









**NOVA ACTA**  
**ACADEMIAE LEOPOLDINO-CAROLINAE GERMANICAE**  
**NATURAE CURIOSORUM.**

TOMUS CIV.  
CUM TABULIS II.

---

**Abhandlungen**

der

**Leopoldinisch-Carolinischen Deutschen Akademie**  
**der Naturforscher.**

**104. Band.**

Mit 2 Tafeln.



---

**Halle, 1919.**

Druck von Ehrhardt Karras G. m. b. H. in Halle (Saale).



Für die Akademie in Kommission bei Max Niemeyer, Verlag in Halle a. S.

Q49  
.H162

THE UNIVERSITY OF CHICAGO  
LIBRARY

506. 43  
158  
3d. 104  
1717  
W. S. 28.

## Inhalt des CIV. Bandes.

---

- I. **Alfred Wegener:** Der Farbenwechsel großer Meteore . . . . . S. 1—34.
  - II. **Th. Becker:** Dipterologische Studien. Dolichopodidae. Dritter Teil S. 35—214.
  - III. **Carl Kostka:** Symmetrische Funktionen in Verbindung mit Determinanten . . . . . S. 215—304.
  - IV. **Paul Grawitz:** Die Lösung der Keratitisfrage unter Anwendung der Plasmakultur . . . . . S. 305—328. Tab. I—II.
-

# Vorstand der Leopoldinisch-Carolinischen Deutschen Akademie der Naturforscher.

Gegründet am 1. Januar 1652. Deutsche Reichsakademie seit dem 7. August 1687.

## Präsidium.

**A. Wangerin** in Halle a. S., Präsident.

**W. Roux** in Halle a. S., Stellvertreter.

## Adjunkten.

- |   |   |
|---|---|
| I. Kreis: <b>R. von Wettstein</b> in Wien;<br><b>J. von Hann</b> in Wien;<br><b>F. von Toula</b> in Wien. | IX. Kreis: <b>E. Ehlers</b> in Göttingen.   |
| II. Kreis: <b>E. Wiedemann</b> in Erlangen;<br><b>R. von Hertwig</b> in München.                          | X. Kreis: <b>K. Brandt</b> in Kiel.   |
| III. Kreis:   | XI. Kreis: <b>W. Roux</b> in Halle.   |
| IV. Kreis: <b>F. Himstedt</b> in Freiburg.  | XII. Kreis: <b>W. Biedermann</b> in Jena.   |
| V. Kreis:   | XIII. Kreis: <b>W. Pfeffer</b> in Leipzig;<br><b>F. Marchand</b> in Leipzig.                        |
| VI. Kreis: <b>W. Spengel</b> in Gießen.   | XIV. Kreis: <b>F. Pax</b> in Breslau.   |
| VII. Kreis: <b>F. Küstner</b> in Bonn.  | XV. Kreis: <b>A. Jentzsch</b> in Charlottenburg;<br><b>W. von Waldeyer-Hartz</b> in Charlottenburg. |
| VIII. Kreis: <b>M. Richarz</b> in Marburg.  |   |

## Sektionsvorstände und deren Obmänner.

- |   |   |
|---|---|
| I. Mathematik und Astronomie:<br><b>A. Gutzmer</b> in Halle, Obmann;<br><b>L. Krüger</b> in Berlin-Lichterfelde W.;<br><b>P. Stäckel</b> in Heidelberg. | VI. Zoologie und Anatomie:<br><b>E. Ehlers</b> in Göttingen, Obmann;<br><b>M. Fürbringer</b> in Heidelberg;<br><b>R. von Hertwig</b> in München.                                  |
| II. Physik und Meteorologie:<br><b>F. Richarz</b> in Marburg, Obmann;<br><b>L. von Pfaundler</b> in Graz.   | VII. Physiologie:<br><b>S. Exner</b> in Wien, Obmann;<br><b>J. von Kries</b> in Freiburg;<br><b>W. Biedermann</b> in Jena.  |
| III. Chemie:<br><b>O. Wallach</b> in Göttingen, Obmann;<br><b>E. Beckmann</b> in Dahlem bei Berlin;<br><b>C. Engler</b> in Karlsruhe.                   | VIII. Anthropologie, Ethnologie und Geographie:<br><b>W. von den Steinen</b> in Steglitz bei Berlin, Obmann;<br><b>A. Penck</b> in Berlin;<br><b>D. von Drygalski</b> in München. |
| IV. Mineralogie und Geologie:<br><b>F. Becke</b> in Wien, Obmann;<br><b>W. Branca</b> in München;<br><b>G. Linck</b> in Jena.                           | IX. Wissenschaftliche Medizin:<br><b>W. von Waldeyer-Hartz</b> in Charlottenburg, Obmann;<br><b>W. von Leube</b> in Stuttgart;<br><b>P. von Baumgarten</b> in Dresden.            |
| V. Botanik:<br><b>A. Engler</b> in Dahlem-Steglitz bei Berlin, Obmann;<br><b>W. Pfeffer</b> in Leipzig;<br><b>F. Pax</b> in Breslau.                    |   |



NOVA ACTA.

Abh. der Kaiserl. Leop.-Carol. Deutschen Akademie der Naturforscher.

Band CIV. Nr. 1.

---

# Der Farbenwechsel grosser Meteore.

Von

**Alfred Wegener.**

Mit 2 Abbildungen im Text.

Eingegangen bei der Akademie am 19. Februar 1918.

**HALLE.**

1918.

Druck von Ehrhardt Karras G. m. b. H. in Halle (Saale).

Für die Akademie in Kommission bei Max Niemeyer, Verlag in Halle a. S.



## Literatur.

1. Berndt, Die elektrischen Spektren von Gasen und Gasgemischen. *Jahrb. d. Radioaktivität und Elektronik* 1, 223. 1904.
2. F. Berwerth, Artikel „Meteoriten“ in *Handwörterbuch der Naturwiss.* 6. Jena 1912. S. 845—862.
3. S. Blajko, On the spectra of two meteors. *Astrophys. J.* 26, 341—348. 1907.
4. Brezina, Die Meteoriten vor und nach ihrer Ankunft auf die Erde. *Vorträge des Ver. z. Verbreit. naturw. Kenntnisse in Wien.* 33, Hft. 15. Wien 1893.
5. Chladni, Über Feuer-Meteore und die mit denselben herabgefallenen Massen. Wien 1819.
6. E. Cohen, Meteoritenkunde. I. Stuttgart 1894. II ebendort 1904.
- 6a. L. H. Borgström, Der Meteorit von St. Michel. *Bulletin de la Commission Géologique de Finlande.* Nr. 34. Helsingfors, August 1912.
7. Daubrée, Synthetische Studien zur Experimental-Geologie. Deutsch von Ad. Gurlt. Braunschweig (Vieweg) 1880.
8. J. G. Galle, Über die Bahn des am 30. Januar 1868 beobachteten und bei Pultusk im Königreiche Polen als Steinregen niedergefallenen Meteors durch die Atmosphäre. *Abhdlg. d. Schles. Ges. f. vaterländ. Cultur, Abt. f. Naturw. u. Med.* 1867—68, S. 79—121.
9. Gehlers *Physikalisches Wörterbuch.* 4. Bd. Leipzig 1827. Artikel „Feuerkugel“ von Brandes.
10. —, 6. Bd. Leipzig 1837. Artikel „Meteoriten“ von Muncke.
11. J. Hann, Das Dalton'sche Gesetz und die Zusammensetzung der Luft in großen Höhen. *Zeitschr. d. Österr. Ges. f. Meteorologie* 1875, S. 22.
12. —, Die Zusammensetzung der Atmosphäre. *Meteorolog. Zeitschrift* 1903, S. 122.
13. Haidinger, Über die Natur der Meteoriten in ihrer Zusammensetzung und Erscheinung. *Sitz.-Ber. d. Kais. Ak. d. Wiss. in Wien* 43, 2, S. 389—426. 1861.
14. v. Haidinger, Licht, Wärme und Schall bei Meteoritenfällen. *Sitz.-Ber. d. Kais. Ak. d. Wiss. in Wien* 58, II, S. 467—515. 1868.
15. Cuno Hoffmeister, Über die Bahn einer am 24. Mai 1915 beobachteten Feuerkugel. *Mitt. d. Vereinig. v. Freunden d. Astr. u. Kosm. Phys.* 26, Hft. 7, 1916, S. 57—67.
- 15a. —, Über Sternschnuppen und Feuerkugeln. „*Das Wetter*“, 34, Hft. 11 u. 12, und 35, Hft. 1/2, 1917 u. 1918.
16. Humphreys, Distribution of gases in the atmosphere. *Bull. of the Mount Weather Observatory* II, 2.
17. Häpke, Das große Meteor am ersten Weihnachtstage 1897. *Meteorolog. Zeitschr.* 1898, S. 74.
18. L. F. Kämtz, *Lehrbuch der Meteorologie.* Bd. III. Halle 1836. Abschnitt: Sternschnuppen und Meteore. S. 219—326.
19. H. Kayser, *Handbuch der Spektroskopie,* Bd. 5, S. 58. Leipzig 1910.

20. Koerber, Das helle Meteor vom 16. November 1902. Mitt. d. Ver. von Freunden d. Astr. u. Kosm. Physik. 13, Hft. 1.
21. Neumayer, Discussion of the Meteorological etc. Obs. Melbourne. Mannheim 1867, S. 130.
22. H. A. Newton, Upon the relation which the former Orbits of those Meteorites that are in our collections, and that were seen to fall, have to the Earth's Orbit. American journal of science III. Ser. 33. Bd. Juli 1888.
23. v. Niefsel, Über die Periheldistanzen und andere Bahnelemente jener Meteoriten, deren Fallerscheinungen mit einiger Sicherheit beobachtet werden konnten. Verhdlg. d. naturf. Ver. in Brünn 29, 1890. Brünn 1891. S. 182—258.
24. —, Über die am 23. Oktober 1909 6<sup>h</sup> 4.7<sup>m</sup> m. e. Z. beobachtete große Feuerkugel und einige andere Meteore. Ebendort. Bd. 48. (Sep.-Abz.)
25. —, Über einige mehrfach beobachtete Feuerkugeln. Ebendort. Bd. 47. (Sep.-Abz.)
26. —, Bestimmung der Bahnverhältnisse einiger Meteore. Ebendort. Bd. 27. Brünn 1889.
27. —, Über einige mehrfach beobachtete Feuerkugeln. Ebendort. Bd. 52. (Sep.-Abz.)
28. —, Über das Meteor vom 22. April 1888. Ann. d. k. k. naturhist. Hofmuseums. Bd. IV. S. 61—86. Wien 1889. (Sep.-Abz.)
29. —, Über die Rolle der Atmosphäre im Meteorphänomen. Sep.-Abz. aus dem „Astronomischen Kalender“ 1901. Wien 1901.
30. —, Bahnbestimmung der großen Feuerkugel vom 3. October 1901. Sitz.-Ber. d. Kais. Ak. d. Wiss. in Wien 111, IIa. Juli 1902.
31. —, Bahnbestimmung des Meteors vom 19. Februar 1899. Ebendort 109, IIa. Mai 1900.
32. —, Bahnbestimmung des Meteors vom 27. Februar 1901. Ebendort 112, IIa. März 1903.
33. —, Bahnbestimmung des Meteors vom 2. November 1903. Ebendort 114, IIa. März 1905.
34. —, Über die Bahn des großen detonierenden Meteors vom 23. September 1910, 6<sup>h</sup> 30.9<sup>m</sup> mitteleuropäischer Zeit. Ebendort 121, IIa. November 1912.
35. —, Bahnbestimmungen großer detonierender Meteore. Ebendort 125, IIa, 6. Hft. Wien 1916.
36. —, Bahnbestimmung des großen Meteors vom 11. März 1900. Ebendort 110, IIa. Jänner 1901.
37. —, Bahnbestimmung der großen Meteore am 16. und 25. Jänner 1895. Ebendort 105, IIa. Jänner 1896.
38. —, Bahnbestimmung des großen Meteors vom 17. Jänner 1890. Ebendort 99, IIa. December 1890. Wien 1891.
39. A. E. Nordenskjöld, Meteorstensfallet vid Hessle den 1; sta Januari 1869. Kongl. Svenska Vetenskabs-Akademiens Handlingar 8, Nr. 9. Stockholm 1870.
40. A. Paulsen, Über die Identität eines Teiles des Nordlichtspektrums mit dem entsprechenden Teil des Kathodenlichtspektrums des Stickstoffs. Kgl. Danske Vidensk. Selskabs Forh. 16, 1900.
41. Postelmann, Farbenwechsel von Meteoren. Meteorolog. Zeitschr. 1916, S. 425.
42. E. C. Pickering, Spectrum of a meteor. Astrophys. J. 6, 461—462. 1897.
43. J. V. Schiaparelli, Entwurf einer astronomischen Theorie der Sternschnuppen. Deutsch von G. v. Boguslawski. Stettin 1871.
44. J. F. J. Schmidt, Resultate aus zehnjährigen Beobachtungen über Sternschnuppen. Berlin 1852.
45. C. C. Trowbridge, Physical nature of meteor trains. The Astrophysical Journal 26, S. 95—116. 1907.

46. C. C. Trowbridge, The duration of the afterglow produced by the electrodeless ring discharge. *Physic. Rev.* 23, S. 279—307. 1907.
47. Valentiner, Die Kometen und Meteore in allgemein falscher Form dargestellt. Leipzig und Prag 1884. (Das Wissen der Gegenwart, 27. Bd.)
48. —, Handwörterbuch der Astronomie. Bd. II. Breslau 1898. Artikel „Kometen und Meteore“ von N. Herz.
49. Alfred Wegener, Probleme der Aerologie. „Das Wetter“ 1909, Hft. 11.
50. —, Über eine neue fundamentale Schichtgrenze der Erdatmosphäre. *Beitr. z. Phys. d. freien Atmosphäre* 3, Hft. 4. 1910.
51. —, Untersuchungen über die Natur der obersten Atmosphärenschichten. *Physikal. Zeitschr.* 12, 1911, 170—178 und 214—222. Desgl. in *Sitz.-Ber. d. Ges. z. Beförd. d. gesamt. Naturw. zu Marburg* 1911. Nr. 1.
52. —, Die Erforschung der obersten Atmosphärenschichten. *Gerlands Beitr. z. Geophysik* 11, 2.—4. Hft., S. 104—124. 1912. Desgl. in *Zeitschr. f. Anorgan. Chemie* 1912, S. 107—131.
53. —, Die Erforschung der obersten Schichten der Erdatmosphäre. „Himmel und Erde“ 24, Hft. 7, S. 289—310. 1912.
54. —, Über den Farbenwechsel der Meteore. „Das Wetter“. Sonderheft zum 13. April 1915 (Afsmann-Festschrift).
55. —, Das detonierende Meteor vom 3. April 1916, 3 $\frac{1}{2}$  Uhr nachmittags in Kurhessen. *Schriften d. Ges. z. Beförd. d. gesamt. Naturw. zu Marburg.* Bd. 14, Nr. 1, S. 1—83. 1917.
- 55a. F. Richarz, Auffindung, Beschreibung und vorläufige physikalische Untersuchung des Meteoriten von Treysa. Anhang zu „Das detonierende Meteor vom 3. April 1916 3 $\frac{1}{2}$  Uhr nachmittags, in Kurhessen, von Alfred Wegener. Ebendort, Bd. 14, Nr. 2, S. 87—114. 1918.
56. Alfred Wegener, *Thermodynamik der Atmosphäre.* Leipzig 1911.
57. Wülfing, *Meteoriten in Sammlungen.*
58. C. v. Schreibers, Beiträge zur Geschichte und Kenntniß meteorischer Stein- und Metallmassen und der Erscheinungen, welche deren Niederfallen zu begleiten pflegen. Als Nachtrag zu Herrn D. Chladnis neuestem Werke über Feuer-Meteore und die mit denselben herabgefallenen Massen. Wien 1820.



## Geschichtliches.

Die Farben der Sternschnuppen und Meteore sind bisher meist nur beiläufig behandelt worden, obwohl namentlich die größeren Erscheinungen dieser Art stets recht auffällig gefärbt sind. Man findet zwar in fast allen zusammenfassenden Arbeiten über Meteore auch einen kurzen Abschnitt über die Farben, z. B. schon bei Chladni [5], und namentlich bei J. F. J. Schmidt [44], allein meist legen diese Ausführungen nur Zeugnis davon ab, daß es den Verfassern nicht gelungen ist, sich in den verworrenen und oft sich widerstreitenden Farbenberichten zurechtzufinden, und stets kranken sie daran, daß die Möglichkeit eines Wechsels der Farbe überhaupt keiner Prüfung unterzogen ist. Diesen Farbenwechsel von Grün nach Rot, welchen die großen Meteore zeigen, scheint v. Niefsl als erster in mehreren Fällen erkannt zu haben, doch ging diese Entdeckung noch nicht in zusammenfassende Darstellungen über. Unabhängig davon habe ich 1912 gelegentlich eines zusammenfassenden Referats über die obersten Luftschichten [53] an der Hand einiger Beispiele auf diesen Farbenwechsel hingewiesen und ihn 1915 auf Grund namentlich von J. F. J. Schmidts Sternschnuppenbeobachtungen [44], doch mit Hinzuziehung einiger anderer großer Meteore, zum Gegenstand einer besonderen Untersuchung „Über den Farbenwechsel der Meteore“ [54] gemacht. Im folgenden ist nun diese Untersuchung namentlich unter Hinzuziehung des mir früher nicht bekannten reichen Materials großer Meteore, welches wir dem unermüdlichen Meteorforscher v. Niefsl verdanken, auf eine breitere Basis gestellt, indem für den hauptsächlich in Frage kommenden Farbenwechsel grün — rot nunmehr 40 Beispiele gesammelt werden konnten.

Von hohem Interesse ist dabei auch eine Vergleichung mit den Farben der nächtlichen, oft mehr als  $\frac{1}{2}$  Stunde lang nachleuchtenden Meteorschweife, welche, wie Trowbridge [45] 1907 fand, genau denselben Farbenwechsel in derselben Höhe über der Erde erfahren. Über diese wichtige Untersuchung wird am Schluß der vorliegenden Arbeit ausführlich berichtet werden.

### Schwierigkeiten.

Die Ableitung allgemeiner Schlüsse aus den Farbenangaben der Beobachter unterliegt ganz ungewöhnlichen Schwierigkeiten, deren Klarstellung zunächst nötig ist. Sie zeigen sich in den Widersprüchen, welche in den Aussagen verschiedener Beobachter über dasselbe Meteor zutage treten. Da diese Verhältnisse für die ganze vorliegende Untersuchung von größter Bedeutung sind, wollen wir sie an der Hand eines besonders krassen Beispiels erläutern, nämlich des von Galle [8] bearbeiteten Meteors vom 30. Januar 1868, welches den Steinregen von Pultusk lieferte. In Wirklichkeit dürften die Farben auch dieses Meteors derselben Regel gefolgt sein, welche für alle anderen gilt: in dem lichtschwächeren Sternschnuppenstadium, das aber von vielen noch unbeachtet blieb, dürfte es in Sterngröße von gelbroter, zuletzt weißer Farbe einhergezogen sein, dann unter Vergrößerung des Durchmessers im Feuerkugelstadium in grüner Farbe bereits die Landschaft in reflektiertem Licht sichtbar gemacht haben, um sodann beim Passieren der 75 km-Grenze unter weiterer Vergrößerung von Durchmesser und Helligkeit rote Farbe anzunehmen, bis es in 42 km Höhe zererschellte und plötzlich erlosch, worauf nur noch einzelne Bruchstücke auf kurze Zeit als rote Punkte sichtbar waren. Die einzelnen Farbenangaben sind aber derartig widersprechend und unvollständig, daß wir es Galle gewiß nicht verargen können, wenn er keine Gesetzmäßigkeit herauslesen konnte. Wir stellen sie im folgenden gleich geordnet zusammen:

In den ersten drei Fällen war der Farbenwechsel grün — rot richtig beobachtet, doch wird die grüne Phase von mehreren als blau bezeichnet.

1. (S. 81): „... eine blaugrüne äußerst intensive Lichterscheinung ... verschwand hinter den Wolken und erleuchtete dieselben ... zu einem wahrhaft prachtvollen Feuermeere ...; dann fiel plötzlich eine dunkelrothe, bestimmt abgegrenzte Feuerkugel ungefähr von dem halben Monddurchmesser ... durch die Wolken hindurch ... , und verschwand ... in einer Höhe von 4—5° über dem Horizonte.“
2. (S. 85): „... löste sich ein Stern ab, den derselbe im ersten Augenblicke für eine Sternschnuppe hielt. Im Fallen aber wurde derselbe größer und veränderte seinen Lichtglanz. Er wurde intensiver und prachtvoll blau. Gleich darauf wurde der roth und immer röther werdende Schweif sichtbar, an dessen der Erde zugekehrtem Ende eine birnförmige dunkle Masse erkennbar war. Hinter den Bäumen

verschwindend leuchtete dann plötzlich ein rother sehr starker strahlenförmiger Feuerschein auf.“

3. (S. 99): „... das anfangs bläulich war, dann aber einem recht starken elektrischen Lichte glich.“

In diesen drei Fällen stimmen also die Beobachter in ihren Aussagen hinreichend überein. Die folgenden kehren aber die zeitliche Reihenfolge um:

4. (S. 92): „... wie ein Stern erster Größe von röthlicher Farbe ... Dann aber begann sowohl der Kern als der Schweif so zu wachsen ... Die Farbe des den Kern umgebenden Lichtes sowie des Schweifes war blafsblau, oder wie andere behaupten, grünlich.“
5. (S. 95): „Die Farbe war beim Erscheinen tief roth, am Scheitel blaugrün, später weiß.“
6. (S. 90): „... löste sich sein Bild ... in ein prachtvolles weit auseinanderstrahlendes rubinrothes Licht auf, welches im nächsten Augenblick eine schöne hellgrüne Färbung annahm und darauf verschwand.“

Wieder ein anderer berichtet nur von rot und grün, ohne die zeitliche Reihenfolge anzugeben:

7. (S. 84): „und verbreitete beim Zerplatzen einen sehr hellen rothen und grünlichen Schein.“

In den folgenden Fällen wird behauptet, daß die Farben nebeneinander auftraten:

8. (S. 84): „Im Innern dunkelroth, an den Seiten heller gefärbt.“
9. (S. 86): Der Körper war „in der Mitte hellglühend [also wohl rot], an den Seiten ein grüngelbes, wechselndes Licht ausstrahlend.“

Endlich gibt es natürlich eine Menge Beobachter, die nur die grüne oder nur die rote Phase in der Erinnerung behalten haben. Nur grün bzw. blau geben folgende an:

10. (S. 81): „Die Farbe war durchweg ein schönes Grün.“
11. (S. 94): „Das Licht war bläulich.“
12. (S. 95): „... blaufflammende Kugel ... immer größer und hellleuchtender, ein blauer Lichtschein verbreitete sich über die Umgebung.“
13. (S. 97): „Das Licht war intensiv gelbgrün.“

Und nur rot geben folgende an:

14. (S. 87): „Sie verschwand am Horizonte, indem sie die Umgebung, jedoch nur unbedeutend hoch, wie mit rothem Theaterfeuer erleuchtete.“
15. (S. 95): „... blendend rother Lichtstreifen.“
16. (S. 98): „... ein gelblich röthlicher Lichtschein.“

Aus diesem Beispiel dürfte zur Genüge hervorgehen, mit wieviel Kritik die üblichen Farbenangaben der Beobachter entgegenzunehmen sind. Dafs manche blau nennen, was anderen grün erscheint, ist eine auch sonst bekannte Erscheinung, und hier um so weniger merkwürdig, als das Grün der Meteore eine Mischfarbe ist, welche in der Tat ziemlich viel blau zu enthalten scheint. Es gibt geübte Meteorbeobachter, in deren Journalen überhaupt keine grüne, sondern immer nur blaue Meteore auftreten. Ebenso wird man die angebliche Abstufung des Rot (gelblich-röthlich, rot, tiefrot, rubinrot, dunkelrot) der subjektiven Empfänglichkeit zugute halten. Allein darüber hinaus geben uns die angeführten Beobachtungen ein beinahe erschreckendes Bild von der Unzuverlässigkeit der Auffassung und Erinnerung. Es muß hervorgehoben werden, dafs die sonstigen Angaben der Laienbeobachter, obwohl stets mit Kritik zu behandeln, bei weitem nicht so widersprechend und also offenbar unzuverlässig sind wie gerade die Farbenangaben. Es mag sein, dafs ein Teil dieser Widersprüche auf Farbenblindheit zurückzuführen ist, die ja viel häufiger ist, als allgemein angenommen wird, und zwar meist ohne dafs die damit behafteten etwas davon wissen. Allein wenn die Farben rot und grün richtig angegeben, und nur ihre zeitliche Folge vertauscht oder in ein räumliches Nebeneinander umgewandelt wird, oder die eine Komponente ganz fortgelassen wird, so liegen offenbar Fehler in der Auffassung der Erscheinung oder auch Erinnerungsfehler vor. In der Tat ist unsere Erinnerung für Farben allgemein schlechter als für Formen, und ganz besonders wird hier die Kürze der Zeit einen Anlaß bieten, die Farben ungenügend aufzufassen; in der Marine gilt das richtige Auffassen kurzdauernder farbiger Lichtsignale als besonders schwere Prüfung für die Augen.

Man muß also offenbar damit rechnen, dafs bei den Farbenangaben Unvollständigkeiten und Irrtümer außerordentlich zahlreich sind. In der Tat gibt es viele Meteorbeschreibungen, die so verworren sind, dafs sie nicht als Beweismaterial für den Farbenwechsel Verwendung finden können. Es sei gleich hier gesagt, dafs auch unter diesen Fällen keiner gefunden wurde, welcher gegen die Farbenregel spricht. In die unten folgende Liste wurden aber nur solche aufgenommen, welche mit mehr oder weniger Sicherheit die Regel bestätigen.

### Das Sternschnuppenstadium und das grüne Stadium.

Die gewöhnlichen Sternschnuppen erscheinen punktförmig, und auch die großen Meteore zeigen des Nachts, wenn sie rechtzeitig genug entdeckt werden, zuerst ein Sternschnuppenstadium, in welchem die Lichtquelle noch keinen erkennbaren Durchmesser besitzt. Nur bei hellem Tage ist diese Phase ebenso unsichtbar, wie die Sternschnuppen. Die meisten Farbenangaben in diesem Stadium lauten auf gelbbrot, gelb und weiß, und bisweilen findet sich die Bemerkung, daß eine anfänglich gelbliche Färbung unter Helligkeitszunahme in reines Weiß überging. Es ist sehr wahrscheinlich, daß in diesem Stadium die atmosphärischen Gase noch keinen merkbaren Beitrag zur Färbung des Lichtes geben, und daß diese Farben den Übergängen von der Rotglut zur Weißglut der Meteoritenoberfläche selber entsprechen. Nach J. F. J. Schmidts zehnjährigen Sternschnuppenbeobachtungen [44] sind 82.7 % aller Sternschnuppen dieser Farbenfolge zuzuzählen, nämlich im einzelnen 61.9 % weiße, 14.8 % gelbe und 6.0 % gelbbrote. Weitere 14.6 % bezeichnet Schmidt als „nebelig“, d. h. ihre Lichtschwäche läßt keine Farbenbestimmung zu. Auf den Rest von 2.7 %, welcher auf grüne Sternschnuppen entfällt, kommen wir noch zu sprechen.

Es entspricht auch der genannten Deutung des Sternschnuppenstadiums, daß es nicht an bestimmte Höhengrenzen gebunden ist. Je größer der Körper ist, in um so größerer Höhe liegt sein Sternschnuppenstadium. Die gewöhnlichen Sternschnuppen beginnen bei etwa 150—200 km Höhe und erlöschen bei etwa 70—80 km [4]. Dagegen liegt das Sternschnuppenstadium großer Meteore etwa zwischen den Höhengrenzen 300 und 180 km; in letzterer Höhe beginnt bereits ihre grüne Phase, bei welcher die Vergrößerung des Durchmessers bezeugt, daß sie durch Mitwirkung der atmosphärischen Gase zustande kommt. Große Meteore werden nur durch Zufall bereits im Sternschnuppenstadium, meist aber erst mit Beginn der grünen Phase entdeckt, weil erst diese lichtstark genug ist, um Schatten zu werfen und so die Aufmerksamkeit auf sich zu lenken. Bei hellem Tageslicht verschiebt sich die Sichtbarkeit in der Weise, daß das Sternschnuppenstadium ganz fortfällt, durch Zufall bereits die grüne Phase entdeckt werden kann, und erst die darauf folgende rote Phase durch ihre größere Helligkeit die allgemeine Aufmerksamkeit erregt.

Die „grünen Sternschnuppen“, welche wie bereits erwähnt, bei Schmidt 2.7 % ausmachen, werden offenbar schon durch etwas größere Körper erzeugt und bilden den Übergang zu den Feuerkugeln. Zwar hat Schmidt die Frage nicht untersucht, ob die grünen die hellsten sind,

allein aus der folgenden Tabelle geht hervor, daß sie die größte Sichtbarkeitsdauer haben und am häufigsten Schweife zurücklassen, was vollkommen mit unserer Vorstellung stimmt:

Farbe	Geschweift sind	Sichtbarkeitsdauer
Grün	37.1 %	1.973*
Gelb	27.0	0.983
Gelbrot	18.3	1.627
Weiß	9.9	0.746
Nebelig	1.4	0.91

Die folgende Tabelle von Schmidt gibt weiter eine Bestätigung dafür, daß die geschweiften Sternschnuppen auch die hellsten sind:

Von der 1. Größe	sind 39.5 %	geschweift.
" " 2. "	" 16.7 %	"
" " 3. "	" 7.8 %	"
" " 4. u. 5. Größe	" 2.9 %	"

Auch diese grünen Sternschnuppen haben wohl stets ein anfängliches echtes Sternschnuppenstadium durchlaufen, sind aber erst später bei Beginn der grünen Phase entdeckt worden. Das zeigen die häufigen Fälle, wo dieser Farbenübergang von weiß oder gelblichrot zu grün wirklich beobachtet wurde. Ich habe diese Fälle nicht systematisch gesammelt und führe hier nur diejenigen an, welche in den Beobachtungen von Schmidt vorkommen.

1844, Oktober 10.: „Das Meteor beginnt schwach, nimmt in weißem Licht stark an Glanz zu, nimmt wieder ab, um in grünem Glanze noch heller aufzustrahlen, und erlischt plötzlich wie durch Explosion in der Helligkeit des Jupiter.“ — 1845, Nr. 1285, 1292, 1346 waren „weiß und grün.“ — 1848, Januar 21.: „Von allen Meteoren, die ich seither gesehen habe, das glänzendste und größte. Ich erblickte es erst in etwa 60° Höhe, gleich einem Stern 2<sup>m</sup> an Glanz, wo es bald Aldebarans Helligkeit und Farbe erreichend, in wenig geschlängeltem Laufe dem Kopf des Pegasus sich zuwandte. Hier nahm das Meteor schnell einen gewaltigen Glanz und das intensivste Smaragdgrün an.“ — Juli 29.: „Abermals ein großes Meteor von ausgezeichneter Schönheit. Es erschien bei

$\eta$  Serpentis, nahm in anfänglich rotgelbem Lichte mächtig an Glanz zu und zerplatzte scheinbar mit großer Gewalt, lautlos bei  $\lambda$  Ophiuchi. Gegen das Ende des Laufes wurde das Meteor strahlend smaragdgrün und so hell, daß es den Himmel und drüben die Berge und Bäume des Horizonts mit grünem Schimmer erleuchtete.“

Einige andere Beobachtungen gleicher Art, die mir zufällig in die Hände fielen, seien hier noch hinzugefügt.

So heißt es in der Meteorologischen Zeitschrift 1891, S. 240 von einem Meteor: „... zuerst in hellgelber Farbe leuchtend ... allmählich einen blauen intensiven Lichtschimmer verbreitend.“ — Postelmann [41] beschreibt das Meteor vom 12. 12. 15 zu Kutno mit den Worten: „Die Farbe zunächst gelblichweiß, ging auf der zweiten Hälfte der Bahn ziemlich plötzlich in ein prachtvolles (bläuliches) Grün („Smaragdgrün“?) über.“ — Auch unter den von Neumayer seinerzeit in Australien angestellten Sternschnuppenbeobachtungen [21] findet sich vom 7. Sept. 1861 ein solcher Fall: „Meteor heller als Venus, äußerst glänzend, die Farbe mitten in der Bahn von gelb in bläulichweiß verändernd.“ — Einen anderen Fall hat Kritzinger („Himmel und Erde“ 26, 5, Februar 1914, S. 237) beschrieben, nämlich das Meteor vom 30. Sept. 1913: „Das Meteor war 1. Größe (etwa wie Jupiter) und von gelber Farbe ... Besonders merkwürdig war der Übergang der gelben Farbe in grün, wobei es zugleich wesentlich heller und scheinbar größer wurde.“

Während das Sternschnuppenstadium punktförmig, d. h. ohne erkennbare Ausdehnung ist und die Helligkeit eines Sternes 1. Größe nicht wesentlich überschreitet, zeigen die angeführten Beobachtungen, daß sowohl Durchmesser wie Helligkeit der grünen Phase erheblich größer ist. Die Helligkeit kann offenbar sehr verschiedene Werte erreichen. Bei großen Meteoren ist es die Regel, daß die grüne Phase nachts bereits Schatten wirft und am hellen Tageshimmel immerhin schon sichtbar ist. Auch über den Durchmesser lassen sich einige Angaben machen. Wenn Schmidt ausagt, daß scheinbare Durchmesser von 4—10 Bogenminuten bei Sternschnuppen schon ziemlich selten sind, so kann wohl angenommen werden, daß dies die gewöhnlichen Werte für die seltenen grünen Sternschnuppen sind. Damit stimmt eine Beobachtung von Bruno Eckardt [55] überein, nach welcher eine grüne Sternschnuppe einen Durchmesser von 6' hatte. Bei 125 km Entfernung würde dies einen linearen Durchmesser der grünen

Leuchtsphäre von mehr als 200 m ergeben. Es wird später gezeigt werden, daß diese Leuchtsphäre in der bei großen Meteoren darauf folgenden roten Phase noch erheblich weiter wächst und Werte bis zu 1000 m und mehr annimmt. Es ist schon sehr lange bekannt, daß diese Leuchtsphären viel größere Dimensionen haben als die Meteoriten, durch welche sie erzeugt werden. So sagt Chladni [5]: „Die Größe der Feuerkugeln ist, wie schon Plutarch in dem bey Aegos-Potamos gefallenen Steine richtig bemerkt hat, allemahl weit beträchtlicher gewesen, als das Volumen der hernach niedergefallenen Massen.“ Man kann allgemein annehmen, daß sich für die grüne Phase meist Durchmesser von 100—300 m, für die rote solche von 400—1000 m berechnen. Diese Verhältnisse zwingen zu der von Haidinger [13 und 14] ausführlich begründeten Annahme, daß der Meteorit im Leuchtstadium von einer bis zur Glüh-temperatur komprimierten Luftkugel oder -Halbkugel umgeben ist, welche man als die Kopfwelle des kosmischen Geschosses bezeichnen kann. Bei der fortschreitenden Verlangsamung der Geschwindigkeit des Meteoriten löst sich diese Kopfwelle schließlich von ihm ab und wandert erlöschend ihm als Detonation oder Geschosfknall voraus, wie bereits Dofs und Mach richtig erkannt haben [2].

### **Der Farbenwechsel von Grün nach Rot und die rote Phase.**

Dieser Farbenwechsel, den hauptsächlich nur die großen Meteore innerhalb des Feuerkugelstadiums zeigen, bildet den Hauptgegenstand dieser Untersuchung, und die folgende Aufzählung enthält alle diejenigen Beispiele dafür, welche es mir unter den ungünstigen Bedingungen des Krieges zu sammeln gelungen ist.

1. 1623, 17. Nov. 5 p. Chladni [5] S. 99: „Sie veränderte ihre Farbe, und zeigte sich nach einander weiß, gelb, dunkelblau, und endlich vor dem Verlöschen roth.“
2. 1762, 23. Juli 10 p. Chladni [5] S. 122: „Das Licht ist sehr weiß und dem Blitze ähnlich gewesen; späterhin ward es roth.“
3. 1783, 18. Aug. 9½ p. Chladni [5] S. 129: „Das Licht veränderte sich auch mehrere Mahl, und war bald mehr weiß, roth oder blau.“
4. 1843, August. Schmidt [44]: „Die anfänglich grüne Farbe ging zuletzt in Rot über“ (Meteor 1. Größe).
5. 1845, Nr. 1451. Schmidt [44]: „Abwechselnd grün und rot.“

6. 1845, Nr. 1447, August 9., 11<sup>h</sup> 55<sup>m</sup>. Schmidt [44]: „Eine sehr prachtvolle Erscheinung. Das Meteor, heller als Venus, machte mit seinem smaragdgrünen strahlenwerfenden Lichte fast alle kleinen Sterne in seiner Nähe momentan verschwinden. Gegen das Ende des Laufes ging das Grün in Rot über.“
7. 1845, Nr. 1451, August 9., 12<sup>h</sup> 5<sup>m</sup>. Schmidt [44]: „Ebenfalls schön; erst grün, dann am Ende rot“ (l. Gröfse).
8. 1850, Januar 5., 9.8<sup>h</sup>. Schmidt [44]: „Die Farbe war lichtgrün und rot.“
9. Meteor vom 1. Februar 1861, Australien. Neumayer [21], S. 127: „Die Farbe war anfangs hellblau, später rot mit gelbem Kern.“
10. Das Meteor vom 30. Januar 1868, welches den Steinregen von Pultusk lieferte. Galle [8]. Die Farbenberichte, welche oben angeführt wurden, sind zwar sehr verworren, zeigen aber im ganzen doch, daß der Farbenwechsel Grün — Rot auch hier eintrat. Höhe des Hemmungspunktes: 42 km. Durchmesser größer als 300 m.
11. Meteor vom 29. April 1877 in Schweden. Nordenskjöld, Verhandl. d. Stockholm. geolog. Ver. 1878. Brezina [4] beschreibt eine Reproduktion der von N. gegebenen farbigen Abbildung mit den Worten: „Man sieht deutlich den ersten grünlichen fadenförmigen Teil, welcher das Meteor in dem Stadium der Sternschnuppe zeigt, sowie die darauf folgende Verbreiterung zur Feuerkugel, welche eine blutrote Spur am Himmel zurückliefs.“ Die grüne Phase ist hier als Sternschnuppenstadium bezeichnet, während nach unserer Bezeichnungsweise die Sternschnuppenphase unbemerkt blieb. Höhe des Hemmungspunktes: 35 km.
12. Zeitschr. d. Österr. Ges. f. Meteorologie 18, 1883, S. 433: „anfänglich blaugrün, dann prachtvoll roth.“
13. Ebendort. 20. 1885. S. 148 wird die rote Farbe eines Meteors erwähnt, dessen Detonation nach Verlauf von einer Minute gehört wurde.
14. 22. April 1888, 8 p. v. Niefsl [28]. Die Beobachtungen werden hier nicht in extenso mitgeteilt. S. 79 sagt v. Niefsl zusammenfassend: „Fast übereinstimmend sind, wie bemerkt, die Berichte darin, daß bei der Hemmung die Farbe in Rot übergang . . . An der Wand des Zimmers bemerkte ich plötzlich einen matten, grünlichen Schein und gewahrte am südwestlichen Himmel . . . eine grünliche Kugel, welche bald die Gestalt einer großen Birne annahm und an Helligkeit wuchs. Die Farbe wechselte in die des elektrischen

Lichtes, in die des Mondlichtes, bis zuletzt nur noch auf nicht ganz eine Secunde eine kleine carmoisinrothe glimmende Kugel übrig blieb.

Höhe des Hemmungspunktes: 38 km.

15. 13. Dez. 1888, v. Niefsel [26], S. 7: „dasselbe zog 2 Secunden lang gegen NW und zeigte einen brillant leuchtenden Kern von anfangs blauer, später violetter, dann rother und endlich orange gelber Färbung.“

Höhe des Hemmungspunktes: 31 km. Keine Detonation.

16. 17. Januar 1890, v. Niefsel [38], S. 33 [Zusammenfassung]: „Überwiegend, nämlich 31 mal unter 55 Angaben, d. s. 56 %, wird dieselbe als grün in verschiedenen Abstufungen (grün schlechtweg 14 mal, grünlich und gelbgrün 9 mal, bläulichgrün 8 mal) bezeichnet. Weiß kommt 12 mal oder bei 22 % der Beobachtungen, blau 5 mal, gelb und goldfarbig 4 mal, feuerroth oder röthlich 3 mal vor . . . Einige Beobachter berichten über Farbenänderungen zumeist in dem Sinne, daß das Licht kurz vor der Hemmung röthlich oder roth wurde, so: (1), (10b), (35).“

Höhe des Hemmungspunktes: 40 km. Durchmesser 500 m. Detonation.

17. Meteor vom 5. Dezember 1890; Met. Zeitschr. 1891, S. 38: „. . . bewegte sich unter fortwährendem lebhaftem Funkensprühen in prachtvollen wechselnden, bläulichen, gelben und roten Farbentönen.“
18. Ebendort, 1894, S. 103: „Anfangs erschien das Licht weiß, hellleuchtend und glänzend, während kurz vor dem Verschwinden am hinteren Teil rotes Licht auftrat . . . Auch andere Farben, bläuliche, traten auf, doch weniger kräftig. Die ganze Erscheinung trat so plötzlich auf und verschwand so rasch, daß ich nur diese allgemeinen Angaben machen kann.“
19. 25. Januar 1895, 6<sup>h</sup> 51<sup>m</sup> m. Greenw. Zeit. v. Niefsel [37], S. 61: „Zuerst war es von Größe und Farbe der helleren benachbarten Bärensterne, die Helligkeit wuchs aber rasch, so daß die Umgebung wie von grünlich-weißem, bengalischem Lichte merklich erleuchtet wurde. In diesem Stadium dürfte das Meteor 4—6 mal so groß als Jupiter gewesen sein. Endlich verschwand es hinter einer im Norden lagernden Wolkenbank, und im nächsten Momente leuchtete die Wolke an dieser Stelle in röthlicher Farbe auf, was auf eine neue, rasch zunehmende Lichtentwicklung oder etwa eine Explosion schließen läßt.“

In der Zusammenfassung S. 71 hebt v. Niefsel zwar nicht den Farbenwechsel hervor, aber es treten wieder die typischen Gegensätze der Aussagen auf:

„Die Farbe des Lichtes geben zehn Beobachter bläulich (bläulich, weißbläulich oder blauweiß), fünf blaugrün oder grünlichblau, fünf grün oder grünlich, einer gelbgrün, einer grünlichweiß, zwei gelb oder gelbweiß, endlich drei rötlich, roth oder violett an.“

Höhe des Hemmungspunktes: 50 km. Durchmesser 700—1000 m.  
Gute Detonation.

20. 5. Sept. 1895, 7<sup>h</sup> 20<sup>m</sup> m. e. Z. v. Niefsel [25], S. 2: „Es war von  $\frac{1}{3}$ — $\frac{1}{2}$  scheinbarer Größe des Vollmondes, von rundlich-ovaler Form, von grellem bläulichweißem Lichte . . . Beim ‚Bersten‘ des Meteors war das Licht feuerrot.“

Höhe des Hemmungspunktes: 46 km. Kein Schall. Durchmesser 750—1100 m.

21. 21. März 1896, 14<sup>h</sup> 12<sup>m</sup> m. Brünner Zeit. v. Niefsel [25], S. 5: „Sie war heller als Venus im höchsten Glanz, grün, dann intensiv rot, mit einer Spur gleich einem breiten Band. Dauer etwa 3<sup>s</sup>.“

Höhe des Hemmungspunktes: 29 km. Kein Schall.

22. Am 1. Weihnachtstage 1897. Häpke [17]: „Das Meteor, anfangs weißgrünlich, wurde zum Schluß dunkelrot.“

23. 27. Februar 1898, 8<sup>h</sup> 42<sup>m</sup> m. e. Z. v. Niefsel [25], S. 9: „8<sup>h</sup> 40<sup>m</sup> wurde im Zenit des Himmelsgewölbes eine bläulich leuchtende Kugel sichtbar . . . Während der Bewegung veränderte sich die Farbe ins grünliche, um dann, als das Meteor sich dem Horizonte zuneigte, sich intensiv zu röten, so daß das Gewölk in weitem Umkreis in intensiv rotem Glanz erstrahlte.“

Höhe des Hemmungspunktes: 20 km. Detonation.

24. 19. Februar 1899. v. Niefsel [31], S. 11: „Das anfangs weiße Licht verwandelte sich in grünlichblaues und war in diesem Augenblicke so stark, daß es trotz hellen Mondscheines auf der Erdoberfläche sich auszeichnete. Aus diesem grünlich-blauen Scheine entstand fast plötzlich ein feurig-rother, bei welchem das Meteor zerplatzte. Auch die einzelnen Sprengstücke zeigten durch kurze Zeit rothes Licht.“

S. 20: „Zuerst war es ein kleiner Stern, der sich zusehends vergrößerte; dann, wie eine Bogenlampenkuppel, aber geschweift, mit weißem und bläulichem Lichte alles taghell erleuchtete und mit ungeheurer Geschwindigkeit am Himmel hinzog. Später wurde die Kugel rötlich und zersprang in blutrothe Stücke.“

Höhe des Hemmungspunktes: 35 km. Ausgebreitetes Detonationsgebiet, anscheinend auch äufere Hörbarkeitszone (120 km Abstand). Gröfse 460—1200 m, im Mittel 800 m.

25. 25. November 1899, 10<sup>h</sup> 0<sup>m</sup> m. Brüner Zeit. v. Niefsel [25], S. 19: „anfangs in weißem dann in rötlichem Licht erstrahlend.“

S. 20: „Um 9<sup>h</sup> 50<sup>m</sup> wurde das Meteor als rötlicher Stern beobachtet, welcher anfangs langsam, dann aber rapid an Gröfse ... zunahm, bis er zwischen ‚Görlitze‘ und ‚Mirnock‘ als hellblaue Kugel verschwand. Sofort nach dem Verschwinden bemerkte ich ein sehr intensives rotbläuliches Wetterleuchten.“

Höhe des Hemmungspunktes: 25 km. Detonation.

26. 11. März 1900. v. Niefsel [36], S. 6: „... ein Meteor von blendend weißem Glanze ... Gegen das Ende der sichtbaren Bahn schien das Licht schwächer und rötlich zu werden.“

S. 12: „Die Gröfse nahm allmählich ab und das Licht, ein blendend weißer Kern mit einem grünschimmernden Mantel, nahm beim Verschwinden eine rötliche Färbung an.“

S. 27 [Zusammenfassung]: „Bei der Bezeichnung der Farbe des Lichtes findet sich 14 mal glänzendweiß und der Vergleich mit ‚Bogenlicht‘, ‚Auerlicht‘; außerdem kommen aber auch noch besondere Angaben vor: wie ‚blendendweißer Kern mit grün- und blauschillerndem Mantel‘, ‚weiß, mit grünlichem Rande, dann mehr grünlich‘, ‚weiß, später grün, endlich roth‘. Ferner finden sich je 2 mal die Bezeichnungen blau und blaugrün, 3 mal grünlichweiß, 7 mal grünlich und grün, 1 mal smaragdgrün ins orangegelbe, 2 mal gelblichgrün, 3 mal hellgelb, 3 mal gelbroth, 3 mal roth. Übrigens kommt auch vielfach die nicht unwesentliche Bemerkung vor, dafs das weiße Licht vor dem Erlöschen ins rötliche überging.“

Höhe des Hemmungspunktes: 34 km. Durchmesser 840 m. Keine Detonation.

27. 27. Febr. 1901, 7<sup>1/4</sup> p. v. Niefsel [32], S. 8: „... prachtvoll hellblaues Meteor ... Zuletzt ging die Färbung ins Gelbliche über.“

S. 9: „Etwa 7<sup>h</sup> 15<sup>m</sup> sah ich ein hellgrünes Meteor sich nahezu horizontal bewegen. Unmittelbar vor dem Ende ging die grüne Farbe in eine lichtrote über und die Feuerkugel platzte, indem sie eine Menge kleiner roter Teilchen etwa auf drei Vollmondbreiten Durchmesser aussendete, worauf diese sowie der gröfsere Hauptteil erloschen.“

S. 10: „... dafs das Meteor weit heller als Sirius erschien, anfangs weifs-grünlich-blaues, dann rötliches Licht zeigte.“

S. 11: „Das Licht war weifs, bläulichgrün und endlich gelb.“

S. 16: „Licht zuerst lebhaft grün, knapp vor dem Verschwinden rot.“

Höhe des Hemmungspunktes: 32 km. Durchmesser 203—309 m, Mittel 260 m. Keine Detonation.

28. 3. Okt. 1901, 7<sup>1/2</sup><sup>b</sup> nachm. v. Niefsl [30], S. 4: „Etwas nach 7<sup>1/4</sup> erschien scheinbar im Zenit ein heller, grüner Stern, der auf seinem Wege gröfser und gröfser wurde, bis er endlich die Gröfse der vollen Mondscheibe erreichte, immer noch grünleuchtend. Wie er sich dem Horizonte näherte, fing das Phänomen an zu sprühen und färbte sich roth, bis es endlich hinter dem Knappenriedl, scheinbar im Tollinggraben verschwand, ein stärkeres rothes Licht verbreitend.“

S. 8: „Es hatte zuerst grünlichgelbes Licht, gestaltete sich aber schliesslich zu einer intensiv roth strahlenden Kugel, vom Durchmesser der doppelten Mondscheibe.“

S. 10: „Es fiel senkrecht eine Sternschnuppe, die sich immer mehr vergröfserte und ein grelles bläuliches Licht annahm, um dann in einer großen ziemlich rothen Flamme momentan zu erlöschen.“

S. 13: „... rothes Aufleuchten, als das Meteor schon ‚nach einem kleinen Bruchtheil einer Sekunde‘ hinter den Dächern verschwunden war.“

S. 18: „zuerst hellgrün, dann roth ... Dauer: 3<sup>s</sup> lichtgrün, im ganzen 7—8<sup>s</sup>.“

S. 23: „Es war anfangs blofs eine helle bläuliche Sternschnuppe, die sich absatzweise blähte, sich aber plötzlich unter enormer gelblicher Lichtentfaltung zu Mondgröfse entwickelte und dann funkensprühend verschwand.“

Höhe des Hemmungspunktes: 42 km. Durchmesser 380—2350 m, Mittel 1250 m. Schwache Detonation.

29. Meteor vom 16. November 1902. Koerber [20]: „Die Farbe ... wird meist als grünlichweifs, mitunter auch als blauweifs bezeichnet ..., auch soll die Farbe im letzten Teile der Flugbahn mehr rötlich gewesen sein.“

Höhe des Hemmungspunktes: etwa 60 km.

30. 2. Nov. 1903, 4<sup>1/2</sup> a. v. Niefsl [33], S. 10: „Um 4<sup>b</sup> 35<sup>m</sup> morgens erglänzte der Himmel auf einmal in intensivem grünen Lichte,

welches nach kurzer Zeit sich in eine das ganze Himmelsgewölbe einnehmende rotbraune Beleuchtung verwandelte.“

v. Niefsl hebt hervor, daß im Fallgebiet meist nur die Schlufsphase beobachtet wurde, und zwar in großer Helligkeit. Einige Beispiele:

S. 11: „Dasselbe erschien blitzartig in bedeutender Höhe, erhellte die ganze Gegend mit einem rötlichgelben Lichte ... Der Erscheinung folgte ein starkes Donnergerolle.“

S. 12: „... weißgelbliche Feuerkugel ... Nach etwa 500 weiter zurückgelegten Schritten hörte ich ... einen sehr starken Knall.“

S. 12: „... und erfüllte ... den ganzen Horizont mit einem völlig gelben Scheine. Der Lichterscheinung folgte nach etwa 3—4 Minuten ... ein kurzes donnerähnliches Rollen.“

S. 13: „... wie durch ein plötzlich aufloderndes Licht ... das Firmament rötlich und so hell beleuchtet war, daß man die Gegenstände im Zimmer wahrnehmen konnte.“

Dagegen wird in den Berichten aus größerer Entfernung meist die grüne Phase beschrieben. v. Niefsl sagt (S. 26): „Angaben über die Farbe des Lichtes kamen vor: 10 weiß, 4 bläulich und lichtblau, 3 blaugrün, 3 grünlich und einige gelb. Mehrere Beobachtungen heben hervor, daß sie zuletzt ins Rote überging.“

Detonation noch in 124 km Entfernung vom Endpunkt. Höhe des Hemmungspunktes: 61 km. Größe 465—2600 m, Mittel 1880 m.

31. 23. Okt. 1909, 6 p. v. Niefsl [24], S. 29: „Über die Farbe des Lichtes lauten die Angaben wie gewöhnlich verschieden. Es finden sich deren für weiß: 10, bläulichweiß: 2, bläulich: 4, blaugrün: 4, grünlich: 4, intensiv grün: 5, blaurot: 2, goldfarbig und dunkelgelb: 3.

In der Beobachtung aus Passau ist der Farbenwechsel aus silberweiß in Goldfarbe und schließlich in glutrot sehr bezeichnend hervorgehoben.“

Höhe des Hemmungspunktes: 32 km. Größe 1600—3900 m. Keine Detonation (im Fallgebiet wegen Bewölkung keine Beobachtung).

32. 18. Mai 1910, 12<sup>h</sup> 31<sup>m</sup> m. e. Z. v. Niefsl [55], S. 50: „... als plötzlich eine grün leuchtende Feuerkugel in Vollmondgröße aus den Wolken heraustrat ... um dann, in einen rotbraunen Streifen ausmündend, zu verlöschen.“

Höhe des Hemmungspunktes: 27 km. Detonation.

33. 19. Aug. 1910, 8<sup>h</sup> 43<sup>m</sup> m. e. Z. v. Niefsl [27], S. 31: „Die Feuerkugel . . . war anfangs klein, grünlich, wurde dann immer größer, rötlich, zuletzt rot, kleine ‚Kügelchen‘ auswerfend.“

Höhe des Hemmungspunktes: 75 km.

34. 23. Sept. 1910, 6<sup>h</sup> 30.9<sup>m</sup> m. e. Z. v. Niefsl [34], S. 8: „Farbe bläulichweiß, zuletzt tiefgelb.“

• S. 8: „Größe, Farbe und Helligkeit genau wie die in der Mariahilferstrasse befindlichen Bogenlampen, später gelblich, zuletzt rötlich.“

S. 18: „Ich konnte nur den roten Schein auf dem Erdboden wahrnehmen, da ich zwischen Häusern ging.“

S. 38 [zusammenfassend]: „Die Farbe des Lichtes wurde sehr überwiegend mit weiß bezeichnet und in dieser Hinsicht mit elektrischem Bogenlicht und Magnesiumlicht verglichen. Es kommen jedoch auch verschiedene Bezeichnungen von Hellblau und Hellgrün sowie Hellgelb unter den Angaben vor. Nicht selten wird der Übergang von Weiß ins Gelbliche, Goldgelbe und gegen Ende ins Tiefrote . . . hervorgehoben . . .“

In dem Detonationsfeld zeigte sich, wo die Bewölkung es zuliefs, der Himmel feuerrot, und die Färbung des Erdbodens war purpurn.“

Starke Detonation. Größe: Querdurchmesser 540 m, Längsdurchmesser 2800 m. Höhe des Hemmungspunktes: 24 km.

35. 14. Januar 1912, 8<sup>h</sup> 13<sup>m</sup> m. e. Z. v. Niefsl [35], S. 3: „Die Färbung war erst bläulich, dann rötlich.“

S. 5: „Feuerkugel, die größer als der Vollmond war und die ganze Gegend mit rotgelbem Lichte bestrahlte, welches so intensiv war, daß es die Leute aus den Wohnungen herauslockte.“

Höhe des Hemmungspunktes: 36 km. Durchmesser 640 m. Detonation.

36. Astron. Nachr. 197, 1914, S. 382, unter Sedláčeks Beobachtungen: „Farbe anfangs hellblau; vor dem Erlöschen rubinrot.“

37. 24. Mai 1915. Hoffmeister [15], S. 58: „anfangs bläulich mit mit rötlichem Schweifansatz von 7<sup>o</sup> Länge, unterhalb  $\alpha$  Cassiopeiae rötlich und ohne Schweif.“

S. 67: „Bezüglich der Lichterscheinungen, die das Meteor darbot, wäre allenfalls die von vielen Beobachtern hervorgehobene grüne Farbe zu erwähnen.“

Höhe des Hemmungspunktes: 46 km. Durchmesser 460 m. Schweiflänge 30 km. Keine Detonation.

38. 3. April 1916, 3 $\frac{1}{2}$  Uhr nachmittags. Alfred Wegener [55], Meteorit von Treysa, S. 47: „Die verfügbaren Farbenbezeichnungen sind im folgenden zusammengestellt:

weifs { Weifs (4, 18, 19, 39, 52, 93), weifsglühend, ähnlich der Sonne zu Mittag (8), weifs, dann in allen Regenbogenfarben spielend (15), wie helles Metall (26), silbern (30), silberglänzend (32), weifsglühend (34), sonnenartig weifs (53).

Ferner:

gelblich { Gelblich (5 b, 36), golden (9), wie ‚unsere gelben Schützengraben-Leuchtkugeln‘ (17), wie die Sonne (24), gelb wie die Sonne (28), gelblich wie Citronenfalter (44), Farbe wie Sonne (57).

Ferner:

Vergl. mit künstl. Lichtquellen { Farbe des Acetylgaslichtes (82), wie Gaslaterne (40), wie elektrisches Licht (10), wie elektrisches Bogenlicht (21), wie hellbrennende Kohlen (27), Farbe wie Feuersglut (60), wie elektrische Strafsenlampe (37).

Ferner:

rötlich { Kupfern hell (1), rötlich (5 a, 43), zuerst feurig [wohl = rötlich], dann weifs (14), weifsrötlich (20), rötlich glänzender Streifen (23), rötlicher Streifen (35), rötlich-gelb (48), bläulich-rot (54), rötlich, am Rande blau (56), dunkelfeuerige [wohl = rote] Kugel, darum weifsliches Licht, ganz aufsen wieder dunkelrotes Feuer (58), Kupferfarben (66), wie Sonnenglanz der auf- oder untergehenden [also roten] Sonne in Fensterscheiben (68), ursprünglich rot, dann ins hellere, gelbe, übergehend (70), rotleuchtend (71), das Meteor habe als tiefroter Streifen begonnen und sei alsdann durch helleres Rot in Grün übergegangen (80).

... wird man zugeben müssen, dafs in unserem Fall die Angaben auffallend gleichförmig lauten. Die rötliche Färbung mufs daher nicht nur recht deutlich gewesen, sondern auch während der ganzen Dauer der Sichtbarkeit die vorherrschende gewesen sein. Dies stimmt damit überein, dafs im allgemeinen nur der Teil der Bahn gesehen wurde, der in der Stickstoffsphäre lag.“

Höhe des Hemmungspunktes: 16 km. Durchmesser 680 m. Starke Detonation, noch in 120 km Entfernung. Der (Eisen-)Meteorit wurde nachträglich gesucht und aufgefunden [55 a]. Anfangshöhe meist etwa 70—80 km.

39. Meteor vom 8.—9. April 1916, nachts 12<sup>h</sup> 45<sup>m</sup>, Schweiz. „Das Wetter“ 33, 212—213, 1916, „Eine seltene Himmelserscheinung“. Sammlung von Beobachtungen. Als Farben werden angegeben:

in Balsthal: violett und rötlich;

in Zürich: violett;

in Luzern: bunt;

in Lörrach: feurgoldenes, ins rötliche gehendes Licht.

An letzterem Orte wurde auch die Detonation gehört. — Es ist möglich, daß die „grüne“ Phase hier violett gesehen wurde; der Schluß war jedenfalls rot, was wegen der Detonation interessant ist.

40. Meteor vom 4. Mai 1916, Kutno. Postelmann [41]: Erst gelblich-weiß, dann bläulichgrün, zum Schluß mattes Rot.<sup>1)</sup>

### Höhenlage des Farbenwechsels.

Direkte Angaben über die Höhenlage, in welcher der Farbenwechsel eintritt, sind aus dem vorliegenden Material nicht zu gewinnen. Indessen ist es in dieser Hinsicht lehrreich, die Endhöhen (Höhen des Hemmungspunktes) durchzusehen, die jedenfalls kleiner sein müssen als die Höhe des Farbenwechsels. Diese Endhöhen sind in folgender Tabelle zusammengestellt.

Nr.	Datum	Endhöhe	Nr.	Datum	Endhöhe
10	30. Jan. 1868 . . . .	42 km	27	27. Febr. 1901 . . . .	32 km
11	29. April 1877 . . . .	35 "	28	3. Okt. 1901 . . . .	42 "
14	22. April 1888 . . . .	38 "	29	16. Nov. 1902 . . . .	60 "
15	13. Dez. 1888 . . . .	31 "	30	2. Nov. 1903 . . . .	61 "
16	17. Jan. 1890 . . . .	40 "	31	23. Okt. 1909 . . . .	32 "
19	25. Jan. 1895 . . . .	50 "	32	18. Mai 1910 . . . .	27 "
20	5. Sept. 1895 . . . .	46 "	33	19. Aug. 1910 . . . .	75 "
21	21. März 1896 . . . .	29 "	34	23. Sept. 1910 . . . .	24 "
23	27. Febr. 1898 . . . .	20 "	35	14. Jan. 1912 . . . .	36 "
24	19. Febr. 1899 . . . .	35 "	37	24. Mai 1915 . . . .	46 "
25	25. Nov. 1899 . . . .	25 "	38	3. April 1916 . . . .	16 "
26	11. März 1900 . . . .	34 "			

<sup>1)</sup> Nach Abschluß der Arbeit finde ich noch das folgende Beispiel für den Farbenwechsel grün—rot: (Siehe folgende Seite.)

Über 50 km Höhe geben drei, über 60 nur noch zwei Fälle, und über 70 nur einer (75 km). Die Höhe, in welcher der Farbenwechsel eintritt, wird also mindestens 75 km betragen müssen. Andererseits kann man aus dem Meteoritenfall von Treysa [55 u. 55 a] (Nr. 38) schließen, daß die rote Phase erst bei 70—80 km begann, d. h. in der Höhe, in welcher das Meteor von den meisten Beobachtern entdeckt wurde. Denn nach den oben mitgeteilten Farbenbeschreibungen wurde offenbar meist nur die rote Phase, diese aber von Anfang an gesehen. Wie später zu zeigen ist, führen auch die Beobachtungen der nächtlichen Leuchtschweife der Meteore auf dieselbe Höhe des Farbenwechsels von 70—80 km.

### Helligkeitsverhältnis der grünen und der roten Phase.

Bei aufmerksamer Durchsicht der im vorangehenden mitgeteilten Beobachtungen wird man zahlreiche Beweise dafür finden, daß die rote Phase noch erheblich heller ist als die grüne. Weil diese Frage von Wichtigkeit für die Deutung der Erscheinung ist, seien die hierauf bezüglichen Äußerungen nochmals zusammengestellt:

19. „... daß die Umgebung wie von grünlich-weißem, bengalischem Lichte merklich erleuchtet wurde. In diesem Stadium dürfte das Meteor 4—6 mal so groß als Jupiter gewesen sein. Endlich verschwand es hinter einer im Norden lagernden Wolkenbank, und im nächsten Momente leuchtete die Wolke an dieser Stelle in rötlicher Farbe auf, was auf eine neue, rasch zunehmende Lichtentwicklung ... schließen läßt.“
23. „... veränderte sich die Farbe ins grünliche, um dann, als das Meteor sich dem Horizonte zuneigte, sich intensiv zu röten, so, daß das Gewölk in weitem Umkreis in intensiv rotem Glanz erstrahlte.“

19. No. 1784, 5 p. Hannover. C. Krüger, Eine merkwürdige Lufterscheinung in Hannover im Jahre 1784. „Das Wetter“ 34, 1917, S. 131—132.

„In Südost erzeugte sich ein Feuerklumpen, der langsam im Zickzack nach Nordwest, vielleicht in sechs Sekunden herunter fiel. Das Sonderbare dabei war dies, daß er eine stetige Spur seines prächtigen Zuges nach sich ließ. Anfangs war dieser Streifen, der einem gemalten Blitz, wenn er einschlägt, glich, feurig, verwandelte sich unten nachher in das sanftere Gelbe der untergehenden Sonne, oben war er von erst an die dunkelblaue Spur einer Rakete.“ 3—4<sup>m</sup> nachher Detonation.

25. „... bis er zwischen ‚Görlitze‘ und ‚Mirnock‘ als hellblaue Kugel verschwand. Sofort nach dem Verschwinden bemerkte ich ein sehr intensives rotbläuliches Wetterleuchten.“
28. „... immer noch grünleuchtend. Wie er sich dem Horizonte näherte, fing das Phänomen an zu sprühen und färbte sich roth, bis es endlich hinter dem Knappenriedl, scheinbar im Tollinggraben verschwand, ein stärkeres rothes Licht verbreitend.“  
 „Es hatte zuerst grüngelbes Licht, gestaltete sich aber schliesslich zu einer intensiv roth strahlenden Kugel, vom Durchmesser der doppelten Mondscheibe.“  
 „... Sternschnuppe, die sich immer mehr vergrößerte und ein gelbes bläuliches Licht annahm, um dann in einer grossen ziemlich rothen Flamme momentan zu erlöschen.“  
 „... rothes Aufleuchten, als das Meteor schon ‚nach einem kleinen Bruchteil einer Sekunde‘ hinter den Dächern verschwunden war.“  
 „... anfangs blofs eine helle bläuliche Sternschnuppe, die sich absatzweise blähte [hinter Wolkenstreifen?], sich aber plötzlich unter enormer gelblicher Lichtentfaltung zu Mondgröfse entwickelte.“
30. „... erglänzte der Himmel auf einmal in intensivem grünen Lichte, welches nach kurzer Zeit sich in eine das ganze Himmelsgewölbe einnehmende rotbraune Beleuchtung verwandelte.“  
 „... erhellte die ganze Gegend mit einem rötlichgelben Lichte.“  
 „... erfüllte ... den ganzen Horizont mit einem völlig gelben Scheine.“  
 „... wie durch ein plötzlich auflooderndes Licht ... das Firmament rötlich und so hell beleuchtet war, dafs man die Gegenstände im Zimmer wahrnehmen konnte.“
34. „Ich konnte nur den roten Schein auf dem Erdboden wahrnehmen, da ich zwischen Häusern ging.“  
 „In dem Detonationsfeld zeigt sich, wo die Bewölkung es zuliefs, der Himmel feuerrot, und die Färbung des Erdbodens war purpurn.“
35. „... Feuerkugel, die gröfser als der Vollmond war und die ganze Gegend mit rotgelbem Lichte bestrahlte, welches so intensiv war, dafs es die Leute aus den Wohnungen herauslockte.“

38. Bei dieser Beobachtung geht die grössere Lichtstärke der roten Phase schon daraus hervor, daß die meisten Beobachter es überhaupt erst bei Beginn dieser Phase entdeckten.

Diesen einwandfreien Beispielen dafür, daß der Eintritt der roten Phase mit einer Vergrößerung der Lichtstärke (und des Durchmessers) verbunden war, steht nur ein einziger gegenteiliger Bericht in unserer Sammlung gegenüber, nämlich Nr. 26, wo es heißt: „Gegen Ende der sichtbaren Bahn schien das Licht schwächer und rötlich zu werden.“ Da aber ein einzelner Fall naturgemäß nur ein sehr geringes Gewicht beanspruchen kann, und sich obendrein verschiedene Erklärungsmöglichkeiten für diese Abweichung bieten, auf welche wir hier nicht einzugehen brauchen, kann wohl der Satz als nachgewiesen gelten, daß die rote Phase mit einer Lichtverstärkung verbunden ist. Von besonderem Interesse ist in diesem Zusammenhange der bei Nr. 38 in der Originalabhandlung geführte Nachweis, daß während des Verlaufes der roten Phase gleichzeitig die Färbung abnahm und der Durchmesser kleiner wurde. Es war dies ein Eisenmeteorit, der nicht zerschellte, sondern die Phase größten Druckes überstand und als einzelnes Stück zur Erde fiel. Bei den zerschellenden Meteoriten<sup>1)</sup> nimmt dagegen Durchmesser und Färbung bis zum Augenblick des Zerschellens zu, so daß hier die größte Lichtstärke und die satteste Färbung unmittelbar vor dem Erlöschen entwickelt werden. In beiden Fällen ist also die Satttheit der Färbung am größten, wenn auch die Lichtstärke am größten ist, und nimmt ab, wenn diese abnimmt. Dies ist für das Folgende von Wichtigkeit.

### Ursache der Farben.

In welcher Richtung sich bei den älteren Autoren die Ansichten über die Ursache der Meteorfarben bewegten, zeigt die Bemerkung Chladnis [5], die grüne Farbe mancher Meteore deute darauf hin, daß

<sup>1)</sup> Die Ursache der Zerteilung der meisten Steinmeteoriten zu „Steinregen“ sieht der Verfasser nicht, wie meist üblich, in einer Explosion des Meteoriten durch plötzlich freiwerdende Gase oder durch die plötzliche Wärmeausdehnung der Oberfläche, sondern in einem Zerschellen, welches dann eintritt, wenn der Druck der komprimierten Luft vor dem Meteoriten seine Druckfestigkeitsgrenze überschreitet (ähnlich der nochmaligen Zerteilung, welche größere Stücke beim Einschlag in die Erde erfahren). Da nämlich das Innere des Meteoriten von der hohen Temperatur ganz unberührt bleibt, könnten die erstgenannten Erscheinungen sich immer nur auf die Rinde beziehen und eine allmähliche Absplitterung dieser Rinde, niemals ein plötzliches Bersten des ganzen Steines erzeugen. Bei Eisenmeteoriten, deren Bruchfestigkeit viel höher ist als die der Steine, kommt auch niemals eine plötzliche Zerteilung in eine große Zahl kleiner Stücke vor.

sie Kupfer enthielten. Auch die Spektroskopiker gingen bei der Auslegung der von ihnen gesehenen oder photographierten Linien stets davon aus, daß es sich um Bestandteile des Meteoriten selber handele. Der im vorangehenden nachgewiesene regelmäßige Farbenwechsel läßt sich natürlich mit einer solchen Deutung nicht vereinigen. Sein erster Entdecker v. Niefsel äußerte die Vermutung, es handele sich dabei um den Unterschied zwischen Weißglut und Rotglut. So schrieb er bei der Feuerkugel vom 3. Okt. 1901 [30]: „Von diesen [Farbenangaben] lauten 64, d. i. die relativ größte Zahl auf, eine Nuance, welche der größten Wärmeintensität entspricht, nämlich blendend-weiß (elektrisches, Magnesium-, Auerlicht usw., 25), bläulich- und grünlich-weiß, hellblau oder grün (39). . . . Diesem grellen Lichte folgte ein anscheinend rascher Übergang in Roth, die Farbe geringeren Wärmegrades, und dieser Farbenwechsel ist in 24 Berichten ausdrücklich hervorgehoben. Er wurde selbst noch in dem sehr entfernten Leipzig (. . . ‚zersprang in fast rother Flamme‘) bemerkt.“ Es ist sehr wahrscheinlich, daß die Deutung als Rotglut bei den bisweilen noch nach Erlöschen der Leuchtsphäre ein kurzes Stück zu verfolgenden rotglühenden Funken (Bruchstücke des Meteoriten selber) zutrifft. Für die Leuchtsphäre selber ist sie offenbar unzureichend. Denn nicht nur ist es unmöglich, die oft sehr intensive grüne (smaragdgrüne!) Färbung als „Weißglut“ zu betrachten, sondern es müßte vor allem die rote Phase dann weniger intensiv leuchten als die grüne, während, wie oben gezeigt wurde, das umgekehrte der Fall ist. Und ebenso müßte innerhalb der roten Phase die Färbung nicht mit wachsender, sondern mit abnehmender Lichtstärke satter werden. Die richtige Erklärung ist offenbar auf einem anderen Gebiete zu suchen, nämlich auf dem der chemischen Beschaffenheit der obersten Atmosphärenschichten.

Schon 1875 hat Hann [11] darauf hingewiesen, daß die obersten Atmosphärenschichten nach den Gasgesetzen, speziell dem Daltonschen Gesetz, aus reinem Wasserstoff bestehen müßten, wenn der Nachweis dieses Gases in der Luft am Erdboden, den Boussingault geführt hatte, richtig sei. Nachdem später die Existenz des Wasserstoffs in der Atmosphäre, wenn auch nur in sehr geringen und unsicher bestimmten Mengen von Gautier bestätigt war, führte Hann [12] nochmals im Jahre 1903 die Berechnung durch mit dem Ergebnis, daß der Wasserstoff in 50 km Höhe bereits 14 Volumprocente erreicht, in 100 km aber 99, so daß hier und noch mehr oberhalb dieser Höhe die Luft praktisch nur noch aus Wasserstoff bestehen müßte. Humphreys [16] führte 1909 eine unbedeutende Verbesserung dieser Rechnung durch Berücksichtigung der Temperatur-

verhältnisse ein und stellte das Ergebnis graphisch in der Art der Fig. 1 dar. Im gleichen Jahre hatte ich [49] schon aus der Höhe der sogenannten leuchtenden Nachtwolken und der Dämmerungsgrenze auf eine Schichtgrenze bei 70—80 km Höhe geschlossen und identifizierte diese im folgenden Jahre [50] mit der relativ schnellen Änderung der chemischen Zusammensetzung der Atmosphärogase, wie sie aus den vorgenannten Berechnungen für dieselbe Höhe sich ergibt. In einer weiteren Untersuchung, in welcher

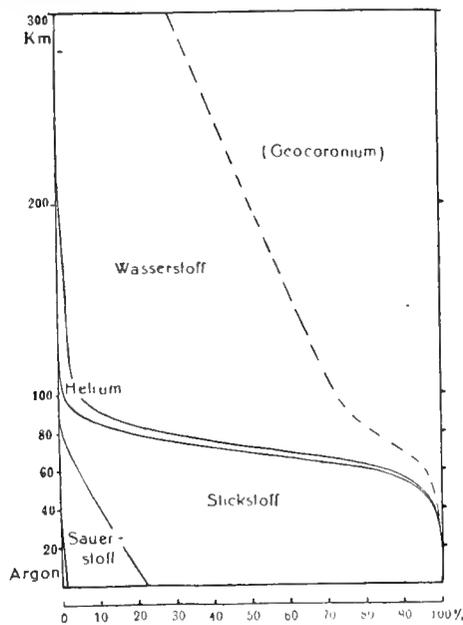


Fig. 1.

ich möglichst alle in diesen Höhen auftretenden Erscheinungen berücksichtigte [51], stellte ich dann, namentlich zur Erklärung der „Nordlichtlinie“, die Hypothese auf, daß sich außer dem Wasserstoff, dessen starkes Vorherrschen oberhalb jener Grenze als gesichert erschien, noch ein anderes, unbekanntes und noch leichteres Gas, das „Geocoronium“, in den höchsten Atmosphärenschichten vorfindet, welches u. a. als Ursache der Nordlichtlinie zu betrachten sei. Auf die Annahmen und die darauf beruhende Rechnung im einzelnen einzugehen, ist hier nicht der Ort. Das Ergebnis kann durch Fig. 1 dargestellt werden, welches die volumprozentische Zusammensetzung der Luft in allen Höhen graphisch veranschaulicht. Um z. B. die Zusammensetzung in 80 km Höhe zu entnehmen, legt man durch diese Höhe die Horizontale; die auf die verschiedenen Felder entfallenden Abschnitte stellen dann die Volumprocente der betreffenden Gase dar. Man wird sofort bemerken, daß der ziemlich schnelle Übergang von der im wesentlichen aus Stickstoff (und Sauerstoff) bestehenden unteren Schicht zu der darüber liegenden Schicht leichter Gase, zunächst vorwiegend des Wasserstoffs, sich gerade in derjenigen Höhe abspielt, in welcher der Farbenwechsel der großen Meteore eintritt. Zieht man die Dimensionen der Leuchtsphären in Betracht, welche nur die eine Deutung zulassen, daß es sich um die glühende Kopfwelle in den atmosphärischen Gasen handelt, so ist der Schluß wohl unabweisbar, daß es dieser Wechsel in der Zusammensetzung der Luft ist, welcher sich bei den großen Meteoren in dem Farbenwechsel Grün — Rot zu erkennen gibt.

### Spektraluntersuchungen.

Eine exakte Prüfung dieses Ergebnisses würde durch eine spektroskopische Untersuchung des Lichtes der grünen und roten Phase der Meteore möglich sein. Gegenwärtig liegt aber die Meteorspektroskopie noch sehr im Argen, was nicht zu verwundern ist, da das unvorhergesehene Auftreten dieser Erscheinungen eine systematische Untersuchung fast unmöglich macht. Es existiert zwar bereits eine grössere Zahl von Mitteilungen über solche Spektralbeobachtungen von J. Browning, H. A. Newton, v. Konkoly, A. S. Herschel, C. P. Smyth, C. C. Trowbridge u. a., die man im 5. Bande von Kaysers Spektroskopie nachlesen kann, allein die Deutungen, welche die Autoren den von ihnen gesehenen hellen Linien unter der Voraussetzung gegeben haben, es müsse sich um Bestandteile der festen Meteoriten handeln, sind ganz willkürlich und wertlos. Am hellsten war für das Auge entweder eine gelbe Linie (meist als Natriumlinie,  $589 \mu\mu$  gedeutet) oder eine grüne Linie (angeblich  $518 \mu\mu$ ), was vielleicht der roten und grünen Phase entspricht. Dafs ein Teil dieser Beobachtungen sich übrigens nicht auf das Meteor selber, sondern auf die bei Nacht nachleuchtende Spur bezieht, tut nicht viel zur Sache, da diese Leuchtspur, wie später gezeigt werden wird, denselben Farbenwechsel zeigt.

Es ist aber in mehreren Fällen schon durch Zufall gelungen, das Spektrogramm eines Meteors auf die photographische Platte zu bekommen. Obwohl hier die Bedingungen in jeder Hinsicht einwandfrei sind, ist doch auch hier das Resultat unsicher, weil die Ausmessung eines solchen Spektrogramms naturgemäfs sehr unsicher ist. Die Aufnahmen wurden mit dem Objektivprisma erhalten.

So erhielt Pickering [42] am 18. Juni 1897 das Spektrogramm eines „hellen Meteors“. Er sagt: „Das Spektrum besteht aus 6 hellen Linien, deren Intensität an den verschiedenen Stellen der Platte verschieden ist, woraus hervorgeht, dafs das Licht des Meteors sich veränderte, während sein Bild über die Platte fortlief.“ Leider wird die Art der Änderung nicht näher angegeben. Die Ausmessung ergab ( $i$  = relative Intensität): (vgl. die nebenstehende Tabelle).

Meteor		Wasserstoff
$\lambda$	$i$	
395 $\mu\mu$	40	397 H $\epsilon$
412 $\mu\mu$	100	410 H $\delta$
420 $\mu\mu$	2	
434 $\mu\mu$	13	434 H $\gamma$
464 $\mu\mu$	10	
486 $\mu\mu$	10	486 H $\beta$

Die danebenstehenden Werte der Wasserstofflinien stimmen gut überein, insbesondere auch hinsichtlich der zu erwartenden Intensitätsverteilung. Leider ist weder die Höhe noch die Farbe des Meteors bekannt.

Zwei weitere Spektrogramme von Meteoren erhielt Blajko [3] am 11. Mai und 12. August 1904, doch ist hier die Auswertung wohl noch erheblich unsicherer. Von der ersten Aufnahme wird gesagt: „Das Spektrum des Meteors besteht aus feinen Linien von verschiedenem Helligkeitsgrad, welche parallel zu einander von einem Ende der Platte zum anderen reichen . . . Die Linien sind sehr verbreitert von dem Punkte . . . ab. In diesem Augenblick trat ein plötzlicher Zuwachs an Helligkeit ein, es gab aber keine bemerkenswerte Vermehrung der Spektrallinien, nur ihre Helligkeit wuchs. Von kontinuierlichem Spektrum [welches bei den Augenbeobachtungen meist gesehen wurde] ist keine Spur zu sehen. Durch Zufall sah ich dies Meteor gegen Ende seiner Erscheinung; es war etwa erster Größe oder etwas heller, und von gelber Farbe; die Spur, die es zurückließ, war etwa  $25^{\circ}$  lang und blieb ungefähr 3 Sekunden lang sichtbar.“

Von der zweiten Aufnahme wird gesagt: „Während der Exposition erschien ein helles Perseidenmeteor, das von Herrn Taschnow und mir selber beobachtet wurde. In der zweiten Hälfte der Bahn, nachdem seine Helligkeit plötzlich angewachsen war, war es fast von erster Größe und von rein grüner Farbe . . . In dem Spektrum ist nur eine einzige Linie zu sehen bis zu dem Punkt, wo die Lichtstärke anwächst, von hier an jedoch erschienen andere feine Linien, wobei jedoch keine Spur eines kontinuierlichen Spektrums zu bemerken ist.“ Die gemessenen Wellenlängen waren, wenn man diejenigen mit der geringsten Intensität 1 fortläßt, folgende:

1. Meteor	Wasserstoff	2. Meteor
$\lambda = 358 \mu\mu$ $i = 3$		$\lambda = 376 \mu\mu$ $i = 2$
364 4		378 2
375 4		379 2
	380 H $\theta$	
384 3	384 H $\eta$	
386 3		
	389 H $\zeta$	<b>388 10</b>
<b>394 10</b>		390 2
398 5	397 H $\epsilon$	398 5
		402 3
405 2		
	410 H $\delta$	

Man muß wohl H. Kayser zustimmen, wenn er die Deutung, die Blajko diesen Linien gibt, als wertlos bezeichnet. Ja es erscheint fraglich, ob nicht die beiden hellsten Linien (394 bzw. 388) etwa identisch sind. Sie könnten z. B. die Stickstofflinie 391 darstellen, die, wie Paulsen [40] gezeigt hat, im photographischen Nordlichtspektrum die hellste ist.

Bei der Ungenauigkeit der Ausmessung kommt viel darauf an, daß für die Deutung der Linien eine richtige Hypothese zugrunde gelegt wird. Denn oft wird es noch möglich sein, aus dem erhaltenen Bilde ein Urteil zu gewinnen, ob sich das Spektrum mit dieser Hypothese verträgt, während es unmöglich ist, die Linien gänzlich voraussetzungslos zu identifizieren. Vielleicht darf man deshalb hoffen, daß bei künftigen derartigen Aufnahmen das Ergebnis etwas brauchbarer wird. Insbesondere ist aber zu hoffen, daß die nächtlichen, nachleuchtenden Meteorschweife, die bisweilen 40" und länger sichtbar bleiben, und welche dieselben Farben wie die Meteore selber zeigen, eine genauere spektroskopische Untersuchung erfahren. So lange dies aber nicht der Fall ist, müssen wir uns mit der Farbensensibilität des Auges begnügen, welches ja als ein freilich sehr unvollkommenes Spektroskop gelten kann.

### **Kriterien aus dem Schweifphänomen.**

Man muß unterscheiden zwischen dem bei hellem Sonnenlicht als lange weiße Wolke sichtbaren Rauchschweif und dem bei Nacht, ja anscheinend auch bereits am Dämmerungshimmel auftretenden Leuchtschweif.

Die Rauchschweife werden nach den bisherigen Erfahrungen auf der Strecke von etwa 70 km bis zum Hemmungspunkte herab entwickelt; ihre Eigenfarbe ist vermutlich bräunlich, wird aber durch das darübergelagerte Himmelsblau zu weiß. Im ersten Augenblick gleicht dieser Rauchschweif einem schnurgeraden dünnen weißen Wollfaden oder einem blinkenden Draht, nach und nach verbreitert er sich und nimmt in den zahlreichen Fällen, in denen der Meteorit rotiert hat, vielleicht auch in allen Fällen, eine wellige oder Zickzackform an. Nach  $\frac{1}{4}$  Stunde pflegt er für das Auge zu verschwinden. Das beste Beispiel einer solchen Beobachtung dürfte der Meteoritenfall von Treysa am 3. April 1916, 3 $\frac{1}{2}$  Uhr nachmittags darstellen [55].

Leuchtspuren sind viel häufiger beobachtet worden, da sie bereits von kleineren Meteoriten erzeugt werden, welche keine Rauchspur mehr entwickeln. Sie liegen dann in Höhen zwischen 100 und 70 km und

haben, wie gezeigt werden wird, oberhalb 75 km Höhe grünliche, unterhalb gelbliche Farbe. (Bei tiefer herabdringenden Meteoren rote.) Sie scheinen gleich bei ihrer Entstehung eine bedeutende Breite zu haben, welche der Breite der Leuchtsphäre des Meteors entspricht, und sind oft oder stets röhrenförmig gebaut, so daß die Ränder heller erscheinen als die Mitte. Sie sind selbstleuchtend, ihr Licht nimmt nach einem experimentell bekannten Gesetz [46] ab, und in günstigen Fällen sind sie 40—60 Minuten lang sichtbar. Eine zusammenfassende Beschreibung solcher Leuchtspuren auf Grund amerikanischer und englischer Beobachtungen hat Trowbridge in einer

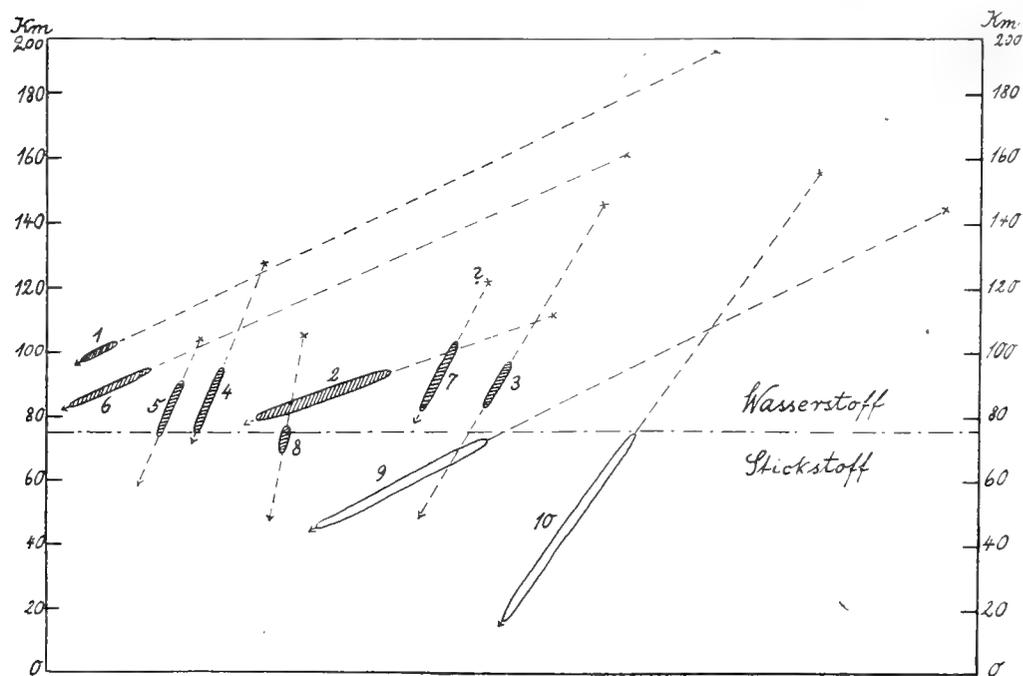


Fig. 2.

Abhandlung gegeben [45], auf die hier etwas näher eingegangen werden soll, weil sie unser Ergebnis über den Farbenwechsel der großen Meteore bestätigt.

Trowbridge gibt eine graphische Darstellung von acht nächtlichen und einer Tagesspur, welche nach Verwandlung der miles in Kilometer in Fig. 2 wiedergegeben ist. Hinzugefügt wurde von mir noch die Tagesspur des Meteoriten von Treysa. Die einzelnen Nummern beziehen sich auf folgende Meteore:

1. Yale Observatory, New Haven, Connecticut, Nov. 14, 1866, 2<sup>11</sup> a. m. (viele Beobachtungen); Höhe der Bahn 193—97 km; Leuchtspur oberhalb 97 km; 9 Minuten sichtbar; berechnet von H. A. Newton.

2. Yale Observatory, New Haven, Connecticut, und viele andere Observatorien, Nov. 14, 1868, 1<sup>12</sup> a. m.; Leuchtspur von 95—79 km Höhe, zuerst 48 km lang; blieb 44 Minuten sichtbar; berechnet von H. A. Newton.

3. Beobachtet in Zentral-England, August 26, 1894, 10<sup>20</sup> p. m. von D. E. Parker und anderen; berechnet von Denning; 145—48 km; Bahnlänge 106 km, Leuchtspur 13 km lang, Mitte in 87 km Höhe; 30 Minuten lang sichtbar.

4. Leeds und Bristol, England, August 13, 1888, 11<sup>33</sup> p. m., beobachtet von Denning und anderen. Erstes Erscheinen in 126 km, Erlöschen in 76 km; Leuchtspur 29 km lang von 95—76 km Höhe.

5. Bristol und Sunderland, England, November 14, 1888, 5<sup>19</sup> a. m. F. W. Backhouse und Denning. Das Meteor erschien in 105 km Höhe und verschwand in 60 km Höhe über der Nordsee. Die Leuchtspur reichte von 92—72 km.

6. Cardiff und Sidmouth, England, November 14, 1866, 1<sup>08</sup> a. m. Beginn bei 161, Ende bei 85 km. Länge der Leuchtspur 26—29 km am unteren Ende der Meteorbahn.

7. Osten der Vereinigten Staaten, November 14, 1866, 2<sup>48</sup> a. m.

8. Bristol und Stonyhurst College, England, Dezember 4, 9<sup>17</sup> p. m. Eine kurze Leuchtspur in 72 km Höhe. Berechnet von Denning.

9. Ein Tagesmeteor, ohne nähere Angabe von Trowbridge mitgeteilt.

[10. Tagesmeteoritenfall von Treysa, 3. April 1916, 3<sup>1/2</sup> p. m.]

Die Bahnen sind sämtlich mit den richtigen Neigungswinkeln eingetragen. Sie stellen nur eine Auswahl, nämlich die am sichersten berechneten unter der Gesamtzahl der von Trowbridge benutzten Beobachtungen dar.

Bei der Besprechung der Farben dieser nächtlichen, selbstleuchtenden Schweife findet Trowbridge Rot, Orangegegelb, Gelb, Smaragdgrün, Blau, Silber und auch Weiß vertreten. Schon diese Farben zeigen die Richtigkeit von Trowbridges Annahme, daß es sich nicht um erlöschende Partikel des Meteoriten, sondern um phosphoreszierende, nachleuchtende Luft handelt. Der Farbenwechsel der Leuchtschweife geht aber aus folgenden Ausführungen hervor: „Unter den bei Nacht beobachteten Leuchtspuren gingen in mehreren Fällen grüne Leuchtspuren allmählich in Weiß über, und in einem Fall von grünlich zu einer ‚matt rötlichen oder warmen Farbe‘.“ Die Leoniden hinterlassen meist grüne, die Perseiden dagegen, welche sich in geringeren Höhen abspielen, mehr gelbliche Leuchtschweife. In einem Verzeichnis aller Farbenbeobachtungen kommen auch vier der in Fig. 2 dargestellten Leuchtschweife vor, bei denen also ein Vergleich der Farbe mit der Höhenlage möglich ist, nämlich:

Nr.	Farbe
3	Grün, smaragdgrün oder bläulichgrün.
2, 6	Blau, auch grünlichblau.
8	Orange.

Am Dämmerungshimmel, wo der grüne Teil meist nicht mehr lichtstark genug ist, um gesehen zu werden, erscheinen nach Trowbridge die Leuchtschweife meist rot. [Ein gutes Beispiel dürfte auch Nr. 11 unseres Hauptverzeichnisses sein, dessen Originalbeschreibung mir leider nicht zugänglich ist.]

Über die Ursache der Farben äußert sich Trowbridge in folgenden Worten: „Die Leuchtspuren von langer Dauer scheinen also von ziemlich konstanter Farbe zu sein. Wenn das Phänomen eine Gasphosphoreszenz ist, so wird eine geringe Änderung in der Zusammensetzung der Gase in der Meteorbahn zweifellos die Farbe etwas verändern müssen, denn die Farbe der Gasphosphoreszenz variiert, wie H. F. Newall gezeigt hat, für verschiedene Zusammensetzung des Gases (Proceed. Cam. Phil. Soc. 9, 295, 1898).“

— Wie man aus Fig. 2 entnehmen kann, fällt die Höhe, in welcher sich der von Trowbridge bemerkte Farbenwechsel der Leuchtschweife vorfindet, mit derjenigen zusammen, in welcher derselbe Farbenwechsel bei den großen Meteoren selber beobachtet wird, und dies ist wiederum die gleiche Höhe, in welcher sich der Übergang von der Stickstoffsphäre zu der Sphäre der leichten Gase befindet. Der ursächliche Zusammenhang zwischen diesen Erscheinungen wird sich hiernach kaum mehr von der Hand weisen lassen.

NOVA ACTA.

Abh. der Kaiserl. Leop.-Carol. Deutschen Akademie der Naturforscher.

Band CIV. Nr. 2.

---

# Dipterologische Studien.

Von

Th. Becker.

## Dolichopodidae.

Dritter Teil.

Mit 107 Figuren im Text.

---

Eingegangen bei der Akademie am 15. Oktober 1916.

---

**H A L L E.**

1918.

Druck von Ehrhardt Karras G. m. b. H. in Halle (Saale).

Für die Akademie in Kommission bei Max Niemeyer, Verlag in Halle a. S.



## Gruppe VII.

# Diaphorinae.

### Gruppencharakter.

Metallisch gefärbte Arten, deren Männchen mitunter starken Silberschimmer zeigen. Hinterkopf meist deutlich konkav, dem Thoraxrücken sich anschmiegend, wenigstens beim ♂. Gesicht ohne Querteilung. Hypopygium kappenförmig, dem Hinterleib sich anschmiegend, behaart oder mit starken Borsten besetzt. Hinterschenkel ohne Präapikale (Ausnahme *Chrysotus*). Erstes Fühlerglied behaart (nur bei *Leucostola* und *Chrysotus* nackt). Flügel ohne winklig aufgebogene vierte Längsader.

### Bestimmungstabelle der Gattungen.

1. Randader nur bis zur dritten Längsader laufend; vierte Längsader nur schwach ausgebildet, im letzten Abschnitt fast oder ganz unterbrochen und mit der dritten stark divergierend 2.
- Randader bis zur vierten Längsader laufend, vierte Längsader wie gewöhnlich, mit der dritten parallel 3.
2. Akrostikalbörstchen fehlend; nur vier Dorsozentralborsten; zweites Fühlerglied transvers *Cryptophleps* Lichtw.
- Akrostikalbörstchen vorhanden, 4—5 Dorsozentralborsten; zweites Fühlerglied scheinbar daumenförmig auf das dritte übergreifend; hintere Querader fehlend oder weit nach der Basis zurückgedrängt *Asyndetus* Lw.
3. Fühlerborste apikal, drittes Fühlerglied kegelförmig verlängert *Trigonocera* Beck.
- Fühlerborste subapikal oder dorsal 4.
4. Akrostikalbörstchen vorhanden. Thoraxrücken mit fünf Dorsozentralen 5.
5. Fühlerborste dorsal 6.
- Fühlerborste subapikal 8.
6. Augen des ♂ auf der Stirn zusammenstoßend. Hypopyg mit vier steifen Borsten *Diaphorus* Meig.
- Augen des ♂ auf der Stirn getrennt 7.

7. Fühler oberhalb der Kopfmitte eingefügt, drittes Fühlerglied kurz dreieckig. Hypopyg in der Regel mit längeren schmalen Anhängen. Lang gestreckte Arten  
*Nematoproctus* Lw.
- Fühler auf der Kopfmitte eingefügt, drittes Fühlerglied mehr nierenförmig. Hypopyg mit vier steifen Borsten ohne sichtbare Anhänge. Kurz gebaute Arten  
*Melanostolus* Kow.
8. Erstes Fühlerglied nackt; Schildchen mit zwei Borsten 9.
- Erstes Fühlerglied behaart; Schildchen mit vier Borsten. Hinterhüfte mit mehreren Borstenhaaren. Silberschimmernde, ziemlich stark behaarte Arten *Argyra* Macq.
9. Fühler deutlich oberhalb der Kopfmitte eingefügt, drittes Glied dreieckig verlängert. Hintere Schenkel ohne Präapikalborste, hintere Hüften mit mehreren Borsten. Silberschimmernde Arten *Leucostola* Lw.
- Fühler auf oder nur wenig oberhalb der Kopfmitte eingefügt, drittes Fühlerglied rundlich, nicht verlängert. Schenkel mit Präapikalborsten, Hinterhüfte nur mit einer Borste. Metallisch gefärbte, kleine Arten, ohne auffallenden Silberschimmer  
*Chrysotus* Meig.

### *Diaphorus.*

Meigen, Syst. Besch. IV, 32; CXXIV (1824).

*Brachypus* Meig., i. litt. apud Meig.

*Diaphora* Macq., S. à Buffon I, 447. 5 (1834).

Die Gattung *Lyroneurus* Lw., die im Katalog Kertész VII, 261 (1909) mit als Synonym aufgeführt ist, lasse ich hier fallen, weil sie meiner Ansicht nach sehr wohl den Rang einer besonderen Gattung beanspruchen kann; wir werden ihr in der amerikanischen Region wieder begegnen und können dort das Nähere zur Begründung aussprechen.

### Gattungscharakter.

Die metallische Grundfarbe ist mehr oder weniger durch hellgraue bis braungraue Bestäubung verdeckt, mitunter ist das Äußere ganz matt. Kopf von vorne gesehen fast kreisförmig, im Profil halbkreisförmig. Augen groß, beim ♂ über den Fühlern in der Regel in längerer Linie zusammenstoßend, ausnahmsweise getrennt. Punktaugenhöcker deutlich vortretend, mit zwei kräftigen, nach vorn gerichteten, divergierenden Borsten; das ♀ hat außerdem auf der breiten Stirn je zwei Scheitelborsten. Fühler auf der Mitte des Kopfes oder etwas unter der Mitte eingesetzt; erstes Glied nackt, zweites mit einigen Randborsten, das dritte oval, etwas hängend, pubeszent,

mit langer pubeszenter Rückenborste. Gesicht zurücktretend, flach, beim ♀ gleichbreit mit der Stirn, auf dieser und auf dem Gesicht mit einer Querfurche. — Thorax mit 5 Dorsozentralborsten, deutlich zweireihigen Akrostikalbörstchen; 1 Humeral-, 1 Posthumeral-, 1 Präsutural-, 2 Notopleural-, 1 Sutural-, 2 Supraalar- und 1 Postalarborste, 2 starke Schildrandborsten mit 2 kleinen Nebenborsten. — Hinterleib mit fünf vollen Ringen in beiden Geschlechtern. Hypopygium klein, in der Form einer fast kugelförmigen, unten und hinten geschlitzten Kapsel mit 4—6 starken Borsten; mit einem Paar äußerer und 2—3 Paar innerer Organe; die äußeren sind stets behaart, im Gegensatz zu den inneren, die nackt sind. — Beine mehr oder weniger behaart und beborstet. Hinterhüfte mit einer deutlichen Borste. Hintersehenkel ohne Präapikale. Haftläppchen der Vorderbeine stark entwickelt. — Flügel groß; dritte und vierte Längsadern wenig gebogen, fast oder ganz parallel.

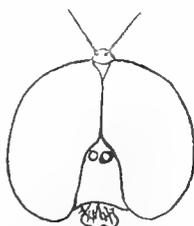


Fig. 236.

*Diaphorus oculatus* Fall. ♂. Kopf, von vorne gesehen. 12 : 1.

## Bestimmungstabelle.

### Männchen.

- |  |                           |
|--|---------------------------|
| 1. Schüppchen weiß bewimpert   | 2.                        |
| — Schüppchen schwarz bewimpert   | 3.                        |
| 2. Thoraxrücken graugrün bestäubt. Beine schwarz, Schienen und die ersten Tarsenglieder rotgelb; Hintersehenkel unten an der Spitze ohne alle längere Haare. Flügel glashell | <i>vitripennis</i> Lw. ♂. |
| 3. Schwinger schwarzbraun  | 4.                        |
| — Schwinger gelblich   | 6.                        |
| 4. Thoraxrücken deutlich metallisch glänzend, blaugrün, sehr zart braungrau bereift. Beine ganz schwarz. Flügel etwas bräunlich mit ebenso gefärbten Adern                   | <i>halteralis</i> Lw. ♂.  |
| — Thoraxrücken mattschwarz, etwas graugrün bereift   | 5.                        |
| 5. Drittes Fühlerglied klein; ziemlich nackte schwarze Art von 3—3½ mm Länge. Pulvillen klein  | <i>nigricans</i> Meig. ♂. |
| 6. Augen des ♂ etwas getrennt  | 7.                        |
| — Augen zusammenstoßend  | 8.                        |

7. Beine ganz schwarz, vordere Kniee gelb. Aufsere Analanhänge lang wimpelförmig. Hinterschenkel einfach, ohne besondere Behaarung *disjunctus* Lw. ♂.
- Beine schwarz, vordere Schienen rostgelb. Aufsere Analanhänge in Form längerer ovaler Schaufeln. Hinterschenkel an der Spitze ihrer Unterseite mit einem ziemlich dicht stehenden Haarschopf *Winthemi* Meig. var. ♂.
8. Hinterleib an der Wurzel gelb durchscheinend 9.
- Hinterleib nicht durchscheinend 10.
9. Beine gelb, Hinterschenkel mit brauner Spitze; Vorderschienen unten lang bewimpert mit drei längeren Haaren. Flügel schwach gelbbraunlich gefärbt *Hoffmannseggi* Meig. ♂.
- Vordere Schenkel an der Wurzel, Hinterschenkel ganz schwarz. Flügel etwas bräunlich gefärbt *oculatus* Fall. ♂.
10. Schenkel ganz oder überwiegend schwarz bis braun 11.
11. Schienen und Tarsen ganz schwarz, nur die Kniee gelb *Gredleri* Mik. ♂.
- Schienen und Tarsen mehr oder weniger rostgelb 12.
12. Hinterschenkel unten an der Spitze lang behaart 13.
- Hinterschenkel unten an der Spitze wenig oder kaum bemerkbar behaart 15.
13. Hinterbeine schwarz, Mittelschienen auf der Wurzelhälfte, Vorderschienen fast ganz gelblich 14.
14. Hinterschenkel auf der Unterseite und Aufsenseite ziemlich lang behaart. Aufsere Anallamellen länglich oval, lang behaart. der untere Rand an der Basis mit einer stärker behaarten Ausbauchung *Winthemi* Meig. ♂.
- Hinterschenkel unten nur an der Spitze lang behaart. Aufsere Anallamellen schmal lanzettförmig, mäsig lang behaart, untere Kante ohne Ausbuchtung *deliquescens* Lw. ♂.
15. Hinterkopffilzen unten gelb. Fühler rötlich. Schenkel und Hinterschienen bräunlich. letztere an der Basis gelblich, die vorderen Schienen und Füße bleichgelb. Flügel gelblich, mit gelbbraunlichen Adern *lautus* Lw. ♂.
- Hinterkopffilzen unten schwarz. Fühler schwarz. Die vorderen Schenkel mit Ausnahme der Kniee und die Hinterbeine ganz schwarz; Kniee, Hüftgelenke, Schienen und die ersten Tarsenglieder der vorderen Beine rostgelb. Flügel etwas bräunlich mit schwarzbraunen Adern *varifrons* n. sp. ♂.

## Weibchen.

1. Schüppchen weiß bewimpert 2.
- Schüppchen schwarz bewimpert 3.
2. Beine schwarz; Kniee, Schienen und die ersten Tarsenglieder rostgelb. Flügel glashell *vitripennis* Lw. ♀.
3. Schwinger schwarzbraun 4.
- Schwinger gelb 5.
4. Beine ganz schwarz, Thorax glänzend grün bis blau *halteralis* Lw. ♀.
5. Beine und Hüften ganz schwarzbraun. Thoraxrücken matt dunkel braungrau bestäubt *nigricans* Meig. ♀.
- Beine und Hüften schwarz, Kniee gelb. Thoraxrücken glänzend grün, zart weiß bereift *disjunctus* Lw. ♀.

- Beine gelb und schwarz gezeichnet, mindestens die Vorderschienen gelb 6.
- 6. Vorder- und Mittelschenkel an der Wurzel schwarz; Schienen, die ersten Tarsenglieder und die Hüftgelenke der vorderen Beine rostgelb  
*oculatus* Fall. ♀, *Winthemi* Meig. ♀
- Vorder- und Mittelschenkel rotgelb, Hinterschenkel rotgelb mit brauner Spitze; Schienen und die ersten Tarsenglieder der vorderen Beine rotgelb. Gesicht breit, nicht höher als breit  
*Hoffmannseggi* Meig. ♀
- Vorder- und Mittelschenkel schwarz; Kniee, Schienen und die ersten Tarsenglieder der vorderen Beine rotgelb. Hinterbeine schwarz. Gesicht schmal, höher als breit  
*varifrons* n. sp. ♀

### Artregister, Synonyme, Bemerkungen, Beschreibungen.

*bimaculatus* Macq. = *oculatus* Fall.

*coeruleocephalus* Megerle apud Meig. = *Hoffmannseggi* Meig.

Die Beschreibungen von *coeruleocephalus* Megerle oder *cianocephalus* Meig. und *Hoffmannseggi* Meig. unterscheiden sich nur dadurch, daß *Hoffmannseggi* einen Hinterleib mit gelb durchscheinender Wurzel hat, während bei *cianocephalus* dieser einfach als dunkel metallisch grün bezeichnet wird. Wir gehen wohl nicht fehl, wenn wir annehmen, daß Meigen in seiner Art *cianocephalus* nur das Weibchen von *Hoffmannseggi* beschrieben hat, das keine gelben Hinterleibsringe zeigt.

*cianocephalus* Meig. = *Hoffmannseggi* Meig.

1. *deliquescens* Lw., Beschr. europ. Dipt. II, 293. 158 (1871)

Rossia centr.

Ich habe die Type von dieser Art gesehen und vergleichen können, ein einziges Männchen unter verschiedenen nicht zugehörigen Exemplaren in der Loew'schen Sammlung, mit der Bezeichnung von der Hand Fedtschenkos aus Moskau, offenbar das typische Exemplar. Loew weist schon in seiner Beschreibung l. c. darauf hin, daß dies Tier der Art *Winthemi* Meig. außerordentlich nahe stehe und gibt einige Unterschiede an; so sagt er, daß bei *deliquescens* die Augen sich auf der Stirn berührten, von *Winthemi* heißt es aber auch bei Schiner, daß die Augen schmal getrennt seien. Es mag dies vielleicht bei *Winthemi* die Regel sein, es gibt aber auch eine Reihe von Exemplaren, bei denen die Augen sich auf der Stirne direkt berühren, so daß man dies Merkmal nicht zur Unterscheidung zwischen den beiden genannten Arten verwerten kann. Thorax- und Hinterleibsfärbung und die der Behaarung sind auch gleich, desgleichen die Färbung der Beine. Was Loew dann aber zur Unterscheidung über die Form der äußeren Anal-

lamellen sagt, ist richtig; wenn man auch bei oberflächlicher Betrachtung unter der Lupe gröfsere Abweichungen kaum erblicken wird, so treten diese doch hervor, wenn man anfängt, diese Organe bei stärkerer Vergrößerung zu betrachten; ich habe sie daher, um anschaulicher die Unterschiede bezeichnen zu können, in entsprechender Vergrößerung gezeichnet und zwar neben der Loew'schen Type das Exemplar *Winthemi* Nr. 48260 meiner Sammlung; man wird bei Vergleichung zugeben müssen, daß diese Verschiedenheiten, wenn sie auch nicht erheblich, doch wohl so bedeutend sind, daß man beide Formen bei einer und derselben Art vorkommend nicht einschätzen wird; hierdurch scheint mir die Art *deliquescens* festgelegt. Was Loew sonst noch von der Beinfärbung spricht, namentlich bei den Schienen, ist nicht geeignet, eine Verschiedenheit von *Winthemi* zu erweisen; nur eins fällt noch zum Beweise in die Wagschale, das ist die verschiedene Stärke der Behaarung, die, wie Loew auch hervorhebt, bei *Winthemi* länger ist als bei *deliquescens*, namentlich an den Hinterschenkeln: diese sind bei *Winthemi* auf der Unterseite nicht nur an der Spitze, sondern auch auf der Außenseite reichlich bis zur Schenkelmitte hin deutlich lang behaart, was letzteres bei Loew's Type von *deliquescens* nicht beobachtet werden kann. Hiermit: andere Form der äußeren Anallamellen und verschiedene Länge der Schenkelbehaarung, sind dann aber auch die Unterschiede erschöpft.

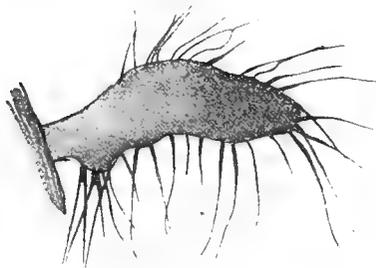


Fig. 237.

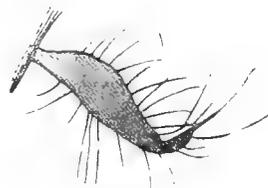
*Diaphorus Winthemi* Meig. ♂. 48 : 1.

Fig. 238.

*Diaphorus deliquescens* Lw. ♂. 48 : 1.

Ich habe bei Auführung der Art *Winthemi* dort das ganze Hypopyg nach Präparation gezeichnet; man wird bei Vergleichung der äußeren Anallamellen dort und hier finden, daß letztere, wenn auch in Größe und Form einigermaßen ähnlich, doch nicht als gleich gebildet angesehen werden können; man wird an dem Hypopyg von *Winthemi* bei Vergleichung der zweiten Abbildung bei Nr. 12 die behaarte Ausbauchung an der unteren

Kante der Lamelle vermissen, auf welche Loew in seiner Beschreibung speziell aufmerksam macht. Nun finde ich in meiner Sammlung unter 18 Männchen 17 Exemplare mit den gleichen Lamellen, wie ich sie bei *Winthemi* gezeichnet, und nur ein Männchen aus Sondrio (Bezzi) Nr. 48260 m. S. mit Lamellen wie ich diese bei *deliquescens* abgebildet, entsprechend der Loew'schen Schilderung. Es tritt hier die Frage auf: sind hier etwa zwei verschiedene Arten vorhanden? Nach meiner Überzeugung ist das nicht der Fall, denn andere Unterschiede lassen sich nirgends feststellen; es stellt sich hier also die interessante Tatsache heraus, daß auch die Form der Hypopygialanhänge mitunter Abweichungen aufweisen, die man vielleicht als Anfänge einer Artumbildung ansehen kann.

2. *disjunctus* Lw., N. Beitr. V, 46 (1857) Europa centr. et merid.

Siehe Loew's Beschreibung und meine Bestimmungstabelle.

Meine Exemplare stammen aus Griechenland.

*flavicinctus* Meig. = *oculatus* Fall.

*flavomaculatus* Strbl., Verh. zool.-bot. Ges. Wien (1909) 191. 1242  
Hispania.

Diese Art wird von Strobl als eine Subspecies von *Gredleri* Mik angesehen. Ich konnte die Type vergleichen, sie stellt nur eine Farbenvarietät dar.

Anmerkung. Bei dieser Gelegenheit äußert Strobl seine Ansicht über *oculatus* und *Gredleri*; er hält beide Arten für zusammengehörig, da ihm die verschiedene Beinfärbung kein Grund zu sein scheint, die Arten zu trennen, plastische Unterschiede will er nicht gefunden haben. Hier geht Strobl in seiner Schlussfolgerung jedoch zu weit; auch ohne vergleichende Untersuchung der Hypopygien kann man die Selbständigkeit beider Arten mit Sicherheit behaupten und nachweisen. Ich will nur zwei plastische Merkmale erwähnen, die mir bei der Vergleichung zuerst aufgefallen sind: bei *oculatus* (♂) sind die Haftläppchen der Vorderbeine groß, an den übrigen Beinen klein; bei *Gredleri* (♂) sind aber die Haftläppchen aller Beine deutlich entwickelt; ferner sieht man bei *oculatus* auf der Unterseite der Mittelschienen im zweiten Drittel eine deutliche Borste, die bei *Gredleri* fehlt.

3. *Gredleri* Mik, Verh. zool.-bot. Ges. Wien XXXI, 356 (1881)

Europa centr. et merid.

var. *flavomaculatus* Strbl., Verh. zool.-bot. Ges. Wien (1909) 191.

Meine Exemplare stammen aus Italien und Tunis.

4. *halteralis* Lw., Besch. europ. Dipt. I, 296. 175 (1869).  
*nigripes* Schin. i. collect. teste Strobl.

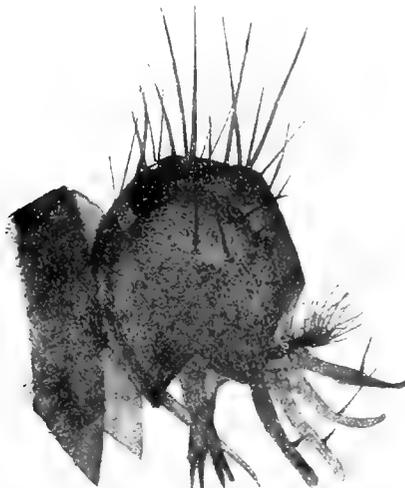


Fig. 239.

*Diaphorus halteralis* Lw. ♂. Hypopyg. 36 : 1.

Ich gebe die Zeichnung des Hypopygs mit den herauspräparierten Anhängen.

*Hoffmannseggi* Macq. (nec Meig.) = *oculatus* Fall.

5. *Hoffmannseggi* Meig., Syst. Besch. VI, 360. 5 (1830) Europa centr.  
*coeruleocephalus* Megerle apud Meig., Syst. Besch. IV, 33. 3 (1824).  
 ? *cianocephalus* Meig., Syst. Besch. IV, 33. 3 (1824).  
*tripilus* Lw., N. Beitr. V, 47 (1857).

6. *lautus* Lw., Besch. europ. Dipt. I, 294. 173 (1869) Graecia.

Ich konnte die Type vergleichen; siehe Loews Beschreibung und meine Bestimmungstabelle.

7. *lugubris* Lw., N. Besch. V, 45 (1857) = *nigricans* Meig.?  
 Ins. Rhoetus.

Die von Loew angegebenen Unterschiede zwischen *lugubris* und *nigricans* habe ich an den typischen Exemplaren kaum bemerken können: der Unterschied in der Größe ist ganz geringfügig, die Behaarung der

Beine ist bei *lugubris* vielleicht etwas kräftiger; einen Unterschied in der Gröfse der Pulvillen vermag ich nicht festzustellen; dies reicht meiner Ansicht nach zur Begründung einer besonderen Art nicht aus. Leider sind die Exemplare der Loew'schen Sammlung alle arg verpilzt, auch standen mir Exemplare zur Untersuchung des Hypopygiums nicht zur Verfügung. Trotz des unbefriedigenden Resultats meiner Untersuchung kann ich die Vermutung nicht unterdrücken, daß diese Exemplare nur eine Lokalrasse von *nigricans* Meig. darstellen; eine aufklärende Bemerkung über diese Art findet sich bei keinem Schriftsteller.

8. *nigricans* Meig., Syst. Besch. IV, 33. 2 (1824) Europa centr.  
*obscurellus* Zett., Ins. Lapp. 706. 2 (1838).  
*obscuripes* Zett., Dipt. Scand. II, 487. 8 [*Chrysotus*] (1843).

Meine Exemplare stammen aus Schlesien, den Alpen, St. Moritz und Lautaret.

*nigripes* Schin. = *halteralis* Lw.  
*nigritibia* Strobl = *vitripennis* Lw. var.  
*obscurellus* Zett. = *nigricans* Meig.  
*obscuripes* Zett. = *nigricans* Meig.

9. *oculatus* Fall., Dipt. Suec. Dolichop. 28. 22 [*Dolichopus*] (1823)  
*bimaculatus* Macq., Soc. Sci. Lille 22. 2 (1827).  
*flavicinctus* Meig., Syst. Besch. IV, 33. 1, taf. XXXIV fig. 8 (1824).  
*Hoffmannseggi* Macq. (nec Meig.), S. à Buff. I, 448 [*Diaphora*] (1834).  
*tuberculatus* Meig., Syst. Besch. IV, 99. 46 [*Dolichopus*] (1824).



Fig. 240.

*Diaphorus oculatus* Fall. ♂. Hypopyg. 36 : 1.

Anmerkung. Die Synonymie von *tuberculatus* habe ich feststellen können, sowohl nach der Meigenschen Type in Paris wie in Wien.

*tripilus* Lw. = *Hoffmannseggi* Meig.

Die Loewsche Art ist mit der von Meigen identisch; Meigen hat die längeren drei Haare der Vorderschienen nicht besonders hervorgehoben.

*tuberculatus* Meig. = *oculatus* Fall.

10. *varifrons* n. sp. ♂ ♀.

♂. Thoraxrücken metallisch grün, fast ohne die geringste Bereifung und daher ziemlich glänzend, Brustseiten durch graue Bereifung ein wenig matter. Schwinger gelb, Schüppchen schmutzig weißbraun gesäumt und schwarz gewimpert. — Kopf: Hinterkopfszilien oben und unten schwarz, zum Unterschiede von *nigricilius* und *lautus* Lw.; auf der Stirne berühren sich die Augen in einer kurzen Linie;<sup>1)</sup> die Stirn ist schwarzgrau mit einem dunklen Punkt auf der Mitte; das Gesicht ist schwarz, von gleichmäßiger Breite, ungefähr 1½ mal so breit wie das dritte Fühlerglied, dessen Borste dorsal. — Hinterleib glänzend schwarz bis kupferfarbig, schwarz behaart, mit vier Borsten am Hypopyg, dessen Analanhänge unsichtbar bleiben. — Beine schwarz, Kniee und Hüftgelenke der vorderen Beine gelbbraunlich, vordere Schienen und Tarsen rostgelblich bis braun, letzte Tarsenglieder etwas dunkler; die Schenkel sind auf ihrer Unterseite zart und gleichmäßig schwarz bewimpert ohne längere Borsten oder Haare. — Flügel etwas bräunlichgrau, dritte und vierte Längsadern, beide nur unmerklich gebogen, aber auf der letzten Hälfte des letzten Abschnittes ganz parallel; hintere Querader fast um das Vierfache ihrer eigenen Länge vom Flügelrande entfernt (auf der fünften Längsader gemessen).

♀. Gesicht und Stirn gleich breit, etwas breiter als beim ♂, fast dreimal so breit wie das dritte Fühlerglied, schwarzgrau, matt. Scheitelborsten, die beim ♂ fehlen, deutlich ausgebildet; auf der Unterseite der Schenkel ist die zarte Bewimperung fast ganz verschwunden; andere Unterschiede vom ♂ sind nicht vorhanden. 2,5 mm lang.

Einige Exemplare aus Tunis, Bel-Mehtia.

11. *vitripennis* Lw., N. Beitr. VI, 21 (1859) Europa centr., Alpes.  
var. *nigritibia* Strbl., Mitt. Ver. Steyer. 142 (1893).

In meiner Sammlung aus Süd-Rußland, Orenburg.

<sup>1)</sup> Bei einem zweiten Exemplar sind sie deutlich ein wenig getrennt bei bogenförmiger Augenlinie.

12. *Winthemi* Meig., Syst. Beschr. IV, 34. 4 (1824)

Europa centr. et merid.

Meine Exemplare stammen aus Schlesien, Frankreich, Orenburg, Ungarn, Italien.

Im allgemeinen haben die Männchen auf der Stirn in längerer Linie zusammenstoßende Augen, nur bei *disjunctus* Lw. sind letztere fast um die Breite des Punktaugenhöckers getrennt; auch bei *Winthemi* Meig. findet man Exemplare, die getrennte Augen zeigen und die man zunächst versucht sein könnte, für eine besondere Art zu halten, es sind aber keinerlei sonstige Unterschiede vorhanden; ich habe diese Variante, die man nicht ohne weiteres als Zwitter wird ansehen wollen, in der Bestimmungstabelle berücksichtigt.

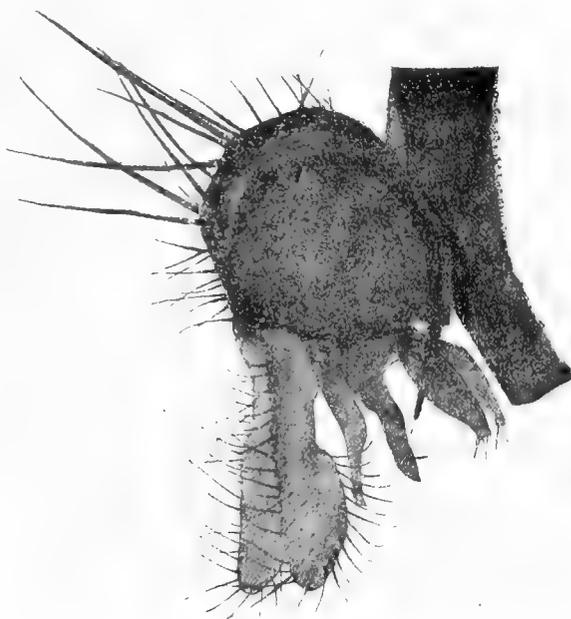


Fig. 241.

*Diaphorus Winthemi* Meig. ♂. Hypopyg. 36 : 1.

**Melanostolus.**

Kow., Wien. entom. Zeitg. III, 51 et 107 (1884).

**Gattungscharakter.**

Im Habitus und in der allgemeinen Färbung der Gattung *Diaphorus* gleich, der Kopf jedoch eher wie ein *Chrysotus*: von vorne ungefähr kreisförmig, jedoch unten etwas schmaler; die Augen sind beim ♂ breit getrennt wie bei *Chrysotus* und nähern sich einander allmählich unter den Fühlern, das Gesicht ist gleichbreit, aber schmal; auf der Stirne ist dadurch Raum gegeben für die Entwicklung der Scheitelborsten, die beim ♂ von *Diaphorus* fehlen. Fühler auf der Mitte des Kopfes und in ihrer Konstruktion mit dorsaler Borste ähnlich wie bei *Diaphorus*; auch die Thoraxbeborstung ist dieselbe;

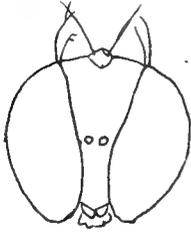


Fig. 242.

*Melanostolus* Kow. ♂. Akrostikalbörstchen ein- bis zweireihig. An den Beinen sind die Pulvillen von verschiedener Ausbildung, bei der Art *melancholicus* Lw. sind sie deutlich entwickelt, bei der zweiten Art *nigricilius* Lw. kaum hervortretend.

**Artregister.**

*dorsalis* Verr. = *melancholicus* Lw.

1. *melancholicus* Lw., Beschr. europ. Dipt. I, 295. 174 [*Diaphorus*] (1869) Europa centr.

*dorsalis* Verr., Entom.-Monthly Mag. XII, 198 [*Diaphorus*] (1876).

Meine Exemplare stammen aus Süd-Frankreich und dem Kaukasus.

2. *nigricilius* Lw., Beschr. europ. Dipt. II, 297. 160 [*Chrysotus*] (1871) Turkestan, Europa centr.

Die dritte im Katalog früher fraglich genannte Art *Dolichopus tuberculatus* ist, wie bereits bei *Diaphorus* bemerkt, gleich *Diaphorus oculatus* Fall.

**Bestimmungstabelle.**

1. Schwinger und Schüppchen gelb bis weißlich. Unterseite der Mittelschenkel mit einer ansehnlichen Borste. Beine schwarz, Kniespitzen und die vorderen Schienen bräunlichgelb. Hinterschenkel auf der Aufsenseite deutlich gewimpert  
*nigricilius* Lw. ♂.
- Schwinger und Schüppchen braun bis schwarzbraun. Unterseite der Mittelschenkel ohne Borste. Beine ganz schwarz, Hinterschenkel fast nackt *melancholicus* Lw. ♂.

Anmerkung. Von beiden Arten sind bisher nur die ♂ bekannt.

***Nematoproctus*.**

Lw., N. Beitr. V, 40 (1857).

**Gattungscharakter.**

Lang gestreckte Arten. Kopf, von vorne gesehen, kreisförmig, im Profil halbkreisförmig; Fühler oberhalb der Kopfmitte einsetzend; Augen über den Fühlern (♂) breit getrennt, Stirne breiter als das schmale Gesicht, das durch eine Längsfurche konkav gebildet wird; bei dem Weibchen reicht die Konkavität nicht ganz bis zum unteren Mundrande, ist vielmehr unten etwas wulstig vortretend. Das erste Fühlerglied, wie bei allen Gattungen dieser Gruppe, nackt, das dritte dreieckig, mit langer, deutlich mikroskopisch pubeszenter Borste. Je zwei Scheitelborsten und zwei auf dem Punktaugenhöcker. Thoraxrücken wie bei *Diaphorus* beborstet, Beine desgleichen. Hypopyg klein, mit deutlichen, meist fadenförmigen Anhängen. Flügel groß; die vierte Längsader nähert sich im letzten Abschnitt mit sanfter Biegung etwas der dritten, bleibt hernach aber fast parallel.

**Artregister, Synonyme und kurze Beschreibung.***annulatus* Macq. = *distendens* Meig.

1. *distendens* Meig., Syst. Beschr. IV, 42. 4 [*Chrysotus*] (1824)

Europa centr. et merid.

*annulatus* Macq., Recueil Soc. Sc. Agricult. Lille 244. 8 [*Porphyrops*] (1828).*rufipes* Meig. ♀, Syst. Beschr. IV, 52 [*Porphyrops*] (1824).*rufipes* Meig. ♂, Syst. Beschr. VI, 363 [*Porphyrops*] (1830).

Fig. 243.

*Nematoproctus distendens* Meig. ♂. Hypopyg. 36 : 1.

♂♀. Stirne grün, Gesicht weiß, Taster braun. Hinterkopffilien oben schwarz, unten mit dem Backenbart weiß; Fühler schwarz. Schwinger und Schüppchen blafs-gelb, weiß bewimpert. Beine mit Hüften rotgelb; Hinterschenkel auf der Spitzenhälfte, Hinterschienen und Tarsen schwarz-braun. Flügel blafsbraun, vierte Längsader an der Flügelspitze mündend, dritte und vierte parallel. Hypopyg klein, schwarz behaart, mit fadenförmigen dunklen äußeren Anhängen.

2. *longifilus* Lw., N. Beitr. V, 40 (1857)

Europa centr.

Mein Exemplar stammt aus Schlesien.

♂. Taster gelblich, silberschimmernd. Fühler schwarz, erstes Glied unten deutlich gelb. Schwinger und Schüppchen gelb, weiß bewimpert. Beine rotgelb, nur die letzten Tarsenglieder der Vorderbeine, Spitze der Hinterschienen nebst deren Tarsen braun. Hypopyg klein, schwarz, behaart, mit zwei sehr langen fadenförmigen, gebogenen, braunen äußeren Anhängen.

3. *praesectus* Lw., Beschr. europ. Dipt. I, 292. 172 (1869)

Europa centr.

♂. Stirne grün, Gesicht weiß, Taster weiß. Fühler schwarz; Hinterkopffilien oben schwarz, unten mit dem Backenbart weiß; Augenrand am Hinterkopf eingebogen. Schwinger zitronengelb, Schüppchen hellgelb, weiß bewimpert. Beine mit Hüften rotgelb, Vorderhüften weiß behaart, Hinter- und Mittelhüften zum Teil grau; Tarsen der vorderen Beine vom Metatarsus an, Hintertarsen mit Schienenspitze braun. Hypopyg klein, stark schwarz behaart, mit breit lanzettförmig zugespitzten, nicht sehr langen äußeren schwarzen Anhängen. Flügel wie bei *distendens*. 4 mm lang.

Ich besitze ein Exemplar in meiner Sammlung aus Lublin, Polen.

*rufipes* Meig. = *distendens* Meig.

Anmerkung. Die Meigensche Art *Porphyrops rufipes* befindet sich in Paris, woselbst sie als *Nematoproctus distendens* von mir bestimmt wurde.

### Bestimmungstabelle.

- |   |                          |
|---|--------------------------|
| 1. Fühler ganz schwarz  | 2.                       |
| — Fühler schwarz, erstes Glied unten deutlich gelb. Beine rotgelb, nur die letzten Tarsenglieder der Vorderbeine, Spitze der Hinterschienen und ihre Tarsen schwarz-braun. Hypopyg schwarz, behaart, mit sehr langen braunen fadenförmigen aufgebogenen äußeren Anhängen, die bis zum Ende des dritten Hinterleibsringes reichen. Taster gelb, silberschimmernd | <i>longifilus</i> Lw. ♂. |

2. Beine mit Hüften rotgelb. Hinterschenkel an der Spitzenhälfte, Hinterschienen nebst Tarsen schwarzbraun. Hypopyg schwarz behaart, mit fadenförmigen langen schwarzbraunen Anhängen, die bis zur Mitte des fünften Ringes reichen. Taster braun *distendens* Meig. ♂♀.
- Beine mit Hüften rotgelb, Tarsen der vorderen Beine vom Metatarsus an gerechnet, Hintertarsen nebst Schienenspitze braun. Hypopyg schwarz behaart, mit breit lanzettförmig zugespitzten, nicht sehr langen äußeren Anhängen. Taster weiß *praesectus* Lw. ♂.

### *Chrysotus.*

Meig., Syst. Besch. IV, 40. CXXVI (1824); Loew, Monogr. Dipt. N. Amer. II, 171 (1864); Kow., Verh. zool.-bot. Ges. Wien (1874).

Seitdem Kowarz im Jahre 1874 durch Bekanntgebung einer ganzen Reihe von guten brauchbaren Merkmalen die einzelnen Arten dieser etwas schwierig zu behandelnden Gattung gut und sicher unterschieden und begrenzt hat, sind noch folgende Arten als neue hinzugekommen:

- Chrysotus palustris* Verrall. (1876) aus England,  
 .. *alpicola* Strobl (1893) aus Steyermark,  
 .. *pennatus* Lichtw. (1902) aus Ungarn,  
 .. *xanthoprasius* Bezzi (1905) aus Eritrea,  
 .. *Barretoii* Beck. (1908) aus Madeira,  
 .. *arcticus* Frey (1915) aus Lappland.

Ich kann noch zwei neue Arten, *nudus* aus Tunis und *nigerrimus* aus Klein-Asien, hinzufügen. Die gute Kowarzsche Bestimmungstabelle behalte ich bei; sie ist nur von mir erweitert worden.

### Gattungscharakter.

Metallisch gefärbte, kurz gebaute Arten, mit den normalen Thoraxborsten wie bei *Dolichopus*. Hinterleib im allgemeinen kurz, nur eine Ausnahme macht die Art *Barretoii* m. S. von Madeira, die aber deswegen nicht gut aus der Gattung entfernt werden kann. Akrostikalborstchen zweireihig. — Kopf von vorne gesehen kreisförmig; Augen auf der Stirne breit getrennt, unter den Fühlern mehr oder weniger zusammenstoßend; Taster klein, vortretend; zwei starke Ozellenborsten, je eine Scheitelborste. — Hinterleib zylindrisch; Hypopyg kappenförmig, mit kleinen, meist nicht sichtbaren, faden- oder lanzettförmigen äußeren Analanhängen; die äußere Beborstung des Hypopygiums fehlend oder nur schwach ausgebildet. — Beine kräftig,

namentlich die Hinterbeine; bei dem ♂ sind vielfach die Hinterschienen auf der Oberseite deutlich gewimpert. Pulvillen vorhanden, aber klein. — Flügel mit meist parallelen Längsadern; die vierte mündet gewöhnlich an der Spitze des Flügels; die hintere Querader ist vom Flügelrande weit entfernt; sechste Längsader im Wurzelteil vorhanden.

### Bestimmungstabelle.

#### Männchen.

- |   |                               |
|---|-------------------------------|
| 1. Schenkel vorherrschend gelb gefärbt  | 2.                            |
| — Schenkel vorherrschend schwarz gefärbt  | 3.                            |
| 2. Hinterschenkel ganz gelb, Vorderhöften schwarz behaart. Hinterschenkel auf der Außenseite deutlich schwarz bewimpert. Schüppchen gelb, gelb bewimpert. Augen sich in einem Punkte berührend. Große Art | <i>neglectus</i> Wied. ♂.     |
| — Hinterschenkel und Hinterschienen an der Spitze schwarz, nebst den Tarsen deutlich bewimpert; Vorderhöften gelb behaart. Kleine Art   | <i>cilipes</i> Meig. ♂.       |
| 3. Schenkelglied der Hinterhöften gelb  | 4.                            |
| — Schenkelglied der Hinterhöften schwarz oder braun   | 6.                            |
| 4. Drittes Fühlerglied verhältnismäßig groß. Kleine Art   | <i>pulchellus</i> Kow. ♂.     |
| — Drittes Fühlerglied verhältnismäßig klein   | 5.                            |
| 5. Hinterleib fast $1\frac{1}{2}$ mal länger als der Thorax. Große Art von 2,5 mm Länge und darüber   | <i>Barretoii</i> Beck. ♂.     |
| 6. Vorderschienen auf der Oberseite deutlicher als gewöhnlich gewimpert. Große düster gefärbte Art  | <i>blepharosceles</i> Kow. ♂. |
| — Vorderschienen auf der Oberseite undeutlich oder doch nicht auffallend gewimpert  | 7.                            |
| 7. Vorderhöften an der Spitze und meistens auch auf der Oberseite blafs-gelb. Große Art   | <i>cupreus</i> Macq. ♂.       |
| — Vorderhöften schwarz, höchstens an der Spitze in nur geringer Ausdehnung gelb. Mittelförse oder kleine Art  | 8.                            |
| 8. Die weiße Behaarung der Vorderhöften sehr deutlich, Taster verhältnismäßig groß  | 9.                            |
| — Die weiße Behaarung der Vorderhöften undeutlich, Taster meistens klein  | 12.                           |
| — Vorderhöften schwarz behaart  | 21.                           |
| 9. Stirne über den Fühlern weißschimmernd. Postokularzilien weiß, Schüppchen weiß bewimpert   | 10.                           |
| — Stirne nicht weißschimmernd; Augen durch das Gesicht deutlich getrennt  | 11.                           |
| 10. Gesicht sehr schmal, metallisch blaugrün, Augen fast zusammenstolsend. Beine schwarz, die vorderen Schienen gelb. Thoraxrücken glänzend blaugrün bis violett  | <i>suavis</i> Lw. ♂.          |
| — Gesicht verhältnismäßig breit, silberweiß. Beine schwarz, Kniee gelb. Thoraxrücken dunkler, erzfarbig, mit geringem Glanze  | <i>palustris</i> Verr. ♂.     |
| 11. Wimpern der Deckschüppchen weißlich. Gesicht schmal, weiß bestäubt; lebhaft blaugrün gefärbte Art   | <i>albibarbus</i> Lw. ♂.      |

- Wimpern der Deckschüppchen schwärzlich. Gesicht verhältnismässig breit, grau oder weifsliehgrau bestäubt; dunkel stahlblau oder violett gefärbte Art  
*laesus* Wied. ♂.
12. Hinterschienen etwas verbreitert und auf der Hinter- oder Oberseite lang schuppenartig schwarz behaart oder gefiedert  
*pennatus* Lichtw. ♂.
- Hinterschienen deutlich etwas keulförmig verdickt, sonst nur kurz behaart  
*alpicola* Strbl. ♂.
- Hinterschienen einfach 13.
13. Drittes Fühlerglied verhältnismässig groß. Kleine Art 14.
- Drittes Fühlerglied verhältnismässig klein 15.
14. Drittes Fühlerglied querrundlich; alle Schienen schwarz, Mittelschienen auf der Oberseite wenigstens mit zwei Borsten  
*amplicornis* Zett. ♂.
- Drittes Fühlerglied mit deutlicher Ecke am Ende, mit dem zweiten Gliede dreieckig erscheinend; vordere Schienen gelb, Mittelschienen auf der Oberseite mit nur einer Borste  
*monochaetus* Kow. ♂.
15. Hinterschienen ganz oder vorherrschend rostgelb 16.
- Hinterschienen ganz oder vorherrschend schwarz bis schwarzbraun 17.
16. Drittes Fühlerglied verhältnismässig sehr klein, Fühlerbasalglieder meistens rot  
*microcerus* Kow. ♂.
- Drittes Fühlerglied nur mässig klein, Fühler immer ganz schwarz  
*varians* Kow. ♂.
17. Vorderschienen schwarzbraun, Hinterschienen aufser der gewöhnlichen Beborstung auf der Oberseite ohne deutliche Wimperung  
*melampodius* Lw. ♂.
- Vorderschienen gelb oder rostgelb, höchstens die Mittelschienen dunkler 18.
18. Hinterschienen deutlich gewimpert 19.
- Hinterschienen aufser der spärlichen Beborstung der Oberseite weder oben noch unten bewimpert  
*nudus* n. sp. ♂.
19. Gesicht weifsschimmernd. Körperfarbe lebhaft blaugrün oder goldgrün. Wimpern der Deckschüppchen meistens blaßgelb  
*gramineus* Fall. ♂.
- Gesicht metallisch grün. Körperfarbe ziemlich dunkel erzgrün. Wimpern der Deckschüppchen meistens dunkel goldgelb schimmernd 20.
20. Das dritte Fühlerglied mit zugespitzter Ecke am Ende  
*angulicornis* Kow. ♂.
- Das dritte Fühlerglied am Ende stumpf  
*varians* Kow. ♂.
21. Thoraxrücken metallisch grün glänzend. Schüppchen schwarz bewimpert. Augen auf dem Gesicht fast zusammenstoßend. Taster und Fühler schwarz; drittes Glied groß, mit abgerundeter dreieckiger Spitze. Beine kräftig, in allen Teilen tief-schwarz. Flügel wasserklar. 2 — 2,4 mm lang  
*nigerrimus* n. sp. ♂.

## Weibchen.

1. Vorderhüften deutlich weiß behaart 2.
- Vorderhüften schwarz oder nur teilweise weiß behaart 6.
2. Schenkel vorherrschend gelb gefärbt  
*cilipes* Meig. ♀.
- Schenkel vorherrschend schwarz gefärbt 3.
3. Wimpern der Deckschüppchen weifslieh 4.
- Wimpern der Deckschüppchen schwärzlich  
*laesus* Wiedem. ♀.

4. Beborstung der Beine, namentlich der Hinterschienen sehr schwach *pennatus* Lichtw. ♀
- Beborstung der Beine, namentlich der Hinterschienen deutlich 5.
5. Thoraxrücken blaugrün, glänzend; vordere Schienen gelb *suavis* Lw. ♀
- Thoraxrücken glänzend grün, Hinterleib blaugrün. Kniee, Schienen und Basis der Metatarsen der vorderen Beine gelb *arcticus* Frey ♀
- Thoraxrücken matter und grüner. Vordere Schienen bräunlich, Kniee gelb *palustris* Verr. ♀
6. Beine und Vorderhüften gelb, nur die letzten Tarsenglieder braun. Schüppchen schwarz bewimpert. Postokularzilien weifs. Fühler schwarz, sehr klein, mit langer Borste. Taster gelb. Hinterleib an der Wurzel gelb, Bauch desgleichen *xanthoprasius* Bezzi ♀
- Schenkelknopf der Hinterhüften gelb 7.
- Schenkelknopf der Hinterhüften schwarz oder braun 10.
7. Drittes Fühlerglied verhältnismässig gros. Kleine Art *pulchellus* Kow. ♀
- Drittes Fühlerglied verhältnismässig klein 8.
8. Hinterschienen meistens ganz gelb 9.
- Hinterschienen gelb, an der Spitze schwarzbraun oder braun. Mittelgrosse Art *femoratus* Zett. ♀
- Hinterschienen gelb, an der Wurzel und Spitze nebst ihren Tarsen schwarzbraun *nudus* n. sp. ♀
9. Schüppchen weifs bewimpert. Größere Art *neglectus* Wied. ♀
- Schüppchen schwarz bewimpert. Sehr grosse Art von 2,5—3 mm Länge *Barretoii* Beck. ♀
10. Hinterschienen schwarz 11.
- Hinterschienen gelb 13.
11. Schenkelknopf der Vorderhüften und meistens auch die Vorderhüften, wenigstens an der Spitze blafs-gelb. Grosse Art *cupreus* Macq. ♀
- Schenkelknopf der Vorderhüften schwarz oder braun, Vorderhüften ganz schwarz 12.
12. Vorderschienen schwarz *amplicornis* Zett. ♀
- Vorderschienen rostgelb *alpicola* Strbl. ♀
13. Das dritte Fühlerglied verhältnismässig gros; Mittelschienen mit nur einer langen Borste auf der Oberseite *monochæetus* Kow. ♀
- Das dritte Fühlerglied klein oder ziemlich klein; Mittelschienen mit zwei langen Borsten auf der Oberseite 14.
14. Die gelbe Farbe an der Spitze der vorderen Schenkel nimmt etwas mehr als den vierten Teil des Schenkels ein. Fühlerwurzelglieder meistens rot *microcerus* Kow. ♀
- Die gelbe Farbe an der Spitze der vorderen Schenkel nimmt kaum den vierten Teil des Schenkels ein. Fühler immer ganz schwarz 15.
15. Wimpern der Deckschüppchen meistens blafs-gelb; Körperfärbung blaugrün oder goldgrün. Schienen ziemlich hellgelb *gramineus* Fall. ♀
- Wimpern der Deckschüppchen dunkel, bräunlich schimmernd. Körperfarbe mehr erzgrün; Schienen ziemlich rostgelb *varians* Kow. ♀

**Artregister, Synonyme, Beschreibung und Figuren.**

1. *albibarbus* Lw., N. Beitr. V, 50 (1857) Asia minor.  
In meiner Sammlung befinden sich auch Exemplare aus Frankreich, Pyrenäen, Lautaret und von den Kanarischen Inseln.
2. *alpicola* Strobl, Mitth. Naturw. Ver. Steyer. XXIX, 144 (1893) Alpes.  
Mit keulförmig verdickten Hinterschienen, aus Steyermark.
3. *amplicornis* Zett., Dipt. Scand. VIII, 3064. 5—6 (1849) Europa centr. et sept.  
Meine Exemplare stammen aus Schlesien, Norwegen, Lappland, Finnland und Lautaret (Dauphiné).
4. *angulicornis* Kow., Verh. zool.-bot. Ges. Wien XXIV, 474. 16. tab. XIII fig. 16 (1874) Europa centr.  
Von mir in Schlesien und Steyermark gefangen.
5. *arcticus* Frey, Acta Soc. pro Fauna et Flora Fennica 40 Nr. 5. 31. 6 (1915) Europa centr.  
Siehe das Weitere im Nachtrag.  
*atripes* v. Ros., Corresp. Würtemb. landw. Ver. I, 55 (1840) Europa centr.  
Der Beschreibung nach ist diese Art nicht zu deuten.
6. *Barretoi* Beck., Mitth. Zool. Mus. Berlin IV, 190. 38 (1908) Ins. Madeira.  
*bicolor* Macq., Recueil Soc. Sc. Agric. Lille 233. 6 (1828) Europa centr.  
Bleibt eine zweifelhafte Art.
7. *blepharosceles* Kow., Verh. zool.-bot. Ges. Wien XXIV, 462. tab. XIII fig. 21 (1874) Europa centr.  
Von mir in Schlesien gefangen.
8. *cilipes* Meig., Syst. Besch. IV, 41. 3 (1824) Europa.  
In meiner Sammlung aus Schlesien, Frankreich, Norwegen, Littauen, Lappland, dem Alpengebiete.  
*copiosus* Meig. = *gramineus* Fall. secund. typ. Paris.
9. *cupreus* Macq., Recueil Soc. Sc. Agric. Lille 232. 5 (1828) Europa centr. et merid.

Meine Sammlung birgt Exemplare aus Schlesien, den Alpen, Italien und Dalmatien.

*fascialis* Gerst. = *gramineus* Fall. et *laesus* Wied.

*femoralis* Meig. = *neglectus* Wied.

10. *femoratus* Zett., Dipt. Scand. II, 483. 3 (1843) Europa centr. et sept.  
Ich besitze Exemplare aus Schlesien, Norwegen, Finnland, vom Ural und von der Insel Madeira.

*flavipes* v. Ros., Corresp. Würtemb. landw. Ver. I, 55 (1840) Europa centr.

*flaviventris* v. Ros., Corresp. Würtemb. landw. Ver. I, 55 (1840)

Europa centr.

Beide v. Rosersche Arten sind der Beschreibung nach nicht zu deuten.

11. *gramineus* Fall., Dipt. Suec. Dolichop. 19. 24 [*Dolichopus*] (1823)  
Europa.

*copiosus* Meig., Syst. Besch. IV, 41. 2 (1824).

*facialis* Gerst., p. p. Stett. ent. Ztg. XXV, 42. 3 (1864).

*laesus* Fall., p. p. Dipt. Suec. 19. 25 [*Dolichopus*] (1823).

*minimus* Meig., Syst. Besch. VI, 360. 6 [*Diaphorus*] (1830).

*nigripes* Walk. (nec Fall.), List. Dipt. Brit. Mus. III, 652 (1849).

*laesus* Fall. (nec Wied.), p. p. = *gramineus* Fall.

12. *laesus* Wied., Zoolog. Magaz. I, 1. 73. 21 [*Dolichopus*] (1817) Europa.  
*facialis* Gerst., p. p. Stett. ent. Ztg. XXV, 42. 3 (1864).  
? *nigripes* Fbr., Entom. Syst. IV, 341. 122 [*Musca*] (1794).

In meiner Sammlung aus Schlesien, den Alpen, dem Ural und Süd-Frankreich.

*magnicornis* Zett., Dipt. Scand. II, 481 (1843).

Die Deutung dieser Art, die als fragliches Synonym von *Porphyrops pectinata* Lw. im Katalog aufgeführt ist, kann erst nach Untersuchung der Zetterstedtschen Type sichergestellt werden.

13. *melampodius* Lw., N. Beitr. V, 49 (1857) Europa merid. et centr.  
Ich besitze Exemplare aus Schlesien und von den Kanarischen Inseln.
14. *microcerus* Kow., Verh. zool.-bot. Ges. Wien XXIV, 469. 12. taf. XIII fig. 17 (1874) Europa centr.  
Je ein Exemplar aus Ungarn und von der Insel Sylt in meiner Sammlung.  
*minimus* Meig. = *gramineus* Fall.

15. *monochaetus* Kow., Verh. zool.-bot. Ges. Wien XXIV, 468. 11 (1874)  
Europa centr.

Aus Schlesien und Ungarn in meiner Sammlung.

16. *neglectus* Wied., Zool. Magaz. I, 1. 74. 22 [*Dolichopus*] (1817) Europa.

*femoralis* Meig., Syst. Beschr. IV, 42. 5 (1824).

*taeniomereus* Meig., Syst. Beschr. VI, 362. 10 (1830).

*viridulus* Fall., Dipt. Suec. Dolichop. 18. 23 [*Dolichopus*] (1823).

Meine Exemplare stammen aus Schlesien, Norwegen, Siebenbürgen.

17. *nigerrimus* n. sp. ♂ Asia. minor.

Eine größere, fast ganz schwarze Art.

♂. Thoraxrücken metallisch grün glänzend, mit schwacher bräunlicher Bereifung. Schwinger gelb, Schüppchen weißlich mit schwarzen Wimpern. Kopf: Stirne metallisch grün, matt glänzend. Die Augen sind unter den Fühlern nur durch das linienförmig schmale graue Gesicht getrennt. Taster und Fühler schwarz, letztere groß; das dritte Glied bildet mit dem zweiten ein nach vorne gestrecktes und dort abgerundetes Dreieck. Hinterleib metallisch grün, mit schwarzer Behaarung. Beine kräftig, nebst Hüften, Hüftgelenken und allen Gliedern tiefschwarz. Vorderhüften mit schwarzer, etwas rauher Behaarung. Flügel wasserklar, mit schwarzen feinen Adern. 2—2,4 mm lang.

6 Männchen aus Agaboz, Klein-Asien [Náday] 1911. Sammlung des Ungar. Nat.-Mus.

Anmerkung. Diese Art hat am meisten Ähnlichkeit mit *laesus* Wied. und *amplicornis* Zett.; von ersterer durch das sehr schmale Gesicht, von letzterer durch die Form des dritten Fühlergliedes, von beiden durch die schwarze Behaarung der Vorderhüften getrennt.

*nigricosta* v. Ros., Corresp. Würtemb. landw. Ver. I, 55 (1840)

Europa centr.

Die kurze Beschreibung: „*alis basi linea costali nigra*“ deutet darauf hin, daß diese Art nicht zur Gattung *Chrysotus* gehört, sondern ein *Teucho-phorus* sein wird.

*nigripes* Fbr. = ? *laesus* Wied.

*nigripes* Meig. p. p. (nec Fall.) = *varians* Kow.

*nigripes* Walk. (nec Fall.) = *gramineus* Fall.

18. *nudus* n. sp. ♂♀

Tunisia.

♂. Thoraxrücken glänzend goldgrün, vorne am Halse grau bestäubt, Brustseiten schwarzgrau, wenig glänzend. Schwinger gelb, Schüppchen desgleichen, schwarz bewimpert. — Stirne blauschwarz, durch Bereifung etwas matt, von der gleichen Färbung ist auch das schmale Gesichtsfeld, Taster klein, schwarz. Fühler desgleichen, drittes Glied von mäfsiger Gröfse. — Hinterleib glänzend goldgrün, schwarz behaart; Hypopygialanhänge unsichtbar. — Beine: Hüften und Hüftgelenke schwarz, Schenkel ebenso, metallisch grün glänzend. Vorderhüften unten sparsam schwarz behaart; Vorderschienen und die Hälfte des Metatarsus rostgelb; Mittelschienen etwas dunkler, rötlichbraun, Wurzel des Metatarsus desgleichen; Hinterschienen nebst Tarsen ganz schwarz. Behaarung und Beborstung sind sehr schwach; die Vorderschienen tragen auf ihrer Oberseite keine Borste, die Mittelschienen nur eine in der Nähe der Wurzel, die Hinterschienen einige wenige, aber keine der Schienen zeigt die Spur einer Bewimperung.

♀. In der Färbung dem ♂ ähnlich. Stirne und Gesicht breit, von metallisch blauschwarzer Grundfarbe, durch weifliche Bestäubung grau; das dritte Fühlerglied ist etwas gröfser als beim ♂; die Beine etwas heller gefärbt, Hüftgelenke rostgelb. Schenkel schwarz, jedoch die Kniee der vorderen Beine nebst deren Schienen und die beiden ersten Tarsenglieder rostgelb. Hinterschienen auch rostgelb, jedoch an ihrer Wurzel und Spitze nebst den Tarsen schwarzbraun. — Flügel glashell, dritte und vierte Längsadern parallel. — 2,4 mm lang.

Mehrere Exemplare aus Bel Mehtia, Ain-Draham und Tabarka in Tunis. Sammlung des Ungar. Nat.-Museums und meine Sammlung.

19. *palustris* Verrall, Entom. Monthly Mag. XII, 247 (1876) Anglia.  
Desgl. Entom. Monthly Mag. XVI, 253—55 (1905).

Obscure aeneus vel cupreus, antennarum nigrarum articulo tertio majusculo, tegulis pallide ciliatis, femoribus nigris, coxis anticis albopilosis. Long. vix 1 lin.

♂. Fronte argenteo-micante, facie angusta argentea, palpis flavis, ciliis oculorum inferis confertis albidis, pedibus nigris, genibus luteis.

♀. Obscure cupreus, palporum nigrorum apice pallescente, tibiis flavidis vel luteis.

♂. Dull green, thorax slightly shining, eyes separated by a narrow silvery face, palpi yellow, cilia of the lower orbit rather abundant and conspicuous white, from more than one-third of the width of the head,

bluish-green rendered silvery by tomentum; antennae with the third joint rather large, neither rounded nor pointed. Thorax green in the middle, coppery on the sides, rendered dull by minute tomentum, halteres orange, alulae bright yellow with pale yellow fringes.

Legs greenish black, with yellowish knees, front coxae with conspicuous white pubescence, tibiae very slightly bristly, usual bristle on middle pair and two or three bristles on hind pair; in one specimen probably immature, the anterior tibiae and base of tarsi are brownish. Wings rather dark with more or less of a yellowish tinge.

♀. Rather larger, more coppery, thorax very dull, face dull white, about a quarter the width of the head, palpi rather large, whitish at the tip; front coxae luteous at the extreme tip and there with yellow hairs, on the disk with white hairs, femora slightly shining, tibiae brownish or yellowish. Wings cleaner than in male.

This species is evidently allied to *C. suavis* Lw., but is darker and duller coloured, *suavis* being blue or violet; the face of *suavis* is green and „*mire angusta*“ shining white near the antennae, while in *palustris* it is all shining white, and not very narrow, in fact rather broad for this genus. *Suavis* has the legs and abdomen with a whitish pubescence, and yellow anterior tibiae, while I expect all nature *palustris* have only the knees luteous. The female of *suavis* is greener, the face and frons dirty grey. *C. albibarbus* Lw. is also blue or green with but little tomentum, and no silvery shimmer on the frons.

Anmerkung. Ich kenne diese Art nicht und habe daher die ausführliche Beschreibung von Verrall wiedergegeben.

20. *pennatus* Lichtw., Természetráji Füzet. XXV, 197. 1 (1902)

Europa merid.

Ich besitze diese Art aus Ungarn und Griechenland.

21. *pulchellus* Kow., Verh. zool.-bot. Ges. Wien XXIV, 461. 3, tab. XIII fig. 15 (1874)

Europa.

In meiner Sammlung aus Schlesien, Lappland, Süd-Frankreich, Korfu und aus den Alpen.

*taeniomerus* Zett. (nec Meig.), Dipt. Scand. II, 485, var. b (1843).

? *rhapsodioides* Zett., Ins. Lapp. Dipt. 705. 3 (1838) ♀ Europa sept.

Nur als Weibchen unkenntlich beschrieben, muß daher zunächst zweifelhaft verbleiben.

? *rufipes* Meig., Syst. Besch. VII, 150. 14 (1838) Europa centr.

Der Beschreibung nach zu urteilen wird diese Art, wie Kowarz schon vermutete, kein *Chrysotus* sein; ihre Deutung kann zunächst nicht erfolgen.

22. *suavis* Lw., N. Beitr. V, 49 (1857) Europa centr. et merid. Aegyptus.

Meine Exemplare stammen aus Schlesien, Siebenbürgen, Süd-Frankreich, Ägypten.



Fig. 244.

*Chrysotus suavis* Lw. ♂. Hypopyg. 36 : 1.

Ich gebe hier die Zeichnung des Hypopygs. Man sieht, daß dasselbe die gleiche Konstruktion hat wie bei der Gattung *Diaphorus*: eine Kappe mit einigen Borsten, deren hintere und untere Seite geschlitzt ist; die äußeren Anhänge sind behaart, die inneren nackt.

*taeniomerus* Meig. = *neglectus* Wied.

*taeniomerus* Zett. (nec Meig.), var. b = *pulchellus* Kow.

23. *varians* Kow., Verh. zool.-bot. Ges. Wien XXIV, 471. 14 (1874)

Europa centr. et merid.

*nigripes* Meig. (nec Fbr.), Syst. Besch. IV, 42. 6 p. p. (1824).

In meiner Sammlung aus Schlesien, Siebenbürgen, Italien und Korsika.

*virescens* v. Ros., Corresp. Würtemb. landw. Ver. I, 56 (1840)

Europa centr.

Läßt sich aus der Beschreibung allein nicht erkennen.

*viridifemoratus* v. Ros., Corresp. Würtemb. landw. Ver. I, 55 (1840)  
Europa centr.

Bleibt desgleichen eine zweifelhafte Art.

*viridulus* Fall. = *neglectus* Wied.

24. *xanthoprasius* Bezzi, Bull. Soc. Ent. Ital. XXXVII, 301 (1906)

Erythraea.

Ich kenne diese Art nicht aus eigener Anschauung und habe sie nach der Beschreibung der Tabelle eingefügt.

### Nachtrag.

*arcticus* Frey ♂ ♀, Acta Soc. pro Fauna et Flora Fennica 40, Nr. 5  
p. 31. 6, Pl. 1 fig. 3 (1915) Lapponia sept.

Frey beschreibt diese Art nicht besonders, sondern vergleicht sie nur mit *alpicola* Strobl, von der sie sich durch gelbe Deckschüppchen und weißgelbe Wimpern unterscheiden soll. Außer einigen Färbungsunterschieden gibt Frey keine Unterschiede an. Da *alpicola* Strobl ♂ deutlich keulförmig verdickte Hinterschienen hat — ein Merkmal, das sonst in dieser Gattung nicht wieder vorkommt, so würde ein Hinweis hierauf bei *arcticus* Frey sofort den Unterschied oder die Gleichstellung gezeigt haben. Frey schweigt sich hierüber aus. Sollten die Hinterschienen beim ♂ von *arcticus* einfach sein, so würde Freys Art ohne weiteres Berechtigung besitzen, sollten die Hinterschienen aber ebenfalls keulförmig verdickt sein, so würde ich geneigt sein anzunehmen, daß hier nur Abweichungen in der Färbung vorliegen, also lediglich eine Variante. Wegen der nicht ganz ausreichenden Charakterisierung der ♂ konnte ich dasselbe nicht in meine Tabelle einreihen; das ♀ wurde mir von Frey mitgeteilt.

### *Argyra.*

Macquart, Suite à Buffon I, 456. 8 (1834)

*Lasiargyra* Mik, Dipt. Unters. 5. 5 (1878).

Ich nehme die von Mik gebildete Untergattung *Lasiargyra* hier als Synonym mit auf; die fünf Arten dieser Gattung unterscheiden sich von den übrigen *Argyra*-Arten nur durch das behaarte Schildchen; alles andere, auch die Bildung des Hypopygs weicht vom gemeinsamen Charakter nicht

ab, so daß ein Bedürfnis, auf diese kleine Abweichung hin eine besondere Gattung aufzustellen, nicht vorliegt, zumal wir gesehen haben, daß wir auch bei anderen Gruppen wie *Hercostomus* eine Trennung der Arten mit behaartem Schildchen nicht haben durchführen können.

### Gattungscharakter.

Metallisch glänzende Arten, meist mit deutlichem Silberschimmer auf Thorax und Hinterleib. 5 Dorsozentral-, 1 Humeral-, 1 Präsutural-, 1 Sutural-, 2 Notopleural-, 2 Supraalar-, 1 Postalarborste und deutlich zweireihige Akrostikalborstchen, auch von den Humeralborstchen (Mik) sind einige vorhanden. Schildchen mit vier annähernd gleich starken Borsten, Schildfläche nackt oder behaart. — Kopf halbkugelig, Hinterkopf ausgehöhlt oder wenigstens flach, nicht konvex. Augen groß, hochgestellt, deutlich pubeszent; Untergesicht schmal, die Stirn nur wenig schmaler ( $\sigma$ ), bei dem  $\text{♀}$  breiter, fast gleich breit. Fühler über der Kopfmitte eingesetzt, das erste Glied obenauf deutlich beborstet, das zweite greift an der Innenseite etwas auf das dritte über, das dritte selbst ist kurz bis verlängert, dreieckig, mit fast nackter oder mikroskopisch pubeszenter subapikaler Borste. Taster vorgestreckt, klein, behaart. Hinterleib mit sechs deutlichen Ringen, Hypopyg klein, kappenförmig, unter den Bauch geschlagen, nackt, behaart und beborstet, mit kleineren äußeren Anhängen von verschiedener Form; die Kappe zeigt gewöhnlich beiderseits nach unten hin eine spitze Verlängerung. Beine kräftig behaart und beborstet. Hinterhüfte außer der Einzelborste noch mit einigen Haaren darunter, Metatarsus der Hinterbeine gleich lang oder länger als das zweite Glied; Pulvillen vorhanden, aber klein. Flügel groß, oval, die erste Längsader auf der Mitte mündend, die dritte schlank gebogen, die vierte im letzten Abschnitt auf der Mitte etwas S förmig gebogen und der dritten sich etwas nähernd, aber parallel verlaufend; hintere Querader der Mündung der ersten Längsader gegenüber.

### Bestimmungstabelle.

#### Männchen.

- |   |     |
|---|-----|
| 1. Schildchen außer der Randbeborstung nackt  | 2.  |
| — Schildchen auf seiner Oberfläche deutlich behaart                                       | 18. |
| 2. Thoraxrücken, von vorne besehen, mit deutlichem Silberschimmer, Hinterleib desgleichen | 3.  |
| — Thoraxrücken, von vorne besehen, metallisch glänzend, nur sehr zart bereift             | 10. |
| 3. Untergesicht und Stirne, von vorne besehen, weiß                                       | 4.  |
| — Untergesicht, von vorne besehen, schwarz  | 8.  |

4. Hinterleib mit gelb durchscheinenden Flecken. Beine gelb, Hinterschenkel und Hinterschienen an der Spitze und die Hintertarsen braun. Schüppchen gelb bewimpert 5.
- Hinterleib ohne Fleckung oder nur mit schwachen Spuren derselben. Schenkel und Hinterbeine schwarz. Schüppchen schwarz bewimpert. Drittes Fühlerglied zweimal so lang wie breit, Borste so lang wie die Fühler *canariensis* n. sp. ♂.
5. Zweiter und dritter Hinterleibsring mit gelben Flecken 6.
6. Vorder- und Hinterschienen oberseits nur mit wenigen zarten Börstchen. Vordermetatarsus auf seiner Unterseite ohne kammartig gestellte Börstchen 7.
- Vorder- und Hinterschienen oberseits deutlich beborstet. Vordermetatarsus unterseits mit einer Reihe kammartig gestellter Börstchen. Drittes Fühlerglied kaum zweimal so lang wie breit, Borste länger als die Fühler *setulipes* n. sp. ♂.
7. Drittes Fühlerglied zweimal so lang wie breit, Borste so lang wie das dritte Fühlerglied *argentina* Mg. ♂.
- Drittes Fühlerglied  $1\frac{1}{2}$  mal so lang wie breit, Borste länger als die Fühler *discedens* Beck. ♂.
- Drittes Fühlerglied  $2\frac{1}{2}$  mal so lang wie breit, Borste kürzer als das dritte Fühlerglied *perplexa* n. sp. ♂.
8. Drittes Fühlerglied nicht länger als breit; die Stirne erscheint, von vorne gesehen, ganz schwarz 9.
- Drittes Fühlerglied  $1\frac{1}{2}$  mal so lang wie breit; Stirne, von vorne gesehen, silberschimmernd. Schüppchen bräunlich bewimpert. Beine schwarzbraun, die Spitze der Vorderschenkel, die vorderen Schienen und die Wurzelhälfte der Hinterschienen rotgelb. Metatarsus der Hinterbeine so lang wie das zweite Glied. 6,5 mm lang *argyria* Mg. ♂.
9. Schüppchen schwarz bewimpert. Beine gelb; vordere Schenkel auf der Wurzelhälfte. Hinterschenkel auf der Spitzenhälfte braun. Hintermetatarsus so lang wie das zweite Glied. Vordere Schenkel unten behaart, Schienen nur zart beborstet. 6 mm lang *leucocephala* Mg. ♂.
10. Gesicht und Stirne, von vorne gesehen, ganz weiß bis hellgrau 11.
- Gesicht und Stirne schwarz. Hintermetatarsus länger als das zweite Glied 14.
11. Hinterleib ohne deutlichen Silberschimmer, metallisch gefärbt, schwach bereift, vorne mit gelben Seitenflecken. Vordermetatarsus unten fein beborstet 12.
12. Hintermetatarsus kürzer als das folgende Glied oder gleichlang. Hypopyg mit Borsten 13.
- Hintermetatarsus länger als das zweite Glied. Vorderhöften und Beine mit Ausnahme der vier letzten Tarsenglieder gelb. Hypopyg ohne Borsten. 5 mm lang *spoliata* Kow. ♂.
13. Schenkel und Vorderhöften gelb, Höften und alle Schienen verhältnismäßig stark beborstet. Schüppchen mit schwarzen Wimpern. 4 mm lang *elongata* Zett. ♂.
- Schenkel und alle Höften gelb, Höften und alle Schienen nur zart beborstet. Schüppchen bräunlich bewimpert. 4 mm lang *grata* Meig. ♂.
14. Hinterleib, von vorne besehen, silberschimmernd 15.
- Hinterleib ohne Silberschimmer. Drittes Fühlerglied  $1\frac{1}{2}$  mal so lang wie an der Wurzel breit. Beine gelb, vordere Schenkel an der Wurzelhälfte, Hinterschenkel

- an der Spitzenhälfte braun. Vordermetatarsus auf der Unterseite zart beborstet. Schüppchen schwarz bewimpert. 4,5 mm lang *atriceps* Lw. ♂.
15. Drittes Fühlerglied zweimal so lang wie an der Wurzel breit. Vordermetatarsus auf der Unterseite zart beborstet 16.
- Drittes Fühlerglied nur  $1\frac{1}{2}$  mal so lang wie breit. Beine schwärzlichbraun, Kniee und vordere Schienen gelb. Hintermetatarsus unten lang borstlich behaart und an der Wurzel mit drei langen senkrecht abstehenden Haaren, Vordermetatarsus unten zart beborstet. Schüppchen braun bewimpert. 4 mm lang *flabellifera* Beck. ♂.
16. Thoraxrücken braun bestäubt, mit vier metallisch glänzenden Längsstreifen. Beine gelb; Hinterschenkel und Hinterschienen an der Spitze mit den Hintertarsen schwarzbraun. Schüppchen schwarz bewimpert. 4 mm lang *striaticollis* n. sp. ♂.
- Thoraxrücken metallisch glänzend, ohne Längsstreifen 17.
17. Beine gelb; Hinterschenkel und Hinterschienen an der Spitze mit den Hintertarsen schwarzbraun. Hintermetatarsus unten borstlich behaart und an der Wurzel mit einem senkrecht abstehenden Haar. Schüppchen blaßgelb bewimpert. 4,5 mm lang *confinis* Zett. ♂.
- Beine schwarz; vordere Kniee und Schienen rostgelb. Schenkel und Schienen deutlich behaart und borstlich bewimpert. Schüppchen schwarz bewimpert. 6 mm lang *auricollis* Meig. ♂.
18. Untergesicht und Stirne schwarz 19.
- Untergesicht und Stirne hellgrau bis weiß 20.
19. Hinterleib silberschimmernd, mit gelben Seitenflecken am zweiten und dritten Ringe. Drittes Fühlerglied  $1\frac{1}{2}$  mal so lang wie breit. Schüppchen schwarz bewimpert. Beine schwarz, Kniee, Schienen und die vorderen Tarsen gelb. Hintermetatarsus länger als das zweite Glied. Vordermetatarsus auf der Unterseite beborstet. 7 mm lang *diaphana* Fbr. ♂.
- Hinterleib silberschimmernd, ohne gelbe Seitenflecke, im übrigen der vorigen Art sehr ähnlich. 6 mm lang *Hoffmeisteri* Lw. ♂.
20. Thoraxrücken silberschimmernd, Hinterleib desgleichen, mit gelben durchscheinenden Seitenflecken. Schüppchen braun bewimpert. Beine gelb, vordere Schenkel von der Wurzel an in größerer Ausdehnung, Hinterschenkel und Hinterschiene an der Spitze nebst den Hintertarsen schwarzbraun. 7 mm lang *setimana* Lw. ♂.
- Thoraxrücken ohne Silberschimmer 21.
21. Hinterleib mit Silberschimmer, aber ohne gelbe Seitenflecken. Drittes Fühlerglied nicht länger als breit, mit langer feiner Borste. Schüppchen schwarz bewimpert. Beine gelb; Vorderschenkel bis nahe zur Spitze, Mittelschenkel auf der Oberseite, Hinterschenkel an der Spitze nebst den Hintertarsen schwarzbraun. Vordermetatarsus auf der Unterseite beborstet. 6,5 — 7 mm lang *Loewi* Kow. ♂.
- Hinterleib ohne Silberschimmer, mit gelben Seitenflecken. Drittes Fühlerglied zweimal so lang wie breit, mit kurzer dicker Borste. Schüppchen weiß bewimpert. Beine gelb; Hinterschenkel und Hinterschiene an der Spitze mit den Hintertarsen schwarzbraun. 5 mm lang *magnicornis* Zett. ♂.

## Weibchen.

Sie entbehren des Silberschimmers, sind einförmiger gefärbt und schwierig zu unterscheiden. Dem von Kowarz 1879 in den Verh. d. zool.-bot. Ges. Wien gegebenen Verzeichnisse kann ich nach meiner Kenntnis nur die Weibchen von zwei Arten: *discedens* und *canariensis* hinzufügen. Ich benutze hierzu die Kowarzsche Bestimmungstabelle.

- |   |                              |
|---|------------------------------|
| 1. Schildchen auf der Oberseite behaart   | 2.                           |
| — Schildchen auf der Oberseite nicht behaart  | 4.                           |
| 2. Vorderhüften ganz schwarz  | 3.                           |
| — Vorderhüften an der Spitze gelb. Schüppchen gelb, mit braunem Randfleck und gelben Wimpern  | <i>magnicornis</i> Zett. ♀.  |
| 3. Hinterschenkel schwarz. Schüppchen gelb, mit schwarzem Randfleck und schwarzen Wimpern   | <i>Hoffmeisteri</i> Lw. ♀.   |
| — Hinterschenkel teilweise gelb. Schüppchen gelb, mit braunem Randfleck und schwarzen Wimpern   | <i>diaphana</i> Fbr. ♀.      |
| 4. Fühler länger als der Kopf. Schüppchen gelb, mit braunem Randfleck und schwarzen Wimpern   | <i>elongata</i> Zett. ♀.     |
| — Fühler so lang oder kürzer als der Kopf   | 5.                           |
| 5. Metatarsus der Hinterbeine länger als das zweite Glied   | 6.                           |
| — Metatarsus der Hinterbeine so lang oder kürzer als das folgende Tarsenglied   | 7.                           |
| 6. Hinterhüften ganz schwarzbraun. Schüppchen gelb, mit kleinem braunem Randfleck, Wimpern braun bis gelb   | <i>auricollis</i> Meig. ♀.   |
| — Hinterhüften ganz oder teilweise gelb. Schüppchen gelb, mit braunem Randfleck und gelben Wimpern  | <i>confinis</i> Zett. ♀.     |
| — Hinterhüften ganz oder teilweise gelb. Schüppchen gelb, mit braunem Randsaum und schwarzen Wimpern  | <i>atriceps</i> Lw. ♀.       |
| 7. Die vier vorderen Hinterleibsringe an den Seiten und am Rande mit gelben Flecken. Schüppchen gelb, mit braunem Randfleck und schwarzen Wimpern | <i>grata</i> Lw. ♀.          |
| — Hinterleib ohne oder nur an den Seiten und am Bauche des zweiten und dritten Ringes mit gelben Flecken  | 8.                           |
| 8. Hinterhüften an der Spitze gelb; der zweite Hinterleibsring deutlich gelb gefleckt. Schüppchen gelb, mit braunem Randfleck und gelben Wimpern  | <i>argentina</i> Meig. ♀.    |
| — Hinterhüften ganz schwarz   | 9.                           |
| 9. Hinterleib an den Seiten des zweiten Ringes gelb gefleckt. Schüppchen gelb, mit schwarzem Randfleck und schwarzen Wimpern                      | <i>leucocephala</i> Mg. ♀.   |
| — Hinterleib an den Seiten des zweiten Ringes nicht gelb gefleckt   | 10.                          |
| 10. Schüppchen schwärzlich bewimpert  | 11.                          |
| — Schüppchen weiß bewimpert, gelb, mit braunem Randfleck  | <i>discedens</i> Beck. ♀.    |
| 11. Gesicht weiß. Schüppchen gelb, mit schwarzem Randfleck und gelben Wimpern   | <i>argyria</i> Meig. ♀.      |
| — Gesicht gelbgrau. Schüppchen gelb, mit schwarzem Randfleck und schwarzen Wimpern  | <i>canariensis</i> n. sp. ♀. |

**Artregister und Synonyme.**

*argentata* Macq. = *argyria* Meig.

*argentella* Zett. = *argyria* Meig.

1. *argentina* Meig., Syst. Besch. IV, 47. 3 [*Porphyrops*] (1824) Europa.  
*diaphana* Fall. (nec Fbr.), p. p. Dipt. Suec. Dolichop. 16. 19 [*Dolichopus*] (1823).  
*geniculata* Schumm., Uebers. d. Arb. u. Veränd. Schles. vaterl. Kultur 86. 4 [*Porphyrops*] (1836).  
? *semiargentata* Donovan., Nat. Hist. of Brit. Ins. IV, 92, tab. 142 fig. 2—3 [*Musca*] (1794).



Fig. 245.

*Argyra argentina* Meig. ♂. Hypopyg. 36 : 1.

2. *argyria* Meig., Syst. Besch. IV, 46. 2 [*Porphyrops*] (1824) Europa.



Fig. 246.

*Argyra argyria* Meig. ♂. Hypopyg. 36 : 1.

*argentata* Macq., S. à Buffon I, 457. 2 (1834).

*argentella* Zett., Dipt. Scand. II, 592. 80 [*Dolichopus*] (1843).

*diaphana* Fall. (nec Fbr.), Dipt. Suec. Dolichop. 16. 19 p. p.  
[*Dolichopus*] (1823).

? *virida* Meig., Syst. Besch. IV, 100. 48 [*Dolichopus*] (1824).

In meiner Sammlung aus Schlesien, Dalmatien, Korsika und den Pyrenäen.

*aristata* Gerst. = *magnicornis* Zett.

3. *atriceps* Lw., N. Beitr. V, 38 (1857) Europa centr.

*incompta* Gerst., Stett. ent. Zeitg. XXV, 145. 1 (1864).

Aus Schlesien in meiner Sammlung.

4. *auricollis* Meig., Syst. Besch. IV, 47. 4 [*Porphyrops*] (1824)

Europa centr. et sept.

*pellucens* Fall., Dipt. Suec. Dolichop. 17. 20 var.  $\beta$  [*Dolichopus*] (1823).

Von Schlesien und den Ostseeküsten in meiner Sammlung.

5. *canariensis* n. sp. ♂ ♀.

♂. Thorax und Hinterleib mit silberfarbigem Schimmer, der Hinterleib aber ohne gelb durchscheinende Flecken. Schwinger gelb, Schüppchen schwarz bewimpert. — Stirne und Untergesicht weiß, Taster und Fühler schwarz, das dritte Fühlerglied  $1\frac{1}{2}$  mal so lang wie breit, mit einer feinen Borste, die etwas länger ist als die Fühler. Zilien am Hinterkopfe unten weiß. — Hinterleib weitläufig schwarz behaart, Hypopygium mit einigen spärlichen schwarzen Haaren an der Kappe. — Beine nebst Hüften schwarz, Spitze der Vorderhüften, die vorderen Kniee, Schienen und Tarsen rostgelb; Unterseite der Schenkel verhältnismäßig kurz behaart; die vorderen Schienepaare tragen auf der Oberseite nur einzelne zarte Borsten; Hinterschienen dicht, aber kurz bewimpert; Hintermetatarsus nicht länger als das zweite Glied, der Vordermetatarsus trägt auf seiner Unterseite keine Borsten. Flügel in dem gewöhnlichen gelbbraunlichen Ton mit normaler Aderung. 5—5,5 mm lang.

♀. Thorax und Hinterleib ohne Silberschimmer. Gesicht und Stirne grau. Taster grau, Fühler kurz. Beine und die ganze Färbung dem ♂ entsprechend. 4,5 mm lang.

2 ♂, 4 ♀ von Laguna auf Teneriffa im Mai. 600 m hoch.

6. *confinis* Zett., Dipt. Scand. VIII, 3090. 77—78 [*Dolichopus*] (1849)  
Europa.

? *flaviventris* Macq., Recueil Soc. Sc. Agricult. Lille 214. 7 [*Porphyrops*] (1828).

Aus Schlesien, Ungarn, Pyrenäen und von der Insel Bornholm in meiner Sammlung.

*diaphana* Fall. (nec Fbr.) = *argentina* et *argyria* Meig.

7. *diaphana* Fbr., Syst. Entomol. 783. 54 [*Musca*] (1775) Europa.

*hirtipes* Curt., Brit. Entom. VIII, 541. 2. 1a [*Porphyrops*] (1835).

*ludea* Harris, Expos. engl. Ins. 157, tab. XLVII fig. 3 [*Musca*] (1782).

*pellucens* Fall., Dipt. Suec. Dolichop. 17. 20 var.  $\alpha$  [*Dolichopus*] (1823).

*versicolor* Meig., Syst. Besch. IV, 50. 9 ♀ [*Porphyrops*] (1824).

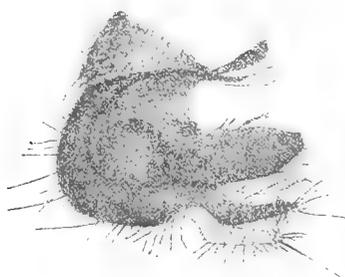


Fig. 247.

*Argyra diaphana* Fbr. ♂. Hypopyg. 18:1.

Aus Schlesien und Korsika in meiner Sammlung.

*diaphana* Meig. (nec Fbr.), p. p. = *leucocephala* Meig.

8. *discedens* Beck., Zeitschr. Hymen. Dipt. VII, 107. 191 (1907)  
Tunisia.

9. *elongata* Zett., Dipt. Scand. II, 594. 82 [*Dolichopus*] (1843)  
Europa centr. et syst.

Aus Schlesien in meiner Sammlung.



Fig. 248.

*Argyra elongata* Zett. ♂. Hypopyg. 36 : 1.

10. *festiva* Meig., Syst. Beschr. VII, 154. 7 [*Porphyrops*] (1838)

Europa centr.

Eine Deutung dieser Art ist bisher nicht erfolgt. Nach meiner Bestimmungstabelle kommt man auf *confinis* Zett., die mit der Beschreibung im großen und ganzen paßt, nur sagt Meigen: „Beine gelb“, er sagt nichts davon, daß die Hinterbeine teilweise geschwärzt sind, auch hat *confinis* gelbe durchscheinende Hinterleibsflecke; somit kann man eine vollständige Übereinstimmung nicht aussprechen; die Art bleibt zweifelhaft bis zur Vergleichung mit Meigens Type, falls diese noch vorhanden sein sollte. Ich habe daher diese Art in meiner Tabelle nicht berücksichtigt. Siehe über diese Art auch bei Kowarz, Verh. zool.-bot. Ges. Wien XXVIII, 460 (1878).

11. *flabellifera* Beck., Wien. entom. Zeitg. X, 285. 4, tab. III fig. 4 (1891)

Europa centr.

Siehe l. c. die Beschreibung.

*flaviventris* Macq. = ? *confinis* Zett.

*fulgens* Halid. = *leucocephala* Meig.

*fulviventris* Macq. = ? *grata* Lw.  
*geniculata* Schumm. = *argentina* Meig.



Fig. 249.

*Argyra flabellifera* Beck. ♂. Hinterbein. 12 : 1.

12. *grata* Lw., N. Beitr. V, 39 (1857) Europa centr.  
 ? *fulviventris* Macq., Recueil Soc. Sc. Agriculture Lille 260. 11  
 [Medeterus] (1828).  
*minor* Strobl, Progr. Seittenstetten 59 (1880).  
*hirtipes* Curt. = *diaphana* Fbr.
13. *Hoffmeisteri* Lw., Stett. ent. Zeitg. XI, 92. 1 [*Rhaphium*] (1850)  
 Europa centr.  
*incompta* Gerst. = *atriceps* Lw.
14. *leucocephala* Meig., Syst. Besch. IV, 49. 8 [*Porphyrops*] (1824)  
 Europa.  
*diaphana* Meig. (nec Fbr.), Syst. Besch. IV, 46. 1 [*Porphyrops*] (1824).  
*fulgens* Halid., The Zoolog. Journ. V, 354. 9 [*Porphyrops*] (1832).  
*pellucens* Zett. (nec Fall.), Ins. Lapp. Dipt. 712. 18 [*Dolichopus*]  
 (1838).
15. *Loewi* Kow., Verh. zool.-bot. Ges. Wien XXVIII, 446. 5, tab. V fig. 14  
 (1878) Europa centr.  
*ludea* Harr. = *diaphana* Fbr.

16. *magnicornis* Zett., Ins. Lapp. Dipt. 712. 19 [*Dolichopus*] (1838)  
Europa centr. et sept.  
*aristata* Gerst., Stett. ent. Zeitg. XXV, 31. 4 (1864).

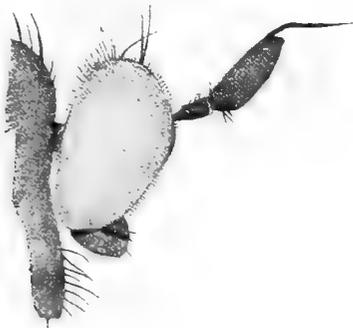


Fig. 250.

*Argyra magnicornis* Zett. ♂. 12:1.

*minor* Strbl. = *grata* Lw.  
*pellucens* Fall. = *diaphana* Fbr.

17. *perplexa* n. sp. ♂ ♀ Europa merid.

Diese Art ist am nächsten verwandt mit *argentina* Meig. und ihr beim ersten Blick so ähnlich, daß ich sie zuerst dafür gehalten habe. Erst eingehendere Vergleichen, die durch Untersuchungen des Hypopygs unterstützt wurden, führten dazu, die Unterschiede festzustellen; diese bestehen darin, daß die Fühler von *perplexa* etwas länger, die Fühlerborste aber etwas kürzer ist als bei *argentina*,<sup>1)</sup> schließlich sind die Analanhänge andere (vgl. die beiden Zeichnungen). Andere Unterschiede vermag ich allerdings nicht zu entdecken; die Verwandtschaft mit *discedens* Beck. ist wegen der deutlicher abweichenden Fühler- und Borstenlänge schon weniger auffällig.

Ich fing diese Art in den West-Pyrenäen bei St. Jean Pied de Port in einem Eichenwalde mit noch mehreren anderen Arten in der Nähe einer Quelle im Juni.

<sup>1)</sup> Es scheint in dieser Gattung wie auch bei verwandten, z. B. bei *Xiphandrium* das Entwicklungsgesetz zu bestehen, daß, je länger das dritte Fühlerglied wird, desto kürzer ihre Borste bleibt und umgekehrt, je kürzer das dritte Glied bleibt, desto länger ihre Borste sich entwickelt.

*semiargentea* Donovan = ? *argentina* Meig.

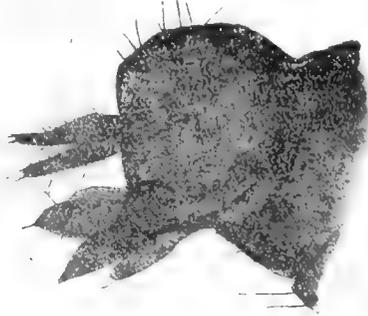


Fig. 251.

*Argyra perplexa* Beck. ♂. Hypopyg. 36 : 1.

18. *setimana* Lw., N. Beitr. VI, 20. 1 (1859) Europa centr.

19. *setulipes* n. sp. ♂ Rossia merid.

Auch bei dieser Art ist zunächst grofse Ähnlichkeit mit *argentina* Meig. vorhanden, jedoch ist sie durch sehr lange Fühlerborste und durch rauh und borstig behaarte Beine geschieden; auch das Hypopyg hat etwas anders gebildete Anhänge.

♂. Thoraxrücken mit deutlichem Silberschimmer; Schüppchen hell bewimpert. Stirne und Untergesicht weiß, Taster schwarz; Fühler desgleichen, drittes Glied zweimal so lang wie breit, dessen Borste ist im Verhältnis zu *argentina* doppelt so lang, sie ist erheblich länger als die Fühler. Hinterkopfborsten unten weiß. Hinterleib deutlich silberschimmernd, mit gelben Seitenflecken am zweiten und dritten Ringe; Hüften alle grau. Beine gelb, mit geringer Verdunkelung an der Wurzel der vorderen Schenkel und braun gefleckter Spitze der Hinterschenkel. Die schwarze Schenkelbehaarung ist oben und unten recht rauh und verhältnismäßig lang; die Vorderschienen sind auf der Oberseite mit mindestens zwölf deutlichen Borsten paarweise oder einzeln besetzt, und der Vordermetatarsus ist auf seiner Unterseite deutlich beborstet, der Hintermetatarsus nicht länger als das zweite Glied. Flügel blafsbraun, die vierte Längsader macht im letzten Abschnitt einen sehr starken Knick. 4,5 mm lang.

Ein Exemplar aus der Steppe bei Orenburg, Süd-Rufsland, im Juni. Meine Sammlung.

20. *spoliata* Kow., Verh. zool.-bot. Ges. Wien XXVIII, 455. 12 (1878)  
Europa centr.

21. *striaticollis* n. sp. ♂

Polonia.

Ein interessantes Tier, das mit seinem gestreiften Thoraxrücken von allen anderen Arten erheblich abweicht.

♂. Thoraxrücken von stahlblauer Grundfarbe; die Bestäubung ist zimmtbraun und hat sich streifenförmig so verdichtet, daß sie vier deutliche Längsstreifen bildet, die durch die drei Reihen der Dorsozentralborsten und der Akrostikalbörstchen unterbrochen oder getrennt werden, auf welchen Längslinien die blaue Metallfarbe wieder zum Vorschein kommt; die Akrostikalbörstchen sind sehr lang, fast borstenförmig; Schüppchen schwarz bewimpert. Gesicht und Stirn sind, von vorn gesehen, schwarz, von der Seite gesehen, seidenartig weiß schillernd; untere Hinterkopfszilien, Backenbart und Taster schwarz. Fühler etwas verlängert, das dritte Glied reichlich zweimal so lang wie breit, Fühlerborste so lang wie die Fühler selbst. Der Hinterleib ist bei meinem Exemplar noch nicht voll ausgereift, zeigt aber doch schon deutlichen Silberschimmer; hellere Seitenflecke sind nicht bemerkbar. Das Hypopygium ist nur borstlich behaart, die äußeren Anhänge verhältnismäßig groß, lang blattförmig. Hüften schwarzgrau. Beine rostgelb bis braun, an den vorderen Beinen sind die Schenkel an der Wurzel und obenauf unbestimmt gebräunt, Hinterschenkel an der Spitze und obenauf mit brauner Strieme; Hintertarsen braun; die Hinterschienen sind auf der Hinter- oder Oberseite deutlich stark borstlich bewimpert, desgleichen auf ihrer Unterseite, aber sehr fein und zart; Hintermetatarsus um ein geringes länger als das folgende Glied; am Vordermetatarsus sieht man auf dessen Unterseite deutlich eine Reihe feiner Börstchen, im übrigen ist auch die Behaarung der Beine ziemlich deutlich. Die Flügel sind von deutlich bräunlicher Färbung. 4 mm lang.

Ein Männchen aus dem Gouvernement Minsk, Polen, aus Schnabls Sammlung.

*versicolor* Meig. = *diaphana* Fbr.

*vivida* Meig. = ? *argyria* Meig.

***Leucostola* Subgenus.**

Loew, N. Beitr. V, 39 (1857).

Diese kleine Untergattung wurde von Loew auf *Argyra vestita* Wied. [*Dolichopus*] gegründet. Er bemerkt, daß die Art im allgemeinen durchaus in die Gattung *Argyra* hinein passe; sie könne aber doch nicht in derselben bleiben, da Arten, welche ein nacktes erstes Fühlerglied hätten, nicht mit Arten, deren Fühlerglied behaart sei, zusammengeworfen werden könnten. Bei der Wichtigkeit, die dies Merkmal bei den Dolichopodiden trotz einiger Abweichungen hat und meiner Ansicht nach auch behalten muß, wird man Loew beipflichten müssen; wir haben ja auch schon eine zweite Art in *Miki* Kow. kennen gelernt. Ich habe nun aber noch ein zweites gutes Gattungs-Unterscheidungsmerkmal gefunden. Beachtet man die Beborstung des Schildchens, so findet man, daß die *Leucostola*-Arten nur zwei starke Schildborsten führen, während alle Arten von *Argyra* deren vier haben, die annähernd gleich stark sind. Mit diesen beiden Merkmalen: nacktes erstes Fühlerglied und nur zwei Schildborsten, kann man die Abtrennung von *Argyra* rechtfertigen; es erübrigt sich somit eine besondere Gattungsbeschreibung.

**Arten.**

1. *Miki* Kow., Wien. entomol. Zeitg. I, 32. 2 (1882) Europa centr.

2. *vestita* Wied., Zool. Magaz. I, 1. 75. 24 [*Dolichopus*] (1817) Europa.

Meine Exemplare stammen aus Schlesien, Ungarn, Süd-Frankreich und aus Polen.

Eine Variante mit dunklen Beinen fand ich in Korsikā.

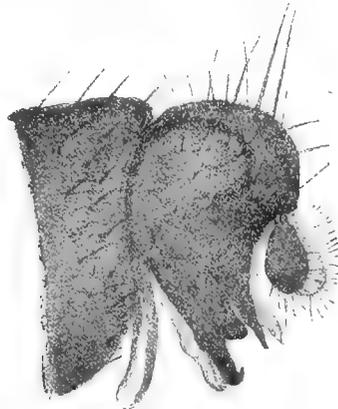


Fig. 252.

*Leucostola vestita* Wied. ♂. Hypopyg. 36:1.

***Trigonocera.***

Beck., Mitth. zool. Mus. Berlin II, 57 (1902).

**Gattungscharakter.**

Thorax in seiner Beborstung wie bei *Asyndetus* Lw.; Kopf in seiner Form ebenfalls, die Fühler sind jedoch anders gebildet: das erste Glied nackt, das zweite daumenförmig in das dritte hineingreifend, das dritte kegelförmig verlängert, pubeszent, mit apikaler (♂) und subapikaler (♀) pubeszenter Borste. Taster beborstet. Hypopyg kappenförmig, mit vier starken Borsten. Beine ziemlich lang, Schienen borstlich. Hinterschenkel wie bei allen Diaphorinen ohne Präapikale. Flügel: Randader bis zur vierten Längsader laufend, dritte und vierte Längsader parallel.

1. *Trigonocera rivos*a Beck., Mitth. zool. Mus. Berlin II, 57, taf. 4 fig. 8 (1902) Aegyptus.

Siehe Beschreibung und Figur l. c.

***Asyndetus.***

Lw., Berl. ent. Zeitschr. XIII, 35, nota 2 (1869); Beschr. europ. Dipt. II, 296, nota (1871).

*Meringopherusa* Beck., Mitth. zool. Mus. Berl. II (1902).

Strobl hat in den Verhandl. d. zool.-bot. Ges. Wien 1909 p. 189, 1239 bei Beschreibung neuer spanischer Dipteren und bei Erwähnung der von ihm gefangenen Art *Meringopherusa connexa* Beck. geltend gemacht, daß die von mir errichtete Gattung mit *Asyndetus* Loew identisch sei; während ich in der Bestimmungstabelle p. 59 l. c. die Ansicht zum Ausdruck gebracht habe, daß bei *Asyndetus* Lw. die Randader bis zur vierten Längsader, bei *Meringopherusa* aber nur bis zur dritten laufe; letzteres sei aber gerade bei *Asyndetus* der Fall.

Daß diese damals von mir gegebene Darstellung der Loewschen Gattung nicht berechtigt gewesen, habe ich später denn auch selbst herausgefunden, nachdem Loews Notiz und Berichtigung in der Anmerkung zu *Asyndetus albipalpus*, Europ. Dipt. II, 296 (1871) zu meiner Kenntnis gelangt war; diese letztere Anmerkung war mir entgangen; ich hatte meine Kenntnis von *Asyndetus* Lw. aufgebaut auf Loews Beschreibung in der Berl. ent. Zeitg. (1869), in der er als Gattungsvertreter die amerikanischen Arten *As. amophilus* und *appendiculatus* anführt; er beschreibt seine neue Gattung, indem

er sagt: sie sei der Gattung *Diaphorus* ähnlich, habe auch wie diese am männlichen Hypopygium vier starke Borsten, jedoch entbehre sie der langen Pulvillen; im übrigen sei die dritte Längsader der zweiten sehr nahe gerückt und der letzte Abschnitt der vierten Längsader sei wie bei *Diaphorus interruptus* unterbrochen, außerdem stehe die hintere Querader nahe oder sehr nahe der Flügelwurzel; damit ist die Charakteristik der Gattung *Asyndetus* abgetan; eine weitere Erläuterung wird dem Leser noch zuteil durch den Hinweis auf die Figur des Flügels von *Diaphorus interruptus*, Monogr. of N. Amer. Dipt. II tab. 6 fig. 29 e (1864); in dieser Figur reicht die Randader deutlich bis zur vierten Längsader. Was Wunder, wenn man nach dieser Auseinandersetzung die Ansicht gewinnt, daß bei *Asyndetus* Lw. die Randader bis zur vierten Längsader laufe! — Auch bei seiner Beschreibung von *Asyndetus varus*, Europ. Dipt. I, 297 (1869) wird über den Verlauf der Randader nichts weiter gesagt. Erst zwei Jahre später, Europ. Dipt. II, 296 (1871) lesen wir in einer Anmerkung zur Beschreibung von *Asyndetus albipalpus*, daß als vornehmliches Gattungsmerkmal bei *Asyndetus* das Aufhören der Kostalader an der Mündung der dritten Längsader anzusehen sei; so lange also war dieser Hauptunterschied in der Flügeladerung von Loew nicht bemerkt, oder wenigstens nicht von ihm hervorgehoben worden. — Soviel über die Entstehungsgeschichte von *Asyndetus* und *Meringopherusa*, und dies ist auch gleichzeitig die Geschichte meines obigen Irrtums, der hiernach wohl verzeihlich erscheinen mag.

### Gattungscharakter.

Der metallisch glänzende Thoraxrücken ist meist deutlich bereift; an Borsten sind vorhanden: 5 Dorsozentral-, 1 Humeral-, 1 Posthumeral-, 1 Präsutural-, 2 Notopleural-, 1 Sutural-, 2 Supraalar- und 1 Postalarborste, 2 Schildborsten. Akrostikalbörstchen sind, wenn auch nicht reichlich, so doch noch zweireihig vorhanden. — Kopf mit den gewöhnlichen beiden Scheitel- und Ozellarborsten. Die Augen stehen auch bei dem Männchen deutlich auseinander, so daß das Gesicht wenig schmaler als die Stirn erscheint, beide sind etwas vertieft. Taster klein, vortretend, dem Rüssel aufliegend. Fühler mit etwas verlängertem ersten nackten Gliede, das dritte ist nierenförmig, mitunter vorne zugespitzt, mit dorsaler, mikroskopisch pubeszenten Borste, das zweite greift scheinbar daumenförmig auf das dritte über. — Hinterleib mit fünf (♂) Ringen, der sechste ist zum kappenförmigen Hypopyg geförmt, dessen Anhänge kurz und nicht immer ohne weitere Präparation sichtbar sind. — Beine kräftig, Schienen etwas borstlich,

Pulvillen vorhanden. — Flügel: die Randader läuft nur bis zur dritten Längsader, diese ist mit den beiden ersten an den Vorderrand zusammengedrängt; die vierte ist im letzten Abschnitt nur schwach und farblos gebildet, auf ihrer Mitte, wo gewöhnlich die Flügelbeule liegt, entweder geknickt, kaum oder nur wenig auseinander gezogen, oder auch beide Teile liegen etwas entfernt voneinander in paralleler Richtung.

### Bestimmungstabelle.

- |   |                                |
|---|--------------------------------|
| 1. Taster weiß  | 2.                             |
| — Taster schwarz. Vierte Längsader kaum unterbrochen  | 6.                             |
| 2. Der letzte Abschnitt der vierten Längsader nicht oder kaum etwas unterbrochen  | 3.                             |
| — Der letzte Abschnitt der vierten Längsader deutlich unterbrochen, beide Abschnitte in paralleler Richtung getrennt verlaufend   | 5.                             |
| 3. Beine und Vorderhüften ganz hellrotgelb, nur die Tarsen, mit Ausnahme des Metatarsus, schwärzlich; hintere Querader fehlend, nur ausnahmsweise vorhanden   |                                |
|   | <i>connexa</i> Beck. ♂♀.       |
| — Schenkel und Vorderhüften schwarz   | 4.                             |
| 4. Hinterschenkel auf der Unterseite mit einer Gruppe längerer, gerader, borstenförmig absteher Haare (♂). Schienen gelb, an der Spitze verdunkelt; drittes Fühlrglied eiförmig; Taster groß, an der Spitze nur mit einem Börstchen   |                                |
|   | <i>albipalpus</i> Lw. ♂♀.      |
| — Hinterschenkel auf der Unterseite nackt (♂). Kniee und die vorderen Hüftgelenke gelb; vordere Schienen nebst der Wurzelhälfte ihrer Metatarsen, Hinterschienen an der Wurzel breit gelb, Hintertarsen ganz schwarz. Drittes Fühlrglied mit deutlicher Spitze. Taster von gewöhnlicher Größe mit drei Börstchen. Vierter Längsaderabschnitt geknickt und hier kaum unterbrochen, hintere Querader vorhanden, aber weit vor die Mündung der ersten Längsader zurückgedrängt |                                |
|   | <i>transversalis</i> Beck. ♂♀. |
| 5. Hintere Querader fehlend. Schenkel und Hüften bis auf die Kniee schwarz; vordere Schienen ganz, Hinterschienen an der Wurzelhälfte gelb; Tarsen schwarz, die vorderen vier Metatarsen jedoch größtenteils gelb   | <i>separatus</i> Beck. ♂♀.     |
| 6. Beine ganz schwarz, Hinterschienen etwas verdickt, gekrümmt und mit langen schwarzen Borsten auf ihrer Unterseite; hintere Querader ungefähr der Mündung der ersten Längsader gegenüber  | <i>varus</i> Lw. ♂.            |
| — Beine schwarz, vordere Kniee rostgelb; Hinterschienen wie gewöhnlich geformt; hintere Querader wie bei der vorigen Art. Pulvillen an den Beinen deutlich  |                                |
|   | <i>latifrons</i> Lw. ♂♀.       |
| — Schenkel mit allen Hüften schwarz; Vorderschienen gelbbraunlich, Mittelschienen nur zur Hälfte, Hinterschienen ganz schwarz; Tarsen schwarz, jedoch die Wurzel der vorderen Metatarsen rostgelb; hintere Querader weit vor der Mündung der ersten Längsader   | <i>aureo-cupreus</i> Strbl. ♀. |

**Artregister.**

1. *albipalpus* Lw., Beschr. europ. Dipt. II, 295. 159 (1871) Turkestan.
2. *aureo-cupreus* Strbl. ♀, Verh. zool.-bot. Ges. LIX, 190 (1909)  
Hispania.

Wie Strobl ganz richtig sagt, hat diese Art große Ähnlichkeit mit meiner *transversalis*, ist aber durch schwarze Taster und dunklere Beine getrennt. Bisher ist nur das Weibchen bekannt, andere Unterschiede lassen sich nicht auffinden, die aber bei einem Weibchen genügen, um die Selbständigkeit der Art zu rechtfertigen.

3. *connexa* Beck., Mitth. zool. Mus. Berlin II, 57. 83 tab. IV fig. 3 (1902)  
Aegyptus.

*lateinterruptus* Strbl. ♀ = *separatus* Beck.

Auch nur als Weibchen beschrieben; ich konnte die Type vergleichen. Das Weibchen stimmt durchaus in Färbung der Taster, der Stirn, der Beine, sowie in Größe und Flügeladerung mit meiner Art *separatus* überein; der einzige Unterschied besteht darin, daß an den Flügeln bei der Stroblschen Art die hintere Querader ausgebildet ist, während diese bei meiner Art in der Regel fehlt, jedoch habe ich auch zwei Exemplare in meiner Sammlung gefunden, bei denen ein Ansatz zur Bildung der Querader vorhanden ist; somit ist anzunehmen, daß das Vorhandensein der ganzen Querader allein keine Abtrennung begründen kann, um so weniger, als wir auch bei der Art *connexa* Beck. die gleiche Erscheinung wahrnehmen können: während im allgemeinen hier die hintere Querader fehlt, ist bei einem Exemplar an einem Flügel diese vorhanden. Ich muß daher *lateinterruptus* Strbl. als identisch mit *separatus* ansehen.

4. *latifrons* Lw., N. Beitr. V, 46 [*Diaphorus*] (1857) Europa centr.
5. *separatus* Beck., Mitth. zool. Mus. Berlin II, 56 [*Meringopherusa*] (1902)  
Aegyptus, Hispania.  
*lateinterruptus* Strbl., Verh. zool.-bot. Ges. Wien LIX, 190 (1909).
6. *transversalis* Beck., Zeitschr. Hymen. Dipt. VII, 110 [*Meringopherusa*] (1907)  
Algeria.
7. *varus* Lw., Beschr. europ. Dipt. I, 297. 176 (1869) Europa centr.

***Cryptophleps.***

Lichtwardt, Természetráji Füzetek XXI, 491 (1898).

**Gattungscharakter.**

Dem Genus *Asyndetus* zunächst stehend. Die Flügel haben denselben Bau und die gleiche Aderung auch hinsichtlich des Fehlens der Querader. Der Thorax mit etwas anderer Beborstung: es fehlen die Akrostikalborsten ganz; anstatt fünf Dorsozentralborsten sind nur vier vorhanden; es fehlt dann noch die Präsuturale. Kopf mit Stirn und Gesicht den *Asyndetus*-Arten gleichgebildet, jedoch sind beide flach, nicht längsgefurcht. Alle Borsten und Haare sind weiß, nicht schwarz. Palpen ohne Borsten an der Spitze, Pulvillen vorhanden. Hypopyg kappenförmig, jedoch ohne Borsten.

1. *Kertészi* Lichtw. ♂ ♀, Természetráji Füzetek XXI, 491 (1898)  
Europa centr.

Siehe die Beschreibung und Flügelzeichnung bei Lichtwardt l. c.

## Gruppe VIII.

# Campsicneminae.

### Gruppencharakter.

Kopf verhältnismäßig klein. Augen unter den Fühlern genähert. Fühler: erstes Glied nackt (mit einer Ausnahme *Anepsiomyia*), zweites Glied quergestellt, drittes kurz dreieckig bis etwas verlängert, mit basaler bis dorsaler Borste. Gesicht schmal, ohne Querteilung. Taster und Rüssel unbedeutend. Hinterkopf mehr oder weniger gewölbt. — Thorax im Verhältnis zum Hinterleibe in der Regel kurz. Hypopygium klein (mit einer Ausnahme *Anomalopyga*), mit wenig auffallenden, selten frei entwickelten Anhängen. Beine kräftig und lang; Schenkel, Schienen und Tarsen beim ♂ häufig durch Form und Beborstung ausgezeichnet. Flügel von gewöhnlicher Form, selten keilförmig gebildet; zweite, dritte und vierte Längsadern lang, dritte und vierte gewöhnlich parallel; hintere Querader vom Flügelhinterrande entfernt stehend.

### Bestimmungstabelle für die Gattungen.

- |   |                          |
|---|--------------------------|
| 1. Akrostikalborstchen fehlend  | 2.                       |
| — Akrostikalborstchen deutlich zweireihig   | 6.                       |
| — Akrostikale undeutlich ein- bis zweireihig  | 8.                       |
| 2. Flügel stark und etwas keilförmig verschmälert, schwärzlich, mit weißem Flecken über der hinteren Querader; dritte und vierte Längsadern divergierend und ein wenig nach oben gebogen                                | <i>Ectomus</i> Mik.      |
| — Flügel nicht so gefärbt, dritte und vierte Längsadern parallel laufend  | 3.                       |
| 3. Vier Dorsozentralborsten, sechste Längsader deutlich vorhanden. Kleine Arten von metallischer Grundfarbe und schwarzen Borsten   | 4.                       |
| — Fünf Dorsozentralborsten, sechste Längsader vorhanden. Hinter- und Mittelschenkel mit Präapikale. Hypopygium klein, eingebogen, nicht vortretend. Kleine Arten von metallischer und gelber Färbung mit gelben Borsten | <i>Chrysotimus</i> Fall. |
| — Fünf Dorsozentralborsten, sechste Längsader fehlend. Präapikale an den Hinter- und Mittelschenkeln fehlend; Hypopygium des ♂ kugelig vortretend; etwas größere gelbe Arten mit gelben Borsten                         | <i>Xanthochlorus</i> Lw. |

4. Erstes Fühlerglied nackt. Thoraxrücken bestäubt 5.  
 — Erstes Fühlerglied behaart. Thoraxrücken glänzend schwarz; drittes Fühlerglied beim ♂ verlängert, mit pubeszenter Borste. Fünf Hinterleibsringe, die mittleren gelb durchscheinend. Präapikalborsten an Hinter- und Mittelschenkeln fehlend  
*Anepsiomyia* Bezzi.
5. Gesicht schmal, beim ♀ unten etwas vortretend und hier behaart. Präapikale an Hinter- und Mittelschenkeln fehlend. Metatarsus der Hinterbeine kürzer als das zweite Glied  
*Acropsilus* Mik.  
 — Gesicht verhältnismäßig breit, unten etwas gewölbt vortretend, unbehaart. Präapikale an Hinter- und Mittelschenkeln vorhanden. Metatarsus der Hinterbeine nicht kürzer als das zweite Glied  
*Micromorphus* Mik.
6. Thorax mit vier Dorsozentralborsten, an den Seiten des Rückens mit je einem großen sammetschwarzen Flecken. Stirn glänzend. Hypopygium klein, kappenförmig. Präapikalborsten an den Hinter- und Mittelschenkeln vorhanden. Metatarsus der Hinterbeine kürzer als das zweite Glied. Sechste Längsader schwach ausgebildet  
*Lamprochromus* Mik.  
 — Thoraxrücken mit sechs Dorsozentralborsten, an den Seiten ohne sammetschwarze Flecken. Stirne matt 7.
7. Hypopygium groß, länglich oval, mit dem Hinterleib krebsschwanzartig unter den Bauch geschlagen. Hintermetatarsus so lang wie das zweite Glied (♂). Die ersten vier Längsadern auf der oberen Flügelhälfte zusammengedrängt; dritte und vierte Längsadern parallel. Hintere Querader nahe der Flügelbasis im ersten Drittel der Flügellänge  
*Microtes* n. g.  
 — Hypopygium groß, dick und kurz, abgerundet, in ganzer Breite dem Hinterleib anliegend; dieser kurz und dick, nicht länger als der Thorax, mit fünf kurzen Ringen. Drittes Fühlerglied scharf dreieckig zugespitzt. Beine einfach, fast borstenlos. Flügel schmal, von gewöhnlicher Form, dritte und vierte Längsadern parallel oder fast parallel; hintere Querader auf der Mitte des Flügels  
*Anomalopyga* Oldenb.
8. Vier Paar Dorsozentralborsten. Augen des ♂ unten am Gesicht in längerer Linie zusammenstoßend; Gesicht des ♀ sehr breit und unten höckerartig vortretend. Fühlerborste deutlich pubeszent, beim ♂ an der Spitze etwas verbreitert. Vorderbeine verziert, Hinterbeine plump; sechs Hinterleibsringe  
*Telmaturgus* Mik.  
 — 4—5 Dorsozentralborsten. Augen des ♂ oben unter den Fühlern genähert bis zusammenstoßend. Gesicht des ♀ unten nicht höckerartig vortretend; Fühlerborste einfach. Schenkel und Schienen des ♂ meist durch Form oder Beborstung ausgezeichnet; Präapikalborsten an Mittel- und Hinterschenkeln vorhanden. Fünf Hinterleibsringe  
*Campsicnemus* Walk.  
 — Fünf Dorsozentralborsten. Gesicht des ♂ schmal, nach dem Mundrande hin etwas verengt, beim ♀ unten etwas vorstehend. Hinterschienen des Männchens durch Form oder Beborstung ausgezeichnet; Mittelschenkel an der Basis der Unterseite mit einigen Borsten. Vorderrand des Flügels beim ♂ mit einem lang dreieckigen schwarzen Randflecken. Fünf Hinterleibsringe  
*Teuchophorus* Lw.  
 — Sechs Dorsozentralborsten. Augen unter den Fühlern genähert. Hinterbeine des ♂ am dritten und vierten Tarsengliede fast immer durch besondere Beborstung ausgezeichnet. Sechs Hinterleibsringe  
*Sympycnus* Lw.

### *Campsienemus.*

Walk., Ins. Brit. Dipt. I, 187. VI (1851).

*Camploscelus* Halid., The Zool. Journ. V, 357 [*Camplosceles*] (1832)  
 praeoccup. Dej. Coleopt. [*Camploscelis*] (1828).

### Gattungscharakter.

Kleine, metallisch gefärbte Arten. Thorax und Hinterleib ungefähr gleichlang. Kopf fast kugelig, nicht breit; Fühler im oberen Kopfdrittel. Stirne breit, Augen ( $\sigma^7$ ) unter den Fühlern stark genähert oder zusammenstossend, Gesicht ohne oder nur mit undeutlicher Querteilung. Taster und Rüssel klein. Fühler kurz, erstes Glied oberseits ohne Börstchen, zweites querliegend, drittes Glied dreieckig bis abgerundet, mit nackter oder mikroskopisch pubeszenter Rückenborste. Scheitel- und Punktaugenborsten deutlich, Kinnbart fehlend. — Thoraxrücken mit vier starken Dorsozentralborsten, vor der vordersten steht häufig noch eine fünfte, die aber weit schwächer ist; Akrostikalbörstchen sind nur einzeilig, unregelmässig, spärlich bis fehlend; außerdem 1 Humeral-, 1 Posthumeral-, 2 Notopleural-, 1 Sutural-, 2 Supraalar- und 1 Postalarborste. Am Schildrande stehen zwei starke Borsten weit voneinander entfernt, gewöhnlich mit zwei Endbörstchen und zwei Seitenbörstchen, an der Spitze stehen diese mitunter zu vieren, fehlen aber mitunter auch ganz. — Hinterleib mit fünf vollständigen Ringen; das Hypopyg ist nur klein, wenig vortretend, ohne sichtbare Anhänge. — Beine lang und kräftig, bei den Männchen sind Schenkel und Schienen häufig von besonderer Form und durch besondere Beborstung ausgezeichnet, bei den Weibchen einfach; im übrigen sind die Schenkel nackt und die Schienen zeigen nur spärliche Beborstung, auch der Endborstenkranz der Mittelbeine ist nur unvollkommen ausgebildet, meist sind nur zwei deutliche Borsten zu sehen. Klauen und Pulvillen klein. — Flügel lang und schmal, dritte und vierte Längsader in der Regel parallel, sechste Längsader vorhanden, nicht ganz bis zum Flügelrande laufend. Flügelbeule sehr deutlich, mitunter noch durch dunklere Färbung hervortretend; hintere Querader dem Flügelrande nicht genähert.

Im Katalog Kertész VI (1909) sind 29 Arten der paläarktischen Zone aufgeführt, von denen 21 Bestand haben. Die Einteilung erfolgt am besten nach der Farbe der Beine und bei den Männchen noch durch die Art ihrer Verzierung; siehe die Bestimmungstabellen.

**Artregister, Kritik der beschriebenen Arten, Synonymie,  
Bemerkungen, Figuren.**

*albilabris* Zett. ♂?, Dipt. Scand. XIII, 5065. 87—89 [*Dolichopus*]  
(1859) Europa sept.

Vorderschenkel bis auf die Spitze schwarz, die übrigen Schenkel nebst allen Schienen rostbraun. — Beine einfach, ohne Verzierungen. Das Zetterstedtsche Exemplar könnte aber auch ein Weibchen sein, da der Hinterleib an der Spitze abgeschnitten geschildert wird. Zetterstedt selber war über das Geschlecht im Zweifel; wir müssen daher diese Art als unentzifferbar beiseite legen.

1. *armatus* Zett. ♂♀, Dipt. Sc. VIII, 3093. 87—88 [*Dolichopus*] (1849).

*pectinifer* Meijere, Tijdschr. v. Entomol. I, 178. 8 (1907).

*prodromus* Halid. (nec Meig.), The Zool. Journ. V, 358. 12 [*Medeterus*, *Camptosceles*] (1832).

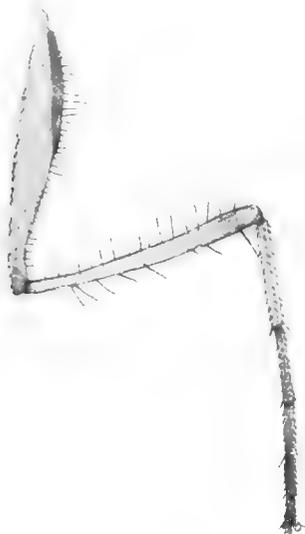


Fig. 253.

*Campsicnemus armatus* Zett. ♂. Mittelbein. 24:1.

Mit hellen Beinen, nur die Kniee und die letzten Tarsenglieder schwarz. Die Mittelschenkel zeigen auf ihrer Unterseite eine dichte Reihe von Haaren, und die Mittelschienen sind unten ebenfalls weitläufig, fast kammartig behorset; s. Fig. 253.

Mir ist die Art aus der Umgebung von Berlin bekannt, ferner aus Schlesien, Polen, Finnland und dem Ural. Die Art *pectinifer* Meijere konnte ich vergleichen, sie ist nichts anderes als *armatus* Zett.

*armipes* Staeg. [*Medeterus*] i. litt. apud Zett. = *loripes* Halid.

*articulatellus* Zett., Dipt. Scand. II, 605. 91 [*Dolichopus*] ♀ (1843)  
Europa sept.

Nur als Weibchen beschrieben, mit rotgelben Beinen, dunklen Knien, Schienenspitzen und Tarsen; die Art ist ungenügend charakterisiert und bleibt zweifelhaft.

*atomus* Zett. ♀, Dipt. Scand. VIII, 3094. 87—88 [*Dolichopus*] (1849)  
Europa sept.

Diese Art, nur im weiblichen Geschlecht von Zetterstedt bekannt gemacht, steht im Katalog Kertész als fragliche Art in der Gattung *Ectomus* Mik; wahrscheinlich ist dies auf Anregung von Walker geschehen, der diese Art bei der Beschreibung von *Campsicnemus alpinus*, Ins. Brit. Dipt. I, 190. 6 (1851) als das vielleicht zugehörige Weibchen erwähnt. Wer *alpinus* Halid. aus der guten Beschreibung von Raddatz kennt, wird diese Gleichstellung aber als unmöglich erklären müssen; Zetterstedt sagt von seinem Weibchen u. a.: Die Flügel seien ungefleckt und die dritte und vierte Längsadern seien wie bei *armatus* Zett. parallellaufend, das dritte Fühlerglied sei deutlich zugespitzt. Das Weibchen von *alpinus* Halid. hat aber ebenfalls gefleckte Flügel, wenn auch nicht so stark und auffällig, wie beim Männchen, die dritte und vierte Längsadern sind auffällig divergierend, und während Walker oder Haliday vom dritten Fühlergliede sagt, es sei bei dem Weibchen abgerundet, beschreibt Zetterstedt dasselbe bei *atomus* als deutlich spitz.

Die Zetterstedtsche Art *atomus* ist sicher ein *Campsicnemus*, der wahrscheinlich einer bereits bekannten Art zugehört, aber bei nicht ausreichender Beschreibung einfach als unbestimmbare Art weiter zu führen ist.

*cilitibius* v. Roser = *curvipes* Fall.

*clavtibius* v. Roser = *scambus* Fall.

2. *compeditus* Lw. ♂, N. Beitr. V, 26 (1857) Europa centr. et sept.

Beine rotgelb; Vorder- und Mittelschenkel auf ihrer Ober- und Außenseite mehr oder weniger schwarzbraun gestriemt, Tarsen geschwärzt. Vorderbeine verziert. Fühler schwarz, erstes Glied gelb, was sonst nirgend erwähnt

wird und bei dem ♂ doch deutlich vorhanden ist; bei dem ♀ ist das erste Glied nur unten gelb, oben verdunkelt; siehe im übrigen Loews ausführliche Beschreibung, der ich noch hinzufügen möchte, daß das zweite sehr kurze Vordertarsenglied eine längere Borste trägt (s. Fig. 254); das vierte Glied ist etwas schopfförmig verlängert, das fünfte ist lang, an der Basis sehr dünn, allmählich nach der Spitze hin etwas verbreitert.

Meine Exemplare stammen alle aus Lappland.

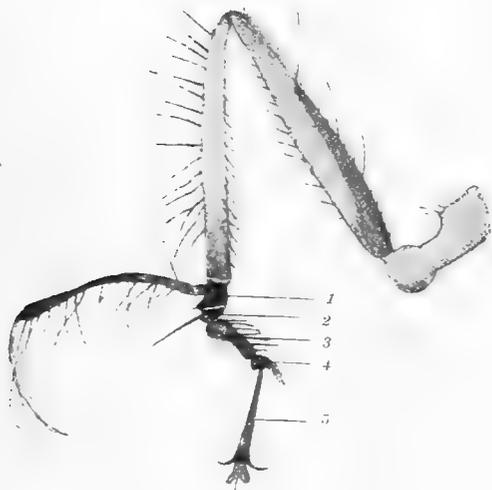


Fig. 254.

*Campsicnemus compeditus* Lw. ♂. Vorderbein. 24:1.



Fig. 255.

*Camps. crinitarsis* Strb. ♂. Mittelbein. 24:1.

3. *crinitarsis* Strobl ♂♀, Mem. R. Socied. Espan. Hist. Nat. III, 324. 660 (1906); Beck., Dipt. Kanar. Ins. 50 (1908) Hispania, Ins. Canar.

Mit rotgelben Beinen, Tarsenendglieder geschwärzt. Vorder- und Mittelbeine sind durch lange Behaarung der Tarsen ausgezeichnet, Schenkel und Schienen nur spärlich behaart und beborstet; mittlerer Metatarsus fast so lang wie die übrigen Tarsenglieder zusammen, auf drei Seiten mit feinen langen Haaren besetzt, das zweite und dritte Glied sind schwach verbreitert und zweiseitig behaart, aber kürzer als das erste Glied; an den Vorderbeinen ist der Metatarsus und das zweite Glied auch ähnlich behaart, aber kürzer, die mittleren beiden Glieder sind schlank, nicht geschwollen.

Meine Exemplare stammen von den Kanarischen Inseln, Strobl fand sie in Spanien.

*cupreus* Macq. ♀, Hist. nat. d'iles Canaries Dipt. 107. 38 [*Medeterus*]  
(1878) Ins. Canar.

Da Macquart nur das Weibchen mit kurzen Ausdrücken über die allgemeine Färbung beschrieben, so liegt selbstverständlich keine Möglichkeit vor, diese Art sicher zu entziffern. Da aber außer den Arten *curvipes* Fall., die Macquart bereits als *fuscipennis* beschrieb, und *crinitarsis* Strbl. bisher keine andere Art von den Kanarischen Inseln bekannt geworden ist, so ist es wahrscheinlich, daß *cupreus* und *crinitarsis* zusammenfallen; aber mehr als Vermutungen kann man auch nicht aussprechen.

4. *curvipes* Fall. ♂ ♀, Dipt. Suec. Dolichop. 20. 27 [*Dolichopus*] (1823)  
Europa.

*fuscipennis* Macq. ♀, Hist. nat. d'iles Canaries Dipt. 107. 27 [*Medeterus*]  
(1838).



Fig. 256.

*Campsicnemus curvipes* Fall. ♂. Mittelbein. 24 : 1.

Mit rotgelben Beinen. Mittelschenkel und Schienen sind erstere an ihrer Spitze, letztere an ihrer Basis verdünnt und beide auf ihrer Unterseite etwas struppig beborstet, Metatarsus verdünnt und verkürzt; s. Fig. 256.

Da die Art *curvipes* auf den Kanarischen Inseln vorkommt, so ist die Macquartsche Art sicher nichts anderes als *curvipes* Fall.

5. *dasygnemus* Lw., N. Beitr. V, 28 (1857) Europa centr.

*perforatus* Radd., Stett. ent. Zeitg. XXXIV, 324 (1873).

Beine nebst Vorderhüften bräunlichgelb, Hintertarsen und die Endglieder der übrigen Tarsen verdunkelt; Mittelbeine verziert; Schenkel auf der Unterseite mit einer weitläufigen Reihe längerer Borsten und an der Spitze mit einem ovalen Schlitz, in den ein warzenförmiger Auswuchs auf der Unterseite der Schiene hineinpaßt; letztere ist außerdem noch weitläufig auf der Unterseite beborstet und trägt auf der Mitte der Oberseite drei, an der Spitze eine Borste. Die Tarsen sind schlank,  $1\frac{1}{3}$  mal so lang wie die Schiene. Während die Hinterschenkel wie die Vorderschenkel ganz nackt sind, sieht man auf der Unterseite der Hinterschienen der ganzen Länge nach eine dichte feine Behaarung. — Loew, der im übrigen eine ausführliche Beschreibung der Beine und deren Behaarung gibt, erwähnt nicht die Beborstung der Mittelschenkel und hat offenbar auch die warzenförmige Erhebung auf der Unterseite der Mittelschiene nebst deren korrespondierendem Schlitz an der Spitze des Mittelschenkels übersehen, daher ist es denn auch gekommen, daß Raddatz dieser Art den neuen Namen „*perforatus*“ gab. Diese Synonymie hat Lichtwardt in der Zeitschrift für System. Hym. Dypt. I, 272 (1901) festgestellt.

Meine Exemplare stammen aus der Umgebung von Berlin.

*femoralis* Zett. = *loripes* Halid.

6. *filipes* Lw. ♂♀, N. Beitr. VI, 12. 1 (1859) Europa centr.

Beine und Vorderhüften bräunlichgelb, die Vorderschenkel obenauf an der Basis braun, an der Basis der Unterseite mit langen hellen Haaren. Vorderschienen etwas gebogen und außen in der Nähe der Basis ebenfalls mit zarten hellen Härchen besetzt. Vordertarsen schwarzbraun, die vier letzten Glieder stark verkürzt, kaum länger als breit, auf der Oberseite deutlich behaart.

Das Männchen erscheint hiernach ausreichend charakterisiert und wird nicht verkannt werden; mir ist diese Art noch nicht begegnet.



Fig. 257.

*Camps. dasygnemus* Lw. ♂.  
Mittelbein. 24:1.

*fuscipennis* Macq. = *curvipes* Fall.  
*hispanicus* Strbl. = var. *umbripennis* Lw.

7. *loripes* Halid., The Zool. Journ. V, 357. 11 [*Camplosceles*] (1862)

Europa.

*armipes* Staeg. i. litt. apud Zett., Dipt. Scand. II, 601. 87 (1843).

*femoralis* Zett., Dipt. Scand. II, 600. 87 [*Dolichopus*] (1843).

Mit rotgelben Beinen, Tarsen braun. Mittelbeine verziert, Mittelschenkel auf der Unterseite mit einer auf der Mitte unterbrochenen Reihe steifer Borsten; Mittelschienen braun, gegen den Schenkel hin konkav gebogen, mit vereinzelt Borsten unten und oben. Metatarsus erheblich kürzer als das zweite Glied, letzteres mit dem dritten gleichlang.

Aus Schlesien, Schweden und von Korsika in meiner Sammlung.



Fig. 258.

*Campsicnemus loripes* Halid. ♂. Mittelbein. 24:1.

8. *lumbatus* Lw. ♂ ♀, N. Beitr. V, 28 (1857)

Europa centr.

Eine Art mit einfachen Beinen.

Siehe Loews Beschreibung und die Charakteristik in meiner Bestimmungstabelle.

9. *maculatus* n. sp. ♂

Europa merid.

Durch sammetschwarze Thoraxflecken ausgezeichnet.

♂. Thoraxrücken olivenbraun, etwas glänzend, mit vier Dorsozentralborsten; der Raum an den Seiten hinter der Quernaht und der Flügelwurzel ist sammetschwarz gefärbt; Brustseiten hell aschgrau. Schüppchen ganz blaßgelb, ohne dunklen Saum, mit weißen Randhaaren. — Kopf: Gesicht silberweiß, Augen unter den Fühlern nicht genähert, sondern gleichmäÙig nach unten hin verjüngt; Stirne blauschwarz, matt. Fühler schwarz, drittes Glied kurz, mäÙig zugespitzt, kaum länger als breit. — Hinterleib glänzend kupferfarbig, schwarz behaart. — Beine nebst allen Hüften blaßgelb; Hinterschenkel auf ihrer Oberseite und Spitzenhälfte braunschwarz. Hinterschienen braun, an der Spitze neben ihren Tarsen schwarzbraun, Tarsen der übrigen Beine braun. Hinterschienen kräftig, ohne besonders verdickt zu sein, im übrigen sind Schenkel, Schienen und Tarsen durch keinerlei besondere Behaarung ausgezeichnet. Flügel gleichmäÙig sehr schwach graubräunlich gefärbt, mit parallelen dritten und vierten Längsadern. — 2 mm lang.

Zwei Männchen aus Alassio an der italienischen Riviera.

10. *magius* Lw. ♂♀, Stett. ent. Zeitg. VI, 392 taf. I fig. 15 [*Medeterus*] (1845) Europa centr. et merid., Africa sept.

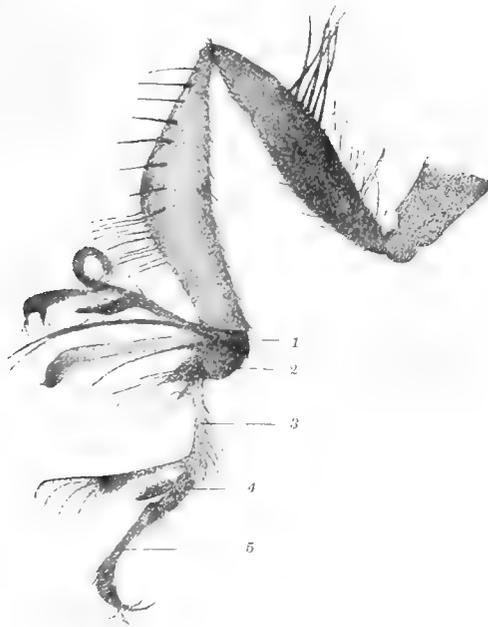


Fig. 259. .

*Campsicnemus magius* Lw. ♂. Vorderbein. 24 : 1.

Mit rötlichgelben Beinen, deren Schenkel von der Wurzel an mehr oder weniger schwarzbraun verdunkelt sind. Vorderbeine auffallend verziert: Schenkel dick, auf der Oberseite seiner Wurzelhälfte fein behaart, auf der Mitte und darüber hinaus lang und kräftig beborstet; Mittelschienen dick, auf der Oberseite stark gebogen, auf der Wurzelhälfte seiner Oberseite stark und weitläufig beborstet, hinter der Mitte mit einem Haarschopf. Tarsen zum großen Teil schwarzbraun, von sehr ungleicher Länge und mit phantastischen Verzierungen; s. Fig. 259, auf der ich die fünf verschiedenen Glieder numeriert habe.

Aus Ungarn und Nord-Afrika, Biskra, in meiner Sammlung.

11. *mamillatus* Mik ♂, Verh. zool.-bot. Ges. Wien XIX, 27. 4 tab. IV fig. 16—17 (1869) Europa centr.

Mit ganz schwarzen Beinen, Vorder- und Mittelbeine verziert; s. die ausführliche Beschreibung bei Mik, meine Bestimmungstabelle und die beiden Figuren.

Aus Gastein in meiner Sammlung.



Fig. 260.



Fig. 261.

*Campsienemus mamillatus* Mik. ♂. Vorderbein. 24:1. *Campsienemus mamillatus* Mik. ♂. Mittelbein. 21:1.

12. *marginatus* Lw. ♂, N. Beitr. V, 28 (1857) Europa centr. et sept.

Beine rotgelb und ganz einfach.

Siehe Loews Beschreibung und meine Bestimmungstabelle.

Meine Exemplare stammen aus Schlesien und Finnland.

*oxycerus* v. Ros., Corresp. Würtemb. landw. Ver. I, 56 [*Dolichopus*]  
(1840) Europa centr.

Die Beschreibung ist unzureichend, das Geschlecht ist auch nicht angegeben, auch die Type ist nicht mehr vorhanden. Wir müssen daher diese Art als undeutbar fallen lassen.

13. *paradoxus* Wahlb., Öfvers. K. Vet. Akad. Förh. 103 [*Meleterus*]  
(1844) Europa sept.

Beine ganz schwarz, Mittelbeine verziert; Schienen stark verdickt und beborstet; Metatarsus mit einer lappenförmigen Endigung.

Meine Exemplare fing ich in Norwegen auf dem Hochmoor Dovre Fjeld, 1000 m hoch.

*pectinifer* Meijere = *armatus* Zett.



Fig. 262.

*Campsicnemus paradoxus* Wahlb. ♂. Mittelbein. 24 : 1.

14. *pectinulatus* Lw. ♂ ♀, Zeitschr. f. d. ges. Naturw. XXIV, 390. 83  
(1864) Europa centr.

Mit rotgelben Beinen, Mittelbeine verziert; Mittelschenkel auf ihrer Unterseite mit sehr kurzen Börstchen, Mittelschienen auf ihrer Unterseite mit etwas längeren Börstchen gleichmäfsig gekrümmt.

Mir ist diese Art noch nicht begegnet.

15. *picticornis* Zett. ♂ ♀, Dipt. Scand. II, 607. 94 [*Dolichopus*] (1843)  
Europa centr. et sept.

*varicornis* Lw., Europ. Dipt. II, 301. 163 (1871) ♀.

Mit einfachen Beinen, erstes und zweites Fühlerglied gelb. Die Farbe der Beine ist sehr schwankend, bei Zetterstedt im wesentlichen rotgelb; Loew beschreibt auch Exemplare mit schwarzbraun verdunkelten Vorderschenkeln. Die obige Synonymie ist von Mik 1883 festgestellt.

Aus den Salinen bei Thorn in meiner Sammlung.

16. *pilosellus* Zett. ♂, Dipt. Scand. II, 606. 92 [*Dolichopus*] (1843)  
Europa sept.

Mit rotgelben Beinen, weißem Gesicht. Mittel- und Hinterbeine verziert; beide Schenkel- und Schienenpaare auf der Unterseite lang, aber spärlich behaart und beborstet.

Auch diese Art kenne ich noch nicht aus Anschauung.

*platypus* Lw. = *pusillus* Meig. (teste Mik).

*prodromus* Halid. (nec Meig.) = *armatus* Zett.

*prodromus* Meig. = *scambus* Fall.

17. *pumilio* Zett., Dipt. Scand. II, 606. 93 [*Dolichopus*] (1843) Europa sept.

Mit einfachen rotgelben Beinen.

Siehe die Charakteristik in meiner Bestimmungstabelle und bei Zetterstedt l. c.

? *puncticornis* Zett. teste Loew, N. Beitr. V, 28 (1857).

Loew erwähnt l. c. eine Zetterstedtsche Art *puncticornis*.

Wo beschrieben?, lapsus Loewi?

*punctipennis* Zett. ♀, Dipt. Scand. VIII, 3091. 86—87 [*Dolichopus*] (1849).

Diese Art ist hier gleichbedeutend mit *Ectomus alpinus* Halid.

18. *pusillus* Meig., Syst. Besch. IV, 65. 11 [*Medeterus*] (1824) Europa.

*platypus* Lw., N. Beitr. V, 27 (1857).

Beine schwarz, Vorder- und Mittelbeine verziert; an den Vorderbeinen sind das vierte und fünfte Tarsenglied breitgedrückt; an den Mittelbeinen sind die Schienen etwas gebogen und zeigen auf der Unterseite dicht neben der Basis eine warzenartige Erhöhung, die mit einigen Haaren besetzt ist; s. Fig. 263 u. 264.

Aus Schlesien, Tirol und Finnland in meiner Sammlung.

19. *scambus* Fall., Dipt. Suec. Dolichop. 19. 26 [*Dolichopus*] (1823)  
Europa centr. et sept.



Fig. 263.

*Campsicnemus pusillus* Meig. ♂. Vorderbein. 24:1.



Fig. 264.

*Campsicnemus pusillus* Meig. ♂. Mittelbein. 24:1.



Fig. 265.

*Campsicnemus scambus* Fall. ♂. Vorderbein. 24:1.



Fig. 266.

*Campsicnemus scambus* Fall. ♂. Mittelbein. 24:1.

*clavitibius* v. Ros., Corresp. Würtemb. landw. Ver. I, 56 [*Dolichopus*]  
(1840).

*prodromus* Meig., Syst. Besch. IV, 64. 9 [*Medeterus*] (1824).

Mit roten Beinen, Mittelschenkel und alle Tarsen schwarzbraun.  
Vorder- und Mittelschenkel verziert; Mittelschenkel stark verdickt und  
beborstet; s. Fig. 265 u. 266.

20. *simplicissimus* Strbl. ♂ ♀, R. Soc. Espan. Hist. Nat. III, 323 (1906)  
Hispania.

Kleine Art mit rotgelben, ganz einfachen Beinen; s. die Beschreibung  
bei Strobl l. c. und die Charakteristik in meiner Bestimmungstabelle.

*Thalhammeri* Strbl. = *umbripennis* Lw. sec. typ.

21. *umbripennis* Lw. ♂ ♀, N. Beitr. IV, 47. 40 (1856)

Europa centr. et merid.

*Thalhammeri* Strbl., Wien. ent. Zeitg. XI, 106 (1892).

var. *hispanicus* Strbl., Wien. ent. Zeitg. XVIII, 128. 91 (1899).

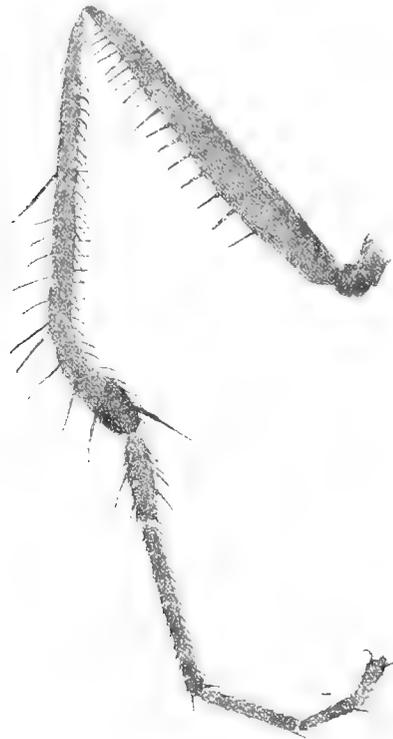


Fig. 267.

*Campsicnemus umbripennis* Lw. ♂. Mittelbein. 24:1.

Ich habe die Stroblsche Type von *Thalhammeri* gesehen und das Mittelbein hier abgebildet; ich finde keine Unterschiede von *umbripennis*. Nach Strobl sollen die Unterschiede bestehen in den etwas helleren grauen Flügeln, der starken Krümmung der Mittelsehien und in der nicht blauen, sondern schwarzbraunen Stirn. Die etwas hellere Flügelfärbung und die Krümmung der Schiene halte ich nur für ein Zeichen von Unreife; bei der eingedrückten Stirne ist die Angabe der Färbung sehr schwierig und die blaue Farbe tritt naturgemäß nicht hervor. Die Länge aller Beine, ihrer einzelnen Teile nebst ihrer Beborstung ist die gleiche.

*varicornis* Lw. = *picticornis* Zett.

22. *varipes* Lw. ♂♀, N. Beitr. VI, 13. 2 (1859) Europa centr. et merid.



Fig. 268.

*Campsicnemus varipes* Lw. ♂. Vorderbein. 24 : 1.

♂. Mit hell und dunkel gefärbten Beinen. Mittel- und Vorderbeine durch mäfsig lange Behaarung ausgezeichnet, alle Hüften und Gelenke schwarz; alle Schenkel bis auf die Spitze schwarz, Hinterschienen bis auf die Wurzel gelb; Tarsen bis auf die fast ganz gelben Metatarsen schwarz; alle Tarsen der Vorder- und Mittelbeine mäfsig lang zweiseitig bewimpert. Vordermetatarsus so lang wie die beiden folgenden, Mitteltarsen so lang wie die folgenden vier Glieder zusammen, Hintermetatarsus so lang wie das nächste Glied.

Loew hat nur das Weibchen beschrieben, das wegen seiner charakteristischen Beinfärbung zugehörige Männchen besitze ich aus Vallombrosa, Italien.

## Bestimmungstabelle.

### Männchen.

1. Arten, deren Vorderschenkel, Schienen und Tarsen durch Form oder Behaarung ausgezeichnet sind 2.
- Arten, deren Mittelschenkel, Schienen und Tarsen durch Form oder Behaarung ausgezeichnet sind 5.
- Arten, bei denen Vorder- und Mittelbeine gleichzeitig verziert sind 12.
- Arten mit ganz einfach geformten Beinen oder mit vereinzelter schwacher Behaarung auf Schenkeln, Schienen oder Tarsen 16.
2. Gesicht goldgelb; Fühler schwarz 3.
- Gesicht weiß; Fühler schwarz, erstes Glied gelb 4.
3. Beine rötlichgelb, Schenkel auf der Wurzelhälfte schwarz. Vorderschenkel und Vorderschienen stark verdickt, auf ihrer Oberseite beborstet und behaart. Vordertarsen von sehr verschiedener Länge und mit verschiedenartigen Anhängen und Borsten *magius* Lw. ♂.
- Beine rötlichgelb, Vorderschenkel oberseits gebräunt, schlank, auf der Unterseite an ihrer Basis mit langen hellen Haaren. Vorderschienen schwarzbraun, etwas gebogen, mit sehr zarten hellen Haaren auf der Oberseite, sonst kahl. Tarsen schwarz, die vier letzten Glieder stark verkürzt und oberseits behaart *filipes* Lw. ♂.
4. Beine rötlichgelb, Vorder- und Mittelschenkel an der Basis und auf der Oberseite mit den Tarsen schwärzlichbraun; Vorderschenkel im zweiten Drittel ihrer Oberseite mit einem längeren Haare; Vorderschienen gelb, oberseits lang und rau behaart. Tarsen von sehr verschiedener Länge: erstes Glied sehr kurz, mit langem bandförmigen, behaarten Anhang, letztes Glied am längsten, nackt *compeditus* Lw. ♂.
5. Beine ganz schwarzbraun 6.
- Beine rotgelb, nur einzelne Teile gebräunt 7.
6. Gesicht gelb, Schüppchen mit dunklen Wimpern; Mittelschienen stark verdickt und beborstet; das erste Glied der Mitteltarsen mit einem lappenförmigen Anhang, die vier anderen Glieder untereinander gleichlang *paradoxus* Whlb. ♂.
- Gesicht gelb. Hinterschenkel unterseits kräftig borstlich bewimpert; Mittelschenkel etwas verdickt, an der Spitze dünn, auf der Mitte der Unterseite etwas struppig beborstet. Mittelschiene ein wenig keulförmig verdickt, unterseits und auf der Endhälfte der Oberseite ebenfalls beborstet. Metatarsus kurz, erheblich kürzer als das zweite Glied *curvipes* Fall. var.
- Gesicht weiß. Schüppchen mit weißen Wimpern. Beine lang; Mittelschenkel auf der Unterseite weitläufig kammartig beborstet; Mittelschiene etwas gebogen, auf der Unterseite mit gleichlangen kurzen Börstchen, auf der Endhälfte der Oberseite mit verschiedenen Einzelborsten. Metatarsus kurz, nur halb so lang wie das zweite Glied. Flügel am Vorderrande und der Spitze deutlich etwas stärker gebräunt *umbripennis* Lw. ♂.
7. Gesicht ockergelb bis goldgelb 8.

- Gesicht weiß. Beine rotgelb, Tarsen braun. Mittelschenkel nebst Schienen, Hinterschenkel nebst Schienen auf der Unterseite lang und weitläufig behaart und beborstet *pilosellus* Zett. ♂.
8. Hinterschenkel auf der Unterseite mit einer Reihe von Borsten 9.
- Hinterschenkel auf der Unterseite ganz nackt 10.
9. Hinterschenkelborsten sehr kräftig und deutlich, Hinterschienen unten nackt. Mittelschenkel etwas verdickt, an der Spitze dünn, auf der Mitte der Unterseite etwas struppig beborstet. Mittelschienen etwas keulförmig verdickt, unterseits und auf der Endhälfte der Oberseite ebenfalls beborstet. Metatarsus kurz, erheblich kürzer als das zweite Glied *curvipes* Fall. ♂.
- Hinterschenkelborsten nur zart, aber deutlich, Hinterschienen unten fein bewimpert. Beine bräunlichgelb, Oberseite der Vorderschenkel, Spitze der Schienen und die Tarsen schwärzlich. Mittelschenkel unten auf der Mitte mit einer Reihe längerer Borsten, in der Nähe der Spitze mit einem Schlitz, Mittelschienen an ihrer Basis mit einer korrespondierenden Erhöhung, unten mit einer Reihe von ungefähr acht, oberseits auf der Mitte mit drei Borsten; Metatarsus lang und dünn, nicht ganz so lang wie die übrigen vier Glieder zusammen *dasycnemus* Lw. ♂.
10. Metatarsus der Mittelbeine erheblich länger als das zweite Glied 11.
- Metatarsus der Mittelbeine nur etwa halb so lang als das zweite Glied. Beine rotgelb, Tarsen braun. Mittelschenkel auf der Unterseite mit einer unterbrochenen Reihe von Borsten; Mittelschienen gebräunt, etwas gebogen, mit vereinzelt kammartig gestellten Borsten auf der Ober- wie Unterseite *loripes* Halid. ♂.
11. Mittelschenkel auf der Unterseite der ganzen Länge nach dicht kammartig beborstet; Mittelschienen auf der ganzen Länge der Unterseite weitläufig kammartig beborstet und mit mehreren Einzelborsten auf der Oberseite *armatus* Zett. ♂.
- Mittelschenkel auf der ganzen Länge der Unterseite mit äußerst kurzen kammartig gereihten Börstchen. Mittelschienen auf ihrer ganzen Unterseite mit sehr kurzen, schwer wahrnehmbaren Börstchen besetzt; auf der Oberseite und Wurzelhälfte stehen 6—7 steife, gerade abstehende, nicht zugespitzte Borsten *pectinulatus* Lw. ♂.
12. Beine ganz schwarz, oder wenigstens die Schenkel alle schwarz 13.
- Beine rotgelb 15.
13. Beine ganz schwarz, Hinterschenkel behaart oder beborstet 14.
- Beine schwarz, Kniespitzen,  $\frac{2}{3}$  der Hinterschienen und alle Metatarsen gelb. Hinterschenkel unten ganz nackt. Vorderbeine an der Schienenspitze und die vier letzten Tarsenglieder sehr zart behaart. Tarsen der Mittelbeine zart bewimpert, das zweite Glied verkürzt. Gesicht schneeweiß *varipes* Lw. ♂.
14. Gesicht oben weiß, unten rotbraun. Vorderschenkel verdickt, unten mit längerer Borstenreihe; Vorderschiene verdickt, unten lang behaart und auf der Mitte der Oberseite mit einer Einzelborste; alle Tarsen einseitig bis zweiseitig zottig behaart, zweites, drittes und viertes Glied etwas verbreitert. Mittelschenkel verdickt, unten hinter der Mitte mit kurz behaartem Höcker; Mittelschienen verdickt, gebogen und entsprechend dem Schenkelhöcker eingedrückt, auf der Oberseite lang beborstet und hinter der Mitte mit einer Einzelborste. Metatarsus an der Wurzel hakenförmig gebildet, auf der Oberseite dicht behaart, kürzer als das zweite Glied; alle Tarsen schwach verdickt. Hinterschenkel unten fein zottig behaart *mamillatus* Mik ♂.

- Gesicht sammetschwarz. Vorderschenkel an der Wurzelhälfte etwas verdickt, viertes und fünftes Tarsenglied der Vorderbeine verbreitert. Mittelschenkel etwas verdickt. Mittelschiene schlank, gebogen, mit einer behaarten Anschwellung an der Wurzel; Metatarsus fast so lang wie die vier folgenden Glieder zusammen. Hinterschenkel unten auf der Spitzenhälfte mit 6—7 längeren Borsten *pusillus* Meig. ♂.
15. Gesicht oben braun, unten silberweifs. Metatarsus der Vorderbeine beiderseits fein gewimpert, die übrigen Glieder etwas kürzer bewimpert. Metatarsus der Mittelbeine sehr lang, reichlich so lang wie die vier folgenden Glieder zusammen, beiderseits lang behaart, zweites und drittes Glied etwas verbreitert und beiderseits kürzer behaart. Hinterschenkel auf der Unterseite nackt *crinitarsis* Strbl. ♂.
- Gesicht ockergelb. Beine rotgelb, Mittelschiene nebst Tarsen, sowie die Endglieder der übrigen Tarsen schwarz. Vorderbeine: Schenkel unten mit Unterbrechung in der Reihe beborstet oder behaart; Schiene etwas gebogen, auf der Endhälfte der Unterseite lang beborstet und mit einer Einzelborste auf der Mitte der Oberseite. Mittelbeine: Schenkel unten weitläufig, an der Spitze dichter kurz kammartig beborstet; Schiene keulförmig verdickt und etwas gebogen, unten sehr kurz kammartig, auf der Oberseite in zwei Reihen lang beborstet; Metatarsus kurz, mit lappenförmigem verzierten Anhang, zweites Tarsenglied lang, dünn, bewimpert, so lang wie die drei folgenden Glieder zusammen. Hinterschenkel unten nackt *scambus* Fall. ♂.
16. Fühler ganz schwarz 17.
- Fühler schwarz, erstes und zweites Glied gelb. Gesicht blaßgelb. Beine mit Vorderhüften rotgelb, Tarsenendglieder schwärzlich. Schenkel und Schienen ohne besondere Beborstung *picticornis* Zett. ♂.
17. Gesichtsfarbe weifs bis gelb 18.
- Gesichtsfarbe verdunkelt. Beine mit Vorderhüften rotgelb, alle Schenkelglieder und Tarsen schwarz. Hinterschenkel auf der Unterseite zart und weitläufig behaart *pumilio* Zett. ♂.
18. Thoraxrücken von gewöhnlicher olivenbrauner Färbung; Schüppchen mit dunklen Wimpern 19.
- Thoraxrücken olivenbraun, beiderseits hinter der Quernaht mit einem grossen sammetschwarzen Seitenfleck. Schüppchen weifs bewimpert. Beine mit allen Hüften hellgelbrot, Hinterschenkel an der Spitzenhälfte der Oberseite deutlich schwarz gestreift; Hinterschienen nebst deren Tarsen schwarzbraun, im übrigen sind die Beine ganz einfach. Gesicht silberweifs *maculatus* n. sp. ♂.
19. Beine rot bis rotbraun, Schenkel vielfach heller. Vorderschenkel auf der Wurzelhälfte verdickt, Hüften verdunkelt, Vordertarsen oberseits zart bewimpert. Vordermetatarsus so lang wie das zweite und dritte Glied zusammen; Hintermetatarsus so lang wie das zweite Glied *lumbatus* Lw. ♂.
- Beine mit den Vorderhüften rotgelb. Mittelschenkel an der Spitze der Unterseite mit einer Reihe längerer Haare. Vordermetatarsus so lang wie die drei folgenden Glieder zusammen. Hintermetatarsus etwas kürzer als das zweite Glied. Gesicht weifs. Flügel am Vorderrande dunkler gesäumt, desgleichen die äufsere Querader *marginatus* Lw. ♂.
- Beine mit den Vorderhüften rotgelb, Vorderschenkel nicht verdickt; keinerlei auffällige Behaarung *simplicissimus* Strbl. ♂.

## Weibchen.

- |   |   |
|---|---|
| 1. Beine ganz schwarz oder Schenkel mindestens bis zur Mitte schwarz  | 2.  |
| — Beine ganz oder überwiegend rotgelb bis rotbraun  | 5.  |
| 2. Schenkel bis zur Mitte schwarz. Wimpern der Deckschüppchen weifs. Gesicht weifsgrau  | <i>magius</i> Lw. ♀.                                  |
| — Beine ganz schwarz, Schüppchen schwarz bewimpert  | 3.  |
| 3. Flügel lang und schmal, auf der Spitzenhälfte dunkler als an der Basis. Beine sehr schlank. Gesicht grau, unten weifs gelb | <i>umbripennis</i> Lw. ♀.                             |
| — Flügel nicht besonders lang und nur gleichmäfsig getrübt. Beine von gewöhnlicher Dicke                                      | 4.  |
| 4. Gesicht dunkel braungelb. Kniee gelbbraun. Flügel rauchgrau  | <i>paradoxus</i> Wahlb. ♀.                            |
| — Gesicht grau, unten gelb. Flügel blaßgrau   | <i>pusillus</i> Meig. ♀.                              |
| 5. Thoraxrücken olivenbraun, mit zwei sammetschwarzen Seitenflecken. Gesicht weifs. Schüppchen weifs bewimpert                | <i>maculatus</i> n. sp. ♀.                            |
| — Thoraxrücken ohne sammetschwarze Flecken. Schüppchen schwarz bewimpert  | 6.  |
| 6. Fühler schwarz, erstes Glied auf der Unterseite gelb. Gesicht grau. Beine rotgelb. Schenkel an der äufsersten Wurzel braun | <i>compeditus</i> Lw. ♀.                              |
| — Fühler schwarz, erstes und zweites Glied gelb. Gesicht blaßgelb   | <i>picticornis</i> Zett. ♀.                           |
| — Fühler ganz schwarz   | 7.  |
| 7. Gesicht weifs  | 8.  |
| — Gesicht grau, unten an der Spitze gelb  | 9.  |
| — Gesicht braun, unten silberglänzend   | <i>crinitarsis</i> Strbl. ♀.                          |
| — Gesicht braun, unten oekergelb  | 10.   |
| 8. Vorderschenkel schwarzbraun, Spitze gelb   | <i>lumbatus</i> Lw. ♀.                                |
| — Vorderschenkel wie gewöhnlich rotgelb   | <i>filipes</i> Lw. ♀, <i>simplicissimus</i> Strbl. ♀. |
| 9. Alle Hüften schwarzgrau  | <i>curvipes</i> Fall. ♀.                              |
| — Vorderhüften rotgelb  | <i>armatus</i> Zett. ♀, <i>loripes</i> Halid. ♀.      |
| 10. Größere Art   | <i>scambus</i> Fall. ♀.                               |
| 11. Kleinere Art  | <i>pumilio</i> Zett. ♀.                               |

**Ectomus, Subgenus von Campsicnemus Walk.**

Mik, Dipt. Unters. (1878). 8. X.

Mik hat die Art *Medeterus alpinus* Halid. von *Campsicnemus* abgetrennt und vorstehende Gattung darauf gegründet; er gibt eine Reihe von Unterschieden an:

1. das vollständige Fehlen der Akrostikalbörstchen;
2. das dritte Fühlerglied kürzer als gewöhnlich;
3. die Flügel des ♂ an der Basis stark keilförmig verschmälert, Flügellappen unansehnlich;

4. die Divergenz der dritten und vierten Längsadern;
5. das beim ♂ tiefer herabgehende Untergesicht;
6. am Schildrande nur zwei Nebenbörstchen anstatt vier.

Wollen wir in eine Würdigung dieser Gattung eintreten, so wird es zweckmäßig sein, die angegebenen, von *Campsicnemus* unterscheidenden Merkmale der Gattung *Ectomus* einer kurzen Besprechung und Vergleichung zu unterziehen. Meine Beobachtungen an den einzelnen Arten gebe ich auf Grund mikroskopischer Untersuchungen bei 48facher Vergrößerung:

ad. 1. Kowarz hat bei Charakterisierung der Gattung *Campsicnemus*, Wiener ent. Zeitg. (1884), mit Bezug auf das Vorkommen der Akrostikalbörstchen angegeben, letztere seien nicht deutlich zweireihig. Ich finde nur bei wenigen Arten überhaupt zwei Reihen, meistens sieht man nur eine, sehr weitläufig und unregelmäßig stehende Reihe, ganz fehlend sind sie bei den Arten *marginatus* Lw., *loripes* Halid. und *crinitarsis* Strobl. Mit diesen drei Arten teilt also *Ectomus alpinus* die Borstenlosigkeit der Mittellinie des Thoraxrückens, es kann daher dies Merkmal nicht als unterscheidend genannt werden.

ad. 2. Das dritte Fühlerglied hat bei den meisten Arten eine etwas länglich dreieckige Form, bei der die Länge etwas größer ist als die Breite und bis zur doppelten Breite hinaussteigt. Zu den Arten, deren drittes Fühlerglied kurz (nicht länger oder kürzer als breit), sind zu rechnen die Arten: *marginatus* Lw., *maculatus* Beck., *paradoxus* Wahlb. und *mamillatus* Mik. Es dürfte sehr schwierig sein, zwischen der Fühlerlänge von *Ectomus alpinus* und der genannter Arten einen greifbaren Unterschied herauszufinden.

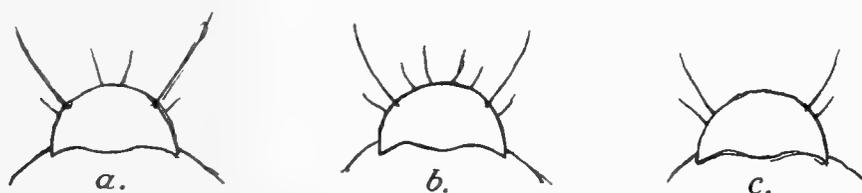
ad. 3. Die Flügel von den *Campsicnemus*-Arten sind in der Regel nicht keilförmig, wenn auch schmal; eine Ausnahme macht *umbripennis* Lw., die hierin der Art *alpinus* fast gleichkommt.

ad. 4. Das Merkmal der Divergenz der dritten und vierten Längsadern ist allerdings bei den *Campsicnemus*-Arten nicht vorhanden; auch bei dem ♀ von *alpinus* ist es, wenn auch nicht in gleichem Maße, bemerkbar.

ad. 5. Das tiefer, bis zum Unterrande der Augen und darüber hinaus, hinabreichende Gesicht ist der Art *Ectomus alpinus* nicht allein eigen, denn bei *marginatus* Lw., *crinitarsis* Strobl. und *magius* Lw. kommt es in gleicher Weise vor.

ad. 6. Mik spricht von nur zwei Nebenbörstchen am Schildchen anstatt deren vier und meint, etwas ähnliches komme nur noch bei *umbripennis* Lw. vor. Eine Untersuchung aller Arten ergibt nun, daß das

Vorkommen der Nebenbörstchen nicht konstant ist. In der Regel ist die Beborstung so wie bei Fig. *a* gezeichnet: zwischen den beiden weit auseinander stehenden Hauptborsten, und zwar an der Spitze des Schildchens stehen zwei zarte Härchen, desgleichen zwei weitere neben den Hauptborsten auf der anderen Seite. Dann kommt bei drei Arten, und zwar bei *loripes* Halid., *paradoxus* Wahlb. und *scambus* die Form der Fig. *b* vor mit sechs Nebenbörstchen. Eine dritte Form sehen wir in Fig. *c* mit nur zwei Nebenbörstchen; solche Form sehen wir bei *umbripennis*, bei der die Hauptborsten ausnahmsweise sehr nahe aneinander gerückt sind, sowie bei *maculatus* Beck., die hierin vollständig mit *Ectomus alpinus* zusammenfällt. Es ist hiernach auch nicht möglich, die Schildbewehrung als unterscheidendes Merkmal zwischen *Ectomus* und *Campsicnemus* heranzuziehen.



Aus diesen vergleichenden Untersuchungen ersehen wir, daß die von Mik zur Aufstellung seiner Gattung angegebenen sechs Unterscheidungsmerkmale bis auf eins versagen; es bleibt nur als Unterschied die Divergenz der dritten und vierten Längsadern vielleicht in Verbindung mit der Färbung der Flügelfläche; da auch Habitus, Beborstung und Körperfarbe die gleichen sind wie bei *Campsicnemus*, so können wir der Gattung *Ectomus* höchstens den Wert einer Untergattung zubilligen.

Es tritt nun noch die Frage auf, ob und welche Synonymie wir der Art *alpinus* beigesellen können. Im Katalog ist *Dolichopus punctipennis* Zett. ♀ angeführt. Meiner Ansicht nach treten hier aber noch zwei andere Arten als synonyme hinzu: die von Bohemann und Raddatz beschriebene Art *pictipennis* und *guttipennis* Zett. Die Beschreibungen lassen meiner Ansicht nach gar keinen Zweifel übrig, daß *pictipennis* Bohem mit *alpinus* Halid. zusammenfällt: die Körperfarbe, Glanz der Stirn und die Kürze des dritten Fühlergliedes, Gesichtsfarbe, Bein- und Flügelgefärbung sind die gleichen; nur die Divergenz der Flügeladern wird weder von Bohemann noch von Zetterstedt erwähnt, was wohl dem Umstande zuzuschreiben ist, daß beide nur das Weibchen beschreiben, bei dem diese Divergenz weniger zum Ausdruck gelangt; aber Raddatz, Stett. ent. Zeitg. 1851, beschreibt das ♂ sehr deutlich und kenntlich, übereinstimmend mit

Haliday. — Auch die Art *guttipennis* Zett. ♀ ist so kenntlich beschrieben, daß Zweifel an der Übereinstimmung mit *alpinus* nicht aufsteigen. Etwas anderes ist es aber mit der im Kataloge genannten *punctipennis* Zett. Zetterstedt beschreibt seine Art mit einer mattgrau bestäubten Stirn, was durchaus nicht mit der glänzend stahlblauen Stirn von *alpinus* stimmt, dann sind die Flügel gleichmäßig getrübt, nicht fleckenartig; die Flügelbeule ist etwas gebräunt. Alles dies deutet darauf hin, daß hier wohl ein anderer *Campsicnemus* vorliegt, jedenfalls müssen wir vor diese Synonymie ein großes Fragezeichen setzen.

Somit wird die Synonymie für *alpinus* Halid. die folgende sein:

- Ectomus alpinus* Halid. ♂ ♀, Entomol. Mag. I, 163 [*Medeterus*] (1873);  
Mik, Dipt. Unters. 8. X. (1878) Europa centr. et sept.  
*guttipennis* Zett. ♀, Dipt. Scand. XII, 4637. 87—88 [*Dolichopus*] (1855).  
*pictipennis* Bohem. ♀, Kongl. Vetensk. Akad. Handl. 193 [*Medeterus*] (1857).  
*pictipennis* Radd. ♂ ♀, Stett. ent. Zeitg. XXXIV, 323. 1 [*Campsicnemus*] (1873).  
? *punctipennis* Zett. ♀, Dipt. Scand. VIII, 3091. 86—87 [*Dolichopus*] (1843).

Angesichts der guten Beschreibungen von Haliday, Raddatz und Mik, der auch eine Flügelzeichnung bringt, erübrigt es sich meinerseits, der Beschreibung noch weitere Worte zu widmen.

*atomus* Zett. ♀, Dipt. Scand. VIII, 3094. 87—88 [*Dolichopus*] (1849) Suecia.

Im Katalog hat man diese Art als fragliches Synonym von *alpinus* behandelt. Jedenfalls wird es ein *Campsicnemus*-Weibchen sein; welcher Art es angehört, wird ohne Typenvergleihung nach der Beschreibung allein nicht möglich sein; dafür, daß diese Art auch zum Subgenus *Ectomus* gehöre, liegen meiner Ansicht nach keinerlei Anzeichen vor. Siehe meine Ausführungen bei *Campsicnemus*.

- guttipennis* Zett. ♀ = *alpinus* Halid.  
*pictipennis* Bohem. ♀ = *alpinus* Halid.  
*punctipennis* Zett. ♀ = ? *alpinus* Halid.

***Sympycnus*.**

Loew, N. Beitr. V, 42 (1857); Kowarz, Wien. ent. Zeitg. VIII, 175—185 (1889).

*Sympycnus* Aldr. [lapsus?], Kansas Univ. Sc. Bull. I, 83 (1902).

**Gattungscharakter.**

Mittelgroße bis kleine, metallisch gefärbte Arten. Kopf von vorne gesehen kreisförmig. Augen unter den Fühlern stark genähert, mitunter sich kurz berührend; Gesicht bei dem ♀ etwas breiter. Fühler kurz, das erste Glied nackt, das zweite querliegend, das dritte meist dreieckig zugespitzt oder stumpf abgerundet, deutlich pubeszent, kaum länger als an der Wurzel breit, mit deutlich dorsaler mikroskopisch pubeszenter Borste; Taster und Rüssel klein, letzterer beim ♀ mehr hervortretend. Hinterkopf konvex. Thoraxrücken meist braun bestäubt, mit sechs deutlichen Dorsozentralborsten, Akrostikalborstchen undeutlich ein- bis zweireihig, Schildchen nur mit zwei starken Seitenborsten. Hinterleib mit sechs vollständigen Ringen. Hypopyg klein, kappenförmig, mit wenig vortretenden, nach vorn gestreckten Organen. Beine lang und schlank; beim Männchen sind die Hintertarsen, und zwar am dritten und vierten Gliede der Regel nach, sei es durch etwas andere Form oder meist durch charakteristische Beborstung, ausgezeichnet; die Vordertarsen sind meist ein wenig kürzer als die zugehörige Schiene. — Flügel lang; die dritten und vierten Längsadern meist parallel im letzteren Falle ist die vierte zur dritten ein wenig aufgebogen; die vierte endigt entweder vor der Flügelspitze oder höchstens an derselben; die hintere Querader auf der Flügelmitte ist vom hinteren Flügelrande ziemlich weit entfernt.

**Register der *Sympycnus*-Arten mit Synonymen,  
kurzer Charakteristik und Figuren.**

(Alphabetisch geordnet.)

1. *aeneicoxa* Meig., Syst. Besch. IV, 57. 26 [*Porphyrops*] (1824) Europa.  
*brevicornis* Zett., Dipt. Scand. II, 603. 89 [*Dolichopus*] (1843).  
*nigritibialis* Zett., Dipt. Scand. XII, 4638. 89 — 90 [*Dolichopus*]  
(1855).  
*pubicarius* Fall. p. p., Dipt. Suec. Dolichop. 20. 28 [*Dolichopus*] (1823).

Eine hellbeinige Art. Kopf und Thoraxfärbung bieten bei fast allen Arten keinerlei hervorspringende Unterscheidungsmerkmale. Schwinger gelb,

Schüppchen schwarzbraun bewimpert (Kowarz spricht von hellen Wimpern, was ich nicht bestätigt gefunden habe). Die Hintertarsen sind einfach gestaltet, jedoch sieht man beim ♂ an dem dritten und vierten Gliede auf der inneren Seite (dem anderen Beine zugewandt) einige weitläufig kammartig gestellte Börstchen (s. Fig. 269). Kowarz spricht von der Hinterseite des dritten und vierten Gliedes. Ich kann mich mit dieser Ausdrucksweise nicht einverstanden erklären, die hintere Seite der Tarsen würde meiner Auffassung nach mit der oberen Seite gleichbedeutend sein, man müßte sonst die Borstenverzierung der Tarsen in der Seitenansicht des Tieres sehen können, was aber nicht der Fall ist; man sieht sie nur, wenn man das Tier von oben betrachtet. Was ich hier sage, gilt auch von den übrigen Arten, mit Ausnahme von *spiculatus* Gerst. und *pugiopes* Beck., bei denen der Dorn auf der oberen Seite zu sehen ist. Der Hintermetatarsus ist deutlich länger als das zweite Glied, alle Glieder gruppieren sich in abnehmender Länge; siehe im übrigen Kowarzs Beschreibung, Wien. ent. Zeitg. VIII, 181. 6 (1889).

Meine Exemplare stammen aus Schlesien und Norwegen.



Fig. 269.

*Sympycnus aeneicoxa* Meig. ♂. Hintertarsen. 36 : 1.

2. *annulipes* Meig. ♂ ♀, Syst. Beschr. IV, 56. 25 [*Porphyrops*] (1824)

Europa.

*cinerellus* Zett., Ins. Lapp. Dipt. 706. 5 [*Chrysotus*] (1838).

*pulicarius* Fall. p. p., Dipt. Suec. Dolichop. 20. 28 [*Dolichopus*] (1823).

Siehe die gute und ausführliche Beschreibung bei Kowarz, Wien. ent. Zeitg. VIII, 179. 4 (1889) und meine beiden Figuren der Hintertarsen und des Hypopygs: die äußeren Anhänge sind lamellenförmig, kurz, etwas behaart, gelblich mit schwarzer Spitze; die inneren sind nackt, ganz blaßgelb, die Penisscheide lang und sehr dünn. Kowarz sagt vom Hintermetatarsus, an seiner Basis stehe bisweilen ein längeres Börstchen; ich finde, daß regelmäßig 1—2 längere Haare dort stehen, die bisweilen zusammengeschlossen den Eindruck eines einzigen Haares machen, mitunter mag auch nur ein einziges Haar gewachsen sein. Die einzelnen Tarsenglieder nehmen an Länge ganz regelmäßig ab.

Meine Exemplare stammen aus Deutschland, Skandinavien, aus dem Kaukasus und von den Kanarischen Inseln.

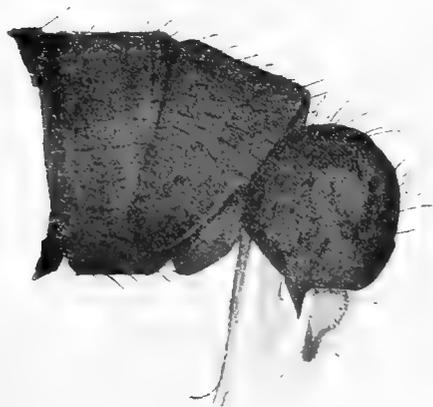


Fig. 270.

*Sympycnus annulipes* Meig. ♂.  
Hypopyg. 36:1.



Fig. 271.

*Sympycnus annulipes* Meig. ♂. Hintertarsen. 36:1.

3. *brachydactylus* Kow. ♂, Wien. ent. Zeitg. VIII, 177. 1 (1889)

Europa centr.

*pullatus* Kow., Wien. ent. Zeitg. VIII, 178. 3 (1889).



Fig. 272.

*Sympycnus brachydactylus* Kow. ♂. Hintertarsen. 36:1.



Fig. 273.

*Symp. brachyd.* Kow. ♂. Vordertarsen.  
36:1.

Ich habe es zuerst nicht glauben wollen, daß diese beiden von Kowarz zur selben Zeit beschriebenen Arten gleich seien; aber nachdem ich die Vorder- und Hintertarsen unter dem Mikroskop gezeichnet und untersucht hatte, fand ich durchweg Übereinstimmung. Kowarz hat Unterschiede hervorgehoben in der Farbe der Bewimperung der Schüppchen. *brachydactylus* soll weiße Wimpern haben; ich finde, daß diese an meiner Type zum allergrößten Teile schwarz sind, wie Kowarz bei *pullatus* angibt. Die drei mittleren Glieder der Vordertarsen sind in seinen beiden Arten gleichartig kurz, nicht von abnehmender Länge, wie Kowarz bei *pullatus* gesehen haben will; die einzelnen Glieder haben die doppelte Breite zur Länge;

kleine Abweichungen in den Längenverhältnissen lassen sich hier und da feststellen, aber ich finde nicht, daß diese Abweichungen über das zulässige Maß individueller Verschiedenheit hinausgehen, die man vielfach zu beobachten Gelegenheit hat. Aus den Beschreibungen sind sonst Unterschiede nicht weiter anzuführen. Hinsichtlich der Farbe der Wimpernhaare an den Schüppchen bemerke ich, daß ich diese stets bei Betrachtung des Tieres von vorne nach hinten angebe, da andere Betrachtungsweisen vielfach den Anschein einer anderen Färbung erwecken. Die Art muß *brachydactylus* heißen.

*brevicornis* Zett. = *aeneicoxa* Meig.

4. *brevimanus* Lw., N. Beitr. V, 43 (1857) Europa centr.  
*plantaris* Gerst. ♂♀, Stett. ent. Zeitg. XXV, 148. 3 (1864).

Auch ohne die Loew'schen Typen gesehen zu haben, hielt ich die Ähnlichkeit der Loew'schen Art mit *plantaris* Gerst. für so groß, daß ich die stärksten Bedenken trug, beide Arten als selbständige anzusehen. Gerstäcker sagt in seiner ausführlichen guten Beschreibung, daß seine Art dem



Fig. 274.

*Sympycnus brevimanus* Lw. ♂. Hintertarsen. 36 : 1.



Fig. 275.

*Symp. brevimanus* Lw. ♂. Vordertarsen.  
36 : 1.

*brevimanus* Lw. sehr nahe stünde, er gibt aber weiter keine Unterschiede an; auch ich konnte bei Vergleichung von *plantaris* mit Loew's Beschreibung von *brevimanus* nur einen einzigen Punkt auffinden, der eine Abweichung andeutete. Während nämlich Loew schreibt, daß das erste Glied der Hinterfüße ein klein wenig kürzer sei als das zweite, spricht Gerstäcker von dem Metatarsus der Hinterbeine, der deutlich länger sei als das zweite Glied. Um hierüber Klarheit zu erlangen, bat ich meinen Freund Oldenberg in Berlin mit Bezug auf die von mir vermutete Synonymie und speziell über die Längenverhältnisse der Hintertarsen durch Vergleichung mit der Loew'schen Type Untersuchungen anzustellen. Das Endergebnis derselben war die Feststellung, daß Gerstäcker richtig beobachtet und daß die Loew'sche Type keine Abweichung von *plantaris* Gerst. darbietet, im speziellen, daß die Längenverhältnisse der Tarsenglieder die gleichen sind. Später habe ich dann selbst auch noch die Loew'sche Type sehen können und kann nur dem beipflichten, was Oldenberg mir darüber mitgeteilt hatte.

Aus Gastein in meiner Sammlung.

Anmerkung. Die Ähnlichkeit der Hintertarsen mit denen der Art *brachydactylus* Kow. ist recht erheblich.

*cinerellus* Zett. = *annulipes* Meig.

5. *cirrhipes* Walk. ♂ ♀, Ins. Brit. Dipt. I, 214. 11 [*Porphyrops*] (1851)  
Europa centr.

Eine schwarzbeinige Hochgebirgsart mit dunklen Schwingern, durch die Verzierung des dritten Tarsengliedes der Hinterbeine mit einem gekräuselten Haarschopf und am vierten Gliede mit einigen steifen Börstchen ausgezeichnet und mit keiner anderen Art zu verwechseln. Siehe die Beschreibungen bei Walker und Kowarz.

Meine Exemplare stammen aus Gastein, Andermatt, Zermatt und vom Furka-Pass.



Fig. 276.

*Sympycnus cirrhipes* Walk. ♂. Hintertarsen. 36 : 1.

6. *hispidus* Beck., Mitt. Zool. Mus. Berlin IV, 191 (1908) Ins. Madeira.

Eine Art mit gelben Beinen, bei der auch alle Hüften kaum etwas verdunkelt sind. Hintertarsen ganz einfach, aber im ganzen etwas rauh behaart; Tarsenglieder an Länge allmählich abnehmend und gelbbraunlich verdunkelt. Wimpern der Deckschüppchen schwarz.



Fig. 277.

*Sympycnus hispidus* Beck. ♂. Hintertarsen. 36 : 1.

7. *imperfectus* n. sp. ♂:

♂. Thoraxrücken metallisch grün, glänzend, schwach weißlich bereift. Schüppchen und Schwinger blafsgelb, erstere weiß bewimpert. Kopf: Stirne metallisch grün, schwach glänzend; Gesicht von der Breite des dritten

Fühlerglied, schneeweiß, Taster weißgelb. Fühler schwarz, drittes Glied kurz, dreieckig, mit ziemlich dicker dorsaler Borste. Backenbart weiß. — Hinterleib dunkel blaugrün, schwarz behaart. Hypopyg klein, kappenförmig, deutlich schwarz behaart, mit zwei mäfsig langen dunklen schmalen behaarten Lamellen. Beine nebst allen Hüften gelb, Hintertarsen bräunlich. Schenkel kräftig, auf der Unterseite kaum oder nur sehr zart behaart, immerhin verdichtet sich diese Behaarung an der Spitze zu einem schwachen Schopf an den Hinter- und Mittelschenkeln. Die Schienen zeigen eine deutliche Beborstung. Hintertarsen einfach, in abnehmender Länge wie bei *hispidus* Beck. Flügel mit zarter braungrauer Trübung. Dritte und vierte Längsadern an der Spitze parallel; nicht ganz 4 mm lang.

1 ♂ aus Ungarn, Strafska. 24. VII. Sammlung des Ungar. Nat.-Museums.

*nigritibialis* Zett. = *aeneicoxa* Meig.

*plantaris* Gerst. = *brevimanus* Lw.

8. *pugionipes* Beck. ♂ ♀, Mitt. Zool. Mus. Berlin IV, 45 (1908) [emend. *pugiopes*] Ins. Canar.



Fig. 278.

*Sympycnus pugionipes* Beck. ♂. Hintertarsen. 36 : 1.

Eine charakteristische Art. Schüppchen schwarz bewimpert. Hinterleib an den ersten Ringen durchscheinend gelb. Beine gelb; Hinterschenkel auf der Oberseite und Hinterschienen an der Spitze braunschwärzlich. Hintertarsen ganz braunschwarz, erstes und zweites Glied fast gleichlang, drittes Glied sehr kurz und bauchig verdickt, auf der Oberseite mit einer Reihe schuppenförmig verbreiteter Borsten und einem starken, etwas gebogenen Horn; viertes Glied erheblich länger als das dritte, auf der Oberseite mit zwei Reihen kammartiger Börstchen. Körpergröße  $2\frac{3}{4}$ — $3\frac{1}{2}$  mm.

Meine Exemplare stammen von der Insel Teneriffa.

*pulicarius* Fall. p. p. = *aeneicoxa* Meig.

*pulicarius* Fall. p. p. = *annulipes* Meig.

*pullatus* Kow. = *brachydactylus* Kow.

*pygmaeus* Macq., Recueil Soc. Sc. Agricult. Lille 262. 16 [*Medeterus*]  
(1828) Europa centr.

Diese Art ist ganz unbekannt geblieben. Der Umstand, daß niemand sie bisher wieder gefunden hat, noch sie mit Überzeugung hat deuten können, scheint mir darauf hinzuweisen, daß es keine selbständige Art ist, über die wir uns daher auch den Kopf nicht weiter zu zerbrechen brauchen. Loews Vermutung, daß *pygmaeus* Macq. gleichbedeutend sei mit *annulipes* Meig., scheint mir unwahrscheinlich zu sein, da Macquart berichtet: „toutes les hanches et tarses noirs“; das stimmt nicht mit *annulipes*. Ich lasse diese Art als zweifelhaftes Synonym fallen.

9. *simplicipes* Beck. ♂♀, Mitt. Zool. Mus. Berlin IV, 46 (1908)  
Europa merid., Ins. Canar.



Fig. 279.

*Sympycnus simplicipes* Beck. ♂. Hintertarsen. 36 : 1.

Trotz ihrer einfachen Beine eine sehr charakteristische Art. Alle Hüften sind gelb, an den Hintertarsen ist das erste Glied deutlich kürzer als das zweite, auch etwas deutlicher behaart als die übrigen Glieder. Am Hinterleibe sind die ersten Ringe durchscheinend gelb; dann ist der Thoraxrücken ziemlich glänzend stahlblau und mit ihm die Stirn, was bei der sonst matten Färbung aller übrigen Arten eine Ausnahme bildet; merkwürdigerweise steht bei dem Weibchen das ziemlich breite graue Unter Gesicht am Mundrande höckerartig vor, wie bei der Gattung *Syntormon*. Die deutlich dorsale Fühlerborste, das einfache, nicht unten dornartig verlängerte erste, sowie das nicht daumenförmig auf das dritte Fühlerglied übergreifende zweite Fühlerglied gestatten uns jedoch nicht, diese Art zu *Syntormon* zu stellen oder etwa zur Gattung *Eutarsus*.

Diese Art fand ich auf der Insel Teneriffa, in Nord-Italien und bei Beirut.

10. *simplicitarsis* Beck., Acta Soc. Sc. Fennica XXVI Nr. 3. 39. 52  
(1900) Sibiria.

Hat ebenfalls ganz einfache gelbe Beine, die hinteren Hüftenpaare sind grau; das erste Glied der Hintertarsen ist deutlich länger als das

zweite Glied; alle Tarsen sind viel feiner behaart als bei *simplicipes*. Hinterleib ganz erzfarbig.

Aus Dudinka, NW-Sibirien.

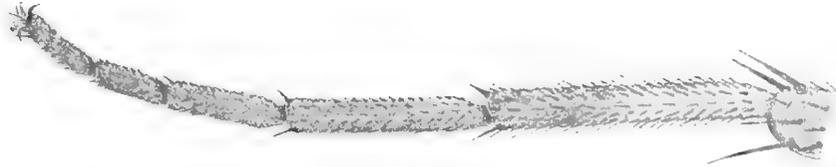


Fig. 280.

*Sympycnus simplicitarsis* Beck. ♂. Hintertarsen. 36 : 1.

11. *spiculatus* Gerst., Stett. ent. Zeitg. XXXV, 150. 4 (1864)

Europa centr.

Eine Hochgebirgsart. Beine mit Vorderhüften gelb, nur die Endtarsenglieder gebräunt, die obere Endspitze des dritten Gliedes der Hintertarsen mit einem kräftigen Dorn, das dritte Glied ebenso lang wie das zweite, das vierte verdünnt und oberseits auch mit rauher Behaarung.

Meine Exemplare stammen aus Trafoi, Tirol und von den Pyrenäen.



Fig. 281.

*Sympycnus spiculatus* Gerst. ♂. Hintertarsen. 36 : 1.

### Bestimmungstabelle der Gattung *Sympycnus*.

#### Männchen.

- |   |                    |
|---|--------------------|
| 1. Beine nebst Hüften ganz schwarz oder höchstens die Kniee und die vorderen Schienen gelb  | 2.                 |
| — Beine ganz gelb oder höchstens die Hinterschenkel an der Spitze und die Tarsenglieder mehr oder weniger braun bis schwarz   | 4.                 |
| 2. Schwinger gelb   | 3.                 |
| — Schwinger schwarzbraun. Beine ganz schwarz; Hintertarsen etwas flachgedrückt, ihr letztes Glied auf der Innenseite mit einem Schopf gekräuselter Haare, viertes Glied mit einer kleinen Warze an der Basis, auf der einige kurze steife Börstchen stehen. Vordertarsen kürzer als die Schiene | cirrhipes Walk. ♂. |

3. Beine schwarz, nur die Kniee der vorderen Beine gelb. Drittes Glied der Hintertarsen mit 8—10 Borsten auf der Innenseite, viertes Glied ebenda mit einigen kurzen, kammartig gestellten Börstchen; das erste Glied länger als das zweite. Vordertarsen kürzer als die Vorderschiene, die drei Mittelglieder ziemlich gleichlang, reichlich doppelt so lang wie breit *brachydactylus* Kow. ♂.
- Beine schwarz, Kniee und die vorderen Schienen gelb; erstes Glied der Hintertarsen etwas länger als das zweite, drittes Glied kürzer als das vierte, mit ungefähr 6—7 Borsten auf der Innenseite; viertes Glied weitläufig kammartig beborstet. Vordertarsen kürzer als die Schiene; Metatarsus gelb, an der Spitze schwarz, nicht ganz so lang wie die folgenden drei Glieder zusammen, diese schwarz, kurz, ungefähr so lang wie breit, letztes Glied etwas verbreitert *brevimanus* Lw. ♂.
4. Hintertarsen einfach, nicht durch besondere Form oder Behaarung ausgezeichnet 5.
- Hintertarsen mit besonderer Form oder Beborstung 7.
5. Hüften alle gelb 6.
- Hüften schwarzgrau, nur die Vorderhüften gelb. Schüppchen weiß bewimpert. Hinterbeine gelb bis gelbbraun, alle Tarsenglieder nur zart und kurz behaart und in gleichmäßig abnehmender Länge. 3 mm lang *simplicitarsis* Beck. ♂.
6. Hinterleib an den ersten Ringen durchscheinend gelb. Hintertarsen gelbbraunlich, erstes Glied kürzer als das zweite. 2 mm lang *simplicipes* Beck. ♂.
- Hinterleib metallisch gefärbt, ohne durchscheinende Flecken. Hintertarsen braun, alle Glieder in gleichmäßig abnehmender Länge 6a.
- 6a. Gesicht dunkel. Hinterschenkel auf der Endhälfte streifenförmig verdunkelt. Schüppchen schwarz bewimpert. 2,3 mm lang *hispidus* Beck. ♂.
- Gesicht und Taster weiß. Hinterschenkel ohne Verdunkelung. Schüppchen weiß bewimpert. 4 mm lang *imperfectus* n. sp. ♂.
7. Hintertarsen am dritten Gliede auf der Oberseite mit einem Dorn 8.
- Hintertarsen am dritten Gliede auf der Innenseite beborstet 9.
8. Hinterleib an den ersten Ringen mit gelb durchscheinenden Flecken. Hintertarsen schwarzbraun, drittes Glied kurz und verdickt, auf seiner Oberseite mit schuppenförmig verbreiterten Borsten und auf der Mitte der Oberseite mit einem gebogenen Dorn; das vierte Glied  $1\frac{1}{2}$  mal so lang wie das dritte, nicht verdickt, auf seiner Oberseite mit einer doppelten Reihe kurzer kammartig gereihter Börstchen. 3 mm lang *pugionipes* Beck. ♂.
- Hinterleib ohne gelb durchscheinende Flecken. Hintertarsen gelb, letzte Glieder braun, drittes Glied so lang wie das zweite, an der Spitze seiner Oberseite mit einem gerade auslaufenden Dorn; viertes Glied etwas verdünnt, oberseits rau behaart. 2,5 mm lang *spiculatus* Gerst. ♂.
9. Beine gelb, Vorderschenkel auf der Wurzelhälfte, Hinterschenkel auf der Endhälfte braun; Hintertarsen braun, etwas verbreitert, drittes und viertes Glied auf der Innenseite mit längeren Borsten und an der Wurzel des dritten Gliedes mit 1—2 längeren Haaren. 2 mm lang *annulipes* Meig. ♂.
- Beine nebst Vorderhüftenspitze gelb, Hintertarsen braunschwarz, drittes und viertes Tarsenglied mit einigen weitläufig kammartig gestellten Börstchen. 2 mm lang. *aeneicoxa* Meig. ♂.

**Weibchen.**

1. Beine ganz schwarz oder wenigstens alle Schenkel bis auf die Kniee schwarz 2.  
— Beine ganz oder überwiegend gelb 3.
2. Beine ganz schwarz. Gesicht grau, Taster weißlich. Schüppchen dunkel bewimpert.  
Hintermetatarsus länger als das zweite Glied *cirrhipes* Walk. ♀.  
— Beine schwarz, Kniee gelb, sonst wie *cirrhipes* *brachydactylus* Kow. ♀.  
— Beine schwarz, alle Kniee und die Vorderschienen nebst Metatarsen gelb. Schüppchen  
weiß bewimpert *brevimanus* Lw. ♀.
3. Hüften grauschwarz, Spitze der Vorderhüften gelb. Beine gelb, Endglieder der  
Tarsen braun *annulipes* Meig. ♀, *aeneicoxa* Meig. ♀.  
— Hüften grauschwarz, Vorderhüften ganz gelb 4.
- Alle Hüften ganz gelb. Beine gelb, Spitze der Hinterschenkel und die Endtarsen-  
glieder braun. Erstes Tarsenglied der Hinterbeine kürzer als das zweite. Thorax-  
rücken und Stirne glänzend blau. Gesicht grau, unten vorstehend, wie bei der  
Gattung *Syntormon*. Hinterleib an den ersten Ringen gelb *simplicipes* Beck. ♀.
4. Beine gelb, Spitzenhälfte der Hinterschenkel schwarzbraun; Hinterschienen mit  
Ausnahme ihrer Basis und Hintertarsen schwarzbraun; erstes Tarsenglied der  
Hinterbeine so lang wie das zweite. Thoraxrücken und Stirne matt.  
*pugionipes* Beck. ♀.  
— Beine gelb, Endtarsenglieder braun; erstes Tarsenglied der Hinterbeine länger als  
das zweite. Thoraxrücken etwas glänzend *spiculatus* Gerst. ♀.

***Acropsilus.***

Mik, Jahresber. d. k. k. akad. Gymn. Wien, Dipterol. Unters. p. 6 (1878) fig. 6—9.

**Gattungscharakter.**

Sehr kleine Art; die metallische Grundfarbe ist auf dem Thoraxrücken durch braune Bestäubung fast ganz verschwunden; man sieht ein nur wenig glänzendes Braun; 4 Dorsozentralborsten, keine Akrostikalborstchen; 1 Humeral-, 1 Posthumeral-, 1 Präsutural-, 2 Notopleural-, 2 Supraalar- und 1 Postalarborste, 2 Schildborsten ohne Nebenborstchen. — Kopf ähnlich wie bei *Chrysotus*, jedoch berühren sich die Augen unter den Fühlern nicht; das etwas breitere weibliche Gesicht ist in seinem unteren Teile etwas gewölbt und hier behaart (s. Fig. 6—9 l. c.). Taster klein, etwas vortretend. Stirn mit zwei Ozellar- und zwei einander zugeneigten Scheitelborsten. Fühler etwas über der Mitte des Kopfes eingefügt; das erste Glied ist nackt, das dritte pubeszent, kurz, mit einer vorderen stumpfen Ecke; die mikroskopisch pubeszente Fühlerborste ist subapikal oder dorsal zu nennen. — Hinterleib mit frei sich entwickelndem Hypopyg, Anhänge lamellenförmig. —

Beine einfach, fast nackt. Schenkel alle ganz nackt. Hinterschienen im ersten Viertel auf der Oberseite mit einem Borstenpaar, desgleichen mit einer Einzelborste dicht vor der Spitze und zwei solchen auf der Mitte der Außenseite. Mittelschienen mit je einer Einzelborste im ersten Viertel und dicht an der Spitze der Oberseite. Vorderschienen ohne Borste. — Flügel: dritte und vierte Längsadern parallel; die hintere Querader steht senkrecht auf der vierten und ist, auf der fünften Längsader gemessen, um das andert-halb-fache ihrer eigenen Länge vom Flügelrande entfernt; die sechste Längsader ist deutlich, läuft aber nicht bis zum Rande.

1. *niger* Lw., Beschr. europ. Dipt. I, 298. 177 [*Chrysotus*] (1869)

Europa centr.

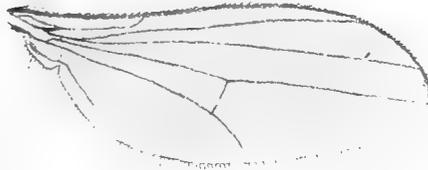


Fig. 282.

*Acropsilus niger* Lw. ♂. Flügel. 24 : 1.

### *Teuchophorus.*

Loew, N. Beitr. V, 44 (1857).

#### Gattungscharakter.

Sehr kleine, metallisch gefärbte Arten, Thoraxrücken mit mehr oder weniger graubrauner Bereifung; 5 Dorsozentralborsten und etwas unregelmäßig einzeilige Akrostikalbörstchen. 1 Humeral-, 1—2 Posthumeral-, 2 Notopleural-, 1 Sutural-, 2 Supraalar- (oder 1 Supraalar- und 1 Postsutural-) und 1 Postalarborste; auf dem Schildchen zwei starke Seitenborsten, mitunter sieht man an der Spitze unter dem Mikroskop noch zwei feine Börstchen, die mit der Lupe schwer bemerkbar sind. — Kopf mit den gewöhnlichen Scheitel- und Höckerborsten; die Augen auf der Stirn breit getrennt, nähern sich unter den Fühlern erheblich und stehen selbst bei den Weibchen nicht weit auseinander. Bei den verschiedenen Arten scheint allerdings die Breite des Gesichts zu schwanken; da die Augen und der Kopf aber gewöhnlich zusammenschrumpfen, so kann man die relative Breite des Gesichts, die namentlich für die Bestimmung der Weibchen wichtig wäre, bei trockenen

Exemplaren nicht gut hierfür ausnutzen. Bei einigen tadellos erhaltenen trockenen Exemplaren sehe ich beim ♀, daß das Untergesicht höckerartig hervortritt wie bei *Syntormon*; ich nehme daher an, daß dies Merkmal mit zum Gattungscharakter gehört. Die Fühler sind kurz, das erste Glied nackt, zweites querliegend, drittes dreieckig, pubeszent, mit dorsaler nackter oder mikroskopisch pubeszenter Borste. — Hinterleib mit fünf ganzen Ringen. — Beine verhältnismäßig kräftig, meistens ganz rotgelb. Hinter-schienen beim ♂ stets durch Form und Beborstung oder durch Beborstung allein (*simplex*) ausgezeichnet. Die Mittelbeine haben eine charakteristische Beborstung; Schenkel unten an der Basis mit einigen längeren senkrecht abstehenden Borsten und an der Spitze auf beiden Seiten mit einer Prä-apikalborste; Mittelschienen auf der Oberseite mit einem Borstenpaar im ersten Drittel und je einer Einzelborste auf der Mitte und an der Spitze, ferner noch auf der Mitte der Unterseite mit zwei dicht zusammenstehenden Borsten (♂) und mit einer Borste beim ♀. Vorderbeine ohne Borsten; bei einigen Arten ist beim Männchen nur der Metatarsus durch einige Borsten an der Basis der Unterseite ausgezeichnet. — Flügel von gewöhnlicher Form mit parallelen Längsadern, Querader auf der Flügelmitte senkrecht zur vierten Längsader, vom Hinterrande entfernt; bei den Männchen ist die erste Längsader bis zur Flügelmitte verlängert und der Raum bis zur gewöhnlichen Mündung der ersten Längsader lang dreieckig schwarz gezeichnet; bei den Weibchen hat die erste Längsader die gewöhnliche kurze Gestalt.

Im Katalog Kertész VI (1909) sind 7 Arten aufgeführt: *bisetus* Lw., *calcaratus* Macq., *monacanthus* Lw., *pectinifer* Kow., *signatus* Zett., *simplex* Mik und *spinigerellus* Zett.; außerdem sind noch beschrieben: *signatus* Staeg. apud Zett., *bipilosus* Beck., *longipilus* Strbl. und *tenuimarginatus* Strbl., im ganzen also 10 Arten, die jedoch nicht alle Bestand haben.

### Verzeichnis der Arten, Charakteristik, Synonyme, Figuren.

1. *bipilosus* Beck. ♂♀, Mitt. Zool. Mus. Berlin IV, 47 (1908)

Ins. Canar., Hispania.

*longipilus* Strbl., Verh. zool.-bot. Ges. Wien LIX, 187. 1236 (1909).

Siehe meine Beschreibung l. c. und die Figur des Hinterbeines.

Nach Strobls Beschreibung und Typenvergleichung ist *longipilus* identisch mit *bipilosus*. — Der Hintermetatarsus ist kürzer als das zweite

Glied; Vordermetatarsus so lang wie die folgenden vier Glieder zusammen, einfach, ohne Beborstung auf der unteren Seite.

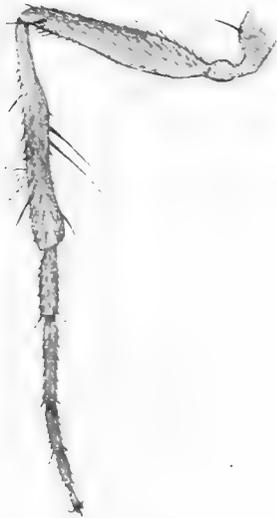


Fig. 283.

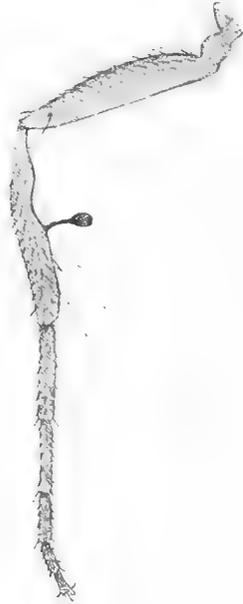


Fig. 284.

*Teuchophorus bipilosus* Beck. ♂. Hinterbein. 24:1. *Teuchoph. calcaratus* Macq. ♂. Hinterbein. 24:1.

2. *bisetus* Lw. ♂, Schrift. d. k. Ges. Freunde d. Nat. Moskau 58 (1870),  
Besch. europ. Dipt. II, 298. 161 (1871) Turkestan.

Ich kenne diese Art nicht aus eigener Anschauung, sie ist aber charakterisiert (♂) durch die auf der Spitzenhälfte verdickten Hinterschienen, auf deren Unterseite und Mitte zwei steife dornartige Borsten stehen.

3. *calcaratus* Macq. ♂, Recueil Soc. Sc. Agricult. Lille 259. 9 [*Medeterus*]  
(1828) Europa.

Charakterisiert im männlichen Geschlecht durch die schwach verdickten, auf der Unterseite nicht eingebogenen Hinterschienen, wenn auch ein wenig ausgeschnitten, mit einer stengelförmigen Lamelle in Form eines Blattes, das verschiedene feine Adern oder Haare in sich vereinigt (s. Fig. 284). Hintermetatarsus etwas länger als das zweite Glied. Vordermetatarsus nicht ganz so lang wie die folgenden Glieder zusammen; er ist schwach gebogen, an der Spitze ein wenig verdickt und hier auf der Unterseite fein bewimpert, an seiner Basis stehen unten vier längere Borsten.

Meine Exemplare stammen aus Schlesien und Süd-Frankreich.

? *flavicoxa* Meig. = *spinigerellus* Zett.  
*longipilus* Strobl = *bipilosus* Beck.

4. *monacanthus* Lw., N. Beitr. VI, 21. 1 (1859)

Europa centr.



Fig. 285.

*Teuchoph. monacanthus* Lw. ♂. Hinterbein. 24: 1.



Fig. 286.

*Teuchoph. monacanthus* Lw. ♂. Mittelbein. 24: 1.

Charakterisiert durch die etwas keulförmig verdickte, auf der Mitte der Unterseite leicht eingebuchtete Hinterschiene (♂), mit einer steil nach oben gebogenen dornartigen Borste; Hintermetatarsus etwas kürzer als das zweite Glied. Mittelschenkel unten an der Wurzel mit einigen längeren Borsten; Mittelschienen unten auf der Mitte mit zwei isoliert stehenden Borsten; Vordermetatarsus ohne besondere Borsten auf der Unterseite, ungefähr so lang wie die vier folgenden Glieder zusammen.

Meine Exemplare stammen aus Schlesien, Italien, Süd-Frankreich und vom Kaukasus.

5. *pectinifer* Kow. ♂, Verh. zool.-bot. Ges. Wien XVIII, 218. 7 (1868)

Europa centr.

Die Hinterschienen sind beim ♂ nicht verdickt, zeigen aber auf ihrer Unterseite dicht vor der Mitte eine kammartige, schopfförmige Beborstung und gleich dahinter ein gekrümmtes, an der Spitze in drei Haare

gespaltenes Börstchen. Hintermetatarsus annähernd so lang wie das zweite Glied. Vordermetatarsus auf der Unterseite beborstet.

Aus Schlesien in meiner Sammlung.



Fig. 287.

*Teuchoph. pectinifer* Kow. ♂. Hinterbein. 24:1.

*signatus* Zett. (nec Staeger) = *simplex* Mik.

Diese Art ist ein *Teuchophorus*, es hält auch nicht schwer, sie zu deuten; sie stimmt durchaus mit *simplex* Mik überein. Zetterstedt nennt die Beine: „subnudi et inermes“, sagt weiter: „femora intermedia subtus ad basin parce pilosula, tibiae posteriores sat distincte setulosae.“

Hiernach müßte der Miksche Artname fallen, wenn ihm nicht ein günstiger Umstand zu Hilfe käme, nämlich der, daß Staeger bereits im Jahre 1843 einen *Teuchophorus signatus* [*Medeterus*] beschrieben hat; diese Art steht im Katalog unter *Medeterus* und ist von Zetterstedt, Dipt. Scand. VIII, 3096. 90 in einer Bemerkung bei der Art *spinigerellus* eingefügt worden. Staegers Beschreibung lautet nach Zetterstedt unter dem 5. August 1843 wie folgt:

„*Medeterus signatus* n. sp. ♂ steht dem *Dolichopus spinigerellus* sehr nahe, ist aber doch abweichend in den Hinterschienen des Männchens, die an der Spitze nicht verdickt und behaart sind, dahingegen aber auf der Mitte der unteren Seite einen doppelten Dorn zeigen.“

Die hier angegebene Schienenverzierung trifft bei keiner der sonst bekannten Arten zu; eine doppelte Borste ist allerdings auch bei *bisetus* Lw.

vorhanden, aber die Schienen sind hier auf der Spitzenhälfte deutlich verdickt. Die Staegersche Art wird daher eine besondere, noch nicht wieder aufgefundene Art vorstellen. Zetterstedts Name *signatus* wird dadurch zum Synonym von *simplex* Mik.

6. *signatus* Staeg. ♂ apud Zett., Dipt. Scand. VIII, 3096. 90 Observ. [Medeterus] (1849) Scandinavia.

Siehe Staegers Beschreibung bei *signatus* Zett.

7. *simplex* Mik, Verh. zool.-bot. Ges. Wien XXX, 602, tab. XVII fig. 8 (1880) Europa centr.

*signatus* Zett. (nec Staeg.), Dipt. Scand. VIII, 3065. 9—10 [Chrysotus] (1849).

Siehe die ausführliche Beschreibung und die gute Zeichnung des Hinterbeins bei Mik l. c. Hintermetatarsus so lang wie das zweite Glied; Vordermetatarsus einfach, ohne Börstchen auf der Unterseite. Abweichend von den übrigen Arten hat diese auf der Unterseite der Mittelschienen nicht zwei, sondern nur eine Borste.

Aus Schlesien und Ungarn in meiner Sammlung.

8. *spinigerellus* Zett. ♂ ♀, Dipt. Scand. II, 604. 90 [Dolichopus] (1843) Europa, Africa sept.



Fig. 288.

*Teuchoph. spinigerellus* Zett. ♂. Hinterbein. 24:1.

- ? *flavicoxa* Meig. ♂, Syst. Besch. IV, 57. 27 [Porphyrrops] (1824).

Eine weit verbreitete bekannte Art, die durch ihre beim Männchen an der Spitze verdickten und hier charakteristisch behaarten Hinterschienen

gekennzeichnet ist. Hintermetatarsus ungefähr ebenso lang wie das zweite Glied. Vordermetatarsus unten ohne Börstchen.

Was die Synonymie von *flavicoxa* Meig. anlangt, so gibt Meigens Beschreibung keine Anhaltspunkte, von denen aus man mit einiger Wahrscheinlichkeit auf Gleichheit beider Arten schließen könnte; von den Hinterschienen und ihrer besonderen Behaarung ist keine Rede, daher erscheint mir das davorgesetzte Fragezeichen sehr berechtigt.

Meine Exemplare stammen aus Deutschland, Griechenland und Ober-Ägypten.

*xanthogaster* Meig., Syst. Besch. IV, 99. 45 [*Dolichopus*] (1824).

Diese Art steht im Katalog als zweifelhaftes Synonym von *spinigerellus* Zett. Wie schon früher von mir festgestellt, haben wir hier sec. typ. Paris *Hypophyllus obscurellus* Fall. vor uns. Siehe bei *Hypophyllus* und *Hercostomus*.

### Bestimmungstabelle.

#### Männchen.

1. Metatarsus der Vorderbeine ganz einfach, auf seiner Unterseite nicht durch besondere Behaarung oder Beborstung ausgezeichnet 2.
- Metatarsus der Vorderbeine auf der Unterseite an der Basis durch drei oder mehr kammartig gestellte Börstchen ausgezeichnet 3.
2. Hinterschiene an der Spitze deutlich verdickt, hier etwas eingebogen, auf der Unterseite an der Verdickung außer anliegenden Haaren mit einem Schopf senkrecht abstehender Haare und einer längeren nach vorwärts geneigten Borste verziert *spinigerellus* Zett. ♂.
- Hinterschienen kaum etwas dicker als gewöhnlich, auf der Mitte der Unterseite mit einer leichten Einbuchtung und zwei langen Borstenhaaren, dicht vor der Spitze mit einer Einzelborste, auf der Oberseite mit zwei Einzelborsten im ersten und letzten Drittel, außerdem hier mit ungefähr fünf sehr zarten gekräuselten Härchen. Hintermetatarsus deutlich kürzer als das zweite Glied *bipilosus* Beck. ♂.
- Hinterschienen ganz einfach, nicht verdickt, auf der Unterseite der ganzen Länge nach deutlich bewimpert. Mittelschienen auf ihrer Unterseite anstatt der gewöhnlichen zwei Borsten nur mit einer *simplex* Mik. ♂.
3. Hinterschienen nicht verdickt, auf der Unterseite vor der Mitte mit einem senkrecht abstehendem Kamm kurzer stumpfer Borsten und einer aus drei Härchen zusammengeschlossenen gekrümmten Haarborste. Vordermetatarsus der ganzen Länge nach auf der Unterseite beborstet *pectinifer* Kow. ♂.
- Hinterschienen schwach, aber nicht keulförmig verdickt, auf der Mitte der Unterseite ein wenig eingebogen und hier mit einer blattförmigen gestengelten Lamelle verziert, außerdem auf der Endhälfte mit einigen längeren Haaren. Vordermetatarsus an der Spitze etwas verdickt und dadurch auf der Unterseite etwas aus-

- gehöhlt erscheinend, an der Basis mit vier kammartigen Börstchen und an der verdickten Spitze zart bewimpert *calcaratus* Macq. ♂.
- Hinterschienen etwas keulförmig verdickt und auf der Mitte mit einer schwachen Einbuchtung, hier mit einer steil aufgerichteten gekrümmten dornartigen Borste und einer schwächeren geraden Borste vor der Spitze. Vordermetatarsus an der Basis der Unterseite mit drei kammartigen Börstchen *monacanthus* Lw. ♂.

Anmerkung. Ich habe die in dem Verzeichnis der Arten kurz skizzierten *bisetus* Lw. und *signatus* Staeg. hier in die Bestimmungstabelle nicht mit aufgenommen, da ich sie noch nicht habe in Augenschein nehmen können; bei ihrer von den übrigen Arten abweichenden Beschreibung wird eine Verwechslung mit den sechs Arten der Tabelle nicht möglich sein.

### Weibchen.

Zeigen schon die Männchen mit Ausnahme ihrer charakteristischen Hinterschienenbeborstung wenige oder gar keine Unterschiede an den übrigen Körperteilen, so ist dies um so mehr bei den Weibchen der Fall hinsichtlich Körpergröße, Färbung und Beborstung; nur bei einer Art *simplex* Mik zeigt die Beborstung der Mittelschienen von der der übrigen eine Abweichung darin, daß auf der Unterseite bei dem ♂ nur eine, bei dem ♀ gar keine deutliche Borste vorhanden ist, während in der Regel bei dem ♂ zwei, bei dem ♀ eine solcher Borsten gezählt wird. Ich vermag unter den übrigen Weibchen trotz mikroskopischer Untersuchung keine Klarheit zu schaffen, es zeigt sich mir stets dasselbe Bild.

### *Telmaturgus.*

Mik, Verh. zool.-bot. Ges. Wien XXIV, 349 (1874).

### Gattungscharakter.

Sehr kleine, metallisch gefärbte Art. Thoraxrücken ohne Eindruck vor dem Schildchen, mit zarten, nur einreihigen Akrostikalbörstchen, vier Dorsozentralborsten und den sonstigen gewöhnlichen Borsten. Kopf: Gesicht nach dem Mundrande hin allmählich verengt; Taster und Fühler klein, bei letzteren ist das erste Glied nackt, das zweite quergestellt, ohne daumenförmiges Übergreifen auf das dritte, letzteres kurz dreieckig, behaart, mit basaler Borste, deren zweites Glied deutlich pubeszent und an der Spitze etwas verdickt ist; beim Weibchen ist das Gesicht breit und auf der unteren Hälfte höckerartig vortretend, die Fühlerborste an der Spitze nicht verdickt.

Der Hinterleib hat sechs Ringe, das Hypopyg ist sehr klein und wenig sichtbar. Beine: Vorderbeine verziert, Hinterbeine plump, Tarsen kürzer als die Schienen, Metatarsus etwas kürzer als das zweite Glied. Flügel: erste Längsader sehr kurz, dritte und vierte parallel, hintere Querader senkrecht zur vierten, vom Flügelrande weit entfernt, sechste Längsader auf der Wurzelhälfte vorhanden.

1. *tumidulus* Radd., Stett. ent. Zeitg. XXXIV, 326 [*Sympycnus*] (1873)  
Europa centr.

Angesichts der ausführlichen Beschreibungen von Raddatz und Mik l. c. ist eine weitere Charakterisierung nicht erforderlich. Das Tier scheint selten zu sein oder ist bisher übersehen worden; gefunden wurde es bisher in Mecklenburg, in Oberösterreich und bei Moskau.

Ich habe die Typen von Raddatz gesehen. Das Tier gleicht im Habitus, auch hinsichtlich des Kopfbaues und der Beborstung des Thoraxrückens, sowie im äußeren Aussehen des Hypopygs und der Flügel durchaus einem *Campsicnemus*. Die Unterschiede liegen hauptsächlich darin, daß die Augen sich beim Männchen erst weiter unten in der Nähe des Mundrandes berühren und in der geringen Anzahl der Dorsozentralborsten, ferner beim Weibchen in ihrem breiten vorspringenden Gesicht.

### *Anepsiomyia.*

Bezzi, Zeitschr. syst. Hym. Dipt. II, 192. 5 (1902).

*Anepsius* Lw., N. Beitr. V, 45 (1857) praeocc. Le Cont., Coleopt. (1851).

Die Type ist *Porphyrops flaviventris* Meig. Loew vergleicht diese Art mit *Syntormon* und *Argyra*, mit denen sie das behaarte erste Fühlerglied teilen soll. Daß dieser Vergleich mit *Syntormon* nicht ganz zutreffend ist, habe ich schon bei anderer Gelegenheit hervorgehoben, denn bei *Syntormon* ist das erste Fühlerglied teils behaart, teils nackt. Der Vergleich mit der ganz anders organisierten, einer ganz anderen Gruppe angehörigen Gattung *Argyra* ist unverständlich und nur erklärlich und wohl dem Umstande zuzuschreiben, daß Loew dem Merkmal „behaartes oder nacktes erstes Fühlerglied“ eine zu große Bedeutung beigelegt hat, so daß ihm der Gedanke, daß es auch einmal Ausnahmen geben könne, ganz fremd geblieben ist. Da die Gattung *Syntormon*, wenigstens in unserer paläarktischen Region eine rein apikale Fühlerborste hat, so ist die Verwandtschaft mit dieser Gattung für *Anepsiomyia* auch keine ganz natürliche.

Mit ihrer dorsalen bis basalen Fühlerborste und dem ganzen Habitus nach gehört letztere in die Gruppe der Campsieneminae neben *Campsicnemus* und *Sympycenus* trotz des etwas verlängerten dritten Fühlergliedes.

### Gattungscharakter.

Thoraxrücken metallisch schwarz, glänzend, ohne Bestäubung, ohne Akrostikale, mit vier Dorsozentralborsten, denen mitunter noch eine kleinere fünfte vor der ersten beigesellt ist; zwei Hauptborsten am Schildchen mit zwei Nebenborstchen; die anderen Thoraxborsten sind alle vorhanden. — Kopf ungefähr von Thoraxbreite, Augen unter den Fühlern genähert; Gesicht schmal, Taster unbedeutend, Fühler verlängert; erstes Glied behaart, zweites querliegend, drittes breit, dreieckig, lang zugespitzt, mit einer an der Basis ansetzenden Borste, deren erstes Glied so lang wie das dritte Fühlerglied und deren zweites Glied mikroskopisch pubeszent ist. — Hinterleib metallisch schwarz, mit fünf Ringen, die mittleren gelb durchscheinend. Hypopyg klein, unter den Bauch geschlagen, mit einer Reihe kleiner Anhänge. — Beine ziemlich lang, aber mit ganz unentwickelten Schienenborsten. Präapikalborsten fehlen an den Schenkeln; diese sind beim ♂ an den Vorder- und Mittelbeinen auf der Unterseite beborstet, bei dem ♀ sind sie ganz nackt. — Flügel: erste Längsader fast bis zur Flügelmitte reichend, zweite lang, mit der dritten nur wenig divergierend, diese fast parallel zur vierten; hintere Querader senkrecht zur vierten, um mehr als ihre eigene Länge vom Flügelhinterrande entfernt.

1. *flaviventris* Meig. ♂ ♀; Syst. Besch. IV, 58. 28 [*Porphyrops*] (1824)  
Europa centr.



Fig. 289.

*Anepsiomyia flaviventris* Meig. ♂. Kopf. 24:1.

♂. Thorax glänzend schwarz, allmählich nach den Brustseiten hin ins gelbe übergehend. Kopf schwarz. Stirne metallisch gelb, über den Fühlern weiß schimmernd. Gesicht und Taster weiß, Fühler schwarz.

Hinterleib metallisch schwarz bis bronzefarbig, die mittleren Glieder in wechselnder Ausdehnung gelb durchscheinend; Hypopyg mit Anhängen schwarz. Beine nebst Hüften ganz gelb. Vorderschenkel unten der ganzen Länge nach beborstet, Mittelschenkel nur mit einigen wenigen Borsten, Vorderschienen und Metatarsus unten fein bewimpert. — Flügel zart gelbbraunlich. — 2—2,5 mm lang.

♀. Dem Männchen gleich, die Beine jedoch ganz einfach.

### ***Micromorphus.***

Mik, Dipterol. Unters. 6. VII (1878).

#### **Gattungscharakter.**

Sehr kleine, dicht graubraun bestäubte Art, in Färbung und Thoraxbeborstung den Gattungen *Schoenophilus* und *Acropsilus* Mik gleich oder ähnlich.

Thorax ohne Akrostikalbörstchen, mit je vier starken deutlichen Dorsozentral- und zwei Schildborsten, im übrigen mit vollständiger Thoraxbeborstung als 1 Humeral-, 1 Posthumeral-, 1 Präsutural-, 1 Sutural-, 2 Notopleural-, 2 Supraalar- und 1 Postalarborste; vor dem Schildchen ein deutlicher großer flacher Eindruck. — Kopf: das Gesicht ziemlich breit, oben rinnenförmig eingedrückt, unten etwas gewölbt vortretend, wodurch an der Grenze beider Teile auf der Fläche eine Kante hervorgerufen wird, keine eigentliche Querteilung, wie Mik sagt. Rüssel kurz und dick, Taster mäsig groß, dem Rüssel aufliegend. Fühler: erstes Glied oben nackt, zweites quergestellt, drittes kurz, behaart, mit langer dorsaler pubeszenter Borste; zwei Scheitel- und zwei Ozellenborsten. — Hinterleib mit fünf deutlichen Ringen, Hypopyg klein, nussförmig, ziemlich freistehend. — Beine einfach, schlank; Vorderschiene ohne Borsten, Mittelschienen außer den Endborsten mit zwei divergierenden Borsten im ersten Drittel der Oberseite, Hinterschienen mit 3—4 kleinen Borsten der Oberseite in gleichen Abständen; Mittel- und Hinterschenkel mit deutlichen Präapikalen. — Flügel ziemlich lang, die drei mittleren Längsadern fast parallel, hintere Querader auf der vorderen Flügelhälfte, senkrecht zur vierten Längsader, ungefähr um das 3—4 fache ihrer eigenen Länge vom Hinterrande entfernt.

Die Gattung *Acropsilus* Mik steht *Micromorphus* außerordentlich nahe. Die Unterschiede bestehen darin, daß der Körper bei der ersteren Gattung etwas weniger bestäubt ist, daß die Fühlerborste mehr subapikal als dorsal

ist, daß die Flügel ein wenig kürzer sind und daß die hintere Querader dem Flügelhinterrande weit näher gerückt ist; vgl. die Flügelzeichnung bei *Acropsilus*.

*Schoenophilus* hat auch die kurzen Flügel wie *Acropsilus*, aber gerade, parallel laufende dicke Adern mit gefleckter Flügelbeule; die hintere Querader hat dieselbe Stellung wie bei *Acropsilus*, die Fühlerborste ist aber subapikal, ähnlich wie bei *Chrysotus*, und der ganze Habitus ist der einer Hydrophorine.

1. *albipes* Zett., Dipt. Scand. II, 454. 14 [*Hydrophorus*] (1845)  
Europa, Ägypten.  
Radd., Stett. ent. Zeitg. XXXIV, 130. 7 [*Medeterus*] (1873).  
*bellus* Strobl (nec Lw.) [*Thrypticus*] Progr. Seitenstetten 59 (1880).  
*claripennis* Strobl, Wien. ent. Zeitg. XVIII, 124. 80 [*Pseudocropsilus*]  
(1899).

Diese Synonymie hat Strobl in seinen Dipteren von Steyermark II. Nachtrag 91. 122 (1910) selbst ausgesprochen; er hält seine Art nur für eine Varietät mit verdunkelten Beinen, was glaubhaft erscheint.

Siehe auch die ausführliche Beschreibung bei Raddatz und meine nachstehende Figur des Flügels.



Fig. 290.

*Micromorphus albipes* Zett. ♂. Flügel. 24 : 1.

2. *albosetosus* Strobl, Verh. zool.-bot. Ges. Wien XVIII, 189. (1909)  
Hispania, Hungaria.

Ich habe die Type gesehen; die Art unterscheidet sich in erster Linie von *albipes* Zett. durch die langen weißgelben Thoraxborsten und Hinterleibshaare. Kertész fing sie auch in Gyón, Ungarn; im übrigen siehe Strobls Beschreibung.

*bellus* Strobl (nec Lw.) = *albipes* Zett.  
*claripennis* Strobl = var. *albipes* Zett.

***Chrysotimus.***

Loew, N. Beitr. V, 48 (1857).

Loew vergleicht l. c. seine Gattung mit *Chrysotus* Meig. und gibt die Unterschiede an: den Eindruck des Thoraxrückens vor dem Schildchen, die kahlen Beine, die im Leben den Hinterleib nicht horizontal deckenden Flügel, das zum Teil gelbe Kolorit des Körpers, die gelbe Farbe aller Haare und Flügeladern. Im N. Beitrag VIII steht *Chrysotimus* neben *Medeterus* und von der Fühlerborste wird gesagt, daß sie apikal oder doch deutlich subapikal sei. Dieser Loew'schen Ansicht ist es auch wohl zuzuschreiben, daß er, um seine Gattung *Chrysotimus* zu charakterisieren, den ganz unpassenden Vergleich mit *Chrysotus* gewählt hat. Ich vermag mich Loew's Anschauung nicht anzuschließen. Nach meinen Wahrnehmungen ist die Fühlerborste rein dorsal; mit dem schmalen Gesichte, dem kurzen dritten Fühlergliede, dessen dorsaler Borste und den wenig beborsteten Beinen gehört diese Gattung unfehlbar zur Gruppe der Campsineinae; eine Verwandtschaft mit *Chrysotus* und *Medeterus* ist nicht vorhanden.

**Gattungscharakter.**

Kleine metallisch gefärbte, vielfach gelb gezeichnete Arten. Kopf ohne besondere Merkmale. Hinterkopf konvex. Gesicht von mässiiger Breite ohne jede Querteilung, mitunter am Mundrande etwas aufgeworfen. Rüssel und Taster unbedeutend. Fühler klein, erstes Glied nackt, zweites querliegend, drittes kurz dreieckig, vorne abgerundet, mit dorsaler nackter oder mikroskopisch pubeszenter Borste. Thoraxborsten gelb; fünf Dorsozentralborsten, nur zwei Schildborsten, Akrostikale fehlend, Abplattung vor dem Schildchen deutlich. Hinterleib mit sechs Ringen und gelben Haaren. Beine lang, nackt, gelb. Mittelschienen am Ende nur mit drei kleinen Borsten. Hinterschenkel mit Präapikale. Flügel lang, meist gelb mit gelben Adern; dritte und vierte Längsadern schlank gebogen und parallel, hintere Querader weit vom Flügelrande entfernt.

**Bestimmungstabelle.**

- |  |                          |
|--|--------------------------|
| 1. Thorax und Hinterleib metallisch gefärbt, gelbe Borsten         | 2.                       |
| — Thorax metallisch gefärbt, Hinterleib gelb oder teilweise gelb   | 4.                       |
| 2. Fühler gelb, drittes Glied etwas braun. Flügel und Borsten gelb | <i>concinus</i> Zett. ♂. |
| — Fühler schwarz   | 3.                       |

3. Flügel bräunlich, Borsten braun	<i>varicoloris</i> Beck. ♂.
— Flügel und Borsten gelb	<i>molliculus</i> Fall. ♂.
4. Fühler gelb	<i>concinus</i> Zett. ♀.
— Fühler schwarz	5.
5. Hinterleib gelb, Spitze schwarz	<i>molliculus</i> Fall. ♀.
— Erster und dritter Ring gelb	<i>varicoloris</i> Beck. ♀.

### Artregister.

1. *concinus* Zett. ♂ ♀, Dipt. Scand. II, 489. 11 [*Chrysotus*] (1843)  
Europa centr. et sept.  
*molliculus* Fall. p. p., Dipt. Suec. Dolichop. 23. 35 [*Dolichopus*] (1823).  
*diversus* Staeg. in litt. apud Zett. [*Chrysotus*] = *molliculus* Fall.  
*laetus* Meig. = *molliculus* Fall.
2. *molliculus* Fall. ♂ ♀, Dipt. Suec. Dolichop. 23. 35 [*Dolichopus*] (1823)  
Europa.  
*diversus* Staeg. in litt. apud Zett. [*Chrysotus*] (1843).  
*laetus* Meig., Syst. Besch. IV, 43. 8 [*Chrysotus*] (1824).
3. *varicoloris* Beck., Mitt. zool. Mus. Berlin 47. 68 (1908) Ins. Canar.

### *Lamprochromus.*

Mik, Dipterol. Unters. 7. IX (1878).

Mik hat l. c. die Charakteristik dieser Gattung durch Angabe ihrer Unterschiede von *Sympycenus* Lw. gegeben, jedoch stimmt dies nur mit *elegans* Meig. überein; nachdem Strobl später noch eine neue Art *defectivus* bekannt gemacht, ist eine teilweise Abänderung und Neuauftellung der Gattungsmerkmale erforderlich geworden. So sagt Mik, Schenkel und Schienen seien ganz hellgelb gefärbt und die Tarsen der Hinterbeine seien nicht so plump wie bei *Sympycenus* gebildet; auf diese Charakteristik paßt *speciosus* Lw. nicht, bei der die Hinterschienen schwarz, außerdem nebst den Tarsen keulförmig verdickt und plump sind. Vom Thoraxrücken sagt Mik, daß bei *Lamprochromus* drei Dorsalborsten, bei *Sympycenus* 5—6 vorhanden seien; bei ersterer Gattung sind aber stets vier deutliche Dorsalborsten zu sehen, auch hätte Mik die sammetartigen Flecken erwähnen können, die, in beiden Geschlechtern auftretend, ein gutes Gattungs- und Unterscheidungsmerkmal abgeben.

### Gattungscharakter.

Kleine metallisch gefärbte Arten im Habitus von *Sympycnus*. Thorax kurz, mit vier Dorsozentralborsten, zwischen denen die Akrostikalborstchen zweireihig stehen; an Thoraxborsten sind ferner noch vorhanden: 1 Humeral-, 1 Posthumeral-, 2 Notopleural-, 1 Sutural-, 1—2 Supraalar-, 1 Postalarborste, am Schildrande 2 Borsten; die seitlichen, durch die Quernaht hervorgerufenen Eindrücke des Rückens sind durch matt sammetartige schwarze Flecken ausgezeichnet. — Kopf klein wie bei *Campsicnemus*; Gesicht schmal, nach dem Mundrande hin etwas verengt, beim ♀ bis zu  $\frac{1}{3}$  der Kopfbreite breiter. Stirne glänzend; Fühler klein, erstes Glied nackt, zweites querliegend, drittes Glied kurz, mit abgerundeter oder dreieckiger Spitze, pubeszent mit dorsaler Borste. Rüssel und Taster unbedeutend. — Hinterleib mit 5—6 vollständigen Ringen; Hypopyg klein, kappenförmig, mit kaum vortretenden Organen. Beine kräftig, namentlich die Hinterbeine; Hinterschenkel mit Präapikalborste, Vorderschienen auf ihrer Oberseite ohne Borsten, Mittelschienen mit einer in der Nähe der Basis und einer zweiten auf der Mitte, Hinterschienen mit mehreren Einzelborsten; Metatarsus der Hinterbeine kürzer als das zweite Glied. — Flügel von gewöhnlicher Form, jedoch nur mit kleinem, fast verschwindenden Wurzelflügellappen. Die Längsadern sind wenig geschwungen, annähernd parallel, Querader senkrecht, auf der Flügelmitte, vom Hinter- rande um mehr als ihre eigene Länge entfernt; die sechste Längsader ist nur schwach ausgebildet.

### Bestimmungstabelle der Gattung *Lamprochromus*.

#### Männchen.

1. Hinterleib am zweiten und dritten Ringe gelb durchscheinend, drittes Fühlerglied mit abgerundeter Spitze 2.
- Hinterleib ohne gelb durchscheinende Flecken, drittes Fühlerglied ziemlich spitz dreieckig. Beine nebst Vorderhüften gelb, Hinterschenkel und Hinterschienen an der Spitze gebräunt, Tarsen mehr oder weniger braun. 1,7 mm lang *defectivus* Strbl. ♂.
2. Beine nebst Hüften gelb, Vordertarsen schwarz; Hinterschenkel an der Spitze, Hinterschienen nebst Tarsen schwarz, Hinterschienen keulförmig verdickt. 2 mm lang *speciosus* Lw. ♂.
- Beine nebst Hüften gelb und ganz einfach, Tarsen kaum etwas gebräunt. 1,5 mm lang *elegans* Meig. ♂.

#### Weibchen.

1. Dritte und vierte Längsadern gerade und parallel. 1,5 mm lang *elegans* Meig. ♀.
- Dritte und vierte Längsadern schwach, aber deutlich etwas geschwungen. 2 mm lang *speciosus* Lw. ♀.

Anmerkung. Das Weibchen von *defectivus* Strobl ist noch unbekannt.

**Artregister.**

*bifasciatus* Macq. = *elegans* Meig.

Der Beschreibung nach zu urteilen, ist diese Synonymie richtig.

*bifasciellus* Zett. = *elegans* Meig.

Auch diese Gleichstellung ist richtig.

1. *defectivus* Strbl., Wien. ent. Zeitg. XVIII, 121. 78 (1899)

Hispania, Kreta.

Ist durch den nicht gefleckten Hinterleib und die dunkle Schenkelspitze der Hinterbeine von den beiden anderen Arten leicht zu unterscheiden. Ich konnte die Type vergleichen; s. Strobls Beschreibung l. c.

Ich besitze ein Exemplar von der Insel Kreta.

2. *elegans* Meig., Syst. Besch. VI, 362. 9 [*Chrysotus*] (1830) Europa.

*bifasciatus* Macq., Recueil Soc. Sc. Agricult. Lille 260. 12 [*Medeterus*] (1828).

*bifasciellus* Zett., Dipt. Scand. II, 608. 95 [*Dolichopus*] (1843).

*semiflavus* Strbl., XIV. Progr. Seitenstetten 58 [*Diaphorus*] (1880).

Im Katalog Kertész VI ist auch *gratiosus* Meig., Syst. Besch. VII, 158. 35 [*Medeterus*] (1838) als Synonym aufgeführt. Ich hege Zweifel, daß diese Gleichstellung richtig ist. Meigen, der in ähnlichen Fällen stets die gelben Flecken am Hinterleibe erwähnt, spricht nur von einem metallisch grünen Hinterleibe und dabei von beiden Geschlechtern, so daß nicht etwa das Weibchen allein gemeint sein kann. Die Stroblsche Art *defectivus* kann es aber auch nicht wohl sein, da hier Hinterschenkel und Hinterschiene an der Spitze deutlich gebräunt sind, und Meigen nur von blaßgelben Beinen spricht. Ich glaube daher nicht, daß *gratiosus* ein *Lamprochromus* ist, vielmehr möchte ich der Ansicht von Kowarz beipflichten, der einen *Teuchophorus* vermutete. Ohne Typenvergleiche können wir jedoch nichts unterscheiden und tun daher gut, die Art fallen zu lassen.

Meine Exemplare fand ich in Schlesien.

*gratiosus* Meig. = *species dubia*.

*semiflavus* Strbl. = *elegans* Meig. sec. typ.

3. *speciosus* Lw., Schrift. d. K. Ges. Freunde d. Natur Moskau 57. 71 [*Sympycnus*] (1870).

Siehe die Beschreibung bei Loew l. c.

Ich besitze Exemplare aus Teneriffe, Ägypten, Griechenland und Süd-Frankreich.

***Xanthochlorus*.**

Loew, N. Beitr. V, 42 (1857).

*Chrysochlorus* Lw., N. Beitr. V, 48 (1857) lapsus.*Leptopus* Halid., The Zool. Journ. V, 358 (1832) praeocc. Latr. Hemipt. (1809).**Gattungsscharakter.**

Wesentlich gelb, nicht metallisch gefärbte Arten mit gelben Thoraxborsten; keine Akrostikalborstchen, fünf Dorsozentral- und zwei Hauptborsten am Schildchen; die übrigen gewöhnlichen Thoraxborsten sind vorhanden; die Abplattung vor dem Schildchen ist deutlich. — Kopf: Augen unter den Fühlern genähert; diese kurz, erstes Glied nackt, zweites quergestellt, drittes kurz dreieckig, mit basaler pubeszenter Borste. Rüssel kurz und breit; Lippen breit fächerförmig ausgebreitet, Taster klein. — Hinterleib mit sechs Ringen, das Hypopyg deutlich kugelig vortretend,\* mit kurzen Anhängen. — Beine lang, namentlich die Schienen, Beborstung sehr schwach und zart; Präapikalborsten an den Schenkeln fehlend; Vordertarsen etwas länger, Hintertarsen kürzer als die zugehörige Schiene, Hintermetatarsus länger als das zweite Glied. — Flügel: dritte und vierte Längsader konvergierend, sechste Längsader fehlend oder sehr kurz und schwach.

**Artregister.***flavellus* Zett. = *tenellus* Wied.

1. *ornatus* Halid., The Zoolog. Journ. V, 358. 17 [*Medeterus*, *Leptopus*] (1832) Europa.

*tenellus* Fall. (nec Wied.), Dipt. Succ. Dolichop. 23. 24 [*Dolichopus*] (1823).

Beschreibungen dieser Art und von *tenellus* Wied., aus denen man greifbare Merkmale zur Unterscheidung voneinander entnehmen könnte, habe ich trotz der großen Anzahl von Autoren, die sich mit diesen Arten beschäftigt haben, nicht herausfinden können; die Unterschiede sind auch jedenfalls nur geringfügig und nicht augenfällig; außer einer etwas dunkleren, mehr grünlichen Färbung auf dem Thoraxrücken bei *ornatus* Halid. habe ich ebenfalls keine Unterschiede finden können, auch das Längenverhältnis der Tarsen zu ihren Schienen ist das gleiche. Um nun festzustellen, ob *ornatus* und *tenellus* wirklich zwei verschiedene Arten seien, habe ich die Hypopygien mit ihren Organen einer Untersuchung unterzogen und bitte, die beiden unter dem Mikroskop gefertigten Zeichnungen vergleichen zu

wollen. Die äußeren Organe sind bei beiden Arten von ähnlicher, etwas unbestimmter Form und zart behaart, die inneren Organe sind nackt und bei beiden Arten verschieden an Form und Stellung, so daß man hieran in den meisten Fällen schon bei den Männchen die Art wird feststellen können. Ich habe mit *a* die äußeren, mit *i* die inneren Organe und mit *p* die Penisscheide bezeichnet. Bei Vergleichung der beiden Zeichnungen der Hypopygien wird man sehen, daß die inneren Organe *i* bei *tenellus* glatt, ohne Borsten, knüppelförmig und nach vorne gebogen sind, bei *ornatus* umgekehrt, nach hinten geneigt, außerdem tragen letztere auf der Mitte ihrer Unterseite eine dicke Einzelborste. Es genügt diese Darstellung zur Unterscheidung der Arten; sicher werden auch die übrigen sehr komplizierten



Fig. 291.

*Xanthochlorus ornatus* Halid. ♂. 48 : 1.

Formen noch anderweitige Unterschiede bieten, jedoch sind diese in meinen Figuren nicht alle und auch sicher nicht einwandfrei zur Darstellung gelangt, da die Präparation dieser zarten Gebilde ihre großen Schwierigkeiten hat und mir nicht so hat gelingen wollen, wie ich es gern gesehen hätte, denn sie müssen zum großen Teil mit den Luftblasen aus der geschlossenen Hülle des Hypopygs herausgepreßt werden, wobei sie leicht verletzt oder übereinander gefaltet werden, so daß ihre wirkliche Form verloren geht; die beiden paarweise auftretenden Organe *i* sind aber richtig zur Darstellung gelangt und lassen sich vielfach auch schon an trockenen Exemplaren erkennen. Durch obige Vergleichung zeigt sich aber, daß unsere bisherige, nur auf etwas verschiedene Färbung des Körpers begründete Artunterscheidung doch richtig ist, da sie durch verschiedene Form der männlichen Analanhänge erhärtet wird.

2. *tenellus* Wied., Zool. Mag. I, 1. 73. 20 [*Dolichopus*] (1817) Europa.  
*flavellus* Zett., Dipt. Scand. II, 618. 105 [*Dolichopus*] (1843).

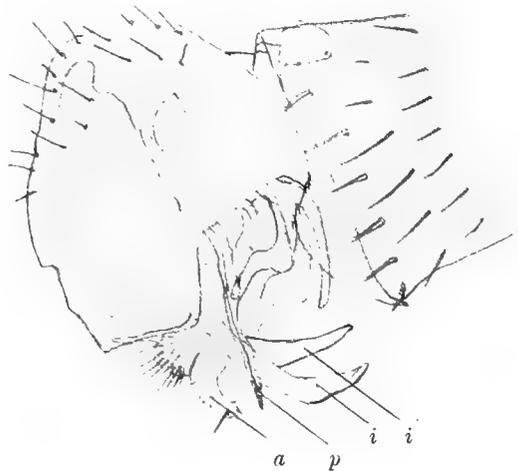


Fig. 292.

*Xanthochlorus tenellus* Wied. ♂. 48 : 1.

Angesichts der vorstehenden Auseinandersetzungen bei *ornatus* Halid.  
 genügt hier der Hinweis auf vorstehende Figur des Hypopygiums.  
*tenellus* Fall. (nec Wied.) = *ornatus* Halid.

3. *ultramontanus* n. sp. ♂.



Fig. 293.

*Xanthochlorus ultramontanus* Beck. ♂. 48 : 1.

Durch die schwarzen Fühler, bei denen nur das erste Glied rot ist, unterscheidet man diese Art zunächst auf den ersten Blick, in der übrigen Körperfärbung auf Thorax und Hinterleib gleicht sie sehr der Art *ornatus*; aber auch hier entspricht der Unterschied in der Fühlerfarbe einem weiteren Unterschied in Form der inneren Hypopygialanhänge, die zunächst entgegengesetzt und zwar nach vorne gerichtet sind, außerdem aber eine wesentlich andere Form zeigen; ferner ist auch die Gestalt der Penisscheide, die einem geknickten Stabe ähnelt, eine ganz andere als bei beiden anderen Arten.

### *Microtes* nov. genus.

#### Gattungscharakter.

Diese nachstehend beschriebene Art bildet eine neue Gattung in der Gruppe der Campsieneminae, wohin sie wegen ihrer Kopf- und Fühlerform gehört; bemerkenswert ist sie wegen des krebsschwanzartig gebogenen männlichen Hinterleibes und wegen ihrer Flügeladerung; sie ist Bewohnerin der Mittelmeerküste.

Kleine metallisch gefärbte Art. Thoraxrücken mit je sechs Dorsozentralen und deutlich zweireihigen Akrostikalborstchen. Schildchen mit zwei starken seitlich gestellten Randborsten; die übrigen gewöhnlichen Thoraxborsten sind vorhanden. — Kopf kaum etwas breiter als der Thorax. Augen pubeszent, hochgestellt, unter den Fühlern allmählich nach dem Mundrande hin sich nähernd; Gesicht schmal, am Mundrande etwas vortretend, was namentlich beim ♀ deutlich wird. Taster klein; Rüssel beim ♂ unbedeutend, beim ♀ etwas dick, nach unten verlängert. Fühler kurz; das erste Glied nackt, zweites querliegend, drittes kurz dreieckig; Fühlerborste dorsal, beim ♂ näher nach der Spitze hin gerückt und fast subapikal, drittes Fühlerglied deutlich pubeszent, Borste fast nackt. — Hinterleib mit sechs Ringen und dickem verlängerten Hypopyg, dessen äußere und innere Anhänge gleich lang vorstehen; der ganze Hinterleib ist beim ♂ fast halbkreisförmig gebogen. Beine verhältnismäßig kräftig, aber nicht besonders lang, einfach und sehr schwach beborstet. Präapikalborsten vorhanden, beim ♀ deutlicher als beim ♂. Hintermetatarsus ungefähr ebenso lang wie das zweite Glied; Pulvillen und Klauen gut entwickelt. — Flügel von gewöhnlicher Form, hinterer Flügellappen schwach entwickelt; die ersten vier Längsadern sind auf die obere Hälfte zusammengedrängt, dritte und vierte sanft geschwungen und parallel, die vierte an der Flügelspitze mündend; hintere Querader ungefähr im ersten Drittel der Flügellänge, der Basis sehr

nahe gerückt, sechste Längsader vorhanden, dicht vor dem Hinterrande abbrechend.

1. *mediterraneus* n. sp. ♂ ♀.

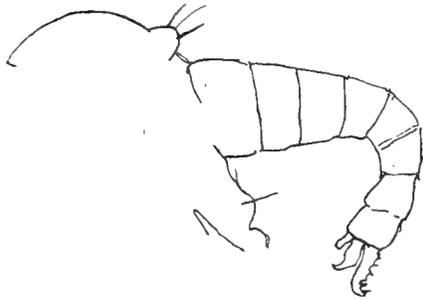


Fig. 294.

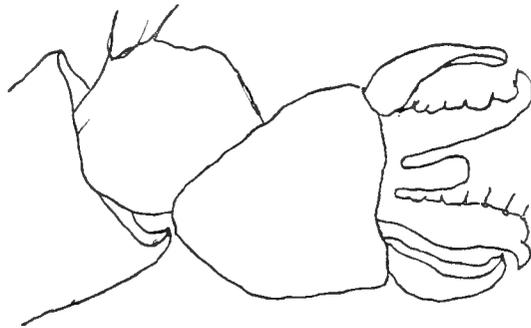


Fig. 295.

*Microtes mediterraneus* Beck. ♂. Hinterleib. 24:1. *Microtes mediterraneus* Beck. ♂. Hypopyg. 48:1.

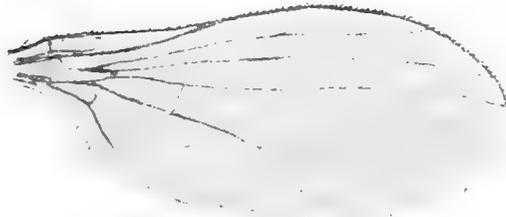


Fig. 296.



Fig. 297.

*Microtes mediterraneus* Beck. ♂. Flügel. 24:1. *Microtes mediterraneus* Beck. ♀. Kopf. 24:1.



Fig. 298.

*Microtes mediterraneus* Beck. ♀. Fühler. 96:1.

♂ ♀. Thoraxrücken graubräunlich bestäubt, Schüppchen weiß mit weißen Wimpern, Schwinger blafsgelb. — Stirne mattbraun, Gesicht schwarz, der untere vortretende Teil etwas graulich. Fühler schwarz, Taster gelblich. —

Hinterleib erzfarbig; Hypopyg glänzend schwarz, äußere Anhänge gelbbraunlich, auf der einen Seite mit kurzen Dornen besetzt, die inneren Organe farblos, schalen- oder blattförmig. — Beine schwarzbraun, Hüftgelenke, Kniee und die vorderen Schienen zum größten Teil gelb. — Flügel schwach bräunlich.

Ich erbeutete diese Art auf der Insel Brioni bei Pola und auf Korfu.

### *Anomalopyga.*

Oldenb., Entomol. Mitt. V Nr. 5/8, p. 187 (1916).

#### Gattungscharakter.

Kleine metallisch gefärbte Art, die mit ihrem sehr großen ungestielten Hypopyg in etwas an einige Formen von *Hercostomus* erinnert; wegen des nackten ersten Fühlergliedes, des stark zugespitzten behaarten dritten Fühlergliedes und des Fehlens fast aller Borsten an den Beinen kann diese Art jedoch nicht bei *Hercostomus* zu den Dolichopodinen eingereiht werden, ist vielmehr zu den Campsicneminen zu stellen.

♂. Thorax mit sechs Dorsozentralen und zwei deutlichen Reihen von Akrostikalbörstchen; die übrigen gewöhnlichen Thoraxborsten sind vorhanden; Schildchen mit zwei starken seitlichen Randborsten. Kopf: Augen pubeszent, unter den Fühlern dem Mundrande genähert. Gesicht schmal, Taster und Rüssel unbedeutend. Fühler: erstes Glied nackt, zweites quergestellt, drittes spitz dreieckig, pubeszent, mit einer fast nackten dorsalen Borste. Hinterleib kurz, nicht länger als der Thorax, verhältnismäßig dick, mit fünf kurzen Ringen und einem dicken stiellosen, unsymmetrisch gebildeten Hypopyg, dessen Anhänge unten nur wenig abgerundet vortreten. Beine einfach, fast ohne Borsten; Vorderschienen nackt, Mittel- und Hinterschienen mit 1—2 zarten Börstchen auf der Oberseite, auch die Endborsten sind wenig entwickelt; Hintermetatarsus deutlich kürzer als das zweite Glied. Flügel von gewöhnlicher Form, aber schmal; dritte und vierte Längsadern parallel oder schwach konvergierend, hintere Querader auf der Flügelmitte, vom Hinterrande ungefähr um das Doppelte der eigenen Länge entfernt.

♀. Das Gesicht ein wenig breiter, immerhin verhältnismäßig schmal.

Anmerkung. Ich kann außer einer Umrisszeichnung des Hinterleibes von dem Hypopyg bei dem einzigen Exemplar keine speziellere Zeichnung der inneren und äußeren Organe geben, jedoch ist auch ohne besondere Präparation zu sehen, daß diese Organe aus einem Bündel vieler

kleiner blattförmiger zugespitzter Lamellen bestehen. Von hinten gesehen, wird eine Längsspalte am Hypopyg bemerkbar, welche die ungleiche Teilung desselben einleitet; siehe auch die Figur 1—2 bei Oldenberg.

*acuticornis* Oldenb. ♂ ♀.

Thoraxrücken und Schildchen erzgrün, leicht grau bereift, Brustseiten aschgrau. Schwinger blafsgelb, Schüppchen ebenso, dunkel bewimpert. Kopf: Stirne matt schwarzgrau, Gesicht matt schwarz, Taster braun, Fühler schwarz, in der oben angegebenen Form (s. Fig. 300). Hinterleib erzgrün, Hypopyg glänzend schwarz. Beine mit Hüften gelb, Hinterschenkel auf der Oberseite bräunlich verdunkelt, desgleichen die Spitze der Hinterschienen und die Hintertarsen, sowie die Endglieder der vorderen Tarsen. Flügel zart graubräunlich gefärbt. — 2 mm lang.

Aus Herkulesbad, Ungarn. Sammlung von Oldenberg und meine Sammlung.

Siehe die ausführliche Beschreibung bei Oldenberg.

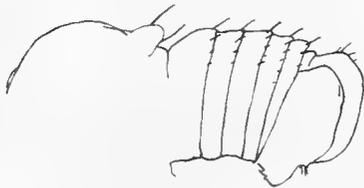


Fig. 299.

*Anomalopyga acuticornis* Oldenb. ♂. Hinterleib.  
18 : 1.



Fig. 300.

*Anomalopyga acuticornis* Oldenb. ♂. Fühler.  
72 : 1.

Anmerkung. Das durch eine Längsfurche unsymmetrisch geteilte Hypopyg ist bei den Dolichopodiden ungewöhnlich, aber doch nicht so selten, wie man bisher geglaubt hat; es findet sich wieder in der Gruppe der Hydrophorinae bei einer Reihe von Gattungen wie *Sphyrotarsus* Mik, *Asphyrotarsus* Oldenb., *Liancalus* Lw., *Orthoceratium* Schrank und *Thinophilus* Wahlb., ein Umstand, der bisher unbeachtet geblieben ist. Wenn wir diese unsymmetrische Gestaltung des Hypopygs nun auch in der Gruppe der Campsieneminae wiederfinden, so ist das ein neuer Beweis dafür, daß die Form des Hypopygs allein für eine Gattung niemals ausschlaggebend ist, und daß daher nach dieser Form allein niemals eine Gattung gebildet werden kann.

Gruppe IX.

**Chrysosomatinae.**

**Agonosomatinae, Leptopodinae, Psilopodinae, Sciopodinae Auct.**

*Sciopus*.<sup>1)</sup>

Zeller, Isis XI, 831. 14 (1842) [*Sciapus*].

*Amblypsilopus* Big., Ann. Soc. Ent. Fr. 269 (1890).

*Gnamptopsilopus* Aldr., Kansas Univ. Quart. II, 47 (1893).

*Leptopus* Fall., Dipt. Suec. Dolichop. 23 (1823),

    praeoccup. von Latr. Hemipt. (1809),

    "      " Raf. Pisces (1815),

    "      " Lam. Crustac. (1819).

*Psilopus* Meig., Syst. Besch. IV, 35. CXXV (1824),

    praeoccup. von Poli Mollusk. (1795).

*Psilopodinus* Big., Ann. Soc. Ent. Fr. 269 et 289 (1890).

*Psilopodius* Rond., Dipt. Ital. Prodr. IV, 11 (1861).

*Sciapus* Auctor.

Der Gattungsname *Psilopus* Meig. hat in der Literatur lange allein das Feld behauptet und galt als Repräsentant der Arten aller Weltteile dieser Gruppe, bis man dann schliesslich herausfand, dass er bereits früher vergeben war; ein gleiches Schicksal war dem Namen *Leptopus* Fall. bereitet; an ihrer Stelle tauchten dann die Namen *Sciapus* Zell., *Psilopodinus* Rond. und *Psilopodius* Big. auf. Hätte man sich nur an diese mit europäischen Typen vorgeführten Gattungen gehalten oder zu halten brauchen, so wäre die Auswahl des Namens für die paläarktischen Arten nicht schwierig gewesen, denn es ist klar, dass unter diesen *Sciopus* Zell. den Vorzug genießt. Unglücklicherweise hat man aber auch die durch die Guérinsche Publikation

<sup>1)</sup> *Sciopus*, nicht *Sciapus* nach Analogie in der Wortbildung wie *Sciomyza*, *Sciodromia* u. a.

bekannt gemachten Gattungen *Chrysosoma* und *Agonosoma* mit Arten aus Neu-Guinea als gleichbedeutend mit *Sciopus* angesehen und da die Namen älter waren, ihnen nun den Vorrang eingeräumt, ohne die Verwandtschaft dieser typischen Arten aus Neu-Guinea mit den Vertretern unserer paläarktischen Fauna durch Vergleichung festgestellt zu haben. Ehe ich nun auf die Berechtigung eines der beiden Gattungsnamen *Chrysosoma* oder *Agonosoma* eingehe, will ich nur bemerken, daß unsere Gattung *Sciopus* zwar in allen Regionen vorkommt, jedoch in keiner, aufer in der paläarktischen Zone, eine führende Rolle spielt, daß dahingegen die Gattung *Chrysosoma* nur in der orientalischen und äthiopischen Region zu Hause ist, hier aber auch als Hauptgattung angetroffen wird. Da nun ohne Schwierigkeit festzustellen ist, daß die durch Zeichnung und Beschreibung gesicherten typischen Arten der Gattung *Chrysosoma* Guér. nicht mit den Arten der Gattung *Sciopus* zusammengeworfen werden können, so kann auch von einer Übertragung des Namens *Chrysosoma* auf unsere paläarktischen Arten keine Rede mehr sein.

Wie schwer es häufig ist, in der Nomenklatur das Richtige aufzufinden und der Wahrheit zum Durchbruch zu verhelfen, sieht man beispielsweise daran, daß Verrall in der Wiener ent. Zeitg. 1907 S. 279 „Dipterological Nomenclature“ sich wiederum für die Beibehaltung des Namens *Psilopus* Meig. einsetzt. Er behauptet, daß eine Präokkupation dieses Namens nicht bestünde; er sagt hierzu: „It is now stated, that Poli's Molluscous name of 1795 was not used in a generic sense and that therefore after all Meigen's name can remain.“ Verrall ist hier durchaus im Irrtum: *Psilopus* Poli ist ein richtiger Name für eine Gattung der Mollusken; wenn trotzdem der Name nicht in Gebrauch genommen ist, so hat das eine andere Ursache; die Gattung ist nämlich ein Synonym der Molluskengattung *Chama* L., ihr Name ist daher natürlich von einer Weiterverwendung ausgeschlossen.

Da nun die Namen *Chrysosoma* und *Agonosoma* vielfach bei Publikationen für *Psilopus* Meig. gebraucht worden sind und man die Aufzählung aller dieser Fälle von irrtümlicher Verwendung in meinem obigen Verzeichnisse der Synonyme vielleicht vermessen wird, so will ich zunächst über diese beiden Namen das erforderlich erscheinende zur Aufklärung anführen. Einzelheiten verdanke ich der Mitteilung meines Freundes Dr. Kertész und des Herrn Professors C. Apstein, Berlin.

Im Katalog Kertész steht folgendes:

*Chrysosoma* Guér., Voyage de la Coquille, Zool. Atlas, tab. XII  
(1832).

*Agonosoma* Guér., Voyage de la Coquille, Zool. II pars 2. 293 (1838) als Text zu *Chrysosoma*.

Diese Katalog-Angaben sind nur für *Agonosoma* richtig.

Da die Berechtigung eines Namens häufig von der Zeit seines Erscheinens oder der seiner (angeblichen) Synonyme abhängig gemacht werden muß, so wollen wir hier zunächst die Zeitangaben einer genauen Prüfung unterziehen, um dann später die Berechtigung der Namengebung selbst zu untersuchen.

In dem Journal général de l'Imprimerie de la Librairie oder in der Bibliographie de la France, Paris 1811—1850, ein Blatt, in welchem über französische Reisewerke gute Auskunft gegeben wird, ist auch über die Voyage de la Coquille berichtet worden und gesagt, daß der Text dazu in Lieferungen erschienen sei und zwar von 1826—1838; siehe hierüber auch Sherborn und Woodward in: Annal. nat. Hist. ser. VII p. 391, wo für den Druck des Textes das Jahr 1838 angegeben wird. Bei Sherborn und Woodward, Ann. nat. Hist. ser. 7, XVII p. 395 (1906) ist auch noch folgendes zu lesen: Lesson, Hist. nat. Zoophytes Acalept. 1843 p. 47 schreibt: „mais le texte mis en magasin chez le libraire, n'a pu paraître qu'avec celui des insectes et des crustacés qu'en 1838.“

Diese Notizen sind wohl wenig bekannt gewesen, denn sowohl über die Zeit des Erscheinens der Guérinschen Tafel als auch des Textes waren bisher vielfach andere Angaben verbreitet. So steht in Skudders Nomenklator bei *Chrysosoma* Guér. Atlas die Jahreszahl 1826 und bei *Agonosoma* Guér., Text zu *Chrysosoma*, 1830; beides ist falsch. Die Zahl 1826 gilt nur als das erste Erscheinungsjahr aller Textlieferungen, Skudder mag dies wohl mit dem Erscheinen der Guérinschen Tafel verwechselt haben. Die Jahreszahl 1830 beruht wahrscheinlich auf einem Druckfehler: am Titelblatt der Voyage Coquille ist nämlich bei *Agonosoma* Guér. anstatt 1838 versehentlich 1830 gedruckt worden; Skudder hat hiernach diese irreführende Angabe weiter gegeben. Ein guter Beweis dafür, daß hier nur ein Druckfehler vorliegt, ist in folgendem zu finden: Guérin schreibt im Text der Voyage p. 293 wie folgt: „M. Macquart, n'ayant probablement pas eu connaissance de nos planches du voyage autour de monde, a donné le nom de *Chrysosoma* à un genre de Muscides, ce que nous oblige (?) à changer notre nom, quoiqu'il soit publié depuis longtemps dans nos planches.“ Da Macquart seine Gattung *Chrysosoma* 1834 veröffentlichte, so geht hieraus hervor, daß Guérin die Gattung *Agonosoma* nicht schon 1830 aufgestellt haben kann.

Bei *Chryosoma* ist im Katalog Kertész das Erscheinen der Guérinschen Tafel XII mit der Jahreszahl 1832 angegeben; zunächst muß es heißen: Tafel XX nicht XII, auf welcher ersterer zwei *Chryosoma*-Arten abgebildet sind. Als Zeit des Erscheinens ist ferner das Jahr 1832 nicht ganz korrekt; es muß heißen 1831 und zwar mit der speziellen Angabe: 25. VII., die vom Professor Maerenthal<sup>1)</sup> Berlin ausfindig gemacht und festgestellt worden ist. Die Jahreszahl 1832 (und auch noch 1835) sind Angaben, die vermutlich auf Verwechslungen mit Korrekturabzügen beruhen, die man früher vielfach ausgetauscht haben soll (s. Sherborn und Woodward).

Dafs der Text der Guérinschen Abhandlung so viele Jahre später erschien als seine Figurentafel XX, ist durchaus kein ungewöhnlicher Vorgang; gerade bei Veröffentlichungen über wissenschaftliche Forschungsreisen kann dieser Fall sehr leicht eintreten; das umfangreiche Sammelmateriale wird natürlich an viele Mitarbeiter, Spezialisten, zur Aufarbeitung verteilt, und da ist es selbstverständlich, dafs nicht alle zur bestimmten Zeit fertig werden und dafs der Druck erst erfolgen kann, nachdem alle Mitarbeiter ihr druckfertiges Manuskript eingereicht haben; so konnte auch hier, wie schon erwähnt, der Textdruck der Guérinschen Abhandlung erst 1838 erfolgen. Trotz der sieben Jahre, die zwischen diesen beiden Veröffentlichungen liegen, sind beide Arbeiten doch nur als eine einzige Abhandlung aufzufassen.

Mittlerweile hatte Macquart im Jahre 1834 ein Musciden-Genus mit dem gleichen Namen *Chryosoma* veröffentlicht in den Mem. Soc. Sc. Lille 255 (1834). Daraufhin macht Guérin in seiner Publikation 1838 vor Macquart eine höfliche Verbeugung und ändert ihm zuliebe seinen Namen *Chryosoma* in *Agonosoma* ab. Das war in doppelter Hinsicht eine verunglückte Handlungsweise: einmal geht aus Guérins schon früher zitierten Worten hervor, dafs er sehr wohl wufste, keine Verpflichtung zur Abänderung seines Gattungsnamens Macquart gegenüber zu besitzen, er wollte aber dem berühmten Kollegen eine Gefälligkeit erweisen und ihm den Vorrang lassen; andererseits hatte der Name *Agonosoma* keine Gültigkeit mehr, nachdem ihn Laporte 1833 schon für eine Hemipteren-Gattung verwendet hatte. Guérin hatte damit also nur ein ungültiges Synonym geschaffen. —

Nachdem wir so über die Zeit des Erscheinens dieser Schriften das erforderliche und wohl endgültig annehmbare angegeben haben, wollen wir nun der Frage näher treten, ob der Name *Chryosoma* Guér. als Gattungs-

<sup>1)</sup> Herr Professor Maerenthal ist ebenso wie Professor Apstein Mitglied der permanenten internationalen Kommission für die Regeln der Nomenklatur, deren Mitglieder dazu berufen sind, in strittigen Fällen ihr Votum abzugeben.

name mit der Jahreszahl 1831 angenommen werden kann, obschon er durch keinen Text, sondern nur durch eine Abbildung gestützt wird, oder ob er dem Macquartschen Namen *Chryosoma* 1834 gegenüber das Feld zu räumen hat. Letzterer Ansicht bin ich mehrfach begegnet unter Hinweis darauf, daß unsere Nomenklaturregeln keine oder ungenügende Auskunft erteilen; aus einigen derselben sei vielmehr zu entnehmen, daß eine Figur allein ohne Text keine Gattung begründen könne; die Guérinsche Gattung sei demnach erst durch den Text von 1838 gesichert und müsse anstatt *Agonosoma* einen neuen Namen erhalten. Es bleibt uns also nichts anderes übrig, als in eine genaue Prüfung der einschlägigen Regeln einzutreten.

Die heute gültigen internationalen Regeln der Nomenklatur sind allmählich herausgewachsen aus den Beschlüssen der internationalen Zoologen-Kongresse von Paris 1889, Moskau 1892, Leiden 1895, Cambridge 1898, Berlin 1901, Bern 1904; eine 1895 gewählte permanente Kommission mit wechselnden Mitgliedern hat sich mit der Festsetzung der Grundsätze, der Regeln selbst, ihrer Fassung und Veröffentlichung befaßt und zu befassen. Die hier in Betracht kommenden Regeln sind folgende:

1. Regeln der zoologischen Nomenklatur nach den Beschlüssen des V. internationalen Zoologen-Kongresses Berlin 1901 und

2. Règles internationales de la nomenclature zoologique, adoptées par les Congrès internationaux de Zoologie. Paris 1905.

Die 1901 in Berlin gefaßten Beschlüsse fußen auf denen des vorhergehenden Kongresses in Cambridge und lauten mit Bezug auf unseren vorliegenden Fall (s. S. 937 IV. § 3):

„Als Autor eines wissenschaftlichen Namens gilt derjenige, der denselben in Begleitung einer Kennzeichnung veröffentlicht hat“ — und weiter s. S. 940 VII. § 4 b:

„Ein sowohl von einer Beschreibung als von einer Figur begleiteter Speziesname ist einem Namen vorzuziehen, dem entweder nur eine Diagnose oder nur eine Figur beigegeben ist.“

Es wird hier also im ersten Absatz zunächst eine Kennzeichnung verlangt; im zweiten Absatz wird dann für einen Speziesnamen der Wert einer Figur geradezu mit dem Werte eines schriftlichen Kennzeichens, einer Diagnose gleichgestellt.

Diese so formulierten Beschlüsse von 1901 wurden nun durch die permanente internationale Kommission weiter verarbeitet, im Wortlaut etwas spezieller gefaßt, dem Kongresse in Bern 1904 vorgelegt, dort genehmigt und 1905 in deutscher, englischer und französischer Sprache gedruckt.

Nach Artikel 25 der Regeln lautet nun der betreffende Text in englischer Fassung wie folgt:

„condition: that this name was published and accompanied by an indication, or a definition or a description.“

Da die Ausdrücke „definition“ und „description“ für eine figürliche Darstellung nicht in Frage kommen, so fragt es sich, ob nicht vielleicht unter „indication“ auch eine Figur verstanden werden kann. Eine Erläuterung zu diesem Artikel ist in Opinion 1 der internationalen Nomenklatur-Kommission gegeben, es heißt da: „The word ‘indication’ in art. 25 a is to be construed as follows: A. with regard to specific names an ‘indication’ is 1. a bibliographic reference, or 2. a published figure (illustration) or 3. a definite citation of an earlier name, for which a new name is proposed. B. with regard to generic names 1. a bibliographic reference or 2. a definite citation of an earlier name, for which a new name is proposed or 3. the citation or designation of a type species.“

Es ist hiernach also bei der Deutung und Anwendung des Wortes „indication“ ein Unterschied zu machen zwischen Artnamen und Gattungsnamen. Nun hat Guérin auf Tafel XX 1831 zwei Arten seiner Gattung abgebildet und mit Details kenntlich gemacht; sie sind durch Veröffentlichung gültig geworden. Durch diese beiden Arten ist aber auch die zugehörige Gattung festgelegt und gültig geworden.

Über diese „Opinions“ ist folgendes zu sagen: Von der internationalen Nomenklatur-Kommission werden sogenannte Opinions herausgegeben. Strittige Nomenklaturfragen, besonders schwierige Fälle, werden der Kommission, die derzeit aus 18 Mitgliedern besteht, vorgelegt, und diese hat ihr Votum abzugeben. Die erste Frage gleich betraf das Wort „indication“; diese Opinions werden von der Smithianian-Institution gedruckt und versandt. Opinion 1 findet sich in: Smithianian Institution Washington. Publication 1938. Juli 1910. Auch in den Berichten über die internationalen Zoologen-Kongresse finden sich diese Opinions meist im Auszuge abgedruckt, so Graz 1910: Opinions 6—25; so Monaco 1913 Opinions 1—56; so Boston 1912 Opinions 1—5.

Nach diesen Darstellungen erscheint die Sachlage geklärt. Die gültige Literaturangabe für *Chryosoma* lautet wie folgt:

*Chryosoma* Guér., Voyage de la Coquille, Zool. Atlas Tab. XX  
25. VII. (1831).

*Agonosoma* Guér. (nec Laporte), Voyage de la Coquille Zool. II  
pars 2. Text zu *Chryosoma* p. 293 (1838).

Type: *fasciatum* Guér. l. c. p. 293 (1838); tab. XX fig. 6 (nec 5)  
 [*Chrysosoma*] (1831).  
 desgl. *maculipenne* Guér. l. c. p. 294 (1838) tab. XX fig. 5 (nec 6)  
 [*Chrysosoma*] (1831).

Als typische Art hat die zuerst genannte *fasciatum* zu gelten. Die Figuren sind ausreichend, um die Gattungseigentümlichkeiten, die sich in Form und Beborstung der Fühler kundgeben, zum Ausdruck zu bringen, da die Fühler in genügend grossem Mafsstabe gezeichnet sind. Es sind also weder sachliche noch formelle Bedenken mehr vorhanden.

Damit wird denn auch der Gattungsname *Chrysosoma* Macq. 1834 hinfällig; ich schlage statt seiner vor: *Parachrysosoma*.

Ich habe diese Prioritätsfrage und die Berechtigung meiner Anschauung hier etwas ausführlicher behandelt, als es sonst vielleicht im Rahmen dieser Abhandlung hätte erforderlich erscheinen können; es war mir aber auch nicht möglich, mich kürzer zu fassen, ohne unverständlich zu werden und ohne alle möglichen Einwendungen abwehren zu können. Da *Chrysosoma* eine Gattung der indischen Region ist und uns hier direkt noch nicht interessiert, so hätte ich vielleicht bis zur Erörterung der orientalischen Fauna warten können; da es aber auch schon hier nötig wird, den richtigen Gruppennamen nach dem ältesten Gattungsnamen (*Chrysosoma*) zu bilden, so entschlofs ich mich, die ganze Frage schon an dieser Stelle aufzurollen und sie ausführlich zu behandeln, um damit alle bisherigen Unrichtigkeiten, alle Zweifel und Fragen zu berichtigen und zu beantworten. Ich hoffe damit den bisherigen etwas unglücklich verlaufenen Versuchen zur Regelung der Nomenklatur und der Synonymie durch eine nicht mehr anfechtbare Lösung ein Ende bereitet zu haben.

In unserem Verzeichnis der Synonyme von *Sciopus* findet man auch zwei bisher nicht genannte Namen: *Amblypsilopus* Bigot und *Gnamptopsilopus* Aldrich, deren Synonymie noch zu erörtern wäre. Beide Schriftsteller haben, Aldrich für die nordamerikanische Fauna, Bigot für seine Psilopodinen der ganzen Welt eine gröfsere Anzahl von Gattungen aufgestellt, über deren Wert und Berechtigung wir werden zu urteilen haben. Obgleich diese Erörterungen schon in das Gebiet der anderen Faunen hinübergreifen, erachte ich es doch für nicht unpassend, diese beiden Autoren, anstatt zwei von ihren Gattungen herauszugreifen und abgesondert zu behandeln, hier im Zusammenhange vorzuführen.

**Aldrich.**

Aldrich hat in Kansas Univers. Quart. II Nr. 1 Juli 1893 p. 47, 48 eine Einteilung der nordamerikanischen *Psilopus*-Gattungen gegeben, indem er Loew Folge leistet, der die Arten nach hell und dunkel gewimperten Schüppchen trennte.

- I. Helle Wimpern: a) *Aptorthus* Aldr., ohne Gabelader = *Mesorhaga* Schin.  
 b) *Gnamptopsilopus* Aldr., mit Gabelader, Gesicht breit, Stirne tief eingesattelt. Schildchen mit zwei Hauptborsten. Fühlerborste dorsal.  
 c) *Leptorethrum* Aldr., mit Gabelader. Gesicht schmal. Stirne kaum eingesattelt. Schildchen mit zwei Hauptborsten. Fühlerborste dorsal.
- II. Dunkle Wimpern: *Psilopus* Aldr. (nec Meig.). Schildchen mit vier fast gleichwertigen Borsten. Fühlerborste dorsal.

Hierzu kann man sagen, daß die Arten der Gattung *Psilopus* Aldr. (nec Meig.) voll und ganz den südamerikanischen Arten in der Gattung *Condylostylus* Big. entsprechen. Der Name *Psilopus* ist daher hier nicht glücklich gewählt; unsere paläarktischen Arten haben alle helle Zilien und entsprechen auch hinsichtlich der Beborstung der Aldrichschen Gattung *Gnamptopsilopus*; für die südamerikanischen Arten wird ein neuer Name zu wählen sein, den wir aus Bigots Publikationen entnehmen können; siehe bei *Condylostylus* Big.

Die Aldrichsche Gattung *Aptorthus* ist synonym mit *Mesorhaga* Schin.

Die Gattung *Leptorethrum* kenne ich noch nicht aus eigener Anschauung und vermag kein Urteil darüber abzugeben, ob die Gesichtsbreite ein hinreichender Grund zur Trennung von *Gnamptopsilopus* ist; bei unserer Gattung *Sciopus* spielt die Gesichtsbreite keine unterscheidende Rolle.

**Bigot.**

Bigot, der in seiner Sammlung Arten aus allen Weltteilen besaß, hat uns bei systematischer Ordnung derselben mit 18 Gattungsnamen beglückt; zuerst in einem Tableau synoptique, Ann. Soc. Ent. Fr. 3. Serie VII p. 215, 220—231 (1859). Von den hier aufgestellten Gattungen hat er dann in derselben Zeitschrift 1888, Bull. XXIV, sieben Namen als ungültig erklärt und gleich darauf wieder neue Gattungsnamen unter Nennung einer

Art als Type gewählt. Diese und andere Gattungen sind dann von ihm im Jahre 1890 in gleicher Zeitschrift p. 268—282 in einer „Liste synoptique des Genres“ mit kurzer Diagnose zusammengestellt. — Aus diesem Sammelurium von Benennungen, Umänderungen, Ungültigkeitserklärungen, Synonymen, Vergeßlichkeiten, Schreibfehlern, unglücklichen Namen und weiteren Neuschöpfungen gewinnt man sofort den Eindruck, daß bei weitem die meisten Namen überflüssig sind und nur eine Bereicherung an Ballast darstellen. Immerhin bedarf die ganze literarische Tätigkeit Bigots hier doch einer kritischen Revision, da es möglich erscheint, daß ein oder der andere Name für eine passende Gattungsform gewählt und beibehalten werden könnte. Zu diesem Zwecke wollen wir nachstehend die Bigotschen Gattungsgründungen in alphabetischer Reihenfolge, wie sie im Katalog Kertész VI aufgeführt sind, vorführen und sie einer Durchsicht unterziehen.

- a) *Amblypsilopus* Big., Ann. Soc. Ent. France, Bull. XXIV Ser. 6. VIII (1888) et Ann. Soc. Ent. Fr. Ser. 6. X, 269 (1890).

Type: *Psilopus psittacinus* Lw., Monogr. Dipt. Amer. II, 281 (1864) Nord-Amerika.

Die Flügel sind hier am Vorderrande ausgebuchtet und bilden am Ende der zweiten Längsader eine spitze Ecke; der weibliche Flügel ist normal, es liegt hier daher nur ein geschlechtliches Merkmal vor, kein Gattungsmerkmal, ähnlich wie bei einigen unserer paläarktischen Arten, bei denen im männlichen Geschlecht die Vorderrandader der Flügel eingebogen ist. Die Schüppchen sind hell bewimpert, nicht schwarz, wie bei fast allen südamerikanischen Arten, das dritte Fühlerglied ist klein, rund, mit einer dorsalen Borste, und das Schildchen hat nur zwei Hauptborsten; diese Art gehört mit einer Reihe anderer nordamerikanischer Arten zur Gattung *Sciopus* Zell.; auch Aldrich teilt seinem Katalog zufolge diese Ansicht.

- b) *Condylostylus* Big., Ann. Soc. Ent. Fr. 3. Serie VII p. 215 (1859).  
*Condilotylus* Big., Ann. Soc. Ent. Fr. 3. Serie VII p. 223 (1859).

Type: *Psilopus bituberculatus* Macq., Dipt. exot. II, 2. 120. 14 tab. XX fig. 2 (1842) Brasilien.

Diese Gattung *Condylostylus* hat Bigot, Ann. Soc. Ent. Fr. Bull. XXIV (1888) als überflüssig gestrichen und diese Streichung im Jahre 1890 derselben Zeitschrift p. 264 wiederholt; einen besonderen Grund dafür hat er nicht angegeben. Nach Macquarts Darstellung entspricht die Art *bituberculatus* den gewöhnlichen buntflügeligen Arten Brasiliens mit einer auf der

Mitte und am Ende lamellenförmig verbreiterten dorsalen Fühlerborste ( $\sigma$ ), wie dies ohne jede andere Abweichung mehrfach vorkommt und auf das männliche Geschlecht beschränkt bleibt. Ein Grund, diese Arten wegen der Fühlerborste als eine besondere Gattung zu führen, liegt nicht vor. *Condylostylus* ist hier der führende Gattungsname.

c) *Dasypsilopus* Big., Ann. Soc. Ent. Fr. 215 et 224 (1859).

Type: *Psilopus pilipes* Macq., Dipt. exot. II, 2. 117. 8 tab. XXI  
fig. 6 (1842) Brasilien.

Diese Gattung hat Bigot im Jahre 1888 der gleichen Zeitschrift Bull. XXIV wieder gestrichen, ebenso 1890 p. 264. Die Art *pilipes* ist eine buntflügelige Art und steht in der Nähe meiner Art *inconstans*. Siehe dort, gehört also zu *Condylostylus* Bigot.

*Eudasyus* Bigot = *Mesoblepharius* Bigot. Siehe das Nähere dort.

d) *Eurostomerus* Big., Ann. Soc. Ent. Fr. 215 et 223 (1859).

Type: *Psilopus coeruleus* Macq., Dipt. exot.

Diese typische Art, welche von Bigot angegeben wird, kommt meines Wissens in Macquarts Diptères exotiques und überhaupt auch bei Macquart nicht vor. Bigot hat dann diesen Namen 1888 Bull. XXIV gestrichen; derselbe ist als nomen nudum auch für uns von keiner weiteren Bedeutung.

e) *Gymnoceromyia* Big., Ann. Soc. Ent. Fr. 276 et 293 (1890).

Type: *Gym. andicola* Big., l. c. 293 Chile.

Die Hauptmerkmale, welche Bigot angibt, bestehen darin, daß bei *andicola*  $\sigma$  die beiden letzten Tarsenglieder der Mittelbeine verbreitert und behaart sind und daß die dorsale Fühlerborste, lang ausgezogen, an der Spitze eine kleine Verdickung zeigt; beides sind Eigenschaften, die bei süd-amerikanischen Männchen häufig auftreten, aber nur als geschlechtliche Merkmale bewertet werden können; ähnliche Arten hat Bigot mehrfach zu Gattungen gestempelt; siehe bei *Condylostylus*, *Dasypsilopus* und *Margaritostylus*.

f) *Heteropsilopus* Big., Ann. Soc. Ent. Fr. 215 et 224 (1859).

Type: *Psilopus grandis* Macq., Dipt. exot. suppl. 4. 126. 28  
tab. XII fig. 7 (1849) Australien.

Macquart stellt diese Art dar mit einer Endborste auf dem kegelförmig zugespitzten dritten Fühlergliede und mit stark S förmig gebogener

hinterer Querader, ein Typus, der in der indischen Region häufig vertreten ist; siehe bei *Chrysosoma* Guér.

g) *Margaritostylus* Big., Ann. Soc. Ent. Fr. 215 et 222 (1859).

*Spathipsilopus* Big., Ann. Soc. Ent. Fr. 268 (1890).

*Spathipsilopus* Big., Ann. Soc. Ent. Fr. 283 (1890).

„ Big., Ann. Soc. Ent. Fr. Bull. XXIV (1888).

Typen: *Psilopus globifer* Wied., Aufereurop. zweifl. Ins. II, 221. 16 (1830) China.

? *Psilopus bituberculatus* Macq., Dipt. exot. II, 2. 120. 14 tab. XX fig. 2 (1842) Brasilien.

Die Art *globifer* Wied. hat ein kegelförmiges drittes Fühlerglied mit Endborste, die am Ende etwas verdickt ist. Das ist indischer Typus von *Chrysosoma*; dagegen hat die zweite Art *bituberculatus* Macq. eine dorsale Fühlerborste, was dem südamerikanischen Typus entspricht. Diese zweite von Bigot 1890 hinzugesetzte typische Art muß als störendes Zwischenglied betrachtet werden. Die oben von Bigot angegebene Synonymie ist nicht richtig, er hat zwei verschiedene Gattungen miteinander vermischt.

h) *Megistostylus* Big., Ann. Soc. Ent. Fr. 215 (1859).

*Megistostylus* Big., Ann. Soc. Ent. Fr. 222 (1859).

Type: *Psilopus crinicornis* Wied., Anal. Entomol. 39. 68 [Dolichopus] (1824) et Aufereurop. Ins. II, 222. 20 (1830) Java.

Die Fühlerborste ist apikal, mit dem dritten Gliede verwachsen, lang. Indischer Typus *Megistostylus* Big., Ann. Soc. Ent. Fr. Bull. XXIV (1888); hier wird die Gattung von Bigot gestrichen, hat aber Berechtigung.

i) *Mesoblepharius* Big., Ann. Soc. Ent. Fr. 215 et 222 (1859).

*Eudasypus* Big., Ann. Soc. Ent. Fr. Bull. XXIV (1888) et Ann. Soc. Ent. Fr. 268 (1890).

Type: *Psilopus senegalensis* Macq., S. à Buff. I, 450 (1834) et Dipt. exot. II, 2. 114. 1 tab. XIX fig. 4 (1842)

Senegal, West-Afrika.

*M. senegalensis* Macq. ist eine Art mit lang behaarten Mittelbeinen, langer apikaler Fühlerborste und stark S förmig gebogener hinterer Querader, was dem indischen Typus *Chrysosoma* entspricht. Weshalb Bigot die obige Umtaufe vorgenommen hat, wird nicht von ihm erörtert. Auch diese Gattung ist ein Synonym von *Chrysosoma* Guér.

Anmerkung. Im Text p. 114 ist Tab. 20 angegeben; es muß heißen: Tab. 19.

k) *Oariostylus* Big., Ann. Soc. Ent. Fr. 215 et 223 (1859).

*Oariophorus* Big., Ann. Soc. Ent. Fr. Bull. XXIV (1888).

.. Big., Ann. Soc. Ent. Fr. 270 (1890).

Type: *Psilopus tuberculicornis* Macq., Dipt. exot. suppl. V, 84. 31 tab. IV fig. 13 (1855) Ins. Marquesas, Stillter Ozean.

Auch diesen Gattungsnamen hat Bigot 1888 ohne ersichtlichen Grund durch einen anderen ersetzt.

*Variostylus* Big., Ann. Soc. Ent. Fr. 264 (1890) liest man l. c. als eine zweite Verunbesserung. Die Gattung *Oariostylus* ist synonym mit *Chryssoma* Guér.

l) *Aedipsilopus* Big., Ann. Soc. Ent. Fr. 215 (1859).

*Oedipsilopus* Big., Ann. Soc. Ent. Fr. 224 (1859).

Type: *Psilopus posticatus* Wied., Aufereurop. zweifl. Ins. II, 217. 7 (1830) Brasilien.

Diese Gattung streicht Bigot 1888 Bull. XXIV und nochmals 1890 p. 264, ohne sie durch eine neue zu ersetzen. Die typische Art *posticatus* zeigt, wie die meisten südamerikanischen Arten, verbreiterte Hintertarsen und Flügel mit Querbinden nebst dorsaler Fühlerborste (*Condylostylus*).

m) *Psilopodinus* Big., Ann. Soc. Ent. Fr. 269 et 289 (1890).

Type: *Psilopus platypterus* Fbr., Syst. Anfl. 270. 20 [*Dolichopus*] (1805).

Die Gattung ist also Synonym von *Sciopus* Zell.

*Spathiopsilopus* Big. = *Margaritostylus* Big.

n) *Tylochaetus* Big., Ann. Soc. Ent. Fr. Bull. XXIV (1888).

.. Big., Ann. Soc. Ent. Fr. 269 (1890).

Type: *Psilopus bituberculatus* Macq., Dipt. exot. II, 2. 120. 14 tab. XX fig. 2 (1842) Brasilien.

Auf die vorliegende typische Art hat Bigot also drei verschiedene Gattungen aufgestellt; siehe *Condilotylus* (1859), *Spathiopsilopus* (1890) und *Tylochaetus* (1890).

*Variostylus* Big. = *Oariostylus* Big.

Über die Verwertung obiger Bigotscher Namen für Vertreter der zugehörigen Faunengebiete siehe das weitere bei der Behandlung der Gattungen der einzelnen Regionen.

### Gattungscharakter.

Mittelgroße, metallisch gefärbte Arten mit kurzem Thorax, langem Hinterleib und langen Beinen. Thoraxrücken gewöhnlich mit sechs, mitunter auch nur mit 4—5 Dorsozentralborsten und deutlichen, selten verschwindenden zweireihigen Akrostikalborstchen. Schildchen mit nur zwei starken Randborsten, neben denen nur noch jederseits ein kleines Härchen zu sehen ist. Die Schüppchen sind hell bewimpert.

Kopf ein wenig breiter als der Thorax, flach und etwas breiter als hoch. Augen nackt, in beiden Geschlechtern getrennt, Gesicht gewöhnlich breit, unten etwas buckelig gewölbt, ohne Querteilung und nicht ganz bis zum unteren Augenrande reichend. Scheitel deutlich eingesenkt; Punktaugenhöcker deutlich vortretend. Taster und Rüssel unbedeutend. Fühler kurz, erstes Glied nackt, zweites quergestellt, drittes kurz, meist rund mit nackter oder mikroskopisch pubeszenter Rückenborste.

Hinterleib schlank, zylindrisch mit sechs vollen Ringen. Hypopyg klein, meist von kelchförmiger Gestalt, mit deutlich vortretenden Organen. Spezielleres hierüber siehe weiter unten.

Beine mit Hüften lang und schlank, besonders lang sind die Tarsen und deren erstes Glied, mit oder ohne Verzierung oder mit besonderer Färbung.

Flügel groß, mit gegabelter vierter Längsader.

### Das Hypopygium.

Das Hypopyg in dieser Gattung ist nicht ganz einheitlich gebildet und zeigt auch die eigentümliche Entwicklung einer Form, die ich nur bei den paläarktischen Arten gefunden habe und die mir einer besonderen Besprechung wert erscheint. — Die äußere Hülle des Hypopygs ist meist von ellipsoider oder knospenartiger Sackform, oben und am Ende mit einem Schlitz, oben auch meist noch mit einer lappigen Verlängerung. Die beiden oberen Ecken sind mit wenigen Ausnahmen stark band- oder knüppelförmig verlängert und tragen alle auf der einen Seite eine bemerkenswerte starke Borste; siehe die Figg. 337, 338, 339 und andere; diese Ausläufer der Chitinhülle biegen sich zangenförmig zusammen und schließen so den oberen Schlitz der ganzen Hülle. Aus der Endöffnung der letzteren treten

nun band- oder blattförmige behaarte Organe heraus, die wir allgemein als die äußeren Anhänge bezeichnet haben und die in ihrer Konstruktion mit den Hypopygien anderer Gattungen und Gruppen korrespondieren. Die Penisscheide hat ihren Ursprung nicht im Hypopygium selbst, sondern in dem letzten Hinterleibsabschnitt.

Alle diese sexuellen Hilfsorgane mit Ausnahme des unpaarigen Penis, äußere und innere, sind in dieser Familie symmetrisch und paarweise angeordnet; solche normale Anordnung finden wir in dieser Gattung bei folgenden Arten: *platypterus* Fbr. Fig. 301; *nervosus* Lehm. Fig. 317; *evanidus* Bezzi Fig. 323; *lesinensis* Mik; *nigricornis* Lw. Fig. 329; *sylvaticus* Beck.; *euzonus* Lw. Fig. 331. Diese sieben Arten bilden so eine kleine Gruppe für sich.

Bei allen übrigen Arten tritt zu diesen beiden äußeren Lamellen noch ein verbindendes neues Glied hinzu; die äußeren Anhänge bestehen hier aus zwei Teilen: zwei kleine dunkle behaarte Lamellen umfassen von beiden Seiten einen helleren dünnen Flächenausschnitt, den ich auf meinen Figuren mit dem Buchstaben *x* bezeichnet habe, und sind mit ihm verwachsen; dies unpaarige Organ *x* ist aber in Wirklichkeit nicht immer ganz unpaarig; bei der Präparation sieht man mitunter die Endhälfte gespalten und beide Enden auseinander gebogen. Immerhin bilden die beiden kleinen ovalen dunklen Lamellen mit dem Organ *x* zusammen auch in dem Falle der teilweisen Spaltung von *x* eine Einheit, niemals zwei Teile; der Zustand des vollkommenen Zusammenschlusses beider Teile, also der vollkommen unpaarige Zustand bildet aber die Regel, die Spaltung die Ausnahme; solche Ausnahmen bestehen z. B. bei den Arten *montium* Beck. Fig. 327; *contristans* Wied. Fig. 333; *lobipes* Meig. Fig. 330 und *longulus* Fall. Fig. 335; ich bitte die Figuren daraufhin anzuschauen. Arten, bei denen das Organ *x* ganz, nicht gespalten auftritt, sind beispielsweise: *Costae* Mik. Fig. 313; *Wiedemanni* Fall. Fig. 318; *aberrans* Beck. Fig. 339; *maritimus* Lichtw. Fig. 338. — Wir sehen hier wahrscheinlich also einen Umformungsprozess noch in seiner Entwicklung vor uns. Meiner Auffassung nach scheint mir der paarige Zustand als der natürlichere auch der ursprünglichere, der ältere zu sein; die Umwandlung des Organes *x* in ein unpaariges Organ ist bei den meisten Arten bereits vollzogen, bei einigen wenigen steht sie noch aus.

Das Vorhandensein eines unpaarigen Gliedes, bei den zur Unterstützung der Kopulation herausgebildeten Hilfsorganen, ist jedenfalls eine Anomalie in dieser Familie; bei den Vertretern dieser Gattung in den übrigen Regionen kommt etwas derartiges auch nicht vor, ob in anderen Dipteren-Familien?

### Artregister und Synonyme.

(Alphabetisch geordnet.)

- |  |   |
|--|---|
| 1. <i>aberrans</i> n. sp.                    | 17. <i>gracilipes</i> Lw.                       |
| 2. <i>adumbratus</i> Beck.                   | <i>gracilis</i> Wied. = <i>longulus</i> Fall.   |
| 3. <i>albifrons</i> Meig.                    | <i>lacteitarsis</i> Beck. = <i>lesinensis</i>   |
| <i>contristans</i> Meig. (nec Wied.).        | Mik.*   |
| <i>lobipes</i> Zett. (nec Meig.).            | 18. <i>laetus</i> Meig.                         |
| 4. <i>albimanus</i> Beck.                    | 19. <i>lesinensis</i> Mik.                      |
| <i>albonotatus</i> Lw. = <i>pallens</i>      | <i>lacteitarsis</i> Beck.                       |
| Wied.  | 20. <i>lobipes</i> Meig.                        |
| 5. <i>albovittatus</i> Strbl.                | <i>lobipes</i> Zell. (nec Meig.) = <i>albi-</i> |
| 6. <i>algirus</i> Macq.                      | <i>frons</i> Meig.                              |
| 7. <i>bellus</i> Lw.                         | Loewi Beck. = <i>contristans</i>                |
| 8. <i>calceolatus</i> Lw.                    | Wied.   |
| <i>contristans</i> Meig. (nec Wied.)         | 21. <i>longulus</i> Fall.                       |
| = <i>albifrons</i> Meig.                     | <i>gracilis</i> Wied. i. litt. apud Meig.       |
| 9. <i>contristans</i> Wied.                  | <i>lugens</i> Lw.                               |
| <i>flexus</i> Lw.                            | <i>obscurus</i> Meig.                           |
| Loewi Beck.                                  | <i>ludens</i> Lw. = <i>flavicinctus</i> Lw.     |
| <i>regalis</i> Meig.                         | <i>macrodactylus</i> Lw. = <i>evanidus</i>      |
| 10. <i>Costae</i> Mik.                       | Bezzi.  |
| <i>eximius</i> A. Costa (nec Walk.).         | 22. <i>maritimus</i> Beck.                      |
| <i>mediterraneus</i> Beck.                   | <i>mediterraneus</i> Beck. = <i>Costae</i>      |
| <i>crinipes</i> Meig. = <i>platypterus</i>   | Mik.  |
| Fbr.   | 23. <i>montium</i> Beck.                        |
| 11. <i>euchromus</i> Lw.                     | 24. <i>nervosus</i> Lehm.                       |
| <i>eutarsus</i> Schin. = <i>euzonus</i> Lw.  | 25. <i>nigricornis</i> Lw.                      |
| 12. <i>euzonus</i> Lw.                       | <i>obscurus</i> Meig. = <i>longulus</i> Fall.   |
| <i>eutarsus</i> Schin.                       | 26. <i>opacus</i> Lw.                           |
| 13. <i>evanidus</i> Bezzi.                   | 27. <i>pallens</i> Wied.                        |
| <i>macrodactylus</i> Lw. i. litt.            | <i>albonotatus</i> Lw.                          |
| <i>eximius</i> A. Costa = <i>Costae</i> Mik. | 28. <i>platypterus</i> Fbr.                     |
| 14. <i>fasciatus</i> Macq.                   | <i>crinipes</i> Meig.                           |
| 15. <i>flavicinctus</i> Lw.                  | <i>tipularius</i> Fall.                         |
| <i>ludens</i> Lw.                            | <i>regalis</i> Meig. = <i>contristans</i>       |
| <i>flexus</i> Lw. = <i>contristans</i> Wied. | Wied.   |
| 16. <i>fulgens</i> v. Ros.                   | <i>robustus</i> Lw. (nec Walk.) = <i>vali-</i>  |
| <i>glaucescens</i> Lw. = <i>validus</i> Lw.  | <i>dus</i> Lw.                                  |

- |  |                                  |
|--|----------------------------------|
| 29. <i>spiniger</i> Zett.                    | <i>glaucescens</i> Lw.           |
| 30. <i>sylvaticus</i> Beck.                  | <i>robustus</i> Lw. (nec Walk.). |
| 31. <i>tenuinervis</i> Lw.                   | 33. <i>vialis</i> Radd.          |
| <i>tipularius</i> Fall. = <i>platypterus</i> | 34. <i>Wiedemanni</i> Fall.      |
| Fbr.   | 35. <i>zonatulus</i> Zett.       |
| 32. <i>validus</i> Lw.                       |                                  |

### Artbeschreibung.

#### I. Arten, deren Männchen in Form oder Farbe verzierte Tarsen haben.

1. *Sciopus platypterus* Fbr. ♂ ♀, Syst. Antl. 270. 20 [*Dolichopus*] (1805) Europa.  
*crinipes* Meig. ♀, Syst. Besch. VI, 361. 9 (1830) [*Psilopus*].  
*tipularius* Fall., Dipt. Suec. Dolichop. 23. 1 [*Leptopus*] (1823).

♂. Charakterisiert durch das schmale weisse Gesicht. Fühler rotgelb, drittes Glied verdunkelt. Thoraxrücken mit den normalen sechs Dorsozentralborsten und deutlichen Akrostikalen. Das Hypopyg ist ganz schwarz, von geschlossener kelchförmiger Gestalt mit etwas länglichen, dunklen, behaarten äusseren Anhängen (s. Fig. 301). Beine nebst allen Hüften hell

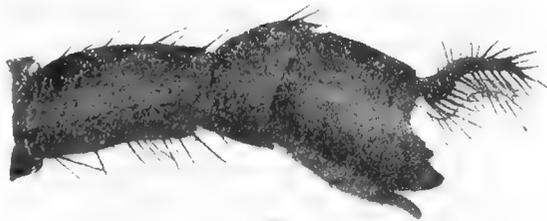


Fig. 301.

*Sciopus platypterus* Fbr. ♂. Hypopyg. 24 : 1.



Fig. 302.

*Sciopus platypterus* Fbr. ♂. Mitteltarsen. 16 : 1.

rotgelb; an den Mitteltarsen ist das dritte und vierte Glied schneeweiss und ein wenig verbreitert, das fünfte Glied schwarz (s. Fig. 302). Vorderhüften hell behaart und beborstet. Vorderschenkel unten und namentlich gegen die Spitze hin dicht hell behaart. Mittel- und Hinterschenkel unten nackt;

Borste auf den Hinterhüften weiß. — Flügel sehr breit; Länge derselben, vom Hinterwinkel bis zur Spitze gemessen, nur gleich der doppelten Breite; die rechtwinklig abzweigende Gabelader ist nur schwach. 4,5—5 mm lang.

♀. Dem ♂ ähnlich, aber kleiner; die Flügel haben mehr die normale Form, Länge gleich  $2\frac{1}{2}$  mal der Breite. Die Beine sind kürzer. Vordersehenkel wie bei allen Arten mit 4—5 gelben Stachelborsten. Nachstehend ein Bild der weiblichen Legeröhre (Fig. 303).



Fig. 303.

*Sciopus platypterus* Fbr. ♀. Weibliche Legeröhre. 96 : 1.

Ich gebe zu dieser und zu den folgenden Beschreibungen die Längenverhältnisse aller Schienen zu ihren Tarsen, auch Metatarsen und den übrigen Tarsengliedern, weil diese Längenverhältnisse für viele Arten charakteristisch erscheinen. Alle diese Längen sind, wo nichts anderes bemerkt ist, bei 16 facher Vergrößerung gemessen und in mm angegeben.

- ♂. Vorderschiene 27, Metatarsus 21, die übrigen Glieder zusammen 36.  
Längenverhältnis der Schiene zu den Tarsen wie 27 : 57 oder wie 1 : 2,5.  
Mittelschiene 54, Metatarsus 36, die übrigen Glieder zusammen 33.  
Verhältnis wie 54 : 69 oder wie 1 : 1,33.  
Hinterschiene 62, Tarsen zusammen 70.  
Verhältnis wie 62 : 70 oder wie 1 : 1,12.
- ♀. Vorderschiene 24, Metatarsus 22, die übrigen Glieder zusammen 24.  
Verhältnis wie 24 : 46 oder annähernd wie 1 : 2.  
Mittelschiene 40, Tarsen zusammen 50.  
Verhältnis wie 40 : 50 oder wie 1 : 1,25.  
Hinterschiene 50, Tarsen zusammen 55.  
Verhältnis wie 50 : 55 oder wie 1 : 1,10.

2. *Sciopus bellus* Lw. ♂♀, Berl. ent. Zeitschr. XVII, 44. 38 (1873)

Europa centr. et merid.

Eine Beschreibung hat Loew kaum gegeben; die kurze lateinische Diagnose des ♂ gibt nur einige Unterschiede von *platypterus* an; es ist außer der letzteren die einzige Art, bei denen die männlichen Mitteltarsen durch Form und Farbe ausgezeichnet sind.



Fig. 304.

*Sciopus bellus* Lw. ♂. Flügel. 16:1.

Fig. 305.

*Sciopus bellus* Lw. ♂. Mitteltarsen. 16:1.

♂. Der metallisch grünblaue Thoraxrücken ist durch Bestäubung etwas grau. Das weiße Gesicht ist schmal, kaum breiter als das dritte Fühlerglied und reicht ungefähr bis zum unteren Augenrand. Stirne weiß bestäubt, Taster blafs-gelb. Fühler rotgelb, das zweite und dritte Glied braunschwarz. Hinterleib graugrün, schwarz behaart. Hypopyg glänzend schwarz, von derselben Größe und Form auch in den äußeren Anhängen, wie bei *platypterus*, soweit dies unter der Lupe beobachtet werden kann. Beine mit allen Hüften blafs-gelb, Tarsenendglieder schwach bräunlich. Vorderhüften mit gelben Borsten, Vorderschenkel wie bei *platypterus* unten und an der Spitze gelb behaart: Mittelschienen an der Basis der Oberseite mit einem Borstenpaar. Mitteltarsen sehr dünn, das erste Glied lang, die folgenden drei annähernd gleich lang, das dritte etwas weißlich, das vierte an beiden Seiten aber ungleich stark schwarz behaart, so daß die Behaarung auf einer Seite lappenförmig vortritt (s. Fig. 305); das fünfte Glied sehr kurz, dünn und schwarz. — Flügel von ähnlicher Form wie bei *platypterus*,

nur doppelt so lang wie breit; auch hier ist die Gabelader im ersten Teil sehr schwach ausgebildet und rechtwinklig abzweigend. 4—5 mm lang.

♀. Das Weibchen ist dem von *platypterus* durchaus ähnlich, hat aber dunklere Fühler, die wesentlich schwarz sind, nur das erste Glied ist an der Wurzel gelb, wie Loew dies auch bemerkt.

- ♂. Vorderschiene 24, Metatarsus 21, die übrigen vier Glieder 24.  
Verhältnis von Schiene zu Tarsen wie 24:45 oder wie 1:1,9.  
Mittelschiene 50, Metatarsus 35, die übrigen vier Glieder 24.  
Verhältnis wie 50:59 oder wie 1:1,2.  
Hinterschiene 60, Metatarsus 31, die übrigen vier Glieder 29.  
Verhältnis wie 60:60 oder wie 1:1.
- ♀. Vorderschiene 24, Vordertarsen 47.  
Verhältnis wie 24:47 oder wie 1:2.  
Mittelschiene 42, Mitteltarsen 53.  
Verhältnis wie 42:53 oder wie 1:1,25.  
Hinterschiene 51, Hintertarsen 57.  
Verhältnis wie 51:57 oder wie 1:1,1.

Der Hintermetatarsus ist in beiden Geschlechtern reichlich 1,5 mal so lang wie das zweite Glied.

Meine Exemplare stammen aus Schlesien und Siebenbürgen.

3. *Sciopus calceolatus* Lw. ♂, N. Beitr. VI, 1. 3 (1859) Spanien.

♂. Thorax und Schildchen dicht graugrün bestäubt. Stirn und Gesicht weißgrau, letzteres breit, Taster gelb. Fühler schwarz, nur das erste Glied unten etwas gelblich; das dritte Glied eiförmig, etwas länger als breit. Hinterleib graugrün, mit braunen Vorderrandsbinden. Das kleine schwarze Hypopyg hat einen anderen Bau als bei *platypterus* und *bellus*, und zwar diejenige Form, welche ich bei der Gattungsbeschreibung in zweiter Linie beschrieben habe, die durch das besondere Organ *x* gekennzeichnet ist. — Beine nebst Vorderhüften gelb, Vorderschenkel unten ohne Borsten; Mittel- und Hinterhüften grau, Vorderschienen auf der Spitzenhälfte mit den Tarsen braun, letztes Glied eiförmig verbreitert, schwarz. Vordertarsen fast zweimal so lang wie die Schiene (nach Loews Angabe). Bei dem typischen Exemplare sind leider die letzten Tarsenglieder aller Beine abgebrochen, so daß ich die genauen Längen und Verhältniszahlen nicht angeben kann; siehe das Weitere bei Loew. Flügel graulich, 2,5 mal so

lang wie breit, dritte Längsader an der Spitze gebogen, die Gabelader annähernd rechtwinklig abzweigend (s. Fig. 306). 5 mm lang.

♀. Das Weibchen ist noch unbekannt.

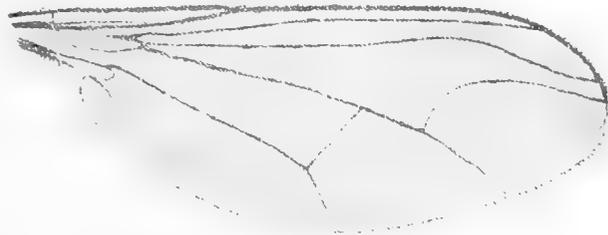


Fig. 306.

*Sciopus calceolatus* Lw. ♂. Flügel. 16:1.

4. *Sciopus vialis* Radd. ♂♀, Stett. ent. Zeitg. XXXIV, 331 (1873)

Europa centr.

♂. Thoraxrücken gelbgrau bestäubt. Stirne und Gesicht weißgrau. Fühler gelb, drittes Glied braun. Hinterleib mit schmalen braunschwarzen Vorderrandsbinden. Bauch auf der vorderen Hälfte nebst den Seiten des zweiten und dritten Ringes gelb. Hypopygium gelbbraun bis schwarzbraun mit äußeren braunen und inneren gelben Anhängen, im Charakter der Art *calceolatus*. — Beine und alle Hüften gelblich. Schenkel an der Basis der Unterseite mit einigen steifen weißen Haaren. Vorderfüße reichlich doppelt so lang wie die Schiene; das erste Glied länger als die Schiene, das vierte etwas kürzer als das dritte, und das fünfte kurz, etwas erweitert und schwarz. Flügel graulich, die Gabelader rechtwinklig aufsteigend, hernach plötzlich umbiegend. 4,5—5 mm lang.

Vorderschiene 22, Metatarsus 25, die übrigen vier Glieder zusammen 22.

Verhältnis der Schiene zu den Tarsen wie 22:47 oder wie 1:2,1.  
Mittelschiene 38, Metatarsus 30, die übrigen vier Glieder zusammen 28.

Verhältnis wie 38:58 oder wie 1:1,53.

Hinterschiene 46, Metatarsus 17, die übrigen vier Glieder zusammen 31.

Verhältnis wie 46:48 oder annähernd wie 1:1.

♀. Dem Männchen ähnlich gefärbt; die Beine sind etwas kürzer, die Längenverhältnisse aber annähernd die gleichen; etwas kleiner als das ♂.

Ich sah die typischen Exemplare des Berliner Museums.

5. *Sciopus albimanus* n. sp. ♂♀ (Lichtwardt in litt.).

♂. Thoraxrücken dicht hell graugrün bestäubt, mit zwei feinen dunklen Längslinien. Gesicht breit, weiß, Stirne grau. Fühler gelb, drittes Glied etwas dunkler. Hinterleib graugrün, mit breiten braunen Vorderrandsbinden; Hypopyg von gleicher Konstruktion wie bei *calceolatus* und *vialis*, das Organ *x* hat Ähnlichkeit mit dem von *longulus*. — Beine mit allen Hüften gelb: Vorderschenkel unterseits nackt; das fünfte Glied der Vorderfüße weiß. Metatarsus der Hinterbeine kürzer als das zweite Glied. 6 mm lang.

♂. Vorderschiene 42, Metatarsus 42, die übrigen vier Glieder zusammen 38.

Verhältnis der Schiene zu den Tarsen wie 1:2.

Mittelschiene 60, Metatarsus 46, die übrigen vier Glieder zusammen 41.

Verhältnis wie 60:87 oder wie 1:1,45.

Hinterschiene 75, Metatarsus 27, die übrigen vier Glieder zusammen 53.

Verhältnis wie 75:80 oder wie 1:1,07.

♀. Vorderschiene 51, Metatarsus 36, die übrigen vier Glieder zusammen 36.

Verhältnis wie 51:72 oder wie 1:1,4.

Mittelschiene 71, Metatarsus 43, die übrigen vier Glieder zusammen 52.

Verhältnis wie 71:95 oder wie 1:1,34.

Hinterschiene 90, Metatarsus 26, die übrigen vier Glieder zusammen 68.

Verhältnis wie 90:94 oder annähernd wie 1:1.

Ein Pärchen in Lichtwardts Sammlung aus Spanien, Algeziras.

6. *Sciopus flavicinctus* Lw. ♂♀, N. Beitr. V, 4. 6 (1857)

Europa merid. et centr.

*ludens* Lw., Berl. ent. Zeitschr. XVII, 44 (1873).

Ich hatte zunächst *ludens* für eine besondere Art angenommen, bei Aufstellung meiner Bestimmungstabelle jedoch fand ich so große Übereinstimmung zwischen *flavicinctus* und *ludens* Lw., daß ich genauere Untersuchungen über die Form des Hypopygiums und seiner Anhänge, sowie

über die Längenverhältnisse der Beine anstellte; ich fand die Hypopygialanhänge gleich, auch die Längenverhältnisse zwischen Schienen und Tarsen sind, selbst bei etwas wechselnder Länge der einzelnen Glieder dieselben, oder nur so wenig abweichend, daß man zu der Ansicht gelangen muß, dieselbe Art vor sich zu haben. Was Loew veranlaßt haben mag, zwei Arten zu unterscheiden, mag wohl die gelbliche Färbung der ersten Hinterleibsringe bei *flavicinctus* gewesen sein; diese allein für sich kann aber mangels plastischer Merkmale niemals eine besondere Art begründen, höchstens kann man *ludens* als Farbenvarietät ansehen. Ich habe die Loew'schen Typen untersuchen können.

♂. Thoraxrücken gelbgrau bestäubt, häufig mit dunklen Punkteflecken an den Wurzeln der Borsten. Stirne weiß, auf der Mitte gelblich, Gesicht breit weiß; Taster und Fühler gelb, drittes Glied braun bis schwarz.



Fig. 307.

*Sciopus flavicinctus* Lw. ♂. Hypopyg. 24:1.

Hinterleib auf der Wurzelhälfte gelblich, welche Farbe oben mehr oder weniger durch braune Vorderrandsbinden verdeckt wird; Behaarung sehr zart. Hypopyg gelbbraun, matt graubraun bestäubt, mit gelblichen Anhängen (s. Fig. 307). — Beine mit allen Hüften gelb, Vordertarsen schwarzbraun. Vorderhüften nur



Fig. 308.

*Sciopus flavicinctus* Lw. ♂. Vorderbein. 16:1.

an der Wurzel spärlich gelb beborstet; Vorderschenkel unten nackt, die übrigen Schenkel ebenso, überhaupt sind alle Teile der Beine ohne besondere Beborstung, außer den feinen anliegenden mikroskopischen Härchen unter der Lupe fast nackt. Das vierte Tarsenglied der Vorderbeine länglich oval, etwas verbreitert, schwarz, das fünfte schmaler, aber auch noch etwas breiter als gewöhnlich (s. Fig. 308). Die Flügel sind von ähnlicher Aderung wie bei *Sc. calcaratus*.

♂. Vorderschiene 35, Metatarsus 39, die übrigen vier Glieder zusammen 30.

Verhältnis der Schiene zu den Tarsen wie 1:2.

Mittelschiene 41, Metatarsus 39, die übrigen vier Glieder zusammen 35.

Verhältnis wie 41:74 oder wie 1:1,8.

Hinterschiene 60, Metatarsus 24, die übrigen vier Glieder zusammen 35.

Verhältnis wie 60:59 oder wie 1:1.

4. Vorderschiene 28, Metatarsus 27, die übrigen vier Glieder zusammen 23.

Verhältnis der Schiene zu den Tarsen wie 1:1,80.

Mittelschiene 34, Metatarsus 30, die übrigen vier Glieder zusammen 28.

Verhältnis wie 34:58 oder wie 1:1,7.

Hinterschiene 49, Metatarsus 18, die übrigen vier Glieder zusammen 32.

Verhältnis wie 49:50 oder wie 1:1.

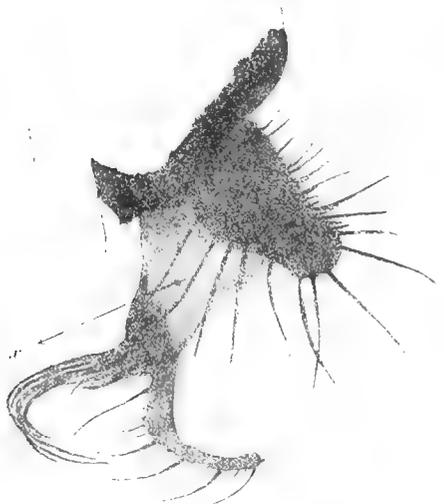


Fig. 309.

*Sciopus flavicinctus* Lw. ♂. Organ *x.* 96:1.

7. *Sciopus glaucescens* Lw. ♂ ♀, N. Beitr. IV, 47. 41 (1856)

Aegyptus.

*robustus* Lw. (nec Walk.), N. Beitr. V (1857).

*validus* Lw., Berl. ent. Zeitschr. II, 337 (1858) Europa merid.

Ich habe zwar die Loew'sche Type von *glaucescens* nicht untersuchen können, sie ist in Loew's Sammlung nicht zu finden, es unterliegt aber keinem Zweifel, daß die von mir in Ägypten und auf den Kanarischen Inseln gefangenen und 1902 von mir gesammelten Exemplare die Loew'sche

Art darstellen. Wegen ihrer gemeinsamen Eigenschaften mußte ich die Arten *glaucescens*, *robustus* und *validus* Lw. in der Bestimmungstabelle zusammenfassen und einander gegenüberstellen. Bei der großen Schwierigkeit, so nahe stehende Arten zu unterscheiden, habe ich mein Hauptaugenmerk auf die Form und Behaarung der Hypopygialanhänge gelegt und legen müssen: man findet ja auch überall in dem von mir mit *x* bezeichneten Organ, das mit den äußeren Lamellen verwachsen ist, ausreichende Unterscheidungsmerkmale, wie man das aus den vielen Darstellungen erschen kann. Bei Vergleichung der Art *glaucescens* mit *validus* sieht man aber überhaupt keine Unterschiede, weder in der Form des Hypopygs noch in der Form der verschiedenen Organe. Ich habe das hauptsächlich in Frage kommende Organ *x* im Maßstabe von 96 : 1 gezeichnet und der Darstellung die Loew'sche Type von *validus* zugrunde gelegt. Die Zeichnung, welche ich von einem meiner ägyptischen Exemplare von *glaucescens* genommen, stimmt so auffällig überein, daß ich keinen Anlaß finde, diese Zeichnung auch noch vorzuzeigen: offenbar sind die Hypopygien identisch. Von Unterschieden beider Arten wäre nur noch zu erwähnen die von Loew angeführte dunklere Färbung der Fühler bei *validus* und einige von mir gemessene Unterschiede in der Länge einzelner Beinteile.

Was die Fühlerfarbe von *validus* anlangt, so sagt Loew: „Fühler schwarz, erstes und zweites Glied unten gelb, oben schwarz.“ An der Loew'schen Type (Schiner, Triest) ist das dritte Fühlerglied abgebrochen, das erste und zweite Glied sind aber rotgelb, höchstens könnte man eine leichte Bräunung der Oberseite feststellen, von schwarzer Farbe kann keine Rede sein: bei meiner dunklen Farbvarietät aus Brioni (s. weiter unten), bei der auch die Schenkel zum Teil verdunkelt sind, sind die Fühler allerdings annähernd so, wie Loew sie schildert, gefärbt. Hieraus ergibt sich schon, daß die Fühlerfarbe bei dieser Art etwas schwankend ist und je nachdem die Exemplare im allgemeinen heller oder dunkler gefärbt sind, auch in gleicher Weise sich heller oder dunkler darstellen.

Bei den Beinmaßen kommen allerdings einige Längenunterschiede und auch etwas andere Längenverhältnisse zwischen Schienen und Tarsen vor, wenn man *validus* und *glaucescens* vergleicht, aber solche sind auch bei meiner dunkleren Varietät von *validus* zu beobachten, so daß die Frage auftritt, ob diese Unterschiede ausreichend sind, eine Artunterscheidung zu begründen. Des besseren Verständnisses wegen will ich hier bei drei von mir untersuchten Exemplaren die Längenverhältnisse einander gegenüberstellen; die einzelnen Längen sind bei 24 facher Vergrößerung gemessen in mm:

	Vorderschiene	Metatarsus	Die übrigen vier Tarsenglieder	Verhältnis zwischen Schienen und Tarsenlänge
Type <i>validus</i> Lw. ♂ . . .	30	24	24	1 : 1,6
" <i>validus</i> var. ♂ . . .	31	28	28	1 : 1,8
" <i>glaucescens</i> Lw. ♂	27	28	26	1 : 2,0
Mittelschiene				
Type <i>validus</i> Lw. ♂ . . .	48	32	30	1 : 1,6
" <i>validus</i> var. ♂ . . .	50	36	36	1 : 1,44
" <i>glaucescens</i> Lw. ♂	40	34	35	1 : 1,70
Hinterschiene				
Type <i>validus</i> Lw. ♂ . . .	54	18	38	1 : 1
" <i>validus</i> var. ♂ . . .	56	21	38	1 : 1
" <i>glaucescens</i> Lw. ♂	59	20	45	1 : 1,25

Man sieht aus diesen Mafsen, hauptsächlich aber aus den Verhältnis-  
zahlen, daß diese bei einer und derselben Art keine konstante Größe dar-  
stellen, daß man vielmehr mit gewissen Abweichungen wird rechnen müssen;  
immerhin betragen diese Abweichungen bei *validus* höchstens 20%; bei  
*glaucescens* wachsen sie allerdings bis zu 40%; sie sind so erheblich, daß  
man sie wohl als Artunterschiede ausnützen könnte, falls noch andere Merkmale  
hinzukämen; das ist aber in keiner Weise der Fall, es stimmt im übrigen  
alles überein: Größe, Färbung, Flügeladerung, Stärke und Lage der Adern,  
Hypopygium. Wir müssen also unser Urteil unter alleiniger Berücksichtigung  
der Beinlängen abgeben. Angesichts der großen Schwierigkeiten in dieser  
Gattung, eine Reihe von verwandten Arten zuverlässig unterscheiden zu  
können, habe ich auf die Länge der einzelnen Glieder der Beine großen  
Wert legen zu müssen geglaubt und habe bei fast allen Arten die Bein-  
längen und Verhältniszahlen angegeben; ich glaubte, daß diese hauptsächlich  
auch für die schwierige Unterscheidung der Weibchen von Wert sein würden,  
ich muß mir aber nach Beendigung dieser etwas mühsamen Arbeit doch  
sagen, daß aus diesen Resultaten allein noch keine absolute Artunterscheidung  
zu konstruieren ist. Im vorliegenden Falle muß ich bei vollständiger Über-  
einstimmung der Analanhänge auf Grund von Erfahrungen auch bei anderen  
Gattungen meine Ansicht dahin aussprechen, daß ich die Art *glaucescens*  
Lw. als identisch mit *validus* Lw. ansehen muß. Die Verschiedenheiten  
einzelner Längen an den Beinen wird man dem Umstande beizumessen  
haben, daß hier zwei verschiedene Lokalrassen vorliegen. Unter diesen

Umständen müssen wir dem älteren Namen *glaucescens* den Vorrang einräumen und *robustus* sowie *validus* Lw. als Synonyme behandeln.

♂. Thoraxrücken bläulich grüngrau, mitunter mit zwei mattgoldgrünen Längsstreifen. Stirn und Gesicht silberweiß; Fühler gelb, drittes Glied braun. Hinterleib graugrün mit braunschwarzen Vorderrandsbinden. Hypopyg klein, von der Konstruktion wie bei *flavicinctus*. — Beine mit Hüften gelb, jedoch bleibt die Basis der hinteren Hüften grau. Vorderhüften schwach weiß behaart und beborstet, Vorderschenkel mit allen übrigen unterseits nackt; an den Vordertarsen sind das vierte und fünfte Glied schwarz und etwas verbreitert, die übrigen Tarsenglieder bleiben gelb.



Fig. 310.

*Sciopus validus* Lw. ♂. Hypopyg. 24 : 1.



Fig. 311.

*Sciopus validus* Lw. ♂. Organ x. 96 : 1.



Fig. 312.

*Sciopus glaucescens* Lw. ♂. Vordertarsen. 16 : 1.

Anmerkung. Loew sagt in seiner Diagnose von *glaucescens* l. c.: „tarsorum anticorum articulis tertio et quarto compressis nigris.“ Es ist dies ein Druckfehler: nicht das dritte und vierte, sondern das vierte und fünfte Glied sind schwarz und verbreitert, wie er hinterher in der deutschen Beschreibung denn auch von den beiden letzten Tarsengliedern spricht und letzteres ist richtig.

♀. Ich besitze einige Weibchen von den Kanarischen Inseln, dieselben zeigen auf dem Thoraxrücken vier braune Längsstreifen. Hintermetatarsus wie bei dem ♂ gleich lang oder etwas kürzer als das zweite Glied. 5 mm lang.

Meine Exemplare stammen aus Ägypten und Teneriffe.

♀. Vorderschiene 25, Metatarsus 22, die übrigen vier Glieder 26.

Verhältnis der Schiene zu den Tarsen wie 1:2 annähernd.

Mittelschiene 38, Metatarsus 29, die übrigen vier Glieder 29.

Verhältnis wie 38:58 oder wie 1:1,52.

Hinterschiene 43, Metatarsus 13, die übrigen vier Glieder 36.

Verhältnis wie 43:49 oder wie 1:1,15.

8. *Sciopus glaucescens* var. *Brionii* ♂♀.

♂. Thoraxrücken dicht graubraun bestäubt, mit 2—4 deutlichen braunen Längslinien. Stirne matt graubraun, Gesicht breit, weißgrau. Fühler schwarz, nur das erste Glied auf der Unterseite und die Wurzel des zweiten Gliedes sind gelb; Taster dunkel; Schwinger etwas bräunlich. Hinterleib metallisch graugrün, glänzend, an den Vorderrändern mit breiten schwarzen Binden. Hypopygium schwarz, mit fast ganz dunklen Anhängen (s. Fig.). Beine nebst Vorderhüften gelb, Mittel- und Hinterhüften grau. Hinterschenkel auf der Oberseite braun gestreift, vornehmlich an der Spitze; auch an den Vorder- und Mittelschenkeln sieht man hellbraune Streifen. Vorder- und Mittelschienen nur an der Spitze, Hinterschienen ganz braun, Tarsen alle schwarzbraun; an den Vordertarsen sind das zweite und dritte Glied blaßgelb, das vierte und fünfte tiefschwarz und etwas oval verbreitert. Vorderschenkel unterseits ganz kahl. 5—6 mm lang.

♀. Die Streifung des Thoraxrückens ist ebenfalls deutlich. Gesicht und Stirne grau; Taster gelbbraun. Hinterschenkel an der Endhälfte braun, Tarsen vom zweiten Gliede an braun. 4,5 mm lang.

Ich fing ein Pärchen auf der Insel Brioni bei Spalato, Istrien im Juni.

9. *Sciopus longimanus* Beck. ♂♀, Zeitschr. Hym. Dipt. VII, 100. 177 (1907) Africa sept., Biskra.

♂♀. Siehe l. c. die ausführliche Beschreibung dieser zarten schlanken stahlblauen Art, die sich durch stahlblaue Stirn, nur fünf Dorsozentralborsten, durch das Fehlen der Akrostikalen, durch schwarze Fühler, schmale Flügel und lange Metatarsen besonders auszeichnet. Die Längenverhältnisse zwischen Schienen und Tarsen sind die folgenden:

♂. An den Vorderbeinen wie 1:2. Metatarsus mehr als doppelt so lang wie die übrigen Tarsenglieder und  $1\frac{1}{2}$  mal so lang wie die Schiene.

An den Mittelbeinen wie 1:1,4. Metatarsus  $1\frac{3}{4}$  mal so lang wie die übrigen Tarsen und wenig kürzer als die Schiene.

An den Hinterbeinen wie 1:1. Metatarsus ungefähr  $1\frac{1}{2}$  mal so lang wie das zweite Glied.

Flügel keilförmig, sehr schmal, s. Fig. l. c.

Anmerkung. Die Verbreiterung des vierten und fünften Tarsengliedes der Vorderbeine ist sehr geringfügig und kann leicht übersehen werden. — Das Weibchen läßt sich mit den ganz schwarzen Fühlern und den fehlenden Akrostikalborstchen leicht von den anderen Arten unterscheiden.

10. *Sciopus Costae* Mik ♂♀, Wien. ent. Zeitg. IX, 158. 81 (1890)

Europa merid., Africa sept.

*eximius* A. Costa (nec Walk.), Atti R. Acad. Sc. Napoli Ser. 2. II Nr. 8. 39 (1886).

*mediterraneus* Beck., Zeitschr. Hym. Dipt. VII, 102. 178 fig. vom Flügel (1907).

♂. Thoraxrücken glänzend, metallisch grün, mit zarter weißer Bereifung. Stirn und Gesicht weißgrau, breit. Taster und Fühler rotgelb, drittes Glied braun, etwas oval. Hinterleib metallisch, kupferfarbig bis schwarz, glänzend, mit grauen Hinterrandsbinden der Ringe. Hypopyg schwarz, in derselben Konstruktion wie die vorigen Arten (s. Fig. 313). — Beine mit Hüften rotgelb bis braun, Mittel- und Hinterhüften an der Wurzel grau; Hinterbeine und alle Tarsen braun bis schwarz. Vorderhüften an der Wurzel mit einigen gelben Borsten, Vorderschenkel unten ganz nackt, Mittelschienen mit einer kleinen Borste an der Basis ihrer Oberseite; an den Vorderbeinen hat das dritte Glied eine fast weiße Spitze, das vierte ist nach oben hin lappenförmig fast bis zur Spitze des fünften Gliedes hin verlängert, auch das fünfte Glied ist schwarz und ein wenig verbreitert. — Flügel graulich; die dritte Längsader ist an der Spitze etwas gebogen; die Gabelader biegt etwas spitzwinklig nach rückwärts und kurz bogenförmig auf in einer Entfernung von der hinteren Querader, die fast der Länge der Querader gleichkommt; die zweite bogenförmige Biegung der Gabelader vollzieht sich im rechten Winkel; die vierte Längsader mündet an der Flügelspitze; der kurze Aderanhang an der ersten Biegung ist nur unscheinbar und reicht nicht bis zum Flügelrande; die hintere Querader steht ungefähr rechtwinklig zu den Längsadern. Am Flügelvorderrande ist eine Einbiegung kaum bemerkbar. 4—5 mm lang.

♀. Die Bestäubung auf dem Thoraxrücken ist etwas stärker als beim ♂ und gelbgrau, die Wurzelpunkte der Dorsozentralborsten sind sammetartig schwarz gefleckt. Kopf und Hinterleib wie beim ♂; letzterer schwarz, mit kräftigen kreideweissen Hinterrandsbinden. Beine gelb, Endhälfte der Hinterschienen und alle Tarsen schwarzbraun.



Fig. 313.

*Sciopus Costae* Mik ♂. Hypopyg. 24 : 1.



Fig. 314.

*Sciopus Costae* Mik ♂. Vorderbein. 48 : 1.

- ♂. Vorderschiene 29, Metatarsus 29, die übrigen vier Glieder zus. 20.  
Verhältnis der Schiene zu den Tarsen wie 1 : 1,7.  
Mittelschiene 44, Metatarsus 33, die übrigen vier Glieder zus. 30.  
Verhältnis wie 41 : 63 oder wie 1 : 1,5.  
Hinterschiene 52, Metatarsus 21, die übrigen vier Glieder zus. 37.  
Verhältnis wie 52 : 58 oder wie 1 : 1,1.
- ♀. Vorderschiene 29, Metatarsus 23, die übrigen vier Glieder zus. 19.  
Verhältnis wie 29 : 42 oder wie 1 : 1,45.  
Mittelschiene 42, Metatarsus 26, die übrigen vier Glieder zus. 26.  
Verhältnis wie 42 : 52 oder wie 1 : 1,25.  
Hinterschiene 50, Metatarsus 17, die übrigen vier Glieder zus. 20.  
Verhältnis wie 50 : 37 oder wie 1 : 0,74.

Meine Exemplare stammen aus Korsika, von der Riviera und aus Tunis.

11. *Sciopus nervosus* Lehm. ♂ ♀, Indic. schol. Hamburg 40 [*Dolichopus*] (1822) Europa centr. et merid.

♂. Die Art ist besonders charakteristisch. Der Thorax hat nur 4—5 Dorsozentralborsten, die Akrostikalen fehlen ganz. Die Vorderbeine sind durch ihre schopfförmige Behaarung der Schenkel und durch die lappenförmige Verbreiterung des vierten Tarsengliedes ausgezeichnet, diese lappenförmige Erweiterung liegt auf der oberen Seite des Gliedes. Das Hypopyg ist von besonderer Konstruktion, mit sehr langen äußeren Analanhängen, und die Flügel zeigen eine besondere Aderung (s. die Figuren).

Vorderschiene 41, Metatarsus 39, die übrigen vier Glieder zus. 30.

Verhältnis der Schiene zu den Tarsen wie 1:1,7.

Mittelschiene 55, Metatarsus 47, die übrigen vier Glieder zus. 29.

Verhältnis wie 55:76 oder wie 1:1,4.

Hinterschiene 55, Metatarsus 39, die übrigen vier Glieder zus. 41.

Verhältnis wie 55:80 oder wie 1:1,45.



Fig. 315.

*Sciopus nervosus* Lehm. ♂. Flügel. 12:1.



Fig. 316.

*Sciopus nervosus* Lehm. ♂. Vordertarsen. 48:1.



Fig. 317.

*Sciopus nervosus* Lehm. ♂. Hypopyg. 24:1.

♀. Das Weibchen ist an der erheblichen Krümmung der hinteren Querader und am Fehlen der Akrostikalen kenntlich. Hinternetatarsus deutlich länger als das zweite Glied.

Vorderschiene 30, Metatarsus 26, die übrigen vier Glieder zus. 22.

Verhältnis wie 30:48 oder wie 1:1,6.

Mittelschiene 32, Metatarsus 28, die übrigen vier Glieder zus. 26.

Verhältnis wie 32:54 oder wie 1:1,7.

Hinterschiene 40, Metatarsus 21, die übrigen vier Glieder zus. 30.

Verhältnis wie 40:51 oder wie 1:1,25.

Meine Exemplare fing ich in Schlesien und in den Pyrenäen.

12. *Sciopus Wiedemanni* Fall. ♂♀, Dipt. Succ. Dolichop. 24. 2 [*Leptopus*] (1823) Europa.



Fig. 318.

*Sciopus Wiedemanni* Fall. ♂. Hypopyg. 48:1.

Meigen sagt in seinen Nachträgen und Berichtigungen zu seinem IV. Bande in der Syst. Besch. VI, 360, daß die auf S. 36 Bd. IV beschriebene Art *Psilopus nervosus* gleichbedeutend sei mit *Leptopus Wiedemanni* Fall. Diese Berichtigung ist ganz unverständlich; beide genannten Arten sind ihrer Beschreibung nach verschieden und das, wofür wir sie halten.



Fig. 319.

*Sciopus Wiedemanni* Fall. ♂. Vordertarsen. 48:1.

♂. Thoraxrücken ganz matt graugelb. Stirne grau, Gesicht breit, weißgrau. Fühler rotgelb, drittes Glied dunkler. Hinterleib matt schwarzgrau, mit braunen Vorderrandsbinden, mitunter ist derselbe gelblich, mit schmalen braunen Binden und einer braunen Mittellinie. Hypopyg von der

Form und Konstruktion wie bei *flavicinctus* Lw.; das Organ *x* ist fast viereckig, mit einem Haarbüschel an der einen Ecke (s. Fig. 318). Beine nebst allen Hüften gelb, Tarsen kaum etwas verdunkelt. Unterseite der Vordersehenkel mit 4—5 steifen Haaren; das vierte Tarsenglied der Vorderbeine hat einen ziemlich starken Lappen und ist auf seiner Wurzelhälfte gelb, sonst schwarz, wie das fünfte Glied, im Gegensatz zu *lobipes* Meig. (s. Fig. 320 u. 321). Flügel graulich, die vierte Längsader vor der Flügelspitze mündend, die hintere Querader der Biegung der Gabelader genähert. 5 mm lang.

Vorderschiene 30, Metatarsus 30, die übrigen vier Glieder zus. 21.

Verhältnis wie 30:51 oder wie 1:1,7.

Mittelschiene 50, Metatarsus 37, die übrigen vier Glieder zus. 35.

Verhältnis wie 50:72 oder wie 1:1,44.

Hinterschiene 65, Metatarsus 27, die übrigen vier Glieder zus. 35.

Verhältnis wie 65:62 oder annähernd wie 1:1.

♀. In Färbung und Flügeladerung dem ♂ gleich.

Vorderschiene 27, Metatarsus 28, die übrigen vier Glieder zus. 26.

Verhältnis wie 27:54 oder wie 1:2.

Mittelschiene 42, Metatarsus 33, die übrigen vier Glieder zus. 22.

Verhältnis wie 42:55 oder wie 1:1,3.

Hinterschiene 52, Metatarsus 19, die übrigen vier Glieder zus. 30.

Verhältnis wie 52:49 oder wie 1:0,94.

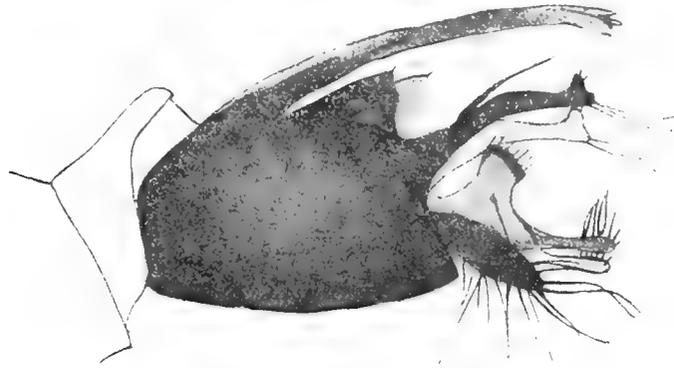
Meine Exemplare stammen aus Schlesien, den Alpen und Süd-Frankreich.

13. *Sciopus lobipes* Meig. ♂, Syst. Besch. IV, 38. 5 (1824) Europa centr.

♂. Die Art ist der vorigen, *Wiedemanni* sehr ähnlich, auch das Hypopyg ist von gleicher Konstruktion: die untere äußere behaarte Lamelle ist annähernd von derselben Größe und Form, das mit dieser Lamelle eng verwachsene Organ *x* ist aber von anderem Umriss und anderer Behaarung (ieh bitte die Figuren des Hypopygs bei *Wiedemanni* und *lobipes* zu vergleichen); die anderen Teile des Hypopygs, die beiden zangenförmigen Verlängerungen der Chitinhülle und die beiden flachen, dreieckig zugespitzten Lappen unter der Penisscheide sind ebenfalls da, ohne daß man größere Unterschiede herausfinden könnte; überhaupt sind in dieser Formengruppe des Hypopygs alle Organe mit Ausnahme des Organs *x* fast immer dieselben, so daß es genügt, letzteres zur Unterscheidung herauszuziehen.<sup>1)</sup> —

<sup>1)</sup> Bei dem hier untersuchten Exemplare erscheint das Organ *x* als paarig.

Beine nebst Hüften gelb, Vordertarsen ganz schwarzbraun, das vierte Tarsenglied mit kurzem Lappen (s. Fig. 321). Vorderhüften und Unterseite der Vorderschenkel ungefähr nackt. 5 mm lang.



doppelt x paarig

Fig. 320.

*Sciopus lobipes* Meig. ♂. Hypopyg. 48 : 1.



Fig. 321.

*Sciopus lobipes* Meig. ♂. Vordertarsen. 48 : 1.

Vorderschiene 22, Metatarsus 26, die übrigen vier Glieder zus. 25.

Verhältnis der Schiene zu den Tarsen wie 1 : 2,3.

Mittelschiene 47, Metatarsus 30, die übrigen vier Glieder zus. 27.

Verhältnis wie 47 : 57 oder wie 1 : 1,2.

Hinterschiene 55, Metatarsus 24, die übrigen vier Glieder zus. 32.

Verhältnis wie 55 : 56 oder wie 1 : 1.

Aus diesen Maßen geht hervor, daß die Vordertarsen im Verhältnis zu der Schiene erheblich länger sind als bei *Wiedemanni* Fall. Flügel in ihrem Aderverlauf ungefähr wie bei *calceolatus* Lw., nur daß die vierte Längsader genau in die Flügelspitze trifft. 4,5 mm lang.

Ich besitze die Art aus Schlesien.

14. *Sciopus albifrons* Meig. ♂ ♀, Syst. Besch. VI, 360. 8 (1830).

Europa centr. et sept.

♂. Die Art ist zunächst an der Färbung des Hinterleibes kenntlich, der wesentlich gelb ist, mit schmalen dunklen Vorderrandsbinden und einer dunklen Mittellinie der Ringe, im übrigen sind keine größeren Färbungsunterschiede von den vorigen Arten vorhanden; am Hypopyg hat das Organ *x* eine etwas andere Form und Behaarung (s. Fig. 322). Das vierte Tarsenglied der Vorderbeine ist ungefähr ebenso lappig erweitert wie bei *Wiedemanni*. An den Vorderhüften stehen an der Spitze und an den Vorderchenkeln unten an der Basis nur wenige zarte Härchen, so daß man beide als borstenlos und fast haarlos bezeichnen kann. Flügeladerung im Charakter von *calceolatus* Lw., die vierte Längsader genau an der Flügelspitze endigend. Der Flügelvorderrand ist auf der Mitte deutlich eingebogen und die Randader ist ziemlich dick. 4 mm lang.

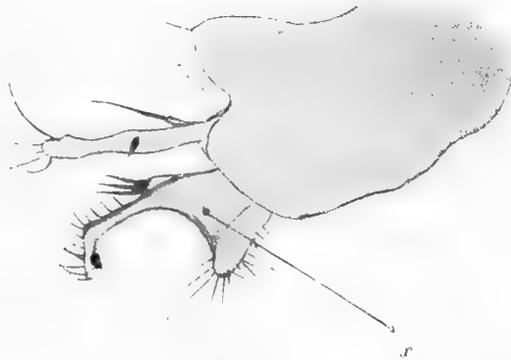


Fig. 322.

*Sciopus albifrons* Meig. ♂. Hypopyg. 48:1.

Vorderschiene 28, Metatarsus 28, die übrigen vier Glieder zus. 17.

Verhältnis der Schiene zu den Tarsen wie 1:1,6.

Mittelschiene 43, Metatarsus 37, die übrigen vier Glieder zus. 36.

Verhältnis wie 43:73 oder wie 1:1,7.

Hinterschiene 57, Metatarsus 24, die übrigen vier Glieder zus. 36.

Verhältnis wie 57:60 oder annähernd wie 1:1.

♀. Das Weibchen ist zunächst an dem gelbgrauen, an den Vorderändern der Hinterleibsringe etwas dunkleren Hinterleibe kenntlich. Metatarsus der Hinterbeine etwas kürzer als das zweite Glied.

Vorderschiene 26, Metatarsus 23, die übrigen vier Glieder zus. 15.

Verhältnis der Schiene zu den Tarsen wie 1:1,46.

Mittelschiene 25, Metatarsus 24, die übrigen vier Glieder zus. 27.

Verhältnis wie 25:51 oder wie 1:2.

Hinterschiene 53, Metatarsus 17, die übrigen vier Glieder zus. 38.

Verhältnis wie 53:55 oder annähernd wie 1:1.

15. *Sciopus evanidus* Bezzi ♂♀, Bull. Soc. Entom. Ital. XXX, 28. 150  
(1898) Europa merid.

*macrodactylus* Lw. in coll.

♂. Thoraxrücken metallisch grünblau mit grauer Bereifung, nur fünf Paar Dorsozentrale mit kaum bemerkbaren Akrostikalen. — Stirn und Gesicht grau, letzteres schmal, so breit wie das dritte Fühlerglied. Fühler ganz schwarz. Hinterleib metallisch glänzend und ohne Bindenzeichnung. Das Hypopyg ist deutlich gestielt, schwarzbraun, mit zwei seitlichen gebogenen, spitz zulaufenden Endigungen und zwei dreieckig verlängerten, behaarten braunen äußeren Anhängen (s. Fig. 323). — Beine mit allen Hüften gelb, schlank, mit langen Tarsen. Vorderschenkel unten ganz kahl; das vierte und fünfte Glied der Vordertarsen etwas verbreitert, das vierte weiß, das fünfte schwarz; die Borste der Hinterhüften schwarz. Mittelschienen an der Basis und auf der Mitte der Oberseite mit je einer kleinen Einzelborste. Flügel schmal, ziemlich keilförmig; vordere Randader stark gebogen; hintere Querader gerade, vom Rande und von der Gabelader fast um das Doppelte der eigenen Länge entfernt, die Gabelader von nur schwacher Ausbildung. 3—4 mm lang.

Vorderschiene 20, Metatarsus 28, die übrigen vier Glieder zus. 20.

Verhältnis der Schiene zu den Tarsen wie 20:48 oder wie 1:2,4.

Mittelschiene 37, Metatarsus 25, die übrigen vier Glieder zus. 18.

Verhältnis wie 37:43 oder wie 1:1,16.

Hinterschiene 45, Metatarsus 17, die übrigen vier Glieder zus. 23.

Verhältnis wie 45:40 oder wie 1:0,9.

♀. Kleiner als das ♂, sonst in Färbung gleich.

Vorderschiene 17, Metatarsus 18, die übrigen vier Glieder zus. 16.

Verhältnis wie 17:34 oder wie 1:2.

Mittelschiene 26, Metatarsus 18, die übrigen vier Glieder zus. 16.

Verhältnis wie 26:34 oder wie 1:1,3.

Hinterschiene 31, Metatarsus 11, die übrigen vier Glieder zus. 17.

Verhältnis wie 31:28 oder wie 1:0,9.

Meine Exemplare stammen aus Oberitalien und von der Insel Brioni bei Pola.



Fig. 323.

*Sciopus ecanidus* Bezzi ♂. Hypopyg. 48:1.



Fig. 324.

*Sciopus ecanidus* Bezzi ♂. Vordertarsen. 48:1.



Fig. 325.

*Sciopus ecanidus* Bezzi ♂. Flügel. 16:1.

16. *Sciopus pallens* Wied. ♂♀, Aufereurop. zweifl. Ins. II, 219 (1830)  
Europa merid. et centr., America sept.  
*albonotatus* Lw., N. Beitr. V, 4 (1857).

♂. Thoraxrücken matt graugelb bestäubt. Stirne und das breite Gesicht weiß, silberschimmernd. Fühler rotgelb, drittes Glied an der Spitze braun. Am Hinterleibe ist die gelbe Grundfarbe der ersten Ringe vielfach durch graue Bestäubung verdeckt, die Vorderränder sind braun gefleckt. Beine nebst Hüften und Tarsen gelb, Vorderhüften weiß behaart, Vordersehenkel unten nackt; viertes Tarsenglied der Vorderbeine ein wenig erweitert und weiß, fünftes Glied schwarz, nicht verbreitert. Flügel im Charakter von *calceolatus* Lw., die Gabelader mündet an der Flügelspitze, die hintere Querader ist um ihre eigene Länge vom Flügelhinterrande entfernt. 4—5 mm lang.

Vorderschiene 45, Metatarsus 41, die übrigen vier Glieder zus. 37.

Verhältnis der Schiene zu den Tarsen wie 1:1,6.

Mittelschiene 51, Metatarsus 43, die übrigen vier Glieder zus. 42.

Verhältnis wie 51:85 oder wie 1:1,66.

Hinterschiene 67, Metatarsus 25, die übrigen vier Glieder zus. 50.

Verhältnis wie 67:75 oder wie 1:1,12.

♀. In der Färbung dem ♂ gleich, etwas kleiner. Vorderschenkel unten mit sechs gelben Stachelborsten.

Vorderschiene 31, Metatarsus 27, die übrigen vier Glieder zus. 24.

Verhältnis wie 31:51 oder wie 1:1,66.

Mittelschiene 43, Metatarsus 29, die übrigen vier Glieder zus. 27.

Verhältnis wie 43:56 oder wie 1:1,3.

Hinterschiene 52, Metatarsus 15, die übrigen vier Glieder zus. 38.

Verhältnis wie 52:53 oder wie 1:1.

Meine Exemplare stammen aus Dalmatien, Griechenland und von der Riviera.

17. *Sciopus lesinensis* Mik ♂♀, Wien. ent. Zeitg. VIII, 305 (1889) et IX, 157. 80 (1890) Europa merid.

*lacteitarsis* Beck. ♂♀, Berlin. ent. Zeitschr. XXXIII, 342 et 346 (1889).

♂. Der metallische Thoraxrücken ist durch graue Bestäubung matt. Stirn und Gesicht weißgrau, letzteres schmal, kaum etwas breiter als das dritte Fühlerglied. Fühler ganz schwarz. Hinterleib etwas metallisch glänzend, mit schmalen mattbraunen Vorderrändern der Ringe. Das Hypopyg ist schwarz, hat zwei bandförmig verlängerte behaarte äußere Anallamellen, seitlich knüppelartige Verlängerungen, ähnlich wie *nigricornis* Lw. Die Flügel sind breit und zeigen am Hinterrande an der Mündung der fünften Längsader einen stumpfen Vorsprung (s. Fig. 326); die Gabelader ist unscheinbar, ebenso wie bei *evanidus*. Beine und Hüften sind ganz gelb, die Vorderhüften der ganzen Länge nach beborstet (6—8 Borsten), auf der Unterseite der Vorderschenkel an der Basis stehen 3—4 längere gelbe Stachelborsten; die Vordertarsen haben eine bedeutende Länge, drittes und viertes Glied etwas verbreitert und weiß, fünftes verdunkelt. 4 mm lang.

Vorderschiene 21, Metatarsus 32, die übrigen vier Glieder zus. 27.

Verhältnis der Schiene zu den Tarsen wie 1:2,8.

Mittelschiene 39, Metatarsus 20, die übrigen vier Glieder zus. 17.

Verhältnis wie 39:37 oder annähernd wie 1:1.

Hinterschiene 53, Metatarsus 17, die übrigen vier Glieder zus. 30.  
Verhältnis wie 53:47 oder wie 1:0,9.

♀. Etwas kleiner als das ♂, mit vier Stachelborsten auf der Unterseite der Vorderschenkel. Die Flügel haben am Hinterrande die gleiche Ausbauchung wie das ♂. 3,5 mm lang.

Vorderschiene 21, Metatarsus 19, die übrigen vier Glieder zus. 19.  
Verhältnis der Schiene zu den Tarsen wie 1:1,8.

Mittelschiene 32, Metatarsus 17, die übrigen vier Glieder zus. 17.  
Verhältnis wie 32:34, annähernd wie 1:1.

Hinterschiene 39, Metatarsus 11, die übrigen vier Glieder zus. 16.  
Verhältnis wie 39:27 oder wie 1:0,7.



Fig. 326.

*Sciopus lesinensis* Mik ♂. Flügel. 16:1.

Anmerkung. Die von mir bereits 1889 in der Berl. ent. Zeitg. S. 346 ausgesprochene Synonymie mit der kurz vorher von Mik 1889 in der Wien. ent. Zeitg. S. 157 beschriebenen Art *lesinensis* muß ich aufrecht erhalten, obschon Mik l. c. 1890 S. 157 beide Arten für verschieden erklärt hat. Wie Mik dies schildert, hatte ich seinerzeit bei einem Besuche bei Mik die Möglichkeit geäußert, daß meine Art, doch vielleicht verschieden sein könne und hatte dann zur weiteren Feststellung meine Type an ihn gesandt, woraufhin Mik obige Erklärung abgab. Nachdem ich nun aber auch meinerseits Gelegenheit gefunden, beide Typen vergleichen zu können, muß ich gestehen, daß ich nicht weiß, worin Mik die Verschiedenheit erblickt hat. Größe, Färbung, Tarsenverzierung, Länge der Beine und einzelner Teile, Konstruktion des Hypopygs, Flügeladerung und Form, alles ist ganz gleich.

18. *Sciopus albivittatus* Strobl ♂ ♀, Verh. zool.-bot. Ges. Wien LIX, 183  
(1909) Hispania.

♂. Thoraxrücken matt gelbbraun, mit kreidegrauer Mittelstrieme zwischen den Akrostikalborstchen. Hinterleib metallisch glänzend, mit

dunklen Vorderrandbinden der Ringe. Hypopygium im Stiel von *flavivinctus* und Verwandten (s. Fig. 327). Beine mit Hüften gelb und nackt, Vordertarsen und die Endglieder der übrigen Tarsen schwarzbraun, das dritte und vierte Glied der Vordertarsen etwas verbreitert (s. Fig. 328). Stirne und das breite Gesicht weiß, erstere ungefähr so breit wie ein Auge, auf der Mitte breit braun. Taster und Fühler rotgelb, drittes Glied schwärzlich. 5 mm lang.

Vorderschiene 53, Metatarsus 43, die übrigen vier Glieder zus. 49.

Verhältnis der Schiene zu den Tarsen wie 1:1,74.

Mittelschiene 69, Metatarsus 70, die übrigen vier Glieder zus. 66.

Verhältnis wie 69:136 oder annähernd wie 1:2.

♀. Vordertarsen schwarz, das dritte und vierte Glied sehr wenig, aber doch noch deutlich etwas verbreitert: Vorderhüften mit zwei, Vorderschenkel auf der Wurzelhälfte mit vier starken Borsten.



Fig. 327.

*Sciopus alborivittatus* Strbl. ♂. Hypopyg.  
48:1.

Vorderschiene 44, Metatarsus 35, die übrigen vier Glieder zusammen 41.

Verhältnis wie 44:76 oder wie 1:1,74.

Mittelschiene 64, Metatarsus 49, die übrigen vier Glieder zusammen 46.

Verhältnis wie 64:95 oder wie 1:1,5.



Fig. 328.

*Sciopus alborivittatus* Strbl. ♂. Vorderbein. 24:1.

Anmerkung. Diese Mafse sind an der Stroblschen Type bei 24 facher Vergrößerung genommen.

## II. Arten, deren Männchen einfache Tarsen haben.

19. *Sciopus nigricornis* Lw. ♂ ♀, Beschr. europ. Dipt. I, 305. 182 (1869).

♂. Thoraxrücken von grünlicher Grundfarbe, graulich bereift. Stirne und Gesicht weißgrau, sehr breit, letzteres fast so breit wie ein Auge. Fühler ganz schwarz. Hinterleib bronzegrün mit mattbraunen Vorderrandsbinden. Das Hypopygium hat eine gleiche Konstruktion wie die Arten *evanidus* und *lactetarsis* mit zwei langen, deutlich getrennten, behaarten äußeren Lamellen (s. Fig. 329). Beine mit Vorderhüften gelblich bis bräunlich, Mittel- und Hinterhüften schwarzgrau. Vorderschenkel auf der Mitte mit mehr oder weniger entwickelter brauner Binde; bei den Mittelschenkeln ist diese Binde nur sehr schwach entwickelt, Hinterschenkel mitunter bräunlich; Hinterschienen zum großen Teil mit den Tarsen schwarzbraun, Mittel- und Vorderschienen an der Spitze mit den Tarsen braun bis gelbbraun. Vorderhüften weiß behaart und beborstet, auf der Unterseite der Vorderschenkel stehen fünf steife Haare. Flügel ähnlich wie bei *calceolatus* Lw. 4 mm lang.



Fig. 329.

*Sciopus nigricornis* Lw. ♂.  
Hypopyg. 24 : 1.

Vorderschiene 22, Metatarsus 20, die übrigen vier Glieder zus. 16.

Verhältnis der Schiene zu den Tarsen wie 1 : 1,65.

Mittelschiene 37, Metatarsus 27, die übrigen vier Glieder zus. 25.

Verhältnis wie 37 : 52 oder wie 1 : 1,4.

Hinterschiene 38, Metatarsus 15, die übrigen vier Glieder zus. 25.

Verhältnis wie 38 : 40 oder annähernd wie 1 : 1.

♀. Beine bräunlichgelb; Vorderschenkel auf der Wurzhälfte braun, unten mit 5—6 Stachelborsten; Tarsen und die Wurzeln aller Schienen braun, Hinterschienen zum größten Teil braun, auf der Oberseite mit einer Reihe kleiner Einzelborsten. An den Flügeln ist die Gabelader nicht schwächer ausgebildet als die übrigen Adern. 3 mm lang.

Vorderschiene 21, Metatarsus 16, die übrigen vier Glieder zus. 16.

Verhältnis der Schiene zu den Tarsen wie 1 : 1,5.

Mittelschiene 33, Metatarsus 20, die übrigen vier Glieder zus. 20.

Verhältnis wie 33 : 40 oder wie 1 : 1,21.

Hinterschiene 38, Metatarsus 13, die übrigen vier Glieder zus. 27.

Verhältnis wie 38 : 40 oder annähernd wie 1 : 1.

20. *Sciopus sylvaticus* Beck. ♂ ♀, Zeitschr. Hymenopt. Dipt. VII, 98. 176 (1907) Algeria.

♂. Thoraxrücken erzgrün, mit 4—5 Paar Dorsozentralborsten ohne Akrostikale. Stirn und Gesicht weißgrau; letzteres schmal, nur etwa  $1\frac{1}{2}$  mal so breit wie das dritte Fühlerglied. Fühler ganz schwarz. Hinterleib erzfarbig ohne Querbinden; Hypopyg verhältnismäßig groß, schwarz, mit pinselförmigen äußeren Anhängen und breiten lappenförmigen seitlichen Verlängerungen des Hypopygs; der Konstruktion nach gehört es zur Gruppe von *nigricornis* (s. Fig. 330). Beine und Vorderhüften gelb, Tarsen braun. Siehe die ausführliche Beschreibung l. c. Nach den von mir dort gegebenen



Fig. 330.

*Sciopus sylvaticus* Beck. ♂.  
Hypopyg. 24 : 1.

Längenmaßen ist das Verhältnis der Schienen zu den Tarsen an den Vorderbeinen wie 1:2, an den Mittelbeinen wie 1:1,45, an den Hinterbeinen wie 1:1. Flügel ungefähr wie bei *lacteitarsis*, jedoch ohne die Ausbauchung am Hinterrande. 2,5—3 mm lang.

♀. Das Gesicht ist auch hier nicht breit, 2—2,5 mal so breit wie das dritte Fühlerglied. Die Vorderschenkel tragen unten vier starke braune bis schwarze Stachelborsten; an den Flügeln bleibt die Gabelader auch hier ebenso schwach wie beim ♂. An den Beinen ist das Verhältnis der Schienen zu ihren Tarsen wie folgt: An den Vorderbeinen wie 1:1,42, an den Mittelbeinen wie 1:1,1 und an den Hinterbeinen wie 1:1.

21. *Sciopus euzonus* Lw. ♂ ♀, N. Beitr. VI, 2. 4 (1859)

Europa merid. et centr.

*eutarsus* Schin., F. Austr. Dipt. I, 183 (1862).

♂. Thoraxrücken dicht grau bestäubt, mit nur fünf Dorsozentralborsten; das Schildchen hat eine gelbe Randeinfassung. Stirne und Gesicht weißgrau, breit. Fühler klein, ganz gelb. Hinterleib an den ersten vier Ringen gelb, mit schmalen braunen Hinter- und Vorderrandsbinden, sowie einer zarten Mittellinie; die letzten beiden Ringe sind braun verdunkelt. Hypopygium gelb, mit zwei äußeren lang behaarten Anhängen, die inneren sind kurz, nackt, gabel- oder leierförmig; die seitlichen Verlängerungen des Hypopygs sind ebenfalls gegabelt (s. Fig. 331). — Beine nebst allen Hüften blafsgelb. Vorderhüften zart gelb beborstet; Vorderschenkel unten ohne

Borsten, jedoch mit einer Reihe von 4—5 zarten Haaren besetzt. Hintertarsen schwach gebräunt. 5 mm lang.

Vorkommen: In Ungarn, Dalmatien, Sizilien und Griechenland.

Vorderschiene 26, Metatarsus 24, die übrigen Glieder 21.

Verhältnis der Schiene zu den Tarsen wie 1:1,73.

Mittelschiene 36, Metatarsus 27, die übrigen Glieder 27.

Verhältnis wie 36:54 oder wie 1:1,5.

Hinterschiene 48, Metatarsus 17, die übrigen Glieder 34.

Verhältnis wie 48:51 oder annähernd wie 1:1.



Fig. 331.

*Sciopus euzonus* Lw. ♂. Hypopyg. 24:1.

♀. Die Flügel-Gabelader biegt in stumpfem Winkel auf, die hintere Querader liegt ziemlich schräg.

Vorderschiene 26, Metatarsus 23, die übrigen Glieder 23.

Verhältnis der Schiene zu den Tarsen wie 26:46 oder wie 1:1,8.

Mittelschiene 32, Metatarsus 17, die übrigen Glieder 20.

Verhältnis wie 32:37 oder wie 1:1,18.

Hinterschiene 38, Metatarsus 12, die übrigen Glieder 26.

Verhältnis wie 38:38 oder wie 1:1.

22. *Sciopus adumbratus* Beck. ♂ ♀, Mitth. Zool. Museum Berlin II, 62. 89 (1903)

Aegyptus.

♂. Thoraxrücken dicht weißgrau bestäubt; sechs Dorsozentralborsten und Akrostikale deutlich. Stirn und Gesicht breit, weiß; Taster und Fühler gelb, drittes Glied an der Spitze gebräunt. Hinterleib grau mit braunen Vorderrandsbinden. Hypopyg mit der gleichen Konstruktion wie *flavicinctus* Lw. (s. Fig. 332). Beine nebst allen Hüften blaßgelb, Tarsen mehr oder weniger gebräunt; Vorderschenkel unten nur mit einigen zarten Härchen. — Flügel im Charakter von *calceolatus* Lw., mit einem sehr zarten, eben erkennbaren Schattenflecken an der Flügelspitze, mitunter ist auch die Gabelader und die hintere Querader etwas dunkel angelaufen. 4 mm lang.

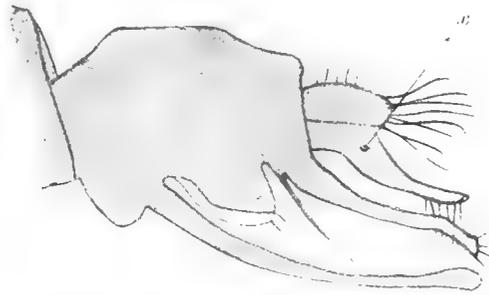


Fig. 332.

*Sciopus adumbratus* Beck. ♂. Hypopyg. 48:1.

Vorderschiene 28, Metatarsus 22, die übrigen Glieder 30.

Verhältnis der Schiene zu den Tarsen wie 1:1,86.

Mittelschiene 44, Metatarsus 23, die übrigen Glieder 27.

Verhältnis wie 44:50 oder wie 1:1,15.

Hinterschiene 44, Metatarsus 16, die übrigen Glieder 33.

Verhältnis wie 44:49 oder wie 1:1,1.

♀. Vorderschenkel mit vier Stachelborsten. 3 mm lang.

Vorderschiene 25, Metatarsus 22, die übrigen Glieder 20.

Verhältnis der Schiene zu den Tarsen wie 1:1,7.

Mittelschiene 36, Metatarsus 28, die übrigen Glieder 26.

Verhältnis wie 36:54 oder wie 1:1,5.

Hinterschiene 48, Metatarsus 15, die übrigen Glieder 37.

Verhältnis wie 48:52 oder annähernd wie 1:1.

23. *Sciopus contristans* Wied. ♂ ♀, Zool. Mag. I, 72. 19 [*Dolichopus*] (1817) Europa.

— *flexus* Lw., 20. Bericht naturhist. Ver. Augsburg 55. 4 (1869).

*Loewi* Beck., Mitth. Zool. Mus. Berlin II, 62 (1902).

*regalis* Meig., Syst. Besch. IV, 35. 1 (1824).

♂. Thoraxrücken matt gelbgrau bestäubt, mit der normalen Beborstung. Stirne gelbgrau, Gesicht breit, weißlich. Taster und Fühler gelb, drittes Glied gebräunt. Hinterleib metallisch graugrün, mit mattbraunen Vorderrandsbinden. Hypopyg schwarz, in der gleichen Konstruktion wie *adumbratus* (man beachte das Organ *x*, s. Fig. 333). — Beine nebst allen Hüften gelb, Tarsen gegen das Ende hin gebräunt. Vorderschenkel unten außer einigen feinen Härchen nackt. Flügel wie bei *calceolatus* Lw., hintere Querader senkrecht.

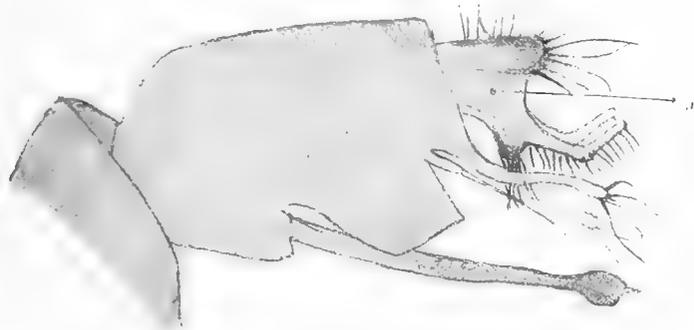


Fig. 333.

*Sciopus contristans* Wied. ♂. Hypopyg. 48:1.

Vorderschiene 26, Metatarsus 23, die übrigen Glieder 24.

Verhältnis der Schiene zu den Tarsen wie 1:1,8.

Mittelschiene 40, Metatarsus 28, die übrigen Glieder 32.

Verhältnis wie 40:60 oder wie 1:1,5.

Hinterschiene 46, Metatarsus 19, die übrigen Glieder 37.

Verhältnis wie 46:56 oder wie 1:1,2.

♀. Vorderschiene 28, Metatarsus 21, die übrigen Glieder 21.

Verhältnis der Schiene zu den Tarsen wie 1:1,5.

Mittelschiene 36, Metatarsus 21, die übrigen Glieder 23.

Verhältnis wie 36:44 oder wie 1:1,22.

Hinterschiene 44, Metatarsus 8, die übrigen Glieder  $\frac{31}{2}$ .

Verhältnis wie 44:39 oder wie 1:0,88.

24. *Sciopus euchromus* Lw. ♂ ♀, N. Beitr. V, 6. 12 (1857) ♀

Europa centr.

♂. Kleine schlanke, glänzende Art. Thoraxrücken metallisch glänzend, grün. Schildchen blau, mit gelbem Rande. Stirne glänzend blaugrün, Gesicht weiß, schmal, nicht breiter als die doppelte Breite des dritten Fühlergliedes. Fühler gelb, drittes Glied schwarzbraun, Taster gelb. — Hinterleib auf der Oberseite metallisch grün, der erste Ring und der ganze Bauch gelb. Hypopyg gelb, klein, mit zarten gelben Anhängen, deren Form bei dem einzigen mir vorliegenden Stücke nicht genau zu entziffern ist, jedenfalls ist aber der Charakter des Hypopygs der gleiche wie bei *flavicinctus* Lw. — Beine nebst allen Hüften gelb, aber die Spitzen aller Tarsen, namentlich deutlich an den Vorderbeinen, sind ringförmig geschwärzt, und die Mittelschienen nebst Tarsen sind in ganzer Länge gleichmäßig und deutlich borstlich bewimpert. Durch diese besondere Auszeichnung, die an südamerikanische Formen erinnert, ist die Art ganz allein schon ausreichend gekennzeichnet. Vorderschenkel unten an der Basis mit zwei Haaren. — Flügel wasserklar, keilförmig; die Gabelader zweigt stumpfwinklig ab; die hintere Querader steht schräg zur vierten Längsader und ist mehr als um die eigene Länge sowohl von der Gabelader als auch vom Flügelhinterrande entfernt; die letztere mündet ungefähr an der Flügelspitze. 3 mm lang.

Vorderschiene 36, Metatarsus 23, die übrigen Glieder 23.

Verhältnis der Schiene zu den Tarsen wie 1:1,3.

Mittelschiene 50, Metatarsus 40, die übrigen Glieder 35.

Verhältnis wie 50:75 oder wie 1:1,5.

Hinterschiene 60, Metatarsus 20, die übrigen Glieder 36.

Verhältnis wie 60:50 oder fast wie 1:1.

♀. Loew sagt in seiner Beschreibung l. c. vom Weibchen: „Schildchen stahlblau mit gelbem Rande“; das ist an dem typischen Exemplar auch zu bemerken, bei einem anderen ungarischen Exemplar ist das Schildchen nicht gelb gerandet. Vorderschenkel nur mit drei gelben Stachelborsten.

Vorderschiene 35, Metatarsus 25, die übrigen Glieder 25.

Verhältnis der Schiene zu den Tarsen wie 1:1,43.

Mittelschiene 50, Metatarsus 34, die übrigen Glieder 34.

Verhältnis wie 50:68 oder wie 1:1,36.

Hinterschiene 63, Metatarsus 20, die übrigen Glieder 40.

Verhältnis wie 63:60 oder annähernd wie 1:1.

Ein Pärchen dieser interessanten Art und damit auch das bisher noch unbekannt gebliebene Männchen fand ich in Lichtwardts Sammlung; es stammt aus Ungarn, Gyón (Kertész). Loew kannte nur das Weibchen. Die Flügel sind lang und schmal, jedoch nicht keilförmig; ihre Breite steht zur Länge im Verhältnis von 1 : 3.

25. *Sciopus gracilipes* Lw. ♂ ♀, Beschr. europ. Dipt. II, 304. 166 (1871)  
Europa centr.

♂. Thoraxrücken grüngrau bestäubt, mit 5—6 Dorsozentralborsten. Stirne und Gesicht breit, weißgrau; Taster und Fühler rotgelb, drittes Glied braun. Hinterleib an den vier ersten Ringen gelb mit rotbraunen Vorderrandsbinden, die nach hinten immer breiter werden; die letzten Ringe sind grau bestäubt. Hypopyg klein, schwarz, mit gelben, an der Spitze schwarzen Anhängen; das Organ *x* ist annähernd ebenso geformt wie bei *littoralis* Beck. (s. Fig. 334). Beine nebst allen Hüften blaßgelb; Tarsen vom zweiten Gliede an braun bis schwarz; Vorderschenkel unten nackt. — Flügel fast glashell, Aderung im Charakter von *calceolatus* Lw.; die Gabelader mündet an der Flügelspitze aus, rechtwinklig abzweigend; hintere Querader ein wenig gebogen und schräg. 4 mm lang.

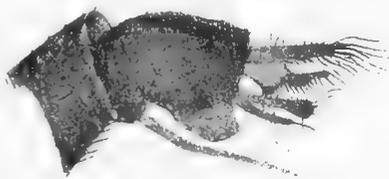


Fig. 334.

*Sciopus gracilipes* Lw. ♂. Hypopyg. 16 : 1.

Vorderschiene 26, Metatarsus 27, die übrigen Glieder 26.

Verhältnis der Schiene zu den Tarsen wie 26 : 53 oder wie 1 : 2.

Mittelschiene 30, Metatarsus 25, die übrigen Glieder 25.

Verhältnis wie 30 : 50 oder wie 1 : 1,66.

Hinterschiene 38, Metatarsus 17, die übrigen Glieder 29.

Verhältnis wie 38 : 46 oder wie 1 : 1,2.

♀. Thoraxrücken graugelb, mit sechs Dorsozentralen. Stirn und Gesicht weißgrau. Hinterleib zum größten Teil gelb oder gelbbraun mit dunkelbraunen Vorderrandsbinden. Beine fast ganz gelb, Vorderschenkel unten mit fünf Stachelborsten.

Vorderschiene 19, Metatarsus 18, die übrigen Glieder 19.

Verhältnis der Schiene zu den Tarsen wie 19:37 oder wie 1:2.

Mittelschiene 27, Metatarsus 22, die übrigen Glieder 22.

Verhältnis wie 27:44 oder wie 1:1,6.

Hinterschiene 39, Metatarsus 13, die übrigen Glieder 16.

Verhältnis wie 39:29 oder wie 1:0,75.

Körperlänge 3 mm.

1 ♂, 13 ♀ aus Ungarn. Sammlung des Ungar. Nat.-Museums.

Anmerkung. Loew führt in seiner Beschreibung l. c. die Unterschiede von *contristans* Wied. an und sagt, daß der Metatarsus der Vorderbeine beim ♂ um ein wenig länger sei als die Vorderschiene und die übrigen vier Tarsenglieder; dies habe ich durch Messungen bestätigt gefunden. Wenn er aber ferner sagt, daß der Metatarsus der Mittelbeine beim ♂ kürzer sei als die Mittelschiene, aber erheblich länger als die folgenden vier Glieder, so habe ich letzteres nicht bestätigt gefunden, weder bei Messung der Loew'schen Type noch bei anderen Exemplaren; der Metatarsus ist nicht länger als die vier Tarsenglieder zusammen; hier liegt ein kleiner Schätzungsfehler im Augenmaße vor. Die Maße der Vorderbeine sind aber auch zur Unterscheidung ausreichend, außerdem ist die gelbe Farbe des Hinterleibes bei *gracilipes* ein gutes Kennzeichen.

26. *Sciopus longulus* Fall. ♂♀, Dipt. Suec. Dolichop. 24. 4 [*Leptopus*] (1823) Europa centr. et sept.

*gracilis* Wied. in litt. apud Meig.

*lugens* Meig., Syst. Besch. IV, 38. 6 (1824).

*obscurus* Meig., Syst. Besch. VI, 39. 7 (1824).

♂. Thoraxrücken grüngold glänzend, wenig bereift. Stirn metallisch glänzend, an den Seiten bereift. Gesicht sehr breit, grau bestäubt. Fühler gelb, drittes Glied braun. Hinterleib glänzend, ohne deutliche mattbraune Querbinden. Hypopygium im Stil der Arten *albifrons* und *contristans*; das Organ *x* ist hier bei einem Exemplar nur an dem dunklen behaarten Wurzelteil unpaarig, teilt sich sodann und erscheint dann ausnahmsweise paarig (s. Fig. 335). Ich mache auf die interessante Erscheinung ganz besonders aufmerksam. Beine mit allen Hüften gelb, Tarsenendglieder gebräunt. Vorderschenkel unten mit vier starken gelben Stachelborsten wie bei den Weibchen. Flügel wie bei *calceolatus* Lw., die Gabelader etwas stumpfwinklig aufbiegend, die hintere Querader etwas schräg. 3—3,5 mm lang.

Vorderschiene 20, Metatarsus 14, die übrigen Glieder 17.

Verhältnis der Schiene zu den Tarsen wie 20 : 31 oder wie 1 : 1,55.

Mittelschiene 30, Metatarsus 19, die übrigen Glieder 21.

Verhältnis wie 30 : 40 oder wie 1 : 1,33.

Hinterschiene 38, Metatarsus 13, die übrigen Glieder 25.

Verhältnis wie 38 : 38 oder wie 1 : 1.



Fig. 335.

*Sciopus longulus* Fall. ♂. Hypopyg. 36 : 1.

♀. Das Verhältnis der Schienlänge zur Tarsenlänge ist annähernd das gleiche wie beim ♂.

27. *Sciopus opacus* Lw. ♂♀, Berl. ent. Zeitschr. X, 63 (1866) Sicilia.

♂. Thoraxrücken matt aschgrau bestäubt. Stirn und das breite Gesicht weiß. Taster und Fühler gelb, drittes Glied gebräunt. — Hinterleib graugrün, die Vorderränder der Ringe nur wenig dunkler bräunlich. Hypopyg von gleicher Form wie bei *longulus* und Genossen (s. die Gestalt des Organs *x* in der Fig. 336). Beine nebst allen Hüften blaßgelb, die Tarsen vom Ende des ersten Gliedes an bräunlich; Unterseite der Vordersehenkel ganz nackt; vom zweiten Gliede an werden die Tarsen der Vorderbeine etwas dicker; während sie gewöhnlich nach der Spitze hin dünner werden, sind sie hier ungefähr gleich dick und fast ebenso stark wie die Schiene selbst; diese Verdickung ist sehr wenig auffällig, so daß sie Loew entgangen ist, sie wird aber bemerkbar, wenn man die verschiedenen Tarsen untereinander vergleicht. Hintermetatarsus gleich lang oder kürzer als das zweite Glied. Flügel wie bei *calceolatus* Lw., die Gabelader etwas stumpfwinklig aufbiegend, hintere Querader schräg. 4—5 mm lang.

Vorderschiene 29, Metatarsus 25, die übrigen Glieder 22.

Verhältnis der Schiene zu den Tarsen wie 1:1,6.

Mittelschiene 42, Metatarsus 38, die übrigen Glieder 33.

Verhältnis wie 42:71 oder wie 1:1,7.

Hinterschiene 59, Metatarsus 24, die übrigen Glieder 46.

Verhältnis wie 59:70 oder wie 1:1,18.

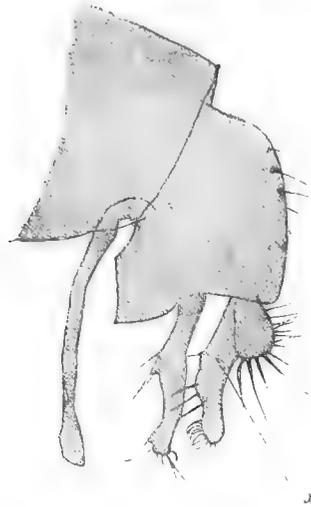


Fig. 336.

*Sciopus opacus* Lw. ♂. Hypopyg. 36:1.

♀. Vorderschenkel mit 6—7 Stachelborsten. 3,5 mm lang.

Vorderschiene 23, Metatarsus 18, die übrigen Glieder 19.

Verhältnis der Schiene zu den Tarsen wie 23:27 oder wie 1:1,6.

Mittelschiene 34, Metatarsus 24, die übrigen Glieder 24.

Verhältnis wie 34:48 oder wie 1:1,4.

Hinterschiene 40, Metatarsus 14, die übrigen Glieder 30.

Verhältnis wie 40:44 oder wie 1:1,1.

Meine Exemplare stammen aus Sizilien und Griechenland.

28. *Sciopus montium* Beck. ♂♀, Mitth. Zool. Mus. Berlin IV, 55 (1908)

Ins. Canar.

♂. Thoraxrücken graugrün bestäubt, mit vier etwas glänzenden Streifen von dunkel rostbrauner Farbe. Stirn matt graugrün, Gesicht schmal, weiß. Fühler gelb, drittes Glied gebräunt. Hinterleib gelb, mit braunen Vorderrandsflecken und schmalen Hinterrandssäumen, sehr kurz schwarz behaart. Hypopyg schwarz, mit gelben bis braunen Anhängen im Charakter

der Arten *contristans* und *albifrons*. — Beine nebst allen Hüften gelb. Schienen mit Ausnahme der Wurzel der Vorderbeine nebst allen Tarsen schwarzbraun. Vorderschenkel unten nackt oder nur mit einigen ganz kurzen zarten Härchen. — Flügel im Charakter von *calceolatus* Lw., die Gabelader ungefähr rechtwinklig aufbiegend, etwas vor der Flügelspitze mündend; hintere Querader ziemlich schräg gestellt. 4 mm lang.

Vorderschiene 26, Metatarsus 29, die übrigen Glieder 33.

Verhältnis der Schiene zu den Tarsen wie 26 : 42 oder wie 1 : 2,4.

Mittelschiene 43, Metatarsus 32, die übrigen Glieder 35.

Verhältnis wie 43 : 67 oder wie 1 : 1,56.

Hinterschiene 50, Metatarsus 18, die übrigen Glieder 34.

Verhältnis wie 50 : 52 oder wie 1 : 1.



Fig. 337.

*Sciopus montium* Beck. ♂. Hypopyg. 48 : 1.

♀. Die Längsstreifung des Thoraxrückens ist auch hier deutlich. Vorderschenkel unten mit vier Stachelborsten. Hinterschenkel durch braune Streifung der Oberseite dunkler als die übrigen Schenkel. Hinterschienen und alle Tarsen braunschwarz.

Vorderschiene 28, Metatarsus 28, die übrigen Glieder 30.

Verhältnis wie 28 : 58 oder annähernd wie 1 : 2.

Mittelschiene 39, Metatarsus 33, die übrigen Glieder 25.

Verhältnis wie 39 : 58 oder wie 1 : 1,5.

Hinterschiene 50, Metatarsus 17, die übrigen Glieder 35.

Verhältnis wie 50 : 52 oder wie 1 : 1.

29. *Sciopus maritimus* n. sp. Lichtw. i. litt. ♂ ♀.

♂. Thoraxrücken durch hellgraue Bestäubung matt, mit nur fünf Paar Dorsozentralborsten. Stirn hellgrau, Gesicht breit, weiß. Fühler rotgelb, drittes Glied braun. Hinterleib matt graugrün, mit dunklen Vorderandsbinden. Hypopyg schwarz, von der Konstruktion der Arten *contristans* und Genossen (s. Fig. 338), man beachte Form und Behaarung des Organs *x*. Beine nebst allen Hüften gelb, die letzten vier Tarsenglieder braun. Vordersehenkel auf der Unterseite ganz nackt. Flügel im Charakter von *calceolatus* Lw., die Gabelader etwas stumpfwinklig aufbiegend; hintere Querader senkrecht zur vierten Längsader. 4,5 mm lang.

Vorderschiene 23, Metatarsus 16, die übrigen Glieder 19.

Verhältnis der Schiene zu den Tarsen wie 23 : 35 oder wie 1 : 1,54.

Mittelschiene 31, Metatarsus 18, die übrigen Glieder 21.

Verhältnis wie 31 : 39 oder wie 1 : 1,25.

Hinterschiene 38, Metatarsus 13, die übrigen Glieder 26.

Verhältnis wie 38 : 39 oder wie 1 : 1.



Fig. 338.

*Sciopus maritimus* Lichtw. ♂. Hypopyg. 24 : 1.

♀. Vorderschenkel mit vier Stachelborsten. 3—4 mm lang.

Vorderschiene 22, Metatarsus 14, die übrigen Glieder 17.

Verhältnis der Schiene zu den Tarsen wie 22 : 31 oder wie 1 : 1,4.

Mittelschiene 29, Metatarsus 18, die übrigen Glieder 18.

Verhältnis wie 29 : 36 oder wie 1 : 1,2.

Hinterschiene 37, Metatarsus 11, die übrigen Glieder 24.

Verhältnis wie 37 : 35 oder wie 1 : 0,92.

Ich fing diese Art an der Nordseeküste auf Sylt; aus Süd-Frankreich und aus Polen.

30. *Sciopus tenuinervis* Lw. ♂, N. Beitr. V, 5. 11 (1857) Europa centr.

♂. Thoraxrücken matt blaugrau, die Seitenränder und das Schildchen am Rande breit gelb. Stirn und Gesicht weißlich. — Hinterleib gelb, mit schwarzen Vorderrandsbinden; Hypopygium gelb, mit gelben, an der Spitze schwarzen Anhängen; dasselbe zeigt wieder eine besondere Form mit deutlich paarigen äußeren und inneren Anhängen. Ich kann jedoch leider keine Darstellung davon geben, da die einzige Type in Loews Sammlung sehr verstaubt ist. — Beine mit allen Hüften ganz gelb, die letzten Tarsenglieder kaum etwas dunkler. Vorderschenkel auf der Unterseite mit 4—5 längeren Haaren, auch auf der Unter- bezüglich Hinterseite der Mittel- und Hinterschenkel steht eine Reihe weißer Haare. — Flügel groß, blaßgelblich, mit zarten gelblichen Adern. Die Gabelader ist besonders lang, und die hintere Querader steht erheblich schräg auf der vierten Längsader. 5,5 mm lang.

Vorderschiene 31, Metatarsus 26, die übrigen Glieder 26.

Verhältnis der Schiene zu den Tarsen wie 1:1,7.

Mittelschiene 37, Metatarsus 28, die übrigen Glieder 27.

Verhältnis wie 37:55 oder annähernd wie 1:1,5.

Hinterschiene 50, Metatarsus 18, die übrigen Glieder 33.

Verhältnis wie 50:51 oder wie 1:1.

Meine Maße stimmen im Verhältnis der Schiene zu ihren Tarsen mit den von Loew angegebenen nicht ganz überein, aber Loews Angaben beruhen sicher nur auf Augenmaß, nicht auf direkter Messung.

Ein besonderer Fundort ist nicht angegeben, das Weibchen noch unbekannt.

31. *Sciopus aberrans* n. sp. ♂♀

Syria.

♂. Die Grundfarbe des Thorax scheint kaum metallisch, vielmehr gelb zu sein, da die Schulterbeulen durch die aschgraue Bestäubung gelb durchschimmern, eine Längsstreifung ist kaum angedeutet. Stirn und das breite Gesicht weißgrau; die Fühler sind ganz gelb, ebenso die Taster. — Hinterleib fast ganz gelb, Vorder- und Hinterränder der Ringe schmal braun gesäumt; bei einem Exemplar ist das Hypopyg ganz gelb, die Anhänge an der Spitze schwarz, bei anderen ist es gelbbraun bis schwarz, im Charakter von *contristans* und anderen. Die äußeren braunen Lamellen sind kurz und kurz behaart, das damit verbundene Organ *x* schmal, einfach, auf der Mitte der



Fig. 339.

*Sciopus aberrans* Beck.  
♂. Hypopyg. 24:1.

einen Seite mit drei kurzen gebogenen Dornen (s. Fig. 339). Beine mit allen Hüften gelb, Vordertarsen vom zweiten Gliede an schwarzbraun. Vorderschenkel unten ganz nackt. — Flügel wasserklar bis blafsgelblich, mit zarten gelben Adern wie bei *tenuinervis* Lw., aber die Gabelader hat nur die gewöhnliche Länge, und die hintere Querader steht ziemlich steil. 5,5 mm lang.

Vorderschiene 33, Metatarsus 27, die übrigen Glieder 27.

Verhältnis der Schiene zu den Tarsen wie 33 : 54 oder wie 1 : 1,63.

Mittelschiene 45, Metatarsus 36, die übrigen Glieder 33.

Verhältnis wie 45 : 69 oder wie 1 : 1,53.

Hinterschiene 55, Metatarsus 19, die übrigen Glieder 42.

Verhältnis wie 55 : 61 oder wie 1 : 1,1.

♀. Thoraxrücken aschgrau, am Halse weißgrau. Hinterleib gelbgrau bereift, mit schmalen dunklen Vorderrandsbinden. Beine ganz gelb. 4 mm lang.

Vorderschiene 25, Metatarsus 20, die übrigen Glieder 20.

Verhältnis der Schiene zu den Tarsen wie 25 : 40 oder wie 1 : 1,6.

Mittelschiene 36, Metatarsus 24, die übrigen Glieder 24.

Verhältnis wie 36 : 48 oder wie 1 : 1,33.

Hinterschiene 46, Metatarsus 14, die übrigen Glieder (?).

2 ♂, 1 ♀ aus Beirut, Syrien. Collect. Becker.

32. *Sciopus spiniger* Zett. ♂, Dipt. Scand. XIII, 5072. 7 (1859); Lichtw., Ann. Mus. Nat. Hungar. XI, 401 (1913) Europa sept. et centr.

Ich kenne die Art nicht vom Ansehen, sondern nur aus Zetterstedts und Lichtwardts Beschreibungen l. c.; letzterer besitzt das bis jetzt hier noch seltene Tier in einem Exemplar aus Ungarn (Thalhammer) und hat dasselbe mit einigen Strichen charakterisiert.

♂. Fühler gelb, drittes Glied braun. Stirn und Gesicht weiß. Thoraxrücken graugrün bestäubt. Hinterleib metallisch gefärbt, ohne gelbe Binden. Hypopyg glänzend schwarz, kelchförmig, im Charakter von *platypterus*, auch mit ähnlichen Anhängen. Beine nebst Hüften gelb, einfach; Vorderschenkel unten mit etwa 12 gelben Stachelborsten in zwei Reihen. Flügel breit, vorne abgerundet wie bei *platypterus*. 4—5 mm lang.

Es erübrigt sich noch, eine kleine Reihe von Arten zu besprechen, die im Kataloge als besondere Arten aufgeführt sind, aber wegen unzureichender Charakterisierung in meine Bestimmungstabelle nicht aufgenommen werden konnten. Es sind dies die folgenden:

*Sciopus algirus* Macq. ♂, Explor. scientif. de l'Algérie, Zool. III, 462. 145  
tab. V fig. 1 (1849) Algeria.

Macquart gibt nur die allgemeinen, stets wiederkehrenden Färbungsmerkmale ohne besondere Kennzeichen; seine Art ist daher charakterlos und nicht erkennbar.

*Sciopus fasciatus* Macq. ♂, S. à Buff. I, 449 (1834) Sicilia.

Schließt sich der Beschreibung nach mit den beiden letzten schwarzen und etwas verbreiterten Tarsengliedern der Vorderbeine an *glaucescens* Lw. an. Der vierstreifige Thoraxrücken kommt bei dem Weibchen von *glaucescens* vor; vielleicht und wahrscheinlich ist *fasciatus* damit identisch; eine besondere Deutung dieser Art habe ich sonst nirgends gefunden.

*Sciopus zonatulus* Zett. ♀, Dipt. Scand. II, 628. 4 (1843) Europa sept.

Nur als Weibchen beschrieben wie bei Dutzenden anderer Arten; diese Art muß von uns vernachlässigt werden.

*Sciopus fulgens* Ros. ♀, Corresp. Würtemb. landw. Ver. I, 55 (1840)  
Germania.

Die Beschreibung lautet: „Viridi cyaneus, nitens, fronte concolore, pedibus flavis, alis hyalinis.“

Eine interessante Art. Die Stirne ist stark glänzend, grüngoldig, ebenso die obere Hälfte des Gesichts, die untere Hälfte ist glänzend stahlblau, kaum etwas matt angehaucht. Fühler schwarz. Thorax und Hinterleib ebenfalls stark glänzend, letzterer ohne matte Querbinden. Beine nebst allen Hüften gelb, nur die letzten Tarsenglieder bräunlich. Flügel glashell; Gabelader fast rechtwinklig abzweigend und in großem Bogen zur Flügelspitze laufend; eine gradlinige Verlängerung der vierten Längsader ist nur als schwache Falte angedeutet; die hintere Querader steht schräg. 3,5 mm lang.

Das unbekannte Männchen wird wahrscheinlich eine uns noch unbekannte Art darstellen.

## Bestimmungstabelle für die Arten der Gattung *Sciopus* Zeller.

### Männchen.

- |   |     |
|---|-----|
| 1. Arten mit schwarzen oder weissen verbreiterten Tarsengliedern                | 2.  |
| — Arten mit einfachen Tarsen  | 15. |
| 2. Mitteltarsen verziert. Gesicht schmal. Vorderhüften unten mit gelben Borsten | 3.  |
| — Vordertarsen verziert   | 4.  |

3. Drittes und viertes Glied der Mitteltarsen weiß, etwas oval verbreitert; fünftes Glied schwarz *platypterus* Fbr. ♂.  
 — Viertes Glied der Mitteltarsen schwarz, sehr breit lappenförmig erweitert; fünftes Glied schwarz, sehr klein *bellus* Lw. ♂.
4. Fünftes Tarsenglied verbreitert und schwarz 5.  
 — Fünftes Tarsenglied weiß 6.  
 — Viertes, mitunter auch das fünfte Glied etwas verbreitert, schwarz, aber nicht lappenförmig 7.  
 — Viertes Tarsenglied lappenförmig verbreitert, mit dem fünften Gliede schwarz 9.  
 — Viertes Tarsenglied weiß, fünftes schwarz 12.  
 — Drittes und viertes Tarsenglied etwas verbreitert und weiß 13.  
 — Drittes und viertes Tarsenglied etwas verbreitert und schwarz 14.
5. Fühler schwarz, nur das erste Glied unten etwas gelblich. Hinterleib graugrün, ohne gelbe Binden und Bauch. Vorderschenkel unten nackt *calceolatus* Lw. ♂.  
 — Fühler gelb, drittes Glied braun. Hinterleib am Bauche und an den Seiten des zweiten und dritten Ringes gelb. Vorderschenkel unten mit einigen steifen Haaren. 4,5—5 mm lang *vialis* Radd. ♂.
6. Thoraxrücken dicht graugrün bestäubt, mit zwei feinen dunkleren Längslinien. Fühler gelb, drittes Glied etwas dunkler. Beine nebst allen Hüften gelb. Vorderschenkel unten nackt. 6 mm lang *albimanus* n. sp. ♂.
7. Fühler schwarz; Stirn stahlblau; Thoraxrücken mit nur fünf Paar Dorsozentralborsten ohne Akrostikale. Beine sehr zart, lang und nackt. Flügel schmal, keilförmig. Kleine schlanke Art. 3 mm lang *longimanus* Beck. ♂.  
 — Fühler rotgelb, drittes Glied braun. Stirn weiß bestäubt 8.
8. Beine mit allen Hüften gelb. Hinterleib auf den ersten vier Ringen gelb. Fühler gelb, nur das dritte Glied braun. Das mit den äußeren Anallamellen verbundene Organ  $\alpha$  (s. Fig. 309) mit gebogener Spitze und auf der Mitte der dem Bauche zugewandten Seite büschelartig lang behaart. Metatarsus der Hinterbeine so lang wie das zweite Glied. 5 mm lang *flavimictus* Lw. ♂.  
 — Beine und Vorderhüften gelb, Mittel- und Hinterhüften mehr oder weniger grau. Drittes Fühlerglied braun bis schwarz, mitunter auch das erste und zweite Glied oberseits verdunkelt. Organ  $\alpha$  (s. Fig. 310) ziemlich gerade, stumpfkegelig verlängert, auf der einen Seite und Mitte ohne Haare. Hinterschenkel gelb, mitunter braun gestreift oder an der Spitze gefleckt. Metatarsus der Hinterbeine etwas kürzer als das zweite Glied. 5—5,5 mm lang *glaucescens* Lw. ♂.
9. Akrostikalbörstchen fehlend. Hypopyg mit zwei langen bandförmigen behaarten Anhängen. Vorderschenkel unten an der Basis mit einem Schopf langer Borstenhaare. Vierte Längsader stark gebogen; hintere Querader stark nach auswärts gebogen. Metallisch glänzende Art mit gelben Fühlern. 5 mm lang *nervosus* Lehm. ♂.
- Akrostikalbörstchen deutlich vorhanden. Hypopyg mit den gewöhnlichen beiden Zangen und der äußeren Lamelle nebst Anhang  $\alpha$ . Vorderschenkel unten nackt oder höchstens mit einigen steifen Haaren. Vierte Längsader nicht stark gebogen, hintere Querader gerade oder kaum gebogen 10.

10. Thoraxrücken glänzend grün. Hinterleib glänzend schwarz bis kupferfarbig, mit kreidegrauen Hinterrandsbinden. Drittes Tarsenglied der Vorderbeine weiß. Vorderschenkel unten nackt. 4—5 mm lang *Costae* Mik ♂.
- Thoraxrücken matt grau bis graugelb. Hinterleib matt graugrün mit dunklen Vorderrandsbinden oder gelb mit dunklen Binden 11.
11. Hinterleib gelb mit schmalen Vorderrändern und Mittelflecken. Vorderschenkel unten fast nackt. Vorderrandader auf der Mitte eingebogen. 4 mm lang *albifrons* Meig. ♂.
- Hinterleib matt graugrün mit dunklen Vorderrandsbinden. Vorderschenkel unten mit 4—5 steifen Haaren. Die lappige Endigung des vierten Tarsengliedes der Vorderbeine ziemlich lang. Das Längenverhältnis der Vorderschienen zu ihren Tarsen wie 1:1,7. 5 mm lang *Wiedemanni* Fall. ♂.
- Hinterleib wie bei der vorigen Art. Vorderschenkel fast nackt. Die lappige Endigung des vierten Tarsengliedes der Vorderbeine kurz. Das Längenverhältnis der Vorderschiene zu ihren Tarsen wie 1:2,3. 5 mm lang *lobipes* Meig. ♂.
12. Fühler schwarz; Gesicht schmal, weiß. Das vierte weiße Glied der Vordertarsen etwas verbreitert, das fünfte schwarz und verbreitert. Hypopyg von besonderer Form. Verhältnis der Schienenlänge der Vorderbeine zu deren Tarsenlänge wie 1:2,4. Gabelader sehr schwach ausgebildet. 3 mm lang *evanidus* Bezzi ♂.
- Fühler gelb, drittes Glied gebräunt; Gesicht breit, silberweiß. Das vierte weiße Glied der Vordertarsen etwas verbreitert, das fünfte schwarze nicht verbreitert. Hypopyg von der gewöhnlichen Form. Verhältnis der Schienenlänge der Vorderbeine zu deren Tarsenlänge wie 1:1,6. Gabelader deutlich ausgebildet. 4—5 mm lang *pallens* Wied. ♂.
13. Fühler schwarz; Gesicht schmal. Hinterleib mit mattbraunen Vorderrandsbinden. Hypopyg klein, schwarz, mit zwei deutlich getrennten wimpelförmigen und behaarten äußeren Anhängen, ähnlich wie bei *nigricornis* Lw. Beine mit allen Hüften gelb. Vorderschenkel unten an der Basis mit 3—4 langen gelben Borsten. Tarsen sehr lang. Vordertarsen fast dreimal so lang wie ihre Schiene. Flügel breit, mit einer Ausbauchung am Hinterrande in der Nähe der fünften Längsader und fast verschwindender Gabelader. 6 mm lang *lesinensis* Mik ♂.
14. Thoraxrücken matt gelbbraun, mit kreidegrauer Mittelstrieme zwischen den Akrostikalbörstchen. Gesicht und Stirne weiß, ersteres breit. Fühler gelb, drittes Glied braun. Beine gelb, Vordertarsen schwarzbraun,  $1\frac{3}{4}$  mal so lang wie die Schiene. 5 mm lang *albovittatus* Strbl. ♂.
15. Fühler schwarz 16.
- Fühler ganz gelb oder gelb mit geschwärztem dritten Gliede 17.
16. Thoraxrücken graugrün bereift, mit sechs Paar Dorsozentralborsten und deutlich zweizeiligen Akrostikalen. Hinterleib mit braunen Vorderrandsbinden. Vorderschenkel auf der Wurzelhälfte braun, unten mit fünf steifen Haaren. 4 mm lang *nigricornis* Lw. ♂.
- Thoraxrücken metallisch glänzend, mit nur 4—5 Dorsozentralen und ohne Akrostikale. Hinterleib ohne braune Vorderrandsbinden. Vorderschenkel ganz gelb, auf der Unterseite nur mit unbedeutenden Härchen. 2,5—3 mm lang *sylvaticus* Beck. ♂.

17. Hypopyg schwarz 18.  
 — Hypopyg gelb. Thoraxrücken metallisch blaugrün glänzend; ohne Bestäubung. Stirne blau, ziemlich glänzend. Schildchen gelb gerandet. Hinterleib am ersten Ringe und am ganzen Rande gelb, oben metallisch grün glänzend. Beine mit allen Hüften gelb. Vorderschenkel unten mit zwei zarten Haaren. Mittelschienen nebst Tarsen deutlich borstlich bewimpert. Metatarsus der Hinterbeine so lang wie das zweite Glied. Flügel keilförmig, Querader um mehr als die eigene Länge von der Gabelader entfernt. 3 mm lang *euchromus* Lw. ♂.
- Hypopyg gelb, äußere Anhänge mit langen Haaren; die seitliche Endigung der Chitinhülle gegabelt, innere Anhänge nackt, gegabelt. Thoraxrücken grau bestäubt, mit nur fünf Dorsozentralborsten; Schildchen gelb gerandet. Hinterleib an den ersten vier Ringen gelb mit schmalen braunen Binden. Vorderschenkel unten mit 4—5 zarten Haaren. Flügel mit stumpfwinklig abbiegender Gabelader; hintere Querader schräg. 5 mm lang *euzonus* Lw. ♂.
18. Thoraxrücken glänzend goldgrün, Stirn desgleichen. Hinterleib metallisch glänzend, ohne dunklere Binden. Vorderschenkel mit vier starken gelblichen Stachelborsten auf der Unterseite. 3—3,5 mm lang *longulus* Fall. ♂.
- Thoraxrücken von grauer Bestäubung, matt. Vorderschenkel ohne Stachelborsten 19.
19. Hinterleib an den ersten vier Ringen gelb 20.  
 — Hinterleib ohne gelbe Ringe oder Flecken 23.
20. Thoraxrücken graugrün bestäubt, mit vier etwas glänzenden dunkleren Längslinien. Gesicht schmal, weiß. Beine nebst Hüften gelb. Schienen und alle Tarsen schwarzbraun. 4 mm lang *montium* Beck. ♂.
- Thoraxrücken ohne dunklere Längsstreifen. Gesicht breit, weiß 21.
21. Flügel mit einem zarten Schattenfleck an der Spitze; hintere Querader schräg liegend. Vorderschenkel unterseits nur mit einigen zarten Härchen. Das Organ *x* (s. Fig. 332) der äußeren Analanhänge schmal und nur an der Spitze auf einer Seite behaart. 3—4 mm lang *adumbratus* Beck. ♂.
- Flügel ohne Schattenfleck an der Spitze 22.
22. Thoraxrücken matt blaugrau, die Seitenränder und der Rand des Schildchens gelb. Äußere und innere Analanhänge deutlich paarig. Vorderschenkel unterseits mit 4—5 stärkeren Haaren. Flügel groß, blafsgelb, mit gelben Adern. Gabelader sehr lang, und die hintere Querader sehr schräg. 5—5,5 mm lang *tenuinervis* Lw. ♂.
- Thoraxrücken matt graugrün, Seiten- und Schildränder nicht gelb. Äußere Analanhänge in der gewöhnlichen Weise unpaarig, lang. Das Organ *x* trapezförmig, lang behaart. Vorderschenkel unterseits nackt. Metatarsus der Vorderbeine um ein wenig länger als die Vorderschiene und um ebensoviel länger als die vier folgenden Tarsenglieder zusammen. Flügel nicht besonders groß, graulich mit braunen Adern; hintere Querader wenig schräg. 3,5—4 mm lang *gracilipes* Lw. ♂.
- Thoraxrücken matt aschgrau; die äußeren Analanhänge kurz. Das Organ *x* schmal, auf der Mitte der Unterseite mit drei gebogenen Dornen. Vorderschenkel unten nackt. Metatarsus der Vorderbeine kürzer als die Schiene und ebenso lang wie die vier übrigen Tarsenglieder. Flügel groß, wasserklar, Adern zart; hintere Querader ziemlich steil. 4 mm lang *aberrans* n. sp. ♂.

23. Größere Arten von 4,5—5 mm Länge 24.  
 — Mittelgroße oder kleine Arten von 3—3,5 mm Länge 25.
24. Thoraxrücken gelbgrau bestäubt. Stirn gelbgrau. Vorderschenkel mit einigen feinen Härchen auf der Unterseite. Das mit den äußeren ovalen behaarten Lamellen verwachsene Organ *x* (s. Fig. 333) ist breit, unregelmäßig viereckig, mit geknicktem schmalen Endgliede, dessen eine Seite behaart ist; dicht daneben ein schwarzer Haarschopf auf einem Höcker. 4,5 mm lang *contristans* Wied. ♂.
- Thoraxrücken aschgrau bestäubt. Stirn weiß. Vorderschenkel ganz nackt. Das Organ *x* verhältnismäßig schmal, länglich geformt, an der Spitze mit kurzen Haaren, darunter drei stärkere kurze Borsten. 5 mm lang *opacus* Lw. ♂.
- Thoraxrücken graugrün bestäubt. Stirn und das schmale Gesicht weißlich. Vorderschenkel auf der Unterseite mit starken Dornen in zwei Reihen. Hypopyg klein, schwarz, knospenförmig, mit zwei deutlich getrennten kürzeren schwarzen behaarten Anhängen, im Charakter von *platypterus* und *bellus*. Flügel breit, graulich, vorn gerundet. 4—5 mm lang *spiniger* Zett. ♂.
25. Thoraxrücken hellgrau bestäubt. Stirn hellgrau. Vorderschenkel unterseits nackt. Hinterleib aschgrau bestäubt, mit sehr breiten braunen Vorderrandsbinden. Das Organ *x* trapezförmig, mit brauner stabförmiger Verlängerung und braunen Kanten, auf einer Seite lang behaart. 3,5 mm lang *maritimus* n. sp. ♂.

#### Weibchen.

1. Fühler ganz schwarz 2.  
 — Fühler gelb, drittes Glied gebräunt bis schwarz 7.
2. Thoraxrücken nur mit 4—5 Dorsozentralborsten, Akrostikalborstchen fehlend 3.  
 — Thoraxrücken mit sechs Dorsozentralborsten, Akrostikalborstchen vorhanden 5.
3. Gabelader der vierten Längsader sehr blaß, verschwindend 4.  
 — Gabelader deutlich, ebenso kräftig wie die übrigen Adern, jedoch sehr weit von der hinteren Querader entfernt. Flügel sehr schmal. Verhältnis der Flügelbreite zur Länge wie 1:2,85. Thoraxrücken und Hinterleib metallisch glänzend. Beine und alle Hüften gelb, Vordertarsen braun. Metatarsus der Vorderbeine länger als das zweite Glied. 2,5—3 mm lang *longimanus* Beck. ♀.
4. Beine mit allen Hüften gelb, Borsten der Vorderschenkel gelb. Metatarsus der Hinterbeine länger als das zweite Glied. Flügelbreite zur Flügellänge wie 1:2,46. 2,5 mm lang *evanidus* Bezzi ♀.
- Beine nur mit den Vorderhüften gelb, Mittel- und Hinterhüften grau; Borsten der Vorderhüften und Vorderschenkel meist dunkel gefärbt; Tarsen braun. Metatarsus der Hinterbeine so lang wie das zweite Glied. Flügelbreite zur Flügellänge wie 1:2,18. 3—3,2 mm lang *sylvaticus* Beck. ♀.
5. Gesicht verhältnismäßig schmal, nur 2—2,5 mal so breit wie das dritte Fühlerglied 6.  
 — Gesicht breiter, etwa 4—5 mal so breit wie das dritte Fühlerglied. Thoraxrücken metallisch glänzend. Beine gelb, jedoch Schienenhälfte und Tarsen schwarzbraun. Mittel- und Hinterhüften grau. Gabelader deutlich. 3—3,5 mm lang *nigricornis* Lw. ♀.

6. Thoraxrücken matt gelbgrau. Beine nebst allen Hüften gelb. Gabelader verschwindend. Flügel breit, mit einer Ausbauchung am Hinterrande in der Nähe der fünften Längsader. 5—6 mm lang *lesinensis* Mik ♀.
7. Gesicht verhältnismäßig schmal, etwa 2—2,5 mal so breit wie das dritte Fühlerglied 8.  
— Gesicht breit, etwa 4—5 mal so breit wie das dritte Fühlerglied 10.
8. Thoraxrücken gelbgrau, mit vier etwas glänzenden braunen Längsstreifen. Beine mit Vorderhüften gelb, jedoch die Hinterschienen und alle Tarsen schwarzbraun. Hintermetatarsus so lang wie das zweite Glied. Verhältnis der Vordersehene zu den Tarsen wie 1:2. Flügelbreite zur Flügellänge wie 1:2,86 *montium* Beck. ♀.
- Thoraxrücken ohne Längsstreifen. Beine fast ganz gelb 9.
9. Thoraxrücken graugrün. Verhältnis der Flügelbreite zur Länge wie 1:2,28. 3,5 mm lang *bellus* Lw. ♀.
- Thoraxrücken hellgrau. Verhältnis der Flügelbreite zur Länge wie 1:2,77. 4 mm lang *platypterus* Fbr. ♀.
- Thoraxrücken glänzend grün bis blau. Stirn glänzend. Verhältnis der Schienlänge der Vorderbeine zu deren Tarsenlänge wie 1:1,3, der Flügelbreite zur Länge wie 1:2,8. 2,5 mm lang *euchromus* Lw. ♀.
10. Thoraxrücken metallisch glänzend 11.  
— Thoraxrücken matt bestäubt 12.
11. Dorsozentralborsten undeutlich, höchstens fünf mit mattschwarzen Wurzelpunkten. Hinterleib metallisch glänzend, mit kreideweißen Hinterrandsbinden. Beine und Hüften gelb. Spitze der Hinterschienen und die Tarsen schwarzbraun. Länge der Vordersehnen zur Tarsenlänge wie 1:1,45. Gabelader der vierten Längsader S förmig rückwärts gebogen. Querader steil. 4—5 mm lang *Costae* Mik ♀.
- Dorsozentralborsten deutlich 4—5, Akrostikale fehlend. Beine ganz gelb. Länge der Vordersehene zur Tarsenlänge wie 1:1,6. Hintermetatarsus etwas länger als das zweite Glied; hintere Querader stark nach außen bauchig gekrümmt und von der Gabelader weit entfernt. 4 mm lang *nervosus* Lehm. ♀.
- Dorsozentralborsten deutlich sechs, Akrostikale fehlend. Beine gelb, die letzten vier Tarsenglieder schwarzbraun. Verhältnis der Länge der Vordersehene zur Tarsenlänge wie 1:1,5. Hintermetatarsus etwas kürzer als das zweite Glied. Hintere Querader gerade und steil, von der Gabelader weniger als um die eigene Länge entfernt. 2,5 mm lang *longulus* Fall. ♀.
12. Thoraxrücken mit einem kreideweißen Mittelstreifen. Hinterleib mattgrau. Beine gelb. Vordertarsen schwarzbraun. 4 mm lang *albovittatus* Strbl. ♀.
- Thoraxrücken ohne kreideweißen Mittelstreifen 13.
13. Thoraxrücken mit den gewöhnlichen sechs Paar Dorsozentralborsten 14.  
— Thoraxrücken mit nur fünf Paar Dorsozentralborsten, matt gelbgrau, Akrostikale deutlich. Fühler ganz rotgelb. Hinterleib gelblich, mit braunen Vorderrandsbinden. Beine gelb, Endglieder der Tarsen braun. Schienlänge der Vorderbeine zur Tarsenlänge wie 1:1,8. Hintermetatarsus etwas kürzer als das zweite Glied. 5 mm lang *euzonus* Lw. ♀.
14. Gesicht breit, weiß bis grau in allen Abstufungen. Hinterleib gelblich bis aschgrau, mit mehr oder weniger deutlichen dunklen Vorderrandsbinden. Länge der

- Vorderschiene zur Tarsenlänge im Verhältnis wie 1:1,5 — 1:2,0. Arten in Größe von 3,5 — 5 mm Länge 15.
15. Mittel- und Hinterhüften grau, nur an der Spitze gelb *aberrans* Beck. ♀.
- Alle Hüften gelb *opacus* Lw. ♀, *albifrons* Meig. ♀, *lobipes* Meig. ♀, *flavicinctus* Lw. ♀, *Wiedemanni* Fall. ♀, *contristans* Wied. ♀, *albimanus* n. sp. ♀, *validus* Lw. ♀, *gracilipes* Lw. ♀, *adumbratus* Beck. ♀, *maritimus* n. sp. ♀, *vialis* Radd. ♀, *pallens* Wied. ♀.

Diese letzten 13 Weibchen noch weiter zu unterscheiden, ist mir nicht gelungen.

# Verzeichnis der Gattungen und ihrer Synonyme.

Alphabetisch geordnet.

	Seite des I.	II.	III. Teiles
<i>Acanthipodus</i> Rond. (1856) = <i>Poecilobothrus</i> Mik . . . . .	244	—	—
<i>Achalcus</i> Lw. (1857) . . . . .	—	269	—
<i>Achanthipodus</i> Rond. (1861) = <i>Poecilobothrus</i> Mik . . . . .	244	—	—
<i>Acropsilus</i> Mik (1878) . . . . .	—	—	112
<i>Alloconeurus</i> Mik (1878) = <i>Orthoceratium</i> Schrank . . . . .	308	—	—
<i>Amblypsiropus</i> Big. (1890) = <i>Sciopus</i> Zell. . . . .	—	—	136
<i>Ammobates</i> Stann. (1831) = <i>Tachytrechus</i> Walk. . . . .	259	—	—
<i>Anahydrophorus</i> Beck. (1916) . . . . .	298	—	—
<i>Anaplomerus</i> Rond. = <i>Hydrophorus</i> Fall. . . . .	272	—	—
<i>Anaplopus</i> Rond. = <i>Hydrophorus</i> Fall. . . . .	272	—	—
<i>Anepsiomyia</i> Bezzi (1902) . . . . .	—	—	121
<i>Anepsius</i> Lw. (1857) praeoecup. . . . .	—	—	121
<i>Anepsius</i> Lw. = <i>Anepsiomyia</i> Bezzi . . . . .	—	—	121
<i>Anglearia</i> Halid. (1832) = <i>Porphyrops</i> Meig. . . . .	—	208	—
<i>Anomalopyga</i> Oldenb. (1916) . . . . .	—	—	134
<i>Anorthus</i> Lw. (1850) = <i>Medetera</i> Fisch. . . . .	337	—	—
<i>Aphantotimus</i> Wheel. = <i>Thrypticus</i> Gerst. . . . .	353	—	—
<i>Aphrosylus</i> Walk. (1851) . . . . .	327	—	—
<i>Aphrozeta</i> Perris (1850) = <i>Hydrophorus</i> Fall. . . . .	272	—	—
<i>Argyra</i> Macq. (1834) . . . . .	—	—	61
<i>Lasiargyra</i> Mik (1878) . . . . .	—	—	61
<i>Asphyrotarsus</i> Oldenb. (1916) . . . . .	307	—	—
<i>Asyndetus</i> Lw. (1869) . . . . .	—	—	75
<i>Meringopherusa</i> Beck. (1902) . . . . .	—	—	75
<i>Bathycranium</i> Strbl. (1892) . . . . .	—	260	—
<i>Brachypus</i> Meig. = <i>Diaphorus</i> Meig. . . . .	—	—	38
<i>Camplosceles</i> Halid. (1832) = <i>Campsicnemus</i> Walk. . . . .	—	—	82
<i>Camploscelus</i> Halid. (1832) = <i>Campsicnemus</i> Walk. . . . .	—	—	82
<i>Campsicnemus</i> Walk. (1851) . . . . .	—	—	82
<i>Camplosceles</i> Halid. (1832) . . . . .	—	—	82
<i>Camploscelus</i> Halid. (1832) . . . . .	—	—	82
<i>Chrysochlorus</i> Lw. (1857) = <i>Xanthochlorus</i> Lw. . . . .	—	—	129

	Seite des I.	II.	III. Teiles
<i>Chrysotimus</i> Lw. (1857) . . . . .	—	—	125
<i>Chrysotus</i> Meig. (1824) . . . . .	—	—	51
<i>Coracocephalus</i> Mik (1892) . . . . .	323	—	—
<i>Cryptophleps</i> Lichtw. (1898) . . . . .	—	—	79
<i>Dactylomyia</i> Aldr. (1893) = <i>Neurogona</i> Rond. . . . .	—	299	—
<i>Dasyarthrus</i> Mik (1878) = <i>Hercostomus</i> Lw. . . . .	181	—	—
<i>Diaphora</i> Macq. (1834) = <i>Diaphorus</i> Macq. . . . .	—	—	38
<i>Diaphorus</i> Macq. (1824) . . . . .	—	—	39
<i>Brachypus</i> Meig. i. litt. . . . .	—	—	38
<i>Diaphora</i> Macq. (1834) . . . . .	—	—	38
<i>Dolichophorus</i> Lichtw. (1902) . . . . .	359	—	—
<i>Dolichopus</i> Latr. (1796) . . . . .	126	—	—
<i>Iphis</i> Meig. (1800) . . . . .	126	—	—
<i>Rageneura</i> Big. (1890) . . . . .	126	—	—
<i>Rageneura</i> Rond. (1856) . . . . .	126	—	—
<i>Satyra</i> Meig. (1803) . . . . .	126	—	—
<i>Spathichira</i> Big. (1890) . . . . .	126	—	—
<i>Drymonoeca</i> Beck. (1907) = <i>Eutarsus</i> Lw. . . . .	—	291	—
<i>Ectomus</i> Mik (1878) . . . . .	—	—	99
<i>Epithalassius</i> Mik (1891) . . . . .	—	263	—
<i>Eucoryphus</i> Mik (1869) . . . . .	320	—	—
<i>Eutarsus</i> Lw. (1857) . . . . .	—	291	—
<i>Drymonoeca</i> Beck. (1907) . . . . .	—	291	—
<i>Gnamptopsilopus</i> Aldr. (1893) = <i>Sciopus</i> Zell. . . . .	—	—	136
<i>Gymnopternus</i> Lw. (1857) = <i>Hercostomus</i> Lw. . . . .	181	—	—
<i>Haltericerus</i> Rond. (1856) = <i>Ludovicus</i> Rond. . . . .	258	—	—
<i>Hammobates</i> Rond. (1856) = <i>Tachytrechus</i> Walk. . . . .	259	—	—
<i>Hemospathus</i> Big. (1888) = <i>Sybistroma</i> Meig. . . . .	248	—	—
<i>Hercostomus</i> Lw. (1857) . . . . .	181	—	—
<i>Dasyarthrus</i> Mik (1878) . . . . .	181	—	—
<i>Gymnopternus</i> Lw. (1857) . . . . .	181	—	—
<i>Hydrochus</i> Fall. = <i>Rhaphium</i> Meig. . . . .	—	206	—
<i>Hydrophorus</i> Fall. (1823) . . . . .	272	—	—
<i>Anaplomerus</i> Rond. (1856) . . . . .	272	—	—
<i>Anaplopus</i> Rond. (1857) . . . . .	272	—	—
<i>Aphrozeta</i> Perris (1850) . . . . .	272	—	—
<i>Hygroceleuthus</i> Lw. (1857) . . . . .	179	—	—
<i>Hypophyllus</i> Lw. (1857) . . . . .	255	—	—
<i>Spathitarsus</i> Big. (1888) . . . . .	255	—	—
<i>Iphis</i> Meig. (1800) = <i>Dolichopus</i> Latr. . . . .	126	—	—

	Seite des I.	II.	III. Teiles
<i>Lamprochromus</i> Mik. (1878)	—	—	126
<i>Lasiargyra</i> Mik. (1878) = <i>Argyra</i> Macq.	—	—	61
<i>Leptopus</i> Fall. (1823) = <i>Sciopus</i> Zell.	—	—	136
<i>Leptopus</i> Halid. (1832) = <i>Xanthochlorus</i> Lw.	—	—	129
<i>Leucostola</i> Lw. (1857)	—	—	74
<i>Liancalus</i> Lw. (1857)	305	—	—
<i>Ludovicus</i> Rond. (1843)	258	—	—
<i>Haltericerus</i> Rond. (1856)	258	—	—
<i>Machaërium</i> Halid. (1832)	—	261	—
<i>Smiliotus</i> Lw. (1857)	—	261	—
<i>Medetera</i> Fisch. (1819)	337	—	—
<i>Anorthus</i> Lw. (1850)	337	—	—
<i>Medeterus</i> Auct.	337	—	—
<i>Orthobates</i> Wahlb. (1844)	337	—	—
<i>Taechobates</i> Halid. (1832)	337	—	—
<i>Medeterus</i> Auct. = <i>Medetera</i> Fisch.	337	—	—
<i>Melanostolus</i> Kow. (1884)	—	—	48
<i>Meringopherusa</i> Beck. (1902) = <i>Asyndetus</i> Lw.	—	—	75
<i>Micromorphus</i> Mik (1878)	—	—	123
<i>Pseudacropsilus</i> Strbl. (1899)	—	—	124
<i>Microtes</i> Beck. (1916)	—	—	132
<i>Muscidideicus</i> Beck. (1916)	268	—	—
<i>Nematoproctus</i> Lw. (1857)	—	—	49
<i>Nemospathus</i> Big. (1859) = <i>Sybistroma</i> Meig.	248	—	—
<i>Neurogona</i> Rond. (1856)	—	299	—
<i>Dactylomyia</i> Aldr. (1893)	—	299	—
<i>Saucropus</i> Lw. (1857)	—	299	—
<i>Nodicornis</i> Rond. (1843) = <i>Sybistroma</i> Meig.	248	—	—
<i>Oligochaetus</i> Mik (1878)	351	—	—
<i>Oncopygius</i> Mik (1866)	—	296	—
<i>Oncopygius</i> Lw. (1873)	—	296	—
<i>Oncopygius</i> Lw. = <i>Oncopygius</i> Mik	—	296	—
<i>Orthobates</i> Wahlb. (1844) = <i>Medetera</i> Fisch.	337	—	—
<i>Orthoceratium</i> Schrank (1803)	308	—	—
<i>Alloeoneurus</i> Mik (1878)	308	—	—
<i>Orthochile</i> Latr. (1809)	240	—	—
<i>Ozodostylus</i> Big. (1859) = <i>Sybistroma</i> Meig.	248	—	—
<i>Paralleloneurum</i> Beck. (1903)	322	—	—
<i>Peodes</i> Lw. (1857)	324	—	—
<i>Perithinus</i> Halid. (1832) = <i>Porphyrops</i> Meig.	—	208	—
<i>Plectropus</i> Halid. (1832) = <i>Syntormon</i> Lw.	—	271	—
<i>Poecilobothrus</i> Mik (1878)	244	—	—

	Seite des I.	II.	III. Teiles
<i>Acanthipodus</i> Rond. (1856) . . . . .	244	—	—
<i>Achantipodus</i> Rond. (1861) . . . . .	244	—	—
<i>Porphyrops</i> Meig. (1824) . . . . .	—	208	—
<i>Anglearis</i> Halid. (1832) . . . . .	—	208	—
<i>Perithinus</i> Halid. (1832) . . . . .	—	208	—
<i>Pseudacropsilus</i> Strbl. (1899) = <i>Schoenophilus</i> Mik. . . . .	322	—	—
<i>Psilopodinus</i> Big. (1890) = <i>Sciopus</i> Zell. . . . .	—	—	136
<i>Psilopodius</i> Rond. (1861) = <i>Sciopus</i> Zell. . . . .	—	—	136
<i>Psilopus</i> Meig. (1824) = <i>Sciopus</i> Zell. . . . .	—	—	136
<i>Pterostylus</i> Mik (1878) . . . . .	248	—	—
<i>Rageneura</i> Big. (1890) = <i>Dolichopus</i> Latr. . . . .	126	—	—
<i>Ragheura</i> Rond. (1856) = <i>Dolichopus</i> Latr. . . . .	126	—	—
<i>Rhaphium</i> Meig. (1803) . . . . .	—	206	—
<i>Hydrochus</i> Fall. (1823) . . . . .	—	206	—
<i>Satyra</i> Meig. (1803) = <i>Dolichopus</i> Latr. . . . .	126	—	—
<i>Saucropus</i> Lw. (1857) = <i>Neurogona</i> Rond. . . . .	—	299	—
<i>Scellus</i> Lw. (1857) . . . . .	294	—	—
<i>Schoenophilus</i> Mik. (1878) . . . . .	322	—	—
<i>Pseudacropsilus</i> Strbl. (1899) . . . . .	322	—	—
<i>Sciopus</i> Zell. (1842) . . . . .	—	—	136
<i>Amblypsilopus</i> Big. (1880) . . . . .	—	—	136
<i>Gnamptopsilopus</i> Aldr. (1893) . . . . .	—	—	136
<i>Leptopus</i> Fall. (1823) . . . . .	—	—	136
<i>Psilopus</i> Meig. (1824) . . . . .	—	—	136
<i>Psilopodius</i> Big. (1890) . . . . .	—	—	136
<i>Psilopodinus</i> Rond. (1861) . . . . .	—	—	136
<i>Smiliotus</i> Lw. (1857) = <i>Machaerium</i> Halid. . . . .	—	261	—
<i>Spathichira</i> Big. (1890) = <i>Dolichopus</i> Latr. . . . .	126	—	—
<i>Spathitarsus</i> Big. (1888) = <i>Hypophyllus</i> Lw. . . . .	255	—	—
<i>Sphyrotarsus</i> M k. (1874) . . . . .	300	—	—
<i>Stannia</i> Rond. (1857) = <i>Tachytrechus</i> Walk. . . . .	259	—	—
<i>Submedeterus</i> Beck. (1916) . . . . .	360	—	—
<i>Sybistroma</i> Meig. (1824) . . . . .	248	—	—
<i>Hermospathus</i> Big. (1888) . . . . .	248	—	—
<i>Nemospathus</i> Big. (1859) . . . . .	248	—	—
<i>Nodicornis</i> Rond. (1843) . . . . .	248	—	—
<i>Ozodostylus</i> Big. (1859) . . . . .	248	—	—
<i>Sympycnus</i> Lw. (1857) . . . . .	—	—	103
<i>Synarthrus</i> Lw. (1857) = <i>Syntormon</i> Lw. . . . .	—	271	—
<i>Syntormon</i> Lw. (1857) . . . . .	—	271	—
<i>Plectropus</i> Halid. (1832) praeocc. . . . .	—	271	—
<i>Synarthrus</i> Lw. (1857) . . . . .	—	271	—
<i>Systemus</i> Lw. (1857) . . . . .	—	255	—

	Seite des I.	II.	III. Teiles
<i>Tachytrechus</i> Walk. (1851) . . . . .	259	—	—
<i>Hammobates</i> Rond. (1856) . . . . .	259	—	—
<i>Stannia</i> Rond. (1857) . . . . .	259	—	—
<i>Tacchobates</i> Halid. (1832) = <i>Medetera</i> Fisch. . . . .	337	—	—
<i>Telmaturgus</i> Mik (1874) . . . . .	—	—	120
<i>Teneriffa</i> Beck. (1908) . . . . .	334	—	—
<i>Teuchophorus</i> Lw. (1857) . . . . .	—	—	113
<i>Thinophilus</i> Wahlb. (1844) . . . . .	310	—	—
<i>Thrypticus</i> Auct. = <i>Thrypticus</i> Gerst. . . . .	353	—	—
<i>Thrypticus</i> Gerst. (1864) . . . . .	353	—	—
<i>Aphantotimus</i> Wheel. (1890) . . . . .	353	—	—
<i>Thrypticus</i> Auct. . . . .	353	—	—
<i>Trypticus</i> Auct . . . . .	353	—	—
<i>Xanthotricha</i> Aldr. (1896) . . . . .	353	—	—
<i>Trigonocera</i> Beck. (1902) . . . . .	—	—	75
<i>Trypticus</i> Auct. = <i>Thrypticus</i> Gerst. . . . .	353	—	—
<i>Xanthotricha</i> Aldr. (1896) = <i>Thrypticus</i> Gerst. . . . .	353	—	—
<i>Xiphandrium</i> Lw. (1857) . . . . .	—	229	—
<i>Xanthochlorus</i> Lw. (1857) . . . . .	—	—	129
<i>Chrysochlorus</i> Lw. (1857) . . . . .	—	—	129
<i>Leptopus</i> Halid. (1832) praeocc. . . . .	—	—	129

## Artregister.

(Die römischen Zahlen [I, II, III] beziehen sich auf die Abteilungen der Arbeit, die arabischen auf die Seitenzahl.)

- abbreviatus* Beck., *Syntorm.* II, 272, 289.  
*abdominalis* Fall., *Neurog.* II, 301, 313.  
*aberrans* Lw., *Pterost.* I, 248.  
*aberrans* Beck., *Sciopus* III, 187, 192.  
*Achilleus* Mik., *Thinoph.* I, 315, 316.  
*Actaeus* Halid., *Dolichop.* I, 150.  
*aculeatus* Zett., *Syntorm.* II, 276.  
*acuticornis* Wied., *Dolichop.* I, 127, 170, 177.  
*acuticornis* Fall., *Dolichop.* I, 144.  
*acuticornis* Meig. (nec Wied.), *Dolichop.* I, 144.  
*acuticornis* Oldenb., *Anomalop.* III, 135.  
*adpropinquans* Lw., *Systemus* II, 256.  
*adumbratas* Beck., *Sciopus* III, 178, 192.  
*adustus* Frey, *Dolichop.* I, 128.  
*aemulus* Lw., *Dolichop.* I, 127, 168.  
*aenea* Meig., *Medetera* I, 338, 355.  
*aenea* Cuv. (nec Deg.), *Porph.* II, 215.  
*aeneicoxa* Meig., *Sympycn.* III, 103, 111.  
*aeneirittata* Macq., *Medetera* I, 340.  
*aeneus* Deg., *Dolichopus* I, 127, 161.  
*aeneus* v. Ros., *Oligochaetus* I, 338, 352.  
*aërosus* Fall., *Hercostom.* I, 198, 202, 203.  
*affinis* Whlbg., *Dolichop.* I, 127, 153.  
*agilis* Meig., *Dolichop.* I, 127, 173, 178.  
*agilis* Zett. (nec Meig.), *Dolichop.* I, 143.  
*albibarbus* Lw., *Chrysot.* III, 52, 55.  
*albiceps* Frey, *Hydroph.* I, 274, 278, 280.  
*albida* Macq., *Medetera* I, 338.  
*albidus* Macq., *Hydroph.* I, 281.  
*albifrons* Lw., *Dolichop.* I, 127, 169.  
*albifrons* Zett., *Hercostom.* I, 204, 214.  
*albifrons* Zett., *Xiphandr.* II, 232, 235.  
*albifrons* Meig., *Sciopus* III, 169, 191.  
*albilabris* Zett., *Campsien.* III, 83.  
*albimanus* Beck., *Sciopus* III, 156, 190.  
*albipalpus* Lw., *Asyndet.* III, 77, 78.  
*albipes* Zett., *Micromorph.* III, 124.  
*albomaculatum* Beck., *Xiph.* II, 232, 237.  
*albosetosus* Strbl., *Micromorph.* III, 124.  
*albovittatus* Strbl., *Sciopus* III, 173, 191.  
*algiurus* Macq., *Sciopus* III, 189.  
*alpicola* Strbl., *Chrysot.* III, 53, 55.  
*alpinus* Meig., *Dolichop.* I, 127.  
*alpinus* Whlbg., *Hydroph.* I, 276, 278, 281.  
*alpinus* Halid., *Ectomus* III, 102.  
*alutifer* Walk., *Hercost.* I, 212.  
*ambigua* Zett., *Medetera* I, 338, 350.  
*ambigua* Perris (nec Zett.), *Medetera* I, 344.  
*amplicornis* Zett., *Chrysot.* III, 53, 55.  
*anale* Beck., *Xiphandr.* II, 233, 237.  
*analis* Meig., *Dolichop.* I, 128.  
*andalusiacus* Strbl., *Dolichop.* I, 128, 170, 176.  
*angulicornis* Kow., *Chrysot.* III, 53, 55.  
*angusticorne* Lw., *Xiphandr.* II, 231, 234, 239.  
*angustifrons* Staeg., *Hercost.* I, 198, 202, 204.  
*angustipennis* Kert., *Dolichop.* I, 128, 169.  
*angustus* Lw., *Hercost.* I, 204, 226.  
*annulatus* Macq., *Nematopr.* III, 49.  
*annulipes* Meig., *Sympycn.* III, 104, 111.  
*annulipes* Zett., *Dolichop.* I, 128, 164, 175.  
*annulitarsis* v. Ros., *Medetera* I, 339, 340.

- antennata* Carl., *Porph.* II, 209, 214.  
*antennata* Schin. (nec Carl.), *Porph.* II, 217.  
*apicalis* Zett., *Dolichop.* I, 128, 170.  
*apicalis* Zett., *Medetera* I, 339, 349, 352.  
*apicalis* Bezzi, *Hercost.* I, 211.  
*Apollo* Lw., *Hercost.* I, 196, 205.  
*appendiculatus* Macq., *Hypophyll.* I, 255.  
*appendiculatum* Zett., *Xiphandr.* II, 233, 239.  
*appendiculatus* Lw., *Hercost.* I, 194, 200, 206.  
*aquaticus* Meig., *Hydroph.* I, 287.  
*aratriformis* Beck., *Dolichop.* I, 158.  
*arbustorum* Stann., *Dolichop.* I, 128, 172, 178.  
*arbustorum* Zett. (nec Stann.), *Dolichop.* I, 162.  
*arcticus* Frey, *Chrysot.* III, 55, 61.  
*argentata* Macq., *Argyra* III, 67.  
*argentella* Zett., *Argyra* III, 67.  
*argentifrons* Oldenb., *Hercost.* I, 197, 207.  
*argentina* Meig., *Argyra* III, 63, 66.  
*argyria* Meig., *Argyra* III, 63, 66.  
*argyropalpis* Beck., *Thinoph.* I, 315, 317.  
*argyrostomus* Mik, *Sphyr.* I, 301, 302.  
*argyrotarsis* Whlbg., *Dolichop.* I, 129, 168, 178.  
*aristata* Gerst., *Argyra* III, 71.  
*armatus* Zett., *Campsicn.* III, 83, 97.  
*armiger* Fall., *Scellus* I, 297.  
*armillatus* Whlbg., *Dolichop.* I, 129, 164.  
*armipes* Staeg., *Campsicn.* III, 88.  
*articulatus* Zett., *Campsicn.* III, 84.  
*assimilis* Staeg., *Hercost.* I, 199, 202, 208.  
*atomus* Zett., *Campsicn.* III, 84.  
*atomus* Zett., *Ectomus* III, 102.  
*atomus* Frey, *Thrypt.* I, 355.  
*atratus* Meig., *Dolichop.* I, 129, 165, 175.  
*atratus* Zett. (nec Meig.), *Dolichop.* I, 129, 144.  
*atriceps* Lw., *Argyra* III, 64, 67.  
*atripes* Meig., *Dolichop.* I, 129, 164, 175.  
*atripes* v. Ros., *Chrysot.* III, 55.  
*atritibialis* Zett., *Dolichop.* I, 129, 173.  
*atro-virens* Lw., *Hercost.* I, 227.  
*auctum* Lw., *Xiphandr.* II, 233, 240.  
*aulicus* Meig., *Eutarsus* II, 294.  
*areo-cupreus* Strbl., *Asyndet.* III, 77, 78.  
*auricollis* Meig., *Argyra* III, 64, 67.  
*azureus* Macq., *Dolichop.* I, 150.  
*balticus* Meig., *Hydroph.* I, 277, 278, 281.  
*barbicoxa* Strbl., *Orthochile* I, 241, 242.  
*Barretoi* Beck., *Chrysot.* III, 52, 55.  
*basalis* Lw., *Dolichop.* I, 129, 171.  
*basalis* Lw., *Porph.* II, 211, 215.  
*basilicus* Lw., *Poecilobot.* I, 245, 246, 347.  
*Beckeri* Mik, *Dolichop.* I, 140.  
*bellus* Lw., *Thrypticus* I, 355, 356.  
*bellus* Lw., *Sciopus* III, 153, 190.  
*bellus* Strbl., *Micromorph.* III, 124.  
*bicingulatus* Zett., *Hercost.* I, 208, 217.  
*bicolor* Meig., *Medetera* I, 339.  
*bicolor* Macq., *Hercost.* I, 201, 209.  
*bicolor* Macq., *Chrys.* III, 55.  
*bicolor* Staeg., *Bathycran.* II, 260.  
*bicolorellum* Zett., *Bathycran.* II, 260.  
*bifasciatus* Macq., *Lamprochr.* III, 128.  
*bifasciellus* Zett., *Lamprochr.* III, 128.  
*biflexa* Strbl., *Neurog.* II, 302, 315.  
*Bigoti* Mik, *Poecilob.* I, 245, 247.  
*bilamellatum* Beck., *Xiphandr.* II, 231, 241.  
*bimaculatus* Macq., *Diaph.* III, 45.  
*binotatus* Fall., *Hydroph.* I, 282.  
*binotatus* Zett. (nec Fall.), *Hydroph.* I, 283.  
*bipartitus* Lw., *Systemus* II, 256, 259.  
*bipilosus* Beck., *Teuchoph.* III, 114, 119.  
*bipunctatus* Lehm., *Hydroph.* I, 275, 277, 282.  
*bipunctatus* Zett. (nec Lehm.), *Hydroph.* I, 283.  
*biseriatus* Lw., *Syntorm.* II, 274, 276.  
*bisetosus* Beck., *Syntorm.* II, 275, 290.  
*bisetus* Lw., *Hydroph.* I, 274, 277, 282.  
*bisetus* Lw., *Teuchoph.* III, 115.  
*bivittata* v. Ros., *Porph.* II, 215.  
*blepharopus* Lw., *Hercost.* I, 195, 201, 209.  
*blepharosceles* Kow., *Chrysot.* III, 52, 55.  
*Bohemanni* Whlbg., *Hercost.* I, 209.  
*Bonsdorffi* Frey, *Dolichop.* I, 129, 144, 163.  
*borealis* Lw., *Hydroph.* I, 275, 277, 283.  
*brachycerus* Zett., *Dolichop.* I, 129.  
*brachydactylus* Kow., *Sympycn.* III, 105, 111.

- brachyurus* Zett., *Dolichop.* I, 129, 166.  
*Braueri* Now., *Dolichop.* I, 162.  
*brevicorne* Curt., *Xiphandr.* II, 231, 242.  
*brevicornis* Staeg., *Hercost.* I, 198, 202, 210.  
*brevicornis* Zett., *Sympycn.* III, 103.  
*brevimanus* Lw., *Sympycn.* III, 106, 111.  
*brevipennis* Meig., *Dolichop.* I, 129, 167, 176.  
*brevisetata* Beck., *Xiphandr.* II, 235.  
*breviusculus* Lw., *Dolichop.* I, 129, 172.  
*Brionii* Beck., *Sciopus* III, 162.  
*Brunneri* Mik, *Eucoryphus* I, 321.  
*brunnicosus* Lw., *Hydroph.* I, 279, 284.
- calcarata* Beck., *Achalca* II, 294.  
*calcaratus* Macq., *Teuchoph.* III, 115, 120.  
*calceolatus* Lw., *Sciopus* III, 154, 190.  
*caligatus* Whlbg., *Dolichop.* I, 137, 178.  
*caliginosum* Meig., *Xiphandr.* II, 233, 242.  
*caliginosum* Zett., *Xiphandr.* II, 244.  
*calinotum* Mik, *Xiphandr.* II, 231, 245.  
*calinotus* Lw., *Dolichop.* I, 129, 172.  
*callostomus* Lw., *Hydroph.* I, 278, 284.  
*callosus* Beck., *Dolichop.* I, 129, 172, 178.  
*campestris* Meig., *Dolichop.* I, 129, 164, 165, 175.  
*camptopus* Parent., *Dolichop.* I, 161.  
*canariensis* Beck., *Argyra* III, 63, 67.  
*carnivora* Fisch., *Medetera* I, 340.  
*caucasicus* Beck., *Epithal.* II, 265.  
*caudatus* Lw., *Hercost.* I, 197, 210.  
*celer* Meig., *Hercost.* I, 198, 202, 211.  
*chaerophylli* Meig., *Hercost.* I, 194, 200, 211.  
*chalybaeus* Wied., *Hercost.* I, 198, 201, 212.  
*chalybaeus* Meig. (nec Wied.), *Dolichop.* I, 161.  
*chetifer* Walk., *Hercost.* I, 193, 200, 212.  
*chloropus* v. Ros., *Hydroph.* I, 281.  
*chloropus* Zett. (nec Ros.), *Hydroph.* I, 284, 287.  
*chrysoformis* Kow., *Oligochaet.* I, 352.  
*chrysozygos* Wied., *Hercost.* I, 195, 200, 213.  
*cilifemoratum* Beck., *Parallelom.* I, 322.  
*cilifemoratus* Macq., *Dolichop.* I, 130, 171.  
*cilifemoratus* Stann. (nec Macq.), *Dolichop.* I, 137.
- cilifemoratus* Staeg. (nec Macq.), *Dolichop.* I, 150.  
*cilipes* Meig., *Chrysot.* III, 52, 55.  
*cilipes* Oldenb., *Neurog.* II, 302, 308.  
*cilitibius* v. Ros., *Dolichop.* I, 131.  
*cinctipes* Whlbg., *Dolichop.* I, 131, 173, 178.  
*cinctus* Staeg., *Dolichop.* I, 144.  
*cinerellus* Zett., *Sympycnus* III, 104.  
*cinereomaculatus* v. Ros., *Dolichop.* I, 131.  
*cinereus* Fbr., *Hydr.* I, 284.  
*cinereus* Schrnk., *Hydroph.* I, 284.  
*cinereus* Perris, *Hydroph.* I, 290.  
*cinereus* Fbr., *Anahydroph.* I, 299.  
*cinereus* Walk., *Achalca* II, 270.  
*cirrhipes* Walk., *Sympycn.* III, 107, 110.  
*civilis* Kow., *Poecilob.* I, 245.  
*claripennis* Strbl., *Micromorph.* III, 124.  
*clarus* Lw., *Poecilob.* I, 245, 246.  
*claviger* Stann., *Dolichop.* I, 131, 167, 177.  
*clavipes* Halid., *Dolichop.* I, 132, 163, 175.  
*clavitibius* v. Ros., *Dolichop.* I, 132.  
*clavitibius* v. Ros., *Campsicn.* III, 94.  
*coerulea* Zett., *Orthochile* I, 243.  
*coeruleicollis* Meig., *Dolichop.* I, 150.  
*coeruleocephalus* Megerle, *Diaphor.* III, 44.  
*coeruleus* Beck., *Eucoryphus* I, 321.  
*comitalis* Kow., *Poecilob.* I, 245, 246, 247.  
*communis* Meig., *Porphyr.* II, 210, 215.  
*communis* Zett. (nec Meig.), *Porphyr.* II, 222.  
*compeditus* Lw., *Campsicn.* III, 84, 96.  
*concinus* Zett., *Chrysot.* III, 125, 126.  
*confinis* Zett., *Porphyr.* II, 210, 216.  
*confinis* Zett., *Argyra* III, 64, 68.  
*conformis* Lw., *Hercost.* I, 211.  
*confusus* Zett., *Dolichop.* I, 132, 149, 167.  
*confusus* Frey, *Hydroph.* I, 280.  
*connexus* Beck., *Asyndet.* III, 77, 78.  
*consimilis* Whlbg., *Dolichop.* I, 132, 165, 175.  
*consobrina* Zett., *Porphyr.* II, 217.  
*consobrinus* Walk., *Tachytr.* I, 261, 263, 265.  
*consobrinus* Zett., *Dolichop.* I, 132, 173.  
*conspersus* Halid., *Hydroph.* I, 288.  
*contristans* Wied., *Sciopus* III, 179, 193.  
*convergens* Lw., *Hercost.* I, 195, 201, 213.  
*convergens* Beck. (nec Lw.), *Hercost.* I, 221.

- copiosus* Meig., *Chrysot.* III, 50.  
*corsicanus* Beck., *Epithal.* II, 264.  
*Costae* Mik, *Sciopus* III, 163, 191.  
*costalis* Frey, *Dolichop.* I, 132, 164.  
*costatus* Lw., *Hercost.* I, 197, 214.  
*crassipes* Meig., *Porphyr.* II, 211, 216.  
*crassisetu* Oldenb., *Thrypt.* I, 355, 356.  
*cretifer* Walk., *Hercost.* I, 212.  
*crinicauda* Zett., *Hypophyl.* I, 255, 257.  
*crinipes* Meig., *Sciopus* III, 151.  
*crinipes* Staeg., *Hypophyl.* I, 255, 257.  
*crinitarsis* Strbl., *Campsicn.* III, 85, 98.  
*cruralis* Whlbg., *Dolichop.* I, 133, 165, 176.  
*cuneatus* Beck., *Submed.* I, 361.  
*cupreum* Walk. (nec Macq.), *Xiph.* II, 239.  
*cupreum* Macq., *Xiphandr.* II, 245.  
*cupreus* Macq., *Chrysot.* III, 52, 55.  
*cupreus* Macq., *Campsicn.* III, 86.  
*cupreus* Fall., *Hercost.* I, 198, 202, 214.  
*curvipes* Fall., *Campsicn.* III, 86, 96, 97.  
*cyaneus* Meig., *Dolichop.* I, 152.  
*cycanocephalus* Meig., *Diaph.* III, 44.  
*cylindrica* Zett., *Porphyr.* II, 216.  
*Czernyi* Strbl., *Epithal.* II, 264.
- dasyncnemus* Lw., *Campsicn.* III, 87, 97.  
*decoratus* Halid., *Syntorm.* II, 275.  
*defectivus* Strbl., *Lamprochr.* III, 127, 128.  
*deliquescens* Lw., *Diaph.* III, 40, 41.  
*dendrobaëna* Kow., *Medetera* I, 339, 350.  
*dendrophila* Wied., *Medetera* I, 345.  
*denticulatus* Zett., *Syntorm.* II, 276, 289.  
*diadema* Lw., *Medetera* I, 340, 350.  
*diadema* Halid., *Hygroceleuthus* I, 180.  
*diaphana* Fbr., *Argyra* III, 64, 68.  
*diaphana* Fall. (nec Fbr.), *Argyra* III, 66, 77.  
*diaphana* Meig. (nec Fbr.), *Argyra* III, 70.  
*dichaëtus* Kow., *Oligochaet.* I, 352.  
*dichrocera* Kow., *Medetera* I, 340, 350.  
*dilatatum* Wied., *Rhaphium* II, 207.  
*discedens* Beck., *Argyra* III, 63, 68.  
*discifer* Stann., *Dolichop.* I, 149.  
*discifer* Zett. (nec Stann.), *Dolichop.* I, 133.  
*discigera* Stenh., *Porphyr.* II, 209, 217.  
*discimanus* Whlbg., *Dolich.* I, 133, 167, 176.
- discipes* Ahrens, *Hypophyl.* I, 255, 256.  
*discolor* Zett., *Porph.* II, 213, 217.  
*disjunctus* Lw., *Diaph.* III, 40, 43.  
*dissectum* Lw., *Xiphandr.* II, 242.  
*dissimilipes* Zett., *Dolichop.* I, 133.  
*distans* Lw., *Oncopyg.* II, 297.  
*distendens* Meig., *Nematopr.* III, 49, 51.  
*diversus* Staeg., *Chrysotimus* III, 126.  
*divisus* Beck., *Dolichop.* I, 133, 170.  
*dolichocerus* Gerst., *Scellus* I, 295.  
*dorsalis* Verr., *Diaph.* III, 48.  
*ducalis* Lw., *Poecilob.* I, 246.  
*Dufouri* Macq., *Sybistr.* I, 250, 253.  
*dysopes* Gerst., *Hercost.* I, 220.
- elegantula* Meig., *Porph.* II, 212, 218.  
*elegans* Meig., *Lamprochr.* III, 127, 128.  
*elongata* Zett., *Argyra* III, 63, 68.  
*ensicornis* Meig., *Syntorm.* II, 281.  
*equestris* Halid., *Dolichop.* I, 144.  
*Erichsoni* Zett., *Neurog.* II, 301, 306.  
*eucerus* Lw., *Ludovicus* I, 259.  
*eucerus* Lw., *Tachytr.* I, 261, 263, 266.  
*eurypterus* Gerst., *Dolichop.* I, 134, 172, 177.  
*eutarsus* Schin., *Sciopus* III, 176.  
*euchromus* Lw., *Sciopus* III, 180, 192.  
*euzonus* Lw., *Sciopus* III, 176, 192.  
*evanidus* Bezzi, *Sciopus* III, 170, 191.  
*exarticulatus* Lw., *Hercost.* I, 194, 200, 215.  
*excellens* Frey, *Medetera* I, 340, 348.  
*excipiens* Beck., *Hercost.* I, 196, 201, 215.  
*excisus* Lw., *Dolichop.* I, 134, 177.  
*exiguus* Lw., *Dolichop.* I, 134, 170.  
*eximius* Costa, *Sciopus* III, 163.
- facialis* Gerst., *Chrysot.* III, 56.  
*falcatus* Beck., *Dolichop.* I, 136, 165.  
*fallaciosus* Gerst., *Dolich.* I, 134, 173, 178.  
*Falleni* Lw., *Dolich.* I, 149.  
*fasciata* Frey, *Medetera* I, 340, 349.  
*fasciatum* Meig., *Xiphandr.* II, 232, 245.  
*fasciatus* Macq., *Sciopus* III, 189.  
*fasciculata* Strbl., *Porph.* II, 226.  
*fascipes* Meig., *Porph.* II, 210, 219.  
*fascipes* Zett. (nec Meig.), *Porph.* II, 217.

- fastuosus* Halid., *Dolichop.* I, 152.  
*femoralis* Meig., *Chrysot.* III, 57.  
*femoralis* Zett., *Campsicn.* III, 88.  
*femoratus* Zett., *Chrysot.* III, 54, 56.  
*fennicus* Beck., *Thrypt.* I, 354, 356.  
*ferox* Walk., *Aphrosylus* I, 329, 332.  
*festinans* Zett., *Dolichop.* I, 155.  
*festiva* Meig., *Argyra* III, 69.  
*festivus* Halid., *Dolich.* I, 137, 172, 179.  
*filatum* Beck., *Xiphandr.* II, 232, 246.  
*filiger* Verr., *Syntorm.* II, 277, 290.  
*filipes* Lw., *Campsicn.* III, 87, 96.  
*fissum* Lw., *Xiphandr.* II, 233, 247.  
*flabellifera* Beck., *Argyra* III, 64, 69.  
*flavicinctus* Lw., *Sciopus* III, 156, 190.  
*flavicollis* Meig., *Achalca* II, 270.  
*flavicoxa* Meig., *Teuchoph.* III, 118.  
*flavipulpis* Zett., *Thinoph.* I, 315, 317.  
*flavipes* Stann., *Dolichop.* I, 137, 173.  
*flavipes* v. Röd., *Hercost.* I, 202, 216.  
*flavipes* Meig., *Medetera* I, 341, 350.  
*flavipes* v. Ros., *Chrysot.* III, 56.  
*flaviventris* v. Ros., *Chrysot.* III, 56.  
*flaviventris* Macq., *Argyra* III, 68.  
*flaviventris* Meig., *Anepsiomyia* III, 122.  
*flavocinctus* Meig., *Diaph.* III, 45.  
*flavocrinitus* Beck., *Dolich.* I, 138, 171, 178.  
*flavomaculatus* Strbl., *Diaph.* III, 43.  
*flexus* Lw., *Sciopus* III, 179.  
*forcipatus* Lw., *Peodes* I, 325.  
*forcipatus* Frey, *Hydroph.* I, 276, 279, 285.  
*formosum* Halid., *Orthocerat.* I, 310.  
*formosus* Lw., *Hercost.* I, 216.  
*fracta* Lw., *Porph.* II, 210, 219.  
*fraterculus* Zett., *Dolichop.* I, 138, 166.  
*Freymuthae* Lw., *Syntorm.* II, 276.  
*fugax* Lw., *Hercost.* I, 197, 202, 216.  
*fulgens* Halid., *Argyra* III, 70.  
*fulgens* v. Ros., *Sciopus* III, 189.  
*fulgidus* Fall., *Dolichop.* I, 138.  
*fulgidus* Zett. (nec Fall.), *Dolichop.* I, 129.  
*fulvicaudis* Walk., *Hercost.* I, 196, 201, 217.  
*fulvipes* Meig., *Porph.* II, 216.  
*fulvipes* Walk. (nec Meig.), *Porph.* II, 217.  
*fulvipes* Macq. (nec Meig.), *Porph.* II, 219.  
*fulviventris* Macq., *Argyra* III, 70.  
*fumipennis* Stann., *Poecilob.* I, 245.  
*fumipennis* Schin. (nec Stann.), *Herc.* I, 218.  
*fumipennis* Staeg. (nec Stann.), *Herc.* I, 210.  
*fuscimanus* Zett., *Dolichop.* I, 155.  
*fuscipennis* Meig., *Hercost.* I, 195, 200, 218.  
*fuscipennis* Macq., *Campsicn.* III, 86.  
*fuscipennis* Strbl., *Aphrosylus* I, 329, 332.  
*fuscipes* Halid., *Dolichop.* I, 132.  
*fuscipes* v. Ros., *Porph.* II, 219.  
*fusiformis* Beck., *Dolichop.* I, 138, 166, 176.  
*galeatus* Lw., *Dolichop.* I, 139, 167.  
*gallicanus* Beck., *Hercost.* I, 231.  
*gallicanus* Beck., *Scellus* I, 295, 297.  
*geminus* Frey, *Hydroph.* I, 275, 277, 286.  
*geniculata* Schumm., *Argyra* III, 66.  
*geniculatus* Stann., *Dolichop.* I, 139, 164.  
*geniculatus* Zett. (nec Stann.), *Dolich.* I, 143.  
*genicupallidus* Beck., *Dolichop.* I, 140.  
*genualis* Lw., *Tachytr.* I, 262, 263, 267.  
*genupallidus* Beck., *Dolich.* I, 140, 165, 175.  
*germanus* Wied., *Hercost.* I, 194, 200, 219.  
*glauca* Lw., *Medetera* I, 341, 349.  
*glaucella* Kow., *Medetera* I, 341, 348.  
*glaucescens* Lw., *Sciopus* III, 158, 190.  
*glauus* Beck., *Liancalus* I, 305, 306.  
*Goudoti* Macq., *Dolichop.* I, 140.  
*gracilipes* Lw., *Sciopus* III, 181, 192.  
*gracilis* Wied., *Sciopus* III, 182.  
*gracilis* Stann., *Hercost.* I, 209.  
*grallator* Gerst., *Hercost.* I, 231.  
*gramineus* Fall., *Chrysot.* III, 53, 56.  
*grandicornis* Whlbg., *Dolichop.* I, 140, 173.  
*grata* Meig., *Argyra* III, 63, 70.  
*gratiosus* Meig., *Syntorm.* II, 286.  
*gratiosus* Meig., *Dolichop.* I, 140.  
*gravipes* Halid., *Porphyr.* II, 212, 219.  
*Gredleri* Mik, *Diaph.* III, 40, 43.  
*griseifacies* Beck., *Dolichop.* I, 141, 170.  
*griseifrons* Beck., *Hercost.* I, 198, 202, 220.  
*griseipennis* Stann., *Dolich.* I, 141, 171, 177.  
*groenlandicus* Zett., *Dolich.* I, 141, 166, 176.  
*gubernator* Mik, *Dolichop.* I, 141, 168.  
*guttipennis* Zett., *Ectomus* III, 102.

- halteralis* Lw., *Diaph.* III, 39, 44.  
*hamatus* Lw., *Tachytr.* I, 262, 266.  
*hamatus* Zett., *Syntorm.* II, 281.  
*Hartmannifallax* Lw., *Porph.* II, 219, 226.  
*hilaris* Lw., *Dolichop.* I, 141, 169, 177.  
*hirtipes* Curt., *Argyra* III, 68.  
*hispanicus* Strbl., *Campsicn.* III, 94.  
*hispidus* Beck., *Sympygn.* III, 107, 111.  
*Hoffmannseggi* Meig., *Argyra* III, 40, 44, 45.  
*Hoffmeisteri* Lw., *Argyra* III, 64, 70.  
*Holmgreni* Mik, *Porph.* II, 211, 219.  
*humilis* Lw., *Liancalus* I, 306.  
*hungarica* Beck., *Porph.* II, 212, 220.  
*hygrophilus* Beck., *Sphyrrotars.* I, 301, 304.  
  
*immaculatus* Beck., *Dolich.* I, 141, 165, 175.  
*impar* Rond., *Ludovicus* I, 258, 259.  
*imperfectus* Beck., *Sympygn.* III, 107, 111.  
*impunctatus* Frey, *Hydr.* I, 286.  
*inaequalipes* Macq., *Hydroph.* I, 290.  
*inaequalipes* Walk. (nec Macq.), *Hydr.* I, 282.  
*incompta* Gerst., *Argyra* III, 67.  
*inconspicuus* Zett., *Dolichop.* I, 141.  
*incrassata* Frey, *Medetera* I, 341, 348.  
*indigenus* Beck., *Thinoph.* I, 314, 317.  
*infumata* Lw., *Medetera* I, 341, 350.  
*infuscatu*s Stann., *Poecilob.* I, 246, 247.  
*inornatus* Mik, *Dasyarthr.* I, 220.  
*inornatus* Lw., *Hercost.* I, 197, 202, 220.  
*inquinatus* Halid., *Dolichop.* I, 150.  
*insignis* Stann., *Tachytr.* I, 262, 263.  
*insignis* Girschn., *Medetera* I, 341, 349.  
*insularum* Beck., *Hercost.* I, 195, 221.  
*insulsa* Halid., *Porph.* II, 219.  
*intermedium* Beck., *Xiphandr.* II, 234, 248.  
*intermedius* Staeg., *Dolichop.* I, 161.  
*italica* Rond., *Orthoch.* I, 244.  
  
*jacula* Fall., *Medetera* I, 342, 350.  
*jacula* Zett. (nec Fall.), *Medetera* I, 345.  
*joco* Harris, *Poecilob.* I, 246.  
*jucundus* Halid., *Dolichop.* I, 150.  
*jucundus* Beck., *Aphrosylus* I, 329, 332.  
  
*Kertészi* Lichtw., *Dolichop.* I, 359.  
*Kertészi* Lichtw., *Cryptophl.* III, 79.  
*Kolaënsis* Frey, *Hydroph.* I, 288.  
*Kowarzi* Mik, *Tachytr.* I, 262, 263, 266.  
*Koznakovi* Beck., *Hydr.* I, 276, 279, 286.  
  
*labiatus* Lw., *Hercost.* I, 199, 202, 221.  
*lacteitarsis* Beck., *Sciopus* III, 172.  
*lacustre* Scop., *Orthocerat.* I, 309, 310.  
*laesus* Fall., *Chrysot.* III, 56.  
*laesus* Wied., *Chrysot.* III, 53, 56.  
*lactus* Verr., *Thrypt.* I, 357.  
*lactus* Meig., *Chrysotimus* III, 126.  
*laerifrons* Lw., *Hercost.* I, 218.  
*lamprostoma* Lw., *Medetera* I, 342, 350.  
*lanceolatum* Lw., *Xiphandr.* II, 233, 248.  
*lapponicus* Beck., *Dolich.* I, 141, 165, 176.  
*lateinterruptus* Strbl., *Asyndetus* III, 78.  
*laticola* Verr., *Dolichop.* I, 142, 166.  
*laticorne* Fall., *Xiphandr.* II, 243, 250.  
*laticornis* Fall., *Porph.* II, 210, 220.  
*latifrons* Lw., *Asyndetus* III, 77, 78.  
*latilimbatus* Macq., *Dolich.* I, 143, 169.  
*latilimbatus* Whlbg. (nec Macq.), *Dolich.* I, 127.  
*latipennis* Fall., *Hygroceleuthus* I, 180.  
*latipes* Macq., *Porph.* II, 219.  
*Laufferi* Strbl., *Hercost.* I, 194, 222.  
*lautus* Lw., *Diaph.* III, 40, 44.  
*lepidus* Staeg., *Dolichop.* I, 143, 164, 176.  
*lepidus* Zett. (nec Staeg.), *Dolichop.* I, 154.  
*lesinensis* Mik, *Sciopus* III, 172, 191.  
*leucocephala* Meig., *Argyra* III, 63, 70.  
*leucostomus* Lw., *Asphyrot.* I, 307.  
*leucurus* Lw., *Systemus* II, 256, 259.  
*Lichtwardti* Villen., *Hercost.* I, 194, 200, 222.  
*linearis* Meig., *Dolichop.* I, 143, 171, 178.  
*lineata* Oldenb., *Neurog.* II, 301, 307.  
*lineaticornis* Zett., *Dolichop.* I, 143, 174.  
*litorellus* Zett., *Dolichop.* I, 144, 169.  
*litoreus* Fall., *Hydroph.* I, 276, 278, 287.  
*litoreus* Zett. (nec Fall.), *Hydroph.* I, 281.  
*lobipes* Meig., *Sciopus* III, 167, 191.  
*Loewi* Beck., *Sciopus* III, 179.  
*Loewi* Kow., *Argyra* III, 64, 70.  
*lonchophorus* Lw., *Dolichop.* I, 144, 167.

- longestylata* Strbl., *Porph.* II, 221, 227.  
*longicauda* Beek., *Medetera* I, 342, 349.  
*longicollis* Wied., *Dolichop.* I, 144.  
*longicorne* Fall., *Rhaph.* II, 207.  
*longicornis* Stann., *Dolich.* I, 144, 170, 179.  
*longifilus* Lw., *Nematopr.* III, 50.  
*longilamellata* Kow., *Porph.* II, 213, 221.  
*longimanus* Beek., *Sciopus* III, 162, 190.  
*longipes* Beek., *Neurogona* II, 301, 309.  
*longipilus* Strbl., *Teuchoph.* III, 114.  
*longiseta* Zett., *Syntorm.* II, 282.  
*longitarsis* Stann., *Dolichop.* I, 144, 166, 168, 176.  
*longiventris* Lw., *Hercost.* I, 196, 201, 222.  
*longulus* Fall., *Sciopus* III, 182, 192.  
*lorifer* Mik, *Hercost.* I, 197, 202, 222.  
*loripes* Halid., *Campsicn.* III, 88, 97.  
*ludea* Harris, *Argyra* III, 68.  
*ludens* Lw., *Sciopus* III, 156.  
*ludicus* Harris, *Poecilob.* I, 246.  
*lugens* Meig., *Sciopus* III, 182.  
*lugubris* Lw., *Diaph.* III, 44.  
*lumbatus* Lw., *Campsicn.* III, 88, 98.  
*luteipennis* Frey, *Porph.* II, 212, 222.
- Macquarti** Staeg., *Dolichop.* I, 137.  
*macrocerum* Meig., *Xiphandr.* II, 243.  
*macrocerum* Zett. (nec Meig.), *Xiph.* II, 250.  
*maculatus* Beek., *Campsicn.* III, 88, 98.  
*maculicornis* Verr., *Dolichop.* I, 132.  
*maculipennis* Zett., *Dolich.* I, 144, 164, 175.  
*maculipennis* Strbl., *Schoenoph.* I, 322.  
*maculipes* Meig., *Porph.* II, 221.  
*maerens* Lw., *Sybistroma* I, 250, 251.  
*magellensis* Bezzi, *Coracoceph.* I, 324.  
*magius* Lw., *Campsicn.* III, 89, 96.  
*magnicornis* Frey, *Hydroph.* I, 275, 277, 287.  
*magnicornis* Zett., *Chrysot.* III, 56.  
*magnicornis* Zett., *Argyra* III, 64, 71.  
*magnicornis* Zett., *Porph.* II, 221.  
*magnificus* Lw., *Oncopyg.* II, 297, 298.  
*mamillatus* Mik, *Campsicn.* III, 90, 97.  
*Mannersheimi* Zett., *Dolichop.* I, 145, 163.  
*marginatus* Lichtw., *Hercost.* I, 224, 233.  
*marginatus* Lw., *Campsicn.* III, 90, 98.
- maritimae* Halid., *Machaër.* II, 262.  
*maritimum* Walk., *Machaër.* II, 262.  
*maritimus* Beek., *Sciopus* III, 186, 193.  
*medicornis* Verr., *Dolichop.* I, 145, 173.  
*mediterraneus* Beek., *Micrites* III, 133.  
*mediterraneus* Beek., *Sciopus* III, 163.  
*Meigeni* Lw., *Dolichop.* I, 146, 163.  
*melaleucus* Gerst., *Tachytr.* I, 264.  
*melampodius* Lw., *Chrysot.* III, 53, 56.  
*melancholica* Lundb., *Medet. Addenda* III.  
*melancholicus* Lw., *Melanost.* III, 48.  
*melanolepis* Bezzi, *Hercost.* I, 195, 224.  
*melanopleura* Lw., *Medetera* I, 343.  
*melanopus* Meig., *Dolichop.* I, 146, 163, 175.  
*melanopus* Stann. (nec Meig.), *Dolich.* I, 149.  
*melanotrichus* Mik, *Achalcus* II, 271.  
*metallicus* Stann., *Hercost.* I, 199, 202, 224.  
*metathesis* Lw., *Syntorm.* II, 278, 288.  
*micaceus* Lw., *Oligochaet.* I, 352.  
*micans* Frey, *Hydroph.* I, 275, 277, 288.  
*micans* Meig., *Porph.* II, 212, 222.  
*micans* Duf., *Machaër.* II, 262.  
*microcerus* Kow., *Chrysot.* III, 53, 56.  
*micropygus* Whlbg., *Dolich.* I, 146, 166, 176.  
*migrans* Zett., *Dolichop.* I, 146, 166.  
*Miki* Kow., *Leucostola* III, 74.  
*Miki* Strbl., *Syntorm.* II, 279, 288.  
*minimus* Zett., *Hercost.* I, 226.  
*minimus* Meig., *Chrysot.* III, 56.  
*ministerialis* Kow., *Poecilob.* I, 246.  
*minor* Strbl., *Argyra* III, 70.  
*minuta* Fbr., *Medetera* I, 343.  
*minuta* v. Ros., *Medetera* I, 343.  
*minutus* Zett., *Oligochaet.* I, 353.  
*mirandus* Beek., *Thinoph.* I, 315, 318.  
*misellus* Bohem., *Dolichop.* I, 147.  
*mitis* Verr., *Aphrosylus* I, 330, 332.  
*modestus* Beek., *Thinoph.* I, 316, 318.  
*modestus* Whlbg., *Dolichop.* I, 147, 173.  
*molliculus* Fall., *Chrysotimus* III, 126.  
*monacanthus* Lw., *Teuchoph.* III, 116, 120.  
*monilis* Walk., *Syntorm.* II, 279, 289.  
*monochaetus* Kow., *Chrysot.* III, 53, 57.  
*monotrichum* Lw., *Xiphandr.* II, 233, 250.

- montanus* Lw., *Dolichop.* I, 152.  
*montium* Beck., *Sciopus* III, 184, 192.  
*Morenae* Strbl., *Hercost.* I, 199, 203, 225.  
*morio* Fisch., *Medetera* I, 341.  
*mucronatus* Beck., *Dolichop.* I, 147, 167.  
*muralis* Meig., *Medetera* I, 343, 348.  
*muralis* Zett. (nec Meig.), *Medetera* I, 341.  
*muralis* Lw. (nec Meig.), *Medetera* I, 345.  
*murina* Beck., *Medetera* I, 343, 351.  
*mutellatus* Beck., *Syntorm.* II, 280, 289.
- nanus* Macq., *Hercost.* I, 194, 200, 202, 225.  
*nasuta* Fall., *Porph.* II, 209, 222.  
*nebulosus* Fall., *Hydroph.* I, 274, 277, 288.  
*neglectus* Wied., *Chrysot.* III, 52, 57.  
*nemorale* Meig., *Xiphandr.* II, 243.  
*nemorum* Meig., *Porphyr.* II, 220.  
*neptunus* Frey, *Thinoph.* I, 317.  
*nervosus* Lehm., *Sciopus* III, 164.  
*niger* Lw., *Acropsilus* III, 113.  
*nigerrimus* Beck., *Chrysot.* III, 53, 57.  
*nigrescens* Beck., *Dolichop.* I, 148, 173, 177.  
*nigribarbata* Beck., *Porph.* II, 210, 223.  
*nigricans* Meig., *Medetera* I, 342.  
*nigricans* Meig., *Diaph.* III, 39, 45.  
*nigrificilius* Lw., *Melanost.* III, 48.  
*nigricornis* Meig., *Dol.* I, 148, 167, 177, 226.  
*nigricornis* Lw., *Sciapus* III, 175, 191.  
*nigricosta* v. Ros., *Chrysot.* III, 57.  
*nigrihalteratus* Beck., *Herc.* I, 197, 202, 226.  
*nigrilamellatus* Beck., *Dolich.* I, 149, 169.  
*nigrilamellatus* Macq., *Hercost.* I, 197, 202, 227.  
*nigrimaculatus* Curt., *Hercost.* I, 227.  
*nigripennis* Fall., *Hercost.* I, 199, 203, 228.  
*nigripes* Fall., *Dolichop.* I, 149, 163, 175.  
*nigripes* Costa (nec Meig.), *Hercost.* I, 227.  
*nigripes* Meig. (nec Fall.), *Hercost.* I, 228, 235.  
*nigripes* Strbl., *Asphyrotarsus* I, 307, 318.  
*nigripes* Macq., *Porph.* II, 220.  
*nigripes* Schin., *Diaph.* III, 44.  
*nigripes* Walk. (nec Fall.), *Chrysot.* III, 56.  
*nigripes* Fbr., *Chrysot.* III, 56.  
*nigripes* Meig. (nec Fbr.), *Chrysot.* III, 60.  
*nigriplantis* Stann., *Herc.* I, 197, 201, 228.
- nigritibialis* Zett., *Sympyc.* III, 103.  
*nigrocoerulea* Latr., *Orthoch.* I, 242, 243.  
*nigrocoerulescens* Staeg., *Orthoch.* I, 243.  
*nigrotibia* Strbl., *Diaph.* III, 45.  
*nitens* Stann., *Dolichop.* I, 149, 170.  
*nitida* Macq., *Medetera* I, 344, 349.  
*nitida* Macq., *Porph.* II, 223.  
*nitidus* Fall., *Dolichop.* I, 150, 172, 179.  
*nitidus* Stann. (nec Fall.), *Dolichop.* I, 130.  
*nitidus* Staeg. (nec Fall.), *Dolichop.* I, 141.  
*nobilitatus* Lw., *Poecilob.* I, 246, 247.  
*nodicornis* Meig., *Sybistr.* I, 250, 251.  
*notabilis* Zett., *Dolichop.* I, 150, 169, 172.  
*notatus* Fbr., *Scellus* I, 295, 297.  
*notatus* Staeg., *Dolichop.* I, 150, 177.  
*notatus* Stann., *Tachytr.* I, 263, 267.  
*nubifera* Lw., *Neurogona* II, 301, 305.  
*nubilus* Meig., *Dolichop.* I, 150, 169, 177.  
*nudus* Beck., *Chrysot.* III, 53, 58.
- obesa* Kow., *Medetera* I, 344, 349  
*obscura* Zett., *Medetera* I, 344, 350.  
*obscurata* Meig., *Porph.* II, 223, 227.  
*obscorellus* Fall., *Hypoph.* I, 255.  
*obscorellus* Zett. (nec Fall.), *Syntorm.* II, 286.  
*obscorellus* Zett., *Diaph.* III, 45.  
*obscurior* Beck., *Systemus* II, 258, 259.  
*obscuripennis* Zett., *Hercost.* I, 210.  
*obscuripes* Meig., *Hercost.* I, 235.  
*obscuripes* Gerst., *Tachytr.* I, 262.  
*obscuripes* Zett., *Porph.* II, 224.  
*obscuripes* Zett., *Diaph.* III, 45.  
*obscurus* Meig., *Sciopus* III, 182.  
*occultus* Beck., *Dolichop.* I, 150, 172.  
*occultus* Beck., *Aphrosylus* I, 330, 332.  
*oceanus* Macq., *Hydroph.* I, 290.  
*ochripalpis* Beck., *Thinoph.* I, 315, 318.  
*ochripes* Zett., *Dolichop.* I, 154.  
*ocior* Lw., *Tachytr.* I, 261, 263, 268.  
*oculatus* Fall., *Diaph.* III, 40, 45.  
*oedicephalus* Lw., *Syntorm.* II, 284.  
*opacus* Lw., *Sciopus* III, 183, 193.  
*ornatipes* Lw., *Dolichop.* I, 129.  
*ornatus* Meig., *Dolichop.* I, 150.  
*ornatus* Halid., *Xanthochl.* III, 129.

- oxycerus* v. Ros., *Dolichop.* I, 150.  
*oxycerus* v. Ros., *Campsicn.* III, 91.
- pallens* Wied., *Sciopus* III, 171, 191.  
*pallida* Fall., *Neurogona* II, 301, 304.  
*pallidicoxa* v. Ros., *Dolichop.* I, 128.  
*pallidus* Lw., *Hercost.* I, 196, 229.  
*pallidus* Stenh., *Achalcus* II, 270.  
*pallipes* Macq., *Dolichop.* I, 150.  
*pallipes* Zett., *Medetera* I, 345, 349.  
*pallipes* v. Ros., *System.* II, 224, 253, 256.  
*pallipes* Fbr., *Syntorm.* II, 281, 289.  
*pallitarse* Macq., *Xiphandr.* II, 243.  
*palmipes* Meig., *Syntorm.* II, 286.  
*palustris* Verr., *Chrysot.* III, 52, 58.  
*papillifer* Mik., *Hercost.* I, 215, 229.  
*paradoxus* Whlbg., *Campsicn.* III, 91, 96.  
*parvicaudatus* Zett., *Dolichop.* I, 151, 174.  
*parrilamellatus* Macq., *Hercost.* I, 198, 202, 230.  
*parrulus* Zett., *Dolichop.* I, 143.  
*parvus* Macq., *Dolichop.* I, 151.  
*patellatus* Fall., *Hypophyl.* I, 255.  
*patellatus* Stann. (nec Fall.), *Dolich.* I, 132.  
*patellatus* Meig. (nec Fall.), *Dolich.* I, 149.  
*patellipes* Meig., *Hypoph.* I, 255.  
*patellitarsis* Beck., *Porph.* II, 212, 224.  
*patula* Radd., *Porph.* II, 212, 224.  
*paulosetosus* Beck., *Hydroph.* I, 293.  
*pertinata* Lw., *Porph.* II, 210, 224.  
*pectinatum* Beck., *Xiphandr.* II, 231, 251.  
*pectinatus* Gerst., *Hydroph.* I, 276, 278, 289.  
*pectinifer* Zett., *Hydroph.* I, 255.  
*pectinifer* Meijere, *Campsicn.* III, 83.  
*pectinifer* Kow., *Teuchoph.* III, 116, 119.  
*pectinitarsis* Stenh., *Dolich.* I, 151, 168, 173.  
*pectinulatus* Lw., *Campsicn.* III, 91, 97.  
*pellucens* Fall., *Argyra* III, 67, 68.  
*pellucens* Zett. (nec Fall.), *Argyra* III, 70.  
*penicillata* Lw., *Porphyr.* II, 213, 225.  
*pennatus* Meig., *Dolichop.* I, 152, 168, 178.  
*pennatus* Lichtw., *Chrysot.* III, 53, 59.  
*pennitarsis* Fall., *Dolichop.* I, 153, 177.  
*perforatus* Radd., *Campsicn.* III, 87.  
*perplexa* Beck., *Argyra* III, 63, 71.  
*perplexus* Beck., *Oligochaet.* I, 352, 353.  
*perversus* Lw., *Dolichop.* I, 152, 165, 175.  
*petraeus* Lw., *Tachytr.* I, 262.  
*petrophila* Kow., *Medetera* I, 345, 351.  
*phaeopus* Walk., *Dolichop.* I, 152, 164.  
*picipes* Meig., *Dolichop.* I, 152, 165, 175.  
*picipes* Walk. (nec Meig.), *Dolichop.* I, 143.  
*picticornis* Zett., *Campsicn.* III, 92, 98.  
*pictipennis* Whlbg., *Dolichop.* I, 155.  
*pictipennis* Bohem., *Ectomus* III, 102.  
*pictipennis* Radd., *Ectomus* III, 102.  
*pictitarsis* Beck., *Dolich.* I, 152, 165.  
*pictus* Staeg., *Dolich.* I, 153, 155.  
*pilicornis* Stann., *Hercost.* I, 235.  
*pilifer* Lw., *Hercost.* I, 195, 201, 231.  
*pilipes* Frey, *Hydroph.* I, 275, 278, 289.  
*pilosellus* Zett., *Campsicn.* III, 92, 97.  
*pinicola* Kow., *Medetera* I, 345, 350.  
*piscator* Lichtw., *Aphrosylus* I, 330, 332.  
*placidus* Lw., *Hercost.* I, 196, 231.  
*plagiatus* Lw., *Hercost.* I, 195, 201, 231.  
*planitarsis* Meig. (nec Fall.), *Dolich.* I, 153.  
*planitarsis* Fall., *Dolichop.* I, 153, 176.  
*planitarsis* Beck., *Tachytr.* I, 263, 268.  
*platypterus* Fbr., *Sciopus* III, 151, 190.  
*platypus* Lw., *Campsicn.* III, 92.  
*plebejus* Meig., *Dolichop.* I, 153.  
*plebejus* Zett. (nec Meig.), *Dolichop.* I, 152.  
*plumbellus* Meig., *Oligochaet.* I, 352, 353.  
*plumicornis* Meig., *Poecilob.* I, 246.  
*plumipes* Fall., *Tachytr.* I, 262.  
*plumipes* Scop., *Dolichop.* I, 153, 167, 179.  
*plumitarsis* Fall., *Dolich.* I, 153, 163, 167.  
*plumitarsis* Fall., var.  $\beta$ , *Dolichop.* I, 129.  
*Pokorny* Mik., *Hercost.* I, 199, 203, 232.  
*pollinosus* Verr., *Thrypt.* I, 355, 357.  
*pollinosus* Lw., *Thinoph.* I, 315, 318.  
*ponojensis* Frey, *Hydroph.* I, 276, 290.  
*popularis* Wied., *Dolich.* I, 152, 153, 168, 178.  
*postica* Brullé, *Orthock.* I, 244.  
*praeceps* Lw., *Hercost.* I, 217, 233.  
*praecox* Lehm., *Hydroph.* I, 276, 279, 290.  
*praecox* Schin. (nec Lehm.), *Hydroph.* I, 293.  
*praerosa* Lw., *Porph.* II, 213, 225.  
*praesectus* Lw., *Nematopr.* III, 50, 51.

- praetextatus* Halid., *Hercost.* I, 233.  
*praetextatus* Halid., *Muscidid.* I, 269.  
*principalis* Lw., *Poecilob.* I, 245, 246, 247.  
*proboscideus* Beck., *Herc.* I, 199, 203, 233.  
*prodromus* Meig., *Campsicn.* III, 94.  
*prodromus* Halid. (nec Meig.), *Campsicn.* III, 83.  
*promotus* Beck., *Thinoph.* I, 315, 318.  
*propinquus* Zett., *Dolichop.* I, 153, 171.  
*pugionipes* Beck., *Sympycn.* III, 108, 111.  
*pulchellus* Kow., *Chrysot.* III, 52, 59.  
*pulchriceps* Lw., *Hercost.* I, 218, 233.  
*pulchripes* Lw., *Hercost.* I, 233.  
*pulicarius* Fall., *Sympycn.* III, 103, 104.  
*pumilio* Zett., *Syntorm.* II, 282.  
*pumilio* Zett., *Campsicn.* III, 92, 98.  
*pumilus* Meig., *Syntorm.* II, 281, 289.  
*pumilus* Meig., *Syntorm.* II, 282, 288.  
*punctatus* Zett., *Syntorm.* II, 281, 289.  
*puncticornis* Zett., *Campsicn.* III, 92.  
*puncticornis* Zett., *Dolichop.* I, 150.  
*punctifera* Beck., *Neurogona* II, 301, 314.  
*punctipennis* Zett., *Campsicn.* III, 92.  
*punctipennis* Zett., *Ectomus* III, 102.  
*punctum* Meig., *Dolichop.* I, 154, 164, 175.  
*punctum* Walk. (nec Meig.), *Dolichop.* I, 155.  
*pusillus* Meig., *Campsicn.* III, 92, 98.  
*pusillus* Zett., *Syntorm.* II, 282.  
*pseudospicatus* Strbl., *Syntorm.* II, 281, 289.  
*psilopoda* Beck., *Porph.* II, 212, 225.  
*pygmaeus* Macq., *Sympycn.* III, 109.  
*pygmaeus* Zett., *Achalcus* II, 270.
- quadrifasciata* Fbr., *Neurog.* II, 301, 303.  
*quadrifilatum* Lw., *Xiphandr.* II, 232, 252.  
*quadrifilatus* Strbl., *Herc.* I, 198, 202, 234.  
*quadrifilatus* Strbl., *Hypoph.* I, 256.  
*quadrifilatus* Strbl., *Thinoph.* I, 314, 315.  
*quadrispinosum* Strbl., *Xiphandr.* II, 232, 253.
- raptor* Walk., *Aphrosylus* I, 330, 332.  
*regalis* Meig., *Sciopus* III, 179.
- regalis* Meig., *Poecilob.* I, 246, 247.  
*regalis* Lw. (nec Meig.), *Poecilob.* I, 245.  
*regius* Fbr., *Liancalus* I, 307.  
*relictus* Meig., *Hercost.* I, 235.  
*remipes* Whlbg., *Dolichop.* I, 154, 163, 175.  
*resplendens* Strbl., *Dolichop.* I, 359.  
*rhapsodioides* Zett., *Chrysot.* III, 59.  
*riparia* Meig., *Porph.* II, 226.  
*ripicola* Lw., *Tachytr.* I, 261, 263, 266.  
*rivalis* Lw., *Porph.* II, 211, 226.  
*rivosa* Beck., *Trigonoc.* III, 75.  
*robusta* Lw., *Medetera* I, 344.  
*robustus* Lw. (nec Walk.), *Sciopus* III, 158.  
*Rogenhoferi* Mik, *Hercost.* I, 199, 235.  
*Rogenhoferi* Mik, *Hydroph.* I, 275, 278, 290.  
*rostellatus* Lw., *Hercost.* I, 199, 203, 235.  
*rostrata* Fbr., *Medetera* I, 340.  
*Rothi* Zett., *Hercost.* I, 217, 235.  
*rotundipennis* Lw., *Hygrocel.* I, 180.  
*rufibarbis* Gerst., *Hydroph.* I, 275, 278, 291.  
*ruficauda* Zett., *Dolichop.* I, 154.  
*ruficornis* Halid., *Thinoph.* I, 316, 319.  
*ruficornis* Strbl., *Medetera* I, 341.  
*rufipes* Meig., *Chrysotus* III, 60.  
*rufipes* Meig., *Nematopr.* III, 49.  
*rufipes* Meig., *Syntorm.* II, 283.  
*rufipes* Zett. (nec Meig.), *Syntorm.* II, 277.  
*rufipes* Zett. (nec Meig.), *Porph.* II, 216.  
*rufitinctus* Beck., *Dolich.* I, 154, 170.  
*rupestris* Halid., *Dolich.* I, 155, 166, 169, 176.  
*ruralis* Meig., *Dolichop.* I, 127.  
*rusticus* Meig., *Hercost.* I, 196, 197, 201, 235.  
*rusticus* Stann. (nec Meig.), *Herc.* I, 236, 239.  
*Ruthei* Lw., *Dolichop.* I, 155, 165, 175.
- sabinus* Halid., *Dolichop.* I, 155, 172, 179.  
*sabulosum* Beck., *Orthocerat.* I, 310.  
*sagax* Gerst., *Xiphandr.* II, 235.  
*sagittarius* Lw., *Dolichop.* I, 155, 166.  
*Sahlbergi* Zett., *Hercost.* I, 196, 201, 236.  
*salictorum* Lw., *Dolichop.* I, 155, 172.  
*salinarius* Beck., *Tachytr.* I, 262, 266.  
*Sancti Marci* Mik, *Epithal.* II, 264.  
*sarus* Halid., *Hercost.* I, 211, 256.  
*scambus* Fall., *Campsicn.* III, 93, 98.

- Schembrii* Rond., *Orthochile* I, 243.  
*Schineri* Mik, *Porph.* II, 214.  
*Scholtzi* Lw., *Systemus* II, 257, 259.  
*Schönherri* Bohem., *Hydroph.* I, 290.  
*sciophilus* Lw., *Hypophyl.* I, 256.  
*Scotti* Verr., *Dolichop.* I, 128, 155.  
*scutellatum* Meig., *Rhaph.* II, 207.  
*semiargentata* Donovan, *Argyra* III, 66.  
*semiflavus* Strbl., *Lamprochr.* III, 128.  
*semiglaucus* Perris, *Hydroph.* I, 293.  
*seniculus* Kow., *Oligochaet.* I, 352, 353.  
*separatus* Beck., *Asyndetus* III, 77, 78.  
*setimana* Lw., *Argyra* III, 64, 72.  
*setosa* Schin., *Sybistr.* I, 250, 252.  
*setulipalpis* Bezzi, *Thinoph.* I, 314, 319.  
*setulipes* Beck., *Argyra* III, 63, 72.  
*S. Hervé-Bazini*, *Sphyrot.* I, 301, 302.  
*siculus* Lw., *Dolichop.* I, 134.  
*signaticornis* Lw., *Medetera* I, 345, 350.  
*signatus* Meig., *Dolichop.* I, 155, 168, 177.  
*signatus* Staeg. (nec Meig.), *Dolichop.* I, 152.  
*signatus* Staeg., *Teuchoph.* III, 118.  
*signatus* Zett. (nec Staeg.), *Teuchoph.* III, 118.  
*signifer* Halid., *Dolich.* I, 155, 169, 171, 177.  
*simplex* Meig., *Dolichop.* I, 155, 174, 178.  
*simplex* Mik, *Teuchoph.* III, 118, 119.  
*simplex* Verr., *Porph.* II, 222.  
*simplicipes* Frey, *Syntorm.* II, 278.  
*simplicipes* Beck., *Sympycn.* III, 109, 111.  
*simplicissimus* Strbl., *Campsicn.* III, 94, 98.  
*simplicitarsis* Beck., *Sympycn.* III, 110, 111.  
*smaragdinus* Gerst., *Thrypt.* I, 355, 358.  
*soccata* Lw., *Orthoch.* I, 242, 243.  
*socer* Lw., *Dolichop.* I, 157, 163.  
*sogdianus* Lw., *Tachytr.* I, 263.  
*sordidum* Beck., *Machaër.* II, 262.  
*spathulatus* Lw., *Ludovicus* I, 258, 259.  
*speciosus* Lw., *Lamprochr.* III, 127, 128.  
*sphenopterus* Lw., *Hypophyl.* I, 256, 257.  
*spicata* Beck., *Teneriffa* I, 334.  
*spicatus* Lw., *Syntorm.* II, 283, 289.  
*spiculatus* Gerst., *Sympycn.* III, 110, 111.  
*spinicoxa* Lw., *Porph.* II, 215.  
*spinicoxa* Zett. (nec Lw.), *Porph.* II, 219.  
*spinicoxa* Beck., *Xiphandr.* II, 240.  
*spiniger* Zett., *Sciopus* III, 188, 193.  
*spinigerellus* Zett., *Teuchoph.* III, 118, 119.  
*spinimanus* Zett., *Scellus* I, 295, 298.  
*spinitarsis* Beck., *Thinoph.* I, 315, 319.  
*spoliata* Kow., *Argyra* III, 63, 72.  
*spretus* Lw., *Dolichop.* I, 157, 164.  
*Staegeri* Zett., *Dolichop.* I, 144.  
*Steini* Beck., *Dolichop.* I, 157, 171, 178.  
*Stenhammari* Zett., *Dolichop.* I, 128.  
*Stenhammari* Zett., var. b, *Dolichop.* I, 129.  
*striaticollis* Beck., *Argyra* III, 64, 73.  
*strigipes* Verr., *Dolichop.* I, 158, 170, 179.  
*stroblianus* Beck., *Hercost.* I, 194, 201, 237.  
*Strobli* Mik, *Coracoceph.* I, 323.  
*suavis* Lw., *Chrysot.* III, 52, 60.  
*suavis* Lw., *Porph.* II, 213, 226.  
*subglaucia* Beck., *Medetera* I, 345, 349.  
*subinermis* Lw., *Syntorm.* II, 284, 290.  
*sublamellatus* Macq., *Dolichop.* I, 158.  
*sublimbatus* Beck., *Dolichop.* I, 158, 173.  
*subnudipes* Zett., *Porph.* II, 212, 227.  
*subrutilus* Zett., *Dolichop.* I, 141.  
*subsimplificipes* Verr., *Hercost.* I, 228, 237.  
*sulcipes* Meig., *Syntorm.* II, 284, 290.  
*suturalis* Fbr., *Neurogona* II, 301, 312.  
*sylvaticus* Beck., *Sciopus* III, 176, 191.  
*sylvestris* Beck., *Oligochaet.* I, 352, 353.  
*syracusanus* Beck., *Dolich.* I, 159, 172, 178.  
*syriacus* Beck., *Dolich.* I, 159, 170, 177.  
*Tabarkae* Beck., *Syntorm.* II, 285, 289.  
*taeniomerus* Meig., *Chrysot.* III, 57.  
*taeniomerus* Zett. (nec Meig.), *Chrysot.* III, 59.  
*tanypus* Lw., *Dolichop.* I, 149.  
*tanythrix* Lw., *Dolichop.* I, 160, 163, 175.  
*tarsatus* Fall., *Syntorm.* II, 286, 288.  
*tenellus* Fall., *Xanthochl.* III, 129, 131.  
*tener* Lw., *System.* II, 258, 259.  
*tenuicauda* Lw., *Medetera* I, 346, 351.  
*tenuinervis* Lw., *Sciopus* III, 187, 192.  
*tenuis* Verr., *Porph.* II, 225.  
*tertia* Beck., *Medetera* I, 346, 348.  
*thalassinus* Halid., *Dolichop.* I, 160, 174.  
*Thalhammeri* Lichtw., *Achalcus* II, 271.  
*Thalhammeri* Strbl., *Campsicn.* III, 94.

- thinophilum* Lw., *Machaër.* II, 262.  
*thoracica* Meig., *Porph.* II, 227.  
*tibetanus* Beck., *Hydroph.* I, 277, 279, 292.  
*tibiale* Ferris, *Rhaph.* II, 207.  
*tibialis* Zett., *Dolichop.* I, 143.  
*tibialis* v. Ros., *Porph.* II, 228.  
*tibiellus* Zett., *Dolichop.* I, 162.  
*tipularius* Fall., *Sciopus* III, 151.  
*transitorius* Beck., *Tachytr.* I, 262, 267.  
*transversalis* Beck., *Asynd.* III, 77, 78.  
*triangulipes* Beck., *Syntorm.* II, 286, 288.  
*tridactyla* Frey, *Porph.* II, 211, 228.  
*tridens* Beck., *Xiphandr.* II, 234, 253.  
*trifidum* Beck., *Xiphandr.* II, 232, 254.  
*tripartita* Frey, *Porph.* II, 210, 229.  
*tripilus* Lw., *Diaph.* III, 44.  
*tristis* Zett., *Medetera* I, 347, 349.  
*trivialis* Halid., *Dolichop.* I, 161, 171, 178.  
*trochanteratus* Zett., *Dolichop.* I, 132.  
*truncorum* Meig., *Medetera* I, 347, 351.  
*truncorum* Zett., *Medetera* I, 342.  
*tuberculatus* Meig., *Diaph.* III, 45.  
*tumidulus* Radd., *Telmaturgus* III, 121.  
*Turkestanii* Beck., *Dolichop.* I, 161, 166.  
  
*ultramontanus* Beck., *Xanthochl.* III, 131.  
*umbripennis* Lw., *Campsicn.* III, 94, 96.  
*umbripennis* Frey, *Xiphandr.* II, 232, 249.  
*uncitarsis* Beck., *Syntorm.* II, 281.  
*ungulatus* Lw., *Dolichop.* I, 161, 168, 176.  
*unicolor* Lw., *Orthoch.* I, 242, 243.  
*unicolor* Oldenb., *Neurog.* II, 301, 311.  
*unipunctatus* v. Ros., *Hydroph.* I, 292.  
*uralensis* Beck., *Neurog.* II, 301, 311.  
*urbanus* Meig., *Dolichop.* I, 161, 168, 179.  
  
*vagans* Beck., *Medetera* I, 347, 350.  
*validus* Lw., *Sciopus* III, 158.  
*varians* Kow., *Chrysot.* III, 53, 60.  
*varicoloris* Beck., *Chrysot.* III, 126.  
*varicoloris* Beck., *Hercost.* I, 197, 201, 238.  
*varicornis* Lw., *Campsicn.* III, 92.  
*varifrons* Beck., *Diaph.* III, 40, 46.  
*varipes* Lw., *Campsicn.* III, 94, 97.  
  
*varitibia* Lundb., *Dolichop.* I, 142.  
*varus* Lw., *Asyndetus* III, 77, 78.  
*venator* Lw., *Aphrosyl.* I, 331, 332.  
*ventralis* Fall., *Hypophyl.* I, 255.  
*versicolor* Meig., *Argyra* III, 88.  
*versutus* Walk., *Schoenoph.* I, 322.  
*vestita* Wied., *Leucostola* III, 74.  
*vialis* Radd., *Sciopus* III, 155, 190.  
*vicinus* Macq., *Dolichop.* I, 155.  
*virens* Scop., *Liancalus* I, 305, 307.  
*virens* Panz. (nec Scop.), *Orthocerat.* I, 310.  
*virescens* v. Ros., *Chrysot.* III, 60.  
*virgultorum* Halid., *Dolichop.* I, 162, 172.  
*viridifemoratus* v. Ros., *Chrysot.* III, 61.  
*viridipes* Macq., *Orthocerat.* I, 310.  
*viridis* Meig., *Hydroph.* I, 276, 279, 292.  
*viridulus* Fall., *Chrysot.* III, 57.  
*vitripenne* Meig., *Rhaph.* II, 207.  
*vitripennis* Staeg. (nec Meig.), *Dolich.* I, 132.  
*vitripennis* Meig., *Dolich.* I, 162, 164, 175.  
*vitripennis* Lw., *Diaph.* III, 39, 46.  
*vittatus* Macq., *Syntorm.* II, 286.  
*vivax* Lw., *Hercost.* I, 197, 239.  
*vivida* Meig., *Argyra* III, 67.  
*vividus* Meig., *Dolichop.* I, 162.  
*vulgaris* Stann., *Dolichop.* I, 143.  
  
*Wahlbergi* Zett., *Dolichop.* I, 162, 167.  
*Wahlgreni* Frey, *Hydroph.* I, 277, 279, 293.  
*Walkeri* Rond., *Orthoch.* I, 243, 244.  
*Wiedemanni* Rond., *Sybistr.* I, 251.  
*Wiedemanni* Fall., *Sciopus* III, 166, 191.  
*Wilsoni* Curt., *Porph.* II, 218.  
*Winthemi* Meig., *Diaph.* III, 40, 47.  
  
*xanthogaster* Meig., *Hypoph.* I, 240, 255;  
 III, 119.  
*xanthoprasius* Bezzi, *Chrysot.* III, 61.  
*xiphias* Meig., *Xiphandr.* II, 243, 255.  
  
*Zelleri* Lw., *Syntorm.* II, 287, 290.  
*Zetterstedti* Stenh., *Dolich.* I, 162, 166, 176.  
*zonatulus* Zett., *Sciopus* III, 189.

## Addenda.

### Zur Abteilung I.

- S. 310. Unter Zeile 6 von oben ist als Synonym zu *lacustris* Scop. einzuschalten: *formosum* Halid., The Zool. Journ. V, 356. 4 [*Medeterus*] (1832).  
S. 343 füge nach Zeile 15 von oben hinzu: *Medetera melancholica* Lundb. ♂ ♀, Dipt. Danica IV, 325. 7 (1912).

### Zur Abteilung II.

- S. 251 Z. 13 von unten ist hinter „*pectinatum*“ der Autorname „Beck.“ einzuschalten.  
S. 352 Z. 8 von unten ist als Synonym zu *Oligochaetus dicaëtus* Kow. hinzuzufügen: *aeneus* v. Ros., Corresp. Würtemb. landw. Ver. I, 56 [*Medeterus*] (1840).

## Corrigenda.

### Zur Abteilung I.

- S. 121 Z. 18 von oben lies: *Chrysosomatinae* anstatt *Sciopodinae*.  
S. 122 Z. 3 von unten lies: *Coracocephalus* Mik anstatt *Coracocephalus* Bezzi.  
S. 122 S. 8 von unten lies: **Schrnk.** anstatt Schruk.  
S. 123 Z. 2 und 12 von unten lies: *Chrysosomatinae* anstatt *Sciopodinae*.  
S. 125 Z. 7 von unten lies: subgenus anstatt genus.  
S. 127 Z. 8 von unten lies: *angustipennis* anstatt *augustipennis*.  
S. 163 Z. 17 von oben lies: *Bonsdorffi* anstatt *Bonnsdorffi*.  
S. 163 Z. 10 von unten lies: *Mannerheimi* anstatt *Mannersheimi*.  
S. 165 Z. 8 von unten lies: *Ruthei* anstatt *Ruthi*.  
S. 166 Z. 23 von oben lies: **Whlbg.** anstatt Zett.  
S. 173 Z. 2 von unten lies: **Stenh.** anstatt Stann.  
S. 178 Z. 20 von oben lies: **Whlbg.** anstatt Meig.  
S. 202 Z. 15 von oben lies: **Stann.** anstatt Staeg.  
S. 255 Z. 1 von oben lies: *Hypophyllus* anstatt *Hyphyllus*.  
S. 274 Z. 12 von unten lies: **Fall.** anstatt Zett.  
S. 277 Z. 24 von unten lies: **Fall.** anstatt Zett.  
S. 278 Z. 17 von oben lies: **Whlbg.** anstatt Zett.  
S. 301 Z. 1 von unten lies: **Parent.** anstatt Parenb.

### Zur Abteilung II.

- S. 214 ist in dem Verzeichnis der Arten das Zitat von der Art ? *aenea* Cuv. (nec Deg.)  
= *spinimana* Lw. = *communis* Meig. ganz zu streichen, da wie ich nachträglich erfahren  
habe, Cuvier seiner besprochenen Art gar keinen Namen gegeben hat.  
S. 224 Z. 11 von oben lies: *Systemus* sp. anstatt *Systemus leucurus* Lw. ♂.

### Zur Abteilung III.

- S. 124 Z. 13 von oben lies: *Pseudacropus* anstatt *Pseudocropsilus*.

NOVA ACTA.

Abh. der Kaiserl. Leop.-Carol. Deutschen Akademie der Naturforscher.

Band CIV. Nr. 3.

---

# Symmetrische Funktionen in Verbindung mit Determinanten.

Von

**Carl Kostka.**

---

Eingegangen bei der Akademie am 6. Dezember 1918.

---

**HALLE.**

1919.

Druck von Ehrhardt Karras G. m. b. H. in Halle (Saale).

Für die Akademie in Kommission bei Max Niemeyer, Verlag in Halle a. S.



„Jede symmetrische Funktion der Wurzeln einer algebraischen Gleichung ist rational in den Koeffizienten der Gleichung.“ Auf mehrfache Art wird dieser Hauptsatz ohne Schwierigkeit bewiesen, bei tiefgreifenden Untersuchungen wird er oft verwertet. Die anschließende Aufgabe aber, jenen rationalen Ausdruck zu finden, hatte ein seltsames Geschick. Anfänge bei Girard, Grundlegendes bei Newton. Waring hat die Aufgabe zwischen 1760 und 1780 eingehend behandelt, sie allgemein durch zwei Formeln gelöst, die eine zur Bestimmung des Typus einer symmetrischen Funktion durch Potenzsummen, die andere zur Darstellung der Potenzsummen durch Koeffizientenprodukte. Vollen Beifall fand die Lösung nicht; aber mehr als 100 Jahre später war noch keine bessere bekannt, obgleich Gauß, Cauchy, Jacobi, Cayley, Borchardt, Kronecker, Betti, Brioschi, Netto, Gordan, Saalschütz und mancher andere mehr oder minder ausführlich die Frage erörtert, die verschiedensten Wege zum Ziel vorgeschlagen hatten.<sup>1)</sup> Auch die Zahlenrechnung wurde, abgesehen von ganz einfachen Beispielen, fast immer bald undurchsichtig, ihre Bewältigung sehr mühsam, Mittel zu guter Nachprüfung fehlten. Neuerdings hat Gustav Junge, Waringsche Gedanken weiterführend, den Faktor eines Koeffizientenprodukts in der Entwicklung eines Funktions-Typus durch Zahlen, die Typus und Produkt kennzeichnen, in einer allgemeinen Formel ausgedrückt und damit für diese Art der Lösung einen bemerkenswerten Fortschritt erzielt. Jedoch ist die dort verlangte Summation wenig übersichtlich, dadurch in den Zahlenrechnungen der Fortschritt kaum erkennbar. Man darf sagen: Bei allen bisherigen

<sup>1)</sup> Übersicht in Enzykl. d. math. Wiss. I, B 3 b, 1898—1904, S. 449. Darin fehlen: Gordan, *Math. Ann.* 52, 1899, S. 301; Saalschütz, *Arch. d. Mth. u. Ph.* 3. Rhe, 9, 1904, S. 113. Später erschien: Gustav Junge, *Zur Hauptaufgabe der symmetrischen Funktionen* (Dissertation der Univ. Gießen), Berlin, Emil Ebering, 1917. — In jener Übersicht sind folgende Irrtümer oder Versehen festgestellt worden: S. 451 Z. 10 Waring statt Girard, vgl. Saalschütz, *Arch. d. Mth. u. Ph.* 3. Rhe 9, 1904, S. 205; S. 452 oben, Faà di Bruno's symbol. Determinante unrichtig, vgl. Brioschi, *Ann. mat.* 5, 1884, S. 427; S. 459 Z. 7 u. 10 Mac Mahon's Formeln unrichtig, vgl. Kostka, *Jahresber. d. deutsch. Math.-Ver.* 16, 1917, S. 450; S. 465 Anm. 38 Z. 2, vor *J. f. Math.* fehlt Kostka, zuletzt 1876 statt 1875.

Versuchen, vom Funktions-Typus unmittelbar zu den Koeffizientenprodukten zu gelangen, hat der Stoff sich spröde und unbiegsam gezeigt, die Rechnung wird schwerfällig und undurchsichtig, gute Mittel zur Nachprüfung fehlen, die Ernte an einfachen Sätzen ist gering.

Weit günstiger gestaltet sich das Bild, wenn man einfach gebaute Determinanten der Koeffizienten in Betracht zieht und sie, gewissermaßen als Klammergrößen von gleichartigem Bau, in die Formeln einführt.<sup>1)</sup> Hier sieht man Fortschritt von Anfang an, die Rechnung bleibt stets durchsichtig und kann leicht nachgeprüft werden, der Weg führt bald zu bemerkenswerten Sätzen. Neben manchen anderen Ergebnissen findet man: Die oben vorangestellte Hauptaufgabe ist nur eine aus einer Gruppe von 30 Aufgaben, die, an sich ganz verschieden, so enge innere Verknüpfung zeigen, daß nur zwei verschiedene Zahlformen die Lösungszahlen für alle 30 Aufgaben sind, bei 18 von ihnen unmittelbar, bei 12 in einfacher Zusammenstellung. Die Lösungen für alle Sonderfälle der 30 Aufgaben sind bei bestimmtem Gewicht aus einer Quadrattafel zu entnehmen, unmittelbar für 18 Aufgaben, mit kleiner Nebenrechnung für 12, — ungewöhnlich reicher Inhalt einer Tafel! Neuerdings ist die alte Hauptaufgabe durch eine einzige durchsichtige Formel gelöst worden und ähnliche Formeln gelten für jene anderen Aufgaben. Dadurch beherrscht man das gesamte Gebiet auch ohne Tafeln. — Eine einheitliche Darstellung des ganzen Verfahrens ist sehr wünschenswert, zumal die älteren Arbeiten des Verfassers eine gewisse Unsicherheit in der Wahl der Bezeichnungen erkennen lassen. Mitarbeiter auf dem Wege sind dem Verfasser nicht bekannt geworden; daher wird nur bei einzelnen Beispielen auf ihre frühere Behandlung hinzuweisen sein.

<sup>1)</sup> Quellen: Journ. f. Math. 81, 1876, S. 281; 82, 1877, S. 212; 93, 1882, S. 89; 132, 1907, S. 159; 148, 1917, S. 88; ferner: Jahresber. d. dtsh. Math.-Ver. 16, 1907, S. 429; 27, 1918, S. 161; Schrift. d. phys.-ökon. Ges. Königsberg, 49. Jhg., 1908, S. 374; Tafeln f. symm. Funktionen bis zur XI. Dimension, Prgr. d. Insterburger Gymnasiums, Teubner 1908. — Der erste Vorschlag, 1875, wurde von Borchardt brieflich aufs wärmste begrüßt, sonst blieben die ersten drei Arbeiten lange Zeit fast unbeachtet; z. B. sind sie Jordan und Saalschütz um 1900 noch unbekannt. Seit 1905 ist das Verfahren bisweilen (z. B. in Königsberg und Gießen) in Vorlesung oder Seminar besprochen worden.

I.

**Bezeichnungen. Grundgleichungen. Hauptaufgaben.**

1. Die Veränderlichen seien  $t_1, t_2, \dots, t_n$ , ihre symmetrischen Grundfunktionen  $c_1, c_2, \dots, c_n$ . Also ist  $c_r$  für  $1 \leq r \leq n$  gleich der Summe aller Produkte von je  $r$  verschiedenen  $t$ , so daß in der Summe die Kombinationen der  $t$  ohne Wiederholung zur  $r$ -ten Klasse stehen und die Anzahl der Summenglieder  $= \binom{n}{r}$  ist. Nimmt man  $t_{n+1}, t_{n+2}, \dots = 0$  an, so ist von selbst  $c_{n+1}, c_{n+2}, \dots = 0$ ; andererseits wird  $c_0 = 1$  und jedes  $c$  mit negativem Zeiger  $= 0$  gesetzt. Sei

$$F(t) = (t-t_1)(t-t_2)\dots(t-t_n) = t^n - c_1 \cdot t^{n-1} + c_2 \cdot t^{n-2} \dots (-1)^n \cdot c_n, \quad (1)$$

so sind  $t_1, \dots, t_n$  die Wurzeln von  $F(t) = 0$  und  $c_1, \dots, c_n$  können als die Koeffizienten dieser Gleichung angesprochen werden. Sei

$$(\alpha) = \alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_{m-1} = 1^{m_1}, 2^{m_2}, \dots, l^{m_l} \quad (2)$$

eine Reihe von positiven ganzen Zahlen; dabei soll in der Potenzform der Exponent symbolisch angeben, wie oft die Grundzahl als Zahl der Reihe vorkommt. Die Summe aller Reihenzahlen, auch als Gewicht der Reihe bezeichnet, sei  $\mu$ , so hat man:

$$\text{und } \left. \begin{aligned} \mu &= \alpha_0 + \alpha_1 + \dots + \alpha_{m-1} = 1 \cdot m_1 + 2 \cdot m_2 + \dots + l \cdot m_l \\ m &= m_1 + m_2 + \dots + m_l \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Die Zahl  $l$  kann höchstens  $= \mu$  sein; ist sie  $= \mu$ , so ist  $m_\mu = 1$ , alle anderen  $m_h = 0$ . Immer also  $m_\mu! = 1$ .

Ein Koeffizientenprodukt ist  $K$ , durch die Zeigerreihe gekennzeichnet; also

$$K_{(\alpha)} = c_{\alpha_0} \cdot c_{\alpha_1} \dots c_{\alpha_{m-1}} = c_1^{m_1} \cdot c_2^{m_2} \dots c_l^{m_l}. \quad (4)$$

Dabei könnte  $m$  auch  $> n$  sein; aber  $l$  nur  $\leq n$ , weil sonst  $K_{(\alpha)}$  verschwinden würde; kein  $\alpha_h > n$ . Symmetrische Funktion ist  $K$ , weil die  $c$  es sind.

Der Typus einer symmetrischen Funktion, auch eintypige Funktion genannt, ist:

$$T_{(\alpha)} = \sum t_1^{\alpha_0} t_2^{\alpha_1} \dots t_n^{\alpha_{n-1}}. \quad (5)$$

Hier ist  $m \leq n$ . In der Summe stehen alle Glieder, die bei fester Reihenfolge von  $t_1, t_2, \dots, t_n$  die verschiedenen Permutationen der Exponenten, unter denen  $n - m$  Nullen sind, jede einmal, enthalten. Die Anzahl der Summenglieder ist also:

$$v = \frac{n!}{m_1! m_2! \dots m_l! (n-m)!} \quad (6)$$

Die Größen  $t_1, t_2, \dots, t_n$  mögen alle gleiches Gewicht (Dimension) haben. Setzt man  $\varepsilon \cdot t_h$  statt  $t_h$  für alle Werte des  $h$  von 1 bis  $n$ , so verwandeln sich  $c_r, K_{(\alpha)}, T_{(\alpha)}$  in  $\varepsilon^r \cdot c_r, \varepsilon^\mu \cdot K_{(\alpha)}$  und  $\varepsilon^\mu \cdot T_{(\alpha)}$ ; also hat  $c_r$  das Gewicht  $r$  und bei  $K_{(\alpha)}$  und  $T_{(\alpha)}$  ist das Gewicht gleich  $\mu$ , d. h. gleich dem Gewicht der Zeigerreihe. Das Produkt zweier Typen, deren Gewichte  $\mu_1$  und  $\mu_2$  und die Gliederzahlen  $\nu_1$  und  $\nu_2$  sind, hat das Gewicht  $\mu_1 + \mu_2$  und liefert an sich  $\nu_1 \cdot \nu_2$  Glieder, die sich in Typen müssen zusammenfassen lassen, weil auch das Produkt eine symmetrische Funktion sein muß. Z. B. hat  $T_{3,2} \cdot T_{5,2^2}$  das Gewicht 14 und nach (6) die Gliederzahl  $\frac{1}{2} n^2 (n-1)^2 \cdot (n-2)$ . Um die Typensumme allgemein zu erhalten, wird man  $n$  mindestens = 5 nehmen, weil fünf verschiedene  $t$  nebeneinander im Produkt vorkommen können. Als Exponenten können im Ergebnis nur die Zahlen 8, 7, 5, 4, 3, 2 stehen, doch 8 und 7 oder 8 und 5 oder 8 und 3 oder 7 und 4 nicht gleichzeitig in einer Zusammenstellung. Die Summe 14 der Exponenten kann erreicht werden bei den Zusammenstellungen: 8, 4, 2; 8, 2, 2, 2; 7, 5, 2; 7, 3, 2, 2; 5, 5, 4; 5, 5, 2, 2; 5, 4, 3, 2; 5, 3, 2, 2, 2. Diese bestimmten Zahlfolgen können aus den beliebig umzustellenden Folgen 3, 2, 0, 0, 0 und 5, 2, 2, 0, 0 auf 1, 3, 1, 1, 2, 4, 1, 3 Arten gebildet werden. Daher:  $T_{3,2} \cdot T_{5,2^2} = T_{8,4,2} + 3 \cdot T_{8,2^3} + T_{7,5,2} + T_{7,3,2^2} + 2 T_{5^2,4} + 4 T_{5^2,2^2} + T_{5,4,3,2} + 3 T_{5,3,2^2}$ . Zur Probe: Für  $n = 5$  ist nach (6) links und rechts die volle Gliederzahl = 600. Die gefundene Gleichung ist für  $n \geq 5$  richtig. Um sie für  $n = 4$  zu erhalten, setze man  $t_5 = 0$  (neben  $t_6 = t_7 = \dots = 0$ ), so fällt rechts das letzte Glied fort und die volle Gliederzahl ist 144. Bei  $n = 3$  fallen auch das 2., 4., 6., 7. Glied fort und die Gliederzahl ist 18.

Die Art, wie das Ergebnis im Beispiel erhalten wurde, zeigt zugleich, daß das Produkt zweier bestimmten Typen nur eine bestimmte Summe von Typen liefern kann. — Jede ganze symmetrische Funktion setzt sich, wie wir sehen, aus Typen additiv zusammen. Ist die Funktion gebrochen,

so kann sie in die Form eines Bruches gebracht werden, dessen Zähler und Nenner ganze Funktionen sind, die keinen gemeinsamen Faktor haben. Dann müssen der Zähler und der Nenner selbst symmetrisch in den  $t$  sein. Wäre es anders, würde bei der Vertauschung etwa von  $t_1$  mit  $t_2$  der Zähler oder der Nenner oder jeder von beiden den Wert ändern, so könnte durch geeignete Wahl von  $t_1$  und  $t_2$  diese Änderung beliebig groß gemacht werden, der Bruch könnte nicht immer den gleichen Wert behalten. Jede symmetrische Funktion ist rational in den  $t$ ; also können wir, wenn es sich um die Umformung von symmetrischen Funktionen handelt, uns auf die Umformung von Typen beschränken.

2. Jedes  $c_p$  ist ein Typus, in dem (neben den Exponenten 0) nur die Exponenten 1 vorkommen:  $c_p = T_{1^p}$ . Ein Produkt von zwei oder mehreren  $c$  führt also auch zu einer Summe von Typen; von diesen hat jeder das Gewicht gleich der Zeigersumme der multiplizierten  $c$ . Z. B. wird  $K_{4^3, 2^2, 1^5} = c_4^3 \cdot c_2^2 \cdot c_1^5$  nur auf  $T$  vom Gewicht 21 führen; dabei ist der höchste Zeiger, den ein  $t$  haben kann, gleich der Anzahl der Faktoren  $c$ , hier = 10; und jedes  $T$  in der Entwicklung hat nichtverschwindende Zeiger höchstens so viele, als das Gewicht von  $K$ , mindestens so viele, als der höchste Zeiger von  $K$  angibt, hier höchstens 21 und mindestens 4. Ein Beispiel solcher Entwicklung kennen wir aus der Schule:  $(t_1 + t_2 + \dots + t_n)^\mu$ , also  $K_1^\mu$  oder  $c_1^\mu$ , soll in eine Summe von Produkten der  $t$ , also auch in Typen der  $t$ , übergeführt werden. Die Ausführung der Multiplikation liefert, ehe man gleiche Glieder zusammenzieht,  $n^\mu$  Glieder. Eines von ihnen sei  $t_1^{\alpha_0} t_2^{\alpha_1} \dots t_n^{\alpha_{n-1}}$ ; dazu muß jede Klammer einen und nur einen Faktor beisteuern, also ist  $\alpha_0 + \alpha_1 + \dots + \alpha_{n-1} \equiv \mu$ . Hier ist  $t_1$  aus einer Gruppe von  $\alpha_0$  Klammern,  $t_2$  aus einer solchen von  $\alpha_1$  Klammern u. s. f. zu entnehmen, wobei die Reihenfolge der Wahl in jeder Gruppe gleichgültig ist. Daher erhält jenes Glied, wenn es mit allen gleichen vereinigt wird, den Faktor  $\mu! : (\alpha_0! \alpha_1! \dots \alpha_{n-1}!)$  und denselben hat jedes Glied, das aus jenem durch Vertauschung zweier  $t$  entsteht. Somit wird:

$$K_1^\mu = c_1^\mu = \sum \frac{\mu!}{\alpha_0! \alpha_1! \dots \alpha_{n-1}!} \cdot T_{\alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_{n-1}}, \quad (7)$$

wo die Summe über alle verschiedenen Zahlenreihen  $(\alpha)$  vom Gewicht  $\mu$  sich erstreckt: der polynomische oder, bei  $n = 2$ , der binomische Lehrsatz.

Wir wissen nun aus mehr als 100 jähriger Erfahrung, daß der Versuch, die  $K$  durch die  $T$  und umgekehrt die  $T$  durch die  $K$  unmittelbar auszudrücken, nicht zu gutem Ziel führt, und ziehen noch Determinanten

der  $c$  von einfachstem Bau in Betracht. Eine Reihe von positiven ganzen Zahlen, absteigend geordnet, sei

$$(\lambda) = \lambda_0, \lambda_1, \dots, \lambda_{r-1} = \lambda_0, \lambda_1, \dots, \lambda_{p-1}, 1^{r-p}, \tag{8}$$

worin  $p$  der Zahlen  $> 1$  sein sollen. Wir setzen:

$$C_{(\lambda)} = \begin{vmatrix} c_{\lambda_0} & c_{\lambda_0+1} & c_{\lambda_0+2} & \dots & c_{\lambda_0+r-1} \\ c_{\lambda_1-1} & c_{\lambda_1} & c_{\lambda_1+1} & \dots & c_{\lambda_1+r-2} \\ c_{\lambda_2-2} & c_{\lambda_2-1} & c_{\lambda_2} & \dots & c_{\lambda_2+r-3} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ c_{\lambda_{r-1}-r+1} & c_{\lambda_{r-1}-r+2} & \dots & \dots & c_{\lambda_{r-1}} \end{vmatrix} \tag{9}$$

eine Determinante der  $c$  vom  $r$ -ten Grade mit der Zeigerreihe  $(\lambda)$  in der Hauptdiagonale. Z. B.

$$C_{8, 23, 1} = \begin{vmatrix} c_8 & c_9 & c_{10} & c_{11} & c_{12} & c_8 & c_9 & c_{10} & c_{11} & c_{12} \\ c_2 & c_3 & c_4 & c_5 & c_6 & c_2 & c_3 & c_4 & c_5 & c_6 \\ c_1 & c_2 & c_3 & c_4 & c_5 & c_1 & c_2 & c_3 & c_4 & c_5 \\ c_0 & c_1 & c_2 & c_3 & c_4 & 1 & c_1 & c_2 & c_3 & c_4 \\ c_{-3} & c_{-2} & c_{-1} & c_0 & c_1 & 0 & 0 & 0 & 1 & c_1 \end{vmatrix}$$

Ist etwa  $n = 10$ , so ist noch  $c_{11}$  und  $c_{12}$  durch Null zu ersetzen.

$C_{(\lambda)}$  ist eine symmetrische Funktion der  $t$ , weil die  $c$  es sind. Setzt man  $\varepsilon \cdot t_h$  statt  $t_h$  für alle Werte des  $h$  von 1 bis  $n$ , also  $\varepsilon^h \cdot c_h$  statt  $c_h$ , und zieht man aus den Zeilen der Reihe nach die Faktoren  $\varepsilon^{\lambda_0}, \varepsilon^{\lambda_1-1}, \varepsilon^{\lambda_2-2}, \dots$ , aus den Spalten der Reihe nach  $\varepsilon^0, \varepsilon^1, \varepsilon^2, \dots$  vor, so entsteht wieder  $C_{(\lambda)}$  mit dem Faktor  $\varepsilon^{\lambda_0+\lambda_1+\dots+\lambda_{r-1}}$ . Somit hat  $C_{(\lambda)}$  das Gewicht  $= \lambda_0 + \lambda_1 + \dots + \lambda_{r-1}$  und ebenso groß ist das Gewicht jedes  $c$ -Produkts, d. h. jedes  $K$ , das bei Entwicklung von  $C_{(\lambda)}$  nach den Determinantenregeln auftreten kann. Zieht man nach der Entwicklung alle gleichen  $K_{(\alpha)}$  zusammen, so möge  $\kappa_{(\lambda)}^{(\alpha)}$  der zugehörige Zahlenfaktor sein.  $K_{(\alpha)}$  kann, wie wir sahen, nach Typen  $T$  entwickelt werden, die alle gleiches Gewicht mit  $K_{(\alpha)}$  haben. Dies werde für alle  $K$  ausgeführt und dann vereinige man alle  $T$  mit gleicher Zeigerreihe. So möge  $T_{(\alpha)}$  den Zahlenfaktor  $\tau_{(\lambda)}^{(\alpha)}$  erhalten. Man hat also:

$$\begin{aligned} \text{I. } C_{(\lambda)} &= \sum_{(\alpha)} \kappa_{(\lambda)}^{(\alpha)} \cdot K_{(\alpha)}; \\ \text{II. } C_{(\lambda)} &= \sum_{(\alpha)} \tau_{(\lambda)}^{(\alpha)} \cdot T_{(\alpha)}, \end{aligned}$$

wo die Summen über alle Zeigerreihen  $(\alpha)$  zu erstrecken sind, die mit  $(\lambda)$  gleiches Gewicht haben. Ist ein bestimmtes  $K_{(\alpha)}$  in der Entwicklung von

$C_{(\lambda)}$  nicht vorhanden, so ist die betreffende Zahl  $x_{(\lambda)}^{(\alpha)}$  Null, ebenso ist  $\tau_{(\lambda)}^{(\alpha)}$  Null, wenn  $T_{(\alpha)}$  in dem Ausdruck für  $C_{(\lambda)}$  nicht vorkommt. Sonst sind die  $x$  und  $\tau$  ganze Zahlen, positiv oder negativ, ihre Natur wird näher zu untersuchen sein. Diese Zahlformen spielen im folgenden eine große Rolle.

3. Bei der Entwicklung der  $K$  nach den  $T$ , der  $C$  nach den  $K$ , der  $C$  nach den  $T$  haben alle Glieder in einer solchen Gleichung gleiches Gewicht für die Funktionen der  $t$ . Die Gleichungen (3) sind daher noch durch die folgende zu ergänzen:

$$\mu = \lambda_0 + \lambda_1 + \dots + \lambda_{r-1} = \lambda_0 + \lambda_1 + \dots + \lambda_{p-1} + r - p. \quad (3a)$$

In den umgekehrten Entwicklungen wird es nicht anders sein, weil  $t_1, \dots, t_n$  Maßzahlen gleichartiger Größen sein können für ein beliebiges, nur für alle gleiches Maß.

Für ein bestimmtes Gewicht  $\mu$  ist die Anzahl der  $K$ , der  $T$  und der  $C$  die gleiche, nämlich gleich der Anzahl der Zerfällungen (Zerlegungen in positive Summanden) der Zahl  $\mu$ . Jede dieser Zerfällungen kann Zeigerreihe für  $K$ , für  $T$  und für  $C$  sein. Die Anzahl der Zerfällungen hat Euler bis  $\mu = 59$  berechnet. Es ist, wie man leicht nachprüfen kann,

$$\begin{array}{l} \text{für } \mu = 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10; 11; 12; 13; 14; \dots \\ \text{die Zahl} = 1; 2; 3; 5; 7; 11; 15; 22; 30; 42; 56; 77; 101; 135; \dots \end{array}$$

Wie ist die Anordnung der Zeigerreihen bei bestimmtem Gewicht zu wählen? Wichtig ist zunächst auf dem ganzen Gebiet der symmetrischen Funktionen der Begriff der zugeordneten Zahlenreihe, auch Gegenreihe genannt.<sup>1)</sup> Zu einer gegebenen Zahlenreihe erhält man die zugeordnete, indem man alle Zahlen in Einheiten auflöst, diese Summen gleichmäßig untereinander schreibt und spaltenweise addiert.<sup>2)</sup> Z. B. für 5, 4, 2:

$$\begin{array}{r} 5 = 1 + 1 + 1 + 1 + 1 \\ 4 = 1 + 1 + 1 + 1 \\ 2 = 1 + 1 \\ \hline 3, \quad 3, \quad 2, \quad 2, \quad 1; \text{ die Gegenreihe ist } 3^2, 2^2, 1. \end{array}$$

Ebenso sind 8, 5,  $3^2$  und  $4^3$ ,  $2^2$ ,  $1^2$  einander zugeordnet, oder 11, 6,  $2^3$  und  $5^2$ ,  $2^4$ ,  $1^5$  oder  $6^2$ ,  $7^3$ , 3 und  $6^3$ ,  $5^3$ , 3. Eine Reihe kann sich selbst zugeordnet sein; z. B. 7,  $3^2$ ,  $1^4$  oder 10,  $4^3$ ,  $1^6$  oder  $9^2$ ,  $5^3$ ,  $2^4$ . Zur Reihe  $(\lambda)$ ,

<sup>1)</sup> Den Begriff hat Ferrers eingeführt, Cayley hat die Bedeutung für symmetrische Funktionen erkannt. „Gegenreihe“ schlägt Junge vor.

<sup>2)</sup> Ein anderer Weg wird Jahresber. d. dtsh. Math.-Ver. Bd. 16 S. 432 f. angegeben.

— s. oben Gl. (8) — ist die Gegenreihe  $r^{\lambda_{r-1}}, (r-1)^{\lambda_{r-2}-\lambda_{r-1}}, \dots, 2^{\lambda_1-\lambda_2}, 1^{\lambda_0-\lambda_1} = (\lambda')$ . Ihre Gliederzahl ist  $\lambda_0$ , die Anzahl der Glieder, die  $> 1$  sind, ist  $\lambda_1$ . Zu  $(\alpha)$  wird die Gegenreihe  $(\alpha')$  genannt, ebenso  $(\beta)$  und  $(\beta')$  dgl. — Nun sind zwei Anordnungen der Zeigerreihen vom Gewicht  $\mu$  vor allem zu empfehlen. a) Die Hauptordnung (auch natürliche oder alphabetische genannt): Jede Reihe wird absteigend geordnet. Von zwei Reihen tritt dann die mit der größeren Anfangszahl voran und, falls in den ersten  $h$  Stellen die Zahlen übereinstimmen, steht die voran, welche in der  $(h+1)$ -ten Stelle die größere Zahl hat. b) Die Nebenordnung: Jede Reihe ist zugeordnet der an entsprechender Stelle der Hauptordnung stehenden Reihe. Man könnte hier auch sagen: Die Reihe mit der größeren Anzahl von Gliedern (dem kleineren  $\mu - m$ ) steht voran; haben sie gleich viel Glieder, so steht die mit weniger Einsen (kleinerem  $m_1$ ) voran; stimmen sie auch darin überein, so erhält die geringere Anzahl von Zweien (kleineres  $m_2$ ) den Vortritt usw. — Bis  $\mu = 5$  ist die Nebenordnung nur die umgekehrte Hauptordnung; anders bei größerem  $m$ . Für  $\mu = 6$  ist

die Hauptordnung: 6; 5, 1; 4, 2; 4, 1<sup>2</sup>; 3<sup>2</sup>; 3, 2, 1; 3, 1<sup>3</sup>; 2<sup>3</sup>; 2<sup>2</sup>, 1<sup>2</sup>; 2, 1<sup>4</sup>; 1<sup>6</sup>,  
 die Nebenordnung: 1<sup>6</sup>; 1<sup>4</sup>, 2; 1<sup>2</sup>, 2<sup>2</sup>; 1<sup>3</sup>, 3; 2<sup>3</sup>; 1, 2, 3; 1<sup>2</sup>, 4; 3<sup>2</sup>; 2, 4; 1, 5; 6.

4. Es möge  $K_{(\lambda)} = c_{\lambda_0} \cdot c_{\lambda_1} \dots c_{\lambda_{r-1}}$  nach den  $T$  entwickelt werden: Welches  $T$  steht bei der Nebenordnung zuletzt? Weniger als  $\lambda_0$  Zeiger kann kein  $T$  in dieser Summe haben, weil  $c_{\lambda_0}$  schon  $\lambda_0$  Faktoren jedes Gliedes hat. Bei  $\lambda_0$  Zeigern können höchstens  $\lambda_0 - \lambda_1$  Einsen da sein, indem die  $\lambda_1$  Exponenten 1 bei  $c_{\lambda_1}$  sich mit ebensovielen bei  $c_{\lambda_0}$  zu 2 vereinigen. Sind  $\lambda_0$  Zeiger und  $\lambda_0 - \lambda_1$  Einsen darunter, so kann nach Multiplikation von  $c_{\lambda_0} \cdot c_{\lambda_1}$  mit  $c_{\lambda_2}$  der Exponent 2 höchstens  $(\lambda_1 - \lambda_2)$ -mal vorkommen usw. Man sieht, daß  $T_{(\lambda')}$  das letzte Glied jener Summe sein wird, sowie daß es den Zahlenfaktor 1 haben muß, da es nur auf eine Art entstehen kann.

Entwickelt man alle  $K$  des Gewichts  $\mu$  nach den  $T$ , so sind die Zahlenfaktoren der  $T$  positiv oder 0, weil alle  $c$  nur positive Glieder haben. Ordnet man die  $T$ , wie vorher, nach der Nebenordnung, die  $K$  aber nach der Hauptordnung, so stehen in der Determinante des Gleichungssystems, das ja ebensoviel unbekannte  $T$ , wie Gleichungen hat, in der Hauptdiagonale nur die Zahlen  $+1$ , rechts von ihr nur Nullen, links nur positive Zahlen oder vereinzelt 0. Die Determinante hat also den Wert 1 und alle Zahlenfaktoren der  $K$ , die bei Auflösung des Systems nach den  $T$  auftreten, sind ganze Zahlen. Auch zeigt der Bau der Gleichungen, daß für den Wert von  $T_{(\alpha)}$  nur diejenigen  $K_{(\lambda)}$  in Betracht kommen, welche in der Hauptordnung aufwärts von  $K_{(\alpha')}$  bis  $K_{\mu, 0}$  reichen, sowie daß in diesem Wert  $K_{(\alpha')}$

den Faktor  $+1$  haben muß. Schreibt man in einer Quadrattafel links als Eingang der Zeilen die  $K$  nach der Hauptordnung, oben als Eingang der Spalten die  $T$  in der Nebenordnung, so können beide Entwicklungen, die der  $K$  nach den  $T$  und die der  $T$  nach den  $K$ , in diesem einen Quadrat vereinigt werden. Alle Zahlen in den Feldern der Diagonale von links oben nach rechts unten sind  $+1$  und gehören zu beiden Entwicklungen; alle Zahlen rechts von jener Hauptdiagonale haben nur Nullen für die Entwicklung der  $K$ ; alle Zahlen links von der Hauptdiagonale haben nur Nullen für die Entwicklung der  $T$ . Die Zahlen für ein bestimmtes  $K_{(\lambda)}$  stehen in der betreffenden Zeile von der  $-1$  der Hauptdiagonale bis zum linken Rande; die Zahlen für ein bestimmtes  $T_{(\alpha)}$  stehen in der betreffenden Spalte von der  $1$  der Hauptdiagonale bis zum oberen Rande.<sup>1)</sup>

Jedes  $c$  im Produkt  $K$  kann für ein bestimmtes  $t$  nur eine  $1$  oder eine  $0$  zum Exponenten beitragen; aus welchen der Faktoren  $c$  die Einsen entnommen werden, bleibt willkürlich, wenn nur im ganzen der gewünschte Exponent von  $t$  zusammengesetzt wird. Um daher den Zahlenfaktor eines bestimmten  $T_{(\alpha)}$  in der Entwicklung eines bestimmten  $K_{(\lambda)}$  zu erhalten, könnte man so verfahren: Man setze in einem Rechteck von  $m$  Spalten und  $r$  Zeilen  $\mu$  Einsen und  $rm - \mu$  Nullen so, daß die Spalten der Reihe nach die Summen  $\alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_{m-1}$ , die Zeilen aber  $\lambda_0, \lambda_1, \dots, \lambda_{r-1}$  liefern. Die Anzahl der verschiedenen Gruppierungen, die möglich sind, ist der gesuchte Zahlenfaktor.

Zwei Beispiele. Der Faktor von  $T_{(\alpha)}$  im Ausdruck für  $K_{(\lambda)}$  sei  $y_{(\lambda)}^{(\alpha)}$ :

1. Beispiel: Wie groß ist  $y_{4,2,1^2}^{2,1^3}$ ? Vorbilder (ohne das letzte):

$t_1^2$	$t_2$	$t_3$	$t_4$	$t_5$	$t_6$	$t_7$	$t_1^2$	$t_2$	$t_3$	$t_4$	$t_5$	$t_6$	$t_7$	$t_1^2$	$t_2$	$t_3$	$t_4$	$t_5$	$t_6$	$t_7$		
$c_1$	1	1	1	1	.	.	$c_1$	1	1	1	1	.	.	$c_1$	.	1	1	1	1	.	.	
$c_2$	1	.	.	.	1	.	$c_2$	.	.	.	.	1	1	.	$c_2$	1	.	.	.	.	1	.
$c_1$	.	.	.	.	.	1	$c_1$	1	.	.	.	.	.	$c_1$	1	.	.	.	.	.	.	.
$c_1$	.	.	.	.	.	1	$c_1$	.	.	.	.	.	1	$c_1$	.	.	.	.	.	.	.	1

Bei der Folge  $1, 1, 0, 0$  in der ersten Spalte gibts  $6! : 3! = 120$  verschiedene Bilder, weil drei Einsen außer der ersten  $1$  in der ersten Zeile stehen müssen. Bei den beiden Folgen  $1, 0, 1, 0$  und  $1, 0, 0, 1$  sind es zusammen  $(6! : 3! \cdot 2!) \cdot 2 = 120$  Bilder; bei  $0, 1, 1, 0$  und  $0, 1, 0, 1$  sind  $(6! : 4!) \cdot 2 = 60$  und bei  $0, 0, 1, 1$  sind  $6! : 4! 2! = 15$  Bilder. Also  $y_{4,2,1^2}^{2,1^3} = 2 \cdot 120 + 60 + 15 = 315$ .

<sup>1)</sup> Durfee (Amer. Journ.) vereinigt auch beide Entwicklungen in einer Tafel. Doch schiebt sich bei ihm, der eine andere Anordnung gewählt hat, die eine Entwicklung in die andere mit recht seltsamen Spitzen, so daß man nicht sicher ist, ob es bei jedem Tafelgewicht ausführbar wäre.

2. Beispiel: Wert von  $y_{4,3^2}^{2^3, 1^4}$ ? Die Hauptbilder:

	$t_1^2$	$t_2^2$	$t_3^2$	$t_4$	$t_5$	$t_6$	$t_7$		$t_1^2$	$t_2^2$	$t_3^2$	$t_4$	$t_5$	$t_6$	$t_7$		$t_1^2$	$t_2^2$	$t_3^2$	$t_4$	$t_5$	$t_6$	$t_7$		
$c_4$	1	1	1	1	.	.	.		$c_4$	1	1	1	1	.	.	.		$c_4$	1	1	0	1	1	.	
$c_3$	1	1	1	.	.	.	.	4·2	$c_3$	1	1	0	.	1	.	.	12·6	$c_3$	1	1	1	.	.	.	6·6
$c_3$	0	0	0	.	1	1	1		$c_3$	0	0	1	.	.	1	1		$c_3$	.	.	1	.	.	1	1

	$t_1^2$	$t_2^2$	$t_3^2$	$t_4$	$t_5$	$t_6$	$t_7$		$t_1^2$	$t_2^2$	$t_3^2$	$t_4$	$t_5$	$t_6$	$t_7$		$t_1^2$	$t_2^2$	$t_3^2$	$t_4$	$t_5$	$t_6$	$t_7$		
$c_4$	1	1	0	1	1	.	.		$c_4$	1	0	0	1	1	1	.		$c_4$	0	0	0	1	1	1	1
$c_3$	1	0	1	.	.	1	.	12·6	$c_3$	1	1	1	.	.	.	4·6		$c_3$	1	1	1	.	.	.	1·1
$c_3$	0	1	1	.	.	.	1		$c_3$	0	1	1	.	.	1			$c_3$	1	1	1	.	.	.	

Man wird die drei ersten Spalten von den vier letzten unterscheiden. Innerhalb der drei ersten Spalten kann man in der ersten Zeile 3, 2, 1 oder 0 Einsen setzen, so dass in dieser Zeile für die anderen Spalten 1, 2, 3 oder 4 Einsen bleiben. Bleibt eine 1, so können die anderen drei Einsen der letzten Spalten zu 0 und 3 oder zu 1 und 2 in die unteren Zeilen treten; bleiben zwei, so kann diese Verteilung 0 und 2 oder 1 und 1 sein; bei drei Einsen kann es nur 0 und 1 und bei vier nur 0 und 0 sein. Die Anzahl der möglichen Gruppierungen in den letzten vier Spalten kann 4 oder 12 oder 6 oder 1 sein, die in den ersten drei kann 2 oder 6 oder 1 sein, wie es bei den Bildern angemerkt ist. Es folgt:  $y_{4,3^2}^{2^3, 1^4} = 8 + 72 + 36 + 72 + 24 + 1 = 213$ .

Ebenso gut könnte man die  $m$  Spalten mit den  $c$ , die  $r$  Zeilen mit den  $t$  bilden und man hätte dieselben verschiedenen Anordnungen. Die Anschauung zeigt also  $y_{(\lambda)}^{(\alpha)} = y_{(\alpha)}^{(\lambda)}$  oder:

„Der Faktor von  $T_{(\alpha)}$  in der Entwicklung von  $K_{(\lambda)}$  ist ebenso groß wie der Faktor von  $T_{(\lambda)}$  in der Entwicklung von  $K_{(\alpha)}$ .“ (10 a)

Ordnet man bei der Entwicklung der  $K$  nach den  $T$  nicht nur die  $T$ , wie früher, sondern auch die  $K$  nach der Nebenordnung, so werden in der Determinante des neuen Gleichungssystems die zur Diagonale symmetrisch stehenden Elemente infolge von (10 a) gleich sein. Das durch Auflösung nach den  $T$  entstehende Gleichungssystem wird daher dieselbe Eigenschaft haben und es gilt Cayley-Bettis Satz auch im zweiten Teil<sup>1)</sup>:

<sup>1)</sup> Die Sätze (10 a) und (10 b) hat Cayley aus den Tafeln bis zum Gewicht 10 durch Induktion entnommen (Phil. Transact. 1857, Vol. 147, p. 493). Den Beweis hat zuerst Betti geliefert (Tortol. Ann. 1858, p. 323 ff.). Der hier vorgetragene Beweis ist kurz skizziert J. 93 S. 93 f.

„Der Faktor von  $K_{(\lambda)}$  in der Entwicklung von  $T_{(\alpha)}$  ist gleichwertig mit dem Faktor von  $K_{(\alpha)}$  in der Entwicklung von  $T_{(\lambda)}$ .“ (10b)

Später (S. 26) erscheinen (10a) und (10b) als selbstverständlich.

In der Entwicklung I von  $C_{(\lambda)}$  (S. 8) hat das Diagonalglied  $K_{(\lambda)}$  kein ihm gleiches; daher  $x_{(\lambda)}^{(\lambda)} = 1$ . An sich besteht jedes Glied in  $C_{(\lambda)}$  aus  $r$  Faktoren  $c$ . Hat eines dieser  $c$  negativen Zeiger, so verschwindet das Glied. Kommt  $c_0 (= 1)$  ein- oder mehrmals im nicht verschwindenden Glied vor, so wird für  $K_{(\alpha)}$  die Zahl  $m < r$ . Ein solches  $K_{(\alpha)}$  tritt daher, falls man die Nebenordnung wählt, hinter  $K_{(\lambda)}$ . Hat  $K_{(\alpha)}$  auch  $r$  Faktoren, wie  $K_{(\lambda)}$ , aber den kleinsten Zeiger  $< \lambda_{r-1}$ , so steht dieses  $K_{(\alpha)}$  bei der Nebenordnung auch hinter  $K_{(\lambda)}$ . Stimmt es mit  $K_{(\lambda)}$  in den Faktoren  $c_{\lambda_{r-1}}, c_{\lambda_{r-2}}, \dots, c_{\lambda_{r-i}}$  überein, hat es aber unter seinen übrigen Zeigern einen  $< \lambda_{r-i-1}$ , so hat es seine Stelle hinter  $K_{(\lambda)}$ . Man hat als sicheres Ergebnis: Wird im Ausdruck I für  $C_{(\lambda)}$  die Nebenordnung gewählt, so ist  $K_{(\lambda)}$  das erste Glied. Oder: Die Zahl  $x_{(\lambda)}^{(\alpha)}$  ist  $= 0$ , wenn  $(\alpha)$  in der Nebenordnung vor  $(\lambda)$  steht, sie ist  $= -1$ , wenn  $(\alpha)$  mit  $(\lambda)$  übereinstimmt, sie ist positiv oder negativ, in Einzelfällen auch Null, wenn  $(\alpha)$  hinter  $(\lambda)$  steht. Werden alle Gleichungen  $C, K$  für das Gewicht  $\mu$  gebildet, dabei auch die  $C$  in der Nebenordnung, so hat jedes  $K$  in der Hauptdiagonale (links oben beginnend) des entstehenden Quadrats den Faktor  $+ 1$ , alle  $x_{(\lambda)}^{(\alpha)}$ , die nicht verschwindende Werte haben, stehen rechts von der Hauptdiagonale, alle  $x_{(\lambda)}^{(\alpha)}$  links von der Hauptdiagonale verschwinden.

5. Für Bestimmung der  $\tau$  ist ein anderer Weg, als der durch die  $K$  (S. 8), zu empfehlen. Man differentiire Gl. II  $\alpha_0$ -mal nach  $t_1$  und setze dann  $t_1 = 0$ . Rechts verschwinden alle Glieder, bei denen der Exponent von  $t$  gröfser oder kleiner ist als  $\alpha_0$ , diese durch die Differentiation, jene durch das Nullsetzen. Vor die Summe, die nun  $t_1$  nicht mehr enthält, tritt der Faktor  $\alpha_0!$ . Differentiiert man weiter  $\alpha_1$ -mal nach  $t_2$  und setzt  $t_2 = 0$ , dann  $\alpha_2$ -mal nach  $t_3$  und setzt  $t_3 = 0$  usf., bis alle  $m$  von 0 verschiedenen  $\alpha$  verwendet, zuletzt auch alle  $t$ , einschließlic  $t_n = 0$  gesetzt sind, so bleibt rechts nur  $\alpha_0! \alpha_1! \dots \alpha_{m-1}! \tau_{(\lambda)}^{(\alpha)}$  stehen. Daher:

$$\tau_{(\lambda)}^{(\alpha)} = \frac{1}{\alpha_0! \alpha_1! \dots \alpha_{m-1}!} \cdot \frac{d^{\mu} C_{(\lambda)}}{d t_1^{\alpha_0} d t_2^{\alpha_1} \dots d t_m^{\alpha_{m-1}}} \Big|_{t_1 = 0, \dots, t_n = 0} \quad (11)$$

Jedes  $c$  darf nach einem bestimmten  $t$  nur einmal differentiiert werden, beim zweitemal wäre 0 das Ergebnis. Sei  $c_h'$  der Wert, den  $c_h$  erhält,

wenn  $t_1 = 0$  gesetzt wird,  $c_h''$  derjenige, den  $c_h$  erhält, wenn  $t_1$  und  $t_2$  verschwinden usf., so ist:

$$c_h = t_1 \cdot c'_{h-1} + c'_h; \quad c'_h = t_2 \cdot c''_{h-1} + c''_h \text{ usw.} \quad (12)$$

Wir differenzieren  $C_{(\lambda)}$  spaltenweise, zuerst  $\alpha_0$  Spalten nach  $t_1$ , keine zweimal, weil dann die betreffende Determinante  $= 0$  wäre. Wird etwa die  $h$ -te Spalte differenziert, die voraufgehende nicht, so sind die obersten Elemente der beiden Spalten:

$$t_1 \cdot c'^{\lambda_0+h-3} - c'^{\lambda_0+h-2} \text{ und } c'^{\lambda_0+h-2}.$$

Sie werden gleich, wenn  $t_1 = 0$  wird, ebenso alle Elemente der beiden Spalten; also verschwindet die betreffende Determinante. Nur die Determinante bleibt stehen, bei der die  $\alpha_0$  ersten Spalten alle nach  $t_1$  differenziert worden sind. Weil dies in beliebiger Reihenfolge geschehen kann, tritt  $\alpha_0!$  als Faktor voran. Also:

$$\frac{d^{\alpha_0} C_{(\lambda)}}{d t_1^{\alpha_0}} \Big|_{t_1=0} = \alpha_0! \cdot c'^{\lambda_0-1} c'^{\lambda_0} \dots c'^{\lambda_0+\alpha_0-2} c'^{\lambda_0+\alpha_0} c'^{\lambda_0+\alpha_0+1} \dots c'^{\lambda_0+r-1}$$

wobei statt der Determinante ihre oberste Zeile steht. Wird nun  $\alpha_1$ -mal nach  $t_2$  differenziert, keine Spalte zweimal, und  $t_2 = 0$  gesetzt, so darf im allgemeinen wieder keine Spalte differenziert werden, ohne auch die voraufgehende zu differenzieren; nur die  $(\alpha_0 + 1)$ -te Spalte macht eine Ausnahme. Wird sie differenziert, die  $\alpha_0$ -te aber nicht, so sind die obersten Elemente nach dem Nullsetzen von  $t_2$ :

$$c''^{\lambda_0+\alpha_0-2} \text{ und } c''^{\lambda_0+\alpha_0-1}.$$

sie bleiben also verschieden, ebenso die folgenden Elemente der Spalten, die betreffende Determinante verschwindet nicht. Auch hier tritt der Faktor  $\alpha_1!$  vor jede Determinante. Führt man die ganze Rechnung (11) durch, so fallen die Faktoren  $\alpha_0!, \alpha_1!, \dots, \alpha_{m-1}!$  des Nenners gegen die gleichen des Zählers fort. Keine Spalte darf einmal mehr als die voraufgehende differenziert werden. Als Ergebnis bleibt eine Summe von Determinanten, deren Elemente 0 und 1 sind und deren jede entweder den Wert 0 oder den Wert +1 hat. Für die Zeiger der  $c$  in jeder der Determinanten besteht nämlich das Gesetz: sie nehmen in jeder Spalte ab von oben nach unten, wie bei  $C_{(\lambda)}$ ; sie wachsen in jeder Zeile von links nach rechts, doch nicht, wie bei  $C_{(\lambda)}$ , immer um 1. Nach Ausführung der  $\mu$  Differentiationen und Nullsetzen von  $t_1, t_2, \dots, t_m$  stehe etwa in der  $i$ -ten Zeile  $c_h^{(m)}$  in der

Hauptdiagonale. Ist  $h < 0$ , so sind auch alle Zeiger derjenigen  $c$ , die in der  $i$ -ten Zeile vor  $c_h^{(m)}$  und die in den betreffenden Spalten unterhalb der genannten Elemente stehen, negativ; alle diese Elemente sind  $= 0$ . Ist  $h > 0$ , so sind die Zeiger aller  $c^{(m)}$ , die in der  $i$ -ten Zeile auf  $c_h^{(m)}$  folgen und aller, die in den betreffenden Spalten über den genannten Elementen stehen, positiv; alle diese Elemente einschließlich  $c_h^{(m)}$  verschwinden, sobald  $t_{m+1} = t_{m+2} = \dots = t_n = 0$  gesetzt wird. In beiden Fällen ist das Verschwinden der betreffenden Determinante leicht zu erkennen durch Zerlegung in eine Summe aus Produkten von je zwei Teildeterminanten, die eine vom  $i$ -ten, die andere vom  $(r-i)$ -ten Grade. Nur wenn alle Elemente der Hauptdiagonale durch die Differentiation  $= c_0^{(m)} = 1$  geworden sind, verschwindet die betreffende Determinante nicht, hat vielmehr den Wert  $+1$ , weil alle Elemente auf einer Seite der Hauptdiagonale  $= 0$  sind. Die Zurückführung aller Zeiger der Hauptdiagonale auf 0 ist möglich, weil  $\alpha_0 + \alpha_1 + \dots + \alpha_{m-1} = \mu = \lambda_0 + \lambda_1 + \dots + \lambda_{r-1}$  ist. Immerhin können auch Fälle eintreten, wo alle Determinanten durch die Rechnung (11) verschwinden. Jedenfalls hat jedes  $\tau_{(\lambda)}^{(\alpha)}$  positiven Wert, wenn es nicht Null ist. Genauer über die Berechnung später; hier nur noch zwei einfache Fälle.

a) In der Entwicklung von  $C_{(\lambda)}$  nach den  $T$  wird die Nebenordnung gewählt; welches ist das letzte  $T_{(\alpha)}$ ? Mindestens  $\lambda_0$  Zahlen  $\alpha$  müssen vorhanden sein, um den ersten Zeiger  $\lambda_0$  der Hauptdiagonale auf 0 herabzubringen, weil jedes  $\alpha$  nur eine 1 dazu beitragen kann. Sind genau  $\lambda_0$  Zahlen  $\alpha$  da, so dürfen höchstens  $\lambda_0 - \lambda_1$  Einsen darunter sein, damit nach Verminderung jedes  $\alpha$  um eine 1 noch  $\lambda_1$  Zahlen da sind, um den zweiten Zeiger  $\lambda_1$  der Hauptdiagonale auf 0 herabzubringen. Ebenso dürfen die  $\lambda_0$  Zahlen  $\alpha$ , falls  $\lambda_0 - \lambda_1$  Einsen unter ihnen sind, höchstens  $\lambda_1 - \lambda_2$  Zahlen 2 enthalten, haben sie diese Höchstzahl, so höchstens  $\lambda_2 - \lambda_3$  Dreien usw., wenn es gelingen soll, in allen Elementen der Hauptdiagonale auf  $c_0^{(m)}$  zu kommen. Jenes letzte Glied ist  $T_{(\lambda')}$ . Dabei muß  $\tau_{(\lambda')}^{(\lambda')} = 1$  sein, weil nur bei einer Verteilung der  $\mu$  Einheiten von  $(\lambda')$  jeder Zeiger  $\lambda$  der Hauptdiagonale auf 0 herabgebracht werden kann.

b) Wie groß ist  $\tau_{1\mu}^{(\alpha)}$ ? Aus der Zahlfolge der  $\mu$  Einsen müssen zuerst die  $\alpha_0$  ersten auf 0 herabgedrückt werden, dann die  $\alpha_1$  folgenden usw. Wollte man irgendwie von diesem einen Wege abgehen, so würde eine Zahl der Reihe  $(\lambda)$  um 1 mehr vermindert sein, als die voraufgehende, es würden gleiche Spalten in der betreffenden Determinante entstehen und diese müßte verschwinden. Somit ist  $\tau_{1\mu}^{(\alpha)} = 1$  und  $C_{1\mu} = \sum_{(\alpha)} T_{(\alpha)}$ , d. h. gleich einer

Summe von Produkten, welche alle verschiedenen Kombinationen der  $t$  mit Wiederholung zur Klasse  $\mu$  darstellen.

Die Hauptaufgabe (S. 3) erweitert sich nun zu der folgenden: „Irgend eine Funktion  $T$ ,  $K$  oder  $C$  durch Funktionen von einer der beiden anderen Arten auszudrücken.“ Dann handelt es sich um sechs Aufgaben:  $(T, K)$ ;  $(T, C)$ ;  $(K, T)$ ;  $(K, C)$ ;  $(C, K)$ ;  $(C, T)$ . Die letzten beiden haben I und II (S. 8) als Lösungsformeln. Genauer über die funktionale Abhängigkeit und über die praktische Berechnung der Zahlen  $\alpha$  und  $\tau$  wird noch darzulegen sein. Weitere Besprechung verlangen dann die anderen vier Aufgaben.

## II.

### Hilfsatz in Determinanten. Beziehungen zwischen den Funktionen $T$ , $K$ , $C$ .

#### 6. Die Determinante $n$ -ten Grades

$$D = \Sigma \pm t_1^{\alpha_0} t_2^{\alpha_1} \dots t_n^{\alpha_{n-1}}, \quad (13)$$

gelegentlich auch so zu schreiben:

$$D = \begin{vmatrix} t_h^{\alpha_0} & t_h^{\alpha_1} & t_h^{\alpha_2} & \dots & t_h^{\alpha_{n-1}} \end{vmatrix}_{h=1}^n, \quad (13a)$$

habe als Exponenten  $\alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_{n-1}$  ganze positive Zahlen, aufsteigend geordnet, alle voneinander verschieden;  $\alpha_0$  darf auch Null sein. Sie ist ohne Rest teilbar durch

$$A = \Sigma \pm t_1^0 t_2^1 t_3^2 \dots t_n^{n-1} = \begin{vmatrix} t_h^0 & t_h^1 & t_h^2 & \dots & t_h^{n-1} \end{vmatrix}_{h=1}^n.$$

Seien  $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_r$  aufsteigend geordnete Zahlen, welche mit den  $\alpha$  zusammen die ununterbrochene Reihe  $0, 1, 2, \dots, \alpha_{n-1}$  genau ausfüllen, so daß  $\alpha_{n-1} + 1 = n + r$  ist. Ohne Wertänderung wird  $D$  in eine Determinante vom Grad  $n + r$  verwandelt, indem man die Hauptdiagonale nach unten um  $r$  Elemente 1 verlängert, die unteren  $r$  Zeilen sonst mit Nullen füllt, von den oberen  $n$  Zeilen aber die  $h$ -te um  $t_h^{\beta_1} t_h^{\beta_2} \dots t_h^{\beta_r}$  verlängert, wo  $h$  die Werte von 1 bis  $n$  hat. Werden dann die Spalten so umgestellt, daß die Reihe der Exponenten jeder Zeile aufsteigend ist, so erhalte  $D$  den Faktor  $(-1)^{\epsilon_1}$ ; der weitere Faktor  $(-1)^{\epsilon_2}$  tritt hinzu, indem die Spalten der Reihe nach von links nach rechts mit  $(-1)^0, (-1)^1, (-1)^2, \dots, (-1)^{n+r-1}$  multipliziert werden. In jeder der letzten  $r$  Zeilen stehen jetzt je einmal  $+1$  oder  $-1$ , sonst nur Nullen; und zwar steht in der  $i$ -ten jener Zeilen

die Zahl  $(-1)^{\beta_i}$  in der Spalte, die oben als Exponenten der  $t$  die Zahl  $\beta_i$  hat. Nun werden die  $r$  letzten Spalten nacheinander, die  $(n+r)$ -te zuerst, die  $(n+1)$ -te zuletzt, dadurch umgeformt, dafs zu der betreffenden Spalte die  $n$  voraufgehenden, der Reihe nach in der Richtung nach links hin mit  $c_1, c_2, \dots, c_n$  multipliziert, hinzugefügt werden. Weil  $F(t_1), F(t_2), \dots, F(t_n)$  identisch  $= 0$  sind, enthält nun die grofse Determinante rechts oben ein Rechteck von  $n \cdot r$  Nullen, links davon die Determinante  $n$ -ten Grades  $(-1)^{0+1+2+\dots+(n-1)} \cdot A$  und unterhalb des Rechtecks eine Determinante  $r$ -ten Grades, aus deren Zeilen die Faktoren  $(-1)^{\beta_1}, (-1)^{\beta_2}, \dots, (-1)^{\beta_r}$  sich aussondern lassen und die dann lautet:

$$C = \begin{array}{cccc} c_{n-\beta_1} & c_{n-\beta_1+1} & \dots & c_{n-\beta_1+r-1} \\ c_{n-\beta_2} & c_{n-\beta_2+1} & \dots & c_{n-\beta_2+r-1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ c_{n-\beta_r} & c_{n-\beta_r+1} & \dots & c_{n-\beta_r+r-1} \end{array}$$

Hier steigen die Zeiger der  $c$  von Spalte zu Spalte um 1; in der Diagonalreihe aber sind sie absteigend, weil zwar die Minuenden  $n, n+1, n+r-1$  fortlaufend um 1 wachsen, jedoch die Subtrahenden  $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_r$  mindestens um 1. Setzt man also  $\lambda_0, \lambda_1, \dots, \lambda_{r-1}$  statt der Diagonalzeiger, so hat man hier die Determinante  $C_{(\lambda)}$ . Die grofse Determinante zerfällt nun — wegen jenes Rechtecks von Nullen — in das Produkt der beiden Unterdeterminanten vom  $n$ -ten und  $r$ -ten Grade. Man hat

$$D = (-1)^\varepsilon \cdot A \cdot C_{(\lambda)},$$

wobei  $\varepsilon = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + [0 + 1 + 2 + \dots + (n-1)] + [\beta_1 + \beta_2 + \dots + \beta_r]$  ist. Aus der ununterbrochenen Reihe  $0, 1, 2, \dots, z$  tritt irgend eine Zahl  $\beta$  ans Ende durch  $z - \beta$  Vertauschungen. Um die aufsteigende Reihe der Exponenten bei  $D$ , also  $0, 1, 2, \dots, (n+r-1)$ , in die ursprüngliche Folge  $\alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_{n-1}, \beta_1, \beta_2, \dots, \beta_r$  zu bringen, sind  $n+r-1-\beta_r$  Vertauschungen für  $\beta_r$  nötig, aber für  $\beta_{r-1}$  nur  $n+r-2-\beta_{r-1}$ , weil schon eine Zahl oberhalb  $\beta_{r-1}$  fehlte usf.; im ganzen also  $\varepsilon_1 = (n+r-1-\beta_r) + (n+r-2-\beta_{r-1}) + \dots + (n-\beta_1)$ . Daher:

$$\varepsilon = \varepsilon_2 + [0 + 1 + 2 + \dots + (n+r-1)] - [\beta_1 + \dots + \beta_r] + [\beta_1 + \dots + \beta_r] = 2\varepsilon_2$$

Weil also  $\varepsilon$  eine gerade Zahl ist, hat man<sup>1)</sup>:

<sup>1)</sup> Diesen wichtigen Satz hat zuerst — anders als hier — Naegelsbach bewiesen: Progr. Zweibrücken 1871, § 6. Jacobi hat  $D : A$  mit Hilfe von Entwicklungskoeffizienten durch Kombinationen der  $t$  mit Wiederholung bestimmt, s. Crelle J. Bd. 22 S. 371. Vgl. hier weiter unten.

$$D : \Delta = C_{\lambda_0, \lambda_1, \dots, \lambda_{r-1}} = C(\lambda), \quad (14)$$

falls für alle Werte des  $h$  von 1 bis  $r$  gesetzt wird:

$$\lambda_{h-1} = n + h - 1 - \beta_h. \quad (14a)$$

Ist in  $D$  der Exponent  $\alpha_0$  nicht  $= 0$ , so tritt bei  $C(\lambda)$  von selbst der Faktor  $c_n^{\alpha_0}$  heraus, weil  $c_{n+1} = c_{n+2} = \dots = 0$  und die  $\alpha_0$  ersten Zahlen  $\beta$  dann die Werte  $0, 1, 2, \dots, (\alpha_0 - 1)$  haben. Außerdem sei bemerkt: Da  $\beta_1$  nicht negativ sein kann, ist  $n \geq \lambda_0$ .

7. Zwei Anwendungen von (14) folgen.

$$a) \quad D_1 = \begin{vmatrix} 1 & t_1 & t_1^2 & \dots & t_1^{n-2} & t_1^\alpha \\ t_2 & t_2^2 & \dots & t_2^{n-2} & t_2^\alpha \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ t_n & t_n^2 & \dots & t_n^{n-2} & t_n^\alpha \end{vmatrix} = \Delta \cdot C_{1^{\alpha-n+1}},$$

falls  $\alpha > n-1$ . Ist  $\alpha = n-1$ , so ist  $D_1 : \Delta = 1$ ; Null ist  $D_1$ , wenn  $\alpha$  einen der Werte  $0, 1, 2, \dots, n-2$  hat.

Streicht man in  $\Delta$  (vgl. S. 17) die letzte Spalte und zugleich die erste, zweite oder dritte usf. Zeile, so sind die entstehenden Teildeterminanten, die mit  $\Delta_1^{(1)}, \Delta_1^{(2)}, \Delta_1^{(3)}, \dots$  bezeichnet werden mögen, zugleich Unterdeterminanten von  $D_1$ . Die Entwicklung von  $D_1$  nach den Elementen der letzten Spalte liefert:

$$D_1 : \Delta = (-1)^{n-1} \cdot \left\{ \frac{\Delta_1^{(1)}}{\Delta} t_1^\alpha - \frac{\Delta_1^{(2)}}{\Delta} \cdot t_2^\alpha + \dots + (-1)^{n-1} \cdot \frac{\Delta_1^{(n)}}{\Delta} \cdot t_n^\alpha \right\}.$$

$\Delta, \Delta_1^{(1)}, \Delta_1^{(2)}$  usf. sind Differenzprodukte der  $t$ . Wird bei  $\Delta$  die erste Zeile von jeder folgenden abgezogen, so läßt sich im Ergebnis ohne Wertänderung von  $\Delta$  die erste Spalte und Zeile wegstreichen. Wird weiter, von rechts her beginnend, jede Spalte um die mit  $t_1$  multiplizierte voraufgehende Spalte vermindert, so treten aus den neuen Zeilen die Faktoren  $t_2 - t_1, t_3 - t_1$  usf. heraus und man erhält:

$$\Delta = (t_2 - t_1)(t_3 - t_1) \dots (t_n - t_1) \cdot \Delta_1^{(1)}.$$

Behandelt man  $\Delta_1^{(1)}$  in gleicher Art, so wird:

$$\Delta = (t_2 - t_1) \dots (t_n - t_1) \cdot (t_3 - t_2)(t_4 - t_2) \dots (t_n - t_2) \cdot \begin{vmatrix} 1 & t_2 & t_2^2 & \dots & t_2^{n-3} \\ t_3 & t_3^2 & \dots & t_3^{n-3} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ t_n & t_n^2 & \dots & t_n^{n-3} \end{vmatrix}.$$

Bei weiterer Fortsetzung zuletzt:

$$\Delta = (t_2 - t_1)(t_3 - t_1) \dots (t_n - t_1)(t_3 - t_2)(t_4 - t_2) \dots (t_n - t_2)(t_4 - t_3) \dots (t_n - t_3) \dots (t_n - t_{n-1}). \quad (15)$$

Bei  $\Delta_1^{(1)}$  fehlen alle Faktoren aus (15), die  $t_1$  enthalten, bei  $\Delta_1^{(2)}$  diejenigen, in denen  $t_2$  vorkommt usw. Man beachte nun, daß

$$F'(t_1) = (t_1 - t_2) \dots (t_1 - t_n); \quad F'(t_2) = (t_2 - t_1) (t_2 - t_3) \dots (t_2 - t_n) \text{ usw.};$$

also:

$$\frac{\Delta_1^{(1)}}{\Delta} = \frac{(-1)^{n-1}}{F'(t_1)}, \quad \frac{\Delta_1^{(2)}}{\Delta} = -\frac{(-1)^{n-1}}{F'(t_2)} \text{ usw.}$$

Daher wird:

$$\frac{t_1^\alpha}{F'(t_1)} + \frac{t_2^\alpha}{F'(t_2)} + \dots + \frac{t_n^\alpha}{F'(t_n)} = \begin{cases} C_1 \alpha - n + 1, & \text{wenn } \alpha > n - 1 \\ 1, & \text{wenn } \alpha = n - 1 \\ 0, & \text{wenn } \alpha < n - 1. \end{cases} \quad (16)$$

Dies sind Leonhard Eulers Identitäten.

$$\text{b) } D_2 = \prod_{h=1}^{h=n} t_h^{2n-2} = \Delta \cdot C_{n-1, n-2, \dots, 3, 2, 1}.$$

Andererseits nach der obigen Entwicklung von  $\Delta$ :

$$D_2 : \Delta = \frac{(t_2^2 - t_1^2) \dots (t_n^2 - t_1^2) (t_3^2 - t_2^2) \dots (t_n^2 - t_{n-1}^2)}{(t_2 - t_1) \dots (t_n - t_1) \cdot (t_3 - t_2) \dots (t_n - t_{n-1})}$$

Daher:

$$(t_2 + t_1) (t_3 + t_1) \dots (t_n + t_1) (t_3 + t_2) \dots (t_n + t_{n-1}) = C_{n-1, n-2, \dots, 3, 2, 1}. \quad (17)$$

Das Verschwinden dieses  $C$  ist die notwendige und hinreichende Bedingung für das Vorhandensein entgegengesetzt gleicher Wurzeln bei  $F(t) = 0$ , also bei reellen Koeffizienten notwendig für rein imaginäre Wurzeln. Der Ausdruck (17) wird Geminante von  $F(t) = 0$  genannt.

Zum Schluß dieses Abschnittes noch eine Bemerkung. Bildet man für Reihe  $(\lambda)$  die zugeordnete  $(\lambda')$  (vgl. S. 10) in aufsteigender Folge, setzt  $n - \lambda_0$  Nullen vor diese und addiert man zu den Gliedern dieser Reihe von  $n$  Zahlen einzeln die Glieder der Reihe  $0, 1, 2, \dots, n - 1$ , so entsteht:

$$\begin{aligned} (\bar{\lambda}') = & 0, 1, 2, \dots, n - \lambda_0 - 1 \mid n - \lambda_0 + 1, n - \lambda_0 + 2, \dots, n - \lambda_1 \mid n - \lambda_1 + 2, \dots \mid \dots \\ & \dots n - \lambda_{r-1} + r - 2 \mid n - \lambda_{r-1} + r, \dots, n + r - 1. \end{aligned}$$

Hier fehlen, wie die Striche andeuten, in der ununterbrochenen Reihe  $0, 1, 2, \dots, n + r - 1$  die Zahlen  $n - \lambda_0, n + 1 - \lambda_1, n + 2 - \lambda_2, \dots, n + r - 1 - \lambda_{r-1}$ ; das sind genau die Zahlen  $\beta_1, \beta_2, \beta_3, \dots, \beta_r$  aus (14 a). Also stellt  $(\bar{\lambda}')$  selbst die Reihe der Exponenten von  $D$  in (13) dar. Man kann mithin, wenn

die Exponentenreihe in (13) gegeben ist, die zur Bestimmung von  $D:A$  nötige Reihe  $(\lambda)$  auch so finden, daß man von der Reihe  $\alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_{n-1}$  die andere  $0, 1, \dots, n-1$  Glied für Glied abzieht und zur entstehenden Reihe die zugeordnete bildet. So ist z. B.:

$$\text{wenn } D = \sum \pm t_1^0 t_2^3 t_3^7 t_4^9 t_5^{17} \text{ ist, } D:A = C_{4^2, 3^3, 2, 1^7};$$

$$\text{wenn } D = \sum \pm t_1^2 t_2^5 t_3^6 t_4^{10} t_5^{15} t_6^{21} \text{ ist, } D:A = C_{6^2, 5^2, 3^3, 2^4, 1^5}.$$

Auch könnte man die bemerkenswerte Identität aufstellen:

$$A \cdot C_{(\lambda)} = D_{(\bar{\lambda})}. \quad (18)$$

Darin sind  $t_1, t_2, \dots, t_n$  beliebige voneinander verschiedene Zahlen, während  $c_1, c_2, \dots, c_n$  nach S. 5 aus ihnen zu bestimmen sind. Bei Gleichheit zweier  $t$ , und auch wenn  $\lambda_0 > n$ , geht (18) in  $0 = 0$  über.

8. Das Produkt  $A \cdot T_{(\alpha)}$  ändert (wie sein erster Faktor) durch Vertauschung zweier  $t$ , oder auch bei feststehender Reihenfolge der  $t$  durch Umtausch zweier Exponenten, nur das Vorzeichen. Wird das Anfangsglied  $t_1^0 t_2^1 t_3^2 \dots t_n^{n-1}$  von  $A$  mit den  $\nu$  Gliedern von  $T_{(\alpha)}$  multipliziert, so hat man  $\nu$  positive Glieder von der Form  $t_1^{\nu_0} t_2^{\nu_1} \dots t_n^{\nu_{n-1}}$ . Jedes derartige Glied gehört, weil das Gesamtprodukt in der neuen Form die gleiche Eigenschaft, wie vorher, haben muß, zu einer Gruppe von  $n!$  Gliedern, die nur in der Reihenfolge der Exponenten sich unterscheiden, zur Hälfte positiv, zur Hälfte negativ sind, je nach der Anzahl der Umstellungen, die also eine Determinante bilden. So hat man alle  $n! \cdot \nu$  Glieder des Produktes  $A \cdot T_{(\alpha)}$ , jedes nur einmal. Von den  $\nu$  Determinanten verschwindet jede, bei der nicht alle Exponenten ungleich sind; bei den anderen werden die Exponenten aufsteigend geordnet, etwa durch  $\nu$  Umstellungen von Spalten. Durch Anwendung von (14) folgt dann:

$$T_{(\alpha)} = \sum_{(\lambda)} (-1)^\nu \cdot C_{(\lambda)}. \quad (19)$$

Sei z. B. eines von den  $\nu$  positiven Gliedern  $t_1^2 t_2^1 t_3^6 t_4^3 t_5^7 t_6^8$ , gebildet aus  $t_1^0 t_2^1 t_3^2 t_4^3 t_5^4 t_6^5$  und  $t_1^2 t_2^0 t_3^4 t_4^0 t_5^3 t_6^3$ ; ein anderes Glied der zugehörigen Gruppe des Gesamtproduktes sei  $-t_1^2 t_2^6 t_3^3 t_4^1 t_5^8 t_6^7$ ; so ist es aus jenem entstanden durch Verschiebung des zweiten Exponenten in die vierte Stelle und des fünften in die sechste, d. h. durch drei Umstellungen. Somit ist hier  $-t_1^0 t_2^2 t_3^3 t_4^1 t_5^5 t_6^4$  aus  $A$  mit  $t_1^2 t_2^4 t_3^0 t_4^0 t_5^3 t_6^3$  aus  $T_{(\alpha)}$  multipliziert.

Die betreffende Determinante  $D = \Sigma \pm t_1^1 t_2^2 t_3^3 t_4^4 t_5^5 t_6^6$  erhält das Vorzeichen +, weil ihr Anfangsglied aus jenem positiven durch zwei Umstellungen hervorgegangen ist; sie ist  $= A \cdot C_{6, 1, 2}$ , während  $(\alpha) = 4, 3^2, 2$  war.

Um bei einer Gleichung  $n$ -ten Grades  $F(t) = 0$  ein  $T_{(\alpha)}$  durch die Koeffizienten auszudrücken, addiert man zur festen Reihe  $0, 1, 2, \dots, n-1$  Glied für Glied die Reihe  $\alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_{n-1}, 0^{n-m}$  in allen verschiedenen Anordnungen, läßt jedes Ergebnis  $\gamma_0, \gamma_1, \dots, \gamma_{n-1}$  fort, dessen Zahlen nicht alle ungleich sind, stellt bei den übrigen fest, ob sie durch eine gerade oder ungerade Anzahl von Umstellungen in die aufsteigende Reihe  $(\gamma)$  übergehen, und bildet danach (19). Will man die allgemeine Formel haben, nicht nur das Ergebnis für ein bestimmtes  $n$ , so tut man gut,  $n = \mu$  zu setzen. Wäre  $n > \mu$ , so würde jede Anordnung der Reihe  $(\alpha)$ , die nicht mit  $n - \mu$  Nullen beginnt, zu verschwindendem  $D$  führen. Sei z. B.  $T_{4, 3^2, 2}$  zu bestimmen und  $n = 15$ , so dürfte keine der Zahlen  $4, 3, 3, 2$  zu  $0, 1, 2$  der festen Reihe addiert werden, weil dann höchstens  $2 + 4 + 3 + 3 + 2 = 14$ , d. h. das letzte Glied der festen Reihe, zu erzielen wäre. Ist aber  $n < \mu$ , so würden einige Determinanten  $C$ , die bei größerem  $n$  auftreten könnten, wegen  $c_{n+h} = 0$  sich nicht vorfinden; beim Beispiel  $T_{4, 3^2, 2}$  etwa  $C_{7, 3, 2}$ , falls, wie vorher,  $n = 6$  gewählt wird.

Hiernach ergibt sich folgender

Plan für die Bestimmung von  $T_{(\alpha)}$  durch die  $C$ :

$0. \ 1. \ 2. \ \dots \ (\mu-1)$ $\alpha_0' \ \alpha_1' \ \alpha_2' \ \dots \ \alpha_{\mu-1}'$ [irgend eine Anordnung von $(\alpha)$ , die nicht auf gleiche $\gamma$ führt].	$\gamma_0 \ \gamma_1 \ \gamma_2 \ \dots \ \gamma_{\mu-1}$ [für jedes $h$ von 0 bis $\mu-1$ ist $\gamma_h = h + \alpha_h'$ ].	+ oder — für $D$	$\mu \ \mu+1 \ \dots \ \mu+r-1$ $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_r$ [aufsteigend].	$\lambda_0, \lambda_1, \dots, \lambda_{r-1}$ [für $h$ von 1 bis $r$ ].
---	--	------------------------	---	---

$$T_{(\alpha)} = \Sigma \pm C_{(\lambda)},$$

wo die Summe über alle so gewonnenen Determinanten  $C_{(\lambda)}$  sich erstreckt. Zur Nachprüfung wird man beachten, daß  $\gamma_0 + \gamma_1 + \dots + \gamma_{\mu-1} = \frac{\mu(\mu+1)}{2}$  und  $\beta_1 + \beta_2 + \dots + \beta_r = \mu(r-1) + \frac{r(r-1)}{2}$  ist. Die Zahl  $r$  ist höchstens gleich dem größten  $\alpha$ .

Beispiel a):  $T_{3,2^2}$  zu bestimmen.

0	1	2	3	4	5	6				7	8	9						
3			2		2		3	1	2	5	4	7	6	+	0			7
2		3			2		2	1	5	3	4	7	6	+	0			7
2		2		3			2	1	4	3	7	5	6	+	0			7
0	3			2		2	0	4	2	3	6	5	8	—	1	7		6, 1
0	2		3			2	0	3	2	6	4	5	8	—	1	7		6, 1
0	2		2		3		0	3	2	5	4	8	6	—	1	7		6, 1
0	0	3			2	2	0	1	5	3	4	7	8	+	2	6		5, 2
0	0	2		3		2	0	1	4	3	7	5	8	+	2	6		5, 2
0	0	2		2		3	0	1	4	3	6	5	9	+	2	7	8	5, 1, 1
0	0	0	3		2	2	0	1	2	6	4	7	8	—	3	5		4, 3
0	0	0	2		2	3	0	1	2	5	4	7	9	—	3	6	8	4, 2, 1
0	0	0	0	2	2	3	0	1	2	3	6	7	9	+	4	5	8	3, 3, 1

$$T_{3,2^2} = 3 \cdot C_7 - 3 \cdot C_{6,1} + 2 \cdot C_{5,2} + C_{5,1^2} - C_{4,3} - C_{4,2,1} + C_{3^2,1}.$$

b) Das zweite Beispiel sei die Aufgabe, welche Waring um 1780 aufgestellt und gelöst, Serret etwa 80 Jahre später ähnlich vorgetragen hat:  $T_{1m_1, 2m_2}$  durch die  $c$  zu bestimmen.<sup>1)</sup> Hier ist  $m = m_1 + m_2$ ,  $\mu = m_1 + 2m_2$ . Zu der festen Reihe  $0, 1, 2, \dots, m_1 + 2m_2 - 1$  ist eine Reihe, die  $m_2$ -mal 2,  $m_1$ -mal 1 und  $m_2$ -mal 0 enthält, in allen verschiedenen Anordnungen zu addieren, soweit diese nicht auf gleiche  $\gamma$  führen. Die Folgen 2, 1 oder 1, 0 oder 2, 0, 0 oder 2, 2, 0 liefern gleiche  $\gamma$ ; als einzige absteigende Folge ist nur 2, 0 vor 1 oder 2 erlaubt. Letztere verlangt, um die Exponenten  $\gamma$  in der Determinante  $D$  aufsteigend zu ordnen, jedesmal eine Umstellung zweier Spalten; steht etwa 2, 0 unter  $x$  und  $x+1$ , so müssen nachher die Zahlen  $x+2$  und  $x+1$  umgestellt werden. Wird die ganze Reihe der  $\alpha$  aufsteigend geordnet, zuerst alle 0, dann alle 1, endlich alle 2, so fehlen in der Exponentenreihe die Zahlen  $m_2$  (hinter der  $m_2$ -ten Zahl der Reihe) und  $m+1$  (hinter der  $[m_1 + m_2]$ -ten Reibenzahl); es ist  $\beta_1 = m_2$  und  $\beta_2 = m+1$ , also  $\lambda_0 = m_1 + 2m_2 - m_2 = m$  und  $\lambda_1 = (m_1 + 2m_2 + 1) - (m+1) = m_2$ . Die Determinante  $+C_{m, m_2}$  ist also das erste Glied des gesuchten Ausdrucks. Beginnt die  $\alpha$ -Reihe mit  $m_2 - h$  Nullen, so endigt sie mit  $m_2 - h$  Zahlen 2; dazwischen stehen  $m_1$  Zahlen 1 und  $h$ -mal die Folge 2, 0, d. h.  $m_1 + h$  Elemente in beliebiger Umstellung, so daß die Anzahl dieser Umstellungen  $= \frac{(m_1 + h)!}{m_1! h!}$  ist. In der  $\gamma$ -Reihe fehlen die Zahlen  $m_2 - h$  (hinter der  $[m_2 - h]$ -ten Zahl)

<sup>1)</sup> Waring, Meditat. algebr. ed III, p. 14 f.; Serret, cours d'algèbre supérieure, t. I, 176. Vgl. ferner J. 81, S. 288; Saalschütz, Arch. d. Math. u. Phys., 3. Rhe, IX, S. 140 ff.

und  $m + h + 1$  (hinter der  $[m_1 + m_2 + h]$ -ten Zahl. Daher ist  $\lambda_0 = (m_1 + 2m_2) - (m_2 - h) = (m + h)$  und  $\lambda_1 = (m_1 + 2m_2 + 1) - (m + h + 1) = m_2 - h$ . Jede Folge 2, 0 liefert einen Faktor  $-1$ , also erhält die Determinante  $C_{m+h, m_2-h}$  den Zahlenfaktor  $(-1)^h \cdot \frac{(m_1 + h)!}{m_1! h!}$ . Somit:

$$T_{1m_1, 2m_2} = \sum_{h=0}^{m_2} (-1)^h \frac{(m_1 + h)!}{m_1! h!} \cdot C_{m+h, m_2-h} \quad (20)$$

oder, wenn nur Produkte der  $c$  gesetzt werden:

$$T_{1m_1, 2m_2} = \sum_0^{m_2} h (-1)^h \cdot \frac{(m_1 + h - 1)! (m_1 + 2h)}{m_1! h!} \cdot c_{m+h} \cdot c_{m_2-h}. \quad (20a)$$

9. Welchen Wert hat in der Entwicklung von  $T_{(\alpha)}$  der Zahlenfaktor von  $C_{(\lambda)}$  nach der Vereinigung gleicher  $C$ ?

Aus der Entstehung der Reihe  $(\bar{\lambda}')$  auf S. 20 folgern wir: Stellt man  $C_{(\lambda')}$  als Determinante  $\mu$ -ten Grades dar, indem man die Hauptdiagonale um  $\mu - \lambda_0$  Elemente  $c_0$  verlängert, so sind in dieser Determinante die Zahlen von  $(\bar{\lambda}')$ , falls hier  $h$  durch  $\mu$  ersetzt wird, die Zeiger der letzten Spalte. Durch sie werden die Zeilen der Determinante in absteigender Folge gekennzeichnet, die letzte durch 0, die erste durch  $\mu + r - 1$ , die Spalten aber der Reihe nach durch 0, 1,  $\dots$ ,  $\mu - 1$ , indem die Zeiger der  $c$  in der  $h$ -ten Spalte sich ergeben, wenn man  $\mu - h$  von den entsprechenden Zeigern der letzten Spalte abzieht. Irgend ein Produkt  $c_{\alpha_0} \cdot c_{\alpha_1} \dots c_{\alpha_{\mu-1}}$ , das  $\mu - m$  Zeiger  $= 0$  hat, wird als Glied der Determinante so oft vorkommen, als die Zeigerreihe  $\alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_{\mu-1}$  in irgend einer Folge, vermehrt um die Glieder der festen Reihe 0, 1,  $\dots$ ,  $\mu - 1$ , die Reihe  $(\bar{\lambda}')$  in irgend einer Folge liefert. Das Vorzeichen des betreffenden Gliedes wird  $+$  oder  $-$  sein, je nachdem die erhaltene Folge von  $(\bar{\lambda}')$  durch eine gerade oder ungerade Anzahl von Umstellungen in die aufsteigende übergeht. Dabei verschwindet, wie aus dem Bau der Determinante sofort erkennbar ist, jedes jener Glieder, das nicht  $c_0^{\mu - \lambda_0}$  als Faktor hat. Durch Vergleich der ermittelten Zahl mit dem nach dem Plan S. 22 zu findenden Faktor von  $C_{(\lambda)}$  wird der Satz erkannt: „Der Faktor von  $C_{(\lambda)}$  in der Entwicklung von  $T_{(\alpha)}$  stimmt mit dem Faktor von  $K_{(\alpha)}$  in der Entwicklung von  $C_{(\lambda')}$  überein.“ Denn beide Zahlen setzen sich in gleicher Art aus den Summanden  $+1$  und  $-1$  zusammen. Also:

$$\text{II a} \quad T_{(\alpha)} = \sum_{(\lambda)} x_{(\lambda')}^{(\alpha)} \cdot C_{(\lambda)},$$

wo die Summe über alle Reihen  $(\lambda)$  zu erstrecken ist, die mit  $(\alpha)$  gleiches Gewicht haben.

Man setze in IIa den Wert für  $C_{(\lambda)}$  aus II, S. 8, so wird:

$$T_{(\alpha)} = \sum_{(\lambda)} x_{(\lambda')}^{(\alpha)} \cdot \left( \sum_{(\beta)} \tau_{(\lambda)}^{(\beta)} \cdot T_{(\beta)} \right) = \sum_{(\beta)} \left( \sum_{(\lambda)} x_{(\lambda')}^{(\alpha)} \cdot \tau_{(\lambda)}^{(\beta)} \right) \cdot T_{(\beta)}.$$

Setzt man dagegen  $T_{(\alpha)}$  aus IIa in II ein, so wird:

$$C_{(\lambda)} = \sum_{(\alpha)} \tau_{(\lambda)}^{(\alpha)} \cdot \left( \sum_{(\varrho)} x_{(\varrho')}^{(\alpha)} \cdot C_{(\varrho)} \right) = \sum_{(\varrho)} \left( \sum_{(\alpha)} \tau_{(\lambda)}^{(\alpha)} \cdot x_{(\varrho')}^{(\alpha)} \right) \cdot C_{(\varrho)}.$$

Beide Gleichungen müssen Identitäten, rechts muß hier  $C_{(\lambda)}$ , dort  $T_{(\alpha)}$  das Ergebnis sein; denn es ist nicht statthalt, daß ein  $T_{(\alpha)}$  aus den übrigen  $T$  oder ein  $C_{(\lambda)}$  aus den anderen  $C$  sich berechnen lasse. Daher:

$$\sum_{(\lambda)} x_{(\lambda')}^{(\alpha)} \tau_{(\lambda)}^{(\beta)} = \sum_{(\lambda)} x_{(\lambda)}^{(\alpha)} \cdot \tau_{(\lambda')}^{(\beta)} = 0, \text{ wenn } (\alpha) \text{ nicht } = (\beta) \text{ ist; } \quad (21 \text{ a})$$

$$\sum_{(\alpha)} \tau_{(\lambda)}^{(\alpha)} x_{(\varrho')}^{(\alpha)} = \sum_{(\alpha)} \tau_{(\lambda')}^{(\alpha)} x_{(\varrho)}^{(\alpha)} = 0, \text{ wenn } (\lambda) \text{ nicht } = (\varrho) \text{ ist; } \quad (22 \text{ a})$$

$$\sum_{(\lambda)} x_{(\lambda')}^{(\alpha)} \tau_{(\lambda)}^{(\alpha)} = \sum_{(\lambda)} x_{(\lambda)}^{(\alpha)} \tau_{(\lambda')}^{(\alpha)} = 1 \quad (21 \text{ b})$$

$$\sum_{(\alpha)} \tau_{(\lambda)}^{(\alpha)} x_{(\lambda')}^{(\alpha)} = \sum_{(\alpha)} \tau_{(\lambda')}^{(\alpha)} x_{(\lambda)}^{(\alpha)} = 1 \quad (22 \text{ b})$$

(21 b) und (22 b) werden durch die Erwägungen auf S. 13 u. 15 bestätigt. Jedes  $x_{(\lambda)}^{(\alpha)}$  ist = 0, dessen  $(\alpha)$  in der Nebenordnung vor  $(\lambda)$  steht, jedes  $\tau_{(\lambda')}^{(\alpha)}$  dann, wenn  $(\alpha)$  in der Nebenordnung hinter  $(\lambda)$  steht; dagegen ist  $x_{(\lambda)}^{(\lambda)} = \tau_{(\lambda')}^{(\lambda)} = 1$ .

Weil für jedes  $(\alpha)$  die Zahl  $\tau_{1^\mu}^{(\alpha)} = 1$  ist, folgt aus (22 a):

$$\sum_{(\alpha)} x_{(\lambda)}^{(\alpha)} = 0, \quad (23)$$

wenn die Summe mindestens zwei nicht verschwindende Glieder hat; aber

$$\sum_{\alpha} x_{\mu}^{(\alpha)} = x_{\mu}^{\mu, 0} = 1.$$

In Gleichung I setze man  $(\beta)$  statt  $(\alpha)$ , multipliziere mit  $\tau_{(\lambda')}^{(\alpha)}$  und summiere für alle  $(\lambda)$  vom Gewicht  $\mu$ . Rechts fallen nach (21 a) alle  $K$  fort, deren Zeigerreihe von  $(\alpha)$  verschieden ist, nur  $K_{(\alpha)}$  bleibt nach (21 b) stehen. Also:

$$\text{I a} \quad K_{(\alpha)} = \sum_{(\lambda)} \tau_{(\lambda')}^{(\alpha)} \cdot C_{(\lambda)}.$$

Wir stellen nochmals zusammen:

$$\begin{array}{ll} \text{I} & C_{(\lambda)} = \sum_{(\alpha)} x_{(\lambda)}^{(\alpha)} \cdot K_{(\alpha)}; & \text{Ia} & K_{(\alpha)} = \sum_{(\lambda)} \tau_{(\lambda')}^{(\alpha)} \cdot C_{(\lambda)}. \\ \text{II} & C_{(\lambda)} = \sum_{(\alpha)} \tau_{(\lambda)}^{(\alpha)} \cdot T_{(\alpha)}; & \text{IIa} & T_{(\alpha)} = \sum_{(\lambda)} x_{(\lambda')}^{(\alpha)} \cdot C_{(\lambda)}. \end{array}$$

Durch Vereinigung von Ia mit II und von IIa mit I finden wir für  $(K, T)$  und  $(T, K)$ :

$$K_{(\alpha)} = \sum_{(\beta)} \left( \sum_{(\lambda)} \tau_{(\lambda')}^{(\alpha)} \cdot \tau_{(\lambda)}^{(\beta)} \right) \cdot T_{(\beta)}; \quad (24)$$

$$T_{(\alpha)} = \sum_{(\beta)} \left( \sum_{(\lambda)} x_{(\lambda')}^{(\alpha)} \cdot x_{(\lambda)}^{(\beta)} \right) \cdot K_{(\beta)}. \quad (25)$$

Die Summationen nach  $(\beta)$  und  $(\lambda)$  sind über alle Zeigerreihen vom Gewicht der Reihe  $(\alpha)$  zu erstrecken. Deshalb darf auch  $\sum_{(\lambda)} \tau_{(\lambda)}^{(\alpha)} \cdot \tau_{(\lambda')}^{(\beta)}$  in (24) und  $\sum_{(\lambda)} x_{(\lambda)}^{(\alpha)} \cdot x_{(\lambda')}^{(\beta)}$  in (25) gesetzt werden. Cayleys Symmetriesatz (Gl. 10) erscheint selbstverständlich.

10. Für die sechs Hauptaufgaben (S. 16) sind die Lösungsformeln gefunden, die Natur der Zahlen  $x$  und  $\tau$  ist näher zu untersuchen. Um die Anschauung zu unterstützen, seien für das Gewicht 6 alle Zahlen  $x$  und  $\tau$  zusammengestellt, womit zugleich die Lösung jener sechs Hauptaufgaben für das Gewicht 6 gegeben ist. Das Gewicht 6 ist das niedrigste, für welches die Nebenordnung der Zeigerreihe nicht mit der umgekehrten Hauptordnung übereinstimmt. Die Zeigerreihen werden links nach der Hauptordnung, oben, rechts und unten nach der Nebenordnung eingestellt. Näheres zum Teil hinter der Tafel.

Von den Bezeichnungen der Zeilen und Spalten gehören zusammen: links und oben; rechts und unten. Die Einsen in der ausgezeichneten Hauptdiagonale sind sowohl Zahlen  $\tau$ , wie Zahlen  $x$ . Alle übrigen  $\tau$  stehen links, alle übrigen  $x$  stehen rechts von der Hauptdiagonale; alle  $\tau$  rechts von dieser, alle  $x$  links von ihr haben den Wert 0. Für die  $\tau$  steht die untere Zeigerreihe links, für die  $x$  rechts; die obere entsprechend oben und unten.

Somit ist z. B.

$$\tau_{2^2, 1^2}^{3, 1^3} = 3; \quad x_{2, 1^4}^{4, 2} = -2; \quad \text{aber } \tau_{3, 2, 1}^{4, 1^3} = 0; \quad x_{4, 1^2}^{2^2} = 0.$$

Tafel der Zahlen  $\tau$  und  $\kappa$  vom Gewicht 6:

	$T$	$T$											$T$
$C(\lambda)$	VI	$1^6$	$2, 1^4$	$2^2, 1^2$	$3, 1^3$	$2^3$	$3, 2, 1$	$4, 1^2$	$3^2$	$4, 2$	$5, 1$	$6, 0$	$C(\lambda)$
	$6, 0$	1	-5	+6	+4	-1	-6	-3	+1	+2	+2	-1	$1^6$
	$5, 1$	5	1	-3	-1	+1	+4	+1	-1	-2	-1	+1	$2, 1^4$
	$4, 2$	9	3	1	-1	-1	0	+1	0	+1	-1	0	$2^2, 1^2$
	$4, 1^2$	10	4	1	1	0	-2	-1	+1	+1	+1	-1	$3, 1^3$
	$3^2$	5	2	1	0	1	-2	+1	+1	-1	0	0	$2^3$
$C$	$3, 2, 1$	16	8	4	2	2	1	-1	-1	0	+1	0	$3, 2, 1$
	$3, 1^3$	10	6	3	3	1	1	1	0	-1	-1	+1	$4, 1^2$
	$2^3$	5	3	2	1	1	1	0	1	-1	0	0	$3^2$
	$2^2, 1^2$	9	6	4	3	3	2	1	1	1	-1	0	$4, 2$
	$2, 1^4$	5	4	3	3	2	2	2	1	1	1	-1	$5, 1$
$C(\lambda)$	$1^6$	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	$6, 0$
		$1^6$	$2, 1^4$	$2^2, 1^2$	$3, 1^3$	$2^3$	$3, 2, 1$	$4, 1^2$	$3^2$	$4, 2$	$5, 1$	$6, 0$	VI
	$K$	$K$											$K$

Die Tafel gibt unmittelbar die Lösungen der vier Aufgaben, bei denen die  $C$  eine Rolle spielen, für das Gewicht 6. Man gehe in der Zeile oder Spalte, an deren Kopf die gesuchte Funktion steht, von der 1 der Hauptdiagonale nach der gesuchten Funktion hin, so hat man die Zahlenfaktoren der gegebenen Funktionen, die am Kopfe der betreffenden Spalte oder Zeile stehen (rechts und unten, links und oben!). (Z. B. auf Grund von I, Ia, II, II a):

$$\begin{aligned}
 C_{4, 1^2} &= T_{3, 1^3} + T_{2^2, 1^2} + 4 T_{2, 1^4} + 10 T_{1^6} = K_{4, 1^2} - K_{4, 2} - K_{5, 1} + K_6; \\
 T_{3, 2, 1} &= C_{3, 2, 1} - 2 C_{3^2} - 2 C_{4, 1^2} - 4 C_{5, 1} - 6 C_6; \\
 K_{2^3} &= C_{2^3} + 2 C_{3, 2, 1} + C_{4, 1^2} + C_{3^2} + 3 C_{4, 2} + 2 C_{5, 1} + C_6.
 \end{aligned}$$

Für die Aufgaben  $(K, T)$  und  $(T, K)$  kann die Lösung durch eine Nebenrechnung nach (24) und (25) aus der Tafel entnommen werden. Z. B. ist der Faktor von  $T_{2, 1^4}$  in  $K_{3, 2, 1} = 1 \cdot 8 + 1 \cdot 4 + 1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 2 \cdot 1 + 1 \cdot 0 = 22$ . Der Faktor von  $K_{4, 2}$  in  $T_{3, 1^3}$  ist  $1 \cdot (-1) + (-1) \cdot 1 + (-1) \cdot 0 + 4 \cdot 0 = -2$ . Für die beiden Beispiele auf S. 11 u. 12 würde nach den Tafeln für die Gewichte 8 oder 10 die Rechnung so aussehen<sup>1)</sup>:

<sup>1)</sup> Vgl. Tafeln im Progr. 1908, Gew. VIII u. X, auch für VIII Journ. 93, S. 120.

1. Beisp.:  $y_{4,2,1^2}^{2,1^6} = 1 \cdot 3 + 5 \cdot 4 + 6 \cdot 3 + 9 \cdot 3 + 24 \cdot 4 + 15 \cdot 1 + 5 \cdot 1 + 30 \cdot 2 + 26 \cdot 1 + 45 \cdot 1 = 315.$

2. Beisp.:  $y_{4,3^2}^{2^3,1^4} = 1 \cdot 23 + 1 \cdot 24 + 2 \cdot 33 + 1 \cdot 9 + 2 \cdot 18 + 3 \cdot 12 + 2 \cdot 2 + 1 \cdot 0 + 1 \cdot 2 + 3 \cdot 3$   
 $+ 4 \cdot 1 + 3 \cdot 0 + 2 \cdot 0 + 1 \cdot 0 = 213.$

Aus den Gleichungen (21a) und (22a) folgt eine zur Nachprüfung sehr brauchbare Regel, die man z. B. auch für die hinten beigefügte Tafel IX bestätigt findet<sup>1)</sup>: „Sondert man aus der Tafel ein Zahlenquadrat aus, das um einen Teil der Hauptdiagonale sich herumlagert, und sind  $a_1, a_2, a_3, \dots$  Randzahlen dieses Quadrats,  $b_1, b_2, b_3, \dots$  die entsprechenden Randzahlen in der parallelen Quadratseite, so ist immer

$$a_1 \cdot b_1 + a_2 \cdot b_2 + a_3 \cdot b_3 + \dots = 0, \quad (26)$$

sowohl wenn die  $a$  horizontal, als wenn sie vertikal nebeneinander liegen.“ Z. B.

$$1 \cdot (+4) + 3 \cdot 0 + 4 \cdot (-2) + 2 \cdot (-2) + 8 \cdot 1 = 0;$$

$$1 \cdot 3 + (-2) \cdot 2 + (+1) \cdot 1 + (+1) \cdot 1 + (-1) \cdot 1 = 0.$$

Um die Tafel S. 27 herzustellen, kann man in jedes Feld der Hauptdiagonale und der letzten Zeile 1 setzen, die Zahlen rechts von der Hauptdiagonale durch Determinantenentwicklung bestimmen, die Zahlen links nach (26). Andere Wege später.

<sup>1)</sup> Der Satz gilt auch bei der Tafel für die Beziehungen zwischen den  $K$  und den  $T$ , die auf S. 11 beschrieben wurde.

### III.

#### Die Zahlen $\varkappa$ . Die Aufgaben $(C, K)$ ; $(T, C)$ ; $(T, K)$ .

11. Bei  $\varkappa_{(\lambda)}^{(\alpha)}$  müssen die Reihen  $(\lambda)$  und  $(\alpha)$  stets im Gewicht übereinstimmen. Die Zahl  $m$  darf nicht größer als  $r$  sein; an sich wäre die Anzahl der Faktoren  $c_n$  in jedem Gliede gleich dem Grad  $r$  der Determinante, aber die Faktoren  $c_0 (= 1)$  sind in der Zahl  $m$  nicht enthalten. Ist kein  $\alpha$  größer als  $\alpha_0$ , so darf  $\alpha_0$  nicht kleiner sein als  $\lambda_0$ , sonst könnte kein Element der ersten Zeile von  $C_{(\lambda)}$  in  $K_{(\alpha)}$  vorkommen, also  $K_{(\alpha)}$  kein Glied der Determinante sein; falls  $\alpha_0 = \lambda_0$ , kann jede der Reihen  $(\alpha)$  und  $(\lambda)$  um diese gleiche Zahl gekürzt werden. Somit ist jedes  $\varkappa_{(\lambda)}^{(\alpha)}$  Null, bei dem  $(\alpha)$  in der Hauptordnung hinter  $(\lambda)$  steht. Nach S. 13 war  $\varkappa_{(\lambda)}^{(\alpha)} = 0$ , falls  $(\alpha)$  in der Nebenordnung vor  $(\lambda)$  steht. Trifft weder die eine, noch die andere dieser Bedingungen zu, so können einzelne  $\varkappa_{(\lambda)}^{(\alpha)}$  auch noch  $= 0$  sein, z. B.  $\varkappa_{22, 17}^{42, 3}$ . Neben der Determinantenentwicklung nach den gewöhnlichen Regeln bieten sich aus dem besonderen Bau von  $C_{(\lambda)}$  noch einige bequeme Wege zur Berechnung von  $\varkappa_{(\lambda)}^{(\alpha)}$  dar.

a) Man entwickle nach den Elementen der ersten Spalte:

$$C_{(\lambda)} = c_{\lambda_0} \cdot C_{\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_{r-1}} - c_{\lambda_1-1} \cdot C_{\lambda_0+1, \lambda_2, \lambda_3, \dots, \lambda_{r-1}} + c_{\lambda_2-2} \cdot C_{\lambda_0+1, \lambda_1+1, \lambda_3, \dots, \lambda_{r-1}} - \dots \quad (27)$$

Die Reihe hat höchstens  $r$  Glieder und bricht ab, sobald der Zeiger des voranstehenden Faktors  $c$  negativ wird. Durch (27) kann man die Berechnung von  $\varkappa_{(\lambda)}^{(\alpha)}$  zurückführen auf die von Zahlen gleichen Baues, die leichter zu berechnen sind. Kommt  $\lambda_0$  als Zeiger in  $(\alpha)$  vor, so ist zu prüfen, ob  $K_{(\alpha)}: c_{\lambda_0}$  als Glied in  $C_{\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_{r-1}}$  enthalten ist. Trifft dies oder jenes nicht zu, so liefert das erste Glied in (27) keinen Beitrag zu  $\varkappa_{(\lambda)}^{(\alpha)}$ ; dann sind ebenso die anderen Glieder zu prüfen. Die unteren Zeigerreihen der  $C$

verkürzen sich mehr und mehr bei wiederholter Anwendung von (27); die Zeigerreihen der  $K$ , also die oberen der  $x_{(\lambda)}^{(\alpha)}$  verkürzen sich in der Regel auch, nur dann nicht, wenn  $c_0$  als Faktor vor  $C$  steht; in jedem Fall wirkt auch die Erhöhung der vordersten Zeiger unten günstig für die weitere Rechnung. An einigen Beispielen erkennt man den Wert des Verfahrens:

$$\begin{aligned} 1. \quad \dots x_{7^2, 6, 4^2, 1}^{9, 7, 6, 4^2, 3} &= x_{7, 6, 4^2, 1}^{9, 6, 4^2, 3} - x_{8, 6, 4^2, 1}^{9, 7, 4^2, 3} + x_{8^2, 4^2, 1}^{9, 7, 6, 4, 3} + x_{8^2, 7, 5, 4, 1}^{9, 7, 6, 4^2, 3} \\ &= x_{8, 7, 5^2, 1}^{9, 6, 4^2, 3} - x_{9, 7, 5^2, 1}^{9, 7, 4^2, 3} - x_{9, 4^2, 1}^{9, 6, 4, 3} - x_{9, 7, 5, 4, 1}^{9, 6, 4^2, 3} \\ &= -x_{9, 5^2, 1}^{9, 4^2, 3} - x_{4^2, 1}^{6, 3} + x_{5, 4, 1}^{6, 4} = x_{5, 1}^{6, 0} = -1. \end{aligned}$$

Beim ersten Schritt kommt  $\lambda_0 = 7$ ,  $\lambda_1 - 1 = 6$ ,  $\lambda_2 - 2 = 4$  in  $(\alpha)$  vor; daraus ergeben sich die drei ersten Glieder;  $\lambda_3 - 3 = 1$  kommt nicht vor, bei  $\lambda_4 - 4 = 0$  bleibt  $(\alpha)$  unverändert, eben im vierten Glied. Beim zweiten Schritt kommt für die beiden ersten Glieder nur  $\lambda_3 - 4 = 0$  in Betracht, für die beiden anderen nur  $\lambda_1 - 1 = 7$ . Doch verschwinden von den vier hingeschriebenen Gliedern das zweite und vierte, ebenso wie einige nicht mehr niedergeschriebene Glieder, weil sie, nach Fortlassung gleicher Anfangszeiger unten und oben, den größeren Anfangszeiger unten haben. Auch das erste hat verschwindenden Wert, wie sogleich der nächste Schritt zeigt. Zuletzt bleibt nur  $-x_{4^2, 1}^{6, 3} = +x_{5, 1}^{6, 0}$  übrig und der Faktor von  $c_6$  in der Determinante  $C_{5, 1}$  ist  $-1$ .

$$\begin{aligned} 2. \quad \dots x_{3^4, 2^2, 1^4}^{5, 3^2, 2^2} &= x_{3^3, 2^2, 1^4}^{5, 3^2, 2^2} - x_{4, 3^2, 2^2, 1^4}^{5, 3^2, 2^2} - x_{4^2, 2^2, 1^4}^{5, 3^2, 2^2} = x_{3^2, 2^2, 1^4}^{5, 3, 2^2} - x_{4, 3, 2^2, 1^4}^{5, 3^2, 2^2} + x_{5, 3, 2^2, 1^4}^{5, 3^2, 2} \\ &= x_{3, 2^2, 1^4}^{5, 2^2} - x_{4, 2^2, 1^4}^{5, 3, 2^2} + x_{4^2, 2, 1^4}^{5, 3, 2^2} + x_{5, 2^2, 1^4}^{5, 3^2, 2} + x_{2, 1^4}^{3^2} \\ &= x_{4, 3, 1^4}^{5, 2^2} - x_{5, 3, 1^4}^{5, 3, 2^2} - x_{5, 2, 1^4}^{5, 2^2} + 2 \cdot x_{2, 1^4}^{3^2} \\ &= -3 \cdot x_{1^4}^{2^2} - 2 \cdot x_{1^4}^{3, 0} = 3 \cdot x_{1^2}^{2, 0} + 2 \cdot x_{2, 1}^{3, 0} = -5. \end{aligned}$$

3. Der Faktor von  $C_{6, 3^2}$  in der Entwicklung von  $T_{4, 3^2, 2}$  ist nach IIa und (27):

$$x_{3^2, 1^3}^{4, 3^2, 2} = x_{3^2, 1^3}^{4, 3, 2} - x_{4, 3, 1^3}^{4, 3^2} = x_{3, 1^3}^{4, 2} - x_{4, 1^3}^{4, 3} - x_{1^3}^{3, 0} = -x_{1^2}^{2, 0} + 2x_{2, 1}^{3, 0} = -1.$$

Auf S. 22 fanden wir als Faktor  $+1$ . Jedoch war dort  $C_{6, 3^2}$  nur eines der Glieder, die bei (19) nach dem Plan S. 22 sich ergeben, nämlich dasjenige, bei der Addition von  $0^6, 2, 0, 4, 0, 3, 3$  zur festen Reihe  $0, 1, 2, \dots, 11$ . Noch bei zwei anderen Anordnungen der Reihe  $0^6, 2, 3^2, 4$ , nämlich  $0^6, 3, 0, 0, 4, 2, 3$  und bei  $0^6, 3, 0, 0, 3, 4, 2$  kommt man auf  $C_{6, 3^2}$ ; hier ist aber jedesmal  $-1$  der Faktor. Daher ist der Faktor nach Vereinigung gleicher Glieder in der Tat  $-1$ , wie vorher.

$$\begin{aligned}
4. \dots x_{43, 3, 2^2, 1}^{5^2, 4, 3^2, 1^2} &= x_{4^2, 3, 2^2, 1}^{5^2, 3^2, 1^2} - x_{4, 3, 2^3, 1}^{5, 4, 3, 1^2} = -x_{3, 2^3, 1}^{5, 3, 1^2} + x_{2^3, 1}^{3^2, 1} - x_{3, 2^2, 1}^{5, 3, 1^2} - x_{2^2, 1}^{3, 1^2} \\
&= -2\{x_{2^3, 1}^{5, 1^2} - x_{4, 2^2, 1}^{5, 3, 1} + x_{4, 3, 2, 1}^{5, 3, 1^2}\} - x_{3, 2, 1}^{3^2} + x_{3^2, 1}^{3^2, 1} + x_{3, 1}^{3, 1} \\
&= -2\{-x_{3, 2, 1}^{5, 1} + x_{3^2, 1}^{5, 1^2}\} + 2\{-x_{5, 2, 1}^{5, 3} + x_{5, 3, 1}^{5, 3, 1}\} - 2x_{5, 4, 1}^{5, 3, 1^2} - x_{2, 1}^{3, 0} + 2 \\
&= 2\{-x_{3, 1}^{3, 0}\} - 3x_{2, 1}^{3, 0} + 4 = +9.
\end{aligned}$$

Man achte bei solchen Rechnungen darauf, daß in jedem Glied die untere und obere Zeigersumme von  $x$  übereinstimmen.

Handelt es sich um Aufstellung von Tafeln aller  $x$  der Reihe nach für die Gewichte 1, 2, 3 usf., so führt die Benutzung von (27) am schnellsten zum Ziel, die Rechnung wird sehr einfach.<sup>1)</sup>

b) Die Zahl  $x_{(\lambda')}^{(\alpha)}$ , der Faktor also von  $C_{(\lambda)}$  in der Entwicklung von  $T_{(\alpha)}$  kann nach dem Plan S. 22 gefunden werden. Hier läßt sich einiges wesentlich vereinfachen.<sup>2)</sup> Man hat die aufsteigende Reihe  $\beta_1 = \mu - \lambda_0, \dots, \beta_r = \mu + r - 1 - \lambda_{r-1}$ , die gleiche Zahlen nicht enthält. Zur festen Reihe  $0, 1, \dots, \mu - 1$  soll die Reihe  $0^{\mu-m}, \alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_{m-1}$  Glied für Glied in allen den Anordnungen addiert werden, bei denen gleiche Zahlen nicht entstehen. Die erhaltene Reihe  $\gamma_0, \gamma_1, \dots, \gamma_{\mu-1}$  ist aufsteigend zu ordnen und soll mit  $\beta_1, \dots, \beta_r$  zusammen die ununterbrochene Reihe  $0, 1, \dots, \mu + r - 1$  einfach ausfüllen. So oft eine solche Reihe ( $\gamma$ ) durch die Umstellungen in der Reihe ( $\alpha$ ) erzielt werden kann, ebenso oft kommt  $C_{(\lambda)}$  als Glied in (19) vor, es hat dabei das Vorzeichen + oder -, je nachdem die Anzahl der Umstellungen, die ( $\gamma$ ) zu einer aufsteigenden Reihe machen, gerade oder ungerade ist. Nun seien  $i$  der Zahlen  $\beta$  kleiner als  $\mu$ , die anderen  $\geq \mu$ . Die kleinste der Zahlen  $0, 1, \dots, \mu - 1$ , die in der Reihe ( $\gamma$ ) fehlt, ist  $\beta_1$ ; sie fehlt, weil eine Zahl  $\alpha$ , etwa  $\alpha_1'$ , zugelegt worden ist. Die Ersatzzahl  $\beta_1 + \alpha_1'$  kommt an die richtige Stelle durch  $\mu - \beta_1 - 1$  Vertauschungen, falls  $\beta_1 + \alpha_1' > \mu - 1$  ist, dagegen durch  $\alpha_1' - 1$  Vertauschungen, falls  $\beta_1 + \alpha_1' < \mu$  ist. Im letzteren Fall hat  $\beta_1 + \alpha_1'$  nach der Verschiebung eine gleiche Zahl neben sich, zu dieser muß ein anderes  $\alpha$ , etwa  $\alpha_2'$ , zugelegt und die Zahl  $\beta_1 + \alpha_1' + \alpha_2'$  an die rechte Stelle gerückt werden durch  $\mu - 1 - \beta_1 - \alpha_1'$  oder durch  $\alpha_2' - 1$  Vertauschungen, je nachdem  $\beta_1 + \alpha_1' + \alpha_2' > \mu - 1$  ist oder nicht. So ist fortzufahren, bis etwa  $\gamma' = \beta_1 + \alpha_1' + \dots + \alpha_{m'}' > \mu - 1$  wird und hinter  $\mu - 1$  geschoben worden ist. Statt  $\beta_1$  ist also  $\gamma'$  eingetreten und durch  $\alpha_1' + \alpha_2' + \dots + \alpha_{m'-1}' + \mu - (\beta_1 + \alpha_1' + \alpha_2' + \dots + \alpha_{m'-1}') - m' = \mu - \beta_1 - m' = \lambda_0 - m'$  Umstellungen hinter  $\mu - 1$  gelangt. Ebenso möge statt  $\beta_2$  die Zahl  $\gamma'' = \beta_2$

1) Vgl. J. 93, S. 118 ff. und Prgr. Siehe auch hier S. 27.

2) Das Folgende ist J. 81, S. 285 f. zuerst dargelegt worden.

+  $\alpha_1'' + \alpha_2'' + \dots + \alpha_{m''}'' > \mu - 1$ , aber verschieden von  $\gamma'$  eintreten; sie gelangt durch  $\mu - \beta_2 - m'' + 1 = \lambda_1 - m''$  Vertauschungen hinter  $\gamma'$  usf. Zuletzt tritt  $\gamma^{(i)}$  für  $\beta_i$  ein und kommt durch  $\lambda_{i-1} - m^{(i)}$  Umstellungen hinter  $\gamma^{(i-1)}$ . Werden noch die Zahlen  $\gamma', \gamma'', \dots, \gamma^{(i)}$  aufsteigend geordnet, etwa durch  $\varrho$  Vertauschungen, so ist die Reihe  $\gamma_0, \gamma_1, \dots, \gamma_{\mu-1}$  in aufsteigender Folge hergestellt, weil ja die anderen  $\gamma$  innerhalb der Reihe  $0, 1, \dots, \mu - 1$  schon an der richtigen Stelle stehen. Die Gesamtzahl der Umstellungen ist  $\lambda_0 + \lambda_1 + \dots + \lambda_{i-1} - m + \varrho$ , weil  $m' + m'' + \dots + m^{(i)} = m$  ist. Auch ist  $\beta_1 + \beta_2 + \dots + \beta_i + \mu = \gamma' + \gamma'' + \dots + \gamma^{(i)}$ , weil die Summe aller  $\alpha = \mu$  ist. So oft aus der festen Reihe  $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_i$  durch verschiedene Zusammenstellung der Addenden  $\alpha$  die Reihe  $\gamma', \gamma'', \dots, \gamma^{(i)}$  in irgend einer Anordnung entstehen kann, ebenso oft kommt  $C_{(\lambda)}$  in dem Ausdruck für  $T_{(\lambda)}$  nach dem Plan S. 22 [oder auch in (19)] überhaupt vor. Für eine bestimmte Anordnung der Zahlen  $\gamma', \dots, \gamma^{(i)}$  (alle  $> \mu - 1$ ) haben alle betreffenden  $C$  gleiches Vorzeichen, so daß dieser Anordnung ein bestimmter positiver oder negativer Faktor von  $C_{(\lambda)}$  sich ergibt. Sind diese Faktoren für alle  $i!$  Anordnungen von  $\gamma', \dots, \gamma^{(i)}$  ermittelt, so ist die Summe der so erhaltenen Zahlen der gesuchte Faktor  $x_{(\lambda')}^{(\alpha)}$  von  $C_{(\lambda)}$ . Dabei ist besonders zu beachten: Um eine Zahl  $\gamma^{(i)}$  aus dem zugehörigen  $\beta_h$  entstehen zu lassen, dürfen die Addenden  $\alpha$  nie so angeordnet werden, daß schon vor Hinzufügung des letzten von ihnen eine Zahl größer als  $\mu - 1$  erreicht wird. Folgende Regel gilt also: „Um den Wert von  $x_{(\lambda')}^{(\alpha)}$  zu ermitteln, bilde man zu  $(\lambda')$  die Gegenreihe  $(\lambda) = \lambda_0, \lambda_1, \dots, \lambda_{r-1}$  und vergleiche dann die beiden Reihen (A)  $\mu - \lambda_0, \mu + 1 - \lambda_1, \dots, \mu + r - 1 - \lambda_{r-1}$  und (B)  $\mu, \mu + 1, \dots, \mu + r - 1$ . Von der Reihe (A) mögen die  $i$  ersten Zahlen  $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_i < \mu$  sein, also in (B) nicht vorkommen; dann sind in (B) auch  $i$  Zahlen, die in (A) sich nicht finden, sie seien  $\gamma', \gamma'', \dots, \gamma^{(i)}$ . Es muß  $\beta_1 + \beta_2 + \dots + \beta_i + \mu = \gamma' + \gamma'' + \dots + \gamma^{(i)}$  sein. Man prüfe, wie viele verschiedene Anordnungen der  $\alpha$  durch Addition zu  $\beta_1, \dots, \beta_i$  eine bestimmte Folge  $\gamma', \gamma'', \dots, \gamma^{(i)}$ , die durch  $\varrho$  Umstellungen zu einer aufsteigenden Reihe werden möge, derart liefern, daß in keinem Fall eine Zahl oberhalb  $\mu - 1$  vor Hinzufügung des letzten  $\alpha$  der betreffenden Gruppe entsteht, und man gebe der gefundenen Zahl das Vorzeichen  $(-1)^{\lambda_0 + \lambda_1 + \dots + \lambda_{i-1} - m + \varrho}$ . Führt man dies für alle  $i!$  Folgen der Reihe  $\gamma', \gamma'', \dots, \gamma^{(i)}$  durch, so ist die Summe der erhaltenen positiven und negativen Zahlen der Wert von  $x_{(\lambda')}^{(\alpha)}$ .“

Als Beispiel sei die oben gelöste Aufgabe a) 4. gewählt: Wie groß ist  $x_{4^3, 3, 2^3, 1}^{5^2, 4, 3^2, 1^2}$ ? Hier ist  $(\lambda') = 4^3, 3, 2^3, 1$ ;  $(\lambda) = 8, 7, 4, 3$ ;  $\mu = 22$ ;  $r = 4$ . Ferner  $(\alpha) = 5^2, 4, 3^2, 1^2$ ;  $m = 7$ . Es ist (A): 14, 16, 20, 22; (B): 22, 23, 24, 25. Also ist  $i = 3$ ;  $\lambda_0 + \lambda_1 + \lambda_2 = 19$ ;  $\lambda_0 + \lambda_1 + \lambda_2 - m$  gerade. Aus der festen

Reihe 14, 16, 20 ist durch Addition der  $\alpha$  auf jede Art die Reihe 23, 24, 25 herzustellen (Probe:  $14 + 16 + 20 + 22 = 23 + 24 + 25$ ), wobei jedoch nicht vor Hinzufügung des letzten Summanden der Wert 21 überschritten werden darf. Um 25 zu erhalten, darf daher nur 5 oder 4 der letzte Summand sein; für 24 und für 23 ist es 5, 4 oder 3. Man erhält für 23, 24, 25 ( $\rho = 0$ ) die Zahl +42; für 24, 23, 25 ( $\rho = 1$ ) die Zahl -25; für 23, 25, 24 ( $\rho = 1$ ) die Zahl -20; für 24, 25, 23 ( $\rho = 2$ ) die Zahl +23; für 25, 23, 24 ( $\rho = 2$ ) die Zahl +9; für 25, 24, 23 ( $\rho = 3$ ) die Zahl -20. Also  $x_{(\lambda')}^{(\alpha)} = +42 - 25 - 20 + 23 + 9 - 20 = +9$ , wie oben. Von den Zahlen, die das Ergebnis liefern, ist z. B. die dritte, -20, so entstanden:

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{|c|c|c|} \hline 23 & 25 & 24 \\ \hline 14 & 16 & 20 \\ \hline 5 & 5 & 4 \\ \hline 3 & 3 & \\ \hline 1 & 1 & \\ \hline \end{array} \left. \begin{array}{l} \\ \\ \\ \end{array} \right\} 1 \cdot 2 \cdot 4 \\
 -8 \\
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 \begin{array}{|c|c|c|} \hline 23 & 25 & 24 \\ \hline 14 & 16 & 20 \\ \hline 5 & 5 & 3 \\ \hline 3 & 4 & 1 \\ \hline 1 & & \\ \hline \end{array} \left. \begin{array}{l} \\ \\ \\ \end{array} \right\} 1 \cdot 2 \cdot 4 \\
 -8 \\
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 \begin{array}{|c|c|c|} \hline 23 & 25 & 24 \\ \hline 14 & 16 & 20 \\ \hline 5 & 5 & 3 \\ \hline 4 & 3 & 1 \\ \hline 1 & & \\ \hline \end{array} \left. \begin{array}{l} \\ \\ \\ \end{array} \right\} 1 \cdot 2 \cdot 2 \\
 -4 = -20.
 \end{array}$$

Ähnlich die andern.

Der Weg zum Ziel war hier länger, als der bei a) gegebene. Anders z. B. bei der Aufgabe:  $x_{6,4,2^2,1^{10}}^{7,3^3,2^2,1^{10}}$  zu bestimmen. Hier ist  $(\lambda') = 6, 4, 2^2, 1^{10}$ ;  $(\lambda) = 20, 4, 2^2, 1^2$ ;  $\mu = 30$ ;  $r = 6$ ;  $(\alpha) = 7, 3^3, 2^2, 1^{10}$ ;  $m = 16$ . Ferner  $(B) = 30, 31, 32, 33, 34, 35$  und  $(A) = 10, 27, 30, 31, 33, 34$ ; also  $i = 2$ ;  $\lambda_0 + \lambda_1 - m = 24 - 16 = 8$ . Aus 10 und 27 ist 32 und 35 oder 35 und 32 durch Hinzufügen der  $\alpha$  abzuleiten. (Probe:  $10 + 27 + 30 = 32 + 35$ .) Bei 35 darf der letzte Addend nur 7, bei 32 dürfte er 7 oder 3 sein, doch wird ja 7 immer für 35 gebraucht. Also:

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{|c|c|} \hline 32 & 35 \\ \hline 10 & 27 \\ \hline 3^3 & 7 \\ \hline 2^2 & 1 \\ \hline 1^9 & \\ \hline \end{array} \left. \begin{array}{l} \\ \\ \\ \end{array} \right\} 1 \cdot \frac{13!}{9! 2! 2!} \\
 + 4290 \\
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 \begin{array}{|c|c|} \hline 35 & 32 \\ \hline 10 & 27 \\ \hline 7 & 3 \\ \hline 3^2 & 2 \\ \hline 2 & \\ \hline 1^{10} & \\ \hline \end{array} \left. \begin{array}{l} \\ \\ \\ \end{array} \right\} 1 \cdot \frac{13!}{10! 2!} \\
 - 858 \\
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 \begin{array}{|c|c|} \hline 35 & 32 \\ \hline 10 & 27 \\ \hline 7 & 3 \\ \hline 3^2 & 1^2 \\ \hline 2^2 & \\ \hline 1^8 & \\ \hline \end{array} \left. \begin{array}{l} \\ \\ \\ \end{array} \right\} 1 \cdot \frac{12!}{8! 2! 2!} \\
 - 2970 = 462.
 \end{array}$$

Noch ein Beispiel dieser Art: Auswertung von  $x_{5,4,2^4,1^{13}}^{7,4^2,2^6,1^3}$ . Hier ist  $(\lambda') = 5, 4, 2^4, 1^{13}$ ;  $(\lambda) = 19, 6, 2^2, 1$ ;  $\mu = 30$ ;  $r = 5$ ;  $(\alpha) = 7, 4^2, 2^6, 1^3$ ;  $m = 12$ . Ferner  $(B) = 30, 31, 32, 33, 34$ ;  $(A) = 11, 25, 30, 31, 33$ . Also  $i = 2$ ;  $\lambda_0 + \lambda_1 - m = 13$ . Es ist 32, 34 aus 11, 25 herzustellen (Probe:

11 + 25 + 30 = 32 + 34). Bei 34 darf nur 7 der letzte Summand sein, bei 32 nur 4. Man erhält:

$$\begin{array}{c}
 \begin{array}{cc|c} 32 & 34 & - \\ \hline 11 & 25 & \\ 4^2 & 7 & \\ 2^5 & 2 & \\ 1^3 & & \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{cc|c} 32 & 34 & - \\ \hline 11 & 25 & \\ 4^2 & 7 & \\ 2^5 & 2 & \\ 1^3 & & \end{array}} \right\} 1 \cdot \frac{9!}{5! 3!} \\
 \\
 \begin{array}{cc|c} 32 & 34 & - \\ \hline 11 & 25 & \\ 4^2 & 7 & \\ 2^6 & 1^2 & \\ 1 & & \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{cc|c} 32 & 34 & - \\ \hline 11 & 25 & \\ 4^2 & 7 & \\ 2^6 & 1^2 & \\ 1 & & \end{array}} \right\} 1 \cdot \frac{8!}{6!} \\
 \\
 \begin{array}{cc|c} 34 & 32 & + \\ \hline 11 & 25 & \\ 7 & 4 & \\ 4 & 2 & \\ 2^5 & 1 & \\ 1^2 & & \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{cc|c} 34 & 32 & + \\ \hline 11 & 25 & \\ 7 & 4 & \\ 4 & 2 & \\ 2^5 & 1 & \\ 1^2 & & \end{array}} \right\} 2 \cdot \frac{8!}{5! 2!} \\
 \\
 \begin{array}{cc|c} 34 & 32 & - \\ \hline 11 & 25 & \\ 7 & 4 & \\ 4 & 1^3 & \\ 2^6 & & \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{cc|c} 34 & 32 & - \\ \hline 11 & 25 & \\ 7 & 4 & \\ 4 & 1^3 & \\ 2^6 & & \end{array}} \right\} 1 \cdot \frac{7!}{6!} \\
 \\
 \hline
 \\
 \begin{array}{ccc} -560 & +343 & = -217. \end{array}
 \end{array}$$

Die Nachprüfung der beiden letzten Beispiele ist nach (27) nicht sehr bequem; leichter wird sie auf S. 37 durchgeführt.

12. Noch andere Wege zur Berechnung der Zahlen  $\alpha$ :

c) In I. setze man  $1 : t_h$  statt  $t_h$  für alle Werte des  $h$  von 1 bis  $n$ . Dann tritt  $c_{n-h} : c_n$  an Stelle von  $c_h$ , ferner

$$\begin{array}{l}
 C_{n-\lambda_{r-1}, n-\lambda_{r-2}, \dots, n-\lambda_1, n-\lambda_0} : c_n^r \text{ an Stelle von } C_{\lambda_0, \lambda_1, \dots, \lambda_{r-1}}; \\
 K_{n-\alpha_0, n-\alpha_1, \dots, n-\alpha_{m-1}} : c_n^m \text{ an Stelle von } K_{\alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_{m-1}};
 \end{array}$$

dagegen bleibt der Wert von  $\alpha_{(\lambda)}$  ungeändert, weil er unabhängig ist vom Wert der  $t$ . Aus I. wird:

$$C_{n-\lambda_{r-1}, n-\lambda_{r-2}, \dots, n-\lambda_0} = \sum_{(\alpha)} \alpha_{(\lambda)}^{(\alpha)} \cdot K_{n-\alpha_0, n-\alpha_1, \dots, n-\alpha_{m-1}} \cdot c_n^{r-m}.$$

Bezeichnet man den Faktor von  $K_{n-\alpha_0, n-\alpha_1, \dots, n-\alpha_{m-1}}$  in der Entwicklung von  $C_{n-\lambda_{r-1}, \dots, n-\lambda_0}$  in gewöhnlicher Art, setzt man außerdem  $n = \alpha_0$ , falls größer als  $\alpha_0$  kein anderes  $\alpha$  ist, so folgt:

$$\alpha_{(\lambda)}^{(\alpha)} = \alpha_{\alpha_0-\lambda_{r-1}, \alpha_0-\lambda_{r-2}, \dots, \alpha_0-\lambda_0}^{\alpha_0^{r-m}, \alpha_0-\alpha_1, \alpha_0-\alpha_2, \dots, \alpha_0-\alpha_{m-1}} \tag{28}$$

Aus (28) kann man immer Vorteil ziehen, d. h. das Gewicht verringern, wenn  $\alpha_0 \cdot r < 2\mu$  ist. Aber auch in anderen Fällen ist (28) günstig zu verwenden. Beispiele:

1. Wird (28) auf das Beispiel 11. a) 1. (S. 30) angewendet, so ist jenes  $\alpha$

$$= \alpha_{8, 5^3, 3, 2^2}^{9, 6, 5^2, 3, 2} = \alpha_{9, 6, 5, 3, 2^2}^{9, 6, 5^2, 2} = \alpha_{9, 6^2, 3, 2^2}^{9, 6, 5^2, 3} = \alpha_{3, 2^2}^{5, 2} = \alpha_{4, 3}^{5, 2} = -1.$$

$$2. \dots x_{3^1}^{4, 3^2, 2} = x_{1^3}^{2, 1^2} = x_{1^3}^{2, 1} - x_{2, 1^2}^{2, 1^2} = x_{1^3}^{2, 0} - x_{2, 1}^{2, 1} - 1 = -3.$$

$$3. \dots x_{3^1, 5^2, 2, 1^4}^{10, 6^2, 3, 1^5} = x_{9^1, 8, 5^2, 1}^{9^5, 7, 4^2} = x_{8, 5^2, 1}^{9, 7, 4^2} = x_{8, 4^2, 1}^{9, 5^2, 2} = x_{9, 5, 4, 1}^{9, 5^2} = x_{4, 1}^{5, 0} = -1.$$

d) Mit  $m_h$  war, s. Gl. (2) oder (3), die Anzahl derjenigen  $\alpha$  bezeichnet, die den Wert  $h$  haben. Nun sei  $[m_\lambda]$  die Summe aller  $m_h$ , deren Zeiger  $h \geq \lambda$  ist. Dann wird<sup>1)</sup>:

$$x_{\lambda, 1^{r-1}}^{(\alpha)} = (-1)^{r-m} \cdot \frac{(m-\lambda)! [m_\lambda]}{m_1! m_2! \dots m_\mu!} \quad (29)$$

und  $x_{1^r}^{(\alpha)} = (-1)^{r-m} \cdot \frac{m!}{m_1! m_2! \dots m_\mu!}$  für  $\lambda = 1$ . (29 a)

Ferner  $x_{\lambda_0, \lambda_1, 1^{r-2}}^{(\alpha)} = (-1)^{r-m} \cdot \frac{(m-2)!}{m_1! m_2! \dots m_\mu!} \cdot \frac{m_{\lambda_0}^{[\lambda_0+1]} [m_{\lambda_0+1}]}{m_{\lambda_1-1} [m_{\lambda_1} - 1]}$  (30)

Die Gleichungen

$C_1 = c_1$ ;  $C_{1^2} = c_1^2 - c_2$ ;  $C_{1^3} = c_1^3 - 2c_1 c_2 + c_3$ ;  $C_{1^4} = c_1^4 - 3c_1^2 c_2 + 2c_1 c_3 + c_2^2 - c_4$  bestätigen (29 a) für  $r = 1; 2; 3; 4$ . Sei (29 a) für alle Zahlen von 1 bis  $r-1$  erwiesen. In

$$C_{\lambda, 1^{r-1}} = c_\lambda \cdot C_{1^{r-1}} - c_{\lambda+1} \cdot C_{1^{r-2}} + c_{\lambda+2} \cdot C_{1^{r-3}} - \dots$$

kann rechts jede Determinante nach I und (29 a) entwickelt werden. Aus der Gesamtentwicklung ist der Faktor von  $K_{(\alpha)} = c_1^{m_1} c_2^{m_2} \dots c_\mu^{m_\mu}$  zu ermitteln. Im  $h$ -ten jener Glieder steht der Faktor  $(-1)^{h-1} \cdot c_{\lambda+h-1}$  vor der Determinante; letztere hat den Grad  $r-h$  und aus ihr ist das Glied  $K_{(\alpha)} : c_{\lambda+h-1}$  nebst dem Zahlenfaktor zu entnehmen. Dieses Glied hat  $m-1$  Faktoren; die Exponenten der einzelnen  $c$  stimmen im allgemeinen mit denen in  $K_{(\alpha)}$  überein, nur statt  $m_{\lambda+h-1}$  steht  $m_{\lambda+h-1} - 1$ . Wird das Glied mit dem vor der Determinante stehenden Faktor  $c_{\lambda+h-1}$  vereinigt, so erhält auch dieses  $c$  den Exponenten  $m_{\lambda+h-1}$  und der allgemeine Teil des Gliedes ist  $K_{(\alpha)}$ . Als Zahlenfaktor des Gliedes ergibt sich aus (29 a)  $(m-1)! \cdot m_{\lambda+h-1} : m_1! m_2! \dots m_\mu!$ , indem statt  $1 : (m_{\lambda+h-1} - 1)!$  gesetzt wird  $m_{\lambda+h-1} : m_{\lambda+h-1}!$ ; das Vorzeichen wird, nach Vereinigung mit dem vor der Determinante stehenden,  $(-1)^{h-1+(r-h)-(m-1)} = (-1)^{r-m}$ . Vereinigt man endlich alle Glieder  $K_{(\alpha)}$  in der Entwicklung von  $C_{\lambda, 1^{r-1}}$ , so erhält man für den zugehörigen Zahlenfaktor  $x_{\lambda, 1^{r-1}}^{(\alpha)}$  genau den in (29) angegebenen Wert. Wird bei dieser Überlegung  $\lambda = 1$  gesetzt, so ist zugleich (29 a) für das um 1 größere  $r$  und damit sowohl (29) als (29 a) vollständig bewiesen. — In

<sup>1)</sup> (29 a) zuerst bei Naegelsbach, Progr. Zweibrücken 1871, S. VII. Die Formel (29) zuerst J. 93 S. 115. Aus J. 93, Gl. (25) und (25 a) folgt unsere Gl. (30) für  $p = 2$ .

$$C_{\lambda_0, \lambda_1, 1^{r-2}} = c_{\lambda_0} \cdot C_{\lambda_1, 1^{r-2}} - c_{\lambda_1-1} \cdot C_{\lambda_0+1, 1^{r-2}}$$

werden die beiden Determinanten rechts nach I und (29) entwickelt; aus der ersten Determinante ist dann  $K_{(\alpha)} : c_{\lambda_0}$ , aus der zweiten  $K_{(\alpha)} : c_{\lambda_1-1}$  zu entnehmen. Beide Glieder haben  $m-1$  Faktoren. Bei  $K_{(\alpha)} : c_{\lambda_0}$  sind  $m_{\lambda_0}-1$  Faktoren  $= c_{\lambda_0}$  und die Summe der Zahlen  $m_h$ , deren Zeiger  $h \geq \lambda_1$  ist, beträgt  $[m_{\lambda_1}]-1$ , weil bei der Zählung ein  $\lambda_0$  fortzulassen ist. Bei  $K_{(\alpha)} : c_{\lambda_1-1}$  sind  $m_{\lambda_1-1}-1$  Faktoren  $= c_{\lambda_1-1}$ , die Summe der Zahlen  $m_h$ , deren Zeiger  $h \geq \lambda_0+1$  ist, beträgt hier  $[m_{\lambda_0+1}]$ . Der Grad ist bei beiden Determinanten  $r-1$ . Daher nach (29) der Zahlenfaktor von  $K_{(\alpha)}$ :

$$(-1)^{r-m} \cdot (m-2)! \{m_{\lambda_0} \{ [m_{\lambda_1}]-1 \} - m_{\lambda_1-1} \cdot [m_{\lambda_0+1}]\} : m_1! m_2! \dots m_{\mu}!,$$

indem wieder  $m_{\lambda_0} : m_{\lambda_0}!$  statt  $1 : (m_{\lambda_0}-1)!$  und  $m_{\lambda_1-1} : m_{\lambda_1-1}!$  statt  $1 : (m_{\lambda_1-1}-1)!$  geschrieben wird. Damit ist auch (30) bewiesen.

Der Beweis von (29) und (30) könnte auch auf Grund der in 11, b) hergeleiteten Regel (S. 32) geführt werden. Für (29) ist  $\lambda, 1^{r-1}$  die in jener Regel genannte Reihe ( $\lambda'$ ), ihre Gegenreihe  $r, 1^{\lambda-1}$ ; die Reihe (A) ist  $\mu-r, \mu, \mu+1, \dots, \mu+\lambda-2$ , die Reihe (B) ist  $\mu, \mu+1, \dots, \mu+\lambda-1$ . Also käme es darauf an, aus  $\mu-r$  durch Addition der  $\alpha$  die Zahl  $\mu+\lambda-1$  herzustellen; das ist möglich, weil  $\mu = \lambda + r - 1$  ist und  $= \alpha_0 + \dots + \alpha_{m-1}$ . Der letzte Addend muß mindestens  $= \lambda$  sein, damit nicht vorzeitig eine Zahl oberhalb  $\mu-1$  erreicht wird. Da  $\rho = 0$  und  $i = 1$ , also  $r$  statt  $\lambda_0 + \dots + \lambda_{i-1}$  zu setzen ist, hat man die Anzahl der erlaubten Gruppierungen der  $\alpha = (m-1)! [m_{\lambda}] : m_1! m_2! \dots m_{\mu}!$ , das Vorzeichen  $(-1)^{r-m}$ , und so den Wert von  $x_{\lambda, 1^{r-1}}^{(\alpha)}$ , wie bei (29). — Für (30) wird diese zweite Lösung nur angedeutet. Zur unteren Reihe bei  $x$  ist hier die Gegenreihe  $r, 2^{\lambda_1-1}, 1^{\lambda_0-\lambda_1}$ . Aus dem Vergleich der Reihen (B) und (A) erkennt man, daß aus der Zahlenfolge  $\mu-r, \mu-1$  die andere  $\mu+\lambda_1-2, \mu+\lambda_0-1$  oder die umgekehrte durch Addition der  $\alpha$  erhalten werden soll. Man findet dann aus den verschiedenen Gruppierungen die rechte Seite von (30); nur lautet zunächst die kleine Determinante

$$\begin{vmatrix} m_{\lambda_0} & [m_{\lambda_0}] \\ m_{\lambda_1-1} & [m_{\lambda_1-1}]-1 \end{vmatrix}$$

Sie geht in die Form von [30] über, wenn man die erste Spalte von der zweiten abzieht.

Beispiele:

1. Nachprüfung der beiden letzten Beispiele bei 11, b) (S. 33, 34) durch (27) und (30):

$$x_{6,4,2^2,1^6}^{7,3^2,2^2,1^{10}} = -x_{2^2,1^6}^{3^2,2^2,1^{10}} = -(-1)^{18-14} \cdot \frac{(14-2)!}{10!2!2!} \cdot \begin{vmatrix} 2 & 2 \\ 10 & 3 \end{vmatrix} = 462.$$

$$\begin{aligned} x_{5,4,2^4,1^3}^{7,4^2,2^6,1^3} &= x_{6,5,2^3,1^{13}}^{7,4^2,2^6,1^3} = -x_{2^3,1^{13}}^{4,2^6,1^8} = -x_{2^2,1^{13}}^{4,2^5,1^3} + x_{3,2,1^{13}}^{4,2^6,1^3} - x_{3^2,1^{13}}^{4,2^6,1^3} \\ &= -(-1)^{15-9} \cdot \frac{(9-2)!}{3!5!} \cdot \begin{vmatrix} 5 & 1 \\ 3 & 5 \end{vmatrix} + (-1)^{15-9} \cdot \frac{(9-2)!}{2!6!} \cdot \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 6 \end{vmatrix} - (-1)^{15-10} \cdot \frac{(10-2)!}{6!3!} \cdot \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 6 & 0 \end{vmatrix} \\ &= -7 \cdot 22 - 7 - 7 \cdot 8 = -7 \cdot 31 = -217. \end{aligned}$$

$$2. \dots x_{6^2,1^9}^{9,5,2^3,1} = (-1)^{11-6} \cdot \frac{(6-2)!}{3!} \cdot \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} = 4 \text{ nach (30); oder nach (27) u. (29):}$$

$$= -x_{7,1^9}^{9,2^3,1} = -(-1)^{10-5} \cdot \frac{(5-1)! \cdot 1}{3!} = 4; \text{ oder nur nach (27):}$$

$$= x_{8,1^8}^{9,2^3,1} = -x_{17}^{2^3,1} = -x_{1^8}^{2^3} + x_{1^5}^{2^2,1} = 2 \cdot x_{1^4}^{2^2} - x_{1^3}^{2,1}$$

$$= -3 \cdot x_{1^2}^{2,0} + x_{2,1}^{2,1} = 4.$$

3. Warings Aufgabe,  $T_{1m_1, 2m_2}$  zu bestimmen, kann kürzer als S. 23/24 gelöst werden: In  $\Pi a$  darf  $x_{(\lambda')}^{1m_1, 2m_2}$  bei  $(\lambda')$  keinen Zeiger  $> 2$  und die Zahl der 2-en nicht  $> m_2$  haben, sonst würde es verschwinden. Es sei also, damit auch das Gewicht stimmt,  $(\lambda') = 2^{m_2-h}, 1^{m_1+2h}$ , wo  $0 \leq h \leq m_2$ . Dann ist  $(\lambda) = m+h, m_2-h$ . Der Wert  $x_{(\lambda')}^{(\alpha)} = x_{1^{m_1+2h}}^{2h, 1^{m_1}} = (-1)^h \cdot \frac{(m_1+h)!}{m_1! h!}$  nach (29) und sofort ergibt sich Formel (20).

4. Auch Warings Formel für Potenzsummen (bei uns  $T_\mu$ ) folgt leicht. Hier darf bei keinem  $C_{(\lambda)}$  in  $\Pi a$  die Reihe  $(\lambda)$  mehr als ein  $\lambda_h > 1$  haben; sonst wäre  $\lambda_0 + r - 1 < \mu$  und der Zeiger  $\mu$  könnte weder in  $C_{(\lambda)}$  noch in  $C_{(\lambda')}$  vorkommen; es wäre  $x_{(\lambda')}^{\mu, 0} = 0$ . Sei  $(\lambda) = \lambda, 1^{\mu-\lambda}$ , wo  $1 \leq \lambda \leq \mu$ . Dann ist  $(\lambda') = \mu - \lambda + 1, 1^{\lambda-1}$  und  $x_{(\lambda')}^{\mu, 0} = (-1)^{\lambda-1}$  nach (29). Man entwickelt  $C_{(\lambda)}$  nach I und (29) und erhält:

$$\begin{aligned} T_\mu &= \sum_{\lambda=1}^{\lambda=\mu} x_{(\lambda')}^{\mu, 0} \cdot C_{\lambda, 1^{\mu-\lambda}} = \sum_{\lambda=1}^{\lambda=\mu} (-1)^{\lambda-1} \cdot \sum_{(\alpha)} (-1)^{(\mu-\lambda+1)-m} \cdot \frac{(m-1)! \cdot [m_\lambda]}{m_1! m_2! \dots m_\mu!} \cdot K_{(\alpha)} \\ &= \sum_{(\alpha)} (-1)^{\mu-m} \cdot \frac{(m-1)! \{m_1 + 2 \cdot m_2 + 3 \cdot m_3 + \dots + \mu \cdot m_\mu\}}{m_1! m_2! \dots m_\mu!} \cdot K_{1m_1, 2m_2, \dots, \mu m_\mu} \end{aligned}$$

und unter Beachtung von (3):

$$T_\mu = (-1)^\mu \cdot \mu \cdot \sum_{(\alpha)} (-1)^m \cdot \frac{(m-1)!}{m_1! m_2! \dots m_\mu!} \cdot K_{(\alpha)}. \quad (31)$$

Das ist Warings Formel.

Aus (30) muß (29) entstehen, wenn  $\lambda_1 = 1$  ist. Äußerlich wird dies erreicht durch die Festsetzung: „Tritt  $m_0$  in der zweiten Zeile der Determinante bei (30) auf, so ist dafür  $-(m-1)$  zu setzen.“ Denn in diesem Fall ist  $[m_{\lambda_1}] = [m_1] = m$ ; addiert man die zweite Spalte jener Determinante zur ersten, so erkennt man  $[m_{\lambda_0}] \cdot (m-1)$  als Wert der Determinante und (30) geht in (29) über.

Sind bei  $C_{(\lambda)}$  drei Zeiger  $> 1$ , so stößt man, falls gleiche Zeiger darunter sind, auf Hindernisse in der Bestimmung des Aufbaues von  $x_{(\lambda)}^{(\alpha)}$ . Die Schwierigkeiten erledigt man besser sogleich beim allgemeinen Fall.

**13.**  $(\lambda)$  hat in der allgemeinen Form (8)  $p$  Zahlen  $> 1$ .

Bei  $C_{(\lambda)}$  stehen in den vorderen  $p-1$  Spalten von der  $(p+1)$ -ten Zeile ab nur Nullen. Man zerlege  $C_{(\lambda)}$  in eine Summe aus Produkten von je zwei Teildeterminanten, die eine vom  $(p-1)$ -ten Grade und nur aus den vorderen  $p-1$  Spalten stammend; dann kann die Summe als Determinante  $p$ -ten Grades geschrieben werden:

$$C_{(\lambda)} = | c_{\lambda} \ c_{\lambda+1} \ \cdots \ c_{\lambda+p-2} \ C_{\lambda+p-1, 1r-p} |, \quad (32)$$

wo mit Ersatz von  $\lambda$  durch  $\lambda_{h-1} - h + 1$  die  $h$ -te Zeile aus der hingeschriebenen entsteht. Hier wird das letzte Glied jeder Zeile nach (29) entwickelt, dabei  $m$  und  $r$  statt  $m$  und  $r$  gesetzt:

$$C_{(\lambda)} = \left| c_{\lambda} \ c_{\lambda+1} \ \cdots \ c_{\lambda+p-2} \sum_m (-1)^{r-m} \cdot \frac{(m-1)! \cdot [m_{\lambda+p-1}]}{m_1! \ m_2! \ m_3! \ \cdots} \cdot c_1^{m_1} c_2^{m_2} c_3^{m_3} \cdots \right|. \quad (32a)$$

Dabei ist  $m_1 + m_2 + m_3 + \cdots = m$  und  $m_1 + 2m_2 + 3 \cdot m_3 + \cdots = \lambda + r - 1$ , dem Gewicht jenes  $C$ , in der  $l$ -ten Zeile  $= \lambda_{l-1} - l + r$ . Das Schlusselement der  $l$ -ten Zeile in (32a) wird mit  $\Sigma_{l-1}$  bezeichnet. Jedes Glied dieser Summe wird mit jedem der  $(p-1)!$  Produkte der  $c$  zu multiplizieren sein, welche die zu  $\Sigma_{l-1}$  gehörige Teildeterminante von  $C_{(\lambda)}$  enthält.

Sei zunächst  $\lambda_{p-1} > p-1$ . Dann kommt in den  $p$  oberen Zeilen von  $C_{(\lambda)}$  kein Element  $c_0$  und kein  $c$  mit negativem Zeiger vor. Jedes Produkt in jener Teildeterminante hat  $p-1$  von 0 und 1 verschiedene Faktoren, die in Verbindung mit dem aus  $\Sigma_{l-1}$  stammenden Gliede ein Produkt aus der Entwicklung von  $C_{(\lambda)}$  nebst Zahlenfaktor liefern. Somit ist  $r = r - p + 1$  und  $m = m - p + 1$ , also  $r - m = r - m$  und  $m - 1 = m - p$ . Aus dem Beweise von (29) erkennt man, daß  $[m_{\lambda+p-1}]$  aus  $r - p + 1$  Gliedern besteht, deren erstes  $m_{\lambda+p-1}$ , deren letztes  $m_{\lambda+r-1}$  ist, in der  $l$ -ten Zeile wären es  $m_{\lambda_{l-1}-l+p}$  und  $m_{\lambda_{l-1}-l+r}$ .

Nun werde das Glied aus  $\Sigma_{l-1}$ , dessen allgemeiner Teil  $c_1^{m_1} \cdot c_2^{m_2} \cdot c_3^{m_3} \dots$  ist, mit  $\pm c_1^{i_1} c_2^{i_2} c_3^{i_3} \dots$  aus der Teildeterminante multipliziert. Im letzteren Produkt ist  $i_1 + i_2 + i_3 + \dots = p-1$  und  $1 \cdot i_1 + 2 \cdot i_2 + 3 \cdot i_3 + \dots = \mu - \lambda_{l-1} + l - r$ , das Vorzeichen aber wird durch die Stellung der  $c$  in der Determinante bestimmt. Tritt zu dem Glied aus  $\Sigma_{l-1}$  ein Faktor  $c_h$  hinzu, so ist  $(m_h + 1) \cdot c_h^{m_h+1} : (m_h + 1)!$  statt  $c_h^{m_h} : m_h!$  zu setzen; treten aber der Reihe nach  $i_h$  Faktoren  $c_h$  hinzu, so ist  $(m_h + 1)(m_h + 2) \dots (m_h + i_h) \cdot c_h^{m_h+i_h} : (m_h + i_h)!$  statt  $c_h^{m_h} : m_h!$  zu schreiben. Ist  $h$  einer der Zeiger, die in  $[\ ]$  des betreffenden Gliedes vorkommen, so wird beim Auflösen dieser Klammer einmal  $m_h$  vor jenes Produkt treten, sonst  $m_{h_1}$  mit anderem Zeiger, der dann bei  $c_{h_1}$  zu beachten ist. Man erkennt nun die Rolle aller  $c_h$  mit bestimmtem Zeiger  $h$  innerhalb des betrachteten Gliedes von  $C_{(\lambda)}$ . Ihre Anzahl ist  $m_h + i_h = m_h$  und  $m_h!$  steht im Nenner. Aus der Entwicklung von  $C_{\lambda_{l-1}-l+p, 1^{r-p}}$  stammen  $m_h$  jener  $c_h$ . Sind sie alle aus den letzten  $r-p$  Zeilen entnommen, so wirken sie nur bei  $m_h!$  des Nenners mit; gehört aber eines von ihnen der  $l$ -ten Zeile von  $C_{(\lambda)}$  an, so findet sich  $m_h$  auch als ein Glied in  $[\ ]$  des Zählers. Die anderen  $i_h$  Faktoren  $c_h$  entstammen der Teildeterminante, beeinflussen durch ihre Stellung in der Determinante das Vorzeichen des Gliedes und liefern  $m_h(m_h-1) \dots (m_h-i_h+1)$  als Faktor vor  $[\ ]$  des Zählers. Werden in gleicher Art die übrigen Faktoren  $c_{h_1}$  usf. berücksichtigt, so ist der Aufbau des Gliedes samt dem zugehörigen Zahlenfaktor klar erkennbar. Der allgemeine Teil ist  $c_1^{m_1} \cdot c_2^{m_2} \cdot c_3^{m_3} \dots$ , wobei  $m_1 + m_2 + m_3 + \dots = m$  ist und das Gewicht mit dem von  $(\lambda)$  übereinstimmt. Das Vorzeichen ist  $\pm (-1)^{r-m}$ , wo das Zeichen  $+$  oder  $-$  durch die Stellung der betreffenden  $c$  in den vorderen  $p-1$  Spalten nach den allgemeinen Determinantenregeln bestimmt wird. Der Zahlenfaktor darf mit Einschluß des Vorzeichens geschrieben werden:

$$(-1)^{r-m} \cdot (m-p)! \cdot \{ (\pm m_1^{i_1} m_2^{i_2} m_3^{i_3} \dots) [m_{\lambda_{l-1}-l+p}] \} : m_1! m_2! m_3! \dots \quad (33)$$

Die Einrahmung  $[\ ]$  besagt, daß nach Auflösung der Klammer  $[\ ]$  für jedes  $m_h^{i_h}$  zu setzen ist  $m_h(m_h-1) \dots (m_h-i_h+1)$ . Der Ausdruck  $(\pm m_1^{i_1} m_2^{i_2} \dots)$  entstand, indem für jedes  $c_h$ , das aus den vorderen  $p-1$  Spalten stammt,  $m_h$  gesetzt und das Vorzeichen durch die Stellung dieser  $c_h$  innerhalb der Determinante festgelegt wird. In  $[\ ]$  wurde das Zeichen  $m$  statt  $m$  gesetzt. Dies ist statthaft. Denn bei rechnerischer Auswertung nach der durch den Rahmen  $[\ ]$  bezeichneten Vorschrift kommt jedes  $m_h$  aus  $[\ ]$  nur mit dem Wert  $m_h - i_h = m_h$  zur Geltung. Die Änderung trifft also nicht die Sache, nur die Form; hier aber ist sie bequem, weil dann ausnahmslos die Regel

gilt, daß bei Herleitung des kurzen Ausdrucks für  $x_{(\lambda)}^{(\alpha)}$  jedes  $c_h$  in den oberen  $p$  Zeilen durch  $m_h$  zu ersetzen ist. — Die Zahl (33) hat zwar Bruchform, ist jedoch eine ganze Zahl. Denn nach dem bekannten Satz, daß jede Zahl von der Form  $\frac{(n+1)(n+2)\dots(n+h)}{1\cdot 2\dots h}$  ganz ist, sind ganz die Zahlen in (29 a), weil sie Produkte solcher Zahlformen sind; aus ihnen aber entstehen die Zahlen in (29) und ebenso die in (33) nur durch Erweiterung der Bruchform und durch Addition solcher Bruchformen.

Wird jedes Glied der Summen  $\Sigma_0, \Sigma_1, \dots, \Sigma_{p-1}$  mit jedem Glied der zugehörigen Teildeterminante in dieser Art vereinigt, so erhält man mit Sicherheit jedes Glied aus der Entwicklung von (32 a) nebst seinem Zahlenfaktor, keines aber zweimal. Die Gliederzahl dieser Entwicklung kann recht erheblich sein, doch ist das Bildungsgesetz durchsichtig. Es hängt allein von dem Bau der Reihe  $(\lambda)$  ab. Die Werte der  $m_h$ , an sich beliebig, wenn sie nur den Bedingungen (3) genügen, sind doch hinsichtlich der Frage, welche Gruppen von ihnen in  $C_{(\lambda)}$  vorkommen können, auch von  $(\lambda)$  abhängig, wie der Aufbau von (33) zeigt. In der ganzen Frage muß die Determinante  $p$ -ten Grades

$$M_{(\lambda)}^{(\alpha)} = m_\lambda m_{\lambda+1} \dots m_{\lambda+p-2} [m_{\lambda+p-1}] \quad (34)$$

[Abkürzung wie z. B. bei (32)] eine wesentliche Rolle spielen, weil durch sie, deren Bau eng an den von  $C_{(\lambda)}$  sich anschließt, klare Ordnung unter den in Betracht kommenden Zahlenfaktoren geschaffen wird.

14. (Fortsetzung.) In 13 galt für die Entwicklung von (32 a) die Nebenannahme  $\lambda_{p-1} > p-1$ . Wir lassen sie jetzt fallen, halten nur die Hauptannahme  $\lambda_{p-1} \geq 2$  fest und schließen auch die Fälle  $p=1$  und  $p=2$  aus, weil sie schon erledigt sind. Dann können in den oberen  $p$  Zeilen von  $C_{(\lambda)}$  Zeiger von  $c$  auch 0 oder negativ sein;  $c_0$  darf frühestens in der dritten, ein negativer Zeiger frühestens in der vierten Zeile auftreten. Findet sich  $c_0$  zum ersten Male in der  $l$ -ten Zeile, so steht es auch je einmal in jeder folgenden Zeile, und zwar von Zeile zu Zeile immer weiter nach rechts, jedoch bis zur  $p$ -ten Zeile nie über die zweite Stelle vor der Hauptdiagonale hinaus. Alle Zeilenelemente vor  $c_0$  haben negativen Zeiger und den Wert Null; jedes Produkt, das solches Element als Faktor hat, verschwindet. Tritt  $m_h$  an Stelle von  $c_h$ , so ist, z. B. für (34), festzusetzen, daß jedes  $m$  mit negativem Zeiger den Wert 0 hat. Hingegen ist  $m_0$  beizubehalten, es spielt eine besondere Rolle. In der zu  $\Sigma_{l-1}$  gehörenden Teildeterminante sei ein Glied  $\pm c_0^{i_0} c_1^{i_1} c_2^{i_2} \dots$ , darin  $i_0 + i_1 + i_2 + \dots = p-1$ , aber für das

Gewicht kommt  $i_0$  nicht in Betracht, weil  $c_0 = 1$ . Das Glied soll mit dem aus  $\Sigma_{i-1}$  stammenden Produkt  $c_1^{m_1} c_2^{m_2} c_3^{m_3} \dots$  vereinigt werden. Diesem Produkt treten jetzt nur  $p-1-i_0$  von 1 verschiedene Faktoren hinzu; also ist  $m-1 = m-p+i_0$ , aber, wie früher,  $r = r-p+1$ , also  $r-m = r-m-i_0$ . Die Faktoren  $c$  werden wieder zu  $c_1^{m_1} c_2^{m_2} c_3^{m_3} \dots$  zusammengezogen, dabei  $m_h = m_h + i_h$ . Der Zahlenfaktor stimmt sonst mit (33) überein, nur steht statt der beiden ersten Faktoren hier  $(-1)^{r-m-i_0} \cdot (m-p+i_0)!$ . Dafür kann man jedoch schreiben  $(-1)^{r-m} (m-p)! \cdot [m_0^{i_0}]$ , falls man festsetzt, daß der erste hinzutretende Faktor  $m_0$  mit dem Wert  $-(m-p+1)$ , der zweite mit  $-(m-p+2)$  usw. in die Rechnung eingesetzt wird. Man hat dann den Zahlenfaktor

$$(-1)^{r-m} \cdot (m-p)! [(\pm m_0^{i_0} m_1^{i_1} m_2^{i_2} \dots) [m_{\lambda_{l-1}} - l + p]] : m_1! m_2! m_3! \dots, \quad (33a)$$

indem auch für  $[m_0^{i_0}]$  zu setzen ist  $m_0(m_0-1) \dots (m_0-i_0+1)$ , dann aber  $m_0 = -m+p-1$ . Vgl. dazu den Übergang von (30) in (29) auf S. 38. Das  $\pm$  in ( ) ist, wie früher, durch die Stellung der entsprechenden  $c_0, c_1, c_2 \dots$  in der Determinante bestimmt. Auch die Zahlen (33a) sind, wie (33), ganze Zahlen.

Zu erwägen bleibt noch, wie (33a) sich gestaltet, wenn  $m < p$  ist, ein Fall, der für  $p > 2$  eintreten könnte. Sei  $m = p-i$ . Da  $m$  mindestens 1 sein muß, also  $m-p+i_0$  nicht  $< 0$  sein darf, ist  $i_0 \geq i$ . Bleibt man in (33a) bei der ursprünglichen Form, so daß für  $(m-p)! \cdot [m_0^{i_0}]$  der Ausdruck  $(-1)^{i_0} \cdot (m-p+i_0)! = (-1)^{i_0} \cdot (i_0-i)!$  steht, so ist hier, wie immer üblich,  $(i_0-i)! = 1$  zu setzen, falls  $i_0 = i$ , aber  $= 0$  für  $i_0 < i$ ; letzterer Fall kann in Wirklichkeit gar nicht vorkommen. Immerhin könnte man bei (33a) auch  $(m-p)!$  in die Einrahmung [ ] hineinnehmen, eben wegen des Falles  $m < p$ .

Jedes Glied in der Entwicklung von (32a) enthält ein Produkt der  $c$  von der Form  $c_0^{r-m} \cdot c_1^{m_1} \cdot c_2^{m_2} \cdot c_3^{m_3} \dots$ , also aus  $r$  Faktoren, unter denen  $m$  von 1 verschieden sind. Der höchste Zeiger, den  $c$  haben kann, ist  $\lambda_0 + r - 1$ , das Gewicht des Produkts ist gleich dem von  $(\lambda)$ . Ist (A) die Stellung der das Produkt bildenden Elemente in  $C_{(\lambda)}$  bekannt, so kann daraus, wie wir sahen, (B) der zugehörige Zahlenfaktor in der Form (33a) ohne Zweideutigkeit ermittelt werden. Umgekehrt findet man (A), wenn (B) bekannt ist. Der Nenner von (33a) gibt die allgemeine Form  $c_1^{m_1} \cdot c_2^{m_2} \cdot c_3^{m_3} \dots$ ; also ist  $m$  bekannt  $= m_1 + m_2 + m_3 + \dots$ . Im Zähler finden sich innerhalb des Rahmens [ ]  $p-i_0$  Faktoren; man hat also  $i_0$ , weil man  $p$  kennt, man hat auch  $r-m-i_0$ , d. i. die Anzahl der Elemente  $c_i$ , welche aus den unteren  $r-p$  Zeilen für das  $c$ -Produkt zu entnehmen sind. Das allgemeine Vorzeichen ist  $(-1)^{r-m-i_0}$ , also weiß man, welches Vorzeichen innerhalb des

Rahmens zu setzen ist. Hier steht nun  $\pm m_0^{i_0} m_1^{i_1} m_2^{i_2} \dots [m_h]$ , das sind  $p$  Faktoren. Von ihnen wird ein bestimmtes Glied aus der Determinante  $M_{(\lambda)}^{(a)}$  gebildet. Jedes  $m_{h_1}$  der vorderen  $p-1$  Faktoren dieses Gliedes wird an seiner Stelle in der Determinante durch  $c_{h_1}$  ersetzt; also sind genau die Elemente  $c$  aus der Teildeterminante  $(p-1)$ -ten Grades bekannt, die zum gesuchten Produkt gehören. Endlich wird  $[m_h]$  ersetzt durch  $c_h \cdot C_{1^{r-p}} - c_{h+1} \cdot C_{1^{r-p-1}} + c_{h+2} \cdot C_{1^{r-p-2}} - \dots$ , vgl. Beweis zu (29), wobei aus jedem  $C$  nur diejenigen  $c$  zu entnehmen sind, die noch zum vollen Produkt  $c_1^{m_1} c_2^{m_2} c_3^{m_3} \dots$  fehlen. Dieses Produkt ist nun ohne Zweideutigkeit bestimmt. Sei z. B.  $(\lambda) = 6^3, 5^2, 3^3, 2^3, 1^{18}$  und die Form (33 a):

$$(B) \quad 8! [(m_4 m_5^3 m_6^2 m_9) [m_3]] : m_1! m_3! m_4! m_5! m_6! m_9!,$$

dabei  $m_1 = 5, m_3 = 2, m_4 = 2, m_5 = 3, m_6 = 3, m_9 = 1$ , jedes andere  $m_h$ , aufer  $m_0$ , gleich Null. Man hat  $\mu = 61; r = 29; m = 16; p = 11$  und, weil im Rahmen  $[\ ]$  8 Faktoren stehen,  $i_0 = 3$ . Der allgemeine Faktor ist  $c_0^{13} c_1^5 c_3^2 c_4^2 c_5^3 c_6^3 c_9$ . Der voranstehende Faktor bei (B) ist  $8! = (m-p+i_0)!$ . Aus den oberen  $p = 11$  Zeilen sind also drei Elemente  $c_0$ , aus den unteren  $r-p = 18$  Zeilen sind zehn Elemente  $c_0$  zu entnehmen. Das allgemeine Vorzeichen ist  $(-1)^{r-m-i_0}$ , hier  $+$ , also ist innerhalb des Rahmens auch das Vorzeichen  $+$  zu nehmen. In der Determinante  $M_{(\lambda)}^{(a)}$  des 11-ten Grades ist  $[m_3]$  das Schlufselement der 10-ten Zeile. Aus der zugehörigen Teildeterminante 10-ten Grades ist  $m_4 m_5^3 m_6^2 m_9$ , aus der entsprechenden  $c$ -Determinante also  $c_0^3 c_4 c_5^3 c_6^2 c_9$  zu entnehmen. Statt  $[m_3]$  ist zu setzen  $c_3 \cdot C_{1^{18}} - c_4 \cdot C_{1^{17}} + c_5 \cdot C_{1^{16}} - c_6 \cdot C_{1^{15}} + c_9 \cdot C_{1^{12}}$ . Dabei ist aus  $C_{1^{18}}$  zu entnehmen  $c_1^5 c_3 c_4 c_6$ , ferner  $c_1^5 c_3^2 c_6$  aus  $C_{1^{17}}$  und  $c_1^5 c_3^2 c_4$  aus  $C_{1^{15}}$ ; dagegen liefern  $C_{1^{16}}$  und  $C_{1^{12}}$  keinen Beitrag, weil ein weiterer Faktor  $c_5$  oder  $c_9$  im Hauptprodukt nicht stehen darf. Damit ist (A), d. h. die Stellung der in Betracht kommenden Elemente von  $C_{(\lambda)}$ , bestimmt. Der Wert jenes Zahlenfaktors (B) ist  $8! \cdot \frac{2 \cdot (3 \cdot 2 \cdot 1) \cdot (3 \cdot 2) \cdot 1 \cdot [2 + (2-1) + (3-2)]}{5! 2! 2! 3! 3! 1!} = 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 2 = 672$ . Zur Probe kann er auch aus (A) berechnet werden. Das Glied der Teildeterminante hat den Faktor  $+1$ . Aus  $C_{1^{18}}$  folgt  $\alpha_{1^{18}}^{15, 3, 4, 6} = (-1)^{18-8} \cdot \frac{8!}{5!} = 336$ ; aus  $-C_{1^{17}}$  wird  $-\alpha_{1^{17}}^{15, 3^2, 6} = -(-1)^{17-8} \cdot \frac{8!}{5! 2!} = +168$  und aus  $-C_{1^{15}}$  wird  $-\alpha_{1^{15}}^{15, 3^2, 4} = -(-1)^{15-8} \cdot \frac{8!}{5! 2!} = +168$  gefunden, zusammen  $+672$ , wie vorher. Betont sei, daß bei (A) und bei (B) nur eine geeignete Gruppierung der Elemente der Teildeterminante  $(p-1)$ -ten Grades in Betracht gezogen wird, wenn es auch deren mehrere gibt. In der Schlusformel (35) kommt jede mögliche

Zusammenstellung von  $K_{(\alpha)}$  aus den  $c$  in  $C_{(\lambda)}$  zu ihrem Recht, weil dort durch die Determinante (34), die in ihrem Bau aufs engste an  $C_{(\lambda)}$  sich anschließt, die Anordnung bestimmt wird.

In  $C_{(\lambda)}$  haben alle  $K$  mit bestimmter Zeigerreihe  $(\alpha)$  bei ihrem Zahlenfaktor (33 a) das gleiche Vorzeichen  $(-1)^{r-m}$ , den gleichen Nenner  $m_1! m_2! \dots m_{\lambda_0+r-1}!$  und als ersten Faktor des Zählers  $(m-p)!$ . Die anderen Faktoren des Zählers liefern bei Vereinigung dieser gleichen  $K_{(\alpha)}$  die Determinante  $M_{(\lambda)}^{(\alpha)}$ . Daher:

$$x_{(\lambda)}^{(\alpha)} = (-1)^{r-m} \cdot \frac{[(m-p)! M_{(\lambda)}^{(\alpha)}]}{m_1! m_2! \dots m_{\lambda_0+r-1}!} \quad (35)$$

Dabei weist die Einrahmung hin auf folgende

Vorschrift: „ $M_{(\lambda)}^{(\alpha)}$  wird durch die Determinantenregeln nach Produkten der  $m_h$  entwickelt, dabei aber jedes  $m_h$ , dessen Zeiger negativ oder zwar positiv aber nicht in  $(\alpha)$  enthalten ist, durch Null ersetzt. Dann ist für jede Potenz  $m_h^{i_h}$ , auch bei  $h = 0$ , das Produkt  $m_h(m_h-1) \dots (m_h-i_h+1)$ , zuletzt für  $m_0$  der Wert  $-m+p-1$ , für jedes andere  $m_h$  sein aus  $(\alpha)$  ersichtlicher Wert einzusetzen. Ist  $m < p$ , etwa  $m = p-i$ , so hat  $(m-p)!$  nur in Verbindung mit Potenzen von  $m_0$  einen von Null verschiedenen Wert: es ist  $[(m-p)! m_0^{i_0}] = [(-i)! m_0^{i_0}] = (-1)^{i_0} \cdot (i_0-i)!$ , dabei  $(i_0-i)! = 1$  für  $i_0 = i$ , aber  $= 0$  für  $i_0 < i$ .“

Zusammenfassend sei noch bemerkt: Der kurze Ausdruck für  $x_{(\lambda)}^{(\alpha)}$  wird dadurch erreicht, daß in  $M_{(\lambda)}^{(\alpha)}$  jedem  $m_h$  als Element der Determinante verschiedene Werte beigelegt werden, je nachdem es mit der einen oder anderen Gruppe von Elementen im Produkt zusammentritt; welche Werte es sind, zeigt die Vorschrift. Entwickelt man (35) nach der Vorschrift, ohne vorher irgend ein  $m_h$  mit positivem Zeiger durch Null zu ersetzen, und setzt man danach erst die einzelnen Zeigerreihen ein, die bei  $C_{(\lambda)}$  vorkommen dürfen, so hat man in einer Formel die gesamte Entwicklung von  $C_{(\lambda)}$  nach den  $K$ . Wesentliche Beweismomente für den Satz (35) sind die Übereinstimmung des Gewichts von  $(\lambda)$  und  $(\alpha)$ , sowie die enge Beziehung zwischen dem Aufbau der Zahlform (33 a) und dem des zugehörigen  $c$ -Produkts.

Man hat also<sup>1)</sup>:

$$C_{(\lambda)} = \sum_{(\alpha)} (-1)^{r-m} \cdot \frac{[(m-p)! \cdot M_{(\lambda)}^{(\alpha)}]}{m_1! m_2! \dots m_{\lambda_0+r-1}!} \cdot K_{(\alpha)}. \quad (36)$$

15. Aus II a und (35) folgt:

$$T_{(\alpha)} = T_{1^{m_1}, 2^{m_2}, \dots, l^{m_l}} = \sum_{(\lambda)} (-1)^{\lambda_0-m} \cdot \frac{[(m-\lambda_1)! M_{(\lambda')}^{1^{m_1}, \dots, l^{m_l}}]}{m_1! m_2! \dots m_l!} \cdot C_{(\lambda)}. \quad (37)$$

Die Summe ist über alle Reihen  $(\lambda)$  von gleichem Gewicht mit  $(\alpha)$  auszudehnen, die höchstens  $l$  Zeiger enthalten und deren  $\lambda_0$  nicht  $< m$  ist. Der einfachste Fall von (37) ist (20). Dort ist  $l=2$ ;  $\lambda_0 = m+h$ ,  $\lambda_1 = m_2-h$ , das Gewicht also  $\lambda_0 + \lambda_1 = m_1 + 2m_2$  rechts und links übereinstimmend;  $0 \leq h \leq m_2$ ;  $(\lambda') = 2^{m_2-h}, 1^{m_1+2h}$ , also  $[M_{(\lambda')}^{(\alpha)}] = [m_2^{m_2-h}] = m_2(m_2-1) \dots (h+1)$  und der Zahlenfaktor von  $C_{(\lambda)}$  wird hier genau wie in (20). Den Wert für  $T_{1^{m_1}, 2^{m_2}}$  in den  $c$  hat Waring um 1780 angegeben. Seitdem ist er in Büchern und Abhandlungen mehrmals angeführt, nie aber auch nur auf  $l=3$  ausgedehnt worden, bis endlich jene Gleichung (37) in J. 148 bewiesen wurde. Mit ihr wird die alte Hauptaufgabe der symmetrischen Funktionen durch eine einzige gut durchsichtige Formel allgemein gelöst, während bei Waring die Potenzsummen als Zwischengrößen auftreten.

Für  $(T, K)$  entsteht die Lösungsformel durch Verbindung von (25) und (35). Setzt man

$$(\beta) = 1^{\bar{m}_1}, 2^{\bar{m}_2}, \dots, \mu^{\bar{m}_\mu}, \text{ dabei } \bar{m}_1 + \bar{m}_2 + \dots + \bar{m}_\mu = \bar{m},$$

so wird der Faktor von  $K_{(\beta)}$  in der Entwicklung von  $T_{(\alpha)}$ :

$$\sum_{(\lambda)} (-1)^{\lambda_0+r-(m+\bar{m})} \cdot \frac{[(m-p)! M_{(\lambda)}^{(\alpha)}]}{m_1! m_2! \dots m_\mu!} \cdot \frac{[(\bar{m}-\lambda_1)! M_{(\lambda')}^{(\beta)}]}{\bar{m}_1! \bar{m}_2! \dots \bar{m}_\mu!} \quad (38)$$

<sup>1)</sup> Neben J. Bd. 148, S. 92/98 vgl. für Beweis und Formel auch J. 93, S. 115 f. Gleichung (25) dort ist ein Sonderfall von (36) hier und (25 a) der zugehörige Wert von  $[M_{(\lambda)}^{(\alpha)}]$ . In der Tat ist bei zufälliger Durchsicht jener Stelle in J. 93 unser Satz (35) oder (36) in wenigen Minuten entdeckt worden (November 1915), indem plötzlich der Gedanke auftauchte,  $m_h^i$  durch  $m_h(m_h-1) \dots (m_h-i+1)$  zu ersetzen. Stichproben bestätigten sogleich die Richtigkeit, der strenge Beweis fand sich später. Der Schriftleitung des Journals wurde jene Abhandlung aus Bd. 148 druckfertig überreicht anfangs Juli 1916, erschienen ist sie am Schluss des Jahres 1917. — Frühere Versuche, jene Bemerkung in J. 93 auszubauen, scheiterten, weil die Rechnung gar zu verwickelt wurde; auch schien die Aussicht, zu gutem Ziel zu gelangen, gering im Hinblick auf die Geschichte des Problems.

Die Summe ist über alle Reihen  $(\lambda)$  vom Gewicht der Reihe  $(\alpha)$  auszudehnen; dasselbe Gewicht hat  $(\beta)$ . Einige Summenglieder werden fast immer verschwinden, z. B. wenn  $(\beta)$  nicht eine der Reihen von  $\mu, o$  bis  $(\alpha')$  in der Hauptordnung ist; auch ist für das Nichtverschwinden eines Gliedes in (38) — oder  $\kappa_{(\lambda)}^{(\alpha)} \cdot \kappa_{(\lambda')}^{(\beta)}$  — notwendig, daß  $\bar{m} \leq \lambda_0 \leq \alpha_0$  und  $m \leq r \leq \beta_0$  ist, falls  $> \alpha_0$  kein anderes  $\alpha_h$  und  $> \beta_0$  kein anderes  $\beta_h$  ist. Immerhin können auch Glieder verschwinden, bei denen alle diese Bedingungen erfüllt sind.<sup>1)</sup> Durch Cayleys Symmetriegesetz (S. 12, 13) erhält man nicht etwa eine Probe der Rechnung, sondern die beiden Bruchfaktoren jedes Gliedes werden nur vertauscht.

Die Entwicklung von  $M$  nach Produkten der  $m_h$  kann bisweilen erhebliche Rechnung verursachen; jedoch tritt in den meisten Fällen Vereinfachung ein durch Verschwinden einer Reihe von Elementen, außerdem kann oft die Zerlegung einer Determinante in eine Summe von Produkten aus Teildeterminanten mit Vorteil verwendet werden. Als höchsten Grad für  $M_{(\lambda)}^{(\alpha)}$  hat man  $\frac{\mu}{2}$  bei geradem und  $\frac{\mu-1}{2}$  bei ungeradem  $\mu$ , dann nämlich, wenn entweder alle Zeiger von  $(\lambda)$  den Wert 2 haben oder alle bis auf einen; gerade dann aber ist jene Zerlegung recht vorteilhaft verwendbar. Bisweilen läßt sich  $[M_{(\lambda)}^{(\alpha)}]$  sogleich in eine gewöhnliche Determinante verwandeln, so daß die Werte der  $m_h$  sofort eingesetzt und weiter alle Mittel der Vereinfachung (z. B. Addition von Zeilen oder Spalten), angewandt werden können. Ein Beispiel sei angeführt. Man hat

$$[M_{(\lambda)}^{(\alpha)}] = \begin{matrix} h=1 \\ \left| \begin{array}{cccc} m_{\lambda_{h-1}-h+1} & m_{\lambda_{h-1}-h+2} & \cdots & m_{\lambda_{h-1}-h+p-1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ m_{\lambda_{h-1}-h+p-1} & [m_{\lambda_{h-1}-h+p}] - h + 1 & & \end{array} \right| \\ h=p \end{matrix} \quad (39)$$

falls  $\lambda_0 - \lambda_1, \lambda_1 - \lambda_2, \dots, \lambda_{p-2} - \lambda_{p-1}$  alle  $\geq p-2$  und  $\lambda_{p-1} \geq 2$  ist,  
 ferner  $r - p \geq \lambda_0 + p - 2 - \lambda_{p-1}$ .

Dann sind nämlich in den vorderen  $p-1$  Spalten gleiche Zeiger überhaupt nicht vorhanden, in  $[m_{\lambda_{h-1}-h+p}]$  kommt aus den vorderen  $p-1$  Spalten je

<sup>1)</sup> Bei G. Junge (S. 3) hat (38) — dort  $(C, A)$  genannt, wo  $C$  und  $A$  unser  $(\alpha)$  und  $(\beta)$  sind — anderen Aufbau. Determinanten kommen nicht vor. Die Summation schreitet nach „Überzerfällungen“  $B$  fort, deren Teile mit Teilen von  $C$  und  $A$  durch Doppelgleichungen verbunden sind. Die Vorschrift, ein  $B$ , neben dem gleiche  $B$  auftreten, mehr als einmal dann und nur dann in der Summe zu setzen, wenn nicht alle jene Doppelgleichungen übereinstimmen, mindert die Durchsichtigkeit der allgemeinen Formel erheblich und wird bei bestimmten Zahlen, falls die Anzahl der  $B$  nicht ganz gering ist, umfangreiche Durchprüfungen erfordern. Solche Bedenken fallen für (38) durchaus fort.

ein Zeiger aus jeder der voraufgehenden, keiner aber aus einer der folgenden Zeilen vor.

Beispiele zu (35) bis (39) folgen. Man benutze zur Nachprüfung (27), gelegentlich auch (28), dann auch (29) und (30) oder die Regel auf S. 32.

$$\begin{aligned}
 1. \dots x_{9, 6^2, 4^2, 1^6}^{10, 8^2, 5, 1^2} &= (-1)^{16-16} \cdot \frac{(16-6)!}{12! 2!} \cdot \begin{vmatrix} 0 & m_{10} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ m_5 & 0 & 0 & m_8 & 0 & m_{10} \\ 0 & m_5 & 0 & 0 & m_8 & m_{10} \\ m_1 & 0 & 0 & 0 & m_5 & m_8 + m_{10} \\ m_0 & m_1 & 0 & 0 & 0 & m_5 + m_8 + m_{10} \\ 0 & m_0 & m_1 & 0 & 0 & m_5 + m_8 + m_{10} \end{vmatrix} \\
 &= - \left[ \frac{m_{10} \cdot m_1 \cdot m_8}{11 \cdot 12 \cdot 2} \begin{vmatrix} 0 & m_8 & m_{10} \\ m_1 & m_5 & m_8 + m_{10} \\ m_0 & 0 & m_5 + m_8 + m_{10} \end{vmatrix} \right] = \left[ \frac{m_{10} \cdot m_8^2 \cdot m_1^2 \cdot m_5}{11 \cdot 12 \cdot 2} \right] = \frac{1 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 12 \cdot 11 \cdot 1}{11 \cdot 12 \cdot 2} = 1.
 \end{aligned}$$

Weil  $[m_{10}^2] = 0$ ,  $[m_8^3] = 0$ , konnte in der Determinante 3. Grades  $m_{10} = 0$  gesetzt werden und, sobald aus ihr der Faktor  $m_8$  vorgezogen ist, in der Determinante 2. Grades auch  $m_8 = 0$ .

$$\begin{aligned}
 2. \dots x_{16, 12, 8, 5, 2, 1^7}^{18, 17^2, 16, 11^2, 5^2, 2^3, 1^8} &= (-1)^{82-15} \\
 &\cdot \frac{(15-5)!}{3! 3! 2! 3! 2!} \cdot \begin{vmatrix} m_{16} & m_{17} & m_{18} & 0 & 0 \\ m_{11} & 0 & 0 & 0 & m_{16} + m_{17} + m_{18} \\ 0 & 0 & m_8 & 0 & m_{11} + m_{16} + m_{17} + m_{18} \\ m_2 & 0 & 0 & m_5 & m_{11} + m_{16} + m_{17} + m_{18} \\ 0 & 0 & m_0 & m_1 & m_2 + m_5 + m_{11} + m_{16} + m_{17} + m_{18} \end{vmatrix}
 \end{aligned}$$

Die Determinante wird, da  $m_8 = 0$  ist,

$$= [-m_{17} \cdot (m_{11} + m_{16} + m_{17} + m_{18}) \cdot m_{11} \cdot (-m_0 m_5)]$$

und, da  $m_0 = -11$ , so ist sie

$$= [-11 \cdot m_5 (m_{11}^2 \cdot m_{17} + m_{11} m_{16} m_{17} + m_{11} m_{17}^2 + m_{11} m_{17} m_{18})] = -3! \cdot 11 \cdot 2 (2+1+1+1).$$

$$\text{Daher jenes } x = \frac{11! \cdot 10}{4! 3!} = 5 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10 \cdot 11 \cdot 10 = 693 \cdot 4000 = 2772000.$$

Das Beispiel, das hier nach (35) gerechnet wurde, erfüllt die Bedingungen von (39). Daher auch die Determinante

$$= \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 5 \\ 3 & 0 & 0 & 2 & 4 \\ 0 & 0 & -11 & 3 & 8 \end{vmatrix} = -2 \cdot 5 \cdot 3 \cdot \begin{vmatrix} 0 & 2 \\ -11 & 3 \end{vmatrix} = -660, \text{ wie vorher.}$$

$$\begin{aligned}
3. \quad a) \quad \dots C_{6, 2^2, 1^2} &= \sum_{(\alpha)} (-1)^{5-m} \cdot \left[ \frac{(m-3)!}{m_1! m_2! \dots m_{10}!} \cdot \begin{vmatrix} m_6 & m_7 & m_8 + m_9 + m_{10} \\ m_1 & m_2 & m_3 + m_4 + m_5 \\ m_0 & m_1 & m_2 + m_3 + m_4 \end{vmatrix} \right] \cdot K_{(\alpha)} \\
&= \sum_{(\alpha)} (-1)^{5-m} \cdot K_{(\alpha)} \left[ \frac{(m-3)!}{m_1! \dots m_{10}!} \left\{ \begin{array}{l} m_6 m_2^2 + m_6 m_2 m_3 + m_6 m_2 m_4 - m_6 m_1 m_3 - m_6 m_1 m_4 - m_6 m_1 m_5 \\ + m_1^2 m_8 + m_1^2 m_9 + m_1^2 m_{10} - m_1 m_2 m_7 - m_1 m_3 m_7 - m_1 m_4 m_7 \\ + m_0 \{ m_3 m_7 + m_4 m_7 + m_5 m_7 - m_2 m_8 - m_2 m_9 - m_2 m_{10} \} \end{array} \right\} \right] \\
&= \left\{ \begin{array}{l} K_{6, 2^2, 1^2} - K_{6, 3, 1^3} - K_{7, 2, 1^3} + K_{8, 1^4} - K_{6, 2^3} + K_{7, 2^2, 1} + K_{6, 4, 1^3} + 2 \cdot K_{7, 3, 1^2} - 2 \cdot K_{8, 2, 1^2} - K_{9, 1^3} \\ + K_{6, 4, 2} - K_{7, 3, 2} + K_{8, 2^2} - K_{6, 5, 1} - 2 K_{7, 4, 1} + K_{9, 2, 1} + K_{10, 1^2} + K_{7, 5} - K_{10, 2} \end{array} \right\}.
\end{aligned}$$

Die Summe sämtlicher Zahlenfaktoren ist  $= 0$ , wie es Gleichung (23) verlangt. Der Faktor  $m_0$  hat seine besondere Rolle namentlich bei den  $K$  mit 3 und mit 2 Zeigern, aber auch bei  $K_{7, 3, 1^2}$  und  $K_{8, 2, 1^2}$ .

Fällt ein Zeiger 1 bei  $C$  fort, so ist in der Determinante der dritte Summand in jedem Element der dritten Spalte fortzulassen; fallen beide Zeiger 1 bei  $C$  weg, so bleibt in der dritten Spalte nur jeder erste Summand stehen. Man hat:

$$\begin{aligned}
b) \quad \dots C_{6, 2^2, 1} &= \sum_{(\alpha)} (-1)^{4-m} \\
&\cdot \left[ \frac{(m-3)!}{m_1! \dots m_9!} \left\{ \begin{array}{l} m_6 m_2^2 + m_6 m_2 m_3 - m_6 m_1 m_3 - m_6 m_1 m_4 + m_1^2 m_8 \\ + m_1^2 m_9 - m_1 m_2 m_7 - m_1 m_3 m_7 + m_0 \{ m_3 m_7 + m_4 m_7 \\ - m_2 m_8 - m_2 m_9 \} \end{array} \right\} \right] \cdot K_{(\alpha)} \\
&= K_{6, 2^2, 1} - K_{6, 3, 1^2} - K_{7, 2, 1^2} + K_{8, 1^3} - K_{6, 3, 2} + K_{6, 4, 1} + 2 \cdot K_{7, 3, 1} - K_{8, 2, 1} - K_{9, 1^2} - K_{7, 4} + K_{9, 2}.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
c) \quad \dots C_{6, 2^2} &= \sum_{(\alpha)} (-1)^{3-m} \\
&\cdot \left[ \frac{(m-3)!}{m_1! \dots m_8!} \cdot \{ m_6 m_2^2 - m_6 m_1 m_3 + m_1^2 m_8 - m_1 m_2 m_7 + m_0 \{ m_3 m_7 - m_2 m_8 \} \} \right] \cdot K_{(\alpha)} \\
&= K_{6, 2^2} - K_{6, 3, 1} - K_{7, 2, 1} + K_{8, 1^2} + K_{7, 3} - K_{8, 2}.
\end{aligned}$$

Auch bei b) und c) stimmt Gleichung (23). Die Ergebnisse mit bestimmten Zahlen könnten auch aus Progr. XI und X entnommen werden.

$$4. \quad \dots C_{2^5, 1} = \sum_{(\alpha)} (-1)^{6-m} \cdot \frac{(m-5)!}{m_1! m_2! \dots m_7!} \cdot \begin{vmatrix} m_2 & m_3 & m_4 & m_5 & m_6 + m_7 \\ m_1 & m_2 & m_3 & m_4 & m_5 + m_6 \\ m_0 & m_1 & m_2 & m_3 & m_4 + m_5 \\ 0 & m_0 & m_1 & m_2 & m_3 + m_4 \\ 0 & 0 & m_0 & m_1 & m_2 + m_3 \end{vmatrix} \cdot K_{(\alpha)}.$$

Bequem ist es, die Determinante nach Potenzen von  $m_0$  zu entwickeln, weil gerade die Rolle von  $m_0$  hier sehr wesentlich ist. Man hat:

$$M_{2^5, 1} = \begin{pmatrix} m_2 m_3 m_4 m_5 m_6 + m_7 \\ m_1 m_2 m_3 m_4 m_5 + m_6 \\ 0 m_1 m_2 m_3 m_4 + m_5 \\ 0 0 m_1 m_2 m_3 + m_4 \\ 0 0 0 m_1 m_2 + m_3 \end{pmatrix} + m_0 \begin{pmatrix} m_3 m_4 m_5 m_6 + m_7 \\ m_2 m_3 m_4 m_5 + m_6 \\ 0 m_1 m_2 m_3 + m_4 \\ 0 0 m_1 m_2 + m_3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} m_2 m_4 m_5 m_6 + m_7 \\ m_1 m_3 m_4 m_5 + m_6 \\ 0 m_2 m_3 m_4 + m_5 \\ 0 0 m_1 m_2 + m_3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} m_2 m_3 m_5 m_6 + m_7 \\ m_1 m_2 m_4 m_5 + m_6 \\ 0 m_1 m_3 m_4 + m_5 \\ 0 0 m_2 m_3 + m_4 \end{pmatrix} \\ + m_0^2 \begin{pmatrix} m_4 m_5 m_6 + m_7 \\ m_3 m_4 m_5 + m_6 \\ 0 m_1 m_2 + m_3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} m_3 m_5 m_6 + m_7 \\ m_2 m_4 m_5 + m_6 \\ 0 m_2 m_3 + m_4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} m_2 m_5 m_6 + m_7 \\ m_1 m_4 m_5 + m_6 \\ 0 m_3 m_4 + m_5 \end{pmatrix} + m_0^3 \cdot \begin{pmatrix} m_5 m_6 + m_7 \\ m_4 m_5 + m_6 \end{pmatrix}$$

Die Reihenfolge der  $(\alpha)$  geht, wie in den Beispielen bei 3., nach der Nebenordnung.<sup>1)</sup> Das erste  $(\alpha)$  ist  $2^5, 1$ , wie das gegebene  $(\lambda)$ ; der zugehörige Zahlenfaktor  $\alpha$  ist  $= 1$ . Man bilde dazu die Gegenreihe  $(\alpha') = 6, 5$ , gehe von ihr nach der Hauptordnung weiter und bilde zu jeder erhaltenen die zugeordnete Reihe. Also:

$$\begin{aligned} (\alpha'): & 6, 5; 6, 4, 1; 6, 3, 2; 6, 3, 1^2; 6, 2^2, 1; 6, 2, 1^3; 6, 1^5 \mid 5^2, 1; 5, 4, 2; 5, 4, 1^2; \dots \\ (\alpha): & 2^5, 1; 3, 2^3, 1^2; 3^2, 2, 1^3; 4, 2^2, 1^3; 4, 3, 1^4; 5, 2, 1^4; 6, 1^5 \mid 3, 2^4; 3^2, 2^2, 1; 4, 2^3, 1; \dots \\ & 4^2, 3; \dots \mid 3^3, 2; \dots \mid \\ & 3^3, 2; \dots \mid 4^2, 3; \dots \mid \text{ usw.} \end{aligned}$$

Bis zum ersten Strich reichen die  $(\alpha)$  mit 6 Zeigern, bis zum folgenden die mit 5 usw.; Reihen  $(\alpha)$  mit 7 und mehr Zeigern sind nicht zu brauchen, weil  $\alpha_{(\lambda)}^{(\alpha)} = 0$  ist, sobald  $m > r$ .

Die Zeiger 8, 9, 10, 11 können bei den  $K$  nicht vorkommen; denn  $C_{2^5, 1}$  steigt nur bis  $c_7$  auf. Alle  $\alpha$  mit diesen oberen Zeigern sind also 0. Die  $K$  mit zwei Zeigern müssen bei ihrem Zahlenfaktor  $m_0^3$  haben, weil  $(m-5)!$  hier  $(-3)!$  ist und nur in Verbindung mit  $m_0^3$  von 0 verschieden. Somit sind die letzten Glieder der Reihe

$$\sum (-1)^{6-2} \cdot \left[ \frac{(2-5)! \cdot m_0^3}{m_1! \dots m_7!} \cdot \begin{pmatrix} m_5 m_6 + m_7 \\ m_4 m_5 + m_6 \end{pmatrix} \right] \cdot K_{(\alpha)} = -K_{6, 5} + K_{7, 4},$$

weil  $(2-5)! m_0^3 = (-1)^3 \cdot (3-3)! = -1$  ist. Sonst kann, wie dieser Ausdruck zeigt,  $m_0^3$  nur bei  $K_{6, 4, 1}$  und  $K_{5^2, 1}$  vorkommen. Man hat:

$$\begin{aligned} \alpha_{2^5, 1}^{6, 4, 1} &= (-1)^{6-3} \cdot \left[ \frac{(3-5)!}{1} \cdot \{m_0^2 \cdot (-m_6 m_4 m_1) + m_0^3 \cdot (-m_6 m_4)\} \right] \\ &= (-1)^2 \cdot (2-2)! \cdot 1 + (-1)^3 \cdot (3-2)! \cdot 1 = 0; \\ \alpha_{2^5, 1}^{5^2, 1} &= (-1)^{6-3} \cdot \left[ \frac{(3-5)!}{2!} \cdot \{m_0^2 \cdot (-m_1 m_5^2) + m_0^3 \cdot m_5^2\} \right] \\ &= (-1)^2 \cdot (2-2)! \cdot \frac{1 \cdot 2 \cdot 1}{2!} - (-1)^3 \cdot (3-2)! \cdot \frac{2 \cdot 1}{2!} = 2. \end{aligned}$$

<sup>1)</sup> Vgl. S. 13, auch 26, 27.

Nur noch ein  $\alpha$  der Reihe, aufser den bisher genannten, hat den Wert 0, nämlich:

$$\alpha_{25,1}^{5,4,2} = (-1)^{6-3} \cdot \left[ \frac{(3-5)!}{1} \cdot m_0^2 (-m_2 m_5 m_4 + m_2 m_4 m_5) \right] = 0.$$

Einige Fälle zur Erläuterung der Rolle von  $m_0$ , einer auch ohne  $m_0$ :

$$\alpha_{25,1}^{3^2,2} = (-1)^{6-4} \cdot \left[ \frac{(4-5)!}{3!} m_0 \cdot 2 m_3^3 m_2 \right] = (-1)^1 \cdot (1-1)! \cdot \frac{2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 1}{1 \cdot 2 \cdot 3} = -2.$$

$$\alpha_{25,1}^{4^2,3} = (-1)^{6-3} \cdot \left[ \frac{(3-5)!}{2!} m_0^2 \cdot 2 m_4^2 m_3 \right] = -(-1)^2 \cdot (2-2)! \cdot \frac{2 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 1}{2!} = -2.$$

$$\begin{aligned} \alpha_{25,1}^{4,3^2,1} &= (-1)^{6-4} \cdot \left[ \frac{(4-5)!}{2!} \cdot (m_0 \cdot (-4 m_1 m_3^2 m_4) + m_0^2 m_3^2 m_4) \right] \\ &= -(-1)^1 (1-1)! \frac{4 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 1}{2!} + (-1)^2 (2-1)! \frac{2 \cdot 1 \cdot 1}{2!} = +5. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \alpha_{25,1}^{3^2,2^2,1} &= (-1)^{6-5} \cdot \left[ \frac{(5-5)!}{2! 2!} \{ -3 m_3^2 m_2^2 m_1 + 3 m_0 m_3^2 m_2^2 \} \right] \\ &= \frac{1}{4} (3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 1 - 3 \cdot (-1) \cdot 2 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 1) = +6. \end{aligned}$$

$$\alpha_{25,1}^{4,2^2,1^2} = (-1)^{6-6} \cdot \left[ \frac{(6-5)!}{3! 2!} \cdot 3 \cdot m_4 \cdot m_2^2 \cdot m_1^2 \right] = \frac{3 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 2}{3! 2!} = +3.$$

Vgl. für 4., neben sonstigen Proben, Progr. XI.

Ähnlich, wie  $C_{25,1}$ , könnte z. B.  $C_{26,1^2}$  entwickelt werden. Daraus seien hier zwei Fälle angeführt, die besonders scharf die Rolle von  $m_0$  beleuchten:

$$\begin{aligned} \alpha_{26,1^2}^{6^2,1^2} &= \frac{(-1)^{9-6}}{2! 3!} \cdot \left[ \frac{(5-6)!}{1} m_0 \cdot m_6^2 \cdot m_1^3 + \frac{(5-6)!}{1} m_0^2 \cdot m_6^2 m_1^2 - \frac{(5-6)!}{1} m_0^3 m_6^2 m_1 \right. \\ &\quad \left. + \frac{(5-6)!}{1} m_0^4 \cdot m_6^2 \right] \\ &= \frac{1}{2! 3!} \cdot \{ -(-1)^1 \cdot (1-1)! \cdot 2 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 + (-1)^2 \cdot (2-1)! \cdot 2 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 2 - (-1)^3 \cdot (3-1)! \\ &\quad \cdot 2 \cdot 1 \cdot 3 + (-1)^4 \cdot (4-1)! \cdot 2 \cdot 1 \} = +4. \end{aligned}$$

$$\alpha_{26,1^2}^{7,4,1^4} = (-1)^{9-6} \cdot \frac{1}{4!} \cdot \left[ (6-6)! \{ m_1^4 m_4 m_7 - m_0 m_1^3 m_4 m_7 + m_0^2 m_1^2 m_4 m_7 + 2 m_0^3 m_1 m_4 m_7 \} \right].$$

Hier ist  $m_0 = -m + p - 1 = -1$ . Daher:

$$\begin{aligned} \alpha_{26,1^2}^{7,4,1^4} &= -\frac{1}{4!} \{ 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 - (-1) \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 1 + (-1) \cdot (-2) \cdot 4 \cdot 3 \cdot 1 \cdot 1 + 2 \cdot (-1) \\ &\quad \cdot (-2) \cdot (-3) \cdot 4 \cdot 1 \cdot 1 \} = -1. \end{aligned}$$

Nachprüfung durch (27).

**16** (Fortsetzung). 5. Übersicht der Entwicklung von  $T_{5, 3^2, 2^2}$  nach II a oder (37). Hier ist  $\mu = 17$ ;  $(\alpha') = 6^2, 3, 1^2$ . Die Reihen  $(\lambda)$  der Summe folgen der Hauptordnung aufwärts von  $6^2, 3, 1^2$  bis  $17, 0$ ; doch darf kein  $(\lambda)$  mehr als fünf Zeiger haben und wenn es gerade fünf hat, so müssen die drei letzten  $1^3$  oder  $2, 1^2$  oder  $3, 1^2$  sein. In jedem anderen Fall wäre  $x_{(\lambda')}^{(\alpha)} = 0$ . Bei vier Zeigern in  $(\lambda)$  ist bei  $8, 3^3$ , bei  $7, 4^2, 2$  und  $7, 4, 3^2$  auch  $x_{(\lambda')}^{(\alpha)} = 0$ . Somit hat die Reihe 78 Glieder. Sie beginnt:

$$C_{6^2, 3, 1^2} - C_{6^2, 3, 2} - C_{6^2, 4, 1} + 3 C_{6^2, 5} - C_{7, 5, 3, 1^2} + C_{7, 5, 3, 2} + C_{7, 5, 4, 1} - 3 C_{7, 5^2} \dots$$

Z. B. ist von  $C_{6^2, 5}$  der Faktor:

$$x_{3^5, 2}^{5, 3^2, 2^2} = x_{3, 2^5}^{3^3, 2^2} = x_{2^5}^{3^2, 2^2} = (-1)^{5-4} \cdot \left[ \frac{(4-5)!}{2! 2!} m_0 \cdot 3 m_3^2 m_2^2 \right] = 3,$$

wie aus (28) und dem vorletzten Beispiel in **15, 4** zu erkennen ist; und der Faktor von  $C_{7, 5^2}$  ist nach (28), (27) und (30 a):

$$x_{3^5, 1^2}^{5, 3^2, 2^2} = x_{4^2, 2^5}^{5, 3^2, 2^2} = -x_{2^5}^{3^2, 2^2} = -x_{1^5}^{3, 1^2} = -(-1)^{5-3} \cdot \frac{3!}{2!} = -3.$$

Die Reihe schließt:

$$\dots + 8 \cdot C_{13, 4} + 10 \cdot C_{14, 1^3} + 20 \cdot C_{14, 2, 1} + 10 \cdot C_{14, 3} - 30 \cdot C_{15, 1^2} - 30 \cdot C_{15, 2} + 60 \cdot C_{16, 1} - 60 \cdot C_{17, 1}$$

Z. B. die Faktoren von  $C_{13, 4}$  und  $C_{14, 3}$ :

$$\begin{aligned} x_{2^4, 1^3}^{5, 3^2, 2^2} &= (-1)^{13-6} \cdot \left[ \frac{(6-4)!}{3! 2!} \cdot \begin{vmatrix} m_2 m_3 & 0 & m_5 \\ 0 & m_2 m_3 m_5 \\ m_0 & 0 & m_2 m_3 + m_5 \\ 0 & m_0 & 0 & m_2 + m_3 + m_5 \end{vmatrix} \right] = -\frac{1}{6} \left[ \begin{matrix} (m_2 + m_3 + m_5) (m_2^3 + m_0 m_3^2) \\ + m_0 m_2 m_3^2 + m_3 m_5 - m_2 m_5 \\ - m_0^2 \cdot m_3 m_5 \end{matrix} \right] \\ &= -\frac{1}{6} \left\{ m_2(m_2-1)(m_2-2)(m_3+m_5) + m_0 m_3(m_3-1)(m_2+m_5) \right. \\ &\quad \left. + m_0(m_2 m_3(m_3-1) + m_2 \cdot m_3 \cdot m_5 - m_2(m_2-1) \cdot m_5) - m_0(m_0-1) m_3 \cdot m_5 \right\} = +8, \end{aligned}$$

weil  $m_0 = -3$  ist; ferner:

$$x_{2^3, 1^4}^{5, 3^2, 2^2} = (-1)^{14-6} \cdot \left[ \frac{(6-3)!}{3! 2!} \cdot \begin{vmatrix} m_2 m_3 m_5 \\ 0 & m_2 m_3 + m_5 \\ m_0 & 0 & m_2 + m_3 + m_5 \end{vmatrix} \right] = \frac{1}{2} \left\{ m_2(m_2-1)(m_2-2+m_3+m_5) \right\} = +10,$$

weil  $m_0 = -4$  ist.

Glieder inmitten der Reihe: z. B. das 40. ist  $+10 \cdot C_{9, 7, 1}$ , das 41. ist  $+13 \cdot C_{9, 8}$ , das 51. ist  $-23 \cdot C_{10, 7}$ . Es ist nämlich:

$$\begin{aligned} x_{3, 2^2, 1^2}^{5, 3^2, 2^3} &= (-1)^{9-6} \cdot \left[ \frac{(6-7)!}{3! 2!} (m_0 m_2^3 m_3^2 m_5 - 9 m_0^2 m_2^2 m_3^2 m_5) \right] \\ &= -(-1)^1 \cdot (1-1)! + (-1)^2 \cdot (2-1)! \cdot 9 = +10; \\ x_{2^6, 1}^{5, 3^2, 2^3} &= (-1)^{9-6} \cdot \left[ \frac{(6-8)!}{3! 2!} \cdot (-13 m_0^2 m_2^3 m_3^2 m_5) \right] = +13 \cdot (-1)^2 \cdot (2-2)! = +13; \\ x_{2^7, 1^2}^{5, 3^2, 2^3} &= (-1)^{10-6} \cdot \left[ \frac{(6-7)!}{3! 2!} \cdot (4 m_0 m_2^3 m_3^2 m_5 - 10 m_0^2 m_2^3 m_3 m_5 - 9 m_0^2 m_2^2 m_3^2 m_5) \right] = -23. \end{aligned}$$

Bei Entwicklung der Determinanten  $[M]$  sind hier alle  $m_h$ , aufer  $m_0, m_2, m_3, m_5$  gleich Null gesetzt und auch  $[m_5^2] = 0, [m_3^3] = 0, [m_2^4] = 0$  benutzt; am bequemsten zerlegt man dabei jedes  $M$  in eine Summe von Produkten aus Teildeterminanten, deren erster Faktor aus den drei ersten Spalten entnommen wird. Immerhin erfordern die Entwicklungen einige Aufmerksamkeit. Desto einfacher gestaltet sich gerade hier die Nachprüfung durch die Regel S. 32. Sie würde so aussehen:

Bei $(\lambda) = 9, 7, 1:$				Bei $(\lambda) = 9, 8:$				Bei $(\lambda) = 10, 7:$									
17 19	8 11	+	19 17	8 11	-	17 18	8 10	-	18 17	8 10	+	17 18	7 11	-	18 17	7 11	+
3 5	2 <sup>3</sup> 3	2·4	5 3 <sup>2</sup>	2 <sup>3</sup>	1·1	3 5	2 <sup>3</sup> 3	2·4	3 <sup>2</sup> 5	2 <sup>2</sup> 2	2·6	3 <sup>2</sup> 5	2 <sup>2</sup> 2	2·6	5 3 <sup>2</sup>	2 <sup>3</sup>	1·4
5 3 <sup>2</sup>	2 <sup>2</sup> 2	2·3	5 2 <sup>3</sup>	3 <sup>2</sup>	1·3	5 3 <sup>2</sup>	2 <sup>2</sup> 2	3·3	5 3	3 2 <sup>2</sup>	3·6	5 3	3 2 <sup>2</sup>	3·6	5 2 <sup>3</sup>	3 <sup>2</sup>	1·3
+14		-4 = 10		-17		+30 = 13		-30		+7 = -23.							

Ähnlich lassen alle anderen Fälle der Aufgabe sich erledigen. Daneben können auch durch (27) die Zahlen  $x$  berechnet oder auf (29) oder (30) zurückgeführt werden.

6. Vollständige Auswertung von  $T_{4, 3^2, 2}$ . Hier ist  $(\alpha') = 4^2, 3, 1; \mu = 12$ . Die Reihen  $(\lambda)$  reichen in der Hauptordnung von  $4^2, 3, 1$  bis  $12, 0$ ; sie dürfen aber höchstens vier Zeiger haben und bei denen mit vier Zeigern darf der letzte Zeiger nicht  $> 1$  sein. Es bleiben 29 Reihen  $(\lambda)$ . Dafs von den zugehörigen  $x_{(\lambda')}^{(\alpha')}$  noch drei den Wert 0 haben, ist ihnen zunächst nicht anzusehen; es sind dies die Faktoren von  $C_{8, 3, 1}, C_{6^2}$  und  $C_{6, 4, 2}$ . Nämlich:

$$\begin{aligned} \text{a) } \dots x_{3, 2^2, 1^2}^{4, 3^2, 2} &= \frac{1}{2} \begin{vmatrix} m_3 m_4 0 \\ 0 m_2 m_3 + m_4 \\ m_0 0 m_2 + m_3 + m_4 \end{vmatrix} = \frac{1}{2} [(m_2 m_3^2 + m_2 m_3 m_4 + m_0 m_3 m_4)] = 0, \text{ weil } m_0 = -2, \\ \text{oder} &= x_{2^2, 1^2}^{4, 3, 2} + x_{1^2}^{3, 2} = x_{2, 1^2}^{4, 3} - x_{2, 1^2}^{3, 2} = -x_{3, 1^2}^{4, 3} - x_{1^2}^{3, 0} + x_{1^2}^{2, 0} = -x_{1^2}^{4, 0} - 1 = -x_{3, 1}^{4, 0} - 1 = 0. \end{aligned}$$

$$b) \dots x_{26}^{4, 3^2, 2} = \frac{1}{2} (-2)! \begin{vmatrix} m_2 m_3 m_4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 m_3 m_4 & 0 & 0 \\ m_0 & 0 & m_2 m_3 m_4 & 0 \\ 0 & m_0 & 0 & m_2 m_3 m_4 \\ 0 & 0 & m_0 & 0 & m_2 m_3 \\ 0 & 0 & 0 & m_0 & 0 & m_2 \end{vmatrix} = \frac{(-2)!}{2} \left[ \left\{ (m_0 m_3^2 - m_0 m_2 m_4)^2 + m_0 m_2 m_3 \cdot m_0 m_3 m_4 \right\} + m_0^2 m_3 \cdot m_4 m_3 m_2 \right]$$

$$= \left[ \frac{(-2)!}{2} (-2 m_0^2 m_2 m_3^2 m_4 + 2 m_0^2 m_2 m_3^2 m_4) \right] = 0,$$

oder  $= x_{25}^{4, 3^2} + x_{32, 2^2}^{4, 3^2, 2} = x_{32, 2^2}^{4, 3^2} + x_{3, 2^3}^{4, 3, 2} - x_{2^3}^{3^2} = x_{3, 2^2}^{4, 3} + x_{2^3}^{4, 2} + (x_{4, 3, 2}^{4, 3, 2} - x_{3^2}^{3^2}) = x_{4, 3}^{4, 3} + x_{3^2}^{4, 2} = 0.$

$$c) \dots x_{32, 2^2, 1^2}^{4, 3^2, 2} = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} m_3 m_4 & 0 & 0 \\ m_2 m_3 m_4 & 0 \\ m_0 & 0 & m_2 m_3 + m_4 \\ 0 & m_0 & 0 & m_2 + m_3 + m_4 \end{vmatrix} = \frac{1}{2} \left[ (m_3^2 m_2 m_4 + m_0 m_3^2 m_4) \right] = 0, \text{ weil } m_0 = -1,$$

oder  $= x_{3, 2^2, 1^2}^{4, 3, 2} - x_{4, 2^2, 1^2}^{4, 3^2} = x_{2^2, 1^2}^{4, 2} + x_{1^2}^{2, 0} - 0 = x_{2, 1^2}^{4, 0} - 1 = -x_{3, 1}^{4, 0} - 1 = 0.$

Es bleiben 26 Reihen  $(\lambda)$ , die in der Tafel vereinigt sind.

Tafel für  $T_{4, 3^2, 2} = \sum_{(\lambda)} x_{(\lambda')}^{4, 3^2, 2} \cdot C_{(\lambda)}$

$(\lambda)$	$(\lambda')$	$x_{(\lambda')}^{(\alpha)}$	$\tau_{(\lambda)}^{1''}$	$(\lambda)$	$(\lambda')$	$x_{(\lambda')}^{(\alpha)}$	$\tau_{(\lambda)}^{1''}$	$(\lambda)$	$(\lambda')$	$x_{(\lambda')}^{(\alpha)}$	$\tau_{(\lambda)}^{1''}$
$\overline{12}$	$1^{12}$	+12	1	$8, 2, 1^2$	$4, 2, 1^6$	+3	945	$6, 3, 2, 1$	$4, 3, 2, 1^3$	+2	5632
$\overline{11, 1}$	$2, 1^{10}$	-12	11	$7, 5$	$2^5, 1^2$	+1	297	$5^2, 2$	$3^2, 2^3$	-1	1320
$\overline{10, 2}$	$2^2, 1^8$	+3	54	$7, 4, 1$	$3, 2^3, 1^3$	+2	1408	$5^2, 1^2$	$4, 2^4$	+2	1485
$\overline{10, 1^2}$	$3, 1^9$	+9	55	$7, 3, 2$	$3^2, 2, 1^4$	-1	1925	$5, 4, 3$	$3^3, 2, 1$	+2	2112
$9, 3$	$2^3, 1^6$	+3	154	$7, 3, 1^2$	$4, 2^2, 1^4$	-1	2376	$5, 4, 2, 1$	$4, 3, 2^2, 1$	-1	5775
$9, 2, 1$	$3, 2, 1^7$	-6	320	$7, 2^2, 1$	$4, 3, 1^5$	-2	2079	$5, 3^2, 1$	$4, 3^2, 1^2$	-1	4158
$9, 1^3$	$4, 1^8$	-3	165	$6, 5, 1$	$3, 2^4, 1$	-1	1155	$4^3$	$3^4$	-3	462
$8, 4$	$2^4, 1^4$	-3	275	$6, 4, 1^2$	$4, 2^3, 1^2$	-1	3080	$4^2, 3, 1$	$4, 3^2, 2$	+1	2970
$8, 2, 2$	$3^2, 1^6$	+3	616	$6, 3^2$	$3^3, 1^3$	-1	1650	-	-	-	-

Probe: Man multipliziere jedes  $x$  mit dem nebenstehenden  $\tau$  und addiere die 26 Produkte, so erhält man Null.

Jedes  $x$  ist zweimal berechnet worden: nach (37) — nebst den Sonderfällen (30) und (29) und nach (27). — Für die Berechnung von  $\tau$  vgl. weiter unten Gl. (50). Die Probe stützt sich auf Gl. (22 a).

7. a) Der Faktor von  $K_{5, 2, 1^3}$  in der Entwicklung von  $T_{6, 3, 1}$  ist zu finden. Er ist nach (26) oder (38):  $\sum_{(\lambda)} x_{(\lambda)}^{5, 2, 1^3} \cdot x_{(\lambda')}^{6, 3, 1}$ ; dabei  $5 \geq \lambda_0 \geq 3$  und  $5 \leq r \leq 6$ .

$(\lambda')$	$(\lambda)$	$x_{(\lambda)}^{5,2,1^3}$	$x_{(\lambda')}^{6,3,1}$	$x_{(\lambda)}^{(\alpha)} \cdot x_{(\lambda')}^{(\beta)}$	$(\lambda')$	$(\lambda)$	$x_{(\lambda)}^{5,2,1^3}$	$x_{(\lambda')}^{6,3,1}$	$x_{(\lambda)}^{(\alpha)} \cdot x_{(\lambda')}^{(\beta)}$
6, 3, 1	3, 2 <sup>2</sup> , 1 <sup>3</sup>	-3	+1	-3	5, 3, 2	3 <sup>2</sup> , 2, 1 <sup>2</sup>	+1	0	0
6, 2 <sup>2</sup>	3 <sup>2</sup> , 1 <sup>4</sup>	+1	-1	-1	5, 3, 1 <sup>2</sup>	4, 2 <sup>2</sup> , 1 <sup>2</sup>	-1	0	0
6, 2, 1 <sup>2</sup>	4, 2, 1 <sup>4</sup>	+3	-1	-3	5, 2 <sup>2</sup> , 1	4, 3, 1 <sup>3</sup>	-1	+2	-2
6, 1 <sup>4</sup>	5, 1 <sup>5</sup>	-4	+2	-8	5, 2, 1 <sup>3</sup>	5, 2, 1 <sup>3</sup>	+1	-1	-1
5, 4, 1	3, 2 <sup>3</sup> , 1	+1	-1	-1				Dazu	-16
				zus. -16					$\Sigma = -19$

Der gesuchte Faktor ist -19.

b) Der Faktor von  $K_{7,2,1}$  in  $T_{4,2^3,1^2}$  ist  $= \sum x_{(\lambda)}^{4,2^2,1^2} \cdot x_{(\lambda')}^{7,2,1}$ ; also:  $4 \geq \lambda_0 \geq 3$  und  $7 \geq r \geq 5$ . Man hat, wenn die  $(\lambda)$  nach der Hauptordnung gestellt werden:

$(\lambda)$	$(\lambda')$	$x_{(\lambda)}^{(\alpha)}$	$x_{(\lambda')}^{(\beta)}$	$x_{(\lambda)}^{(\alpha)} \cdot x_{(\lambda')}^{(\beta)}$	$(\lambda)$	$(\lambda')$	$x_{(\lambda)}^{(\alpha)}$	$x_{(\lambda')}^{(\beta)}$	$x_{(\lambda)}^{(\alpha)} \cdot x_{(\lambda')}^{(\beta)}$
4, 2 <sup>2</sup> , 1 <sup>2</sup>	5, 3, 1 <sup>2</sup>	+1	+1	+1	3 <sup>2</sup> , 1 <sup>4</sup>	6, 2 <sup>2</sup>	+3	-1	-3
4, 2, 1 <sup>4</sup>	6, 2, 1 <sup>2</sup>	-3	+1	-3	3, 2 <sup>3</sup> , 1	5, 4, 1	-1	0	0
4, 1 <sup>6</sup>	7, 1 <sup>3</sup>	+6	-2	-12	3, 2 <sup>2</sup> , 1 <sup>3</sup>	6, 3, 1	+2	-1	-2
3 <sup>2</sup> , 2, 1 <sup>2</sup>	5, 3, 2	-1	+1	-1	3, 2, 1 <sup>5</sup>	7, 2, 1	-3	+1	-3
				Summe (-15)	+	(-8) = -23			

Der gesuchte Faktor ist -23.

Die bei a) und b) gefundenen Zahlenwerte sind ebenso in den betreffenden Tafeln (z. B. von Meier Hirsch, Cayley, Faà di Bruno) angegeben.

Durch alle diese Beispiele in 15 und 16 sind die allgemeinen Gleichungen (35) bis (39) nach verschiedenen Richtungen hin genügend erläutert. Die Aufgaben (C, K), (T, C), (T, K) sind durch allgemeine durchsichtige Formeln gelöst und für die Berechnung der Zahlenfaktoren sind bequeme Wege angegeben, derart, daß jede Einzelheit verschiedentlich nachgeprüft werden kann. Für die Aufgabe, welche als Hauptaufgabe des Gebiets von jeher bezeichnet wurde, gibt Gl. (37) die vollständige Lösung in der günstigsten Form.

17. Ein besonderer Satz über die Zahlen  $x$  folgt. Ferner wird die Diskriminante einer und die Resultante zweier Gleichungen mit Hilfe der  $x$  dargestellt.

a) Sei  $x_{(\lambda)}^{[m]}$  die Summe aller  $x$ , welche bei bestimmter Zeigerreihe ( $\lambda$ ) eine gleiche Anzahl  $m$  von Zeigern  $\alpha_h$  haben; z. B.:

$$x_{4, 3^2, 1}^{[3]} = x_{4, 3^2, 1}^{9, 1^3} + x_{4, 3^2, 1}^{8, 2, 1} + x_{4, 3^2, 1}^{7, 3, 1} + x_{4, 3^2, 1}^{7, 2^2} + x_{4, 3^2, 1}^{6, 4, 1} + x_{4, 3^2, 1}^{6, 3, 2} + x_{4, 3^2, 1}^{5^2, 1} + x_{4, 3^2, 1}^{5, 4, 2} + x_{4, 3^2, 1}^{5, 3^2} + x_{4, 3^2, 1}^{4^2, 3}$$

Dann gilt der Satz:

$$x_{(\lambda)}^{[m]} = (-1)^{r-m} \cdot \binom{r-1}{m-1}, \text{ falls } \lambda_0 = 1 \text{ oder nur } \lambda_0 > 1 \text{ ist;} \left. \begin{array}{l} \\ \text{aber} = 0, \text{ falls aufser } \lambda_0 \text{ auch } \lambda_1 > 1 \text{ ist.} \end{array} \right\} \quad (40)$$

Der Beweis wird wohl am einfachsten so geföhrt: Die Zahlen  $x$  sind unabhängig von den Werten der  $t$  und ebenso der  $c$ , unabhängig auch vom Wert von  $n$ . Seien die Werte  $c_1, c_2, \dots, c_\mu$  alle einander gleich, etwa  $=c$ ; dann ist für diesen besonderen Fall:

$$C_{\lambda_0, \lambda_1, \dots, \lambda_{r-1}} = x_{(\lambda)}^{[r]} \cdot c^r + x_{(\lambda)}^{[r-1]} \cdot c^{r-1} + \dots + x_{(\lambda)}^{[1]} \cdot c.$$

Sind sowohl  $\lambda_0$  als  $\lambda_1 > 1$ , so stimmen die beiden ersten Zeilen von  $C_{(\lambda)}$  genau überein, weil  $\lambda_0 + r - 1$  und auch  $\lambda_1 - 1$  Zahlen zwischen 1 und  $\mu$  sind. Also verschwindet dann  $C_{(\lambda)}$  und die rechte Seite jener Gleichung identisch für jeden Wert von  $c$ , es verschwinden  $x_{(\lambda)}^{[r]}$ ,  $x_{(\lambda)}^{[r-1]}$  usf., und der zweite Teil von (40) ist erwiesen. Ist nur  $\lambda_0 > 1$ , etwa  $=\lambda$ , so hat man:

$$C_{\lambda, 1^{r-1}} = (c-1) \cdot C_{1^{r-1}} = (c-1)^2 \cdot C_{1^{r-2}} = \dots = (c-1)^{r-1} \cdot c,$$

indem man bei jeder dieser Determinanten die zweite Zeile von der ersten abzieht. (In diesem Falle ist auch  $r-1 = \mu - \lambda$ ). Entwickelt man  $(c-1)^{r-1}$  nach dem binomischen Satz und vergleicht dann die Koeffizienten der Potenzen von  $c$ , so folgt der erste Teil von (40). Also ist z. B.  $x_{4, 3^2, 1}^{[3]} = 0$ , aber  $x_{6, 1^5}^{[3]} = -\binom{5}{2} = -10$ , wie z. B. durch Progr. Taf. XI (oder durch einzelne Nachrechnung) sich bestätigt; ebenso  $x_{3, 1^8}^{[3]} = +\binom{8}{2} = 28$ . Die Summe aller  $x$  in einer Zeile erhält man, wenn man oben  $c = 1$  setzt, also in jedem Fall  $= 0$ , wie in Gl. (23), es sei denn, daß  $r = 1$  und  $m = 1$  ist, also jene Summe  $= 1$ .

b) Die Diskriminante von  $F(t) = 0$  ist das Produkt der Quadrate aller Wurzeldifferenzen; sie sei  $\nabla$ . Dann ist:

$$\begin{aligned}
\nabla &= (-1)^{\frac{n(n-1)}{2}} \cdot F'(t_1) \cdot F'(t_2) \dots F'(t_n) \\
&= (-1)^{\frac{n(n-1)}{2}} \cdot \prod_{h=1}^{h=n} (n \cdot c_0 \cdot t_h^{n-1} - (n-1) \cdot c_1 \cdot t_h^{n-2} + \dots + (-1)^{n-2} \cdot 2 \cdot c_{n-2} \cdot t_h^1 + (-1)^{n-1} \cdot c_{n-1}) \\
&= (-1)^{\frac{n(n-1)}{2}} \cdot \sum_{(\alpha)} (-1)^{(n-1-\alpha_0) + (n-1-\alpha_1) + \dots + (n-1-\alpha_{n-1})} \cdot (\alpha_0+1) (\alpha_1+1) \dots (\alpha_{n-1}+1) \\
&\quad \cdot c_{n-1-\alpha_0} \dots c_{n-1-\alpha_{n-1}} \cdot T_{(\alpha)} \\
&= (-1)^{\frac{n(n-1)}{2}} \cdot \sum_{(\alpha)} (-1)^{\sum_{h=0}^{n-1} \alpha_h} \cdot (\alpha_0+1) (\alpha_1+1) \dots (\alpha_{n-1}+1) \cdot c_{n-1-\alpha_0} \cdot c_{n-1-\alpha_1} \dots \\
&\quad \dots c_{n-1-\alpha_{n-1}} \cdot T_{\alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_{n-1}}.
\end{aligned}$$

Die Summe ist auszudehnen über alle Reihen  $(\alpha)$  von den Gewichten  $0, 1, 2, \dots, n(n-1)$ . Dafs dabei kein einzelnes  $\alpha_h$  den Wert  $n-1$  übersteigen darf, ist nicht besonders hervorzuheben, weil  $c_{n-1-\alpha_h}$  bei negativem Zeiger von selbst verschwindet. Also weiter:

$$\nabla = (-1)^{\frac{n(n-1)}{2}} \cdot \sum_{(\alpha)} (-1)^{\sum_{h=0}^{n-1} \alpha_h} \cdot (\alpha_0+1) \dots (\alpha_{n-1}+1) \cdot c_{n-1-\alpha_0} \dots c_{n-1-\alpha_{n-1}} \cdot \left( \sum_{(\lambda)} x_{(\lambda')}^{(\alpha)} \cdot C_{(\lambda)} \right) \quad (41)$$

Die  $\sum_{(\lambda)}$  ist über alle Reihen  $(\lambda)$  vom Gewicht der betreffenden Reihe  $(\alpha)$  auszudehnen. Endlich auch:

$$\nabla = (-1)^{\frac{n(n-1)}{2}} \cdot \sum_{(\alpha)} (-1)^{\alpha_0 + \dots + \alpha_{n-1}} \cdot (\alpha_0+1) \dots (\alpha_{n-1}+1) \cdot c_{n-1-\alpha_0} \dots c_{n-1-\alpha_{n-1}} \cdot \sum_{(\beta)} \left( \sum_{(\lambda)} x_{(\lambda')}^{(\alpha)} \cdot x_{(\lambda)}^{(\beta)} \right) \cdot K_{(\beta)}. \quad (41 a)$$

Auch die Reihen  $(\beta)$  müssen jedesmal das Gewicht von  $(\alpha)$  haben.

c) Ferner sei

$$\Phi(t) = \prod_1^{\bar{n}} (t - t_h) = \sum_{h=0}^{h=\bar{n}} (-1)^h \cdot c'_h \cdot t^{\bar{n}-h}, \text{ wo } c'_0 = 1.$$

Dann ist die Resultante (Eliminante) von  $F(t)$  und  $\Phi(t)$ :

$$\begin{aligned} R &= \Phi(t_1) \dots \Phi(t_n) = \prod_{h=1}^{h=n} (t_h^{\bar{n}} - c_1' \cdot t_h^{\bar{n}-1} + \dots + (-1)^{\bar{n}} \cdot c_{\bar{n}}') \\ &= \sum_{(\alpha)} (-1)^{n \cdot \bar{n} - \sum \alpha_h} \cdot c'_{\bar{n}-\alpha_0} \cdot c'_{\bar{n}-\alpha_1} \dots c'_{\bar{n}-\alpha_{n-1}} \cdot T_{\alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_{n-1}}, \end{aligned}$$

wo alle  $(\alpha)$  vom Gewicht  $\leq n \cdot \bar{n}$  zu verwenden sind. Also:

$$R = \sum_{(\alpha), (\beta)} (-1)^{n \cdot \bar{n} - \sum \alpha_h} \cdot \left( \sum_{(\lambda)} x_{(\lambda)}^{(\alpha)} \cdot x_{(\lambda')}^{(\beta)} \right) \cdot c'_{\bar{n}-\alpha_0} \dots c'_{\bar{n}-\alpha_{n-1}} \cdot K_{\beta_0, \beta_1, \beta_2, \dots} \quad (42)$$

wo alle  $(\beta)$  und alle  $(\lambda)$  von gleichem Gewicht mit dem betreffenden  $(\alpha)$  zu berücksichtigen sind. Jedes  $c'$  mit negativem Zeiger verschwindet.

IV.

**Die Zahlen  $\tau$ . Die Aufgaben  $(C, T)$ ;  $(K, C)$ ;  $(K, T)$ .**

18. Die Berechnung der Zahl  $\tau_{(\lambda)}^{(\alpha)}$  beruht auf Gl. (11); vgl. S. 13 ff. Der Bau der Determinante  $C_{(\lambda)}$  ist durch zwei Zahlreihen gekennzeichnet. In der ersten Zeile bilden die Zeiger der  $c$  die Reihe a)  $\lambda_0, \lambda_0 + 1, \dots, \lambda_0 + r - 1$ . Zieht man von jedem ihrer Glieder das  $h$ -te Glied der Reihe b)  $0, \lambda_0 - \lambda_1 + 1, \lambda_0 - \lambda_2 + 2, \dots, \lambda_0 - \lambda_{r-1} + r - 1$  ab, so erhält man die Zeiger der  $h$ -ten Zeile von  $C_{(\lambda)}$ . Wird  $C_{(\lambda)}$  spaltenweise nach den  $t$  differenziert, so bleibt der Abstieg der Zeiger von Zeile zu Zeile unverändert durch b) bestimmt, es ändert sich aber mit jedem Schritt die Reihe a), aus welcher der Aufstieg der Zeiger von Spalte zu Spalte ersichtlich wird. Zuerst werden in a) je  $\alpha_0$  Zahlen, dann je  $\alpha_1$  Zahlen, danach je  $\alpha_2$  Zahlen usf. um 1 vermindert, wobei alle Ergebnisse fortzulassen sind, bei denen gleiche Zahlen auftreten. Die Ordnung der  $\alpha$  ist unwesentlich, weil die Reihenfolge der Differentiationen bei (11) beliebig ist; wir wählen hier absteigende Folge der  $\alpha$ . Das Verfahren ist soweit fortzusetzen, bis aus der Reihe a) die Reihe b) geworden ist; dann stehen nämlich bei jeder Schlufsdeterminante in der Hauptdiagonale nur Elemente  $c_{00}$ , d. h. 1, und links von der Hauptdiagonale nur Nullen; die Determinante hat also den Wert +1. Jene Überführung der Reihe a) in die Reihe b) kann durch das angegebene Verfahren unbedingt erreicht werden, weil der Überschufs der Reihensumme a) über die Reihensumme b) den Wert hat:  $\lambda_0 + \lambda_1 + \dots + \lambda_{r-1} = \mu = \alpha_0 + \alpha_1 + \dots + \alpha_{m-1}$ . Es folgt: „Die Anzahl der verschiedenen Wege, auf denen durch jenes Verfahren die Reihe a) in die Reihe b) übergeführt werden kann, ist gleich der Zahl  $\tau_{(\lambda)}^{(\alpha)}$ .“ Beispiele:

1. Wie groß ist  $\tau_{3,2,1}^{2^2,1^2}$ ? (Gewicht 6.)

b)	0	2	4	
a)	3	4	5	Anzahl
2.	2	3	5	1
2.	1	2	5	1
	1	3	4	1

			Anzahl	
1.	0	2	5	1
	1	2	4	1+1=2
	0	3	4	1
1.	0	2	4	1+2+1=4

Also  $\tau_{3,2,1}^{2^2,1^2} = 4$ .

2. Zu finden  $\tau_{4^2, 3^2}^{3^2, 2^2, 1^2}$  (Gewicht 14).

b)	0 1 3 4	
a)	4 5 6 7	Anzahl
3.	3 4 5 7	1
3.	2 3 4 7	1
	2 3 5 6	1
2.	1 2 4 7	1
	1 3 4 6	1+1=2
	1 2 5 6	1
	2 3 4 5	1

2.	0 1 4 7	1
	0 2 3 7	1
	0 2 4 6	1+2+1=4
	1 2 3 6	1+2=3
	0 3 4 5	2
	1 2 4 5	2+1+1=4
	0 1 5 6	1

2.	0 1 3 6	1+1+4+3=9
	0 1 4 5	4+4+1=9
	0 2 3 5	4+3+2+4=13
	1 2 3 4	4
1.	0 1 3 5	9+9+13=31
	0 2 3 4	13+4=17
1.	0 1 3 4	31+17=48

$\tau_{4^2, 3^2}^{3^2, 2^2, 1^2} = 48.$

3. Wert von  $\tau_{5, 4^2, 2}^{3^2, 2^2}$ ? (Gewicht 15).

b)	0 2 3 6	
a)	5 6 7 8	Anzahl
3.	4 5 6 8	1
3.	3 4 5 8	1
	3 4 6 7	1
3.	2 3 4 8	1
	2 3 5 7	1+1=2
	2 4 5 6	1

2.	1 2 4 8	1
	1 3 4 7	1+2=3
	1 2 5 7	2
	1 3 5 6	2+1=3
	2 3 4 6	2+1=3

2.	0 2 3 8	1
	0 2 4 7	1+3+2=6
	1 2 3 7	1+3=4
	0 3 4 6	3+3=6
	1 2 4 6	3+2+3+3=11
	0 2 5 6	2+3=5
2.	0 2 3 6	6+4+6+11=27

$\tau_{5, 4^2, 2}^{3^2, 2^2} = 27.$

19. Die allgemeinen Eigenschaften der Zahlen  $\tau$  werden besser bei der anderen Form der an Gl. (11) anschließenden Aufgabe erkannt: Die Diagonalreihe der Zeiger von  $c$  in  $C_{(\lambda)}$  soll durch Anwendung der  $m$  Zahlen  $\alpha$  auf  $r$  Nullen herabgemindert werden (vgl. S. 15). Folgende Aufgabe ist zu lösen: „In Rechtecksform, die  $r$  Zeilen zu je  $m$  Zahlen und zugleich  $m$  Spalten zu je  $r$  Zahlen enthält, sollen  $\mu$  Einsen und  $rm - \mu$  Nullen so angeordnet werden, daß der Reihe nach die Zeilensummen  $\lambda_0, \lambda_1, \dots, \lambda_{r-1}$ , die Spaltensummen  $\alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_{m-1}$  entstehen. Wird eine beliebige Spaltenzahl abgetrennt, so dürfen links vom Trennstrich in keiner Zeile mehr Einheiten sich befinden, als in der vorausgehenden Zeile. Wieviel verschiedene Anordnungen sind möglich? Die Anzahl dieser Anordnungen ist eben die Zahl  $\tau_{(\lambda)}^{(\alpha)}$ . U. a. muß die erste Spalte mit 1 beginnen und alle ihre Einsen in ununterbrochener Folge enthalten. Stets absteigend ist die Reihe der  $\lambda$ . Die Reihenfolge der  $\alpha$ , an sich beliebig, wählen wir

in der Regel auch absteigend. Erinnerung sei an die Gleichungen (3) und (3a) (S. 3 u. 9), deren Bestehen für die Lösbarkeit der Aufgabe notwendig ist. Die Zahl  $m$  muß mindestens  $= \lambda_0$  sein. Ist  $m = \lambda_0$ , so enthält die erste Zeile nur Einsen; die gleiche Aufgabe ist dann für  $r-1$  Zeilen und  $m - m_1$  Spalten zu lösen, wobei die Zeilensummen  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_{r-1}$ , die Spaltensummen  $\alpha_0 - 1, \alpha_1 - 1, \dots, \alpha_{m-m_1} - 1$  betragen. Ist  $\lambda_{r-1} = 0$ , so ist die Aufgabe für ein um 1 kleineres  $r$  zu lösen. Kein  $\alpha$  darf größer als  $r$  sein. Ist etwa  $\alpha_0 = r$ , so kann  $\alpha_0$  fortgelassen und zugleich jedes  $\lambda$  um 1 vermindert werden; die Aufgabe ist dann für  $m-1$  Spalten zu lösen und für  $p$  Zeilen, da  $p$  der  $\lambda$  größer als 1, die übrigen  $= 1$  sind. Ist für die ersten  $p$  Zeilen festgesetzt, wie die Einsen und Nullen anzuordnen sind, so steht dies auch für die weiteren  $r-p$  Zeilen fest. Die ersten dieser Zeilen müssen nämlich mit  $1, 0, 0, 0, \dots$ , die folgenden mit  $0, 1, 0, 0, \dots$ , dann mit  $0, 0, 1, 0, \dots$  usf. beginnen, bis die Spaltensummen  $\alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_{m-1}$  erreicht sind. — Aus der Reihe  $(\alpha)$ , die auch  $1^{m_1}, 2^{m_2}, \dots, r^{m_r}$  geschrieben werden kann, wird für unsere Aufgabe nicht jede Zahl  $\alpha_n$  einzeln in Betracht kommen, sondern nur die Anzahl der 1, der 2, der 3 usw., d. h. die Werte der Zahlen  $m_1, m_2, \dots, m_r$ . Unter diesen können aber  $m_p, m_{p+1}, \dots, m_r$  nicht einzeln die Lösung jener Aufgabe beeinflussen, sondern nur ihre Gesamtheit, die schon durch  $m, m_1, \dots, m_{p-1}$  und  $\mu$  hinreichend gekennzeichnet ist [vgl. (3)]. Denn sobald  $p$  oder mehr Einheiten in einer Zahl  $\alpha$  stecken, werden dadurch unmittelbar die letzten  $r-p$  Zeilen beeinflusst, sie müssen in der betreffenden Spalte eine bestimmte Anzahl von Einsen aufnehmen. Die Gruppierung in diesen letzten  $r-p$  Zeilen ist aber, wie bemerkt, schon durch die Anordnung in den ersten  $p$  Zeilen eindeutig festgelegt, sie kann keine Bedeutung haben für den Wert von  $\tau_{(\lambda)}^{(\alpha)}$ .

Bestimmende Größen für  $\tau_{(\lambda)}^{(\alpha)}$  sind also neben den Zahlen  $\mu$  (oder auch  $r$ ) und  $m$  noch die Werte von  $\lambda_0, \lambda_1, \dots, \lambda_{p-1}; m_1, m_2, \dots, m_{p-1}$ . Als Funktion dieser Zahlgrößen muß die Zahl  $\tau_{(\lambda)}^{(\alpha)}$  sich darstellen lassen.

Sei  $p = 1$ . Die erste Zeile muß, wie immer, mit 1 beginnen; an ihren übrigen  $m-1$  Stellen können  $\lambda_0 - 1$  Einsen und  $m - \lambda_0$  Nullen in allen verschiedenen Umstellungen stehen; die Anordnung der Zahlen in den übrigen  $r-1$  Zeilen ist jedesmal eindeutig mitbestimmt. Also:

$$\tau_{\lambda, 1}^{(\alpha) \mu - \lambda} = \frac{(m-1)!}{(\lambda-1)! (m-\lambda)!} = \binom{m-1}{\lambda-1}. \quad (43)$$

Ist auch  $\lambda = 1$ , so ist hiernach auch  $\tau_{1^r}^{(\alpha)}$  oder  $\tau_{1^\mu}^{(\alpha)} = 1$  (vgl. S. 15). Statt  $\mu - \lambda$  könnte man in (43) auch  $r-1$  setzen.

Für den allgemeinen Fall soll die gesuchte Zahl so bezeichnet werden:

$$\tau_{(\lambda)}^{(\alpha)} = \tau_{\lambda_0, \lambda_1, \dots, \lambda_{p-1}, 1^{r-p}}^{1^{m_1}, 2^{m_2}, \dots, r^{m_r}} = \binom{m-1 \quad m_1 \quad m_2 \quad \dots \quad m_{p-1}}{\lambda_0-1 \quad \lambda_1-1 \quad \lambda_2-1 \quad \dots \quad \lambda_{p-1}-1}. \quad (44)$$

In dem Ausdruck rechts sind, abgesehen von  $\mu$ , alle Zahlen enthalten, die für den Wert von  $\tau$  bestimmend sind. Ist  $\lambda_{p-1} = 1$ , so fällt das letzte Paar übereinander stehender Zahlen fort, es bleiben nur  $p-1$  solcher Paare stehen. Der Ausdruck vereinfacht sich weiter, wenn  $\lambda_{p-2} = 1$ ,  $\lambda_{p-3} = 1$  usw.; ist schließlich auch  $\lambda_1 = 1$ , so liefert er den vorher gefundenen Wert in (43). Wenn  $\lambda_0 > m$ , so ist die gesuchte Zahl = 0; bei  $\lambda_0 = m$  wird der Ausdruck

$$= \binom{m-m_1-1 \quad m_2 \quad \dots \quad m_{p-1}}{\lambda_1-1 \quad \lambda_2-1 \quad \dots \quad \lambda_{p-1}-1},$$

wobei jetzt  $m_2$  die Anzahl der Zahlen 1,  $m_3$  die der Zahlen 2 usw. in der neuen  $\alpha$ -Reihe bedeutet. Durch solche Vereinfachung kann man wieder zu einer einfachen Binomialzahl gelangen. Bildet man zur Reihe  $(\alpha)$  die zugeordnete  $(\alpha')$ , die in absteigender Ordnung sein möge  $\alpha'_0, \alpha'_1, \alpha'_2, \dots, \alpha'_{m'-1}$ , so ist  $m = \alpha'_0, m_1 = \alpha'_0 - \alpha'_1, m_2 = \alpha'_1 - \alpha'_2$  usw. Man könnte also auch schreiben:

$$\tau_{(\lambda)}^{(\alpha)} = \binom{\alpha'_0-1 \quad \alpha'_0-\alpha'_1 \quad \alpha'_1-\alpha'_2 \quad \dots}{\lambda_0-1 \quad \lambda_1-1 \quad \lambda_2-1 \quad \dots}.$$

Wird nun  $\lambda_0 = \alpha'_0$ , so wird hieraus

$$\binom{\alpha'_1-1 \quad \alpha'_1-\alpha'_2 \quad \alpha'_2-\alpha'_3 \quad \dots}{\lambda_1-1 \quad \lambda_2-1 \quad \lambda_3-1 \quad \dots}$$

und in gleicher Art weiter. Dadurch kommt schon in der Bezeichnung die früher (S. 15) gefundene Wahrheit zum Ausdruck, daß  $\tau_{(\lambda)}^{(\lambda')} = 1$  und  $\tau_{(\lambda)}^{(\alpha)}$  dann = 0 ist, wenn  $(\alpha)$  in der Nebenordnung hinter  $(\lambda')$  steht. In (44) muß  $m \geq m_1 + m_2 + \dots + m_{p-1}$  sein und  $\lambda_0, \lambda_1, \dots, \lambda_{p-1}$  absteigend. Ist eine dieser Bedingungen nicht erfüllt, so ist das betreffende  $\tau$  für unsere Aufgabe Null. Das Gewicht  $\mu$  der Zahl in (44) ist  $\lambda_0 + \lambda_1 + \dots + \lambda_{p-1} - p + r$ ; es muß auch entweder  $= 1 \cdot m_1 + 2 \cdot m_2 + \dots + (p-1) \cdot m_{p-1}$  sein oder aber es müssen eine oder mehrere Zahlen  $m_p, m_{p+1}, \dots$  derart sich finden lassen, daß  $\mu = 1 \cdot m_1 + \dots + (p-1) m_{p-1} + p \cdot m_p + (p+1) m_{p+1} + \dots$  wird. Ist  $m = m_1 + m_2 + \dots + m_{p-1}$ , aber  $1 \cdot m_1 + 2 \cdot m_2 + \dots + (p-1) m_{p-1} < \lambda_0 + \lambda_1 + \dots + \lambda_{p-1}$ , so ist  $\tau$  Null. Auch dann ist  $\tau = 0$  zu setzen, wenn ein  $\alpha > r$  ist (S. 59). Wenn  $\alpha_0 = r$ , so kann  $\alpha_0$  fortgelassen, zugleich  $m$  und jedes  $\lambda$  um 1 vermindert werden. Solche Vereinfachungen seien ausgeführt, ehe in die weitere Rechnung eingetreten wird.

In (44) tritt eine doppelte Verwandtschaft der  $\tau$  mit den Binomialzahlen hervor. Dadurch wird man zu dem Versuch geführt, charakteristische Gleichungen für diese verallgemeinerten figurierten Zahlen zu suchen, aus denen ihr Wert und ihr Bau zu erkennen ist, wie bei den Binomialzahlen aus der Gleichung  $\binom{m}{\lambda} = \binom{m-1}{\lambda} + \binom{m-1}{\lambda-1}$  nebst den Grenzbedingungen  $\binom{0}{\lambda} = 0$ ;  $\binom{m}{0} = 1$ ;  $\binom{0}{0} = 1$ . Der Versuch gelingt. Bei der Herleitung der Gleichungen wird die Form (44) zugrunde gelegt, bei den Schlussformeln aber in der Regel die Form:

$$z = \binom{m \ m_1 \ m_2 \ \dots \ m_{p-1}}{\lambda_0 \ \lambda_1 \ \lambda_2 \ \dots \ \lambda_{p-1}}. \quad (44 \text{ a})$$

Diese Zahl ist also eine Funktion von  $2p$  ganzen positiven Zahlen, von denen einzelne, insbesondere  $m_1, \dots, m_{p-1}$ , auch 0 sein können. Die  $\lambda$  sind stets absteigend geordnet;  $z$  verschwindet, sobald ein  $\lambda$  kleiner ist als das nächstfolgende. Ferner ist  $m_1 + m_2 + \dots + m_{p-1} \leq m + 1$ . Ist  $m_1 + m_2 + \dots + m_{p-1} = m + 1$  und  $1 \cdot m_1 + 2 \cdot m_2 + \dots + (p-1) \cdot m_{p-1} < \lambda_0 + \lambda_1 + \dots + \lambda_{p-1} + p$ , so ist  $z = 0$ . Ferner  $z = 0$ , wenn  $m < \lambda_0$ ; außerdem:

$$\left. \begin{aligned} \binom{m \ m_1 \ \dots \ m_{p-1}}{m \ \lambda_1 \ \dots \ \lambda_{p-1}} &= \binom{m-m_1 \ m_2 \ \dots \ m_{p-1}}{\lambda_1 \ \lambda_2 \ \dots \ \lambda_{p-1}}; \\ \binom{m \ m_1 \ \dots \ m_{p-2} \ m_{p-1}}{\lambda_0 \ \lambda_1 \ \dots \ \lambda_{p-2} \ 0} &= \binom{m \ m_1 \ \dots \ m_{p-2}}{\lambda_0 \ \lambda_1 \ \dots \ \lambda_{p-2}}. \end{aligned} \right\} \quad (44 \text{ b})$$

20. a) Sei  $m_1 > 0$ . In allen Rechtecksformen zur Bestimmung von  $\tau$  (vgl. S. 58) streiche man die letzte Spalte. Sie enthielt nur eine 1, die in einer der ersten  $p$  Zeilen oder in der allerletzten (der  $r$ -ten) Zeile stand. Daher sofort:

$$\binom{m \ m_1 \ \dots \ m_{p-1}}{\lambda_0 \ \lambda_1 \ \dots \ \lambda_{p-1}} = \binom{m-1 \ m_1-1 \ m_2 \ \dots \ m_{p-1}}{\lambda_0 \ \lambda_1 \ \lambda_2 \ \dots \ \lambda_{p-1}} + \sum_{k=1}^1 \binom{m-1 \ m_1-1 \ m_2 \ \dots \ m_{p-1}}{\lambda_0-k_0 \ \lambda_1-k_1 \ \lambda_2-k_2 \ \dots \ \lambda_{p-1}-k_{p-1}}, \quad (45)$$

wo in der Summe  $S$  jedes  $k_h$  nur 0 oder 1 sein, die Summe

$$k = k_0 + k_1 + \dots + k_{p-1}$$

nur den Wert 1 haben darf. Das erste Glied rechts verschwindet, wenn  $m_1 + m_2 + \dots + m_{p-1} = m + 1$  und zugleich  $1 \cdot m_1 + 2 \cdot m_2 + \dots + (p-1) \cdot m_{p-1} = \lambda_0 + \lambda_1 + \dots + \lambda_{p-1} + p$  ist. Die Summe  $S$  hat im allgemeinen  $p$  Glieder; von ihnen verschwindet jedes, bei dem von zwei gleichen  $\lambda_h$  das voranstehende um 1 vermindert wird. Beispiele für (45):

$$\begin{pmatrix} 7 & 6 & 1 \\ 4 & 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & 5 & 1 \\ 4 & 2 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 6 & 5 & 1 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 6 & 5 & 1 \\ 4 & 1 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 6 & 5 & 1 \\ 4 & 2 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\text{d. h. } 125 = 15 + 56 + 30 + 24;$$

$$\begin{pmatrix} 6 & 3 & 1 & 3 \\ 4 & 2 & 2 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 2 & 1 & 3 \\ 4 & 2 & 2 & 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 5 & 2 & 1 & 3 \\ 3 & 2 & 2 & 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 5 & 2 & 1 & 3 \\ 4 & 2 & 2 & 1 \end{pmatrix},$$

$$\text{d. h. } 27 = 0 + 12 + 15;$$

$$\tau_{3, 2^2, 1}^{2^2, 1^2} = \tau_{3, 2^2}^{2^2, 1} + \tau_{3, 2, 1^2}^{2^2, 1} + \tau_{2^2, 1}^{2^2, 1}.$$

$$\text{d. h. } 13 = 3 + 6 + 4.$$

b) Sei  $m_\varrho < 0$  und  $1 < \varrho < p$ . Dann ist:

$$\begin{aligned} & \left( \begin{matrix} m & m_1 & \dots & m_{p-1} \\ \lambda_0 & \lambda_1 & \dots & \lambda_{p-1} \end{matrix} \right) - \left( \begin{matrix} m & m_1 & \dots & m_{\varrho-2} & m_{\varrho-1} + 1 & m_{\varrho} - 1 & m_{\varrho+1} & \dots & m_{p-1} \\ \lambda_0 & \lambda_1 & \dots & \lambda_{\varrho-2} & \lambda_{\varrho-1} & \lambda_{\varrho} & \lambda_{\varrho+1} & \dots & \lambda_{p-1} \end{matrix} \right) \\ = & \sum_{k=\varrho}^1 \left( \begin{matrix} m-1 & m_1 & \dots & m_{\varrho-1} & m_{\varrho}-1 & m_{\varrho+1} & \dots & m_{p-1} \\ \lambda_0 - k_0 & \lambda_1 - k_1 & \dots & \lambda_{\varrho-1} - k_{\varrho-1} & \lambda_{\varrho} - k_{\varrho} & \lambda_{\varrho+1} - k_{\varrho+1} & \dots & \lambda_{p-1} - k_{p-1} \end{matrix} \right), \end{aligned} \quad (46)$$

wo jedes  $k_h$  nur 0 oder 1, ihre Summe  $k$  nur  $= \varrho$  sein darf. Von den Gliedern rechts verschwindet ein solches, bei dem von zwei gleichen Zahlen  $\lambda_h$  die eine um 1 vermindert wird, die folgende aber nicht. Denn bei der hier entstehenden Reihe  $(\lambda)$  verschwindet identisch das zugehörige  $C(\lambda)$ , somit auch der Zahlenfaktor jedes  $T(\alpha)$ , das bei der Entwicklung solches  $C(\lambda)$  sonst etwa auftreten könnte. Auf der linken Seite verschwindet das zweite Glied, falls  $m_1 + m_2 + \dots + m_{p-1} = m + 1$  und zugleich  $1 \cdot m_1 + 2 \cdot m_2 + \dots + (p-1) m_{p-1} = \lambda_0 + \lambda_1 + \dots + \lambda_{p-1} + p$  ist.

Die Richtigkeit von (46) erkennt man am einfachsten aus (11) nebst den anschließenden Darlegungen S. 13 ff. Die Differentiationen und Nullsetzungen für  $t_1, t_2, \dots, t_{m-1}$  seien ausgeführt, nur  $\varrho$ -fache Differentiation nach  $t_m$  stehe noch aus ( $\varrho$  statt  $\alpha_{m-1}$ ). Eine Summe von Determinanten, jede wegen der Nullsetzungen von  $t_1, \dots, t_{m-1}$  mit  $C^{(m-1)}$  zu bezeichnen, ist entstanden und es bleibt zu ermitteln:

$$\tau_{(\lambda)}^{(\alpha)} = \frac{1}{\varrho!} \left| \frac{d^\varrho (\sum C^{(m-1)})}{dt_m^\varrho} \right|_{t_m = t_{m+1} = \dots = t_n = 0}$$

Jedes  $C^{(m-1)}$  ist durch  $(\mu - \varrho)$ -fache Differentiation von  $C(\lambda)$  nach den  $t$  entstanden, durch jede Differentiation ist der Zeiger von irgend einem Diagonalelement um 1 vermindert worden; also muß in  $C^{(m-1)}$  die Zeigersumme der Elemente  $c^{(m-1)}$  in der Hauptdiagonale  $= \varrho$  sein. Wäre einer dieser Zeiger

größer als 1, so müßte  $C^{(m-1)}$  durch die  $\rho$  Differentiationen nach  $t_m$  verschwinden, weil kein  $c$  mehr als einmal nach  $t_m$  differentiiert werden kann, ohne zu verschwinden. Also muß die Diagonalreihe jedes brauchbaren  $C^{(m-1)}$  das Element  $c_1^{(m-1)}$  genau  $\rho$ -mal,  $c_0^{(m-1)}$ , d. h. 1,  $(\rho - \rho)$ -mal enthalten. Die  $\rho$  in Betracht kommenden Spalten, welche jene Elemente  $c_1^{(m-1)}$  enthalten, können in beliebiger Reihenfolge nach  $t_m$  differentiiert werden, daher tritt der Faktor  $\rho!$  vor das Ergebnis und hebt sich gegen  $\rho!$  des Nenners. Jedes brauchbare  $C^{(m-1)}$  erhält durch die letzte Differentiation und das Nullsetzen aller  $t$ -den Wert 1 und die Summe dieser Einheiten liefert  $\tau_{(\lambda)}^{(\alpha)}$ . Unter den Elementen  $c_1^{(m-1)}$  können einige nur durch Nullsetzen der  $t$ , ohne jede Differentiation, entstanden sein, die übrigen aus  $c_h$ , wo  $h > 1$ , durch Differentiieren nach  $t_1, \dots, t_{m-1}$  und Nullsetzen dieser  $t$ . Erstere seien mit  $\hat{c}_1^{(m-1)}$  bezeichnet, sie stehen wegen der absteigenden Ordnung von  $(\lambda)$  nur in den letzten  $\rho - p$  Stellen der Hauptdiagonale von  $C_{(\lambda)}$ . Wir teilen die brauchbaren  $C^{(m-1)}$  in zwei Klassen, je nachdem das letzte Element der Hauptdiagonale  $\hat{c}_1^{(m-1)}$  ist oder nicht. In der ersten Klasse sind nach Ausführung des letzten Schrittes ebensoviel Glieder  $C^{(m)}$  vom Werte 1 vorhanden, wie sie entstanden wären, wenn man  $C$  unter Fortlassung der letzten Spalte und Zeile  $\alpha_0$ -mal nach  $t_1$ ,  $\alpha_1$ -mal nach  $t_2$  usf., zuletzt aber nur  $(\rho - 1)$ -mal nach  $t_m$  differentiiert und alle  $t = 0$  gesetzt hätte. Hier ist also statt eines Exponenten  $\rho$  der andere  $\rho - 1$  eingetreten, oder statt  $m_\rho$  ist  $m_\rho - 1$ , statt  $m_{\rho-1}$  ist  $m_{\rho-1} + 1$  zu setzen; aber die Reihe  $\lambda_0, \lambda_1, \dots, \lambda_{\rho-1}$  ist unverändert, nur das letzte  $\lambda$  vom Wert 1 ist ausgefallen. Das zweite Glied links in (46) gibt also die Anzahl aller Glieder jener ersten Klasse. Steht dagegen  $\hat{c}_1^{(m-1)}$  nicht als letztes Glied der Hauptdiagonale, so könnte wohl noch  $c_0^{(m-1)} = 1$  dort stehen, aber einfach fortgelassen werden; sonst nur  $c_1^{(m-1)}$ , ohne daß ein  $\hat{c}_1^{(m-1)}$  irgendwo vorhanden ist. In diesem Falle stellen wir von den brauchbaren  $C^{(m-1)}$  alle die zu einer Untergruppe zusammen, bei denen dieselben Spalten jene  $\rho$  Größen  $c_1^{(m-1)}$  enthalten. Aus jeder solchen Untergruppe entsteht nach Ausführung des letzten Schrittes eine der in (46) rechts stehenden Zahlen. — Damit ist (46) restlos bewiesen.

Beispiele für (46):

$$\begin{pmatrix} 5 & 2 & 3 & 0 \\ 2 & 2 & 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 3 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 1 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 & 2 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 & 2 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 & 2 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\text{d. h. } 57 = 24 + 8 + 16 + 9;$$

$$\begin{pmatrix} 6 & 4 & 0 & 1 & 2 \\ 3 & 2 & 2 & 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & 4 & 0 & 2 & 1 \\ 3 & 2 & 2 & 2 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 5 & 4 & 0 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 5 & 4 & 0 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 5 & 4 & 0 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$\text{d. h. } 48 = 0 + 18 + 18 + 12.$$

c) Die Herleitung von (46) ging von der Annahme aus:  $m_\rho > 0$ ,  $1 < \rho < p$ . Ist  $\rho = 1$ , so tritt (45) an Stelle von (46). Ist  $\rho = p$ , so kann genau, wie vorher, geschlossen werden. Die  $C^{(m-1)}$  werden in zwei Klassen geteilt. Die  $\tau$ -Zahl für die erste Klasse hat im Vergleich mit der ursprünglichen  $\tau$ -Zahl dieselben Zahlen  $\lambda > 1$  und dasselbe  $m$ ; die Zahl  $m_{p-1}$  wird aber um 1 vergrößert, die Zahl  $m_p$  um 1 vermindert. Letzteres tritt bei der  $z$ -Form äußerlich nicht hervor, weil hier die Anzahl derjenigen  $\alpha$ , die den Wert  $p$  haben, nicht besonders genannt wird. Bei der zweiten Klasse der  $C^{(m-1)}$  gibt es nicht mehrere Untergruppen, sondern ihre  $\tau$ -Zahl entsteht aus der ursprünglichen, indem  $m$  und alle  $p$  Zeiger  $\lambda$  um je 1 vermindert werden, die Größen  $m_1, m_2, \dots, m_{p-1}$  aber unverändert bleiben. Also in der  $z$ -Form:

$$\begin{pmatrix} m & m_1 & \dots & m_{p-1} \\ \lambda_0 & \lambda_1 & \dots & \lambda_{p-1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m & m_1 & \dots & m_{p-2} & m_{p-1} + 1 \\ \lambda_0 & \lambda_1 & \dots & \lambda_{p-2} & \lambda_{p-1} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} m-1 & m_1 & \dots & m_{p-2} & m_{p-1} \\ \lambda_0-1 & \lambda_1-1 & \dots & \lambda_{p-2}-1 & \lambda_{p-1}-1 \end{pmatrix}. \quad (47)$$

Die Gleichung würde ihren Sinn verlieren, wenn  $m_1 + m_2 + \dots + m_{p-1} = m + 1$  wäre.

Hat unter den Zahlen  $\alpha$ , die  $> p-1$ , keine den Wert  $p$ , ist vielmehr jede  $> p$ , so bleibt doch (47) ungeändert. Keine dieser Zahlen sei  $< p+h$ , wo  $h$  mindestens  $= 1$ , höchstens  $= r-p-1$  ist. Man differenziere, wie früher,  $C(\lambda)$  nach  $t_1, \dots, t_{m-1}$  und setze diese Veränderlichen  $= 0$ , führe zuletzt die  $(p+h)$ -fache Differentiation nach  $t_m$  aus. Soll dadurch irgend ein  $C^{(m-1)}$  in ein  $C^{(m)}$  vom Wert 1 übergeführt werden, so muß  $C^{(m-1)}$  in der Hauptdiagonale  $p+h$  Elemente  $c_i^{(m-1)}$  haben, wovon mindestens  $h$  mit  $\hat{c}_1^{(m-1)}$  zu bezeichnen sind, weil ohne Differentiation aus  $c_1$  entstanden. Alle Diagonalglieder von  $C^{(m-1)}$ , außer jenen  $p+h$ , haben bereits den Wert 1. Auch müssen gerade die  $h$  letzten Stellen der Diagonale mit  $\hat{c}_1^{(m-1)}$  besetzt sein. Alle  $C^{(m-1)}$  werden dann in zwei Klassen geteilt, je nachdem in der letzten Stelle vor jener Endgruppe von  $\hat{c}_1^{(m-1)}$  noch ein Element  $\hat{c}_1^{m-1}$  vorhanden ist oder nicht. Die  $\tau$ -Zahl für die erste der beiden Klassen wird durch das erste, die  $\tau$ -Zahl für die zweite Klasse durch das zweite Glied auf der rechten Seite von (47) dargestellt. Bei der  $\tau$ -Form selbst fallen unten soviel der letzten Einsen fort, daß das Gewicht unten und oben stimmt.

Beispiele zu (47):

$$\begin{pmatrix} 5 & 2 & 3 & 0 \\ 2 & 2 & 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 2 & 3 & 1 \\ 2 & 2 & 1 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 & 2 & 3 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} = 49 + 8 = 57; \text{ vgl. S. 63;}$$

$$\tau_{3^2, 2^3, 1^2}^{5, 4, 2^2, 1} = \tau_{3^2, 2^3, 1}^{4^2, 2^2, 1} + \tau_{2^2, 1^3}^{4, 2^2, 1}; \text{ d. h. } 27 = 22 + 5;$$

$$\tau_{3, 2^4, 1^2}^{7, 3^2, 2, 1^2} = \tau_{3, 2^4, 1^2}^{4, 3^2, 2, 1^2} + \tau_{2, 1^6}^{3^2, 2, 1^2}; \text{ d. h. } 90 = 86 + 4.$$

d) Die Gleichungsgruppe (46) könnte auch durch eine andere ersetzt werden. Wie man  $m_\rho$  auf  $m_\rho - 1$  herabminderte, kann man in dem Glied von (46), das vor  $m_\rho - 1$  die Zahl  $m_{\rho-1} + 1$  hat, letztere auf  $m_{\rho-1}$  zurückführen, wodurch wieder an einer Stelle  $m_{\rho-2} + 1$  auftritt. Gleiches Vorgehen liefert zuletzt:

$$\binom{m \ m_1 \ \dots \ m_{p-1}}{\lambda_0 \ \lambda_1 \ \dots \ \lambda_{p-1}} = \sum_{k \leq \rho} \binom{m-1 \ m_1 \ \dots \ m_{\rho-1} \ m_\rho-1 \ m_{\rho+1} \ \dots \ m_{p-1}}{\lambda_0-k_0 \ \lambda_1-k_1 \ \dots \ \lambda_\rho-k_\rho \ \dots \ \lambda_{p-1}-k_{p-1}}, \quad (48)$$

wo die Summe  $k = k_0 + k_1 + \dots + k_{p-1}$  alle Werte von 0 bis  $\rho$  erhalten soll, jedes einzelne  $k_h$  nur die Werte 0 oder 1.<sup>1)</sup>

21. Aus (45), (46), (47), — wobei statt (46) auch (48) eintreten kann, — nebst den Grenzbedingungen (S. 59 u. 61) läßt jede Zahl  $\tau$  auf mehrfache Art sich auswerten. Folgendes sei besonders hervorgehoben.

a) Durch wiederholte Anwendung von (47) folgt:

$$\binom{m \ m_1 \ \dots \ m_{p-1}}{\lambda_0 \ \lambda_1 \ \dots \ \lambda_{p-1}} = \sum_{h=0}^{h=l} \binom{l}{h} \binom{m-h \ m_1 \ m_2 \ \dots \ m_{p-2} \ m_{p-1}+l-h}{\lambda_0-h \ \lambda_1-h \ \dots \ \lambda_{p-2}-h \ \lambda_{p-1}-h}. \quad (49)$$

Falls  $\lambda_{p-1} > [m_p]$ , setze man hier  $l = [m_p]$ , so ist sofort ein beliebiges  $z$  als Summe solcher  $z$  dargestellt, für die  $m+1 = m_1 + m_2 + \dots + m_{p-1}$  ist, oder auch ein beliebiges  $\tau$  als Summe solcher  $\tau$ , die keinen oberen Zeiger  $> p-1$  haben. Ist aber  $\lambda_{p-1} \leq [m_p]$ , so setze man  $l = \lambda_{p-1}$ , wodurch mindestens ein Zeiger unten verschwindet, also  $p$  sich verkleinert. Behandelt man alle Glieder der Summe in gleicher Art nach (49) oder (47) weiter, so erreicht man stets das gleiche Ziel, wie vorhin; höchstens könnten einzelne Glieder unmittelbar in Binomialzahlen übergehen. Sodann kann man durch (46) einen Zeiger  $m_\rho$  nach dem anderen, mit dem letzten beginnend, zum Verschwinden bringen, mit Ausnahme von  $m_1$ . Zuletzt wird so die ursprüngliche  $z$ -Zahl dargestellt als Summe von Zahlen der Form:

$$\binom{m \ m+1 \ 0 \ \dots \ 0}{\lambda_0 \ \lambda_1 \ \lambda_2 \ \dots \ \lambda_{p-1}},$$

von denen einige auch Binomialzahlen sein könnten. Oder auch: jedes  $\tau_{(\lambda)}^{(\alpha)}$  läßt sich durch (47) und (46) auf eine Summe von Zahlen  $\tau_{(\lambda)}^{1''}$  zurückführen, diese natürlich mit verschiedenem Gewicht. Für solche Zahlformen wird nachher folgende einfache Formel bewiesen:

<sup>1)</sup> Die Formeln (45), (46), (47), (48) sind in anderer Anordnung und durch andere Schlufsreihen bewiesen in J. 93, S. 99—102.

$$\tau_{(\lambda)}^{1^a} = \mu! \cdot A : (v-p)! \prod_{h=0}^{h=p-1} \{(\lambda_h - h + p - 2)! (v - \lambda_h - h - 1)\}, \quad (50)$$

dabei  $A = |\lambda^{p-1} \lambda^{p-2} \dots \lambda_1|$ , eine Determinante  $p$ -ten Grades,

$$= (\lambda_0 - \lambda_1 + 1) (\lambda_0 - \lambda_2 + 2) \dots (\lambda_0 - \lambda_{p-1} + p - 1) (\lambda_1 - \lambda_2 + 1) \dots (\lambda_1 - \lambda_{p-1} + p - 2) \\ (\lambda_2 - \lambda_3 + 1) \dots (\lambda_{p-2} - \lambda_{p-1} + 1),$$

und  $\Pi$  in bekannter Art die Bezeichnung eines Produkts.

Aus (50) ist leicht die  $z$ -Form zu entnehmen. — Beispiele für (50):

$$\tau_{4, 2^2, 1^2}^{\text{in}} = \frac{11! \cdot 3 \cdot 4 \cdot 1}{3! \cdot 5! \cdot 2! \cdot 1! \cdot 9 \cdot 6 \cdot 5} = 1232; \\ \tau_{3, 2^4}^{\text{in}} = \frac{11! \cdot 5! \cdot 3! \cdot 2!}{0! \cdot 6! \cdot 4! \cdot 3! \cdot 2! \cdot 1! \cdot 7 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2} = 330.$$

b) Durch wiederholte Anwendung von (45) kann man  $m_1$  auf Null herunterbringen, ohne  $m_2, \dots, m_{p-1}$  zu ändern, ebenso irgend ein  $m_p$  durch Anwendung von (48), so daß zuletzt bei den einzelnen Gliedern in der  $z$ -Form alle oberen Zeiger mit Ausnahme des ersten Nullen sind und  $m+1 = [m_p]$ . Oder: man kann  $\tau_{(\lambda)}^{(\alpha)}$  darstellen als Aggregat solcher  $\tau$ , bei denen die obere Zeigerreihe keinen Zeiger  $< p$  enthält. Ist  $(\bar{\alpha})$  eine Reihe, die keinen Zeiger  $< p$  enthält, so ist:

$$\tau_{(\lambda)}^{(\bar{\alpha})} = A \cdot \prod_{h=0}^{h=p-1} \frac{(m-1+h)!}{(\lambda_h - h + p - 2)! (m - \lambda_h + h)!} \quad (51)$$

In der  $z$ -Form wäre dies:

$$\begin{pmatrix} m & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \lambda_0 & \lambda_1 & \lambda_2 & \dots & \lambda_{p-1} \end{pmatrix} = A \cdot \prod_{h=0}^{h=p-1} \frac{(m+h)!}{(\lambda_h - h + p - 1)! (m - \lambda_h + h)!} \quad (51a)$$

Beweis später. — Beispiele zu (51) u. (51a):

$$\tau_{2^3, 1^3}^{3, 4^2} = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 2! \cdot 3! \cdot 4!}{3! \cdot 2! \cdot 1! \cdot 1! \cdot 2! \cdot 3!} = 4; \\ \tau_{4, 3^2, 1^3}^{4^2, 5^2} = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 2 & 2 & 2 \end{pmatrix} = \frac{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 4! \cdot 5! \cdot 6! \cdot 7!}{6! \cdot 4! \cdot 3! \cdot 2! \cdot 1! \cdot 3! \cdot 4! \cdot 5!} = 140.$$

Aus (51a) läßt sich die Formel ablesen:

$$\begin{pmatrix} m & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \lambda_0 & \lambda_1 & \lambda_2 & \dots & \lambda_{p-1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m & 0 & 0 & \dots & 0 \\ m - \lambda_{p-1} & m - \lambda_{p-2} & m - \lambda_{p-3} & \dots & m - \lambda_0 \end{pmatrix}, \quad (52)$$

die als Sonderfall die altbekannte enthält  $\begin{pmatrix} m \\ \lambda \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m \\ m - \lambda \end{pmatrix}$ , dann nämlich, wenn  $m = \lambda_0 = \lambda_1 = \dots = \lambda_{p-2}$  ist.

Beispiele zur Erläuterung der beschriebenen Wege:

1. Zu berechnen ist  $\tau_{4^3, 3, 1^5}^{6, 4, 2, 1^8}$ . Angewendet wird zuerst (49), d. h. (47), dann (46). Einige  $z$ -Zahlen verschwinden, weil die untere Zeigerreihe höheres Gewicht hat als die obere; sie wurden fortgelassen.

$$\begin{aligned}
 & \left( \begin{smallmatrix} 10 & 8 & 1 & 0 \\ 3 & 3 & 3 & 2 \end{smallmatrix} \right) = \left( \begin{smallmatrix} 10 & 8 & 1 & 2 \\ 3 & 3 & 3 & 2 \end{smallmatrix} \right) + 2 \cdot \left( \begin{smallmatrix} 9 & 8 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 & 1 \end{smallmatrix} \right) + \left( \begin{smallmatrix} 8 & 8 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{smallmatrix} \right) \\
 = & \left( \begin{smallmatrix} 10 & 8 & 2 & 1 \\ 3 & 3 & 3 & 2 \end{smallmatrix} \right) + \left( \begin{smallmatrix} 9 & 8 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 2 & 1 \end{smallmatrix} \right) + \left( \begin{smallmatrix} 9 & 8 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 & 2 \end{smallmatrix} \right) + 2 \cdot \left( \begin{smallmatrix} 9 & 8 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 2 & 1 \end{smallmatrix} \right) + 2 \left( \begin{smallmatrix} 8 & 8 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{smallmatrix} \right) + 2 \left( \begin{smallmatrix} 8 & 8 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 & 0 \end{smallmatrix} \right) \\
 = & \left( \begin{smallmatrix} 8 & 9 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{smallmatrix} \right) + \left( \begin{smallmatrix} 7 & 8 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{smallmatrix} \right) \\
 = & \left( 2 \cdot \left( \begin{smallmatrix} 9 & 8 & 2 & 0 \\ 3 & 2 & 2 & 1 \end{smallmatrix} \right) + 2 \cdot \left( \begin{smallmatrix} 9 & 8 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 2 & 2 \end{smallmatrix} \right) + 2 \cdot \left( \begin{smallmatrix} 9 & 9 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & 2 & 1 \end{smallmatrix} \right) + 4 \cdot \left( \begin{smallmatrix} 8 & 8 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 & 1 \end{smallmatrix} \right) + \left( \begin{smallmatrix} 8 & 8 & 1 \\ 3 & 1 & 1 \end{smallmatrix} \right) \right. \\
 & \left. + 3 \cdot \left( \begin{smallmatrix} 8 & 8 & 1 \\ 2 & 2 & 1 \end{smallmatrix} \right) + 2 \cdot \left( \begin{smallmatrix} 8 & 9 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{smallmatrix} \right) + 2 \cdot \left( \begin{smallmatrix} 8 & 9 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \end{smallmatrix} \right) + \left( \begin{smallmatrix} 8 & 9 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{smallmatrix} \right) + 4 \cdot \left( \begin{smallmatrix} 7 & 8 \\ 1 & 1 \end{smallmatrix} \right) + 2 \cdot \left( \begin{smallmatrix} 7 \\ 2 \end{smallmatrix} \right) + 7 \right. \\
 = & \left( 2 \cdot \left( \begin{smallmatrix} 8 & 8 & 1 & 0 \\ 3 & 1 & 1 & 1 \end{smallmatrix} \right) + 4 \cdot \left( \begin{smallmatrix} 8 & 8 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & 1 & 1 \end{smallmatrix} \right) + 2 \cdot \left( \begin{smallmatrix} 8 & 8 & 1 \\ 3 & 2 & 1 \end{smallmatrix} \right) + 2 \cdot \left( \begin{smallmatrix} 8 & 8 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \end{smallmatrix} \right) + 6 \cdot \left( \begin{smallmatrix} 8 & 9 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 1 & 1 \end{smallmatrix} \right) \right. \\
 & \left. - 2 \cdot \left( \begin{smallmatrix} 8 & 9 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{smallmatrix} \right) - \left( \begin{smallmatrix} 8 & 9 & 0 \\ 3 & 1 & 1 \end{smallmatrix} \right) + 5 \cdot \left( \begin{smallmatrix} 8 & 9 & 0 \\ 2 & 2 & 1 \end{smallmatrix} \right) + 2 \cdot \left( \begin{smallmatrix} 8 & 9 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \end{smallmatrix} \right) + \left( \begin{smallmatrix} 8 & 9 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{smallmatrix} \right) + 7 \cdot \left( \begin{smallmatrix} 7 & 8 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{smallmatrix} \right) \right. \\
 & \left. + 8 \cdot \left( \begin{smallmatrix} 7 & 8 \\ 2 & 1 \end{smallmatrix} \right) + 4 \cdot \left( \begin{smallmatrix} 7 & 8 \\ 1 & 1 \end{smallmatrix} \right) + \left( \begin{smallmatrix} 7 \\ 3 \end{smallmatrix} \right) + 49 \right. \\
 = & \left( 6 \cdot \left( \begin{smallmatrix} 8 & 9 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 1 & 1 \end{smallmatrix} \right) + 2 \cdot \left( \begin{smallmatrix} 8 & 9 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{smallmatrix} \right) + 2 \cdot \left( \begin{smallmatrix} 8 & 9 & 0 \\ 3 & 2 & 1 \end{smallmatrix} \right) + \left( \begin{smallmatrix} 8 & 9 & 0 \\ 3 & 1 & 1 \end{smallmatrix} \right) + 2 \cdot \left( \begin{smallmatrix} 8 & 9 & 0 \\ 2 & 2 & 2 \end{smallmatrix} \right) + 5 \cdot \left( \begin{smallmatrix} 8 & 9 & 0 \\ 2 & 2 & 1 \end{smallmatrix} \right) \right. \\
 & \left. - 2 \cdot \left( \begin{smallmatrix} 8 & 9 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \end{smallmatrix} \right) - \left( \begin{smallmatrix} 8 & 9 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{smallmatrix} \right) - 4 \cdot \left( \begin{smallmatrix} 7 & 8 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{smallmatrix} \right) + 10 \cdot \left( \begin{smallmatrix} 7 & 8 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \end{smallmatrix} \right) + 7 \cdot \left( \begin{smallmatrix} 7 & 8 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{smallmatrix} \right) + 4 \cdot \left( \begin{smallmatrix} 7 & 8 \\ 3 & 1 \end{smallmatrix} \right) \right. \\
 & \left. - 6 \cdot \left( \begin{smallmatrix} 7 & 8 \\ 2 & 2 \end{smallmatrix} \right) - 8 \cdot \left( \begin{smallmatrix} 7 & 8 \\ 2 & 1 \end{smallmatrix} \right) - 4 \cdot \left( \begin{smallmatrix} 7 & 8 \\ 1 & 1 \end{smallmatrix} \right) + 84. \right.
 \end{aligned}$$

Nach (50) ist hier z. B. das 1., das 2., das 14. der geltenden Glieder:

$$6 \cdot \tau_{3, 2^3}^{1^9} = 6 \cdot \frac{9! \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 1}{0! \cdot 5! \cdot 3! \cdot 2! \cdot 1! \cdot 6 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2} = 7 \cdot 8 \cdot 9 = 504;$$

$$2 \cdot \tau_{2^4, 1}^{1^9} = 2 \cdot \frac{9! \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 1}{1! \cdot 4! \cdot 3! \cdot 2! \cdot 1! \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3} = \frac{7 \cdot 8 \cdot 9}{2 \cdot 3} = 84;$$

$$8 \cdot \tau_{3, 2, 1^2}^{1^8} = 8 \cdot \frac{8! \cdot 2}{3! \cdot 3! \cdot 1! \cdot 7 \cdot 5} = 8 \cdot 4 \cdot 8 \cdot 2 = 512.$$

Die Gesamtheit der Glieder aber ist

$$\begin{aligned}
 = & 504 + 84 + 56 + 336 + 216 + 84 + 840 + 324 + 48 + 700 + 196 + 360 + 336 + 512 \\
 & + 80 + 84 = 4760.
 \end{aligned}$$

Zur Nachprüfung wende man auf die gegebene  $z$ -Form zuerst (46) und (45) oder auch (48), dann immer (45) an:

$$\begin{aligned}
 \left( \begin{array}{cccc} 10 & 8 & 1 & 0 \\ 3 & 3 & 3 & 2 \end{array} \right) &= \left( \begin{array}{cccc} 9 & 8 & 0 & 0 \\ 3 & 3 & 3 & 2 \end{array} \right) + \left( \begin{array}{cccc} 9 & 8 & 0 & 0 \\ 3 & 3 & 3 & 1 \end{array} \right) + \left( \begin{array}{cccc} 9 & 8 & 0 & 0 \\ 3 & 3 & 2 & 2 \end{array} \right) + \left( \begin{array}{cccc} 9 & 8 & 0 & 0 \\ 3 & 3 & 2 & 1 \end{array} \right) + \left( \begin{array}{cccc} 9 & 8 & 0 & 0 \\ 3 & 2 & 2 & 2 \end{array} \right) \\
 &= \left( \begin{array}{cccc} 8 & 7 & 0 & 0 \\ 3 & 3 & 3 & 2 \end{array} \right) + 2 \cdot \left( \begin{array}{cccc} 8 & 7 & 0 & 0 \\ 3 & 3 & 3 & 1 \end{array} \right) + 2 \cdot \left( \begin{array}{cccc} 8 & 7 & 0 & 0 \\ 3 & 3 & 2 & 2 \end{array} \right) + 3 \cdot \left( \begin{array}{cccc} 8 & 7 & 0 & 0 \\ 3 & 3 & 2 & 1 \end{array} \right) + \left( \begin{array}{cccc} 8 & 7 & 0 & 0 \\ 3 & 3 & 1 & 1 \end{array} \right) \\
 &\quad + 2 \cdot \left( \begin{array}{cccc} 8 & 7 & 0 & 0 \\ 3 & 2 & 2 & 2 \end{array} \right) + 2 \cdot \left( \begin{array}{cccc} 8 & 7 & 0 & 0 \\ 3 & 2 & 2 & 1 \end{array} \right) + \left( \begin{array}{cccc} 8 & 7 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 2 & 2 \end{array} \right) + \left( \begin{array}{cccc} 8 & 7 & 0 & 0 \\ 3 & 3 & 3 & 3 \end{array} \right) + \left( \begin{array}{cccc} 8 & 7 & 0 & 0 \\ 3 & 3 & 2 & 2 \end{array} \right) \\
 &= \left( \begin{array}{cccc} 7 & 6 & 0 & 0 \\ 3 & 3 & 3 & 2 \end{array} \right) + 3 \cdot \left( \begin{array}{cccc} 7 & 6 & 0 & 0 \\ 3 & 3 & 3 & 1 \end{array} \right) + 3 \cdot \left( \begin{array}{cccc} 7 & 6 & 0 & 0 \\ 3 & 3 & 2 & 2 \end{array} \right) + 7 \cdot \left( \begin{array}{cccc} 7 & 6 & 0 & 0 \\ 3 & 3 & 2 & 1 \end{array} \right) + 4 \cdot \left( \begin{array}{cccc} 7 & 6 & 0 & 0 \\ 3 & 3 & 1 & 1 \end{array} \right) \\
 &\quad + 4 \cdot \left( \begin{array}{cccc} 7 & 6 & 0 & 0 \\ 3 & 2 & 2 & 2 \end{array} \right) + 7 \cdot \left( \begin{array}{cccc} 7 & 6 & 0 & 0 \\ 3 & 2 & 2 & 1 \end{array} \right) + 3 \cdot \left( \begin{array}{cccc} 7 & 6 & 0 & 0 \\ 3 & 2 & 1 & 1 \end{array} \right) + 3 \cdot \left( \begin{array}{cccc} 7 & 6 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 2 & 2 \end{array} \right) \\
 &\quad - 3 \cdot \left( \begin{array}{cccc} 7 & 6 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 2 & 1 \end{array} \right) - 3 \cdot \left( \begin{array}{cccc} 7 & 6 & 0 & 0 \\ 3 & 3 & 3 & 3 \end{array} \right) + 5 \cdot \left( \begin{array}{cccc} 7 & 6 & 0 & 0 \\ 3 & 3 & 2 & 2 \end{array} \right) + 2 \cdot \left( \begin{array}{cccc} 7 & 6 & 0 & 0 \\ 3 & 3 & 1 & 1 \end{array} \right) - 3 \cdot \left( \begin{array}{cccc} 7 & 6 & 0 & 0 \\ 3 & 2 & 2 & 2 \end{array} \right) \\
 &= \left( \begin{array}{cccc} 6 & 5 & 0 & 0 \\ 3 & 3 & 3 & 2 \end{array} \right) + 4 \cdot \left( \begin{array}{cccc} 6 & 5 & 0 & 0 \\ 3 & 3 & 3 & 1 \end{array} \right) + 4 \cdot \left( \begin{array}{cccc} 6 & 5 & 0 & 0 \\ 3 & 3 & 2 & 2 \end{array} \right) + 13 \cdot \left( \begin{array}{cccc} 6 & 5 & 0 & 0 \\ 3 & 3 & 2 & 1 \end{array} \right) + 11 \cdot \left( \begin{array}{cccc} 6 & 5 & 0 & 0 \\ 3 & 3 & 1 & 1 \end{array} \right) \\
 &\quad + 7 \cdot \left( \begin{array}{cccc} 6 & 5 & 0 & 0 \\ 3 & 2 & 2 & 2 \end{array} \right) + 18 \cdot \left( \begin{array}{cccc} 6 & 5 & 0 & 0 \\ 3 & 2 & 2 & 1 \end{array} \right) + 14 \cdot \left( \begin{array}{cccc} 6 & 5 & 0 & 0 \\ 3 & 2 & 1 & 1 \end{array} \right) + 3 \cdot \left( \begin{array}{cccc} 6 & 5 & 0 & 0 \\ 3 & 1 & 1 & 1 \end{array} \right) \\
 &\quad + 7 \cdot \left( \begin{array}{cccc} 6 & 5 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 2 & 2 \end{array} \right) + 13 \cdot \left( \begin{array}{cccc} 6 & 5 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 2 & 1 \end{array} \right) + 6 \cdot \left( \begin{array}{cccc} 6 & 5 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 1 & 1 \end{array} \right) + 6 \cdot \left( \begin{array}{cccc} 6 & 5 & 0 & 0 \\ 3 & 3 & 3 & 3 \end{array} \right) + 15 \cdot \left( \begin{array}{cccc} 6 & 5 & 0 & 0 \\ 3 & 3 & 2 & 2 \end{array} \right) \\
 &\quad + 11 \cdot \left( \begin{array}{cccc} 6 & 5 & 0 & 0 \\ 3 & 3 & 1 & 1 \end{array} \right) + 15 \cdot \left( \begin{array}{cccc} 6 & 5 & 0 & 0 \\ 3 & 2 & 2 & 2 \end{array} \right) + 8 \cdot \left( \begin{array}{cccc} 6 & 5 & 0 & 0 \\ 3 & 2 & 1 & 1 \end{array} \right) + 6 \cdot \left( \begin{array}{cccc} 6 & 5 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 2 & 2 \end{array} \right) + 2 \cdot \left( \begin{array}{cccc} 6 & 5 & 0 & 0 \\ 3 & 3 & 3 & 3 \end{array} \right).
 \end{aligned}$$

Beim nächsten Schritt lautet die obere Zeigerreihe  $5400$ . Alle dort auftretenden Zahlen, deren untere Zeigerreihe mit  $333$  oder  $332$  oder  $3222$  beginnt oder so lautet, verschwinden, weil die aus ihnen durch die beiden dann folgenden Schritte entstehenden  $z$ -Formen bei Anwendung von (44 b)  $m < \lambda_0$  haben. Das Fortfallen von Gliedern hier oder aus den gleichen Gründen später wird durch den eingeführten Summanden  $0$  angedeutet werden. Die gesuchte Zahl ist also weiter:

$$\begin{aligned}
 &= \left( 0 + 24 \cdot \left( \begin{array}{cccc} 5 & 4 & 0 & 0 \\ 3 & 3 & 1 & 1 \end{array} \right) + 0 + 38 \cdot \left( \begin{array}{cccc} 5 & 4 & 0 & 0 \\ 3 & 2 & 2 & 1 \end{array} \right) + 43 \cdot \left( \begin{array}{cccc} 5 & 4 & 0 & 0 \\ 3 & 2 & 1 & 1 \end{array} \right) + 17 \cdot \left( \begin{array}{cccc} 5 & 4 & 0 & 0 \\ 3 & 1 & 1 & 1 \end{array} \right) + 14 \cdot \left( \begin{array}{cccc} 5 & 4 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 2 & 2 \end{array} \right) \right. \\
 &\quad + 38 \cdot \left( \begin{array}{cccc} 5 & 4 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 2 & 1 \end{array} \right) + 33 \cdot \left( \begin{array}{cccc} 5 & 4 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 1 & 1 \end{array} \right) + 9 \cdot \left( \begin{array}{cccc} 5 & 4 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 1 & 1 \end{array} \right) + 0 + 37 \cdot \left( \begin{array}{cccc} 5 & 4 & 0 & 0 \\ 3 & 3 & 1 & 1 \end{array} \right) + 48 \cdot \left( \begin{array}{cccc} 5 & 4 & 0 & 0 \\ 3 & 2 & 2 & 2 \end{array} \right) \\
 &\quad \left. + 48 \cdot \left( \begin{array}{cccc} 5 & 4 & 0 & 0 \\ 3 & 2 & 1 & 1 \end{array} \right) + 11 \cdot \left( \begin{array}{cccc} 5 & 4 & 0 & 0 \\ 3 & 1 & 1 & 1 \end{array} \right) + 34 \cdot \left( \begin{array}{cccc} 5 & 4 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 2 & 2 \end{array} \right) + 20 \cdot \left( \begin{array}{cccc} 5 & 4 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 1 & 1 \end{array} \right) + 13 \cdot \left( \begin{array}{cccc} 5 & 4 & 0 & 0 \\ 3 & 3 & 3 & 3 \end{array} \right) + 10 \cdot \left( \begin{array}{cccc} 5 & 4 & 0 & 0 \\ 3 & 2 & 2 & 2 \end{array} \right) \right)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \left\{ \begin{aligned} & 0 + 105 \cdot \begin{pmatrix} 4 & 3 & 0 & 0 \\ 3 & 2 & 1 & 1 \end{pmatrix} + 60 \cdot \begin{pmatrix} 4 & 3 & 0 & 0 \\ 3 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} + 0 + 90 \cdot \begin{pmatrix} 4 & 3 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 2 & 1 \end{pmatrix} + 114 \cdot \begin{pmatrix} 4 & 3 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 1 & 1 \end{pmatrix} + 59 \cdot \begin{pmatrix} 4 & 3 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \\ & - 9 \cdot \begin{pmatrix} 4 & 3 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} + 0 + 176 \cdot \begin{pmatrix} 4 & 3 & 0 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix} + 76 \cdot \begin{pmatrix} 4 & 3 & 0 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix} + 120 \cdot \begin{pmatrix} 4 & 3 & 0 \\ 2 & 2 & 2 \end{pmatrix} + 135 \cdot \begin{pmatrix} 4 & 3 & 0 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix} \\ & + 40 \cdot \begin{pmatrix} 4 & 3 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix} + 0 + 71 \cdot \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} + 21 \cdot \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} + 30 \cdot \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} \end{aligned} \right. \\
& \left\{ \begin{aligned} & 0 + 165 \cdot \begin{pmatrix} 3 & 2 & 0 & 0 \\ 3 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} + 0 + 309 \cdot \begin{pmatrix} 3 & 2 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 1 & 1 \end{pmatrix} + 233 \cdot \begin{pmatrix} 3 & 2 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} + 68 \cdot \begin{pmatrix} 3 & 2 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \\ & - 0 - 312 \cdot \begin{pmatrix} 3 & 2 & 0 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix} - 0 - 545 \cdot \begin{pmatrix} 3 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix} + 310 \cdot \begin{pmatrix} 3 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix} + 49 \cdot \begin{pmatrix} 3 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} + 0 + 168 \cdot \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \\ & + 236 \cdot \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} + 91 \cdot \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} + 21 \cdot \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 3 & 0 \end{pmatrix} \end{aligned} \right. \\
& \left\{ \begin{aligned} & 165 + 312 + 168 + 21 + 0 + 542 \cdot \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} + 301 \cdot \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} + 0 + 1088 \cdot \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix} \\ & + 427 \cdot \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} + 0 + 637 \cdot \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} + 140 \cdot \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} + 91 \cdot \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} \end{aligned} \right. \\
& = 666 + 542 + 602 + 1088 + 854 + 637 + 280 + 91 = 4760, \text{ wie früher.}
\end{aligned}$$

2. Bestimmung von  $\tau_{\substack{5, 4^2, 3, 2 \\ 5^2, 3^2, 1^3}}$ . Benutzt wird (48).

$$\begin{aligned}
\begin{pmatrix} 8 & 0 & 1 & 1 \\ 4 & 4 & 2 & 2 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 7 & 0 & 1 & 0 \\ 4 & 4 & 2 & 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 7 & 0 & 1 & 0 \\ 4 & 4 & 2 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 7 & 0 & 1 & 0 \\ 4 & 3 & 2 & 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 7 & 0 & 1 & 0 \\ 4 & 4 & 1 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 7 & 0 & 1 & 0 \\ 4 & 3 & 2 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 7 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 3 & 2 & 2 \end{pmatrix} \\
& \quad + \begin{pmatrix} 7 & 0 & 1 & 0 \\ 4 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 7 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 3 & 2 & 1 \end{pmatrix} \\
& \left\{ \begin{aligned} & \begin{pmatrix} 6 & 0 & 0 & 0 \\ 4 & 4 & 2 & 2 \end{pmatrix} + 2 \cdot \begin{pmatrix} 6 & 0 & 0 & 0 \\ 4 & 4 & 2 & 1 \end{pmatrix} + 3 \cdot \begin{pmatrix} 6 & 0 & 0 & 0 \\ 4 & 4 & 1 & 1 \end{pmatrix} + 2 \cdot \begin{pmatrix} 6 & 0 & 0 & 0 \\ 4 & 3 & 2 & 2 \end{pmatrix} + 4 \cdot \begin{pmatrix} 6 & 0 & 0 & 0 \\ 4 & 3 & 2 & 1 \end{pmatrix} + 5 \cdot \begin{pmatrix} 6 & 0 & 0 & 0 \\ 4 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix} \\ & + \begin{pmatrix} 6 & 0 & 0 & 0 \\ 4 & 2 & 2 & 2 \end{pmatrix} + 2 \cdot \begin{pmatrix} 6 & 0 & 0 & 0 \\ 4 & 2 & 2 & 1 \end{pmatrix} + 2 \cdot \begin{pmatrix} 6 & 0 & 0 & 0 \\ 4 & 2 & 1 & 1 \end{pmatrix} + 3 \cdot \begin{pmatrix} 6 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 3 & 2 & 2 \end{pmatrix} + 5 \cdot \begin{pmatrix} 6 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 3 & 2 & 1 \end{pmatrix} + 5 \cdot \begin{pmatrix} 6 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix} \\ & - 2 \cdot \begin{pmatrix} 6 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 2 & 2 & 2 \end{pmatrix} - 3 \cdot \begin{pmatrix} 6 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 2 & 2 & 1 \end{pmatrix} - 2 \cdot \begin{pmatrix} 6 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 2 & 1 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 6 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 2 & 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 6 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 2 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 6 & 0 & 0 & 0 \\ 4 & 4 & 2 \end{pmatrix} \\ & - 2 \cdot \begin{pmatrix} 6 & 0 & 0 \\ 4 & 4 & 1 \end{pmatrix} + 2 \cdot \begin{pmatrix} 6 & 0 & 0 \\ 4 & 3 & 2 \end{pmatrix} + 3 \cdot \begin{pmatrix} 6 & 0 & 0 \\ 4 & 3 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 6 & 0 & 0 \\ 4 & 2 & 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 6 & 0 & 0 \\ 4 & 2 & 1 \end{pmatrix} + 2 \cdot \begin{pmatrix} 6 & 0 & 0 \\ 3 & 3 & 2 \end{pmatrix} + 2 \cdot \begin{pmatrix} 6 & 0 & 0 \\ 3 & 3 & 1 \end{pmatrix} \\ & - \begin{pmatrix} 6 & 0 & 0 \\ 3 & 2 & 2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 6 & 0 \\ 4 & 4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 6 & 0 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}. \end{aligned} \right.
\end{aligned}$$

Nach (51 a) ist z. B. das  $\bar{5}_r$ , das 20., das 28. Glied:

$$4 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 2 \cdot \frac{6! 7! 8! 9!}{7! 5! 3! 1! 2! 4! 6! 8!} = 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 64 = 32256,$$

$$2 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 2 \cdot \frac{6! 7! 8!}{6! 4! 2! 2! 4! 6!} = \frac{2 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 8}{2 \cdot 3} = 3920,$$

$$2 \cdot \frac{6! 7!}{5! 3! 2! 4!} = 5 \cdot 6 \cdot 7 = 210.$$

Der Gesamtwert ist

$$= 6720 + 10080 + 5400 + 20160 + 32256 + 16200 + 5040 + 9072 + 4860 + 21168 \\ + 29400 + 12600 + 9408 + 13230 + 5040 + 1764 + 1764 + 1176 + 1120 \\ + 3920 + 3150 + 1176 + 840 + 2940 + 1680 + 1176 + 105 + 210 = 221655.$$

Zur Nachprüfung mögen Nebenformen von (46) und (47) verwendet werden. Man setze in (46)  $m_{\varrho-1}-1$  statt  $m_{\varrho-1}$  und  $m_{\varrho}+1$  statt  $m_{\varrho}$ , in (47) aber  $m_{p-1}-1$  statt  $m_{p-1}$ , so gilt auch:

$$\left( \begin{matrix} m & m_1 & \dots & m_{p-1} \\ \lambda_0 & \lambda_1 & \dots & \lambda_{p-1} \end{matrix} \right) = \left( \begin{matrix} m & m_1 & \dots & m_{\varrho-2} & m_{\varrho-1}-1 & m_{\varrho}+1 & m_{\varrho+1} & \dots & m_{p-1} \\ \lambda_0 & \lambda_1 & \dots & \lambda_{\varrho-2} & \lambda_{\varrho-1} & \lambda_{\varrho} & \lambda_{\varrho+1} & \dots & \lambda_{p-1} \end{matrix} \right) \\ - \sum_{k=\varrho}^{p-1} \left( \begin{matrix} m-1 & m_1 & \dots & m_{\varrho-2} & m_{\varrho-1}-1 & m_{\varrho} & m_{\varrho+1} & \dots & m_{p-1} \\ \lambda_0-k_0 & \lambda_1-k_1 & \dots & & \lambda_{\varrho-1}-k_{\varrho-1} & \lambda_{\varrho}-k_{\varrho} & & \dots & \lambda_{p-1}-k_{p-1} \end{matrix} \right); \quad (46a)$$

$$\left( \begin{matrix} m & m_1 & \dots & m_{p-1} \\ \lambda_0 & \lambda_1 & \dots & \lambda_{p-1} \end{matrix} \right) = \left( \begin{matrix} m & m_1 & \dots & m_{p-2} & m_{p-1}-1 \\ \lambda_0 & \lambda_1 & \dots & \lambda_{p-2} & \lambda_{p-1} \end{matrix} \right) - \left( \begin{matrix} m-1 & m_1 & \dots & m_{p-2} & m_{p-1}-1 \\ \lambda_0-1 & \lambda_1-1 & \dots & \lambda_{p-2}-1 & \lambda_{p-1}-1 \end{matrix} \right); \quad (47a)$$

Daraus folgt für unseren Fall:

$$\left( \begin{matrix} 8 & 0 & 1 & 1 \\ 4 & 4 & 2 & 2 \end{matrix} \right) = \left( \begin{matrix} 8 & 0 & 1 & 0 \\ 4 & 4 & 2 & 2 \end{matrix} \right) - \left( \begin{matrix} 7 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 3 & 1 & 1 \end{matrix} \right) = \left( \begin{matrix} 8 & 0 & 0 & 1 \\ 4 & 4 & 2 & 2 \end{matrix} \right) - \left( \begin{matrix} 7 & 0 & 0 & 0 \\ 4 & 3 & 1 & 1 \end{matrix} \right) - \left( \begin{matrix} 7 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 3 & 2 & 1 \end{matrix} \right) - \left( \begin{matrix} 7 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 3 & 1 & 1 \end{matrix} \right) \\ + \left( \begin{matrix} 6 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 1 \end{matrix} \right) + \left( \begin{matrix} 6 & 0 \\ 3 & 2 \end{matrix} \right) = \left( \begin{matrix} 8 & 0 & 0 & 0 \\ 4 & 4 & 2 & 2 \end{matrix} \right) - 2 \cdot \left( \begin{matrix} 7 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 3 & 1 & 1 \end{matrix} \right) - \left( \begin{matrix} 7 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 3 & 2 & 1 \end{matrix} \right) - \left( \begin{matrix} 7 & 0 & 0 & 0 \\ 4 & 3 & 1 & 1 \end{matrix} \right) + \left( \begin{matrix} 6 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 1 \end{matrix} \right) \\ + \left( \begin{matrix} 6 & 0 \\ 3 & 2 \end{matrix} \right) + \left( \begin{matrix} 6 & 0 \\ 2 & 2 \end{matrix} \right).$$

Das erste Glied =  $1 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 1 \cdot \frac{8! 9! 10! 11!}{7! 6! 3! 2! 4! 5! 8! 9!} = 7 \cdot 4 \cdot 9 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 11 = 277200.$

dazu:  $420 + 210 + 105 = 735$

der negative Teil =  $-(17640 + 23520 + 15120) = -56280$

Zusammen, wie oben: 221655.

Jede Zahl  $\tau$  kann auf mehreren Wegen ermittelt, die Zuverlässigkeit des Ergebnisses dadurch gut gesichert werden.

22. Der funktionale Zusammenhang zwischen einer Zahl  $\tau$  und ihren beiden Zeigerreihen wird noch näher festzustellen sein. Für  $p = 1$  oder 0 gibt ihn Gl. (43). Bei  $p = 2$  hat man:

$$C_{\lambda_0, \lambda_1, 1^{r-2}} = c_{\lambda_0} \cdot C_{\lambda_1, 1^{r-2}} - c_{\lambda_1-1} \cdot C_{\lambda_0+1, 1^{r-2}} = \sum_{(\alpha)} \binom{m-1 \quad m_1}{\lambda_0-1 \quad \lambda_1-1} \cdot T_{(\alpha)}$$

Nun sei

$$C_{\lambda_1, 1^{r-2}} = \sum_{(\beta)} \binom{\bar{m}-1}{\lambda_1-1} \cdot T_{(\beta)},$$

und jedes  $T_{(\beta)}$  sei in seine einzelnen Glieder aufgelöst. Diese sind mit  $c_{\lambda_0}$  zu multiplizieren, d. h. mit  $\binom{m}{\lambda_0}$  Summanden, deren jeder ein Produkt ist von  $\lambda_0$  Faktoren, die aus  $t_1, \dots, t_n$  entnommen und alle verschieden sind. Um zu erkennen, wie oft dabei aus Reihen  $(\beta)$  die bestimmte Reihe  $(\alpha)$  entstehen kann, subtrahiere man von den Zahlen  $\alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_{m-1}$  andere  $m$  Zahlen, von denen  $\lambda_0$  den Wert 1 und  $m - \lambda_0$  den Wert 0 haben. Sind dabei  $h$  Zahlen vom Wert 1 von Zahlen  $\alpha_i$ , die den Wert 1 haben, abgezogen, so hat die entstandene Reihe  $(\beta)$  nur  $\bar{m} = m - h$  nicht verschwindende Zahlen; es können dabei  $\binom{m_1}{h}$  verschiedene Zusammenstellungen von Zahlen  $\alpha$  zum Verschwinden gebracht sein und die übrigen  $\lambda_0 - h$  Einsen können unter den  $m - m_1$  Zahlen  $\alpha$ , die größer als 1 sind, auf  $\binom{m - m_1}{\lambda_0 - h}$  verschiedene Arten gesetzt werden. Daher erhält man aus jedem positiven Glied der obigen Gleichung für  $\binom{m-1}{\lambda_0-1} \binom{m_1}{\lambda_1-1}$  den Beitrag  $\binom{m_1}{h} \cdot \binom{m-m_1}{\lambda_0-h} \cdot \binom{m-1-h}{\lambda_1-1}$ . Das negative Glied liefert ebenso den Beitrag  $\binom{m_1}{h} \cdot \binom{m-m_1}{\lambda_1-1-h} \cdot \binom{m-1-h}{\lambda_0}$ . Also, da  $h$  die Werte von 0 bis  $\lambda_0$  haben kann:

$$\tau_{\lambda_0, \lambda_1, 1^{r-2}}^{(\alpha)} = \binom{m-1}{\lambda_0-1} \binom{m_1}{\lambda_1-1} = \sum_{h=0}^{h=\lambda_0} \binom{m_1}{h} \cdot \left| \begin{array}{c} \binom{m-m_1}{\lambda_0-h} \binom{m-1-h}{\lambda_0} \\ \binom{m-m_1}{\lambda_1-1-h} \binom{m-1-h}{\lambda_1-1} \end{array} \right|. \quad (53)$$

Ist  $\lambda_0 > m_1$ , so endet die Summation von selbst bei  $h = m_1$ . Bei den negativen Gliedern wird die Summation schon bei  $h = \lambda_1 - 1$  endigen.

Für Binomialzahlen gilt [auch Sonderfall von (49), wenn z. B.  $m = \lambda_0 = \lambda_1 = \dots = \lambda_{p-2}$  und  $m_1 = m_2 = \dots = m_{p-1} = 0$ , auch  $m + l$  für  $m$  steht]:

$$\sum_0^{\lambda} \binom{l}{h} \binom{m}{\lambda-h} = \binom{m+l}{\lambda}.$$

Daher:

$$\sum_0^{\lambda_0} \binom{m_1}{h} \binom{m-m_1}{\lambda_0-h} \binom{m-1-h}{\lambda_1-1} = \sum_0^{\lambda_0} \sum_0^{\lambda_1-1} \binom{m_1}{h} \binom{m-m_1}{\lambda_0-h} \binom{\lambda_0-h}{h_1} \binom{m-1-\lambda_0}{\lambda_1-1-h_1}.$$

Hier ersetze man die Binomialzahlen durch ihren Ausdruck in Fakultäten, kürze den Bruch durch  $(\lambda_0 - h)!$  und erweitere ihn mit  $(m - m_1 - h_1)!$ , so ist die Doppelsumme

$$\begin{aligned}
&= \sum_0^{\lambda_0} h \sum_0^{\lambda_1-1} h_1 \binom{m-m_1}{h_1} \binom{m-1-\lambda_0}{\lambda_1-1-h_1} \binom{m_1}{h} \binom{m-m_1-h_1}{\lambda_0-h_1-h} \\
&= \sum_0^{\lambda_1-1} h_1 \binom{m-m_1}{h_1} \binom{m-1-\lambda_0}{\lambda_1-1-h_1} \binom{m-h_1}{\lambda_0-h_1};
\end{aligned}$$

und wenn man hier wieder die beiden letzten Faktoren durch Fakultäten ersetzt, durch  $(m-1-\lambda_0)!$  kürzt und mit  $(m-\lambda_1+1)!$  erweitert, wird die Summe

$$= \frac{m-\lambda_1+1}{m-\lambda_0} \cdot \sum_0^{\lambda_1-1} h \binom{m-m_1}{h} \binom{m-h}{\lambda_1-1-h} \binom{m-\lambda_1}{\lambda_0-h}.$$

Vertauscht man aber in der vorigen Rechnung  $\lambda_0$  mit  $\lambda_1-1$ , so ist auch:

$$\sum_0^{\lambda_1-1} h \binom{m_1}{h} \binom{m-m_1}{\lambda_1-1-h} \binom{m-1-h}{\lambda_0} = \sum_0^{\lambda_0} h \binom{m-m_1}{h} \binom{m-\lambda_1}{\lambda_0-h} \binom{m-h}{\lambda_1-1-h}.$$

Doch darf auch rechts die Summe mit  $h = \lambda_1-1$  enden wegen des dritten Faktors. Man erhält also:

$$\binom{m-1}{\lambda_0-1} \binom{m_1}{\lambda_1-1} = \left( \frac{m-\lambda_1+1}{m-\lambda_0} - 1 \right) \cdot \sum_0^{\lambda_1-1} h \binom{m_1}{h} \binom{m-m_1}{\lambda_1-1-h} \binom{m-1-h}{\lambda_0}$$

oder

$$\begin{aligned}
\binom{m-1}{\lambda_0-1} \binom{m_1}{\lambda_1-1} &= \frac{\lambda_0-\lambda_1+1}{m-\lambda_0} \cdot \sum_0^{\lambda_1-1} h \binom{m_1}{h} \binom{m-m_1}{\lambda_1-1-h} \binom{m-1-h}{\lambda_0} \\
&= \frac{\lambda_0-\lambda_1+1}{m-\lambda_1+1} \cdot \sum_0^{\lambda_0} h \binom{m_1}{h} \binom{m-m_1}{\lambda_0-h} \binom{m-1-h}{\lambda_1-1}. \tag{53 a}
\end{aligned}$$

Daraus die Sonderfälle, vgl. (50) und (51 a):

$$\binom{m-1}{\lambda_0-1} \binom{m}{\lambda_1-1} = \frac{(\lambda_0-\lambda_1+1) m!}{(r-2)! \lambda_0! (\lambda_1-1)! (m-\lambda_0) (m-\lambda_1+1)}, \tag{53 b}$$

weil  $m-\lambda_0-\lambda_1 = r-2$  ist,  $h$  aber nur  $\lambda_1-1$  sein darf; und:

$$\binom{m}{\lambda_0} \binom{0}{\lambda_1} = \frac{(\lambda_0-\lambda_1+1) \cdot (m+1)! m!}{(\lambda_0+1)! \lambda_1! (m-\lambda_0)! (m-\lambda_1+1)!}, \tag{53 c}$$

weil  $h$  nur  $= 0$  sein darf.

Bei beliebigem  $p$  läßt der analytische Ausdruck für  $\tau$  sich ähnlich finden in Form einer mehrfachen Summe. Man entwickle  $C_{(\lambda)}$ , wie in (27), nach den Elementen der ersten Spalte. Das erste Glied rechts ist  $c_{\lambda_0} \cdot C_{\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_{r-1}}$ , die anderen sind von gleichem Bau. Die Summe, die höchstens  $p$  Glieder hat, bricht ab, sobald der voranstehende Faktor  $c_h$  negativen Zeiger hat. Bei  $C_{(\lambda)}$  überschreiten  $p$  Zeiger den Wert 1, auf der rechten Seite bei jedem  $C$  nur  $p-1$  Zeiger und für solche  $C$  sei der analytische Ausdruck der Faktoren von  $T_{(\alpha)}$  schon gefunden, wie er ja in der Tat für  $p=2$  schon bekannt ist. Für das erste Glied rechts sei z. B.

$$C_{\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_{r-1}} = \sum_{(\beta)} \binom{\bar{m}-1 \quad \bar{m}_1 \quad \bar{m}_2 \quad \dots \quad \bar{m}_{p-2}}{\lambda_1-1 \quad \lambda_2-1 \quad \lambda_3-1 \quad \dots \quad \lambda_{p-1}-1} \cdot T_{(\beta)},$$

wo die Summe über alle verschiedenen Reihen  $(\beta)$  vom Gewicht  $\mu - \lambda_0$  auszudehnen ist. Man subtrahiere von einer festen Reihe  $(\alpha) = 1^{m_1}, 2^{m_2}, \dots, r^{m_r}$  alle aus  $\lambda_0$  Einheiten und  $m - \lambda_0$  Nullen in den verschiedenen Folgen gebildeten Zahlenreihen, so liefert jedes der  $\binom{m}{\lambda_0}$  Ergebnisse eine Reihe  $(\beta)$ , die bei der Bildung von  $\tau_{(\lambda)}^{(\alpha)}$  mitwirken kann. Sind dabei  $h_k$  Einheiten von den  $m_k$  Zahlen der Reihe  $(\alpha)$  abgezogen, die den Wert  $k$  haben, so hat die Reihe  $(\beta)$ , die in Betracht kommt,  $m - h_1$  nicht verschwindende Zahlen, davon  $m_1 - h_1 + h_2$  solche, die = 1 sind,  $m_2 - h_2 + h_3$  solche, die = 2 sind, usf. Also ist der Faktor dieses  $T_{(\beta)}$ :

$$\binom{m-h_1-1 \quad m_1-h_1+h_2 \quad \dots \quad m_{p-2}-h_{p-2}+h_{p-1}}{\lambda_1-1 \quad \lambda_2-1 \quad \dots \quad \lambda_{p-1}-1}.$$

Weil aber die  $h_k$  Einheiten in beliebiger Folge auf die  $m_k$  Zahlen vom Wert  $k$  verteilt sein konnten und weil auf die anderen  $m - m_1 - \dots - m_{p-1}$  Zahlen der Reihe  $(\alpha)$ , die größer als  $p-1$  sind, noch  $\lambda_0 - h_1 - h_2 - \dots - h_{p-1}$  Einheiten in beliebiger Folge sich verteilen können, wird der Faktor von  $T_{(\alpha)}$  im betrachteten Produkt  $c_{\lambda_0} \cdot C_{\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_{r-1}}$  den Wert haben:

$$\sum_{h_{p-1}} \binom{m-m_1-\dots-m_{p-1}}{\lambda_0-h_1-\dots-h_{p-1}} \cdot \binom{m_1}{h_1} \cdot \binom{m_2}{h_2} \cdot \dots \cdot \binom{m_{p-1}}{h_{p-1}} \cdot \binom{m-h_1-1 \quad m_1-h_1+h_2 \quad \dots \quad m_{p-2}-h_{p-2}+h_{p-1}}{\lambda_1-1 \quad \lambda_2-1 \quad \dots \quad \lambda_{p-1}-1}.$$

Dann aber wird schließlic durch Berücksichtigung der übrigen Produkte  $c \cdot \mathcal{C}$  der Faktor von  $T_{(\alpha)}$  in der Entwicklung von  $C_{(\lambda)}$ :

$$\begin{aligned} \tau_{(\lambda)}^{(\alpha)} &= \begin{vmatrix} (m-1) & m_1 & m_2 & \dots & m_{p-1} \\ \lambda_0-1 & \lambda_1-1 & \lambda_2-1 & \dots & \lambda_{p-1}-1 \end{vmatrix} \\ &= \sum_{h_{p-1}}^{h_1} \left[ \binom{m_1}{h_1} \cdot \binom{m_2}{h_2} \dots \binom{m_{p-1}}{h_{p-1}} \cdot \sum_0^{p-1} (-1)^h \binom{m-m_1}{\lambda_h-h-h_1} \dots \binom{m_{p-1}}{h_{p-1}} \right] \\ &\quad \cdot \begin{vmatrix} (m-h_1-1) & m_1-h_1+h_2 & \dots & m_{p-2}-h_{p-2}+h_{p-1} \\ \lambda_0 & \lambda_1 & \lambda_{h-1} & \lambda_{h+1}-1 & \dots & \lambda_{p-1}-1 \end{vmatrix} \end{aligned} \quad (54)$$

wo die Summe auf alle nicht von selbst verschwindenden Glieder (z. B.  $h_2 > m_2$ ;  $\lambda_h - h < 0$ ;  $\lambda_0 > m - h_1 - 1$ ) auszudehnen ist. Wenn man hier den letzten Faktor in gleicher Art auf das nächstkleinere  $p$  zurückführt usw., so erhält man schliesslich eine  $\frac{p(p-1)}{2}$  fache Summe, in welcher jedes Glied ein Produkt ist aus Binomialzahlen und aus einer Determinante  $p$ -ten Grades, deren Elemente Binomialzahlen sind. Für  $p = 3$  wird z. B. auf Grund von (53):

$$\begin{aligned} \tau_{\lambda_0, \lambda_1, \lambda_2, 1}^{1m_1, 2m_2, \dots} &= \begin{vmatrix} (m-1) & m_1 & m_2 \\ \lambda_0-1 & \lambda_1-1 & \lambda_2-1 \end{vmatrix} = \sum_{h_2}^h \binom{m_1}{h_1} \binom{m_2}{h_2} \binom{m_1-h_1+h_2}{h} \\ &\quad \cdot \begin{vmatrix} (m-m_1-m_2) & (m-m_1-h_2) & (m-1-h_1-h) \\ (\lambda_0-h_1-h_2) & (\lambda_0+1-h) & (\lambda_0+1) \\ (m-m_1-m_2) & (m-m_1-h_2) & (m-1-h_1-h) \\ (\lambda_1-1-h_1-h_2) & (\lambda_1-h) & \lambda_1 \\ (m-m_1-m_2) & (m-m_1-h_2) & (m-1-h_1-h) \\ (\lambda_2-2-h_1-h_2) & (\lambda_2-1-h) & (\lambda_2-1) \end{vmatrix} \end{aligned} \quad (54 a)$$

Der Ausdruck ist alternierende Funktion von  $\lambda_0, \lambda_1-1, \lambda_2-2$ , weil er durch Vertauschung von je zwei dieser Grössen nur das Vorzeichen wechselt. Er ist also durch das Differenzenprodukt dieser Zahlen, d. h. durch  $\Delta$ , ohne Rest teilbar. Näher dies zu verfolgen, ist hier nicht der Ort.

23. Aus (54) lässt sich der Beweis für (50) und (51) führen.

a) In (54) sei  $m_1 = m$ , aber  $m_2 = m_3 = \dots m_{p-1} = 0$ . Dann muss  $h_2 = h_3 = \dots h_{p-1} = 0$  und  $\lambda_h - h - h_1 = 0$  sein. Daher:

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} m-1 & m & 0 & \dots & 0 \\ \lambda_0-1 & \lambda_1-1 & \lambda_2-1 & \dots & \lambda_{p-1}-1 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} \binom{m}{\lambda_0} \binom{m-\lambda_0-1}{\lambda_1-1} \binom{m-\lambda_0}{\lambda_2-1} \binom{0}{\lambda_3-1} \dots \binom{0}{\lambda_{p-1}-1} \\ - \binom{m}{\lambda_1-1} \binom{m-\lambda_1}{\lambda_0} \binom{m-\lambda_1+1}{\lambda_2-1} \binom{0}{\dots} \binom{0}{\lambda_{p-1}-1} \\ + \dots (-1)^{p-1} \binom{m}{\lambda_{p-1}-p+1} \\ \cdot \begin{pmatrix} (m-\lambda_{p-1}+p-2) & (m-\lambda_{p-1}+p-1) & 0 & \dots & 0 \\ \lambda_0 & \lambda_1 & \lambda_2 & \dots & \lambda_{p-2} \end{pmatrix} \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Ist nun (50) für den Fall bewiesen, daß  $p-1$  untere Zeiger größer als 1 sind (wie es ja für zwei Zeiger geschehen ist), so wird in diesem Ausdruck das  $(h+1)$ -te Glied:

$$(-1)^h \frac{m! A_h \cdot (\lambda_h - h + 1) (\lambda_h - h + 2) \dots (\lambda_h - h + p - 2) (\lambda_h - h + r - 1)}{(r-p)! \prod_{h=0}^{h=p-1} (\lambda_h - h + p - 2)! (\lambda_h - h + r - 1)}$$

Dabei bedeutet  $A_h$  diejenige Teildeterminante  $(p-1)$ -ten Grades von  $A$ , welche als Faktor von  $(\lambda_h - h)^{p-1}$  auftritt, wenn  $A$  nach den Elementen der ersten Spalte entwickelt wird. Statt  $\mu$  in (50) ist  $m - \lambda_h + h$ , statt  $p$  ist  $p-1$ , statt  $r$  ist  $r-1$  gesetzt und der Faktor  $\binom{m}{\lambda_h - h}$  ist durch  $m! : (\lambda_h - h)! (m - \lambda_h + h)!$  ersetzt worden. Wird hier im Zähler das hinter  $A_h$  stehende Produkt nach Potenzen von  $\lambda_h - h$  entwickelt, so führt nur  $(\lambda_h - h)^{p-1}$  bei der Summation aller  $p$  Glieder zu einer nicht verschwindenden Determinante, nämlich zu  $A$ , so daß dann (50) auch für den Fall bewiesen ist, daß  $p$  untere Zeiger größer als 1 sind. Also ist (50) allgemein richtig, weil es für  $p=2$  richtig war.

b) In (54) sei  $m_1 = m_2 = \dots = m_{p-1} = 0$ , so muß auch  $h_1 = h_2 = \dots = h_{p-1} = 0$  sein. Dann ist in der  $z$ -Form:

$$\begin{pmatrix} m & 0 & \dots & 0 \\ \lambda_0 & \lambda_1 & \dots & \lambda_{p-1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (m+1) \binom{m}{\lambda_0+1} \binom{0}{\lambda_1} \dots \binom{0}{\lambda_{p-1}} - (m+1) \binom{m}{\lambda_1} \binom{0}{\lambda_0+1} \binom{0}{\lambda_2} \dots \binom{0}{\lambda_{p-1}} \\ + \binom{m+1}{\lambda_2-1} \binom{m}{\lambda_0+1} \binom{0}{\lambda_1+1} \binom{0}{\lambda_3} \dots \binom{0}{\lambda_{p-1}} \\ \dots + (-1)^{p-1} \binom{m+1}{\lambda_{p-1}-p+2} \binom{m}{\lambda_0+1} \binom{0}{\lambda_1+1} \dots \binom{0}{\lambda_{p-2}+1} \end{pmatrix}$$

Wäre nun, falls  $p-1$  untere Zeiger  $> 1$  sind,

$$\begin{pmatrix} m & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \lambda_0 & \lambda_1 & \lambda_2 & \dots & \lambda_{p-2} \end{pmatrix} = \binom{m+p-2}{\lambda+p-2} \binom{m+p-3}{\lambda+p-2} \dots \binom{m}{\lambda+p-2},$$

einer Determinante  $(p-1)$ -ten Grades in bekannter Abkürzung, wie es für zwei untere Zeiger  $> 1$  (hier also  $p=3$ ) zutrifft (S. 72), so würde die vorletzte Gleichung liefern:

$$\begin{pmatrix} m & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \lambda_0 & \lambda_1 & \lambda_2 & \dots & \lambda_{p-1} \end{pmatrix} = \binom{m+1}{\lambda+1} \binom{m+p-2}{\lambda+p-1} \binom{m+p-3}{\lambda+p-1} \dots \binom{m}{\lambda+p-1}.$$

Durch wiederholte Anwendung der Gleichung  $\binom{m}{\lambda} = \binom{m+1}{\lambda+1} - \binom{m}{\lambda+1}$  folgt aber:

$$\binom{m+1}{\lambda+1} = \sum_0^{p-2} (-1)^h \binom{p-2}{h} \binom{m+p-1-h}{\lambda+p-1}.$$

Multipliziert man also in der letzten Determinante die Spalten von der zweiten bis zur vorletzten der Reihe nach mit  $+\binom{p-2}{1}$ ,  $-\binom{p-2}{2}$ ,  $+\binom{p-2}{3}$ , ... und addiert die Produkte zur ersten Spalte, so wird

$$\begin{pmatrix} m & 0 & \dots & 0 \\ \lambda_0 & \lambda_1 & \dots & \lambda_{p-1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m+p-1 & m+p-2 & m+p-3 & \dots & m \\ \lambda+p-1 & \lambda+p-1 & \lambda+p-1 & \dots & \lambda+p-1 \end{pmatrix}$$

also dasselbe Ergebnis für  $p$  untere Zeiger  $> 1$ , wie es vorhin bei  $p-1$  unteren Zeigern  $> 1$  angenommen wurde. Hier setze man Fakultäten statt der Binomialzahlen und ziehe aus den Spalten der Reihe nach die Faktoren des Zählers vor:  $(m+p-1)!$ ,  $(m+p-2)!$ , ...,  $m!$ ; ferner aus den Zeilen der Reihe nach die Faktoren des Nenners:

$$(m-\lambda_0)! (\lambda_0+p-1)!, (m-\lambda_1+1)! (\lambda_1+p-2)!, \dots, (m-\lambda_{p-1}+p-1)! \lambda_{p-1}!$$

Dann bleibt außer den Faktoren

$$\prod_{h=0}^{p-1} (m+h)! : (m-\lambda_h+h)! (\lambda_h-h+p-1)!$$

noch die Determinante  $p$ -ten Grades als Faktor des Zählers:

$$\begin{vmatrix} 1 & m-\lambda & (m-\lambda)(m-1-\lambda) & \dots & (m-\lambda)(m-1-\lambda)\dots(m-p+1-\lambda) \end{vmatrix}$$

Wird hier jedes Element nach Potenzen von  $(-\lambda)$  entwickelt, also von  $(-\lambda_h+h)$  in der  $(h+1)$ -ten Zeile, so bleibt bei geeigneter und leicht übersichtlicher Vereinigung der Spalten nur übrig:

$$\begin{vmatrix} 1 & (-\lambda) & (-\lambda)^2 & \dots & (-\lambda)^{p-1} \end{vmatrix}$$

Diese Determinante aber ist mit  $A$  identisch und (51 a) ist damit vollständig bewiesen.<sup>1)</sup>

24. Einige besondere Beziehungen der  $\tau$  sollen noch erwähnt werden. Sie können gelegentlich zur Abkürzung der Rechnung oder zur Nachprüfung dienen.

a) In einem der Rechtecksbilder, durch welche  $\tau_{(\lambda)}^{(\alpha)}$  bestimmt wird (s. S. 58), ersetze man jede 0 durch eine 1, jede 1 durch eine 0, kehre

<sup>1)</sup> J. 93 ist S. 109 ff. derselbe Beweis für (50) und (51) geführt worden; außerdem aber S. 104 ff. ein Beweis, der nur auf die Grundgleichungen (45), (46), (47) und auf die Grenzbedingungen sich stützt.

auch die Reihenfolge der Zeilen um. Im neuen Bild sind die Spaltensummen  $r - \alpha_0, r - \alpha_1, \dots, r - \alpha_{m-1}$ , die Zeilensummen  $m - \lambda_{r-1}, m - \lambda_{r-2}, \dots, m - \lambda_0$ . Zieht man im alten wie im neuen Rechtecksbild einen vertikalen Trennstrich etwa nach  $\bar{m}$  Spalten, so ist im alten Bild die Folge der Zeilensummen bis zum Trennstrich  $\sigma_0, \sigma_1, \dots, \sigma_{r-1}$  nach Annahme absteigend, daher im neuen Bild die entsprechende Folge  $\bar{m} - \sigma_{r-1}, \bar{m} - \sigma_{r-2}, \dots, \bar{m} - \sigma_0$  auch absteigend. Das neue Bild ist also ein richtiges für die Bestimmung desjenigen  $\tau$ , dessen obere Zeigerreihe  $r - \alpha_0, r - \alpha_1, \dots, r - \alpha_{m-1}$  oder  $1^{m_{r-1}}, 2^{m_{r-2}}, \dots, (r-1)^{m_1}$  und dessen untere Zeigerreihe  $m - \lambda_{r-1}, m - \lambda_{r-2}, \dots, m - \lambda_0$  ist. Da nun jedem Bild für das eine  $\tau$  ein und nur ein Bild für das andere entspricht, so folgt:

$$\tau_{\lambda_0, \lambda_1, \dots, \lambda_{r-1}}^{\alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_{m-1}} = \tau_{m-\lambda_{r-1}, m-\lambda_{r-2}, \dots, m-\lambda_0}^{r-\alpha_0, r-\alpha_1, \dots, r-\alpha_{m-1}}$$

oder auch

$$\left. \begin{aligned} & \begin{pmatrix} m-1 & m_1 & m_2 & \dots & m_{r-1} \\ \lambda_0-1 & \lambda_1-1 & \lambda_2-1 & \dots & \lambda_{r-1}-1 \end{pmatrix} \\ & = \begin{pmatrix} m-1-m_r & m_{r-1} & m_{r-2} & \dots & m_1 \\ m-\lambda_{r-1}-1 & m-\lambda_{r-2}-1 & m-\lambda_{r-3}-1 & \dots & m-\lambda_0-1 \end{pmatrix} \end{aligned} \right\} \quad (55)$$

Haben hier die Zeigerreihen des einen  $\tau$  das Gewicht  $\mu$ , so die des anderen das Gewicht  $rm - \bar{\mu}$ . Aus (55) wird man also Vorteil ziehen, wenn  $\mu > \frac{rm}{2}$  ist. Z. B.:

$$\begin{aligned} \tau_{3,2}^{3,2} = \tau_{2,1}^{2,3} &= \begin{pmatrix} 3 & 0 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 & 0 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 & 0 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\ &= 0 + \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = 5. \end{aligned}$$

$$\tau_{4,3,2}^{5,5} = \tau_{3,2,1}^{2,7} = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{vmatrix} \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix} \end{vmatrix} = 40 - 20 = 20.$$

b) In einer Tafel nach Art der Probetafel S. 27 —, vgl. J. 93 für I—VIII und Prgr. für I—XI, auch hier hinten Tafel IX —, seien  $\tau_1, \tau_2, \tau_3, \tau_4$  die vier ersten Zahlen in irgend einer Zeile und  $\tau_1', \tau_2', \tau_3', \tau_4'$  die entsprechenden mit der zugeordneten unteren Zeigerreihe; dann bestehen die Gleichungen:

$$\left. \begin{aligned} 1. \tau_1 = \tau_1' = \tau_2 + \tau_2'; \\ 2. \tau_2 - \tau_2' = \tau_3 - \tau_3' = \tau_4 - \tau_4'. \end{aligned} \right\} \quad (56)$$

Sie sind aus jenen Tafeln abzulesen und sind für ein bestimmtes Gewicht  $\mu$  richtig, wenn sie für das nächstkleinere  $\mu - 1$  zutreffen. Von jenen acht Zahlen haben je zwei als obere Zeigerreihe:

$$1^\mu; 1^{\mu-2}, 2; 1^{\mu-4}, 2^2; 1^{\mu-3}, 3;$$

als untere haben  $\tau_1, \tau_2, \tau_3, \tau_4$  die Reihe  $(\lambda) = \lambda_0, \lambda_1, \dots, \lambda_{r-1}$ , die anderen die Gegenreihe  $r^{\lambda_{r-1}}, (r-1)^{\lambda_{r-2}-\lambda_{r-1}}, \dots, 2^{\lambda_1-\lambda_2}, 1^{\lambda_0-\lambda_1}$ . Man wende auf jede der acht Zahlen Gl. (45) an. Rechts fällt jedesmal das erste Glied fort, weil die untere Reihe höheres Gewicht hat als die obere. In den acht Gleichungen kommen dann rechts die oberen Reihen  $1^{\mu-1}; 1^{\mu-3}, 2; 1^{\mu-5}, 2^2; 1^{\mu-4}, 3$ , jede zweimal, vor und als untere Reihen bei  $\tau_1, \tau_2, \tau_3, \tau_4$ :

$$\lambda_0 - 1, \lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_{r-1}; \lambda_0, \lambda_1 - 1, \lambda_2, \dots, \lambda_{r-1}; \dots; \lambda_0, \lambda_1, \dots, \lambda_{r-2}, \lambda_{r-1} - 1;$$

aber bei  $\tau_1', \tau_2', \tau_3', \tau_4'$ :

$$r^{\lambda_{r-1}-1}, (r-1)^{\lambda_{r-2}-\lambda_{r-1}+1}, (r-2)^{\lambda_{r-3}-\lambda_{r-2}}, \dots, 1^{\lambda_0-\lambda_1}; \dots; r^{\lambda_{r-1}}, (r-1)^{\lambda_{r-2}-\lambda_{r-1}}, \dots, 2^{\lambda_1-\lambda_2}, 1^{\lambda_0-\lambda_1-1}.$$

Letztere sind in umgekehrter Folge den ersteren zugeordnet. Die Anzahl dieser Reihen ist hier wie dort  $= r$ , falls alle  $\lambda_h$  von einander verschieden sind; ist aber z. B.  $\lambda_1 = \lambda_2$ , so fällt dort die zweite, hier die vorletzte Reihe fort, jedesmal zwei zugeordnete gleichzeitig. Daraus ist die Behauptung als richtig zu erkennen.

c) Aus Gl. Ia S. 26 und dann aus Gl. (56) folgt:

$$K_1^\mu = \sum_{(\lambda)} \tau_{(\lambda)}^{1^\mu} \cdot C_{(\lambda)} = \sum_{(\lambda)} \tau_{(\lambda)}^{1^\mu} \cdot C_{(\lambda)}.$$

Nimmt man II hinzu, oder schließt man unmittelbar aus (25), so ist:

$$K_1^\mu = \sum_{(\alpha)} \left( \sum_{(\lambda)} \tau_{(\lambda)}^{1^\mu} \cdot \tau_{(\lambda)}^{(\alpha)} \right) \cdot T_{(\alpha)}.$$

Aber  $K_1^\mu = (t_1 + t_2 + \dots + t_n)^\mu$ ; also nach dem polynomischen Satz:

$$\sum_{(\lambda)} \tau_{(\lambda)}^{1^\mu} \cdot \tau_{(\lambda)}^{(\alpha)} = \frac{\mu!}{\alpha_0! \alpha_1! \dots \alpha_{m-1}!}$$

und

$$\sum_{(\lambda)} \left( \tau_{(\lambda)}^{1^\mu} \right)^2 = \mu!$$

(57)

~~Z. B.~~ ist bei der Probetafel S. 27 die Quadratsumme der Zahlen in der ersten Spalte  $= 720 = 6!$  und die Summe der Produkte der entsprechenden  $\tau$ -Zahlen der ersten und fünften Spalte  $= 90 = 6! : (2!)^3$ .

Über die Berechnung der Zahlen  $\tau$  und ihren analytischen Zusammenhang mit den Zeigerreihen ist Hinreichendes gesagt worden. Damit können auch die Aufgaben  $(C, T)$ ,  $(K, C)$ ,  $(K, T)$  auf Grund der Gleichungen II, Ia, (25) als erledigt gelten.

**Eulers symmetrische Grundfunktionen zweiter Art.  
Die Funktionen  $\mathfrak{C}$ ,  $\mathfrak{K}$ ,  $\mathfrak{Z}$ .**

25. In einigen Grenzfällen gehen  $C$ ,  $K$ ,  $T$  ineinander über.  $T_1^r = c_r = C_r = K_r$ ; und  $K_1^r = c_1^r$  ist nach dem polynomischen Satz als Summe der  $T$  darzustellen.  $T_r = t_1^r + t_2^r + \dots + t_n^r$  spielt als Potenzsumme  $s_r$  seit Newton und Waring im Gebiet der symmetrischen Funktionen eine große Rolle. Von selbst lenkt sich die Aufmerksamkeit auf  $C_1^r$ . Wir fanden S. 15/16, 20, 35:

1.  $C_1^r$  ist eine Summe von Produkten der  $t$ , die alle verschiedenen Kombinationen von  $t_1, \dots, t_n$  mit Wiederholung zur Klasse  $r$  darstellen.

2. Es ist

$$C_1^r = \frac{t_1^{r+n-1}}{F'(t_1)} + \frac{t_2^{r+n-1}}{F'(t_2)} + \dots + \frac{t_n^{r+n-1}}{F'(t_n)}$$

und  $= 1$  für  $r = 0$ , aber  $= 0$  für ein negatives  $r$  (Eulers Identitäten).

3. Es wird

$$C_1^r = \sum_{(\alpha)} (-1)^{r-m} \frac{m!}{m_1! m_2! \dots m_r!} \cdot K_{1^{m_1}, 2^{m_2}, \dots, r^{m_r}}$$

Nun sei

$$C_1^r = c_r \tag{58}$$

zunächst wegen der Verwandtschaft mit  $c_r$  hinsichtlich der Kombinationen der  $t$ . Die sehr große Bedeutung, welche diese  $\mathfrak{c}$  im Gebiet der symmetrischen Funktionen haben, gibt das Recht, sie als Eulers symmetrische Grundfunktionen zweiter Art zu bezeichnen.<sup>1)</sup>

<sup>1)</sup> In der Enzyklopädie hat Herr Professor Vahlen sie Wronskis Alephfunktionen genannt. Jedoch stimmte er brieflich dem Vorschlag (J. 132, S. 160 Anm.) zu, sie nach Euler zu nennen. Auch Stäckels Hinweis auf Eulers Verwertung der Potenzsummen (1735) zur Aufstellung einer Reihe für  $\pi$  scheint mir ein Zeugnis dafür, daß Eulers Name auf dem Gebiet der symmetrischen Funktionen besonders festgelegt zu werden verdient. (Vgl. Stäckel, zu: „G. Junge, Zur Hauptaufgabe der symm. Funkt.“ im Jahresber. d. deutsch. Math.-Ver., 26. Bd.)

Durch Entwicklung von  $C_1^r$  nach den Elementen der ersten Zeile folgt:

$$c_r - c_1 \cdot c_{r-1} + c_2 \cdot c_{r-2} - \dots + (-1)^{r-1} \cdot c_{r-1} \cdot c_1 + (-1)^r \cdot c_r = 0. \quad (59)$$

Die Gleichung hat  $r+1$  Glieder, so lange  $r \leq n$  ist; falls aber  $r > n$ , hat sie immer  $n+1$  Glieder, weil jedes  $c$  verschwindet, dessen Zeiger  $> n$ . Die ersten  $n$  Gleichungen (59) bestehen unverändert, wenn man jedes  $c_h$  mit  $c_{n+h}$  vertauscht. Daher muß auch für  $r \leq n$  richtig sein:

$$c_r = \mathfrak{G}_1^r, \quad (60)$$

wenn mit  $\mathfrak{G}_1^r$  eine Determinante  $r$ -ten Grades bezeichnet wird, die genau so aus den  $c_h$  gebildet ist, wie  $C_1^r$  aus den  $c_h$ . Aber (60) bleibt auch für  $r > n$  richtig. Es ist nämlich  $c_1 = c_1$  und  $c_0 = c_0$ , jedes  $c$  mit negativem Zeiger  $= 0$ ; dagegen ist, abweichend von  $c$ , kein  $c$  mit positivem Zeiger  $= 0$ , sondern jedes  $c_{n+h}$  ist aus (59) zu bestimmen. Ist nun in (60)  $r > n$ , so multipliziere man die Spalten in  $\mathfrak{G}_1^r$  von der vorletzten an nach links vorschreitend, mit  $-c_1, +c_2, -c_3$  usw. und addiere die Produkte zur letzten Spalte, so werden hier alle Elemente  $= 0$  und  $c_r$  für jedes  $r > n$  wird auch nach (60) Null.

Aus (59) und (60) kann man folgern:

- |  |   |      |
|--|---|------|
| <p>a) „Die Größen <math>c_1, c_2, \dots, c_n</math> bilden ein Fundamentalsystem symmetrischer Funktionen der <math>t</math>, ebenso wie <math>c_1, c_2, \dots, c_n</math>. Ist die symmetrische Funktion der <math>t</math> ganz und ganzzahlig, so ist auch ihr Ausdruck in den <math>c</math> ganz und ganzzahlig.“</p> <p>b) „Ist <math>f</math> eine rationale Funktion und <math>f(c_1, c_2, \dots, c_n) = \varphi(c_1, c_2, \dots, c_n)</math>, so ist auch <math>\varphi</math> rational und überdies <math>f(c_1, c_2, \dots, c_n) = \varphi(c_1, c_2, \dots, c_n)</math>. Ist <math>f</math> ganz und ganzzahlig, so auch <math>\varphi</math>.“</p> | } | (61) |
|--|---|------|

26. Wir bilden

$$\mathfrak{G}(\lambda) \doteq \mathfrak{G}_{\lambda_0, \lambda_1, \dots, \lambda_{r-1}} = |c_\lambda \ c_{\lambda+1} \ c_{\lambda+2} \ \dots \ c_{\lambda+r-1}|, \quad (62)$$

eine Determinante  $r$ -ten Grades, deren  $h$ -te Zeile aus der hingeschriebenen dadurch entsteht, daß  $\lambda_{h-1} = h+1$  an Stelle von  $\lambda$  tritt. Auch hier ist kein  $c$  mit positivem Zeiger Null, anders als bei  $C(\lambda)$ . Es gilt der Satz<sup>1)</sup>:

„Jedes  $\mathfrak{G}$  ist gleich dem  $C$  mit zugeordneter Zeigerreihe“:  $\mathfrak{G}(\lambda) \doteq C(\lambda')$ . (63)

<sup>1)</sup> Man hätte den Satz entnehmen können durch Vergleich von Jacobis Bestimmung von  $D: A$  in Crelle J. Bd. 22, S. 371 mit derjenigen von Naegelsbach, Prgr. Zweibrücken 1871, S. VII. Doch hat Naegelsbach oder sonst jemand den Schluss nicht gezogen. Der Satz findet sich zuerst J. 132, S. 161, natürlich, wie hier, mit direktem Beweis durch Umformung.

Zum Beweise verwandle man  $\mathfrak{C}(\lambda)$  in eine Determinante vom Grad  $\lambda_0 + r$ , ohne den Wert zu ändern. Jede Zeile von  $\mathfrak{C}(\lambda)$  verlängere man nach links hin um  $\lambda_0$  Elemente  $c_h$ , so daß die Zeiger von Spalte zu Spalte um 1 kleiner werden; dann steht in der  $h$ -ten Zeile das Element  $c_{\lambda_{h-1}-h-\lambda_0+1}$  am Anfang. Oben werden  $\lambda_0$  Zeilen vorangestellt, die 1 an jeder Stelle der Hauptdiagonale, sonst nur Nullen enthalten. Die Spalten dieser Determinante werden ebenso wie die Zeilen der Reihe nach mit  $(-1)^0, (-1)^1, (-1)^2, \dots, (-1)^{\lambda_0+r-1}$  multipliziert, so daß die Elemente der Hauptdiagonale alle positiv sind, aber neben und untereinander immer Elemente mit abwechselnden Vorzeichen stehen, die Determinante selbst den Wert nicht ändert. Von rechts beginnend werden die Spalten nacheinander durch (59) umgeformt. In den oberen  $\lambda_0$  Zeilen stehen dann nur Elemente  $c$ , und zwar in der  $h$ -ten Zeile von  $c_{-h+1}$  bis  $c_{\lambda_0+r-h}$ , die Zeiger von Spalte zu Spalte um 1 steigend. In jeder der letzten  $r$  Zeilen hat man einmal  $+1$  oder  $-1$ , dort nämlich, wo ursprünglich  $c_0$  stand, sonst nur Nullen. Und zwar steht in der  $(\lambda_0 + h)$ -ten Zeile das einzige nicht verschwindende Element in der  $(\lambda_0 - \lambda_{h-1} + h)$ -ten Spalte, weil das erste Element dieser Zeile vorher den Zeiger  $\lambda_{h-1} - h - \lambda_0 + 1$  hatte; der Wert dieses nicht verschwindenden Elements (ursprünglich  $c_0 = 1$ ) ist jetzt  $(-1)^{(\lambda_0+h-1)+(\lambda_0-\lambda_{h-1}+h-1)} = (-1)^{\lambda_{h-1}}$ . Nun versetze man durch Verschiebung von Spalten jedes dieser nicht verschwindenden Elemente in die Hauptdiagonale, von rechts her beginnend; das soeben erwähnte Element kommt dabei aus der  $(\lambda_0 - \lambda_{h-1} + h)$ -ten in die  $(\lambda_0 + h)$ -te Spalte durch  $\lambda_{h-1}$  Vertauschungen und bekommt den Wert  $(-1)^{2\lambda_{h-1}} = +1$ . Dann sind in der großen Determinante unten links in einem Rechteck von  $r$  Zeilen und  $\lambda_0$  Spalten nur Nullen. Rechts davon steht eine Determinante  $r$ -ten Grades, die in der Hauptdiagonale sämtliche Elemente  $= +1$ , sonst nur Nullen, also den Wert  $= 1$  hat. Links oben steht eine Determinante  $\lambda_0$ -ten Grades, die nur Elemente  $c$  enthält; und zwar fallen die Zeiger dieser  $c$  von Zeile zu Zeile um 1; von Spalte zu Spalte steigen sie, jedoch nicht immer um 1. Dreht man hier die Folge der Zeilen sowohl, wie die der Spalten um, so daß die letzte Zeile zur ersten Spalte, die letzte Spalte zur ersten Zeile wird, so sieht man eine Determinante vom Bau der  $C$  vor sich, und zwar genau  $C(\lambda')$ . Um dies klar zu erkennen, prüfen wir genauer die Form der großen Determinante, die sie nach Anwendung von (59) vor dem Verschieben der Spalten erhalten hat. Diejenigen Spalten, die in den unteren  $r$  Zeilen nicht nur Nullen, sondern je einmal auch  $+1$  oder  $-1$  haben, besitzen die Ordnungszahlen

$$1, 2 + \lambda_0 - \lambda_1, 3 + \lambda_0 - \lambda_2, \dots, r - 1 + \lambda_0 - \lambda_{r-2}, r + \lambda_0 - \lambda_{r-1};$$

ihre Anzahl ist natürlich  $r$ . Zwischen je zwei dieser Spalten sind der Reihe nach  $\lambda_0 - \lambda_1, \lambda_1 - \lambda_2, \dots, \lambda_{r-2} - \lambda_{r-1}$  und hinter der letzten noch  $\lambda_{r-1}$  Spalten, die in den unteren  $r$  Zeilen nur Nullen haben. (Im ganzen sind dies  $r + (\lambda_0 - \lambda_1) + (\lambda_1 - \lambda_2) + \dots + (\lambda_{r-2} - \lambda_{r-1}) + \lambda_{r-1} = r + \lambda_0$  Spalten, wie es sein soll.) In der letzten Spalte jener großen Determinante stehen oben die Elemente  $c_{\lambda_0+r-1}, c_{\lambda_0+r-2}, \dots, c_r$ , in der vorletzten, falls  $\lambda_{r-1} > 1$ , stehen  $c_{\lambda_0+r-2}, c_{\lambda_0+r-3}, \dots, c_{r+1}, c_r, c_{r-1}$ , und in der ganzen Gruppe von  $\lambda_{r-1}$  Spalten, die hinter der  $(r + \lambda_0 - \lambda_{r-1})$ -ten Spalte stehen, nehmen die Zeiger von Spalte zu Spalte nach links hin um 1 ab. Werden diese  $\lambda_{r-1}$  Spalten durch Verschieben zu Schlußspalten der Determinante  $C$ , so findet sich in der Hauptdiagonale von  $C$  der Zeiger  $r$  genau  $\lambda_{r-1}$ -mal. Ebenso führt aus der Gruppe von  $\lambda_{r-2} - \lambda_{r-1}$  Spalten zwischen der  $(r-1 + \lambda_0 - \lambda_{r-2})$ -ten und der  $(r + \lambda_0 - \lambda_{r-1})$ -ten Spalte jede zum Zeiger  $r-1$  in der Hauptdiagonale usw. So wird nach Umkehrung der Folge von Zeilen und Spalten in jenem  $C$  sich in der Tat ergeben:

$$C_{r\lambda_{r-1}, (r-1)\lambda_{r-2}-\lambda_{r-1}, \dots, 2\lambda_1-\lambda_2, 1\lambda_0-\lambda_1} = C_{(\lambda')}$$

als Wert von  $\mathfrak{G}_{(\lambda)}$ , weil jene große Determinante in das Produkt von  $C_{(\lambda')}$  mit einer Determinante  $r$ -ten Grades vom Wert 1 zerfällt.

**27.** Zunächst wird jetzt angenommen, daß  $n$  nicht kleiner ist als das Gewicht  $\mu$  der gerade betrachteten Funktion. Jedes  $\mathfrak{G}$  ist nach Produkten  $\mathfrak{R}$  der  $c$  durch Determinantenregeln zu entwickeln, wie  $C$  nach den  $K$ . Nach (63) ist  $C_{(\lambda)}$  durch die  $\mathfrak{R}$  ebenso auszudrücken wie  $C_{(\lambda')}$  durch die  $K$ . Man setze ferner ( $c_0$  ist 1):

$$\mathfrak{F}(t) = \sum_{h=0}^{h=n} (-1)^h c_h \cdot t^{n-h} = \prod_{h=1}^{h=n} (t - t_h); \quad (64)$$

man bilde die Funktionstypen  $\mathfrak{T}$  aus  $t_1, \dots, t_n$ , wie  $T$  aus den  $t$ . Die  $\mathfrak{G}, \mathfrak{R}, \mathfrak{T}$  sind symmetrische Funktionen der  $t$ ; denn sie sind rational in den  $c$  und diese symmetrisch in den  $t$ . Der Zusammenhang zwischen  $\mathfrak{G}$  und  $\mathfrak{T}$  ist derselbe, wie zwischen  $C$  und  $T$ ; also entwickelt sich  $C_{(\lambda)}$  nach den  $\mathfrak{T}$  genau so, wie  $C_{(\lambda)}$  nach den  $T$ . Zwischen den Aufgaben  $(T, C)$  und  $(C, T)$ , ebenso zwischen  $(K, C)$  und  $(C, K)$  wurde der Übergang durch lineare Gleichungen vermittelt, und nur zwei Zahlenarten  $\varkappa_{(\lambda)}^{(\alpha)}$  und  $\tau_{(\lambda)}^{(\alpha)}$  kamen bei allen vier Aufgaben in Betracht; vgl. S. 24 u. 25. Dieselben Zahlformen bestimmen auch die Beziehungen zwischen den  $C$  und  $\mathfrak{R}$  sowie zwischen den  $C$  und  $\mathfrak{T}$ , dann auch zwischen  $\mathfrak{G}$  und den  $K, T, \mathfrak{R}, \mathfrak{T}$ . Man hat folgende Hauptgleichungen, zusammen mit denen von S. 26:

$$\begin{array}{ll}
 \text{I. } C_{(\lambda)} = \sum_{(\alpha)} x_{(\lambda)}^{(\alpha)} \cdot K_{(\alpha)}; & \text{Ia. } K_{(\alpha)} = \sum_{(\lambda)} \tau_{(\lambda')}^{(\alpha)} \cdot C_{(\lambda)}; \\
 \text{II. } C_{(\lambda)} = \sum_{(\alpha)} \tau_{(\lambda)}^{(\alpha)} \cdot T_{(\alpha)}; & \text{IIa. } T_{(\alpha)} = \sum_{(\lambda)} x_{(\lambda')}^{(\alpha)} \cdot C_{(\lambda)}; \\
 \text{III. } C_{(\lambda)} = \sum_{(\alpha)} x_{(\lambda')}^{(\alpha)} \cdot \mathfrak{R}_{(\alpha)}; & \text{IIIa. } \mathfrak{R}_{(\alpha)} = \sum_{(\lambda)} \tau_{(\lambda)}^{(\alpha)} \cdot C_{(\lambda)}; \\
 \text{IV. } C_{(\lambda)} = \sum_{(\alpha)} \tau_{(\lambda')}^{(\alpha)} \cdot \mathfrak{T}_{(\alpha)}; & \text{IVa. } \mathfrak{T}_{(\alpha)} = \sum_{(\lambda)} x_{(\lambda)}^{(\alpha)} \cdot C_{(\lambda)}.
 \end{array}$$

Acht andere Gleichungen entstehen aus diesen, indem man die lateinischen Buchstaben mit den deutschen, also  $C, K, T$  mit  $\mathfrak{C}, \mathfrak{R}, \mathfrak{T}$  vertauscht. In jedem Fall sind die Summationen über alle Zeigerreihen zu erstrecken, die mit der Zeigerreihe links im Gewicht übereinstimmen. Dazu treten zwölf Gleichungen in der Form von (24) und (25), welche die Beziehungen zwischen je zwei der Funktionen  $K, T, \mathfrak{R}, \mathfrak{T}$  zum Ausdruck bringen; die Zahlenfaktoren der einzelnen Glieder sind hier nicht die einfachen  $x$  oder  $\tau$ , sondern sie werden durch Summen aus Produkten von je zwei jener Zahlformen dargestellt; jeder der beiden Faktoren eines solchen Produkts stimmt im Gewicht mit der Zeigerreihe der gesuchten Funktion überein. Die beiden letzten Gleichungen sind  $C_{(\lambda)} = \mathfrak{C}_{(\lambda')}$  und  $\mathfrak{C}_{(\lambda)} = C_{(\lambda')}$ , die wohl in eine zusammenfallen, aber als zwei zu rechnen sind, weil sie auf zwei verschiedene Fragen antworten. Wir können zusammenfassend sagen: „Für alle 30 Aufgaben, welche nach den Beziehungen zwischen je zwei der sechs Funktionsformen  $C, K, T, \mathfrak{C}, \mathfrak{R}, \mathfrak{T}$  fragen, kommen nur die Zahlformen  $x$  und  $\tau$  als Lösungszahlen in Betracht, bei 18 Aufgaben unmittelbar, bei 12 in sehr einfacher Vereinigung.“ Cayleys Satz (10) wird einer unter ähnlichen.

Man kann für ein bestimmtes Gewicht die Lösung aller 30 Aufgaben für sämtliche Einzelfälle in einer einzigen Quadrattafel vereinigen, so daß für jene 18 Aufgaben die Lösung unmittelbar abzulesen, für 12 Aufgaben eine geringfügige Nebenrechnung auszuführen ist. Die Anordnung ist aus der folgenden kleinen Tafel (S. 85) zu ersehen, bei der die  $h$ -te Zeigerreihe mit  $(h)$ , die zugeordnete mit  $(h')$  bezeichnet wird; die Folge der Reihen (vgl. S. 27) geht links nach der Hauptordnung, oben, rechts und unten nach der Nebenordnung.

Von den Bezeichnungen der Zeilen und Spalten gehören zusammen: links und oben, rechts und unten. Handelt es sich um  $T$  oder  $K$ , so sind aus der Zeile oder Spalte, welche die gesuchte Funktion enthält, die Zahlen, von der 1 der Diagonale beginnend, nach der gesuchten Funktion

hin zu entnehmen; bei  $\mathfrak{I}$  oder  $\mathfrak{K}$  ist von der 1 der Diagonale in entgegengesetzter Richtung fortzuschreiten. Z. B.:

$$C_{(3')} = K_{(3')} + \alpha_{(3')}^{(4')} \cdot K_{(4')} + \alpha_{(3')}^{(5')} \cdot K_{(5')} + \dots = \mathfrak{I}_{(3')} + \tau_{(3')}^{(2')} \cdot \mathfrak{I}_{(2')} + \tau_{(3')}^{(1')} \cdot \mathfrak{I}_{(1')};$$

$$T_{(4')} = C_{(4')} + \alpha_{(3')}^{(4')} \cdot C_{(3')} + \alpha_{(2')}^{(4')} \cdot C_{(2')} + \alpha_{(1')}^{(4')} \cdot C_{(1')} = \mathfrak{C}_{(4')} + \alpha_{(3')}^{(4')} \cdot \mathfrak{C}_{(3')} + \alpha_{(2')}^{(4')} \cdot \mathfrak{C}_{(2')} + \alpha_{(1')}^{(4')} \cdot \mathfrak{C}_{(1')};$$

$$\mathfrak{K}_{(2')} = C_{(2')} + \tau_{(3')}^{(2')} \cdot C_{(3')} + \tau_{(4')}^{(2')} \cdot C_{(4')} + \tau_{(5')}^{(2')} \cdot C_{(5')} + \dots;$$

$$C_{(3')} = T_{(3')} + \tau_{(3')}^{(2')} \cdot T_{(2')} + \tau_{(3')}^{(1')} \cdot T_{(1')} = \mathfrak{K}_{(3')} + \alpha_{(3')}^{(4')} \cdot \mathfrak{K}_{(4')} + \alpha_{(3')}^{(5')} \cdot \mathfrak{K}_{(5')} + \dots$$

$\mu$	$\mathfrak{K}_{(1')}$ $T_{(1')}$	$\mathfrak{K}_{(2')}$ $T_{(2')}$	$\mathfrak{K}_{(3')}$ $T_{(3')}$	$\mathfrak{K}_{(4')}$ $T_{(4')}$	$\mathfrak{K}_{(5')}$ $T_{(5')}$	...	$\mathfrak{C}_{(\lambda)} = C_{(\lambda')}$
$C_{(1')}$	<b>1</b>	$\alpha_{(1')}^{(2')}$	$\alpha_{(1')}^{(3')}$	$\alpha_{(1')}^{(4')}$	$\alpha_{(1')}^{(5')}$	...	$C_{(1')}$
$C_{(2')}$	$\tau_{(2')}^{(1')}$	<b>1</b>	$\alpha_{(2')}^{(3')}$	$\alpha_{(2')}^{(4')}$	$\alpha_{(2')}^{(5')}$	...	$C_{(2')}$
$C_{(3')}$	$\tau_{(3')}^{(1')}$	$\tau_{(3')}^{(2')}$	<b>1</b>	$\alpha_{(3')}^{(4')}$	$\alpha_{(3')}^{(5')}$	...	$C_{(3')}$
$C_{(4')}$	$\tau_{(4')}^{(1')}$	$\tau_{(4')}^{(2')}$	$\tau_{(4')}^{(3')}$	<b>1</b>	$\alpha_{(4')}^{(5')}$	...	$C_{(4')}$
$C_{(5')}$	$\tau_{(5')}^{(1')}$	$\tau_{(5')}^{(2')}$	$\tau_{(5')}^{(3')}$	$\tau_{(5')}^{(4')}$	<b>1</b>	...	$C_{(5')}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\ddots$	$\vdots$
$C_{(\lambda)} = \mathfrak{C}_{(\lambda')}$	$K_{(1')}$ $\mathfrak{I}_{(1')}$	$K_{(2')}$ $\mathfrak{I}_{(2')}$	$K_{(3')}$ $\mathfrak{I}_{(3')}$	$K_{(4')}$ $\mathfrak{I}_{(4')}$	$K_{(5')}$ $\mathfrak{I}_{(5')}$	...	$\mu$

Die Probetafel VI, S. 27, könnte entsprechend ergänzt werden, ebenso die Tafeln I—VIII, J. 93, S. 118, 119, 120.<sup>1)</sup> Die hier abgeleiteten Sätze haben wohl das Ziel erstrebt und in weitem Umfang erreicht, uns von Tafeln unabhängig zu machen, weil die einzelnen Zahlen jede für sich auf bequemen Wegen berechnet und gut nachgeprüft werden können. Dennoch wird hier die vollständige Tafel IX hinten angefügt, weil eine solche wegen ihrer ungewöhnlichen Reichhaltigkeit bemerkenswert ist und weil sie durch einfache Anschauung eine gute Übersicht über eine Reihe jener Sätze gewährt, vielleicht sogar dazu dienen kann, neue Sätze zu entdecken.

<sup>1)</sup> Die Tafeln Prgr. I—XI sind 1908 schon vollständig abgedruckt worden.

28. Fällt die Annahme  $n \geq \mu$  fort, so wird in den Beziehungen der  $C, T, K$  zueinander nichts geändert. Wird  $t_n = 0$ , so verschwindet auch  $c_n$  und  $K_n$  sowie jedes  $C$ , dessen erster Zeiger  $\geq n$  ist. Nach (64) ist  $c_n$  durch die Summe der Kombinationen der  $t$  ohne Wiederholung zur  $h$ -ten Klasse dargestellt; es wird also  $c_{n+h}$  dann Null sein, wenn  $t_r$  für  $r > n$  verschwindet. Bezeichnen wir mit

$$\mathfrak{C}_{\lambda_0, \lambda_1, \dots, \lambda_{r-1}} \quad \text{und mit} \quad \mathfrak{R}_{\alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_{m-1}} \quad (65)$$

solche  $\mathfrak{C}$  oder  $\mathfrak{R}$ , die aus  $\mathfrak{C}_{(\lambda)}$  und  $\mathfrak{R}_{(\alpha)}$  dadurch entstehen, daß  $c_{n+h}$  für  $h > 0$  verschwindet, so werden die Beziehungen zwischen  $\mathfrak{C}, \mathfrak{T}, \mathfrak{R}$  ohne Einschränkung dieselben sein, wie die zwischen  $C, T, K$ . Setzt man weiter

$$\bar{c}_r = \mathfrak{C}_{1^r}, \quad (60 a)$$

so stimmt  $\bar{c}_r$  mit  $c_r$  für  $r = 0, 1, 2, \dots, n$  überein; aber es ist nicht  $\bar{c}_{n+h} = 0$ . Bedeutet ferner  $C_{(\lambda)}$  die Determinante, welche aus den  $\bar{c}_h$  sich aufbaut, wie  $\mathfrak{C}_{(\lambda)}$  aus den  $c_h$ , vgl. (62), so hat man:

$$\mathfrak{C}_{(\lambda)} = \bar{C}_{(\lambda)}. \quad (63 a)$$

Man setze also in jenen Tafeln, falls es sich um die  $\mathfrak{T}$  oder  $\mathfrak{R}$  handelt,  $c_{n+h} = 0$  und statt  $C_{(\lambda)}$  entweder  $\bar{C}_{(\lambda)}$  oder  $\mathfrak{C}_{(\lambda)}$ , so sind sie ohne Einschränkung für jedes  $n$  richtig.

Der Unterschied zwischen  $\mathfrak{C}$  und  $\bar{\mathfrak{C}}$  ist für die Tafeln von geringerer Bedeutung. Sonst aber kann er sehr wesentlich werden. Dafür ein Beispiel: 1) Die Geminante der Gl.  $F(t) = 0$  (S. 20) hat den Wert

$$\prod_{h, k} (t_h + t_k) = C_{n-1, n-2, \dots, 2, 1} = \mathfrak{C}_{n-1, n-2, \dots, 2, 1}.$$

Dagegen hat die Geminante von  $\mathfrak{F}(t) = 0$  den Wert:

$$\prod_{h, k} (t_h + t_k) = \mathfrak{C}_{n-1, n-2, \dots, 2, 1} = \bar{C}_{n-1, n-2, \dots, 2, 1}.$$

Durch Verwendung von Eulers symmetrischen Grundfunktionen zweiter Art erfahren, wie wir sehen, die vorher gewonnenen Sätze eine erhebliche Erweiterung.

1) Vgl. J. 132, S. 165.

Über die Funktionen  $F(t)$  und  $\mathfrak{F}(t)$  sei noch einiges bemerkt. Der Gleichung  $F(x) = 0$  wird hier die andere  $\mathfrak{F}(x) = 0$  zugeordnet, indem aus den Koeffizienten von  $F$  diejenigen von  $\mathfrak{F}$  nach (59) berechnet werden. Von  $\mathfrak{F}$  gelangt man wieder zu  $F$  aus (60) oder auch durch (59). Z. B. sind

$$x^6 + 3x^5 - 6x^4 + 7x^3 + 5x^2 - 2x - 1 = 0$$

und

$$x^6 + 3x^5 + 15x^4 + 70x^3 + 316x^2 + 1456x + 6674 = 0$$

in diesem Sinne einander gegenseitig zugeordnet. Eine Gleichung kann sich selbst zugeordnet sein. Dann muß  $c_h = c_h$  sein für alle Werte des  $h$  von 1 bis  $n$ . Aus (59) ist zu ersehen: Für jedes  $c$  mit ungeradem Zeiger kann der Wert nach Belieben gewählt werden. Bei geradem Zeiger erhält man:

$$c_{2h} = c_1 \cdot c_{2h-1} - c_2 \cdot c_{2h-2} + \dots + (-1)^{h-2} c_{h-1} \cdot c_{h+1} + (-1)^{h-1} \cdot \frac{1}{2} c_h^2 \quad \left( h = 1, 2, \dots \leq \frac{n}{2} \right).$$

Z. B. ist

$$x^6 + 2ax^5 + 2a^2x^4 + 2bx^3 + (4ab - 2a^4)x^2 + 2dx + 4a^6 - 8a^3b + 4ad + 2b^2 = 0$$

sich selbst zugeordnet. — Zwischen den Wurzeln von zwei derart zugeordneten Gleichungen bestehen die folgenden Beziehungen: Bedeuten  $s_\mu$  und  $\mathfrak{f}_\mu$  die  $\mu$ -te Potenzsumme der Wurzeln von  $F(x) = 0$  und  $\mathfrak{F}(x) = 0$ , so bestehen die Gleichungen

$$s_\mu = (-1)^{\mu-1} \cdot \mathfrak{f}_\mu \quad \text{für } \mu = 1, 2, \dots, n. \quad (66)$$

Beweis<sup>1)</sup>: Im Unterabschnitt 12 d), Beispiel 4., S. 37, ist hervorgehoben:

$$s_\mu = C_1^\mu - C_2 \cdot 1^{\mu-2} + C_3 \cdot 1^{\mu-3} \dots + (-1)^{\mu-2} \cdot C_{\mu-1,1} + (-1)^{\mu-1} \cdot C_\mu.$$

Aus (63) folgt dann:

$$s_\mu = \mathfrak{C}_\mu - \mathfrak{C}_{\mu-1,1} - \mathfrak{C}_{\mu-2,1^2} - \dots + (-1)^{\mu-2} \cdot \mathfrak{C}_{2,1^{\mu-2}} + (-1)^{\mu-1} \cdot \mathfrak{C}_1^\mu.$$

Rechts steht, wie man sieht, nichts anderes als  $(-1)^{\mu-1} \cdot \mathfrak{f}_\mu$ .

Wir verzichten darauf, die hier auftauchenden Fragen weiter zu verfolgen.

<sup>1)</sup> Einen zweiten Beweis findet man J. 132, S. 166,

## Zur nebenstehenden Tafel.

Alle nicht verschwindenden Zahlen  $\alpha$  stehen in der Hauptdiagonale und rechts davon, alle nicht verschwindenden Zahlen  $\tau$  in der Hauptdiagonale und links davon. — Am Kopf der Zeilen und Spalten folgen die Zeigerreihen einander links nach der Hauptordnung, rechts, oben und unten nach der Nebenordnung. Die Reihen auf derselben Zeile links und rechts sind einander zugeordnet. — Jedes  $\mathfrak{C}(\lambda)$  ist vor Eintritt in die Tafel durch  $C(\lambda')$  zu ersetzen. — Bei Benutzung der Tafel gehören immer die Kopfbezeichnungen zusammen: links und oben, rechts und unten. Zur Lösung einer der (vier) Aufgaben, die nach den Beziehungen der  $C$  zu den  $T$  oder  $K$  fragen, geht man immer in der Zeile oder Spalte, an deren Kopf die gesuchte Funktion steht, von der 1 der Hauptdiagonale aus nach der gesuchten Funktion hin und fügt jeder der erhaltenen Zahlen die Kopfbezeichnung der betreffenden Spalte oder Zeile als Faktor hinzu. Handelt es sich um die Beziehungen der  $C$  zu den  $\mathfrak{K}$  oder  $\mathfrak{T}$ , so ist in gleicher Weise von der 1 der Hauptdiagonale aus von der gesuchten Funktion fort zu gehen. Um einen Zahlenfaktor bei einer der (zwölf) unmittelbaren Beziehungen zwischen  $K, T, \mathfrak{K}, \mathfrak{T}$  zu erhalten, richte man sich nach den Vorschriften auf S. 52, 53. — Die Anstellung der Tafel IX (und weiter die der Tafeln X, XI, ...) gelingt leicht bei Benutzung der vorangehenden Tafeln VIII, VII, ..., die man z. B. J. f. Math. 93, S. 118 findet. Man füllt zunächst alle Felder der Hauptdiagonale und der letzten Zeile mit 1, bildet die Werte der  $\alpha$  auf Grund der Gl. (27), S. 29, die  $\tau$  zum Teil als Binomialzahlen nach Gl. (43), S. 59, sonst durch Addition weniger Zahlen in einer Spalte nach Gl. (45), S. 61, oder, falls  $m_1 = 0$ , auch durch Gl. (46). Gute Proben durch Gl. (21a) und (22a). — Die Tafeln sind vor allem bemerkenswert durch ihren reichen Inhalt (30 Aufgaben); sonst ist das Ergebnis wesentlicher, daß jede Zahl  $\alpha$  oder  $\tau$  leicht für sich, ohne Hilfe von Tafeln, berechnet werden kann.









# Inhaltsübersicht.

Seite

Kurze Übersicht über die Geschichte des Problems . . . . .	3
--	---

## I. Bezeichnungen. Grundgleichungen. Hauptaufgaben.

1. Die Gleichung $F(t) = 0$ . Ihre Wurzeln $t_1, \dots, t_n$ , die symmetrischen Grundfunktionen $c_1, \dots, c_n$ ; Produkte $K$ der $c$ , Funktionstypen $T$ . Bei der Umformung einer symmetrischen Funktion kann man sich auf die Umformung von Typen beschränken	5
2. Entwicklung der $K$ in Typen (polynomischer Satz). Die Determinanten $C$ der $c$ . Einführung der Zahlen $\alpha$ und $\tau$ durch die Formeln I und II . . . . .	7
3. Gewicht der Funktionen $K, T, C$ . Ihre Anzahl bei gleichem Gewicht ist dieselbe. Zugeordnete oder Gegenreihe. Haupt- und Nebenordnung . . . . .	9
4. Ordnung der $T$ bei Entwicklung der $K$ , der $K$ bei Entwicklung der $T$ . Cayleys Symmetriesatz. Ordnung der $K$ bei Entwicklung der $C$ . . . . .	10
5. Entwicklung der $C$ nach den $T$ . . . . .	13

## II. Hilfsatz in Determinanten. Beziehungen zwischen den Funktionen $T, K, C$ .

6. $D: A = C_{(\lambda)}$ . . . . .	17
7. Anwendungen: Eulers Identitäten; Geminante . . . . .	19
8. Aus $A \cdot T_{(\alpha)}$ wird die Entwicklung der $T$ nach den $C$ hergeleitet. . . . .	21
9. Ableitung der Lösungsformeln für die sechs Hauptaufgaben . . . . .	24
10. Tafel für die $\alpha$ und $\tau$ vom Gewicht 6 . . . . .	26

## III. Die Zahlen $\alpha$ . Die Aufgaben $(C, K), (T, C), (T, K)$ .

11. Zwei Sonderwege zur Berechnung der $\alpha$ ; Beispiele . . . . .	29
12. Zwei weitere Sonderwege mit Beispielen . . . . .	34
13. Allgemeine Bestimmung des analytischen Ausdrucks für $\alpha_{(\lambda)}^{(\alpha)}$ , I. Teil . . . . .	38
14. Desgl., II. Teil und Abschluss. Allgemeine Formel für $C_{(\lambda)}$ durch die $K$ . . . . .	40
15. Allgemeine Formel für $T_{(\alpha)}$ durch die $C$ , der $T_{(\alpha)}$ durch die $K$ . Beispiele . . . . .	44
16. Fortsetzung . . . . .	50
17. Ein besonderer Satz für die $\alpha$ . Diskriminante von $F(t) = 0$ , Eliminate von $F(t)$ und $\Phi(t)$ , ausgedrückt durch die Zahlen $\alpha$ . . . . .	53

#### IV. Die Zahlen $\tau$ . Die Aufgaben $(C, T)$ , $(K, C)$ , $(K, T)$ .

18. Erster Weg zur Berechnung der $\tau$ . . . . .	57
19. Zweiter Weg. Bezeichnungen und grundlegende Überlegungen . . . . .	58
20. Ableitung der charakteristischen Gleichungen für die $\tau$ . . . . .	61
21. Bestimmung der $\tau$ aus diesen charakteristischen Gleichungen und den Grenzbedingungen . . . . .	65
22. Der funktionale Zusammenhang zwischen $\tau_{(\lambda)}^{(\alpha)}$ und den beiden Zeigerreihen. Zurückführung jedes Falles auf einfache Sonderfälle . . . . .	70
23. Sehr einfache Formeln für die Sonderfälle . . . . .	74
24. Einige besondere Beziehungen zwischen Zahlen $\tau$ . . . . .	76

#### V. Eulers symmetrische Grundfunktionen zweiter Art.

##### Die Funktionen $\mathfrak{C}$ , $\mathfrak{R}$ , $\mathfrak{I}$ .

25. Grundeigenschaften der $c$ und der $\mathfrak{C}$ . . . . .	80
26. Der Satz $\mathfrak{C}_{(\lambda)} = C_{(\lambda')}$ . . . . .	81
27. Bildung von $\mathfrak{F}(t) = 0$ und von den $\mathfrak{R}$ und $\mathfrak{I}$ . Lösungsformeln der 30 Aufgaben, welche die Beziehungen zwischen $C, K, T, \mathfrak{C}, \mathfrak{R}, \mathfrak{I}$ behandeln. Bau der Tafeln für diese 30 Aufgaben (Vereinigung in einem Quadrat) . . . . .	83
28. Erweiterung der Formeln für jedes $n$ (vorher war $n \geq \mu$ ). Zuordnung von $F(x) = 0$ und $\mathfrak{F}(x) = 0$ . Beziehung zwischen ihren Potenzsummen . . . . .	86

Anhang: Tafel für das Gewicht IX.

NOVA ACTA.

Abh. der Kaiserl. Leop.-Carol. Deutschen Akademie der Naturforscher.

Band CIV. Nr. 4.

---

# Die Lösung der Keratitisfrage unter Anwendung der Plasmakultur.

Von

Professor Dr. **Paul Grawitz.**

Mit 2 Tafeln Nr. I und II.

---

Eingegangen bei der Akademie am 31. Dezember 1918.

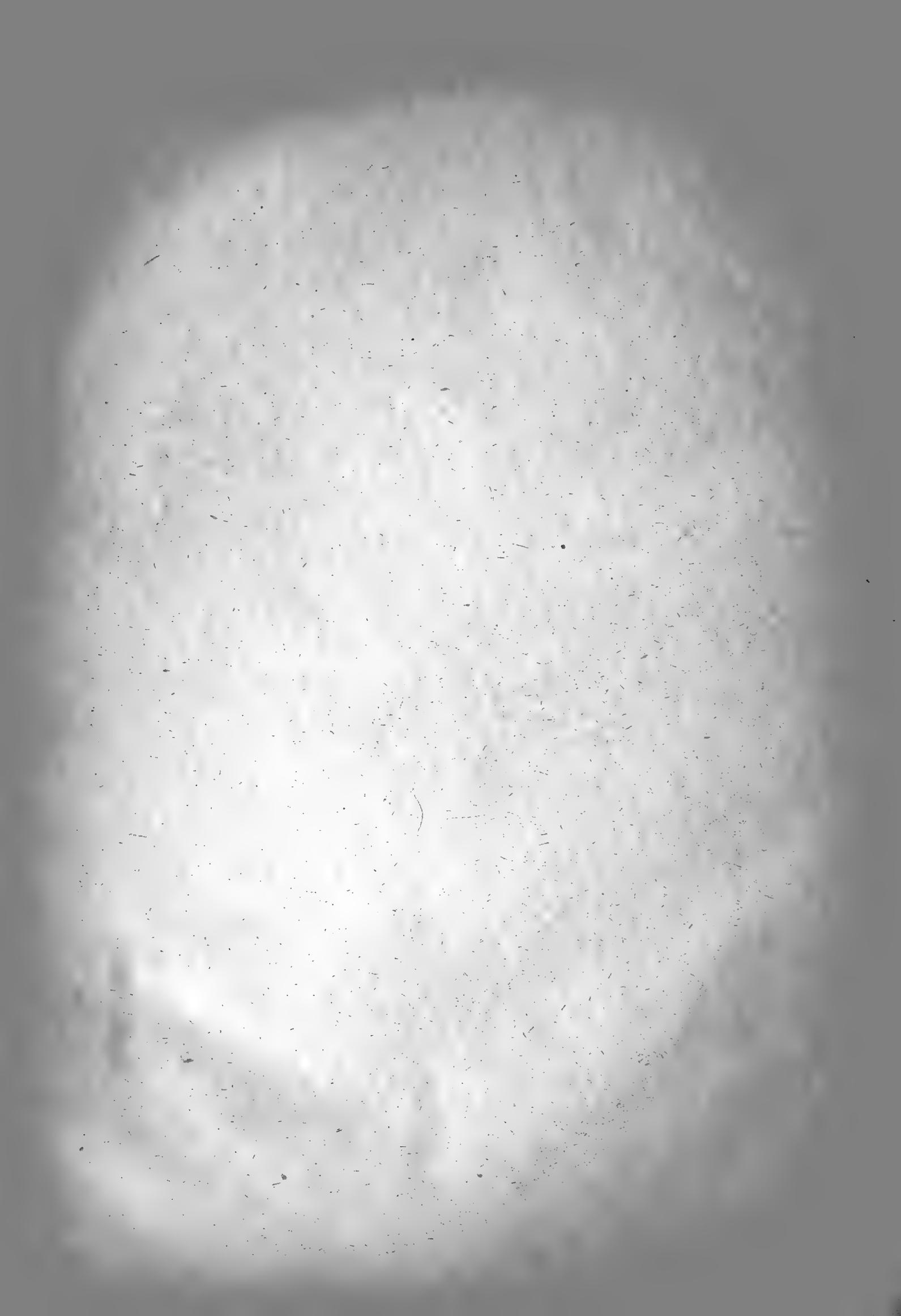
---

**HALLE.**

1919.

Druck von Ehrhardt Karras G. m. b. H. in Halle (Saale).

Für die Akademie in Kommission bei Max Niemeyer, Verlag in Halle a. S.



Die Forschung nach der Herkunft der kleinen Rundzellen bei der Keratitis ist von hoher Bedeutung für die Lehre der akuten Bindegewebsentzündung überhaupt geworden. Sie hat begonnen, als mit Cohnheims Entdeckung vom Austritte farbloser Blutzellen in Zunge und Mesenterium des Frosches die ersten Zweifel an Virchows Zellulopathologie laut wurden, nach der die Gewebe selbst auf Entzündungsreize mit einer Zellenneubildung antworten sollten. Als Cohnheim die Entzündung als eine Alteration der Blutgefäße definierte, in deren Folge ihre Wandungen durchlässig für den Austritt von Leukocyten würden, da erschien die Cornea als geeignetes Objekt, um zu prüfen, ob sich die neue Lehre auch auf ihr gefäßloses Gewebe würde anwenden lassen. Nachdem darüber ein ergebnisloser Streit von einigen zwanzig Jahren Dauer geführt war, liefs ich durch Georg Buddee im Jahre 1897 in seiner experimentellen Arbeit eine kritische Übersicht aller diese Fragen behandelnden Abhandlungen zusammenstellen, die im 147. Bande von Virchows Archiv, S. 217 erschienen ist. Da ich schon seit einer Reihe von Jahren an der Arbeit war, eine dritte Erklärungsmöglichkeit, nämlich die Entstehung neuer Zellen aus der Grundsubstanz, in die Pathologie einzuführen, so hatte ich mit der historischen Arbeit von Buddee bezweckt, einmal objektiv feststellen zu lassen, daß die Leukocyten-einwanderung in die Cornea niemals positiv erwiesen, sondern von vornherein nur auf Hypothese und Übertragung der an der Froschzunge gemachten Beobachtungen auf die Cornea aufgebaut sei. Diesem deduktiven Ursprunge zufolge hatte denn auch die Leukocytentheorie durch viele Jahre heftigen Widerspruch erfahren, und ein Gegner nach dem andern ist durch den Tod abberufen worden, ohne sich je in der Überzeugung beirren zu lassen, daß die Rundzellen bei der Keratitis vom Hornhautgewebe selbst geliefert werden. Dies ist bis auf den heutigen Tag auch meine Meinung geblieben. Ich habe mich aber einen Schritt von meinem großen Meister Rudolf Virchow getrennt, indem ich nicht den Hornhautzellen allein, sondern auch der fibrillären Grundsubstanz der Cornea die Fähigkeit einer Umwandlung in kleine Rundzellen zuerkannte. In meinem „Atlas der pathologischen

Gewebelehre“ wies ich 1893 darauf hin, daß überall im Bindegewebe und auch in der Hornhaut zwischen den normal durch Färbung nachweisbaren Zellen junge, schmale, blasse, schlanke Kerne durch Verstärkung des Saftstromes hervortreten, die sich auf Kosten der fibrillären Interzellulärsubstanz vergrößern, abschnüren und zu fertigen Zellen mit Kern und Zellkörpern differenzieren. Da ich nicht so vertrauensselig war, anzunehmen, daß meine Beweise die freudige Zustimmung meiner Fachgenossen finden würden, die schon damals in ihrer Mehrzahl den Standpunkt der zellulären Doktrin verlassen hatten und Anhänger der Leukocytenhypothese geworden waren, so habe ich auf 30 Tafeln meine Belegstücke photographiert und sie, so dilettantenhaft sie waren, ohne jede Retouche im Verlage von Richard Schoetz abdrucken lassen. Der Verlauf der Aufnahme hat mich insofern verblüfft, als ich auf sachliche Nachprüfung gerechnet hatte, die nicht erfolgte. Hätte ich schon vor 25 Jahren den 2. Teil des Pflanzenlebens von Francé lesen und daraus erfahren können, daß in den Naturwissenschaften überhaupt (Liebig S. 189) und in der feinsten Mikroskopie der Protoplasma-probleme im besonderen (S. 44) wichtigen Neuerungen immer zuerst eine Periode des allgemeinen Spottes und dann des beharrlichen Schweigens seitens der herrschenden Fachgenossen bereitet wird, so hätte ich mich nicht weiter gewundert, daß maßgebende Pathologen direkt vor Nachprüfungen meiner Beobachtungen warnten. Ich habe aber auch ohne diesen historischen Trost getan, was ich im Bewußtsein meiner objektiv wahren Sache tun mußte. Ich habe jede neue Untersuchungsmethode, die mir eine Förderung zu versprechen schien, ausprobiert und nie verzweifelt das Arbeiten am Mikroskope aufgegeben.

So bin ich zu Weihnachten 1912 auf den Gedanken gekommen, die Methode der Plasmakulturen, die von Harrison, Carrel u. a. dazu verwendet wurde, ausgewanderte Zellen im Plasma zu beobachten, dazu zu benutzen, um einmal die Vorgänge im Gewebe zu studieren, die der Auswanderung vorausgehen. Speziell an der Hornhaut hatte ich lange vor Herausgabe meines Atlas oft und gründlich versucht, an überlebenden Stückchen nach Filterwirkung mit künstlichem Serum Lebensvorgänge zu beobachten, die mich des Einwurfes einer Leukocyteinwanderung überheben sollten. Ich hatte zwar alles das gesehen, was Cohnheim und Recklinghausen mit ihren Methoden, die ich oft wiederholt habe, an der entzündeten Froschornea beschrieben haben, aber die von Cohnheim geforderte theoretische Unmöglichkeit einer Immigration konnte ich nicht nachweisen. Da begann ich mit meinen Assistenten, Fr. Schlaefke und Fr. Uhlig, die Plasmakulturen auf Cornea und Herzklappen von Katzen anzuwenden und

fand alle meine Erwartungen, die ich mir von dem Entstehen von „Wanderzellen“ in der Cornea auf Grund meiner Versuche an überlebenden Froschhornhäuten ausgemalt hatte, bestätigt und noch übertroffen. Wir konnten uns durch Untersuchung kleiner Hornhautstückchen im hängenden Plasmatrophen mit dem Zeifsschen Systeme 8 mm Br., Okular 4, 8, 12 vor allem überzeugen, daß das Gewebe vor der Bebrütung frei von irgendwelchen runden Zellen war. Nach Ablauf von 24 bis 48 Stunden sahen wir nun direkt unter unseren Augen glänzende Kügelchen auftreten und fadenförmige Fortsätze, sowie längere glänzende Anastomosen zwischen entfernter liegenden Kugeln vorrücken, an deren Identität mit den von Cohnheim als Leukocyten beschriebenen Formen, die ich ja längst kannte, kein Zweifel bestehen kann. Schlaefke hat in der Sitzung des Greifswalder medizinischen Vereins am 4. Juli 1913 über diese Beobachtungen berichtet und ich habe in der deutschen medizinischen Wochenschrift 1913, Nr. 28 Beschreibung und Abbildungen der Bilder, wie sie im hängenden Tropfen zu sehen waren, im Drucke erscheinen lassen. Damit war nach meiner Auffassung der Sieg gewonnen! Die einzigen Versuche, mit denen Cohnheim das Eindringen von Leukocyten und ihr Wandern im Hornhautgewebe positiv bewiesen zu haben glaubte, erwiesen sich als auf Irrtum beruhend. Und da auf dieser, jetzt als irrtümlich erkannten Grundlage alle andern Hypothesen aufgebaut sind, so hätte sich jeder Leser unserer kurzen Mitteilungen an der Hand von Georg Buddees Abhandlung bei jedem Kapitel klarmachen können, daß noch kein Forscher jemals Leukocyten im Hornhautgewebe gesehen hat. So hart es klingen mag, daß alles Täuschung ist, was über Leukocyteninfiltration jemals in Abhandlungen und Lehrbüchern über Keratitis gedruckt worden ist, so liefern die Plasmakulturen den ganz unumstößlichen Beweis, daß die vermeintlich eingewanderten Leukocyten aus dem Hornhautgewebe selbst hervorgegangen sind.

Nachdem also das Gewebe als Matrix der Zellen sichergestellt ist, so konnten wir der Frage nähere treten, aus welchen Bestandteilen sie hervorgegangen seien, und dazu bedurfte es natürlich der Untersuchung von Schnittpräparaten. Bevor ich an diese Aufgabe herantrete, kann ich es mir nicht versagen, hier einzuschalten, daß die Plasmakulturen der Herzklappen schon im Juli 1913 so vollkommene Umwandlungen des fibroelastischen Gewebes ergeben hatten, daß ganze Gesichtsfelder nur aus kleinen leukocytenähnlichen Rundzellen bestanden und vollkommen den Bildern der akuten Endokarditis glichen. In einer kleinen Monographie „Abbau und Entzündung des Herzklappengewebes (Berlin, Richard Schoetz, 1914), konnte ich behaupten, daß alle bei der Endokarditis vorkommenden Rundzellen aus den

Bindegewebsbündeln und den elastischen Fasern nach dem Schema hervorgehen, wie ich es im Atlas beschrieben habe: Protoplasmatische Schmelzung der Grundsubstanz zu stäbchenförmigen, schwach chromatinhaltigen schlanken Spindeln, Zunahme des Chromatins, Verlängerung und Verdickung unter Einschmelzung der anliegenden Grundsubstanz, Kerndrehung und Abschnürung zu großen Gewebszellen (wie bei Regenerationsprozessen) oder kleinen Rundzellen von leukocytärem Aussehen (wie bei akuter Entzündung).<sup>1)</sup>

Die Beobachtung im hängenden Tropfen war bei den fibrillären Herzkappenstückchen nicht entfernt so klar wie bei der helleren Cornea, und auch diese Präparate waren weniger günstig, als sich bei Nachprüfung der Cohnheim-Recklinghausenschen Kontroverse die dünnere Froschhornhaut erwiesen hatte. In dieser habe ich oft lange, wie eine 3 gekrümmte Figuren vor meinen Augen glänzend werden und später ablassen sehen. Auch in der Katzenhornhaut verschwand der Glanz der Kügelchen und ihrer Fortsätze oft völlig, wenn der Plasmotropfen aufgebraucht war, und wir mußten „nachfüttern“, um über vier bis fünf Tage das zu erhalten, was uns schon die ersten 36 Stunden geboten hatten. Niemals habe ich verstanden, was seiner Zeit Recklinghausen als „das Einziehen der Fortsätze der Hornhautkörperchen“ beschrieben hat. Ebenso wenig habe ich oder einer meiner Mitarbeiter etwas von Lokomotion der glänzenden kugeligen Zellen wahrgenommen. Wir sahen in der durchsichtigen Substanz kugelige Körper durch starkes Lichtbrechungsvermögen hervortreten, sahen nach einer oder zwei Richtungen schmale Straßen von ebenso starker Lichtbrechung von der Kugel aus fortschreiten und gelegentlich bis zu einer andern Kugel gelangen, aber die erste Rundzelle blieb dabei an ihrer Stelle: eine Wanderung konnten wir niemals nachweisen. Schon hier hat offenbar der suggestive Einfluß begonnen, den auf die beiden ältesten Autoren das Austreten roter und weißer Blutzellen aus den Gefäßen im Froschmesenterium ausgeübt hat. Deshalb glaubten sie auch in der Cornea Wanderung runder Zellen gesehen zu haben. Cohnheim hatte an der Froschzunge und in der Cornea die runden Zellen vorausseilend nicht nur für identisch, sondern auch für Eiterkörperchen angesprochen. Und so ist es gekommen, daß die Bezeichnungen Wanderzellen, Leukocyten, Eiterkörperchen als gleichbedeutend gebraucht worden sind.

Wenden wir uns nun der Aufgabe zu, die im hängenden Plasmotropfen entstandenen glänzenden Körperchen, die Cohnheim, mit der Vergoldungsmethode behandelt, als „Entzündungsspielfse“ benannte, und als zu

---

<sup>1)</sup> s. Arch. f. klin. Chirurgie, Bd. 111 Hft. 3.

dreien oder mehreren in einem Spalte aufmarschierende Leukocyten beschrieb, nach Fixierung und Färbung mit Hämatoxylin-Eosin oder Safranin zu betrachten. Fig. 1 ist von einem der Präparate gezeichnet, das am 4. 7. 1913 neben den Corneastückchen im hängenden Tropfen im medizinischen Verein hierselbst zur Demonstration vorgelegen hat. Man sieht in den leicht wellig verlaufenden Bündeln der Lamellen gröfsere Zellen mit Kernen, die an zwei Stellen Chromosomen karyokinetischer Herkunft besitzen, und protoplasmatische Anastomosen, welche unfertige Zellen enthalten, die noch miteinander zusammenhängen. Da es sich hier nicht um Leukocyten handeln kann, so mache ich besonders auf den dunkleren, hufeisenförmigen Kern ohne Nukleolus aufmerksam, da in der Keratitisliteratur solche Kerne oft als Beweise für die leukocytaire Abstammung in Anspruch genommen worden sind. Nun hat die Alkoholhärtung hier und da Spalten zwischen Protoplasma und Lamellen hervorgebracht, die erkennen lassen, daß im Lamellensysteme überall Lücken vorhanden sind, wo jetzt die Zellen und Anastomosen liegen. Das scheinbare Fortkriechen der glänzenden Körper im hängenden Tropfen beruht also darauf, daß kugelige Zellen aus der vorher homogenen Substanz ausgeschmolzen sind, daß dieser Schmelzungs Vorgang sich längs der Bündelgrenzen als Anastomosen ausgebreitet hat und -daß der Raum, den Zellen und Anastomosen jetzt einnehmen, aus den Lamellen ausgeschmolzen ist und an ihnen fehlt. Die Tatsache, daß Cohnheim Reihen von Zellen innerhalb von Hornhautlücken gesehen hat, ist richtig, auch daß diese Zellreihen bei der Vergoldung als Spießfiguren erscheinen, werden wir später bestätigt finden. Nur daß es Leukocyten seien, und daß sie in präformierten Spalten fortkriechen, das haben die Plasmakulturen als unmöglich erwiesen. Die Spalten sind ja nur an geschrumpften Abschnitten deutlich klaffend, sonst sind sie von körnigem Protoplasma vollkommen ausgefüllt, das im Ruhezustande nicht vorhanden war, sondern sich unter dem Plasmazutritte unter Aufbrauch von Grundsubstanz bei der Bebrütung entwickelt hat. Das alles ist so einfach zu sehen, daß jeder Leser sich denken kann, falls er den Normalzustand auf der Zeichnung wiederherstellen wollte, daß er Zellen und Anastomosen wegradieren und die Lücken wieder als Fibrillenbündel schraffieren müßte. Es handelt sich aber für mich um die Tatsache, daß auf der hypothetischen Annahme, daß hier Leukocyten in Hornhautspalten fortkriechen, das ganze weitere Gebäude der Leukocytenlehre aufgeführt worden ist, daß noch heute jeder Mikroskopiker von den Hornhautspalten und der Wanderung von Zellen in ihnen als von etwas ganz Selbstverständlichem spricht. Ich muß deswegen nochmals

klar aussprechen, daß es eine Unmöglichkeit ist, was man sich allgemein vorstellt, daß in den fest miteinander verwachsenen Lamellensystemen keine Spalten als freie Straßen existieren, daß Lücken und Kanäle erst durch protoplasmatische Umwandlung der Grundsubstanz zustande kommen, und daß bisher niemand, auch Cohnheim nicht, gesehen hat, daß aus dem Blute stammende Zellen darin enthalten sind.

Um die Anfangsstadien des Schmelzungsprozesses, die auf der Zeichnung mehrfach an den Grenzen dicker Bündel hervortreten, kennen zu lernen, habe ich freilich nicht auf die Plasmakulturen zu warten brauchen; sie sind in meinem Atlas auf Taf. IX in solcher Deutlichkeit zu sehen, wie man es nur auf einem gedruckt wiedergegebenen Photogramme verlangen kann. Auf Taf. XII ist dann der weitere Aufbruch der Lamellen zu Anastomosen, auf Taf. XIII der protoplasmatische Schmelzungsprozess der Lamellen, das Nebeneinander gelappter leukocytärer und großer Gewebkerne dargestellt, so daß der Leser einmal selbst beurteilen kann, bis zu welchen morphologischen Erklärungen man es im Hypothesenbau gebracht hat unter der Suggestion, daß Cohnheim einmal Leukocyten in der Froschcornea auf ihrer Wanderung gesehen habe.

Man kann mir nun mit Recht den Vorwurf machen, daß ich mir den von den ersten Autoren eingeführten Namen der „Wanderzellen“ zu eigen gemacht habe, obgleich ich die Beweise in der Hand hatte, daß sie nicht von außen gekommen sind, und daß aus physikalischen Gründen eine Wanderung ohne Protoplasmaschmelzung undenkbar ist. Dieser Vorwurf ist gerechtfertigt. Wer aber die kleine (bei Hans Adler, Greifswald 1914, erschienene) Broschüre „Auswanderung der Cohnheimschen Entzündungspiefse aus der Cornea“ liest, der kann daraus und den beigegebenen Photogrammen entnehmen, daß ich alles so aufgefaßt habe, wie ich es hier bei Fig. 1 beschreibe, und daß ich den Namen „Wanderzellen“ nur gebraucht habe, damit jeder wisse, daß die früher in der Literatur so genannten Zellen darunter verstanden sein sollen. In Bestätigung Recklinghausens habe ich früher auch „histiogene Wanderzellen“ gesagt, um die aus der Cornea ausgeschmolzenen Zellformen zu bezeichnen.

Auf Fig. 2 habe ich die Auswanderung von Spindelzellen aus der bebrüteten Katzen cornea in das Plasma darstellen lassen. Die Cornealamellen enthalten oben eine Anzahl von Kernen mit Kernkörperchen, deren Zellsubstanz noch nicht von der Grundsubstanz differenziert ist (unfertige Zellen!). Der kleine links unterhalb der Mitte in das helle Plasma hineinragende Gewebsfetzen zeigt sehr schöne wellenartig verlaufende parallele Bündel von Grundsubstanz, die im Originalpräparate viel reichlicher und, da

man durch Schraubendrehung in tiefere Ebenen Einblick erhält, auch viel deutlicher erkennbar die schmalen, schlanken, blassen Kerne erwachender Schlummerzellen enthalten. Da nun der Verlauf der Fibrillen und die Anfangsstadien der Kernumwandlung an den Bündelgrenzen im Längsschnitte getroffen sind, so kann man sich an der Grenze der myxomatösen Erweichung, wo Hornhaut und Plasma sich berühren, davon überzeugen, daß an jeder Stelle des Ufers Spindelzellen frei werden, und daß dieser Vorgang ganz unabhängig von dem Bilde der großen anastomosierenden normalen Hornhautzellen ist, das natürlich unserm inneren Auge vorschwebt (vgl. Fig. 5!). Wem nicht der im Atlas verfolgte Gedankengang geläufig ist, daß in den Fibrillen überall die Möglichkeit zu protoplasmatischer Umwandlung schlummert, daß in den länglichen Kernaufhängen die Erklärung für die Spindelzellen liegt, der wird meinem Kollegen Kallius beistimmen, der schon bei meiner Deutung der Präparate, wie Fig. 1 zugab, daß die Schule der normalen Histologie eine protoplasmatische Schmelzung nicht kennt, und daher auch keinen Schlüssel für die hier vorliegenden Probleme besitzen kann. Begnügen wir uns also einstweilen mit der Tatsache, daß aus einer Katzenhornhaut, die an Zellen nur die aus allen Lehrbüchern bekannten anastomosierenden kernführenden Platten enthält (s. Fig. 5), so massenhafte lange Spindelzellen ins Plasma ausgewachsen sind, daß Photographie, die wir vom hängenden Tropfen aufgenommen haben, die größte Ähnlichkeit mit einem Gewirre freier Lufthyphen eines Schimmelpilzes darbieten. Mit diesen bisher gänzlich unbekanntem Vorgängen will ich die aus den Plasmakulturen zu ziehenden Lehren abschließen. Die Kulturen bringen uns genug Tatsachen, die mit Hilfe der alten Pathologie „Proliferation, Emigration“ absolut nicht verständlich sind, so daß wir jetzt die Keratitisforschung wieder in altbekannte Bahnen zurückführen wollen.

Die Gewebsumwandlungen, welche eine vorher getrocknete und dem Augenscheine nach tote Schweinehornhaut in der Bauchhöhle eines Kaninchens eingehen kann, seien an einem von Otto Busse ausgeführten Versuche Nr. 40 beschrieben. Das Hornhautstück war getrocknet — Kontrollobjekte von frisch transplantierten und von gekochten Stücken lasse ich hier beiseite —, es hatte 13 Tage in der Bauchhöhle eines Kaninchens gelegen, und haftete nahe der Bauchwunde fest an. Die frei der Bauchhöhle zugekehrte Fläche war von einer opaken Gewebsschicht überzogen, die das feste Anhaften vermittelte, darunter lag, nach der Bauchwand zu, eine anscheinend verkäste Masse. Ein Teil der Schnitte war so gefallen, daß man an einer Seite die Stelle der Anheilung mit beginnender Vaskularisation, an der andern eine merkwürdig chromatinreiche Degenerationszone übersehen kann. Ich habe

in Fig. 3 die eine, in Fig. 4 die Aufsgrenze der Zerfallszone zeichnen lassen. Nach der Theorie von Leber wären in die „tote Schweinecornea“ Leukocyten eingewandert, die an der angeheilten Fläche noch gut erhalten, mit Kernen, vielfach Nukleolen und Zellsubstanz erkennbar wären, während für Fig. 4 nur die Deutung bliebe, daß sie durch Karyolyse zerfallen und verkäst sein könnten. Betrachten wir Fig. 3 zunächst aus einiger Entfernung, so sehen wir nahe dem Rande, wo der Saftstrom freien Zutritt gehabt hat, Zelle an Zelle liegen. Das ganze übrige Gesichtsfeld enthält, leicht schraffiert gehalten, Grundsubstanz mit rundlichen und länglichen hellen Schmelzungshöfen, die teils leer, teils mit schwächer tingiertem Inhalte, aber nicht mit so großen dunklen, wohl ausgebildeten Zellformen ausgefüllt sind, wie die große Lücke am Rande. Meist ist der Bündelverlauf quer getroffen. Bei näherem Zusehen lassen sich nun in der Grundsubstanz alle Stadien hellerer rundlicher, quer durchschnittener protoplasmatischer Straßen unterscheiden, die zu größeren helleren Bezirken konfluieren. Sie enthalten wenig fertige Zellen, viele kernfreie Protoplasma-durchschnitte, halbfertige Kerne von stärkerem Chromatingehalte, Kerne mit Nukleolus, kurzum ausgeschmolzene Zellen in allen Stadien der Vollendung. Nach der hier nicht mehr gezeichneten Mitte des Präparates zu folgt allmählich normale Lamellenstruktur, die hellen Lücken mit blasserem Protoplasma hören auf. Bei schwächerer Vergrößerung läßt sich außerordentlich deutlich die vom Rande nach der Mitte zu an Intensität abnehmende Wirkung des Saftstromes feststellen. Am Rande ist zwischen den voll ausgebildeten Zellen nur wenig Grundsubstanz erhalten, nach oben wird sie um so reichlicher, je kleiner und weniger die Ausschmelzungshöfe werden. Daß alle Untersucher, die nach Lebers Vorschrift getrocknete Schweinehornhäute in die Bauchhöhle von Kaninchen transplantiert haben, ähnliche Bilder gesehen haben müssen, ist außer Zweifel. Aber Beschreibung der Ausschmelzungslücken, der so auffälligen Größen- und Entwicklungsstadien der Zellen bis zu den vollendeten Formen von Fig. 1 habe ich nirgends erwähnt gefunden. Es trifft also zu, was Unna sagt, daß die unfertigen Zellen von den Histopathologen nicht beachtet werden. Fig. 4 müßte nach Leber als Leukocyten-einwanderung gedeutet werden, deren Zellen in den 13 Tagen Verweilens im fremden Tiere degeneriert wären. Dagegen spricht, daß aus derselben Versuchsreihe von Otto Busse eine andere Cornea genau die gleiche Zone von Chromatinbröckeln ohne jede Kern- und Zellform enthält, die schon nach vier Tagen wieder aus der Bauchhöhle herausgenommen war. Sehr scharf treten auf Fig. 4 die längs getroffenen Bündel hervor und die

Abnahme des Chromatingehaltes vom Rande in die mehr nach der Mitte der Cornea gelegenen Gebiete. Da präformierte Spalten in der Hornhaut nicht vorhanden sind, auch keine Spur von unfertigen Zellen ähnlich Fig. 3, so muß in dem ersten Auftreten der Chromatinstäubchen längs der Bündelgrenzen unten nahe dem normalen Zentrum des Stückchens der Anfang des Prozesses gesucht werden, der am Rande schon zu einer Chromatinumwandlung fast der ganzen Lamellenbündel vorgeschritten ist. Wie die Vorgänge, der allmählich von den Bündelgrenzen zu ihrer Mitte fortschreitende Prozeß der Chromatinvermehrung ohne vollendete Kernbildung, biologisch zu denken sind, das mag später erforscht werden. Hier handelt es sich indessen darum, daß die beiden Bilder absolut nichts enthalten, was beweisend für die Einwanderung von Leukocyten in die Cornea wäre. Wenn man einer Akademie von Sachverständigen die beiden in Fig. 3 und 4 abgebildeten Gesichtsfelder vorlegte, so würde sicher doch niemand auf den Gedanken kommen, daß beide Bilder den gleichen Vorgang darstellen sollten, nämlich die Einwanderung von Leukocyten in tote Cornea. Die direkte Beobachtung in Plasmakulturen hat als Paradigma der lebendigen Reaktion im überlebenden Gewebe glänzende Kügelchen ergeben, die durch Schmelzung, d. h. protoplasmatische Umwandlung, aus dem derben homogenen Corneagewebe hervorgegangen sind. Diese lebende Reaktion liefert nun nach eingetretener Fixierung und Härtung in Fig. 3 dieselben hellen Lücken mit zelligem Inhalte wie in Fig. 1, nur mehr und nicht so gleichmäßig voll ausgebildet. Deshalb stellt dies Bild (Fig. 3) einen ganz sicheren Beweis dafür dar, daß das Stückchen an dieser Stelle nicht tot gewesen ist, sondern gelebt und mit Zellenneubildung reagiert hat, zu der an manchen Stellen die gesamte Grundsubstanz aufgebraucht ist.

Im Gegensatz dazu ist das Corneastückchen in Fig. 4, also dicht neben der in Anheilung begriffenen Stelle von Fig. 3, auf verkästem Grunde entstanden, ohne Zellenbildung geblieben. Dieselben anastomosierenden Strafsen, auf denen in der normal reagierenden Cornea Erweichung mit Kern- und Zellausschmelzung vor sich geht, sind hier Sitz einer feinkörnigen, später bröckligen Chromatinanhäufung. Nach dem Rande werden die Strafsen breiter, aber nicht dadurch, daß die Bälkchen der Grundsubstanz auseinander gedrängt werden, sondern daß sie mehr und mehr in die Chromatinbildung einbezogen werden, also dadurch scheinbar verschmälert sind, daß sie am Rande der Cornea nahezu ganz von roten Partikelchen erfüllt sind. Niemals — auch nach 13 Tagen nicht — werden aus solchen Abortivkernchen fertige Zellen. Man sieht auch nirgends die Anfänge dazu in

Gestalt der hellen Schmelzungshöfe wie in Fig. 3. Es handelt sich auch nicht darum, daß es etwa früher einmal Zellen gewesen sind, die später einen Kernzerfall erlitten hätten, da schon nach vier Tagen an der Grenze der unter der Lymphströmung veränderten Zone zum Normalen dieselben roten Stäubchen vorhanden sind, wie nach 13 Tagen. Von vornherein bringt an verkäster Stelle der Bauchhöhle der Lymphstrom in einer durch Trocknen oder Erwärmen auf 50 Grad Celsius geschädigten Schweinecornea solchen Chromatinstaub oder Mikrococcen ähnliche Körnchen oder Bruchstücke spiraliger Ketten oder lange dicke Spiralbänder hervor, die ich 1899 im 158. Bande von Virchows Archiv abgebildet habe und als nekrobiotische Produkte des Schmelzungsprozesses auffasse. Obgleich ich schon in der angeführten Abhandlung den Unterschied der vitalen Vorgänge (in Fig. 3) und der noch unerforschten Chromatinspiralen (meiner Tafel im Archiv und Fig. 4) klar hervorgehoben habe, so stehen doch bis heute die mit dem Leberschen Verfahren gewonnenen histologischen Bilder als ganz zuverlässige Stützen für den Satz in Geltung, daß in tote Hornhäute Leukocyten einwanderten, und das Bild der Keratitis darin hervorbrächten. Als Akt der Pietät ist es mir begreiflich, wenn man einem verdienten Experimentator zugesteht, ein getrocknetes Hornhautstück für tot zu halten, ohne die Kontrolle zu machen, ob nicht unter günstigen Bedingungen eine Erholung eintreten und zur Neubildung von Zellen führen könne. Für die Wissenschaft ist es aber in diesem Falle sehr bedeutungsvoll geworden, daß man mir nicht geglaubt hat, als ich meinerseits diese Kontrolle vorgenommen, und dabei im Verein mit Otto Busse gefunden hatte, daß die getrocknete Cornea sich bis zur Bildung großer anastomosierender Zellen mit Mitosen erholen könnte. Heute darf ich auf Fig. 1 verweisen, die den unumstößlichen Beweis erbringt, daß meine im 158. Bande des Virchowschen Archivs reproduzierten Sternzellen der Schweinecornea mit Mitosen ausgeschmolzene Derivate des Gewebes gewesen sind, aus dem sie ebenso entstanden sind, wie die anastomosierenden Zellen der Katzenhornhaut im Plasmotropfen (Fig. 1)! Daß man damals einfach erklärt hat, es müßten Fibroblasten durch die Membrana Descemetii eingewandert sein, ist zwar durch meine Plasmakulturen jetzt als unmöglich nachgewiesen, es hat aber zur Folge gehabt, daß das Dogma weitere 20 Jahre gestützt worden ist. Auf Grund dieser „Widerlegungen“ hat bis heute der Irrtum Geltung behalten, daß das Wandern von Leukocyten und Fibroblasten eine ganz selbstverständliche Sache sei, die einstmals von Cohnheim an der Froschcornea direkt beobachtet, und durch Leber an transplantierte Schweinehornhaut endgültig bestätigt sei.

Da diese Methode der Beweisführung halb auf biologischem, halb auf histologischem Gebiete liegt, so werde ich unter Anwendung einer andern Technik (Vergoldung) später nochmals auf das Transplantationsverfahren zurückkommen. Vorher aber will ich versuchen, mittelst der Vergoldung dem Prozesse der protoplasmatischen Schmelzung der Grundsubstanz etwas näher zu kommen, um die eingewurzelte Irrlehre zu besiegen, daß zwischen Zelle und Interzellulärsubstanz ein Gegensatz bestünde, während es sich tatsächlich nur um eine Modifikation handeln kann, wie uns die Erklärung von Fig. 1 und 2 bereits unzweideutig ergeben hat.

Fig. 5. Der nach der alten Schule bestehende scharfe Gegensatz von Zelle und Grundsubstanz ist schon bei meinem ersten Vortrage am 4. Juli 1913 im Greifswalder medizinischen Vereine zur Sprache gekommen, als ich die Plasmakulturen an Hornhautpräparaten, die mit Hämatoxylin-Eosin gefärbt waren, zu deuten versuchte. Als ich sagte, daß die Lamellen zu Protoplasma abgeschmolzen würden, da wurde ich auf das Unzulässige dieses Ausdruckes aufmerksam gemacht, ohne daß aber eine bessere Erklärung der vorliegenden Bilder aus den bisher in der Histologie gültigen Gesetzen heraus zu geben war. Als ich dann in einer Schrift „Abbau und Entzündung des Herzklappengewebes“ (Richard Schoetz, Berlin, 1914) an Plasmakulturen nachwies, daß in den Fibrillenbündeln zuerst schmale blasse Kerne sichtbar würden, die sich verlängern, Kernkörperchen bekommen, sich zu Spindelzellen mit Kern und Zellenleibern differenzieren und durch Drehungen in drei- oder mehrzellige Teilstücke zerfallen, da glaubte ich, den Vorgang als zellige Umwandlung der Grundsubstanz bezeichnen zu dürfen. Ich hatte die Genugtuung, daß kein Geringerer als P. G. Unna mir anerkannte, die Kernanfänge, die früher nicht bekannt, später zwar gesehen, aber nicht in ihrer Bedeutung beachtet seien, lieferten wirklich die bei der Endokarditis vorkommenden Rundzellen. Meiner alten, vor 25 Jahren in meinem „Atlas der pathologischen Gewebelehre“ aufgestellten Formulierung vom Erwachen schlummernd in der Grundsubstanz liegender zellwertiger Elemente stimmte Unna bei. Er bestätigte also meine viel befehdete Deutung, daß unabhängig von Kern- und Zellenteilung fixer Bindegewebskörperchen und natürlich ganz ohne Leukocytenbeteiligung Rundzellen im entzündeten Bindegewebe entstehen könnten. Aber er stieß sich an dem Gedanken, daß kollagene Fibrillenbündel und elastische Fasern zu Chromatin umgesetzt werden könnten. Auf chemischem Wege diese Bedenken zu zerstreuen bin ich natürlich nicht imstande, aber die Tatsache selbst hoffe ich doch an der Cornea sicher stellen zu können. Diese Hoffnung gründet sich darauf, daß außer den homogenen Lamellen eine Substanz im ganzen netzförmigen Systeme der Zellen vorkommt, die

stark reduzierend auf Goldchlorid einwirkt und deshalb durch dies Reagens gut darstellbar ist. Fig. 5 stellt einen Flachschnitt aus einer von Otto Busse mit vollendeter Technik vergoldeten und mit Safranin nachgefärbten Kaninchencornea dar. In den meisten Hornhautkörperchen sind Zellkerne überhaupt nicht scharf zu unterscheiden. Es ist nur eine blasse, diffuse Rosafärbung mit ganz schwachen Kernandeutungen eingetreten. Ganz nahe an einer 10 Stunden alten aseptischen Wunde finden sich nun die ersten lebhaft rot hervortretenden Chromatinfiguren. Sie liegen in Gruppen sowohl in den vergoldeten breiteren Platten in Form gelappter Kerne, als auch in den Ausläufern in Form von Nadeln oder dünnen Spindeln mit rotem Kerne. Dafs hier eine Umwandlung stattgefunden hat, dafs vergoldete Substanz intensiv auf Safranin reagiert hat wie Kernsubstanz, das lehrt der Augenschein ganz unbestreitbar. Sobald um einen kleeblattartigen Kern schon ein heller Hof erkennbar ist, so hat eine Differenzierung stattgefunden, denn die vergoldete Substanz reicht nicht mehr dicht an den Kern heran. Aus Fig. 1 wissen wir von den Plasmakulturen, dafs um die ersten Kerne eine Dickenzunahme von Protoplasma stattgefunden hat, d. h. dafs von den angrenzenden Lamellen dünne Lagen abgeschmolzen und zu Zellsubstanz geworden sind. Dasselbe hat sich an den Ausläufern der vergoldeten Platten vollzogen. Hier sieht man mehrfach Spindelformen mit kugeligem Kerne, die schon dicker als die ursprünglich vergoldbare Schicht sind. Wenn man mich fragt, woher ich das wisse, so habe ich schön vergoldete Froschhornhaut in Natron gelegt und dadurch die Lamellen so verflüssigt, dafs ich das ganze vergoldete System in Fläche und Profil im Glycerinpräparate übersehen konnte. Dabei liefs sich beurteilen, dafs es dünner ist als Spindelzellen. Wenn nun diese verdickten Spindeln von einer stark vergoldeten Hülle umgeben erscheinen, die sich auch bei weiterer Vergrößerung nachweisen läfst, so schliesse ich daraus, dafs aus der angrenzenden Lamelle etwas von ihrer homogenen Substanz abgeschmolzen sein mufs, das nun auch Vergoldung angenommen hat. Ich kombiniere also, dafs der auf Goldchlorid reduzierend einwirkende Eiweiskörper an jeder Stelle in Chromatinsubstanz übergehen und an jeder Schmelzungsstelle aus der homogenen Lamelle wieder ergänzt werden kann. Mit andern Worten: Das normal in feinst verteilter molekularer Form in der chrysohilien Schicht vorhandene Chromatin bedarf zuerst einer Anreicherung, um als Kern sichtbar zu werden, und die homogene Lamellensubstanz macht zuerst einen Übergang in den vergoldbaren chemischen Körper durch, bevor sie zum Kern und zum Protoplasmaleib einer fertigen Zelle (Fig. 1) wird. In den Plasmakulturen der Herzklappen haben wir aus dem Fibrillensysteme Zellen

hervorgehen sehen, die alle Formen lymphoider, ein- und mehrkerniger, ja sogar eosinophiler Zellen darbieten, wie sie in Ernst Grawitz Pathologie des Blutes auf der Farbentafel der Leukocyten wiedergegeben sind. In der Katzenhornhaut haben wir bisher, da die Versuche durch den Krieg unterbrochen wurden, so mannigfache Kernformen und an Färbbarkeit und Granulareichtum verschiedene Zellkörper noch nicht erzielt.

Schnaudigel hat in der Kaninchenhornhaut eosinophile Zellen beobachtet. Da er diesen Befund dazu benutzt hat, um daraus zu folgern, es seien Leukocyten in das Gewebe eingewandert, so muß ich die Sache hier kurz klarstellen. Bei Kaninchen finden sich an frischen Wundrändern in gehärteten, mit Hämatoxylin-Eosin gefärbten Schnitten an dem Schmelzungsbeginn längliche schmale nur mit eosinophilen Granula erfüllte Spindelformen. Dann werden runde Protoplasmakügelchen ausgeschmolzen, die in den Lücken der festen Grundsubstanz liegen. Erst in diesen runden eosinophilen Zellen beginnt die Chromatinanreicherung mit allerkleinsten blauen Körnchen, die dann bald zu den etwas größeren Formen polynukleärer Leukocyten anschwellen. Die merkwürdige Tatsache, daß vor Eintritt der blauen Kernanfänge alle Zellen am Wundrande eosinophil sind, hätte den Beobachter stutzig machen müssen, und bevor er meine schon damals durch tatsächliche Befunde verankerte Lehre angriff, hätte er sich darüber Rechenschaft geben müssen, weswegen denn von den Leukocyten des Kaninchens, die ja nur zum kleinsten Teile eosinophiles Protoplasma haben, keine einzige Art sonst in das Entzündungsgebiet ausgewandert sei? Die Erklärung liegt darin, daß der zellige Schmelzungsprozeß in der Kaninchencornea als Übergang von Lamellen zu Zellsubstanz regelmäßig einen eosinophilen Eiweißkörper abbaut, wie wir ja zuweilen beim Abbaue der Katzenherzklappen gleicher Weise in Plasmakulturen beobachtet haben. An den Schmelzungslücken läßt sich an meinen, seinerzeit von Georg Buddee hergestellten mit Hämatoxylin-Eosin gefärbten Präparaten die Übereinstimmung mit dem in Fig. 1 gegebenen Paradigma sicherstellen.

Am wichtigsten scheint es mir zur Befriedigung der von Unna geäußerten Zweifel, daß an jeder Stelle der normal vorhandenen vergoldbaren Schicht eine Chromatinanreicherung stattfinden kann, ohne daß man anzunehmen brauchte, es sei beim Aufbaue der Lamelle hier ein Zellkern in Grundsubstanz übergegangen.

Die Umbildung der vergoldbaren Substanz aus Lamellen wird das nächste Bild deutlicher lehren (Fig. 6). Bewahrt man einen Hasen 12 Tage lang in kaltem Raume auf und untersucht alsdann die Hornhaut an Flachschnitten, so sind weder die Hornhautkörper durch Vergoldung noch die

Kerne durch Färbung darzustellen. Das Bild zeigt wie links am Rande der Zeichnung nur homogene Lamellen. Wird die Cornea in den Lymphsack eines Frosches gebracht, so erholt sich das Gewebe. Nach zwei Tagen sieht man schon grofse Bezirke, die dem Lymphstrom zugänglich gewesen sind, von vergoldbaren Spiefsfiguren besetzt. Die Anfänge sind links in schwach vergoldeten Spindeln, die vorgeschrittenen Stadien rechts sichtbar. Alle Spiefse liegen innerhalb der Lamellen, niemals in Spalten und Lücken, die beim Schneiden unvermeidlich entstehen. Wenn der Schnitt dicker ist, so biegen die Spiefse rechtwinklig in die sich kreuzenden Bündel der oberhalb oder unterhalb liegenden Lamelle über. Der Lymphstrom hat also in den Lamellen, und zwar zuerst an den Grenzen dickerer Fibrillenbündel, dann aber überall in den Belegschichten der Unterbündel die normal vorhandene vergoldbare Substanz wiederhergestellt. Mazeriert man solche Stückchen mit Natronlauge, so erhält man, wie oben für die normale Froschcornea beschrieben, die vergoldeten Spiefse als isolierte schwarzbraune in Glycerin schwimmende Körperchen und kann sie von allen Seiten betrachten. Ich habe sie im Virchowschen Archiv als Röhren beschrieben, mit Schoten verglichen, die nach dem Trocknen geplatzt sind. Setzt man Methylenblau hinzu, so treten im Innern der kleinen Hülsen blaue Kerne hervor. Die Chromatinbildung beginnt, wie auf dem ungefärbten, nur vergoldeten Schnitte, dem die Zeichnung 6 entnommen ist, sichtbar, mit getrennt liegenden Kernteilchen, die als helle Lücken in den feinkörnigen vergoldeten Spindeln hervortreten. Dieser Anfang ist gleich dem auf Fig. 5 abgebildeten Auftreten von Chromatinsubstanz der Kaninchencornea innerhalb der normalen vergoldbaren Platte. Dort erscheinen kleeblattartige Klümpchen, die später konfluieren und alle Kernformen mit Kernmembran und Nukleolus annehmen können, die wir in den Plasmakulturen kennen gelernt haben.

Hiermit sind wir an einem der wichtigsten Punkte der ganzen Abhandlung angelangt. Die Bilder aus den ersten vier Stunden der Wundheilung, die von Busse erforscht und im Atlas auf Photogrammen dargestellt sind, geben polynukleäre Kerne, die von den Spalten der Hautwunde eine Strecke weit an den Bündelgrenzen in den Wundrand zu verfolgen sind. Ganz die gleichen kleeblattähnlichen Kerne wie auf Fig. 5 sind auch aus einer frischen Corneawunde auf Tafel X, Figur 1 in meinem Atlas dargestellt. Da sich Hautwunden nicht vergolden lassen und auch das Corneaphotogramm im Atlas mit Kernfärbung behandelt ist, so hat man aus der kleeblattartigen Form der Kerne geschlossen, dafs sie Leukocyten angehören müfsten, deren Eindringen und Wanderung innerhalb

derber Gewebe ja als ausgemachte Sache galt. Die Erklärung erschien also überaus einfach; denn woher sollten auch kleeblattähnliche Chromatintropfchen stammen, da man nur die Wahl zwischen den großen Hornhautzellen und Leukocyten hatte? Daß in Plasmakulturen leukocytäre Kerne vorkommen, haben wir schon mehrfach publiziert und hier in Figur 1 wiederholt.

Ich habe die Zeichnung und Beschreibung absichtlich von einem Falle entnommen, der vor vielen Jahren Gegenstand der Debatte gewesen ist, weil Marchand a priori behauptet hatte, daß nur die Annahme einer Leukocyteneinwanderung 12 Tage nach dem Tode meine Befunde erklären könnte. Da ich jetzt durch die Plasmakulturen die Unmöglichkeit einer Leukocyteneinwanderung nachgewiesen habe, so möchte ich nun noch einiges über den Erholungsvorgang mitteilen.

Wenn wir nämlich die Hasenhornhaut nur zwei Tage bei Frostwetter gehalten hatten, so war noch sehr viel von der vergoldbaren Substanz erhalten und auch noch ein schwacher Schimmer von Chromatin in den Zellkernen färbbar geblieben. Wenn wir nun diese Stücke zwei Tage in den Lymphsack des Frosches zur Erholung gebracht hatten, so konnten wir im Systeme der vergoldbaren Substanz die ersten intensiv schwarzen Spindeln, die also eine starke Anreicherung an vergoldbarem Eiweiß verrieten, an den Stellen der Hornhautkerne sehen. Hier begann also der Schmelzungsprozess und das Sichtbarwerden runder Kerne. Es ließ sich daraufhin sehr wohl die Vermutung vertreten, daß die Hornhautzellen selbst sich erholten und eine Vermehrung an vergoldbarer und an Kernsubstanz erfahren hätten, wie wir es bei Fig. 5 besprochen haben. Aber diese im Erholungsstadium begriffenen, weniger geschädigten Gewebe zeigen, wie Fig. 5, auch außerhalb der eigentlichen Zellkerne in den vergoldeten Ausläufern so viele intensiv vergoldete kleine Spießse, daß man doch nicht sagen kann, es müsse an jeder Stelle, wo später ein Kern in einer Spießfigur erscheint, auch ein Zellkern eines Hornhautkörperchens gelegen haben. Es kann eben auch im Lymphsacke in jeder vergoldbaren Hülle kleinster Unterbündel eine Chromatinumsetzung stattfinden. Die Lage dieser kernhaltigen vergoldbaren Spießse zur „fixen Hornhautzelle“ habe ich auf Tafel I im 158. Bande von Virchows Archiv veranschaulicht. Zu diesem Studium eignet sich die Froschcornea nach Vergoldung und Kernfärbung am besten.

Noch einen „Beweis für die Leukocytentheorie“ will ich hier der Prüfung unterwerfen. Cohnheim hat als Entzündungsreiz vielfach eine Ätzung mit spitzem Höllensteinstifte ausgeführt, und namentlich im Streite um die zentrale Keratitis ist er selbst und seine Anhänger zu der Erkenntnis

gelangt, daß um den Ätzbezirk herum „reichliche Rundzellen“ auftreten, ohne daß von den Randgefäßen her eine Trübung wahrnehmbar wurde.

Wir haben nun schon, während Buddee seine oben zitierte Experimentalarbeit ausführte, Stücke einer Kaninchenhornhaut mit *Argentum nitricum* geätzt und sie dann in den Lymphsack eines Frosches gebracht. Von einem solchen, vor 20 Jahren von Buddee nach 16 tägigem Verweilen in der Froschlymphe vergoldeten und mit Safranin gefärbten Präparate ist die Zeichnung Fig. 7 angefertigt worden. Der Ätzbezirk erscheint bläulich und ist absolut frei geblieben von vergoldeten kleinen Spießsen. Am Rande des Silberniederschlags sind Reihen kleinster ovaler Kerne in den Lamellen aufgetreten und, etwas weiter entfernt, beginnt eine schöne Vergoldung spindeliger Figuren mit schönen zentralen Kernen von gleicher Form und Größe wie am Rande der Ätzung. Auch zu einer Zeit, als man mit der Möglichkeit eines Einwanderens von Lymphzellen des Frosches in die Hornhautlamellen rechnete, hätte man sich von der Unhaltbarkeit dieser Erklärung angesichts solcher Präparate überzeugen müssen, falls man den einfachen Versuch nachgeprüft hätte. Wenn die Morphologie noch irgendeinen Wert bei histologischen Streitfragen besitzen soll, so kann man doch diese kleinsten vergoldeten Spießse nicht mit den „Wanderzellen“ der Plasmakulturen (Fig. 1), mit den fertigen ausgeschmolzenen Zellen in Fig. 3 und mit den Kernen der Hornhautzellen in Fig. 5 identifizieren, die nach der Theorie allesamt Leukocyten sein sollten. Hier ist der Schmelzungs Vorgang nur an kleinsten Fibrillenbündeln eingetreten. Diese sind vergoldbar und zentral chromatinhaltig geworden. Fertige Lymphzellen des Frosches haben niemals ähnliche Formen und niemals die doppelte Reaktion auf Goldchlorid und Safranin.

Ich besitze auch noch ebenso behandelte Hornhautschnitte, die vier Wochen im Lymphsacke des Frosches gelegen haben und in ihrer Entwicklung zu Zellen nicht weiter gekommen sind als diese Körperchen in Fig. 7. Da der Ätzbezirk selbst auch nach vier Wochen nichts von Lymphzellen enthält, so kann keine Dialektik nach diesem Experimente die Hypothese der Leukocytenwanderung aufrecht erhalten. Es bleibt nur meine Deutung möglich, daß die in allen früheren Bildern übereinstimmend gefundene protoplasmatische Umwandlung und Chromatinbildung hier auf einer rudimentären Anfangsstufe stehen geblieben ist. Damit ist bewiesen, daß der Ätzbezirk tot war, daß aber in den Lamellen noch eine schwache Lebensregung erhalten geblieben ist, die zur Zellenbildung nicht mehr ausgereicht hat; zur Abschnürung einzelner unvollkommener Zellen wie in Fig. 6 ist es nicht mehr gekommen.

Jetzt sehen wir in Fig. 6 und 7, wie alle vergoldeten Spiefse runde kleinste Kerne enthalten, so daß kein Grund mehr besteht, aus den kleinen oder kleeblattartig angeordneten Chromatinpartikelchen in meinen Photographen auf die leukocytaire Herkunft dieser Zellen zu schließen.

Bei Busses Hautwunden<sup>1)</sup> sahen wir nach  $3\frac{3}{4}$  Stunden an den Bündelgrenzen nur kleinste Kernbröckel. Nach 24 Stunden hatten sich diese schon zu Gewebskernen mit Kernmembran und Kernkörperchen ausgebildet. Nach Ziegler sollten zuerst Leukozyten eingewandert sein, die später wieder fortgewandert und nun durch abermals in den Wundspalt vorgedrungene Fibroblasten (unerklärter Herkunft) ersetzt worden seien. Fig. 6 und 7 lehren uns, daß Kernanfänge kleinster Form aus Cornealamellen hervorgehen, und Fig. 3 hat uns gezeigt, wie sich allmählich große differenzierte Kerne und Gewebszellen daraus entwickeln. Darum ist dieser Abschnitt also von großer Wichtigkeit, weil er beweist, daß kleinste Kerne im Corneagewebe keinerlei Stütze für die Leukocytentheorie mehr bieten.

Auf die Formen der Kerne kommt es mir nun hier nicht allein an, sondern auf die Tatsache, daß in dem Lymphsacke homogene, nicht vergoldbare, kernlose Lamellen in vergoldbare Spiefse und in Chromatinsubstanz umgewandelt sind. Da vor der Transplantation die Hasenhornhäute weder auf Goldchlorid noch auf Kernfärbung reagierten, so betrachte ich sie als zellentot. Sie sind aber nicht lamellentot gewesen. Dies ist ein Begriff, der vom Standpunkte der Zellularpathologiebarer Unsinn ist, da die Grundsubstanz der Lamellen ja überall totes Ausscheidungsprodukt der Zellen sein soll. Nachdem sich aber im Laufe von fast 30 Jahren die Anschauungen in der Zoologie und normalen Histologie zugunsten der Flemmingschen Lehre bekehrt haben,<sup>2)</sup> nach der die Fibrillen der Interzellularsubstanz aus einer Umwandlung lebender Zellen entstehen, und also lebende Teile sind, die am Stoffwechsel teilnehmen, da liegt kein Grund mehr vor, den Begriff lamellentot prinzipiell zu beanstanden. Daß die Lamellen in den zellentoten Hasenhornhäuten lebend gewesen sind, geht positiv daraus hervor, daß aus ihnen dieselben chrysophilen und chromophilen Eiweißkörper entstanden sind, die auch in den Plasmakulturen aus ihnen zum Aufbau der anastomosierenden Zellen (Fig. 1) abgebaut werden. Absolut beweisend ist aber die Tatsache, daß man die Hornhäute vor dem Einlegen in den Lymphsack leicht lamellentot machen

<sup>1)</sup> s. Atlas der path. Gewebelehre, Taf. XV.

<sup>2)</sup> Siehe Diss. Wilh. Behneke, Greifswald 1914: „Über Aufbau und Abbau des Bindegewebes“; Serafino d'Antona: „Über die Entstehung der Bindegewebsfasern in den atherosklerotischen Aortaverdickungen“, Zeitschr. f. wissenschaftl. Zoologie, Bd. 109, Hft. 3.

kann. Ich habe die Bedingungen hierfür nach Wärmegraden genau im 144. Bande von Virchows Archiv angegeben und dort gesagt, daß durch Ätzmittel, wie Chlorzink, Sublimat u. a., das ganze Hornhautgewebe so abgetötet wird, daß nach tagelangem Verweilen im Lymphsacke des Frosches oder in der Bauchhöhle des Kaninchens jede Reaction ausbleibt. War die Schädigung sehr schwer, wie in Fig. 4, so sind oft sehr viel vergoldbare Partikelchen mit den Chromatinbröckeln untermischt. Durch starkes Kochen werden die vergoldbaren und nukleinhaltigen Eiweißkörper nicht zerstört, wie wir an zahlreichen Schweinehornhäuten festgestellt haben, bevor wir sie in die Bauchhöhle eines Kaninchens eingebracht haben. Aber eine Zellenbildung, wie in Fig. 3 oder 6, findet nicht mehr statt, wenn die Lymphe auch tagelang eingewirkt hat. Darin stimmt ja auch Orth meinen Angaben zu, daß gekochte Hornhäute in der Bauchhöhle zellenfrei bleiben. Ich bin meinerseits gern bereit, mich seiner Formel, „daß der Entzündungsprozeß in der toten Hornhaut ebenso verläuft, wie in der lebenden“, einigermassen zu nähern, wenn ich zugebe, daß in zellentoten transplantierten Hornhäuten dieselben Zellformen anzutreffen sind, wie bei der Keratitis. Ich verstehe vollkommen, wenn von der durch Trocknen geschädigten Hornhaut eines Schweines (Fig. 3) behauptet würde, daß dies durch Safraninfärbung gewonnene Bild dem einer akut entzündeten Cornea vollkommen ähnlich sei. Aber mein Widerspruch setzt in dem Augenblicke ein, wenn man aus dieser Übereinstimmung folgern will, daß in beiden Fällen Leukocyten in der Hornhaut steckten. Dagegen darf ich, zusammenfassend, nochmals anführen:

1. Die in der überlebenden Froschcornea von Cohnheim und Recklinghausen beobachteten Zellen sind keine Leukocyten, wie durch die Plasmakulturen schlagend festgestellt ist.
2. Zellenwanderung innerhalb der Cornea gibt es nicht.
3. Die Safraninfärbung zeigt klar, daß alle Stadien unfertiger und vollendeter Zellen aus den Lamellen ausgeschmolzen sind und nach Alkoholhärtung Lücken darin zurückgelassen haben.
4. Die (Fig. 6) in der zellentoten aber lamellenlebenden Cornea durch Vergoldung hergestellten kernhaltigen Spießse enthalten alle Stadien unfertiger Zellen innerhalb der Lamellen.
5. Niemals hat man Leukocyten des Frosches vergolden können!

Wenn also im Laufe des Keratitisstreites die histologischen Befunde an den transplantierten Hornhäuten zur sichersten Stütze der ganzen Einwanderungstheorie geworden sind, aus denen sogar der Rückschluß hergeleitet

worden ist, daß vom Konjunktivalsacke aus Leukocyten durch die Epitheldecke eindringen könnten, dann müßte doch unbedingt der Nachweis erbracht sein, daß die Zellen im Lymphsacke des Frosches und in der Bauchhöhle des Kaninchens Goldchlorid reduzieren und irgendwo in einem Schwammstückchen ähnliche vergoldete Spießse hervorbringen könnten, wie in der zellentoten Hornhaut. Wir haben dies oft versucht; immer vergeblich.

6. Hat man nach Erwärmung der Cornea auf 50 Grad im Lymphbade noch reichliche kernhaltige Spießse oder Bröckel wie in Fig. 4 erhalten, so braucht man nur einige Grad höher zu gehen, und alle Reaktion bleibt aus. Das ist ein so einfacher Beweis gegen die Leukocyten-theorie, daß sich jeder Anhänger derselben durch Nachprüfung dieser Versuche leicht überzeugen kann. Auch wenn die transplantierte Cornea eitrig Peritonitis beim Kaninchen hervorruft, dann bleibt der zellige Abbau aus, obgleich nach der Leukocytentheorie gerade hierbei eine reichliche „Einwanderung“ zu erwarten wäre.

Ebenso wie bei der zentralen Höllensteinätzung in situ der tote Ätzbezirk frei von Spießsen bleibt, weil nur die Zellen und Lamellen in einiger Entfernung mit protoplasmatischer Umbildung reagieren, so haben wir auch bei Nachprüfung von Lebers Versuchen gefunden, daß bei Injektion von Terpentin oder Fäulnisjauche in die Schweinehornhaut tote Bezirke entstehen, die in der Kaninchenbauchhöhle von Zellen frei bleiben. Die Voraussetzung, daß durch Chemotaxis Zellen in die Hornhaut hereingelockt werden sollten, erwies sich als irrig, da die Hornhäute ohne alle Injektion entzündungserregender Stoffe viel bessere Zellen lieferten, was ja auf Fig. 3 sichtbar ist.

Ich glaube, daß das Problem der Zellenherkunft bei der Keratitis jetzt restlos gelöst ist. Für mich, der ich im Laufe von mehr als 30 Jahren alle Methoden genau so, wie sie von den Autoren angegeben waren, mit meinen Schülern nachgeprüft, und erst dann abgeändert habe, gibt es keinen dunklen Winkel mehr, in den sich die Leukocytentheorie verkriechen könnte.

Aus der Darstellung geht aber auch hervor, weswegen in der älteren Zeit, als sich Proliferations- und Immigrationstheorie als die einzig möglichen Doktrinen gegenüberstanden, eine histologisch begründete Beweisführung, die den Gegner überzeugen und befriedigen mußte, unmöglich war. Gesetzt den Fall, in dem Streite zwischen Cohnheim und Recklinghausen hätte sich bei der frischen Untersuchung der überlebenden entzündeten Froschhornhaut Cohnheim von dem Hervorgehen von Zellen aus der Cornea

überzeugen lassen, so wäre die Bedeutung der Spiefse neben den Hornhautkörperchen, die Entstehung der Spindelformen auf Kosten der Grundsubstanz, die vielen Kernanfänge und unfertigen Zellen, auf die ich bei Begründung meiner „Schlummerzellenlehre“ im Atlas hingewiesen habe, unerklärbar geblieben. Die Kenntnis der protoplasmatischen Schmelzung der Grundsubstanz, die Vergoldbarkeit dieses Schmelzungsproduktes und das Auftreten von Chromatin darin bilden die unbedingte Voraussetzung zum Verständnisse der Befunde bei Keratitis.

Wer in dieses Verständnis auf dem hier behandelten Teilgebiete der Pathologie eingedrungen ist, der wird bald auch mit unbefangenen Auge das Gesamtfeld überblicken lernen und aus dem Atlas der pathologischen Gewebelehre ersehen, daß ohne Kenntnis der Abbauvorgänge der Grundsubstanzen in Zellen kein Verständnis für Heilung, Entzündung des Bindegewebes, Substitution durch Krebswucherung und vieles andere erworben werden kann.

Meine Untersuchungen haben mich dahin geführt, daß der Grundgedanke der Zellulärpathologie richtig ist, daß auf Verletzungen und Entzündungsreize das Gewebe selbst in lebendige Reaktion eintritt, daß eine Verstärkung des Saftstromes einsetzt, daß aber die Zellen des Blutes keinen Anteil an der kleinzelligen Umwandlung der Wundränder oder des Entzündungsherdens nehmen.

Drei Sätze der Zellulärpathologie betrachte ich als reformbedürftig: 1. Die Interzellulärsubstanz ist totes Abscheidungsprodukt. 2. Die Zelle ist letzte Lebenseinheit. 3. *Omnis cellula e cellula*.

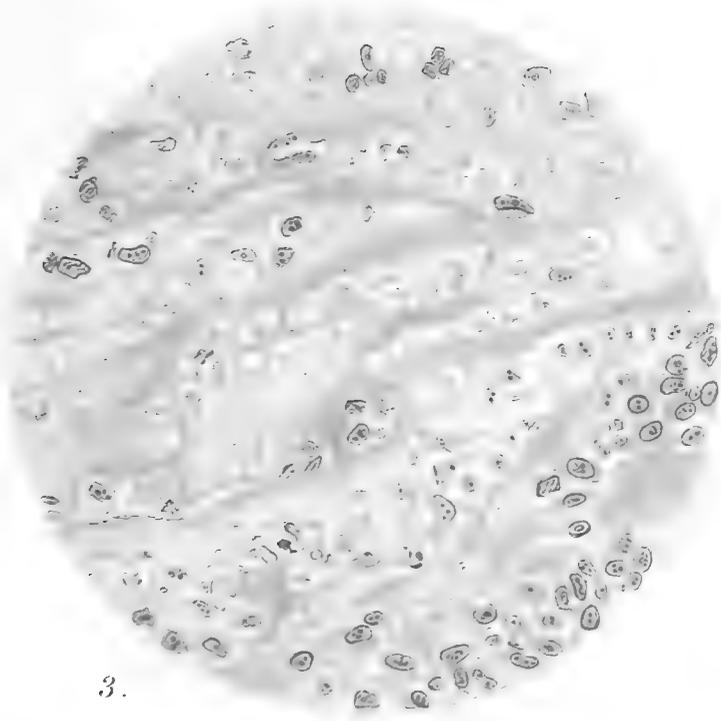
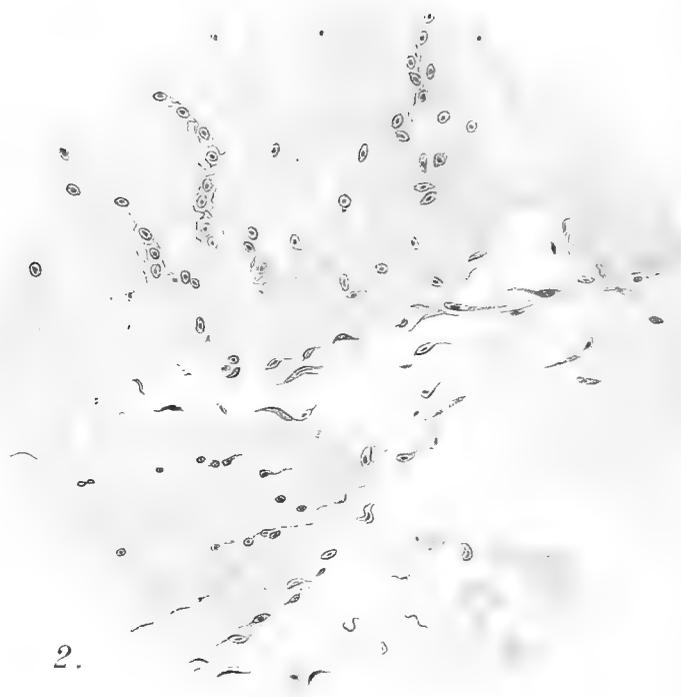
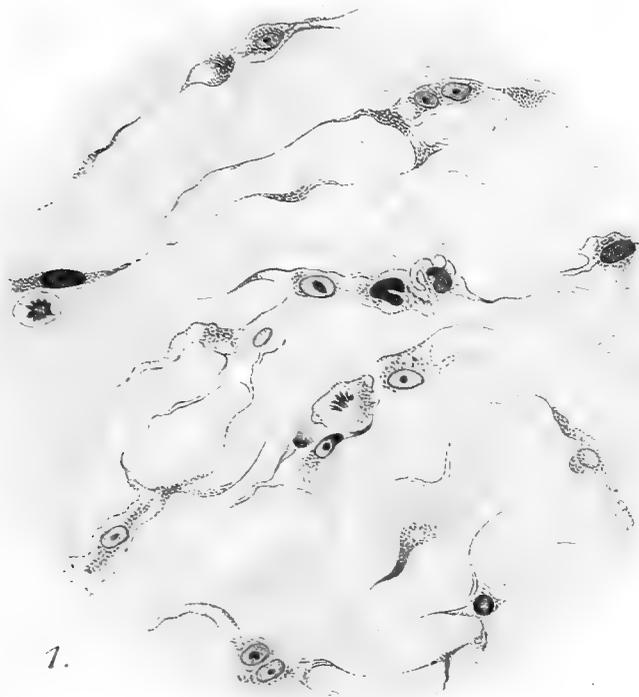
Nach meinen hier gegebenen Ausführungen ist die Grundsubstanz lebend, kann protoplasmatisch umgewandelt werden und liefert die bei Entzündung und Heilung vorkommenden Rundzellen. Die Zelle ist nicht die letzte Lebenseinheit, da in jedem Fibrillebündel eine protoplasmatische Umwandlung zur Bildung anfangs unfertiger, dann fertiger Zellen führen kann. Der Satz *omnis cellula e cellula* ist nur in dem Sinne zutreffend, wie ich in meinem Atlas von dem Satze *omnis arbor e semine* gesagt habe. Ein Baum kann außer durch ein Samenkorn auch durch einen Ableger, der Wurzeln bildet, aufgezogen werden. Ebenso kann auch eine neue Zelle aus der fibrillären Grundsubstanz, die einmal Zelle gewesen ist, zu neuem selbständigen Dasein erwachen.

## Erklärung der Abbildungen.

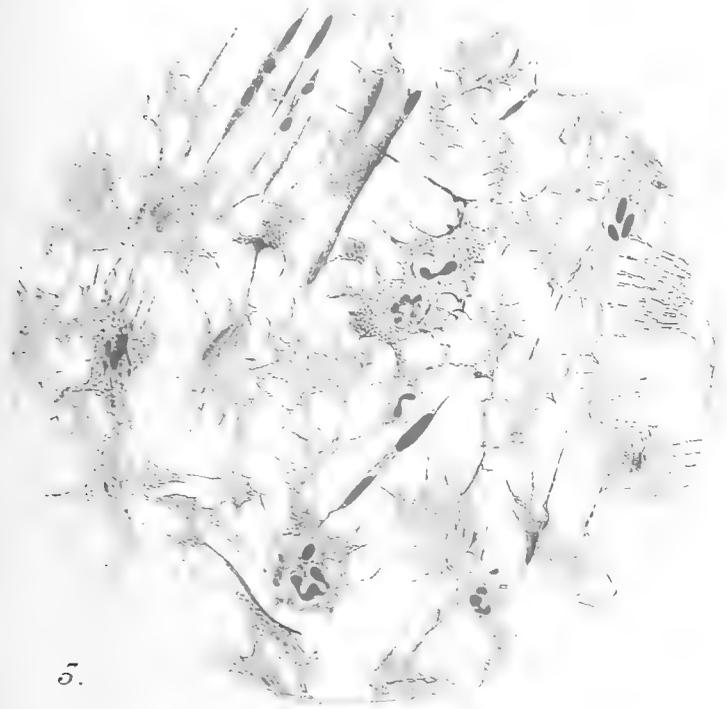
- Fig. 1. Katzenhornhaut, 23. 5. 1913. In Plasmakultur 2 Tage. In den Lamellen hat ein Schmelzungsprozess längs der Bündelgrenzen zur Umwandlung der homogenen Grundsubstanz in Form feinkörniger protoplasmatischer schmaler Spindeln und breiterer Anastomosen geführt. Zellen mit Kernen liegen in der geschmolzenen Grundsubstanz. Die Zellkerne sind in verschiedenen Stadien der Differenzierung, zwei enthalten Chromosomen in Karyokinese, rechts oberhalb der Mitte ein intensiv gefärbter u-förmiger Kern. Hämatoxylin-Eosin. Öl-Immersion, Zeiss 1.30. Okular 4.
- Fig. 2. Katzenhornhaut, aus der bei Plasmakultur reichliche Spindelzellen ausgewachsen sind. Innerhalb des Hornhautgewebes sind die Anfänge des Schmelzungs Vorganges in Form protoplasmaarmer Zellen zu sehen, die hier viel schwächer als in Fig. 1 vergrößert sind und von minimalem Chromatingehalte zu fertigen Kernen mit Kernkörperchen und Spindelzellen fortschreiten. Der rechte untere Quadrant zeigt das Plasma mit Spindelzellen. Hämatoxylin-Eosin. Apochr. 8 mm Br. Okular 4.
- Fig. 3. Randstelle einer Schweinehornhaut, die getrocknet war und 13 Tage lang in der Bauchhöhle eines Kaninchens verweilt hatte. Safraninfärbung. Öl-Immersion. Okular 4. Aus den homogenen Bündeln, die meist quer durchschnittene „Entzündungsspielfe“ enthalten, sind große Komplexe von Lücken ausgeschmolzen, in denen am Anheilungsrande im rechten unteren Quadranten große fertige Zellen liegen. Zwischen diesen ist nur noch wenig homogene Grundsubstanz erhalten. Die kleineren und größeren konfluierend erscheinenden Lücken enthalten Protoplasma und unfertige Zellen in allen Stadien der Vollendung.
- Fig. 4. Von derselben Hornhaut eine im selben Schnittpräparate liegende Stelle, die nicht in Vaskularisation begriffen war, wie Fig. 3, sondern auf verkästem Gewebe gelegen hatte. Die Lamellen sind hier längs getroffen. Sie enthalten eine Menge von Chromatintröpfchen, die vom oben liegenden Rande her unter Einwirkung des Lymphstromes entstanden sind. Der Prozess folgt den Bahnen der Bündelgrenzen wie die protoplasmatische Umwandlung in Fig. 1, verläuft aber ohne Einschmelzung von Lücken und führt nicht zu fertiger Kern- und Zellenbildung. Im Originale stößt der unterste Rand von Fig. 4 an die ersten kleinen mit chromatinschwachen Kernanfängen versehenen Ausschmelzungslücken von Fig. 3 an. Öl-Immersion. Okular 4.
- Fig. 5. Flachschnitt aus einer vergoldeten und mit Safranin nachgefärbten Kaninchenhornhaut, nahe einer 10 Stunden alten Wunde. Sehr schwache diffuse Rotfärbung der Hornhautkerne. Nur in einigen vergoldeten Zellplatten ist eine intensive Färbung von

Kernen eingetreten, die aus kleinsten Chromatintröpfchen zusammengesetzte Ringe bilden, die nicht vollkommen geschlossen sind. Ebenso sind an zahlreichen spitzen Ausläufern der vergoldeten Plättchen intensiv auf Safranin reagierende Stippchen sichtbar und einzelne lange vergoldete Spiefse mit Kernen. Dies Bild zeigt, daß der Anfang der Chromatinanreicherung nicht nur an den Stellen der Zellkerne, sondern überall im vergoldbaren Systeme beginnen kann, so daß es bei der Hämatoxylinfärbung in den Fig. 1, 2 u. 3 unmöglich ist zu entscheiden, ob die Kerne aus präexistierenden Kernen von Hornhautzellen oder aus beliebigen vergoldbaren Fibrillengruppen hervorgegangen sind. Die Anfänge der Spindelzellen in Fig. 2 denke ich mir wie die Spiefse in Fig. 5.

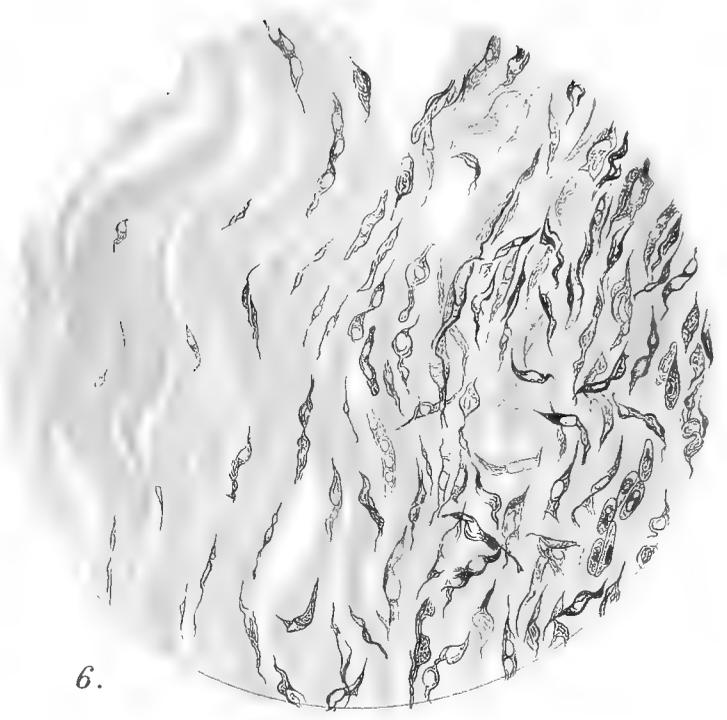
- Fig. 6. Vergoldetes Schnittpräparat aus einer nach 12 tägiger Aufbewahrung zellentot gewordenen Hasenhornhaut, die sich nach 2 Tagen im Lymphsacke des Frosches erholt hat. Links ist wie vor dem Einlegen in den längs verlaufenden Lamellen weder vergoldbare noch Kernsubstanz darstellbar. Rechts sind im Lymphstrom unter Ausschluss von lebenden Hornhautzellen in den Lamellen vergoldbare Spiefse erwacht, deren Kerne als helle runde Flecke erscheinen. Alle Stadien des Erwachens dieser schlummernden Zellen bis zur Abschnürung aus dem Verbande sind bei Öl-Immersion gezeichnet.
- Fig. 7. Kaninchencornea, dem Auge entnommen, mit *Argentum nitricum* geätzt, 16 Tage im Lymphsacke des Frosches belassen. Der Ätzbezirk links ist tot. An der Grenze ist die Vergoldung ausgeblieben, durch das Silbernitrat verhindert. Nur Chromatin ist durch Safranin sichtbar geworden. Rechts sind stark vergoldete Spindeln (schwarz) mit kleinen Kernen in zusammenhängenden Reihen protoplasmatisch geworden. Auf diesem rudimentären Stadium ist die Zellenschmelzung zum Stillstande gekommen.



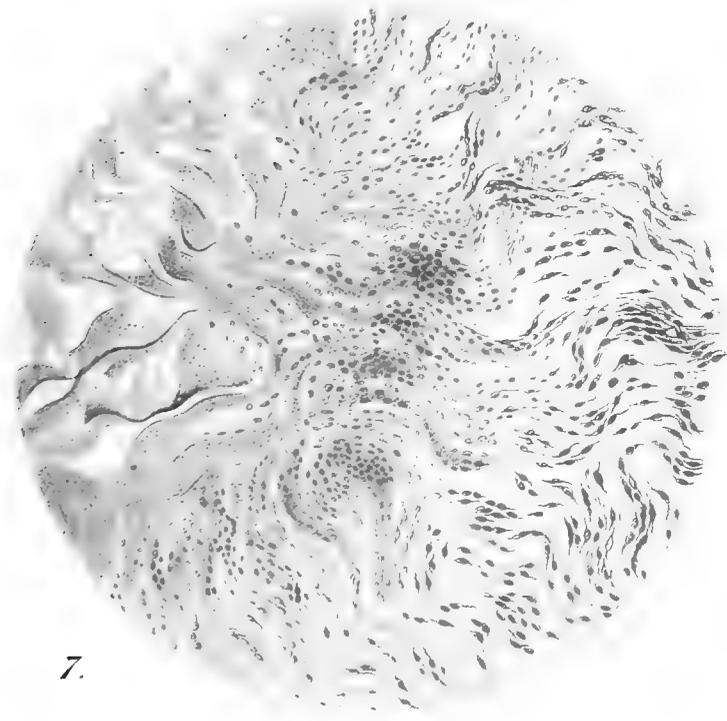




5.



6.



7.













SMITHSONIAN INSTITUTION LIBRARIES



3 9088 01304 9762