte 186 jours.,

### III. VENTS.

Tableau général de la force et de la direction des vents pour chaque mois de l'année 1810.

| Mois      | calme | La force des vents      |           |                | Rapport de la direction des vents |       |       |       |
|-----------|-------|-------------------------|-----------|----------------|-----------------------------------|-------|-------|-------|
|           |       | vent faible et médiocre | vent fort | vent très-fort | Nord                              | Est   | Sud   | Ouest |
|           |       | jours                   | jours     | jours          | jours                             | jours | jours | jours |
| Janvier   | 2     | 23                      | 5         | 1              | 10                                | 8     | 5     | 6     |
| Février   | 3     | 16                      | 5         | 4              | 4                                 | 7     | 8     | 6     |
| Mars      | 4     | 21                      | 2         | 4              | 9                                 | 8     | 5     | 5     |
| Avril     | 5     | 20                      | 5         |                | 8                                 | 6     | 4     | 7     |
| Mai       | 5     | 22                      | 4         |                | 7                                 | 8     | 5     | 6     |
| Juin      | 2     | 25                      | 3         |                | 11                                | 9     | 3     | 5     |
| Juillet   | 4     | 24                      | 3         |                | 9                                 | 8     | 3     | 7     |
| Août      | 4     | 23                      | 4         |                | 6                                 | 7     | 8     | 6     |
| Septembre | 4     | 17                      | 9         |                | 7                                 | 6     | 5     | 8     |
| Octobre   |       | 22                      | 6         | 3              | 8                                 | 7     | 7     | 9     |
| Novembre  | 6     | 16                      | 6         | 2              | 6                                 | 10    | 6     | 2     |
| Décembre  | 2     | 23                      | 4         | 2              | 5                                 | 7     | 10    | 7     |
| A.        | 41    | 252                     | 56        | 16             | 90                                | 91    | 69    | 74    |
| H.        | 28    | 113                     | 24        | 16             | 35                                | 45    | 40    | 33    |
| E.        | 19    | 133                     | 29        | 3              | 48                                | 45    | 31    | 41    |

Les mois de Février, d'Octobre et de Novembre ont été les plus venteux; ceux d'Avril, de Mai, de Juin, de Juillet et d'Août les plus calmes. L'hiver H. a été un peu plus venteux que l'été E., qui l'a suivi dans le rapport de 29 + 3 : 24 + 16 ou de 32 : 40.

Les vents plus dominans de l'année ont été ceux du Nord et de l'Est.

## IV. L'ÉTAT DE L'ATMOSPHÈRE.

| Mois    | Ciel     |        |         | brouil-<br>lard | pluie | Parc-<br>en-ciel | tonner-<br>re et<br>éclairé | grêle | gelée<br>blanche | neige | parasé-<br>lènes |
|---------|----------|--------|---------|-----------------|-------|------------------|-----------------------------|-------|------------------|-------|------------------|
|         | sererein | nuages | couvert |                 |       |                  |                             |       |                  |       |                  |
|         | jours    | jours  | jours   |                 |       |                  |                             |       |                  |       |                  |
| Janv.   | 3        | 8      | 20      | 16              | 2     |                  |                             |       | 4                | 16    | 2                |
| Févr.   | 5        | 9      | 14      | 18              | 4     |                  |                             |       | 2                | 14    | 2                |
| Mars    | 6        | 20     | 5       | 17              | 2     |                  |                             |       |                  | 18    | 2                |
| Avril   | 8        | 19     | 3       | 12              | 3     |                  |                             |       | 7                | 7     |                  |
| Mai     | 1        | 27     | 3       | 10              | 13    | 1                |                             |       | 5                | 6     |                  |
| Juin    | 5        | 24     | 1       | 18              | 7     |                  |                             | 1     | 1                |       |                  |
| Juillet | 2        | 27     | 2       | 24              | 18    | 1                | 7                           |       |                  |       |                  |
| Août    | 7        | 23     | 1       | 23              | 12    | 4                | 2                           |       |                  |       |                  |
| Sept.   |          | 28     | 2       | 26              | 12    | 1                |                             |       |                  |       |                  |
| Oct.    | 1        | 19     | 11      | 28              | 10    |                  |                             |       | 5                | 5     | 1                |
| Nov.    | 4        | 8      | 18      | 17              | 3     |                  |                             | 1     | 4                | 13    | 2                |
| Déc.    |          | 5      | 26      | 17              | 5     |                  |                             |       |                  | 16    | 2                |
| A.      | 42       | 217    | 106     | 226             | 91    | 7                | 9                           | 2     | 28               | 95    | 11               |
| H.      | 30       | 76     | 75      | 91              | 15    |                  |                             | 2     | 15               | 75    | 8                |
| E.      | 16       | 148    | 20      | 129             | 72    | 7                | 9                           | 1     | 11               | 11    | 1                |

A l'inspection du tableau ci-dessus on voit: 1) que la nombre des jours entièrement serreens a été le plus grand en Mars, Avril et Août; 2) qu'en Octobre il n'y en avait qu'un seul, qu'en Septembre et Décembre il n'y avait aucun jour serreen; 3) qu'en hiver H. il y avait presque deux fois plus des jours serreens qu'en été E.

Cette année-ci il neigea pour la dernière fois le 31 Mai, et pour la première fois le 8 Octobre matin, après un intervalle de 129 jours.

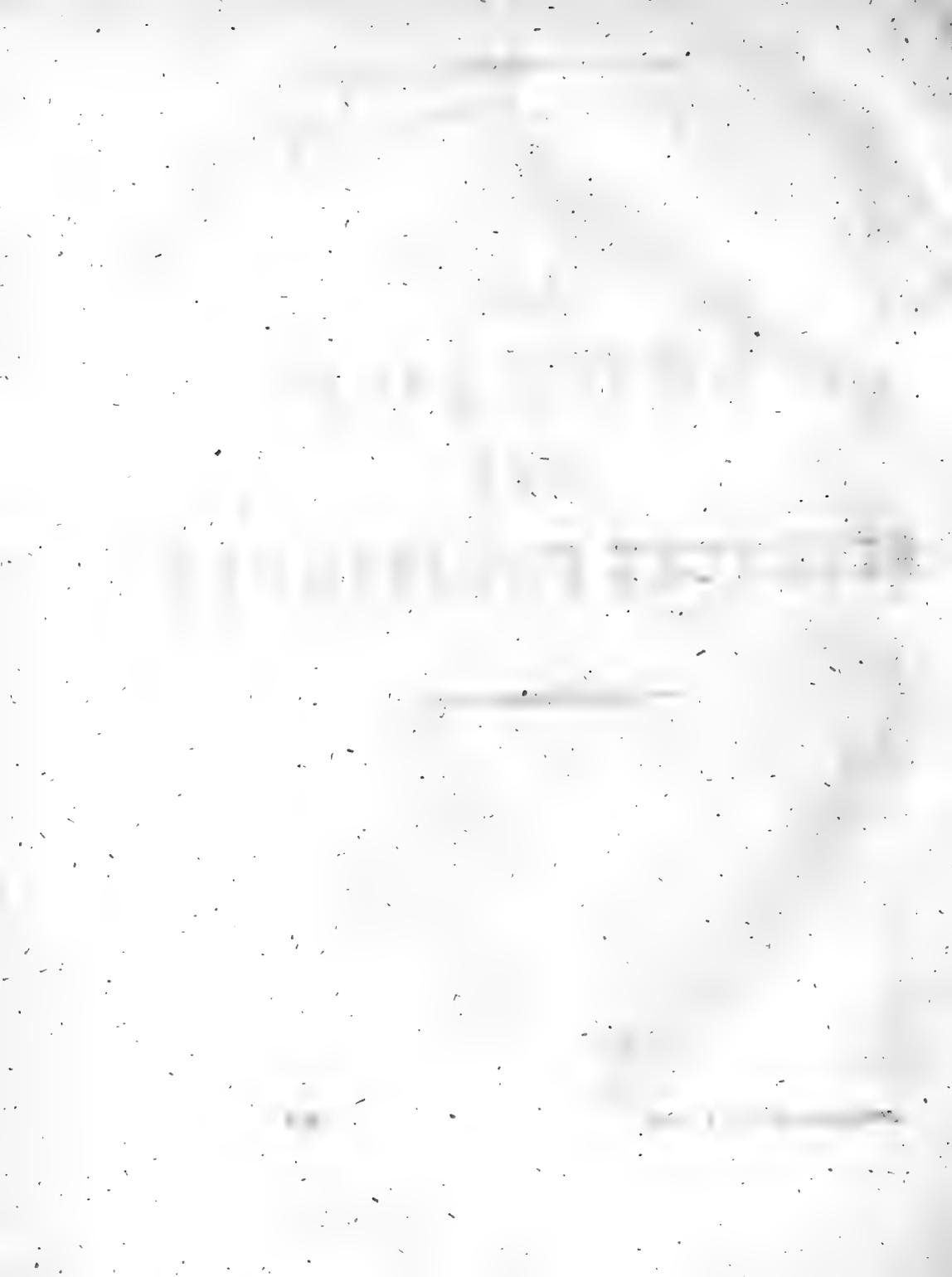
Il tonna pour la première fois le 5 Juillet au soir, et pour la dernière fois le 31 Août à midi.

Cette année-ci, de même que l'année passée, on n'a remarqué pas une seule aurore boréale. Et il est probable, que la cause en a été l'exposition de ma demeure peu favorable à l'observation de ce phénomène très-intéressant.

Je n'ai pas remarqué, cette-année-ci, pas un seul parhélie, ni de couronnes, ni des cercles lumineux autour du soleil, quoique j'aie toujours été attentif à les observer.

III.  
SECTION  
DES  
SCIENCES POLITIQUES.

---



---

# DES PROGRÈS DE LA POPULATION

EN RUSSIE PAR GOUVERNEMENS,

D'APRÈS LA 4<sup>me</sup>, 5<sup>me</sup> ET 6<sup>me</sup> RÉVISION.

PREMIÈRE PARTIE.

PAR

C. T. HERRMANN.

---

Présenté à la Conférence le 8. Mai 1816.

---

**N**ous avons considéré jusqu'aprésent la population de la Russie dans sa totalité et dans ses divisions. Il nous reste de la suivre par Gouvernemens.

Nous admettons pour base les tableaux sur la 4<sup>me</sup>, sur la 5<sup>me</sup> et 6<sup>me</sup> revision, afin de pouvoir suivre les progrès de la population en détails sous les différens climats de cet immense Empire.

La division par degrés étant trop peu exacte, nous suivrons une division prise de la nature du sol, dont il a été parlé plus au long dans le premier mémoire sur l'agriculture. D'après cette division la Russie est partagée en plateaux. Mais comme cette expression porte en Russie une signification particulière, nous nous servirons du nom général de gouvernemens.

1. Gouvernemens du Nord: Archangel, Olonetz, Wologda, Waetka, Perme, la Finlande, St. Pétersbourg et Nowgorod.

2. Gouvernemens baltiques: l'Esthonie, la Livonie et la Courlande,

3. Gouvernemens sur l'élévation autour des sources de la Volga: Twer, Plescou et Smolensk.

4. Gouvernemens du milieu, ils se divisent en partie orientale et occidentale.

Les gouvernemens dans la partie orientale sont: Nigegorod, Kasan, Simbirsk, Tambow, Orenbourg, Pensa et Saratow. On appelle aussi ces gouvernemens pour la plupart: gouvernemens sur la Volga inférieure.

Ceux de la partie occidentale sont: Jaroslaw, Kostroma, Moscou, Wladimir, Kalouga, Toula, Resan, Orel, Koursk et Woronesch. La plupart de ces gouvernemens est compris sous le nom de la grande Russie.

5. Les gouvernemens de la Russie blanche et de la Lithuanie sont: Witebsk, Mohilew, Wilna, Grodno et Minsk.

6. Les gouvernemens de la petite Russie, de l'Oukraine russe et polonoise, et de la nouvelle Russie: Kiew, Tschernigow, Pultawa, Charkow, la Volhynie et la Podolie: Cherson et Catherinoslaw.

7. Les gouvernemens des steppes: Astrachan, la Tauride, les terres des milices de la mer noire, celles des Cosaques du Don, de l'Oural et la Caucasic.

8. La Sibirie: Tobolsk, Tomsk et Irkoutzk.

C'est d'après cette division, fondée sur la nature du sol et du climat, que nous suivrons la population par gouvernemens. Et comme il est très important de connoître les classes qui ont surtout gagnées, nous suivrons la population selon les états dans tous les détails que la différence des titres dans nos tableaux permet.

Les classes se divisent en productives et en inproductives. Nous commençons par les premières, comme leur travail est la source de la richesse nationale. Dans cette classe les laboureurs tiennent en Russie le premier rang, l'Empire étant éminemment agricole.

Nous avons ômis les femmes, puisqu'elles ne se trouvent dans notre tableau sur la 5<sup>me</sup> Revision qu'en somme totale, qui paroît même suspecte. A la 6<sup>me</sup> Revision, elle n'ont par été enrégistrées. Un mémoire particulier sera destiné à cet objet, qui paroît apprésent moins important qu'autrefois.

Il auroit été plus intéressant de suivre les subdivisions dans la classe des paysans de la Couronne; mais comme ces subdivisions ne sont pas les mêmes dans nos états sur les trois Revisions, il a fallut les réunir, afin de conserver l'unité indispensable pour en pouvoir tirer des résultats.

## 1. CLASSE PRODUCTIVE.

### A) P a y s a n s.

#### I. Gouvernemens du Nord.

| Gouvernemens       | d'après la 4. Révision |             | d'après la 5. Révision |           | d'après la 6. Révision                                            |           |
|--------------------|------------------------|-------------|------------------------|-----------|-------------------------------------------------------------------|-----------|
|                    | à la Couronne          | aux partic. | à la Cour.             | aux part. | à la Cour.                                                        | aux part. |
| 1. Archangel       | 78,644                 | 36          | } 521,910 }            | — 65      | 82,077                                                            | 143       |
| 2. Olonetz         | 98,950                 | 6,093       |                        | 93,823    | 6,285                                                             |           |
| 3. Wologda         | 178,014                | 89,805      | 187,671                | 87,207    | 205,873                                                           | 94,065    |
| 4. Waetka          | 390,538                | 8,400       | 439,703                | 8,099     | 519,467                                                           | 14,247    |
|                    | 4,995 od-<br>nodworzi  |             |                        |           |                                                                   |           |
| 5. Perme           | 248,785                | 123,677     | 314,866                | 97,844    | 313,319                                                           | 165,124   |
|                    | 285                    |             |                        |           |                                                                   |           |
| 6. la Finlande     | 64,548                 | 22,071      | 59,407                 | 30,040    | point de                                                          | donnée    |
| 7. St. Pétersbourg | 157                    | 467         | 45,716                 | 122,913   | 35,508                                                            | 125,678   |
| 8. Novgorod        | 117,878                | 146,930     | 206,491                | 167,529   | 140,839                                                           | 177,408   |
| total              | 1,183,632              | 397,012     | 2,075,764              | 513,497   | 1,390,905                                                         | 582,920   |
| grand total        | 1,738,111 hommes       |             | 2,589,261 hommes       |           | en repétant le nombre de la 5. Rév pour la Finl: 2,063,273 hommes |           |
| Différence         |                        |             | plus 851,150 hommes    |           | moins 525,988                                                     |           |

Ces gouvernemens offrent un phénomène bien singulier, des progrès étonnans dans la population pendant les premières 14 années, et une diminution très forte pendant les dernières 17 années.

Ce n'est pas dans la classe des paysans aux particuliers qu'elle a eu lieu; car cette classe a gagnée dans les 14 premières années

116,485 personnes, et à la 6<sup>me</sup> elle a un surplus de 69,423 hommes, sans compter la Finlande. C'est dans la classe des paysans à la Couronne que les variations les plus étonnantes ont eu lieu. A la 5<sup>me</sup> révision il y avait 892,132 hommes de plus, sans compter Pétersbourg, et à la 6<sup>me</sup> on trouva 684,858 de moins, sans la Finlande. On n'en sauroit attribuer la cause ni à une mortalité extraordinaire, ni à des sacrifices inouis, car les paysans des particuliers en auroient soufferts, si non également, du moins en partie, aussi pas aux donations, car le nombre des paysans aux particuliers n'a pas augmenté en proportion. Et comme il n'y a pas lieu de supposer une faute de calcul aussi grave, il faut attribuer cette grande diminution à plusieurs causes, dont nous ne pouvons indiquer ici que la migration des paysans de la Couronne dans les gouvernemens commercans et manufacturiers du milieu et dans les gouvernemens moins peuplés du sud. Quelques donations, et peut être une plus grande mortalité dans cette classe, suite de leur situation particulière, y peuvent aussi avoir contribué, quoique comme cause secondaire. Il est encore à remarquer que la population parmi les paysans des particuliers a fait des progrès plus rapides dans les premières 14 années que dans les dernières 17 années, d'où l'on peut conclure, que l'agriculture et l'industrie manufacturière ont eu le même sort.

## II. Gouvernemens baltiques.

| Gouvernemens | d'après la 4. Révision |                | d'après la 5. Révision                 |             | d'après la 6. Révision                        |           |
|--------------|------------------------|----------------|----------------------------------------|-------------|-----------------------------------------------|-----------|
|              | à la Couronne          | aux partic.    | à la Cour.                             | aux partic. | à la Cour.                                    | aux part. |
| l'Esthlande  | 90,3                   | — 13 en génér. | 7,811                                  | 93,156      | 6,801                                         | 16,820    |
| la Livonie   | 240                    | 248 en gén.    | 50,276                                 | 206,277     | 50,272                                        | 204,773   |
| la Courlande | reuni 1797             | —              | 79,527                                 | 108,170     | 68,914                                        | 114,415   |
| total        | —                      | —              | 137,614                                | 407,603     | 125,987                                       | 416,013   |
| grand total  | 330,561 hommes         |                | 545,217                                |             | 542,000                                       |           |
| différence   |                        |                | dans les deux Gouvernemens plus 26,959 |             | moins 3,217 dans les deux Gouvern. plus 1,151 |           |

Ce tableau confirme l'observation, que la population est stationnaire depuis longtems dans les gouvernement baltiques. Les don-

nées sur le nombre des paysans du tems de la 4<sup>me</sup> Révision sont trop vagues, pour qu'on en puisse tirer des résultats. Les données sur la 5<sup>me</sup> Révision peuvent servir de base, et il en résulte que la population n'auroit gagnée en 17 ans en Esthlande et en Livonie que 1,151 hommes, tandis que la Courlande a perdu 4,368. Nous sommes en état de donner comme preuve ultérieure de notre assertion le tableau suivant sur la population générale de la Livonie, il y avoit en 1792 — 268,891 hommes

|      |   |         |   |
|------|---|---------|---|
| 1793 | — | 275,406 | — |
| 1794 | — | 276,307 | — |
| 1795 | — | 271,397 | — |
| 1796 | — | 282,805 | — |
| 1797 | — | 285,053 | — |
| 1798 | — | 291,031 | — |
| 1799 | — | 278,238 | — |
| 1800 | — | 285,498 | — |

S'il y a quelques progrès, ils sont bien lents, et sujets à bien de variations.

### III. Gouvernemens sur l'élevation autour des sources de la Volga.

| Gouvernemens | d'après la 4. Révision |             | d'après la 5. Révision |             | d'après la 6. Révision |             |
|--------------|------------------------|-------------|------------------------|-------------|------------------------|-------------|
|              | à la Couronne          | aux partic. | à la Cour.             | aux partic. | à la Cour.             | aux partic. |
| Twor - -     | 150,367                | 276,066     | 153,717                | 303,983     | 174,063                | 332,656     |
| Plskow - -   | 77,385                 | 201,886     | 71,710                 | 224,964     | 93,252                 | 216,750     |
| Smolnisk - - | 84,429                 | 340,458     | 93,107                 | 357,864     | 86,283                 | 373,217     |
| total        | 312,181                | 818,410     | 308,534                | 886,811     | 354,598                | 922,633     |
| grand total  | 1,130,591              |             | 1,195,345              |             | 1,203,278              |             |
| différence   |                        |             | plus 64,754            |             | plus 80,933 hommes     |             |

Nous venons enfin dans les pays où la population gagne, en 31 ans elle a augmentée de 137,700 hommes.

Les paysans de la Couronne avoient perdu à la 5<sup>me</sup> Révision, en 14 années, 3,637 hommes, et gagné à la 6<sup>me</sup>, en 17 ans, 46,064. Les paysans des particuliers ont constamment gagné, mais inégalement, dans les premières 14 années 68,401 hommes, dans

les dernières 47 années seulement 35,872. L'augmentation du nombre des paysans de la Couronne depuis la 5<sup>me</sup> à la 6<sup>me</sup> Révision prouve les progrès de leur aisance, et fait l'éloge de leur administration. Les progrès rapides dans le nombre des paysans des particuliers depuis la 4<sup>me</sup> à la 5<sup>me</sup> révision prouvent les progrès de l'industrie dans ces gouvernemens, et les progrès plus lents dans la dernière période prouvent que cette industrie se trouve dans un état stationnaire, comme aussi que les progrès de la population ne sauroient être dorénavant plus rapides. Ce phénomène se repétera toujours dans nos gouvernemens cultivés, la population fait des progrès plus lents, quand l'industrie est parvenue au point que l'état des capitaux, des lumières et des débouchés permet d'atteindre, elle fait des progrès plus rapides dans les gouvernemens moins cultivés mais fertiles, qui tiennent encore beaucoup de la nature des colonies, toutes les fois que les capitaux des gouvernemens cultivés parviennent à se répandre sur eux.

#### IV. Gouvernemens du milieu.

##### a) Partie orientale.

| Gouvernemens         | d'après la 4. Révision |                  | d'après la 5. Révision |                  | d'après la 6. Révision |                  |
|----------------------|------------------------|------------------|------------------------|------------------|------------------------|------------------|
|                      | à la Couronne          | aux partic.      | à la Cour.             | aux partic.      | à la Cour.             | aux partic.      |
| Nigegorou - -        | 123,595                | 270,717          | 149,757                | 320,147          | 140,488                | 324,685          |
| Kasan - - -          | 299,530                | 66,924           | 322,855                | 72,646           | 324,497                | 83,929           |
| Simbirsk - -         | 168,010                | 187,422          | 213,714                | 271,327          | 220,399                | 234,586          |
| Tamlow - - -         | 229,635                | 190,951          | 277,418                | 312,922          | 311,044                | 303,240          |
| Pensa - - -          | 129,097                | 187,256          | 172,519                | 275,734          | 192,673                | 232,721          |
| Saratow - -          | 121,671                | 156,671          |                        |                  | 210,038                | 245,653          |
| Ornbourg - -         | 137,820                | 36,900           | 174,682                | 57,792           | 248,916                | 83,653           |
| <b>total</b>         | <b>1,203,358</b>       | <b>1,096,841</b> | <b>1,311,005</b>       | <b>1,310,568</b> | <b>1,648,055</b>       | <b>1,512,467</b> |
| <b>cr. net total</b> | <b>2,306,199</b>       |                  | <b>2,621,573</b>       |                  | <b>3,160,522</b>       |                  |
| <b>différence</b>    |                        |                  | <b>plus 315,374</b>    |                  | <b>plus 538,949</b>    |                  |

Deux millions et demi de paysans, habitans des gouvernemens du Nord, ont perdu en nombre jusqu'à un demi million en 30 à 31 ans. Un demi million de paysans des provinces baltiques n'a fait aucun progrès en population. Un million 140,000 paysans sur l'élevation aux sources de la Volga ont gagné environ

140,000 hommes en 30 ans ou 4,600 hommes par an. Deux millions 300,000 paysans dans la partie orientale ont gagné dans le même espace de tems 854,323 hommes, qui repartis sur 30 ans, donnent 28477 hommes par an, ou plus que six fois autant que sur l'élevation de la Volga. Un vaste terrain fertile, un climat tempéré, la plus belle communication par eau, une industrie qui va toujours en croissant dans des contrées où bien de sources n'ont pas encore été exploitées, des moeurs champêtres et pures, non infectées par les vices qu'engendrent les grandes villes, les grandes routes, les corps d'armée, voilà les causes des progrès rapides de la population de ces Gouvernemens.

Les mêmes hommes sur différens terrains, en différens climats et situations font plus ou moins de progrès en population, preuve certaine, que l'homme reçoit sa première éducation de son climat et de son sol, et qu'il se multiplie à mesure qu'il est mieux nourri, mieux vetu et mieux logé. La richesse nationale est la base de la population, cette dernière ne produit pas par elle-même la première, mais elle entraîne des malheurs infinis sur l'état, qui souffre de la maladie d'une population abusive, c'est-à-dire d'une population qui est hors de mesure à l'état actuel de sa richesse nationale. On ne sauroit assez répéter ces vérités contre les politiques qui mesurent la force des Etats par milles carrées et par le nombre de leurs habitans, sans observer de quelle nature est ce terrain, et quels sont les hommes qui l'habitent.

Les paysans de la Couronne ont gagné dans la première période de 14 ans 101,650 hommes ou 7,260 par an, dans la dernière de 17 ans 337,050 ou 25,708 par an, ou plus que trois fois autant, donc leur aisance a également augmentée dans les dernières années.

Les paysans des particuliers ont gagné dans la première période 213,727 hommes, dans la dernière 201,899, ou 15,266.

hommes annuellement jusqu'à la 5<sup>me</sup> révision et 11,876 jusqu'à la 6<sup>me</sup>.

En comparant les progrès des deux classes de paysans, on voit que les paysans des particuliers ont gagné le double sur ceux de la Couronne dans la première période, mais qu'alors les progrès rapides se sont ralentis, et que les derniers ont gagné le double sur ceux des particuliers. Il paroît donc, que les propriétaires de terres dans ces gouvernemens ont commencé par améliorer leurs terres, et y ont aussi transplanté des paysans d'autres gouvernemens moins abondans en terres fertiles, et que les paysans de la Couronne ont suivi leur exemple, et ont commencé à peupler des terres non cultivées.

b) Partie occidentale.

| Gouvernemens  | d'après la 4. Révision |             | d'après la 5. Révision |             | d'après la 6. Révision |             |
|---------------|------------------------|-------------|------------------------|-------------|------------------------|-------------|
|               | à la Couronne          | aux partic. | à la Cour.             | aux partic. | à la Cour.             | aux partic. |
| Jaroslav - -  | (373,296)              |             | 84,786                 | 272,530     | 97,833                 | 284,062     |
| Kostroma - -  | 109,685                | 278,313     | 110,125                | 272,944     | 419,092                | 290,510     |
| Wladimir - -  | 139,493                | 283,723     | 142,446                | 291,864     | 147,372                | 315,583     |
| Moscou - -    | 130,842                | 261,211     | 137,483                | 284,515     | 153,760                | 305,258     |
| Toula - -     | 73,921                 | 340,405     | 65,709                 | 359,081     | 66,105                 | 400,812     |
| Kalouga - -   | 59,758                 | 302,278     | 66,381                 | 293,841     | 75,534                 | 318,253     |
| Résan - -     | 103,824                | 307,413     | 113,908                | 311,378     | 138,170                | 353,225     |
| Orel - -      | 146,289                | 302,444     | 150,068                | 313,090     | 181,557                | 356,364     |
| Koursk - -    | (445,076)              |             | 301,394                | 266,056     | 341,603                | 310,251     |
| Woronesch - - | 247,655                | 140,911     | 182,199                | 141,784     | 398,896                | 218,663     |
| total         | 1,011,476              | 2,216,698   | 1,354,499              | 2,807,083   | 1,719,925              | 3,152,971   |
| grand total   | 3,228,174              |             | 4,161,582              |             | 4,872,996              |             |
| différence    |                        |             | plus 932,310           |             | plus 711,344           |             |

Les gouvernemens de la grande Russie sont presque tous des gouvernemens cultivés depuis plusieurs siècles, d'après cela les progrès de la population devraient être plus lents. Pourtant nous voyons une progression très rapide dans la dernière période depuis la 5<sup>me</sup> à la 6<sup>me</sup> Révision, le surplus des paysans repartis par 17 années donne 41,960 hommes annuellement, proportion qui surpasse de beaucoup celle qui existe dans les gouvernemens sur la Volga

inférieure, d'où nous pouvons conclure, que l'industrie nationale doit avoir beaucoup gagnée dans ces gouvernemens. Et comme ces progrès ne sauroient consister, à l'exception de Koursk et de Woronesch, qui sont des terres neuves, qu'en améliorations de l'agriculture, et qu'en progrès des manufactures et du commerce de l'intérieur, nous avons doublement lieu de féliciter notre patrie sur l'état florissant de ces gouvernemens au coeur de la Russie. Les progrès de la population dans les premières 14 années qui se sont écoulées depuis la 4<sup>me</sup> à la 5<sup>me</sup> Revision étoient beaucoup moins sensibles, car il ne revint du nombre indiqué au surplus que 8,217 hommes par an.

Nos données sur la 4<sup>me</sup> Revision pour Jaroslaw et Koursk, sont des sommes générales, dont nous ignorons les titres. En comparant le nombre de paysans indiqués pour ces deux gouvernemens avec la 5<sup>me</sup> Revision, celui de Jaroslaw est de 15,980 moindre. Au contraire le nombre de paysans indiqué à la 5<sup>me</sup> Revision pour le gouvernement de Koursk est de 122,374 hommes plus grand, que le nombre total marqué du tems de la 4<sup>me</sup> revision: Koursk est une terre vierge, et souverainement agricole, où des progrès rapides sont possibles. Nous ne pouvons pas décider, si le nombre marqué à la 4<sup>me</sup> revision étoit le nombre total des habitans, où seulement le nombre des paysans. Le manque de données détaillées rend toute comparaison impossible.

Woronesch est aussi une terre neuve, qui offre les variations les plus étonnantes. Les paysans de la Couronne avoient perdu de la 4<sup>me</sup> à la 5<sup>me</sup> Revision 65,446 hommes, et gagné de la 5<sup>me</sup> à la 6<sup>me</sup> 216,687. Les paysans des particulieres étoient à la 5<sup>me</sup> Révision presque au même nombre qu'à la 4<sup>me</sup>, avec un petit surplus de 873, donc leur population étoit stationaire et à la 6<sup>me</sup> Revision, ils ont un surplus de 76,879 hommes. De pareilles revolutions sont hors de l'ordre de la nature, elles ne sauroient pro-

venir que de migrations, et peuvent avoir lieu dans des terres nouvellement cultivées.

Dans les gouvernemens cultivés depuis longtems les progrès sont plus naturels, et il n'y a pas de ces variations étonnantes. Le nombre des paysans à la Couronne dans les gouvernemens de Kestroma, Wladimir, Moscou, Toula, Kaluga, Resan et Orel étoit à la 4<sup>me</sup> Revision de 763,812 hommes, celui des paysans aux particuliers 2,075,787. A la 5<sup>me</sup> Revision il y avoit 786,126 paysans de la Couronne et 2,126,713 aux particuliers. Les premiers avoient gagné 22,314 hommes en 14 ans, les derniers 50,926. Ces progrès sont naturels. Les mêmes gouvernemens avoient à la 6<sup>me</sup> Revision 881,600 paysans à la Couronne, et 2,339,995 aux particuliers; le surplus des premiers auroit été en 17 ans de 95,474 hommes, celui des derniers 213,282. Ces progrès sont plus rapides, mais pas sans exemples.

Il nous reste à comparer les progrès des paysans de la Couronne et des particuliers pendant ces deux périodes. Les paysans de la Couronne ont gagné dans la première période 1,593 hommes annuellement, et 5,910 dans la dernière. Les paysans aux particuliers ont gagné en 14 ans jusqu'à la 5<sup>me</sup> Revision 3,637 hommes annuellement, et dans les 17 dernières années 12,575 hommes annuellement. Les progrès de la population étoient donc environ 4 fois plus grands chez les uns et chez les autres depuis la 5<sup>me</sup> à la 6<sup>me</sup> Revision, que de la 4<sup>me</sup> à la 5<sup>me</sup>.

Les paysans de la Couronne ont gagné en 31 ans 7,503 annuellement, ceux des particuliers 16,212 ou plus que le double, d'où il résulte, que leur situation doit avoir été beaucoup plus heureuse dans ces gouvernemens.

V. Gouvernemens de la Russie blanche et de la Lithuanie.

| Gouvernemens | d'après la 4. Révision |             | d'après la 5. Révision |             | d'après la 6. Révision |             |
|--------------|------------------------|-------------|------------------------|-------------|------------------------|-------------|
|              | à la Couronne          | aux partic. | à la Cour.             | aux partic. | à la Cour.             | aux partic. |
| Witebsk - -  | 62,177                 | 232,652     | } 52,780               | 634,572     | 72,346                 | 260,574     |
| Mohilew - -  | 42,702                 | 265,626     |                        |             | 10,286                 | 358,681     |
| Wilna - -    | —                      | —           | } 126,630              | 520,134     | 123,634                | 225,926     |
| Grodno - -   | —                      | —           |                        |             | 29,286                 | 234,051     |
| Minsk - -    | —                      | —           | 39,100                 | 348,753     | 23,499                 | 341,753     |
| total        | —                      | —           | 218,510                | 1,503,159   | 259,051                | 1,421,015   |
| grand total  | —                      |             | 1,721,969              |             | 1,680,066              |             |
| différence   | —                      |             | —                      |             | moins 41,903           |             |

Du tems de la 4<sup>me</sup> Revision les gouvernemens Lithuaniens n'étoient pas encore organisés et en partie pas encore incorporés à la Russie, le dernier partage ayant eu lieu en 1795.

Du tems de la 5<sup>me</sup> Revision Witebsk et Mohilew étoient réunis sous le nom de la Russie blanche, Wilna et Grodno, sous le nom des gouvernemens lithuaniens.

Les sommes pour Witebsk et Mohilew s'accordent assez bien, quoique différentes en apparence. Il y avoit d'après la première donnée sur la 4<sup>me</sup> Revision 104,939 paysans à la Couronne et

498,278 aux particuliers

603,217 paysans

dans les deux gouvernemens.

Le tableau du Sénat sur la 5<sup>me</sup> Revision indique 687,352 paysans. Un tableau du Ministère des finances confirme cette donnée en marquant 71,117 paysans à la Couronne, et aux particuliers :

615,459

686,576

il est évident que les paysans de la Couronne ont passés en donation aux particuliers.

Enfin la donnée sur la 6<sup>me</sup> Revision porte pour les deux gouvernemens 82,631 paysans à la Couronne et

619,255 aux particuliers

701,886 paysans.

La population auroit gagnée dans les premières 14 années 83,359 hommes, et dans les dernières 17 années seulement 15,310. Il me paroît que la somme indiquée à la 4<sup>me</sup> Revision n'est pas exacte, c'étoit un premier dénombrement qui est toujours au dessous de la vérité. Le nombre indiqué à la 5<sup>me</sup> est plus exact, et se confirme par le peu de progrès de la population à la 6<sup>me</sup> Revision, car il est connu que la population fait des progrès lents en Russie blanche. Le terrain marécageux, la pauvreté du paysan, et l'industrie des juifs les arrêtent, la mortalité de ces contrées a toujours été une des plus fortes en Russie.

Mais pourtant on voit quelques progrès dans la population de la Russie blanche, tandis qu'il n'y a que des pertes dans les gouvernemens lithuaniens. Vilna et Grodno avoient d'après la 5<sup>me</sup> Revision 126,630 paysans à la Couronne, et d'après la 6<sup>me</sup> 152,926, c'est plus. Mais les paysans des particuliers ont diminués considérablement. Il y en avoit à la 5<sup>me</sup> Revision

520,134 et à la 6<sup>me</sup>

459,977

60,157 hommes de moins.

Le total étoit à la 5<sup>me</sup> Revision 646,764 et à la 6<sup>me</sup> 612,897.

En supposant même, que la Couronne auroit aquis 26,230 paysans, qui se trouvent de plus à la 6<sup>me</sup> Revision, il y auroit toujours un déficit de 33,867 paysans. Minsk avoit selon la donnée sur la 5<sup>me</sup> Revision 387,853 paysans. Cette population a aussi perdue à la 6<sup>me</sup> Revision, car il n'y avoit que 365,282 paysans, donc 17,571 paysans de moins.

D'où il résulte, que les gouvernemens lithuaniens auroient perdus de la 5<sup>me</sup> à la 6<sup>me</sup> Revision, ou en 14 années 51,438 paysans.

En général la population polonoise a perdu ou au moins elle est stationnaire; car elle fut marquée en 1796 pour toutes les acquisitions de la Russie à 6,379,031 habitans des deux sexes.

En 1804 d'après les comptes rendus des gouverneurs a 3,088,219 hommes et 2,984,825 femmes ou à 6,072,044 habitans des deux sexes.

|         |         |       |           |           |          |      |        |        |
|---------|---------|-------|-----------|-----------|----------|------|--------|--------|
| En 1810 | Witebsk | avoit | 707,638   | habitans  | des      | deux | sexes. |        |
|         | Mohilew | —     | 806,763   | —         | —        | —    | —      |        |
|         | Wilna   | —     | 810,391   | —         | —        | —    | —      |        |
|         | Grodno  | —     | 586,836   | —         | —        | —    | —      |        |
|         | Minsk   | —     | 845,248   | —         | —        | —    | —      |        |
|         | Volinsk | —     | 1,112,783 | —         | —        | —    | —      |        |
|         | Podolsk | —     | 138,868   | —         | —        | —    | —      |        |
|         |         |       | total     | 6,008,527 | habitans | des  | deux   | sexes. |

Le derniers événemens de la guerre de 1812 ont causé de nouvelle pertes

VI. *Les Gouvernemens de la petite Russie, de l'Oukraïne polonoise et de la nouvelle Russie.*

| Gouvernemens  | d'après la 4. Revision |             | d'après la 5. Revision |             | d'après la 6. Revision |             |
|---------------|------------------------|-------------|------------------------|-------------|------------------------|-------------|
|               | à la Couronne          | aux partic. | à la Cour.             | aux partic. | à la Cour.             | aux partic. |
| Kiew          | 159,893                | 221,428     | 55,074                 | 448,231     | 51,411                 | 488,438     |
| Tschernigow   | 188,317                | 172,567     | } 577,726              | } 539,330   | 238,314                | 284,289     |
| Pultawa       | 118,887                | 232,309     |                        |             | 347,492                | 331,802     |
| Charkow       | 145,483                | 187,536     | 310,869                | 201,066     | 244,767                | 191,591     |
| Volinsk       | —                      | —           | 47,150                 | 440,139     | 115,146                | 345,519     |
| Podolsk       | —                      | —           | 475                    | 480,655     | 31,951                 | 454,408     |
| Cherson       | —                      | —           | —                      | —           | 95,589                 | 91,449      |
| Catherinoslaw | } 29,872               | } 7,478     | } 233,815              | } 177,855   | 149,171                | 117,801     |
| la Tauride    |                        |             |                        |             | —                      | —           |
| total         |                        |             | 1,225,418              | 2,287,276   | 1,323,826              | 2,315,173   |
| grand total   |                        |             | 3,512,394              |             | 3,638,999              |             |
| différence    |                        |             |                        |             | 135,664                |             |

Les gouvernemens de Tschernigow et de Pultawa étoient réunis à la 5<sup>me</sup> Revision sous le nom des gouvernemens de la petite Russie; Cherson, Catherinoslaw et la Tauride portoient le nom de la nouvelle Russie, nous avons donc été obligé de recevoir la Tauride dans ce plateau, quoiqu'elle appartient d'après notre division au plateau des steppes.

Il n'y a point de donnée sur la Volhynie et sur la Podolie à la 4<sup>me</sup> Revision. La population de ces provinces est confondue sous les noms de Minsk, de Isiaslaw et de Bratzlaw, et cette population n'est qu'une évaluation générale sans division des classes; sur la Tauride il n'y a pas même une évaluation vraisemblable. Pletschejew admet 100,000 habitans, Herman 300,000. Nous ne pouvons donc nullement déterminer la population du tems de la 4<sup>me</sup> Revision.

A la 5<sup>me</sup> Revision il est dit sur la Podolie dans le tableau du Senat au titre des paysans de la Couronne, que leur nombre est confondu avec celui des paysans aux particuliers, au nombre de 480,080. Le tableau du Ministère des finances en marquant quelques centaines de paysans de plus, donne le nombre peu signifiant de 475 paysans de la Couronne.

Les resultats particuliers que la comparaison de la 4<sup>me</sup>, de la 5<sup>me</sup> et de la 6<sup>me</sup> Revision donnent pour les gouvernemens où la première a eu lieu sont:

Le nombre total des paysans étoit dans le gouvernement de Kiew 381,321 hommes à la 4<sup>me</sup> Revision, et de 503,305 à la 5<sup>me</sup>, plus 121,984 progression étonnante en 14 années. Le nombre des paysans de la Couronne avoit diminué de 104,819, c'est l'effet des donations, ils ont passés aux particuliers, mais toujours il y a le surplus étonnant de 121,981 hommes sur 381,321. Il est vrai, que l'industrie agricole et manufacturiere a beaucoup gagnée dans ce gouvernement, mais cette industrie a fait de même de grands progrès depuis la 5<sup>me</sup> à la 6<sup>me</sup> Revision par le Commerce d'Odesse, et par le système continental, qui a fait naitre nombre de manufactures dans ce gouvernement riche en premières matières. Et pourtant les progrès sont infiniment plus lents depuis la 5<sup>me</sup> à la 6<sup>me</sup> Revision dans un espace de tems plus long, car en 17 années le surplus ne monte qu'à 36,544 hommes. On pourroit

élever des doutes sur les nombres indiqués à la 5<sup>me</sup> Revision, mais le tableau du Sénat a exactement le même nombre de revisionnaires, que le tableau du ministère des Finances. Donc si le nombre de la 4<sup>me</sup> Revision est juste, cette augmentation subite de la population est réellement prodigieuse.

Le nombre total des paysans à la Couronne dans les gouvernemens de Tschernigow et de Pultawa étoit à la 4<sup>me</sup> Révision de 307,204 et celui des paysans aux particuliers 404,876, il se trouve augmenté à la 5<sup>me</sup> Revision pour la première classe de 70,522 hommes, et pour la dernière de 134,454 total 204,976 sur une population qui étoit de 712,080 hommes il y'a 14 ans. Ici le même prodige se repète, et malgré tous les progrès de l'agriculture, il paroît pourtant que la colonisation doit avoir été très forte dans ces contrées. A la 5<sup>me</sup> Revision le nombre total des paysans de la Couronne étoit pour Tschernigow et Pultawa 585,806, et celui des paysans aux particuliers 616,091. Les premiers se trouvent augmentés de 8,080 hommes, les derniers de 76,761 total 84,841. Ces progrès sont considérables, mais pas si prodigieux.

Il nous reste à parler de Charkow. Le nombre des paysans de la Couronne a augmenté de la 4<sup>me</sup> à la 5<sup>me</sup> Revision de 165,386 hommes, c'est à dire il a plus que double, celui des paysans aux particuliers, n'a fait que des progrès ordinaires, il a gagné 13,530, total du surplus 178,916. Mais depuis la 5<sup>me</sup> à la 6<sup>me</sup> Revision cette population a perdu 75,577 hommes, dont 66,102 à la Couronne, et 9,475 aux particuliers.

Ces quatre gouvernemens Kiew, Tschernigow, Pultawa et Charkow ont en général le même sol et le même climat, et sont habités par le même peuple, à peu de différences près entre les habitans de la petite Russie et de l'Oukraine russe. Il sera donc intéressant de jeter encore un coup d'oeil général sur les progrès de la population de ces contrées pendant les deux périodes, dont nous parlons ici.

Il y avoit à la 4<sup>me</sup> Revision dans ces 4 gouvernemens 612,580 paysans à la Couronne, à la 5<sup>me</sup> 943,669 plus 331,089, à la 6<sup>me</sup> 882,004, moins 61,665. Cette population a donc gagné en 31 ans 269,424 hommes ou 8,691 hommes annuellement.

Les paysans des particuliers étoient

à la 4<sup>me</sup> Revision 813,840 hommes

à la 5<sup>me</sup> Revision 1,188,627, plus 374,787

à la 6<sup>me</sup> Revision 1,296,120, plus 107,493.

Cette classe a donc gagné dans le même espace de tems 482,280 hommes, ou elle s'est plus que doublée, annuellement 15,557.

Ces progrès en population sont très grands, et peuvent être comparés aux progrès de la population aux Etats Unis de l'Amérique, où elle a doublée en 25 ans; car dans ces gouvernemens elle a plus que doublée dans un espace de tems un peu plus long. Les progrès que firent les paysans de la Couronne, étoient d'abord plus rapides, mais puis ils s'arrêtèrent, ceux des paysans des particuliers continuent toujours, mais ils sont plus lents. Le même caractère se retrouve dans les progrès de la population, dans ces contrées: la période de la 4<sup>me</sup> à la 5<sup>me</sup> Revision leur a été la plus favorable.

Les deux gouvernemens de l'Oukraine polonoise n'offrent pas les mêmes résultats, ils avoient à la 5<sup>me</sup> Revision 47,634 paysans à la Couronne, et à la 6<sup>me</sup> Revision 147,097 plus 99,458.

Le nombre des paysans aux particuliers montoit à la 5<sup>me</sup> Revision à 920,278 hommes, et à la 6<sup>me</sup> Revision à 799,927, moins 120,351 homes. Le total de paysans de ces deux gouvernemens étoit à la 5<sup>me</sup> Revision de 967,912, et à la 6<sup>me</sup> de 947,024; donc la population de ces contrées a perdu en 17 ans 20,888 hommes, ce qui prouve contre l'état florissant de ces contrées.

Nous venons à la nouvelle Russie, contrées fertiles et peu habitées qui tiennent en tout de la nature des Colonies, Cherson et

Iecatherinoslaw avoient à la 4<sup>me</sup> Révision 29,872 paysans à la Couronne, et à la 6<sup>me</sup> (car il n'y a pas de comparaison à faire avec la 5<sup>me</sup>, puisque la Tauride étoit incorporée à la nouvelle Russie) 245,350, plus 215,478 hommes. Ces mêmes gouvernemens avoient à la 4<sup>me</sup> Révision 7,478 paysans aux particuliers, et à la 6<sup>me</sup> 214,310, plus 206,832. Ce n'est pas l'effet des progrès naturels de la population, c'est la population de l'intérieur de la Russie qui s'est repandue sur ces contrées desertes. En 31 ans elles ont gagnées 422,310 nouveaux habitans. Quelle heureuse perspective pour l'avenir.

En comparant les trois gouvernemens de Cherson, Iecatherinoslaw et de la Tauride selon leur population à la 5<sup>me</sup> et à la 6<sup>me</sup> Révision, nous trouvons qu'il y avoit à la 5<sup>me</sup> 233,815 paysans à la Couronne, et à la 6<sup>me</sup> 295,345, plus 61,530 hommes. Les paysans des particuliers étoient à la 5<sup>me</sup> Révision 177,855 hommes, et à la 6<sup>me</sup> Révision 224,186, plus 46,331, total du surplus en 17 ans 107,861, ou environ un 4 de la population entière, qui montoit à la 5<sup>me</sup> Révision à 411,670 paysans.

Il resulte de là que l'Empire de Russie a de très belles espérances à former sur les gouvernemens de la petite Russie, de l'Oukraine russe et de la nouvelle Russie, mais que l'Oukraine polonoise demande l'attention du gouvernement sur les mesures à prendre pour ranimer l'industrie qui seule nourrit la population.

### VII. *Les Gouvernemens des steppes*

| Gouvernemens                | à la 4. Révision |             | à la 5. Révision |             | à la 6. Révision |             |
|-----------------------------|------------------|-------------|------------------|-------------|------------------|-------------|
|                             | à la Couronne    | aux partic. | à la Cour.       | aux partic. | à la Cour.       | aux partic. |
| Astrachan } -               |                  |             | } 33,015         | } 7,640     | 9,301            | 4,076       |
| Caucasie } -                |                  |             |                  |             | 42,526           | 4,868       |
| Cosaques du Don             | 200,000          | —           | 135,479          | 63,140      | 135,479          | 76,791      |
| Cosaques de la mer<br>noire | 20,000           | —           | 29,395           | —           | 29,395           | —           |
| total                       |                  |             | 197,889          | 70,780      | 216,701          | 85,735      |

Les données sont très imparfaites sur ces contrées. A la 4<sup>me</sup> Révision les deux gouvernemens d'Astrachan et de la Caucasia

étoient réunis sous un gouvernement; qui portoit le nom de Caucasic, et se partageoit en deux parties, en celle d'Astrachan et en celle de Caucasic. Ces deux gouvernemens restèrent encore réunis à la 5<sup>me</sup> Revision, mais ils furent séparés à la 6<sup>me</sup>.

Le tableau du Sénat donne à la 5<sup>me</sup> Revision pour Astrachan et la Caucasic 31,456 paysans à la Couronne  
1,535 aux domaines  
 32,991 hommes

c'est presque le même nombre, que le tableau du Ministère des finances indique.

En 1810 la population entière d'Astrachan étoit marquée à 68,681 personnes des deux sexes, celle de la Caucasic à 62,773

total 131,454

tandis qu'en 1803 la population des deux gouvernemens montoit à 109,624 personnes, en 1804 à 101,527.

Ce même tableau du Sénat a la donnée sur les paysans aux particuliers sur les terres des Cosaques du Don, que le tableau du Ministère des finances n'a pas, celui-ci, au contraire a la donnée sur les paysans de la Couronne

savoir 68,538 paysans de la Couronne

66,941 Odnodwortzi, Tepteri et Bobili

135,479 à la Couronne.

Ce titre n'est pas rempli dans le tableau sur la 6<sup>me</sup> Revision, que j'ai pu consulter.

La donnée sur les Cosaques de la mer noire, date de l'année 1804 pour les deux sexes, mais comme nous l'avons marqué plus haut, il y a environ 9,000 femmes sur 20,000 hommes.

Le peu de résultats que ces données fournissent, sont: Astrachan et la Caucasic avoient

à la 4<sup>me</sup> Revision 7,132 paysans,  
à la 5<sup>me</sup> Revision 40,655 plus 33,523,  
à la 6<sup>me</sup> 51,827 paysans à la Couronne et  
8,944 paysans aux particuliers  
60,771, plus 20,116. Il y a donc

des progrès bien rapides, même dans ces contrées peu favorables à l'agriculture.

Le nombre des Cosaques du Don à la 4<sup>me</sup> Revision est une évaluation, à la 5<sup>me</sup>, il y avait 198.619, paysans, c'est à peu près le même nombre, il prouve que la première évaluation a été bien faite. Mais cette évaluation comprend le nombre des habitans de toutes les classes, et c'est pour cela que les progrès de la population ne paroissent pas au nombre de la 5<sup>me</sup> Revision. Le tableau du Sénat marque 49,052 hommes libres d'impôts sur les terres des Cosaques du Don, qu'il faut ajouter au nombre des 198,619 paysans, total 247,671, nombre général de tous les habitans mâles, et alors il y a quelques progrès dans la population de ces contrées. La 6<sup>me</sup> Revision ne marque que les paysans aux particuliers, il y en avoit 13,651 de plus.

Les Cosaques de la mer noire paroissent se trouver au même nombre qu'ils étoient d'après une évaluation faite par Plestchejew du tems de la 4<sup>me</sup> Revision.

### VIII. Sibérie

| Gouvernemens | à la 4. Révision |             | à la 5 Révision |           | à la 6. Révision |           |
|--------------|------------------|-------------|-----------------|-----------|------------------|-----------|
|              | à la Couronne    | aux partic. | à la Cour       | aux part. | à la Cour.       | aux part. |
| Touolsk      | 215,371          | 2,316       | 256,931         | 2,320     | 181,788          | 1,634     |
| Tomsk        | 74,878           | 348         |                 |           | 66,074           | 824       |
| Irkoutzk     | 169,608          | 325         | 190,406         | 289       | 78,840           | 318       |
| total        | 457,857          | 2,989       | 447,337         | 2,609     | 326,702          | 2,776     |
| grand total  | 460,846          |             | 449,946         |           | 329,478          |           |
| Différence   | —                |             | moins 10,900    |           | moins 120,468    |           |

Le nombre de paysans marqués sous le titre de Tomsk à la 4<sup>me</sup> Revision est celui du gouvernement de Kolywan qui existoit

alors, et faisoit le 3<sup>me</sup> gouvernement de la Sibirie, tout comme Tomsk le fait aprésent.

A la 5<sup>me</sup> Revision Tobolsk et Tomsk étoient réunis et outre le nombre indiqué, on a encore marqué 66,962 ouvriers et journaliers aux fabriques, titre qui ne se trouve pas à la 4<sup>me</sup> Revision. Dans le tableau que j'ai pu consulter sur la 6<sup>me</sup> Revision, il est dit, qu'elle n'étoit pas encore terminée à Tobolsk, et que le nombre marqué dans le tableau est celui de la 5<sup>me</sup> Revision, c'est à dire le nombre des paysans enregistrés à la 5<sup>me</sup> Revision, qui est tombé en partage au gouvernement de Tobolsk, quand on a formé celui de Tomsk.

La Sibirie a la réputation, que les hommes y jouissent d'une santé très forte, et parviennent à une haute viellesse. Il est donc bien étonnant, que la population a diminuée aussi considérablement. Mais il y a plusieurs raisons, qui me font douter de l'exactitude des nombre indiqués. D'abord la Sibirie a été deux fois partagée depuis la 4<sup>me</sup> à la 6<sup>me</sup> Revision, et à ces nouveaux partages les fautes de calcul sont presque inévitables, et puis la 6<sup>me</sup> Revision n'étoit pas encore terminée à Tobolsk, quand on a composé le tableau que j'ai pu consulter. Avant de décider quelque chose sur les variations de la population en Sibirie, il faudroit donc vérifier les nombres indiqués.

Nous donnons ici le tableau général sur les changemens arrivés dans la population de la classe la plus nombreuse et la plus exactement comptée en Russie.

## Tableau général.

| Plateaux                                                                                      | à la 4. Révision |             | à la 5. Révision |             | à la 6. Révision |            |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------|------------------|-------------|------------------|-------------|------------------|------------|
|                                                                                               | à la Couronne    | aux partic. | à la Cour.       | aux partic. | à la Cour.       | aux part.  |
| Gouvernemens du Nord                                                                          | 1,183,632        | 397,012     | 2,075,764        | 513,497     | 1,390,906        | 582,920    |
| Gouvernemens bal-<br>tiques                                                                   | —                | —           | 137,614          | 407,603     | 125,087          | 416,013    |
| Gouvernemens aux<br>sources de la<br>Volga                                                    | 312,171          | 818,410     | 308,534          | 886,811     | 354,598          | 922,683    |
| Gouvernemens du<br>milieu Partie<br>orientale                                                 | 1,209,358        | 1,096,841   | 1,311,005        | 1,310,568   | 1,648,055        | 1,512,467  |
| Partie occidentale<br>Gouvernem. de la<br>Russie blanche<br>et de la Lithuanie                | 1,011,467        | 2,216,698   | 1,354,499        | 2,807,083   | 1,719,925        | 3,152,975  |
| Gouvernemens de<br>la petite Russie<br>de l'Oukraine<br>polonoise et de la<br>nouvelle Russie | —                | —           | 218,510          | 1,503,459   | 259,051          | 1,421,015  |
| Gouvernemens de<br>steppes                                                                    | —                | —           | 197,789          | 70,780      | 216,701          | 8,573      |
| la Sibérie                                                                                    | 457,857          | 2,989       | 447,337          | 2,609       | 326,702          | 27         |
| total                                                                                         | 4,174,485        | 4,531,950   | 7,276,180        | 9,789,686   | 7,365,751        | 10,336,837 |
| grand total                                                                                   | 8,706,435        |             | 17,065,866       |             | 17,702,588       |            |
| différence                                                                                    |                  |             |                  |             |                  |            |



## DES PROGRÈS DE LA POPULATION

EN RUSSIE PAR GOUVERNEMENS,

D'APRÈS LA 4<sup>me</sup>, 5<sup>me</sup> ET 6<sup>me</sup> RÉVISION.

SECONDE PARTIE.

PAR

C. T. HERRMANN.

---

 Présenté à la Conférence le 12. Juin 1816.
 

---

Nous venons aux autres classes productives: aux artisans, aux manufacturiers et aux marchands. Malheureusement ces classes sont différemment mentionnées dans nos tableaux, car leur but est financier, tandis que le nôtre est économique. Dans les états sur la 4<sup>me</sup> Revision se trouvent les titres: marchands, bourgeois, gens libres d'impôts de différens états, puisque les marchands payent un impôt du capital, les bourgeois une capitation, et les derniers ne payent rien, ou seulement quelque argent pour leur passe-ports. Cette division est juste sous le rapport des finances, mais elle laisse la plus grande confusion en économie politique, puisqu'il ne paroît pas combien de ces bourgeois et de ces Rasnoschinzi: appartiennent aux classes productives ou non. Les états sur la 5<sup>me</sup> Revision ont les titres suivans: marchands, bourgeois, et inseris aux corporations (цѣховыхъ), et gens de différentes conditions, qui ne payent pas d'impôts directs. Le tableau du Sénat sur la même Revision n'a que deux titres: habitans des villes, marchands, bourgeois et aux corporations, et puis gens libres d'impôts de différentes conditions. Les états sur la 6<sup>me</sup> Revision ont les titres suivans: marchands, bourgeois et цѣховыхъ, Gens libres d'impôts, savoir: les Rasnoschinzi et les Jamschiki. Enfin un nombre très considerable des paysans font un

commerce très étendu et s'occupent des arts et métiers, en payant les rédevances établies par les loix pour cette permission. Il est donc jusqu'à présent tout à fait impossible d'avoir en Russie une idée juste sur le nombre de personnes qui vivent du commerce, des manufactures et des arts et métiers, comme on l'a partout ailleurs. Voici le tableau sur les données qui existent :

### 1. Gouvernemens du Nord.

| Gouvernem.   | d'après la 4. Révision |        |           | d'après la 5. Révision |           |           | d'après la 6. Révision |        |                                  |        |
|--------------|------------------------|--------|-----------|------------------------|-----------|-----------|------------------------|--------|----------------------------------|--------|
|              | march.                 | bourg. | gens lib. | march.                 | bourgeois | gens lib. | march.                 | bourg. | gens libres<br>gens lib. Jamsch. |        |
| Archangel    | 839                    | 3,650  | 1,866     | 403                    | 4,603     | 482       | 265                    | 4,300  | —                                | —      |
| Olonetz      | 1,275                  | 3,217  | 1,092     |                        |           |           | 683                    | 4,320  | 4,091                            | —      |
| Wologda      | 1,685                  | 7,240  | 7,337     | 1,343                  | 7,681     | 1,125     | 1,115                  | 8,231  | —                                | 1,216  |
| Waetka       | 549                    | 4,048  | —         | 867                    | 5,416     | 3,342     | 922                    | 7,768  | 11,586                           | —      |
| Perme        | 598                    | 6,477  | 18,636    | 1,351                  | 8,681     | 30,148    | 856                    | 10,227 | 3,514                            | 3,863  |
| la Finlande  | 125                    | 1,745  | 4,750     | 408                    | 1,854     | 117       | point de donnée        |        |                                  |        |
| St. Pétersb. | 1,681                  | 4,787  | —         | 5,366                  | 12,138    | 5,237     | 5,200                  | 12,999 | 2,030                            | 2,392  |
| Novgorod     | 3,034                  | 7,201  | 12,619    | 5,176                  | 12,813    | 9,074     | 3,258                  | 11,094 | —                                | 8,750  |
| total -      | 9,796                  | 38,365 | 46,300    | 14,914                 | 53,186    | 49,525    | 12,299                 | 58,939 | 21,221                           | 16,221 |

### 2. Gouvernemens baltiques.

| Gouvernem.   | d'après la 4. Révision                         |        |           | d'après la 5. Révision |           |           | d'après la 6. Révision |        |                                  |   |  |
|--------------|------------------------------------------------|--------|-----------|------------------------|-----------|-----------|------------------------|--------|----------------------------------|---|--|
|              | march.                                         | bourg. | gens lib. | march.                 | bourgeois | gens lib. | march.                 | bourg. | gens libres<br>gens lib. Jamsch. |   |  |
| l'Esthlande  | sous le titre: habitans des villes 6,842 homm. |        |           | 492                    | 2,398     | 2,020     | 687                    | 3,758  | 3,836                            | — |  |
| la Livonie   | sous le titre bourgeois et gens libres 20,886  |        |           | 2,283                  | 5,626     | 8,131     | 1,722                  | 13,438 | point de données                 |   |  |
| la Courlande | point de données                               |        |           | 1,073                  | 12,213    | 390       | 1,116                  | 14,157 | point de données                 |   |  |
| total -      | 27,728                                         |        |           | 3,848                  | 20,228    | 10,541    | 3,525                  | 31,353 | 3,836                            | — |  |

### 3. Gouvernemens aux sources de la Volga.

| Gouvernem. | d'après la 5. Révision |        |           | d'après la 5. Révision |           |           | d'après la 6. Révision |        |                                  |        |
|------------|------------------------|--------|-----------|------------------------|-----------|-----------|------------------------|--------|----------------------------------|--------|
|            | march.                 | bourg. | gens lib. | march.                 | bourgeois | gens lib. | march.                 | bourg. | gens libres<br>gens lib. Jamsch. |        |
| Twer -     | 12,174                 | 9,783  | 3,404     | 6,430                  | 17,323    | 3,868     | 6,673                  | 19,699 | —                                | 4,184  |
| Plescou    | 2,962                  | 4,911  | 1,898     | 3,278                  | 6,232     | 1,064     | 2,727                  | 7,189  | —                                | 1,228  |
| Smolensk   | 5,442                  | 8,691  | 7,121     | 3,891                  | 12,170    | 1,803     | 2,967                  | 13,808 | 1,665                            | 12,108 |
| total -    | 20,578                 | 23,385 | 12,423    | 13,599                 | 35,725    | 6,735     | 12,367                 | 40,696 | 1,665                            | 17,502 |

## 4. Gouvernemens du milieu.

## a) Partie orientale.

| Gouvernem. | d'après la 4. Révision |        |           | d'après la 5. Révision |           |           | d'après la 6. Révision |        |           |         |
|------------|------------------------|--------|-----------|------------------------|-----------|-----------|------------------------|--------|-----------|---------|
|            | march.                 | bourg. | gens lib. | march.                 | bourgeois | gens lib. | march.                 | bourg. | gens lib. | Jamsch. |
| Kasan -    | 991                    | 4,865  | 9,230     | 1,747                  | 6,154     | 5,677     | 2,582                  | 10,092 | 5,485     | 951     |
| Nigegorod  | 1,946                  | 4,321  | 7,522     | 3,010                  | 7,098     | 1,882     | 2,050                  | 8,671  | 496       | 8,353   |
| Simbirsk   | 721                    | 5,154  | 4,195     | 1,571                  | 7,975     | 8,301     | 2,045                  | 8,190  | 3         | 603     |
| Tambow     | 2,634                  | 6,982  | 3,684     | 6,779                  | 9,374     | 3,058     | 1 822                  | 17,492 | —         | 1,640   |
| Orenbourg  | 1,756                  | 1,303  | —         | 1,909                  | 1,858     | 132,821   | 2,307                  | 3,966  | 168       | —       |
| Pensa -    | 773                    | 2,253  | 962       | 7,032                  | 14,982    | 12,479    | 1,373                  | 5,152  | 58        | 1,243   |
| Saratow -  | 1,525                  | 11,681 | 20,414    |                        |           |           | 6,970                  | 15,162 | 22,342    | —       |
| total -    | 10,346                 | 36,559 | 46,007    | 22,048                 | 47,441    | 164,218   | 19,149                 | 68,725 | 28,924    | 12,790  |

## b) Partie occidentale.

| Gouvernem. | d'après la 4. Révision            |        |           | d'après la 5. Révision |           |           | d'après la 6. Révision |         |           |         |
|------------|-----------------------------------|--------|-----------|------------------------|-----------|-----------|------------------------|---------|-----------|---------|
|            | march.                            | bourg. | gens lib. | march.                 | bourgeois | gens lib. | march.                 | bourg.  | gens lib. | Jamsch. |
| Jaroslâw   | donnée gén. 37,329 habit.         |        |           | 3,510                  | 11,819    | 1,258     | 3,148                  | 13,352  | 1,290     | 446     |
| Kostroma   | 1,501                             | 9,493  | 8,707     | 1,776                  | 9,442     | 1,248     | 1,246                  | 10,236  | 78        | 309     |
| Moscou     | 2,864                             | 18,814 | —         | 14,135                 | 20,685    | 5,276     | 17,134                 | 25,925  | 467       | 4,094   |
|            | à Mosc. habit. de villes outr. M. |        |           |                        |           |           |                        |         |           |         |
| Wladimir   | 4,346                             | 6,610  | 1,350     | 5,707                  | 7,067     | 1,341     | 4,812                  | 8,582   | 1         | 1,343   |
| Kalouga    | 6,803                             | 8,891  | 13,006    | 4,510                  | 13,690    | 668       | 5,431                  | 17,053  | —         | 841     |
| Toula -    | 6,991                             | 5,202  | 11,568    | 3,435                  | 12,395    | 1,956     | 4,530                  | 21,560  | —         | 1,259   |
| Résan -    | 4,229                             | 5,364  | 13,216    | 4,005                  | 8,913     | 1,604     | 3,051                  | 12,957  | —         | 1,835   |
| Orel -     | 6,734                             | 14,612 | 14,037    | 8,320                  | 16,691    | 4,101     | —                      | 23,395  | —         | 3,844   |
| Koursk     | 3,590                             | 6,290  | 21,475    | 4,885                  | 8,836     | 3,177     | 5,341                  | 14,087  | —         | 2,549   |
| Woronesch  | 1,683                             | 4,950  | 9,595     | 1,522                  | 3,318     | 3,025     | 2,620                  | 6,330   | —         | 2,890   |
| total -    | 38,741                            | 80,226 | 92,954    | 41,805                 | 112,556   | 23,654    | 47,313                 | 153,477 | 1,836     | 19,410  |

## 5) La Russie blanche et la Lithuanie.

| Gouvernem. | d'après la 4. Révision |        |           | d'après la 5. Révision |           |           | d'après la 6. Révision |         |           |
|------------|------------------------|--------|-----------|------------------------|-----------|-----------|------------------------|---------|-----------|
|            | march.                 | bourg. | gens lib. | march.                 | bourgeois | gens lib. | march.                 | bourg.  | gens lib. |
| Witebsk    | 1,113                  | 14,340 | —         | 2,050                  | 42,190    | 1,028     | 415 no                 | 19,361  | 735       |
| Mohilew    | 1,482                  | 21,384 | —         |                        |           |           | 5. pev.                | 733     | 31,342    |
| Wilna -    | —                      | —      | —         | 28,048                 | 4,415     | —         | 162                    | 19,457  | —         |
|            |                        |        |           |                        |           |           | pas fini               |         |           |
| Grodno     | —                      | —      | —         | 3,725                  | 1,564     | —         | 70                     | 16,452  | —         |
| Minsk -    | —                      | —      | —         | 465                    | 23,275    | 25,011    | 308                    | 25,510  | 9,718     |
| Bialystok  | —                      | —      | —         | —                      | —         | —         | 18                     | 16,651  | 13,694    |
| total -    | 2,595                  | 35,724 | —         | 34,288                 | 71,444    | 26,039    | 1,706                  | 128,773 | 24,147    |

6) *La petite Russie, l'Ukraine et la nouvelle Russie.*

| Gouvernem.   | d'après la 4. Révision |        |           | d'après la 5. Révision |           |           | d'après la 6. Révision |         |           |
|--------------|------------------------|--------|-----------|------------------------|-----------|-----------|------------------------|---------|-----------|
|              | march.                 | bourg. | gens lib. | march.                 | bourgeois | gens lib. | march.                 | bourg.  | gens lib. |
| Kiew         | 300                    | 11,016 | 5,264     | 557                    | 30,963    | 45,434    | 135                    | 22,474  | 42,455    |
| Tschernig.   | 696                    | 8,427  | 905       | } 4,525                | 41,462    | 2,079     | 2,975                  | 36,803  | 553       |
| Pultawa      | 3,118                  | 15,809 | 877       |                        |           |           | 1,081                  | 15,337  | 166       |
|              | (Now-goro = Siewersk)  |        |           |                        |           |           |                        |         |           |
| Charkow      | —                      | 8,622  | 14,934    | 1,322                  | 7,387     | 43,839    | 798                    | 7,051   | 16,610    |
| Podolsk      | —                      | —      | —         | 930                    | 34,191    | 634       | 561                    | 33,266  | 191       |
| Volinsk      | —                      | —      | —         | 918                    | 33,693    | 38,452    | 438                    | 33,422  | 44,183    |
| Cherson      | —                      | —      | —         | } 3,428                | 16,184    | 60,213    | 1,165                  | 10,656  | 22,357    |
| Catherinosl. | —                      | —      | —         |                        |           |           | 1,170                  | 12,922  | 2,730     |
| la Tauride   | —                      | 766    | —         | —                      | —         | —         | 418                    | 14,112  | 110,460   |
| total        | 4,114                  | 44,640 | 21,980    | 11,680                 | 163,880   | 190,651   | 8,741                  | 186,043 | 239,705   |

7) *Gouvernemens de Steppes.*

| Gouvernem.                                     | d'après la 4. Révision |        |           | d'après la 5. Révision |           |                           | d'après la 6. Révision |        |           |         |
|------------------------------------------------|------------------------|--------|-----------|------------------------|-----------|---------------------------|------------------------|--------|-----------|---------|
|                                                | march.                 | bourg. | gens lib. | march.                 | bourgeois | gens lib.                 | march.                 | bourg. | gens lib. | Jamsch. |
| Astrachan                                      | } 917                  | 1,444  | 15,677    | } 1,662                | 4,196     | 28,849                    | 1,733                  | 4,179  | 7,407     | —       |
| la Caucasic                                    |                        |        |           |                        |           | 15,155                    |                        |        | 647       | 885     |
|                                                |                        |        |           |                        |           | kibitq. et 188 Gai-sangow |                        |        |           |         |
| les terres des Cosaques du Don de la mer noire | —                      | —      | —         | —                      | —         | —                         | —                      | —      | —         | —       |
| total                                          | 917                    | 1,444  | 15,677    | 1,662                  | 4,196     | 44,192                    | 2,380                  | 5,064  | 15,640    | —       |

8) *Gouvernemens de Sibérie.*

| Gouvernem. | d'après la 4. Révision |        |           | d'après la 5. Révision |           |           | d'après la 6. Révision |        |           |         |
|------------|------------------------|--------|-----------|------------------------|-----------|-----------|------------------------|--------|-----------|---------|
|            | march.                 | bourg. | gens lib. | march.                 | bourgeois | gens lib. | march.                 | bourg. | gens lib. | Jamsch. |
| Tobolsk    | 1,083                  | 12,542 | 28,018    | 1,428                  | 24,120    | 33,434    | 409                    | 9,292  | 7,407     | 13,504  |
| Tomsk      | 230                    | 3,807  | 5,418     |                        |           |           | 451                    | 14,092 | 15,462    | 588     |
| Irkoutsk   | 862                    | 6,230  | 10,480    | 873                    | 7,300     | 2,969     | 746                    | 6,198  | 9,458     | —       |
| total      | 2,175                  | 22,579 | 43,916    | 2,301                  | 31,420    | 36,403    | 1,606                  | 29,582 | 32,327    | 14,092  |

Nous venons aux résultats de ces données.

1. La classe des marchands a gagnée en général dans les gouvernemens du Nord, mais avec des variations qui sont très re-

marquables. Les progrès quant au nombre des marchands étoient rapides depuis la 4<sup>me</sup> à la 5<sup>me</sup> Revision, ils ont perdu la moitié de ce surplus depuis la 5<sup>me</sup> à la 6<sup>me</sup>. Dans la première période le nombre augmenta de 5,118, il diminua dans la dernière de 2,415, et il resta un surplus de la 6<sup>me</sup> à la 4<sup>me</sup> Revision de 2,703 marchands. Archangel et Olonetz présentent un phénomène contraire, à ce que nous voyons dans les autres gouvernemens du Nord. Il y eut à la 5<sup>me</sup> Revision 1711 marchands de moins, perte énorme sur 2,114, ou plus que la moitié, et à la 6<sup>me</sup> Revision, il y eut 545 marchands de plus sur le petit nombre resté à la 5<sup>me</sup> Revision, ce qui est encore plus que la moitié. Le commerce a donc beaucoup souffert dans la première période, il a commencé à se relever dans la dernière, mais sans atteindre l'état florissant, où il étoit à la 5<sup>me</sup> Revision, Wologda a perdu consécutivement aux 3<sup>me</sup> Revisions, Waetka au contraire a graduellement gagné, Perme gagna à la 5<sup>me</sup> Révision, et perdit à la 6<sup>me</sup>, la Finlande gagna beaucoup ou presque un tiers, mais St. Petersbourg fit des progrès étonnans de la 4<sup>me</sup> à la 5<sup>me</sup> Revision, il y eut 3,685 marchands de plus, ou leur nombre a presque quadruplé. Voilà la véritable cause des pertes que fit Archangel, son commerce a passé à St. Petersbourg. Ce nombre n'a plus augmenté à la 6<sup>me</sup>, il a même un peu rétrogradé; car il y a 166 marchands de moins, Novgorod partagea l'état florissant de St. Pétersbourg, le nombre de ses marchands sembloit vouloir doubler, mais cet éclat ne fut qu'éphémère, et Novgorod retomba presque au taux, où il étoit à la 4<sup>me</sup> Revision. Ces résultats sont très instructifs, ils nous font voir, que le commerce de St. Petersbourg a fait baisser celui d'Archangel, et que les gouvernemens qui sont sur la route du commerce de St. Pétersbourg ont gagné de même. Depuis le tems de Pierre le Grand, le commerce d'Archangel déclina, il fonda celui de St. Petersbourg sur les ruines de l'ancien port de commerce de la Russie européenne. Catherine II tacha de le relever en rendant ses privilèges à Archangel, mais la situation heu-

reuse de St. Petersbourg et ses communications par eau décidèrent contre Archangel. Il est satisfaisant, que le commerce d'Archangel commence à se relever, et que celui de St. Pétersbourg après avoir atteint sa grandeur actuelle, commence à devenir stationnaire, car il est toujours à désirer, que l'industrie ne soit point concentrée sur un seul point, mais se repande sur plusieurs endroits, alors elle devient plus bienfaisante, et se trouve sujete à moins de revers.

Nous avons déduit ces résultats du nombre des marchands en différentes périodes. Il est bien vrai, qu'un petit nombre de grands comptoirs peuvent faire un commerce plus étendu qu'un grand nombre de petits marchands. Mais ces grands comptoirs russes n'existent pas; c'est toujours une industrie éparpillée qui demande pour se concentrer des lumières, et une culture que nous devons encore attendre de l'avenir. Nos capitaux de commerce ont sans contredit augmentés, c'est le produit des intérêts, que portèrent les capitaux étrangers employés dans le commerce de l'intérieur de la Russie, le reste dépend du tems et de la paix. Il est encore vrai, que les paysans ont une bonne part au commerce de la Russie, et que parconséquent ils pourroient avoir gagné ce que les marchands ont perdu en nombre. Mais quoique l'accumulation des capitaux dans la classe des paysans soit un bien, la confusion des états est toujours un mal, qui obligera un jour le Gouvernement à resoudre le problème, comment ces paysans riches, qui font le commerce, pourront passer légitimement dans la classe des marchands, sans blesser les droits de propriété de leurs maîtres? Dans l'état actuel des choses, où aucune donnée officielle existe sur le nombre de paysans, qui font le commerce, le statisticien politique doit se borner aux résultats qu'il dérive du nombre des marchands. Il seroit heureux, s'il pourroit évaluer leur capitaux, mais ce moment n'est pas encore arrivé pour la statistique en Russie, et l'intérêt particulier des capitalistes l'éloignera pour des siècles. Il est donc évident, que les grands changemens qu'on apperçoit dans le nombre des marchands en Russie à différentes

époques, peuvent toujours servir de base aux résultats sur l'état de commerce, surtout quand ils correspondent avec d'autres observations connues sur cet état; car il est tout à fait impossible, que le nombre de personnes qui s'occupent d'une certaine branche de l'industrie, puisse doubler ou quadrupler, sans que cette industrie n'en auroit gagnée, et que ce nombre puisse diminuer en sens contraire, sans que cette industrie en souffrit.

Les vues de finances ont séparé les bourgeois et les artisans de la classe des marchands, comme ils payent des impôts différens, nos états sur la population rédigés uniquement selon des vues financières et militaires, les ont séparés. Un tableau économique ne le feroit pas, ce sont des membres d'une même classe, du tiers-état qui manqua si longtems aux peuples slaves et de l'état florissant duquel ils doivent attendre les véritables progrès de leur culture. Il est donc naturel, que l'état où se trouve la classe des marchands, doit influencer sur l'état de la classe des bourgeois et artisans. Considérons les gouvernemens sous ce point de vue: Dans le tems, où le commerce d'Archangel et d'Olonetz étoit le plus florissant, pendant les périodes des 3<sup>me</sup> Revisions, que nous comparons, c'est à dire du tems de la 4<sup>me</sup> Revision, le nombre de ses bourgeois montoit à 9,867 hommes. Etant tombé à plus de la moitié à la 5<sup>me</sup> Revision, on ne trouva que 4,063 bourgeois, et lorsqu'il commença à se relever à la 6<sup>me</sup> Revision, le nombre des bourgeois a doublé, il y en avoit 8,620; à Waetka le nombre des marchands augmenta de 500 à 8, et 9 aux trois Revisions, celui des bourgeois de 4,000 à 5, et enfin à 7. Pétersbourg avoit 4,600 marchands à la 4<sup>me</sup> Revision, et 4,700 bourgeois, 5,300 marchands à la 5<sup>me</sup> Revision, et 12,000 bourgeois, 5,200 marchands à la 6<sup>me</sup> et 13,000 bourgeois. Novgorod avoit sur 3,000 marchands, 7,000 bourgeois, il eut 5,000 marchands, et alors 12,000 bourgeois, enfin 3,000 marchands et 11,000 bourgeois lui restèrent puisque les pertes, que le corps de marchands fait en nombre influent

bien toujours sur la classe des bourgeois, mais leur effet n'est pas subit, quand ces derniers sont une fois établis, leurs petits capitaux et leur industrie éparpillée se soutiennent plus longtems contre le choc des événemens malheureux, que les grands capitaux des marchands et leur industrie, qui de toutes les branches est la plus sujete aux revolutions subites. C'est ainsi que Wologda où le nombre des marchands a successivement diminué, suite nécessaire de la baisse du commerce d'Archangel, le nombre de bourgeois une fois parvenu au nombre de 7000, s'est non seulement soutenu, mais il a même poussé jusqu'à 8,000. Permé ayant doublé le nombre de ses marchands, eut 8,600 bourgeois au lieu de 6,400, mais quand le nombre des marchands baissa de 1,300 à 850, le nombre des bourgeois alla toujours en augmentant jusqu'à 10,200. D'où il paroît résulter, que le commerce fait naître les arts et métiers; quand il baisse, ces derniers perdent assurément, mais comme les habitans se sont déjà accoutumé à une manière de vivre plus élégante, et ont déjà beaucoup plus de besoins factices, les arts et métiers se soutiennent toujours, et si le nombre des gens aisés, qui ne font pas le commerce, est considérable, les arts et métiers peuvent faire des progrès, quand même le commerce a baissé de quelque chose.

Les gens libres et Rasnoschinzi font une classe, sur laquelle il est difficile à décider, ce sont en grande partie des étrangers; car dans la regle tout citoyen de la Russie est ou né dans un état, où il est obligé par les loix de se choisir un état pour pouvoir être enregisté dans une des classes reçues comme integrantes de l'Empire. Mais il reste toujours de gens qu'on ne sait ou classer, et cet ensemble fait la classe vaguement appelée Rasnoschinzi. Elle existe encore en Suède. Les événemens politiques ont la plus grande influence sur des personnes, qui changent à volonté leur domicile. Ainsi nous voyons leur nombre augmenter de 46,000 à 49,000 à la 5<sup>me</sup> Révision, et subitement tomber jus-

qu'à 16,000 à la 6<sup>me</sup>. C'est l'effet des événemens militaires et des circonstances politiques. Ce n'est pas une perte réelle, ces oiseaux de passage reviennent aussitôt que le tems s'éclaircit. Pour la statistique de l'Empire, il seroit à désirer, que ce titre vague de Rasnoschinzi eut ses subdivisions : étrangers et non étrangers, et qu'on s'énonça clairement sur l'état de ces derniers. Cette classe est toujours intéressante, puisqu'elle a fait souvent plus d'un demi million d'habitans, qu'il n'est pas indifférent de connoître au juste.

Il est plus consolant de remarquer, que les bourgeois et artisans ont graduellement augmenté en nombre dans les Gouvernemens du Nord de 38,000 à 53,000, et enfin jusqu'à 59,000.

2. Nous venons aux Gouvernemens baltiques. Les données sont vagues pour la 4<sup>me</sup> Revision. Le titre général d'habitans des villes ou bourgeois et gens libres ne répond pas à nos titres usités en Russie, mais ces données sont toujours précieuses pour la totalité des marchands et bourgeois. En comparant les trois titres de nos tableaux avec les données générales, il résulte que le nombre des habitans des villes a baissé en Esthonie dans la première période, et qu'il a considérablement augmenté dans la dernière. De près de 7000, ils tombèrent à environ 8000, et puis se reléverent à 8600. Le titre des habitans des villes est un titre qui prouve l'état de leur industrie et de leur aisance. Il est vrai que c'est un titre bien vague, mais il prouve toujours le fait sans l'éclaircir absolument. En Livonie il y eut à la 5<sup>me</sup> Revision 4846 bourgeois et gens libres de moins. Il est indécis s'il y a eu une diminuation à la 6<sup>me</sup>, puisque le titre des gens libres manque, mais les deux titres des marchands et des bourgeois donnent le nombre de 13,757 qui repond à celui des bourgeois 13,438, dont le nombre seroit trop rapidement avancé de 5,600 à 13,400, surtout dans un tems, où le nombre des marchands a considérablement baissé, savoir de 2,200 à 1,700. Je suis tenté de croire, que les gens

libres sont compris sous le titre des 13,400 bourgeois à la 6<sup>me</sup> Revision. La Courlande n'étant pas encore incorporée à l'Empire du tems de la 4<sup>me</sup> Revision, il n'y a point de donnée sur le nombre des habitans des villes.

En comparant la 4<sup>me</sup> Revision à la 6<sup>me</sup>, nous voyons que le corps des marchands a perdu dans les trois gouvernemens 323, le corps des bourgeois paroît avoir augmenté de 11,125 hommes, c'est qui ne pas trop vraisemblable dans un tems, où le nombre des marchands a diminué en Livonie de 561, et n'a augmenté en Courlande que de 53. Et comme le titre sur les gens libres manque pour la Livonie et la Courlande à la 6<sup>me</sup> Revision, il est à savoir, si les gens libres se trouvent sous le titre des bourgeois ou non. Car en supposant le même nombre de bourgeois à la 6<sup>me</sup> Revision, la classe des bourgeois n'auroit gagné que 2,604, ce qui est plus vraisemblable.

Le commerce de Revel paroît avoir gagné, celui de Riga paroît avoir baissé. Mitau a gagné quelque chose par les circonstances politiques; mais en général le commerce a plus perdu que gagné dans les gouvernemens baltiques.

3. Nous venons dans un pays, où les bourgeois et les paysans prennent une part considérable au commerce, et où les marchands pour éviter les impôts rentrent ou dans la classe des bourgeois, ou vont à Pétersbourg faire fortune. La nature du commerce le permet, il se fait surtout en bled, en lin et en chanvre, et il est pour la plupart commerce de commission. Il est indifférent au marchand de Pétersbourg à qui il remet ses commissions, à un marchand ou à un bourgeois, pourvu que ce soit un homme de confiance, quelquefois ce sont même des paysans. Dans un tel pays, il faut réunir les deux classes, les marchands et les bourgeois pour les comparer, et il faut se garder de conclure de

la diminution du nombre des marchands à une baisse du commerce, si d'autres circonstances ne la prouvent.

Il y avoit à la 4<sup>me</sup> Revision 20,500 marchands à la 5<sup>me</sup> 13,500, à la 6<sup>me</sup> 12,300. Les bourgeois au contraire qui étoient au nombre 23,300 s'accrurent jusqu'au nombre de 35,700, et s'arrêtèrent à la 6<sup>me</sup> Revision à 30,600. En comparant le total des deux classes aux trois Revisions, nous trouvons les sommes de 43,963 marchands et bourgeois à la 4<sup>me</sup> Revision, puis de 49,324 à la 5<sup>me</sup> ou 5,364 plus, enfin de 43,037 à la 6<sup>me</sup> ou 6,287. D'où j'ai conclu, que le commerce de ces trois gouvernemens se trouve dans un état stationaire; car après avoir fait des progrès à la 5<sup>me</sup> Revision, il est retombé au taux, où il étoit à la 4<sup>me</sup>, la différence n'est que de 926 hommes. Mais il est consolant, que la classe des bourgeois a fait des progrès considérables, d'où il résulte que le commerce de commission, le commerce de détail, l'industrie manufacturière, les arts et métiers ont considérablement gagné dans ces contrées.

4. Moscou est le centre du commerce de l'intérieur de la Russie pour l'Europe, Kasan l'est pour le commerce de la Russie avec l'Asie. Nous venons aux contrées les plus florissantes de la Russie, c'est le centre de l'Empire, où les plus grands capitaux sont accumulés, où la meilleure culture des terres se trouve, où les manufactures les plus considérables sont établies, et où l'on doit rencontrer par conséquent le plus de connoissances et de lumières.

Le corps des marchands étoit dans la partie orientale à la 4<sup>me</sup> Revision de 10,300, il a plus que doublé à la 5<sup>me</sup> qui a 23,000 marchands dans ces mêmes gouvernemens, enfin il a baissé de quelques milliers à la 6<sup>me</sup> qui indique 19,100.

Mais la bourgeoisie fait constamment des progrès; de 36,500 hommes elle augmenta à 47,400 et poussa jusqu'à 58,700. Ces progrès sont des plus satisfaisans.

Dans la partie occidentale, dont Moscou fait le centre, il y eut à la 4<sup>me</sup> Revision 38,700 marchands, à la 5<sup>me</sup> 41,800 et à la 6<sup>me</sup> 56,500.

Le corps des bourgeois étoit à la 4<sup>me</sup> Revision 80,200, à la 5<sup>me</sup> 112,900 et à la 6<sup>me</sup> 153,400.

Le coeur du patriote doit sentir un véritable plaisir en voyant ces progrès successifs et considérables dans les Gouvernemens, où la force de l'Etat réside. Il doit savoir gré à la statistique, qui les lui a procuré en lui présentant ces tableaux comparatifs, qui valent mieux, que toutes les phrases.

Une classe non moins intéressante est celle: des gens libres. Leur nombre étoit à la 4<sup>me</sup> Revision dans la partie orientale de 46,000, puisque la donnée pour Orenbourg manque, où il y en a le plus grand nombre en Russie, savoir 132,000 à la 5<sup>me</sup> et 168,300 à la 6<sup>me</sup> Revision. Ce ne sont pas des étrangers, comme pour la plupart dans les autres Gouvernemens, ce sont de bons sujets russes, mais libres d'impôts directs. Nos états sur la population n'ont pas les subdivisions nécessaires de ce titre. On tomberoit en erreur en comparant les nombres de 46,007 de 164,218 et de 196,756. Ces progrès rapides ne sont qu'apparens partout les Rasnoschinzi ont perdu en nombre à Simbirsk, ils ont été réduit à 3 de 8300, à Tambow il n'y en a plus que 3000, mais à Saratow ils ont repris, et à Orenbourg ils ont fait des progrès considérables. Il y a à la 6<sup>me</sup> Revision une subdivision des gens libres d'impôts en Rasnoschinzi et Jamschiki, mais comme elle ne se trouve pas dans les états des autres revisions, elle ne permet pas de comparaison.

Dans la partie occidentale de ce plateau, les Rasnoschinzi ont constamment perdus; de 92,900 (sans le Gouvernement de Moscou) ils tombèrent à la 5<sup>me</sup> Revision à 23,600, et à la 6<sup>me</sup> à 1800. Ce n'est pas une perte réelle, c'est peut-être un bien.

Il faudroit mieux connoître cette population pour pouvoir juger avec justice de son mérite.

Nous voyons donc avec la plus grande satisfaction, que notre tiers - état sur lequel j'ose fonder les plus belles espérances pour l'avenir, a fait des progrès sensibles dans les Gouvernemens du centre de la Russie.

Dans ces 17 Gouvernemens il y avoit

|                               | Marchands | Bourgeois             |
|-------------------------------|-----------|-----------------------|
| à la 4 <sup>me</sup> Revision | 49,087    | — 116,785             |
| à la 5 <sup>me</sup> —        | 64,853    | — 160,397 plus 43,612 |
| à la 6 <sup>me</sup> —        | 75,704    | — 212,202 plus 51,805 |

enfin de la quatrième à la 6<sup>me</sup> Revision il y a dans les 17 gouvernemens du milieu 26,617 marchands de plus et 95,417 bourgeois, totat 122,034 hommes, dont la plupart de la classe productive.

5. Il y eut dans la Russie blanche à la 4<sup>me</sup> Revision Marchands: 2,595 et bourgeois

35,724

38,319 hommes.

A la 5<sup>me</sup> il y eut d'après le tableau du Ministère des finances

2,050 marchands et

42,190 bourgeois

44,240 hommes,

somme qui répond assez bien à une autre indiquée sous le titre de marchands et bourgeois dans le tableau du Sénat, et qui est de 45,268.

A la 6<sup>me</sup> Revision il y eut 1,148 marchands et

50,703 bourgeois

51,851

Nous voyons diminuer le nombre de marchands à mesure que le nombre des bourgeois augmente. Il y a des raisons pour cela. Les marchands qui ont fait banqueroute se retirent dans la classe des bourgeois et beaucoup de bourgeois font le commerce.

Il paroît que l'industrie nationale est en rétrogradant en Pologne, cause première le manque d'un tiers-état chrétien; car il n'y a que des nobles, des paysans et des juifs. Les juifs ne pourront que difficilement former un tiers-état vraiment utile à l'Empire, leurs principes et leur manière de vivre s'y opposent. On en peut demander les preuves aux paysans malheureux et aux nobles ruinés. Mais malgré tout cela, ils sont devenus indispensables aux polonois de toutes les deux classes.

Les deux gouvernemens Lithuaniens, Wilna et Grodno sont marqués au titre de marchands et bourgeois dans le tableau du Sénat à 30,518. Le tableau du Ministère des finances n'a aucune donnée détaillée sur ces deux gouvernemens à la 5<sup>me</sup> Revision, il marque seulement la population entière à 796,633 hommes.

Heureusement j'ai pu consulter un tableau très détaillé sur la population de ces deux gouvernemens fait en 1795, dont le total de 798,070 répond très bien au total indiqué dans le tableau du Ministère des finances. La différence de 1,437 est si petite, que je n'ai pas balancé de remplir la vuide par les données de ce tableau. Il donne à Wilna à la 5<sup>me</sup> Revision 28,048 marchands, somme énorme que j'aurois pris pour une faute d'écriture, s'il n'y avoit pas à l'appui de la vérité la somme de 28,720 femmes de marchands. Grodno n'avoit que 3,725 marchands. La classe des bourgeois est des plus foibles, 4,415 pour Wilna et 1,564 pour Grodno. Ils ne se trouvent pas sous le titre de bourgeois, mais sous le titre de gens faisant un métier et maîtres aux fabriques, c'est justement la classe productive que nous cherchons. Au con-

traire les Juifs qu'on ne trouve pas séparément indiqués dans nos états de revisions sont ici marqués pour

|        |                  |                |         |        |
|--------|------------------|----------------|---------|--------|
| Wilna  | 22,300 hommes et | 23,916 femmes, | et pour |        |
| Grodno | 13,397           | — —            |         | 15,667 |
|        | 35,697           |                |         | 39,583 |
|        |                  |                |         | 75,280 |

Mettons toujours le double et nous ne seront pas en erreur.

Mais que penser sur les données de la 6<sup>me</sup> Revision. Le dénombrement des marchands n'est pas fini pour Wilna, pour Grodno il est fini et il ne se trouvoient que 70 marchands; vraisemblablement chrétiens, tout le reste est juif! Le nombre des bourgeois est plus grand. Il y avoit dans les deux gouvernemens 5,979 bourgeois à la 5<sup>me</sup> Revision, et 35,909 à la 6<sup>me</sup>. Il faut espérer que ce sont des chrétiens, et alors on pourroit se féliciter d'un commencement de tiers - état en Pologne.

Minsk est le seul gouvernement, où les données se répondent. Il paroît que l'industrie est dans un état stationaire, et cela doit être vu les circonstances.

Bialystok a été nouvellement réuni. Ces données fragmentaires ne permettent pas de tirer des sommes générales.

6. La petite Russie, l'Oukraine et la nouvelle Russie sont des contrées qui ont été peuplé en différentes périodes de l'intérieur de la Russie. Mais les moeurs et coutumes des natifs se sont conservées, et les traits caractéristiques des différentes nations sont encore visibles. Ni la suite du tems, ni l'uniformité du gouvernement, ni l'égalité des droits les ont pu effacer.

Les données sur les trois gouvernemens de la petite Russie, Kiew, Tschernigow et Pultawa ne correspondent point, si on les prend séparément, parceque ces contrées ont été tantôt séparées, tantôt réunies. En les réunissant, on trouve plus d'uniformité dans les données, qui sont pour les trois gouvernemens susmentionnés.

A la 4<sup>me</sup> Revision il y avoit 4,114 marchands,  
à la 5<sup>me</sup> — — — 5,082 —  
à la 6<sup>me</sup> — — — 4,191 —

d'où il resulte, que l'industrie est rétomée au taux, où elle étoit à la 4<sup>me</sup> Revision.

La bourgeoisie au contraire s'est accrue, il y avoit dans les trois gouvernemens à la 4<sup>me</sup> Revision, 35,252 bourgeois,  
à la 5<sup>me</sup> — — — 72,425 —  
et à la 6<sup>me</sup> — — — 74,614 —

La classe des Rasnoschinzi dans ces gouvernemens, mérite une attention particulière. Leur nombre devient si considérable, qu'il paroît, que c'est leur retraite; à la 4<sup>me</sup> Revision, il n'y avoit que 7,046 hommes de cette classe peu connue, à la 5<sup>me</sup> 47,513, et à la 6<sup>me</sup> un peu moins 43,174.

Charkow offre un phénomène tout à fait singulier, la bourgeoisie s'est soutenue entre 7 à 8,000, mais les Rasnoschinzi augmentèrent de 15,000 à 44,000, et retombèrent à 16,600. Nous ne sommes pas en état d'expliquer ce phénomène.

L'Oukraine polonoise avoit

à la 5<sup>me</sup> Revision 1,848 marchands,  
et à la 6<sup>me</sup> — — — 909 —

Il est tout à fait impossible que la moitié du nombre total des membres d'une classe productive disparoisse sans que cette branche en souffre sensiblement.

La bourgeoisie est restée à peu près au même taux. Il y avoit à la 5<sup>me</sup> Revision 67,884 bourgeois,  
et à la 6<sup>me</sup> — — — 66,088 —

La différence de 1,196 est encore supportable. Mais les Rasnoscsinzi ont augmenté en Volhynie; de 38,000 à 44,000.

Il est bien à remarquer, que le nombre de Rasnoschinzi n'est considérable que dans les gouvernemens les plus éloignés du centre de la Russie. Il importe au gouvernement d'avoir des données plus détaillées sur l'état et la condition de ces gens.

La nouvelle Russie avoit à la 5<sup>me</sup> Revision 3498 marchands, à la 6<sup>me</sup> 2,753. Il est à remarquer, que dans la plupart des Gouvernemens la classe des marchands diminue. Ce n'est pas justement un signe que le commerce baisse, il se fait par les bourgeois et les paysans, mais c'est toujours un signe que le commerce n'est pas entre les mains de grands capitalistes dont la solidité est bien établie.

La bourgeoisie a fait des progrès comme partout ailleurs. Il y eut à la 5<sup>me</sup> Revision 16,184 bourgeois,  
et à la 6<sup>me</sup> — 37,690 —

On ne sauroit assez le répéter : la Russie doit fonder ses plus belles espérances sur les progrès de son tiers - état.

Les Rasnoschinzi sont très nombreux dans ces Gouvernemens éloignés, on y comptoit à la 4<sup>me</sup> Revision 60,213,  
et à la 6<sup>me</sup> — 35,547.

Que sont devenus ces 24,666 hommes? —

Il y avoit dans ces 9 gouvernemens à la 5<sup>me</sup> Revision  
190,651 Rasnoschinzi, et à la 6<sup>me</sup>  
239,705 —

7. Le nombre des marchands a gagné dans les deux gouvernemens de ce plateau où cette classe existe, 745 individus à la 5<sup>me</sup> Revision et 718 à la 6<sup>me</sup>. Il est agréable de voir les progrès du commerce dans ces contrées.

La bourgeoisie eut à la 5<sup>me</sup> Revision 2752 personnes de plus, et à la 6<sup>me</sup> 868. Quant aux gens libres, le nombre que la

5<sup>me</sup> Revision indique, comprend des peuples nomades, les nombres marqués à la 4<sup>me</sup> et à la 6<sup>me</sup> Revision regardent les véritables Rasnoschinzi, et ce nombre est presque resté le même, il y en avoit à la 4<sup>me</sup> Revision 15,677 hommes, et à la 6<sup>me</sup> 15,640.

8. En Sibérie il y avoit à la 4<sup>me</sup> Revision 2175 marchands, à la 5<sup>me</sup> 2291, donc 116 de plus, et à la 6<sup>me</sup> 1606, donc 685 de moins. Quelles peuvent être les causes de cette diminuation considérable?

La bourgeoisie comptoit à la 4<sup>me</sup> Revision 22,579 hommes, à la 5<sup>me</sup> 20,541 ou 2038 de moins.

Parmis les gens libres de la 4<sup>me</sup> Revision, il y a assurément les Jamschiki qui ne se trouvent pas sous le titre des gens libres à la 5<sup>me</sup> Revision. Preuve que les sommes indiquées à la 4<sup>me</sup> et à la 6<sup>me</sup> Revision 43,916, et 46,419 répondent, de même, que les sommes de la 5<sup>me</sup> et de la 6<sup>me</sup> sans les Jamschiki 36,404 et 32,327. En décomptant 14,000 Jamschiki de la somme indiquée à la 4<sup>me</sup> Revision, restent 29,916, et alors la progression est naturelle 36,404 à la 5<sup>me</sup>, et 32,327 à la 6<sup>me</sup>.

Nous présentons enfin deux tableaux comparatifs par plateaux, le premier s'étend sur l'Empire de Russie tel qu'il étoit jusqu'à la 4<sup>me</sup> Revision, le second comprend les nouvelles acquisitions faites depuis.

*Tableau comparatif sur les marchands, bourgeois et gens libres, d'après la 4<sup>me</sup>, la 5<sup>me</sup> et la 6<sup>me</sup> Revision dans les Gouvernemens qui formoient l'Empire de Russie jusqu'en 1782.*

| Gouvernemens                     | d'après la 4. Revision |         |          | d'après la 5. Revision |         |          | d'après la 6. Revision |         |          |
|----------------------------------|------------------------|---------|----------|------------------------|---------|----------|------------------------|---------|----------|
|                                  | march.                 | bourg.  | g. libr. | march.                 | bourg.  | g. libr. | march.                 | bourg.  | g. libr. |
| Gouvernem. du Nord               | 9,796                  | 38,365  | 46,300   | 14,314                 | 53,186  | 49,525   | 12,979                 | 60,793  | 37,469   |
| Gouvern. aux sources de la Volga | 20,578                 | 23,385  | 12,423   | 13,599                 | 35,725  | 6,735    | 12,367                 | 30,690  | 19,185   |
| Gouv. du milieu :                |                        |         |          |                        |         |          |                        |         |          |
| a) Partie orientale              | 10,346                 | 36,559  | 46,007   | 23,048                 | 47,441  | 164,218  | 19,149                 | 58,725  | 209,546  |
| b) Partie occident.              | 38,741                 | 80,226  | 92,959   | 41,805                 | 112,956 | 23,654   | 56,555                 | 153,477 | 21,244   |
| Gouv. des Steppes                | 917                    | 1,444   | 15,677   | 1,662                  | 4,196   | 28,849   | 2,380                  | 5,064   | 15,640   |
| La Sibérie                       | 2,175                  | 22,579  | 43,916   | 2,291                  | 31,420  | 36,404   | 1,606                  | 29,382  | 46,419   |
| total                            | 82,553                 | 202,558 | 257,282  | 97,319                 | 284,924 | 309,385  | 105,036                | 338,131 | 349,508  |

Tableau comparatif sur les mêmes classes d'après la 5<sup>me</sup> et la 6<sup>me</sup> Revision dans les Gouvernemens qui formoient l'Empire de Russie en 1813.

| Gouvernemens                            | d'après la 5. Révision |           |           | d'après la 6. Révision |           |           |
|-----------------------------------------|------------------------|-----------|-----------|------------------------|-----------|-----------|
|                                         | march.                 | bourgeois | gens lib. | march                  | bourgeois | gens lib. |
| Gouvernemens du Nord                    | 14,914                 | 53,186    | 49,525    | 12,979                 | 60,793    | 37,469    |
| Gouvernemens baltiques                  | 3,848                  | 20,228    | 10,541    | 3,525                  | 31,353    | —         |
| Gouvernemens aux sources<br>de la Volga | 13,599                 | 35,725    | 6,735     | 12,367                 | 30,690    | 19,185    |
| Gouvernemens du milieu                  |                        |           |           |                        |           |           |
| a) Partie orientale                     | 23,048                 | 47,441    | 163,218   | 19,149                 | 58,725    | 209,546   |
| b) Partie occidentale                   | 41,805                 | 112,956   | 26,039    | 56,555                 | 153,477   | 21,244    |
| La Russie blanche et la<br>Lithuanie    | 34,288                 | 71,444    | 23,654    | 1,688                  | 112,112   | 24,147    |
| La petite Russie, l'Oukraine            | 11,600                 | 163,880   | 190,651   | 8,741                  | 186,043   | 239,705   |
| Gouvernemens des Steppes                | 1,662                  | 4,196     | 28,849    | 2,380                  | 5,064     | 13,640    |
| La Sibérie                              | 2,291                  | 31,420    | 36,404    | 1,606                  | 29,382    | 46,419    |
| total                                   | 147,135                | 540,476   | 636,61    | 118,990                | 667,639   | 613,355   |

Le premier tableau comprend 6 plateaux ; les plus intéressans, parcequ'ils comprennent l'ancienne Russie, où la force de l'Etat réside, qui s'est développée d'une manière si étonnante dans la mémorable année de 1812.

On y comptoit

à la 4<sup>me</sup> Revision 82,553 marchands

à la 5<sup>me</sup> — 97,319, donc 14,766 de plus

à la 6<sup>me</sup> — 105,036, — 7,717 —.

La classe des bourgeois étoit

à la 4<sup>me</sup> Revision marquée 202,558 hommes

à la 5<sup>me</sup> — — 284,924, donc 82,366 de plus

à la 6<sup>me</sup> — — 338,131, plus 53,207.

La classe des gens libres étoit

à la 4<sup>me</sup> Revision 257,282,

à la 5<sup>me</sup> — 309,385 donc 52,103 de plus,

à la 6<sup>me</sup> — 349,503 — 40,118 —.

Il est satisfaisant de voir par tout des progrès, malgré tous les changemens et du système politique et du système administratif. Mais ces progrès ne sont pas uniformes, le trait caracté-

stique est, que la population et l'industrie gagnèrent plus depuis la 4<sup>me</sup> à la 5<sup>me</sup> Revision, que de la 5<sup>me</sup> à la 6<sup>me</sup>. Les principales causes de cette inégalité des progrès sont, que les sages mesures prises par l'Impératrice *Catherine II*, et ses Institutions salutaires firent tout leur effet dans la première période, et portèrent la nation au degré de culture et d'aisance, que sa richesse nationale et ses lumières permettoient. Plusieurs de ces établissemens perdirent leur effet, et par leur nature même, et par des changemens arrivés dans le système administratif, d'autres agirent plus lentement. Les guerres continuelles qui ébranlèrent l'Europe depuis presque 30 ans, et auxquelles la Russie dut prendre part, le bouleversement général des anciennes Institutions politiques, le dérangement des anciennes liaisons commerciales, la ruine de tant de Capitaux productifs devoient nécessairement influencer sur la Russie, même si elle auroit conservée une paix profonde. Mais elle fut entraînée, elle fut forcée à prendre une part active aux guerres de révolution. Elle s'est couverte de gloire, son caractère moral, l'énergie de la nation se sont développés d'une manière, qui la rendra immortelle dans l'histoire. Ces lauriers sont toujours achetés au prix de bien de capitaux productifs, ils ont arrêté et ralenti plusieurs branches de l'industrie. Il n'est donc point du tout étonnant, que les progrès sont plus lents, il est au contraire étonnant, que les progrès ont été aussi considérables.

Le manque de données exactes sur les gouvernemens polonois à la 5<sup>me</sup> Revision est la cause, que le nombre des marchands dans tout l'Empire paroît avoir diminué à la 6<sup>me</sup> Revision de 28,145 hommes. On n'en sauroit tirer aucune conclusion sur le declin de l'industrie, mais il faut attendre les Resultats de la 7<sup>me</sup> Revision.

La classe des bourgeois a beaucoup gagnée, elle comptoit 127,163 hommes de plus, et celle des gens libres se trouve augmentée de 76,739.

*Classe improductive.*

Les données sur la noblesse et le clergé à la 4<sup>me</sup> Revision sont si fragmentaires, qu'on ne sauroit que les mettre en marge pour les gouvernemens, où elles se trouvent. Ces données pour la 5<sup>me</sup> Revision sont les plus complètes que nous avons jusqu'après, quoique une douzaine de gouvernemens manque pour la noblesse, et un gouvernement pour le clergé. Ce dernier a été enregistré à la 6<sup>me</sup> Revision, donc il y a ici une comparaison à faire, mais le titre de la noblesse manque.

Les tableaux sur la Police des villes en 1811 marquent pour la première fois en Russie tous les habitans des villes selon leurs états, donc il y a aussi les titres sur la noblesse et le clergé des villes. Nous les ajoutons pour pouvoir juger du nombre de nobles et des ecclésiastiques, qui sont fixés dans les campagnes.

| Gouvernemens    | Noblesse                               |                                                    | Clergé                                 |                                                                 |                                            |
|-----------------|----------------------------------------|----------------------------------------------------|----------------------------------------|-----------------------------------------------------------------|--------------------------------------------|
|                 | d'après la 5. Revision                 | dans les villes en 1811                            | d'après la 5. Revision                 | d'après la 6. Revision                                          | dans les villes                            |
| 1. du Nord      |                                        |                                                    |                                        |                                                                 |                                            |
| Archangel       | 851<br>à la 4. Révis.<br>130 Olon. par | 813                                                | 1,518<br>à la 4. Rév.<br>924 par Olon. | —                                                               | 560                                        |
| Olonetz -       |                                        | 419                                                |                                        | 1,598                                                           | 245                                        |
| Wologda -       | 1,219                                  | 1,300                                              | 6,263                                  | 5,916                                                           | 1,699                                      |
| Waetka -        | 371                                    | —                                                  | 3,750                                  | 4,135                                                           | —                                          |
| Perme -         | —                                      | —                                                  | 3,248                                  | 4,103                                                           | —                                          |
| la Finlande     | 531                                    | 117                                                | 324                                    | —                                                               | 113                                        |
| St. Pétersbourg | 898<br>à la 4. Revision<br>1,278       | 552 dans les<br>villes, 33,441<br>dans la capitale | 2,203                                  | 2,519                                                           | 1,649<br>247 d. l. vill.<br>dans la capit. |
| Novgorod        | —                                      | 48                                                 | 6,239                                  | —                                                               | 1,054                                      |
| total -         | 3,870                                  | 36,690<br>sans la capitale<br>3,249.               | 23,545                                 | 14,168<br>et en ajoutant la<br>Finlande et Nov-<br>gorod 20,731 | 5,567                                      |

| Gouvernemens                            | Noblesse                         |                 | Clergé                    |                                   |                    |
|-----------------------------------------|----------------------------------|-----------------|---------------------------|-----------------------------------|--------------------|
|                                         | d'après la 5.<br>Révision        | dans les villes | d'après la 5.<br>Révision | d'après la 6.<br>Révision         | dans les<br>villes |
| <b>2. baltiques</b>                     |                                  |                 |                           |                                   |                    |
| Esthlande                               | 795                              | 419             | 397                       | —                                 | 115                |
| la Livonie                              | —                                | 1,273           | 742                       | —                                 | 247                |
|                                         | à la 4. Révision<br>1,260        |                 | à la 4. Ré-<br>vision 459 |                                   |                    |
| Courlande                               | 3,944                            | 950             | —                         | —                                 | 99                 |
| total -                                 | 5,999                            | 2,642           | 1,139                     | —                                 | 461                |
| <b>3. sur l'élevat.<br/>de la Wolga</b> |                                  |                 |                           |                                   |                    |
| Twer - -                                | 2,896                            | 876             | 8,611                     | —                                 | 2,779              |
| Plescou -                               | —                                | 625             | 4,168                     | —                                 | 2,001              |
| Smolensk -                              | —                                | 722             | 5,404                     | 5,890                             | 1,047              |
| total -                                 | 2,896                            | 2,223           | 18,183                    | avec Twer et<br>Plescou<br>18,669 | 5,827              |
| <b>4. du milieu</b>                     |                                  |                 |                           |                                   |                    |
| a) partie occident.                     |                                  |                 |                           |                                   |                    |
| Jaroslav -                              | 1,447                            | 653             | 7,148                     | 7,187                             | 2,647              |
| Kostroma                                | 3,025                            | 825             | 8,608                     | 7,924                             | 1,481              |
| Moscou -                                | 4,942                            | 8,075           | 10,263                    | 9,740                             | 3,308              |
|                                         | à la 4. Révis.<br>1,421          |                 |                           |                                   |                    |
| Wladimir -                              | 2,625                            | 1,151           | 9,278                     | 9,874                             | 2,626              |
| Kalouga -                               | 1,678                            | 953             | 5,734                     | 5,367                             | 1,941              |
| Toula -                                 | 1,856                            | 1,276           | 7,059                     | 7,816                             | 1,549              |
| Résan -                                 | 5,090                            | 1,545           | 7,971                     | 9,222                             | 1,411              |
| Orel - -                                | —                                | 1,033           | 7,049                     | 7,724                             | 1,937              |
| Kursk -                                 | 5,317                            | 1,660           | 6,391                     | 8,030                             | 2,716              |
|                                         | à la 4. Révis.<br>2,682          |                 | à la 4. Révis.<br>6,753   |                                   |                    |
| Woronesch                               | 1,175                            | 1,289           | 4,206                     | 6,413                             | 1,361              |
| total -                                 | 27,155<br>et avec Orel<br>28,183 | 18,460          | 73,707                    | 79,298                            | 20,977             |

| Gouvernemens                                                     | Noblesse                  |                 | Clergé                    |                                              |                    |
|------------------------------------------------------------------|---------------------------|-----------------|---------------------------|----------------------------------------------|--------------------|
|                                                                  | d'après la 5.<br>Révision | dans les villes | d'après la 5.<br>Révision | d'après la 6.<br>Révision                    | dans les<br>villes |
| b) partie orientale                                              |                           |                 |                           |                                              |                    |
| Nigegorod                                                        | 1,558                     | 1,377           | 6,648                     | 6,581                                        | 1,604              |
| Kasan -                                                          | 732                       | 830             | 3,708                     | 3,883                                        | 1,441              |
| Simbirsk -                                                       | 1,740                     | 1,481           | 5,706                     | 4,755                                        | 661                |
| Tambow -                                                         | 8,648                     | 1,077           | 7,971                     | —                                            | 1,952              |
| Pensa -                                                          | 1,426                     | 1,467           | 4,376                     | 5,677                                        | 2,283              |
| Saratow -                                                        |                           | 2,473           |                           | 4,739                                        | 821                |
| Orenbourg                                                        | 694                       | 2,141           | 1,285                     | 1,883                                        | 699                |
| total -                                                          | 14,798                    | 10,846          | 29,694                    | 27,518<br>et avec Tambow<br>35,489           | 9,461              |
| 5. La Russie<br>blanche et la<br>Lithuanie.                      |                           |                 |                           |                                              |                    |
| Witebsk -                                                        | 24,189                    | 1,493           | 4,533                     | 2,177                                        | 530                |
| Mohilew -                                                        |                           | 962             |                           | —                                            | 321                |
| Wilna -                                                          | 61,350                    | 5,908           | 3,880                     | —                                            | 725                |
| Grodno -                                                         |                           | 881             |                           | —                                            | 298                |
| Minsk -                                                          | 27,318                    | 1,595           | 3,829                     | 2,966                                        | 434                |
| Bialystok -                                                      | —                         | 817             | —                         | —                                            | 139                |
| total -                                                          | 112,857                   | 11,656          | 12,242                    | 5,143<br>et avec Wilna et<br>et Grodno 9,023 | 2,447              |
| 6. La pet. Rus-<br>sie, l'Oukraine<br>et la nouvelle<br>Russie - |                           |                 |                           |                                              |                    |
| Kiew -                                                           | —                         | 3,731           | 7,724                     | 8,194                                        | 1,106              |
| Tschernigow                                                      | —                         | 4,095           | 11,009                    | 5,785                                        | 1,001              |
| Pultawa -                                                        |                           | 3,804           |                           | 5,503                                        | 1,029              |

| Gouvernements         | Noblesse                                                                                                                              |                 | Clergé                                                                  |                                                                                              |                 |
|-----------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------|-------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------|
|                       | d'après la 5. Révision                                                                                                                | dans les villes | d'après la 5. Révision                                                  | d'après la 6. Révision                                                                       | dans les villes |
| Charkow -             | 3,761                                                                                                                                 | —               | 4,863<br>à la 4. Révis.<br>5,489                                        | 3,717                                                                                        | —               |
| Volinsk -             | 38,452                                                                                                                                | 4,482           | 8,217                                                                   | 9,733                                                                                        | 650             |
| Podolsk -             | 50,817                                                                                                                                | 3,354           | 8,325                                                                   | —                                                                                            | 415             |
| Cherson -             | —                                                                                                                                     | 1,998           | —                                                                       | 819                                                                                          | 573             |
| Catherinoslaw         | —                                                                                                                                     | 2,295           | 11,117<br>parmi les-<br>quels 8,411<br>Mahomét.                         | 1,796                                                                                        | 843             |
| la Tauride            | —                                                                                                                                     | —               |                                                                         | 6,869                                                                                        | —               |
| total -               | 93,030                                                                                                                                | 23,759          | 51,255                                                                  | 42,416<br>et avec Podolsk<br>50,741                                                          | 5,587           |
| <i>7. des Steppes</i> |                                                                                                                                       |                 |                                                                         |                                                                                              |                 |
| Astrachan             | 947                                                                                                                                   | 380             | 478                                                                     | 291                                                                                          | 693             |
| la Caucasia           |                                                                                                                                       | 1,161           |                                                                         | 634                                                                                          | 294             |
| Taganrog              | —                                                                                                                                     | 277             | —                                                                       | —                                                                                            | 253             |
| Cosaq. du Don         | 2,142                                                                                                                                 | 698             | 557                                                                     | —                                                                                            | 61              |
| de la mer noire       | —                                                                                                                                     | —               | —                                                                       | —                                                                                            | —               |
| total -               | 3,098                                                                                                                                 | 2,516           | 1,035                                                                   | 925                                                                                          | 1,301           |
| <i>8. la Sibirie</i>  |                                                                                                                                       |                 |                                                                         |                                                                                              |                 |
| Tobolsk -             | —                                                                                                                                     | 1,401           | 3,058                                                                   | 2,072                                                                                        | 843             |
| Tomsk -               |                                                                                                                                       | 847             |                                                                         | 1,044                                                                                        | 479             |
| Irkoutzk -            |                                                                                                                                       | 1,115           |                                                                         | 1,502                                                                                        | 1,116           |
| total -               | —                                                                                                                                     | 3,363           | 4,394                                                                   | 4,618                                                                                        | 2,438           |
| grand total           | 263,694<br>et avec la nobl.<br>marquée dans les<br>villes pour les<br>Gouv., où elle<br>n'est pas marq.<br>à la 5. Révision<br>21,933 | 112,155         | 215,191<br>et avec le Cler-<br>gé des villes en<br>Courlande<br>215,290 | avec le Clergé<br>des villes pour<br>les Gouvernem.<br>où les données<br>marquent<br>219,494 | 54,066          |
|                       | 285,627                                                                                                                               |                 |                                                                         |                                                                                              |                 |

Quelques fragmentaires que soient ces données sur la noblesse et le clergé, elles sont pourtant précieuses, puisqu'elles sont les seules, qu'on ait sur ces classes, et puisqu'elles sont en général suffisantes pour donner des résultats vraisemblables pour la statistique de l'Empire.

Il paroît que le corps de la noblesse peut-être évalué presque à 300,000 hommes, vu que les données manquent à la 5<sup>me</sup> Revision pour onze Gouvernemens, et qu'il faut ajouter pour les nobles qui demeurent à la Campagne. Le clergé de l'Empire a au moins 220,000 individus; les données pour cette classe sont plus complètes.

Je n'ai pas mis en ligne de compte les 33,441 nobles à St. Pétersbourg, puisqu'ils sont de tous les gouvernemens, et ne vivent dans la Capitale que pour leurs affaires, ou comme employés au service.

Presque la moitié du corps de la noblesse est fixée dans les villes, et plus d'un tiers du Clergé y est domicilié.

La noblesse de l'Empire en général est plus forte que le Clergé en nombre, elle forme le corps des propriétaires des terres. Le Clergé est une classe des plus respectables par ses fonctions et par son nombre, mais il ne forme pas de corps, et il n'est pas propriétaire de terres, rien ne le soustrait à ses occupations bien-faisantes et salutaires. On ne sauroit assez admirer les institutions fondamentales de la Russie, en les comparant avec celles des autres pays. Combien de sang répandu à cause du caractère différens de ces institutions en l'Allemagne, en l'Angleterre, en l'Italie et ailleurs!

Le Corps de la noblesse est composé de la noblesse russe, polonoise, allemande, de celle de la petite Russie, et de celle des gouvernemens turques et sibiriens, où elle est en grande partie russe, mais toujours très mêlée avec la noblesse du pays conquis.

La noblesse russe se trouve surtout dans les gouvernemens du Nord, dans ceux aux environs des sources de la Volga, et dans les gouvernemens du milieu. Le corps de la noblesse de ces gouvernemens monte à 51,000 hommes.

La noblesse polonoise se trouve surtout dans la Russie blanche, en Lithuanie et dans l'Oukraine polonoise. C'est le corps le plus nombreux qui monte à 202,000 hommes.

La noblesse de la petite Russie avec celle des Cosaques du Don est au nombre de 17,000.

A Cherson, Catherinoslaw, en Tauride, à Astrachan, en Caucasic et en Sibirie elle est en partie russe et en partie mêlée d'autres nations, il y a environ 9,400 nobles dans ces gouvernemens.

La noblesse russe quoique inférieure en nombre à la noblesse polonoise est plus forte par des richesses plus également repandues. En Pologne il y a une quarantaine de familles extrêmement riches contre des milliers de très pauvres gentilshommes. Les malheurs de la Pologne dérivent en grande partie de cette source.

Le clergé catholique peut monter environ à 30,000 ecclésiastiques, le clergé protestant à 500 pasteurs, le clergé mahometan à peu près à 9,000, donc à peu près à 39,500, ou à 40,000 ecclésiastiques, reste pour le clergé russe 180,000.

Le clergé russe est donc au moins quatre fois plus nombreux.

En admettant pour le Corps de la noblesse

300,000 hommes, pour le Clergé

220,000

il y auroit 520,000 hommes des classes improductives, et en doublant cette somme pour les femmes, il y auroit 1,140,000 individus; mais il y en a effectivement moins, puisqu'on ne sauroit

admettre pour ces classes un nombre égal pour les femmes. C'est tout au plus un million contre 42, à 43 des classes productives.

En évaluant l'armée à 600,000 hommes, il y auroit 1,600,000 personnes improductives. Le nombre de femmes pour l'armée ne sauroit être fixé, mais admettant même avec les femmes des militaires 2 millions pour la classe improductive et 42 pour les classes productives, il y auroit toujours un individu de la première classe contre 22 de la dernière.



NOUVELLES RECHERCHES STATISTIQUES SUR LE RAPPORT  
DE LA POPULATION À L'ÉTENDUE DU TERRAIN  
EN RUSSIE.

P A R

C. T. H E R R M A N N.

---

Présenté à la Conférence le 23. Sept. 1818.

---

Le calcul sur le rapport de la population à l'étendue du terrain doit son *origine* aux restaurateurs de l'Arithmétique politique en Angleterre et son *développement* aux physiocrates en France. *Le but* de ce calcul a été double. Il s'agissoit autrefois de fixer le nombre de personnes qui pourroient vivre sur un terrain donné pour déterminer la *population possible*. Actuellement on s'intéresse à savoir combien de personnes y vivent réellement ou de parvenir à connoître la *population actuelle*.

Les opinions sur la *population possible* ont été différentes. Le Maréchal *Vauban* prouva que sur une lieue carrée de France (dont 25 par degré) pourroient vivre 850 et jusqu'à 876 personnes <sup>(1)</sup> *Süßmilch* trouva que 6000 personnes pourroient vivre par mille carrée dont 15 par degré <sup>(2)</sup>. Enfin on a assuré qu'une famille de quatre personnes pourroit vivre commodement sur un terrain d'une fertilité médiocre de trois Morgen d'étendue à 180 toises du Rhin. En leur accordant même 4 Morgen il y auroit un Morgen par personne, la mille carrée en a 21,604, et pourroit donc nourrir autant d'habitans. Des auteurs plus modérés se bornent à 12,000 habitans par mille carrée, en considération de

---

(1) Projet d'une dixme royale 1707 pag. 64, 180, 197.

(2) Göttliche Orduung T. II. 176.

la grande influence de différentes causes physiques et politiques sur l'augmentation du nombre des habitans. La possibilité d'une telle population est hors de doute, puisque l'île de Malte a par mille carrée environ 16,250 habitans. D'après ces calculs hypothétiques la Pologne avant le partage de 1772 auroit pu avoir 44 millions et demi d'habitans, toute l'Europe selon *Süßmilch* 550, la Russie européenne et asiatique 960. On faisoit ces calculs pour démontrer jusqu'à quel point les progrès de la population pourroient aller sous un gouvernement sage et modéré qui protégeroit également les différentes branches de l'industrie nationale en accordant à tous les sujets la plus grande sûreté, la plus grande justice et la plus grande liberté.

Les calculs sur *la population réelle* ont tout un autre but et doivent être envisagés d'après les principes les plus avérés sur les causes et sur les progrès de la richesse nationale et de la population.

La richesse foncière ne donne que la possibilité de pouvoir nourrir un certain nombre de personnes sur une certaine étendue de terrain; de même que la fécondité naturelle des hommes ne donne que la possibilité de pouvoir peupler un vaste terrain par quelques familles. Mais dès que cette population s'y doit réellement fixer, il faut le concours de plusieurs causes physiques, morales et politiques, il faut des fonds, un marché étendu, des lumières et une sage administration. Ce n'est qu'alors que la richesse foncière sera exploitée et que les habitans seront préservés des suites funestes que le manque de subsistances entraîne. On s'est donc trompé sur les causes des progrès de la population comme jadis sur la nature de l'argent. Tout comme les mercantils du bon vieux tems raisoient: puisque les pays riches ont beaucoup d'argent, la richesse nationale consiste dans la quantité de l'argent accumulé chez une nation; de même les partisans du faux principe sur la population disoient: puisque les pays les plus peuplés sont

aussi les mieux cultivés; la culture dépend de la grandeur de la population, et il ne s'agit qu'à augmenter la dernière pour améliorer la culture du pays.

Aujourd'hui on dit en sens contraire; puisque ces pays sont riches en produits échangeables, ils ont aussi beaucoup d'argent, par conséquent la richesse nationale est la cause mais pas l'effet de l'abondance de l'argent, et puisque ces pays sont bien cultivés, ils peuvent aussi nourrir une grande population. Il faut assurément une première population quelconque pour commencer la culture d'un pays, mais les progrès de la population dépendent absolument des progrès que fera l'industrie dans toutes ses branches.

D'après ces considérations les calculs sur la population possible nous intéressent peu, c'est le *rapport d'une population réelle à un terrain connu, que nous désirons de connaître*. Quel est l'intérêt que ses résultats nous pourront inspirer?

Les progrès de la population sont le résultat de l'état florissant où se trouve la richesse nationale; donc un pays qui possède un grand nombre d'habitans par mille carrée doit les nourrir effectivement, et sa richesse nationale doit être plus grande que celle d'un pays qui en nourrit moins. Par conséquent le rapport de la population à l'étendue du terrain nous fait voir au premier coup d'oeil l'état florissant, médiocre, stationnaire ou rétrograde de la richesse nationale sur les différens plateaux d'un pays, et c'est son premier résultat nullement équivoque.

La grandeur de la richesse nationale, où la somme des produits échangeables dépend de différentes circonstances: de la nature du sol et du climat, des fonds accumulés, de l'étendue du marché, des progrès des lumières, de l'Administration et du système politique. D'où il résulte qu'une population nombreuse suppose nécessairement un pays fertile, industrieux, commercant et éclairé, un gouvernement juste et libéral et des circonstances politiques favo-

rables. Le rapport de la population à l'étendue du terrain nous prouve toutes ces circonstances, et c'est son second resultat infiniment important. Le rapport de la population actuelle à l'étendue du terrain est donc le thermometre de la *félicité publique*, ou l'échelle qui marque le degré d'aisance et de bien-être dont jouissent les habitans, de même que la solidité et la sagesse de son gouvernement.

Mais pour obtenir des resultats justes et intéressans, il faut entrer dans tous les détails possibles sur chaque Etat.

Les nombres généraux pour tout un Empire ou toute une partie du monde nous apprennent très peu à cause des circonstances locales, une contrée du pays favorise plus que l'autre les progrès de la richesse nationale, les habitans ont un caractère national différent et qui accélère ou arrête ces progrès, l'administration la plus sage peut être gênée par d'anciens privilèges. Donc les sommes générales nous font peu juger des causes fondamentales qui établissent la véritable force des Etats, et qui produisent les progrès de la population réelle; il faut pour cela *des détails*, au moins des données par gouvernemens, et s'il seroit possible par cercles, mais malheureusement ces données détaillées manquent au statisticien pour le plus grand nombre des Etats de l'Europe, sans parler des autres parties du monde, et par conséquent on doit se contenter du grand total fondé souvent sur des appercus.

La véritable force d'un Etat consiste dans *la concentration d'une population* de même origine, et qui jouit d'un centrain degré d'aisance et de culture. Une telle population est plus facile à administrer, elle résiste vigoureusement aux attaques de l'ennemi, elle conserve le mieux son caractère national; le recrutement, la recette des revenus publics, la Justice et la police trouvent moins de difficultés; les habitans rassemblés sont plus à leur aise et de là une plus grande division du travail, par la multiplication des besoins et des moyens de les satisfaire; de là naissent de nouvelles branches

d'industrie, une circulation plus rapide des capitaux et des lumières, une activité productive qu'on cherche envain parmi les peuplades disséminées. On conçoit d'après cela comment une population inférieure en nombre peut résister à une population qui lui est supérieure à cet égard, comment un peuple souverain, même peu nombreux, mais heureusement concentré, peut gouverner en paix des peuples nombreux soumis à son sceptre qui sont disséminés sur une grande étendue de terrain. Tous ces résultats ne dérivent que des données détaillées, les nombres généraux peuvent souvent mener en erreur. Une autre considération regarde la nature du sol et du Climat. Le nombre d'habitans d'un pays est ordinairement en rapport avec la richesse actuelle, il y a pourtant des cas, où il la surpasse. Ce cas peut arriver quand des circonstances très heureuses ont produit une grande population, et qu'elles ont changées subitement, alors il y a du monde de trop qui devient à charge aux autres, ou quand un faux système de secourir les pauvres en a fait une classe à part qui vit d'aumône, comme d'une branche d'industrie. Mais ces cas sont très rares, et ordinairement la population se règle sur la richesse nationale actuelle. Cette dernière est basée sur la richesse foncière, et elle est nourrie par une sage Administration, et par l'usage heureux qu'on fait des circonstances politiques. *Un pays, dont la population répond à sa richesse foncière*, est assurément très bien peuplé et mieux qu'un autre pays beaucoup plus fertile et plus heureusement situé, dont la population est encore loin de répondre à sa richesse foncière, quand même le nombre des habitans du premier seroit inférieur par mille carrée à celui de l'autre. C'est ainsi que la Suède paroît assurément un pays plus mal peuplé que la France, et pourtant la Suède est un des pays en Europe qui peut le plus facilement soutenir des guerres étrangères avec la moindre perte pour toutes les branches de son industrie, pourvu qu'on lui fournisse les moyens de faire la guerre. Si c'est le cas même dans les pays non-climatiques, où toutes les branches de l'industrie peuvent réussir plus

ou moins, combien devons nous être circonspect dans notre jugement sur les causes d'une foible population dans les pays climatiques, où la nature défend plusieurs branches de l'industrie et n'en ordonne qu'une seule. C'est ici que des fonds accumulés, des lumières et la plus sage Administration trouveroient des difficultés insurmontables.

D'où il resulte qu'en jugeant sur la population respective des différens pays, il faut toujours avoir égard à la nature du sol et du Climat, à la situation du pays, en un moit à l'éducation physique que la terre et le ciel donnent à une nation, pour que le simple calcul sur le nombre de personnes qui reviennent par mille carrée, ne nous induise en erreur sur la véritable force des Etats,

Nous observerons encore que quelques Etats de l'Europe possèdent des Colonies au de là des mers, d'autres comme la Russie et la Suède les ont contiguës sur le continent, la comparaison de la population de ces Etats avec celle des Etats du premier ordre ne seroit juste que lorsqu'on leur ajouteroit leurs Colonies éloignées. Enfin il faut souvent occuper un pays désert et peu fertile, comme *Avant-poste* ou pour *s'arrondir*, ou dans *des vues de commerce* réelles ou futures encore, et toutes ces terres inhabitées ou inhabitables entrent en ligne de compte et mènent necessairement le calculateur en erreur sur le véritable état de la population et sur la force du gouvernement, s'il ne se rappelle pas les différentes considérations à faire avant de prononcer son dernier jugement.

C'est d'après ces principes que nous allons d'abord considerer le rapport de la population à l'étendue du terrain sur les différens plateaux de la Russie, et puis nous réunirons nos observations pour en tirer des resultats.

## I. Plateau.

## Gouvernemens du Nord.

| Gouvernemens    | population générale<br>des deux dexes<br>en 1810. | étendue en milles<br>carrés | reviennent par mille<br>carrée |
|-----------------|---------------------------------------------------|-----------------------------|--------------------------------|
| Archangel -     | 201,305                                           | 12,131                      | 61 habitans                    |
| Olonetz - -     | 199,549                                           | 3,147                       | 63                             |
| Wologda - -     | 606,547                                           | 3,406                       | 72                             |
| Perme - - -     | 940,078                                           | 5,039                       | 186                            |
| la Finlande -   | 195,822                                           | 781                         | 250                            |
| Novgorod - -    | 635,781                                           | 2,063                       | 308                            |
| Waetka - - -    | 949,983                                           | 2,221                       | 427                            |
| St. Petersbourg | 666,547                                           | 8,406                       | 72                             |

La terre s'élève avec peine de l'Océan glacial, les marais, les sables, les forêts couvrent le pays qui est ouvert vers le Nord et foiblement garanti par des chaînes de montagnes à l'Ouest et à l'Est la terre noire ne paroît qu'au Sud de Novgorod, de Waetka et de Perme, les bois de chêne tracent la ligne entre les gouvernemens du Nord et ceux du milieu.

Conforme à la nature du sol la population est la plus foible à Archangel, à Olonetz et à Wologda, il n'y a que quelques contrées habitées sur un terrain immense. Au deux extrémités à l'Ouest et à l'Est se trouvent Perme et la Finlande, les fabriques du premier gouvernement et la navigation de l'autre augmentent déjà la population de quelque chose. Novgorod et Waetka forment le centre de ce plateau, la navigation intérieure, un commerce de transit, considerable, une agriculture médiocre, et surtout l'industrie forestière font vivre encore plus d'habitans à Novgorod, le midi de Waetka est surtout peuplé, les terres sont fertiles, l'industrie forestière avantageuse et la part que ce gouvernement prend au commerce des provinces riches en produits agricoles sur la Volga inférieure est considerable. Pétersbourg sur un terrain très pauvre est pourtant

le gouvernement le plus peuplé parmi les gouvernements du Nord, à cause de ses communications par eau et de son commerce florissant. C'est ainsi que la population se règle partout selon les moyens du subsistance. La nature du sol rendroit une plus grande culture possible sur ce plateau, mais la rigueur du climat, surtout vers l'Est la défend.

La Population aux environs d'Archangel, est une race d'hommes vigoureux, sensés, industriels et honêtes. Les Lapons et les Samoïedes prouvent que l'homme peut exister sous le ciel le plus rigoureux. Ce plateau est nullement mal peuplé, mais il est peu peuplé à cause des circonstances locales. On doit même s'étonner qu'il le soit autant, car tous les points habitables le sont, mais il y en a si peu.

### II. Plateau.

#### Gouvernements sur l'élevation de la Volga.

|                |           |       |     |
|----------------|-----------|-------|-----|
| Twer - - -     | 1,009,249 | 1,135 | 889 |
| Plescou - - -  | 719,781   | 795   | 905 |
| Smolensk - - - | 919,828   | 1,008 | 912 |

Il est remarquable que la population est si également répartie dans ces gouvernements, elle approche partout du nombre de 900 personnes par mille carrée.

### III. Plateau.

#### Gouvernements baltiques.

|                  |         |       |       |
|------------------|---------|-------|-------|
| la Livonie - -   | 211,170 | 304   | 694   |
| l'Esthlande - -  | 573,611 | 1,402 | 608   |
| la Courlande - - | 387,439 | 337   | 1,149 |

Population inégale, la Courlande doit être la plus heureuse contrée de ce plateau, l'Esthlande est encore mieux peuplée que la Livonie qui est pourtant plus fertile.

## IV. Plateau.

## Gouvernemens du milieu.

## f. Partie occidentale.

| Gouvernemens  | population générale des deux Sexes. | étendue en milles carrés | revenu par mille carrée |
|---------------|-------------------------------------|--------------------------|-------------------------|
| Kostroma -    | 813,132                             | 1,808                    | 449                     |
| Woronesch -   | 979,426                             | 1,434                    | 683                     |
| Wladimir -    | 907,469                             | 802                      | 1,131                   |
| Orel - - -    | 1,024,564                           | 803                      | 1,275                   |
| Jaroslaw - -  | 797,641                             | 606                      | 1,316                   |
| Kalouga - - - | 750,967                             | 553                      | 1,358                   |
| Resan - - -   | 903,769                             | 613                      | 1,474                   |
| Kursk - - -   | 1,212,703                           | 677                      | 1,791                   |
| Toula - - -   | 896,912                             | 498                      | 1,801                   |
| Moskou - - -  | 1,108,208                           | 474                      | 2,323                   |

Ce plateau est le mieux peuplé de la Russie, Kostroma et Woronesch au deux extrémités du Nord et du Sud de ce plateau, ont aussi sur la plus grande étendue de terrain la moindre population. Kostroma a presque la population de Waetka, Woronesch a beaucoup de Steppes, l'éducation des bestiaux qui prédomine ne permet pas une population concentrée. Tous les autres gouvernemens sont bien peuplés. Wladimir et Orel se ressemblent et pour l'étendue et pour la population, Jaroslaw et Kalouga, rivales en industrie ont presque la même population, pourtant Kalouga l'emporte. Resan est encore mieux peuplé, mais surtout Koursk et Toula, le premier gouvernement par son agriculture, le second par ses manufactures. La ville de Moscou est le centre du commerce de l'intérieur, et le point de réunion de beaucoup de nobles retiré du service qui s'y preparent souvent une retraite agréable. Ces deux causes ont multipliés les manufactures de la Capitale, les capitaux du commerce et des rentiers ont reflué sur l'agriculture du gouver-

nement, qui est ici plus soignée qu'ailleurs, d'où est résulté la plus grande population qu'il y ait en Russie. C'est autour de ce gouvernement que sont réunis les gouvernements les plus industriels et les mieux peuplés.

## 2. Partie Orientale.

| Gouvernements  | population entière | étendue en milles carrés | reviennent par mille carrée |
|----------------|--------------------|--------------------------|-----------------------------|
| Orenbourg - -  | 736,725            | 5,620                    | 131                         |
| Saratow - - -  | 821,862            | 4,292                    | 191                         |
| Simbirsk - - - | 854,090            | 1,402                    | 609                         |
| Kasan - - - -  | 827,000            | 1,044                    | 792                         |
| Nigegorod - -  | 879,898            | 961                      | 919                         |
| Pensa - - - -  | 745,574            | 777                      | 920                         |
| Tambow - - - - | 1,029,778          | 1,072                    | 961                         |

Les terres sont en général très fertiles et pourtant la population diminue sensiblement surtout vers l'Oural à Orenbourg, et vers le plateau des Steppes à Saratow. Pourtant la population de ce Gouvernement qui a gagné infiniment depuis 1810, paroitroit beaucoup plus avantageuse, si la steppe au de là de la Volga n'étoit pas comprise dans l'étendue totale du Gouvernement. La population de Simbirsk est déjà beaucoup plus grande, l'agriculture, l'industrie forestière et la navigation font vivre plus d'habitans, pourtant sur une étendue deux fois plus grande que celle de Kursk, la population est moindre de la moitié. En ajoutant à ces mêmes causes les manufactures, et un commerce central pour les Gouvernements de l'Est et du Sud, et l'on comprendra que la population doit augmenter à Kasan. Nigegorod au confluent de l'Occa et de la Wolga, est le grand entrepôt du commerce en bled et en sel et un des points de réunion du commerce de l'intérieur par sa foire, sa population surpasse donc encore celle de Kasan. Mais Pensa et Tambow sont les contrées les plus peuplées de ce plateau, une grande fertilité du sol et beaucoup d'industrie en doivent être les

causes. Pourtant malgré la fertilité du sol et les avantages que la Volga donne à ces Gouvernemens, leur population est de beaucoup inférieure à celle des Gouvernemens qui entourent Moscou, mais leur richesse foncière donne les plus belles espérances pour l'avenir, quand la surabondance de la population des Gouvernemens de l'Ouest refluera sur les Gouvernemens de l'Est.

#### V. Plateau.

Gouvernemens de la petite Russie et de l'Oukraine polonoise.

| Gouvernemens  | population entière | étendue par milles carrés | reviement par mille carrée |
|---------------|--------------------|---------------------------|----------------------------|
| la Podolie -  | 1,138,868          | 1,327                     | 858                        |
| la Volhynie - | 1,112,783          | 1,132                     | 983                        |
| Tschernigow - | 1,077,662          | 1,170                     | 921                        |
| Charkow - -   | 844,636            | 595                       | 1,419                      |
| Kiew - - -    | 1,137,281          | 593                       | 1,917                      |
| Poltawa - -   | 1,391,626          | 718                       | 1,938                      |

L'ancienne capitale des Grands-Ducs de la Russie, Kiew située avantageusement pour le commerce, entourée de terres fertiles est le second point de réunion autour duquel la population de la Russie s'est concentrée. Ce sont les deux Gouvernemens de Kiew et de Poltawa, qui approchent le plus de la population de Moscou, Charkow est très bien peuplé, suit la Volhynie, pays fertile mais ondulé, puis Tschernigow pays boisé et la Podolie tenant de la nature des Gouvernemens où les steppes et l'éducation des bétiaux prédominent. Pourtant ces Gouvernemens permettent toujours une plus grande population qui refluera sur eux de Kiew, tout comme les Gouvernemens de l'Est l'attendent de Moscou.

## VI. Plateau.

## Gouvernemens de la Lithuanie et de la Russie blanche.

| Gouvernemens   | population entière | étendue en mille carrées | reviennent par mille carrées |
|----------------|--------------------|--------------------------|------------------------------|
| Minsk - -      | 845,248            | 1,755                    | 481                          |
| Vilna - - -    | 810,391            | 1,284                    | 631                          |
| Grdno - -      | 586,836            | 675                      | 869                          |
| Bielostokskaia |                    |                          |                              |
| Oblast - - -   | 193,903            | 206                      | 936                          |
| Mohilew - - -  | 806,763            | 683                      | 1,181                        |
| Witebsk - - -  | 707,638            | 550                      | 1,286                        |

La Russie blanche est la partie la plus peuplée de ce plateau, elle doit cet avantage à sa navigation sur la Dwina et sur le Dnepr et à la proximité des Gouvernemens riches ou en bois ou en bleds qui font parvenir leurs productions où à Riga ou à Kiew; Vilna et Grodno n'ont pas ces avantages et sont par conséquent moins peuplés et même ils le cèdent au petit terrain de Bielostok que le commerce vivifie. L'immense plaine qui separe la Russie blanche des deux Gouvernemens lithuaniens susmentionnés ou le Gouvernement de Minsk est aussi la moins peuplée.

Nous avons passé les terres les mieux peuplées de la Russie et nous nous approchons des Steppes et de la Sibérie, pays climatiques où la population se perd avec la possibilité d'établir toutes les différentes branches de l'industrie.

## VII. Plateau.

## Gouvernemens des Steppes.

| Gouvernemens  | population entière | étendue en milles | reviennent par mille carrées |
|---------------|--------------------|-------------------|------------------------------|
| la Tauride -  | 253,825            | 831               | 305                          |
| Cherson - -   | 280,406            | 2,876             | 242                          |
| Catherinoslaw | 416,550            |                   |                              |
| Astrachan - - | 68,681             | 5,742             | 22                           |
| Caucasie - -  | 62,773             |                   |                              |

La Tauride est le Gouvernement le mieux peuplé sur ce plateau, sa population paroîtroit encore plus avantageuse si l'étendue de la steppe au Nord de l'Isthme, de Perecop ne se trouveroit comprise dans l'étendue générale. A l'Est au delà de la mer d'Asow jusqu'aux bords de la mer Caspienne, les steppes salineuses, frigineuses et sabioneuses s'étendent jusqu'au pied du Caucase, de même qu'à l'Ouest jusqu'à la mer noire; des terres d'une grande fertilité se trouvent éparpillées parmi les landes infertiles comme les Iles dans l'Océan, la population tombe rapidement, mais pourtant pas au point comme dans les contrées boréales. A l'Ouest les steppes s'étendent jusqu'aux bords élevés et pierreux de la mer noire sur des couches de granit qui paroissent être la prolongation écroulée des Carpathes. Ici une grande fertilité tranche avec la stérilité la plus effrayante, pourtant l'agriculture est toujours beaucoup plus considérable que dans les provinces à l'Est de la Tauride. Le commerce florissant des ports de la mer noire vivifie encore plus les Gouvernemens limitrophes. Mais cette petite population est toujours supérieure à celle de la Sibérie que n'est habitée que dans les endroits, où le commerce et les mines rassemblent les hommes, et où un climat plus doux permet l'agriculture, l'éducation des bestiaux et des abeilles. C'est sans contredit une immense colonie qui permet en plusieurs contrées méridionales une plus grande population, mais dont la partie septentrionale et orientale au de là du 62<sup>me</sup> degré ne sauroit guère être mieux peuplées qu'elle est actuellement par des peuples chasseurs, car c'est un pays climatique, ouvert aux vents du Nord-Est, qui ballaient un sol marecageux vers la mer glaciale et pierreux vers l'Océan oriental ces contrées ne sont habitables que pour des nomades chasseurs et pêcheurs.

## VIII. Plateau.

## La Sibérie.

| Gouvernemens  | population enfière | étendue par mille carrées | reviennent par mille carrées |
|---------------|--------------------|---------------------------|------------------------------|
| Tobolsk - -   | 427,066            | 85,387                    | 8 à 9                        |
| Tomsk - -     | 293,967            |                           |                              |
| Irkoutszk - - | 376,720            | 127,088                   | 2 à 3                        |

Nous avons considéré le rapport de la population à l'étendue du terrain en Russie par plateaux, nous allons présenter leur échelle où l'ordre dans lesquels les Gouvernemens se succèdent sous ce rapport pour en tirer d'autres résultats.

| Noms des Gouvernemens | Population génér. des deux sexes en 1810. | Etendues en mille carrées | Reviennent Ré. par mille carrées | 14 Gouvernemens bien peuplés |
|-----------------------|-------------------------------------------|---------------------------|----------------------------------|------------------------------|
| 1. Moscou -           | 1,108,208                                 | 474                       | 2,323                            |                              |
| 2. Poltawa -          | 1,391,626                                 | 718                       | 1,938                            |                              |
| 3. Kiew - -           | 1,137,281                                 | 593                       | 1,917                            |                              |
| 4. Toula - -          | 896,972                                   | 498                       | 1,801                            |                              |
| 5. Koursk -           | 1,212,703                                 | 677                       | 1,791                            |                              |
| 6. Résan - -          | 903,769                                   | 613                       | 1,474                            |                              |
| 7. Charkow -          | 844,636                                   | 595                       | 1,419                            |                              |
| 8. Kalouga -          | 750,967                                   | 553                       | 1,358                            |                              |
| 9. Jaroslaw -         | 797,641                                   | 606                       | 1,316                            |                              |
| 10. Witebsk -         | 707,638                                   | 550                       | 1,286                            |                              |
| 11. Orel - -          | 1,024,564                                 | 803                       | 1,275                            |                              |
| 12. Mohilew -         | 806,763                                   | 683                       | 1,181                            |                              |
| 13. la Courlande      | 387,439                                   | 337                       | 1,149                            |                              |
| 14. Wladimir -        | 907,469                                   | 802                       | 1,131                            |                              |

| Noms des Gouvernemens | Population génér. des deux sexes en 1810. | Etendue en mille carrées | Reyiennent par mille carrées | Ré. sultat                            |
|-----------------------|-------------------------------------------|--------------------------|------------------------------|---------------------------------------|
| 15. Witebsk -         | 1,112,783                                 | 1,132                    | 983                          | 18 Gouvernemens médiocrement peuplés. |
| 16. Tambow -          | 1,029,778                                 | 1,072                    | 961                          |                                       |
| 17. Bialystok -       | 193,903                                   | 206                      | 936                          |                                       |
| 18. Tschernigow       | 1,077,662                                 | 1,170                    | 921                          |                                       |
| 19. Pensa -           | 745,574                                   | 777                      | 920                          |                                       |
| 20. Nigegorod         | 879,897                                   | 961                      | 919                          |                                       |
| 21. Smolensk -        | 919,828                                   | 1,008                    | 912                          |                                       |
| 22. Plescou -         | 719,781                                   | 795                      | 905                          |                                       |
| 23. Twer -            | 1,009,249                                 | 1,135                    | 889                          |                                       |
| 24. Grodno -          | 586,836                                   | 675                      | 869                          |                                       |
| 25. St. Pétersbourg   | 666,669                                   | 774                      | 861                          |                                       |
| 26. Podolsk -         | 1,138,868                                 | 1,327                    | 858                          |                                       |
| 27. Kasan -           | 827,000                                   | 1,044                    | 792                          | 11 Gouvernemens faiblement peuplés.   |
| 28. l'Esthlande       | 211,170                                   | 304                      | 694                          |                                       |
| 29. Woronesch         | 979,426                                   | 1,434                    | 683                          |                                       |
| 30. Wilna -           | 810,391                                   | 1,284                    | 631                          |                                       |
| 31. Simbirsk -        | 854,090                                   | 1,402                    | 609                          |                                       |
| 32. la Livonic        | 573,611                                   | 953                      | 601                          |                                       |
| 33. Minsk -           | 845,248                                   | 1,755                    | 481                          |                                       |
| 34. Kostroma          | 813,132                                   | 1,808                    | 449                          |                                       |
| 35. Waetka -          | 949,983                                   | 2,221                    | 427                          |                                       |
| 36. Novgorod          | 635,781                                   | 2,063                    | 308                          |                                       |
| 37. la Tauride        | 253,825                                   | 831                      | 305                          |                                       |
| 38. Wibourg -         | 195,822                                   | 781                      | 250                          |                                       |
| 39. Cherson -         | 280,406                                   | 2,876                    | 242                          |                                       |
| 40. Cathérimoslaw     | 416,559                                   |                          |                              |                                       |
| 41. Saratow -         | 821,862                                   | 4,292                    | 191                          |                                       |
| 42. Perme -           | 940,078                                   | 5,039                    | 186                          |                                       |
| 43. Orenbourg         | 736,725                                   | 5,620                    | 131                          |                                       |

| Noms des Gouvernemens | Population-général. des deux sexes en 1810. | Etendue en mille carrées | Reviennent par mille carrées | Résultat                                |
|-----------------------|---------------------------------------------|--------------------------|------------------------------|-----------------------------------------|
| 44. Wologda -         | 606,547                                     | 8,406                    | 72                           | 8 Gouvernemens très foiblement peuplés. |
| 45. Olonetz -         | 199,549                                     | 3,147                    | 63                           |                                         |
| 46. Astrachan         | 68,681                                      | 5,742                    | 22                           |                                         |
| 47. la Caucasia       | 62,773                                      |                          |                              |                                         |
| 48. Archangel         | 201,305                                     | 12,131                   | 16                           |                                         |
| 49. Tobolsk -         | 427,066                                     | 85,387                   | 8 $\frac{3}{8}$              |                                         |
| 50. Tomsk -           | 293,967                                     |                          |                              |                                         |
| 51. Irkoutzk -        | 376,720                                     | 127,088                  | 3                            |                                         |

Comme il y a 14 Gouvernemens

|                         |    |   |   |
|-------------------------|----|---|---|
| bien peuplés; - -       | 18 | — | — |
| médiocrement peuplés; - | 11 | — | — |
| foiblement peuplés; -   | 8  | — | — |
| très peu peuplés -      | 51 | — | — |

il en résulte que les Gouvernemens bien peuplés font plus qu'un quart du total, les Gouvernemens médiocrement peuplés presque un tiers, les Gouvernemens foiblement peuplés font plus qu'un cinquième et les Gouvernemens mal peuplés presque un sixième. Les Gouvernemens bien et médiocrement peuplés sont au nombre de 31, les Gouvernemens foiblement et très peu peuplés au nombre de 19. Parmi les derniers la plus petite population se trouve dans les pays climatiques de la Russie, où une population beaucoup plus grande est presque impossible. *Le plus grand nombre des Gouvernemens est donc assez bien peuplé.* Le rapport de la population générale de l'Empire en Russie à son étendue, p. ex. de 500 personnes par mille carrée, doit nécessairement mener en erreur pour un Etat, où la population varie de 1000 habitans par mille carrée jusqu'à deux ou trois, où des pays climatiques mettent des obstacles insurmontables à une plus grande population, et où la mere patrie est contigue à ses Colonies.

Considerons les différentes classes de Gouvernemens d'après l'origine des nations qui y composent la majeure partie de la population.

Parmis les Gouvernemens bien peuplés ou de première classe il y a

- 8 russes
- 3 oukrainiens
- 2 polonois
- 1 allemand.

Parmis les Gouvernemens médiocrement peuplés il y a

- 7 russes, outre Smolensk, St. Pétersbourg et Kasan qu'on peut nommer à moitié russes,
- 3 Oukrainiens
- 2 polonois, et le district de Bialystok
- 2 allemands.

Parmis les gouvernemens foiblement peuplés il y a

- 5 russes
- 1 polonois
- 1 finois
- 4 tatares, mais fortement melés de russes.

Parmis les gouvernemens très foiblement peuplés se trouvent

- 3 russes
- 1 tatar
- 1 georgien
- 3 sibiériens.

D'où il résulte que dans chaque classe les Gouvernemens où la majeure partie des habitans est de nation russe, composent le plus grand nombre. Et encore cette population est la plus concentrée et habite des pays non-climatiques à l'exception d'Archangel. La population polonoise l'entoure de l'Ouest à l'Est en demi cercle, depuis la Russie blanche jusqu'à l'Oukraine polonoise, d'où les nations tatares et orientales continuent la ligne, les nations allemandes et finnoises se trouvent en masse à l'extrémité occidentale de ce cercle,

cette dernière est éparpillée par tout le Nord jusqu'en Sibirie. C'est en cette concentration de la nation russe sur le plateau du milieu que reside la véritable *force de l'Etat*.

Les *espérances de l'Etat* pour les progrès de la population doivent être basées ou sur la richesse exploitée ou sur la richesse foncière. La plus grande richesse exploitée se trouve dans les Gouvernemens les mieux cultivés du centre. Pour les porter à un plus haut degré de richesse et parconséquent de population, il faut des fonds, des lumières et un marché plus étendu, sans parler des améliorations dont plusieurs branches de l'administration pourroient être susceptibles. Et comme il faut bien du tems pour accumuler des fonds, pour repandre des lumières, pour étendre le marché actuel et pour améliorer l'administration, ces Gouvernemens, les mieux cultivés à tout égard, donnent peu d'espérances pour les progrès sensibles de leur population, puisque celle-ci est déjà arrivée au taux, que l'état actuel des choses permet. Ils se trouveront donc dans un état *stationnaire* pour bien longtems. C'est sur les Gouvernemens où la richesse foncière est encore loin d'être entièrement exploitée que les espérances de l'Etat sont fondées; car c'est sur eux que doit refluer la population surabondante des Gouvernemens les mieux cultivés, si elle ne voudroit diminuer par le manque de subsistances sur les lieux. Les Gouvernemens dont je parle forment la partie orientale du plateau du milieu, et c'est ici que *les progrès de la population sont réellement les plus sensibles*; car les fonds et les lumières actuelles sont suffisantes pour cultiver des contrées fertiles, mais encore peu cultivées.

Les progrès de la population doivent être encore *stationnaires* dans les *pays climatiques* à l'expection près que le commerce peut rassembler une population considérable sur quelque point d'un pays climatique, et ces rassemblemens sont ordinairement passagers, puisque les causes qui les ont ammenés, peuvent changer.

La *Sibérie* en partie pays climatique et en partie nonclimatique; porte dans cette dernière partie tous les caractères des Colonies. Et comme les Colonies font ordinairement les plus grands progrès dans leur population; la question se présente pourquoi ne les fait-elle pas? Sans entrer dans d'autres détails, nous observons que les Colonies basées sur les mines, sur la chasse et la pêche font les moindres progrès dans leur population; et celles qui sont basées sur l'Agriculture les plus grands. La *Sibérie* se trouve dans le premier cas.



DONNÉES STATISTIQUES  
SUR  
L'ÉTAT DE L'AGRICULTURE EN RUSSIE EN 1814.

PAR  
C. T. HERRMANN.

---

Présenté à la Conférence le 1. Avril 1818.

---

L'étendue des terres, les cultures et leur produit, enfin sa distribution connue sont les objets de ces recherches.

*I. Etendue des différens terrains.*

La surface d'un pays sous le point de vue agricole se divise en terres labourées, en bois et forêts et en prairies. Nous ne parlons pas des terres labourables, puisqu'elle ne sont qu'une richesse foncière, qui ne constitue pas l'état actuel de l'agriculture.

L'arpentage est terminé en 31 gouvernemens qui forment le centre de la Russie, le Nord et une partie du Sud; c'est donc la partie la plus intéressante qui est connue par l'Arpentage. Les gouvernemens non arpentés ont été calculés d'après les meilleures cartes. Comme ils contiennent beaucoup de Steppes et la Sibirie, ce calcul probable n'est pas très important pour notre sujet. D'après toutes les données l'étendue générale de la Russie est de 1,473,881,726 Desscetines (mesure agricole que nous devons suivre ici) dont 402,100,552 reviennent à la Russie européenne et 1,071,781,174, à la Sibirie. Nous nous bornons à la Russie européenne.

On peut évaluer les terres labourées à 61 Millions et demi, les bois et forêts à 156, les prairies à  $\frac{7}{223\frac{1}{2}}$  millions de Desscetines,

restent 178 millions et demi pour les batisses, les routes, les eaux et les terres insultes.

Le milieu de la Russie a selon les différens plateaux un tiers, un quart, un cinquième de l'étendue générale en culture. Le plateau du Nord n'a qu'un 26<sup>me</sup> en culture, le plateau du Sud a environ la même proportion. Il paroît que l'Agriculture ne devoit plus gagner en étendue dans les gouvernemens du milieu, où les bois et les prairies viennent à manquer. Pour cultiver ces 61 millions et demi de Desscetines terres labourées, il y avoit 17 millions et demi de paysans selon la 5<sup>me</sup> Revision que nous prenons ici pour base, puisque tous les calculs ont été faits d'après elle, les resultats que nous offrons deviennent encore plus saillans à la sixième.

D'après la 5<sup>me</sup> Revision il ne reviendroit que 3 Desscetines et demi de terres labourées par revisionnaire, si tous devoient s'occuper de l'agriculture. Mais cette proportion devient encore plus étonnante en différens plateaux. Dans les gouvernemens russes du milieu il y auroit presque 4 Desscetines par revisionnaire, dans les provinces polonaises  $2\frac{3}{4}$ .

Nous ne parlerons pas des Steppes du Sud et de la Sibirie où les paysans auroient à peine  $1\frac{1}{2}$  a 2 Desscetines à cultiver si tous devoient s'occuper de la culture des terres. En Angleterre un ouvrier cultive 10 Desscetines. En France et en Allemagne tout au plus deux et alors ils retirent un profit considérable de leur culture et ne pensent jamais à changer leur industrie contre une autre. En Russie la surabondance d'ouvriers à l'Agriculture est la cause du peu de profit qu'ils en retirent, car ce profit est éparpillé parmi un trop grand nombre de personnes, qui deviennent moins actifs et qui préfèrent toute autre occupation à l'Agriculture, puisqu'elles sont plus lucratives.

On ne sauroit tout au plus supposer qu'un tiers de revisio-  
naires ou 5 à 6 millions de paysans qui s'occupent à d'autres bran-  
ches d'industrie, restent toujours 11 à 12 millions d'ouvriers pour  
61 millions et demi de Dessctines à cultiver, ou 4 à 5 Dessctines  
par ouvrier.

Il paroît que le Gouvernement devoit favoriser de toutes  
les manières l'emploi des paysans à d'autres branches d'industrie,  
comme au commerce en détail, aux manufactures, au transport des  
marchandises. Le nombre d'ouvriers à l'agriculture étant diminué  
et la demande étant restée la même, il en résultera 1) que les ou-  
vriers qui s'occupent de l'agriculture doivent être plus actifs et que  
les propriétaires doivent penser aux moyens d'améliorer leurs terres,  
par quoi le système agricole sera amélioré 2) que les ouvriers  
employés à l'agriculture retireront un profit beaucoup plus grand  
de leur travail, commenceront à l'aimer et ayant la perspective de  
pouvoir s'enrichir par l'Agriculture ne seront plus tentés de la  
changer contre une autre industrie.

Les bois et forêts connus occupent dans la Russie euro-  
péenne plus de 156 millions de Dessctines dont 108 millions à  
la Couronne. Il y a donc  $2\frac{2}{9}$  Dessctines sans bois sur 1 en bois.  
Cette proportion est très forte et prouveroit un pays peu cultivé,  
mais elle est fort trompeuse; car ce n'est que le plateau du Nord,  
en grande partie inaccessible à l'agriculture, et l'élevation sur la  
Volga où les bois occupent 1 Dessctine à  $1\frac{1}{3}$  sur  $1\frac{3}{4}$  de la sur-  
face. Dans les gouvernemens russes du milieu il y a 1 Dessctine  
en bois sur  $3\frac{1}{3}$  de surface. La Russie blanche et la Lithuanie  
n'ont qu'une Dessctine en bois sur 8 de surface, la petite Russie  
et les gouvernemens russes limitrophes 1 Dessctine de bois sur  
27 de surface et vers les Steppes 1 Desc. en bois sur 77 de  
surface. La Russie européenne est nullement riche en bois, les  
devastations des forêts ont passées toute idée, une meilleure admi-  
nistration des forêts est le plus grand bienfait pour la Russie.

Les prairies sont de peu d'étendues, le Nord de la Russie n'en a que très peu, dans les gouvernemens de la Russie on les a converti en champs de bled sans en créer de nouvelles. Ce n'est que vers l'Oural et vers le Sud que les Steppes fertiles remplacent en quelque façon le manque de prairies. Il n'y a que la Livonie et la Courlande où un 6<sup>me</sup> de la surface est en prairie et un 7<sup>me</sup> en terre de labour, exemple unique en Russie. Ici l'éducation des bestiaux, l'oeil droit de l'agriculture, doit être mieux soignée et les champs peuvent être annuellement enfumés, mieux que dans les gouvernemens russes, où les prairies ne font que la 23<sup>me</sup>, la 25, la 67<sup>me</sup> partie de la surface, tandis que les terres de labour en occupent le tiers, un quart et un cinquième. Alors il n'est pas étonnant que les terres ne sauroient être couvertes de fumier qu'en 18 à 20 ans une fois. Les gouvernemens polonais ont encore plus négligés les prairies. En petite Russie et en Lithuanie il ne se trouve qu'une Dessetine de prairie sur 120 d'Etendue. La fertilité naturelle des terres doit être très grande où avec si peu de prairies on obtient un produit aussi considérable comme en Russie. Mais on ne sauroit le nier que l'agriculture de la Russie doit rester dans un état languissant tant qu'on ne s'occupera plus de l'amélioration des prairies et parconsequent de l'éducation des bestiaux dans les gouvernemens de l'interieur. L'amélioration des terres en sera une suite naturelle. Il faut le dire, les progrès de l'agriculture en étendue sont une calamité publique, produite par les progrès naturels de la population dans la classe des laboureurs et par l'augmentation naturelle des impôts. Il fut un tems où le paysan russe gaignoit assez en semant 2 Tschetwerts, la récolte suffisoit pour nourrir sa maisen et pour payer les impôts. Aprésent il lui faut au moins le double. Obligés d'augmenter nécessairement leur recolte pour pouvoir nourrir une famille nombreuse et surtout pour payer les impôts, il n'y a que deux moyens, ou d'améliorer le terrain qu'on possède; il faut pour cela des lumières et des capitaux, où il faut défricher de nouvelles terres qu'on doit prendre sur les bois et sur

les prairies. Le paysan russe n'a que ce dernier moyen, et il doit lui sacrifier ses derniers bois et ses dernières prairies, tout comme cela est arrivé en France. Le resultat est, qu'il manque de bois pour construire de bonnes habitations, de foin pour nourrir un grand nombre de bestiaux, les terres doivent rester sans fumier et l'agriculture devient languissante et stationnaire.

## II. *Des cultures et de leur produit.*

Cinquante millions de Tschetwerts de semailles ont produit selon un terme moyen près sur 7 années consecutives 167 millions et demi par an, ou le  $3\frac{1}{3}$  grains. Cette fertilité est très médiocre. Mais tout en élévand des doutes contre la véracité des tableaux sur les semailles et les récoltes, tout en alleguant qu'il y a des gouvernemens où on recolte du 5<sup>me</sup> au 10<sup>me</sup> grain et plus il faut avouer que la fertilité générale ne sauroit passer le 5<sup>me</sup> grain dans les gouvernemens agricoles du milieu faute de prairies et d'une meilleure éducation de bestiaux.

Les travaux communaux, les nouveaux partages de terres, à chaque révision, les services rendus en nature par le paysan dans toutes les saisons mettent de grandes entraves aux progrès de l'agriculture en Russie. Il nous faut aprésent une sur-abondance d'ouvriers pour tirer de notre sol fertile ce que nous en tirons actuellement. La moitié y suffiroit et seroit beaucoup plus heureuse, mais cette moitié devrait avoir propriété séparée des terres de labour, des bois et prairies, et surtout pleine liberté de pouvoir disposer de son tems à volonté.

D'après les tableaux sur les semailles et les récoltes, et il n'y a point d'autre base, les gouvernemens entre Moscou et Kiew font les plus fortes semailles de 14 millions de Tschetwerts et en recolent le 3<sup>me</sup> grain et quelque chose. Les gouvernemens sur la Volga inférieure font 11 millions de semailles qui leur donnent le

3<sup>me</sup> grain et  $\frac{1}{4}$ . La petite Russie où les gouvernemens autour de Kiew sèment 7 millions et demi et recolent presque le 4<sup>me</sup> grain. La Russie blanche et la Lithuanie retirent de 5 millions et demi de Semailles  $3\frac{2}{3}$  de grains, les provinces baltiques (sans la Finlande) pour lesquelles la nature a moins fait, recolent le 5<sup>me</sup> grain. Cette proportion se retrouve en Sibirie, où le peu de terrain cultivé doit être d'après cette donnée mieux soigné qu'en Russie. Les steppes fertiles donnent le 6<sup>me</sup> grain. Les gouvernemens du Nord le 2<sup>me</sup> et le  $2\frac{1}{2}$ .

Les productions les plus générales de la Russie sont le Seigle et l'avoine. Dans la plupart des gouvernemens elles font les deux tiers de toutes les cultures. D'après les prix moyens de 1810 la valeur du seigle montoit à 383,426,633 R. en ass. et celle de l'avoine à

200,202,051

total 583,627,684 Roubles.

Les autres cultures sont le froment, l'orge, le mil et sarrasin, le lin, le chanvre et le tabac (dont le produit est environ de 1,800,000 Pouds). Il ne font qu'un tiers de la production générale, mais leurs prix sont plus hauts. L'un portant l'autre on pourroit les évaluer à la moitié de total précédent à

291,813,843

grand total 875,441,527 Roubles.

En France Lavoisier évalua en 1796 le produit général de l'agriculture à 1200 millions de francs. Si 4 francs feroient un rouble en argent, le produit de la France auroit été 300 millions de roubles en argent et celui de la Russie à 4 R. le Rouble d'argent 218,900,000.

Mais comme les renseignemens sur la recolte en France sont plus exacts qu'en Russie ou pourroit mettre la valeur de la recolte des deux pays au même taux.

On a comparé les tableaux sur les semailles de 1804 et de 1810, pour savoir si l'agriculture avoit fait des progrès dans cette

période et nommément en quels gouvernemens. Les tableaux sur les semailles sont plus véridiques que ceux sur les récoltes, le propriétaire n'a aucun intérêt de diminuer la quantité des semailles, au contraire leur grandeur augmente la valeur de sa terre en cas de vente, tandis que l'aveu sincère sur la récolte est plus difficile à obtenir. D'ailleurs il fallut consulter les tableaux sur les semailles, puisqu'ils font connoître le but que le laboureur s'est proposé, tandis que les tableaux sur la récolte prouvent seulement s'il est parvenu à l'atteindre. Par conséquent les premiers constituent l'état actuel de l'agriculture, les derniers donnent le résultat sur les bonnes ou mauvaises récoltes qui dépendent en grande partie du Climat.

Les résultats que cette comparaison a donné font, que les semailles ont diminués à Archangel, à Wologda et à Olonetz, puis en Esthlande, en Livonie et en Courlande, dans la Russie blanche et dans les deux gouvernemens lithuaniens, Wilna et Minsk, enfin vers le Sud depuis Kiew, Tschernigow, Pultawa et Catherinoslaw jusqu'en Tauride et en Caucasia. Les provinces Septentrionales, les gouvernemens sur la baltique, la plupart des provinces polonoises et les gouvernemens fertiles depuis Kiew jusqu'en Tauride ont moins ensemencés de terres. Il est à remarquer, qu'on a surtout diminué les semailles à Tschernigow et Catherinoslaw. Comme cette diminution s'étend sur une suite de gouvernemens limitrophes et en partie très fertiles, elle doit avoir été produite par des circonstances politiques. Le commerce d'Odessa en grains, dont le revirement montoit de 4 à 5 millions de roubles en 1804 et en 1806 avoit fait hausser la valeur des terres de 5 pct. depuis d'Odessa jusqu'à Kiew, ce commerce a diminué et avec lui les semailles ont diminuées. Les raisons qui ont fait diminuer les semailles dans les gouvernemens baltiques et dans la plupart des gouvernemens polonois, doivent se trouver dans le Commerce gêné par le système continental. Quand au Nord de la Russie, il se pourroit que nombre de paysans eussent préféré toute autre industrie à celle de

l'agriculture sujette à de grandes difficultés dans ces contrées boréales.

Au contraire dans tous les gouvernemens russes la quantité des semailles a augmentée. Perme, St. Petersbourg, Jaroslaw, Twer, Kostroma, Pensa et Saratow, Kursk et Woronesch, ont surtout augmentés leurs semailles, il est curieux que la même augmentation a eu lieu à Grodno, tandis que tous les autres gouvernemens polonois limitrophes ont diminué les leurs.

Le dernier résultat est que les semailles ont été augmenté en 30 gouvernemens, qu'elles ont diminué en 15, et qu'elles sont restées presque les mêmes en 4. Les données comparatives sur 3 gouvernemens manquent. Donc il paroît que l'agriculture fait toujours des progrès en Russie.

Les tableaux sur la recolte indiquent si elle a été bonne, ou mediocre, ou mauvaise, et à cet égard l'année 1810 étoit plus mauvaise qu'abondante. Les recoltes ont été inférieures à celles de 1804 en 28 gouvernemens, elles ont augmentées en 21.

### III. *De la distribution connue des grains.*

Les calculs hypothétiques sur la quantité de grains requise pour la consommation des habitans sont fondés sur la base qu'on doit compter 2 Tschetwerts par homme. En n'admettant que 44 millions d'habitans en Russie avec les pays nouvellement conquis, (mais comme leur recolte ne se trouve pas encore dans nos tableaux sur la recolte il faut decompter 1,232,377 habitans) reste 42 millions, 232,377. Les nomades mangent peu de pain, les peuples pecheurs et chasseurs de la Sibirie encore moins, il faut decompter 1 millions 300,000 restent 40 millions 982,377 habitans qui se nourrissent de pain. Les rapports annuels des gouverneurs sur le nombre des habitans et sur les recoltes et semailles ordonnés par Oukases du 17 Janvier 1800 et du 8 Septembre 1802 accusoient

|         |   |            |          |     |      |       |
|---------|---|------------|----------|-----|------|-------|
| en 1800 | — | 33,159,860 | habitans | des | deux | sexes |
| — 1801  | — | 34,043,357 | —        | —   | —    | —     |
| — 1802  | — | 34,893,828 | —        | —   | —    | —     |
| — 1803  | — | 35,134,177 | —        | —   | —    | —     |
| — 1804  | — | 35,497,999 | —        | —   | —    | —     |
| — 1805  | — | 35,902,336 | —        | —   | —    | —     |
| — 1806  | — | 35,859,179 | —        | —   | —    | —     |
| — 1807  | — | 36,107,559 | —        | —   | —    | —     |
| — 1808  | — | 36,219,714 | —        | —   | —    | —     |
| — 1819  | — | 36,177,960 | —        | —   | —    | —     |
| — 1810  | — | 36,329,962 | —        | —   | —    | —     |

sans les Capitales, les militaires et les nomades et on peut ajouter un nombre considérable d'habitans des villes et de femmes. D'après cette donnée il faudroit 72 millions et demi de Tschetwerts pour leur consommation et en admettant la première donnée de 40 millions 80 millions de Tschetwerts. Il faut ajouter pour les semailles 50 millions. Les bruleries d'eau de vie consomment selon les rapports des gouverneurs 6,036,077 Tschetwerts, mais on peut admettre 10 millions.

Les magasins de reserve renferment environ 10 millions pour les quels on rassemble année commune tout au plus 2 millions.

Il faudroit donc pour l'entretien des habitans

|                              |                            |
|------------------------------|----------------------------|
|                              | 80 millions de Tschetwerts |
| pour les semailles           | 50                         |
| pour les brulerie d'eaudevie | 10                         |
| pour les magasins de reserve | 2                          |
|                              | <u>142</u>                 |

restent des 167 millions qu'on recolte année commune 25 millions de Tschetwerts. C'est le surplus de la Russie qui est consommé et dans l'Empire et exporté dans l'étranger sans quoi il n'auroit pas été produit.

Nous avons des données sur l'exportation des grains pendant les années 1802 jusqu'en 1807. Elles font voir des années où la demande étoit ordinaire, ce sont les années 1802, 3, 4, la quantité de bled exporté étoit de 8 à 12 millions et demi de Tschetwerts, une année où la demande étoit extraordinaire l'année 1805, l'exportation montoit à 20 millions 790,000 Tschetwerts. Le commerce en bled finit presque en 1806, on n'a exporté qu'un million 800,000 Tschetwerts, et l'exportation tombe en 1807 jusqu'à 179,081 Tschetwerts.

Ces données sont très instructives par leur variété. Elles prouvent combien la Russie peut fournir en cas de besoin à l'étranger de son surplus, c'est plus que 20 millions, et à combien la demande ordinaire monte, à 10 et 12 millions.

Le froment et le seigle sont les bleds qu'on recherche le plus dans les années ordinaires; on exportoit de 4 à 5 millions et demi de froment, et de 2 à 6 millions de seigle. Mais en 1805 la demande fut extraordinaire pour le froment, 11 millions 751,000 Tschetwerts et 8 millions pour le seigle. Il n'y a qu'une année 1802, où l'on ait exporté 1 million de Tschetwerts en orge et 200,000 Tschetwerts en avoine.

Tout ce bled est exporté en grains; la Russie perd donc le profit sur le moulinage, tandis qu'en Angleterre on n'exporte pas un sac de grain; mais on entasse la farine en tonneaux. La quantité de farine qu'on a exporté monte de 150,000 à 380,000 Kouls, et il est à remarquer, que dans les années où le commerce en grains tomboit, l'exportation de la farine montoit, c'est ainsi qu'en 1802 sur 10 millions 900,000 Tschetwerts en grains, on n'a exporté que 157,809 Kouls en farine et en 1807 sur 179,081 Tschetwerts de bleds en grains en a exporté 381,470 Kouls de farine.

Quand un jour le commerce en bled n'aura plus d'entraves, la question meritoit d'être agitée: ne pourroit-on pas prendre des

mesures pour faire mouler le bled en Russie? On s'occupe tant de manufactures, et voilà une manufacture naturelle à la Russie qui resteroit à créer.

Le surplus que les gouverneurs accusent monte à 28 millions. Ces deux calculs s'accordent très bien, la différence vient de ce que les gouverneurs comptent moins pour les bruleries d'eau devie.

Nous terminons cet article par quelques observations.

La proportion de terre que l'Impératrice *Catherine II.* fixa en 1766 pour chaque revisionnaire est de 8 Desscetines en terres labourables, prairies, bois, jardin, cour et maison. On compte 4 hommes par maison ce qui fait 32 Desscetines. Là où le terrain le permet on doit donner 15 Desscetines par tête ou 60 par maison. Il faut qu'on ait eu des bases en 1766 sur la possibilité de donner cette proportion au paysan.

Actuellement cette possibilité n'existe plus, ce n'est qu'en Finlande où l'on voit des paysans qui ont jusqu'à 60 Desscetines de terres, mais dans les gouvernemens agricoles, le paysan a à peine 5 Desscetines. Le 27 Mai 1810 les Senateurs *Lapouchin* et *Spiridow* ayant visité les gouvernemens de Waetka et de Kasan, rapportèrent au Sénat: que le manque de terres labourables à Kasan forçoit beaucoup de villages de vivre de l'industrie forestière. Dans les cercle de Schistopol le paysan a 13 Desscet. à Laitschef 12 Desscetines, mais dans les autres cercles 6, 4, et 3 Desscet. Quant on leur otâ cette liberté, ils furent obligés de vendre le bled, les semailles et jusqu'à leur betail. A Waetka les paysans manquent également de terres labourables. L'Amiral *Ribas* ayant visité les Gouvernemens de Kasan, Simbirsk, Nigegorod, Orenbourg, Tambow et Waetka an 1798 et 1799, rapporta que les paysans se plaignoient en général du manque de terres labourables. Il cite

différens exemples, c'est ainsi qu'à Nigégorod 1,400 paysans du village Kurdisch n'avoient que 426 Desscetines de terres labourables. Le Gouvernement organisa les commissions forestières pour St. Pétersbourg, Olonetz, Kasan le 18 Août 1803, pour Nigégorod, Kostroma, Nowgorod, Waetka, Wologda et Archangel le 8 de Mai 1804 afin de distribuer le surplus des terres labourables, preuve que le Gouvernement a avoué le manque de terres labourables. Dans le Gouvernement de Moscou le paysan n'a que 2 Dessetines 1054 Sachenes et dans quelques cereles encore moins, à Colonna 1 Desscetine 1920 Sachenes, à Klin 1 Desscetine, à Kostroma il ne resta que 1691 Dessetines à distribuer parmi 383,146 paysans de la Couronne. On voulut faire émigrer ceux qui manquoient de terres, mais il ne se trouva que 1396 qui resolurent de changer de domicile. Le gouverneur de Saratow rapporta déjà en 1806 que pour donner aux paysans de la Couronne la proportion légale de 15 Dessetines il faudroit encore 256,000 Desset. Mais il n'y avoit du côté droit de la Wolga que 255,492 Desset. à donner, reste la steppe à défricher du côté gauche de ce fleuve. Dans les cercles de Kusnetz, Chwalinsk et Wolgsk il n'y a plus moyen de donner 15 Desset. aux paysans, et un Oukase du 12 Juillet 1800 ordonne de les faire émigrer en d'autres gouvernemens.

Il paroît donc que l'opinion sur l'abondance des terres labourables et non cultivées en Russie est un préjugé qui date du bon vieux tems et qu'au contraire le paysan manque de terres labourables dans la plupart des gouvernemens, preuve certaine de la surabondance d'ouvriers à l'agriculture.

Un Anglois fort entendu en Agriculture et soutenu par le gouvernement a fait le calcul suivant pendant son voyage agronome dans le gouvernement de Moscou.

40 Desscetines de terres labourables sont cultivées par 10 Tegl. On peut estimer le produit total 4 fois l'Obrok de 6 Rou-

bles par Desscetes, 40 Desscetes donnent 240 Roubles Obrok, pris 4 fois 960 R. c'est le produit total, revient 96 R. pour chaque ouvrier des quels il doit payer en reparation d'instrumens 50 Kop. par Des.

Semilles 6 Roubles

pour 10 chevaux à 60 R. le cheval qui sert 4 ans.

15 Roubles par an

impots 4 — 80 Kop.

Ce qui fait pour les 40 Desscetes.:

en fraix de reparations 20 R.

— Semilles — — 240 —

— Chevaux — — 150 —

— impots — — 48 —

458 Roubles

restent 502 R. des quels on doit payer au Seigneur l'Obrok de 240 R.

Les 10 Ouvriers auroient donc gagné 262 R. qui partagés entre eux donnent à chacun 26 R. 20 Kop.

Il seroit intéressant de vérifier ce calcul en différens gouvernemens, mais s'il n'est pas tout à fait denué de fondement, on ne sauroit être étonné que le paysan préférè toute autre occupation à l'agriculture.

Il resulte de ces données 1) que les paysans ont trop peu de terres en plusieurs Gouvernemens 2) que le produit net qu'ils retirent du travail de toute l'année est très peu considerable. Il est vrai qu'ils sont défrayés de tout, mais ils ne sauroient jamais accumuler des Capitaux du produit net de l'Agriculture 3) que les Capitaux accumulés par les paysans sont le produit d'autres branches de l'industrie et qu'on doit les y encourager de toute manière, et nullement les contraindre à se borner à la culture des terres.

4) Que nulle part la culture des terres ne revient plus cher au propriétaire qu'en Russie, puisqu'il abandonne la grande moitié des terres labourables, sans compter les bois et les prairies aux paysans, pour qu'ils lui cultivent la moindre partie. Il faut avouer que c'est un gouvernement patriarcal où l'on ne sauroit décider, si le paysan nourrit son maître ou le maître ses paysans.

---

# LE REVENU NATIONAL

## CONSIDÉRÉ SOUS UN NOUVEAU POINT DE VUE.

PAR

H. STORCH.

---

 Présenté à la Conférence le 16. Juin 1819.
 

---

## §. 1.

*Objet de l'économie publique (1).*

L'*économie publique* est communément désignée comme la science de la *richesse nationale*. Cette expression ne nous paraît pas exacte. On n'est riche que par son *revenu* ou par les sources de son revenu, comprises sous le nom de *fortune*. Quelle que soit celle de ces deux idées qu'on veuille exprimer par le mot de *richesse*, il est plus simple et plus intelligible d'employer les termes qui leur sont propres. D'ailleurs le mot de *richesse* renferme l'idée de l'abondance; il est opposé à celui de *pauvreté*. Or les peuples les plus pauvres ont un revenu et des sources de revenu; mais peut-on dire qu'ils ont de la *richesse*?

Réservez donc ce terme pour désigner un grand revenu ou les sources d'un grand revenu, et tenons-nous en aux mots de *revenu* et de *fortune* que tout le monde comprend et qui expriment nettement ce qu'ils doivent exprimer. Mais lequel de ces deux objets, du revenu ou de la fortune, est proprement l'objet de l'économie publique? Ils le sont tous les deux, avec cette différence que le re-

---

(1) Ce nom que *J. J. Rousseau* avait donné à la science et que des écrivains français très-estimés ont fait revivre, est préférable à celui d'économie politique, surtout lorsqu'on en sépare la législation économique, comme nous le faisons.

venu est l'objet direct et principal, puisque c'est lui qui se produit, se distribue et se consomme, c'est-à-dire qui présente tous les phénomènes dont on demande la solution à l'économie publique. Les sources du revenu étant celles de la production, c'est à ce phénomène que leur explication se rattache.

En conséquence nous dirons que l'économie publique est la *science du revenu national*; qu'elle montre comment ce revenu se crée, se distribue, se consomme et s'augmente. C'est à cette tâche purement philosophique qu'elle se borne; déduire de ses principes des règles de conduite pour les nations et pour leurs gouvernemens, est une tâche d'une toute autre nature, et qui ne peut être confondue avec la première sans la rendre plus difficile et plus compliquée. Les écrivains qui s'opposent à la séparation de l'*économie publique* et de la *législation économique*, oublient que les sciences ne se perfectionnent qu'en se divisant.

## §. 2.

### *Idée du revenu national.*

Après avoir signalé la science dont nous nous occupons, tâchons de bien saisir son objet. Qu'est-ce que le *revenu national*? Sans doute la somme des revenus individuels. Mais qu'est-ce qui constitue ceux-ci? Sont-ce les pièces de monnaie ou les billets de banque que leurs possesseurs reçoivent? Pour se convaincre du contraire, il suffit de jeter les yeux sur les peuplades qui mènent encore une vie patriarcale, même au sein de notre patrie. Elles consomment des vivres, des vêtemens etc: donc elles ont un revenu; cependant elles connaissent à peine l'usage de la monnaie. Vous voyez que ce sont les *choses qu'elles consomment* qui forment leur revenu; et il en est de même du revenu des peuples qui emploient la monnaie. L'argent n'est qu'une assignation pour toucher le revenu: celui-ci consiste dans les choses qui servent à satisfaire nos besoins et nos desirs. S'il vous restait encore le moins

dre doute sur cette assertion, observez ce propriétaire qui habite ses terres et qui en tire les principaux objets de sa subsistance. Comme sa consommation annuelle monte à la valeur de dix-mille roubles et qu'il ne fait point de dettes, il faut bien que son revenu soit égal à cette somme; cependant il n'en dépense pas la moitié sous forme de monnaie.

Puisque les choses que nous consommons doivent être produites, le terme de *produit annuel* est synonyme avec celui de *revenu annuel*; et puisque les produits ne peuvent être consommés, c'est-à-dire employés à la satisfaction de nos besoins et de nos désirs, sans s'user ou se détruire, le mot de *consommation* est encore équivalant à celui de *dépense*. Ainsi les expressions: *consommer un produit* et *dépenser un revenu*, ont exactement la même signification.

Chez les peuplades qui sont encore dans l'enfance de la société, chacun produit lui-même le peu d'objets que réclament ses besoins; ainsi le revenu ne suppose point d'échanges pour être dépensé. Mais à mesure que les sociétés se perfectionnent, les besoins et les désirs des hommes deviennent si nombreux que l'individu ne saurait pourvoir par lui-même à tous ceux qu'il conçoit; en conséquence chacun préfère de ne produire qu'un seul objet, et d'en échanger le superflu contre les objets que les autres produisent. Il en résulte que chaque individu devient une espèce de marchand, et qu'il ne peut avoir un revenu complet, c'est-à-dire qui satisfasse au moins tous ses besoins indispensables, qu'en produisant des objets qui puissent s'échanger ou se vendre. Il en résulte encore que le revenu annuel n'est plus le produit qui a été *créé* dans l'année, mais celui qui s'est *vendu* dans l'année; bien qu'il soit de l'intérêt de tout producteur de ne pas produire au-delà de ce qu'il présume pouvoir vendre.

*Notions générales sur la valeur des choses.*

On voit que le revenu national se compose pour la plus grande partie de choses échangeables ou vendables, c'est-à-dire de choses ayant une *valeur* ou un *prix*. Comme la signification de ces termes est fort arbitraire, il convient de fixer celle que nous leur donnons.

La *valeur* d'un objet échangeable, c'est la quantité d'autres objets à laquelle on l'estime égal et contre laquelle il peut s'échanger. Ainsi deux choses qui s'échangent entre elles, font chacune l'*équivalent* de l'autre. Supposons que dans le commerce des Russes avec les Chinois, qui se fait par des trocs, une aune de drap s'échange contre quatre livres de thé : il est clair que la quantité de drap *vaut* celle du thé, et réciproquement. Il s'ensuit que la valeur d'une marchandise ne saurait varier, sans que la valeur de la marchandise contre laquelle elle s'échange n'éprouve une variation contraire. Si la valeur du drap, relativement au thé, montait, celle du thé, relativement au drap, baisserait précisément dans la même proportion.

Lorsqu'au lieu d'échanger les marchandises indifféremment les unes contre les autres, on convient de les échanger toutes contre une seule marchandise bannale, appelée *numéraire*, leur valeur se nomme *prix*; mais la valeur du numéraire conserve sa dénomination, puisque le numéraire continue à s'échanger indifféremment contre toutes les marchandises. Ainsi le *prix des marchandises*, c'est la quantité de numéraire qui les paye; et la *valeur du numéraire*, c'est la quantité de marchandises contre laquelle il s'échange ou qu'il a le pouvoir d'acheter. Or comme cette quantité varie selon les différentes marchandises, il s'ensuit que le numéraire a deux valeurs différentes : l'une *particulière*, relativement à chaque marchandise en particulier; l'autre *générale*, relativement à toutes les

marchandises ensemble. Cette dernière ne peut être constatée qu'approximativement d'après la pluralité des rapports. Ainsi quand le prix d'un petit nombre de marchandises baisse, ce n'est pas encore une preuve que la valeur générale du numéraire monte, et réciproquement; mais on est fondé à supposer qu'elle monte, quand c'est la plupart des marchandises dont le prix baisse.

Le fondement de la valeur des choses, c'est leur *utilité*, c'est-à-dire l'estime que nous faisons de leur aptitude à satisfaire nos besoins et nos désirs. On voit qu'il ne s'agit point ici d'une utilité abstraite ou philosophique; mais d'une utilité de fait. Dans le sens de l'économie publique, la chose la plus inutile aux yeux de la raison peut avoir son utilité, s'il y a des hommes qui la trouvent propre à satisfaire un désir quelconque qu'ils éprouvent. Ce n'est pas qu'il soit indifférent pour le revenu national, de quelle manière les hommes savent apprécier les choses: aussi l'économie publique s'applique-t-elle à rectifier leurs idées sur ce point; mais quand il s'agit de choses qui ont de fait une utilité, celle-ci doit être considérée comme un fait.

L'utilité des choses est *directe*, quand elles satisfont immédiatement à nos besoins, comme les alimens, les vêtemens, les habitations; elle est *indirecte*, quand les choses ne sont que les moyens de nous procurer d'autres choses d'une utilité directe: telle est l'utilité des atchers, des outils, du numéraire etc.

Les besoins et les désirs des hommes varient suivant la nature des pays qu'ils habitent, suivant leurs lumières, leurs habitudes, leurs occupations, leur fortune; d'ailleurs leur opinion varie encore sur les choses qu'ils trouvent propres à satisfaire le même besoin. Il en résulte que les hommes sont rarement d'accord sur l'utilité des choses, et que les mêmes objets peuvent être jugés utiles par les uns, et inutiles ou même nuisibles par les autres.

Lorsque deux individus possèdent des choses différentes, et que chacun trouve que la chose possédée par l'autre lui est plus utile que la sienne, leur intérêt mutuel les conduit naturellement à échanger ces choses. Cependant la quantité qu'ils seront disposés d'en céder, chacun de son côté, ne se détermine pas seulement d'après l'utilité que ces choses ont pour eux, mais encore d'après la *facilité ou la difficulté qu'il y a de se les procurer*. Si, dans la règle, on ne donne jamais une chose utile pour avoir une chose inutile, pas même pour avoir une chose moins utile, on ne donne pas non plus une chose qui est rare ou difficile à produire, contre une chose que chacun peut aisément se procurer. La première de ces circonstances détermine la limite au-dessus de laquelle la valeur ou le prix des choses ne saurait monter; la seconde prescrit la limite au-dessous de laquelle ils ne sauraient tomber, sauf les cas particuliers qui ne font jamais règle. Dans la règle une marchandise ne sera point *demandée*, si son prix surpasse l'utilité qu'elle a pour les acheteurs; de même elle ne sera point *offerte*, si son prix ne compense pas les difficultés que les vendeurs trouvent à se la procurer (2). Une chose très-utile pour tout le monde, mais qui est très-commune ou très-facile à produire, n'aura point de prix, mais elle pourra en obtenir un très-haut, du moment qu'elle devient rare ou qu'il devient difficile de se la procurer. Tel est le cas de l'eau: dans la plupart des endroits elle ne coûte absolument rien; elle se vend à très-bas prix dans les grandes villes; dans une forteresse assiégée ou dans un navire sur mer dont les provisions s'épuisent, elle atteint souvent un prix exorbitant. Une chose rare ou

---

(2) La *demande* d'une chose se fait par ceux qui veulent l'acquérir contre un équivalent; l'*offre* par ceux qui veulent la céder contre un équivalent. Dès qu'une chose est offerte, elle devient *marchandise*. Dans les *trocs*, chaque possesseur d'une marchandise offre la sienne, en même tems qu'il fait la demande d'une autre. Dans les *marchés*, au contraire, celui qui offre le numéraire est seul censé faire la demande, et il est nommé *acheteur*; de même, celui qui offre la marchandise est seul regardé comme offrant, et il est appelé *vendeur*; de sorte que chaque marché se compose d'un achat et d'une vente.

difficile à produire ne peut se vendre que lorsqu'on lui trouve une grande utilité; si les métaux précieux et les pierres fines n'en avaient une très-grande aux yeux des gens riches, ils ne seraient guère vendables (3).

Outre ces deux circonstances principales qui déterminent les limites du prix des choses vendables, celui-ci dépend encore d'une foule de circonstances accessoires dont nous réservons l'analyse pour un autre tems. Mais comme les notions que nous venons d'établir différent à plusieurs égards de celles qu'on trouve dans d'autres ouvrages, il nous paraît convenable d'indiquer en peu de mots ces dernières, ainsi que les raisons qui nous ont porté à nous en écarter.

Le lecteur a vu que nous ne reconnaissons qu'une seule espèce de valeur: la plupart des écrivains en admettent deux, celle que les choses ont par l'utilité qu'on leur attribue, et celle qu'elles ont dans les échanges. Les uns appellent la première *valeur d'utilité*, et la seconde *valeur échangeable* ou *prix*; les autres veulent que le terme de *valeur* soit exclusivement appliqué à la première, et que la seconde soit exclusivement désignée par celui de *prix*. Mais la valeur qu'on fait dériver de l'utilité des choses, c'est cette utilité elle-même; car l'utilité n'est pas une qualité inhérente aux choses; elle n'est que l'estime que nous en faisons relativement à nos besoins et à nos désirs. Une infinité de choses jugées très-utiles aujourd'hui, sont restées inutiles pendant des milliers d'années; et elles redeviendront peut-être inutiles, si notre opinion à leur égard

---

(3) Nous avons déjà observé que la fortune des individus influe sur l'utilité qu'ils attribuent aux choses; c'est surtout le cas lorsqu'il s'agit de choses vénales. L'homme pauvre qui ne peut acheter que les choses de première nécessité, ne trouve utiles pour lui que celles-là; l'homme riche qui ne saurait que faire de toutes les choses de première nécessité que son revenu suffit d'acheter, attribue souvent une grande utilité aux choses les plus superflues. Mais cela ne l'empêche pas d'en reconnaître une plus grande encore dans les choses nécessaires; car du moment qu'il est réduit à se passer ou des unes ou des autres, il ne balance pas à préférer les dernières.

change. Ainsi, pour dire qu'une chose est utile, on n'a pas besoin de dire qu'elle a de la valeur; c'est un terme superflu, et par conséquent vicieux. D'un autre côté, le mot de *prix* ne suffit pas pour exprimer toutes les nuances de la valeur échangeable des choses, car il importe de distinguer la valeur qu'une marchandise a relativement au numéraire, de celle qu'elle a relativement à une autre marchandise. Quand on connaît le *prix* d'une marchandise (ou sa valeur relativement au numéraire) on sait ce qu'elle vaut par rapport à toutes les marchandises, puisqu'elles s'évaluent toutes en numéraire; mais quand on ne connaît que la *valeur* d'une marchandise, on sait seulement ce qu'elle vaut relativement à celle contre laquelle elle s'échange: c'est notre cas à l'égard du numéraire et des marchandises qui se troquent.

Lorsqu'on veut être bien compris, surtout dans une science qui emploie des termes d'un usage général, il faut s'en tenir à l'usage autant que possible. Or les commerçans, et à leur exemple tous ceux qui produisent et qui consomment, qui vendent et qui achètent, ne connaissent qu'une seule espèce de *valeur*; celle que les choses ont dans le commerce, et ils appellent *prix* cette valeur, quand elle est payée ou que les choses sont échangées contre du numéraire. Voilà la signification originaire et propre de ces termes; toute autre signification est empruntée ou métaphorique. C'est ainsi qu'au lieu de dire qu'une chose est *utile*, on dit qu'elle a de la *valeur*; de même qu'on dit que la satisfaction intérieure est le *prix* de la vertu, et d'autres phrases semblables.

Toutes les choses utiles en général sont comprises sous le nom de *biens*; celles qui ont une valeur ou un *prix* se nomment aussi des *valeurs*, de même qu'on appelle *besoins* les choses dont nous sentons le besoin. Comme il n'y a d'échangeables que les choses qu'on peut aliéner et qu'on peut s'approprier, et comme ces deux facultés ne sont palpables que dans les choses *matérielles*, on

est porté à supposer que les choses de cette nature sont les seules qui puissent avoir un prix ou qui puissent devenir des valeurs. Mais il n'en est pas ainsi. L'*usage* de toutes les choses qui se louent a également un prix; prouve le fermage que le propriétaire retire de ses terres, le loyer que lui rendent ses maisons, l'intérêt que le capitaliste obtient de ses capitaux, le salaire même que le travailleur gagne par ses facultés personnelles; car le travail qu'il vend n'est que l'usage de ses facultés qu'il loue. Or l'*usage* d'une chose, fût-ce même celui d'une chose matérielle, est toujours une chose *immatérielle*. Ainsi les choses de cette nature sont également susceptibles d'être vendues et d'avoir un prix; mais le nom de *marchandises* ne comprend que les valeurs *matérielles*.

#### §. 4.

*Sous quels rapports le revenu national est considéré par l'économie publique.*

S'il est vrai, comme on ne saurait le contester, que le revenu d'une nation comprend tout ce qu'elle consomme, il s'ensuit qu'il n'est pas nécessaire qu'une chose soit vendable pour former un élément de ce revenu: il suffit qu'elle soit utile. Mais en résulte-t-il que l'économie publique doive s'occuper de toutes les choses qui constituent le revenu, des *biens* comme des *valeurs*? L'importance de cette question est évidente; et elle peut être résolue de manière à ne plus laisser le moindre doute dans l'esprit du lecteur.

Toute production, comme nous le verrons dans la suite, exige nécessairement une consommation; celle-ci peut être inférieure ou supérieure à la première, et suivant qu'elle est l'un ou l'autre, le producteur gagne ou perd, s'enrichit ou s'appauvrit. Vous voyez qu'il s'agit d'évaluer sur une échelle commune la chose produite et les choses consommées pour produire; mais quelle sera cette échelle? Leur *utilité*? Elle le serait, si tout le monde ne produisait que pour ses propres besoins; alors, si la chose produite

avait plus d'utilité pour le producteur que les choses consommées, il se trouverait enrichi; dans la supposition contraire il se croirait appauvri. Mais l'homme social produit infiniment plus pour les besoins des autres que pour les siens; et dès-lors ce n'est plus sur l'utilité des choses, mais sur leur *prix*, que la comparaison se fait. Quelqu'inutile que soit un produit, et quelque utiles que soient les choses qu'on sacrifie pour le créer, le producteur fait un gain, du moment que le prix du produit surpasse le prix des choses consommées pour produire; dans la supposition contraire il fait une perte. C'est sur cette base que repose le calcul de tout producteur, et conséquemment tout l'oeuvre de la *production* du revenu national. Quant à sa *distribution*, comme elle s'opère uniquement par les échanges, il est clair qu'elle se règle uniquement sur les prix.

Ainsi l'économie publique ne peut rendre compte de ces deux phénomènes qu'en envisageant les produits du côté de leur prix. Sans doute qu'il en serait autrement si chacun ne produisait que pour ses propres besoins; mais dans cette hypothèse l'économie publique n'existerait point. D'un côté il n'y aurait pas lieu à une *distribution* de produits; de l'autre, la *production* ne serait point l'objet d'une science d'observation. Tant que la production se règle sur le prix des produits, il est possible d'en connaître les lois, car le prix des choses est un fait qu'on peut constater, et il se règle lui-même sur des lois générales et invariables. Mais si la production était déterminée par la seule utilité des choses, le moyen de connaître celle que chaque producteur leur attribuerait, et les motifs qui le dirigeraient? Donc l'économie publique n'est véritablement une science, qu'autant qu'elle s'occupe de valeurs vénales, de choses qui ont un prix.

Au reste, il ne faut pas en conclure qu'elle se borne à considérer ces valeurs exclusivement du côté de leur prix. Le revenu d'une nation ne se mesure pas, comme celui de ses membres,

sur le *prix* de ses produits, mais sur leur *diversité*, comme sur la *quantité* et sur la *qualité* de ceux de chaque espèce; car il se peut fort bien que la somme des prix de son produit annuel diminue, dans le tems même ou ce produit s'améliore sous tous ces rapports; et il se peut également que cette somme augmente lorsque le produit annuel se détériore. Ce n'est que dans le commerce extérieur que le revenu d'une nation se règle momentanément sur le *prix* de ses produits; car suivant que celui de ses marchandises d'exportation monte ou baisse, la même quantité de ces marchandises lui procure une quantité plus forte ou plus faible de marchandises étrangères, et l'enrichit ou l'appauvrit réellement.

Vous voyez que les produits qui composent le revenu national doivent être considérés de deux manières différentes: relativement aux *individus*, comme des *valeurs*, et relativement à la *nation*, comme des *biens*; car une nation ne forme qu'un seul individu moral, et abstraction faite du commerce extérieur, elle ne produit que pour ses propres besoins. Si l'économie publique négligeait d'envisager le revenu national sous ces deux faces, elle s'exposerait indubitablement, ou à perdre toute base solide pour ses raisonnemens et à s'égarer dans des rêveries, ou à déduire des prémisses les mieux fondées les conséquences les plus fausses.

#### §. 5.

#### *Analyse des élémens du revenu national, en tant qu'ils sont l'objet de l'économie publique.*

Tous les produits vendables peuvent se réduire à deux genres, suivant qu'ils sont *matériels* ou *immatériels*. Les uns et les autres ont les mêmes sources, savoir la *nature* et le *travail humain*.

Les *produits matériels* sont vendables par eux-mêmes, et ils sont le résultat de la *nature* et de l'*industrie*, c'est-à-dire du tra-

vail agricole, manufacturier et commercial (\*). Vu les besoins auxquels ces produits satisfont, ils peuvent se ranger sous six espèces différentes: *nourriture, vêtements, habitations, meubles, véhicules de translocation*, et *moyens de production*, tels que les usines, les ateliers, les outils etc. Les cinq premières espèces satisfont immédiatement à nos besoins; la sixième n'y satisfait que médiatement.

Les *produits immatériels* sont le résultat de la nature et des *services personnels*; ils ne sont vendables que par les services qui les créent. On peut les rapporter à sept chefs: *santé, dextérité, goût, lumières, moeurs, sécurité et loisir*. Les cinq premières catégories n'exigent aucune explication. La *sécurité* peut se définir par la protection que les membres d'une société obtiennent de leur gouvernement, contre les atteintes auxquelles se trouvent exposées leurs personnes et leurs propriétés. Par *loisir* nous entendons la faculté qu'ont les individus de se décharger sur d'autres de la perte de tems et des distractions qu'entraîne le soin de leurs personnes et de leurs ménages; c'est le produit des services de cette classe de travailleurs qu'on nomme domestiques.

Comme jusqu'ici les produits de ce genre n'ont point été comptés parmi les élémens du revenu national, on s'attend sans doute à nous voir justifier une si grande déviation des systèmes établis; mais elle se justifiera, je l'espère, elle-même par le développement de notre théorie. Quand les lecteurs verront que les produits immatériels se créent, se consomment, se reproduisent et s'augmentent suivant les mêmes lois que les produits matériels, il ne sera plus nécessaire de leur démontrer que les premiers appartiennent en effet au revenu national. Les preuves que, pour le

---

(\*) Le commerce fournit des produits matériels à une contrée, en y transportant ceux des autres contrées qui y manquent. Le sucre des Indes qui se trouve à St.-Petersbourg, y est un produit du commerce extérieur; le froment de la Russie méridionale est un produit du commerce intérieur.

moment, il nous est possible d'apporter à l'appui de cette assertion, ne produiront peut-être qu'une faible conviction; toutefois, comme elles peuvent servir à préparer les esprits et à les disposer en faveur de la nouvelle doctrine, nous n'hésitons pas à les exposer, mais aussi brièvement que possible.

Pour qu'un produit puisse être regardé à la fois comme un élément du revenu national et comme un objet de l'économie publique, il semble qu'il suffit de ces trois circonstances: 1<sup>o</sup>. qu'il soit censé être utile ou satisfaire un besoin réel ou imaginaire; 2<sup>o</sup>. qu'il soit susceptible d'être vendu et d'avoir un prix; 3<sup>o</sup>. qu'il puisse s'accumuler et par là contribuer à former la richesse, c'est-à-dire l'abondance des produits. Or les produits que nous venons de spécifier sous le nom d'immatériels, ont ces trois caractères, tout aussi bien que les produits matériels.

1<sup>o</sup>. *Ils sont également propres à contenter des besoins réels et des besoins imaginaires.* L'existence de l'homme suppose la sécurité comme elle suppose la nourriture; si les vêtemens et les habitations le garantissent des intempéries de l'air, les soins qu'on donne à son enfance l'empêchent de mourir de misère, ceux qu'il reçoit du médecin le sauvent de maladies etc. D'un autre côté, l'ostentation et la sensualité peuvent être satisfaites par un nombreux domestique, par des concerts et des ballets, tout aussi bien que par des diamans et des diners exquis.

2<sup>o</sup>. *Ils sont susceptibles d'être vendus et d'avoir un prix.* On dira sans doute que ce sont les services qui se vendent et se payent; mais cela ne revient-il pas au même? Les services seraient-ils demandés si l'on ne s'attendait pas à en obtenir un résultat utile, un produit? Lorsque le malade fait chercher le médecin; lorsque l'homme désireux de s'instruire fréquente les leçons d'un professeur, est-ce pour le plaisir de faire travailler ces individus, ou pour acquérir par leurs travaux de la santé, des lumières?

Ainsi quoiqu'en apparence ce soient les services qui se vendent et se payent, dans la réalité ce sont leurs produits. L'usage même des langues n'est nullement contraire à l'idée de regarder les produits immatériels comme vendables. Ne dit-on pas d'un homme qui s'est formé lui-même, que son talent ou ses connaissances lui *coûtent* fort peu? d'un peuple surchargé d'impôts, qu'il *paye* cher la sécurité dont il jouit?

3°. *Ils peuvent s'accumuler, et par là contribuer à former la richesse ou l'abondance des produits.* Pour nier cette proposition, il faudrait nier qu'un individu puisse ajouter de nouvelles facultés à celles qu'il possède déjà dans le même genre; que sa vigueur corporelle, sa dextérité, son goût, ses lumières, ses sentimens moraux, puissent s'accroître et s'améliorer; ou qu'une nation puisse être pourvue actuellement d'une plus grande masse de ces facultés, que ses ancêtres n'en avaient possédée, et qu'elle puisse jouir de plus de sécurité et de loisir que dont ceux-ci n'avaient joui. Or il faut supposer qu'il n'y aura personne d'assez déraisonnable pour contester un fait aussi général et tellement évident.

Résumons. S'il est prouvé que les produits immatériels sont utiles, vendables, et qu'ils contribuent à former la richesse, il est prouvé qu'ils appartiennent au revenu national dont s'occupe l'économie publique, et que les exclure de cette science, c'est la condamner à rester incomplète. En effet nous voyons partout une foule d'individus subsister par des travaux utiles, par des travaux librement demandés, dont les produits sont purement immatériels; nous voyons un commerce immense se faire de ces produits au sein de chaque nation civilisée; nous voyons les peuples rester dans la pauvreté tant que ces produits sont rares chez eux; et accroître leur aisance du moment qu'ils se multiplient: nous voyons, dis-je, tous ces phénomènes, et nous pourrions croire qu'ils ne tiennent point au revenu national, et que celui-ci peut s'expliquer sans les faire entrer en considération? Avec le même fondement

on s'imaginerait pouvoir rendre compte du mouvement de la terre autour du soleil, sans y comprendre l'influence qu'exercent sur elle les autres corps célestes. Toutefois, en admettant les produits immatériels dans le domaine de l'économie publique, nous ne prétendons pas confondre les limites qui séparent cette doctrine des autres sciences morales et politiques. De même que la première n'a pas enseigné jusqu'ici comment se fabrique le drap ou comment on obtient des récoltes, elle n'enseignera pas non plus à l'avenir comment se créent les lumières, les moeurs ou la sécurité. Les produits de l'une et de l'autre espèce ne sont un objet de l'économie publique qu'autant qu'ils sont les élémens du revenu national; or sous ce rapport ils ne sont considérés par aucune des autres sciences qui se trouvent en contact avec elle.

#### §. 6.

#### *Idee de la fortune et de la richesse nationales.*

Après avoir constaté la nature du *revenu national*, il nous reste à déterminer celle de la *fortune* et de la *richesse nationales*. Ce serait se faire une idée bien fautive de la première, que de la supposer analogue à celle des individus. Un particulier ne compte avoir de la fortune qu'autant qu'il possède une source de revenu qui le dispense de travailler, s'il n'en a pas la volonté ou la faculté; une source transmissible et permanente, qu'il puisse vendre, donner et léguer à ses héritiers. Une pareille source de revenu ne saurait être qu'un *bien-fonds* ou un *capital*; ainsi la fortune des individus se constitue toujours de la possession de l'un ou de l'autre.

Il est évident qu'une nation ne peut jamais avoir une fortune dans ce sens. Si la possession des biens-fonds et des capitaux dispense les particuliers de travailler, c'est qu'ils les prêtent à d'autres particuliers qui les font valoir pour eux; mais une nation entière pourrait-elle prêter ses terres et ses capitaux à d'au-

tres nations? Il s'ensuit que le *travail*, qui est exclu de l'idée de la fortune individuelle, constitue l'élément le plus important de la fortune nationale; ou bien (si l'on trouve que les notions de fortune et de travail sont incompatibles) qu'une nation ne peut jamais avoir de la fortune, qu'elle n'a qu'un revenu et des sources de revenu; ce qui nous paraît l'opinion la plus raisonnable.

La richesse, comme nous l'avons reconnu, est l'abondance de toutes les choses vendables qui satisfont aux besoins et aux désirs des hommes, l'abondance des produits, soit matériels soit immatériels. L'*abondance* est opposée au *dénument*, la *richesse* à la *pauvreté*; mais où est la limite qui les sépare? Pour la situation des individus, nous croyons la trouver dans l'*aisance*, dans ce nécessaire abondant qui est le *confort* des Anglais. Au dessous de cette ligne de démarcation, c'est la *pauvreté* qui finit par la *misère*; au-dessus, c'est la *richesse* qui se termine par l'*opulence*. Mais la richesse individuelle est-elle liée à la fortune ou simplement au revenu? Un particulier est-il censé d'être riche lorsqu'il ne possède point de fortune, mais qu'il jouit d'un grand revenu, par exemple d'un salaire ou d'une pension considérable? Il paraît que non, puisque l'idée de la richesse individuelle emporte toujours celle de la stabilité ou permanence du revenu. S'il en était ainsi, la richesse individuelle consisterait dans la possession d'une fortune donnant un revenu plus que suffisant pour vivre dans l'*aisance*.

Pour ce qui regarde la *richesse nationale*, il est clair qu'elle ne peut avoir lieu que par le revenu. Mais le revenu d'une nation se compose des revenus de tous ses membres, et conséquemment il y en a de tous les degrés, depuis l'*opulence* jusqu'à la *misère*: sur lequel de ces degrés jugera-t-on l'état de la nation? Il nous semble que la réponse ne saurait être douteuse: c'est sur la pluralité qu'il faut le juger. Ainsi un petit nombre de fortunes colossales prouve aussi peu pour la richesse d'une nation, qu'un nombre circonscrit de gens misérables ne prouve pour sa *pauvreté*;

mais comme la richesse ne saurait jamais être le partage du grand nombre, nous dirons déjà qu'une nation est riche, quand l'aisance de ses membres l'emporte en général sur la misère, et qu'elle est pauvre quand c'est le contraire.

## §. 7.

*Coup - d'œil sur les théories précédentes.*

Les principes que nous venons d'exposer forment, comme on le voit, la base d'un nouveau système d'économie publique; car les principes qui constituent cette science ne sont pour la plupart que les conséquences, plus ou moins immédiates, de la notion qu'on y donne du revenu national. Or il est curieux de voir comment cette notion s'est étendue successivement, chaque système postérieur y ayant compris des élémens que le précédent en avait exclus. *Quesnay* l'avait bornée aux *produits agricoles* (5); *Smith* y ajouta les *produits des manufactures et du commerce*. Comme aujourd'hui tout le monde à-peu-près est d'accord avec lui sur ce point, je puis me dispenser d'alléguer les raisons par lesquelles il a justifié ce changement important; mais je dois demander pourquoi il s'est arrêté aux *produits matériels*, pourquoi il n'a pas compris dans le revenu national tous les produits qui satisfont aux besoins de l'homme, tous ceux qui se vendent et s'achètent, matériels ou immatériels, n'importe? Le seul argument par lequel *Smith* a prévenu cette question, c'est le suivant; je le repète avec ses propres expressions (6).

(5) Je ne parle pas du système mercantile, parce que dans le fond les auteurs de cette doctrine n'ont jamais traité l'économie publique, mais seulement la législation économique, c'est-à-dire qu'ils ont prétendu vouloir assigner des règles pour la conduite des peuples et de leurs gouvernemens à l'égard du revenu national, sans avoir approfondi préalablement la nature et les causes de ce revenu.

(6) *Wealth of nations*, B. II, Ch. III. (Vol. II, p. 1. de la 7<sup>e</sup>. édition anglaise, Londres 1793, en 3 vol. in-8°)

„ Il ne suffit pas, dit-il, qu'un objet soit recherché et vendable, pour former un élément de richesse ; il faut encore qu'il puisse durer et s'accumuler, car la richesse suppose nécessairement une accumulation de valeurs. Le travail des cultivateurs, des fabricans et des commerçans se fixe dans une chose vénale, qui dure au moins quelque tems après que le travail a cessé ; et lorsque cette chose est revendue par l'acheteur, elle lui rembourse sa dépense. Les services, au contraire, ne se fixent dans aucune chose qu'on puisse revendre ensuite ; ainsi le prix auquel on les achète est une valeur perdue ou détruite à l'instant même où les services se font. “

Ce passage montre évidemment que Smith n'a eu aucune idée des *produits immatériels* ; qu'il n'a vu que les *services*, sans s'apercevoir de leurs *résultats*. Sans doute que les services sont éphémères, puisqu'ils sont des travaux ; mais leurs produits ont de la durée, et en général ils en ont même davantage que la plupart des produits matériels. Si le travail du menuisier qui m'a fourni des meubles, me dispense, tant que durent ces meubles, d'en commander de nouveaux, le travail du médecin qui m'a rendu la santé me dispense également de recourir à lui, tant que ma santé se conserve ; donc le résultat de l'un de ces travaux a de la durée comme celui de l'autre ; et peut-être la durée de la santé surpasse-t-elle celle des meubles. S'il y a des produits immatériels qui se consomment à mesure qu'ils sont créés, comme c'est le cas de la sécurité et du loisir : la même chose n'arrive-t-elle pas à une foule de produits matériels, par exemple à tout ce qui sert de nourriture aux hommes et aux animaux ? Et si quelques produits matériels, tels que ceux qui se composent de matières minérales, surpassent en durée tous les produits immatériels : les facultés de l'homme, qui constituent la plus grande partie de ces derniers, n'ont-elles pas le même avantage sur la plupart des produits matériels, puisqu'elles se conservent tant que dure l'existence des individus ?

Au reste, de ce que les produits durables présentent plus de facilité que les autres pour être accumulés, il ne s'ensuit pas que ce soit la durée qui les rende susceptibles d'accumulation. Par rapport au revenu national, *accumuler c'est multiplier*; car une nation n'accumule pas ses produits en les entassant inutilement, comme un avare entasse ses écus, mais en les consommant pour en produire davantage. Ainsi, durables ou non, tous les produits s'accumulent, pourvu qu'ils soient consommés de manière à se reproduire avec augmentation. Dans un pays industriel les denrées alimentaires ne s'accumulent pas moins que les constructions, bien que les unes soient consommées dans l'année, et que les autres durent quelquefois des siècles. Ainsi les produits immatériels n'auraient point de durée qu'ils seraient encore susceptibles d'accumulation; mais le fait est qu'ils sont durables, autant et plus que la plupart des produits matériels.

Revenons aux argumens de Smith. S'il est prouvé que les produits immatériels ne sont pas seulement *recherchés et vendables*, mais qu'ils peuvent encore *durer et s'accumuler*, il est aussi prouvé que les services sont productifs, *qu'ils se fixent également dans des choses vénales qui durent au moins quelque tems après que les services ont cessé; et que, lorsque ces choses sont revendues par l'acquéreur, elles lui remboursent sa dépense*. Celle qu'un jeune homme fait pour acquérir des facultés utiles (un apprenti-cordonnier, par exemple, de la dextérité, ou un étudiant en médecine du savoir) n'est pas une valeur perdue ou détruite à l'instant même où se font les services de son maître ou de ses professeurs; cette valeur lui est restituée successivement, et souvent avec usure, lorsque lui-même il devient producteur et qu'il tire parti de ses facultés acquises. De même, le prix auquel les citoyens achètent du gouvernement leur sécurité, n'est pas une valeur perdue pour eux, puisqu'elle se retrouve dans le prix des choses qu'à leur tour ils produisent pour les vendre.

On pourrait objecter qu'ici les produits qui se revendent ne sont pas les mêmes qu'on avait achetés, mais d'autres qui ont exigé une nouvelle production. J'en conviens; mais en est-il autrement par rapport aux produits matériels? Les subsistances, les matériaux, les outils etc. que le cultivateur ou que l'artisan consomme pour produire, se revendent-ils identiquement, ou n'est-ce pas plutôt par de nouveaux produits, créés au moyen des premiers, que leur valeur se rembourse? Le commerce lui-même, le seul emploi de ces produits où ils s'achètent pour se revendre identiquement, n'est-il pas encore un travail, une nouvelle production? Donc, si par les *choses qui remboursent à l'acheteur sa dépense lorsqu'il les revend*, Smith a voulu désigner les choses qui se revendent *identiquement et sans occasionner un nouveau travail*, ce caractère à la vérité ne convient qu'aux produits matériels, mais il ne convient qu'à la plus petite partie de ces produits, aux objets d'une consommation improductive, à ceux dont un consommateur se défait par nécessité ou parce qu'il ne les trouve plus utiles pour lui; or il s'agit ici d'un caractère général, d'un caractère propre à tous les produits matériels dans toutes les circonstances.

On voit que si ce philosophe a exclu les services des autres travaux productifs, s'il les flétrit du nom de stériles, c'est qu'il n'a pas aperçu qu'ils ont des résultats vendables et susceptibles d'accumulation. Cependant il est d'autant plus difficile de concevoir comment cette circonstance a pu lui échapper, que lui-même, dans un autre endroit de son livre, il range parmi les éléments du capital national *les talents utiles, acquis par tous les membres de la société* (1). „L'acquisition de ces talents, ajoute-t-il, coûte toujours „une dépense réelle, à cause de l'entretien de celui qui les acquiert, pendant le tems de son éducation, de son apprentissage

---

(1) „*The acquired and useful abilities of all the inhabitants or members of the society*„ B. II, Ch. I. (Vol. I, p. 417.)

„ ou de ses études <sup>(8)</sup>, et cette dépense est un capital fixé et ré-  
 „ lisé pour ainsi dire dans sa personne. Si ces talens composent  
 „ une partie de sa fortune, ils composent pareillement une partie  
 „ de la fortune de la société à laquelle il appartient. La dexté-  
 „ rité perfectionnée, dans un ouvrier, peut être considérée sous le  
 „ même point de vue qu'une machine ou un instrument de métier  
 „ qui facilite et abrège le travail, et qui, malgré la dépense qu'il  
 „ a coûté, restitue cette dépense avec un profit.“

Voilà donc les *talens acquis* formellement reconnus comme un élément du capital national, et conséquemment comme *produits*; mais si les *talens* (ou d'après notre manière de nous exprimer, la *dextérité* et le *goût*) sont un capital, pourquoi la *santé*, les *lumières*, les *mœurs*, la *sécurité* et le *loisir* ne formeraient-ils pas également des capitaux, dans le cas où leur acquisition devient coûteuse? La dépense qu'on fait pour les acquérir ou pour en jouir, ne se rétablit-elle pas également avec profit, toutes les fois qu'ils sont indispensables au travailleur pour produire? Et ne se rétablit-elle pas par la vente des services, tout aussi bien que par celle des produits matériels?

Si l'auteur s'était aperçu de ces conséquences, vraisemblablement nous serions dispensés de le combattre aujourd'hui; mais comment ont-elles pu échapper à sa sagacité, à l'attention de tant d'écrivains judicieux qui ont adopté le principe d'où elles découlent? À la vérité, partout où Smith est lu et compris, sa distinction du travail productif et du travail improductif ne laisse pas de choquer la plupart des lecteurs; plusieurs écrivains même la rejettent: mais en soutenant que les services aussi sont productifs, ils ne nous montrent d'autres produits de ces services que leur utilité

---

(8) Pourquoi donc seulement à cause de son *entretien*? Les frais de son *instruction* sont-ils une dépense moins réelle? Mais pour être conséquent, l'auteur ne devait regarder comme réelles que les dépenses faites en objets matériels.

à eux ; méprise semblable à celle qui prendrait l'arbre pour les fruits qu'il donne , parce que l'arbre est constamment sous nos yeux , tandis qu'il y a des époques où les fruits ne le sont pas et que souvent ils sont incertains. Quelque disposés que soient les lecteurs à reconnaître un principe qui , par son simple énoncé , se recommande au bon sens et dont ils ont d'avance une demi-persuasion , le doute s'empare de leur esprit lorsqu'ils entendent toujours parler d'un travail qui produit , sans qu'on leur dise jamais ce qu'il produit ; car l'utilité d'un travail est si peu son produit , qu'au contraire il faut qu'il produise pour être utile. D'ailleurs quel profit la science peut-elle retirer d'un principe dont il est à-peu-près impossible de faire des applications ? Si les produits immatériels ne sont autre chose que l'utilité des services , qu'y a-t-il à dire sur leur nature , sur leur consommation et leur reproduction ? Tout ce que les écrivains nous apprennent sur ces matières importantes , se réduit à des observations générales qui remplissent à peine quelques pages ; dans tout le reste de leurs livres il n'est pas plus question des produits immatériels comme s'ils n'existaient pas. Enfin , comme les services disparaissent à l'instant même où ils se font , si l'on suppose qu'ils sont identiques avec leurs produits , on doit nécessairement admettre que ceux-ci n'ont point de durée ; et si l'on trouve que l'accumulation des produits exige leur durée , on doit en conclure que les services , qu'on a déclaré productifs , ne contribuent nullement à enrichir les nations. Certes ce n'est pas la peine d'accuser Smith d'une erreur de spéculation , si l'on adopte toutes les conséquences pratiques qui en dérivent , ou que même on les exagère. C'est ainsi que la dépense productive qu'un peuple fait pour sa sécurité , se trouve maintenant représentée comme un fléau , tandis que Smith n'y voyait qu'une dépense , improductive à la vérité , mais utile.

Il me reste encore à faire l'aveu de mes propres erreurs passées. Dans l'ouvrage que j'ai publié en 1815 sur l'économie

publique (9), et où se trouvent déjà consignées mes opinions sur la nature des produits immatériels, j'ai considéré ces produits comme formant un revenu d'une autre espèce, mais intimement lié à celui qui se compose de produits matériels. Cette distinction me paraissait un moyen de concilier mon système avec celui du philosophe écossais; d'ailleurs il se mêlait encore quelque doute à mes opinions. La coopération indirecte que j'attribuais aux services, dans la formation de la richesse, était semblable à celle que l'école de Quesnay avait accordée au travail manufacturier et commercial. Mieux pourvu de preuves aujourd'hui, je ne crains plus de plaider contre Smith leur participation directe, comme ce philosophe a plaidé contre Quesnay celle de l'industrie des villes. Le public éclairé a jugé l'un de ces procès, il jugera l'autre.

---

(9) Cours d'économie politique, ou exposition des principes qui déterminent la prospérité des nations. St. Pétersbourg, 6 vol. in-8°.



(COUP D'OEIL SUR L'ÉTAT DES MANUFACTURES EN RUSSIE  
 ET SUR LES PRINCIPES DE SA LÉGISLATION MANUFACTURIÈRE  
 DÉPUIS LE SEIZIÈME SIÈCLE JUSQU'EN 1814,

P A R

C. T. H E R R M A N N.

---

Présenté à la Conférence le 5 Avril 1820.

---

P R E M I È R E P A R T I E.

L'Histoire des Manufactures d'un grand Empire est intéressante puisqu'elle fait partie de l'histoire de sa civilisation. Les Capitales sont le premier point de réunion des personnes cultivées, la Cour a toujours son éclat, les besoins factices s'y multiplient avec les progrès de la culture et les Manufactures destinées pour les satisfaire s'y établissent naturellement, jusqu'à ce que la cherté des vivres relègue la plupart de ces Manufactures dans les villes de moindre grandeur et même quelquefois aux campagnes des environs. Et si les capitales et résidences des Princes deviennent en même tems, par leur situation, le centre du commerce de l'intérieur, les Manufactures qui méritent ce nom s'y multiplient d'autant plus facilement.

*État des Manufactures en Russie dès le seizième siècle jusqu'au commencement du dix-huitième.*

Kiew, Moscou et Kasan, Novgorod et Plescou, Jaroslaw, Smolensk et Nigégorod eurent des Manufactures considérables même avant le seizième siècle; les Annalistes le certifient, plusieurs rues et quartiers de Moscou et de Kasan l'attestent, mais surtout les noms des rangées de boutiques de l'ancienne foire de Makariew, célèbre depuis le quinzième siècle et transférée à la suite d'un incendie à Nigégorod en 1817.

Leurs noms nous apprennent les Manufactures qui existoient alors. C'étoient les toiles non blanchies qui formoient la première ligne des boutiques (cette Manufacture est naturelle à la Russie et très ancienne, car on les échangeoit déjà au 14<sup>me</sup> siècle contre le sel de la Crimée), suivoit la ligne des passemens d'or, des soieries, draps, chapeaux et épingles de Moscou et de Nigegorod, puis celle de l'argenterie, des ustensiles en fer, des quincailleries et épingles de Jaroslaw, enfin la bonneterie, les ustensiles en cuivre et en étain, les armes blanches et à feu, les meubles, les Cuirs de Kasan et d'Ar-samas et les Cordages.

Mais outre ces villes centrales du commerce de l'intérieur et outre les grands dépôts du commerce étranger, tels que jadis Novgorod, Plescou et Smolensk, il devoit y avoir très peu de Manufactures dans un pays dépeuplé par une longue suite de guerres et où la sûreté manquoit surtout dans les campagnes. La simplicité des mœurs de la noblesse, qui vivoit dans des maisons qui ne se distinguèrent que par leur grandeur de celles de leurs paysans, et l'habitude de faire faire par leurs gens tout ce dont ils avoient besoin, empêcherent nécessairement les progrès des Manufactures. Le tiers-état n'existoit pas encore et le paysan fabrique encore aujourd'hui lui même la plupart des objets manufacturés dont il a besoin. Le Gouvernement toujours occupé de guerres ou civiles ou étrangères étoit trop surchargé d'affaires de la plus haute importance pour pouvoir s'occuper de l'établissement des Manufactures, dont il ne pouvoit pas même sentir la nécessité n'ayant ni troupes réglées, ni artillerie, ni flotte.

L'avènement au trône de la maison *Romanow* rétablit la paix avec les puissances étrangères et rendit la sûreté aux campagnes. Bientôt les paysans des villages autour de Moscou, situés ou sur la grande route ou sur des fleuves navigables s'adonnèrent à l'industrie manufacturière, mais d'une manière bien remar-

quable puisqu'elle tient au principe de la division du travail dont le bon sens leur fit bientôt appercevoir l'utilité. La plupart des paysans de tout un village se décidèrent pour un seul métier ou pour un seul genre de Manufacture, les uns se firent tanneurs, les autres tisserands, d'autres teinturiers, charretiers, maréchaux ferrans, cordonniers, potiers, savetiers, gantiers, et même peintres d'images et orfèvres. Ils acquirent par là une plus grande facilité à faire le même ouvrage qui le perfectionna au point d'obtenir une certaine réputation aux foires des environs. Et lorsque une nouvelle législation et une administration plus régulière et mieux organisée fut établie, le Zar *Alexei Michailovitch* eut le premier le loisir de penser à l'établissement des Manufactures. Il appella en 1628 des fabricans et artistes étrangers à des conditions très avantageuses; mais les premières entreprises en ce genre souffrent toujours de grandes difficultés, surtout il n'y avoit pas encore un marché assez étendu ouvert dans l'intérieur pour des Manufactures faites par des étrangers, on étoit suffisamment pourvu par les Manufactures qui existoient déjà et même le gouvernement n'en avoit pas un besoin indispensable. Il falloit donner les mœurs de l'Europe à la Russie qui portoit alors un caractère tout à fait particulier, caractère ni européen ni asiatique, et il falloit former des troupes réglées et créer une flotte.

#### PREMIÈRE PÉRIODE.

*État des Manufactures russes depuis Pierre le grand jusqu'à Cathérine seconde ou depuis 1701 jusqu'en 1762.*

Un génie supérieur accéléra la marche naturelle des choses. Il lui falloit des Manufactures et des fabriques, il força la nature à lui obéir et laissa à ses successeurs le soin de réparer les inconvéniens que cette mesure dictée par la nécessité, devoit entraîner.

*Pierre le grand* connut les mœurs de l'Europe et résolut de les donner à la Russie. Il ambitionna le Commerce sur la Baltique voulut donner à la Russie de l'influence sur les autres États de l'Europe et il entra dans la grande ligue contre *Charles XII*. Il lui falloit donc une armée réglée, de l'artillerie et une flotte; sa dépendance des villes anséatiques, de la Hollande et de l'Angleterre pour le drap de soldat, pour les armes à feu et la poudre à canon, pour la construction et l'équipement des vaisseaux le gêna et il résolut d'établir toutes les fabriques et toutes les Manufactures nécessaires pour l'armée, l'artillerie et la flotte dans ses propres états. Telle fut l'origine des fabriques de Petrosawodsk, de Sisterbeck, d'Ochta et de Toula. Il voyagea et vit lui-même en Hollande et en Angleterre la richesse et la culture qui derivent des Manufactures et du Commerce et il donna le premier une forme régulière à l'administration des Manufactures et rendit la liberté au Commerce. Il employa les vrais moyens pour faire naître les Manufactures: les privilèges et la police manufacturière, les secours en argent, en terres, en paysans et son propre exemple. Rien ne le rebuta et il eut à la fin de sa vie une bonne armée réglée, une flotte égale aux forces réunies du Danemark et de la Suède, un Collège de Manufactures et 21 grandes Manufactures qui valoient bien 100 de nos jours.

*Pierre le grand* ne pouvait abandonner l'établissement des Manufactures à la suite du tems, jusqu'au moment où les Capitaux accumulés à l'agriculture refluoient sur une autre industrie, il lui fallut créer des Manufactures, et si jamais gouvernement se trouve dans la même nécessité politique qui l'oblige de se servir de moyens extraordinaires, de privilèges et de capitaux de la Couronne, que ce soit à la manière de *Pierre le grand*, et il aura la satisfaction d'avoir réussi. Les demi-mesures perdent l'effet des privilèges et détruisent les forces productives des Capitaux. L'esprit de sa législation se déclare par les privilèges qu'il accorda aux Manufactures:

- 1<sup>o</sup>) L'Entrepreneur de nouvelles Manufactures et fabriques, lui et ses enfans et les ouvriers en activité, seront libres de tout service tant civil que militaire.
- 2<sup>o</sup>) On ne logera jamais des soldats ni dans leurs maisons ni dans leurs établissemens.
- 3<sup>o</sup>) Ils auront un tribunal particulier, le Collège de Manufactures, pour tout ce qui régarde leur industrie et pour tout les procès civils.
- 4<sup>o</sup>) Pendant un certain nombre d'années ils seront libres de tout impôt, et ne payeront rien à la douane pour les premières matieres et les instrumens, non plus à la vente de leurs productions.
- 5<sup>o</sup>) La Couronne leur donnera des secours en argent sans intérêts pour un tems limité.
- 6<sup>o</sup>) Comme il n'y avoit alors point d'ouvriers libres en Russie, ils pourront acheter des paysans avec et sans terre pour les employer à leur travail.
- 7<sup>o</sup>) Le premier établissement en tout genre aura outre ces privilèges accordés à toutes les Manufactures, le monopole de sa production pendant un certain nombre d'années, jusqu'à ce que son industrie soit assez bien établie pour pouvoir soutenir la concurrence.

Voilà les sept privilèges accordés aux Manufactures, tels que le Collège de Manufactures les présenta en 1767 à l'Imperatrice *Catherine* II. C'est l'esprit de sa législation qui prédomina jusqu'à cette époque pendant plus de 60 ans, toutes les Oukases postérieures ne sont que des modifications ou l'application des mêmes principes.

Les deux premiers privilèges assurent aux fabricans pleine liberté, le troisième pleine sûreté, le 4<sup>me</sup>, le 5<sup>me</sup> et le 6<sup>me</sup> les mettent en état de commencer avec avantage le nouveau travail et le septième étoit de nécessité absolue pour faire surmonter les premières difficultés que tout nouveau établissement doit rencontrer. Il

faut avouer qu'il n'y a rien de mieux combiné pour atteindre le but proposé.

L'emploi des capitaux de la Couronne pour l'établissement des Manufactures selon la manière de Pierre le grand étoit comme suit: il établit lui même une grande Manufacture ou fabrique et jamais de petites, il n'avoit pas besoin de faire un essay car il étoit sûr de réussir. Ce grand établissement fut fourni par lui de Maitres-ouvriers, d'ouvriers ordinaires, d'instrumens, de premières matieres. Puis il le rémit à une Compagnie de Marchands à condition de ne jamais se séparer et d'entreténir l'établissement en bon-ordre. Tout le profit étoit pour eux, et ils jouissoient de tous les privilèges accordés aux Manufactures; mais s'ils manqueroient de conserver le bien qu'il leur avoit confié, le Sénat étoit chargé de le leur ôter et de les punir selon les loix.

Par cette sage mesure *Pierre le grand* évita l'éceuil le plus dangereux dans l'emploi des capitaux à la Couronne, celui de l'administration des fabriques par le gouvernement, et il s'éloigna également de l'autre extrême d'avancer des capitaux à des Entrepreneurs sur un beau projet, sans que personne soit précisément chargé de veiller à l'exécution. Ici le Collège de Manufactures exerçoit la police manufacturière, et si le cas de contravention étoit criminel, il n'y avoit que le Sénat qui pouvoit dicter la sentence.

Nous devons nous arreter à la législation de Pierre le grand puisque ce Monarque a pleinement réussi. C'est un grand exemple pour tous les cas semblables; on peut être plus court pour les entreprises qui n'ont pas réussies.

Tous les Reglemens de *Pierre le grand* pour la flotte, pour l'administration des forêts, pour les mines, pour les Manufactures etc. sont datés des dernières années de sa vie; c'étoit le résultat de ses expériences, de ses reflexions et de ses voyages. Le grand homme balançoit long-tems à les publier et il n'eut plus le tems

de surveiller à leur execution; pourtant ils eurent un effet étonnant pendant plus de 60 ans.

Le 13 Juin 1722 le Collège des Manufactures eut une première Oukase réglementaire datée d'Astrachan. Au milieu du bruit des armes et occupé des affaires étrangères les plus importantes, il n'oublia jamais l'industrie de l'intérieur, source intarissable des forces réelles de l'Etat. Cette Oukase eut un Commentaire le 6 de Novembre 1723, et le 3 de Décembre parut enfin le Règlement pour le Collège des Manufactures d'après le quel il eut 1<sup>o</sup>) la Direction de toutes les Manufactures et fabriques tant à la Couronne qu'aux particuliers, 2<sup>o</sup>) le devoir de multiplier leur nombre en accordant des privilèges, 3<sup>o</sup>) le droit de juger les procès des Entrepreneurs et ouvriers excepté dans les cas criminels.

Voici des traits caractéristiques sur chaque article:

- 1<sup>o</sup>) Le Collège doit tâcher d'augmenter le nombre de Manufactures et fabriques en général, mais surtout celles qui travaillent les premières matières du pays et dont les productions sont également recherchées dans le Commerce de l'intérieur que dans le Commerce étranger, notamment les toiles et les cuirs.
- 2<sup>o</sup>) Le Collège doit soutenir le crédit des Manufactures Russes en soumettant les fabricans à une exacte surveillance. Les grands établissemens doivent aider les petits et finir leur travail, les objets qu'on ne sauroit bien faire qu'aux grandes Manufactures ne doivent pas être faites aux Manufactures éparpillées, qui perdent les Matériaux, les Ouvriers et le Crédit national. Les Entrepreneurs doivent faire des rapports annuels sur la quantité et sur la qualité de leurs productions et envoyer en même tems des échantillons. Le Collège doit comparer ces rapports et échantillons et juger par là si les Manufactures font des progrès ou si elles tombent en décadence.

- 3<sup>o</sup>) Tout Entrepreneur qui veut établir une Manufacture doit en faire rapport au Collège qui jugera si son projet est bon et utile et lui accordera en ce cas les privilèges. De même à la vente d'une fabrique, il faut premièrement savoir si l'acheteur est disposé de continuer le travail.
- 4<sup>o</sup>) Le Collège fait venir les Instrumens dont les Entrepreneurs ont besoin et envoie des jeunes gens qui ont des dispositions, dans l'étranger pour apprendre l'organisation et le travail aux Manufactures et aux fabriques; ces Elèves auront des appointemens.

Il décida les cas épineux avec une grande sagesse. Comme les Entrepreneurs payoient largement les bons ouvriers, et comme les ouvriers aux nouvelles fabriques étoient exempts du recrutement, nombre de paysans désertèrent et se rendirent à quelque Manufacture éloignée; plusieurs années s'écoulèrent avant que le Maître retrouva son homme. Les tribunaux civils vouloient alors faire rendre le paysan à son maître, mais l'Entrepreneur représenta au Collège que cet homme étoit devenu un bon ouvrier dont la perte lui seroit très sensible et que la plupart de ses ouvriers étoient des déserteurs, donc que la ruine de la fabrique seroit inévitable si l'on agiroit selon la rigueur des loix. Le grand nombre de ces procès parvint enfin jusqu'à l'Empereur, et lui qui donnoit ordinairement ses résolutions sans délai, ne décida rien pour le moment et remit la décision finale jusqu'à son retour du Voyage; il ordonna préalablement le 18 Juillet 1722 que ces déserteurs étant devenus ouvriers effectifs resteroient à la fabrique, jusqu'à son retour, mais qu'ils seroient séparément enregistrés. Etant révenu il ordonna que ceux qui se trouvoient actuellement aux fabriques seroient à jamais ouvriers appartenans à ces Etablissements, mais que les Entrepreneurs n'en recèvroient plus. Il paroît pourtant que ce derniers point n'a pas toujours été observé à la rigueur comme le prouve l'Oukase de l'Impératrice *Anne* du 7. Janvier 1736: à

laquelle on porta les mêmes plaintes et qui décida tout à fait dans l'esprit de son père. C'est ainsi que se forma une nouvelle classe d'ouvriers aux Manufactures. La nécessité dicta ces arrêts. Les droits de propriété durent céder au bien public.

L'Empereur avoit défendu aux Entrepreneurs des Manufactures par Oukase du 3 Février 1722 de faire le Commerce. Ils ne dévoient vendre qu'aux marchands. Ceux-ci se liguerent pour faire baisser le prix des Manufactures, sachant que les Entrepreneurs ne pourroient vendre qu'à des Marchands. Les Entrepreneurs en portèrent plainte à Mr. *Novosilzoff* Président du Collège et le Monarque décida que les Entrepreneurs ne devoient vendre qu'aux Marchands et à meilleur marché, que ceux-ci vendoi-ent au public, mais le Collège devoit décider si les Entrepreneurs pourroient baisser les prix et de combien? Si après cela les Marchands ne voudroient pas leur acheter, les Entrepreneurs auroient la permission d'établir des boutiques pour leurs propres manufactures.

Le commerce fait fleurir les Manufactures, mais le Commerce étranger étoit anciennement réservé à la Couronne et elle avoit aussi sa bonne part dans le Commerce de l'intérieur, car les particuliers ne pouvoient vendre leurs Marchandises jusqu'à ce que les Commissaires du Zar n'avoient vendu les productions agricoles de ses domaines. Pierre le grand élevé dans ces principes les suivit d'abord, mais déjà en 1714 son bon génie lui fit appercevoir que ce n'étoit pas à lui de faire tout le Commerce de la Russie et il publia les noms des articles qu'il se réservoir le 6 d'Avril. Puis en 1717, ensuite en 1718 et enfin en 1719 il rendit le Commerce absolument libre et ne s'en mêla plus.

Il favorisait les fabriques en général, mais principalement celles de drap et de toiles, les tanneries lui paroissent bien établies et il n'y changea rien.

Déjà en 1628 plusieurs ouvriers étrangers avoient commencé à établir des Manufactures en drap. *Pierre 1* fit venir en 1712 nombre d'ouvriers étrangers et surtout pour la fabrication du drap. Il les rassembla d'abord à Moscou et leur fit un établissement immense connu sous le nom de la grande cour de drap. Des vastes batisses, tous les instrumens nécessaires, 4 Moulins 206 paysans 30,000 roubles de Capital sans intérêts pour 3 ans et encore 10,000 sans intérêts pour 5 ans, furent remis le 7 Fevrier 1720 à une Compagnie de Marchands, à condition de porter la manufacture à un tel degré de perfection qu'elle pourroit pourvoir l'Armée et la flotte du drap et du Croisé nécessaire. La Couronne ne mettoit d'autre prix à leur travail que 10 pour 100 par dessus le prix essentiel. D'ailleurs ils avoient pleine liberté de fabriquer et de vendre toutes les sortes de drap.

Les effets de ces mesures étoient que la Manufacture fut montée jusqu'à 110 métiers pour le drap et à 60 pour le Croisé, qu'elle donna annuellement 100,000 arschines de drap de soldat 80,000 de Croisé et vendit une quantité considérable de drap fin. *Pierre le grand* payoit le drap blanc à 55 kopeques, le drap en couleur à 58 et fit avancer le tiers et jusqu'à la moitié à tous ceux qui étoient exacts à remplir leurs engagemens et assidus à leur travail afin de les mettre en état d'acheter les premières matières en gros et à tems.

L'Empereur fit de pareils établissemens à Tavrow et à Lipetzk Gouvernement de Woronesch, dans la ville de Kasan et à Glouschka village du cercle Pontielsk Gouvernement de Kursk. Il n'oublia pas d'améliorer les races des moutons.

Dépuis *Pierre le grand* jusqu'en 1771 les besoins de l'armée montoient de 100,000 Arschines jusqu'à 300,000. La quantité requise fut toujours également répartie par le Collège sur tous les métiers de l'Empire. L'Empereur ne distingua point les fabriques de

drap libres et non libres. Il n'y a pas d'exemple qu'il y ait eu le moindre retard pour les draps de l'armée. Les registres de la douane prouvent au contraire qu'on faisoit sortir du drap de soldat fait à Moscou. Les Manufactures de Croisé se multiplièrent au point que l'entrée du Croisé étranger fut défendue.

Quant aux autres Manufactures *Pierre le grand* ne s'en mêla point. Il n'y a qu'une grande Manufacture de toiles et toileries qu'il fonda et la remit à une Compagnie de Marchands sous la direction d'un anglais Jean Tames. L'oukase est du 10 Mars 1720 et ressemble tout-à-fait à celle pour la grande cour de drap à Moscou du 17 Février 1720, cette compagnie fut établie pour 30 ans.

Les Manufactures de soie s'engagèrent de fournir depuis 1721 toute la Russie de soieries et d'étoffes et l'Empereur défendit les soieries étrangères le 3 de Septembre 1720.

Il n'y avoit que les grands établissemens dont le Collège avoit encore conservé connaissance en 1767, les Manufactures et fabriques éparpillées ainsi que les Savodi ne se trouvent pas sur le registre, *Pierre le grand* ne trouva pas nécessaire de les réorganiser.

Dépuis 1723 jusqu'en 1762, le système d'administration de *Pierre le grand* prédomina, malgré que le Collège des Manufactures fut anéanti depuis 1727 jusqu'à 1742 et que quelques privilèges eurent des modifications. — Voici le tableau raccourci sur l'état des Manufactures pendant cette période d'après le tableau détaillé qui fut présenté à l'Impératrice *Catherine II.* en 1767 par le Collège.

| Noms des Manufactures et fabriques                                                  | tems de la fondation des nouvelles Manufactures |                       |                       |                       |                       |       | valeur de tous les produits des Manufactures en 1765 |                  |
|-------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-------|------------------------------------------------------|------------------|
|                                                                                     | jus-<br>q'au<br>Regle-<br>ment<br>1729          | jus-<br>qu'en<br>1738 | jus-<br>qu'en<br>1742 | jus-<br>qu'en<br>1762 | jus-<br>qu'en<br>1767 | total | roubles                                              | kop.             |
| 1. Manufactures en drap -                                                           | 4                                               | 9                     | 3                     | 49                    | 11                    | 76    | 733,995                                              | $\frac{1}{2}$    |
| 2. - - - - en soie                                                                  | 3                                               | 8                     | 4                     | 30                    | 14                    | 59    | 557,832                                              | 69               |
| 3. - - - - en toiles                                                                | 4                                               | 8                     | 8                     | 54                    | 14                    | 88    | 919,871                                              | 30 $\frac{1}{4}$ |
| 4. Passemens de toute espèce                                                        | —                                               | 1                     | —                     | 2                     | —                     | 4     | 162,575                                              | 55               |
| 5. Fabriques d'épingles -                                                           | 1                                               | —                     | —                     | —                     | —                     | 1     | 17,374                                               | 55               |
| 6. Cottomeries - - -                                                                | 2                                               | 5                     | —                     | 19                    | —                     | 26    | 79,835                                               | 70 $\frac{1}{2}$ |
| 7. Verrieres - - -                                                                  | —                                               | 3                     | 1                     | 21                    | 5                     | 30    | 33,902                                               | 82 $\frac{1}{2}$ |
| 8. Fabriques en cuivre jaune                                                        | —                                               | 2                     | —                     | 1                     | 3                     | 6     | 36,200                                               | 8                |
| 9. Tanneries - - -                                                                  | —                                               | 6                     | 3                     | 20                    | 1                     | 30    | 31,762                                               |                  |
| 10. Corderies - - -                                                                 | —                                               | 2                     | —                     | 27                    | 1                     | 30    | 28,520                                               | 75               |
| il y a 58 articles dans le tableau détaillé, qui donnent ensemble le total de - - - | 21                                              | 52                    | 26                    | 335                   | 68                    | 502   | 2,790,110                                            | 86(*)            |

Il est à remarquer que la période où les Manufactures se multiplièrent le plus est celle de 1742 à 1762. Le Collège de Manufactures fut aboli en 1727, rétabli en 1742 selon le système de *Pierre le grand* et il eut un nouvel état en 1763. Les hausses et les baisses dans nos Manufactures ont suivi le sort du système d'Administration de *Pierre le grand*.

Mais le point le plus intéressant dans l'histoire de l'administration des Manufactures en Russie c'est le privilège d'acheter des paysans. *Pierre le grand* avoit accordé aux Entrepreneurs pleine liberté d'en acheter avec terre et sans terre. Ce privilège eut des modifications de tems à autre et disparut enfin entièrement. En 1736 le 7 de Janvier l'Impératrice *Anne* décida que les fabriques qui avoient eu jusqu'à présent le droit d'acheter des paysans l'auroient aussi dorenavant, mais sans terre. En 1744 le 27 Juillet le principe de *Pierre le grand* est rétabli et pleine liberté ac-

(\*) Ce tableau toujours très précieux ne fait mention ni de l'industrie manufacturière dans les campagnes, ni des Sawodes ou fabriques dont le travail est le plus grossier, ni des Manufactures qui ont cessé de travailler pendant ces 38 ans.

cordée d'acheter des villages entiers. En 1752 le 17 Mars ce droit est limité à 42 paysans par métier de drap et à 15 pour les métiers de croisé, mais bientôt après le 9 de Novembre 1753, le principe de l'Imperatrice *Anne* est renouvelé en ne permettant aux Entrepreneurs d'acheter que des paysans sans terre. Pourtant plusieurs Manufactures et fabriques eurent encore des paysans de la Couronne depuis 1742 jusqu'en 1762. Enfin le 8 Août 1762 défense aux Entrepreneurs de Manufactures d'acheter des paysans avec et sans terre. C'était donc dans la période de 1744 à 1762 où les Entrepreneurs avoient le droit d'acheter des paysans avec plus ou moins de restriction et pendant laquelle la Couronne même leur donnoit des paysans qu'il y eut 335 nouvelles fabriques. On peut considérer cette période comme le tems où le système de Pierre le grand fut mis en pratique avec le moins de restriction. Les Marchands les établirent pour avoir des terres et surtout les métiers en drap se multiplièrent puisqu'ils donnoient un droit important. Les Manufactures prétoient souvent le nom à l'agriculture, surtout dans les gouvernemens fertiles et alors peu cultivés comme à Woronesch. Cet abus qui provenoit du manque d'inspection devint un des grands points d'accusation contre le système que nous venons d'exposer. Le mal n'étoit pas trop grand, les Capitaux du Commerce refluoient sur l'agriculture comme cela est arrivé en Lombardie, en Hollande, en Angleterre; mais la noblesse en fut blessée. Ces marchands accaparoient des terres et passoient même au service civil et militaire comme propriétaires des terres. Toutes les Oukases après 1762 se déclarent contre les abus qui résultoient de cette confusion des droits accordés aux différentes classes des habitans de l'Empire.

Les abus des sages ordonnances de *Pierre I.* se multiplièrent. L'Empéreur connoissoit trop bien les devoirs de la magistrature et les difficultés à vaincre à tout nouvel établissement de Manufactures pour ne pas exempter les Entrepreneurs du service civil. Mais

Bientôt les Entrepreneurs tâchèrent de donner un air de nouveauté à leurs établissemens pour se délivrir de la Magistrature et l'Empereur déclara par l'oukase du 8 Novembre 1723 qu'il ne voulait pas que son privilège seroit un prétexte pour se soustraire au service civil sans nécessité absolue et le 11 Août 1731 la même ordonnance fut repetée; mais les marchands établirent dans la période brillante de nos Manufactures ou après 1744, nombre de petites Manufactures pour jouir aussi de ce privilège accordé uniquement à l'Entrepreneur d'une nouvelle Manufacture, le nombre de marchands manufacturiers s'étant augmenté, le fardeau pesoit plus sur les autres marchands, de là la haine et l'envie des véritables marchands contre ces Entrepreneurs de manufactures peu significantes dont parlent les Oukases en 1762.

Enfin le privilège par lequel les Entrepreneurs de Manufactures et leurs ouvriers étoient exempts de tout impôt parut injuste à la Couronne. Les Entrepreneurs étoient devenus riches, le nombre de leurs paysans augmentoit annuellement et ils ne payoient rien. On se crut donc en droit de relever 70 kopeques de Capitation des paysans aux fabriques. Cette limitation du privilège de *Pierre le grand* ne leur fit aucun tort puisque c'étoit réellement l'agriculture qui les payoit. Mais quand un impôt direct tomba sur les Entrepreneurs le 15 de Décembre 1763, quand il fut ordonné que chaque métier payeroit un rouble et les établissemens qui n'en avoient point un pour cent du Capital, alors les Manufactures s'en ressentirent et leur nombre diminua. Et pourtant cet impôt, comme le dit l'Impératrice *Catherine* 11 elle même dans un mémoire adressé en 1767 au Collège de Manufactures, étoit un objet peu considérable et un impôt très difficile à reléver.

Le système d'Administration de *Pierre le grand* donnoit donc lieu à des abus qui étoient: la confusion des droits des différentes classes d'habitans, la haine entre les marchands et les fabricans à cause de

l'exemption du service civil et des impôts, enfin la perte de revenu pour la Couronne. On accusa encore les Compagnies d'Entrepreneurs d'être monopolistes, on prouva que leurs énormes établissemens, au lieu d'encourager l'industrie nationale et de faire fleurir les petites villes arretoient la première par leur esprit de corps et par leur organisation militaire et ne contribuèrent en rien à la prospérité des petites villes, car leur industrie ne passoit pas les murs de leurs batisses et anéantissoit par les bas prix et par un travail plus fini, suite de l'emploi des machines, l'industrie manufacturière éparpillée dans les campagnes où le travail se faisoit à la main. Enfin plusieurs parmi les héritiers des premiers Entrepreneurs, gens riches, étoient degoutés des Manufactures et désiroient sortir de la Compagnie pour chercher fortune ou dans le civil ou dans le militaire. La doctrine des Economistes se répandit en France et se propagea jusqu'à St. Petersbourg; il fut donc résolu de changer les principes de l'Administration de *Pierre le grand*.

#### SECONDE PÉRIODE.

*Dépuis le règne de l'Impératrice Cathérine II. en 1762 jusqu'en 1803.*

Touchée de tant de plaintes contre l'Administration actuelle des Manufactures, l'Impératrice envoya le 8 de Mars 1767 au Collège des Manufactures plusieurs projets avec ordre de les examiner, de les comparer avec l'état actuel des choses en Russie et de dire son opinion sur le projet qu'il jugeroit le plus convenable pour servir d'instruction aux députés du Collège pour la Commission des loix. Le Collège donna à la suite de cet ordre une Instruction à son député le vice-président Soukin, où il est dit: la nécessité absolue obligea *Pierre le grand* d'établir forcément des Manufactures et fabriques; actuellement leur nombre a passé 500, leur production 2 millions de roubles. Mais en même tems les inconvéniens qui au premier établissement des fabriques paroisoient de peu de conséquence ou

qu'on n'apercevoit pas, augmentèrent de jour en jour. Les Entrepreneurs achetèrent des villages, jouissoient par là des droits de la noblesse et entrèrent au service militaire; d'où résulta une telle confusion des états qu'on a eu peine d'arrêter. Les grands établissemens, au lieu de répandre l'industrie, l'enfermoient dans leurs murs et écrasoient l'industrie nationale. Le nombre de paysans inscrits aux fabriques créa une nouvelle espèce d'esclaves au lieu d'augmenter le nombre des ouvriers libres et des bourgeois aisés. La permission accordée à des gens de toutes les classes d'établir des grandes fabriques devint à charge aux petites villes. L'expérience a prouvé que l'industrie des petites villes a baissée depuis que les grands établissemens ont prospérés. Les marchands gémissent sous un fardeau d'une nouvelle espèce, les Entrepreneurs de grandes fabriques sont chargés de la haine publique, en un mot les Manufactures et les grandes fabriques sont devenues le monopole de quelques individus qui oppriment l'industrie nationale. Il faut remédier à ces inconvéniens. Tout ira bien si l'on abandonnera l'industrie à elle même en permettant de travailler à un chacun selon son envie, selon les circonstances où il se trouve et selon ses talens. Il faut surtout tâcher de répandre l'industrie parmi les paysans. Il y a déjà plusieurs fabriques qui ont des ouvriers libres; les autres peuvent s'en procurer de la même manière.

En conséquence de ces principes les privilèges furent abolis et la plus grande liberté fut proclamée. Le manifeste du 17 Mars 1774 soumit les manufactures aux mêmes impôts que tout autre bien immeuble; les oukases du 28 Juin 1777 et le 19 Août 1779, accordent la plus grande liberté à un chacun d'établir des Manufactures et fabriques sans demander la permission au Collège et sans être soumis à une inspection quelconque, enfin le Collège des Manufactures fut aboli cette même année le 22 de Novembre. Les motifs énoncés étoient: 1<sup>o</sup>) l'établissement du Collège des Manufactures à St. Pétersbourg et de son comptoir à Moscou a été nécessaire dans le

tems lorsqu'il y avoit peu de Manufactures en Russie, il a du faire naître l'esprit d'industrie et tracer la marche à son activité 2<sup>o</sup>) mais par la suite du tems l'expérience à fait connoître que l'établissement du Collège des manufactures est devenu inutile lorsque les manufactures sont dévenues plus nombreuses ; actuellement l'intérêt particulier d'un chacun est le motif le plus puissant pour se distinguer par son travail.

Le Règlement pour l'organisation des Gouvernemens avoit paru en 1775 et les Gouverneurs eurent ordre après que le Collège fut aboli ; de traiter les affaires qui concernent les Manufactures et fabriques comme toute autre propriété, qui peut être améliorée par un chacun à volonté et selon ses moyens conformément aux loix établies, sans en demander la permission à une autorité constituée.

Les objets dont le Collège étoit chargé furent distribués : le Commissariat eut le soin de fournir l'armée de drap. Les tribunaux ordinaires jugèrent les procès concernant les Manufactures. Le papier timbré revint à l'expédition des revenus de l'Empire et la fabrication des cartes à jeu fut remise à la maison des enfans trouvés.

Les Collèges ne s'accordoient pas avec la nouvelle organisation des Gouvernemens et avec le nouveau cercle d'activité du Senat. Le Collège de Commerce fut pourtant conservé puisque le traité avec l'Angleterre subsistant encore, les marchands anglois n'étoient soumis qu'au Collège de Commerce. Le Collège des mines fut conservé puisqu'il falloit une direction pour les mines de la Couronne. Mais le Collège des Manufactures tomba par les principes des Economistes proclamés dans toutes les ordonnances du tems

Ces principes ne se soutinrent non plus en Russie ; l'expérience qui avoit fait connoître les inconvéniens du système d'Administration de Pierre le grand, développa aussi ceux de la liberté

illimitée et de l'Administration éparpillée parmi une quarantaine de Gouverneurs.

L'expérience a prouvé que dans un tems où le tiers état n'étoit ni assez nombreux, ni assez éclairé et où le Commerce n'étoit pas très actif et très perfectionné, une liberté illimitée donnoit naissance à un grand nombre de fabriques et de Manufactures éparpillées, établies sans un Capital suffisant, menées sans les connoissances nécessaires, sans les machines découvertes depuis le Siècle de *Pierre le grand*, sans le désir de se perfectionner, sans idée de la marche que tient le Commerce, sans esprit de spéculation et souvent sans que les livres des Comptes étoient tenus en règle. De telles Manufactures restent dans une triste médiocrité, rencherissent les premières matières et ne produisent rien qui soit bien travaillé et fini, ils s'enlèvent l'une à l'autre les ouvriers fibres et les gatent, leur but unique est de faire circuler aussi vite que possible leur petit capital, et les moyens qu'ils y emploient sont de travailler aussi vite et aussi mal que possible pour pouvoir vendre au plus bas prix. Par là elles entraînent enfin la ruine des bonnes fabriques, car en Manufactures le mauvais travail l'emporte long tems sur le bon. C'est de cette manière que la Russie eut au lieu de 500 Manufactures qu'elles possédoit en 1767, — 2270 en 1802.

L'expérience prouva encore que l'Administration des Manufactures, éparpillée parmi les Gouverneurs est moins que nulle. D'abord ils sont surchargés de tant d'affaires, surtout de police générale, qu'il ne leur reste pas le tems de penser à l'encouragement des Manufactures. Et quelles mesures générales pourroient-ils prendre, quels sont leurs moyens? Enfin n'y aura-t-il pas autant de Systèmes d'administration que de Gouverneurs?

On sentit les inconvéniens qu'il y avoit à une Administration aussi éparpillée et le Collège fut rétabli en 1796 dans le sens de 1763 ou plutôt d'après ses droits jusqu'en 1775, excepté ceux qui avoient subi des changemens par les droits accordés à la Noblesse

et à la bourgeoisie; le nouvel état est du 28 Avril 1797 qui eut un Commentaire le 30 Juin 1800.

La Competence du Collège étoit 1<sup>o</sup>) de fournir l'armée, la flotte et les garnisons de drap et de Croisé, 2<sup>o</sup>) puis la fabrication du papier timbré, 3<sup>o</sup>) la direction des fabriques de la Couronne, 4<sup>o</sup>) la redaction des données statistiques sur les fabriques, 5<sup>o</sup>) les décisions sur l'établissement des nouvelles Manufactures et sur les requêtes des Entrepreneurs à l'achat et à la vente de nouvelles, 6<sup>o</sup>) et par rapport aux plaintes des ouvriers contre les Entrepreneurs, 7<sup>o</sup>) les adresses à d'autres tribunaux pour terminer les affaires des Entrepreneurs, enfin 8<sup>o</sup>) l'inspection sur l'emploi des paysans aux fabriques. Le comptoir des Manufactures à Moscou eut les mêmes objets à soigner pour le Gouvernement de Moscou et la direction des Manufactures de Koupavne et de Catherinoslaw.

L'existence du Collège n'étoit pas de longue durée, il fut aboli le 18 Juillet 1803 et réformé en Bureau de l'expédition du Ministère de l'intérieur. Pendant les six années qu'il a duré il y a eu 45 fabriques éteintes et 65 nouvellement établies, donc 20 nouvelles. Le petit nombre de nouvelles fabriques ne doit pas être mis sur le compte du Collège, il y avoit pour cela d'autres raisons: surtout les difficultés de communiquer avec l'étranger.



## VUES SUR L'ÉTAT DES MANUFACTURES EN RUSSIE

DEPUIS 1803 JUSQU'EN 1814

PAR

C. F. HERRMANN.

---

 Présenté à la Conférence le 11. Oct. 1820.
 

---

## SECONDE PARTIE.

Le principe de l'administration ministérielle étoit : la liberté et l'intérêt particulier sont les seuls mobiles de l'industrie. Toutes les mesures directes du gouvernement ne font que retarder ses progrès.

Les traits détaillés du nouveau système étoient : le Collège des Manufactures n'avoit aucune base solide, aucune organisation convenable, par conséquent il ne pouvait remplir le but de son existence. De tous les objets dont il s'occupoit il n'y a que la rédaction des données statistiques qui lui convenoit. Sa manière de fournir l'armée et la flotte du drap et de croisé étoit : que le commissariat et la flotte demandoient la quantité nécessaire au Collège, celui-ci en fit la répartition pour les fabriques obligées de la fournir d'après le nombre de leurs paysans, et le reste fut donné à des fournisseurs libres. Le Collège communiquoit sa répartition aux Gouverneurs civils, auxquels il devoit s'adresser aussi en cas de différent. Cette longue et pénible marche des affaires entraîne un grand nombre de papiers qui circuloient entre le Collège, le Commissariat, l'Amirauté et les Gouverneurs. Enfin le fabricant avoit à faire et avec le Gouverneur et avec le Collège. Pendant les années 1780 — 1797 il n'y avoit point de Collège et le Commissariat s'adressa directement aux Gouverneurs civils. On eut peu de papiers à expédier et l'Entrepreneur n'avoit à faire qu'au Gou-

verneur. — La fabrication du papier timbré est un objet de finances, — la direction des fabriques de la Couronne ne convient nullement à un Collège de Manufactures, c'est l'affaire d'un particulier, — le jugement sur les requêtes des Entrepreneurs à l'achat ou à la vente des Manufactures demande un examen sur les lieux, il vaut donc mieux le faire tout de suite par les autorités administratives du Gouvernement. — Les différens des ouvriers avec leurs maîtres ne pouvoient pas être décidés par le Collège, puisqu'il n'avoit aucune loi à cet égard, il falloit donc abandonner le procès aux autorités civiles; — tout le secours que le Collège put donner aux Entrepreneurs qui avoient des procès, se bornoit à dénoncer l'affaire au Sénat, mais cette voie est ouverte à un chacun. L'inspection sur l'emploi des paysans aux fabriques doit être remise aux Autorités civiles qui sont sur les lieux. L'établissement du Collège des Manufactures date du tems où le Gouvernement étoit obligé d'établir lui-même les premières fabriques. Les progrès de l'industrie exigent que le Gouvernement accorde aux arts et métiers, aux fabriques et Manufactures plus de liberté, et les délivre du joug sous lequel ils se trouvoient d'après le premier Règlement à l'établissement du Collège. Les principes pris du système mercantil n'étant plus convénables à l'état actuel des choses, le Collège lui-même est devenu inutile. Par ces raisons le Collège des Manufactures sera aboli et il y aura une expédition pour les Manufactures au ministère de l'intérieur.

Cette expédition s'occupera 1<sup>o</sup>) de tout ce qui peut servir à améliorer les Manufactures et fabriques, sans se mêler de leur administration intérieure et de leurs procès. Exepté les fabriques de drap, qui ont l'obligation de fournir du drap à la Couronne, à prix fixe; elles restent pour quelque tems sous l'inspection de l'expédition, nonnément jusqu'à ce que les fabriques libres de drap se multiplieront au point, que l'armée et la flotte puisse être fournie par des Entrepreneurs libres. L'inspection immédiate sur leurs

travaux appartient au gouvernement civil; 2<sup>o</sup>) de toutes les autres Manufactures et fabriques l'expédition ne reçoit que des rapports annuels pour qu'elle puisse juger si elle peut contribuer quelque chose à leur perfection. — Il résulte de ce tableau historique que l'administration des Manufactures en Russie a été tantôt remise à un Collège et tantôt à d'autres Autorités.

Elle a été d'abord remise à un Collège depuis 1718 jusqu'en 1779. Pendant ces 61 ans le Règlement de *Pierre le grand* étoit en vigueur, les modifications qui eurent lieu sont peu essentielles. Les mesures prises ont pleinement atteint leur but, qui étoit l'établissement des Manufactures en Russie.

Elle a été remise aux gouverneurs depuis 1779 jusqu'en 1796. Pendant ces 17 ans il n'y eut point d'Unité dans l'Administration des Manufactures, par conséquent elle étoit presque nulle, les fabriques s'éparpillèrent. Mais d'autres causes favorisoient alors les Manufactures, c'étoit la période la plus heureuse du règne de *Catherine II*, la plus grande tranquillité dans l'intérieur, des armées victorieuses sur les frontières, la nouvelle organisation des Gouvernemens, les effets heureux de la banque d'assignations dans les premières années de son établissement, le nombre d'emigrés françois, les secours considérables portés aux fabriques par la Couronne en argent.

Le Collège fut retabli en 1797 et existoit jusqu'en 1803. Mais ce n'étoit plus que l'ombre de l'ancien Collège, sans but clairement énoncé, sans moyens pour parvenir. Il fut aboli et remplacé depuis 1803 par une Expédition au Ministère de l'intérieur. En quoi diffère-t-elle de ce dernier Collège? L'impartialité statistique exige d'alleguer ce que les défenseurs de l'ancien système repliquoient. Le point essentiel, disoient-ils, en quoi l'expédition diffère du Collège est que la première doit se borner à composer le tableau

pour la repartition des draps pour l'armée et la flotte. Ce tableau est mis en exécution par le Commissariat et l'Amirauté par l'entremise des Gouverneurs. Le Collège fit plus: il s'intéressoit pour le payement, il fit des recherches sur la légalité du refus de recevoir certains draps, il servait donc de mediateur entre le fabricant et le Commissariat. Et si le fabricant s'accordoit avec le Commissariat, il n'avoit pas besoin de s'adresser au Collège.

L'expédition ne se mêle pas des procès entre les maitres et les ouvriers, ne s'intéresse pas pour les Entrepreneurs auprès des tribunaux. Le Collège dut s'en mêler. Et où peut-on attendre plus de connoissances nécessaires pour juger un procès entre les ouvriers et leurs maitres, aux tribunaux ordinaires de justice ou à un Collège de Manufactures? Et a-t-on toujours raison de dire: qu'il est tout-à-fait superflû que le Collège s'intéresse pour le fabricant auprès des tribunaux civils? Les requêtes sur l'achat et la vente des fabriques sont à présent adressées aux tribunaux du Gouvernement, autrefois au Collège. Qui étoit plus un état de les juger?

La fabrication du papier timbré a été rayée comme de raison.

Tous les autres objets se retrouvent presque tous dans les comptes rendus du Ministre de l'interieur publiés depuis 1803. Le bureau s'étoit occupé de la repartition du drap pour l'armée, des secours à porter aux Entrepreneurs, des rapports entre les ouvriers et leurs maitres, d'une meilleure organisation des fabriques de la Couronne, des données sur l'état des fabriques, et c'est à peu près la même chose d'après le compte rendu de 1804 et des années suivantes.

Il est du devoir de la statistique de représenter l'état des choses, qui a pour ainsi dire un corps et une âme, les tableaux qui representent des objets numériques en font le corps, les ta-

bleaux comparatifs et les données historiques font connoître l'esprit qui régnoit dans leur administration. J'ai donc rempli mon devoir en présentant ces faits historiques et je n'ai pas cru m'éloigner de mon objet en faisant voir à quoi des pareils tableaux pourroient servir.

Nous venons enfin au matériel de notre objet, aux données purement statistiques sur les Manufactures et fabriques. Nous les considérons sous deux points de vue différens, d'abord d'après leur travail et puis d'après les endroits où elles se trouvent. Le premier tableau fera connoître les différentes classes de fabriques et leur nombre en 1812 et 1814, leur principaux instrumens et le nombre des ouvriers, le travail fait et la vente. Le second tableau présente les Manufactures et fabriques par Gouvernemens, leur nombre total et les principaux établissemens d'un chacun, d'où résulte quelles Manufactures fleurissent surtout en tels Gouvernemens, et quels sont les Gouvernemens les plus riches en Manufactures.

Premier tableau sur le travail de nos principales Manufactures :

1<sup>o</sup>) de drap en 1814 226 avec 2918 métiers

en 1812 — 181 — 45 de plus

il y avoit en 1812, 17,089 paysans aux fabriques

12,262 paysans des particuliers

8,491 ouvriers libres.

total 36,333 ouvriers,

et on a fabriqué 2,796,024 arch. de drap 80 pièces 700 loctes ou arch. polon.

vendu 2,453,909 — — 40 — — —

2<sup>o</sup>) de toiles et toileries 70, avec 14,616 métiers

en 1812, et 84 en 1814 — 14 plus

il y avoit en 1812, 6,317 paysans aux fabriques

1,218 paysans aux particuliers

17,329 ouvriers libres,

24,864,

on a fabriqué 13,998,133 arch. de toiles et 25,007 arch. Mittkal  
 et vendu 10,771,222 — — 1,256 —

3°) de soie 105 avec 2,191 metiers

en 1812 et 150 en 1814 — 45 plus

il y avoit en 1812, 2,093 paysans aux fabriques

159 paysans aux particuliers

3,314 ouvriers libres

---

5,571 ouvriers

on a fabriqué

549,770 arch. 92,152 pièces 2,040 — 2757 pièces en loctes  
 et vendu

473,136 — 81,726 — 2,040 — 1,621 — —

4°) Tanneries 1,150 avec 10,694 cuvés

en 1812 et 1,348 en 1814 — 198 plus

il y avoit en 1812, 247 paysans aux particuliers

6,191 ouvriers libres

---

6,438 ouvriers

on a appreté 2,638,709 cuirs et 3,380 pouds

et vendu 2,235,494 — — 3,380 —

5°) fabriques de savon, de chandelles et de bougies 181

en 1812 avec 504 chaudrons, en 1814 247 — plus 66

il y avoit en 1812, 4 paysans aux particuliers

830 ouvriers libres

---

834 ouvriers

on a fabriqué 390,096 pouds

et vendu 355,830 —

6°) Verreries; 131 avec 571 fourneaux

en 1812 et 138 en 1814 — 7 plus

il y avoit en 1812 177 paysans aux fabriques

3,039 paysans aux particuliers

1,836 ouvriers libres

---

5,058 ouvriers.

- 7<sup>o</sup>) Papeteries, 56 avec 390 cuves  
 en 1812 et en 1814 — 67 — 11 de plus  
 il y avoit en 1812, 1,694 paysans aux fabriques  
 3,084 paysans aux particuliers  
 1,143 ouvriers libres  


---

 5,921 ouvriers.  
 on a fabriqué 535,821 rames 134,115 feuilles 751 pouds.  
 et vendu 428,044 — 33,493 — 684 —  
 outre cela 2,005 feuilles de parchemin et vendu 1,905.
- 8<sup>o</sup>) Cottonerie, Perses et Mittkall, } 295—  
 73 avec 8256 métiers en 1812 et } 166  
 Manufactures de mouchoirs et de petite Cottonerie } de plus,  
 56 avec 818 métiers et en 1814  
 il y avoit aux premières 27 paysans aux fabriques.  
 13,170 ouvriers libres  


---

 13,197 ouvriers,  
 on y a fabriqué 7,147,810 arch. 324,245 pièces 5,600 loctes  
 et vendu 5,194,784 — 256,711 — 5,300 —  
 Aux dernières travailloient 19 paysans aux particuliers  
 1,344 ouvriers libres  


---

 1,363 ouvriers.  
 et on y a fabriqué 1,018,943 arch. 47,746 piéc. 3,606 paires de bas  
 et gans.  
 et vendu 890,861 — 41,885 — 1,500 —
- 9<sup>o</sup>) Corderies. 48 avec 167 machines en 1812,  
 en 1814 — 80 — 32 de plus  
 il y avoit 154 paysans aux particuliers.  
 1,893 ouvriers libres.  


---

 2,047 ouvriers.  
 on y a fabriqué 247,799 pouds et 3,000 pièces  
 et vendu 230,367. — — 3,000 —

## 10°) Fabriques à Sucre

en 1812, 30 avec 178 chaudrons, en 1814 — 48 — 18 de plus  
 où étoient employés 61 paysans aux particuliers

880 ouvriers libres

941 ouvriers.

on y avoit fabriqué 287,344 pouds de Sucre et 70,184 p. de Sirop  
 et vendu 246,364 — — — 62,174 —

## 11°) Fabriques d'acier et de fer

en 1812, 33 avec 244 fourneaux en 1814, 199 — 166 de plus  
 il y avoit 3,542 paysans à la Couronne

7,293 — aux particuliers

1,417 ouvriers libres.

12,252 ouvriers.

la fabric. montoit à 526,749 pds. 1,094,610 pièc. 128,499,150 cloux  
 dont on a vendu - 229,087 — 852,877 — 107,588,900 —

12°) Fabriques de cuivre et des boutons, en 1812 20 avec 115  
 Machines en 1814 — 43 — 23 de plus

il y avoit 523 paysans aux particuliers

598 ouvriers libres.

1,116 ouvriers.

on a fabriqué 15,245 pouds. et 1,726 pièces

et vendu 12,710 — — 654 —

## 13°) Fabriques de porcelaine 13 avec 133 fourneaux en 1812,

en 1814 — 16 — 3 de plus

il y avoit 205 paysans à la Couronne

118 — aux particuliers

769 ouvriers libres.

1,092 ouvriers

on a fabriqué 22,252 douzaines et 456,041 pièces

et vendu 18,922 — — 250,488 —

Ce sont les principales fabriques et Manufactures. En tout il y en a 27 différens titres dont le nombre montoit  
 en 1812 à 2,332 établissemens  
 et en 1814 à 3,181 — —.

Le nombre des Manufactures a donc étonnement augmonté en deux ans, il y en a eu 849 nouvelles.

Les fonderies de suif au nombre de 64, 5 fabriques de tabac et de pipes sont encore marquées dans le dernier tableau, donc le nombre connu des Manufactures et fabriques montoit en 1814 à 3,253.

Le nombre des tanneries, des fabriques de fer et d'acier et des Cottonneries a surtout augmenté, puis les Manufactures de drap et de soie, les fabriques de savon, chandelles et suif et les fabriques de sucre. En général il n'y a pas de Manufactures et de fabriques, dont le nombre ne soit pas augmenté.

Il y avoit aux Manufactures et fabriques

|         |                |                           |
|---------|----------------|---------------------------|
| en 1812 | 31,160         | paysans à la Couronne,    |
|         | 27,292         | paysans aux particuliers, |
|         | 60,641         | ouvriers libres,          |
|         | <u>119,093</u> | ouvriers.                 |

Il est intéressant de voir que le nombre des ouvriers libres surpasse déjà celui des paysans, dans un Empire où il n'y en avoit presque pas.

Quant à la quantité du travail, nos fabriques naturelles: les tanneries et les corderies, les fabriques de toiles, de chandelles, de savon, ont une réputation bien établie, et n'ont pas besoin des secours du gouvernement. Les verreries, les papéteries, les fabriques en fer, acier et en cuivre, n'égalent pas encore les établissemens étrangers, mais ils ont toujours aquis assez de solidité.

Toutes ces fabriques nous sont naturelles. Viennent les Manufactures de drap, de soieries et les Cottonneries. C'est la classe qui mérite la plus grande attention, toutes ces Manufactures n'ont pas encore atteint le degré de perfection pour pouvoir soutenir la concurrence de l'étranger, mais ils ont fait dans ces derniers tems des progrès considérables.

Les Manufactures de drap fins et de moyenne qualité, pourroient un jour devenir naturelles, parceque la laine des mérinos est naturalisée en Russie. On commence déjà à l'exporter. Donc si la principale des premières matières existe dans le pays, si la demande existe, si les capitaux ne manquent pas, il ne nous faudroit que les connaissances nécessaires pour atteindre au moins la perfection des draps de Prusse. Les draps fins demandent des machines, jamais la main d'œuvre atteindra leur perfection, donc il faut posséder d'abord ces Machines. Les Machinistes qui arrivent de l'Angleterre prennent cher, par exemple 12,000 roubles pour deux machines à une fabrique qui en demande 31, et puis les Machines ne réussissent pas toujours, ou après avoir joué parfaitement bien quelque tems, elles vont mal. Puis quand les Machines sont établies, il faut des gens experts, pour reparer ce qui s'y gâte de tems en tems. Ces artistes nous manquent surtout. Enfin il faut que les ouvriers sachent les manier. Mais les ouvriers russes ont une aversion décidée pour les Machines, et si l'Entrepreneur ne reste toujours à la Manufacture, ses machines seront bientôt gâtées. Leur aversion contre les Machines provient d'abord de ce que c'est une nouveauté; eux et leurs pères ont fait tout à la main. Enfin convaincus que la Machine allège leur travail, ils croient que ce ne sera que pour leur detriment. Car s'il nous reste du tems, disent-ils, on nous chargera d'autres travaux, beaucoup plus pénibles que la main d'œuvre, à laquelle nous sommes accoutumés. Telles sont réellement les difficultés que l'introduction des machines trouve encore en Russie. C'est la principale

raison qu'il étoit jusqu'à présent peu avantageux pour un Entrepreneur Russe de faire une spéculation considérable sur les draps fins; la fabrication du drap de soldat et du drap de livrée, voilà les objets sur lesquels il gagne. La défense des draps étrangers gêne donc le public, et n'avance en rien l'Entrepreneur. Une autre grande difficulté c'est la teinture des laines. Jusqu'à présent on ne teint que les draps faits, teindre la laine est un secret. Enfin les couleurs mêmes, comme production étrangère reviennent cher, ne se trouvent pas toujours de toutes les qualités et en quantité suffisante et si l'on pourroit vaincre toutes les difficultés, le drap russe de première et de seconde qualité reviendrait toujours plus cher que le drap étranger. Tout cela s'entend des Manufactures ordinaires de drap; l'établissement de Mr. Lion fait classe à part, et peut donner d'autres résultats qu'il faut attendre. Quant à la vente de laine des merinos à l'Etranger, elle ne fait qu'enrichir les propriétaires des troupeaux, l'Entrepreneur des Manufactures s'y gagne rien, il paye ses laines assez cher, puisqu'elles sont recherchées dans l'étranger. Une défense de la vente des laines de mérinos seroit à sa place, si toute fois les Entrepreneurs des Manufactures, seroient en état d'employer les laines qu'on tire de nos moutons. Car s'ils ne savent où mettre nos laines fines faute de Machines et d'ouvriers instruits, une défense ne feroit que ruiner nos troupeaux sans faire du bien à nos Manufactures de drap.

Ce sont donc les Manufactures naissantes qui demandent tous les secours possibles de la part du Gouvernement, mais surtout un bon règlement et une inspection exacte. Quant à la question épineuse, s'il faut défendre les draps étrangers pendant l'enfance de ces fabriques, il paroît cruel de faire payer à un million d'habitans, qui sont décidés à ne porter que des draps étrangers, un impôt forcé pour un tems illimité, la défense absolue ne seroit juste qu'alors, quand le drap russe égalerait le bon drap étranger. En attendant, des secours, de l'inspection, et 20 pct. d'impôt sur les draps étrangers,

paroissent des mesures suffisantes pour porter nos Manufactures de drap à un plus haut degré de perfection. Il faudroit surtout quelques Etablissemens en grand, qui réussiroient en draps fins.

Quant-à nos Manufactures de soie elles ont acquis beaucoup de perfection pour le brillant, mais elles travaillent trop légèrement, il ne leur faudroit qu'un bon Reglement et une inspection suivie pour travailler aussi bien qu'en Angleterre et qu'en Autriche. Pourquoi le taffetat de Moscou est-il inférieur aux taffetas étrangers? Ya-t-il une raison naturelle? L'entrepreneur trouve son profit dans la circulation rapide de son capital, les étoffes inférieures en qualité lui rapportent le plus et c'est ainsi que le mauvais travail ruine le bon. Les Cottoneries vont assez bien, l'objet est trop varié pour être soumis à une règle.

Un autre point de vue du quel il faut considérer les Manufactures, c'est le lieu où elles se trouvent établies. En 1812 il y avoit des :

1°) Manufactures de drap :

|                   |   |   |             |
|-------------------|---|---|-------------|
| à Kiew            | - | - | 14,         |
| - Moscou          | - | - | 12,         |
| - Résan           | - | - | 10,         |
| en Podolie        | - | - | 10,         |
| - Volhynie        | - | - | 8,          |
| à Voronesch       | - | - | 7,          |
| - Tambow          | - | - | 7,          |
| en 7 Gouvernemens |   |   | 68,         |
| et en 23 autres   | - |   | 68,         |
|                   |   |   | <u>136.</u> |

2°) Manufactures de toiles :

|            |   |   |     |
|------------|---|---|-----|
| à Wladimir | - | - | 78, |
| - Kostroma | - | - | 18, |

|                   |   |   |             |
|-------------------|---|---|-------------|
| à Moscou          | - | - | 16,         |
| - Kalouga         | - | - | 15,         |
| - Jaroslaw        | - | - | 12,         |
| en 5 Gouvernemens |   |   | <u>139,</u> |
| - 16 autres       | - | - | 31,         |
|                   |   |   | <u>170,</u> |

## 3°) Manufactures de Soie :

|                          |   |   |            |
|--------------------------|---|---|------------|
| à Moscou                 | - | - | 86,        |
| en 4 autres Gouvernemens |   |   | <u>19,</u> |
|                          |   |   | 105.       |

## 4°) Tanneries :

|                   |   |   |               |
|-------------------|---|---|---------------|
| à Nigegorod       | - | - | 161,          |
| - Orel            | - | - | 100,          |
| - Kasan           | - | - | 94,           |
| - Perme           | - | - | 90,           |
| - Moscou          | - | - | 89,           |
| - Koursk          | - | - | 69,           |
| - Wladimir        | - | - | 57,           |
| - Irkoutsk        | - | - | 50,           |
| en 8 Gouvernemens |   |   | <u>710,</u>   |
| en 26 autres      | - | - | 440,          |
|                   |   |   | <u>1,150.</u> |

## 5°) Fabriques de savon, chandelles et bougies :

|                   |   |   |             |
|-------------------|---|---|-------------|
| à Koursk          | - | - | 40,         |
| - Kasan           | - | - | 23,         |
| - Nigegorod       | - | - | 20,         |
| - Tomsk           | - | - | 16,         |
| en 4 Gouvernemens |   |   | <u>99,</u>  |
| en 16 autres      | - | - | 82,         |
|                   |   |   | <u>181.</u> |

## 6°) Verreries :

|                   |   |            |
|-------------------|---|------------|
| à Wladimir        | - | 24,        |
| - St. Pétersbourg | - | 13,        |
| - Tschernigow     | - | 11,        |
| - Volhynie        | - | 10,        |
| - Kiew            | - | 8,         |
| - Résan           | - | 8,         |
| en 6 Gouvernemens |   | <u>74,</u> |
| en 20 autres      |   | <u>57,</u> |
|                   |   | 131.       |

## 7°) Papeteries :

|                   |   |            |
|-------------------|---|------------|
| à Kalouga         | - | 7,         |
| - Waetka          | - | 6,         |
| - Jaroslaw        | - | 6,         |
| en Courlande      | - | 5,         |
| à St. Pétersbourg | - | <u>4,</u>  |
| en 5 Gouvernemens |   | 28,        |
| - 15 Gouvernemens |   | <u>28,</u> |
|                   |   | 56.        |

## 8°) Cottoneries :

|                        |   |            |
|------------------------|---|------------|
| à Wladimir             | - | 58,        |
| en 5 autres Gouvernem. |   | <u>15,</u> |
|                        |   | 73,        |
| à Astrachan            | - | 33,        |
| en 7 autres Gouvernem. |   | <u>23,</u> |
|                        |   | 56.        |

## 9°) Corderies :

|                   |   |     |
|-------------------|---|-----|
| à Novgorod        | - | 13, |
| - St. Pétersbourg | - | 12, |
| - Archangel       | - | 7,  |

|                                          |   |   |            |
|------------------------------------------|---|---|------------|
| - Twer                                   | - | - | 6,         |
| en 4 Gouvernemens                        |   |   | <u>38,</u> |
| en 6 autres                              |   |   | 10,        |
|                                          |   |   | <u>48.</u> |
| 10°) Fabriques à Sucre :                 |   |   |            |
| à St. Pétersbourg                        | - |   | 15,        |
| - Archangel                              | - |   | 5,         |
| en 2 Gouvernemens                        |   |   | <u>20,</u> |
| en 5 autres                              |   |   | 10,        |
|                                          |   |   | <u>30.</u> |
| 11°) Fabriques d'acier et de fer :       |   |   |            |
| à Tambow                                 | - |   | 7,         |
| - Nigegorod                              | - |   | 7,         |
| - Kiew                                   | - |   | 4,         |
| en 3 Gouvernemens                        |   |   | <u>18,</u> |
| - 16 autres                              |   |   | 15,        |
|                                          |   |   | <u>33.</u> |
| 12°) Fabriques de cuivre et de boutons : |   |   |            |
| à Kasan                                  | - |   | 4,         |
| - Moscou                                 | - |   | 3,         |
| - Volinsk                                | - |   | 3,         |
| - Podolsk                                | - |   | 3,         |
| en 4 Gouvernemens                        |   |   | <u>13,</u> |
| en 5 autres                              |   |   | 7,         |
|                                          |   |   | <u>20.</u> |
| 13°) Fabriques de porcelaine :           |   |   |            |
| à Moscou                                 | - |   | 4,         |
| - St. Pétersburg                         | - |   | 2,         |
| - Kiew                                   | - |   | 2,         |
| en 3 Gouvernemens                        |   |   | <u>8,</u>  |

en 5 autres  $\frac{5}{13}$ .

De tout le nombre de Manufactures 1,106 ou  $48\frac{1}{2}$  sur cent reviennent à 6 gouvernemens et de ce nombre:

|                  |   |                 |            |
|------------------|---|-----------------|------------|
| à Moscou         | - | $11\frac{3}{4}$ | pour cent. |
| - Wladimir       | - | $10\frac{3}{4}$ | — —        |
| - Nigegorod      |   | $9\frac{1}{4}$  | — —        |
| - Kasan          | - | 6               | — —        |
| - St. Pétersburg |   | $5\frac{1}{2}$  | — —        |
| - Orel           | - | $5\frac{1}{2}$  | — —        |



# CONSIDÉRATIONS

## SUR LES SOURCES DU REVENU NATIONAL,

### D'APRÈS LES PRINCIPES EXPOSÉS DANS LE MÉMOIRE PRÉCÉDENT,

PAR

H. STORCH.

---

 Présenté à la Conférence le 19. Sept. 1821.
 

---

## I. DE LA NATURE.

## §. 1.

*Comment elle concourt à fournir des produits matériels.*

Nous avons reconnu que la *nature* et le *travail humain* sont les sources primitives de toute production; il s'ensuit qu'elles sont aussi celles de tout revenu. De ces deux sources, la *nature* doit être considérée la première, car sans elle le travail lui-même ne serait pas possible.

Comment la nature concourt-elle à la *production matérielle*? De deux manières: d'abord en fournissant spontanément des matières utiles à l'homme, et puis en l'aidant à les multiplier et à les rendre plus utiles. Mais comme la nature ne se règle point sur le jugement des hommes, elle leur paraît souvent improductive dans ses créations et dans ses effets. Jetez un regard sur les contrées les plus fertiles de notre globe, mais dont l'aspect n'a point encore changé par le travail de l'homme: vous y trouvez le sol couvert de forêts impénétrables, d'eaux croupissantes, d'herbes inutiles ou vénéneuses; vous voyez les bois et les marais peuplés de bêtes féroces, de reptiles vénimeux, l'air obscurci par des nuées d'insectes aussi incommodes que nuisibles. Au milieu de cette profusion de subs-

tances matérielles, celles qui peuvent servir aux besoins de l'homme sont si rares qu'il a de la peine à les découvrir.

Telle est l'action spontanée de la nature; ce n'est jamais que pour la moindre part une production d'utilité ou de valeur. Mais autant la nature paraît indifférente à nos besoins lorsqu'elle suit sa propre marche, autant elle se montre docile à la direction du travail. L'homme en mettant une terre sauvage en culture, augmente moins sa production qu'il ne la dirige et la rend utile. En exterminant les produits inutiles ou malfaisans, en soignant les espèces utiles, il détermine la nature à consacrer à la multiplication de ces espèces les facultés productives qu'elle dissipait auparavant. D'ailleurs, plus le jugement des hommes s'éclaire et se rectifie, plus ils reconnaissent d'utilité dans les produits de la nature, et plus par conséquent celle-ci leur fournit de valeurs. Combien de matières qu'on négligeait autrefois, sont recherchées avec empressement depuis qu'on a reconnu qu'elles pouvaient être utiles!

Enfin ce n'est pas seulement en fournissant des matières que la nature produit conjointement avec l'homme; pourvu que celui-ci connaisse ses lois et sache l'appeler à son secours, tous les effets de la nature matérielle deviennent autant d'agens de la production. Le feu amollit les métaux: l'homme en profite pour leur donner les formes qu'ils doivent avoir pour les usages auxquels il les destine. La chaleur du soleil fait évaporer l'eau: l'homme s'en sert pour faire cristalliser le sel de mer. La pesanteur des corps, l'élasticité de l'acier, des vapeurs, le mouvement de l'air, le courant d'une rivière sont des forces physiques: l'homme les emploie à faire aller des machines qui facilitent et abrègent son travail ou qui le rendent superflu. Enfin n'est-ce pas le vent qui conduit nos vaisseaux et nos marchandises d'un hémisphère à l'autre? Et si le pilote sait diriger à son gré le navire, n'est-ce pas à l'aide du magnétisme qui dirige l'aiguille de sa boussole?

*Quel est le sol le plus favorable à la production.*

Les propriétés naturelles des corps dont l'homme se sert pour produire, sont à-peu-près les mêmes partout; mais la faculté productive de la *terre* varie prodigieusement d'un pays à l'autre. Ainsi par les premières le travail de l'homme n'est pas plus secondé dans telle contrée que dans telle autre; mais le sol présente quelquefois des avantages qui favorisent le développement du travail, et d'autres fois des inconvéniens qui l'arrêtent.

Le sol le plus favorable à la production matérielle est celui qui réunit les trois avantages suivans: 1°. d'être *fertile* ou de fournir une grande *abondance de produits*; 2°. d'être susceptible d'une grande *variété de produits*; et 3°. de présenter la plus grande *facilité pour le transport des produits*.

1°. La première de ces circonstances n'a pas besoin de développement pour être appréciée; mais il convient d'observer qu'il y a peu de terres tellement stériles que le travail humain ne puisse jamais venir à bout de les rendre productives. Pour s'en convaincre, il suffit de se rappeler les marais de la Hollande et les rochers de l'île de Malte; les uns enlevés à la mer et transformés en potagers, en prairies; les autres couverts de terre labourable et convertis en jardins fruitiers. Pour arrêter les efforts de l'homme industrieux, il faut des obstacles tels que les sables brûlans de l'Afrique centrale, ou les glaces éternelles du nord de l'Asie.

Comme le climat influe beaucoup sur la fertilité du sol, il n'est pas inutile de remarquer que les améliorations apportées à celui-ci ont aussi l'effet d'améliorer le climat. La culture rend le sol plus accessible aux rayons du soleil, par la destruction des forêts et par le dessèchement des marais qui le couvrent dans son état inculte; ainsi l'air en devient et plus sec et plus doux. C'est un fait avéré que l'Italie, la France et l'Allemagne jouissent au-

jourd'hui d'une température plus douce que du tems des anciens Romains.

2°. Il importe plus à une nation d'avoir une grande variété de produits agricoles, que d'en posséder certaines especes dans une abondance qui surpasse ses besoins. Favorisée sous le premier rapport, elle est plus indépendante des étrangers, ses jouissances en sont multipliées, un champ plus vaste s'ouvre à son industrie. Or ces avantages dépendent toujours de la variété qui se trouve, ou dans le terroir du pays, ou dans son profil, ou dans son climat. Plus la nature du *terroir* varie dans un pays, plus le pays est susceptible de cultures différentes, chaque espece de terroir étant préférablement propre à certaines cultures. Il en est de même de la variété du *profil*. Un pays de plaines se prête facilement au labourage; la culture du vin, les bergeries, exigent des côteaux; les richesses métalliques ne se trouvent que dans les montagnes. Un pays dont le profil est varié, réunit toutes ces différentes productions, ou il présente la possibilité de les réunir.

Quant au *climat*, celui-ci ne peut être très-varié que dans un pays qui comprend une latitude géographique très-considérable, ou qui, situé sous un ciel brûlant, a un profil très-varié. La Russie jouit du premier de ces avantages; le Mexique du second. L'un de ces pays s'étend, à travers quarante degrés de latitude septentrionale, depuis la mer glaciale jusqu'aux frontières de la Perse et de l'Arménie; aussi voit-on parmi ses productions le renne et le chameau, le sapin et le mûrier, la mousse d'Islande et la vigne. L'autre, placé sous les tropiques et coupé par de hautes montagnes, réunit pour ainsi dire tous les climats. Sur la pente des Cordillères et dans l'abîme de l'océan qui les environne; les plantes de la Laponie et les animaux marins voisins du pôle trouvent le degré de chaleur nécessaire au développement de leurs organes. Mr. de *Humboldt* n'hésite pas d'affirmer qu'il existe à peine une

plante sur le reste du globe qui ne soit susceptible d'être cultivée dans ce beau pays.

Pour les contrées qui manquent de ces avantages, le climat est d'autant plus favorable à la diversité des cultures qu'il est plus chaud. Quoiqu'il y ait des produits agricoles qui ne réussissent que dans les climats froids, cependant le nombre et l'importance de ceux qui exigent un climat tempéré ou chaud, l'emporte infiniment sur les premiers. D'ailleurs il y a bien plus de produits propres aux climats froids qui peuvent être naturalisés dans les pays chauds, qu'il n'y en a de propres aux climats chauds susceptibles de réussir dans les pays froids.

3°. Enfin, quoiqu'un sol fertile et susceptible d'une grande variété de cultures soit extrêmement favorable à la production, le bienfait de la nature serait toujours incomplet, si le sol ne présentait en même tems une grande facilité pour le transport et conséquemment pour l'échange des marchandises. Il a cet avantage lorsqu'il est coupé en tout sens par des rivières navigables et qu'il touche à la mer. De tous les moyens qui servent au transport des marchandises, la navigation est le plus facile et le moins dispendieux. À l'aide de la navigation, 60,000 pouds de blé descendent le Volga au moyen d'une barque et de 20 bateliers; pour voiturier la même quantité de marchandises, il faut 2000 chariots, trainés par autant de chevaux, et conduits par 500 voituriers. La navigation sur mer offre les mêmes avantages, mais sur une échelle bien plus grande. Si la mer n'ouvrait pas une route facile et peu dispendieuse au transport des marchandises, il n'y aurait presque point de commerce entre les parties éloignées du monde. Quelle sorte de denrées pourrait supporter les frais d'un voyage par terre de Londres à Calcutta, et quelle sûreté y aurait-il à la voiturier à travers les terres de tant de peuples barbares? Cependant ces deux villes font aujourd'hui un très-grand commerce entr'elles.

*En quoi consiste la production immatérielle de la nature, et comment elle est limitée par le climat et le sol.*

De même que la nature fournit spontanément à l'homme des produits matériels, utiles et vendables; elle lui en fournit aussi d'immatériels qui ont les mêmes caractères. Ces produits, ce sont les *facultés*, c'est-à-dire les dispositions physiques, intellectuelles et morales, dont elle le doue. Utiles au suprême degré, elles sont encore vendables par le travail, qu'elles rendent possible et dont la valeur se mesure toujours sur elles; car le prix du travail n'est autre chose que le prix des facultés humaines qui se louent. Enfin, de même que la nature prête son secours à l'homme pour rendre plus utiles et plus recherchés les produits matériels, elle l'aide aussi à perfectionner ses facultés, ce qui les rend pareillement et plus utiles et plus recherchés.

Ainsi, par rapport au produit immatériel d'une nation, la nature est d'autant plus productive, qu'elle favorise davantage *l'accroissement de la population* et le *développement de ses facultés*. Plus la population sera nombreuse, plus il y aura d'individus doués de facultés; et plus leurs facultés seront perfectionnées, plus elles seront utiles et recherchées. Mais sous chacun de ces rapports la production immatérielle de la nature est plus ou moins limitée par sa production matérielle, en ce qu'elle dépend du *climat* et du *sol*.

1°. Du *climat*. L'influence de cette cause sur la *population* ne devient sensible que par l'excès du froid. La nature, soigneuse à prévenir l'extinction des espèces organisées, leur a donné à toutes la faculté, non-seulement de réparer les pertes ordinaires qu'éprouve chaque espèce, mais de reproduire incomparablement plus d'individus que la mortalité n'en détruit. Leur nombre n'est donc pas borné par la possibilité de se multiplier, mais par celle de subsister. Or dans les climats froids les besoins indispensables de

l'homme sont à la fois et plus nombreux et plus difficiles à satisfaire que dans les pays chauds ou tempérés, et il en résulte que dans les premiers la population ne peut jamais s'accroître au même point que dans les autres.

Le perfectionnement des facultés humaines est ce qu'on appelle autrement la *civilisation*. L'influence du climat à cet égard devient également sensible par les extrêmes de la chaleur et du froid. Ces deux causes, quoique contraires entr'elles, produisent le même effet sur l'homme: elles altèrent son organisation physique; et comme ses facultés sont toujours plus ou moins dépendantes de cette organisation, elles en arrêtent aussi le développement.

L'expérience confirme ces observations. Les pays les moins peuplés de notre globe et qui l'ont été de tout tems, ce sont ceux qui avoisinent les deux pôles; les peuples les moins civilisés et qui ne l'ont jamais été davantage, habitent la zone torride et les contrées polaires. Cependant ce n'est que par les *extrêmes* du froid et de la chaleur que cette influence du climat devient décisive; ainsi parmi le grand nombre des causes qui déterminent la population et le développement des nations, le climat tient rarement le premier rang, et très-souvent le dernier. La population de la Hollande, et la civilisation de ce pays et de la Suède, surpassent de beaucoup celles de l'Espagne et du Portugal, non-obstant la supériorité d'avantages dont ces pays jouissent par leur climat, comparativement à ceux-là.

2°. De même que le climat, la *nature du sol* exerce une influence sensible sur la population et le développement de ses habitans. Un sol fertile peut nourrir un peuple plus nombreux. Les rivières navigables, le voisinage de la mer ne facilitent pas seulement l'échange des marchandises, mais encore celui des idées; un pays intérieur, dépourvu de rivières et isolé par des frontières *inaccessibles*, oppose des obstacles presque insurmontables à la civi-

lisation de ses habitans. Telles sont plusieurs contrées de l'Afrique et de l'Asie centrale: aussi peut on présumer que les peuples qui les habitent resteront incultes à l'avenir, comme ils l'ont été jusqu'ici. La Suisse est située au centre de l'Europe civilisée, et elle offre elle-même dans plusieurs de ses cantons le spectacle d'une civilisation tres-avancée: cependant les habitans des hautes alpes sont encore dans l'état primitif de la société, réduits à vivre de la chasse et de leurs troupeaux. L'uniformité même d'un pays de plaines, n'exerce-t-elle pas au moins quelque influence sur les arts de l'imagination? D'où le poete, le peintre de paysage prendraient-ils le type de leurs productions, dans un pays qui ne leur offrirait que des plaines monotones, sans aucun site pittoresque? Les beautés tantôt riantes tantôt sublimes de la nature, que présente un pays dont le profit est agréablement varié, éveillent la sensibilité de l'ame, donnent l'essor à l'imagination, et l'enrichissent d'une foule d'images poétiques.

Vous voyez que l'agroupement des montagnes, l'étendue des plateaux, l'élévation qui en détermine la température, tout enfin ce qui constitue la nature d'un pays, a les rapports les plus essentiels, non-seulement avec la population, mais encore avec la civilisation de ses habitans. Sous ce rapport, de grandes vues géologiques deviennent susceptibles d'intéresser l'homme d'état et le philosophe, tout autant que le naturaliste.

## II. DU TRAVAIL.

### §. 4.

#### *Notion du travail productif; ses ramifications.*

Le travail de l'homme ne saurait produire des choses utiles sans en consommer d'autres pareillement utiles. Il faut que le producteur soit nourri, vêtu, logé; il faut qu'il emploie des connaissances, des talens, des matériaux, des outils etc. Ainsi, dans une société où chacun produit pour les autres et où toutes les cho-

ses utiles ont un prix, le travail ne peut être jugé *productif*, que lorsqu'il rétablit son prix, c'est-à-dire lorsqu'il produit des choses qui peuvent se vendre au même prix que celles qu'il a nécessairement consommées pour produire (1). Il en est à la vérité de même de la nature : celle-ci consomme pareillement, des semences par exemple, pour faire croître des plantes, et des plantes pour faire croître des animaux etc.; mais-la nature ne se règle pas sur les prix; c'est l'affaire de l'homme de la diriger de manière qu'elle produise des gains et non des pertes. Il s'ensuit que le travail seul doit être jugé productif ou stérile pour le revenu national, suivant qu'il remplit la condition indiquée ou qu'il y manque.

En conséquence nous dirons qu'un genre de travail quelconque est productif lorsqu'il rétablit régulièrement le prix de ses consommations nécessaires, bien que cet effet puisse manquer quelquefois. Par exemple, nous compterons le métier d'avocat ou celui d'horloger pour des métiers productifs, puisqu'en général ils rétablissent le prix de ce qu'ils consomment indispensablement, et que, si dans certains cas ils ne le rétablissent pas en entier, dans d'autres, et le plus souvent, ils donnent un profit au-delà (2).

Au reste, si nous soutenons que tout travail quelconque est productif du moment qu'il rétablit son prix, c'est un *prix stipulé de gré à gré* que nous entendons, et non pas un *prix imposé ou dicté par le pouvoir*, à moins que ce dernier ne soit fixé comme le serait l'autre. Cette restriction n'est point arbitraire; elle est fondée dans la nature des choses et dans le bon sens, car un prix que le vendeur peut fixer comme il veut, n'est plus un prix, mais un

---

(1) Voyez le §. 4 du Mémoire précédent, p. 420.

(2) Dans le sens de Smith, le travail productif est celui qui rétablit en *produits matériels* le prix des *choses matérielles* qu'il a nécessairement consommées. C'est que Smith ne voyait d'autres produits vendables et susceptibles d'accumulation que ceux-là. Comme nous avons déjà montré l'erreur de cette opinion, nous n'y reviendrons plus.

tribut. Ainsi le travail que le gouvernement fournit à ses sujets n'est réellement productif, que lorsque son prix se trouve rétabli par des impôts librement consentis, ou dont on peut raisonnablement supposer qu'ils le seraient, si la nation était appelée à concourir à leur fixation.

Les travaux productifs se rangent d'abord sous deux grandes divisions : ceux qui rétablissent leur prix en produits matériels, et ceux qui le rétablissent en produits immatériels. Les premiers sont compris sous le nom d'*industrie*, les autres sous celui de *services*.

L'*industrie* se subdivise en trois branches principales, l'*agriculture*, les *manufactures* et le *commerce*. Sous le point de vue de l'économie publique, les travaux des artistes et des savans sont compris dans l'industrie manufacturière toutes les fois qu'ils fournissent des produits matériels, par exemple des tableaux, des statues, des livres. Le goût et les lumières que ces objets répandent ne sont point le fruit de services, et leur prix se trouve compris dans celui de ces objets matériels.

Les *services* peuvent se ranger sous sept espèces, suivant les valeurs immatérielles qui sont l'objet de leur production et sur lesquelles se fonde leur demande :

1°. *Santé*. Services des médecins, des garde-malades, des nourrices, des bonnes etc.

2°. *Dextérité*. Services des maîtres qui enseignent les procédés mécaniques d'un art quelconque.

3°. *Goût*. Services des artistes qui pratiquent les beaux-arts dont le produit n'est pas matériel, comme la musique, la danse, l'art du comédien etc.

4°. *Lumières*. Services des professeurs et des maîtres qui enseignent les sciences et les principes des arts.

5°. *Mœurs et sentimens religieux.* Services des ministres du culte et des personnes qui se chargent de l'éducation de la jeunesse.

6°. *Sécurité.* Services des fonctionnaires du gouvernement, tant militaires que civils.

7°. *Loisir.* Services publics et privés des domestiques de toute espèce (3).

Toute entreprise productive exige des avances. Cette circonstance fait naître une différence essentielle parmi les travailleurs, celle des *entrepreneurs* et des *ouvriers*. L'entrepreneur avance le capital, dirige l'entreprise, en retire le profit ou en supporte les pertes; les ouvriers lui louent leur travail, et ne partagent ni ses gains ni ses risques.

Par rapport à la grandeur des entreprises, on peut en distinguer quatre espèces différentes:

1°. Celles qu'un capitaliste fait seul et sans ouvriers. Telles sont les entreprises d'une foule de petits propriétaires, fermiers, maîtres-artisans et marchands; telles sont encore celles des médecins, avocats, précepteurs etc. qui vivent de pratiques. Lorsque ces travailleurs se mettent au service du gouvernement ou à celui d'autres particuliers, et qu'ils reçoivent des salaires fixes, ils cessent d'être entrepreneurs.

2°. Celles qu'un capitaliste fait avec le secours d'ouvriers; un cultivateur par exemple avec ses laboureurs, un artisan avec ses compagnons et apprentis, un marchand avec ses commis, un aubergiste avec ses garçons et servantes, un maître de poste avec ses postillons, un notaire avec ses écrivains, un chef de pension avec

---

(3) Les services *publics* de ce genre comprennent ceux des employés inférieurs de l'administration, tels que les écrivains, les huissiers, les archers, les postillons, les gens qui entretiennent la propreté dans les rues, qui les éclairent etc. Ces ouvriers sont pour le public ce que les domestiques sont pour les ménages privés.

ses maîtres et gouverneurs, un directeur de théâtre avec ses acteurs et musiciens etc.

3°. Celles où plusieurs capitalistes se cotisent pour en fournir les avances, parcequ'elles excèdent les moyens de chacun d'eux. Telles sont les compagnies de commerce, et en général toutes les entreprises dont le capital est rassemblé par actions.

4°. Enfin, sous le rapport des finances, le gouvernement lui-même, quoique son but ne soit pas de faire du profit, peut être regardé comme la plus vaste des entreprises, comme une entreprise nationale, dans laquelle tous les contribuables se cotisent pour fournir chaque année les avances qu'elle exige.

Tout travail est ou *mécanique*, ou *intellectuel*, ou l'un et l'autre ensemble. Comme le second est plus susceptible de se perfectionner que le premier, il convient d'observer que l'industrie comprend une foule de travaux intellectuels, et que les services en comprennent pareillement une foule de mécaniques. L'industrie d'un négociant, d'un banquier, celle d'un peintre, d'un auteur, sont presque entièrement des travaux intellectuels; au contraire, les services des écrivains dans les bureaux, ceux des simples soldats, des domestiques, sont pour la plupart des travaux mécaniques. Dans les deux genres en général, les travaux des entrepreneurs et des directeurs du travail appartiennent toujours plus ou moins à la première espèce; ceux des ouvriers et des travailleurs subordonnés, à la seconde.

§. 5.

*Le travail est la source de production la plus féconde.*

Bien que la nature soit la source primitive de tout revenu, celui d'un peuple ne peut jamais s'accroître que par son travail. Dans la production matérielle, quels que soient les avantages que présentent le sol et le climat d'un pays, ses produits spontanés

restent toujours les mêmes, tant pour la quantité que pour la qualité, si le travail ne les augmente et ne les améliore. Il en est de même dans la production immatérielle : les facultés naturelles les plus éminentes de l'homme ne sont que des dispositions ; c'est le travail qui les perfectionne et qui les rend utiles.

Remarquons encore que, le travail étant une peine, ce serait se donner de la peine inutilement que de travailler sans produire des valeurs ; d'où il suit que le travail est bien plus régulièrement productif que la nature. Celle-ci crée une infinité d'objets matériels et de dispositions morales qui ne sont d'aucune utilité pour l'homme ou dont il ne reconnaît point l'utilité ; elle en crée même qui lui sont nuisibles. Le travail, au contraire, a toujours l'intention de créer des choses utiles, et il s'ensuit qu'il en crée comparativement davantage.

De ce que le travail est le principal agent de la production, il résulte qu'on ne peut guère assigner des bornes à la richesse que l'espèce humaine peut acquérir. Si la production dépendait finalement de l'étendue et de la fertilité du sol, ou des dispositions naturelles des hommes, elle aurait des limites fixes et invariables ; mais comme c'est en dernière analyse du travail qu'elle dépend, il est clair qu'elle n'a d'autres bornes que celles presque indéfinies du développement que les facultés humaines peuvent atteindre.

Sans doute que de deux peuples également actifs et laborieux, celui qui possède le territoire le plus fertile et les dispositions les plus heureuses, sera aussi le plus riche ; de même que de deux peuples également partagés sous ce rapport, le plus actif et le plus laborieux l'emportera en richesse. Mais l'égalité de ces effets n'est qu'apparente. Dans la première supposition, la distance entre la richesse des deux peuples ne saurait jamais être très-considérable, tandis que dans la seconde elle peut être immense. On a vu des peuples parvenir par leur travail à la plus grande

opulence, bien que situés sur le sol le plus misérable et médiocrement doués de dispositions naturelles; mais il n'y a pas d'exemple qu'un peuple se soit enrichi sans une grande activité, quelque beau et fertile que fût son domaine et quelque éminentes que fussent ses facultés naturelles. Vous voyez qu'il est de la plus haute importance de rechercher les causes générales qui déterminent la quantité et la qualité du travail, c'est-à-dire qui tendent à l'accroître et à le perfectionner. C'est l'objet dont nous allons nous occuper.

### §. 6.

#### *Causes qui tendent à l'accroissement du travail.*

S'il existe en économie publique un principe fondé sur l'universalité et l'évidence des faits, c'est bien celui que le travail d'un peuple est toujours en raison de ses besoins et de ses désirs; car le travail est une peine, et jamais les hommes ne s'y soumettent que pour éviter une souffrance ou pour se procurer un plaisir.

Heureusement l'homme est constitué de manière à sentir toujours des besoins. Sa nature lui en donne d'absolus qu'il ne peut jamais éviter; et quand ceux-ci sont satisfaits, le désir d'améliorer son sort, qui lui est également naturel, le porte à s'en créer d'autres, moins indispensables à la vérité, mais toujours suffisans pour stimuler son activité. Vous voyez que les besoins et les désirs sont au monde moral ce que la loi de la gravitation est au monde physique, le grand ressort qui lui imprime le mouvement. Comme les besoins absolus sont peu nombreux, si l'homme ne s'en créait pas d'autres, son activité n'irait guère plus loin que celle des animaux qui sont bornés à ces besoins. Mais poussé toujours en avant par le désir d'améliorer son sort, il ne cesse d'imaginer de nouveaux besoins, à mesure que les premiers sont satisfaits, et c'est ainsi qu'il conserve encore des motifs de travailler au milieu du plus grand superflu. À peine a-t-il pourvu aux premières nécessités de la vie, qu'il convoite déjà des jouissances. Il ne lui suffit pas d'exister; il veut exister agréablement; ainsi chaque be-

soin naturel en fait naître une foule de factices. Les besoins physiques du plus riche sybarite se réduisent, comme ceux du plus pauvre mendiant, à être nourri, vêtu, logé; mais ce qui est un seul besoin pour ce dernier, en constitue mille pour l'autre. Or quand on réfléchit que l'homme est un être physique, intellectuel et moral, qu'il a des besoins absolus sous tous ces rapports, et que chacun de ces besoins en engendre une foule des factices, on conviendra qu'il est impossible de calculer à quel point ses besoins et ses désirs peuvent se multiplier.

Observons cependant que la multiplication des besoins peut être entravée par différentes causes, dont l'*insécurité* et l'*isolement* sont les plus décisives. Elles le sont au point que leur absence seule doit être comptée parmi les causes les plus favorables à la multiplication des besoins. Sans doute, quelque grande que soit la sécurité dont un peuple jouisse et quelque nombreuses que soient ses relations avec d'autres peuples, on y verra toujours des individus préférer la misère et l'oisiveté à toutes les jouissances qu'ils pourraient se procurer par le travail; mais supposer qu'avec ces avantages un peuple entier puisse rester insensible au désir d'améliorer son sort, ce serait contredire l'expérience. L'histoire nous présente plusieurs nations, tels que les anciens Égyptiens, les Chinois, les Japonnais etc., chez lesquels les besoins et le travail se sont accrus en dépit de leur isolement et du peu de sûreté dont ils jouissaient; mais elle ne nous montre aucun exemple d'un peuple qui, avec une administration tolérable et quelque peu de relations commerciales, fût resté dans la torpeur et dans l'inertie.

Personne ne conteste que les nations de l'Europe ne soient devenues beaucoup plus actives et plus laborieuses depuis la découverte de l'Amérique et celle d'un passage direct aux Indes; or cet heureux changement dans leurs habitudes est dû en grande partie à ces mêmes découvertes. Les produits utiles ou agréables que

fournissent ces contrées, présentaient dès -lors autant de nouvelles jouissances aux Européens, et excitaient en eux autant de nouveaux besoins. Ces produits ne pouvaient s'acheter qu'avec ceux de l'Europe; ainsi le seul moyen de se procurer les uns, c'était de multiplier les autres. L'impulsion une fois donnée à l'activité des Européens, elle se communiqua facilement à toutes les ramifications du travail; et si d'abord les produits de l'autre hémisphère avaient fait naître quelques nouveaux besoins, bientôt les produits de l'Europe en firent naître infiniment davantage. De là cet accroissement prodigieux de travail que nous voyons se déployer dès le seizième siècle. La seule cause coopérante qu'on puisse assigner à ce changement remarquable, c'est la sécurité mieux garantie depuis la chute du système féodal. Ainsi, augmentation de sécurité, extension du commerce: voilà ce qui a multiplié les besoins des Européens et vivifié par suite leur activité.

Les heureux effets que l'Europe occidentale a retirés de la découverte de l'Amérique, la Russie les doit à l'acquisition de ses côtes sur les mers d'Europe. Ces acquisitions, en multipliant les relations commerciales du peuple russe, lui ont donné une infinité de nouveaux besoins, ce qui, joint aux progrès de la sécurité, fruits d'une administration plus éclairée, a eu l'effet de rendre ce peuple beaucoup plus actif et plus laborieux. Pour s'en convaincre, il suffit de comparer les registres de ses importations avant et depuis le règne de *Pierre I.* Si aujourd'hui la Russie est en état de consommer dix fois plus de marchandises étrangères qu'avant cette époque, il est évident qu'elle crée maintenant dix fois plus de produits nationaux pour payer les premières, et qu'en conséquence son travail s'est grandement accru, quoiqu'il ne se soit pas accru tout-à-fait dans la même proportion; car une partie de sa production actuelle doit être mise sur le compte de l'agrandissement de l'Empire et de l'accroissement de sa population.

Au reste, que les jouissances soient matérielles ou immatérielles, leur multiplication a toujours le même effet. Des écoles s'établissent, et l'on veut y envoyer ses enfans; des médecins, des avocats se présentent, et l'on trouve qu'on ne peut pas s'en passer; des théâtres s'ouvrent, des concerts se donnent, et l'on prend plaisir à s'y rendre. Or comme tous ces services veulent être payés, on redouble d'activité et d'efforts pour pouvoir les acheter. Et remarquez bien que l'effet est encore le même quand c'est le gouvernement qui fournit les jouissances immatérielles, quoique dans ce cas la demande n'en soit pas toujours faite par les consommateurs. C'est une grande erreur de regarder les charges publiques en général comme un découragement pour l'activité des peuples; bien au contraire, lorsqu'elles se trouvent réellement compensées par l'utilité des services qu'elles payent, loin de décourager le travail, elles lui servent d'aiguillon. Pour prouver ce principe, il suffit d'observer que les peuples les mieux administrés sont aussi les plus actifs et les plus riches, même lorsqu'ils payent des charges beaucoup plus fortes que les autres. Si les impôts décourageaient nécessairement le travail, les nations les plus imposées devraient être les plus indolentes et les plus pauvres, même avec la meilleure administration.

### §. 7.

#### *Causes qui tendent au perfectionnement du travail.*

De même que le travail d'un peuple peut s'accroître, il peut encore se perfectionner, c'est-à-dire que la même quantité de travail peut fournir, et plus de produit et un produit plus parfait. La source principale de ce perfectionnement, c'est la *division du travail*, lorsque ses différentes branches se séparent et que chacune d'elles devient l'occupation exclusive de ceux qui s'y vouent. Le travail se divise, par exemple, quand les cultivateurs se séparent des artisans; il se subdivise, quand les artisans se séparent en plu-

siens métiers distincts; et il se subdivise de nouveau, quand les différentes opérations d'un même métier deviennent la tâche d'autant d'ouvriers différens. C'est ainsi que les aiguilles à coudre passent successivement par les mains de quatre-vingts ouvriers, dont chacun fait constamment la même besogne.

C'est surtout dans les occupations mécaniques dont le produit est matériel, que les effets de la division du travail deviennent palpables. Les faits curieux que Smith a recueillis sur cet objet, prouvent à quel point étonnant les facultés productives du travail en sont augmentées (\*). Cet effet cesse d'être merveilleux, quand on considère que la division du travail procure aux ouvriers ces deux grands avantages, de les rendre beaucoup plus habiles et de leur épargner beaucoup de tems. Comment la dextérité d'un ouvrier ne serait-elle pas accrue, lorsqu'il se borne à n'exécuter qu'une seule opération très-simple, et à n'exécuter toute sa vie que celle-là? Comment n'épargnerait-il pas beaucoup de tems, puisqu'il n'a presque jamais besoin de passer d'une besogne à une autre, et qu'il change rarement de lieu, de position, ou d'outils?

Outre ces avantages immédiats, la division du travail mécanique en procure encore d'autres de la plus haute importance. Des ouvriers dont l'attention est constamment et exclusivement dirigée sur une seule opération, doivent naturellement trouver les moyens de s'en acquitter de la manière la plus aisée pour eux; ils doivent être conduits à l'invention d'instrumens, de machines, en un mot d'outils, qui facilitent et abrègent leur travail, ou qui le rendent tout-à-fait superflu.

---

(\*) Un forgeron qui n'a jamais fait des clous, vient difficilement à bout d'en faire 200 dans la journée; un forgeron-cloutier en fait 2300, et ceux qu'il fait valent mieux. Un épinglier qui travaille seul, a de la peine à fournir 20 épingles dans la journée; dix ouvriers qui se partagent les différentes opérations de ce métier, en fournissent 48,000 dans un jour.

Ainsi, à mesure que le travail mécanique d'une nation se divise et se subdivise, ses ouvriers acquièrent plus de dextérité, leurs travaux leur coûtent moins de tems, ils sont assistés par des outils plus convenables, et nous pouvons ajouter qu'ils sont dirigés par des entrepreneurs plus habiles : circonstances qui toutes concourent à augmenter le produit matériel. Une nation chez laquelle la division de ce travail n'a encore fait que peu de progrès, se trouve privée de tous ces avantages, même en grande partie de celui qui résulte de l'invention des outils. Il est vrai que ceux-ci, une fois qu'ils sont inventés, ne tardent pas à être généralement connus, de sorte que tous les pays peuvent se les approprier; mais la plupart des outils les plus perfectionnés ne servent qu'à faciliter ou remplacer un travail extrêmement divisé, et conséquemment ils ne peuvent être utiles que là où cette division se trouve déjà introduite. Voilà par exemple la raison pourquoi nos artisans russes répugnent ordinairement d'employer les outils perfectionnés qui se trouvent à leur portée. Obligés sans cesse d'exécuter plusieurs travaux différens, les outils les plus simples conviennent le mieux à leurs besoins, puisqu'ils peuvent les employer à différens usages, tandis que les instrumens perfectionnés ne servent qu'à exécuter une seule opération, pour la plupart très-simple.

Les travaux intellectuels ne sont pas moins susceptibles de se diviser que les autres, et lorsqu'ils se divisent, cette circonstance tend pareillement à les perfectionner. Les troupes réglées savent mieux défendre le pays que les milices qui sont à la fois laboureurs et soldats; un savant qui se voue principalement à l'étude d'une seule science, y fait plus de progrès et la cultive avec plus de succès qu'un autre qui se livre à plusieurs études à la fois. De même la division du travail intellectuel conduit nécessairement à l'invention des moyens qui peuvent en faciliter l'exercice : les méthodes, les outils, s'il en faut, se perfectionnent, et le produit en est augmenté ainsi qu'amélioré. Depuis que les sciences et les arts

se sont divisés et sousdivisés, les livres, les instrumens et les procédés scientifiques se sont multipliés autant que perfectionnés, et il en est évidemment résulté une plus grande masse de produits immatériels de toute espèce.

Cependant quelqu'utile que soit l'influence de cette cause, elle est loin d'être aussi décisive pour le travail intellectuel que pour l'autre. Sans doute, si les arts et les sciences ne s'étaient divisés au point où ils le sont, ils n'auraient jamais atteint le degré de perfection où nous les voyons; mais une fois qu'ils se sont perfectionnés, leur étude et leur application n'exigent plus une séparation aussi rigoureuse que celles des arts mécaniques. Il est impossible d'être à la fois bon forgeron et bon tisserand, mais on peut être très-habile à exercer plusieurs travaux intellectuels, bien que fort peu analogues. Michel - Ange excite également notre admiration comme architecte et comme peintre; Cicéron était également distingué comme philosophe et comme magistrat; Xénophon, César, Frédéric II. ont brillé comme guerriers et comme écrivains; Mendelsohn a cultivé avec un égal succès le négoce et la philosophie; Necker s'est fait une réputation comme banquier, comme littérateur et comme homme d'état. Ces exemples ne sont des exceptions à la règle que pour la grandeur des talens; à un degré moins éminent ils sont dans l'ordre le plus commun des choses. On peut même établir comme principe, qu'il est impossible de bien réussir dans un genre de travail intellectuel sans en avoir exercé plusieurs autres; car les facultés intellectuelles de l'homme ne se développent jamais isolément, comme ses facultés physiques. Un ouvrier de fabrique s'acquitte d'autant mieux de sa besogne qu'elle est plus simplifiée: c'est qu'il n'a besoin que de dextérité. Mais un artiste, un savant, un militaire, un magistrat, ne peut exceller dans sa profession sans posséder une foule de connaissances qui ne tiennent pas immédiatement à son métier; d'ailleurs il a besoin de beaucoup de jugement, et le jugement ne se perfectionne qu'en s'exerçant sur un grand nombre d'objets de nature diverse.

Le principe qui donne lieu à la division du travail, semble ne pouvoir être cherché que dans l'individualité des hommes et des contrées qu'ils habitent. Les dispositions naturelles des hommes varient d'un individu à l'autre ; or chacun préfère de se vouer à l'occupation pour laquelle il se sent de l'aptitude et du goût ; d'ailleurs son intérêt lui conseille de se borner à celle-là, puisqu'il réussit moins bien dans les autres. Ajoutez à cela l'influence que le sol et ses produits spontanés exercent sur le travail humain. Ici la terre est propre à la culture du blé : c'est un motif pour les habitans de se faire laboureurs ; là elle présente de bons pâturages : ils préfèrent de nourrir des troupeaux. Placés sur le bord de la mer, ils deviendront pêcheurs et marins ; environnés de forêts, ils s'occuperont de la chasse. Les premiers arts ne peuvent naître que là où se trouvent les matériaux nécessaires à leur exercice : ainsi dans un canton qui produit du lin ou de la laine, on devient tisserand ; dans la proximité des mines, on se fait forgeron etc.

Vous voyez que la division du travail s'établit naturellement, partout où les hommes sont libres de choisir les occupations qui conviennent à leurs dispositions, comme aux circonstances où ils se trouvent. Les mêmes causes qui donnent lieu à la division du travail, font aussi naître les échanges, et dès-lors ces deux effets se secondent mutuellement ; car plus la division fait de progrès, plus les échanges se multiplient ; et plus les échanges sont communs, plus il est possible à chaque individu de se borner exclusivement à une seule occupation.

Les bornes que rencontre la division du travail, se trouvent varier suivant la nature des travaux, et suivant l'étendue du marché qu'ont leurs produits (5).

---

(5) Le *marché* d'un produit s'étend à tous les lieux où il est en demande, où il trouve des consommateurs prêts à payer le prix qu'il coûte rendu chez eux.

1°. *Suivant la nature des travaux.* Tous les travaux ne sont pas également susceptibles de se diviser : l'agriculture, par exemple, l'est moins que les manufactures. Dans la première, les ouvriers ne peuvent pas être constamment employés à la même occupation, ni les terres à la même culture. Nous venons d'observer que la plupart des travaux intellectuels ne sauraient être exercés avec succès qu'autant qu'ils sont réunis à d'autres; ainsi, dans la supposition même que leur division ultérieure fût possible, elle ne serait plus utile. Un savant qui ne voudrait étudier que la philosophie, serait assurément un très-mauvais philosophe; il en serait un plus mauvais encore, s'il se bornait à n'étudier que la métaphysique, à l'exclusion des autres branches de la philosophie.

2°. *Suivant l'étendue du marché.* Dix ouvriers qui se partagent la fabrication des épingles, peuvent en fabriquer 48,000 dans un jour; mais s'ils ne peuvent pas débiter un jour dans l'autre ce même nombre d'épingles, la fabrication de cet objet ne se divisera pas à ce point.

De ce que la division des travaux est limitée par le débit des produits, il résulte que les travaux dont les produits sont nécessairement consommés sur les lieux, ne peuvent se diviser que là où il se fait une grande consommation de leurs produits. Les artisans et les marchands des petites villes sont presque toujours dans la nécessité d'exercer plusieurs travaux de ceux qui ont quelque rapport avec leur métier. Là un charpentier se mêle de toute espèce d'ouvrage en bois; le serrurier se charge de tout ce qui se fait en fer; l'épicier est en même tems marchand de merceries, marchand de papier, cabaretier peut-être. Dans les grandes villes, au contraire, non-seulement ces métiers sont entièrement séparés, mais pour la plupart ils se subdivisent encore davantage.

La plupart des travaux intellectuels ne se divisent que lorsqu'ils sont en demande comme services. Par exemple, qui voudrait étudier la médecine, le droit, uniquement pour soigner sa santé,

pour suivre ses procès? Ainsi l'étude de ces sciences ne se sépare des autres études, que lorsque la demande de médecins, de juges ou d'avocats devient assez grande pour qu'il vaille la peine de se vouer exclusivement à ces professions. Or comme le marché des services est pour la plupart confiné aux lieux où ils s'exercent, il s'ensuit que les travaux intellectuels qui se font comme services, ne peuvent se diviser que dans les endroits où il y a grande demande de pareils travaux. Par exemple, dans les villes populeuses, un médecin peut se borner à n'exercer qu'une seule partie de son art; dans les universités, un professeur peut se borner à n'enseigner qu'une seule branche de sa science. Là où la demande de ces services est moins grande, le médecin est souvent dans le cas de faire le chirurgien, l'accoucheur, le dentiste, l'apothicaire même; l'instituteur est obligé de se vouer à l'enseignement de toutes les choses qui entrent communément dans l'éducation de la jeunesse, et s'il exerce son métier dans une seule famille à la campagne, il se verra peut-être contraint de faire même le maître de musique et de danse. Aussi dans les grandes villes aura-t-on des médecins plus habiles, et dans les universités des instituteurs plus savans.

Quant aux travaux intellectuels qui fournissent des produits matériels, ils peuvent se diviser bien plus aisément, parce que le marché de ces produits est rarement borné aux lieux où on les crée. Un savant qui publie des livres, un artiste qui fournit des compositions de musique, des tableaux, des statues, peut se borner à une seule partie de sa science ou de son art, fût-il même confiné dans le plus petit village, car ses ouvrages peuvent se vendre partout. Il est donc plus aisé aux savans qui sont écrivains qu'à ceux qui sont professeurs, de se vouer exclusivement à la culture d'une seule branche de connaissances; et comme l'invention de l'imprimerie a singulièrement contribué à étendre le débit des livres, il s'ensuit qu'elle a encore grandement contribué au perfectionnement des sciences, en ce qu'elle a favorisé leur division.

Enfin, comme la division des travaux est limitée par le débit des produits, il s'ensuit encore qu'elle ne peut jamais être portée très-loin dans la production des objets qui, par leur haut prix, ne sont qu'à la portée d'un petit nombre de consommateurs, tandis qu'elle peut être poussée au suprême degré dans la production des denrées qui sont à l'usage de tout le monde, pourvu que la nature des travaux ne s'y oppose pas. La division de travail qui a lieu dans la bijouterie se réduit à peu de chose; mais elle est portée extrêmement loin dans la coutellerie.

Un travail qui ne peut pas se diviser, faute de débit pour son produit, devient susceptible de division lorsque le débit augmente. Cependant, si le produit est matériel et qu'il doit être envoyé loin pour trouver son débit, les frais de transport en élèvent le prix. Ainsi, plus ces frais sont modiques, plus le marché des produits matériels s'agrandit, ce qui à son tour facilite la division du travail qui crée ces produits.

Nous avons vu que la navigation est beaucoup moins dispendieuse que le transport par terre; ainsi elle est aussi beaucoup plus favorable à la division du travail. Cette observation explique pourquoi les premiers progrès de la richesse se montrent toujours sur les côtes de la mer et le long des rivières navigables, et pourquoi les pays éloignés de la mer et dénués de navigation intérieure restent souvent dans la pauvreté. Les premières nations industrieuses et civilisées dont ils soit fait mention dans l'histoire, les Égyptiens, les Phéniciens, les Carthaginois, habitaient les côtes de la mer méditerranée; il paraît encore que les progrès de la richesse datent de la plus haute antiquité dans le Bengale et dans quelques provinces orientales de la Chine. Tous ces pays sont arrosés par de grands fleuves et coupés par des golfes qui se prolongent jusque bien avant dans les terres. L'intérieur de l'Afrique, au contraire, est dépourvu de ces avantages; aussi semble-t-il de tout tems avoir été pauvre comme nous le voyons aujourd'hui.

Après avoir montré les avantages de la division du travail, il importe de ne pas taire les inconvéniens qui l'accompagnent. Il est certain qu'un homme qui ne fait pendant toute sa vie qu'un même travail, devient moins capable d'en exercer tout autre; si c'est un travail mécanique et très-simple qu'il fait, ses facultés les plus nobles s'éteignent, et il en résulte une dégradation dans l'homme considéré individuellement. - Avec cela, quand la division est poussée aussi loin qu'on la porte souvent dans les manufactures, elle rend plus précaire et plus dure la condition des ouvriers. C'est un triste sort de n'être employé qu'à faire la dixième partie d'une épingle. L'ouvrier qui porte dans son bras tout un métier, peut aller partout exercer son industrie; l'autre n'est qu'un accessoire qui, séparé de ses compagnons d'ouvrage, n'a plus ni capacité ni indépendance, et qui se trouve forcé d'accepter la loi que l'entrepreneur juge à propos de lui imposer.



IV.

S E C T I O N

D'HISTOIRE ET DE PHILOGIE.

---

VI

INDEX

CONTENTS

---

---

# VARIAE INSCRIPTIONES ARABICAE

A

C. M. FRAEHN

VEL PRIMO EXPLANATAE VEL NOVIS POST ALIOS CURIS TRACTATAE

---

in Consessu Acad. d. xv. Mart. a. MDCCCXX habito.

---

URAS - MUHAMMEDIS CHANI KASIMOWIENSIS,  
QUAE IN ACADEMIAE IMP. SCIENT. MUSEO ASIATICO ASSERVATUR,

THECA KORANICA (¹)

INTERPRETATIONE ILLUSTRATA.

**T**heca argentea dodrantis admodum pondo (²), cujus magnitudinem et figuram, quae parallelepipedum refert, Tabula XIII. sistit. Areolae titulos Arabicos continentes inauratae sunt unâ cum ipsis litteris. Reliqua thecae superficies ornamentis Arabicis, quae vulgo dicuntur, praedita, et infuscata. Quod in supremo operculo palâ inclusum argenteâ cernitur sigillum (T. XIII. N° 17) ex lapide lazuli est. In ejusdem operculi parte anteriore quae conspicitur gemma (N° 18), chrysoprasus est, rudi Minervâ politus. In supremo operculo duo foramina sunt, item unum in imo thecae. Etiam utrumque thecae latus, dextrum et sinistrum, prope operculum perforatum est.

---

(¹) Ex notulâ aliquâ, quam in MSpto *Kehriano*, inscripto: *Regulae hermeneuticae in versionibus realibus s. sensualibus textuum Orientalium observandae*, et in Archivo caussar. imp. exter. Mosquensi asservato, deprehendi, perspectum habeo, hanc pyxidem olim Comitis *de Bruce* fuisse et ex ejus Museo ad Academ. Scient. transiisse, (anno scil. 1736. v. *Bacmeister Versuch über die Bibliothek* &c. p. 98.)

(²) 71 золотниковъ.

Inscriptiones, quae per omnia sex latera diffusae, hoc ordine disponendae atque hoc legendae sunt modo.

1

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ

2

الرَّحِيمِ سَنَةٌ

3

اللَّهُ لَا إِلَهَ إِلَّا هُوَ الْحَيُّ الْقَيُّومُ لَا تَأْخُذُهُ سَنَةٌ

4

[سَنَةٌ] وَلَا نَوْمٌ لَهُ مَا فِي السَّمَاوَاتِ

5

وَمَا فِي الْأَرْضِ مَنْ ذِي الْأَيْدِي

6

يَشْفَعُ عِنْدَهُ إِلَّا بِإِذْنِهِ يَعْلَمُ مَا

7

بَيْنَ أَيْدِيهِمْ وَمَا خَلْفَهُمْ وَ

8

لَا يُحِيطُونَ بِشَيْءٍ مِنْ عِلْمِهِ إِلَّا بِمَا شَاءَ وَسِعَ كُرْسِيُّهُ

السَّمَاوَاتِ وَالْأَرْضَ

9

وَلَا يَئُودُهُ حِفْظُهُمَا وَهُوَ الْعَلِيُّ الْعَظِيمُ يَا اللَّهُ يَا مُحَمَّدٌ يَا عَلِيٌّ

10

بِسْمِ اللّٰهِ الرَّحْمٰنِ

11

الرّحيمِ نادِ عليّاً

12

مظهر العجائب تجده عو(ناً) لك

13

في النوائب كلِّ همٍّ وغمٍّ سينجلي

14

بنبوتك يا محمد بولابتك

15

يا عليّ يا عليّ برحمتك يا ارحم الراحمين

16

اوروس خان

ولد قويروچوق خان ۲

ولد براق خان ولد جانی

بيک خان ولد يادیک خان

ولد شغلی (شيفای؟) خان ولد

اوندان سلطان و

لد اوراز محمد خان

17

1

In supremo operculo:

*In nomine Dei miseratoris*2

ibid.

*misericordis. Anno 1021 (\*)*3

in latere sinistro thecae:

*Deus (Allah), non est deus praeter ipsum, semper vivum et per se subsistentem; ei nec somnus obrepit*4

in latere inferiore:

*[somnus] nec sopor. Ejus est, quidquid in coelis*5

ibid.

*et quidquid in terrâ exstat. Quis est, qui*6

in latere dextro:

*apud eum, nisi ipso annuente, intercedat? Novit quaecunque*7

in operculi anterioris Areolâ oblongâ:

*coram iis sunt et quae post eos (\*); et*

(\*) Scil. Hedschrae, seu anno p. C. n. 1612.

(\*) i. e. et praesentia et praeterita cum futura.

in thecae latere anteriore :

*eorum, quae ipse novit, nihil, nisi quod vult, mente comprehendunt. Thronus ejus coelos terramque late capit;*

in thecae latere posteriore circa medii circuli inscriptionem :

*nec utriusque gerenda cura ipsum procurvat. Estque celsus et magnus. O Allah! o Muhammed! o Aly!*

in operculi anterioris circulo dextro :

*In nomine Dei miseratoris*

in opere. anter. circulo sinistro :

*misericordis! Inclama Alyum,*

in thecae lateris posterioris circulo dextro summo :

*illum, in quo mirabilissima quaeque sese manifestarunt: experieris eum tibi adiutorem*

ib. in circulo sinistro superiore :

*in vicissitudinibus calamitosis. Omnis angor et moeror discutietur*

ib. in circ. dext. infer.

*per prophetiam tuam* <sup>(5)</sup>, *o Muhammed! per Welajatum tuum* <sup>(6)</sup>,

(<sup>5</sup>) i. e. eo quod propheta Dei es, o M.

(<sup>6</sup>) i. e. eo quod *Wely* s. amicus aut vicarius Dei es, o 'Aly.

ib. in circ. sin. inf.

*o 'Alj! o 'Alj! per misericordiam tuam, o omnium summe miseriors!*

ib. in medio circulo eo, cujus marginem quae ambiunt sub N° 9 dedimus:

*Urus - Chan*

*genuit Küürutschük - Chanum,*

(hic) *genuit Barak - Chanum,* (hjc) *genuit Dschani -*

*Bek - Chanum,* (hic) *genuit Jadik - Chanum,*

(hic) *genuit Schifai - Chanum,* (hic) *genuit*

*Aündan - Sultanum,* (hic) *ge-*

*nuit Uras - Muhammed - Chanum.*

Sigillum in supremo operculo, litteris retrorsum spectantibus,

cujus titulum etsi non sit quod imperspicuum dicas, uno quidem loco paullulum laesum, mihi tamen *nunc quidem* non contigit, ex dispersis ejus vocabulorum litteris sensum eruere idoneum. Tempore docebor, nunc intermissa supplere.

Hae sunt, quae hac in capsulâ leguntur, inscriptiones ad unam omnes Arabicae, et pleraeque scripturâ *Sülüs-dscherisi* dictâ, distinctiore illâ quidem in Koranicis, exaratae. Numeris 3, 4, 5, 6, 7, 8 et 9 quae continentur, si a N. postremi vocabulis sex extremis recesseris, e Surâ II, v. 256 desumta sunt et in Talismanis passim occurrunt, quibus itaque immorari nihil attinet. Non notabò nisi vocabulum سنة (*somnus*) in N°. 4 a sculptoris incuriâ male repetitum, item من ذى in N°. 5 pro ذا من perperam positum.

Quae in N. 10, 11, 12, 13, 14 & 15 leguntur, rudiore illa caractere exarata, potissimum ad 'Alji implorati virtutem prae-

dicendam spectant, cujus ejusdem brevis imploratio etiam in extremo N<sup>o</sup>. 9prehenditur. In illis haec sunt, quae notanda videntur.

N<sup>o</sup>. 12 negligentia sculptoris pro عونا exaratum censeo; quamquam, absque Tanwino (±) foret, عونك pro عولك legendum dixerim. Porro N<sup>o</sup>. 14 يا محمد scriptum pro يا محمد, extremam scilicet litteram d, ut passim in numis Tataricis, globulo • auctam, atque hoc ipsum يا محمد, quod τω بنوتك subjungendum erat, haud scio an ob circuli rationem postpositum τω بولابتك, quod ad Alyum pertinet. Postremo moneo, vocabula برهتك يا ارمم الراحين (N<sup>o</sup>. 15) dubitanter a me posita esse. Sunt omnino obscuriora — a spatii angustia, ut videtur — neque tamen aptius quid suppetit. Id quoque monendum, ordinem in his turbatum videri. Nam ut supra legimus: يا الله يا محمد يا على, nec non in numis: لا اله الا الله محمد رسول الله على ولي الله, sic etiam hic Deum Muhammed, Muhammedem autem Aly excipere et hic quidem ordo servari debuisse videtur: برهتك يا ارمم الراحين بنوتك يا محمد بولابتك يا على يا على.

Postrema برهتك يا ارمم الراحين ut dubitationem aliquam habere dixi, ita quidquid hujus inelamationis antecedit alio modo legi posse nego. Fuere tamen, qui hanc ipsam precatiunculam, in aliis videlicet etiam monumentis obviam, plane diverso modo legendam censerent. Ad *Memorias de Litteratura Portugueza publicadas pela Academia Real das Sciencias de Lisboa*, Tomo V, ubi a rev. P. Joaõ de Sousa in *Memoria de quatro Inscriptões Arabicas &c.* p. 367 schedula, (7) in vico Palmellae reperta, in medium proponitur aere expressa et ipsius interpretatione aucta. Repraesentavit id hunc fere in modum:

(7) Auctor dicens: *huma Cedula ou Sinete*, quid fuerit parum constituit, nec ex qua materia compositum sit, indicavit. Credo Talismanum fuisse.

ناد علينا مظهر العجايب في

نجده عوناً لك النوايب سيخلف

كل امر وعمر لولانك علم

يا على يا على يا

١٠٧٠٤

atque haec ita vertit :

*Chamou - nos (á sua Lei) o Manifestador das maravilhas,  
Em cujo soccorro consiste o teu alivio nas adversidades,  
Todas as coisas, é a mesma vida se acabára,  
Se Vós não fosseis, ó Altissimo, Altissimo, Altissimo.  
Anno de 174 da Hegira (8).*

Addit rev. P. de Sousa, characteres hujus inscriptionis Orientales esse, non Africanos; cujus quidem rei caussam a turbâ miscellaneâ militum, qui ex variis Asiae plagis ad Mauros Africanos Hispaniam expugnantes confluerint, repetens (9) nodum in scirpo quaerere mihi

(\*) Haec latine reddere non alicum fuerit:

*Vocavit nos (ad legem suam) miraculorum patrator,  
Cujus in auxilio habes levationem calamitatum;  
Omnis res atque ipsa vita periret,  
Absque te foret, o altissime, altissime, altissime!*

*Anno H. 174 (qui cum anno p. C. n. 790 congruit).*

(9) En tibi ipsius verba: Os characteres são Orientaes e bem feitos. — Talvez que cause reparo o serem os characteres da sobredita cedula Orientaes, e não Africanos, tendo os Reinos de Hespanha e o de Portugal sido conquistados pelos Mouros de Africa, cujos caracteres são muito differentes dos Orientaes: porém este reparo se pôde desvanecer com o que da historia daquelle tempo sabemos, que para a mesma primeira conquista feita pelos Mouros de Africa, assim como para as outras concorrêrão ás Hespanhas tropas de todo o Oriente; parte mandados pelo Califa Walid, parte voluntarios com o interesse do saque, e parte finalmente para se estabelecerem nos paizes conquistados, e estes ultimos eraõ de differentes nações. Turcos, Persas, e Arabes.

videtur. Nam non est, quod hunc Talismanum Arabicum, licet in Lusitaniâ repertum, ibidem exaratum esse sumas. Adde, quod anno 174 aerae Muhammedanae, ad quem cl. de Sousa retulit, multo posteriorem hanc inscriptionem esse vel recentior scripturae modus arguit, qui is est, ut non dubitem aere notam legere 174—1074 i. e. a. Chr. 1663; nil enim impedit, quominus primum punctum pro zero, alterum pro ornamento superfluo habeas, quale in ipsis aerae notis convenientiae servandae caussa haud raro adjectum fuisse et adjici, alio loco ex ipsis monumentis fidem faciam.

III. Liber Baro de Sacy in *Mémoire sur quelques Inscriptions Arabes existant en Portugal* <sup>(10)</sup> tum anni notam subscriptam vitiosam et pro 174—174 legendum esse 474—674 censet, tum inscriptionis lectionem et interpretationem a docto Lusitano propositam minus recte habere monet. *Le P. de Sousa* (inquit) *n'a pas compris la disposition des mots de cette légende, qui forme quatre vers ou incises rimées* <sup>(11)</sup>, *et doit être lue ainsi* :

ناد علينا مظهر العجايب  
 نجدة عوناً لك في النوايب  
 كل امر وعمر لولا انك سيخلي  
 يا على يا على يا على

*O toi, qui fais paroître les prodiges, dis à haute voix, en notre faveur, ces paroles :*

*Courage et secours à toi dans les coups de l'adversité.*

<sup>(10)</sup> Vid. *Histoire et Mémoires de l'Institut royal de France. Classe d'histoire et de littérature ancienne.* T. II. p. 614.

<sup>(11)</sup> Mihi quidem P. de Sousa hujus epigraphes dispositae rationem bene percepisse videtur, teste et ipsius versione Lusitanâ et adjectâ notâ hac: A collocação he metrica e elegante, segundo o genio daquella Nação.

N'étoit toi, toute chose et toute vie périroit,  
O très - haut ! ó très - haut ! ó très - haut !

Adi denique ill. Hammeri de Muslimorum Talismanis Com-  
mentationem (*Fundgruben des Orients*, Vol. IV. p. 163), ubi  
vir doctissimus inter Talismanorum Persicorum titulos hunc etiam, ut  
úpm de frequentissimis, hoc modo laudat :

يا عليا مظهر العجائب مخذه عنى (?) فى بالك النواب  
كلّ يتمّ وعمر يستجلى مولايك يا على يا على يا على

„O Ali ! Gegenstand der Wunder, nimm auf von mir in dein  
Herz die Unglückszufälle. Alles endet, so auch das Le-  
ben; nur deine Herrschaft wird stets verklärt, o Ali, o  
Ali, o Ali !“

Verum enim vero nulla harum lectionum interpretationumque  
stare potest; id quod probare fas duco.

ناد علينا, ita si legendum foret, tantum abest, ut cum primo  
docto interprete vertere liceat: *chamou*<sup>(12)</sup>-nos (á sua Lei) — id ara-  
bice dixeris دعانا — vel cum ill. Parisiensi: *dis à haute voix, en  
notre faveur*, ut potius denotet: *altá voce offer nos venales!* Hanc  
verbi ندا in f. III. cum على constructi potestatem exempla proba-  
bunt Makris. *de monet. ed. Tychs. p. 41.* Abd - ul - latif  
*mem. Aeg. ed. 8º. p. 134.* Elmacin. p. 63. — Hammerum  
vero doctissimum, legentem يا عليا fugit littera > alio versus trans-  
posita, et vertentem „o Ali!“ adsensu non excipit Grammatica,  
quae hac in caussa Nominativum flagitat.

مظهر العجائب o manifestador das maravilhas, — qui fait  
paróître les prodiges. At عجائب res mirae, admirabiles, potius

(12) Ergo Imperat. III. vel Partic. I. cum ندا vel نادى confusum!

quam ipsa illa, quae nobis vulgo audiunt, *prodigia vel miracula edita* esse videntur. Haec si innuisset Arabs, quidni vocabulo *مظهرات* vel *كرامات* potius usus fuisset? Nec *مظهر* hic pronuntiandum *مُظهر*, sed *مَظْهَر*. Hoc autem denotat *locum in quo aliquis vel aliquid se conspicendum praebet*, (veluti in Schems'-ed-dini Damasceni *مظهر الحكماء والانباء* pag. 52: *haec terra fuit sapientium et prophetarum quasi campus*), amatque ad homines transferri, in quibus quasi praesentis Dei favor conspicitur, (id quod Hammeri interpretatio „*Gegenstand der Wunder*“ innuere videtur); quae ejus significatio quo rarior apud scriptores Arabicos antiquae memoriae esse videtur, eo frequentior apud recentiores, potissimum autem apud Persas Turcasque, offertur. Adi sis Meninskium. Ego hoc vocabulum passim in Persarum et Turcarum recentiorum annulis signatoris deprehendi, veluti in his, quae *Musei solitarii augustiss. Imperatoris Russ.* sunt: *مظهر فيض الهى خليل* Chalil, in quo *Dei gratia effusa manifestatur*. *مظهر لطفى الهى عبد الرحمن* Abd-ur-Rahman, in quo (tanquam in scenâ) *favor divinus sese conspicendum praebuit*. *مظهر اوله يا رب شاهين* tuo favore, o Domine! dignus sit Schahin. Atque in hunc modum annuli signatorii lectio ejusque interpretatio in Hottingeri *Cippis Hebraicis* p. 156 corrigenda. Quae ibi transcripta *مقصر اللطف الاله يعقوب* et versa sunt: *مظهر لطفى الالهى* optimum fortalitium *Deus Jacobi*, ea lege vertequae: *مظهر لطفى الالهى* *Jacobus*, in quo *gratia divina sese manifestavit*. Nostrum igitur *مظهر العجائب* eum indicabit, in quo *singularissimae quaeque virtutes, mirabilissima quaeque sese exseruerunt*, qualia de Aloy a poëtâ aliquo Persâ praedicata legere est in *Voyages de Chardin*, ed. de Langlès, T. II. p. 439 sqq.

Porro pro *نجدة* *courage* (quod si recte haberet, ob sequens *عونا* potius *auxilium* verteris) haud scio an rectius dicendum fuisset *بنجدة*; quamquam hac in causâ vel *Accusativus ferri* posset. At

pro نَجْدَةٌ وَعَوْنًا quidni dicendum erat نَجْدَةٌ وَعَوْنًا? Dicunt quidem Arabes الحذر الحذر vel النجاء النجاء, sed non dicunt السمع الطاعة, حبا كرامة, السمع والطاعة &c. Nec ill. Vindobonensis iis, quae h. l. legit في بالك النواب (?) et vertit: *nimm auf von mir in dein Herz die Unglückszufälle*, ex linguae Arabicae usu fidem fecerit. Et pronominis • in نَحْزَه non habita ratio est, et locutio Arabica اخذ عنه شيا potius significat: *accepit i. e. hausit, addidit ab aliquo aliquid, aliquam scientiam*; neque في بالك نَحْزَه qui sensum, quem iis hic attributum legimus, admittant, intelligitur.

Quae sequuntur apud ven. de Sousa et ill. de Sacy, linguae Arabicae rationi non magis consentanea sunt. لولا أنك — si utique sic legere liceret (alterum enim ا, quod apud de Sousa non cernitur, tacens de Sacy inseruit) — nec adjectivo nec verbo sequente qui admitti possit, equidem non video. Poscebat illud omnino معين vel simile quid sibi addi: *tu nisi adiutor adesses, seu absque te adiutore foret* —. Ut autem id exprimatur, quod versiones habent: *se vos naō fosseis, n'étoit toi*, dicendum erat لولا أنت vel لولاك.

Etiam in سَيَجَلِي offendo; nam, utut significatio *pereundi* hac in caussa ferri queat, crediderim potius scribendum fuisse لولا أنت لِحْلِي كل امر. Lectio autem et interpretatio in *Fodinis Orient.* obvia بِسَيَجَلِي (بِسَيَجَلِي ?) مولايبتك „*nur deine Herrschaft wird stets verklärt*“ cum priori verbo notionem Christianam attribuit, tum altero, alieno illo, Arabismum auget.

Tandem العلي vei على passim quidem tanquam epitheton Dei occurrit; at Deum implorans Muḥammedanus يا على vix dixerit

propterea, quia hoc ambiguitate non caret. Recte Hammerus vertit: *o Ali!*

Universam autem sententiam ex prioribus quidem ortam lectionibus si specto, fateor eam mihi valde suspensam videri, nec quid sibi velit satis intelligo.

Mihi certum est, quam quod certissimum, ill. de Sacyum, quo litterarum Arabicarum peritorem inter Christianos frustra circumspicio, illa non posuisse, si ipsum Talismanum, non vero solam ejus imaginem in Memoriis Academiae Olisiponensis vulgatam, oculis lustrandi copiam fuisset nactus. Haec autem ejus imago non potest non perperam habere, sive quod ven. de Sousa artifice minus accurato usus est (expertus scio; quam malâ fide vel probi sculptores haud raro in delineandis ejusmodi inscriptionibus exoticis agant), sive quod ea, quae, in Talismano fortasse minus distincta, ipse secus legebat, ad suam accommodata sententiam delineari jussit, cujus et ipsius labis Palaeographia Arabica sane non eget exemplis. Apparet autem, quam facile ven. de Sousa عليا pro نجا , عم pro بولابتك pro لولانك , عم pro عمر , هم pro امر , سينجلى pro سنجلى , تجا , in titulo fortasse minus distincte exarato legere sibi videri potuerit. Pertenui illa discrimine inter se differunt, sive puncta diacritica sive litterarum ductus spectes. Nec illustris Vindobonensis, doctrinae Orientalis peritorum Germanorum coryphaei, interpretationem, nisi a titulo minus distinctè et dispersis, ut fit, litteris syllabisve exarato proficisci potuisse, persuasissimum mihi est; unde factum, ut تخذه pro سنجلى , سنجلى pro يستجلى , هم pro يتم , عوننا لك فى pro عنى فى بالك , تجا , et بولابتك pro بولابتك legeret. Non dubitabunt viri isti praestantissimi suam hujus precatiunculae interpretationem ad meam supra in medium prolatam refingere.

Jam illi a me positae quo certior fides accedat, subsidio venisse gaudeo Talismanos duos, alterum a cl. Marschall Wibürgensi Museo augustissimi Imperatoris Petropolitano solitario haud ita

pridem illatum et ab ill. Koehlero, collegâ optimo, mecum communicatum, alterum nuperrime a cel. Doctore Pandero ex Bochariâ allatum et Museo Asiatico Academiae donatum. Uterque e lapide chalcedonio confectus, تَسْبِيحُ طَاشِي, qualem Derwischi Bektaschici e collo suspensum gestare solent, esse videtur. Uterque scripturâ nitidissimâ eâdemque distinctissimâ eandem sententiam prae se fert. Priorem quidem ut aeri incidendum adhuc curare potuerim, per tempus licuit. Habes ejus imaginem in Tab. XIII. litt. α insignitam. Duo falcones, quos videtur flos alto scapo intercedere, repraesentat. In dextro illo integra Sura CXII. legitur, additis hisce exclamationibus: يَا غَفَّارُ يَا رَحِيمُ يَا رَحْمَنُ يَا رَحِيمُ. i. e. *o misericors! o clemens! o condonans!* In medio flore supra est: اللهُ اَكْبَرُ *Deus est maximus*; infra autem: مَدَدٌ *auxilium!* i. e. *succurre!* In falcone sinistro precatiuncula, quam cum maxime tractamus, adeo distincte expressa legitur, ut dubitationi jam non relictus sit locus. — Alter, e Bochariâ advectus, orbiculatus in oblongum est, nostramque precatiunculam eodem, quo in Talismano Palmellano factum, modo abbreviatam margini inscriptam exhibet; in mediâ autem areâ symbolum *Sunniticum*: لَا اِلَهَ اِلَّا اللهُ مُحَمَّدٌ رَسُوْلُ اللهِ

Quod reliquum est, sextum hujus precatiunculae adducere juvat exemplum, diu quidem illud vulgatum, sed ignoratum. Exstat in beati Herbinii *Développemens des principes de la langue Arabe moderne*, Tab. IX. B. Nam quae ibi sub leonis figurâ latent ab Herbinio, viro juvene praestantissimo, non explanata, ea, ut recte monet Mirsa Abu-turab Persa, hanc ipsam nostram sententiam continent; quamquam, quae in leonis pede postico altero obvia, حَسْبُنَا اللهُ وَاَكْبَرُ et سُرُّكَا vel cui jungam vel quo modo expediam, nescio.

Age vero ad eam titulorum hujus thecae partem accingamur, quae omnium maxime spectanda. Exstat in medio circulo N°. 16 nobisque genealogiam aliquam Tataricam legendam exhibet. Orientis populos constat generis nobilitati mirum quantum tri-

bucres, plus adeo quam qui inter Europaeos splendore natalium maxime superbiunt, ideoque familiarum illustrium origines summo studio indagare, earum stemmata religiose servare, et genealogiae cognitionem in summo honore habere. Super ceteros quidem hac in re excelluerunt Arabes. Legimus fuisse, qui studio genealogiarum tribuum familiarumque Arabicarum eximie prae aliis operam navarent et series catenatas originum vel intricatissimas callerent <sup>(13)</sup>. Ita singulis etiam Scheriforum ordinibus suis erat نقيب *Nakib*, cujus erat in genealogiarum sui ordinis sinceritatem inquirere, genuinas litteris approbare, falsas expungere &c. Inde multi ab Arabibus profecti libri sunt, qui in familiarum suarum illustrium originibus exponendis versantur; indeque scientia genealogica in systemate disciplinarum Muhammedanis colendarum eximium locum occupat. Habe, quae de eâ Hadschi-Chalfa in libro suo praestantissimo, qui inscribitur كشف الظنون عن اسامى الكتب والفتون, disseruit: علم الانساب وهو علم يعرف منه انساب الناس وفوايد (ومن فوايد؟) العصة عن الخطاء في الانساب وهو علم جليل القدر عظيم الشأن الاصل فيه قوله تعالى وجعلناكم شعوبا وقبائل لتعارفوا وعديت الرسول الكريم صلى الله عليه وسلم تعلموا انسابكم تصلوا ارحامكم او كما قال وكانت العرب تحتفظ على انسابها فلما اختلقت الاجناس وتزوجت العجم من العرب والعرب من العجم حصل الاختلال في الانساب فعزوا (فعزوا) كل واحد الى بلد او حرفته ليعلم قال المولى ابو الخير وله- يبين هذا العلم صاحب مفتاح السعادة انتهى والعجب من هذا الفاضل الجليل كيف غفل عن مثل هذا مع انه مشهور محتاج اليه وقد صنف المتقدمون فيه كتبا كثيرة واول من فتح هذا الباب وصنف في علم الانساب هو الامام الاجل الفاضل هشام بن محمد الشهير بابن الشيخ الكلبى المتوفى سنة اربع وثلاثماية ثم الف فيه الفضلاء المتقدمون منهم صاحب الجرة والوجيز والفريد

(13) نسبة. و. نسابات. و. نسابون. Audiebant.

والفاضل والقاصد ثم تبصم العلماء في ذلك وأشد الناس احتياجا إليه المحدثون  
ومن اقتنى اثرهم وانعم منهمجهم وسبلهم

*Scientia genealogica docet hominum origines. Inter alia eam nobis affert utilitatem, ut nos ab erroribus circa genealogias committendis tutos praestet. Est autem scientia gravissima et maximi momenti, nixa quidem dicto Koranico (49 : 13.); „divisimus vos in gentes tribusque, ut vos invicem cognoscatis;“ (14) item Traditione sancta Prophetae: „discite genealogias vestras, et propinquis vestris benignos vos praebebitis (15)“ . . . (16) Arabes genealogiarum suarum curam diligenter habebant. Postquam autem gentes inter se commisceri coepissent et Barbari Arabesque mutuis jungerentur matrimoniis, genealogiae interruptae corruptaeque sunt. Unde jam unumquemque, ut distingueretur ab aliis, a patria sua vel ea, quam exercebat, arte denominarunt. Auctorem libri مفتاح السعادة *miftah-es-saadet s. Clavis felicitatis* (17) de hac scientia prorsus non tractasse, Abu-l-cheir notavit (18). Atque sane est, quod mireris, qui fieri potuerit, ut vir tam egre-*

(14) In ill. Hammeri *Encyklop. Uebersicht der Wissensch. des Orients* p. 256: „Wir haben euch in Stämme und Zünfte eingetheilet, die ihr kennen lernen sollet.“

(15) i. e. Vestras si didiceritis genealogias, habebitis, quo ab aliis distinguatis vobis cognatos iisque prae aliis benignos vos praebeatis. Verba *تصلوا ارحامكم* ab Hammero l. c. silentio praetermissa sunt. Herbelotius autem (art. *Ansab.*) male reddidit: *priez pour vos parens*; quem sequutus est Richardson. in *Dictionary Pers. &c.* Sed *تصلوا* a verbo *وصل*, non a *صلى*, derivandum. Eodemque, quo hic verbum occurrit, usu habes *صلة الرحم* in antiqua illa inscriptione apud Reisk. ad. *Abulf. Annal. T. I.* not. 34. et in Aktami testamento apud eundem l. c. T. II. not. 256.

(16) او كما قال quo sensu hic accipiendum sit, non satis video. Numquid innuit, 'H. Chalfam in medio relinquere, fueritne illud dictum Prophetae hoc, an alio modo, conceptum? An vero aliquid excidit?

(17) Puta *Tasch-köpri Sade.*

(18) Apud Hammerum l. c. lego: „Nach dem Verfasser des *Miftah Sejad* schreibt sich diese Wissenschaft von den *Sejaditen* her, und, was das wunderbarste &c.“

que doctus hanc scientiam notabilissimam et maxime necessariam negligeret. Magnus librorum numerus exstat, in quibus veteres de eâ tradiderunt. Primus autem, qui hoc argumentum tractare aggressus, libros genealogicos scripsit, est Imamus illustrissimus et doctissimus Hescham filius Muhammedis, vulgo Ibn-es-Scheich Kelby <sup>(19)</sup> dictus, mortuus a. H. 304. Mox alii veteres docti hanc scientiam libris editis tractârunt, veluti auctores librorum الجمرة (h. d. انساب جهرة), الوهيز, الفريد (h. d. الفريدة), الفاضل, et الناصم (?). Eos deinde exceperere scripta doctorum theologorum. Qui autem hac scientiâ prae ceteris opus habent, sunt traditionarii et quicumque eorum vestigia legunt viamque et tramitem sequuntur:

Mongholi autem Tatarique quantopere et ipsi in genealogiis virorum suorum illustrium accurate deducendis sibi placuerint, vel unum testatur Abu'l-Ghasii opus, cui titulus شجره تركى *Stemma Turcicum* <sup>(20)</sup>. Apud eosdem quanta fuerit nominis Dschingisiani auctoritas et veneratio, et quanti habitum sit, a tanto viro originem trahere, inter omnes constat. Non mirum igitur nobis accidat, quod pusillum aliquem principem videmus gloriae materiam inde sumsisse, quod alto a sanguine Dschingis-Chani ortus esset, idque in hac thecâ suâ testatum dedisse. <sup>(21)</sup> Quod quidem stemma suum in eâ non ad ipsum Dschingis-Chanum usque retro egit, sed ad Urus-Chanum subsistere fecit, id ab hujus posterioris nomine in historiâ Dschingisidarum celebratissimo est, quod quippe omne ulterius additamentum supervacaneum reddebat: لأنه كان من الشهيرة بحيث اغنى عن الاطالة في الصفة

<sup>(19)</sup> Apud Herbel. l. c. audit Hescham ben Muhammed ben Schiraib seu Scheibal-Kelbi.

<sup>(20)</sup> Apud nos sub titulo *Histoire généalogique des Tartars* innotuit.

<sup>(21)</sup> Similiter principes Ortokidas tum in numis tum in utensilibus generis sui seriem deduxisse videmus.

Jam hanc legenti mihi genealogiam mirari subiit singularem, quâ concinnata est, rationem. Convenit enim ei, quâ stemmata passim in *V.* et *N. Testam.* tradita deprehendimus (veluti 1 *Chron.* 2. *Matth.* 1. &c.). Cui simile exemplum equidem fateor mihi nec in libris nec in monumentis Tatarorum oblatum esse.

Chanus autem, cujus enarratur genus, *Uras-Muhammed* est. Is quidem Annales Russorum non effugit; neque tamen de ipsius genere nec de verâ nominis ratione iisdem exploratum erat. Quare haec in thecâ nostrâ obvia ejus genealogia non potest non optata nobis accidere, eamque paucis illustrare expediet.

*Urus-Chanus*, a quo inde eam repetitam diximus, a sanguine *Dschingis-Chani* genus ducebat, quatenus erat filius *باد اقل اوغلان* *Badaqul-Ughlan*, nepos *اوز نېور* *Awis* (s. *Aüs*)-*Timur* et pronepos *توقای نېور* *Tokai-Timur*, filii *جوچی خان* *Dschudschî-Chan*, quem *Dschingis-Chani* filium natu maximum fuisse, in omnes pervulgatum est. Post extinctum *Birdi-Bek-Chanum* rebus *Ulsi Dschudschiani* vehementer turbatis, *Urus* varia expertus discrimina, quasdam illius *Ulsi Ordas* (et quidem, ut videtur, *Orientalis*) sibi subjecit, et post plura praelia cum *Tuktamyscho*, *Timurlengi* copiis tunc quidem adjuto, commissa a. H. 778 (qui d. 20 Maji a. p. C. 1376 incipit) fato defunctus est.

Eum in hoc stemmate qui excipit, unus est de quatuor ipsius filiis, hic quidem nomine ita exarato, ut *تریرودچوق* *Terirudschük* legendum putaveris; sed legendum potius est *قوبرودچوق* *Kuirutschük*. Is ille est, qui, *Tuktamyscho Chanatum* patrium cedere coactus, paterni hostis, *Timurlengi*, aulam, tanquam fortunae jactatae portum ac perfugium, petebat, hujusque sequutus castra, ab eodem, quum, *Tuktamyscho* fuso fugatoque, ad *Wolgae* ripas commoraretur, a. H. 797 (qui d. 26 Oct. a. C. 1394 incipit) *Ulsi Dschudschiani Chanus* constitutus est. Nomen ejus ab aliis alio modo scriptum, a nonnullis turpem in modum corruptum est. *Abul-Ghasio* in *Cod.*

Tat. audit قوبرجق *Küirutschük*, in vers. Gallicâ *Kavertzik* (قوبرجق) et in Messerschmidianâ *Kaurzik*, quae eodem redeunt; Langlesio: *Qairitschâq* i. e. قيرجاق; Scheref-ed-dino قوبرى جاق اعلان *Küiritschak-Ughlan*, indeque Emiro Mustafae خان اعلان *Küiri-Chan-Ughlan*; Mirchondi قوبرى اعلان *Küri-Ughlan*; Chondemiro in 'Habib-es-sijar خان اعلان *Kuisidschan-Ughlan* (corrige جاق قوبرى) al. قوبرى جان al. قرحق etc. Dubium mihi non est, quin قوبروجوق *Küirutschük*, lectio in hac thecâ obvia, ad quam Abu'l-Ghasi proxime accedit, verus sit hujus nominis scribendi modus.

Hic post se reliquit filium nomine خان براق *Barak-Chan*, quem talem et Abu'l-Ghasi et Chondemir praedicant. <sup>(22)</sup> Male Deguignes et Langlès eum filium Urus-Chani faciunt. Schiltbergero, qui in ipsius patriâ fuit, nominatur *Waroch*, quod ipsum براق est, juxta pronuntiationem Tataris illis peculiarem, utpote a quibus *b* nostrum proferri potuisse negat Ruysbroek. Denique nec Annalibus Russicis ignoratur, recte eum appellantibus Баракъ <sup>(23)</sup>. Hic quidem exeunte primo saeculi XV. Christiani quadrante cum Kitschük Muhammed, Daulet-Birdi et Chodaïdad <sup>(24)</sup> de rerum summâ contendens, bis imperio potitus, bis deturbatus, tandem a dicto Muhammede victus et occisus est.

Barak-Chano natum *Dschani-Bek-Chanum* novit et praenomine *Abu-Said* (ابو سعيد) gavisum refert Abu'l-Ghasi, apud quem خان بيك *Dschan-Bik* audit. Fuere, qui hunc *Dschani-Bekum* II. cum *Schadi-Bek-Chano* male confunderent.

(22) Etiam Petis de la Croix ad *Hist. du grand Genghizcan* p. 501. Nam etiamsi is tradat *Barrak fils de Cabargic*, apparet in posteriore nomine (قوبرجق) latere ipsum *Couirgic* قوبرجق

(23) In uno *Archang.* inveni eum perperam scriptum Баракъ.

(24) Sic scribendum hoc nomen, quod in Annalibus Russ. aliis alio modo corruptum *Кудайдатъ, Кудайдатъ, Кудайтъ, Сүдүйтъ* &c. *Annal. Archangel.* recte *Кудайдатъ* i. e. خداداد seu خدایراد, quod idem valet atque nostrum *Богданъ, Deodatus*.

Dschani-Beki hujus filios novem Abu'l-G'hasi enumerat. Inter eos non nisi *Aitik* ايتيك invenio, cui nomen aliquatenus conveniat cum hoc, quem theca nostra filium Dschani-Beki praedicat. Jam vero ex eadem, non *Aitik*, sed باديك *Jadyk-Chan* verum ejus nomen esse, discimus.

Hujus autem filius qui jam in thecae titulo sequitur, شيناي *Schifai* legam an شيناي *Scheighaly*, ambigo, scripturae ratione utramque patiente lectionem. Posteriori, quam corruptam pro شيخ على *Scheich-Aly*, nomine aliis apud alios auctores modis depravato (<sup>26</sup>), statuere liceret, vide an faveat *Родословная Книга Князей* &c. T. I. p. 24, quae τον Шигалей Царь nepotem τῆ Яныбекъ (puta Dschani-Bek) vocat. Dschani-Beki autem nepotem eum, cujus nomine nunc cum maxime occupamur, inscriptio nostra fert. Jam fac tibi in mentem veniat K̄asimowiae urbis, quam, ante nostrum Uras, Scheich-Aly sedem habuit. Denique id quoque teneto, rationem temporum neutiquam obstare, quominus huc Scheich-Aly admittatur. Sunt tamen, huic sententiae quae repugnent, non reticenda illa a nobis. Patris nomen cum eo, quod stemma nostrum suppeditat, neutiquam convenit. Nam et in *Родосл. Книга* l. c. et in epitaphiis et alibi pater τον Scheich-Aly Шиховлеяръ, vel

(<sup>26</sup>) Audi Gadebusch. in *Livländ. Jahrbüch.* T. I. Abschn. 2, p. 514: „Es ist wundersam, wie der Name dieses Herren geradbrechet und gedeutet worden. Russow nennt ihn *Czer Sigaley*, Henning *Zerzigaley*, Nyenstedt *Zaer Zygallee*; Bredenbach und seine Abschreiber Guagninus und Venator nennen ihn *Peter Sisegaleider*, und wollen, dass dieses Wort in der Russ. Sprache 7 Galeeren bedeuten soll, weil er ehemals so viele Raubschiffe angeführt. Er hieß aber *Schig-Aley* d. i. Herr *Aley*.“ — Imo lege *Scheich-Aly* (Шейхъ-Гали) i. e. proprie *Senex eminentis*, dein *Dominus Aly*, simulque accipe Gadebuschianis addendas has ejusdem nominis varias depravationes: شغالي *Schaghali* in libris Tataricis et apud Pallas, شاه على *Schah Aly* item in MSS. Tat., شغله *Schighleh* apud Hafiz Muḥammed in *Annalib. Emiri Mustafae*, Шухъ - Алей, Шухъ - Алей, Шугаю in *Annal. Russ.*, *Szigalei* apud Deguign., *Scheale* apud Herberstein. et *Olearium*, *Zegoliné* apud Jenkinson &c. — Diem obii supremum 15 m. Schuwal. a. H. 975 (= 1568) anno aet. 61, teste ipsius epitaphio.

Шигавларъ vel Шихъ-Аулеаръ vel Шахъ-Авліяръ, *Schich-Aulear* &c. audit; quod in quasunque partes torseris, simile ei aliquid ex nostro *باديك* *Jadik* frustra elicere coneris. Accedit, quod a Tuktamyseho genus Scheich-Aly-Chani derivat *Исторія о Казанскомъ Царствѣ* p. 59. not. 29 et al. Hoc unum igitur nomen *nunc quidem* in medio relinquentes ad duo postrema stemmatis procedimus.

Ea nobis sistunt nomen ejus, cujus haec theca fuit, eique praemissum patris ipsius nomen; hoc *اوندان سلطان* *Aūndan-Sultan*, illud *اوران محمد خان* *Uras-Muhammed-Chan* sonat. Quae nomina ut recte enuclearem, ipsae corruptae et deformes, quibus in libris historiae Russicae exarata sunt, rationes me adjuverunt. In iis enim posterior Chanus vocatur modo *Бурмаметъ* vel *Мурмаметъ*, modo *Урусъ Махметъ*, vel *Улусъ*—vel *Арасъ*—vel *Урасъ Махметъ*, et *πατρωνυμικως* nunc *Айдаровиць*, nunc *Айдаковиць*, nunc *Алдановиць* vel *Алдоновиць*. Jam Muellerus <sup>(26)</sup> lectiones *Virtamet* et *Murtamet* merito damnavit, sed minus recte idem *Урусъ Махметъ Айдаровиць* lectionem reliquis praeferebam existimavit propterea, quod *Urus* et *Aidar* nomina Tataris trita sint. <sup>(27)</sup> Non insolita quidem haec dicta nomina sunt, sed tantum abest, ut ideo respuendae sint lectiones omnes reliquae, ut potius *Урасъ* et *Алданъ*, quum posterius *Анданъ* vel *Аунданъ* correxeris, unice veras esse nostra theca doceat. Atque memini, alibi quoque nomina Tatarica haec *اوران* et *اوندان* mihi oblata esse. Praevae igitur lectioni in Historiâ Russorum obviae substituamus veriorē hanc: *Урасъ Мухамметъ Аундановиць*.

Hunc autem Chanum certe ineunte saeculo p. C. n. XVII. vixisse, ipsa haec theca testatur, cujus aerae notam 1021—1021 (i. e. 1612 p. C.) legi, suffragante historiâ Russicâ. Ab eâ di-

<sup>(26)</sup> *Samml. Russ. Gesch.* T. V, p. 132. 137 sq.

<sup>(27)</sup> *Muell. l. c.* p. 77. sq.

scimus, eum, quem passim Царевичь Казацкiя Орды vel Царь изъ Нарайской Орды nuncupant, Mosquae fuisse in Borissi Theodoridae Godunowii aulà, ab eoque a. m. 7106 (= a. Chr. 1598) cornu dextro exercitus Russici adversus Ghasi-Giraï, Chanum Krimensem, educendi praefectum esse, deinceps a. 1601 ab eodem Borisso provinciam Kasimowiensem pro fide et operà beneficii loco accepisse, moxque eodem anno copias Russ. contra fines Krimaeae educere jussum esse (28).

Itaque noster Uras-Muhammed de numero Chanorum Kasimowiensium erat. Касимовъ, Kasimow, nota urbs est provinciae Raesanensis, ad Okkam fluvium sita, 260 W. Mosquâ distans. Condita a. 1152 (29), Городецъ, Gorodez, vel ut ab aliis oppidis cognominibus distingueretur, Мещерскiй Городецъ s. Городокъ (q. d. oppidulum Metscheraeorum) vocata est; deinde autem nomen Kasimow nacta a كاسم Kasim, principe quodam Tatarico, filio Ulugh-Muhammedis, qui quum ad M. Ducis Basilii Basilidae excoecati partes cum pluribus suorum a. 1446 sese adjunxisset, eam beneficiario jure tenendam (въ удѣлѣ) ab eodem accepit. Haec Chanorum Kasimowiensium, qui CC amplius annos in Russiâ floruerunt, origo est. Nimirum post Kasimum qui a. 1469 diem supremum obiit, Magni-Duces eandem urbem aliis atque aliis principibus Tataris, quorum operam sibi utilem experti fuerunt et qui jam ipsorum partibus adhaerebant, beneficiario jure tribuebant. Tatarum civibus, qui plerique ejusdem professionis erant, praeficientes, rem faciebant utrique parti gratissimam; neque tamen in eâ periculi aliquid imperio Russico erat ob summam civitatis Kasimowiensis vicinitatem. Adde, quod hi Chani, utut species inanes essent, a M. Ducibus inaugurati iisque obnoxii, iisdem aliquam glo-

(28) Muell. l. c. p. 77. 132. 136. 138. Щербатовъ *Ист. Росс.* VII, 1. p. 23. 109. 129. 137.

(29) Sic Schtschekatow in *Слов. Геогр. Росс. Госуд.* art. Городецъ; quamquam idem art. Касимовъ ejus initia prorsus ignorari affirmet.

riandi materiam praebere videbantur <sup>(30)</sup>. Sic Kasimowiam notissimo deinceps Chano Kasanensi, Scheich - Alyo, clientis jure tributam et habitandam concessam legimus <sup>(31)</sup>, unde illa passim ejus **омчина** s. **вопчина** (*patrimonium*) vocatur <sup>(32)</sup>, ipsi in libris Russ. titulum *Tzari Kasimowiensis* peperit <sup>(33)</sup>, atque hodieum ejus aliorumque virorum atque foeminarum principalium Kasimowiensium sepulchra cum plurium aedificiorum Tataricorum ruinis servat <sup>(34)</sup>.

Anno adhuc 1634 ibi in aedificio, urbis quondam castello, princeps juvenis Tatarus, nomine *Res Kitzi*, unā cum matre atque avo resedit, teste Oleario in *Vermehrte Neue Beschr. der Muscovit. u. Persischen Reyse* p. 336, qui eundem a Russis ad formulam Christianam amplectendam frustra allectum esse tradit. Hunc Res - Kitzi ipsum filium fuisse nostri Uras - Muhammedis, deinceps Christo nomen dedisse et in possessione civitatis Kasimowiensis mansisse, liquet ex Mayerbergii *Itinere in Moschoviam*, a. 1664 facto, ubi pag. 68 <sup>(35)</sup> haec leguntur: „Ab hac per Occam ascendendo oppidum Cassimogrodia assurgit, a Tzare Hoduno Tartaro Regulo fiduciario jure concessum, quod ejus

<sup>(30)</sup> V. Muell. l. c. V. p. 136 sq. et Schtscherbat. l. c. p. 109. 137. sq.

<sup>(31)</sup> Veluti Herberstein. in *Rerum Moscovit. auct. var.* p. 48: „Oppidum Cassimowgorod, quod Moscus Tartaris habitandum concessit;“ intellige Scheich - Aly - Chanum, quem Herberst. (v. ib. p. 97) a. 1526 Mosquae comitem a latere Magni Ducis haerentem vidit. Adde *Jenkinson* in Hakluyt's *Principall Navigations* &c. p. 347: „We came [a. 1558] to an other castle, called Cassim, under the government of a Tartar prince named *Vtzar Zegoline* (i. e. Tzar Scheich - Aly), some time emperor of the worthe city of Cazan, and now subject unto the Emperor of Russia.“

<sup>(32)</sup> Veluti in *Истор. о Каз. Царств* p. 178. Rytschkov's *Versuch einer Hist. v. Kasan* p. 99. 117.

<sup>(33)</sup> Veluti in Rytschkov's *Versuch* p. 76. *Ист. о Каз. Ц.* p. 56.

<sup>(34)</sup> Adi Pallas *Reise durch verschied. Prov. des Russ. R.* I. 29. et praecipue Schtschekatowii *Словарь Геогр. Росс. Госуд.* Tom. III. art. Казань et Касимовскіе Татары.

<sup>(35)</sup> Versionis Gall. Leide, 1688. p. 231.

filius nuper apud Moschos sacro tinctus lavacro possidet, et tantulus dynasta augusto Tzaris praedicato appellatur.“ — Nil (puto) attinet monere, *Tzarem Hodunum* esse ipsum Borissum Godunowium (<sup>36</sup>), a quo Käsimowiam Uras-Mühammedi beneficiario jure tributum supra vidimus; nec mihi dubium videtur, quin ejus filius hic memoratus idem sit cum eo, quem Olearius Res-Kitzi nominat, in quo aut *رئیس کچیک* s. *کچی* *Re'is Kitschik* s. *Kitschi* i. e. Capitaneus parvus) aut, quod mallet, *اوراز کچی* *Uras Kitschi* (<sup>37</sup>) (i. e. parvulus Uras) latere puto. Nam Strauss, qui haud adeo diu post Mayerbergium a. 1669 Käsimoviam transibat, ibi principem, cui nomen *Retskitsky*, cum uxore suâ eodem habere narrat. (<sup>38</sup>)

Ex hoc eodem autore conjicere est, post medium fere saeculum XVII. hanc parvam dynastiam Tataricam intercidisse. (<sup>39</sup>) Inde Corn. de Bruin, qui a. 1701 Käsimowiam preternavigabat, Chanorum ejus mentionem non fecit, quamquam templi Mühammedani incolarumque ex aliquâ parte Tataricorum facere haud neglexerit (<sup>40</sup>); et G. Jo. Unverzagt a. 1719 disertis verbis refert:

- (<sup>36</sup>) Mayerbergium minus accurate exscribens Witsen in *Noord en Oost Tartarye* p. 725 ed. 2. Tzarem Hodun unum et eundem habuit atque Tatarum principem, patrem *тѣ* Res-Kitzi. En tibi ipsa ejus verba: Cassimut, of Casinut, anders Cassinogrodia, of Cassinow geheten, is een Stedeken, gelegen aen de Vliet Oeka, 't welk noch onlangs in 't geheel, volgens bericht van Majerbergh, van een Tartersch Koninkken, met de naem van Tzaer Hodun, bezeten wierd; wiens Zoon Res-Kitzi voor weinig Jaren in Moskou gedoopt zijnde, het selve onder de Eernaem van Drost hunner Tzaersche Majesteiten blyt bezitten.
- (<sup>37</sup>) Scilicet *Res* s. *Ras* per aphaeresin ortum putaverim ex *Uras*, sicuti Citracan (i. e. Tschitakan) ex 'Hadschi-terchan, *Брахумъв* ex *Нѣпаръ молъ*, San-Kalah ex 'Hasan-kalah &c. *Kitzi* autem, si literae *چ* *tsch* ad instar *з* pronuntiandi rationem in Russiâ perquam usitatam spectaveris, ipsum *kitschi*, i. e. parvus, est.
- (<sup>38</sup>) V. Straussens *Denkwürd. Reisen durch Italien, Griechenland &c.* aus dem Holländ. Amsterd. 1678. p. 91.
- (<sup>39</sup>) „Kassimegerod ist vor Zeiten ein Tartarisch Schloss gewesen, jetziger Zeit aber ist es unter den Russen, und hat sich der Prinz im 12 Jahre seines Alters dem Czaar unterworfen.“
- (<sup>40</sup>) V. Cornelis de Bruin's Reizen over Moskovie door Persie &c. p. 77.

„Casimovgorod hatte vordem den Cassimischen Tartern gehört u. haben ihren eigenen Czaaren gehabt, von deren Familie noch ein Czaarewitz in Moscow lebet. Nun aber ist in dieser Stadt nichts anders zu sehen, als ein Tarterscher Thurm“ (41).

Praeter dicti Chani K̄asimowiensis genealogiam, alia res notatu digna in hac thecà nobis offertur. Quae post versiculum K̄oranicum N<sup>o</sup> 9 leguntur: *o Allah! o Muhammed! o Aly!* item quae in NN. 10, 11, 12, 13, 14 & 15 exstat precatiuncula: *Inclama Alyum,* etcetera, Uras - Muhammedem *Schiitarum* formulae addictum fuisse probare videntur. Quam ad rem non posses non stupere. Chani enim, ut Bulgharorum priscorum, ita Ulusi Dschudschiani Sunnitae fuere; id quod in libro secundo de *numor. Bulghar. f. ant.* p. 100 sq. pluribus demonstravi, quae hìc repetere superse-  
deo. Nec, dissoluto Ulusi Dschudschiani Chanatu, Tataros hos ab eà formulà deflexisse, unquam memoriae proditum; hodieque Tatarì per provincias Russicas sparsi formulam Sunnitarum profitentur. Suspiciari quidem liceret, inter Tataros illos, qui relictis suorum castris ad Russos transibant, fuisse, quibus dissensio circa sacra sua secessionis causa existeret: voluisse eos fugiendo civium suorum aliter sentientium se subducere vexationibus; quid? K̄asimowiam forte aliquando sectae Schi'iticae fuisse nidum. Verum ad ejusmodi conjecturas non est quod confugas. Nam etsi illam precum Alyo dictarum formulam in Schi'itarum maxime sigillis talismanisque frequentem esse non negaverim, tamen ei non inest, quod profiteri ve-reantur Sunnitae. Hi et ipsi Alyum legitimum Chalifam et hominum post Muhammedem praestantissimum venerantur ejusque laudes omnibus in Chutbis etc. celebrant, quamquam haec eadem omnia et Abu - Becro et 'Omaro et 'Osmano tribuant contra ac Schi'itae faciunt.

---

(41) *Die Gesandtschaft Ihro Kays. Majestät v. Gross-Russland an den Sinesischen Kayser &c. Lüb. 1725. p. 13.*

Restat, ut haec capsula cui usui inservierit, verbo indicem. Nullus equidem dubito, quin sacro Muhammedanorum codici condendo fuerit. Multi enim Muhammedani, ut Talismanum aliquem, ita Koranum minoris molis, vel sacculo sericeo al. vel pyxide aureâ argenteâve inclusum, aut collo suspensum aut in zonâ conditum secum gestare nec unquam a se deponere solent. <sup>(42)</sup> Ipsa hujus pyxididis forma, et foramina trajiciendis, quibus pectori vel lateri alligaretur, vinculis apta, piae denique, quibus superfusa est, sententiae hunc ejus usum indigitant.

---

(42) Conf. *Voyages de Chardin*. T. II, p. 277. ed. Langl.

---

DE  
LAMPADE CUFICA BYLÄRIENSI

MUSEI ASIATICI ACAD. IMP. SCIENT.

In rudetibus *Byläriæ* (بولار) Биляръ) urbis quondam florentissimæ, cujus de fatiis quæ Tatari memoriæ prodidit, in Dissertatione *Fodinarum Orient.* Volumini quinto insertâ in medium protuli, quinque vel sex abhinc annis reperta est lampas ex aere mixto facta, cujus figuram in Tab. XIV. a. b. c. d. ab omni parte delineatam videre est.

In ejus superficie eâ, quæ operculum (litt. e) ab utroque latere circumdat (litt. f. f.), et in ipsius operculi extremitate anteriori (litt. g.) inscriptio Cufica cernitur, brevis quidem sed cum characterum mirâ elegantia et congruâ dispositione, tum vocabulo mutilato insignis. Eam ego quidem hunc in modum transfero:

$$\left. \begin{array}{l} \text{بِالْمِنْ وَالْبِرْكَه} \\ \text{وَالسَّرِّ وَالِدَوْلَه} \end{array} \right\} \text{لصا}^5$$

atque his punctis diacriticis et vocalibus animo:

$$\left. \begin{array}{l} \text{بِالْمِنْ وَالْبِرْكَه} \\ \text{وَالسَّرِّ وَالِدَوْلَه} \end{array} \right\} \text{لصا}^5 \text{ [حبه]}$$

i. e.

$$\left. \begin{array}{l} \text{Cum prosperitate et benedictione} \\ \text{et gaudio et felicitate} \end{array} \right\} \text{posse}^5 \text{[ssori hujus.]}$$

i. e. cum voto prosperitatis et successus divinitus suppeditandi etc. possessori hujus; cum voto ut prosperitas etc. possessori contingat; seu, quod possessori bonum, felix, faustumque et fortunatum sit.

In hoc titulo quae interpreti negotium facessunt, duo maxime sunt vocabula, tertium et quintum. Prius quidem etiam **وَالسِّن** legere licet; verum haec vox, denotans *dentem*, indeque *aetatem*, etiam proveciorem, an in faustâ precatione commode admitti queat, equidem vehementer dubito. Patet alia non una hoc vocabulum explicandi via. Symmetriae in disponendis inscriptionum litteris quantum tribuant Muhammedani, neminem fugit eorum calligraphiae usu vel leviter tinctum. Et ipsa, quam prae manibus habemus, inscriptio insigne hujus elegantiae, quo illi tenentur, studii exemplum est. (<sup>1</sup>)

Quidni igitur statuamus, legendum **وَالسَّرَاء** et ductum illum erectum litterae **ر** antepositum non, ut in tribus aliis hujus ipsius inscriptionis vocabulis, pro supervacaneo, sed pro litterâ **ل** rejectâ symmetriae ergo ante **ر**, cui postponenda fuerat, habendum esse; id quod non praeter morem est. Ipsa autem vox **السَّرَاء**, quae proprie *laetam*, deinde ex usu, qui in linguâ Arabicâ quam maxime evaluit, ut epitheta rerum res tandem ipsas designent, *laetum statum*, *laetam* s. *commodam fortunam* denotat (in qua notione, fieri potest, ut **الْمَال** *status*, *conditio* supplendum sit), commode hic locum habere potest. Verumtamen ab eo, quod haec lampas prae se fert, scripturae Cuficae genere haud scio an illa litterae **ل** transpositio, utut *suppergras* ergo factum conjeceris, aliena sit. Praestabitur

(<sup>1</sup>) Addere juvat exemplum longe luculentissimum haud ita pridem editum a cel. M. A. Lanci in *Lettera sul Cufico sepolcrale monumento portato d'Egitto in Roma*. (Romae 1849). In figurâ ibi in Tab. II. repraesentatâ littera **ل** vocabuli **الصِّل** a loco suo mota et trajecta retro in alienum prorsus locum, ita ut quinque vocabulis interpositis a suo **ل** dirempta cernatur, idque eo tantum consilio, ut ne duae **ل** eodem loco junctim surgant.

itaque hanc lineam erectam litterae ر antepositam pro mero ornameto, ut in بالين , البركة , الدولة , habere et transscribere وَالسَّرّ?

Posui hoc; non dissimulabo tamen, سرّ pro سرور laetitia mihi insolitum accidere. Frustra equidem hujus notionis circumspexi exempla idonea, tam in lexicis, quam apud alios scriptores. Quin omnes lexicographi hanc hujus vocabuli significationem ignorant, ab uno Firusabadensi si recesseris, qui ad solum nomen urbis Serrman-ra adduxit haec: وسر من رأى بضم السين اى سرور. Nil amplius. Numquid ergo ad tertiam, quae suppetit, hujus nodi solvendi rationem confugiendum? num forte existimandum in والسر و latere والسرور? sive illud statuas ortum culpà sculptoris, sequente litterà و vocabuli والدولة falli se passi, sive de industrià factum esse, quod integram vocem non capiebat loci angustia. Artificem oscitanter agentem hìc quidem in caussa esse, magis ad probabilitatem accedere mihi videtur. Talis incuriae exemplum simillimum habe in numismate in memoriam victoriae de Rohillis reportatae cuso, ab ill. S. de Sacy cum b. Tyehsenio communicato et ab hoc in medium producto in *Additam. ad Introduct.* &c. p. 90 sq., in quo شجاع الد وزير male pro شجاع الدولة وزير in errorem et oblivionem ولة abrepto. Conf. etiam Numus Samanidicus a. 298 Bedachschanicus, in quo سنة omissum ob praecedens بدرخشان, cujus syllaba شان in Cuficis ad similitudinem του سنة accedit. (v. *Recens. Numor. Muh. Mus. Asiat.* p. 60.) Item Num. Saman. a. 236, in quo sphalmatis دزالفلس (v. ib. p. 91.), et N. Sam. a. 356, in quo sphalmatis الفللس ببخارا سنة eadem origo est. (v. ib. p. 103.) Et aliorum sphalmatum, quae quidem eà, quam vicinitas similium litterarum affert, excusatione carent, exempla passim in monumentis Arabicis nobis offeruntur; veluti in Numo Sam. a. 291 الدلة pro الدولة (v. *Recens.* &c. p. 46.), in N. Sam. a. 353 بجزا omisso ضرب الفللس (ib. p. 102.), in N. Buweih. ضرب الدرهم neglecto هز (Nov. *Symb.* p. 21.); in

*Cippo Panormitano* anni 531 a. b. Tychsensio explicato ليظهر  
pro ليظهره et ولوالديها لها - ولوالديهم له; et quae id genus in  
aliis occurrunt (2).

(2) Sculptoris sive socordiae sive ignorantiae etiam tribuo, quod in *Cippo Aegyptiaco* nuper elegantiaro a cel. Lancio (in libello paullo antea laudato) illustrato cernitur عبد القدير. Nam prior vox عبد hac in caussa posita, per linguae Arabicae usum, articulo prorsus nequit carere; id quod clariss. editorem, qui adeo defendere sustinuit (l. c. p. 17 sq.), non agnovisse miror.

Cel. quidem Lancius minus favere videtur interpretibus, qui in antiquis monumentis peccata, quae socordiae vel ignorantiae sculptorum debeantur, deprehendunt. Certe vocabuli alicujus, de quo infra dicemus, interpretandi difficultatem tollere molitus, „non vogliamo, inquit l. l. p. 20, accusar d'ignoranza lo scultore, che lasciato abbia una lettera terminale. Doneremo questo vantaggio a quegli Archeologi, (ed havvene a di nostri non pochi) i quali vogliono interpretare i sassi a loro talento; e se non sanno deciferare l'epigrafi, ed un senso ottenerne, si gravano, per trarle a' loro pensamenti, dell' imperito scultore, e le iscrizioni guastano per darcele più corrette.“ Sed mihi dubium non est, quin vir doctissimus, lectis quae et supra et in prooem. ad *Onychem Sor. Neap.* et in *L. de Num. Bulghar &c.* p. 109 sqq. et passim alibi hoc super argumento disserui, ab hac sententia recedat. Quid? quod in *Recensione Num. Muh. Mus. Asiat. Petrop.* p. 102 exemplum offerretur sculptoris semet corrigentis, quippe qui لايك, male omisso شر, a se sculptum quum animadvertisset, deinde hoc شر minuto caractere τφ يك superscriptis.

Neque vero, quae in ejusdem Cippi transcriptione Lancianâ reddita sunt صلى et المعروف بالروم, huc traxerim propterea, quia lithurgus habere mihi videtur, quo defendatur. In priore quidem vocabulo cel. Lancius non offendit, transcribens صلى, quod certe per scripturae, non item per linguae rationem licet Ab imperativo enim, qui hic obtinet, hanc formam alienam esse, vix opus est, ut moncam Grammatica صلى falli poscit. Atque sane nil obstat, quin hanc lectionem, quum alteram صلى probare vetamur, admittamus; nam litterae finalis ل figura in monumentis Cuficis nonnunquam ad لي tam prope accedit, ut ab hac plane distingui nequeat. Ad, quae hoc super argumento ad *Onychis Sor. Neap.* vocabulum secundum § 6. annotavi. Hanc rationem hic probemus necesse est, nisi lithurgum hic quoque turpiter peccati reum agere volumus.

Ad alterum vocabulum بالروم quod attinet, Lancius omnia conatus est, ut hanc lectionem recte habere probaret. Recte quidem negat المعروف بالروم idem valere posse ac notus seu famâ celebratus in totâ Rumâ; quamquam nec في hoc sensu satis apte adhiberi posse videtur. (Certe exemplum, quo Lancius usus est, hic admitti nequit; nam جيل معروف في بلاد واسعة apud Jakutum

Alterum vocabulum impeditius illud est, quod in operculi ligulâ (vid. litt. g.) obviu conspicitur. Hoc erit fortasse, qui pro mero or-

in Schultens. *Indice Geogr.* non significant: *Rum*, gens ubique terrarum nota, sed *Rum*, gens notissima, regiones habitans vastissimas.) Recte etiam negat,

بالروم contractum ex بالروميّ haberi posse. Sed idem frustra est, quum الروم in cippo censet esse cognomen τῶ Chalef per ludibrium impositum, adducto, quo interpretationi suae fidem faciat, exemplo ex Elmacino p. 282, quod et ipsum rejiciendum; nam quod ibi prostat الأفسيس (*Afsysus* apud Erpen., *Efesis* apud Lanc.) mendosum esse, jam diu monuit Reiskius. Vid. Abulf. *Annal.* T. III. not. 188. T. IV. p. 314. l. 2.

Ego hoc quoque quidquid est difficultatis tollere mihi videor, monendo, ut supra صل pro صلى, ita hîc pro بالروم etiam بالرومي legere licere. Primo teneri velim, ut و ن م ز ر, ita et ي caudâ in altum reflexâ exarari solere in hoc genere Cufico. Exempla habe بلوغ الأمانى in *Pluviali Imp. Germ. in-aug.*, ذى et الذى in *Epitaph.* apud Rosar. Gregor. p. 151, وصلى, والنبي, وعلى et al. in *Epitaph. Melit.*, in *Fod. Orient.* Vol. I. edito, alia ut taceam. Deinde rationem haberi velim mirae variationis, in quâ litterae finales versari solent, tam aliis in scripturis, quam in Arabicae variis generibus, inter quae Cuficum nobis hîc spectandum est. Quemadmodum supra vidimus ل etiam لي exaratum esse, ita ut duas litteras referat, sic contra passim accidit, ut littera finalis aliqua cum ei adjunctâ praecedente una eademque appareat. Veluti الناصر passim ita scriptum, ut ab الناص non distinguas, v. c. Adl. *Mus. Borg.* II. N. 51. 79. Sic nil fere discriminis العن inter et العشا intercedit in *Epitaph.* apud Ros. Gregor. p. 159, ubi lego versu sexto: ماتت من النفاس فى العشاء *mortua est in puerperio vespere* &c. Sic الرحمن apud Adl. l. c. II. N. 58 ad instar الرحم, et ibid. المؤمنین ita exaratum, ut pro الموم (coll. الامام ib. N. 51) vel pro المومر habeas. Inspice Adl. *Mus. Borg.* I. N. 36 et vide, sine aliquid discriminis inter م الامام et امير م. Adl. *Inscript.* apud Ros. Greg. p. 133, et vide م السوات ita formatum, ut vel solum م in altum reflexum, vel solum و similiter formatum esse videatur: Quid? quod, ut supra صل exaratum vidimus ad instar صلى, sic contra صلى in formulâ illâ faustae apprecationis صلى الله عليه in numis Cuficis (veluti in numo 'Afz-ed-daulae Buweihidæ, Schirasi a. 341 cuso) prorsus صل refert. Non igitur (credo) dubitabis statuere, in hoc quoque cippo ي in caudâ litterae m in altum reflexâ latere, et بالروم etiam pro بالرومي accipi posse. Quo facto nec linguae, nec sensui, nec artificis injuria inferatur.

namento habeat. Sed id ut verum esse patiar, a me impetrare non possum. Omnino litterae sunt. **لصاحبه** transscripsi. Id vero non potest non esse **لصاحبه**, hac in caussâ addi solitum, hic dimidio suo posteriore mutilatum propterea, quod locus id non capiebat. Nollem enim ad hujus comparationem trahere **يا صاح** pro **يا صاحبي**, quod frequens usus contraxit, nec **منا** pro **منازل** positum, quod licentiae poëticae tribuendum. A spatii autem angustia et ipsâ multas cum omissiones tum abbreviationes in numis obvias repetendas esse constat. Vide *Lib. II. de Num. Bulgh.* p. 109 sq. et numeralis quidem centenarii, utpote extremo loco ponendi, in numis omissi exempla in *Recens. Num. M. Mus. As.* p. 25. 26. 57. 104. all. denique et solius ultimae hujus numeralis syllabae **ية** omissae exempla ibidem passim exstant.

Superest vocabulum, cujus legendi vera ratio aliquam dubitationem habere potest. Pro **بالين** etiam **الين** legi posse videatur. Constat litterae **ل** basin in scripturâ Cuficâ saepe uncino augeri a dextrâ, ut fere speciem **تا** referat. Inspice e. c. *Inscriptionem Kiblae Cordub.* in vocibus **الصلوات**, **الرحمن**, quae ad instar **بالرحمن**, **بالصلوات**. exaratae sunt, item **الله**, secundum *Epitaphii Melit.* a nobis illustrati vocabulum, quod **الله** esse dixeris, et quae id genus alia passim obvia sunt. Grandior tamen mihi videtur esse, qui in nostrâ voce cernitur, uncinus, quam ut pro simplici ornamento litterae **ل** habeas. Inde, etiamsi precatio — **الين والبركة** — **لصاحبه** facilius fluat, quam **بالين والبركة** — **لصاحبه**, hanc posteriorem lectionem praefereendam censui. Ne autem in **ب** voti offendas, adjicere expediet precationem faustam, in margine numi Buweihidici, qui tum in *Museo Imper. solitario Petrop.* tum multo integrior in *Collect. ill. de Hallenberg* exstat: **بالين والسعادة والنصر والظفر**

Scripturae autem Cuficae genus, quod in hac lampade cernitur, novi quid prae se fert a mirabili, quod adhibitum videmus, **συμμετρίας** s. convenientiae partium studio. Non solum omnes illae

litterae, quarum caudae descendere solent, hic, ut alibi, e. c. in *Pallio Imp. Germ. inaugurali*, in altum reflexae (id quod, ut spatio parcat, fit), sed etiam, novo plane et insolito exemplo, singulares ubi exstabant, lineâ *παραλληλῶ* a dextrâ auctae sunt, ut *ب* in *بالين*, *ر* in *والبركة*

Hoc utut nostri operis characteri Cufico proprium sit, aetatem ejus tamen ex eo definire arduum est; quamquam eam nec saeculo aerae nostrae XIII. priorem nec XIV. posteriorem esse censeam.

Ad figuras denique quod attinet, ab utroque lampadis latere binae humanae conspiciuntur, quarum una (litt. h) Sambucam (*tscheng* *چنگ* dictam<sup>(3)</sup>), secunda (litt. i) chelyn (*uid, laūt* — *عود, لاوت*) incertum an aliud instrumentum musicum pulsat, tertia (litt. k) poculum, quarta (litt. l) pōmum nescio quod manu tenet. Quidquid praeterea, tam supra et in lateribus, quam in pede, exstat, flores sunt et ornamenta. Inter haec autem ornamenta haud scio an id, quod in operculo, tam ante *بالين* quam post *الدولة*, collocatum est (vid. litt. m. m), operis patriam quodammodo iudicet. Ei nempe simillimum in nonnullis Chanatus Dschudschiani numis deprehendi. Nostris igitur terris fortasse attribuendum est. Hic vero in figuris nemo offendat. Constat, Muhammedanorum haud paucos canonem imagines interdicens parum superstitiose servare, nec hanc ipsam legem tam late, ut vulgo sibi persuadent, patere. Mongholo-Tatari quam parum de eâ observandâ laboraverint, et numi et alia monumenta testatum dant.

Lampadem autem (*Кандило, قندیل Kāndil*) esse, quod prae manibus habemus, antiquum opus, totus ejus habitus prodit. Quamquam ipsae illae quatuor figurae humanae additque flores, quibus vita voluptatum varietate conferta innuitur, facile te inducere possent, ut

(3) Vid. Kaempfer. *Amoenit. exot.* p. 745 N° 21.

potius vel بخوردان *buchurdan* s. مبخر *mibchar* i. e. *thuribulum* esse putes, vel مدهن *müdhiin* seu *lecythum*, ex quâ aquam rosaceam et similia in manus, vestes, cidarim hospitem suorum Muslemi spargere solent. Conf. Müradg. d'Ohsson in *Tableau général de l'Empire Oth.* Tom. II. Tab. 61 et Niebuhr's *Beschr. von Arab.* Tab. I. D. et E. Diversitas, quam has figuras inter et nostram deprehendis, e terrarum populorumque diversitate explicari posset.

---

---

# INSCRIPTIONIS CUFICAE

## PALLII IMPERATORUM GERMANICORUM INAUGURALIS INTERPRETANDAE SPICILEGIUM.

---

### §. 1.

Quod antehac Norimbergae cum reliquis S. Imp. Rom. Germ. Insignibus asservabatur, Pallium inaugurale (vulgo *Pluviale* dictum) a titulo Cufico rhythmico, qui in ejus infimâ fimbriâ auro textili pictus cernitur, magnam famam collegit. Eum per saecula plura non nisi pro mero ornamento habitum, tandem quidem in scripturae latentis suspicionem adduci coeptum, sed irrito conatu a doctis tentatum, interpretari qui *primus* aggressus est, fuit Georgius Jacobus Kehr, ille studii palaeographici Arabici fundator, in orbe litterario quidem non nisi duabus de numis Muhammedanis commentationibus editis (ut alia nonnulla minora doctrinae ejus specimina taceam) notus, sed multo plurimum operum, quae lucem non adspexerunt, auctor. (1) Ea quoque, quam primus tentaverat hujus inscriptionis interpretatio non solum in lucem non est edita, sed etiam periisse videtur. (2) Id unum ex eâ memoriae proditum exstat apud Murrium (3), Kehrio interprete hoc pallium Hispali (s. Seville) a. H. 520 esse confectum. Quod etsi extremam hujus tituli partem minus recte

---

(1) Haec manu Kehrii perscripta, ipsius diligentiae & doctrinae monumenta, partim ut *Genealogiae Turcarum Abulghasianae*, nec non *Historiae Baburi textus Tataricus* aliaque in Archivo Collegii Imp. Causs. exterarum Mosquensi, partim ut *totius libri Abulghasiani modo laudati Versio Germanica, Baburiani autem latine versi Pars*, aliaque minoris momenti in Museo Asiatico nostro servantur. Cf. Murr, *Journal zur Kunstgesch. und Litteratur*. Th. X. p. 331.

(2) Vid. Murr l. c. p. 329 — 331, coll. p. 326. not. it. T. XV. p. 283.

(3) l. c. T. X. p. 323. 325. Cf. etiam, quae ipse inspicere non potui, von Ludewig's *Intelligenz-Bogen*. Halle 1731. May N° XXI. et *Hamburg. unparth. Correspondent*. 1731. N° 84.

lectum esse arguat, tamen non est, quod ideo cum Io. D. Michaëli (4) neges hanc jacturam dolendam fuisse.

Eodem, quo Kehrius, tempore Io. Henricus Schulze, Med. Doct. & Prof. Altdorfinus, hujus tituli enucleandi periculum (a. 1728) fecit. (5) Id editum legere est apud Murrium (6), qui idem, a Nagelio invitâ Minervâ emendatum (7), additâ inscriptionis figurâ ligno expressâ, antea jam vulgaverat (8), quam posteriorem interpretationem Michaëlis (9) et Jenisch (10) repetiere. Verum haec transcriptio et interpretatio mirum quam a vero abhorret. Kehrianam, si ad nos pervenisset, vix crediderim tot tamque gravibus scaterere potuisse vitiis. Ea tantum abfuit ut tolleret, ut etiam vel repeteret vel emendando pessime rem gereret, qui interpretationem Schulzianam a. 1780 recensebat (11) Io. B. Koehler.

Schulzio interpres tertius successit Olaus Gerh. Tychsen, qui primo in *Gelehrt. Beiträg. zu den Mecklenb. Schwerrin. Nachrichten* 1780. St. 42 — 45 simulque in *Murr's Journal* T. X. pag. 333 sqq. interpretationem suam proposuit. Nonnulla ille quidem Schulzio rectius eruderayerat, quid? laudem eximiam collegerat ex eo, quod quâ in urbe et quo anno confecta sit inscriptio, certo demonstrasset, eoque pacto quaestionem de In-

(4) *Orient. u. Exeg. Biblioth.* T. XIV. p. 26.

(5) Vid. Murr l. l. T. X. p. 325. T. XV. p. 251. 254. et ejusd. *Inscript. Arab. Pall. Imp.* p. 4 sq.

(6) *Journal* T. XV. p. 252. et *Inscript. Arab. &c.* p. 5.

(7) Vid. *Journ.* T. X. p. 323. not. T. XV. p. 251. not. 253. not. *Inscr. Arab. &c.* pag. 5.

(8) in *Beschreib. der vornehmst. Merkwürdigkeiten Nürnbergs* p. 239.

(9) l. c. p. 26 sq.

(10) In *Comment. de fatis linguarum OO.* p. XXIX. ubi in Tab. I. inscriptionis imago aere expressa est, sed minus fideliter. Cf. *Murr Journ.* T. X. p. 346.

(11) In *Allg. Deutsche Biblioth.* T. XLIV. p. 316 sq.

scriptionis origine et de viâ, quâ Pallium hoc inter Imperii Germanici insignia pervenerit, pro virili solvisset. Alia tamen a Schulzio perperam lecta non animadverterat, alia invitâ correxerat Minervâ. Interpretationem Tychsenianam multi repetiere. Adler <sup>(12)</sup>, G. L. Castelli Princeps Turrismutii <sup>(13)</sup>, Fr. Daniele <sup>(14)</sup>, Murr iterum iterumque <sup>(15)</sup>, et in paucis emendatam Rosarius Gregorio <sup>(16)</sup>. Anno 1792 Tychsenius ipse, adjutus (credo) Casirianâ interpretatione, suam pluribus locis in melius mutatam, neutiquam tamen absolutam, denuo edidit <sup>(17)</sup>, quam ita emendatam a sequenti repetivit Murrius <sup>(18)</sup>.

Paullo post tyrocinium a Tychsenio a. 1780 in hoc titulo explanando positum, vir excellentis doctrinae, Michaëlis Casiri, invitante Murrio, ad eundem interpretandum accessit a. 1782 <sup>(19)</sup>, remque bene gessit ita, ut omnes reliquos post se relinqueret; id quod Murrius haud advertisse videtur, Tychsenianae quippe interpretationi ubique primas deferens, quae Casirianae debebantur. Quamquam et huic insunt, quae minus recte habent.

Miraberis, inscriptionem hanc toties repetitis virorum doctissimorum curis tractatam nondum ad liquidum perductam esse (quamquam, id ut tibi persuadeas, facile te permoverint virorum gravissi-

<sup>(12)</sup> In *Museo Cufico Borgiano* (a. 1782) p. 83. coll. p. 167. (Conf. Michaëlis *Neue Or. u. Ex. Bibl.* 1. p. 55.)

<sup>(13)</sup> In *Siciliae et objacent. insular. Inscriptionibus* (a. 1784) p. 315.

<sup>(14)</sup> In libro: *I Regali Sepolcri del duomo di Palermo* (a. 1784) p. 105.

<sup>(15)</sup> In *Inscriptione* hac c. Tabb. editâ a. 1787, item in *Beschreib. der sämtl. Reichskleinodien*, a. 1790, nec non in *Inscriptione* eadem editâ a. eodem 1790 c. Tabb.

<sup>(16)</sup> In *Rerum Arabicarum, quae ad historiam Siculam spectant, ampla Collectione* (a. 1790) p. 173 cum Inscriptionis figurâ aere expressâ.

<sup>(17)</sup> In *Elementali Arabico* p. 59.

<sup>(18)</sup> In libro inscripto: *Beyträge zur Arabischen Litteratur* p. 39. sq.

<sup>(19)</sup> Vid. Murr. *Journal*. T. XV. pag. 261 sqq. et *Inscript. Ar. Pall. Imp.* p. 8 sq.

morum de interpretatione quidem Tychselianâ judicia (<sup>20</sup>); eoque magis id miraberis, quod hic titulus Cuficus sane non in monumentorum difficiliorum lectu numero ponendus est. Tam in transscribendis Cuficis, quam in vertendis Arabicis spicilegium nobis relictum esse demonstrabimus. Id autem nobis proposituris neutiquam animus est, singulas transscriptiones earumque versiones recensere et castigare. Longum foret. Sufficiet, quae in solis Casirianâ et novissimâ Tychselianâ, qualis in *Elem. Arab.* et apud Murrium II. cc. exstat, secus ac debebant, habere nobis videntur, notare et emendare, postquam nostram et transscriptionem cum lectionibus Casirianis differentibus (<sup>21</sup>) et versionem in medium protulerimus, quibus ipsis quidem, ut conferri cum iis queant, versiones Schulzianam & Tychselianam novissimam praemittere juvat.

§. 2.

A) Interpretatio Schulziana, subjunctis emendationibus Nagelianis et Koehlerianis.

*Ex iis, quae elaborata sunt in tributum (بالجزاة<sup>a</sup>) regni, quod a longissimo tempore inclaruit humanitate (بالسنت) et magnitudine (ب) et gloria (والجدر) et integritate*

(<sup>20</sup>) Veluti AdJeri in *Mus. Cuf. Borg.* I. p. 82: „Veram absolutamque hujus tituli explicationem primum invenit doctiss. O. G. Tychsel“; et Rosarii Gregorii l. c. p. 174: „Quicumque vel summis labiis litteraturam Cuficam attingit, plane intelligit, quantum textui Cufico interpretatio O. G. Tychselii ad amussim respondeat.“ Adde et Murr. in *Journal* passim, ut T. XV. p. 279, et in *Inscript. Arab.* p. 7. Atque ipse quondam Tychselius: „Nunmehr halte ich meine Uebersetzung des Pluvialis für völlig gerechtfertigt und zuverlässig“ (vid. Murr. *Journ.* T. XV. p. 267.)

(<sup>21</sup>) Casirius transcripta a se vertere supersedit. Quae eorum versio apud Murr. exstat et ab hoc profecta esse videtur, parum accurata est. Igitur hanc quidem, ut a Casirio alienam, non protuli.

(a) Koehlerus hoc pro بالجزية exaratum esse statuebat.

(b) Nagel: *reverentia*.

et vestibus coloratis (vel monilibus, — والجمال<sup>(c)</sup>) et excellentiâ et elephantis (والفيول<sup>(d)</sup>) et regibus (والاقبال) et beneficentiâ et majestate et gloriâ

et decore. Intueatur autem (Rex vel Imperator) obsequii promptitudinem, non spem (s. sperandum ex pretio lucrum) (ويلوح) الاماير ما الامال<sup>(e)</sup>, et gaudeat (وطيب) diebus et noctibus (f) sine defectu

et sine vicissitudine cum robore et jurium prosecutione (والدعوية<sup>(g)</sup>) et (eorum) eustodiâ et praesidio et liberali usu (والسنت<sup>(h)</sup>) et pace (i)

et victoriâ et sufficientiâ (k). Extendat Deus pupillam aetatis ejus (بمد الله مقلة سنه<sup>(l)</sup>) ad terminum (بباري) viginti et quingentorum (annorum) (m).

#### B) Tychseniana novissima.

Hoc est aliquid de eo, quod confectum est pro dignitate (بالجراية) regiâ, quae illustretur felicitate, comitate, famâ (الجمد), perfectione,

(c) Nag. et Koehl. camelis.

(d) Hoc et ipsum erronee positum pro والاقبال autumabat Koehlerus.

(e) Nagel: ac respiciat (accipiens) tenuem Ducem (Emirum, qui hoc dat), non spem (s. non quod expectandum erat a reverente Emiro).

(f) Nag.: et felices sentiat dies et noctes

(g) Nag.: cum potentiâ et rebus expetendis

(h) Nag.: favore (coelesti).

(i) Id.: salute.

(k) Idem: et cupid rerum.

(l) N. Proroget Deus intuitum annorum ejus.

(m) i. e. explicante Nagelio: Faxit Deus, ut accipiens hoc pallium inter vivos conspicitur 520 annos; qui numerus (observante eodem) fortasse hîc positus, quod pallium hoc a. 520. H. confectum sit. — Koehlerus verit: Deus proroget terminum aetatis ejus. In Maref anno 520., additque, sibi الله etiam mendose pro الله scriptum et pro بباري legendum videri ببارب in Mareb, Arabiae felicitis urbe.

*vitae duratione, beneficentiâ, affabilitate, facilitate, clementiâ, humanitate, magnificentiâ, decore, assecutione securitatis (الامانة), divitiis (الامال), faustis diebus ac noctibus, sine imminutione et sine vicissitudine, nec non cum virtute, votorum complemento (الرعاية), conservatione, tutelâ et fortunâ, salute, victoriâ rerumque copiâ; in metropoli Siciliae, anno octavo et vicésimo et quingentesimo.*

C) Mea transscriptio et interpretatio.

مَا عَمِلَ بِالْخَزَانَةِ الْمَلَكِيَّةِ الْعَمُورَةَ بِالسُّعْدِ وَالْأَجْلَالِ وَالْجِدِّ وَالْكَمَالِ  
 وَالطُّوْلِ وَالْأَفْضَالِ وَالْقُبُولِ وَالْأَقْبَالِ وَالسَّمَاةِ وَالْجَلَالِ وَالنَّفْخِ  
 وَالْجَمَالِ وَيُلَوِّغُ الْأَمَانِيَّ<sup>(b)</sup> وَالْأَمَالَ وَطَيَّبَ الْأَيَّامَ وَاللَّيَالِ بِلَا زَوَالِ  
 وَلَا انْتِقَالِ بِالْعَزِّ وَالرِّعَايَةِ<sup>(c)</sup> وَالْمُحْفِظِ وَالْحَيَاةِ وَالسُّعْدِ وَالسَّلَامَةِ  
 وَالنَّصْرِ<sup>(d)</sup> وَالْكَفَايَةِ بِمَدِينَةِ صَقْلِيَّةَ سَنَةِ ثَمَانِ وَعِشْرِينَ وَخَمْسِمِائَةٍ

(a) Casiri: والجد

(b) Cas. الامانة

(c) Cas. والرعاية

(d) id. والنصرة

*Est ex iis, quae fabricata sunt (i. e. Hoc fabricatum est) in officinâ Regiâ, quae floret felicitate et magnificentiâ, prosperâ sorte et summâ perfectione, excellentiâ et eminentiâ, gratiâ et fortunâ secundâ, liberalitate et majestate, gloriâ et pulchritudine, consecutione votorum expectationumque et suavitate dierum noctiumque absque defectu et mutatione, potentiâ et curâ sollicitâ, custodiâ et tutelâ, felicitate et incolumitate, victoriâ et sufficientiâ, in urbe (primariâ) Siciliae (i. e. Panormi (22)) anno quingentesimo vigesimo octavo (qui incip. d. 31. Oct. a. p. C. n. 1133. et in Rogerii II. Normanni imperium incidit).*

## §. 3.

## Annotationes criticae et philologicae.

Primi vocabuli ما lectio nullam habet dubitationem. Nam quod prima littera non sit clausa, id *Mim* initiali saepe accidit. Ex innumeris exemplis adducere sufficiet, quae in Mur. d'Ohssonii Tab. III. varia scripturae Arabicae genera continente (23) cernuntur vocabula مقبول, مسعود, et مبعوض, nec non منكى in numis Krimensibus.

Vocem tertiam b. Tychsenius postquam بالجرة legisset, invitâ quidem scripturâ Cuficâ (24); deinde, licet perspectâ a Casirio verâ, quae hîc obtinet, ratione Cuficâ, incertus tamen بالخرانة inter et بالجرة haerebat; denique, his rejectis بالخرابة legendum censuit (v. *Elementale Syriacum* p. 171. et Murrii *Beyträge* l. c.) idque vertendum: *pro dignitate*. Ita quidem legi posse haud

(22) Panormum hodie Palermo dici constat.

(23) *Schilderung des Othom. Reichs*. Th. I.

(24) Id quod tunc quidem animadvertisse non videtur. V. Murr. *Journ.* XV. p. 385 sq.

negaverim, sed lectum verti licere: *pro dignitate*, id nego. Nec حرابة hoc significat, nec praepositionem *pro*, hoc quidem sensu, veritas. Unice vera lectio est بالحراثة, quam eandem etiam *Casirius* amplexus est. خزانه omne quidem *conditorium*, sed in regia potissimum indicat „gazophylacium, in quo non modo Majestatis pecunia deponitur, verum etiam cimelia ac pretiosa quaevis obserata custodiuntur a thesaurario regis“, uti de aula Persica Kaempfer in *Amoenitat. Exot.* p. 127; vel idem valet atque Persarum کارخانه de quo idem Kaempfer l. c. p. 126. hunc in modum: „جبهخانه i. e. armamentarium, quod et کارخانه seu domus utensilium [officinam seu fabricam vertere mallet] vocatur; siquidem in ea non modo apparatus militares, videlicet sclopeta, acinaces, loricae, sarissae, hastae, sed et varia utensilia, velut specula, imagines, tubi optici, et paris conditionis alia; nec minus, quae ab exteris principibus dono mittuntur, curiosa variae inventionis opera, reponuntur. Est officina haec una ex amplissimis et primariis, cujus praefecto parent plurimi fabri, caelatores et id genus metallarii plures, facientes suae artis opera in singulis quique officinis.“<sup>(25)</sup> Tale rerum pretiosarum atque admirabilium Museum augustum intelligo illam خزانه, cui destinatum se fatetur *Globus coelestis Cuficus* <sup>(26)</sup>

(25) Cf. Chardin T. II. p. 109. ed. Langl. „Le roi et les grands de Perse ont chez eux des manufactures de toute sorte d'arts et de metiers; ils les appellent *Carcone* (*Kâr-khaunéh*) i. e. maison de travail, ou proprement laboratoire. C'est comme la galerie du grand duc de Florence, ou les galeries du Louvre. On entretient là-dedans un grand nombre d'excellens maîtres, qui ont pension et leur nourriture toute leur vie.“

(26) Hunc globum qui confecit a. H. 622, nominatur „*Caissar ben Abi al Casem ben Mosafar (?) Alabraki (?) Alhanafi*“, cujus nominis astronomum vel mathematicum in libris frustra a se quaesitum esse fatetur Assemanius. p. LXXIX. Mihi vero dubium non est, quin celeberrimus ille mathematicus علم الدين قيصر بن ابي القاسم [بن] عبد الغنى الفقيه الحنفى المقرئ المعروف بتعاسيف *Älem-ed-din Kâisar filius Abi-'l-Kâsim Abd-il-ghany, juris sacri peritus juxta ritum Hanefiticum, lector Koranicus, vulgo sub nomine Te'asif notus, intelligendus sit, qui natus in Aegypto a. H. 574, diem supremum obiit Damasci a. 649. mense 7. teste Abulf. in Ann. T. IV. p. 528, qui idem p. 478. Principem*

a S. Assemani peculiari commentario (ed. Patavii a. clōlccxc.) illustratus, ita habens: *برسم خزانة مولانا السلطان الملك الكامل* i. e. *destinatus Museo* (propr. *cum destinatione pro Museo*) *Domini nostri Sultani* etc. <sup>(27)</sup> Et quidni Pallii quoque nostri *الخزانة* tale Museum augustum cum sibi annexis officinis mechanicis, veluti textrinà, innuere statuas, ideoque tituli initium *بالخزانة الملكية* ita vertas: *hoc est unum de illis operibus, quae fabricata sunt in Officinâ Musei regii* —

Vocabulum quintum *العمورة*, non vero *العمورة*, quod plane absonum in *Element. Arab.* l. l. Tychsenius admisit, legendum esse, in dubio non est positum. Sed ipsius vocabuli *معمور*, utut frequens sit, vim genuinam atque usum, quia nec in hac inscriptione nec in libris passim satis recte intellectum video, paucis exponere, non ab re erit. Verbum *عمر* denotat *colere, cultum, habitatum reddere locum*, veluti *عمر الأطراف* *omnes provincias cultas reddidit*, *عمرت* *بغداد في ايامه* *eo regnante Baghdadum floruit*. Inde *معمور*, nec non *عامر* vi passivâ praeditum <sup>(28)</sup>, propr. *cultus, habitatus, frequens incolis, domibus, bonis aliisque rebus*, inde *florens, celebr.* Exempla haec habeto: *العمورة* scil. *الأرض η οἰκουμένη, terra habitata;*

Hamatensem, Melik-el-mufzaffer Taký-ed-din Ma'hmud († a. 642.) ejus operâ usum esse tradit. Haec observatio quum adeo in promptu sit, fieri potest, ut jam diu ante me ab aliis in medium sit prolata; quod quidem factum esse, me laet.

(27) Quamquam híc quidem etiam ad *Bibliothecam regiam* trahere liceat; nam hanc quoque significationem *خزانة*, sive cum addito *الكتب* sive absolute positum, habet. Sic apud ill. S. de Sacy in *Mémoire sur la littérature des Arabes* p. 18. et passim in fronte vel ad calcem Codicum MSS. Arabicorum, Persicorum, al. veluti in fronte Codicis *فاكهة الخلفا* in Mus. Asiat. Petr: *برسم الخزانة* *العالية المولوية ابي الخير محمد* i. e. *destinatus pro bibliotheca celsâ, Maulaica* (i. e. celsi, domini) *Abul-cheir Mu'hammedis*. — Quod restat, faciunt haec ad illustrandum locum Esrae VI. 1: *בקרר בבית ספרים רבים מהחתיך חמה בבבל*: *Quaesiverunt in bibliothecâ, ubi thesauri, reponerantur Babyloniae.* coll. V. 17.

(28) Hac super causâ vid. Bochart. in *Hieroz.* I: p. 89. A. Schult. ad *Hamas.* p. 511: H. A. Schult. ad *Meidan. Prov. Arab.* p. 111. Reisk. ad *Abulf. T.* III. p. 600.

وكانت الدنيا في ابامه عامرة *eo regnante terra omnibus copiis florebat*; مدينة عامرة *urbs culta, frequens* <sup>(29)</sup>, *celebris*; سوق عامر *forum frequens, celebrè*; الجامع المعمور بذكر الله *templum frequens piis exercitiis, t. in quo pia exercitia vigent*. Similiter البيت المعمور (in *Kōrano*) *aedes frequentissima*, scil. تع على الله تعالى بالثناء *dei celebratione* vel numero Deum colentium; quo quidem nomine afficiunt antiquam aedem Meccanam seu Ka'bam illam, quam tempore diluvii in coelum sublatam esse et in quā singulis diebus septuaginta mille angelos Dei laudes celebrare volunt. Muradgea d'Ohsson <sup>(30)</sup> vim denominationis non animadvertens vertit: *domus prosperitatis*. Sed aut eo, quo supra dixi, modo vertendum, aut, si mavis, *celeberrima, vel augustissima domus Dei*.

Etenim ut Latinorum *celeber* etiam de omni *claro, inclyto* dicitur, ita معمور et عامر *cultus, frequens, florens*, ab Arabibus, Persis Turcisque adhiberi amat tamquam locorum epitheton, usu idem fere valens atque *regius, augustus*, quamquam frequentiae, celebrilitatis statusque florentis notio subsit. Inde dicunt: البندر المعمور *portus frequentissimus — regius*; الخزينة العامرة *gaza frequens, dives, regia*; دار الطباعة المعمورة — العامرة — *officina typographica florentissima* i. e. *Sultanica s. regia*.

Jam in pallio imperiali quod simpliciter dici potuisset الخزينة العامرة الملكية *officina regia augusta* (propr. *frequens s. florens*), ut in مقدمة الادب apud Lorschbach. *Archiv* II. p. 16. legitur خزنة المعمورة — id amplificatum cernimus nominatis bonis illis omnibus, quibus illa gaudet, الخ والجلال والسعد والمعورة الملكية الخزينة الملكية *officina regia florens prosperitate et magnificentia* etc. Quod autem inter illa bona, quibus laeta florere dicitur officina, pleraque talia sunt, quae

(29) Sive numero incolarum, sive aedificiis, unde pleniore locutiones: مدينة عامرة بالناس مدينة عامرة الديار

(30) *Allg. Schild. des Othom. Reichs*. I. p. 271.

de ipso rege potius quam de ejus officinâ praedicaveris, id ex more Arabum est; conferatur inscriptio ad calcem codicis *مخبة الدهر* هذا الكتاب برسم الخزانة العالمة. المولوية المخدمية السيفية مولانا وسيدنا المقر الأشرف العالی المولوی المائکی المخدمی السیفی مولانا ملک Alicâ Maulaicâ Machdumicâ Seificâ heri et domini nostri, Excellētia nobilissimae et celsae, Maulaicae Malikicae Machdumicae Seificae, Domini nostri, Regis Emirorum, Temir-daschi; et alibi: هذا المكتوب العلی الامامی الکریم الروانی الخلیفی الهاشمی صدر هذا المكتوب العلی الامامی الکریم الروانی الخلیفی الهاشمی Missa est haec epistola celsa Imamica nobilis Merwanica Chalifica Haschemitica Fatimitica i. e. vertente cel. Silv. de Sacy: La présente, très-elevée et très-noble lettre de l'Imam, du fils de Merwan, du Khalife sorti du sang de Haschem, du descendant de Fatime etc.

Quod restat, moneo pro *المعمورة بالسعد* legere etiam licere *مقهور بالانعام* i. e. *cumulatum prosperitate*, prout Arabes passim dicunt *مقهور بالانعام* vel *بالعطایا beneficiis, donis cumulat*. Hoc tamen admittere non potui. Unice verum *المعمور*

Pro *السعد* Tychsenius *بالسفظ* legere maluit parum idoneis argumentis nisus. (vid. Murr. J. XV. p. 386.) Deinde inter utramque lectionem dubius haerebat. (vid. *Elem. Arab.* l. c.) Sed hic quoque dubitationi locus non est. Unice vera lectio *بالسعد*

*الاجلال* vi passivâ: *magnificentiam* seu *majestatem* designat. Non recte Tychsenius: *comitas*; ut quae potestas nec huic vocabulo nec ejus radici *جل* inest. Casirii autem *الجلال* quod apud Murr. (*Journal.* XV. p. 263. 278. prostat) calami errori debetur, estque in ejusd. Interpr. p. 8. correctum.

*الجد* *prosperâ sorte*. Tychs. et Casir. legerunt *الجد gloria*. Verum quod pro • habuere, non est, nisi merum vinculum, *جد* cum = jun-

gens, magis solito inflexum; cui sententiae suffragabitur, quisquis vocabula hujus ipsius inscriptionis الجلال , الجمال et الحماية contulerit.

والانفضال *excellentia*, proprie *longitudo*, et *eminentia* propr. *exuberantia*. Haec ex linguae Arab. usu. Minus recte Tychs. *vitae duratio et beneficentia* vertit.

والاقبال *gratia* (quâ quis floret) et *fortuna secunda*. Tychsenius: *affabilitas et facilitas*. Prius si idem valet atque acceptatio, comitas, ferri utcunque potest; alterum vero, *facilitas*, Arabico اقبال non respondet.

والسماحة والجلال *munificentia et majestas*. Haud recte Tychs. *clementia et humanitas*.

والامال *consecutio votorum et exspectationum*. بلغ verbum de *consequendo voto* passim occurrit, ipsumque بلوغ cum امنية, cujus hic pluralis امانى est, habes in *Vita Timuri* T. I. p. 356. ed. Mang: مستنشر بيلوغ الامنية *laetus se voti compotem esse factum*. Male Casirius pro الامانة legit امانى Non è sed ى finale cum caudâ erectâ est, quod in Cuficis cernitur. Lectionem Casirianam, quam sibi valde arridere fassus erat Murrius (*Journ.* XV. p. 280. et in *Interpret.* p. 15.) mox et Tychsenius, missâ pejore adhuc, quam antea protulerat atque adeo contra omnem fidem Cuficam defendere pessimis rationibus sustinuerat, (31) lectione, amplexus est, sed longe a veritate aberravit vertens بلوغ الامال *adsecutio securitatis, et divitiae*. Nam الامال *civitas* non denotat. Patet, optimum virum امال (*spes, exspectationes*) et اموال (*opes*) promiscue habuisse (32).

(31) Vid. Muir. *J.* XV. p. 387.

(32) Hanc ipsam lectionem Casirianam, tamquam unice veram, etiam cel. Lancius nuperime in medium protulit, subsituens eam lectioni pristinae: بلوغ الامير والامال quam ab ipso Tychsenio dudum retractatam esse, cum fugisse videtur. „Sembrava (inquit) al ch. Sig. Tychsen d'aver tocca la meta in leggendo بلوغ

اللبيال *suavitas dierum noctiumque*. Tychs. ver-  
tens: *fausti dies ac noctes* طيب *potestatem attribuit alienam*. طيب  
الليلة adest etiam apud Elmacin. p. 129.

العز والرعاية *potentia et cura sollicita*. العز a Tychs. verum  
est: *virtus*. Non satis recte. Tam *potentiam* quam *gloriam* de-  
notat. Alterum vocabulum ab eodem et Casirio lectum est الرعاية  
perperam. In scripturâ Cuficâ non intercedit ea inter litteras ر  
et د d figurae similitudo, quam, in scripturâ Arabicâ recentiori  
passim obviam, multorum graviumque errorum matrem esse alibi  
probavi (33). Character Cuficus lectionem الرعاية respuit. د ejus  
quâ figura gaudeat, disce ex بالسعد , الجرد , et بمدينة , quae voca-  
bula haec ipsa inscriptio suppeditat. Accedit, quod vocabulum دعاية  
nihili est, nec scio, significationem: *votorum complementum*, quâ  
hîc auctum est, unde vir beatae memoriae hauserit. Contra الرعاية  
a me illi substitutum tum scripturae Cuficae ratio tuetur (cf. simillimum  
r in يرجعون Tabulae III. adj. *Grammat. Arab. de Sa-*  
*cyanae, et Inscript. Kiblae Cordubensis*) tum linguae Arabi-  
cae consuetudo.

النصر . Casirius, (nec non Tychs. apud Murr. quidem)  
dedit النصر , verum *rov* ò nullum est vestigium. Nec unde in has  
transcriptiones irrepere potuerit, video. Denique الكفاية *sufficiencia*  
a Tychs. redditum est: *rerum copia*, non satis recte. Vocabulum  
hoc denotat: *rebus gerendis parem esse vel sufficere*.

Quod denique attinet ad originem hujus inscriptionis et viam,

---

الامير والامال *splendore del principe e delle ricchezze*; ma se leggeva بلوغ  
الامانة والامال *conseguimento di sicurezza e speranze, e vale, il conseguire*  
*ciò, che mai può sperarsi pel sicuro stabilimento, avrebbe dato una giusta inter-*  
*pretazione.*“ Vid. *Lettera dell' Abate M. A. Lanci, sul Cufico sepolcr.*  
*Monumento ecc.* p. 57 sq.

(33) Adisis-De origine vocabuli Russici Деньгу pag. 21 — 23.

quâ hoc pallium inter insignia Imperii Germanici pervenerit, acquiescere licebit in b. Tychsenii sententiâ, quae fert: hoc pallium a. Chr. 1136. vel 1137. illi, qui tunc Neapolis et Siciliae rex erat, Rogero II. ab Arabibus Siculis ad captandam regiam benevolentiam dono esse oblatum, videri autem ab Henrico VI. Imperatore, qui Constantiam illius Rogeri filiam in matrimonium duxerat, exeunte saeculo XII. in Germaniam ablatum esse. De ceteris, quae tum ad ipsum hoc pallium tum ad varias inscriptionis ejus interpretationes spectant, vide ven. A. Th. Hartmanni librum egregium, cui titulus est: *Oluf Gerhard Tychsen oder Wanderungen durch die m. Gebiete der biblisch-asiatischen Literatur*. Bd. II. Abth. II. pp. 128 — 137.



INSCRIPTIONUM

IN

TIBIALIUM IMPER. INAUGUR. FASCIIS  
AURO TEXTILI PICTARUM  
RELIQUIAE.

Inter ornamenta et insignia, quibus S. Rom. German. Imperii Caesares solemniter inaugurari solebant, Tibialia etiam asservantur sericea coccinei coloris, inscriptionibus Arabicis, in supremo margine auro textili pictis, sed mutilis ornata. His et ipsis paullisper immorari hac occasione moneor.

1.

In altero Tibiali quae supersunt litteris retrogradis <sup>(1)</sup>, b. Tychsenius transscripsit: العظم الملكى البد vertitque: *Fascia regia magnifica*. Verum haec, ut ab Arabismo abhorrent, ita nec hanc nec ullam idoneam admittunt interpretationem. البد *libd* non significat *fasciam*; litterae ا hic nec locus esse, nec articuli notio subesse potest; nec الملكى *regium* denotat, nec articulo carere posset, quia العظم eo auctum.

Ego mallet ita transcribere: الملك العظم الجليل = eaque ita suppleta برسم الملك العظم الجليل vertere: *Pro* <sup>(2)</sup> *Rege augusto illustri*.

<sup>(1)</sup> Vide Murr *Journal* etc. Tom. X. p. 374. eique adjunctam Tabul. lign. et Tom. XV. p. 339 — 342. et *ejusd. Inscript. Arab. Pallii Imp.* p. 23. ibique repetitam Tab. I. item Rosarii Gregorio *Res. Arab. Sic. Coll.* p. 173. ubi aere expressa Tab.

<sup>(2)</sup> Propr. *Cum destinatione pro* — vide supr. p. 539. et 541.

## 2.

Ab iis, quae in alterius Tibialis fasciis cernuntur <sup>(3)</sup>, prudens abstinere, quia adeo mutilata sunt, ut certi quid ex iis elicere frustra studueris. Sed monere saltem expediet, quae in iis Tychsenius legere sibi visus est: **وللا لشيع** strenuo et, item **لغبط = لغبط = لغبط** felici sapienti, ea prorsus a veritate aliena esse. His quae certiora substituam non habeo. Observare tamen juvat, prius illud vocabulum potius ad **لستعمه** vel **لا لستعم** accedere videri (num forte **لستعم**?), alterum autem, inferiore illud loco positum, **للعنص** referre videri; quod superiore loco, non tangere praestabit.

(3) Vide Murr *Neues Journal*. Tom. I. p. 184. et *Inscript. Ar. Pallii Imp.* p. 24 ibique adj. Tabulam ligno excusam.

TEMPLI CATHEDRALIS CORDUBENSIS,  
MUHAMMEDANORUM OLIM SYNAGOGAE,

INSCRIPTIO CUFICA ANNI P. C. DCCCCLXV,

NOVIS POST ALIOS CURIS TRACTATA.

Cordubae quod hodiedum exstat, templum Muhammedanum in aedem Christianam conversum, ceu splendoris Arabici monumentum mirati sunt atque mirantur <sup>(1)</sup>. Conditum a Nasir-lidin-allah Abd-ur-Rahman, Chalifà Hispaniae, eoque a. 961. aerae nostrae mortuo, ab ipsius filio Mustanfir Hakem, nec non ab Abu-Amir Muhammed, Wesiro, varie auctum esse tradit Abd-ul-Wahid Marrakeschy <sup>(2)</sup>, in ejus laudem addens: وهو مسجد لم ينفق فيه درهم الا من خس والمغتم وهو معظم القدر عند اهل الاندلس مبارك لا يصلى فيه احد ويدعوا بشى من امر الدنيا والاخرة الا استجيب له قد عرف ذلك من امره واشتهر  
i. e. *In hoc templum, ut exstruendum ita augendum, non impensum est argenti aliquid, nisi quod ex quinta spoliorum parte (quae principi debetur) provenerat. Summae autem sanctitatis laude apud Hispanos floret, gaudens praesenti divino favore, adeo ut nemo in eo precibus Deum adiens, rem, sive hanc vitam sive salutem spectet aeternam, expetat, quin Deus ratas ejus preces efficiat. Quae hujus templi virtus in vulgus nota est.* <sup>(3)</sup>

<sup>(1)</sup> Ibn-el-Wardy: *Ibi* وبها الجامع الذي ليس في معمر الارض مثله *templum cathedrale Muhammedanum est, cui comparandum alterum in terra, quam late patet, non exstat.*

<sup>(2)</sup> Vid. Abulfedae *Tabulae quaedam geogr. etc. ed. Rinck. p. 167 sq.*

<sup>(3)</sup> Hunc locum ita vertit I. C. G. Karsten: *so dass alle Kosten den funften Theil der Beute, die den Spaniern abgenommen und sehr gross war, betrogen. Aber niemand wollte in dieser Moschee für sein zeitliches und ewiges Wohl eher beten, als bis die Antwort Hakems bekannt wurde, wodurch sich diese Sache verbreitete.* Vid. *Des Marockaners Abdulwahed Temimi Fragmente über*

De hujus templi Mihrab s. Kiblâ haec apud Ibn-el-War-dyum leguntur ويقبلته صناعات تدهش العقول وعلى فرجة المجراب سبع قسي قاعة على عمد طول كل قوس فوق القامة قد تحير الروم والمسلمون في حسن وصفها وفي عضادتي المجراب أربعة أعمدة اثنتان الخضران واثنتان حمرا *In ejus Kiblâ opera conspiciuntur tam affabre facta, ut contemplantium animos in stuporem dent. Quo loco Mihrab supra distenditur* (4), *septem arcus sunt, columnis nixi, singuli ultra orgyiae longitudinem protensi, ad quorum formam pulcherrimam et Europaei et Muhammedani stupent. In ambabus ejus parastatis quatuor eriguntur columnae, binae coloris viridis, binae ex lapide lazuli, quarum inaestimabile est pretium.*

Jam in hac Kiblâ Inscriptio Cufica hodieum legitur, quae Maroccano (Marrakeschy) supra laudato, templum a Mustansir Hakem Chalifâ auctum ornatumque tradenti, fidem facit. Ejus mihi quidem, quamvis diligenter circumspicienti, non innotuit, nisi una illa interpretatio, a b. Tychsenio profecta (5), quam ab ipso editam in *Elementali Arabico* p. 59 sq., deinceps *tituli icône auctam* b. Murrius in *Beytrâg. zur Arabischen Litteratur* p. 5. repetiit, et posthac nonnulli viri docti corrigere studuerunt. Hi quum spicilegii aliquid hic quoque mihi reliquerint, facere aliquid, quod ex dignitate rei sit, mihi visus sum, si meas qualescunque in hanc inscriptionem curas diutius latere haud sinerem. Eam igitur hunc in modum interpretandam censi atque censeo:

*In nomine Dei misericordis et clementis. Observate preces et preces*

---

*Spanien aus d. Arab. übersetzt, (Rostock 1801.)* Prope est, ut credas, nos ambo nobis *monumentum Cuficum* interpretandum sumsse! Libellus Karstenianus dici non potest quot quamque gravibus scateat vitiiis.

(4) *على فرجة المجراب* (4) quâ aptiore ratione reddam, non satis scio.

(5) Paratam etiam a Casirio hujus tituli interpretationem, neque tamen editam, esse refert Murr. in *Inscript. Ar. Pallii Imp.* p. 7. not.

mediam, atque state devoti. <sup>1)</sup> *Imamus el-Mustansir-billah*  
*Abd-ullah el-Hakem Emirus Fidelium,* <sup>2)</sup> (quem Deus prospero  
 successu uti velit!) <sup>3)</sup> postquam secundantem Deum  
 in exstruendo hoc Mihrabo <sup>4)</sup> expertus est, marmore <sup>5)</sup> idem  
 induci jussit, desiderans (pro hoc pio opere)  
 amplam remunerationem atque eximium reditum (ad Deum nempe,  
 seu beatitudinem coelestem). <sup>6)</sup> Itaque hoc confectum est  
 auspiciis Clientis <sup>7)</sup>  
 et Cubicularii <sup>8)</sup> ejus, *Dscha'far<sup>i</sup> filii Abd-ur-Rahmani<sup>i</sup>* <sup>9)</sup> (quem  
 Deus gratum sibi habeat!), opus moderantibus  
*Muhammede filio Jemlich<sup>i</sup> (?)* <sup>10)</sup>, *Ahmede filio Nafi<sup>i</sup> et Chuld<sup>o</sup>* <sup>11)</sup>  
*filio Haschem<sup>i</sup>, praefectis*  
*cohorti ejus praetoriae* <sup>12)</sup>, <sup>1)</sup> *et Motref* <sup>13)</sup> *filio Abd-ur-Rahmani<sup>i</sup>*  
*Secretario, mancipiis ipsius* <sup>14)</sup>, mense  
*Sul'-hiddsche anni trecentesimo quinquagesimo quarti* <sup>15)</sup>. Deo  
 quisquis totum se committit recteque vitam instituit, ansam pre-  
 hendit  
 firmissimam; ad Deum autem exitus rerum est. <sup>16)</sup>

<sup>1)</sup> Ex *Koran*. II. 239.

<sup>2)</sup> Chalifarum Umaijadarum Hispaniae ordine nonus, qui ab a. C. 961 usq. ad a. 976 regnavit. V. Cardonne's *Geschichte von Africa und Spanien etc. übers. v. Murr*. T. I. p. 225 sqq. In titulo ejus scribendo sententiae variant. Apud Rodericum Toletanum (p. 26.) scriptus est *الستقر el-Mustakarr*, quam rationem Herbelotus art. Hakem admisit. In Abu'l-fedae *Analibus* (T. II. p. 472.) prostat *النتصر el-Muntasir*, approbante id Reiskio (ad Abulf. l. c. not. 360.) eique ex numo fidem addere conante ill. Th. Ch. Tychsenio (de *Numis Arab. hisp.* p. 80). Sed unice verum esse, etiam apud Cardonnum obvium, *el-Mus-*

*tanfir*, tum Numorum, ex quibus nominasse sufficet *Nanian*. LXXXIII, tum Inscriptionis nostrae auctoritas probat. Abulfe-  
 daeum المنصر *el-Muntafir* ortum est ex contractâ, ut passim exa-  
 ratur, litterâ م, de quâ vid. me ad *Onych. Sorano-Neapol.*  
 p. 45 sq. Quam eandem rationem et in numo *Goettingensi* ad-  
 mittere licet, qui (id quod obiter attingo), ut *Nanianus* laudatus,  
 non بمدينة الرية *in urbe Almeriâ*, sed بمدينة الزهراء *in urbe al-Zehrà*  
 (de quâ videsis Cardonne, *übers. v. Murr. Th. I. p. 217.*) cusus est.

3) Tychsenius: *cui Deus benefaciat*, quod mihi parum  
 probatur. الله اصاحه formulam esse, quae nominibus principum alienae  
 fidei vel etiam hostium addi soleat, Meninskius annotavit. Quâ  
 in caussâ versantem eam commode verteris: *quem Deus ad melio-  
 rem mentem transferat!* Alius ejus usus in allocutionibus obtinet.  
 Tunc اصاحك الله, vel اصاح الامير (الملك) apprecatio est, quâ  
 Arabes liberioris sermonis audaciam suam excusaturi erga principes  
 utuntur, q. d. *Deus te* (si forte ob dicta vel dicenda a me alienior  
 sis vel fueris,) *ad sensum meliorem, ad benevolentiam erga me  
 ducat, melioribus te erga me imbuat!* ita ut ipsis idem fere va-  
 leat, atque nostratibus suum: *Verzeihen Sie!* vel *Ich bitte um Ver-  
 gebung!* v. Reisk. in Censurâ *Caabi Lettiani in Novis Actis  
 Eruditorum.* a. 1747. Ibn-Challekan apud S. de Sacy in  
*Mémoire sur la litt. des Arabes* p. 79. 80. ejusd. *Chrest.  
 Ar.* p. 37. Ibn-el-Wardy ed. Hylander. P. V. p. 4. Eu-  
 tychii *Annal.* ed. Pocock. T. II. p. 426. Jam in inscriptione  
 nostrâ Chalifae nomini postpositum الله اصاحه numquid vertendum; *quem  
 Deus magis magisque emendet, magis magisque probum reddat!*  
 et existimandum est, hanc formulam hic, ubi ipsi Chalifae sermo tri-  
 bui videatur, modestiae datam et melioris sensus desiderio indicando  
 esse? collato العبد القدير الله auctorum et respectu habito ad illa,  
 pietatis et modestiae indicia, quae mox subjiciuntur رغبة في جزيل  
 الثواب وكريم الماب An vero اصاحه hic potius vertendum: *Deus eum  
 prospere succedere faciat, secundet?* Hoc mallet. Obtinebat enim

hoc ipsum verbum اصالح etiam in fausta precatione, quae in Chutbis fiebat Chalifae regnanti. Sic Ibn-Fofzlan (apud Jakutum in *Lexico geograph. majore*) Regi Bulgharorum de Muktediro Chalifa narrat: هذا مولانا امير المؤمنين قد وصى لنفسه ان يقال على المنابر في الشرق والغرب اللهم اصالح عبدك وخليفتك بعنر الامام القندر بالله امير المؤمنين Ille Dominus tuus, ipse Emirus Fidelium, pro se praescipit ut in templorum per Orientem et Occidentem suggestis hunc in modum precentur: o mi Deus! fac feliciter succedat servus tuus et vicarius tuus (in terris), Dschafar Jmamus el-Muktedir-billah Emirus Fidelium! (6)

4) Tychs. legit سيده vertitque hunc locum: postquam — divino auxilio ad imperium evehctus fuerat. Perperam. Omnino legendum est شيد<sup>شيد</sup>, quod idem Censorem libri Murriani in *Allg. Lit. Zeitung* a. 1805. N° 283. et S. de Sacy in *Magasin encycl.* IX. Année, T. VI. p. 399. jam monuisse nunc video.

(6) Ab hoc hujus formulae in Chutbis usu est, quod Tahir, Chorasanae praefectus, Mamuni Chalifae imperium quum detrectare coepisset, in Chutbâ eo loco, ubi Chalifae bene precari debebat, hanc sufficeret precationem: اللهم اصالح امة محمد بما اصاحت به اولياءك واكنها شر من بغى عليها وحسد (?) بكم (بلم ا.) الشعث وحفن (وحقن ا.) الدماء واصلاح ذات اليبين O mi Deus! secunda<sup>د</sup> populum Muhammedanum eodem, quo sanctos tuos secundasti, favore, et arce procul ab eo noxiam omnium, qui injustos erga eum se gerunt, et (tribue ei?) collectionem dispersorum, conservationem sanguinis et compositionem discordiarum s. fac, ut dispersa rerum eis colligantur et in integrum restituantur, ut sanguini eorum parcat, ut discordiae eorum componantur). Vid. *Historia priorum Regum Persarum* &c. ex Mirchond. fol. textus 2. verso. Praestantissimus Jenisch minus recte ita vertit: O Deus! conserva probum populum Moslemicum, uti probus a sanctis tuis effectus est. Retribue malum viro, qui adversus hunc rebellis, turbas excitat, ejusque sanguini inhiat. Fiat expiatio inter utrumque. Etiam Herbelotus, apud quem art. *Khothbah* initium hujus precationis exstat, non recte cepit.

III: Castiglionium si audis, formula الله اصاحه etiam in Numis offertur. Vid. *Monete Cufiche dell' I. R. Museo di Milano* p. 39. Sed in utroque numo ibi laudato dubium mihi non est, quin اصاحه non adsit; adeo aliena sunt, quae ibi simul adesse prohibentur.

5) *Mihrab*, quod et *Kibla* audit, est recessus seu cavernula (*niche*) oblonga supra fere fornicata, facta in templorum Muhammedanorum muro Meccae obverso, in qua eorum codex sacer repositus est, et quo orantes vultum convertunt, nisi forte, quemadmodum *in templo aliquo veteris suburbii Tatarici Kasanensis* accidisse memini, in definiundâ ejus *Kibla* ab astronomis erratum fuerit; tum enim non ad eam, quae in templo designata, sed ad veram *Kiblam Meccanam* i. e. ad eum tractum templi, qui vere Meccam spectat, sese convertunt.

6) رخام Tychsenio est *marmor Parium* i. e. album. Sed est nomen generale marmoris, cujus variae species epithetis colorem definientibus distingui solent, veluti رخام احمر *marmor rubrum*, رخام ابيض *m. album*, رخام مجزع *m. colore conchulae Veneris*, albo nigroque distinctum &c.

7) بكسونه cum Tychsenio, aequè ac بكسونه legere licet, nec utrum praeferam, satis scio, quia tum scripturae Cuficae tum Arabismi ratio utrumque admittit. Mallem tamen posteriorem lectionem.

8) Hujus loci transcriptio ideoque etiam versio Tychseniana majorem in modum laborat. Sic enim legit: دخله في جزيل النوار وكريم المار, quae etsi verti nequeunt, ita vertit: (utque *Mihrab*) *multis luminaribus* (7) *et magnifico propylaeo ornaretur*. Haec sane tam aliena sunt, ut vel Censor libri Murriani in A. L. Z. l. c. in iis offenderet. Verum coeco mederi cupiens, quid fecit? pro coeco exoculatum reliquit. Scilicet vocabula دخله et المار sive in apographo inscriptionis ad Tychsenium misso perperam

(7) Sic et Ignatius de Asso. v. ven. Hartmanni librum saepe laudatum T. II. P. 4. p. 363.

expressa, sive in ipso Mihrabo injuriam temporis passa esse conjiciens, pro *دخله* legi vult *ووجهه*, pro *النار* autem *النار*, usque mutatis locum ita vertendum existimat: *et illustravit (Mihrabum) per copiam luminum et decorem lampadum.* Addit: Die an dem Altar im Mihrab aufzustellenden Wachskerzen in Fackel-Form pflegen von den Stiftern der Moscheen zugleich gestiftet zu werden. Man s. d'Ohsson's *Schild. des Othom. R. T. I. p. 326.* Similiter *H... n* (Herbin?) in *Magas. encycl. IX. Année, T. VI. p. 278* *للنارات* legendum conjecerat et vertendum: *multis luminibus et magnifico candelabro.*

Unice vera lectio est *رُعْبَةٌ فِي جَزِيلِ النَّوَابِ وَكَرِيمِ اللَّابِ* Hacc ut ductibus Cuficis et linguae Arabicae, ita mori loquendi tali in caussa Muhammedanis solemniter congruunt. Ad hunc quidem conferas velim perantiquam templi Medinensis inscriptionem ab Ibn-Koteibâ ad nos transmissam, in qua eadem fere sententia obtinet: *أمر عبد الله بن عبد الله بعمارة مسجد رسول الله سنة اثنتي ومايتي طلب جواب الله وطلب جزاء الله وطلب كرامة الله ان الله عنك حسن ثواب الربنا والآخره Imperavit servus Dei filius servi Dei restaurari oratorium Apostoli Dei anno CCLII, quâ quaerit remunerationem (imo auditionem, ni f. legend. ثواب) Dei, et compensationem Dei, et liberalitatem Dei; nam apud Deum est pulcherrima remuneratio, tam in hoc mundo, quam in futuro. v. Reisk. Annotat. 34<sup>am</sup> ad Abulf. Ann. T. I. — Vidi deinceps, eandem hujus commatis lectionem ab ill. S. de Saoy in *Magas. encycl. I. supra laudato* proditam esse, quocum viro doctissimo mihi convenisse rationem gaudeo.*

مولي *maula*. Tycheſenii „propinquus“ Chalifae vim hujus vocabuli non satis reddit, cui non una significatio inest, cuique quod respondeat aliis in linguis frustra quaesieris. Denotat imprimis eum, qui potentiori et nobiliori se adjungit, ut in ejus clientela h. e. auctoritate atque tutela sit eumque rursus tueatur, max-

*tuis praestandis auxiliis*, explicante Reiskio ad Abulf. *Syr.* ed. Koehl. p. 196, quem eundem Reiskium de hac voce pluribus disputantem consule in annot. hist. 18<sup>a</sup> ad Abulf. *Ann.* T. I. Conf. sis etiam, quae in libro: *Ibn-Fofzlan's und anderer Araber Nachrichten über die Russen &c.* p. 67 sqq. disserui. (8)

8) *حاجب* *hadschib* proprie *velans*, qui *velum*, quod januae vices apud Orientales sustinet, *obtendit*, pecul. *conclavis regii velo praefectus*, ὁ ἐπι τῶν παραπετασμάτων, cubicularius, magister admissionum, le grand Chambellan; alibi et *متولى الستر* *praefectus veli*, vel *الستار* *velarius*, hodie in aulâ Osmanicâ *قبوچی باشی*. Ut *پروانه* *Perwaneh* ejusdem significationis nomen, apud Sultanos Seldschukidas etc. ita *Hadschib* apud Chalifas Abbasidicos et Fatimidicos, apud Emires Samanidicos all., sed magis etiam apud seriores Chalifas Hispanicos summâ florebat auctoritate in rerump. administratione; unde Rodericus Toletanus Chalifae Hisp. Heschami *Hadschibum*, el-Manfurum nomine, non male interpretatus est per: *Vice-Rex*. Cf. Reisk. ad Abulf. *Ann.* T. II. not. 392. Herbel. art. *Ha-geb*. Cardonne, *übers. v. Murr* T. I. p. 213.

Ab hac, quâ *Hadschibi* apud principes Muhammedanos flore-  
bant, auctoritate factum, ut ipsorum nomina in numos admitterentur,  
v. Adleri *Mus. Cuf. Borg.* II. p. 161 sqq. et *Recens. Numo-  
rum Muhammedanorum*, qui in Museo Asiat. Petrop. asservantur,  
p. 117. et alibi. Quid? quod eum ipsum *Dschafarum*, quo auspice  
Chalifam Mihrabum templi ornasse inscriptio nostra docet, in numo  
deprehendi anecdoto, qui *Musei solitarii Imperat. Russ.* au-  
gustissimi est, et cujus A. II. haec exhibet: || *الحاجب || الامام الحكيم*  
*امير المؤمنين || المستنصر بالله || جعفر*

(\*) Moneo, quam ill. Comes Castiglioni (*Monete Cufiche dell' I. R. Museo di Milano* p. XLI. et alibi) huic vocabulo, tum in numis tum in hac ipsâ inscriptione, esse vult notionem *Luogotenente del Principe dei Credenti* prorsus alienam esse.

Etiam *Abd-ur-Rahmanum*, patrem Dschafar<sup>i</sup>, in inscriptione nostrâ laudatum, vix dubium est, quin habeamus in *N. Nariano* LXXXIII. apud Assemanium T. II. (coll. ill. Tychs. *de num. Arab. Hisp.* p. 79.) cui addere juvat Numum Musei Rühliani Berolini, cusum in urbe al-Zehra a. 354, qui eodem titulo et nomine addito insignis est.

9) Redi ad extrema notae proxime praecedentis.

10) Hoc nomen cum Tychsenio *نمشى Namschi* legere non licet. Ductus Cufici suppeditant *علمع* vel *عمسع*; quod dubium est, quomodo legendum sit. Utraque enim transscriptio plures admittit lectiones, veluti *علمع Jemlih*, *علمع Temlidsch*, *عمسع Jeminedsch* &c.

11) *حلد* Cuficum tam *خلد Chuld*, quam *جلد Dscheld* legere licet. Utrumque nomen Arabicum est.

12) Tychs. *شرطيه* transscripsit, quod quidem per scripturae Cuficae rationem licet, per contextum non item. Is flagitat legi *شرطه*, quod non minus Cufico congruit. *شرطة cohors praetoria* est<sup>9)</sup>; hanc autem Chalifae Hispanico ex Turcis compositam fuisse, ex Cardonne Murriano (T. I. p. 226.) discimus; id quod propter nomen supra notâ 10. tactum tacere nolui.

(9) Hoc idem vocabulum substituendum in Elmacino p. 149. inf. ubi legitur: *Anno H. 237. Mutewakkel praefecit Muhammedem filium Abd-ullae filii Tahiri بغداد و خلافته السواد و اعمال الشرطة* i. e. si Erpenium audis, „*Sartaet et ditionibus Sawadae et vicariatui suo Bagdadi*“; lege *الشرطة Schortia* verteque: *cohorti praetoriae* &c. Errorem ab Erpenio commissum miror repetitum esse a Jenischio in *Hist. vet. Regum Pers.* p. 91, quamquam Mirchond verum docere poterat, vid. l. c. fol. 4<sup>o</sup> verso: *متوکل اورا صاحب شرط* *بغداد کردانیک در اعمال دار السلام نایب مناب خود ساخت* quae tamen et ipsa non recte reddita sunt ab Editore: „*Mutewekkilus eum exercitui praefectum et in omnibus simul terris Moslemicis vicarium sibi substituit*.“ Verte: *Mutewekkil eum cohorti praetoriae Bagdadensi praefecit et Vicarium (s. Locumtenentem) suum in territorio urbis Bagdad constituit.*

13) مطرف *Motref, Motrif, Motarrif* —

14) Tychs. vocabula الكاتب عيبك juncta reddidit: *mancipiorum ejus scriba*, quamquam, ita quominus veritas, grammatica vetat. Scilicet articulo auctum est. Hoc igitur ad solum *Motref*, ultimo loco memoratum, trahere fas est, عيبك autem tam ad eundem, quam ad omnes reliquos proxime praecedentes, qui hic more Orientali principis sui *mancipia* audiunt. Fateor tamen, عيبك hoc quidem positum loco languere mihi videri; unde animus nonnunquam inclinavit ad legendum potius عيبك, licet nec hoc satis ad rem faciat.

15) i. e. mense Decembri a. 965. p. Chr. nat.

16) Ex Koran. XXXI, 21.



# INSCRIPTIONUM ARABICARUM

C. M. FRAEHN

VEL PRIMO EXPLANATARUM VEL NOVIS POST ALIOS CURIS  
TRACTATARUM NOVA SYLLOGE.

d. xxiv. Oct. a. mccccxxi.

DE  
SPECULO AEREO  
BYLARIENSI & SAMAROWIENSI,

ITEM DE  
TALISMANO KASANENSI.

Incl. Academiae ecclesiasticae Kasanensis, quem in rudibus Bylariae urbis repertum servat, discum cum manubrio ex aere mixto factum, ab una parte complanatum, ab altera tum figuris tum inscriptione auctum, abhinc septem admodum annos ad me, Kasani tunc versantem, mittebat, ut explicarem, rogans.

Accuratissimum hujus antiqui operis notabilissimi ectypon Museo Asiatico Acad. Imp. Scient. Petrop. a me illatum. Ex eo quidem verissimam ejus imaginem aere expressam Tabula XV. a. sistit.

Vides mediam disci aream occupari a duobus quadrupedibus ejusdem figurae, tergo obverso sursum tendentibus. Facies humana est, caput ornamento nescio quo auctum, alae erectae in flosculum abeuntes, cauda longa gemmis obsita; quae item collum cingunt et per ventrem procurrun, in pedibus etiam adesse videntur. Mihi haud est dubium, quin haec gemina figura sit percelebrati illius Muhammedanorum fabulis *Boraki*, quo Muhammedani prophetam suum nocte una Meccam Hierosolymam indeque per septem coelos raptum et

reductum esse tradunt. (1) Id autem ita describit celeberrimus ille in traditionum sacrarum Muhammedanarum syllogis auctor vetus, Abu-Horeira: (2) *Ejus facies referebat faciem humanam, gena malam equi. — Oculi ex duobus hyacinthis ad instar stellae fulgentis radios emittebant solares. — Duas habebat alas, quales aquila. — Spiritu animam ducit, ut homo; audit, intelligit, neque tamen responsum reddere valet*, (si lectio sana). In codice meo libri (3) مشكاة الأنوار في لطائف الأخبار cap. 7. haec ejusdem descriptio habetur: قال الواقدي وهي دابة فوق الحمار دون البغل جسرها من ياقوت حراء (أحر. 1.) وعتقها من زمرد احضر وعيناه (وعيناه 1.) مثل الزهرة ووجهها كوجه الأناسن وقوائمها كقوائم البقر Borak, inquit Wakidy, jumentum est, ut asino majus, ita mulo minus. Corpus ejus ex rubino, collum ex smaragdo, oculi ad instar stellae Veneris, facies humana, pedes bovini. Atque hujus jumenti prophetici, et quidem cum ipso Muhammede insidente, imago passim in libris msptis Persicis obvia est, sed a pictoribus aliis alio modo variata. Veluti in Tab. II. apud Muradgea d' Ohsson. (4) repraesentatur corpore quidem et pedibus equinis, sed ore foemineo, capite coronam gestante & pavonis caudâ. Simili fere figurâ gaudet in cod. Pers. aliquo

(1) De hoc Muhammedis ascensu in coelum (معراج) cf. sis Maraccii Kor. p. 412. et Prodr. P. II. p. 17. Herbel. artt. Borak & Meradge. Bochart. Hieroz. II. p. 847. et inprimis Gagnier. ad Abulf. de vitâ Muhammedis. cap. 19. — Nomen براق Borak vulgo per αστραπαιον interpretantur, aut quia fulgore velocius fuerit, aut ob albedinem et splendorem. Reiskius autem ad Constantin. Porphyr. p. 124. a diversis coloris maculis sic dictum censet, quatenus omne ποικιλον, varium (scheckig), Arabibus est ابرق. Idem alio loco (Allgem. Weltgesch. von Guthrie u. Gray. Vol. VI. T. I. p. 77.) per Grauschimmel interpretatur. Nos nihil decernimus.

(2) Apud Gagnier. 1. c.

(3) Auctor est علاء الدين علي بن محمد النقيہ المافظ vulgo notus sub nomine المصرى, mort. a. H. 877, teste Hadschi-Chalfâ in Bibliographiâ.

(4) In Tableau général de l'empire Othoman. T. I.

Bibliothecae Nanianae (5), at caudam bubulam habet. Aliae atque aliae ejusdem varietates, ab ingenio et lubitu pictorum profectae, in MSS. Musei Asiatici mihi oblatae. (6) Geminata autem, et nuda i. e. absque Muhammede inessore, ut in disco nostro, licet in nonnullis diversa, figura ejus acu picta est in tapeto Fatimidico apud Murr. in *Inscript. Ar. Pallii Imp.* Tab. aen. I. quamquam Borakum nec Adler (7) nec Assemanius (8) agnoverint. Quid? quod quater repraesentata cernitur in amuleto *Musei Naniani*, quas et ipsas Boraki figuras esse Assemanium fugit. (9)

Geminam Boraki figuram qui in disco nostro ambit titulus, elegantissima scriptura Cufica eaque distinctissima exaratus, et lingua Arabica *فولانوس* compositus, hic est:

*Gloria et perennitas*

الْعُرُّ وَالْبَقَاءُ

*et felicitas et splendor*

وَالدَّوْلَةُ وَالْبَهَاءُ

*et celsitudo et laus*

وَالرَّفْعَةُ وَالشَّاءُ

*et fortunatissima conditio et altitudo*

وَالْغَبْطَةُ وَالْعَلَاءُ

*et imperium et opum incrementum*

وَالْمَلِكُ وَالنَّمَاءُ

(5) Vid. Assemanii *Museo Cuf. Nan.* P. II. p. LXXIX.

(6) Etiam leo ille, quo vehementem Muhammedem in pariete alicujus templi Georgiani repraesentari refert cel. Klaproth (*Reise in den Kaukasus.* II. p. 191.) haud dubie pro Borako habendus est.

(7) In Murr. *Journal.* I. p. 186.

(8) In *Memorie della Accademia di Padova.* I. p. 430.

(9) V. *Catalogo della Biblioteca Naniana.* I. p. 25. et *Museo Cufico Nan.* II. p. CXXV. ibique Tab. IX.

et potentia et beneficia divina وَالْقُدْرَةُ وَالْأَلَاءُ

possessori hujus in perpetuum sunt.

لصاحبه ابداً

Vocabulum ordine septimum الغبطة, genuinam si spectes notionem, statum talem indicat, in quo esse et alii quam maxime exoptent: eine beneidenswerthe Lage. Proprie enim غبطة denotat: optare et desiderare potiri iisdem bonis, quae alteri sunt, ita tamen, ut hunc neutiquam iis spoliatum velis. Sic Scholiastes Heratensis ad *Burdam* v. 129. الغبطة ارادة نعمة مع عدم ارادة زوالها عن صاحبها. Vide et Nuweir. apud Reisk. ad Abulf. *Ann.* II. p. 574, ubi, ut etiam in *Pir Alyi Wafajet* p. 48, a حسد invidia diserte distinguitur; unde mirari subit, qui per hoc vocabulum explicari potuerit ab auctore Kamusi, quamquam eum significatio illa modo adducta neutiquam latuerit, ab ipso dein subjecta: وتمنى نعمة على ان لا تتحول عن صاحبها. Jam vocabulum nostrum, quum vi passiva sumtum, quam et ipsam nomini actionis inesse constat, idem valeat, atque *volis aliorum peti* s. *expeti*, et quidem (ut natura rei fert) propter bona, quibus quis gaudet, mox *statum*, quem alii quoque sibi *exoptant* et *expetunt* (Kamus: منزلة يغبط عليها), ideoque *statum bonum, opimum, fortunatum, beatum, sortem laetissimam* (Kamus: حسن الحال او السرة) significat. Sic in *Schult. Monum. vet. Arab.* p. 2: وصرنا احاديثنا وكنا: وما غبطة جن الى الممات يصير: (coll. cl. Rasmussen, *Hist. praec. Arab. regn.* p. 33): qui *volis alterius expetenda est conditio*, s. *quaenam felicitas est, hominis viventis, qui se morti obnoxium esse novit?* Inde Arabismus recentior hoc vocabulum sensu summae felicitatis passim in titulis ordinis sacri adhibet, veluti in *Missali Graeco et Arabico in Wallachia* edito: *Metropolita totus sortis beatae* i. e. *beatissimus*, et in *Actis Concilii in monte Liba-*

*no habiti* in monast. Mar-Hannae edit: البطريك الكلى الشرف والغبطة: Patriarcha illustrissimus et beatissimus.

Vocab. decimum sitne النجاء an النماء legendum, olim dubius haerebam. Sed posterius unice verum. Littera *m* a praecedente *n* casu nescio quo diremta. نماء autem de augmento opum dicitur, veluti in illo (apud Gol. ad Erpen. *Ar. l. Tyroc.* p. 266.) لكل ما تصاحه نماء وبقاء quidquid rite probeque institueris, id laete crescit perennatque.

Voc. duodecimum الآلاء, vel sine art. آلاء, plur. est آلاءٌ seu آلاءٌ beneficium. Articulo auctum, ut النعمة, gratiam divinam denotare solet.

Haec atque alia quum summe ven. *Academiae eccles. Kasanensi* exponerem, \*) me prorsus latebat, similem discum jam editum et explicatum esse. Kasani enim constitutus summâ librorum penuriâ premebar. Carebam et R. Poccockii *Description of the East* (cujus in Tabulâ LVIII. Tomi I. similis disci, sed minoris, imago rudissima exstat) et libro *Voyage from England to India* by E. Yves (ubi p. 293. similior adhuc nostro, licet et ipse rudi Minervâ aere expressus, cernitur, qui in ruinis Tak-Kesra (Iwan s. porticus Chosrois) haud adeo procul ab urbe Baghdad effossus erat). Carebam etiam libris: *Mémoires sur diversés Antiquités de la Perse* p. S. de Sacy (ubi p. 223. ab hoc viro praestantissimo profecta interpretatio disci Bagdadici ab Yvesio editi legitur) et Murr's *Beyträge zur Arabischen Litteratur* (in quibus p. 36. ejusdem disci interpretatio Tychseniana exstat). Quos libros postquam mihi datum esset inspicere, non poteram non mihi gratulari, quod vel tunc, minus adhuc exercitatus in palaestrâ Cuficâ, nullo usus duce rem acu tetigissem. Ad hunc autem discum Byläriensem, post Poccockianum et Yvesianum, in medium proferendum nos movit et summa, quâ illi expressi sunt, ruditas, (quae in Poccockiano quidem ea est, ut vel Oedipus inscriptionem aegre cognoscat,) et quod

\*) Vide *Leipz. Litt. Zeit.* 1815. N° 134.

egregiam et notabilem rem operis antiqui his in oris nostris repertam cives nōstros latere noluimus, imo, eandem promendo in lucem, eōrum animos ad similia in solo patrio oblata <sup>(10)</sup> advertere optavimus. Adde, quod restare videbantur, quae circa hujus generis discos non frustra observentur.

Jam mihi hic memorandus ille discus est, ab alterà parte complanatus, ab alterà tum figuris leporis, vulpis et cervi cum totidem canibus singulos singulis sectantibus, tum haud absimili inscriptione Cuficà, quae possidenti fausta comprecatur, auctus, quem haud procul a *Samarowid* apud *Ostjakos*, qui magnà eum veneratione colebant, repertum, aere expressum edidit Strahlenberg in libro: *Das Nord- u. Ostliche Theil von Europa u. Asia*, Tab. IX. Hujus inscriptio Cufica, a Kehrio ibid. p. 314 sqq. explicata, b. Tychsenio, uno tantum vocabulo excepto, recte habere visa est. <sup>(11)</sup> Vocabulum, in quo uno erratum esse censebat, inscriptionis primum apud Kehrium quidem, quamquam ad veram rationem extremum, est. Id a Kehrio لطالبه *quaerenti ipsum* (Deum) lectum Tychsenius لصاحبه *possessori hujus* legendum esse monuit. Recte omnino. Sed idem, qui fieri potuit, ut plura alia a Kehrio in hoc titulo interpretando peccata non animadverteret! Kehriana autem lectio et interpretatio hunc in modum habet:

لطالبه بركة وثمر و سرور و سعادة و كرامة و تنير و استقامة  
و تايد و تمكير و سلطان و ثناء و بقاء

„(Es wird von Gott gegeben) dem, der ihn suchet, Seegen, und Menge (an Früchten, oder viele Güter), und Fröhlichkeit, und Seligkeit, und Ehre, und Erleuchtung (od. Ruhm), und Bestand (oder Wohlsyn), und Verewigung und Vorrath an Getreyde (od. an Lebensmitteln) und Lob, und langes Leben.“

<sup>(10)</sup> Conf. Pallas *Reise durch versch. Prov. des Russ. Reichs*, 2te Aufl. Th. I. p. 127.

<sup>(11)</sup> Vid. b. Murrii *Beyträge &c.* p. 36. et ven. Hartmanni *O. G. Tychsen &c.* T. II. P. II. p. 124.

Ad hanc interpretationem haec notare sufficiet. Quod Kehrius ثمر legit tertium juxta ipsum vocabulum, من legendum est. *Fruitum* quidem Arabibus etiam opes varias copiosasque designare, philologi annotarunt; sed fausta precantibus sane quam insolens est. Contra من *prosperitas* hac ipsa in caussa adhibitum supra p. 523. & 528. etiam vidimus. Ceterum litterarum ر et ن una eademque figura est in hujus generis caractere Cufico. Cf. سلطان et سرور.

Septimum apud Kehrium, nobis quidem sextum, vocabulum ab eodem تنير lectum, et *illustratio* s. *gloria* explicatum, recte habere nego. Transscribere quidem hoc modo licet, sed تنور, non تنير, infin. formae V. verbi نار est; quamquam و et ی in verbis concavis nonnunquam promiscue adhibeantur. Neque tamen, quod ei substitutam rectius, jam succurrit. تبين aequè bene legas quidem, sed non satis commodo sensu. Suspicio hic prorsus aliam legendi rationem latere. Fieri potest, ut delineatio hujus vocabuli minus recte habeat, utque in his ductibus lateat عمر vel يسر vel تيز vel aliud quid a منن vel سرر alienum.

Vocab. nonum, nobis octavum, non cum Kehrio تايد, sed تايد i. e. *corroboratio, confirmatio, robur* divinitus tributum, legendum censeo.

Voc. decimum, quod nobis nonum est, a Kehrio lectum تمكين et versum: *frumenti aliusque victus copia in futurum congesta*, non magis, quam ثمر *fructuum copia* hujusmodi appreciationibus convenit. Lege تمكين i. e. *compotem, potentem reddere, stabilire*, mox passive: *potens redditus esse, potentia*. Utuntur eo passim fausta precantes, veluti علاوا وتمكينا الله زاده *Deus eum celsitudine et potentia augeat!*

Vertendus igitur hic titulus ita est: *Benedictio, et prosperitas, et laetitia, et beata sors, et honor, et . . . et status nullà ex parte laborans* (s. *ex omni parte recte habens*), *et robur, et potentia, et imperium, et laus, et perennitas sint possessori hujus.*

Istos autem discos uni eidemque usui destinatos fuisse, ex formae pariter atque rationis similitudine patet.

Is qui fuerit, silentio pressit Yves, memorans tunc quidem discum Baghdadicum vasi fictili alicui operiundo serviisse. Pockius, quem edidit, Aegyptiacum pro sigillo habuit. Temere. Strahlenbergii sententia ferebat, discum a se editum esse insigne seu tesseram militarem, quales quatuor, *tscharinä* dictas, in pectore dorsoque et super humeris e collo suspensas olim gesserint duces Tatarorum bellici, quo signo distincti prae militibus emerent. Adisis *Das Nord- u. Ostl. Theil von Eur. u. Asia* p. 317, ubi *tscharinä*, ex جار (pro چهار) quatuor et آینه *speculum* compositum, quatuor specula denotare scite observat Kehrius. At nobis non oblatus est, qui ejusmodi insignium morem apud Tataros unquam viguisse testetur, auctor; nam Marcum Paulum Lib. II. cap. 7. ut huc traham, a me impetrare nequeo; nec de appellationis *tscharinä* fide mihi constat, licet چهار آینه in *Lexico Richardsoniano* a Wilkens. per „a kind of armour“ explicetur.

Nos quidem probamus virorum doctissimorum sententiam, quae hoc genus discos pro *speculis* habendos esse fert. Atque constat, ut Sinenses, ita populos Orientis Muhammedanos, ad nostram memoriam usque speculis aeneis argenteisve uti solere, licet inde a tempore instituti cum Europaeis commercii nec vitreis careant. <sup>(12)</sup> Nec inest his, de quibus agitur, discis antiquis, quod, quominus ad hunc usum olim adhibitos esse statuamus, impedit.

Latus unum Byläriensis quidem (Strahlenb. & Yves hanc rem de suis discis annotare neglexerunt) laevigatum & politum vidi, quamquam longâ die infectum et obscuratum.

Manu ut teneri queat, idem Byläriensis noster manubrio instructus est; quae haud scio an speculorum metall. longa antiquissima

---

(12) Vide quae de hoc argumento retulit Chardin *Voyage* &c. ed. Langlès T. IV. p. 140.

forma fuerit <sup>(13)</sup>. Eo licet reliqui careant, Baghdadico tamen in medio latere postico umbilicus est, perforatus ille ad indendum anulum scilicet; in Strahlenbergiano autem geminum foramen per ipsius marginem actum eundem in finem, ut putare convenit.

Latus-posticum non quidem vacuum relictum, sed tum figuris tum inscriptione ornatum esse, non est, quod mireris. Hoc nimirum Orientalium mos probat. Exstant etiam eorum vasa, pocula, arma et quae id genus alia sunt, in quibus eundem exornandi morem obtinuisse videmus.

Est autem hoc latus posticum margine prominente munitum, ne, sicubi discus deponatur, figurae et inscriptio laedantur.

Verum enim vero inscriptionum ratio quæ, inquit, speculo convenit? — Ex nostro quidem ingenio si rem iudices, parum convenire videatur. Sed aliud fert Orientalium mos. Apud eos alia quoque utensilia ejusmodi inscriptionibus, quo possessori fausta omnia nuntiantur, aucta deprehendimus. Exemplum habe Lampadem Byläriensem supra a nobis illustratam.

At si specula, ut par est, maxime mulierculis, utpote cultus mundique curam prae viris habentibus, destinata esse negari nequit, qui fit, ut in omnibus hisce inscriptionibus non quidem foeminarum, sed virorum mentio facta sit? cur in iis لصاحبه hoc possidenti viro (dem Besitzer dieses), non autem لصاحبتہ hoc possidenti foeminae (der Besitzerin dieses) <sup>(14)</sup> legimus?

Ita probabiliter quidem objeceris; sed videtur hoc, quidquid est, difficultatis imminui atque adeo tolli, si viro, utpote domino heroque, praerogativam deberi cogitamus, ut ei suppellex, utut muliercularum suarum usui cumprimis destinata, inscribatur; porro vo-

<sup>(13)</sup> Conf. ♀ signum astronomicum Veneris.

<sup>(14)</sup> Ill. quidem S. de Sacy in speculo Baghdadico لصاحبتہ هذا mulieri, cujus hoc est, legerat (v. *Mémoires* &c p. 223 sq.). Sed diu est, cum vir doctissimus hanc retractavit lectionem. Distincte enim et illud speculum to لصاحبه ابرا hujus possessori in perpetuum prae se fert.

cabulum صاحب *possessor* latiore sensu de utrovis sexu, si utique oporteat, adhiberi posse; denique si ingenii morisque Orientalium recordamur, quo fere foeminarum suarum disertam mentionem facere verecundantur.

Facere tamen non possum, quin in hujus generis discis subinde aliud etiam consilium obtinuisse videri moneam. Scilicet Talismanorum etiam vices sustinuisse eos puto. Huic quidem opinioni fidem facit similis aliquis discus longe notabilissimus editus in Vol. II. libri: *Fundgruben des Orients* p. 100, qui, nomini alicujus regis Ortoĕ-Schah inscriptus, non solum XII signa zodiacalia, quorum sane ratio habebatur in talismanis conficiendis, sed etiam in inscriptione alterâ, quae quidem circuli interioris est, necdum proh dolor ad liquidum perductâ <sup>(15)</sup>, obvium vocabulum *طلسم tilsem* i. e. *Talismanus*. Quid? quod in ill. *Hammeri* libro *Encyclopaedische Uebersicht* &c. p. 511. ex *عرابس العيون لاملی* notatum legimus: *Talismanum*, quî largam pluviam vel solem propitium agris conciliet, fundi oportere ex aere in *speculi aerei formam*. Accedit, quod, qui in Aegyptiaco, Baghdadico et nostro Bylariensi cernuntur Boraki, iidem nobis offeruntur in disco Musei Naniani (Tab. IX. 5.) supra jam memorato, quem quidem talismanum esse cifrae Kabbalisticae in altero ejus latere obviae evidentè demonstrant. Adde denique, Kasani olim mihi oblatum tetragonum parvum orichalceum eâ ipsâ magnitudine, quam figura, aere expressa ex ectypo ichthyocollaceo, in Tab. XV, b. conspiciendam praebet <sup>(16)</sup>, ab unâ parte complanatum, ab alterâ autem inscriptione illis, quas supra in discis nostris legimus, non absimili auctum; quod quominus pro speculo habeas, ut aeris ratio et modulus exiguus prohibere, ita eadem, ut talismanum <sup>(17)</sup>

(15) Conf. ven. Hartm. l. c. p. 202.

(16) Archetypo quid jam factum sit, ignoro. Ectypon ejus supra memoratum Museo Asiaticum a me illatum est.

(17) Aedium suarum a clade incendiorum tuendarum fundamentis supponere solent Tartari nostri.

potius esse putes, suadere videntur. Inscriptionem autem, ab epithetorum colore poetico memorabilem, hunc in modum legendam esse censeo :

(18) عَزٌّ دَائِمٌ وَأَقْبَالٌ سَالِمٌ  
 وَنَصْرٌ غَالِبٌ وَجَدٌّ صَا  
 عِدٌ وَعَمْرٌ طَوِيلٌ وَحَظٌّ  
 جَزِيلٌ وَتَقَاءٌ لِسَاحِبِهِ

*Gloria perennis et prosperitas integra (s. consummata)  
 et victoria praevalens et fortuna in al-  
 tum tendens et vita longa et sors  
 ampla et perennitas possidenti hoc.*

#### ADDITAMENTUM.

Diu post haec scripta mihi oblatus est liber splendidissimus, inscriptus : *Monete Cufiche dell' I. R. Museo di Milano* (Milano 1819.), cujus frontem speculi, quod nostri alterum quasi exemplar dixeris, ornat effigies elegantissima. Idem titulus, iidem characteres, eadem figurae, eadem ornamenta interspersa. A nostro non nisi ansà, quae hìc mediae areae aptata, differt.

(18) In hujus vocabuli Elif, caudà aucto a sinistrà, noli offendere. Haud raro haec littera sic porrigitur infra. Exemplum si desideras, habe e multis unum in voce القابيد Epitaphii, quod in Rosarii Gregorii *Collectione* &c. p. 143. exstat.

Ad ejus interpretationem, quam ill. Comes Castiglioni l. c. p. LXXXIX sq. exhibuit, haec pauca observare non alienum erit.

1) Sphinges vocantur, qui nobis Boraki sunt.

2) Secundum tituli vocabulum, siquidem effigiei aere expressae fides habenda, **النا** male pro **البا**, exaratum est. Deinceps autem **النا**, quod in nostro minus perspicuum, hic distincte expressum.

3) Vocabulis nonnullis notionēs, quae non conveniunt, tributas esse video: scilicet **اللغة** quod hic „*contento*“, **الملك** quod „*magnificenza*“, et **الالة** quod „*magnanimità*“ versum. Etiam erratum est in transscribendo et vertendo vocabulo inscriptionis penultimo **لصاحبة** „*alla posseditrice* (scil. di questo)“, qualem ellipsin hac in caussa lingua Arabica neutiquam admittit.

Denique speculi a Strahlenbergio editi interpretatio apud Murrium (in *Beytr. zur Ar. Lit.*) obvia minus recte Murrio tribuitur et omnibus absoluta numeris habetur.

---

ASTROLABII NORIMBERGENSIS

SAEC. XIII. P. C. N.

INSCRIPTIO CUFICA

NOVIS POST TYCHSENIUM CURIS TRACTATA.

---

Astrolabium hoc, quod olim Io. Regiomontani erat, nunc in bibliothecâ Norimbergensi publicâ asservatur, paucis descripsit b. Murr. in *Memorabilibus bibliothecar. publ. Norimb. &c.*, in *Journal für Kunstgesch. u. Litterat.* XV. p. 333 sq. et p. 388. et in Diss. cui titulus: *Inscriptio Arab. Pallii Imper.* p. 26 sqq. <sup>(1)</sup> Ut in priore libro, ita in posteriore tituli Cufici ipsam imaginem ligno incisam habes. O. G. Tychsenius, quae in anteriore Astrolabii parte cernuntur, sic legit:

صنعة السهة الأسترلاب النيسابور

„Artificium arcuum i. e. artificiales arcus) *Astrolabii Nisaburiensis. V.*“ <sup>(2)</sup>

Quae autem in dorso Astrolabii, ita interpretatus est:

عمل برسم الراية الملك المظفر تقي الدين

„Confectum fuit delineatione ad vexillum (i. e. auspiciis) *Almalek Almodhaffer Takieddin.*“

Sed haec ex magnâ parte claudicant. Nec سهة *arcus* significat, nec in regimine positum haberi potest, utpote articulo auctum; nec النيسابور pro النيسابوري scribere licet; nec ه si utique pro tal habendum, numerum 5, sed 3 (scil. loco ٥٥) significat; nec de-

---

<sup>(1)</sup> Cf. sis Hartmanni Vit. Tychsenii saepe laudatam T. II. P. II. p. 152.

<sup>(2)</sup> „Quintus, nimirum arcuum s. circulorum mobilium.“

nique الرابة برسم *delineatione ad vexillum* denotat, neque hoc idem valere potest ac *sub auspiciis*, nec, si valeret, ob articulum cum proxime sequentibus jungere licet.

Mihi utriusque partis inscriptio hunc in modum legenda videtur :

صَنَعَهُ السَّهْلُ الْأَسْتَرَلَابِيُّ النَّيْسَابُورِيُّ

*Confecit hoc es - Sahl, Astrolabarius Nisaburensis.*

عَمَلٌ بِرَسْمِ خَزَانَةِ الْمَلِكِ الْمُظَفَّرِ تَقَى الدِّينِ

*Factum pro Museo Melik - el - muszafferi Taký - ed - dini.*

Quod السهل *es - Sahl* transscripsi, nullam omnino dubitationem non relinquit, tam ob extremam litteram minus distinctam, quam ob articulum huic nomini additum; nam *Sahl* absque articulo, ni fallor, dici solet. Quamquam nomina propria, quae primitus appellativa fuerunt, alia quoque offeruntur articulo nunc aucta nunc destituta. Apud Ibn-Challekanum quidem nobis offertur aliquis سهل النيسابوري *Sahl Nisaburensis*, sed theologus est, et, quod plus est, nostro longe prior.

Extremum vocabuli tertii بى transscripsi, caudam quidem بى sub litteram ى, ut passim fieri solet, reflexam cum ipsa inscriptionis basi coaluisse censens. Numi Cufici in السكفى, فى, aliisque exempla praebent. Sed insolita mihi *hic* quidem accidit littera ى hujus vocabuli ab omni apice nuda; id quod dissimulare nolui.

In ductu, quem pro ى Tychsenius habuit, mihi ى latere videtur.

Vocabulum septimum خزانة, non الرابة esse, haud ambigendum est. Formula برسم الخزانة in hac caussa solemnis. Redi ad pp. 539. 541. ubi exempla allata sunt.

Principem autem, cujus in usum hoc astrolabium factum esse fatetur, *Melik - el - muszaffer Taký - ed - din* Tychsenius

et Assemanius <sup>(3)</sup> filium fratris Salah-ed-dini (Saladini), mortuum a. H. 587 (= 1191 p. Chr.), esse volunt. Sed moneo, titulum et cognomen honorificum Melik-el-mufzaffer Takÿ-ed-din tribus Aijubidis, principibus Hamatensibus, commune esse, quorum unus proprio nomine *Omar* († a. 587.), secundus *Ma'hmud* († a. 642.), tertius item *Ma'hmud* († a. 698.) audiebat. Equidem, quem medio loco memoravi, hic intelligendum esse censeo. Eum enim *Abu'l-feda* in *Annall.* T. IV. p. 478. ipsis etiam scientiis mathematicis deditissimum disertis verbis descripsit: „*Erat vir alacer, fortis, sagax, acer ingenio, amabat homines eruditos et elegantes. Inter ceteros operibus suis exsequendis adhibebat Scheichum Alem-ed-dinum Kaifarum* <sup>(4)</sup>, vulgo *Taasifum* dictum, geometram, in mathematicis exercitatissimum, qui plures ipsi turres Hamatae condidit, et molam frumentariam ad Orontem, et sphaeram ligneam inauratam, in qua stellas omnes, quae aut solent aut possunt observari, designaverat.“

---

(<sup>3</sup>) Vide: *Sopra le monete Arabe effigiate in Memorie della Accademia di Padova.* I. p. 431.

(<sup>4</sup>) De quo vide supra p. 538. not. 26.

# INSCRIPTIONIS CUFICAE

## ACU PICTAE IN LINTEOLO INSERTO

CODICI EVANGELIORUM LATINO COENOBII ST. MICHAELIS LUNEBURGAE  
NOVA INTERPRETATIO.

De hac inscriptione agunt L. Gebhardus in *Diss. saeculari de re litteraria coenobii St. Michaelis in urbe Luneburgá* (1755.) p. 20. et b. Tychsenius apud Murrium, tam in *Journal für Kunstgesch. &c.* XV. p. 329 sqq. et in *N. Journ.* I. p. 173 sqq., quam in *Inscript. Ar. Pallii Imp.* p. 25 sq. (\*) Imaginem tituli repetitam a Murrio, vide in libro postremo loco memorato.

Titulum hunc, tantum abest, ut cum Tychsenio lectu aequè difficilem ac illum, qui in fimbriâ Pallii Imp. Germ. inaug. conspiciatur, ut eo multo impeditiorem esse pronuntiem. Non solum mancus est et in ipso quidem medio, sed litterae etiam passim contra solemnem morem ornatae, quid? minus accurate (ut videtur) expressae. Hunc nodum postquam J. D. Michaëlis & Reiske solveere frustra conati essent, Tychsenius noster aggressus est. Et hic quidem in eruderandis primis et extremis bene rem gessit, male autem in iis, quae medium locum occupant. Legit autem hunc in modum :

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ وَمَا تَوْفِيقِي إِلَّا بِاللَّهِ = يوتوك ابو  
 مويد العزيم العطب مومن ابن وكل (هدل) رعه الله  
 رقم واجر بيته ان الله مع الذين اتقوا والذين محسنين

(\*) Adde ven. A. Th. Hartmannum in vitae Tychsenii saepius citatae T. II. P. II.  
p. 145 sqq.

quae ita vertit: *In nomine Dei misericordis clementis. Et non auxilium meum est nisi in Deo — donabitur tibi. Abu Muid Elazem Elatab Mumen ben Wakkel (s. Hudal), cujus familiam Deus protegat, insignem reddat et compenset. Sane Deus cum iis est, qui eum venerantur, et bene faciunt.*

Quaecunque hic media litteris distentis insignivi, male lecta sunt, id quod vel plane barbarus, quem in iis offendimus, modus loquendi Arabicus arguit. Taedet hoc demonstratum dare. Sufficiet hanc meam lectionem veram iis substituere:

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ وَمَا تَوْفِيقِي إِلَّا بِاللَّهِ عَلَيْهِ تَوَكَّلْتُ  
 وَهُوَ رَبُّ الْعَرْشِ الْعَظِيمِ (1) وَمَنْ (2) يَتَوَكَّلْ (3) عَلَيَّ (4) اللَّهُ  
 فَهُوَ (5) حَسْبُهُ (6) (\*) إِنْ اللَّهُ مَعَ الَّذِينَ اتَّقَوْا (7) وَالَّذِينَ هُمْ  
 مُحْسِنُونَ

*In nomine Dei misericordis et clementis. Non secundantur res meae nisi a Deo; ei confido, throni magni possessori (1). Et quisquis Deo confidit, habet, quod sibi sufficiat (6); nam Deus adest iis, qui ipsum verentur, et recte vivunt.*

(1) *Koran.* IX. 130. (2) Cauda litterae ن in altum reflexa. (3) Cauda litterae ل male diremta. Et alibi ipsa litterarum corpora divisa, ut in العرش س (4) ء minus distincte expressum. (5) Littera و in altum protensa, simulque infra ductu sinuoso aucta, quem passim in hac inscriptione symmetriae causa ab artifice additum deprehendimus. Habes e. c. initio vocabuli proxime sequentis حَسْبُهُ, (cujus ه male divisa, ut supra in العرش notavi), item in post

(\*) Haec eadem verba quin iis, quae Olearius (*Reisebeschreib.* ed. 1656. p. 421.) e pariete mausolei alicujus descripsit, substituenda sint, mihi non est dubium. Nam quae apud eum leguntur تَوَكَّلْ عَلَى اللَّهِ فَهُوَ مِنْهُ, neque eum, quem ille tribuit, nec alium idoneum sensum habent.

haec sequenti —, cujus cauda et ipsa in altum protensa. <sup>(6)</sup> *Kor.*  
 LXVII. 3. Reliquos locos e *Korano* desumptos Tychsenius jam indicavit. <sup>(7)</sup> *deest.*

Haec quidem hactenus. Monasterii autem St. Michaelis curatores venerabiles, ut hanc meam cimelii ipsorum Cufici interpretationem Tychsenianae, si tanti est, seu addant seu substituant, oratos esse volo.

ANALECTA CRITICA  
AD  
CIPPI PANORMITANI

A. P. C. N. cclxxxvii.

TRANSLATIONEM TYCHSENIANAM.

In *Novorum Actorum Regiae Societatis Scientiarum Upsaliensis* Volumine VI. pagg. 328 — 332. editum exstat *Periculum Translationis Cippi anecdoti Panormitani auct. O. G. Tychsen*, in quo restare nobis videntur, quae vel emendatione vel annotatione egeant.

<sup>1)</sup> Vocabulum *لرحمن* in cippi Tabulâ aen. adjectâ litteris retrogradis exaratum cernitur, quod mendum fueritne jam in ipso cippo, an chalcographo hallucinanti debeatur, optimus Tychsenius annotare supersedit.

<sup>2)</sup> Nec *اله*, quod alterum mendum post *رسول* cernitur, utri debeatur illorum, indicatum est.

<sup>3)</sup> Ejus, cui hoc monumentum conditum est, nomen a b. Tychsenio *رحمن Romhan* lectum mihi quidem quam maxime insolitum accidit. Censeo potius *مختار Mochtar* legendum esse.

<sup>4)</sup> Formulam faustae comprecationis, defuncti nomini adjectam, T. legit *قد بين الله روحه*, quae vertit: *cujus spiritum Deus certo selegit*. Verum enim vero nec *بين* hac notione gaudet, nec particulae *قد* in faustis apprecationibus locus est. Omnino legendum *قدس الله روحه* i. e. *cujus spiritum Deus sanctificet*, quâ precationis formulâ passim defunctos prosequuntur Muhammedani, veluti *Bord. ed. Uri p. 2. Vit. Salad. ed. Schult. p. 2. inf.* Nec

dubium mihi est, quin ibid. p. 7. versus med. pro قدس الله عنه  
 eodem modo legendum sit.

5) In يوم السبت, quod T. transscripsit يوم السبت vertitque *feriá sextá*, etiamsi ita tulerit cippus, omnino latet يوم السبت i. e. *die sabbati s. feriá septimá.*

6) Pro وخسامة scribendum وخساية Littera *m* secundo loco posita evanuisse videtur.

7) Dies XIIX. mensis VI. (Dschumadi II.) a. H. DXXXI. non respondet diei XXIV. Maji a. p. Ch. MCXXXVI, sed d. XIII. Martis a. MCXXXVII.

Quod restat, in Epitaphii Melitensis Interpretatione (*Mémoires de l'Acad.* T. VII. p. 494.) supersedere potuissem annotatione, in Cippi Cuf. Mus. Antiq. Lond. lin. 3. et 5. legendum esse *أسرة وعزاء* — *وفى محمد*; nam ab ipso Tychsenio in hac sua cippi Panormitani translatione recte sic jam emendatam esse pravam lectionem antea ab eodem propositam video. Id quod hoc loco monere meum esse duxi.



VETERES MEMORIAE  
CHASARORUM  
EX  
IBN - FOSZLANO, IBN - HAUKALE  
ET  
SCHEMS - ED - DINO DAMASCENO.

ARABICE ET LATINE

CURAE

C. M. FRAEHNII.

---

Consessui Acad. d. XXIV. Oct. a. MDCCCXXI. traditae.

---

Chasarorum nomen in historiarum libris percelebratum. Populi hujus quondam potentissimi et florentissimi, mare Caspium inter et Pontum Euxinum adque utriusque septentrionalia late colentis, ut cum veteribus Persis et Arabibus Mahammedanis, ita cum Imperatoribus Graecis et Principibus Russicis varia vel bella gesta vel foedera inita, scientia historiae medii aevi tinctum esse credo neminem, quem fugiant. Neque vero fieri potest, quin quisquis horum, quae modo diximus, regnorum historiam diligenter tractaverit, tanti nominis populum accuratius cognoscere gestiat. Hoc prae ceteris Russiae magnopere interesse debet, ad quam quippe illius res maxime attinent, quae, ex parte quondam Chasaris vectigalis, eorum deinde vires, sociis Graecorum armis adjuta, fregit, eos delevit, eorum agros occupavit, ditioni suae adjecit, cujus (ut paucis defungar) historiae, antiquae arcte mixta Chasarorum historia est.

Nihilosecius quis neget, de hoc populo notabilissimo hodiedum non satis exploratum nobis esse, sive ejus originem et genus spectes, sive vitae cultum et instituta, reip. statum et conditionem, fata et fortunarum vicissitudines &c. Scilicet qui tantis opibus, tantâ auctoritate, tantâ rerum gestarum gloriâ aliquando florebat populus, dudum est, cum funditus interiit; et exstinctus sui memoriam nec in annalibus nec in monumentis superstitem reliquit. قد نفيع الزهر بعد العين بالآثر *Saeva fortuna non ipsos tantum, sed eorum etiam delevit vestigia.* Nomen ejus, erat quidem, quum in parte adhuc regni olim late patentis haereret; jam vero non nisi in maris, cui accolebant, Caspii appellatione Orientali superstes est.

Ex solis itaque aliorum populorum, quibuscum Chasaris vel amicitia vel inimicitiae intercedebant, annalibus haurire cogitur, hos qui cognoscere vult. Ita quidem spes deponenda est, futurum unquam, ut hujus populi historiam et rerum statum penitus perspiciamus. Sed quod totum perspicere non licet, id ex parte saltem quoad licet ut cognoscamus, fas est studere. Atque sane haud contemnenda sunt, quae, ad tenebras, in quibus diu res Chasarorum jacuere, discutiendas, e fontibus maxime Graecis, Russicis et Arabicis hucusque hausta, congesta et in medium prolata sunt. Hi autem fontes, tantum abest, ut toti jam sint exhausti, ut etiam lateant, qui, quam lucri laetam spem faciunt, non destituri esse videntur. De scriptoribus *Arabicis* mihi quidem hic sermo est. Ex iis quae de Chasarorum regno hucusque edita sunt, quis est, qui non notatu dignissima censeat esse? Sed quis idem, pauca quae de iis apud Edrisyi epitomatores prostant legens, non ipsum Edrisyum hoc super argumento audire optet! et quae ampliora Ouseley ex Ibn-Haukale, Abicht e Mas'udyo, non qualia ab ipsis his auctoribus profecta sunt, sed suam quisque in linguam conversa, quid? prior quidem ex interpretatione operis Haukalidici Persicâ breviatâ, alter non sine malae fidei suspicione, protulere, haec, quis est, qui non αὐθεντικῶς enarrata legere mallet? Hi sunt, ex quibus hauriri coe-

ptum, sed quos nequiquam exhaustos esse dixi. Sunt alii, quos ad hunc usque diem aperuit nemo, nemo delibavit, qua nostram certe caussam. Quos inter nullus dubito nominare prae aliis Taberyum et Ibn-el-Asirum, historiarum Muhammedanarum scriptores, ut accuratissimos et copiosissimos, ita illustri laude celebratissimos, apud quos fieri non potest quin memorabilia multa de Arabum cum Chasaris bellis gestis relata occurrant. Quae cum ita sint, operae pretium facere mihi videor, si e fontibus Arabicis, mihi quidem patentibus, deprompta, quae ad populi in Russiae etiam historiâ tam conspicui res paullo accuratius cognoscendas facere possunt, in medium conferam.

Inter thesauros Asiaticos, quos illustrissimi Ouwarowii curae atque studio acceptos refert Academia Imp. Scientiarum Petropolitana, servatur Jakuti *البدان معجم* s. *Lexicon geographicum* magnum, historiae et geographiae fodina dici non potest quam locuples, sed (quod mireris) ad hunc usque diem parum lustrata et exercita. Ad hanc nos descendimus fodinam.

Sub voce *Chasar* Jakutus ad nostram memoriam transmisit, quae de hujus populi moribus et institutis prodidit qui ipse ei interfuit A'hmed filius (ibn) Fofzlani. Hic, legatus Muktediri Chalfae ad Bulgharorum regem usu sacrorum Muhammedanorum magis imbuendum anno H. 309. (= Chr. 921.) missus, quidquid sibi, in itinere per Choresmiam et Chasarorum terras in Bulghariam facto et in reditu Baghdadum, miri et notatu digni oblatum esset, in libellum memoriae caussa retulerat. Libellum hunc (رسالة) haud sane raro obvium suâ quidem memoriâ fuisse Jakutus (qui a. p. Chr. 1228. diem supremum obiit) testatur; quamquam eum nancisci in ipso Oriente nunc frustra conati sunt, quibus investigandi curam mandaveram. Nec in bibliothecarum Europaearum catalogis, qui quidem typis expressi, apparet. Sed quum non omnium catalogi in vulgus editi sint, libellus etiam, alii fortasse assutus volumini, ob parvitatem facile effugisse queat notantium oculos, fieri potest, ut non

cognitus lateat in harum ipsarum bibliothecarum aliquâ. Libellus sane prae ceteris dignus, qui summo studio requiratur et repertus integer in lucem protrahatur. Auctor enim observatorem rerum, quae ipsi offerebantur, curiosissimum, attentissimum et fide dignissimum sese probavit, et quaecunque fere retulit, ad populos terrasque, de quibus altum silentium apud plerosque geographos Arabicos obtinet, spectant et gravissima maximique in primis pro historia Russicâ antiquâ momenti habenda sunt. Hujus itaque integri itinerarii, quo magis dolendum est, nobis denegatam esse copiam, eo magis est, quod nobis gratulemur, ejus fragmenta, et quidem capita potiora gravioraque, puta quae ad priscorum Russorum et praecipuorum aliquot, qui tunc in Russiâ florebant, populorum, ut Bulgharorum et Chasarorum, faciunt cognitionem, ab Jakuto, auctore diligentissimo, nobis servata et transmissa esse.

Quae ab Ibn-Fofzlano de veteribus Russis, Christianae doctrinae cognitione nondum imbutis, et Bulgharis Wolganis, sacris Muhammedanis initiatis, memoriae prodita sunt, ex eodem Jakuto deprompta peculiaribus illustravi commentationibus. Hae quod nondum in vulgus sint emissae, ejus rei culpa in me sane non residet. Prior quidem de Russis ethnicis jam ante annum prelo typographi tradita est. Quare jam quae ad Chasaros pertinent, ab eodem auctore (paucis, ut videtur, exceptis) tradita, cum solâ fidâ interpretatione, omissis et in aliud tempus rejectis, quae textum explanent, animadversionibus, hic in medium proferenda duxi, certus, virorum doctorum interesse, textum hujus monumenti gravissimi potius, quam meas qualescunque in eundem animadversiones primo quoque tempore cognoscere.

Hunc autem textum ut quam maxime fieri poterat critice emendatum proferrem, rei dignitas mihi visa est poscere. Quod ut potuerim, duumvirorum praestantissimorum me jovit benevolentia. Codicis Jakuti Petropolitani ab imperiti et parum accurati scribeae festinante calamo exarati conditio alienum auxilium me circumspicere

jubebat. Sed, proh dolor, duorum, qui praeter Petropolitanum in Europâ, quod sciam, Oxoniae nempe et Hafniae, exstant, Lexici geographici Jakutiani magni codicum solum Oxoniensem in subsidium vocare licebat, si quidem Hafniensis, perquam mancus, ut permultis aliis litteris, ita et ipsâ *ch*, caret; id quod in hoc optimae notae codice vehementer dolendum est. Litteris igitur cel. Macbride, Professore Oxoniensem, adii; atque eam se mihi probavit viri praestantissimi humanitas, ut, precibus meis loco relicto, et hoc de Chazaris et alia capita e Jakuto excerpta cum codice Bodleyano conferre non gravaretur. Pro quo officio singulari debitas viro doctissimo hic etiam publice agere gratias meum est.

At isthaec collatio, quam in notis adjeci, quum citra spem et expectationem ad textum emendandum parum me juverit — id quod a mirâ Codd. Petrop. et Oxon. convenientiâ profectum sit oportet —, commode cecidit, ut cel. Hamaker, LL. OO. in Univers. Lugduno-Batavâ Prof. et legati Warneriani Interpres, pro eâ, quâ est humanitate singulari, id mihi petenti tribueret, ut, unâ cum pluribus aliis locis notabilissimis e MSS. Lugdun. excerptis, ex Ibn-Haukalis codice Arabico potiora, quae de Chazaris agunt, mecum communicaret. Haec quum ad dimidias fere cum Ibn-Fozlanianis mirandum in modum convenient, Ibn-Haukal tertii quasi codicis locum hic supplevit. Lectiones ejus variantes ut suo quamque loco in notis diligenter annotavi, ita ea, in quibus ab Ibn-Fozlano dissidet Haukalides, vel quae prorsus ab illo non tacta hic refert, tantum abest, ut suppresserim, ut potius, quippe notatu non minus digna, et ipsis in notis, sed majoris formae typis distincta, addere visum sit. Sic factum est, ut haec scriptiuncula nostra Ibn-Fozlanum et Ibn-Haukalem (qui est ipse X. p. C. n. saeculo floruit) junctos exhibeat de Chazaris narrantes.

Quae apud cel. Ouseley in libro, quem inscripsit: *The Oriental Geography of Ebn Haukal translated &c.* de

Chasaris leguntur versa, ut reliqua, e textu Persico, ea equidem non adduxi, nisi ubi a textu Arabico abhorrent. Hujus autem dissensionis, quae nonnunquam haud sane levis momenti est, caussa plerumque non a doctissimo interprete Anglo, sed ab ipso Persâ repetenda esse videtur. Accidit enim, ut ejusmodi diversitates, quae apud Ouseley offeruntur, eadem et apud Hadschi-Chalfam in *Dschihan-numa* deprehendantur, ita ut Turcam quoque non nisi epitome Persicâ usum esse probabile sit.

Denique ut ne quid eorum, quae mihi ad manum sunt et ad argumentum nostrum faciunt, omitterem, in ipsis etiam notis, majoris quidem formae typis distincta, ubi ab Ibn-Fozlanianis dissident, subjungere visum est, quae Schems-ed-din Mu'hammed Dimeschky in *عجايب البر والبحر في نجة الرهر* (cujus cosmographiae utilissimae editionem e cod. Petropolitano, etiam diu est, cum curare coepi) de Chasaris tradidit, pleraque ex Ibn-el-Asiro († a. 1233.) illo supra laudato hausta nec levia illa vel spernenda.

Quam vellem, mihi copia fuisset etiam Mas'udyi, capitalis hac in causâ auctoris! Eum igitur adeat, cui licet, et cum Ibn-Fozlano atque Ibn-Haukale, a quibus passim dissentit, accurate comparet, imo integrum illud *Pratorum aureorum* caput gravissimum, quod inscribitur: *ذكر جبل القمع واخبار الامم من اللان والحزر* وانواع من الترك والبلغر واخبار باب الابواب ومن حولهم من السلوك والامم (cujus versionem Germanicam a cl. Abicht profectam et a cl. Klaproth editam malae fidei suspicione premi diximus, cum orbe litterato communicet, quo facto singularem gratiam inibit a civibus nostris cordatis et intelligentibus.

Haec pauca sunt, quae haud ab re duxi, hoc quidem loco monere.

---

قال احمد بن فضلان رسول المقتدر الى الصقالبة في رسالة له ذكر فيها ما شاهدك بتلك البلاد فقال الخزر اسم اقليم قصبته (2) تسمى (3) اتل واتل اسم النهر يجري الى الخزر من الروس وبلغار واتل مدينة والخزر (4) اسم المملكة لا اسم مدينة ولا جبل قطعتان (5) على غربي هذا النهر المسمى اتل وهي اكبرها وقطعة على شرقيه والملك يسكن الغربي منها ويسمى الملك بلسانهم يلك ويسمى ايضا باك وهذه القطعة الغربية مقدارها في الطول (7) فرسخ ويحيط بها سور الا انه مفترش البناء (8) وابنيهم خركامات لبود (9) الا شي يسير بني (10) من طين ولهم اسواق وحمامات وفيها خلق كثير من المسلمين يقال انهم يزيدون على عشرة الاف (12) مسلم ولهم ثلاثين (13) مسجدا (14) وقصر الملك (15) بعيد من شط النهر (16) وقصره من اجر وليس لاحد بناء من اجر غيره (17) ولا

يمكن الملك ان يبنى بالاجر غيره (18) ولهذا السور (19) اربعة ابواب (20) احدها (21) يلي النهر واخرها يلي (22) الصحراء وعلى (23) ظهر هذه المدينة وملكهم يهودى ويقال ان له من الحاشية (25) اربعة الاف رجل والخزر مسامون ونصارى وفيهم عبدة الاوثان واقل الفرق هناك (27) اليهود على ان الملك منهم (28) واكثرهم مسامون والنصارى (29) الا ان الملك وخاصته (30) يهود والغالب على اخلاقهم (32) اخلاق اهل الاوثان يسجد (33) بعضهم لبعض عند التعظيم (34) واحكام مصرهم على رسوم مخالفة للمسامين (35) واليهود والنصارى وجريدة جيش الملك (36) اثنا عشر الف (37) رجل (38) فاذا (39) مات منهم رجل اقيم غيره (40) مقامه فلا ينقص هذه العدة ابدا (41) وليس لهم جراية دارة (42) الا (43) شى يسير يصل اليهم فى المدة البعيدة (44) اذا كان لهم حرب (45) او حزيهم (46) امر عظيم يجتمعون (47) له واما ابواب اموال صلاة (48) الخزر فن (49) الارصاد وعشور التجارات (50) على رسوم لهم من كل طريق وبحر ونهر (51) وله (52) وظائف (53) على اهل الحال والنواحي من كل صنف مما يحتاج اليه من طعام وشراب وغير

ذلك وللملك (٥٤) تسعة (٥٥) من الحكم من اليهود والنصارى  
 والمسامين (٥٦) واهل الاوثان اذا (٥٧) عرض للناس حكومة  
 قضى فيها هولاء ولا يصل اهل الحوايج الى الملك نفسه (٥٨)  
 وانما يصل اليه (٥٩) هولاء الحكم وبين هولاء الحكم وبين الملك  
 يوم القضاء (٦٠) سفير يرسلونه فيما يجرى من الامور (٦١)  
 ينهون اليه (٦٢) ويرد عليهم امره ويمضونه (٦٣) وليس لهذه  
 المدينة قرى الا ان (٦٤) مزارعهم مفترشة يخرجون في الصيف (٦٥)  
 الى المزارع من عشرين فرسخا فيزرعون ويجمعونه اذا  
 ادرك بعضه الى النهر وبعضه الى الصحارى فيحملونها على  
 العجل والنهر (٦٨) (٦٩) والغالب (٧٠) على قوتهم الرز (٧١)  
 والسمك وما عدا ذلك مما يوجد عندهم يحمل اليهم من  
 الروس وبلغار وكرثابة (٧٢) والنصف الشرقى من مدينة الخزر  
 فيه معظم التجار والمسامون والمتاجر (٧٣) ولسان الخزر (٧٤)  
 غير لسان الترك والفارسية (٧٥) ولا يشاركه لسان فريق من  
 الامم (٧٧) والخزر لا يشبهون (٧٨) الاترك وهم سود الشعور وهم  
 صنغان صنق يسمون قرا خزر وهم سمر يضربون لشدة  
 السمرة (٧٩) الى السواد كانهم صنق من الهند وصنق بيض

ظاهرين (80) الجمال والحسن والذي يقع من (81) رقيق الخزر  
 وهم (82) اهل الاوثان الذين يستجيزون بيع اولادهم واسترقاق  
 بعضهم لبعضهم (83) فاما اليهود منهم والنصارى فانهم (85)  
 يدينون (86) بتحريم استرقاق بعضهم بعضا (87) مثل المسلمين  
 وبلد الخزر لا يجلب منه الى البلاد شى وكلما يرتفع منه انما  
 هو مجلوب اليه مثل الدقيق (88) والعسل والشمع والخز والاوبار  
 واما ملك الخزر اسمه خاقان فانه لا يظهر الا في كل اربعة  
 اشهر متنزها ويقال له (91) خاقان الكبير ويقال لخليفته خاقان  
 به وهو الذى يقود الجيش ويسوسها ويدبر امر المملكة ويقوم  
 بها ويظهر ويغزو وله تدعن الملوك الذين يصادقونه (93)  
 ويدخل في كل يوم الى خاقان الاكبر متواضعا يظهر الاخباية (94)  
 والسكينة ولا يدخل عليه الا حافيا بيك حطب فاذا سلم  
 عليه او قد بين يديه ذلك الحطب فاذا فرغ (95) من الوقود  
 جلس (97) مع الملك على سريره عن يمينه ويخلفه رجل يقال  
 له كندر خاقان ويخلفه (98) هذا ايضا رجل يقال له جاوشيعر  
 ورسم الملك الاعظم الاكبر ان لا يجلس للناس ولا يكلمهم (101)  
 ولا يدخل عليه احد غير من ذكرنا والولايات في الحل

والعقد والعقوبات وتديير المملكة على خليفته خاقان به  
ورسم الملك الأكبر اذا مات يبنى له دار كبيرة فيها عشرون  
بيتا ويحفر له في كل بيت منها قبر وتكسر الحجارة حتى تصير  
مثل الكحل وتفرش فيه وتطرح النورة فوق ذلك وتحت  
الدار والنهر<sup>(104)</sup> نهر كبير يجرى ويجعلون القبر فوق النهر يقولون  
حتى لا يصل له شيطان ولا انسان ولا دود ولا هوام واذا دفن  
ضربت اعناق الذين يدفنونه حتى لا يدرى اين قبره من تلك  
البيوت ويسمى قبره الجنة ويقولون قد دخل الجنة وتفرش البيوت  
كلها بالديباج المنسوج بالذهب ورسم ملك الخزران<sup>(107)</sup> يكون  
له خمسة وعشرون امرأة كل امرأة منهن بنت ملك من الملوك  
الذين يحاذونه<sup>(108)</sup> وبأخذها طوعا او كرها وله من  
الجوارى<sup>(109)</sup> السرارى لفراشه ستون ما منهن الا فايقة الجبال  
وكل واحدة من الجوارى السرارى<sup>(110)</sup> في قصر منفرد لها  
قبة مغطاة بالساج وحول كل قبة مضرب<sup>(111)</sup> ولكل واحدة<sup>(112)</sup>  
منهن خادم يحجبها فاذا اراد ان يطبا بعضهن بعث الى الخادم  
الذى يحجبها فيوافيها في<sup>(114)</sup> اسرع من لمح البصر حتى  
يجعلونها في فراشه ويقف الخادم على باب قبة الملك فاذا

وطاها (115) اخذ بيدها وانصرف ولم يتركها بعد ذلك لحظة واحدة واذا ركب هذا الملك الكثير ركب ساير الجيوش لركوبه ويكون بينه وبين الواكب ميل فلا يراه احد من رعيته الا اخر لوجهه (116) ساجدا له ولا يرفع راسه حتى يجوزه (117) ومدة ملكهم اربعين (118) سنة اذا جاوزها يوم واحد قتلته الرعية وخاصته وقالوا هذا قد نقص عقله واضطرب رايه واذا بعث سرية لم تول الدبر بوجه ولا سبب فان انهزمت قتل كل من ينصرف اليه منها فاما القواد وخليفته فمضى انهزموا احضروهم واحضر نسايبهم واولادهم فوهبهم (120) لغيرهم وهم ينظرون وكذلك دوابهم ومتاعهم وسلاحهم ودورهم وربما قطع كل واحد منهم قطعتين وصلبهم (121) وربما (122) علقهم باعناقهم في الشجر وربما جعلهم اذا احسن اليهم ساسة وللملك الحزر مدينة عظيمة على نهر اتل وهي جانبان في احد الجانبين السامون وفي الجانب الاخر الملك واصحابه وعلى المساميين رجل من اصحاب (123) الملك يقال له خزيمة (124) وهو مسلم واحكام المساميين القيمين في بلد (125) الحزر والمختلفون اليهم في التجارات مردودة الى ذلك الغلام المسلم لا ينظر في امورهم

ولا يقضى بينهم غيره وللمسلمين في هذه المدينة مسجد جامع يصلون فيه الصلوة ويحضرونه في ايام الحجعات وفيه منارة عالية وعدة موزنين فلما اتصل الملك (126) في سنة عشرة وثلاثماية ان المسلمين هدموا الكنيسة التي كانت في ديار (127) البابونج امر بالنارة فهدمت وقتل الموزنين وقال لولا اني اخاف ان لا يبقا في بلاد الاسلام كنيسة الا هدمت المسجد والخزر وملكهم كلهم يهود وكان الصقالبة وكل من يجاورهم في طاعته بالعبودية ويد ينون له بالطاعة وقد ذهب بعضهم ان ياجوج وماجوج هم الخزر

*Ahmed filius Fofzlani, Muktediri (Chalifae Abbasidici) ad Slavos (1) Legatus, in libello quodam, in quo, quidquid praesens ipse illis in oris vidit, enarravit, Chasar, inquit, nomen alicujus terrae est, cujus metropolis Itil vocatur. Itil audit etiam fluvius a Russiâ et Bulghariâ ad Chasariam fluens. Itil urbs est, Chasar autem nomen regni, non urbis (4). (Itil urbis) duae partes sunt, una (2) eaque amplior ad ripam occidentalem hujus fluvii Itil dicti sita, pars autem altera ad ejusdem latus orientale jacet. Rex in parte occidentali sedet. Is ipsorum linguâ Ilek, nec non Bak (6) vocatur. Haec pars occidentalis in parasangae (7) longitudinem extenditur, muro cincta, sed eo quidem sparsae raraeve structurae (8). Eorum autem aedificia sunt casae (seu mapalia) ex panno coactili confectae (9), paucis exceptis, quae e luto constructa. Sunt iis fora et balnea. Multi ibi (11) inveniuntur Muhammedani, quin decem millia amplius eorum adesse dicuntur, quibus triginta (13)*

templa. Regis palatium a fluvii ripá <sup>(16)</sup> remotum, e lateribus coctis constructum est, nec praeter eum alius aliquis domo e lateribus aedificatá gaudet, rege id nemini permittente. Illi muro quatuor portae sunt, quarum una in fluvium, alia in desertum fert <sup>(22)</sup> super <sup>(23)</sup> agros hujus urbis.

Rex eorum Judaeus est, cui comites <sup>(24)</sup> quatuor <sup>(25)</sup> mille adhaerere dicunt. Chasari autem (ipsi) Muhammedani et Christiani sunt. Etiam idololatrae inter eos reperiuntur <sup>(26)</sup>. Qui paucissimi numero ibi <sup>(27)</sup> exstant, Judaei sunt, licet ex eorum numero ipse Rex sit <sup>(28)</sup>. Plurimi sunt Muhammedani & Christiani <sup>(29)</sup>; attamen Rex ejusque purpurati Judaicae religioni adhaerent <sup>(31)</sup>. Idololatrarum mores id potissimum ferunt <sup>(32)</sup>, ut alter alteri reverentiam testaturus <sup>(34)</sup> sese prosternat, et statutis sacris utantur juxta consuetudines (veteres) diversas a (religione) Muhammedanorum, Judaeorum & Christianorum <sup>(35)</sup>. Agmen exeditum Regis duodecim millibus militum <sup>(38)</sup> constat, quorum simulac quis mortuus fuerit, alter <sup>(40)</sup> in ejus locum sufficitur; nec iste unquam imminuitur numerus <sup>(41)</sup>. His nec largum nec frequens <sup>(42)</sup> stipendium est; quin perquam modicum accipiunt, idque longis intervallis <sup>(44)</sup>, quando vel bellum iis gerendum est <sup>(45)</sup>, vel gravis aliqua calamitas accidit, cujus caussa congregentur.

Quod autem attinet ad portas divitiarum (s. vias modosque reddituum publicorum augendorum) regni <sup>(48)</sup> Chasarorum, sunt illae vel portoria (s. vectigalia pro transitu) vel decumae mercium <sup>(50)</sup>, quae, juxta ipsorum instituta, omni viá publicá marique et fluvio <sup>(51)</sup> exiguntur. Coguntur etiam <sup>(52)</sup> census fundorum <sup>(53)</sup> ab incolis vicorum et districtuum, ex omni cibi potusque genere et aliis rebus, quantum opus est.

Regi ad manus sunt novem <sup>(55)</sup> judices (electi) ex Judaeis, Christianis, Muhammedanis et Idololattris. Si <sup>(57)</sup> quis cum altero

judicio contendit, hi ejus caussam judicant. Ipsum Regem adeundi copia iis, qui aliquid petunt, non est; ad eum <sup>(59)</sup> enim non admittuntur, nisi isti judices. Hos autem inter et Regem die iudicii internuncius comitat, qui huic de rebus, quae aguntur, illis autem ejus jussum, quod exsequantur, referat <sup>(64)</sup>.

Huic urbi (Itil) non sunt pagi <sup>(65)</sup>; sed civium arva sparsa jacent in viginti parasangarum spatium, ad quae aestate exeunt, conserunt, frugesque, ubi ad maturitatem pervenerunt, collectas, partim ad fluvium, partim ad deserta, vel plaustris vel navibus <sup>(68)</sup> advehunt <sup>(69)</sup>. Potior alimentorum pars iis est oryza atque pisces. Praeterea quidquid apud ipsos invenitur, ad eos apportari solet e Russiá, Bulghariá et Kijabá <sup>(72)</sup>. In parte orientali urbis (primariae) Chasarorum maxima pars mercatorum, Muhammedani atque mercimonia sunt <sup>(73)</sup>.

Lingua Chasarorum <sup>(74)</sup> a Turcicá et Persicá differt <sup>(75)</sup>; nec ullius populi, lingua aliquid commune cum eá habet.

Chasari Turcis similes non sunt <sup>(78)</sup>. Nigrum capillum habent. Duplex eorum genus exstat. Alteri nomen est Kara Chasar (i. e. Chasari nigri); hi fusco colore sunt, sed propter fusci <sup>(79)</sup> intensionem ad nigredinem vergente, ita ut species Indorum esse videantur. Genus alterum albo colore est atque pulchritudine et formá insigne. Quidquid mancipiorum apud Chasaros deprehenditur, ex Idololatriis est, ut qui licitum censent, liberos suos vendere atque unum alterum in mancipatum rapere <sup>(84)</sup>. Quod ad Judaeos et Christianos, qui ibi terrarum sunt, ii esse contra religionem censent, alterum ab altero in mancipatum rapi, quod idem et Muhammedani statuunt.

E Chasarorum terrá alias in regiones nihil exportatur; sed quidquid ex eá devehitur, id ipsum in eam importatum erat, veluti farina <sup>(88)</sup>, mel, cera, latrinae <sup>(89)</sup> aliaeque pelles <sup>(90)</sup>.

Quod attinet ad Regem Chasarorum, cui nomen Chakan est, is sese conspiciendum non praebet, nisi quarto quoque mense, ad loca amoena animi caussá egrediens. Praedicatur <sup>(91)</sup> Chakan magnus, ejus autem vicarius <sup>(92)</sup> Chakan bh (?). Hic est, qui exercitus ducit regitque, rempublicam administrat et curat, in publicum prodit et bellicás obit expeditiones; eique obsequium praestant reges finitimi. Singulis diebus Chakanum supremum adit vultu in modestiam composito, prae se ferens verecundiam <sup>(94)</sup> et gravitatem. Nec eum adit, nisi nudis pedibus, lignum manu tenens, quod, salute dictá, coram eo accendit. Quo facto cum rege, et quidem a dextrá, in ipsius solio <sup>(96)</sup> considit. Post eum venit homo, qui Kender Chakan dicitur, post hunc <sup>(98)</sup> autem quidam, qui Tschaüschiar <sup>(99)</sup> vocatur. Moris est Regi maximo et supremo <sup>(100)</sup>, ut neminem ad colloquium admittat <sup>(101)</sup>. Non ad eum admittitur, nisi quem antea diximus. Summae rerum <sup>(102)</sup> autem, poenis a sontibus expetendis et reip. administrandae vicarius ejus, Chakan bh, praest <sup>(103)</sup>.

A majoribus institutum est, ut Regi supremo mortuo magnum exstruatur palatium in viginti divisum conclavia, inque singulis sepulchrum fodiatur, cujus solum lapidibus, diffractis ita ut stibiüm in pulverem solutum referant, insternunt, desuper autem calce vivá tegunt. Sub palatio <sup>(104)</sup> magnus fluit fluvius, cui sepulchrum imponunt, dicentes, id fieri, ne ad id <sup>(105)</sup> vel Sathanas accedat vel homo vel vermis vel aliud quid reptile. Sepulto Rege, colla eorum, qui eum composuere, amputantur, ne quis sciat, in quonam illorum conclavium ejus sepulchrum sit. Tale ejus sepulchrum paradus nominatur, ipseque paradus ingressus praedicatur. Omnia autem conclavia pannis Attalicis auro intextis sternuntur <sup>(106)</sup>.

Mos Regis Chasarorum fert, ut ipsi viginti quinque foeminae sint, singulae ab aliquo regum, ipsi confinium <sup>(108)</sup>, pro-

*gnatae, quas sive volentes sive nolentes ad se receperit. Praesto etiam ei sunt puellae concubinae sexaginta, singulae pulchritudine praecellentes. Harum quidem unaquaeque in palatio peculiari habitat, in Kubbâ (s. cubiculo concamerato) ligno platani Indicae tectâ. Circa quamvis Kubbam tentorium positum. (<sup>111</sup>). Singulis hisce puellis eunuchus (chadim) adest, qui eas obtento velo custodiat (<sup>113</sup>). Jam (Rex) si cum earum aliquâ rem habere gestit, ad eunuchum, ejus custodem, mittit, a quo oculi nictu ocius adductam in regis lecto ponunt. Eunuchus autem in statione ante portam conclavis (kubbae) regii manet; qui puellam, (a Rege) missam factam, manu prehensam domum reducit nec deinceps vel oculi nictu deserit.*

*Hic Rex supremus quando in publicum equo vehitur, totus simul exercitus eum pompâ publicâ comitaturus exit, ita tamen, ut Regem inter et hosce equites milliarîi intercedat intervaltum; nec ejus subditorum ullus eum videt, quin pronus procidat submisso eum venerans, nec caput tollat prius, quam transierit ille (<sup>117</sup>).*

*Ad imperium Regi eorum anni quadraginta destinantur. Hunc terminum si vel uno die excesserit, cives purpuratique eum interficiunt, ejus mentem jam imminutam et prudentiam labefactam caussantes (<sup>119</sup>).*

*Cohors ab eo in expeditionem emissa nullo pacto terga vertit; nam si fugam capessiverit, capitis poenâ plectitur quisquis militum ad ipsum rediit. Duces bellicos autem atque ipsius Vicarium, si in fugam se dederint, arcessit unâ cum ipsorum foemina liberisque, quos, coram ipsis, aliis dono dat, simulque eorum jumenta, suppellectilem, arma et domos. Nonnunquam fit, ut singulos mediôs dissectet et dissectos (in crucem) suspendat. Subinde collo eos de arboribus suspendit. Est tamen, ubi, bene iis cupiens, eos (sibi) equisones constituat.*

Regi Chasarorum urbs magna est, ad Iul fluvium sita, ab utroque latere; in uno Muhammedani cohunt, in altero Rex ejusque comites. Muhammedanis aliquis de comitatu <sup>(123)</sup> Regis praeest, qui Chismeh <sup>(124)</sup> dicitur et doctrinam Muhammedanam sequitur. Muhammedanorum, tum qui sedem in urbe Chasarorum habent, tum qui ad eos mercaturae gratiâ commeant, caussae judicandae ad hunc satellitem Muhammedanum deferuntur, nullo praeter eum ipsorum caussas vel inspiciente vel judicante. Muhammedanis hac in urbe templum cathedrale est, in quo solemni precatione publicâ funguntur, ideoque id singulis diebus Veneris adeunt. Gaudet turri altâ multisque praeconibus sacris.

Anno trecentesimo decimo (= 922 p. C.) Rex, accepto nuncio Muhammedanos ecclesiam (Christianam), quae in terrâ <sup>(127)</sup> Babundschi (?) erat, diruisse, turrim (templi Muhammedani) destrui praekonisque sacros morte affici jussit, addens: nisi timerem, ut in Muhammedanorum terris ulla superstes relinqueretur ecclesia, ipsum hoc templum etiam destruerem.

Chasari omnes eorumque Rex Judaei sunt. — Slavi et quicumque iis conterminant, sub ejus imperio serviliter sunt eique obedienter parent. — Fuerunt, qui Jadschudsch & Madschudsch (s. Jog & Magog) esse ipsos Chasaros existimarent.

---

## N O T A E.

(1) Imo vero ad regem Bulgharorum Wolganorum; vide me in libro: *Ibn-Foszan's u. anderer Araber Berichte über die Russen älterer Zeit.*

(2) Sic Cod. Oxoniensis. Quae in Cod. Petropolitano prostant اسم اقليم من قصبه corrupta sunt, nata puto ex اسم اقليم من الاقاليم قصبته

(3) Pro تسمى Cod. Petr. et hic et aliis locis exhibet تسماء perperam.

(\*) ante الخزر e Cod. Ox. recepi. Antea integrum والخزر excidisse putaveram.

(6) Textum hęc corruptum esse patet, licet Cod. Ox. cum Petr. conveniat. ولا جبل *nec montis* (scil. nomen est,) quid sibi velit, non video. Facilis quidem conjectura suppeditat ولا جبل; sed id quominus admittas, obstat inter alia, quod nomen *Chasar* omnino ipsi populo competit. Suspicio in hoc ولا جبل latere ولا تل vel potius ولارينه ائل *urbi Itil*, et post قطعان (quod pro قطعان substitui) excidisse قطعة, idque in versione expressi. Cui meae conjecturae fidem facere videtur, tum Codex Arabicus Ibn-'Haukalis, qui, annotante cel. Hamaker, „urbem Atil in duas partes amne secari“ refert, tum versio Ouseleyana, quae habet: *One half of this river belongs to the western side, the other to the eastern*; nam hunc versionis Anglicae locum, utut ill. S. de Sacy (in *Magas. Encycl.*) explicare conatus sit, perperam habere, et pro *one half of this river* (Itil) substituendum esse *one half of this city* (Itil), mihi non est dubium. Adde, quod ipse auctor noster posthac non nisi de *duabus* urbis partibus loquitur. Absque iis foret, verterem textum (ولائل) قطعان على الخ *Itil urbis duae partes sunt, eaeque ampliores, ad ripam occid. fluvii sitae, pars autem (tertia) ad ejusdem latus orient. jacet.* Quae interpretatio habere videtur, quo se tuatur, Mas'udyum aliosque, et ipsos de *tribus* partibus urbis mentionem facientes.

(6) In hoc nomine vide annon lateat بك *Bek*, notus ille titulus Tataro-Turcis solemniss et apud Chasaros olim vigens. Facile sane باك ex بك oriri poterat. Pro باك *Bak* Versio Angl. Ibn-'Haukalis (p. 185.) habet بال *Bal*, quod nisi forte ex ipso nostro باك corruptum sit, haud scio an pro synonymo بعل *Baal* habere liceat. Quid porro? si يلك *Ilek* (etiam apud Kaswinyum obvium) et باك *Bak* unum idemque nomen fuerit, quorum unum ex altero quam facile oriri potuerit, in oculos incurrit? Cel. Ouseley vertentem „*he is stiled King*“ pro ملك *Melik* يلك *Ilek* legisse puto.

(7) Cod Ox. نحو ante فرسخ inserit, ut sit: *in parasangae fere longitudinem.* Ibn-'Haukal, juxta Hamakerum, *ambarum* urbis partium longitudinem esse parasangae, easque muro cingi, ait.

(8) Haec ad murum referri jubet textus, quamquam ad moenia potius seu ad urbis domos retulerim, motus etiam Ibn-'Haukalis Codice Arabico, in quo غير انها مقترسة *non est aedificata*; nam pro مقترسة legendum esse مقترنة mihi dubium non est.

(9) Ibn-'Haukal:

وابنيهم كالخركاهات من خشب وخركاهات لبود

*Aedificia eorum sunt ad instar casarum vel ex ligno vel e panno coactili confectarum.*

(<sup>10</sup>) In Cod. P. pro *بنى* non est nisi *ى*, quod aut delendum aut in *هو* mutandum censueram. Cod. O. in eo *بنى* latere docuit, idque in textum recepi. Ibn 'Haukal: *الا شبا يسيرا من طين*

(<sup>11</sup>) Contextus quidem suadere videtur, ut ad partem urbis occidentalem referas; sed posthac offerentur, quae orientalem Muhammedanorum sedem designant, ita ut auctor hoc loco universe loquutus existimandus sit.

(<sup>12</sup>) Male P. *الانى*

(<sup>13</sup>) O. et Ibn-'H. *حو* *circiter, s. admodum praemittunt.*

(<sup>14</sup>) Sic Ibn-'H. recte. Male autem P. & O. *مسجل*

(<sup>15</sup>) Ibn-'H. *ملكهم*

(<sup>16</sup>) Id. *من اتل اريد النهر* *ab Itilo, scilicet fluvio.*

(<sup>17</sup>) Ibn-'H. *دونه* quod perinde est.

(<sup>18</sup>) Idem: *ولا يسوع الملك ذلك لغيره* eodem sensu.

(<sup>19</sup>) Id. *ولسور البلد*

(<sup>20</sup>) Id. *ايواب اربعة* inverso ordine.

(<sup>21</sup>) Id. *منها ما* quod eodem redit.

(<sup>22</sup>) Id. *الى ومنها الى ما بلى* ubi aut *الى* ejiciendum, aut post id aliquid excidisse statuendum, coll. Vers. Angl. in qua: „and the other looks towards Iran, in the direction of the desert.“

(<sup>23</sup>) Pro *على* Codicis Petr. Ibn-'H. *على* habet.

(<sup>24</sup>) Seu Purpurati:

(<sup>25</sup>) Ibn-'H. ante *اربعة* hic quoque *حو* *admodum inserit.*

(<sup>26</sup>) *Rex eorum* — *reperiuntur.* Haec ita audiunt apud Ouseley: *The king of this country is a Jew; he has in his train four thousand Mussutmans, and Khozrians (Christians) and Idolaters; but his principal people are Jews.*

(<sup>27</sup>) *هناك* non adest apud Ibn-'H.

(<sup>28</sup>) Id. haec *على ان الملك منهم* omisit, quod utique ob proxime sequentia licebat.

(<sup>19</sup>) Ibn-'H. والنمازي et Christiani omisit.

(<sup>20</sup>) Id. وخصتهم male.

(<sup>21</sup>) Hoc loco adjicere expediet, quae hoc super argumento apud Schems-ed-dinam Dimeschkyum leguntur notatu dignissima:

وهم طايقتان جند وهم المسامون ويهود وهم الرعية وكانوا من قبل لا يعرفون ملة كالترك وانما طرايقهم كما حكاه ابن الاثير (الاثير. 1) عنهم ان صاحب قسطنطينية في ايام هرون الرشيد اجلا من كان في مملكته من اليهود فقصدوا بلد الخزر ووجدوا قوما غفلا ساذجين فعرضوا عليهم دينهم فوجدوه اصاح مما هم عليه فانقادوا اليه واقاموا زمانا ثم غزاهم جيش من خراسان فتغلب على بلادهم وملكها فصاروا رعيته وحكى ابن الاثير ايضا انهم اسلموا سنة اربعة (اربع. 1) وخسين ومايتين وذكر في سبب اسلامهم ان الترك غزوه فطايروا من اهل خوارزم نصرتهم عليهم فقالوا لهم انتم كفار فان اسلمتم نصرناكم فاسلموا الا ملكهم فنصرهم اهل خوارزم وازالوا الترك عنهم ثم اسلم ملكهم بعد ذلك

*Chasari duobus ordinibus (s. nationibus, partibus) constant, militibus scilicet, qui Muhammedani, et civibus, qui Judaei sunt. Olim nullam profitebantur religionem, ad instar Turcorum; nec nisi instituta a majoribus ipsorum tradita sequebantur (?). Refert Ibn - el - Asir, Imperatorem Constantinopolis, regnante Harun - Raschido,*

(exeunte saeculo VIII. p. C. n.) *expulisse quidquid Judaeorum in ipsius regno erat. Hi quum in Chasarorum terram sese recepissent populumque experti essent socordem et simplicem, suam eis obtulere religionem; quam illi suis institutis sacris potiozem quum cognovissent, eam amplexi aliquamdiu servabant. Deinceps autem Chorasani Chasaros adorsi, terram eorum potiti sunt eamque imperio tenuerunt, ita ut hi illis subditi essent. Idem Ibn-el-Asir memoriae prodidit, eos anno ducentesimo quinquagesimo quarto (= a. 868. p. C.) doctrinam Muhammedanam amplexos esse; cujus causa haec exstiterit. Contra Turcos ipsorum terras adorsos opem implorabant Choresmiensium. Sed hi detrectare cum falsorum numinum cultoribus rem habere; nec auxilium promittere, nisi si ad Islamismum accessissent. Accedebant igitur, excepto Rege, omnes. Quo facto Choresmienses suppetias profecti Turcos ex eorum terram ejiciebant. Postea et ipse Rex Muhammedi nomen dedit.*

(<sup>32</sup>) اخلاقهم quod textus noster fert, apud Ibn-'H. deest, recte, ut puo. Nec verti. Sin retinendum, اعنى vel اريد vel simile quid ante اخلاق mente supplendum esse existimaverim.

(<sup>33</sup>) Ibn-'H. يسجدون quod eodem redit.

(<sup>34</sup>) Id. عند التقائهم sibi invicem obviam facti, in occursum.

(<sup>35</sup>) Ibn-'Haukal: وادكامهم يمضونها (يمضونها 1.) على رسوم قديمة تخالف quam lectionem in versione exprimere placuit, quum textus noster hic minus recte ab initio quidem habere videatur.

(<sup>36</sup>) Ibn-'H. وللملك من الجيش

(<sup>37</sup>) Id. الفاء male.

(<sup>38</sup>) Id. مرتبين مرتبين milites perpetui rite ordinati (stehende regulirte Truppen); sed pro مرتبين potius مرتبين legendum.

(<sup>39</sup>) Ibn-'H. اذا bene.

(40) غيرِه ex Ibn-'Haukale inserui.

(41) Hoc comma apud Ibn-'Haukal deest. Apud Ouseley ejus loco leguntur haec: *and they have no other commander but him.*

(42) P. et O. male دائرة. Sed quod in textum recepi ex Ibn-'H. دائرة unice verum est. Addit idem: ولا ارزاق معلومة *neque certa demensa.*

(43) Pro ال Ibn-'H. بل habet.

(44) Ibn-'H. الطويلة quod perinde est. Addit idem in gratiam parallelismi membrorum: والاقوات المتراخية *et temporibus dissitis.*

(45) Ibn-'H. اذ كان عليهم خوف

(46) Sic correxi codicis P. حريمه Erat, ubi hoc in حل بهم mutandam existimarem. Neque tamen, ut bene sic dixeris, suffragantem habui nec Cod. O. nec Ibn-'H. In illo quidem est ضريهم (scil. ضر بهم); in hoc autem, ut in P., حريمه. Apud Ibn-'H. etiam عظيم abest.

(47) Hoc ex Ibn-'H. receptum substitui τφ مجموعون P.

(48) In textu nostro est صلاة (sc. صلوات), quod, de sportulis s. stipendiis annuis adhiberi solitum, hic alienum. Numquid بلاد in eo latet? Sic quidem verti, adjutus Ibn-'Haukale, in quo pro صلاة الخزر est عزرا البلد

(49) Ibn-'H. من

(50) Ibn-'H. والعشور والتجارات *et decumae (frumenti?) et merces.*

(51) Ibn-'H. من كل طريق سابل اليهم *omni via, quae ad ipsos fert.*

(52) In O. et Ibn-'H. ولهم Utrum rectius, nescio.

(53) Conjectura cel. Hamakeri est, pro وضايف Ibn-'Haukalis. In P. et O. طائف legitur.

(54) Sic corrigebam والملك P. Assensi sunt O. & Ibn-'Haukal.

(55) Ibn-'Haukal: سبعة *septem.* Sed apud Ouseley etiam: *nine.*

- (66) Male P. والسامون Rectum, quod in textu posui, et O. habet.
- (67) Ibn-'H. واذا recte, ut videtur; ut ne, quae sequuntur, ad solos Idololatrias referantur.
- (68) Ibn-'H. في نفسه
- (69) Ibn-'H. الى, ita ut sensus hujus commatis hic sit: *non nisi hosce judices adire ei licet.*
- (70) Ibn-'H. وبين القضاء وبين الملك constructione minus congrua.
- (71) من الامور desunt in Ibn-'H.
- (72) I.-'H. ويطلعونه على ما يكون منهم
- (73) Id. عند ذلك بما يعاون عليه
- (74) Ibn-'H. hic historiam judicii alicujus inseruit, observante Hamakero.
- (75) Ouseley: *This city has not any suburbs.*
- (76) Ibn-'H. غير ان
- (77) Id. الصيف
- (78) والنهر deest in O.

(79) Haec inde a يخرجون — vel in viginti paras. &c. ita sonant apud Ibn-'H.: يخرجون الصيف باجمعهم الى ما زرعه ويكون بالقرب والبعد نحو عشرين فرسخا فيضونه بالعجل الى النهر والى موضع يقرب منها وينقلون ما اجتمع الى النهر في السفن وما قرب من البلد بالعجل

*Aestate omnes urbe exeunt ad satat sive vicina sive remota, in 20 parasangarum spatium, plaustrisque ea convehunt ad fluvium et ad locum non procul ab ea (urbe) dissitum; (deinde) quae ad fluvium congesta, navibus, quae prope urbem, plaustris transportant.*

(70) Male P. **والعالب**(71) O. et Ibn-'H. **الارز**

(72) In textu est كرتابه *Kersaba* Codicis P. Sed nullus dubito, quin in eo lateat كويابه *Kūjaba* s. *Kūjave* h. e. *Kienō*, idque posui in versione. Emendationi huic, de qua pluribus in libro de Ibn - Fozlani Russis ethnicis disputavi, fidem addit Cod. Oxon. in quo كونايه *Kūnaba*. Apud Ibn-'Haukalem scriptum est كربانه *Kerbana*.

Hoc argumentum pluribus exsequutus est Ibn-'Haukal, qui pro ذلك وما عدا ذلك  
*Praeterea* — usque ad كويابه *et Kūjabā* haec habet:

والذى يحمل من عندهم من العسل والوبر انما يحمل اليهم  
من ناحية الروس وبلغار وكذلك جلود الخز التي تحمل الى  
الافاق ولا تكون الا في تلك الانهار الشمالية التي بناحية  
بلغار والروس وكربانه والذى بالاندلس من جلود الخز  
شيء من الانهار التي بنواحي الصقالبة — واكثر هذا (هذه)  
الجلود بل جلها (اجلها Ham. f.) يوجد في بلد الروس  
وشيء من ناحية ياجوج وماجوج رفيع يصل الى الروس  
بجاورتهم لياجوج وماجوج وتجرحهم اليهم فيبيعونه ببلغار  
قبل ان يخربوها في سنة ثمان وخمسين وثلاثماية ويخرج بعض  
ذلك الى خوارزم لكثرة دخول الخوارزمية البلغار والصقالبة  
وغزوهم اياهم والغارة (وغارتهم) عليهم وسيبهم ومضب  
تجارة الروسية كان الى خزران لم ينزل بهذه الحال

i. e. *Quidquid ex eorum terrā exportatur mellis atque pellium*  
(murinarum &c.), *ad ipsos e Russorum et Bulgharorum regionibus ad-*

vectum est; \*) quâ eodem in caussa etiam pelles lutrinae (?)\*\*) versantur, quae quaquaversus evehuntur. Hoc autem (animal) non nisi in his fluviis septentrionalibus Bulghariae, Russiae et Kerbanae (lego: Kûjabae) reperitur; ejus pellium quidquid in Hispaniâ deprehenditur, est autem parum quid, id ex fluviis Slavorum provenit. — Plurimae autem harum pellium, quid? quod praestantissimae in Russiâ reperiuntur; nonnullae etiam, et quidem pretiosissimae, e regione των Jadschudsch et Madschudsch (Gog & Magog s. Sibiria septentrionali) ad Russos perferuntur, illis quippe populis vicinos et cum iis commercium habentes. Deinde eas vendebant Bulghariae, antequam eam destruxissent, id quod anno H. trecentesimo quinquagesimo octavo (= a. 969. p. Chr. n.) accidit. Pars (inde) in Choresmiam exportabatur, quatenus Choresmienses Bulgharos Slavosque frequentant, vel expeditiones in eos faciunt, in eorum agros praedandi caussa excurrunt, indeque captivos abducunt. Russorum autem mercatura confluebat in Chaseran ad hanc nostram memoriam usque.

(73) Apud Ouseley (p. 186.) haec ita sonant: *The principal persons of Ate, are Mussulmans and merchants.* In Ibn-'Haukale autem hoc comina sic habet:

وخزران نصف المدينة المعروفة باتل الشرقى وبه معظم  
التجار والسامين والتاجر

*Chaseran est pars dimidia orientalis urbis Itil, in qua maxima pars mercatorum, Muhammedanorum et mercium.* (Fieri potest, ut apud Ibn-Fozlanum etiam legendum sit والسامين.) Adjicit idem Ibn-'Haukal:

والتجار والسامين والتاجر  
*Pars dimidia occidentalis autem peculiariter a Rege, ejusque comitibus (s. purpuratis) et militibus tenetur.*

(74) Ibn-'Haukal: *والخزر المخلص لسانهم* Chasarorum genuinorum (s. impermixtorum) lingua —

\*) Ouseley p. 186: *They bring honey and wax from the borders of Rous.*

\*\*) Chass. vid. inf. not. 89.

(76) In contrariam plane sententiam Ouseley p. 186: *Their language is like that of the Turks.* Verum! et in Ibn-'Hauk. Cod. L. est, ut apud Ibn-Fofzlanum nostrum, والفرسية ولسان غير لسان الترك — Ad hanc de Chasarorum lingua observationem addere non abs re erit hunc quoque locum Ibn-'Haukalis:

ولسان البلغار كلسان الخزر ولبرطاس لسان اخر وكذلك  
لسان الروس غير لسان الخزر ولبرطاس

*Lingua Bulgharorum similis est linguae Chasarorum. Burtasi autem aliâ utuntur linguâ. Similiter Russorum lingua a linguâ Chasarorum et Burtasorum differt.* Cf. Ouseley p. 190.

(76) Ibn-'H. والفرسية

(77) Ibn-'H. ولا يشار له perperam. Idem pro لسان فريق من الامم habet  
لسان من السنة الامم. — Hoc posterius comma in vers. Angl. sic habet: *and (their language) is not understood by any other nation.*

Post hoc comma Ibn-'Haukal. haec inserit:

ونهر ائل يخرج جانبه الشرقي من ناحية خرخيز فيجري  
ما بين الكيماكية والعزية (والعزية 1.) ثم يذهب غربا على  
ظهر بلغار ويعود راجعا الى ما يلي المشرق حتى يجوز على  
الروس ثم على بلغار ثم على برطاس حتى يقع في بحر الخزر

*Fluvii Itil pars orientalis ex terrâ Chirchisorum profluit, et, postquam Keimakos Ghussosque medios secuit, occasum versus campos Bulghariae praeterit, deinde orientem versus reflectitur, donec Russos, mox Bulgharos, dein Burtasos transit, denique in mare Chasarorum involvitur.* (Cf. Ousel. p. 187.) — Quae idem auctor deinceps de Semender, urbe Chasaricâ, addit, infra in medium producemus.

(78) يشبهون pro يشهون P. scripseram, assent. deinceps O. et Ibn-'Haukal. apud quem quidem التترك الخزر يشبه التترك — Notanda hîc quoque versio Angl., in quâ p. 188 legitur: *The people of Khozr are near the Turks, whom they resemble.*

(79) السمرة recepi ex Cod. Ox. pro الحمرة P. Suffragatur Ibn-'H. in quo السمير

(80) ابن-ه. ظاهر و(ظاهرين leg. الحسن والجمال

(81) Ibn-'H. في *haud scio an melius.*

(82) Mallem فوه

(83) Ibn-'H. بعضا

(84) Idololatrarum nomen excidit in vers. Angl. ubi (p. 188) leguntur haec: —  
*the other race (of the Khozr) is fair complexioned: these sell their children.*

(85) فانهم ex O. et Ibn-'H. inserui.

(86) Ibn-'H. يتدينون

(87) Id. لبعض Idem mox مثل السامين omisit.

(88) Si الرقيق *dakik* legendum; sin vero الرقيق *rakik*, *mancipia* intelligenda sunt. Per scripturae rationem, quae in Cod. nostro obtinet, ambiguum distinguere non licet; *rakik* *mancipia* Ibn-'H. habet.

(89) خز *chass* pers. خز *kass* „Sericum netum, grossiusque. Bombycum n. folliculi, a papilionibus perrupti, plusculum coquuntur cum sapone, emolliuntur et cohaerentes a mulieribus in fila ducuntur fuso, item Pannus ex eo serico contextus. aliis Lana, s. pili animalis marini, Castoris puto, [sed v. Bóch. Hieroz. I, 489] ex quibus texuntur vestes.“ Golius. Conf. supra not. 72.

(90) Puta vulpinae, castoreae, murinae etc. اوبار *pelles* in genere significat. — Hoc autem comma de rébus, quae e Chasariâ exportantur, ita habet apud Ibn-'Haukal:

وليس يرتفع من بلد الخزر نفسه شيء يحمل الى البعد والقرب  
غير غرى السمك فاما الرقيق والعسل والخز والشمع والاوبار  
فجلوية اليهم

*Non devehitur ex ipsâ Chasariâ, sive in remota sive in vicina, nisi ichthyocolla. Mancipia autem, mel, cera (s. candelae), pelles lutrinae aliaeque in eam aliunde importantur. In Vers. Angl. haec ita sonant: They bring from other countries those commodities which Khozr does not produce, such as tapestry or curtains (?خز), honey, candles, and similar articles.*

Addit Ibn-'Haukal:

ولباس الخزر ومن دنانهم القراطيق والاقبية وليس عندهم

شيء من اللبوس وإنما يحمل اليهم من نواعي جرجان وطبرستان  
واذريجان والروم وما يصاقبهم من الاعمال

*Vestitus Chasarorum iisque vicinorum populorum constat ex Kurtak  
et Kaba. Neque vero apud ipsos vestimenti quid conficitur,  
sed ex Dschorschan, Tabristan, Aserbeidschan, Gracciá (Rum)  
regionibusque confinibus ad eos importatur.*

(<sup>91</sup>) Haec inde a خاقان فانه usq. ad ويقال له (*Chakan est — Praedicatur*) desunt  
in Cod. Oxon.

(<sup>92</sup>) In Arab. est: *Chalifa ejus.*

(<sup>93</sup>) P. يصاقبونه ; O. يصاصونه ; unde dedi يصاقبونه

(<sup>94</sup>) Quod in textu est الاخباة corruptum esse censeo. Numquid الحياء , vel  
الحرمة , vel الحشمة vel الحفارة vel simile vocabulum in ejus locum substituendum ?

(<sup>95</sup>) Male Cod. P. فرع

(<sup>96</sup>) De Arab. *serir*, scamno — vide me ad *Ibn-Fozzlan — über die Rus-  
sen älterer Zeit.* not. 50.

(<sup>97</sup>) In P. copula و ante جلس adest, quam delendam censenti mihi suffragatus  
est Cod. O.

(<sup>98</sup>) ويخلفه ex O. inserui.

(<sup>99</sup>) In hoc Turcicum جاوش *tschäusch* (de quo apparitorum genere adi rerum Os-  
manicarum scriptores) latere, vix est quod dubites.

(<sup>100</sup>) Ipsum Chakanum intellige.

(<sup>101</sup>) Ad verbum: *ut nunquam hominibus sedeat et cum iis colloquatur.* Cete-  
rum pro ويكلمهم scripsi ويكلمهم

(<sup>102</sup>) Ad verbum: *potestati solvendi ligandique.*

(<sup>103</sup>) Qui antea Ibn-Fozziani fere persequutus erat vestigia, Ibn-'Haukal inde  
ab hujus §. initio mirum quam ab eodem deflectere coepit. Jam accipe, quæ de Chakano  
Regeque Chasarorum tradit:

فاما سياساتهم وامر المملكة فيهم فانه ينتهى الى عظيمهم

المسمى خاقان خزر وهو اجل من ملوك الخزر لان ملك الخزر  
به ينعقد وهو الذى يقيه ويقعك —

ولا تصاح الخاقانية الا فى اهل بيت معروفين (معروف؟)  
وليس له من الامر والنهى شىء غير انه يعظم اذا دخل  
اليه ولا يصل اليه احد الا للحاجة فاذا دخل عليه ترغ  
له الداخل فى التراب وسجد وقام من بعد حتى ياذن له  
بالعود —

ويبلغ من طاعتهم للملك ان احدهم ربما وجب قتله ويكون  
من اكرمهم عليه واكبرهم منزلة لديه ولا يجب (يجب 1.)  
الملك قتله ظاهرا فيامره ان يقتل نفسه فينصرف الى منزله  
فيقتل نفسه وقد ذكرت ان الخاقانية فى قوم معروفين ليس  
فيهم مملكة ولا يسار وربما كان فيهم موسرا (موسر bene Ham.)  
فاذا انتهت الرياسة الى احدهم عقدوا له ولم ينظروا الى ما  
عليه حاله ولقد اخبرني من اثق به انه راي فى اسواقهم  
شبابا يبيع الخبز وكانوا يقولون ان هلك خاقانهم فليس احد  
احق بالحاقانية منه الا انه كان مسلما قال ولا تعقد الخاقانية  
الا لليهود (لليهود 1.) ولهم سرير فى قبة ذهب لا تضرب  
الا لحاقان ومضارب خاقان اذا برزوا محتاجين الى رحيل فوق  
مضارب الملك ومسكنه فى البلدان ارفع من مسكنه

*Remp. administrandi summamque rei gerendi cura apud ipsos  
principi eorum, cui titulus Chakani Chasarorum, mandata*

*est. Hic Regibus Chasarorum major est. Rex enim Chasarorum ab eo instauratur, ejusque ad nutum et voluntatem se totus convertit. \*)* (Quae jam sequuntur vide adducta infra in not. 119.)

*Dignitas autem Chakani non nisi certae alicui familiae competit. Chakanus autem nec jubendi nec vetandi jure ullo gaudet; quamquam summam reverentiam colitur ab iis, qui eum adeunt; non autem ad eum admittitur, nisi qui aliquid requirit (valde) necessarii. Intromissus, in terram se volutat prosternitque, eum venerans. Postea surgens, stat, donec sedendi nactus fuerit veniam. \*\*)* (Haec excipiuntur ab iis, quae in not. 117. et 106. adduxi.) —

*Civium erga Regem obedientia tanta est, ut Rex, si eorum aliquem capite plecti oportet, neque tamen, quia apud ipsum gratiam et auctoritate florebat, publice interficere vult, eum semet ipsum*

\*) κατά λέξιν: ille facit eum et stare et sedere.

\*\*) Similiter Dimeschky:

وكانت الخاقانية فيهم في بيت معروف وكان خاقان هو الذي يولى الملك وليس له امر ولا نهى الا انه يعظم ويسجد له ولا يصل اليه احد الا الملك ومن في طبقتة واذا دخل عليه تمرغ في التراب بين يديه وسجد ثم قام قائما حتى ياذن له في الكلام والتقرب

*Dignitas Chakani apud eos non nisi certae alicui familiae competeat. Chakanus erat, qui Regem constitueret; neque tamen is ullo jubendi vetandive jure gaudet, quamquam reverenter eum colunt eique venerabundi se prosternunt. Nemo ad eum admittitur, nisi Rex et qui hunc dignitate (sere) aequant. Intromissus, coram eo in terram se volutat prosternitque. Deinde surgens stat, donec permissum ei fuerit loqui et propius accedere.*

*interficere jubeat. Quod hic jussus domum properat, ubi mortem sibi ipse consciscit. \*)*

*Jam supra dixi, Chanatum administrandi jus certae alicui familiae competere, licet nec dominio aliquo nec divitiis gaudenti. Quamquam subinde inter eos dives deprehenditur. Ad principatum si quis eorum poscitur, ei imperium tradunt, nullam habitam conditionis, quam tunc quidem utatur, ratione. Narravit mihi quidam, cui non possum non fidem habere, se in foro eorum vidisse juvenem, panes vendentem \*\*), cui soli, mortuo qui tunc esset Chakano, jus in Chanatum succedendi competere, circumstantes mihi confirmabant, quamquam Muhammedanus esset. At enimvero Chakanatus non nisi Judaeis mandatur.*

*Thronus Chakani sub canopeo aureo est, quale ei soli figitur. Chakani etiam tentoria, ubi in itinere sunt, et palatia in variis regni urbibus super tentoria et palatia Regis eminent.*

(104) Post *الدار* in textu cernitur *والنهر*, quod, nisi forte corruptum ex *القبر* sit, vix locum habere potest.

(105) Vel etiam: ad illum defunctum.

(106) De ejusmodi ritu sepeliendi Ibn-'Haukal nihil tradidit. Apud eum contra haec leguntur:

إذا مات ودفن لم يمر احد بقبره الا ترجل له وسجد ولا يركب  
بها لم يغيب عن قبره

*Mortuus (sc. Chakanus) quum humo conditus est, nemo ejus sepulchrum transit, quin ex equo descendat, eum reverendi gratia, coramque eo venerabundus se prosternat; nec fas est, rursus ascendere in equum prius, quam sepulchrum oculis ipsius subtractum sit.*

\*) In eandem sententiam Dimeschky:

وكانت طاعتهم للملوك بحيث ان احدهم اذا وجب عليه  
القتل ينصرف الى منزله ويقتل نفسه

\*\*\*) Ousel. p. 190: *selling petty articles.*

Idem et Dimeschky tradit:

إذا مات (يعنى خاقان) ودفن فلا ير احد بقبوره إلا ترجل  
ونزل وسجد ولا يركب حتى يغيب عن القبر

(107) Ex O. inserui ان

(108) الذين يصاقبونهم idem valere censeo atque الذين يجاذونه

(109) P. الجوار perperam. Correctionem approbavit O.

(110) Sic scripsi pro الجوار والسراى codicis P.

(111) Verba واحدة وكل usque ad مضرب desunt in O.

(112) واحد ex emendatione. In P. male واحدة

(113) i. e. qui apud eam cubicularii munere fungatur.

(114) في ex O. inserui.

(115) Ita scripsi pro ارطاهما

(116) Sic correxi لوجه P.

(117) Ibn-'Haukal hic aliquid variavit:

وإذا هزبهم امر عظيم او حرب اخرج فيه الخاقانى (الخانان 1).  
فلا يراه احد من الأتراك وغيرهم من يصاقبهم من اصناف  
الكفر إلا سجد وانصرف ولم يقابله تعظيما له

*Si quid calamitatis bellive incidit, Chakanus in publicum producitur; tunc a Turcorum Infideliumque iis vicinorum nullo conspicitur, quin, postquam venerabundi sese prostaverint, se avertant; nemo eum ex adverso respicere audet (seu, obviam it, si يقابله legendum; sin vero يقابله, armis eum impugnat) reverentiâ scil. percussus.*

Addo haec eadem ex Dimeschkyo:

إذا حدث لهم خطب عظيم اخرج خاقان فلا يراه احد من

الترك ومن يصاقبهم من اهل الكفر الا انصرف ولم يقاتلهم  
تعطيما له

(118) Rectius اربعون cum O. scribendum erat.

(119) Haec etiam plane diverso modo narrat Ibn-Haukal:

وإذا ارادوا ان يقيموا ملكا بعد هلاك ملكهم جاء هذا الخاقان  
به فذكره وعظه (ووعظه 1) وعرفه ما عليه وله من حقوق  
الملك واثقاله وما ينويه (ينويه f) من الاثم والوزر فيما يتكلفه  
ان قصر فيه او عمل بغير الواجب منه واتي غير الصواب  
والحق في احكامه — وإذا جاؤوا به ليقعدوه في المملكة  
ويساموا عليه بها خنقه خاقان بحريرة فاذا قارب ان ينقطع  
نفسه قالوا كم تشتهي مدة الملك فيقول كذا كذا (وكذا 1) فان  
مات دونها والا قتل اذا بلغ تلك السنة

*Mortuo Regi si alius sufficiens est, Chakanus adductum eum monet et cohortatur, ei demonstrat, et quae ipse debet et quae ipsi debentur, jura atque officia regia, eique ob oculos ponit imperii gerundi onera et quam peccati criminisque incurrat culpam, si in iis, quas in semet suscepturus sit, curis officio suo desit, aut temere quid agat, aut pravam et injustam in sententiis pronuntiandis se exhibeat. — Adductum, ut Regem constituent et saluent, Chakanus funiculo sericeo circa fauces circumdato strangulare coepit, et ubi ejus anima in eo est, ut fere intercipiatur, interrogant, quot annos regno praesesse optet. Ad quod, tot vel tot annos, respondet. Postea si citra hunc terminum fato functus fuerit, bene habet; sin minus, hunc annum ubi attigerit, interficitur.*

Similiter Djimeschky:

وإذا احبوا ان يولوا ملكا خنقوه فاذا قارب ان يهلك قالوا

له كم تحب ان تقيم في ملكك فيقول كذا وكذا سنة فيكتبوا  
 (فيكتبون 1.) ذلك ويشهدوا (ويشهدون 1.) على نطقه فاذا  
 بلغ اليقات ولم يميت قتل

*Quem Regem constituere volunt, strangulare incipiunt. Quo postquam eo redactus est, ut parum absit, quin exspiret, quot annos praeesse imperio velit, interrogatus respondet: tot vel tot annos. Id quod litteris consignant dataeque fidei testes adhibent. Jam, si terminum constitutum attigerit nondum mortuus, interficitur. — Moneo in vers. Angl. p. 189. mirum hunc ritum non de Rege, sed de ipso Chakano narrari.*

(120) Hoc ex O. restitui pro **فيهم** P.

(121) Sic lectionem P. **وجبلهم** corripbam ex conjectura, comprobata deinceps ab auctoritate Cod. O.

(122) O. **او ربا**

(123) Cum O. **غلمان** omisi, quod P. post **اصحاب** inserit, quamquam obsequens **الفلام** potius **اصحاب** ejiciendum esse putaveris.

(124) O. **خر** Numquid hic **خدمه** Arab. latet?

(125) Sic pro pravâ lectione P. **البلر** scripsi, suffragante O.

(126) O. addit **الخر** Quo admissio **ملك** pro **الملك** scribendum.

(127) O. **دار**

In superioribus quum etiam de urbe Chasarorum primariâ  
*Itil* sermo fuerit, haud ab re duxi, hoc loco nonnulla de tribus  
 aliis eorundem urbibus celebrioribus, *Belendscher*, *Se-*  
*mender et Chamidsch*, antehac inedita subjungere.

B E L E N D S C H E R

EX JAKUTI LEXICO GEOGR. MAJORE.

بانجر بفتحتين وسكون النون وفتح الجيم وراء مدينة ببلاد الخزر  
 خلق باب الابواب (1) قالوا فتحها عبد الرحمن بن ربيعة  
 وقال البلاذري سليمان بن ربيعة الباهلي وتجاوزها ولقيه خاقان  
 في جيشه خلق بانجر فاستشهد هو واصحابه وكانوا اربعة الاف  
 وكان في اول الامر قد خافهم الترك وقالوا ان (2) هولاء ملكة  
 لا يعمل فيهم السلاح فاتفق ان تركيا اختفى في غيضة (3) ورشق  
 مسلما منهم (4) فقتله فتنادى في قومه ان هولاء يموتون كما تموتون  
 فلم تخافوهم فاجروا عليهم ووقعوهم حتى استشهد عبد  
 الرحمن بن ربيعة واخذ الراية اخوه ولم يزل يقاتل حتى امكنه  
 دفن اخيه بنواحي بانجر ورجع بقية المسلمين على طريق  
 جيلان وماكان فقال عبد الرحمن بن جانة (5) الباهلي \* وان  
 لنا قبرين قبر بانجر وقبر بصين استان يا لك من قبر \*  
 فهذا الذي بالصين عمت فتوحه وهذا الذي يسقى به سبل (6)  
 القطر \* يزيد (7) ان الترك لما قتلوا عبد الرحمن بن ربيعة  
 وقيل (8) سليمان بن ربيعة واصحابه كانوا ينظرون (9) في كل  
 ليلة نورا على مصارعهم فاخذوا سليمان بن ربيعة وجعلوه في

تابوت فهم يشسقون به اذا اقتحطوا واما الذى بالصين فهو  
قتيبة بن مسلم الباهلى

(<sup>1</sup>) Male in textu الباب الابواب erat. Sed auctores passim ita peccant in hoc nomine scribendo.

(<sup>2</sup>) Elif posterior exciderat.

(<sup>3</sup>) Male in textu erat عيضة

(<sup>4</sup>) Cod. Oxon. pro بسوم habet منهم

(<sup>5</sup>) Sic posui pro حمامة Cod.

(<sup>6</sup>) Num سيل pro سبل legendum?

(<sup>7</sup>) يزيد rectene habet? an legendum يريد?

(<sup>8</sup>) Ita scribendum censui pro قتل

(<sup>9</sup>) Sic emendavi يتطرون Codicis.

*Belendscher* \*) *urbs in terrâ Chasarorum sita ultra Babel - abwab* (s. Derbend). *Eam Abd - ur - Rahman filius Rabiæ, vel, ut Belasory \*\*)* vult, *Suleiman filius Rabiæ Bahely, expugnâsse dicitur, qui eam transiens* (quum porro in terram pervasisset), *ultra Belendscher obvium habuit Chakanum cum exercitu suo; sed* (commisso proelio) *et ipse et milites sui, quatuor millia numero, occubere veritatis Muslimicæ testes gloriosi. Ab initio quidem Turci* (i. e. Chasari) *eos pertimescebant, opinantes, angelos esse, in quos arma vim non exserant. Accidit autem, ut Turcus quidam, qui in sylvâ se abdiderat, Muhammedanorum illorum aliquem sagittâ peteret occideretque. Tunc is altâ voce inter suos proclamare: „hi morti obnoxii sunt, ut vos; cur igitur eos pertimescitis?“ Quo dicto moti* (Chasari) *impetu capto*

\*) Sic pronuntiari hoc nomen disertis verbis jubet Jakutus.

\*\* ) Mort. a. H. 279. (= C. 892, 3.) vid. cel. Hamakeri Spec. Catal.

*praecipites eos exilio dedere, ita ut ipse Abd-ur-Rahman filius Rabiæ, martyrio occumberet. Hic frater ejus, assumpto signo, proelium sustinuit, donec corpus exanimum in agro Belendscherensi humo condere datum esset. Quo facto cum reliquiis exercitus per viam, quæ in Dschilanum et Makanum \*) fert, rediit. Cecinit autem Abd-ur-Rahman filius Dschomanæ Bahely:*

*Sunt nobis duo sepulehra: unum ad Belendscher, alterum in Sinistan; et o quam sancta sepulchra!*

*Ille, qui in Sinâ conditus humo, victoriis immensum orbem terrarum complexus est; hic autem agros pluviae rigat torrentibus.*

*Addit, Turcos, occiso Abd-ur-Rahman filio Rabiæ, vel, ut alii volunt, Suleiman filio Rabiæ, unâ cum exercitu suo, quavis nocte luminis aliquid super locis, ubi occubuerant, conspexisse. Qua re commoti effossam filii Rabiæ cadaver in feretro posuere, et, quando siccitate laborabatur, per id Deum obtestantes pluviam expetere solebant. Quod ad illum, qui in Sinâ jacet, est is Koteiba filius Muslimi Bahely.*

### S E M E N D E R. \*\*)

EX IBN-'HAUKALE.

وللخزر أيضا مدينة تسمى سمندر وهي فيما بينها وبين باب  
الابواب وكانت بها بساتين كثيرة يقال إنها كانت تشتعل على  
نحو اربعين الف كرم وسالت عنها يجرجان سنة ثمان وخمسين  
وثلاثمائة لقریب عهد بها — وكان يسكنها المسلمون وغيرهم

\*) Nescio an textus sanus sit. Num forte legendum كان ما كان

\*\*) Moneo, hujus urbis nomen passim in libris corruptum offerri, veluti سمندر Semender, سمندر Semid, أسمند Asmid.

ولهم بها مساجد وللنصارى بيع وليهود كنايس فأتى الروس على جميع ذلك واهلكوا جميع ما كان على نهر ائبل لجميع خلق الله من الخزر والبلغار وبرطاس واستولوا عليها فاجأ اهل ائبل الى جزيرة باب الابواب وتحصنوا بها وبعضهم في جزيرة سياه كويه مقيمين حايفين وكانت منازلهم خراكاهات وابنيتهم من خشب قد نسج وسمت سطوحهم وكان ملكهم من اليهود قرابة ملك الخزر — ولا اعلم انه كان في عمل الخزر مجمع للناس غير سمندر

*Chasarorum urbs etiam Semender est, sita inter illam \*) et Bab-el-abwab. Abundabat hortis adeo, ut quadraginta admodum millia vitium \*\*) comprehendisse perhibeatur. Quam rem Dschordschanæ anno trecentesimo quinquagesimo octavo (= 969. p. Ch. n.) percunctatus sum, recens tunc adhuc vigente ejus memoriâ. — Incolebatur a Muhammedanis aliisque. Illis ibi sua erant templa, ut Christianis aedes sacrae, Judæis synagogae. Deinde autem Russi, invasione factâ, quidquid Chasari, Bulghari et Burtasi ad fluvium Itil tenebant, perdidere eâque (urbe) potiti sunt. Accolæ r̄ Itil ad insulam, quæ ad Bab-el-abwab est, fugâ se recipientes, ibi se muniebant; pars eorum autem in insulâ Sijah-kuh subsistebant non sine continuo metu. Domicilia eorum mapalia erant, atque aedificia e lignis decussatim junctis constructa, cum tectis convexis. Rex eorum Judæus erat, affinitate cum Rege Chasarorum junctus. — Equidem in ditione Chasarorum nescio locum, in quo major hominum confluxus sit, quam in Semender. (Cf. Ousel. p. 187.)*

\*) Haud dubie urbem Itil intelligere oportet. Vid. Istachry pag. seq.

\*\*) Nisi forte hîc potius ipsac vineae intelligendae, ut diserte idem Istachry ibidem.

سمندر بفتح اوله وثانيه ثم نون ساكنة ودال مفتوحة واخره  
راء مدنية خلق باب الابواب ثمانية الايام (1) بارض الخزر  
بناها انوشروان بن قباد كسرى وقال الازهرى سمندر موضع  
وكانت سمندر دار مملكة الخزر (2) فلما فتحها سليمان بن  
ربيعة انتقل عنها الى مدينة اتل وبينهما مسيرة سبعة ايام قال  
الاصطخرى سمندر مدينة بين اتل مدينة صاحب الخزر وباب  
الابواب ذات بساتين كثيرة يقال انها تشتمل على نحو من  
اربعة الاف بستان كرم وهى ملاصقة لحد ملك السرير والغالب  
على ثمارها الاعناب وفيها خلق من الساميين ولهم بها  
مساجد وابنيتهم من خشب قد فسخت (3) وسطوحهم مسنة  
وملكهم من يهود قرابة ملك الخزر وبينهم وبين حد السرير (4)  
فرسخان وبينهم وبين صاحب السرير هدنة ومن سمندر الى  
اتل مدينة الخزر ثمانية ايام ومن سمندر الى باب الابواب  
اربعة ايام

(1) Imo vero ايام

(2) Male in P. مملكة دار ملكه للخزر e Cod. O.

(3) Sic correxi P. فسخت Praestabit tamen lectio Ibn - Haukalis, quam vide supra.

(4) Sic pro السرى P. scripsi, assentiente O.

*Semender, urbs Chasariae, octo dierum itinere ultra Bab-el-abwab sita, condita est ab Anuschirwan filio Kobadi Chosroë. De eâ Ashery haec tradit: Semender nomen loci alicujus est. Erat autem olim Chasarorum sedes regia; sed captâ eâ a Suleiman filio Rabide, regia in urbem Itil translocata est. Inter utramque spatium itineris septem dierum intercedit. Accipe etiam, quae Istachry de ea memoriae prodidit: Semender, inquit, urbs est inter Itil, urbem (prim.) Principis Chasarorum, et Bab-el-abwab sita, permultis gaudens hortis; quid? quod quatuor millia admodum vinearum habere dicitur. Contigua est finibus Regis Seriri. Qui ibi producuntur fructus maximâ ex parte uvae sunt. Civium partem constituunt Muhammedani, quibus sua templa. Domus eorum ex ligno constructae jam dissolutae sunt, (\*) tectis etiam jam gibbosis. Rex eorum Judaeus est, affinitate cum Rege Chasarorum junctus. Inter eam et fines Seriri duae intercedunt parasangae. Cum Seriri Principe pacem habent. Semender ab Itil, urbe (primariâ) Chasarorum, octo dierum viâ, a Bab-el-abwab quatuor dierum distat.*

(\*) Vid. not. 3. ad textum Arabicum modo praemissum.

C H A M L I D S C H.

EX EODEM JAKUTO.

خليج مدينة بيلاد الخزر قال البحتري يدح اسحق بن  
 كنداهي (a) \* لم تنكر الحزازات الق ذواية تحتل في الخزر

(a) Scholion: كنداهي

والذوايب والذرى \* شرف تزيد بالعراق الى الذرى عهدوه  
في حليج او يانجرا \*

*Chamlidsch urbs in terris Chasarorum sita est, cujus Boh-  
tery (celeberrimus poeta, anno H. 282. = Chr. 896. mortuus) in  
carmine, quo laudes Ishaki filii Keidadshevy dicebat, mentionem  
fecit. (Sequitur distichon, corruptum, ut videtur, cujus sensum non  
satis assequor.)*

Quod restat, Chamliidsch. urbs etiam a Schems-ed-dino  
Damasceno tamquam una de quatuor clarioribus Chasarorum ur-  
bibus recensetur.

Επιμετρῶν.

Facere non possum, quin locum aliquem, qui, etsi apud re-  
centiorem auctorem obivus, non nullius momenti est, veteribus hisce  
memoriis subjungam: Exstat in libro مخاضة الاوائل ومسامرة الاواخر (s.  
*Conversatio de institutorum initiis et confabulatio  
nocturna de eorundem extremis*), qui auctorem habet Schei-  
chum. على دوده الرومى Aly-Dedeh Rumaem (mortuum anno H.  
848. = Chr. 1444, 5.), et a Scheicho Aly filio Scheichi el-  
Hasan Rumaem (mort. a. H. 998. = Chr. 1590.) in compen-  
dium quidem redactus, sed eadem operâ emendatus auctusque est.  
Codex autem in Museo Asiatico nostro asservatur.

fol. ۸۴ verso.

اول من بنى من ملوك الفرس على جبل الفتح حصونا  
وقصورا وابوابا كسرى انوشروان حذرا من استيلاء الترك  
والتتار ومد سلسلة على باب الاكبر وبنى من خارجه ثمانية  
وستون قصرا بما يلي ارض الحرز (الحزر. l.) من الاتراك

الحاقانية المتصلة بقبايلهم الى سد ياجوج وكان خراج ملك الروم ينسب الى الحاقان منذ اربعة الاف سنة فاما ملك كسرى سد طرقهم وقهر امراءهم في ممالك الروم ومنهم بتايا الى عصرنا هذا سنة سبع وتسعين وتسعمائة وهى طايفة شهيرة بمجار وفيهم طوايف في قرى متفرقة من نواحي بلدة في هيئة التتار وبعضهم يتكلم بلسانهم قد صاحبتهم واخذت اخبار تواريخهم عنهم فوجدتها موافقا للتواريخ الاسلامية

*Qui primus regum Persarum in montibus victoriae (i. e. Caucasica) arces, castella portasque conderet, Kesra (s. Chosroes) Anuschirwan est, qui id fecit metu, ne Turci Tatarique praevalerent. Obtensâ catenâ faucium maximam occlusit, ultraque eam castella trecenta et sexaginta exstruxit in tractu contiguo terrae Chasarorum, qui e numero Turcorum Chakanicorum sunt, quorum tribus (Ordae) ad aggerem Jadschudsch (Jagog) usque pertingunt. Tributum Regis Rumaeorum Chakano inde ab quatuor milium annorum memoriâ pendebatur. (?) Sed Chosroes, simulatque adeptus regnum est, viis obstructis, eorum Emiros in regionibus Rumaeorum versantes vicit. Horum reliquiâe ad hanc usque memoriâ nostram i. e. a. 997 (= 1588, 9. p. Ch. nat.) superstites sunt, natio scil. nota sub nomine Madschar, inter quos in pa-*

*gis dispersis territorii urbis. . . . \*) multi reperiuntur, qui habitu cultuque Tatarorum sunt et pars lingua eorum loquitur. Ipse me in eorum consuetudinem dedi, et ab iis annalium suorum relationes accepi, quas historiis Muhammedanicis congruas deprehendi.*

---

\*) Nomen urbis hoc loco excidit. Supplendum autem est **بودون** *Budun* i. e. *Buda* notissima Hungariae urbs. Id intellexi ex simili huic relatione obvia in alio auctoris libello.

DE

## BASCHKIRIS

QUAE MEMORIAE PRODITA SUNT

AB

IBN - FOSZLANO ET JAKUTO.

INTERPRETE

C. M. FRAEHNIO.

---

 d. xxiv. Oct. a. m̄dcccxxi.
 

---

*Baschkirorum* historia antiqua densis obsita tenebris est, nec de discutiendis iis hucusque magnopere laboratum. Non igitur in sylvam ligna ferre mihi videor, in lucem protrahendo, quae de iis Arabes mei memoriae prodidere. Initium hinc ducere visum est ab antiquissimis, quae mihi oblatae sunt, Baschkirorum memoriis duabus, quarum altera ab Ibn-Fofzlano (ineunte saec. X. aerae nostrae) prodita, altera a Jakuto (saec. XIII.), utraque ex hujus *Lexici geographici majoris* (معجم البلدان) codice Petropolitano a me deprompta. Eas nunc quidem, quoad textum, Codicis Bodleyani, cujus lectiones variantes officio et humanitati cel. Macbride acceptas refero, ope in nonnullis emendatum, et fidâ interpretatione auctum, in medium proferre satis habeo, additurus in posterum, quae ad eas accuratius excutiendas explanandasque facere possint. Vel nuda, qualia hinc exhibui, haec rerum Baschkiricarum monumenta antiqua cognovisse non poenitebit peritum historiae amatorem, qui inter alia in iis deprehendet, quae lucem afferant illis, quae Io. de Plano Carpini et Ruisbroek de Pascatiriâ Hungarorum patriâ (quâ eadem in sententiâ etiam Ibn-Saïd Maghreby, illustris auctor

Arab. saec. XIII., esse videtur) et de „Hismahelitis de terrâ Bular“, qui in Hungariam pervenerint, hujus regni Annales prodidere.

باشغرد بسكون الشين والفين معجمة وبعضهم يقول باشجرد بالميم وبعض يقول باشغرد بالالف بلاد بين القسطنطينية وبلغار وكان المقتدر بالله قد ارسل احمد (1) بن فضلان بن (2) العباس بن راشد بن حماد مولى امير المؤمنين ثم مولى محمد سليمان الى ملك الصقالبة وكان قد اسلم (3) واهل بلاده ليقبض عليهم الخلع ويعلمهم الشرايع الاسلامية فحكى جميع ما شاهد منذ خرج من بغداد الى ان عاد (4) وكان انفصاله في صفر سنة تسع وثلاثماية فقال عند ذكر الباشغرد وقعنا في بلاد قوم من الاتراك يقال لهم الباشغرد فحذرناهم اشد الحذر وذلك لانهم شر الاتراك واقدروهم واشدهم اقداما على القتل يلقي الرجل فيحرز (5) هامته ويأخذها ويتركه ويحلقون لحاهم وياكلون القمل يتتبع الواحد منهم دروز (6) قرطقه فيقرض القمل باسنانه ولقد كان معنا منهم رجل قد اسلم وكان يخدمنا فرايته يوما وقد اخذ قملة من ثوبه فقصها بظفره (7) ثم لجها (8) وقال لما راني جيد وكل واحد منهم قد نحت خشبة على قدر الاحليل ويعلقها عليه فاذا اراد سفرا او لقاء عدو (9) قبلها وسجد لها وقال يا رب افعل بي كذا وكذا فقلت للترجان سل (10) بعضهم ما حجتهم في هذا ولم جعله ربه

فقال لاني خرجت من مثله فلست اعرف لنفسى موجدًا غيره  
وحنهم من يزعم ان له اثني عشر ربا للششاء رب وللصيف  
رب وللظطر رب وللريح رب وللشجر رب وللتاس رب  
وللدواب (11) وللماء رب وللليل رب وللنهار رب وللموت  
رب وللحياة رب وللارض رب والرب الذي في السماء  
الكبيرهم الا انه يجتمع مع هؤلاء باتفاق ويرضى (12) كل واحد  
منهم ما يعمل شريكه : تعالى الله عما يقول (13) الظالمون علوا  
كبيراً : وقال وراينا منهم طايفة تعبد الحيات وطايفة تعبد  
السمك وطايفة تعبد الكراكي فعرفوني انهم كانوا يحاربون  
قوما من اعدائهم فهزموهم وان الكراكي صاحبت وراهم  
فانهزموا بعد ما هزموا فعبدوا الكراكي لذلك وقالوا هذه ربنا  
لانيها هزمت اعدائنا فعبدوها لذلك هذا ما حكاه عن هؤلاء  
واما انا فاني وجدت (14) بمدينة حلب طايفة كثيرة يقال (15)  
الباشغردية نشقر الشعور والوجوه (16) جدا يتفقهون على  
مذهب ابي حنيفة فسالت رجلا منهم واستعقلته عن بلادهم  
وحالهم فقال اما بلادنا فن وراء القسطنطينية في مملكة امة  
من الفرنج يقال لهم الهنكر (17) ونحن مسلمون رعية للملكهم  
في طرف بلادهم نحو ثلثين قرية كل واحدة تكاد ان تكون بليدة  
الا ان ملك (18) الهنكر لا يمكننا ان نعمل (19) على شيء منها

سورا خوفا ان نعصى (20) عليه ونحن في وسط بلاد النصرانية  
فشمالينا بلاد الصقالبة وقبليتنا بلاد الپاپا يعنى رومية والپاپا  
ريس الفرنج هو عندهم نايب المسيح كما هو امير المومنين عند  
المساعين ينفذ (21) امره فيما يتعلق بالدين في جميعهم وفي  
غربيتنا الاندلس وفي شرقينا بلاد الروم قسطنطينية واعمالها (22)  
قال ولساننا لسان الفرنج وزينا زيهم وتخدم معهم في الجنديّة  
ونعزوا معهم كل طايفة لانهم لا يقاتلون الا مخالفى الاسلام  
فسألت عن سبب اسلامهم مع كونهم في وسط بلاد الكفر فقال  
سمعت جماعة من اسلافنا يتحدثون انه قدم الى بلادنا منذ  
دهر طويل سبعة نفر من المساعين من بلاد بلغار وسكنوا بيننا  
وتلطفوا في تعريفنا (23) وما نحن عليه من الضلال (24)  
وارشدونا الى الصواب من دين الاسلام فهدانا الله والحمد  
لله فاسمعنا جميعا وشرح صدرنا للايمان ونحن نقدم الى هذه  
البلاد ونتفقه فاذا رجعنا الى بلادنا اكرمنا اهلنا (25) وولونا  
امور دينهم فسألته (26) لم تخلقون لحاكم كما يفعل الفرنج قال  
يخلقها منا المتجددون ويلبسون لبسة الفرنج اما غيرهم فلا  
قلت كم (27) مسافة ما بيننا (28) وبين بلادكم فقال من ههنا  
الى القسطنطينية نحو شهرين ونصف ومن القسطنطينية نحو  
شهرين ونصف الى بلادنا (29) واما الاضطخري قد ذكر في

كتابه من باشجرد الى بلغار خمسة وعشرين مرحلة ومن  
باشجرد الى البجناك (30) صنق من الاتراك عشرة ايام

(1) Sic codex Oxoniensis recte. Male Petropolitanus محمد *Mu'hammed*.

(2) بن in P. male excidit.

(3) Suspiciabar olim هو post اسلم excidisse; quae conjectura licet deinde a cod. Ox. approbata sit, nolui tamen addere, quia commode etiam abesse potest. Sic e. c. in ملك ومن معه نسخة الدرر p. 53. inf.

(4) Sic pravam codicis P. lectionem اعاد corripbam, approbante deinceps cod. O.

(5) فبجزر ex conjecturâ posui. In P. فيجزر prostat, cui فيجزر substituere dubitavi. O. nil opis tulit. (6) دروز ex O. addidi.

(7) P. بصغره vel بضره, quod erat cum in بضره, aut بصغرها (pro مع صغرها) mutandum putarem. Ab Ox. opem postquam frustra exspectavi, nunc vidi بظفره legendum, idque tamquam unice verum in textum recepi.

(8) Sic ex conjecturâ scripsi pro ولحها

(9) Sic lectionem P. او القاء عدوا correxī, assentiente deinceps O.

(10) Ex cod. O. Male P. سال (11) O. رب

(12) Sic bene O. In P. male ويرضاء, quod in ويرضا mutabam.

(13) Pro ويقولون O. habet يقول الطالبون

(14) Pro فاني وجدة O. habet فاني perperam.

(15) Quidni يقال لها addendum?

(16) O. الوجه والشعور inverso ordine.

(17) Hoc dedi pro الهمكن *el-Hngs*, facili correctione.

(18) Scripsi ملك pro الملك (19) O. يعمل male.

(20) Id. بعض male. (21) Ita scripsi pro ينفذ

(22) Haec inde a وفي غربتنا *Ab occidente* — in O. desunt.

(23) Fieri potest, ut الشرايع vel المناسك vel simile quid exciderit — *capita fidei ritusve sacros*.

(24) Sic scripsi pro الطلال اعلمها O. (25)

(26) O. فسالتهم (27) O. فكم

(28) Sic corrigebam P. مايين , assentiente deinceps cod. O.

(29) Pro نحو شهرين ونصف الى بلادنا O. non habet, nisi نحو ذلك

(30) Sic scripsi pro. النجباك

*Baschghurd* — sunt etiam, qui *Baschdschurd* scribant, sunt denique, qui *Baschkurd* \*) — regio est, Constantinopolin inter et *Bulghariam* jacens.

*A Muktedir-billah* (Chalifa) missus erat *Ahmed ben* (s. filius) *Fofzlan ben el-Abbas ben Raschid ben Hammad*, cliens primum *Emiri Fidelium*, deinde *Muhammedis ben Suleiman*, ad regem *Slavorum* \*\*), quem, cum populo suo doctrinam *Muhammedanam* amplexum, tam *chlamydis* honorariis impositis ornaret, quam praescripta formulasque *Islamismi* doceret. Iste (Legatus) quidquid *Baghdado* egressus mense *Sefer* anni trecentesimi noni eamque revertens in urbem coram spectaverat, (scripto edito) enarravit. In *Baschghurdorum* mentionem incidens, „Perlati sumus,“ inquit, „in terram populi alicujus *Turcici*, cui *Baschghurd* nomen est. Ab iis quam maxime nobis cavebamus; siquidem *Turcorum* pessimi, potentissimique et in caedibus edendis audacissimi sunt. Si quis eorum in aliquem (hostem) incidit, caput ejus amputat, idque, ipso (corpore) relicto, secum aufert. Barbam tondent, et pediculos comedunt; solent tunicae suae suturas diligentissime perscrutari captosque pediculos dentibus discernere. Erat nobiscum eorum aliquis, qui, *Muhammedanus* factus, nobis famulabatur. Eum vidi aliquando, pediculum, quem a veste sua legerat, ungue premendo postquam confregisset, extremo ore comedere. Me conspectu exclamabat: o offam lautissimam!

Unusquisque eorum sibi ex ligno excidit figuram ad modum veretri eamque. . . . . \*\*\*) Iter ingressurus aut hosti obviam iturus, eam osculatur adoraturque, dicens: o mi Domine

\*) Moneo, Arabica haec absque vocali posteriore scripta esse *Baschghurd*, *Baschdschurd*, *Baschkurd*.

\*\*) Puta regem *Bulgharorum* ad *Wolgam*.

\*\*\*). Verba ويعلمها عليه non satis assequor.

(deus), tribue mihi hoc vel illud. Jubebam interpretem ex eorum aliquo quaerere, quatenam hujus rei ipsis ratio sit, et cur illud numinis loco colat? Ex simili huic, respondit, prodi, nec scio alium, praeter illud, qui me produxerit.

Sunt inter eos, qui opinantur sibi dūodecim \*) esse Dominos (s. deos), et quidem hiemi, aestati, pluviae, vento, arboribus, hominibus et jumentis, aquae, nocti, diei, morti, vitae, et terrae suum cuique deum praeesse; deum autem illum, qui in coelis habitat, omnium supremum esse, ita tamen, ut cum illis consilia conferat deque eorum sententiis agat, et unumquemque eorum probare, quod alter fecerit. O impietatem execrandam, quam Deus avertat!

Vidimus etiam inter eos, quorum alii serpentes, alii pisces, alii grues divino prosequabantur cultu. Ad hos quidem quod attinet, mihi narrabant, se aliquando ab hoste quodam, quocum bellum gerent, in fugam datos esse, sed eum, postquam grues a tergo gruere audiissent, mox ipsum se in fugam dedisse. Gruibus igitur propterea, quod hostes suos fugassent, ab ipsis divinum praestari honorem. Haec sunt, quae de hoc populo narrat (Ibn-Fofzlan).

Ego vero offendi in urbe Haleb magno numero genus hominum, qui Baschghurdī audiebant, crinibus et facie valde rubicundis erant, et scientiae juris sacri juxta ritum Abu-Hanifae operam dabant. Eorum aliquis, quem adieram, de ipsorum patriā rebusque percontanti mihi, „Terra nostra,“ respondit, „ultra Constantinopolin jacet in regno alicujus nationis Francicae (s. Europaeae), cui nomen Hungerorum est. Nos, Muhammedis sacra profitentes, eorum regi subditi in tractu regni ejus quodam triginta admodum incolimus pagos, quorum quisque etiamsi parum absit, quin oppidulum referat, rex tamen Hungerorum, metu, ne ipsius detrectemus imperium, ullum eorum muris saepiri vetat. In mediis Christianorum terris siti, a septentrione habemus terras Slavorum, a meridie terras Papae, i. e. Romae, — Papa autem caput Franco-

\*) At mox enumerantur tredecim, nisi hominum et jumentorum unus idemque esse censendus sit; quod quidem lectio P. quodammodo ferre videtur.

rum (s. Europaeorum) est, et vicarius Messiae apud eos, quemadmodum Emirus Fidelium (s. Chalifa) apud Muhammedanos \*), ejusque mandata in rebus sacris nemine repugnante ubique conficiuntur. — Ab occidente Andalus (s. Hispania) jacet; ab oriente denique terrae Runaeorum (Graecorum) i. e. Constantinopolis suis cum ditionibus. Linguae cultusque et habitus par nobis ratio est cum Francis (Europaeis). Uná cum ipsis militamus et in expeditiones inus contra quemcunque signa ferant, siquidem non nisi cum alienis ab Islamismo bellum gerunt.“ Sciscitanti mihi causam, cur, licet in mediis infidelium terris constituti, Islamismum profiterentur, „Multos“, respondit, „patrum nostrorum audivi narrantes, diu supra hanc memoriam septem Muhammedanos e Bulghariá in terram nostram venisse, interque nos sede fixá, amice blandique agendo nos docuisse, nobis errores, quibus tenebamur, demonstrásse, et ad veram Islamismi cognitionem nos duxisse. Sic nos (addebat) Deus direxit: sic divino beneficio omnes Muhammedi nomen dedimus: sic (Deus) pectora nostra ad veram fidem disposuit. Has autem petimus regiones, in scientiá juris sacri studium posituri. Reduces in patriam omni honoris cultu a civibus nostris excepti, rerum sacrarum curae praeficimur.“ Interrogatus porro, cur barbam ad morem Francorum tondeant „Quotquot nostrum“, inquit, „castra sequuntur, barbam tondent et vestitu Francorum utuntur; reliqui non item“. Denique percontanti mihi, quantum intervalli nos inter et ipsorum terram interjectum sit, „hinc (scil. Halebo) Constantinopolin“, ait, „viam esse mensium admodum duorum cum dimidio, parique intervallo Constantinopolin ab ipsorum terrá distare“.

Istachrensis autem in libro suo tradit, a Baschdschurdís ad Bulgharos quidem patere viam stationum viginti quinque, ad Petschenágos autem, quae gens Turcica est, decem dierum.

---

\*) Scil. vicarius Muhammedis, quid? et ipsius Dei est.



## INSCRIPTIONES GRAECAE,

EX ANTIQUIS MONUMENTIS ET LIBRIS EDITIS DE-  
PROMPTAE, RESTITUUNTUR ET EXPLICANTUR.

PART. I.

AUCTORE

FRIDERICO GRAEFE.

---

 Dissertatio, lecta d. 14. Mart. 1821.
 

---

Cum peregrinationes cultissimorum hominum iteratae in ea loca, quae, nondum exhaustis Antiquitatis classicae opibus, pristinam suam gloriam testantur, itentidem reportent, unde Florilegia epigrammatum et inscriptionum Thesauri, velut e perenni quodam fonte, ditari possint; operae pretium facturi videntur ii, qui tentata verborum luxatorum restitutione et interpretandis locis obscurioribus, pro virili viam muniant futuris, quos expectare licet, inscriptionum antiquarum sospitatoribus.

In quem finem excutere ante omnia placuit doctum *Eduardi Dodwell* Iter in Graeciam (\*), quod missis aliis, quibus nitet, dotibus egregiis, bonam partem inscriptionum omnis generis, magis minusve temporis injuria affectarum continet, in quibus prae caeteris carmina quaedam sepulcralia, venustissimis Anthologiae Graecae epigrammatibus jure comparanda, manum videntur flagitare medicam, ut, sumto cultiore habitu, tandem aliquando cultissimi Operis Jacobsiani supplementa digna censerent mereantur. In quibus inscriptionibus, arte

---

(\*) *A classical and topographical Tour through Greece, during the years 1801. 5. 6. by Edw. Dodwell. London: 1819. 2. Voll. 4°.*

critica réstituendis, si quid amplius, post multam, qua eas descriptas esse apparet, diligentiam, desiderasse non iniquum est, fortasse unum doleas hoc, non placuisse docto peregrinatori, aut ubique ipsos antiquarum literarum ductus reddendos curare, aut indicare saltem accuratius, quibus formis in tabula, quam exhibuit, palaeographica (\*) literae in singulis monumentis potissimum respondissent: id quod hanc habuisset vim, ut passim et emendandi via minus fuisset lubrica, et fortasse temporis quaedam notatio paulo probabilior ex ipsis literarum formis derivari potuisset.

Eminet autem inter epigrammata illa sepulcralia elegans carmen jambicum, dorica dialecto immixtis rarioribus formis conceptum, obvium in marmore, quod Corcyrae, inter rùdera antiquae urbis inventum, praeter alia in Museo Prosalindae, V. Nob. oculis usurpavit Cl. editor, et in appendice (\*\*), nulla tamen, ne brevissima quidem, quod alibi facere solet, interpretatione aut observatione addita, literis majusculis, nunc usitatis, una cum lacunarum signis ita typis descriptum exhibuit:

- 1 ΟΔΙΤΑΒΑΙΟΝΣΑΜΑΤΙΣΤΑΘΕΙΣΠΑΡΑ
- 2 ΜΑΘΟΙΣΚΕΝΑΤΡΕΚΕΙΑΝΙΣΘΙΔΩΣΠΑΤΡΟΣ
- 3 ΑΘΗΝΙΩΝΝΟΣΟΥΝΤΑΦΗΣΙΚΛΗΖΕΤΑΙ
- 4 ΚΑΙΜΝΑΣΕΑΝΑΥΔΑΣΟΝΟΥΝΟΜΑΦΘΙΤΟΥ
- 5 ΚΑΙΓΝΩΘΙΜΥΘΟΥΣΟΙΣΣΟΦΩΣΕΤΕΡΗΠΕΤΟ
- 6 ΑΙΜΕΝΤΑΚΟΣΜΟΥΣΕΜΝΑΚΑΙΔΙΑΣΤΕΡΩΝ
- 7 ΔΙ . . . . ΕΤΑΝΠΥΡΩΠΟΝΔΙΟΕΡΟΔΡΟΜΩ
- 8 . . . . . ΚΑΙΤΕΩΜΟΡΟΝΤΕΧΝΑΝ
- 9 ΓΡΑΜΜΑΙΣΙΝΙΧΝΕΥΤΕΙΡΑΝΕΥΑΔΕΙΔΟΙ
- 10 ΚΑΤΕΙΔΟΜΗΡΟΥΔΕΛΤΟΝΑΣΕΝΙΠΤΥΧΑΙΣ
- 11 ΟΠΗΛΑΑΝΑΤΑΣΕΣΤΙΛΑΡΤΙΟΥΤΓΟΝΟΣ
- 12 ΚΑΙΜΗΝΙΣΑΚΑΡΝΙΑΤΩΝΕΠΑΤΡΕΚΕΣ

(\*) Vide Vol. II. p. 502.

(\*\*) Vide Vol. II, p. 506. et confer, Vol. I. p. 34.

- 13 ΔΑΘΕΤΑ ΠΑΝΤΩΝ ΕΣΘΛΩΝ ΑΡΑΤΟ ΚΛΕΟΣ.  
 14 ΝΕΝΑΕΝΑΚΜΕΚΟΥ ΤΡΟΝΩ ΠΟΡΕΝΤΕΧΝΑΝ  
 15 ΟΝΗΝΕΥΝ . . . . . ΤΡΟΚΟΝΤΑΔΗ  
 16 ΥΠΑΛΙΩ ΠΛΕΙΩΝΑΣΕΙΔΩΝ ΦΑΟΣ  
 17 ΠΟΘΕΙΝΟΣ ΔΕ ΤΟΙΣ ΤΑΝ ΔΥ ΠΗΛΥΘΕΧΘΟΝΑ

Vides vel inter lacunas et luxationes prodire carmen, si orationem et versum spectas, elegantissimum, si metri genus et doricam dialectum, exquisitius, imo rarissimum, cui vix simile alterum per totam Anthologiam componas, scriptum illud in Mnaseam, Athenionis filium, Astronomum, Geometram, et doctum Homeri interpretem, hominem civibus suis vel post fata carum et desideratum. De quo homine priusquam verbum pronuntiemus, videndum de ipso carmine, rite expediendo.

In versibus quatuor prioribus :

*Ὅδ' ἴτα, βαλὸν σάματι σταθεῖς πάρα,  
 μάθοις κεν ἀτρέκειαν ἴσθι δ', ὡς πατρὸς  
 Ἀθηνίωνος οὖν τὰ Φῆσι κλήζεται,  
 καὶ Μνασέαν. αὐδάσον οὖνομα Φθιτοῦ.*

nulla est difficultas. Etenim viatores ad sepulcra vocari, invitari, ut paululum commorati, vita functorum res et nomen cognoscant, sortem aut doleant aut gratulentur, virtutes et fortia facta ad imitandum sibi sumant, mortis memores vitae donis fruuntur, et quaecunque antiquorum pia humanitas tumulis inscripsit, ut non sine animi quadam commotione mortuis *Vale* suum dicerent praetereuntes, sexcentis, si opus esset, utriusque Anthologiae exemplis confirmari posset. Nomina duo, quae in censum veniunt, propria, v. 3. Ἀθηνίωνος, patris, et quem sepultum videmus v. 4. Μνασέαν, filium, nullam de lectione dubitationem admittere, opportunum est. Literas ΟΥΝΤΑΦΗΣΙΚΛΗΖΕΤΑΙ v. 3. additis aliquot apicibus, concipiendas esse οὖν τὰ Φῆσι κλήζεται, in oculos incurrit. Et ad primam voculam quod attinet, simile exemplum habebimus v. 11. et fortasse v. 15. Crasis eo facilius in his jambis ferenda, cum in elegiacis adeo epigrammatibus passim deprehendatur.

ut Alcaei Mess. s. Mityl. epigr. 21. αἰνετὸς οὐκ δισοοῖο —; Dioscorid. ep. 33. ubi praeferenda mihi videtur lectio, ab Ausonio, nisi fallor, usurpata, Οὐκ Πιτάνης Θε. de homine Pitanae nato, sed sic Lacedaemoniis adnumerando; Asclepiad. ep. 6. κύμος Ἐρως —; Meleagr. plurimis locis a me in Prolegg. p. XV. s. laudatis, etc. Vocalem subscriptam, alibi in carmine nostro adscriptam, ut in ᾱ v. 6. et ω̄ v. 14. hic plane desiderari, neminem mirum habebit, qui hanc frequentem in antiquis monumentis inconstantiam noverit. Similem defectum mox rursus ad v. 14. in vocabulo probabiliter restituendo monstrabimus. Neque dativi forma ταΦῆσι, conjuncta illa cum altera γραμμασίην v. 9. inter dorismos obvia, in marmore suspecta videri potest magis, quam genitivorum duplex forma in Φθιτοῦ, v. 4. κίσμου, v. 6. et ἀλίω, v. 16. post Λαετίου, v. 11. et accus. μύθους, v. 5. quo et εὐνομα, v. 4. et κοῦρεν, v. 14. ut referamus, licebit. Multo minus in nomine Ἀθηνίωνος haerendum, etsi Ἀθάναν Dorienses dixisse constat, cum nomina propria paterni soli dialectum sequantur; nemo autem dixerit, quam patriam Athenion habuisse censendus sit. De usu verbi κλήζειν in inscriptionibus vide Jacobs. ad ep. ἀδεσπ. 724. neque me poenitet illud restituisse ad Meleagri ep. 50. carmini, quod in Append. Anthol. Palat. n. 296. relatum est.

V. 5. Verba, quae proxime sequuntur :

καὶ γινῶθι μύθους, οἷς σοφῶς ἐτίρητο,

si obiter et per se spectantur, erunt, qui pluralem μύθους in μῦθον mutandum putent, ut viator *narrationem* audiat de iis, quibus, cum viveret, delectatus esset Mnaseas; sed cohaerent illa cum sequentibus, et sic recte μῦθοι vocari potuerunt haec ipsa ejus studia, illae de rebus coelestibus et terrestribus traditiones (μῦθοι) et doctrinae, ita ut accusativi, qui haec excipiunt, τὰ κίσμου σεμνά etc. per appositionem jungantur, aut, si recte conjicimus, v. 8. praepositio in altero sententiae membra supplenda, simul huc trahatur. Atque sic illud AIMEN i. e. ᾱ μὲν, ab initio hujus versus ad disjungendum duplex rerum

coelestium et terrestrium argumentum et per se sine alia ad ne-  
 tendum sermonem particula, apte dicitur, et probabile simul redditur,  
 inter ea, quae v. 8. perierunt, primo loco supplendum esse  $\alpha$  δέ, ut  
 μῦθοι hac parte sint res coelestes, hac terrestres, vel circa duplex  
 hoc rerum genus versati esse praedicentur.

Post verba καὶ δι' ἀστέρων, v. 7.

ΔΙ . . . . ΕΤΑΝΗΥΡΩΠΟΝΔΙΟΕΡΟΔΡΟΜΩ

apertum est, de Sole sermonem esse, et cum literae superstites, tum  
 lacunae spatium emendandi viam satis clare monstrant. Jam duo  
 sese offerunt vocabula, sensum quod attinet, aequae apta: διφρηλάταν  
 et ἀρχαγέταν; sed sic, admisso priori, illud E ante T mutandum est  
 in A, aut, si alterum praefers, ΔΙ in ΑΡ transferendum habebimus.  
 Quod etsi utrumque lenissimum esset remedium, et posterius impri-  
 mis fere nullam contineret mutationem, uti et mox Δ aperte ex Α  
 corruptum conspicitur, suspicor tamen, latere rarius vocabulum, ne  
 apice quidem mutato eruendum: διφραγέταν, quod si alibi nondum  
 est inventum, ex linguae tamen legibus jure potuit usurpari. Quem-  
 admodum enim a λέχος fit λοχηγέτης, a στρατός στρατηγέτης, ut omit-  
 tam, quae a nominibus primae declinationis, veluti Μοιραγέτης, Μουσα-  
 γέτης, aut tertiae, ut κνηγέτης, ποδηγέτης formantur, quidni eadem  
 ratione a δίφρος διφρηγέτης et doricum διφραγέτας recte derivetur?  
 Proximum vocab. πυρωπόν cum certissimum sit, intelligitur, in seqq.  
 literis ΔΙΟΕΡΟΔΡΟΜΩ leve vitium subesse, quod et sensus et metrum  
 egregie monstrant. Legendum enim procul dubio, Δ in Α et Ο in Θ  
 mutatis, et addita, quae describentis acumen fugisse videtur, in fine  
 lit. Ν, αἰθεροδρόμων, genitivo praeced. ἀστέρων jungendo, de planetis;  
 etsi Solem ipsum αἰθεροδρόμον lubens tulissem, si loco Ω inventum  
 esset Ο. Aperte tamen infra in ἐσθλῶν v. 13. Ω male pro Ο po-  
 situm, et v. 15. Ο pro Ω in τετρώκοντα. Formam splendidiorem  
 agnoscit Aristophan. Av. 1393. εἶδωλα πετεινῶν αἰθεροδρόμων οἰωνῶν τα-  
 νχείων.

V. 8. maximam lacunam continet, sed eam ita comparatam, ut ex antecedentibus non parum probabilitatis conjecturae conciliari posse, mihi quidem videatur. Et primum quidem nullum hic verbum, ut f. εἶπεν, ἔδειξεν, al. excidisse, inde conjicias, quod, qualicunque posito, non magis μύθους v. 5. numero plurali, quam ἃ μὲν v. 6. sine alia particula, auctor carminis satis apte dicere potuisset: id quod supra jam ad v. 5. tetigimus, ubi et hoc monuimus, si ἃ μὲν sanum videri possit, probabiliter hic cogitandum esse de formula, quae priori membro respondeat, ἃ δὲ. Porro ut in antecedentibus duplici sententia, τὰ κόσμου σεμνά, et Solem per sidera curru vectum, satis splendide dixit, ita hic concinnitas similem sententiae amplificationem videbatur postulare: quod ne vanum habeatur, fidem facit particula καί, lacunam excipiens, alias vix satis eleganter hic ponenda. Quod autem ΤΕΩΜΟΡΟΝΤΕΧΝΑΝ mox legitur, id in ΓΕΩΜ. i. e. γεωμέτρον τέχνην mutandum esse, vel coecus videt, uti litt. T et Γ, centies inter se confusae reperiuntur. Jam si quid afferendum erat, quod tamquam majus s. augustius artem geometricam antecederet, non temere ipsius terrae mentionem supplendam esse conjeceris: γᾶν τε καὶ γεωμέτρον τέχνην, ita ut jam totum hunc locum satis speciose restitutum videas sic:

καὶ γᾶν τε καὶ μύθους, οἷς σοφῶς ἐτέρπετο,  
 ἃ μὲν τὰ κόσμου σεμνά, καὶ δι' ἀστέρων  
 δι[φραγ]έταν πυρωπὸν αἰθεροδρόμω[ν],  
 [ἃ δ' ἀμφὶ γᾶν τε] καὶ γεωμέτρον τέχνην,  
 γραμμαῖσιν ἰχνεύεισαν.

Quam supplevimus, praepositionem ἀμφὶ ad utrumque sententiae membrum referre licebit ita, ut ad nexum verborum nihil amplius videatur desiderari posse. Caeterum τέχνην γεωμέτρον hic artem geometricam proprio sensu denotare, monstrant verba, explicationis causa addita: γραμμαῖσιν ἰχνεύεισαν, artem, quae scriptis lineis ad indagandum spatium incedit, aut simpliciter, *lineis vestigia ducit*, de-

scribit, ut *ἰχνογραφίαν* dicunt. *Ichnographia*, inquit Vitruv. Lib. I. c. 2. init. *est circini regulaeque modice continens usus, ex qua capiuntur formarum in solis arearum descriptiones.* Et ut in venatione *ἴχνη* dicuntur *ὀρθά, εὐθέα, συμπεπλεγμένα* etc. Poll. Onom. V. 12. ita recte haec ad geometricas delineationes, quibus terrae dimetiendae spatia indagantur, transferri potuerunt. Nove *ἀκροῦς ἴχνος* in pulchra imagine dixit Oenomarchus apud Philostrat. p. 599. ed. Ol. *auris formam* et delicatam delineationem, ut antecedentia postulant. Sed apud Cynegeticor. scriptorem IV. 97. in verbis *ἴχνος ἐπισπέρχων βληχῆς* legendum videtur *βληχῆς, balatu, ad balatum vestigia accellerans.* Redeo in tramitem.

V. 9. Extrema versus pars *ΕΥΑΔΕΙΔΟΙ* magnopere laborat; sed cum forte fortuna sequens versus:

*κατεῖδ' Ὀμήρου δέλτον, ἄς ἐνὶ πτυχαῖς —*

satis integer sit, desit autem copula, qua ille cum antecedentibus necatur, denique circa superiora nihil, quod ad illam *τέχνην γραμμασίην ἰχνεύτειραν* referatur, facile exspectari possit, lucramur hoc, ut probabiliter definire liceat, quid proxime subesse possit, particulam dico, et fortasse epitheton, aut ad *Ὀμήρου* nomen, aut ad ejus *δέλτον* faciens. Quod igitur primo adspectu ultro videbatur offerri, *εὐαδ'*, id intelligitur nihili esse. An igitur tentabimus: *εὐ δ' αἰδίου κατεῖδ' Ὀμήρου δέλτον* —? Vides, sic nihil fere mutari: nam *ΑΔ* non discrepat a *ΔΑ*, et *εὐ* sequente particula *δέ* sine dubio hic genuinum est. Sed postremum vocabulum vereor ne Grammaticis relinquendum sit, ut illud Hesychio p. 105. ed. Alb. fortasse acceptum refert Schneiderus. Usitata vero forma *αἰδίου* dactylicam mensuram ab initio habet, ut Hom. Hymn. XXXII. 3. ed. Ilg. ubi, si audiendus est Matthiae, Animadv. p. 454. faciliore via legi potest

*ἔδρην αἰδίου ἔλαχες, πρεσβήτια τιμῆς,*

Similiter *αἰδίου* usurpatum habes in Orph. Hymn. X. 24. XII. 3.

saepius. Itaque aliud vocabulum est circumspiciendum, quod felicius defectum suppleat. Fortasse igitur scribendum est :

εὖ δ' ἀηδόνα

κατοῖδ' Ὀμήρου δέλτον, ἄς ἐνὶ πτυχαῖς —

quod elegans et usui poëtarum Anthologicorum accommodatissimum. Ita carmina vocantur ἀηδόνες a Callimacho ep. 47. et ab incerto n. 519. non secus ac poëtae ipsi, ut Nossid. ep. 12. et ἀδεσπ. 235. una cum Herodoto, facile poëtis equiparando, Christod. Ἐκφρ. v. 377. ad quae loca conferendus est Jacobsius, optimus harum elegantiarum arbiter. Et nisi fortasse adeo Corcyraei αἰδῶν dixerunt pro αἰδῶν, pro peculiari sua dialecto, ut infra ὅπει pro ὅπη in eorum decretis est, cf. Maittairii Gr. Ling. Dialectt. ed. Sturz. p. 216. et 229. et Böckh. Staatshaush. d. Ath. T. II. p. 394. s. mutatio certe est lenissima, sive perpendamus, quam saepe η, ει et ε vel propter pronuntiationis, ut videtur, ambiguitatem ubique confundantur, sive spectemus similitudinem ductuum inter EI et paulo distortius H, id quod in marmore imprimis momentum habet. Sic H, corruptum in ET, peperit, nisi fallor, monstrum illud lectionis, quod carmen obsidet Anth. Palat. T. I. p. 410. n. 363. Τετμενάνης ὄδε τύμβος —; legendum enim :

Τηλεφάνης ὄδε τύμβος εὐγλύπτοιςι μετάλλοις  
ἥρωος μεγάλου —

qui τηλεφάνης τύμβος ex ipso Homero, Od. ω. 83. ductus est. Scholiastam, qui loci nomen in vocabulo corrupto inesse putabat, Γετσεμανήν in animo habuisse, suspicor. In carmine huic praecedente, n. 362. si pentameter constipandus est, non videtur λόγος abesse posse; et dixit fortasse poëta argute :

ἀθάνατον δὲ λόγος ποίεεν, οὔτι θεός.

quod quomodo corrumpi potuerit, apertum est. Non vitae, sed faemae immortalitatem non deo, sed eloquentiae suae debebat hic homo. Redeo ad illud H, quod passim describentibus fraudi fuit; ita illud vicissim ortum est ex ΦΙ, quod scribi potuit +I, in ep. Anth.

Palat. T. I. p. 433. n. 424. *Μαστεύω τις εὐαγής ἐπὶ στ.* Legendum enim :

*Μαστεύω, τί γλυφίς σεῦ ἐπὶ σταλάτιδι πέτρα —*

male collocato pronomine σεῦ, vides, quam similia sint : ΣΕΤΑΓΗΣ et ΣΕΤΓΑΥ+ΙΣ. Id quod Jacobsius tentabat, *ἀκμή*, pronomine parum apte collocato, vereor, ut intelligi potuisset.

Sed revocant nos *ἀηδόνες* carminis nostri. Verbum *κατιδεῖν*, spectandi sensu frequentatum ab Euripide, vid. Ind. similiter in epigrammatibus occurrit, ut in Plat. epig. 9. Sed veritus, ut ita hic recte aoristus *κατεῖδεν* se habuisset, cum non tantum aliquando intuitus esse Homeri *δέλτον*, sed penitus perspectam habuisse dicendus esset Mnaseas, *κατοῖδεν* rescribendum putavi. Sic *δέμεν* male legitur in inscriptione ap. Dodwell. T. II. p. 504. n. 2 lin. 16. quod in duabus similibus inscriptionibus ibid. p. 503. et 505. n. 1. et 3. recte *δέμεν* est, etsi neque in his inscriptionibus neque in epigrammate nostro litera E formam lunatam, literae O propiorem, habuisse videtur. Sensus, quem diximus, si praestat praet. *κατοῖδεν*, eleganter illud convenit *ταῖς πτυχαῖς*, quas *δέλτον* continere apte dicit poeta. Fundus est Homeri *πίναξ πτυκτός* Il. ζ. 169. unde progredi licet usque ad Luciani *δέλτους πολυπτύχους*, Amor. c. 44. Et *δέλτον* de carminum fasciculis, ut Bâtrachom. v. 3. omittam, usurpat Meleager I. 10. et Erycius ep. 13., ubi, ante cognitam Jacobsii emendationem Anth. Pal. T. III. p. 225. legendum putaveram :

*ὡς ἂν τοι ρεῖη μὲν αἰεὶ γάνος Ἀτθίδι δέλτῳ  
κηρὸς, ὑπὸ στ. —*

ubi *ρεῖν* dictum transitive, cf. Jacobs. Anth. Gr. T. VI. p. 163. ita, ut recte nominat. *κηρὸς* retineri possit, et *κηρὸς* eleganter, ad codicillorum ceram alludens, apum sit favus, liquidum mel tabulis instillans. Facit huc non illepidus Grammatici locus in Bekkeri Anecd. Vol. II. p. 788. l. 31. de *πτυχαῖς*, *ὑπεκκειμένου κηροῦ*· *δῆλον γὰρ ὅτι ἐν αὐτῷ ἐπενεθήθη τὰ γράμματα ἐντυποῦσθαι, ἵνα, ὡς τὸ μέλι πρῶτιστον βεῶμα ἐστὶ*

τοῖς βρέφειν, οὕτω καὶ τὸ Ἰπαραλειπόμενον ἐκ τοῦ μέλιτος τῆς λογικῆς ἐντεύξεως τε καὶ μαθήσεως ὑποδεικτικὸν εἶη τοῖς παισίν. Verbum βρεῖν, similiter usurpatum, habes in inscriptione, quam Ill. Hammer, *Topogr. An-sichten* p. 185. primus edidit:

ὁ λάρναξ οὗτος βρεῖ τοῖς  
διψῶσιν ὕδωρ ποτόν.

in quibus verbis nescio, an fortasse obscuratus sit hexameter:

οὗτος ὁ λάρναξ βρεῖ τοῖς διψῶσιν ποτόν ὕδωρ,

V. 11. Leve mendum frontem versus foedat: ΟΠΗΠΛΑΝΑΤΑΣ —, tollendum, nisi fallor, una lineola addita, ut sit:

ὄπιπλανάτας ἐστὶ Λαρτίου γόνος —

ut similiter οὖν habuimus v. 3. Et ut fieri potuit, ut Υ descriptoris aciem lateret, aut jam a lapidario ante ΠΠΠ omitteretur, ita nec hoc praetermittendum, saepe O pro ΟΥ in antiquis monumentis exaratum reperiri. Itaque lenior haec emendatio, quam si quis ὁ τε πλανάτας, cui e respondente part. καὶ v. seq. speciem conciliare possit, aut operosius tentet:

κατοῖδ' Ὀμήρου δέλτον αἰς ἐνὶ πτυχαῖς,  
ὄπα πλανάτας —

quod ὄπα bis scribitur ὄπει, (ut τεῖ et alia, cf. Maitt. Gr. Ling. Dialect. ed. Sturz. p. 230, et inpr. p. 327.) in Corcyraeis Decretis, ante nostrum carmen p. 503. s. a Dodwellio editis, quorum prius, quia plura continet, quam duo reliqua, literis saltem minusculis, et distinctis vocabulis hic describere liceat:

Ἐδοξε τὰ ἄλια, πε (adde ο)  
ξενον εἰμεν τας  
πολιος των Κορκυ- (sic per ο)  
ραιων Φιλιστιωνα;  
Θευδαρου, Δοκρον, αυ-  
τόν και ἐκγονους, εἰ-

μεν δε αὐτος πας (lege αὐτοῖς γας)  
 και οἰκίας ἐγκτασιν  
 και τα ἄλλα τιμια, ὁ-  
 σα και τοῖς ἄλλοις  
 προξενοῖς και εὐερ-  
 γεταις γεγραπται,  
 ταν δε προξενίαν  
 γραψαντας εἰς χαλ-  
 κωμα ἀναθεμεν, ὁ-  
 πει κα δοκη προβου-  
 λοις και προδικοῖς  
 καλως ἔχειν, τον  
 δε ταμίαν δόμεν το  
 γενομενον ἀναλωμα.  
 ΦΙΛΙΣΤΙΩΝΑΘΕΤ-  
 Δ°Ρ°Υ, Λ°ΚΡ°Ν.

In altero Decreto p. 504. l. 5. εἰμεν δε αὐτοῖς ας και οἰκίας etc. lege  
 γας και οἰκ. Mox l. 10. των δε προξενίαν, lege ταν δε πρ. Et hic iti-  
 dem sequitur ὅπει κα δοκη.

Sed aberravimus a vocabulo ἐπιπλαναίτας, quod, Lexicis ad-  
 dendum, satis videtur defendi verbo ἐπιπλαναίωμα, cujus auctoritatem  
 vide ap. Schneid. etsi vis praepositionis hic non magnopere urgen-  
 da erit. Quod sequitur Δαρτ'ου nomen, certatim tuentur ad Sophocl.  
 Aj. v. 1. et Δαρτιάδης frequentavit Anthologia, vid. Ind. nom. pr.

Ita commemoratis ad Odysseam poëticae describendam Ulyssis  
 erroribus, quis non simili modo Iliadis argumentum descriptum iri  
 exspectet? Cum igitur v. 12.

ΚΑΙΜΗΝΙΣΑΚΑΡΝΙΑΤΩΝΕΠΑΤΡΕΚΕΣ

ab initio planissime scriptum extet και μῆνις, postrema versus verba  
 τῶν ἐπ' ἀτρεκέες rursus dubio careant, necesse est, ut in mediis literis

ΑΚΑΡΝΙΑ, loco per totum carmen maxime adulterato, Achillis aliquod nomen lateat, quorum praeter *Αιακίδαο* nullum video, quod satisfaciatur, nisi integrum illud τῶν tangere, et sic fortasse:

καὶ μῆνις ἄκρα ἑλλείως ἐπ' ἀτρεκέες —

minore probabilitate, versu deteriore, exsculpere velis. Et, si lapis forte fortuna circa mediam literam I ab initio voc. *Αιακίδαο* levem fissuram expertus erat, illud I facile K videri potuit; deinde NI parum discrepat ab ΙΔ, ductibus paululum distortis, aut literis fortasse insuper transpositis; denique O, nescio cujus culpa, omissum est, ut v. 16. duas adeo literas omissas videbimus. Anapaestum autem hujus generis in nomine proprio, in mediis trimetris apud ipsos tragicos recte occurrere, dubium non est post ea, quae jam diu Hermannus ad Eurip. Hec. p. LX. subtili, quo solet, acumine disputavit, et respondet exacte mensura genitivi *Αιακίδαο* nomini *Ἀμφιάραος*, quod exempli causa in medium ibi protulit.

In sequentibus facillime agnoscuntur verba:

τῶν ἐπ' ἀτρεκέες

..... πάντων ἐσθλὸν ἄρατο κλέος.

coronidis loco laudibus praecedentibus imposita. Nam ἐσθλὸν scribendum esse pro ἐσθλῶν, metrum flagitat. Sed multum me torsit initium versus ΔΑΘΕΤΑ, ubi ne metrum quidem inest. Loco paulo curatius considerato intelligitur, genitivos τῶν πάντων, ut grammatice possent, tamen in reliqua carminis elegantia non facile ad κλέος referri posse, imprimis interpositis verbis ἐπ' ἀτρεκέες: id quod non nisi tum, si vocula τῶν ad Achillis nomen, ut supra monstravimus, efformandum abuti velles, speciosius adornari posset in hunc modum:

ἐπ' ἀτρεκέες

δ', ἄτ' ἐσθ', ἀπάντων ἐσθλὸν ἄρατο κλέος —

vere ille ex omnibus, quae sunt, rebus pulchram reportavit gloriam] Sed hoc et nimium et operosum, ut alias dubitationes taceam. Si

vero adjectivum aut participium fingis, unde genitivi pendeant, veluti *δαείς ἀπάντων*, rursus illud ἐπ' ἀτρεκές misere languet. Quid multa? videor mihi veram lectionem detexisse:

τῶν ἐπ' ἀτρεκές

ἀθλητὰ πάντων ἐσθλὸν ἄρα το κλέος.

hoc enim clare inest in marmoris ductibus, qui, transpositis duabus literis, eo redeunt, ut ΑΑΘΕΤΑ, i. e. ΑΘΛΗΤΑ conspicias. Nam ΑΑΔ literae sunt in his inscriptionibus simillimae, ut unam veluti formam prae se ferant. De litt. H et E jam supra ad v. 9. diximus, et dicturi sumus mox ad v. 14. Jam sensus oritur elegantissimus: quibus ille omnibus vere excellens etc. et illud ἐπ' ἀτρεκές sic egregie se habet. De translato usu voc. ἀθλητής multus est Schneid. in Lex. et nititur, puto, haec loquendi ratio imprimis eo, quod voc. de gymniciis certaminibus ad artes transferebatur, et Διονυσιακῆς ἀγωνίας ἀθληταί, et ἀθληταί μουσικοί, Poll. Onom. III. 144. dici coeperant, et ex altera parte ἀθλα ἀρετῆς et similia sese offerebant. Doricum illud, s. Aeolicum α masculinorum primae declinationis quod attinet, agnoscis Lat. *athleta*, ex proxima Graecorum lingua haustum, simillimum Homericis formis αἰχμητά, Il. ε. 197. ἰππηλάτα, Il. η. 125. ἀκάκητα Il. π. 185. Od. ω. 10. Θυέστα, elisa adeo, de qua quaeritur, vocali, Il. β. 107. ut omittam usitatissima illa ἰππότα, νεφεληγερέτα, μητίετα, εὐρύεπα, κυανοχαῖτα etc. Cf. Maitt. Gr. Ling. Dialectt. ed. Sturz. p. 235. 237. Gregor. Cor. ed. Schaeff. p. 603. coll. Bekker. Anecd. Gr. T. II. pag. 818. l. 30. quemadmodum etiam nunc Tzacones, Laconum posteros, τεχνίτα, ναῦτα, χωριάτα, ἐρημίτα, προφήτα pronuntiare, memoriae prodidit Villosion, Prolegg. ad Homeri ed. Ven. p. L. Ita operae pretium est, excutere antiquas inscriptiones, quae, insularum praesertim, quarum pleraeque dorice loquebantur, peculiarem dialectum, palaeographiam etc. ita tradunt, ut multa doceant, quae in antiquis scriptoribus desiderantur. Verba sunt ejusd. Villos. ibid. p. LIV. Ita veram poëtae manum restituisse mihi videor, etsi non nego ex iisdem literis, si fortasse lite-

ram T spiritus asperi notam Γ, (Sic T e spir. leni refingo Anth. Pal. I. p. 370. n. 220. οἰκτεῖρω σ' ἐτ', ἔφην, ἦν πάρος οὐκ ἰδύμην, cf. Bekk. Anecd. T. II. p. 706. l. 19. p. 780. l. 28.) alibi tamen omissam, continere dicas, tolerabili sensu legi posse: ἀεθλ' ἀπάντων etc. Sed ut hoc merito postponendum, ita non invidenda est forma δωρικωτέρα ποῦται, qui v. 15. τετρώκοντα dicere non dubitavit.

V. 14. laborat ab initio NENAENAKME; clara sunt, quae sequuntur verba:

κοῦρον ᾧ πῶρεν τέχναν —

imo in proxime antecedentibus facile agnoscas ἐν ἀκμε, et si E et H, ut jam vidimus, promiscue scribi, dialectum autem memineris, modo lapidariorum negligentia, modo provincialismi vitio saepe variari, facile, puto, probabis, id ἐν ἀκμᾷ nobis pronuntiandum esse. Sic in alia inscriptione, edita ab Ed. Dodwell Vol. II. p. 170. εἰ bis est pro η. Inscriptio, quam editor vix recte cepit, ita se habet:

ΦΙΛΗΑΦΡΟΔΙΤΕΙ Γ  
Α

ΦΙΛΑ

ΑΦΡΟΔΙΤΕΙΕΥΞΑΜ

ΕΝΗΑΝΕΘΗΚΕ

i. e. Φίλη Ἀφροδίτη, ἢ (vel τὰ) φίλα Ἀφροδίτη, εὐξαμένη ἀνέθηκε. *Phile Veneri id, quod gratum Veneri, ex voto posuit, unde suspicor, ἔρωτικόν τι, fortasse rem velatam, in lapidis cavatura, circa quam literae ita non sine causa dispositae legi videntur, a muliere hac olim ex voto dedicatam esse. Sed in jambis nostris praeterea ἀκμε oriri potuit, si ἀκμα, scriptum AKMAI, male pronuntiabatur, ut, confusis ε et αι, Cod. Vat. Anth. Pal. T. I. p. 440. n. 440. v. 8. ἰθὺν ἐκείνην —* exhibet pro ἰθύναι κείνην —.

Jam, si ἐν ἀκμᾷ plausum tulit, praeter copulam nihil desiderari potest, nisi verbum, quod accusat. κοῦρον, sensu et constructione sibi jungat. Itaque NENA ortum censeri debet ex ΓΕΝΑΔ, i. e.

γεννᾷ δ' ἐν ἀκμᾷ κοῦρον, ᾧ πῶρεν τέχναν

Etenim N et Γ in antiquis monumentis signa sunt ita similia, ut si

literae Γ in dextro crure — τὸ γὰρ Γ κεραίαν ἔχει ἐπὶ τὰ κάτω νεύουσαν, verba sunt Grammatici ap. Bekk. Anecd. T. II. p. 706. l. 22. — minimus apex addatur, continuo oriatur N, ut id vel e Dowdelli tabula palaeogr. Vol. II. p. 502. egregie potest intelligi. Porro literas, apud nos duplices, antiquos semel poni solitos esse, in vulgus constat; denique ι subscriptum jam aliquoties in hac inscriptione supplevimus. Praesens autem tempus in simili causa vide in eodem γενῶ, cum τίκτει juncto, in ep. ἀδεσπ. 707. et cf. Meleagri ep. 127. ubi praesens τεκνοῖ non magis a me sollicitari debebat, quam θνήσκω, ep. 120. Expediuit haec omnia Jacobsius Anth. Pal. T. III. p. 320. 948.

In verbis ᾧ ᾠπῶεν τέχνην addidisse me signum extrusi augmenti, non est, quod moneam. Sensem si spectas, passim in his carminibus patres filiis artem quisque suam, honores, gloriam reliquisse dicuntur. Unum affero exemplum. Anth. Pal. T. II. p. 866. n. 344. retractatum a Jacobsio in Addend. T. III. p. CIV.

ΤΗΝΩΤΩΙ τόδε σᾶμα τὸ λάϊνον ᾠπασ' ὁ δᾶμος  
ὅς ποῦ' ἐν ἀμφιάλω πρᾶτος ΕΝΕΤΙ Ἰθάκᾶ,  
καὶ βουλᾶ καὶ χερσὶν ἐς Ἄρεα· ΤΙΜΕΑΙ δὲ παιδὶ  
ἔλλιπε καὶ κτῆσιν καὶ κλέος ἀθάνατον.

Nomini Τηνώτῳ fidem habuit Jacobsius, vereor ut recte. Si f. scriptum erat ΤΗΝΟΟΤΩΙ, id facile depravari potuit e ΤΙΜΟΘΕΩΙ, Τιμοθέω. Simili modo, confusis OC et OO s. Ω, aperte peccatum est initio carm. seq. n. 345.

Τίκτε Τύχη, σπεῖρεν δὲ Σεραπιακὸς ταχύποτμος,  
ἄμφω θηλυτέρην παῖδα Σεραπιάδα.

hic ἄμφω nullum plane sensum habet, nisi legas, ταχύπότμῳ ἄμφω. Nimirum, utroque parente mortuo, factum, ut filiola superstes a Domestico educaretur. Praeterea patris nomen Σεραπιανός fuisse puto. Mox v. 2. prioris epigrammatis suspicor πρᾶτος ἔναϊ Ἰθάκᾶ. Sed haec fortasse minus sunt certa; tertio vero versu, si transpositio conceditur, non

τιμάν quærendum, sed, ne jota quidem mutato, reponendum est :

παιδὶ δὲ, Τιμέας,

ἔλλιπε καὶ κτῆσιν καὶ κλέος ἀθάνατον.

de Synzesi non dubitandum, vide exemplum Anth. Pal. T. I. p. 440. n. 440. v. penult. omnium minime in nomine proprio. Opportunum autem nomen Τιμέας, quo utaris ad emendandum ep. Anth. Pal. T. I. p. 433. n. 423.

τοιάνδε σταλοῦχος ἴδ' ἔκρυφε Βιπτίδα τύμβος,  
TIMEA ἄχραντον νυμφιδίαν ἄλοχον.

imo TIMEA, Τιμέας, dorico genitivo. Quod ante erat σταλουργός, non concoquo, nisi illud f. ad ὀρέγω referre licet, de cippo, quem tumulus erigit, *erectum* sustinet. Similem nominis proprii genitivum obscuratum opinor in ep. Anytes Anth. Pal. T. I. p. 527. ubi, leniori, quam hucusque tentatam vidi, medicina scribendum videtur :

Ἦβαν μὲν σὺ, Πρόαρχ', ὄλεσας, παῖ, δῶμα τε πατρὸς  
Φειδία, ἐν δυοφερῶ πένθει ἔθου φθίμενος·  
ἀλλὰ καλὸν κ. τ. λ.

ubi cave, ne τέ in δέ mutes: *duplex quidem est jactura, tu juventutis florem amisisti, et paterna domus laetitiam; sed etc.* ἦβην ὄλεσαι vide sic in Simonid. ep. 41. et 45. Anacr. ep. 1. Caeterum initio hic legi etiam posse: Ἦβα μὲν σὺ, Πρ. ὄλεσεν, παῖ, de juvenili quodam intempestivo fervore, cf. Il. ζ. 407. vel, posito fort. nomine proprio, velut Θῆβαι — ἔλεσαν —; id ad rem nostram nihil facit. —

Missis his alienioribus, postremam difficultatem obsidere videmus v. 15. carminis nostri :

ONHNETN . . . . . ΤΡΟΚΟΝΤΑΔΗ

Cum τροκοντα δη non possit non esse τετράκοντα δη, et haec cum sequentibus jungenda satis probabiliter novam incipient sententiam de Mnaseae, quem expertus est, vitae exitu, praeterea verbum γήνεεν sa-

tis clare dispiciatur, ut jam de tumulo, e terra congesto, aut fortasse, si metrum permittat, de rogo, e lignis constructo, cogitari possit, id unice nos vexat, quod ignoramus, utrum filius patri, an pater filio exsequias instituisse dicendus sit; verba enim facile in utramque sententiam concipi possunt, aut:

ὧ πόρην τέχναν,  
οὐ νήνεεν καὶ χῶμα· τετρώκοντα δὴ —

vel simplicius: ἐνήνεεν δὲ χῶμα — si filius praematura morte patrem anteisset; aut, cum ita mireris, reticere, a quo tandem defunctus terrae sit traditus, praestat, puto, naturae ordinem servatum existimare, praesertim, cum verba: ὧ πόρην τέχναν id videantur innuere, patrem e vivis discessisse, relicta filio provincia sua, atque ita legere:

ὁ νήνεεν οἱ χῶμα· —

qui ei tumulum composuit, nisi τὸ χῶμα, hunc tumulum malis. Verbum νηνώ, quod alibi non inuenio, firmatur satis compositis ἐπινηνώ, Hom. II. η. 428. 431. παρανηνώ Od. α. 147. π. 51. ubi idem tempus, quo nobis hic opus est, Homerus usurpavit. Augmentum recte aliquando ad evitandum anapaestum, veluti ὅς ἐνήνεεν, ab ipsis tragicis omitti monstrat Hermannus ad Eurip. Hec. p. LVII. ss. id quod huc multo magis facere puto, nisi contendas, οὐνήνεεν exarari debuisse, post οὐν v. 3. et οὐπιπλανάτας v. 11. etsi relativus articuli usus mihi sic displicet.

Numerale τετρώκοντα, quod ab initio truncatum τετροκοντα hic scriptum, peropportune in pag. proxima ap. Dodwell. recurrit in inscriptione notabili prosaica, Delphis reperta, l. 16. similiter a cauda truncatum τετροκόν:

ΣΙΜΥΛΙΟΥΤΟΥΑΓΑΘΩΝΟΣΧΟΡΙΟΥΣ . . . . ΤΕΤΡΟΚΟΝ  
ΔΡΑΧΜΑΝΟΔΕΛΟΥΣΤΡΕΙΣ

i. e. Σιμυλίου τοῦ Ἀγαθῶνος χωρίου στατήρας τετρώκοντα, δραχμῶν, ἀδελφῶν τρεῖς. Sermo est de agris (χωρίοις) et domibus, publice, ut videtur,

divenditis, ut id alibi, tota hac, in quantum legi potest, inscriptione repetita, monstrabimus. Agnoscunt formam τετράκοντα Grammatici, vid. Buttm. Grammat. Gr. P. I. p. 283.

V. 16. levi omissione laborat :

ΥΠΑΛΙΩΠΛΕΙΩΝΑΣΕΙΔΩΝΦΑΟΣ

sed quod ab initio legitur ὑπ' ἀλίω, syncerum videtur, si huc pertinet, quod, de Aeolensibus dicit Grammaticus ap. Bekk. Anecd. T. II. p. 779. l. 21. τῇ δὲ δασείᾳ οὐ κέχρηται· Ψιλωταὶ γὰρ εἰσιν, etsi rursus contrarium videtur id, quod legitur p. 705. l. 1. πολλάκις γὰρ αἱ διάλεκτοι ψιλουμένου φωνήεντος ἐπιφερομένου τρέπουσι· τὸ δασύ, οἶον ἔχουσαι καὶ τὸ ἀμφὶ πρόθεσις· ἐκ τούτου γίνεται ἀμφέχουσαι, καὶ Διολικῶς ἀμπέχουσαι. De vocab. πλειῶν vide Jacobs. ad Antip. Sid. epigr. 13.

In proximo voc. ΕΙΔΩΝ propter similitudinem, et cum praeterea Σ antecederet, duae literae exciderunt ΣΙ post diphthongum, ut statim v. seq. Σ in E abiit: nam uti hic vel metrum postulat, ut legamus εἰσιδὼν Φάος, ita v. ult. flagitante rursus metro, insulsum illud ΔΕΤΟΙΣ post ποθεινός mutandum est in ΑΣΤΟΙΣ, ἀστοῖς. Ita oritur sensus aptissimus, cum defuncti centies sic dicantur desiderium, luctum et lacrymas cognatis, amicis et popularibus post se reliquisse.

Lubet jam integrum carmen, quemadmodum emendandum et supplendum esse suspicati sumus, additis lacunarum signis, apponere:

- \*Οδῖτα, βαιὸν σάματι σταθεῖς πάρα,  
 μάθοις κεν ἀτρέκειαν· ἴσθι, δ' ὡς πατρὸς  
 Ἀθηνίωνος οὐν ταφῆσι κλήζεται,  
 καὶ Μνασέαν αὐδάσον οὐνομα φθιτοῦ·  
 5. καὶ γῶθι μύθοις, οἷς σοφῶς ἔτέρπετο,  
 ἃ μὲν τὰ κόσμου σεμνά, καὶ δι' ἀστέρων  
 δι[Φραγ]έταν πυρωπὸν αἰθεροδόμω[ν],  
 [ἃ δ' ἀμφὶ γᾶν τε] καὶ γεωμόρον τέχνην,  
 γραμμαῖσιν ἰχνεύτειραν· εὖ δ' ἀηδό[να]  
 10. κατοῖδ' Ὀμήρου δέλτον, ἃς ἐνὶ πτυχαῖς

ο[ὐ]πιπλανάτας ἐστὶ Λαρτίου γόνος,  
καὶ μῆνις Δίακίδαο· τῶν ἐπ' ἀτρεκέες  
ἀθλητὰ πάντων ἐσθλὸν ἄρατο κλέος.  
γενναῖ δ' ἐν ἀκμᾷ κοῦρον, ᾧ πόρρον τέχνηαν,

15. ὁ νῆνεέν[οῖ] χῶμα· τε]τρώκογτα δὴ  
ὑπ' ἀλίω πλειῶνας εἰσιδῶν Φάος,  
ποθεινὸς ἀστοῖς, τάνδ' ὑπήλυθε χθόνα·

Quis hic Mnaseas fuerit, non definio: nomen est frequens. Si hariolari velis, propter Astronomi, Geometrae et Grammatici, qua noster functus est, provinciam, cogites fortasse de Mnasea, cujus Geographica celebrantur, cf. Vossium de Historicis Gr. p. 134. s. aut de illo, qui inter Homeri interpretes occurrit, vid. Commentt. deperdd. in Hom. in Fabricii Bibl. Gr. I. p. 336. n. 76. Villos. Prolegg. ad Il. p. XXX. cf. Scholia Veneta ad Il. v. 234. et Scholia min. ad Odys. σ. 84. quem locum plenius edidit Majus, Iliad. Fragm. et Pict. p. 131. a.

Brevioribus esse licebit in epigrammate, quod, Athenis reperi-  
tum, editor clarissimus publici juris fecit T. I. p. 387. ita scriptum:

ΟΥΤΟΣΟΓΗΣΤΕΜΝΩΝΣΤΑΧΥΗΦΟΡΟΝΑΥΛΑΚΑΔΗΟΥΣ  
ΕΥΤΥΧΟΣΗΓΟΝΕΩΝΕΛΠΙΣΕΠΕΙΤΑΓΟΟΣ  
ΕΙΚΟΣΙΤΩΝΠΑΝΤΩΝΕΤΕΩΝΥΠΟΤΩΔΕΚΕΡΥΜΜΑΙ  
ΣΗΜΑΤΙΜΗΤΕΝΟΣΩΜΗΤΟΔΥΝΗΣΙΤΑΚΕΙΣ  
ΤΕΘΝΕΙΩΣΔΟΥΚΟΙΟΣΟΔΥΡΟΜΑΙΑΛΛΟΤΙΠΕΝΘΟΣ  
ΑΜΦΟΤΕΡΟΙΣΕΛΛΙΠΟΝΑΤΙΓΡΟΝΕΜΟΙΣΤΟΚΕΣΙ.

Dolendum, nos ignorare, quid expressum fuerit in opere anaglypho, cui subscriptum inveniebatur carmen hoc sepulcrate. Fortasse arator erat, ipsum Eutychem, exhibens, ut proinde verba οὗτος ὁ γῆς τέμνων σταχυοφόρον αὐλακα Δηῶς interpretationem imaginis continerent, et de semet ipso haec diceret Eutychem. Est tamen in his, nescio quid, quod offendat. Si sepulcrum non procul ab agris situm, poterat defunctus, pro viatore, vicinum aratorem alloqui, ut id passim factum; sed hoc propter ea, quae sequuntur, minus etiam placet. Ut ut sit — nam haec ad ipsam interpretationem parum faciunt, —

carmen affectum spirat tenerrimum: Eutyclus, vigesimo aetatis anno, repentina, ut videtur, morte, sine morbo atque dolore parentibus ereptus, id unice dolet, quod luctum parentibus reliquit.

V. 3. importunus est articulus: τῶν πάντων ἐτέων; sed sive εἴκοσι γ' ὧν πάντων tentes, sive εἴκοσ' ἔτ' ὧν πάντων, sive denique εἴκοσ' ἐὼν πάντων, nullum magnopere satisfacit, ut durior lectio auctori, poëtae, non nimis magno, tribuenda et relinquenda videatur.

Similis durities, non facile tollenda, obsidet v. 5.

τεθνεϊῶς δ' οὐκ οἶος ὀδύρομαι, ἀλλ' ὅτι πένθος —

ubi οἶος praepostere interpositum, et nescis, utrum illud pro οἶον accipiendum sit: οὐκ οἶος ὀδύρομαι, τεθνεϊῶς, i. e. ὅτι τέθνηκα, non tantum doleo etc. an magis etiam contorte construi voluerit: οἶος δὲ οὐκ ὀδύρομαι, τεθνεϊῶς, i. e. ὅτι τέθνηκα, ἀλλ' ὅτι etc. Solus non, quod mortuus sum, doleo, sed etc. Carmen itaque sine emendatione describendum:

Οὗτος, ὃ γῆς τέμνων σταχυηφόρον αὐλακα Διοῦς,  
 Εὐτυχος, ἢ γονέων ἐλπίς, ἔπειτα γόος,  
 εἴκοσι τῶν πάντων ἐτέων ὑπὸ τῶδε κέκρυμμα  
 σήματι, μήτε νόσω, μήτ' ὀδύνησι τακείσ'  
 τεθνεϊῶς δ' οὐκ οἶος ὀδύρομαι· ἀλλ' ὅτι πένθος  
 ἀμφοτέροισι ἔλιπον λυγρὸν ἐμοῖς τοκέσιν.

Caeterum ut hic v. 3. circa ἐτέων nomen quaedam difficultas obtinebat, ita major etiam est in epigrammate, quod ex Ed. Dan. Clarkii libro: *Greek Marbles, Cambridge, 1809.* depromptum, tetigit Welker in *Ephemerid. Goetting. an. 1817. n. 15. p. 443.* et inter addenda, *Anth. Pal. T. III. p. CIV.* recepit Jacobsius. Describo illud, ut mihi quidem legendum videtur:

Τιμόθεος Δασέως, χαῖρε.

Τιμόθεος, πάτρας ὄσιος Φῶς, παῖς δὲ Δασῆος,  
 τριδεκέτας ἔτ' ἐὼν, τερματίσας ἔθανες.  
 ἄ τάλαν, οἰκτεῖρω σε πολυκλαύστῳ ἐπὶ τύμβῳ·  
 ἦν δὲ σύ γ' Ἡρώων χῶρον ἔχοις φθίμενος.

Primum, quod mutavi, est illud *δασεῖος*, in quo mira quaerebat Welkerus. Omnia monstrant, de nomine proprio patris proxime cogitari posse. Nomen autem *Δασεύς*, *Δάσυλλος*, et quae praeterea a *δασύς* derives, videtur recte poni. Deinde omisi articulum ante *πάτρας*, qui nullam plane vim habebat, nisi hanc, ut ante se inutilem productionem, post se non magis necessariam correptionem temere efficeret, ortus fortasse e confusis quinque literis simillimis in Timothei nomine, ΟΘΕΟC. V. 2. ingeniosa est Jacobsii conjectura: *τρεῖς δεκάδας ἐτέων*, in qua, si tertium vocabulum secundum occuparet locum, productio quoque evitari posset; et erunt, quibus sic et particip. *τερματίσας* magis placeat, et *πάτρας ἴσας Φῶς* propius facere videatur ad hominem triginta, quam puerum tredecim annorum. Sed ad *τερματίσας*, ut in verbo *τελευτᾶν* solemus, supplere malim *βίον*, et *πάτρας ἴσας Φῶς* dici mihi videtur puer, cui propter legitimum, ex quo natus erat, matrimonium jus civitatis competebat. V. 3. ap. Jacobsium edi video *ἐνὶ τύμβῳ*; equidem in schedis enotaveram *ἐπὶ*, quod saltem aptius. V. 4. recte mihi videor scripsisse *σύ γ' Ἡρ. πρὸ σὺν Ἡρ.* si parum elegans illud *ἦν* retinendum est. De summa similitudine litt. N et Γ supra dixi.

Transeo ad fragmentum epigrammatis, quod, itidem Athenis inventum, e marmore descriptum dedit eruditus peregrinator T. I. p. 319.

ΟΔΗΜΟΣ

ΤΗΣΩΚΡΑΤΟΥΣΘΟΡΙΚΙΟΣ

ΣΕΜΝΗΣΑΝΑΠΟΦΡΕΝΟΣΑΞΙΑΜΟΙΣΑ

Σ...Ω...ΥΠΙΩΝΤΙΕΣΕΡΙΧΘΟΝΙΔΑΝ

ΣΟ.....ΑΣΕΔΟΣΑΝΤΕΡΑΣΑΙΓΑΡΑΘ

ΤΟ...Ο ΔΑΝΔΡΙΤΕΚΕΙΝΧΑΡΙΤΑ

Carmen esse, duobus distichis constans, versibus omnibus a fronte, tertio etiam a fine truncatis, cum lemmate prosaico, et ipso ab ini-

tio male affecto, facile intelligitur. Quae relicta sunt, videntur integerrima esse; eamque orationis poëticae elegantiam spirant, ut magnopere doleamus, non totum nobis carmen conservatum esse. De restituendo carmine si quaeritur, magnae se difficultates offerunt, et vereor, ut id eo successu tentaturus sim, quo amicissimus Thiersch cum Viscontio de palma certans, nobile epigramma in Athenienses, ad Potidaeam caesos, restitutum ivit, in Actis Philol. Monac. T. II. p. 392. sq. cf. Jacobs. Anth. Palat. T. III. p. 971. ss. coll. in Addend. p. CIV. Difficultates, quibus res premitur, in eo potissimum positae sunt, quod neque nomen hominis, neque mentio facti adest, quibus in conjectando ducibus probabiliter uti liceat. Praeterea fragmentum ita est descriptum, ut lacunas quidem punctis notatas videas, puncta vero, literarum, quae perierint, numero vix ac ne vix quidem respondere censenda sint. Imo neque hoc dictum, utrum marmor ita fortasse fractum fuerit, ut ne vestigium quidem priorum vocabulorum adesset, — quod fere suspicor, — an literae tantum, ab initio magis minusve exesae, ita evanuerint, ut eruditissimo descriptori nihil fere, quod enotaret, superesse videretur. Neque nobis hic magnum illud in emendendo succurrit praesidium, literas diversorum versuum ita esse dispositas, ut si ab imo ad summum spectes, instar columnarum una supra alteram positae appareant, quod in aliis vetustis Atticorum Inscriptionibus observari, docuit Thiersch l. c. p. 410. cf. Boeckh *Statshaush. d. Ath.* II. p. 214. cujusmodi inscriptionem aliam vide ap. Dodwell T. II. p. Immo mireris, cur lacunarum spatia ab initio versuum tam parum respondeant pedibus, quos in singulis versibus periisse, metrum docet. Ita v. 2. ante illud  $\Sigma$  non nisi pars primi pedis deest, sed v. 1. ante eandem literam pes et dimidium, et tamen utrumque illud  $\Sigma$ , alterum super altero positum conspicitur, quamquam in antiquis inscriptionibus pentameter ab eodem cum hexametro limine, contra morem, apud nos hodie receptum, incipere solet.

Titulus, quem epigramma prae se fert, videtur recte incipere a verbis  $\delta \Delta\eta\mu\omega\varsigma$ ; certe hic signum lacunae nullum conspicitur, et

sunt quaedam in ipso carmine, quae de publica potius quam de privata grati animi significatione ut cogitemus suadeant. Non igitur est, ut nomen proprium veluti Φανόδημος, Φιλόδημος, aliudve simile, supplendum esse statuamus. Literae 2<sup>dae</sup> lineae clare exhibent τη Σωκράτους Θεορίκιος, ubi manifestum est, deesse priorem partem nominis illius viri, quem carmen praedicat. Ad foeminam enim quis, quaeſo, epigramma hoc referendum existimabit? etsi sequiorem quoque sexum inscriptionibus et imaginibus apud veteres saepe condecoratum esse, exempla docent collecta ab eruditissimo Köhlero, collega amicissimo, *Geschichte d. Ehre d. Bildsäule b. d. Griechen*, p. 39. ss. 64. s. 142. Jam si numero punctorum fides esset habenda, periissent quatuor literae, ut igitur nomen veluti Φιλότη circumspiciendum esset; sed dispositio literarum, supra in prima linea scriptarum, videtur nobis — fortasse erramus: res enim symmetria nititur, re, veteribus saepe in similibus neglecta, — sed videtur, inquam, longius nomen, ut Έρμοκράτη, Ίφικράτη, s. potius Ίφικράτει quod hic fere eodem redit, supplendum commendare. Ponamus igitur, scriptum fuisse:

ΟΔΗΜΟΣ

ΕΡΜΟΚΡΑΤΗΣΩΚΡΑΤΟΥΣΘΟΡΙΚΙΟΣ

i. e. ὁ δῆμος Έρμοκράτει Σωκράτους, Θεορίκιος. Notus est δῆμος Θεορίκιος, novimus etiam, licuisse τοῖς δήμοις, si quem bene de se meritum inter δημότας suos novissent, coronis et staturis honorare. Sed videtur mihi ab usu harum inscriptionum non nihil abhorrere, adjectivum tale, quale est Θεορίκιος, ita a nomine suo, voc. δῆμος, separari. Suspicio itaque scriptum fuisse tale quid: Ὁ δῆμος (Ἀθηναίων) Έρμοκράτει Σωκράτους, Θεορίκιῳ. Haec cum scribo, formam tantum, non nomina, tamquam lemmatis, quod mihi fingo, delineationem spectari velim. Caeterum non tam demum Thoricium — nisi nimis de se magnifice statuebat — quam universum potius populum Atheniensem loqui, elicias fortasse e v. 2. in quo Ωγγυγίων vices Έρχθονιδῶν satis splendide sese manifestant.

Sed haec omnia, propter nomen, quod quaeritur, prorsus incertum; ad intellectum carminis nihil faciunt.

V. 1. Clara sunt quatuor postrema vocabula ἀπὸ Φρέως ἄξια Μοῖσα, nisi fortasse dor. Μοῖσα mutandum in Μοῖσα; verum dialecti discrepantia momentum nunc non habet. Sed id, quod antecedit, ΣΕΜΝΗΣΑΝ triplicem, nisi fallor, conjecturam admittit: aut enim integrum est verbum; et denotat idem ac σέμνωσαν, sive scripturae vitio, sive dialecto tantum discrepans; aut latet simili sensu Σ' ὕμνησαν; aut denique dispescendum est in σεμνῆς ἄν. Postremum si locum habet, adjectivum hoc genitivum Φρέως spectabit; ἄν autem vel conjunctionem in antecedentibus postulat, veluti ὄφρα, ὡς, ἔς τ' — ἄν; aut particulam comparandi, ut ὡς — ἄν; aut denique cum conjunctivo quodam aoristi conjunctum futuri periphrasin efficiet. Verba ἀπὸ Φρέως, nude posita, ad Musam videntur pertinere, si nominativus hic sanus est; si σεμνῆς jungendum, probabilius ad hominem hoc epigrammate celebratum, aut Atheniensium pietatem retuleris. Mox ἄξια aut adverbialiter positum, a verbo pendet; aut adjectivum est, neutrum in antecedentibus, velut ἔργα, supponens. Denique nominat. Μοῖσα non facile coibit, si verbum plurale huic versui inest, sed postulabit, nisi fallor, unice conjunctionem, ut ὄφρα — σεμνῆς ἄν etc. Sed facile fieri potuit, ut aut Μοῖσαι aut Μοῖσάν olim legeretur, quorum prius ad verbum faceret, alterum ad adjectivum ἄξια.

V. 2. Certa sunt Ὀργυλίων υἱὸς Ἐρχθουιδῶν.

V. 3. Distincte leguntur ἔδος ἀντεγάσαι γὰρ Ἀθ —. Locus, ubi inscriptio inventa, videtur hic nobis Deae suae nomen ultro offerre: licebit itaque e praecedentibus literis ΑΣ probabiliter, effingere θεᾶς ἔδος; et cum particula γὰρ innuere videatur, rem rursus ad Deam revocari, fortassa non errabimus, si Ἀθάνα in extremo versu scriptum suspicamur.

V. 4. Dubio carent verba: ἀνδρὶ τεκεῖν χάρητα; et cum praecedat Δ, id unice aptum videtur ad indicandam particulam δέ; atque sic e su-

perstitibus literis TO...O Δ, etsi lacunarum spatia vix satis accurate notata sunt, probabiliter refingas τούτω δ', aut, lit. T fort. pro I posita, quod commodius videtur, τσιούτω δ' ἀνδρὶ τεκεῖν χάριτα.

Sed ex his omnibus nondum prōdit, quid laudatus hic homo aut fecerit ipse, aut publica auctoritate sibi fieri viderit. Sed merita ejus videntur, tamquam omnibus cognita, communi tantum vocabulo ἔργων, ἀρετῶν, in tam brevi carmine, tangi potuisse, nisi circa illud Θεῶς ἔδος, nescio, quid? penē meruit. Honor autem, ei decretus, statua esse videtur, aut picta imago, probabiliter prope illud Θεῶς ἔδος cum inscriptione hāc posita.

Jam si perpendimus, quibus modis haec sententiarum lacera membra videantur copulari posse, manifestum est, circa postremum distichon viam paulo minus lubricam recludi, quia duo infinitivi, ἀντεράσαι et τεκεῖν, cum duabus particulis γάρ et δέ, quod postremum recte videbatur in medio pentametro legi, hujus certe sententiae ambitum satis fere definiunt. Major est ambiguitas circa primum distichon, usque ad illud ἔδος v. 3. Nam ut haec uno fortasse verbo finito in unam sententiam cogi potuerunt, ita duplex nominativus, υἷες et Μοῖσα, si id tuendum, duplici etiam sententia dici potuit, ut de priore v. 3. parte nihil dicam. Accedit, aliam fieri conjecturam, si dissitas trium posteriorum versuum literas et earum spatia anxie computamus, male, nisi fallor, seduli; aliam, si haec, ut minus certa, liberius spectamus. Unde mirum non est, si epigramma hoc pluribus modis, eadem fere probabilitate, restitui posse videatur. Ecce igitur, quae se mihi praecaeferis obtulerunt, tentamina:

[Ἔργα σα μὲν] <sup>ω</sup>σέμνησαν ἀπὸ Φρενὸς ἄξια Μοῖσα[ι]  
 [εἰκόνα δ'] Ὀγγυγίων υἷες Ἐριχθονιδῶν  
 [ἀνθεσαν ἀμφὶ Θεῶς ἔδος· ἀντεράσαι γὰρ Ἄθ[άναν]  
 [ἔπρεπε, τσιούτω] δ' ἀνδρὶ τεκεῖν χάριτα.

In v. 1. si quis verbum quidem, sed neque inauditum σέμνησαν, neque rarius σέμνωσαν velit, praesto esset:

[Σῶς ἀρετῆς] ὕμνησαν ἀπὸ Φρενὸς ἄξια Μοῖσα[ι]

aut liceret versum hunc, ita refictum, praefigere :

[Ἔργα σεῦ, ὡς] σεμνῆς ἀν ἀπὸ Φρενός, ἄξια Μοῖσᾶ[ν]  
[εἰκόνα δ'] Ὠγ. ut supra.

Praeterea, si tot opus est literis, quot sunt puncta v. 2. circa Σ, et v. 3. circa ΣΟ, succurrit: στήσαν δ' Ὠγυγ. et mox σῆμα σὸν ἀμφὶ θεῶς ἕδ. relicta priore hexametri forma.

Alia via si initur, tentari possunt haec :

[Ἔργα σεῦ ὡς] σεμνῆς ἀν ἀπὸ Φρενός ἄξια Μοῖσα  
[κλήιση,] Ὠγυγίων υἱες Ἐριχθονιδᾶν  
[στήσαν σ' ἀμφὶ θε]ῶς ἕδος.

et rursus, simili sententiae conformatione ;

[Ἔργα σεῦ ὡς] σεμνῆς ἀν ἀπὸ Φρενός, ἄξια Μοῖσᾶ[ν,]  
[κλήισωσ'] Ὠγυγίων υἱες Ἐριχθονιδᾶν,  
[στήσαν σ' ἀμφὶ θε]ῶς ἕδος.

ubi de conjunctivo certe dubitandum non est, cum actio, quae verbo inest, ad omne futurum tempus pertineat. Eadem sententia sic quoque exprimi potuisset :

[Ἔργα σεῦ, ὡς] σεμνῆς ἀν ἀπὸ Φρενός, ἄξια Μοῖσᾶ[ν,]  
[ὑμνοῦσ'] Ὠγυγίων υἱες Ἐριχθονιδᾶν,  
[θέντες σ' ἀμφὶ θε]ῶς ἕδος.

vel in hunc modum :

[Ἔργα σεῦ ὡς] σέμνησαν ἀπὸ Φρενός ἄξια Μοῖσα[ι,]  
[ἀνθεσαν] Ὠγυγίων υἱες Ἐριχθονιδᾶν  
[σὸν βρέτας ἀμφὶ θε]ῶς ἕδος.

ubi rursus, ad evitandum verbum minus probabile, praesto esset ὡς ὑμνησαν —. Denique fieri potuit, ut aut nulla esset hujus hominis imago, aut certe nulla ejus mentio in carmine fieret, et, nescio, quae? viri merita de templo aut signo Minervae prostarent ita, ut ibi aliquid esset, quod, omnibus cognitum, splendidum munificentiae ejus,

aut pietatis, et fortasse simul artis monumentum haberi posset. Hoc si datur, tentabimus:

[Ἔργα σέθεν] σεμνῆς ἄν ἀπὸ Φρενός, ἄξια Μοισᾶ[ν],  
 [κλήισωσ'] Ὀγυγίων υἱες Ἐριχθονιδᾶν,  
 [ἔς τ' ἄν ὄρῳσι θε]ᾶς ἔδος· ἀντεράσαι γὰρ Ἀθ[άνα]  
 [Φησί σε, τοιούτῳ] δ' ἀνδρὶ τεκεῖν χάριτα.

Ut hic conjunctivus aoristi cum part. ἄν idem fere dicit ac futurum, et fortasse elegantius, poterit tamen et futurum ipsum haberi:

[Ἔργα σεῦ, ὡς] σεμνῆς ἄν ἀπὸ Φρενός, ἄξια Μοισᾶ[ν],  
 [κλήισουσ'] Ὀγυγίων υἱες Ἐριχθονιδᾶν,  
 [ἔς τ' ἄν ὄρῳσι θε]ᾶς ἔδος· —

Neque multum discreparet hoc:

[Ἔργα σεῦ, ὡς] σεμνῆς ἄν ἀπὸ Φρενός, ἄξια Μοισᾶ[ν],  
 [εἰσόκεν] Ὀγυγίων υἱες Ἐριχθονιδᾶν  
 ὑμνήσωσι θε]ᾶς ἔδος·

ubi v. 1. supplendum ἔσται ἄξια Μοισᾶν. Vel denique, inversa sententia:

[Ἔς τ' ἀρετᾶς] σεμνῆς ἄν ἀπὸ Φρενός ἄξια Μοῖσα[ι]  
 [κλήισωσ'], Ὀγυγίων[θ] υἱες Ἐριχθονιδᾶν,  
 [ὑμνήσει σε θε]ᾶς ἔδος· ἀντεράσαι γὰρ Ἀθ[άνα]  
 [Φησὶ Φίλον, χρηστῷ] δ' ἀνδρὶ τεκεῖν χάριτα.

Et in posteriore pentametro, praeter ea, quae hic variata dedi, et id quod primo loco scripsi: Ἀθήνην ἔπρεπε, fortasse et: Ἀθήνη ἤθελε, vel Ἀθήνη εὐάδε, vel denique Ἀθήνην ἔχρην, aut χρῆ Φίλα, ante τοιούτω tentari poterit; si τοιούτω certum non putes, praesto praeterea: Ἀθήνη χρηστὸν ἔφη, χρηστῷ δ' ἀνδ. et Ἀθήνη οἶδε Φίλον, Φίλω δ' ἀνδρὶ τεκεῖν χάριτα.

Sed haec haec haec! Oculatiōres doceant nos meliora, et monstrent ante omnia, cujus laudes epigramma celebret.

Liceat pauca subjungere, quae interpretationem verborum spectent. Thorium, demum Atticum, ab Eratosthene ἄστῳ vocatum, affert Steph. Byz. in ἄστῳ, probaturus hoc exemplo, ἄστῳ interdum idem significare, ac δῆμον. Res est subabsurda: nimirum, si demus oppidum habebat, poterat et ἄστῳ, imprimis a poëta, vocari; si re ipsa nullum ei erat, neque nomen tribui poterat. Thoricum autem fuisse locum munitum, vide ap. Boeckh, *Staatshaush. d. Ath.* T. I. p. 216. cf. Schöman. de Comit. Athen. p. 364. Sed memorabile est fragmentum ipsum, quod Steph. B. affert: λέγεται, inquit, ἄστῳ καὶ ὁ δῆμος, ὡς Ἐρατοσθένης ἐν Ἡριγόνη.

εἰς τε δὴ Θορικοῦ καλὸν ἴκανεν ἔδος.

Recte emendant ἐν Ἡριγόνη; mox vero, quia in verbis Eratosthenis nullum ἄστῳ datur, certatim omnes illud in ἔδος quaerunt ita, ut aut omne metrum perdant, aut e bono pentametro malum hexametrum procedant, ut Ruhnken. ad H. in Cerer. v. 126. Vere praepostere: nam ab initio illud ἄστῳ quaerendum, ubi εἰς τε et εἰ ὅτε varianur. Scribe:

ἄστῳ δὲ δὴ Θορικοῦ, καλὸν ἴκανεν ἔδος.

ita δάπεδον Θορικοῦ dixit Non. Dionys. XIII. 187. Erigonen autem elegico carmine scriptam fuisse, notum est; et probant fragmenta alia, ut illud in Analectt. Br. T. I. p. 477. Aliud fortasse Erigones fragmentum est ap. Schol. Nicandri, Ther. p. 27. ed. Sot. ἰὺγὴ τίς ἐστιν ἢ βεῖ ἀδιάφρατος — καὶ Ἐρατοσθένης ἐν Ἐριννί (imō: ἐν Ἡριγόνη, nisi me omnia fallunt,) περὶ κυνὸς λέγων.

ἰὺγὴς ὡς παῦρον ἀπέκλυεν —

ubi de Erigones cane videtur locutus esse. In brevi, ex Eratosthene hausta, narratione de rebus Icarii et Erigones in Schol. Ven. II. χ. 29. γεγονόμενος δὲ ἐντὸς τῆς πόλεως, βουκόλεις οἶνον παρέσχεν; legend. ἐκτὸς τῆς πόλεως.

Redeo ad lacerum nostrum epigramma, in quo ne verbum illud σέμνησαν, nimis ab omni analogia abhorrere videatur, faciet for-

tasse substant. *σεμνεῖον*, etsi illud senioris commatis esse, facile largior. Certior est auctoritas verb. *σεμνώω*, ut ap. Eurip. Helen. 872. (875.) *θεῖον δὲ σεμνοῦ θεσμόν αἰθέρος μυχῶν*, nisi *σέμνου* potius scribendum est. Qui locus etsi obscurus est, verbum tamen ad *celebrandi* sensum recte videtur revocari posse. Notionem *jactandi* verbo *σεμνοῦν* subjecit Herodot. III. 16. convenienter formae *σεμνύεσθαι*. Sed in epigrammate nostro me neutri harum formarum magnopere patrocinari, jam supra significavi. Illi *᾽Ωγγύλιον υἷες Ἐριχθονιδῶν* dicuntur ut Homeri *υἷες Ἀχαιῶν*, et usitata est illa nominum Erechthei et Erichthonii permutatio, de qua vid. Heyn. ad Apollod. III. 14. 6. et 15. 1. et ad Iliad, β. 546. T. IV. p. 315. cf. Jacobs. Comment. in Anth. Vol. II. P. 2. p. 380. Caeterum Athenienses a poetis saepissime ab Erechtheo vocari, observatum vide a Thierschio meo, l. c. p. 423. Epitheton *᾽Ωγγύλιος* egregie ad antiquum illum Erichthonium et ejus posteros facere, non est, quod moneam; docte in antiquum nomen *᾽Ωγγύλου* inquisivit Buttmanus, *Ueber den Myth. d. Sündfluth*, p. 45. ss.

Postrema epigrammatis verba: *ἀνδρὶ τεκεῖν χάριτα*, ducta fortasse sunt ex Soph. Aj. v. 517.

*χάρις χάριν γὰρ ἔστιν ἢ τίκτους' ἀεί.*

Aliam inscriptionem graecam, anaglypho subjectam marmoreo, clariss. Dodwell, una cum delineatione anaglyphi, antiquis literarum ductibus diligenter expressis, exhibuit Vol. 1. p. 442. Marmor superius mutilum, mulierem monstrat sedentem, cui alia stans manum porrigit, veluti vale dictura. Subtus leguntur haec:

ΣΗΣΑΡΕΤΗΣΜΝΗΜ<sup>1</sup>ΕΑ  
ΘΕΟΦΙΛΗΟΥΠΟΤΕΛΗΣΕ<sup>1</sup>  
ΣΩΦΡΩΝΚΑΙΧΡΗΣΤΗΚΑΙ  
ΕΡΓΑΤΙΣΠΑΣΑΝΕΧΟΥΣΑ  
ΑΡΕΤ<sup>1</sup>ΗΝ

Distichon est, immistis duobus vocabulis, metro non adstrictis, cujus modi exempla passim in marmoribus occurrunt. Ita Jacobsius

vocab. ἐπέων pro superfluo habere coactus est in obscuro epigr. Anth. Pal. T. II. p. 857. n. 315. cujus postrema verba fortasse ita accipienda sunt: *Scitote, me, post matris et fratris obitum, tertiam, eodem die, periisse.* Sed supersunt in isto epigrammate multa dubia. Versu postremo poëticus sermo saltem ἀκλήτω — τύχη postularet.

Nostrum hoc distichon in pentametro aperte ὑπέμετρον est, quam proinde duplici modo concipere licebit:

Σῆς ἀρετῆς μνημεῖα, Θεοφίλη, οὔποτε λήσει,  
σώφρων καὶ χρηστή, πᾶσαν ἔχουσ' ἀρετήν.  
vel: σώφρων ἔργα τ' ἴση, πᾶσαν ἔχουσ' ἀρετήν.

V. 1. productio in nomine propr. Θεοφίλη eo facilius est ferenda, cum id proprie ortum sit e Θεῶ Φίλη. Praeterea fatendum est, versus esse haud magni poëtae, qui vix sensum apte exprimere potuit. Mirum enim est illud: Virtutis tuae monumenta non latebunt etc. Non multo melius foret, si scriptum putaremus: μνημεῖά με, Θεοφίλη οὔποτε λήσει. Caeterum recte mihi videor <sup>1</sup>E, literis transpositis in EI mutasse. In pentametro scriptum erat EXΟΥΣΑ i. e. ΕΧΟΥΣΑ, ut elisio in lapidibus saepe negligi solet. In mediis verbis καὶ ἔργατις fortasse nihil quaerendum, nisi lapidarii stupor.

Alia, eaque graviore, interpolatione laborat epigramma, quod inter Delphicas Inscriptiones Dodwellius edidit, itineris sui Vol. II. p. 508. n. 2. scriptum in hunc modum:

CHMATOΔHPΩCΠATHP  
ΠAPATAICΔEΠYAAICIN  
ΠYΘIKOCIAPYCEHΠAIDOCEΠI  
ΦΘIMENOYTPHTPOYΠA  
ΛOYΠHNTYTOIOKAIECΘλOY OC EYΘaδE KEITAI THC  
YEAPOYBIOTHCTYTONO EΦAΠTOMEYOC.

De manifesta interpolatione nihil dicit clariss. editor, unum hoc monens, literas E et Σ forma esse semicirculari. Tetrastichon est, quod mihi ita fere legendum et supplendum videtur :

Σῆμα τὸδ' Ἡρώοιο πατὴρ παρὰ τράϊσδε πυλαΐσιν  
 Πυθικός Ἴδρυσεν παιδὸς ἐπὶ Φθιμένου,  
 εὐτραπέλου, πινυτοῖο καὶ ἐσ[θλὸν λῆμα λαχόντος]  
 [Φεῦ νεα]ροῦ βιοτῆς τυτθὸν [ἐπαυραμένου.]

Quod v. 1. in lapide legi dicitur ΗΡΩΟΠΑΤΗΡ propter syllabae defectum contra metrum impingit. Sed conjectura omnis lubrica est. Proximum esset, statuere, articulum, O post OC excidisse; sed id propter productionem, ἥρωος ὁ πατήρ, — ferendam, ubi est, non inferendam, ubi non est, — male me habet. Ambiguitas, qua nescis, sitne παρὰ πυλαΐσιν ἥρωος, an ἥρωος σῆμα, me non movet: nam id situs monumenti et adspectus antiquos docebat, etiamsi nos hodie ignoremus. Praeterea probabilius est prius, cum non videam, quid herois, nescio cujus, signum in tumulo infantis sibi tandem vulerit, nisi defunctus ipse heros vocatur, ut ap. Spon. Misc. p. 330. in loco corrupto, p. 335. 357. Unde et ἥρῶον de sepulcro ap. Murat. p. CLVI. Potuit urbis porta, ab heroe quodam vocari, ut fortasse et ἥρώοιο πατ. π. τ. πυλαΐσιν excogitari possit. Sed haec non magis probabilia sunt, quam id, quod supra dedi, suspicatus, circa heroum quoddam sepulcrum extitisse. Fortasse adeo nomen proprium patris, veluti Ηρώδης ὁ πατ. sed scripturae marmoris similis, latet, cui Πυθικός, tamquam gentile pro Πύθιος jungatur.

V. 3. Nova difficultas est circa mirificum illud ΠΗΤΡΟΥΠΑΛΟΥ; erunt, qui nomen pueri dicant, in nominibus autem propriis metrum saepenumero parum curari. Sed vereor, ut ejusmodi nomen pro integro haberi possit, et vereor, ne saepe nimis faciles simus in iudicandis, quae circumferuntur, propriis antiquorum nominibus. Quod e conjectura dedi, εὐτραπέλου bene conveniret puero lepto atque festivo, qualem epigramma luget, et fortasse minus audacter positum videretur, si nobis concessum esset, marmor inspicere. Interim fieri potuit, ut novo vocabulo nos epigramma ditaret, et legendum esset:

ἠθηραπαλοῦ, quod paulo negligentius ἠθηραπαλοῦ scriptum, forte fortuna ulterius corrumpebatur. Etsi enim a ἠήτρα, propter productum α, nulla ejusmodi compositio fieri posse videtur, monstrat tamen voc. ἠητρασύνη et ἠητραόφυλαξ, vid. Suid. in ἠήτραι Etym. M. in ἠήτη, viam dari aliam, qua ἀπαλός jungi potuerit. Ad sensum, quod attinet, placeret puer, cujus tenera loquela (ἠήτη εὐκέλαδος Christod. v. 241.) patrem tantopere delectasset, ut in surdo lapide eam praedicandam existimaret.

Verba, minoribus literis huic disticho adscripta, nescimus, quem auctorem habeant et cui tempori tribuenda sint; supposititia esse et reliquo carmine indigna, manifestum est. Languidissimum est additamentum: ἐς ἐνθαδὲ κείται; versus, introducta caesura trochaica, foedatur; otiosus est articulus, pentametrum incipiens; ἐφαπτόμενος minus dicit, quam expectari poterat, et praesens hujus porticipii, post verbum κείται, subabsurdum est. In literis EC quaerendum esse illud adjectivum, quod et nos reposuimus, antecedentia videbantur suadere. Sed id nude poni non facile potuit, quia, posito nudo genitivo ἐσθαλοῦ, omnis in versu rythmus tollitur. Nectendum itaque hoc vocabulum ita erat cum sequentibus, ut proximam velut in unum coirent: id quod conjectura nostra praestari, facile vides. Ita neque locus conceditur novo verbo, neque illud probabiliter expectari poterat. Igitur participium, unde genitivi νεαροῦ s. γλυκεροῦ βιοτῆς penderent, simul in genitivo ponendum erat, ut cum reliquis ad praecedentem genit. παιδός referri posset. Atque hoc ex mente auctoris factum esse, vide, an probet femin. βιοτῆς siquidem βιοτῆς non βιοτοῦ propterea scripsisse videtur, ne diversi genitivi βιοτοῦ et ἐπαυραμένου, auribus molesti, inter se confunderentur. Ad nectenda autem postrema verba, cum id neque nude fieri posset, neque copula suffecisset, nescio, quid aptius inveniri potuisset, quam exclamatio dolentis, φεῦ, maxime ad haec postremo loco dicta faciens. Pro participio, quod posuimus, alibi in simili loco, Anth. Pal. T. I. p. 418. legitur ἐπαυρομένης, junctum cum adv. πάρος, ut sic recte ad praeteritum tempus revocaretur. Vide de his formis Buttmanni Lexilog. p. 80. sq. Vocabulum λῆμα,

quod supra posui, admonet me epigrammatis, Anth. Pal. T. II. p. 841. n. 266. a Demosthene in orat. pro Cor. servati, cui vocabulum illud VV. DD. restitutum iverunt, vix satis recte. Verba sunt:

μαρναμένοι δ' ἀρετῆς καὶ δείματος, οὐκ ἐσάωσαν  
 ψυχάς, ἀλλ' Ἀθῆν κοινὸν ἔθεντο βράβην,  
 οὐνεκ' ἐν Ἑλλήνων, —

Qui sint, qui hic δείματος in λήματος mutant, aut quomodo alii aliter sensui et verbis succurrere studeant, vide ap. Jacobs. Anth. Pal. T. III. p. 944. Nihil ex omnibus probo: nam qui parum mutant, sententiam efficiunt obscuram et contortam; qui sensum praestant facilem et elegantem, operosis mutationibus opus habent. Vide, an minima mutatione scopum attigerim:

μαρνάμενοι δ' ἀρετῆς κατὰ δείματος, οὐκ ἐσάωσαν  
 ψυχάς, —

virtutibus, i. e. sua quisque virtute pugnantes contra communem terrorem etc. Hujusmodi lectionem Grotium quoque et Melancthonem suspicor in animo habuisse: ille enim, Anth. Bosch. T. III. p. 315. vertit:

*Vicerunt virtute metum, sperata nec illis!*  
 vita, sed ex ipsa praemia morte petunt.

hic vero in ed. orat. Dem. unde Rivinus recepit in Anthologiae suae ineditae Millen. III. Cent. VIII. ep. 21.

*Nec cessere metu, nec vitam amittere curant,*

etsi Graeca uterque paulo aliter sibi interpretatus est. Mutatio fere nulla est, quia T in I abire, et A ante Δ excidere facillime potuit. Ita καὶ et κατὰ saepius confusa, et videor mihi Asclepiad. ep. An. Br. I. p. 212. n. 6. simili modo recte sanasse.

Alia difficultas obsidet postremum distichon:

μηδὲν ἀμαρτεῖν ἐστὶ θεῶν καὶ πάντα κατορθοῦν.  
ἐν βιοτῇ Μοῖραν δ' οὔτι φυγεῖν ἔπορον.

Sine omni sensu vulgo scribebatur ἔπορον; sed id certe sedem labis monstrat. Reiskii ἔτερον ridiculum est. Distinctio in fine hexametri posita, debetur Marclando, qui sic, cum detrimento particulae adversativae, justam sententiarum oppositionem effici posse opinatus est. Verum etsi largior, vocabula, βίος, βιοτή, ut Lat. *aevum*, interdum de *hominibus* dici, ut sic βιοτή Diis opponi posse videatur, tollitur tamen hic rursus omnis oppositio, quia verbum ἔπορον totam sententiam denuo ad Deos revocat, ut taceam, quam frigide hoc verbum, sine omni concinnitate a genitivo θεῶν pendens, nobilissimam sententiam claudat. Quid multa? Legendum puto:

ἐπεὶ θνητοῖς ἐκ Διὸς ἦδε κρίσις·  
μηδὲν ἀμαρτεῖν ἐστὶ θεῶν καὶ πάντα κατορθοῦν.  
ἐν βιοτῇ Μοῖραν δ' οὔτι φυγεῖν, μερόπων.

Ita demum oppositio est et concinnitas in verbis poëtae, et convenit illud Il. ζ. 288. Μοῖραν δ' οὔτινά Φημι πεφυγμένον ἔμμεναι ἀνδρῶν. Levis confusio circa N et M, P et Π errorem proferre potuit: fac enim, in lapide fuisse: ΦΥΓΕΙΜΕΠΟΠΟΝ, ut ΕΜΠΟΠΩΝ loco ΕΜΠΟΡΩΝ in inscript. ap. Spon. Misc. p. 344. l. 7. et vides, quomodo id corrumpi potuerit. Et quamquam voc. *μέροτες* non sine substant. *ἀνδρωπι* dicitur Homero et Hesiodo, ut cum Ruhnkenio, Epist. crit. I. p. 85. contendit Hermannus ad Orph. p. 825. tamen ex Atticis poëtis usum vocabuli substantivum Aeschyli auctoritate (fragm. 290. ap. Schütz.) firmavit Wernicke ad Tryphiod. p. 277. ut proinde illis locis et temporibus recte vindicari possit, ad quae carmen hoc pertinet.

Postremum carmen, quod ex Dodwelli promptuario decerpere licet, Thebis inventum est, mutilatum quidem ipsum, sed in aliquibus satis probabiliter ab erudito editoris amico restitutum. Legitur Vol. II. p. 53. ita scriptum:

ΕΥΦΡΟΣΥΝΗΝΗΕΚΟΥΝΝΕΟΣΩΝΚΑΙΜΗΤΕΡΙΤΕΡΠΝΟΣ

ἠδ' ΕΚΓΥΜΝΑΣΙΟΥΤΣΥΝΤΡΟΦΟΣΑΙΑΚΙΔΑΙΣ

ΘΗΗΣΚΩΔΕΝΠΟΛΕΜΩΙΤΙΜΩΡΩΝΔΕΛΦΙΔΙΧΩΡΑΙ

δημουΔΕΙΜΙΕΥΑΝΟΡΙΔΑΠΑΤΡΟΣΔΕΝΕΩΝΟΣ

Ut v. 2. et 4. lacunae feliciter et ingenisse a V. D. suppletæ sunt, ita de v. 1. disceptari poterit. Quantum enim video illud *καὶ μητέρι τερπνός*, nullam cum antecedentibus necessitudinem habet: neque enim ex proximo *νέος ἄν* sequitur, neque facit ad summam sententiam, *εὐφροσύνην ἥσκουν*. Id auctor ipse videtur sensisse, si in versione verba: *Matrique in deliciis eram vero*, velut parenthesin, uncis inclusit. Sed secundum hanc versionem Graeca prorsus damnanda, quia sic nullo pacto illud *δέ* post *ἦν* v. 2. ad antecedentia referri potest. Suspicio, tale quid olim lectum esse:

Εὐφροσύνην ἥσκουν, νέος ἄν, [καὶ παίγνια κούρων]

ἦν δ' ἐκ γ.

Hoc certe cum antecedentibus melius cohaeret; quam certum videatur, alii dicant. Versu 2. non nimis elegans est initium *ἦν δ' ἐκ γ.* potuit tamen, ut simplicissimum, recte dici; et si *ἐκ γυμν.* vere sic in marmore legitur, emendatio videtur certissima.

V. 4. Quod hexameter rursus sequitur, non alter, quem exspectabamus, pentameter, tribuendum videtur refragantibus et importunis duobus nominibus propriis: cujus generis exempla plura occurrunt. Plene scriptum *εἰμ' Εὐανορίδα* pro *εἰμ' Εὐαν.* pertinet ad usum in lapidibus obvium, cujus exemplum supra vidimus. Totum igitur ita se habebit:

Εὐφροσύνην ἥσκουν, νέος ἄν, [καὶ παίγνια κούρων]

ἦν δ' ἐκ γυμνασίου σύντροφος Αἰ[ακίδ]Α[ις]

Θνήσκω δ' ἐν πολέμῳ, τιμωρῶν Δελφίδι, χῶρα'

[δήμου] δ' εἰμ' Εὐανορίδα, πατρός δὲ Νέωνως.

## INSCRIPTIONES GRAECAE,

EX ANTIQUIS MONUMENTIS ET LIBRIS EDITIS DE-  
PROMPTAE, RESTITUUNTUR ET EXPLICANTUR.

PART. II.

AUCTORE

FRIDERICO GRAEFE.

---

Dissertatio, lecta d. 31. Octobr. 1821.

---

Excussis Inscriptionibus metricis, quibus Ed. Dodwell Itinerarium suum exornavit, superest, ut prosaicas quasdam notabiliorum tractemus, quales jam ante in transcurso notavimus. Neque enim id acturi sumus, ut in quaelibet cunq̄ue hujus generis fragmenta, levia saepe, aut nimis truncata et obscurata, eadem, quā id supra fecimus, curiositate inquiramus, sed ut, delectu habito, aliquam certe operam illis navemus monumentis, quae si a nobis illustrari satis non possint, digna certe sunt, quae iterum atque iterum oculis eruditorum hominum subjiciantur. Et quemadmodum in rerum natura ea, quae plane non tanguntur, interdum ipso longiore situ pereunt, ita passim literarum quoque monumentis accidit, ut per aliquod tempus non atrectata, mox longae oblivioni tradantur; cum contra, maturius tentata, imo, ut fit, iniquius adeo tractata et vexata, facilius inveniant, a quibus brevi post in clarissimam lucem vindicentur et pristino suo nitori restituantur. Etsi igitur in explicandis his difficilioribus inscriptionibus successus conatibus nostris fortasse non omnino respondebit, spes tamen est, fore, qui frustrato alius conatu aut allecti aut offensi, alia via feliciter ad scopum pertingant.

Et praemissa quidem breviori inscriptione, quae ap. Dodwell. p. 283. Vol. II. legitur, videbimus, quid e Delphicis illis longioribus inscriptionibus, Graecis duabus Vol. II. p. 507. et 510. Latina una p. 511, notatu dignissimis, eruere possimus. In quo tentamine si aliis post nos multa fortasse retractanda et emendanda relicturi sumus, ita mox in epigrammatibus, a Welkero clariss. Bonnae nuper editis et tentatis (\*), fortasse vicissim habebimus, ubi discedere ab antecessore nostro, et alia via salutem quaerere, nobis consultius esse videatur. Denique inscriptiones non nullas, quarum copiam Koehlerus, Collega Optimus, e schedis suis humanissime nobis fecit, et quas, cum alibi editas nondum vidissemus, novitatis quadam gratia sese commendaturas esse speramus, tanquam coronam libello nostro imponemus.

A levissimis igitur ut incipiamus, brevis illa inscriptio ap. Dodwell. p. 283. Vol. II<sup>di</sup> ita sese habet:

ΔΙΟΥΥΣΙΟΝ ΑΓΑΘΑΝ ΠΟΛΙΤΕΙΑΝ ΠΟΛΙΤ  
 ΕΥΣΑΜΕΝΟΝ ΤΕΝΟΜΕΝΟΝ ΔΕ ΠΑΝΕΜΗΝΑ  
 ΕΡΜΟΓΕΝΗ ΤΟΝ ΘΕΙΟΝ ΚΑΤΑ ΤΗΝ ΒΟΥΛΗΣΙΝ  
 ΤΟΥ ΠΑΤΡΟΣ ΤΟΝ ΕΪΗΤΟΡΑ

Haec facili negotio ita legi possunt:

Διονύσιον, ἀγαθὸν πολιτείαν πολι-  
 τευσάμενον, γενόμενον δὲ Πανέλληνα,  
 Ἑρμογένης, τὸν θεῖον, κατὰ τὴν βούλησιν  
 τοῦ πατρὸς, τὸν εἵητορα.

Si integra est inscriptio, ut videtur, supplendum est: ἔθηκεν  
 aut ἀνέθηκεν; et probabile est, marmor, in quo verba leguntur, con-

(\*) Diem natalem Regis — celebrandum indicit Rector —. Praemissa sunt Epigrammata Graeca ex marmorib. collecta. Bonnae 1819. 4<sup>to</sup>.

stituisse olim basin statuae Dionysii cuiusdam, qui ex voluntate fratris ab ejus filio Hermogene honore hoc condecoratus erat. Etsi enim lapis τὸν θεῖον non sine ambiguitate dicat, ut et *virum divinum*, et *patruum*, πατράδελφον, vertere possis, posterius tamen probabilius mihi visum est, quod verba illa κατὰ τὴν βούλησιν τοῦ πατρὸς illud τὸν θεῖον proxime sequuntur. Unum, quod emendandum mihi videbatur, ΠΑΝΕΜΗΝΑ, vocabulum, auctoritate destitutum, videor mihi recte in ΠΑΝΕΛΛΗΝΑ mutasse. Facile enim duo ΛΑ in unum Μ coalescere potuerunt, et πανελλήνων titulus ex inscriptionibus pluribus erutus est. Vide de hac dignitate Mülleri Aeginetica p. 157. s. Ita apud Robertum Walpole, *Travels in various Countries of the East*. Lond. 1820. N<sup>o</sup>. XXX. Inscriptio 7. prope Parnassum montem inventa, laudat M. Ulpianum Damasippum: Ἀγωνοθέτην, Φωκᾶρχην, Ἀμφικτυόνα, Θεηκόλον, Πανέλληνα, ἄρχοντα καὶ τὰς ἄλλας πάσας ἐν τῇ πατρίδι τελέσαντα λειτουργίας. Parum aut nihil discrepare videtur titulus τοῦ πρώτου τῶν Ἑλλήνων, ut occurrit in inscriptione ap. Muratorium T. I. p. CLXIII. n. 1. Caeterum, si probari posset, πανέμμηνα dici, qui non per unum, lege fortasse praescriptum, mensem, sed per integrum ultrò annum, administrandae rei publicae vacasset, hoc lubens amplecterer.

Transeo ad longiorem illam inscriptionem, quae inter Delphicas primum occupat locum, Vol. II. p. 507. (\*)

---

(\*) Editor I. I. Gracis brevem hanc adnotationem subjecit: *Most of the letters which are wanting in this inscription, have been anciently obliterated. Huc pertinent praeterea, quae auctor dicit Vol. I. p. 184. Rocks detached from Parnassos. I continued descending on the eastern side of the little glen; and about one-third of the way down, found a long and interesting inscription. (See the Appendix) et p. 188. Ruins of Delphi I copied many inscriptions, some of which have lately been accurately published by Dr Clarke (Travels in Greece, V 4.); those which have escaped the notice of travellers, will be found in the Appendix.*

1. ΝΟΦΑ
2. ΤΟΟΔΕΛΟ
3. ΠΙΡΑΤΙΑ
4. ΣΤΑΤΗΡΑΣΔΕΚΑ
5. ΕΝΑΙ ΟΣΑΙ ΟΙΤ.
6. ΔΡΑΧΜΑΝΟΔΕΛΟΣ. ΛΥΟΗΜ. . . Δ
7. Δ. . ΩΝΕΧΑΛΚΟΥ. ΑΣΑ
8. ΔΕΚΑΔΡΑΧΜΑΝΧΑΛΚΕΟΥΣ
9. ΑΡΙΣΤΟΚΡΑΤΗΣΑΝΔΡΟΜΑ... Α
10. ΣΤΑΤΗΡΑΣΔΕΚΑΕΝΑΟΔΕΛΟΥΣΤΕΤΟΡΑΣ
11. ΚΟΛΟΣΙΜΗΟΣΤΑΣΔΕΤ. ΥΙΑ. . . ΟΙΚ. ΗΑΝΑΙΝ
12. ΓΕΝΟΜΕΝΑΣΚΑΙΜΕ. ΟΝΕΥΡΟ. . Α. ΣΤΑΤΗΡΑΣΠΕΝΤΕ
13. Φ. ΛΥΔΑΣΟΡΑΣΥΟΣΤΟΥ Α. . . . . ΧΟΡΙΟΥΣΤ
14. ΔΕΚΑΟΚΤΩΔΡΑΧΜΑΝΟΔΕΛΟΥΣΤΕΤΡΟΔΕΣΧΑΛΚΕΟΝ
  
15. ΤΟΧΜΕΤΑΠΩΛΗΘΕΝΤΩΝΤΑΠΡΟΤΑ
16. ΣΙΜΥΛΙΟΥΤΟΥΑΓΑΘΟΝΟΣΧΟΡΙΟΥΣ. . . . . ΤΕΤΡΟΚΟΝ
17. ΔΡΑΧΜΑΝΟΔΕΛΟΥΣΤΡΕΙΣ
18. ΘΕΣΣΑΛΟΣΤΟΤΑ. . . ΟΥΧΟΡΙΟΥΣ. . . Α. . ΡΑΕΜΗΚΟΝΤΑ
19. . . . . ΣΧ. . ΟΝΕΤ. Α. . Α. ΟΝ. ΕΝΤΕ
20. . . . . ΟΟ. . ΣΟΙΚΙΑ. . . Η. . .
21. ΧΗΡΙΑ. . . ΣΑΙΓΥΛΟΥΟΙΚΗΑΣΣΤΑΤΗΡΑΣ
22. ΔΡΑΧΜΑΝΟΔΕΛΟΥΣΤΡΕΙΣ
23. ΡΙΣΟΚΡΑΤΗΣΤΑΣΚΑΛΛ. . ΕΝΕΟΣΟΙΚΗΑΣΣΤΑΤΗΡΑΣΠΕΝΤΕ<sup>Α</sup>
24. ΔΡΑΧΜΑΝΟΔΕΛΟΥΣΤΡΕΙΣ
25. ΞΕΝΟΔΑΜΟΣΤΑΣ. ΕΝΟΝΟΣΚΑΙΔΙΩΝΑΚΑΟΙΚΗΑΣΣΤΑΤΗΡΑΣ
26. ΔΥΟΔΡΑΧΜΑΝΟΔΕΛΟΝΗΜΙΟΔΕΛΟΥΣΧΑΛΚΕΟΥΣΤΕΤΟΡΑΣ
27. ΕΧΙΝΑΙΟΙΙΑΣΔΙΩΝΑΚΑΟΙΚΗΑΣΣΤΑΤΗΡΑΣΔΕΚΑΕΝΑ
28. ΧΑΙΡΟΛΑΣΤΑΣΠΕΙΣΙΑΤΟΥΦΔΕΙΑΚΟΣΟΙΚΗΑΣΣΤΑΤΗΡΑΣ
29. ΤΡΕΙΣΔΡΑΧΜΑΝ

Dedimus inscriptionem eodem plane modo, quo apud Dodwellium exarata est, literarum et versuum dispositione, et lacunarum

per puncta notatarum, spatiis summa cum fide redditis. Initium aperte truncatum est, in fine rursus plura fortasse perierunt. Praeterea offendit majus spatium, quod vacuum relictum, ante medium inscriptionis versus 15. ut ibi quoque aliquid desiderari possit, probabiliter tamen nihil desit. Versus integerrimi 42. aut 43. literas continent, unde de aliis truncatis iudicium leve sumas. Denique ita illi a fronte dispositi sunt, ut alternatim una litera breviores, pro literae unius spatio recedant; a quo ordine quae discedunt initia vv. 5. et 23. per errorem litera abundare videntur; versibus 15. 19. 20. et 28. aliis de causis recte se habentibus. Neque hoc praetereundum, versus a fronte breviores a nomine proprio incipere, et, si cum proximo longiore cohaereant, summum, quem supra diximus, literarum numerum fore continere debere; illos vero a capite longiores, excepto uno v. 15, a continuata numerorum et numerorum enarratione incipere, et pro diverso, quod definitur, pretio pauciores etiam literas habere posse. Haec de externo inscriptionis habitu notabili.

Argumentum quod attinet, videmus catalogum publicum *μεταπωληθέντων* (v. 15.) quorundam *χαρίων* et *δικιών*, quae a pristinis sive possessoribus sive habitatoribus vocantur, et pro quibus alii, quorum nomina titulos singulos incipiunt, certam pecuniae summam solvisse dicuntur. Quod monumentum, si integrum ad nos pervenisset ita, ut tempus etiam, cui id tribuendum, certo definiri posset, et *μεταπώλησεως* hujus ratio clarius intelligeretur, curiosissimis antiquitatis monumentis merito adnumerandum esset. Sed de aetate veretur, ut quidquam definiri possit, cum ne literarum quidem formam doctus editor accuratius nos docuisset. Atque ita altera quoque quaestio non facile expediendis difficultatibus premitur.

Interim repetamus inscriptionem, in quantum legi et suppleri posse nobis quidem videatur:

1. [Ξε]νοΦάνης . . . . . [στατηῆρας]
2. [ό κ]τά, ὄδελο . . . . .
3. [Ε]πικρατίδης . . . . .
4. στατηῆρας δέκα . . . . .
5. Ἐναιος, Δίου, τ . . . . . [στατηῆρας] . . . . .
6. δραχμάν, ὄδελοῦς δύο, ἡμ[ι]όδελον . . . . .
7. Λ[άμ]ων, Ἐχάλκου, [τ]ᾶς Α . . . . . [οικίας στατηῆρας]
8. δέκα, δραχμάν, χαλκέους . . . . .
9. Ἀριστακράτης, Ἀνδρομάου, τᾶς . . . . . [οικίας]
10. στατηῆρας δέκα ἕνα, ὄδελοῦς τέτορας
11. Κολοσίμης τᾶς Ἀστ . . . . . οἰκ[ί]α[s] ἀναν[ύτου ἔτι].
12. γενομένας καὶ μέσον εὐρο[ύ]σ[α]ς, στατηῆρας πέντε
13. Φ[υ]λλίδας, Θράσυος, τοῦ Ἀ . . . . . χωρίου στα[τηῆρας].
14. δέκα ὀπῶ, δραχμάν ὄδελοῦς τέτορας, χάλκεον
15. τῶν μεταπωληθέντων τὰ πρῶτα
16. Σιμίλιος τοῦ Ἀγαθάνος χωρίου στα[τηῆρας] τετρώκον[τα]
17. δραχμάν, ὄδελοῦς πρεῖς
18. Θεσσαλὶς τοῦ Ἀ[ντί]φου χωρίου στα[τηῆρα]ς ἑβδομήκοντα
19. . . . . [τῶν] . . . . . χωρίων στα[τηῆρα]ς ἑκα[τ]ῶν [πέντε]
20. . . . . [τᾶς] . . . . . ὠ[ρο]ς οἰκία[s] στα[τηῆρας].
21. Χηρία[s] τᾶς Αἰγύλου οἰκίας στα[τηῆρας] . . . . .
22. δραχμάν, ὄδελοῦς τρεῖς
23. Ἰσικράτης τᾶς Καλλ[ι]μένεος οἰκίας στα[τηῆρας] πέντε
24. δραχμάν, ὄδελοῦς τρεῖς
25. Ξενόδαμος τᾶς Μη[ν]ιονος καὶ Διωνάκα οἰκίας στα[τηῆρας]
26. δύο, δραχμάν, ὄδελόν, ἡμιοδέλους χαλκέους τέτορας
27. Ἐχίναιος τᾶς Διωνάκα οἰκίας, στα[τηῆρας] δέκα ἕνα.
28. Χαιρόλας τᾶς Πεισία, τοῦ Φλείακος, οἰκίας στα[τηῆρας],
29. τρεῖς, δραχμάν —

V. 1. 2. Nomen proprium ab initio primi versus, et probabili-  
liter illud ipsum, quod restituumus, olim lectum esse, satis est cla-

rum. Jam quia v. 2. illud TO ante ἰδελ. numerale esse debet, quatuor literis constans, ut frons versus hujus respondeat versibus 4. 6. etc. intelligitur, ἐκτώ legendum esse, sed, in fine v. 1. στατήρας probabiliter suppleas. Nam cum oboli nomen subsequatur, cui rursus suus numerus postponendus erat, ut id ubique fit in hac inscriptione, clarum est, antecedentem numerum ἐκτώ ad staterum summam absolvendam pertinuisse; drachmarum certe aut nulla aut una tantum post stateres hic commemoratur, unde suspicor, si stateres aurei, de auri quoque drachmis, quantum binae staterem aur. efficiunt, non de argenteis, sermonem esse. Nam de stateris aurei viginti drachmis argenteis in sex monumenti hujus locis, ubi haec moneta occurrit, casu unam ubique enumerandam venisse, id mihi quidem magis mirum videtur, quam post stateres aur. ubique dimidium hujus numi, auri drachmam in rationibus reperiri. Pollux IV. s. 137. ὁ δὲ χρυσῶς στατήρ δύο εἶχε δραχμὰς Ἀττικὰς. Hesych. in χρυσῶς T. II. p. 1567. ed. Alb. Πελέμαρχος Φησι, δύνασθαι τὸν χρυσῶν παρὰ τοῖς Ἀττικοῖς δραχμὰς δύο, τὴν δὲ τοῦ χρυσοῦ δραχμὴν, νομισματος ἀργυρίου δραχμὰς δέκα. Id. T. I. p. 1032. δρέαχμῃ χρυσίου, ἐκτὴ νομισματος εἰς ἀργυρίου λίγυν δραχμῶν ἰ.

In v. 3. ubi ab initio litera deest, nihil conjectura efficitur, nisi 'probabilis' restitutio nominis proprii, a quo eum incipere par erat.

V. 5. offendit contra illum ordinem, quo versus, a nomine proprio initium habentes, unius literae spatio recedere solent per totam reliquam inscriptionem. Quod incertum est, utrum lapidario tribuendum, an describentium incuriae. Fieri etiam potuit, ut confusis binorum versuum, quorum prior nomen, nescio, quod, proprium, posterior numerale ἕνα prae se ferret, initiis, versus alter periret: quo fere monstrosior nominis, quod nunc procuditur, forma legentem ducit. Praeterea nescis, sitne unum nomen, Ἐναίσασις, an duo, veluti: Ἐναίος Δίου, vel Ἐναίος Σαίου: nam plurale vi etsi recurat v. 27. et redeat fortasse eodem ου v. 16. non video, quo pacto servari possit. Quod sequitur T, ad articulum pertinere videtur, quem

sequens *χωρίου* vel *οικίας* genitivus requirebat. Finiebat linea cum staterum nomine et numero.

V. 6. Punctum, literae defectum post *ἑδελίς* notans, per errorem post Σ positum est, quod antecedere debebat, ut *ἑδελούς* haberemus. Mox in *δύο* male Λ pro Δ scriptum, ut contrario errore in vocabulo seq. facillime restituendo, *ἡμιόδελον*, male Λ cum Δ permutatum est.

V. 7. Duae literae, quae primo nomini decrant, an recte repositae sint, nihil attinet quaerere. Nomini *Ἐχάλκας* vel *Ἐχάλκης*, compares *Isalces* ap. Sil. Ital. Lib. V. v. 289. alibi. Mox cum ante syllab. *ας* nihil excidere potuerit nisi τ, articulus τās monstrat, versum verbis *οικίας στατήρας* finivisse, periisse autem longius nomen proprium, cujus litēra tantum initialis Α post articulum relicta.

V. 8. *χαλκίων* numerus deest.

V. 9. Si literae, quae perierunt, accurate notatae sunt, *Ἀνδρομάου τās* recte repositum videbitur, unde *οικίας* versum terminasse, manifestum est. Et *Ἀνδρομάου* nomen *Οινομάου* exemplo defendas, nisi fortasse *Ἀνδρομάχου* fuit.

VV. 11. 12. arcte inter se cohaerent, et sermo est de domo, peculiari modo affecta, si quid video, semiperfecta. Ab initio monstruosum nomen *Κελσιμήης* malo integrum relinquere, quam in duo *Κέλης* *Ἰμήης*, nova monstra, dispescere. Post articulum τās, qui opportune adest, e literis ΑΣΤ.ΥΙΑ . . . . nomen quale *Ἀστράνακτες*, vel *Ἀστουπαλαίου* elicias, quod perinde est. Post ΟΙΚ lacuna vix accurate notata est. Suspicio ΟΙΚ.Η esse nihil, nisi *οικίας*, scriptum fort. *οικίας*, cf. ad v. 21. Jam cum sequens *γενόμενας* aperte ad *οικίας* pertineat necesse est, ut in literis ANAIN adjectivum insit, itidem ad hoc substantivum referendum. Videtur autem illud ANAIN ortum esse ex ANANY, unde *ἀνανύτου* (vel *ἀναύστου*) rescripsi, ut linea haec, nisi ἔτι addas, 38. v. 39. literas haberet, cum reliquae, quae singulos

titulos incipiunt, 41 — 43. habere soleant. Jam si domus ista nondum plane perfecta erat, neque fortasse perficienda ulterius, ob publicam aliquam causam, addi sane poterat, quantam nacta esset perfectionem sive altitudinem. Itaque, cum vix dubitari possit, post conjunctionem *καί*, descriptionem hujus domus continuari, illud A etiam ante *στατήρας* vestigium genitivi foeminini opportune conservet, videor mihi lacunam *KAI ΜΕΣΟΝ ΕΥΡΟΥΣΑΣ* satis speciose supplevisse. Recte autem dicas: *εἰκία, ῥίσων εὐρέυσα*, quae mediam nacta est altitudinem, ut fere Thucydides Lib. I. c. 91. dixit, *ὅτι τευχίζεταί τε καὶ ἴδη ὕψος λαμβάνει*, pro quo in aliis libris est: *πέρας λαμβάνει*. Brevius rem exprimi potuisse, idque uno fortasse adjectivo, ut: *εἰκίας ἤμιτελοστων*, lubens fateor, sed conjecturam nostram id nondum evertit. Quae si vera est, hic locus momentum habet ad summam inscriptionis interpretationem recte instituendam.

V. 13. An in literis *Φ. ΛΑΥΔΑΣΟΡΑΣΤΟΣ* recte quaesiverim *ΦΥΛΛΙΔΑΣ ΘΡΑΣΤΟΣ*, videant alii: in nominibus his non est arguendum. Post articulum *τῶ* rursus excidit nomen 11. literarum, ab A incipiens; in fine autem *ΣΤ* continuandum *στατήρας*. Sed notabimus, *χωρίου* scriptum esse et hic et in reliquis, ubi vocab. integrum occurrit, locis vv. 16. 18. quod *χωρίου* scribendum erat. Etenim notabilis est inconstantia hujus monumenti circa usum formarum O et Ω, ut v. 2. [*ἐκ*]τό est, sed v. 14. *ἐκτώ*; v. 2. scribitur *Λ[ἀμ]ων*, v. 25 et 27. *Διωνάνα*, sed v. 16. *Ἀγάθνας*; v. 15. habemus *μεταπωληθέντων*, sed in eod. versu *πρωτα* et fortasse *των* pro *τῶν* et v. 19. [*χωρί*]ον pro *χωρίων*, et v. 16. *τετρίκοντα*. Imo v. 20. tertia scribendi ratio OO pro Ω misceri videtur. Quae confusio, si in lapide ipso regnat, fortasse leve temporis recentioris documentum continet.

V. 14. integer est, nisi quod transpositis duabus literis *ΤΕΤΡΟΑΣ* habet pro *τέτραας*.

V. 15. notatu est dignissimus, quia a verbis *μεταπωληθέντων τὰ πρῶτα* interpretatio totius fragmenti pendet; Sed ambiguum est,

quid sibi hic voluerit *μεταπωληθῆναι*, praeterea additum τὰ πρῶτα, quod *πρῶτα* hic scriptum, quamquam facile ad duplicem, de qua in hoc monumento agebatur, *μεταπώλησιν* referas, dubium tamen manet, sitne cum participio jungendum, an potius separandum, ut haec infra videbimus. Literas tres ab initio TOX, nihil esse, nisi ΤΩΝ, credendum, si certum est, nihil olim ante hunc versum, quod cohaereret, antecessisse. Nam, si novum quoddam exordium antecessisset, ut cum nomine ἀρχοντος, hujus vocabuli terminatio fortasse hic relicta videri potuisset. Sed neque hic, neque post πρῶτα Dodwellius lacunam notavit. Quaerere autem vocab. τόκων, opportunum fortasse ad sensum, justo audacius esse videtur; sive postremas literas periisse dicas, sive de scribendi compendio cogites, cujus nullum in reliquis exemplum conspicitur. Idem dicendum, si quis TO K. supplendum putaret: τὸ κεφάλαιον μεταπωληθέντων τὰ πρῶτα —, vide inscript. VII. ap. Boeckh. l. c. aut adeo TO X. τὸ χρέος μετ. τ. π. de aere alieno, a possessoribus ante contracto.

V. 16. Offendit nomen cum terminatione genitivi, ut *οι* molestum est v. 5. et v. 27. Nomina duo, alterum nominativo alterum genitivo casu posita, in unum confusa credere, spatium angustius non permittit: habet enim versus, uti nunc est, 43. literas, summum, quem vidimus, numerum. Videtur itaque Υ in Σ mutandum esse. Si post illud Σ, quod staterum nomen inchoare debebat, quinque tantum literarum lacuna notata est, exemplum hoc monstrat, non nimiam his punctis fidem habendam esse; ita post τετρακον nullum plane signum, nisi fractus hic lapis censendus est. Caeterum illud τετράκοντα in eleganti carmine sepulchrali vidimus, quod paginam adversam ap. Dodw. ornat. Vid. supr. p. 645.

V. 18. Nomen Ἀντίφου rectene repositum sit, non quaerimus. Mox in literis Σ . . . (non tres, sed quinque literae perierunt) A. inesse στατήρας, noli dubitare. Itaque id quod restat, .ΠΑΕΜΗΚΟΝΤΑ non potest non ΕΒΔΟΜΗΚΟΝΤΑ esse; sed quia E et O confusa, verendum, ne in tota hac inscriptione lapis lunatum il-

lud & exhibeat, quod fortasse aliquam vim habebit ad tempus notandum.

VV. 19. 20. ab initio truncati, a nomine proprio inceperunt; post illud in priore quidem τῶν suppleri potuit, quia post Σ finale nominis in genitivo positi, X...ON aperte legendum est χωρίων, plurali semel tantum in toto hoc fragmento recurrente. Voc. ΣΤ. Α. nisi per se satis clarum esset, ex lacunae spatio, rursus negligentius notato, vix assequaris. Quae sequuntur ..Α.ΟΝ.ΕΝΤΕ respondent exacte verbis: ἑκατὸν πέντε, et jam lacunae puncta 17. ab initio versus, unde 3. ad articulum τῶν pertinent, et 14. duobus nominibus propriis relinquuntur, una cum literis residuis, aut restitutis a nobis, versus, ut expectes, 43. literarum exhibent. Et convenit praeterea plurali χωρίων summus his staterum CV. numerus. V. seq. post omissum prius nomen, τᾶς reposui, οἰκίας causa, quod excepta ultima litera, integrum conspicitur. Nomen post articulum in genit. positum in ὄνος exiisse, monstrant ejus reliquiae ΟΟ..Σ. Quod post vocab. οἰκίας, interpositis tantum duobus punctis, sequitur Η, vocabulo στατήρας vindicandum, ubi rursus lacunam minus accurate designatam vides. Quantus numerus staterum hic fuerit, definiri non potest; etsi enim accurate numeratis a fronte punctis 15. quibus et articulus τᾶς continetur, additis reliquis literis certis, literae 34. efficiuntur, inde tamen colligi non potest, cujus ambitus nomen numerale, in fine olim positum, censeri debeat, quia hic et praecedens titulus, uti v. 27. uno versu absolvuntur, ut hic non quidem plures quam 43. sed pauciores sane literas continere possit.

V. 21. Alia res hic est, ubi, continuato per sequentem versus argumento, longius numeri vocabulum, literarum 12 vel 13. expectari potest; etsi neque hoc praetermittendum, non occurrere hic fractarum in fine syllabarum vestigia. Lacunam, non procul ab initio, ΧΗΡΙΑΣ τας recte suppleri, vix est, quod dubites. Sed notanda est scriptura οἰκίας, repetita, vv. 23. 25. 27. 28. et fortasse etiam

v. 11. confusionis causa, cum semel tantum praesto sit *οικίας* v. 20. quod ne temere perversae serioris aetatis pronuntiationi tribuas, facit Grammaticorum auctoritas, qui ab Aeolensibus  $\iota$  in  $\eta$  aliquando mutari, adnotarunt. Vid. Maittaire Dial. ed. Sturz. p. 207. Et fortasse nomen *Χηρίας* antecedens alius Aeolismi vestigium conservavit, uti *ὀδελός, τέτορες, τετρώκοντα* aperte hujus sunt commatis.

V. 22. Cum post numerale *τρεις* puncta nulla adpicta sint, et numerorum series recte finita videri possit, uti etiam v. 24. non video, quid cum lit. A in extremo versu, et fere ultra fines posita, faciamus.

V. 23. incipit a miro nomine *Ῥισκράτης*, — ferrem *Ῥιζκράτης*, — et impingit praeterea contra eam legem, qua v. 5. quoque peccare vidimus. Qui fugitivum illud A praecedentis versus contra exemplum huc traheret, parum proficeret. Si lit. P temere praefixam existimamus, offertur nobis *Ἰσκράτης*, nomen usitatissimum. Nomen *ΚΑΛΛΙΜΕΝΕΟΣ* dici potuit ut *Καλλισθένης* etc.

V. 25. restitui potuit una litera, quae ne momenti quidem est. Sed singulare est, quod una domus a duobus possessoribus, Menone et Dionaca, quod posterius nomen v. 27. solum recurrit, vocata reperitur.

V. 26. integerrime scriptus, difficultatem tamen offert circa illos *ἡμιδελούς χαλκίους τέτορας*. Post obolum desiderari poterat semiobolus; non tamen licet *ἡμιδελόν* scribere, quia addit *χαλκίους τέτορας*, qui, si obolus non 6. ut Suid. in *ὀβολός* ait, sed 8 *χαλκίους* comprehendebat, secundum Polluc. Onom. IX. 64—67. Boëckh *Staatsh. d. Ath.* T. I. p. 15 rursus *ἡμιόβολον* effecissent, ut absurdum esset, ita numerare. Sed quia, ut idem Boëckh. ibid. dicit, obolus et semiobolus, Athenis certe, ex argento cudi solebat, videndum, an statui possint semioboli aenei ita vilis pretii, ut quatuor obolum argenteum nondum aequaverint. Quod si verum est, similis lectio v. 6. locum

habere potuit, ubi ἡμιόδελου nomen eruendum vidimus. Si lectio nostra explicari non potest, cogites de confusis et temerè conflatis duobus hujus modi titulis:

δύο, δραχμᾶν, ὀδελόν, ἡμιόδελον χαλκίους τρεῖς

.....στατῆρας τέτορας

V. 27. ut ΙΑΣ recte in ΤΑΣ, articulum, mutatum videbitur, ita de praecedente terminatione ΟΙ in ος, licebit dubitare. Vid. ad vv. 5. et 16.

V. 28. denique invenisse mihi videor τᾶς Πεισία, τοῦ Φλύακος, οἰκίας, etsi definire nolim, an Φλύακος reponendum sit, cum dialecti discrepantia et οἰκίας (vid. supra v. 21.) fortasse et Φλείακος, vel Φλοίακος tueri possit. Impugnavit tamen scripturam Φλοίακος, a Casaubono defensam, Schweighäuserus ad Athen. Animadv. T. II. p 75. s. Rem quod attinet, confer, quos de Φλύαξι laudet Jacobsius ad Noss. epigr. 12. Jam vide, an Πεισίας hilarotragoedis in posterum accensendus sit. Nomen gentile in Φλείακος latere, quo admissio, Πεισιάτου a Πεισιάτης retinendum foret, minus mihi videtur probabile.

Laceris ita verbis, in quantum fieri potuit, restitutis, si ad summam rem accedimus, palam est, e fragmentis priorum sex versuum plane nihil extricari. Idem profitendum de vv. 21. 22. ubi staterum numero omisso, nihil est, quod proficias. Ex reliquis hos undecim titulos prodire videmus, quos, separatis, quae de domibus et agris agunt, capitibus, hoc ordine describere placuit:

|          |                                | Stat. Drachm. Obol. Chalc. |    |    |                   |
|----------|--------------------------------|----------------------------|----|----|-------------------|
| pro domo | Menonis et Dion. (v. 25. s.)   | 2.                         | 1. | 1. | 4. (χαλκ. ἡμισβ.) |
| —        | Peis. . . . (v. 28. s.)        | 3.                         | 1. | —  | —                 |
| —        | Kallim. . . . (v. 23. s.)      | 5.                         | 1. | 1. | —                 |
| —        | semiperfecta . . . (v. 11. s.) | 5.                         | —  | —  | —                 |
| —        | A . . . . (v. 7. s.)           | 10.                        | 1. | —  | —                 |
| —        | Dion. . . . (v. 27. s.)        | 11.                        | —  | —  | —                 |
| —        | Androm. . . . (v. 9. s.)       | 11.                        | —  | 4. | —                 |

|                       |                 |    |    |    |
|-----------------------|-----------------|----|----|----|
| pro agro Ae . . . . . | (v. 13. s.) 18. | 1. | 4. | 1. |
| — Agath. . . . .      | (v. 16. s.) 40. | 1. | 3. | —  |
| — A . . . . .         | (v. 18.) 70.    | —  | —  | —  |
| pro agris — . . . . . | (v. 19.) 105.   | —  | —  | —  |

Qui agri atque domus, qui hic dominum permutasse dicuntur, utrum prius privatorum hominum fuerint, an ad publicum, fortasse templi Delphici, dominium pertinuerint, id, deleto inscriptionis initio, ad liquidum perduci non potest. Etiam si enim a templo possidebantur, poterant tamen recte a pristinis possessoribus aut habitatoribus vel nunc vocari; imo alia distinguendi ratio vix suppetebat. Ita in inscriptione, quam Boeckh. l. c. T. II. p. 240. §. 10. cf. §. 8. illustrat, occurrunt: Οἰκίαι ἐν Δήλῳ, ἱεραὶ τοῦ Ἀπόλλωνος τῷ Δηλίου. Οἰκία ἐν Κολωνῶ, ἣ ἦν Εὐφάντου· ἣ ἦν ἐκ τῶν Ἀλεξοῦς. Τὰ κεραμεῖα, ἃ ἦν Εὐφάντου. — οἰκία, ἣ ἦν Ἐπισθένους. — χαλκεῖον, ὃ ἦν Λευκίππου etc. Sed hoc jam perinde est. Quaeritur unice, quo sensu pecuniae hae solutae recte explicari debeant: in qua re defectum exordii et ambiguitatem v. 15. prae caeteris doleas. Si stateres, ut probabile est, intelligendi sunt aurei, Phocaici, duarum drachmarum auri, viginti vero argenti (1. drachma arg. =  $5\frac{1}{2}$  gross.; 1. drachma aur. = 2. Thal. 7. gross.; 1. Stat. = 4. Thal. 14. gr.) summa pecuniae in singulis titulis minor est, quam expectari poterat, si de toto pretio venditorum agrorum et aedificiorum sermo est. Ostendit id comparatio eorum, quae in hanc rem disputat Boeckh. l. c. qui T. I. p. 68. sq. agrorum per Atticam diversorum pretia, quae a quinque Minis ultra duo talenta (1. Mina = 22. Thal. 22 gr.; 1. Talentum = 1375. Thal.) assurgunt, et p. 71. sq. aedificiorum, quae inter tres Minas et CXX. variant, curiose collegit. Neque enim vero simile est, haec talia apud Delphos multum ab Atticis rationibus discrepare potuisse, etsi locus et tempus magnum hic momentum habeant.

Ad conjecturam itaque confugiendum, ubi certa desunt. Ita primum fieri potuit, ut summa pecuniae per partes, fortasse tertias aut quartas, stas temporibus solvenda esset; unde v. 15. additum

τὰ πρῶτα, si a participio sejungeretur, fortasse primam pecuniae partem solutam respiceret. Quod si concederetur, singula pretiorum capita, ter aut quater sumta, propius accederent ad ea, quae supra comparavimus. Vel sermo fortasse erat de possessionibus, venditis propter aes alienum, quo obstringebantur, ita ut jam aut illud ipsum, ΤΟ Χρέος, v. 15. aut id, quod superabat, commemoratum hic inveniretur. Sed quam vim sic praepositio μετά in participio μεταπωληθέντων habere poterit? Quae praepositio si urgenda est, iteratam venditionem innuere videtur, etsi additum τὰ πρῶτα, si participio jungendum, rursus ambiguum est ita, ut illud aut in universum ad venditiones a templo, si templi haec erant, diversis temporibus institutas, referre, aut de his ipsis hic commemoratis praediis s. agris et aedificiis, prima nunc vice venditis, intelligere possis. Estne igitur pecuniae summa, quae hic recensetur, ἐπωνίου quoddam genus, quod in singulis venditionibus, aerario pendendum erat, fortasse majus illud, minusve, pro diversis emtorum in civitate conditionibus, ut v. c. apud Byzantios μέτοικοι agros debitorum suorum suos facere non poterant, nisi tertia pretii parte aerario oblata, vid. Boëckh *Staatsh. d. A. T. I.* p. 154. sq. et *T. II.* p. 143.? Praeterea si pro literis ΤΟΧ v. 15. esset ΤΟΚ et τόκοι, usurae, τῶν μεταπωληθέντων dicerentur, liceret fortasse cogitare de agris atque domibus, venditis aliquando ita, ut emtionis pretio non continuo numerato, usurae tantum quotannis solverentur: quo admissio, capita hic posita, quinquies, sexies, aut octies sumta, prouti τόκοι fuerint ἐπιπέμπτοι, ἔφεκτοι, ἐπόγδοι, vid. Boeckh *l. c. T. I.* p. 135. sq. verum possessionum harum pretium praesentarent. Alia, sed simili, via τίκων μεταπωληθέντων mentio non majore probabilitate extricari fortasse posset. Denique, quid? si e locatione, μισθώσει, aedificiorum et agrorum, publica fortasse venditione comparatorum, dictas in inscriptione pecunias rediisse censeamus? Ita singulis his pecuniae capitibus, decies circiter auctis, — cf. Boëckh *l. c. p.* 154. ss. — judicium de vero dominii pretio sumere possis. Sed si in vv. 11. 12. recte conjecimus, sermonem fuisse de domo semi-exstructa, de locandis habitationibus vix satis apte cogitari poterit.

Neque denique tacendum, *χωρίων* vocabulum non sine ambiguitate dici: nam ut agros et praedia significare potuit, ita illud vicissim angustiore sensu de locis, aedificiis exstruendis aptis, (*Baustelstellen, Bauplätze*), aut quae olim jam aedificia habuerint, facili negotio interpretetur. Quocum significatu cohaerere videtur usus, quo seriores *χωρον* de aedificiis usurpant, vid. Huschkiū in Anal. cr. p. 275. ad epigramma, receptum in Anth. Pal. T. II. p. 217. n. 615. in cujus medio disticho corruptum *ΦρηνοΦηος πᾶσι Θεοδωρίας* legendum videtur:

Φρήν, ὄφελος πᾶσιν, Θεοδωρίας, ὡς ἐτεὸν δὴ  
 κἂν τοῦτω καθαρὴν δεικνύμενος κραδίην.

Hic *Φρήν Θεοδωρίας* est *Φρήν Θεοδώρου*, ipse *Θεόδωρος*, ut proinde particip. masc. *δεικνύμενος* recte sequi possit. Ille dicitur propter benevolū animum *ὄφελος πᾶσι*, *commune omnium praesidium*; ut *ὄφελος* saepe, v. c. *οἰηθέντες, ὄφελός τι αὐτῶν εἶναι*, Xenoph. Hist. gr. Lib. VI. c. 2. §. 12. Mox in hoc epigr. v. 8. pro *κέρδεσιν ἐξ αὐτῶν*, malim *ἐξ αἰσχυρῶν*, et v. ult. *αὐτός*, pro *αὐτὸν*, de Salvatore ipso.

Relinquo hoc monumentum, non sine dolore intelligens, quam parum sit, quod conjecturis in diversa abeuntibus, incertis efficiatur: erit fortasse, qui haec feliciter tractet, cujus egregium de publica Atheniensium oeconomia librum inter haec ipsa saepius ante oculos habuimus.

Sed conversus ad inscriptiones binas, alteram Graecam, alteram Latinam, quae apud Dodwellium leguntur, Vol. II. p. 510. 511. n. 5. sentio, me novis non minoribus obviam ire difficultatibus, quae, nescio, an sine meliore apographo profigari possint, etsi Latinam quidem inscriptionem, diu ante Dodwellium, Muratorius e Cyriaci schedis paulo plenius et integrius edendam curavit. Et ut comparatio institui possit, dabimus eam primum in proxima pagina ut apud Dodwellium l. c. legitur, in pag. vero adversa, ut a Muratorio Thes. Inscr. T. II. p. DXCVIII. edita est. Finem faciat Graeca inscriptio.

*E Dodwell.*

## GAVIDIONIGRINOLEGAVGPROPR

4. DECRETAEXTABELLISRECITATAVIIDVSOCTOBRIS..VSIN.CUMOPTIMVSPRINCEPS  
 2. IEROMNEMONVMQVACONSECRA.REGIONESAVLLO...TINOIEXAVCTORITATE  
 3. DETERMINAVERVNTSEQVENDA...ESSEPRAESCRIPTIONESQVAAETIAMDELPHISINI.T.RE  
 4. ETNEQVEVENIRETINDVBIVMINTERANTICYRENSESQVODVEETDELPHOSQVIBVS..DELPHI  
 5. ABOPTIMOPRINCIPEEASSENTENTIASTARIOPORTERENEQUEIAEVITDI.IO.N.ORE.LOR  
 6. TVSTAIEREI.OM.G.QVODETPOSSESSIOQVAE.DA..IS.VA.IAVERATETACONSVLAREO  
 7. AEHEROMNEMONVMDETERMINATIONECONTINEBATVRVIXI..TNOTAEOPIERTEI.ORI  
 8. VTRAQVEPARSADVTAIT.IEMSVA..ANSFEREBATOVMI..VEEIIINREPRESENTISAEPIVSE.PIN  
 9. QUA.....TIA..IN.AVTEXINSTRUMENT.QVAEEXTABANTO....POTERANTPIV.S.V.IEBV  
 SEP...ALMMIMEVISASAI..ICVMHIEPOMNEMONVMIVDICIOCONGRVERVNTOSENIE.I.VCOMPREHE  
 ETIAMSIVTRORVMQVEST....EQVIDAPSCISVMESTIOTER....ENVIDERIVTRISOVECONSVLTVMQV  
 12. ERIM..EFIGIOOPTIMVSPRINCEPSCERTAPOSSESSIO...INEEITECONTINGITOPONENTMINA.R  
 13. ANTICYRAMV..G.I.O.AMPRIMAMDETERMINATIONEMHIEROMNEMONE.DETERMINAVERVN  
 14. EAMESSECONSTITVTOQVAENVNCABALIISOBVSABAI...ONEN..DICITVRPR.NTVRVMO  
 15. ESTACIRRHAMG.RAI...LITIGANTIBVSCITRANOXAM.....ASAMVSISABEORECT  
 16. GOREADMONTICVLVM....ELLATOSACRA.OLOD.....TEMPLAHIEROMNEMON  
 17. MONVMMENTVMEXE.....ETQVODNATVRALES.....MONTICVLOEADIDE.EX  
 18. DVORVMMINAE.BOO...INSCRIPTIOQVAE.....VMTERMINVM  
 19. ADHVCMANENTIVETVSTASFIDEM.AOIATI.....MINSRIPTIONE  
 20. ASAEINESO.OE.....IANTADCENDENT  
 21. VAOSACBAR....DELPHORVMFABELLIS  
 22. QVOD..VI.I.INDVBITAVSINTERDELPHOS  
 23. D.DFLI.O . . . . . O

E Murator.

## C. AVIDIO. NIGRINO. LEG. AVG. PRO. PR.

1. DECRETA. EX. TABELLIS. RECITATA. VI. IDVS. OCTOB. ELEVSINE. CVM
2. OPTIMVS. PRINCEPS. SENTENTIA. 2) HIEROMNEMONVM. QVAE. CONSECRATAM
3. REGIONES. APOLLINI. PYTHIO. EX. AVCTORITATE. MANI. ACILI. ET. S.
4. 2) DETERMINAVERVNT. SEQVENDAM. ESSE. PRAESCRIPSISSET. QVAE. ETIAM. DELPHIS
5. IN. LATERE. AEDIS. INSCVLPTA. 4) EST. NEQVE. VENIRET. IN. DVBIVM. INTER
6. ANTICYRENSES. QVOQVE. ET. DELPHOS. QVIBVS. IVDEX. DATVS. 5) AB. OPTIMO
7. PRINCIPE. EA. SENTENTIA. STARI. OPORTERE. NECESSARIA. FVIT. DILIGENTIOR
8. EXPLORATIO. TAM. 6) VETVSTATE. REL. TANTO. MAGIS. QVOD. ET. POSSESSIO
9. QVIBVSDAM. LOCIS. VARIaverIT. ET. VOCABVLA. REGIONVM. 7) QVAE
10. HIEROMNEMONVM. DETERMINATIONE. CONTINEBANTVR. VIX. IAM. NOTA
11. PROPTER. TEMPORIS. SPATIVM. 8) VTRAQVE. PARS. AD. VUTILITATEM. SVAM
12. TRANSFEREBAT. CVM. ITAQVE. ET. IN. RE. PRAESENTI. SAEPIVS. FVERIM. ET
13. 9) QVID. AVT. EX. NOTITIA. HOMINVM. AVT. EX. INSTRVMENTIS. QVAE. EXTABANT
14. COLLIGI. POTERANT. PLVRIBVS. DIEBVS. 10) SERIM. QVAE. MAXIME. VISA. SVNT
15. CVM. HIEROMNEMONVM. IVDICIO. CONGRVERE. HAC. SENTENTIA. COMPLEND. -
16. 11) ETIAMSI. VTRORVMQVE. SPEI. ALIQVID. APSCISVM. EST. POTERIT. TAMEN
17. VIDERI. VTRISQVE. CONSVLTVM. QVOD. 12) POSTERVVM. BENEFICIO. OPTIMI
18. PRINCIPIS. CERTA. POSSESSIO. EIS. ET. SINE. LITE. CONTINGET. OPOENTAM
19. IN. MARI. QVOD. 13) ANTICYRAM. VERGIT. QVAM. PRIMVM. IN. DETERMINATIONE
20. HIEROMNEMONES. NOMINAVERVNT. 14) EAM. ESSE. CONSTITIT. QVAE. NVNC. AB
21. ALIIS. OPVS. AB. ALIIS. OPOENTA. DICITVR. PROMVNTVRIVM. QVOD. 15) EST. A
22. CIRRA. ANTICYRAM. NAVIGANTIBVS. CITRA. NOBO. 16) ASA. NVSIS. AB. EO
23. RECTO. 17) MONVM. ETIAM. EX. EO. APPARET. QVOD. NATVRALES. IN. VT. 18)
24. PONTICVLO. LAPIDEO. EX. 19) QVO. IN. ALTERO. GRAECA. INSCRIPTIO. QVAE. SIGN.
25. CVM. TERMINVM. 20) ADHVC. MANET. CVI. VETVSTAS. FIDEM. FACIAT. IN
26. ALTERO. 21) MDEM. INSCRIPTIONEM. 22) FESTVM. ADCENDENT. DEXTRA
27. ANTICYRENSIVM. LAEVA. SACRA. REGIONIS. DELPHORVM. SINT. AB. IIS. 23)
28. CHONOS. VOCATVR. ET. INDVBITATVS. INTER. DELPHOS. 24) PERINDE
29. DELPHORVM. REGION

*Memoires de l'Acad. T. VIII.*

1. Ο. ΤΩΒ. ΕΝΕΛΑΤΕΙΑ ΠΕΡΙ ΤΗΣ ΑΜΦΙΣΒΗΤΗΣ ΕΩΣ ΔΕΛΦΩΝ ΠΡΟΣ ΑΜ  
2. Σ. ΙΧΚΑ. ΙΤΑΥ ΠΕΡ ΤΩΝ ΟΡΩΝ ΠΕΡΙ ΗΧΟΜΕΓΙΣΤΟΣ ΑΥΤΟΚΡΑΤΩΡΕ ΚΛΕΥΧΕΝ  
3. ΜΕΚΡΕΙΝΑ ΠΛΕΟΝΑΚ. ΣΗΚΑΤΕΡΩΝ ΔΙΑΚΟΥΣΑΣ ΚΑΙ Ε. ΝΤΩΝ ΤΟ ΠΩΝ ΓΕΝΟΜΕΝΟΣ ΚΑΙ  
4. ΤΑΜΛΟΩΝΕ. ΗΧΓΑ. ΠΤΗΣ ΑΥΤΟΨΙΑΣ ΚΑΙ ΤΗΝ ΑΜΦΟΤΕΡΩΝ ΥΦΗΓΗΣΙΝ ΠΡΟ  
5. ΔΕ ΕΝ ΤΥΧΩΝ ΤΟΙΧΕΙΣ ΑΠΟ ΔΕΙΧΙΝ ΤΕ ΑΥΤΩΝ ΠΡΟΦΕΡΟΜΕΝΟΣ ΑΕ ΠΕΙΝΩΝΙ. Τ  
6. ΗΤΗ ΑΠΟΦΑΣ. ΠΕΡΙ ΕΥΑΒΟΝ. Ε. ΕΤΗΝ ΥΠΟ ΤΩΝ ΙΕΡΟΜΝΗΜΟΝΩΝ ΓΕΝΟΜΕΝΗ ΗΝ ΚΡΙΣΙ  
7. ΗΝ ΜΑΝΙΟΥΤΑΚΕΙΛΙΟΥΤΑΙ ΤΗΣ ΣΥΝΚΛΗΤΟΥ ΝΩΜ. ΗΝ ΗΝ ΙΑΙΟΜΕΓΙΣΤΟΣ ΑΤΟΚΡΑΤΩ  
8. ΩΝ ΜΑΛΙΣΤΑ ΚΥΡΙΑΝΕΤΗΡΗΣΕ Η ΣΥΝΩΜΟΛΟΓΗΘΗΤΑΥΤΗ ΝΕΙΝΑΙΤΗΝ  
9. ΤΑΠΟΔΔΩΝΟΣ ΤΟ. ΕΝ ΔΕΛΦΟΙΣ ΕΖΕ. Ν..... Ο..... ΕΝΚΕ  
10. ΝΗΝ ΑΡΕΣΚΕΙ ΚΑΤΑ ΤΟΝ ΠΡΟΤΩΝ ΙΕΡΟΜΝΗΜΟΝΩΝ..... ΝΑΠΟ  
11. Ο. ΗΤΙΣ ΕΣΤΙΝ ΠΕΤΡΑ ΕΡΧΟΥΣ ΑΥΠΕΡΚΟΙΛ... ΝΗΝΧ.. ΑΑΡ..... ΗΝΕΣΤ  
12. ΒΑ... ΑΥ. ΤΕΥΟΥ ΜΕΧΡΙ ΤΗΣ ΠΡΟΕΙΡΗΜΗΝΗΣ ΚΡΗΝΗΣ Τ. ΙΤΡΟ... ΙΟΥΣΑ. Ι. ΔΕΛΦ  
13. ΤΗΣ ΚΡΗΝΗΣ ΤΗΣ ΕΛΑΤΕΙΑΣ ΕΠΕΔΙΝΟ... ΤΟΣΑΦΟΡΙΣΜΟ. ΣΗ.... ΝΕ.... ΤΙΑ  
14. ΝΕΙΝΑΙΑΡΕ.. ΕΙΜΕΧ.. Ο.. ΡΟΥΤΟΥ ΓΙΤΩΑΣ ΤΡΥΒΑΝΤΙΑΕ. ΚΑΙ.. ΕΝΟΤΟ  
15. ΘΑΛΑΣΣΗ... ΝΩΤΡΙΠΟΙΣΗ. ΚΕΚΟΜΜΕΤΑΙ ΕΝ ΤΟΝ ΠΕΔΙΟΝΕΙΝΑΙΤΗΣ ΙΕΡΑΣ  
16. ΣΤ. Μ.. ΟΝΕΠ.. Α. ΤΑ ΕΥΩΝΥΜΙΩΣ ΕΠΙΘΑΛΑΣΣΑΝΕΙΝΑΙ ΔΕΛΦΩΝ  
17. ΑΚΕΙΝΟΥΤ... ΟΥΟΧΕΙΤΕ ΔΕΙΧΘΗΜΟΙΚΑ  
18. ΝΟΣΕΦΑΙΝΕ

Situs marmoris, quod utramque inscriptionem continebat, teste Dodwellio (\*), describenti omnium minime commodus erat: unde mi-

(\*) Cl. Dodwell, ubi inscriptiones has edidit, l. l. subiecit haec: *The Grec and Latin inscriptions, marked N<sup>o</sup>. 5. are upon the same face of a Block of marble; the Grec on the left, an the Latin on the right Hand. They are in a subterraneous place, in an inverted position, and consequently extremely difficult to copy. Praeterea ad rem pertinet locus: Vol. I. p. 175.*

rum non est, si Graeca pariter ac Latina lacunis scatent, et sub finem plane deficiunt. Argumentum tamen, commune utrique inscriptioni, vel inter has verborum luxationes satis clare intelligi potest: agitur de finibus regionum, Apollini Delphico consecratarum, secundum antiquam Hieronymemonum ex auctoritate M' Acilii et S. R. factam determinationem, rursus jussu Imperatoris Romani per legatum Augusti ab omni ambiguitate vindicandis.

Sed, age, describamus utramque inscriptionem, quatenus quidem legimus, ita, ut Latinis Graeca in pagina adversa opponamus, quo facilius similitudo, et in summa re, et in singulis dicendi formulis obvia, uno obtutu dispiciatur.

---

*Ruins of Delphi. Some very long inscriptions are also still left on the walls, which form part of his granary, and which almost cover one side of a neighbouring cow-house. The proprietor turned out the cattle, and gave me a light, which enabled me to copy a Greek and Latin inscription; and as only a part of it has been published, it will be inserted in the Appendix. It was however in so mutilated a state, besides being in an inverted position, that I copied it with the greatest difficulty.*

*Near the same place is a fine inscription, on a block of white marble, of which I was enabled to decipher the greater part, though it has been much defaced. In this, as well as in some other inscriptions, the word Hieronymemon frequently occurs. Et quae in nota <sup>1</sup>) dicit: Dr. Clarke in the sixth chapter of the fourth Vol. of his Travels, has published the first six lines of the Latin inscription, but he says, „that when he found what the fatigue would be of making an exact copy of the whole, he had not the courage to attempt it.“ — Both the Greek and the Latin inscriptions seem to have been made in the time of one of the Roman emperors, whose name is not however seen upon them. They are decrees relative to boundaries; in the Latin inscription Cirrha and Anticyra are mentioned. On the same slab is another Greek inscription in very minute characters, the greater part of which is under-ground; they merit a full investigation, and it is hoped that future travellers will supply the deficiency of those who have gone before them.*

## C. Avidio Nigrino Leg. Aug. ProPr.

1. Decreta ex tabellis recitata VI. Idus Octobris Eleusine. Cum optimus Princeps sententia[m]
2. Hieromnemum, qua consecratas regiones Apollini Pythio ex auctoritate Manii Acilii et S.
3. determinaverunt, sequendam esse praescrississet, quae etiam Delphis in latere aedis insculpta
4. est, neque veniret in dubium inter Anticyrenses quodve et Delphos, quibus iudex datus [sum]
5. ab optimo Principe, ea sententia stari oportere: necessaria fuit diligentior exploratio, tant[a]
6. vetustate rei, tanto magis, quod et possessio quibusdam locis variaverat, et vocabula regionum,
7. quae Hieromnemum determinatione continebantur, vix jam nota propter temporis spatium,
8. utraque pars ad utilitatem suam transferebat. Cum itaque et in re praesenti saepius fuerim,
9. et, quae aut ex notitia hominum aut ex instrumentis, quae extabant, colligi poterant, pluribus diebus
10. [examina]verim: quae maxime visa sunt cum Hieromnemum iudicio congruere, hac sententia comprehendi
11. Etiam si utrorumque spei aliquid apscisum est, poterit tamen videri utrisque consultum, quod [in]
12. posterum beneficio optimi Principis certa possessio eis et sine lite continget. Opoentam in mari, quod
13. Anticyram vergit, quam primam in determinatione Hieromnemones nominaverunt, [urbem]
14. eam esse constitit, quae nunc ab aliis Opus, ab aliis Opoenta dicitur; promontorium, quod [oppositum]
15. est à Cirrha Anticyram navigantibus, citra noxam [situm; qu]a amissis ab eo recto [gerit ag-]
16. gere ad monticulum [in app]ellato sacra[t]o loc[o prope] templa, Hieromnemum[um antiquum esse]
17. monumentum, ex eo apparet, quod naturales in illo monticulo lapides ex[tant etiam]nunc duo],
18. quorum in altero Graeca inscriptio, quae [de]signatum terminum [accuratissime describit],
19. adhuc manet, cui vetustas fidem faciat, in altero [ea]ndem inscriptionem [Latina lingua olim]
20. lectam esse, literae evanescentes docent. Haec mani]festant, adscendenti dextra [ad aggerem]
21. agros] Anticyrensiu[m], lacra sacra[s] regiones Delphoru[m] in tabellis [Hieromnemum poni,
22. ubi agger] chonos vocatur, et indubitatus inter Delphos [et Anticyrenses terminus dicitur]
23. perinde Delphorum region

1. Ὅ[κ]τωβ. ἐν Ἐλατείᾳ, περὶ τῆς ἀμφισβητήσεως Δελφῶν πρὸς Ἄμ-
2. [Φισ]σ[ε]ῖς κα[ὶ] ἰδίᾳ ὑπὲρ τῶν ἔρων, περὶ ἧς ὁ μέγιστος Ἀυτοκράτωρ ἐκ[έ]λευσέν
3. με κρῖναι, πλεονάκ[ε]ς ἐκατέρων διακούσας, καὶ ἔνδο[ν] τῶν τόπων γενόμενος, καὶ
4. σημεῖα πάν[τα] μαθὼν ἐκ τῆς [ἀ]γαπ[η]τῆς αὐτοψίας κατ[ὰ] τὴν ἀμφοτέρων ὑφήγησιν, πρὸς-
5. [έτι]δὲ ἐντυχῶν τοῖς εἰς ἀπίδειξιν γε αὐτῶν προφερομένο[ι]ς, ἀ ἐπέγων ἔτυ[μα, ταύ-
6. τη τῇ ἀποφάσ[ει] περιέλαβον· [Με]τά γ[ε] τὴν ὑπὸ τῶν Ἱερσημημόνων γενόμενην κρίσιν,
7. [κατὰ τὴν] Μανίου Ἀκίλιου καὶ τῆς Συγκλήτου [γ]νάμην, ἣν καὶ ὁ μέγιστος Ἀυτοκράτωρ
8. [Ῥωμαίων] μάλιστα κυρίαν ἐτήρησεν, συνωμολογήθη, ταύτην εἶναι τὴν [νομιζομένην
9. ἱεράν γῆν τοῦ Ἀπόλλωνος, τοῦ ἐν Δελφοῖς· ἐξε[ί]ν [δὲ τὸν] ὄρον τῆ[ν] ἐκε[ῖ] οὔσαν
10. κοίλην κρήνην, ἀρέσκει, κατὰ τὸν πρὸ τῶν Ἱερσημημόνων [γεγενημένο]ν ἀπο[λογο]-
11. σμ[ῶ]ν· ἢ τίς ἐστὶν πέτρα, ἐξέχουσα ὑπὲρ κοίλην κρήνην, χ[ώ]ρα ἀ[ρ]χεται, ἣν ἐστ[ιν]
12. βλ[άβη] ἀρ[ο]τρεύειν μέχρι τῆς προειρημένης κρήνης, ἐπὶ πρ[ό]σω ἰούσα [μέχρι] Δελφῶν
13. καὶ τῆς κρήνης τῆς Ἐλατείας ἐ[ν] πεδιῶ· [τού]του ἀφορισμοῦ ση[μεῖα] νέ[α ἀν]τι ἀ[ρ]-
14. χαιῶν εἶναι, ἀρέ[σκ]ει· μέχ[ρ]ι τοῦ ὄρου τοῦ ἐπὶ τῷ ἄστει· βάντι δὲ ἐκ λι[μ]ένος [ἀπ]ὸ
15. θαλάσσης τὰς ἀ[ν]ω [ἀ] τραπούς, ἣ ἐκκομίζεται ἐκ τοῦ πεδίου, εἶναι τῆς ἱεράς
16. γῆς σημεῖον· ἐπὶ ταῦτα εὐωνυμῶς ἐπὶ θαλάσσαν εἶναι Δελφῶν
17. α κείνου τ[οῦ] ὄρου, ὅς ἐπεδείχθη μοι, κα
18. [ἀληθι]νὸς ἐφαίνε[το]

Qui in utraque inscriptione commemoratur Manius Acilius, idem videtur esse cum M' Acilio Glabrione, qui, Consul Graeciam sortitus, Liv. XXXVI. 2. triumphans de rege Antiocho et Aetolis urbem est in-  
 vectus, Id. XXXVII. 46. Quem Latina tantum verba nominant, C. Avidium Nigrinum, ut rectius ap. Muratorium scribi videtur, quam quod Dodwell. edidit, Gavidium, — confusis aliquoties in hac inscriptione literis C et G, — aliis expediendum relinquo. Neque placeat indulgere conjecturis, quem Augustum Graeca τὸν μέγιστον Αὐτοκράτορα Il. 2. 7. et Latina *Optimum Principem* Il. 1. 5. 12. vocent, etsi Latino hoc titulo facile ad conjectandum abutaris.

Et ad Latina quidem legenda et restituenda egregie facit, quod duo saltem apographa, Dodwellianum et Cyriaci, a Muratorio editum, comparari potuerunt. Quomodo enim apud Cyriacum ipsum inscriptio edita sit, et quid praesidii praestet Clarkius in prioribus sex versibus, facillimis tamen lectu et, ut videtur, integerrimis, id mihi quidem videre non contigit. Et quamquam apud Dodwellium verba multo magis corrupta et luxata deprehenduntur, eundem tamen veruum initia et, in quantum legi poterant, longitudinem integram, ut marmor offerebat, cum fide conservasse, comparatio cum Muratorio instituta clare docet. Hic enim singulos versus, ut in angustam paginae suae formam cogeret, nisi culpa jam in Cyriacum cadit, infregit, et sic e 23. longioribus monumenti lineis breviores 29. protulit: quod ne ignoraretur, numeros adscripsimus iis vocabulis, quae versus singulos ut in marmore ita apud Dodwellium incipiunt. Scire autem singularum linearum initia et longitudinem, operæ pretium est, quia e probabili literarum numero externum vocabulorum restituendorum ambitum aliquo modo metiri licet. Quod commodum uti pessumdedit Muratorius, ita et integrum v. 16. omisit, oculis a simili vocabulo hujus lineae ad sequentem versum, ut videtur, aberrantibus.

Sed contentum esse oportet cum hoc apographo, cujus ope longe plurima emendatius dari potuerunt: quam opem frustra deside-

ramus in Graecis, quae ob exesas literas Cyriacus, teste Muratorio, legi posse, negavit.

De quatuor prioribus Latini exempli versibus, fere integris apud Muratorium, nihil est, quod moneamus; sed intelligitur, eos non facile ita potuisse emendari e Dodwellii apographo, propter lacunas et hic et ubique minus accurate notatas. In fine v. 4. addidi *sum*, quod, ad evitandam ambiguitatem fere necessarium, fundum habet in Graecis: *Ἀυτοκράτωρ ἐπέλευσέ με κρῖναι*, l. 2. et exspectari poterat pro numero literarum, qui solet esse circiter 74 – 84. in singulis versibus. Mox verbo dicendum de extremo vocab. v. 5. ubi ap. Murat. legitur: *diligentior exploratio tam vetustate rei*, Dodwellius autem nos destituit. In qua constructione *tam* non videtur dici potuisse, nisi sequente *quam*, cum sententia opposita, cujus nullum est vestigium. Sed ut facile illud *tam* oriri potuit e truncato *tanta*; ita non multo operosius scribi potuisset: *tam vetusta re*, et utrumque, praepositione *in* aut addita, aut omissa. Vulgatam tamen tulisse videtur Müllerus, *Orchomenos*, p. 496. ubi haec verba laudavit. — V. 10. ab initio supplevi *examinaverim*, verbum sensui certe aptissimum, etsi, quae restat, terminatio *SERIM* ap. Murat. quo et Dodw. *SEP* ducit, non omnino conveniat. Sed nullum mihi succurrit perfectum conjunct. ubi illud *s* retineri potuisset. Versu eodem extremo, in verbo, quod Dodw. rectius descripsit, dedi primam personam *comprehendi*, cui in Graeco exemplo v. 6. verb. *περιέλαβον* exacte respondet. Mox ante *etiamsi* v. s. excidit fortasse *et*, quo posito, haec ob urbanitatem notabilis sententia facilius coiret.

V. 11. rursus *in* ad calcem supplevimus, ut necessarium erat. V. 13. e Dodwellio recepi *quam primam* pro Muratoriano *primum*, ut elegantius; in fine autem post *nominaverunt*, quod verbum, praecedentibus literis deceptus, Dodw. in *determinaverunt* pervertit, deesse aliquid, inprimis minor literarum hujus lineae numerus, fortasse etiam sensus indicat. Proximum putavi *urbem*; sed si *constitit* v.

s. rectum est, ut puto, fortasse legendum: *inter omnes eam* — imo — *inter omnes urbem eam esse constitit, quae* etc. Et lectionem Dodwellianam *constitudo*, non facile mutandam esse in *constituo*; sed verum esse *constitit*, res ipsa clamat, cum profecto memoria urbis Opoëntae non adeo profundis tenebris mersa videri potuerit, ut Legatus Augusti pro sua unius auctoritate opus haberet, decreto *constituere*, ubi Opus esset. Imo facile ab omnibus Opoëntam, ab Hieronymonibus commemoratam, pro superstite, quam intuebantur, et cognomine urbe agnosci, par erat. Illud superfluum verbi O ap. Dodw. ortum e confusione cum seq. Q. In extremo v. 14. post *promontorium, quod*; ubi de relativo ap. Dodw. nihil nisi primae litterae vestigium, O rursus pro Q, invenitur, plures literas periisse, et majus spatium vacuum et minor literarum per totum versum numerus monstrant. Quae me permoverunt, ut *oppositum* insererem, naturam loci secutus, siquidem promontorium, *Tramachi* nunc vocatum, quod intelligi hic puto, citra Opoëntam situm, Cirrha Anticyram navigantibus vere oppositum est. Ante oculos habeo nitidissimam tractus hujus delineationem, qua Müllerus Cl. librum de Orchomeno, non invitis Gratiis, ornavit.

V. 15. Malo quodam omine Dodwellius *navigantes* in h. v. cum *litigantibus* confudit, non sine *noxa*; et re vera, si hucusque emendatio sine difficultate procedebat, hic facile correctori lis intendi potest. Interim de *navigantibus* dubitari nequit; sed, quae mox sequuntur, *citra noxam* (ap. Murat. *nobo*) ..... *asamisis ab eo rect* (ap. Murat. *recto*) — — *gore* impeditissima sunt, idque eo magis, quod hic, ubi quodammodocardo rei versatur, Muratorius post *recto* integrum versum plane omisit, a vocab. *monticulum* v. 16. ad vocab. *monumentum* v. 17., uti suspicor, delapsus. Palam est, verbum deesse, in quo, nescio, quid, de promontorio illo praedicabatur; praeterea in nectendis sequentibus novo, nisi fallor, verbo opus erat. Deinde circa voc. *noxam* magna difficultas locum habet. Etsi enim *noxa*, uti βλάβη, cf. inscript. Graec. v. 12. et

*ἀγος*, fortasse recte dici poterit, ita ut *citra noxam* locus sit, qui extra fines sacrae regionis, non sine noxa violandos, situs; vereor tamen, ut huic vocabulo, aut si quis, his ductibus insistens, *notam*, i. e. terminum, velit, multum tribui possit, cum Muratorii *nobo* mirum quantum discrepet. Dicam, quod sentio: fortasse ex utraque lectione eliciendum: *citra Opoëntam* —, ut urbis nomen, ap. Dodw. l. 14. in *obus* et *onen*.. latet. Quantum intelligo, urbs Opus non commemoratur, nisi ad describendum illud promontorium, circa quod locus fuisse videtur, unde recta linea, Delphos ducta, qui in hoc tramite ad urbem adscendebat, a dextra Anticyrensiis agros, a laeva Delphorum sacras regiones habebat. Hoc et naturae videtur consentaneum esse, et prodire ultro ex iis, quae v. 20. et ss. legi potuerunt. Proinde neque hic de *Musis* cogitare potui: nam etiamsi templa, sacella, aras, Musis sacras, ibi fuisse ultro largior, tamen, nisi integrum hic in utroque apographo versum excidisse statuas, non video, quomodo *Musis* aut *a Musis* nexui verborum unquam adaptari potuerit. Inde factum, ut *amussis* mihi in mentem veniret, et, propter illud *gore*, de *aggere* cogitandum videretur, qui *recta ad amussim linea* fines olim designasse diceretur. Quod si mihi in universum conceditur, de reliquis ad orationem jungendam e conjectura a me positis verbis non amplius disputo. Fortasse nexus ab aliis feliciter restitui poterit in summa re, vereor, ut probabiliora afferri possint. Vocabuli *amussis* terminationem mutare, nisi nefas duxissem, lubentius proposuissem: *ad amussin ab eo recto itur aggere* etc. usitatioe dicendi formula servata. Sed quis ignorat, quam multa insolentius dicta in inscriptionibus ferenda sint! Quae praeterea v. 16. vocabula restituumus: [*in app*]ellato sacra[t]o loc[o prope] templa Hieromnem[on]num esse], certa esse videntur; literae suffectae accurate explent lacunas, per puncta notatas, si forte *apellato* scriptum per simplex *p*; ut v. seq. si puncta respicis, *in ilo* fuit pro *illo*. Literas superstites intactas reliqui, excepto uno D in LOD, quod sanum esse nequit. Recurrentem terminationem in ablativ. *appellato sacrato* non nimis bene ad aures accidere, fateor; sed damnare propterea

nolim lectionem, quae Graecam phrasin ἐν τῷ καλουμένῳ ἱερῷ χώρῳ aperte redolet. De verbo *esse* licebit dubitare; et fortasse longius vocabulum legebatur, veluti *Hieromnemouum vocari* vel *vocatum esse monumentum*, etc.

V. 17. pro *ponticulo* Muratorii; Dodwellius recte *monticulo* conservavit, id, quod nexus verborum postulat; reliqua plana sunt, nisi quod post verbum *extant* propter exiguum literarum in hoc versu numerum (62.) additamentum quoddam, veluti: *lapides extant bīni*, vel *extant etiam nunc duo* jure quaerere possis; et numerale *duo* ex initio v. seq., ut ap. Dodw. legitur, speciose elicias. Etenim hic v. 18. opportune DVORYMMIN, i. e. *quorum in* pro Murator. *duo in* — exhibet. Mox *signatum* fortasse fuit *designatum*; certe ante *um* Dodw. non sex, sed septem puncta posuit. In fine an recte reposuerim: *accuratissime describit*, nescio; ad sensum simile quid deesse, certum est. Sed videndum, utrum participio *manenti* v. s. ap. Dodw. aliquid tribuendum, an meram hallucinationem pro Muratoriana, quam dedi, lectione, *manet cui*, esse statuamus. Et posset quidem, legi: *cui adhuc manenti vetustas fidem faciat*, videtur tamen alterum, ut simplicius, praefendum. Ut ut sit, conjunctivus *faciat* soloecismum sapit. In sequentibus magis atque magis lubrica redditur emendandi via; sensus tamen is, quem supra posuimus, per obscuram vocabulorum umbram satis fere dispicitur. Cum accusativum *eamdem inscriptionem* ex utroque apographo teneamus, in antecedentibus autem Graeca inscriptio, adhuc manens, memoretur, intelligitur, hic de Latina ejus versione, non amplius integra, sermonem ex lege oppositionis esse debere. Et quoad constructionem, accusativus *eamdem inscriptionem* ostendit, supplendam esse sententiam, a qua accusativus ille cum infinitivo pendeat. Jam cum in incondito illo literarum l. 20. ap. Dodw. superstium fasciculo ASAEINESO.OE levem participii *evanescens* et verbi *docere* umbram deprehendisse mihi viderer, subnata mihi est conjectura, supra posita, quae his certe desideriis omnibus facile satisfaceret. Pro

singulis vocabulis non disputo; sensum tantum spectavi, et probabilem orationis conformationem. Rursus ante dat. *adscendenti* deest nexus: quod ap. Muratorium antecedit — FESTVM et ap. Dodw. IANT, quod lego TANT, videtur mihi eodem redire, et continere verbum *manifestant*. Sed, cum rursus inter vocabb. *dextra* et *Anticyrensi-um* i. e. in fine v. 20. et init. v. 21. lacunam esse, saltem ex spatio ap. Dodw. vacuo clare intelligatur, neque v. 22. in fine integer sit, ut ex eodem apographo apparet, quae duplex lacuna multa multis modis variata continere potuit, consequens est, de initio totius sententiae, ante illud *manifestant*, nihil certi posse pronuntiari. Ita eadem fortasse probabilitate tentari poterit: [*Ut haec mani*]festant, *adscendenti, dextrá* [agri ponuntur] *Anticyrensi-um, laevá* *sacrae regiones Delphorum in tabellis* [*Hieromnemonum, ubi agger*]chonos *vocatur* etc. aut etiam: [*Haec mani*]festant, *adscendenti dextra* [ad aggerem agros] *Anticyrensi-um, laeva sacras regiones Delphorum in tabellis* [*Hieromnemonum poni, qui limes*] *chonos vocatur* etc. Idem haberi poterit, si quis *manifestum* vero propius existimaverit. Verbum addo de *tabellis* Hieromnemonum, uti *tabellis* clare scriptum reperitur ap. Dodwell. omissa tamen praepositione, quam praecedens M facile absorbere potuit. Certa mihi videtur haec lectio, cum Muratorianum SINTABIIS, per se sine sensu, recte spectatum, eodem ducat. Versatur autem tota haec inscriptio in eo, ut controversiam ex antiquis instrumentis, v. 9. et determinationibus Hieromn. dilucidet et componat, ut proinde *tabellae* Hierom. in quibus istae determinationes perscriptae, mihi aptissime commemorari videantur; et quodammodo ipsum inscriptionis initium pro hoc vocabulo pugnat.

Vocab. *chonos* v. 22. apud unum Muratorium habetur: sine dubio Graecum est, *χῶνος*, et, nisi magnopere fallor, *aggerem* significat. Apposite Hesychius T. II. p. 1570. *χῶνος· Βουβίς, τύπος, Βόθρυος*, ubi medium vocab. f. *τύπος* est, cf. Schneid Lex. Gr. in *χράνη*. Id. Hesych. habet etiam *χῶμος· χῶμα, σαρῆς*. Quod ad explicandum *χῶνος* junguntur *Βουβίς* et *Βόθρυος*, recte fieri videtur, siquidem

terra, ab hac parte effossa, ab altera in aggerem congeritur, ut utrumque, fossam et aggerem, ante oculos habeas: cujusmodi *χωῶναι*, ad agrorum limites designandos, etiam nunc in usu sunt. Quae si vera sunt, ut videntur, non nihil ponderis accedet conjecturae, qua v. 16. de *aggere* agi, suspicabamur. Et tantum quidem de Latinis!

Graeca inscriptio statim ab initio jacturam passa est, unde factum, ut constructio in prioribus verbis pendeat. Sed imprimis dolendum, periisse nomen ejus civitatis, quam inter et Delphos lis de finibus orta, hic judicatur. Cum literae extremae l. 1. AM et init. . 2. Σ.IX, ubi X ortum e Σ, ut haec in ead. l. *περὶ ἧX* i. e. ἧς, mox in *ἐκέλευXεν*, et l. 4. 5. rursus confusa, proxime ducerent ad Ἀμφισσεῖς, hoc nomen e conjectura repositum. Nam etsi fortasse, recens a lectione Latinae inscriptionis, Ἀντικιββαίους exsculpere velis, Graeca tamen, quae sequuntur, licet in dicendi formis simillima, rem quod attinet, nimis a Latinis discrepant, quam ut, de iisdem finibus agi, probabile sit. Elatea autem, a principio commemorata, et f. v. 13. non magis ad rem facit, quam Eleusis in inscriptione Latina. Praeterea videbimus, an v. 14. si recte ibi *ἐκ λιμένος* conjecimus, ad Amphissenses fortasse prae caeteris faciat. In literis proximis KA.ITA erat, cum de adjectivo cogitarem, pendente a genit. ἀμφισβητήσεως, ut *καινής*, sed, id quod dedi, e ductibus marmoris facilius prodire videtur. Verbo: *de lite Delphorum cum Amphissensibus nominatum, prae caeteris quidem, de finibus, de qua lite* etc. De reliquis hujus versus emendationibus non opus est, dicere. Certum etiam, v. 3. *κῆναι*, ubi I in fine ante Π facile negligi potuit, diphthongus autem, ut in multis inscriptionibus, et mox in Acilii nomine l. 7. factum, productum i significat. Ita Ἐξενύσιν infra videbimus in epigr., e schedis Fourmonti, a Welkero edito, pro Ἐξινύσιν. Et praeter faciliorem verborum structuram, ne *ἐκῆναι* rescribendum putes, Latina, quae jam supra comparavimus, *quibus judex datus* [sum] *ab opt. principe*, aliquo modo suadent. Neque sine exemplo fuerit *Ἡκατέρων*, quod pro *ἐκατέρων* paulo post in eodem v. scribitur. Denique E..N

nihil esse, nisi ἔνδον, quamquam puncta literis non respondeant, sequens genitivus abundè probat.

V. 4. ab initio plura periisse, vacuum spatium demonstrat. Nam praeter priores duo, aut tres versus, breviores in marmore, reliqui certe ab eodem fere limite coepisse, probabile est. Jam in literis ΜΑΟΩΝ, quis non videt, latere μαθών, confusis praeter Α et Λ. literis etiam Θ et Ο, qua de confusione, τῆς μέσης γραμμῆς διαφθοραῖσιν —, καὶ λεπτῆς ἰνὸς ἀπολωλείας, — ἢ καὶ κατ' ἀρχὰς ἀμύδρας γραφείσιν, insignis locus est ap. Galenum, T. V. p. 442. quem Villosius in Prolegg. ad Hom. II. p. XXXVIII. suum fecit. Ita pronum erat. supplere: καὶ τὰ γνωρίσματα, σήματα, σημεῖα πάντα μαθών, quod postremum praetuli, quia v. 16. vocab. σημεῖον invenisse mihi videbar. Proximas literas Ε.ΗΧΓΑ.ΠΤΗΣ nescio, an probabilius emendavissem ἐμῆς αὐτόπτης αὐτοψίας, vel ἐκ τῆς ταύτης αὐτοψίας; postremum simplicius, sed prius, ut coactum videri potest, ita rursus solemnem aliquam a genio linguae non alienam formulam redolet. Quod dedi, ἔ. τ. ἀγαπητῆς αὐτ., e desiderabili, et qua contentum esse oportebat, αὐτοψία proximum videbatur, etsi est, quod displiceat. In sequentibus καὶ τὴν ἀμφοτέρων ὑφήγησιν constructio non patitur, aperta emendandi via.

Transitus a l. 4. ad 5. πρὸς δὲ ἐντυχών etc. integer haberi postet, nisi spatium vacuum ante δὲ aliquot literas desiderabiles redderet; et ita aut προσέτι aut πρὸς τούτοις fuisse existimo. Sequens ΤΟΙΧ nihil esse nisi ΤΟΙΣ, literis Χ et Σ jam v. 1. permutatis, manifestum est; unde porro προφερόμενος in προφερεμένους mutandum. Particula τέ post ἀπίδειξιν, ubi rursus Χ male intrusum, orationem intendere mihi non videbatur; etsi neque illa particula, quam posui, multum placet. Sive vero sint εἰ εἰς ἀπίδειξιν γε αὐτῶν προφερέμενοι, οἷς ἐντύχε, testes rei, sive potius τὰ εἰς ἀπ. ἂ. γ. ἂ. προφερέμενα, verba respondent fere Latinis l. 9.: quae aut ex notitia hominum aut ex instrumentis — colligi poterant. Quae versum hunc cum seq. nectunt, facillime restitui potuerunt, importano Ι in ΕΠΕΙΝΩΝ in Γ et Υ in verbo ΠΕΡΙΕΤΑΒΟΝ in Α mutatis; finem lineae Ι.Υ non tam

TAT initium pronominis ταύτη continere, quam ETY i. e. ἔτυμα vel ἐτυμώτατα, spatium suadet, sensus requirit. Quae si probatione egent, probant Latina v. 10. *quae maxime visa sunt cum H. iudicio congruere, (ἐτυμώτατα in hac causa,) hac sententia comprehendi.*

Jam vero magna oritur dubitatio, quid e literis lacunosis ..E.E facias. Spatium expleret ὠδὲ γε, quae clausula praecedentibus verbis egregie conveniret: ἃ ἐπέγνων ἐτυμώτατα, ταύτη τῇ ἀποφάσει περιέλαβον ὠδὲ γε· et fortasse haec vera sunt. Sed sic non video, quomodo sequentia in aptam sententiam redigamus, cum omnia suadere videantur, ut τὴν ὑπὸ τῶν Ἱερ. γεν. κρίσιν praepositio antecedit, quacum nova sententia incipiat. Jam κατά γε τὴν ὕ.τ.Ἱ.γ. κρίσιν, ad sensum optimum, lacunae tamen parum respondet, et displicet praeterea, quia κατὰ τὴν Μ' Ἀκίλιε — γνώμην mox sine dubio reponendum habebimus. Ita factum, ut invitus μετὰ γε scriberem, parum mihi met ipsi satis faciens. Sed, si vel certa esset praepositio, tamen sententiae conformationem incertam manere, infra videbimus.

V. 7. Ab initio hujus versus non καὶ τὴν Μ' Ἀκ. sed κατὰ τὴν Μ' Ἀκ. κ.τ.Σ. γνώμην legendum esse, Latina evincunt, l. 2. ubi Hieromnemes consecratas regiones Apollini Pythio *ex auctoritate M' Acilii et S.* determinavisse dicuntur. An v. 8. a lacuna incipientem, propter relictam vocabuli terminationem ων, recte expleverim Ῥωμαίων, alii videant. Nisi quis nomen Imperatoris, velut: ὁ μέγιστος Αὐτοκράτωρ Νέρων cupidius hic quaerere velit, nescio, quid melius conveniat. Versum 8. a fine non integrum esse, spatium a literis vacuum monstrat; quid autem hic substituendum et quomodo seq. v. legendus, id pendet a conformatione, quam toti sententiae fuisse fingimus: quod quam ambiguum sit, jam supra significavimus. Etenim, si quis l. 6. urgeret: ταύτη τῇ ἀποφάσει περιέλαβον ὠδὲ γε· posset is orationem fortasse ita continuatam opinari: τὴν ὑπὸ τ. Ἱερ. γεν. κρίσιν —, συναμολογήθη, ταύτην εἶναι τὴν ἀφορίζουσαν τὴν ἱερὰν γῆν τοῦ Ἀπέλλωνος — ἔχειν δὲ etc. provocans ad verba Latini exempli v. 4.

neque veniret in dubium inter Anticyrenses quodve et Delphos, (igitur συναγωγὴ γήθη) — ea sententia stari oportere. Sed quaecunque hac via excogites, vereor, ut praeferenda sint iis, quae supra posui. Ita vero participium, ut νομιζομένην vel fort. καλουμένην ad describendam hanc terram sacram, necessarium videtur.

De initio v. 9. vix poterit dubitari, et quod lacunam sequentem attinet, vides, literas a me substitutas numero punctorum exacte respondere, si εν κει transponis in ν ἐκεῖ Caeterum licebat etiam: ἔξειν δὲ καὶ ὄρον, si τὸν ὄρον propter articulum, quem equidem defendam, parum placeat. Si minus religiosus fuisset, praetulisset fortasse, quod uni tantum puncto non satisfacit: ἔξειν δὲ σημείον τὴν ἐν κείνῃ (sc. γῆ) κρήνην etc. Sed cum sic et in hoc versu et in seq. numerus literarum nondum plenus videri possit, erunt, puto, qui fontem hunc magni momenti propius descriptum mecum cupiant, ut facile e v. 11. scribas τὴν ἐν κείνῃ τῇ γῆ, vel ἐκεῖ οὖσαν κοίλην κρήνην. Ad fontem enim hunc, tanquam terminum certissimum, omnia revocari, e ll. 11. 12. apertum est, ut residuum illud νην ante ἀρέσκει v. 10. non possit non deficientem jam jam κρήνην monstrare. Futurum ἔξειν retinui, quod a re non abhorret, et lit Z paulo propius accedit ad Z quod in lapide inventum; sed neque ἔχειν spernendum fuisset. Verto locum ita: *Post factam ab Hieromnemonib. ex auctoritate M' Ac. et S. determinationem, ———, convenit inter omnes, hanc esse terram, quae sacra habetur Apollini —, et placet, in posterum habere pro termino fontem, qui ibi est —, secundum factam coram Hieromnemonib. demonstrationem.* Quam in hac versione postremo loco dixi demonstrationem, exprimere puto, ἀπολογισμὸν, quod vocab. in Graecis supplevi. Maluissem ἀφορισμὸν, ut est v. 13. nisi id literae Π superstitis mutationem postulasset. Participium γεγενημένον lacunam accuratissime explet.

V. 11. Verba, quae sequuntur ἢ τίς ἐστὶν πέτρα κ. τ. λ. si qua probabilitate a me, quod spero, emendata sunt, non cohaerebunt cum.

reliquis, neque convenire videbuntur tenori hujus decreti, nisi iis particulam allegatam ex ipsis antiquis Hieromnemonum determinationibus contineri statuamus: cujusmodi citationi antecedentia quam maxime favent. Manifestum etiam, circa ἀφορισμοῦ vocabulum v. 13. mutari rursus constructionem, ut decreti praesentis verba ibi continuari agnoscas. Quae cum ita essent, distinxī laudata illa verba, signis, quibus in tali re utimur, adpictis. Sed videamus jam singula! Et ne quis mihi statim a principio circa illud Η, quod ἦ scripsi, scrupulum faciat, semel saltem moneo, vocalem, subscribi solitam, in toto hoc monumento plane negligi. Quod retineri non poterat ἐρχουσα, una litera addita, mutavi in id, quod sequentia suadebant, ἐξέχουσα ὑπερ κοίλην κρήνην; et in promptu est, quam facile ΕΞΕΧΟΥΣΑ in ΕΡΧΟΥΣΑ corrumpi potuerit. Operosius fuisset scribere πέτρα ἀνέρπουσα, aut ὑπερέχουσα, etsi et hoc utrumque suam probabilitatem habuisset. Lectionem κοίλην κρήνην probat v. seq. ubi μέχει τῆς προσειρημένης κρήνης liquido exaratum habetur. Mox mirum profecto foret, si quid lacunae X..ΑΑΡ..... melius responderet, quam χῶρα ἀρχεται, imprimis cum sequens pronomen ita aptissime sequatur. In fine scripsi ἐστίν, licet sequente consonante ab initio v. seq. quia γ ἐφέλευστικὸν ubique in hac inscriptione sic addi observaveram, ut in hac ipsa lin. ἐστίν πέτρα, l. 2. ἐκέλευσέν με, l. 8. ἐτήρησεν συν. Sed cum legis formam iudicium illud Hieromn. prae se ferre potuerit, fuit fortasse ἦν ἔστω —.

Quae in fronte versus 12. tentavi, non ab omni dubitatione libera esse, fateor ipse. Sed describenda erat regio, ut sancta, quam colere nefas esset; verba ΒΑΑΒΗΑΡΟΤΡΕΥΕΙΝΜΕΧΡΙ non nimis discrepant ab iis, quae e marmore afferuntur ΒΑ..ΑΤ.ΤΕΥΟΥΜΕΧΡΙ, ubi P inter T et E, et N ante M facile omitti potuit; denique βλάβη, ad quod vocab. maxime faceret illud *citra noxam* in inscript. lat. v. 15. si satis tutum esset, vide an Suidae auctoritate speciosius fortasse quam verius tuearis, T. I. p. 435. βλάβη, καὶ βλάβος, οὐδετέως τὸ ἀμάχημα. Latine recte dixeris: *Quam noxa,*

*periculum est, arare.* De reliqua hujus versus lectione, quis sine loci *αὐτοψία* certi quid pronuntiare audeat? Dedi id, quod sine violentia e vestigiis literarum effingi posse videbatur, ut *ΕΠΙΠΡΟΣΩ* ex *Τ.ΙΤΡΟ.* et, si dicebatur *χώρα ἀρχεται*, dicendum etiam, in quantum porrecta fuerit. Articulus ante *Δελφῶν* nomen non facile fuit, quia in tota inscriptione *Δελφοί* sine articulo dicuntur. Quid igitur praeter praepositionem? sed quam?

V. 13. offendit *Ἐλατείας* mentio. Certe fontem urbis Elatae, toto Parnassi jugo a Delphis et Amphissa disjunctae, non expectabamus in hac finium inter Delphos et Amphissenses determinatione commemorari. Sed multis sane de causis remotus etiam fons, nescio, quis, nomen ab hac urbe habere potuit; imo fortasse ne cogitandum quidem de hac urbe, et fuit *κρήνη ἔλατεια*, inter abietes forte scatens, aut *ἐλαχεῖα*, vel simile quid. Mox nescio, an probabilius scripsissem *ἐν πεδίῳ*, vel *ἐν πεδινοῖς*: nimis enim haec incerta. Non certiora sunt, quae sequuntur, nisi quod palam est, decreti praesentis verba, ut jam monui, hic rursus incipere. Et qui *ΤΟΣ* urgere, mox vero in punctis numerandis non ita difficilis esse velit, transitum illum significantius adeo notatum credat in hunc modum: *Οὗτος ἀφορισμός· οὗ σημεῖα νέα* etc. Piget enim describere, quae, ut probabilia sunt, evinci tamen et demonstrari nunquam poterunt. Monstrum lectionis v. 14. *ΑΣΤΡΥ* oriri potuit, si *I* in *Υ* transierat; ita *VT* ex *IL* ortum in Lat. inscript. ap. Murat. v. 23. in fine. V. 15. ante *θαλάσσης* fortasse articulus supplendus, quia a fronte quaedam literae decesse videntur; in sequentibus erat, cum tentarem: *ἵνα ἀτραπιτοῖς τις ἐκκομίζεται ἐκ τοῦ πεδίου* vel *ἀπὸ τῆς θαλάσσης ἄνω, ἢ ἀτραπιτοῖς ἐκκομίζεται* etc. eadem sententia: *adscendenti* (cf. Lat. inscript. v. 20.) *vero e portu a mari per semitas, qua parte exitur e planitie* etc. Et quamquam sic mirum manet, in tribus proximis vocabulis ter *N* in fine perperam positum esse, haec tamen non melius procedent, si quis in *ΤΡΙΠΟΙΣ*, tripodes quaerat, veluti: *ἄνω, ἢ τρίποσιν κεκόσμηται τὸ πῆδιον.* V. 16.

novum videtur *εὐωνυμίας*, pro *εὐωνύμως*, sed defendendum simili forma *εμωνύμιος*, ut *ἤσος εμωνυμῆ* in Aristot. epigr. An. Br. I. p. 179. De reliqua inscriptionis parte non vacat, verba facere.

Haec habuimus, quae ex nostris quidem copiolis ad illustranda haec a Dodwellio edita antiquitatis monumenta conferremus. Nam Mitylenaeum illud *ψήφισμα*, Vol. II. p. 519. editum, in quo *διαλύσεις* quaedam, de quibus inter Regem et civitatem convenit, enarrantur, praestat intactum relinquere, cum praeter aliquot Doricas formas, non nimis rarās, forte fortuna expiscandas, in restituendo lacero corpore oleum et operam perditurus sit, qui haec sanare cupiat.

Quo consilio nos in hujusmodi inscriptiones inquirere coepimus, eodem aut simili Welkerus, V. Cel. in libello Academico, supra p. 665. laudato, fasciculum epigrammatum Graecorum, quae sparsim aut in libris editis, aut in schedis amicorum latebant, emendatius edere conatus est. In quo conamine id, quod uni non cessit, profligari fortasse poterit a conjunctis duorum viribus.

Epigramma 3. e schedis Fourmonti, editum a Welkero pag. 4. ita :

ΦΙΛΟΝΩΛΕΣΑΠΡΙΚΚΟΣ  
 ΕΒΔΟΜΟΝ...ΚΕΤΟΣΚΑΚΟΝΗΛΥ  
 .ΔΗΤΟΤΕΓΑΡΜΕ  
 ΔΑΚΡΥΟΕΙCΑΙΔΗCΣΥΝΕΡΕΙΑ  
 CΙΝΗΙCΤΩCΕΝ  
 ΤΥΜΒΟΣΔΕCΤΟΝΟΕΙCΟΔΕ  
 ΙCΧΕΙΟCΡΑΤΕΤΥΚΤΑΙ  
 ΑΓΧΟΥΝΤΜΦΑΩΝΟΘΕΝΑ..  
 ΑCΤΥΑΘΗΝΗC  
 ΠΑCΙΝΑΓΤΕΛΕΕΙΝΝΕΠΑΡΟ..  
 ΕCCONΕΝΟΙCΤ

Relicta lacuna v. 2. inter *εβδόμεν* et *ετος*, et v. 3. inter *Αιδης* et *ἡστῶσεν*, editor Cl. suspicabatur Fourmontum quaedam perperam le-

gisse, ut lit. K ante ἔτος v. 2. In eod. v. supplevit ἤλυθε, et in postremis dedit:

ὄθεν ἀεὶ ἄστυ Ἀθηνῆς  
πᾶσιν ἀγγελέειν με παροῦσιν τ' ἔσσομένοισ τε.

Praeter initium carminis, ubi dimidium hexametri periit, et emendatio ultra probabilitatem non assurgit, reliqua mihi satis certa ratione ita videntur restituenda esse:

[Φεῦ, Φεῦ, ἀκύμορος βίοτον] φίλον ἄλεσα Πρίσκος,  
ἔβδομον [ὀπρόκ' ἔτος κακὸν ἤλυθε] δὴ τότε γάρ με  
δακρυόεις Αἴδης σὺν Ἐρι[νύ]σιν ἤιστωσεν  
τύμβος δὲ στονόεις ὄδε [γ] ἴσχει, ὅς β' α τέτυκται  
ἀγχοῦ Νυμφάων, ὄθεν ἀ[γλαδὸν] ἄστυ Ἀθηνῆς  
πᾶσιν [ἴδ] ἀγγελέειν με παρό[ν]τεσιν] ἔσσομένοισ τε.]

De primo versu nihil dico. V. 2. vides, illud K ante ἔτος fundum habere, si auctor carminis circa dialectum non nimis difficilis erat. V. 3. literae superstites EPEIA et mox in seq. lin. CIN monstrant, in marmore fuisse EPEINYCIN, i. e. Ἐρινύσιν, ubi diphthongus productum, significat, quod plurimi huic vocabulo tribuerunt, cf. Jacobs. ad Anthol. Palat. T. III. p. 258. Et ad rem facere Erinyes in luctu pueri, idem Jacobs. docebit ad aliud e schedis Fourmont. epigramma in Analect. lit. I. p. 100. ubi Ἀληκτώ, quod vocab. primam producit (Lucian. Tragop. γ. 6.), non debebat Colutho obtrudi in loco, quem nondum poenitet tractasse in programmate (Petrop. 1818.), quod hunc poëtam cum Musaeo tangebatur, p. 12. Scripseram in Colutho v. 240. sq. de Hyacintho:

ὄν ποτε κουρίζοντα σὺν Ἀπόλλωνι νοήσας,  
δῆμος Ἀμυκλαίων ἠγάσσατο, μὴ Διὶ Λητώ  
κυσσαμένα, καὶ τοῦτον ἀνήγαγεν.

Ita particip. hoc est in fragm. Hymni Hom. ap. Ilgen. p. 667. v.

4. ap. Nonn. Dionys. VII. ult. et κύσσατο in fragm. Euphorionis in Etym. M. s. Εὐρυκώσσα

ἄσσοις εὐρυκώσσα Τυφάονι κύσσατο Κητώ.

et, quo sensu Coluthum dixisse putabam ἀνήγαγεν, est ap. Lucian. Tragopod. v. 8. εἰς Φῶς ἀνήκεν, cui praecedens v. 4. ἐξεγείνατο respondet.

Redeo ad epigramma, unde digressus sum. Ubi quod attinet particulam γέ, quam v. 4. interposui, ne metro tantum gratificatus esse videar, observandum, secundum literarum in marmore dispositionem videri literam excidisse. V. 5. quod reposui, ἀγλαὸν ἄστν, solemne est epitheton, versui egregie conveniens. Minus fortasse certa est emendatio v. ult. πᾶσιν ἴδ' ἀγγελέειν etc. omnibus vide me et praesentibus et futuris (viatoribus) annuntiatum. Certe post IN facile ΙΔ excidere potuit, nisi fortasse infinitivus ἀπαγγελέειν ab omisso in fine versu pendebat. Fingo mihi sepulcrum circa fontem et ad viam, paulo remotius ab urbe situm, unde, primum, in quod viator incidit, urbem quasi annuntiat.

Carmen 6. ap. Welk. p. 6. Κυζικός ἦν μία πᾶσι πατρίς, κ. τ. λ., e marmore Messanensi depromptum, et a multis jam tentatum — longam historiam vide ap. Welk. et quem citat, Leichium —, medio imprimis disticho laborat, quod ita scriptum circumfertur :

ΑΥΤΟΣΕΧΕΙ  
 ΗΘΗΣΕΝΚΑΙ.  
 ΤΕΤΡΕΛΥΓΡΟΙΣΜ.  
 ΜΑΤΑΜΥΡΟΜΕΝΟ.

Nullam supplendi rationem satis placere, profitetur nuperrimus editor. Leichius non tantum hoc, sed sequens quoque, integerrimum, distichon corruptit. Pentameter certissima conjectura restitui potest, et hic Leichius adeo partem veri tetigit; sed initium hexametri incertum est. Suspicio totum carmen ita fere scribendum esse :

Κυζικὸς ἦν μία πᾶσι πατρὶς, καὶ Μοῖρα δὲ πάντας  
 ἄλλωσεν ἢ θεούς, ᾧ παροδίτα, μία·  
 [δῆμος δ' αὐτὸς ἔχευ', [ὁ] ποθῆς ἔνεκ' αἰ[λινον αἰεὶ]  
 [δάκρυσι] τέγξε λυγροῖς [ὄ]μματα μυρόμενος,  
 οὗ τὸ καλὸν κοσμεῖ περικείμενον οὐνομα τύμβους,  
 οὗ γλυκὺς ἔσθ' ἡμῖν κἄν Φθιμένοισιν ἔρως.

Nisi nomen patriae, ab initio etiam propter v. 5. necessarium existimarem, ferrem *σίζυγος*, et amplecterer lubens, quae Reyna ad explicandam rem e Pausan. V. 25. 1. attulit. Sed lectioni *ἄλλωσεν* nolim patrocinari, quae forma, si daretur, produceret, *πύτο*, mediam vocalem, uti *ἔλυσεν*. Sed quia vocabulum in lapide divisim scriptum, ΩΛ in fine lin. 2. et ΑΥΣΕΝ initio lin. 3. facile fieri potuit, ut Α utrimque et bis scriberetur; Υ autem et Ε non semel confusa. Patriae, popularium, aut civium mentionem in medio disticho fieri debuisset, oeconomia carminis postulat, quia ad patriae nomen omnia revocantur. Patrem enim si quis quaereret — et legi posset eadem via, sed deteriore versu :

χῶματα δ' αὐτὸς ἔχευε πατῆρ, ὁ ποθῆς ἔνεκ' αἰ αἰ  
 δάκρυσι τέγξε λυγροῖς ὄμματα μυρόμενος, —

nomen tamen patris frustra quaereret; et sententia postremi distichi ita est comparata, ut, nisi de patria, hac veritate dici non possit. Haec me permoverunt, ut *δῆμος* scriberem, quo admissio, pronomen relat. οὗ v. 5. 6. jam demum vere supra omnem controversiam positum apparet. Ad verbum *ἔχευε* vero *χῶμα*, *σῆμα*, *τύμβον*, quae apud Hom. addi solent, Il. β. 222. δ. 584 μ. 14. hic commode suppleri posse puto, quia v. 5. *τύμβους* sequitur, et verba ipsa tumulo inscripta sunt. Sed si vel sic necessarium putas ejusmodi substantivum, lege per me

σῆματα δ' ἀστὸς ἔχευ', ὁ ποθῆς ἔνεκ' αἰλινον αἰεὶ —

singulari pro plurali posito: *cives*, *populāres*. In pentametro pafam est, quam facile Γ in Υ transire potuerit, ut statim in proximo penta-

metro ΙΛΥΚΥΣ scriptum pro ΓΑΥΚΥΣ. Sed quia in vocab. ὄμματα prima litera deest, et post proximum M lacuna notatur, ut, si haec ita in marmore conspiciantur, illud M e duabus literis ΔΑ conflatum videri possit, praestat fortasse, pentametrum ita concipere :

τέγξε λυγροῖς δα[κρυοῖς] ὄμματα μυρόμενος

cui majorem probabilitatis speciem concilies e Muratorio et Reyna, ubi editur :

ΤΕΥΞΕΑΤΡΟΙΟΝ : ΙΟΙΟ

aut

ΤΕΥΞΕΑΥΤΡΟΙΟΝ . Ν . ΤΟΙΟ

Sed versus suavius ad aures accidisset, si a δάκρυσι incepisset, elegantiore verborum structura.

In epigr. 7. p. 7. tertius versus, transpositis verbis, ita legendus videtur :

Τμώλου ἀπ' ἀμπελόεντος ἔχω δὲ καὶ ἐν κλέος ἀστοῖς.

de praepositione ita a casu, quem regit, disjecta, cf. si tanti est, Matth. Gr. Gr. §. 595.

Epigr. 12. p. 10. e schedis Zoëgae ita editum :

ΚΕΙΜΑΙΟΕΜΟCΑΝΗΡ  
ΒΙΟΤΗΤΑΝΕΟCΤΕΛΕCΣΑC  
ΚΑΙΓΑΙΗΝΠΙΑΤΕΩΝΚΑΙ  
ΚΥΜΑΤΑΝΗΥCΙΠΕΡΗ  
CΑCΑΥCΟ  
ΝΗΓΑΙΗΤΕΡΜΑΒΙΟΥ  
ΘΕΜΕΝΟC

Distichon tantum agnovit, fortasse aliunde mutuatum, praefixis verbis, soluta oratione scriptis, Cl. editor. Sunt duo hexametri, subsequente pentametro, quod non rarum in his epigrammatibus. Legendum :

Κοιμάου, οὔμος ἀνήρ, βιότῃτα νέος τελεώσας,  
καὶ γαίην πατέων, καὶ κύματα νηυσὶ περήσας,  
Αὔσονίη γαίη τέρμα βίου θέμενος.

Qui marmor inspicere posset, inveniret fortasse scriptum ΚΕΙΜΑΥ-  
ΟΟΕΜΟC, transpositis diphthongi literis ΟΥ; et si lapis lunatum  
sigma C prae se fert, exspectes etiam Ε, unde ΕΙ et ΟΙ simillima  
redduntur. Sine dubio autem exaratum erat ὁ ἐμός, ut in similibus  
saepe, — quod, quomodo legendum, lectori permittitur, — nominativo  
Attice, loco vocativi, posito, cf. Matth. Gr. Gr. §. 312. Sed for-  
tasse ductus lapidis ducerent ad κεῖσό μοι, οὔμ. ἀν. quae itidem  
transpositione nituntur. Futurum κείσεαι nolim mihi obtrudi, quia  
suavior est sententia cum imperativo: *recumbe tandem et quiesce*  
*tu, mi marite, post longas terra marique vias* —! Unum, quod  
offendit, est particip. πατέων, quod non debebat praesens esse; excu-  
satur tamen quodammodo, quod praecedenti τελεώσας jungi potest,  
ut in constructione verbi διατελέω, διετέλει τὸν βίον, γῆν πατῶν.

Postremum ex illis a cl. Welkero tractatis epigrammatibus —  
de reliquis alibi dico, — sit elegans carmen sepulcrum p. 11. n.  
15. jambicum in Apionem, quod Taylor Combius in *Archaeologia*  
*or Miscell. Tracts relating to Antiquity* Vol. XIII 1800. p. 280 —  
289. editori Bonnensi suppeditavit. Laborat in duobus potissimum  
locis, v. 1. et 3. ubi οὖν θάλε, vel quod Welk. in mentem venit θά-  
νε, et καίτοι omnem sensum pervertit. Nisi magnopere fallor, to-  
tum carmen sic est legendum:

Τίος Βίωνος, Ἀπίων μὲν οὖν θάδε,  
ἀτεκνος, ἄωρος, εἴκοσι πλήσας ἔτη,  
καὶ τρεῖ ἐπὶ τούτοις, οἰκτρὸς ἐν τρισὶν ἡμέραις  
θανῶν, ποθεινὸς τοῖς γονεῦσι γενόμενος,  
5. ᾧ παστὸν εὐθεῖς, οὐχ ὑμέναιον ἤσέ τις,  
οὐ λαμπὰδ' ἤψε νυμφικὴν γόοισι δὲ  
καὶ δακρύοις πολλοῖσιν ἐνθάδ' ἤγαγον.

οὐπὲρ κατοικεῖν δεῖ με τὸν λοιπὸν χρόνος·  
 μάλλον δὲ κλαύσας, πάροδε, τὴν ἐμὴν τύχην,  
 10. βαῖν', οὗ φίλον σοι, καὶ τύχοις, ὅσων θέλεις.

E v. 8. patet, mortuum ipsum loquentem in epigrammate fingi, unde consequens est, nullum θάλε vel θάνε, nullam personam tertiam, ferri hic posse. In lectione, quam dedi, supplendum Απ. εἰμι ὁ ἐνθάδε, ego, qui hic in sepulcro conditus (σὺν ταφῆσι in Corcyraeo illo epigr. sepulc. v. 3. quod omnium primo loco tractavimus), *superne sculptura expressus sum*. Nam supra inscriptionem, scribit Welkerus, rudi artificio insculptus est juvenis, tunica succincta indutus, pallio ex humero dextro suspenso, equum tenens. Facit ad emendationem v. 7. ἐνθάδ' ἤγαγον, οὐπὲρ κατοικεῖν δεῖ με τὸν λοιπὸν χρόνος, in aeternam domum. Mutatio fere nulla est, et intelligitur, cur haec corrumpi potuerint. Non magis dubitandum de altera emendatione, cum καίτοι neque sententiae, neque metro conveniat. Vixit viginti tres annos, et sic demum ἐπὶ τούτοις recte se habet. Quod sequitur, εἰκτρὰς ἐν τρισὶν (ap. W. τρισὶ) ἡμέραις θανών, habet fortasse aliquam ambiguitatem: intelligo juvenem, repentina morte, cum per tres tantum dies laborasset, flebiliter e vita sublatum (*in 3 Tagen gesund u. todt.*). Si quis, mortis per triduum durantes cruciatus intelligere vellet, plura desiderari possent. Fuit tamen, cum suspicarer, scriptum fuisse εἰκτρὰ σὺν τρισὶν ἡμέραις θανών, i. e. εἰκτρὰ θανών, πλήσας etc. De forma αὐθεῖς v. 5. vide Lobeck. ad Phrynich. p. 181. seq. Nove dictum πάροδε v. 9. offendit propterea, quia illud tam facile evitare potuisset auctor, scribendo: μάλλον δὲ κλαύσας, ᾧ παροδῖτ' ἐμὴν τύχην, ut similis est v. 5. Caeterum vide, ne ante v. 9. versus exciderit.

Accedimus, jam ad ea epigrammata, quae Koehleri beneficio debentur, inedita, nisi fallimur, quae coronidis loco habeantur. Quaecunque hic sequi vides, Ill. Akerblad e Gellii schedis transcripta, cum Koehlero nostro communicaverat. Pataris inventum dicebatur epigramma ita scriptum:

ΤΟΝΔΟΠΑΛΜΙΣΠΡΟΦΥΛΑΣ  
 ΑΜΜΩΝΙΟΣΕΙΣΑΤΟΒΩΜΟΝ  
 ΑΥΤΟΣΕΤΙΖΩΣΑΣΤΟΓΛΥΚΤ  
 ΦΕΝΓΟΣΟΡΩΝ  
 ΗΡΙΟΝΟΦΡΑΓΕΝΟΙΤΟΓΟΝΩ  
 ΜΑΙΑΣΚΛΥΤΕΚΟΥΡΕ  
 ΕΡΜΕΙΗΠΕΝΠΟΙΣΧΩΡΟΝ  
 ΕΠΕΥΣΕΒΕΩΝ.

Haec legi non possunt, nisi in hunc modum :

Τόνδ' ὁ παλαιστροΦύλαξ Ἀμμώνιος εἴσατο βαμῶν,  
 αὐτὸς, ἔτι ζῶας τὸ γλυκὺ Φέγγος ἐρῶν,  
 ἥριον ἔφρα γένοιτο τόν, ὃ Μαίας' κλυτὴ κοῦρε,  
 Ἑρμείη, πέμποις χῶρον ἔπ' εὐσεβέων.

Non ignota res est παλαιστροΦύλαξ, vel, ut ab aliis dicitur, ἐπιστάτης παλαίσματος; Aelian. Var. Hist. VIII. 14. T. I. p. 420. ed. Kühn. Διεγένης ὁ Σιωπεὺς ἔτε λοιπὸν ἐνόσει ἐπὶ θανάτῳ, ἑαυτὸν Φέρων μόνον ἔρῃψε κατὰ τινες γεφυρεῖν, πρὸς γυμνασίῳ ὄντες, καὶ προσέταξε τῷ παλαιστροΦύλακι, ἐπειδὴν αἰσθῆται ἀποπεπνευκῶτα αὐτόν, ἔρῃσαι εἰς τὸν Ἰλισσόν. Plura si cupis, vide, quos citat. Pitisci Lexic. s. voc. *Xystarchus*. Monstrousa lectio nititur similitudine literarum T et I. M et AA vel ΛΛ, etsi etiam simplex A, si quando ornatus cum apicibus scriptum, facile pro M haberi potest. Vid. Dodwellii Alphabet. palaeogr. Quod βαμῶν pro sepulcro futurus est Ammonio, vide illustratum a Jacobs. Comment. ad Anthol. T. III. B. p. 261. et in notis ad Anth. Palat. p. 922. Ita egregie Simonides in illustri fragm. 15. An. Br. T. I. p. 124. dixit βαμῶν δ' ὁ τάφος, πρὸ χερῶν δὲ μνάστις, ὃ δ' εἰκτες ἐπαινῆς.

V. 2. in ΖΩΣΑΣ alterum Σ redundare, et v. 3. ΓΟΝ mutandum fuisse in ΤΟΝ, non est, quod moneam.

Mira est inscriptio altera, quam Aphrodisias (?) obtulisse dicitur in schedis, conflata, ut videtur e tribus plane diversis monumentis. Brevitati studens, descripserat eam Koehlerus literis minoribus nostris, non nisi in locis lectu difficilioribus, quae non inter scribendum expediri poterant, literis majusculis, ut e monumento descriptas invenerat, usus.

Describo totum, uti legendum videtur :

Φλ. Κωνσταντῖνον, τὸν λαμπρότατον ἡγεμόνα, Βουλὴν καὶ ὁ δῆμος, μετὰ τῶν ἄλλων ἔργων καὶ τὸ τεῖχος ἀναστήσαντα —.

- Ὀλυμπήνη καὶ  
τέκνοις ἡμῶν Αὐρηλίοις,  
Ἐντίμῳ καὶ Νικοστρά-  
τῳ καὶ Ἡφαιστίῳ,  
5. καὶ τῇ ἔσομένῃ  
ἐκάστου γυναικί,  
καὶ τοῖς ἐξ αὐτῶν τέ-  
κνοις καὶ ἐγγόνοις,  
ἐξ ὧν εἰ ἀρρένες γέ-  
10. νωνται, καὶ τῇ  
ἔσομένῃ ἐκάστου  
γυναικί, εἰ δὲ θή-  
λειαι γένωνται, καὶ τῶ ἔσο-  
μένῳ ἐκάστη ἀνδρὶ, καὶ εἴ τι-  
15. νι ἐγγράφως ἐπιτρέψω· εἰ δὲ τις  
τολμήσῃ βιάσασθαι καὶ κηδεύσῃ  
τινὰ, δώσει τῶ ἱερωτάτῳ Φίσκῳ  
\* Ἐ καὶ τῇ πατρίδι μου ἄλλα \* Ἐ  
ὁ δὲ ἐλέγξας, ἀμφοτέρων τὸ τρί-  
20. τον λαβέτω.

Ἄπαντα πράξεις εὐτυχῶς, θεὸς λέγει·  
Βοηθὸν ἔξεις μετὰ Τύχης τὸν Πύθιον,  
Γῆς ὅς τέλειον καρπὸν ἀποδώσει πόνων·  
Δύναμις ἀκαιρος ἐν νόμοισιν ἀσθενής·  
Ἔργα δικαίων ἐκ γάμων ἰδεῖν σποράν·  
Ζάλην μεγίστην Φεῦγε, μή τι καὶ βλάβης·  
Ἥλιος ὄρα σε λαμπρὸς, ὅς τὰ πάνθ' ὄρα·  
Θεοὺς ἀρωγούς τῆς ὁδοῦ ταύτης ἔχεις·

- Ἰδρῶτες εἰσι· πλὴν ἀπάντων ἐπιέση·
10. Κύμασιν ἀγεσθαι χαλεπὸν ἀναμνεῖν [αι δὲ δεῖ]  
 Λαγῶς διελθῶι, πάντα σημαίνει καλῶς·  
 Μοχθεῖν ἀνάγκη· μεταβολὴ δ' ἔσται καλή·  
 Νικηφόρον δῶρημα τὸν χρησμὸν τέλει·  
 Ξηρῶν ἀπὸ κλάδων καρπὸν οὐκ ἔσται λαβ[εῖν]·
15. Οὐκ ἔστι, μὴ σπεύραντα θερίσαι κάρπιμα·  
 Πολλοὺς ἀγῶνας διανύσας, λήψη στέφος·  
 Ῥᾶν διάξεις, ἔτι βραχὺν μείνας χρόνον·  
 Σαφῶς ὁ Φοῖβος ἐννέπει· μείνον, φίλε·  
 Τῶν νῦν παρουσῶν συμφορῶν ἔξεις [λύσ]ιν·
20. Ὑπόσχεσιν τὸ πρᾶγμα γενναίαν ἔχει·  
 Φαύλους τι πράξας, μετὰ χρόνον μίμψη θεοῖς·  
 Χρυσοῦν ποιήσεις, χρησμὸν ἐπιτυχῶν, φίλε·  
 Ψῆφον δικαίαν τήνδε παρὰ θεῶν ἔχεις·  
 Ὡμῆι ὄπωραν εἰ λάβης, οὐ χρήσιμον.

Uno tenore scripta erant in schedis, quae hic, ut res flagitabat, in tres partes, distinxi. Primum aut fragmentum est decreti in honorem Fl. Constantini, viri de civibus bene meriti, aut fortasse integrum epigramma, statuae ejus subscriptum, cui nihil deest, nisi verbum ἔστησεν vel simile, facile subintelligendum. Nomen scriptum in schedis ΦΛΚΩσταντινον; mox ἡγεμον, quod non videbatur in ἡγεμών mutari posse.

Sequitur inscriptio sepulcri, ab initio mutilata. Pater familias, Aurelius quidam, ut videtur, vivus sepulcrum sibi atque suis fecit et consecravit, ut exordium periisse videatur hujuscemodi: [— Αὐρήλιος — ζῶν τὸ μνημεῖον κατεσκευάσα ἐμαυτῶ καὶ τῇ γυναικί] Ὀλυμπήνη etc. Quae sequuntur integerrima sunt: nihil a me additum praeter subscriptum, hic et in seqq. jambis neglectum. Sed Ἡφαιστῖω v. 4. nescio, an recte dederim; fortasse fuit Ἡφαιστῖωνι. Praeterea Ἐντείμω scribebatur et Νειμοστράτῳ v. 2. V. 9. in schedis erat: ΕΞΩΝ, i. e. ἐξ ὧν ut scripsimus; e quibus (liberis et nepotibus) si mares nati fuerint, etiam futurae uniuscujusq. uxori etc. Quod attinet formam consecrationis et mulctam, fisco et civitati pendendam ab eo, qui alium mortuum inferre ausus esset, compara, quae similia laudantur ap. Murator. in ind. Thes. Vol. IV. p. MMCCXIII. s.

Toto coelo discrepant jambi, qui tertium locum obtinent. Sunt γνώμαι μονόστιχοι, quas frustra in Brunckii Gnomiis et Analectis quaeras, singulae a singulis alphabeti Graeci literis (ut fere hymni illi in Anthol. Pal. T. II. p. 185. ss.) incipientes. Quae quomodo tanquam oraculum (χρησμών habet v. 18. et 23. et pertinet huc, quod v. 1. θεός (v. 18. φοίβος) λέγει, et v. 2. Πύθιον legimus;) spectari potuerint, non satis video, ut fortasse mysticis marmoribus, de quibus nuper sermo esse coepit, mira haec inscriptio non immerito accensenda videri possit.

Interim videamus singula. VV. 1. 2.—scriptum in schedis ΓΡΑΞΙΕ et ΕΞΙΕ, ut v. 17. ΔΙΑΞΙΕ et v. 19. rursus ΕΞΙΕ; sigma semper refert quadratum, a dextra apertum. V. 3. suspectum est ὄς, quo pronomine versus hic ad antecedentem parum apte refertur. Cum in reliquis singulae sententiae singulis versibus absolvantur, et id, quod dicitur, parum ad Pythium faciat, legendum fortasse: γῆ σοι τελ. aut quod propius est, γῆς θεός τελ. quod una syllaba efferendum; ita ΘΟΙΕ scriptum erat v. 21. pro θεός. V. 5. schedae habebant ΕΡΑΕ et mox ΕΙΓΑΜΩΝ. Nimum esset, si quis propter posterius, fortasse δικαίαν ἐργάμιον — σπ. tentaret. V. 8. ΤΗΘΑΟΥ. V. 9. ΕΙΛΙΝ. V. 10. scriptum inveni ΑΧΕΛΘΑΙ et post χαλεπόν, nihil nisi ΑΝΑΜΕΙΝ..... quod supplevi, ut v. 18. suadere videbatur. Sententiae languent ubique. V. 11. fuit ΔΑΓΟΛ. V. 12. ΑΝΑΝΚΗ et ΔΕΕΘΑΙ. V. 13. in fine tantum ΤΕ..... Erat, cum ejusmodi sententiam quaererem: *μηφόρον δόγμα τὸν χρυσὸν φέρεις;* Sed, ut supra jam significavi, ad χρησμών plura faciunt. V. 14. pro λαβεῖν erat ΛΑΡ.... V. 18. ΟΦΟΒΟΛ. V. 19. ΓΥΝΦΟΡΩΝΕΞΙΕ...ΙΝ. V. 20. fortasse ἔχει; sed sententia manet obscura. V. 21. erat ΧΡΟΝΟΝ ΕΝΨΗΘΟΙΕ quod nescio, an recte a me emendatum sit. V. 22. ΧΡΥΛΕΟΥΝ; si quid inter has tenebras video, dicit; *si oraculi sensum assecutus fueris, auream mihi statuam eriges.* Sed haec hactenus!

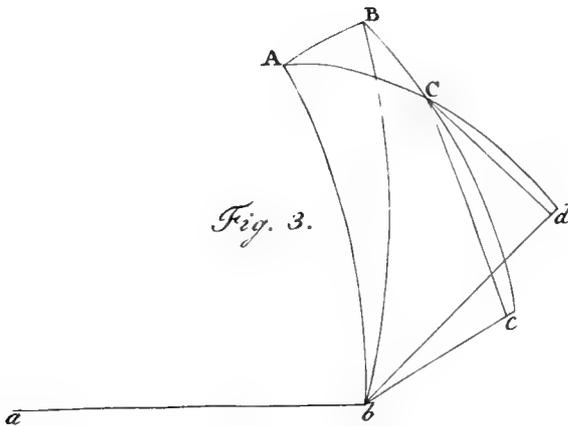
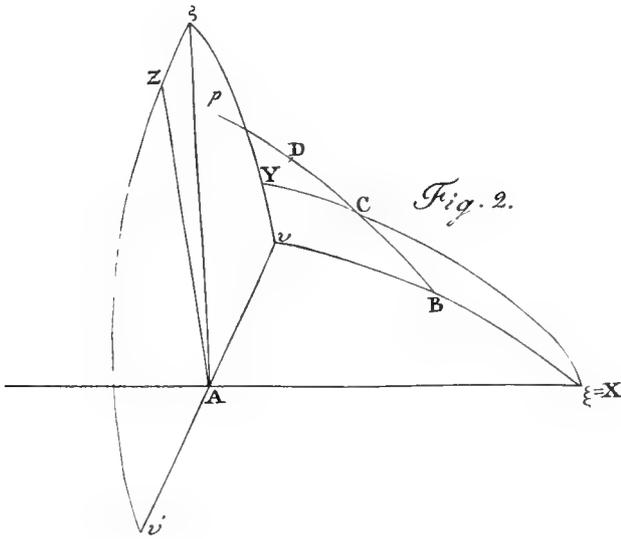
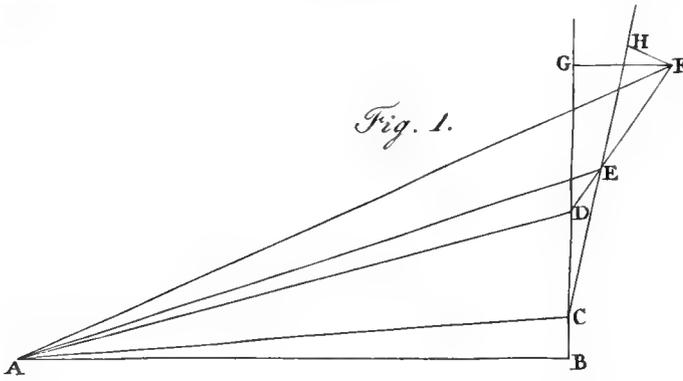














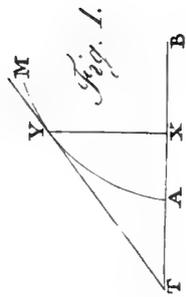


Fig. 1.

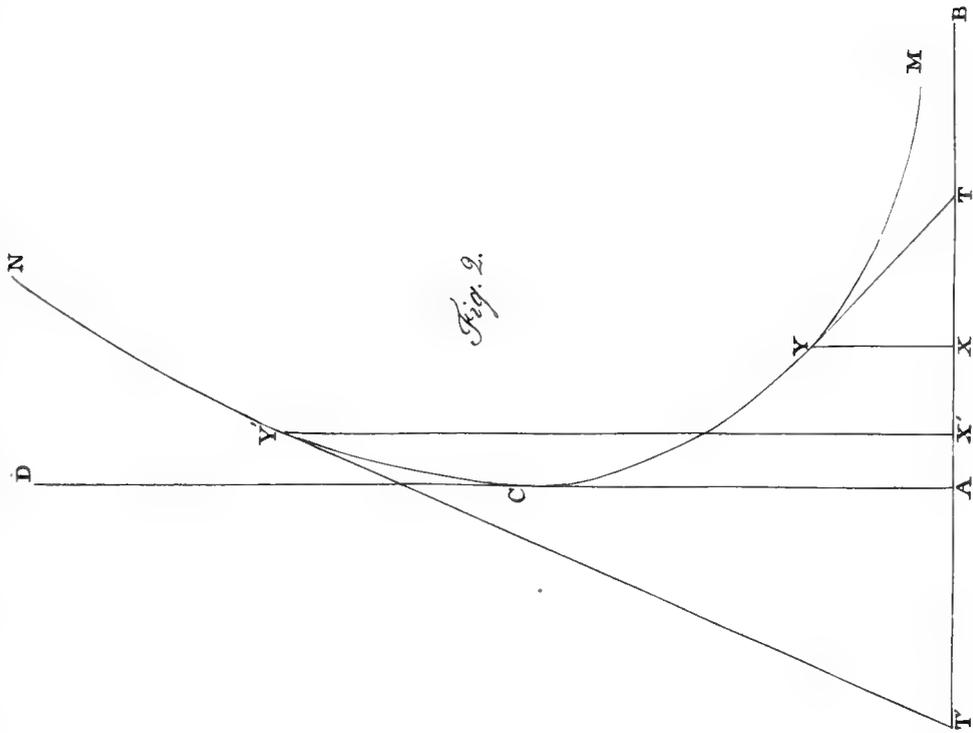


Fig. 2.



Fig. 1.

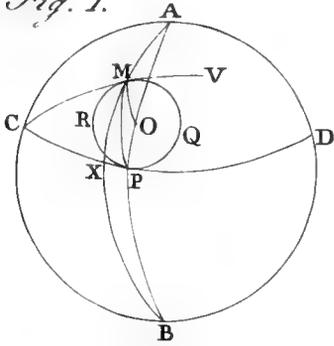


Fig. 2.

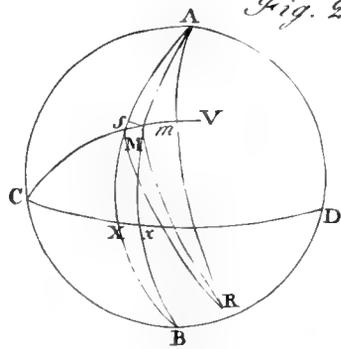


Fig. 3.

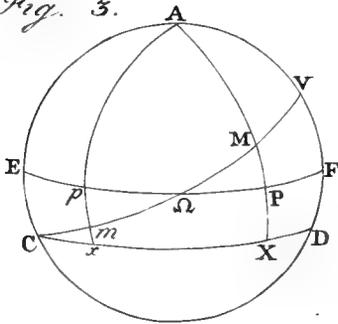


Fig. 4.

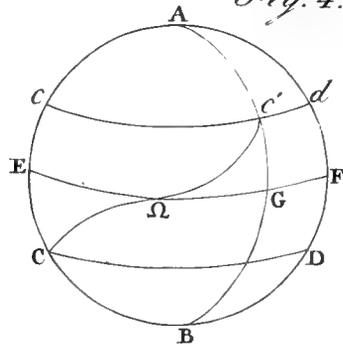


Fig. 5.

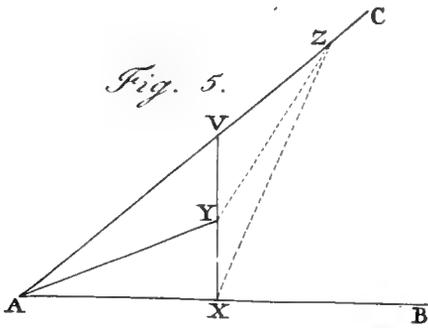


Fig. 6.

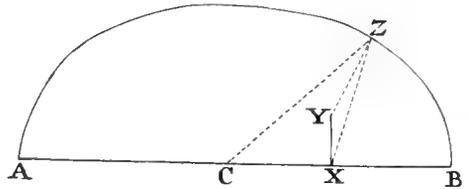


Fig. 7.

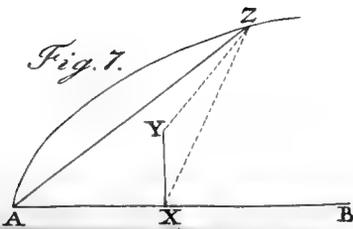
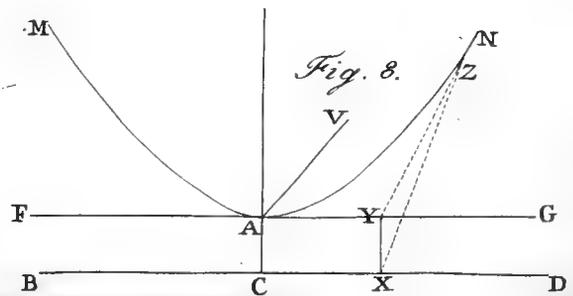


Fig. 8.





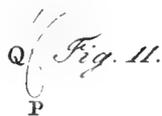
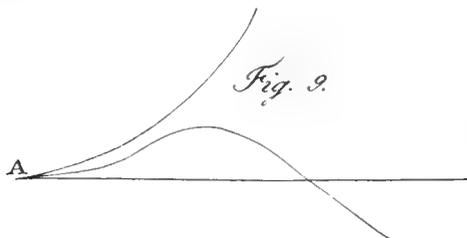
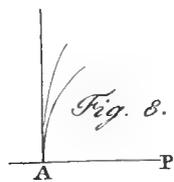
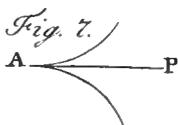
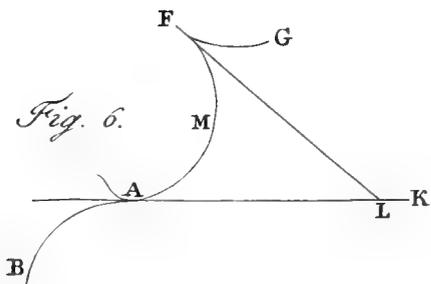
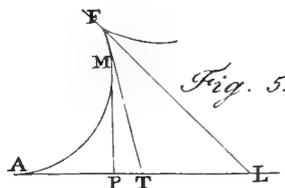
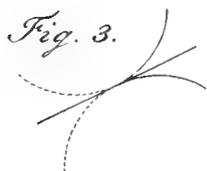
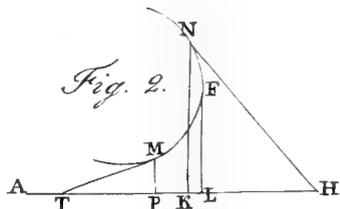
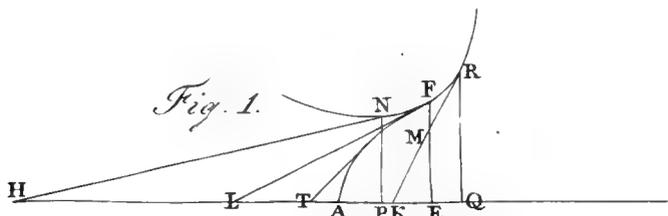




Fig. 1.

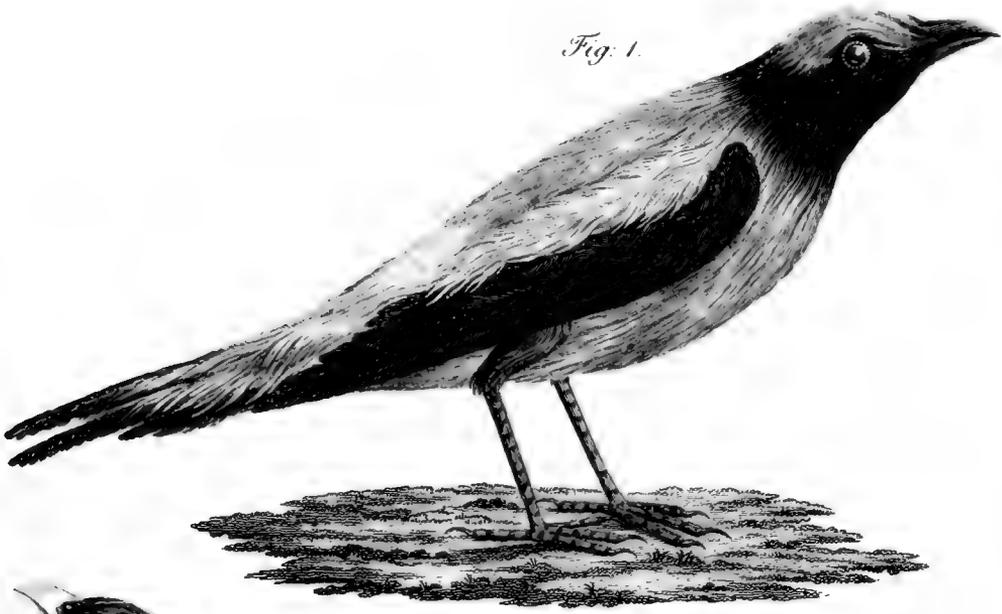


Fig. 2.

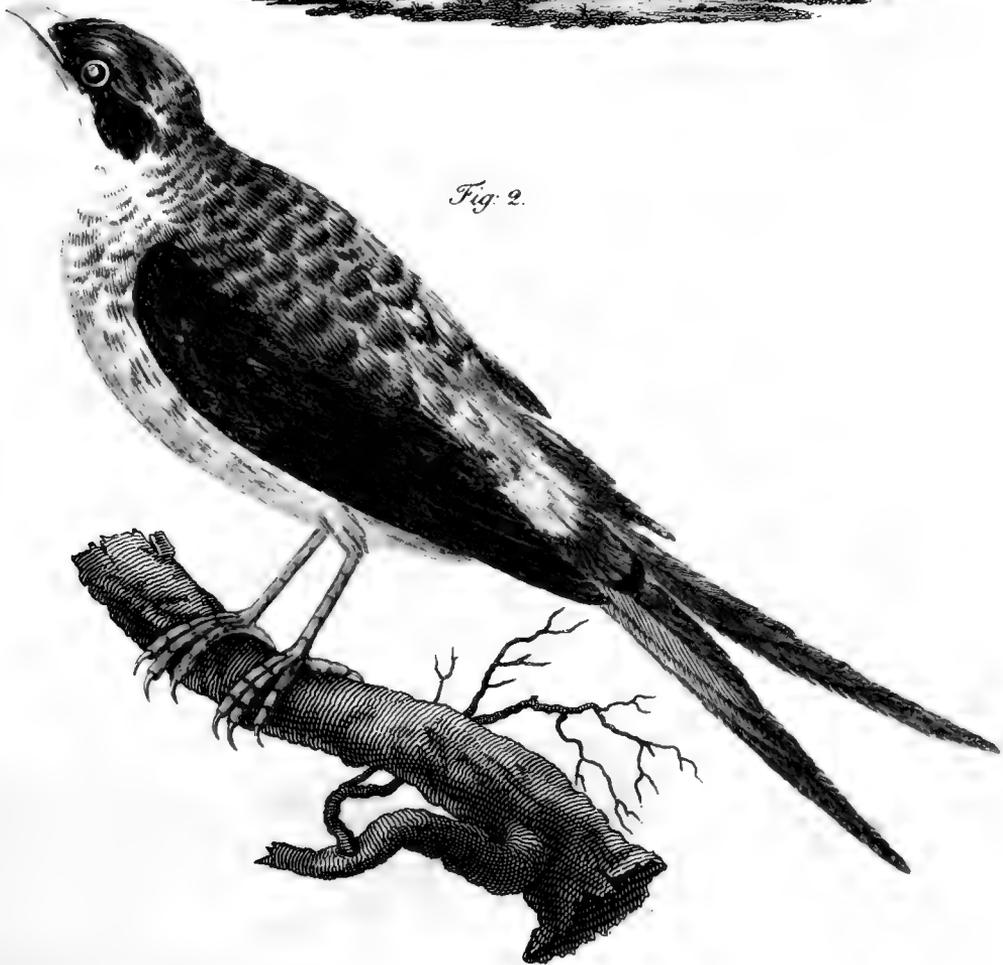




Fig. 1.



Fig. 2.



Fig. 3.



Fig. 4.

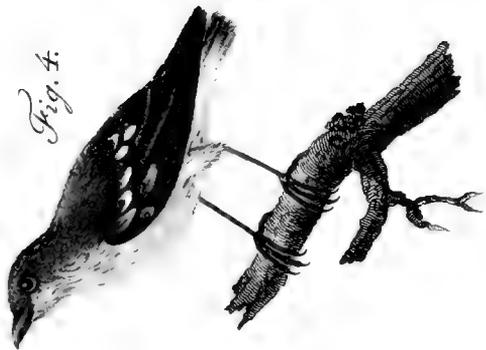
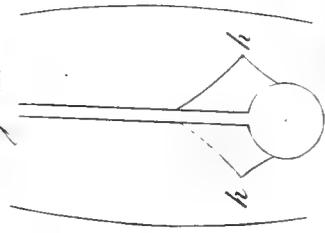


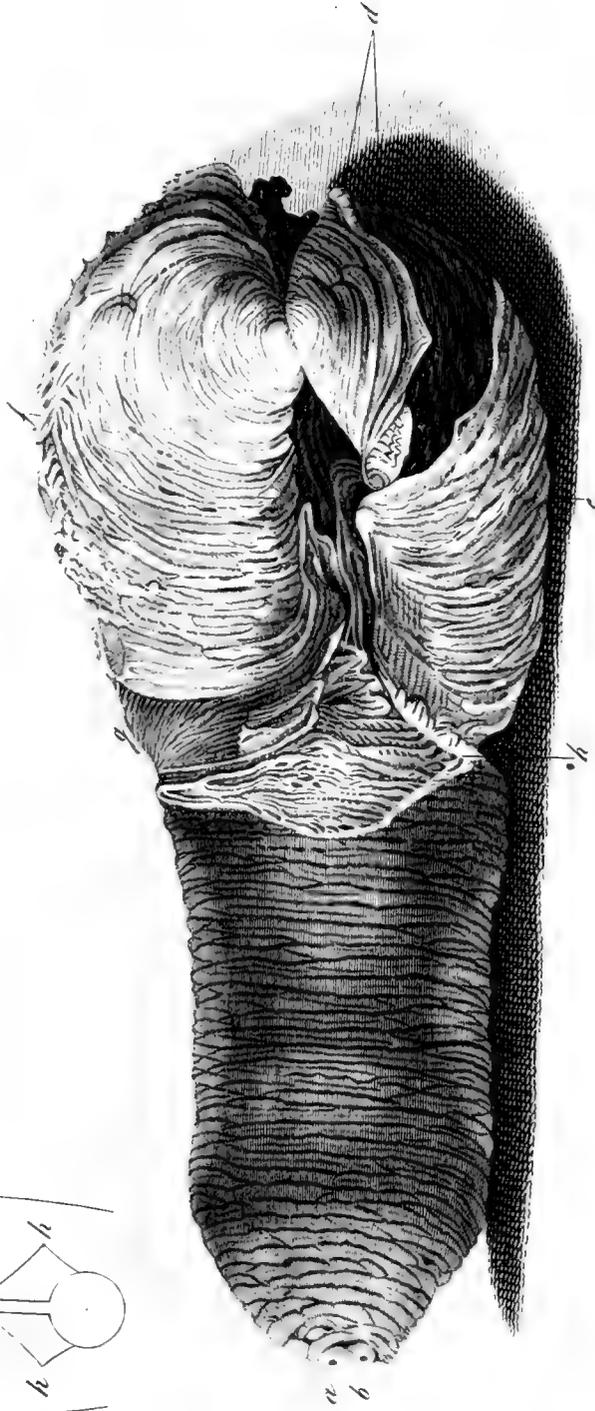


Fig. 2.



Mém. de l'Acad. Imp. des Sciences Tom. VIII. Tab. IX.

Fig. 1



*Mya Triapus.*

Gravé par Maslovsky.



Fig. 1.

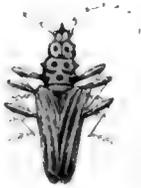


Fig. 2.

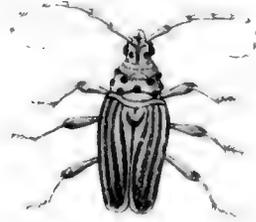


Fig. 3.

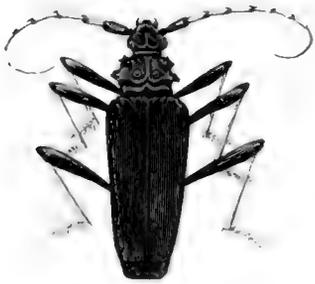


Fig. 4.

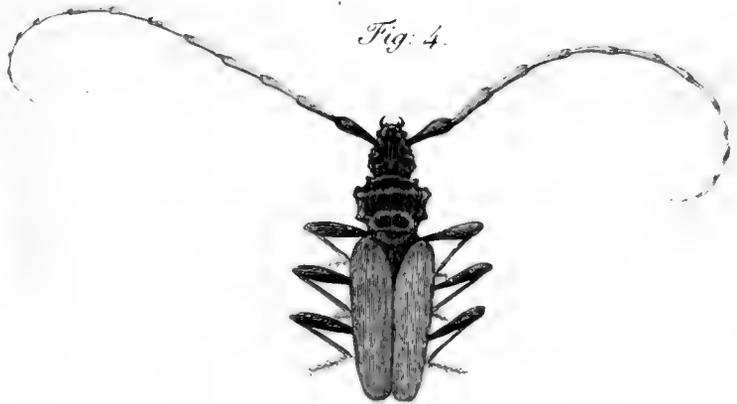


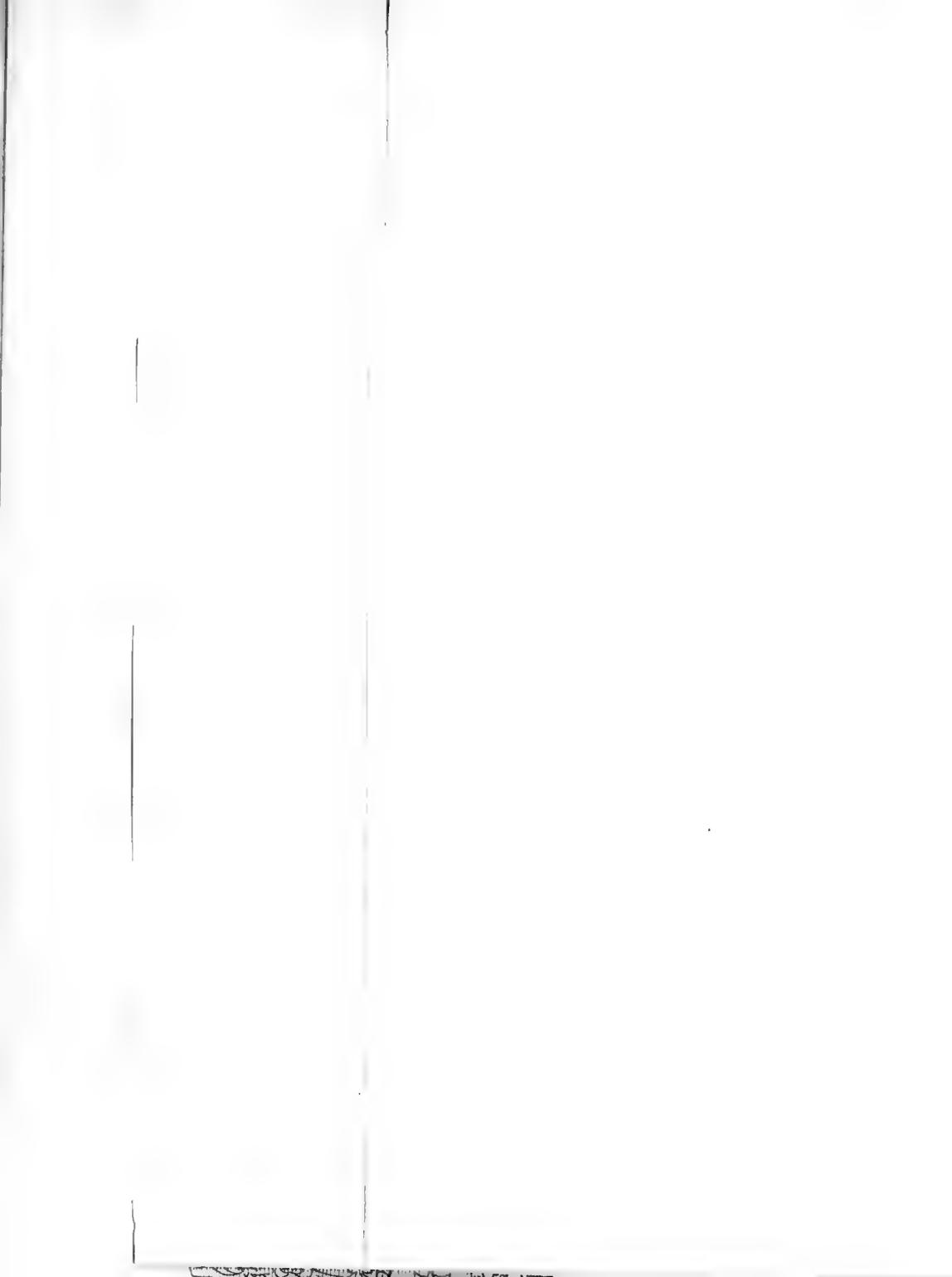
Fig. 5.



Fig. 6.





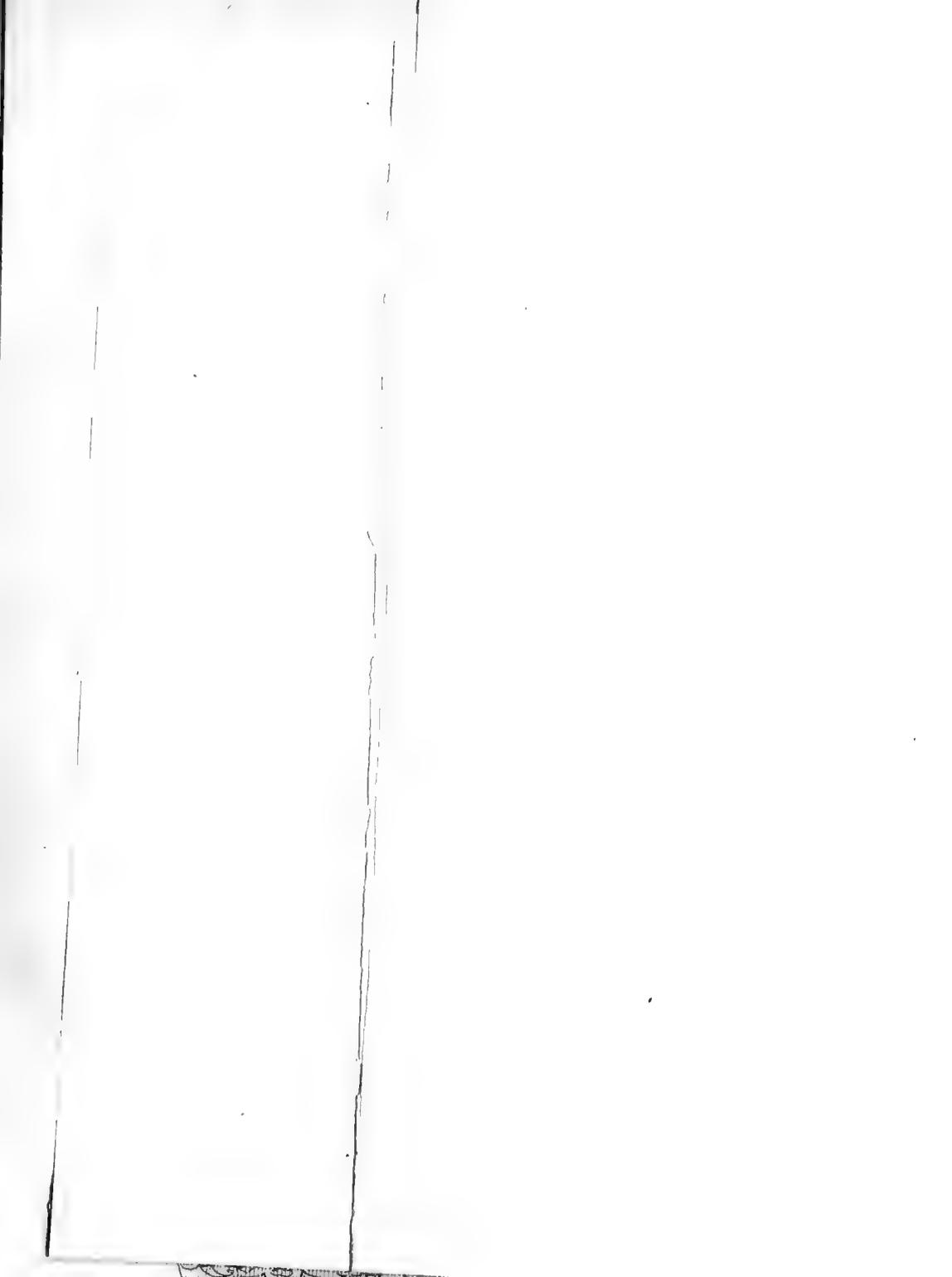


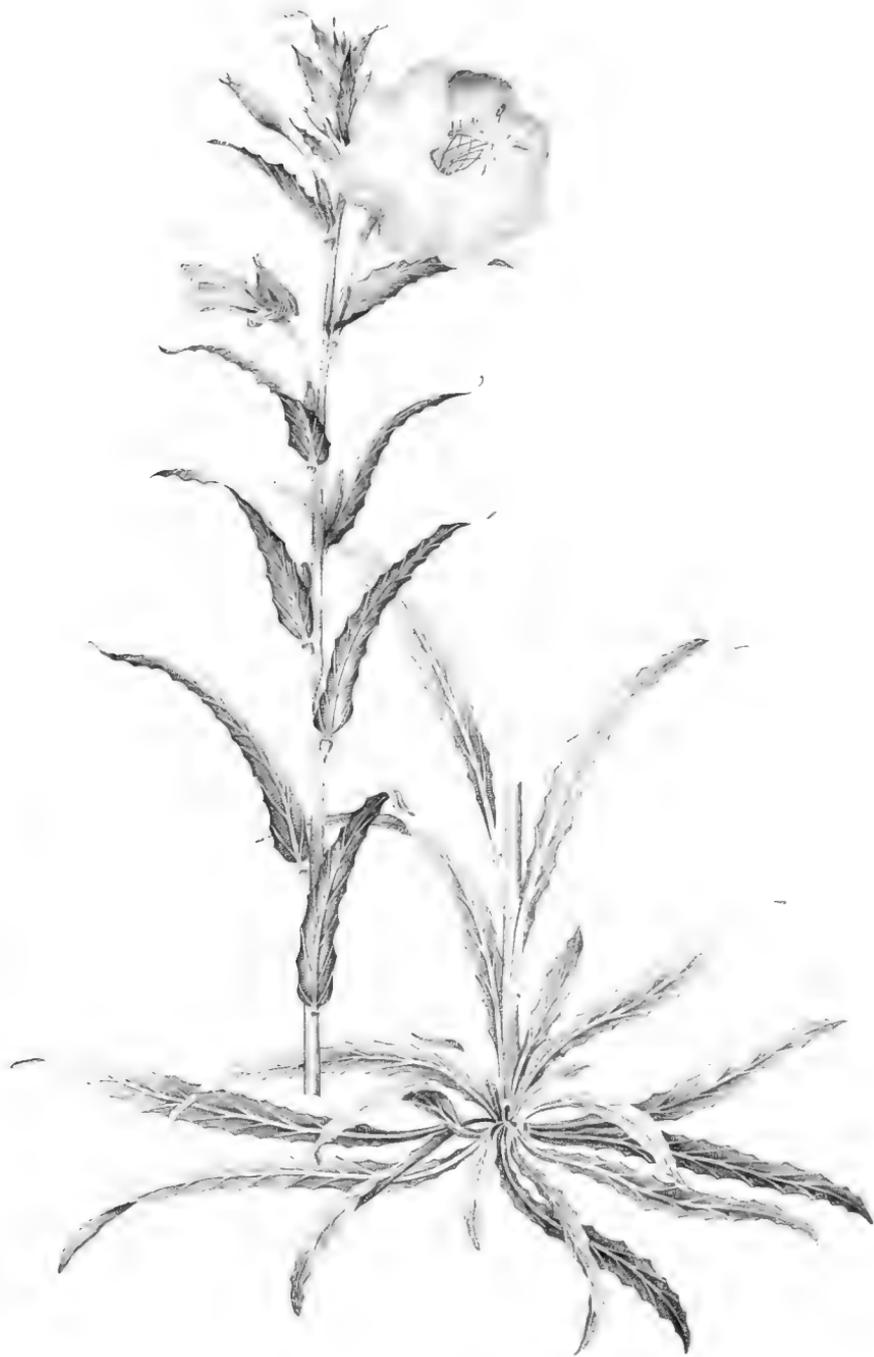


*Oenothera Romanzowii*

Elisabeth Ledebour ad viv. pinx.

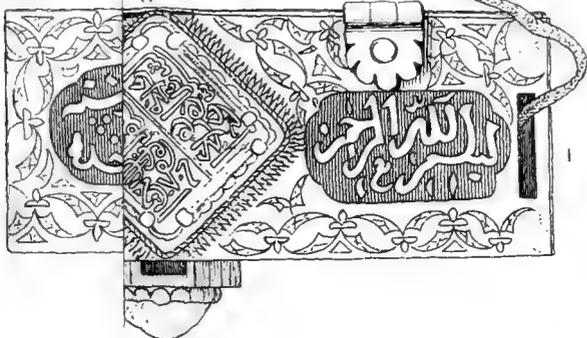
Sculp. par. G. G. G.



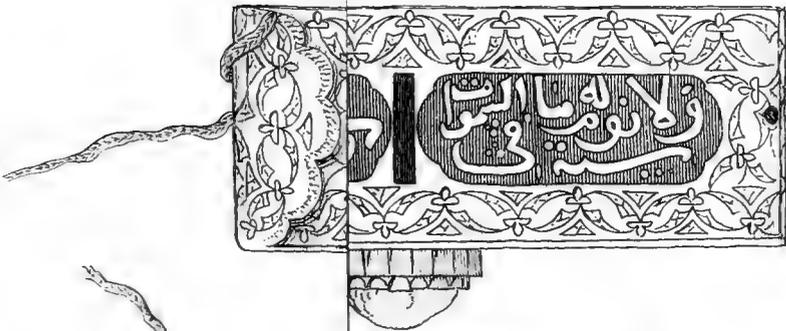


*Ceanothus stricta*

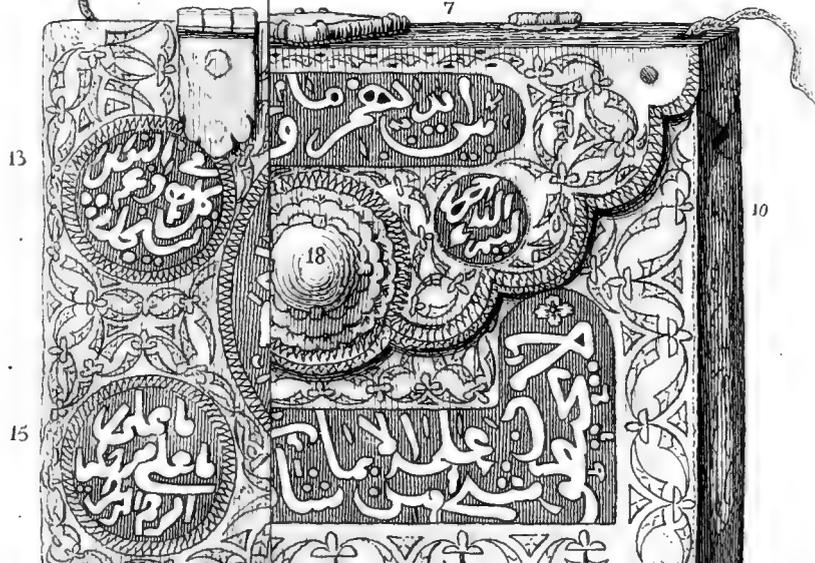
17



4



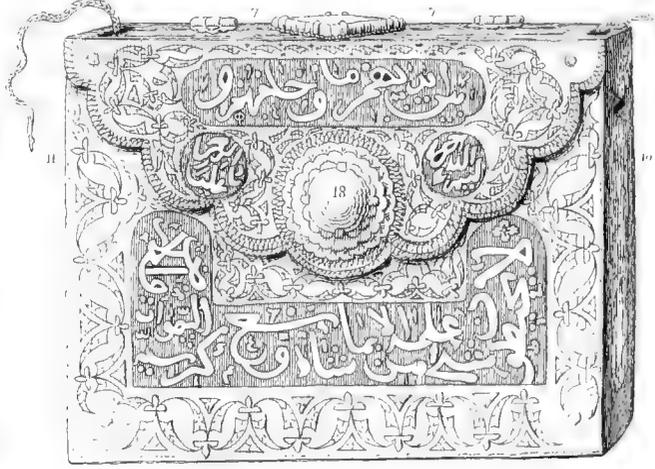
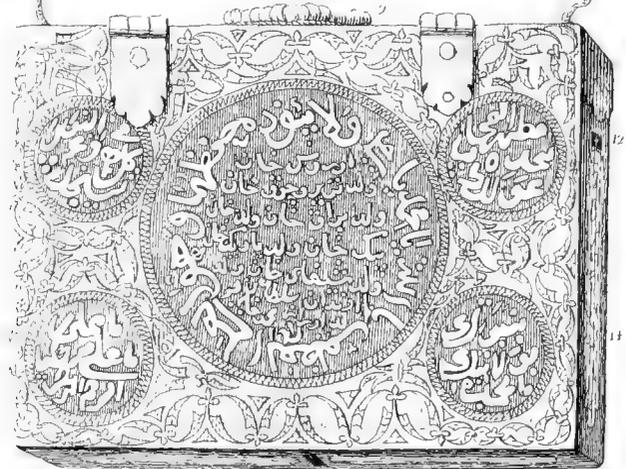
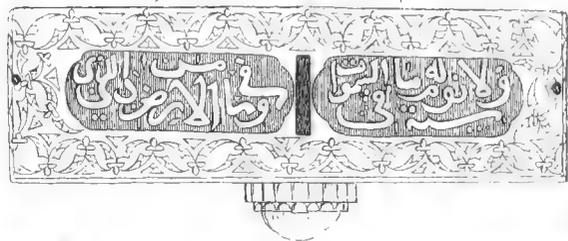
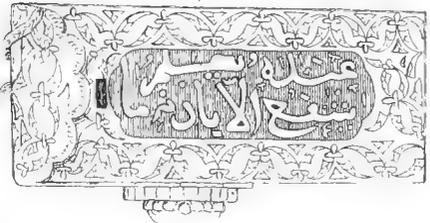
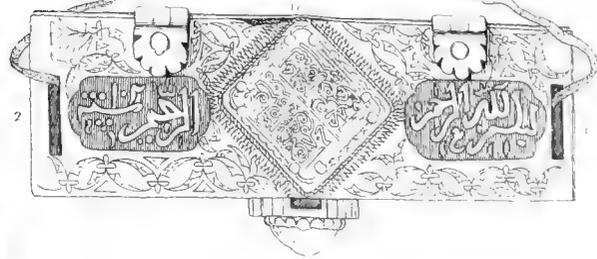
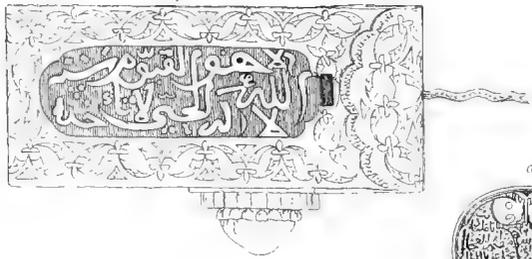
7

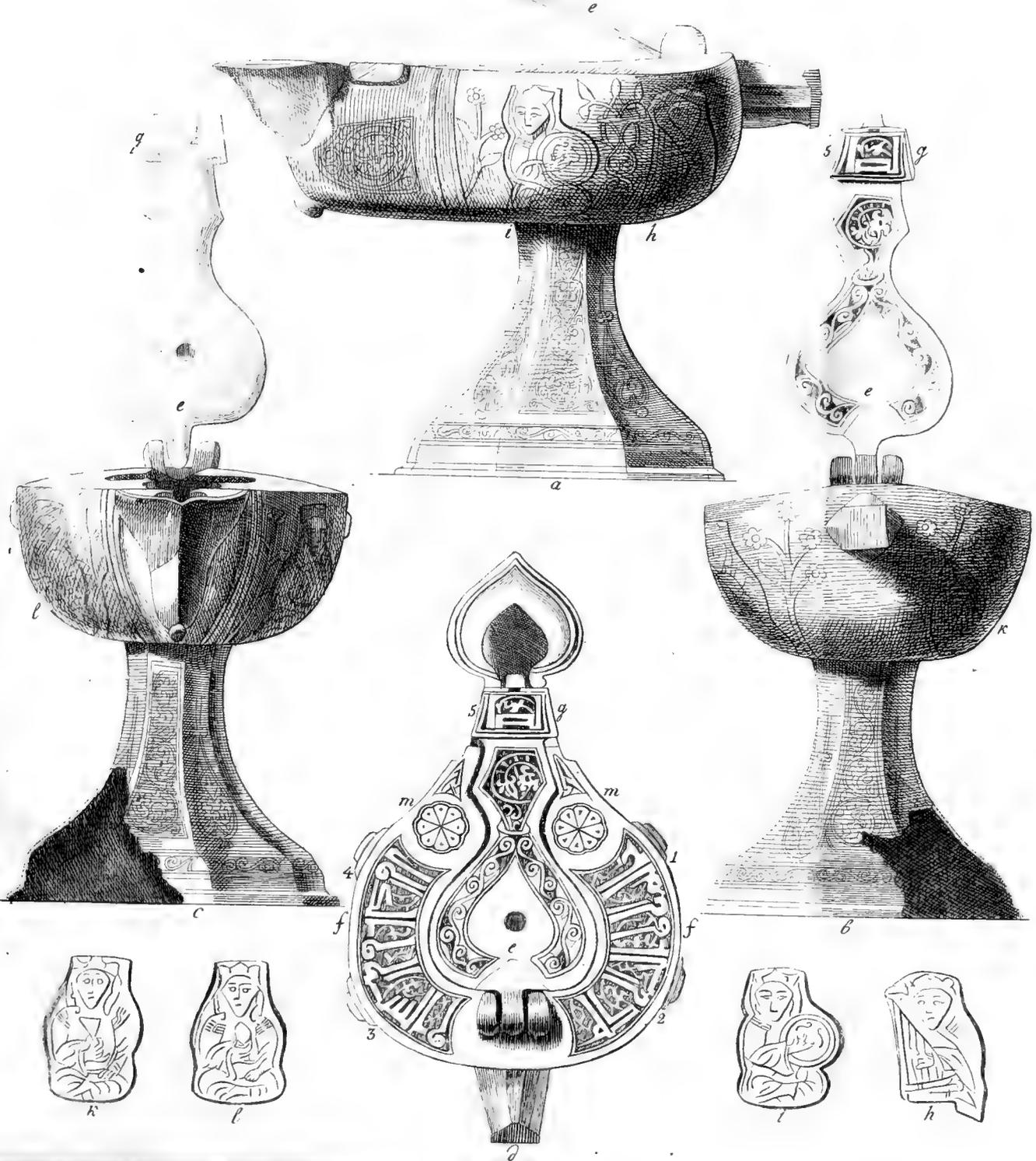


13

10

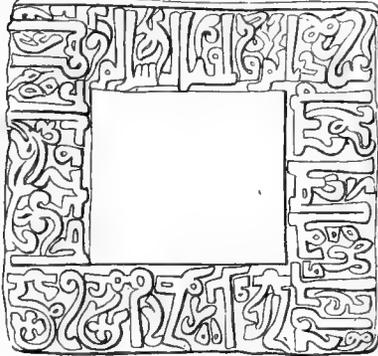
15







b



a









