





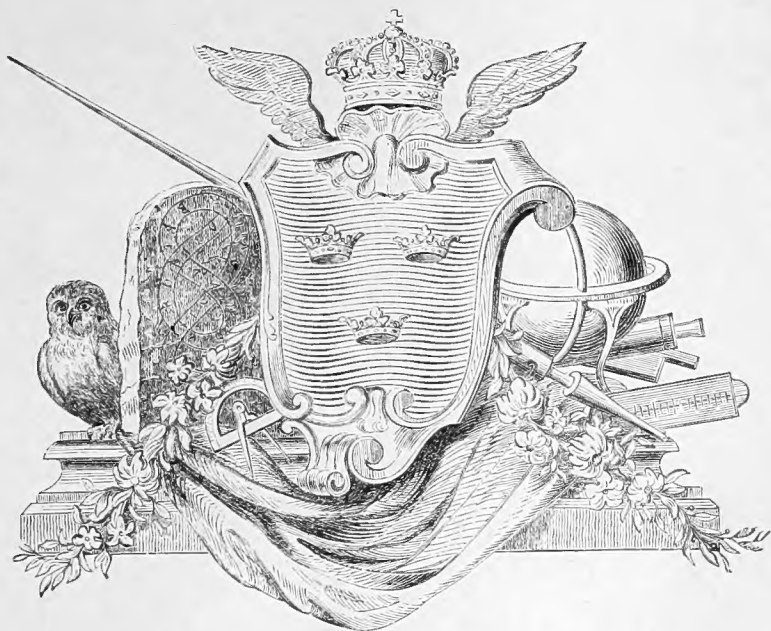






NOVA ACTA  
REGIÆ SOCIETATIS  
SCIENTIARUM  
UPSALIENSIS.

---



SERIEI QUARTÆ VOL. I.

---

UPSALIÆ,  
EXCUDIT ED. BERLING REG. ACAD. TYPOGRAPHUS.  
MCMV—MCMVII.





## INDEX ACTORUM.

	Pag.	Tab.
Introductio . . . . .	I—XVIII.	
I. FRIES, ROB. E.: Zur Kenntniss der alpinen Flora im nördlichen Argentinien . . . . .	1—205.	I—IX, 1 mappa geogr.
II. ÅNGSTRÖM, KNUT: Über die Anwendung der elek- trischen Kompensationsmethode zur Bestim- mung der nächtlichen Ausstrahlung . . . . .	1—10.	I.
III. BERGSTRAND, ÖSTEN: Untersuchungen über das Doppelsternsystem 61 Cygni . . . . .	1—121.	I.
IV. FALK, M.: Einiges über die Function $\tau$ (t) und ihre Anwendung auf elliptische Functionen	1—29.	
V. GRANQVIST, GUSTAF: Untersuchungen über den selbsttönenden Wellenstromlichtbogen . . . . .	1—62.	
VI. DUNÉR, N. C.: Über die Rotation der Sonne 2:e Abhandl. . . . .	1—64.	
VII. ÅNGSTRÖM, KNUT: Méthode nouvelle pour l'étude de la radiation solaire . . . . .	1—19.	I.
VIII. FALK, M.: Ueber die Haupteigenschaften derje- nigen analytischen Functionen eines Argu- ments, welche Additionstheoreme besitzen . . . . .	1—78.	
IX. JUEL, H. O.: Studien über die Entwickelungsge- schichte von Saxifraga granulata . . . . .	1—41.	I—IV.

3591





# INTRODUCTIO.

## I.

Proximo triennio, quod post Nova Acta Regiæ Societatis Scientiarum Upsaliensis (Ser. III. Vol. XX) anno 1904 edita præteriit,

hi Socii mortui sunt

### *Honorarii:*

	Adscriptus.	Mortuus.
OLIVECRONA, Samuel Rudolphus Detlof Canutus, Ph. et Iur. utr. Dr, Supremi Iudicii Svecani a. h. Assessor, Ord. St. Pol. c. m. Cr. Commendator, etc. . . . .	1884.	1905.
LJUNGGREN, Gustavus, Ph. Dr, Aetheticæ et Litterarum Artiumque elegantium Historiæ Professor Lundensis emeritus, Academiæ Svecanæ Octodecimvir, Ord. St. Pol. c. m. Cr. Commendator, etc. . . . .	1887.	1905.
THALÉN, Tobias Robertus, Ph. Dr, Physicæ Professor Upsaliensis emeritus, Ord. St. Pol. Commendator, etc., <i>R. Soc. Sc. Ups. a. h. Secretarius et Bibliothecarius</i> . . . . . (1863)	1901.	1905.
LINDHAGEN, Daniel Georgius, Ph. Dr, Professor, Reg. Academiæ Scient. Holmiensis a. h. Secretarius, Ord. St. Pol. c. m. Cr. Commendator, etc. . . . . (1859)	1889.	1906.
BOSTRÖM, Ericus Gustavus, Ph. Dr, ex Primoribus Regni unus, Consilii Regii a. h. Princeps, Regg. Universitatum Ups. et Lund. Cancellarius, Regg. Ordd. Eques et Commendator, etc.	1896.	1907.



*Ordinarii Svecani:*

	Adscriptus.	Mortuus.
RYDIN, Hermannus Ludovicus, Ph. et Iur. utr. Dr, Iuris Professor Upsaliensis emeritus, Ord. St. Pol. Commendator, etc., <i>R. Soc. Sc. Ups. Præses 1892—93</i> . . . . .	1882.	1904.
CLEVE, Petrus Theodorus, Ph. Dr, Chemiæ Professor Upsaliensis emeritus, Ord. St. Pol. Commendator, etc., <i>R. Soc. Sc. Ups. Præses 1886—87</i> . . . . .	1875.	1905.
LUNDSTRÖM, Axelius Nicolaus, Ph. Dr, Phytobiologiæ Professor E. O. Upsaliensis, St. Was. Ord. adscriptus, etc., <i>R. Soc. Sc. Ups. Præses 1901—1902</i> . . . . .	1890.	1905.
DILLNER, Georgius, Ph. Dr, Mathesis Professor E. O. Upsaliensis emeritus, St. Pol. Ord. adscriptus . . . . .	1873.	1906.
KJELLMAN, Franciscus Reinholdus, Ph. Dr, Botanices Professor Upsaliensis, Ord. St. Pol. Commendator, etc., <i>R. Soc. Sc. Ups. Præses 1896—1897</i> . . . . .	1885.	1907.

*Ordinarii Exteri:*

ZIEMSEN, Hugo de, Medicinæ Professor Monacensis . . . . .	1889.	1905.
STRUVE, Otto Vilelmus, Observatorii Astronomici Pulkovensis a. h. Director, Ord. St. Pol. Commendator . . . . .	1868.	1905.
FLEMMING, Waltharius, Anatomiae Professor Kiloniensis . . . . .	1898.	1905.
KÖLLIKER, Albertus de, Anatomiae Professor Virceburgensis . . . . .	1885.	1895.
ERDMANNSDÖRFFER, Bernhardus, Historiarum Professor Heidelbergensis . . . . .	1893.	1905.
LANGLEY, Samuel Pierpoint, Secretarius Instituti Smithson. Washingtoniensis . . . . .	1897.	1906.
SOREL, Albertus, Academiae Francogallicae Socius . . . . .	1903.	1906.
BOLTZMANN, Ludovicus, Physices Professor Vindobonensis . . . . .	1895.	1906.
BEILSTEIN, Fridericus Conradus, Chemiæ Professor Petropolitani . . . . .	1899.	1906.
MOISSAN, Henricus, ad Pharmaciae Scholam Parisiensem Chemiæ Professor . . . . .	1899.	1907.
BUGGE, Elseus Sophus, Linguarum Indo-Europæarum Professor E. O. Christianiensis, St. Pol. Ord. adscriptus . . . . .	1872.	1907.
BUCHAN, Alexander, Societatis Meteorologicae Scotorum Secretarius . . . . .	1878.	1907.
VOGEL, Hermannus Carolus, Observatorii Astrophysici Postamiensis Præfectus, Ord. St. Pol. Commendator . . . . .	1889.	1907.



## Novi Socii adscripti sunt

*Ordinarii Svecani:*

Adscriptus.

NOREEN, Adolphus Gotthardus, Ph. Dr, Linguarum Septentrionalium Professor Upsaliensis . . . . .	1904.
SCHÜCK, Ioannes Henricus Aemilius, Ph. Dr, Aesthetices et Littera- rum Artiumque elegantium Historiæ Professor Upsaliensis . . . . .	1905.
KLASON, Ioannes Petrus, Ph. Dr, Chemiæ Professor Holmiensis . . . . .	1905.
JUEL, Ioannes Oscar, Ph. Dr, Botanices Professor Upsaliensis . . . . .	1906.
FREDHOLM, Ericus Ivarus, Ph. Dr, Physices mathematicæ Professor Holmiensis . . . . .	1906.

*Ordinarii Exteri:*

SALKOWSKI, Ernestus, Chemiæ medicinalis Professor Berolinensis . . . . .	1904.
RICHET, Carolus, Physiologiæ Professor Parisiensis . . . . .	1905.
FLAHAULT, Carolus, Botanices Professor Montepessulanus, St. Pol. Ord. adscriptus . . . . .	1905.
LEYDEN, Ernestus de, Pathologiæ et Therapiæ Professor Berolinensis . . . . .	1905.
AUWERS, Arthurus, Astronomiæ Professor Berolinensis . . . . .	1905.
SCHWALBE, Gustavus Albertus, Anatomiae Professor Argentoratensis, Ord. St. Pol. Commendator. . . . .	1905.
THANE, Georgius Dancer, Anatomiae Professor Londinensis . . . . .	1906.
MEYER, Eduardus, Historiae antiquae Professor Berolinensis . . . . .	
LIPPMAN, Gabriel, Physices Professor Parisiensis . . . . .	1906.
PLANCK, Maximilianus, Physices mathematicæ Professor Berolinensis . . . . .	1906.
PAUL, Arminius, Linguae Litterarumque Germanicarum Professor Mona- censis . . . . .	1906.
OSTWALD, Vilelmus, Chemiæ Professor Lipsiensis . . . . .	1907.
CIAMICIAN, Iacobus, Chemiæ Professor Bononiensis . . . . .	1907.

---

**II.**

AUGUSTISSIMUS HUIUS SOCIETATIS

PATRONUS

**OSCAR II**

SVECORUM GOTHORUM VANDALORUMQUE

**REX.**

PRÆSES ILLUSTRIS

SERENISSIMUS PRINCEPS AC DOMINUS

**OSCAR GUSTAVUS ADOLPHUS**

SVECLÆ PRINCEPS SUCCESSOR.

SOCII HONORARII PRIMARII

SERENISSIMUS PRINCEPS AC DOMINUS

**OSCAR CAROLUS AUGUSTUS BERNADOTTE.**

SERENISSIMUS PRINCEPS AC DOMINUS

**OSCAR CAROLUS VILELMUS**

SVECLÆ PRINCEPS HEREDITARIUS.

SERENISSIMUS PRINCEPS AC DOMINUS

**EUGENIUS NAPOLEO NICOLAUS**

SVECLÆ PRINCEPS HEREDITARIUS.

SERENISSIMUS PRINCEPS AC DOMINUS

**OSCAR FRIDERICUS VILELMUS OLAVUS GUSTAVUS ADOLPHUS**

SVECLÆ PRINCEPS HEREDITARIUS.

## A. Socii Regiæ Societatis Scientiarum Upsaliensis

secundum electionis ordinem.

### *Honorarii:*

- LILLJEBORG, Vilelmus, Ph. et Med. Dr, Zoologiæ Professor Upsaliensis emeritus, Ord. St. Pol. c. m. Cr. Commendator, *R. Soc. Sc. Ups. Præses 1880—1881.*
- SAHLIN, Carolus Yngve, Ph. et Iur. utr. Dr, Philosophiæ practicæ Professor Upsaliensis emeritus, Ord. St. Pol. c. m. Cr. Commendator, etc., *R. Soc. Sc. Ups. Præses 1889—90.*
- EHRENHEIM, Petrus Iacobus de, Iur. utr. Dr, a. h. Consiliarius Regis, Regg. Universitatum Ups. et Lund. a. h. Cancellarius, Regg. Ordd. Eques et Commendator, etc.
- GILLJAM, Gustavus Fridericus, Ph. Dr, a. h. Consiliarius Regis, Regg. Universitatum Ups. et Lund. Cancellarius, Regg. Ordd. Eques et Commendator, etc.
- EKMAN, Ioannes Augustus, Th. et Ph. Dr, Ecclesiæ Suiogothicæ Archiepiscopus, Reg. Univ. Ups. Procancellarius, Ord. St. Pol. c. m. Cr. Commendator, *R. Soc. Sc. Ups. h. t. Præses.*

### *Ordinarij Svecani:*

- STYFFE, Carolus Gustavus, Ph. Dr, ad Reg. Univ. Upsaliensem a. h. Bibliothecarius, St. Pol. Ord. adscriptus.
- FRIES, Theodorus Magnus, Ph. Dr, Botanices Professor Upsaliensis emeritus, Ord. St. Pol. c. m. Cr. Commendator, etc., *R. Soc. Sc. Ups. Præses 1882—1883.*
- CLASON, Eduardus Claudius Hermannus, Med. Dr, Anatomiae Professor Upsaliensis emeritus, Ord. St. Pol. Commendator, *R. Soc. Sc. Ups. Præses 1898—99.*
- MALMSTRÖM, Carolus Gustavus, Ph. Dr, a. h. Consiliarius Regis, a. h. Archivarius Regni Svecani, Academiae Svecanæ Octodecimvir, Ord. St. Pol. c. m. Cr. Commendator, etc.
- TEGNÉR, Esaias Henricus Vilelmus, Ph. Dr, Linguarum Orientalium Professor Lundensis, Academiae Svecanæ Octodecimvir, Ord. St. Pol. Commendator, etc., *R. Soc. Sc. Ups. Præses 1891—92.*
- LUNDQUIST, Carolus Gustavus, Ph. Dr, Mechanices Professor Upsaliensis emeritus, Ord. St. Pol. Commendator, *R. Soc. Sc. Ups. Quæstor.*

- HILDEBRANDSSON, Hugo Hildebrand, Ph. Dr, Meteorologiæ Professor E. O. Upsaliensis emeritus, Ord. St. Was. Commendator, St. Pol. Ord. adscriptus, etc., *R. Soc. Sc. Ups. Præses 1890—91.*
- WITTROCK, Veit Brecher, Ph. Dr, Professor et Musei Botanici Holmiensis Præfectus, Ord. St. Pol. Commendator, etc.
- HAMMARSTEN, Olavus, Ph. et Med. Dr, Chemiæ medicinalis et physiologicæ Professor Upsaliensis emeritus, Ord. St. Pol. c. m. Cr. Commendator, *R. Soc. Sc. Ups. Præses 1893—94.*
- FALK, Mathias, Ph. Dr, Mathesis Professor Upsaliensis emeritus, St. Pol. Ord. adscriptus, *R. Soc. Sc. Ups. Præses 1894—95.*
- RETZIUS, Magnus Gustavus, Ph. et Med. Dr, Histologiæ a. h. Professor E. O. Holmiensis, Academiæ Svecanæ Octodecimvir, Ord. St. Pol. Commendator, etc.
- ANNERSTEDT, Claudius, Ph. Dr, ad Reg. Univ. Upsaliensem Bibliothecarius emeritus, Academiæ Svecanæ Octodecimvir, Regg. Ordd. a. h. Historiographus, Ord. St. Pol. Commendator, etc., *R. Soc. Sc. Ups. Præses 1895—96.*
- NYRÉN, Magnus, Ph. Dr, ad Observatorium Pulkovense Astronomus, St. Pol. Ord. adscriptus, etc.
- TULLBERG, Tycho, Ph. Dr, Zoologiæ Professor Upsaliensis, Ord. St. Pol. Commendator, *R. Soc. Sc. Ups. Præses 1899—1900.*
- MITTAG-LEFFLER, Gustavus, Ph. Dr, Mathesis Professor Holmiensis, Ord. St. Pol. Commendator, etc.
- ARESCHOU, Fridericus Vilelmus Christianus, Ph. Dr, Botanices Professor Lundensis emeritus.
- BJÖRLING, Carolus Fabianus Emanuel, Ph. Dr, Mathesis Professor Lundensis emeritus, Ord. St. Pol. Commendator.
- DUNÉR, Nicolaus Christophorus, Ph. Dr, Astronomiæ Professor Upsaliensis, Ord. St. Pol. Commendator et Caroli XIII Ord. adscriptus, etc., *R. Soc. Sc. Ups. Præses 1900—1901, R. Soc. Sc. Ups. Secretarius.*
- THÉEL, Ioannes Hjalmarus, Ph. Dr, Professor et Musei Zoologici Holmiensis Præfectus, Ord. St. Pol. Commendator.
- WARFVINGE, Franciscus Vilelmus, Med. Dr, Nosocomii Holmiensis Præfectus, Ordd. St. Pol. et Was. Commendator.
- HILDEBRAND, Ioannes Olavus Hildebrand, Ph. Dr, Antiquarius Regni Svecani, Academiæ Svecanæ Octodecimvir, Ord. St. Pol. c. m. Cr. Commendator, etc.
- HASSELBERG, Claudius Bernhardus, Ph. Dr, Physices Professor Holmiensis, St. Pol. Ord. adscriptus, etc.
- WIDMAN, Oscar, Ph. Dr, Chemiæ Professor Upsaliensis, St. Pol. Ord. adscriptus, *R. Soc. Sc. Ups. Præses 1897—98.*
- SJÖGREN, Andreas Hjalmarus, Ph. Dr, Professor et Musei Mineralogici Holmiensis Præfectus, Ord. St. Was. Commendator, St. Pol. Ord. adscriptus, etc.
- HENSCHEN, Salomon Eberhardus, Med. Dr, Medicinæ Professor Holmiensis, Ord. St. Pol. Commendator.
- PETERSSON, Oscar Victor, Med. Dr, Pædiatrics et Medicinæ practicæ Professor E. O. Upsaliensis, St. Pol. Ord. adscriptus, *R. Soc. Sc. Ups. Præses 1902—03.*



- LENNANDER, Carolus Gustavus, Med. Dr, Chirurgiæ Professor Upsaliensis, Ord. St. Pol. Commendator.
- ODENIUS, Maximilianus Victor, Ph. et Med. Dr, Medicinæ theoreticæ et forensis Professor Lundensis emeritus, Ord. St. Pol. Commendator.
- DANIELSSON, Olavus Augustus, Ph. Dr, Litterarum Græcarum Professor Upsaliensis, St. Pol. Ord. adscriptus, *R. Soc. Sc. Ups. Præses 1905—06.*
- ROSÉN, Petrus Gustavus, Ph. Dr, Astronomiæ Professor Holmiensis, Ord. St. Pol. Commendator, etc.
- BÄCKLUND, Albertus Victor, Ph. Dr, Physices Professor Lundensis, Ord. St. Pol. Commendator.
- HÖGBOM, Arvidus Gustavus, Ph. Dr, Mineralogiæ et Geologiæ Professor Upsaliensis, *R. Soc. Sc. Ups. Præses 1903—04.*
- LINROTH, Claudius Mauritius, Med. Dr, Collegii Med. Præses, Ord. St. Was. Commendator et St. Pol. Ord. adscriptus.
- ARRHENIUS, Svante Augustus, Ph. Dr, Physices Professor Holmiensis, Ord. St. Pol. Commendator.
- ÅNGSTRÖM, Canutus Ioannes, Ph. Dr, Physices Professor Upsaliensis, St. Pol. Ord. adscriptus, *R. Soc. Sc. Ups. Præses 1904—05.*
- HJÄRNE, Haraldus, Ph. Dr, Historiarum Professor Upsaliensis, Academiae Svecanæ Octodecimvir, Ordd. St. Pol. et Was. Commendator.
- WIRÉN, Axelius, Ph. Dr, Anatomiae comparativæ Professor E. O. Upsaliensis, St. Pol. Ord. adscriptus.
- MONTELIUS, Gustavus Oscar Augustinus, Ph. Dr, Professor Holmiensis, Ord. St. Pol. Commendator, etc.
- GRANQVIST, Petrus Gustavus David, Ph. Dr, Professor, Physices Laborator Upsaliensis.
- LÖNNBERG, Axelius Ioannes Einar, Ph. Dr, Professor et Musei Zoologici Holmiensis Præfectus.
- HAMMAR, Ioannes Augustus Haraldus, Med. Dr, Anatomiae Professor Upsaliensis, St. Pol. Ord. adscriptus.
- WIMAN, Andreas, Ph. Dr, Mathesis Professor Upsaliensis.
- PETTERSSON, Svenno Otto, Ph. Dr, Chemiæ Professor Holmiensis, St. Pol. Ord. adscriptus, etc.
- GULLSTRAND, Allvar, Med. et Phil. Dr, Ophthalmiatrices Professor E. O. Upsaliensis, St. Pol. Ord. adscriptus.
- NOREEN, Adolphus Gotthardus, Ph. Dr, Linguarum Septentrionalium Professor Upsaliensis.
- SCHÜCK, Ioannes Henricus Aemilius, Ph. Dr, Aesthetices et Litterarum Artiumque elegantium Historiæ Professor Upsaliensis, Reg. Universitatis Ups. Rector Magnificus, Ord. St. Pol. Commendator.
- KLASON, Ioannes Petrus, Ph. Dr, Chemiæ Professor Holmiensis, Ord. St. Pol. Commendator.
- JUEL, Ioannes Oscar, Ph. Dr, Botanices Professor E. O. Upsaliensis.
- FREDHOLM, Ericus Ivarus, Ph. Dr, Physices mathematicæ Professor Holmiensis, St. Was. Ord. adscriptus.

*Ordinarii Exteri:*

- THOMSON, Vilelmus, Lib. Baro de KELVIN, Physices Professor Glasguensis.  
 HOOKER, Dom. Iosephus Dalton, Horti Botanici Kewensis a. h. Director, St. Pol. Ord. adscriptus.  
 GÜNTHER, Albertus, ad Museum Britannicum Zoologiæ a. h. Præfectus.  
 RECHLINGHAUSEN, Fridericus de, a. h. Medicinæ Professor Argentoratensis.  
 HUGGINS, Dom. Vilelmus, Astronomus Britannus.  
 SARS, Georgius Ossian, Zoologiæ Professor Christianiænsis.  
 NEWCOMB, Simon, Mathesis Professor Washingtoniænsis.  
 SCHIAPARELLI, Ioannes Virginius, a. h. Director Observatorii Mediolanensis.  
 ASCHEHOUG, Torkil Halvorsen, Iuris Professor Christianiænsis, Ord. St. Pol. Commendator.  
 MOHN, Henricus, Meteorologiæ Professor Christianiænsis, St. Pol. Ord. adscriptus.  
 QUINCKE, Georgius, Physices Professor Heidelbergensis.  
 BAEYER, Adolphus de, Chemiæ Professor Monacensis.  
 HANN, Iulius, Meteorologiæ Professor Vindobonensis.  
 LISTER, Iosephus de, Lib. Baro, Chirugiæ Professor Londinænsis.  
 THOMSEN, Iulius, Chemiæ Professor Hauniensis.  
 POINCARÉ, Iulius Henricus, Mathesis Professor Parisiensis, Ord. St. Pol. Commendator.  
 MASCART, Eleutherus, Physices Professor et Instituti Meteorologici Parisiensis Præfectus, Ord. St. Was. Commendator.  
 WIESNER, Iulius, Botanices Professor Vindobonensis, Ord. St. Pol. Commendator.  
 WIMMER, Ludovicus Franciscus Adalbertus, Linguarum Septentrionalium Professor Hauniensis.  
 AMIRA, Carolus de, Iuris Professor Monacensis, Ord. St. Pol. Commendator.  
 DROYSEN, Gustavus, Historiarum Professor Halensis, St. Pol. Ord. adscriptus.  
 SCHWENDENER, Simon, Botanices Professor Berolinensis.  
 BACKLUND, Ioannes Oscar, Imp. Observatorii Astronomici Pulkovensis Director, Ord. St. Pol. c. m. Cr. Commendator.  
 BRÖGGER, Valdemar Christophorus, Geologiæ et Mineralogiæ Professor Christianiænsis, Ord. St. Pol. Commendator.  
 GROTH, Paulus, Mineralogiæ Professor Monacensis.  
 DELISLE, Leopoldus, Bibliothecæ Parisiensis a. h. Præfectus, Ord. St. Pol. Commendator.  
 ENGLER, Adolphus, Botanices Professor Berolinensis.  
 ESTLANDER, Carolus Gustavus, Aestheticæ Professor Helsingforsiensis, St. Pol. Ord. adscriptus.  
 BORNET, Eduardus, Med. Dr, Instituti Francogallici Socius.

- THOMSEN, Vilelmus Ludovicus Petrus, ad Universitatem Hauniensem Grammaticæ linguarum Indo-Europæarum comparatæ Professor.
- RAYLEIGH, Ioannes Vilelmus de, Lib. Baro, ad Institutum Regium Britannicum Physices Professor.
- PICKERING, Eduardus Carolus, Astronomiæ Professor Harvardensis.
- FISCHER, Aemilius, Chemiæ Professor Berolinensis.
- WALLACE, Alfredus Russel, Botanicus Britannus.
- TREUB, Melchior, Horti Botanici Iavanensis Præfectus.
- DAAE, Ludovicus, Historiarum Professor Christianiænsis, St. Pol. Ord. adscriptus.
- KOCH, Robertus, Medicinæ Professor Berolinensis.
- HJELT, Otto Eduardus Augustus, Anatomiae pathologicæ Professor emeritus Helsingforsiensis, Ord. St. Pol. Commendator.
- KOCHER, Theodorus, Chirurgiæ Professor Bernensis.
- LIEBERMANN, Carolus, Chemiæ Professor Berolinensis.
- BOUCHARD, Carolus Iacobus, Pathologiæ Professor Parisiensis.
- KOHLRAUSCH, Fridericus, Instituti Physic-Techn. Imp. Germanici a. h. Director.
- PFEFFER, Vilelmus, Botanicæ Professor Lipsiensis.
- SCHWARZ, Hermannus Amandus, Mathesis Professor Berolinensis.
- DIETRICHSON, Laurentius Henricus Segelcke, Historiæ Artium elegant. Professor Christianiænsis, St. Pol. Ord. adscriptus.
- BEAUCHET, Ludovicus, Iuris Professor Nanceiænsis, St. Pol. Ord. adscriptus.
- KRONECKER, Hugo, Physiologiæ Professor Bernensis.
- ROUX, Petrus Paulus Aemilius, Instituti 'Pasteur' Parisiensis Vice-Director, Ord. St. Pol. Commendator.
- FOSTER, Michael, Physiologiæ Professor Cantabrigiensis.
- HOLM, Eduardus, Historiarum Professor Hauniænsis.
- WARMING, Eugenius, Botanicæ Professor Hauniænsis.
- CROOKES, Vilelmus, Chemicus Britannus.
- WEBER, Henricus, Mathesis Professor Argentoratensis.
- PICARD, Aemilius, Mathesis Professor Parisiensis, St. Pol. Ord. adscriptus.
- MECHELIN, Leopoldus Henricus Stanislaus, Senatus Fennici Vice-Praeses, Ord. St. Pol. Commendator.
- RUNEBERG, Ioannes Vilelmus, Medicinæ Professor Helsingforsiensis, St. Pol. Ord. adscriptus.
- LEYDIG, Franciscus de, Anatomiae a. h. Professor Bonnensis.
- SCHULZE, Franciscus Eilhard, Zoologiæ Professor Berolinensis.
- LUBBOCK, Ioannes, Lib. Baro de AVEBURY, Botanicus Britannus.
- VRIES, Hugo de, Botanicæ Professor Amstelodamensis.
- HANSEN, Aemilius, Botanicæ Professor Hauniænsis.
- BRUGMANN, Carolus, Grammaticæ Indogermanicæ Professor Lipsiensis.
- CHRISTIANSEN, Christianus, Physices Professor Hauniænsis.
- GOWERS, Dom. Vilelmus, Nosocomii Publici Londinensis Præfectus.
- LINDELÖF, Laurentius Leonhardus, Mathesis a. h. Professor Helsingforsiensis, Ord. St. Pol. Commendator.

- DARBOUX, Ioannes Gaston, Mathesis Professor, Secretarius Academiæ Scientiarum Parisiensis, Ord. St. Pol. Commendator.
- SIEVERS, Eduardus, Philologiæ Germanicæ Professor Lipsiensis.
- KLEIN, Felix, Mathesis Professor Gottingensis.
- TIGERSTEDT, Robertus Adolphus Armandus, Physiologiæ Professor Helsingforsiensis.
- LANG, Arnoldus, Zoologiæ Professor Turicensis.
- KOSSEL, Albertus, Physiologiæ Professor Heidelbergensis.
- THOMSON, Iosephus Ioannes, Physices Professor Cantabrigiensis.
- AGASSIZ, Alexander, Zoologiæ Professor Cantabrigiensis.
- PAVLOW, Iván Petrovic'z, Physiologiæ Professor Petropolitanus.
- STEENSTRUP, Ioannes, Historiarum Professor Hauniensis.
- LORENTZ, Henricus Antonius, Physices Professor Leidensis.
- FROBENIUS, Georgius, Mathesis Professor Berolinensis.
- WALDEYER, Vilelmus, Anatomiciæ Professor Berolinensis, Academiæ Scientiarum Reg. Borussicæ Secretarius.
- SCHÆFER, Theodoricus, Historiarum Professor Berolinensis.
- HILBERT, David, Mathesis Professor Gottingensis.
- NEF, Ioannes Udalricus, Chemiæ Professor Chicagensis.
- PAINLEVÉ, Paulus, Mathesis Professor Parisiensis, St. Pol. Ord. adscriptus.
- TOLDT, Carolus, Anatomiciæ Professor Vindobonensis.
- NIELSEN, Yngvar, Ethnographiæ Professor Christianiænsis, St. Pol. Ord. adscriptus.
- SALKOWSKI, Ernestus, Chemiæ medicinalis Professor Berolinensis.
- RICHET, Carolus, Physiologiæ Professor Parisiensis.
- FLAHAULT, Carolus, Botanices Professor Montepessulanus, St. Pol. Ord. adscriptus.
- LEYDEN, Ernestus de, Pathologiæ et Therapiæ Professor Berolinensis, Ord. St. Pol. Commendator.
- AUWERS, Arthurus, Astronomiæ Professor Berolinensis, Academiæ Scientiarum Reg. Borussicæ Secretarius.
- SCHWALBE, Gustavus Albertus, Anatomiciæ Professor Argentoratensis, Ord. St. Pol. Commendator.
- THANE, Georgius Dancer, Anatomiciæ Professor Londinensis.
- MEYER, Eduardus, Historiæ antiquæ Professor Berolinensis, St. Pol. Ord. adscriptus.
- LIPPMAN, Gabriel, Physices Professor Parisiensis.
- PLANCK, Maximilianus, Physices mathematicæ Professor Berolinensis.
- PAUL, Arminius, Linguae litterarumque Germanicarum Professor Monacensis.
- OSTWALD, Vilelmus, Chemiæ Professor Lipsiensis emeritus.
- CIAMICIAN, Iacobus, Chemiæ Professor Bononiensis.
-



# OFFICIA REGIÆ SOCIETATIS SCIENTIARUM UPSALIENSIS

SECRETARIUS

NICOLAUS CHRISTOPHORUS DUNÉR (V. supra)

ELECTUS A. 1901.

QUÆSTOR

CAROLUS GUSTAVUS LUNDQUIST (V. supra)

ELECTUS A. 1883.

BIBLIOTHECARIUS

IOANNES MARCUS HULTH

PHILOSOPHIÆ DOCTOR, AD BIBLIOTHECAM UNIV. UPSALIENSIS

VICE BIBLIOTHECARIUS,

CONSTITUTUS A. 1902.

---



## B. Socii Regiæ Societatis Scientiarum Upsaliensis

secundum disciplinas.

*Ordinariï Svecani:*

## I. In Classe

*Physico-Mathematica*

LUNDQUIST, C. G. . 1876.	HASSELBERG, C. B. 1890.	ÅNGSTRÖM, C. I. . . 1901.
HILDEBRANDSSON, H. 1876.	WIDMAN, O. . . . . 1890.	GRANQVIST, P. G. D. 1902.
FALK, M. . . . . 1878.	SJÖGREN, H. . . . . 1892.	WIMAN, A. . . . . 1903.
NYRÉN, M. . . . . 1885.	ROSÉN, P. G. . . . . 1897.	PETTERSSON, S. O. . 1904.
MITTAG-LEFFLER, G. 1886.	BÄCKLUND, A. V. . 1897.	KLASON, P. . . . . 1905.
BJÖRLING, C. F. E. 1888.	HÖGBOM, A. G. . . . 1898.	FREDHOLM, E. I. . . 1906.
DUNÉR, N. C. . . . 1888.	ARRHENIUS, S. A. . 1899.	

## II. In Classe

*Medica et Historiæ Naturalis*

FRIES, T. M. . . . . 1866.	THÉEL, J. H. . . . . 1889.	WIRÉN, A. . . . . 1901.
CLASON, E. C. H. . 1873.	WARFVINGE, F. V. 1899.	LÖNNBERG, A. I. E. 1902.
WITROCK, V. B. . 1877.	HENSCHEN, S. E. . 1892.	HAMMAR, I. A. H. . 1902.
HAMMARSTEN, O. . . 1878.	PETERSSON, O. V. . 1893.	GULLSTRAND, A. . . 1904.
RETZIUS, M. G. . . 1882.	LENNANDER, C. G. . 1894.	JUEL, H. . . . . 1906.
TULLBERG, T. . . . 1885.	ODENIUS, M. V. . . 1896.	
ARESCHOUG, F. V. CH. 1887.	LINROTH, C. M. . . 1899.	

## III. In Classe

*Historico-Archæologica*

STYFFE, C. G. . . . 1863.	HILDEBRAND, I. O. H. 1890.	NOREEN, A. G. . . . 1904.
MALMSTRÖM, C. G. . 1876.	DANIELSSON, O. A. 1896.	SCHÜCK, I. H. E. . 1905.
TEGNÉR, E. H. V. . 1876.	HJÄRNE, H. . . . . 1901.	
ANERSTEDT, C. . . 1884.	MONTELIUS, G. O. A. 1901.	

*Ordinarij Exteri:*

## I. In Classe

*Physico-Mathematica*

KELVIN, V. . . . .	1852.	GROTH, P. . . . .	1889.	KLEIN, F. . . . .	1901.
HUGGINS, V. . . . .	1875.	RAYLEIGH, I. V. . . . .	1891.	THOMSON, I. I. . . . .	1901.
NEWCOMB, S. . . . .	1877.	PICKERING, E. C. . . . .	1892.	LORENTZ, H. A. . . . .	1902.
SCHIAPARELLI, I. V. . . . .	1878.	FISCHER, E. . . . .	1892.	FROBENIUS, G. . . . .	1902.
MOHN, H. . . . .	1879.	LIEBERMANN, C. . . . .	1894.	HILBERT, D. . . . .	1903.
QUINCKE, G. . . . .	1879.	KOHLRAUSCH, F. . . . .	1894.	NEF, I. U. . . . .	1903.
BEYER, A. . . . .	1879.	SCHWARZ, H. A. . . . .	1895.	PAINLEVÉ, P. . . . .	1903.
HANN, I. . . . .	1881.	CROOKES, V. . . . .	1897.	AUWERS, A. . . . .	1905.
THOMSEN, I. . . . .	1881.	WEBER, H. . . . .	1898.	LIPPMANN, G. . . . .	1906.
POINCARÉ, I. H. . . . .	1885.	PICARD, A. . . . .	1898.	PLANCK, M. . . . .	1906.
MASCART, E. . . . .	1886.	CHRISTIANSEN, CHR. . . . .	1899.	OSTWALD, G. . . . .	1907.
BACKLUND, I. O. . . . .	1888.	LINDELÖF, L. L. . . . .	1900.	CIAMICIAN, I. . . . .	1907.
BRÖGGER, V. CH. . . . .	1889.	DARBOUX, G. . . . .	1900.		

## II. In Classe

*Medica et Historiæ Naturalis*

HOOKE, I. D. . . . .	1865.	BOUCHARD C. . . . .	1894.	LANG, A. . . . .	1901.
GÜNTHER, A. . . . .	1873.	PFEFFER, V. . . . .	1894.	KOSSEL, A. . . . .	1901.
RECHLINGHAUSEN, F. . . . .	1873.	KRONECKER, H. . . . .	1896.	AGASSIZ, A. . . . .	1902.
SARS, G. O. . . . .	1875.	ROUX, P. P. A. . . . .	1896.	PAVLOW, I. P. . . . .	1902.
LISTER, I. . . . .	1884.	FOSTER, M. . . . .	1896.	WALDEYER, W. . . . .	1902.
WIESNER, I. . . . .	1886.	WARMING, E. . . . .	1897.	TOLDT, C. . . . .	1903.
SCHWENDENER, S. . . . .	1888.	RUNEBERG, I. V. . . . .	1898.	SALKOWSKI, E. . . . .	1904.
ENGLER, A. . . . .	1889.	LEYDIG, F. . . . .	1898.	RICHE, E. . . . .	1904.
BORNET, E. . . . .	1891.	SCHULZE, FR. E. . . . .	1898.	FLAHAULT, C. . . . .	1905.
WALLACE, A. R. . . . .	1893.	AVEBURY, I. . . . .	1898.	v. LEYDEN, E. . . . .	1905.
TREUB, M. . . . .	1893.	VRIES, H. . . . .	1898.	SCHWALBE, G. . . . .	1905.
KOCH, R. . . . .	1894.	HANSEN, E. . . . .	1898.	THANE, G. D. . . . .	1906.
HJELT, O. E. A. . . . .	1894.	GOWERS, W. . . . .	1900.		
KOCHER, T. . . . .	1894.	TIGERSTEDT, R. A. A. . . . .	1901.		

## III. In Classe

*Historico-Archæologica*

ASCHEHOUG, T. H. . . . .	1879.	DAAE, L. . . . .	1893.	STEENSTRUP, I. . . . .	1902.
WIMMER, L. F. . . . .	1886.	DIETRICHSON, L.H.S. . . . .	1895.	SCHÆFER, T. . . . .	1902.
AMIRA, C. . . . .	1887.	BEAUCHET, L. . . . .	1895.	NIELSEN, Y. . . . .	1904.
DROYSEN, G. . . . .	1887.	HOLM, E. . . . .	1896.	MEYER, E. . . . .	1906.
DELISLE, L. . . . .	1889.	MECHELIN, L. H. S. . . . .	1898.	PAUL, A. . . . .	1906.
ESTLANDER, C. G. . . . .	1890.	BRUGMANN, C. . . . .	1899.		
THOMSEN, V. L. P. . . . .	1891.	SIEVERS, E. . . . .	1901.		







In **Australia:**

- Adelaide* . . . . R. Society of South Australia.  
*Sidney* . . . . . Linnean Society of New-South Wales.  
 » R. Society of New-South Wales.

In **Europa:**

- Aberdeen* . . . . . University Library.  
*Cambridge* . . . . . Observatory.  
 » Philosophical Society.  
*Dublin* . . . . . R. Irish Academy.  
*Edinburgh* . . . . . R. Observatory.  
 » Botanical Society.  
 » Geological Society.  
 » Mathematical Society.  
 » R. Physical Society.  
 » Royal Society.  
*Greenwich* . . . . . R. Observatory.  
*Kew* . . . . . R. Botanic Gardens.  
*Liverpool* . . . . . Biological Society.  
*London* . . . . . British Association for the Advancement of Sciences.  
 » Mathematical Association.  
 » R. Institution of Great Britain.  
 » British Museum (Natural History).  
 » R. Astronomical Society.  
 » Linnean Society.  
 » London Mathematical Society.  
 » R. Microscopical Society.  
 » Physical Society of London.  
 » Royal Society.  
 » Zoological Society.  
*Manchester* . . . . . Manchester Literary and Philosophical Society.  
*Plymouth* . . . . . Marine Biological Association of the United Kingdom.
- 
- Amsterdam* . . . . . Kon. Akademie van Wetenschappen.  
 » Kon. Zoologisch Genootschap (Natura Artis Magistra).  
*Delft* . . . . . Académie Polytechnique.

- Harlem* . . . . . Musée Teyler.  
 » Société Hollandaise des Sciences.  
*Leiden* . . . . . Rijksmuseum van Natuurlijke Historie.  
*Utrecht* . . . . . Physiologisch Laboratorium.
- 
- Bruzelles* . . . . . Académie R. des Sciences, des Lettres et des Arts.  
 » Observatoire Royal.  
 » Société R. de Botanique.  
 » Société Entomologique de Belgique.  
 » Société R. Zoologique et Malacologique de Belgique.  
*Liège* . . . . . Société R. des Sciences.  
*Luxembourg* . . . . . Institut Grand-Ducal de Luxembourg.
- 
- Amiens* . . . . . Académie des Sciences, des Lettres et des Arts.  
 » Société Linnéenne du Nord de la France.  
*Bordeaux* . . . . . Société des Sciences physiques et naturelles.  
*Caën* . . . . . Société Linnéenne de Normandie.  
*Cherbourg* . . . . . Société nationale des Sciences naturelles.  
*Dijon* . . . . . Académie des Sciences, Arts et Belles-Lettres.  
*Lyon* . . . . . Académie des Sciences, Belles-Lettres et Arts.  
 » Société d'Agriculture, Sciences et Industrie.  
 » Société Linnéenne.  
*Marseille* . . . . . Faculté des Sciences.  
*Montpellier* . . . . . Académie des Sciences et Lettres.  
*Nancy* . . . . . Société des Sciences naturelles.  
*Paris* . . . . . Académie des Sciences.  
 » Bibliothèque Sainte Geneviève  
 » École Polytechnique.  
 » Musée Guimet.

- Paris* . . . . . Muséum d'Histoire Naturelle.  
Observatoire Astronomique.  
» Société Mathématique de  
France.  
» Société Française de Physique.
- Bern* . . . . . Bernische Naturforschende  
Gesellschaft.  
» Allgemeine schweizerische Ge-  
sellschaft für die gesamm-  
ten Naturwissenschaften.
- Genève* . . . . . Société de Physique et d'Hi-  
stoire naturelle.
- Lausanne* . . . . . Société Vaudoise des Sciences  
naturelles.
- Zürich* . . . . . Naturforschende Gesellschaft.
- Barcelona* . . . . . Real Academia de Ciencias  
y Artes.
- Bologna* . . . . . R. Accademia delle Scienze.
- Genova* . . . . . Museo civico di Storia Na-  
turale.  
» Musei di zoologia e anatomia  
comparata della R. Uni-  
versità.
- Messina* . . . . . Accademia Peloritana.
- Milano* . . . . . Reale Istituto Lombardo di  
Scienze e Lettere.
- Modena* . . . . . R. Accademia di Scienze,  
Lettere ed Arti.
- Napoli* . . . . . R. Accademia delle Scienze.  
» Museo zoologico della R. Uni-  
versità.
- Palermo* . . . . . Circolo Matematico.  
Società di Scienze Naturali  
ed Economiche.
- Pisa* . . . . . R. Scuola normale superiore.  
» Società Toscana di Scienze  
Naturali.
- Roma* . . . . . R. Accademia dei Lincei.
- Torino* . . . . . R. Accademia delle Scienze.  
» Museo di zoologia ed ana-  
tomia comparata della R.  
Università.
- Helsingfors* . . . . . Finska Vetenskaps-Societeten.  
» Societas Pro Fauna et Flora  
Fennica.
- Jurjew* (= Dorpat) Meteorologisches Observato-  
rium.  
» Naturforscher-Gesellschaft.  
» Observatoire Impérial.
- Kiew* . . . . . Université Imp. de St. Wla-  
dimir.
- Moscou* . . . . . Société Imp. des Naturalistes.
- Pulkowa* . . . . . Observatoire Impérial.
- St Pétersbourg* . . . . . Académie Imp. des Sciences.  
» K. Botanischer Garten.  
» Observatoire physique central  
Nicolas de Russie.
- Berlin* . . . . . K. Preuss. Akademie der  
Wissenschaften.  
» Gesellschaft naturforschender  
Freunde.  
» Physikalische Gesellschaft.  
» K. Zoologisches Museum.  
» Physikalisch-technische  
Reichsanstalt.
- Braunschweig* . . . . . Verein für Naturwissenschaft.
- Bremen* . . . . . Naturwissenschaftlicher Verein.
- Breslau* . . . . . Schlesische Gesellschaft für  
vaterländische Cultur.
- Brünn* . . . . . Naturforschender Verein.
- Buda-Pest* . . . . . Kir. Magy. Termeszettudo-  
mányí Tarsulat.
- Cracovie* . . . . . Académie des Sciences.
- Dürkheim* . . . . . Naturwissenschaftlicher Verein  
» Pollichia».
- Frankfurt am Main*. Senckenbergische natur-  
forschende Gesellschaft.
- Frankfurt an der Oder*. Naturwissenschaftlicher  
Verein.
- Giessen* . . . . . Oberhessische Gesellschaft für  
Natur- und Heilkunde.
- Greifswald* . . . . . Naturwissenschaftlicher Verein  
von Neu-Vorpommern und  
Rügen.
- Göttingen* . . . . . K. Gesellschaft der Wissen-  
schaften.

<i>Halle</i> . . . . .	K. Leopold. Carol. Academie der Naturforscher.	<i>Wien</i> . . . . .	K. k. Gradmessungsbureau.
»	Naturforschende Gesellschaft.	»	K. k. Naturhistorisches Hof- museum.
<i>Hamburg</i> . . . . .	Mathematische Gesellschaft.	»	K. k. Geologische Reichs- anstalt.
■	Verein für Naturwissenschaft- liche Unterhaltung.	»	K. k. Sternwarte.
<i>Hannover</i> . . . . .	Provincial-Museum.	»	Verein zur Verbreitung na- turwissenschaftlicher Kent- nisse.
<i>Heidelberg</i> . . . . .	Naturhistorisch-medicinischer Verein.	■	Redaktion der Monatshefte für Mathematik und Physik.
<i>Innsbruck</i> . . . . .	Naturwissenschaftlich-medizi- nischer Verein.	<i>Wiesbaden</i> . . . . .	Verein für Naturkunde in Nassau.
<i>Jena</i> . . . . .	Medicinish-naturwissenschaft- liche Gesellschaft.		
<i>Kassel</i> . . . . .	Verein für Naturkunde.	<i>Kjöbenhavn</i> . . . . .	Carlsberg Laboratoriet.
<i>Kiel</i> . . . . .	Naturwissenschaftlicher Verein.	■	K. Danske Videnskabernes Selskab.
<i>Königsberg</i> . . . . .	K. Physikalisch-ökonomische Gesellschaft.	»	K. Nordiske Oldskrift-Selskab.
<i>Leipzig</i> . . . . .	Fürstlich Jablonowski'sche Gesellschaft.	»	Naturhistorisk Forening.
»	K. Sächsische Gesellschaft der Wissenschaften.	»	Universitets Bibliotheket.
<i>Magdeburg</i> . . . . .	Museum für Natur- und Heimatkunde.	<i>Bergen</i> . . . . .	Museum.
<i>München</i> . . . . .	K. Bayerische Akademie der Wissenschaften.	»	Meteorologisk Station.
■	Hof- u. Staats-Bibliothek.	<i>Christiania</i> . . . . .	Universitets-Bibliotheket.
<i>Osnabrück</i> . . . . .	Naturwissenschaftlicher Verein.	■	Observatorium.
<i>Prag</i> . . . . .	K. Böhmisches Gesellschaft der Wissenschaften.	»	Videnskabs-Selskabet.
<i>Presburg</i> . . . . .	Verein für Naturkunde.	<i>Tromsö</i> . . . . .	Museum.
<i>Regensburg</i> . . . . .	K. Bayerische botanische Ge- sellschaft.	<i>Trondhjem</i> . . . . .	K. Norske Videnskabers Sel- skab.
<i>Stuttgart</i> . . . . .	Verein für vaterländische Na- turkunde in Württemberg.	<i>Göteborg</i> . . . . .	K. Vetenskaps- och Vitter- hets-Samhället.
<i>Ulm</i> . . . . .	Verein für Kunst und Alter- thum.	<i>Lund</i> . . . . .	K. Fysiografiska Sällskapet.
<i>Wien</i> . . . . .	K. k. Akademie der Wissen- schaften.	<i>Stockholm</i> . . . . .	K. Svenska Vetenskaps-Aka- demien.
»	K. k. zoologisch-botanische Gesellschaft.	■	K. Vitterhets-, Historie- och Antiqvitets-Akademien.
		»	Sveriges geologiska undersök- ning.

Upsaliæ, die 31 mensis Augusti anni MCMVII.





NOVA ACTA REGLE SOCIETATIS SCIENTIARUM UPSALIENSIS.  
SER. IV. VOL. I. N. 1.

ZUR KENNTNIS DER ALPINEN FLORA  
IM NÖRDLICHEN ARGENTINIEN.

VON

ROB. E. FRIES.

(MITGETEILT DER KÖNIGL. GESELLSCHAFT DER WISSENSCHAFTEN ZU UPSALA AM 7 OKT. 1904)

UPSALA 1905  
AKADEMISCHE BUCHDRUCKEREI  
EDV. BERLING.



## Übersicht des Inhalts.

	Seite.
Einleitung . . . . .	1
Kap. I. Geschichtliche Übersicht . . . . .	4
» II. Terrain- und Klimaverhältnisse . . . . .	7
» III. Die Pflanzenformationen . . . . .	15
» IV. Phänologische Beobachtungen . . . . .	59
» V. Pflanzengeographische Übersicht . . . . .	62
» VI. Innerhalb des Gebietes vorkommende Phanerogamen und Gefässkryptogamen . . . . .	74
Verzeichnis der wichtigsten Litteratur . . . . .	191
Register . . . . .	197
Erklärung der Tafeln . . . . .	204

---



## EINLEITUNG.

Die hier vorliegende Arbeit ist durch eine Reise veranlasst worden, welche ich als Botaniker und Teilnehmer an der Schwedischen Chaco-Cordilleren-Expedition 1901—02 nach der Hochebene gemacht habe, die in den nordargentinischen Anden liegt und welche in der dortigen Gegend den Namen Puna führt. Dieselbe bildet einen Teil der grossen Hochebene, welche vom Titicaca-Becken im Norden ausgehend sich durch Bolivia hindurch nach Süden ausbreitet hinein nach Nord-Argentinien und Nord-Chile, und welche durch Gebirgsketten, höhere oder niedrigere, in mehrere abgeschlossene Becken geteilt wird, die sich durch Mangel an Wasserablauf auszeichnen. Eins von diesen ist das Gebiet, in welchem ich Gelegenheit zu reisen hatte; es ist dies eine lange, schmale, von Norden nach Süden sich hinziehende, zusammenhängende Hochebene. Ihre nordwestliche Ecke wird jedoch von einer Gebirgskette, der Sierra de Cochinoqa, abgegrenzt und bildet dadurch eigentlich ein kleines, abgeschlossenes Wassersystem für sich. Obwohl ich diesen Teil nicht selbst besucht habe, habe ich ihn doch in die folgende Beschreibung mit aufgenommen, da mir von dort her eine reichhaltige, besonders wertvolle und bisher nicht bearbeitete Pflanzensammlung zur Verfügung gestanden hat.

Das Gebiet liegt grösstenteils in der Provinz Jujuy; nur der südlichste Teil davon gehört zur Provinz Salta, und der westliche Randstrich bildet einen Teil des Atacama-Territoriums (Gobernacion de los Andes). Dasselbe hat eine Länge von ungefähr 280 km; es erstreckt sich ungefähr von 24<sup>o</sup>25' bis 22<sup>o</sup> s. Br.; seine Breite dagegen ist geringer und wechselt zwischen 60 und 100 km. Durch den 4800 m hohen Gebirgspass Abra de Acay von dem südlich davon liegenden Gebiete getrennt, erstreckt sich die Hochebene in beinahe nördlicher

Richtung bis hinauf an die bolivianische Grenze; nicht weit davon wird dieselbe im Norden durch niedrige, als Wasserscheide jedoch wirksame Höhenzüge gegenüber dem bolivianischen Hochplateau abgegrenzt. Die Grenze im Osten wird von unregelmässigen, teilweise sehr hohen Gebirgsketten gebildet, deren Lage klar wird, wenn man auf der Karte die Abra de Cortaderas, Abra de la Cruz, Abra de Tres Cruces, Sierra del Aguilar, Abra de Lipan, Abra del Angosto, Nevado de Chañi, Abra del Palomar sowie Nevado del Acay mit einander verbindet. Die westliche Wasserscheide wird von einer unregelmässigen Linie von Queñoal, Sierra de San José, Cerro Cabalonga, Cerro Tocal, Cerro Hornillos, Cerro Morado bis hinab nach Abra Colorada gebildet.

Es kann bei nur flüchtigem Überblick erscheinen, als ob die Grenzen für das Gebiet sehr willkürlich gewählt worden seien, und als ob eine Zusammenstellung der daselbst vorkommenden Arten nebst Untersuchung ihrer Verteilung daher von geringem Interesse wäre. Ich habe indessen geglaubt, es sei am besten, das Gebiet so zu begrenzen, wie es hier oben geschehen ist, um die Flora in einem geographisch gut begrenzten Gebiete zu untersuchen, und nicht, wie man gewöhnlich tut, politische Grenzen zu wählen, wodurch die Zusammensetzung der Vegetation mehr heterogen wird. Der ausgezeichnete Kenner der Geographie Argentiniens, besonders derjenigen der Cordilleren, Dr. L. BRACKEBUSCH (V), hat auch das ablauflose Gebiet der Anden als eine der vier Hauptabteilungen hingestellt, in welche er Nordargentinien einteilt.

Die Bearbeitung der Sammlungen, welche ich auf meiner Reise zusammengebracht habe, ist teils in der botanischen Abteilung des Reichsmuseums in Stockholm ausgeführt worden, teils in dem Botanischen Institut in Upsala. Bei der Bestimmung der Arten sind hauptsächlich die an diesen Orten befindlichen Sammlungen benutzt worden; ausserdem habe ich auch Gelegenheit gehabt folgende botanische Museen zu besuchen und zu benutzen, nämlich in Berlin und in London (British Museum und das Herbarium zu Kew), ebenso auch ein wenig das in Córdoba (Argentinien) befindliche. Durch die Güte des Prof. Dr. A. PETER habe ich auch einige der in Göttingen aufbewahrten Grisebach'schen Originallexemplare untersuchen können. Die Bestimmungen sind von mir selbst, ausgenommen ein paar Familien, vorgenommen worden; bei den Rubiaceen hat mir Herr Prof. Dr. K. SCHUMANN gütigst geholfen, ebenso auch die Herren Doctoren U. DAMMER bei den Solanaceen, TH. LOESENER bei den Labiäten und G. MALME bei

den Asclepiadeen; ferner Herr Professor E. HACKEL bei einigen Gräsern und Herr Apotheker J. BAAGØE bei den *Potamogeton*-Arten.

Allen diesen Herren spreche ich hierfür meinen besten Dank aus. Auch benütze ich die Gelegenheit hier allen anderen zu danken, die in der einen oder anderen Weise diese Arbeit gefördert haben. Besonders möchte ich Herrn Professor V. B. WITTRÖCK und meine Lehrer, die Herren Professoren F. KJELLMAN und A. N. LUNDSTRÖM nennen, die stets meiner Arbeit mit Interesse gefolgt und sie auf manche Weise unterstützt haben.

Den Herren Geheimeräten Prof. A. ENGLER und I. URBAN, den Herren Professoren W. B. HEMSLEY und FR. KURTZ und dem Herrn Doctor G. MALME ist es mir auch eine angenehme Pflicht meinen aufrichtigen und ergebensten Dank darzubringen. Und endlich möchte ich auch meinen Kameraden auf der Reise, den Herren Baron E. NORDENSKIÖLD, Graf E. VON ROSEN und G. VON HOFSTEN, für ihre mir stets bewiesene, grosse Hilfsbereitschaft und gute Kameradschaft bestens danken.



## Kap. I. Geschichtliche Übersicht.

Bisher sind innerhalb des hier in Frage kommenden Gebietes, wie es in der Einleitung begrenzt wurde, nur wenige botanische Untersuchungen vorgenommen worden. Die ersten waren die von P. G. LORENTZ und G. HIERONYMUS vom Jahre 1873. Von Jujuy kommend nahmen sie ihren Weg durch Quebrada de Humahuaca hinauf und passierten Cangrejillos und Yavi auf dem Wege nach Tarija. Sie berührten also nur einen Zipfel des Gebietes, den nordöstlichen Teil, doch werden die Sammlungen, welche sie dort und hauptsächlich im nahe liegenden Cordilleren-Gebiete gemacht haben, für alle Zeit die Grundlage bilden für unsere Kenntnis der Flora dieser Gegend. Sie wurden von GRISEBACH bearbeitet und veröffentlicht in seiner Arbeit: *Symbolæ ad floram argentinam*, eine Arbeit, die man jedoch nur mit grosser Vorsicht benutzen darf, weil in derselben an mehreren Stellen fehlerhafte Bestimmungen sich finden<sup>1</sup>. Die auf dieser Reise gemachten Beobachtungen liegen auch teilweise der Schilderung der argentinischen Vegetation zu Grunde, welche LORENTZ 1876 veröffentlicht hat (in R. NAPP, Die argentinische Republik).

Im Jahre 1897 wurde das Gebiet auch von Prof. Dr. C. SPEGAZZINI besucht, welcher indessen von dort nicht mehr als einige Fundorte und ein paar Artenbeschreibungen publiziert hat. Sehr wichtig sind die Sammlungen, welche Herr FR. CLAREN aus Córdoba zu Ende des Jahres 1900 und Anfang 1901 auf einer Reise zusammengebracht hat, als Begleiter des Professors Dr. G. BODENBENDER, der die Puna de Jujuy für geologische Studien besuchte. Sie reisten von Jujuy

---

<sup>1</sup> GRISEBACH führte diese Arbeit in seinen letzten Lebensjahren aus, als sein Sehvermögen schon geschwächt war, und es sind daher verschiedene Irrtümer mit unterlaufen. Eine Revision seiner Arbeit ist notwendig, und einige Irrtümer sind schon berichtigt worden von HIERONYMUS (*Vernoniæ* und *Eupatoriæ*; *Pteridophyta*), PAX (*Amaryllidaceæ*, *Caryophyllaceæ*), MEZ (*Bromeliaceæ*), URBAN et GILG (*Loasaceæ*) u. a. Einige Berichtigungen werden unten in dem systematischen Teile geliefert.

durch die Quebrada de Humahuaca über Azul Pampa, Cochinoca und Rinconada hinauf nach S:a Catalina an der bolivianischen Grenze; für die Rückreise wurde derselbe Weg gewählt. Durch die Güte des Herrn Professor Dr. FR. KURTZ bin ich in den Stand gesetzt worden die von CLAREN zusammengebrachte Sammlung getrockneter Pflanzen zu benutzen, welche daher auch eine Hauptquelle für die folgende Erörterung, besonders für den systematischen Teil derselben, geworden ist.

Fügen wir hinzu die auch für die Kenntnis der Vegetation bedeutsamen, hauptsächlich geographischen und geologischen Untersuchungen, welche Professor Dr. L. BRACKEBUSCH (II, III, IV Taf. 14) auf zwei Reisen im Jahre 1881 und 1883 innerhalb des Gebietes angestellt hat, so ist dies alles, was in botanischer Hinsicht innerhalb dieses grossen Gebietes vor meinem Besuch dort getan worden ist.

Zwecks genauerer Orientierung und auch um auf die Orte hinzuweisen, an denen die Arbeiten hauptsächlich ausgeführt worden sind, wird in folgendem eine kurze Übersicht über den Gang meiner Reise gegeben, wobei auf die Karte am Ende der Arbeit zu verweisen ist. Am 6. Oktober 1901 verliess unsere Expedition Salta, die Hauptstadt der Provinz gleichen Namens. Der Weg wurde durch die Quebrada del Toro gewählt via Rio Blanco, Chorillos, Gulgata, Tambo und Toro, von da aus über die Abra del Palomar nach Moreno, wohin wir nach einigen kurzen Aufenthalten unterwegs am 15. desselben Monats ankamen. Dieser kleine Ort, 3480 m über dem Meere gelegen, wurde zur Hauptstation gewählt; dort hielten wir uns ein paar Monate auf, und aus der Umgegend dort stammen die meisten Beobachtungen und der grösste Teil der Sammlungen. Diese wurden jedoch durch längere und kürzere Exkursionen vervollständigt, von welchen zu nennen sind:

19.—21. Okt. nach der Laguna colorada;

25. Okt.—8. Nov. nach San Antonio de los Cobres, sowie von dort aus westwärts nach Chorillos und Incachuli auf der Grenze des Atacama-Territoriums, sowie südwärts nach der Cuesta del Acay;

19.—20. Nov. nach Huancar am Südennde der Salinas grandes;

28.—30. Nov. nach dem Nevado de Chañi, wobei eine Besteigung dieses Berges vorgenommen wurde.

Am 26. Dezember brachen wir dann auf vom Lager in Moreno, durchkreuzten die Puna nordwärts, kamen durch die Orte Alfarsito, Casabindo, Miraflores, Abrapampa und Cangrejillos, so dass wir am Sylvesterabend Yavi erreichten. In dichter Nähe hiervon liegt die Grenze

von Bolivia, welche wir am 5. Jan. überschritten, um von da aus einen Weg in nordwestlicher Richtung nach dem Tarija-Tale einzuschlagen.

Im Zusammenhange hiermit seien noch in grösster Kürze die wichtigsten botanischen Untersuchungen erwähnt, welche in nabeliegenden Gegenden in den argentinischen, chilenischen und bolivianischen Cordilleren vorgenommen worden sind. Von grosser botanischer Bedeutung sind die Reisen von F. J. F. MEYEN, von TSCHUDI und von ALCIDE D'ORBIGNY in Bolivia und Peru. Botanisch wichtiger sind jedoch die Reisen und Forschungen WEDDELL's in Bolivia bis zur Stadt Tarija, welche für seine ausserordentlich wertvolle, leider nicht vollendete *Chloris andina* den Anstoss gaben und teilweise dafür grundlegend waren. Die nördlichsten Teile von Chile sind Gegenstand von mehr oder weniger eingehenden Studien verschiedener Forscher gewesen. Dort reisten schon MEYEN im Jahre 1831 und CHARLES DARWIN 1835. Die wichtigste botanische Forschungsreise hier wurde jedoch von R. A. PHILIPPI 1853—54 vorgenommen; derselbe schildert die daselbst vorkommende Vegetation in seiner Reisebeschreibung: *Viaje al Desierto de Atacama, hecho de orden del Gobierno de Chile en el verano de 1853—54*, Halle in Sajonia 1860<sup>1</sup>, sowie in der als Anhang hierzu herausgegebenen *Florula atacamensis*. Von Catamarca in Argentinien kommend bereiste auch TSCHUDI im Jahre 1858 dasselbe Gebiet, ebenso FR. PHILIPPI 1885, wobei auch die allernördlichste Provinz Chiles, Tarapacá, besucht wurde. Die botanischen Resultate dieser letztgenannten Reise sind von dem älteren PHILIPPI in einer 1891 erschienenen Arbeit bearbeitet und herausgegeben worden: Verzeichniss der von Friedrich Philippi auf der Hochebene der Provinzen Antofagasta und Tarapacá gesammelten Pflanzen. Das nördlich von Atacama vom Meere bis hinauf zur Wasserscheide der Cordilleren liegende Gebiet zwischen den Flüssen Camarones und Vitor wurde im Jahre 1897—98 in naturhistorischer und ethnographischer Beziehung von Dr. R. PÖHLMANN untersucht; die von dort eingeheimsten botanischen Sammlungen wurden dann von Dr. K. REICHE bearbeitet. Ohne weiter auf die zahlreichen botanischen Reisen und Arbeiten einzugehen, welche in den weiter südwärts liegenden argentinischen Cordilleren-Provinzen (Tucuman, Catamarca, Rioja, San Juan und Mendoza u. s. w.) ausgeführt worden sind, will ich nur einige der bedeutendsten Forscher auf

<sup>1</sup> Ins Deutsche übersetzt unter dem Titel: *Reise durch die Wüste Atacama auf Befehl der chilenischen Regierung im Sommer 1853—54*. Halle 1860.

dem Gebiete der Botanik dieser Gegend nennen, nämlich ECHEGARAY, GILLIES, HIERONYMUS, KURTZ, LORENTZ, NIEDERLEIN, R. A. PHILIPPI, SCHICKENDANTZ, SPEGAZZINI u. a.

Zahlreiche Forscher haben die Flora der Andengebiete studiert, welche noch weiter entfernt liegen von denjenigen, deren Vegetation im folgenden behandelt werden soll. Von verschiedenen sind wichtige Beiträge und Aufschlüsse erhalten worden. Ohne weiter hierauf einzugehen, seien nur die Namen HUMBOLDT und BONPLAND, RUIZ und PAVON, BALL, SACHS, REICHE, DUSÉN u. a. genannt. Vgl. hierzu auch das Litteraturverzeichnis.

---

## Kap. II. Terrain- und Klimaverhältnisse.

Das hier in Frage kommende Gebiet liegt grösstenteils ungefähr 3500 m über dem Meere, die begrenzenden Gebirgsketten sind oft von einer ansehnlichen Höhe. Die Ebene selbst besteht aus einer fast völlig gleichmässigen Sandfläche, aus feinem Sand ohne Steine gebildet, und oft ohne die geringste Unterbrechung, ohne die geringste Erhöhung oder Vertiefung meilenweit. Hier und da liegt wohl ein Bergücken oder erhebt sich ein Hügel, oder es wird auch die Einförmigkeit durch eine tief einschneidende Bachfurche unterbrochen; doch kommen derartige Unterbrechungen nicht oft vor. Rings herum wird die Ebene von Gebirgsketten eingehegt, die eine mehr oder weniger ansehnliche Höhe erreichen und hier und da von gewaltigen Bergspitzen gekrönt werden. Die höchsten derselben sind der Nevado de Chañi mit 6100 m, sowie der Nevado del Acay am Süden des Gebietes, dessen Höhe auf 6300 m<sup>1</sup> angegeben wird. Beide sind auf ihrer höchsten Höhe mit ewigem Schnee bedeckt; wenigstens der erstgenannte

---

<sup>1</sup> Diese wie auch die meisten im folgenden angeführten Höhenzahlen sind (der auf die letzten Messungen gegründeten, von Ingenieur F. LAVENÁS im Jahre 1900 herausgegebenen Karte über Nord-Argentinien entnommen. Dass der Nevado del Acay höher sein soll als der Nevado de Chañi, scheint mir jedoch einigermaßen unsicher zu sein; wenigstens hörte ich Indianer in dieser Gegend sagen, dass beim Aufgang der Sonne die Strahlen derselben den Gipfel des letzteren eine Weile früher bescheinen, als den des ersteren.

Berg, den ich bestiegen habe, hat keinen Gletscher. Die Schneegrenze dieses Gebietes liegt wegen der grossen Trockenheit der Luft sehr hoch. Auf dem Nevado de Chañi lag dieselbe in einer Höhe von 5800—5900 m.

Die Bergketten werden nach BRACKEBUSCH (I) hauptsächlich von Granit, Trachyt und Quarziten gebildet. Sie haben im allgemeinen abgerundete Formen; steile Abhänge sind selten, wenn sie auch nicht ganz fehlen. In Folge dessen kommen schattige Plätze selten vor und fehlen Schattenpflanzen fast vollständig. Die Bergabhänge sind da, wo nicht das Gestein selbst zu Tage liegt, im allgemeinen von grösseren oder kleineren Steinen und von Kies bedeckt, manchmal sind jedoch die Abhänge auch mit Sand überdeckt, ebenso wie die Ebene.

An manchen Stellen kommen grössere oder kleinere, bisweilen über mehrere tausend Quadratmeter hin sich erstreckende Flugsandfelder vor; daselbst hat sich an geschützten Plätzen der feinste, am leichtesten bewegliche Sand in Dünen angehäuft.

Ein das Gebiet auszeichnender Umstand ist das reiche Vorkommen von Salzen daselbst. Aus den Bergen und aus dem Sande der Hochebene werden diese (besonders Kochsalz) von dem Regenwasser ausgelaugt, von den Bächen in die Mitte der Hochebene niedergeführt und dort angehäuft<sup>1</sup>. Das Wasser der Bäche ist darum fast immer etwas salzhaltig. Wenn auch im allgemeinen vollständig geniessbar, so setzt dasselbe doch sehr oft an den Rändern der Bäche beim Verdunsten eine kleine Salzkruste ab; andere Bäche dagegen haben so salzreiches Wasser, dass dasselbe zu Trinkwasser unverwendbar ist. Inmitten der Hochebene haben sich nach und nach unerhörte Mengen von diesen Salzen angesammelt und bilden da eine über mehrere Quadratmeilen sich erstreckende, mächtige, weisse Salzkruste, die Salinas grandes, von gleichem Aussehen wie ein zugefrorener See, der mit Reif bedeckt ist. Nach regenreichen Perioden stellt die Saline teilweise einen seichten, mit Salz gesättigten See dar. Die sandigen Ufer derselben sind auch auf weite Strecken hin mit Salz so inkrustiert, dass sie den Eindruck erwecken, als ob sie gefroren wären, und unter den Füßen knistern. Seit langer Zeit schon ist auch das Salz einer der wichtigsten Exportartikel der Gegend, so auch jetzt die Mengen Borax, welche in Form von abgerundeten Klössen, kartoffelgross oder grösser, aus-

<sup>1</sup> Betreffs der Bildung der Salinen siehe BRACKEBUSCH II pag. 239.

krystallisiert unter der Oberfläche an den Ufern der Saline zu finden sind.

Humusbildung giebt es in diesem Gebiete nicht, ausgenommen an feuchten Stellen mit dichter Vegetation, wo eine unbedeutende Torfbildung vorkommt.

Damit man sich eine Vorstellung vom Klima machen kann, mögen zum Schlusse noch folgende Data angeführt werden, welche nach den leider sehr unvollständigen meteorologischen Beobachtungen innerhalb des Gebietes, die bis jetzt zugänglich waren, zusammengestellt worden sind. Mehr zusammenhängend liegen solche nur von Cochinoqa vor, einem Orte, der im nordwestlichen Teile des Gebietes liegt und zwar in einer Höhe von 3732 m über dem Meere. Dieselben wurden vom Presbítero D. GERÓNIMO LAVAGNA in einem Teile der Jahre 1881 und 1882 ausgeführt und in den Anales de la Oficina Meteorológica Argentina, Tomo VIII veröffentlicht. Leider erstrecken sich dieselben nicht über ein ganzes Jahr (sie reichen nur vom 1. Juni 1881 bis zum 9. April 1882), weshalb man unter keinen Umständen weitgehende Schlussfolgerungen daran anknüpfen darf. Da dieselben jedoch die extremen Perioden innerhalb des Klimas im Jahre umfassen, so dürften sie für unsern Zweck mit Vorteil angewandt werden können; sie geben wenigstens ein ungefährrichtiges Bild vom Klima innerhalb des Gebietes. Als Quellenschriften für die folgenden Beschreibungen sind ferner, ausser den soeben erwähnten Beobachtungen, zwei Arbeiten von GUALTERIO G. DAVIS benutzt worden: »Ligeros apuntes sobre el clima de la República Argentina 1889» und »Clima de la República Argentina compilado de las observaciones efectuadas hasta el año 1900».

*Lufttemperatur.* DAVIS gibt (in der letzten der genannten Arbeiten, Lámina IV) an, dass das Puna-Gebiet zwischen den Isothermen 16° und 17° liegt. Die Beobachtungen, welche LAVAGNA bei Cochinoqa anstellte, ergeben jedoch eine nicht so hohe Zahl für diesen Platz, welcher doch recht typisch für die Puna sein dürfte. Die Resultate seiner Serien ergeben beim Zusammenrechnen folgende Mittelzahlen (nach An. de la Oficina Met. Arg. Tomo VIII pag. 562);

Januar . . . . .	15,65 <sup>0</sup>	Juli . . . . .	6,77
Februar . . . . .	15,53	August . . . . .	8,03
März . . . . .	14,13	September . . . . .	12,67
April . . . . .	—	Oktober . . . . .	15,35
Mai . . . . .	—	November . . . . .	16,64
Juni . . . . .	8,37	Dezember . . . . .	14,31

Die kälteste Periode kommt demnach auf die Monate Juni—August (der Winter), während die Temperatur gegen das Jahresende steigt, um am Neujahr wieder zu sinken<sup>1</sup>.

Um die Schwankungen der Temperatur während des Tages darzutun, führe ich hier einige Beobachtungen an, welche ich während zweier Wochen bei Moreno (3480 m Höhe über dem Meere) anstellte.

Temperatur C.				Temperatur C.			
Tag	Temperatur C.			Tag	Temperatur C.		
1901 Dez.	8 Uhr Vm.	1 Uhr Nm.	7 Uhr Nm.	1901 Dez.	8 Uhr Vm.	1 Uhr Nm.	7 Uhr Nm.
7	12,8	20,2	12,8	14	12,4	19,4	8,7
8	11,6	19,1	10,4	15	10,2	15,4	10
9	10,2	19,8	10,4	16	9	15,8	5,4
10	11,6	19,6	12,2	17	9,2	16,3	11
11	12,2	7 <sup>2</sup>	10,4	18	10	21	11,2
12	10,4	21	13	19	12	21,2	10,2
13	10	19,5	10	20	10,9	20,8	10,6
				Mittelzahl	10,9	18,3	10,45

Während der Nacht sinkt die Temperatur erheblich, sehr oft sogar bis unter den Gefrierpunkt. Dies geschieht insbesondere während der Wintermonate sehr häufig; aber auch zu jener heissesten Jahreszeit, wo ich mich dort aufhielt, waren die Gewässer früh morgens wiederholt von bis ein oder zwei Centimeter dickem Eise überzogen, wenschon dieses bereits kurz nach Sonnenaufgang wegschmolz. TSCHUDI berichtet (I pag. 68), dass er zwischen Puntas negras und Agua caliente, etwas südlich vom hier besprochenen Gebiete, einen Nachtfrost von 14<sup>0</sup> C. beobachtete, und BRACKEBUSCH (III pag. 73) war in einer

<sup>1</sup> Des Vergleichs halber möge hier die Durchschnittstemperatur bei Upsala angeführt werden:

Januar . . . . .	- 4,5	Juli . . . . .	+ 16,4
Februar . . . . .	- 5,0	August . . . . .	+ 15,1
März . . . . .	- 2,6	September . . . . .	+ 10,6
April . . . . .	+ 2,7	Oktober . . . . .	+ 5,1
Mai . . . . .	+ 8,7	November . . . . .	+ 0,1
Juni . . . . .	+ 14,3	Dezember . . . . .	- 3,1.

<sup>2</sup> Die Depression ist auf einen kurzen, heftigen Hagelschauer, welcher Mittags über die Gegend zog, zurückzuführen.



Nacht in den Gebirgen bei Portillo de los Helados (c:a 4000 m Höhe über dem Meere) in der Provinz Rioja sogar einer Kälte von  $-20^{\circ}$  C. ausgesetzt. Diese häufigen Nachtfröste sind selbstredend von ausserordentlicher Bedeutung für die Vegetation.

Die hier vorgeführten Daten beziehen sich insgesamt auf die Puna-Ebene. Anders liegt natürlich die Sache auf den sie umgrenzenden hohen Gebirgskämmen und Bergspitzen. Die Temperatur ist dort niedriger und die Fröste häufiger; mehrmals gewahrte ich, dass die um Moreno liegenden Berge früh morgens von Schnee bedeckt waren, der bis gegen Mittag liegen blieb. Sogar im November und Dezember erstreckte sich gelegentlich das Schneekleid abwärts die Abhänge entlang bis fast zur Moreno-Ebene hinab.

Der atmosphärische *Niederschlag* ist innerhalb des Gebietes gering. DAVIS (IV Lámina XX) giebt an, die Puna liege zwischen den Grenzen von 200 und 400 mm jährlichen Niederschlages; westwärts sinkt die Ziffer sogar unter 200. Eine Zusammenfassung der allerdings unvollständigen Observationen LAVAGNA's liefert ein gutes Bild der Regenmenge und Regenverteilung innerhalb der Puna, weshalb sie hier mitgeteilt wird (DAVIS, III pag. 565)<sup>1</sup>.

Monat	1881	Monat	1882
Juni . . . . .	0	Januar . . . . .	89,9 mm
Juli . . . . .	0	Februar . . . . .	41,2
August . . . . .	0	März . . . . .	34,7
September . . . . .	0	April (1—9) . . . . .	20,6
Oktober . . . . .	3,7 mm		
November . . . . .	27,2		
Dezember . . . . .	10,6		

<sup>1</sup> Des Vergleichs halber wird hier der durchschnittliche Niederschlag (während 65 Jahren) der einzelnen Monate bei Upsala angeführt:

Januar . . . . .	32,2 Mm.	Juli . . . . .	69,3
Februar . . . . .	27,4	August . . . . .	70,9
März . . . . .	28,4	September . . . . .	55,7
April . . . . .	28,5	Oktober . . . . .	57,6
Mai . . . . .	42,1	November . . . . .	45,7
Juni . . . . .	50,8	Dezember . . . . .	37,1
		Summa	545,7

Hieraus erhellt der scharfe Unterschied zwischen einer Trockenzeit im Juni bis September und einer regenschwangeren Periode, welche in die Sommermonate fällt. Während der ersteren gab es in dem die Beobachtungen betreffenden Jahre gar keinen Niederschlag, was überhaupt die Regel sein soll. Die angestellten Beobachtungen ergaben eine jährliche Niederschlagssumme von etwas mehr als 228 mm. Eine Musterung der Tabellen LAVAGNA's ergibt ferner, dass dieser Niederschlag auf 34 Regentage verteilt war, und dass der stärkste Regen eines einzelnen Tages (9. Januar) 33 mm betrug.

Die Regenschauer treten öfters als Begleiter der in der Puna ausnehmend zahlreichen und starken Gewitter auf, und zwar sind sie dann sehr plötzlich und heftig. Wie vorhin erwähnt worden, erscheint der Niederschlag in grösseren Höhen oft als Schnee; bisweilen kommt auch Hagel vor, und zwar beobachtete ich solchen sogar in der heissesten Periode, im Dezember.

*Die Luftfeuchtigkeit.* Einschlägige Beobachtungen, welche ich während zweier Wochen bei Moreno mit dem trockenen und dem feuchten Thermometer anstellte, ergaben Folgendes:

Dez. 1901	8 Uhr Vm.	1 Uhr Nm.	7 Uhr Nm.	Dez. 1901	8 Uhr Vm.	1 Uhr Nm.	7 Uhr Nm.
7	45 %	31 %	53 %	14	79 %	37 %	69 %
8	80	33	60	15	75	40	43
9	84	46	68	16	76	47	83
10	74	56	70	17	89	39	37
11	66	91	60	18	62	26	45
12	80	60	55	19	46	7 <sup>1</sup>	37
13	89	26	55	20	57	20	68

Ferner möge es gestattet sein, hier die Durchschnittszahlen der relativen Luftfeuchtigkeit während der einzelnen Monate nach den LAVAGNA'schen Beobachtungen bei Cochinoea nebst den von ihm dabei verzeichneten Minima anzuführen:

<sup>1</sup> Diese ganz ausnehmend niedere Luftfeuchtigkeit stand mit einem an jenem Tage auftretenden starken, südöstlichen Sturme in Zusammenhang.

1881	9 Uhr Vm.	3 Uhr Nm.	9 Uhr Nm.	Minima
Juni . . . . .	19 0/0	18 0/0	23 0/0	4 0/0
Juli . . . . .	31	27	34	7
August . . . . .	46	43	48	11
September . . . . .	30	26	30	1
Oktober . . . . .	25	22	29	9
November . . . . .	37	33	42	19
Dezember . . . . .	59	57	64	33
1882				
Januar . . . . .	68	65	74	48
Februar . . . . .	62	53	60	14
März . . . . .	40	30	37	8
April (1—9) . . . . .	43	39	48	20

Die hier vorgeführten Zahlen geben ja eine recht grosse, wennschon keine besonders auffallende Lufttrockenheit an<sup>1</sup>. Es ist jedoch zu bemerken, dass die Luftfeuchtigkeit öfters auf eine recht niedrige Zahl herabgeht (siehe vorstehende Tabelle), was im Verein mit den häufigen heftigen Winden eine wichtige Rolle fürs Pflanzenleben spielen muss. Tatsächlich ist denn auch die Luft so trocken, dass die Haut am Gesichte und den Händen, wo sie ungeschützt den trockenen Winden und der versengenden, von einem fast stets wolkenlosen Himmel niederstrahlenden Sonne ausgesetzt ist, zerreisst und sich abschält. Es sei auch

<sup>1</sup> Des Vergleichs halber führe ich die entsprechenden Zahlen für die Upsala-Gegend an, welche nachstehende, erheblich höhere Werte aufweisen; sie entstammen dem Jahre 1900.

	9 Uhr Vm.	3 Uhr Nm.	9 Uhr Nm.		9 Uhr Vm.	3 Uhr Nm.	9 Uhr Nm.
Januar . .	96,6 0/0	95,7 0/0	96,0 0/0	Juli . . . .	64,4 0/0	52,8 0/0	75,9 0/0
Februar . .	97,7	94,8	97,9	August . .	64,1	51,5	77,2
März . . .	87,0	74,1	89,0	September	73,9	52,0	78,8
April . . .	71,0	61,7	82,4	Oktober . .	89,8	81,2	90,0
Mai . . . .	59,7	50,0	74,9	November	94,4	92,7	95,6
Juni . . . .	52,2	46,4	68,4	Dezember	94,5	91,1	91,6

erwähnt, dass die toten Körper sogar von so grossen Tieren wie Pferden und Maultieren nicht verwesen, sondern zu dünnen Mumien zusammenschrumpfen, die man oft an den Strassen der Puna antrifft.

Dass ferner das Salzvorkommen in der Puna zur Reduktion der Luftfeuchtigkeit mitwirkt, ist unzweifelhaft. »In the Andine region the effect of the direction of the wind on the humidity varies according to the situation of the place with respect to its neighboring hills, valleys and mountain ranges. The driest winds are those which have blown over the *salinas* where the deliquescent salts frequently absorb nearly all the moisture from the air» (DAVIS, IV pag. 71).

*Die Winde* wehen mit oft unerhörter Kraft, da ihnen keinerlei Hindernisse entgegenstehen, über die baumlose Puna-Ebene und die Abhänge der Sierras hin. Nur die engsten Täler schützen gegen ihren Anprall und somit vor ihrer austrocknenden Wirkung; nur dort können eben die empfindlicheren Pflanzen ihr Dasein fristen.

Die Windrichtung hängt hauptsächlich von der Lage der betreffenden Plätze den Gebirgsketten gegenüber ab und ist mithin an den einzelnen Orten des Gebietes verschieden. Bei Moreno herrschte hauptsächlich, wenigstens während unseres dortigen Aufenthaltes, Nordwind, welcher ganz natürlich das Tal verfolgte, welches sich von den *Salinas grandes* südwärts nach der *Abra del Palomar* hinzieht. Bei Cochinoea scheinen nach der nachstehend aufgeführten, 304 Tage umfassenden Beobachtungsserie LAVAGNA'S östliche Winde vorzuherrschen:

Uhr	N	NO	O	SO	S	SW	W	NW	Still
9 Vm.	33	9	130	12	31	1	41	7	40
3 Nm.	28	9	137	8	21	4	70	4	23
9 Nm.	41	6	110	1	16	3	54	1	72

Bei Moreno herrschte des Morgens gewöhnlich Windstille; gegen Mittag oder zu Anfang des Nachmittags erhob sich dann ein Nordwind, welcher öfters eine Unmenge Staub aufwirbelte. Wirbelwinde sind im Puna-Gebiete sehr häufig, und man sieht dort oft hohe Säulen feinen, emporgewirbelten Sandes über die Ebene hinwegziehen, mitunter sogar ein paar in einiger Entfernung von einander zu gleicher Zeit.

*Der Luftdruck* spielt natürlich eine nicht unerhebliche Rolle für die Pflanzen in diesen hoch gelegenen Gegenden. Der durchschnitt-

liche Druck bei Cochinoa (3732 m über dem Meere) beträgt nur 491 mm, und ungefähr das gleiche Verhältnis weisen die übrigen Örtlichkeiten der Hochebene auf. Im höheren Gebirge sinkt er natürlich immer tiefer. In der Höhe von 6100 m — der grössten Höhen, auf welcher ich Pflanzen sammelte — würde der durchschnittliche Druck, wenn man von den oben angeführten Mitteltemperaturen und dem durchschnittlichen Drucke des Cochinoa-Niveaus ausgeht und die Temperaturabnahme bei je 100 m auf  $0,5^{\circ}$  schätzt, nur 367 mm betragen, was ja auch auf den Pflanzenwuchs bedeutenden Einfluss ausüben muss.

---

### Kap. III. Die Pflanzenformationen.

Die hier geschilderten meteorologischen Verhältnisse geben zu einer alpinen und, wo keine edaphischen Faktoren hinzutreten, einer stark xerophilen Flora Anlass. Natürlicherweise übt die auf grösseren Höhen stärkere Luftverdünnung und Belichtung im Verein mit dem strengeren Klima ihren Einfluss derart aus, dass wir über einer gewissen Höhe (welche auf ungefähr 4500 m festgesetzt werden kann) eine ihrem Gepräge und ihrer Artenzusammensetzung nach andersgestaltete Formation antreffen als in den relativ tiefer gelegenen Regionen (nämlich die *Azorella-Formation*), welche wiederum ihrerseits höher hinauf, in einer Höhe von 5500 bis 5700 m über dem Meere, der sterilen *Flechtenwüste* weichen muss. Abgesehen von diesen meteorologischen Faktoren kommen nur die edaphischen der Verteilung der Arten auf verschiedene Pflanzenformationen in Betracht. Gleiche edaphische Verhältnisse scheinen im grossen und ganzen gleiche Formationen im ganzen Gebiete hervorzurufen; indessen scheinen sich die Verhältnisse im Norden etwas anders zu gestalten, indem dort einige Arten auftreten, welche in den übrigen Teilen des Gebietes zu fehlen scheinen. Diesen nördlichen Teil zu untersuchen hatte ich indessen nur weniger Gelegenheit, da ich die dortige Flora nur auf der Durchreise von Moreno nach Bolivia kennen lernte. Im grossen und ganzen dürfte jedoch das hier Angeführte auch für jenen Teil gelten.

Die edaphischen Faktoren, welche die Verteilung der Formationen im Gebiete bedingen, gründen sich auf Feuchtigkeitsverhältnisse des Bodens sowie auf die chemische Zusammensetzung und die physische Gestaltung desselben.

Der verschiedene Feuchtigkeitsgrad des Bodens wird — abgesehen von dem ewigen Schnee auf den höchsten Bergspitzen, welcher eine arme, mikroskopische Flora hervorbringt — durch die an mehreren Stellen herabfliessenden Bäche bedingt. In letzteren begegnen wir einer ausgeprägt hydrophilen Flora (der *Potamogeton filiformis*-Formation). Aber auch dem herumliegenden Boden teilen sie ihre Feuchtigkeit mit, je nach den örtlichen Verhältnissen in grösserer oder geringerer Ausdehnung, indem sie eine Art feuchter Wiesen hervorbringen (die *Hypselia*-Formation). Führen die Wasserläufe reichlich Salz mit sich, so können an manchen Stellen statt der obigen Wiesen halophile Versumpfungungen auftreten, in welchen die Flora wegen des Salzgehaltes xerophil gebildet ist (die *Salicornia*-Formation).

Wasserläufe kommen jedoch im Puna-Gebiete nur selten vor, und der unvergleichlich grösste Teil des Gebietes besteht aus dürrer Boden. Je nach der physischen Gestaltung und der chemischen Zusammensetzung desselben ist seine Vegetation auf mehrere Formationen verteilt. Der sandige, steinlose Boden der planen Hochebene wird von einer Strauchformation eingenommen (der *Hoffmanseggia*-Formation), gut geschieden von der *Cactus*-Formation, welche die mit Steinen bedeckten auf der Hochebene auftretenden oder dieselbe begrenzenden Berge bekleidet. Auf den obenerwähnten Flugsanddünen treffen wir ein paar Flugsandformationen an (die *Patagonium arenicolum*- und die *Lampaya*-Formation). Bezüglich der chemischen Zusammensetzung des Bodens scheint nur das Fehlen oder Vorkommen von Salz von Bedeutung für den Unterschied der Formationen zu sein. Im Gegensatz zu den vier letztgenannten Formationen ist die *Sporobolus arundinaceus*- und die *Lepidophyllum*-Formation durch salzhaltige Erde bedingt; erstere tritt an den mit Salz gesättigten, sandigen Ufern der Salinas grandes auf, letztere nimmt schwach salzigen, mehr schlammigen Boden ein.

Dies sind in kurzem die Pflanzenformationen, welche ich innerhalb des Gebietes glaubte unterscheiden zu müssen. Zur besseren Übersicht teile ich hier nun zunächst ein Schema über dieselben mit, ehe ich daran gehe, jede derselben besonders zu behandeln. Um die Flora der Puna zu vervollständigen, behandle ich zuletzt auch die vom Men-

sehen eingeführten Kulturpflanzen, sowie auch die eingewanderten Unkräuter.

- A. Die Hydrophyten-Formationen.
  - 1. Die Flora des ewigen Schnees.
  - 2. Die *Potamogeton filiformis*-Formation.
  - 3. Die *Hypsela*-F.
- B. Die Xerophyten-Formationen.
  - \* Nicht-Halophyten.
    - 4. Die *Hoffmannseggia*-F.
    - 5. Die *Cactus*-F.
    - 6. Die *Azorella*-F.
    - 7. Die Flechtenwüste.
    - 8. Die *Patagonium arenicola*-F. } Flugsandformationen.
    - 9. Die *Lampaya*-F. }
  - \*\* Halophyten.
    - 10. Die *Salicornia*-F.
    - 11. Die *Lepidophyllum*-F.
    - 12. Die *Sporobolus arundinaceus*-F.
- C. Kulturpflanzen und Unkräuter.

### Die Flora des ewigen Schnees.

Nur ein einziges Mal hatte ich Gelegenheit die Flora des Gebietes des ewigen Schnees kennen zu lernen. Es war dies auf dem Nevado de Chañi (am 29. Nov. 1901), wo ich auch Schneeproben aus einer Höhe von 6000 m über dem Meere einheimste. Bei der Untersuchung hat es sich herausgestellt, dass diese nur eine äusserst spärliche Flora von zwei Arten Diatomaceen enthielten.

### Die *Potamogeton filiformis*-Formation.

Offene Gewässer sind innerhalb unseres Gebiets selten. Seen oder Teiche mit Süßwasser giebt es nur ganz wenige, die überdies klein, pfützenartig sind; sie sind oft auch nur von Regenwasser gebildet worden, das sich in einer Vertiefung oder Senkung angesammelt hat, und trocknen in der regenlosen Zeit des Jahres aus, wobei sie einen kahlen, vegetationslosen Fleck zurücklassen. In diesen Wasseransammlungen giebt es keine makroskopische Flora. Die auch in die



Karte aufgenommene Laguna Colorada ist nur ein grösserer derartiger Teich; sie war bei meinem Besuche nach einem mehrere Tage andauernden Regen kaum fusstief und absolut vegetationslos. Sie trocknet sicherlich bisweilen ganz aus, indem sie dann eine nackte, vegetationslose Ebene zurücklässt. Ähnlich ist auch das Verhältnis betreffs der grossen Lagunen de Guayatayoc und de Pozuelos (BRACKEBUSCH I pag. 156). Was die Flora der offenen Gewässer betrifft, so kommt eigentlich nur die der fliessenden Wasserläufe in Frage. An Bächen ist das Puna-Gebiet nicht arm, aber ein Teil derselben trocknet bei anhaltenden Trockenzeiten aus, ein Teil wird allmählich aufgesogen und verliert sich im Sande, nur wenige erreichen die Salinas grandes. In den aus Süsswasser oder aus Wasser mit nur geringem Salzgehalte bestehenden Bächen tritt an geeigneten Stellen, wo das Wasser langsamer fliesst, eine charakteristische Linnäenformation auf. Die Zusammensetzung derselben geht aus folgenden zwei Standortaufzeichnungen von verschiedenen Orten hervor.

I. Von einem Bache bei San Antonio de los Cobres, 3650 m über dem Meere (am 6. Nov.). Der Bach ist ein paar Meter breit, 1—2 dm tief. Der Bachgrund ist steinig und sandig; das Wasser ist klar und schmeckt süss, setzt aber an den Ufern etwas Salz ab. Die Vegetation im Wasser ist artenarm, sie wird nur durch *Potamogeton filiformis*, sowie hier und da, wo das Wasser an den Ufern ruhiger ist, von einem kleinen Teppich von *Myriophyllum elatinoides* repräsentiert. Dicht am Bache findet man ausserdem hie und da mit Wasser angefüllte, abgeschlossene Vertiefungen oder Pfützen, welche bei hohem Wasserstande mit dem Bache in Verbindung stehen. In diesen ist eine reichere Flora anzutreffen; es kommen *Potamogeton filiformis*, *Myriophyllum elatinoides* und *Zannichellia palustris* vor, sowie auch die eine oder andere von den sonst zur Strandvegetation gehörenden Arten, welche hier zufälligerweise submers geworden ist, wie z. B. *Crantzia lineata* (steril) und *Ranunculus Cymbalaria* var. *exilis*; gemischt mit dieser Vegetation tritt auch eine reiche Grünalgenflora auf.

II. In einem anderen kleinen Bache bei Moreno (3480 m über dem Meere), ungefähr 3 dm breit und anderthalb dm tief, welcher einen feuchten Grasboden durchrieselte, wurden (am 8. Dez.) folgende Arten aufgezeichnet.

*Potamogeton filiformis*: reichlich, einen Teppich am Boden bildend.  
*Zannichellia palustris*: stellenweise reichlich und Teppiche bildend.

*Chara foetida*(?): selten, aber an den Fundorten in dichten Teppichen auf dem Boden wachsend.

*Myriophyllum elatinoides*: einzeln, besonders an ruhigeren Stellen, in Winkeln, Vertiefungen u. dergl.

*Crantzia lineata* (steril, Blätter verlängert, ein paar mal mehr als gewöhnlich lang), *Ranunculus Cymbalaria* (mit Schwimmblättern) und *Cardamine flaccida subsp. minima* (am Rande des Baches wachsend und einen Übergang zur *Hypsela*-Formation bildend). An manchen Stellen waren die Ränder und bisweilen auch die ganze Oberfläche mit Grünalgen bedeckt oder auch von solchen durchwachsen, hier und da besonders von *Enteromorpha* sp.; zwischen diesen Algen und von ihnen festgehalten kommen oft dichte Teppiche aus *Azolla filiculoides* und *Lemna minima* bestehend vor. Letztere Art tritt indessen infolge ihres kleinen Wuchses nur wenig hervor.

Die hier geschilderte Formation erinnert sehr an von anderen Orten her bekannte Verhältnisse. Ähnliches hat z. B. DUSÉX (II) aus dem Steppengebiete des Feuerlandes beschrieben, wo dieselben oder nahe verwandte Pflanzen vorkommen und zwar auf ähnlichen Plätzen. Ein paar der hier oben angeführten Arten sind auch in Europa heimisch (*Potamogeton filiformis*, *Zannichellia palustris*) und die anderen werden daselbst durch nahestehende, entsprechende Arten (*Myriophyllum*, *Lemna*, *Azolla*<sup>1</sup>) repräsentiert.

An ein paar Stellen in unserm Gebiete kommen auch warme Quellen vor, so z. B. östlich von Casabindo, sowie bei Incachuli an der Grenze des Atacama-Gebietes. Ich hatte nur Gelegenheit diese letztgenannte zu untersuchen. Dieselbe liegt nicht weniger als beinahe 5000 m über dem Meere und hatte beim Hervorspringen aus der Erde etwa 50° Wärme. Doch konnte die Gradzahl nicht exakt bestimmt werden, da der mitgeführte Thermometer nur bis 40° reichte. Wo die Quelle sich ergoss, bildete sie einen kleinen runden See oder Teich von ungefähr 20 m Durchmesser und 3—6 dm Tiefe, auf einem Absatze des steilen Bergabhangs gelegen und auf der äusseren Seite (also gegen den Abhang hin) nur von einem schmalen, 1 dm breiten Erdwalle begrenzt. Die Temperatur in diesem kleinen Teiche war 35—37,5°, letzteres nahe am Ausflusse der Quelle in denselben. Das Wasser hatte einen geringen Salzgehalt. Die Phanerogamen waren

<sup>1</sup> *Azolla filiculoides* ist sogar in Europa eingeschleppt und hat sich dort stellenweise akklimatisiert (in Holland nach BERNARD I, in Frankreich nach DUCAMP I u. s. w.).

nur vertreten durch *Ruppia maritima*, welche Pflanze noch in einer Wärme von  $37,5^{\circ}$  wuchs und einen dichten Teppich auf dem Boden des Sees bildete. Einen noch höheren Wärmegrad konnte sie indessen nicht aushalten. Der Platz mit seinem warmen Wasser in einer so bedeutenden Höhe über dem Meere erietet ja einen interessanten Standort für diese hauptsächlich an das Meeresufer gebundene Art.

### Die Hypsela-Formation.

Längs aller Bäche innerhalb unseres Gebiets, dieselben einfassend, oder sich auch an geeigneten Stellen zu grösseren oder kleineren, äusserst dichten, niedrig bewachsenen, grünenden Wiesen ausbreitend kommt eine andere hydrophile Formation vor, welche nach einer ihrer Charakterpflanzen als *Hypsela*-Formation bezeichnet werden kann. Bedingung für ihr Auftreten ist Feuchtigkeit in oder dicht unter der Erdoberfläche, aus süssem (oder nur unbedeutend salzigem) Wasser bestehend. Dieselbe kann je nach der Beschaffenheit der Bachränder bis einige Meter breit sein, dass heisst, sie erstreckt sich so weit wie das Wasser des Baches seine Feuchtigkeit dem benachbarten Gelände mitteilt; die *Hypsela*-Formation ist darum schmal an den Stellen, wo die Bachränder steil sind, da wo letztere aber flach sind, breitet sie sich zu kleinen Wiesen aus. Sie ist also im kleinen das, was Flussläufe begrenzende Galleriewälder in der Steppenformation im grossen sind; sie sticht auch durch ihr frisches Grün von der benachbarten mehr oder weniger grauartigen, dünnen Vegetation ab, genau so wie die Galleriewälder von der Steppe.

Man trifft diese Formation sowohl auf der Hochebene wie auch in grösseren Höhen bis hinauf zu einer Höhe von 5000 m über dem Meere an. Die Zusammensetzung der Arten ist wohl im grossen und ganzen in diesen verschiedenen Höhen dieselbe; doch kommen in grösserer Höhe einige Arten vor, welche in einer Höhe von 3000 bis 4000 Meter vermisst werden. Andere dürften wohl auch höher hinauf verschwinden, worüber indessen noch genauere Beobachtungen anzustellen sind.

Als Probe einer Artenzusammensetzung mag eine Standortaufzeichnung auf einer derartigen über ca. 10000 qm ausgebreiteten Wiese bei Moreno angeführt werden. Der Boden war etwas feucht, doch nicht mehr als dass man ungehindert und trocknen Fusses über den-

selben gehen konnte. Die Standortaufzeichnung wurde am 19. Dez. vorgenommen und es zeigten sich folgende Arten:

*Triglochin maritimum* var. *deserticola* bildet einen dichten Teppich, in welchen folgende Pflanzen eingesprengt sind: *Werneria pygmaea* (häufig), *Hypsela oligophylla*, *Plantago tubulosa* und *Eleocharis melanocephala* (reichlich), *Hypochaeris stenocephala* (einzeln), sowie *Juncus Lesueurii* (einzeln, seine Halme bis ein paar dm über den Grasteppich erhebend).

Auf etwas trockneren Stellen, kleinen Erdhügeln und anderen Erhöhungen wachsen ausserdem: *Heterothalamus acaulis*, *Arenaria rivularis*, *Scirpus atacamensis* und *Distichlis humilis*.

Durch die Wiese fliessen hier und da schmale Bäche; dicht an denselben wird der Boden noch feuchter und dort treten auch andere Arten hinzu, wodurch die Artenzusammensetzung etwas verändert wird; dort finden sich folgende: *Cotula pygmaea*, *Hypsela oligophylla*, *Plantago tubulosa*, *Mimulus luteus* und *parviflorus*, *Colobanthus alatus*, *Juncus stipulatus*, *Eleocharis melanocephala*, sowie *Crantzia lineata*, *Ranunculus Cymbalaria* und *Cardamine flaccida* subsp. *minima*, welche drei letztere oft vom Bachwasser umspült wachsen und so den Übergang zur vorhergehenden Formation bilden.

Sehr oft ist jedoch die *Hypsela*-Formation nicht so artenreich, wie das hier angeführte Beispiel an die Hand giebt. So z. B. waren die Ufer eines Baches in der Nähe von San Antonio de los Cobres (3500 m über dem Meere) bis zu einer Breite von 2—3 m von einer *Hypsela*-Formation bewachsen, welche nur aus folgenden Arten zusammengesetzt war: *Triglochin maritimum* var. *deserticola* (häufig), *Crantzia lineata* und *Distichlis humilis* (reichlich), sowie *Heterothalamus acaulis* (dünn gesät).

Eine Zusammenstellung aller Arten, welche ich als zur typischen *Hypsela*-Formation gehörig wahrgenommen habe, mag hier angeführt werden:

*Heterothalamus acaulis.*

*Cotula pygmaea.*

*Werneria pygmaea.*

*Hypochaeris stenocephala.*

*Hypsela oligophylla.*

*Plantago tubulosa.*

*Mimulus luteus.*

*Mimulus parviflorus.*

*Limosella aquatica.*

*Gentiana limoselloides.*

» *podocarpa.*

*Crantzia lineata.*

*Cardamine flaccida* subsp. *minima.*

*Ranunculus Cymbalaria.*

<i>Ranunculus Cymbalaria</i> var. <i>exilis</i> .	<i>Eleocharis melanocephala</i> .
<i>Colobanthus alatus</i> .	<i>Scirpus atacamensis</i> .
<i>Arenaria rivularis</i> .	» <i>acaulis</i> .
<i>Calandrinia occulta</i> .	» <i>nevadensis</i> .
<i>Juncus Lesueurii</i> .	<i>Sporobolus fastigiatus</i> .
» <i>depauperatus</i> .	<i>Distichlis humilis</i> .
» <i>stipulatus</i> .	<i>Poa annua</i> .

*Triglochin maritimum* var. *deserticola*.

Dazu, nur auf grösseren Höhen wahrgenommen, noch folgende:

*Distichia muscoides*: bei der Cuesta del Acay, sowie auf dem Nevado de Chañi, an beiden Stellen ungefähr in einer Höhe von 4500 m;

*Luzula racemosa* f. *humilis*: auf dem Nevado de Chañi, ca. 4500 m über dem Meere;

*Scirpus deserticola*: bei der Cuesta del Acay, ca. 4300 m über dem Meere,

sowie eine kleine, gelbblütige, bisher unbestimmte Cruciferen-Art (siehe unten im systematischen Teile): aus der Gegend von Chorrillos (ca. 4500 m über dem Meere) und bei Incachuli (ca. 4800 m über dem Meere).

Die *Hypsela*-Formation ist eine im allgemeinen gut abgegrenzte, für das Gebiet sehr charakteristische Formation. Sie bietet bisweilen Anknüpfungspunkte mit der *Salicornia*-Formation, je nachdem der Salzgehalt des Bodens ab- oder zunimmt. Durch Arten, welche teils Land- und teils Wasserformen haben, nähert sie sich, wie oben schon hervorgehoben wurde, bisweilen auch der *Potamogeton*-Formation. Im grossen und ganzen ist sie jedoch scharf abgegrenzt.

Hier mag in Verbindung mit der *Hypsela*-Formation noch einer anderen gedacht werden, welche höhere, üppigere Gewächse aufweist, und welche für die Grabenränder in Äckern und Wiesen bei Moreno charakteristisch war. An anderen Stellen als diesen auf Menschenarbeit beruhenden habe ich dieselbe jedoch nicht wahrgenommen, weshalb ich sie hier im Zusammenhange mit den anderen hydrophilen Formationen nenne, ohne jedoch näher darauf einzugehen. Die zugehörigen Arten unterscheiden sich von den Typen der *Hypsela*-Formation durch] höheren Wuchs mit langgestreckten Achsen, wie aus folgendem Verzeichnis der Arten, die von dort notiert sind, hervorgeht:

<i>Rumex crispus</i> .	<i>Juncus Lesueurii</i> .
<i>Sisyrinchium chilense</i> .	<i>Eleocharis palustris</i> .

<i>Scirpus nevadensis.</i>	<i>Bromus unioloides.</i>
<i>Carex macrorrhiza.</i>	<i>Hordeum secalinum var. chilense.</i>
<i>Poa annua.</i>	» <i>andicola.</i>
» <i>latevirens.</i>	<i>Triglochin palustre.</i>

Die *Hypsela*-Formation zeichnet sich dadurch aus, dass die dazu gehörigen Arten das ganze Jahr über grün sind; sie sticht auch durch ihr frisches Grün scharf von dem mehr oder weniger grauen Farbenton der übrigen Vegetation ab. Sie wird auch dadurch charakterisiert, dass sie ausserordentlich dicht ist und ein kräftig entwickeltes unterirdisches System hat, sowie dadurch dass die überirdischen Teile auf ein Minimum reduziert sind. Von dieser letztgenannten Regel weicht nur *Juncus Lesueurii* ab, der aufrecht stehende Halme von einer Höhe von einem oder zwei dm hat, wie auch *Scirpus nevadensis* mit bis 1 dm hohen Halmen. Abgesehen von diesen giebt es keine Art in der typischen *Hypsela*-Formation, deren überirdische Teile höher sind als 1 oder vielleicht ein paar cm über der Erdoberfläche.

Der Rosetten-Typus kommt auch beinahe ausschliesslich vor, und ist mehr oder weniger scharf ausgeprägt. Die Blüten oder Infloreszenzen werden von ganz kurzen Stielen getragen, so z. B. bei *Ranunculus Cymbalaria* (bis 4 cm lang), *Juncus stipulatus* und *Eleocharis melanocephala* (1—3 cm), *Poa annua* und *Triglochin maritimum* (2 cm), oder es fehlen auch Stiele ganz und gar. Schöne Beispiele hierfür bieten die Compositæ dar (*Cotula*, *Werneria pygmaea*, *Hypochaeris stenoccephala*); am interessantesten von ihnen ist die bisher noch nicht beschriebene Art *Heterothalamus acaulis* (siehe Taf. IV, Fig. 4) als Repräsentant einer sonst durch hochgewachsene, strauchartige Formen ausgezeichneten Gattung. Hervorzuheben ist noch *Hypsela oligophylla*, deren Blattstiel grösstenteils unter der Erde liegt, und zwar so dass die ovale kleine Spreite sich kaum über die Oberfläche erhebt, und deren Blüten, auf kurzen (kaum 0,5 cm langen), aus der Blattachsel entspringenden Stielen sitzend, sich kaum bis zur Erdoberfläche erheben, in welcher der untere Teil der Röhre versteckt ist; ferner *Plantago tubulosa*, deren auf Ein- oder Zweiblütigkeit reduzierte Ahren so gut wie stiellos in den Achseln der Rosettenblätter sitzen; auch *Arenaria rivularis*, *Calandrinia occulta*, *Juncus depauperatus*, *Scirpus acaulis* und *atacamensis* sind gute Beispiele hierfür, indem sie zu Gattungen zählen, die gewöhnlich langgestielte Blüten oder Infloreszenzen haben.

Diese Stellung der Blüten oder Infloreszenzen, die sie, ohne Stiel, in einem so dicht zusammenhängenden Pflanzenteppiche einnehmen, scheint ja für die Pollination und Samenverbreitung ungünstig zu sein. Bei *Crantzia lineata* und *Hypsela oligophylla* beobachtete ich, dass die Pollination durch Ameisen, die auf dem Boden umherkrochen, bei letzterer auch durch Fliegen vollzogen wurde<sup>1</sup>. Hauptsächlich von kleinen Ameisen, aber auch von kleinen Fliegen wurde *Ranunculus Cymbalaria* besucht, nur von Fliegen dagegen *Heterothalamus acaulis*. Die proterogynen, für entomophile Pollination typisch gebauten und mit irriter Narbe versehenen Blüten der *Mimulus*-Arten sah ich trotz eifriger Nachforschungen niemals von Insekten besucht. In älteren Blüten sind die Lappen der Narbe weniger irritabel und die Filamente verlängern sich ausserdem so, dass die Antheren in gleicher Höhe mit der Narbe zu liegen kommen und Autogamie möglich machen.

Für anemophile Pollination ist *Plantago tubulosa* gut eingerichtet; sie exponiert ihre Antheren oberhalb des Pflanzenteppichs durch bis 2 cm lange Filamente, ebenso wie es bei *Litorella* der Fall ist.

Zwecks einer Exposition der Frucht wird oft, wo es nötig ist, der Blüten- oder Infloreszenzenstiel während der Postfloration verlängert. Bei *Cotula pygmaea* wachsen die Stiele der Blütenköpfchen, welche während der Blütezeit fast stiellos sitzen, beim Reifen der Frucht bis zu 1,5 cm Länge; auch bei *Hypsela oligophylla* wird ihre Länge mehrfach vergrössert, und sie heben dann die Früchte etwas, wenn auch nicht viel, über die Erdoberfläche. Die im Blüt stadium zwischen den Rosettenblättern verborgenen Blüten bei *Colobanthus alatus* und die Blütenstände bei *Scirpus atacamensis* werden im Fruchtstadium durch einen 1—2 cm langen, steifen Stiel erhöht, welcher die Früchte sehr gut exponiert. Analog verhalten sich *Plantago tubulosa* und *Gentiana podocarpa*; hier wird jedoch merkwürdigerweise die zwischen dem Kelche und dem Fruchtknoten liegende Partie, das Gynophor, verlängert, bei ersterer Pflanze bis 2 oder sogar 3 cm, bei letzterer bis 2 cm Länge<sup>2</sup>.

<sup>1</sup> Die Ameisen krochen ganz und gar in die *Hypsela*-Blüten hinein, die Fliegen tauchten nur den vorderen Teil ihres Körpers hinein; der Pollen wird von dem Rücken der Besucher abgestrichen. Die Blüten sind proterandrisch; die Entleerung der Antheren geschieht wie gewöhnlich bei den Lobeliaceen.

<sup>2</sup> Noch ein Beispiel für dieses eigentümliche Verhalten liefert die der *Gentiana podocarpa* nahestehende *G. sedifolia*, welche auch in diesem Gebiete vorkommt, obwohl ich selbst sie nicht beobachtet habe; diese Art dürfte jedoch auch, nach den zu Gebote stehenden Angaben zu schliessen, mit Sicherheit zur *Hypsela*-Formation zu rechnen sein.



Arten mit langgestreckten überirdischen Achsen fehlen indessen nicht völlig, doch haben dieselben ihre Sprosse niederliegend, auf dem Boden kriechend. *Cotula pygmaea* hat einen kräftigen, überirdischen, kriechenden, einige cm langen, von hinten absterbenden und oft verzweigten Stammteil mit Internodien, die bis 1,5 cm lang, gewöhnlich aber viel kürzer sind; derselbe wird am Erdboden vermittle von den Nodi ausgehender Bündel kräftiger Wurzeln, die mehr als 1 dm lang sind, festgehalten. Ähnlich verhalten sich die *Mimulus*-Arten, aber hier sind die Internodien gewöhnlich mehr gestreckt und können eine Länge von ein paar bis 7 cm erreichen. *Cardamine flaccida* hat ihre Sprosse ebenfalls oberhalb der Erdoberfläche liegend und zwar horizontal; dieselben sind schlanker und haben 1—1,5 cm lange Internodien. *Ranunculus Cymbalaria* mit der Varietät *exilis* hat Stolonen, welche von der Blattrosette aus radiieren; sie erreichen eine Länge von 2—3 dm und haben Internodien von  $\frac{1}{2}$ —1 dm Länge; aus den Niederblattachsen erzeugen sie wurzelschlagende Sprosse. — Alle diese Arten stimmen darin überein, dass sie an den feuchtesten Stellen sehr nahe am Wasser der Bäche auftreten (siehe oben S. 21), oder auch auf etwas offeneren Plätzen wachsen.

Die unterirdischen Teile sind, wie schon erwähnt, kräftig entwickelt. Nur ein paar Arten sind einjährig. Hierher gehören *Poa annua*, *Gentiana podocarpa* mit einer feinen, ungefähr 0,5 dm langen Hauptwurzel, und vielleicht auch *Colobanthus alatus*, mit schlanker Hauptwurzel, von welcher zahlreiche Nebenwurzeln ausgehen (zwei- oder vielleicht sogar mehrjährig). *Poa annua* ist sowohl einjährig als auch oft perennierend; an Exemplaren, die zu Beginn der Vegetationsperiode eingesammelt worden waren, sassen noch verwelkte Infloreszenzen vom vorhergehenden Jahre. Diese Exemplare wuchsen in dichteren, kompakteren Rasen in mehr geschlossener Vegetation und zeichneten sich auch durch Sprosse aus, welche als kurze feine Ausläufer ausgebildet waren<sup>1</sup>.

Alle übrigen Arten dieser Formation sind deutlich perennierend und zwar auf verschiedener Weise. *Hypochaeris stenocephala* hat eine kräftige, bisweilen bis 1 cm im Durchmesser messende Pfahlwurzel. Dieser Pflanze schliesst sich *Plantago tubulosa* sehr eng an. Die Hauptwurzel ist hier jedoch kurz, zapfenförmig, und ihre Hauptfunktionen werden von den zahlreichen, mehr als 1 dm langen, geraden und kräf-

<sup>1</sup> BONNIER (I) führt auch an, dass *Poa annua* in den Pyrenäen in grösserer Höhe über dem Meere perennieren kann (Vgl. auch COSTANTIN, I pag. 166).

tigen Seitenwurzeln übernommen; auch stirbt die Hauptwurzel schliesslich ab. Infolge des beständigen, obwohl äusserst langsam vor sich gehenden, monopodialen Wachstums, welchem ein Absterben von unten folgt (zuerst an der Hauptwurzel, dann auch an den ältesten Teilen des Stammes bemerkbar), besteht ein Individuum auf älterem Stadium aus einem ungefähr 1 cm langen und 6—8 mm dicken Stammteile, welcher an der Spitze eine dichte Blattrosette mit axillären Infloreszenzen trägt und am untern Teile ein Bündel langer Nebenwurzeln hat. Eine Verzweigung des Rhizoms kommt vor, doch sehr selten.

Im Gegensatz zu diesen mit vertikalem Rhizom versehenen Arten giebt es eine ganze Menge mit mehr oder weniger wagrecht kriechendem Rhizom. *Werneria pygmaea* und *Triglochin maritimum* var. *deserticola* haben gröbere, dicht unter der Oberfläche liegende, kurze und spärlich verzweigte Erdstämme. Ihr Wurzelsystem besteht aus zahlreichen langen, dicken, weissen, unverzweigten Wurzeln; eins der eingeheimsten Exemplare von *Triglochin* ist mit solchen Wurzeln von 22 cm Länge versehen, obwohl dieselben nicht vollständig aus der Erde herausgenommen worden sind.

*Eleocharis melanocephala* kann als Typus für eine andere Gruppe Pflanzen gelten, welche durch ihre Anzahl und besonders auch durch ihren Individuenreichtum die wichtigste Rolle innerhalb der *Hypsela*-Formation spielen. *Eleocharis melanocephala* hat ein tiefer liegendes Rhizom als die beiden vorigen Arten (ca. 3 cm unter der Erdoberfläche); dasselbe ist feiner und mehr in die Länge gezogen. Der vertikale Teil des Kettengliedes ist an seinem unteren ca. 2 cm langen Teile unverzweigt, aber an der Erdoberfläche zeigt sich eine reichliche Verzweigung, so dass daselbst kleine Büschel entstehen. Die Pflanze bekommt dadurch das Aussehen einer Menge kleiner Büschel, welche durch ca. 2 cm lange Stiele längs eines kriechenden, gewöhnlich verzweigten Wurzelstocks befestigt sind. Der Hauptsache nach stimmen mit dieser Pflanze verschiedene Gräser, Halbgräser und *Juncus*-Arten überein (*Sporobolus fastigiatus*, *Distichlis humilis*, *Scirpus atacamensis*, *deserticola* und *acaulis*, *Juncus depauperatus* und *stipulatus*), aber ausserdem auch einige Dikotyledonen (*Hypsela oligophylla*, *Crantzia lineata* und *Arenaria rivularis*). Diesen nahe steht auch die interessante *Heterothalamus acaulis*, von welcher Taf. VI Fig. 4 ein Bild giebt. Von einem 8 cm oder noch tiefer unter der Erdoberfläche horizontal kriechenden und monopodial wachsenden, verzweigten Stamme werden mehr oder weniger senkrechte Seitensprosse nach der Erdoberfläche hinauf aus-

gesandt. Ein paar cm unter der Erdoberfläche sind dieselben in einige wenige schräg oder bogenförmig aufwärts gerichtete Achsen verzweigt, deren unter der Erde liegender Teil von 3—6 mm langen, mit schuppenförmigen, bald abfallenden Niederblättern versehenen Internodien gebildet wird, und welche an der Erdoberfläche in eine dichte Laubblattrosette auslaufen und ein sessiles, terminales Blütenköpfchen tragen. Nach dem Blühen stirbt der Zweig, welcher das Köpfchen trug, ab.

Diese letztgenannten Arten sind infolge ihrer reich verzweigten, weit umherkriechenden und in erstaunlicher Weise verwickelten Rhizome die Ursache zu dem festen Teppich, welcher die *Hypsela*-Formation charakterisiert. Es ist beinahe unmöglich die einzelnen Arten einigermaßen vollständig aus diesem kompakten Wirrwarr herauszupräparieren<sup>1</sup>. In diesen eingesprengt stehen ausserdem mehr oder weniger zahlreich die vorher geschilderten Arten.

Die *Hypsela*-Formation ist jedenfalls in den Anden weit verbreitet. Ihr Vorkommen in dem alpinen Gebiete der Atacama-Wüste geht aus der Reiseschilderung R. A. PHILIPPI's hervor, wenn auch da nicht deutlich hervorgehoben. Ihr entspricht im nördlichen Chile das, was PÖHLMANN (I) »die Grasflächen der Hochgebirgstäler« genannt hat, die seiner Angabe nach dort in einer Höhe von ungefähr 3500 bis 4500 m vorkommen. PÖHLMANN hat jedoch verschiedene Formationen unter diesem Namen zusammengefasst: er rechnet dazu, wie klar ersichtlich ist, auch das, was wir hier oben *Potamogeton*-Formation genannt haben, und erwähnt unter anderen Arten *Myriophyllum latinoides* und *Lemna minor*. Ferner grenzt er die verwandte halophile Formation nicht ab, sondern führt auch eine für letztere so charakteristische Art wie *Frankenia triandra* an.

#### Die Hoffmannseggia-, die Cactus- und die Azorella-Formation.

Es dürfte am geeignetsten sein, diese drei verwandten Formationen gleichzeitig zu behandeln: sie alle nehmen ein ungeheuer grosses Gebiet der Puna ein, und sie zusammengenommen verleihen derselben ihr eigentümliches Gepräge. Sie sind alle xerophile Strauchformationen und haben zahlreiche Arten gemeinsam. Doch sind sie deutlich zu unterscheiden durch das Vorkommen oder Fehlen einiger charakteristischen Pflanzenformen.

<sup>1</sup> Ich habe sogar gesehen, dass eine Art mit ihrem Rhizom Löcher durch das einer anderen Art gebohrt hat und hindurchgewachsen ist (*Distichlis* durch *Heterothalamus*).

Die *Hoffmannseggia*-Formation<sup>1</sup> ist an Sandboden gebunden und kommt da vor, wo derselbe nicht so fein ist, dass Flugsanddünen entstehen; sie nimmt daher die eigentliche Hochebene ein, aber auch die Bergabhänge, welche von Sand oder feinerem Kies bedeckt sind. Alle steinig und felsigen Orte dagegen werden von der *Cactus*-Formation eingenommen, also besonders die Berge, welche sich in der Hochebene oder um dieselbe herum erheben. Aber auch wo sonst noch steiniger Boden ist, kommt sie vor. Wenn auch diese zwei bisweilen Übergangsformen zu einander bilden, so sind sie doch im grossen und ganzen gegen einander merkwürdig gut abgegrenzt. Überall da wo steinige Hügel an die sandige Ebene angrenzen, kann man die eigentümlich scharfe Grenze wahrnehmen; vielleicht ist dieselbe am leichtesten an der Verteilung der Kakteen zu erkennen.

Weniger scharf abgegrenzt ist dagegen die *Azorella*-Formation. An die grösseren Höhen der Berge gebunden und durch das auf denselben herrschende strengere Klima bedingt, weicht dieselbe in ihrer Artenzusammensetzung und Physiognomie so von der *Cactus*-Formation ab, dass es wohl am praktischsten ist sie besonders zu behandeln, obwohl eine scharfe Grenze zwischen ihnen nicht existiert, sondern beide unmerklich in einander übergehen. An verschiedenen Orten geschieht dies in verschiedener Höhe über dem Meere, so dass sich eine Höhengrenze schwer festsetzen lässt. Dieselbe dürfte jedoch zwischen 4000 und 4500 m Höhe über dem Meere verlaufen. Die obere Grenze fällt mit der Phanerogamengrenze zusammen und liegt auf dem Nevado de Chañi in einer Höhe von 5500—5700 m, obwohl sie als typisch nur eine Höhe von ungefähr 5200 m erreicht.

Nur mit Zögern habe ich die *Azorella*-Formation aufgestellt. Eine nähere Untersuchung derselben wäre nötig, besonders betreffs der Artenverteilung, da es sich vielleicht herausstellen dürfte, dass dieselbe in mehrere zu zerlegen ist.

Zufolge ihrer allgemeinen Physiognomie können die drei Formationen als »Strauchsteppen« bezeichnet werden. Am schönsten als solche ausgezeichnet ist die *Hoffmannseggia*-Formation, von welcher die Abbildung (Taf. II—III) eine Vorstellung giebt<sup>2</sup>. Dieselbe ist teils aus

<sup>1</sup> Der Name dieser Formation ist bloss provisorisch und dürfte vielleicht einmal durch einen geeigneteren ersetzt werden. Nach dem, was ich gesehen, ist jedoch *Hoffmannseggia gracilis* die am meisten in die Augen fallende der nur auf diese Formation beschränkten Arten.

<sup>2</sup> Vergl. auch die Abbildungen in der neulichst erschienenen Reiseschilderung von FL. O'DRISCOLL (I).

Sträuchern zusammengesetzt, teils aus Kräutern und ein paar Gräsern. Die Sträucher sind alle von kaum 0,5 bis 1 m Höhe und stehen einzeln für sich mit ein halb bis ein paar Meter Zwischenraum über dem sandigen Boden, welcher überall zwischen ihnen bloss daliegt. Nur einzelne Kräuter und Gräser findet man auf diesen Zwischenräumen; auch diese stehen dünn und wirken nur selten auf die Physiognomie der Vegetation ein. Die *Hoffmannseggia*-Formation ist also keine geschlossene Formation; der weisse Sand leuchtet überall hervor. Moose und Flechten fehlen in ihr vollständig. Interessant ist die ausserordentlich grosse habituelle Übereinstimmung zwischen dieser Formation und gewissen Strauchsteppen aus den afrikanischen Wüstengebieten, wie diese z. B. von A. SCHENCK (in G. KARSTEN und H. SCHENCK, Vegetationsbilder, Taf. 26—27) abgebildet sind.

Die Artenzusammensetzung ist auf verschiedenen Plätzen sehr wechselnd; auf einer Stelle können eine oder ein paar Arten von Sträuchern überwiegen, auf einer anderen können andere für den Gesamteindruck massgebend sein. Als Probe mag folgende Standortaufzeichnung angeführt werden.

Auf der sandigen Ebene bei Moreno war (am 12. Nov.) die Artenzusammensetzung folgende. Die Sträucher waren: *Lippia hastulata* (1—1,5 m hoch; häufig), *Fabiana viscosa* (0,5—1 m; reichlich), *Chuquiraga atacamensis*, *Patagonium Hystrix* und *Senecio viridis* (0,5—1 m hoch; zerstreut), sowie *Tetraglochin strictum* und *Mulinum ulicinum* (0,2—0,3 m; einzeln). Zwischen diesen dünn stehenden Sträuchern wachsen nur spärlich das halbmeter hohe Gras *Pennisetum chilense*, sowie gegen den Boden gedrückt die beiden Kräuter *Hoffmannseggia gracilis* und *Euphorbia ovalifolia* var. *dentata*.

Hier mag auch im Zusammenhang mit der *Hoffmannseggia*-Formation ein selten vorkommendes, wo es aber auftritt, in die Augen fallendes Gewächs angeführt werden. Es ist dies das wohlbekanntes Pampasgras (*Cortaderia Selloana* [= *Gynerium argenteum*]), welches ich auf zwei Stellen des Gebiets wahrnahm, bei Moreno und am Fusse des Nevado de Chañi. Dasselbe wuchs dort in der Nähe von Bächen oder in ausgetrockneten Bachfurchen innerhalb der *Hoffmannseggia*-Formation, in zerstreut liegenden, riesengrossen Rasen von 1—2 m Höhe und Diameter (Taf. III, Fig. 2).

Seiner allgemeinen Physiognomie nach gleicht die *Cactus*-Formation der eben geschilderten *Hoffmannseggia*-Formation sehr und besteht, wie die Tafeln IV Fig. 1 und V Fig. 1 zeigen, aus einer steinigen Strauch-

steppe. Dieselbe wird aus einer Menge von Sträuchern gebildet, die dasselbe reisartige, oft stachelige Aussehen haben wie die Sträucher der *Hoffmannseggia*-Formation; sie variieren jedoch mehr in Bezug auf ihre Höhe, von 1 m bis nur 1 oder ein paar dm, gewöhnlich nach den Hügel- oder Bergspitzen zu an Höhe abnehmend. Sie stehen dünn und einzeln für sich eingesprengt zwischen den Steinen des Bodens oder in den Ritzen der Felsen; die Kräuter sind reicher sowohl an Arten- wie auch an Individuenanzahl, bilden aber auch hier keine geschlossene Decke. Einige spärliche Moose kommen ausserdem hier und da zwischen den Steinen eingekleilt vor, ohne jedoch auf die Physiognomie der Formation einzuwirken; dasselbe gilt von einigen auf Steinen wachsenden Krusten- und Laubflechten, welche an den Stellen, wo der Felsen selbst die Unterlage bildet, oft reichlich auftreten. Was indessen diese Formation vielleicht am meisten von den übrigen unterscheidet, und was die Ursache dazu war, dass ich diesen Namen gewählt habe, ist das reichliche Vorkommen von Kakteen verschiedener Typen. Hier kommen teppichbildende oder auch in dichten, halbkugelförmigen, metergrossen Haufen wachsende Opuntien vor (Taf. I), ebenso kugelförmige, einzeln stehende *Echinocactus*-Arten und an gewissen Stellen auch in grosser Zahl der säulenförmige, 5—8 m hohe *Cereus Pasacana*, die höchste Pflanze in der Gegend (Taf. IV, Fig. 1).

Als Probe für die Artenzusammensetzung in der *Cactus*-Formation mögen folgende zwei Standortaufzeichnungen dienen.

I. Auf einem steinigen Hügel bei Moreno ca. 3500 m über dem Meere (vom 16. November). Die Sträucher sind 1—5 dm hoch und bestehen aus: *Fabiana denudata*, *Lycium fragosum* und *confertum* (reichlich), *Chuquiraga atacamensis*, *Bougainvillea patagonica* und *Ephedra americana v. andina* (dünn gesät), *Verbena seriphioides* und *Lycium decipiens* (einzeln). Halbsträucher bilden: *Baccharis petrophila* (reichlich) und *Salvia Gilliesii* (zerstreut); Gräser: *Triodia avenacea* (reichlich). Hier und da teppichbildend kommen vor: *Opuntia* sp.; zerstreut *Echinocactus* sp. Ausserdem kommt allgemein als Bekleidung der älteren Zweige aller Sträucher vor *Tillandsia pusilla*. Flechten und Moose sind selten, in Ritzen zwischen den Steinen wachsend.

II. Von einem sonnigen Bergabhänge bei Huancar, in der Nähe der Südspitze der Salinas grandes, ca. 3400 m über dem Meere (vom 20. November). Der Abhang besteht aus grösseren oder kleineren, kantigen Steinen oder teilweise aus massivem Felsen; die Ritzen oder auch die kleinen Flecke zwischen den Steinen sind mit feinem Sande be-

deckt. Die Vegetation besteht aus folgenden Sträuchern: *Chuquiraga atacamensis*, *Heterothalamus boliviensis* var. *latifolius* und *Patagonium* sp. (alle reichlich); aus den Kakteen *Echinocactus* sp. und *Opuntia* sp. (zerstreut), *Opuntia grata* (einzeln); sowie aus folgenden Halbsträuchern, Kräutern und Gräsern: *Salvia Gilliesii*, *Panicum Friesii*, *Pennisetum chilense* und *Pappophorum carpsitosum* (reichlich); *Acanthonychia polycnemoides* und *Pellaea ternifolia* (dünn gesät); *Diplachne dubia* (einzeln).

An gewissen Stellen, an etwas schattigen, steilen Abhängen und in der äusserst spärlich vorkommenden Humuserde, welche sich zwischen den Steinen am Fusse dieser Abhänge anzusammeln pflegt, tritt eine aus zahlreicheren Arten zusammengesetzte Vegetation auf, als diese zwei Beispiele an die Hand zu geben scheinen. An einer solchen Stelle am Fusse des Nevado de Chañi wurden (am 16. Dez.) folgende zahlreiche Arten aufgezeichnet: *Stevia minor*, *Erigeron* sp., *Baccharis petrophila* und *polifolia*, *Filago lasiocarpa*, *Gnaphalium erythraeum*, *Schkuhria pusilla*, *Tagetes multiflora* var. *rupestris*, *Mutisia Philippii*, *Chaptalia similis*, *Lycium confertum*, *Solanum infundibuliforme*, *Salvia Gilliesii*, *Eritrichium falcatum*, \**Cuscuta microstyla*, *Philibertia Gilliesii*, \**Oxalis carnosa*, \**Cotyledon peruviana*, *Descurainia canescens*, \**Spergularia andina*, *Acanthonychia polycnemoides*, \**Chenopodium foetidum* f. *pumilum*, *Tillandsia pusilla*, *Aristida nana*, *Munroa squarrosa* und *decumbens*, *Eragrostis nigricans*, *Ephedra americana* var. *andina*, \**Woodsia montevidensis*, *Pellaea ternifolia* und *nivea*, \**Nothochlana peruviana*, sowie \**Cheilanthes pruinata*<sup>1</sup>.

Trotzdem das Gebiet ganz und gar oberhalb der normalen Baumgrenze liegt, fehlt doch die Baumform nicht gänzlich. Es dürfte hier am Platze sein, im Zusammenhange mit der *Cactus*-Formation das Vorkommen des einzigen Repräsentanten der Baumform, den kleinen eigentümlichen Alpenbaum *Polylepis tomentella* zu erwähnen, die »Queñoa«, die in kleinen Gehölzen an besonders geschützten Stellen in engen, ruhigen Tälchen vorkommt. Diese »Queñoales« sind jedoch Seltenheiten: ich kenne sie nach den Angaben anderer nur für die Gegend Cochino und Rinconada. Selbst habe ich keine Gelegenheit gehabt dieselben wahrzunehmen, und das ist die Ursache, weshalb ich dieselben in Verbindung mit der *Cactus*-Formation anführe, obwohl sie vielleicht besser für sich behandelt werden sollten. *Polylepis tomentella* ist ein kleiner Baum von ca. 5 m Höhe, mit krummem, unregelmässigem Stamme und dreizähligen oder gefiederten, lederharten, besonders auf der unteren

<sup>1</sup> Die mit \* bezeichneten Arten scheinen besonders charakteristisch für die Örtlichkeit zu sein und wurden anderswo nicht angetroffen.

ren Seite wollhaarigen Blättern. Eigentümlich für diesen Baum ist die Rinde, welche die Zweige deckt; diese wird von einer dicken Schicht dünner, brauner und lose auf einander liegender Häutchen gebildet, zwischen welchen sich windstille Räume befinden. Die Queñoales kommen bis zu ca. 4000 m Höhe über dem Meere vor.

Gehen wir nun zur *Azorella*-Formation über, so finden wir, wie schon erwähnt, dass dieselbe am nächsten mit der *Cactus*-Formation übereinstimmt, von welcher sie so zu sagen nur eine verkümmerte Auflage bildet. Sie wird auch aus dünn stehenden Sträuchern von unbedeutender Höhe (nur ein oder zwei Decimeter) gebildet. Besonders allgemein sah ich *Tetraglochin strictum*. Einen wichtigen Bestandteil der Strauchformation, besonders in den etwas höher gelegenen Teilen, bilden die mit fleischigen Blättern und Stämmen versehenen, stark aromatisch duftenden Arten der *Senecio*- und *Werneria*-Gattungen (*S. graveolens* und *trifurcifolius*, *W. Lorentziana* und *Rosenii*); ferner auch die dicht polsterförmig wachsenden Zwergsträucher, wie *Pycnophyllum bryoides*, Zwerg-Verbenen und vor allem *Azorella monanthos*. Hervorzuheben ist auch die auf dem Chañi allgemein vorkommende, interessante Leguminose *Patagonium occultum*, ein Zwergstrauch, dessen dicke, unregelmässig gewundenen und gekrümmten Zweige vollständig in der Erde liegen, und der seine kleinen Blattrosetten und stiellosten Blüten kaum über die Erdoberfläche erhebt. — Eine Bedeckung des Bodens mit Moosen oder Flechten kommt nicht vor; nur hier und da finden sich einzelne Steinflechten. Einen wichtigeren Bestandteil als in der *Cactus*- und *Hoffmannseggia*-Formation machen hier die Gräser aus; dieselben treten in ein paar dm hohen Büscheln auf und zeichnen sich durch harte, stechende Blätter aus. Auf gewissen Plätzen treten dieselben beinahe allein auf mit nur einigen kleineren Kräutern oder auch anderen kleineren Gräsern zwischen sich.

Nach ihrer oberen Grenze hin verändert sich die *Azorella*-Formation sehr bedeutend. Dort treten einige charakteristische Arten auf, welche auf den niedriger gelegenen Stellen fehlen; sie wachsen hier dünner, mit grossen Intervallen, zwischen Steinen und in Ritzen eingekellt, ihre Individuenanzahl nimmt aufwärts ab. In 5500 m Höhe kommen sie äusserst spärlich vor; das eine und andere Individuum trifft man jedoch noch bis zu 5700 m hinauf an, in welcher Höhe auf dem Nevado de Chañi, auf dem ich diese höchsten Regionen studierte, die Grenze für die Phanerogamen liegt. In grösserer Höhe hält es keine



phanerogame Pflanze mehr aus. Auf genanntem Berge sammelte ich in der oberen Region der *Azorella*-Formation (5000 - 5700 m über dem Meere) folgende Arten: *Senecio trifurcifolius*, *glacialis* und *iberidifolius*, *Werneria Rosenii* und *Lorentziana*; *Calycera crenata*, *Viola* sp., *Malvastrum obtusatum*, *Oxalis incana*, *Hexaptera cuneata* und *Calamagrostis tenuifolia*. Am weitesten hinauf reichten von diesen *Malvastrum obtusatum*, *Hexaptera cuneata* und *Viola* sp.

Nach DRUDE (I pag. 410) erreichen ihre höchste Grenze auf der Erde die Phanerogamen auf dem Himalaya-Gebirge (Karakorum, ca. 35° n. Br.), wo sie noch in einer Höhe von 6038 m über dem Meere von den Brüdern SCHLAGINTWEIT gefunden sind. SCHIMPER erwähnt (I pag. 753) *Saussurea tridactyla* SCH. Bip. als die höchst hinaufgehende Blütenpflanze: sie kommt (in West-Tibet) bis zu 5800 m über dem Meere vor. Den höchst gelegenen Fundort für Phanerogamen, den ich von der neuen Welt kenne, weist die kleine *Draba Mandoniana* WEDD. (= *Braya cachensis* SPEG.) auf dem Nevado de Cachi (25° s. Br.) in einer Höhe von 5800 m über dem Meere auf (SPEGAZZINI, I und III). Danach kommen die soeben erwähnten Funde vom Nevado de Chañi. Zu beachten ist, dass diese angeführten Fundorte nicht am oder nahe dem Äquator liegen, sondern alle sogar in der Nähe der Wendekreise. Folgende Daten betreffs der Phanerogamengrenze in den Anden mögen hier angeführt werden:

2° s. Br.	Chimborazo	5200 m:	<i>Senecio Hallii</i> Hier. (MEYER, I).
16°	» Sorota	5700 »	<i>Malvastrum flabellatum</i> WEDD. und <i>Deyeuxia glacialis</i> WEDD. (HEMSLEY and PEARSON, I).
24°	» Nevado de Chañi	5700 »	<i>Malvastrum obtusatum</i> , <i>Hexaptera cuneata</i> und <i>Viola</i> sp.
25°	» Nevado de Cachi	5800 »	<i>Draba Mandoniana</i> (SPEGAZZINI, I und III).
33°	» Die Aconcagua-Gegend	4115 »	<i>Acena levigata</i> AIT.; bis zu 3960 m: <i>Hexaptera cuneata</i> , <i>Viola Montagnei</i> GAY, <i>Verbena uniflora</i> PHIL., <i>Adesmia</i> sp. (FITZGERALD, I).
34°	» Maipo	4000 »	<i>Oxalis?</i> (GÜSSFELDT, I).
37°	» Chillan	2200 »	<i>Nassauvia revoluta</i> GILL., <i>Senecio</i> -Arten, <i>Oreobolus clandestinus</i> PHIL., <i>Caltha andicola</i> GAY

und *Ourisia racemosa* CLOS  
(REICHE, III).

54° 45' s. Br. Die Martialgebirge bei

Ushuaia

1290 m: *Saxifraga bicuspidata* HOOK. f.,  
*Empetrum rubrum* VAHL und  
*Deschampsia parvula* (HOOK. f.)  
DESV.(?)<sup>1</sup>

Um bessere Übersicht über die Verteilung der Arten zu gewinnen, mag hier noch ein Verzeichnis der Arten folgen, welche ich in den oben behandelten drei Formationen vorgefunden habe; dabei geben die Buchstaben h, c und a an, ob die Art in der *Hoffmannseggia*-, in der *Cactus*- oder in der *Azorella*-Formation vorkommen.

c	<i>Stevia minor</i>	h	<i>Senecio viridis</i> var. <i>radiatus</i>
c	<i>Eupatorium prasiifolium</i> var.	c	» <i>glandulosus</i>
c	<i>Gutierrezia Gilliesii</i>	a	<i>Werneria cochlearis</i>
h	<i>Nardophyllum armatum</i>	a	» <i>Rosenii</i>
c	<i>Erigeron</i> sp.	a	» <i>Lorentziana</i>
h c a	<i>Heterothalamus boliviensis</i> var.	h c a	<i>Chuquiraga atacamensis</i>
	<i>latifolius</i>	c	<i>Plazia daphnoides</i>
h	<i>Baccharis microphylla</i>	c	<i>Mutisia Philippii</i>
c	» <i>petrophila</i>	c	» <i>subulata</i>
c	» <i>polifolia</i>	h	<i>Trichocline auriculata</i>
c	<i>Filago lasiocarpa</i>	c	<i>Chaptalia similis</i>
c	<i>Gnaphalium purpureum</i>	c	<i>Hypochaeris elata</i>
c	» <i>erythractis</i>	a	<i>Calycera crenata</i>
c	<i>Encelia suffrutescens</i>	h	<i>Mitrocarpus brevis</i>
h	<i>Heterosperma pinnatum</i>	a	<i>Plantago sericea</i>
h c	<i>Schkuhria pusilla</i>	c	<i>Castilleja fissifolia</i> var. <i>pumila</i>
c	<i>Tagetes multiflora</i> var. <i>rupestris</i>	c	<i>Bartsia Meyeniana</i>
a	<i>Senecio graveolens</i>	c	<i>Lycium confertum</i>
a	» <i>trifurcifolius</i>	c	» <i>fragosum</i>
a	» <i>glacialis</i>	c	» <i>decipiens</i>
h c a	» <i>jodopappus</i>	c	<i>Solanum infundibuliforme</i>
a	» <i>iberidifolius</i>	h c a	» <i>pulchellum</i>
h	» <i>tarapacanus</i>	h	<i>Jaborosa crispa</i>
h c a	» <i>viridis</i>	c	<i>Fabiana denudata</i>

<sup>1</sup> Nach gütigst gegebener Mitteilung von C. SKOTTSBERG, dem Botaniker der schwedischen antarktischen Expedition 1901—1903.

h	<i>Fabiana viscosa</i>	c	<i>Dalea Hofstenii</i>
h	<i>Nicotiana crispa</i>	h	<i>Neocracca Kuntzei</i> var. <i>minor</i>
c	<i>Salvia Gilliesii</i>	a	<i>Astragalus modestus</i>
h c	<i>Verbena seriphoides</i>	h	» <i>Orbignyanus</i>
c	» <i>asparagoides</i>	h	» <i>unifolius</i>
h	» <i>microphylla</i>	a	<i>Patagonium occultum</i>
h c	<i>Lippia hastulata</i>	h c	» <i>Hystrix</i>
h c	<i>Heliotropium brachystachyum</i>	a	» <i>spinosissimum</i>
c	<i>Eritrichium falcatum</i>	h c a	<i>Tetraglochin strictum</i>
h	<i>Phacelia pinnatifida</i>	c	<i>Cotyledon peruviana</i>
c	<i>Ipomoea minuta</i>	a	<i>Hexaptera cuneata</i>
c	<i>Cuscuta microstyla</i>	h c	<i>Lepidium bipinnatifidum</i>
c	<i>Philibertia Gilliesii</i>	c	<i>Sisymbrium stenophyllum</i>
c	<i>Buddleia Hieronymi</i>	c	<i>Descurainia canescens</i>
h	<i>Bowlesia pulchella</i>	a	<i>Anemone major</i>
a	<i>Azorella monanthos</i>	c	<i>Stellaria cryptopetala</i>
h a	<i>Mulinum ulicinum</i>	c	<i>Spergularia villosa</i>
c	<i>Cereus Pasacana</i>	c	» <i>andina</i>
c a	<i>Echinopsis pygmaea</i>	a	<i>Pycnophyllum bryoides</i>
c	<i>Echinocactus</i> sp.	a	<i>Reicheella andicola</i>
h	<i>Opuntia subterranea</i>	c	<i>Acanthonychia polycnemoides</i>
c	» <i>purpurea</i>	h	<i>Calandrinia puna</i>
c a	» <i>andicola</i>	h	<i>Portulaca rotundifolia</i>
c a	» <i>grata</i>	h	» <i>perennis</i>
h c a	» sp.	h c	<i>Bougainvillea patagonica</i>
c	<i>Mentzelia parvifolia</i>	h c	<i>Guilleminea illecebroides</i>
h	<i>Cajophora coronata</i>	h	» <i>gracilis</i>
c	» <i>heptamera</i>	h	<i>Alternanthera microphylla</i>
a	<i>Viola</i> sp.	h	<i>Gomphrena umbellata</i>
h a	<i>Malvastrum antofagastanum</i>	h a	<i>Chenopodium frigidum</i>
a	» <i>obcuneatum</i>	c	» <i>foetidum</i> f. <i>pumilum</i>
c	<i>Euphorbia ovalifolia</i>	h	<i>Pilostyles Berterii</i>
h	» » var. <i>dentata</i>	a	<i>Urtica echinata</i>
c	<i>Oxalis carnosia</i>	c	<i>Peperomia peruviana</i>
a	» <i>incana</i>	c a	<i>Haylockia andina</i>
h	<i>Hypseocharis pimpinellifolia</i>	h	<i>Eustephiopsis speciosa</i>
h c	<i>Prosopis ferox</i>	c	» <i>latifolia</i>
c	<i>Krameria Iluca</i>	c	<i>Tillandsia pusilla</i>
h	<i>Hoffmannseggia gracilis</i>	c	» <i>capillaris</i>

c	<i>Panicum Friesii</i>	h c	<i>Munroa squarrosa</i>
h c	<i>Pennisetum chilense</i>	h c	» <i>decumbens</i>
h c	<i>Aristida nana</i>	h c	<i>Diplachne dubia</i>
a	<i>Stipa saltensis</i>	h c	<i>Eragrostis nigricans</i>
e	» <i>plumosa</i>	e	» <i>andicola</i>
e	» <i>pungens</i>	h c	<i>Ephedra americana</i> var. <i>andina</i>
c	» <i>caespitosa</i>	c	<i>Woodsia montevidensis</i>
a	<i>Calamagrostis chilensis</i>	c a	<i>Pellaea ternifolia</i>
a	» <i>tenuifolia</i>	e	» <i>nivea</i>
c	<i>Triodia avenacea</i>	c	<i>Nothochlœna peruviana</i>
h c	<i>Bouteloua humilis</i>	c	<i>Cheilanthes pruinata</i>
c	<i>Pappophorum caespitosum</i>	c	<i>Polypodium macrocarpum</i>

Wie schon auf S. 12 hervorgehoben, wird das Klima des Gebietes durch eine scharf abgegrenzte Trockenzeit, Juni—September, charakterisiert; dieselbe fällt zugleich mit dem kälteren Teile des Jahres zusammen und steht einer relativ regenreicheren und etwas feuchteren Periode gegenüber. In ersterer zeigt das Klima ungewöhnlich grosse Trockenheit, was xerophile Anpassungen der Flora bedingt, und zwar an allen Orten, an welchen keine edaphische Feuchtigkeitsverhältnisse hinzutreten. In der warmen Jahreszeit dagegen, zur Sommerzeit, sinkt die Luftfeuchtigkeit nicht auf so niedrige Werte herab, wie wir sie im Winter dort antreffen; sie ist nicht geringer als hier in Schweden während des Frühlings, wo bei uns das Klima seine trockenste Periode hat.

Innerhalb der *Hoffmannseggia*-, *Cactus*- und *Azorella*-Formation treffen wir darum zahlreiche Arten an, welche sich dieser Feuchtigkeitsverteilung angepasst haben, und zwar dadurch, dass sie in der Trockenzeit ihre transpirierenden Oberflächen abgeworfen haben. Bei den Sträuchern zeigt sich dies in dem Abfallen der Blätter im Winter und der Entwicklung neuer Blätter beim Eintritt des Frühlings. Um festzustellen, welche Arten die Blätter abwerfen, muss man die Flora zur Winterzeit studieren, was ich nicht habe tun können, da mein dortiger Aufenthalt erst zur Zeit der ersten Anfänge des Frühlings begann. Doch dürfte die Anzahl derselben nicht besonders gross sein; indessen kann ich mit Sicherheit zu dieser Kategorie rechnen: *Eupatorium prasiifolium*, *Salvia Gilliesii*, *Fabiana viscosa*, *Prosopis ferox*, *Patagonium Hystrix* und *spinosissimum*. Bei den Kräutern zeigt sich ein gleiches

Verhalten in den zahlreichen bis zur Basis herab verwelkenden Stauden, wie z. B. bei *Stevia minor*, *Valeriana Hornschuchiana*, *Heliotropium brachystachyum*, *Hoffmannseggia gracilis*, *Dalea Hofstenii* u. a., welche alle ein vieljähriges Rhizom haben. Die Überwinterung kann auch durch unterirdische Knollen oder Zwiebeln geschehen; die hierher gehörige Kategorie hat zahlreiche Repräsentanten, unter anderen: *Solanum infundibuliforme*, *Ipomoea minuta*, *Oxalis elegans*, *Anemone major*, *Portulaca rotundifolia*, *Guilleminea australis*, *Peperomia peruviana*, *Herbertia pulchella*, die *Amaryllidaceen* und die *Allium*-Arten.

Die wichtigste Kategorie unter den nur periodenweise grünen Pflanzen wird jedoch vielleicht von den annuellen Arten gebildet. Sie haben ihre Repräsentanten in den verschiedensten Familien wie *Compositae*, *Boraginaceae*, *Polemoniaceae*, *Malvaceae*, *Euphorbiaceae*, *Zygophyllaceae*, *Oxalidaceae*, *Leguminosae*, *Crassulaceae*, *Cruciferae*, *Caryophyllaceae*, *Portulacaceae*, *Amarantaceae*, *Chenopodiaceae* und *Gramineae*. Es ist nicht immer leicht festzustellen, ob man es mit einer einjährigen oder einer biennen, oder mit einer möglicherweise perennierenden Pflanze zu tun hat; dazu gehört ein längerer Aufenthalt im Gebiete. Ich möchte indessen glauben, dass nicht weniger als ungefähr 35 Arten innerhalb der hier in Frage kommenden drei Formationen zum Typus der annuellen gehören.

Interessant ist es, das reichlich vorkommende Auftreten letzterer in diesen Formationen mit dem Vorkommen derselben in den übrigen Formationen des Gebiets zu vergleichen. In der *Potamogeton filiformis*-Formation fehlen sie gänzlich, ebenso in den folgenden unten behandelten *Lampaya*-, *Patagonium arenicola*-, *Lepidophyllum*-, *Salicornia*- und *Sporobolus arundinaceus*-Formationen. Die *Hypsela*-Formation allein hat, wie oben erwähnt, *Gentiana podocarpa*, *Poa annua* und die möglicherweise annuelle Pflanze *Colobanthus alatus*. Bis hinauf zur *Azorella*-Formation reicht, soweit ich wahrgenommen, nur *Malvastrum antofugastanum*, *Chenopodium frigidum* und eine nicht mit Sicherheit als annuell festgestellte *Viola*-Art. Hieraus geht hervor, dass die Annuellen beinahe ausschliesslich an die beiden xerophilen Pflanzenformationen auf festem, steinigem und sandigem Boden und in verhältnismässig geringer Höhe über dem Meere gebunden sind. Von der ganzen bis jetzt im Gebiete wahrgenommenen Artenanzahl machen die einjährigen ungefähr 10% aus, eine bemerkenswert hohe Zahl, wenn man sie mit der entsprechenden in anderen alpinen Gegenden vergleicht. WILCZEK (I) giebt an, dass in den Schweizeralpen die Annuellen nur 4% der Flora aus-

machen und in unserer skandinavischen Regio alpina übersteigt ihre Anzahl nicht 2 %.

Es ist selbstverständlich, dass die hier oben angeführten Arten ihre assimilierenden Oberflächen nicht so sehr gegen die Transpiration geschützt haben wie die immerwährend grünen Arten, wenn auch die Trockenheit der Luft im Vereine mit den heftigen Winden hinreicht um einen gewissen Grad von Xerophytanpassung hervorzurufen. Vergleichen wir z. B. die oben angeführten Kompositen, *Eupatorium* und *Stevia*, mit den im Winter grünen *Chuquiraga*-Arten, mit *Nassauvia axillaris* oder den beiden *Baccharis*-Arten *polifolia* und *Grisebachii* u. a., so fallen sofort die dünneren, loseren und grösseren Blattflächen der ersteren in die Augen. Ähnliche Vergleiche können auch in verschiedenen anderen Familien angestellt werden; als Beispiel hierfür kann innerhalb der Umbelliferen die verwelkende *Bowlesia pulchella* und die im Winter grüne *Azorella monanthos* gelten, innerhalb der Caryophyllaceen die annuelle *Drymaria cordata* und die mit kleinen schuppenförmigen Blättern versehenen, an dürre Moose erinnernden *Pycnophyllum*-Arten, von Farnkräutern die dünnblättrige, verwelkende *Woodsia montevidensis* und die mit dicken, steifen, lederharten Blättern versehenen *Pellaea*-Arten u. s. w. Auch im anatomischen Bau tritt dieses deutlich hervor, doch hierauf will ich bei anderer Gelegenheit zurückkommen. Es soll nicht geleugnet werden, dass die hier angeführten Exempel besonders ausgewählt worden sind; sie zeigen jedoch, dass ein Teil im übrigen wenig xerophil angepasster Arten das Klima wirklich ertragen kann, wenn sie in der strengsten Periode ihre Transpirationsoberflächen reduzieren. Man kann jedoch nicht diese Pflanzen zu den Trophephyten zählen, d. h. zu denjenigen, die in einer Periode xerophil, in einer anderen hydrophil angepasst sind, obwohl sie einen Übergang zu diesen bilden.

Es mögen nun auch einige Worte über die übrigen wichtigeren Pflanzentypen innerhalb der hier in Frage kommenden drei Pflanzenformationen gesagt werden. Alle verschiedenen Xerophytanpassungen, welche hier vertreten sind, ausführlich zu beschreiben, erscheint mir überflüssig, da diese Frage in letzterer Zeit so oft Gegenstand genauerer Behandlung gewesen ist. Einige wichtigere und für das Gebiet charakteristischere Typen glaube ich indessen doch nicht gänzlich übergehen zu dürfen, da dieselben mehr als irgend ein Pflanzentypus der übrigen Formationen der Vegetation der Gegend ihren Stempel aufdrücken.

Ein allgemeiner Zug betreffs des unterirdischen Systems ist — wie man ja erwarten konnte — eine sehr starke Entwicklung desselben. Allgemein findet man eine kräftige, gerade nach unten gehende, fortlebende Pfahlwurzel vor. Als Beispiel hierfür mag angeführt werden, dass die senkrecht nach unten gehende Wurzel eines *Fabiana*-Strauches über 2 m lang war, wohingegen die überirdischen Teile nur ca. 2 dm erreichten. Ein *Trifolium Matthewsii*-Exemplar besass eine Pfahlwurzel von wenigstens 40 cm Länge und von 1 cm Durchmesser, während die über dem Boden liegenden Achsen nur 1,5 cm lang waren. Von den zahlreichen Kräutern mit kräftiger, jedoch nicht angeschwollener Pfahlwurzel mögen beispielsweise angeführt werden: *Trichocline auriculata*, *Calycera crenata*, *Heliotropium brachystachyum*, *Dichondra argentea*, *Malvastrum obtusatum* und *saltense*, *Portulaca perennis*, *Guilleminea illecebroides* und *pusilla*, *Gomphrena acaulis* u. a.

Von gewissem Interesse ist es, die Verschiedenheiten des Vorkommens dieses Pflanzentypus in den verschiedenen Formationen mit einander zu vergleichen. In der *Potamogeton*-Formation fehlt er ganz und gar. In der *Hypsela*-Formation ist nur ein Repräsentant von ihm beobachtet worden, nämlich *Hypochaeris stenocephala*, welche Pflanze eine bemerkenswerte Ausnahme von dem Bau der in dieser Formation auftretenden Arten bildet. Wenn man von den Sträuchern absieht, giebt es von ihm — wie weiter unten genauer dargetan werden soll — in der *Salicornia*-Formation nur einen Repräsentanten (*Atriplex andina*), in den übrigen fehlt er vollständig. Der Pfahlwurzeltypus unter den Kräutern scheint also in der Puna fast ausschliesslich auf die xerophilen Strauchformationen auf festem (nicht beweglichem) Grunde beschränkt zu sein; in diesen bildet er aber einen sehr wichtigen Bestandteil.

Wo die Hauptwurzel abstirbt, entwickelt sich ein Bündel von oft sehr langen und kräftigen Nebenwurzeln. Dies ist z. B. besonders der Fall bei einer Reihe von auf steinigem Bergen, in Felsritzen und zwischen den Steinen wachsenden Grasarten, wie *Panicum Friesii*, *Pappophorum caespitosum*, *Triodia avenacea*, *Eragrostis andicola* u. a., von deren Stengelbasis ein Bündel langer und kräftiger, weisser, unverzweigter Nebenwurzeln ausgeht. Ein *Pappophorum*-Individuum, dessen Halm die Länge eines Decimeters nicht erreichte, hatte Nebenwurzeln von beinahe vierfacher Länge. Dass diese ebenso wie die langen und tiefgehenden Pfahlwurzeln danach streben, aus den tieferen Erdschichten die dort befindliche Feuchtigkeit heraufzuholen, braucht wohl kaum erwähnt zu werden.

Was die Sprosse betrifft, so finden wir bei den Kräutern sowohl den Rosetten-Typus, wie auch den mit gestreckten Internodien, welche letzterer teils am Boden liegende, teils aufrecht stehende Sprosse hat. Der zuletzt genannte kommt spärlich vor; zu ihm gehören z. B. *Stevia minor*, *Mentzelia parvifolia*, *Cajophora heptamera*. Von Rosettenpflanzen seien besonders erwähnt die erst an der Phanerogamengrenze auftretenden *Calycera crenata*, *Malvastrum obtusatum*, *Oxalis incana*, *Viola sp.* u. a. Sehr oft liegen die Blätter an den Boden gepresst, und wo gestielte Blüten oder Infloreszenzen vorkommen, liegen auch diese nach dem Boden niedergebeugt; schöne Beispiele hierfür bieten *Trichoclina auriculata* und *Hoffmannseggia gracilis*. Die mit zu Boden liegenden Sprossen und gestreckten Internodien versehenen Arten sind jedoch vielleicht die allgemeinsten; sie kommen zahlreich bei den Stauden vor (*Mitrocarpus brevis*, *Solanum pulchellum*, *Heliotropium brachystachyum*, *Alternanthera microphylla*, *Guilleminea*-Arten u. a.) und machen einen grossen Teil der Annuellen aus (*Tribulus terrestris*, *Chenopodium frigidum*, *Gomphrena umbellata*, *Munroa decumbens*, *Bouteloua humilis* u. a.).

Die Lignosen sind ungemein zahlreich vertreten. Mit den Halbsträuchern zusammengenommen beträgt ihre Zahl in allen Formationen der Puna insgesamt ungefähr 90, sie machen also nicht weniger als ungefähr  $\frac{1}{4}$  der ganzen Artenanzahl des Gebietes aus; innerhalb der *Hoffmannseggia*-, *Cactus*- und *Azorella*-Formation sind sie ausserdem noch ganz besonders zahlreich. Schon früher ist auf das Vorkommen von *Polylepis tomentella*, den einzigen Repräsentanten für die Baumform, hingewiesen worden. Alle übrigen Lignosen sind Sträucher oder Halbsträucher. Der höchste, *Prosopis ferox*, erreicht eine Höhe von ca. 2 m, kommt aber (sowohl in der *Hoffmannseggia*-, wie auch in der *Cactus*-Formation) so selten vor, dass er physiognomisch keine Rolle spielt; ich nahm ihn auf allen meinen Exkursionen im Gebiete nur in ein paar Exemplaren wahr, und dann immer alleinstehend. Von diesem abgesehen, erreichen die Sträucher im allgemeinen eine Höhe von 0,5—1 Meter, nehmen jedoch weiter oben auf den Bergen ab, ebenso an windigen Stellen, auf den Gipfeln der Hügel u. s. w. Es giebt Sträucher von zahlreichen verschiedenen Familien; die physiognomisch wichtigsten sind die Kompositen, die Leguminosen, die Solanaceen, die Verbenaceen und die Rosaceen, und zwar ungefähr in der eben genannten Reihenfolge.



Die Sträucher sind besonders durch krumme und gewundene Stämme gekennzeichnet; dieselben stehen auf der Hochebene aufrecht, auf den Bergen dagegen liegen sie oft nieder und sind an den Boden gedrückt. Ihre Stämme besitzen mehr oder weniger unregelmässige, oft sehr eigentümlich geformte Querschnitte; besonders bei *Lippia hastulata* und *Patagonium*-Arten sind dieselben oft abgeplattet und von bandförmigem Aussehn oder unregelmässig zerspalten, wie Taf. IX, Fig. 13—15, zeigt, was teilweise darauf beruht, dass die Äste lange mit dem Hauptstamme vereinigt sind und sich erst spät von demselben trennen.

Verschiedene Sträucher erhalten durch kurze Sprosse, sowie durch reiche und dichte Verzweigung einen polster- oder kissenförmigen, oft äusserst dichten und kompakten Wuchs, wenn auch dieser Typus nicht physiognomisch in nennenswerterer Weise hervortritt, jedenfalls nicht in dem Maasse, wie man es oft in Puna-Schilderungen angegeben findet. Als zu diesem Typus gehörig sind zu nennen ein paar *Verbena*- und *Patagonium*-Arten, die in loseren Polstern wachsenden zwei *Pycnophyllum*-Arten, sowie vor allem die Umbellifere *Azorella monanthos*, deren Polster über einen Meter Durchschnitt und ungefähr einen halben Meter Höhe erreichen können, und welche so kompakt sind, dass die Sprossspitzen nur mit dem Messer oder der Axt losgetrennt werden können. Sogar zwei Kakteen, *Opuntia grata* und *andicola*, bilden beinahe meterweite, halbkugelförmige, kompakte Polster (Taf. I).

Hervorzuheben ist das häufige Vorkommen von besonderen Assimilationskurzsprossen, worin man einen xerophilen Charakter erblicken muss. Beispiele hierfür er bieten die *Patagonium*-Arten, *Prosopis ferox*, *Bougainvillea patagonica* u. a. Oft steht dies in Verbindung mit einer Prolepsis, wie bei *Nassauvia axillaris*, *Verbena*-Arten, *Tetraglochin* u. a., welche alle die Blätter der Längssprosse bald in Stacheln verwandelt haben, welche assimilierende Kurzsprosse stützen, die bei *Nassauvia* und *Verbena seriphioides* aus äusserst dicht sitzenden kleinen Blättern gebildet werden und an die Sprossspitzen bei *Azorella* erinnern.

Die Sträucher der drei Formationen sind oft stachlig, was ja in trockenen Gegenden der Fall zu sein pflegt. Die stachligen Arten sind zwar nicht überwiegend, treten aber durch grössere Individuenanzahl am meisten hervor, und da hierzu in der *Cactus*-Formation ein grosser Reichtum an stachligen Kakteen tritt, so bekommt die Vegetation ein

überwiegend stachliges Aussehen. Die Stachligkeit kommt auf verschiedene Art zustande. Bei *Nardophyllum armatum*, *Proustia pungens*, *Lippia hastulata*, *Fabiana Friesii*, *Lycium decipiens* und *fragosum* verhärten sich die gewöhnlichen Zweigspitzen zu Dornen; bei gewissen *Patagonium*-Arten und bei *Bougainvillea* werden besondere Kurzsprosse dazu ausgebildet und bei anderen *Patagonium*-Arten (z. B. *Clarenii*, *Nordenskiöldii*) gehen die Infloreszenzenachsen bald in Dornen über. Bei anderen sind alle Blätter spitzig und stechend, so bei *Chuquiraga*-Arten und bei *Mulinum ulicinum*, oder es werden nur gewisse Blätter zu Stacheln ausgebildet (*Verbena*-Arten, *Tetraglochin* u. a.). Bei *Prosopis ferox* werden die Nebenblätter dazu ausgebildet.

Die transpirierenden Oberflächen sind natürlich wegen des trockenen Klimas sehr reduziert. Doch würde es allzuweit führen, hier auf alle Blatttypen einzugehen, welche bei den zahlreichen Arten vorkommen; es würde das auch mehr oder weniger eine Wiederholung dessen werden, was von anderen Verfassern in Bezug auf die Xerophyten im allgemeinen gesagt worden ist. Es mag genügen darauf hinzuweisen, dass die Blätter durchgängig von kleinen Dimensionen sind, dass eine steife und lederharte Konsistenz allgemein ist, besonders bei den Sträuchern, ferner dass Succulenz ungemein reichlich vorkommt, worüber jedoch mehr unten. Nadelförmige, fadenförmige und schuppenförmige Blätter sind allgemein, ebenso Blätter mit eingerollten oder zurückgerollten Blatträndern. Periodenweise zusammenrollbare Blätter sind gewöhnlich unter den Gräsern. Völlig ohne Blätter sind *Ephedra americana* v. *andina* und *Fabiana denudata*. Wie schon früher erwähnt, werfen auch zahlreiche Arten ihre transpirierenden Oberflächen in der schlimmsten Trockenzeit ab.

Betreffs der Bekleidung mit Haaren ist zu sagen, dass sowohl Wollhaare als auch angedrückte Seidenhaare nicht selten auftreten. Die meisten der ersteren Kategorie haben die Haare nur auf der unteren Seite, so z. B. *Gutierrezia ledifolia*, *Nardophyllum armatum*, *Baccharis ledifolia* und *Grisebachii*, *Mutisia ledifolia*, *Trichocline auriculata*, *Chaptalia similis*, *Salvia Gilliesii*; geringer ist die Zahl derjenigen, welche auf beiden Seiten behaart sind (*Filago lasiocarpa*, die *Gnaphalium*-Arten, *Buddleia andina* u. a.). Blätter mit angedrückten Seidenhaaren findet man z. B. bei *Nassauvia axillaris*, *Plantago sericea*, *Verbena microphylla*, *Dichondra argentea*, *Evolvulus sericeus* (nur auf der Unterseite, während die Oberseite glatt ist), *Evolvulus villosus*, *Tribulus terrestris*, *Oxalis incana* u. s. w.

Zu bemerken ist doch, dass bei den hier vorkommenden Pflanzen eine relativ unbedeutende Behaarung vorkommt verglichen mit dem, was von dem nördlichen Teile der Andenkette mit ihrer feuchteren Paramos stets hervorgehoben worden ist und was GOEBEL (I) besonders kräftig geschildert hat. In vielen Fällen scheint in unserer Gegend das Haarkleid teilweise durch das reichlichere Vorkommen von Glandeln und Succulenz ersetzt zu werden. Glandeln findet man teilweise als Glandelhaare bei zahlreichen Pflanzen, wie bei *Senecio*-Arten, bei *Calceolaria bartsiaefolia*, bei *Nicotiana*- und *Patagonium*-Arten u. a., teilweise als eingesenkte Glandelpunkte, wie z. B. bei *Baccharis*- und *Fabiana*-Arten. Diese alle sondern harzartige Stoffe ab, welche die grünen Teile mehr oder weniger bedecken und die Transpiration herabsetzen (vgl. VOLKENS, I pag. 138). Beim Pressen kleben diese Pflanzen am Papier fest und hinterlassen einen guten Abdruck, aus ausgepresstem Harz bestehend. Diese oft vorkommende Harzabsonderung und der in Folge dessen oft starke aromatische Duft zeichnet die *Hoffmannseggia*-, *Cactus*- und *Azorella*-Formation sehr aus. Unter den übrigen Formationen kommt sie in erwähnenswertem Grade nur bei der *Lepidophyllum*-Formation vor, in welcher die beiden *Lepidophyllum*-Arten sogar so harzreich sind, dass ihre frischen und grünen Zweige beim Anzünden lebhaft aufflammen und brennen.

Die Anzahl der Succulenten ist für eine alpine Region ungewöhnlich gross. Die Succulenz ist in den Blättern oder auch in dem ganzen Spross mehr oder weniger stark ausgeprägt und zwar bei Repräsentanten für die am weitesten abstehenden Familien: bei den Kompositen sind solche zahlreich, besonders innerhalb der *Senecio*- und *Werneria*-Gattung, ebenso unter den Portulacaceen und den Chenopodiaceen; ebenso sind natürlich alle Kakteen dadurch ausgezeichnet. Vereinzelt findet man aber auch in anderen Familien, wie z. B. *Calycera crenata*, *Oxalis carnosa*, *Dalea Hofstenii*, *Cotyledon peruviana*, *Hexaptera cuneata*, die *Spergularia*-Arten, *Peperomia peruviana* u. a. Wie weiter unten gezeigt werden soll, erzeugt auch der Salzgehalt innerhalb der halophilen Formationen Succulenten, obwohl die Anzahl derselben nicht so gross ist; insgesamt beträgt die Zahl der Succulenten innerhalb unseres Gebietes über 50, d. h. ungefähr  $\frac{1}{7}$  der gesamten Artenzahl. Diese hohe Zahl ist bemerkenswert, wenn man an die Verhältnisse innerhalb der Paramos im nördlichen Teile der Andenkette denkt. GOEBEL (I pag. 13 und 42) sagt, dass die Kakteen dort fehlen, und giebt *Echeveria* als den einzigen Succulenten dort an. Es braucht kaum

erwähnt zu werden, dass das reiche Vorkommen von Succulenten in unserem Gebiete mit der daselbst herrschenden grösseren Trockenheit des Klimas in Zusammenhang steht. Merkwürdigerweise bestand jedoch die höchst hinauf gehende Phanerogamenvegetation auf dem Nevado de Chañi, in der meist von Wolken und Nebel eingehüllten Region, meist aus Succulenten (*Senecio*- und *Werneria*-Arten, *Calycera crenata*, *Hexaptera cuneata*).

Noch eine charakteristische Erscheinung muss ich zum Schlusse mit ein paar Worten erwähnen, nämlich die oft vorkommende Profilstellung der Blätter. Hierher gehören fast alle ausdauernden Gräser, welche charakterisiert werden durch stark zusammengerollte (mit oder ohne Vermögen sich bei feuchterem Wetter aufzurollen), mit stechender Spitze versehene und nach oben gerichtete Blätter. Hierher gehören *Stipa*-, *Calamagrostis*-, *Poa*- und *Festuca*-Arten. Profilstellung kommt jedoch auch bei den Dikotyledonen vor. Unter den Sträuchern mögen als Beispiele angeführt werden *Gutierrezia Gilliesii*, *Baccharis microphylla*, *Senecio tarapacanus*, *glacialis* und *iberidifolius*, einige *Werneria*-Arten u. a. mit aufrechtstehenden Blättern; weiterhin *Plazia daphnoides*, deren Blätter nur an der Spitze des Zweiges sitzen und aufgerichtet sind. Sie sind auch ziemlich isolateral gebaut, mit Palissadenparenchym auf beiden Seiten, wenn auch mit etwas kräftigeren und längeren Zellen auf der oberen Seite. Die Spaltöffnungen liegen auf den beiden Seiten, sogar etwas zahlreicher auf der Oberseite. Durch ihre aufrechte Stellung bilden die Blätter auch unter sich mehr luftstille Räume, während die Unterseite der Blätter dem Winde mehr ausgesetzt ist. Auch aus anderen Familien liessen sich noch zahlreiche Beispiele anführen.

Unter den Kräutern finden sich mehrere, deren Achsen an den Boden gedrückt liegen, deren Blätter jedoch rechtwinklig von diesen nach oben ausgehen, wie z. B. *Chenopodium frigidum*. Ähnlich verhalten sich auch die Keimblätter bei mehreren Arten, wie bei *Tribulus terrestris* und *Chenopodium frigidum*. Bei zusammengesetzten Blättern zeigt sich oft die Erscheinung, dass die Blättchen eine Profilstellung einnehmen. So z. B. haben einige *Patagonium*-Arten, welche langgestreckte Blättchen besitzen, diese winkelrecht aufwärts stehend auf der mehr oder weniger horizontalen Rachis. *Tribulus terrestris* und *Hoffmannseggia gracilis* haben die Blättchen längs der platt auf dem Sande liegenden Rachis um die Blättchenachse zu einer schönen Profilstellung gedreht. Diese beiden haben auch ziemlich isolateral gebaute

Blättchen. Dass dieser isolaterale Bau der Blätter jedoch nicht auf der Profilstellung derselben beruht, sondern der bei den Xerophyten allgemein vorkommenden kräftigeren Entwicklung des Palissadenparenchyms zuzuschreiben ist, geht daraus hervor, dass *Tribulus terrestris* im botanischen Garten zu Upsala auf gleiche Weise gebaute Blätter besass, obwohl dieselben daselbst eine horizontale Stellung hatten.

Noch viel mehr wäre zu sagen von den klimatischen Anpassungen bei den Pflanzen, welche zur *Hoffmannseggia*-, *Cactus*- und *Azorella*-Formation gehören. Mehrere Eigentümlichkeiten haben hier nur vorübergehend angedeutet werden können oder haben auch übergangen werden müssen, besonders gilt dies vom anatomischen Bau der Arten; auf diesen hoffe ich jedoch bei anderer Gelegenheit zurückkommen zu können. Das Gesagte möge hier genügen, um eine Vorstellung von den wichtigsten Typen und den Anpassungen zu geben, welche innerhalb der drei Formationen allgemein vorkommen, und welche beim Vergleiche mit anderen xerophilen Gegenden und alpinen Regionen am meisten in die Augen fallen.

### Die Flechtenwüste.

Mit diesem Namen habe ich die Formation bezeichnet, welche sich von der oberen Grenze der *Azorella*-Formation aus bis hinauf zum ewigen Schnee erstreckt, welcher letzterer auf dem Nevado de Chañi seinen Anfang in einer Höhe von 5800—5900 m über dem Meere nahm. Der Boden bestand auf diesem Gebiete aus losen Steinblöcken, aus Kies oder Sand. Die Flechtenwüste wird durch vollständiges Fehlen von Phanerogamen charakterisiert. Auf dem Nevado de Chañi fehlten auch Moose gänzlich! Die einzigen Pflanzen dort waren eine kleine Laubflechte (eine sterile *Gyrophora*-Art), wie auch fünf Krustenflechten, nämlich *Lecanora varia* *β polytropa* (EHRH.) NYL., *Acarospora chlorophana* (WNBG.) MASS., *Acarospora tersa* (FR.) TH. FR.(?), eine sterile *Caloplaca*- und eine sterile *Lecanora*- oder *Lecidea*-Art, welche spärlich auf Felsblöcken vorkamen. Diese Arten wachsen auch auf den Felsblöcken, welche im Gebiete des ewigen Schnees aus demselben hervorragen; man findet sie noch ganz oben auf der 6100 m hohen Spitze des Berges. SCHIMPER giebt in seiner Pflanzengeographie (pag. 753) an, dass sich der höchste bekannte Fundort für Flechten auf dem Gipfel des Kilimandscharo in einer Höhe von 6010 m befände, wo sie von H. MEYER wahrgenommen sind.

Die Flechtenwüste entspricht der Region, welche HUMBOLDT (I) in den tropischen Anden mit dem Namen Lichen-Region benannt hat; GRISEBACH (III) nennt sie »die nackte Region« und versteht gleichfalls darunter ein Gebiet, worin keine Phanerogamen, sondern nur Flechten auftreten.

Was auf dem Nevado de Chañi das Auftreten der Phanerogamen verhindert, dürfte nur teilweise in der Beschaffenheit des Bodens selbst zu suchen sein, welcher teilweise aus losen Felsblöcken besteht. An manchen Stellen nämlich gab es, wie schon erwähnt, Kies und Sand, und dort hätten einzelne Pflanzen sicher Boden finden können. Auch das Klima direkt dürfte noch nicht als Ursache für das Fehlen der Phanerogamen anzusehen sein, sondern letzterer Umstand dürfte meines Erachtens darin seine Erklärung finden, dass dieses Gebiet so oft von Schneemassen bedeckt wird.

### Die Flugsandformationen.

An einigen Stellen innerhalb des Gebietes sammeln sich, wie oben erwähnt, bisweilen Dünen, gebildet aus losem Flugsand, welche im Winde veränderlich sind. Solche kommen z. B. in einem engeren Tale zwischen Moreno und den Salinas grandes vor, im Schutze eines Hügels bei Huancar, sowie in grosser Ausdehnung auf der Hochebene zwischen Casabindo und Miraflores. Die Vegetation war an diesen Stellen sehr charakteristisch und wohl verschieden von der aller anderen Formationen. Ich nahm zwei verschiedene Flugsandformationen innerhalb des Gebiets wahr, von welchen ich Gelegenheit hatte die eine an der oben erwähnten Stelle bei Moreno und Huancar zu studieren, wohingegen ich die andere nur flüchtig kennen lernte, nämlich an der Stelle zwischen Casabindo und Miraflores.

Diese letztgenannte Formation, welche ich nach ihrer Charakterpflanze die *Lampaya*-Formation nenne, wird der Hauptsache nach gebildet aus der Verbenacee *Lampaya medicinalis*, einem fusshohen Strauche vom Ericaceen-Habitus mit glatten, lederharten Blättern. Die übrige Vegetation war dort sehr arm. Am wichtigsten waren *Senecio sericeus* var. *Candolleanus*, sowie *Astragalus unifolius*, beide mit weisswolligen Achsen und Blättern und ca. 2 dm hoch. Sowohl die *Lampaya*- wie auch die *Senecio*-Art wurde nur auf diesem Flugsandgebiete beobachtet.

Die andere Flugsandformation, die *Patagonium arenicola*-Formation, war reicher an Arten. Es seien hier ein paar Standortaufzeichnungen angeführt.

I. Bei Moreno am 6. Dez. 1901. Der Sand ist fein, typischer Flugsand, in Wellen liegend und einigermaßen verbunden durch die dort vorkommenden Sträucher und Gräser. Die Vegetation ist sehr dünn gesät, dünner als bei der *Hoffmannseggia*-Formation. Die Sträucher bestehen aus *Lippia hastulata* und *Patagonium arenicola* (reichlich), *Fabiana viscosa* und *Patagonium Hystrix* (zerstreut), *Senecio viridis* (dünn gesät), sowie *Chuquiraga atacamensis* (einzeln). Dikotyledonen-Kräuter fehlen vollständig in dem losen Sande; nur folgende drei Gräser findet man dort: *Sporobolus arundinaceus*, *Panicum Urvilleanum* (reichlich) und *Pennisetum chilense* (dünn gesät). Diese Gräser halten den Sand in Hügeln fest. Es giebt hier keine Moose oder Flechten.

II. Bei Huancar am 20. Nov. 1901. Auf dem Abhange eines Hügels nahe am Süden der Salinas grandes hatten sich weite Felder aus Flugsand gebildet, und zwar infolge der Veränderlichkeit der Wellen im Winde teilweise vegetationslos, teilweise mit einer dünnen Flora bedeckt. Der Sand hat sich über ein Stück *Cactus*-Formation ausgebreitet, weshalb auch einige der Arten derselben gegenwärtig zur Flugsandformation zu zählen sind. Diese ist aus folgenden Arten zusammengesetzt. Sträucher: *Lippia hastulata*, *Verbena seriphioides*, *Patagonium Hystrix* und *sp.* (reichlich), *Chuquiraga atacamensis* (zerstreut), *Nardophyllum armatum*, *Senecio viridis* und *Fabiana viscosa* (einzeln). Gräser: *Pennisetum chilense* (häufig) und *Sporobolus arundinaceus* (zerstreut). Dikotyledonen-Kräuter fehlen vollständig, ebenso Moose und Flechten.

Hier sei besonders noch hingewiesen auf das Vorkommen von *Patagonium arenicola*, *Panicum Urvilleanum* und *Sporobolus arundinaceus*. Die beiden erstgenannten wurden an keiner anderen Stelle weiter angetroffen als auf dem begrenzten Gebiete dieser Flugsandformation. Letztgenanntes Gewächs dagegen ist auch, wie weiter unten dargetan werden soll, Charakterpflanze einer halophilen Sandformation; ausser hierin und im Flugsande fehlt diese Pflanze vollständig in unserem Gebiete. Stellen mit Flugsand sind jedoch nicht zahlreich und liegen weit von einander getrennt, weshalb das konstante Auftreten der *Sporobolus*-Art dort um so grössere Beachtung verdient. Diese Art fehlt in der dazwischen liegenden und nahe verwandten *Hoffmannseggia*-Formation, aber ich nahm doch wahr, wie an mehreren Stellen, in einer Vertiefung, im Schutze einer Erhöhung oder dergleichen, wo der

Flugsand sich über einer Fläche von einigen qm angehäuft hatte, sich auch *Sporobolus arundinaceus* von weit entfernten Orten her eingestellt hatte. Erwähnt sei noch, dass REICHE (IV) das Vorkommen von *Panicum Urrilleanum* auf den Flugsanddünen bei Rio Maule in Chile erwähnt (ca. 35° s. Br.), ebenso KURTZ (I) *Sporobolus arundinaceus* für die gewaltigen, unter dem Namen »Médanos« bekannten Flugsandbildungen am Fusse der Cordilleren in Mendoza anführt.

Die hier vorkommenden Sträucher erreichen die für die Puna-Sträucher gewöhnliche Höhe, ungefähr 1 m, und sind auch auf dieselbe Weise wie diese gebaut. Ein besonders merkwürdiger Zug bei einigen von ihnen, *Fabiana viscosa* und besonders *Lippia hastulata*, ist der Umstand, dass sie fast stets auf Stelzwurzeln stehend zu wachsen scheinen. Dieses Gebilde ist natürlich dadurch hervorgerufen worden, dass der leicht bewegliche Sand vom Winde weggeführt wird, wodurch ein Teil des Wurzelsystems entblösst wird; für das Aufrechterhalten der betreffenden Sträucher sind indessen diese falschen Stelzwurzeln von ebenso grosser Bedeutung, wie bei anderen Arten die dort vorkommenden echten<sup>1</sup>.

Was die in der Flugsandformation vorkommenden Gräser betrifft, so ist es interessant, hier auf alpinem Gebiete an entsprechenden Orte der Hauptsache nach dieselbe charakteristische Anpassung vorzufinden, welche wir von der Flora unserer skandinavischen Meerstranddünen her kennen. Ihre Rhizome kriechen tief unter die Erdoberfläche und bilden lange Ausläufer; am kürzesten sind sie bei *Panicum*, bei den anderen in Frage kommenden grub ich meterlange auf. Auch Seitensprosse aus denselben kommen vor, die zu ähnlichen Ausläufern sich auswachsen; bei *Sporobolus* sitzen dieselben auf den Seitenflächen des Rhizoms, bei *Pennisetum* werden sie nahe an der unteren Seite als weisse, kegelförmige Knospen angelegt, welche senkrecht nach unten gerichtet sind und Ausläufer hervorbringen, die auch wieder zuerst senkrecht nach unten wachsen, dann aber sich in grossen Bogen allmählich aufwärts nach der Erdoberfläche hin biegen. Dicht unter letzterer vollzieht sich eine reichliche Verästelung, wodurch Büschel entstehen, unten von einer Masse durrer, schützender Blattscheiden umgeben. Die Rhizome sind bei *Pennisetum* grösstenteils dicht bekleidet mit grossen, bis 5 cm langen, braunen, hautförmigen

<sup>1</sup> Ähnliche Verhältnisse kommen auch in der alpinen Hochebene in Ecuador bei *Chuquiraga*-Arten vor (MEYER, I pag. 143).



Scheiden, welche von den Wurzeln durchbohrt werden müssen, die hauptsächlich auf der unteren Seite des Rhizoms aus den Nodi hervorberechen.

Noch ein paar Worte über den Blattbau bei diesen Gräsern. Die *Pennisetum*- und *Panicum*-Blätter sind in der Hauptsache nach gleichem Typus gebaut; davon giebt Fig. 1 eine Vorstellung. Beide sind zusammenrollbar, aber nur bei ersteren findet man schön entwickelte Gelenkzellen (cellulæ bulliformes) auf dem Boden der Furchen auf der Oberseite der Blätter. Beide haben ausserdem Spaltöffnungen auf beiden Seiten der Blätter! Während *Pennisetum* nur eine raue Blattoberfläche hat, besonders auf der Oberseite, hat *Panicum* dieselbe auf der Unterseite dicht mit langen, nach unten gerichteten, anliegenden Haaren bedeckt, während ihre Oberseite nur dünn behaart ist.

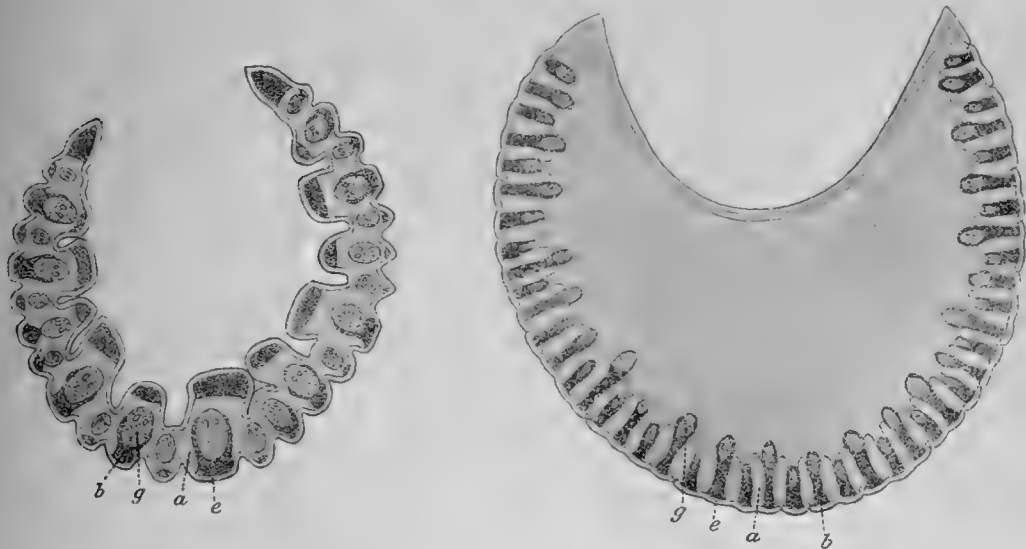


Fig. 1. *Panicum Urvilleanum* Kth.

Fig. 2. *Sporobolus arundinaceus* (Gris.) OK.

Blattquerschnitte, schematisch: a Assimilationsparenchym; b Baststränge; e Epidermis; g Gefässbündel.

*Sporobolus arundinaceus* dagegen hat die Blätter nach einem ganz anderen, ungewöhnlicheren Typus gebaut (siehe Fig. 2). Dieselben sind von ziemlich holziger Konsistenz, glatt und nur an den Rändern mit Haaren versehen, beinahe rundlich, mit einer Rinne längs der Oberseite; nach den Blattspitzen hin biegen sich die Blattkanten, welche die Rinne begrenzen, immer mehr zusammen, so dass diese immer enger wird. Endlich schliessen sich die Kanten vollständig um die Rinne, welche noch ein Stück im Blatte fortgeht; von da aus ist die Blattspitze noch einige cm kompakt und dreikantig. Der grösste Teil des Blat-

tes wird von einem grosszelligen, parenchymatischen, ungefärbten Gewebe eingenommen. Auf der morphologischen Oberseite ist dieses mit einer kleinzelligen Epidermis bedeckt, welche stark verdickte Aussenwände hat; die an dieselbe stossende Zellschicht des parenchymatischen Grundgewebes hat kleine Zellen, welche auch mit etwas verdickten Wänden versehen sind, besonders nach den Kanten der Rinne hin. Spaltöffnungen fehlen in der Rinne! Nur an den Kanten, wo die Assimilationsparenchymbänder der Unterseite an die Epidermis der Oberseite heranreichen, trifft man hier und dort eine an. Die morphologische Unterseite des Blattes ist von einer etwas höheren, mit noch dickerer Aussenwand versehenen Epidermis bedeckt. Nach innen zu folgen längsgehende abwechselnde Bänder aus chlorophyllführendem Gewebe und aus Baststrängen, in deren Innerem die Gefässbündel ganz oder grösstenteils eingebettet liegen. Spaltöffnungen finden sich hier sehr zahlreich in längsgehenden Reihen ausserhalb des Assimilationsparenchyms; sie sind unter die Blattoberfläche tief eingesenkt. Das Assimilationsgewebe wird aus der Hauptform nach kurzen, zylindrischen, in der Längsrichtung des Blattes liegenden Zellen gebildet, welche nach allen Richtungen hin kürzere oder längere Arme aussenden, die sich an die der Nachbarzellen anschliessen. Hierdurch wird ein schönes, von unregelmässigen Luftgängen durchzogenes Schwammparenchym gebildet. Die binsenartige Blattspitze ist rundherum wie die soeben geschilderte Blattunterseite gebaut; die Epidermis der rinnenförmigen Oberseite des Blattes setzt sich ebenso unverändert fort in dem porenförmigen, blind endigenden Fortsatze desselben.

### Die *Salicornia*-Formation.

Eine in unserm Gebiet allgemein vorkommende Formation, obwohl niemals von grösserer Ausdehnung, ist diejenige, welche den feuchten salzhaltigen Boden einnimmt, die *Salicornia*-Formation. Innerhalb der Halophilen entspricht sie der hydrophilen *Hypsela*-Formation und kommt an mehreren Stellen vor, wie bei Moreno, Laguna Colorada, Cangrejillos und Tusle bei Mina Concordia. Nur sehr wenige Arten gehören zu derselben; als Probe mag folgende Standortaufzeichnung aus der Nähe von Moreno angeführt werden.

Die gewöhnlichste Art ist *Salicornia pulvinata*, welche in der Form von kleinen Teppichen oder Polstern den grössten Teil des Bodens bedeckt; zwischen letzteren liegt der lehmartige, salzhaltige, weisse

Boden mehr oder weniger bloss da, Was die Farbe anbelangt, so ist die *Salicornia* gelbgrün und giebt der ganzen Formation diesen Farbenton. Teils in diese Polster eingesprengt, teils zwischen ihnen kommen folgende Pflanzen vor: *Heterothalamus acaulis* (häufig), *Distichlis humilis* (reichlich), sowie *Atriplex andina* und *Scirpus nevadensis* (zerstreut). Hier und da tritt auch ein Polster, aus *Frankenia triandra* gebildet, auf, weiterhin sichtbar durch ihren dunkleren grünen Farbenton und durch die weisse Farbe der Blüten. In jeder kleinen Vertiefung, auch in der unbedeutendsten von nur ein paar cm, wo sich zeitweise bei Regen etwas Wasser ansammeln kann, tritt ein Teppich auf von *Triglochin maritimum* var. *deserticola*, gewöhnlich daselbst die vorher genannten Arten vollständig verdrängend. Seltener kommt auch in diesen Vertiefungen *Juncus Lesueurii* vor, die einzige Pflanze, die eine erwähnenswerte Höhe über dem niedrigen Pflanzenteppich erreicht.

Oft schliesst sich die *Salicornia*-Formation eng an die *Hypsela*-Formation an und bildet gleichmässig abgestufte Übergangsformen zu letzterer, je nachdem der Salzgehalt im Boden abnimmt. Bisweilen sieht man auch an Stellen, wo der Boden höckerig ist, den oberen Teil dieser Höcker von einer mehr oder weniger reinen *Hypsela*-Formation eingenommen, wohingegen die Vertiefungen zwischen den Höckern, wohin das Wasser die Salze niederspült, von der *Salicornia*-Formation eingenommen werden. Dieses Verhalten beobachtete ich an der Laguna Colorada in ausgeprägter Weise. Auch zu der folgenden kann die *Salicornia*-Formation nach und nach übergehen, so wie dies bei Moreno der Fall war; die Grenze gegen diese ist indessen im grossen und ganzen scharf gezogen.

Ausser den oben in der Standortaufzeichnung von Moreno angeführten Arten gehört auch *Werneria incisa* zur *Salicornia*-Formation, obwohl, wie es scheint, nur an höher gelegenen Stellen; diese Pflanze wuchs bei Tusle im südlichen Teile des Gebiets in einer Höhe von 4500—5000 m über dem Meere.

Eine für die zur Formation gehörigen Arten bemerkenswerte Eigentümlichkeit ist die bei den meisten Arten stark ausgeprägte Verkrüppelung der oberhalb der Erdoberfläche liegenden Teile und eine kräftige Entwicklung der unter derselben gelegenen Partien. Höhere Sträucher fehlen vollständig. *Juncus Lesueurii* und *Scirpus nevadensis* erheben zwar ihre Stengel bis zu 1 dm Höhe, und *Werneria incisa* wird ungefähr 0,5 dm hoch, aber unter den anderen Pflanzen giebt es kaum eine, die 1 cm Höhe übersteigt, ein paar erreichen nicht

einmal diese Höhe. Auf dem Boden liegende und über denselben ausgebreitete Sprosse hat *Atriplex andina*. Besonders interessant ist die beinahe bis zum denkbar Äussersten getriebene Reduktion von *Triglochin maritimum*, welche Pflanze nur ungefähr 2 cm hohe Infloreszenzen hat; sehr bemerkenswert sind auch die drei Zwergtypen, welche wir hier in den Gattungen *Heterothalamus*, *Salicornia* und *Frankenia* repräsentiert finden.

Der Bau von *Heterothalamus acaulis* ist im Vorhergehenden geschildert worden (siehe auch Taf. VI, Fig. 4). *Salicornia pulcinata* hat Sprosse mit äusserst kurzen Gliedern, welche auf dem Boden liegen; eine reichliche Bildung tiefgehender Nebenwurzeln findet auf der unteren Seite der Achsen statt. Durch eine ausserordentlich reiche Verzweigung aus den Achseln der gegenüberstehenden, scheidenförmig zusammengewachsenen, fleischigen Blätter wird ein besonders dicker, kissenartiger Vegetationsteppich gebildet, der in seiner ganzen unteren Fläche durch zahlreiche, kräftige, senkrecht nach unten gehende Nebenwurzeln am Boden befestigt ist. Durch Absterben alter Achsen kann eine Individualisierung stattfinden. Die über der Erde befindlichen grünen und assimilierenden Sprosstteile sind nur 2 mm lang und tragen hier und dort die nur ca. 2 mm langen, sessilen und terminalen Infloreszenzen.

*Frankenia triandra* ist ein ausserordentlich reich verzweigter Zwergstrauch mit fortlebender Hauptwurzel, der mit den dicht belaubten, über die Erdoberfläche aufschliessenden Spitzen der Sprosse einen dichten Teppich bildet. Eine Bildung von Nebenwurzeln habe ich bei dieser Art nicht gesehen. Die mit grünen, lebenden Blättern bekleideten Sprosstteile messen nur 1—2 mm in der Länge. Die terminalen Blüten sind ungestielt; auch die Früchte erheben sich nicht über den Teppich.

Als halophile Pflanzen sind die meisten zu dieser Formation gehörigen Arten succulent. Bei *Atriplex andina* und *Werneria incisa*, sowie vor allem bei der *Salicornia*, sind sowohl die Stämme als auch die Blätter fleischig und saftig. Ähnlich sind auch die Blätter bei *Triglochin* und *Heterothalamus* gebildet; die der ersteren Pflanze haben einen beinahe kreisrunden und die der letzteren einen ovalen Querschnitt.

In dem an Salzboden so reichen bolivianischen, nordchilenischen und nordargentinischen Cordillereengebiete dürfte die *Salicornia*-Formation weit verbreitet sein. Zu erwähnen ist, dass ich auf dem MANDON-Schen Exemplare von *Frankenia triandra* im Museum zu Kew, welches

Exemplar aus Bolivia (»Viciniis Biacha inter Cautapa et Nasacara») stammt, vermengt mit ihm die bisher übersehene *Salicornia pulvinata* gefunden habe, d. h. die beiden charakteristischsten Arten der *Salicornia*-Formation dort zusammenwachsend.

### Die *Lepidophyllum*-Formation.

Die *Lepidophyllum*-Formation ist eine halophile Strauchformation, ausschliesslich von den beiden *Lepidophyllum*-Arten *quadrangulare* und *phylicaeforme* gebildet. Diese werden ungefähr einen Meter hoch und stehen mehr oder weniger dicht, haben aber stets offene nackte Flecken oder Gänge zwischen sich. Untervegetation fehlt so gut wie völlig; der Boden zwischen den Sträuchern liegt vollständig nackt da. Nur dünn gesät können bisweilen entweder das kleine Gras *Distichlis humilis* oder Polster von *Frankenia triandra* auftreten. Vielleicht liesse sich auch eine Verteilung der beiden *Lepidophyllum*-Arten in der Formation feststellen, so dass *L. phylicaeforme* die etwas feuchteren Plätze einnimmt; bei dieser Art sind auch die Blätter nicht so reduziert wie bei der ersteren. Beide Arten erinnern durch ihren Habitus so auffällig an *Thuja*- oder *Juniperus*-Sträucher, dass man beinahe überrascht ist, wenn man die Zweigspitzen von gelben Kompositenköpfchen eingenommen findet. Sie grünen beständig, sind dunkelgrün und stechen von den übrigen Punasträuchern sehr ab. Alle grünen Teile duften stark aromatisch; sie sind klebrig überzogen von einem sich reichlich absondernden Harze.

Die *Lepidophyllum*-Formation bedeckt hier und da grössere Flächen, wie bei Moreno und in der Nähe der Salinas grandes, oft auch tritt sie als schmales Band auf, welches den Bächen ausserhalb der *Hypsela*-Formation folgt und diese von der *Hoffmannseggia*- oder der *Cactus*-Formation, in welche sie übergeht, trennt. Die *Lepidophyllum*-Formation ist merkwürdig scharf begrenzt, wenn auch natürlich hier und dort an den Kanten die eingehenden Arten etwas mit den Repräsentanten des angrenzenden Gebiets gemischt sein können.

Sie ist an einen feinsandigen oder etwas lehmigen Boden gebunden. Zum Vergleiche sei hier eine Analyse der Erdproben wiedergegeben, welche den drei Sandformationen entnommen sind: der *Hoffmannseggia*-, der *Lepidophyllum*- und der *Sporobolus arundinaceus*-Formation. Die Proben wurden da gewählt, wo die Formationen eine ty-

pische Zusammensetzung und grosse Ausdehnung hatten, und zeigen folgende Zahlen.

	Beim Trocknen (+ 105° C.) weg- gehendes Wasser	Im Wasser lösliche Salze (getrocknet bei 175°)	Chloride (als NaCl berechnet)	Sulfate (als Na <sub>2</sub> SO <sub>4</sub> berechnet)
Von der <i>Hoffmannseggia</i> -F.	0,5 0/0	0,08 0/0	0,01 0/0	Spuren
» » <i>Lepidophyllum</i> -F.	2,1 0/0	3,08 0/0	1,70 0/0	0,83 0/0
» » <i>Spor. arundinaceus</i> -F.	1,2 0/0	18,56 0/0	13,16 0/0	4,19 0/0

In den beiden letzteren fanden sich ausserdem noch Spuren von Ca, Mg, K und Borsäure vor, letztere in bedeutend grösserer Menge in der Probe von der *Sporobolus*- als in der von der *Lepidophyllum*-Formation.

Hieraus geht hervor, dass der Salzgehalt in der *Lepidophyllum*-Formation bedeutend grösser ist als in der *Hoffmannseggia*-Formation, wenn auch noch klein im Vergleich mit dem in der *Sporobolus arundinaceus*-Formation. Die Feuchtigkeit ist am grössten in der erstgenannten.

In seiner Arbeit über die Vegetation der Magellans-Länder behandelt DUSÉN (II) das dort auf Lehm- und Sandboden auftretende, mit den beiden in der Puna vorkommenden Arten verwandte *Lepidophyllum cupressiforme*. Dasselbe ist dort an die Meeresufer gebunden und ebenfalls ein halophiler Strauch. Die Gebüschchen, welche es bildet, und von denen DUSÉN eine schöne Abbildung mitteilt, erinnern physiognomisch an die *Lepidophyllum*-Formation in der Puna, wenn auch die Gebüschchen in letzterer sich niemals so dicht zusammenschliessen wie dort. Die magellanische Art scheint auch darin mit ihren alpinen Verwandten übereinzustimmen, dass sie an schwach salzhaltigen Boden gebunden ist. »Obschon sie eine entschieden halophile Art ist, verträgt sie doch keinen grösseren Salzgehalt. Wo diese Pflanze wächst, ist nämlich die Salzmenge des Bodens nicht gross genug, um das Eindringen nicht-halophiler Arten vollständig zu verhindern. Solche finden sich zuweilen, jedoch nur vereinzelt» (DUSÉN, II pag. 365).

#### Die *Sporobolus arundinaceus*-Formation.

Am Rande der Salinas grandes ist der sandige Boden so reich mit Salzen durchzogen, dass er wie gefroren erscheint und beim Betreten knistert. Sein Reichtum an Salz geht aus der oben auf dieser Seite mitgetheilten Analyse hervor. Dieser Boden wird von einer sehr charakte-

ristischen, weithin ausgedehnten Pflanzenformation eingenommen, welche nach ihrer meist in die Augen fallenden Pflanze die *Sporobolus arundinaceus*-Formation genannt werden kann, und welche ich sonst an keiner anderen Stelle im Gebiete wahrgenommen habe. Wo sie typisch ist, fehlen ihr Sträucher; die höchste der vorkommenden Pflanzen ist der erwähnte *Sporobolus arundinaceus*, ein 2—4 dm hohes, sandbindendes Gras mit harten Blättern und von gelbgrüner Farbe, welche Farbe es, wegen seines reichlichen Vorkommens der ganzen Landschaft verleiht. Allgemein in der Formation steht auch *Frankenia triandra*, welches Gewächs bis 1 m breite, dichte Teppiche oder Polster von dunkelgrüner Farbe bildet. In diese Polster eingesprengt oder auch allein kleine Teppiche bildend, kommt ausserdem allgemein *Distichlis humilis*, sowie seltener *Salicornia pulvinata* vor. Diese vier Arten sind die einzigen, welche ich in der typischen *Sporobolus arundinaceus*-Formation vorfand. Keine Flechten oder Moose kommen vor.

An einigen Stellen des Salinenrandes hat der Wind den Sand in  $\frac{1}{2}$ —1 m hohe Dünen zusammengetrieben. Zufolge des Umstandes, dass der Boden auf diesen nicht so salzhaltig ist, bildet sich auf ihnen ein etwas andere Vegetation, indem hier ein paar Sträucher fortkommen können; dieselben wachsen zerstreut innerhalb der *Sporobolus*-Formation. Am häufigsten sind *Chuquiraga atacamensis* und *Senecio viridis*. Ausser diesen Pflanzen kommt hier auch, obwohl seltener, ein steriles Gras mit steifen, stehenden Blättern vor, das 0,5 m hohe und breite Büschel bildet.

Die *Sporobolus arundinaceus*-Formation nimmt, wie erwähnt, den Rand der grossen Saline inmitten der Hochebene ein. Die *Sporobolus*-Art reicht so weit wie der Sandboden, aber da, wo die zusammenhängende weisse Salzkruste, welche die eigentliche Saline bildet, ihren Anfang nimmt, vermag sie nicht weiter fortzukommen. Dies ist aber der Fall sowohl mit *Frankenia triandra* wie auch mit *Distichlis humilis*. Aus der weissen, an einen gefrorenen See erinnernden Salzkruste schiessen die *Frankenia*-Polster auf, die zur Zeit meines Besuchs (19. Nov.) in voller Blüte standen; ebenso *Distichlis*, deren Halme sich 1—2 cm über die Salzkruste erheben, so dass, wenn man sie herauszieht, ihr Rhizom und ihre Blattscheiden mit dicken Schichten von Salz behängt sind. Ihre Halme stehen sehr dünn, oft wegen des unterirdischen, horizontal verlaufenden Rhizoms in schönen Reihen wachsend. Je weiter man in die Saline hineinwandert, desto spärlicher treten die Polster von *Frankenia* und ebenso auch die *Distichlis*-Halme auf. Er-

stere Pflanze verschwindet zuerst; die letztere ist am widerstandsfähigsten, kann aber schliesslich da, wo die Salzkruste zu dick wird, auch nicht mehr gedeihen. Mitten auf der Saline findet man von Vegetation keine Spur.

### Kulturpflanzen und Unkräuter.

Das strenge alpine Klima beschränkt natürlich die Anzahl der Kulturpflanzen bedeutend; hierzu kommt, dass die grosse Trockenheit die Pflege einiger Pflanzen, die sonst in diesem Gebiete gedeihen könnten, erschwert. Die dünnbesetzte Bevölkerung der Puna hat ihre Wohnstätten und kleinen Anpflanzungen stets an den nicht austrocknenden Bächen. Letztere verwenden sie durch geschickt angelegte Bewässerungssysteme zur Berieselung ihrer Äcker und Wiesen, welche sonst nicht würden bestehen können, da die Niederschläge zu gering dazu sind. Ausser an diesen Stellen hat die Kultur keine Veränderung in die Vegetation des Gebietes hineingebracht.

Von den Pflanzen, welche kultiviert werden, sei zuerst die »Alfalfa« (*Medicago sativa*), ein wichtiges Futter für Maulesel und Pferde, erwähnt; als solches wird auch Gerste (*Hordeum vulgare*) verwendet, die hier und da gebaut wird. Zur Nahrung für den Menschen werden Kartoffeln, *Vicia Faba* und *Chenopodium Quinoa* kultiviert. Mais lässt sich auch an geschützten Stellen ansäen und zwar in engen Tälchen, an besonders sonnigen und geeigneten Stellen, wie bei Casabindo (ca. 3500 m), La Quiaca (ca. 3500 m), Yavi (3400 m über dem Meere) und anderwärts; er gelangt aber, so viel ich weiss, nicht zur Reife.<sup>1</sup> Die Maiskultur ist auch gegenwärtig von keiner grösseren Bedeutung in diesem Gebiete; anders war es vor ein paar hundert Jahren, als die Inka-Lehnsleute dort wohnten, und ehe noch die kolonisierenden Spanier dort eindringen und die Kultur der ersteren vernichteten. Man sieht noch an den verfallenen Wohnplätzen der ursprünglichen Einwohner kolossale Terrassierungsanlagen, wo — wie man aus Gräberfunden und dergl. schliessen kann — Mais im grossen kultiviert worden ist, was durch grossartige Bewässerungssysteme möglich gemacht worden war.

---

<sup>1</sup> Von Peru führt MEYEN (I) an, dass dort Mais nicht in grösserer Höhe als 12000 Fuss über dem Meere und *Medicago sativa* nicht in grösserer Höhe als 11000 Fuss kultiviert werden kann.



Fruchtbäume gedeihen in diesem Gebiete nicht. Zwar kann man bisweilen sehen, wie Versuche mit einem kleinen Pflirsichbaume gemacht werden, indessen können solche Bäumchen kaum am Leben erhalten werden, geschweige denn einen lohnenden Ertrag geben.

Nur an einer Stelle sah ich eine üppigere Kultur, nämlich bei Yavi. Diese Stelle liegt zwar 3400 m über dem Meere, aber in einer Einsenkung, welche vor Winden gut geschützt ist und von einem Bache reichlich bewässert wird. Dort wurde an ein paar Stellen Lein kultiviert, welcher zur Zeit meines Besuchs, am Neujahrstage, in vollem Blütenschmucke dastand; ferner wurde dort Weizen gebaut, auch etwas Mais, weiter sah man *Medicago sativa*, *Lactuca sativa* und *Vicia Faba*, welche Pflanze hier ebenso hoch und üppig stand wie in Europa, während sie bei Moreno nicht die Höhe von 1—2 dm überstieg. Bei Yavi wurden auch Exemplare von *Salix babylonica* und *Populus canadensis* gezogen, die eine Höhe von 5—6 m erreichten; beide standen zu Neujahr in vollem, grünem Laubschmuck.

In all diesen Anpflanzungen kommen natürlich eine Reihe Unkrautarten vor, teils eingewandert aus der benachbarten Flora, teils aus anderen Gegenden unter Beihülfe von Menschen eingeführt. Da bei Bewässerung von Feldern und Wiesen der Boden stellenweise Überfluss an Wasser erhält, so mengen sich in die Unkrautflora auch eine Anzahl hydrophiler Arten ein.

Als Proben für die Zusammensetzung der Unkrautflora auf den Ackern und Wiesen in unserm Gebiete mögen ein paar Beispiele von Moreno angeführt werden. Auf einem *Vicia Faba*-Acker, welcher am 14. Dezember in voller Blüte stand, wurden folgende Unkrautarten aufgezeichnet: *Lepidophyllum phyllifolium* (ein paar dm hohe Individuen, aus der benachbarten *Lepidophyllum*-Formation eingewandert), *Solanum pulchellum*, *Malvastrum antofagastanum*, *Medicago sativa*, *Chenopodium Quinoa*, *Rumex crispus*, *Distichlis humilis*, *Bromus unioloides* und *Hordeum vulgare*.

Auf einer *Medicago sativa*-Wiese wurde (am 14. Dez.) folgende reichhaltige Unkrautvegetation angetroffen: *Lepidophyllum quadrangulare*, *Xanthium spinosum*, *Heterosperma pinnatum*, *Schkuhria pusilla*, *Solanum pulchellum*, *Heliotropium brachystachyum*, *Malvastrum antofagastanum*, *Erodium cicutarium*, *Hoffmannseggia gracilis*, *Medicago Berteroana*, *Melilotus indica*, *Astragalus atacamensis*, *Lepidium bipinnatifidum*, *Amarantus oleraceus*, *Guilleminea illecebroides*, *Chenopodium Quinoa*, *Atriplex andina*,

*Pennisetum chilense*, *Aristida nana*, *Bouteloua humilis*, *Eragrostis nigricans*, *Distichlis humilis*, *Bromus unioloides*, sowie ausserdem an feuchten Stellen *Rumex crispus*, *Poa annua*, *Poa laetevirens* und *Triglochin palustre*.

Von besonderem Interesse sind hier die Pflanzen, welche ursprünglich nicht einheimisch im Gebiete, durch Mithülfe von Menschen aber dorthin gebracht worden sind, und welche sich dort mehr oder weniger gut akklimatisiert haben. Als solche möchte ich folgende betrachten<sup>1</sup>:

<i>Xanthium spinosum</i>	<i>Melilotus indica</i>
<i>Bidens bipinnata</i>	<i>Brassica Napus</i>
<i>Sonchus oleraceus</i>	<i>Capsella Bursa pastoris</i>
<i>Erodium cicutarium</i>	<i>Amarantus Blitum</i>
<i>Medicago sativa</i>	» <i>oleraceus</i>
» <i>Berteroana</i>	<i>Chenopodium Quinoa</i>

Wenn wir nach dem Ursprung dieser eingeführten Arten sehen, so finden wir, dass die meisten aus der alten Welt stammen. Hierher gehören *Xanthium spinosum*<sup>2</sup>, *Sonchus oleraceus*, *Erodium cicutarium*, *Medicago sativa*, *Melilotus indica*, *Brassica Napus*, *Capsella Bursa pastoris*, *Amarantus Blitum* und *oleraceus*. Aus der neuen Welt stammen nur *Bidens bipinnata* (N. Am.), *Medicago Berteroana* (Chile und Argentinien), sowie *Chenopodium Quinoa* (Peru).

Die meisten dieser Pflanzen kommen beständig an Menschenkultur gebunden vor, wie Unkraut auf Äckern und Wiesen oder um die Wohnstätten herum. Die Art, welche sich am besten akklimatisiert hat, ist ohne Zweifel *Erodium cicutarium*. Sie war bisweilen meilenweit von Menschenwohnungen entfernt anzutreffen. Wahrscheinlich sind es die Schafe und die Llamas, die besonders zu ihrer Verbreitung beitragen. Sie tritt sowohl auf ziemlich feuchten Stellen (an Gra-

<sup>1</sup> Möglicherweise sind auch folgende Arten erst mit Hilfe des Menschen dorthin gekommen: *Parthenium Hysterophorus*, *Tribulus terrestris*, *Nazia racemosa* und *Poa annua*. Was letztere betrifft, so ist sie ganz sicher auch ursprünglich dort einheimisch gewesen, möglicherweise aber dann noch eingeführt worden, hat also in diesem Fall doppelten Ursprung (vergl. KURTZ II pag. 522). Die Art und Weise, wie die übrigen auftreten, spricht dafür, dass sie durch Menschen eingeführt worden sind; da sie aber auch in allen Bergtälern wie in der benachbarten Tiefebene allgemein vorkommen, so scheint es nicht unmöglich, dass auch sie im Gebiete einheimisch sind.

<sup>2</sup> Ich folge hier der meist vertretenen Ansicht (A. DE CANDOLLE, I; IHNE, I u. a.), nach welcher *X. spinosum* aus der alten Welt stammt; nach BENTHAM (I), HEIMERL (I) u. a. soll jedoch die Pflanze ursprünglich südamerikanisch sein.

benrändern u. s. w.) in stattlichen Exemplaren mit 10 cm langen Blättern und 18 cm hohen Sprossen auf, als auch auf den trockensten und sonnigsten Plätzen und da mit verkümmerten, 2.5 cm langen Blättern und 3 cm langen Sprossen, welche an die Erde gepresst liegen. An letzteren Orten war sie auch bisweilen perennierend.

---

#### Kap. IV. Phänologische Beobachtungen.

Im Vorhergehenden ist die bei einigen Arten vorkommende augenscheinliche Periodizität der vegetativen Teile berührt worden. Da ich auch einige Beobachtungen über die Blütezeit gemacht habe, so scheint es mir nicht ohne Interesse zu sein, diese hier zur Vervollständigung des oben Gesagten mitzuteilen, und dies um so mehr, als es nur sehr wenige phänologische Beobachtungen betreffs der südamerikanischen Flora giebt. Es ist klar, dass die von mir in einer einzigen Vegetationsperiode gemachten nicht ohne weiteres als allgemein gültig anzusehen sind. Indessen dürften sich wohl die Verhältnisse in anderen Jahren mehr oder weniger gleichartig gestalten, besonders was das gegenseitige Verhältnis der Arten zu einander anbelangt.

Die Blütezeit scheint bei allen Arten in die wärmere und regenreichere Periode zu fallen, in den Sommer. Wenigstens sah ich kein Anzeichen dafür, dass irgend eine Art mit Sicherheit ihre Blüteperiode in der trockenen Jahreszeit hätte. Vielleicht machen einige eingeführten Arten eine Ausnahme. Die meisten haben sich jedoch dem Klima der Gegend angepasst. So z. B. fand man bei *Xanthium spinosum* durchgehends im Dezember Blütenknospen, welche in ganz kurzer Zeit zur Blüte übergehen mussten.

Die Blütezeit der Arten fällt jedoch nicht auf ein und denselben Zeitpunkt der Vegetationsperiode, sondern die eine wird von der anderen abgelöst. Folgendes Verzeichnis giebt eine Vorstellung von der Reihenfolge, in welcher einige Arten des Gebiets ihre Blüte erreichen. Dabei ist zu bemerken, dass nur solche aufgenommen worden sind, deren Blüteerscheinung mehr in die Augen fiel oder auch aus anderem Grunde mit ungefährender Sicherheit hat konstatiert werden können:

ebenso sind die Wahrnehmungen, wo nicht anderes angegeben, auf der Hochebene selbst gemacht worden, in einer Höhe von ungefähr 3500 m über dem Meere.

Von den frühzeitigeren Frühlingspflanzen, welche schon bei meiner Ankunft in der Puna, am 15. Oktober, in Blüte standen oder schon aufgehört hatten zu blühen, seien hier angeführt:

<i>Lepidophyllum quadrangulare</i> (beinahe ausgeblüht)	<i>Arenaria rivularis</i>
» <i>phylicceforme</i>	<i>Salicornia pulvinata</i>
<i>Hypsela oligophylla</i>	<i>Haylockia andina</i>
<i>Plantago tubulosa</i>	<i>Scirpus atacamensis</i>
<i>Gentiana limoselloides</i> (beinahe ausgeblüht)	» <i>acaulis</i>
<i>Erodium cicutarium</i>	<i>Eleocharis melanocephala</i>
<i>Ranunculus Cymbalaria</i>	

Arten mit später eintretender Blütezeit waren folgende:

Okt. 20. <i>Triglochin maritimum</i> var. <i>deserticola</i>	Nov. 10. <i>Verbena scriphtioides</i>
» 22. <i>Werneria pygmaea</i> (schon in der Mitte von Nov. mit reifen Früchten versehen)	» » <i>Lippia hastulata</i>
» 23. <i>Heterothalamus acaulis</i>	» 12. <i>Astragalus Germaini</i> $\beta$ <i>azureus</i>
» 24. <i>Baccharis microphylla</i>	» » <i>Senecio viridis</i>
» 27. <i>Calandrinia occulta</i>	» 14. <i>Rumex crispus</i>
» 30. <i>Crantzia lineata</i>	» » <i>Atriplex Philippii</i>
» » <i>Werneria cochlearis</i> (bei Incachuli, c. 4500 m.)	» » <i>Solanum pulchellum</i>
» » <i>Anemone major</i> (ebenda, ca. 4800 m.)	» » <i>Carex macrorrhiza</i>
Nov. 2. <i>Patagonium spinosissimum</i> (c. 4500 m.)	» 15. <i>Frankenia triandra</i>
» 4. <i>Patagonium Hystrix</i>	» » <i>Atriplex andina</i>
» » <i>Fabiana Friesii</i>	» » <i>Cardamine flaccida</i>
» 5. <i>Juncus Lesueurii</i>	» 16. <i>Bougainvillea patagonica</i>
» » <i>Chenopodium frigidum</i>	» » <i>Chaptalia similis</i>
» 9. <i>Hoffmannseggia gracilis</i>	» » <i>Heliotropium brachystachyum</i>
» » <i>Scirpus nevadensis</i>	» » <i>Heterothalamus boliviensis</i> var. <i>latifolius</i>
» 10. <i>Fabiana denudata</i>	» 18. <i>Lycium fragosum</i>
» » <i>Amarantus oleraceus</i>	» » » <i>decipiens</i>
	» » » <i>confertum</i>
	» » <i>Fabiana viscosa</i>
	» » <i>Tribulus terrestris</i>
	» 19. <i>Nardophyllum armatum</i>
	» » <i>Atriplex atacamensis</i>

Nov. 20. <i>Nicotiana crispa</i>	Dez. 11. <i>Cotyledon peruviana</i>
» 21. <i>Baccharis Grisebachii</i>	» » <i>Chenopodium foetidum f. pumilum</i>
» » <i>Schkuhria pusilla</i>	» 12. <i>Gnaphalium purpureum</i>
» » <i>Chenopodium Quinoa</i>	» » <i>Euphorbia ovalifolia var. dentata</i>
» 22. <i>Opuntia purpurea</i>	» » <i>Neocracca Kuntzei var. minor</i> (die chasmogamen Blüten).
» 23. <i>Mulinum ulicinum</i>	» » <i>Senecio tarapacanus</i>
» 26. <i>Ephedra americana var. andina</i>	» » <i>Myriophyllum elatinoides</i>
» » <i>Amarantus Blitum</i>	» 14. <i>Chuquiraga atacamensis</i>
» » <i>Krameria Iluca</i>	» » <i>Stevia minor</i>
» » <i>Senecio glandulosus</i>	» » <i>Trichocline auriculata</i>
» » <i>Plazia daphnoides</i>	» » <i>Dalea Hofstenii</i>
» 29. <i>Calycera crenata</i> (Nev. de Chañi, 5200—5400 m.)	» 16. <i>Encelia suffrutescens</i>
» » <i>Senecio iberidifolius</i> (Nev. de Chañi, c. 5400 m.)	» 20. <i>Oenothera nana</i>
» » <i>Werneria Rosenii</i> (Nev. de Chañi, c. 5200 m.)	» » <i>Baccharis subulata</i>
Dez. 1. <i>Tagetes multiflora var. ruperstris</i>	» » <i>Portulaca rotundifolia</i>
» 4. <i>Prosopis ferox</i>	» » <i>Melilotus indica</i>
» 6. <i>Sporobolus arundinaceus</i>	» 25. <i>Cuscuta microstyla</i>
» 11. <i>Baccharis polifolia</i>	» » <i>Solanum infundibuliforme</i>
» » <i>Aristida nana</i>	» 27. <i>Eustephiopsis speciosa</i>
» » <i>Munroa decumbens</i>	» 28. <i>Phacelia pinnatifida</i>
» » <i>Erigeron sp.</i>	» » <i>Cajophora coronata</i>
	» 29. <i>Hypseocharis pimpinellifolia</i>
	Jan. 1. <i>Eupatorium prasifolium.</i>

Aus der hier angeführten Liste können folgende Schlussfolgerungen allgemeinerer Art gezogen werden. Die am frühesten blühenden Arten gehören hauptsächlich zu den oben behandelten zwei Formationen, der *Hypsela*- und der *Lepidophyllum*-Formation, welche sich durch immerwährendes Grün auszeichnen. Besonders bei ersterer Formation, welche das ganze Jahr über genügend viel Feuchtigkeit hat, scheint nur die vermehrte Wärme die Ursache zu sein, welche die Blüte hervorruft.

Hervorzuheben ist ferner, dass die mit Zwiebeln oder Erdknollen versehenen Arten nicht — wie dies ja meist der Fall ist — zu den am meisten ausgeprägten Frühlingsblumen gehören. Zwar sind *Haylockia andina*, *Anemone major* und *Eustephiopsis latifolia* solche; doch blühen andere viel später, wie z. B. *Mentzelia parvifolia*, *Ipomoea minuta* (An-

fangs Dezember), *Calandrinia puna*, *Herbertia pulchella*, *Solanum infundibuliforme*, *Oxalis elegans*, *Peperomia peruviana* u. a., alle Ende desselben Monats beginnend. Besonders will ich hierbei die in die Augen fallende *Eustephiopsis speciosa* hervorheben, welche erst kurz vor Weihnachten Blätter trieb und zur Weihnachtszeit ihre Blüten öffnete; diese kamen da in unerhörter Menge vor und gehörten mit zum grössten Schmucke der Hochebene.

Die einjährigen Arten, deren Samen zu Beginn der weniger trockenen Zeit sich zu entwickeln anfangen, vollziehen ihre präflorale Phase sehr rasch, und im November und Dezember steht die reiche annuelle Flora, welche die Puna auszeichnet, schon in voller Blüte. Diese Arten treiben schon in einem frühzeitigen Stadium Blüten, und setzen dann, wenn es das Klima des jeweiligen Jahres gestattet, ihr Wachstum fort und erzeugen noch immer weiter neue Blüten. Das schönste Beispiel hierfür er bietet vielleicht *Neocracca*, welche Pflanze schon in den Keimblattachsen Infloreszenzen von kleistogamen Blüten trägt, welche dann, wenn das unberechenbare Klima die weitere Entwicklung der Pflanze stören sollte, doch das Fortbestehen der Art sichern (ROB. E. FRIES, I).

## Kap. V. Pflanzengeographische Übersicht.

Bei einer Prüfung der im folgenden Kapitel gegebenen Zusammenstellung der innerhalb unseres Gebiets vorkommenden Phanerogamen und Gefässkryptogamen fällt sofort die grosse Anzahl von Kompositen in die Augen, die sich dort repräsentiert finden. Es sind deren im ganzen 67 Arten, also ungefähr ein Fünftel der Gesamtzahl, die im ganzen 352 beträgt. Als dominierende Familien seien auch hervorgehoben die Gramineen mit 46, die Leguminosen mit 28 und die Solanaceen mit 22 Arten. 10 oder mehrere Repräsentanten besitzen folgende Familien: *Caryophyllaceae* (13), *Cruciferae* (11) und *Verbenaceae*, *Cactaceae* und *Cyperaceae* (10). Die unvergleichlich artenreichste Gattung ist *Senecio* mit 14 Arten; danach kommen *Patagonium* mit 9, *Astragalus* mit 8, *Solanum*, *Verbena*, *Stipa* und *Poa* mit 7; 5 haben ausserdem *Baccharis*, *Werneria*, *Plantago*, *Fabiana*, *Opuntia*, *Oxalis* und *Scirpus*.

Um Schlüsse betreffs der Zusammengehörigkeit der Flora mit den angrenzenden Vegetationsgebieten ziehen zu können, seien die Verbreitungsverhältnisse der hierhergehörigen Arten einer Prüfung unterzogen. Wir verweisen hierbei auf die im systematischen Teil gegebenen kurzen Notizen über das Verbreitungsgebiet jeder Art. Dass die bei einer solchen Prüfung erhaltenen Werte und Prozentzahlen niemals völlig exakt sein können, versteht sich von selbst. Denn teils sind bisweilen die in der Literatur vorkommenden Angaben über das Vorkommen der Art mehr oder weniger unsicher, teils können sie auf fehlerhaften Bestimmungen beruhen. So z. B. scheint es mir eigentümlich, dass nach GRISEBACH die andine *Salvia Gilliesii* auch im südlichen Paraguay auftreten soll. Irrtümer können auch möglicherweise dadurch verursacht werden, dass die eine oder andere Lokalangabe übersehen worden, die das Verbreitungsgebiet einer Art hätte verändern können, ein Umstand, der sich kaum hat vermeiden lassen können, zerstreut wie diese Angaben in verschiedenen Publikationen vorkommen. Unzweifelhaft dürfte auch sein, dass künftige Untersuchungen die Verbreitungsgebiete für eine Reihe von Arten erweitern werden. In Anbetracht der ziemlich grossen Artenzahl jedoch, um die es sich hier handelt, dürften diese Fehlerquellen im ganzen nicht nennenswert auf die Resultate einwirken.

Die unbestimmten Arten haben natürlich nicht berücksichtigt werden können, wie auch die offenbar mit Hilfe des Menschen in späteren Zeiten hinzugekommenen und an Pflanzungen und derartige Stellen gebundenen Arten nicht mitgenommen worden sind, sodass die Totalzahl der Arten, die im folgenden in Betracht kommt, sich auf 312 beläuft. Von diesen sind es 19 Arten, die sowohl in Amerika wie in anderen Weltteilen vorkommen. Es gehören zu dieser Kategorie<sup>1</sup>:

<i>Limosella aquatica</i>	<i>Chenopodium foetidum</i>
<i>Evolvulus villosus</i>	<i>Rumex crispus</i>
<i>Crantzia lineata</i>	<i>Luzula racemosa</i>
<i>Tribulus terrestris</i>	<i>Scirpus pauciflorus</i>
<i>Ranunculus Cymbalaria</i>	<i>Eleocharis palustris</i>
<i>Drymaria cordata</i>	<i>Nazia racemosa</i>

<sup>1</sup> Noch einige andere giebt es (z. B. *Bromus unioloides* und *Azolla filiculoides*), die in späterer Zeit mit Hilfe des Menschen in Europa eingeführt worden und dort sich akklimatisiert haben.

<i>Poa annua</i>	<i>Potamogeton filiformis</i>
<i>Hordeum secalinum</i>	<i>Ruppia maritima</i>
<i>Triglochin palustre</i>	<i>Zannichellia palustris.</i>
» <i>maritimum</i>	

Auf eine nähere Prüfung der Verbreitungsgebiete dieser Arten einzugehen, dürfte hier überflüssig sein. Hervorgehoben sei nur die kleine Gruppe von drei Arten (*Evolvulus villosus*, *Crantzia lineata* und *Luzula racemosa*), die eine Verbreitung über grössere oder kleinere Gebiete von Amerika besitzen und im übrigen bloss auf Neuseeland auftreten. Eine ähnliche Verbreitung ist auch für andere andine Arten bekannt und deutet auf eine gewisse Verwandtschaft zwischen den Floren dieser Gebiete.

Es sei hier jedoch auch darauf hingewiesen, dass einige der oben aufgezählten 19 Arten in unserem Gebiete durch Formen repräsentiert sind, die von den auf der östlichen Halbkugel oder im amerikanischen Tiefland vorkommenden abweichen. So giebt z. B. BENTHAM (Flora austral. IV pag. 438) betreffs des ebenerwähnten *Evolvulus villosus* an, dass die RUIZ-PAVON'schen Original Exemplare etwas von der australischen Form abwichen, sodass wir es vielleicht mit verschiedenen, wenn auch sehr nahe verwandten Typen zu tun hätten. Ähnlich verhält es sich mit *Luzula racemosa*, von der die Form *Traversii* auf Neuseeland vorkommt. *Chenopodium foetidum* tritt in unserem Gebiet in einer besonderen Form, *pumilum*, auf, und *Triglochin maritimum* ist durch *var. deserticola* vertreten; ebenso *Hordeum secalinum* durch *var. chilense*, die in Südamerika die Art repräsentiert. Bei anderen Arten dagegen lässt sich nicht der mindeste Unterschied zwischen den in unserem Gebiet vorkommenden und den europäischen Exemplaren entdecken.

Interessant ist es, die Verteilung der zu dieser Kategorie gehörigen Arten innerhalb der verschiedenen Pflanzenformationen unseres Gebietes ins Auge zu fassen. Drei von den Arten treten in der artenarmen *Potamogeton*-Formation auf, in welcher sie einen grossen Prozentsatz ausmachen. Die andere hydrophile Formation, die *Hyppselia*-Formation, nimmt — wenn man den auf S. 22 erwähnten abweichenden Typus derselben mitrechnet — nicht weniger als 11 Arten für sich in Anspruch. Die halophilen Formationen haben nur *Triglochin maritimum*, von den xerophilen haben die ausserordentlich artenreichen *Hoffmanns-eggia*- und die *Cactus*-Formation bloss die 5 übrigen aufzuweisen: *Evolvulus villosus*, *Chenopodium foetidum*, *Drymaria cordata*, *Tribulus terrestris*



und *Nazia racemosa*, von denen jedoch die beiden letzten bereits oben als möglicherweise mit Hülfe des Menschen eingeführt bezeichnet worden, was vielleicht auch für die *Drymaria* gilt.

Eine andere Gruppe von Arten bilden die, welche ein oft ausgedehntes Verbreitungsgebiet über Südamerika besitzen, bisweilen auch nach Nordamerika hinaufreichen, und die das Gemeinsame haben, dass sie sowohl im Tieflande als in den Anden vorkommen — also die nicht ausgeprägt andinen Arten. Es ist speziell diese Kategorie, von welcher gilt, was oben gesagt wurde, dass es sich wegen der unvollständigen Lokalangaben oft schwer entscheiden lässt, ob die Art ausschliesslich an die Anden gebunden ist oder auch im Tieflande auftritt. Ich möchte jedoch nach den vorliegenden Angaben 50 Arten hierzuzählen. Sie alle aufzuzählen scheint mir überflüssig; es genügt hier einige der wichtigsten Arten als Beispiele zu nennen, wie *Euphorbia ovalifolia*, *Portulaca pilosa*, *Bougainvillea patagonica*, *Panicum Urvilleanum*, *Sporobolus arundinaceus*, *Cortaderia Selloana*, *Bromus unioloides* und *Azolla filiculoides*. Auch für diese Kategorie gilt, was betreffs der vorigen gesagt wurde, dass mehrere Arten innerhalb der Anden unter verschiedenen Formen auftreten, bezüglich welcher es oft Geschmackssache sein kann, ob man sie als Arten aufführen will oder nicht. Als Beispiele seien angeführt *Eupatorium prasiifolium*, *Collomia gracilis*, *Herbertia pulchella*, *Sisyrinchium chilense* und *Ephedra americana*.

Im Gegensatz zu den diesen beiden Gruppen angehörigen Arten stellen alle die übrigen, d. h. nicht weniger als 243, Arten dar, die als andine bezeichnet werden können, mit einem Verbreitungsgebiet längs grösserer oder kleinerer Teile der Cordillerenkette, die meisten an die Hauptkette selbst gebunden, ein Teil aber auch in den Vorbergen derselben auftretend. Bei einer Prüfung der Verbreitungsgebiete der hierhergehörigen Arten erhalten wir in Kürze folgendes Resultat.

Innerhalb unseres Gebietes endemische Arten sind nicht weniger als 41 Stück, eine bemerkenswert hohe Zahl. Dazu kommen 25, die sich bloss bis zu den angrenzenden Teilen der nordargentinischen und nordchilenischen Cordilleren erstrecken. Diese Zahlen machen natürlich keinen Anspruch auf völlige Exaktheit, denn einerseits ist ja anzunehmen, dass eine Reihe der Arten bei fortgesetzten Untersuchungen auch an anderen Orten angetroffen werden, andererseits aber giebt es auch ganz sicher zahlreiche neue Formen, die innerhalb unseres Gebietes noch zu entdecken sind. Ich will nur auf die im systematischen Teil als unsicher und vorläufig unbestimmbar aufgeführten Arten hinweisen,

von denen ein grosser Teil ohne Zweifel unbekannt sein dürfte, und die, wenn der Umfang des Materials es erlaubt hätte, sie als neue zu beschreiben, die Anzahl der endemischen Arten bedeutend vermehrt hätten. Für unser Gebiet endemische Gattungen existieren jedoch nicht.

Es müsste interessant sein, die Flora in einer anderen benachbarten Hochebene mit geschlossenem Wassersystem zu studieren, um einen Vergleich zwischen der Zusammensetzung der Vegetation dort und hier zu erhalten, speziell was die endemischen Arten betrifft. Es sei hier angeführt, dass die nordchilenischen alpinen Gebiete (Atacama und Tarapacá) nach den beiden Arbeiten von PHILIPPI »Florula atacamensis« und »Verzeichniss etc.« ungefähr 70 Arten mit unserem Gebiete gemeinsam haben, also ungefähr  $\frac{1}{5}$  der Artenanzahl. Wahrscheinlich ist jedoch diese Anzahl in Wirklichkeit grösser, da eine Reihe der besonders in der letzteren Arbeit beschriebenen Arten identisch mit alten zu sein scheinen, die in den nordargentinischen Anden vorkommen.

Die übrigen andinen, nicht endemischen Arten (177) können nach ihrer Verbreitung in drei Gruppen gesondert werden; die erste umfasst solche Pflanzen, die ihre Verbreitung in den tropischen Anden haben mit ihrem südlichsten Vorkommen in dem hier behandelten Gebiet; die zweite besteht aus denen, deren Verbreitungsgebiet südlich von dem Wendekreise liegt mit ihren nördlichsten Vorposten in unserem Gebiet; die dritte Gruppe endlich umfasst die, für welche unser Gebiet mehr oder weniger die Mitte des Verbreitungsgebietes darstellt, die sich also sowohl nach Norden als nach Süden hin längs den Anden erstrecken. Zu der ersten Kategorie gehören 69 Arten, zu der zweiten 57, und 51 kommen der letzten Gruppe zu. Unter den beiden letzteren Gruppen giebt es Arten mit einer Verbreitung bis herunter nach der Südspitze der Anden, die in den südlichsten Teilen des Kontinents auf niedrigerem Niveau auftreten können, sogar am Meeresstrande, wie das analog bei einer Reihe alpiner Pflanzen auf der nördlichen Hemisphäre der Fall ist.

Endlich sei nur noch hinzugefügt, dass von den in den tropischen Anden verbreiteten Arten (der ersten Gruppe) die überwiegende Anzahl (im ganzen 53) aus solchen besteht, deren Verbreitungsgebiete sich vom nördlichsten Argentinien nur bis nach Bolivia und Peru hin erstrecken, d. h. über die gewaltige Hochebene, deren südlicher Teil eben aus dem hier behandelten Gebiete besteht und die im Norden sich bis hinauf nach dem Titicaca-Becken erstreckt.

Als Zusammenfassung des oben Gesagten diene folgende Übersicht:

I. Den Anden und dem Tieflande gemeinsame Arten . . .	69.
a. auch ausserhalb Amerika vorkommend . . . . .	19.
b. amerikanische Arten . . . . .	50.
II. Andine Arten . . . . .	243.
a. in dem Gebiet endemische . . . . .	41.
b. mit Vorkommen ausserdem nur noch in dem angrenzenden nordargentinischen und chilenischen Cordillereengebiet .	25.
c. mit Verbreitung nach Norden (in den tropischen Anden)	69.
d. »           »           » Süden ( » » temperierten » )	57.
e. »           »           sowohl nach Norden als nach Süden .	51.
	312.

Es scheint mir hieraus sich zu ergeben, dass unser Gebiet als ein Übergangsgebiet zwischen den Floren der tropischen und temperierten Anden bezeichnet werden kann, mit einer Vegetation, die aus ziemlich gleich vielen Elementen von ihnen beiden zusammengesetzt ist. Einiges Übergewicht besitzen die tropischen andinen Elemente, was ja zu erwarten ist, wenn man die grössere geographische Zusammengehörigkeit des Gebiets mit dem bolivianisch-peruanischen Cordillereplateau in Betracht zieht.

Dieses Gebiet (Peru, Bolivia, Nordargentinien und Nordchile) ist es, aus dem der in der Litteratur so oft angewandte Name Puna herkommt, ein Wort, dem sehr verschiedene Bedeutungen beigelegt worden sind. Ich kann es nicht unterlassen, nachdem ich die Flora unseres Gebietes geschildert, einige Worte der Prüfung des Puna-Begriffs zu widmen, da dieser Terminus auch innerhalb der Pflanzengeographie so oft angewendet worden ist.

Im Obigen ist der Name »Puna« in der Bedeutung gebraucht worden, die von den Bewohnern der Gegend ihm beigelegt wird, nämlich als einer ausgedehnten, alpinen und sterilen, von höheren Gebirgsketten begrenzten Hochebene<sup>1</sup>. In dieser Bedeutung ist der Ausdruck auch von einer Reihe von Verfassern akzeptiert worden; so sagt z. B. BERTRAND (nach DARAPSKY, I pag. 282): »Es ist leicht die Puna als eine

<sup>1</sup> Das Wort stammt aus der Quechua-Sprache (BRACKEBUSCH, VI p. 273), in der es Wüste bedeutet, wird jetzt aber auch allgemein von der spanischsprechenden Bevölkerung angewendet.

Erweiterung des Bergrückens der Cordilleren («como un ensanche de la cumbre de la Cordillera») zu definieren, deren ebene Teile eine Höhe von 3500—4000 m einnehmen, auf beiden Seiten von Gebirgsketten begrenzt». Der Terminus ist so gefasst also ursprünglich lediglich ein topographischer Begriff.

Noch eine andere Auffassung bekommt man jedoch bisweilen in Argentinien zu hören, indem manchmal unter Puna diejenigen Gegenden in den Cordilleren verstanden werden, wo die gewöhnlich mit dem Namen »puna« bezeichnete Bergkrankheit auftritt, die auch unter dem Namen »soroche« bekannt ist und durch den in grösseren Höhen herrschenden geringeren Luftdruck, Sauerstoffmangel etc. hervorgerufen wird. Da jedoch verschiedene Personen verschieden empfänglich für die Krankheit sind (wie das ja auch bei der Seekrankheit der Fall ist, an die sie oft sehr erinnert), indem einige daran schon in 3000 m über dem Meere leiden, andere dagegen erst 1—2000 m höher hinauf von ihr ergriffen werden, so sieht man leicht ein, wie äusserst unsicher die Begrenzung ist, die der Terminus Puna bei dieser Auffassung erhalten muss.

Bekanntlich hat man auch den Terminus in die pflanzengeographische Litteratur aufgenommen; in fast allen botanischen Arbeiten aus den Cordilleren sieht man nunmehr diesen Namen angewendet, von verschiedenen Verfassern jedoch in recht verschiedener Bedeutung. Alle stimmen indessen darin überein, dass sie unter Puna eine alpine Vegetation verstehen; die meisten halten auch dafür, dass die Puna auf die Cordilleren Perus, Bolivias, Argentinens und Chiles mit ihrem trockneren Klima beschränkt ist, während die alpine Flora in den feuchteren Gebieten nördlich davon den Namen »paramos« trägt. Ob das Wort »puna« auch in diesem nördlichen Teil der Cordillerenkette gebraucht wird, weiss ich nicht; in Reisebeschreibungen und dgl. habe ich es nicht erwähnt gefunden. Dagegen fehlt nicht ganz die Benennung »paramos« in Peru, Bolivia und Argentinien, wenn sie auch nicht häufig vorkommt. Es wird ihm hier teils völlig dieselbe Bedeutung beigelegt wie dem Wort »puna« (in dieser Bedeutung hörte ich es, obwohl sehr selten, im nördlichen Argentinien anwenden), teils werden die beiden Wörter in verschiedenem Sinne gebraucht.

Sehr bezeichnend für die Unklarheit, die in dieser Frage herrscht, und für die unsichere Begrenzung, die den beiden Wörtern gegeben wird, sind folgende Darstellungen, aus MEYEN und WEDDELL entnommen, beides weitbereiste und mit der Cordillerenflora vertraute For-

scher. Nachdem MEYEN (I, Teil I pag. 453) die Vegetation bei Tacora (Peru) geschildert hat, wie sie aus Polsterkakteen, Kissen-Umbelliferen und dgl., meiner *Cactus*-Formation ähnlich, besteht, sagt er: »Diese einförmigen, von aller baumartigen Vegetation entblössten Ebenen nennt man *Paramos*, auch wohl hin und wieder *Yuncas*. Die noch höher gelegenen Ebenen, wo die *Vicuñas* weiden, heissen *Punas*, und *Puna brava* nennt man eine der kältesten und unfruchtbarsten *Paramos*. Bei Garcilasso findet sich noch die Benennung *Anti-Suya* für eine Region, die mit ewigem Schnee bedeckt ist». — WEDDELL (I pag. 109) dagegen definiert die *Puna* folgendermassen; sie besteht nach ihm aus »ces plaines froides qui constituent les plateaux des Cordillères, et dont l'élévation au-dessus du niveau de la mer est quelquefois de plus de 4000 mètres. Le gazon, en général, presque imperceptible qui les recouvre, est l'unique nourriture des grands troupeaux de Moutons, de Lamas et d'Alpacas que l'on élève sur ces hauteurs. Les *Paramos* de l'Équateur et de la Nouvelle-Grenade ne diffèrent en rien de la variété de *Puna*, à laquelle on a appliqué l'épithète de *brava* ou *braba*, pour caractériser le climat que l'on y rencontre . . . Les plateaux portent, dans quelques parties, le nom de *Mesas* (tables); lorsqu'ils sont moins élevés que les *Paramos*, on les appelle quelquefois *Punas mansas* (*Punas apprivoisées*)». — Während also MEYEN die niedrigeren alpinen, mit einem relativ milderen Klima versehenen Regionen mit dem Namen *Paramos* und die höheren, strengeren mit dem Namen *Puna* bezeichnet, ist das Verhältnis bei WEDDELL umgekehrt!

Des Vergleichs mit diesen Darstellungen wegen sei es mir erlaubt hier auch die Definition anzuführen, die der in den argentinischen, chilenischen, bolivianischen und peruanischen Anden weitgereiste Forschungsreisende v. TSCHUDI (I pag. 197) für die *Puna* giebt: »Unter dem Ausdrücke *Puna* versteht man in Peru und Bolivia das Hochland zwischen den beiden grossen Cordillerazügen. Sie beginnt bei einer Höhe von ungefähr 10500 Fuss über dem Meere und reicht bis an die Grenze des ewigen Schnees. Die wilden, rauhen, nur von einzelnen Hirten bewohnten Gegenden von 12500 Fuss bis zur Schneeregion heissen *Puna brava*. Die Vegetation ist spärlich und beschränkt sich vorzüglich auf einige *Baccharideen*, *Umbelliferen* (*Bolax glebaria*), *Verbenaceen*, *Gentianeen*, *Valerianeen*, *Stipaceen* und *Echinocacteen*. Das kalte Klima gestattet keine *Agricultur*, an manchen Stellen wird aber etwas *Vieh*zucht getrieben. . . . Die Region zwischen 12000—10500 Fuss über dem Meere wird einfach *Puna* genannt. Sie hat ein etwas

milderes Klima und gestattet schon einigen Ackerbau in limitirten Grenzen. . . . Die Fauna und Flora sind in dieser Puna mit neuen Arten, wegen des wärmern Klimas, vermehrt».

Was speziell die argentinische Puna betrifft, so hat LORENTZ in seiner wichtigen pflanzengeographischen Arbeit »Vegetationsverhältnisse Argentiniens« vielleicht am deutlichsten sie als eine besondere Pflanzenformation hervorgehoben. Als eine von den 9 grossen Pflanzenformationen, die er für die argentinische Republik angiebt, stellt er nämlich die Punaformation in gleiche Reihe z. B. mit der wohlbekannten Pampa-, Monte- und Chacoformation. Auf seinen pflanzengeographischen Karten wird angegeben, dass sie den ganzen Gebirgskamm der Anden von der bolivianischen Grenze im Norden an ohne Unterbrechung herunter bis ungefähr 36° s. Br. einnimmt und ausserdem die Kämme von ein paar freistehenden Gebirgsketten bedeckt, von denen die Sierra de S:a Barbara in der Provinz Jujuy erwähnt sein mag.

Die Punaformation soll sowohl an die Monte- als an die subtropische Formation grenzen. Die Grenzen diesen gegenüber sind jedoch — nach LORENTZ selbst — künstliche und schwer aufrechtzuerhalten (a. a. O., S. 144). Was die Sierra de S:a Barbara betrifft, so wird sie, nach dem was ich während einer Exkursion quer über dieselbe sah, von einer ununterbrochenen, einförmigen und reinen Grassteppe bedeckt, die unmöglich zu der Punaformation in dem Sinne gerechnet werden kann, wie LORENTZ sie selbst im Folgenden bestimmt hat: »Als Haupt-Charakter der Puna-Region betrachte ich das Auftreten einer charakteristischen Busch-Vegetation. Einige der betreffenden Büsche mögen hier genannt werden: *Adesmia horrida*, *pugionata*, *inflexa*; *Baccharis*-Arten, z. B. *polifolia* und *calliprinos*, und einige andere noch nicht bestimmte Arten; *Heterothamnus spartioides*, *Tessaria absinthioides*, *Chuquiraga spinosa*, *erinacea*, *Gochmatia glutinosa*, *Proustia pungens* var. *ilicifolia*, *Fabiana densa* und *denudata*, *Oxycladus aphyllus*, *Salvia Gilliesii*, *Acantholippia salsoloides*, *Neosparton ephedrioides*. In ihrer Stauden-Vegetation schliesst sich die Puna innig an die obere Region der Alpenweiden an, besonders in engeren Thälern oder steileren Hängen. Zwischen den Gebüschern siedeln sich dann häufig noch harte Gräser an, seltner weiche kurze Gräser, und Gynerien-Dickichte bedecken ganze Strecken, oder steinige Hänge sind mit den riesigen Säulen-Cactusen übersät, oder eine sehr grosse Bromeliacee mit 6 bis 8 Fuss hohem, ca. 1/2 Fuss dickem Blüten- resp. Fruchtschaft stellt sich dem erstaunten Auge entgegen, oder wo Sand und Salzgehalt vorwaltet,

treten wir auf einen kurzen, dichten grünen Teppich von Cyperaceen, fast das einzige freudige Grün in dieser öden Gegend».

Die ebengenannte LORENTZ'sche Arbeit ist es, auf die SCHIMPER in seiner vortrefflichen Pflanzengeographie (pag. 799) folgende Übersicht der Regioneneinteilung in den Anden der Provinzen Salta und Tucuman gegründet hat:

»Niedere Region.

Hygrophil. Temperierter Regenwald.

Montane Region.

Mesophil(?)	{	Wald von <i>Podocarpus angustifolia</i> .
	{	Aliso-Wald ( <i>Alnus ferruginea</i> var. <i>Alix</i> ).
Xerophil	{	Queñoa-Savanne ( <i>Polylepis racemosa</i> ).
	{	Alpine Steppe.
	{	Alpine Wüste (Puna)».

Im Vorbeigehn sei zunächst bloss darauf hingewiesen, dass die drei letztgenannten Regionen unter einer alpinen Region zusammengefasst und nicht unter die montane Region einrangiert werden sollten. Ferner sei betreffs der alpinen Regionen gesagt, dass nicht stets eine Queñoa-Savanne oder alpine Steppe der alpinen Wüste vorhergeht. So kommen, wie wir gesehen, innerhalb des Gebiets, dessen Flora ich in diesem Aufsatz zu schildern versucht, Queñoa-Gehölze hier und da in der alpinen Strauchsteppe (LORENTZ' Punaformation) vor, und Grassteppen nehmen oft grosse Flächen speziell in den höheren Regionen ein. Weiterhin sei auf die Verschiedenheit zwischen LORENTZ' und SCHIMPER'S Auffassung betreffs der Puna hingewiesen; ersterer beschreibt sie ja als eine Strauchsteppe, letzterer nennt sie alpine Wüste im Gegensatz zu der alpinen Steppe; an anderem Orte (S. 780) charakterisiert er jedoch die Puna durch das Vorkommen von *Stipa Ichu* als Charakterpflanze.

Der Zweck des oben Angeführten war zu zeigen, wie schlecht — botanisch gesehen — vorläufig der Begriff Puna begrenzt ist. Kaum zwei Verfasser gebrauchen ihn in derselben Bedeutung und gewöhnlich werden verschiedene Dinge darunter verstanden. Puna als pflanzengeographischen Begriff zu streichen, glaube ich nicht vorschlagen zu können, da ich dazu allzu wenig von der Cordillerenflora gesehen habe; was ich aber glaube behaupten zu können, ist, dass der Begriff vorläufig nicht hinreichend klar und fest begrenzt ist, um mit Vorteil in der Pflanzengeographie verwendet werden zu können. Als ein rein

topographischer Begriff ist er jedoch anwendbar, wenn er in seiner ursprünglichen, oben angeführten Bedeutung genommen wird; er hilft dem Bedürfnis ab nach einem Namen für eine wichtige, in den Cordilleren sehr charakteristische Bildung, nämlich die von Gebirgsketten begrenzten, ausgedehnten Kesseltäler, die als gewaltige Hochebenen den Kamm der Anden einnehmen. Als botanischer Begriff würde auch die Puna geeignet sein, wenn er dem topographischen entspräche. Teils aber wird die Puna in dieser letzteren Bedeutung von verschiedenen Pflanzenformationen eingenommen, teils ist die für die fraglichen Gebiete charakteristischste Flora nicht auf diese beschränkt.

Wohin haben wir nun die Vegetation des Gebietes, das in diesem Aufsatz behandelt worden, zu rechnen? Anzugeben, wo die Grenzen für die verschiedenen Regionen auf den Cordillerenabhängen Nordargentiniens verlaufen, geht nicht leicht. Geringe Schwierigkeit erbieht die Sache, wo (wie z. B. auf der Sierra de S:a Barbara u. anderw.) die Feuchtigkeitsverhältnisse den subtropischen Wäldern gestatten sich auf den Bergabhängen zu entwickeln, und wo ihnen die *Podocarpus*- und die *Alnus*-Region folgen. An der oberen Grenze dieser letzteren dürfte wohl der Beginn der alpinen Region anzusetzen und zu ihr auch die Stellen zu rechnen sein, wo die *Queñoa* vorkommt.

Schwerer ist es dagegen die Regionsgrenzen an den Stellen zu ziehen, wo die Bergabhänge von xerophilen Formationen eingenommen werden, und wo die Grenze zwischen der alpinen und der montanen Region nicht physiognomisch bestimmt ist. Das ist nämlich der Fall an einer Reihe von Stellen, z. B. in der Quebrada del Toro und der Quebrada de Humahuaca, Täler, die zu dem hier behandelten Gebiet hinaufführen.

Ihrer allgemeinen Physiognomie nach ist die Vegetation in der Quebrada del Toro, die ich Gelegenheit hatte etwas zu studieren, und in den niedrigeren Teilen der Puna ziemlich gleich: derselbe reisartige, spärlich stehende Strauchtypus, Säulenkakteen und andere Kakteen u. s. w. (Taf. IV, Fig. 2 und V, Fig. 2). LORENTZ scheint sie auch beide zur Punaformation zu zählen, die sich dann bis herunter zu 2000 m über dem Meere erstrecken würde. Was die Artenzusammensetzung betrifft, ist jedoch ein Unterschied vorhanden; in der Quebrada tritt eine Reihe von den Sträuchern auf, die die Monte-Formation charakterisieren; erwähnt seien besonders die Zygophyllaceen *Larrea divaricata* und *Bulnesia Schickendantzii*. Arten, die hier vorkommen, nicht aber höher zu gehn scheinen,



sind ausserdem *Chuquiraga erinacea* DON, *Gochmatia glutinosa* DON, *Plazia spartioides* (WEDD.) OK., *Buddleia tucumanensis* GRIS., *Monnina angustifolia* DC., *Cassia crassiramea* BENTH., *Pitcairnia brevifolia* (GRIS.)<sup>1</sup>. Vor allem wird jedoch die Quebrada durch das Fehlen einer Menge der für die Puna typischen Sträucher (Kompositen, Solanaceen, Papilionaceen u. a.) charakterisiert, welche letztere in einer Höhe von etwas über 3000 m über dem Meere aufzutreten beginnen.

Hier ist die untere Grenze für die alpine Region anzusetzen, die nach oben sich bis zu den Spitzen der Berge erstreckt. Die Region unterhalb der alpinen in der Quebrada del Toro und Humahuaca scheint mir geeigneterweise als die subalpine bezeichnet werden zu können. Diese Einteilung ist der analog, die KURTZ (I) aus Mendoza gegeben, wo die basale und montane Region der Bergabhänge gleichfalls mit xerophiler Flora bekleidet ist. Meine regio subalpina entspricht KURTZ' regio subandina, meine regio alpina seiner regio andina. Die angeführten Bezeichnungen habe ich gewählt, weil sie mehr besagen und besseren Vergleich mit den Regionen anderer Gebirgsgegenden ermöglichen. Leider hat KURTZ keine Höhenangaben für seine Regionsgrenzen geliefert.

Das ganze von mir in dieser Abhandlung geschilderte Gebiet fällt also in die alpine Region. Schon im Vorhergehenden ist auf den Unterschied zwischen der Flora in den niedrigeren Gebieten derselben und in ihren höheren Gebieten, wie er auf der verschiedenen Strenge des Klimas daselbst beruht, hingewiesen worden. Hier dürfte sich passenderweise eine Grenze zwischen einer regio alpina inferior und einer regio alpina superior ziehen lassen, entsprechend KURTZ' regio andina media und superior in der Provinz Mendoza. Die reg: alp. superior umfasst die oben geschilderte *Azorella*-Formation nebst der Flechtenwüste, und ihre untere Grenze liegt innerhalb des hier frag-

<sup>1</sup> *Pitcairnia brevifolia* ist eine kleine interessante Bromeliacee, die dichte Teppiche auf den Felsen bildet. Sie ist bisher nur steril im Valle del Tambo, im südlichen Bolivia, von LORENTZ und HIERONYMUS (17/6 1873) gefunden worden. Von GRISEBACH wurde sie (II p. 332) unter dem Namen *Navia brevifolia* beschrieben. MEZ (Brom p. 534) führte sie jedoch später zu der Gattung *Dyckia*. Die von mir eingesammelten, mit Blüten und Früchten versehenen Exemplare (von Chorillos, ca. 2300 m über dem Meere, 11/10 1901), die mit LORENTZ' und HIERONYMUS' Exemplaren im Botan. Museum in Berlin übereinstimmen, zeigen, dass die Art zur Gattung *Pitcairnia* zu führen ist. Sie ist nicht, wie SPEGAZZINI vermutet, identisch mit der *Tillandsia chlorantha* desselben, von der mir SPEGAZZINI gütigst Proben zum Vergleich übersandt hat.

lichen Gebietes in 4000—4500 m Höhe. Sie dürfte dem entsprechen, was das Volk »la puna brava« nennt, während die reg. alp. inferior die gewöhnliche Puna umfasst.

Erst durch eine Untersuchung der Regionseinteilung von immer mehr Punkten aus längs den Cordilleren, im Verein mit Analysen der Flora derselben und besonders im Anschluss an Photographien derselben, wird man zu einer klaren Auffassung von der interessanten Vegetation der Anden gelangen. Einen kleinen Beitrag hierzu zu liefern war der Zweck dieser Arbeit.

## Kap. VI. Innerhalb des Gebietes vorkommende Phanerogamen und Gefässkryptogamen.

Folgendes Verzeichnis soll eine möglichst vollständige Zusammenstellung der Phanerogamen und Gefässkryptogamen enthalten, welche bisher aus dem Gebiete bekannt geworden sind, wie es oben in der Einleitung begrenzt wurde. Es ist indessen nicht zu bezweifeln, dass zukünftige Untersuchungen die Anzahl derselben noch vermehren werden. Ausser meinen eigenen und den von FR. CLAREN gemachten Sammlungen habe ich auch die wenigen Litteraturangaben berücksichtigt, welche ich betreffs der Flora des Gebietes vorgefunden habe. Da es sich jedoch oft als ausserordentlich schwer herausgestellt hat, bei den unvollständigen Ortsangaben zu entscheiden, ob die Arten zur Flora des Gebietes zu rechnen sind oder nicht, so habe ich es für das beste gehalten, nur die Pflanzen aufzunehmen, deren Bürgerrecht im Gebiete durch klare Angaben festgestellt ist. Dies gilt natürlicherweise hauptsächlich der GRISEBACH'schen Bearbeitung der von LORENTZ und HIERONYMUS zusammengebrachten Sammlungen.

Dass eine so verhältnismässig grosse Anzahl neuer Arten (insgesamt 47) aufgestellt werden musste, dürfte teilweise darin seine Ursache haben, dass ich Gelegenheit hatte, das Gebiet in einer anderen Zeit der Vegetationsperiode zu bereisen als die Besucher vor mir, teilweise aber auch in dem Umstande, dass GRISEBACH oft in seiner Bearbeitung noch nicht beschriebene Arten mit alten bekannten, oft weit abstehenden identifiziert hat. Es ist zu bemerken, dass die neuen

Formen in gewissen Familien sich zahlreicher vorfinden als in anderen, z. B. in den Familien der Kakteen, der Portulacaceen und der Amaryllidaceen. Unzweifelhaft hängt dies — bei den Portulacaceen und hauptsächlich den Kakteen — mit den Schwierigkeiten und Beschwerden zusammen, die man mit diesen Succulenten hat um sie zu konservieren. Betreffs der Amaryllidaceen, innerhalb welcher Familie alle vier Arten als neue aufgestellt werden mussten, wobei zwei eine neue Gattung bilden, ist hierbei auf die kurze Blütezeit und das bald darauf eintretende völlige Verwelken aufmerksam zu machen.

Bei der Anordnung der Familien und Gattungen habe ich mich der Hauptsache nach ENGLER und PRANTL, Die natürl. Pfl.-Familien, angeschlossen. Von den Synonymen der Arten habe ich nur die wichtigeren aufgenommen, nämlich diejenigen, auf welche man in der Litteratur am häufigsten stösst. Nur in einigen Fällen, wo eine Klarlegung der Synonymik der Arten wünschenswert schien, wird eine vollständige Übersicht über die Synonyme derselben geliefert.

Die von mir selbst gesammelten Arten sind in der botanischen Abteilung des Reichsmuseums in Stockholm aufbewahrt; ihre Nummer wird im Folgenden unter der Abkürzung »FR.« angegeben. Die von CLAREN vorgenommenen Sammlungen gehören dem Herbarium argentinum des Herrn Professor FR. KURTZ an und sind mit den dort vorhandenen laufenden Nummern hier angeführt. Von fast allen sind mir Duplikate gütigst zur Verfügung gestellt worden; letztere finden sich nun auch in der bot. Abteilung des Reichsmuseums in Stockholm. Alle Exemplare, die der Kürze wegen mit »KURTZ...« bezeichnet werden, sind also von FR. CLAREN eingesammelt worden.

### Compositæ.

#### *Stevia minor* GRIS. Pl. Lor. pag. 118.

Prov. Jujuy: Abra de Queta in declivibus ripariis arenosis (9 Febr. 1901; KURTZ 11619); Nevado de Chañi in fissuris rupium, loco subumbroso, 3500 m. s. m. (11 Dec. 1901; FR. 905, floribus nondum evolutis); Moreno in fissuris rupium ca. 3800 m. s. m. (15—16 Dec. 1901; FR. 902 *a* et 905 *a*, cum floribus).

Alle Exemplare haben die Blätter völlig ganzrandig; im übrigen, vor allem im Bau der Köpfehen, stimmen sie genau zu den von LORENTZ gesammelten Original-exemplaren.

Verbreitung: Jujuy bis Catamarca.

**Eupatorium prasiifolium** (GRIS.) Hieron. in ENGL. Bot. Jahrb. 22 pag. 768.

Die Exemplare dieser Art weichen ein wenig, besonders durch die glandulösen Blätter des Hüllkelchs, ab; vielleicht repräsentieren sie eine neue Art. Da sie jedoch unzweifelhaft der Hauptart sehr nahe stehen, und ich nicht genügendes Material gesehen habe, führe ich sie gegenwärtig nur als eine Varietät auf:

**var. glanduliferum** R. E. FR. nov. var.

*Frutex 3—4 dm. altus, ramulis strigosis, glabrescentibus; foliis oppositis, triangulari-ovatis, basi cuneatis vel deltoideo-cuneatis, apice acutis, subintegris vel saepius dentibus utrinque 2—4 magnis instructis, supra omnino, subtus praecipue in nervis parce strigosis, 2—3 cm. longis, 0,8—1,4 cm. latis; petiolis 0,5—1 cm. longis, parce strigosis; capitulis terminalibus, dense conglomeratis, ca. 0,7 cm. longis, 0,5—0,7 cm. latis; bracteis involucri anguste oblongis, obtusis, apice et margine scariosis, 3—5 mm. longis, 1—1,5 mm. latis, glandulosis; floribus capituli 25—30.*

Prov. Jujuy: Yavi in fissuris rupium, ca. 3400 m. s. m. (1—2 Jan. 1902; FR. 770 et 770 a, florigera); S:a Catalina, ca. 3650 m. s. m. (7 Jan. 1901; KURTZ 11384, floribus et fructibus instructum).

Verbreitung der Art: von Jujuy und Salta bis Córdoba sowohl auf grösserer wie niedrigerer Höhe über dem Meere.

**Gutierrezia Gilliesii** GRIS. Pl. Lor. pag. 125.

Innerhalb des Gebietes auf allen steinigten Bergen gemein. — Prov. Jujuy: S:a Catalina, ca. 3650 m. s. m. (16—24 Jan. 1901; KURTZ 11456); Rinconada, ca. 3800 m. s. m. (3 Jan. 1901; KURTZ 11334); Abra de Queta, ca. 3250 m. s. m. (9 Febr. 1901; KURTZ 11626); Laguna Tres Cruces (14 Febr. 1901; KURTZ 11656); Laguna Colorada, ca. 3900 m. s. m. (19 Oct. 1901; FR. 686); Nevado de Chañi, ca. 4200 m. s. m. (1 Dec. 1901; FR. 869); Moreno 3500—3800 m. s. m. (15 Dec. 1901; FR. 869 a. — 17 Dec. 1901; FR. 869 b).

Die Exemplare schwanken sehr hinsichtlich der Grösse, 2—3 cm bis sogar 3 dm hoch. Sie stimmen mit dem Exemplare LORENTZ' im Berliner Herbarium überein. Verbreitung: Bolivia bis Catamarca und Córdoba.

**Gutierrezia ledifolia** GRIS. Pl. Lor. pag. 125.

Prov. Jujuy: Depart. de S:a Catalina, Mina Perdida in collibus petrosis, ca. 4100 m. s. m. (25 Jan. 1901; KURTZ 11495, florigera). Etiam in Bolivia a me collecta: ad Salitre prope Yavi in Argentinae

prov. Jujuy, ca. 4000 m. s. m. in monte saxoso (7 Jan. 1902; FR. 1043, florigera).

Verbreitung: vom südlichsten Bolivia bis Catamarca und Rioja in den höheren Regionen der Anden.

**Lepidophyllum quadrangulare** (MEYEN) BENTH. et HOOK. f. Gen. plant. II. pag. 258.

*Baccharis quadrangularis* MEYEN, Reise I pag. 460 (1834).

*Dolichogyne lepidophylla* WEDD. Chl. and. I pag. 182, Pl. 30 A. (1855).

*Polyclados cupressinus* PHIL. Fl. atac. pag. 34, tab. 4 Fig. B. (1860).

*Lepidophyllum Meyeni* A. GRAY in Proc. Am. Acad. V pag. 123 (1862).

*Lepidophyllum quadrangula* KLATT in GOEBEL, Pfl.-biol. Schild. II pag. 49 (1891).

*Lepidophyllum cupressinum* (PHIL.) SOLEREDER in Beihefte zum Bot. Centralblatt. 13, pag. 70. (1902).

Innerhalb des Gebietes sehr gemein. — Prov. Jujuy: Moreno, loco subsalso, 3500 m. s. m. (18 Oct. 1901; FR. 674, floribus et fructibus instructum).

Verbreitung: von Venezuela, durch Peru und Bolivia bis zum nördlichen Argentinien (bis Rioja und Catamarca) und nördlichen Chile (Tarapacá und Atacama), in den alpinen Regionen vorkommend.

**Lepidophyllum phyllicæforme** (MEYEN) Hieron. in herb.

*Baccharis phyllicæformis* MEYEN, Reise II pag. 31. (1835).

*Vernonia phyllicæformis* (MEYEN) WLPRES. in Nov. act. acad. cæs. Leop.-Carol. XIX. Suppl. I pag. 252 (1843).

*Polyclados abietinus* PHIL. in An. Univ. Chile 43 pag. 492. (1873).

*Dolichogyne glabra* PHIL. in An. Mus. nac. Chile 1891, pag. 39.

*Lepidophyllum abietinum* (PHIL.) REICHE, Fl. Chil. III pag. 276 (1902).

In locis leviter salsis commune. — Prov. Jujuy: Azul Pampa, 3600 m. s. m. (31 Dec. 1900; KURTZ 11301, fructiferum); Moreno, 3500 m. s. m. (18 Oct. 1901; FR. 673 et 675, florigera); ad Salinas Grandes, 3300 m. s. m. (20 Nov. 1901; FR. 798, floribus et fructibus ornatum).

Bisweilen ohne, öfters jedoch mit klebrigem Überzuge [ $\beta$  *resinosa* (WLPRES.)].

Verbreitung: Peru bis zum nördlichen Argentinien (Jujuy und Salta) und nördlichen Chile (Tarapacá und Atacama) innerhalb der alpinen Region.

**Nardophyllum armatum** (WEDD.) REICHE, Fl. Chil. III pag. 279.

*Dolichogyne armata* WEDD. Chl. and. I pag. 181, Pl. 30 B.

*Ocyroe spinosa* PHIL. in An. Mus. nac. Chile 1891 pag. 33.

Prov. Jujuy: Moreno, 3500 m. s. m. (18 Oct. 1901; FR. 671, sterile); ad Salinas Grandes, 3300 m. s. m. (19 Nov. 1901; FR. 671 a, florigerum).

Verbreitung: Bolivia, nördlichstes Argentinien und Chile in dem höheren Cordillereengebiete.

#### **Erigeron sp.**

Prov. Jujuy: Moreno ad Nevado de Chañi in fissuris rupium, 3500 m. s. m. (11 Dec. 1901; FR. 895).

Ca. 1 dm hoch, aufsteigend, haarig. Die Blätter sind schmal spatelig, spitz, ganzrandig, die Wurzelblätter nur selten ein wenig eingekerbt, bis 1 dm lang. Die Köpfchen sind noch unentwickelt, so dass die Pflanze unbestimmbar ist. Sie stimmt am besten und ist auch vielleicht identisch mit *Erigeron cinerascens* SCH. B.P. (nomen nudum) nach einem Exemplare im Herbarium zu Kew, das LORENTZ in der Provinz Salta gesammelt hat.

**Conyza andicola** PHIL. in An. Mus. nac. Chile 1891 pag. 38.

Prov. Jujuy: Mina Eureka in Dep. de S:a Catalina, in petrosis, ca. 4350 m. s. m. (29 Jan. 1901; KURTZ 11518, fructifera); Moreno in cultis, 3500 m. s. m. (20 Dec. 1901; FR. 937, floribus instructa).

Die Exemplare stimmen mit dem PHILIPPI'schen im Berliner Herbarium überein.

Verbreitung: Bolivia bis zum nördlichsten Argentinien und Chile, in der alpinen Region vorkommend.

**Heterothalamus boliviensis** WEDD. Chl. and. I pag. 179, Pl. 31 A.

Allgemein im nördlichen Teil des Gebietes, wogegen ich die Hauptart bei den Salinas Grandes und weiter südwärts nicht beobachtete. — Prov. Jujuy: Yavi, 3400 m. s. m. (3 Jan. 1902; FR. 966 a); S:a Catalina, 3650 m. s. m. (8 Jan. 1901; KURTZ 11385); inter El Angosto et Rio San Juan, ca. 3600 m. s. m. (2 Febr. 1901; KURTZ 11575); Casabindo in montibus saxosis, ca. 3500 m. s. m. (29 Dec. 1901; FR. 966).

Verbreitung: Cordilleren von Columbia bis zum nördlichsten Argentinien und Chile.

**var. latifolia** R. E. FR. nov. var. Differt *foliis lineari-spatulatis vel spatulatis, basi angustatis et apice acuminatis, 5—7 mm. longis, 1—2 mm. latis, punctatis et valde glutinosis.*

Prov. Jujuy: Moreno in monte saxoso, 3500 m. s. m. (16 Nov. 1901; FR. 784. — 26 Nov. 1901; FR. 784 a).

Betreffs der Blattform weicht sie derart von der Hauptform ab, dass es nicht unmöglich ist, dass wir hier eine besondere Art haben; ich habe indes hinsichtlich anderer Pflanzenteile keinen konstanten Unterschied nachweisen können und bin deshalb der Ansicht — obschon nur männliche Blüten vorliegen —, dass sie am besten als unter *Heterothalamus boliviensis* gehörig aufzuführen sei, insbesondere da die Blattform an einem Exemplare ihr sich anzunähern scheint.

**Heterothalamus acaulis** WEDD. ex SCH. BIP. in Linnæa 34. pag. 533  
(nomen nudum)<sup>1</sup>. (Taf. VI, Fig. 4—6).

*Herba acaulis glaberrima, rhizomate subterraneo elongato ramoso instructa; foliis densissime rosulatis, amplexicaulibus, linearibus, acutis vel obtusiusculis, integerrimis, carnosis; capitulis terminalibus, solitariis, sessilibus.*

Mehrjähriges Kraut mit einem kräftig entwickelten, unterirdischen, verästelten Rhizom mit 1—3 mm dicken Zweigen. Blätter sehr zahlreich in äusserst dichten Rosetten von 6—8 mm Durchmesser an den Zweigspitzen sitzend, die unteren geschwärzt und verwelkt, sitzen bleibend, die oberen grün; sie sind fadenförmig, spitz, unbehaart und fleischig (im Querschnitt oval), an der Basis scheidenförmig erweitert; Blätter 9 mm lang, Spreite 1 mm und Blattscheide 3 mm breit. Blütenköpfchen klein, 5—6 mm hoch, 4—5 mm im Durchmesser, im Zentrum der kleinen Blattrosette gänzlich ungestielt sitzend. Hüllkelch glockenförmig, 4—5 mm hoch, aus 3—4 Reihen Hüllblättern gebildet, die äusseren breit oval, die inneren oval bis schmal länglich, alle abgestumpft, ganzrandig, kahl, nur bisweilen an der Spitze spärlich behaart, grün mit weissem Häutchenrande, 3—4 mm lang, 1,5—2 mm breit. Männliche Köpfchen mit 15—20 Blüten; diese sind rosa gefärbt, röhrenförmig, 4 mm lang, oben erweitert und kaum 1 mm weit, mit 1 mm langen, spitzen, auswärtsgebogenen Saumzipfeln; Antherenröhre 1 mm lang; Griffel oben keulig, zweiteilig; Pappus eine einfache Reihe zahlreicher unverzweigter, weisser, fadenförmiger Börstchen von der Länge der Blumenkrone; bei starkem Vergrössern erweisen sie sich ganz unbedeutend an den Spitzen verdickt und papillös. Weibliche Köpfchen mit zahlreichen Blüten:

<sup>1</sup> In einem a. a. O. gelieferten Verzeichnis über die von MANDON in Bolivia gesammelten Kompositen führt SCHULTZ-BIP. WEDDELL als Auctor an. Wo dieser die Art benannt haben sollte, ist mir unbekannt; in *Chloris andina* wird sie nicht erwähnt, auch nicht im *Index Kewensis*. Nachstehende Beschreibung stützt sich teils auf das von mir eingesammelte Material (mit ♂-Blüten), teils auf das in der botanischen Abteilung des Reichsmuseums zu Stockholm befindliche, mit ♀-Köpfchen versehene MANDON'sche Exemplar (N:o 209. Bolivia, Prov. Larecaja, Viciniis Sorata prope Apacheta de Logena in graminosis. Reg. alpina 4000 m. Aug. 1859).

Receptaculum mit kleinen Spreublättern; Fruchtknoten eben und kahl, 1 mm lang, länglich; Blütenröhre fadenförmig, an der Spitze nur bei starker Vergrößerung erkennbar fünfzählig, 2–3 mm lang; Griffel fadenförmig, Narben 2, fadenförmig; Pappusborsten zahlreich, gleichdick, in ihrer ganzen Länge rauh, papillös, 2–2,5 mm lang. Frucht unbekannt.

Innerhalb des Gebietes sehr gemein. — Moreno in locis salsis subhumidis, 3500 m. s. m. (23 Oct. 1901; FR. 701).

*Heterothalamus acaulis* weicht durch seinen rosettigen Wuchs, sein unterirdisches Rhizom u. a. von allen übrigen *Heterothalamus*-Arten ab und behauptet eine Sonderstellung in der Gattung.

**Baccharis microphylla** H. B. K. Nov. gen. et sp. pl. IV. pag. 55.

Prov. Jujuy: S:a Catalina ca. 3650 m. s. m. in collibus petrosis (25–26 Jan. 1901; KURTZ 11496); Mina Perdida in collibus petrosis, ca. 4100 m. s. m. (25 Jan. 1901; KURTZ 11496); Rinconada, ca. 3800 m. s. m. (3 Jan. 1901; KURTZ 11337); Moreno in campo aprico sicco, 3500 m. s. m. (24 Oct. 1901; FR. 699).

Dieses letztere Exemplar weicht von den übrigen durch die traubenförmige Anordnung der Köpfchen und durch 3- oder öfters 5-zählige Blätter mit spitzen Zähnen ab, worin es mit der Beschreibung von *Baccharis leja* PHIL. übereinstimmt. Es ist jedoch sehr klebrig. Eine eingehende Musterung der Formen der *B. microphylla* und der ihr nahestehenden Arten wäre sehr wünschenswerth.

Verbreitung: die Anden entlang von Venezuela bis zum nördlichen Argentinien (Catamarca).

**Baccharis polifolia** GRIS. Pl. Lor. pag. 128.

Prov. Jujuy: Moreno ad Nevado de Chañi in monte saxoso, 3500 m. s. m. (11 Dec. 1901; FR. 738 a, floribus masculinis; 889, floribus femineis instructa). Prov. Salta: San Antonio de los Cobres in collibus saxosis, 3650 m. s. m. (5 Nov. 1901; FR. 738, specimen fructibus anni præcedentis instructum).

Verbreitung: Catamarca bis Jujuy in der alpinen Region der Cordilleren.

**Baccharis Grisebachii** Hieron. Sert. Sanjuan. pag. 36.

*Baccharis gnaphalioides* GRIS. Symb. argent. pag. 183 (non SPR.).

Prov. Jujuy: Moreno, locis saxosis, 3500 m. s. m. (23 Oct. 1901; FR. 700, fructibus anni præcedentis instructa. — 21 Nov. 1901; FR. 700 a, florigera).

Verbreitung: die alpine Region der Anden vom südlichsten Bolivia bis Rioja.



**Baccharis petrophila** R. E. FR. nov. sp.

*Suffrutex ramosissimus, ramis sulcatis folisque novellis pulverulentotomentosulis; foliis dimorphis, aliis obovatis vel lineari-spathulatis, apice rotundatis vel subacutis, integerrimis, aliis anguste oblongis, basi cuneatis, apice acutis et acute apiculatis, dentes 4—6 acute apiculatos gerentibus; capitulis terminalibus, solitariis, breviter pedunculatis; bracteis involucri oblongo-lanceolatis, acutis, subglabris, margine scariosis.*

Niedriger, 1—1,5 dm hoher, sparriger Halbstrauch; die größeren Äste und die oft blossgelegten kräftigeren Wurzelzweige mit einer dicken, weisslichen bis gelbgrauen, zerrissenen Rinde bedeckt; Jahressprosse aufsteigend bis mehr oder weniger aufrecht, deutlich gefurcht, mit den Furchen von einer körnigen bis kurzwoelligen, weissen Behaarung angefüllt. Blätter von 2 scharf getrennten Formen; die eine, welche an etlichen sterilen, am Boden liegenden Zweigen vorkommt, ist umgekehrt-eiförmig bis schmal-umgekehrt-lanzettlich, ungestielt, an der Spitze rund oder bisweilen abgestumpft spitzig, gegen die Basis gleichmässig verjüngt, kurz raubhaarig und, wenn jünger, etwas klebrig, völlig ganzrandig, eben, starr, 5—10 mm lang, 1,5—2 mm breit; die andere Form, welche auf den aufrechten, gewöhnlich mit Köpfchen abschliessenden Sprossen aufsitzt, weicht von jener durch ihre schmale längliche, nach beiden Enden hin verjüngte Gestalt, durch spärlichere Behaarung — die älteren sind sowohl auf der Ober- als der Unterseite gänzlich unbehaart — und durch das Vorkommen von jederseits 2—3 Zähnen, welche wie die Blattspitzen in einen kurzen, scharfen, weissgelben, kleinen Stachel auslaufen: diese Blätter sind 8—13 mm lang und 2—4 mm breit. Blütenköpfchen 6—8 mm lang, 6—8 mm im Durchmesser, glockenförmig oder gegen die Basis kegelförmig verjüngt; Hüllblätter der Mitte entlang grün, mit breiten, am Rande zerrissenen, weissen Häutchenrändern, die äusseren 2—3 mm lang, 1 mm breit, die inneren 5—6 mm lang, 1—1,5 mm breit. Männliche Blüten weisslich, 5 mm lang, nach oben sich allmählich erweiternd und oben 1 mm im Durchmesser betragend, die Zipfel zurückgerollt, spitz, 2 mm lang, 0,5 mm breit; Pappushaare 3 mm lang, gerade, oben beträchtlich verdickt; Griffel 4 mm lang, in zwei 0,5 mm lange Narben gespalten. Weibliche Blüten rosa, 6—7 mm lang, wovon auf den unbehaarten Fruchtknoten 1 mm kommt; Pappushaare 5 mm lang, gerade, gleichdick; Blumenröhre 2,5 mm lang, 0,3 mm im Durchmesser, gleichweit, oben schräge abgeschnitten mit behaartem Rande; Griffel 4 mm lang, Narben fadenförmig, 1,5 mm lang. Früchte unbekannt.

Prov. Jujuy: Nevado de Chañi in fissuris rupium, 3500 m. s. m. (10 Dec. 1901; FR. 887, floribus femineis. — FR. 888, floribus masculinis instructa). Prov. Salta: Toro in Quebrada del Toro, ca. 3250 m. s. m. (16 Nov. 1901; FR. 826, specimen floribus masculinis ornatum leg. G. v. HOFSTEN).

Die Art dürfte der *B. melanopotamica* SPEG. (= *B. Duschnii* O. HOFFM.) nahe stehen und derselben Gruppe wie diese angehören; sie weicht jedoch von ihr u. a. durch das Auftreten von zweierlei Blättern, durch die Blattbehaarung u. s. w. ab.

**Baccharis juncea** (LEHM.) DESF. Cat. Hort. Paris 1829 pag. 163.

Prov. Jujuy: Yavi, locis humidis ca. 3500 m. s. m. (31 Dec. 1901; FR. 977); ibid., 3400 m. s. m. (2 Jan. 1902; FR. 772); El Angosto in Dep. de S:a Catalina in arenosis, ca. 3600 m. s. m. (1 Febr. 1901; KURTZ 11557); Moreno in ripa rivuli arenosa humida, 3500 m. s. m. (20 Dec. 1901; FR. 940).

Verbreitung: Bolivia, Argentinien, Chile und Uruguay bis zum nördlichen Patagonien.

**Filago lasiocarpa** GRIS. Pl. Lor. pag. 132.

Prov. Jujuy: Yavi in monte aprico, ca. 3400 m. s. m. (1 Jan. 1902; FR. 773); Moreno ad Nevado de Chañi in fissuris rupium, 3500 m. s. m. (11 Dec. 1901; FR. 900).

Verbreitung: Jujuy bis Tucuman.

**Gnaphalium cheiranthifolium** LAM. Encycl. II pag. 752.

Prov. Jujuy: Moreno in cultis, 3500 m. s. m. (20 Dec. 1901; FR. 941). Prov. Salta: Ojo de Agua in Quebrada del Toro, loco siccio petroso, 2800 m. s. m. (17 Nov. 1901; FR. 818; leg. G. v. HOFSTEN).

Verbreitung: über das ganze extratropische Südamerika, wie auch in den alpinen Regionen der Tropen.

**Gnaphalium purpureum** L. Sp. pl., ed. I pag. 854.

Prov. Jujuy: Moreno, loco saxoso et arenoso, raro, 3500 m. s. m. (12 Dec. 1901; FR. 912, florigerum).

Verbreitung: Amerika, besonders die temperierten Teile und die höher gelegenen Gebiete der Tropen; auch in die Alte Welt eingeschleppt.

**Gnaphalium erythraetis** (WEDD.) GRIS. Symb. argent. pag. 186.

*Merope erythraetis* WEDD. Chl. and. I pag. 162.

*Gnaphalium piptolepis* (WEDD.) GRIS. Symb. argent. pag. 186 (partim).

Prov. Jujuy: Laguna Tres Cruces in Dep. Cochinoeca in fissuris rupium, ca. 3700 m. s. m. (14 Febr. 1901; KURTZ 11686); Moreno ad Nevado de Chañi in fissuris rupium, ca. 3500 m. s. m. (11 Dec. 1901; FR. 894). Etiam in prov. Salta collectum: Nevado del Castillo, 3—4000 m. s. m. (19—23 Mart. 1873; LORENTZ et HIERONYMUS n. 89 (partim) et 104 (partim)).

Verbreitung: Bolivia bis zum nördlichsten Argentinien.

**Parthenium Hysterophorus** L. Sp. pl., ed. I pag. 988.

Prov. Jujuy: Yavi in monte aprico, 3400 m. s. m. (1 Jan. 1902; FR. 988, florigerum).

Verbreitung: über das ganze wärmere Südamerika, von Mexiko bis zum nördlichen Patagonien; auch hie und da in die Alte Welt eingeschleppt.

**Xanthium spinosum** L. Sp. pl., ed. I pag. 987.

Prov. Jujuy: Moreno in cultis, 3500 m. s. m. (14 Dec. 1901; FR. 919, floribus nondum evolutis).

Verbreitung: über alle wärmeren Länder der Erde.

**Viguiera stenophylla** (HOOK. et ARN.) GRIS. Symb. argent. pag. 193.

*Leighia stenophylla* HOOK. et ARN. in HOOK. Journ. of Bot. III. pag. 313.

Prov. Jujuy: Yavi in cultis, 3400 m. s. m. (31 Dec. 1901; FR. 976, specimina floribus ornata); Dep. de S:a Catalina, El Angosto in arenosis, ca. 3600 m. s. m. (1 Febr. 1901; KURTZ 11555, florigera).

Verbreitung: südliches Brasilien, Uruguay und nördliches Argentinien.

**Encelia suffrutescens** R. E. FR. nov. sp. (Taf. VI, Fig. 1—3).

*Suffrutex pilosus; foliis sessilibus, alternis, lanceolatis, basi et apice acutis, integerrimis, rigidis, capitulis in apice ramorum solitariis; bracteis involucri lineari-lanceolatis, acutis, ligulis dimidio brevioribus.*

Zwei bis drei dm hoher Halbstrauch, die Zweige am Boden liegend und aufsteigend, an der Basis verholzt und überwinternd. Jahresprosse rotbraun, mit weissen, abstehenden Härchen besetzt. Blätter ungestielt, lanzettlich, an der Basis und gegen die Spitze hin verjüngt mit der grössten Breite an der Mitte oder ein wenig oberhalb derselben; sowohl auf der Ober- als auf der Unterseite — besonders bei jüngeren — spärlich lang behaart mit auf beiden Seiten ungefähr

gleichmässig hervorstehendem Adernetze, papierene Konsistenz: die grössten Blätter 6 cm lang, 1,2—1,4 cm breit. Blütenköpfchen vereinzelt an den Spitzen der im oberen Teile (in der Länge von 1—9 cm) blattlosen Zweige, welche oben, an der Basis des Hüllkelches, von dichteren, langen, weissen Härchen bedeckt sind. Hüllkelch etwa 1—1,5 cm hoch, 2—2,5 cm im Durchmesser, von einer doppelten Reihe schmal lanzettlicher, grüner und aussen weissbehaarter, spitzer Hüllblätter gebildet, die 9—13 mm lang und 3—3,5 mm breit sind. Strahlenblüten ungefähr 12, geschlechtslos, 17—21 mm lang, mit gelbem, länglich-ovalem, an der Spitze ganzrandigem oder unregelmässig gezähntem, 13—17 mm langem und 5—7 mm breitem Saume. Receptaculum unbedeutend gewölbt, nahezu eben: Spreublätter bootförmig, häutig, kahl (nur die quer abgestutzte Spitze etwas behaart), 7—8 mm lang, 3 mm breit. Scheibenblüten zahlreich: Fruchtknoten seitlich abgeplattet, scheibenförmig, behaart, 1,5 mm breit, 3,5 mm lang, mit 2 ziemlich gleichlangen Pappusborsten; Blumenkrone 5 mm lang. Frucht unbekannt.

Prov. Jujuy: Moreno in monte saxoso, 3600 m. s. m. (16 Dec. 1901; FR. 926, specimina floribus ornata).

Von den *Encelia*-Arten, welche ich gesehen, steht die hier besprochene der *E. microphylla* GRAY am nächsten und ähnelt ihr in der Blattkonsistenz, Blattform u. s. w., ist aber durch viele, oben angeführte Charaktere leicht von ihr unterscheidbar.

**Heterosperma pinnatum** CAV. Icon. III pag. 34, tab. 267.

Prov. Jujuy: S:a Catalina ca. 3650 m. s. m. (30 Jan. 1901; KURTZ 11532); Timon Cruz, ca. 3850 m. s. m. (5 Febr. 1901; KURTZ 11580); Rinconada ca. 3800 m. s. m. (8 Febr. 1901; KURTZ 11602); Moreno 3500 m. s. m. (26 Nov. 1901; FR. 812 a. — 11 Dec. 1901; FR. 812 c).

Weicht von der typischen Form durch niedrigeren, öfters dem Boden anliegenden Wuchs ab, darin der *forma involucratum* (PHIL.) OK. Rev. gen. pl. III: 2 pag. 158 [= *Bidens involucratum* PHIL. in An. Mus. nac. Chile 1891 pag. 49] ähnelnd. Blätter jedoch gewöhnlich doppelt (an kleineren Exemplaren einfach) dreifingerig geteilt.

Verbreitung der Art: längs den Anden von Mexiko bis zum nördlichen Chile und Argentinien.

**Bidens andicola** H. B. K. Nov. gen. et sp. pl. IV pag. 237.

Prov. Jujuy: Yavi, locis subhumidis in cultis, 3400 m. s. m. (1 Jan. 1902; FR. 987, specimina floribus et fructibus immaturis praedita); S:a Catalina in arenosis, 3650 m. s. m. (14 Jan. 1901; KURTZ 11448, cum floribus).

Verbreitung: die Anden entlang von Venezuela bis zum nördlichsten Argentinien.

**Bidens bipinnata** L. Sp. pl., ed. I pag. 832.

Prov. Jujuy: Yavi, loco subhumido in cultis, 3400 m. s. m. (1 Jan. 1902; FR. 991, specimen fructiferum).

Verbreitung: Unkraut in allen wärmeren Gegenden, ursprünglich aus Nordamerika.

**Schkuhria pusilla** WEDD. Chl. and. I pag. 73, Pl. 14 B.

Prov. Jujuy: Moreno, loco arenoso, humido, 3500 m. s. m. (21 Nov. 1901; FR. 812. — 26 Nov. 1901; FR. 812 d).

Die von mir eingesammelten Exemplare stimmen mit der WEDDELL'schen Beschreibung und Abbildung überein; Blattzipfel jedoch nicht so zahlreich und mehr in die Länge gezogen. Mit ihnen stimmen ferner etliche andere Exemplare in allem ausser in der Pappusbildung der Frucht überein, und stelle ich diese deshalb auf als

**var. aristata** R. E. FR. nov. var. A typo differt paleis fructuum ovatis hyalinis aristatis, aristis ca. 7, paleis aequilongis vel eam duplo superantibus, scabris (Taf. VI, Fig. 8).

Moreno loco arenoso, ca. 3500 m. s. m. (12 Dec. 1901; FR. 812 b, floribus et fructibus immaturis instructa).

Verbreitung der Art: Peru, Bolivia und nördliches Argentinien in den Anden.

**Hymenoxys Hænkeana** DC. Prodr. V p. 661.

Prov. Jujuy: Yavi chica, locis siccis vel humidis, ca. 3500 m. s. m. (3 Jan. 1902; FR. 992, florifera); Negra muerta in Dep. de Humahuaca ad ripam fluminis (16 Febr. 1901; KURTZ 11707, florifera).

Verbreitung: das andine Gebiet von Peru, Bolivia und nördlichem Argentinien.

**Tagetes multiflora** H. B. K. Nov. gen. et sp. pl. IV pag. 197.

Prov. Jujuy: Yavi in cultis, 3400 m. s. m. (1 Jan. 1902; FR. 984, specimina floribus fructibusque ornata).

Früchte mit nur einem oder zweien 3–4 mm langen Börstchen versehen, nicht 5, wie es für die Art typisch ist

**var. rupestris** WEDD. Chl. and. I pag. 72.

Prov. Jujuy: Nevado de Chañi, in declivibus apricis ca. 4200 m. s. m. (1 Dec. 1901; FR. 852, florifera).

Verbreitung der Art: längs den Cordilleren von Ecuador bis zum nördlichsten Argentinien.

**Cotula pygmæa** (H. B. K.) BENTH. et HOOK. f. Gen. pl. II pag. 431.

*Soliva pygmæa* H. B. K. Nov. gen. et sp. pl. IV pag. 303.

Prov. Jujuy: Moreno, loco humido graminoso, 3500 m. s. m. (15 Nov. 1901; FR. 769).

Stimmt mit dem Exemplare KUNTH's im Berliner Herbarium überein.

Verbreitung: Mexiko—Argentinien längs den Anden bis zur Sierra Achala in der Prov. Córdoba.

**Senecio sericeus** (G. KZE.) OK. Rev. gen. pl. III: 2 pag. 177.

var. **Candolleanus** (HOOK. et ARN.) OK. l. c. pag. 178.

*Senecio psammophilus* GRIS. Pl. Lor. pag. 141.

Prov. Jujuy: Cangrejos (Maio 1873; LORENTZ et HIERONYMUS n. 809); inter Casabindo et Abra Pampa, loco arenoso, ca. 3500 m. s. m. (29 Dec. 1901; FR. 967, specimen florigerum).

Verbreitung: vom nördlichen Patagonien bis Catamarca und Jujuy.

**Senecio graveolens** WEDD. Chl. and. I pag. 111.

Prov. Salta: Mina Concordia, ca. 4500 m. s. m. (28 Oct. 1901; FR. 706 a); Organayoc, in montibus siccis apricis, ca. 4800 m. s. m. (3 Nov. 1901; FR. 706, florens).

Steht sowohl der *S. medicinalis* PHIL. als der *nutans* SCHULTZ Bip. nahe, von jener hauptsächlich abweichend durch kaum 1 cm lange Blätter, nicht schwarzspitzige Hüllblätter, von dieser durch die dicken, hellgelben Zweige, kürzere, breitere und fleischigere Blätter u. s. w.

Verbreitung: Bolivia (La Paz) bis zum nördlichsten Argentinien (Salta) innerhalb des höheren Andengebietes.

**Senecio trifurcifolius** HIERON. in ENGL. Bot. Jahrb. 21 pag. 358.

Prov. Jujuy: Nevado de Chañi, loco saxoso, ca. 5400 m. s. m. (29 Nov. 1901; FR. 856, specimina capitulis vacuis anni præcedentis instructa).

Die Exemplare wurden verglichen mit dem Originalexemplare des Berliner Herbariums, mit dem sie übereinstimmen, ausser darin dass meine niedrigeren Wuchs (nur 7—8 cm Höhe) und unerheblich kleinere (7—8 mm lange) Blätter haben.

Verbreitung: Peru bis zum nördlichsten Argentinien.

**Senecio glacialis** WEDD. Chl. and. I pag. 113, Pl. 18 A.

Prov. Jujuy: Nevado de Chañi, 5200—5300 m. s. m. (29 Nov. 1901; FR. 854, specimina floribus ornata).

Verbreitung: Bolivia bis zum nördlichsten Argentinien in den allerhöchsten Regionen der Anden.

**Senecio sp.**

Prov. Jujuy: Miraflores in Dep. Rinconada (12 Febr. 1901; KURTZ 11645).

0,6 m hoher Halbstrauch, an allen grünen Teilen stark glandulos, mit linealen, gegen die Spitze verjüngten, 2,5 cm langen, 3 mm breiten Blättern und discoiden, 1,2 cm langen Köpfchen in spärlich verzweigten, terminalen Infloreszenzen.

**Senecio iberidifolius** PHIL. in An. Univ. Chile 88 (1894) pag. 21.

Prov. Jujuy: Nevado de Chañi, inter saxa ca. 5400 m. s. m. (29 Nov. 1901; FR. 859, florens).

Die Exemplare sind durch Blätter von sehr variierender Grösse ausgezeichnet, 1,5—5 cm lang, 2,5—8 mm breit, alle vollständig ganzrandig. Sie stimmen mit dem von BUCHTIEN in dem Uspallata-Pass (Mendoza) gesammelten Exemplare überein.

Verbreitung: die höchsten Regionen der Anden vom nördlichsten Argentinien bis zu den Mendoza-Cordilleren.

**Senecio tarapacanus** PHIL. in An. Mus. nac. Chile 1891 pag. 42.

Prov. Jujuy: Moreno, solo siccio argillaceo, raro, 3500 m. s. m. (12 Dec. 1901; FR. 914, florigerus). Prov. Salta: Mina Concordia, ca. 4000 m. s. m. (28 Oct. 1901; FR. 914 a, sterilis).

Stimmt mit dem PHILIPPI'schen Exemplare im Berliner Herbarium überein.

Verbreitung: innerhalb des alpinen Gebietes des nördlichsten Argentinien und Chile.

**Senecio viridis** PHIL. in An. Mus. nac. Chile 1891 pag. 43.

Prov. Jujuy: Moreno, frequenter, 3500 m. s. m. (12 Nov. 1901; FR. 752, florigerus).

Die Exemplare stimmen mit den PHILIPPI'schen im Berliner Herbarium überein. 0,5—1 m hoher Strauch.

Verbreitung: die alpine Region der Anden im nördlichsten Chile und Argentinien.

**var. radiatus** R. E. FR. nov. var. Differt a forma typica *ligulis 5 oblongis, apice obtusis et inconspicue tri- vel quadridentatis, 7 mm. longis, 2,5 mm. latis, recurvatis, flavis; frutex 7—8 dm. altus.*

Moreno, in loco sicco aprico individuum unicum observatum, 3500 m. s. m. (21 Nov. 1901; FR. 808, cum floribus et fructibus immaturis).

Diese *Senecio*-Form ist meines Erachtens am zweckmässigsten nur als eine Varietät der *S. viridis* aufzuführen, mit der sie in allem trefflichst übereinstimmt, ausser in dem konstanten Vorkommen der Strahlenblüten. Sie ähnelt dadurch der *S. atacamensis* PHIL. (in An. Mus. nac. Chile 1891 pag. 46), unterscheidet sich von der Beschreibung dieser Art aber durch die Anzahl der Hüllblätter.

***Senecio jodopappus* SCHULTZ BIP. in Bonplandia 1856 pag. 51.**

Prov. Jujuy: San José in Dep. de S:a Catalina ca. 4000 m. s. m. (5 Febr. 1901; KURTZ 11592); Rinconada (3 Jan. 1901; KURTZ 11336. — 8 Febr. 1901; KURTZ 11606). Prov. Salta: San Antonio de los Cobres in montibus saxosis, ca. 4000 m. s. m. (28 Oct. 1901; FR. 708).

Alle Exemplare sind weiblich. Sie stimmen gut zu einander, weichen aber etwas ab von LECHLER's Pl. peruv. N:o 1706 und 1755 [in Bezug auf die Grösse und Behaarung der Blätter stimmen sie am besten mit letzterer Nummer überein] und zwar durch die unbehaarten Hüllblätter, deren es nur 5 (nicht 8) giebt.

WEDDELL giebt in *Chloris andina* I pag. 116 die Köpfchen als radiata an, was wahrscheinlich auf einem Schreibfehler beruht, da die Abbildung (Pl. 20 B) sie als discoidea angebt.

Verbreitung: Peru bis zum nördlichsten Argentinien.

***Senecio* sp.**

Prov. Jujuy: Nevado de Chañi, loco sicco, ca. 5000 m. s. m. (30 Nov. 1901; FR. 874, specimen unicum florigerum leg. G. v. HOFSTEN).

Das Rhizom aufrecht, 1,5 cm dick, zahlreiche Blattrosetten tragend, die aus bis 6 cm langen und fast 1 cm breiten, unbehaarten, fleischigen, paarig gefiederten Blättern bestehen, deren Stiel  $\frac{1}{3}$  der Spreitenlänge beträgt; die Zipfel sind lineal bis lanzettlich, spitz, ganzrandig oder an der Basis mit 1—2 grossen Zähnen versehen. Köpfchen zylindrisch, 1,5 cm lang, 1—1,5 cm im Durchmesser, einzelne auf 4—5 cm langen, mit ein paar fadenförmigen Bracteen versehenen Blütenstielen aufsitzend; Blüten gelb; Strahlenblüten fehlen.

***Senecio werneroides* WEDD. Chl. and. I pag. 128, Pl. 19 C.**

*Werneria cortusifolia* GRIS. Pl. Lor. pag. 146 et Symb. argent. pag. 208.

*Werneria wernerodes* OK. Rev. gen. pl. III: 2 pag. 184.

Prov. Jujuy: Yavi (LORENTZ et HIERONYMUS n. 703); *ibid.*, locum humidissimum umbrosum continuo tegmine vestiens, ca. 3500 m. s. m. (31 Dec. 1901; FR. 978, florens). Etiam in prov. Salta collecta: ad Nevado del Castillo (19—23 Mart. 1873; LORENTZ et HIERONYMUS n. 98).



Die von mir gefundenen Exemplare stimmen mit den zitierten, von LORENTZ und HIERONYMUS eingesammelten überein. Sie weichen nur durch etwas verlängerte, 10—12 cm erreichende Achsen ab (*var. scaposus* GRAY in Proc. Am. Acad. V pag. 143), während die anderen höchstens 3,5 cm lange Achsen, im allgemeinen jedoch ganz unbedeutende oder gar keine haben, worin sie mit der WEDDELL'schen Beschreibung und Abbildung übereinstimmen. Diese Üppigkeit meiner Exemplare erklärt sich indes durch die schattige, sehr feuchte Örtlichkeit. Von der WEDDELL'schen Abbildung weichen sie überdies durch tiefer eingeschnittene und spitzere Blätter ab.

Verbreitung: die alpine Region der Anden, von Peru bis zum mittleren Argentinien und Chile.

**Senecio clivicolus** WEDD. Chl. and. I pag. 130.

Prov. Jujuy: Yavi, 3400 m. s. m. (1 Jan. 1902; FR. 771 et 995, specimina florifera); Cochinoça in paludibus raro, ca. 3300 m. s. m. (10 Febr. 1901; KURTZ 11633, florens).

Die Blätter der gesammelten Exemplare sind alle vollständig ganzrandig.

Verbreitung: Bolivia (La Paz) bis zum nördlichsten Argentinien in den höheren Regionen der Anden.

**Senecio glandulosus** DON mspt. ex HOOK. et ARN. in HOOK. Journ. of Bot. III pag. 334.

Prov. Jujuy: Dep. de Humahuaca, Usquia in arenosis ad vias ca. 2800 m. s. m. (20 Febr. 1901; KURTZ 11726, floriferus); Moreno in fissuris rupium, 3700—3800 m. s. m. (26 Nov. 1901; FR. 845, floribus nondum evolutis. — 16 Dec. 1901; FR. 845 a, floriferus).

Verbreitung: die Anden von Jujuy bis zwischen Mendoza und Santiago.

**Senecio** sp.

Prov. Jujuy: Cochinoça, Mina de Asfalto (13 Febr. 1901; KURTZ 11650, florens); Moreno in fissuris rupium, 3500 m. s. m. (15 Dec. 1901; FR. 925, floriferus).

In beiden Fällen nur ein unbedeutendes Individuum gefunden, und zwar sind sie überdies ein wenig verschieden (vielleicht 2 Arten?). Ein 1 dm hoher, spärlich filzig behaarter Halbstrauch mit fiederspaltigen Blättern mit stark zurückgerolltem Blattrande. Köpfchen vereinzelt an den Zweigenden, 10 mm lang, gelb mit wenigen Strahlenblüten.

**Werneria pygmæa** HOOK. et ARN. in HOOK. Journ. of Bot. III pag. 348.

Prov. Jujuy: Moreno, 3500 m. s. m. (22 Oct. 1901; FR. 692, specimina floribus ornata. — 15 Nov. 1901; FR. 692 a, fructifera).

Innerhalb des Gebietes gemein an feuchten Orten, bei Bächen u. dgl.; auch von GRISEBACH (Symb. argent. pag. 208) von der Puna de Jujuy angeführt.

Verbreitung: die Anden entlang von Venezuela bis zum nördlichen Argentinien (Salta und Jujuy) und Chile bis zu den mittleren Provinzen hinab, auf grösseren Höhen über dem Meere.

**Werneria cochlearis** GRIS. Symb. argent. pag. 208.

Atacama: Incachuli prope San Antonio de los Cobres in ripis arenosis subhumidis rivulorum, ca. 5000 m. s. m. (30 Oct. 1901; FR. 709, florigera).

Die Exemplare stimmen mit den von LORENTZ und HIERONYMUS auf Nevado del Castillo gesammelten Exemplaren im Berliner Herbarium überein. Die Blütenfarben sind folgende: ligulae supra albæ, subtus cæsiae; flores discoidei albido-flavidi, antherae atropurpureæ, stigmata flava.

Verbreitung: die Anden des nördlichsten Argentinien auf grösseren Höhen ü. M.

**Werneria Rosenii** R. E. FR. nov. sp. (Taf. VI, Fig. 7).

*Fruticulus carnosus, graveolens, glaberrimus; foliis dense imbricatis, carnosis, linearibus, basi vaginantibus, apice bifurcatis; capitulis radiatis, terminalibus, sessilibus; lobis involucri 12—14, lanceolatis; ligulis albidis.*

Ein kleiner, etwa 1 dm hoher, stark duftender Strauch mit dichten, fleischigen, 0,5 cm dicken, aufrechten oder aufsteigenden Zweigen; ihr unterer Teil ist nackt, mit ringförmigen Blattnarben oder nach abgefallenen Blättern gebliebenen Blattscheiden dicht besetzt; die oberen Teile tragen dichtgedrängte, hellgrüne, unbehaarte, fleischige Blätter. Diese sind an der Basis stark stengelumfassend, die Spreite ist gleichbreit oder sich verjüngend, an der Spitze in 2 nach oben verjüngte, stumpfe oder abgestumpft spitze Zipfel gespalten; das ganze Blatt ist 1—1,5 cm lang, die Spreite 2—3 mm breit und 1,5 mm dick; die beiden Zipfel sind 2—4 mm lang. An den Zweigenden sitzen die Blütenköpfchen vereinzelt, ungestielt. Hüllkelch grün, glockenförmig, 1,5 cm hoch, 1,2—1,5 cm im Durchmesser, bis zur halben Länge in 12—14 lanzettliche, mehr oder weniger abgestumpfte, weissrandige, 6—7 mm lange, 3 mm breite, kahle Zipfel gespalten, welche nur an der Spitze einige kurze Härchen tragen. Strahlenblüten 30—40, in 2—3 Reihen, aufrecht, länger als die Scheibenblüten, aber kürzer als die Hüllblätter; Saum von schmaler Basis zungenförmig ausgehend, an der Spitze gerundet und ganzrandig, weiss, 7 mm lang, 2 mm breit; Scheibenblüten zahlreich, schmutzig weiss. Frucht unbekannt.

Prov. Jujuy: Nevado de Chañi, loco saxoso, ca. 5200 m. s. m. (29 Nov. 1901; FR. 862).

Die Art steht der *Werneria digitata* WEDD. am nächsten, von ihr durch die durchgängig einfach vergabelten, nicht gefingerten Blätter leicht unterscheidbar.

**Werneria Lorentziana** Hieron. in ENGL. Bot. Jahrb. 21 pag. 364.

*Werneria humilis* GRIS Symb. argent. pag. 209 (non KUNTH).

Prov. Jujuy: Nevado de Chañi ca. 5000 m. s. m. (9 Nov. 1901; FR. 748, specimina florifera leg. E. v. ROSEN); ibid., ca. 5300 m. s. m. (29 Nov. 1901; FR. 857, florifera). Collecta etiam in prov. Salta in Nevado del Castillo, alt. 15000' juxta nivem aeternam (LORENTZ et HIERONYMUS n. 117).

Verbreitung: Peru bis zum nördlichsten Argentinien in den höheren Regionen der Anden.

**Werneria incisa** PHIL. in An. Mus. nac. Chile 1891 pag. 41.

Prov. Salta: ad Tusle prope Mina Concordia, loco salso subhumido, ca. 4500 m. s. m. (29 Oct. 1901; FR. 707, fructifera).

Stimmt mit dem PHILIPPI'schen Exemplare im Berliner Herbarium sehr gut überein.

Verbreitung: die höhere alpine Region der Anden im nördlichsten Argentinien und Chile.

**Chuquiraga rotundifolia** WEDD. Chl. and. I pag. 4, Pl. 4 A.

Prov. Jujuy: Casabindo, ca. 3500 m. s. m. (Nov. 1901; FR. 950, florifera; leg. E. NORDENSKIÖLD); Laguna Tres Cruces (14 Febr. 1901; KURTZ 11667, florifera).

Verbreitung: Peru bis zum nördlichsten Argentinien in der alpinen Region.

**Chuquiraga acanthophylla** WEDD. Chl. and. I pag. 5.

Prov. Jujuy: S:a Catalina in collibus petrosis raro (16 Jan. 1901; KURTZ 11453, cum floribus).

Verbreitung: die alpine Region der Anden im nördlichsten Argentinien und südlichen Bolivia.

**Chuquiraga atacamensis** OK. Rev. gen. pl. III: 2 pag. 141.

*Chuquiraga glabra* PHIL. in An. Mus. nac. Chile 1891, pag. 30 (non BAKER).

Prov. Jujuy: Moreno frequenter, 3500 m. s. m. (15 Dec. 1901; FR. 683, florens).

Verbreitung: von PHILIPPI aus Tarapacá beschrieben; ausserdem in der Atacama-Wüste und, wie erwähnt worden, in der Puna de Jujuy, ferner auch, nach Exemplaren des Berliner Museums, in Mendoza vorkommend.

**Plazia daphnoides** WEDD. Chl. and. I pag. 13, Pl. 2 B.

Prov. Jujuy: Saladillo (12 Nov. 1901; FR. 755); Moreno 3500 m. s. m. (15 Nov. 1901; FR. 755 *a* et 26 Nov., FR. 755 *b*, specimina floribus instructa); Nevado de Chañi, 3500 m. s. m. (10 Dec. 1901; FR. 755 *c*).

Verbreitung: innerhalb des alpinen Gebietes der Anden in Peru, Bolivia und nördlichem Argentinien.

**Proustia pungens** POEPP. exsicc. n. 884; LESS. Syn. pag. 110.

Prov. Jujuy: Yavi in rupibus 3400 m. s. m. (1 Jan. 1901; FR. 997); Azul Pampa 3600 m. s. m. (30 Dec. 1900; KURTZ 11300); Negra muerta in declivibus petrosis (16 Febr. 1901; KURTZ 11708); Humahuaca (Maio 1873; LORENTZ et HIERONYMUS).

Verbreitung: Bolivia bis zum nördlichsten Argentinien (Jujuy) und nördlichen und mittleren Chile.

**Mutisia Philippii** R. E. FR. nov. sp. (Taf. VI, Fig. 9—10).

*Mutisia microphylla* PHIL. in An. Mus. nac. Chile 1891 pag. 30 (non WILLD.).

*Suffrutex gracilis, suberectus vel scandens; ramulis foliisque junioribus sparsim, capitulis basi densius albo-lanatis; foliis pinnatisectis, apice saepius in cirrhum brevem simplicem productis; pinnis 5—8-jugis, triangulari-lanceolatis vel falciformibus, bracteis involucri ovalis vel lanceolatis, acutis, margine albolanatis.*

Teils aufrecht, 1 bis ein paar dm hoch, teils an den Sträuchern bis zu Meterhöhe kletternd, in den unteren Teilen mehr oder weniger holzig; Jahressprosse unbedeutend eckig, die oberen Teile, insbesondere unterhalb der Blütenköpfchen, weisswollig, sonst kahl; Internodien 0,5—3 cm lang. Blätter ungestielt oder mit höchstens 1 cm langen Stielen, paarig gefiedert bis an den Mittelnerv oder, an der nicht kletternden Form, beinahe bis an ihn heran; an der Spitze verjüngt, spitz, bald ohne, bald mit einem einfachen, fadenförmigen, bis 1 cm langen Cirrus, der, wie bisweilen auch der obere Teil der Rachis, gewunden ist; Fiederblättchen mehr oder weniger zerstreut sitzend, gegenüberstehend oder unregelmässig verteilt, lanzettlich mit breiter Basis, gerade oder sichelförmig gebogen, spitz, eben oder mit zurückgerollten Rändern; die Blätter,

wenn jung, unbedeutend weissfilzig, bald überall kahl; die grössten Blätter bis 5 cm lang, die Zipfel bis 10 mm lang und 3 mm breit. Blütenköpfchen vereinzelt an den Zweigenden, ungestielt oder auf kurzen Stielen aufsitzend, 4—5 cm lang einschliesslich der Blüten. Hüllkelch becherförmig, etwa 2 cm hoch, 1,5—2,5 cm im Durchmesser, an der Basis dicht weissfilzig; Hüllblätter oval bis lanzettlich, ganzrandig, spitz, angeedrückt, den Rändern entlang weissfilzig, nach innen an Länge zunehmend, die inneren bis 2 cm lang, 0,7 cm breit. Strahlenblüten 11—13; Fruchtknoten kahl, 3 mm lang; Haarkrone 1,2—1,3 cm lang; Röhre unbehaart, 1—1,3 cm lang; Unterlippe linealisch bis schmal lanzettlich, 3—3,5 cm lang, 3—6 mm breit, an der Spitze schwach dreizählig, auf der Oberseite kahl, Unterseite weissfilzig oder fast kahl, Oberseite weiss gefärbt (nach CLAREN »igneae«), wenn getrocknet schwärzlich; Oberlippe auf 2 etwa 3 mm lange, fadenförmige Zipfel reduziert; Staubgefässe steril, fadenförmig; Griffel etwa 2,5 cm lang. Scheibenblüten zahlreich; Fruchtknoten 2—3 mm lang, kahl; Haarkrone etwa 15 mm lang; Blumenkrone 20 mm lang, wovon auf die zurückgerollten Saumzipfel 5 mm kommen; Unterlippe gleichbreit, 1,5 mm breit, Oberlippe in 2 fadenförmige Zipfel gespalten; Antheren 9 mm lang mit fast 5 mm langen, fadenförmigen Anhängseln an der Basis; Griffel 2 cm lang. Reife Frucht unbekannt.

Prov. Jujuy: El Angosto in Dep. de S:a Catalina in fruticetis ca. 3600 m. s. m. (1 Febr. 1901; KURTZ 11547); Laguna Tres Cruces in petrosis (12 Febr. 1901; KURTZ 11669); Moreno ad Nevado de Chañi in *Baccharide polifolia* volubilis, 3500 m. s. m. (11—16 Dec. 1901; FR. 824 a, capitulis vix evolutis). Prov. Salta: Toro in Quebrada del Toro ca. 3300 m. s. m.; specimina erecta (17 Nov. 1901; FR. 824; leg. G. v. HOFSTEN).

Die Exemplare stimmen gut zu den PHILIPPI'schen aus Tarapacá; jedoch stimmen sie nicht mit der DE CANDOLLE'schen Beschreibung der *M. microphylla* WILLD. in Prodr. VII p. 6 überein und sind nicht mit ihr zusammenzustellen. Ebenfalls weichen sie erheblich von der CAVANILLES'schen Abbildung der *M. Clematis* LINNÉ f., mit welcher WEDDELL (Chl. and. I pag. 227) *microphylla* zusammenführt, ab.

Verbreitung: höheres Cordilleregebiet im nördlichsten Argentinien und Chile.

### **Mutisia subulata** RUIZ et PAV. Syst. pag. 193.

Prov. Jujuy: S:a Catalina, ca. 3850 m. s. m. (5 Febr. 1901; KURTZ 11583); Cochinoqa, Humahuasi, ca. 3500 m. s. m. (14 Febr. 1901; KURTZ 11699); Alfarsito ca. 3500 m. s. m. (27 Dec. 1901; FR. 960).

Die Art kommt innerhalb des Gebietes spärlich und zwar an steinigem Gebirgsabhängen an Sträuchern emporkletternd vor.

Verbreitung: Bolivia, nördliches Argentinien und Chile bis zu den mittleren Provinzen hinab.

**Mutisia ledifolia** WEDD. Chl. and. I pag. 20.

Prov. Jujuy: Rinconada, ad rivulos (9 Febr. 1901; KURTZ 11623, floribus et fructibus ornata); Laguna Tres Cruces, 3700—3400 m. s. m., in rupestribus (14 Febr. 1901; KURTZ 11653, florigera).

Verbreitung: Bolivia und nördlichstes Argentinien innerhalb des höheren Cordillengebietes.

Im Anschluss an diese Art teile ich hier die Beschreibung einer neuen, schönen *Mutisia*-Art mit, die in der Regio subalpina in der Quebrada de Humahuaca vorkommt und vielleicht auch innerhalb des zu besprechenden Gebietes auftreten dürfte.

**Mutisia Kurtzii** R. E. FR. nov. sp. (Taf. VII, Fig. 1—2).

*Frutex erectus; foliis lanceolatis vel lanceolato-oblongis, acutis, basi in petiolum decurrentibus, integerrimis, glaberrimis vel junioribus subtilissime puberulis; capitulis homogamis, terminalibus, solitariis, longe pedunculatis; bracteis involucri sub apice et margine subtiliter puberulis, interioribus oblongis, apice rotundatis et apiculatis; floribus igneis.*

Aufrechter Strauch mit hellgelber, glatter und glänzender Rinde; die jüngeren Sprosstteile jedoch feinwollig behaart und eckig; Internodien 0,5—1,5 cm lang. Blätter lanzettlich bis breit lanzettlich mit der grössten Breite an der Mitte, spitz, auf den ungefähr 1 cm langen, schmal geflügelten Blattstiel herablaufend, ganzrandig, mit den Blatträndern (durchs Trocknen?) etwas zurückgerollt, pergamentsteif, wenn jünger spärlich feinwollig, wenn älter unbehaart; der Mittelnerv sowohl auf der Ober- als auf der Unterseite hervorstehend, hellgelb und sich deutlich gegen die beim Trocknen schwärzlich werdende Blattspreite abzeichnend; Seitennerven nicht sichtbar; die grössten Blätter sind (einschliesslich des Blattstieles) 8 cm lang, 2,2 cm breit. Blütenköpfchen apikal, auf 4—5 cm langen Stielen aufsitzend, während das Blütenköpfchen 5—6 cm lang, 2—2,5 cm im Durchmesser ist. Hüllblätter längs den Rändern und gegen die Spitze fein behaart, ganzrandig und schwach ange-drückt, wenn gepresst an der Basis und der Mitte schwarz, längs den Rändern und an der Spitze gelblich; äussere Hüllblätter breit eirund, kaum 1 cm lang, gleichmässig verjüngt, in eine 5—7 mm lange, fadenförmige Spitze auslaufend; die inneren an Länge zunehmend, die innersten 3,5—4,5 cm lang und 1 cm breit, gleichbreit länglich, gegen die Spitze

hin abgerundet mit unbedeutender, abgestutzter Spitze. Alle Blüten zwittrig, in den untersuchten Blütenköpfchen je 15—17. Fruchtknoten glatt, 3 mm lang, einen einfachen Kranz von etwa 35 pinselig verzweigten, 1,5 cm langen Pappushaaren tragend. Blumenkrone zweilippig mit beiden Lippen aufrecht, den Antheren angedrückt; die eine Lippe an der Spitze unerheblich dreizählig, 2 mm breit, die andere bis auf die Basis in 2 fadenförmige Zipfel gespalten. Antheren nahezu 2 cm lang, bis fast zur Hälfte aus der Blumenkrone hinausragend, mit 6—7 mm langen, fadenförmigen Anhängseln an der Basis. Griffel 4 cm lang. Reife Frucht unbekannt.

Prov. Jujuy: Tilcara, Quebrada de Juelle, in glareosis (21 Febr. 1901; KURTZ 11732).

*Mutisia Kurtzii* steht zweifelsohne der *Mutisia Orbignyana* WEDD. sehr nahe; von ihr unterscheidet sie sich indes leicht durch die breiteren Blätter, die langgestielteren und grösseren Blütenköpfchen, durch die breiteren und an der Spitze gerundeten Blätter des Hüllkelches und die mehr als doppelt zahlreicheren Blüten.

**Trichocline auriculata** (WEDD.) Hieron. in ENGL. Bot. Jahrb. 21 pag. 369.

*Bichenia auriculata* WEDD. Chl. and. I pag. 26.

Prov. Jujuy: Miraflores in Dep. de Cochinocea in petroso-arenosis (12 Febr. 1901; KURTZ 11641 et 11642); Mina de Asfalto (Barro negro) in petrosis (13 Febr. 1901; KURTZ 11651); Moreno, locis arenosis et petrosis, 3500 m. s. m. (15 Dec. 1901; FR. 921).

Specimina omnia floribus ornata. Ligulae 15 mm. longae, 2—3 mm. latae, supra flavae glaberrimae, subtus lateritiae et albidovillosae, flores discoidei flavi.

Verbreitung: Bolivia (Potosi) bis zum nördlichsten Argentinien innerhalb des höheren Gebietes der Anden.

**Chaptalia similis** R. E. FR. nov. sp. (Taf. VII, Fig. 3—6).

*Foliis rosulatis, oblanceolatis, supra glabriusculis, subtus dense albomentosis, pinnatifidis, lobis irregulariter dentatis, jugalibus rotundatis, terminali majore cordato acuto; scapo bracteis linearibus paucis instructo, foliis aequilongo vel duplo longiore; floribus femineis duplici ordine dispositis, difformibus, labello interiore praeditis.*

Das Rhizom perennierend, ca. 8 mm dick, mit zahlreichen kräftigen, unverzweigten, gelbbraunen Wurzeln versehen. Blattspreiten 3—7 cm lang, 1,2—1,8 cm breit, auf 1—2 cm langen Stielen aufsitzend, bei jüngeren auch oben weissfilzig, bei älteren oben unbehaart, unten dicht weissfilzig, in 3—5 bis ganz an den Mittelnerv oder beinahe an ihn

heran einschneidende rundliche, nach unten kleiner werdende Lappenpaare geteilt; der Terminallappen ist am grössten, nach der Spitze hin verjüngt. Blütenköpfchen 1(—2) von jeder Rosette ausgehend, von 3—17 cm langen, weissfilzigen — oder an älteren im unteren Teile unbehaarten — Stielen getragen, welche mit nur wenigen, fast glatten, spitzen, 3 mm langen Bracteen versehen sind; die Köpfchen umgekehrt kegelförmig, 1,5 cm lang, ca. 1,5 cm im Durchmesser, bei jüngeren herabhängend, bei älteren aufrecht. Hüllblätter bei jüngeren weissfilzig, bei älteren unbehaart, grün mit Weissm oder rötlich-violettem Häutchenrande, spitz, die äusseren lanzettlich, die inneren gleichbreit und zwar 13—14 mm lang, 1,5—2 mm breit, etwas länger als die Blüten. Randblüten in 2 Reihen geordnet, zweilippig, weiblich: die äusseren (ausschliesslich des Fruchtknotens) 11 mm lang mit lanzettlicher, dreizähliger Unter- und kaum 1 mm langer Oberlippe, bis an die Basis in 2 fadenförmige Zipfelchen gespalten; die inneren diesen ähnelnd, aber nur 8,5—9 mm lang, mit schmalerer und unbedeutenderer Unterlippe; Scheibenblüten 9 mm lang ausschliesslich des Fruchtknotens, zwittrig, zweilippig mit dreizähliger Oberlippe und ebensolanger, bis an die Basis in 2 fadenförmige Zipfelchen gespalten; die Fruchtknoten kurz behaart; Pappus weiss, 9—10 mm lang.

Prov. Jujuy: S:a Catalina in fissuris rupium, ca. 3650 m. s. m. (16—18 Jan. 1901; KURTZ 11460); Moreno in fissuris rupium, 3500 m. s. m. (10 Dec. 1901; FR. 823 a); Abra de Palomar in rupibus siccis, ca. 3800 m. s. m. (16 Nov. 1901; FR. 823, leg. G. v. HOFSTEN).

Die Art ähnelt in ihren vegetativen Teilen der *Chaptalia lyrata* DON (in Trans. Linn. Soc. 16 [1830] 243) sehr; da für diese ausdrücklich angegeben wird, dass sie nur eine Art von Strahlenblüten, und zwar ohne Oberlippe, besitzt, scheinen die beiden Arten nicht zu vereinen zu sein, wogegen denn auch die abweichende geographische Verbreitung spricht.

Verbreitung: ausser aus den oben erwähnten Lokalen auch in Bolivia (La Paz) von MANDON (n. 13) eingesammelt (Exemplare im Kew-Herbarium).

**Nassauvia axillaris** DON in Phil. mag. ann. 1832 pag. 390.

*Strongyloma axillare* DC. Prodr. VII pag. 52 [WEDD. Chl. and. I pag. 54, Pl. 13 B].

Prov. Jujuy: Cuesta de San José, ca. 4200 m. s. m. raro (6 Febr. 1901; KURTZ 11589, florens).

Verbreitung: die Anden von Jujuy bis zum mittleren Chile, Mendoza und Patagonien.



**Perezia multicapitata** (REMY) WEDD. Chl. and. I pag. 44. (?)

*Clarionea multicapitata* REMY in GAY, Fl. chil. III pag. 410.

Prov. Jujuy: Moreno in fissuris rupium, ca. 3800 m. s. m. (17 Dec. 1901; FR. 933, inflorescentiis anni præcedentis solum instructa).

Verbreitung: vom nördlichen Argentinien bis zum mittleren Chile.

**Perezia sp.**

Prov. Jujuy: Laguna Tres Cruces in fissuris rupium, ca. 3700 m. s. m. (14 Febr. 1901; KURTZ 11687, florigera).

Der *Perezia (Clarionea) ciliosa* PHIL. (in An. Mus. nac. Chile 1891 pag. 35) sehr nahestehend oder vielleicht mit ihr identisch; die beiden ein wenig verschiedenen Individuen weichen jedoch von dem Exemplare der *ciliosa*, das ich im Kew-Herbarium gesehen, durch länger gestielte (3—15 cm) und kleinere Blütenköpfchen ab und auch dadurch, dass die äusseren Hüllblätter völlig ganzrandig sind. Reichlicheres Material ist vonnöten, um über die Stellung der Art zu entscheiden.

**Hypochæris Meyeniana** (WLFRS.) BENTH. et HOOK. f. Gen. pl. II pag. 519.

*Oreophila Meyeniana* WLFRS. in Nov. act. acad. cæs. Leop.-Carol. XIX. Suppl. I pag. 292.

*Achyrophorus Meyenianus* WLFRS. Repertorium VI pag. 336.

Prov. Jujuy: Mina Eureka in Dep. de S:a Catalina, ca. 4350 m. s. m. (29 Jan. 1901; KURTZ 11517, florigera); Abrapampa loco humido, graminoso, ca. 3500 m. s. m. (30 Dec. 1901; FR. 968 a, floribus sulphureis, non luteis, foliis sparse ciliatis).

*β ciliata* (WEDD.) BENTH. et HOOK. f. Gen. pl. II pag. 519.

Prov. Jujuy: S:a Catalina in petrosis, ca. 3650 m. s. m. (10 Jan. 1901; KURTZ 11416); inter Azul Pampa et Abrapampa ca. 3600 m. s. m. (31 Dec. 1900; KURTZ 11302); Miraflores ca. 3500 m. s. m. (29 Dec. 1901; FR. 968). Specimina omnia floribus ornata.

Verbreitung der Art: Peru, Bolivia und nördliches Argentinien bis Tucuman, innerhalb des höheren Gebietes der Anden.

**Hypochæris stenocephala** (ASA GRAY) OK. Rev. gen. pl. III: 2 pag. 160.

*Achyrophorus stenocephalus* ASA GRAY ex WEDD. Chl. and. I pag. 221.

*Oreophila taraxacifolia* WLFRS. in Nov. act. acad. cæs. Leop.-Carol. XIX. Suppl. I pag. 291.

*Achyrophorus taraxacoides* WLFRS. Repert. VI pag. 336.

*Hypochæris taraxacoides* (WLFRS.) BENTH. et HOOK. f. Gen. pl. II pag. 519.

Prov. Jujuy: S:a Catalina, ca. 3650 m. s. m. (14 Jan. 1901; KURTZ 11445); Laguna Tres Cruces in Dep. Cochinooca, ca. 3700 m. s. m. (31 Dec. 1900; KURTZ 11316); Mina Perdida in Dep. de S:a Catalina, ca. 4100 m. s. m. in collibus petrosis (25 Jan. 1901; KURTZ 11497); Moreno, 3500 m. s. m. (20 Dec. 1901; FR. 853 a); Nevado de Chañi, ca. 4000 m. s. m. (1 Dec. 1901; FR. 853). — Specimina omnia florigera.

Verbreitung: von Peru durch Bolivia bis zum nördlichsten Chile und Argentinien.

**Hypochæris elata** (WEDD.) BENTH. et HOOK. f. Gen. pl. II pag. 519.

*Achyrophorus elatus* WEDD. Chl. and. I pag. 223.

Prov. Jujuy: Yavi, in petrosis locis ventis minus expositis, 3400 m. s. m. (1 Jan. 1902; FR. 989, floribus et fructibus instructa).

Verbreitung: von Bolivia und nördlichem Argentinien bis Tucuman und Córdoba.

**Sonchus oleraceus** L. Sp. pl., ed. I pag. 794.

Prov. Jujuy: Yavi in cultis, 3400 m. s. m. (1 Jan. 1902).

Verbreitung: in Europa ursprünglich, in allen übrigen Weltteilen verschleppt.

### Calyceraceæ.

**Calycera crenata** R. E. FR. nov. sp. (Taf. VI, Fig. 11—12).

*Foliis rosulatis, rotundato-SPATHULATIS, in petiolum longum contractis, crenatis, carnosulis, glaberrimis, inflorescentiis plurimis centrum rosule tegentibus, brevissime pedunculatis vel sessilibus: involucrio gamophyllo, lobis triangulari-ovatis, acutis, integris vel sparse dentatis; receptaculo nudo; floribus pentameris.*

Eine hellgrüne, überall unbehaarte, etwas fleischige und saftige Pflanze; Wurzel kräftig, oben bis 1 cm dick, nach unten verjüngt, weiss bis gelblichweiss, eine einzige, bis 12 cm im Durchmesser tragende, aus zahlreichen Blättern bestehende Rosette tragend. Blätter bis 6 cm lang, wovon der grösste Teil auf den platten, 4—7 mm breiten, von 3—5 parallel verlaufenden Nerven durchzogenen Stiel kommt; Spreite 1,4—2,3 cm lang und 1—2 cm breit, mit 13—15 1 mm hohen, rundlichen, aber in einer hyalinen Spitze endenden Zähnen versehen (an gepressten Exemplaren trocknet diese Spitze oft ein und die Zähne sind unregelmässiger geformt). Die Infloreszenzstiele zahlreich, dick und fleischig, bis 1,5 cm lang, blattlos und je ein reichblütiges, etwa 1 cm im Durchmesser betragendes Köpfchen tragend; nur dann

und wann haben sie ein oder ein paar kleine spatenförmige, gezähnte Blättchen, welche dann gewöhnlich je ein kleineres, sekundäres Blütenköpfchen stützen; die Mitte der Rosette behauptet ein grösserer, bis 2,5 cm weiter Kopf (oder eine Verschmelzung mehrerer); die Hüllkelche bestehen aus 5—7 (oder am zentralen Köpfchen bis 14) in etwa ihrer halben Höhe mit einander verwachsenen Blättern. Einerlei Blüten, grün; Fruchtknoten oben etwa 1 mm breit, nach unten verjüngt, 1,5 mm lang und von den 5 Kelchblättern gekrönt, welche im Blütenstadium 1—2,5 mm lang, pfriemenförmig und spitz sind. Blumenkrone röhrenförmig, oben kaum erweitert, 4 mm lang, in 5 gleichbreit längliche, 1,5 mm lange Zipfelchen gespalten. Staubfäden röhrenförmig verwachsen, in der halben Höhe der Blumenröhre mit der Krone verwachsen; Staubbeutel 1 mm lang. Griffel 4 mm aus der Krone herausragend. Die am weitesten entwickelten (obschon noch nicht ganz reifen) Früchte werden von drei 4 mm langen, pfriemenförmigen, glänzenden und spitzen Stacheln gekrönt.

Prov. Jujuy: Rinconada, ca. 3800 m. s. m. (6—8 Jan. 1901; KURTZ 11365); Nevado de Chañi inter saxa, 5200—5400 m. s. m. (29 Nov. 1901; FR. 861).

Die Art ähnelt am meisten der *Calycera pulvinata* REMY, welche sich indes durch ein verästeltes, holziges Rhizom, abgestumpfte Hüllkelchzipfel, das Vorkommen von Bracteen zwischen den Blüten des Receptaculums u. a. auszeichnet. Hinsichtlich der Gestaltung der Blätter gleicht *C. crenata* sehr der Abbildung, welche WEDDELL von der *pulvinata* liefert (in *Chloris andina* Pl. 43 B); die MIERS'sche Abbildung (*Contrib. to Bot.* II Pl. 49 A) und Exemplare im Natural History Museum zu London haben jedoch mehr gezähnte Blätter.

### Lobeliaceæ.

**Hypsela oligophylla** (WEDD.) BENTH. et HOOK. f. *Gen. Pl.* II pag. 550.

*Pratia oligophylla* WEDD. *Chl. and.* II pag. 10, Pl. 45 B.

Prov. Jujuy: S:a Catalina (1901; KURTZ 11480, florigera); Laguna Colorada, ca. 3800 m. s. m. (20 Oct. 1901; FR. 677, fructifera); Moreno, 3500 m. s. m. (15 Nov. 1901; FR. 677 a, florigera). Prov. Salta: Chorrillos prope San Antonio de los Cobres 3925 m. s. m. (30 Oct. 1901; FR. 677 b, cum floribus).

Verbreitung: die Anden entlang von Peru und Bolivia bis nach Catamarca und Mendoza.

## Valerianaceæ.

**Valeriana Hornschuchiana** WLPRS. in Nov. act. acad. Leop.-Carol. XIX.  
Suppl. I pag. 357.

Prov. Jujuy: Mina Miynyos in Dep. de S:a Catalina, in declivibus ripariis (26 Jan. 1901; KURTZ 11511, cum floribus).

Verbreitung: die Anden von Jujuy bis zum mittleren Chile.

## Rubiaceæ.

**Mitrocarpus brevis** K. SCHUM. et R. E. FR. nov. sp.

*Herba perennis, basi ramosissima, ramis prostratis, hispidis; foliis ovato-oblongis obtusiusculis vel apiculatis, basi cuneatis, sessilibus, glabris; vagina stipulari brevi, ampla, glabra vel sparse hispidula, setis paucis instructa; inflorescentia distincte capitata, foliis 4, caulinis similibus sed basi dilatatis involucreta; corolla tubulosa laciniis longiores calycis duplo superante; germine glabro.*

Wurzel lang, senkrecht, bis 2 mm dick. Der Stamm unter der Erdoberfläche in zahlreiche, ein paar bis 5 cm lange Sprosse verzweigt, deren oberirdische Teile sich über den Boden ausbreiten und an ihn andrücken: die jüngeren grünen Sprosstteile mit kurzen, abstehenden, starren Härchen dicht besetzt, die älteren Teile nahezu kahl; Internodien 0,5–2 cm lang, drehrund. Blätter länglich bis oval rhomboidisch, nach beiden Enden hin verjüngt, an der Spitze mehr oder weniger stumpf, gewöhnlich mit einer kurzen, weissen Spitze versehen, steif, grün, wenn sehr jung mit spärlichen kurzen Härchen, wenn älter völlig glatt, 5–10 mm lang, 2,5–5 mm breit; Scheiden 2 mm hoch, bis 3 mm im Durchmesser, weiss, kahl oder nur ausnahmsweise spärlich behaart, am Rande ein paar Börstchen, die längsten nicht ganz 1 mm lang. Infloreszenzen reichblütig, immer endständig, von 4 Hochblättern gestützt, welche Laubblättern ähneln, obschon sie etwas grösser und an der Basis breiter sind als diese. Blüten 5 mm lang, wovon auf den Fruchtknoten 1 mm kommt. Die 2 längeren Kelchzipfel lanzettlich, spitz, bootförmig, 1,5–2 mm lang, längs den Rändern und dem Kiel spärlich kurz behaart, an der Basis zu einer 0,5 mm hohen Scheide verwachsen, aus der die kürzeren, 0,3–1 mm langen, pfriemenförmigen Kelchzipfel entspringen. Blumenkrone weiss; Blumenröhre röhrenförmig, 4 mm lang, 1 mm im Durchmesser; Saumlappen horizontal, oval-dreieckig, 1 mm lang, 1 mm breit. Reife Früchte unbekannt.

Prov. Jujuy: Abrapampa in campo arenoso, secco, ca. 3500 m. s. m. (30 Dec. 1901; FR. 974); inter Rinconada et Abra de Queta, in campo ca. 3250 m. s. m. (9 Febr. 1901; KURTZ 11617).

**Relbunium ciliatum** (RUIZ et PAV.) HEMSLEY, Biol. Centr. Am., Bot. II pag. 62.

*Galium ciliatum* RUIZ et PAV. Fl. peruv. I pag. 59.

Prov. Jujuy: S:a Catalina in fissuris rupium, 3650 m. s. m. (10 Jan. 1901; KURTZ 11418); *ibid.*, ad rivulos raro (11 Jan. 1901; KURTZ 11430).

Verbreitung: von Mexiko die Anden entlang bis zu Bolivia und nördlichem Argentinien.

Ich benütze die Gelegenheit, hier die Beschreibung einer anderen hochandinen *Relbunium*-Art mitzuteilen, welche ich im südlichsten Bolivia sammelte und welche möglicherweise auch innerhalb des hier zu besprechenden Gebietes vorkommt:

**Relbunium alpicola** K. SCHUM. et R. E. FR. nov. sp.

*Herba perennis, parva, basi ramosa, caulibus hirtis decumbentibus vel ascendentibus; foliis 4-nis, lanceolatis, acutiusculis, basi cuneatis, rigidis, supra et subtus glaberrimis, margine solum longe ciliatis pedunculis solitariis geminisve subduplo longioribus; involucri 4-phylli foliis caulinis similibus, sed paulo minoribus; germine dicocco, pube brevissima vestito.*

Etwa 5 cm hoch mit viereckigen Sprossen, mit nach hinten gerichteten, kurzen Härchen dicht besetzt. Blätter 4 im Kranz sitzend, gleich gross, wie der Stengel beim Trocknen schwarz werdend, steif, nur der Mittelnerv auf der Unterseite hervorragend, sonst die Blätter eben oder mit unbedeutend zurückgerollten Rändern, kahl mit Ausnahme des Blattrandes, der mit (besonders an den jüngeren Blättern) zahlreichen, langen, gekrümmten, weissen Härchen besetzt ist; die grössten Blätter werden 7 mm lang mit der grössten, etwa 2 mm betragenden Breite ungefähr an der Mitte. Blütenstiele 2—3,5 mm lang, behaart wie der Stengel. Die vier Hochblätter den Laubblättern an Form, Konsistenz und Behaarung völlig ähnelnd, aber etwas kleiner, 3—4 mm lang, 1 mm breit. Blumenkrone unbehaart, fast bis auf die Basis in 4 dreieckig-eirunde, abgestumpfte, kaum 1 mm lange Lappen gespalten. Staubgefässe von  $\frac{1}{3}$  der Kronenlänge; Griffel von halber Kronenlänge. Reife Früchte fehlen.

Bolivia: Cuesta de Zama prope Tarija in fissuris rupium, 4000—4500 m. s. m. (8 Jan. 1902; FR. 1018).

## Plantaginaceæ.

**Plantago sp.**

Prov. Jujuy: S:a Catalina ca. 3650 m. s. m. (19—22 Jan. 1901; KURTZ 11477); Abrapampa, loco humido, ca. 3500 m. s. m. (30 Dec. 1901; FR. 981).

Scheint der *Pl. pauciflora* LAM. nahe zu stehen; ist möglicherweise neu. Sie ist identisch mit MANDON n. 541 aus Bolivia.

**Plantago sericea** RUIZ et Pav. Fl. peruv. I pag. 51, T. 79 fig. b.

Prov. Jujuy: Rinconada, 3800 m. s. m. (3 Jan. 1901; KURTZ 11348). Prov. Salta: Mina Concordia prope San Antonio de los Cobres in declivibus montis apricis siccis, 4000—4500 m. s. m. (28 Oct. 1901; FR. 721).

Die beiden Exemplare werden zu *Pl. sericea* in dem dieser Art von WEDDELL (Chl. andina II pag. 163) zugetheilten Umfange geführt. Das eine Exemplar ähnelt MANDON, Plantæ And. Boliv. n. 544, das andere hat die Blätter kürzer als die Infloreszenzen.

Verbreitung: von Venezuela die Anden entlang bis zum nördlichen Argentinien (Jujuy-Tucuman) und mittleren Chile.

**Plantago monticola** DCNE. in DC. Prodr. XIII: 1 pag. 711.

Prov. Jujuy: S:a Catalina in arenosis, ca. 3650 m. s. m. (18—22 Jan. 1901; KURTZ 11472). Collecta etiam in prov. Salta: Nevado del Castillo (19—23 Mart. 1873; LORENTZ et HIERONYMUS n. 38) et in Bolivia australi: Salitre prope Yavi, in monte saxoso, ca. 4000 m. s. m. (6 Jan. 1901; FR. 1032).

Verbreitung: die Anden in Peru, Bolivia und nördlichem Argentinien.

**Plantago Guilleminiana** DCNE. in DC. Prodr. XIII: 1 pag. 722.

Prov. Jujuy: Alfarsito in cultis, 3500 m. s. m. (27 Dec. 1901; FR. 956, ob loci pinguedinem vegetior); Moreno in cultis, loco humido, 3500 m. s. m. (20 Dec. 1901; FR. 939).

Verbreitung: Brasilien, wie auch die Anden von Ecuador bis zum nördlichsten Argentinien.

**Plantago tubulosa** DCNE. in DC. Prodr. XIII: 1 pag. 728.

Prov. Jujuy: Laguna Colorada, ca. 3800 m. s. m. (20 Oct. 1901; FR. 680, specimina floribus ornata); Moreno, 3500 m. s. m. (15 Nov. 1901; FR. 680 a, fructifera).

Verbreitung: Peru und Bolivia bis zum nördlichsten Argentinien und Chile in den höheren Regionen der Anden.

**Scrophulariaceæ.**

**Calceolaria bartsiaefolia** WEDD. Chl. and. II pag. 134.

*Calceolaria teucrioides* GRIS. var. *pumila* GRIS. Symb. argent. pag. 238.

*Fagelia scabra* (RUZ et PAV.) OK.  $\beta$  *bartsiaefolia* (WEDD.) OK. Rev. gen. pl. III: 2 pag. 231.

Prov. Jujuy: Rinconada ca. 3800 m. s. m. (3 Jan. 1901; KURTZ 11346, floribus et fructibus instructa); Cuesta inter S:a Catalina et Rio San Juan, ca. 4000 m. s. m. (2 Febr. 1901; KURTZ 11573, florigera). Bolivia: Salitre prope Yavi in Argentina in monte sicco, saxoso, 3—4000 m. s. m. (6 Jan. 1902; FR. 1052, florigera).

Verbreitung: die Anden entlang von Bolivia bis Catamarca in Argentinien.

**Calceolaria glacialis** WEDD. Chl. and. II pag. 143, Pl. 59 A.

Prov. Jujuy: Cuesta inter S:a Catalina et Rio San Juan, ca. 4000 m. s. m. (2 Febr. 1901; KURTZ 11571, florigera). Bolivia: inter Yavi et Tarija ca. 3000 m. s. m. (Jan. 1902; FR. 1716).

Die Exemplare stimmen mit der WEDDELL'schen Beschreibung und Abbildung gut überein, nur dass einige Blätter mit ein paar unbedeutenden Zähnen versehen sind.

Verbreitung: Bolivia (Potosi) bis abwärts zum nördlichsten Argentinien.

**Mimulus luteus** L. Sp. pl., ed. II. pag. 884.

Prov. Jujuy: Abra de Queta in paludibus (9 Febr. 1901; KURTZ 11628); Moreno, in ripa rivuli humida, 3500 m. s. m. (17 Nov. 1901; FR. 792). Prov. Salta: San Antonio de los Cobres, 3650 m. s. m. (27 Oct. 1901; FR. 713). — Specimina omnia floribus ornata.

Verbreitung: Nord- und Südamerika; in Argentinien die Anden entlang von Jujuy und Salta bis Catamarca.

**Mimulus parviflorus** LINDL. Bot. reg. tab. 874.

Prov. Jujuy: Abrapampa-Cochinoca, ca. 3300 m. s. m. (1 Jan. 1901; KURTZ 11322, floribus et fructibus instructus); Moreno in ripa rivuli humida, 3500 m. s. m. (17 Nov. 1901; FR. 791, florens).

Verbreitung: Bolivia, Chile und Argentinien die Anden entlang.

**Limosella aquatica** L. Sp. pl., ed. I. pag. 631.

Prov. Jujuy: S:a Catalina 3650 m. s. m. (30 Jan. 1901; KURTZ 11533, fructifera); Moreno in ripa rivuli humidissima, 3500 m. s. m. (21 Nov. 1901; FR. 797, cum floribus et fructibus).

*β tenuifolia* (WOLF) HOOK. f. Fl. Antaret. II pag. 334.

*Limosella tenuifolia* WOLF ex HOFFM. Deutschl. Fl., Ed. 2. I: II pag. 29 (1804).

Prov. Jujuy: Laguna Tres Cruces, ca. 3400 m. s. m. (31 Dec. 1900; KURTZ 11307, cum floribus et fructibus); Moreno, 3500 m. s. m. (17 Nov. 1901; FR. 656 *a*, florifera).

Sowohl die Hauptart als die Varietät kommen an mehreren Orten des Gebietes auf feuchtem Boden an Bächen reichlich vor.

Verbreitung der Art: über die temperierten und wärmeren, nicht tropischen Gebiete der ganzen Erde.

**Castilleia fissifolia** LINN. f. Suppl. pag. 293.

var. **pumila** WEDD. Chl. and. II pag. 119, Pl. 61 A.

Prov. Jujuy: Yavi in fissuris rupium, 3400 m. s. m. (2 Jan. 1902; FR. 1713, specimina 8—9 cm. alta, floribus fructibusque instructa).

Verbreitung: von Venezuela die Anden entlang bis zum nördlichen Argentinien (Tucuman).

**Bartsia Meyeniana** BENTH. in DC. Prodr. X pag. 546.

Prov. Jujuy: Yavi in fissuris rupium, ca. 3400 m. s. m. (1 Jan. 1902; FR. 1713 *a*, cum floribus et fructibus); Dep. de Rinconada, Mina Abra colorada (Pan de Azucar) (11 Febr. 1901; KURTZ 11640, florifera et fructifera).

Verbreitung: Peru bis zum nördlichsten Argentinien (Jujuy und Salta).

## Solanaceæ<sup>1</sup>.

**Lycium confertum** MIERS, Illustr. of S. Am. Pl. II. pag. 113 tab. 68 e.

Prov. Jujuy: Moreno in declivibus montium saxosis apricis siccis, ca. 3500 m. s. m. (11 Nov. 1901; FR. 751).

Verbreitung: von Jujuy bis Mendoza und San Luis.

**Lycium longitubum** DAMMER nov. sp.

Prov. Salta: Toro prope Abra del Palomar, ca. 3500 m. s. m. (Nov. 1901; FR. 833, leg. G. v. HOFSTEN).

<sup>1</sup> Herr Doktor UDO DAMMER hat die Solanaceen bestimmt und wird die Beschreibung der neuen Arten anderswo geben. Betreffs 6 Arten, wovon 4 der Gattung *Solanum* und 1 der Gattung *Nicotiana* gehören, ist er noch nicht ins Klare gekommen.



**Lycium fragosum** MIERS, *Illustr. of S. Am. Pl.* II pag. 108, tab. 67 D.

Prov. Jujuy: Moreno, locis siccis apricis saxosis frequenter, 3500 m. s. m. (18 Nov. 1901; FR. 783, florigerum. — Dec. 1901, fructiferum).

Verbreitung: von Peru die Anden entlang bis zum nördlichsten Argentinien.

**Lycium decipiens** DAMMER nov. sp.

Prov. Jujuy: Moreno, loco aprico siccio saxoso rarissime, 3500 m. s. m. (18 Nov. 1901; FR. 794, florigerum).

**Solanum pulchellum** PHIL. in *An. Univ. Chil.* 1873 pag. 523.

Prov. Jujuy: Moreno in campo siccio arenoso aprico, 3500 m. s. m. (14 Nov. 1901; FR. 761. — 26 Nov.; FR. 761 a). Specimina floribus instructa.

Verbreitung: Chile und nördlichstes Argentinien.

**Solanum infundibuliforme** PHIL. in *An. Mus. nac. Chile* 1891 pag. 65.

Prov. Jujuy: Nevado de Chañi, in declivibus montis subumbrosis, 3500 m. s. m. (Nov. 1901; FR. 893, floribus nondum evolutis. — 25 Dec.; 893 a, florigerum).

Verbreitung: die alpine Region der Anden im nördlichsten Argentinien und Chile.

**Solanum lyciiforme** DAMMER nov. sp.

Prov. Jujuy: Yavi, ca. 3400 m. s. m. (1 Jan. 1902; FR. 985, eum floribus fructibusque). Puna de Jujuy (1901; KURTZ 11550).

**Salpichroa diffusa** MIERS in *HOOK. Lond. Journ. of Bot.* 7 (1848) pag. 335.

Prov. Jujuy: Yavi in fissuris rupium, 3–4000 m. s. m. (1 Jan. 1902; FR. 951 a, fructifera).

Verbreitung: Columbia bis zum nördlichsten Argentinien die Anden entlang.

**Salpichroa tristis** MIERS in *HOOK. Lond. Journ. of Bot.* 7 (1848) pag. 335.

Prov. Jujuy: Alfarsito prope Salinas Grandes in fissuris rupium, ca. 3500 m. s. m. (27 Dec. 1901; FR. 951, specimina floribus fructibusque immaturis instructa).

Verbreitung: die Anden entlang von Ecuador bis zum nördlichsten Argentinien.

**Jaborosa crispa** (MIERS) BENTH. et HOOK. f. Gen. plant. II pag. 898.

Prov. Jujuy: Alfarsito in campo arenoso siccō aprico, ca. 3500 m. s. m. (27 Dec. 1901; FR. 953, cum floribus fructibusque).

Verbreitung: von Peru und Bolivia bis zum nördlichsten Argentinien (Salta und Jujuy) in den höheren Regionen der Anden.

**Fabiana viscosa** HOOK. et ARN. Bot. Beech. Voy. pag. 36.

Prov. Jujuy: Moreno in campo arenoso aprico, 3500 m. s. m. (11 Nov. 1901; FR. 749, florigera).

Verbreitung: Chile und nördlichstes Argentinien.

**Fabiana Friesii** DAMMER nov. sp.

Prov. Salta: Organayoc prope San Antonio de los Cobres, loco siccō aprico, ca. 4000 m. s. m. (4 Nov. 1901; FR. 672 a, florigera).

**Fabiana Kurtziana** DAMMER nov. sp.

Prov. Jujuy: Cochinoea ca. 3300 m. s. m. (2 Jan. 1901; KURTZ 11330, florigera).

**Fabiana denudata** MIERS in HOOK. Lond. Journ. of Bot. 5 (1846) pag. 163.

Prov. Jujuy: Moreno in campo arenoso siccō aprico, 3500 m. s. m. (18 Oct. 1901; FR. 672, fructibus anni præcedentis instructa); ibid., locis saxosis frequenter, ca. 3600 m. s. m. (10 Nov. 1901; FR. 747, florigera).

Verbreitung: die Anden entlang vom nördlichsten Argentinien und Chile bis nach Mendoza.

**Fabiana Clarenii** DAMMER nov. sp.

Puna de Jujuy (1901; KURTZ 11681).

### Labiatae.

**Salvia Gilliesii** BENTH. Lab. Gen. et Sp. pag. 265 (det. TH. LOESENER).

Prov. Jujuy: Inter El Angosto et Rio San Juan, ca. 3600 m. s. m. in declivibus petrosis (2 Febr. 1901; KURTZ 11567); Humahuasi in Dep. de Cochinoea, ca. 3500 m. s. m. (14 Febr. 1901; KURTZ 11698); Moreno in fissuris rupium, ca. 3800 m. s. m. (17 Dec. 1901; FR. 847 a,

florigera); *ibid.*, loco subumbroso (11 Dec. 1901; FR. 829 a); *ibid.*, loco saxoso aprico sicco, 3500 m. s. m. (26 Nov. 1901; FR. 847).

Verbreitung: von Jujuy bis Mendoza und Córdoba; Paraguay (nach GRIS. Symb. argent.).

**Satureia eugenioides** (GRIS.) LOES. in litt.

*Xenopoma eugenioides* GRIS. Pl. Lor. pag. 189.

Prov. Jujuy: Yavi in declivibus montis apricis ca. 3500 m. s. m. (1 Jan. 1902; FR. 993, cum floribus); Rinconada, ca. 3800 m. s. m. (3 Jan. 1901; KURTZ 11349).

Verbreitung: Bolivia die Anden entlang bis nach Catamarca und Tucuman.

**Verbenaceæ.**

**Verbena seriphoides** GILL. et HOOK. in HOOK. Bot. Misc. I pag. 164.

Prov. Jujuy: Moreno in campo arenoso frequenter, 3500 m. s. m. (10 Nov. 1901; FR. 745, florigera).

Die hier vorkommende Form ist eben diejenige, welche HERONYMUS (Sertum Sanjuaninum pag. 67) aus der Provinz San Juan anführt, und weicht von den Original-exemplaren durch längere (etwa 1 cm lange) und unverzweigte Blattstacheln und durch paarig sitzende Blüten ab:

Verbreitung: Bolivia (Ascotan) die Anden entlang bis nach Mendoza; Patagonien.

**Verbena asparagoides** GILL. et HOOK. in HOOK. Bot. Misc. I pag. 165.

Prov. Jujuy: Laguna Tres Cruces in Dep. de Cochino in glaucosis, 3400—3700 m. s. m. (14 Febr. 1901; KURTZ 11660); Nevado de Chañi, locis saxosis, ca. 4000 m. s. m. (1 Dec. 1901; FR. 866, specimina floribus instructa).

Die Exemplare zeichnen sich durch grössere (etwa 1 cm lange) Blätter aus als in der Beschreibung angegeben.

Verbreitung: die Anden entlang vom nördlichen Argentinien bis zum mittleren Chile und Argentinien.

**Verbena minima** MEYEN, Reise I pag. 451.

Prov. Jujuy: S:a Catalina, ca. 3650 m. s. m. (9 Jan. 1901; KURTZ 11400, pro parte. — 16 Jan. 1901; KURTZ 11451, cum floribus).

Verbreitung: von Peru und Bolivia bis zum nördlichsten Argentinien in den höheren Regionen der Anden.

**Verbena pygmæa** R. E. FR. nov. sp.

*Verbenaca, fruticosa, humilis, pulvinato-caespitosa; foliis minimis, confertis, oppositis, basi connatis, quadrifariam imbricatis, pilosis, lineari-oblongis et integerrimis apiceque rotundatis, vel ovatis rotundisve et plus minus profunde incis, lobis 3 obtusis instructis; floribus sessilibus, in apicibus ramorum solitariis geminisve; corolla calyce subduplo longiore.*

Zwergstrauch, in Polstern vom Habitus und von der gleichen Konsistenz der *Verbena minima* wachsend. Die blatttragenden Teile der Sprosse ein paar mm bis höchstens 0,5 cm lang. Blätter starr, 2—3 mm lang, ziemlich reichlich mit weissen Härchen versehen, von breiter Basis gleichbreit (ca. 1 mm breit) verlaufend oder gegen die Spitze ein wenig verjüngt, ganzrandig und an der Spitze abgerundet oder auch breiter (bis 2 mm breit) und solchenfalls in 3 gerundete, längliche oder gleichbreite, abgestumpfte Lappen gespalten; Blätter oder Blattzipfel gewölbt und infolge des auf der Unterseite hervortretenden Mittelnervs dort mit zwei längsgehenden Furchen versehen. Bracteen rundlich, 2 mm lang und etwa gleich breit, an der Spitze abgerundet, gewölbt, behaart. Kelch aussen behaart, röhrenförmig und fünfeckig, 2 mm lang und 0,5 mm im Durchmesser, oben seicht fünfzähmig mit spitzen Zähnen. Krone an den gepressten Exemplaren hellrot; Röhre 3—4 mm lang, röhrenförmig und oben etwas erweitert, inwendig behaart; Saum 2,5 mm im Durchmesser, in 5 gerundete oder mehr oder weniger scharf abgestutzte Zipfel gespalten. Die Fruchtklausen 2 mm lang, 1 mm breit, gelbbraun, auf der Oberfläche retikuliert mit dreieckigen, viereckigen oder polygonalen Maschen.

Prov. Jujuy: La Perdida in Dep. de S:a Catalina in petrosis, ca. 4100 m. s. m. (27 Jan. 1901; KURTZ 11513); S:a Catalina, ca. 3650 m. s. m. (9 Jan. 1901; KURTZ 11400 pro parte).

Die Art steht der *Verbena minima* MEYEN sehr nahe, unterscheidet sich aber leicht von ihr vor allem durch die kürzeren, rundlichen, nicht spitzen Blätter, durch das Vorkommen gezählter Blätter unter den ganzrandigen, durch den im Verhältnis zur Blumenröhre kürzeren Kelch u. s. w.

Im Anschluss an *Verbena pygmæa* teile ich hier die Beschreibung einer ihr nahestehenden Art mit, welche freilich nicht in dem zu besprechenden Gebiete, immerhin aber diesem so nahe vorkommt, dass sie höchst wahrscheinlich auch innerhalb dieses Gebietes auftreten dürfte.

**Verbena aretioides** R. E. FR. nov. sp.

*Verbenaca, fruticosa, humilis, pulvinato-caespitosa; foliis minimis, amplexicaulis, dense imbricatis, cuneatis, pilosis, ad medium incisiss, lobis trilobis oblongis, obtusis, integris; floribus in apicibus ramorum solitariis vel geminis, sessilibus; corolla calyce subduplo longiore.*

Reich verzweigter niedriger Strauch, dessen zarte, 1 bis ein paar mm dicke Zweige an den äussersten 2 Zentimetern dichte Blätter tragen. Diese blatttragenden Partien sind zylindrisch, ungefähr 3 mm im Durchschnitt, und stehen dicht zusammen, ausgedehnte Teppiche loser Konsistenz bildend. Blätter starr, auf beiden Seiten ziemlich reichlich mit angedrückten oder abstehenden, weissen Härchen versehen, 2 bis 2,5 mm lang, 1,5—2 mm breit, an der Spitze in 3 1 mm lange, 0,5 mm breite, abgerundete Lappen geteilt, deren auf der Unterseite hervorstehende Mittelnerven auf jedem Lappen 2 deutliche längsgehende Furchen bilden. Bracteen grün, rundlich, abgestumpft, 2 mm lang, 1,5 mm breit, aussen spärlich behaart, den Kelch dütenförmig umschliessend. Dieser ist röhrenförmig, 2,5 mm lang,  $\frac{3}{4}$  mm im Durchschnitt, aussen gegen die Spitze weiss behaart, oben seicht fünfzählig. Blumenkrone weiss-rosa mit dunkler gefärbter Röhre; diese ist 4 mm lang, röhrenförmig, nach oben etwas erweitert, inwendig behaart, der Saum in 5 gerundete, ein wenig verschieden grosse Lappen geteilt.

Bolivia: Salitre (prope Yavi in prov. Jujuy Argentinæ), in rupibus siccis apricis, ca. 4000 m. s. m. (6 Jan. 1902; FR. 1033).

Die Art steht wie *V. pygmaea* jenen in den Anden so häufigen Zwerg-Verbenen nahe, die in gedrängten Polstern zusammenwachsen und von denen in den letzten Jahren immer wieder neue Arten beschrieben worden sind. Durch die oben in der Diagnose angeführten Charaktere ist sie von allen diesen leicht zu unterscheiden. Im Habitus erinnert sie sehr an gewisse Arten der Primulaccen-Gattung *Aretia* (z. B. *A. helvetica*), woher der Name.

**Verbena hispida** RUIZ et PAV. Fl. per. I pag. 22, T. 34 fig. a.

Prov. Jujuy: Dep. de S:a Catalina, El Angosto, ca. 3600 m. s. m. in arenosis (1 Febr. 1901; KURTZ 11558, floribus et fructibus instructa).

Verbreitung: von Peru die Anden entlang bis zum mittleren Chile und Argentinien; auch im südlichen Paraguay vorkommend.

**Verbena juniperina** LAG. Gen. et sp. pl. pag. 19.

Prov. Jujuy: inter S:a Catalina et Mina Perdida in collibus petrosis siccis, ca. 3850 m. s. m. (25 Jan. 1901; KURTZ 11492, florigera).

Von der Beschreibung weichen die Exemplare ab durch niedrigeren Wuchs (etwa 1 dm hoch) mit niederliegenden Zweigen und auch durch kürzere Bracteen, welche nur die Hälfte oder  $\frac{3}{4}$  der Kelchlänge erreichen.

Verbreitung: Argentinien in den Anden von Jujuy bis nach Mendoza.

**Verbena microphylla** H.B.K. Nov. gen. et sp. pl. II pag. 272, tab. 133.

Prov. Jujuy: S:a Catalina ca. 3650 m. s. m. (17 Jan. 1901; KURTZ 11468); Abrapampa-Cochinoca ca. 3300 m. s. m. (1 Jan. 1901; KURTZ 11324); Laguna Tres Cruces ca. 3400 m. s. m. (31 Dec. 1900; KURTZ 11309); Casabindo, 3500 m. s. m. (28 Dec. 1901; FR. 970). — Specimina omnia florigera.

Verbreitung: von Ecuador die Anden entlang bis nach Tucuman, Catamarca und San Juan in Argentinien.

**Lippia hastulata** (GRIS.) Hieron. Pl. diaph. pag. 407.

*Acantholippia hastulata* GRIS. Symb. argent. pag. 279.

Sehr gemein im ganzen Gebiete; von den Bewohnern »ica-rica« genannt und als Brennholz sehr wichtig. — Prov. Jujuy: Inter El Angosto et Rio San Juan ca. 3600 m. s. m. (2 Febr. 1901; KURTZ 11577, florigera); Moreno, 3500 m. s. m. (10 Nov. 1901; FR. 746, florigera).

Verbreitung: alpine Region der Provinz Jujuy.

#### **Lippia sp.**

Prov. Jujuy: Yavi chica, loco aprico saxoso, ca. 3500 m. s. m. (2 Jan. 1902; FR. 1711, florens).

1—1,5 m hoher Strauch mit gegenständigen oder drei quirlförmig gestellten, lanzettlichen und an beiden Enden spitzen Blättern, oben kurz rauhaarig, unten glatt, bis 2 cm lang und 3 mm breit, von mm-langen Stielen getragen. Blüten 4 mm lang, in kleinen, 3- bis 8-blütigen, kopfförmigen Ähren sitzend, welche eiförmige, 3—4 cm lange, 2 cm breite, lockere, endständige Infloreszenzen bilden. Bracteen eirund mit ausgezogener Spitze, braun, häutig, 2 mm lang, ca. 1 mm breit.

**Lampaya medicinalis** PHIL. in An. Mus. nac. Chile 1891 pag. 58, tab. II fig. 5.

Prov. Jujuy: Casabindo in arenosis, 3500 m. s. m. (28 Dec. 1901; FR. 969, specimina floribus ornata). Humahuaca vel Maimará (Maio 1873; LORENTZ et Hieronymus n. 835).

Die Exemplare stimmen mit dem PHILIPPI'schen im Berliner Museum überein. Verbreitung: Bolivia (Uyeni) bis zum nördlichsten Chile und Argentinien.

**Boraginaceæ.**

**Heliotropium brachystachyum** (DC.) GRIS. Symb. argent. pag 271  
(non GÜRKE).

*Heliophytum brachystachyum* DC. Prodr. IX pag. 554.

Prov. Jujuy; S:a Catalina in arenosis, 3650 m. s. m. (14 Jan. 1901; KURTZ 11446, cum floribus et fructibus); Laguna Tres Cruces, ca. 3400 m. s. m. (31 Dec. 1900; KURTZ 11308, florigera); Moreno in declivibus montis saxosis, ca. 3500 m. s. m. (16 Nov. 1901; FR. 785, florigerum).

Blattspreiten an den verschiedenen Örtlichkeiten von sehr wechselnder Grösse; sie messen an einem Exemplare (KURTZ 11308) nur 3—6 mm in der Länge und 1,5—3 mm in der Breite, während sie an dem Exemplare von Moreno 15 mm lang und 8 mm breit sind. Das Exemplar von S:a Catalina bildet die Mittelstufe zwischen diesen Extremen.

Verbreitung: Ecuador bis Catamarca und San Juan die Anden entlang.

**Eritrichium falcatum** HERON. Sert. Sanjuan. pag. 64.

Prov. Jujuy: Yavi, loco siccio in cultis, 3400 m. s. m. (1 Jan. 1902; FR. 994 cum floribus fructibusque); Laguna Tres Cruces in arenosis, ca. 3700 m. s. m. (14 Febr. 1901; KURTZ 11675, florigerum et fructiferum); Nevado de Chañi, 3500 m. s. m. (11 Dec. 1901; FR. 902, floribus nondum evolutis).

Verbreitung: die Anden von Jujuy bis nach Rioja und San Juan.

**Eritrichium humile** DC. Prodr. X pag. 133.

Prov. Jujuy: S:a Catalina ca. 3650 m. s. m., ad rivulos (6—20 Jan. 1901; KURTZ 11353 et 11479, specimina floribus fructibusque prædita).

**var. congestum** WEDD. Chl. and. II pag. 88.

Prov. Jujuy: S:a Catalina, Mina Eureka in petrosis, ca. 4350 m. s. m. (29 Jan. 1901; KURTZ 11516, fructiferum et florigerum).

Verbreitung der Art: die Anden entlang von Peru bis Chile und Argentinien; auch in Patagonien vorkommend (O. KUNTZE).

## Hydrophyllaceæ.

**Phacelia circinata** Jacq. Ecl. pag. 135 tab. 91.

Prov. Jujuy: Cuesta de las Flores, Cuesta inter S:a Catalina et Rio San Juan, in petrosis, 4000 m. s. m. (1901; KURTZ 11570, florigera).

Von der Basis reich verzweigt mit  $1/2$  dm langen, niederliegenden (nicht, wie typisch, aufrechten) Achsen.

Verbreitung: vom westlichen Nordamerika über Mexiko und Peru bis zum Feuerlande die Anden entlang; in Chile sowohl in grösserer Höhe als am Meere.

**Phacelia pinnatifida** GRIS. ex WEDD. Chl. and. II pag. 85.

Prov. Jujuy: Yavi, 3400 m. s. m. (2 Jan. 1902; FR. 1701, florigera); Alfarsito in campo aprico arenoso, ca. 3500 m. s. m. (28 Dec. 1901; FR. 958, florigera).

Verbreitung: Peru, Bolivia und nördliches Argentinien bis nach Córdoba und Patagonien.

**Phacelia nana** WEDD. Chl. and. II pag. 86, Pl. 53 C.

Prov. Jujuy: Mina Eureka in Dep. de S:a Catalina, in fissuris rupium, ca. 4350 m. s. m. (29 Jan. 1901; KURTZ 11524, floribus et fructibus instructa; corolla dilute coerulea).

Verbreitung: von Bolivia (Potosí) bis zum nördlichsten Argentinien.

## Polemoniaceæ.

**Collomia gracilis** DOUGL. ex BENTH. in Bot. Reg. sub n. 1622.

**var. congesta** WEDD. Chl. and. II pag. 80, Pl. 58 A.

Prov. Jujuy: Mina Perdida in Dep. de S:a Catalina in fossis siccis raro, ca. 4100 m. s. m. (25 Jan. 1901; KURTZ 11498, florigera). Bolivia: Tambo inter Yavi et Tarija, 3—4000 m. s. m. (Jan. 1902; FR. 1715, cum floribus fructibusque).

Verbreitung der Art: vom westlichen Nordamerika bis nach Chile, Patagonien und Feuerland.



**Convolvulaceæ.**

**Dichondra argentea** HUMB. et BONPL. ex WILLD. Hort. Berol. tab. 81.

Prov. Jujuy: Yavi in declivibus montis apricis siccis, 3400 m. s. m. (1 Jan. 1902; FR. 986); S:a Catalina in petrosis siccis, ca. 3650 m. s. m. (20—24 Jan. 1901; KURTZ 11482). — Specimina floribus et fructibus prædita.

Verbreitung: von Mexiko und Columbia die Anden entlang bis Chile und Patagonien.

**Evolvulus sericeus** SW. Prodr. pag. 55.

Prov. Jujuy: S:a Catalina in arenoso-petrosis, ca. 3650 m. s. m. (14—21 Jan. 1901; KURTZ 11447, florigerus); Nevado de Chañi, loco sicco petroso, ca. 4000 m. s. m. (1 Dec. 1901; FR. 822 a, florigerus).

Verbreitung: über das ganze wärmere Südamerika und südliche Nordamerika.

**Evolvulus villosus** RUIZ et PAV. Fl. peruv. III pag. 30, tab. 253 fig. b.

Prov. Jujuy: Azul Pampa in Dep. Humahuaca in arenosis frequens, ca. 3350 m. s. m. (15 Febr. 1901; KURTZ 11703); Abra del Palomar in monte sicco aprico, ca. 3600 m. s. m. (16 Nov. 1901; FR. 822, leg. G. v. HOFSTEN). — Specimina floribus instructa.

Verbreitung: Mexiko, Peru, Bolivia und Argentinien bis abwärts nach Mendoza und Córdoba; auch in Neuholland vorkommend.

**Ipomœa minuta** R. E. FR. nov. sp.

*Ipomœa polymorpha* GRIS. Symb. argent. pag. 264 (non RIED).

*Ortipomœa glaberrima, radice tuberosa; caule humili, erecto vel decumbente; foliis carnosulis, stipitatis, rhomboideo-rotundatis, in petiolum abrupte angustatis, apice plus minus incisus vel ad basin palmatipartitis, lobis lanceolato-linearibus, acutis obtusisve; floribus axillaribus, solitariis, pedunculis foliorum petiolos subæquantibus; sepalis oblongo-ovatis, acuminatis, dorso muricato-tuberculatis; corolla incarnato-lilacina, plicis albidis.*

Wurzelknollen länglich oder unregelmässig, 1—1,5 cm dick, 3—4 cm lang, einen aufrechten, ca. 3 cm hohen, krautartigen Spross tragend, in ein paar auf der Bodenoberfläche liegende oder aufsteigende, bis 4 cm lange Seitensprosse verzweigt. Internodien 5—9 mm lang, zylindrisch, gestreift, bisweilen etwas rauh. Blattstiel 2—3 mm lang, oben rinnenförmig. Blattspreite sehr variierend, rundlich bis rhomboi-

disch, 4 mm lang und ganzrandig oder eingekerbt, bis 12 mm lang und bis zur Basis in 5—7 Stück 12 mm lange Lappen handförmig geteilt; Lappen platt, 1—1,5 mm breit, spitz oder abgestumpft. Blütenstiel 2—3 mm lang, oft etwas höckerig, in der Nähe der Spitze mit zwei länglichen, spitzen, 2 mm langen Vorblättern versehen. Kelchblätter 4—6 mm lang, 2—3 mm breit, mit schmalen Häutchenrande versehen, den Rücken entlang höckerig oder selten beinahe glatt. Die Krone ist schmal trichterförmig, 15—18 mm lang. Staubblätter 7 mm lang; Griffel 9 mm lang. Kapsel kugelförmig, 8—9 mm im Durchschnitt. Samen 3 $\frac{1}{2}$  mm lang, schwarzbraun.

Prov. Jujuy: S:a Catalina in petrosis siccis, 3650 m. s. m. (14—16 Jan. 1901; KURTZ 11437, florens); Casabindo in monte saxoso aprico, ca. 3500 m. s. m. (29 Dec. 1901; FR. 935 a, florigera); Moreno in montibus saxosis, 3800 m. s. m. (16—17 Dec. 1901; FR. 935 et 936, cum floribus fructibusque immaturis). — Nomen vernac.: »Culi-culi» vel »culima». Tuber edulis (FR. CLAREN).

Die Art, welche von GRISEBACH eigentümlicherweise zu *Ip. polymorpha* RIED. gerechnet wurde, gehört zur selben Gruppe wie *Ip. leptosiphon* WATS., *Madrensis* WATS., *muricata* CAV. u. a., und ist ohne Zweifel mit letzterer Pflanze am nächsten verwandt. Die zwei Arten sind jedoch nach den zahlreichen Exemplaren zu schließen, welche ich von denselben gesehen habe, gut unterschieden; *Ip. minuta* ist durch ihren niedrigen Wuchs, beständig deutlich gestielte Blätter, weniger gelappte Blattspalten mit breiteren Lappen und durch kleinere Blüten ausgezeichnet.

Verbreitung: ausser von den oben angeführten Lokalen habe ich im Berliner Herbarium Exemplare von folgenden Orten gesehen: Mexiko, Cerro ventoso (Okt. 1837; C. EHRENBURG n. 884); Peru, Tacna, 800 m. (Juli—Sept. 1891); bei El Rincon in der Sierra zwischen Tucuman und Salta (Dez. 1873; LORENTZ und HIERONYMUS n. 527).

***Cuscuta microstyla* ENGELM.** in Trans. Acad. St Louis I (1859) pag. 506.

Prov. Jujuy: Nevado de Chañi in *Baccharide polifolia*, raro, 3500 m. s. m. (11—25 Dec. 1901; FR. 906, florigera).

Verbreitung: bisher nur aus Chile (Antuco) bekannt; die Varietät *obtusissima* auch bei Rio de Janeiro gefunden.

### Asclepiadaceæ.

***Mitostigma parviflorum* MALME** in K. Sv. Vet. Akad:s Arkiv för Botanik Bd. 3 N:o 1 pag. 15.

Prov. Jujuy: S:a Catalina in fissuris rupium, ca. 3600 m. s. m. (13 Jan. 1901; KURTZ 11434, specimina florigera).

Verbreitung: nur von diesem Lokale bekannt.

**Philibertia Gilliesii** HOOK. et ARN. in HOOK. Journ. of bot. I (1834) pag. 290.

Prov. Jujuy: Nevado de Chañi in fissuris rupium, ca. 3500 m. s. m. (11 Dec. 1901; FR. 825 *a*, florifera); Prov. Salta: Ojo de Agua in Quebrada del Toro, ca. 3100 m. s. m. (Nov. 1901; FR. 825, specimen florigerum leg. G. v. HOFSTEN).

Verbreitung: von Jujuy und Salta bis abwärts nach Buenos Aires, Mendoza und Patagonien.

**Lugonia micrantha** MALME spec. nov.

*Frutex v. suffrutex humilis, ± decumbens, truncis cortice crasso, suberoso, rimoso, stramineo-cinereo oblectis. Rami teretes, sat graciles, pilis brevibus, retrorsis et ± adpressis pubescentes, internodiis brevibus, rarius usque 10 mm. longis. Folia pro rata longepetiolata, petiolo 1,5—3 mm. longo, suborbicularia v. fere reniformia — late ovata, 8 mm., rarius usque ad 10 mm. longa, 5—7 mm. lata, basi rotundato-truncata v. vulgo cordata, apice obtusa, rarius acutiuscula, et supra et subtus viridia et pilis brevibus raris ornata. Inflorescentiæ alternæ, paucifloræ, vulgo 3—5-floræ; pedunculus petiolum aliquantulum superans; pedicelli cum petiolo subæquilongi, parce pubescentes. Flores parvi. Calycis lobi faucem s. basin loborum corolla vix v. paullulum tantum superantes, ovato-ovales, 1,3—1,7 mm. longi, circiter 0,7 lati, apice obtusi, subtus parce pubescentes (pilis brevibus), supra glabri; glandule calycine singulæ, minutæ, ovoideæ, sæpe omnino deficientes. Corollæ flavescenti-albæ tubus late campanulatus, extus glaber, introrsum superne barbatus; lobi (in alabastro dextrorsum obtegentes) patentes v. patentissimi, cum tubo subæquilongi, late ovato-triangulares, 1,2—1,5 mm. longi, 1,6—1,8 mm. lati, extrorsum glabri, introrsum (v. supra) præcipue in parte mediana pubescentes. Coronæ squamæ albæ, crassæ, inter sese liberæ, imo tubo corollæ insertæ et gynostegio alte, sæpe fere usque ad apicem nonnihil recurvatum adnatæ, oblongo-ovales, circiter 1 mm. longæ, obtusissimæ. Gynostegium subsessile, 1—1,35 mm. altum; membranæ apicales antherarum suborbiculares, circiter 0,5 mm. longæ, 0,4 mm. latæ. Retinaculum crassum, ab externa parte visum late obovatum, 0,18—0,2 mm. longum, 0,1 mm. latum, apice obtusum, basi subtruncatum. Caudiculæ subhorizontales, arcuatæ v. subgeniculatæ, graciles, subfiliformes, 0,09—0,1 mm. longæ. Pollinia pendula, recta, ovalia, 0,2—0,22 mm. longa, 0,1—0,11 mm. crassa, utroque apice rotundata. Stigma rostratum (rarius fere erostre et crasse conoideum), rostro filiformi, usque 1 mm. longo, apice subintegro et obtusissimo.*

Argentina: Jujuy, departamento de Santa Catalina, S:a Catalina, circiter 3650 m. supra mare, mense Jan. 1901 leg. oculatissimus FR. CLAREN (KURTZ, Herb. argentin. N:o 11368 & N:o 11390).

Species valde peculiaris; quoad habitum (folia, inflorescentias etc.) *Lugoniæ lysimachioidi* WEDDELL persimilis est, at floribus minutis valde recedit.

WEDDELL genus suum cum *Oxypetalcis* comparandum esse censuit; nostra sententia *Cynancho* v. *Cynoctono* multo magis est affine (MALME).

### Gentianaceæ.

**Gentiana limoselloides** H. B. K. Nov. gen. et sp. pl. III pag. 167, tab. 220 fig. 1.

Prov. Jujuy: Laguna Colorada, loco graminoso humido, ca. 3800 m. s. m., raro (20 Oct. 1901; FR. 685, specimina fructifera).

Verbreitung: von Ecuador, durch Peru und Bolivia bis zum nördlichsten Argentinien.

**Gentiana Gilliesii** GILG in ENGL. Bot. Jahrb. 22 pag. 317.

*Gentiana multicaulis* GILL. mscpt. ex GRIS. Gent. pag. 225.

Prov. Jujuy: Abra de Queta in Dep. de Rinconada in paludibus (10 Febr. 1901; KURTZ 11629); Laguna Tres Cruces in Dep. de Cochinooca, ca. 3700 m. s. m., in paludibus (KURTZ 11685). — Specimina florifera.

Verbreitung: die Anden entlang von Jujuy bis nach Mendoza.

**Gentiana podocarpa** (PHIL.) GRIS. Pl. Lor. pag. 162.

*Varasia podocarpa* PHIL. Fl. Atac. pag. 36, Tab. V fig. B.

Prov. Jujuy: Laguna Tres Cruces, 3400 m. s. m. (31 Dec. 1900; KURTZ 11312, florifera); Nevado de Chañi, ca. 4500 m. s. m.; Moreno 3500 m. s. m. (9 Nov. 1901; FR. 730 a, florifera). Prov. Salta: Organayoc prope San Antonio de los Cobres, 3500—4000 m. s. m. (4 Nov. 1901; FR. 730, floribus fructibusque ornata).

Verbreitung: die höhere Region der Anden im nördlichen Chile und Argentinien (Jujuy-Tucuman und Catamarca).

**Gentiana sedifolia** H. B. K. Nov. gen. et sp. pl. III, pag. 173 tab. 225.

Prov. Jujuy: inter Timon Cruz et Mina San José (Dep. de S:a Catalina) in paludibus, ca. 3900 m. s. m. (5 Febr. 1901; KURTZ 11586, florigera).

Verbreitung: die Anden entlang von Columbia bis zum südlichsten Chile und Argentinien.

### Loganiaceæ.

**Buddleia andina** BRITTON in Mem. Torrey Bot. Club IV pag. 222.

Prov. Jujuy: S:a Catalina in ripariis, ca. 3650 m. s. m. (13 Jan. 1901; KURTZ 11433).

Das Exemplar stimmt mit dem Typus-Exemplare des Berliner Herbariums überein, allerdings ist die wollige Behaarung etwas dichter.

Verbreitung: die Anden von Peru bis Nordargentinien.

**Buddleia Hieronymi** R. E. FR. nov. sp. (Taf. VI, Fig. 13).

*Frutex, foliis subsessilibus parvis, oblongis, integris, apice obtusis, basi acutis, præsertim subtus cinereo-tomentosis, supra demum denudatis, coriaceis; spicis terminalibus, globosis vel oblongis; laciniis calycis triangularibus, acutis, longitudinem calycis ad  $\frac{1}{3}$ — $\frac{1}{2}$  occupantibus, corolla hypocrateriformi et capsula globosa calycem æquantibus.*

Meterhoher Strauch mit gesperrt abstehenden oder öfters in Bogen herabhängenden, drehrunden und gefurchten Zweigen mit hellgrauer oder an jüngeren Sprossen rotgelber Rinde; die jüngsten Spross-  
teile von grau bis gelbbraun gefärbten Härchen wollig; Internodien 0,5—2 cm lang. Blätter 0,8—2 cm lang, 0,3—0,7 cm breit, an der Basis bis auf einen 1 mm langen Stiel verjüngt oder nahezu ungestielt, auf der Unterseite dicht grauwoilig, auf der Oberseite spärlich behaart und an älteren Exemplaren gänzlich oder beinahe unbehaart; der Mittelnerv und ein paar der gröberer Nerven auf der oberen Seite eingedrückt, auf der unteren ein wenig hervorstehend; der Blattrand ganz, unbeträchtlich zurückgerollt. Blüten ungestielt in circa fünf- (3—6-) blütigen, den Zweigenden aufsitzenden, dichten Infloreszenzen, bisweilen mit einer oder ein paar Blüten in den Achseln der folgenden Blätter. Kelch glockenförmig, aussen von ins Graue oder mehr oder weniger ins Rostbraune stehenden Wollhaaren bedeckt, inwendig kahl, etwa 4 mm hoch, 3—4 mm im Durchmesser; Zähne dreieckig, spitz, ein Drittel

bis fast die Hälfte der ganzen Kelchlänge behauptend. Kronenröhre von der Länge des Kelches, 1,5 mm im Durchmesser, innen behaart, aussen im unteren Teile unbehaart, oben behaart; Saumzipfel ausgebreitet, gerundet, 1 mm lang. Staubbeutel ungestielt,  $\frac{3}{4}$  mm lang. Kapsel nahezu kugelig mit 2 Längsfurchen, an der Spitze eingebuchtet, unten kahl, gegen die Spitze spärlich weiss behaart, von der Länge des Kelches.

Prov. Jujuy: Yavi in fissuris rupium, 3400 m. s. m. (1 Jan. 1902; FR. 998, fructibus et floribus instructa). Collecta etiam in Bolivia australi: Quebrada honda prope Yavi (6 Jan. 1902; FR. 1042, florigera).

Die Art scheint der *B. Lucæ* NIEDERL. am nächsten zu stehen, von der ich 2 Original Exemplare aus dem Berliner Museum gesehen habe; diese entbehrten indes sowohl der Blätter als der Blüten. Von ihnen unterschied sich *B. Hieronymi* durch gefurchte Zweige. Von der Beschreibung und Abbildung der *B. Lucæ* weicht diese durch längere und spitze Kelchzipfel, kürzere Blütenröhren und im Vergleich zur Breite kürzere Kapsel ab. *B. Gayana* BENTH., die betreffs der Blattform der *B. Hieronymi* sehr ähnelt, weicht u. a. durch die langröhrigen Blüten ab.

### Umbelliferæ.

**Bowlesia pulchella** WEDD. Chl. and. II pag. 188, Pl. 67 B.

Prov. Jujuy: S:a Catalina in umbrosis ca. 3650 m. s. m. (9—18 Jan. 1901; KURTZ 11401); Alfarsito in campo arenoso sicco aprico, ca. 3500 m. s. m. (28 Dec. 1901; FR. 959). — Specimina floribus et fructibus instructa.

Verbreitung: die Anden in Peru, Bolivia und nördlichem Argentinien.

**Azorella monanthos** CLOS in GAY, Fl. chil. III pag. 79.

Prov. Jujuy: S:a Catalina (14 Jan. 1901; KURTZ 11450, fructifera); Prov. Salta: Mina Concordia prope San Antonio de los Cobres, ca. 5000 m. s. m. (28 Oct. 1901; FR. 702).

Verbreitung: Bolivia, Argentinien und Chile in den höheren Anden.

**Mulinum ulicinum** GILL. et HOOK. in HOOK. Bot. Misc. I (1830)  
pag. 328 tab. 64.

Prov. Jujuy: Moreno in campo arenoso sicco, raro, 3500 m. s. m. (23 Nov. 1901; FR. 840, florigerum). Prov. Salta: Mina Concordia, 4000—4500 m. s. m. (28 Oct. 1901; FR. 840 a, sterile).

Die Exemplare stimmen mit dem Typus-Exemplare in dem Herbarium Kewense überein.

Verbreitung: vom nördlichsten Argentinien die Anden entlang bis zum mittleren und südlichen Chile.

**Crantzia lineata** NUTT. Gen. pl. am. I pag. 177.

Prov. Jujuy: Moreno 3500 m. s. m. (10 Nov. 1901; FR. 705 *a*, florigera). Prov. Salta: Chorrillos, 3925 m. s. m. (30 Oct. 1901; FR. 705, florigera).

Verbreitung: von Kanada, durch Nordamerika, Mexiko und das ganze Südamerika, wie auch auf den Falklandinseln, in Australien und Neuseeland.

**Halorrhagidaceæ.**

**Myriophyllum elatinoides** GAUD. in Ann. Sc. Nat., Sér. I: v (1825) pag. 105.

Prov. Jujuy: Moreno in rivulis, 3500 m. s. m. (14 Dec. 1901; FR. 851, florigerum).

Verbreitung: vom nördlichen Argentinien und Chile die Anden entlang bis zum Feuerlande; auch in Australien vorkommend.

**Oenotheraceæ.**

**Epilobium andicola** HAUSSKN. in Österr. Bot. Zeitschr. 29 (1879) pag. 118.

Prov. Jujuy: Nevado de Chañi ad rivulum, ca. 4200 m. s. m. (1 Dec. 1901; FR. 865, specimina floribus et fructibus immaturis instructa leg. G. v. HOFSTEN).

Verbreitung: die Anden entlang von Venezuela bis Chile und Argentinien.

**Oenothera nana** GRIS. Pl. Lor. pag. 95.

Prov. Jujuy: Yavi in montibus apricis siccis, 3400 m. s. m. (2 Jan. 1902; FR. 938 *a*, floribus et fructibus ornata); S:a Catalina in ripariis arenosis, ca. 3650 m. s. m. (16—20 Jan. 1901; KURTZ 11454, florigera et fructifera); Moreno in cultis raro, 3500 m. s. m. (20 Dec. 1901; FR. 938, florigera).

Stimmen mit dem Typus-Exemplare GRISEBACH's im Botanischen Museum zu Göttingen überein.

Verbreitung: die Anden des nördlichsten Argentinien von Jujuy bis nach Catamarca.

**Oenothera sp.**

Prov. Jujuy: Rinconada, 3800 m. s. m. (3 Jan. 1901; KURTZ 11332): Laguna Tres Cruces in Dep. de Cochino in rupibus, ca. 3700 m. s. m. (14 Febr. 1901; KURTZ 11673).

Äusserst unvollständige Exemplare; möglicherweise sogar zwei verschiedene Arten.

**Cactaceæ.**

**Cereus Pasacana** (RÜMPL.) WEB. in Monatschr. f. Kakteenk. III pag. 165.

Usque ad 4000 m. s. m. in locis petrosis frequenter. — Moreno, 3800 m. s. m. (26 Nov. 1901; FR. 790, floribus ornatus).

Verbreitung: in den Hochtälern der Cordilleren in den Staaten Catamarca und Salta der Argentinischen Republik; in Bolivia bei Sucre (Chuquisaca).

**Echinopsis pygmæa** R. E. FR. nov. sp. (Taf. VIII, Fig. 1—3).

*Simplex, ovoidea vel breviter cylindrica, vel articulata et interdum parvissime ramosa, articulis breviter cylindricis, magna ex parte subterranea; costis 8—12, longitudinalibus vel plus minus spiraliter tortis; areolis linearibus, lana carentibus; spinis marginalibus 9—11, brevibus, rectis, corpori adpressis, centralibus nullis; floribus roseo-purpureis.*

Körper oval — kurz zylindrisch, nach unten in eine mehr oder weniger verzweigte, zapfenförmige Wurzel verzüngt, einfach oder auch eine Kette von zwei bis fünf 1—3 cm langen, 1,2—2 cm dicken, zylindrischen Gliedern bildend; er ist bisweilen verzweigt und liegt grösstenteils im Boden, nur die Spitze schiesst in 1 cm Höhe aus dem Sande hervor. Rippen 8—12, mehr oder weniger spiralig verlaufend, durch Querfurchen zur Basis in deutliche, 2—4 mm breite Höcker abgeteilt. Areolen 1,5 mm lang, ohne Wollfilz. Randstacheln 2—3 mm lang, gerade, besonders zahlreich an der Spitze des Körpers, an älteren Teilen abfallend; sie sind schwächig, weich, hell und bei Vergrösserung uneben, an der Basis dunkler und zwiebelartig angeschwollen. Blüten 1—2, seitenständig und zwar ungefähr 1 cm von der Spitze; sie sind 18—25 mm lang, trichterförmig mit in die Länge gezogener Röhre. Fruchtknoten 3 mm lang, ebenso wie die Röhre aussen glatt und mit schmal triangelförmigen, spitzen Schuppen versehen, in deren Achseln lange Wollhaare und einzelne schwache Borsten sitzen. Die Kronblätter sind keilförmig, 9 mm lang, 3—4 mm breit, oben abgerundet



oder mit einer Spitze versehen; Farbe von hellrot bis dunkel purpurrot. Die Staubblätter des äussersten Kranzes vom Schlunde ausgehend, 7 mm lang; die übrigen 5 mm tiefer in der Röhre befestigt, 12 mm lang. Griffel 15 mm lang; Narbenlappen 6, nach oben gerichtet, 2 mm lang. Eine unreife Frucht beinahe kugelförmig, ca. 6 mm im Durchmesser, die zusammengefallene Blüte noch auf der Spitze tragend.

Prov. Jujuy: Yavi in petrosis, ca. 3400 m. s. m. (1 Jan. 1901; FR. 999); Saladillo, ca. 3500 m. s. m. (Oct. 1901; FR. 781); Nevado de Chañi in petrosis, ca. 4500 m. s. m. (28 Nov. 1901; FR. 871); S:a Catalina (11—16 Jan. 1901; KURTZ 11426).

Keine von all den bisher bekannten Arten dieser Gattung hat so minimale Dimensionen, sowohl betreffs des ganzen Körpers wie auch der Stacheln; sowohl hierdurch wie auch durch die oben angeführten Merkmale unterscheidet sich die Art deutlich von allen übrigen.

### **Echinocactus sp. I<sup>1</sup>.**

Prov. Jujuy: Yavi in petrosis, 3400 m. s. m. (1 Jan. 1902; FR. 1000, specimina florifera).

Körper kugelförmig, bis 1 dm hoch. Rippen 13, in mehr oder weniger kegelförmige Höcker geteilt. Randstacheln ca. 8, schräg nach aussen gerichtet, bis 3—3,5 cm lang; Mittelstachel 1, stärker, wagrecht nach aussen stehend, 3—8 cm lang, drehend, oben gekrümmt. Blüten an der Spitze gesammelt, 2,5—3 cm lang, aussen mit dichtem Wollfilz versehen.

### **Echinocactus sp. II.**

Prov. Jujuy: Moreno, 3500 m. s. m. in petrosis (15 Nov. 1901; FR. 789, floriferus).

Gleicht habituell der Abbildung von *Echinocactus nidus* SÖHRENS (in Monatsschr. f. Kakteenk. X pag. 122) sehr; da aber eine Beschreibung dieser Art nicht mitgeteilt worden ist, kann ich nicht entscheiden, ob diese beiden identisch sind oder nicht.

Kugelförmig, 3—4 dm hoch; Rippen spiralig verlaufend, in deutliche Höcker geteilt. Areolen oval, mit Wollfilz bekleidet. Randstacheln und Mittelstacheln wenig verschieden, insgesamt 20—25, bis 4,5 cm lang, die äusseren mehr oder weniger an den Körper angedrückt und ein ausserordentlich dichtes Gewirr bildend.

<sup>1</sup> Innerhalb des Gebietes fand ich drei *Echinocactus*-Arten vor. Keine davon habe ich mit einer der in SCHUMANN'S Monographie aufgenommenen oder später beschriebenen Arten identifizieren können. Da indessen die Bestimmungen innerhalb dieser schwierigen und artenreichen Gattung wegen Mangels an genügendem Vergleichungsmaterial mit grosser Unsicherheit verbunden waren, so scheint es mir gegenwärtig das beste zu sein, diese nicht als neue Arten aufzustellen. Vielleicht kann nach der Veröffentlichung der von Prof. Dr. C. SPEGAZZINI versprochenen Bearbeitung der Kakteen Argentiniens die Identifizierung bewerkstelligt werden.

Die Spitze des Körpers ist nackt, die Stacheln schliessen sich darüber zusammen. Die feineren Stacheln sind weiss, die kräftigeren an der Basis goldgelb, in der Mitte lila gefärbt, an der Spitze dagegen violett. Die Blüten sitzen in einem Abstand von ein paar cm vom Vegetationspunkte; sie sind gelbgrün, 3,5—4 cm lang.

### **Echinocactus sp. III.**

Prov. Jujuy: Moreno, loco saxoso, 3500 m. s. m. (25 Dec. 1901; Fr. 955, florigerus).

Hybocactus 2—3 dm hoch, 1—2 dm im Durchmesser, kurz zylindrisch. Rippen ca. 30, in Höcker deutlich geteilt. Die Areolen sind mit dichtem Wollfilz bedeckt. Stacheln bis 17, nach aussen gerichtet, bis 5 cm lang, steif, drehrund, gerade. Die Areolen sind an der Spitze des Körpers ohne Stacheln. Die Blüten sitzen 5—10 cm vom Vegetationspunkte, sind 4—5 cm lang, auswendig mit dichtem Wollfilz bekleidet; Kronenblätter rotbraun.

### **Opuntia subterranea** R. E. FR. nov. sp. (Taf. VIII, Fig. 4—8).

*Cylindropuntia pygmaea, simplex vel parcissime ramosa; articulis 1—2, breviter cylindricis, teretibus et magna ex parte subterraneis; costis in tubercula humilia, spiraliter disposita solutis; aculeis marginalibus 6—7, brevibus, recurvatis, adpressis, centralibus nullis; floribus lateralibus, fuscis; ovario extus glabro, in axillis solum squamarum setifero et parum hirsuto; bacca pyriformi, glabra.*

Der grösste Teil der Pflanze ist im Sande begraben, nur die Spitze mit den Blüten und Früchten ragt 1 cm über denselben empor. Glieder 1—2, grün, 2—4 cm lang, ca. 1,5 cm im Durchmesser, kurz zylindrisch, fleischig, das unterste allmählich in die sehr dicke, nach unten allmählich sich verjüngende, einfache oder mit ein paar gröberen Ästen versehene Wurzel übergehend. Die Höcker sind abgerundet vierkantig, ca. 3 mm gross, an der Spitze des Körpers deutlich, weiter abwärts an den älteren Teilen des Stammes ausgeglichen. Areolen länglich, 1—1,5 mm lang, mit sehr spärlichem Wollfilz bekleidet. Glochiden ca. 1 mm lang, in einem Bündel am oberen Teile der Areole, nach der Spitze hin mit rückwärtsgerichteten Widerhaken versehen (Fig. 7—8). Randstacheln 6—7, 1—2 mm lang, nach den Seiten der Höcker zurückgebogen, rotbraun, auf älteren Teilen bleich werdend und abfallend. Blüten 1—2, ca. 1 cm von der Spitze sitzend, insgesamt 2,5—3 cm lang, trichterförmig. Fruchtknoten konisch, glatt, mit pfriemenförmigen, etwas abgeplatteten Schuppen, die unteren 1 mm lang, die oberen an Länge zunehmend bis 4 mm; ihre Achseln spärlich behaart und mit ein paar schwachen, aufwärts gerichteten Stacheln ver-

sehen. Die äusseren Kronenblätter sich verjüngend, spitz, die inneren spatelig, spitz, 15 mm lang, 5 mm breit, braun. Die Staubblätter erreichen ungefähr ein Drittel der Länge der Hülle. Griffel 18 mm lang, steif; Narben 7, ein mm lang. Frucht birnenförmig, glatt, 12—15 mm lang, 8—11 mm breit, oben platt. Samen 3 mm gross. Samenschale dick, aussen uneben.

Prov. Jujuy: Moreno ad Nevado de Chañi in campo arenoso, 3500 m. s. m. (24 Oct. 1901; FR. 836, florigera. — 10 Dec., fructifera).

Die Art nimmt eine Sonderstellung in der Gattung *Opuntia* ein und erinnert durch ihren Habitus sehr an die oben geschilderte *Echinopsis*. Doch führt das Vorkommen von Glochiden, die Form und der Bau der Blüte diese Pflanze zur Gattung *Opuntia*. Interessant ist es zu finden, dass Repräsentanten zweier so wenig verwandten Gattungen unter gleichen äusseren Verhältnissen einen so gleichförmigen Bau aufweisen.

### ***Opuntia purpurea* R. E. FR. nov. sp.**

*Fruticosa, humilis, ramosa, erecta; articulis obscure viridibus vel rubro-violaceis, oblongo-ellipticis, teretibus, junioribus tubercula decurrentia spiraliter disposita gerentibus; aculeis 3—5, longis, rectis, subteretibus, albidoseis; floribus parvis, purpureis.*

Reich verzweigt, 1—2 dm hoch, die Zweige aufrecht. Glieder 2—4 cm lang, 1—2 cm im Durchmesser. Areolen am oberen Teile der Höcker sitzend, rund, 2—3 mm im Durchmesser, mit Wollfilz und äusserst zahlreichen, gelblichen, bis 2 mm langen Glochiden versehen; Stacheln kommen nur an den oberen Areolen der Glieder vor, 3—5 auf jeder; sie sind 2,5—3 cm lang, in der Regel ist einer oder ein paar auf der Areole kürzer; alle sind auswärtsgerichtet, drehrund, oder die grössten haben eine an der Basis unbedeutend abgeplattete Oberseite; sie sind ziemlich schwach, glatt, weiss-rosa. Blüten einzeln oder ein paar an jedem Gliede, seitenständig, 2,2—2,5 cm lang. Fruchtknoten 1 cm lang, umgekehrt kegelförmig, beinahe glatt, nur oben an der Spitze und an der oberen Kante mit beinahe stielrunden, 1,5—3 mm langen, spitzen Blättern versehen, aus deren Achseln etwas Wollfilz und ein paar schwache, ca. 5 mm lange Stacheln hervorkommen. Die äusseren Blumenblätter sind länglich, spitz, die inneren spatelig, spitz, 1,5 cm lang, 6 mm breit, purpurrot. Staubblätter ca. 6 mm lang. Griffel 7 mm lang, grob gebaut; Narben 5, aufwärts gerichtet, 2 mm lang.

Prov. Jujuy: Moreno, in monte saxoso raro, 3500 m. s. m. (22 Nov. 1901; FR. 839).

Die Art steht *Op. ovata* PFEIFF., *pusilla* S.-D. und *corrugata* S.-D. sehr nahe. Sie wird hauptsächlich durch ihre dunkelgrünen bis violetten Glieder charakterisiert, ebenso auch durch ihre längeren Stacheln und ihre kleinen, purpurroten Blüten.

***Opuntia andicola* PFEIFF. Enum. pag. 145.**

Prov. Jujuy: Moreno, in montibus saxosis, 3500 m. s. m. (27 Nov. 1901; FR. 843, florigera).

Verbreitung: die Anden der Provinzen Jujuy und Mendoza.

***Opuntia grata* PHIL. in Linnæa XXX pag. 211.**

Prov. Jujuy: Moreno in monte saxoso frequentissime, 3500 m. s. m. (27 Nov. 1901; FR. 842, florigera).

Von der Beschreibung PHILIPPI's und der Abbildung SCHUMANN's (in Monogr. Cact. pag 697) weichen die Exemplare durch ein wenig längere, bis 5 cm lange Stacheln ab.

Verbreitung: übrigens nur von den Anden der Provinz Santiago (Chile) bekannt.

***Opuntia* sp.**

Prov. Jujuy: Moreno in montibus saxosis frequenter, 3500 m. s. m. (22 Nov. 1901; FR. 837 et 838, cum floribus. — 23 Nov. 1901; FR. 841, floribus et fructibus immaturis ornata).

Steht *Opuntia sulphurea* GILL. und *sericea* DOX. sehr nahe und ist möglicherweise mit einer dieser Arten identisch. Die unvollständigen Beschreibungen dieser beiden machen es jedoch unmöglich, meine Exemplare mit Sicherheit zu identifizieren.

**Loasaceæ.**

***Mentzelia parvifolia* URB. et GILG in Rev. Mus. de La Plata V (1893) pag. 291.**

Prov. Jujuy: Moreno in fissuris rupium montis aprici raro, ca. 3800 m. s. m. (12 Dec. 1901; FR. 913, florigera).

Verbreitung: Bolivia und Argentinien bis abwärts nach Córdoba.

***Cajophora coronata* HOOK. et ARN. in HOOK. Bot. Misc. III pag. 327.**

Prov. Jujuy: Alfarsito in campo arenoso sicco, ca. 3500 m. s. m. (29 Dec. 1901; FR. 957, florigera).

Verbreitung: in den Anden von Peru, Bolivia, Argentinien und Chile bis nach Concepcion hinab.

**Cajophora heptamera** (WEDD.) URB. et GILG in ENGL. und PRANTL,  
Nat. Pfl.-fam. III: 6 a pag. 119.

*Loasa heptamera* WEDD. Chl. and. II pag. 218.

Prov. Salta: El Tambo in Quebrada del Toro in fissuris rupium,  
ca. 3500 m. s. m. (20 Nov. 1901; FR. 835, specimen floribus ornatum leg.  
G. v. HOFSTEN). Prov. Jujuy: Nevado de Chañi, ca. 4000 m. s. m.

Verbreitung: Bolivia bis zum nördlichen Argentinien in den Anden.

## Violaceæ.

### *Viola* sp.

Prov. Jujuy: Nevado de Chañi, loco saxoso, ca. 5700 m. s. m.  
(29 Nov. 1901; FR. 873, florigera).

Nur ein einziges kleines Exemplar wurde angetroffen; im Habitus sehr ähnlich der WEDDELL'schen Abbildung der *Viola granulosa*, nur ist die Rosette etwas kleiner und die Blattspreite durchaus ganzrandig.

## Frankeniaceæ.

**Frankenia triandra** REMY in Ann. Sc. Nat., Sér. III: VIII pag. 237  
(Taf. VII, Fig. 12).

*Pycnophyllum sulcatum* GRIS. Pl. Lor. pag. 28 et Symb. argent. pag. 29.

*Anthobryum tetragonum* PHIL. in An. Mus. nac. Chile 1891 pag. 51<sup>1</sup>.

» *arctioides* PHIL. » » »

In solo salso frequentissime. — Prov. Jujuy: Sta Catalina, ca.  
3650 m. s. m. (6—19 Jan. 1901; KURTZ 11359 et 11452, cum floribus);  
Cangrejo (LORENTZ et HIERONYMUS; 1873); Inter Azul Pampa et Abra-  
pampa, ca. 3600 m. s. m. (31 Dec. 1900; KURTZ 11304, florigera);  
Laguna Colorada, ca. 3800 m. s. m. (20 Oct. 1901; FR. 679, fructibus  
anni præcedentis instructa); Moreno, 3500 m. s. m. (15 Nov. 1901; FR.  
679 a, florigera).

Verbreitung: die höheren alpinen Regionen der Anden in Peru, Bolivia, nörd-  
lichstem Argentinien und Chile bis abwärts nach Catamarca.

<sup>1</sup> Da ich Gelegenheit gehabt im Herbarium zu Kew die PHILIPPI'schen Exemplare der beiden *Anthobryum*-Arten aus Tarapaquí zu studieren, so schliesse ich mich der Vermutung an, welche REICHE (Fl. chil. II pag. 372) ausgesprochen hat, dass die beiden Arten mit der *Frankenia triandra* identisch sind. In dem Habitus und den vegetativen Teilen im übrigen stimmen sie vollständig mit genannter Art überein. Die Anzahl der Staubblätter variiert bei *Frankenia triandra* zwischen drei und sechs, weist also auch dieselbe Anzahl (5) auf, die für *Anthobryum* als charakteristisch angegeben wird.

**Frankenia Clarenii** R. E. FR. nov. sp.

*Fruticulus glaber, humillimus, caespites parvos formans; foliis minimis, sessilibus, oblongis, crassis, marginibus valde revolutis subtus sulcatis; floribus terminalibus, solitariis, sessilibus; petalis calyce subduplo longioribus, cucineatis, ligulis angustis apice rotundatis instructis; staminibus 6; stylo apice breviter trifido.*

Gleicht im Habitus der *Frankenia triandra* sehr. Die unterirdischen Zweige an den eingesammelten Exemplaren bis 1 cm dick; die oberirdischen, blatttragenden Sprosssteile etwa 1 cm hoch; Internodien sehr kurz, zwischen kaum entdeckbaren und bis 3 mm langen schwankend, gewöhnlich mit rötlichem Anflug. Blätter starr, blaugrün gefärbt, gegenüberstehend und scheidenförmig mit einander verwachsen, von breiter Basis ausgehend, länglich, ganzrandig, spitz oder abgestumpft spitz, aufwärts gekrümmt, oben abgeplattet, die Blattränder zurückgerollt und auf der unteren Seite eine einfache, längsgehende Furche bildend, 1,5 mm lang, 0,5 mm breit und ungefähr ebenso dick. Kelch becherförmig, 4–4,5 mm lang und 2,5 mm im Durchmesser, kahl, grün oder öfters mit rotem Anflug, mit 5 längsverlaufenden Falten, oben in 5 dreieckige, spitze, etwa 1 mm lange Zähne seicht gespalten. Blumenblätter 5, weiss gefärbt, sich von einem schmalen Nagel nach oben hin allmählich erweiternd, 7–8 mm lang, an der Spitze gerundet oder quer abgestutzt und 2,5 mm breit, in halber Höhe mit einer oben abgerundeten Ligula versehen, die 3–4 mal schmaler ist als der Nagel (Taf. VII, Fig. 13). Staubblätter in allen untersuchten Blüten 6; Staubfäden häutig, abgeplattet, 5–6 mm lang; Staubbeutel länglich, weissgelb bis rot. Fruchtknoten eiförmig, 1 mm lang; Griffel fadenförmig, 6–7 mm lang, an der Spitze in drei  $\frac{3}{4}$  mm lange Zipfel gespalten.

Prov. Jujuy: S:a Catalina, Mina Perdida in arenosis, ca. 4100 m. s. m. (25–26 Jan. 1901; KURTZ 11494).

Die Art steht zweifelsohne der *Fr. triandra* am nächsten; von ihr weicht sie indes durch mehrere Charaktere ab, beispielsweise durch längere und durchaus unbehaarte Blätter, grössere Blüten mit im Vergleich zum Kelch längerer Blumenkrone, durch keilförmige Blumenblätter mit schmaler, abgerundeter Ligula, durch 6 Staubblätter und nicht ganz so tief gespaltenen Griffel.

### Malvaceæ.

**Malvastrum antofagastanum** (PHIL.) BAKER in Journ. of Bot. 29 pag. 167.

*Malva antofagastana* PHIL. in An. Mus. nac. Chile 1891 pag. 7.

*Malveopsis antofagastana* (PHIL.) OK. Rev. gen. pl. III: 2 pag. 20<sup>1</sup>.

Prov. Jujuy: S:a Catalina in arenosis ripariis, ca. 3650 m. s. m. (30 Jan. 1901; KURTZ 11527, florigerum; det. K. SCHUMANN); Moreno in cultis loco subhumido, ca. 3500 m. s. m. (21 Nov. 1901; FR. 807, florigerum); Nevado de Chañi, loco siccio aprico, ca. 4300 m. s. m. (1 Dec. 1901; FR. 731 a, leg. G. v. HOFSTEN). Prov. Salta: San Antonio de los Cobres, loco aprico, ca. 3650 m. s. m. (5 Nov. 1901; FR. 731).

Verbreitung: Bolivia (Uyeni) bis zum nördlichsten Chile und Argentinien.

**Malvastrum obtusatum** BAKER in Journ. of Bot. 29 pag. 363;  
det. K. SCHUMANN.

Prov. Jujuy: Nevado de Chañi, loco saxoso, 5600—5700 m. s. m. (29 Nov. 1901; FR. 860, florens).

Verbreitung: Bolivia (La Paz) bis zum nördlichsten Argentinien, in den höheren Regionen der Anden.

**Malvastrum saltense** Hieron. in herb.: det. K. SCHUMANN.

*Malveopsis saltensis* OK. Rev. gen. pl. III: 2 pag. 22.

Prov. Jujuy: Cuesta de San José in Dep. de Rinconada, ca. 4300 m. s. m. (5 Febr. 1901; KURTZ 11590, florigerum).

Verbreitung: Bolivia (Tunari), Jujuy und Salta in den höchsten andinen Regionen.

### Euphorbiaceæ.

**Euphorbia ovalifolia** ENGELM. ex KL. et GKE. Tric. pag. 26.

Prov. Jujuy: Moreno in declivibus montium saxosis, ca. 3500 m. s. m. (21 Dec. 1901; FR. 946, floribus et fructibus instructa).

Verbreitung: von Uruguay bis nach Jujuy und mittlerem Chile.

<sup>1</sup> Ob *Malvastrum* oder *Malveopsis* die Priorität zukommt, kann ich hier nicht entscheiden. K. SCHUMANN führt jenen Namen an, während BAKER fil. und O. KUNTZE *Malveopsis* den Vortritt geben. Vgl. hierüber OK. Rev. gen. pl. III: 2 pag. 20.

**var. dentata** R. E. FR. nov. var. *Foliis manifeste et acute dentatis.*

Prov. Jujuy: Moreno in campo arenoso, 3500 m. s. m. (12—17 Dec. 1901; FR. 793 et 793 *a*, floribus et fructibus immaturis instructa); ibid. (21 Dec. 1901; FR. 793 *b*, florifera et fructifera).

Die Varietät gleicht in allem der Hauptart ausser in der deutlichen Zähnung der Blätter, welche sich an der äusseren Seite der schrägen Blätter fast bis an die Basis erstreckt, an der Innenseite hingegen nur auf der oberen Hälfte existiert. Mit *E. Engelmanni* stimmt sie betreffs der Blattform überein, unterscheidet sich aber leicht von ihr durch ihre völlig glatten Zweige und ausgeprägt schrägen Blätter. Sie stimmt ziemlich gut zur Beschreibung der *E. minuta* PHIL. (in An. Mus. nac. Chile 1891 pag. 76), ist jedoch meines Erachtens nicht als eine von *ovalifolia* getrennte Art zu betrachten.

## Zygophyllaceæ.

**Tribulus terrestris** L. Sp. pl., ed. I pag. 387.

Prov. Jujuy: inter El Angosto et Rio San Juan (La Rocha) in Dep. de S:a Catalina in arenosis petrosis (2 Febr. 1901; KURTZ 11566, floribus et fructibus immaturis instructus); Moreno in arenosis, 3500 m. s. m. (18 Nov. 1901; FR. 750, floriferus. — 21 Dec. 1901; FR. 750 *a*, cum floribus fructibusque).

Verbreitung: die Mittelmeerländer, Afrika, wärmeres Asien, Nord- und Südamerika, mehrmals vom Menschen eingeführt.

## Oxalidaceæ.

**Oxalis elegans** H. B. K. Nov. gen. et sp. pl. V, pag. 234 tab. 466.

Prov. Jujuy: Yavi in montibus apricis petrosis, ca. 3400 m. s. m. (2 Jan. 1901; FR. 774); S:a Catalina, ca. 3650 m. s. m. (7—10 Jan. 1901; KURTZ 11376 et 11421).

Verbreitung: von Ecuador die Anden entlang bis Chile und Catamarca.

**Oxalis carnosus** MOL. in LINDLEY, Bot. Reg. tab. 1063.

Prov. Jujuy: Nevado de Chañi in fissuris rupium, loco subumbroso, 3500 m. s. m. (11 Dec. 1901; FR. 904, specimina floribus fructibusque instructa).

Wurzel kräftig, verdickt, eine Mächtigkeit von 2—3 cm erreichend. Infloreszenzstiele kürzer als die Blätter. Die Blüten, welche bald als paarweise, bald als



in spärlich-blütigen, doldenähnlichen Infloreszenzen sitzend angegeben werden, kommen an meinen Exemplaren stets paarweise vor, mithin mit der Abbildung im Bot. Reg. tab. 1063 übereinstimmend.

Verbreitung: nördliches Argentinien bis zum mittleren Chile.

***Oxalis incana* PHIL. in Linnæa 28 pag. 677.**

Prov. Jujuy: Nevado de Chañi in fissuris rupium, inter saxa, 5200—5400 m. s. m. (29 Nov. 1901; FR. 855, florigera).

Verbreitung: vom nördlichen Argentinien bis zum mittleren Chile.

***Oxalis* sp. I.**

Prov. Jujuy: Laguna Tres Cruces in Dep. de Cochinoça in rupibus raro (14 Febr. 1901; KURTZ 11681).

Der unterirdische Stamm angeschwollen (missgebildet?); Blätter in einer Rosette, 1,5—2,5 cm lang; Blättchen 3, 2—3 mm lang, 3—4 mm breit, umgekehrt herzförmig, an der Spitze seicht eingekerbt, behaart. Blütenstiele einblütig, von der Länge der Blätter. Blumen gelb gefärbt, Blumenkrone 0,8—1 cm lang, 2—3 mal so lang wie der Kelch.

***Oxalis* sp. II.**

Prov. Jujuy: Moreno, loco arenoso, 3500 m. s. m. (12 Dec. 1901; FR. 911).

Nur ein Individuum angetroffen. Einjährig. Blätter in einer Rosette, 1—1,5 cm lang, behaart; Blättchen 3, breit umgekehrt herzförmig, an der Spitze unbedeutend eingebuchtet, 3—4 mm lang, 4—5 mm breit. Die Infloreszenzen mehrblütig, kaum so lang wie die Blattstiele; Blüten klein; Blumenkrone gelb.

***Hypseocharis pimpinellifolia* REMY in Ann. Sc. Nat., Sér. III: VIII. pag. 238.**

Prov. Jujuy: S:a Catalina, ca. 3650 m. s. m. (6—16 Jan. 1901; KURTZ 11352); Abrapampa in campo arenoso aprico, ca. 3500 m. s. m. (28 Dec. 1901; FR. 962); Laguna Tres Cruces, ca. 3700 m. s. m. (31 Dec. 1900; KURTZ 11315). — Specimina omnia floribus ornata.

Im nördlichen Teile des Gebietes sehr gemein; in den südlicheren Teile wurde die Art nicht beobachtet.

Verbreitung: Bolivia bis zum nördlichsten Argentinien (Jujuy und Salta) in den höheren Regionen der Anden.

## Geraniaceæ.

**Geranium** sp.

Prov. Jujuy: S:a Catalina, loco sicco, ca. 3650 m. s. m. (14—20 Jan. 1901; KURTZ 11443).

Die Exemplare zum Teil missgebildet, weshalb deren Bestimmung unsicher.

**Erodium cicutarium** (L.) L'HÉRIT. ex AIT. Hort. Kew. Ed. I. II pag. 414.

Prov. Jujuy: S:a Catalina, 3650 m. s. m. (10 Jan. 1901; KURTZ 11417); Moreno, loco sicco aprico, 3500 m. s. m. (23 Oct. 1901; FR. 648 b); ibid., loco humido, 3500 m. s. m. (26 Nov. 1901; FR. 648 c). — Specimina omnia floribus et fructibus instructa.

Verbreitung: von Europa eingeschleppt, jetzt in Südamerika weit verbreitet.

## Leguminosæ.

**Prosopis ferox** GRIS. Symb. argent. pag. 118.

Prov. Jujuy: El Angosto in Dep. de S:a Catalina in petrosis, ca. 3600 m. s. m. (1 Febr. 1901; KURTZ 11551, floribus et fructu immaturo instructa); Tres Morros ad Salinas grandes in campo arenoso, ca. 3300 m. s. m. (4 Dec. 1901; FR. 880, florifera); Moreno, loco arenoso, 3500 m. s. m. (6 Dec. 1901; FR. 880 a, florifera).

Die Blattgrösse der Art schwankt etwas. Die LORENTZ'schen Exemplare haben die grössten Teilblättchen (8 × 2 mm), die von mir bei Moreno eingesammelten bedeutend und zwar durchgängig kleinere (5 × 1 mm). Die CLAREN'schen Exemplare bilden die Zwischenstufe.

Die — bisher unbekannt — Blüten sitzen in eirunden oder länglichen, 2—3 cm langen, dichtblütigen, ungestielten oder sehr kurz gestielten Ähren auf den Kurzsprossen der Blattachsen. Kelch becherförmig mit unbeträchtlichen Zähnen, gelbbraun gefärbt, unbehaart, 1 mm hoch, 1,5 mm im Durchmesser. Blumenkrone grüngelb, glockenförmig, 5 mm lang und ungefähr der halben Länge nach in 5 lanzettliche, spitze Lappen geteilt, die aussen unbehaart, innen an der Spitze weiss behaart sind. Staubblätter giebt es zehn, 8—9 mm lange, mit gelben Staubbeuteln. Fruchtknoten länglich, weiss filzig; Griffel kahl, 4 mm lang.

Verbreitung: nur aus den Cordillerentälern und von der Hochebene der Provinz Jujuy bekannt.

**Cassia Hookeriana** GILL. ex HOOK. et ARN. in HOOK. Bot. Misc. III (1833) pag. 210.

Prov. Jujuy: Yavi, 3400 m. s. m. (2 Jan. 1902; FR. 952 a, florifera); S:a Catalina ca. 3650 m. s. m. (28 Jan. 1901; KURTZ 11515, florifera);

El Angosto ca. 3600 m. s. m. (1 Febr. 1901; KURTZ 11554, fructibus immaturis instructa); Azul Pampa, ca. 3350 m. s. m. (30 Dec. 1900; KURTZ 11297, florigera); Alfarsito, ca. 3500 m. s. m. (27 Dec. 1901; FR. 952, florigera).

Verbreitung: von Bolivia (Tiraqui) die Cordilleren entlang bis San Luis und Córdoba.

**Krameria Iluca** PHIL. Fl. Atacam. pag. 9.

Prov. Jujuy: Moreno in montibus saxosis frequenter, ca. 3700 m. s. m. (26 Nov. 1901; FR. 844, florigera).

Stimmt mit dem Exemplare PHILIPPI's im Berliner Museum überein und unterscheidet sich von dem dortigen RUIZ-PAVON'schen Typusexemplare der *Kr. triandra* vor allem durch abweichende Behaarung. *Kr. triandra* hat Blätter und Sprosse mit langen, dichtgedrängten, abstehenden Härchen bedeckt; *Kr. Iluca* ist spärlicher mit kurzen, silbergrauen, angedrückten Härchen bekleidet.

Verbreitung: die höheren Cordillereengebiete des nördlichen Chile und nördlichsten Argentinien.

**Hoffmannseggia gracilis** (RUIZ et PAV.) HOOK. et ARN. in HOOK.

Bot. Misc. III pag. 209.

*Larrea gracilis* RUIZ et PAV. Fl. peruv. tab. 377 (ined.).

Prov. Jujuy: S:a Catalina, ca. 3650 m. s. m. (6—16 Jan. 1901; KURTZ 11367, cum floribus et fructibus); Azul Pampa-Abrapampa, ca. 3650 m. s. m. (31 Dec. 1900; KURTZ 11306, florigera et fructifera); Alfarsito in campo arenoso, ca. 3500 m. s. m. (28 Dec. 1901; FR. 742 b, fructifera); Moreno, locis arenosis, 3500 m. s. m. (9—12 Nov. 1901; FR. 742. — 26 Nov. 1901; FR. 742 a. Specimina florigera).

Die Exemplare stimmen mit den PAVON'schen aus Peru im Natural History Museum zu London sehr gut überein.

Verbreitung: die Anden von Peru bis nach nördlichstem Argentinien und Chile bis abwärts nach Coquimbo.

**Lupinus paniculatus** DESR. in LAM. Encycl. III pag. 625.

var. **argenteus** WEDD. Chl. and. II pag. 252.

*Lupinus tomentosus* GRIS. Symb. argent. pag. 98 (non DC.).

Prov. Jujuy: S:a Catalina, Mina Miyayoc, ca. 4200 m. s. m., in petrosis (26 Jan. 1901; KURTZ 11507, florigerus).

Verbreitung der Art: die Anden entlang weit verbreitet, von Columbia, durch Ecuador, Peru und Bolivia bis abwärts nach Córdoba, Rioja und Catamarca.

**Medicago sativa** L. Sp. pl., ed. I pag. 778.

Prov. Jujuy: Moreno, etiam sponte crescens, 3500 m. s. m. (14 Nov. 1901; FR. 760, florigera).

Verbreitung: aus Europa stammend; als Futterpflanze über grosse Teile Südamerikas angebaut und bisweilen verwildert.

**Medicago Berteroana** MORIS in Annali di Storia naturale IV pag. 59.

Prov. Jujuy: Moreno in cultis, 3500 m. s. m. (14 Dec. 1901; FR. 820 a. — 20 Dec. 1901; FR. 820 b). Specimina florigera ac fructifera.

Verbreitung: Chile und Argentinien.

**Melilotus indica** (L.) ALL. Fl. Pedem. I pag. 308 (1785).

Prov. Jujuy: Moreno in cultis, 3500 m. s. m. (20 Dec. 1901; FR. 922, florigera).

Verbreitung: ursprünglich in den Mittelmeerländern und Indien; in Afrika, südlicheres Asien, Australien, Nord- und Südamerika eingeschleppt.

**Trifolium Matthewsii** ASA GRAY, Un. St. Explor. Exped., Bot. I pag. 398.

Prov. Jujuy: S:a Catalina, in petrosis, ca. 3650 m. s. m. (14—21 Jan. 1901; KURTZ 11442); Abrapampa, ca. 3500 m. s. m. (29 Dec. 1901; FR. 963). Specimina florifera.

Verbreitung: von Peru und Bolivia die Anden entlang bis abwärts nach Catamarca und Córdoba.

**Dalea Hofstenii** R. E. FR. nov. sp.

*Herba perennis vel basi suffrutescens; ramis decumbentibus, apice pilosis, mox glabrescentibus; foliis tri- vel quadrjugis cum impari, foliolis rotundato-obovatis, apice excisis, subcarnosis, glabris, subtus glanduloso-punctatis; spicis ovoideis vel oblongis, densis; bracteis glabris, obovatis, abrupte acuminatis, glanduloso-punctatis; calyce hirsuto; petalis purpureo-violaceis.*

Kräftige, senkrechte, bis  $1\frac{1}{2}$  cm dicke Pfahlwurzel mit gelbgrauer Rinde. Stamm an der Basis in mehrere, bis 15 cm lange, am Boden liegende, an den Spitzen emporgebogene Sprosse verzweigt, welche bis ganz oder nahezu an die Basis verwelken. Jahressprosse grün, spärlich mit gelben Drüsenpünktchen versehen, an der Spitze weiss behaart, an älteren Teilen kahl; Internodien 1—2 cm lang. Blätter gewöhnlich aus 4 Blattpaaren und einem Endblättchen, bisweilen aus 3 Blattpaaren bestehend; Rhachis 8—14 mm lang, wie die Teilblättchen auf der Unterseite reichlich mit gelben Drüsenpünktchen besetzt; die

auf kurzen Stielen aufsitzenden Teilblättchen sind breit umgekehrt eiförmig bis beinahe rund, an der Spitze eingekerbt, an der Basis abgerundet oder etwas spitz, ein wenig fleischig, kahl oder auch wohl auf der Unterseite vereinzelte, weisse Härchen tragend, 3—4 mm lang und breit; Nebenblätter lanzettlich, spitz, 1—1,5 mm lang. Infloreszenzen endständig, kurz gestielt, sehr reichblütig, kegelförmig, eiförmig oder, wenn älter, länglich, 1,5—2 cm lang. Bracteen breit eiförmig bis umgekehrt eiförmig, 4—5 mm lang, 4 mm breit, mit abgesetzter, etwa 1 mm langer Spitze, kahl mit punktchenförmigen Drüsen, an der Mitte grün mit breitem Häutchenrande. Kelch aussen dicht weiss behaart und drüsig punktiert, 6 mm lang, wovon auf die 5 schmal dreieckigen Zipfel 2 mm kommen. Fahne mit fast kreisrundem, 5—6 mm grossem Saum, auf einem 3 mm langen, schmalen Stiele aufsitzend; Flügel schräg oval, mit 5 mm langen, 3 mm breiten, auf 2,5 mm langen Stielen aufsitzenden Spreiten; Schiffchenblätter oval, 6—7 mm lang, 4 mm breit auf 3 mm langen, feinen Stielchen; die Färbung der Blumenblätter schwankt vom Blauviolett zum Purpurrot und teilweise Weiss. Fruchtknoten oben behaart mit 2 Samenanlagen. Frucht unbekannt.

Prov. Jujuy: Yavi, 3400 m. s. m. (2 Jan. 1902; FR. 777); Cochino, ca. 3300 m. s. m. (10 Febr. 1901; KURTZ 11635); Moreno in montibus saxosis, 3500 m. s. m. (15 Dec. 1901; FR. 927). — Südwärts von Moreno wurde die Art nicht beobachtet.

*Dalea Hofstenii* steht der *D. retusifolia* HARMS [in OK. Rev. gen. pl. III: 2 pag. 59] sehr nahe. Ein Vergleich mit den Originalexemplaren dieser letzteren (im Berliner Bot. Museum) ergab indes, dass *D. Hofstenii* sich leicht unterscheidet und zwar durch geringe Anzahl der Blattpaare (3—4, während *retusifolia* deren 5—9 hat), durch dickere und fleischigere Teilblätter, durch die gedrängtere und breitere Form derselben, durch im allgemeinen kürzere Infloreszenzen und unbehaarte, mit kürzerer Spitze versehene Bracteen.

**Neocracca Kuntzei** (HARMS) OK. Rev. gen. pl. III: 2 pag. 68.

**var. minor** R. E. FR. in K. Sv. Vet. Akad:s Arkiv f. Bot. III, N:o 9 pag. 2.

Prov. Jujuy: Yavi, 3300 m. s. m. (1 Jan. 1902; FR. 910 a); Moreno in arenosis, 3500 m. s. m. (12 Dec. 1901; FR. 910).

Verbreitung der Art: Bolivia bis zum nördlichen Argentinien, 1900—3500 m. s. m.

**Astragalus atacamensis** (OK.) R. E. FR.

*Phaca depauperata* PHIL. Fl. Atacam. pag. 14 (1860).

*Tragacantha atacamensis* OK. Rev. gen. pl. II pag. 940 (1891).

*Phaca saxifraga* PHIL. in An. Mus. nac. Chil. 1891 pag. 14.

*Astragalus depauperatus* (PHIL.) REICHE, Fl. Chil. II pag. 80. (1898) (non LEDEB. 1831).

Prov. Jujuy: S:a Catalina, ca. 3650 m. s. m. (10—20 Jan. 1901; KURTZ 11419, 11465 et 11476, specimina florifera et fructifera); Moreno in graminosis siccis apricis, 3500 m. s. m. (14 Dec. 1901; FR. 916, specimina florifera ob locum aridissimum habitu compactiore valde insignia); ibid., in cultis, 3500 m. s. m. (21 Nov. 1901; FR. 809, cum floribus).

Die Exemplare stimmen mit dem PHILIPPI'schen Typus-Exemplare im Berliner Museum gut überein.

Verbreitung: die höheren Cordillereengebiete im nördlichsten Argentinien und Chile (Tarapacá-Coquimbo).

**Astragalus Reichei** SPEG. in An. Mus. nac. Buenos Aires, Ser. II: 4 (1902) pag. 264.

*Phaca compacta* PHIL. in An. Mus. nac. Chile 1891 pag. 14.

*Astragalus compactus* (PHIL.) REICHE, Fl. Chil. II pag. 82 (non LAM. 1783).

Prov. Jujuy; Laguna Tres Cruces in Dep. de Cochinoça ad lacus ripam (14 Febr. 1901; KURTZ 11657, florigerus).

Weicht durch etwas grössere Blätter und mehr behaarten Kelch von dem PHILIPPI'schen Exemplare des Berliner Herbariums (aus Atacama) ab.

Verbreitung: höheres Cordilleregebiet des nördlichsten Argentinien und Chile.

**Astragalus sp.**

Prov. Jujuy: Nevado de Chañi, ca. 4000 m. s. m. (1 Dec. 1901; FR. 875, specimen florigerum legit G. v. HOFSTEN).

Ein einziges Individuum wurde eingesammelt, das dem *A. Reichei* am nächsten zu stehen scheint; es bildet einen Teppich von 1 dm im Durchmesser; Blätter 2—2,5 cm lang mit 6—8 Paaren Teilblättchen; Blüten vereinzelt in den Blattachsen, völlig ungestielt, 1 cm lang.

**Astragalus modestus** WEDD. Chl. and. II pag. 262.

Prov. Jujuy: S:a Catalina, Mina Perdida, ca. 4100 m. s. m. (25—26 Jan. 1901; KURTZ 11499); Moreno in fissuris rupium, ca. 3800 m. s. m. (17 Dec. 1901; FR. 821 a); Abra del Palomar, ca. 3600 m. s. m. (16 Nov. 1901; FR. 821; leg. G. v. HOFSTEN). Specimina florifera.

Eine nach den verschiedenen Lokalen äusserst wechselnde Art. Blätter 2—10 cm lang; Teilblättchen 3—20 mm lang. Infloreszenzenstiele 0,5—5 cm lang.

Verbreitung: Bolivia und nördliches Argentinien bis nach Córdoba.

**Astragalus bellus** (OK.) R. E. FR.

*Phaca pulchella* CLOS in GAY, Fl. chil. II pag. 92 (1846).

*Tragacantha bella* OK. Rev. gen. pl. II pag. 940 (1891).

*Astragalus pulchellus* (CLOS) REICHE, Fl. Chil. II pag. 82 (1898) [non Boiss. 1843].

Prov. Jujuy: S:a Catalina in petrosis, 3650 m. s. m. (1901; KURTZ 11442); Laguna Tres Cruces in Dep. de Cochinoea in arenosis ripariis (14 Febr. 1901; KURTZ 11695). Specimina floribus prædita.

Stimmen mit dem Exemplare GAY's aus Chile im Herbarium Kewense überein

Verbreitung: die Anden von Jujuy bis Coquimbo in Chile.

**Astragalus Orbignyanus** WEDD. Chl. and. II pag. 260.

Prov. Jujuy: Moreno, loco siccio arenoso, 3500 m. s. m. (14 Nov. 1901; FR. 759, cum floribus).

Stimmt mit dem LORENTZ'schen Exemplare (im Berliner Museum) aus Puna de Jujuy (LORENTZ et HERONYMUS n. 702) überein.

Verbreitung: die Anden Bolivias und des nördlichsten Argentinien.

**Astragalus Germaini** PHIL. in Linnæa 28 pag. 621.

*β azureus* PHIL. ex REICHE, Fl. Chil. II pag. 91.

Prov. Jujuy: Saladillo, ca. 3500 m. s. m. (12 Nov. 1901; FR. 754, specimina florifera leg. G. v. HOFSTEN).

Verbreitung der Art: nördlichstes Argentinien und mittleres Chile in den Anden.

**Astragalus unifultus** L'HÉRIT. Stirp. Nov. pag. 158.

Prov. Jujuy: S:a Catalina, ca. 3650 m. s. m. (6—8 Jan. 1901; KURTZ 11366, floribus et fructibus immaturis instructus); Laguna Tres Cruces ca. 3700 m. s. m. (31 Dec. 1900; KURTZ 11317. — 14 Febr. 1901; KURTZ 11684, cum floribus); Alfarsito in campo arenoso siccio aprico, 3500 m. s. m. (27 Dec. 1901; FR. 754 a, florigerus ac fructiferus).

Verbreitung: Peru, Bolivia, Chile und nördliches Argentinien bis abwärts nach Catamarca und San Juan.

**Patagonium occultum** R. E. FR. nov. sp. (Taf. VII, Fig. 7—8).

*Fruticulus parcissime spinosus, ramis cortice nigro tectis, crassis, subterraneis; foliis in apicibus ramorum rosulatis, minimis, 3—5-jugis,*

*glanduloso-hirsutis, foliis obovatis, acutis vel obtusiusculis, canaliculatis: floribus sessilibus, solitariis; calyce glanduloso-hirsuto, ad medium in laciniis lineari-oblongas, acutiusculas diviso; vexillo extus glabro.*

Die völlig unterirdischen Zweige schwarz, unregelmässig gekrümmt und eckig, 0,7—1,5 cm im Durchschnitt, gegen die Zweigenden von alten Blattresten uneben. Auf der Erdoberfläche bilden die Zweigenden einen äusserst niedrigen Teppich, über den nur wenige, an der Basis einfach dichotomisch gegabelte, etwa 0,7 cm lange, kräftige, schwarze Stacheln emporragen. Blätter nur 6—8 mm lang, wovon ungefähr die Hälfte auf den Blattstiel kommt, überall mit abstehenden, an der Basis angeschwollenen Drüsenhärchen dicht besetzt und infolgedessen etwas klebrig; Nebenblätter länglich, abgestumpft, 2 mm lang, kaum 1 mm breit; Teilblättchen 1,2—2 mm lang, etwa 0,5 mm breit. Blüten vereinzelt, gänzlich ungestielt; Kelch ebenso klebrig wie die Blätter, 4—5 mm lang, wovon 2 mm auf die Zipfel kommen. Blumenkrone gelb gefärbt mit aussen rotviolett angehauchter Fahne und Schiffchen, 5—6 mm lang. Frucht unbekannt.

Prov. Jujuy: Nevado de Chañi, ca. 5000 m. s. m. (29 Nov. 1901; FR. 864).

Die Art kommt den hochandinen Arten *crassicaule, subterraneum, Gayanum* und *caespitosum* am nächsten, und zwar ähnelt sie am allermeisten der letzteren. Durch ihre Drüsenbehaarung und Klebrigkeit an Blatt und Kelch, durch die äusserst spärlich entwickelten Stacheln u. s. w. unterscheidet sie sich indes leicht von dem PHILIPPI'schen Exemplare dieser Art, das ich im Herbarium zu Kew gesehen.

### **Patagonium Schickendantzii** (GRIS.) R. E. FR.

*Adesmia Schickendantzii* GRIS. Symb. argent. pag. 104.

Prov. Jujuy: S:a Catalina, ca. 3650 m. s. m. (6 Jan. 1901; KURTZ 11356, florigerum).

Stimmt mit dem Typus-Exemplare im Berliner Herbarium aus der Prov. Salta, Nevado del Castillo (19—23 März 1873; LORENTZ und Hieronymus n. 57) sehr gut überein.

Verbreitung: die Anden des nördlichen Argentinien (Jujuy und Salta — Catamarca).

### **Patagonium Hystrix** (PHIL.) OK. Rev. gen. pl. I pag. 200.

*Adesmia Hystrix* PHIL. Fl. atac. pag. 16.

*Adesmia horrida* GRIS. Pl. Lor. pag. 72 et Symb. argent. pag. 104 (non GILL.).



Prov. Jujuy: Moreno in campo arenoso, 3500 m. s. m. (Oct. 1901; FR. 728 a). Prov. Salta: Organayoc, ca. 4000 m. s. m. (4 Nov. 1901; FR. 728, florens).

Verbreitung: das höhere Cordilleregebiet des nördlichen Chile und Argentinien bis abwärts nach Mendoza.

**Patagonium spinosissimum** (MEYEN) OK. Rev. gen. pl. I pag. 201.

*Adesmia spinosissima* MEYEN, Reise II pag. 27.

Prov. Salta: Organayoc prope San Antonio de los Cobres in declivibus montium siccis saxosis, ca. 4500 m. s. m. (2 Nov. 1901; FR. 726, florigerum).

Die Exemplare stimmen mit 2 im Berliner Bot. Museum befindlichen überein [Peru: Arequipa, von PÖPPIG (?) gesammelt; Chile: BESSER].

Verbreitung: innerhalb des höheren Cordilleregebietes von Peru bis Chile und Nordargentinien.

Da die MEYEN'sche Beschreibung der Art unvollständig ist, liefere ich hier eine auf das von mir eingesammelte Material gestützte Beschreibung:

*Frutex spinosissimus, ramulis sparse ferrugineo-hirsutulis; foliis fasciculatis, 3—5-jugis, dense cinereo-hirsutis; foliolis minimis, ovalibus vel obovatis, acutiusculis; floribus fasciculatis, brevissime pedunculatis; lobis calycis subulatis, calycem subaequantibus; vexillo extus hirsuto; »lomentis plumoso-pilosis».*

Ein 0,5 m hoher Strauch, reichlich mit verästelten, rotgelben Dornen versehen; die jüngeren verholzten Sprosse rotbraun, spärlich mit rostbraunen, bald abfallenden Härchen besetzt. Blätter an allen Teilen dicht weiss behaart; Rhachis 6—7 mm lang, nur die obere Hälfte mit gewöhnlich 4, bisweilen 3 oder 5 Blattpaaren versehen; Teilblättchen 1,5—2 mm lang, 0,5—1 mm breit. Blüten mehrere zusammen auf den Kurzsprossen aufsitzend, und zwar auf 1—3 mm langen Stielen; Kelch weiss behaart, 4 mm lang, wovon etwa die Hälfte auf die pfriemenförmigen, spitzen Zipfel kommt. Fahne inwendig gelb gefärbt und unbehaart, aussen rotgelb gefärbt und weiss behaart, 7 mm lang, 5 mm breit; Flügel gelb gefärbt, 6 mm lang, 1,5 mm breit, die Spreiten aussen kahl, innen ein wenig behaart und der Nagel am oberen Teil der Aussenseite lang weiss-behaart; Schiffchen gelbbraun gefärbt, 6 mm lang, 2,5 mm hoch.

**Patagonium arenicola** R. E. FR. nov. sp.

*Frutex spinosissimus, ramulis argenteo-villosis; foliis 3—5-jugis, argenteo-sericeis; foliolis fasciculatis, anguste obovato-oblongis, apice obtusiusculis vel subacutis; floribus fasciculatis, pedunculis calyce hirsuto et sparsim glanduloso brevioribus; lobis calycis triangularibus, brevissimis; vexillo glabro; lomentis setis plumosis paucis praeditis.*

Ein 0,5—1 m hoher, aufrechter Strauch mit hellgelber oder graugelber Rinde und reichlich mit verästelten, 3—4 cm langen, hellgelben Dornen besetzt. Jahressprosse dicht wollig von weissen, abstehenden Härchen, mit 5—7 mm langen Internodien; auf den älteren Sprossen sitzen die Blätter in Büscheln auf warzenförmigen Kurzsprossen. Blätter an allen Teilen mit dicht angedrückten, silbernen Haaren besetzt; Rhachis etwa 1 cm lang, wovon nur das oberste Drittel oder die Hälfte Teilblättchen trägt, oberhalb derselben läuft sie in eine kurze Spitze aus; Blattpaare gewöhnlich 4, mitunter 3 oder 5; Blättchen schmal umgekehrt eiförmig oder schmal länglich, spitz oder abgestumpft, 3—5 mm lang, 1—1,5 mm breit, gewöhnlich den Mittelnerv entlang rinnenförmig gefaltet; Nebenblätter dreieckig oder breit lanzettlich, spitz, aussen dicht weiss-behaart, innen kahl und braun, 2 mm lang. Blüten 5—7 aus den Blattachsen entspringend, auf Kurzsprossen aufsitzend; Blütenstiele kurz, nur 2—3 mm lang, während des Fruchtstadiums zu 3—5 mm Länge heranwachsend, dicht weiss-behaart. Kelch becherförmig, weiss-behaart und mit Drüsenhaaren besetzt, 4 mm lang, 3 mm im Durchmesser; Kelchzipfel dreieckig, spitz, 1 mm lang, 1,5 mm breit. Fahne gelb gefärbt, 8—9 mm lang, 7—8 mm breit, sowohl aussen als innen unbehaart; Flügel gelb gefärbt, aussen kahl, innen zum Teil behaart, 8 mm lang, 2,5 mm breit; Schiffchen weissgelb gefärbt, kahl, 7 mm lang, 3 mm hoch. Frucht im allgemeinen nur aus einem, bisweilen aus 2 Gliedern bestehend; diese sind 5 mm lang, 3—4 mm breit, kreisrund, auf der Dorsalseite eingebuchtet, behaart und jederseits mit etwa 10 zerstreut sitzenden, starren, weisshaarigen, 3 mm langen Börstchen besetzt.

Prov. Jujuy: Moreno in arena volatili, ca. 3500 m. s. m. (6 Dec. 1901; FR. 881).

Von den mir bekannten *Patagonium*-Arten dürfte *P. arenicola* dem *leucopogon* (PHIL.) REICHE am nächsten stehen; diese weicht indes ab durch kleinere Blätter, durch kleinere und zahlreichere und mit längeren, weicheren und zahlreicheren Pinselhärchen versehene Glieder der Hülse, durch die rotgelbe Rinde der Zweige u. s. w.

#### ***Patagonium Nordenskiöldii* R. E. FR. nov. sp.**

*Frutex spinosus, ramulis foliisque 6—8-jugis pilosulis; foliis ovalibus, basi et apice rotundatis; floribus racemosis, magnis; pedunculis calyce glanduloso circiter duplo longioribus; lobis calycis brevissimis; vexillo extus dense hirsuto.*

Ein 1—1,5 m hoher Strauch mit graubrauner, dünner, zerrissener und bald abfallender Rinde, welcher dichotomisch verzweigte, bis 8 cm lange, weissgraue Dornen trägt; Jahressprosse behaart mit zerstreuten Blättern und 0,5 cm langen Internodien; in den Achseln dieser Blätter entstehen im folgenden Jahre warzenförmige Kurzsprosse, welche Blattbüschel tragen. Alle Teile des Blattes mit spärlichen, angedrückten, weissen Härchen besetzt; Rhachis oben schwach rinnenförmig, 15—20 mm lang, am unteren Viertel oder Drittel nackt, der obere Teil 6—8 Paare ovale, an beiden Enden gerundete, gegenüberstehende, 2—3 mm lange, 1—1,5 mm breite Teilblättchen tragend; Nebenblätter lanzettlich, spitz, braun und häutig, 2 mm lang. Blüten in 8—10-blütigen, 3—4 cm langen Trauben sitzend; Blütenstandachse oberhalb der Blüten in eine lange, scharfe Spitze auslaufend, später zum Dorn werdend; die aufgeblühten Blumen auf bis 1,3 cm langen, behaarten Blütenstielen aufsitzend. Kelch drüsig behaart, 5—6 mm lang, wovon auf die schmal dreieckigen Zipfel 1—1,5 mm kommen; die Einbuchtungen zwischen den Zipfeln gerundet. Fahne gelb gefärbt, aussen weiss behaart, innen glatt, 14 mm lang, 12 mm breit. Flügel gelb, aussen unbehaart, innen zum Teil behaart, 11 mm lang, 3 mm breit. Schiffchen weissgelb, unbehaart, 13 mm lang, 6 mm hoch.

Prov. Jujuy: Yavi in declivibus montis apricis, ca. 3400 m. s. m. (1 Jan. 1902; FR. 776).

Die Art scheint der *Pat. miraflorense* (REMY) RUSBY am nächsten zu stehen; von dem von mir gesehenen Exemplare dieser Art, wie auch von der Beschreibung WEDDELL's, weicht sie aber u. a. durch kürzere Kelchzipfel und durch die aussen behaarte Fahne ab; sie scheint demnach von ihr leicht unterscheidbar zu sein.

#### **Patagonium Clarenii** R. E. FR. nov. sp.

*Frutex spinosissimus, ramulis foliisque 6—8-jugis hirsutis; foliolis minimis, ovatis, acutis, basi rotundatis; floribus racemosis, magnis; pedunculis calyce glanduloso brevioribus; vexillo extus hirsuto; lomentis densissime plumoso-pilosis.*

Bis 1,5 m hoher Strauch, mit verzweigten, bis 4 cm langen, rotbraunen Dornen reich besetzt; Jahressprosse mit abstehenden oder ein wenig angedrückten Härchen dicht besetzt, mit etwa 0,5 cm langen Internodien; an älteren Zweigen sitzen die Blätter in Büscheln auf warzenförmigen Kurzsprossen. Blätter ganz und gar mit mehr oder weniger angedrückten Härchen bedeckt, im älteren Stadium unbehaart; Rhachis 8—10 mm lang, oben rinnenförmig, im oberen Abschnitte

( $\frac{2}{3}$  der ganzen Länge) 6—8 Blattpaare tragend; Teilblättchen eirund, an der Basis gerundet, am Ende spitz und öfters in eine Haarspitze ausgezogen, längs dem Mittelnerv rinnenförmig gefaltet, 1,5 mm lang, 1 mm breit; Nebenblätter lanzettlich, spitz, häutchenförmig, braun, 2 mm lang. Blüten in etwa 2 cm langen, 4—6-blütigen Trauben; Infloreszenzachsen spitz, im Laufe der Zeit härter und zu Dornen werdend. Blütenstiele 3—4 mm lang, behaart. Kelch drüsig behaart, 4—6 mm lang, wovon auf die dreieckigen, spitzen oder stumpfen Zipfel 1,5—2 mm kommen. Blumenkrone gelb gefärbt. Fahne innen unbehaart, aussen weiss behaart, 14—15 mm lang, 10 mm breit. Flügel aussen glatt, innen zum Teil behaart, 11—12 mm lang, 3 mm breit. Schiffehen unbehaart, 12—13 mm lang, 5—6 mm hoch. Hülse 2—4-gliedrig; Glieder kreisrund mit gerader Rückennaht und ausserordentlich dicht mit 7—10 mm langen, weichen Federhärchen besetzt, deren Hauptachse rotbraun und Seitenzweige weiss gefärbt sind.

Prov. Jujuy: S:a Catalina in collibus petrosis, ca. 3650 m. s. m. (14—16 Jan. 1901; KURTZ 11449).

Die Art steht der vorigen nahe, weicht von ihr aber durch kleinere, mehr behaarte Blätter, kleinere und spitze Teilblättchen, kürzere Blütenstiele u. a. ab.

**Patagonium senticulum** (PHIL.) REICHE, Fl. chil. II pag. 126.

*Adesmia senticula* PHIL. in An. Mus. nac. Chile 1891 pag. 18.

Prov. Jujuy: Moreno loco petroso, 3500 m. s. m. (16 Dec. 1901; FR. 795 a, fructigerum).

Verbreitung: das höhere Cordillereengebiet des nördlichsten Chile und Argentinien.

#### **Patagonium sp.**

Prov. Jujuy: Huancar ad Salinas grandes, in monte saxoso, 3400 m. s. m. (20 Nov. 1901; FR. 795, florigerum).

Steht dem *P. senticulum* sehr nahe, ist aber nicht damit identisch; möglicherweise eine neue Art? Von *senticulum* weicht sie ab durch 4—5-paarige Blätter, kleinere und nicht so dicht behaarte Teilblättchen, Drüsenhärchen an allen grünen Teilen u. s. w. Früchte fehlen. Strauch 1—2 dm hoch.

**Rosaceæ.**

**Alchemilla pinnata** RUIZ et PAV. Fl. per. I pag. 69.

Prov. Jujuy: S:a Catalina, ca. 3650 m. s. m. (10 Jan. 1901; KURTZ 11410 et 11420); Cangrejillos, ca. 3500 m. s. m. (31 Dec. 1901; FR. 980); inter Abrapampa et Cochinoca, ca. 3300 m. s. m. (3 Jan. 1901; KURTZ 11339).

Allgemein im nördlichen Teile des Gebietes, im südlichen Teile wurde sie nicht beobachtet.

Verbreitung: von Peru die Anden entlang bis Catamarca, Rioja und Tucuman.

**Tetraglochin strictum** POEPP. Fragm. Synops. pl. phaner. pag. 26.

*Margyrocarpus alatus* GILL. ex HOOK. et ARN. in HOOK. Bot. Misc. III pag. 305.

Eine der gemeinsten Charakterpflanzen des ganzen Gebietes. — Prov. Jujuy: S:a Catalina, 3650 m. s. m. (22 Jan. 1901; KURTZ 11490. — 14 Jan. 1901; KURTZ 11436); Rinconada, ca. 3800 m. s. m. (3 Jan. 1901; KURTZ 11338); Abrapampa-Cochinoca, ca. 3300 m. s. m. (1 Jan. 1901; KURTZ 11323); Moreno, 3500 m. s. m. (12 Nov. 1901; FR. 727 a); Nevado de Chañi, ca. 4200 m. s. m. (1 Dec. 1901; FR. 727 b; leg. G. v. HOFSTEN). Prov. Salta: Organayoc prope San Antonio de los Cobres, ca. 4500 m. s. m. (2 Nov. 1901; FR. 727).

Verbreitung: von Peru und Bolivia bis Rioja und Catamarca innerhalb des höheren Cordilleregebietes; in Patagonien und im mittleren Chile auch in niedrigerer Höhe.

**Polylepis tomentella** WEDD. Chl. and. II pag. 237, Pl. 78 A.

Prov. Jujuy: Laguna Tres Cruces in fissuris rupium (14 Febr. 1901; KURTZ 11688, fructifera).

Verbreitung: von Peru durch Bolivia bis zum nördlichsten Argentinien.

**Crassulaceæ.**

**Cotyledon peruviana** (MEYEN) BAKER in SAUND. Ref. Bot. I sub tab. 72.

*Echeveria peruviana* MEYEN, Reise I pag. 448.

Prov. Jujuy: Nevado de Chañi in fissuris rupium loco subumbroso, 3500 m. s. m. (11 Dec. 1901; FR. 907, specimina floribus vix evolutis fructibusque anni præcedentis instructa).

Verbreitung: Peru bis zum nördlichsten Argentinien in den Anden.

**Tillæa connata** RUIZ et PAV. Fl. per. I pag. 70, tab. 106, fig. a.

Prov. Jujuy: Moreno ad Nevado de Chañi, in declivibus subumbrosis, 3500 m. s. m. (11 Dec. 1901; FR. 1717, specimina pusilla exsiccata).

Verbreitung: von Ecuador bis zum nördlichsten Argentinien in den höheren Regionen der Anden.

### Cruciferæ.

**Hexaptera cuneata** GILL. et HOOK. in HOOK. Bot. Misc. I pag. 352, tab. 74.

Prov. Jujuy: Nevado de Chañi, loco saxoso, 5600—5700 m. s. m. (29 Nov. 1901; FR. 872, florigera).

Verbreitung: die Anden entlang vom nördlichen Argentinien (Jujuy) und Chile (Atacama) bis nach Santiago hinab; unweit dem ewigen Schnee; nach O. KURTZE auch in Patagonien.

**Lepidium bipinnatifidum** DESV. in Journ. de Botanique III pag. 165 (1814).

Prov. Jujuy: Moreno in cultis, 3500 m. s. m. (14 Dec. 1901; FR. 920); *ibid.*, in fissuris rupium (16 Nov. 1901; FR. 787).

Verbreitung: von Peru bis zum Feuerlande.

**Sisymbrium stenophyllum** GILL. ex HOOK. et ARN. in HOOK.  
Bot. Misc. III. pag. 139 (1833).

Prov. Jujuy: Yavi, 3400 m. s. m. (2 Jan. 1902; FR. 928 *a*); Moreno in fissuris rupium, 3800 m. s. m. (17 Dec. 1901; FR. 928). Specimina floribus fructibusque instructa.

Verbreitung: die Cordilleren Chiles und Argentinien von Jujuy bis Córdoba.

**Brassica Napus** L. Sp. pl., ed. I pag. 666.

Prov. Jujuy: Moreno in cultis, 3500 m. s. m. (20 Dec. 1901; FR. 945, cum floribus fructibusque).

Verbreitung: in Argentinien allgemein kultiviert und verwildert.

**Nasturtium nanum** (SCHLECHT.) WEDD. in Ann. Sc. Nat., Sér. V.  
Botanique. T. I pag. 290 (1864).

*Kardanoglyphos nana* SCHLECHT. in Linnæa 28 pag. 472.

Prov. Jujuy: S:a Catalina ad rivulos, ca. 3650 m. s. m. (20 Jan. 1901; KURTZ 11481, florigerum ac fructiferum); Abrapampa, loco limoso ad rivulum; ca. 3500 m. s. m. (29 Dec. 1901; FR. 964, floribus flavis

fructibusque instructum); Casabindo, loco siccō arenoso, ca. 3500 m. s. m. (28 Dec. 1901; FR. 964 *a*, florigerum).

Verbreitung: Peru bis zum nördlichsten Argentinien.

**Cardamine flaccida** CHAM. et SCHLECHT. in Linnæa I pag. 21 (1826).

**subsp. minima** (STEUD.) O. E. SCHULZ in ENGL. Bot. Jahrb. 32 pag. 451.

Prov. Jujuy: Moreno, loco humidissimo ad rivulum, 3500 m. s. m. (15 Nov. 1901; FR. 767, floribus fructibusque immaturis instructa).

Verbreitung: »in summis Andibus a Chile ad Columbiam» (O. E. SCHULZ).

**Capsella bursa pastoris** (L.) MOENCH. Meth. pag. 271.

Prov. Jujuy: Yavi, ca. 3400 m. s. m. (2 Jan. 1902; FR. 775, florigera ac fructifera). Abrapampa-Cochinoca, ca. 3300 m. s. m. (1901; KURTZ 11321).

Verbreitung: beinahe über die ganze Welt.

**Descurainia canescens** (NUTT.) PRANTL in ENGL. und PRANTL, Nat. Pfl.-fam. III: 2 pag. 192.

*Sisymbrium canescens* NUTT. Gen. N. Amer. Pl. II pag. 68.

Prov. Jujuy: Yavi, in declivibus montis apricis, ca. 3400 m. s. m. (1 Jan. 1902; FR. 983, florigera ac fructifera); Nevado de Chañi, loco subumbroso in fissuris rupium, 3500 m. s. m. (11 Dec. 1901; FR. 891, florigera).

Die erstgenannten Exemplare weichen durch beträchtlich weniger gelappte, nur einfach gefiederte Blätter mit mehr oder weniger eingeschnittenen Lappen ab; sie sind jedoch monströs entwickelt, indem alle Blüten einer Traube verdoppelt sind, mit mehreren Blüten im Kelche.

Verbreitung: weit über das nördliche und südliche Amerika, sowohl in den Anden als in den Niederungen verbreitet.

**Descurainia myriophylla** (H. B. K.) R. E. FR.

*Sisymbrium myriophyllum* H. B. K. ex DC. Syst. II pag. 477.

Prov. Jujuy: Barro negro, Mina de Asfalto in Dep. de Cochinooca, in declivibus ripariis frequenter sed singulatim (13 Febr. 1901; KURTZ 11646, florigera ac fructifera); Moreno locis subhumidis in cultis, 3500 m. s. m. (21 Nov. 1901; FR. 764, floribus fructibusque immaturis instructa).

Verbreitung: von Ecuador durch Peru und Bolivia bis zum nördlichsten Argentinien (Salta und Jujuy), die Anden entlang.

**Crucifera genere non determinata I.**

Atacama: Incachuli in ripa rivuli humida, ca. 4800 m. s. m. (30 Oct. 1901; FR. 703, specimina florigera).

Da keine Früchte tragende Exemplare angetroffen wurden, konnte die Stellung sowohl dieser als der folgenden Art nicht entschieden werden. — Durch ein von zarten Ausläufern gebildetes Rhizom perennierend. Blätter auf 5—15 mm langen Stielen aufsitzend; Blattspreite lineal, unmerklich in den Stiel übergehend, oberhalb der Basis mit 2 mehr oder weniger deutlichen, stumpfen Ausbuchtungen versehen, 3—5 mm lang, auf der Oberseite zerstreut sternhaarig. Blüten 6—7 mm lang, auf etwa 5 mm langen, den Blattachsen entspringenden Stielen aufsitzend. Blumenkrone gelb. Staubgefäße 4, gleichlang. Fruchtknoten länglich, einfächerig mit vielen Samenknospen.

**Crucifera genere non determinata II.**

Prov. Jujuy: S:a Catalina in ripariis, 3650 m. s. m. (16—18 Jan. 1901; KURTZ 11457 et 11459).

Drei bis fünf cm hoch, perennierend, an der Basis verästelt, dicht sternhaarig. Blätter spatenförmig, 8—12 mm lang, spitz oder abgestumpft, ganzrandig oder mit ein paar Zähnen gegen die Spitze hin. Blüten in spärlichblütiger, doldenähnlicher, endständiger Infloreszenz, 3 mm lang; Blumenblätter weiss gefärbt. Früchte unbekannt.

**Ranunculaceæ.**

**Anemone major** (PHIL.) REICHE, Fl. chil. I pag. 8.

*Barneoudia major* PHIL. in Linnæa 28 pag. 609.

*Barneoudia chilensis* GAY var. *major* (PHIL.) KURTZ in Bol. Acad. nac. de ciencias en Córdoba XIII pag. 200.

Atacama: Incachuli, loco arenoso, ca. 5000 m. s. m. (30 Oct. 1901; FR. 710, florigera).

Das einzige beobachtete Individuum hat die Aussenhülle von 2, in zahlreiche breit ovale, abgestumpfte, mehr oder weniger eingekerbte Lappen geteilten Blättern gebildet. Diese waren unbehaart, nur auf der oberen Seite an der Basis behaart, der Farbe nach »umbrina«. Kronenblätter 15, länglich, an der Spitze abgerundet, »castanea«, nur aussen an der Basis behaart, sonst kahl.

Verbreitung: nördlichstes Argentinien bis zum mittleren Chile und Mendoza.



**Ranunculus Cymbalaria** PURSH, Fl. Am. Sept. II pag. 392.

*Ranunculus tridentatus* H. B. K. ex DC. Syst. I pag. 252.

*Ranunculus minutus* GAY, Fl. chil. I pag. 38.

Prov. Jujuy: Rinconada, ca. 3800 m. s. m. ad rivulos (7 Febr. 1901; KURTZ 11600, cum floribus fructibusque); Moreno, ca. 3500 m. s. m. (10 Nov. 1901; FR. 657 a, florigerus).

Die Art schwankt erheblich in der Blattgestaltung und Blattgrösse von 2 cm langen, rundlich nierenförmigen Blattspreiten mit nur eingebuchtetem Blattrande bis zu 0,5 cm langen, 3–5-spaltigen Spreiten. Eine ganz besonders vielgelappte Form ist jene von PHILIPPI aus Atacama beschriebene:

**var. exilis** (PHIL.) R. E. FR.

*Ranunculus exilis* PHIL. Fl. atacam. pag. 7.

Prov. Salta: San Antonio de los Cobres, 3650 m. s. m. (1–6 Nov. 1901; FR. 704 a); Chorrillos, 3925 m. s. m. (30 Oct. 1901; FR. 704). Specimina floribus ornata.

Die Exemplare stimmen völlig mit dem PHILIPPI'schen im Berliner Herbarium überein.

Verbreitung der Art: Sibirien und Grönland, über das nördliche Nordamerika und Mexiko; in Südamerika die Anden entlang bis nach Patagonien und Feuerland hinab.

**Caryophyllaceæ.**

**Melandrium chilense** (GAY) ROHRB. in Linnæa 36 pag. 222.

Prov. Jujuy: Sta Catalina in declivibus ripariis, ca. 3650 m. s. m. (30 Jan. 1901; KURTZ 11528, florens).

Mit einem GAY'schen Exemplare aus Chile im Berliner Herbarium übereinstimmend.

Verbreitung: vom nördlichsten Argentinien bis zum mittleren Chile.

**Stellaria cryptopetala** GRIS. Symb. argent. pag. 27.

Prov. Jujuy: Yavi, 3400 m. s. m. (2 Jan. 1902; FR. 930 a); Mina de Asfalto (Barro negro) in fissuris rupium (13 Febr. 1901; KURTZ 11647); Moreno in fissuris montium, ca. 3800 m. s. m. (17 Dec. 1901; FR. 930).

Verbreitung: die Anden des nördlichsten Argentinien (Jujuy und Salta).

**Colobanthus alatus** PAX in ENGL. Bot. Jahrb. 18 pag. 28.

Prov. Jujuy: Laguna Tres Cruces in Dep. de Cochinoqa, ca. 3400 m. s. m. (31 Dec. 1900; KURTZ 11310); Moreno in ripa rivuli graminosa humida, 3500 m. s. m. (4 Dec. 1901; FR. 879).

Die Exemplare stimmen mit dem PAX'schen Typusexemplare im Berliner Herbarium überein.

Verbreitung: Jujuy bis Catamarca in der alpinen Region

**Arenaria rivularis** PHIL. Fl. atacam. pag. 10.

Prov. Jujuy: Miraflores, loco humido, 3500 m. s. m. (29 Dec. 1901; FR. 678 b); Laguna Colorada, ca. 3800 m. s. m. (20 Oct. 1901; FR. 678); Moreno, 3500 m. s. m. (15 Nov. 1901; FR. 678 a).

Verbreitung: die alpine Region im nördlichsten Argentinien (Jujuy) und Chile (Tarapacá und Atacama).

**Arenaria palustris** NAUD. in GAY, Fl. Chil. I pag. 271.

Prov. Jujuy: S:a Catalina in paludosis, ca. 3650 m. s. m. (14—17 Jan. 1901; KURTZ 11357 et 11466, cum floribus).

Verbreitung: nördlichstes Argentinien, die mittleren und südlichen Provinzen Chiles.

**Spergularia villosa** (PERS.) CAMB. in ST. HIL. Fl. Bras. Merid. II pag. 178.

Prov. Jujuy: Moreno in fissuris rupium, ca. 3800 m. s. m. (17 Dec. 1901; FR. 883 a, florigera).

Verbreitung: Brasilien, Bolivia, Chile und ganzes Argentinien.

**Spergularia andina** ROHRB. in Linnæa 37 pag. 234 (1871—73).

Prov. Jujuy: Moreno ad Nevado de Chañi in fissuris rupium, loco subumbroso, 3500 m. s. m. (11 Dec. 1901; FR. 883, florigera). Etiam in Bolivia a me collecta: Cuesta de Zama prope Tarija in fissuris rupium, ca. 4500 m. s. m. (6 Jan. 1902; FR. 1031, florigera).

Die Exemplare schwanken in Bezug auf die Behaarung der Kelchblätter; sie sind im allgemeinen ganz kahl; indes fehlt es nicht an Blüten mit aussen behaartem Kelch. Sie stimmen hierin wie in den übrigen Merkmalen mit dem von ROHRBACH angeführten MANDON'schen Exemplare (N:o 947; Herb. Kew.) überein; dieses hat jedoch den Kelch öfters behaart.

Verbreitung: die Anden Perus, Bolivias und des nördlichen Argentinien.

**Drymaria cordata** (L.) WILLD. ex ROEM. et SCHULT. Syst. 5 pag. 406.

Prov. Jujuy: Yavi, in fissuris rupium, ca. 3500 m. s. m. (1. Jan. 1902; FR. 1703, cum floribus fructibusque).

Verbreitung: innerhalb der tropischen und subtropischen Regionen der Alten und Neuen Welt weit verbreitet.

**Pycnophyllum bryoides** (PHIL.) ROHRB. in Linnæa 36 pag. 662.

*Stichophyllum bryoides* PHIL. Fl. atacam. pag. 19, Tab. I Fig. D.

Atacama: Incachuli in monte aprico arenoso, ca. 4800 m. s. m. (31 Nov. 1901; FR. 711).

Verbreitung: nördlichstes Argentinien und Chile in den höchsten Regionen der Anden.

**Pycnophyllum convexum** GRIS. Pl. Lor. pag. 28.

Prov. Jujuy: S:a Catalina, Mina Perdida in petrosis frequens, 4100 m. s. m. (25 Jan. 1901; KURTZ 11493).

Verbreitung: Jujuy bis Catamarca in den höheren Gebieten der Cordilleren.

**Reicheella andicola** (PHIL.) PAX in ENGL. und PRANTL, Nat. Pfl.-fam..  
Ergänzungsheft I pag. 21.

*Lyallia andicola* PHIL. in An. Mus. nac. Chile 1891 pag. 7, Tab. I Fig. 7.

*Bryopsis andicola* (PHIL.) REICHE, Fl. chil. I pag. 206.

Prov. Jujuy: Nevado de Chañi, ca. 4500 m. s. m. (28 Nov. 1901; FR. 863, florigera).

Verbreitung: das höher gelegene Cordilleregebiet des nördlichsten Chile und Argentinien.

Da die von PHILIPPI und von REICHE und PAX gelieferten Beschreibungen ziemlich unvollständig und betreffs der Blütenteile einander widerstreitend sind, wird hier eine Beschreibung der von mir teils getrockneten teils reichlich in Alkohol aufbewahrten Exemplare mitgeteilt. Das PHILIPPI'sche Original Exemplar habe ich nicht gesehen, auf die Beschreibungen und die PHILIPPI'sche Abbildung gestützt glaube ich indes meine Exemplare ganz sicher mit der fraglichen Art identifizieren zu können.

Sie bildet mehr oder weniger dichte Teppiche oder kleine Polster, mit Sprossen, von denen einige aufrecht, dichtblättrig, andere auslaufend und spärlich beblättert sind. Von der Unterseite der Sprossen entspringen zahlreiche kräftige, bis 2,5 mm dicke, gelbbraune Wurzeln. Die aufrechten Sprosse sind zu 3—5 mm von äusserst dichtgedrängten, in 4 Reihen geordneten, ovalen, schuppenförmigen, an der Spitze gerundeten, 2,5 mm langen, 1,5 mm breiten Blättern bedeckt; die gegenständigen und an der Basis unbeträchtlich mit einander verwachsenen Blätter sind von einem einfachen Mittelnerv durchzogen, am Rande haben sie einen schmalen Häutchenaum und sind mit äusserst kurzen, bisweilen kaum wahrnehmbaren, abstehenden Härchen versehen. Blüten

endständig, vereinzelt und völlig ungestielt. Kelch vierblättrig, mit laubblattähnlichen, nur an der Basis unbedeutend verwachsenen Kelchblättern. Blumenblätter vier, mit den Kelchblättern abwechselnd, weiss gefärbt, häutig, spatelförmig, ganzrandig und an der Spitze gerundet, länger als die Kelchblätter, 3—3,5 mm lang, 1,5 mm breit. Staubblätter 8; Staubfäden 2—2,5 mm lang; Staubbeutel oval, dorsifix. Fruchtknoten fast kugelig, etwas abgeplattet, einfächerig; 2 Griffel, bis zur Basis frei; Samenanlagen wenige, an allen untersuchten Blüten 4, basal. Frucht unbekannt.

**Paronychia Hieronymi** PAX in ENGL. Bot. Jahrb. 18 pag. 34.

Prov. Jujuy: S:a Catalina in arenosis (16—18 Jan. 1901; KURTZ 11458). A me etiam in Bolivia australi lecta: Salitre prope Yavi, ca. 4000 m. s. m. (6 Jan. 1902; FR. 1017 a); Cuesta de Zama prope Tarija, in fissuris rupium, ca. 4500 m. s. m. (8 Jan. 1902; FR. 1017).

Die Exemplare stimmen mit dem PAX'schen Typusexemplare im Berliner Herbarium ziemlich gut überein.

Verbreitung: vorher nur aus den Anden der Provinz Tucuman bekannt.

**Acanthonychia polycnemoides** (SCHLECHT.) ROHRB. in MARTIUS, Fl. bras. XIV: 2 pag. 250.

*Paronychia polycnemoides* SCHLECHT. in Linnæa 13 pag. 407.

Prov. Jujuy: S:a Catalina in arenosis frequens (18 Jan. 1901; KURTZ 11474); Abrapampa in campo arenoso, ca. 3500 m. s. m. (30 Dec. 1901; FR. 971); Moreno in fissuris rupium, 3500 m. s. m. (16 Nov. 1901; FR. 788).

Verbreitung: Mexiko und die Anden entlang von Columbia bis zum südlichen Argentinien; auch in der Ebene.

**Portulacaceæ.**

**Calandrinia acaulis** H. B. K. Nov. gen. et sp. pl. VI pag. 78.

Prov. Jujuy; S:a Catalina in fissuris rupium, ca. 3650 m. s. m. (9 Jan. 1901; KURTZ 11395, florigera).

Verbreitung: von Mexiko die Anden entlang bis zum nördlichsten Argentinien und mittleren Chile (Antuco).

**Calandrinia occulta** PHIL. Fl. atacam. pag. 20.

Prov. Jujuy: S:a Catalina ad rivulos, ca. 3650 m. s. m. (8 Jan. 1901; KURTZ 11392, specimina floribus fructibusque instructa). Prov.

Salta: San Antonio de los Cobres in ripa rivuli graminosa humida, ca. 3500 m. s. m. (27 Oct. 1901; FR. 712, florigera).

Verbreitung: in den höheren Regionen der Anden, in Argentinien innerhalb der nördlichsten Provinzen, in Chile von Atacama bis nach Santiago.

**Calandrinia punæ** R. E. FR. nov. sp.

*Herba perennis, glaberrima, radice crassa; foliis rosulatis, e basi vaginante linearibus, carnosis, acutis vel obtusiusculis; scapis folia subduplo superantibus, aphyllis, apice dichasium pauciflorum gerentibus; sepalis late ovatis, liberis; petalis flavis; staminibus 5; seminibus rotundis, planis, non alatis, levibus.*

Wurzel spulenförmig geschwollen oder gleichdick, 6 cm lang und bis 1,5 cm dick, mit dünnen, gelbbraunen Häutchen bedeckt. Stamm einfach oder von der Basis aus in ein paar, höchstens 1 cm lange, unterirdische, Blattrosetten tragende Achsen verzweigt. Blätter fleischig, fadenförmig, im Querschnitt rundlich oder oval, 1,5—3 cm lang, 1,5 mm im Durchmesser, an allen Teilen gänzlich unbehaart. Die achselständigen Infloreszenzenstiele ein Paar in jeder Blattrosette, drehrund und unbehaart, 3—5 cm lang. Bracteen gegenüberstehend, an der Basis unbeträchtlich mit einander verwachsen, spitz, häutig, die grössten 2,5 mm lang. Blüten 5—10 in Dichasien; Blütenstiele 2—3 mm lang, zur Zeit der Fruchtreife bis 4 mm lang. Kelchblätter frei, gewölbt, breit oval, oben gerundet und abgestumpft oder mit unbedeutender Spitze, gelbgrün mit rotem Anflug, 2—2,5 mm lang, 1,5 mm breit. Blumenblätter 5, eirund-länglich, an der Spitze gerundet, 3 mm lang, etwa 1 mm breit. Staubblätter fünf, 2 mm lang. Fruchtknoten 1,5 mm lang, 1 mm im Durchmesser; Griffel 1 mm lang. Kapsel eirund, dreieckig mit gerundeten Ecken, glatt, vielsamig, 3 mm lang, 1,5 mm im Durchmesser. Samen kreisrund, abgeplattet mit rundem Rande, auf den Seitenflächen konkav, 0,5 mm im Durchmesser.

Prov. Jujuy: S:a Catalina in arenosis, ca. 3600 m. s. m. (14—22 Jan. 1901; KURTZ 11438, florigera ac fructifera); Casabindo in campo arenoso-petroso siccio aprico frequenter, ca. 3500 m. s. m. (28 Dec. 1901; FR. 975, florens).

**Portulaca rotundifolia** R. E. FR. nov. sp.

*Herba perennis, glabra, radice crassa, saepe napiformi, caulibus prostratis; axillis glabris; foliis petiolatis, orbicularibus, apice rotundatis, basi rotundatis vel interdum subcuneatis, carnosis; floribus terminalibus, ses-*

*silibus, solitariis vel perpauca congestis; petalis flavis calycem glabrum duplo superantibus; seminibus metallice iridiscensibus, foveolatis.*

Wurzel dick, zylindrisch oder spulenförmig geschwollen, bis 1,5 cm im Durchmesser, öfters in mehrere grobe Äste verzweigt, mit einer gelbbraun-schwarzen, dünnen Rinde bedeckt. Der Stamm am Wurzelhalse in ein paar fleischige und unbehaarte Sprosse verzweigt, deren unterirdische, 1—2 cm lange Teile senkrecht emporsteigen, während die oberirdischen Teile horizontal verlaufen und dem Erdboden angedrückt, bisweilen vom Sande überlagert sind; sie sind mehr oder weniger verzweigt, 3—7 cm lang. Blätter gegenständig oder alternierend, fleischig ( $\frac{3}{4}$  mm dick), hübsch kreisrund (2—4 mm im Durchmesser), eben oder gewöhnlich etwas gewölbt, uhrgläschenförmig, auf 1,5 mm langen, fleischigen Stielen aufsitzend, unbehaart; die Blattachsen unbehaart. Blüten klein, 3—4 mm im Durchmesser und 4 mm lang, wovon auf den unterständigen Teil des Fruchtknotens 1 mm kommt. Kelch dick, fleischig, 2 mm lang, die beiden Blätter in ihrer halben Länge mit einander verwachsen; die beiden Zipfel helmförmig, an der Spitze eingekerbt. Blütenblätter 4, an der Basis kurz verwachsen, umgekehrt eiförmig, an der Spitze eingekerbt, 2,5 mm lang, 1,5 mm breit. Staubblätter 5—6, Staubfäden 2 mm lang. Griffel 2 mm lang; Narben 2, fadenförmig. Kapsel eiförmig, 3 mm lang, 2 mm im Durchmesser; ihr abfallender Deckel trägt zwei Kämme — die vertrockneten, bleibenden Kelchzipfel. Samen rundlich und etwas abgeplattet mit runden Rändern,  $\frac{3}{4}$  mm gross, mit einem kleinen, weissen Arillus; Samenschale schwarz und hübsch metallglänzend mit in Reihen geordneten Grübchen.

Prov. Jujuy: Yavi chica, loco sicco aprico, 3—4000 m. s. m. (3 Jan. 1902; FR. 1707, fructifera); S:a Catalina in arenosis, ca. 3650 m. s. m. (16—22 Jan. 1901; KURTZ 11459, florifera); Moreno, loco arenoso, 3500 m. s. m. (10 Dec. 1901; FR. 885. — 20 Dec.; FR. 885 a).

Die Art gehört zu derselben Gruppe wie *Portulaca oleracea* und steht der *P. fulgens* GRIS. am nächsten; von dieser ist sie jedoch durch ihre bedeutend kleineren und mehr kreisrunden Blätter, durch die ums mehrfache kleineren Blüten, durch den im Verhältnis zu den Blütenblättern kürzeren Kelch u. s. w. leicht unterscheidbar.

**Portulaca pilosa** L. Sp. pl., ed. I pag. 445 (Taf. VIII, Fig. 10).

Prov. Jujuy: Yavi, ca. 3400 m. s. m. (2 Jan. 1902; FR. 1705, floribus fructibusque instructa); Moreno in campo arenoso, 3500 m. s. m.

(12 Dec. 1901; FR. 909, fructifera); ibid. (20 Dec. 1901; FR. 909 a, florigera).

Verbreitung: das südliche Nordamerika, Westindien, die tropischen und subtropischen Teile von Südamerika; in Argentinien bis nach Córdoba hinab.

**Portulaca perennis** R. E. FR. nov. sp. (Taf. VIII, Fig. 11).

*Herba perennis, radice crassa, caulibus prostratis; axillis pilosis; foliis linear-oblongis, carnosis, apice obtusis, basi in petiolum brevem contractis; floribus terminalibus, sessilibus, solitariis vel rarius perpaucis congestis; petalis igneo-croceis, calycis glabri longitudinem duplo triplore superantibus; seminibus laevibus, vix conspicue foveolatis.*

Wurzel kräftig, perennierend, bisweilen etwas fleischig geschwollen bis zu 8 mm im Durchmesser, mit lockeren, sich abschälenden, dünnen, gelbbraunen Häutchen bedeckt, mitunter in ein paar grobe Äste verzweigt. Stamm an der Basis in mehrere, entweder unverzweigte oder seltener spärlich verzweigte, nur bis 2 cm lange Achsen geteilt, welche sich über den Erdboden und zwar an ihn angedrückt verbreiten. Blätter dichtgedrängt, länglich bis schmal-länglich, fleischig mit ovalem Durchmesser, grün und unbehaart, zuweilen rot angehaucht, der ziemlich scharf abgesetzte Blattstiel hellgrün-hyalin; Blattspreite 3—4 mm lang, 1,5 mm breit und 1 mm dick; Blattstiel 1,5—2 mm lang. Axillen mit zahlreichen weiss bis weissgelben Härchen von ungefähr halber Blattlänge versehen. Blüten von mittlerer Grösse, etwa 1,5 cm im Durchmesser. Kelchblätter rund, gewölbt, 4 mm lang, an der Spitze gerundet oder eingekerbt, an der Basis 1 mm miteinander verwachsen, rötlich, mit einem 1 mm breiten, hyalinen Häutchenrande. Blumenblätter 4, umgekehrt eirund, an der Spitze mit rundlicher Ausschweifung, bis 10 mm lang und 6 mm breit, an der Basis unerheblich verwachsen. Staubgefässe zahlreich, etwa 3 mm lang. Griffel 3 mm lang; Narben 7, fadenförmig, 1,5 mm lang. Kapsel kugelig mit abgeflachter Basis, 4 mm hoch, wovon auf den grünen, kahlen, glänzenden Deckel 3 mm kommen. Samen rund und etwas abgeplattet, 0,6 mm gross mit einem unbedeutenden, weissen Arillus; Samenschale schwarz und glänzend, mit sehr feinen Grübchen, aber nicht stachelig.

Prov. Jujuy: Yavi, 3400 m. s. m. (1 Jan. 1902; FR. 886 b); S:a Catalina in arenosis, ca. 3650 m. s. m. (19—22 Jan. 1901; KURTZ 11485); ad Nevado de Chañi in campo arenoso, 3500 m. s. m. (10 Dec. 1901;

FR. 886); Moreno in monte saxoso, ca. 3800 m. s. m. (17 Dec. 1901; FR. 886 a); ibid. in arenosis, 3500 m. s. m. (20 Dec. 1901; FR. 886 c, fructifera).

*Portulaca perennis* steht der vorigen Art nahe; sie unterscheidet sich jedoch von ihr leicht durch die kräftige, perennierende Wurzel, durch die kürzeren Blätter, geringere und kürzere Behaarung in den Blattachsen und durch die kleineren Samen mit ebener, nicht warziger Samenschale.

Verbreitung: in den höheren Regionen der Cordilleren des nördlichen Argentinien und Bolivia (nach zwei Exemplaren im Herbarium zu Kew: PENTLAND, Tichicaca in Bolivia, 12850 p., und MANDON n. 999, Viciniis urbis La Paz, prope Potosi, colle Suquiri, in arenosis, reg. subalpina 3700 m.).

### Nyctaginaceæ.

**Allionia incarnata** L. Sp. pl., ed. II pag. 147.

Prov. Jujuy: Yavi, in monte aprico, 3400 m. s. m. (2 Jan. 1902; FR. 1712); Rio San Juan prope El Angosto, ca. 3400 m. s. m. (2 Febr. 1901; KURTZ 11565). Specimina florifera.

Verbreitung: von Californien und Texas bis Chile und Argentinien sowohl in der Ebene wie auf den Cordilleren.

**Bougainvillea patagonica** DCNE. in D'ORBIGNY, Voyage dans l'Amérique mérid. Atlas Tab. VIII.

Prov. Jujuy: Moreno in montibus saxosis frequenter, 3500—4000 m. s. m. (16 Nov. 1901; FR. 782, specimina floribus instructa).

Die Exemplare gehören der Form *microbracteata* HEIM. (in Denkschr. der K. Akad. d. Wissensch. Wien. Math.-Naturw. Classe Bd. 70 pag. 122) an; die Blüte 3—4 mal länger als die drei Bracteen.

Verbreitung: Jujuy bis Buenos Aires und Patagonien.

### Amarantaceæ.

**Amarantus Blitum** L. Sp. pl., ed. I pag. 990.

Prov. Jujuy: Moreno in cultis, loco subhumido, 3500 m. s. m. (26 Nov. 1901; FR. 876).

Verbreitung: tropische und temperierte Regionen sowohl in der Alten als der Neuen Welt, mehrmals mit dem Menschen eingeführt.



**Amarantus oleraceus** L. Sp. pl., ed. II pag. 1403.

Prov. Jujuy: Moreno in cultis, 3500 m. s. m. (10 Nov. 1901; FR. 743. — 26 Nov. 1901; FR. 762 a. — 12 Dec. 1901; FR. 743 b).

Verbreitung: ursprünglich in Ostindien, später sowohl über die Alte wie die Neue Welt weit verbreitet.

**Guilleminea illecebroides** H. B. K. Nov. gen. et sp. pl. VI, pag. 42 tab. 518.

Prov. Jujuy: Moreno in monte saxoso, 3500 m. s. m. (16 Nov. 1901; FR. 786); ibid., loco arenoso, 3500 m. s. m. (26 Nov. 1901; FR. 786 a).

Die Exemplare stimmen mit dem Ruiz'schen Exemplare im Berliner Herbarium überein; sie weichen nur durch etwas schlankeren Bau ab.

Verbreitung: Mexiko und Ecuador längs den Anden bis zum nördlichsten Argentinien.

**Guilleminea australis** (GRIS.) HOOK. f. in BENTH. et HOOK. f.  
Gen. plant. III pag. 37.

*Gossypianthus australis* GRIS. Pl. Lor. pag. 35 tab. I fig. 2.

Prov. Jujuy: Yavi chica, loco sicco aprico, ca. 3500 m. s. m. (3 Jan. 1902; FR. 1706).

Mit dem GRISEBACH'schen Typusexemplare übereinstimmend.

Verbreitung: Argentinien von Jujuy bis nach Córdoba.

**Guilleminea gracilis** R. E. FR. nov. sp. (Taf. VIII, Fig. 9).

*Radice perenni, crassa, sed non tuberosa; caulibus prostratis, gracilibus, tomentosulis; foliis minutis, integris, basalibus anguste spathulatis et in petiolum longum paulatim contractis, caulinis oppositis et connatis, in apicibus ramorum praesertim confertis, oblongis vel anguste spathulatis, basi in petiolum alatum paulo contractis, apice obtusiusculis, praesertim subtus tomentosulis, glabrescentibus; floribus solitariis, binis ternisve glomeratis.*

Wurzel senkrecht, kräftig, 1—1,5 dm lang, 2—3 mm dick, nach unten verjüngt und mit einer graugelben Rinde bedeckt. Vom angeschwollenen, reich behaarten Wurzelhalse entspringen mehrere radiierende, verästelte, dem Erdboden angedrückte, etwa 5 cm lange Sprosse; die Internodien derselben sind drehrund, spärlich wollhaarig, die unteren gestreckt, bis 1,5 cm lang, die oberen kürzer werdend, so dass die Blätter an allen Zweigenden dichtgedrängt sitzen. Wurzelblätter 1,5 mm breit und etwa 1 cm lang, wovon mehr als die Hälfte auf den Stiel kommt; die niedriger sitzenden Sprossblätter 5—7 mm lang,

1—1,5 mm breit, die oberen kleiner, 2—5 mm lang und 1 mm breit; Blattspreite grün, starr, mit ein wenig eingesenktem Mittelnerv und unerheblich zurückgerollten Rändern, mit langen, weissen, weichen, auf der Oberseite bald abfallenden, auf der Unterseite aber länger bleibenden Härchen; Blattstiel hyalin, kaum schmaler als die Spreite. Bracteen 1—1,5 mm lang, häutig, breit oval, stumpf. Blüten ca. 1 mm lang, aussen mit dichtem, weissem Wollfilz besetzt. Hülle zu etwa der halben Länge vereintblättrig; die Zipfel häutig, länglich, einnervig, an der Spitze abgerundet oder abgestumpft spitz. Staubblattröhre kurz, von etwa der halben Höhe der Blütenröhre ausgehend; Antheren oval, die Basis der Perigonzipfel erreichend. Fruchtknoten ca. 0,5 mm lang, breit eiförmig; Narbe beinahe ungestielt.

Prov. Jujuy: S:a Catalina in arenosis, 3650 m. s. m. (14—22 Jan. 1901; KURTZ 11444, 11473 et 11473 a); Abrapampa, in campo arenoso sicco frequenter, ca. 3500 m. s. m. (30 Dec. 1901; FR. 972).

**Alternanthera microphylla** R. E. FR. nov. sp.

*Rhizomate perenni, gemmis albo-lanatis instructo; caulibus herbaceis prostratis, praesertim ad nodos et ad apicem pilosis, glabrescentibus; foliis minutis, rotundato-rhomboides, integris, acutis, basi in petiolum brevem contractis, junioribus supra et subtus pilis albis adpressis instructis, vetustioribus glabris; capitulis sessilibus, subglobosis; staminibus fertilibus 5, pseudostaminodia integra vel irregulariter incisa duplo superantibus.*

Rhizom unregelmässig gekrümmt, schwarzbraun, bis 5 mm im Durchmesser, oben durch ein reichliches Vorkommen rundlicher, dicht weissfilziger Knospen ausgezeichnet. Zweige vom Rhizom strahlenförmig entspringend, niederliegend, etwa 5 cm lang; Internodien bis 1,5 cm lang, nach oben kürzer, unbedeutend abgeplattet. Blätter 3—7 mm lang, wovon der Blattstiel etwa 1 mm beträgt, und 3—5 mm breit, dick und starr mit auf der Unterseite nur schwach hervortretendem Mittelnerv, gewöhnlich etwas nach oben gewölbt, nach der Spitze hin zusammengezogen oder abgerundet, immer aber mit einer hyalinen Spitze abschliessend. Infloreszenzen 3—4 mm lang, vereinzelt oder nach den Zweigenden hin zusammengedrängt, weiss bis weissgelb gefärbt. Deckblätter rundlich, spitz, am Rande gekerbt, 1,5 mm lang, 1,25 mm breit, gewölbt mit hervorstehendem, härterem Mittelnerv. Vorblätter herzförmig, spitz, ganzrandig oder unbedeutend gekerbt, 1,75 mm lang, 1 mm breit, bootförmig mit hervorstehendem Mittelnerv. Die äusseren

Blumenblätter eiförmig, spitz oder abgestumpft, häutig mit 3 härteren, hervortretenden Nerven, 2,5 mm lang, 1,25 mm breit; die inneren ihnen ähnelnd, aber unbedeutend schmaler. Die fertilen Staubgefäße 5; Staubfäden 1 mm lang; Staubbeutel länglich, 1 mm lang; zwischen allen Staubfäden sitzen einfache, fadenförmige oder abgeplattete und unregelmässig zerspaltene Pseudostaminodien von etwa der halben Länge der Staubfäden. Fruchtknoten rund und ein wenig plattgedrückt, kaum 1 mm im Durchschnitt; Narbe kopfförmig, ungestielt.

Prov. Jujuy: S:a Catalina, 3650 m. s. m. (6 Jan. 1901; KURTZ 11350 et 11351); ibid. (8 Jan. 1901; KURTZ 11387); Abrapampa in campo arenoso sicco frequenter, ca. 3500 m. s. m. (30 Dec. 1901; FR. 973).

Die Art ähnelt ein wenig der *Alternanthera (Telanthera) andicola* Moq. (in DC. Prodr. XIII: 2 pag. 373), von der sie sich durch die ungestielten Infloreszenzen, durch die Form der Pseudostaminodien u. a. unterscheidet. Sie scheint übrigens auch der *Alternanthera boliviana* RUSBY (in Mem. Torrey Bot. Club IV (1895) pag. 249) nahe zu stehen. Von dieser habe ich kein Exemplar gesehen; nach der ausführlichen Beschreibung scheint sie aber sehr leicht von *microphylla* zu unterscheiden zu sein, vor allem durch die ungefähr doppelt so grossen Blüten, 3 fertile Staubblätter, kürzere Pseudostaminodien, den im Vergleich zur Länge breiteren Fruchtknoten u. a. Merkmale.

**Gomphrena umbellata** REMY in Ann. Sc. Nat., Sér. III: VI pag. 349.

Prov. Jujuy: Moreno in campo arenoso sicco passim, 3500 m. s. m. (26 Nov. 1901; FR. 878; — 12 Dec.; FR. 878 a. — 11 Dec.; FR. 884).

Stimmen mit von LORENTZ gesammelten, im Berliner Museum aufbewahrten argentinischen Exemplaren überein.

Verbreitung: von Bolivia die Anden entlang bis zum nördlichen Argentinien (Catamarca).

**Gomphrena acaulis** REMY in Ann. Sc. Nat., Sér. III: VI pag. 350.

Prov. Jujuy: S:a Catalina in petrosis, ca. 3600 m. s. m. (16—18 Jan. 1901; KURTZ 11461); Mina Perdida in petrosis arenosisque, ca. 4100 m. s. m. (26 Jan. 1901; KURTZ 11509); inter Timon Cruz et Mina San José in arenoso-petrosis, ca. 3600 m. s. m. (5 Febr. 1901; KURTZ 11585); Laguna Tres Cruces in Dep. de Cochinoça in ripis arenosis lacus, 3400 m. s. m. (14 Febr. 1901; KURTZ 11666).

Verbreitung: die höheren Cordillerenregionen Bolivias und des nördlichen Argentinien bis abwärts nach Tucuman und Catamarca.

**Gomphrena decumbens** JACQ. Hort. Schoenbr. IV pag. 41 t. 482.

Prov. Jujuy: ad Yavi raro, ca. 3400 m. s. m. (2 Jan. 1902; FR. 1704).

Verbreitung: von Mexiko bis abwärts nach Tucuman in Argentinien, in den Anden wie in der Ebene.

### Chenopodiaceæ.

**Chenopodium Quinoa** WILLD. Spec. I pag. 1301.

Prov. Jujuy: Moreno in cultis sponte crescens, 3500 m. s. m. (21 Nov. 1901; FR. 810).

Verbreitung: in Peru heimisch, von Mexiko bis Chile und Argentinien kultiviert.

**Chenopodium frigidum** PHIL. Fl. Atac. pag. 47. Cfr. Hieron.

Sertum Sanjuan. pag. 13.

Prov. Jujuy: Nevado de Chañi, loco sicco aprico, ca. 4300 m. s. m. (1 Dec. 1901; FR. 732 a, specimina florifera leg. G. v. Hofsten).  
Prov. Salta: San Antonio de los Cobres, 3650 m. s. m. (5 Nov. 1901; FR. 732, cum floribus).

Verbreitung: nördliches Chile und Argentinien von Jujuy bis nach San Juan.

**Chenopodium anthelminticum** L. Sp. pl., ed. I pag. 220.

**var. chilense** SCHRAD. Ind. sem. hort. Gott. 1832 pag. 2.

Prov. Jujuy: Alfarsito, loco subhumido, ca. 3500 m. s. m. (29 Dec. 1901; FR. 954, florigerum).

Verbreitung der Art: von Nordamerika bis Argentinien und Chile.

**Chenopodium foetidum** SCHRAD. Mag. Gesell. nat. Berol. 1808 pag. 79.

**f. pumilum** KURTZ in herb.

A *Ch. foetido* typico differt caule gracili, pumilo, 5—15 cm. alto, simplici, foliis minoribus, 1,5—2,5 cm. longis, 4—10 mm. latis.

Prov. Jujuy: Abra de Queta in Dep. de Rinconada ad vias in arenosis ripariis (9 Febr. 1901; KURTZ 11618); Laguna Tres Cruces ad rip. lacus raro (14 Febr. 1901; KURTZ 11674); Moreno im monte saxoso, 3800 m. s. m. (17 Dec. 1901; FR. 896 a); Nevado de Chañi in rupibus subumbrosis, 3500 m. s. m. (11 Dec. 1901; FR. 896).

Verbreitung der Art: von Mexiko durch Südamerika bis nach Buenos Aires; auch in Afrika vorkommend.

**Atriplex atacamensis** PHIL. Fl. Atacam. pag. 48.

Prov. Jujuy: prope Salinas grandes frequenter, 3300 m. s. m. (19 Nov. 1901; FR. 796, specimina floribus femineis instructa).

Stimmt mit einem PHILIPPI'schen Exemplare von Atacama im Berliner Museum sehr gut überein.

Verbreitung: Jujuy und Atacama in dem höheren Cordilleregebiete.

**Atriplex Philippii** R. E. FR. nomen nov.

*Atriplex prostrata* PHIL. in An. Univ. Chile 1873 pag. 535 (non R. BROWN, Prodr. I pag. 406. 1810).

Prov. Jujuy: S:a Catalina in arenosis, 3650 m. s. m. (16 Jan. 1901; KURTZ 11467); Laguna Tres Cruces in Dep. de Cochinoqa, 3700 m. s. m. (31 Dec. 1900; KURTZ 11320); Moreno in cultis, 3500 m. s. m. (14 Nov. 1901; FR. 762. — 21 Nov.; FR. 762 b).

Verbreitung: vom nördlichsten Argentinien bis zum mittleren Chile und Patagonien.

**Atriplex andina** R. E. FR. nomen nov.

*Atriplex pusilla* PHIL. in An. Mus. nac. Chile 1891 pag. 73 (non *Obione pusilla* WEDD. Chl. and. Pl. 90 A, nec *Atriplex pusilla* S. WATS. in Proc. Am. Acad. 9 (1874) pag. 110).

Prov. Jujuy: Moreno, loco salso, 3500 m. s. m. (15 Nov. 1901; FR. 780, specimina florifera).

Verbreitung: das höhere Cordilleregebiet des nördlichsten Argentinien und Chile (Tarapacá).

**Salicornia pulvinata** R. E. FR. nov. sp. (Taf. VII, Fig. 9—11).

*Perennis, pulvinos densos humiles extensos formans; articulis brevissimis, apice plus minus præmorsis, lobis acutis; inflorescentiis sessilibus, brevissimis, semiglobosis vel depressis, apice subrotundis, paucifloris.*

Sprosse horizontal, zahlreiche Nebenwurzeln entwickelnd, und in kurze, emporgerichtete, dicht gedrängte Seitensprosse reich verzweigt; nur die Spitzen dieser ragen ein paar mm über die Erde empor. Hierdurch entstehen sehr niedrige, dichte und bis metergrosse, oben ebene Teppiche oder Kissen, welche gelbgrün gefärbt sind. Die Glieder der Zweige nur 1,5—2 mm lang, ca. 2 mm dick und ziemlich unbeträchtlich seitlich abgeplattet, an der Spitze mit einer rundlichen Einbuchtung, mit 0,5—1 mm langen, spitzen, mehr oder weniger deutlich gekielten Zipfeln. Infloreszenzen kurz, ca. 2 mm lang. Blüten drei in

jeder Blattachsel, dicht stehend, aber unter sich frei, und wegen der gegenständigen Blattstellung mithin 6 in einem falschen Kranze geordnet; gewöhnlich ist nur 1, bisweilen 2 Kränze entwickelt. Blütenhülle konisch, fleischig, oben abgeplattet, ca. 1,5 mm lang, an der Mittelblüte viereckig, an den Seitenblüten dreieckig; die erstere zwittrig, die letzteren weiblich. Staubblatt 1 mit 0,5 mm langem Filament und  $\frac{3}{4}$  mm langer, ovaler Anthere. Fruchtknoten abgeplattet, kreisrund, 0,5 mm im Diameter; Griffel 0,5 mm lang; Narben 2, fadenförmig, ca. 0,5 mm lang.

Prov. Jujuy: Laguna Colorada, loco salso, ca. 3800 m. s. m. (20 Oct. 1901, FR. 805); Moreno, locis salsis subhumidis, 3500 m. s. m. (18 Oct. 1901; FR. 805 a).

Die Art weicht durch die kompakte, kissenbildende Weise ihres Wachstums, durch ihre äusserst kurzen Glieder und Infloreszenzen und sonst geringen Dimensionen von allen anderen *Salicornia*-Arten ab.

Verbreitung: ausser von den angeführten Lokalen auch von Bolivia (Viciniis Biacha inter Cautapa et Nasacara, locis salicariis. Reg. temp. 4000 m. Juni 1858) von MANDON gesammelt, und zwar in einem bisher übersehenen, sterilen Exemplare, das ich unter *Frankenia triandra* (MANDON N:o 945) im Herbarium Kewense angetroffen habe.

## Polygonaceæ.

**Rumex crispus** L. Sp. pl., ed. I pag. 335.

Prov. Jujuy: Moreno, in cultis ad margines fossarum etc. frequenter, 3500 m. s. m. (14 Nov. 1901; FR. 757, florens. — 21 Nov.; FR. 757 a, cum fructibus).

Verbreitung: Europa, Asien, Nord- und Südamerika, die Falklandsinseln, Neuseeland.

## Rafflesiaceæ.

**Pilostyles Berterii** GUILL. in Ann. sc. nat., Sér. II: II pag. 21, tab. 1.

Prov. Jujuy: Moreno in *Patagonio Hystrii* rarissime, 3500 m. s. m. (15 Dec. 1901; FR. 918, specimina florifera).

Verbreitung: vorher nur von Argentinien bekannt (Mendoza auf *Patagonium pinifolium*; KURTZ) und von Chile teils zwischen Tolar grande und Guanaqueros in Tarapacá (PHILIPPI), teils von einem nicht näher angegebenen Lokale (BERTERO) auf *Patagonium arboreum*.

### Urticaceæ.

**Urtica echinata** BENTH. Pl. Hartweg. pag. 252.

Prov. Jujuy: Nevado de Chañi, loco saxoso aprico, ca. 4500 m. s. m. (30 Nov. 1901; FR. 867).

Hierher gehört vielleicht ein Exemplar von S:a Catalina (3650 m. s. m.; 6—7 Jan. 1901; KURTZ 11360), welches jedoch durch längliche, schmälere Blattspreiten (1,5—2,5 cm lang und 0,5—1,2 cm breit) abweicht; ist möglicherweise auch eine besondere Art.

Verbreitung: von Ecuador die Anden entlang bis zum nördlichsten Argentinien und mittleren Chile.

### Piperaceæ.

**Peperomia peruviana** (MIQ.) DAHLST. in K. Sv. Vet. Akad:s Handl. 33. N:o 2 pag. 32.

*Tilldenia peruviana* MIQ. in Nov. act. acad. cæs. Leop.-Carol. XIX. Suppl. 1 (1843) pag. 483.

*Peperomia umbilicata* GRIS. Symb. argent. pag. 91 (non RUIZ et PAV.)

Prov. Jujuy: Yavi in fissuris rupium, ca. 3400 m. s. m. (2 Jan. 1902; FR. 1702).

Verbreitung: die Anden entlang von Peru (Titicaca) bis abwärts nach Catamarca in Argentinien, in der alpinen Region.

### Iridaceæ.

**Herbertia pulchella** SWEET. Brit. Flow. Gard. tab. 222.

Prov. Jujuy: S:a Catalina in petrosis, ca. 3650 m. s. m. (11 Jan. 1901; KURTZ 11431. — 21 Jan.; KURTZ 11489); Cuesta de las Flores, inter S:a Catalina et San Juan in petrosis, 4000 m. s. m. (KURTZ 11574); Miraflores in campo arenoso aprico, ca. 3500 m. s. m. (29 Dec. 1901; FR. 965). Etiam in Bolivia australi a me collecta: inter Salitre et Quebrada honda in monte saxoso aprico, ca. 4000 m. s. m. (6 Jan. 1902; FR. 965 a).

Alle Exemplare sind durch niedrigeren Wuchs und in allen Teilen winzigere Dimensionen gekennzeichnet (alpine Form). Sie stimmen jedoch völlig mit aus Valparaiso stammenden Exemplaren im Herbarium Kewense, welche von BAKER zu *H. pulchella* geführt wurden, überein.

Verbreitung: Chile, Argentinien und südliches Brasilien.

**Sisyrinchium chilense** HOOK. in Bot. Mag. tab. 2786.

Prov. Jujuy: S:a Catalina in paludosis, 3650 m. s. m. (14 Jan. 1901; KURTZ 11439); Laguna Tres Cruces ad lacus marginem, 3700 m. s. m. (14 Febr. 1901; KURTZ 11683); Moreno, locis humidis, 3500 m. s. m. (20 Dec. 1901; FR. 934). Specimina omnia floribus fructibusque ornata.

Alle Exemplare stimmen mit *S. azureum* PHIL. (Fl. atac. pag. 50) überein, welche Art jedoch von BAKER zu *S. chilense* gestellt wird.

Verbreitung: von Mexiko bis zum Feuerlande, in den Anden wie auch in der Ebene.

**Sisyrinchium pusillum** H. B. K. Nov. gen. et sp. pl. I pag. 323.

Prov. Jujuy: Mina Perdida in Dep. de S:a Catalina, ca. 4100 m. s. m. (31 Jan. 1901; KURTZ 11542). Etiam in Bolivia australi a me collecta: Salitre prope Yavi, in monte saxoso aprico, ca. 4000 m. s. m. (6 Jan. 1902; FR. 1002).

Die Exemplare stimmen völlig mit den MANDON'schen aus Bolivia (n. 1221) überein, wie auch, nach dem unvollständigen Typusexemplare KUNTH's im Berliner Herbarium zu urteilen, mit diesem.

Verbreitung: von Ecuador, durch Bolivia bis zum nördlichsten Argentinien, in den höheren Regionen der Anden.

**Amaryllidaceæ.****Haylockia andina** R. E. FR. nov. sp. (Taf. IX, Fig. 1—2).

*Bulbo rotundo vel pyriformi, collo longo scapum brevem includente; foliis (ignotis); spatha hyalina, apice bifida; ovario sessili; laciniis perianthii oblongis, acutis, supra albidis, subtus roseis, stamina longa in tubo longo sita plus duplo superantibus; stigmatibus brevissime trifido.*

Zwiebel 2—3 cm im Diameter, mit schwarzbraunen Häutchen bedeckt; Hals 5—10 cm lang, 0,5—1 cm dick, den Blütenstiel ganz umschliessend und verbergend. Blätter zur Blüte- und Fruchtzeit nicht entwickelt. Spatha 2—3 cm lang, in zwei 6—10 mm lange, spitze Lappen geteilt, den Fruchtknoten und den grösseren Teil der Blütenröhre umschliessend. Blüte vereinzelt in der Spatha, ungestielt und mit ihrem Basalteil von den Häutchen des Halses verdeckt. Fruchtknoten eiförmig, 5 mm lang, 3 mm breit; Krone trichterförmig, 4—5 cm lang, wovon die gleichdicke Blütenröhre die Hälfte beträgt; Perigonblätter einander gleich, die äusseren nur unbedeutend breiter, 8—9 mm,



die inneren 7 mm breit. Staubblätter etwas unterhalb des Schlundes befestigt; Staubfäden fadenförmig, jeder zweite etwa 8, resp. 10 mm lang; Antheren 5 mm lang. Griffel etwas länger als die Staubblätter, jedoch nur ungefähr bis zur halben Länge der Blumenblätter hinreichend. Narbe seicht dreiteilig. Kapsel ca. 6 mm lang. Samen platt, halbkreisförmig, schwarz, glatt und glänzend, 4—6 mm lang.

Prov. Jujuy: Moreno in monte saxoso, ca. 3800 m. s. m. (15 Oct. 1901; FR. 661, florigera); Nevado de Chañi, ca. 4500 m. s. m. (28 Nov. 1901; FR. 661 a, fructus).

*Haylockia andina* ist der zweite Vertreter<sup>1</sup> der bisher monotypen, aus Uruguay bekannten Gattung. In den längeren, unterhalb des Schlundes befestigten Staubblättern hat sie einen Anknüpfungspunkt an die Gattung *Zephyranthes* und führt diese beiden Gattungen näher zusammen. Von *Haylockia pusilla* unterscheidet sie sich ausser durch die Länge und den Platz der Staubblätter auch durch die Farbe der Krone, die seicht geteilte Narbe u. s. w. Die Art gleicht im Habitus sehr *Crocopsis fulgens* PAX aus dem höheren Cordillereengebiete Perus, welche Gattung jedoch die Staubfäden röhrenförmig verwachsen hat.

#### **Hippeastrum marginatum** R. E. FR. nov. sp. (Taf. IX, Fig. 3—4).

*Habranthus, glaberrimus, foliis pluribus, linearibus, planis, apice rotundatis, albo-marginatis, margine dentatis; scapo elato, foliorum longitudinem plus minus æquante; bracteis exterioribus duabus lineari-lanceolatis, interioribus numerosis linearibus; floribus numerosis, longe pedunculatis, purpureis; tubo longo, angusto; perigonii laciniis oblongis, acutis.*

Zwiebel rund, 6 cm im Durchmesser, nach oben in einen etwa 5 cm langen Hals verjüngt und von schwarzbraunen Häutchen bedeckt. Blätter etwa 2 dm lang, gleichbreit und 4—6 mm breit, mit hyalinen Rändern versehen, die unregelmässige, nur bei Vergrösserung sichtbare, hyaline Zähne tragen. Infloreszenzenstiel drehrund, gestreift, etwa 2,5 dm lang, 2—3 mm dick. Die beiden Spathablätter an der Basis ein wenig mit einander verwachsen, 8 cm lang, unten 0,7 cm breit, hellrot; die inneren Bracteen bis 6 cm lang, weiss und hellrot. Blütenstiele etwa 10, von 4—6 cm Länge. Fruchtknoten 8 mm lang. Röhre 3—3,5 cm lang, 1,5 mm weit, oben unbedeutend bis zu 3 mm im Durchmesser erweitert; Saum trichterförmig mit 5—6 mm breiten und spitzen Perigonzipfeln, deren 3 äussere etwa 15—20 mm lang sind, die inneren ein paar mm kürzer. Staubfäden im Schlund mit der

<sup>1</sup> Im Herbarium zu Kew sah ich noch eine dritte, nicht beschriebene Art dieser Gattung, aus Uruguay stammend.

Krone verwachsen, unter einander frei, drei von ihnen 10—11 mm, die 3 anderen 6—8 mm lang, an der Basis unerheblich abgeplattet und häutig, nach oben verjüngt und fadenförmig; Antheren länglich, gelb, nicht aus der Krone herausragend. Griffel fadenförmig, gerade so lang wie die Krone; Narbe in drei 1—2 mm lange, fadenförmige Zipfel gespalten.

Prov. Jujuy: S:a Catalina, El Angosto in arenosis, 3600 m. s. m. (1 Febr. 1901; KURTZ 11559). Nomen vernac.: »Campanilla» (FR. CLAREN).

Betreffs der Blütenform — mit langer, schmaler Röhre — ähnelt die Art am meisten der *H. soratense* BAKER, mit der sie denn auch zunächst verwandt sein dürfte. Durch die reichblütige Infloreszenz, kürzere Röhre u. a. Merkmale unterscheidet sie sich indes sehr gut vom Originalexemplare dieser Art im Herbarium Kewense.

### **Eustephiopsis** R. E. FR. nov. gen. (Taf. VIII, Fig. 12—15).

*Bulbus tunicatus, collo producto. Inflorescentia pseudoumbellata, 2—multiflora, floribus stipitatis. Perigonium infundibuliforme, tubo brevissimo vel breviter cylindrico, lobis erecto-patentibus, subaequalibus. Stamina fauci affixa, subaequalia, inclusa, erecta; filamenta a basi ad  $\frac{2}{3}$  vel longius alata, basi libera, alis in annulum apice connatis; anthera lineari-oblongae, dorso affixae. Ovarium triloculare, ovulis in loculis numerosissimis, biseriatis; stylus filiformis stigmatate capitato vel trifido instructus.*

Die Gattung *Eustephiopsis* nimmt einen Platz zwischen *Eustephia* und *Stenomesson* ein, und zeigt mit der vorigen die engste Verwandtschaft. Sie ist vor allem durch den Bau der Staubblätter charakterisiert. Während die Filamente bei *Eustephia* unter einander vollständig frei sind und in der Nähe der Spitze zwei fadenartige, freie Anhängsel haben — ein Umstand, der deutlich aus der Abbildung CAVANILLES' von *Eustephia coccinea* (Ic. plant. III tab. 238) hervorgeht, und welchen auch ein im Herbarium zu Kew aufbewahrtes Exemplar deutlich zeigte — so hat die Gattung *Eustephiopsis* ihre Filamente von der Basis bis ungefähr  $\frac{2}{3}$  ihrer Länge oder länger mit Flügeln berandet, welche nach oben in Zähne von verschiedener Form auslaufen. Die Filamente sind an der Basis und längs dem grössten Teile ihrer Länge frei, die Flügel dagegen sind an der Spitze unter einander ringförmig zusammengewachsen. Dieser Charakter scheint mir von einer so grossen systematischen Wichtigkeit zu sein, dass es unmöglich ist, meine Arten in der Gattung *Eustephia* unterzubringen, weshalb ich eine neue Gattung bilden muss, was auch die Billigung des bekannten Amaryllidaceen-Kenners J. G. BAKER, dem das Exemplar gezeigt wurde, fand.

Bis jetzt sind nur drei zur Gattung *Eustephia* gehörige Arten beschrieben worden, die von CAVANILLES 1794 aufgestellte *Eustephia coccinea*, auf welche sich die Gattung gegründet hat, ferner zwei von PAX 1890 beschriebene Arten, *argentina* und *marginata*, aus Catamarca und Ríoja stammend. Von letzterer Art hatte ich

Gelegenheit ein Typusexemplar im Bot. Museum zu Berlin zu sehen, und konnte dabei konstatieren, dass dessen Staubblätter im Bau vollkommen mit der weiter unten zu schildernden *Eustephiopsis speciosa* übereinstimmte, ein Umstand, der es notwendig macht, diese Art in die Gattung *Eustephiopsis* überzuführen. Von *E. argentina* habe ich kein Exemplar gesehen und kann deshalb ihre Stellung nicht bestimmen. Da PAX ebenso wenig in seiner Beschreibung von *marginata*, wie in der von *argentina*, die Verwachsung der Filamente erwähnt, so ist es nicht ausgeschlossen, dass auch *argentina* sich durch denselben Charakter auszeichnet, wenn auch bis jetzt nichts Sicheres darüber geäußert werden kann.

***Eustephiopsis speciosa* R. E. FR. nov. sp. (Taf. VIII, Fig. 14—15).**

*Foliis anguste linearibus, margine laevibus; scapo gracili, subbifloro; bracteis pedunculis longioribus; corollae infundibuliformis laciniis oblongis vel obovatis, intus albido-roseis, extus albidis et incarnato-venosis; filamentorum dentibus patulis, acutis; antheris inclusis; stigmatе trifido, incluso vel parum exserto.*

Zwiebel rund, 2—3 cm im Diameter, gleichzeitig Blätter und Blüten tragend. Blätter 3—5, von einer stengelumfassenden Basis entspringend, linealisch, abgestumpft oder spitz, unbehaart, auf der oberen Seite plan, auf der unteren Seite etwas konvex, völlig ganzrandig; Blattspreite 10—15 cm lang, 2—2,5 mm breit. Stengel glatt, von der Zwiebel an gerechnet im allgemeinen ungefähr 15 cm lang, aber von 10 bis 30 cm variierend, etwas abgeplattet, 2 × 3 mm im Durchschnitt. Infloreszenz ein- oder gewöhnlich zweiblütig, nur an einem der gesammelten Exemplare 3-blütig: Spathablätter 2, an der Basis sehr kurz verwachsen, von einer 4 mm breiten Basis aus sich verjüngend, 3—5 cm lang, häutchenähnlich, weiss-rosa, der dreiblütige Blütenstand mit einer 2 cm langen, fadenförmigen, häutchenähnlichen inneren Bractee; Blütenstiele kürzer als die Spathablätter, 0,5—2,5 cm lang. Blütenröhre unbedeutend, 1—2 mm lang, 3 mm weit; die äusseren Perigonblätter länglich, an der Basis verjüngt, oben spitz und in eine kurze, fadenförmige Spitze auslaufend, bis 3 cm lang und 1 cm breit; die drei inneren breiter, umgekehrt eirund, an der Spitze gerundet mit kürzerer Spitze, bis 3 cm lang und 1,5 cm breit. Filamente an dem oberen Teile der Röhre befestigt, kürzer als die Perigonblätter mit unten schmalen, oben sich erweiternden Häutchenrändern versehen, die in zwei spitze Zähne auslaufen, zwischen welchen der an jedem zweiten Staubblatt etwa 3—4 mm resp. 5—7 mm lange, fadenförmige Teil der Filamente fortgeht. Anthere länglich, 3—5 mm lang, wie der fadenförmige Teil der Filamente gelb, die Zähne weiss mit purpurroten Rändern. Griffel

fadenförmig, ungefähr von der Länge der Blütenhülle, zitronengelb: Narbe in drei, 2—3 mm lange, fadenförmige Zipfel geteilt. Frucht unbekannt.

Prov. Jujuy: Miraflores in petroso-arenosis (12 Febr. 1901; KURTZ 11643); Laguna Tres Cruces, ca. 3700 m. s. m. (31 Dec. 1900; KURTZ 11319); Usquia in Dep. de Humahuaca in arenosis (20 Febr. 1901; KURTZ 11723); Tres Morros ad Salinas grandes in campo arenoso frequentissime, 3300 m. s. m. (27 Dec. 1901; FR. 948). Specimina omnia floribus ornata.

Die Art steht unzweifelhaft der *Eustephiopsis marginata* (PAX) sehr nahe. Von dem PAX'schen Exemplare im Berliner Bot. Museum unterscheiden sich alle oben angeführten Exemplare durch die tief geteilte Narbe und durch gänzlichen Mangel von Zähnen an den Blatträndern.

***Eustephiopsis latifolia* R. E. FR. nov. sp. (Taf. VIII, Fig. 12—13).**

*Foliis late linearibus, obtusis, albo-marginatis, margine scabro; scapo elato, valido, foliis longiore; inflorescentia multiflora, pseudoumbellata; bracteis exterioribus duabus anguste lanceolatis interioribusque linearibus pedunculis brevioribus vel subaequilongis; laciniis corollae tubuloso-infundibuliformis oblanceolatis, extus rubris, intus flavidis; filamentorum dentibus obtusiusculis incurvis; antheris stigmatum capitato inclusis.*

Zwiebel rund, ca. 1 dm im Diameter, Blätter und Blüten gleichzeitig tragend. Blätter ca. 10, von einer stengelumfassenden Basis gleichbreit oder nach der abgerundeten Spitze hin sich unbedeutend verjüngend, grün, unbehaart und glänzend, mit einem schmalen, weissen Häutchenrande versehen, der mit kleinen, weissen, nur bei Vergrößerung sichtbaren Zähnen besetzt ist. Blattspreite 2—3 dm lang, 1—2 cm breit. Stengel unbehaart, grün, ca. 4 dm lang von der Zwiebel aus gerechnet, unten ungefähr 1, oben 0,5 cm im Diameter. Der Blütenstand aus ungefähr einem Dutzend oder noch mehr Blüten bestehend; Länge der Blütenstiele in derselben Infloreszenz sehr variierend, die längsten ungefähr 1 dm messend; die beiden Spathablätter an der Basis unbedeutend mit einander verwachsen, nach oben sich verjüngend, abgestumpft, grün oder rötlich, 7—9 cm lang, an der Basis ca. 1 cm breit, die inneren Bracteen zahlreich, linealisch, spitz, weiss-rosa, häutchenähnlich, ungefähr 5 cm lang. Blüten 2,5—3,5 cm lang, wovon der Fruchtknoten 0,5—0,8 cm beträgt. Perigonblätter unten zu einer 4—7 mm langen, 2—3 mm weiten Röhre verwachsen; die drei äusseren umgekehrt lanzettlich, nach oben abgerundet mit einer unbe-

deutenden Spitze, ungefähr 1,7 cm lang und 6 mm breit; die drei inneren unbedeutend breiter und oben abgerundet, im übrigen den äusseren ähnlich. Staubfäden an den oberen Teil der Blütenröhre angewachsen, von der Basis ca. 1 cm lang an beiden Seiten von einem 0,5 mm, nach oben 1—1,5 mm breiten Häutchenrande gesäumt, der in zwei 1 mm lange, abgestumpfte, gegen einander sichelförmig gebogene Zipfel ausläuft, wie es Fig. 13 zeigt; zwischen diesen Anhängseln geht der fadenförmige Teil des Filamentes ein paar mm fort, eine ovale, 3 mm lange Anthere tragend. Griffel fadenförmig, ca. 2 cm lang; Narbe kopfförmig, gefurcht, nicht gespalten. Die unreife Frucht abgerundet, mit zahlreichen scheibenförmigen Samen.

Prov. Jujuy: Saladillo, loco saxoso aprico, 3500—4000 m. s. m. (12 Nov. 1901; FR. 753, leg. G. v. HOFSTEN).

### Liliaceæ.

**Allium andicola** (KUNTH) REGEL in Acta Horti Petrop. III pag. 211.

*Nothoscordum andicola* KUNTH, Enum. IV pag. 463.

Prov. Jujuy: S:a Catalina, ca. 3650 m. s. m. (7 Jan. 1901; KURTZ 11375. — 9—14 Jan.; KURTZ 11405); Laguna Tres Cruces, ca. 3700 m. s. m. (31 Dec. 1900; KURTZ 11318). Specimina florifera.

Die Exemplare weichen von der Beschreibung durch reichblütigere Infloreszenzen mit bis 10 Blüten ab; Infloreszenzenstiel hinsichtlich der Länge sehr schwankend, immerhin aber ein paar mal kürzer als die Blätter.

Verbreitung: von Peru bis zum nördlichsten Argentinien.

**Allium sessile** R. E. FR. nov. sp.

*Bulbo collo longo instructo; caule brevissimo, vaginis foliorum omnino involuto; foliis pluribus, linearibus, planis; umbella non bulbifera, multiflora; pedicellis perigonio triplo—multoties longioribus; sepalis oblongo-lanceolatis, liberis, albidis, nervo viridi instructis; filamentis simplicibus, subulato-filiformibus, liberis; ovario ovato, stylum longitudine subduplo superante.*

Zwiebel etwa 2—3 cm im Durchmesser, zu einem bis 7 cm langen und etwa 0,8 cm im Querschnitt messenden Hals verjüngt, welcher wie die eigentliche Zwiebel von dünnen, gelbbraunen Häutchen bedeckt ist. Die oberirdischen Teile niedrig. Die Blätter scheinen, nach den gepressten Exemplaren zu urteilen, auf der Erde ausgebreitet zu liegen; es finden sich deren 3—5, gleichbreite, etwa 10 cm lange und

2—3 mm breite, kahle. Blütenstände ein paar in jeder Blattrosette mit den Stielen ganz in den Zwiebelhals eingesenkt, so dass die Infloreszenzen ungestielt erscheinen und kaum über die Erdoberfläche emporragen. Blüten 8—15 in jedem Blütenstande, auf 10—22 mm langen, zarten Blütenstielen aufsitzend. Spathablätter linealisch-lanzettlich, weiss, häutig, wie die schmälere, häutigen Bracteolen mehr oder weniger von der Länge der Blütenstiele. Kelchblätter völlig frei, 4—5 mm lang, 1,5 mm breit, häutig, weiss mit grünlichem Mittelnerv. Staubfäden weiss, häutig, 2,5 mm lang; Staubbeutel 1 mm lang. Fruchtknoten etwa 2 mm lang und fast ebenso breit; Griffel 1,5 mm lang.

Prov. Jujuy: Cuesta de S:a Catalina ad Rio San Juan in petrosis, ca. 4000 m. s. m. (1 Febr. 1901; KURTZ 11546).

### Juncaceæ.

**Distichia muscoides** NEES et MEYEN in Nov. act. acad. cæs. Leop.-Carol. XIX. Suppl. I pag. 129.

Prov. Salta: prope Cuesta del Acay in ripa rivuli humida, ca. 4500 m. s. m. (2 Nov. 1901; FR. 725, floribus masculinis instructa).

Verbreitung: die höhere Region der Anden in Peru, Bolivia und nördlichem Argentinien (4—5000 m ü. d. M.).

**Juncus Lesueurii** BOLANDER in Proc. Acad. Sc. Calif. II pag. 179 (1863).

Prov. Jujuy: Abra de Queta in Dep. de Rinconada, ca. 3250 m. s. m. (2 Jan. 1901; KURTZ 11329. — 9 Febr. 1901; KURTZ 11616); Moreno (21 Nov. 1901; FR. 734 a). Prov. Salta: San Antonio de los Cobres (5 Nov. 1901; FR. 734).

Innerhalb des Gebietes auf feuchtem Boden sehr allgemein. In der Länge des Halms variiert die Art bedeutend je nach den Örtlichkeiten, von 1 bis 9 dm.

Verbreitung: Nordamerika von Alaska bis Chile und Patagonien.

**Juncus depauperatus** PHIL. Fl. Atacam. pag. 53.

*Juncus Mandoni* BUCH. in Abh. Nat. Ver. Bremen, Bd. 4 pag. 121 (1874).

Prov. Jujuy: Moreno in ripa rivuli frequenter, 3500 m. s. m. (21 Dec. 1901; FR. 949).

Verbreitung: die Anden von Peru, Bolivia und Argentinien bis zum Feuerande.

**Juncus stipulatus** NEES et MEYEN in Nov. act. acad. cæs. Leop.-Carol. XIX. Suppl. I pag. 126.

Prov. Jujuy: Moreno, locis humidis, 3500 m. s. m. (15 Nov. 1901; FR. 765 et 768, specimina florigera).

Die Exemplare zeigen, besonders was das erstere betrifft, im Habitus einige Ähnlichkeit mit *J. depauperatus*; 768 hat die Halme 2—4 cm, 765 dagegen kaum 1 cm lang; doch unterscheiden sich beide gut von der vorhergehenden Art durch die aus 3—4 Blüten gebildeten, dichten Infloreszenzen, durch die Farbe der Perigonblätter, die grössere Länge der Antheren im Verhältnis zu den Staubfäden, die Länge des Griffels u. s. w.

Verbreitung: von Ecuador bis zum Feuerlande auf den Anden wie im Tieflande.

**Luzula racemosa** DESV. in Journ. de botanique I pag. 162 (1808).

f. **humilis** BUCH. in ENGL. Bot. Jahrb. 12 pag. 134.

Prov. Jujuy: Nevado de Chañi in ripa rivuli humida, ca. 4500 m. s. m. (28 Nov. 1901; FR. 868). Specimina 3 cm. alta, nondum rite evoluta.

Verbreitung der Art: in den Anden von Mexiko bis Argentinien und Chile; Rocky Mountains(?); eine Varietät (*v. Traversii* BUCH.) auch auf Neuseeland.

## Bromeliaceæ.

### **Puya sp.**

Prov. Jujuy: Yavi, ca. 3400 m. s. m. (2 Jan. 1902; FR. 1710; specimen fructiferum leg. G. v. HOFSTEN).

1—2 m hoch, der *P. chilensis* MOL. sehr nahestehend und mit dieser auch vielleicht identisch.

**Tillandsia pusilla** GILL. apud BAK. in Journ. of Bot. 1878 pag. 237.

Prov. Jujuy: in Puna prope Amaicha (Maio 1873; LORENTZ n. 827); Moreno in fruticibus et rupibus, 3500 m. s. m. (18 Oct. 1901; FR. 682. — 24 Oct.; FR. 682 a).

Verbreitung: die Cordilleren von Jujuy bis Mendoza und Córdoba (in der Sierra Chica).

**Tillandsia capillaris** RUIZ et PAV. Fl. peruv. III pag. 42 tab. 271 fig. c.

Prov. Jujuy: Rinconada, ca. 3800 m. s. m. (3 Jan. 1901; KURTZ 11343); Abra de Tactul in rupibus, ca. 4000 m. s. m. (20 Oct. 1901; FR. 689).

Verbreitung: das Cordilleregebiet von Peru (prope Jarma) bis nach Córdoba (Sierra Achala).

### Lemnaceæ.

**Lemna minima** PHIL. in Linnæa 33 pag. 239.

Prov. Jujuy: Moreno in rivulis communis, 3500 m. s. m. (8 Dec. 1901; FR. 717 a). Prov. Salta: San Antonio de los Cobres in rivulis, 3650 m. s. m. (27 Oct. 1901; FR. 717).

Verbreitung: Nordamerika von Utah und Californien bis Mexiko; Südamerika in Peru, Chile und Argentinien sowohl in der Ebene wie in der alpinen Region der Anden.

### Cyperaceæ.

**Cyperus seslerioides** H. B. K. Nov. gen. et sp. pl. I pag. 209.

*Cyperus ochraceus* Vahl var. *humilis* GRIS. Symb. argent. pag. 310.

Prov. Jujuy: S:a Catalina in arenosis, 3650 m. s. m. (19 Jan. 1901; KURTZ 11478).

Verbreitung: Arizona und Mexiko; vom nördlichen Südamerika die Anden entlang bis Catamarca; auch in der Tiefebene.

**Scirpus pauciflorus** LIGHTF. Fl. Scot. pag. 1078 (1777).

Prov. Jujuy: Cochinoea, ca. 3300 m. s. m. (1 Jan. 1901; KURTZ 11328).

Verbreitung: die arktischen und temperierten Länder der Alten Welt, Nordamerika, Argentinien und nördliches Chile.

**Scirpus atacamensis** (PHIL.) BCKLR. in Linnæa 36 (1869—70) pag. 482.

*Isolepis atacamensis* PHIL. Fl. atacam. pag. 53.

Prov. Jujuy: Cuesta de San José in Dep. de S:a Catalina in paludibus, ca. 4300 m. s. m. (5 Febr. 1901; KURTZ 11595, cum fructibus); Laguna Colorada in palude, ca. 3800 m. s. m. (20 Oct. 1901; FR. 681).



florens). Prov. Salta: San Antonio de los Cobres in ripa rivuli humida, 3650 m. s. m. (5 Nov. 1901; FR. 739, fructibus instructus).

Verbreitung: nördliches Chile (Atacama) und Argentinien bis abwärts nach Mendoza.

**Scirpus deserticola** PHIL. Fl. atacam. pag. 53.

Prov. Salta: Organayoc prope Cuesta del Acay in ripa rivuli, ca. 4500 m. s. m. (2 Nov. 1901; FR. 729, florigerus).

Verbreitung: Ecuador bis nach Mendoza und Patagonien die Anden entlang.

**Scirpus acaulis** PHIL. in Linnæa 29 pag. 78.

Prov. Salta: San Antonio de los Cobres in ripa graminosa rivuli, 3650 m. s. m. (27 Oct. 1901; FR. 718, florigerus).

Verbreitung: nördliches Argentinien bis zum mittleren Chile.

**Scirpus nevadensis** S. WATS. Bot. King Exped. pag. 360.

Prov. Jujuy: Moreno, 3500 m. s. m. (9 Nov. 1901; FR. 741, specimina modo 4 cm. alta); ibid., in aqua rivuli ca. 3 cm. alta (15 Nov. 1901; FR. 766); ad Salinas grandes, 3300 m. s. m. (19 Nov. 1901; FR. 766 a). Prov. Salta: Chorrillos prope San Antonio de los Cobres, loco humido in ripa rivuli, 3925 m. s. m. (30 Oct. 1901; FR. 723).

Verbreitung: Nordamerika, das nördlichste Chile und Argentinien bis nach Patagonien.

**Eleocharis palustris** (L.) R. BR. Prodr. pag. 224 in adnot.

*Scirpus palustris* L. Sp. pl., ed. I pag. 47.

Prov. Jujuy: Moreno, loco humidissimo, 3500 m. s. m. (20 Dec. 1901; FR. 943).

Verbreitung: beinahe über die ganze Welt, in den Tropen spärlicher.

**Eleocharis melanocephala** DESV. in GAY, Fl. chil. 6 pag. 175, tab. 71 fig. 1 (*Heleocharis*).

*Scirpus melanocephalus* (DESV.) GRIS. Symb. argent. pag. 311.

Prov. Jujuy: Laguna Tres Cruces, ca. 3400 m. s. m. (31 Dec. 1900; KURTZ 11911); Moreno in locis humidis frequenter, 3500 m. s. m. (22 Oct. 1901; FR. 695).

Stimmen mit einem GAY'schen Exemplare aus Chile im Bot. Museum zu Upsala gut überein.

Verbreitung: die argentinischen und chilenischen Anden.

**Eleocharis Lechleri** BCKLR. in Linnæa 36 pag. 422 (*Heleocharis*).

Cfr. etiam CLARKE in ENGL. Bot. Jahrb. 30, Beibl. 68 pag. 24.

Prov. Jujuy: S:a Catalina in ripariis paludosis, ca. 3650 m. s. m. (30 Jan. 1901; KURTZ 11530).

Verbreitung: die bolivianischen, argentinischen und chilenischen Cordilleren.

**Carex macrorrhiza** BCKLR. in Cyper. nov. I pag. 43.

*Carex Bonplandii* GRIS. Symb. argent. pag. 314 (non KUNTH) sec. KÜENTHAL.

Prov. Jujuy: Puna de Yavi (LORENTZ et HIERONYMUS n. 823); Moreno in ripa rivuli, 3500 m. s. m. (14 Nov. 1901; FR. 763. — 21 Nov.; FR. 763 a. Specimina florigera).

Verbreitung: die Anden des tropischen Südamerika von Salta und Jujuy bis abwärts nach Rioja in Argentinien.

### Gramineæ.

**Nazia racemosa** (L.) OK. Rev. gen. pl. II pag. 780.

*Cenchrus racemosus* L. Sp. pl., ed. I pag. 1049.

*Tragus racemosus* (L.) HALL. Stirp. Helv. n. 1413 (1768).

*Lappago racemosa* (L.) WILLD. Sp. Pl. I pag. 484 (1797).

Prov. Jujuy: Yavi in monte aprico, 3400 m. s. m. (2 Jan. 1902; FR. 908 a); Moreno in loco arenoso rarissime, 3500 m. s. m. (12 Dec. 1901; FR. 908).

Verbreitung: über die Tropen- und Subtropenzone beider Hemisphären.

**Panicum** (*Sect. Trichachne*) **Friesii** HACK. nov. sp.

»Perenne, cæspitosum, rhizomate crasso, culmo innovationibusque basi squamis villosulis dense tunicatis atque incrassatis. Culmi erecti, teretes, glaberrimi, circ. 20 cm. alti, plurinodes, nodis inferne dense aggregatis, summo circ. in  $\frac{1}{4}$  inferiore culmi sito, simplices vel basi ramo uno alterove foliifero aucti. Foliorum vaginæ laxæ, summa subinflata, longissima, inferiores internodia multo superantes, dense aggregatæ, exteriores a culmo solutæ, glabræ vel basi pubescentes, imæ squamiformes, emortuæ diu persistentes, pallidæ. Ligula brevis (circ. 1 mm. lg.), rotundata, denticulata. Laminæ e basi rotundata lanceolato-lineares, acutæ, circ. 2 cm. longæ (summa abbreviata), ad 4 mm. latæ,

planæ, rigidæ, patentés, glauco-viridés, utrinque minute puberulæ, tenui-  
 nerves, margine subincrassato vix scaberulæ. Panicula linearis, con-  
 tracta, densa, 5—7 cm. lg., rhachi undulata glaberrima, ramis paucis  
 (5—6) alternis rhachi appressis, inferioribus circ. 3 cm. longis, superi-  
 oribus decrescentibus, spiciformibus, a basi spiculiferis axi glaberrimo,  
 spiculis plerumque binis (imis 3—5-nis), altera longius, altera brevissime  
 pedicellata, pedicellis scabris, spiculis subimbricatis. Spiculæ lanceolato-  
 ellipticæ, acutæ, 4 mm. lg., lana roseo-violascente dense vestitæ: gluma  
 I minuta (vix 0,5 mm. lg.), ovata, glabra; II spiculam subæquans,  
 lanceolata, 3-nervis, toto dorso villis longis tenuissimis crispulis den-  
 sissimis tecta, apice villis penicillatis comata; III spiculam æquans,  
 lanceolato-elliptica, acuminata, marginibus implicata, 5-nervis, inter  
 nervum medium proximosque laterales glabra, ceterum simili modo ac  
 II densissime villosa, paleam hebetatam brevem in axilla fovens; IV  
 spiculam subæquans, ovato-lanceolata, mucronata, tenuissime punc-  
 ticulato-striolata, 3-nervis, brunnescenti-viridis. Palea glumam æquans,  
 ovato-lanceolata, acuta, 2-nervis. Antheræ 1 mm. longæ. Stigmata pur-  
 purea».

Prov. Jujuy: prope Huancar ad Salinas grandes in fissuris ru-  
 pium, 3500 m. s. m. (20 Nov. 1901; FR. 803).

»Valde affine *P. tenerrimo* KUN., quod differt a nostro culmo tenui basi haud  
 vaginis vetustis incrassato, nodis distantibus, ad nodos florifero-ramoso, ligula ovata,  
 laminis anguste linearibus supra pubescenti-scaberulis margine scabris, spiculis albo-  
 villosis, villis haud crispatis».

**Panicum Urvilleanum** KUNTH, Rev. Gram. I pag. 35 et II  
 pag. 405 tab. CXV.

Prov. Jujuy: Moreno in arena volatili, ca. 3500 m. s. m. (6  
 Dec. 1901; FR. 882, florigerum).

Die Exemplare stimmen vollkommen überein mit den GRISEBACH'schen Original-  
 exemplaren von *P. chloroleucum* im Göttinger Bot. Museum, welche Art mit *P. Ur-  
 villeanum* KUNTH (O. KUNTZE, Rev. gen. pl. III: 2 pag. 364) identisch ist. Die Ährchen  
 sind bald grün, bald teilweise violett, so dass die von KUNTZE nach ihrer Färbung  
 angeführten Formen nicht getrennt gehalten werden können. An GRISEBACH's Original-  
 exemplar von *P. chloroleucum* gibt es auch Ährchen von rotvioletter Färbung.

Verbreitung: Arizona, Californien, Chile und Argentinien von Jujuy hinunter  
 bis Córdoba, Mendoza und Patagonien.

**Pennisetum chilense** (DESV.) JACKS. in Ind. Kew. II pag. 1078.

*Gymnothrix chilensis* DESV. in GAY, Fl. Chil. VI pag. 251, tab. 74.

Prov. Jujuy: El Angosto in Dep. de S:a Catalina, ca. 3600 m. s. m. (1 Febr. 1901; KURTZ 11566); Moreno in arena volatili, ca. 3500 m. s. m. (6 Dec. 1901; FR. 737 a); Huancar ad Salinas grandes in arena volatili, ca. 3400 m. s. m. (20 Nov. 1901; FR. 737 c). Prov. Salta: San Antonio de los Cobres, loco arenoso, 3650 m. s. m. (5 Nov. 1901; FR. 737).

Verbreitung: Chile und nördliches Argentinien (Jujuy—Catamarca).

**Aristida nana** STEUD. Syn. plant. Gramin. pag. 137.

Prov. Jujuy: Moreno in locis arenosis frequenter, 3500—3800 m. s. m. (11 Dec. 1901; FR. 897. — 12 Dec.; FR. 897 a. — 17 Dec.; FR. 931).

Stimmen mit dem Exemplare BERTERO's n. 994 aus Chile überein.

Verbreitung: Chile und nördliches Argentinien.

**Stipa saltensis** OK. Rev. gen. pl. III: 2 pag. 372.

*Piptochætium mucronatum* GRIS. Symb. argent. pag. 296 (sec. SPEER.)

Prov. Salta: Mina Concordia in montibus arenosis et saxosis, ca. 4500 m. s. m. (28 Oct. 1901; FR. 720).

Die Exemplare stimmen mit dem Originalexemplare vom Nevado del Castillo (1873; LORENTZ et HIERONYMUS n. 73) sehr gut überein.

Verbreitung: Provinz Salta: nur von den zwei erwähnten Lokalen bekannt.

**Stipa plumosa** TRIN. in Bull. Scient. Acad. Petersb. I pag. 67 (1836).

Prov. Jujuy: El Angosto in Dep. de S:a Catalina in arenoso-petrosis, 3600 m. s. m. (1 Febr. 1901; KURTZ 11561); Moreno in collibus saxosis, 3500 m. s. m. (12 Dec. 1901; FR. 733 a). Prov. Salta: San Antonio de los Cobres in fissuris rupium, ca. 3650 m. s. m. (5 Nov. 1901; FR. 733).

Verbreitung: Chile und Argentinien von Jujuy bis Mendoza.

**Stipa arcuata** R. E. FR. nov. sp.

*Ptilostipa caespitosa, culmis geniculatis, adscendentibus, glabris; foliis brevibus, arcuatis, convolutis, subtus scabriusculis, supra pilosulis; panicula contracta, ramis pedicellisque spicularum glabris levibusque; glumis linearilanceolatis, flosculum apice non biauriculatum duplo superantibus; anthopodio diametrum flosculi subduplo superante, albo-villoso; corona nulla; arista flosculo 8-plo longiore, sparse villosa.*

Ein 3—4 dm hohes, in kleinen Rasen wachsendes Gras. Internodien der Halme 2—3, die unteren 3—4 cm, die oberen 7—9 cm lang, bogenförmig auswärts gebogen, grün bis grünviolett, unbehaart, bei den violett gefärbten und unbehaarten Knoten knieförmig aufwärts gebogen. Blattscheiden die Internodien nahezu oder ganz bedeckend, die oberste die Basis der Infloreszenz umschliessend, grün bis violett, kahl und nur an der Ligula gewöhnlich lang weiss behaart; Ligula 1 mm lang, quergestutzt; Blattspreite fadenförmig, zusammengerollt, 5—8 cm lang, blaugrün. Infloreszenz etwa 20 cm lang, zusammengezogen mit emporgerichteten Zweigen, unbehaart, zu mehr als  $\frac{1}{3}$  von der obersten Blattscheide umschlossen. Hüllspelzen unbehaart, häutig, violett, die Ränder und die langsam verjüngte Spitze hyalin; die untere 16 mm lang, 1,5 mm breit, dreinervig, die Seitennerven bei  $\frac{1}{4}$  bis  $\frac{1}{2}$  der Spelzenlänge endend; die obere 15 mm lang, 1,5 mm breit, dreinervig, die Seitennerven hier ungefähr in der Mitte endend. Die Blüte (ausschliesslich der Granne) 9 mm lang, wovon das Anthodium 2 mm beträgt, gleichbreit spulenförmig,  $\frac{2}{3}$  mm breit; Deckspelze gegen die Spitze hin behaart, sonst kahl oder mit spärlichen, weissen Härchen besetzt; die Granne etwa 7 cm lang, gerade oder unterhalb der Mitte knieförmig gebogen, auf dem unteren Teile mit weissen, bis 2 mm langen, nach oben spärlicheren und kürzeren Härchen ziemlich reich versehen.

Prov. Jujuy: Moreno, loco sicco apico, 3500 m. s. m. (20 Dec. 1901; FR. 944).

Die Art steht der *Stipa pogonathera* Desv. sehr nahe und unterscheidet sich von ihr nur durch den niedrigeren Wuchs, unbehaarte Halme, unbehaarte Ährchenstiele und dadurch, dass die auf dem Rücken gewöhnlich unbehaarten Deckspelzen der Öhrchen ermangeln.

**Stipa pungens** MEYEN, Reise I pag. 484.

Prov. Jujuy: Moreno in fissuris rupium caespitosa, 3800 m. s. m. (16 Dec. 1901; FR. 929).

Mit dem MEYEN'schen Exemplare im Berliner Museum übereinstimmend.

Verbreitung: Peru, Bolivia bis zum nördlichsten Argentinien in den höheren andinen Regionen.

**Stipa gynerioides** PHIL. Sert. Mend. II pag. 203.

Prov. Jujuy: Abra de Queta in Dep. de Rinconada in declivibus petrosis haud frequens, ca. 3250 m. s. m. (9 Febr. 1901; KURTZ 11622).

Verbreitung: von Jujuy südwärts über die ganze Pampaebene.

**Stipa leptostachya** GRIS. Symb. argent. pag. 299.

Prov. Jujuy: Yavi chica, loco humido, ca. 3500 m. s. m. (2 Jan. 1902; FR. 1709); Rinconada (Febr. 1897; C. SPEGAZZINI).

Die von mir gesammelten Exemplare stimmen mit dem GRISEBACH'schen überein.  
Verbreitung: Salta, Jujuy und Atacama, in den Anden.

**Stipa cæspitosa** (GRIS.) SPEG. Stipeæ Platenses pag. 117.

*Nassella cæspitosa* GRIS. Pl. Lor. pag. 210.

Prov. Jujuy: Laguna Tres Cruces, ca. 3700 m. s. m. (1901; KURTZ 11689); Azul Pampa, ca. 3350 m. s. m. (15 Febr. 1901; KURTZ 11701); Rinconada, 3800 m. s. m. (8 Febr. 1901; KURTZ 11613); Moreno, 3500 m. s. m. (15 Dec. 1901; FR. 923). Prov. Salta: San Antonio de los Cobres in fissuris rupium, 3650 m. s. m. (5 Nov. 1901; FR. 735).

Verbreitung: die Cordilleren von Salta, Jujuy und Atacama bis abwärts nach Tucumán.

**Sporobolus fastigiatus** PRESL in Rel. Hænk. I pag. 241.

Prov. Jujuy: Puna bei Cangrejos (Maio 1873; LORENTZ et HIERNYMUS n. 813); Miraflores in ripa rivuli graminosa humida, *Distichlidi humili* intermixtus, ca. 3500 m. s. m. (29 Dec. 1901; FR. 961).

Die von mir gesammelten Exemplare stimmen völlig überein sowohl mit dem genannten LORENTZ'schen als mit dem MEYEN'schen Exemplare aus der Nähe des Titicaca-Sees.

Verbreitung: Peru bis zum nördlichsten Argentinien in den höheren Regionen der Anden.

**Sporobolus arundinaceus** (GRIS.) HACK. in ENGL. u. PRANTL, Nat. Pfl.-fam. II: 2 pag. 49.

*Diachyrium arundinaceum* GRIS. Pl. Lor. pag. 209, Tab. 2 fig. 8.

Prov. Jujuy: ad Salinas grandes, loco arenoso salso, 3300 m. s. m. (20 Nov. 1901; FR. 801, specimina inflorescentiis anni præcedentis siccis instructa); Moreno in arena volatili, 3500 m. s. m. (6 Dec. 1901; FR. 801 a, florigera).

Verbreitung: Jujuy bis Buenos Aires und Patagonien.

**Sporobolus sp.**

Prov. Salta: San Antonio de los Cobres in ripa rivuli arenosa humida, 3650 m. s. m. (6 Nov. 1901; FR. 740).

»Videtur nova species aff. *Sp. indico* BR.» (HACKEL). Die Art wurde häufig steril, nur ein einziges Exemplar blühend gefunden.

**Polypogon interruptus** H. B. K. Nov. gen. et sp. pl. I pag. 134, tab. 44.

Prov. Jujuy: Cochinoca in paludibus raro (10 Febr. 1901; KURTZ 11634).

Stimmt mit dem Exemplare R. A. PHILIPPI's in Plantæ chilenses, ed. R. F. HOHENACKER n. 679, überein.

Verbreitung: Südamerika vom Orinoco (im Waldgebiete) und von Ecuador an die Anden entlang bis Brasilien, mittlerem Chile (Santiago) und Argentinien (Mendoza und Córdoba).

**Agrostis nana** (PRESL) KUNTH, Enum. plant. I pag. 226.

**var. aristata** GRIS. Symb. argent. pag. 294.

Prov. Jujuy: Cuesta de San José in Dep. de S:a Catalina in paludibus, 4300 m. s. m. (6 Febr. 1901; KURTZ 11599).

Die Exemplare stimmen gut überein mit den GRISEBACH'schen Originalen im Bot. Museum zu Göttingen (aus den Umgebungen des Nevado del Castillo, Prov. Salta 19—23 März 1873; LORENTZ et HIERONYMUS n. 82).

Verbreitung der Art: die Anden von Peru (?), Chile und nördlichem Argentinien.

**Agrostis Hackelii** R. E. FR. nov. sp. (Taf. IX, Fig. 9—11).

*Culmo elato, simplici, glabro; vaginis glaberrimis; ligulis productis, apice plus minus rotundatis et irregulariter laceratis; laminis planis, subtus glabris, supra et marginibus scabris; panicula lanceolata, patula, flaccida; glumis æqualibus, undique hispidis; palea inferiore albida, glabra, 5-nervia, apice denticulata vel irregulariter plus minus profunde lacerata, aristam paleam subæquantem gerente; palea superiore minima.*

Rhizom kriechend. Halme aufrecht, etwa 1 m hoch, gestreift, drehrund und glatt. Knoten etwa 4, unbehaart. Blattscheiden kahl und glänzend, gestreift, oberer Teil mit Häutchenaum; Ligula 5—8 mm lang; Blattspreite linealisch, spitz, 5—25 cm lang, 4—5 mm breit. Rispe dünn, 10—18 cm lang, 3—5 cm im Durchmesser; Spindel weich, im unteren Teil glatt, im oberen rauh; Zweige mehr oder weniger schräge emporgerichtet, die untersten am längsten (bis 7 cm lang), nach oben kürzer, schwach und unregelmässig gebuchtet, gestreift, rauh, die kürzeren von der Basis ab, die längeren erst an der Mitte verästelt und Ährchen tragend. Ährchenstiele 1—2 mm lang, rauh von kurzen, schräge abstehenden, dichtgedrängten Börstchen. Hüllspelzen lanzettlich, spitz, 2—2,5 mm lang, einnervig und violett mit grünem Nerv, aussen die ganze Oberfläche mit weissen, schräge abstehenden Börstchen besetzt. Deckspelze 1,5 mm lang, weiss, häutig und kahl, ein

1—1,5 mm langes, gerades oder fast gerades, weisses und rauhes Börstchen tragend. Vorspelze weiss, häutig, ca. 0,5 mm lang. Staubbeutel kaum 1 mm lang. Frucht länglich.

Prov. Jujuy: Cochinoca in paludibus, ca. 3300 m. s. m. (10 Febr. 1901; KURTZ 11632).

»Nova species affinis *A. exasperata* TRIN. et (remotius) *A. pectinata* HACK. et ARECH.» (HACKEL).

**Agrostis bromidioides** GRIS. Symb. argent. pag. 293.

Prov. Jujuy: Mina de Asfalto (Barro negro), Dep. de Cochinoca in ripariis vel in rivulis (13 Febr. 1901; KURTZ 11648).

Die Exemplare stimmen überein mit den GRISEBACH'schen (vom Nevado del Castillo) ausser darin, dass diese letzteren breitere und dünnere Blätter haben, was offenbar nur darauf beruht, dass sie an einer feuchteren Örtlichkeit gewachsen sind.

Verbreitung: nur von den beiden genannten Lokalen bekannt.

**Calamagrostis fulva** (GRIS.) OK. Rev. gen. pl. III: 2 pag. 344.

*Deyeuxia robusta* PHIL. Fl. atacam. pag. 54.

*Agrostis fulva* GRIS. Symb. argent. pag. 294.

Prov. Jujuy: S:a Catalina in rivulis caespites formans, 3650 m. s. m. (10 Jan. 1901; KURTZ 11414); Abra de Queta in Dep. de Rinconada in paludibus, ca. 3250 m. s. m. (9 Febr. 1901; KURTZ 11628).

Mit den GRISEBACH'schen Exemplaren der *Agr. fulva* (vom Nevado del Castillo 19—23 März 1873; LORENTZ et HIERONYMUS n. 77) völlig übereinstimmend.

Verbreitung: die höheren Cordillerenregionen im nördlichsten Argentinien und Chile; ausser von den drei genannten Lokalen nur von Atacama (bei Zorras: R. A. PHILIPPI) bekannt.

**Calamagrostis rigida** (H. B. K.) TRIN. ex STEUD. Nomencl., ed. II. 1 pag. 251.

*Deyeuxia rigida* H. B. K. Nov. gen. et sp. pl. I pag. 144.

Prov. Jujuy: Laguna Tres Cruces in Dep. de Cochinoca in petrosis, ca. 3700 m. s. m. raro (KURTZ 11690. — 14 Febr. 1901; KURTZ 11671).

Verbreitung: die Anden entlang von Ecuador und Peru bis Jujuy.

**Calamagrostis chilensis** (DESV.) R. E. FR.

*Deyeuxia chilensis* DESV. in GAY, Fl. chil. VI pag. 322.

Atacama: Incachuli prope San Antonio de los Cobres in monte arenoso, ca. 5000 m. s. m. (30 Oct. 1901; FR. 724).

Verbreitung: nördlichstes Argentinien und Chile bis ungefähr 40° s. Br. hinab.



**Calamagrostis tenuifolia** (PHIL.) R. E. FR.

*Deyceuxia tenuifolia* PHIL. in An. Mus. nac. Chile 1891 pag. 83.

Prov. Jujuy: Laguna Tres Cruces in Dep. de Cochinoqa, ad lacum in siccis, ca. 3700 m. s. m. (14 Febr. 1901; KURTZ 11691); Cuesta de San José in paludibus, 4300 m. s. m. (6 Febr. 1901; KURTZ 11596); Nevado de Chañi, loco saxoso, ca. 5300 m. s. m. (29 Nov. 1901; FR. 858).

Die Exemplare stimmen, besonders in den floralen Teilen, vollkommen überein mit PHILIPPI's Original exemplar (im Berliner Museum); die Blätter variieren dagegen an den einzelnen Exemplaren etwas in der Länge u. dgl. je nach den Örtlichkeiten. KURTZ 11691 hat die Blätter wellenförmig gekräuselt, bis 5 cm lang; die beiden anderen haben sie nach aussen gebogen, 1—2 cm lang.

Verbreitung: das nördlichste Chile und Argentinien in den höheren Regionen der Cordilleren.

**Bouteloua humilis** (BEAUV.) Hieron. Pl. diaph. pag. 495.

*Chondrosium humile* BEAUV. Agrost. pag. 41.

*Bouteloua tenuis* (BEAUV.) GRIS. var. *humilis* (BEAUV.) GRIS. Symb. argent. pag. 303.

Prov. Jujuy: S:a Catalina (30 Jan. 1901; KURTZ 11529); Laguna Tres Cruces, 3400—3700 m. s. m. (14 Febr. 1901; KURTZ 11662); Moreno, 3500 m. s. m. (21 Nov.; FR. 813. — 11 Dec. 1901; FR. 898).

Verbreitung: von Columbia die Anden entlang bis Tucuman und Córdoba in Argentinien.

**Pappophorum caespitosum** R. E. FR. nov. sp. (Taf. IX, Fig. 5—6).

- *Perennis, caespitosa, humilis; vaginis glabris; ligulis e pilis albis formatis; laminis linearibus, convolutis, supra scabris, subtus glabris, margine solum sparse pilosis; culmo foliis subarquilongo; inflorescentia spiciformi, densa; spiculis florem fertilem unicum gerentibus; glumis 1-nerviis, glaberrimis, apice laceratis; palea inferiore aristis 20—22 instructa.*

Kleines, in winzigen Rasen wachsendes, 8—15 cm hohes Gras, unten von zahlreichen weissgelben, gestreiften, unbehaarten und glänzenden Scheiden umgeben und von der Basis ein Büschel langer, unverzweigter, weisser, ca. 1 mm dicker Wurzeln entsendend. Die Ligula durch eine Reihe 3 mm langer Härchen ersetzt. Blattspreiten 5—8 cm lang, 3 mm breit, spitz, starr, gerade und zusammengerollt, auf beiden Seiten der Länge nach gestreift, grün. Strohblätter gewöhnlich 2, ähnlich den Blättern der Innovationen; die Blattscheiden grün oder gewöhnlich mit violetterm Anflug. Die Infloreszenzen an der Basis von

der obersten Blattscheide umschlossen, 4—7 cm lang, kaum 1 cm breit, ihre Hauptachse eckig und rauh, wie gleichfalls die sehr kurzen Äste. Hüllspelzen eirund oder eirund-lanzettlich, häutig, mit nur einem gelbgrünen Nerven, an der Spitze eingekerbt oder unregelmäßig zerrissen, die untere 3 mm, die obere 3,5 mm lang. Deckspelze in der fertilen Blüte pergamenthart, violett, unbehaart, mit den Rändern und der Rückenlinie von der Basis an bis etwa zur halben Länge weiss behaart, 7 mm lang, wovon die Borsten 5 mm betragen; Vorspelze eirund und spitz, häutig, unbehaart, die beiden Nerven rauh, zwischen ihnen die Spelze einwärts gebuchtet und mit den Rändern einwärts umgebogen, 3 mm lang. Die darauffolgende Blüte ohne jede Spur von Staubblättern oder Pistillen; Deckspelze hellgrün mit 18—19 violetten Börstchen, etwa 5 mm lang, wovon auf die Börstchen 4 mm kommen; Vorspelze 1 mm lang, lanzettlich, häutig. Rudimente von noch zwei Blüten folgen, in denen nur die börstchentragenden Deckspelzen entwickelt sind.

Prov. Jujuy: Huancar ad Salinas grandes in fissuris rupium, ca. 3400 m. s. m. (20 Nov. 1901; FR. 804).

Die Art gehört in den Verwandtschaftskreis des *P. mucronulatum* NEES, die jedoch flache Blätter und mindestens 2 fruchtbare Blüten im Ährchen hat; sie steht auch der *Pappophorum subbulbosum* ARECH. (in Anal. Mus. nac. de Montevideo V (1896) pag. 405) sehr nahe, unterscheidet sich aber von ihr durch niedrigeren Wuchs, durch völlig unbehaarte Blattscheiden und unbehaarte Blattunterseiten, durch an der Spitze zerrissene Hüllspelzen, durch die zahlreichen Börstchen der Deckspelze etc.

**Munroa squarrosa** (NUTT.) TORR. Bot. Whipple Pacif. R. R. Rep.  
IV pag. 158 (1856).

Vide etiam KURTZ, Coll. ad Flor. argent. pag. 263.

Prov. Jujuy: Nevado de Chañi in fissuris rupium, 3500 m. s. m. (11 Dec. 1901; FR. 899); Moreno, loco saxoso et arenoso, 3500 m. s. m. (12 Dec. 1901; FR. 899 a).

Verbreitung: Canada(?), Montana, Dakota, Colorado, Arizona und Mexiko, wie auch in Argentinien von Jujuy bis nach Córdoba.

**Munroa decumbens** PHIL. in An. Mus. nac. Chile 1891 pag. 90.

Prov. Jujuy: ad Nevado de Chañi, loco saxoso, 3500 m. s. m. (11 Dec. 1901; FR. 901); Moreno, loco saxoso et arenoso, 3500 m. s. m. (12 Dec. 1901; FR. 901 a).

Verbreitung: die bolivianischen, nordchilenischen und nordargentinischen Anden.

**Cortaderia Selloana** (SCHULT.) ASCHERS. et GRÆBN. Syn. Mitteleurop.  
Fl. II pag. 325.

*Gynerium argenteum* NEES, Agrost. Bras. pag. 462.

Prov. Jujuy: ad Moreno sparsim, 3500 m. s. m. (13 Dec. 1901; FR. 915, floribus femineis instructa).

Verbreitung: südliches Brasilien, Paraguay, Uruguay, das ganze Argentinien und Chile.

**Triodia avenacea** H. B. K. Nov. gen. et sp. pl. I pag. 156 tab. 48.

Prov. Jujuy: Dep. de Sa Catalina inter El Angosto et Rio San Juan in arenosis (2 Febr. 1901; KURTZ 11563); Moreno in fissuris rupium caespites parvos formans, 3700 m. s. m. (26 Nov. 1901; FR. 846); ibid., 3500 m. s. m. (12 Dec. 1901; FR. 846 a; det. E. HACKEL).

Die Exemplare stimmen unter einander vortrefflich überein, weichen aber durch ihren sehr niedrigen Wuchs von der Beschreibung der Art ab. Die Halme erreichen nur eine Höhe von 4—7 cm. Die Blattspreiten sind 1—1,5 cm lang, ihre Scheiden haben eine Länge von 0,5—1 cm; die Infloreszenzen messen 1,5—2,5 cm in der Länge und 1 cm in der Breite. HACKEL führt sie als »eine nur schwache Varietät« an (*var. pygmæa* HACK. in litt.).

Verbreitung: südwestl. Nordamerika und Mexiko; Argentinien, in den Anden wie in der Tiefebene.

**Diplachne dubia** (H. B. K.) BENTH et HOOK. f. Gen.  
pl. III pag. 1173.

Prov. Jujuy: Moreno in cultis, 3500 m. s. m. (26 Nov. 1901; FR. 802 a; det. E. HACKEL); Huancar in fissuris rupium raro, ca. 3400 m. s. m. (20 Nov. 1901; FR. 802).

Verbreitung: südliches Nordamerika und Mexiko, Brasilien und Argentinien von Jujuy bis Córdoba.

**Eragrostis nigricans** (H. B. K.) Steud. Nomencl., ed. II: I pag. 563.

Prov. Jujuy: Abra de Queta in Dep. de Rinconada in arenosis (10 Febr. 1901; KURTZ 11630); Laguna Tres Cruces, 3400—3700 m. s. m. (14 Febr. 1901; KURTZ 11668; det. E. HACKEL); Moreno in locis arenosis et saxosis frequenter, 3500 m. s. m. (21 Nov.—12 Dec. 1901; FR. 814, 814 a, 903, 903 a et 917; 903 et 903 a det. E. HACKEL).

»Differt a typo vaginæ ore piloso, paniculae ramis approximatis« (E. HACKEL).

Verbreitung: von Ecuador die Anden entlang bis zum nördlichsten Argentinien.

**Eragrostis andicola** R. E. FR. nov. sp.

*Perennis, caespitosa; culmo rigido, erecto, simplici, tereti, glabro; vaginis glabris, margine sursum modo pilosiusculis; ligulis pilosis; laminis planis vel plus minus convolutis, brevibus, subtus glabris, supra et marginibus scabris; panicula ovata, laxa; ramis scabridis, solitariis geminisve, undulatis; axillis nudis; spiculis oblongis, 3—6-floris, obscure viridibus et metallice nitentibus, glabris.*

Ein in kleinen Rasen wachsendes Gras, an der Basis von zahlreichen, weissgelben, trockenen, unbehaarten Blattscheiden umgeben und ein Büschel langer, unverzweigter, 1 mm dicker, weisser Wurzeln entsendend. Halme 7—15 cm hoch, feinstreifig und grün mit mehr oder weniger violettem Anflug; Knoten basal, der oberste nur 1—2 cm oberhalb des Wurzelhalses gelegen. Blätter basal, die Scheide des obersten Halmblattes  $\frac{1}{4}$ — $\frac{1}{2}$  der Halmlänge erreichend mit gewöhnlich abgefallener Spreite; Blattscheiden 1—2 cm lang; Ligula durch eine dichte Reihe weisser, 1—1,5 mm langer Härchen ersetzt; Blattspreiten 2—5 mm lang, flach oder zusammengerollt, 2,5—3,5 mm breit, spitz. Die lockere Rispe  $\frac{1}{4}$ — $\frac{1}{2}$  der Halmlänge betragend, 3,5—8 cm lang, 2,5—4 cm im Durchmesser; Spindel steif, drehrund, am unteren Teile unbehaart, oben rauh und wellig gebogen; Äste vereinzelt oder paarig, die untersten am längsten (bis 4 cm lang), oben kürzer, rauh, starr und wellig gebogen, grün oder mit violettem Anflug und in der Entfernung von ein paar bis 7 mm von der Basis verzweigt; Ährchenstiele 1—2 mm lang, rauh, wellig gekrümmt. Ährchen 3—5 mm lang, 2—2,5 mm breit. Hüllspelzen einnervig, bald abfallend, an der Basis und längs dem Mittelnerv rotviolett, sonst hyalin, häutig; die untere länglich, 1—1,5 mm lang, stumpf, kahl; die obere 2 mm lang, schmal eirund, an der Spitze gewöhnlich unbedeutend eingeschnitten; der obere Teil des Nerven äusserst fein rauh behaart, sonst kahl. Deckspelze eirund, spitz, 2 mm lang, 3-nervig, kahl, nur am oberen Teil des Mittelnerven äusserst unerheblich rauh, dunkelgrün und glänzend mit stahlblauem Anflug; Vorspelze 2 mm lang, schmal länglich, an der Spitze unbedeutend eingeschnitten, von der selben Farbe wie die Deckspelzen, kahl und nur der obere Teil der beiden Nerven unerheblich rauh.

Prov. Jujuy: Moreno in montibus saxosis apricis siccis, 3500—3700 m. s. m. (26 Nov. 1901; FR. 924 a; — 15 Dec. 1901; FR. 924).

»Videtur species nova ex affinitate (remotius) *E. Neesii* TRIN.» (HACKEL in litt.).

**Distichlis humilis** PHIL. in An. Mus. nac. Chile 1891 pag. 86.

*Distichlis spicata* GREENE f. *humilis* (PHIL.) OK. Rev. gen. pl. III: 2 pag. 350.

Prov. Jujuy: Moreno, loco humido, 3500 m. s. m. (22 Oct. 1901; FR. 693); Salinas grandes, 3300 m. s. m. (19 Nov. 1901; FR. 800). Specimina floribus femineis instructa.

Verbreitung: die höheren Regionen der Anden in Bolivia, nördlichem Chile und Argentinien.

**Poa annua** L. Sp. pl., ed. I pag. 68.

Prov. Jujuy: S:a Catalina, 3650 m. s. m. (9 Jan. 1901; KURTZ 11407); Rinconada, ca. 3800 m. s. m. (8 Febr. 1901; KURTZ 11614); Moreno, locis humidis, 3500 m. s. m. (10 Nov. 1901; FR. 744. — 14 Dec.; FR. 744 a). Specimina omnia florifera.

Verbreitung: beinahe über die ganze Erde; in den Anden ursprünglich wild, jedoch auch durch den Menschen eingeführt, also zweierlei Ursprungs.

**Poa lætevirens** R. E. FR. nov. sp.

*Eupoa, perennis, stolonifera et laxe caespitosa, lætevirens; culmis erectis vel adscendentibus, glabris, folia linearia, plana vel duplicata longitudine superantibus; ligulis oblongo-rotundatis vel truncatis; panícula contracta, lineari, ramis pluribus verticillatis, secundis, parcissime scabris instructa; spiculis lanceolato-oblongis, 3—5-floris, glaberrimis; paleis inferioribus glumis subduplo longioribus.*

Ein 15—25 cm hohes Gras, in kleinen lockeren Rasen wachsend und oft bis 1 dm lange, horizontale, weisse Ausläufer entsendend. Halme unbehaart und glänzend, hellgrün, gestreift, mit 2—4 Gliedern. Blattscheiden länger als die Glieder und diese lose umschliessend, kahl und glänzend, mit Häutchenrand, die unteren weisslich, die oberen hellgrün; Ligula 3—5 mm lang, rundlich oder scharf abgestutzt, ganzrandig oder auch wohl unregelmässig zerrissen; Blattspreiten betreffs der Länge sehr schwankend, bis 10 cm lang, 2—4 mm breit, mehr oder weniger aufrecht, gerade oder schwach gebogen, spitz, eben oder längs dem Mittelnerv flach zusammengefaltet, längsstreifig, unten kahl, oben rauh, hellgrün. Infloreszenzen zusammengezogen, gleichdick, zusammenhängend oder unterbrochen, ein paar. bis 8 cm lang, 6—8 mm breit; Spindel unbehaart; Äste in jedem Kranz zahlreich, der Spindel ange-drückt und in der Länge sehr schwankend, die längsten bis 3 cm lang, einseitig verzweigt und ährchentragend, wie die 1/2—2 mm langen

Ährchenstiele kahl, mit nur einzelnen spärlich zerstreuten Börstchen. Ährchen 3—5-blütig, 4—5 mm lang. Hüllspelzen verschieden gross, spitz, kahl, grün und mit breitem Häutchensaum; die untere länglich,  $\frac{3}{4}$ —1,5 mm lang,  $\frac{3}{4}$  mm breit, einnervig; die obere eirund, 1—2 mm lang, 1 mm breit, dreinervig. Deckspelze eirund, spitz oder abgestumpft spitz, 2,5 mm lang, 1,5 mm breit, 5-nervig, kahl und grün mit breitem Häutchensaum; Vorspelze 1,5 mm lang, quer abgestutzt, weiss, häutig und kahl, nur die Nerven grün und unbedeutend rauh. Staubbeutel weissgelb, kaum 1 mm lang.

Prov. Jujuy: Rinconada in ripariis humidissimis, ca. 3800 m. s. m. (8 Febr. 1901; KURTZ 11614 a); Moreno ad margines fossarum, 3500 m. s. m. (21 Nov. 1901; FR. 806).

***Poa Grisebachii*** R. E. FR. nov. sp. (Taf. IX, Fig. 8).

*Poa holciformis* GRIS. Symb. argent. pag. 289 (non PRESL).

*Perennis, laxe caespitosa, culmo foliis parum brevioribus; vaginis glabris, ligulis dentato-laciniatis, laminis linearibus, planis vel laxe convolutis, margine et supra scabris, subtus glabris et apicem versus modo scabris; panicula subcontracta, ramis erectis, glaberrimis, 4—6-nis; spiculis oblongis, flavo-virentibus, sub-4-floris; paleis inferioribus glabris vel nervis basi minute puberulis, glumas glabras duplo triplo superantibus.*

Ein kleines, 12—18 cm hohes, rasenförmig wachsendes Gras, an der Basis von trockenen, gelbbraunen Scheiden umschlossen. Halm kahl, aus nur ein paar Gliedern bestehend, von den Blattspreiten ganz bedeckt. Diese sind kahl, glänzend, hellgrün, gestreift, im oberen Teil mit Häutchensaum, die oberste bis 10 cm lang und den unteren Teil der Rispe umschliessend; Ligula 1—2 mm lang, häutig, kahl, oben unregelmässig gezähnt oder bis an die Basis gelappt; Blattspreite 5—9 cm lang, 1,5—2,5 mm breit, nach oben allmählich verjüngt, spitz. Rispe bis 9 cm lang, länglich, etwas zusammengezogen; Spindel unbehaart und glänzend, gestreift; Rispenäste 4—6 in den Kränzen, emporgerichtet, zart, kahl und glänzend, erst gegen die Mitte oder die Spitze Ährchen tragend, die längsten bis 5 cm lang; Ährchen 3—5-blütig, länglich, 6—8 mm lang, ungestielt oder auf bis 2 mm langen, kahlen Stielen aufsitzend. Hüllspelzen oval und spitz, ganzrandig oder gegen die Spitze hin öfters zerrissen, 1-nervig, unbehaart und grün, die Ränder und die Spitze hyalin; die untere 1,5—2 mm lang, 1 mm breit, die obere etwa 2,5 mm lang, 1,25 mm breit. Deckspelze 4,5—5 mm lang, 2 mm breit, spitz und gegen die Spitze hin mehr oder weniger

zerrissen, 3-nervig, völlig glatt oder an den Nerven gegen die Basis hin fein behaart, hellgrün, Rand und Spitze häutig, hyalin. Vorspelze hyalin, häutig, 4 mm lang, an der Spitze tief ausgeschweift, an den beiden Nerven rauh. Staubbeutel 2 mm lang, rotgelb gefärbt.

Prov. Jujuy: S:a Catalina, 3650 m. s. m. (10 Jan. 1901; KURTZ 11409 und 11412).

Stimmt mit einigen von LORENTZ und HIERONYMUS gesammelten (Nevado del Castillo n. 79) und von GRISEBACH zu *Poa holciformis* gestellten Exemplaren überein. Von *Poa holciformis* PRESL stehen sie jedoch weit ab. »Sicher eine neue Art; auffallend sind die relativ kurzen Hüllspelzen.« (HACKEL in litt.).

***Poa scaberula* HOOK. f. Fl. Ant. II pag. 378.**

Prov. Jujuy: Dep. de S:a Catalina in paludibus siccioribus, 3650 m. s. m. (21 Jan. 1901; KURTZ 11483).

Verbreitung: Chile und Argentinien von Jujuy bis zum Feuerlande.

***Poa bonariensis* (LAM.) KUNTH, Rev. gram. I pag. 115.**

Prov. Jujuy: Rinconada in declivibus ripariis siccis, 3800 m. s. m. (8 Febr. 1901; KURTZ 11611; det. E. HACKEL); Laguna Tres Cruces in Dep. de Cochinoeca in petroso-arenosis, ca. 3700 m. s. m. (14 Febr. 1901; KURTZ 11693).

Verbreitung: nördlichstes Argentinien und Chile bis zum Feuerlande hinab.

***Poa chilensis* TRIN. in Linnæa 10 pag. 306 (1836).**

Prov. Jujuy: Moreno in fissuris rupium, 3800 m. s. m. (17 Dec. 1901; FR. 932; det. E. HACKEL); Rinconada ad ripam rivuli, 3800 m. s. m. (8 Febr. 1901; KURTZ 11608); Laguna Tres Cruces in rupibus, 3400—3700 m. s. m. (14 Febr. 1901; KURTZ 11664).

Verbreitung: nördliches Argentinien (Salta und Jujuy) die Anden entlang bis zum Feuerlande.

***Poa Kurtzii* R. E. FR. nov. sp. (Taf. IX, Fig. 7).**

*Perennis, dioica, caespitosa, culmo scabro foliis longiore vel interdum subaequilongo; foliorum laminis convolutis, pungentibus, scabris, ligulis longe productis, subulatis, acutis; panicula laxa, ramis geminis vel interdum 3-nis, scabris; spiculis late ovatis, 3—4-floris, tricoloribus, glabris vel parum scabriusculis; glumis palearum inferiorum longitudinem ad  $\frac{2}{3}$ — $\frac{3}{4}$  aequantibus.*

Ein 30—65 cm hohes, rasenförmig wachsendes Gras. Halme drehrund, gestreift und rauh, grösstenteils von den Blattspreiten bedeckt,

nur unterhalb der Rispe ein längeres oder kürzeres Stück blossliegend. Blätter emporgerichtet; Blätter der Innovationen etwa  $\frac{2}{3}$  der Halmlänge erreichend oder wohl auch ebenso lang wie die Halme; ihre Scheiden zusammengezogen, wenn jünger rau behaart, bläulichgrün, wenn älter kahl und glänzend, strohgelb; Ligula allmählich verjüngt, spitz, 5—8 mm lang; Spreiten fadenförmig, zusammengerollt, blaugrün, mit einer weissegelben, stechenden Spitze, bis 25 cm lang, wenn ausgebreitet 1—2 mm breit, beiderseitig rau behaart. Halmblätter diesen ähnlich, die oberen aber mit nach oben kürzerer Spreite, das oberste mit etwas aufgeblähter Blattscheide. Rispe spärlich blütig, mehr oder weniger eiförmig, 8—20 cm lang; Spindel rau; Äste zart, rau, paarweise, bisweilen ihrer drei kranzförmig entspringend, die unteren bis 8 cm lang in der grössten Rispe, nach oben kürzer, oberhalb der Mitte oder erst unfern der Spitze Ährchen tragend. Ährchen 3—4 blütig, auf  $\frac{1}{2}$  bis ein paar mm langen, rauhen Stielen aufsitzend. Hüllspelzen fast gleich lang, violett, die Ränder und die Spitze hyalin, kahl, spitz, die untere 3 mm lang,  $1\frac{1}{4}$  mm breit, 1-nervig. Deckspelze 4—5 mm lang, 2,5 mm breit, kahl oder unbedeutend rau, violett und gegen die Spitze hin gelblich gefärbt, die eigentliche Spitze und die Ränder hyalin; Vorspelze 3,5 mm lang, hyalin und längs den beiden rauhen Nerven violett, unbedeutend ausgeschweift. Staubbeutel 2 mm lang.

Prov. Jujuy: Timon Cruz in ripariis, ca. 3850 m. s. m. (5 Febr. 1901; KURTZ 11584); Cuesta de San José in petrosis, ca. 4200 m. s. m. (6 Febr. 1901; KURTZ 11598); Rinconada in declivibus ripariis siccis, 3800 m. s. m. (1901; KURTZ 11609).

***Festuca proxima* R. E. FR. nov. sp. (Taf. IX, Fig. 12).**

*Sect. Ovinæ; perennis, caespitosa; innovationibus intravaginalibus, vaginis basi modo integris, 7-nerviis, glabris, ligulis brevissimis, truncatis, bi-auriculatis, laminis convolutis, pungentibus, subtus glabris, supra scabris et fasciculos sclerenchymaticos 7 inferiores tenuiores, et 5 superiores validiores gerentibus; laminis foliorum culmorum convolutis; panícula contracta, glumis inaequalibus, brevibus; paleis inferioribus lanceolatis, acutis, muticis vel brevissime aristatis.*

20—35 cm hoch. Halme aufrecht, starr, drehrund, kahl und glänzend; Knoten glatt. Innovationen aufrecht; ihre Blätter mit bis 4 cm langen Blattscheiden und einigen cm bis 1 dm langen, scharf gespitzten, blaugrünen, zusammengerollten Blattspreiten. Halmblätter 2; Schei-



den bedeutend kürzer als die Internodien, unbehaart; Ligula und Blattspreite wie auf den Blättern der Innovationen. Rispe zusammengezogen, aufrecht, einseitig, 4—7 cm lang; Spindel und Äste kahl, eckig; die letzteren vereinzelt oder paarweise, 1—3-blütig, die untersten am längsten (die längsten beobachteten waren 3 cm lang), nach oben kürzer; Ährchenstiele oben etwas angeschwollen. Ährchen keilförmig, 6—9 mm lang, 4- oder mitunter 3-blütig, grün oder mit violettem Anflug. Hüllspelzen gleichmässig verjüngt, spitz, verschieden gross, gekielt, kahl und glänzend mit breitem Häutchensaum, die untere 2 mm lang, einnervig, die obere 3 mm lang, 3-nervig und bis die halbe Höhe der Deckspelze der zweiten Blüte erreichend. Deckspelze 4—5 mm lang, lanzettlich, auf der Rückenseite gerundet oder längs der oberen Hälfte mehr oder minder deutlich gekielt, ohne aufragende Nerven, kahl oder gegen die Spitze hin unbedeutend rauh; Vorspelze 4—5 mm lang, linealisch länglich, zweispitzig, gegen die Spitze hin besonders an den beiden Nerven rauh behaart. Antheren fadenförmig, 2,5 mm lang.

Prov. Jujuy: S:a Catalina in cultis humidis, ca. 3650 m. s. m. (10 Jan. 1901; KURTZ 11411).

Die Art steht der *F. ovina* L. besonders nahe, unterscheidet sich jedoch von dieser hauptsächlich in dem anatomischen Bau der Blätter (durch das Vorkommen von oberen Sclerenchymbündeln).

**Festuca dissitiflora** STEUD. in LECHL. Berb. am. austr. pag. 56. Descriptio apud GRIS. Symb. argent. pag. 287.

Prov. Jujuy: S:a Catalina, El Angosto in arenoso, ca. 3600 m. s. m. (1 Febr. 1901; KURTZ 11562); Moreno, loco humido ad rivulum, 3500 m. s. m. (12 Dec. 1901; FR. 687 a; det. E. HACKEL).

Verbreitung: Peru, Bolivia und Argentinien bis Tucuman und Córdoba; Chile die Anden entlang bis zum südlichsten Teile.

**Festuca juncea** PHIL. in An. Mus. nac. Chile 1891 pag. 88.

Prov. Jujuy: Dep. de S:a Catalina, San José in campo, ca. 4000 m. s. m. (5 Febr. 1901; KURTZ 11597); Rinconada, Abra de Queta in planitie (pampa) arenosa (9 Febr. 1901; KURTZ 11615).

Von den PHILIPPI'schen Original Exemplaren im Berliner Museum weichen sie nur dadurch ab, dass die Ränder der Deckspelzen behaart sind, wie auch durch mehr oder weniger haarige Infloreszenzenäste; den ersteren Charakter haben jedoch PHILIPPI's Exemplare auch, obgleich schwach ausgesprägt, betreffs des letzteren variieren

die beiden KURTZ'schen bedeutend, bis zu beinahe unbehaart an dem einen, so dass ich der Ansicht bin, sie seien ungeachtet dieser Abweichungen zu *F. juncea* zu führen.  
Verbreitung: höheres Cordillereengebiet des nördlichsten Argentinien und Chile.

**Bromus unioloides** H. B. K. Nov. gen. et sp. pl. I pag. 151.

Prov. Jujuy: S:a Catalina, 3650 m. s. m. (9—10 Jan. 1901; KURTZ 11406 et 11415); Laguna Tres Cruces, 3700 m. s. m. (14 Febr. 1901; KURTZ 11672 et 11692); Moreno in cultis, 3500 m. s. m. (21 Nov. 1901; FR. 736 a. — 20 Dec.; FR. 942). Prov. Salta: San Antonio de los Cobres in cultis, 3550 m. s. m. (5 Nov. 1901; FR. 736); Mina Concordia, ca. 4000 m. s. m. (28 Oct. 1901; FR. 719).

Verbreitung: über Nord- und Südamerika, in den Anden wie auf der Ebene; auch in die Alte Welt eingeschleppt.

**Hordeum secalinum** SCHREB. Spicil. Fl. Lips. pag. 148.

**var. chilense** DESV. in GAY, Fl. Chil. VI pag. 458.

Prov. Jujuy: Moreno, locis humidis, 3500 m. s. m. (14 Nov. 1901; FR. 756. — 26 Nov. 1901; FR. 756 a).

Die Exemplare scheinen mir, nach dem Vergleich mit den von DUSÉN im Feuerlande gesammelten und von HACKEL bestimmten, im Botanischen Museum zu Upsala aufbewahrten Exemplaren, zu dieser Art geführt werden zu müssen. Mit diesen stimmen meine in allem ausgezeichnet überein, ausgenommen darin, dass die Borsten der Ahrchen unbedeutend (2—3 mm) länger als an den DUSÉN'schen Exemplaren sind.

Verbreitung der Art: kosmopolitisch über Europa, südwestliches Afrika, Nord- und Südamerika bis zum Feuerlande hinab.

**Hordeum andicola** GRIS. Symb. argent. pag. 285.

Prov. Jujuy: S:a Catalina in cultis, 3650 m. s. m. (10 Jan. 1901; KURTZ 11413); Moreno ad ripam rivuli in cultis, 3500 m. s. m. (26 Nov. 1901; FR. 877).

Verbreitung: vom nördlichsten Argentinien bis zum Feuerlande.

## Juncaginaceæ.

**Triglochin palustre** L. Sp. pl., ed. I pag. 338.

Prov. Jujuy: Cochinoca in paludibus raro, ca. 3300 m. s. m. (10 Febr. 1901; KURTZ 11631. fructiferum); Moreno ad margines fossarum,

3500 m. s. m. (14—21 Nov. 1901; FR. 758, specimina floribus fructibusque immaturis instructa).

Verbreitung: temperierte und kalte Gegenden der nördlichen Halbkugel; auf den Anden: in Atacama in Chile und von Jujuy bis zum Feuerlande in Argentinien.

**Triglochin maritimum** L. Sp. pl., ed. I pag. 339.

**var. deserticola** BUCH. in ENGLER, Das Pflanzenreich. Heft. 16 (IV: 14) pag. 9.

Prov. Jujuy: Laguna Colorada, loco salso, ca. 3800 m. s. m. (20 Oct. 1901; FR. 676, florigerum); Moreno, locis plus minus salsis, 3500 m. s. m. (15 Nov. 1901; FR. 676 a, specimina fructibus immaturis instructa); ibid. (26 Nov. 1901; FR. 676 b, florigerum).

N:o 676 und 676 a stimmen mit den von Hieronymus und Niederlein (n. 253) in Rioja gesammelten Originalexemplaren ganz überein; sie wuchsen auf sehr salzhaltigem Boden und erreichen nur eine Höhe von 2—3 cm. N:o 676 b ist — der weniger salzhaltigen, feuchteren Örtlichkeit wegen — grösser und üppiger, sich der Hauptart nähernd, mit einer ca. 1 dm langen Infloreszenzenachse.

Verbreitung der Art: Europa, Asien und Amerika; die Varietät kommt in den Anden Atacamas und des nördlichen Argentinien (Jujuy—Rioja) vor.

### Potamogetonaceæ.

**Potamogeton filiformis** PERS. Synops. I pag. 152.

Prov. Salta: San Antonio de los Cobres in rivulo, 3650 m. s. m. (5 Nov. 1901; FR. 716; det. J. BAAGØE).

Verbreitung: kommt sowohl in der Alten als der Neuen Welt vor.

**Potamogeton aulacophyllus** K. SCHUM. in MARTIUS, Fl. Bras. III: 3 pag. 696.

Prov. Jujuy: ad Laguna Colorada in rivulo, ca. 3800 m. s. m. (20 Oct. 1901; FR. 688, sterilis; det. J. BAAGØE).

Verbreitung: die höheren Regionen der Anden von Jujuy bis Rioja.

**Ruppia maritima** L. Sp. pl., ed. I pag. 127.

Atacama: Incachuli prope Chorrillos in prov. Salta, in aqua calida (35—37,5° C.), ca. 4800 m. s. m. (31 Oct. 1901; FR. 714, florigera).

Verbreitung: in den tropischen und temperierten Ländern der Alten und Neuen Welt, in salzigem und brackischem Wasser, besonders an den Meeresküsten, jedoch auch im Lande; in Argentinien von Jujuy bis zum Feuerlande.

**Zannichellia palustris** L. Sp. pl., ed. I pag. 969.

Prov. Jujuy: Moreno in rivulis, 3500 m. s. m. (22 Oct. 1901; FR. 694). Prov. Salta: San Antonio de los Cobres in aqua 1 dm. alta stagnante, 3650 m. s. m. (27 Oct. 1901; FR. 715. — 6 Nov.; FR. 715 b).

Verbreitung: in allen Weltteilen.

**Gnetaceæ.****Ephedra americana** WILLD. Sp. pl. 4 pag. 860.

**var. andina** STAPF in Denkschr. d. kais. Akad. d. Wissensch. Math. naturw. Classe. Bd. 56. II pag. 86.

Prov. Jujuy: Moreno in montibus saxosis, 3500 m. s. m. (26 Nov. 1901; FR. 850, floribus masculinis instructa. — 16 Dec. 1901; FR. 750 a, eum floribus femineis).

Die Exemplare stimmen gut überein mit den von HIERONYMUS und NIEDERLEIN in Rioja (Sierra Famatina, n. 447 und 770) gesammelten Exemplaren.

Verbreitung der Art: »Südamerikanische Anden von Ecuador bis Patagonien und argentinische Sierren bis an die atlantische Küste« (STAPF l. c.); der Varietät: die Anden Argentinien und Chiles bis abwärts zum 41.<sup>o</sup> s. Br.

**Salviniaceæ.****Azolla filiculoides** LAM. Encycl. I pag. 343 tab. 863.

*Azolla magellanica* WILLD. Sp. pl. V pag. 541.

Prov. Jujuy: Moreno in rivulo, 3500 m. s. m. (17 Nov. 1901; FR. 482 a).

Verbreitung: in fast ganz Südamerika von Columbien bis an die Magellansstrasse; auch in Europa eingeschleppt.

**Polypodiaceæ.****Woodsia montevidensis** (SPRENG.) HIER. in ENGL. Bot. Jahrb. 22 pag. 363.

Prov. Jujuy: S:a Catalina in fissuris rupium, ca. 3650 m. s. m. (9 Jan. 1901; KURTZ 11402); Moreno ad Nevado de Chañi, loco subumbroso, 3500 m. s. m. (11 Dec. 1901; FR. 892).

Verbreitung: »von Peru durch Bolivien und Argentinien bis in die Gebirge der Provinz Buenos Aires« (HIERONYMUS l. c. pag. 364).

**Pellaea ternifolia** (CAV.) LINK, Filicum Spec. pag. 59.

Prov. Jujuy: Rinconada, ca. 3800 m. s. m. (3 Jan. 1901; KURTZ 11342); Moreno in fissuris rupium, 3500—3800 m. s. m. (15 Oct. 1901; FR. 670. — 24 Oct.; FR. 670 a).

Verbreitung: »im andinen Amerika von Californien und Texas bis Chile und dem südlichen Teil der Argentina, auf den Sandwichsinseln. — Felsenpflanze» (HIERONYMUS l. c.).

**Pellaea nivea** (POIR.) PRANTL in ENGL. Bot. Jahrb. 3 pag. 417.

Prov. Jujuy: Abra Tactul in fissuris rupium, ca. 4000 m. s. m. (20 Oct. 1901; FR. 690); Moreno, ca. 3500—3700 m. s. m. (15 Oct. 1901; FR. 669. — 24 Oct.; FR. 669 a).

Verbreitung: »Felsenpflanze in den Cordilleren und den Vorgebirgen derselben von Mexico bis Peru, Bolivien und der Argentina» (HIERONYMUS l. c.).

**Nothochlæna peruviana** DESV. in Mem. Soc. Linn. II pag. 220(?).

Prov. Jujuy: Rinconada, ca. 3800 m. s. m. (3 Jan. 1901; KURTZ 11341); Moreno in fissuris rupium, 3500 m. s. m. (24 Oct. 1901; FR. 698).

Verbreitung: Peru bis zum nördlichsten Argentinien.

**Cheilanthes pruinata** KAULF. Enum. Fil. pag. 210.

Prov. Jujuy: Yavi, 3400 m. s. m. (2 Jan. 1902; FR. 1708); S:a Catalina, ca. 3650 m. s. m. (11—18 Jan. 1901; KURTZ 11429); Rinconada, ca. 3800 m. s. m. (3 Jan. 1901; KURTZ 11340); Moreno ad Nevado de Chañi in fissuris rupium loco subumbroso, 3500 m. s. m. (24 Oct. 1901; FR. 696 et 697).

Verbreitung: »in den Cordilleren und den denselben parallel liegenden Gebirgszügen in Peru, Bolivien und Argentinien; Felsenbewohner» (HIERONYMUS l. c.).

**Polypodium macrocarpum** PRESL, Rel. Hænk. pag. 23, tab. 1 fig. 4.

Prov. Jujuy: Abra Tactul in rupibus, 3500--4000 m. s. m. (20 Oct. 1901; FR. 691).

Verbreitung: von Peru, durch Bolivia nach Argentinien (hinab bis Córdoba und Buenos Aires) und Chile; am öftesten auf Felsen wachsend, aber auch als Epiphyt an den Baumstämmen in den dichten, subtropischen Urwäldern.

### Ergänzungen und Berichtigungen.

Seite 16: Zeile 13 von unten lies *arenicola* statt *arenicolum*.

- » 42: » 8 » » » *Baccharis polifolia* statt *Baccharis ledifolia*.
- » 49: in der Figurenerklärung schalte ein hinter Kth.: Vergr. <sup>44</sup>/<sub>1</sub>, und hinter OK.: Vergr. <sup>55</sup>/<sub>1</sub>.
- » 61: Zeile 17 von oben lies *juncea* statt *subulata*.
- » 63: in der Tabelle und S. 64 Zeile 7 von oben schalte ein hinter *Crantzia lineata*: *Myriophyllum elatinoides*.
- » 63: Zeile 12 von unten, S. 64 Zeile 14 von oben und 67 Zeile 3 von oben lies 20 statt 19.
- » 64: » 9 » oben schalte ein hinter auf: Australien oder.
- » 64: » 7 » oben und 9 von unten liess vier statt drei.
- » 65: » 12 » » » S. 67 Zeile 4 von oben lies 49 statt 50.
- » 82: » 15 » » lies südlichen statt nördlichen.
- » 103: » 5 » unten hinter entlang füge ein; auch in den Gebirgen der Ebene bis in die Provinz Buenos Aires hinein.
- » 106: hinter *Fabiana Clarenii* füge ein:

#### **Nicotiana crispa** PHIL. Fl. atacam. pag. 41.

Prov. Jujuy: Moreno, loco arenoso sicco, 3500 m. s. m. (26 Nov. 1901; FR. 799 a). Prov. Salta: Huancar in arenosis, ca. 3500 m. s. m. (20 Nov. 1901; FR. 799). Specimina florigera.

Verbreitung: die alpine Region des nördlichen Chile und Argentinien.

Seite 145: Zeile 6 von unten schalte ein hinter zum: südlichen Argentinien und.

- » 167: » 17 » oben hinter Chile füge ein: bis abwärts zum Feuerland.

## Verzeichnis der wichtigsten Litteratur.

- ARECHA VALETA, J. Las gramíneas uruguayas (Anales del Museo nacional de Montevideo 1894—97).
- BAKER, E. G. Synopsis of Genera and Species of Malveæ (Journal of Botany. Vol. 29. 1891).
- BAKER, J. G. (I). On the rediscovery of the genus *Eustephia* of Cavanilles (Journal of Botany. Vol. 16, pag. 39—41. 1878).
- (II). Handbook of the Amaryllideæ. London 1888.
- (III). Handbook of the Irideæ. London 1892.
- BENTHAM, G. Notes on the Classification, History, and Geographical Distribution of Composite (Journal of the Linnean Society. Vol. 13, pag. 335—577. 1872).
- BENTHAM, G. et HOOKER, J. D. Genera plantarum I—III. London 1862—83.
- BERNARD, C. A propos d'*Azolla* (Recueil des Travaux Botaniques Neerlandais. N:o 1, pag. 1—13. 1904).
- BÖCKELER, O. Die Cyperaceen des kgl. Herbariums zu Berlin (Linnæa 35—38. 1867—74).
- BONNIER, G. Sur quelques plantes annuelles ou bisannuelles qui peuvent devenir vivaces aux hautes altitudes (Bull. de la Soc. bot. de France. Tome 31, pag. 381—383. 1884).
- BRACKEBUSCH, L. (I). Estudios sobre la Formacion petrolifera de Jujuy (Bol. de la Academia nacional de Ciencias en Córdoba, Argentina. Tomo 5, pag. 137—184. 1883).
- (II). Viaje a la Provincia de Jujuy, discursos pronunciados en el instituto geográfico Argentino (Ebenda, pag. 185—252).
- (III). Reisen in den Kordilleren der argentinischen Republik (Verhandl. der Gesellschaft für Erdkunde zu Berlin. Band 18, pag. 53—79. 1891).
- (IV). Eine neue Karte der Argentinischen Republik im Masstabe von 1 : 1000000 (Petermann's Mitteilungen. Band 38, pag. 177—189. Mit zwei Karten: Taf. 14 und 15. 1892).
- (V). Die Bodenverhältnisse des nordwestlichen Teiles der Argentinischen Republik mit Bezugnahme auf die Vegetation (Petermann's Mitteilungen. Band 39, pag. 153—166. 1893).
- (VI). Die Kordillerenpässe zwischen der Argentinischen Republik und Chile, vom 22.<sup>o</sup> bis 35.<sup>o</sup> S. B. (Zeitschr. der Gesellschaft für Erdkunde zu Berlin. Band 27, pag. 249—348. 1892).
- BRAY, W. L. The Geographical Distribution of the Frankeniaceæ considered in connection with their Systematic Relationship (Engler's Bot. Jahrbücher für Systematik etc. Band 24, pag. 395—417. 1897—98).

- BRITTON, N. L. (I). An Enumeration of the Plants collected by Dr. H. H. Rusby in South America 1885—86 (Bull. Torrey Bot. Club. Vol. XV—XX. 1888—93).
- (II). The American Species of the Genus *Anemone* and the Genera which have been referred to it (Annals of the New York Acad. of Sciences, late Lyceum of Nat. Hist. VI, pag. 215—238. 1892).
- BUCHENAU, FR. (I). Ueber die von Mandon in Bolivia gesammelten Juncaceen (Abhandlungen, herausgegeben vom naturwissenschaftlichen Vereine zu Bremen. Band 4, pag. 119—134. 1874).
- (II). Kritische Zusammenstellung der bis jetzt bekannten Juncaceen aus Süd-Amerika (Ebenda. Band 6, pag. 353—431. 1879).
- (III). Monographia Juncacearum (Engler's Bot. Jahrbücher. Bd. 12, pag. 1—495. 1890).
- CAVANILLES, A. J. Icones et Descriptiones Plantarum. Vol. 1—6. Madrid 1791—1801.
- CHODAT, R. et WILCZEK, E. Contributions à la Flora de la République Argentine. Énumération critique des plantes récoltées par M. E. Wilczek à Saint-Raphaël et dans la vallée de l'Atuel (Bull. de l'Herbier Boissier. Sér. 2. Tome 2. 1902).
- CLARKE, C. B. Cyperaceæ (præter Caricinas) Chilenses (Engler's Bot. Jahrbücher. Band 30. Beiblatt 68, pag. 1—44. 1901).
- COSTANTIN, M. J. Étude comparée des tiges aériennes et souterraines des dicotylédones (Ann. des Sciences naturelles. Série VI. Tome 16, pag. 5—176. Botanique. 1883).
- DARAPSKY, L. Zur Geographie der Puna de Atacama (Zeitschr. der Gesellsch. für Erdkunde zu Berlin. Band 34, pag. 281—311. 1899).
- DAVIS, GUALTERIO G. (I). Ligeros apuntes sobre el clima de la República Argentina. Buenos Aires 1889.
- (II). Observaciones meteorológicas hechas en Cochinooca por el Señor Presbítero D. Gerónimo Lavagna (Anales de la Oficina Meteorológica Argentina. Tomo 8, pag. 377—388. 1890).
- (III). Clima de Cochinooca (Ebenda, pag. 562—568. 1890).
- (IV). Clima de la República Argentina compilado de las observaciones efectuadas hasta el año 1900. Buenos Aires 1902.
- DE CANDOLLE, ALPH. Géographie botanique raisonnée. I—II. Paris 1855.
- DE CANDOLLE, A. P. Regni vegetabilis systema naturale. Vol. I—II. Paris 1818—1821.
- DE CANDOLLE, A. P. et ALPH. Prodromus syst. nat. regni vegetabilis. Vol. 1—17. Paris 1824—73.
- DON, D. Descriptions of the new Genera and Species of the Class Compositæ, belonging to the Flora of Peru, Mexico and Chile (Transactions of the Linnean Society of London. Vol. 16, pag. 169—303. 1833).
- DRUDE, O. Handbuch der Pflanzengeographie. Stuttgart 1890.
- DUCAMP, L. Note sur l'acclimatation de l'*Azolla filiculoides* Lam. dans le Nord de la France (Bull. Acad. intern. Géogr. botan. 12, pag. 488. 1903).
- DUSÉN, P. (I). Die Gefäßpflanzen der Magellansländer (Svenska Expeditionen till Magellansländerna. Band III. N:o 5. 1900).
- (II). Die Pflanzenvereine der Magellansländer nebst einem Beiträge zur Ökologie der magellanischen Vegetation (Ebenda. Band III. N:o 10. 1903).
- ENGLER, A. (I). Versuch einer Entwicklungsgeschichte der Pflanzenwelt, insbesondere der Florengebiete seit der Tertiärperiode. Leipzig 1879—82.



- ENGLER, A. (II). Das Pflanzenreich. Regni vegetabilis conspectus. — IV: 75. *Rafflesiaceæ* von H. GRAF zu SOLMS-LAUBACH. 1901.—IV: 14. *Scheuchzeriaceæ* von FR. BUCHENAU. 1903.
- ENGLER, A. und PRANTL, K. Die natürlichen Pflanzenfamilien. II—IV. Leipzig 1889—1900.
- FITZGERALD, E. A. The highest Andes. London 1899.
- FRIES, ROB. E. Eine Leguminose mit trimorphen Blüten und Früchten (K. Svenska Vet.-Akad:s Arkiv för Botanik. Bd 3. N:o 9, pag. 1—10 mit Taf. 1—2. 1904).
- GAY, CL. Historia Física y Política de Chile. Botánica: Flora chilena. Vol. 1—6. Paris 1845—53.
- GILG, E. Beiträge zur Kenntnis der Gentianaceæ. I. (Engler's Bot. Jahrbücher. Bd. 22, pag. 301—347. 1896).
- GOEBEL, K. Pflanzenbiologische Schilderungen II. Die Vegetation der venezolanischen Paramos. Marburg 1891.
- GRAY, ASA. Characters of some Compositæ in the Collection of the United States South Pacific Exploring Expedition (Proceedings of the American Academy of Arts and Sciences. Vol. 5, pag. 114—146. 1862).
- GRISEBACH, A. (I). Plantæ Lorentzianæ. Bearbeitung der ersten und zweiten Sammlung argentinischer Pflanzen des Professor Lorentz zu Córdoba (Abhandl. der Kgl. Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen. Band 19. 1874).
- (II). Symbolæ ad Floram argentinam. Zweite Bearbeitung argentinischer Pflanzen (Ebenda. Band 24. 1879).
- (III). Die Vegetation der Erde. Zweite Auflage. I—II. Leipzig 1884.
- GÜSSFELDT, P. Bericht über eine Reise in den centralen chileno-argentinischen Andes (Sitzungsberichte der Kgl. preussischen Akademie der Wissenschaften zu Berlin 1884: 2, pag. 889—929).
- HAUSKNECHT, C. Monographie der Gattung *Epilobium*. Jena 1884.
- HEGELMAIER, F. (I). Die Lemnaceen. Eine monographische Untersuchung. Leipzig 1868.
- (II). Systematische Übersicht der Lemnaceen (Engler's Bot. Jahrbücher. Band 21, pag. 268—305. 1895).
- HEIMERL, A. (I). Über einen neuen Bürger der europäischen Flora (Verh. des Vereins für Natur- und Heilkunde zu Pressburg. Neue Folge. XIII. pag. 3. 1901).
- (II). Monographie der Nyctaginaceen I. *Bougainvillea*, *Phæoptilum*, *Colignonia*. Mit 2 Tafeln (Denkschriften der kais. Akad. der Wissenschaften. Mathematisch-Naturwissenschaftliche Classe. Band 70, pag. 97—137. 1901).
- HEMSLEY, W. B. and PEARSON, H. H. W. On a small Collection of dried Plants obtained by Sir Martin Conway in the Bolivian Andes (Journal of the Linnean Society, London. Vol. 35, pag. 78—90. 1901).
- HIERN, W. P. *Limosella aquatica* L. var. *tenuifolia* Hook. f. (Journal of Botany. Vol. 39, pag. 336—339. 1901).
- HIERONYMUS, G. (I). Observaciones sobre la vegetacion de la provincia de Tucuman (Bol. de la Acad. nac. de Ciencias en Córdoba, Argentina. Tomo I, pag. 183—234, 299—423. 1875).
- (II). Sertum Sanjuaninum (Ebenda. Tomo IV, pag. 1—73. 1881).
- (III). Plantæ diaphoricæ floræ argentinæ (Ebenda, pag. 199—598. 1881).
- (IV). Plantæ Stuebelianæ novæ (Engler's Bot. Jahrbücher. Bd. 21, pag. 306—378. 1895).

- HIERONYMUS, G. (V). Beiträge zur Kenntnis der Pteridophyten-Flora der Argentina und einiger angrenzender Teile von Uruguay, Paraguay und Bolivien (Ebenda. Bd. 22, pag. 359—420. 1896).
- (VI). Erster Beitrag zur Kenntnis der Siphonogamenflora der Argentina und der angrenzenden Länder, besonders von Uruguay, Paraguay, Brasilien und Bolivien (Ebenda. Bd. 22, pag. 672—798. 1897).
- HOOKEER, J. D. The Botany of the Antarctic Voyage. I: Flora Antarctica. Part. 1—2. London 1844—1847.
- HOOKEER, W. J. et ARNOTT, G. A. W. Contributions towards a Flora of South America and the Islands of the Pacific (Hooker, Botanical Miscellany. Vol. III. London 1833. — Hooker, Companion to the Botanical Magazine. Vol. 1—2. 1835—36. — Hooker, Journal of Botany. Vol. III. 1841).
- HUMBOLDT, A. v. Naturgemälde der Tropenländer; nach GRISEBACH, Veg. der Erde.
- HUMBOLDT, BONPLAND et KUNTH, Nova genera et species plantarum. I—VII. Lutetiae Parisiorum 1815—25.
- IHNE, E. Studien zur Pflanzengeographie. IV. Geschichte der Einwanderung von *Xanthium spinosum* (Bericht der oberhessischen Gesellschaft für Natur- und Heilkunde. 19, pag. 80—110. 1880).
- KARSTEN, G. und SCHENCK, H. Vegetationsbilder. Jena 1903.
- KÜKENTHAL, G. Die *Carex*-Vegetation des aussertröpischen Südamerika (ausgenommen Paraguay und Süd-Brasilien) (Engler's Bot. Jahrbücher. Bd. 27, pag. 485—563. 1899).
- KUNTH, K. S. Enumeratio plantarum omnium hucusque cognitarum. Tom. 1—5. Stuttgartiæ et Tubingæ 1833—50.
- KUNTZE, O. Revisio generum plantarum I—III. Leipzig 1891—98.
- KURTZ, FR. (I). Dos viajes botánicos al Rio Salado superior (Bol. de la Acad. nacional de Ciencias en Córdoba, Argentina. Tomo 13, pag. 171—212. 1893).
- (II). Enumeracion de las plantas recogidas por G. Bodenbender en la Precordillera de Mendoza (Ebenda. Tomo 15, pag. 502—522. 1897).
- (III). Essai d'une Bibliographie botanique de l'Argentine (Ebenda. Tomo 16, pag. 117—205. 1900).
- (IV). Collectanea ad Floram argentinam; remarques et observations sur des plantes critiques ou peu connues de l'Argentine (Ebenda. Tomo 16 pag. 224—272. 1900).
- LINNEUS, C. Species plantarum. Ed. I. Holmiæ 1753. — Ed. II. Holmiæ 1762.
- LORENTZ, P. G. Vegetationsverhältnisse Argentinens (in R. Napp, Die argentinische Republik. Buenos Aires 1876).
- MARTIUS, C. F. PH., EICHLER, A. G. et URBAN, I. Flora Brasiliensis. Lipsiæ 1840—1901.
- MEYEN, F. J. F. (I). Reise um die Erde. I—II. Berlin 1834—35.
- (II). Observationes botanicæ in itinere circum terram institutæ. Opus posthumum, sociorum academiæ curis suppletum (Novorum actorum academiæ cæsareæ Leopoldino-Carolinæ naturæ curiosorum Vol. XIX. Suppl. I, pag. 1—512. 1843).
- MEYER, H. Reisen im Hochlande von Ecuador (Zeitschrift der Gesellschaft für Erdkunde zu Berlin. 1904 pag. 49—61, 132—150).
- MEZ, C. Bromeliaceæ (in C. DE CANDOLLE, Monographiæ Phanerogamarum. IX). Paris 1896.
- MIERS, J. Contributions to Botany, iconographic and descriptive, etc. Vol. II. 1860—69.

- O'DRISCOLL, FLORENCE. A journey to the north of the Argentine Republic (The Geographical Journal. London. Oct. 1904, pag. 384—408).
- PAX, F. (I). Beiträge zur Kenntnis der Amaryllidaceæ (in Engler's Bot. Jahrbücher. Bd. 11, pag. 318—337. Taf. VII. 1889).
- (II). Ueber die Verbreitung der südamerikanischen Caryophyllaceæ und die Arten der Republica Argentina (Ebenda. Bd. 18, pag. 1—35. 1893).
- PHILIPPI, FR. Catalogus Plantarum Vascularium Chilensium adhuc descriptorum (Anales de la Universidad de Chile. 1881).
- PHILIPPI, R. A. (I). Plantarum novarum chilensium centuriæ I—XII (Linnæa 28, 29, 30 et 33. 1856—65).
- (II). Reise durch die Wüste Atacama auf Befehl der chilenischen Regierung im Sommer 1853—54 unternommen. Halle 1860.
- (III). Florula atacamensis seu enumeratio plantarum in itinere per desertum Atacamense observatarum. 1860.
- (IV). Sertum mendocinum (Anal. Univ. de Chile. Tomo 21, pag. 389—407. 1862). Sertum mendocinum alterum (Ebenda. Tomo 34, pag. 159—212. 1870).
- (V). Catalogus prævius plantarum in itinere ad Tarapaca a Federico Philippi lectarum (Anal. Mus. nac. de Chile II. Seccion: Botanica. Santiago de Chile 1891.— Auf deutsch: Verzeichniss der von Friedrich Philippi auf der Hochebene der Provinzen Antofagasta und Tarapacá gesammelten Pflanzen. Leipzig 1891).
- (VI). Plantas nuevas chilenas (Anales de la Universidad de Chile. Tom. 81, 82, 84, 85, 87, 88, 90, 91, 94. 1893—96).
- POEPPIG, E. et ENDLICHER, S. Nova genera ac Species Plantarum. Vol. 1—3. Lipsiæ 1835—45.
- PÖHLMANN, R. und REICHE, K. Beiträge zur Kenntnis der Flora der Flussthåler Camarones und Vitor und ihres Zwischenlandes (19<sup>o</sup> s. Br.) (Verhandl. d. Deutschen wissenschaftl. Vereins in Santiago. Bd. IV, pag. 263—305).
- PRESL, C. B. Reliquiæ Hænkeanæ I—II. Pragæ 1830—36.
- REGEL, E. A. v. Alliorum adhuc cognitorum monographia (Act. Hort. Petrop. III, pag. 1—266. 1875).
- REICHE, K. (I). Violæ chilenses. Ein Beitrag zur Systematik der Gattung *Viola* (Engler's Bot. Jahrbücher. Band 16, pag. 405—452. 1892).
- (II). Zur Kenntnis der chilenischen Arten der Gattung *Oxalis* (Ebenda. Bd. 18, pag. 259—305. 1894).
- (III). Die botanischen Ergebnisse meiner Reise in die Cordilleren von Nahuelbuta und von Chillan (Ebenda. Bd. 22, pag. 1—16. 1895).
- (IV). Die Vegetations-Verhältnisse am Unterlaufe des Rio Maule (Chile) (Ebenda. Bd. 21, pag. 1—52. 1895).
- (V). Flora de Chile. I—III. Santiago de Chile 1896, 1898 und 1902.
- (VI). Beiträge zur Systematik der Calyceraceen (Engler's Bot. Jahrbücher. Bd. 29, pag. 107—119. Taf. I. 1900).
- REMY, J. Analecta Boliviana (Ann. Sc. Natur. Série III: 6. Botanique. 1846. — III: 8. 1847).
- ROHRBACH, P. Beiträge zur Systematik der Caryophyllinen. I. Ueber die Gattung Pycnophyllum (Linnæa 36, pag. 651—664. 1869—70). III. (Ebenda 37, pag. 183—312. 1871—73).
- RUIZ, H. et PAVON, J. Flora peruviana et chilensis I—III. Madrid 1798—1802.

- RUSBY, HENRY H. (I). An Enumeration of the Plants collected in Bolivia by Miguel Bang, with descriptions of new genera and species (Memoirs of the Torrey Bot. Club. Vol. III, IV und VI. 1893—96).
- (II). An Enumeration of the Plantes collected by Dr H. H. Rusby in South America 1885—86. XXIV—XXXII (Bull. Torrey Bot. Club. Vol. 25—29. 1898—1902).
- SCHIMPER, A. F. W. Pflanzen-Geographie auf physiologischer Grundlage. Jena 1898.
- SCHULTZ BIPONT., C. H. (I). Lechler's neueste Sammlungen aus Peru und Chile (Bonplandia. Bd. 4, pag. 50—55. 1856).
- (II). Enumeratio Cassiniacearum a cl. G. Mandon in Bolivia a. 1857—1861 lectarum (Linnæa 34, pag. 527—536. 1865—66).
- SCHULZ, O. E. (I). Monographie der Gattung *Melilotus* (Engler's Bot. Jahrbücher. Bd. 29, pag. 660—735. Taf. VI—VIII. 1901).
- (II). Monographie der Gattung *Cardamine* (Ebenda. Bd. 32, pag. 280—623. 1903).
- SCHUMANN, K. Gesamtbeschreibung der Kakteen (Monographia Cactacearum). Neudamm 1899.
- SPGAZZINI, C. (I). Plantæ novæ nonnullæ. I (Comunicaciones del Museo Nacional de Buenos Aires. Tomo 1. N:o 2, pag. 46—55. 1898).
- (II). Stipeæ platenses (Anales del Museo nacional de Montevideo. Tomo IV, pag. I—XVIII und 1—173. 1901).
- (III). Notes synonymiques (Anales del Museo nacional de Buenos Aires. Ser. III a. T. II, pag. 7—9. 1903).
- STAPF, O. Die Arten der Gattung *Ephedra* (Denkschr. der kais. Akademie der Wissenschaften. Mathematisch-naturwissenschaftliche Classe. Band 56: 2, pag. 1—112. 1889).
- STEUDEL, E. G. (I). Synopsis Plantarum Glumacearum I—II. Stuttgartiæ 1855.
- (II). Einige Beiträge zu der Chilenischen und Peruanischen Flora, hauptsächlich nach den Sammlungen von Bertero und Lechler (Flora 39. 1856).
- TSCHUDI, J. J. v. Reisen durch Süd-Amerika. V. Leipzig 1869.
- URBAN, I. et GILG, E. Monographia Loasacearum (Abhandl. der kais. Leop.-Carol. Deutschen Akademie der Naturforscher. Band 76, pag. 1—384. Halle 1900).
- VOLKENS, G. Ueber Pflanzen mit lackirten Blättern (Ber. der Deutsch. Bot. Gesellsch. VIII pag. 120—140. 1890).
- WARMING, EUG. Plantesamfund. Grundtrek af den ökologiske plantegeografi. Kjöbenhavn 1895.
- WEDDELL, H. A. (I). Additions à la Flore de l'Amérique du Sud. Introduction (Annales des Sciences naturelles. Sér. III. Botanique. Tome XIII, pag. 40—113. 1850).
- (II). *Chloris andina* I—II. Paris 1855—57 (FR. DE CASTELNAU, Expédition dans les parties centrales de l'Amérique du Sud. Sixième partie: Botanique).
- (III). Plantes inédites des Andes (Ann. des Sciences nat. Sér. V. Botanique. Tome I, pag. 283—296. 1864).
- (IV). Les *Calamagrostis* des hautes Andes (Bull. de la Soc. Bot. de France XXII pag. 153. 1875).
- WILCZEK, E. L'influence du climat sur la végétation des Alpes (Schweiz. Zeitschr. f. Forstwesen. Jahrb. 50. 1899; nach Just's Bot. Jahresbericht 28: 1, pag. 253).
- ZAHLEBRUCKNER, A. Revisio Lobeliacearum boliviensium (Bull. Torrey Bot. Club. Vol. 24, pag. 371—388. 1897).

## REGISTER.

<i>Acæna lævigata</i> AIT. . . . .	33	<i>Aristida nana</i> STEUD. . . . .	31, 36, 61, 172
<i>Acantholippia hastulata</i> GRIS. . . . .	110	<b>Asclepiadaceæ</b> . . . . .	114
" <i>salsoloides</i> GRIS. . . . .	70	<i>Astragalus atacamensis</i> (OK.) R. E. FR. . . . .	134
<i>Acanthonychia polycnemoides</i> (SCHLECHT.)		" <i>bellus</i> (OK.) R. E. FR. . . . .	135
ROHRB. . . . .	31, 35, 148	" <i>compactus</i> (PHIL.) REICHE . . . . .	134
<i>Acarospora chlorophana</i> (WNBG.) MASS. . . . .	45	" <i>depauperatus</i> (PHIL.) REICHE . . . . .	134
" <i>tersa</i> (FR.) TH. FR. . . . .	45	" <i>Germaini</i> PHIL. $\beta$ <i>azureus</i> PHIL. 60,	
<i>Achyrophorus elatus</i> WEDD. . . . .	98	135	
" <i>Meyenianus</i> WLPERS. . . . .	97	" <i>modestus</i> WEDD. . . . .	35, 134
" <i>stenocephalus</i> ASA GRAY . . . . .	97	" <i>Orbignyanus</i> WEDD. . . . .	35, 135
" <i>taraxacoides</i> WLPERS. . . . .	97	" <i>pulchellus</i> (CLOS) REICHE . . . . .	135
<i>Adesmia horrida</i> GRIS. . . . .	70, 136	" <i>Reichei</i> SPEG. . . . .	134
" <i>Hystrix</i> PHIL. . . . .	136	" <i>unifultus</i> L'HÉRIT. . . . .	35, 46, 135
" <i>inflexa</i> GRIS. . . . .	70	<i>Atriplex andina</i> R. E. FR. . . . .	51, 60, 157
" <i>pugionata</i> GRIS. . . . .	70	" <i>atacamensis</i> PHIL. . . . .	60, 157
" <i>Schickendantzii</i> GRIS. . . . .	136	" <i>Philippii</i> R. E. FR. . . . .	60, 157
" <i>scuticula</i> PHIL. . . . .	140	" <i>prostrata</i> PHIL. . . . .	157
" <i>spinosissima</i> MEYEN . . . . .	137	" <i>pusilla</i> PHIL. . . . .	157
<i>Agrostis bromioides</i> GRIS. . . . .	176	" <i>pusilla</i> S. WATS. . . . .	157
" <i>exasperata</i> TRIN. . . . .	176	<i>Azolla filiculoides</i> LAM. . . . .	19, 65, 188
" <i>fulva</i> GRIS. . . . .	176	<i>Azorella monanthos</i> CLOS. . . . .	35, 41, 118
" <i>Hackelii</i> R. E. FR. . . . .	175	<i>Baccharis calliprinos</i> GRIS. . . . .	70
" <i>nana</i> (PRESL) KUNTH var. <i>aristata</i>		" <i>Dusenii</i> O. HOFFM. . . . .	82
GRIS. . . . .	175	" <i>gnaphalioides</i> GRIS. . . . .	80
" <i>pectinata</i> HACK. . . . .	176	" <i>Grisebachii</i> HIERON. . . . .	42, 61, 80
<i>Alchemilla pinnata</i> RUIZ et PAV. . . . .	141	" <i>juncea</i> (LEHM.) DESF. . . . .	82
<i>Allionia incarnata</i> L. . . . .	152	" <i>lejia</i> PHIL. . . . .	80
<i>Allium andicola</i> (KUNTH) REGEL . . . . .	165	" <i>melanopotamica</i> SPEG. . . . .	82
" <i>sessile</i> R. E. FR. . . . .	165	" <i>microphylla</i> H. B. K. 34, 44, 60, 80	
<i>Alnus ferruginea</i> KUNTH var. <i>Alix</i> GRIS. . . . .	71	" <i>petrophila</i> R. E. FR. . . . .	31, 34, 81
<i>Alternanthera andicola</i> (MOQ.) . . . . .	155	" <i>phylicæformis</i> MEYEN . . . . .	77
" <i>boliviana</i> RUSBY . . . . .	155	" <i>polifolia</i> GRIS. . . . .	31, 34, 61, 80
" <i>microphylla</i> R. E. FR. 35, 40, 154		" <i>quadrangularis</i> MEYEN . . . . .	77
<b>Amarantaceæ</b> . . . . .	152	<i>Barneoudia chilensis</i> GAY var. <i>major</i> (PHIL.)	
<i>Amarantus Blitum</i> L. . . . .	58, 61, 152	KURTZ . . . . .	144
" <i>oleraceus</i> L. . . . .	58, 60, 153	" <i>major</i> PHIL. . . . .	144
<b>Amaryllidaceæ</b> . . . . .	160	<i>Bartsia Meyeniana</i> BENTH. . . . .	34, 104
<i>Anemone major</i> (PHIL.) REICHE . . . . .	35, 60, 144	<i>Bichenia auriculata</i> WEDD. . . . .	95
<i>Anthobryum aretioides</i> PHIL. . . . .	125	<i>Bidens andicola</i> H. B. K. . . . .	84
" <i>tetragonum</i> PHIL. . . . .	125	" <i>bipinnata</i> L. . . . .	58, 85
<i>Arenaria palustris</i> NAUD. . . . .	146	" <i>involutcratus</i> PHIL. . . . .	84
" <i>rivularis</i> PHIL. . . . .	23, 26, 60, 146	<b>Boraginaceæ</b> . . . . .	111



- Bougainvillea patagonica* DCNE. 35, 41, 60, 65, 152  
     " *f. microbracteata* HEIM. 152  
*Bouteloua humilis* (BEAUV.) Hieron. 36, 40, 177  
     " *tenuis* (BEAUV.) GRIS. *var. humilis*  
         (BEAUV.) GRIS. . . . . 177  
*Bowlesia pulchella* WEDD. . . . . 35, 118  
*Brassica Napus* L. . . . . 58, 142  
*Braya cachensis* SPEG. . . . . 33  
**Bromeliaceæ** . . . . . 167  
*Bromus unioloides* KUNTH . . . . . 23, 65, 18  
*Bryopsis andicola* (PHIL.) REICHE . . . . . 147  
*Buddleia andina* BRITT. . . . . 42, 117  
     " *Gayana* BENTH. . . . . 118  
     " *Hieronymi* R. E. FR. . . . . 35, 117  
     " *Luca* NIEDERL. . . . . 118  
*Bulnesia Schickendantzii* Hieron. . . . . 72  
**Cactaceæ** . . . . . 120  
*Cajophora coronata* HOOK. et Arn. 35, 61, 124  
     " *heptamera* (WEDD.) URB. et GILG 35,  
         40, 125  
*Calamagrostis chilensis* (Desv.) R. E. FR. 36, 176  
     " *fulva* (GRIS.) OK. . . . . 176  
     " *rigida* (H. B. K.) Trin. . . . . 176  
     " *tenuifolia* (PHIL.) R. E. FR. 33, 36,  
         177  
*Calandrinia acaulis* H. B. K. . . . . 148  
     " *occulta* PHIL. . . . . 23, 50, 148  
     " *puna* R. E. FR. . . . . 35, 149  
*Calceolaria bartsiifolia* WEDD. . . . . 43, 103  
     " *glacialis* WEDD. . . . . 103  
     " *teucroides* GRIS. *var. pumila*  
         GRIS. . . . . 103  
*Caloplaca* . . . . . 45  
*Caltha andicola* GAY . . . . . 33  
*Calycera crenata* R. E. FR. 33, 34, 39, 40, 43, 61, 98  
     " *pulvinata* REMY . . . . . 99  
**Calyceraceæ** . . . . . 98  
*Capsella Bursa pastoris* (L.) Moench. 58, 143  
*Cardamine flaccida* Cham. et Schlecht.  
     subsp. *minima* (Steud.) O. E.  
         Schulz . . . . . 19, 25, 60, 143  
*Carex Bonplandii* GRIS. . . . . 170  
     " *macrorrhiza* Beckl. . . . . 23, 60, 170  
**Caryophyllaceæ** . . . . . 145  
*Cassia crassiramea* Benth. . . . . 73  
     *Hookeriana* Gill. . . . . 130  
*Castilleja fissifolia* Linn. *f. var. pumila* Wedd. 34,  
     104  
*Cenchrus racemosus* L. . . . . 170  
*Cereus Pasacana* (Rüpl.) Web. . . . . 30, 35, 120  
*Chaptalia lyrata* Don. . . . . 96  
     " *similis* R. E. FR. 31, 34, 42, 60, 95  
*Chara fatida* A. Br. . . . . 19  
*Cheilanthes pruinata* Kaulf. . . . . 31, 36, 189  
**Chenopodiaceæ** . . . . . 156  
*Chenopodium anthelminticum* L. *var. chi-*  
     *lense* Schrad. . . . . 156  
     " *foetidum* Schrad. *f. pumilum*  
         Kurtz . . . . . 31, 35, 61, 63, 156  
     " *frigidum* Phil. 35, 40, 44, 60, 156  
     " *Quinoa* Willd. . . . . 56, 58, 61, 156  
*Chondrosium humile* Beauv. . . . . 177  
*Chuquiraga acanthophylla* Wedd. . . . . 91  
     " *atacamensis* Ok. 34, 47, 55, 61, 91  
     " *crinacea* Don . . . . . 70, 73  
     " *glabra* Phil. . . . . 91  
     " *rotundifolia* Wedd. . . . . 91  
     " *spinosa* (Ruiz et Pav.) Don . . . . . 70  
*Clarionea ciliosa* Phil. . . . . 97  
     " *multicapitata* Remy. . . . . 97  
*Collomia gracilis* Dougl. *var. congesta* Wedd. 112  
*Colobanthus alatus* Pax . . . . . 24, 25, 146  
**Compositæ** . . . . . 75  
**Convolvulaceæ** . . . . . 113  
*Conyza andicola* Phil. . . . . 78  
*Cortaderia Selloana* (Schult.) Aschers. et  
     Green. . . . . 29, 65, 179  
*Cotula pygmæa* (H. B. K.) Benth. et Hook. *f.* 24,  
     25, 86  
*Cotyledon peruviana* (Meyen) Baker 31, 35, 43,  
     61, 141  
*Crantzia lineata* Nutt. 18, 24, 26, 60, 63, 119  
**Crassulaceæ** . . . . . 141  
*Crocopsis fulgens* Pax . . . . . 161  
**Cruciferæ** . . . . . 142  
*Cuscuta microstyla* Engelm. . . . . 31, 35, 61, 114  
     " *var. obtusissima* . . . . . 114  
**Cyperaceæ** . . . . . 168  
*Cyperus ochraceus* Vahl *var. humilis* Gris. 168  
     " *seslerioides* H. B. K. . . . . 168  
*Dalea Hofstenii* R. E. FR. . . . . 35, 37, 43, 61, 132  
     " *retusifolia* Harms . . . . . 133  
*Deschampsia parvula* (Hook. *f.*) Desv. . . . . 34  
*Descurainia canescens* (Nutt.) Prantl 31, 35, 143  
     " *myriophylla* (H. B. K.) R. E. FR. 143  
*Deyeuxia chilensis* Desv. . . . . 176  
     " *glacialis* Wedd. . . . . 33  
     " *rigida* H. B. K. . . . . 176  
     " *robusta* Phil. . . . . 176  
     " *tenuifolia* Phil. . . . . 177  
*Diachyrium arundinaceum* Gris. . . . . 174  
*Dichondra argentea* Humb. et Bonpl. 39, 42, 113  
*Diplachne dubia* (H. B. K.) Benth. et Hook. *f.* 36,  
     179  
*Distichia muscoides* Nees et Meyen . . . . . 22, 166  
*Distichlis humilis* Phil. . . . . 26, 51, 53, 55, 181

<i>Distichlis spicata</i> GREENE f. <i>humilis</i> (PHIL.) OK. 181	<i>Festuca juncea</i> PHIL. . . . . 185
<i>Dolichogyne armata</i> WEDD. . . . . 77	" <i>proxima</i> R. E. FR. . . . . 184
" <i>glabra</i> PHIL. . . . . 77	<i>Filago lasiocarpa</i> GRIS. . . . . 31, 34, 42, 82
" <i>lepidophylla</i> WEDD. . . . . 77	<b>Frankeniaceæ</b> . . . . . 125
<i>Draba Mandoniana</i> WEDD. . . . . 33	<i>Frankenia Clarenii</i> R. E. FR. . . . . 126
<i>Drymaria cordata</i> (L.) WILLD. . . . . 63, 147	" <i>triandra</i> REMY . . . . . 53, 55, 60, 125
<i>Echeveria peruviana</i> MEYEN . . . . . 141	<i>Galium ciliatum</i> RUIZ et PAV. . . . . 101
<i>Echinocactus</i> . . . . . 121, 122	<b>Gentianaceæ</b> . . . . . 116
" <i>Nidus</i> SÖHRENS . . . . . 121	<i>Gentiana Gilliesii</i> GILG . . . . . 116
<i>Echinopsis pygmaea</i> R. E. FR. . . . . 35, 120	" <i>limoselloides</i> H. B. K. . . . . 21, 60, 116
<i>Eleocharis Lechleri</i> BCKLR. . . . . 170	" <i>multicaulis</i> GILL. . . . . 116
" <i>melanocephala</i> DESV. 23, 26, 60, 169	" <i>podocarpa</i> (PHIL.) GRIS. . . . . 24, 25, 116
" <i>palustris</i> (L.) R. BR. . . . . 22, 63, 169	" <i>sedifolia</i> H. B. K. . . . . 24, 117
<i>Empetrum rubrum</i> VAHL . . . . . 34	<b>Geraniaceæ</b> . . . . . 130
<i>Encelia microphylla</i> GRAY . . . . . 84	<i>Geranium</i> . . . . . 130
" <i>suffrutescens</i> R. E. FR. . . . . 34, 61, 83	<i>Gnaphalium cheiranthifolium</i> LAM. . . . . 82
<i>Enteromorpha</i> . . . . . 19	" <i>erythraetis</i> (WEDD.) GRIS. 31, 34, 82
<i>Ephedra americana</i> WILLD. var. <i>andina</i>	" <i>piptolepis</i> (WEDD.) GRIS. . . . . 82
STAF. . . . . 31, 36, 42, 61, 65, 188	" <i>purpureum</i> L. . . . . 34, 61, 82
<i>Epilobium andicola</i> HAUSKN. . . . . 119	<b>Gnetaceæ</b> . . . . . 188
<i>Eragrostis andicola</i> R. E. FR. . . . . 36, 39, 180	<i>Gochnatia glutinosa</i> DON . . . . . 70, 73
" <i>nigricans</i> (H. B. K.) STEUD. 31, 36, 179	<i>Gomphrena acaulis</i> REMY . . . . . 39, 155
<i>Erigeron</i> . . . . . 78	" <i>decumbens</i> JACQ. . . . . 156
" <i>cinerascens</i> SCH. BIP. . . . . 78	" <i>umbellata</i> REMY . . . . . 35, 40, 155
<i>Eritrichium falcatum</i> HIERON. . . . . 31, 35, 111	<i>Gossypianthus australis</i> GRIS. . . . . 153
" <i>humile</i> DC. . . . . 111	<b>Gramineæ</b> . . . . . 170
"    "    var. <i>congestum</i> WEDD. 111	<i>Guilleminea australis</i> (GRIS.) HOOK. f. 37, 153
<i>Erodium cicutarium</i> (L.) L'HÉRIT. . . . . 58, 60, 130	" <i>gracilis</i> R. E. FR. . . . . 35, 39, 153
<i>Eupatorium prasiifolium</i> (GRIS.) HIERON. var.	" <i>illecebroides</i> H. B. K. 35, 39, 153
<i>glanduliferum</i> R. E. FR. 34, 36, 61, 65, 76	<i>Gutierrezia Gilliesii</i> GRIS. . . . . 34, 44, 76
<b>Euphorbiaceæ</b> . . . . . 127	" <i>ledifolia</i> GRIS. . . . . 42, 76
<i>Euphorbia Engelmanni</i> BOISS. . . . . 128	<i>Gymnothrix chilensis</i> DESV. . . . . 172
" <i>minuta</i> PHIL. . . . . 128	<i>Gynerium argenteum</i> NEES . . . . . 179
" <i>ovalifolia</i> ENGELM. . . . . 35, 65, 127	<i>Gyrophora</i> . . . . . 45
"    "    var. <i>dentata</i> R. E. FR. 35,	<b>Halorrhagidaceæ</b> . . . . . 119
61, 128	<i>Haylockia andina</i> R. E. FR. . . . . 35, 60, 160
<i>Eustephia argentina</i> PAX . . . . . 162	" <i>pusilla</i> HERB. . . . . 161
" <i>coccinea</i> CAV. . . . . 162	<i>Heliophytum brachystachyum</i> DC. . . . . 111
" <i>marginata</i> PAX . . . . . 162	<i>Heliotropium brachystachyum</i> (DC.) GRIS. 35, 37,
<i>Eustephiopsis</i> R. E. FR. . . . . 162	39, 40, 60, 111
" <i>latifolia</i> R. E. FR. . . . . 35, 61, 164	<i>Herbertia pulchella</i> SWEET. . . . . 37, 65, 159
" <i>marginata</i> (PAX) R. E. FR. . . . . 164	<i>Heterosperma pinnatum</i> CAV. . . . . 34, 84
" <i>speciosa</i> R. E. FR. . . . . 35, 61, 163	"    "    f. <i>involutatum</i>
<i>Evolvulus sericeus</i> Sw. . . . . 42, 113	(PHIL.) OK. . . . . 84
" <i>villosus</i> RUIZ et PAV. . . . . 42, 63, 113	<i>Heterothalamus acaulis</i> WEDD. 24, 26, 51, 60, 79
<i>Fabiana Clarenii</i> DAMMER . . . . . 106	" <i>boliviensis</i> WEDD. . . . . 78
" <i>densa</i> REMY . . . . . 70	"    "    var. <i>latifolia</i> R. E. FR.
" <i>denudata</i> MIERS . . . . . 34, 42, 60, 106	34, 60, 78
" <i>Friesii</i> DAMMER . . . . . 42, 60, 106	<i>Hexaptera cuneata</i> GILL. et HOOK. 33, 35, 43, 142
" <i>Kurtziana</i> DAMMER . . . . . 106	<i>Hippeastrum marginatum</i> R. E. FR. . . . . 161
" <i>viscosa</i> HOOK. et ARN. 35, 36, 47, 60, 106	" <i>soratense</i> BAKER . . . . . 162
<i>Fagelia scabra</i> (RUIZ et PAV.) OK. β <i>bartsia-</i>	<i>Hoffmannseggia gracilis</i> (RUIZ et PAV.) HOOK.
<i>folia</i> (WEDD.) OK. . . . . 103	et ARN. . . . . 35, 37, 40, 44, 60, 131
<i>Festuca dissitiflora</i> STEUD. . . . . 185	

Hordeum andicola GRIS. . . . .	23, 186	Lepidophyllum Meyeni A. GRAY . . . . .	77
"  secalinum SCHREB. var. chilense		"  phylicæforme (MEYEN) Hieron. 53,	60, 77
Desv. . . . .	23, 64, 186	"  quadrangula KLATT . . . . .	77
"  vulgare L. . . . .	56	"  quadrangulare (MEYEN) Benth.	et Hook. f. . . . . 53, 60, 77
<b>Hydrophyllaceæ</b> . . . . .	112	<b>Liliaceæ</b> . . . . .	165
Hymenoxys Hænkeana DC. . . . .	85	Limosella aquatica L. . . . .	21, 63, 103
Hypochæris elata (WEDD.) GRIS. . . . .	34, 98	"  "  β tenuifolia (WOLF.)	Hook. f. . . . . 104
"  Meyeniana (WLPERS.) Benth. et		"  tenuifolia WOLF . . . . .	104
Hook. f. . . . .	97	Lippia hastulata (GRIS.) Hieron. 35, 41, 42, 47,	60, 110
"  "  var. ciliata (WEDD.)		<b>Loasaceæ</b> . . . . .	124
Benth. et Hook. f. . . . .	97	Loasa heptamera WEDD. . . . .	125
"  stenocephala (ASA GRAY) OK. 23, 25,		<b>Lobeliaceæ</b> . . . . .	99
97		<b>Loganiaceæ</b> . . . . .	117
"  taraxacoides (WLPERS.) Benth.		Lugonia micrantha MALME . . . . .	115
et Hook. f. . . . .	97	Lupinus paniculatus DESR. var. argenteus	
Hypsela oligophylla (WEDD.) Benth. et Hook. f. 23,		WEDD. . . . .	131
60, 99		"  tomentosus GRIS. . . . .	131
Hypseocharis pimpinellifolia REMY 35, 61, 129		Luzula racemosa DESV. f. humilis BUCH. 22, 63,	167
Ipomœa leptosiphon WATS. . . . .	114	"  "  v. Traversii BUCH. 64, 167	
"  Madrensis WATS. . . . .	114	Lyallia andicola PHIL. . . . .	147
"  minuta R. E. FR. . . . .	35, 37, 61, 113	Lycium confertum MIERS . . . . .	31, 34, 60, 104
"  muricata CAV. . . . .	114	"  decipiens DAMMER . . . . .	34, 42, 60, 105
"  polymorpha GRIS. . . . .	113	"  fragosum MIERS. . . . .	34, 42, 60, 105
<b>Iridaceæ</b> . . . . .	159	"  longitubum DAMMER . . . . .	104
Isoplepis atacemensis PHIL. . . . .	168	<b>Malvaceæ</b> . . . . .	127
Jaborosa crispa (MIERS) Benth. et Hook. f. 34, 106		Malva antofagastana PHIL. . . . .	127
<b>Juncaceæ</b> . . . . .	166	Malvastrum antofagastanum (PHIL.) BAKER 35,	127
<b>Juncaginaceæ</b> . . . . .	186	"  flabellatum WEDD. . . . .	33
Juncus depauperatus PHIL. . . . .	23, 26, 166	"  obcuneatum BAKER 33, 35, 39, 40,	127
"  Lesueurii BOLANDER . . . . .	23, 51, 60, 166	"  -saltense Hieron. . . . .	39, 127
"  Mandoni BUCH. . . . .	166	Malveopsis antofagastana (PHIL.) OK. . . . .	127
"  stipulatus NEES et MEYEN . . . . .	23, 26, 167	"  saltensis OK. . . . .	127
Kardanoglyphos nana SCHLECHT. . . . .	142	Margyrocarpus alatus GILL. . . . .	141
Krameria Iluca PHIL. . . . .	35, 61, 131	Medicago Berteroana MORIS . . . . .	58, 132
"  triandra RUIZ et PAV. . . . .	131	"  sativa L. . . . .	56, 58, 132
<b>Labiataæ</b> . . . . .	106	Melandrium chilense (GAY) ROHRB. . . . .	145
Lactuca sativa L. . . . .	57	Melilotus indica (L.) ALL. . . . .	58, 61, 132
Lampaya medicinalis PHIL. . . . .	46, 110	Mentzelia parvifolia URB. et GILG. 35, 40, 61, 124	
Lappago racemosa (L.) WILLD. . . . .	170	Merope erythraëcis WEDD. . . . .	82
Larrea divaricata CAV. . . . .	72	Mimulus luteus L. . . . .	21, 103
"  gracilis RUIZ et PAV. . . . .	131	"  parviflorus LINDL. . . . .	21, 103
Lecanora varia β polytropa (EHRH.) NYL. . . . .	45	Mitostigma parviflorum MALME . . . . .	114
Lecidea . . . . .	45	Mitrocarpus brevis K. SCHUM. et R. E. FR. 34,	40, 100
<b>Leguminosæ</b> . . . . .	130	Monnina angustifolia DC. . . . .	73
Leighia stenophylla Hook. et ARN. . . . .	83	Mulinum ulicinum GILL. . . . .	35, 61, 118
<b>Lemnaceæ</b> . . . . .	168		
Lemna minima PHIL. . . . .	19, 168		
"  minor L. . . . .	27		
Lepidium bipinnatifidum DESV. . . . .	35, 142		
Lepidophyllum abietinum (PHIL.) REICHE . . . . .	77		
"  cupressiforme CASS. . . . .	54		
"  cupressinum (PHIL.) SOLEREDER 77			



Munroa decumbens PHIL. . . . .	31, 36, 40, 61, 178	Paronychia Hieronymi PAX . . . . .	148
" squarrosa (NUTT.) TORR. . . . .	31, 36, 178	" polycnemoides SCHLECHT. . . . .	148
Mutisia Clematis LINN. f. . . . .	93	Parthenium Hysterophorus L. . . . .	58, 83
" Kurtzii R. E. FR. . . . .	94	Patagonium arenicola R. E. FR. . . . .	47, 137
" ledifolia WEDD. . . . .	42, 94	" caespitosum (PHIL.) REICHE . . . . .	136
" microphylla PHIL. . . . .	92	" Clarenii R. E. FR. . . . .	42, 139
" microphylla WILLD. . . . .	93	" crassicaule (PHIL.) REICHE . . . . .	136
" Orbignyana WEDD. . . . .	95	" Gayanum (PHIL.) REICHE . . . . .	136
" Philippii R. E. FR. . . . .	31, 34, 92	" Hystrix (PHIL.) OK. 35, 36, 47, 60,	136
" subulata RUIZ et PAV. . . . .	34, 93	" leucopogon (PHIL.) REICHE . . . . .	138
Myriophyllum elatinoides GAUD. . . . .	18, 61, 119	" miraflorense (REMY) RUSBY . . . . .	139
Nardophyllum armatum (WEDD.) REICHE 34, 42,	47, 60, 71	" Nordenskiöldii R. E. FR. . . . .	42, 138
Nassauvia axillaris DON . . . . .	41, 42, 96	" occultum R. E. FR. . . . .	32, 35, 135
" revoluta GILL. . . . .	33	" Schickendantzii (GRIS.) R. E. FR.	136
Nassella caespitosa GRIS. . . . .	174	" senticulum (PHIL.) REICHE . . . . .	140
Nasturtium nanum (SCHLECHT.) WEDD. . . . .	142	" spinosissimum (MEXEN) OK. 35, 36,	60, 137
Navia brevifolia GRIS. . . . .	73	" subterraneum (CLOS) REICHE . . . . .	137
Nazia racemosa (L.) OK. . . . .	58, 63, 65, 170	Pellaea nivea (POIR.) PRANTL. . . . .	31, 36, 189
Neocracca Kuntzei (HARMS) OK. var. minor		" ternifolia (CAY.) LINK . . . . .	31, 36, 189
R. E. FR. . . . .	35, 61, 133	Pennisetum chilense (DESV.) JACKS. 36, 47, 172	
Xeosparton ephedrioides GRIS. . . . .	70	Peperomia peruviana (MIQ.) DAHLST. 35, 37, 43,	159
Nothochlæna peruviana DESV. . . . .	31, 36, 189	" umbilicata GRIS. . . . .	159
Nothoscordum andicola KUNTH . . . . .	165	Perezia multicapitata (REMY) WEDD. . . . .	97
Nyctaginaceæ . . . . .	152	Phaca compacta PHIL. . . . .	134
Obione pusilla WEDD. . . . .	157	" depauperata PHIL. . . . .	134
Ocyroe spinosa PHIL. . . . .	77	" pulchella CLOS . . . . .	135
Oenotheraceæ . . . . .	119	" saxifraga PHIL. . . . .	134
Oenothera nana GRIS. . . . .	61, 119	Phacelia circinata JACQ. . . . .	112
Opuntia andicola PFEIFF. . . . .	35, 41, 124	" nana WEDD. . . . .	112
" corrugata S.-D. . . . .	124	" pinnatifida GRIS. . . . .	35, 61, 112
" grata PHIL. . . . .	35, 41, 124	Philibertia Gilliesii HOOK. et ARN. 31, 35, 115	
" ovata PFEIFF. . . . .	124	Pilostyles Berterii GUILL. . . . .	35, 158
" purpurea R. E. FR. . . . .	35, 61, 123	Piptochotium mucronatum GRIS. . . . .	172
" pusilla S.-D. . . . .	124	Pitcairnia brevifolia (GRIS.) R. E. FR. . . . .	73
" sericea DON . . . . .	124	Plantaginaceæ . . . . .	102
" subterranea R. E. FR. . . . .	35, 122	Plantago Guilleminiana DCNE. . . . .	102
" sulphurea GILL. . . . .	124	" monticola DCNE. . . . .	102
Oreobolus clandestinus PHIL. . . . .	33	" pauciflora LAM. . . . .	102
Oreophila Meyeniana WLFRS. . . . .	97	" sericea RUIZ et PAV. . . . .	34, 42, 102
" taraxacifolia WLFRS. . . . .	97	" tubulosa DCNE. . . . .	24, 25, 60, 102
Ourisia racemosa CLOS . . . . .	34	Plazia daphnoides WEDD. . . . .	34, 61, 92
Oxalidaceæ . . . . .	128	" spartioides (WEDD.) OK. . . . .	73
Oxalis carnosa MOL. . . . .	31, 35, 43, 128	Poa annua L. . . . .	22, 23, 25, 58, 64, 181
" elegans H. B. K. . . . .	37, 128	" bonariensis (LAM.) KUNTH . . . . .	183
" incana PHIL. . . . .	33, 35, 40, 42, 129	" chilensis TRIN. . . . .	183
Oxycladus aphyllus . . . . .	70	" Grisebachii R. E. FR. . . . .	182
Panicum chloroleucum GRIS . . . . .	171	" holciformis GRIS. . . . .	182
" Friesii HACK. . . . .	36, 39, 170	" Kurtzii R. E. FR. . . . .	183
" tenerrimum KUNTH . . . . .	171	" lætevirens R. E. FR. . . . .	23, 181
" Urvilleanum KUNTH. . . . .	47, 49, 65, 171	" scaberula HOOK. f. . . . .	183
Pappophorum caespitosum R. E. FR. 36, 39, 177			
" mucronulatum NEES . . . . .	178		
" subbulbosum ARECH. . . . .	178		

<b>Polemoniaceæ</b> . . . . .	112	<i>Saussurea tridactyla</i> SCH. BIP. . . . .	33
<i>Polyclados abietinus</i> PHIL. . . . .	77	<i>Saxifraga bicuspidata</i> HOOK. f. . . . .	34
" <i>cupressinus</i> PHIL. . . . .	77	<i>Schkuhria pusilla</i> WEDD. . . . .	31, 34, 61, 85
<b>Polygonaceæ</b> . . . . .	158	" " var. <i>aristata</i> R. E. FR. . . . .	85
<i>Polylepis racemosa</i> RUIZ et PAV. . . . .	71	<b>Scirpus</b> <i>acaulis</i> PHIL. . . . .	23, 26, 60, 169
" <i>tomentella</i> WEDD. . . . .	31, 141	" <i>atacamensis</i> (PHIL.) BCKLR. 24, 26, 60, 168	
<b>Polypodiaceæ</b> . . . . .	188	" <i>deserticola</i> PHIL. . . . .	22, 26, 169
<i>Polypodium macrocarpum</i> PRESL. . . . .	36, 189	" <i>melanocephalus</i> (DESV.) GRIS. . . . .	160
<i>Polypogon interruptus</i> H. B. K. . . . .	175	" <i>nevadensis</i> S. WATS. . . . .	23, 51, 60, 169
<i>Populus canadensis</i> DESF. . . . .	57	" <i>palustris</i> L. . . . .	169
<b>Portulacaceæ</b> . . . . .	148	" <i>pauciflorus</i> LIGHTF. . . . .	63, 168
<i>Portulaca fulgens</i> GRIS. . . . .	150	<b>Scrophulariaceæ</b> . . . . .	103
" <i>oleracea</i> L. . . . .	150	<b>Senecio</b> <i>atacamensis</i> PHIL. . . . .	88
" <i>perennis</i> R. E. FR. . . . .	35, 39, 151	" <i>clivicolus</i> WEDD. . . . .	89
" <i>pilosa</i> L. . . . .	65, 150	" <i>glacialis</i> WEDD. . . . .	33, 34, 44, 87
" <i>rotundifolia</i> R. E. FR. 35, 37, 61, 149		" <i>glandulosus</i> DON . . . . .	34, 61, 89
<b>Potamogetonaceæ</b> . . . . .	187	" <i>graveolens</i> WEDD. . . . .	32, 34, 86
<i>Potamogeton aulacophyllus</i> K. SCHUM. . . . .	187	" <i>Hallii</i> HIERON. . . . .	33
" <i>filiformis</i> PERS. . . . .	18, 64, 187	" <i>iberidifolius</i> PHIL. . . . .	33, 34, 44, 61, 87
<i>Pratia oligophylla</i> WEDD. . . . .	99	" <i>jodopappus</i> SCHULTZ BIP. . . . .	34, 88
<i>Prosopis ferox</i> GRIS. 35, 36, 40, 41, 42, 61, 130		" <i>medicinalis</i> PHIL. . . . .	86
<i>Proustia pungens</i> POEPP. . . . .	42, 92	" <i>nutans</i> SCHULTZ BIP. . . . .	86
" " var. <i>ilicifolia</i> . . . . .	70	" <i>psammophilus</i> GRIS. . . . .	86
<i>Puya</i> . . . . .	167	" <i>sericeus</i> (G. KZE.) OK. var. <i>Can-</i>	
" <i>chilensis</i> MOL. . . . .	167	<i>dolleanus</i> (HOOK. et ARN.) OK. 46, 86	
<i>Pycnophyllum bryoides</i> (PHIL.) ROHRB. 32, 35,		<i>tarapacanus</i> PHIL. . . . .	34, 44, 61, 87
147		" <i>trifurcifolius</i> HIERON. . . . .	32, 33, 34, 86
" <i>convexum</i> GRIS. . . . .	147	" <i>viridis</i> PHIL. . . . .	34, 47, 55, 60, 87
" <i>sulcatum</i> GRIS. . . . .	125	" " var. <i>radiatus</i> R. E. FR. 34, 87	
<b>Rafflesiaceæ</b> . . . . .	158	" <i>werneroides</i> WEDD. . . . .	88
<b>Ranunculaceæ</b> . . . . .	144	" " var. <i>scaposus</i> GRAY . . . . .	89
<i>Ranunculus Cymbalaria</i> PURSH 19, 24 25, 60,		<b>Sisymbrium</b> <i>canescens</i> NUTT. . . . .	143
63, 145		" <i>myriophyllum</i> H. B. K. . . . .	143
" var. <i>exilis</i> (PHIL.) R. E. FR.		" <i>stenophyllum</i> GILL. . . . .	35, 142
18, 22, 25, 145		<b>Sisyrinchium</b> <i>azureum</i> PHIL. . . . .	160
" <i>exilis</i> PHIL. . . . .	145	" <i>chilense</i> HOOK. . . . .	22, 65, 160
" <i>minutus</i> GAY . . . . .	145	" <i>pusillum</i> H. B. K. . . . .	160
" <i>tridentatus</i> H. B. K. . . . .	145	<b>Solanaceæ</b> . . . . .	104
<i>Reicheella andicola</i> (PHIL.) PAX . . . . .	35, 147	<b>Solanum</b> <i>infundibuliforme</i> PHIL. 31, 34, 37, 61,	
<i>Relbunium alpicola</i> K. SCHUM. et R. E. FR. 101		105	
" <i>ciliatum</i> (RUIZ et PAV.) HEMSLEY 101		" <i>lyciiforme</i> DAMMER . . . . .	105
<b>Rosaceæ</b> . . . . .	141	" <i>pulchellum</i> PHIL. . . . .	34, 40, 60, 105
<b>Rubiaceæ</b> . . . . .	100	<i>Soliva pygmaea</i> H. B. K. . . . .	86
<i>Rumex crispus</i> L. . . . .	22, 60, 63, 158	<b>Sonchus</b> <i>oleraceus</i> L. . . . .	58, 98
<i>Ruppia maritima</i> L. . . . .	20, 64, 187	<b>Spergularia</b> <i>andina</i> ROHRB. . . . .	31, 35, 146
<i>Salicornia pulvinata</i> R. E. FR. 50, 55, 60, 157		" <i>villosa</i> (PERS.) CAMB. . . . .	35, 146
<i>Salix babylonica</i> L. . . . .	57	<b>Sporobolus</b> <i>arundinaceus</i> (GRIS.) HACK. 47, 49,	
<i>Salpichroa diffusa</i> MIERS . . . . .	105	55, 61, 65, 174	
" <i>tristis</i> MIERS . . . . .	105	" <i>fastigiatus</i> PRESL . . . . .	22, 26, 174
<i>Salvia Gilliesii</i> BENTH. . . . .	31, 35, 36, 42, 106	" <i>indicus</i> BR. . . . .	174
<b>Salviniaceæ</b> . . . . .	188	<b>Stellaria</b> <i>cryptopetala</i> GRIS. . . . .	35, 145
<i>Satureia eugenioides</i> (GRIS.) LOES. . . . .	107	<i>Stenomesson</i> . . . . .	162
		<i>Stevia minor</i> GRIS. . . . .	31, 34, 37, 40, 61, 75

<i>Stichophyllum bryoides</i> PHIL. . . . .	147	<i>Valeriana Hornschuchiana</i> WLFRS. . . . .	37, 100
<i>Stipa arcuata</i> R. E. FR. . . . .	172	<i>Varasia podocarpa</i> PHIL. . . . .	116
" <i>cæspitosa</i> (GRIS) SPEG. . . . .	36, 174	<b>Verbenaceæ</b> . . . . .	107
" <i>gynerioides</i> PHIL. . . . .	173	<i>Verbena aretioides</i> R. E. FR. . . . .	109
" <i>Ichu</i> . . . . .	71	" <i>asparagoides</i> GILL. et HOOK. . . . .	35, 107
" <i>leptostachya</i> GRIS. . . . .	174	" <i>hispidæ</i> RUIZ et PAV. . . . .	109
" <i>plumosa</i> TRIN. . . . .	36, 172	" <i>juniperina</i> LAG. . . . .	109
" <i>pogonathera</i> DESV. . . . .	173	" <i>microphylla</i> H. B. K. . . . .	35, 42, 110
" <i>pungens</i> MEYEN. . . . .	36, 173	" <i>minima</i> MEYEN. . . . .	107
" <i>saltensis</i> OK. . . . .	36, 172	" <i>pygmæa</i> R. E. FR. . . . .	108
<i>Strongyloma axillare</i> DC. . . . .	96	" <i>seriphioides</i> GILL. et HOOK. . . . .	35, 41, 47, 60, 107
<i>Tagetes multiflora</i> H. B. K. . . . .	85	" <i>uniflora</i> PHIL. . . . .	33
" <i>var. rupestris</i> WEDD. . . . .	31, 34 61, 85	<i>Vernonia phyllicæformis</i> (MEYEN) WLFRS. . . . .	77
<i>Tessaria absinthioides</i> (HOOK. et ARN.) DC. . . . .	70	<i>Vicia Faba</i> L. . . . .	56, 57
<i>Tetraglochin strictum</i> POEPP. . . . .	32, 141	<i>Viguiera stenophylla</i> (HOOK. et ARN.) GRIS. . . . .	83
<i>Tildenia peruviana</i> MIQ. . . . .	159	<b>Violaceæ</b> . . . . .	125
<i>Tillæa connata</i> RUIZ et PAV. . . . .	142	<i>Viola granulosa</i> WEDD. . . . .	125
<i>Tillandsia capillaris</i> RUIZ et PAV. . . . .	35, 168	" <i>Montagnei</i> GAY . . . . .	33
" <i>chlorantha</i> SPEG. . . . .	73	<i>Werneria wernerodes</i> OK. . . . .	88
" <i>pusilla</i> GILL. . . . .	31, 35, 167	<i>Werneria cochlearis</i> GRIS. . . . .	34, 60, 90
<i>Tragacantha atacamensis</i> OK. . . . .	134	" <i>costusifolia</i> GRIS . . . . .	88
" <i>bella</i> OK. . . . .	135	" <i>digitata</i> WEDD. . . . .	91
<i>Tragus racemosus</i> (L.) HALL. . . . .	170	" <i>humilis</i> GRIS. . . . .	91
<i>Tribulus terrestris</i> L. . . . .	40, 44, 58, 60, 63, 128	" <i>incisa</i> PHIL. . . . .	51, 91
<i>Trichocline auriculata</i> (WEDD.) Hieron. . . . .	34, 39, 40, 42, 61, 95	" <i>Lorentziana</i> Hieron. . . . .	32, 33, 34, 91
<i>Trifolium Matthewsii</i> ASA GRAY . . . . .	39, 132	" <i>pygmæa</i> HOOK. et ARN. . . . .	21, 23, 60, 89
<i>Triglochin maritimum</i> L. <i>var. deserticola</i>		" <i>Rosenii</i> R. E. FR. . . . .	32, 33, 34, 61, 90
BUCH. . . . .	26, 51, 60, 64, 187	<i>Woodsia montevidensis</i> (SPRENG.) Hieron. . . . .	31, 36, 188
" <i>palustre</i> L. . . . .	23, 64, 186	<i>Xanthium spinosum</i> L. . . . .	58, 83
<i>Triodia avenacea</i> H. B. K. . . . .	36, 39, 179	<i>Xenopoma eugeniioides</i> GRIS. . . . .	107
<b>Umbelliferæ</b> . . . . .	118	<i>Zannichellia palustris</i> L. . . . .	18, 64, 188
<b>Urticaceæ</b> . . . . .	159	<i>Zephyranthes</i> . . . . .	161
<i>Urtica echinata</i> BENTH. . . . .	35, 159	<b>Zygophyllaceæ</b> . . . . .	128
<b>Valerianaceæ</b> . . . . .	100		

## Erklärung der Tafeln.

### Tafel I.

Fig. 1 und 2. *Opuntia grata* PHIL. in der *Cactus*-Formation nahe bei Moreno (3500 m ü. d. M.) wachsend.

### Tafel II.

*Hoffmannseggia*-Formation. Die Sträucher gehören besonders den Gattungen *Verbena*, *Lip-  
pia*, *Fabiana*, *Patagonium* etc. an.

Fig. 1. Niedrigerer Typus, aus dem mittleren Teil des Gebietes, nahe bei Casabindo, ca. 3500 m ü. d. M.  
" 2. Höherer " , aus dem südlichen Teil des Gebietes, bei San Antonio de los Cobres,  
3650 m ü. d. M.

### Tafel III.

Fig. 1. *Hoffmannseggia*-Formation aus dem nördlichen Teil des Gebietes, nahe bei Cangrejillos, ca.  
3500 m ü. d. M.  
" 2. *Cortaderia Selloana* (SCHULT.) ASCHERS. et GRÆBN. Am Fuss des Nevado de Chañi, 3500  
m ü. d. M.

### Tafel IV.

Fig. 1. *Cactus*-Formation mit *Cereus Pasacana* (RÜMPL.) WEB. Nahe bei Moreno, 3800 m ü. d. M.  
" 2. Regio subalpina, bei Ojo de Agua in der Quebrada del Toro (ca. 3000 m ü. d. M.), mit  
einer säulenförmigen, bis 5—8 m hohen *Cereus*-Art und einer teppichbildenden *Opuntia*  
(im Vordergrund).

### Tafel V.

Fig. 1. Kleines Gehölz von *Polylepis* in der Nähe von Cochincá, ca. 4000 m ü. d. M.  
" 2. Regio subalpina bei Golgata in der Quebrada del Toro, ca. 2500 m ü. d. M.

### Tafel VI.

Fig. 1. *Encelia suffrutescens* R. E. FR. Blühender Zweig.  $\frac{1}{1}$ .  
" 2. " " Scheibenblüte.  $\frac{5}{2}$ .  
" 3. " " Spreublatt des Blütenbodens.  $\frac{2}{1}$ .  
" 4. *Heterothalamus acaulis* WEDD. Teil eines blühenden Individuums.  $\frac{1}{1}$ .  
" 5. " " ♀ Blüte.  $\frac{5}{1}$ .  
" 6. " " ♂ "  $\frac{4}{1}$ .  
" 7. *Werneria Rosenii* R. E. FR. Blatt, von oben gesehen.  $\frac{2}{1}$ .  
" 8. *Schkuhria pusilla* WEDD. var. *aristata* R. E. FR. Blüte  $\frac{4}{1}$ .  
" 9. *Mutisia Philippii* R. E. FR. Blatt der aufrechten Form der Art, von unten gesehen.  $\frac{1}{1}$ .  
" 10. " " " " kletternden " " " von der Seite gesehen.  $\frac{1}{1}$ .  
" 11. *Calycera crenata* R. E. FR. Blatt, von unten gesehen.  $\frac{1}{1}$ .  
" 12. " " Blüte.  $\frac{4}{1}$ .  
" 13. *Buddleia Hieronymi* R. E. FR. Frucht.  $\frac{2}{1}$ .

**Tafel VII.**

- Fig. 1. *Mutisia Kurtzii* R. E. FR. Blütenköpfchen. <sup>1</sup>/<sub>1</sub>.  
 " 2. " " Blatt von unten gesehen. <sup>1</sup>/<sub>1</sub>.  
 " 3. *Chaptalia similis* R. E. FR. Scheibenblüte. <sup>2</sup>/<sub>1</sub>.  
 " 4. " " Innere Randblüte. <sup>2</sup>/<sub>1</sub>.  
 " 5. " " Äussere " <sup>2</sup>/<sub>1</sub>.  
 " 6. " " Blatt, von oben gesehen. <sup>1</sup>/<sub>1</sub>.  
 " 7. *Patagonium occultum* R. E. FR. Blatt, von der Seite gesehen. <sup>3</sup>/<sub>1</sub>.  
 " 8. " " Blüte. <sup>4</sup>/<sub>1</sub>.  
 " 9. *Salicornia pulvinata* R. E. FR. Teil eines blühenden Individuums. <sup>2</sup>/<sub>1</sub>.  
 " 10—11. " " Infloreszenzen. <sup>10</sup>/<sub>1</sub>.  
 " 12. *Frankenia triandra* REMY. Kronenblatt, von oben gesehen. <sup>6</sup>/<sub>1</sub>.  
 " 13. " *Clareni* R. E. FR. " " " " "

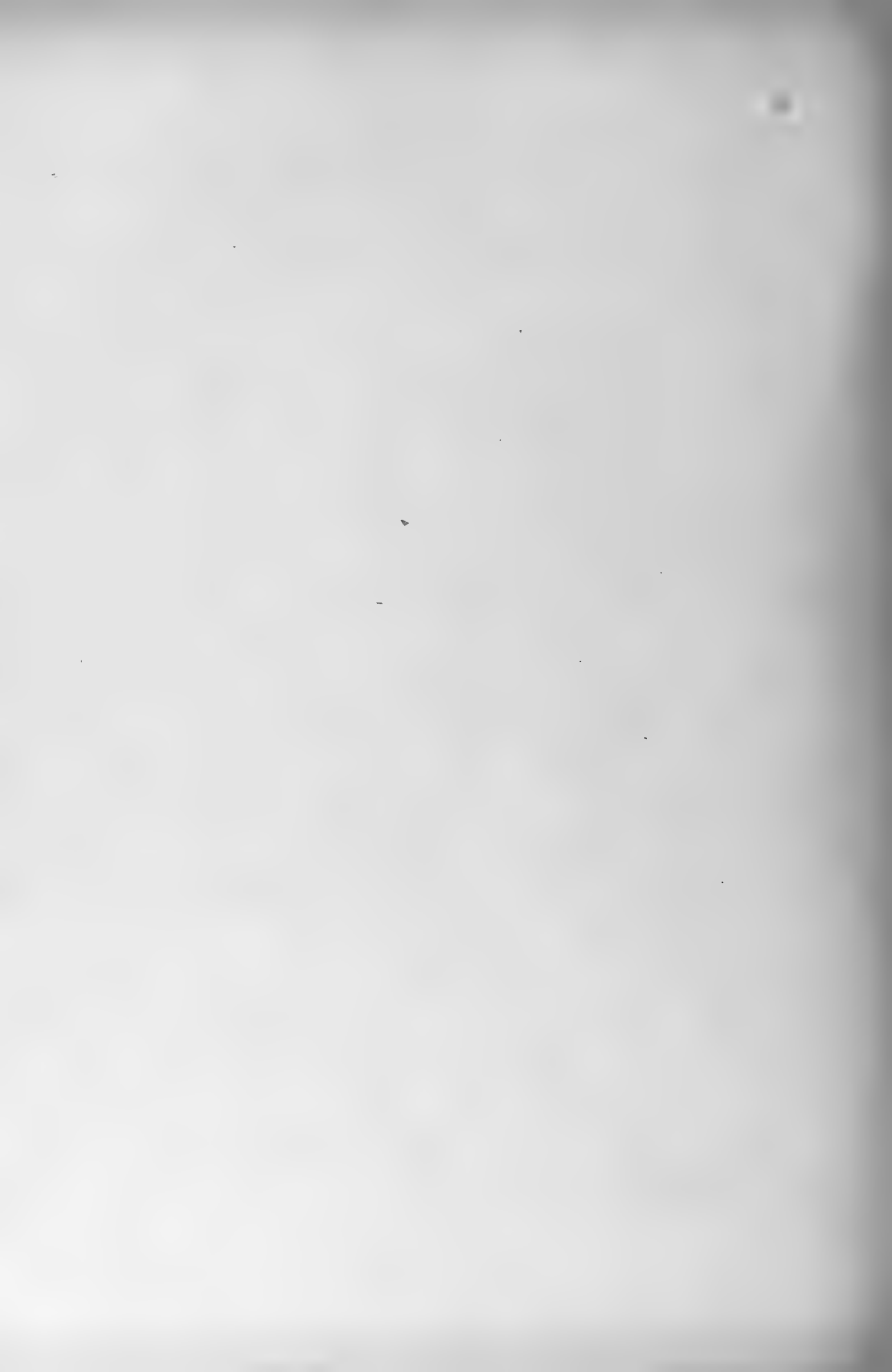
**Tafel VIII.**

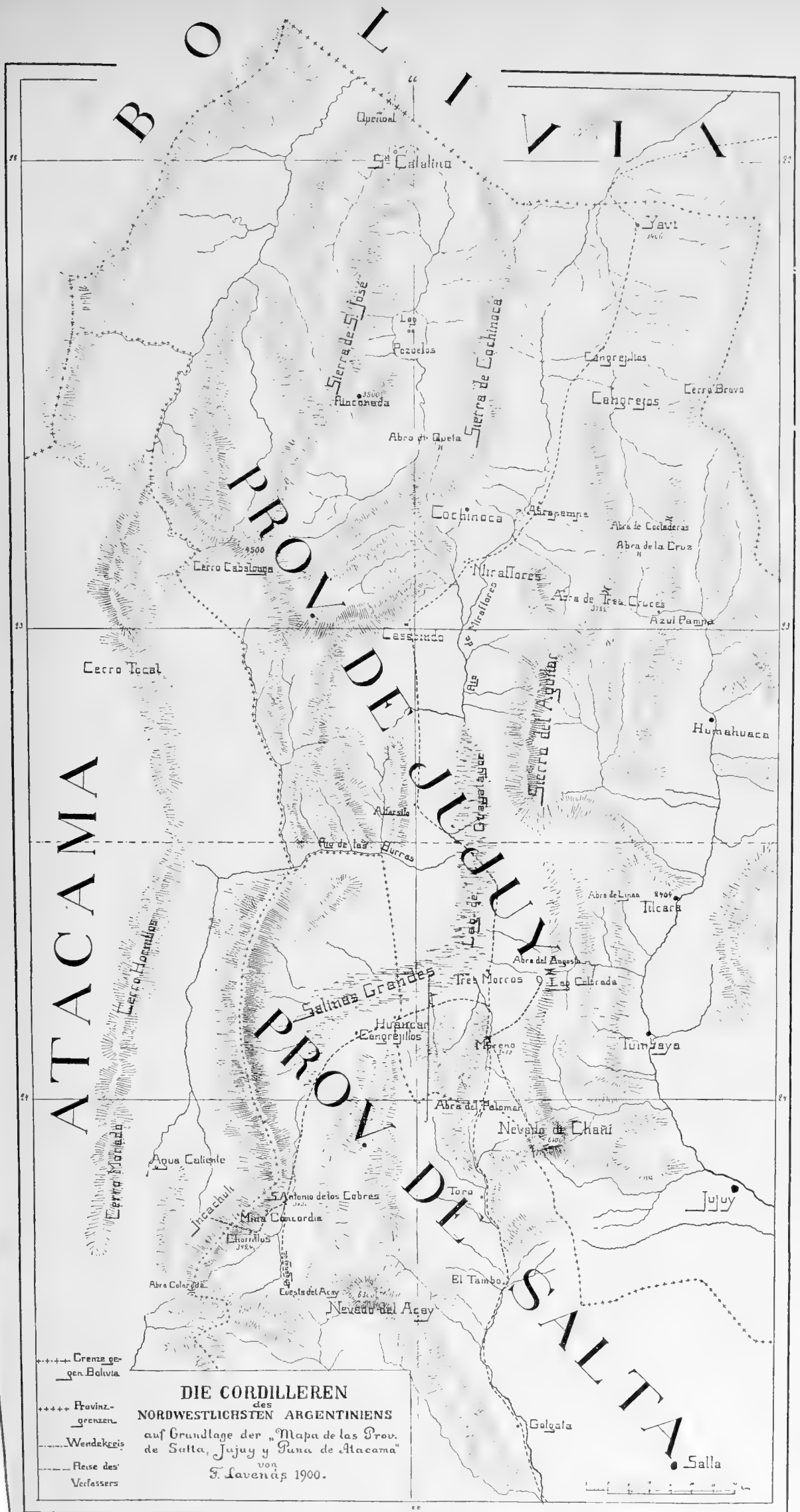
- Fig. 1. *Echinopsis pygmaea* R. E. FR. Jüngeres, blühendes Individuum. <sup>1</sup>/<sub>1</sub>.  
 " 2. " " Älteres Individuum. <sup>1</sup>/<sub>1</sub>.  
 " 3. " " Höcker mit Stacheln. <sup>3</sup>/<sub>1</sub>.  
 " 4. *Opuntia subterranea* R. E. FR. Blühendes Individuum. <sup>1</sup>/<sub>1</sub>.  
 " 5. " " Frucht. <sup>1</sup>/<sub>1</sub>.  
 " 6. " " Höcker mit Stacheln. <sup>3</sup>/<sub>1</sub>.  
 " 7—8. " " Die Spitzen zweier Glochiden. <sup>110</sup>/<sub>1</sub>.  
 " 9. *Guilleminea gracilis* R. E. FR. Blütenhülle, geöffnet und ausgebreitet, von innen gesehen. <sup>20</sup>/<sub>1</sub>.  
 " 10. *Portulaca pilosa* L. Same <sup>10</sup>/<sub>1</sub>.  
 " 11. " *perennis* R. E. FR. Same. <sup>10</sup>/<sub>1</sub>.  
 " 12. *Eustephiopsis latifolia* R. E. FR. Blüte. <sup>1</sup>/<sub>1</sub>.  
 " 13. " " Teil der Staubblattröhre. <sup>3</sup>/<sub>2</sub>.  
 " 14. " *speciosa* R. E. FR. Blüte. <sup>1</sup>/<sub>1</sub>.  
 " 15. " " " ohne Perigonzipfel. <sup>1</sup>/<sub>1</sub>.

**Tafel IX.**

- Fig. 1. *Haylockia andina* R. E. FR. Blüte, geöffnet und ausgebreitet; die vordere Hälfte und der untere Teil der Röhre weggeschnitten. <sup>1</sup>/<sub>1</sub>.  
 " 2. " " Blühendes Individuum. <sup>1</sup>/<sub>1</sub>.  
 " 3. *Hippeastrum marginatum* R. E. FR. Blüte. <sup>1</sup>/<sub>1</sub>.  
 " 4. " " Staubblätter. <sup>2</sup>/<sub>1</sub>.  
 " 5. *Pappophorum caespitosum* R. E. FR. Ährchen. <sup>4</sup>/<sub>1</sub>.  
 " 6. " " Obere Hüllspelze. <sup>8</sup>/<sub>1</sub>.  
 " 7. *Poa Kurtzii* R. E. FR. Ährchen. <sup>3</sup>/<sub>1</sub>.  
 " 8. " *Grisebachii* R. E. FR. Ährchen. <sup>4</sup>/<sub>1</sub>.  
 " 9. *Agrostis Hackelii* R. E. FR. Ährchen. <sup>4</sup>/<sub>1</sub>.  
 " 10. " " Deckspelze. <sup>10</sup>/<sub>1</sub>.  
 " 11. " " Vorspelze. <sup>10</sup>/<sub>1</sub>.  
 " 12. *Festuca proxima* R. E. FR. Blattquerschnitt, schematisch: a Assimilationsparenchym; b Baststränge; e Epidermis; g Gefässbündel. <sup>10</sup>/<sub>1</sub>.  
 " 13—14. *Lippia hastulata* (GRIS.) HIERON. Stammquerschnitte. <sup>1</sup>/<sub>1</sub>.  
 " 15. *Patagonium arenicola* R. E. FR. " <sup>1</sup>/<sub>1</sub>.







**DIE CORDILLEREN**  
 des  
 NORDWESTLICHSTEN ARGENTINIENS  
 auf Grundlage der „Mapa de las Prov.  
 de Salta, Jujuy y Puna de Atacama“  
 von  
 F. Lavenas 1900.

- ++++ Grenz-  
gen. Bolivia
- ++++ Provinz-  
grenzen
- ..... Wendekreis
- ..... Reise des  
Verfassers







1



2





1



2



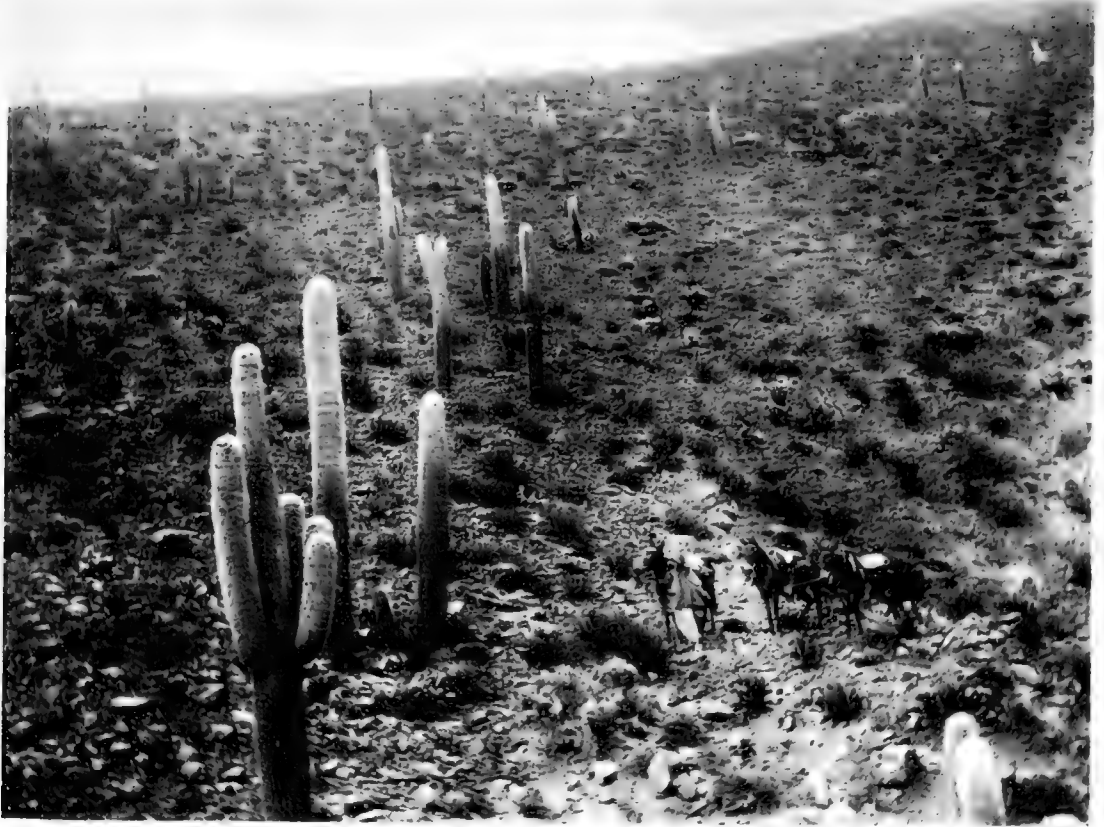


1



2





1



2





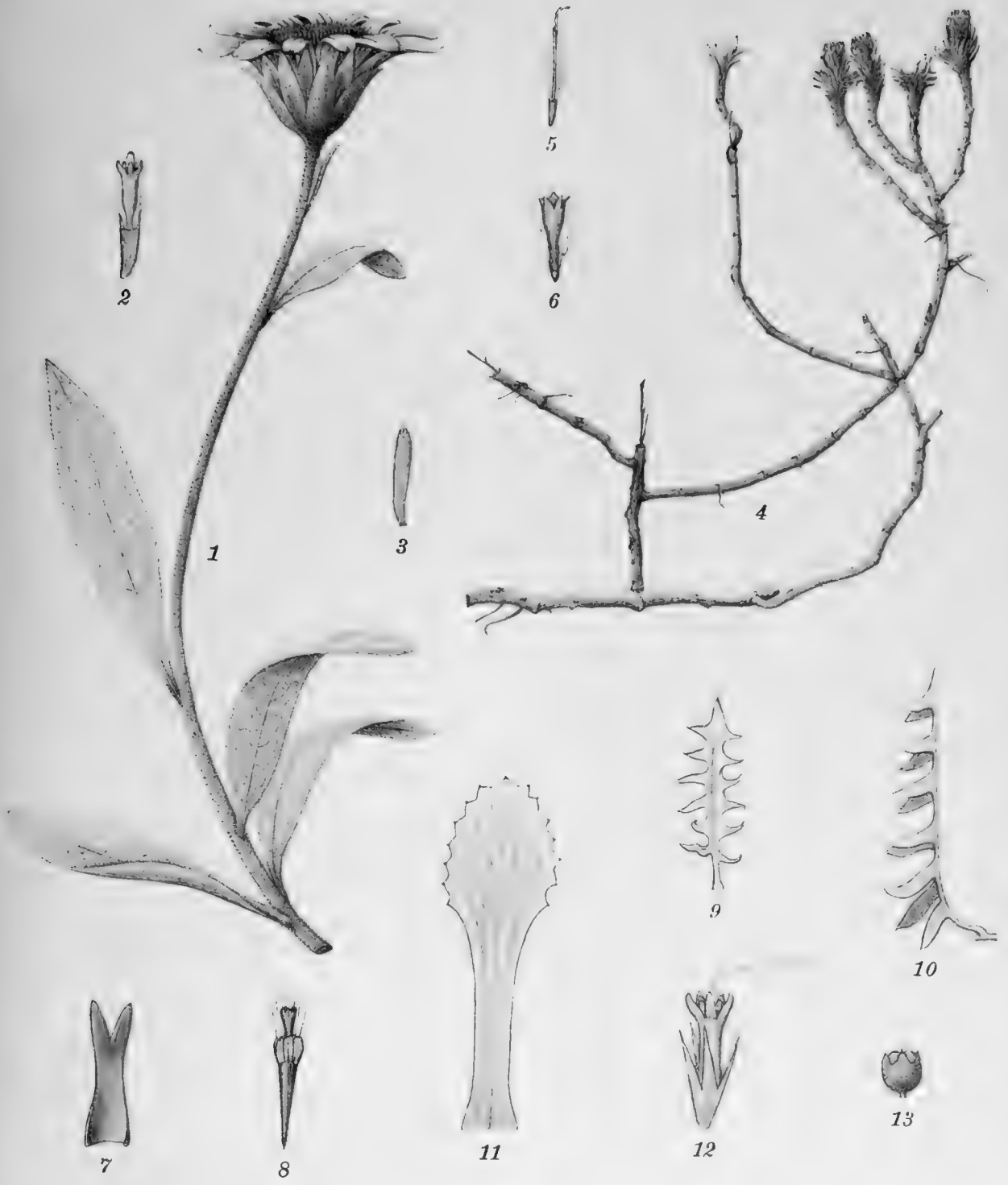


52

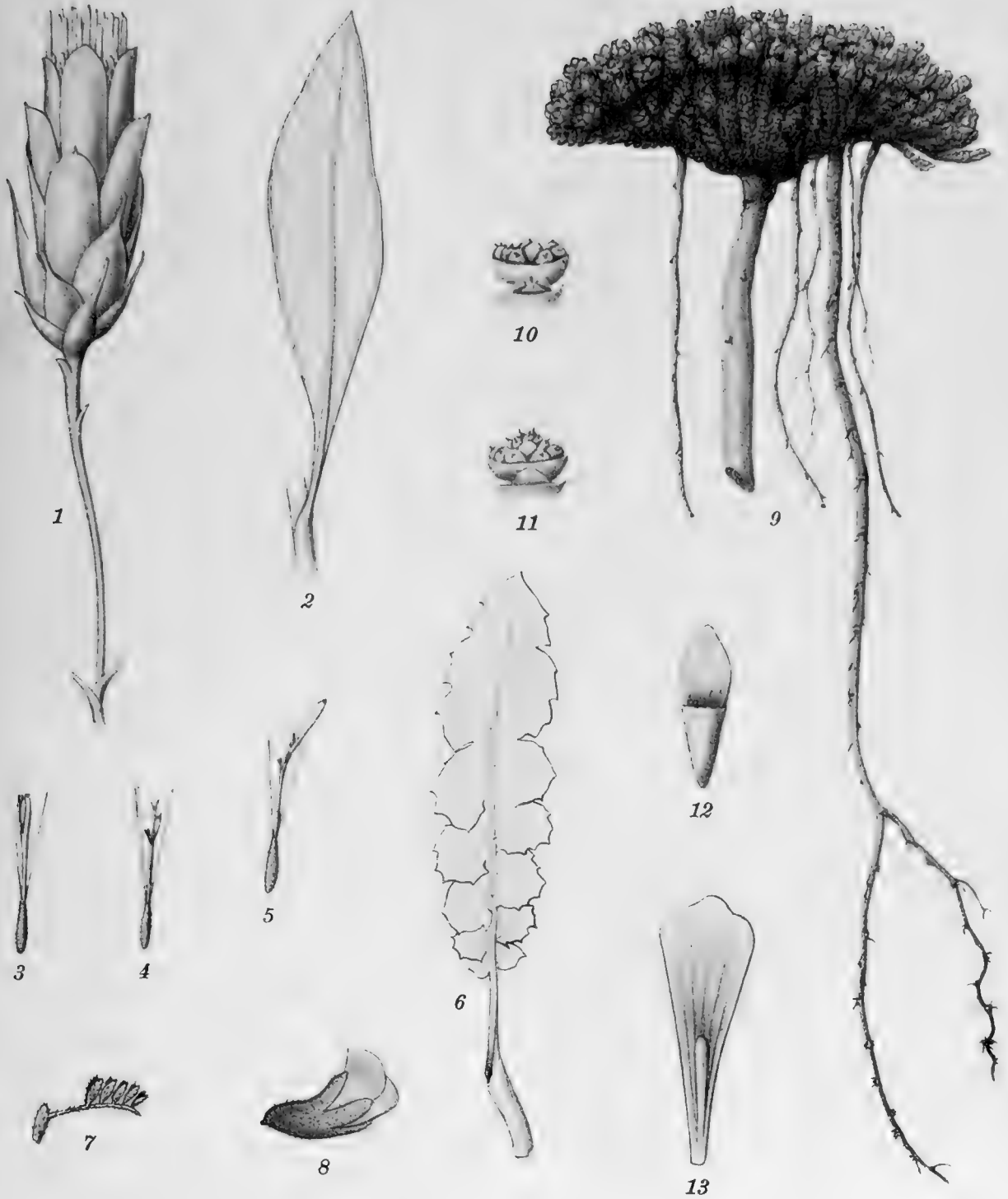


1

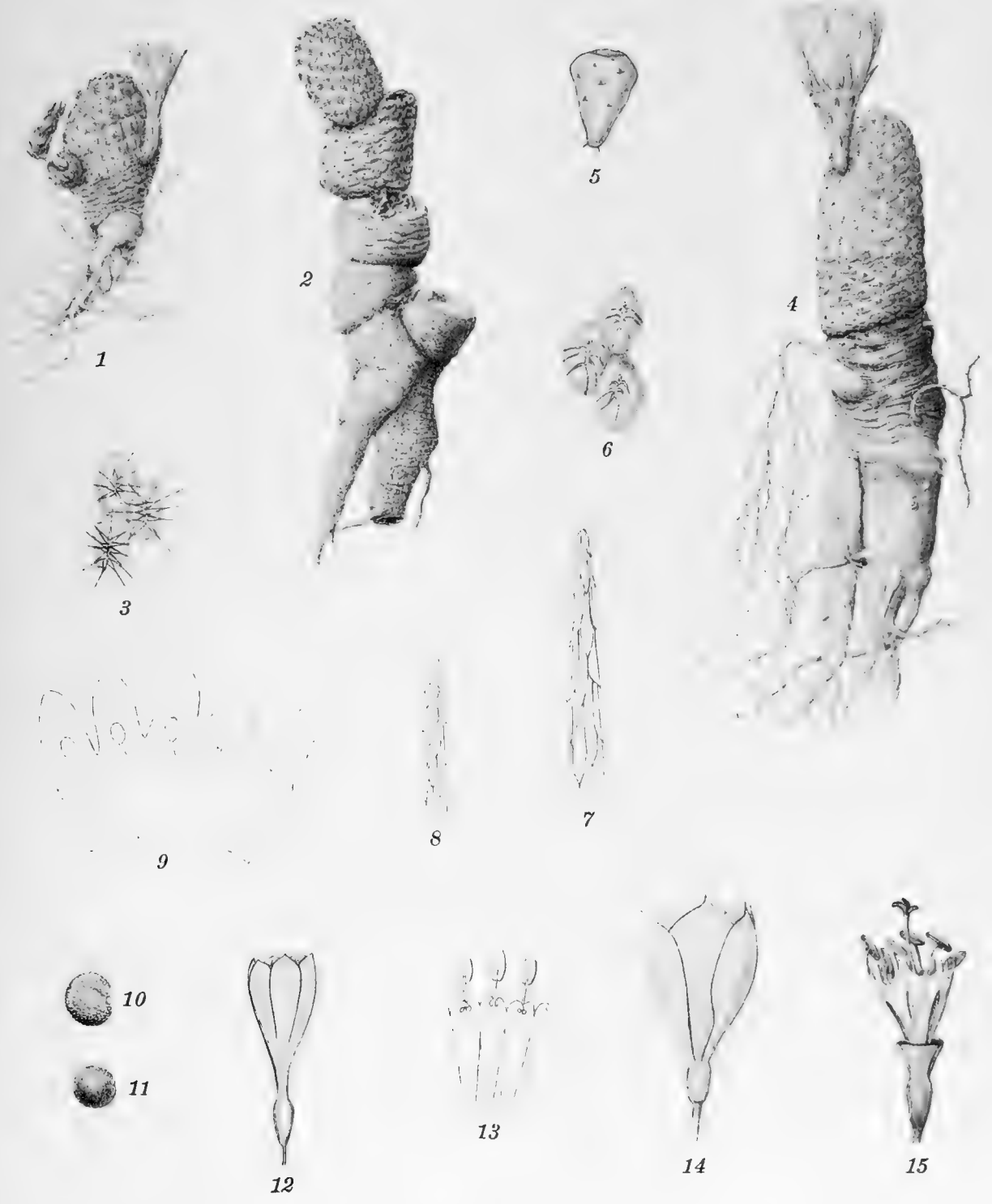




















NOVA ACTA REGLE SOCIETATIS SCIENTIARUM UPSALIENSIS.

SER. IV. VOL. I. N. 2.

---

ÜBER DIE ANWENDUNG  
DER  
ELEKTRISCHEN KOMPENSATIONSMETHODE  
ZUR  
BESTIMMUNG DER NÄCHTLICHEN AUSSTRAHLUNG

VON

**KNUT ÅNGSTRÖM**

(MITGETEILT DER KÖNIGL. GESELLSCHAFT DER WISSENSCHAFTEN ZU UPSALA AM 7 APRIL 1905)

UPSALA 1905

DRUCK DER AKADEMISCHEN BUCHDRUCKEREI,  
EDV. BERLING.



Für die Beurteilung der Wärmeökonomie unserer Erde ist die Kenntnis von der Insolation und der Ausstrahlung von fundamentaler Bedeutung. Während wir aber gegenwärtig zuverlässige Instrumente für Untersuchungen über die Stärke der Sonnenstrahlung und eine ziemlich grosse Anzahl genau ausgeführter Observationsreihen bezüglich der Änderungen der Insolation unter verschiedenen Verhältnissen besitzen, fehlt es uns leider noch an einem bequemen und zuverlässigen Instrument zur Bestimmung der Ausstrahlung der Erde. Die Untersuchungen, die die Bestimmung der genannten Grösse in absolutem Mass zum Zweck gehabt, sind mehr zufälliger Art gewesen, mit verschiedenartigen experimentellen Anordnungen ausgeführt worden und in den meisten Fällen im Bereich des Versuchsstadiums geblieben. Von den bedeutenderen unter ihnen seien jedoch besonders erwähnt die Untersuchungen FRÖLICH's<sup>1</sup>, diejenigen MAURER's in Zürich<sup>2</sup>, PERNTER's auf Sonnenblick<sup>3</sup> und vor allem die grosse Arbeit HOMÉN's<sup>4</sup>: »Der tägliche Wärmeumsatz im Boden und die Wärmestrahlung zwischen Himmel und Erde«, eine Arbeit, die auf diesem Gebiete in mehreren Hinsichten eine grundlegende Bedeutung besitzt. Endlich sind in letzter Zeit von Dr. FELIX EXNER einige Ausstrahlungsbestimmungen auf Sonnenblick ausgeführt worden<sup>5</sup>.

Die Schwierigkeiten bei den fraglichen Bestimmungen sind von ähnlicher Art wie die bei der Bestimmung der Insolation: Elimination des Wärmeverlustes des Messinstrumentes durch Leitung und Konvektion und Vermeidung der Fehlerquellen, die durch die Anwendung eines

<sup>1</sup> FRÖLICH, Petersb. met. Rep. 1876.

<sup>2</sup> MAURER, Sitz. Ber. d. Berliner Akad. p. 925. 1887.

<sup>3</sup> PERNTER, Sitz. Ber. d. Wiener Akad. p. 1562. 1888.

<sup>4</sup> HOMÉN, Dissertat. Helsingfors 1897.

<sup>5</sup> F. EXNER, Meteorol. Zeitschrift 9, p. 409. 1903.

Schirmes, um die Strahlung dadurch auszuschliessen, bewirkt werden können. Es lässt sich aber nicht leugnen, dass diese Schwierigkeiten weit grösser sind, wenn es sich um die Bestimmung der Ausstrahlung, als wenn es sich um die der Insolation handelt. Im letzteren Falle ist es die Stärke von parallelen Strahlen grosser Intensität, die bestimmt werden soll, und der Schirm kann unter diesen Verhältnissen relativ weit von der wärmeabsorbierenden Fläche placiert werden, wobei seine schädliche Einwirkung gering oder gleich Null wird; im ersteren Falle dagegen breitet sich die Strahlung nach allen Richtungen von der Oberfläche des Messinstruments aus, und der Schirm, der diese Strahlung nach der Himmelsfläche zu absperren soll, muss offenbar entweder sehr gross sein oder auch der strahlenden Fläche sehr nahe stehn. In jedem Fall ist dabei der Einfluss von Konvektionsströmen in der Luft ein anderer je nach der Lage des Schirms. Bei sämtlichen Methoden, die zur Bestimmung der Stärke der Ausstrahlung benutzt worden, ist indessen ein solcher Schirm zur Anwendung gekommen. Im übrigen haben die beiden letzten Forscher auf diesem Gebiet, HOMÉN und EXNER, für ihre Untersuchungen die von mir angegebenen Methoden zur Bestimmung der Insolation modifiziert, indem HOMÉN bei der Konstruktion seines Ausstrahlungsapparats diesen auf das Differentialpyrheliometerprinzip gegründet, EXNER wieder bei seinen Untersuchungen den elektrischen Kompensationspyrheliometer mit zweckmässiger Änderung der Beschaffenheit des Schirmes angewendet hat.

2. Seit mehreren Jahren habe ich Versuche zur Messung der nächtlichen Ausstrahlung geplant, jedoch erst in der letzten Zeit Gelegenheit gefunden, diese Pläne ins Werk zu setzen. Vielleicht wäre indessen diese meine Absicht auch jetzt noch nicht zur Ausführung gekommen, wenn ich nicht in meines verehrten Kollegen Prof. PERNTERS lebhaftem Interesse für diese Arbeit einen mir lieben Ansporn gehabt hätte.

Die Aufgabe, die ich mir gestellt, war die zu versuchen, die totale nächtliche Ausstrahlung ohne *direkte* Anwendung eines Schirmes beim Anstellen der Observationen zu messen. Es scheint mir, dass dieses Problem in befriedigender Weise durch eine einfache Modifikation des elektrischen Kompensationspyrheliometers zu lösen sein dürfte.

Man denke sich zwei schmale Metallstreifen neben einander in einem horizontalen Rahmen ausgespannt. Die Streifen sollen physikalisch genommen gleich sein, bis auf den Umstand, dass der eine auf seiner oberen Seite geschwärzt, der andere blank ist. Auf der unteren

Seite dieser Streifen, in elektrischer Hinsicht von ihnen isoliert, befinden sich zwei Thermoelemente in Verbindung mit einem empfindlichen Galvanometer. Strahlen nun diese Streifen gegen die Himmelsfläche, so wird, falls die Ausstrahlung stärker ist als die Insolation, der schwarze Streifen sich mehr abkühlen als der blanke und das Temperaturgleichgewicht gestört werden. Wird aber ein elektrischer Strom durch den geschwärzten Streifen geschickt, so kann das Temperaturgleichgewicht durch geeignete Wahl der Stromstärke wiederhergestellt werden; hierbei wird der Wärmeverlust bei den beiden gleichen und gleich stark erwärmten Streifen durch Konvektion und Leitung derselbe und die Stärke der Ausstrahlung muss berechnet werden können, sofern man nämlich ausser der Grösse der Stromstärke auch den Widerstand der Streifen und eine gewisse für jedes Instrument bestimmbare Konstante kennt.

Der Gedanke, für Strahlungsbestimmungen eine blanke und eine geschwärzte Fläche anzuwenden, ist bekanntlich keineswegs neu, obwohl die Methoden, die auf dieser Grundlage ausgearbeitet worden, schon seit lange verworfen sind, da die Abkühlung verschieden auf die beiden verschieden erwärmten Körper wirkt. VIOLLE hat jedoch gezeigt, wie bei einer rationellen Observationsmethode ein derartiger Apparat zur Bestimmung der Insolation verwendet werden kann<sup>1</sup>. Von allen diesen Methoden unterscheidet sich jedoch die oben beschriebene dadurch, dass der Einfluss der Konvektion verschwindet, weil eben die schwarze und die blanke ausstrahlende Fläche praktisch genommen dieselbe Temperatur haben.

Das Ausstrahlungsinstrument ist in enger Übereinstimmung mit dem elektrischen Kompensationspyrheliometer ausgeführt worden. Bei diesem letztgenannten Instrument habe ich jedoch während der letzten Jahre für die Herstellung der wärmeabsorbierenden Streifen dünnes Manganinblech angewendet, wogegen ich für das Ausstrahlungsinstrument zum Platinblech zurückgekehrt bin. Es ist nämlich von Wichtigkeit, dass diese Streifen, der schwarze wie der blanke, so unveränderlich und so gut definierbar wie möglich sind. Die Ungelegenheiten, die die Anwendung von Platin mit sich führt, sind übrigens in diesem Falle unbedeutend, da hier die Temperatur der strahlenden Streifen mit hinreichender Genauigkeit mittelst eines geeignet placierten Quecksilberthermometers bestimmt und hierdurch die Korrektion für die Änderung

---

<sup>1</sup> VIOLLE, Ann. de Ch. et de Ph., Sér. 5, 17, 1879.

des elektrischen Leitungswiderstandes im Platin leicht berechnet werden kann.

Da die Abkühlung für den schwarzen und den blanken Streifen wegen der Konvektionsströme u. s. w. möglichst gleich sein muss, sobald die Temperatur dieselbe ist, so folgt daraus, dass die beiden Streifen so nahe wie möglich einander placiert werden müssen.

Um den Einfluss von Luftströmen noch weiter zu vermindern, habe ich nicht zwei, sondern vier Streifen angewendet, abwechselnd blanke und schwarze und nur ca. 1 mm von einander entfernt.

Diese vier Streifen sind in einem Rahmen befestigt, wie Fig. 1 es schematisch darstellt. Die beiden Streifensysteme sind natürlich von einander isoliert. Auf der Rückseite der Streifen ist das thermoelektrische System angebracht, indem die Zuleitungsdrähte und die Verbindung zwischen *B* und *C* von Kupfer, die Verbindungen zwischen *A* und *B* und *C* und *D* dagegen von Konstantan sind. Fig. 2 zeigt einen Querschnitt durch den Apparat. Die obere Seite des Rahmens, abgesehen von der Öffnung, über der die Streifen befestigt sind, ist mit einer dünnen, stark polierten Nickelplatte bedeckt, ebenso die untere Seite der genannten Öffnung. Die Streifen sind so über einen kleinen viereckigen Kasten von ca. 3 mm Tiefe und 20 mm Seitenlänge befestigt. Durch die Kleinheit des Raums unterhalb der Streifen wird auch die Stärke der Konvektionsströme vermindert. Die kupfernen Klemmschrauben *F* und *E* gehören zum Thermoelement, zu den Streifen gehören vier Klemmschrauben, wovon in Fig. nur zwei, *A* und *B*, sichtbar sind. Der Rahmen und das Ebonitstück mit den Klemmschrauben stecken in einem zylindrischen, stark vernickelten Röhrenstück, das mit Schutzdeckel und einer Durchbohrung für ein Thermometer *T* versehen ist.

Man nehme zunächst an, dass der Apparat als eine gewöhnliche Thermosäule angewandt wird, indem eine gewisse Strahlung von der Stärke *Q* zuerst auf die schwarze Fläche fällt, wobei die blanke beschattet wird, dann auf die blanke, wobei die schwarze beschattet wird. Hierbei erhält man an einem mit dem Thermoelement verbundenen Galvanometer die Ausschläge  $\alpha$  resp.  $\beta$ . Diese Ausschläge sind dem Wärmestrom proportional, der die Lötstellen des Thermoelements trifft, welcher Strom wieder  $= k \Delta t$  gesetzt werden kann, wo *k* eine gewisse von der Wärmeleitung durch die Streifen abhängige Konstante und  $\Delta t$  der Temperaturunterschied zwischen der vorderen und hinteren Fläche der Streifen ist. Dieser Wärmestrom ist aber offenbar gleich dem



Unterschied zwischen dem Wärmeaustausch des Streifens durch Strahlung  $y Q s$  ( $y$  = Breite der Streifen,  $s$  = ihrem Absorptionsvermögen gegenüber der fraglichen Strahlung) und seinem Wärmeaustausch durch Konvektion, der  $= C y Q s$  gesetzt werden kann, wo  $C$  ein jeweilig zu bestimmender Faktor ist, der von einem Versuch zum andern variieren kann. Man erhält so für den schwarzen Streifen:

$$\alpha = k \Delta t_1 = k_1 (y Q s - C y Q s)$$

und für den blanken  $\beta = k \Delta t_2 = k_2 (y Q b - C y Q b)$ ,

woraus

$$\frac{\alpha}{\beta} = \frac{k_1 y Q s (1 - C)}{k_2 y Q b (1 - C)} = \frac{k_1 s}{k_2 b}.$$

$k_1$  und  $k_2$ , die von der Wärmeleitung von der vorderen zur hinteren Fläche der Streifen abhängen, sind Konstanten, ebenso das Absorptionsvermögen  $s$  der schwarzen Fläche, wogegen  $b$  bloss so lange konstant ist, als die Strahlung gleichartig ist, oder so lange die Strahlung bloss Wellenlängen umfasst, für welche das Strahlungsvermögen dasselbe ist. Bei den langen Wellenlängen, um die es sich hier handelt, ist dies jedoch der Fall, weshalb wir also, unter der Voraussetzung, dass das Instrument bloss zur Messung von aus solchen Wellenlängen bestehender Strahlung verwendet wird, setzen können:

$$\frac{\alpha}{\beta} = \frac{k_1 s}{k_2 b} = \text{konstant.}$$

Nehmen wir nun an, dass das Instrument der nächtlichen Ausstrahlung ausgesetzt wird, und dass wir durch einen elektrischen Strom, der durch den am stärksten abgekühlten Streifen hindurchgeschickt wird, dessen Wärmeverlust kompensieren. Wir erhalten da faktisch dieselben Ausschläge mit entgegengesetztem Vorzeichen für die beiden Streifen, d. h. also, in Übereinstimmung mit dem Obigen, für den schwarzen Streifen:

$$\gamma = \{y Q s + W - C_1 (y Q s + W)\} k_1,$$

wo  $W$  = der von dem Strome erzeugten Wärme, und für den blanken Streifen:

$$\gamma = \{y Q b - C_2 y Q b\} k_2,$$

woraus

$$(y Q s + W) (1 - C_1) k_1 = y Q b (1 - C_2) k_2,$$

und da  $C_1$  und  $C_2$  hier in jedem Augenblick gleich sind, so erhält man:

$$(yQs + W)k_1 = yQbk_2,$$

woraus:

$$yQ = -\frac{Wk_1}{sk_1 - bk_2} = -\frac{W}{s\left(1 - \frac{bk_2}{sk_1}\right)}$$

und damit:

$$Q = -\frac{W}{sy\left(1 - \frac{\beta}{\alpha}\right)}.$$

Da nun hier

$$W = m_0 (1 + \alpha t) i^2,$$

wo  $m$  der elektr. Leitungswiderstand,  $\alpha$  der Temperaturkoeffizient des Widerstandes,  $t$  die Temperatur und  $i$  die Stärke des Kompensationsstromes, so erhält man:

$$Q = \text{Konst.} \times i^2 (1 + \alpha t).$$

Hat man also durch Versuche das Verhältnis  $\beta/\alpha$  und ferner die Breite der Streifen  $y$  und den Widerstand  $m$  bestimmt, so muss die Konstante sich berechnen und die nächtliche Ausstrahlung durch Ablesen der Stärke des Kompensationsstroms sich bestimmen lassen.

Diese Methode, die Ausstrahlung zu bestimmen, ruht offenbar auf zwei Voraussetzungen, nämlich:

erstens, dass das Verhältnis  $\beta/\alpha$  unabhängig von der Beschaffenheit der Strahlung ist, was mit Gewissheit als vorliegend erachtet werden kann, da es sich nur um Strahlung von sehr grosser Wellenlänge handelt; zweitens, dass die Konvektion für eine blanke und eine schwarze Fläche von sonst gleicher Beschaffenheit als gleich angenommen werden kann. Auch diese Bedingung ist nach DULONG und PETIT'S Untersuchungen<sup>1</sup> erfüllt, und wie ich unten zeigen werde, wird diese Annahme ferner durch eine einfache Beobachtung beim Gebrauch des Instruments bestätigt.

Indessen zeigt es sich mit sehr grossen Schwierigkeiten verbunden, die Quantität  $\beta/\alpha$  exakt zu bestimmen. Es handelt sich ja eigentlich nicht darum, dieses Verhältnis für normal einfallende Strahlung zu bestimmen, sondern für eine Strahlung, die von allen Seiten einfällt.

<sup>1</sup> DULONG et PETIT. Ann. de Ch. et de Phys. 2e Ser., 7, p. 225 und 337, 1817.

Auch hat es sich gezeigt, dass dieses Verhältnis ohne Zweifel eine Funktion von der Breite der Streifen ist, möglicherweise beruhend auf einem Einfluss der Kanten der Streifen. Ich habe nämlich 5 Apparate mit 3 verschiedenen Breiten der verwendeten Streifen, nämlich 1,50, 2,60 und 3,75 mm, ausgeführt. Sucht man nun mit einem gemeinsamen Wert von  $\beta/\alpha$  die Ausstrahlung auf Grund von Bestimmungen, die mit diesen Instrumenten ausgeführt worden, zu berechnen, so findet man zwar dieselben Werte für Instrumente mit derselben Streifenbreite und ferner stets einander proportionale Werte für Instrumente mit verschiedener Streifenbreite, aber es zeigt sich, dass die absoluten Werte der Ausstrahlung niedriger werden, je schmaler die Streifen sind. Auf Grund hiervon können wir noch immer setzen:

$$Q = \text{Konst. } i^2 (1 + \alpha t),$$

aber wegen der Schwierigkeiten, die der Bestimmung der darin enthaltenen Konstanten entgegenstehen, habe ich diese nach folgender Methode zu bestimmen gesucht.

A, Fig. 3, ist ein Zylinder von Eisenblech mit einem aus dünnem Kupferblech gefertigten Boden von halbsphärischer Form. Im Zentrum dieser Halbkugel wird das Ausstrahlungsinstrument  $P$  placiert, dessen Konstante bestimmt werden soll. Die dem Ausstrahlungsinstrument zugewandte Seite der Halbkugel ist sorgfältig geschwärzt worden, erst durch Ausfällen von Kupferoxyd, dann durch Berussen. Durch das Rohr  $B$ , das mit der städtischen Wasserleitung in Verbindung steht, strömt ein kräftiger Wasserstrahl aus, der sich über die Oberfläche der Halbkugel verbreitet und dessen Temperatur, durch ein in den Wasserstrom eingeführtes Thermometer, genau bestimmt werden kann. Die Temperatur, die auf diese Weise die ausstrahlende sphärische Oberfläche erhält, unterscheidet sich nicht wesentlich von der Temperatur des Wasserstrahls. Ist nun  $i$  der Kompensationsstrom, der nötig ist, um das Temperaturgleichgewicht zwischen den Streifen im Ausstrahlungsapparat wiederherzustellen, und  $t$  und  $\theta$  die Temperaturen des Ausstrahlungsapparats und der halbsphärischen Fläche, so ist die Ausstrahlung:

$$Q = \text{Konst. } i^2 (1 + \alpha t) = \sigma (t^4 - \theta^4),$$

und kennen wir hier  $\sigma$ , so kann natürlich  $k$  berechnet werden.

Die Werte, die mit Hilfe der so gefundenen Konstanten mit verschiedenen Instrumenten für die nächtliche Ausstrahlung bei einer

bestimmten Gelegenheit erhalten werden, stimmen alle gut mit einander überein. Ihre Zuverlässigkeit als absolute Werte hängt jedoch natürlich von der Zuverlässigkeit der Bestimmung von  $\sigma$ , d. h. der Strahlungskonstanten für einen schwarzen Körper ab. Vorläufig habe ich hierbei für diese Konstante den Wert benutzt, der mir am zuverlässigsten erschien, nämlich den von KURLBAUM<sup>1</sup> gefundenen:

$$\sigma = 7,68 \times 10^{-11}, \text{ (Grammkalorien pro qcm und Minute).}$$

Die Anordnung zur Anwendung des Instruments ist aus Fig. 4 und 5 ersichtlich, wovon die erstere die Schaltung der verschiedenen Teile des Instrumentes angiebt, die letztere die Anordnung zeigt, wenn das Instrument im Freien angewendet wird und die Observationen mit den zum Kompensationspyrheliometer gehörigen Hilfsapparaten ausgeführt werden.  $E$  ist ein galvanisches Element,  $R$  ein Schleifrheostat,  $A$  ein Präzisionsampèremeter, all dieses in die Leitung zu den ausstrahlenden Metallstreifen geschaltet.  $G$  ist ein empfindliches Galvanoskop oder Galvanometer in Verbindung mit den Leitungsdrähten zu den Thermoelementen. Alle die Hilfsapparate, die bei dem elektrischen Kompensationspyrheliometer ihre Anwendung finden, Galvanometer, Rheostat u. s. w., können also, wie leicht ersichtlich, unmittelbar und ohne jede Abänderung auch bei dem Instrument zur Bestimmung der Ausstrahlung angewendet werden.

Von grösster Wichtigkeit ist, dass bei der Anstellung der Observationen die Verbindungen zwischen den Thermoelementen einerseits und dem Galvanometer andererseits frei von fremden thermoelektromotorischen Kräften sind. Diese Verbindungen müssen also ausschliesslich aus Kupferleitungen bestehen, und der Stöpselkontakt  $S$ , der sich in der Leitung zu den Thermoelementen findet, muss auch von Kupfer sein.

Wenn das Instrument angewendet werden soll, wird es an einer Stelle mit möglichst freiem Horizont, die Rohrachse in vertikaler Stellung, placiert. Nachdem die Temperaturverhältnisse innerhalb des Instruments stationär geworden, was daran gemerkt wird, dass der zu den Thermoelementen gehörige Galvanometer bei Schluss der Leitung keinen Ausschlag giebt, wird der Deckel vom Instrument abgenommen, der Kompensationsstrom geschlossen und variiert, bis Temperaturgleichheit zwischen den Streifen wiederhergestellt ist, worauf die Stromstärke abgelesen wird und die Bestimmung fertig ist.

<sup>1</sup> KURLBAUM, Wied. Ann. 65, S. 746, 1898.

Als Beispiel für die Anwendung des Instruments seien hier einige Bestimmungen der nächtlichen Ausstrahlung angeführt, die an verschiedenen Orten während des Jahres 1904 ausgeführt worden sind. Da sie hauptsächlich den Zweck hatten, die Eigenschaften des Instruments zu studieren, wurde ein strenger Plan beim Anstellen der Observationen nicht durchgeführt — wozu Verf. im übrigen weder Zeit noch Gelegenheit gehabt hat.

Tabelle.

Apparat N:o 1, Breite der Streifen 1,5 mm, Konstante = 35,0 (bei 15°).

Ort	Zeit	Komp.- Strom Amp.	$Q$		Bemerkungen
			gr. Kal	min. $\frac{Cm^2}{min.}$	
Upsala <sup>1</sup>	22. 5. 8 <sup>h</sup> 40 <sup>m</sup> Nm.	0,0650	0,148		
»	» » 50 <sup>m</sup> »	0,0645	0,146		
»	» » 9 <sup>h</sup> 0 <sup>m</sup> »	0,0650	0,148	Ganz klar; Temperatur: + 1°,t.	
»	» » 10 <sup>m</sup> »	0,0657	0,151		
»	» » 40 <sup>m</sup> »	0,0660	0,152		
»	23. 5. 8 <sup>h</sup> 30 <sup>m</sup> »	0,0465	0,076		Dünnere Wolkenschleier; Temp. + 2°,s
»	» » 40 <sup>m</sup> »	0,0480	0,081		
»	24. 5. 8 <sup>h</sup> 40 <sup>m</sup> »	0,0538	0,101	Dünnere Wolkenschleier, schnell klar werdend.	
»	» » 50 <sup>m</sup> »	0,0682	0,161		Starke Unruhe beim Galvanometer; Temp. + 6°,s.
»	» » 9 <sup>h</sup> 0 <sup>m</sup> »	0,0690	0,166		
»	» » 10 <sup>m</sup> »	0,0688	0,164	Ganz klar.	
»	25. 5. 8 <sup>h</sup> 50 <sup>m</sup> »	0,0670	0,157	Im Westen dickes Gewölk am Horizont, sonst klar.	
»	» » 9 <sup>h</sup> 0 <sup>m</sup> »	0,0660	0,152		
»	» » 10 <sup>m</sup> »	0,0668	0,156		
»	» » 20 <sup>m</sup> »	0,0660	0,152		
»	28. 5. 9 <sup>h</sup> 38 <sup>m</sup> »	0,0650	0,148	Äusserst schnell sich bewölkend.	
»	» » 40 <sup>m</sup> »	0,0580	0,118		
»	3. 6. 9 <sup>h</sup> 31 <sup>m</sup> »	0,0615	0,132	Klar, aber etwas dunstig.	
»	4. 6. 10 <sup>h</sup> 0 <sup>m</sup> »	0,0650	0,148	Wolkenbank im Norden am Horizont, sonst klar.	
Holmenkollen <sup>2</sup>	30. 6. 9 <sup>h</sup> 25 <sup>m</sup> »	0,0670	0,157	Temp. 17°. Feucht.	
»	7. 7. 9 <sup>h</sup> 26 <sup>m</sup> »	0,0639	0,143	Temp. 18°. Feucht. Starke Luftperspektive.	
Upsala <sup>1</sup>	30. 8. 7 <sup>h</sup> 55 <sup>m</sup> »	0,0661	0,153	Temp. 20°. Ganz klar, schwacher Dunst.	
»	16. 9. 8 <sup>h</sup> 40 <sup>m</sup> »	0,0645	0,146		
»	9.10. 5 <sup>h</sup> 25 <sup>m</sup> »	0,0700	0,171	Temp. 6°,o. Ganz klar.	
»	2.11. 4 <sup>h</sup> 30 <sup>m</sup> »	0,0700	0,171	Temp. + 2°,o.	
»	7.11. 4 <sup>h</sup> 40 <sup>m</sup> »	0,071	0,176		

<sup>1</sup> Turm des physikalischen Instituts.

<sup>2</sup> Bei Christiania. Die Observationen wurden von einem Aussichtsturm, dem sog. Holmenkollturm, c. 385 m über dem Meere gelegen, ausgeführt.

Die Erfahrungen, die für das Instrument durch diese Observationen bisher gewonnen, haben gezeigt, dass dasselbe äusserst leicht zu handhaben ist, dass eine vollständige Bestimmung der Ausstrahlung, abgesehen von der Zeit, die für die Aufstellung des Instruments gebraucht wird, in wenigen Minuten ausgeführt werden kann, und dass es, was auch aus der Tabelle hervorgeht, schnell und getreu dem Wechsel der Durchlässigkeit der Atmosphäre folgt. Durch diese Observationen wird auch die Grundannahme bestätigt, auf der die Konstruktion des Instrumentes ruht, dass nämlich die Abkühlung der blanken und der schwarzen Fläche durch Konvektion und Leitung gleich ist sobald die Temperatur bei den beiden Streifen gleich ist. Denn es hat sich gezeigt, dass wenn die beiden Streifen exponiert werden, ohne dass der Kompensationsstrom geschlossen wird, die Temperatur der Streifen also verschieden ist, jeder Windstoss eine Änderung des Temperaturunterschiedes der Streifen bewirkt, wie sie in den unruhigen Schwingungen des Galvanometers sich deutlich kundgiebt. Sobald aber die Temperaturgleichheit zwischen den Streifen durch den Kompensationsstrom hergestellt ist, behält der Galvanometer beinahe unverändert seine Gleichgewichtslage trotz der heftigsten Windstösse bei.



Fig. 1.

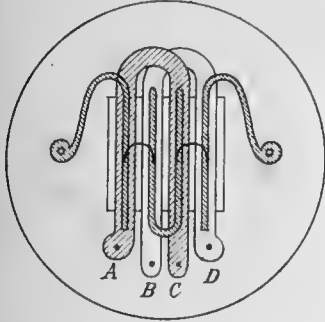


Fig. 2.

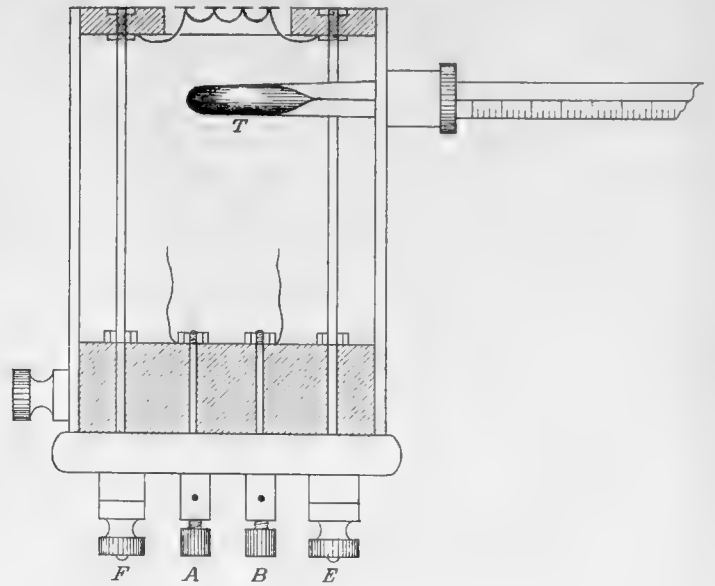


Fig. 5.

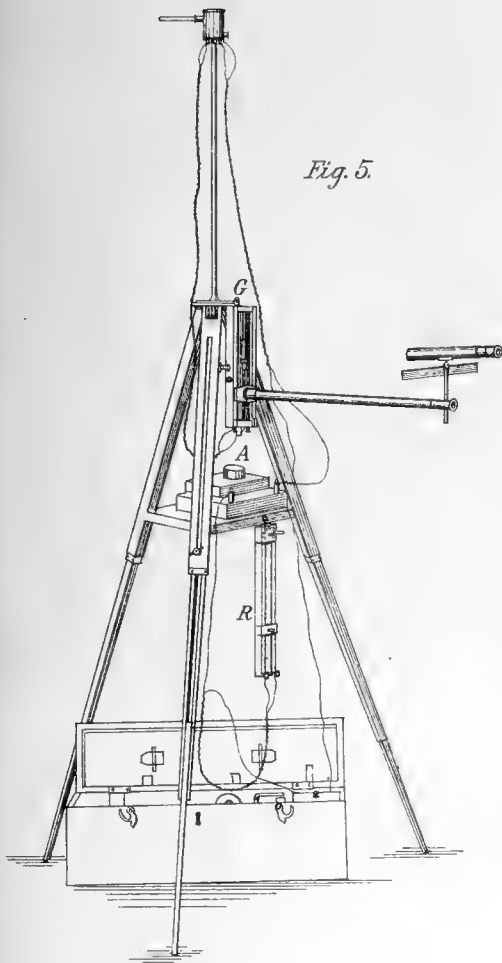


Fig. 4.

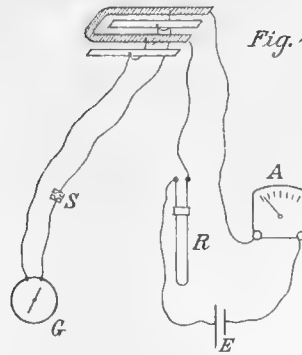
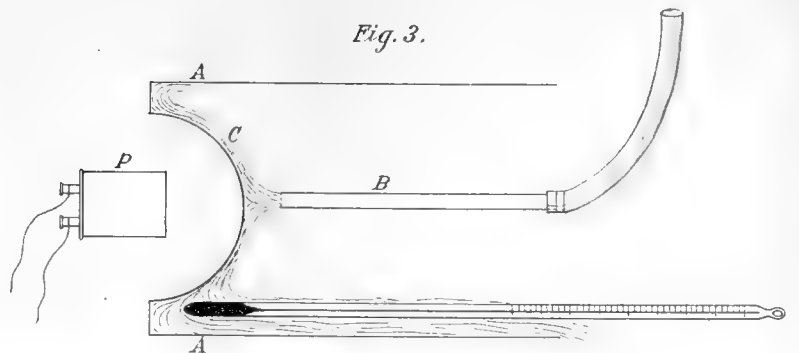


Fig. 3.







NOVA ACTA REGIÆ SOCIETATIS SCIENTIARUM UPSALIENSIS.  
SER. IV. VOL. I. N. 3.

UNTERSUCHUNGEN

ÜBER

DAS DOPPELSTERNSYSTEM 61 CYGNI

VON

ÖSTEN BERGSTRAND

MIT EINER TAFEL.

(MITGETEILT DER KÖNIGL. GESELLSCHAFT DER WISSENSCHAFTEN ZU UPPSALA AM 3 MÄRZ 1905).

UPPSALA 1905  
DRUCK DER AKADEMISCHEN BUCHDRUCKEREI  
EDV. BERLING.



## Inhalt.

	Seite
Einleitung . . . . .	1
§ 1. Die Aufnahmen . . . . .	9
§ 2. Die Ausmessung der Platten und die erste Reduktion der Messungen . . . . .	17
§ 3. Reduktion der Messungen: Berechnung der Refraktionskorrekturen . . . . .	51
§ 4. Reduktion der Messungen: Bestimmung der Orientierung und des Skalenwertes . . . . .	65
§ 5. Diskussion der Messungen von $61_1 - 61_2$ Cygni. Einwirkung der atmosphärischen Dispersion . . . . .	83
§ 6. Bestimmung der relativen Bewegung von $61_1 - 61_2$ Cygni . . . . .	98
§ 7. Diskussion der Messungen von 61 Cygni in Bezug auf die Vergleichssterne. Parallaxe und Eigenbewegung von 61 Cygni . . . . .	107
Zusammenfassung der Ergebnisse . . . . .	120

---



## Einleitung.

Der Doppelstern 61 Cygni gehört in mehreren Hinsichten zu den interessantesten Objekten des gestirnten Himmels. Die ausserordentlich schnelle, den beiden Komponenten gemeinsame Eigenbewegung, die zuerst von PIAZZI vor ungefähr hundert Jahren erkannt ward,<sup>1</sup> machte die Annahme eines physischen Zusammenhanges zwischen den Komponenten höchst wahrscheinlich. BESSEL fand, dass auch die gegenseitige Stellung der beiden Sterne ziemlich bedeutenden Veränderungen unterworfen war.<sup>2</sup> Es zeigte sich indessen durch die späteren Messungen, dass die relative Bewegung des Begleiters in Bezug auf den Hauptstern fast durchaus geradlinig und gleichmässig war. Erst im Jahre 1876 konnte Herr DUNÉR eine schwache Krümmung der Bewegung nachweisen,<sup>3</sup> die später von Herrn O. STRUVE bestätigt ward.<sup>4</sup> Mehrere andere Astronomen halten aber aus verschiedenen Gründen die Annahme eines physischen Konnexes der beiden Komponenten für ganz unzulässig.<sup>5</sup>

<sup>1</sup> S. darüber eine Note in *Monatl. Correspondenz*, herausg. von v. ZACH, Bd 26, 1812, p. 295.

<sup>2</sup> BESSEL, Über den Doppel-Stern Nr. 61 Cygni (*Monatl. Corresp.*, Bd 26, 1812, p. 148); s. auch BESSEL, Ueber die Bewegung des Doppelsterns No. 61 im Schwan (*Astr. Jahrbuch für 1815*, Berlin 1812, p. 209).

<sup>3</sup> DUNÉR, *Mesures micrométriques d'étoiles doubles*, Lund 1876, p. 241.

<sup>4</sup> O. STRUVE, *Mesures micrométriques des étoiles doubles* (*Observations de Poulkova*, Vol. IX, 1878), p. 231; O. STRUVE, *Études sur le mouvement relatif des deux étoiles du système de 61 Cygni* (*Mémoires de l'Acad. imp. des Sciences de St.-Pétersbourg*, VII<sup>e</sup> Sér., T. 27, N:o 11, 1880).

<sup>5</sup> S. z. B. POWELL, *Second Series of Observations of Double Stars taken at Madras in 1859—1862* (*Memoirs of the R. Astr. Soc.*, Vol. 32, 1864), p. 95; BURNHAM, *The Proper Motion of the Components of 61 Cygni* (*The Sid. Mess.*, Vol. 10, N:o 1, 1891); DAVIS, *Contributions from the Observ. of Columbia Univ.*, No. 13, 1898, p. 157—158.

Die grosse Eigenbewegung von 61 Cygni veranlasste schon früh mehrere Astronomen, die Parallaxe dieses Sterns zu untersuchen. Bereits im Jahre 1812 sollen ARAGO und MATHIEU durch Zenithdistanzbeobachtungen eine Parallaxe von  $0'',55$  gefunden haben. Doch ist über diese Bestimmung nichts näheres bekannt geworden, so dass ein Urteil über die Zuverlässigkeit derselben nicht möglich ist.<sup>1</sup> Ungefähr gleichzeitig hat v. LINDENAU die Parallaxe mittels Durchgangsbeobachtungen zu bestimmen versucht.<sup>2</sup> Nach der Reduktion von C. A. F. PETERS<sup>3</sup> geben diese Beobachtungen eine Parallaxe von  $+0'',47$ , aber mit dem wahrscheinlichen Fehler  $\pm 0'',51$ . In den Jahren 1815 und 1816 hat BESSEL, ebenfalls mittels Durchgangsbeobachtungen, eine Parallaxenuntersuchung versucht,<sup>4</sup> die aber zu negativen Resultaten führte.

Die erste Bestimmung der Parallaxe von 61 Cygni, die einen wirklichen wissenschaftlichen Wert besitzt, ist die von BESSEL in Vereinigung mit seinem Schüler SCHLÜTER in den Jahren 1837 bis 1840 unter Anwendung des Königsberger Heliometers ausgeführt.<sup>5</sup> Diese berühmte Untersuchung war bekanntlich insofern von epochemachender Bedeutung, als sie überhaupt die erste mit wirklichem Erfolg gekrönte Bestimmung der jährlichen Parallaxe eines Fixsterns war.

Die Geschichte der Frage nach der Parallaxe des Sterns 61 Cygni von BESSELS Zeit bis heute ist eine sehr eigentümliche. Man kann diese Geschichte in drei ausgeprägt getrennte Perioden einteilen. Die erste Periode erstreckt sich von 1838 bis 1853, die zweite von 1853 bis 1880, die dritte von 1880 bis heute. Ich will hier eine kurzgefasste Übersicht über die mir bekannten Untersuchungen mitteilen.<sup>6</sup>

Zur *ersten Periode* gehören, ausser der BESSEL'schen Parallaxe:

$$\pi = +0'',348 \pm 0'',010,$$

<sup>1</sup> Siehe C. A. F. PETERS, Recherches sur la parallaxe des étoiles fixes (Réueil de mémoires des Astronomes de Poulkova, Vol. I, 1853), p. 48.

<sup>2</sup> Astr. Jahrbuch für 1818, Berlin 1815, p. 246.

<sup>3</sup> Recherches etc., p. 48.

<sup>4</sup> Königsberger astr. Beobachtungen, Abth. II, 1816, und III, 1817.

<sup>5</sup> BESSEL, Bestimmung der Entfernung des 61:sten Sterns des Schwans (Astr. Nachr., No. 365, 1838) und BESSEL, Fernere Nachricht von der Bestimmung der Entfernung des 61:sten Sterns des Schwans (Astr. Nachr., No. 401, 1840).

<sup>6</sup> Vgl. die Zusammenstellungen von den Herren OUDEMANS (Astr. Nachr., No. 2915—16), SADLER, (The Sid. Mess., Vol. IX, p. 342) und PRITCHARD (Oxford Astr. Observations, No. IV, p. 37), von welchen jedoch die SADLER'sche sehr unzuverlässig ist.

die von C. A. F. PETERS in den Jahren 1842—1843 ausgeführte absolute Bestimmung,<sup>1</sup> die den Wert:

$$\pi = + 0'',349 \pm 0'',080$$

ergab, und die JOHNSON'sche heliometrische Bestimmung<sup>2</sup> mit dem Wert:

$$\pi = + 0'',392 \pm 0'',015$$

oder:

$$\pi = + 0'',402 \pm 0'',016,$$

je nachdem eine Korrektion für Temperatur berücksichtigt wird oder nicht.

Die in der *zweiten Zeitperiode* ausgeführten Untersuchungen ergaben die folgenden Werte:

O. STRUVE:<sup>3</sup>

$$\pi = + 0'',506 \pm 0'',028 ;$$

AUWERS:<sup>4</sup>

$$\pi = + 0'',559 \pm 0'',016 ;$$

SOCOLOFF,<sup>5</sup> nach Beobachtungen von SCHWEIZER:

$$\pi = + 0'',433 \pm 0'',029 ;$$

BALL (61<sub>1</sub> Cygni):<sup>6</sup>

$$\pi = + 0'',465 \pm 0'',050 ;$$

BALL (61<sub>2</sub> Cygni):<sup>7</sup>

$$\pi = + 0'',468 \pm 0'',032 .$$

<sup>1</sup> C. A. F. PETERS, Recherches sur la parallaxe des étoiles fixes (Mém. de Poulkova, Vol. I, 1853), p. 136.

<sup>2</sup> Radcliffe Observations, vol. XIV, p. 34.

<sup>3</sup> O. STRUVE, Nouvelle détermination de la parallaxe annuelle des étoiles  $\alpha$  Lyrae et 61 Cygni (Mémoires de l'Acad. imp. d. sciences de St.-Petersbourg, VII<sup>e</sup> Sér., T. 1, N:o 1, 1859), p. 45.

<sup>4</sup> AUWERS, Parallaxenbestimmungen mit dem Königsberger Heliometer (Astr. Nachr., N:o 1411, 1863), p. 333.

<sup>5</sup> SOCOLOFF, Recherche sur les parallaxes des quatre étoiles observées par G. SCHWEIZER (Annales de l'Observ. de Moscou, Vol. VIII, 2. livr., 1882), p. 90. — Eine neue Reduktion von J. LAMP (Neue Berechnung der Parallaxe von 61 Cygni, Kiel 1883, p. 52) hatte der Hauptsache nach dasselbe Ergebnis.

<sup>6</sup> BALL, On a new determination of the parallax of the preceding star of 61 Cygni by the method of differences of declination (Dunsink astr. Observations, III, 1879), p. 166.

<sup>7</sup> BALL, Further researches on the parallax of 61 Cygni (Dunsink Observations, V, 1884), p. 166.

Zu dieser Gruppe gehören auch die Werte, welche Herr BELOPOLSKY aus den von WAGNER in den Jahren 1862—1870 ausgeführten Durchgangsbeobachtungen bestimmt hat.<sup>1</sup> Herr BELOPOLSKY fand für 61<sub>1</sub> Cygni:

$$\pi = + 0'',50 \pm 0'',09 ,$$

für 61<sub>2</sub> Cygni:

$$\pi = + 0'',55 \pm 0'',09 .$$

Zur *dritten Periode* gehören die folgenden Bestimmungen aus *visuellen* Beobachtungen:

HALL:<sup>2</sup>

$$\pi = + 0'',270 \pm 0'',010 ;$$

FLINT:<sup>3</sup>

$$\pi = + 0'',21 \pm 0'',03 ;$$

PETER<sup>4</sup> (61<sub>1</sub> Cygni):

$$\pi = + 0'',254 \pm 0'',026 ;$$

PETER (61<sub>2</sub> Cygni):

$$\pi = + 0'',290 \pm 0'',012 .$$

Als eine besondere Gruppe stelle ich die *photographischen* Bestimmungen zusammen, die übrigens hinsichtlich der Zeit, zu welcher sie ausgeführt worden sind, hauptsächlich in die dritte Periode fallen:

PRITCHARD<sup>5</sup> (61<sub>1</sub> Cygni):

$$\pi = + 0'',432 \pm 0'',009 ;$$

PRITCHARD (61<sub>2</sub> Cygni):

$$\pi = + 0'',434 \pm 0'',009 ;$$

<sup>1</sup> BELOPOLSKY, Beitrag zur Ermittlung von Sternparallaxen aus Durchgangsbeobachtungen (Astr. Nachr., No. 2888, 1889), p. 118, 119.

<sup>2</sup> HALL, Observations for Stellar parallax (Washington Observations for 1883, Appendix II, 1887), p. 67.

<sup>3</sup> FLINT, Meridian Observations for Stellar parallax, first series, 1893—96 (Publ. of the Washburn Observ., vol. XI, 1902), p. 433.

<sup>4</sup> PETER, Bestimmung der Parallaxe von 61 Cygni (Astr. Nachr., No. 3895, 1903), p. 102.

<sup>5</sup> PRITCHARD, Researches in Stellar parallax (Oxford astr. observations No IV, 1892), p. 46, 47.



WILSING:<sup>1</sup>

$$\pi = + 0'',357 \pm 0'',017 ;$$

KAPTEYN und DE SITTER:<sup>2</sup>

$$\pi = + 0'',326 \pm 0'',035 ;$$

DAVIS,<sup>3</sup> nach Beobachtungen von RUTHERFURD (61<sub>1</sub> Cygni):

$$\pi = + 0'',360 \pm 0'',015 ;$$

DAVIS (61<sub>2</sub> Cygni):

$$\pi = + 0'',288 \pm 0'',031 .$$

Die obige Zusammenstellung weist eine sehr augenfällige Eigentümlichkeit auf. Wie man sieht, gaben die Untersuchungen in der ersten (BESSEL'schen) Zeitperiode übereinstimmend eine Parallaxe von 0'',35 bis 0'',40, während die in der zweiten Periode ausgeführten Untersuchungen durchgehend zu grösseren und mit den früheren meist unvereinbaren Werten, im Mittel etwa 0'',5 führten. In der dritten Periode schliesslich fielen die Parallaxenwerte wieder kleiner aus, und zwar sind die aus den visuellen Beobachtungen abgeleiteten sämtlich kleiner gar als 0'',3. Die auf photographischem Wege erlangten Parallaxenwerte sind ein wenig grösser und schliessen sich im Durchschnitt dem BESSEL'schen Wert 0'',35 an. Dabei ist zu bemerken, dass die PRITCHARD'schen Werte, die von den übrigen abweichen, sehr wahrscheinlich durch die Einwirkung systematischer Fehler zu gross ausgefallen sind. Herr JACOBY hat nämlich nachgewiesen, dass die PRITCHARD'schen Parallaxenbestimmungen von der Rektascension abhängig sind; er findet:<sup>4</sup>

<sup>1</sup> WILSING, Untersuchungen über die Parallaxe und die Eigenbewegung von 61 Cygni nach photographischen Aufnahmen (Publ. des Astrophys. Observ. zu Potsdam, Bd XI, 1897), p. 152.

<sup>2</sup> KAPTEYN and DE SITTER, Parallaxes of the clusters  $h$  and  $\chi$  Persei, of Gr. 745, 61 Cygni and surrounding stars (Publ. of the Astr. Labor. at Groningen, No 10, 1892), p. 58.

<sup>3</sup> DAVIS, The parallaxes of 61<sup>1</sup> and 61<sup>2</sup> Cygni deduced from the Rutherford photographic measures (Contributions from the Obs. of Columbia Univ., No 13, und Annals of the New York Acad. of Sciences, vol. X, 1898), p. 125, 145.

<sup>4</sup> Vierteljahrsschrift der Astr. Ges., Jahrg. 28, 1893, p. 121.

Rektascension	Mittl. Parallaxe	Anzahl der Sterne
18 <sup>h</sup> —24 <sup>h</sup>	+ 0'',091	5
0 — 6	0,068	12
6 —12	0,047	5
12 —18	0,015	5.

Jedenfalls dürfte man aus diesem Grunde berechtigt sein, die PRITCHARD'schen Resultate wenigstens als sehr fraglich zu bezeichnen.<sup>1</sup>

Diese Geschichte ist lehrreich. Noch vor 20 Jahren konnte man wohl mit einer anscheinend sehr grossen Sicherheit behaupten, dass der Stern 61 Cygni eine Parallaxe von 0'',5 besitze, und jetzt liegen eine Reihe von neuen genauen Untersuchungen vor, deren Resultate ganz entschieden gegen die Annahme einer so grossen Parallaxe sprechen. Diese Tatsache weist darauf hin, dass die Festlegung einer solchen Konstante mit beträchtlichen Schwierigkeiten verknüpft ist, und dass die Frage nach der Parallaxe von 61 Cygni, trotz aller darauf gerichteten Bemühungen, durchaus nicht als endgültig erledigt zu betrachten ist.

In den letzt vergangenen 10 bis 15 Jahren hat der Stern 61 Cygni noch mehr an Interesse gewonnen durch die merkwürdigen und zum Teil überraschenden Schlussfolgerungen, zu welchen einige der mit Anwendung der Photographie angestellten Untersuchungen geführt haben. Herr WILSING hatte durch seine umfassenden und sehr genauen Messungen eine periodische Veränderung im gegenseitigen Abstände der beiden Komponenten des Doppelsterns gefunden, und erklärte diese Erscheinung durch die störende Einwirkung eines dritten lichtschwachen Komponenten.<sup>2</sup> Solche Schwankungen des Abstandes glaubte Herr JACOBY auch durch eine Diskussion der PRITCHARD'schen Messungen nachweisen zu können.<sup>3</sup> Von Herrn KAPTEYN wurden ge-

<sup>1</sup> Dazu kommt der Umstand, auf welchen Herr DAVIS (a. a. O., p. 160) die Aufmerksamkeit gelenkt hat, dass die Reduktion der PRITCHARD'schen Messungen von sehr zahlreichen Rechenfehlern entsetzt ist.

<sup>2</sup> WILSING, Über eine auf photographischem Wege entdeckte periodische Veränderung des Abstandes der Componenten von 61 Cygni (Sitzungsber. der K. Preuss. Akad. der Wiss., Bd 40, 1893. — S. auch die oben zitierte Abhandlung von Herrn WILSING im XI. Bde der Potsdamer Publikationen.

<sup>3</sup> JACOBY, The Periodic Variation in the Motion of 61 Cygni (Monthly Not. of the R. Astr. Soc., Vol. 54, 1894, p. 117).

gen die WILSING'sche Theorie schwerwiegende Einwände erhoben,<sup>1</sup> die aber von Herrn WILSING als nicht stichhaltig bezeichnet wurden.<sup>2</sup>

Herr DAVIS, der bei der Reduktion der RUTIERFURD'schen Messungen ebenfalls periodische Veränderungen in dem Abstände der Komponenten fand, glaubte sie aber durch die Existenz einer merkbaren Differenz der Parallaxen der beiden Sterne erklären zu müssen.<sup>3</sup> Dieses sehr überraschende Ergebnis suchte Herr DAVIS teils durch eine Neubearbeitung der WILSING'schen Messungen, teils durch eine Diskussion mehrerer älterer Untersuchungen zu stützen.

Es lagen also mehrere Veranlassungen vor, eine neue umfassende Untersuchung über die Bewegung und die Parallaxe der Komponenten des Doppelsterns 61 Cygni vorzunehmen. SCHUR wollte eine solche Untersuchung mit Anwendung des Göttinger Heliometers unternehmen,<sup>4</sup> stiess aber auf Schwierigkeiten, die nicht zu beseitigen waren. Es zeigte sich, dass überhaupt die Anwendung des Heliometers in diesem Falle mit gewissen Schwierigkeiten verbunden war.

Da die photographische Methode hier die in mehreren Hinsichten zweckmässigste zu sein schien, schlug mir Herr Prof. DUNÉR im Jahre 1899 vor zu versuchen, die Aufgabe auf photographischem Wege zu lösen. Als Instrumente standen mir zur Verfügung der grosse Refraktor der Upsalaer Sternwarte, ein mit Doppelmikrometer versehener REPSOLD'scher Messapparat vom modifizierten Leidener Typus und ein astrophotographisches Gitter von GAUTIER. Das photographische Objektiv des Refraktors hat einen Durchmesser von 33 cm und eine Brennweite von 4,36 m. Der als Leitfernrohr dienende optische Refraktor hat eine Öffnung von 36 cm und eine Brennweite von 5,30 m.

Es ist bei diesen Untersuchungen beabsichtigt worden, die Frage nach der Parallaxe von 61 Cygni endgültig zu entscheiden zu suchen und dabei auch die DAVIS'sche Annahme eines merkbaren Parallaxenunterschiedes zwischen den Komponenten zu prüfen. Gleichzeitig damit wollte ich auch die absolute und die relative Eigenbewegung unter-

<sup>1</sup> Publ. of the Astr. Labor. at Groningen, N:o 1 (1900), p. 73, und N:o 10 (1902), p. 1.

<sup>2</sup> WILSING, Über die Wirkung der atmosphärischen Dispersion auf die photographischen Bestimmungen der Abstände 61<sub>1</sub>—62<sub>2</sub> Cygni (Astr. Nachr., No. 3673, 1900).

<sup>3</sup> A. a. O. (Contr. Columbia Obs. N:o 31), p. 148.

<sup>4</sup> SCHUR, Ueber die Parallaxe eines Sterns in der Nähe von 61 Cygni (Astr. Nachr., No. 3590, 1899).

suchen und besonders die fortschreitenden und periodischen (namentlich die WILSING'schen) Veränderungen in der relativen Bewegung studieren.

Über den Gang und die Ergebnisse dieser Arbeiten will ich in der vorliegenden Abhandlung Bericht erstatten.

---

Ein Teil der zur Reduktion meiner Messungen gehörenden recht weitläufigen Rechnungen ist von Fräulein GERDA BERGSTRAND in sehr verdienstvoller Weise ausgeführt worden. Es ist mir eine angenehme Pflicht für diese wertvolle Unterstützung ihr meinen besten Dank auszusprechen.

---

## § 1.

### Die Aufnahmen.

Die Aufnahmen begannen im August 1899 und wurden im September 1903 abgeschlossen. Ich habe danach gestrebt, sie möglichst gleichmässig über den ganzen Zeitraum zu verteilen, nur mit stärkeren Anhäufungen zu den Zeiten der grössten parallaktischen Verschiebungen. Doch sind Lücken in der Reihe entstanden, die aus verschiedenen Ursachen nicht zu vermeiden waren. Wegen der Helligkeit des Himmels in unseren Breiten musste immer eine Unterbrechung der Aufnahmen etwa von Mitte Mai bis Anfang August stattfinden. Auch im Februar und März konnte ich wegen des tiefen Standes des Sterns nur ausnahmsweise gute Aufnahmen erhalten, sodass die Reihe auch in diesen Monaten Lücken aufweist. Dazu kamen natürlich Witterungs- und andere Verhältnisse gelegentlicher Art zur Geltung.

Als Leitstern diente stets  $\delta_1$  Cygni. Bei der ersten Exponierung jeder Platte wurde der Leitstern am zentralen Fadenkreuz des optischen Refraktors festgehalten. Bei den übrigen Exponierungen ist ein beweglicher Faden benutzt worden, der zwischen den verschiedenen Aufnahmen um etwa 15'' bis 20'' in nördlicher Richtung verschoben worden ist. Die verschiedenen Bilder eines Sterns auf einer Platte liegen also nahezu auf demselben Deklinationskreise. Für das Leitfernrohr fand ich im allgemeinen eine 450-fache Vergrösserung als die zweckmässigste. Um die Expositionszeiten nicht allzu kurz zu haben, war ich genötigt, das photographische Objektiv etwas abzublenden, so dass im allgemeinen nicht die volle Öffnung zur Anwendung kam.

Für jede Platte sind immer verschiedene Expositionszeiten verwendet worden, um bei den Messungen eine Auswahl unter den Bildern machen zu können. Die im Anfang der Beobachtungsreihe mehrmals vorkommenden längeren Expositionszeiten<sup>1</sup> sind dadurch zu erklären, dass zu dieser Zeit z. T. Platten verwendet worden sind,

---

<sup>1</sup> bzw. grösseren Objektivöffnungen.

die einige Jahre alt und infolgedessen etwas weniger empfindlich waren. Die bei diesen Untersuchungen verwendeten Platten waren durchgehends sogen. »glaces rodées« im Format 16×16 cm., aus den Werkstätten der Herren A. LUMIÈRE & FILS in Lyon.

Die Aufnahmen sind immer in derselben Lage des Äquatorials bewerkstelligt worden, und überhaupt habe ich danach gestrebt, alle zu der Arbeit gehörenden Operationen so gleichmässig wie möglich auszuführen, um die Homogenität zu sichern.

Im ganzen sind während der Beobachtungsperiode 115 Platten mit je 4 bis 8 Aufnahmen exponiert worden. Bei der Auswahl der zu messenden Platten bin ich in der folgenden Weise verfahren. Nachdem ich diejenigen Platten ausgeschieden, die wegen schlechter Bilder oder dgl. ohne weiteres zu verwerfen waren, habe ich die übrigen einer genauen Prüfung unterworfen und dabei die folgenden Gesichtspunkte als massgebend festgehalten:

- 1) möglichst gute Beschaffenheit der Bilder;
- 2) zweckmässigste Verteilung der Beobachtungsepochen (nach den oben erwähnten Prinzipien);
- 3) möglichst streng durchgeführte Homogenität des Beobachtungsmaterials.

Ich glaube behaupten zu können, dass die so ausgewählten 53 Platten ein Material ausmachen, das recht hohen Anforderungen genügt. Auf allen diesen Platten sind die vier besten Aufnahmen zur Messung ausgewählt worden. Die Gesamtanzahl der verwendeten Aufnahmen ist also 212.

In der folgenden Tabelle stelle ich die allgemeinen Daten der Aufnahmen zusammen. Die Bemerkungen über den Luftzustand und über die Beschaffenheit der Bilder im Leitfernrohr sind im allgemeinen wörtlich nach dem Beobachtungsjournal wiedergegeben. In denjenigen Fällen, wo keine solche Angabe mitgeteilt ist, war der Zustand der Luft normal oder verhältnismässig gut.

Tab. 1.

Platte	Datum	Temp.	Barom.- Stand	Obj.- Öfhn.	Exp.- Dauer	Sternzeit Upsala	Bemerkungen
1	1899, Aug. 30	<sup>0</sup> +8,5 C.	<sup>mm</sup> 754,5	<sup>mm</sup> 208	<sup>s</sup> 180	<sup>h m s</sup> 20 57 43	
	»				120	21 2 13	
	»				30	7 28	
	»				60	9 43	
2	1899, Sept. 4	+ 5,2	759,0	208	60	21 36 34	Etwas neblig.
	»				30	38 19	
	»				30	40 19	
	»				60	42 34	
3	1899, Okt. 27	+ 5,4	748,8	208	60	21 44 35	
	»				40	46 10	
	»				40	47 40	
	»				50	49 15	
4	1899, Nov. 6	+10,9	757,4	208	60	21 38 49	
	»				60	40 49	
	»				40	42 39	
	»				40	44 39	
5	1899, Nov. 7	+ 3,7	759,9	208	60	22 9 52	
	»				60	11 52	
	»				40	13 42	
	»				40	15 42	
6	1899, Nov. 22	- 3,4	752,0	208	60	22 14 55	} Starker Wind, Bilder aber ruhig.
	»				60	16 55	
	»				40	18 45	
	»				40	20 25	
7	1899, Dez. 20	- 7,1	783,2	130	150	23 38 34	} Luft unruhig.
	»				150	42 4	
	»				100	46 9	
	»				100	48 29	
8	1900, Jan. 23	+ 1,5	731,1	130	120	2 3 5	} Starker Wind, Bilder etwas unruhig.
	»				120	6 5	
	»				70	8 40	
	»				70	10 40	
9	1900, März 29	- 7,9	756,9	130	120	16 45 49	
	»				120	48 49	
	»				100	53 9	
	»				80	55 34	

Platte	Datum	Temp.	Barom.- Stand	Obj.- Öffn.	Exp.- Dauer	Sternzeit Upsala	Bemerkungen
10	1900, Mai 17	+ 4,2	745,9	330	40	15 18 56	
	»				35	20 28	
	»				35	21 53	
	»				30	23 21	
11	1900, Mai 17	+ 4,1	745,9	330	40	16 20 56	
	»				40	22 26	
	»				40	24 16	
	»				95	26 53	
12	1900, Mai 19	+ 0,4	748,6	300	40	16 23 46	
	»				40	25 16	
	»				35	26 48	
	»				95	28 53	
13	1900, Aug. 11	+ 6,9	760,8	208	60	22 27 21	
	»				45	31 14	
	»				45	32 58	
	»				50	34 46	
14	1900, Aug. 20	+ 14,5	761,5	200	45	19 28 58	} Platte von Herrn Prof. DUNÉR exponiert.
	»				35	30 35	
	»				35	32 13	
	»				25	33 30	
15	1900, Okt. 12	+ 5,5	751,1	200	50	22 5 9	
	»				40	7 4	
	»				45	18 17	
	»				35	21 32	
16	1900, Nov. 2	0,0	774,7	200	45	23 3 12	
	»				45	5 12	
	»				35	7 7	
	»				35	8 7	
17	1900, Nov. 12	+ 2,4	755,9	200	35	23 24 14	
	»				30	25 41	
	»				25	26 38	
	»				30	28 11	
18	1900, Dez. 10	+ 3,3	749,7	200	40	23 46 57	} Bilder etwas unruhig.
	»				35	47 50	
	»				30	48 52	
	»				25	51 50	
19	1901, Jan. 23	+ 1,6	754,9	200	45	2 19 3	} Starker Wind, Bilder un- ruhig.
	»				40	20 0	
	»				35	20 58	
	»				30	24 55	



## UNTERSUCHUNGEN ÜBER DAS DOPPELSTERNSYSTEM 61 CYGNI. 13

Platte	Datum	Temp.	Barom- Stand	Obj.- Öffn.	Exp.- Dauer	Sternzeit Upsala	Bemerkungen
20	1901, März 12	- 4,1	761,3	200	40	16 28 41	
	»				30	29 36	
	»				20	31 41	
	»				20	32 21	
21	1901, Apr. 23	+ 1,4	769,2	200	45	16 25 54	
	»				40	26 52	
	»				35	27 47	
	»				25	29 44	
22	1901, Apr. 23	+ 1,3	769,3	200	40	16 36 52	
	»				40	37 52	
	»				30	38 47	
	«				30	39 47	
23	1901, Mai 12	+ 8,1	772,1	200	45	16 47 20	} Sehr schöne und ruhige Bilder.
	»				40	48 18	
	»				35	49 15	
	»				30	50 13	
24	1901, Mai 12	+ 8,0	772,0	200	45	16 55 21	
	»				45	56 21	
	»				35	57 15	
	»				25	17 0 10	
25	1901, Aug. 28	+ 9,6	747,4	200	30	21 41 15	
	»				30	42 15	
	»				20	43 10	
	»				20	43 50	
26	1901, Sept. 7	+ 5,0	769,1	150	80	22 56 49	
	»				60	58 39	
	»				60	23 0 39	
	»				40	2 59	
27	1901, Okt. 10	+ 5,9	760,5	150	80	20 45 0	
	»				60	46 40	
	»				60	48 10	
	»				40	50 40	
28	1901, Okt. 29	+ 3,0	755,3	200	45	23 0 54	Bilder diffus.
	»				40	1 52	
	»				40	2 52	
	»				30	4 47	
29	1901, Nov. 4	+ 0,1	768,4	150	80	22 25 18	
	»				80	27 8	
	»				60	28 48	
	»				60	30 18	

Platte	Datum	Temp.	Barom.- Stand	Obj.- Öffn.	Exp.- Dauer	Sternzeit Upsala	Bemerkungen
30	1901, Nov. 17	- 4,1	747,6 <sup>mm</sup>	150 <sup>mm</sup>	80 <sup>s</sup>	22 51 37 <sup>h m s</sup>	Bilder diffus und unruhig.
	»				60	53 17	
	»				60	54 47	
	»				40	57 7	
31	1902, Jan. 21	- 0,3	751,4	150	80	1 56 26	Bilder unruhig. Wind.
	»				80	58 16	
	»				60	59 56	
	»				60	2 1 16	
32	1902, Apr. 8	- 10,5	760,4	150	80	16 51 21	
	»				80	53 6	
	»				60	54 36	
	»				60	55 56	
33	1902, Apr. 19	+ 0,2	766,6	150	80	16 36 44	
	»				80	38 24	
	»				60	39 54	
	»				60	41 14	
34	1902, Apr. 19	0,0	766,6	150	80	17 7 49	
	»				60	9 14	
	»				40	10 24	
	»				40	11 24	
35	1902, Mai 12	- 1,9	754,4	150	60	16 41 42	
	»				60	43 2	
	»				40	45 22	
	»				40	46 22	
36	1902, Mai 12	- 2,4	754,4	150	80	17 9 12	Sehr gute Bilder.
	»				60	10 42	
	»				60	12 2	
	»				40	13 12	
37	1902, Mai 20	- 0,4	755,2	150	80	16 55 22	
	»				60	56 52	
	»				60	58 12	
	»				40	59 32	
38	1902, Mai 20	- 0,6	755,1	150	80	17 10 12	
	»				60	11 42	
	»				60	13 2	
	»				40	14 12	
39	1902, Aug. 23	+ 7,1	761,8	150	80	21 27 56	
	»				80	29 16	
	»				80	30 56	
	»				60	32 26	

## UNTERSUCHUNGEN ÜBER DAS DOPPELSTERNSYSTEM 61 CYGNI. 15

Platte	Datum	Temp.	Barom.- Stand	Obj.- Öffn.	Exp.- Dauer	Sternzeit Upsala	Bemerkungen
40	1902, Sept. 10	+ 5,7	757,8	150	80	22 11 27	} Bilder diffus und etwas un- ruhig.
	»				80	13 7	
	»				60	14 37	
	»				60	15 57	
41	1902, Okt. 25	+ 1,4	759,9	150	80	21 15 0	} Bilder etwas diffus und un- ruhig.
	»				80	16 50	
	»				80	18 30	
	»				60	20 0	
42	1902, Okt. 25	+ 1,4	760,0	150	80	21 37 55	Bilder besser.
	»				90	39 30	
	»				60	41 5	
	»				60	42 35	
43	1902, Nov. 4	+ 0,4	757,2	150	80	21 34 55	Luft schlecht.
	»				80	36 35	
	»				60	38 5	
	»				60	39 25	
44	1902, Nov. 11	+ 1,8	763,4	150	80	22 3 38	
	»				80	5 18	
	»				60	6 47	
	»				60	8 8	
45	1902, Dez. 6	-13,6	773,5	150	90	23 35 40	
	»				90	37 30	
	»				75	39 12	
	»				75	40 47	
46	1903, Jan. 20	-11,1	771,5	150	100	1 35 36	
	»				100	37 56	
	»				70	39 41	
	»				90	41 21	
47	1903, Febr. 3	- 2,1	753,8	150	100	2 25 43	Bilder etwas unruhig.
	»				100	27 43	
	»				80	29 38	
	»				80	31 18	
48	1903, Mai 2	- 1,9	760,4	150	150	16 40 10	
	»				120	42 45	
	»				100	46 55	
	»				80	48 45	
49	1903, Mai 9	+ 1,2	758,9	150	120	16 35 8	Wolkig.
	»				120	37 28	
	»				180	40 18	
	»				100	42 58	

Platte	Datum	Temp.	Barom.- Stand	Obj.- Öffn.	Exp.- Dauer	Sternzeit Upsala	Bemerkungen
50	1903, Mai 9	+ 1,4	<sup>0</sup> 758,9	<sup>mm</sup> 150	<sup>s</sup> 120	<sup>h m s</sup> 16 58 8	Wolzig.
	»				110	17 0 23	
	»				120	4 28	
	»				90	6 33	
51	1903, Mai 23	+ 9,9	764,3	150	120	17 8 4	Bilder diffus und unruhig.
	»				100	10 16	
	»				100	12 14	
	»				80	13 59	
52	1903, Sept. 3	+ 14,3	758,4	150	80	20 15 27	
	»				80	18 52	
	»				60	20 27	
	»				40	21 37	
53	1903, Sept. 25	+ 11,0	763,8	150	80	21 29 23	
	»				60	32 28	
	»				60	33 48	
	»				40	34 58	

## § 2.

### Die Ausmessung der Platten und die erste Reduktion der Messungen.

Bei der Wahl der Vergleichssterne war keine grosse Freiheit vorhanden. Wegen des ziemlich grossen Massstabes unserer Platten ( $1'$  etwa = 1,25 mm) ist das brauchbare Feld ein verhältnismässig kleines. Da ich ferner einerseits einen allzu grossen Helligkeitsunterschied zwischen 61 Cygni und den Vergleichssterne vermeiden musste, andererseits die letztgenannten in passenden Abständen vom Zentrum und möglichst symmetrisch um dasselbe verteilt haben wollte, standen mir nur sehr wenige Sterne zur Verfügung. Ich habe mich für die folgenden entschlossen, die mir am meisten den aufgestellten Anforderungen zu entsprechen schienen:

$$a = BD + 38^{\circ}4325 = \text{A. G. (Lund) 9846 (Gr. 6,2)}$$

$$b = BD + 38^{\circ}4341 = \text{A. G. (Lund) 9888 (Gr. 8,0)}$$

$$c = BD + 37^{\circ}4178 = \text{A. G. (Lund) 9896 (Gr. 7,9)}$$

$$d = BD + 37^{\circ}4189 = \text{A. G. (Lund) 9916 (Gr. 7,9)} .$$

Die Messungen wurden im Januar 1903 begonnen und im Oktober desselben Jahres abgeschlossen. Da diese Messungen rein differentiell ausgeführt worden sind, indem die Sternbildchen mikrometrisch an die nächstliegenden Gitterstriche angeschlossen wurden, kommen von den Fehlern des Messapparates nur diejenigen des Mikrometers in Betracht. Über die Bestimmung dieser Fehler habe ich in meiner Arbeit: »Undersökningar öfver stellarfotografiens användning vid bestämningen af fixstjärnornas årliga parallaxer» (Upsala 1899), p. 38–44, in ausführlicher Weise Bericht erstattet. Nur möchte ich hier einen Umstand erwähnen, der a. a. O. nicht ausdrücklich hervorgehoben worden ist. Mit den fortschreitenden Fehlern der Mikrometerschrauben vereinigt sich in untrennbarer Weise ein Teil derjenigen Fehler, die ihren Grund in einer möglicherweise vorhandenen Distorsion des Mikro-

skopobjektives haben.<sup>1</sup> Diejenigen von diesen Fehlern, die nicht bereits bei der Bestimmungen der Schraubenfehler beseitigt worden sind, erreichen innerhalb des hier in Betracht kommenden Teils des Feldes nur sehr kleine Beträge, wovon ich mich durch einige Messungen überzeugt habe. Sie wirken auf die Messungen der Sternbildchen wie rein zufällige kleine Einstellungsfehler, die vernachlässigt werden können. Die Einstellungen der Gitterstriche sind hingegen von diesen Fehlern ganz befreit, da die Gitterquadrate stets genau in die Mitte des Feldes gebracht worden sind, und ich immer die Einstellungen der Striche an der Mitte jeder Gitterquadratseite gemacht habe. Die Krümmung der Bildfläche ist unmerklich, indem bei guter Fokussierung keine Parallaxe wahrzunehmen ist; sie ist übrigens dadurch ganz unschädlich gemacht, dass das Okular in den beiden Koordinatenrichtungen beweglich ist, so dass man die Einstellungen immer in der Mitte des scheinbaren Feldes machen kann.

Da jeder Stern auf allen Platten an dieselben Gitterstriche angeschlossen worden ist, so ist der Einfluss der Fehler des Gitters bei dieser Untersuchung eliminiert.

Die Ausmessung jeder Platte ist bei nahezu konstanter Temperatur ausgeführt worden, was durch wiederholte Ablesungen eines an dem Messapparate angebrachten Thermometers konstatiert worden ist.

Jedes Bildchen eines zu messenden Sterns ist in Bezug auf die beiden umliegenden Gitterstriche in den beiden Koordinatenrichtungen gemessen worden. Nachdem alle Ablesungen für die fortschreitenden und periodischen Schraubenfehler korrigiert worden waren, gab die Differenz der Ablesungen für die beiden Striche in jeder Richtung den bezüglichen Wert des Gitterintervalles in Schraubenumdrehungen ausgedrückt. Für jede Platte ist das Mittel aller so erhaltenen Werte des Gitterintervalles für jede Koordinate bestimmt und der Umrechnung der Messungsergebnisse in Gitterintervalle zu Grunde gelegt worden. Die Messungen wurden in zwei um  $180^\circ$  von einander verschiedenen Orientierungen der Platte ausgeführt, um die persönlichen Einstellungsfehler zu eliminieren. Die Anzahl der individuellen Einstellungen jedes Sternbildchens oder Striches war mindestens 4, für  $61_1$  und  $61_2$  Cygni immer 6 bis 8.

In der dritten und vierten Kolumne der folgenden Tabelle teile ich die aus den Messungen abgeleiteten rechtwinkligen Koordinaten

---

<sup>1</sup> Vgl. LUDENDORFF, Über optische Distorsion in Messmikroskopen (Astr. Nachr., Bd 166, 1904, p. 161).

$X, Y$  jedes gemessenen Sternbildchens mit. Diese Koordinaten beziehen sich auf das Gitter und sind in Gitterintervallen ( $l^i = 5 \text{ mm}$ ) ausgedrückt. Die Gitterstriche sind in der  $X$ -Richtung von 30 bis 56, in der  $Y$ -Richtung von 1 bis 27 nummeriert. Die Striche 43 und 14 schneiden sich nahezu im Zentrum der Platte. Die fünfte und sechste Kolonne enthalten die relativen rechtwinkligen Koordinaten  $x, y$  in Bezug auf 61<sub>1</sub> Cygni.

Tab. 2.

Platte	Stern	$X$	$Y$	$x$	$y$	Bemerkungen
1	61 <sub>1</sub>	43 <sup>i</sup> ,0346	14 <sup>i</sup> ,0028			
		0289	1556			
		0214	4316			
		0181	5763			
	61 <sub>2</sub>	43,1109	13,9520	+0',0763	-0',0508	
		1063	14,1043	0774	0513	
		0992	3810	0778	0506	
		0952	5256	0771	0507	
	<i>a</i>	33,4418	13,8395	-9,5928	-0,1633	
		4377	9931	5912	1625	Y-Strich störend.
		4297	14,2688	5917	1628	
		4270	4132	5911	1631	
	<i>b</i>	41,5339	24,1375	-1,5007	+10,1347	
		5294	2909	4995	1353	
		5218	5673	4996	1357	
		5195	7122	4986	1359	
	<i>c</i>	44,0157	4,6245	+0,9811	-9,3783	X-Strich störend.
		0116	7770	9827	3786	„
		0032	5,0537	9818	3779	„
		0002	1984	9821	3779	Bildchen vom X-Strich durchschnitten.
	<i>d</i>	48,4109	12,1549	+5,3763	-1,8479	
		4065	3076	3776	8480	
		3986	5841	3772	8475	
		3953	7288	3772	8475	
2	61 <sub>1</sub>	43,5103	14,1375			
		5053	2618			
		5030	3471			
		5001	4465			
	61 <sub>2</sub>	43,5881	14,0870	+0,0778	-0,0505	
		5830	2111	0777	0507	
		5817	2958	0787	0513	
		5780	3962	0779	0503	

Platte	Stern	X	Y	x	y	Bemerkungen
2	a	33 <sup>i</sup> ,9199	13 <sup>i</sup> ,9729	-9 <sup>i</sup> ,5903	-0 <sup>i</sup> ,1646	
		9157	14,0963	5896	1655	
		9146	1810	5884	1661	
		9111	2817	5889	1648	
	b	—	24,2719	—	+10,1344	X-Strich störend. X nicht messbar.
		42,0024	3953	1,5029	1335	
		0010	4800	5020	1329	
		41,9986	5811	5014	1346	
	c	44,4954	4,7609	+0,9852	-9,3766	
		4909	8843	9856	3775	
		4887	9700	9857	3771	
		4861	5,0705	9861	3760	
	d	48,8878	12,2929	+5,3776	-1,8446	
		8833	4167	3780	8451	
		8809	5013	3779	8458	
		8777	6012	3777	8453	
3	61 <sub>1</sub>	43,3115	14,1506			
		3116	1986			
		3072	2604			
		3068	3113			
	61 <sub>2</sub>	43,3893	14,0992	+0,0778	-0,0514	
		3884	1472	0768	0514	
		3844	2079	0772	0525	
		3838	2594	0770	0519	
	a	33,7215	13,9833	-9,5900	-0,1673	
		7195	14,0311	5921	1675	
		7149	0923	5923	1681	
		7143	1429	5925	1684	
	b	41,8067	24,2849	-1,5048	+10,1343	
		—	—	—	—	Fleckchen störend. Stern nicht messbar.
		8021	3932	5051	1328	
		8019	4449	5049	1336	
c	44,2959	4,7712	+0,9844	-9,3794		
	2956	8192	9840	3794		
	2916	8798	9844	3806		
	2907	9316	9839	3797		
d	48,6876	12,3041	+5,3761	-1,8465		
	6871	3523	3755	8463		
	6829	4123	3757	8481		
	6826	4640	3758	8473		



## UNTERSUCHUNGEN ÜBER DAS DOPPELSTERNSYSTEM 61 CYGNI. 21

Platte	Stern	X	Y	x	y	Bemerkungen
4	61 <sub>1</sub>	43',3655	14',1019			
		3631	1688			
		3618	2245			
		3597	2896			
	61 <sub>2</sub>	43,4430	14,0500	+0',0775	-0',0519	
		4401	1168	0770	0529	
		4395	1724	0777	0521	
		4364	2395	0767	0501	
	a	33,7726	13,9409	-9,5929	-0,1610	
		7701	—	5930	—	Y-Strich störend; Y nicht messbar.
		7687	14,0626	5921	1619	
		7670	1297	5927	1599	
	b	41,8663	24,2354	-1,4992	+10,1335	
		8647	3029	4984	1341	
		8617	3587	5001	1342	
		8608	4244	4989	1348	
	c	44,3442	4,7217	+0,9787	-9,3802	
		3418	7879	9787	3809	
		3400	8435	9782	3810	
		3376	9099	9779	3797	
d	48,7402	12,2522	+5,3747	-1,8497		
	7376	3183	3745	8505		
	7360	3745	3742	8500		
	7346	4404	3749	8492		
5	61 <sub>1</sub>	43,6276	14,1605			
		6249	2309			
		6235	2936			
		6210	3422			
	61 <sub>2</sub>	43,7045	14,1088	+0,0769	-0,0517	
		7025	1799	0776	0510	
		7010	2426	0775	0510	
		6986	2911	0776	0511	
	a	34,0360	—	-9,5916	—	Y-Strich störend; Y nicht messbar.
		0327	14,0643	5922	-0,1666	
		0315	1258	5920	1678	
		0291	1743	5919	1679	
	b	42,1210	24,2934	-1,5066	+10,1329	
		1184	3642	5065	1333	
		1169	4260	5066	1324	
		1151	4757	5059	1335	

Platte	Stern	X	Y	x	y	Bemerkungen	
5	c	44',6124	4',7824	+0',9848	+9',3781		
		6099	8524	9850	3785		
		6079	9152	9844	3784		
		6061	9634	9851	3788		
	d	49,0027	12,3145	+5,3751	-1,8460	Bildchen vom X-Strich durchschnitten.	
		0001	3840	3752	8469	»	
		48,9992	4473	3757	8463	»	
		9977	4955	3767	8467	»	
	6	61 <sub>1</sub>	43,6242	14,1617			
			6234	2190			
			6206	2666			
			6220	3136			
61 <sub>2</sub>		43,7024	14,1111	+0,0782	-0,0506		
		7007	1671	0773	0519		
		6981	2155	0775	0511		
		6979	2624	0759	0512		
a		34,0322	13,9857	-9,5920	-0,1760		
		0299	14,0428	5935	1762		
		0277	0903	5929	1763		
		0270	1376	5950	1760		
b		42,1086	24,2925	-1,5156	+10,1308		
		1064	3494	5170	1304		
		1047	3969	5159	1303		
		1045	4438	5175	1302		
c		44,6172	4,7838	+0,9930	-9,3779		
		6153	8408	9919	3782		
		6126	8885	9920	3781		
		6126	9357	9906	3779		
d		49,0006	12,3206	+5,3764	-1,8411	X-Strich störend.	
		48,9997	3771	3763	8419	»	
		9977	4245	3771	8421	»	
		9974	4712	3754	8424	»	
7	61 <sub>1</sub>	43,5145	14,1268				
		5126	1947				
		5110	2551				
		5101	3130				
	61 <sub>2</sub>	43,5917	14,0754	+0,0772	-0,0514		
		5896	1431	0770	0516		
		5880	2033	0770	0518		
		5873	2615	0772	0515		

UNTERSUCHUNGEN ÜBER DAS DOPPELSTERNSYSTEM 61 CYGNI. 23

Platte	Stern	X	Y	x	y	Bemerkungen	
7	a	33 <sup>i</sup> ,9201	13 <sup>i</sup> ,9649	-9 <sup>i</sup> ,5944	-0 <sup>i</sup> ,1619		
		9188	14,0330	5938	1617		
		9180	0933	5930	1618		
		9162	1516	5939	1614		
	b	42,0130	24,2580	-1,5015	+10,1312	X-Strich störend.	
		0110	3258	5016	1311	>	
		0098	3856	5012	1305	>	
		0086	4434	5015	1304	>	
	c	44,4912	4,7462	+0,9767	-9,3806		
		4898	8146	9772	3801		
		4878	8755	9768	3796		
		4871	9335	9770	3795		
	d	48,8861	12,2744	+5,3716	-1,8524		
		8851	3431	3725	8516		
		8831	4039	3721	8512		
		8824	4614	3723	8516		
	8	61 <sub>1</sub>	43,7711	14,1183			
			7704	1837			
			7699	2460			
			7673	2995			
61 <sub>2</sub>		43,8485	14,0664	+0,0774	-0,0519		
		8478	1327	0774	0510		
		8473	1952	0774	0508		
		8444	2481	0771	0514		
a		34,1773	13,9404	-9,5938	-0,1779	Y-Strich störend.	
		1768	14,0053	5936	1784		
		1747	0679	5952	1781		
		1720	1207	5953	1788		
b		42,2498	24,2449	-1,5213	+10,1266		
		2487	3106	5217	1269		
		2473	3717	5226	1257		
		2445	4262	5228	1267		
c		44,7629	4,7396	+0,9918	-9,3787		
		7629	8063	9925	3774		
		7610	8672	9911	3788		
		7590	9200	9917	3795		
d	49,1442	12,2754	+5,3731	-1,8429			
	1434	3407	3730	8430			
	1424	4027	3735	8433			
	1397	4553	3724	8442			

Platte	Stern	X	Y	x	y	Bemerkungen
9	61 <sub>1</sub>	43 <sup>i</sup> ,4635	14 <sup>i</sup> ,1091			
		4606	1783			
		4584	2490			
		4541	3228			
	61 <sub>2</sub>	43,5403	14,0574	+0 <sup>i</sup> ,0768	-0 <sup>i</sup> ,0517	
		5381	1268	0775	0515	
		5347	1973	0753	0517	
		5316	2718	0775	0510	
	a	33,8641	13,9222	-9,5994	-0,1869	Y-Strich störend.
		8617	9915	5989	1868	
		8582	14,0619	6002	1871	
		8557	1367	5984	1861	
	b	41,9378	24,2306	-1,5257	+10,1215	
		9351	2999	5255	1216	
		9329	3709	5255	1219	
		9282	4456	5259	1228	
	c	44,4490	4,7283	+0,9855	-9,3808	
		4460	7974	9854	3809	
		4432	8680	9848	3810	
		4395	9429	9854	3799	
d	48,8298	12,2651	+5,3663	-1,8440		
	8269	3345	3663	8438		
	8249	4058	3655	8432		
	8211	4798	3670	8430		
10	61 <sub>1</sub>	43,5583	14,1692			
		5548	2358			
		5510	3043			
		5468	3739			
	61 <sub>2</sub>	43,6348	14,1183	+0,0765	-0,0509	
		6315	1843	0767	0515	
		6287	2528	0777	0515	
		6238	3222	0770	0517	
	a	33,9584	13,9852	-9,5999	-0,1840	Y-Strich störend.
		9531	14,0530	6017	1828	
		9518	1217	5992	1826	
		9459	1914	6009	1825	
	b	42,0397	24,2871	-1,5186	+10,1179	
		0370	3555	5178	1197	
		0335	4225	5175	1182	
		0280	4927	5188	1188	

UNTERSUCHUNGEN ÜBER DAS DOPPELSTERNSYSTEM 61 CYGNI. 25

Platte	Stern	X	Y	x	y	Bemerkungen
10	c	44 <sup>i</sup> ,5304	4 <sup>i</sup> ,7865	+0 <sup>i</sup> ,9721	-9 <sup>i</sup> ,3827	
		5277	8529	9729	3829	
		5242	9221	9732	3822	
		5196	—	9728	—	Y-Strich störend. Y nicht messbar.
	d	48,9197	12,3199	+5,3614	-1,8493	
		9169	3859	3621	8499	
		9142	4548	3632	8495	
		9092	5241	3624	8498	
11	61 <sub>1</sub>	43,4869	14,0948			
		4838	1524			
		4812	2019			
		4764	2555			
	61 <sub>2</sub>	43,5637	14,0437	+0,0768	-0,0511	
		5609	1016	0771	0508	
		5584	1505	0772	0514	
		5540	2044	0776	0511	
	a	33,8859	13,9102	-9,6010	-9,1846	
		8827	9674	6011	1850	
		8795	14,0165	6017	1844	
		8759	0703	6005	1852	
	b	41,9649	24,2147	-1,5220	+10,1199	
		9616	2717	5222	1193	
		9587	3227	5225	1208	
		9547	3753	5217	1198	
	c	44,4650	4,7122	+0,9781	-9,3826	
		4614	7686	9776	3838	
		4592	8178	9780	3841	
		4557	8707	9793	3848	
d	48,8504	12,2463	+5,3635	-1,8485		
	8476	3038	3638	8496		
	8453	3532	3641	8487		
	8407	4067	3643	8488		
12	61 <sub>1</sub>	43,4061	14,1145			
		4023	1790			
		3977	2380			
		3956	2925			
	61 <sub>2</sub>	43,4850	14,0621	+0,0789	-0,0524	
		4787	1265	0764	0525	
		4744	1866	0767	0514	
		4727	2403	0771	0522	

Platte	Stern	X	Y	x	y	Bemerkungen
12	a	33 <sup>i</sup> ,8040	13 <sup>i</sup> ,9402	-9 <sup>i</sup> ,6021	-0 <sup>i</sup> ,1743	Y-Strich störend.
		8006	14,0032	6017	1758	
		7962	0634	6015	1746	
		7943	1185	6013	1740	
	b	41,8962	24,2342	-1,5099	+10,1197	
		8922	2987	5101	1197	
		8875	3591	5102	1211	
		8855	4131	5101	1206	
	c	44,3723	4,7289	+0,9662	-9,3856	Staubkörnchen störend.
		3675	7935	9652	3855	
		3634	8529	9657	3851	
		3617	9076	9661	3849	
	d	48,7670	12,2583	+5,3609	-1,8562	
		7637	3221	3604	8569	
		7585	3823	3608	8557	
		7570	4371	3614	8554	
13	61 <sub>1</sub>	43,7482	13,9734			
		7450	14,1025			
		7435	1697			
		7407	2401			
	61 <sub>2</sub>	43,8259	13,9220	+0,0777	-0,0514	
		8227	14,0496	0777	0529	
		8207	1186	0772	0511	
		8184	1869	0777	0532	
	a	34,1431	13,7887	-9,6051	-0,1847	
		1398	9173	6052	1852	
		1375	9853	6060	1844	
		1348	14,0542	6059	1859	
	b	42,2242	24,0918	-1,5240	+10,1184	
		2201	2219	5249	1194	
		2192	2887	5243	1190	
		2162	3583	5245	1182	
	c	44,7241	4,5827	+0,9759	-9,3907	
		7201	7118	9751	3907	
		7186	7788	9751	3909	
		7164	8480	9757	3921	
d	49,1106	12,1167	+5,3624	1,8567		
	1075	2468	3625	8557		
	1062	3141	3627	8556		
	1033	3831	3626	8570		

Platte	Stern	X	Y	x	y	Bemerkungen
14	61 <sub>1</sub>	43 <sup>i</sup> ,4712	14 <sup>i</sup> ,1062			
		4700	2008			
		4672	2897			
		4657	3798			
	61 <sub>2</sub>	43,5486	14,0545	+0 <sup>i</sup> ,0774	-0 <sup>i</sup> ,0517	
		5465	1482	0765	0526	
		5443	2385	0771	0512	
		5430	3272	0773	0526	
	a	33,8634	13,9255	-9,6078	-0,1807	
		8620	14,0192	6080	1816	
		8597	1095	6075	1802	
		8581	1992	6076	1806	
	b	41,9510	24,2278	-1,5202	+10,1216	
		9489	3217	5211	1209	
		9472	4120	5200	1223	
		9456	5012	5201	1214	
	c	44,4417	4,7155	+0,9705	-9,3907	
		4389	8091	9689	3917	
		4376	8987	9704	3910	
		4352	—	9695	—	Y-Strich störend. Y nicht messbar.
d	48,8330	12,2490	+5,3618	-1,8572		
	8311	3421	3611	8587		
	8293	4330	3621	8567		
	8277	5216	3620	8582		
15	61 <sub>1</sub>	43,6013	14,1514			
		6021	2039			
		6000	2536			
		5973	3686			
	61 <sub>2</sub>	43,6790	14,0992	+0,0777	-0,0522	
		6788	1518	0767	0521	
		6774	2015	0774	0521	
		6744	3172	0771	0514	
	a	33,9940	13,9920	-9,6073	-0,1594	X- und Y-Striche störend. X unsicher.
		9929	14,0439	6092	1600	X-Strich störend. X unsicher.
		9914	0939	6086	1597	»
		9888	2091	6085	1600	»
	b	42,1040	24,2745	-1,4973	+10,1231	
		1027	3272	4994	1233	
		1017	3768	4983	1232	
		0989	4919	4984	1233	

Platte	Stern	X	Y	x	y	Bemerkungen
15	c	44 <sup>i</sup> ,5487	4 <sup>i</sup> ,7575	+0 <sup>i</sup> ,9474	-9 <sup>i</sup> ,3939	
		5479	8092	9458	3947	
		5466	8590	9466	3946	
		5444	9742	9471	3944	
	d	48,9571	12,2797	+5,3558	-1,8717	
		9574	3312	3553	8727	
		9559	3814	3559	8722	
		9535	4963	3562	8723	
16	61 <sub>1</sub>	44,0656	14,1119			
		0648	1616			
		0653	2126			
		0612	3114			
	61 <sub>2</sub>	44,1431	14,0598	+0,0775	-0,0521	
		1426	1093	0778	0523	
		1432	1599	0779	0527	
		1386	2587	0774	0527	
	a	34,4560	13,9469	-9,6096	-0,1650	
		4556	9971	6092	1645	
		4564	14,0472	6089	1654	
		4522	1460	6090	1654	
	b	42,5603	24,2325	-1,5053	+10,1206	
		5604	2817	5044	1201	
		5613	3331	5040	1205	
		5568	4315	5044	1201	
	c	45,0161	4,7170	+0,9505	-9,3949	X-Strich störend.
		0150	7664	9502	3952	»
		0165	8169	9512	3957	»
		0126	9160	9514	3954	»
	d	49,4206	12,2422	+5,3550	-1,8697	
		4203	2914	3555	8702	
		4211	3419	3558	8707	
		4160	4409	3548	8705	
17	61 <sub>1</sub>	43,6992	14,1227			
		6971	1874			
		6947	2605			
		6935	3309			
	61 <sub>2</sub>	43,7768	14,0704	+0,0776	-0,0523	
		7745	1349	0774	0525	
		7720	2083	0773	0522	
		7707	2788	0772	0521	



## UNTERSUCHUNGEN ÜBER DAS DOPPELSTERNSYSTEM 61 CYGNI. 29

Platte	Stern	X	Y	x	y	Bemerkungen
17	a	34,0906	13,9575	-9,6086	-0,1652	
		0890	14,0223	6081	1651	
		0857	0946	6090	1659	
		0846	1654	6089	1655	
	b	42,1943	24,2434	-1,5049	+10,1207	
		1918	3082	5053	1208	
		1893	3816	5054	1211	
		1886	4517	5049	1208	
	c	44,6496	4,7278	+0,9504	-9,3949	
		6472	7924	9501	3950	
		6452	8655	9505	3950	
		6435	9359	9500	3950	
	d	49,0534	12,2521	+5,3542	-1,8706	
		0519	3176	3538	8698	
		0491	3900	3544	8705	
		0480	4603	3545	8706	
18	61 <sub>1</sub>	43,3158	14,0857			
		3117	1767			
		3096	2593			
		3076	3515			
	61 <sub>2</sub>	43,3928	14,0332	+0,0770	-0,0525	
		3896	1259	0779	0508	
		3864	2084	0768	0509	
		3851	2995	0775	0520	
	a	33,7046	13,9096	-9,6112	-0,1761	
		7011	14,0014	6107	1753	
		6979	0844	6117	1749	
		6970	1759	6106	1756	
	b	41,7982	24,2040	-1,5176	+10,1183	
		7944	2952	5173	1185	
		7915	3781	5181	1188	
		7899	4701	5177	1186	
	c	44,2753	4,6912	+0,9595	-9,3945	
		2711	7824	9593	3943	
		2687	8655	9591	3938	
		2671	9577	9595	3040	
d	48,6707	12,2207	+5,3549	-1,8650		
	6675	3121	3558	8646		
	6648	3947	3552	8646		
	6630	4865	3554	8650		

Platte	Stern	X	Y	x	y	Bemerkungen
19	61 <sub>1</sub>	43',4360	14',1394			
		4321	2327			
		4313	3196			
		4235	6259			
	61 <sub>2</sub>	43,5132	14,0872	+0',0772	-0',0522	
		5096	1810	0775	0517	
		5082	2684	0769	0512	
		5009	5741	0774	0518	
	a	33,8235	13,9587	-9,6125	-0,1807	
		8206	14,0523	6115	1804	
		8191	1392	6122	1804	
		8119	4447	6116	1812	
	b	41,9077	24,2528	-1,5283	+10,1134	
		9036	3464	5285	1137	
		9026	4341	5287	1145	
		8957	7387	5278	1128	
	c	44,3987	4,7471	+0,9627	-9,3923	
		3972	8388	9651	3939	
		3952	9267	9639	3929	
		3872	5,2341	9637	3918	
d	48,7892	12,2757	+5,3532	-1,8637		
	7860	3693	3539	8634		
	7837	4568	3524	8628	Staubkörnchen störend.	
	7762	7636	3527	8623		
20	61 <sub>1</sub>	42,5761	14,4436			
		5768	5071			
		5690	6242			
		5666	6855			
	61 <sub>2</sub>	42,6526	14,3913	+0,0765	-0,0523	
		6544	4557	0776	0514	
		6464	5713	0774	0529	
		6443	6347	0777	0508	
	a	32,9597	14,2590	-9,6164	-0,1846	
		9609	3239	6159	1832	
		9522	4403	6168	1839	
		9508	5023	6158	1832	
b	41,0513	24,5574	-1,5248	+10,1138		
	0524	6218	5244	1147		
	0446	7374	5244	1132		
	0437	8006	5229	1151		

## UNTERSUCHUNGEN ÜBER DAS DOPPELSTERNSYSTEM 61 CYGNI. 31

Platte	Stern	X	Y	x	y	Bemerkungen	
20	c	43 <sup>i</sup> ,5278	5 <sup>i</sup> ,0461	+0 <sup>i</sup> ,9517	-9 <sup>i</sup> ,3975		
		5283	1110	9515	3961		
		5214	2264	9524	3978		
		5201	2892	9535	3963		
	d	47,9243	12,5782	+5,3482	-1,8654		
		9249	6419	3481	8652		
		9181	7581	3491	8661		
		9163	8211	3497	8644		
	21	61 <sub>1</sub>	42,7200	14,2859			
			7207	3648			
			7203	4278			
			7206	5449			
61 <sub>2</sub>		42,7978	14,2332	+0,0778	-0,0527		
		7975	3119	0768	0529		
		7976	3752	0773	0526		
		7971	4927	0765	0522		
a		33,1014	14,1149	-9,6186	-0,1710		
		1020	1940	6187	1708		
		1012	2574	6191	1704		
		1023	3745	6183	1704		
b		41,2110	24,3976	-1,5090	+10,1117		
		2109	4767	5098	1119		
		2099	5404	5104	1126		
		2110	6579	5096	1130		
c		43,6555	4,8853	+0,9355	-9,4006		
		6554	9655	9347	3993		
		6548	5,0276	9345	4002		
		6556	1450	9350	3999		
d		48,0631	12,4088	+5,3431	-1,8771		
		0633	4880	3426	8768		
		0631	5512	3428	8766		
		0640	6684	3434	8765		
22	61 <sub>1</sub>	42,7687	14,3099				
		7679	3717				
		7676	4367				
		7677	5006				
	61 <sub>2</sub>	42,8456	14,2575	+0,0769	-0,0524		
		8459	3202	0780	0515		
		8444	3840	0768	0527		
		8443	4482	0766	0524		

Platte	Stern	X	Y	x	y	Bemerkungen
22	a	33 <sup>i</sup> ,1507	14 <sup>i</sup> ,1294	-9 <sup>i</sup> ,6180	-0 <sup>i</sup> ,1805	
		1498	1913	6181	1804	
		1488	2558	6188	1809	
		1493	3196	6184	1810	
	b	41,2484	24,4211	-1,5203	+10,1112	
		2478	4838	5201	1121	
		2466	5480	5210	1113	
		2467	6112	5210	1106	
	c	43,7127	4,9115	+0,9440	-9,3984	
		7125	9741	9446	3976	
		7116	5,0367	9440	4000	
		7120	1012	9443	3994	
	d	48,1137	12,4393	+5,3450	-1,8706	
		1135	5012	3456	8706	
		1120	5648	3444	8719	
		1128	6291	3451	8715	
23	61 <sub>1</sub>	42,8523	14,2992			
		8490	3625			
		8475	4204			
		8447	4876			
	61 <sub>2</sub>	42,9286	14,2461	+0,0763	-0,0531	
		9269	3107	0779	0518	
		9250	3677	0775	0527	
		9218	4355	0771	0521	
	a	33,2347	14,1180	-9,6176	-0,1812	
		2307	1813	6183	1812	
		2291	2400	6184	1804	
		2261	3072	6186	1804	
	b	41,3321	24,4076	-1,5202	+10,1084	
		3295	4714	5195	1089	
		3263	5304	5212	1100	
		3244	5970	5203	1094	
c	43,7947	4,8996	+0,9424	-9,3996		
	7919	9639	9429	3986		
	7897	5,0212	9422	3992		
	7877	0884	9430	3992		
d	48,1951	12,4256	+5,3428	-1,8736		
	1928	4898	3438	8727		
	1912	5473	3437	8731		
	1882	6146	3435	8730		

Platte	Stern	X	Y	x	y	Bemerkungen
24	61 <sub>1</sub>	42 <sup>i</sup> ,6857	14 <sup>i</sup> ,3496			
		6835	4228			
		6814	5315			
		6776	6390			
	61 <sub>2</sub>	42,7629	14,2975	+0 <sup>i</sup> ,0772	-0 <sup>i</sup> ,0521	
		7615	3704	0780	0524	
		7585	4798	0771	0517	
		7551	5868	0775	0522	
	a	33,0672	14,1686	-9,6185	-0,1810	
		0650	2429	6185	1799	
		0624	3507	6190	1808	
		0595	4582	6181	1808	
	b	41,1644	24,4594	-1,5213	+10,1098	
		1617	5339	5218	1111	
		1600	6407	5214	1092	
		1574	7486	5202	1096	
	c	43,6294	4,9507	+0,9437	-9,3989	
		6273	5,0230	9438	3998	
		6252	1319	9438	3996	
		6211	2396	9435	3994	
	d	48,0287	12,4775	+5,3430	-1,8721	
		0273	5513	3438	8715	
		0258	6585	3444	8730	
		0220	7666	3444	8724	
25	61 <sub>1</sub>	43,0586	14,1580			
		0577	2063			
		0537	2642			
		0527	3153			
	61 <sub>2</sub>	43,1362	14,1047	+0,0776	-0,0533	
		1339	1529	0762	0534	
		1308	2107	0771	0535	
		1293	2629	0766	0534	
	a	33,4360	13,9850	-9,6226	-0,1730	Y-Strich störend.
		4335	14,0335	6242	1728	
		4308	0918	6229	1724	
		4291	1428	6236	1725	
	b	41,5462	24,2667	-1,5124	+10,1087	
		5447	3150	5130	1087	
		5420	3728	5117	1086	
		5397	4234	5130	1081	

Platte	Stern	X	Y	$x$	$y$	Bemerkungen	
25	<i>c</i>	—	4,7498	—	-9',4082	X-Strich störend. X nicht messbar.	
		43',9868	7984	+0',9291	4079		
		9851	8555	9314	4087		
		9823	9071	9296	4082		
	<i>d</i>	48,3984	12,2713	+5,3398	-1,8867		
		3966	3199	3389	8864		
		3940	3774	3403	8868		
		3919	4294	3392	8859		
	26	61 <sub>1</sub>	42,9784	14,1340			
			9759	1964			
			9742	2517			
			9700	3648			
61 <sub>2</sub>		43,0554	14,0811	+0,0770	-0,0539		
		0535	1429	0776	0535		
		0513	1992	0771	0525		
		0475	3120	0775	0528		
<i>a</i>		33,3540	13,9615	-9,6244	-0,1725		
		3513	14,0234	6246	1730		
		3500	0802	6242	1715		
		3461	1922	6239	1726		
<i>b</i>		41,4645	24,2424	-1,5139	+10,1084		
		4619	3050	5140	1086		
		4601	3597	5141	1080		
		4566	4722	5134	1074		
<i>c</i>		43,9080	4,7256	+0,9296	-9,4084		
		9053	7876	9294	4088		
		9038	8437	9296	4080		
		8995	9568	9295	4080		
<i>d</i>		48,3167	12,2475	+5,3383	-1,8865		
		3151	3102	3392	8862		
		3137	3658	3395	8859		
		3095	4788	3395	8860		
27	61 <sub>1</sub>	43,3761	14,1199				
		3757	1814				
		3755	2429				
		3701	3557				
	61 <sub>2</sub>	43,4529	14,0663	+0,0768	-0,0536		
		4529	1284	0772	0530		
		4523	1900	0768	0529		
		4471	3032	0770	0525		

## UNTERSUCHUNGEN ÜBER DAS DOPPELSTERNSYSTEM 61 CYGNI. 35

Platte	Stern	X	Y	x	y	Bemerkungen
27	a	33 <sup>i</sup> ,7509	13 <sup>i</sup> ,9449	-9 <sup>i</sup> ,6252	-0 <sup>i</sup> ,1750	Y-Strich störend. Y nicht messbar.
		7504	—	6253	—	
		7495	14,0685	6260	1744	
		7456	1815	6245	1742	
	b	41,8610	24,2262	-1,5151	+10,1063	
		8607	2883	5150	1069	
		8596	3503	5159	1074	
		8561	4636	5140	1079	
	c	44,3055	4,7103	+0,9294	-9,4096	
		3049	7727	9292	4087	
		3044	8338	9289	4091	
		2994	9480	9293	4077	
	d	48,7141	12,2327	+5,3380	-1,8872	
		7132	2951	3375	8863	
		7128	3564	3373	8865	
		7088	4692	3387	8865	
28	61 <sub>1</sub>	43,1269	14,1059			
		1234	1861			
		1207	2570			
		1171	4057			
	61 <sub>2</sub>	43,2040	14,0520	+0,0771	-0,9539	
		2011	1327	0777	0534	
		1984	2051	0777	0519	
		1952	3529	0781	0528	
	a	33,5010	13,8962	-9,6259	-0,2097	
		4983	9765	6251	2096	
		4961	14,0487	6246	2083	
		4915	1973	6256	2084	
	b	41,5735	24,2078	-1,5534	+10,1019	
		5706	2881	5528	1020	
		5681	3594	5526	1024	
		5644	5084	5527	1027	
c	44,0893	4,6995	+0,9624	-9,4064		
	0862	7802	9628	4059		
	0839	8522	9632	4048		
	0804	5,0001	9633	4056		
d	48,4702	12,2377	+5,3433	-1,8682	Y-Strich berührt. Messungen unsicher.	
	4677	3187	3443	8674		
	4648	3902	3441	8668		
	4609	5393	3438	8664		

Platte	Stern	X	Y	$x$	$y$	Bemerkungen
29	61 <sub>1</sub>	43 <sup>i</sup> ,1108	14 <sup>i</sup> ,1549			
		1092	2298			
		1072	3005			
		1040	3766			
	61 <sub>2</sub>	43,1881	14,1024	+0',0773	-0',0525	
		1875	1774	0783	0524	
		1841	2485	0769	0520	
		1818	3241	0778	0525	
	<i>a</i>	33,4863	13,9184	-9,6245	-0,2365	
		4852	—	6240	—	Y-Strich störend. Y nicht messbar.
		4816	14,0640	6256	2365	
		4794	1410	6546	2356	
	<i>b</i>	41,5295	24,2522	-1,5813	+10,0973	
		5279	3264	5813	0966	
		5246	3969	5826	0964	
		5227	4739	5813	0973	
	<i>c</i>	44,1003	4,7519	+0,9895	-9,4030	
		0980	8268	9888	4030	
		0956	8970	9884	4035	
		0936	9733	9896	4033	
	<i>d</i>	48,4595	12,3019	+5,3487	-1,8530	
		4581	3767	3489	8531	
		4554	4473	3482	8532	
		4531	5237	3491	8529	
30	61 <sub>1</sub>	43,1281	14,1270			
		1271	1899			
		1258	2559			
		1228	3837			
	61 <sub>2</sub>	43,2054	14,0741	+0,0773	-0,0529	
		2045	1374	0774	0525	
		2030	2033	0772	0526	
		2006	3318	0778	0519	
	<i>a</i>	33,5009	13,9559	-9,6272	-0,1711	
		4997	14,0199	6274	1700	
		4976	0846	6282	1713	
		4940	2135	6288	1702	
	<i>b</i>	41,6141	24,2348	-1,5140	+10,1078	
		6136	2983	5135	1084	
		6123	3649	5135	1090	
		6086	4937	5142	1100	



## UNTERSUCHUNGEN ÜBER DAS DOPPELSTERNSYSTEM 61 CYGNI. 37

Platte	Stern	X	Y	$x$	$y$	Bemerkungen	
30	<i>c</i>	44 <sup>i</sup> ,0527	4 <sup>i</sup> ,7146	+0 <sup>i</sup> ,9246	-9 <sup>i</sup> ,4124		
		0518	7780	9247	4119		
		0503	8432	9245	4127		
		0479	9728	9251	4109		
	<i>d</i>	48,4651	12,2368	+5,3370	-1,8902		
		4637	2993	3376	8906		
		4623	3659	3365	8900		
		4603	4949	3375	8888		
	31	61 <sub>1</sub>	43,2486	14,1843			
			2486	2689			
			2457	3418			
			2441	4092			
		61 <sub>2</sub>	43,3268	14,1317	+0,0782	-0,0526	
			3254	2165	0768	0524	
			3228	2895	0771	0523	
			3213	3562	0772	0530	
<i>a</i>		33,6180	14,0001	-9,6306	-0,1842		
		6175	0853	6311	1836		
		6158	1580	6299	1838		
		6132	2270	6309	1822		
<i>b</i>		41,7164	24,2884	-1,5322	+10,1041		
		7167	3734	5319	1045		
		7139	4459	5318	1041		
		7115	5124	5326	1032		
<i>c</i>		44,1836	4,7735	+0,9350	-9,4108		
		1827	8584	9341	4105		
		1810	9305	9353	4113		
		—	—	—	—	Y-Strich störend. Stern nicht messbar.	
<i>d</i>		48,5841	12,2996	+5,3355	-1,8847		
		5835	3845	3349	8844		
		5812	4571	3355	8847		
		5794	5250	3353	8842		
32	61 <sub>1</sub>	43,2683	14,1662				
		2649	2524				
		2629	3164				
		2616	3936				
	61 <sub>2</sub>	43,3453	14,1132	+0,0770	-0,0530		
		3416	1982	0767	0542		
		3401	2631	0772	0533		
		3382	3407	0766	0529		

Platte	Stern	X	Y	x	y	Bemerkungen
32	a	33 <sup>i</sup> ,6326	—	-9 <sup>i</sup> ,6357	—	Y-Strich störend. Y nicht messbar.
		6292	14 <sup>i</sup> ,0804	6357	+0 <sup>i</sup> ,1720	
		6265	1444	6364	1720	
		6256	2220	6360	1716	
	b	41,7538	24,2687	-1,5145	+10,1025	
		7507	3536	5142	1012	
		7490	4177	5139	1013	
		7471	4955	5145	1019	
	c	44,1743	4,7502	+0,9060	-9,4160	Y-Strich störend.
		1706	8367	9057	4157	
		1695	9017	9066	4147	
		1672	9794	9056	4142	
	d	48,5924	12,2692	+5,3241	-1,8970	
		5894	3546	3245	8978	
		5878	4193	3249	8971	
		5860	4973	3244	8963	
33	61 <sub>1</sub>	43,3166	14,1061			
		3139	1908			
		3130	2530			
		3119	3164			
	61 <sub>2</sub>	43,3936	14,0524	+0,0770	-0,0537	
		3913	1376	0774	0532	
		3910	2003	0780	0527	
		3888	2636	0769	0528	
	a	33,6809	13,9225	-9,6357	-0,1836	Y-Strich störend. Y nicht messbar.
		6782	—	6357	—	
		6772	14,0687	6358	1843	
		6758	1329	6361	1835	
	b	41,7902	24,2053	-1,5264	+10,0992	
		7874	2903	5265	0995	
		7863	3526	5267	0996	
		7851	4161	5268	0997	
c	44,2332	4,6913	+0,9166	-9,4148		
	2307	7760	9168	4148		
	2304	8380	9174	4150		
	2285	9019	9166	4145		
d	48,6419	12,2149	+5,3253	-1,8912		
	6398	3000	3259	8908		
	6387	3624	3257	8906		
	6370	4251	3251	8903		

## UNTERSUCHUNGEN ÜBER DAS DOPPELSTERNSYSTEM 61 CYGNI. 39

Platte	Stern	X	Y	x	y	Bemerkungen
34	61 <sub>1</sub>	43,2952	14,2188			
		2925	2849			
		2904	3524			
		2894	4278			
	61 <sub>2</sub>	43,3723	14,1655	+0,0771	-0,0533	
		3694	2318	0769	0531	
		3674	3001	0770	0523	
		3661	3753	0767	0525	
	a	33,6596	14,0295	-9,6356	-0,1893	
		6570	0961	6355	1888	
		6537	1635	6367	1889	
		6531	2381	6363	1897	
	b	41,7622	24,3173	-1,5330	+10,0985	
		7597	3832	5328	0983	
		7577	4521	5327	0997	
		7565	5270	5329	0992	
	c	44,2184	4,8041	+0,9232	-9,4147	
		2153	8700	9228	4149	
		2132	9384	9228	4140	
		2120	—	9226	—	Y-Strich störend. Y nicht messbar.
	d	48,6224	12,3300	+5,3272	-1,8888	
		6198	3974	3273	8875	
		6174	4638	3270	8886	
		6167	5387	3273	8891	
35	61 <sub>1</sub>	43,3796	14,2088			
		3770	2813			
		3736	4192			
		3717	4940			
	61 <sub>2</sub>	43,4561	14,1560	+0,0765	-0,0528	
		4545	2286	0775	0527	
		4504	3664	0768	0528	
		4482	4407	0765	0533	
	a	33,7421	14,0187	-9,6375	-0,1901	
		7393	0908	6377	1905	
		7358	2286	6378	1906	
		7330	3037	6387	1903	
	b	41,8466	24,3062	-1,5330	+10,0974	
		8439	3798	5331	0985	
		8400	5174	5336	0982	
		8379	5924	5338	0984	

Platte	Stern	X	Y	$x$	$y$	Bemerkungen
35	c	44 <sup>i</sup> ,3009	4 <sup>i</sup> ,7933	+0 <sup>i</sup> ,9213	-9 <sup>i</sup> ,4155	Bildchen vom Y-Strich durchschnitten. Nicht messbar.
		2982	8661	9212	4152	
		2924	5,0774	0207	4166	
	d	48,7053	12,3196	+4,8257	-2,3892	
		7038	3923	8263	3890	
		7000	5297	8264	3895	
		6973	6038	8256	3902	
36	61 <sub>1</sub>	43,3244	14,1577			
		3213	2316			
		3193	3058			
		3168	3706			
	61 <sub>2</sub>	43,4013	14,1055	+0,0769	-0,0522	
		3988	1787	0775	0529	
		3967	2531	0774	0527	
		3930	3176	0762	0530	
	a	33,6873	13,9500	-9,6371	-0,2077	
		6836	14,0231	6377	2085	
		6825	0972	6368	2086	
		6805	1612	6363	2094	
	b	41,7714	24,2529	-1,5530	-10,0952	
		7680	3259	5533	0943	
		7666	4007	5527	0949	
		7640	4651	5528	0945	
	c	44,2632	4,7439	+0,9388	-9,4138	
		2605	8163	9392	4153	
		2584	8921	9391	4137	
		2558	9557	9390	4149	
	d	48,6539	12,2786	+5,3295	-1,8791	
		6512	3518	3299	8798	
		6487	4254	3294	8804	
		6453	4901	3285	8805	
37	61 <sub>1</sub>	43,2870	14,0996			
		2846	1747			
		2849	2484			
		2842	3205			
	61 <sub>2</sub>	43,3642	14,0466	+0,0772	-0,0530	
		3618	1211	0772	0536	
		3617	1955	0768	0529	
		3614	2671	0772	0534	

## UNTERSUCHUNGEN ÜBER DAS DOPPELSTERNSYSTEM 61 CYGNI. 41

Platte	Stern	X	Y	$x$	$y$	Bemerkungen	
37	a	33 <sup>i</sup> ,6487	13 <sup>i</sup> ,9198	-9 <sup>i</sup> ,6383	-0 <sup>i</sup> ,1798	Y-Strich störend. Y nicht messbar.	
		6469	—	6377	—		
		6470	14,0693	6379	1791		
		6463	1402	6379	1803		
	b	41,7648	24,1986	-1,5222	+10,0990		
		7626	2735	5220	0988		
		7636	3472	5213	0988		
		7624	4190	5218	0985		
	c	44,1972	4,6824	+0,9102	-9,4172		
		1952	7573	9106	4174		
		1952	8306	9103	4178		
		1950	9028	9108	4177		
	d	48,6105	12,2034	+5,3235	-1,8962		
		6082	2778	3236	8969		
		6084	3522	3235	8962		
		6076	4240	3234	8965		
	38	61 <sub>1</sub>	43,3221	14,1373			
			3200	2062			
			3186	2749			
			3169	3478			
61 <sub>2</sub>		43,3988	14,0840	0,0767	-0,0533		
		3977	1516	0777	0546		
		3955	2229	0779	0520		
		3948	2953	0779	0525		
a		33,6845	13,9491	-9,6376	-0,1882	Y-Strich störend.	
		6827	14,0165	6373	1897		
		6809	0873	6384	1876		
		6798	1582	6371	1896		
b		41,7900	24,2346	+1,5321	+10,0973		
		7878	3020	5322	0958		
		7865	3734	5321	0985		
		7860	4454	5309	0986		
c		44,2424	4,7225	+0,9203	-9,4148		
		2411	7886	9211	4176		
		2383	8604	9197	4145		
		2371	9302	9202	4176		
d		48,6483	12,2464	+5,3262	-1,8909		
		6459	3138	3259	8924		
		6440	3851	3254	8898		
		6440	4560	3271	8918		

Platte	Stern	X	Y	<i>x</i>	<i>y</i>	Bemerkungen
39	61 <sub>1</sub>	43 <sup>i</sup> ,3454	14 <sup>i</sup> ,1877			
		3436	2571			
		3423	3192			
		3414	3729			
	61 <sub>2</sub>	43,4224	14,1346	+0 <sup>i</sup> ,0770	-0 <sup>i</sup> ,0531	
		4210	2040	0774	0531	
		4199	2664	0776	0528	
		4191	3194	0777	0525	
	<i>a</i>	33,7034	13,9845	-9,6420	-0,2032	
		7020	14,0534	6416	2035	
		7002	1158	6421	2034	
		6990	1688	6424	2041	
	<i>b</i>	41,7969	24,2815	-1,5485	+10,0938	
		7954	3506	5482	0935	
		7943	4139	5480	0947	
		7930	4666	5484	0937	
	<i>c</i>	44,2756	4,7654	+0,9302	-9,4223	
		2745	8352	9309	4219	
		2724	8967	9301	4225	
		2720	9508	9306	4221	
<i>d</i>	48,6726	12,2981	+5,3272	-1,8896		
	6707	3668	3271	8903		
	6690	4287	3277	8905		
	6688	4823	3274	8906		
40	61 <sub>1</sub>	43,4369	14,3007			
		4359	3613			
		4350	4240			
		4344	4901			
	61 <sub>2</sub>	43,5146	14,2466	+0,0777	-0,0541	
		5129	3079	0770	0534	
		5126	3704	0776	0536	
		5119	4362	0775	0539	
	<i>a</i>	33,7930	14,1623	-9,6439	-0,1384	
		7929	2232	6430	1381	
		7928	2860	6422	1380	
		7935	3517	6409	1384	
	<i>b</i>	41,9580	24,4030	-1,4789	+10,1023	
		9568	4637	4791	1024	
		9557	5269	4793	1029	
		9551	5932	4793	1031	

UNTERSUCHUNGEN ÜBER DAS DOPPELSTERNSYSTEM 61 CYGNI. 43

Platte	Stern	X	Y	x	y	Bemerkungen	
40	c	44 <sup>i</sup> ,3028	4 <sup>i</sup> ,8727	+0 <sup>i</sup> ,8659	-9 <sup>i</sup> ,4280	Y-Strich störend. Y nicht messbar.	
		3015	9340	8656	4273		
		3006	—	8656	—		
		2995	5,0618	8651	4283		
	d	48,7503	12,3730	+5,3134	-1,9277		
		7481	4338	3122	9275		
		7476	4973	3126	9267		
		7466	5630	3122	9271		
	41	61 <sub>1</sub>	43,4042	14,6766			
			4039	7429			
4009			8123				
4002			8835				
61 <sub>2</sub>		43,4812	14,6228	+0,0770	-0,0538		
		4806	6890	0767	0539		
		4777	7585	0768	0538		
		4768	8296	0766	0539		
a		33,7599	14,5323	-9,6443	-0,1443		
		7594	5977	6445	1452		
		7570	6673	6439	1450		
		7556	7377	6446	1458		
b		41,9179	24,7767	-1,4863	+10,1001		
		9174	8434	4865	1005		
		9153	9119	4856	0996		
		9137	9829	4865	0994		
c		44,2726	5,2475	+0,8684	-9,4291		
		2718	3142	8679	4287		
		2685	3833	8676	4290		
		2679	4544	8677	4291		
d	48,7168	12,7509	+5,3126	-1,9257			
	7159	8172	3120	9257			
	7131	8866	3122	9257			
	7119	9578	3117	9257			
42	61 <sub>1</sub>	43,4478	14,7150				
		4454	7945				
		4439	8638				
		4410	9376				
	61 <sub>2</sub>	43,5239	14,6611	+0,0761	-0,0539		
		5216	7405	0762	0540		
		5208	8104	0769	0534		
		5186	8836	0776	0540		

Platte	Stern	X	Y	x	y	Bemerkungen
42	a	33 <sup>i</sup> ,8024	14 <sup>i</sup> ,5636	-9 <sup>i</sup> ,6454	-0 <sup>i</sup> ,1514	
		8002	6431	6452	1514	
		7983	7120	6456	1518	
		7967	7858	6443	1518	
	b	41,9528	24,8153	-1,4950	+10,1003	
		9513	8950	4941	1005	
		9497	9647	4942	1009	
		9476	25,0371	4934	0995	
	c	44,3228	5,2868	+0,8750	-9,4282	
		3203	3669	8749	4276	
		3195	4362	8756	4276	
		3170	5088	8760	4288	
	d	48,7613	12,7934	+5,3135	-1,9216	
		7589	8731	3135	9214	
		7585	9422	3146	9216	
		7556	—	3146	—	Y-Strich störend. Y nicht messbar
43	61 <sub>1</sub>	43,2910	14,6673			
		2888	7559			
		2876	8312			
		2869	9045			
	61 <sub>2</sub>	43,3680	14,6134	+0,0770	-0,0539	
		3656	7021	0768	0538	
		3644	7776	0768	0536	
		3642	8507	0773	0538	
	a	33,6461	14,5306	-9,6449	-0,1367	
		6433	6188	6455	1371	
		6414	6943	6462	1369	
		6411	7677	6458	1368	
	b	41,8126	24,7687	-1,4784	+10,1014	
		8093	8574	4795	1015	
		8097	9326	4779	1014	
		—	—	—	—	Y-Strich störend. Stern nicht messbar.
	c	44,1507	5,2376	+0,8597	-9,4297	
		1484	3264	8596	4295	
		1474	4016	8598	4296	
		1461	4740	8592	4305	
d	48,6017	12,7369	+5,3107	-1,9304		
	5987	8255	3099	9304		
	5975	9009	3099	9303		
	5977	9750	3108	9295		



## UNTERSUCHUNGEN ÜBER DAS DOPPELSTERNSYSTEM 61 CYGNI. 45

Platte	Stern	X	Y	<i>x</i>	<i>y</i>	Bemerkungen
44	61 <sub>1</sub>	43,2099	14,8794			
		2084	9581			
		2064	15,0297			
		2055	1056			
	61 <sub>2</sub>	43,2872	14,8257	+0,0773	-0,0537	
		2850	9051	0766	0530	
		2837	9775	0773	0522	
		2824	15,0525	0769	0531	
	<i>a</i>	33,5645	14,7158	-9,6454	-0,1636	
		5628	7942	6456	1639	
		5609	8675	6455	1622	
		5595	9427	6460	1629	
	<i>b</i>	41,7027	24,9783	-1,5072	+10,0989	
		7010	25,0563	5074	0982	
		6989	1288	5075	0991	
		6978	2039	5077	0983	
	<i>c</i>	44,0964	5,4528	+0,8865	-9,4266	
		0938	5313	8854	4268	
		0925	6034	8861	4263	
		0913	6786	8858	4270	
	<i>d</i>	48,5249	12,9651	+5,3150	-1,9143	
		5238	13,0424	3154	9157	
		5215	1156	3151	9141	
		5209	1906	3154	9150	
45	61 <sub>1</sub>	43,4202	14,6813			
		4190	7496			
		4173	8125			
		4165	8776			
	61 <sub>2</sub>	43,4970	14,6274	+0,0768	-0,0539	
		4961	6954	0771	0542	
		4944	7588	0771	0537	
		4931	8240	0766	0536	
	<i>a</i>	33,7729	14,5462	-9,6473	-0,1351	
		7714	6147	6476	1349	
		7704	6776	6469	1349	
		7688	7432	6477	1344	
	<i>b</i>	41,9413	24,7837	-1,4789	+10,1024	
		9400	8525	4790	1029	
		9385	9152	4788	1027	
		9365	9806	4800	1030	

Platte	Stern	X	Y	$x$	$y$	Bemerkungen	
45	c	44 <sup>i</sup> ,2779	5 <sup>i</sup> ,2502	+0 <sup>i</sup> ,8577	-9 <sup>i</sup> ,4311		
		2767	3179	8577	4317		
		2753	3816	8580	4309		
		2740	4464	8575	4312		
	d	48,7292	12,7485	+5,3090	-1,9328		
		7273	8171	3083	9325		
		7267	8805	3094	9320		
		7253	9463	3088	9313		
	46	61 <sub>1</sub>	43,4130	14,6751			
			4107	7536			
			4108	8201			
			4093	8892			
61 <sub>2</sub>		43,4904	14,6214	+0,0774	-0,0537		
		4887	7003	0780	0533		
		4885	7668	0777	0533		
		4864	8359	0771	0533		
a		33,7640	14,5216	-9,6490	-0,1535		
		7620	5999	6487	1537		
		7624	6662	6484	1539		
		7607	7364	6486	1528		
b		41,9112	24,7728	-1,5018	+10,0977		
		9091	8513	5016	0977		
		9082	9175	5026	0974		
		9067	—	5026	—	Y-Strich störend. Y nicht messbar.	
c		44,2874	5,2461	+0,8744	-9,4290		
		2850	3240	8743	4296		
		2856	3909	8748	4292		
		2833	4608	8740	4284		
d		48,7229	12,7529	+5,3099	-1,9222		
		7213	8310	3106	9226		
		7208	8964	3100	9237		
		7185	9671	3092	9221		
47	61 <sub>1</sub>	43,3696	14,4670				
		3675	5513				
		3668	6373				
		3651	7206				
	61 <sub>2</sub>	43,4461	14,4124	+0,0765	-0,0546		
		4447	4978	0772	0535		
		4432	5837	0764	0536		
		4417	6661	0766	0545		

UNTERSUCHUNGEN ÜBER DAS DOPPELSTERNSYSTEM 61 CYGNI. 47

Platte	Stern	X	Y	x	y	Bemerkungen
47	a	33 <sup>i</sup> ,7203	14 <sup>i</sup> ,3258	-9 <sup>i</sup> ,6493	-0 <sup>i</sup> ,1412	
		7190	4103	6485	1410	
		7164	4959	6504	1414	
		7151	5798	6500	1408	
	b	41,8781	24,5626	-1,4915	+10,0956	
		8769	6471	4906	0958	
		8756	7334	4912	0961	
		8733	8166	4918	0960	
	c	44,2316	5,0374	+0,8620	-9,4296	
		2302	1224	8627	4289	
		2286	2089	8618	4284	
		2273	2921	8622	4285	
	d	48,6751	12,5355	+5,3055	-1,9315	
		6740	6214	3065	9299	
		6723	7067	3055	9306	
		6703	7893	3052	9313	
48	61 <sub>1</sub>	43,2103	14,7510			
		2084	8300			
		2064	9609			
		2049	15,0314			
	61 <sub>2</sub>	43,2866	14,6970	+0,0763	-0,0540	
		2853	7774	0769	0526	
		2834	9070	0770	0539	
		2830	9784	0781	0530	
	a	33,5572	14,5789	-9,6531	-0,1721	
		5552	6587	6532	1713	
		5524	7883	6540	1726	
		5509	8594	6540	1720	
	b	41,6947	24,8389	-1,5156	+10,0879	
		6935	9195	5149	0895	
		6905	25,0502	5159	0893	
		6892	1214	5147	0900	
c	44,0826	5,3187	+0,8723	-9,4323		
	0813	3985	8729	4315		
	0789	5279	8725	4330		
	0785	5994	8736	4320		
d	48,5133	12,8288	+ 5,3030	-1,9222		
	5112	9094	3028	9206		
	5093	13,0390	3029	9219		
	5078	1101	3029	9213		

Platte	Stern	X	Y	x	y	Bemerkungen
49	61 <sub>1</sub>	43,3269	14,6486			
		3264	7458			
		3244	8231			
		3247	8962			
	61 <sub>2</sub>	43,4033	14,5943	+0,0764	-0,0543	
		4027	6911	0763	0547	
		4012	7695	0768	0536	
		4014	8423	0767	0539	
	a	33,6721	14,5000	-9,6548	-0,1486	
		6713	5972	6551	1486	
		6700	6752	6544	1479	
		6700	7485	6547	1477	
	b	41,8366	24,7400	-1,4903	+10,0914	
		8353	8368	4911	0910	
		8342	9151	4902	0920	
		8337	—	4910	—	Y-Strich störend. Y nicht messbar.
	c	44,1759	5,2146	+0,8490	-9,4340	
		1746	3114	8482	4344	
		1740	3891	8496	4340	
		1730	4626	8483	4336	
d	48,6251	12,7140	+5,2982	-1,9346		
	6236	8106	2978	9352		
	6229	8879	2985	9352		
	6222	9620	2975	9342		
50	61 <sub>1</sub>	43,3371	14,7341			
		3358	8115			
		3337	9569			
		3326	15,0284			
	61 <sub>2</sub>	43,4144	14,6806	+0,0773	-0,0535	
		4131	7578	0773	0537	
		4108	9028	0771	0541	
		4103	9750	0777	0537	
	a	33,6825	14,5713	-9,6546	-0,1628	
		6819	6479	6539	1636	
		6793	7930	6544	1639	
		6780	8647	6546	1640	
	b	41,8300	24,8248	-1,5071	+10,0907	
		8291	9008	5067	0893	
		8256	25,0459	5081	0890	
		8247	1171	5079	0884	

UNTERSUCHUNGEN ÜBER DAS DOPPELSTERNSYSTEM 61 CYGNI. 49

Platte	Stern	X	Y	x	y	Bemerkungen	
50	c	44 <sup>i</sup> ,2019	5 <sup>i</sup> ,3015	+0 <sup>i</sup> ,8648	-9 <sup>i</sup> ,4326		
		2010	3786	8652	4329		
		1984	5238	8647	4331		
		1969	5950	8643	4337		
	d	48,6384	12,8071	+5,3013	-1,9270		
		6374	8843	3016	9272		
		6346	13,0300	3009	9269		
		6343	1013	3017	9274		
	51	61 <sub>1</sub>	43,3674	14,4815			
			3677	5773			
			3678	6708			
			3668	7491			
61 <sub>2</sub>		43,4447	14,4270	+0,0773	-0,0545		
		4452	5227	0775	0546		
		4446	6179	0768	0529		
		4433	6958	0765	0533		
a		33,7122	14,3272	-9,6552	-0,1543		
		7124	4230	6553	1543		
		7128	5175	6550	1533		
		7109	5950	6559	1541		
b		41,8697	24,5711	-1,4977	+10,0896		
		8713	6675	4964	0902		
		8703	7620	4975	0912		
		8704	8397	4964	0906		
c		44,2217	5,0453	+0,8543	-9,4362		
		2217	1406	8540	4367		
		2223	2353	8545	4355		
		2214	3118	8546	4373		
d	48,6661	12,5480	+5,2987	-1,9335			
	6671	6450	2994	9323			
	6672	7381	2994	9327			
	6661	8148	2993	9343			
52	61 <sub>1</sub>	43,2806	13,9684				
		2832	14,1352				
		2834	2092				
		2853	2760				
	61 <sub>2</sub>	43,3556	13,9110	+0,0750	-0,0574		
		3582	14,0780	0750	0572		
		3584	1514	0750	0578		
		3604	2181	0751	0579		

Platte	Stern	X	Y	x	y	Bemerkungen	
52	a	33 <sup>i</sup> ,6211	14 <sup>i</sup> ,6250	-9 <sup>i</sup> ,6595	+0 <sup>i</sup> ,1968		
		6243	3310	6589	1958		
		6244	4054	6590	1962		
		6263	4720	6590	1960		
	b	42,1492	24,1051	-1,1314	+10,1367		
		1514	2716	1318	1364		
		1518	3447	1316	1355		
		1527	4126	1326	1366		
	c	43,7864	4,5020	+0,5058	-9,4664		
		7892	6686	5060	4666		
		7886	7428	5052	4664		
		7917	8093	5064	4667		
	d	48,5028	11,8379	+5,2222	-2,1305		
		—	—	—	—	Y-Strich störend. Stern nicht messbar.	
		5047	12,0787	2213	1305		
		5078	1446	2225	1314		
	53	61 <sub>1</sub>	43,2807	13,9751			
			2847	14,1535			
			2852	2378			
			2866	3154			
61 <sub>2</sub>		43,3555	13,9172	+0,0748	-0,0579		
		3598	14,0956	0751	0579		
		3602	1807	0750	0571		
		3620	2586	0754	0568		
a		33,6203	14,1494	-9,6604	+0,1743		
		6240	3280	6607	1745		
		6245	4125	6607	1747		
		6256	4904	6610	1750		
b		42,1268	24,1067	-1,1539	+10,1316		
		1296	2864	1551	1329		
		1306	3709	1546	1331		
		1312	4489	1554	1335		
c		43,8063	4,5086	+0,5256	-9,4665		
		8113	6875	5266	4660		
		8114	7724	5262	4654		
		8124	8502	5258	4652		
d	48,5067	11,8543	+5,2260	-2,1208			
	5113	12,0326	2266	1209			
	5115	1177	2263	1201			
	5123	1956	2257	1198			

### § 3.

## Reduktion der Messungen: Berechnung der Refraktionskorrekturen.

Bekanntlich hat man bei der Ableitung der Formeln für die Korrekturen wegen der differentiellen Refraktion zwei verschiedene Wege eingeschlagen. Ich habe schon früher die Beziehungen zwischen den verschiedenen Formelgattungen dargelegt<sup>1</sup>. Neuerdings ist dieselbe Frage in sehr eingehender Weise von Herrn ZURHELLEN diskutiert worden<sup>2</sup>. Wenn ich hier diese Frage noch einmal mit einigen Worten berühren will, werde ich dabei teils den Refraktionskoeffizienten  $\beta$  für die ganze Platte als von der Zenithdistanz unabhängig annehmen, teils die  $\beta^2$  enthaltenden Glieder vernachlässigen. Diese beiden Vereinfachungen sind in dem hier vorliegenden Falle und in den meisten Fällen überhaupt durchaus berechtigt.

Unter diesen Bedingungen kann man bekanntlich Formeln herstellen, die in dem Sinne streng sind, dass sie keine Annahme über die Grössenordnung der rechtwinkligen Koordinaten  $\xi, \eta$  voraussetzen. Dabei kommt man aber zu verschiedenen Resultaten, jenachdem man die eine oder andere Definition der differentiellen Refraktion zur Geltung bringt. Einerseits hat Herr KAPTEYN, von der JACOBY'schen Definition ausgehend, die folgenden Formeln für die Korrekturen wegen der differentiellen Refraktion aufgestellt:<sup>3</sup>

---

<sup>1</sup> ÖSTEN BERGSTRAND, Sur l'influence de la réfraction et de l'aberration sur les mesures photogrammétriques des étoiles (Öfversigt af K. Vet.-Akad. Förhandl., Stockholm 1897, N:o 2).

<sup>2</sup> ZURHELLEN, Darlegung und Kritik der zur Reduktion photographischer Himmelsaufnahmen aufgestellten Formeln und Methoden (Inauguraldissertation, Bonn 1904), p. 33.

<sup>3</sup> KAPTEYN, Corrections de réfraction et d'aberration pour les coordonnées rectangulaires mesurées sur les clichés photographiques (Bulletin du comité int. perm. pour l'exéc. phot. de la carte du ciel, t. III, 1896), p. 7.

$$(1) \quad \left\{ \begin{aligned} \partial \xi &= \beta \left[ \frac{(1 + k_1^2) \xi + k_1 k_2 \eta + (k_2 \xi - k_1 \eta) \eta}{1 + k_1 \xi + k_2 \eta} - \right. \\ &\quad \left. - k_1 \operatorname{tg} \delta_0 \cdot \eta + \frac{\{\xi^2 + \eta^2 + (k_1 \xi + k_2 \eta)^2\} \xi}{1 + k_1 \xi + k_2 \eta} \right] \\ \partial \eta &= \beta \left[ \frac{(1 + k_2^2) \eta + k_1 k_2 \xi - (k_2 \xi - k_1 \eta) \xi}{1 + k_1 \xi + k_2 \eta} + \right. \\ &\quad \left. + k_1 \operatorname{tg} \delta_0 \cdot \xi + \frac{\{\xi^2 + \eta^2 + (k_1 \xi + k_2 \eta)^2\} \eta}{1 + k_1 \xi + k_2 \eta} \right], \end{aligned} \right.$$

wo  $k_1, k_2$  die rechtwinkligen Koordinaten des Zeniths sind und  $\delta_0$  die Deklination des Plattenzentrums bedeutet. Die Korrekturen geben die wahren rechtwinkligen Koordinaten *auf einer ideellen Platte, deren Zentrum in der dem scheinbaren Plattenzentrum entsprechenden wahren Position liegt.*

Andererseits habe ich, von der TURNER'schen Definition der differentiellen Refraktion ausgehend, die folgenden Formeln abgeleitet:<sup>1</sup>

$$(2) \quad \left\{ \begin{aligned} \partial \xi &= \beta \left[ k_1 - \frac{(k_1 - \xi) (1 + \xi^2 + \eta^2)}{1 + k_1 \xi + k_2 \eta} \right] \\ \partial \eta &= \beta \left[ k_2 - \frac{(k_2 - \eta) (1 + \xi^2 + \eta^2)}{1 + k_1 \xi + k_2 \eta} \right]. \end{aligned} \right.$$

Diese Formeln geben ebenfalls die wahren rechtwinkligen Koordinaten in Bezug auf den wahren Ort des Plattenzentrums, aber nicht auf der ideellen, sondern *auf der wirklichen Platte, deren Zentrum im scheinbaren Ort liegt.*

Es ist nun ersichtlich, dass in rein theoretischer Hinsicht beide Arten von Formeln an und für sich ganz unanfechtbar sind, indem man, *wenn in jedem Falle die bezügliche Definition festgehalten wird,* auf beiden Wegen zu demselben Resultat gelangen muss. Ich kann also der Behauptung des Herrn ZURHELLEN nicht beitreten, nach welcher die Formeln (2) unrichtig seien und von Herrn TURNER ein Fehler bei der Ableitung seiner Ausdrücke begangen worden sei. Ich habe für die Glieder erster Ordnung gezeigt, dass die TURNER'schen Formeln, von richtigem Gesichtspunkt aus behandelt, in die bekannten Gleichungen für Refraktion in  $\alpha$  und  $\delta$  transformiert werden können<sup>2</sup>; und

<sup>1</sup> A. a. O., p. 56.

<sup>2</sup> ÖSTEN BERGSTRAND, Sur la réduction des mesures micrométriques des clichés photographiques stellaires (Öfversigt af K. Vet.-Akad. Förhandl., Stockholm 1896, N:o 7), p. 529.



wenn man gebührende Rücksicht auf die von mir<sup>1</sup> und später in noch vollständigerer Weise von Herrn ZURHELLEN selbst<sup>2</sup> entwickelten Beziehungen zwischen den beiden Definitionen nimmt, sind die beiden Formelgattungen auch betreffs der höheren Glieder ganz äquivalent. Diese (übrigens selbstverständliche) Tatsache ist auch von Herrn ZURHELLEN ausdrücklich anerkannt und hervorgehoben worden<sup>3</sup>. Er hält jedoch an seiner oben erwähnten eigentümlichen Behauptung fest, und zwar aus rein *praktischen* Gründen.

Herr ZURHELLEN hat nämlich darauf hingewiesen, dass die TURNER'schen Formeln in dem Sinne *unbequem* sein können, dass die spätere Verwandlung in  $\alpha$  und  $\delta$  in unnötiger Weise verwickelt werden kann. Dieser Einwand scheint mir zum Teil ganz berechtigt zu sein, nämlich in dem Falle, dass die Glieder erster Ordnung in Bezug auf  $\xi$ ,  $\eta$  nicht ausreichend sind. Wenn man aber nur diese Glieder mitzunehmen braucht, bieten die JACOBY'schen Gleichungen keinen besonderen Vorteil dar, während in diesem Falle die TURNER'schen Formeln einfacher sind. Der Unterschied zwischen den Formeln (1) und (2) tritt deutlich hervor, wenn man sie in Reihen nach wachsenden Potenzen von  $\xi$ ,  $\eta$  entwickelt. Man erhält dann aus (1):

$$(3) \quad \begin{cases} \partial \xi = \beta [(1 + k_1^2) \xi + k_1 (k_2 - \operatorname{tg} \delta_0) \eta - \\ \quad - k_1 (1 + k_1^2) \xi^2 - 2k_1 k_2 \xi \eta - k_1 (1 + k_2^2) \eta^2] \\ \partial \eta = \beta [k_1 (k_2 + \operatorname{tg} \delta_0) \xi + (1 + k_2^2) \eta - \\ \quad - k_2 (1 + k_1^2) \xi^2 - 2k_1 k_2 \xi \eta - k_2 (1 + k_2^2) \eta^2] . \end{cases}$$

Aus (2) ergibt sich dagegen:

$$(4) \quad \begin{cases} \partial \xi = \beta [(1 + k_1^2) \xi + k_1 k_2 \eta - \\ \quad - k_1 (2 + k_1^2) \xi^2 - k_2 (1 + 2k_1^2) \xi \eta - k_1 (1 + k_2^2) \eta^2] \\ \partial \eta = \beta [k_1 k_2 \xi + (1 + k_2^2) \eta - \\ \quad - k_2 (1 + k_1^2) \xi^2 - k_1 (1 + 2k_2^2) \xi \eta - k_2 (2 + k_2^2) \eta^2] . \end{cases}$$

Wie man sieht, unterscheiden sich die Ausdrücke erster Ordnung nur durch die Drehungsglieder  $-\beta k_1 \operatorname{tg} \delta_0 \cdot \eta$  in  $\partial \xi$  und  $+\beta k_1 \operatorname{tg} \delta_0 \cdot \xi$  in  $\partial \eta$ . Da diese Glieder in die Orientierungsfehler hineingenommen werden können, sind sie hier ganz zu vernachlässigen.

<sup>1</sup> Sur l'influence de la réfraction etc., p. 57.

<sup>2</sup> A. a. O., p. 33—39.

<sup>3</sup> A. a. O., p. 42—43.

Man kann also behaupten, dass in allen Fällen, wo nur die Glieder erster Ordnung berücksichtigt werden müssen, die TURNER'schen Formeln vorzuziehen sind (wenn man nicht gelegentlich aus irgend einer Ursache die rein instrumentellen Orientierungsfehler an und für sich genau zu kennen wünscht). Dagegen scheint es nach den Auseinandersetzungen des Herrn ZURHELLEN zweifellos vorteilhafter zu sein, die Glieder höherer Ordnungen stets dem JACOBY'schen Prinzipie gemäss zu berechnen. Ich möchte also die folgenden Formeln als die in allen Hinsichten zweckmässigsten betrachten:

$$(5) \quad \begin{cases} \partial \xi = \beta [(1 + k_1^2) \xi + k_1 k_2 \eta - \\ \quad - k_1 (1 + k_1^2) \xi^2 - 2k_1^2 k_2 \xi \eta - k_1 (1 + k_2^2) \eta^2] \\ \partial \eta = \beta [k_1 k_2 \xi + (1 + k_2^2) \eta - \\ \quad - k_2 (1 + k_1^2) \xi^2 - 2k_1 k_2^2 \xi \eta - k_2 (1 + k_2^2) \eta^2] . \end{cases}$$

Diese Formeln können in eine für die numerische Rechnung bequemere Form transformiert werden. Bekanntlich hat man:

$$(6) \quad \dots \dots \dots \begin{cases} k_1 = \frac{\operatorname{tg} \tau_0 \sin m}{\sin (\delta_0 + m)} \\ k_2 = \cot (\delta_0 + m) , \end{cases}$$

worin :

$$(7) \quad \dots \dots \dots \operatorname{tg} m = \cot \varphi \cos \tau_0 .$$

Dabei bedeutet  $\delta_0$  die Deklination und  $\tau_0$  den Stundenwinkel des Platzenzentrums und  $\varphi$  die Polhöhe. Nach der Einführung der Zenithdistanz  $\theta_0$  und der Hilfsgrössen  $n$ ,  $n'$  durch die Gleichungen:

$$(8) \quad \dots \dots \dots \begin{cases} \cot n = \sin m \operatorname{tg} \tau_0 \\ \cos n' = \sin n \cos (\delta_0 + m) \\ \cos \theta_0 = \sin n \sin (\delta_0 + m) \end{cases}$$

gehen die Formeln (6) in die folgenden über:

$$(9) \quad \dots \dots \dots \begin{cases} k_1 = \frac{\cos n}{\cos \theta_0} \\ k_2 = \frac{\cos n'}{\cos \theta_0} , \end{cases}$$

und die Gleichungen (5) können so geschrieben werden:

$$(10) \left\{ \begin{aligned} \partial \xi &= \beta \left[ \frac{\sin^2 n'}{\cos^2 \theta_0} \xi + \frac{\cos n \cos n'}{\cos^2 \theta_0} \eta - \right. \\ &\quad \left. - \frac{\cos n \sin^2 n'}{\cos^3 \theta_0} \xi^2 - 2 \frac{\cos^2 n \cos n'}{\cos^3 \theta_0} \xi \eta - \frac{\cos n \sin^2 n}{\cos^3 \theta_0} \eta^2 \right] \\ \partial \eta &= \beta \left[ \frac{\cos n \cos n'}{\cos^2 \theta_0} \xi + \frac{\sin^2 n}{\cos^2 \theta_0} \eta - \right. \\ &\quad \left. - \frac{\cos n' \sin^2 n'}{\cos^3 \theta_0} \xi^2 - 2 \frac{\cos n \cos^2 n'}{\cos^3 \theta_0} \xi \eta - \frac{\cos n' \sin^2 n}{\cos^3 \theta_0} \eta^2 \right] . \end{aligned} \right.$$

Wenn man schliesslich die Bezeichnungen:

$$(11) \quad . . . . . \left\{ \begin{aligned} R_1 &= \beta \frac{\sin^2 n'}{\cos^2 \theta_0} \\ R_2 &= \beta \frac{\cos n' \cos n}{\cos^2 \theta_0} \\ R_3 &= \beta \frac{\sin^2 n}{\cos^2 \theta_0} \end{aligned} \right.$$

einführt, erhalten die Gleichungen die folgende Form:

$$(12) \quad . . . . . \left\{ \begin{aligned} \partial \xi &= R_1 \xi + R_2 \eta - k_1 W \\ \partial \eta &= R_2 \xi + R_3 \eta - k_2 W , \end{aligned} \right.$$

worin:

$$(13) \quad . . . . . W = R_1 \xi^2 + 2 R_2 \xi \eta + R_3 \eta^2 .$$

Die zur Berechnung von  $\partial \xi$  und  $\partial \eta$  erforderlichen Formeln sind also (7), (8), (9), (11), (12), (13).

In den obigen Formeln sind  $\beta$  und  $\xi, \eta$  in absolutem Mass angesetzt. Wenn man die Rechnung in den in Gitterintervallen ausgedrückten Koordinaten  $x, y$  durchführen will, muss man die Glieder zweiter Ordnung mit einer Grösse dividieren, die die Brennweite des Objectives in Gitterintervallen ausdrückt. —

In Anbetracht der kleinen Zeitintervalle zwischen den verschiedenen vier Aufnahmen jeder Platte ist es im vorliegenden Falle nicht notwendig, die Refraktionskorrekturen für jede Aufnahme für sich zu berechnen. Die in der nachstehenden Tabelle angegebenen Werte von  $\tau_0, \theta_0, R_1, R_2, R_3$  beziehen sich also auf das Mittel der vier Aufnahmen jeder Platte.

Tab. 3.

Platte	$\tau_0$	$\theta_0$	$R_1$	$R_2$	$R_3$
1	<sup>h m s</sup> + 0 1 49	21° 44'	+ 0,000286	+ 0,000000	+ 0,000331
2	+ 0 36 59	22 23	293	+ 010	339
3	+ 0 44 27	22 42	290	+ 012	334
4	+ 0 39 16	22 42	288	+ 011	331
5	+ 1 9 19	24 13	301	+ 020	344
6	+ 1 15 17	23 55	308	+ 021	346
7	+ 2 41 21	33 19	361	+ 065	403
8	+ 5 4 39	50 59	455	+ 210	546
9	- 4 11 38	44 16	422	- 143	475
10	- 5 41 18	55 25	509	- 291	665
11	- 4 38 50	47 42	427	- 171	494
12	- 4 36 17	47 28	432	- 170	498
13	+ 1 29 7	25 54	303	+ 027	345
14	- 1 31 9	25 54	289	- 027	336
15	+ 1 10 32	24 13	288	+ 020	330
16	+ 2 3 27	29 12	330	+ 042	371
17	+ 2 23 43	31 14	327	+ 050	365
18	+ 2 46 24	33 55	336	+ 062	372
19	+ 5 18 46	52 51	491	+ 246	605
20	- 4 31 53	46 51	441	- 165	505
21	- 4 34 54	47 20	442	- 172	507
22	- 4 24 8	45 43	427	- 156	486
23	- 4 13 42	44 40	410	- 140	461
24	- 4 5 9	43 35	402	- 130	450
25	+ 0 40 9	22 42	286	+ 011	329
26	+ 1 57 11	28 29	318	+ 038	358
27	- 0 14 28	21 44	291	- 004	337
28	+ 2 0 8	28 43	315	+ 039	356
29	+ 1 25 25	25 21	311	+ 026	356
30	+ 1 51 44	27 44	316	+ 036	358
31	+ 4 56 30	50 0	462	+ 204	546
32	- 4 8 43	43 51	426	- 141	477
33	- 4 23 24	45 51	428	- 156	487
34	- 3 52 45	41 52	396	- 118	443
35	- 4 18 21	45 12	419	- 148	474
36	- 3 51 11	42 35	393	- 116	437
37	- 4 4 58	43 35	405	- 131	453
38	- 3 50 11	41 43	391	- 115	434
39	+ 0 27 40	22 3	292	+ 008	336
40	+ 1 11 9	24 13	297	+ 020	340
41	+ 0 15 7	21 44	295	+ 004	342
42	+ 0 37 48	22 23	297	+ 011	344
43	+ 0 34 47	22 3	296	+ 010	342
44	+ 1 3 30	23 55	303	+ 019	348

Platte	$\tau_0$	$\theta_0$	$R_1$	$R_2$	$R_3$
45	<sup>h m s</sup> + 2 35 47	32° 43'	+ 0,000363	+ 0,000062	+ 0,000404
46	+ 4 36 16	47 13	459	+ 179	536
47	+ 5 26 7	53 32	501	+ 264	632
48	- 4 17 49	45 12	423	- 149	477
49	- 4 23 30	45 51	423	- 154	481
50	- 4 2 5	43 10	400	- 127	448
51	- 3 51 20	41 43	380	- 113	424
52	- 0 43 22	22 42	285	- 012	328
53	+ 0 30 11	22 3	288	+ 008	333

Als Zentrum der Platte ist stets das Bild von 61, Cygni angenommen worden. Durch wiederholte Prüfungen nach der von mir in meiner oben zitierten Abhandlung »Undersökningar öfver stellarfotografrens användning etc.», p. 86, beschriebenen Methode habe ich mich davon überzeugt, dass der Neigungsfehler der Platte mit einem wahrscheinlichen Fehler von höchstens 2' unmerklich war. Das Bild von 61, Cygni liegt stets sehr nahe dem Zentrum der Platte, und wenn man den Umstand berücksichtigt, dass der konstante Teil des Neigungsfehlers ohne Bedeutung ist, so ist man berechtigt anzunehmen, dass in keinem Falle der in Betracht kommende Teil dieses Fehlers und des damit vereinigten Fehlers des angenommenen Zentrums einen Wert von 4' erreicht. Die grössten hier vorkommenden relativen Koordinaten betragen kaum 40'. Da nach den a. a. O., p. 85, mitgeteilten Formeln die Korrekturen wegen dieses Fehlers von der ersten Ordnung in Bezug auf die Neigung und von der zweiten Ordnung bezüglich der Koordinaten sind, können daher die Neigungsfehler nur zu *rein zufällige* Korrekturen Anlass geben, die mit Sicherheit den Betrag von 0'',03 nicht erreichen und also ohne Bedeutung sind.

Ehe die Refraktionskorrekturen angebracht wurden, habe ich die Resultate der vier Aufnahmen jeder Platte zu Mitteln vereinigt, d. h. aus den im vorigen § mitgeteilten vier Werten von  $x, y$  für jeden Stern die Mittelwerte für jede Platte gebildet.

Bei der Berechnung von  $\partial x, \partial y$  sind Werte von  $x, y$  verwendet worden, die wegen des ziemlich grossen Orientierungsfehlers annähernd korrigiert waren.

In der dritten und fünften Kolumne der nachstehenden Tabelle sind die unkorrigierten mittleren rechtwinkligen Koordinaten  $x, y$  der Sterne 61<sub>2</sub>,  $a, b, c, d$  in Bezug auf 61, Cygni auf jeder Platte ange-

führt worden. Die vierte und sechste Kolumne enthalten die Refraktionskorrekturen  $\partial x$  und  $\partial y$  (in Einheiten der vierten Dezimalstelle ausgedrückt), und die beiden letzten Kolumnen die korrigierten rechtwinkligen Koordinaten. Betreffs der Berechnung von  $\partial x$  und  $\partial y$  möchte ich hervorheben, dass die Glieder zweiter Ordnung auch für die grössten hier in Betracht kommenden Zenithdistanzen kaum merkbar sind. Sie erreichen höchstens einen Betrag von  $0''{,}02$  bis  $0''{,}03$ .

Tab. 4.

Platte	Stern	$x$ (unkorr.)	Refr.	$y$ (unkorr.)	Refr.	$x$ (korrig.)	$y$ (korrig.)
1	61 <sub>2</sub>	+0,0771		- 0,0508		+0,0771	- 0,0508
	<i>a</i>	-9,5917	-28	- 0,1629	0	-9,5945	- 0,1629
	<i>b</i>	-1,4996	- 4	+10,1354	+33	-1,5000	+10,1387
	<i>c</i>	+0,9820	+ 2	- 9,3782	-31	+0,9822	- 9,3813
	<i>d</i>	+5,3771	+15	- 1,8477	- 7	+5,3786	- 1,8484
2	61 <sub>2</sub>	+0,0780		- 0,0507		+0,0780	- 0,0507
	<i>a</i>	-9,5893	-28	- 0,1653	- 1	-9,5921	- 0,1654
	<i>b</i>	-1,5021	- 3	+10,1338	+34	-1,5024	+10,1372
	<i>c</i>	+0,9857	+ 1	- 9,3768	-32	+0,9858	- 9,3800
	<i>d</i>	+5,3778	+15	- 1,8452	- 6	+5,3793	- 1,8458
3	61 <sub>2</sub>	+0,0772		- 0,0518		+0,0772	- 0,0518
	<i>a</i>	-9,5917	-28	- 0,1678	- 1	-9,5945	- 0,1679
	<i>b</i>	-1,5049	- 3	+10,1336	+34	-1,5052	+10,1370
	<i>c</i>	+0,9842	+ 1	- 9,3798	-32	+0,9843	- 9,3830
	<i>d</i>	+5,3758	+15	- 1,8471	- 6	+5,3773	- 1,8477
4	61 <sub>2</sub>	+0,0772		- 0,0517		+0,0772	- 0,0517
	<i>a</i>	-9,5927	-28	- 0,1609	- 1	-9,5955	- 0,1610
	<i>b</i>	-1,4991	- 3	+10,1342	+33	-1,4994	+10,1375
	<i>c</i>	+0,9784	+ 1	- 9,3804	-31	+0,9785	- 9,3835
	<i>d</i>	+5,3746	+15	- 1,8498	- 6	+5,3761	- 1,8504
5	61 <sub>2</sub>	+0,0774		- 0,0512		+0,0774	- 0,0512
	<i>a</i>	-9,5919	-29	- 0,1674	- 2	-9,5948	- 0,1676
	<i>b</i>	-1,5064	- 2	+10,1330	+35	-1,5066	+10,1365
	<i>c</i>	+0,9848	0	- 9,3785	-32	+0,9848	- 9,3817
	<i>d</i>	+5,3757	+16	- 1,8465	- 6	+5,3773	- 1,8471
6	61 <sub>2</sub>	+0,0772		- 0,0512		+0,0772	- 0,0512
	<i>a</i>	-9,5933	-30	- 0,1761	- 2	-9,5963	- 0,1763
	<i>b</i>	-1,5165	- 2	+10,1304	+35	-1,5167	+10,1339
	<i>c</i>	+0,9919	0	- 9,3780	-33	+0,9919	- 9,3813
	<i>d</i>	+5,3763	+16	- 1,8419	- 6	+5,3779	- 1,8425

Platte	Stern	$x$ (unkorr.)	Refr.	$y$ (unkorr.)	Refr.	$x$ (korrig.)	$y$ (korrig.)
7	61 <sub>2</sub>	+0,0771		- 0,0516		+0,0771	- 0,0516
	<i>a</i>	-9,5938	-35	- 0,1617	- 6	-9,5973	- 0,1623
	<i>b</i>	-1,5015	+ 2	+10,1308	+40	-1,5013	+10,1348
	<i>c</i>	+0,9769	- 4	- 9,3800	-38	+0,9765	- 9,3838
	<i>d</i>	+5,3721	+18	- 1,8517	- 5	+5,3739	- 1,8522
8	61 <sub>2</sub>	+0,0773		- 0,0513		+0,0773	- 0,0513
	<i>a</i>	-9,5945	-44	- 0,1783	-20	-9,5989	- 0,1803
	<i>b</i>	-1,5221	+14	+10,1265	+51	-1,5207	+10,1316
	<i>c</i>	+0,9918	-17	- 9,3786	-50	+0,9901	- 9,3836
	<i>d</i>	+5,3730	+20	- 1,8433	0	+5,3750	- 1,8433
9	61 <sub>2</sub>	+0,0768		- 0,0515		+0,0768	- 0,0515
	<i>a</i>	-9,5992	-41	- 0,1867	+14	-9,6033	- 0,1853
	<i>b</i>	-1,5256	-19	+10,1219	+50	-1,5275	+10,1269
	<i>c</i>	+0,9853	+16	- 9,3807	-46	+0,9869	- 9,3853
	<i>d</i>	+5,3663	+25	- 1,8435	-18	+5,3688	- 1,8453
10	61 <sub>2</sub>	+0,0770		- 0,0514		+0,0770	- 0,0514
	<i>a</i>	-9,6004	-49	- 0,1830	+27	-9,6053	- 0,1803
	<i>b</i>	-1,5182	-34	+10,1187	+70	-1,5216	+10,1257
	<i>c</i>	+0,9728	+32	- 9,3826	-66	+0,9760	- 9,3892
	<i>d</i>	+5,3623	+33	- 1,8496	-28	+5,3656	- 1,8524
11	61 <sub>2</sub>	+0,0772		- 0,0511		+0,0772	- 0,0511
	<i>a</i>	-9,6011	-41	- 0,1848	+16	-9,6052	- 0,1832
	<i>b</i>	-1,5220	-22	+10,1199	+52	-1,5242	+10,1251
	<i>c</i>	+0,9782	+19	- 9,3838	-48	+0,9801	- 9,3886
	<i>d</i>	+5,3639	+26	- 1,8489	-19	+5,3665	- 1,8508
12	61 <sub>2</sub>	+0,0772		- 0,0521		+0,0772	- 0,0521
	<i>a</i>	-9,6016	-42	- 0,1747	+16	-9,6058	- 0,1731
	<i>b</i>	-1,5101	-22	+10,1203	+52	-1,5123	+10,1255
	<i>c</i>	+0,9658	+19	- 9,3853	-48	+0,9677	- 9,3901
	<i>d</i>	+5,3609	+26	- 1,8560	-16	+5,3635	- 1,8576
13	61 <sub>2</sub>	+0,0776		- 0,0521		+0,0776	- 0,0521
	<i>a</i>	-9,6056	-29	- 0,1851	- 3	-9,6085	- 0,1854
	<i>b</i>	-1,5254	- 1	+10,1187	+35	-1,5245	+10,1222
	<i>c</i>	+0,9754	- 1	- 9,3911	-33	+0,9753	- 9,3944
	<i>d</i>	+5,3626	+15	- 1,8562	- 6	+5,3641	- 1,8568
14	61 <sub>2</sub>	+0,0771		- 0,0520		+0,0771	- 0,0520
	<i>a</i>	-9,6077	-28	- 0,1808	+ 3	-9,6105	- 0,1805
	<i>b</i>	-1,5204	- 7	+10,1216	+34	-1,5211	+10,1250
	<i>c</i>	+0,9698	+ 5	- 9,3911	-32	+0,9703	- 9,3943
	<i>d</i>	+5,3618	+16	- 1,8577	- 8	+5,3634	- 1,8585
15	61 <sub>2</sub>	+0,0772		- 0,0520		+0,0772	- 0,0520
	<i>a</i>	-9,6084	-28	- 0,1597	- 2	-9,6112	- 0,1599

Platte	Stern	$x$ (unkorr.)	Refr.	$(y$ uncorr.)	Refr.	$(x$ korrig.)	$y$ (korrig.)
15	$b$	-1 <sup>i</sup> ,4984	- 2	+10 <sup>i</sup> ,1232	+33	-1 <sup>i</sup> ,4986	+10 <sup>i</sup> ,1265
	$c$	+0,9467	0	- 9,3944	-31	+0,9467	- 9,3975
	$d$	+5,3558	+15	- 1,8722	- 6	+5,3573	- 1,8728
16	61 <sub>2</sub>	+0,0777		- 0,0525		+0,0777	- 0,0525
	$a$	-9,6092	-32	- 0,1651	- 4	-0,6124	- 0,1655
	$b$	-1,5045	0	+10,1203	+37	-1,5045	+10,1240
	$c$	+0,9508	- 2	- 9,3953	-35	+0,9506	- 9,3988
$d$	+5,3553	+16	- 1,8703	- 5	+5,3569	- 1,8708	
17	61 <sub>2</sub>	+0,0774		- 0,0523		+0,0774	- 0,0523
	$a$	-9,6086	-31	- 0,1654	- 5	-9,6117	- 0,1659
	$b$	-1,5051	+ 1	+10,1209	+36	-1,5050	+10,1245
	$c$	+0,9502	- 3	- 9,3950	-34	+0,9499	- 9,3984
$d$	+5,3542	+16	- 1,8704	- 4	+5,3558	- 1,8708	
18	61 <sub>2</sub>	+0,0773		- 0,0515		+0,0773	- 0,0515
	$a$	-9,6111	-32	- 0,1755	- 6	-9,6143	- 0,1761
	$b$	-1,5177	+ 2	+10,1185	+37	-1,5175	+10,1222
	$c$	+0,9594	- 4	+ 9,3941	-35	+0,9590	- 9,3976
$d$	+5,3553	+17	- 1,8648	- 4	+5,3570	- 1,8652	
19	61 <sub>2</sub>	+0,0772		- 0,0517		+0,0772	- 0,0517
	$a$	-9,6120	-47	- 0,1807	-25	+9,6167	- 0,1832
	$b$	-1,5283	+18	+10,1136	+57	-1,5265	+10,1193
	$c$	+0,9639	-20	- 9,3927	-56	+0,9619	- 9,3983
$d$	+5,3530	+21	- 1,8630	+ 1	+5,3551	- 1,8629	
20	61 <sub>2</sub>	+0,0773		- 0,0519		+0,0773	- 0,0519
	$a$	-9,6162	-42	- 0,1837	+16	-9,6204	- 0,1821
	$b$	-1,5241	-23	+10,1142	+53	-1,5264	+10,1195
	$c$	+0,9523	+19	- 9,3969	-49	+0,9542	- 9,4018
$d$	+5,3488	+26	- 1,8653	-19	+5,3514	+ 1,8672	
21	61 <sub>2</sub>	+0,0771		- 0,0526		+0,0771	- 0,0526
	$a$	-9,6187	-43	- 0,1707	+17	-9,6230	- 0,1690
	$b$	-1,5097	-23	+10,1123	+53	-1,5120	+10,1176
	$c$	+0,9349	+19	- 9,4000	-49	+0,9368	- 9,4049
$d$	+5,3430	+26	- 1,8768	-19	+5,3456	- 1,8787	
22	61 <sub>2</sub>	+0,0771		- 0,0522		+0,0771	- 0,0522
	$a$	-9,6183	-41	- 0,1807	+15	-9,6224	- 0,1792
	$b$	-1,5206	-21	+10,1113	+51	-1,5227	+10,1164
	$c$	+0,9442	+18	- 9,3988	-47	+0,9460	- 9,4035
$d$	+5,3450	+26	- 1,8712	-18	+5,3476	- 1,8730	
23	61 <sub>2</sub>	+0,0772		- 0,0524		+0,0772	- 0,0524
	$a$	-9,6182	-39	- 0,1808	+13	-9,6221	- 0,1795
	$b$	-1,5203	-19	+10,1092	+49	-1,5222	+10,1141
	$c$	+0,9426	+16	- 9,3992	-45	+0,9442	- 9,4037
$d$	+5,3435	+25	- 1,8731	-16	+5,3460	- 1,8747	



Platte	Stern	$x$ (unkorr.)	Refr.	$y$ (unkorr.)	Refr.	$x$ (korrig.)	$y$ (korrig.)
24	61 <sub>2</sub>	+0 <sup>i</sup> ,0774		- 0 <sup>i</sup> ,0521		+0 <sup>i</sup> ,0774	- 0 <sup>i</sup> ,0521
	<i>a</i>	-9,6185	-39	- 0,1806	+13	-9,6224	- 0,1793
	<i>b</i>	-1,5212	-18	+10,1099	+48	-1,5230	+10,1147
	<i>c</i>	+0,9437	+15	- 9,3994	-43	+0,9452	- 9,4037
	<i>d</i>	+5,3439	+24	- 1,8723	-16	+5,3463	- 1,8739
25	61 <sub>2</sub>	+0,0769		- 0,0534		+0,0769	- 0,0534
	<i>a</i>	-9,6233	-28	- 0,1727	- 1	-9,6261	- 0,1728
	<i>b</i>	-1,5125	- 3	+10,1085	+33	-1,5128	+10,1118
	<i>c</i>	+0,9300	+ 2	- 9,4083	-31	+0,9302	- 9,4114
	<i>d</i>	+5,3396	+15	- 1,8865	- 6	+5,3411	- 1,8871
26	61 <sub>2</sub>	+0,0773		- 0,0532		+0,0773	- 0,0532
	<i>a</i>	-9,6243	-31	- 0,1724	- 4	-9,6274	- 0,1728
	<i>b</i>	-1,5138	- 4	+10,1081	+36	-1,5142	+10,1117
	<i>c</i>	+0,9295	- 2	- 9,4083	-34	+0,9293	- 9,4117
	<i>d</i>	+5,3391	+15	- 1,8862	- 5	+5,3406	- 1,8867
27	61 <sub>2</sub>	+0,0769		- 0,0530		+0,0769	- 0,0530
	<i>a</i>	-9,6252	-28	- 0,1745	0	-9,6280	- 0,1745
	<i>b</i>	-1,5150	- 4	+10,1071	+34	-1,5154	+10,1105
	<i>c</i>	+0,9292	+ 2	- 9,4088	-32	+0,9294	- 9,4120
	<i>d</i>	+5,3379	+15	- 1,8866	- 7	+5,3394	- 1,8873
28	61 <sub>2</sub>	+0,0777		- 0,0530		+0,0777	- 0,0530
	<i>a</i>	-9,6253	-30	- 0,2090	- 4	-9,6283	- 0,2094
	<i>b</i>	-1,5529	0	+10,1023	+36	-1,5529	+10,1057
	<i>c</i>	+0,9629	- 2	- 9,4058	-34	+0,9627	- 9,4092
	<i>d</i>	+5,3439	+16	- 1,8672	- 5	+5,3455	- 1,8677
29	61 <sub>2</sub>	+0,0776		- 0,0524		+0,0776	- 0,0524
	<i>a</i>	-9,6247	-30	- 0,2362	- 3	-9,6277	- 0,2365
	<i>b</i>	-1,5816	- 1	+10,0969	+36	-1,5817	+10,1005
	<i>c</i>	+0,9891	0	- 9,4032	-34	+0,9891	- 9,4066
	<i>d</i>	+5,3487	+15	- 1,8530	- 6	+5,3502	- 1,8536
30	61 <sub>2</sub>	+0,0774		- 0,0525		+0,0774	- 0,0525
	<i>a</i>	-9,6279	-30	- 0,1706	- 3	-9,6309	- 0,1709
	<i>b</i>	-1,5138	0	+10,1088	+36	-1,5138	+10,1124
	<i>c</i>	+0,9247	- 1	- 9,4120	-34	+0,9246	- 9,4154
	<i>d</i>	+5,3371	+16	- 1,8899	- 5	+5,3387	- 1,8904
31	61 <sub>2</sub>	+0,0773		- 0,0526		+0,0773	- 0,0526
	<i>a</i>	-9,6306	-44	- 0,1834	-20	-9,6350	- 0,1854
	<i>b</i>	-1,5321	+15	+10,1040	+52	-1,5306	+10,1092
	<i>c</i>	+0,9348	-17	- 9,4109	-51	+0,9331	- 9,4160
	<i>d</i>	+5,3353	+20	- 1,8845	0	+5,3373	- 1,8845
32	61 <sub>2</sub>	+0,0769		- 0,0534		+0,0769	- 0,0534
	<i>a</i>	-9,6360	-41	- 0,1719	+14	-9,6401	- 0,1705

Platte	Stern	$x$ (unkorr.)	Refr.	$y$ (unkorr.)	Refr.	$x$ (korrig.)	$y$ (korrig.)
32	$b$	-1',5143	-19	+10',1017	+50	-1',5162	+10',1067
	$c$	+0,9060	+16	- 9,4152	-46	+0,9076	- 9,4198
	$d$	+5,3245	+26	- 1,8971	-17	+5,3271	- 1,8988
33	$61_2$	+0,0773		- 0,0531		+0,0773	- 0,0531
	$a$	-9,6358	-41	- 0,1838	+15	-9,6399	- 0,1823
	$b$	-1,5266	-21	+10,0995	+51	-1,5287	+10,1046
	$c$	+0,9168	+18	- 9,4148	-47	+0,9186	- 9,4195
	$d$	+5,3255	+26	- 1,8907	-18	+5,3281	- 1,8925
34	$61_2$	+0,0769		- 0,0528		+0,0769	- 0,0528
	$a$	-9,6360	-38	- 0,1892	+11	-9,6398	- 0,1881
	$b$	-1,5329	-17	+10,0989	+46	-1,5346	+10,1035
	$c$	+0,9229	+14	- 9,4145	-43	+0,9243	- 9,4188
	$d$	+5,3272	+23	- 1,8885	-15	+5,3295	- 1,8900
35	$61_2$	+0,0768		- 0,0529		+0,0768	- 0,0529
	$a$	-9,6379	-40	- 0,1904	+14	-9,6419	- 0,1890
	$b$	-1,5334	-20	+10,0981	+50	-1,5354	+10,1031
	$c$	+0,9211	+17	- 9,4158	-46	+0,9228	- 9,4204
	$d$	+5,3261	+25	- 1,8895	-18	+5,3286	- 1,8913
36	$61_2$	+0,0770		- 0,0527		+0,0770	- 0,0527
	$a$	-9,6370	-38	- 0,2085	+11	-9,6408	- 0,2074
	$b$	-1,5530	-17	+10,0947	+45	-1,5547	+10,0992
	$c$	+0,9390	+14	- 9,4144	-42	+0,9404	- 9,4186
	$d$	+5,3293	+23	- 1,8799	-15	+5,3316	- 1,8814
37	$61_2$	+0,0771		- 0,0532		+0,0771	- 0,0532
	$a$	-9,6379	-39	- 0,1797	+13	-9,6418	- 0,1784
	$b$	-1,5218	-18	+10,0988	+48	-1,5236	+10,1036
	$c$	+0,9105	+15	- 9,4175	-44	+0,9120	- 9,4219
	$d$	+5,3235	+24	- 1,8965	-16	+5,3259	- 1,8981
38	$61_1$	+0,0775		- 0,0531		+0,0775	- 0,0531
	$a$	-9,6376	-38	- 0,1888	+11	-9,6414	- 0,1877
	$b$	-1,5318	-17	+10,0975	+45	-1,5335	+10,1020
	$c$	+0,9203	+14	- 9,4161	-42	+0,9217	- 9,4203
	$d$	+5,3262	+23	- 1,8912	-15	+5,3285	- 1,8927
39	$61_2$	+0,0774		- 0,0529		+0,0774	- 0,0529
	$a$	-9,6420	-28	- 0,2035	- 1	-9,6448	- 0,2036
	$b$	-1,5483	- 3	+10,0939	+34	-1,5486	+10,0973
	$c$	+0,9305	+ 1	- 9,4222	-32	+0,9306	- 9,4254
	$d$	+5,3273	+15	- 1,8902	- 7	+5,3288	- 1,8909
40	$61_2$	+0,0775		- 0,0538		+0,0775	- 0,0538
	$a$	-9,6425	-29	- 0,1382	- 2	-9,6454	- 0,1384
	$b$	-1,4792	- 2	+10,1027	+34	-1,4794	+10,1061
	$c$	+0,8656	0	- 9,4279	-32	+0,8656	- 9,4311
	$d$	+5,3126	+16	- 1,9273	- 6	+5,3142	- 1,9279

Platte	Stern	$x$ (unkorr.)	Refr.	$y$ (unkorr.)	Refr.	$x$ (korrig.)	$y$ (korrig.)
41	61 <sub>2</sub>	+0,0768		- 0,0539		+0,0768	- 0,0539
	<i>a</i>	-9,6443	-28	- 0,1451	0	-9,6471	- 0,1451
	<i>b</i>	-1,4862	- 4	+10,0999	+35	-1,4866	+10,1034
	<i>c</i>	+0,8679	+ 2	- 9,4290	-32	+0,8681	- 9,4322
	<i>d</i>	+5,3121	+16	- 1,9257	- 7	+5,3137	- 1,9264
42	61 <sub>2</sub>	+0,0767		- 0,0538		+0,0767	- 0,0538
	<i>a</i>	-9,6451	-29	- 0,1516	- 1	-9,6480	- 0,1517
	<i>b</i>	-1,4942	- 3	+10,1003	+35	-1,4945	+10,1038
	<i>c</i>	+0,8754	+ 1	- 9,4281	-32	+0,8755	- 9,4313
	<i>d</i>	+5,3140	+16	- 1,9215	- 6	+5,3156	- 1,9221
43	61 <sub>2</sub>	+0,0770		- 0,0538		+0,0770	- 0,0538
	<i>a</i>	-9,6456	-28	- 0,1369	- 1	-9,6484	- 0,1370
	<i>b</i>	-1,4786	- 3	+10,1014	+35	-1,4789	+10,1049
	<i>c</i>	+0,8596	+ 1	- 9,4298	-32	+0,8597	- 9,4330
	<i>d</i>	+5,3103	+16	- 1,9301	- 6	+5,3119	- 1,9307
44	61 <sub>2</sub>	+0,0770		- 0,0530		+0,0770	- 0,0530
	<i>a</i>	-9,6456	-29	- 0,1632	- 2	-9,6485	- 0,1634
	<i>b</i>	-1,5075	- 2	+10,0986	+35	-1,5077	+10,1021
	<i>c</i>	+0,8860	0	- 9,4267	-33	+0,8860	- 9,4300
	<i>d</i>	+5,3152	+16	- 1,9148	- 6	+5,3168	- 1,9154
45	61 <sub>2</sub>	+0,0769		- 0,0538		+0,0769	- 0,0538
	<i>a</i>	-9,6474	-35	- 0,1348	- 6	-9,6509	- 0,1354
	<i>b</i>	-1,4792	+ 1	+10,1028	+40	-1,4791	+10,1068
	<i>c</i>	+0,8577	- 3	- 9,4312	-38	+0,8574	- 9,4350
	<i>d</i>	+5,3089	+18	- 1,9321	- 5	+5,3107	- 1,9326
46	61 <sub>2</sub>	+0,0776		- 0,0534		+0,0776	- 0,0534
	<i>a</i>	-9,6487	-44	- 0,1535	-17	-9,6531	- 0,1552
	<i>b</i>	-1,5021	-12	+10,0976	+52	-1,5033	+10,1028
	<i>c</i>	+0,8744	-14	- 9,4291	-50	+0,8730	- 9,4341
	<i>d</i>	+5,3099	+21	- 1,9227	- 2	+5,3120	- 1,9229
47	61 <sub>2</sub>	+0,0767		- 0,0540		+0,0767	- 0,0540
	<i>a</i>	-9,6496	-48	- 0,1411	-26	-9,6544	- 0,1437
	<i>b</i>	-1,4913	+20	+10,0959	+60	-1,4893	+10,1019
	<i>c</i>	+0,8622	-23	- 9,4288	-59	+0,8599	- 9,4347
	<i>d</i>	+5,3057	+22	- 1,9308	+ 1	+5,3079	- 1,9307
48	61 <sub>2</sub>	+0,0771		- 0,0534		+0,0771	- 0,0534
	<i>a</i>	-9,6536	-41	- 0,1720	+14	-9,6577	- 0,1706
	<i>b</i>	-1,5153	-20	+10,0892	+50	-1,5173	+10,0942
	<i>c</i>	+0,8728	+17	- 9,4322	-46	+0,8745	- 9,4368
	<i>d</i>	+5,3029	+25	- 1,9215	-18	+5,3054	- 1,9233
49	61 <sub>2</sub>	+0,0765		- 0,0541		+0,0765	- 0,0541
	<i>a</i>	-9,6548	-41	- 0,1482	+15	-9,6589	- 0,1467

Platte	Stern	$x$ (unkorr.)	Refr.	$y$ (unkorr.)	Refr.	$x$ (korrig.)	$y$ (korrig.)
49	$b$	-1 <sup>i</sup> ,4906	-21	+10 <sup>i</sup> ,0915	+51	-1 <sup>i</sup> ,4927	+10 <sup>i</sup> ,0966
	$c$	+0,8488	+18	- 9,4340	-46	+0,8506	- 9,4386
	$d$	+5,2980	+25	- 1,9348	-18	+5,3005	- 1,9366
50	61 <sub>2</sub>	+0,0774		- 0,0538		+0,0774	- 0,0538
	$a$	-9,6544	-38	- 0,1636	+12	-9,6582	- 0,1624
	$b$	-1,5075	-18	+10,0893	+47	-1,5093	+10,0940
	$c$	+0,8648	+15	- 9,4331	-43	+0,8663	- 9,4374
	$d$	+5,3014	+24	- 1,9271	-16	+5,3038	- 1,9287
51	61 <sub>2</sub>	+0,0770		- 0,0538		+0,0770	- 0,0538
	$a$	-9,6554	-37	- 0,1540	+11	-9,6591	- 0,1529
	$b$	-1,4970	-17	+10,0904	+44	-1,4987	+10,0948
	$c$	+0,8544	+14	- 9,4364	-41	+0,8558	- 9,4405
	$d$	+5,2992	+22	- 1,9332	-15	+5,3014	- 1,9347
52	61 <sub>2</sub>	+0,0750		- 0,0576		+0,0750	- 0,0576
	$a$	-9,6591	-27	+ 0,1962	+ 1	-9,6618	+ 0,1963
	$b$	-1,1318	- 5	+10,1363	+33	-1,1323	+10,1396
	$c$	+0,5059	+ 3	- 9,4665	-31	+0,5062	- 9,4696
	$d$	+5,2220	+15	- 2,1308	- 8	+5,2235	- 2,1316
53	61 <sub>2</sub>	+0,0751		- 0,0574		+0,0751	- 0,0574
	$a$	-9,6607	-28	+ 0,1746	- 1	-9,6635	+ 0,1745
	$b$	-1,1547	- 3	+10,1328	+34	-1,1550	+10,1362
	$c$	+0,5260	+ 1	- 9,4658	-31	+0,5261	- 9,4689
	$d$	+5,2261	+15	- 2,1204	- 7	+5,2276	- 2,1211

## § 4.

### Reduktion der Messungen:

#### Bestimmung der Orientierung und des Skalenwertes.

Um die Orientierung und den Skalenwert zu berücksichtigen, hat man nun eine Transformation der für Refraktion korrigierten rechtwinkligen Koordinaten  $x, y$  zu bewerkstelligen, und zwar nach den Gleichungen:

$$(1) \quad \dots \dots \dots \left\{ \begin{array}{l} \xi = \frac{1}{L} [x \cos \psi + y \sin \psi] \\ \eta = \frac{1}{L} [y \cos \psi - x \sin \psi] , \end{array} \right.$$

worin  $\psi$  der Winkel zwischen der  $y$ -Achse und dem Deklinationskreis,  $L$  die in Gitterintervallen ausgedrückte Brennweite des Objectives ist. Bei den beiden zu bestimmenden Grössen  $\psi$  und  $L$  sind auch die in dem vorigen Teil der Reduktion nicht berücksichtigten Drehungsglieder der Refraktionskorrekturen, sowie der ganze Einfluss der Aberration, der Präcession und der Nutation mit inbegriffen.

Zur Bestimmung von  $\psi$  und  $L$  habe ich dieselbe Methode angewandt wie bei den Bestimmungen der jährlichen Parallaxen von  $BD + 37^{\circ}4131$ <sup>1</sup> und der Nova Persei<sup>2</sup>. Als Hauptäquinoktium habe ich das mittlere Äquinoktium für 1902,0 gewählt. Als vorläufigen Ort von  $61_1$  Cygni habe ich nach dem Berliner astr. Jahrbuch für 1902 angenommen:

$$\left\{ \begin{array}{l} \alpha_0 = 21^h 2^m 30^s,03 \\ \delta_0 = + 38^{\circ} 16' 1'',5 . \end{array} \right.$$

<sup>1</sup> ÖSTEN BERGSTRAND, Détermination de la parallaxe annuelle de l'étoile  $BD + 37^{\circ}4131$  (Nova Acta Reg. Soc. Scient. Upsal., Ser. III, 1902), p. 24.

<sup>2</sup> ÖSTEN BERGSTRAND, Bestimmung der jährlichen Parallaxe der Nova Persei (Arkiv f. mat., astr. och fys., utg. af K. Vet.-Akad., Bd. I, Stockholm 1904), p. 378.

Die Örter der Vergleichssterne sind nach dem Kataloge der Astr. Gesellschaft (Lund) für 1902,0 berechnet worden, und zwar ergab sich:

Stern *a*:

$$\left\{ \begin{array}{l} \alpha = 20^h 59^m 16^s,69 \\ \delta = +38^\circ 16' 10'',8 ; \end{array} \right.$$

Stern *b*:

$$\left\{ \begin{array}{l} \alpha = 21^h 2^m 4^s,80 \\ \delta = +38^\circ 56' 2'',6 ; \end{array} \right.$$

Stern *c*:

$$\left\{ \begin{array}{l} \alpha = 21^h 2^m 43^s,79 \\ \delta = +37^\circ 38' 51'',2 ; \end{array} \right.$$

Stern *d*:

$$\left\{ \begin{array}{l} \alpha = 21^h 4^m 16^s,20 \\ \delta = +38^\circ 7' 58'',8 . \end{array} \right.$$

Mit Anwendung der bekannten Formeln:

$$(2) \dots \dots \dots \left\{ \begin{array}{l} \bar{\xi} = \frac{\operatorname{tg} (\alpha - \alpha_0) \sin N}{\sin (\delta_0 + N)} \\ \bar{\eta} = \cot (\delta_0 + N) , \end{array} \right.$$

worin:

$$(3) \dots \dots \dots \operatorname{tg} N = \cot \delta \cos (\alpha - \alpha_0)$$

ist, erhält man die folgenden Normalkoordinaten der Vergleichssterne:

Stern *a*:

$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{\xi}_a = -0,0110387 \\ \bar{\eta}_a = +0,0000931 ; \end{array} \right.$$

Stern *b*:

$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{\xi}_b = -0,0014273 \\ \bar{\eta}_b = +0,0116414 ; \end{array} \right.$$

Stern *c*:

$$\begin{cases} \bar{\xi}_c = + 0,0007923 \\ \bar{\eta}_c = - 0,0108264; \end{cases}$$

Stern *d*:

$$\begin{cases} \bar{\xi}_d = + 0,0060732 \\ \bar{\eta}_d = - 0,0023252. \end{cases}$$

Ich setze nun:

$$(4) \quad \dots \dots \begin{cases} \bar{\xi}_d - \bar{\xi}_a = + 0,0171119 = \sigma_1 \cos p_1 \\ \bar{\eta}_d - \bar{\eta}_a = - 0,0024183 = \sigma_1 \sin p_1 \\ \bar{\xi}_c - \bar{\xi}_b = + 0,0022196 = \sigma_2 \cos p_2 \\ \bar{\eta}_c - \bar{\eta}_b = - 0,0224678 = \sigma_2 \sin p_2 \end{cases}$$

und erhalte dann:

$$\begin{aligned} \log \sigma_1 &= 8,237592 - 10 \\ p_1 &= - 8^\circ 2' 38'',2 \\ \log \sigma_2 &= 8,353659 - 10 \\ p_2 &= - 84^\circ 21' 28'',5. \end{aligned}$$

Für jede Platte werden die entsprechenden Grössen  $s_1, q_1, s_2, q_2$  aus den gemessenen Koordinaten  $x, y$  nach den Gleichungen:

$$(5) \quad \dots \dots \begin{cases} s_1 \cos q_1 = x_d - x_a \\ s_1 \sin q_1 = y_d - y_a \\ s_2 \cos q_2 = x_c - x_b \\ s_2 \sin q_2 = y_c - y_b \end{cases}$$

berechnet. Man hat dann:

$$(6_1) \quad \dots \dots \begin{cases} L = \frac{s_1}{\sigma_1} \\ \psi = q_1 - p_1 \end{cases}$$

oder auch:

$$(6_2) \quad \dots \dots \begin{cases} L = \frac{s_2}{\sigma_2} \\ \psi = q_2 - p_2. \end{cases}$$

Ich habe als definitive Werte von  $L, \psi$  einfach die Mittel aus (6<sub>1</sub>) und (6<sub>2</sub>) genommen. Die folgenden Werte wurden erhalten:

Tab. 5.

Platte	Aus $a, d$		Aus $b, c$		$\psi$	log $L$
	$\psi_1$	log $L_1$	$\psi_2$	log $L_2$		
1	+1°37'22"	2,940454	+1°36'17"	2,940304	+1°36'49"	2,940379
2	1 38 23	940389	1 37 23	940259	1 37 53	940324
3	1 38 32	940398	1 37 33	940325	1 38 2	940361
4	1 36 21	940423	1 35 31	940314	1 35 56	940368
5	1 38 36	940406	1 37 55	940290	1 38 15	940348
6	1 41 41	940424	1 40 58	940273	1 41 19	940348
7	1 36 14	940414	1 35 33	940261	1 35 53	940337
8	1 42 24	940405	1 41 21	940279	1 41 52	940342
9	1 42 51	940346	1 42 2	940223	1 42 26	940284
10	1 40 15	940348	1 39 4	940236	1 39 39	940292
11	1 41 18	940356	1 40 15	940227	1 40 46	940291
12	1 37 24	940343	1 36 0	940202	1 36 42	940272
13	1 40 27	940394	1 39 24	940279	1 39 55	940336
14	1 39 0	940453	1 37 53	940317	1 38 26	940385
15	1 30 57	940411	1 29 48	940290	1 30 22	940350
16	1 32 41	940410	1 31 31	940291	1 32 6	940350
17	1 32 44	940357	1 31 29	940292	1 32 6	940324
18	1 36 25	940415	1 35 18	940284	1 35 51	940349
19	1 38 33	940398	1 37 25	940268	1 37 59	940333
20	1 37 20	940416	1 35 59	940328	1 36 39	940372
21	1 31 40	940404	1 30 26	940266	1 31 3	940335
22	1 35 19	940392	1 33 57	940265	1 34 38	940328
23	1 34 57	940342	1 33 36	940212	1 34 16	940277
24	1 35 1	940359	1 33 53	940230	1 34 27	940295
25	1 30 36	940379	1 29 25	940266	1 30 0	940322
26	1 30 43	940400	1 29 30	940272	1 30 6	940336
27	1 30 56	940380	1 29 45	940255	1 30 20	940317
28	1 43 28	940387	1 42 11	940287	1 42 49	940337
29	1 52 54	940376	1 51 55	940272	1 52 24	940324
30	1 29 28	940454	1 28 31	940355	1 28 59	940404
31	1 34 10	940476	1 32 58	940366	1 33 34	940421
32	1 27 25	940426	1 26 1	940285	1 26 43	940355
33	1 31 32	940389	1 30 9	940297	1 30 50	940343
34	1 33 28	940399	1 32 12	940285	1 32 50	940342
35	1 33 24	940435	1 32 3	940314	1 32 43	940374
36	1 39 52	940398	1 38 34	940292	1 39 13	940345
37	1 29 23	940411	1 28 5	940296	1 28 44	940353
38	1 32 46	940426	1 31 33	940279	1 32 9	940352
39	1 36 53	940474	1 35 42	940354	1 36 17	940414
40	1 13 21	940413	1 12 8	940309	1 12 44	940361
41	1 15 14	940420	1 13 51	940299	1 14 32	940359
42	1 17 47	940462	1 16 30	940329	1 17 8	940395
43	1 12 25	940449	1 11 0	940308	1 11 42	940378



Platte	Aus $a, d$		Aus $b, c$		$\psi$	log $L$
	$\psi_1$	log $L_1$	$\psi_2$	log $L_2$		
44	+1 <sup>o</sup> 21'59"	2,940430	+1 <sup>o</sup> 20'41"	2,940327	+1 <sup>o</sup> 21'20"	2,940378
45	1 11 39	940497	1 10 33	940388	1 11 3	940442
46	1 18 26	940496	1 17 34	940386	1 18 0	940441
47	1 13 59	940483	1 12 52	940307	1 13 25	940395
48	1 21 47	940389	1 20 22	940297	1 21 4	940343
49	1 13 15	940410	1 11 52	940260	1 12 33	940335
50	1 18 40	940404	1 17 33	940263	1 18 6	940333
51	1 15 7	940413	1 13 49	940292	1 14 28	940352
52	-0 50 40	940413	-0 51 57	940301	-0 51 19	940357
53	-0 43 11	940435	-0 44 28	940301	-0 43 50	940368

Ich will nun untersuchen, inwiefern die Grössen  $p_1, \sigma_1, p_2, \sigma_2$  als konstantes Fundament für die Bestimmung von  $\psi$  und  $L$  nach dem obigen Verfahren zu betrachten sind. Zunächst mag in dieser Hinsicht hervorgehoben werden, dass etwaige kleine Fehler in den *angenommenen Örtern* für 1902,0 in diesem Falle keine Bedeutung haben. Es ist nämlich hier nicht notwendig, dass die Orientierung und der Skalenwert in absoluter Hinsicht in aller Strenge genau bestimmt werden; es ist vielmehr völlig ausreichend, dass alle beobachteten Koordinaten einem *konstanten*, annähernd richtigen Achsensystem angeschlossen und in einem *konstanten* angenäherten Mass ausgedrückt werden.

Um den Einfluss der *Eigenbewegung von 61 Cygni* zu untersuchen, gehe ich von den bekannten Reihenentwickelungen:

$$(7) \quad \left\{ \begin{array}{l} \xi = Aa \cos \delta_0 - Aa A\delta \sin \delta_0 - \\ \quad - \frac{1}{2} Aa^3 \cos \delta_0 \left( \frac{1}{3} - \cos^2 \delta_0 \right) + \dots \\ \eta = A\delta + \frac{1}{4} Aa^2 \sin 2\delta_0 + \\ \quad + \frac{1}{2} Aa^2 A\delta \cos 2\delta_0 + \frac{1}{3} A\delta^3 + \dots \end{array} \right.$$

aus. Ich habe darin die Differenzen  $(\alpha - \alpha_0) \sin 1''$  und  $(\delta - \delta_0) \sin 1''$  der Kürze wegen mit  $Aa$  und  $A\delta$  bezeichnet. Wenn man diese Ausdrücke in Bezug auf  $\alpha_0$  und  $\delta_0$  differentiiert, erhält man:

$$(8) \left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \xi}{\partial \alpha_0} = -\cos \delta_0 + \sin \delta_0 \cdot A\delta + \frac{3}{2} \cos \delta_0 \left( \frac{1}{3} - \cos^2 \delta_0 \right) A\alpha^2 + \dots \\ \frac{\partial \eta}{\partial \alpha_0} = -\frac{1}{2} \sin 2\delta_0 \cdot A\alpha - \cos 2\delta_0 \cdot A\alpha A\delta + \dots \\ \frac{\partial \xi}{\partial \delta_0} = -\cos \delta_0 \cdot A\alpha A\delta + \dots \\ \frac{\partial \eta}{\partial \delta_0} = -1 - A\delta^2 + \dots \end{array} \right.$$

Zur leichteren Übersicht führe ich in diesen Formeln die rechtwinkligen statt der sphärischen Koordinaten ein. Es ergibt sich dann, wenn man mit  $\mu_0$ ,  $\mu'_0$  die jährlichen Eigenbewegungen von 61 Cygni in den rechtwinkligen Koordinaten bezeichnet:

$$(9) \left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \xi}{\partial \alpha_0} d\alpha_0 = -\mu_0 (t - 1902,0) [1 - \eta \operatorname{tg} \delta_0 + \xi^2] \\ \frac{\partial \eta}{\partial \alpha_0} d\alpha_0 = -\mu_0 (t - 1902,0) [\xi \operatorname{tg} \delta_0 + \xi \eta] \\ \frac{\partial \xi}{\partial \delta_0} d\delta_0 = -\mu'_0 (t - 1902,0) \xi \eta \\ \frac{\partial \eta}{\partial \delta_0} d\delta_0 = -\mu'_0 (t - 1902,0) [1 + \eta^2] . \end{array} \right.$$

Man sieht, dass durch die Eigenbewegung von 61 Cygni, ausser einer linearen Verschiebung des Zentrums, eine mit der Zeit fortschreitende Drehung des Achsensystems in der Ebene der Platte und eine Drehung dieser Ebene um eine gerade Linie in derselben entstehen. Die erste Drehung wird bei der Orientierung der Platte berücksichtigt. Die zweite Drehung wirkt nur auf die Glieder zweiter Ordnung und kann in Anbetracht der Kleinheit von  $\mu_0$  und  $\mu'_0$  ganz vernachlässigt werden.

Um die Einwirkung der unbekanntenen und wahrscheinlich sehr kleine *Eigenbewegungen der Vergleichssterne* zu schätzen, gehe ich von den Gleichungen (1) aus. Wenn man

$$(10) \quad \dots \dots \dots \frac{1}{L} = k$$

setzt, erhält man durch Differentiierung die folgenden Ausdrücke für die jährlichen Veränderungen in  $\xi$ ,  $\eta$ :

$$(11) \quad \left\{ \begin{array}{l} d\xi = k [dx \cos \psi + dy \sin \psi] \\ \quad + dk [x \cos \psi + y \sin \psi] \\ \quad + k d\psi [y \cos \psi - x \sin \psi] \\ d\eta = k [dy \cos \psi - dx \sin \psi] \\ \quad + dk [y \cos \psi - x \sin \psi] \\ \quad - k d\psi [x \cos \psi + y \sin \psi] . \end{array} \right.$$

Diese Ausdrücke können so geschrieben werden:

$$(12) \quad \left\{ \begin{array}{l} d\xi = \mu + \bar{d}\xi \\ d\eta = \mu' + \bar{d}\eta , \end{array} \right.$$

worin  $\mu$  und  $\mu'$  die Eigenbewegung in  $\xi$  und  $\eta$  sind und  $\bar{d}\xi$ ,  $\bar{d}\eta$  die folgenden Ausdrücke bezeichnen:

$$(13) \quad \left\{ \begin{array}{l} \bar{d}\xi = \frac{dk}{k} \xi + d\psi \cdot \eta \\ \bar{d}\eta = \frac{dk}{k} \eta - d\psi \cdot \xi . \end{array} \right.$$

Die Eigenbewegungen  $\mu$  und  $\mu'$  setzen sich mit den Eigenbewegungen  $\mu_0$  und  $\mu'_0$  von 61 Cygni untrennbar zusammen. Wir können uns also darauf beschränken, den Einfluss von  $\bar{d}\xi$  und  $\bar{d}\eta$  zu untersuchen. Dabei will ich zunächst eine Schätzung der möglichen Beträge von  $\frac{dk}{k}$  und  $d\psi$  zu erhalten versuchen. Aus (5) ergibt sich:

$$(14) \quad \left\{ \begin{array}{l} ds_1 = (\mu_a - \mu'_a) \cos q_1 + (\mu'_a - \mu_a) \sin q_1 \\ s_1 dq_1 = -(\mu_a - \mu'_a) \sin q_1 + (\mu'_a - \mu_a) \cos q_1 . \end{array} \right.$$

Aus (6) erhält man ferner:

$$(15) \quad \left\{ \begin{array}{l} dk_1 = -\frac{\sigma_1}{s_1^2} ds_1 \\ d\psi_1 = dq_1 , \end{array} \right.$$

und man hat also:

$$(16_1) \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{dk_1}{k_1} = -\frac{1}{s_1} [(\mu_a - \mu'_a) \cos q_1 + (\mu'_a - \mu_a) \sin q_1] \\ d\psi_1 = -\frac{1}{s_1} [(\mu_a - \mu'_a) \sin q_1 - (\mu'_a - \mu_a) \cos q_1] . \end{array} \right.$$

In analoger Weise erhält man:

$$(16_2) \quad \begin{cases} \frac{dk_2}{k_2} = -\frac{1}{s_2} [(\mu_c - \mu_b) \cos q_2 + (\mu'_c - \mu'_b) \sin q_2] \\ d\psi_2 = -\frac{1}{s_2} [(\mu_c - \mu_b) \sin q_2 - (\mu'_c - \mu'_b) \cos q_2] . \end{cases}$$

Man dürfte nun wohl annehmen können, dass die eingeklammerten Grössen einen Betrag von etwa  $0'',1$  nicht übersteigen. Unter dieser Annahme hat man:

$$\left| \frac{dk}{k} \right|, \quad \left| d\psi \right| < 0,05 \left[ \frac{1}{s_1} + \frac{1}{s_2} \right],$$

wenn man  $s_1$  und  $s_2$  in Bogensekunden ausdrückt. Es ergibt sich hieraus:

$$\left| \frac{dk}{k} \right|, \quad \left| d\psi \right| < 0,000025 .$$

Mittels der Gleichungen (13) findet man nun, dass die fortschreitenden Veränderungen der Orientierung und des Skalenwertes die jährlichen relativen Eigenbewegungen von 61 Cygni bezüglich der einzelnen Vergleichssterne mit solchen Beträgen modifizieren können, die schwerlich grösser als  $0'',05$  sind. In Folge der ziemlich symmetrischen Verteilung der Vergleichssterne um 61 Cygni ist die Einwirkung auf die *mittlere* jährliche relative Eigenbewegung in Bezug auf alle vier Sterne kleiner als  $0'',01$ . Der Einfluss auf die Messungen von 61<sub>1</sub>—61<sub>2</sub> Cygni ist wegen der Kleinheit der relativen Koordinaten völlig unmerklich. —

Als Werte der jährlichen relativen Eigenbewegungen in Bezug auf 61<sub>1</sub> Cygni habe ich angenommen:

für 61<sub>2</sub> Cygni:

$$\begin{cases} E.B. \text{ in } \xi = 0,00000000 \\ E.B. \text{ in } \eta = -0,00000092 ; \end{cases}$$

für den Vergleichssterne:

$$\begin{cases} E.B. \text{ in } \xi = -0,00001966 \\ E.B. \text{ in } \eta = -0,00001571 . \end{cases}$$

Die letzten Werte sind, unter der Annahme, dass die absoluten Eigenbewegungen der Vergleichssterne = 0 sind, nach den Angaben des Berliner astr. Jahrbuches für 1902 berechnet worden.

Die nachstehende Tabelle enthält die nach (1) berechneten rechtwinkligen Koordinaten  $\xi$ ,  $\eta$ , nebst den bezüglichen Korrekturen für die Eigenbewegungen. Die letztgenannten sind in Einheiten der 7<sup>ten</sup> Dezimalstelle angegeben worden.

Tab. 6.

Platte	Stern	$\xi$	<i>E. B.</i>	$\eta$	<i>E. B.</i>
1	61 <sub>2</sub>	+ 0,0000868	0	- 0,0000608	- 22
	<i>a</i>	- 110073	- 460	+ 1231	- 368
	<i>b</i>	- 13925	»	+ 116745	»
	<i>c</i>	+ 8233	»	- 107892	»
	<i>d</i>	+ 61079	»	- 22933	»
2	61 <sub>2</sub>	+ 0,0000878	0	- 0,0000607	- 21
	<i>a</i>	- 110059	- 458	+ 1236	- 366
	<i>b</i>	- 13919	»	+ 116747	»
	<i>c</i>	+ 8241	»	- 107895	»
	<i>d</i>	+ 61088	»	- 22925	»
3	61 <sub>2</sub>	+ 0,0000868	0	- 0,0000619	- 20
	<i>a</i>	- 110078	- 429	+ 1213	- 342
	<i>b</i>	- 13945	»	+ 116736	»
	<i>c</i>	+ 8218	»	- 107920	»
	<i>d</i>	+ 61059	»	- 22947	»
4	61 <sub>2</sub>	+ 0,0000868	0	- 0,0000618	- 20
	<i>a</i>	- 110085	- 423	+ 1219	- 338
	<i>b</i>	- 13956	»	+ 116729	»
	<i>c</i>	+ 8214	»	- 107916	»
	<i>d</i>	+ 61058	»	- 22936	»
5	61 <sub>2</sub>	+ 0,0000871	0	- 0,0000612	- 20
	<i>a</i>	- 110085	- 423	+ 1223	- 338
	<i>b</i>	- 13954	»	+ 116736	»
	<i>c</i>	+ 8218	»	- 107910	»
	<i>d</i>	+ 61060	»	- 22945	»
6	61 <sub>2</sub>	+ 0,0000868	0	- 0,0000613	- 19
	<i>a</i>	- 110104	- 415	+ 1223	- 331
	<i>b</i>	- 13966	»	+ 116721	»
	<i>c</i>	+ 8202	»	- 107913	»
	<i>d</i>	+ 61047	»	- 22947	»
7	61 <sub>2</sub>	+ 0,0000867	0	- 0,0000617	- 19
	<i>a</i>	- 110116	- 399	+ 1210	- 319
	<i>b</i>	- 13974	»	+ 116708	»
	<i>c</i>	+ 8196	»	- 107927	»
	<i>d</i>	+ 61036	»	- 22961	»

Platte	Stern	ξ	E.B.	γ	E.B.
8	61 <sub>2</sub>	+ 0,0000869	0	- 0,0000614	- 18
	a	- 110135	- 381	+ 1195	- 305
	b	- 13994	»	+ 116700	»
	c	+ 8165	»	- 107942	»
	d	+ 61010	»	- 22965	»
9	61 <sub>2</sub>	+ 0,0000863	0	- 0,0000617	- 16
	a	- 110202	- 346	+ 1157	- 276
	b	- 14058	»	+ 116566	»
	c	+ 8111	»	- 107976	»
	d	+ 60943	»	- 22999	»
10	61 <sub>2</sub>	+ 0,0000866	0	- 0,0000616	- 15
	a	- 110223	- 320	+ 1127	- 256
	b	- 14083	»	+ 116638	»
	c	+ 8071	»	- 108010	»
	d	+ 60922	»	- 23030	»
11	61 <sub>2</sub>	+ 0,0000868	0	- 0,0000612	- 15
	a	- 110223	- 320	+ 1129	- 256
	b	- 14076	»	+ 116637	»
	c	+ 8084	»	- 108007	»
	d	+ 60926	»	- 23032	»
12	61 <sub>2</sub>	+ 0,0000868	0	- 0,0000622	- 15
	a	- 110233	- 318	+ 1115	- 255
	b	- 14079	»	+ 116625	»
	c	+ 8069	»	- 108015	»
	d	+ 60919	»	- 23037	»
13	61 <sub>2</sub>	+ 0,0000873	0	- 0,0000623	- 13
	a	- 110250	- 273	+ 1077	- 218
	b	- 14108	»	+ 116587	»
	c	+ 8053	»	- 108058	»
	d	+ 60895	»	- 23081	»
14	61 <sub>2</sub>	+ 0,0000867	0	- 0,0000621	- 13
	a	- 110260	- 269	+ 1086	- 215
	b	- 14117	»	+ 116600	»
	c	+ 8041	»	- 108041	»
	d	+ 60890	»	- 23072	»
15	61 <sub>2</sub>	+ 0,0000869	0	- 0,0000619	- 11
	a	- 110272	- 240	+ 1064	- 192
	b	- 14133	»	+ 116586	»
	c	+ 8024	»	- 108058	»
	d	+ 60874	»	- 23093	»
16	61 <sub>2</sub>	+ 0,0000875	0	- 0,0000626	- 11
	a	- 110288	- 228	+ 1056	- 182

Platte	Stern	$\xi$	<i>E. B.</i>	$\eta$	<i>E. B.</i>
16	<i>b</i>	- 0,0014143	- 228	+ 0,0116566	- 182
	<i>c</i>	+ 8014	»	- 108079	»
	<i>d</i>	+ 60859	»	- 23101	»
17	61 <sub>2</sub>	+ 0,0000872	0	- 0,0000624	- 10
	<i>a</i>	- 110286	- 224	+ 1051	- 179
	<i>b</i>	- 14150	»	+ 116578	»
	<i>c</i>	+ 8006	»	- 108080	»
	<i>d</i>	+ 60850	»	- 23102	»
18	61 <sub>2</sub>	+ 0,0000870	0	- 0,0000616	- 10
	<i>a</i>	- 110311	- 208	+ 1056	- 167
	<i>b</i>	- 14165	»	+ 116564	»
	<i>c</i>	+ 7993	»	- 108077	»
	<i>d</i>	+ 60837	»	- 23103	»
19	61 <sub>2</sub>	+ 0,0000868	0	- 0,0000618	- 9
	<i>a</i>	- 110343	- 185	+ 1044	- 148
	<i>b</i>	- 14197	»	+ 116546	»
	<i>c</i>	+ 7958	»	- 108094	»
	<i>d</i>	+ 60803	»	- 23115	»
20	61 <sub>2</sub>	+ 0,0000869	0	- 0,0000620	- 7
	<i>a</i>	- 110378	- 159	+ 1015	- 127
	<i>b</i>	- 14240	»	+ 116534	»
	<i>c</i>	+ 7910	»	- 108130	»
	<i>d</i>	+ 60764	»	- 23138	»
21	61 <sub>2</sub>	+ 0,0000868	0	- 0,0000626	- 6
	<i>a</i>	- 110414	- 136	+ 985	- 108
	<i>b</i>	- 14267	»	+ 116495	»
	<i>c</i>	+ 7887	»	- 108147	»
	<i>d</i>	+ 60736	»	- 23170	»
22	61 <sub>2</sub>	+ 0,0000868	0	- 0,0000623	- 6
	<i>a</i>	- 110413	- 136	+ 984	- 108
	<i>b</i>	- 14268	»	+ 116501	»
	<i>c</i>	+ 7879	»	- 108143	»
	<i>d</i>	+ 60738	»	- 23170	»
23	61 <sub>2</sub>	+ 0,0000869	0	- 0,0000625	- 6
	<i>a</i>	- 110421	- 126	+ 968	- 101
	<i>b</i>	- 14277	»	+ 116487	»
	<i>c</i>	+ 7872	»	- 108156	»
	<i>d</i>	+ 60728	»	- 23185	»
24	61 <sub>2</sub>	+ 0,0000872	0	- 0,0000622	- 6
	<i>a</i>	- 110420	- 126	+ 977	- 101
	<i>b</i>	- 14280	»	+ 116490	»
	<i>c</i>	+ 7877	»	- 108153	»
	<i>d</i>	+ 60728	»	- 23178	»

Platte	Stern	$\xi$	<i>E. B.</i>	$\eta$	<i>E. B.</i>
25	61 <sub>2</sub>	+ 0,0000866	0	- 0,0000635	- 3
	<i>a</i>	- 110455	- 67	+ 909	- 53
	<i>b</i>	- 14313	»	+ 116427	»
	<i>c</i>	+ 7843	»	- 108219	»
	<i>d</i>	+ 60691	»	- 23247	»
26	61 <sub>2</sub>	+ 0,0000871	0	- 0,0000633	- 3
	<i>a</i>	- 110466	- 63	+ 913	- 50
	<i>b</i>	- 14325	»	+ 116423	»
	<i>c</i>	+ 7828	»	- 108219	»
	<i>d</i>	+ 60693	»	- 23244	»
27	61 <sub>2</sub>	+ 0,0000866	0	- 0,0000631	- 2
	<i>a</i>	- 110478	- 45	+ 901	- 36
	<i>b</i>	- 14333	»	+ 116446	»
	<i>c</i>	+ 7822	»	- 108228	»
	<i>d</i>	+ 60670	»	- 23255	»
28	61 <sub>2</sub>	+ 0,0000873	0	- 0,0000635	- 2
	<i>a</i>	- 110485	- 35	+ 902	- 28
	<i>b</i>	- 14341	»	+ 116419	»
	<i>c</i>	+ 7812	»	- 108229	»
	<i>d</i>	+ 60658	»	- 23252	»
29	61 <sub>2</sub>	+ 0,0000870	0	- 0,0000630	- 1
	<i>a</i>	- 110488	- 31	+ 899	- 25
	<i>b</i>	- 14348	»	+ 116413	»
	<i>c</i>	+ 7814	»	- 108235	»
	<i>d</i>	+ 60655	»	- 23262	»
30	61 <sub>2</sub>	+ 0,0000872	0	- 0,0000625	- 1
	<i>a</i>	- 110489	- 24	+ 899	- 19
	<i>b</i>	- 14357	»	+ 116408	»
	<i>c</i>	+ 7807	»	- 108241	»
	<i>d</i>	+ 60658	»	- 23262	»
31	61 <sub>2</sub>	+ 0,0000870	0	- 0,0000627	+ 1
	<i>a</i>	- 110535	+ 12	+ 882	+ 9
	<i>b</i>	- 14394	»	+ 116392	»
	<i>c</i>	+ 7759	»	- 108257	»
	<i>d</i>	+ 60611	»	- 23274	»
32	61 <sub>2</sub>	+ 0,0000867	0	- 0,0000634	+ 2
	<i>a</i>	- 110606	+ 53	+ 834	+ 42
	<i>b</i>	- 14465	»	+ 116348	»
	<i>c</i>	+ 7684	»	- 108294	»
	<i>d</i>	+ 60545	»	- 23317	»
33	61 <sub>2</sub>	+ 0,0000871	0	- 0,0000632	+ 3
	<i>a</i>	- 110609	+ 59	+ 831	+ 47



Platte	Stern	$\xi$	<i>E. B.</i>	$\eta$	<i>E. B.</i>
33	<i>b</i>	- 0,0014469	+ 59	+ 0,0116347	+ 47
	<i>c</i>	+ 7680	»	- 108305	»
	<i>d</i>	+ 60531	»	-- 23319	»
34	61 <sub>2</sub>	+ 0,0000866	0	- 0,0000630	+ 3
	<i>a</i>	- 110610	+ 59	+ 828	+ 47
	<i>b</i>	- 14470	»	+ 116345	»
	<i>c</i>	+ 7683	»	- 108304	»
	<i>d</i>	+ 60535	»	- 23326	»
35	61 <sub>2</sub>	+ 0,0000865	0	- 0,0000630	+ 3
	<i>a</i>	- 110626	+ 71	+ 816	+ 57
	<i>b</i>	- 14481	»	+ 116332	»
	<i>c</i>	+ 7667	»	- 108314	»
	<i>d</i>	+ 60521	»	- 23337	»
36	61 <sub>2</sub>	+ 0,0000866	0	- 0,0000629	+ 3
	<i>a</i>	- 110624	+ 71	+ 814	+ 57
	<i>b</i>	- 14485	»	+ 116329	»
	<i>c</i>	+ 7666	»	- 108320	»
	<i>d</i>	+ 60518	»	- 23340	»
37	61 <sub>2</sub>	+ 0,0000868	0	- 0,0000633	+ 3
	<i>a</i>	- 110629	+ 75	+ 809	+ 60
	<i>b</i>	- 14481	»	+ 116323	»
	<i>c</i>	+ 7669	»	- 108324	»
	<i>d</i>	+ 60518	»	- 23345	»
38	61 <sub>2</sub>	+ 0,0000873	0	- 0,0000633	+ 3
	<i>a</i>	- 110627	+ 75	+ 812	+ 60
	<i>b</i>	- 14480	»	+ 116323	»
	<i>c</i>	+ 7673	»	- 108316	»
	<i>d</i>	+ 60526	»	- 23345	»
39	61 <sub>2</sub>	+ 0,0000870	0	- 0,0000632	+ 6
	<i>a</i>	- 110653	+ 126	+ 764	+ 101
	<i>b</i>	- 14513	»	+ 116274	»
	<i>c</i>	+ 7643	»	- 108372	»
	<i>d</i>	+ 60494	»	- 23393	»
40	61 <sub>2</sub>	+ 0,0000876	0	- 0,0000636	+ 6
	<i>a</i>	- 110661	+ 136	+ 754	+ 108
	<i>b</i>	- 14515	»	+ 116270	»
	<i>c</i>	+ 7639	»	- 108379	»
	<i>d</i>	+ 60483	»	- 23402	»
41	61 <sub>2</sub>	+ 0,0000868	0	- 0,0000637	+ 7
	<i>a</i>	- 110681	+ 159	+ 735	+ 127
	<i>b</i>	- 14537	»	+ 116249	»
	<i>c</i>	+ 7610	»	- 108397	»
	<i>d</i>	+ 60465	»	- 23416	»

Platte	Stern	$\xi$	<i>E. B.</i>	$r$	<i>E. B.</i>
42	61 <sub>2</sub>	+ 0,0000866	0	- 0,0000637	+ 7
	<i>a</i>	- 110684	+ 159	+ 742	+ 127
	<i>b</i>	- 14539	»	+ 116257	»
	<i>c</i>	+ 7613	»	- 108385	»
	<i>d</i>	+ 60465	»	- 23411	»
43	61 <sub>2</sub>	+ 0,0000870	0	- 0,0000635	+ 8
	<i>a</i>	- 110691	+ 165	+ 737	+ 132
	<i>b</i>	- 14545	»	+ 116248	»
	<i>c</i>	+ 7604	»	- 108394	»
	<i>d</i>	+ 60461	»	- 23414	»
44	61 <sub>2</sub>	+ 0,0000869	0	- 0,0000629	+ 8
	<i>a</i>	- 110696	+ 169	+ 745	+ 135
	<i>b</i>	- 14549	»	+ 116263	»
	<i>c</i>	+ 7602	»	- 108386	»
	<i>d</i>	+ 60455	»	- 23409	»
45	61 <sub>2</sub>	+ 0,0000869	0	- 0,0000635	+ 9
	<i>a</i>	- 110703	+ 183	+ 734	+ 146
	<i>b</i>	- 14566	»	+ 116250	»
	<i>c</i>	+ 7596	»	- 108398	»
	<i>d</i>	+ 60442	»	- 23421	»
46	61 <sub>2</sub>	+ 0,0000876	0	- 0,0000632	+ 10
	<i>a</i>	- 110731	+ 206	+ 732	+ 165
	<i>b</i>	- 14609	»	+ 116239	»
	<i>c</i>	+ 7556	»	- 108407	»
	<i>d</i>	+ 60412	»	- 23432	»
47	61 <sub>2</sub>	+ 0,0000867	0	- 0,0000638	+ 10
	<i>a</i>	- 110756	+ 214	+ 717	+ 171
	<i>b</i>	- 14605	»	+ 116219	»
	<i>c</i>	+ 7550	»	- 108413	»
	<i>d</i>	+ 60401	»	- 23442	»
48	61 <sub>2</sub>	+ 0,0000870	0	- 0,0000633	+ 12
	<i>a</i>	- 110813	+ 261	+ 660	+ 209
	<i>b</i>	- 14671	»	+ 116188	»
	<i>c</i>	+ 7477	»	- 108466	»
	<i>d</i>	+ 60329	»	- 23489	»
49	61 <sub>2</sub>	+ 0,0000864	0	- 0,0000640	+ 12
	<i>a</i>	- 110825	+ 265	+ 655	+ 212
	<i>b</i>	- 14677	»	+ 116170	»
	<i>c</i>	+ 7471	»	- 108468	»
	<i>d</i>	+ 60328	»	- 23496	»
50	61 <sub>2</sub>	+ 0,0000874	0	- 0,0000637	+ 12
	<i>a</i>	- 110820	+ 265	+ 654	+ 212

Platte	Stern	$\xi$	<i>E. B.</i>	$\eta$	<i>E. B.</i>
50	<i>b</i>	- 0,0014681	+ 265	+ 0,0116169	+ 212
	<i>c</i>	+ 7477	»	- 108471	»
	<i>d</i>	+ 60331	»	- 23504	»
51	61 <sub>2</sub>	+ 0,0000870	0	- 0,0000636	+ 13
	<i>a</i>	- 110823	+ 273	+ 646	+ 218
	<i>b</i>	- 14683	»	+ 116154	»
	<i>c</i>	+ 7470	»	- 108491	»
	<i>d</i>	+ 60323	»	- 23507	»
52	61 <sub>2</sub>	+ 0,0000870	0	- 0,0000648	+ 15
	<i>a</i>	- 110863	+ 328	+ 598	+ 262
	<i>b</i>	- 14724	»	+ 116115	»
	<i>c</i>	+ 7428	»	- 108537	»
	<i>d</i>	+ 60283	»	- 23557	»
53	61 <sub>2</sub>	+ 0,0000869	0	- 0,0000647	+ 16
	<i>a</i>	- 110875	+ 340	+ 588	+ 272
	<i>b</i>	- 14732	»	+ 116102	»
	<i>c</i>	+ 7420	»	- 108540	»
	<i>d</i>	+ 60275	»	- 23566	»

In den folgenden Tabellen stelle ich die korrigierten rechtwinkligen Koordinaten jedes Sterns zusammen.

**Tab. 7.**

*$\xi$ -Koordinaten 1902,0.*

Platte	61 <sub>2</sub> Cygni	Stern <i>a</i>	Stern <i>b</i>	Stern <i>c</i>	Stern <i>d</i>
1	+ 0,0000868	- 0,0110533	- 0,0014385	+ 0,0007773	+ 0,0060619
2	878	517	377	783	630
3	868	507	374	789	630
4	868	508	379	791	635
5	871	508	374	795	637
6	868	519	381	787	632
7	867	515	373	797	637
8	869	516	375	784	629
9	863	548	404	765	597
10	866	543	403	751	602
11	868	543	396	764	606
12	868	551	397	751	601
13	873	523	381	780	622
14	867	529	386	772	621
15	869	512	373	784	634

Platte	61 <sub>2</sub> Cygni	Stern <i>a</i>	Stern <i>b</i>	Stern <i>c</i>	Stern <i>d</i>
16	+ 0,0000875	- 0,0110516	- 0,0014371	+ 0,0007786	+ 0,0060631
17	872	510	374	782	626
18	870	519	373	785	629
19	868	528	382	773	618
20	869	537	399	751	605
21	868	550	403	751	600
22	868	549	404	743	602
23	869	547	403	746	602
24	872	546	406	751	602
25	866	522	380	776	624
26	871	529	388	765	630
27	866	523	378	777	625
28	873	520	376	777	623
29	870	519	379	783	624
30	872	513	381	783	634
31	870	523	382	771	623
32	867	553	412	737	598
33	871	550	410	739	590
34	866	551	411	742	595
35	865	555	410	738	592
36	866	553	414	737	589
37	868	554	406	744	593
38	873	552	405	748	601
39	870	527	387	769	620
40	876	525	379	775	619
41	868	522	378	769	624
42	866	525	380	772	624
43	870	526	380	769	626
44	869	527	380	771	624
45	869	520	383	779	625
46	876	525	403	762	620
47	867	542	391	764	615
48	870	552	410	738	590
49	864	560	412	736	593
50	874	555	416	742	596
51	870	550	410	743	596
52	870	535	396	756	611
53	869	535	392	760	615

Tab. 8.

*η-Koordinaten 1902,0.*

Platte	61 <sub>2</sub> Cygni	Stern <i>a</i>	Stern <i>b</i>	Stern <i>c</i>	Stern <i>d</i>
1	- 0,0000630	+ 0,0000863	+ 0,0116377	- 0,0108260	- 0,0023301
2	628	870	381	261	291
3	639	871	394	262	289
4	638	881	391	254	274
5	632	885	398	248	283
6	632	892	390	244	278
7	636	891	389	246	280
8	632	894	395	247	270
9	633	881	390	252	275
10	631	871	382	266	286
11	627	873	381	263	288
12	637	860	370	270	292
13	636	859	369	276	299
14	634	871	385	256	287
15	630	872	394	250	285
16	637	874	384	261	283
17	634	972	399	259	281
18	626	889	397	244	270
19	627	896	398	242	263
20	627	888	407	257	265
21	632	877	387	255	278
22	629	876	393	251	278
23	631	867	386	257	286
24	628	876	389	254	279
25	638	856	374	272	300
26	636	863	373	269	294
27	633	865	380	264	291
28	637	874	391	257	280
29	631	874	388	260	287
30	626	880	389	260	281
31	626	891	401	248	265
32	632	876	390	252	275
33	629	878	394	258	272
34	627	875	392	257	279
35	627	873	389	257	280
36	626	871	386	263	283
37	630	869	383	264	285
38	630	872	383	256	285
39	626	865	375	271	292
40	630	862	378	271	294
41	630	862	376	270	289
42	630	869	384	259	284

Platte	61 <sub>2</sub> Cygni	Stern <i>a</i>	Stern <i>b</i>	Stern <i>c</i>	Stern <i>d</i>
43	- 0,0000627	+ 0,0000869	+ 0,0116380	- 0,0108262	- 0,0023282
44	621	880	398	251	274
45	626	880	396	252	275
46	622	897	404	242	267
47	628	888	390	242	271
48	621	869	397	257	280
49	628	867	382	256	284
50	625	866	381	259	292
51	623	864	372	273	289
52	633	860	377	275	295
53	631	860	374	268	294

§ 5.

Diskussion der Messungen von 61<sub>1</sub>–61<sub>2</sub> Cygni. Einwirkung der atmosphärischen Dispersion.

Aus den letzten Tabellen des vorigen § ergeben sich als Mittelwerte der  $\xi$ ,  $\eta$  für 61<sub>2</sub> Cygni:

$$\begin{cases} \xi_m = + 0,0000869 \\ \eta_m = - 0,0000630 . \end{cases}$$

Die Abweichungen der einzelnen Werte von den Mitteln sind in der zweiten und dritten Kolonne der nachstehenden Tabelle in Einheiten der 7<sup>ten</sup> Dezimalstelle des Radius angegeben. Die vierte und fünfte Kolonne enthalten dieselben Abweichungen in Bogensekunden ausgedrückt. In den beiden letzten Kolonnen sind die nach der folgend mitgeteilten endgültigen Ausgleichung übrig bleibenden Fehler  $v$  und  $v'$  angegeben.

Tab. 9.

Platte	$\xi - \xi_m$	$\eta - \eta_m$	$(\xi - \xi_m)''$	$(\eta - \eta_m)''$	$v$	$v'$
1	- 1	0	- 0",02	0",00	- 0",02	+ 0",11
2	+ 9	+ 2	+ 0,19	+ 0,04	+ 0,18	+ 0,14
3	- 1	- 9	- 0,02	- 0,19	- 0,03	- 0,09
4	- 1	- 8	- 0,02	- 0,17	- 0,03	- 0,07
5	+ 2	- 2	+ 0,04	- 0,04	+ 0,03	+ 0,06
6	- 1	- 2	- 0,02	- 0,04	- 0,03	+ 0,06
7	- 2	- 6	- 0,04	- 0,12	- 0,06	- 0,04
8	0	- 2	0,00	- 0,04	- 0,03	- 0,02
9	- 6	- 3	- 0,12	- 0,06	- 0,10	- 0,02
10	- 3	- 1	- 0,06	- 0,02	- 0,03	- 0,03
11	- 1	+ 3	- 0,02	+ 0,06	0,00	+ 0,08
12	- 1	- 7	- 0,02	- 0,14	0,00	- 0,11
13	+ 4	- 6	+ 0,08	- 0,12	+ 0,07	- 0,06
14	- 2	- 4	- 0,04	- 0,08	- 0,04	- 0,02

Platte	$\xi - \xi_m$	$\eta - \eta_m$	$(\xi - \xi_m)''$	$(\eta - \eta_m)''$	$v$	$v'$
15	0	0	0'',00	0'',00	- 0'',01	+ 0'',06
16	+ 6	- 7	+ 0,12	- 0,14	+ 0,10	- 0,09
17	+ 3	- 4	+ 0,06	- 0,08	+ 0,04	- 0,03
18	+ 1	+ 4	+ 0,02	+ 0,08	0,00	+ 0,12
19	- 1	+ 3	- 0,02	+ 0,06	- 0,06	+ 0,03
20	0	+ 3	0,00	+ 0,06	+ 0,02	+ 0,05
21	- 1	- 2	- 0,02	- 0,04	0,00	- 0,05
22	- 1	+ 1	0,02	+ 0,02	0,00	+ 0,01
23	0	- 1	0,00	- 0,02	+ 0,02	- 0,02
24	+ 3	+ 2	+ 0,06	+ 0,04	+ 0,07	+ 0,04
25	- 3	- 8	- 0,06	- 0,17	- 0,07	- 0,14
26	+ 2	- 6	+ 0,04	- 0,12	+ 0,02	- 0,10
27	- 3	- 3	- 0,06	- 0,06	- 0,07	- 0,04
28	+ 4	- 7	+ 0,08	- 0,14	+ 0,06	- 0,13
29	+ 1	- 1	+ 0,02	- 0,02	0,00	0,00
30	+ 3	+ 4	+ 0,06	+ 0,08	+ 0,04	+ 0,09
31	+ 1	+ 4	+ 0,02	+ 0,08	- 0,04	+ 0,03
32	- 2	- 2	- 0,04	- 0,04	- 0,03	- 0,08
33	+ 2	+ 1	+ 0,04	+ 0,02	+ 0,05	- 0,02
34	- 3	+ 3	- 0,06	+ 0,06	- 0,05	+ 0,02
35	- 4	+ 3	- 0,08	+ 0,06	- 0,07	+ 0,02
36	- 3	+ 4	- 0,06	+ 0,08	- 0,06	+ 0,05
37	- 1	0	- 0,02	0,00	- 0,01	- 0,05
38	+ 4	0	+ 0,08	0,00	+ 0,09	- 0,03
39	+ 1	+ 4	+ 0,02	+ 0,08	0,00	+ 0,07
40	+ 7	0	+ 0,14	0,00	+ 0,12	- 0,01
41	- 1	0	- 0,02	0,00	- 0,04	- 0,02
42	3	0	- 0,06	0,00	- 0,08	- 0,02
43	+ 1	+ 3	+ 0,02	+ 0,06	0,00	+ 0,04
44	0	+ 9	0,00	+ 0,19	- 0,02	+ 0,17
45	0	+ 4	0,00	+ 0,08	- 0,03	+ 0,04
46	+ 7	+ 8	+ 0,14	+ 0,17	+ 0,10	+ 0,09
47	- 2	+ 2	- 0,04	+ 0,04	- 0,09	- 0,07
48	+ 1	+ 9	+ 0,02	+ 0,19	+ 0,03	+ 0,11
49	- 5	+ 2	- 0,10	+ 0,04	- 0,09	- 0,04
50	+ 5	+ 5	+ 0,10	+ 0,10	+ 0,11	+ 0,02
51	+ 1	+ 7	+ 0,02	+ 0,14	+ 0,03	+ 0,07
52	+ 1	- 3	+ 0,02	- 0,06	+ 0,01	- 0,11
53	0	- 1	0,00	- 0,02	- 0,02	- 0,07

Ehe ich zur Ausgleichung der gefundenen Werte von  $\xi - \xi_m$  und  $\eta - \eta_m$  schreite, will ich die Bedingungsgleichungen in ihrer allgemeinsten Form geben. Diese Gleichungen lassen sich so schreiben:

$$(1) \quad e + (t - 1902,0) A\mu + P \pi + B \delta\beta + (\xi - \xi_m) = 0;$$

$$(2) \quad e' + (t - 1902,0) A\mu' + P' \pi + B' \delta\beta + (\eta - \eta_m) = 0;$$



Darin sind die folgenden Bezeichnungen angewandt worden:  $e, e'$  = die unbekanntenen Fehler der Anfangswerte  $\xi_m$  und  $\eta_m$ ;  $A\mu, A\mu'$  = die Fehler der angenommenen Werte der relativen Eigenbewegungen in  $\xi$  und  $\eta$ ;  $\pi$  = die relative Parallaxe;  $\delta\beta$  = die von der atmosphärischen Dispersion verursachte Differenz zwischen den für die beiden Sterne gültigen Refraktionskonstanten.

Die Koeffizienten  $P$  und  $P'$  werden nach den folgenden Gleichungen berechnet:

$$(3) \dots \dots \dots \left\{ \begin{array}{l} P = \varrho \sin N \\ P' = \varrho \cos N \cos (\delta_0 + N') \end{array} \right.,$$

wo die Hülfswinkel  $N, N'$  in der folgenden Weise definiert worden sind:

$$(4) \dots \dots \dots \left\{ \begin{array}{l} \operatorname{tg} N' = \cot D \cos (A - \alpha_0) \\ \operatorname{tg} N = \sin N' \operatorname{tg} (A - \alpha_0) \end{array} \right. .$$

In diesen Formeln bedeuten  $A, D$  die Rektascension und die Deklination der Sonne und  $\varrho$  die Entfernung der Erde von der Sonne, in der mittleren Entfernung ausgedrückt.

Schliesslich hat man für  $B$  und  $B'$  die folgenden Ausdrücke:

$$(5) \dots \dots \dots \left\{ \begin{array}{l} B = - \frac{\cos n}{\cos \theta_0} = - \frac{\cot n}{\sin (\delta_0 + m)} \\ B' = - \frac{\cos n'}{\cos \theta_0} = - \cot (\delta_0 + m) \end{array} \right. ,$$

worin die Bezeichnungen dieselben wie im § 3 sind.

In der nachstehenden Tabelle gebe ich die numerischen Werte der Koeffizienten an.

Tab. 10.

Platte	$t - 1902,0$	$P$	$P'$	$B$	$B'$
1	- 2,34	- 0,39	+ 0,69	0,00	- 0,40
2	- 2,33	- 0,47	+ 0,64	- 0,09	- 0,40
3	- 2,18	- 0,94	- 0,03	- 0,09	- 0,41
4	- 2,15	- 0,95	- 0,17	- 0,09	- 0,40
5	- 2,12	- 0,95	- 0,19	- 0,16	- 0,42
6	- 2,11	- 0,90	- 0,39	- 0,18	- 0,40
7	- 2,03	- 0,66	- 0,69	- 0,39	- 0,53
8	- 1,94	- 0,16	- 0,82	- 0,77	- 0,96

Platte	$t - 1902,0$	$P$	$P'$	$B$	$B'$
9	- 1,76	+ 0,79	+ 0,33	+ 0,62	- 0,75
10	- 1,63	+ 0,94	+ 0,35	+ 0,88	- 1,15
11	- 1,63	+ 0,94	+ 0,35	+ 0,70	- 0,85
12	- 1,62	+ 0,94	+ 0,38	+ 0,70	- 0,84
13	- 1,39	- 0,09	+ 0,81	- 0,21	- 0,44
14	- 1,37	- 0,24	+ 0,77	+ 0,22	- 0,44
15	- 1,22	- 0,87	+ 0,19	- 0,17	- 0,42
16	- 1,16	- 0,95	- 0,12	- 0,30	- 0,47
17	- 1,14	- 0,94	- 0,26	- 0,34	- 0,50
18	- 1,06	- 0,77	- 0,60	- 0,40	- 0,54
19	- 0,94	- 0,17	- 0,82	- 0,82	- 1,03
20	- 0,81	+ 0,60	- 0,53	+ 0,68	- 0,82
21	- 0,69	+ 0,95	+ 0,02	+ 0,69	- 0,84
22	- 0,69	+ 0,95	+ 0,02	+ 0,66	- 0,79
23	- 0,64	+ 0,96	+ 0,28	+ 0,63	- 0,76
24	- 0,64	+ 0,96	+ 0,28	+ 0,61	- 0,73
25	- 0,34	- 0,36	+ 0,71	- 0,09	- 0,40
26	- 0,32	- 0,50	+ 0,64	- 0,28	- 0,46
27	- 0,23	- 0,86	+ 0,22	+ 0,03	- 0,40
28	- 0,18	- 0,94	- 0,05	- 0,29	- 0,47
29	- 0,16	- 0,95	- 0,14	- 0,20	- 0,43
30	- 0,12	- 0,93	- 0,32	- 0,27	- 0,46
31	+ 0,06	- 0,20	- 0,83	- 0,75	- 0,92
32	+ 0,27	+ 0,87	- 0,20	+ 0,62	- 0,74
33	+ 0,30	+ 0,94	- 0,04	+ 0,66	- 0,79
34	+ 0,30	+ 0,94	- 0,04	+ 0,57	- 0,69
35	+ 0,36	+ 0,96	+ 0,29	+ 0,64	- 0,77
36	+ 0,36	+ 0,96	+ 0,29	+ 0,57	- 0,69
37	+ 0,38	+ 0,93	+ 0,39	+ 0,61	- 0,73
38	+ 0,38	+ 0,93	+ 0,39	+ 0,57	- 0,69
39	+ 0,64	- 0,28	+ 0,75	- 0,07	- 0,40
40	+ 0,69	- 0,54	+ 0,59	- 0,17	- 0,42
41	+ 0,81	- 0,93	+ 0,01	- 0,04	- 0,40
42	+ 0,81	- 0,93	+ 0,01	- 0,09	- 0,40
43	+ 0,84	- 0,95	- 0,14	- 0,08	- 0,40
44	+ 0,86	- 0,94	- 0,24	- 0,15	- 0,42
45	+ 0,93	- 0,81	- 0,55	- 0,38	- 0,52
46	+ 1,05	- 0,22	- 0,82	- 0,68	- 0,84
47	+ 1,09	+ 0,01	- 0,81	- 0,84	- 1,07
48	+ 1,33	+ 0,97	+ 0,14	+ 0,64	- 0,77
49	+ 1,35	+ 0,96	+ 0,24	+ 0,66	- 0,79
50	+ 1,35	+ 0,96	+ 0,24	+ 0,60	- 0,72
51	+ 1,39	+ 0,92	+ 0,42	+ 0,57	- 0,69
52	+ 1,67	- 0,44	+ 0,66	+ 0,10	- 0,40
53	+ 1,73	- 0,72	+ 0,42	- 0,07	- 0,40

Ich gehe nun dazu über, die verschiedenen möglichen Annahmen zur Ausgleichung der beobachteten Differenzen  $\xi - \xi_m$  und  $\eta - \eta_m$  zu prüfen. Zunächst bemerke man in dieser Hinsicht, dass die Werte

dieser Differenzen so klein sind, dass man sie vielleicht ohne weiteres als zufällige Abweichungen oder Fehler zu betrachten geneigt wäre und eine Ausgleichung überhaupt für unnötig halten würde, wenn nicht in  $\eta - \eta_m$  ein deutlich ausgeprägter fortschreitender Gang vorhanden wäre. Übrigens lässt sich ein schwach angedeuteter periodischer Gang spüren, der, wie man unten näher sehen wird, von zweifellos reeller Natur zu sein scheint.

Der mit der Zeit fortschreitende Gang in  $\eta - \eta_m$  ist natürlich auf die relative Eigenbewegung zurückzuführen. Für die kleinen periodischen Schwankungen kann man sich hingegen verschiedene Ursachen denken, und zwar kommen dabei hauptsächlich die folgenden drei in Betracht:

- 1) Störungen durch den Einfluss eines dritten Komponenten, nach der Theorie des Herrn WILSING;
- 2) eine merkbare Differenz zwischen den Parallaxen von 61<sub>1</sub> und 61<sub>2</sub> Cygni;
- 3) die Einwirkung des Stundenwinkelfehlers, insbesondere des auf die atmosphärische Dispersion zurückgehenden Teiles desselben<sup>1</sup>.

Um zunächst die Annahme 1) zu prüfen, habe ich die Bedingungsgleichungen mit nur  $e$ ,  $e'$  und  $\Delta\mu$ ,  $\Delta\mu'$  als Unbekannten behandelt, und ich erhielt dann die folgenden Normalgleichungen und Auflösungen:

Normalgleichungen in  $\xi$ :

$$\begin{cases} + 53,0000 e - 18,0200 \Delta\mu + 0'',3500 = 0 \\ - 18,0200 e + 81,7258 \Delta\mu + 0,0309 = 0 . \end{cases}$$

Auflösung:

$$(I_1) \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \left\{ \begin{array}{l} e = - 0'',0073 \pm 0'',0060 \\ \Delta\mu = - 0'',0020 \pm 0'',0048 \\ [vv] = 0,1983 \\ \text{w. F. einer Gl.} = \pm 0'',0421 . \end{array} \right.$$

<sup>1</sup> Ich will hier ausdrücklich hervorheben, dass wenn ich im folgenden von der atmosphärischen Dispersion spreche, ich darin stets die von der Dispersion untrennbaren übrigen Teile des sogen. Stundenwinkelfehlers mit einbegreife. Unter der Benennung »Stundenwinkelfehler« fasst Herr KAPTEYN die verschiedenen Fehler zusammen, deren Wirkung innerhalb der Grenzen einer Untersuchung als vom Stundenwinkel in derselben Weise abhängig betrachtet werden kann, wie die Wirkung der atmosphärischen Dispersion.

Normalgleichungen in  $\eta$ :

$$\begin{cases} + 53,0000 e - 18,0200 \Delta\mu' - 0'',1000 = 0 \\ - 18,0200 e + 81,7258 \Delta\mu' + 3,0127 = 0. \end{cases}$$

Auflösung:

$$(I_2) \quad \left\{ \begin{array}{l} e' = - 0'',0117 \pm 0'',0075 \\ \Delta\mu' = - 0'',0399 \pm 0'',0060 \\ [v'v'] = 0,3067 \\ \text{w. F. einer Gl.} = \pm 0'',0523. \end{array} \right.$$

Aus den unter Anwendung der so erhaltenen Werte von  $e$ ,  $e'$ ,  $\Delta\mu$ ,  $\Delta\mu'$  verbesserten rechtwinkligen Koordinaten habe ich die Distanzen 61<sub>1</sub>—61<sub>2</sub> Cygni abgeleitet, und ich habe dann nach dem Vorgange des Herrn WILSING die Monatsmittel gebildet. Es ergaben sich die folgenden Abweichungen der Monatsmittel vom Gesamtmittel:

Tab. 11.

Platten	Mittlere Epoche	$s - s_m$
1, 2	1899, Sept. 2	+ 0',02
3, 4, 5	Nov. 3	+ 0,04
6, 7	Dez. 6	- 0,01
8	1900, Jan. 23	- 0,01
9	März 29	- 0,09
10, 11, 12	Mai 18	- 0,03
13, 14	Aug. 15	+ 0,06
15, 16, 17	Okt. 29	+ 0,08
18	Dez. 10	- 0,05
19	1901, Jan. 23	- 0,07
20	März 12	- 0,05
21, 22, 23, 24	Mai 3	0,00
25, 26	Sept. 2	+ 0,08
27, 28	Okt. 20	+ 0,07
29, 30	Nov. 11	+ 0,02
31	1902, Jan. 21	- 0,02
32, 33, 34	Apr. 15	0,00
35, 36, 37, 38	Mai 16	- 0,02
39, 40	Sept. 1	+ 0,07
41, 42, 43, 44	Nov. 1	- 0,02
45	Dez. 6	- 0,02
46, 47	1903, Jan. 27	+ 0,01
48, 49, 50, 51	Mai 11	- 0,02
52, 53	Sept. 14	+ 0,08

Man sieht sofort, dass von einer Bestätigung der WILSING'schen Theorie von einer periodischen Veränderung des Abstandes mit einer Periode von etwa 22 Monaten und einer Amplitude von mehr als  $0'',3$  nicht die Rede sein kann. Von den für die von Herrn WILSING abgeleitete Kurve so charakteristischen schnellen Zunahmen des Abstandes um etwa  $0'',3$  vom Minimum bis zum Maximum<sup>1</sup> zeigt sich in meinen Messungen keine Andeutung.

Hingegen scheint ein jährlicher Gang vorhanden zu sein, der allerdings schwach aber doch recht deutlich ausgeprägt ist. Zur Erklärung desselben bleiben nunmehr die beiden oben erwähnten Annahmen 2) und 3) übrig. Um diese beiden Annahmen zu prüfen, kehre ich zu den gemessenen rechtwinkligen Koordinaten zurück.

Nach der Annahme 2) erhält man, wenn man die Parallaxen von 61<sub>1</sub> und 61<sub>2</sub> Cygni mit  $\pi_1$  und  $\pi_2$  bezeichnet, die folgenden Normalgleichungen nebst ihren Auflösungen:

Normalgleichungen in  $\xi$ :

$$\begin{cases} + 53,0000 e - 18,0200 \Delta\mu - 2,5700 (\pi_1 - \pi_2) + 0'',3500 = 0 \\ - 18,0200 e + 81,7258 \Delta\mu + 8,9928 (\pi_1 - \pi_2) + 0,0309 = 0 \\ - 2,5700 e + 8,9928 \Delta\mu + 33,6867 (\pi_1 - \pi_2) - 0,6475 = 0 . \end{cases}$$

Auflösung:

$$(II) \quad \left\{ \begin{array}{l} e = - 0'',0070 \pm 0'',0059 \\ \Delta\mu = - 0'',0041 \pm 0'',0048 \\ \pi_1 - \pi_2 = + 0'',0198 \pm 0'',0072 \\ [vv] = 0,1855 \\ \text{w.F. einer Gl.} = \pm 0'',0411 . \end{array} \right.$$

Normalgleichungen in  $\eta$ :

$$\begin{cases} + 53,0000 e' - 18,0200 \Delta\mu' + 2,7200 (\pi_1 - \pi_2) - 0'',1000 = 0 \\ - 18,0200 e' + 81,7258 \Delta\mu' + 0,2048 (\pi_1 - \pi_2) + 3,0467 = 0 \\ + 2,7200 e' + 0,2048 \Delta\mu' + 11,4218 (\pi_1 - \pi_2) - 0,4913 = 0 . \end{cases}$$

<sup>1</sup> Sitzungsberichte der k. Preuss. Akad. der Wiss., Bd 40, Math. und naturw. Mittl., 1893, Taf. V.

Auflösung:

$$(II_2) \quad \left\{ \begin{array}{l} e' = -0'',0143 \pm 0'',0073 \\ \Delta\mu' = -0'',0406 \pm 0'',0058 \\ \pi_1 - \pi_2 = +0'',0472 \pm 0'',0151 \\ [v'v'] = 0,2817 \\ \text{w.F. einer Gl.} = \pm 0'',0506. \end{array} \right.$$

Für  $\pi_1 - \pi_2$  ergibt sich im Mittel der Wert:

$$(II^*) \quad \pi_1 - \pi_2 = +0'',0248 \pm 0'',0065.$$

Nach der Annahme 3) hat man:

Normalgleichungen in  $\xi$ :

$$\left\{ \begin{array}{l} + 53,0000 e - 18,0200 \Delta\mu + 4,7700 \delta\beta + 0'',3500 = 0 \\ - 18,0200 e + 81,7258 \Delta\mu + 1,2096 \delta\beta + 0,0309 = 0 \\ + 4,7700 e + 1,2096 \Delta\mu + 12,6217 \delta\beta - 0,4325 = 0. \end{array} \right.$$

Auflösung:

$$(III_1) \quad \left\{ \begin{array}{l} e = -0'',0113 \pm 0'',0059 \\ \Delta\mu = -0'',0034 \pm 0'',0047 \\ \delta\beta = -0'',0389 \pm 0'',0117 \\ [vv] = 0,1801 \\ \text{w.F. einer Gl.} = \pm 0'',0405. \end{array} \right.$$

Normalgleichungen in  $\eta$ :

$$\left\{ \begin{array}{l} + 53,0000 e' - 18,0200 \Delta\mu' - 32,5700 \delta\beta - 0'',1000 = 0 \\ - 18,0200 e' + 81,7258 \Delta\mu' + 10,3880 \delta\beta + 3,0467 = 0 \\ - 32,5700 e' + 10,3880 \Delta\mu' + 22,3661 \delta\beta + 0,2526 = 0. \end{array} \right.$$

Auflösung:

$$(III_2) \quad \left\{ \begin{array}{l} e' = +0'',0639 \pm 0'',0213 \\ \Delta\mu' = -0'',0387 \pm 0'',0057 \\ \delta\beta = +0'',1223 \pm 0'',0325 \\ [v'v'] = 0,2716 \\ \text{w.F. einer Gl.} = \pm 0'',0497. \end{array} \right.$$

Im Mittel erhält man:

$$(III^*) \dots \delta\beta = + 0'',0484 \pm 0'',0110.$$

Wie man sieht, lassen sich die kleinen periodischen Schwankungen ebenso gut durch die Annahme 3) wie durch die Annahme 2) erklären. Die Fehlerquadratensummen  $[vv]$  und  $[v'v]$  werden bei der Auflösung (III) sogar kleiner als bei der Auflösung (II), und die Übereinstimmung zwischen den beiden Einzelwerten von  $\pi_1 - \pi_2$  ist, in Anbetracht ihrer kleineren w. Fehler, nicht viel besser als diejenige der beiden Werte von  $\delta\beta$ . Wenn man nun den Umstand berücksichtigt, dass die beiden Sterne eine grosse Parallaxe und eine grosse gemeinsame Eigenbewegung haben, so muss man gestehen, dass die Annahme 2) auch *a priori* höchst unwahrscheinlich ist.

Obwohl also gar kein Grund mehr vorhanden ist, an einer solchen Hypothese festzuhalten, will ich doch die Messungsergebnisse schliesslich unter *gleichzeitiger* Berücksichtigung der beiden Annahmen 2) und 3) behandeln. Die Normalgleichungen lauten dann:

Normalgleichungen in  $\xi$ :

$$\begin{cases} + 53,0000 e - 18,0200 \Delta\mu - 2,5700 (\pi_1 - \pi_2) + 4,7700 \delta\beta + 0'',3500 = 0 \\ - 18,0200 e + 81,7258 \Delta\mu + 8,9928 (\pi_1 - \pi_2) + 1,2096 \delta\beta + 0,0309 = 0 \\ - 2,5700 e + 8,9928 \Delta\mu + 33,6867 (\pi_1 - \pi_2) + 15,8113 \delta\beta - 0,6475 = 0 \\ + 4,7700 e + 1,2096 \Delta\mu + 15,8113 (\pi_1 - \pi_2) + 12,6217 \delta\beta - 0,4325 = 0. \end{cases}$$

Auflösung:

$$(IV_1) \dots \left\{ \begin{array}{l} e = - 0'',0109 \pm 0'',0062 \\ \Delta\mu = - 0'',0036 \pm 0'',0048 \\ \pi_1 - \pi_2 = + 0'',0029 \pm 0'',0117 \\ \delta\beta = + 0'',0351 \pm 0'',0192 \\ [vv] = 0,1799 \\ \text{w.F. einer Gl.} = \pm 0'',0409. \end{array} \right.$$

Normalgleichungen in  $\eta$ :

$$\begin{cases} + 53,0000 e' - 18,0200 \Delta\mu + 2,7200 (\pi_1 - \pi_2) - 32,5700 \delta\beta - 0'',1000 = 0 \\ - 18,0200 e' + 81,7258 \Delta\mu + 0,2048 (\pi_1 - \pi_2) + 10,3880 \delta\beta + 3,0467 = 0 \\ + 2,7200 e' + 0,2048 \Delta\mu + 11,4218 (\pi_1 - \pi_2) + 0,0437 \delta\beta - 0,4913 = 0 \\ - 32,5700 e' + 10,3880 \Delta\mu + 0,0437 (\pi_1 - \pi_2) + 22,3661 \delta\beta - 0,2526 = 0. \end{cases}$$

Auflösung:

$$(IV_2) \quad \left\{ \begin{array}{l} e' = + 0'',0596 \pm 0'',0215 \\ \Delta u' = - 0'',0394 \pm 0'',0057 \\ \pi_1 - \pi_2 = + 0'',0320 \pm 0'',0156 \\ \delta\beta = + 0'',0987 \pm 0'',0341 \\ [v'v'] = 0,2614 \\ \text{w.F. einer Gl.} = \pm 0'',0493. \end{array} \right.$$

Im Mittel ergibt sich also:

$$(IV^*) \quad \left\{ \begin{array}{l} \pi_1 - \pi_2 = + 0'',0134 \pm 0'',0093 \\ \delta\beta = + 0'',0504 \pm 0'',0167. \end{array} \right.$$

Der Wert von  $\pi_1 - \pi_2$  ist hier nur ungefähr halb so gross wie der Wert (II\*) und überhaupt von etwa derselben Grösse wie sein w. Fehler, während der Wert von  $\delta\beta$  fast vollständig mit (III\*) übereinstimmt. Es scheint also sicher festgestellt zu sein, dass man die periodischen Schwankungen ausschliesslich der Wirkung des Stundenwinkelfehlers zuschreiben muss, und dass der Parallaxenunterschied gleich Null zu setzen ist. Ich betrachte also die Auflösung (III) als die definitive. Die dieser Auflösung entsprechenden übrigbleibenden Fehler  $v, v'$  sind in den beiden letzten Kolumnen der Tab. 9 (p. 83—84) aufgeführt worden.

Da die Ergebnisse meiner Messungen also der Annahme einer merkbaren Differenz zwischen den Parallaxen von  $61_1$  und  $61_2$  Cygni entschieden widersprechen, will ich die Gründe, auf welche Herr DAVIS diese Annahme stützt, etwas näher untersuchen.

Herr DAVIS hatte aus den RUTHERFURD'schen photographischen Messungen den folgenden Wert für den Parallaxenunterschied abgeleitet:<sup>1</sup>

$$\pi_1 - \pi_2 = + 0'',072 \pm 0'',028.$$

Dieses Ergebnis sucht Herr DAVIS durch eine Diskussion verschiedener Bestimmungen der Parallaxen von  $61_1$  und  $61_2$  Cygni zu stützen, und zwar erhält er im Mittel:<sup>2</sup>

für  $61_1$  Cygni:

$$\pi_1 = + 0'',417 \pm 0'',0216,$$

<sup>1</sup> A. a. O. (Contributions from the Obs. of Columbia Univ., No 13), p. 148.

<sup>2</sup> A. a. O., p. 157.



für 61<sub>2</sub> Cygni:

$$\pi_2 = + 0'',335 \pm 0'',0076 .$$

Den Unterschied

$$\pi_1 - \pi_2 = + 0'',082 \pm 0'',023$$

betrachtet Herr DAVIS als tatsächlich reell.

In Anbetracht der grossen Abweichungen der von den verschiedenen Beobachtern gefundenen Einzelwerte von einander scheint es mir aber fast selbstverständlich, dass wenn man überhaupt eine Eliminierung des Einflusses der systematischen Fehler für möglich hält, man für die Ableitung von  $\pi_1 - \pi_2$  nur solche Bestimmungen zu verwenden berechtigt ist, wo beide Sterne von einem Beobachter nach derselben Methode und mit demselben Instrument gemessen worden sind. Ich stelle hier die mir bekannten Bestimmungen dieser Art zusammen:

Tab. 12.

Beobachter oder Berechner	$\pi_1$	$\pi_2$	$\pi_1 - \pi_2$
BALL	+ 0'',4654 $\pm$ 0'',0497	+ 0'',4676 $\pm$ 0'',0321	- 0'',0022
BELOPOLSKY	+ 0,50 $\pm$ 0,094	+ 0,55 $\pm$ 0,091	- 0,05
PRITCHARD	+ 0,432 $\pm$ 0,009	+ 0,434 $\pm$ 0,009	- 0,002
WILSING	+ 0,405 $\pm$ 0,026	+ 0,357 $\pm$ 0,017	+ 0,048
DAVIS	+ 0,360 $\pm$ 0,0146	+ 0,288 $\pm$ 0,031	+ 0,072
KAPTEYN U. DE SITTER	+ 0,294 $\pm$ 0,035	+ 0,348 $\pm$ 0,035	- 0,054
PETER	+ 0,254 $\pm$ 0,026	+ 0,290 $\pm$ 0,012	- 0,036

Man sieht, dass diese Zusammenstellung gar keine Bestätigung der DAVIS'schen Annahme ergibt.

Die wichtigste Stütze seiner Ansicht findet indessen Herr DAVIS in einer Neubearbeitung der von Herrn WILSING ausgeführten direkten Messungen des Abstandes 61<sub>1</sub> — 61<sub>2</sub> Cygni.<sup>2</sup> Herr DAVIS leitet nämlich aus diesen Messungen den folgenden Parallaxenunterschied ab:<sup>2</sup>

$$\pi_1 - \pi_2 = + 0'',088 \pm 0'',012 .$$

Hinsichtlich dieses Resultates will ich nur daran erinnern, dass Herr KAPTEYN die von Herrn WILSING beobachteten Schwankungen des Abstandes 61<sub>1</sub> — 61<sub>2</sub> Cygni ebenso gut und in viel natürlicherer Weise

<sup>1</sup> Sitzungsberichte d. kgl. Preuss. Akad. d. Wiss., Bd 40, 1893, p. 883.

<sup>2</sup> A. a. O., p. 152.

durch die Einwirkung der atmosphärischen Dispersion erklärt hat, und zwar fand Herr KAPTEYN für  $\delta\beta$  in diesem Falle den Wert:<sup>1</sup>

$$\delta\beta = + 0'',0904 \pm 0'',0090 .$$

Als Stütze der Annahme eines merkbaren Parallaxenunterschiedes zwischen 61<sub>1</sub> und 61<sub>2</sub> Cygni bleibt nunmehr nur das Resultat der von Herrn DAVIS selbst ausgeführten Reduktion der RUTHERFURD'schen Messungen übrig. Ich habe in die DAVIS'schen Bedingungsgleichungen  $\delta\beta$  statt  $\pi_1 - \pi_2$  als unbekanntes Parameter eingeführt und erhielt dann die folgenden neuen Gleichungen:

Aus den Distanzen:

1,00 $x$	- 1,69 $y$	- 0,53 $\delta\beta$	- 0'',140 = 0
1,00	- 1,68	- 0,49	+ 0,136
1,00	- 1,68	- 0,58	+ 0,200
1,00	- 0,63	- 0,55	+ 0,076
1,00	- 0,59	- 0,54	- 0,058
1,00	- 0,59	- 0,75	+ 0,085
1,00	- 0,58	- 0,63	+ 0,078
1,00	+ 0,33	- 0,58	+ 0,001
1,00	+ 0,33	- 0,71	- 0,147
1,00	+ 0,34	- 0,40	+ 0,030
1,00	+ 0,35	- 0,34	+ 0,243
1,00	+ 0,35	- 0,46	+ 0,061
1,00	+ 0,35	- 0,57	+ 0,128
1,00	+ 0,87	+ 0,79	+ 0,038
1,00	+ 0,90	+ 1,10	- 0,039
1,00	+ 0,90	+ 0,91	- 0,022
1,00	+ 0,91	+ 1,03	- 0,246
1,00	+ 0,91	+ 0,85	- 0,280
1,00	+ 0,91	+ 0,67	- 0,146

Aus den Positionswinkeln:

1,00 $x'$	- 1,69 $y'$	+ 0,51 $\delta\beta$	- 0'',100 = 0
1,00	- 1,68	+ 0,46	- 0,074
1,00	- 1,68	+ 0,59	- 0,142
1,00	- 0,63	+ 0,54	- 0,165
1,00	- 0,59	+ 0,53	- 0,058
1,00	- 0,59	+ 0,87	+ 0,122
1,00	- 0,58	+ 0,67	- 0,150
1,00	+ 0,33	+ 0,59	- 0,134
1,00	+ 0,33	+ 0,79	+ 0,025
1,00	+ 0,34	+ 0,35	+ 0,087
1,00	+ 0,35	+ 0,29	+ 0,063
1,00	+ 0,35	+ 0,42	+ 0,013
1,00	+ 0,35	+ 0,57	- 0,113
1,00	+ 0,87	+ 0,07	+ 0,068

<sup>1</sup> Publ. of the astr. Labor. at Groningen, No. 1, 1900, p. 75.

1,00 $x'$	+ 0,90 $y'$	+ 0,01 $\delta\beta$	+ 0,012
1,00	+ 0,90	+ 0,02	+ 0,383
1,00	+ 0,91	+ 0,03	- 0,076
1,00	+ 0,91	+ 0,06	+ 0,037
1,00	+ 0,91	+ 0,07	+ 0,205

Hieraus ergeben sich die nachstehenden Normalgleichungen nebst ihren Auflösungen:

Normalgleichungen aus den Distanzen:

$$\left\{ \begin{array}{l} + 19,0000 x + 0,0100 y - 1,7800 \delta\beta - 0'',0020 = 0 \\ + 0,0100 x + 15,4925 y + 7,9419 \delta\beta - 0,9571 = 0 \\ - 1,7800 x + 7,9419 y + 8,9580 \delta\beta - 0,9448 = 0 . \end{array} \right.$$

Auflösung:

$$\left\{ \begin{array}{l} x = + 0'',0091 \pm 0'',0202 \\ y = + 0'',0124 \pm 0'',0297 \\ \delta\beta = + 0'',0963 \pm 0'',0399 \\ [vv] = 0,2631 \\ \text{w.F. einer Gl.} = \pm 0'',0865 . \end{array} \right.$$

Normalgleichungen aus den Positionswinkeln:

$$\left\{ \begin{array}{l} + 19,0000 x' + 0,0100 y' + 7,4400 \delta\beta + 0'',0030 = 0 \\ + 0,0100 x' + 15,4925 y' - 2,9248 \delta\beta + 1,2315 = 0 \\ + 7,4400 x' - 2,9248 y' + 4,2930 \delta\beta - 0,3257 = 0 . \end{array} \right.$$

Auflösung:

$$\left\{ \begin{array}{l} x' = - 0'',0447 \pm 0'',0402 \\ y' = - 0'',0580 \pm 0'',0270 \\ \delta\beta = + 0'',1139 \pm 0'',0907 \\ [vv] = 0,2387 \\ \text{w.F. einer Gl.} = \pm 0'',0824 . \end{array} \right.$$

Zum Vergleich teile ich die Auflösungen der DAVIS'schen Normalgleichungen mit:

Aus den Distanzen:

$$\left\{ \begin{array}{l} x = + 0'',0362 \pm 0'',0249 \\ y = + 0'',0272 \pm 0'',0295 \\ \pi_1 - \pi_2 = + 0'',1282 \pm 0'',0533 \\ [vv] = 0,2634 \\ \text{w.F. einer Gl.} = \pm 0'',0865 . \end{array} \right.$$

Aus den Positionswinkeln:

$$\left\{ \begin{array}{l} x' = - 0'',0115 \pm 0'',0200 \\ y' = - 0'',0510 \pm 0'',0273 \\ \pi_1 - \pi_2 = + 0'',0512 \pm 0'',0321 \\ [vv] = 0,2326 \\ \text{w.F. einer Gl.} = \pm 0'',0813 . \end{array} \right.$$

Die Fehlerquadratensummen haben in beiden Fälle ungefähr dieselben Beträge. Die beiden von mir gefundenen Werte von  $\delta\beta$  stimmen fast vollkommen mit einander überein, während von den DAVIS'schen Werten des Parallaxenunterschiedes  $\pi_1 - \pi_2$  der eine  $2 \frac{1}{2}$  mal grösser als der andere ist. Man muss also gestehen, dass die Einführung des Stundenwinkelfehlers die DAVIS'schen Messungen besser darstellt als die Annahme eines Parallaxenunterschiedes. Hinzu kommt ja der Umstand, dass die erste Hypothese aus anderen Gründen viel wahrscheinlicher und natürlicher ist als die letzte.

Im Mittel ergibt sich aus den DAVIS'schen Messungen:

$$\delta\beta = + 0'',0992 \pm 0'',0365 .$$

Die fast vollständige Übereinstimmung mit dem von Herrn KAPTEYN aus den WILSING'schen Messungen gefundenen Wert ist auffallend. Diese Übereinstimmung ist allerdings teilweise als zufällig zu betrachten, da die Wirkung des Stundenwinkelfehlers natürlicherweise von den Eigenschaften des Objectives, von der Empfindlichkeit der Platten für verschiedene Strahlengattungen und dgl. in jedem speziellen Falle abhängig ist. Der Umstand, dass die WILSING'schen, DAVIS'schen und meine eigenen Messungen zu Werten von  $\delta\beta$  leiten, die dem Vorzeichen und der Grössenordnung nach nahe übereinstimmend sind, stellt

aber meiner Ansicht nach die Richtigkeit der Annahme von einer Einwirkung der Luftdispersion über jeden Zweifel.

Dem Einwand, dass die beiden Komponenten von 61 Cygni von demselben Spektraltypus sind, kann man meines Erachtens keine Bedeutung beilegen, da schon ein Helligkeitsunterschied zwischen den beiden Sternen im Stande sein dürfte die fragliche Wirkung zu erzeugen.<sup>1</sup> Es mag übrigens in dieser Hinsicht darauf hingewiesen werden, dass der photographische Helligkeitsunterschied zwischen 61<sub>1</sub> und 61<sub>2</sub> Cygni grösser als der optische ist. Während nach den Angaben der Herren MÜLLER und KEMPF<sup>2</sup> die optische Helligkeitsdifferenz 0<sup>m</sup>,64 ist, beträgt hingegen die photographische mindestens eine volle Grössenklasse.

---

<sup>1</sup> S. meine Abhandlung: Über die Wirkung der atmosphärischen Dispersion auf die Bestimmung der jährlichen Parallaxen der Fixsterne (Astr. Nachr., Bd 167, 1905), p. 241.

<sup>2</sup> MÜLLER und KEMPF, Photometrische Durchmusterung des nördlichen Himmels, II (Publ. d. Astrophys. Observ. zu Potsdam, Bd 13, 1899), p. 429.

§ 6.

Bestimmung der relativen Bewegung von 61<sub>1</sub> – 61<sub>2</sub> Cygni.

Ich gehe nun dazu über, die Ergebnisse hinsichtlich des relativen Ortes und der relativen Bewegung etwas näher zu betrachten.

In Bogensekunden ausgedrückt, haben wir die folgenden Werte für die angenommenen Anfangskoordinaten und Eigenbewegungen:

$$\left\{ \begin{array}{l} \xi_m = + 17'',924 \\ \eta_m = - 12'',996 \\ (\mu) = 0'',0000 \\ (\mu') = - 0'',1897. \end{array} \right.$$

Man hat nun offenbar für die verbesserten Koordinaten und Eigenbewegungen die Ausdrücke:

$$\left\{ \begin{array}{l} \xi = \xi_m - e \\ \eta = \eta_m - e' \\ \mu = (\mu) - \Delta\mu \\ \mu' = (\mu') - \Delta\mu'. \end{array} \right.$$

Wenn wir in diesen Ausdrücken die in der Auflösung (III) gefundenen Werte von  $e$ ,  $e'$ ,  $\Delta\mu$ ,  $\Delta\mu'$  einsetzen, erhalten wir also die folgenden verbesserten Werte für die *relativen rechtwinkligen Koordinaten und Eigenbewegungen von 61<sub>2</sub> Cygni in Bezug auf 61<sub>1</sub> Cygni*:

$$\left\{ \begin{array}{l} \xi = + 17'',936 \pm 0'',006 \\ \eta = - 13'',060 \pm 0'',021 \\ \mu = + 0'',0034 \pm 0'',0047 \\ \mu' = - 0'',1510 \pm 0'',0057 \\ (\text{Äquin. und Epoche } 1902,0). \end{array} \right.$$

Die von Herrn DUNÉR nachgewiesene Veränderlichkeit der relativen Eigenbewegung wird durch meine Messungen durchaus bestätigt. Die DUNÉR'schen Formeln lauten:<sup>1</sup>

$$\left\{ \begin{array}{l} \xi = + 15'',09 + 0'',0788 (t - 1825,0) - 0'',00062 (t - 1825,0)^2 \\ \eta = + 0'',89 - 0'',1858 (t - 1825,0) . \end{array} \right.$$

Sie sind aus den Messungen verschiedener Beobachter von 1820 bis 1876, ohne Rücksicht auf die kleine von der Präcession und der Eigenbewegung verursachte Änderung der Positionswinkel abgeleitet worden. Diese Formeln geben für 1902,0:

$$\left\{ \begin{array}{l} \xi = + 17'',48 \\ \eta = - 13'',42 \\ \mu = - 0'',0167 \\ \mu' = - 0'',1858 . \end{array} \right.$$

Die von Herrn O. STRUVE einige Jahre später ausschliesslich aus den Dorpater und Pulkowaer Beobachtungen 1828—1878 abgeleiteten Formeln:<sup>2</sup>

$$\left\{ \begin{array}{l} \xi = + 17'',091 + 0'',04114 (t - 1856,0) - 0'',00059 (t - 1856,0)^2 \\ \eta = - 4'',924 - 0'',1878 (t - 1856,0) + 0'',00008 (t - 1856,0)^2 \end{array} \right.$$

geben betreffs der Eigenbewegungen sehr nahe dieselben Resultate wie die DUNÉR'schen Formeln. Für das Äquinoktium und die Epoche 1902,0 erhält man nämlich:

$$\left\{ \begin{array}{l} \xi = + 17'',797 \\ \eta = - 13'',326 \\ \mu = - 0'',0122 \\ \mu' = - 0'',1804 . \end{array} \right.$$

Herr HALL hat die STRUVE'schen und seine eigenen Messungen durch Formeln dargestellt, welche der Hauptsache nach dieselben Ergebnisse geben wie die obenerwähnten<sup>3</sup>. C. F. W. PETERS schliesslich

<sup>1</sup> DUNÉR, *Mesures micrométriques d'étoiles doubles*, Lund 1876, p. 241.

<sup>2</sup> O. STRUVE, *Études sur le mouvement relatif des deux étoiles du système de 61 Cygni* (Mém. de l'Acad. de St.-Petersbourg, 1880), p. 12.

<sup>3</sup> HALL, *The relative motion of 61 Cygni* (Astron. Journal, Vol. XI, p. 140, 1892).

hat aus den STRUVE'schen Beobachtungen eine elliptische Bahn für 61 Cygni zu berechnen versucht.<sup>1</sup> Die bei dieser Bahnbestimmung gefundenen Elemente dürften wohl an und für sich als recht illusorisch anzusehen sein, stellen aber natürlich besser als die obigen Formeln die Beobachtungen dar. Nach PETERS würde man für 1902,0 haben etwa:

$$\left\{ \begin{array}{l} \xi = + 18'',11 \\ \eta = - 13'',17 \\ \mu = + 0'',005 \\ \mu' = - 0'',171 . \end{array} \right.$$

Mit Rücksicht auf den Umstand, dass die STRUVE'schen Distanzen konstant um etwa 0'',2 zu gross sind, stimmen diese Werte fast vollkommen mit den aus meinen Messungen abgeleiteten überein. Obgleich die photographischen Beobachtungen sich nur über einen Zeitraum von 4 Jahren erstrecken, haben sie also zu einer Bestimmung der Eigenbewegung geführt, welche die von Herrn BURNHAM u. a. entschieden in Abrede gestellte Veränderlichkeit derselben ausser jeden Zweifel setzen konnte. In der Tat sieht man, dass die relative Eigenbewegung in  $\xi$ , die früher nicht unbedeutend war, jetzt nahezu bis auf Null heruntergegangen ist.

Um diese Tatsache in noch anschaulicherer Weise ersichtlich zu machen, habe ich eine Bearbeitung des ganzen mir zugänglichen Beobachtungsmateriales betr. dieses Doppelsterns vorgenommen. Die nachstehende Zusammenstellung der seit 1829 angestellten Beobachtungen macht keinen Anspruch auf absolute Vollständigkeit; doch dürften wohl die allermeisten bis in die letzten Jahre veröffentlichten Beobachtungen berücksichtigt worden sein. Die älteren Messungen habe ich grösstenteils einfach der PETERS'schen Zusammenstellung entnommen. Im allgemeinen sind die Jahresmittel der einzelnen Beobachter aufgeführt worden; einige der DEMBOWSKI'schen und HALL'schen Werte, die Mittel aus zweijährigen Reihen sind, haben dementsprechend doppeltes Gewicht erhalten. Nur einige offenbar fehlerhafte Beobachtungen sind ausgeschlossen worden. Besonders ist in dieser Hinsicht zu bemerken, dass die auf der Temple-Sternwarte in Rugby seit 1884 von den Herren SEABROKE, HIGHTON u. a. ausgeführten Di-

<sup>1</sup> C. F. W. PETERS, Bestimmung der Bahn des Doppelsterns 61 Cygni (Astr. Nachr., Bd 113, 1886, p. 321).



stanzmessungen sehr erhebliche Fehler aufweisen, was mich veranlasst hat, diese Messungen durchweg auszuschliessen. Die Positionswinkel sind sämtlich auf das Äquinoktium von 1902,0 reduziert worden. Für die Beobachter sind die folgenden Bezeichnungen angewandt worden:

ATKINSON = At	KAISER = K
AUWERS = Au	KNOTT = Kn
BERGSTRAND (photo.) = Bd	LEMPFERT = Le
BESSEL = Bes	E. LUTHER = Lu
VAN BIESBROECK = Bie	MÄDLER = M
BIGOURDAN = Big	MAIN = Mn
BURNHAM = $\beta$	MAW = Mw
CHOFARDET = Ch	MILLER = Mi
F. COHN = Co	MORGAN = Mgn
COLEMAN = Col	MORTON = Mtn
COLLINS = Cll	PERROTIN = Per
COMSTOCK = Com	C. A. F. PETERS = Prs
COSSERAT = Cos	PETIT = Pt
DAWES = D	PLUMMER = Pl
DEMBOWSKI = $\Delta$	POWELL = Po
DOBERCK = Do	ROMBERG = Ro
DUNÉR = Du	RUTHERFURD u. DAVIS (photo.) = RD
ENCKE = En	SAINT-BLANCAT = Sbl
FLAMMARION = Flm	SCHIAPARELLI = Schi
FLETCHER = Fl	SCHLÜTER = Schl
FRANZ = Fr	SEABROKE = Sea
GALLE = Ga	SECCHI = Sec
V. GLASENAPP = Gla	SMITH = Smi
GLEDHILL = Gle	SMYTH = Smy
GOLDNEY = Go	SOULÉ = Sou
Greenwicher Sternw. photo. = Gr	H. STRUVE = H $\Sigma$
HALL = Ha	O. STRUVE = O $\Sigma$
J. HERSCHEL = He	W. STRUVE = $\Sigma$
HIGHTON = Hi	TALMAGE = Tal
HOUGHTON = Ho	TARRANT = Tar
HUSSEY = Hu	H. THIELE (photo.) = Th
JACOB = Ja	WILSON = W
JEDRZEJEWICZ = Je	WORTHINGTON = Wo

Tab. 13.

Epoche	p 1902,0	s	Beob:er	Epoche	p 1902,0	s	Beob:er
1828,72	89° 6'	15",47	Σ	1850,81	102°41'	17",33	OΣ
29,56	89 40	15,45	He	50,88	103 39	17,04	D
30,66	90 1	15,70	D	50,90	102 39	16,96	Fl
38,84	90 2	15,64	Bes	50,95	102 50	16,80	M
31,70	90 53	15,79	Σ	51,81	103 33	17,40	OΣ
32,65	92 0	15,40	Smy	51,90	104 24	16,80	M
32,77	91 46	15,95	Σ	52,66	104 27	17,52	OΣ
33,80	92 10	15,88	D	52,72	103 40	17,20	Fl
34,62	93 2	16,12	D	52,76	104 6	17,40	Ja
34,71	92 27	16,04	Bes	52,76	104 3	17,28	Mtn
34,76	92 54	16,20	Smy	52,89	104 18	16,97	M
35,54	93 52	15,59	M	52,93	103 42	17,17	Mi
35,59	93 19	15,80	Smy	53,26	104 11	17,25	D
35,65	93 33	16,06	Σ	53,69	104 29	17,77	Po
36,32	93 55	15,80	M	53,71	104 48	17,57	OΣ
36,57	94 8	16,17	Σ	53,80	103 30	17,00	Smy
37,56	94 36	16,20	D	53,85	104 28	17,24	Prs
37,59	94 42	16,09	Bes	53,89	104 32	17,68	Ja
37,63	94 55	16,27	En	54,15	104 41	17,40	M
37,65	94 49	16,30	Smy	54,73	105 26	17,32	A
37,71	95 7	15,91	Ga	54,78	105 24	17,60	OΣ
37,71	95 11	16,00	Σ	54,83	105 8	17,45	Mtn
38,72	95 11	16,24	Bes	55,00	105 21	—	Po
39,69	96 2	16,30	Smy	55,54	105 25	17,51	Sec
39,75	95 48	16,58	D	55,84	105 51	17,38	A
40,05	96 50	16,01	K	55,89	106 23	17,88	Po
40,73	96 59	16,41	D	56,12	(107 59)	(17,07)	Lu
40,83	97 3	16,45	OΣ	56,58	106 20	17,49	A
41,49	98 19	16,49	M	56,59	106 46	17,81	M
41,87	97 41	16,55	D	56,63	105 1	17,89	Sec
42,62	98 49	16,86	M	56,66	106 15	17,91	Ja
42,84	98 15	16,51	Schl	56,67	107 22	17,77	Fl
43,64	99 18	16,51	M	56,74	106 13	18,04	OΣ
43,87	99 3	16,78	D	57,61	107 1	17,77	A
44,88	99 52	16,79	OΣ	57,67	106 25	18,00	OΣ
45,87	99 2	(16,02)	Ja	57,82	107 6	17,94	Ja
46,69	99 31	17,12	Ja	58,26	106 41	17,24	M
46,71	100 34	16,92	OΣ	58,27	107 14	17,88	Ja
46,87	100 44	17,02	D	58,54	107 40	17,78	A
47,84	100 46	17,17	OΣ	59,80	108 2	18,20	Po
47,96	100 37	16,81	Ja	59,86	108 19	18,19	OΣ
48,08	99 34	16,40	Smy	59,88	108 4	17,37	M
48,30	101 44	17,00	D	60,84	(111 38)	(18,81)	Sec
49,80	102 5	17,19	OΣ	60,86	109 1	18,07	OΣ

Epoche	$p$ 1902,0	$s$	Beob:er	Epoche	$p$ 1902,0	$s$	Beob:er
1861,00	108°50'	18",10	Po	1875,95	115°37'	19",39	Du
61,34	108 56	18,25	Au	76,61	116 3	19,72	W, Sea
61,68	108 38	18,39	OΣ	76,70	115 55	19,63	Je
61,76	109 7	18,12	M	76,75	116 17	20,03	Pl
62,01	108 34	17,83	Mn	76,76	115 56	19,80	OΣ
62,84	109 44	18,38	M	77,17	116 20	19,76	$\Delta$ (2)
62,93	109 13	18,23	Ro	77,61	116 42	19,89	OΣ
62,97	109 21	18,36	$\Delta$ (2)	77,77	116 14	19,78	Pl
65,15	110 30	18,54	$\Delta$ (2)	77,79	116 7	19,76	Flm
65,56	110 20	18,64	Mn	77,91	116 1	20,11	W, Sea
65,76	110 23	18,76	Tal	78,45	116 38	19,71	Schi
66,72	111 33	18,76	Kn	78,58	117 1	19,97	$\Delta$
66,72	111 21	18,75	OΣ	78,60	116 38	19,52	Do
66,74	112 40	18,84	Tal	78,62	117 18	19,68	W,Sea, Smi
67,16	111 38	18,73	$\Delta$ (2)	78,65	117 21	19,89	OΣ
67,89	111 55	18,49	Du	78,73	116 38	20,02	Go
68,60	112 13	18,70	Mn	79,71	117 37	19,96	Ha
68,76	112 28	18,90	OΣ	79,74	117 48	20,20	Sea, Smi
68,82	112 9	18,62	Du	80,24	117 37	19,74	Fr
69,28	113 9	18,91	$\Delta$ (2)	80,76	117 13	19,86	Sea
69,58	112 12	18,65	Mn	80,96	118 3	20,16	Je
69,89	112 53	18,83	Du	81,17	118 0	20,11	Ha (2)
69,90	112 40	18,68	OΣ	81,76	118 24	19,68	Smi
70,49	112 15	19,28	Mn	81,94	118 23	20,29	Je
70,54	113 47	19,17	Gle	82,82	118 31	20,09	Sea
70,90	113 25	18,92	Du	83,27	118 44	20,42	Ha (2)
71,07	113 59	19,20	$\Delta$ (2)	83,64	118 55	20,40	Per
71,53	113 56	19,25	Gle	83,85	118 49	20,45	Sea
71,59	112 59	19,10	W, Sea	83,93	119 5	20,33	Schi
71,61	113 22	19,17	Kn	84,62	119 50	(19,97)	Sea, Smi
71,86	113 53	19,17	RD	84,91	119 48	20,49	Schi
72,71	114 40	18,85	W, Sea	85,19	119 57	20,53	Ha (2)
72,72	113 31	18,93	Tal	85,74	119 54	(19,82)	Sea
72,74	113 54	—	Wo	86,69	120 50	(19,40)	Smi
72,78	114 3	19,77	Mn	86,79	120 21	20,68	HΣ
72,94	114 29	19,30	RD	86,85	120 58	21,06	Tar
73,00	114 22	19,60	Kn	87,17	120 28	20,71	Ha (2)
73,05	114 29	19,38	$\Delta$ (2)	87,87	120 23	(18,70)	Smi
73,71	113 29	18,69	Tal	88,84	121 9	20,60	Mw
73,72	114 36	—	Ho	88,84	120 7	21,59	Gla
73,73	115 7	19,35	Gle	88,85	121 15	(18,68)	Sea, Hi
73,87	114 59	19,41	Du	89,20	121 10	20,99	Ha (2)
73,88	115 2	19,43	RD	89,28	121 27	20,94	HΣ
74,44	115 23	19,47	RD	89,62	121 26	20,91	Gla
74,74	115 35	19,43	OΣ	89,62	120 54	20,80	Sbl
74,91	115 19	19,53	Gle	89,73	120 47	(17,34)	Hi
75,09	115 33	19,55	$\Delta$ (2)	90,56	122 27	(20,50)	Hi
75,51	115 2	19,55	Mn	90,73	121 40	21,15	Big
75,52	116 22	19,73	Tal	90,87	121 51	21,15	$\beta$
75,79	116 55	19,40	W, Sea	91,16	121 55	21,13	H (2)

Epoche	$p$ 1902,0	$s$	Beob:er	Epoche	$p$ 1902,0	$s$	Beob:er
1891,53	122°45'	21",37	Cos	1897,75	123°14'	(21",58)	Sea, At
91,77	122 6	21,15	H $\Sigma$	98,77	124 59	(21,35)	Sea, At
92,84	122 59	(23,31)	Hi	99,79	125 59	21,56	Col
93,23	122 44	21,22	Co	99,80	125 21	21,92	Gr
93,74	123 10	21,25	Du	99,82	125 13	21,95	Bd
93,88	123 22	21,46	Com	1900,28	125 29	21,98	Bd
93,94	122 40	(21,80)	Sea, Hi	00,78	125 33	22,07	Bd
94,36	123 6	21,46	Big	00,85	125 24	(22,75)	Sea
94,58	123 34	21,51	Ch, Pt	00,86	124 53	22,00	Gle
94,85	122 55	21,29	Mw	01,27	125 39	22,07	Bd
94,88	122 58	(21,52)	Sea, Hi	01,74	126 6	(22,55)	Sea, Le
95,60	123 58	(20,30)	Gle	01,78	126 1	22,18	Bd
95,74	123 52	21,57	Com	02,30	126 5	22,17	Bd
95,76	123 40	21,52	Du	02,57	(124 49)	22,38	Th
95,77	123 34	21,66	Cll	02,80	126 8	22,21	Bd
95,92	124 4	(21,40)	Sea	02,87	126 12	22,21	Do
96,51	124 47	(22,30)	Sou	03,26	126 11	22,25	Bd
96,56	124 11	22,12	Hu	03,70	126 41	22,38	Bd
96,64	125 29	21,72	Com	03,73	126 48	22,52	Bie
96,80	123 59	21,45	Mgn				

Ich habe nun die Mittelwerte von  $p$  und  $s$  für je zwei Jahre berechnet. In anbetracht der grossen Zahl der Beobachter darf man wohl annehmen, dass in diesen Mittelwerten im allgemeinen der Einfluss der persönlichen Fehler grösstenteils eliminiert worden ist. Die so erhaltenen Normalkoordinaten  $p$ ,  $s$  sind in der zweiten und dritten Kolumne der folgenden Tabelle aufgeführt worden.

Tab. 14.

Epoche	$p$	$s$	$\xi$ (beob.)	$\xi$ (berechn.)	$R. - B.$	$\eta$ (beob.)	$\eta$ (berechn.)	$R. - B.$
1829,14	89°23'	15",46	+ 15",46	+ 15",54	+ 0",08	+ 0",17	+ 0",25	+ 0",08
31,07	90 19	15,71	15,71	15,66	- 0,05	- 0,09	- 0,13	- 0,04
33,07	91 59	15,74	15,73	15,79	+ 0,06	0,54	0,51	+ 0,03
35,45	93 11	16,04	16,01	15,94	- 0,07	0,89	0,97	- 0,08
37,34	94 40	16,09	16,04	16,05	+ 0,01	1,31	1,33	- 0,02
39,55	95 58	16,28	16,19	16,18	- 0,01	1,69	1,75	- 0,06
41,23	97 30	16,47	16,33	16,27	- 0,06	2,15	2,07	+ 0,08
43,24	98 51	16,66	16,46	16,38	- 0,08	2,56	2,45	+ 0,11
44,88	99 52	16,79	16,54	16,46	- 0,08	2,88	2,76	+ 0,12
47,36	100 18	16,97	16,70	16,59	- 0,11	3,04	3,22	- 0,18
49,05	101 54	17,09	16,72	16,67	- 0,05	3,52	3,54	- 0,02
51,21	103,18	17,06	16,60	16,77	+ 0,17	3,92	3,94	- 0,02
53,31	104,13	17,34	16,81	16,87	+ 0,06	4,26	4,34	- 0,08

Epoche	$p$	$s$	$\xi$ (beob.)	$\xi$ (berechn.)	$R. - B.$	$\eta$ (beob.)	$\eta$ (berechn.)	$R. - B.$
1855,27	105°36'	17",52	+ 16",87	+ 16",95	+ 0",08	- 4",71	- 4",70	+ 0",01
57,11	106 30	17,85	17,11	17,03	- 0,08	5,07	5,04	+ 0,03
59,10	107 30	17,78	16,96	17,11	+ 0,15	5,35	5,41	- 0,06
61,44	108 51	18,13	17,16	17,20	+ 0,04	5,86	5,84	+ 0,02
62,93	109 25	18,33	17,29	17,25	- 0,04	6,09	6,12	- 0,03
65,40	110 26	18,62	17,45	17,33	- 0,12	6,50	6,57	- 0,07
67,07	111 47	18,72	17,38	17,39	+ 0,01	6,94	6,87	+ 0,07
69,26	112 37	18,78	17,33	17,45	+ 0,12	7,22	7,27	- 0,05
71,16	113 31	19,16	17,57	17,51	- 0,06	7,65	7,62	+ 0,03
73,22	114 25	19,28	17,56	17,56	0,00	7,97	7,99	- 0,02
75,23	115 42	19,51	17,58	17,61	+ 0,03	8,46	8,36	+ 0,10
77,22	116 13	19,82	17,78	17,66	- 0,12	8,76	8,71	+ 0,05
78,89	117 7	19,87	17,68	17,70	+ 0,02	9,06	9,01	+ 0,05
81,14	117 57	19,99	17,66	17,74	+ 0,08	9,37	9,42	- 0,05
83,46	118 48	20,35	17,84	17,78	- 0,06	9,80	9,83	- 0,03
85,13	119 53	20,51	17,78	17,81	+ 0,03	10,22	10,13	+ 0,09
87,25	120 35	20,79	17,90	17,83	- 0,07	10,58	10,51	+ 0,07
89,24	121 3	20,97	17,96	17,86	- 0,10	10,82	10,86	- 0,04
91,11	122 18	21,18	17,90	17,88	- 0,02	11,32	11,19	+ 0,13
93,53	122 59	21,31	17,88	17,90	+ 0,02	11,60	11,61	- 0,01
95,24	123 25	21,50	17,94	17,91	- 0,03	11,84	11,91	- 0,07
96,85	124 20	21,76	17,97	17,92	- 0,05	12,27	12,20	+ 0,07
99,55	125 23	21,81	17,78	17,92	+ 0,14	12,63	12,67	- 0,04
1901,08	125 35	22,06	17,94	17,93	- 0,01	12,84	12,93	- 0,09
03,03	126 21	22,30	17,96	17,92	- 0,04	13,21	13,27	- 0,06

Da die Beobachtungen meines Erachtens einen allzu kurzen Zeitraum umfassen, um eine definitive Bestimmung der Bahnelemente dieses Doppelsterns zu ermöglichen, habe ich mich darauf beschränkt, das bisher durchlaufene Bahnstück durch Interpolationsformeln darzustellen. Ich bin dabei von den für 1902,0 transformierten HALL'schen Formeln

$$\left\{ \begin{aligned} \xi &= s \sin p = + 17",849 - 0",0095 [t - 1902,0] - 0",000570 [t - 1902,0]^2 \\ \eta &= s \cos p = - 13",110 - 0",1711 [t - 1902,0] + 0",000176 [t - 1902,0]^2 \end{aligned} \right.$$

ausgegangen und habe zwei Systeme von Bedingungsgleichungen von der folgenden Form aufgestellt:

$$\Delta \xi = \varepsilon_0 + (t - 1902,0) \varepsilon_1 + (t - 1902,0)^2 \varepsilon_2$$

$$\Delta \eta = \varepsilon'_0 + (t - 1902,0) \varepsilon'_1 + (t - 1902,0)^2 \varepsilon'_2,$$

worin  $\varepsilon_0, \varepsilon_1, \varepsilon_2; \varepsilon'_0, \varepsilon'_1, \varepsilon'_2$  die Korrekturen zu den 6 Konstanten der Ausgangsformeln sind.

Durch die Auflösung der Bedingungsleichungen nach der Methode der kleinsten Quadrate habe ich die folgenden Werte der Unbekannten gefunden:

$$\begin{aligned}\varepsilon_0 &= + 0'',0759 \\ \varepsilon_1 &= + 0'',008682 \\ \varepsilon_2 &= + 0'',00011014 \\ \varepsilon'_0 &= + 0'',0186 \\ \varepsilon'_1 &= - 0'',002158 \\ \varepsilon'_2 &= - 0'',00004157.\end{aligned}$$

Die neuen Formeln lauten also:

$$\begin{cases} \xi = s \sin p = + 17'',9249 - 0'',00082 [t - 1902,0] - 0'',0004599 [t - 1902,0]^2 \\ \eta = s \cos p = - 13'',0914 - 0'',17326 [t - 1902,0] + 0'',0001344 [t - 1902,0]^2. \end{cases}$$

In der vierten und den folgenden Kolonnen der obigen Tabelle 14 sind die beobachteten und die mittels der gefundenen Formeln berechneten rechtwinkligen Koordinaten nebst den Differenzen Rechn.-Beob. aufgeführt worden. Wie man sieht, schliessen sich die Formeln recht genau den Beobachtungen an.

Noch besser wird dies durch die beigegebene Tafel veranschaulicht, wo die Beobachtungen graphisch dargestellt sind und die durch die Formeln definierte Kurve eingezeichnet worden ist. Die Krümmung der gegen den Hauptstern konkaven Bahn des Begleiters zeigt sich in der Tat sehr schön ausgeprägt. Von einer geradlinigen relativen Bewegung kann offenbar bei diesem Doppelstern nicht die Rede sein, und so ist der physische Konnex der beiden Komponenten von 61 Cygni schliesslich auch in dieser Hinsicht festgestellt.

---

## § 7.

Diskussion der Messungen von 61 Cygni in Bezug auf die  
Vergleichssterne.

Parallaxe und Eigenbewegung von 61 Cygni.

Die letzten Tabellen des § 4 geben die folgenden Mittelwerte der rechtwinkligen Koordinaten der Vergleichssterne in Bezug auf 61<sub>1</sub> Cygni:

Stern *a*:

$$\left\{ \begin{array}{l} \xi_m = -0,0110532 \\ \eta_m = +0,0000874; \end{array} \right.$$

Stern *b*:

$$\left\{ \begin{array}{l} \xi_m = -0,0014391 \\ \eta_m = +0,0116387; \end{array} \right.$$

Stern *c*:

$$\left\{ \begin{array}{l} \xi_m = +0,0007765 \\ \eta_m = -0,0108258; \end{array} \right.$$

Stern *d*:

$$\left\{ \begin{array}{l} \xi_m = +0,0060615 \\ \eta_m = -0,0023283. \end{array} \right.$$

In den nachstehenden Tabellen gebe ich in Einheiten der 7:ten Dezimalstelle die Abweichungen der Einzelwerte von den obigen Mitteln an. Die letzte Kolumne enthält die Mittelwerte von  $\xi - \xi_m$  und  $\eta - \eta_m$  für alle vier Sterne.

Tab. 15.

 $\xi - \xi_m$ .

Platte	Stern a	Stern b	Stern c	Stern d	Mittel
1	- 1	+ 6	+ 8	+ 4	+ 4
2	+ 15	+ 14	+ 18	+ 15	+ 15
3	+ 25	+ 17	+ 24	+ 15	+ 20
4	+ 24	+ 12	+ 26	+ 20	+ 20
5	+ 24	+ 17	+ 30	+ 22	+ 23
6	+ 13	+ 10	+ 22	+ 17	+ 15
7	+ 17	+ 18	+ 32	+ 22	+ 22
8	+ 16	+ 16	+ 19	+ 14	+ 16
9	- 16	- 13	0	- 18	- 12
10	- 11	- 12	- 14	- 13	- 13
11	- 11	- 5	- 1	- 9	- 7
12	- 19	- 6	- 14	- 14	- 13 <sub>5</sub>
13	+ 9	+ 10	+ 15	+ 7	+ 10
14	+ 3	+ 5	+ 7	+ 6	+ 5
15	+ 20	+ 18	+ 19	+ 19	+ 19
16	+ 16	+ 20	+ 21	+ 16	+ 18
17	+ 22	+ 17	+ 17	+ 11	+ 16 <sub>5</sub>
18	+ 13	+ 18	+ 19	+ 14	+ 16
19	+ 4	+ 9	+ 8	+ 3	+ 6
20	- 5	- 8	- 14	- 10	- 9 <sub>5</sub>
21	- 18	- 12	- 14	- 15	- 15
22	- 17	- 13	- 22	- 13	- 17
23	- 15	- 12	- 19	- 13	- 15
24	- 14	- 15	- 14	- 13	- 14
25	+ 10	+ 9	+ 11	+ 9	+ 9 <sub>5</sub>
26	+ 3	+ 3	0	+ 15	+ 5
27	+ 9	+ 13	+ 12	+ 10	+ 11
28	+ 12	+ 15	+ 12	+ 8	+ 11 <sub>5</sub>
29	+ 13	+ 12	+ 18	+ 9	+ 13
30	+ 19	+ 10	+ 18	+ 19	+ 16
31	+ 9	+ 9	+ 6	+ 8	+ 8
32	- 21	- 21	- 28	- 17	- 22
33	- 18	- 19	- 26	- 25	- 22
34	- 19	- 20	- 23	- 20	- 21
35	- 23	- 19	- 27	- 23	- 23
36	- 21	- 23	- 28	- 26	- 25
37	- 22	- 15	- 21	- 22	- 20
38	- 20	- 14	- 17	- 14	- 16 <sub>5</sub>
39	+ 5	+ 4	+ 4	+ 5	+ 4
40	+ 7	+ 12	+ 10	+ 4	+ 8
41	+ 10	+ 13	+ 4	+ 9	+ 9
42	+ 7	+ 11	+ 7	+ 9	+ 8
43	+ 6	+ 11	+ 4	+ 11	+ 8



Platte	Stern <i>a</i>	Stern <i>b</i>	Stern <i>c</i>	Stern <i>d</i>	Mittel
44	+ 5	+ 11	+ 6	+ 9	+ 7 <sub>5</sub>
45	+ 12	+ 8	+ 14	+ 10	+ 11
46	+ 7	- 12	- 3	+ 5	- 1
47	- 10	0	- 1	0	- 3
48	- 20	- 19	- 27	- 25	- 23
49	- 28	- 21	- 29	- 22	- 25
50	- 23	- 25	- 23	- 19	- 23
51	- 18	- 19	- 22	- 19	- 20
52	- 3	- 5	- 9	- 4	- 5 <sub>5</sub>
53	- 3	- 1	- 5	0	- 2 <sub>5</sub>

Tab. 16.

$$\eta - \eta_m.$$

Platte	Stern <i>a</i>	Stern <i>b</i>	Stern <i>c</i>	Stern <i>d</i>	Mittel
1	- 11	- 10	- 2	- 18	- 9 <sub>5</sub>
2	- 4	- 6	- 3	- 8	- 4 <sub>5</sub>
3	- 3	+ 7	- 4	- 6	- 1
4	+ 7	+ 4	+ 4	+ 9	+ 7
5	+ 11	+ 11	+ 10	0	+ 9
6	+ 18	+ 3	+ 14	+ 5	+ 11
7	+ 17	+ 2	+ 12	+ 3	+ 9
8	+ 20	+ 8	+ 11	+ 13	+ 14
9	+ 7	+ 3	+ 6	+ 8	+ 7
10	- 3	- 5	- 8	- 3	- 4
11	- 1	- 6	- 5	- 5	- 3 <sub>5</sub>
12	- 14	- 17	- 12	- 9	- 12
13	- 15	- 18	- 18	- 16	- 16
14	- 3	- 2	+ 2	- 4	- 1
15	- 2	+ 7	+ 8	- 2	+ 3 <sub>5</sub>
16	0	- 3	- 3	0	- 1
17	- 2	+ 12	- 1	+ 2	+ 3 <sub>5</sub>
18	+ 15	+ 10	+ 14	+ 13	+ 14
19	+ 22	+ 11	+ 16	+ 20	+ 18
20	+ 14	+ 20	+ 1	+ 18	+ 14
21	+ 3	0	+ 3	+ 5	+ 3 <sub>5</sub>
22	+ 2	+ 6	+ 6	+ 5	+ 5 <sub>5</sub>
23	- 7	- 1	+ 1	- 3	- 2
24	+ 2	+ 2	+ 4	+ 4	+ 4
25	- 18	- 13	- 14	- 17	- 15
26	- 11	- 14	- 11	- 11	- 11
27	- 9	- 7	- 6	- 8	- 7
28	0	+ 4	+ 1	+ 3	+ 3
29	0	+ 1	- 2	- 4	- 0 <sub>5</sub>
30	+ 6	+ 2	- 2	+ 2	+ 3

Platte	Stern <i>a</i>	Stern <i>b</i>	Stern <i>c</i>	Stern <i>d</i>	Mittel
31	+ 17	+ 14	+ 10	+ 18	+ 15 <sub>5</sub>
32	+ 2	+ 3	+ 6	+ 8	+ 5 <sub>5</sub>
33	+ 4	+ 7	0	+ 11	+ 6
34	+ 1	+ 5	+ 1	+ 4	+ 3 <sub>5</sub>
35	- 1	+ 2	+ 1	+ 3	+ 2
36	- 3	- 1	- 5	0	- 1 <sub>5</sub>
37	- 5	- 4	- 6	- 2	- 3 <sub>5</sub>
38	- 2	- 4	+ 2	- 2	- 1
39	- 9	- 12	- 13	- 9	- 10
40	- 12	- 9	- 13	- 11	- 10 <sub>5</sub>
41	- 12	- 11	- 12	- 6	- 9 <sub>5</sub>
42	- 5	- 3	- 1	- 1	- 2
43	- 5	- 7	- 4	+ 1	- 3
44	+ 6	+ 11	+ 7	+ 9	+ 9
45	+ 6	+ 9	+ 6	+ 8	+ 8
46	+ 23	+ 17	+ 16	+ 16	+ 19
47	+ 14	+ 13	+ 16	+ 12	+ 14 <sub>5</sub>
48	- 5	+ 10	+ 1	+ 3	+ 3
49	- 7	- 5	+ 2	- 1	- 2
50	- 8	- 6	- 1	- 9	- 5
51	- 10	- 15	- 15	- 6	- 11
52	- 14	- 10	- 17	- 12	- 12 <sub>5</sub>
53	- 14	- 13	- 10	- 11	- 11

Ich habe bei der folgenden Reduktion nicht die Messungen jedes Sterns für sich behandelt, sondern vielmehr die Mittelwerte von  $\xi - \xi_m$  und  $\eta - \eta_m$  zum Gegenstand der Diskussion genommen. Die besondere Berechnung der Messungen jedes einzelnen Vergleichssterne scheint mir nämlich keinen Vorteil darzubieten, indem einerseits diese Messungen nicht als von einander ganz unabhängig betrachtet werden können, und andererseits, wie ich oben z. T. hervorgehoben habe, durch die ziemlich symmetrische Lage der Vergleichssterne um 61 Cygni der Einfluss gewisser möglicherweise vorhandener Fehlerquellen im Mittel ganz oder grösstenteils eliminiert worden ist.

Ich gebe in der folgenden Tabelle die in Bogensekunden ausgedrückten Mittelwerte von  $\xi - \xi_m$  und  $\eta - \eta_m$  an. Die beiden letzten Kolonnen enthalten die nach der endgültigen Ausgleichung zurückbleibenden Fehler  $v, v'$ .

Tab. 17.

Platte	$(\xi - \xi_m)''$	$(\eta - \eta_m)''$	$v$	$v'$
1	+ 0",08	- 0",21	- 0",19	- 0",02
2	+ 0,32	- 0,10	+ 0,02	+ 0,07
3	+ 0,41	- 0,03	- 0,01	- 0,07
4	+ 0,42	+ 0,12	0,00	+ 0,04
5	+ 0,47	+ 0,17	+ 0,04	+ 0,08
6	+ 0,32	+ 0,21	- 0,10	+ 0,06
7	+ 0,45	+ 0,18	+ 0,08	- 0,08
8	+ 0,33	+ 0,27	+ 0,06	- 0,09
9	- 0,25	+ 0,12	- 0,06	+ 0,16
10	- 0,26	- 0,10	+ 0,04	- 0,11
11	- 0,13	- 0,08	+ 0,12	- 0,05
12	- 0,27	- 0,27	- 0,02	- 0,23
13	+ 0,21	- 0,35	+ 0,07	- 0,11
14	+ 0,10	- 0,04	- 0,02	+ 0,19
15	+ 0,39	+ 0,06	+ 0,05	+ 0,11
16	+ 0,37	- 0,03	0,00	- 0,08
17	+ 0,35	+ 0,06	- 0,02	+ 0,01
18	+ 0,33	+ 0,27	+ 0,01	+ 0,05
19	+ 0,12	+ 0,35	- 0,08	0,00
20	- 0,19	+ 0,27	+ 0,03	+ 0,04
21	- 0,31	+ 0,06	+ 0,02	+ 0,01
22	- 0,33	+ 0,10	0,00	+ 0,06
23	- 0,31	- 0,05	+ 0,02	- 0,01
24	- 0,29	+ 0,06	+ 0,04	+ 0,11
25	+ 0,21	- 0,32	+ 0,10	- 0,08
26	+ 0,10	- 0,25	- 0,07	- 0,04
27	+ 0,23	- 0,15	0,00	- 0,07
28	+ 0,25	+ 0,04	- 0,04	+ 0,03
29	+ 0,27	- 0,02	0,00	- 0,05
30	+ 0,34	+ 0,04	+ 0,06	- 0,05
31	+ 0,17	+ 0,31	+ 0,05	- 0,01
32	- 0,45	+ 0,10	- 0,09	+ 0,01
33	- 0,45	+ 0,11	- 0,05	+ 0,07
34	- 0,42	+ 0,06	- 0,03	+ 0,03
35	- 0,47	+ 0,02	- 0,06	+ 0,09
36	- 0,51	- 0,04	- 0,11	+ 0,04
37	- 0,41	- 0,08	- 0,01	+ 0,02
38	- 0,33	- 0,03	+ 0,06	+ 0,08
39	+ 0,09	- 0,23	+ 0,08	+ 0,04
40	+ 0,17	- 0,23	+ 0,08	- 0,01
41	+ 0,19	- 0,21	+ 0,02	- 0,17
42	+ 0,18	- 0,05	0,00	- 0,01
43	+ 0,17	- 0,08	- 0,01	- 0,09
44	+ 0,17	+ 0,17	- 0,01	+ 0,13

Platte	$(\xi - \xi_m)''$	$(\eta - \eta_m)''$	$v$	$v'$
45	+ 0'',23	+ 0'',14	+ 0'',06	- 0'',01
46	- 0,02	+ 0,37	- 0,05	+ 0,09
47	- 0,06	+ 0,29	- 0,05	- 0,02
48	- 0,47	+ 0,04	+ 0,02	+ 0,08
49	- 0,52	- 0,06	- 0,02	+ 0,01
50	- 0,46	- 0,12	+ 0,03	- 0,04
51	- 0,40	- 0,24	+ 0,07	- 0,10
52	- 0,10	- 0,27	- 0,04	0,00
53	- 0,04	- 0,25	- 0,08	- 0,06

Da die Koeffizienten der Bedingungsgleichungen dieselben sind wie im Falle 61<sub>1</sub>—61<sub>2</sub> Cygni (s. § 5), gehe ich direkt zur Aufstellung der Normalgleichungen über.

Wenn man die Messungen in der gewöhnlichen Weise ohne Rücksicht auf den Stundenwinkelfehler behandelt, so erhält man die folgenden Normalgleichungen und Auflösungen.

Normalgleichungen in  $\xi$ :

$$\begin{cases} + 53,0000 e - 18,0200 \Delta\mu - 2,5700 \pi_1 - 0'',0100 = 0 \\ - 18,0200 e + 81,7258 \Delta\mu + 8,9928 \pi_1 - 8,8127 = 0 \\ - 2,5700 e + 8,9928 \Delta\mu + 33,6867 \pi_1 - 12,1636 = 0. \end{cases}$$

Auflösung:

$$(I_1) \cdot \cdot \cdot \cdot \begin{cases} e = + 0'',0439 \pm 0'',0070 \\ \Delta\mu = + 0'',0798 \pm 0'',0057 \\ \pi_1 = + 0'',3431 \pm 0'',0085 \\ [vv] = 0,2619 \\ \text{w. F. einer Gl.} = \pm 0'',0488. \end{cases}$$

Normalgleichungen in  $\eta$ :

$$\begin{cases} + 53,0000 e' - 18,0200 \Delta\mu' + 2,7200 \pi_1 + 0'',1000 = 0 \\ - 18,0200 e' + 81,7258 \Delta\mu' + 0,2048 \pi_1 - 1,9100 = 0 \\ + 2,7200 e' + 0,2048 \Delta\mu' + 11,4218 \pi_1 - 3,8575 = 0. \end{cases}$$

Auflösung:

$$(I_2) \quad . \quad . \quad . \quad \left\{ \begin{array}{l} e' = -0'',0126 \pm 0'',0085 \\ \Delta\mu' = +0'',0197 \pm 0'',0068 \\ \pi_1 = +0'',3404 \pm 0'',0176 \\ [v'v'] = 0,3825 \\ \text{w. F. einer Gl.} = \pm 0'',0590 . \end{array} \right.$$

Um nun auch die Messungen an 61<sub>2</sub> Cygni bei der Berechnung der Parallaxe zu berücksichtigen, will ich unter der gemachten Voraussetzung, dass die Differenz  $\pi_1 - \pi_2$  gleich Null ist, den w. Fehler der gemeinsamen Parallaxe  $\pi$  berechnen. Wenn man mit  $\varepsilon$  den w. F. einer Gleichung bei der definitiven Ausgleichung der relativen Messungen von 61<sub>1</sub>—61<sub>2</sub> Cygni [(III) im § 5] und mit  $\varepsilon_1$  den w. F. des oben erhaltenen Wertes von  $\pi_1$  bezeichnet, so hat man offenbar:

$$\pi = \pi_1 \pm \varepsilon_1 \sqrt{\frac{\varepsilon_1^2 + \frac{\varepsilon^2}{53}}{2\varepsilon_1^2 + \frac{\varepsilon^2}{53}}} .$$

Man erhält also für die Parallaxe  $\pi$  die folgenden Werte:

Aus den  $\xi$ -Gleichungen:

$$(I_1^*) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad \pi = +0'',3431 \pm 0'',0065 .$$

Aus den  $\eta$ -Gleichungen:

$$(I_2^*) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad \pi = +0'',3404 \pm 0'',0129 .$$

Als Gesamtmittel ergibt sich, in guter Übereinstimmung mit den genauesten neueren Bestimmungen:

$$(I^{**}) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad \pi = +0'',3425 \pm 0'',0058 .$$

Ogleich nun die beiden gefundenen Einzelwerte ( $I_1^*$ ) und ( $I_2^*$ ) sehr gut mit einander in Einklang stehen, und die Messungen in befriedigender Weise dargestellt sind, kann ich den obigen Mittelwert ( $I^{**}$ ) doch nicht als definitiv betrachten. Da ich nämlich die Einwirkung der atmosphärischen Dispersion im Falle 61<sub>1</sub>—61<sub>2</sub> Cygni als tatsächlich nachgewiesen betrachte, scheint es mir notwendig, auch in diesem Falle, wo der Helligkeitsunterschied noch grösser ist, diese Einwirkung zu berücksichtigen. Ich bezeichne also hier mit  $\delta\beta_1$  den mitt-

leren Unterschied der Refraktionskoeffizienten für 61, Cygni und für die Vergleichssterne und erhalte dann die folgenden Normalgleichungen:

Normalgleichungen in  $\xi$ :

$$\begin{cases} + 53,0000 e - 18,0200 \Delta\mu - 2,5700 \pi_1 + 4,7700 \delta\beta_1 - 0'',0100 = 0 \\ - 18,0200 e + 81,7258 \Delta\mu + 8,9928 \pi_1 + 1,2096 \delta\beta_1 - 8,8127 = 0 \\ - 2,5700 e + 8,9928 \Delta\mu + 33,6867 \pi_1 + 15,8113 \delta\beta_1 - 12,1636 = 0 \\ + 4,7700 e + 1,2096 \Delta\mu + 15,8113 \pi_1 + 12,6217 \delta\beta_1 - 6,3192 = 0 . \end{cases}$$

Auflösung:

$$(II_1) \quad \left. \begin{array}{l} e = + 0'',0298 \pm 0'',0063 \\ \Delta\mu = + 0'',0816 \pm 0'',0049 \\ \pi_1 = + 0'',2804 \pm 0'',0119 \\ \delta\beta_1 = + 0'',1303 \pm 0'',0195 \\ [vv] = 0,1853 \\ \text{w. F. einer Gl.} = \pm 0'',0415 . \end{array} \right\}$$

Normalgleichungen in  $\eta$ :

$$\begin{cases} + 53,0000 e' - 18,0200 \Delta\mu' + 2,7200 \pi_1 - 32,5700 \delta\beta_1 + 0'',1000 = 0 \\ - 18,0200 e' + 81,7258 \Delta\mu' + 0,2048 \pi_1 + 10,3880 \delta\beta_1 - 1,9100 = 0 \\ + 2,7200 e' + 0,2048 \Delta\mu' + 11,4218 \pi_1 + 0,0437 \delta\beta_1 - 3,8575 = 0 \\ + 32,5700 e' + 10,3880 \Delta\mu' + 0,0437 \pi_1 + 22,3661 \delta\beta_1 - 0,9202 = 0 . \end{cases}$$

Auflösung:

$$(II_2) \quad \left. \begin{array}{l} e' = + 0'',0742 \pm 0'',0246 \\ \Delta\mu' = + 0'',0213 \pm 0'',0065 \\ \pi_1 = + 0'',3192 \pm 0'',0178 \\ \delta\beta_1 = + 0'',1386 \pm 0'',0391 \\ [v'v'] = 0,3425 \\ \text{w. F. einer Gl.} = \pm 0'',0564 . \end{array} \right\}$$

Wenn man wie im vorigen Falle auch die Messungen an 61<sub>2</sub> Cygni berücksichtigt, erhält man:

aus den  $\xi$ -Gleichungen:

$$(II_1^*) \quad \pi = + 0'',2804 \pm 0'',0088 ;$$

aus den  $\eta$ -Gleichungen:

$$(II_2^*) \dots \dots \pi = + 0'',3192 \pm 0'',0130 .$$

Als Mittelwerte ergeben sich schliesslich die folgenden:

$$(II^{**}) \dots \dots \left\{ \begin{array}{l} \pi = + 0'',2926 \pm 0'',0073 \\ \delta\beta_1 = + 0'',1320 \pm 0'',0175 . \end{array} \right.$$

Wenn man die Auflösungen (I) und (II) vergleicht, sieht man, dass die Fehlerquadratensummen im letzten Falle beträchtlich kleiner geworden sind. Als viel wichtiger betrachte ich aber die folgenden Umstände: einerseits stimmen die beiden in der Auflösung (II) gefundenen Werte von  $\delta\beta_1$  fast vollständig mit einander überein, und andererseits hat der in (II<sup>\*\*</sup>) angegebene Mittelwert von  $\delta\beta_1$  dasselbe Vorzeichen wie die Grösse  $\delta\beta$  im Falle 61<sub>1</sub>—62<sub>2</sub> Cygni und ist etwas grösser als die letztgenannte, entsprechend dem grösseren Helligkeitsunterschied. Diese Umstände scheinen mir ganz bestimmt darauf hinzuweisen, dass dem gefundenen Wert von  $\delta\beta_1$  eine reelle Bedeutung beizulegen ist, und dass diese Grösse nicht nur als blosses Rechnungsergebnis zu betrachten ist.

Um die Richtigkeit dieser Annahme noch zu kontrollieren, habe ich einen Versuch gemacht, die atmosphärische Dispersion so weit wie möglich *unabhängig von der Parallaxe* zu bestimmen. Zu diesem Zweck habe ich Gruppen von Messungen zusammengestellt, innerhalb welcher die parallaktischen Faktoren  $P, P'$  nahezu gleich sind, die Koeffizienten  $B, B'$  aber ziemlich verschiedene Werte haben. In den  $\xi$ -Gleichungen giebt es eine solche Gruppe, nämlich die folgende:

Tab. 18.

Platte	$t - 1902,0$	$P$	$B$	$\xi - \xi_m$
1	- 2,34	- 0,39	0,00	+ 0'',08
8	- 1,94	- 0,16	- 0,77	+ 0,33
14	- 1,37	- 0,24	+ 0,22	+ 0,10
19	- 0,94	- 0,17	- 0,82	+ 0,12
25	- 0,34	- 0,36	- 0,09	+ 0,21
31	+ 0,06	- 0,20	- 0,75	+ 0,17
39	+ 0,64	- 0,28	- 0,07	+ 0,09
46	+ 1,05	- 0,22	- 0,68	- 0,02
52	+ 1,67	- 0,44	+ 0,10	- 0,10

In den  $\eta$ -Gleichungen habe ich zwei Gruppen gefunden, die ich hier zusammenstelle:

Tab. 19.

Platte	$t - 1902,0$	$P'$	$B'$	$\eta - \eta_m$
2	- 2,33	+ 0,64	- 0,40	- 0'',10
10	- 1,63	+ 0,35	- 1,15	- 0,10
11	- 1,63	+ 0,35	- 0,85	- 0,08
12	- 1,62	+ 0,38	- 0,84	- 0,27
26	- 0,32	+ 0,64	- 0,46	- 0,25
40	+ 0,69	+ 0,59	- 0,42	- 0,23
51	+ 1,39	+ 0,42	- 0,69	- 0,24
53	+ 1,73	+ 0,42	- 0,40	- 0,25
3	- 2,18	- 0,03	- 0,41	- 0,03
4	- 2,15	- 0,17	- 0,40	+ 0,12
5	- 2,15	- 0,19	- 0,42	+ 0,17
16	- 1,16	- 0,12	- 0,47	- 0,03
21	- 0,69	+ 0,02	- 0,84	+ 0,06
22	- 0,69	+ 0,02	- 0,79	+ 0,10
28	- 0,18	- 0,05	- 0,47	+ 0,04
29	- 0,16	- 0,14	- 0,43	- 0,02
32	+ 0,27	- 0,20	- 0,74	+ 0,10
33	+ 0,30	- 0,04	- 0,79	+ 0,11
34	+ 0,30	- 0,04	- 0,69	+ 0,06
41	+ 0,81	+ 0,01	- 0,40	- 0,21
42	+ 0,81	+ 0,01	- 0,40	- 0,05
43	+ 0,84	- 0,14	- 0,40	- 0,08

Die zu diesen Gruppen gehörenden Werte von  $\xi - \xi_m$  und  $\eta - \eta_m$  kann man nun unter Anwendung der Werte:

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta\mu = + 0'',08 \\ \Delta\mu' = + 0'',02 \\ \pi_1 = + 0'',03 \end{array} \right.$$

hinreichend genau korrigieren. Wenn man dann *innerhalb jeder einzelnen Gruppe* die Mittel aus den so korrigierten  $\xi - \xi_m$  bzw.  $\eta - \eta_m$  und ebenso die Mittel aus den Grössen  $B$  bzw.  $B'$  bildet und von jedem Einzelwert den bezüglichen Mittelwert subtrahiert, so erhält man zur Bestimmung von  $\delta\beta_1$  die folgenden Gleichungen:



Gleichungen in  $\xi$ :

$$\begin{aligned}
 &+ 0,32 \delta\beta_1 - 0'',22 = 0 \\
 &- 0,45 \quad + 0,13 \\
 &+ 0,54 \quad - 0,07 \\
 &- 0,50 \quad - 0,01 \\
 &+ 0,23 \quad + 0,11 \\
 &- 0,43 \quad + 0,12 \\
 &+ 0,24 \quad + 0,06 \\
 &- 0,36 \quad 0,00 \\
 &+ 0,42 \quad - 0,10
 \end{aligned}$$

Gleichungen in  $\eta$ :

$$\begin{aligned}
 &+ 0,25 \delta\beta_1 + 0'',10 = 0 \\
 &- 0,50 \quad + 0,03 \\
 &- 0,20 \quad + 0,05 \\
 &- 0,19 \quad - 0,13 \\
 &+ 0,19 \quad - 0,01 \\
 &+ 0,23 \quad + 0,02 \\
 &- 0,04 \quad - 0,03 \\
 &+ 0,15 \quad - 0,03 \\
 &+ 0,14 \quad - 0,08 \\
 &+ 0,15 \quad + 0,03 \\
 &+ 0,13 \quad + 0,08 \\
 &+ 0,08 \quad - 0,08 \\
 &- 0,29 \quad + 0,06 \\
 &- 0,24 \quad + 0,10 \\
 &+ 0,08 \quad + 0,01 \\
 &+ 0,12 \quad - 0,06 \\
 &- 0,19 \quad + 0,05 \\
 &- 0,24 \quad + 0,11 \\
 &- 0,14 \quad + 0,06 \\
 &+ 0,15 \quad - 0,18 \\
 &+ 0,15 \quad - 0,02 \\
 &+ 0,15 \quad - 0,10
 \end{aligned}$$

Aus den  $\xi$ -Gleichungen ergibt sich:

$$\delta\beta_1 = + 0'',146 \pm 0'',055,$$

und aus den  $\eta$ -Gleichungen:

$$\delta\beta_1 = + 0'',126 \pm 0'',052.$$

Im Mittel also:

$$\delta\beta_1 = + 0'',135 \pm 0'',038.$$

Die Übereinstimmung der beiden Einzelwerte mit einander und mit dem früher aus den vollständigen Gleichungen abgeleiteten Wert (II\*\*) ist, wie man sieht, sehr befriedigend. Es scheint hiernach ganz unmöglich, die Realität des gefundenen Wertes von  $\delta\beta_1$  in Abrede zu

stellen. Diesem Wert entspricht ein Wellenlängenunterschied der Intensitätsmaxima der photographischen Spektren von nur etwa 10 bis 20  $\mu\mu$ .

Ich betrachte also die Lösung (II) als die endgültige und setze als *definitiven Wert der Parallaxe von 61 Cygni* den daraus abgeleiteten Wert

$$\pi = + 0'',2926 \pm 0'',0073$$

an. Inwieweit dieser Wert von etwaigen merkbaren Parallaxen bei den Vergleichssterne beeinflusst ist, kann hier ebensowenig wie in anderen relativen Parallaxenbestimmungen beurteilt werden. Wahrscheinlich geht jedoch dieser Einfluss nicht über die Unsicherheitsgrenzen des gefundenen Wertes hinaus.

Bei einem Vergleich zwischen diesem Wert und dem Wert (I\*\*), der ohne Rücksicht auf den Stundenwinkelfehler abgeleitet worden war, sieht man, dass die atmosphärische Dispersion in dem Sinne wirkt, dass ihr Einfluss eine scheinbare Vergrößerung der Parallaxe erzeugt. Wie ich schon mehrmals hervorgehoben habe, muss man annehmen, dass die atmosphärische Dispersion, ausser natürlich von den Spektren der benutzten Vergleichssterne, auch von den Eigenschaften des Objectives und von der Empfindlichkeit der photographischen Platten für verschiedene Strahlengattungen abhängig ist. Dazu kommt der Umstand, dass zur Entstehung des Stundenwinkelfehlers auch andere Verhältnisse instrumentaler Art beitragen können. Dies alles macht ersichtlich, dass bei den verschiedenen Bestimmungen der Parallaxe von 61 Cygni die gefundenen Parallaxenwerte in verschiedener Weise von dem Stundenwinkelfehler beeinflusst worden sein können. Insbesondere kann man erwarten, dass die visuellen Bestimmungen grössere Abweichungen aufweisen werden, teils unter einander, teils in Bezug auf die photographischen. Bei den visuellen Beobachtungen spielen nämlich einerseits die physiologischen Eigenschaften des Auges des Beobachters eine wichtige Rolle, und andererseits kommt ein grossenteils anderes Gebiet des Spektrums zur Geltung als bei den photographischen Beobachtungen.

Die beiden zuverlässigsten photographischen Bestimmungen der Parallaxe von 61<sub>1</sub> Cygni, nämlich die WILSING'sche und die DAVIS'sche, gaben die folgenden Werte:

WILSING:

$$\pi_1 = + 0'',405 \pm 0'',026,$$

DAVIS:

$$\pi_1 = + 0'',360 \pm 0'',015 .$$

Meine eigenen Messungen gaben ohne Rücksicht auf den Stundenwinkelfehler [Mittel aus (I<sub>1</sub>) und (I<sub>2</sub>)]:

$$\pi_1 = + 0'',343 \pm 0'',008 .$$

Aus den von Herrn KAPTEYN und mir ausgeführten Diskussionen der WILSING'schen und DAVIS'schen Messungen (s. § 5) geht nun hervor, dass die atmosphärische Dispersion bei diesen Messungen in demselben Sinne, und zwar wahrscheinlich etwas stärker, gewirkt hat als bei den meinigen. Wenn man diesen Umstand berücksichtigt, scheinen die drei Bestimmungen tatsächlich sehr gut mit einander in Einklang gebracht werden zu können und sämtliche einen Parallaxenwert von etwa 0'',3 zu geben. Eine vollständige Neubearbeitung der WILSING'schen und der DAVIS'schen Messungen mit Berücksichtigung des Einflusses der atmosphärischen Dispersion wäre aus diesem Grunde sehr wünschenswert.

Man dürfte also mit grosser Wahrscheinlichkeit behaupten können, dass die Parallaxe von 61 Cygni kaum grösser als 0'',3 sein kann, was auch durch die neueren visuellen Bestimmungen, namentlich die von den Herren HALL und PETER ausgeführten, durchaus bestätigt wird (s. Einleitung). Jedenfalls scheint es nunmehr ganz entschieden festgestellt zu sein, dass die früher von den Herren O. STRUVE, AUWERS, BALL u. a. erhaltenen Parallaxenwerte von etwa 0'',5 viel zu gross sind. —

Schliesslich will ich die Ergebnisse hinsichtlich der Eigenbewegung von 61 Cygni in Bezug auf die Vergleichssterne erwähnen. Die angenommenen Werte von  $\mu_0$  und  $\mu'_0$  waren, in Bogensekunden ausgedrückt:

$$\left. \begin{aligned} (\mu_0) &= + 4'',0552 \\ (\mu'_0) &= + 3'',2404 . \end{aligned} \right\}$$

Wenn man nun die in der Auflösung (II) gefundenen Korrekturen berücksichtigt, erhält man die folgenden verbesserten Werte der Eigenbewegungen in  $\xi$  und  $\eta$ :

$$\left. \begin{aligned} \mu_0 &= + 4'',1368 \pm 0'',0049 \\ \mu'_0 &= + 3'',2617 \pm 0'',0065 . \end{aligned} \right\}$$

Hieraus ergeben sich die folgenden aus der 4-jährigen Beobachtungsreihe hervorgehenden Werte der jährlichen *Eigenbewegung von 61 Cygni in  $\alpha$  und  $\delta$* :

$$\begin{cases} \mu_{\alpha} = + 0^s,3512 \pm 0^s,0004 \\ \mu_{\delta} = + 3'',262 \pm 0'',006 . \end{cases}$$

Diese Werte können aber durch die nicht bekannten Eigenbewegungen der Vergleichssterne beeinflusst sein. Sie stimmen jedoch fast vollständig mit den von Herrn AUWERS aus den besten Meridianbeobachtungen seit BRADLEY'S Zeit abgeleiteten Werten der absoluten Eigenbewegung in  $\alpha$  und  $\delta$  überein. Die verbesserten AUWERS'Schen Werte lauten nämlich (s. Berliner astr. Jahrbuch für 1907):

$$\begin{cases} \mu_{\alpha} = + 0^s,3502 \\ \mu_{\delta} = + 3'',252 . \end{cases}$$

Die in der Auflösung (II) gefundene verhältnismässig grosse Korrektion von  $\mu_{\alpha}$  ist also gut verbürgt. In Anbetracht des kurzen Zeitraumes, den meine Beobachtungen umfassen, scheint es mir, dass die Ergebnisse hinsichtlich der relativen und absoluten Bewegungen von 61 Cygni ein Zeugnis von der Brauchbarkeit der photographischen Methode für die genauesten astronomischen Messungen ablegen.

---

Zum Schluss sei es mir gestattet, die hauptsächlichsten Ergebnisse der vorliegenden Untersuchungen in der folgenden Weise kurz zusammenzufassen:

1) Periodische Veränderungen im Abstände 61<sub>1</sub>—61<sub>2</sub> Cygni wie die von Herrn WILSING angenommenen sind nicht vorhanden.

2) Kleine zu spürende scheinbare, periodische Schwankungen in der gegenseitigen Lage der beiden Komponenten sind ausschliesslich durch den Einfluss der atmosphärischen Dispersion oder überhaupt des Stundenwinkelfehlers zu erklären.

3) Eine merkbare Differenz zwischen den Parallaxen von 61<sub>1</sub> und 61<sub>2</sub> Cygni existiert nicht.

4) Der daraus zu erschliessende physische Konnex der beiden Komponenten wird auch dadurch bestätigt, dass die relative Bewegung

sich als unzweifelhaft veränderlich erweist, und zwar in der Weise, dass die relative Bahn von 61<sub>2</sub> Cygni konkav gegen 61<sub>1</sub> Cygni verläuft.

5) Die von Herrn AUWERS berechneten verbesserten Werte der absoluten Eigenbewegung des Systems 61 Cygni in  $\alpha$  und  $\delta$  werden der Hauptsache nach bestätigt.

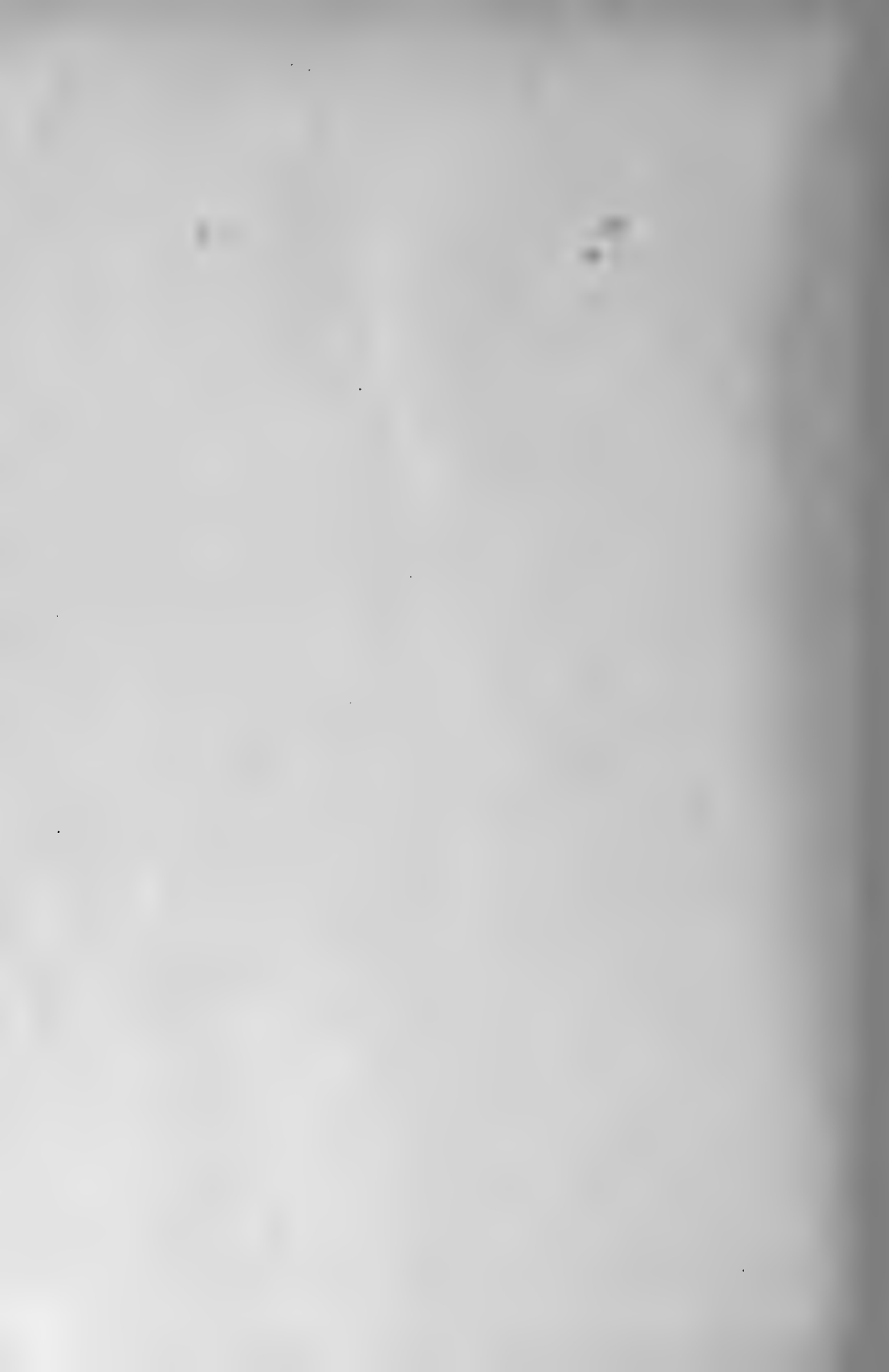
6) Die gemeinsame Parallaxe des Systems kann mit grosser Wahrscheinlichkeit auf rund  $0''{,}3$  angesetzt werden. Es kann nunmehr als definitiv festgestellt betrachtet werden, dass der früher als der wahrscheinlichste angenommene Wert  $0''{,}5$  viel zu gross ist.

7) Durch die Einwirkung der atmosphärischen Dispersion wird eine scheinbare Vergrösserung der Parallaxe erzeugt, die wahrscheinlich die früher von den Herren WILSING und DAVIS auf photographischem Wege gefundenen Werte entstellt hat.

Es scheint nunmehr nachgewiesen zu sein, dass wenn man Beobachtungen, die in verschiedenen Stundenwinkeln angestellt worden sind, zu Parallaxenbestimmungen verwenden will, es in vielen Fällen unbedingt notwendig ist, die Wirkung der atmosphärischen Dispersion mit in Rechnung zu ziehen. Meines Erachtens spielt die atmosphärische Dispersion bei den photographischen Fixsternbeobachtungen überhaupt eine wichtige Rolle, die bisher vielleicht im allgemeinen nicht ihre gebührende Berücksichtigung gefunden hat.

---

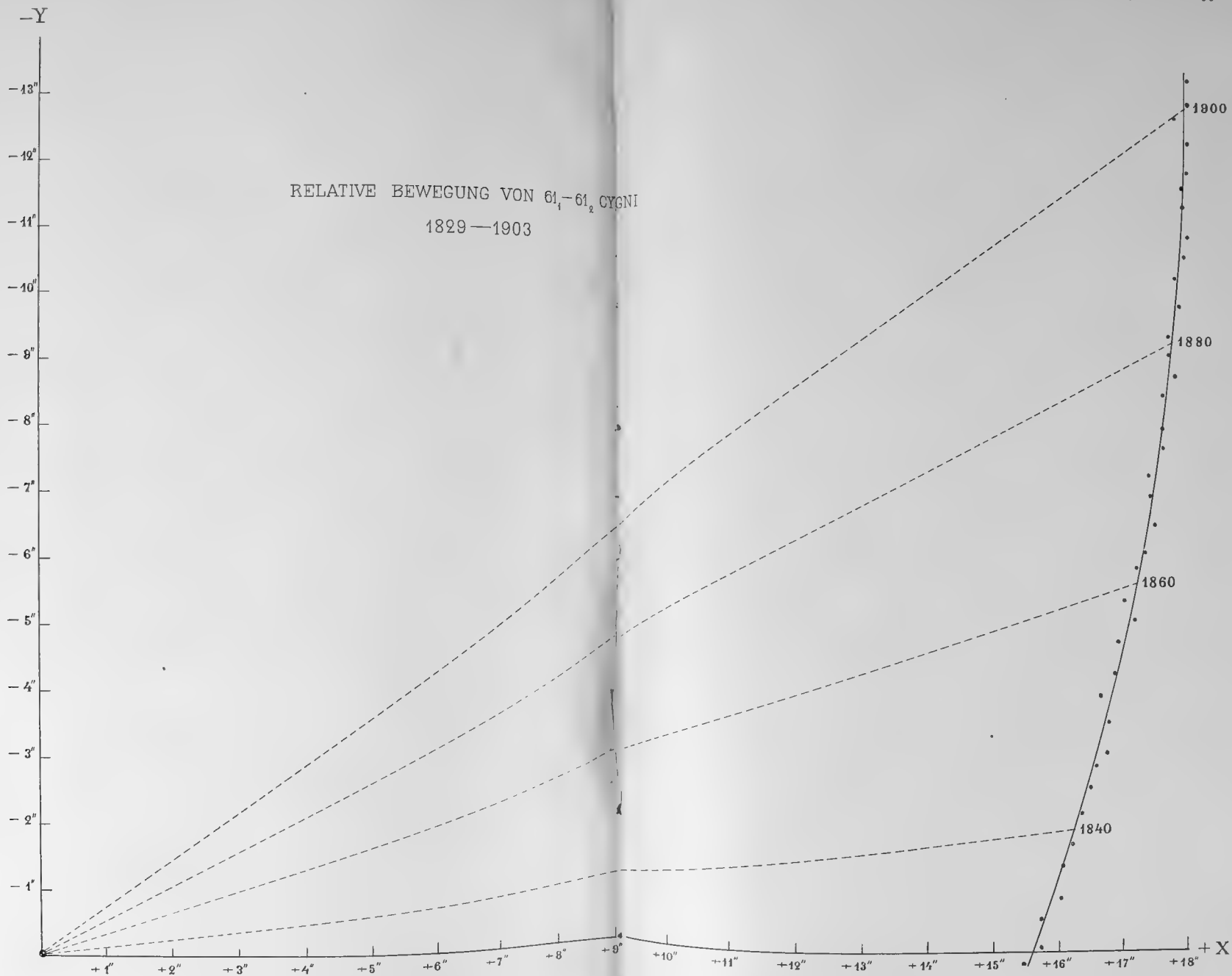
S W Z













NOVA ACTA REGLE SOCIETATIS SCIENTIARUM UPSALIENSIS.

SER. IV. VOL. 1. N. 4.

---

# EINIGES UEBER DIE FUNCTION $\mathcal{Z}(t)$

UND IHRE

# ANWENDUNG AUF ELLIPTISCHE FUNCTIONEN

VON

**M. FALK.**

(MITGETHEILT DER KÖNIGL. GESELLSCHAFT DER WISSENSCHAFTEN ZU UPSALA AM 2 FEBRUAR 1906).

UPSALA 1906  
DRUCK DER AKADEMISCHEN BUCHDRUCKEREI  
EDV. BERLING.



## 1.

Schliesst man von dem Gebiete der *unbeschränkt* veränderlichen Grösse  $t$  die Werthe

$$t = 0, \quad t = 1, \quad t = \infty$$

aus, so entsteht ein »Gebiet  $T$ «, welches ein aus *einem* Stück bestehendes Continuum bildet. Dieses Gebiet  $T$  ist also zwar zusammenhängend, aber *nicht einfach* zusammenhängend, weil im Innern eines Kreises mit dem Mittelpunkte in  $t = 0$  oder  $t = 1$  sich stets eine Stelle (der genannte Mittelpunkt) befindet, die dem Gebiete  $T$  nicht angehört.

Das *einfach* zusammenhängende Gebiet  $T'$  wird nun dadurch erhalten, dass man von  $T$  diejenigen reellen Werthe von  $t$  ausschliesst, welche  $< 0$  oder  $> 1$  sind.

Setzt man, wie gewöhnlich, für  $k^2 = t$

$$K = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\varphi}{\sqrt{1-t \operatorname{Sin}^2 \varphi}}, \quad K' = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\varphi}{\sqrt{1-(1-t) \operatorname{Sin}^2 \varphi}}, \quad (1)$$

wo die Quadratwurzeln so fixiert sein sollen, dass ihre reellen Theile positiv sind, so werden bekanntlich die durch

$$\eta_1(t) = 2K, \quad \eta_2(t) = 2iK' \quad (2)$$

definierten  $\eta_1(t)$ ,  $\eta_2(t)$  im ganzen Gebiete  $T'$  eindeutige, analytische und sogar *überall* in  $T'$  *reguläre* Functionen von  $t$ .

Es sind also durch (1) und (2) über das ganze Gebiet  $T'$  ausgebreitete *eindeutige* Zweige  $\eta_1(t)$ ,  $\eta_2(t)$  zweier analytischen Functionen ausgedrückt. Jene Zweige wollen wir die *ursprünglichen* eindeutigen Zweige der fraglichen Functionen nennen und erinnern beiläufig daran, dass diese Functionen in der That sogar unendlich vieldeutig sind.

## 2.

Jene eindeutigen Zweige  $K$ ,  $K'$  und  $\eta_1(t)$ ,  $\eta_2(t)$  genügen der wichtigen linearen homogenen Differentialgleichung:

$$t(t-1) \frac{d^2 u}{dt^2} + (2t-1) \frac{du}{dt} + \frac{1}{4} u = 0, \quad (3)$$

welche ein specieller Fall von der GAUSS'schen Differentialgleichung ist.

Dividiert man die Gleichung (3) durch  $t(t-1)$ , so nimmt sie die Form

$$\frac{d^2 u}{dt^2} + p_1(t) \frac{du}{dt} + p_2(t) u = 0 \quad (4)$$

an, und man sieht unmittelbar ein, dass  $T$  genau dasjenige Gebiet ist, in welchem die Coefficienten  $p_1(t)$ ,  $p_2(t)$  *eindeutig* und *regulär* sind.

Die von FUCHS gegebene Theorie der linearen homogenen Differentialgleichungen lehrt nun, dass die obigen eindeutigen Zweige (1) und (2) sich auf ganz beliebigen in  $T$  gelegenen Wegen fortsetzen lassen, was folglich ein Mittel ergibt, aus jenen Zweigen alle übrigen und somit auch die Functionen selbst vollständig zu erhalten, deren ursprüngliche eindeutige Zweige durch (1) oder (2) gegeben sind. Es geht übrigens hieraus hervor, dass *jede* in  $T$  gelegene Stelle für diese Functionen eine *reguläre* Stelle ist.

Das oben Gesagte ist für jede der beiden aus  $\eta_1(t)$  und  $\eta_2(t)$  hervorgehenden Functionen gültig; wichtig ist aber, diese beiden Functionen zu einem *System* von Functionen zu verknüpfen, was dadurch geschieht, dass man in ganz bestimmter Weise die verschiedenen eindeutigen Zweige der Einen denen der Anderen zuordnet, und zwar so, das erstens die ursprünglichen Zweige und dann jedes neue Paar, welches aus den ursprünglichen durch analytische Fortsetzung längs *ein und demselben* beliebigen in  $T$  gelegenen Wege hervorgeht, zusammengehören sollen.

Nachdem dieses festgestellt, setzt man:

$$\tau_0(t) = \frac{\eta_2(t)}{\eta_1(t)}, \quad (5)$$

wodurch also der *ursprüngliche* Zweig  $\tau_0(t)$  einer analytischen Function  $\tau(t)$  definiert wird, welche Function in ihrer ganzen Allgemeinheit erhalten wird, wenn man im Quotienten auf der rechten Seite von (5) die eindeutigen Zweige  $\eta_1(t)$ ,  $\eta_2(t)$  durch die entsprechenden Functionen des von ihnen erzeugten Functionensystems ersetzt.

Eigenschaften dieser FUCHS'schen Function  $\tau(t)$  sind zuerst von FUCHS<sup>1</sup> selbst und nachher von mehreren Andern gefunden oder bewiesen worden.

Für die Theorie der elliptischen Functionen ist es eine wichtige Aufgabe, Beziehungen zu finden zwischen den Werthen, die der *ursprüngliche* eindeutige Zweig  $\tau_0(t)$  annimmt für verschiedene in  $T'$  gelegene Werthe des Argumentes  $t$ , zwischen denen gewisse einfache Beziehungen bestehen. Diese Aufgabe, welche WEIERSTRASS in einer wichtigen Abhandlung<sup>2</sup> behandelt hat, kann vermittelt der Theorie der Differentialgleichung (3) in sehr einfacher Weise gelöst werden, wie ich in den folgenden Zeilen auseinandersetzen will.

## 3.

Wir wollen folgende Bezeichnungen<sup>3</sup> benutzen:

$$\varphi(t) = 1 + \sum_{n=1}^{\infty} c_n t^n, \quad \psi(t) = \sum_{n=0}^{\infty} c_n b_n t^n, \quad (6)$$

wo

$$c_0 = 1, \quad c_n = \left( \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \dots (2n-1)}{2 \cdot 4 \cdot 6 \dots 2n} \right)^2,$$

$$b_0 = 4 \log 2, \quad b_n = 4 \log 2 - 4 \left( \frac{1}{1} - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2n-1} - \frac{1}{2n} \right)$$

und  $\log 2$  den reellen Werth des natürlichen Logarithmus von 2 bezeichnet.

<sup>1</sup> Borchardts Journal, B. 83, Seiten 13—38.

<sup>2</sup> Sitzungsberichte der k. preussischen Akademie der Wissenschaften 1883, abgedruckt in französischer Uebersetzung in Acta Mathematica B. 6, Seiten 169—228. Etwaige Hinweisungen auf diese Abhandlung beziehen sich hier auf die Uebersetzung.

<sup>3</sup> Wir entnehmen diese Bezeichnungen und einige ihrer nächstliegenden hier in Nummer 3 angeführten Folgerungen der Doctordissertation des Herrn GENETZ: Till Teorin för de Fuchs'ska funktionerna, Helsingfors 1889.

Die Reihen (6) haben beide denselben Convergencekreis nämlich mit dem Radius Eins, verhalten sich aber verschieden auf dem Rande des Convergencebereiches, indem die Reihe  $\varphi(t)$  für  $t = 1$  divergiert, während die Reihe  $\psi(t)$  dagegen convergiert nicht nur für diesen Werth sondern für alle Werthe von  $t$ , deren absoluter Betrag  $= 1$  ist.

Vermittelst jener Reihen (6) werden Fundamentalsysteme von Integralen der Differentialgleichung (3) folgendermassen ausgedrückt, nämlich

a) *im Gebiete*:  $0 < |t| < 1$  — *im »Gebiete  $C_0$ »* — :

$$u_{0,1} = \varphi(t) \quad , \quad u_{0,2} = \psi(t) - \varphi(t) \log t, \quad (7)$$

b) *im Gebiete*:  $0 < |t - 1| < 1$  — *im »Gebiete  $C_1$ »* — :

$$u_{1,1} = \varphi(1 - t) \quad , \quad u_{1,2} = \psi(1 - t) - \varphi(1 - t) \log(1 - t), \quad (8)$$

c) *im Gebiete*:  $1 < |t| < \infty$  — *im »Gebiete  $C_\infty$ »* — :

$$u_{\infty,1} = t^{-\frac{1}{2}} \varphi\left(\frac{1}{t}\right) \quad , \quad u_{\infty,2} = t^{-\frac{1}{2}} \left\{ \psi\left(\frac{1}{t}\right) + \varphi\left(\frac{1}{t}\right) \log t \right\}. \quad (9)$$

Hier dürfen allerdings  $t^{-\frac{1}{2}}$  und die Logarithmen ihre allgemeinen, d. h. mehrdeutigen Werthe haben; wenn es sich aber um *eindeutige Zweige* handelt, so müssen jene Grössen in  $T'$  *eindeutig* fixiert werden, was wir so thun, dass für einen reellen, zwischen 0 und 1 gelegenen Werth von  $t$  die Potenz  $t^{-\frac{1}{2}}$  ihren *positiven* und jeder Logarithmus seinen *reellen* Werth annimmt.

Nach diesen Fixierungen ist aber noch Folgendes zu bemerken. Im »Bereiche  $C'_0$ «, d. h. im ganzen Bereiche  $C_0$  mit Ausschluss der darin liegenden reellen negativen Werthe von  $t$ , definieren nun die Gleichungen (7) *eindeutige Zweige* eines Fundamentalsystems, welche durch analytische Fortsetzungen sich auf das ganze Gebiet  $T'$  erstrecken lassen und auch in diesem erweiterten Gebiete schlechthin durch  $u_{0,1}$ ,  $u_{0,2}$  bezeichnet werden sollen. Aehnliches gilt von den Gleichungen (8), d. h. von  $u_{1,1}$  und  $u_{1,2}$ , wobei ein Bereich  $C'_1$  einzuführen ist, welcher aus  $C_1$  durch Ausschliessen der darin liegenden reellen Werthe von  $t > 1$  hervorgeht.

Hinsichtlich des Systems (9) muss eines besonderen Umstandes genaue Erwähnung gethan werden. Das Gebiet  $T'$  wurde nämlich aus dem Gebiete  $T$  dadurch erhalten, dass dieses durch die geraden Schnitt-



linien  $(0 \dots, -\infty)$  und  $(+1 \dots, +\infty)$  gespalten wurde. Durch diese Schnittlinien wird aber das Gebiet  $C_\infty$  in zwei von einander *vollständig getrennte* Stücke getheilt. Bezeichnen wir nun mit  $C'_\infty$  die obere Hälfte, d. h. denjenigen Theil von  $C_\infty$ , in welchem  $t$  eine *positive* zweite Coordinate hat, in welchem also

$$R\left(\frac{t}{i}\right) > 0$$

ist, so werden in  $T'$  existierende eindeutige Zweige  $u_{\infty,1}$ ,  $u_{\infty,2}$  dadurch erhalten, dass sie zunächst in  $C'_\infty$  durch die Gleichungen (9) definiert und dann aus dieser Definition durch analytische Fortsetzung für den übrigen Theil von  $T'$  bestimmt werden. Es muss also entschieden der Fehler vermieden werden, die so erhaltenen ebenfalls in der unteren Hälfte von  $C_\infty$  existierenden eindeutigen Zweige  $u_{x,1}$ ,  $u_{x,2}$  auch daselbst als durch (9) ausgedrückt anzusehn.

4.

Zwischen den eben definierten in  $T'$  existierenden eindeutigen Zweigen  $u_{0,1}$ ,  $\dots$ ,  $u_{\infty,2}$  bestehen die Beziehungen:

$$\pi u_{1,1} = u_{0,2}, \quad u_{1,2} = \pi u_{0,1}, \quad (10)$$

$$\pi u_{x,1} = -\pi i u_{1,1} + u_{1,2}, \quad u_{\infty,2} = \pi u_{1,1}, \quad (11)$$

also auch

$$\pi u_{x,1} = \pi u_{0,1} - i u_{0,2}, \quad u_{\infty,2} = u_{0,2}. \quad (12)$$

Wenn  $u$  irgend einen jener eindeutigen Zweige und  $\alpha$  Null oder Eins bedeuten, so bezeichnen wir mit  $u^{(\alpha)}$  den neuen eindeutigen Zweig, worin  $u$  übergeht, wenn  $t$  einen Umlauf in positivem, beziehungsweise negativem Sinne um den Punkt  $t = \alpha$  macht.

Man hat dann

$$\pi u_{x,1}^{(-1)} = \pi u_{\infty,1} + 2i u_{x,2}, \quad u_{x,2}^{(-1)} = u_{x,2}. \quad (13)$$

Da andererseits, wenn  $t$  die Schnittlinie  $(+1 \dots, +\infty)$  im negativen Sinne, d. h. von oben nach unten ein Mal überschreitet, wobei



also  $t^{-\frac{1}{2}}$  und  $\log t$  ihre Hauptwerthe behaupten, die Gleichungen (9) das Resultat:

$$u_{\infty,1}^{(-1)} = t^{-\frac{1}{2}} \varphi\left(\frac{1}{t}\right), \quad u_{\infty,2}^{(-1)} = t^{-\frac{1}{2}} \left\{ \psi\left(\frac{1}{t}\right) + \varphi\left(\frac{1}{t}\right) \log t \right\} \quad (14)$$

in der *unteren* Hälfte von  $C_{\infty}$  ergeben, so hat man also:

$$\left. \begin{aligned} \pi t^{-\frac{1}{2}} \varphi\left(\frac{1}{t}\right) &= \pi u_{\infty,1} + 2i u_{\infty,2} \\ t^{-\frac{1}{2}} \left\{ \psi\left(\frac{1}{t}\right) + \varphi\left(\frac{1}{t}\right) \log t \right\} &= u_{\infty,2} \end{aligned} \right\} \text{für } |t| > 1, R\left(\frac{t}{i}\right) < 0, \quad (15)$$

d. h. in der *unteren* Hälfte von  $C_{\infty}$ , wo  $t^{-\frac{1}{2}}$  und  $\log t$  ihre Hauptwerthe haben.

## 5.

Vermittelst der in 3 definierten eindeutigen Zweige  $u$  hat man für die eindeutigen Zweige  $\eta_1(t)$ ,  $\eta_2(t)$  die überall in  $T'$  bestehenden Ausdrücke:

$$\left. \begin{aligned} \eta_1(t) &= \pi u_{0,1} = u_{1,2} = \pi u_{\infty,1} + i u_{\infty,2}, \\ \eta_2(t) &= i u_{0,2} = \pi i u_{1,1} = i u_{\infty,2}. \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

## 6.

Jetzt können wir zu der Aufgabe übergehen, die wir uns am Ende der Nummer 2 zur Lösung vorgelegt haben.

Aus (8) und (16) erhalten wir, wenn zugleich statt  $t$   $t'$  geschrieben wird,

$$\left. \begin{aligned} \eta_1(t') &= \psi(1-t') - \varphi(1-t') \log(1-t') \\ \eta_2(t') &= \pi i \varphi(1-t') \end{aligned} \right\} \text{in } C_1',$$

woraus, wenn  $t' = 1 - t$  gesetzt wird,

$$\left. \begin{aligned} \eta_1(1-t) &= \psi(t) - \varphi(t) \log t \\ \eta_2(1-t) &= \pi i \varphi(t) \end{aligned} \right\} \text{ in } C'_0$$

sich ergibt. Vermittelst (7) nimmt dieses Resultat die Form:

$$\eta_1(1-t) = u_{0,2} , \quad \eta_2(1-t) = \pi i u_{0,1}$$

an, welche Gleichungen offenbar überall im Gebiete  $T'$  gelten und mit Hilfe von (16) die Beziehungen:

$$\eta_1(1-t) = -i \eta_2(t) , \quad \eta_2(1-t) = i \eta_1(t)$$

und dann nach (5)

$$\tau_0(1-t) = -\frac{1}{\tau_0(t)} \quad \text{im ganzen Bereiche } T' \quad (17)$$

ergeben, was *das erste der von uns erzielten Resultate* ist.

Im ganzen Bereiche  $C'_0$  hat man nach (7) und (16)

$$\eta_1(t') = \pi \varphi(t') , \quad \eta_2(t') = i \{ \psi(t') - \varphi(t') \log t' \} ,$$

welche, wenn  $t' = \frac{1}{t}$  gesetzt wird,

$$\left. \begin{aligned} \eta_1\left(\frac{1}{t}\right) &= \pi \varphi\left(\frac{1}{t}\right) , \\ \eta_2\left(\frac{1}{t}\right) &= i \left\{ \psi\left(\frac{1}{t}\right) + \varphi\left(\frac{1}{t}\right) \log t \right\} \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{im ganzen Bereiche } C_\infty \text{ mit Aus-} \\ \text{schluss der reellen negativen} \\ \text{Werthe von } t < -1 \end{array}$$

ergeben. Auch hier hat  $\log t$  seinen Hauptwerth.

Hier müssen zwei Fälle unterschieden werden, je nachdem  $t$  in der oberen oder in der unteren Hälfte von  $C_\infty$  gelegen ist, d. h. je nachdem

$$R\left(\frac{t}{i}\right) > 0 \text{ oder } < 0$$

ist. Werden dann die letzten Gleichungen mit dem Hauptwerthe von  $t^{-\frac{1}{2}}$  multipliciert, so erhält man mit Hilfe von (9), beziehungsweise (15)

$$\left. \begin{aligned} t^{-\frac{1}{2}} \eta_1 \left( \frac{1}{t} \right) &= \pi u_{\infty,1}, \\ t^{-\frac{1}{2}} \eta_2 \left( \frac{1}{t} \right) &= i u_{\infty,2} \end{aligned} \right\} \text{ in der oberen Hälfte von } C_{\infty}$$

und

$$\left. \begin{aligned} t^{-\frac{1}{2}} \eta_1 \left( \frac{1}{t} \right) &= \pi u_{\infty,1} + 2i u_{\infty,2} \\ t^{-\frac{1}{2}} \eta_2 \left( \frac{1}{t} \right) &= i u_{\infty,2} \end{aligned} \right\} \text{ in der unteren Hälfte von } C_{\infty}.$$

Vermittelst (16) erhalten wir also

$$t^{-\frac{1}{2}} \eta_1 \left( \frac{1}{t} \right) = \eta_1(t) - \eta_2(t), \quad t^{-\frac{1}{2}} \eta_2 \left( \frac{1}{t} \right) = \eta_2(t) \text{ in der oberen Hälfte von } C_{\infty}$$

und

$$t^{-\frac{1}{2}} \eta_1 \left( \frac{1}{t} \right) = \eta_1(t) + \eta_2(t), \quad t^{-\frac{1}{2}} \eta_2 \left( \frac{1}{t} \right) = \eta_2(t) \text{ in der unteren Hälfte von } C_{\infty}.$$

Unter Berücksichtigung der Definitionsgleichung (5) ergeben sich mit-  
hin die Beziehungen:

$$\tau_0 \left( \frac{1}{t} \right) = \frac{\tau_0(t)}{1 - \tau_0(t)} \quad \text{oberhalb der reellen } t\text{-Linie} \quad (18)$$

und

$$\tau_0 \left( \frac{1}{t} \right) = \frac{\tau_0(t)}{1 + \tau_0(t)} \quad \text{unterhalb der reellen } t\text{-Linie}; \quad (19)$$

denn aus den vorhergehenden Gleichungen folgt zunächst unmittelbar, das (18) in der oberen, (19) in der unteren Hälfte von  $C_{\infty}$  gilt. Jede dieser Gleichungen erlaubt aber von einer beliebigen Stelle der betreffenden Hälfte von  $C_{\infty}$  aus sogar im ganzen Gebiete  $T$  analytische Fortsetzungen, welche jedoch, da wir hier aufrecht erhalten müssen, dass nicht nur  $\tau_0(t)$  sondern auch  $\tau_0\left(\frac{1}{t}\right)$  dem ursprünglichen Zweige von  $\tau$  angehören sollen, dadurch beschränkt sein müssen, dass (natürlich nicht nur  $t$  sondern auch)  $t' = \frac{1}{t}$  die Begrenzung des Gebietes  $T'$  nicht über-

schreiten darf, woraus unmittelbar die bei (18) und (19) angegebenen Bedingungen hervorgehen.

Die Gleichungen (18) und (19) bilden *das zweite der zu beweisenden Resultate*.

Die noch übrigen Beziehungen gehen ohne Schwierigkeit aus den schon erhaltenen folgendermassen hervor.

Schreiben wir in (17) statt  $t$   $t'$  und setzen nachher  $t' = \frac{1}{t}$ , so erhalten wir für alle  $t'$ , welche dem Gebiete  $T'$  angehören, d. h. für alle endlichen Werthe von  $t$  mit Ausschluss der reellen, die  $\leq 1$  sind,

$$\tau_0\left(\frac{t-1}{t}\right) = -\frac{1}{\tau_0\left(\frac{1}{t}\right)},$$

welche Gleichung folglich sowohl oberhalb wie unterhalb der reellen  $t$ -Linie bestehen bleibt und vermittelt (18) und (19) *die Resultate*:

$$\tau_0\left(\frac{t-1}{t}\right) = \frac{1 - \tau_0(t)}{-\tau_0(t)} \quad \text{oberhalb der reellen } t\text{-Linie,} \quad (20)$$

$$\tau_0\left(\frac{t-1}{t}\right) = \frac{1 + \tau_0(t)}{-\tau_0(t)} \quad \text{unterhalb der reellen } t\text{-Linie} \quad (21)$$

ergibt.

Wenn man in (19) und (18) statt  $t$   $t'$  schreibt und nachher  $t' = 1 - t$  setzt, wobei zu bemerken ist, dass  $t'$  in der oberen (unteren) Hälfte von  $T'$  liegt, je nachdem  $t$  in der unteren (oberen) Hälfte sich befindet, so erhält man:

$$\tau_0\left(\frac{1}{1-t}\right) = \frac{\tau_0(1-t)}{1 + \tau_0(1-t)} \quad \text{oberhalb der reellen } t\text{-Linie,}$$

$$\tau_0\left(\frac{1}{1-t}\right) = \frac{\tau_0(1-t)}{1 - \tau_0(1-t)} \quad \text{unterhalb der reellen } t\text{-Linie.}$$

Mit Hilfe von (17) ergeben sich hieraus *die Beziehungen*:

$$\tau_0\left(\frac{1}{1-t}\right) = \frac{-1}{\tau_0(t) - 1} \quad \text{oberhalb der reellen } t\text{-Linie,} \quad (22)$$

$$\tau_0\left(\frac{1}{1-t}\right) = \frac{-1}{\tau_0(t) + 1} \quad \text{unterhalb der reellen } t\text{-Linie.} \quad (23)$$

Da

$$\frac{t}{t-1} = 1 - \frac{1}{1-t}$$

ist, so erhält man aus (17), wenn man zunächst  $t$  in  $t'$  ändert und dann

$$t' = \frac{1}{1-t}$$

setzt,

$$\tau_0\left(\frac{t}{t-1}\right) = -\frac{1}{\tau_0\left(\frac{1}{1-t}\right)}.$$

Der Gültigkeitsbereich dieser Gleichung geht aus der Bedingung hervor, dass  $t'$ , d. h.  $\frac{1}{1-t}$ , dem Bereiche  $T'$  angehören soll, was darauf hinauskommt, dass  $t$  jeden endlichen Werth annehmen darf mit Ausnahme nur der reellen Werthe, die  $\geq 0$  sind.

Aus dieser Gleichung erhalten wir mit Hilfe von (22) und (23) die *Resultate*:

$$\tau_0\left(\frac{t}{t-1}\right) = \tau_0(t) - 1 \quad \text{oberhalb der reellen } t\text{-Linie,} \quad (24)$$

$$\tau_0\left(\frac{t}{t-1}\right) = \tau_0(t) + 1 \quad \text{unterhalb der reellen } t\text{-Linie.} \quad (25)$$

## 7.

Die in der vorigen Nummer erhaltenen Gleichungen (17)–(25), von welchen wir uns vorgenommen hatten eine einfache Herleitung zu geben, sind nun, abgesehen von den benutzten Bezeichnungen, mit den von WEIERSTRASS gegebenen<sup>1</sup> identisch. Wir fassen sie in ein wenig

<sup>1</sup> Acta Mathematica, Band VI, Seite 216, Gleichungen (9).

geänderter Reihenfolge zusammen, indem wir ausserdem die Bezeichnungen:

$$t_1 = t, \quad t_2 = 1 - t, \quad t_3 = \frac{t-1}{t}, \quad t_4 = \frac{1}{t}, \quad t_5 = \frac{1}{1-t}, \quad t_6 = \frac{t}{t-1} \quad (26)$$

einführen und den erhaltenen Gleichungen noch eine unmittelbar evidente vorangehen lassen. Somit haben wir:

$$\left. \begin{aligned} \tau_0(t_1) &= \tau_0(t), & (I) \\ \tau_0(t_2) &= -\frac{1}{\tau_0(t)}, & (II) \\ \tau_0(t_3) &= \frac{1 \mp \tau_0(t)}{-\tau_0(t)}, & (III) \\ \tau_0(t_4) &= \frac{\tau_0(t)}{1 \mp \tau_0(t)}, & (IV) \\ \tau_0(t_5) &= \frac{-1}{\tau_0(t) \mp 1}, & (V) \\ \tau_0(t_6) &= \tau_0(t) \mp 1, & (VI) \end{aligned} \right\} \quad (27)$$

wo die zwei ersten im ganzen Gebiete  $T'$  bestehen, die übrigen aber nur in der oberen oder nur in der unteren Hälfte dieses Gebietes gelten, je nachdem von dem doppelten Vorzeichen ( $\mp$ ) das obere oder das untere zur Anwendung kommt.

## 8.

Die jetzt gewonnenen Resultate können durch Abbildung des Gebietes  $T'$  in der  $\tau_0$ -Ebene veranschaulicht werden, was in sehr einfacher Weise folgendermassen gethan werden kann.

Erstens schneidet man das Gebiet  $T'$  in Theilgebiete mittelst der beiden Kreise, deren Halbmesser gleich Eins ist und deren Mittelpunkte beziehungsweise in  $t = 0$  und  $t = 1$  liegen, und ausserdem mittelst der Geraden, welche durch die beiden Schnittpunkte jener

Kreise hindurchgeht, also genau so, wie es die unten gezeichnete Figur 1 angiebt, und wie es auch WEIERSTRASS<sup>1</sup> gethan hat.

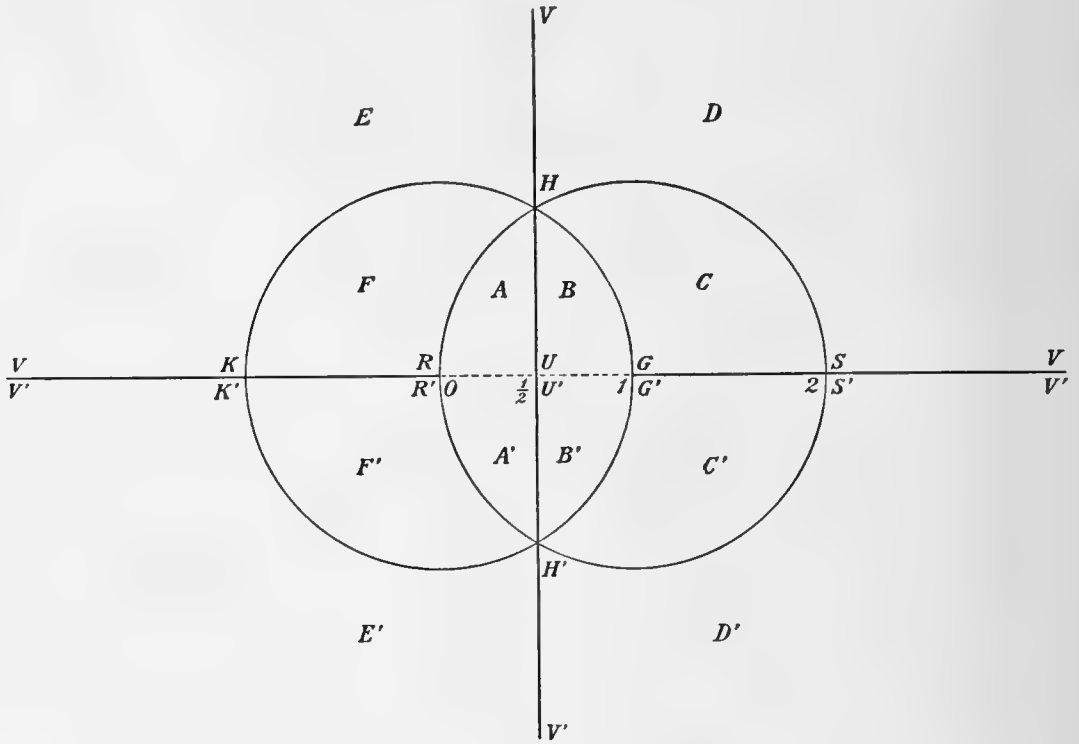


Fig. 1.

Die Bezeichnungen der Figur sind unmittelbar einleuchtend. Die Theilgebiete von  $T'$  sind durch  $A, B, \dots, F, A', B', \dots, F'$  bezeichnet. Nur darf vielleicht daran erinnert werden, dass  $V$  und  $V'$  als unendlich entfernt betrachtet werden sollen, und zwar soll  $V$  den unendlich entfernten Punkt oberhalb,  $V'$  unterhalb der reellen  $t$ -Linie bedeuten.

Vermittelst der Formeln in den Nummern 3—5 und einiger aus ihnen hervorgehenden Beziehungen werden in bekannter Weise die obigen Theilgebiete von  $T'$  in Theilgebieten von  $\tau_0(t)$ , die wir mit denselben Buchstaben bezeichnen wollen, abgebildet, was die nachstehende Figur 2, die also den Fall (I) in der Nummer 7 veranschaulicht, klar auseinandersetzt.

<sup>1</sup> Acta Mathematica, Band VI, Seite 216.





die in $\tau_0(t_1)$ vorkommenden	$A, B, C, D, E, F,$	$A', B', C', D', E', F',$	} (29)	
für $\tau_0(t_2)$	durch	$B', A', F', E', D', C,$		$B, A, F, E, D, C,$
» $\tau_0(t_3)$	»	$C, D, E, F, A, B,$		$C', D', E', F', A', B',$
» $\tau_0(t_4)$	»	$D', C', B', A', F', E',$		$D, C, B, A, F, E,$
» $\tau_0(t_5)$	»	$E, F, A, B, C, D,$		$E', F', A', B', C', D',$
» $\tau_0(t_6)$	»	$F', E', D', C', B', A',$		$F, E, D, C, B, A$

ersetzt. Wie sich diejenigen in der Figur 2 vorkommenden Buchstaben, welche *Punkte* bezeichnen, hierbei vertauschen, ist ohne Schwierigkeit zu ersehen und braucht daher nicht besonders angegeben zu werden. Zum Verständniss des Verzeichnisses (29) ist es vielleicht gut zu bemerken, dass in allen jenen Figuren die Punkte  $H, H'$  entweder dieselben Stellen behalten oder nur gegen einander vertauscht worden sind.

Von jeder der sechs Figuren, welche die Zweige  $\tau_0(t_\lambda)$  für  $\lambda = 1, 2, \dots, 6$  geometrisch darstellen, gilt nun, dass  $t_\lambda$  im Theilgebiete  $(A + A')$  von  $T'$  liegt, jedesmal wenn  $\tau_0(t_\lambda)$  in demjenigen Theilgebiete von  $\tau_0$  gelegen ist, der sich oberhalb des Kreisbogens  $HH'$  befindet. Folglich zeigt das Verzeichniss (29), dass, wo auch  $t$  in  $T'$  liegen mag, stets eine und nur eine der Grössen  $t_\lambda$  im Gebiete  $(A + A')$  von  $T'$  gelegen ist, und zwar ist diese Grösse

$$t_1, t_2, \dots, t_6,$$

je nachdem sich  $t$  in

$$(A + A'), (B' + B), \dots, (F' + F)$$

befindet<sup>1</sup>.

Da in der  $\tau$ -Ebene die Punkte  $H$  und  $H'$  durch die Werthe

$$\tau_0 = \pm \frac{1}{2} + \frac{1}{2} i \sqrt{3}$$

bestimmt sind, so geht aus dem eben Gesagten unmittelbar folgendes Resultat hervor:

<sup>1</sup> WEIERSTRASS, Acta Mathematica, Band VI, Seite 217.

Zu jedem in  $T'$  gelegenen Werth von  $t$  kann man aus (26) stets einen Werth  $t_2$  finden, für welchen nicht nur

$$R\left(\frac{\tau_0(t_2)}{i}\right) \geq \frac{1}{2} \sqrt{3} \quad (30)$$

sondern auch

$$-\frac{1}{2} \leq R(\tau_0(t_2)) \leq \frac{1}{2} \quad (31)$$

ist.

Man sieht auch sogleich ein, dass die Beziehung (30) — aber nicht (31) — noch in denjenigen zwei Theilgebieten von  $\tau_0(t_2)$  bestehen bleibt, welche auf der rechten und der linken Seite des oben genannten Theilgebietes liegen. Dass dieser Bereich noch einer Erweiterung fähig ist, wird unten (Nummer 11) näher besprochen.

## 9.

Die WEIERSTRASS'sche Function  $\wp(u)$ , welche bekanntlich durch ihre Invarianten  $g_2, g_3$  bestimmt ist, ist stets und nur dann doppelt periodisch, wenn die Discriminante

$$g_2^3 - 27 g_3^2$$

einen von Null verschiedenen Werth hat. Setzt man dies voraus, so sind die drei Wurzeln der Gleichung:

$$4s^3 - g_2s - g_3 = 0 \quad (32)$$

von einander verschieden, d. h. einfach. Werden deren Werthe mit

$$a, b, c$$

bezeichnet, so hat man

$$a + b + c = 0. \quad (33)$$

WEIERSTRASS bezeichnet diese Wurzeln durch

$$e_1, e_2, e_3,$$

wobei im Allgemeinen die Indicierung ganz willkürlich ist, so dass also  $e_1$  irgend welche der Grössen  $a, b, c$ , dann  $e_2$  irgend welche der zwei anderen und zuletzt  $e_3$  die einzig noch übrig gebliebene bedeutet.

Nur in dem Falle, dass die bei der geometrischen Darstellung den drei Grössen  $a, b, c$  entsprechenden Punkte in gerader Linie liegen, soll  $e_2$  gleich derjenigen dieser Grössen sein, die dem mittleren der genannten Punkte entspricht. Hierdurch wird nämlich gewonnen, dass die durch

$$t = \frac{e_2 - e_3}{e_1 - e_3} \quad (34)$$

definierte Grösse  $t$  stets im Gebiete  $T'$  gelegen ist<sup>1</sup>.

Vermittelst (34) ergeben die Gleichungen (26):

$$\left. \begin{aligned} t_1 &= \frac{e_2 - e_3}{e_1 - e_3}, \\ t_2 &= \frac{e_2 - e_1}{e_3 - e_1}, \\ t_3 &= \frac{e_1 - e_2}{e_3 - e_2}, \\ t_4 &= \frac{e_1 - e_3}{e_2 - e_3}, \\ t_5 &= \frac{e_3 - e_1}{e_2 - e_1}, \\ t_6 &= \frac{e_3 - e_2}{e_1 - e_2}, \end{aligned} \right\} \quad (35)$$

oder kurz:

$$t_\lambda = \frac{e_\beta - e_\gamma}{e_\alpha - e_\gamma}, \quad (36)$$

wo der Werth von  $\lambda$  durch die Tabelle:

<sup>1</sup> SCHWARZ, Formeln und Lehrsätze, § 27, Seite 31.

$\lambda$	$\alpha$	$\beta$	$\gamma$	
1	1	2	3	
2	3	2	1	(37)
3	3	1	2	
4	2	1	3	
5	2	3	1	
6	1	3	2	

gegeben wird.

Ein bestimmtes primitives Periodenpaar der Function  $\wp(u)$ , welches hier mit  $2\omega_1, 2\omega'_1$  bezeichnet werden mag, ist nun durch<sup>1</sup>

$$2\omega_1 \sqrt{e_1 - e_3} = \eta_1(t_1), \quad 2\omega'_1 \sqrt{e_1 - e_3} = \eta_2(t_1)$$

gegeben, wo  $\sqrt{e_1 - e_3}$  beliebig fixiert werden darf, und folglich ergibt sich nach (5)

$$\tau_0(t_1) = \frac{\omega'_1}{\omega_1}. \tag{38}$$

Die Formeln (II)—(VI) von (27) nehmen hiermit die folgende Gestalt an

$$\begin{aligned} \tau_0(t_2) &= -\frac{\omega_1}{\omega'_1}, \\ \tau_0(t_3) &= \frac{\omega_1 \mp \omega'_1}{-\omega'_1}, \\ \tau_0(t_4) &= \frac{\omega'_1}{\omega_1 \mp \omega'_1}, \\ \tau_0(t_5) &= \frac{-\omega_1}{\omega'_1 \mp \omega_1}, \\ \tau_0(t_6) &= \frac{\omega'_1 \mp \omega_1}{\omega_1}, \end{aligned}$$

oder

$$\tau_0(t_\lambda) = \frac{\omega'_\lambda}{\omega_\lambda}, \tag{39}$$

$$(\lambda = 2, 3, \dots, 6)$$

<sup>1</sup> SCHWARZ, Formeln und Lehrsätze, § 27, Seite 32.

wenn man

$$\omega_\lambda = p_\lambda \omega_1 + q_\lambda \omega'_1, \quad \omega'_\lambda = r_\lambda \omega_1 + s_\lambda \omega'_1 \quad (40)$$

setzt, wo die ganzen Zahlen  $p_\lambda, q_\lambda, r_\lambda, s_\lambda$  durch die folgende Tabelle gegeben sind, worin auch der evidente Fall:  $\lambda = 1$  der Vollständigkeit wegen aufgenommen ist:

$\lambda$	$p_\lambda$	$q_\lambda$	$r_\lambda$	$s_\lambda$
1	1	0	0	1
2	0	1	-1	0
3	0	-1	1	$\overline{+1}$
4	1	$\overline{+1}$	0	1
5	$\overline{+1}$	1	-1	0
6	1	0	$\overline{+1}$	1

In allen diesen sechs Fällen hat man offenbar

$$ps - qr = 1, \quad (41)$$

und folglich bilden auch stets  $2\omega_\lambda, 2\omega'_\lambda$  ein dem Periodenpaare  $2\omega_1, 2\omega'_1$  äquivalentes, also ebenfalls ein primitives Periodenpaar der Function  $\wp(u)^1$ .

Mit Berücksichtigung des am Ende der Nummer 8 Gesagten folgt also das bekannte Resultat:

Zu jeder doppelt periodischen Function  $\wp(u)$  gehört stets ein primitives Periodenpaar  $2\omega, 2\omega'$ , welches die Eigenschaft:

$$R\left(\frac{\omega'}{\omega}\right) \geq \frac{1}{2}\sqrt{3}, \quad -\frac{1}{2} \leq R\left(\frac{\omega'}{\omega}\right) \leq \frac{1}{2} \quad (42)$$

<sup>1</sup> Für jedes System ganzer Zahlen  $p, q, r, s$ , die der Bedingung (41) genügen, erhält man aus

$$\overline{\omega} = p\omega_1 + q\omega'_1, \quad \overline{\omega}' = r\omega_1 + s\omega'_1$$

ein dem Paare  $2\omega_1, 2\omega'_1$  äquivalentes Periodenpaar  $2\overline{\omega}, 2\overline{\omega}'$ , und der Quotient  $\frac{\overline{\omega}'}{\overline{\omega}}$  ist jedesmal ein Werth eines Zweiges von  $\tau(t)$ , welcher einem Werthe von  $t$  entspricht, der unter den Werthen  $t_1, \dots, t_6$  sich befindet. Stets und nur in dem Falle, wo  $p$  und  $s$  ungerade,  $q$  und  $r$  gerade Zahlen sind, ist dieser Werth von  $t$  gleich  $t_1$ . Es ist nicht nöthig, dies eingehender zu erörtern.

besitzt und vermitteltst der Gleichungen:

$$t = \frac{e_2 - e_3}{e_1 - e_3}, \quad \omega \sqrt{e_1 - e_3} = \eta_1(t), \quad \omega' \sqrt{e_1 - e_3} = \eta_2(t) \quad (43)$$

berechnet werden kann für passende, stets mögliche Indicierung der Wurzeln der Gleichung (32).

Von jetzt an sei daher angenommen, dass  $e_1, e_2, e_3$  auf diese Weise indicirt sind, und dass der Quotient  $\frac{e_2 - e_3}{e_1 - e_3}$  schlechthin mit  $t$  bezeichnet worden ist. Hierdurch ist dann gewonnen, dass nur solche Werthe von  $t$  in Betracht gezogen zu werden brauchen, die dem Theilgebiete  $(A + A')$  von  $T'$  angehören.

Die Grösse  $h$  (JACOBI'S  $q$ ), welche durch

$$h = e^{\tau(t)\pi i},$$

definiert wird, reducirt sich also hier auf

$$h_0 = e^{(a+bi)\pi i},$$

wo

$$a + bi = \tau_0(t)$$

und

$$-\frac{1}{2} \leq a \leq \frac{1}{2}, \quad b \geq \frac{1}{2} \sqrt{3}.$$

Folglich ist

$$\left. \begin{aligned} |h_0| &= e^{-b\pi} \leq e^{-\frac{1}{2}\pi\sqrt{3}} \left( < \frac{1}{15} \right) \\ h_0 &= |h_0| \cdot e^{a\pi i} \end{aligned} \right\} \quad (44)$$

und

Die obige Feststellung ergibt also in jedem Falle den kleinstmöglichen Werth des absoluten Betrages von  $h_0$ , was vortheilhaft ist in denjenigen Reihen, die nach steigenden Potenzen von  $h_0$  fortschreiten.

10<sup>1</sup>.

Die wichtige Aufgabe, die Grösse  $h_0$  für jeden in  $(A + A')$  gelegenen Werth von  $t$  auszudrücken, ist allerdings *theoretisch* gelöst vermittelst einer gewöhnlichen Potenzreihe von  $t$ , welche im genannten Bereiche die Grösse  $h_0$  darstellt und sogar im noch grösseren Gebiete:  $|t| \leq 1$  convergiert. Aber nur für dem absoluten Betrage nach sehr kleine Werthe von  $t$ , also speciell nur in einem kleinen Theile des Gebietes  $(A + A')$  ist diese Reihe zur *praktischen* Berechnung von  $h_0$  bequem.

Diesen Uebelstand hat man nun dadurch beseitigt, dass man eine Grösse  $l$ , definiert durch die Gleichung:

$$l = \frac{1 - \sqrt[4]{1-t}}{1 + \sqrt[4]{1-t}}, \quad (45)$$

wo die vierte Wurzel ihren Hauptwerth haben soll, eingeführt und dann  $h_0$  in eine gewöhnliche Potenzreihe von  $l$  entwickelt hat.

Die also erhaltene Reihe convergiert allerdings im ganzen Bereiche:  $|l| \leq 1$ , braucht aber nur für solche Werthe von  $l$  angewendet zu werden, die der Gleichung (45) gemäss den in  $(A + A')$  gelegenen Werthen von  $t$  entsprechen. Da für alle solche Werthe von  $t$  — wie es WEIERSTRASS<sup>2</sup> durch Betrachtung der Werthe von  $|l|$ , welche den Werthen von  $t$  am *Rande* des Gebietes  $(A + A')$  entsprechen, bewiesen hat — stets

$$|l| \leq \operatorname{tg} \frac{\pi}{24} \left( < \frac{2}{15} \right)$$

ist, so convergiert die Reihe von  $l$ , welche  $h_0$  ausdrückt, im hier betrachteten Falle sogar so schnell, dass schon die zwei oder höchstens drei ersten Glieder der Reihe ausreichen, um  $h_0$  mit hinlänglicher Genauigkeit zu erhalten.

Ich will hier den Werth des absoluten Betrages von  $l$  auf einem vielleicht ein wenig mehr directen Wege untersuchen und zwar in der Absicht zu finden, wie weit sich das Gebiet  $(A + A')$  in  $T'$  erweitern

<sup>1</sup> Den wesentlichen Inhalt dieser und der folgenden Nummer habe ich schon im Frühlingsemester 1893 in einer öffentlichen Vorlesung gegeben.

<sup>2</sup> Acta Mathematica, Band VI, Seiten 218—220.



lässt, ohne dass die Grösse  $l$  dem absoluten Betrage nach den Werth  $\operatorname{tg} \frac{\pi}{24}$  überschreitet, oder m. a. W. ich will den *vollständigen* Theilbereich von  $T'$  aufsuchen, in welchem überall

$$|l| \leq \operatorname{tg} \frac{\pi}{24} \quad (46)$$

ist.

Um nun zunächst den WEIERSTRASS'schen Satz, dass im ganzen Bereiche  $(A + A')$  die Beziehung (46) stattfindet, zu beweisen, setzen wir

$$1 - t = t', \quad (47)$$

woraus sofort erhellt, dass die Gerade, welche die Punkte  $t$  und  $t'$  verbindet, von dem Punkte  $U(U')$ , Fig. 1, halbiert wird.

Hieraus ersieht man sogleich, dass der Punkt  $t$  sich beziehungsweise im Bereiche

$$A, \quad A', \quad F, \quad F', \quad E, \quad E', \dots$$

befindet, je nachdem der Punkt  $t'$  in

$$B', \quad B, \quad C', \quad C, \quad D', \quad D, \dots$$

gelegen ist.

Wir führen jetzt die Substitution:

$$\sqrt[4]{t'} = \rho e^{-\vartheta i} \quad (48)$$

ein. Damit hier die vierte Wurzel ihren Hauptwerth hat, nehmen wir an, was stets möglich ist, dass

$$|\vartheta| \leq \frac{\pi}{4} \quad (49)$$

ist. Es ergibt sich dann aus (47) und (48) die Gleichung

$$1 - t = \rho^4 \operatorname{Cos} 4\vartheta - i\rho^4 \operatorname{Sin} 4\vartheta,$$

welche, wenn man

$$t = x + yi \quad (50)$$



setzt, die Beziehungen

$$\varrho^4 \operatorname{Cos} 4\vartheta = 1 - x, \quad \varrho^4 \operatorname{Sin} 4\vartheta = y \quad (51)$$

ergibt.

Da die Bedingungen

$$0 \leq x \leq \frac{1}{2}, \quad (1-x)^2 + y^2 \leq 1 \quad (52)$$

die Annahme ausdrücken, dass  $t$  im Bereiche  $(A + A')$  gelegen ist, so finden wir mittelst (51)

$$\operatorname{tg} 4\vartheta = \frac{y}{1-x} \quad \text{und folglich} \quad \operatorname{tg}^2 4\vartheta \leq \frac{1 - (1-x)^2}{(1-x)^2} = \frac{1}{(1-x)^2} - 1 \leq 3$$

und folglich

$$|\vartheta| \leq \frac{\pi}{12}, \quad (53)$$

wodurch für  $\vartheta$  noch engere Grenzen erhalten sind als die oben in (49) vorgeschriebenen. Für  $\varrho$  erhält man aus (51) und (52) ebenfalls

$$\varrho^4 \operatorname{Cos} 4\vartheta \geq \frac{1}{2}, \quad \varrho^8 = (1-x)^2 + y^2 \leq 1,$$

also

$$1 \geq \varrho \geq \frac{1}{\sqrt{2} \operatorname{Cos} 4\vartheta}. \quad (54)$$

Die vollständigen Bedingungen, damit sich  $t$  im Gebiete  $(A + A')$  befindet, sind also in (53) und (54) ausgedrückt.

Der Ausdruck (45) nimmt jetzt mittelst der Gleichungen (47) und (48) die Gestalt:

$$l = \frac{1 - \varrho \operatorname{Cos} \vartheta + i\varrho \operatorname{Sin} \vartheta}{1 + \varrho \operatorname{Cos} \vartheta - i\varrho \operatorname{Sin} \vartheta} \quad (55)$$

an, woraus, wenn das Quadrat des absoluten Betrages von  $l$  mit  $v$  bezeichnet wird,

$$v = |l|^2 = \frac{1 - 2\varrho \operatorname{Cos} \vartheta + \varrho^2}{1 + 2\varrho \operatorname{Cos} \vartheta + \varrho^2} \quad (56)$$

sich ergibt. Die Aufgabe ist also darauf reducirt, den grössten Werth zu finden, den  $v$  bekommt, wenn  $\varrho$  und  $\vartheta$  unabhängig von einander alle Werthe paare annehmen, welche den Bedingungen (53) und (54) Genüge leisten.

Lässt man nun zuerst  $\vartheta$  einen beliebig fixierten, im Innern des Bereiches (53) gelegenen Werth haben, so erhält man aus (56)

$$\frac{\partial v}{\partial \varrho} = - \frac{4 \operatorname{Cos} \vartheta (1 - \varrho^2)}{(1 + 2\varrho \operatorname{Cos} \vartheta + \varrho^2)^2}, \quad (57)$$

woraus hervorgeht, dass  $v$  wächst, wenn  $\varrho$  im Intervalle (54) abnimmt. Für jedes dem Innern des Gebietes (53) angehörige  $\vartheta$  ist also

$$u = \frac{\sqrt{2 \operatorname{Cos} 4\vartheta} - 2 \operatorname{Cos} \vartheta \sqrt[4]{2 \operatorname{Cos} 4\vartheta} + 1}{\sqrt{2 \operatorname{Cos} 4\vartheta} + 2 \operatorname{Cos} \vartheta \sqrt[4]{2 \operatorname{Cos} 4\vartheta} + 1} \quad (58)$$

der grösste Werth, den  $v$  im Intervalle (54) annimmt.

Es erübrigt also nur noch, den grössten Werth zu suchen, den  $u$  annimmt, wenn  $\vartheta$  das Intervall (53) durchläuft, d. h. wenn, für

$$\sqrt[4]{2} \operatorname{Cos} 4\vartheta = z \quad (59)$$

gesetzt, die Veränderliche  $z$  sich im Bereiche:

$$\sqrt[4]{2} \geq z \geq 1 \quad (60)$$

stetig bewegt.

Als Function von  $z$  erhält  $u$  den Ausdruck:

$$u = \frac{z^2 - z \sqrt{2 + \sqrt{z^4 + 2}} + 1}{z^2 + z \sqrt{2 + \sqrt{z^4 + 2}} + 1}, \quad (61)$$

und folglich ergibt sich:

$$N^2 \cdot \frac{du}{dz} = \frac{4(1 - 2z^2)}{\sqrt{z^4 + 2} \cdot \sqrt{2 + \sqrt{z^4 + 2}} \{(z^2 - 1) \sqrt{z^4 + 2} + z^4 - z^2 + 1\}}, \quad (62)$$

wo  $N$  den Nenner in (61) bezeichnet.

Im ganzen Bereiche (60) ist also  $u$  zunehmend, wenn  $z$  abnimmt, und folglich nimmt  $u$  für  $z = 1$  seinen grössten Werth an, also

$$\text{Max. von } u = \frac{2 - \sqrt{2 + \sqrt{3}}}{2 + \sqrt{2 + \sqrt{3}}} ,$$

d. h., da

$$\sqrt{3} = 2 \cos \frac{\pi}{6}$$

ist,

$$\text{Max. von } u = \text{tg}^2 \frac{\pi}{24} .$$

Also haben wir schliesslich das WEIERSTRASS'sche Resultat erhalten, nämlich dass im Bereiche  $(A + A')$

$$\text{Max. von } |l| = \text{tg} \frac{\pi}{24}$$

ist, was wir zunächst beweisen wollten.

Da es stets möglich ist — siehe Ende der Nummer (8) —, einen im Gebiete  $(A + A')$  gelegenen Werth von  $t$  anzuwenden, so ist also das obige Resultat vom *praktischen* Gesichtspunkte aus völlig ausreichend.

Es ist jedoch von *theoretischem* Interesse zu untersuchen, *ob und wie weit sich das Gebiet  $(A + A')$  in  $T'$  erweitern lässt, ohne dass darin die Grösse  $l$  aufhört, dem absoluten Betrage nach die obere Grenze  $= \text{tg} \frac{\pi}{24}$  zu haben.*

Ehe wir die vollständige Lösung dieser Aufgabe geben, ist es zweckmässig, die folgende *Ergänzung des WEIERSTRASS'schen Satzes* zu geben, nämlich dass auch *im ganzen Bereiche  $(F + F')$  die obere Grenze des absoluten Betrages von  $l$  gleich  $\text{tg} \frac{\pi}{24}$  ist.*

Damit  $t = x + yi$  sich in diesem Bereiche befindet, ist nothwendig und ausreichend, dass man

$$x^2 + y^2 \leq 1 \quad , \quad (x - 1)^2 + y^2 \geq 1 \quad ,$$

also nach (51)

$$1 - 2\rho^4 \cos 4\vartheta + \rho^8 \leq 1 \quad , \quad \rho^8 \geq 1 \quad ,$$

d. h.

$$1 \leq \rho \leq \sqrt[4]{2 \cos 4\vartheta} \quad (64)$$

hat, was offenbar auch hier für  $\vartheta$  die Begrenzung

$$|\vartheta| \leq \frac{\pi}{12} \quad (65)$$

nach sich zieht. Das Gebiet  $(F + F')$  ist also durch (64) und (65) genau charakterisiert.

Wenn  $\vartheta$  einen beliebigen, im Innern des Intervalles (65) gelegenen Werth hat, so zeigt die Gleichung (57), dass  $v$  wächst, wenn  $\rho$  wachsend das Intervall (64) durchläuft, und dass  $v$  folglich für  $\rho = \sqrt[4]{2 \cos 4\vartheta}$  seinen grössten Werth erreicht. Da auch dieser Werth offenbar durch  $u$  in (58) ausgedrückt ist, so geschieht die Vollführung des Beweises genau so, wie wir es für das Gebiet  $(A + A')$  schon gethan haben. Also ist auch im Bereiche  $(F + F')$  die obere Grenze des absoluten Betrages von  $l$  gleich  $\operatorname{tg} \frac{\pi}{24}$ .

Fassen wir jetzt die beiden Bereiche  $(A + A')$  und  $(F + F')$  in Einen zusammen, so wird derselbe offenbar durch

$$|\vartheta| \leq \frac{\pi}{12} \quad , \quad \frac{1}{\sqrt[4]{2 \cos 4\vartheta}} \leq \rho \leq \sqrt[4]{2 \cos 4\vartheta} \quad (66)$$

genau definiert.

Für ein beliebiges  $\vartheta$  zwischen  $-\frac{\pi}{12}$  und  $+\frac{\pi}{12}$  lehrt die Gleichung (57), dass  $v$ , wenn  $\rho$  vom Werthe  $\rho = 1$  aus wächst oder abnimmt, stets im Wachsen begriffen ist und damit fortfährt, sogar wenn  $\rho$  aus seinem Intervalle (66) austritt.

An der Grenze des Intervalles erhält  $v$  den Werth  $u$ , der jedesmal, wo  $\vartheta$  im Innern seines Intervalles liegt, kleiner als  $\operatorname{tg}^2 \frac{\pi}{24}$  ist.

Wir erweitern daher nach *beiden* Richtungen hin das Intervall für  $\rho$

bis zu den Grenzen, wo  $v$  den Werth  $\operatorname{tg}^2 \frac{\pi}{24}$  erreicht. Aus (56) geht alsdann hervor, dass die Grenzen des somit erweiterten Intervalles die beiden Werthe von  $\varrho$  sind, die der Gleichung

$$\frac{1 - 2\varrho \operatorname{Cos} \vartheta + \varrho^2}{1 + 2\varrho \operatorname{Cos} \vartheta + \varrho^2} = \operatorname{tg}^2 \frac{\pi}{24},$$

d. h.

$$\varrho^2 - 2 \cdot \frac{\operatorname{Cos} \vartheta}{\operatorname{Cos} \frac{\pi}{12}} \cdot \varrho + 1 = 0 \quad (67)$$

Genüge leisten.

Wir haben also schliesslich durch die obigen Betrachtungen folgendes Resultat erhalten:

*Der Theil des Gebietes  $T'$ , in welchem man*

$$|t| < \operatorname{tg} \frac{\pi}{24}$$

*hat, ist durch die Bedingungen:*

$$\left. \begin{aligned} t = 1 - \varrho^4 e^{-i\vartheta}, \quad -\frac{\pi}{12} \leq \vartheta \leq \frac{\pi}{12}, \\ \frac{\operatorname{Cos} \vartheta - \sqrt{\operatorname{Cos}^2 \vartheta - \operatorname{Cos}^2 \frac{\pi}{12}}}{\operatorname{Cos} \frac{\pi}{12}} \leq \varrho \leq \frac{\operatorname{Cos} \vartheta + \sqrt{\operatorname{Cos}^2 \vartheta - \operatorname{Cos}^2 \frac{\pi}{12}}}{\operatorname{Cos} \frac{\pi}{12}} \end{aligned} \right\} (68)$$

*genau definiert.*

Derselbe ist also, wie aus (68) hervorgeht, von einer Curve begrenzt, welche als geschlossen betrachtet werden kann, durch die beiden Punkte  $H$  und  $H'$  (Fig 1) hindurchgeht und aus zwei Bögen zusammengesetzt ist, von welchen der eine im Innern des Gebietes ( $B + B'$ ), der andere im Innern von ( $E + E'$ ) gelegen ist. Er ist also zusammengesetzt aus den ganzen Bereichen  $A$ ,  $A'$ ,  $F$ ,  $F'$  und aus an ihnen anliegenden Theilen von  $B$ ,  $B'$ ,  $E$ ,  $E'$ . Seine Begrenzungscurve will ich kurz die »Curve  $\mathcal{Q}$ » nennen.

## 11.

Es liegt jetzt nahe, das oben bestimmte Gebiet (68) mit demjenigen Theile von  $T'$  zu vergleichen, der durch die Eigenschaft

$$R\left(\frac{\tau_0(t)}{i}\right) \geq \frac{1}{2}\sqrt{3} \quad (69)$$

gekennzeichnet ist. Dieser besteht nämlich aus demjenigen Theile von  $T'$ , dessen Abbildung in der  $\tau$ -Ebene (Fig. 2) denjenigen Theil des Gebietes von  $\tau_0(t)$  bildet, der oberhalb der durch die Punkte  $H, H'$  gelegten Geraden sich befindet, welche Gerade ebenfalls die Abbildung von einer in  $T'$  gelegenen geschlossenen Curve — die »Curve  $\mathfrak{Z}$ « — ist, die auch durch  $H$  und  $H'$  (Fig. 1) hindurchgeht und von deren zwei Bögen der eine im Innern des Gebietes ( $B + B'$ ), der andere im Innern von ( $E + E'$ ) liegt. Das durch die Eigenschaft (69) charakterisierte Theilgebiet von  $T'$  ist also ebenfalls aus den ganzen Bereichen  $A, A', F, F'$  und aus an ihnen anliegenden Theilen von  $B, B', E, E'$  zusammengesetzt.

Es entsteht daher die Frage, ob dieses Gebiet mit dem durch (68) definierten genau zusammenfällt, oder m. a. W. ob die Begrenzungscurven  $\mathfrak{Q}$  und  $\mathfrak{Z}$  der beiden Gebiete zusammenfallen.

Hier wollen wir nur vier Punkte angeben, die den beiden Curven gemein sind. Zwei solche haben wir schon gefunden, nämlich die Punkte  $H$  und  $H'$  (Fig. 1); zwei andere liegen, wie wir jetzt beweisen wollen, auf der Linie der reellen  $t$ -Werthe.

Es sei  $t$  eine beliebige Stelle in  $T'$ . Der entsprechende Werth von  $\tau_0(t)$  wird dann bekanntlich<sup>1</sup> aus den Gleichungen:

$$l = \frac{1 - \sqrt[4]{1-t}}{1 + \sqrt[4]{1-t}}, \quad h = e^{\tau_0(t)\pi i}, \quad \frac{1}{2}l = \frac{h + h^9 + h^{25} + h^{49} + \dots}{1 + 2h^4 + 2h^{16} + 2h^{36} + \dots} \quad (70)$$

erhalten.

<sup>1</sup> Formeln und Lehrsätze, Art. 35, Gleichung (11).

Lässt man hier  $\tau_0$  die durch  $H$  und  $H'$  in der  $\tau_0$ -Ebene (Fig. 2) gelegte Gerade durchlaufen, so beschreibt also  $t$  die Curve  $\mathfrak{Z}$  im Gebiete  $T'$ . Wenn dann  $\tau_0$  in  $H$ , bezw.  $H'$  (Fig. 2) sich befindet, so befindet sich  $t$  in  $H$ , bezw.  $H'$  (Fig. 1). Die Gleichungen (70) sind also durch die beiden Werthesysteme:

$$t = \frac{1}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{3} \cdot i, \quad \tau_0(t) = \pm \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{3} \cdot i$$

befriedigt, was, wenn wir

$$e^{-\frac{1}{2}\pi\sqrt{3}} = R \tag{71}$$

setzen, die Gültigkeit der Beziehung:

$$\frac{1}{2} \operatorname{tg} \frac{\pi}{24} = \frac{R + R^9 + R^{25} + R^{49} + \dots}{1 + 2R^4 + 2R^{16} + 2R^{36} + \dots} \tag{72}$$

beweist.

Die Curve  $\mathfrak{Z}$  wird von der Linie der reellen  $t$ -Werthe in zwei Punkten geschnitten, von denen der eine in  $(B + B')$ , der andere in  $(E + E')$  gelegen ist. Jener entspricht dem Werthe:

$$\tau_0 = \frac{1}{2} \sqrt{3} \cdot i,$$

dieser jedem der beiden Werthe:

$$\tau_0 = \pm 1 + \frac{1}{2} \sqrt{3} \cdot i,$$

also jener dem Werthe:

$$h = R, \tag{73}$$

dieser dem Werthe:

$$h = -R. \tag{74}$$

Die  $t$ -Werthe der beiden Punkte, in welchen die Curve  $\mathfrak{Z}$  von der Linie der reellen  $t$ -Werthe geschnitten wird, werden also dadurch erhalten, dass man die in (73) und (74) gegebenen Werthe von  $h$  in



(70) einsetzt. Unter Berücksichtigung von (72) findet man dann, dass die  $t$ -Werthe dieser Schnittpunkte beziehungsweise durch die einfachen Gleichungen:

$$\frac{1 - \sqrt[4]{1-t}}{1 + \sqrt[4]{1-t}} = \operatorname{tg} \frac{\pi}{24} \quad \text{und} \quad \frac{1 - \sqrt[4]{1-t}}{1 + \sqrt[4]{1-t}} = -\operatorname{tg} \frac{\pi}{24},$$

d. h. durch

$$t = 1 - \operatorname{tg}^4 \frac{5\pi}{24} \quad \text{und} \quad t = 1 - \operatorname{Cot}^4 \frac{5\pi}{24} \quad (75)$$

bestimmt werden.

Genau dieselben Werthe erhält man aber, wenn man diejenigen  $t$ -Werthe sucht, die den beiden Punkten angehören, in welchen die Curve  $\mathfrak{E}$  von der Linie der reellen  $t$ -Werthe geschnitten wird. Dies geschieht nämlich dadurch, dass man in den Gleichungen

$$t = 1 - \varrho^4 e^{-4\vartheta}, \quad \varrho = \frac{\operatorname{Cos} \vartheta \pm \sqrt{\operatorname{Cos}^2 \vartheta - \operatorname{Cos}^2 \frac{\pi}{12}}}{\operatorname{Cos} \frac{\pi}{12}} \quad (76)$$

$\vartheta = 0$  setzt und dann die Werthe von  $t$  berechnet. Da auch dies die Werthe (75) ergibt, so ist hiermit bewiesen, dass die Curven  $\mathfrak{D}$  und  $\mathfrak{E}$  beide durch die zwei Punkte (75) hindurchgehen.





NOVA ACTA REGLE SOCIETATIS SCIENTIARUM UPSALIENSIS.

SER. IV. VOL. 1. N. 5.

---

# UNTERSUCHUNGEN

ÜBER

# DEN SELBSTTÖNENDEN WELLENSTROMLICHTBOGEN

VON

**GUSTAF GRANQVIST.**

(MITGETEILT DER KÖNIGL. GESELLSCHAFT DER WISSENSCHAFTEN ZU UPSALA AM 4 MAI 1906.)

UPSALA 1907  
AKADEMISCHE BUCHDRUCKEREI  
EDV. BERLING.



## Inhaltsverzeichnis.

	Seite.
Einleitung . . . . .	1
I. Über das Gebiet der selbsttönenden Lichtbögen und den Einfluss, welchen Widerstand und Induktionskonstanten der Kondensatorleitung auf dasselbe haben . . . . .	2
II. Über die Schwingungszahl und die Zeiten für den stabilen und labilen Zustand in den selbsttönenden Lichtbögen . . . . .	11
III. Der elektrische Verlauf bei der Ladung und Entladung des Kondensators . . . . .	20
1. Der Lichtbogen ausserhalb des selbsttönenden Gebiets . . . . .	21
2. Der Lichtbogen auf der Grenze zum selbsttönenden Gebiet . . . . .	27
3. Der Lichtbogen innerhalb des selbsttönenden Gebiets . . . . .	36
4. Die Wirkung der Selbstinduktion in der Batterieleitung . . . . .	45
5. Über die Herstellung hoher Schwingungszahlen mit dem selbsttönenden Lichtbogen . . . . .	53
IV. Über die Stromstärke und die Energieentwicklung in der Kondensatorleitung . . . . .	57

---



Wenn ein Kondensator parallel mit einem elektrischen Lichtbogen geschaltet wird, so entsteht in der Kondensatorleitung unter gewissen Bedingungen ein Wechselstrom, der teilweise auch den Lichtbogen durchfließt. Infolge der Stromvariationen in dem Lichtbogen giebt dieser einen Ton, dessen Schwingungszahl dieselbe ist wie die Wechselzahl bei dem Wechselstrom. Der Strom, der den Lichtbogen durchfließt, hat daher mehr oder weniger das Aussehn eines konstanten Stroms mit übergelagertem Wechselstrom, eines sogen. Wellenstroms, und wir wollen daher diese selbsttönenden Lichtbögen Wellenstromlichtbögen nennen.

Diese Lichtbögen sind zuerst von ihrem Entdecker DUDELL<sup>1</sup> näher studiert worden. Nach ihm haben sich bereits eine lange Reihe von Forschern mit dem Studium dieses Phänomens beschäftigt, von denen hier angeführt seien SIMON<sup>2</sup>, P. JANET<sup>3</sup>, ASCOLI und MANZETTI<sup>4</sup>, PEUKERT<sup>5</sup>, FABRY<sup>6</sup>, WERTHEIM-SALOMONSON<sup>7</sup>, CORBINO<sup>8</sup>, GRANQVIST<sup>9</sup>, MEISEL<sup>10</sup>, HEINKE,<sup>11</sup> BLONDEL<sup>12</sup> u. a. m. Trotz dieser vielen Untersuchungen ist gleichwohl dieses Phänomen in vielen wichtigen Punkten noch unerklärt. So z. B. ist es bekannt, dass man nicht unter allen

---

<sup>1</sup> DUDELL, *The Electrician* 46, S. 269. 1900.

<sup>2</sup> SIMON, *Wied. Ann.* 64, S. 233. 1898.

<sup>3</sup> JANET, *C. R.* 34, S. 452, 1902.

<sup>4</sup> ASCOLI und MANZETTI, *Rend. Ac. Lincei* Vol. 11, S. 11, 1902.

<sup>5</sup> PEUKERT, *E. T. Z.* 22, S. 467, 1901.

<sup>6</sup> FABRY, *Eclairage électrique* 10, S. 375, 1903.

<sup>7</sup> WERTHEIM-SALOMONSON, *Versl. K. Ak. van Wet.* S. 381, 1902—1903.

<sup>8</sup> CORBINO, *Assoc. elettrot. ital.* März 1903, S. 1; okt. 1903, S. 1.

<sup>9</sup> GRANQVIST, *Boltzmann-Festschrift* S. 799, 1904.

<sup>10</sup> MEISEL, *Phys. Zeitschr.* 4, S. 532, 1903.

<sup>11</sup> HEINKE, *Verh. d. Ver. z. Beförd. d. Gewerbebeftnisses* 83, S. 403, 1904.

<sup>12</sup> BLONDEL, *Journ. d. Physique Sér.* 4, T. 5, S. 77, 1906.

Verhältnissen durch Parallelschaltung mit einem Kondensator einen Wellenstromlichtbogen herstellen kann. Der in die Kondensatorleitung eingeschaltete Widerstand, die Selbstinduktion und die Kapazität müssen daher behufs Herstellung desselben gewisse Bedingungen erfüllen. Welches diese Bedingungen sind und wie diese sich mit der Bogenlänge und der Stromstärke im Lichtbogen ändern, ist dagegen bisher nicht bekannt. Dasselbe gilt auch, kann man sagen, für die Grössen, welche die Wechselzahl bei dem Kondensatorstrom bestimmen, welche letztere von einigen Verfassern als gleich der Wechselzahl bei Resonanz in der Kondensatorleitung, von anderen dagegen als niedriger und mit der Bogenlänge und Stromstärke im Lichtbogen variierend angegeben wird.

Um zu einer richtigen Auffassung der Phänomene, die sich im Wellenstromlichtbogen abspielen, zu gelangen, ist es indessen notwendig, diese und damit zusammenhängende Fragen einer systematischen Untersuchung zu unterziehen. Im Folgenden will ich über einige Versuche berichten, die ich in dieser Richtung angestellt, und über die Resultate, zu denen ich dabei gelangt bin.

## I.

### **Über das Gebiet der selbsttönenden Lichtbögen und den Einfluss, welchen Widerstand und Induktionskonstanten der Kondensatorleitung auf dasselbe haben.**

Um einen selbsttönenden Lichtbogen zwischen Homogenkohle zu erhalten, wird im allgemeinen als Bedingung angegeben, dass sowohl die Lichtbögen als der Widerstand in der Kondensatorleitung klein sein sollen. Wie gross die Bogenlänge bei verschiedenen Stromstärken im Lichtbogen und bei verschiedenen Verhältnissen in der Kondensatorleitung gewählt werden kann, ohne dass der Bogen zu tönen aufhört, ist noch nicht untersucht worden. Die Antwort hierauf fällt mit der Bestimmung des Gebietes der selbsttönenden Lichtbögen unter verschiedenen Verhältnissen zusammen, wir wollen daher zunächst dieses bestimmen.

Jeder stationäre Lichtbogen ist bekanntlich bestimmt, wenn man seine Spannung und die Stromstärke in ihm kennt, voraus-



gesetzt natürlich, dass das Elektrodenmaterial und das Gas, in welchen der Lichtbogen brennt, bekannt sind.

In Fig. 1 ist die Potentialdifferenz im Bogen längs der Ordinatenachse und die Stromstärke längs der Abszissenachse abgetragen. Jeder Punkt zwischen diesen Achsen bezeichnet also einen Lichtbogen. Verbindet man die Punkte, die den Lichtbögen mit gleicher Bogenlänge entsprechen, so erhält man die Kurven  $\lambda_0, \lambda_1, \lambda_2$  usw., die die sogenannten Charakteristiken für Lichtbögen mit den Bogenlängen 0, 1, 2 usw. mm darstellen.

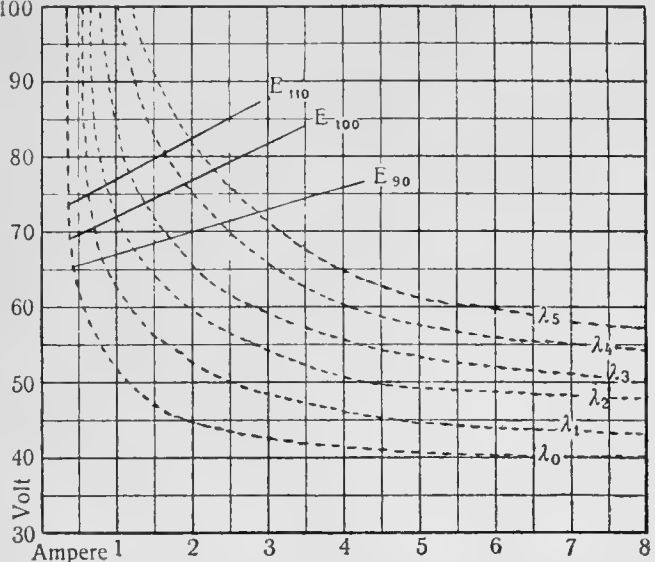


Fig. 1.

Das Gebiet oberhalb der Kurve  $\lambda_0$  repräsentiert dann alle möglichen Lichtbögen der fraglichen Art. Im allgemeinen lassen sich mit einer Batterie nicht alle diese Lichtbögen herstellen. Die Bedingung für die Erhaltung eines stationären Lichtbogens mit einer Batterie, deren elektromotorische Kraft  $E$  ist, habe ich in einem früheren Aufsatz<sup>1</sup> folgendermassen formuliert

$$A^2 \frac{\partial(V)}{\partial A} + E > 0,$$

wobei  $V$  und  $A$  die Spannung und die Stromstärke im Lichtbogen bezeichnen.

Ist  $A^2 \frac{\partial(V)}{\partial A} + E < 0$ , so geht der Lichtbogen aus stabilem in

<sup>1</sup> GRANQVIST, Über die Bedeutung des Wärmeleitungsvermögens der Elektroden bei dem elektrischen Lichtbogen. Nova Acta Reg. Soc. Sc. Ups. Ser. III, 1902.

labilen Zustand über, d. h. er erlischt. Die Lichtbögen, für welche  $A^2 \frac{\partial(V)}{\partial A} + E < 0$ , sind demnach unmöglich mit der fraglichen Batterie zu erhalten.

Kennt man die Charakteristik der Lichtbögen, so lässt sich die Kurve  $A^2 \frac{\partial(V)}{\partial A} + E = 0$  mit Leichtigkeit berechnen. In Fig. 1 sind diese Kurven für die Batteriespannungen 90, 100 und 110 Volt eingeführt und daselbst mit  $E_{90}$ ,  $E_{100}$  und  $E_{110}$  bezeichnet.

Das Gebiet oberhalb der Kurven  $E_i$  repräsentiert also die Lichtbögen, die nicht mit einer Batterie erhalten werden können, deren elektromotorische Kraft  $E_i$  ist. Das Gebiet zwischen den Kurven  $E_i$  und  $\lambda_0$  repräsentiert dagegen alle mit dieser Batterie erhaltbaren Lichtbögen. Es ist klar, dass die selbsttönenden Lichtbögen innerhalb dieses letzteren Gebiets liegen müssen.

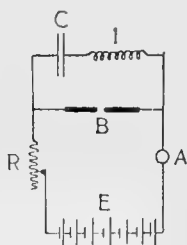


Fig. 2.

Um nun zu bestimmen, welche Lichtbögen in selbsttönenden Zustand gebracht werden können, habe ich die in Fig. 2 schematisch dargestellte Anordnung angewendet. Hier bezeichnet  $E$  die Akkumulatorbatterie, deren Spannung im allgemeinen 110 Volt betrug. Ferner bezeichnet  $R$  einen Ballastwiderstand,  $A$  ein Ampèremeter,  $B$  den Lichtbogen und  $C$  und  $l$  einen Kondensator und eine Drahtrolle mit Selbstinduktion.

Bei der Ausführung der Versuche bin ich folgendermassen zuwege gegangen. Nachdem ein Lichtbogen zwischen den Homogenkohlen erhalten und der Bogenlänge desselben ein geeigneter Wert gegeben worden, wurde so viel Widerstand aus dem Ballastwiderstand ausgeschaltet, dass die Stromstärke im Lichtbogen 8 bis 10 Amp. betrug. Bei dieser Stromstärke brannte der Lichtbogen, ohne einen Ton zu geben. Darauf wurde der Widerstand in der Hauptleitung langsam vermehrt, die Stromstärke im Lichtbogen demnach vermindert. Bei einer gewissen Stromstärke begann dann der Lichtbogen zu tönen und tönte weiter, bis er bei fortgesetzter Verminderung der Stromstärke schliesslich erlosch. Die Stromstärke, bei welcher der Lichtbogen zu tönen begann, ist in untenstehenden Tabellen verzeichnet worden.

Wird die Stromstärke in einem tönenden Lichtbogen vermehrt, so hört im allgemeinen der Lichtbogen bei derselben Stromstärke zu tönen auf, bei welcher er zu tönen anfängt. In gewissen Fällen findet dieses nicht statt, sondern er hört erst bei einer höheren Stromstärke zu tönen auf. In den untenstehenden Tabellen ist diese Stromstärke in Klammern angegeben. Indem man auf diese Weise Observationen mit verschiedenen Bogenlängen ausführt, kann das Gebiet bestimmt werden, innerhalb dessen die selbsttönenden Lichtbögen auftreten. Durch Wiederholung der Versuche unter verschiedenen Verhältnissen in der Kondensatorleitung habe ich den Einfluss zu bestimmen versucht, den eine Änderung der Kapazität, der Selbstinduktion und des Widerstandes auf die Grösse des fraglichen Gebiets hat.

Die ersten Versuche galten der Bestimmung des Einflusses der Kapazität. Zu diesem Zweck wurde der Kondensator mittelst dicker Kupferdrähte mit dem Lichtbogen verbunden. Sowohl Selbstinduktion als Widerstand waren demnach auf ein Minimum reduziert. Tabelle I enthält diese Observationen.

Tab. I.

$$l = 0; r = 0.$$

$C$	$\lambda = 1 \text{ mm}$	$\lambda = 2 \text{ mm}$	$\lambda = 3 \text{ mm}$	$\lambda = 4 \text{ mm}$	$\lambda = 5 \text{ mm}$
20 Mf.	>9	6,0	4,5	3,5	2,8
10 »	5,3	3,3	3,0	2,5	2,1
5 »	4,0	3,0	2,5	1,8	—
1 »	—	—	1,5	—	—

In dem Diagramm in Fig. 3 sind diese Observationen zusammengestellt. Die Kurve  $C_{20}$  ist durch die Punkte gezogen worden, wo das Tönen beginnt, wenn in der Kondensatorleitung eine Kapazität von 20 Mf. eingeführt ist. Diese Kurve repräsentiert also die Grenze zwischen den selbsttönenden und den stationären Lichtbögen, wenn die Kapazität im Kondensator 20 Mf. beträgt und ferner Selbstinduktion und Widerstand in der Kondensatorleitung sehr klein sind.

Das Gebiet, das in diesem Fall aus den selbsttönenden Lichtbögen besteht, wird also durch die Kurve  $E_{110}$ , die Kurve  $\lambda_0$  und die Kurve  $C_{20}$  begrenzt. Das Gebiet, das ausserhalb  $C_{20}$  liegt und durch die Kurven  $E_{110}$  und  $\lambda_0$  begrenzt wird, repräsentiert die Lichtbögen,

welche trotz der Parallelschaltung des Kondensators von 20 Mf. doch keinen Ton geben.

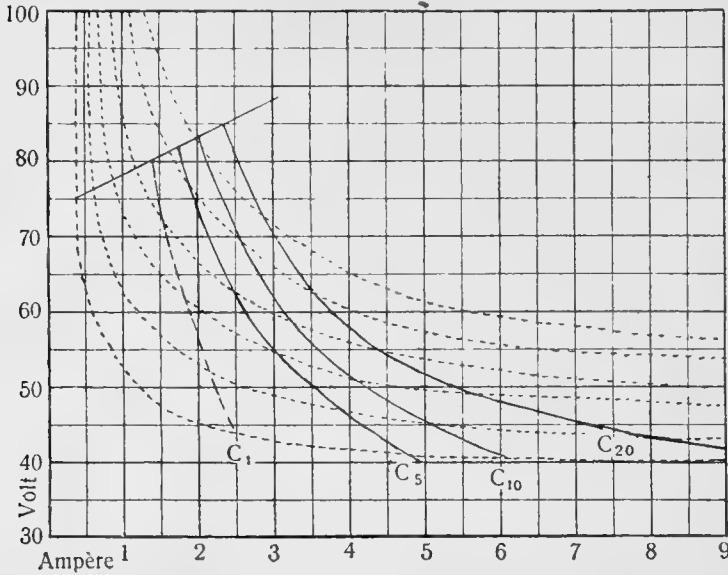


Fig. 3.

Eine Verminderung der Kapazität hat, wie die Figur zeigt, wo die Kurven  $C_{10}$ ,  $C_5$  und  $C_1$  die Grenzkurven für die entsprechenden Kapazitäten sind, eine Verminderung des Gebiets der selbsttönenden Lichtbögen zur Folge. Je grösser die Kapazität ist, bei um so grösserer Stromstärke beginnt ein Lichtbogen von gegebener Bogenlänge zu tönen.

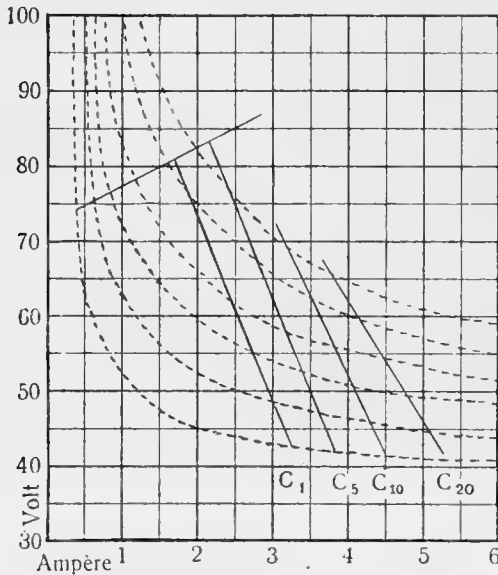


Fig. 4.

Fig. 4 enthält die Observationen in Tabelle II, wo die Kapazität variiert wurde, während in der Kondensatorleitung Selbstinduktion und Widerstand vorhanden waren, aber konstant gehalten wurden. Die Selbstinduktion bestand aus einer Drahtrolle aus dickem Kupferdraht. Die Selbstinduktion derselben ist auf  $3,43 \cdot 10^{-3}$  Henry bestimmt worden. Der in der Kondensatorleitung eingeführte Widerstand bestand aus dem Widerstand in dieser Rolle und betrug 0,506 Ohm. Wie aus der Fig. zu ersehen ist, sind hier die Verhältnisse ungefähr dieselben wie in Fig. 3.

Tab. II.

$$l = 3,43 \cdot 10^{-3} H; r = 0,506 \Omega.$$

<i>C</i>	$\lambda = 1 \text{ mm}$	$\lambda = 2 \text{ mm}$	$\lambda = 3 \text{ mm}$	$\lambda = 4 \text{ mm}$	$\lambda = 5 \text{ mm}$	$\lambda = 6 \text{ mm}$
20 Mf.	5,0 (6,8)	4,8 (5,8)	4,5 (5,3)	4,1 (4,8)	3,8	3,6
10 »	4,4 (4,5)	4,0	4,0	3,5	3,1	—
5 »	3,6	3,5	3,25	2,95	2,5	—
1 »	3,1	2,9	2,4	1,8	—	—

Es sei hier erwähnt, dass diese Observationen bei drei verschiedenen elektromotorischen Kräften in der Batterie, nämlich 90, 100 und 110 Volt, wiederholt worden sind. Trotzdem also die elektromotorische Kraft variiert worden, haben sich doch die verschiedenen C-Kurven als auf derselben Stelle liegend erwiesen. Das Gleiche gilt auch für die Kurven in Fig. 5, welche die Grenzkurven für verschiedene Widerstände in der Kondensatorleitung enthält. Eine Variation der Batteriespannung innerhalb der oben genannten Grenzen ist demnach von keiner Bedeutung für die Lage der Grenzkurven.

Um den Einfluss zu untersuchen, den der Widerstand in der Kondensatorleitung auf das Gebiet der selbsttönenden Lichtbögen hat, sind die Observationen in Tab. III ausgeführt worden. Der Widerstand, der in dieser Observationsreihe angewendet worden, bestand aus in Asbestband derart eingewebtem Metalldraht, dass die Selbstinduktion daselbst ein Minimum war. Da keine andere Selbstinduktion in der Kondensatorleitung sich fand, ist also die Selbstinduktion daselbst sehr klein gewesen. Die Kapazität des Kondensators betrug 20 Mf.

Tab. III.

$$l = 0; C = 20 \text{ Mf.}$$

<i>r</i>	$\lambda = 1 \text{ mm}$	$\lambda = 2 \text{ mm}$	$\lambda = 3 \text{ mm}$	$\lambda = 4 \text{ mm}$	$\lambda = 5 \text{ mm}$
0,73 $\Omega$	4,3	3,8	3,2	2,8	2,5
1,34 »	3,8	3,3	3,0	2,5	—
2,00 »	3,1	2,9	2,6	2,4	2,0
2,5 »	2,8	2,6	2,3	2,0	—

Aus den Observationen in Tab. III und dem Diagramm in Fig. 5 sehen wir, dass je grösser der Widerstand in der Kondensatorleitung ist, um so näher die Grenzkurven an die Ordinatenachse heranrücken und um so kleiner auch das Gebiet für die selbsttönenden Lichtbögen wird.

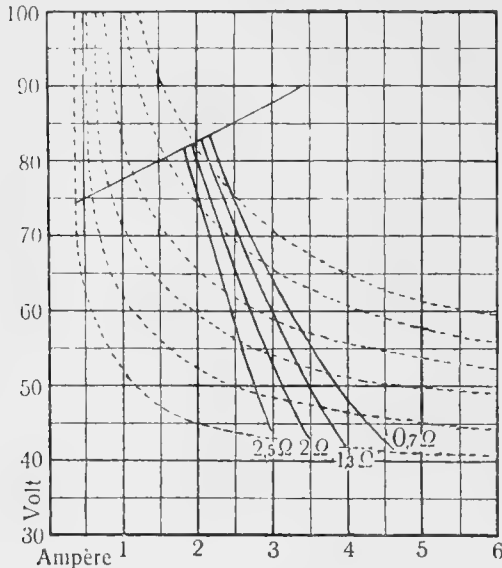


Fig. 5.

Um schliesslich den Einfluss festzustellen, den eine Änderung der Selbstinduktion auf die Grenzkurven hat, sind zwei Observationsserien mit verschiedenen Selbstinduktionen ausgeführt worden. In der ersten Serie betrug die Selbstinduktion  $3,43 \cdot 10^{-3}$  Henry, in der zweiten  $6,57 \cdot 10^{-3}$  Henry. Um die Widerstände in diesen Drahtrollen zu eliminieren, wurden in jeder Serie Bestimmungen mit variierendem Widerstand ausgeführt, wie das aus Tabelle IV und V hervorgeht. Ein Vergleich zwischen den Tabellen III, IV und V, wo die Selbstinduktionen annähernd Null,  $3,43 \cdot 10^{-3}$

und  $6,57 \cdot 10^{-3}$  Henry und die Kapazität 20 Mf betragen haben, muss also eine Antwort auf die Frage nach dem Einfluss der Selbstinduktion geben.

Tab. IV.

$$l = 3,43 \cdot 10^{-3} H; C = 20 \text{ Mf.}$$

$r$	$\lambda = 1 \text{ mm}$	$\lambda = 2 \text{ mm}$	$\lambda = 3 \text{ mm}$	$\lambda = 4 \text{ mm}$	$\lambda = 5 \text{ mm}$	$\lambda = 6 \text{ mm}$
0,506 $\Omega$	4,8 (6,2)	5 (5,8)	4,8 (5,0)	4,6	4,0	3,5
1,236 »	3,8 (5,0)	3,9 (4,5)	3,8	3,5	3,4	3,0
1,846 »	3,0 (4,0)	3,4	3,2	3,1	2,8	2,8
2,506 »	2,8	2,85	2,75	2,55	2,5	2,5
3,006 »	2,4	2,4	2,5	2,4	2,4	2,4

Tab. V.

$$l = 6,57 \cdot 10^{-3} H; C = 20 \text{ Mf.}$$

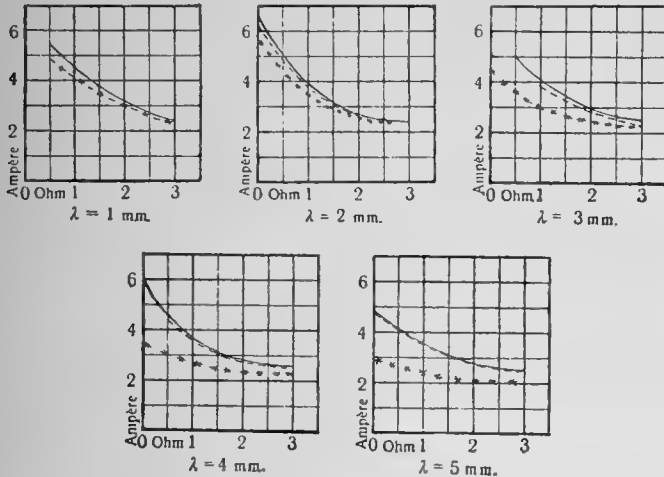
$r$	$\lambda = 1 \text{ mm}$	$\lambda = 2 \text{ mm}$	$\lambda = 3 \text{ mm}$	$\lambda = 4 \text{ mm}$	$\lambda = 5 \text{ mm}$
1,084 $\Omega$	4,4 (4,5)	3,7 (3,8)	3,7 (3,8)	3,6 (3,7)	3,5 (3,6)
1,834 $\Omega$	3,4 (3,6)	3,0	3,1	3,1	2,9
2,424 $\Omega$	2,6	2,6	2,5	2,6	2,6

Tab. VI.

$$C = 10 \text{ Mf.}$$

Selbstinduktion	$\lambda = 1 \text{ mm}$	$\lambda = 2 \text{ mm}$	$\lambda = 3 \text{ mm}$	$\lambda = 4 \text{ mm}$	$\lambda = 5 \text{ mm}$
0,0	5,3 (6,5)	3,3 (4,0)	3,0	2,6	2,1
$3,43 \cdot 10^{-3} H$	4,4 (4,5)	4,0	4,0	3,4	3,1

Um den Einfluss zu eliminieren, den die Widerstände ausüben, habe ich in Fig. 6 diese Observationen zusammengestellt. Hier sind



$l = 0$  \*\*\*\*\*  
 $l = 0,0034$  - - - - -  
 $l = 0,0066$  ———

Fig. 6.

die Widerstände in der Kondensatorleitung längs der Abszissenachse und die Stromstärke, bei welcher der selbsttönende Zustand eintrat, längs der Ordinatenachse abgetragen worden. Aus den verschiedenen Diagrammen, welche Lichtbögen von verschiedener Bogenlänge repräsentieren, ist zu ersehen, dass bei den geringeren Bogenlängen die Bedeutung der Selbstinduktion sehr klein ist. Bei den längeren Lichtbögen findet sich dagegen ein bestimmter Unterschied zwischen den Observationen bei der kleinen Selbstinduktion einerseits

und den beiden grösseren andererseits. Für diese letzteren fallen die Kurven ihrem ganzen Verlaufe nach fast zusammen.

Aus den Observationen in Tab. III, IV und V und aus den Diagrammen in Fig. 6 sehen wir, dass, wenn der Widerstand in der Kondensatorleitung gross ist ( $3 \Omega$ ), eine Änderung der Selbstinduktion von 0 auf  $6,57 \cdot 10^{-3}$  Henry keine Änderung der Grenzkurven bewirkt. Bei geringerem Widerstand dagegen verursacht eine Vermehrung der Selbstinduktion eine Änderung der Grenzkurven, die nunmehr steiler gegen die Abszissenachse abfallen.

In Tab. VI sind einige Versuche mit 10 Mf. und verschiedenen Selbstinduktionen ausgeführt. Auch hier ist zu sehen, dass die Grenzkurve für die grössere Selbstinduktion steiler gegen die Abszissenachse abfällt als die für die geringere Selbstinduktion.

Tab. VII.

In der Bogenleitung:  $0,506 \Omega$ ;  $3,43 \cdot 10^{-3} H$ .

In der Kondensator- leitung.	$\lambda = 1 \text{ mm}$	$\lambda = 2 \text{ mm}$	$\lambda = 3 \text{ mm}$	$\lambda = 4 \text{ mm}$	$\lambda = 5 \text{ mm}$	$\lambda = 6 \text{ mm}$
$C = 20 \text{ Mf.}; l = 0$						
$r = 0$	3,4 (5)	4,0 (4,5)	4,1	4,0	3,5	3,3
$r = 0,73 \Omega$	2,6 (3,1)	3,0 (3,5)	3,1	2,9	2,7	—
$r = 1,34 \Omega$	2,4 (3,5)	2,5	2,55	2,6	2,5	—
$r = 2,00 \Omega$	2,3	2,3	2,4	2,4	—	—
$C = 10 \text{ Mf. } l = 0$						
$r = 0$	3,0 (4,1)	3,5 (4,1)	3,5 (3,7)	3,3	2,7	2,4

In Tab. VII ist schliesslich eine Serie Versuche ausgeführt worden, wobei die Selbstinduktion in die Lichtbogenleitung statt in die Kondensatorleitung eingeschaltet worden ist. Die hier erhaltenen Grenzkurven fallen fast mit denen zusammen, die erhalten werden, wenn die Selbstinduktion in die Kondensatorleitung eingeschaltet ist.

Ist dagegen die Selbstinduktion in die Hauptleitung eingeschaltet, so ist die Wirkung eine ganz andere. Die Grenzkurven fallen dann am ehesten mit denen zusammen, die erhalten wurden, als die Selbstinduktion in der Kondensatorleitung annähernd gleich Null war.

Die Observationen, die wir hier über den Wellenstromlichtbogen ausgeführt haben, können wir nun folgendermassen zusammenfassen:



1) Alle mit einer Batterie möglichen stationären Lichtbögen zwischen Homogenkohlen können nicht zum Tönen gebracht werden.

2) Das Gebiet für die tönenden Lichtbögen wird in Ayrtons Diagramm durch drei Kurven begrenzt, nämlich die Charakteristik für

$\lambda = 0$ , die Kurve  $A^2 \frac{\partial \left(\frac{V}{A}\right)}{\partial A} + E = 0$  und die Grenzkurve zwischen den stationären und den selbsttönenden Bögen.

3) Diese letztere Kurve, die im allgemeinen konvex gegen die V- und A-Achsen verläuft, hat verschiedene Lage für verschiedene Kapazitäten, Selbstinduktionen und Widerstände in der Kondensatorleitung.

4) Das Gebiet für die selbsttönenden Lichtbögen wird verringert, wenn die Kapazität in der Kondensatorleitung verringert und der Widerstand daselbst vermehrt wird.

5) Eine Vermehrung der Selbstinduktion in der Kondensatorleitung hat zur Folge, dass die Grenzkurven steiler gegen die A-Achse abfallen. Der Einfluss der Selbstinduktion ist am grössten bei kleinen Widerständen in der Kondensatorleitung.

## II.

### Über die Schwingungszahl und die Zeiten für den stabilen und labilen Zustand in den selbsttönenden Lichtbögen.

Im vorhergehenden Kapitel haben wir die Bedeutung erörtert, welche Kapazität, Selbstinduktion und Widerstand in der Kondensatorleitung für das Zustandekommen eines selbsttönenden Lichtbogens und für das Gebiet haben, innerhalb dessen diese Lichtbögen auftreten. Die Frage, die wir nun zunächst aufstellen wollen, ist die, wie die Schwingungszahl sich innerhalb dieses Gebiets ändert.

Untersuchungen über die Schwingungszahl der selbsttönenden Lichtbögen sind bereits von einer grossen Anzahl Physiker ausgeführt worden.

Nach DUDELL<sup>1</sup>, TISSOT<sup>2</sup> und HEINKE<sup>3</sup> kann diese aus der Thomsonschen Formel

<sup>1</sup> DUDELL, l. c.

<sup>2</sup> TISSOT, Congrès de l'Assoc. française à Montauban 1902.

<sup>3</sup> HEINKE, l. c.

$$n = \frac{1}{2\pi\sqrt{Cl}}$$

berechnet werden, wo  $C$  und  $l$  die Kapazität und die Selbstinduktion in der Kondensatorleitung sind.

Spätere Untersuchungen von WERTHEIM-SALOMONSON<sup>1</sup>, ASCOLI und MANZETTI<sup>2</sup>, MEISEL<sup>3</sup>, BANTI<sup>4</sup> und GRANQVIST<sup>5</sup> haben indessen gezeigt, dass die Thomsonsche Formel im allgemeinen nicht zur Berechnung der Wechselzahl oder Schwingungszahl des Tones, den der Lichtbogen giebt, angewendet werden kann. Die Wechselzahl des Kondensatorstroms ist im allgemeinen kleiner als die aus der Thomsonschen Formel berechnete und ist eine Funktion ausser von der Kapazität und der Selbstinduktion in der Kondensatorleitung auch von der Länge des Lichtbogens und der Stromstärke in demselben. Eine empirische Formel, aus welcher die Wechselzahl mit Sicherheit berechnet werden kann, ist noch nicht gefunden worden.

Bei der Bestimmung der Schwingungszahl für den selbsttönenden Lichtbogen stösst man auf viele Schwierigkeiten. Die grösste dürfte darin liegen, dass der Lichtbogen selbst niemals während einer längeren Zeit seinen Zustand unverändert beibehält, sondern unkontrollierbare Veränderungen erfährt, die auch auf die Schwingungszahl einwirken. Aber auch die angewandten Methoden haben zu falschen Schlüssen Anlass gegeben. So meinten Ascoli und Manzetti, welche die Wechselzahl mittelst einer stroboskopischen Methode bestimmt hatten, dass in dem singenden Lichtbogen mindestens zwei Schwingungen vorhanden waren, eine langsamere, die hauptsächlich durch die Verhältnisse in dem Bogen selbst und ausserdem möglicherweise die Induktionskonstanten in der Kondensatorleitung bestimmt wurden, und eine schnellere, die nur von den Konstanten dieser letzteren abhängt.

Corbino zeigte indessen sowohl durch eine einfache Rechnung als auch durch Experimente, dass das Resultat, zu welchem ASCOLI und MANZETTI gekommen waren, fehlerhaft war, und dass die strobo-

<sup>1</sup> WERTHEIM-SALOMONSON, l. c.

<sup>2</sup> ASCOLI und MANZETTI, l. c.

<sup>3</sup> MEISEL, l. c.

<sup>4</sup> BANTI, *Elettricista* 12, 1903.

<sup>5</sup> GRANQVIST, l. c.

skopische Methode zur Bestimmung der Schwingungszahl im Lichtbogen sich nicht eignet.

Im Folgenden will ich über meine eigenen Bestimmungen der Schwingungszahlen berichten. Der Zweck der Untersuchungen war, wie bereits erwähnt, festzustellen, wie die Schwingungszahl sich innerhalb des Gebiets der selbsttönenden Lichtbögen ändert; es wurden daher die Schwingungszahlen für Lichtbögen von verschiedener Bogenlänge und Stromstärke bestimmt.

Bei diesen Versuchen habe ich mich folgender Anordnung bedient.

Ein rotierender Spiegel *s* (s. Fig. 7) wurde ungefähr 2 Meter von der Bogenlampe entfernt aufgestellt, und unmittelbar vor dem Spiegel eine photographische Kamera placiert. Auf der Platte in der photographischen Kamera wurde dann, wenn der Spiegel rotierte, ein Bild des Lichtbogens erhalten, das, wenn der Bogen stationär war, aus einem horizontalen Strich quer über die Platte bestand. Das Objektiv der Kamera war mit einem Momentverschluss versehen, und dieser war so reguliert, dass die Zeit, während welcher die Platte exponiert wurde, ungefähr gleich der Rotationszeit des Spiegels war. Wurde nun die Platte dem Wellenstromlichtbogen exponiert, während der Spiegel rotierte, so wurde eine gestrichelte Linie erhalten.

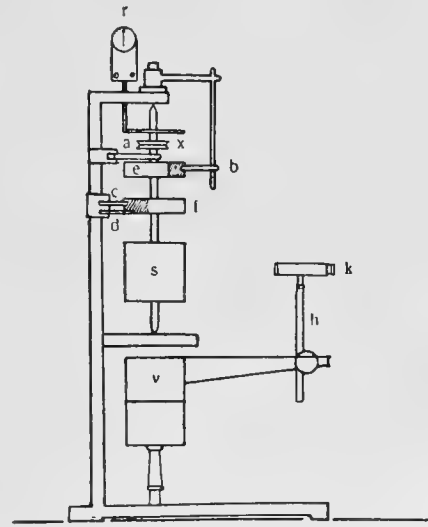


Fig. 7.

Die Ursache für die Strichelung der Linie ist offenbar folgende. Wie wir weiter unten finden werden, ist der Zustand im Wellenstromlichtbogen abwechselnd stabil und labil. Während des stabilen Zustandes durchläuft der Strom den Lichtbogen, der dann brennt, und da der Spiegel rotiert, erhält man hierbei einen dunklen Strich auf der Platte. Während des labilen Zustandes ist dagegen der Lichtbogen erloschen, und die Lichtemission der Elektroden ist bedeutend herabgesetzt. In Wirklichkeit ist die nunmehr bestehende Lichtstärke so schwach, dass eine nennenswerte Schwärzung auf der Platte nicht erhalten wird.

Es ist klar, dass, wenn die Rotationsgeschwindigkeit des Spiegels und die Strecke auf der Platte, um die das Lichtbild bei einem bestimmten Drehungswinkel des Spiegels verschoben wird, bekannt ist, die Schwingungszahl des Lichtbogens berechnet werden kann.

Die photographische Kamera konnte ferner gehoben und gesenkt werden. Hierdurch konnten mehrere Bilder nach einander auf der Platte aufgenommen werden. Im allgemeinen sind auf jeder Platte nur vier solche Bilder aufgenommen worden.

Die Bestimmungen der Schwingungszahlen sind auf drei verschiedene Kondensatorenleitungen ausgedehnt worden. Die erste Serie ist mit folgenden Konstanten in der Kondensatorleitung ausgeführt worden

$$C_1 = 20 \text{ Mf.}; l_1 = 6,57 \cdot 10^{-3} \text{ Henry}; r_1 = 1,084 \text{ Ohm.}$$

Die Konstanten in den beiden anderen Serien sind gewesen

$$C_2 = 20 \text{ Mf.}; l_2 = 3,43 \cdot 10^{-3} \text{ Henry}; r_2 = 0,506 \text{ Ohm.}$$

$$C_3 = 5 \text{ Mf.}; l_3 = 3,43 \cdot 10^{-3} \text{ Henry}; r_3 = 0,506 \text{ Ohm.}$$

Zur Berechnung der Schwingungszahl wurde folgende Formel verwendet

$$n = \frac{360 \cdot N}{60 \cdot \alpha \cdot a}$$

wo  $N$  die Anzahl Drehungen bezeichnet, die der Spiegel während 1 Minute gemacht hat. Diese Grösse wurde an einem mit dem Spiegel verbundenen Tourenzähler ( $r$ , siehe Fig. 7) abgelesen.  $\alpha$  bedeutet den Winkel, um den der Spiegel sich drehen musste, damit das Bild auf der Platte um 1 mm sich verschob. Schliesslich bezeichnet  $a$  die Länge einer Periode auf der Platte, d. h. den Abstand zwischen zwei gleich gelegenen Punkten auf zwei nebeneinander liegenden Strichen. Die Bestimmung von  $\alpha$  wurde zu wiederholten Malen im Laufe des Versuchs vorgenommen. Diese Bestimmung geschah auf folgende Weise.

Statt der Bogenlampe wurde eine Glühlampe verwendet, die zwischen den Elektroden in der Bogenlampe befestigt wurde. Das Bild dieser Lampe wurde auf einer matt geschliffenen Glasplatte aufzufangen, die anstatt der Platte in die Kamera eingesetzt wurde. Auf der Mattscheibe waren mehrere vertikale Striche angebracht, deren gegenseitiger Abstand an der Teilmaschine gemessen wurde. Nachdem der Spiegel so gedreht worden, dass das Bild des Glühlampfadens

mit einem dieser Striche zusammenfiel, wurde das Fernrohr  $k$  senkrecht zum Spiegel eingestellt und die Winkeltrommel  $v$  abgelesen. Danach wurde der Spiegel so gedreht, dass das Bild des Glühlampenfadens mit dem nächsten Strich koinzidierte, worauf das Fernrohr von neuem senkrecht zum Spiegel eingestellt und eine neue Ablesung an der Winkeltrommel bewerkstelligt wurde u. s. w.

Das Verhältnis zwischen dem Winkel, um den das Fernrohr gedreht worden, und dem Abstand zwischen den beiden observierten Strichen ist also gleich  $\alpha$ . Es wurde  $\alpha = 0,263$  gefunden.

In Tab. VIII, IX und X sind die Schwingungszahlen für die verschiedenen Kondensatorleitungen zusammengestellt.

Ein Blick auf diese Tabellen zeigt, dass die Schwingungszahl für Lichtbögen von konstanter Bogenlänge mit der Stromstärke zunimmt. Bei steigender Stromstärke nähert sich die Schwingungszahl derjenigen, die man aus der Thomsonschen Formel erhält. Für die Serie I ist diese Zahl 438 und für die beiden anderen Serien 614, resp. 1228. Für die Serie III ist indessen die observierte Max.-Schwingungszahl bedeutend grösser als die hier berechnete. Dieses dürfte darauf beruhen, dass der Kondensator, der aus Stanniolblättern und imprägniertem Papier bestand, eine geringere Kapazität für hohe Schwingungszahlen hatte als für niedrigere. Den aus der Thomsonschen Formel berechneten Wert für die Schwingungszahl erhält der Lichtbogen erst in der Gegend der Grenzkurve, d. h. kurz bevor er in einen stationären Lichtbogen übergeht.

Bei konstanter Stromstärke, aber zunehmender Bogenlänge steigt gleichfalls die Schwingungszahl zunächst schnell, dann asymptotisch bis zu der nach der Thomsonschen Formel berechneten.

Tab. VIII.

Ser. I.

$\lambda$ mm	3 Amp.		4 Amp.		5 Amp.	
	$N/a$	$n$	$W/a$	$n$	$N/a$	$n$
1	17,69	404	18,50	422	19,44	444
2	18,55	424	—	—	—	—
3	18,54	423	19,28	444	—	—
4	18,86	430	19,42	446	—	—

Tab. IX.

*Ser. II.*

$\lambda$ mm	2,6 Amp.		3 Amp.		4 Amp.		5 Amp.		6 Amp.	
	<i>N/a</i>	<i>n</i>	<i>N/a</i>	<i>n</i>	<i>N/a</i>	<i>n</i>	<i>N/a</i>	<i>n</i>	<i>N/a</i>	<i>n</i>
1	21,74	496	21,74	496	23,97	546	25,15	573	—	—
1,5	21,65	494	21,60	493	24,75	564	26,15	596	26,85	613
2	—	—	21,65	494	25,95	592	26,40	603	—	—
2,5	—	—	23,53	536	26,11	595	26,50	605	—	—
3	—	—	23,85	545	25,81	590	27,05	617	—	—
3,5	—	—	23,78	543	25,68	586	26,71	609	—	—
4	—	—	24,00	547	25,67	586	26,60	607	—	—
5	—	—	23,91	545	25,60	584	26,63	609	—	—

Tab. X.

*Ser. III.*

$\lambda$ mm	2 Amp.	3 Amp.	4 Amp.
1	—	1229	1263
1,5	—	1232	1265
2	1086	—	1274
2,5	—	1239	—
3	—	1238	—
3,5	—	1238	—
4	1109	—	—
5	1140	1243	—

Je weiter man sich von der Grenzkurve in das selbsttönende Gebiet hinein entfernt, um so kleiner wird die Schwingungszahl. Verbindet man dort die Punkte, welche Lichtbögen von derselben Schwingungszahl repräsentieren, so erhält man ein System von Kurven. Auf graphischem Wege kann man sich davon überzeugen, dass diese Kurven ungefähr dasselbe Aussehen wie die Kurven in Fig. 5 haben, welche die Grenzkurven für verschiedene Widerstände in der Kondensatorleitung bezeichnen.

Aus den gemachten Observationen genauer diese Kurven zu berechnen, dürfte unmöglich sein, denn die verschiedenen Werte der Schwingungszahlen unterscheiden sich recht sehr von einander, trotzdem Stromstärke und Bogenlänge, soweit es zu beobachten möglich gewesen, dieselben Werte gehabt haben. Ein selbsttönender Lichtbogen giebt nämlich höchst selten einen konstanten Ton während einer längeren Zeit, und unkontrollierbare Veränderungen in dem Bogen wirken auf die Schwingungszahl zurück.

Für die folgenden Untersuchungen über Wellenstromlichtbögen ist es notwendig gewesen, auch die Zeiten für den stabilen und labilen Zustand in Lichtbögen verschiedener Art zu bestimmen.

Die im Vorhergehenden erwähnten Platten scheinen mir in hohem Grade für diesen Zweck geeignet. Die Bilder, die von dem selbsttönenden Lichtbogen erhalten wurden, waren, wie oben erwähnt, gestrichelte Linien, wobei die dunklen Striche die Zeit markierten, wo der Lichtbogen gebrannt hatte, und der Zwischenraum zwischen ihnen die Zeit, wo er erloschen war. Ein Studium dieser photographischen Platten zeigte auch, dass die gestrichelten Linien nach ihren Enden zu schnell an Intensität abnahmen, dass also der Lichtbogen äusserst schnell sowohl sich entzünden als erlöschen musste. Die Zeitpunkte sowohl der Entzündung als des Erlöschens waren also sehr gut bestimmbar. Nun dürfte man ohne grösseren Fehler annehmen können, dass während der Zeit, wo der Lichtbogen brennt, der Zustand stabil, während der Zeit, wo er erloschen, dagegen labil ist. Eine Messung der Länge dieser Linien und des Zwischenraums zwischen ihnen giebt also ein Mass für die verschiedene Länge dieser Stadien.

Um so genaue Werte wie möglich zu erhalten, bin ich dabei folgendermassen zuwege gegangen. Auf der Platte wurde die Länge gemessen, die eine grössere Anzahl Perioden umfasste. Diese Länge mag mit  $p$  bezeichnet werden. Danach wurde durch eine besondere Anordnung, über die ich jedoch hier nicht weiter berichte, die Summe aller dunklen Striche in diesen Perioden gemessen. Bezeichnet man diese zuletzt gemessene Länge mit  $s'$ , so ist offenbar  $\frac{s'}{p}$  die Länge des stabilen Zustandes, ausgedrückt in der Schwingungszeit als Einheit. Dieses Verhältnis nennen wir im Folgenden  $s$ . Nachdem der stabile Zustand berechnet worden, erhält man, wie leicht zu ersehen, die Zeitdauer  $l$  des labilen Zustandes, in der Schwingungszeit als Einheit ausgedrückt, aus der Formel

$$l = 1 - s.$$

Tab. XI.

Ser. I.

$\lambda$ mm	3 Amp.			4 Amp.			5 Amp.		
	$\tau 10^5$	s	S $10^5$	$\tau 10^5$	s	S $10^5$	$\tau 10^5$	s	S $10^5$
1	248	0,518	129	237	0,618	146	225	0,709	159
2	236	0,621	147	—	—	—	—	—	—
3	236	0,633	149	225	0,736	166	—	—	—
4	233	0,652	152	224	0,742	166	—	—	—

Tab. XII.

Ser. II.

$\lambda$ mm	3 Amp.			4 Amp.			5 Amp.		
	$\tau 10^5$	s	S $10^5$	$\tau 10^5$	s	S $10^5$	$\tau 10^5$	s	S $10^5$
1	202	0,453	92	183	0,547	100	—	—	—
1,5	203	0,446	91	177	0,581	106	168	0,709	119
2	202	0,464	94	170	0,683	116	166	0,713	118
2,5	187	0,592	111	168	0,704	118	165	0,766	126
3	184	0,589	108	170	0,687	117	163	0,752	123
3,5	184	0,692	127	171	0,744	127	164	0,776	127
4	183	0,659	121	171	0,724	123	165	0,788	130
5	184	0,656	121	171	0,762	130	164	0,803	132

Tab. XIII.

Ser. III.

$\lambda$ mm	2 Amp.			3 Amp.			4 Amp.		
	$\tau 10^5$	s	S $10^5$	$\tau 10^5$	s	S $10^5$	$\tau 10^5$	s	S $10^5$
1	—	—	—	81	0,710	58	79	0,735	58
1,5	—	—	—	81	0,705	57	79	0,740	59
2	92	0,580	53	—	—	—	78	0,757	59
2,5	—	—	—	81	0,720	58	—	—	—
3	—	—	—	81	0,715	58	—	—	—
3,5	—	—	—	81	0,718	58	—	—	—
4	90	0,612	55	—	—	—	—	—	—
5	88	0,631	56	80	0,731	59	—	—	—



Die Tabellen XI, XII und XIII geben für die oben erwähnten drei Serien die erhaltenen Werte  $s$ . Ausserdem ist in den Tabellen auch die Schwingungszeit für den Strom in der Kondensatorleitung verzeichnet.

Ein Blick auf diese Tabellen zeigt, dass  $s$  sowohl mit der Stromstärke als mit der Bogenlänge wächst. Auf der Grenze zwischen den stationären und den selbsttönenden Bögen ist  $s$  am grössten und folglich  $l$  am kleinsten. Je weiter man sich von der Grenzkurve in das selbsttönende Gebiet hinein entfernt, um so kleiner wird  $s$  und um so grösser  $l$ . Aus diesen Bestimmungen von  $s$  und  $l$  können wir die absoluten Zeiten erhalten, während welcher der Zustand im Bogen stabil und labil gewesen. Werden diese Zeiten mit  $S$  und  $L$  bezeichnet, so sind

$$S = s\tau : L = l\tau,$$

wobei  $\tau$  die Schwingungszeit ist.

In Fig. 8 sind längs der Abszissenachse die Schwingungszeiten und längs der Ordinatenachse die ihnen entsprechenden Zeiten für den stabilen und labilen Zustand in der Serie I abgetragen. Die Linie  $L$  bezieht sich auf den labilen und  $S$  auf den stabilen Zustand. Aus der Figur geht hervor, dass die Zeit für den labilen Zustand mit der Schwingungszeit linear zunimmt und die Zeit für den stabilen Zustand ebenso abnimmt. Dieses regelmässige Gesetz ist um so bemerkenswerter, als sowohl die Stromstärke als die Bogenlänge innerhalb beträchtlicher Grenzen variiert worden sind.

Unabhängig von Stromstärke und Bogenlänge sind also für dieselbe Schwingungszeit oder Schwingungszahl die Zeiten für den stabilen und labilen Zustand gleich. Das oben genannte Kurvensystem, das durch die Punkte hindurchgeht, welche Lichtbögen von derselben Schwingungszahl repräsentieren, geht also auch durch die Lichtbögen hindurch, welche alle dieselbe Zeit für stabilen oder labilen Zustand haben.

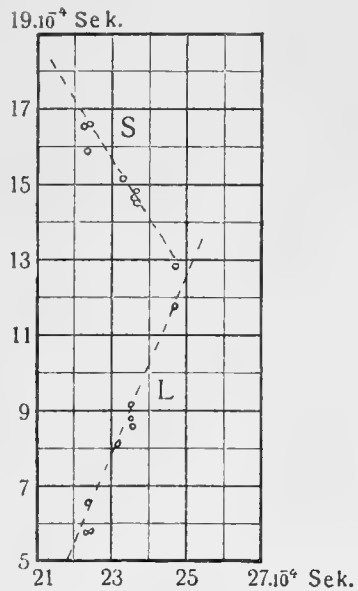


Fig. 8.

Die oben gefundenen Resultate lassen sich nun folgendermassen zusammenfassen.

1) Auf der Grenze zwischen den stationären und den selbsttönenden Bögen ist die Schwingungszahl am grössten und kann aus der Thomsonschen Formel berechnet werden.

2) Je weiter weg von dieser Grenzkurve man in das von den selbsttönenden Bögen ausgefüllte Gebiet kommt, um so kleiner ist die Schwingungszahl. Das Kurvensystem, das daselbst durch die Punkte, welche Lichtbögen derselben Schwingungszahl repräsentieren, gezogen gedacht wird, hat ungefähr dasselbe Aussehn wie das Kurvensystem, welches die Grenzen für das selbsttönende Gebiet bei verschiedenen Widerständen in der Kondensatorleitung repräsentiert.

3) Bei konstanter Bogenlänge nimmt die Schwingungszahl mit der Stromstärke zu und nähert sich asymptotisch der Schwingungszahl, welche den Eigenschwingungen der Kondensatorleitung entspricht.

4) Für alle Lichtbögen mit derselben Schwingungszahl, unabhängig von Stromstärke und Bogenlänge, ist die Zeit für den stabilen Zustand und folglich auch die Zeit für den labilen Zustand gleich gross. Der labile Zustand nimmt zu und der stabile nimmt ab linear mit der Schwingungszeit.

5) Das Verhältnis  $\frac{L}{S}$  zwischen der Zeit für den labilen und den stabilen Zustand wird kleiner, wenn die Schwingungszahl zunimmt.

6) Bei konstanter Bogenlänge nimmt  $s$  mit der Stromstärke zu, bei konstanter Stromstärke nimmt  $s$  mit der Bogenlänge zu.

### III.

#### **Der elektrische Verlauf bei der Ladung und Entladung des Kondensators.**

Wir wollen im Folgenden die Erklärung für die oben angeführten Beobachtungen suchen, und zu diesem Zwecke zunächst den elektrischen Verlauf bei der Ladung eines Kondensators erörtern, der einem ausserhalb des selbsttönenden Gebiets befindlichen Lichtbogen parallel geschaltet ist.

1. Der Lichtbogen ausserhalb des selbsttönenden Gebiets.

Zu diesen Untersuchungen wurde folgende Anordnung verwendet. Vor einer Braunschens Röhre wurde der in Fig. 7 abgebildete rotierende Spiegel aufgestellt. Bei der Rotation des Spiegels werden zuerst zwei Kontakte *f* und *g*, siehe Fig. 9, geschlossen, welche während  $\frac{1}{4}$  Drehung geschlossen bleiben. Nachdem diese Kontakte unterbrochen, werden die Kontakte *g* und *h* während ungefähr  $\frac{1}{2}$  Drehung geschlossen, wonach dasselbe sich wiederholt. Alle diese Kontakte bestanden aus Schleiffedern, welche zweien Rollen anlagen, die an der Rotationsachse des Spiegels befestigt waren. Die Anordnung hierbei geht aus Fig. 7 hervor.

Während die Kontakte *g* und *h* geschlossen sind, wird der Kondensator entladen, und die Potentialdifferenz zwischen seinen Polen wird gleich Null. Wenn dann die Kontakte *g* und *f* geschlossen werden, wird der Kondensator bis zu derselben Potentialdifferenz wie der zwischen den Polen des Bogens geladen.

Der Ladungsstrom wurde nun so geleitet, dass er die Kathodenstrahlen in der Braunschens Röhre ablenkte, und die in derselben erhaltenen vertikalen Verschiebungen des »Kathodenflecks« wurden in dem Spiegel durch das Fernrohr *k* betrachtet.

Dieses Fernrohr ist, wie aus der Figur zu ersehen, an einem Arm befestigt, der von dem oberen Zylinder an der Winkeltrommel *v* ausgeht. Das Fernrohr kann also um eine vertikale Achse gedreht werden, die mit der des rotierenden Spiegels zusammenfällt. Der Winkel, um den das Fernrohr gedreht wird, kann also an der Winkeltrommel gemessen werden.

Wenn der Ladungsstrom die Form eines oszillierenden Stroms hat, kann offenbar aus der Rotationsgeschwindigkeit des Spiegels und dem Winkel, um den das Fernrohr gedreht wird, wenn sein Fadenzkreuz auf zwei auf einander folgende Nulllagen der Stromkurve eingestellt wurde, die Schwingungszahl des Ladungsstroms berechnet werden.

Der Stab *h*, an welchem das Fernrohr befestigt ist, kann ferner mittelst einer Schraube gehoben und gesenkt werden. Hierdurch kann

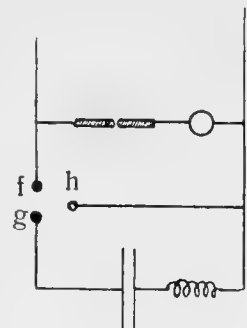


Fig. 9.

offenbar das Verhältnis zwischen den Stromamplituden in den verschiedenen Perioden bestimmt werden, denn diese sind proportional der Verschiebung des Stabes, wenn das Fadenkreuz auf die Maximi-, Null- und Minimipunkte der Stromkurven eingestellt wird.

Die bei diesen Versuchen verwendete Kondensatorleitung bestand aus einem Kondensator von 20 Mf., einer Spule, deren Selbstinduktion  $3,43 \cdot 10^{-3}$  Henry, und deren Widerstand 0,506 Ohm betrug, und einem induktionslosen variablen Widerstand. Die ebenerwähnte Spule war vor die Braunsche Röhre gestellt. Die Elektroden des Lichtbogens bestanden aus Homogenkohlestäben, deren Durchmesser 15 mm betrug.

Bei dieser Anordnung ist nun zunächst die Stromkurve in der Kondensatorleitung untersucht worden, wenn der Lichtbogen sich ausserhalb des obenerwähnten selbsttönenden Gebiets befindet. Zu diesem Zweck wurde ein Lichtbogen mit ziemlich grosser Stromstärke gewählt, und in die Kondensatorleitung ein grösserer Widerstand eingeschaltet. Die Stromkurve, die dann in dem rotierenden Spiegel erhalten wurde, war eine gedämpfte Sinuskurve. Wurde der Widerstand in der Kondensatorleitung vermindert, so wurde die Dämpfung geringer, und für einen gewissen Wert des Widerstandes ging diese Stromkurve in eine Sinuskurve mit konstanter Amplitude über. Bei fortgesetzter Verminderung des Widerstandes ging schliesslich die Stromkurve in eine Sinuskurve mit wachsenden Amplituden über.

Die Schwingungszahl dieses Kondensatorstromes war innerhalb der Observationsfehler konstant: als Wert für dieselbe wurde 616 erhalten. Berechnet man die Schwingungszahl aus der Thomsonschen Formel, so erhält man 614. Wir können also annehmen, dass die Thomsonsche Formel für diesen Fall gilt.

Schliesslich seien hier zwei Serien aus den Bestimmungen der Dämpfung des Kondensatorstroms angeführt. Bei der ersten Serie, die in Tab. XIV enthalten ist, wurden die Stromstärke in der Batterieleitung und die Länge des Lichtbogens konstant gehalten, während der Widerstand in der Kondensatorleitung variiert wurde. Bei dieser Serie war indessen der Übergangswiderstand in den Kontaktfedern so gross, dass, auch wenn der ganze induktionslose Widerstand in der Kondensatorleitung ausgeschaltet wurde, immer noch ein gedämpfter Sinusstrom erhalten wurde.

Die andere Serie, Tab. XV wurde mit konstantem Widerstand in der Kondensatorleitung und konstanter Bogenlänge, aber mit verschiedenen Stromstärken in der Batterieleitung ausgeführt.

Tab. XIV.

$r$	$h$	$A$	$\frac{A - A_1}{r - r_1}$
0,5 $\Omega$	1,22	0,199	
1,5	1,38	0,322	0,123
3,5	1,73	0,547	0,116
4,5	2,00	0,693	0,123
8,5	3,13	1,143	0,118
		Med.	0,120

Tab. XV.

Amp.	$h$	$A$
3	1,17	0,157
4	1,39	0,329
5	1,82	0,599

Aus den Observationen in Tab. XIV, wo  $h$  das Verhältniß zwischen zwei auf einander folgenden Amplituden und  $A$  das logarithmische Dekrement bezeichnen, geht hervor, dass das log. Dekrement linear mit dem Widerstande wächst. Die Änderung des log. Dekrements mit dem Batteriestrom ist aus Tab. XV zu ersehn. Je grösser diese Stromstärke und also auch der Strom im Lichtbogen ist, um so grösser ist die Dämpfung.

Es seien nun  $I$ ,  $R$ ,  $L$  und  $E$  Stromstärke, Widerstand, Selbstinduktion und Batteriespannung in der Hauptleitung und  $i$ ,  $r$  und  $l$  die entsprechenden Grössen in der Kondensatorleitung. Ferner mögen  $C$  und  $e$  Kapazität und Spannung im Kondensator,  $A$  und  $V$  Stromstärke und Spannung im Lichtbogen bezeichnen.

Es ist dann

$$E = RI + L \frac{dI}{dt} + V;$$

$$V = ri + l \frac{di}{dt} + e;$$

$$i = C \frac{de}{dt};$$

$$I = A + i.$$

Zur Auflösung dieses Gleichungssystems müssen wir ausserdem eine Relation zwischen Spannung und Stromstärke im Lichtbogen kennen. In einem früheren Aufsatz habe ich gezeigt<sup>1</sup>, dass, wenn ein Sinusstrom von im Verhältnis zu dem Strom im Lichtbogen kleiner Amplitude diesem übergelagert wird, die Variationen in der Bogen-spannung gleichfalls die Form einer Sinuskurve annehmen, wobei die Phasenverschiebung zwischen den Variationen in Spannung und Strom über  $180^\circ$  beträgt. Diese Phasenverschiebung wird um so grösser, je höher die Wechselzahl des übergelagerten Stromes ist. Diese Untersuchungen stimmen vollkommen mit denen überein, die vorher von DUDELL<sup>2</sup> publiziert worden sind, in welchen er den Wechselstromwiderstand im Lichtbogen zu bestimmen versucht hat.

Die Ursache zu dieser Phasenverschiebung habe ich in dem ebengenannten Aufsatz folgendermassen zu erklären versucht. Wenn die Stromstärke im Lichtbogen vermehrt wird, so sinkt bekanntlich die Spannung, und demzufolge müsste also, wenn der thermische und elektrische Zustand im Lichtbogen den Stromvariationen zu folgen imstande ist, eine Phasenverschiebung von  $180^\circ$  vorhanden sein. Nun ist, wie ich gezeigt habe, der Zustand im Lichtbogen in hohem Grade von dem Temperaturgefälle in den Elektroden abhängig, und da diese letzteren in Kohlelichtbögen aus schlecht wärmeleitenden Stoffen bestehen, so hat das Temperaturgefälle daselbst nicht denselben Wert, der für einen stationären Strom von derselben Intensität wie der Momentanwert des genannten Wellenstroms gilt, sondern bleibt etwas hinter demselben zurück.

Infolgedessen müssten also die Variationen in der Lichtbogen-spannung auszudrücken sein durch

$$V' = kA' + \rho \frac{dA'}{dt},$$

wo  $k$  und  $\rho$  Konstanten für denselben Lichtbogen und dieselbe Schwingungszahl sind und  $A'$  der Momentanwert der Stromvariation im Lichtbogen. Wir wollen indessen hier die Approximation machen, dass wir  $\rho$  gleich Null setzen, und führen zur Begründung folgendes an.

<sup>1</sup> GRANQVIST, Arkiv för Mat. Astr. och Fysik, B. 2, N:o 17, 1905.

<sup>2</sup> DUDELL, l. c.

Die Potentialdifferenz zwischen den Endpunkten der Lichtbogenleitung ist offenbar dieselbe wie die zwischen denen der Kondensatorleitung. Die Phasenverschiebung zwischen Potentialdifferenz und Strom in dieser letzteren ist

$$Tg(i, V) = \frac{2\pi nl - \frac{1}{2\pi n C}}{r - \frac{\delta}{2\pi n} (2\pi nl - \frac{1}{2\pi n C})},$$

wo  $\delta$  die Dämpfung bezeichnet. Wenn diese nicht einen sehr grossen Wert hat, ist  $n = \frac{1}{2\pi\sqrt{Cl}}$  und folglich die Phasenverschiebung gleich Null. Da wir oben gefunden haben, dass die Schwingungszahl des Kondensatorstroms gleich der nach der Thomsonschen Formel berechneten gewesen, so müssen also die Spannungsvariationen  $V$  zwischen den Endpunkten der Kondensatorleitung in Phase mit den Stromvariationen  $i$  daselbst sein. Nun ist ferner  $\frac{dI}{dt}$  sehr klein im Verhältnis zu  $\frac{di}{dt}$  und  $\frac{dA}{dt}$ , und da

$$\frac{dI}{dt} = \frac{dA}{dt} + \frac{di}{dt},$$

so können wir approximativ  $\frac{di}{dt} = -\frac{dA}{dt}$  setzen und folglich

$$\frac{dV}{dt} = -k \frac{dA}{dt},$$

d. h.  $V' = -kA'$ .

Wird diese Approximation angewendet und ausserdem  $L = 0$  gesetzt, wozu wir berechtigt sind, da wir ja bei diesen Versuchen keine nennenswerte Selbstinduktion in der Hauptleitung gehabt haben, so erhält man nach Differentiierung

$$R \frac{dA}{dt} - k \frac{dA}{dt} + R \frac{di}{dt} = 0;$$

$$-k \frac{dA}{dt} = r \frac{di}{dt} + l \frac{d^2i}{dt^2} + \frac{i}{C},$$

und nach Eliminierung von  $\frac{dA}{dt}$

$$\frac{d^2i}{dt^2} + \frac{1}{l} \left( r - \frac{kR}{R-k} \right) \frac{di}{dt} + \frac{i}{Cl} = 0.$$

Wenn  $r - \frac{kR}{R-k}$  klein im Verhältnis zu  $2\sqrt{\frac{l}{C}}$  ist, was bei diesen Versuchen der Fall gewesen, so ist

$$i = i_0 e^{-\left(r - \frac{kR}{R-k}\right) \frac{t}{2l}} \sin \frac{t}{\sqrt{Cl}}.$$

In Übereinstimmung mit den Versuchen haben wir also gefunden, dass die Ladung des Kondensators durch einen gedämpft oszillierenden Strom geschieht, dessen Schwingungszahl aus der Thomsonschen Formel berechnet werden kann.

Wir wollen nun sehn, wie der oben gefundene Wert für die Dämpfung zu den darüber angestellten Observationen stimmt. Das Verhältnis zwischen zwei auf einander folgenden max. Amplituden ist

$$e^{\frac{1}{4ln} \left( r - \frac{kR}{R-k} \right)},$$

oder wenn das log. Dekrement mit  $A$  bezeichnet wird,

$$A = \frac{1}{4ln} \left( r - \frac{kR}{R-k} \right).$$

Da nun  $k$  und ebenso der Übergangswiderstand in den Schleifedern unbekannt ist, und da ausserdem Dämpfung infolge von Energieverlust im Kondensator denkbar ist, so habe ich die Formel dadurch zu verifizieren versucht, das ich aus den Observationen in Tab. XIV die Änderung des Dekrements berechnete, wenn der Widerstand um 1 Ohm vermehrt wurde. Diese Änderung beträgt 0,120 und muss gleich  $\frac{1}{4ln}$  sein. Hieraus ist dann  $l$  berechnet und als Wert dafür  $3,38 \cdot 10^{-3}$  Henry erhalten worden, was ziemlich gut mit dem auf anderem Wege gefundenen  $3,43 \cdot 10^{-3}$  Henry übereinstimmt.

Wenn ferner  $R$  vermindert, d. h. die Stromstärke in der Hauptleitung vermehrt wird, so nimmt, wenn die übrigen Verhältnisse im Lichtbogen konstant sind, der Ausdruck  $\frac{kR}{R-k}$  an Grösse ab und



folglich  $A$  zu, was mit den in Tab. XV gefundenen Werten für das log. Dekrement übereinstimmt.

Der oben gefundene Ausdruck für den Kondensatorstrom scheint demnach ziemlich gut mit den gemachten Observationen übereinzustimmen.

Wird nun  $r$  hinreichend vermindert, so wird für einen gewissen  $r$ -Wert

$$r = \frac{kR}{R - k} \text{ und } A = 0.$$

Der gedämpfte Sinusstrom geht dann in einen Sinusstrom mit konstanten Amplituden über, und wenn  $r$  kleiner wird als dieser Wert, in einen Sinusstrom mit wachsenden Amplituden. In diesem Fall haben wir die Grenze für die stationären Lichtbögen überschritten.

## 2. Der Lichtbogen auf der Grenze zum selbsttönenden Gebiet.

Wir haben also oben gefunden, dass der Kondensatorstrom bei einem gewissen Widerstand in der Kondensatorleitung in einen oszillierenden Strom mit konstanten Amplituden und bei einem geringeren Widerstand als diesem in einen oszillierenden Strom mit wachsenden Amplituden übergeht. Es ist klar, dass wir es in diesem Fall mit einem tönenden Lichtbogen zu tun haben. Auf der Grenze zwischen dem stationären und dem selbsttönenden Gebiet sollte also die Bedingung gelten

$$r = \frac{kR}{R - k}.$$

Wird diese Gleichung inbezug auf  $k$  aufgelöst, so erhält man

$$k = \frac{Rr}{R + r}$$

oder, da  $k = -\frac{dV}{dA}$ ,

$$\frac{dV}{dA} = -\frac{Rr}{R + r}.$$

Dieses ist die Grenzbedingung, welche JANET<sup>1</sup> auf anderem Wege mathematisch für den selbsttönenden Lichtbogen deduziert hat. Er ist hierbei von der Annahme ausgegangen, dass der Strom in der Hauptleitung konstant ist, und dass der Strom in der Kondensatorleitung Sinusform hat.

Ist  $R$  sehr gross im Verhältnis zu  $r$ , so ist approximativ

$$\frac{dV}{dA} = -r,$$

welche Grenzbedingung DUDELL<sup>2</sup> gefunden hat.

Bei der von mir oben deduzierten Bedingung für die Grenze zwischen dem stationären und dem selbsttönenden Gebiet ist, wie oben erwähnt, die Approximation gemacht worden, dass die Phasenverschiebung zwischen den Variationen der Spannung des Lichtbogens und den Stromänderungen in demselben  $180^\circ$  betragen hat. Dieselbe Annahme ist in Wirklichkeit, wenn auch nicht ausdrücklich angegeben, von sämtlichen oben genannten Forschern gemacht worden. Da es zufolge der obenerwähnten thermischen Verhältnisse in den Elektroden in der Natur der Sache liegt, dass diese Phasenverschiebung etwas grösser als  $180^\circ$  sein muss, so sind demnach diese sämtlichen Bedingungen nur als approximativ zu betrachten.

Wir wollen nun indessen zusehen, wie diese Grenzbedingung zu den im ersten Kapitel gefundenen Grenzkurven stimmt. Zu diesem Zweck müssen wir wissen, wie  $k$  sich mit der Stromstärke, Bogenlänge und Schwingungszahl ändert.

Über den Wert von  $k$  bei Homogenkohle liegen höchst wenige Bestimmungen vor. Die ersten sind von DUDELL<sup>3</sup> ausgeführt worden, welcher gefunden hat, dass  $k$  mit der Bogenlänge zunimmt und kleiner wird, wenn die Stromstärke im Lichtbogen vermehrt wird. Mit zunehmender Schwingungszahl nahm auch  $k$  zu. So fand er in einem Falle  $0,97 \Omega$  als Wert von  $k$  für die Schwingungszahl 250, wobei die Phasenverschiebung ungefähr  $180^\circ$  betrug. Bei einer Schwingungszahl von 90000 dagegen betrug die Phasenverschiebung  $360^\circ$ , und als Wert für  $k$  wurde  $3,8 \Omega$  erhalten. Diese Untersuchungen DUDELLS über die

<sup>1</sup> JANET, C. R. Vol. 134, S. 821, 1902.

<sup>2</sup> DUDELL, Proc. Phys. Soc. Lond. Vol. 14, S. 307, 1896; Phil. Mag. Vol. 42, S. 407, 1896.

<sup>3</sup> DUDELL, Proc. Roy. Soc. 68, S. 517, 1901.

Änderung von  $k$  stimmt mit den Untersuchungen überein, die ich bei langsamen Schwingungszahlen angestellt habe.

Wir können demnach mit ziemlich grosser Sicherheit annehmen:  
 dass  $k$  mit der Bogenlänge im Lichtbogen zunimmt,  
 dass  $k$  mit der Stromstärke im Lichtbogen abnimmt,  
 und dass  $k$  mit der Schwingungszahl zunimmt.

Wenn wir nun in dem Ayrtonschen Diagramm längs einer der V-Achse parallelen Linie also der Linie  $A = \text{einer Konst.}$ , von unten nach oben gehen, so kommen wir zu Lichtbögen mit grösserer Bogenlänge und demnach grösserem  $k$ . Gehen wir dagegen längs einer der A-Achse parallelen Linie oder längs einer der Kurven, welche Lichtbögen von derselben Länge bezeichnen, so kommen wir zu Lichtbögen mit grösserer Stromstärke, also kleinerem Wert für  $k$ . Infolgedessen biegen die Kurven, welche

$$k = \frac{Rr}{R + r},$$

oder wo  $R$  im Verhältnis zu  $r$  gross ist,

$$k = r$$

repräsentieren, bei wachsender Spannung im Lichtbogen von der V-Achse ab.

Bei wachsender Schwingungszahl, also bei Verminderung der Kapazität oder der Selbstinduktion in der Kondensatorleitung, nimmt  $k$  zu. Infolgedessen müsste das selbsttönende Gebiet zunehmen, wenn die Kapazität oder die Selbstinduktion vermindert wird.

Das Kurvensystem, das wir nun erhalten, und das also für die Bedingung  $r = k$  gilt, hat, wie man sieht, ein ganz anderes Aussehen als das, zu welchem wir durch die Versuche in Kap. I gelangt sind. Die Grenzkurven, die dort erhalten worden sind, biegen sich bei zunehmenden  $V$  zur V-Achse hin, während die oben gefundenen sich von derselben abbiegen. Wird die Kapazität vermindert, so nimmt auch nach unseren Versuchen das selbsttönende Gebiet ab, während nach den oben erhaltenen Kurven dieses Gebiet zunehmen sollte. Es ist demnach klar, dass die experimentell gefundenen Grenzkurven nicht die Bedingung  $k = r$ , d. h.  $\frac{dA}{dV} = -r$ , erfüllen. Wir müssen daher die Erklärung für dieselben anders wo suchen.

Im Vorhergehenden haben wir angenommen, dass der selbsttönende Lichtbogen dadurch entstanden ist, dass ein oszillierender Strom mit konstanten Amplituden in der Kondensatorleitung zu stande gekommen ist.

Ein selbsttönender Lichtbogen kann aber auch auf andere Weise entstehen. Wenn nämlich die Amplitude des Kondensatorstroms ebenso oder nahezu ebenso gross wird wie der Lichtbogenstrom, so erlischt der Lichtbogen. Der Kondensator wird dann bis zu der Spannung geladen, die in der Batterie vorhanden ist. Da nun infolge der langsamen Abkühlung der Kohle das zwischen den Elektroden befindliche Gas erst nach einiger Zeit sein Leitungsvermögen verliert, so geht die nächste Entladung des Kondensators hauptsächlich durch den Lichtbogen, der von neuem sich entzündet. Bei der darauf folgenden Ladung des Kondensators erlischt der Lichtbogen, worauf dasselbe sich wiederholt, d. h. wir haben einen selbsttönenden Lichtbogen.

Dieser Fall tritt, wie leicht ersichtlich, ein, wenn der Kondensatorstrom die Form eines oszillierenden Stroms mit wachsenden Amplituden hat.

Das Gleiche kann aber auch offenbar stattfinden, unabhängig von der Form des Ladungsstromes, sofern nur die erste Stromamplitude hinreichend gross ist, um den Lichtbogen zu löschen, welchen Fall wir nunmehr näher untersuchen wollen.

Bei der mathematischen Behandlung dieses Falles können wir von demselben Gleichungssystem ausgehen, wie wir es im ersten Abschnitt dieses Kapitels aufgestellt haben, nur dass die Anfangsbedingungen hier andere sind. Wir erhalten also

$$\frac{d^2 i}{dt^2} + \frac{1}{l} \left( r - \frac{Rk}{R-k} \right) \frac{di}{dt} + \frac{i}{Cl} = 0$$

und nach Integration, wenn  $\frac{1}{Cl}$  sehr gross gegen  $\frac{1}{l} \left( r - \frac{Rk}{R-k} \right)$  ist,

$$i = F e^{-\alpha t} \cos \beta t + G e^{-\alpha t} \sin \beta t,$$

wo

$$\alpha = \frac{1}{2l} \left( r - \frac{Rk}{R-k} \right) \text{ und } \beta = \frac{1}{\sqrt{Cl}}.$$

Wir wollen nun von einem stationären Lichtbogen ausgehen und annehmen, dass zur Zeit  $t = 0$  der Widerstand in der Batterie-

leitung plötzlich vermehrt wird. Infolgedessen nimmt der Strom im Lichtbogen ab. Die Spannung desselben wird dann im ersten Augenblick etwas geringer, dann aber infolge der Verminderung der Stromstärke höher werden. Infolgedessen wird ein Teil des Batteriestroms in den Kondensator gedrängt, der demnach geladen wird. Zur Bestimmung dieses Ladungsstroms haben wir folgende Anfangsbedingungen.

$$\text{Bei } t = 0 \text{ ist } i = 0 \text{ und } l \frac{di}{dt} = v$$

und bei  $t = \infty$ ,  $i = 0$ .

Hier bezeichnet  $v$  die Spannungszunahme zwischen den Endpunkten der Kondensatorleitung.

Aus diesen Anfangsbedingungen erhält man

$$F = 0; \quad G = \frac{v}{\beta l} = v \sqrt{\frac{C}{l}}$$

und schliesslich

$$i = v \sqrt{\frac{C}{l}} e^{-\alpha t} \sin \beta t.$$

Es sei nun ferner  $e$  die Spannung zwischen den Polen des Kondensators. Bei  $t = 0$  ist  $e = V$ , und während der Ladung ist

$$C \frac{de}{dt} = i.$$

Hieraus kann der Maximalwert für  $e$  berechnet werden, welcher, wie leicht zu sehn, ungefähr nach Ende der ersten Halbperiode ( $t = \frac{\tau}{2}$ ) eintrifft. Wir erhalten dann

$$e_{\max} = V + v \left( 1 + e^{-\frac{\alpha \tau}{2}} \right)$$

oder, wenn  $e^{-\frac{\alpha \tau}{2}}$  approximativ gleich 1 gesetzt wird,

$$v = \frac{e_{\max} - V}{2}.$$

Wenn keine Selbstinduktion in der Batterieleitung vorhanden ist, so ist, wie wir unten sehen werden,  $e_{\max}$  ungefähr gleich der Batteriespannung. Wir wollen daher setzen

$$v = \frac{E - V}{2}.$$

Grösser als dieser Wert kann  $v$  wahrscheinlich nicht werden. Es ist dagegen wohl denkbar und vielleicht wahrscheinlich, dass diese Spannung anfangs geringer als dieser Betrag ist, nachdem aber der Schwingungszustand in der Kondensatorleitung begonnen hat, mit jeder Schwingung zunimmt, bis sie diesen Wert erhalten hat. In solchem Fall nehmen offenbar die Stromamplituden zu Anfang der Ladung zu.

Ob die Ladung auf die eine oder andere Weise vorsieht, jedenfalls dürfte die Maximalamplitude nicht einen grösseren Wert annehmen als

$$i_{\max} = \frac{E - V}{2} \sqrt{\frac{C}{l}} e^{-\frac{\pi}{4}} \sqrt{\frac{C}{l}} \left( r - \frac{Rk}{R-k} \right).$$

Es sei nun ferner  $a$  die geringste Stromstärke, bei welcher der Lichtbogen unter diesen Verhältnissen in stabilem Zustande existieren kann, so muss, wenn

$$A > a + i_{\max},$$

der Lichtbogen nach einiger Zeit seinen stationären Zustand wiederannehmen, wenn aber

$$A < a + i_{\max},$$

in labilen Zustand übergehen und erlöschen. In diesem letzteren Fall kann also auf Grund des oben Angeführten ein selbsttönender Lichtbogen entstehen.

Im nächsten Abschnitt, in welchem wir die Lichtbögen innerhalb des selbsttönenden Gebiets behandeln werden, werden wir finden, dass die Spannung im Lichtbogen während der Ladung des Kondensators höchst unbedeutend sich ändert. Infolgedessen sind sowohl  $-\frac{dV}{dA}$  als auch  $k$  sehr kleine Quantitäten, und wir wollen daher schon hier annehmen, dass  $k$  im Verhältnis zu  $r$  vernachlässigt werden kann.

Auf der Grenze zwischen dem stationären und dem selbsttönenden Gebiet gilt dann die Bedingung

$$A = a + \frac{E - V}{2} \sqrt{\frac{C}{l}} e^{-\frac{\pi r}{4}} \sqrt{\frac{C}{l}}.$$

Wir wollen nun untersuchen, ob diese Bedingung für die experimentell gefundenen Grenzkurven gilt. Wir setzen

$$\frac{1}{2} \sqrt{\frac{C}{l}} e^{-\frac{\pi r}{4}} \sqrt{\frac{C}{l}} = K$$

und erhalten dann  $A = a + (E - V) K$ .

Wenn alle Lichtbögen bei derselben Stromstärke erlöschen würden, d. h. wenn  $a$  konstant wäre, so würden die Grenzkurven aus geraden Linien bestehen, welche alle in Ayrtons Diagramm durch denselben Punkt  $A = a$ ;  $V = E$  gingen. Die Tangente für den Winkel, den diese Linien mit der positiven  $V$ -Achse bilden, ist  $-K$ .

Aus dem Ausdruck für  $K$  finden wir, dass eine Vermehrung der Kapazität ein Steigen des Wertes von  $K$  bewirkt. Dagegen wird  $K$  geringer, wenn der Widerstand oder die Selbstinduktion vermehrt wird.

Infolgedessen nimmt also das aus der obenstehenden Formel berechnete Gebiet für die selbsttönenden Lichtbögen mit der Kapazität zu, nimmt aber ab, wenn Selbstinduktion und Widerstand vermehrt werden. Aus den Diagrammen in Fig. 3, 4 und 5 ésehen wir, dass dies der Fall ist, und dass die dort erhaltenen Grenzkurven im grossen und ganzen mit den eben gefundenen übereinstimmen. Die Differenzen lassen sich wohl als auf den Annahmen beruhend erklären, die wir betreffs  $a$  und  $k$  gemacht haben.

In den Versuchsserien, die in Tab. II, IV und V zusammengestellt sind, kennen wir sämtliche Konstanten in der Kondensatorleitung. Wir können dort also  $i_{\max}$  und  $a$  berechnen. Die untenstehenden Tabellen enthalten die Resultate dieser Berechnungen.

Tab. XVI.

(Tab. II).

$$l = 3,43 \cdot 10^{-3} H; r = 0,506 \Omega.$$

$r$	$\lambda = 1$	$\lambda = 2$	$\lambda = 3$	$\lambda = 4$	$\lambda = 5$
$C$	20	20	20	20	20
$E-V$	65	60	55	50	45
$A$	5,0	4,75	4,5	4,2	3,8
$i_{\max}$	2,18	2,01	1,85	1,67	1,5
$a$	2,82	2,75	2,65	2,53	2,3
$C$	10	10	10	10	10
$E-V$	65	60	55	50	45
$A$	4,4	4,2	3,8	3,6	3,4
$i_{\max}$	1,6	1,4	1,3	1,2	1,1
$a$	2,8	2,8	2,5	2,4	2,3
$C$	5	5	5	5	5
$E-V$	65	60	55	50	45
$A$	3,8	3,6	3,3	3,2	2,9
$i_{\max}$	1,1	1,0	0,9	0,8	0,7
$a$	2,7	2,6	2,4	2,4	2,3
$C$	1	1	1	1	1
$E-V$	65	60	55	50	45
$A$	3,2	2,9	2,8	2,5	2,4
$i_{\max}$	0,49	0,45	0,41	0,38	0,34
$a$	2,7	2,4	2,4	2,1	2,1

In Tab. XVI sind die A-Werte dem Diagramm in Fig. 4 entnommen. In den übrigen Tabellen sind dagegen die V-Werte den Lichtbogencharakteristiken in Fig. 1 entnommen.

Aus diesen Tabellen geht also hervor, dass  $a$  zwischen 1 und 3 Amp. variiert und im Durchschnitt ungefähr 2 Amp. betragen hat. Als eine Eigentümlichkeit sei hervorgehoben, dass, wenn der Widerstand in der Kondensatorleitung klein gewesen, die berechneten  $a$ -Werte am grössten gewesen sind. Dieses kann möglicherweise darauf beruhen, dass wir  $k = 0$  angenommen, wahrscheinlicher aber dürfte sein, dass der Kondensator in diesem Fall bis zu einer höheren Spannung geladen worden ist, als wie wir ihn angenommen. Zum Ver-



Tab. XVII.

(Tab. IV).

$$C = 20 \text{ Mf.}; l = 3,43 \cdot 10^{-3} \text{ H.}$$

<i>r</i>		$\lambda = 1$	$\lambda = 2$	$\lambda = 3$	$\lambda = 4$	$\lambda = 5$	$\lambda = 6$
0,506	<i>E-V</i>	65	60	56	50	45	—
	<i>A</i>	4,8	5,0	4,8	4,6	4,0	—
	<i>i</i> <sub>max</sub>	2,14	1,95	1,82	1,63	1,46	—
	<i>a</i>	2,7	3,0	3,0	3,0	2,5	—
1,236	<i>E-V</i>	63	58	53	46	42	34
	<i>A</i>	3,8	3,9	3,8	3,5	3,4	3,0
	<i>i</i> <sub>max</sub>	1,97	1,81	1,66	1,44	1,31	1,06
	<i>a</i>	1,8	2,1	2,1	2,1	2,1	1,9
1,846	<i>E-V</i>	60	56	50	44	38	33
	<i>A</i>	3,0	3,4	3,2	3,1	2,8	2,8
	<i>i</i> <sub>max</sub>	1,83	1,71	1,52	1,34	1,16	1,01
	<i>a</i>	1,2	1,7	1,7	1,8	1,6	1,8
2,506	<i>E-V</i>	60	54	48	43	38	33
	<i>A</i>	2,8	2,85	2,75	2,55	2,5	2,5
	<i>i</i> <sub>max</sub>	1,77	1,59	1,41	1,26	1,14	0,97
	<i>a</i>	1,0	1,3	1,3	1,3	1,4	1,5
3,006	<i>E-V</i>	58	52	46	38	33	26
	<i>A</i>	2,4	2,4	2,5	2,4	2,4	2,4
	<i>i</i> <sub>max</sub>	1,66	1,49	1,32	1,09	0,95	0,75
	<i>a</i>	0,7	0,9	1,2	1,3	1,4	1,6

gleich sei hier erwähnt, dass bei stationärem Zustand diese Lichtbögen, wie aus Fig. 1 zu ersehen, für Stromstärken zwischen 0,7 und 2 Amp. erlöschen, wenn die Batteriespannung 110 Volt beträgt.

Wir wollen nun in wenigen Worten die Resultate des oben Angeführten zusammenzufassen versuchen.

Wenn die Spannung zwischen den Endpunkten der Kondensatorleitung aus der einen oder anderen Ursache sich ändert, so entsteht in der Kondensator- und Lichtbogenleitung ein Strom von der Form

$$i = v \sqrt{\frac{C}{l}} e^{-\frac{1}{2l} \left( r - \frac{Rk}{R-k} \right) t} \sin \frac{t}{\sqrt{Cl}}.$$

Tab. XVIII.

(Tab. V).

 $C = 20 \text{ Mf.}; l = 6,57 \cdot 10^{-3} \text{ H.}$ 

$r$		$\lambda = 1$	$\lambda = 2$	$\lambda = 3$	$\lambda = 4$	$\lambda = 5$
1,084	$E-V$	64	57	52	47	42
	$A$	4,4	3,7	3,7	3,6	3,5
	$i_{\max}$	1,67	1,49	1,35	1,22	1,09
	$a$	2,7	2,2	2,3	2,4	2,4
1,834	$E-V$	62	55	50	44	38
	$A$	3,4	3,0	3,1	3,1	2,9
	$i_{\max}$	1,57	1,4	1,27	1,12	0,96
	$a$	1,8	1,6	1,8	2,0	1,9
2,424	$E-V$	60	52	47	40	34
	$A$	2,6	2,6	2,6	2,6	2,6
	$i_{\max}$	1,27	1,28	1,16	0,98	0,83
	$a$	1,3	1,3	1,4	1,6	1,8

Dieser Strom kann den Lichtbogen in einen selbsttönenden Zustand versetzen, wenn

$$r < \frac{kR}{R - k},$$

oder unabhängig von  $r$ , wenn

$$A < a + i_{\max}.$$

Dieser letztere Fall scheint der am meisten vorkommende zu sein.

### 3. Der Lichtbogen innerhalb des selbsttönenden Gebiets.

Bestimmungen über die Form der Strom- und Spannungskurven, wenn der Lichtbogen sich innerhalb des von uns sogenannten selbsttönenden Gebiets befunden, sind Gegenstand des Studiums mehrerer Physiker gewesen. Besonders wertvoll sind die Untersuchungen, die Blondel ausgeführt und bei denen er seinen Oszillograph verwendet hat. Es ist ihm gelungen, die Existenz zweier verschiedener Typen des selbsttönenden Lichtbogens nachzuweisen.

Den ersten Typus erhält man nach Blondel, wenn die Länge des Lichtbogens verhältnismässig gross ist, zum mindesten 3 bis 4 mm, und wenn die Batterieleitung ohne Selbstinduktion, oder diese letztere sehr klein ist. Die zu diesem Typus gehörigen Lichtbögen geben einen ziemlich reinen Ton. Der Strom in der Kondensatorleitung hat nahezu die Form eines Sinusstroms und in dem Lichtbogen die Form eines konstanten Stroms mit überlagertem Sinusstrom. In dem Lichtbogen sinkt die Stromstärke niemals zum Nullwert herab, er ist daher niemals erloschen.

Der andere Typus dagegen wird erhalten, wenn die Bogenlänge klein ist, und besonders leicht, wenn eine grössere Selbstinduktion in die Batterieleitung eingeschaltet ist. Lichtbögen von diesem Typus geben einen schrillen und pfeifenden Ton. In dem Lichtbogen ist die Stromstärke während einer längeren oder kürzeren Zeit der Periode gleich Null, und während dieser Zeit ist der Lichtbogen erloschen. Diese Lichtbögen sind daher ein diskontinuierliches Phänomen. Die Potentialdifferenz zwischen den Elektroden des Bogens zeigt eine doppelte Oszillation mit grossen Amplituden und kann oft bedeutend grösser sein als die Spannung in der Batterie.

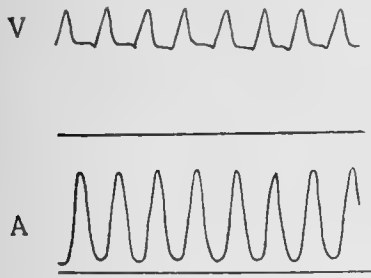


Fig. 10.

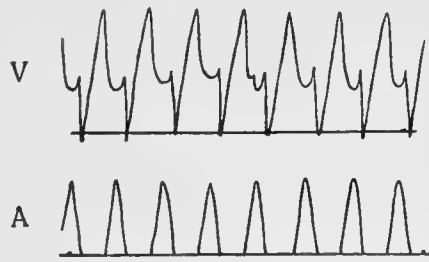


Fig. 11.

Die Figuren 10 und 11 zeigen das Aussehn dieser Strom- und Spannungskurven. Sie sind Blondels Arbeit entnommen und von ihm als charakteristisch für die beiden Typen bezeichnet worden.

Ich habe im vorhergehenden Abschnitt nachgewiesen, dass ein selbsttönender Lichtbogen auf zwei verschiedene Weisen entstehen kann.

Wenn

$$r = k \text{ und } A > a + i_{\max}.$$

so wird in der Kondensatorleitung ein Wechselstrom mit konstanten Amplituden erhalten, welche letztere kleiner sind als die Stromstärke

im Lichtbogen bei stationärem Zustande. Dieser Strom, der auch den Lichtbogen durchläuft, wird, wie bereits oben erwähnt, dadurch unterhalten, dass der Lichtbogen ebenso viel Energie abgibt, wie in der Kondensatorleitung verbraucht wird. Diese Lichtbögen gehören offenbar zu Blondels erstem Typus.

Da  $k$ , wie wir oben gesehen, sehr klein ist, aber mit der Bogenlänge zunimmt, muss bei der Herstellung dieser Bögen der Lichtbogen ziemlich gross gemacht werden, sofern nicht der Widerstand in der Kondensatorleitung extrem klein ist.

Für den zweiten Typus gilt die Bedingung:

$$A < a + i_{\max}.$$

In diesem Fall erlischt der Lichtbogen bei der Ladung des Kondensators und entzündet sich aufs neue erst bei der Entladung. Wir haben hier also ein diskontinuierliches Phänomen.

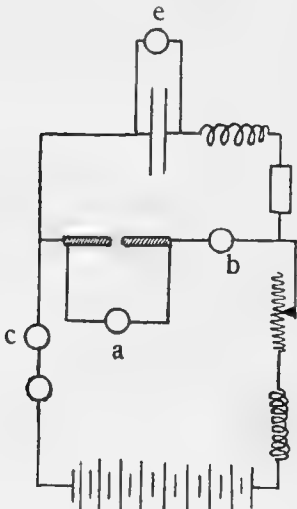


Fig. 12.

Mit dem oben erwähnten rotierenden Spiegel und der Braunschen Röhre sind die Strom- und Spannungsformen für die in Kap. I und II erwähnten Lichtbögen untersucht worden. Diese sämtlichen Kurven haben das für Blondels zweiten Typus charakteristische Aussehen gehabt. Im Folgenden wollen wir uns daher nur mit diesem Typus beschäftigen.

Zur Untersuchung des elektrischen Verlaufes bei diesen selbsttönenden Lichtbögen ist es notwendig, das Verhältnis zu bestimmen, das zwischen den verschiedenen Strom- und Spannungskurven stattfindet. Zu diesem Zweck ist folgende Anordnung verwendet worden, wie sie schematisch in Fig. 12 dargestellt ist.

Hier bezeichnen  $a$ ,  $b$ ,  $c$  und  $e$  Drahtspulen von geeigneten Dimensionen, die vor die Braunsche Röhre gestellt werden können. Wenn das Verhältnis zwischen Stromstärke und Spannung in dem Lichtbogen bestimmt werden sollte, wurden die Spulen  $a$  und  $b$  vor der Kathodenröhre so placiert, dass die Kathodenstrahlen durch die Spule  $a$  in vertikaler Richtung und durch die Spule  $b$  in horizontaler Richtung abgelenkt wurden. Die Kurve, welche der Kathodenfleck unter der Einwirkung dieser beiden Spulen beschreibt, giebt also ein Bild von

der Änderung der Lichtbogenspannung mit der Stromstärke. Auf ähnliche Weise sind die Verhältnisse zwischen den übrigen Strömen und Spannungen bestimmt worden.

Fig. 13—16 sind Abbildungen der auf diese Weise erhaltenen Kurven.

In Fig. 13 sind die Kurven abgebildet, welche erhalten werden, wenn die Ströme im Lichtbogen und in der Kondensatorleitung gleichzeitig auf die Kathodenstrahlen einwirken. Die Kurven *a* und *b* sind mit grösserer Selbstinduktion in der Batterieleitung und *a* mit kleiner Bogenlänge, *b* mit grösserer erhalten worden. Die Kurve *c* gilt für kleine oder gar keine Selbstinduktion in der Batterieleitung und für grosse Bogenlänge im Lichtbogen.

In Fig. 13 *a* ist die Stromfigur nahezu eine gerade Linie. Die Stromänderungen in der Lichtbogenleitung sind in diesem Fall offenbar ebenso gross wie die Momentan-

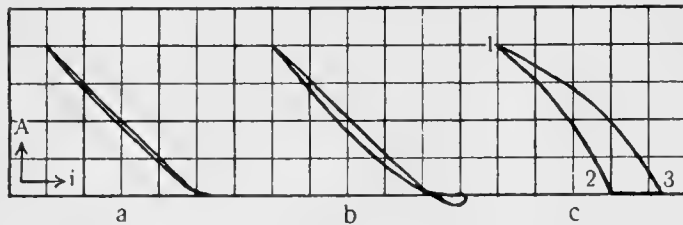


Fig. 13.

werte für die Stromstärke in der Kondensatorleitung, und infolgedessen ist der Batteriestrom konstant.

Bei grösserer Bogenlänge gilt, wie aus Fig. 13 *b* zu ersehen ist, dies nicht weiter. Hier trennen sich die beiden Stromschlingen von einander, und folglich ist der Batteriestrom nicht konstant, wenn auch die Stromvariationen in demselben klein sind. In Fig. 13 *b* tritt eine andere Unregelmässigkeit im Aussehn der Kurve hervor. Diese biegt sich nämlich oft in einer Schlinge ganz unten an der *i*-Achse. Dies bedeutet, dass der Strom im Lichtbogen während einiger Zeit das Vorzeichen wechselt. Dieses Phänomen ist bereits von Blondel nachgewiesen worden und tritt besonders leicht ein, wenn grosse Selbstinduktion in der Hauptleitung vorhanden ist. Wo die Schlinge nicht auftritt, biegt sich die Kurve an der *i*-Achse und geht eine kleine Strecke längs derselben. Dies tritt fast stets bei grösserer Bogenlänge ein und hat seinen Grund darin, dass der Lichtbogenstrom während einiger Zeit der Periode den Wert Null hat.

Fig. 13 *c* zeigt schliesslich den Fall, wo die Selbstinduktion in der Hauptleitung sehr klein, die Bogenlänge aber sehr gross gewesen

ist. Hier können wir deutlich drei verschiedene Stadien unterscheiden, die in den übrigen Kurven mehr oder weniger zusammenfliessen.

Wenn der Kondensator geladen wird, sinkt der Strom im Lichtbogen. Dieses Stadium wird von dem Abschnitt 1—2 repräsentiert. Nachdem der Bogen erloschen, wird dem Kondensator Elektrizität von der Batterieleitung her zugeführt: Abschnitt 2—3. Wenn schliesslich die Spannung im Kondensator den Wert erreicht hat, dass der Bogen von neuem sich entzünden kann, steigt der Strom in demselben: Abschnitt 3—1.

Diese drei verschiedenen Stadien lassen sich auch an den Kurven in Fig. 14 und 15 beobachten, wo die Abszissen dem Lichtbogenstrom und die Ordinaten der Spannung in demselben proportional sind. Das erste Stadium, während dessen der Strom im Lichtbogen auf Null herabsinkt, wird hier durch die Linie 1—2 (s. Fig. 15, c) repräsentiert. Während des zweiten Stadiums, wo der Kondensator von der Batterieleitung her geladen wird, hat der Strom im Bogen den Wert Null. In demselben Masse wie die Spannung zwischen den Polen des Kondensators zunimmt, steigt dieselbe auch zwischen den Elektroden des Bogens. Dieses Stadium wird hier durch die Linie 2—3 repräsentiert. Schliesslich repräsentiert die Kurve 3—1 das letzte Stadium, wo der Bogen sich von neuem entzündet.

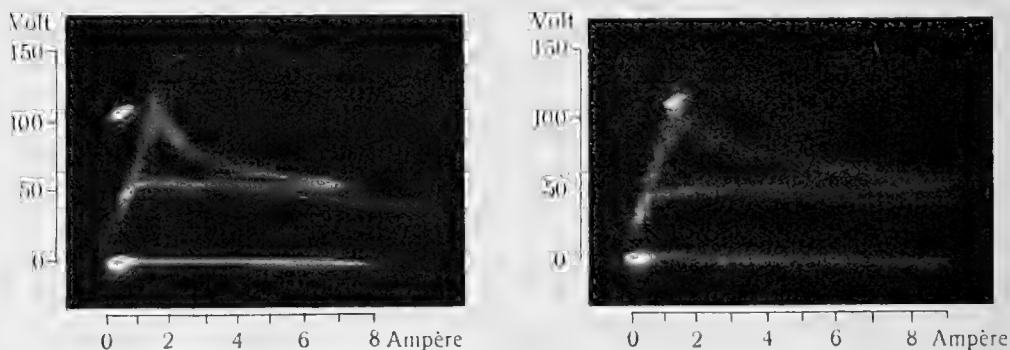


Fig. 14.

Wie diese Kurven unter verschiedenen Verhältnissen sich ändern, geht aus Fig. 15 hervor, wo *a*, *b* und *c* mit verschiedener Bogenlänge erhalten sind. In Fig. 15 *a* ist die Bogenlänge am kleinsten und in Fig. 15 *c* am grössten gewesen. Die Spannungsvariationen sind demnach am kleinsten bei den kleinen Bogenlängen und am grössten

bei den grossen gewesen. Bei diesen letzteren hat die Maximalspannung oft denselben Betrag wie die Batteriespannung erreicht.

Fig. 15 *d, e, f* zeigen das Aussehn der Kurven, wenn der Widerstand in der Kondensatorleitung variiert worden ist. Je grösser der Widerstand gewesen, um so kleiner ist die Spannungsvariation geworden. Wenn der Widerstand in der Kondensatorleitung klein gewesen, Fig. 15 *d*,

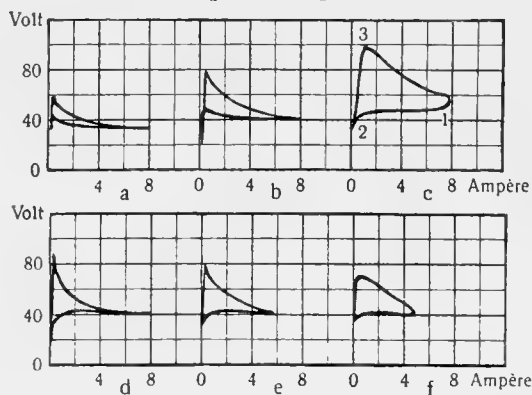


Fig. 15.

bei stabilem Zustand gehabt hat. Je grösser der Widerstand gewesen, um so geringer wird dieses Sinken der Spannung, und wenn der Widerstand so gross gemacht wird, dass der Bogen auf der Grenze zu den stationären Bögen sich befindet, Fig. 15 *f*, ist die Spannungsenkung unbedeutend.

Die Kurven, über die wir nun berichtet, sind offenbar die dynamischen Charakteristiken des selbsttönenden Bogens. Als allgemeine Regel können wir sagen, dass diese ganz verschieden von den statischen Charakteristiken sind. Da, wie wir oben erwähnt, der thermische Zustand im Lichtbogen schnellen Änderungen in der Stromstärke des Bogens nicht zu folgen vermag, war dies ja zu erwarten.

Während des stabilen Zustandes des Lichtbogens und während der Zeit, wo die Stromstärke in demselben auf Null herabsinkt, ist die Spannung, wie aus sämtlichen Kurven zu ersehen ist, fast konstant. Während der Zeit dagegen, wo der Lichtbogen erloschen ist, sinkt zunächst die Spannung zwischen den Elektroden desselben, steigt dann aber und kann bei grossen Bogenlängen einen beträchtlichen Wert erlangen. Wenn dann der Lichtbogen aufs neue sich entzündet, sinkt die Spannung. Die Kurve, die in diesem letzteren Fall den Zusammenhang zwischen Spannung und Stromstärke repräsentiert, erinnert an die Charakteristik des Lichtbogens bei stationärem Zustande, liegt aber oberhalb dieser Kurve und ändert ihr Aussehn bei verschiedenen Widerständen in der Kondensatorleitung; auch ist sie offenbar von der Kapazität und Selbstinduktion dieser Leitung abhängig.

In Fig. 16 finden sich schliesslich einige Kurven wiedergegeben, wo die Abszissen die Stromintensität in der Kondensatorleitung und die Ordinaten teils die Spannung im Lichtbogen, teils die Potentialdifferenz im Kondensator darstellen. Die ersteren Kurven haben in der Hauptsache dieselbe Form wie in Fig. 14. Die letzteren dagegen sind Ellipsen. Es ist aus dieser Figur zu ersehen, dass die Spannung im Kondensator denselben Betrag gehabt hat wie die in der Batterie, ungefähr 110 Volt.

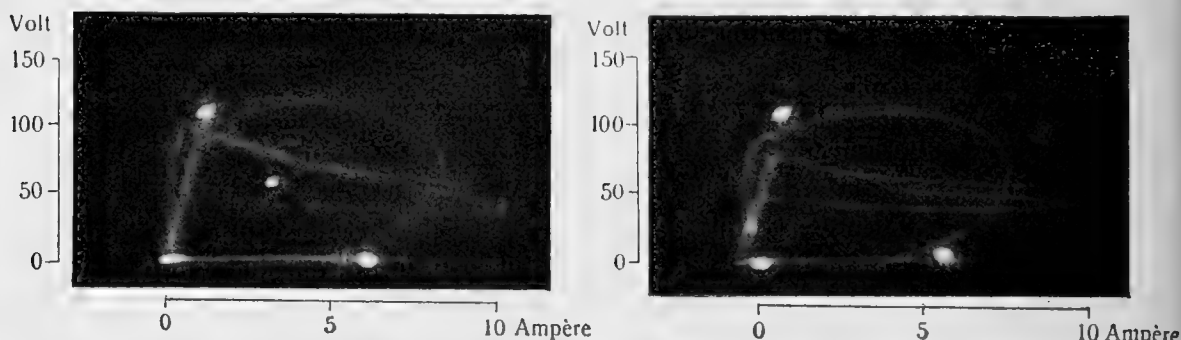


Fig. 16.

Wir haben im Vorhergehenden folgende Gleichungen für den selbsttönenden Lichtbogen aufgestellt:

$$E = RI + L \frac{dI}{dt} + V;$$

$$V = ri + l \frac{di}{dt} + e;$$

$$i = C \frac{de}{dt};$$

$$I = A + i.$$

Als erstes Stadium haben wir die Zeit bezeichnet, während welcher der Lichtbogen in stabilem Zustande sich befunden, und die Zeit, während welcher der Strom im Lichtbogen auf Null herabgesunken ist. Wir haben oben gesehen, dass während dieser ganzen Zeit die Spannung im Bogen fast konstant ist. Setzen wir also

$$V = \text{eine Konst.},$$



so erhalten wir nach Differentiierung und Eliminierung

$$l \frac{d^2 i}{dt^2} + r \frac{di}{dt} + \frac{i}{C} = 0.$$

Dieser Strom leitet also die Ladung des Kondensators ein, und da die Gleichung nur die Konstanten der Kondensatorleitung enthält, so geschieht dies, als wenn nur diese Leitung vorhanden wäre.

Während des darauf folgenden Stadiums ist  $A = 0$ , und  $V$  wächst zu seinem Maximalwert an. Nun ist

$$E = RI + L \frac{dI}{dt} + V;$$

$$V = ri + l \frac{di}{dt} + e;$$

$$i = C \frac{de}{dt};$$

$$I = i;$$

Hieraus erhält man

$$(L + l) \frac{d^2 i}{dt^2} + (R + r) \frac{di}{dt} + \frac{i}{C} = 0.$$

Dieses ist die Gleichung für einen Strom, bei dem sowohl die Kondensator- wie die Batterieleitung als eine Leitung fungieren.

Die Ladung beginnt also, als wenn nur die Kondensatorleitung vorhanden wäre, und fährt dann fort, als wenn die ganze Leitung ausser dem Lichtbogen ein einziger Schwingungskreis wäre.

Das letzte Stadium, wo der Lichtbogen von neuem sich entzündet, kann indessen nicht ohne Kenntnis der dynamischen Charakteristik bei der Entzündung berechnet werden.

Aus den Kurven, welche den Zusammenhang zwischen Stromstärke und Spannung im Lichtbogen und im Kondensator zeigen, sehen wir, dass die Ladung dieses letzteren hauptsächlich während der Zeit geschieht, wo der Lichtbogen erloschen ist. Wir haben oben einen Ausdruck für den Kondensatorstrom während dieser Zeit gefunden. Setzen wir in diesem Ausdruck  $L = 0$ , wozu wir berechtigt sind, da wir ja bei unseren Versuchen keine grössere Selbstinduktion in der Batterieleitung gehabt haben, und nehmen wir ferner der Einfachheit

wegen an, dass  $l$  sehr klein gewesen, so erhält der Kondensatorstrom während der Ladung approximativ die Form

$$i = \frac{Q - Q_0}{(R+r)C} e^{-\frac{t}{(R+r)C}},$$

wo  $Q_0$  und  $Q$  die ursprüngliche und die schliessliche Ladung bezeichnen. Es bezeichne ferner  $q$  die momentane Ladung im Kondensator, so ist mit derselben Approximation

$$q = Q + (Q_0 - Q) e^{-\frac{t}{(R+r)C}}.$$

Aus diesem Ausdruck geht hervor, dass die Zeit, die der Kondensator zu seiner Ladung braucht, in hohem Grade von  $R$  abhängt. Für dieselbe Kondensatorladung wächst also diese Zeit mit dem Widerstand in der Batterieleitung. Folglich muss auch die Zeit, während welcher der Lichtbogen erloschen ist, von diesem Widerstand abhängen und mit demselben wachsen.

In AYRTON'S Diagramm liegen die Lichtbögen, bei welchen der Batteriewiderstand derselbe ist, längs geraden Linien, die durch den Punkt  $A = O$ ;  $V = E$  gehen und mit der V-Achse einen Winkel  $\alpha$  bilden, wo

$$\cot \alpha = -R.$$

Längs diesen Linien müssen also, wenn die oben angenommenen Approximationen für das ganze selbsttönende Gebiet gelten, die Lichtbögen liegen, die während gleich langer Zeit erloschen sind. Je weiter weg von der Grenzkurve ein Lichtbogen in dem selbsttönenden Gebiet liegt, um so grösser ist, wie leicht ersichtlich, der Batteriewiderstand vor demselben, und um so längere Zeit muss folglich sein labiler Zustand dauern.

Es stimmt dies vollkommen mit den Resultaten überein, die wir in Kap. II gefunden, und giebt demnach die Erklärung dafür ab, weshalb die Schwingungszeit um so grösser wird, je weiter in das selbsttönende Gebiet hinein der Lichtbogen liegt.

4. Die Wirkung der Selbstinduktion in der Batterieleitung.

Im Vorhergehenden haben wir angenommen, dass keine Selbstinduktion in der Batterieleitung vorhanden war, und wir wollen daher nun untersuchen, welchen Einfluss eine solche auf die elektrischen Erscheinungen in dem selbsttönenden Lichtbogen hat. Wir wollen dabei annehmen, dass eine Kapazität und Selbstinduktion enthaltende Leitung dem Lichtbogen parallel geschaltet ist und dass aus dem einen oder anderen Anlass die Spannung im Lichtbogen zunimmt. Infolgedessen wird der Kondensator geladen, und zur Bestimmung dieses Ladungsstroms haben wir folgende Gleichungen, deren Bedeutung wir oben erörtert,

$$E = RI + L \frac{dI}{dt} + V; \quad (1)$$

$$V = V_0 + k'A + \varrho \frac{dA}{dt}; \quad (2)$$

$$I = A + i; \quad (3)$$

$$V = ri + l \frac{di}{dt} + e; \quad (4)$$

$$i = C \frac{de}{dt}. \quad (5)$$

Wird die Gleichung (3) differentiiert, so erhält man

$$\frac{dI}{dt} = \frac{dA}{dt} + \frac{di}{dt},$$

und werden  $\frac{dA}{dt}$  und  $\frac{dI}{dt}$  zwischen dieser Gleichung und den Gleichungen (1) und (2) eliminiert, so erhält man

$$L\varrho \frac{di}{dt} = E\varrho - V(L + \varrho) + LV_0 - R\varrho I + Lk'A.$$

Wird diese Gleichung mit der Gleichung (3) kombiniert, so erhält man unter der Voraussetzung, dass

$$Lk' - R\varrho \geq 0,$$



$$(Lk' - R\varrho) A = V(L + \varrho) + R\varrho i + L\varrho \frac{di}{dt} - LV_0 - E\varrho;$$

$$(Lk' - R\varrho) I = V(L + \varrho) + Lk'i + L\varrho \frac{di}{dt} - LV_0 - E\varrho;$$

und nach Differentiation

$$(Lk' - R\varrho) \frac{dA}{dt} = (L + \varrho) \frac{dV}{dt} + R\varrho \frac{di}{dt} + L\varrho \frac{d^2i}{dt^2};$$

$$(Lk' - R\varrho) \frac{dI}{dt} = (L + \varrho) \frac{dV}{dt} + Lk' \frac{di}{dt} + L\varrho \frac{d^2i}{dt^2}.$$

Werden die nunmehr abgeleiteten Werte von  $A$ ,  $I$ ,  $\frac{dA}{dt}$  und  $\frac{dI}{dt}$  in eine der Gleichungen (1) oder (2) eingesetzt, so erhält man nach Differentiation

$$(L + \varrho) \frac{d^2V}{dt^2} + (R + k') \frac{dV}{dt} + L\varrho \frac{d^3i}{dt^3} + (Lk' + R\varrho) \frac{d^2i}{dt^2} + Rk' \frac{di}{dt} = 0.$$

Wird die Gleichung (4) differenziert und die so erhaltenen Gleichungen mit Gleichung (5) und obiger Gleichung kombiniert, so erhält man

$$(L\varrho + l\varrho + Ll) \frac{d^3i}{dt^3} + \left( (R + k')l + (L + \varrho)r + Lk' + R\varrho \right) \frac{d^2i}{dt^2} + \left( (R + k')r + Rk' + \frac{L + \varrho}{C} \right) \frac{di}{dt} + \frac{(R + k')i}{C} = 0. \quad (6)$$

In Übereinstimmung mit dem, was wir im Vorhergehenden getan, wollen wir auch jetzt  $\varrho = 0$  setzen und  $\frac{dV}{dA} = -k$ , d. h.  $k' = -k$ . Die Gleichung (6) geht dann über in

$$\frac{d^3i}{dt^3} + \left( \frac{R - k}{L} + \frac{r - k}{l} \right) \frac{d^2i}{dt^2} + \left( \frac{Rr - kr - kR}{Ll} + \frac{1}{Cl} \right) \frac{di}{dt} + \frac{(R - k)i}{CL} = 0. \quad (7)$$

Das allgemeine Integral dieser Differentialgleichung hat die Form

$$i = \mathfrak{G}e^{\lambda_1 t} + \mathfrak{H}e^{\lambda_2 t} + \mathfrak{I}e^{\lambda_3 t},$$

wo  $\mathfrak{C}$ ,  $\mathfrak{F}$  und  $\mathfrak{G}$  Konstanten sind und  $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$  Wurzeln der Gleichung dritten Grades

$$m^3 + \mathfrak{A}m^2 + \mathfrak{B}m + \mathfrak{C} = 0, \quad (8)$$

wo

$$\mathfrak{A} = \frac{R - k}{L} + \frac{r - k}{l};$$

$$\mathfrak{B} = \frac{Rr - k(R + r)}{Ll} + \frac{1}{Cl};$$

$$\mathfrak{C} = \frac{R - k}{CLl}.$$

Der Charakter der Ladung hängt von der Beschaffenheit der Wurzeln  $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$  ab, und hierfür ist bekanntlich das Vorzeichen der Diskriminante bestimmend.

Die Diskriminante der Gleichung (8) ist

$$D = 27\mathfrak{C}^2 + 4\mathfrak{B}^3 - 18\mathfrak{A}\mathfrak{B}\mathfrak{C} + 4\mathfrak{A}^3\mathfrak{C} - \mathfrak{A}^2\mathfrak{B}^2.$$

Wenn  $D < 0$ , so sind alle Wurzeln reell. Nun ist, wie wir oben gesehen,  $k$  sehr klein im Verhältnis zu  $R$  und möglicherweise von derselben Größenordnung wie  $r$ . Infolgedessen sind die Konstanten  $\mathfrak{A}$ ,  $\mathfrak{B}$  und  $\mathfrak{C}$  positive Größen. In der Gleichung (8) haben wir also drei Zeichenfolgen und keinen Zeichenwechsel. Folglich sind sämtliche Wurzeln nach Descartes Regel negativ. In diesem Fall wird also die Ladung des Kondensators aperiodisch.

Wir gehen nun zu dem Fall über, dass  $D > 0$ . Die Gleichung (8) hat dann eine reelle Wurzel und zwei konjugiert imaginäre Wurzeln, die wir mit  $\lambda$ ,  $\alpha + i\beta$  und  $\alpha - i\beta$  bezeichnen wollen.

Die Lösung der Differentialgleichung hat dann die Form

$$i = \mathfrak{C}e^{\lambda t} + \mathfrak{F}e^{\alpha t} \cos \beta t + \mathfrak{G}e^{\alpha t} \sin \beta t,$$

wo  $\mathfrak{C}$ ,  $\mathfrak{F}$  und  $\mathfrak{G}$  reelle Konstanten sind.

Zur Bestimmung der Vorzeichen von  $\lambda$  und  $\alpha$  bilden wir die Gleichungen

$$\lambda + 2\alpha = -\mathfrak{A}$$

$$2\alpha\lambda + \alpha^2 + \beta^2 = \mathfrak{B}$$

$$\lambda(\alpha^2 + \beta^2) = -\mathfrak{C}.$$

Aus der letzten Gleichung geht hervor, dass  $\lambda$  negativ ist. Bilden wir ferner das Produkt aus der ersten und zweiten Gleichung und subtrahieren die dritte davon, so erhalten wir

$$2\alpha(\lambda^2 + \mathfrak{B}) = -\mathfrak{A}\mathfrak{B} + \mathfrak{C},$$

oder wenn die Werte von  $\mathfrak{A}$ ,  $\mathfrak{B}$  und  $\mathfrak{C}$  in das rechte Membrum eingesetzt werden,

$$2\alpha(\lambda^2 + \mathfrak{B}) = -\frac{Rr - k(R + r)}{Ll} \left( \frac{R - k}{L} + \frac{r - k}{l} \right) - \frac{r - k}{Cl^2}.$$

Hieraus geht hervor, dass auch  $\alpha$  negativ ist. Folglich geht die Ladung des Kondensators in diesem Fall periodisch und mit abnehmenden Amplituden vor sich.

Als allgemeine Regel kann gesagt werden, dass die erste Art von Entladungen ( $D < 0$ ) stattfindet, wenn die Widerstände sehr gross sind, während die andere Art ( $D > 0$ ) stattfindet, wenn die Widerstände klein sind.

Die Berechnung der Wurzeln der Gleichung (8) ergibt ziemlich komplizierte Ausdrücke, die schwer zu überblicken sind. Wir führen dieselben daher hier nicht aus, sondern wollen statt dessen einen Fall behandeln, der von praktischem Interesse sein kann. Wir nehmen zu dem Zwecke an, dass die Konstanten der Leitungen zwischen gewissen Werten liegen.

Zunächst wollen wir nun folgende Grenzwerte für die Konstanten in den verschiedenen Leitungen annehmen

$$\begin{array}{lll} 100 > R > 10 & \text{Ohm,} \\ 10 > L > 0,1 & \text{Henry,} \\ 2 > r > 0 & \text{Ohm,} \\ 0,1 > l > 0,001 & \text{Henry,} \\ 20 > C > 0,5 & \text{Mf,} \\ 2 > k > 0 & \text{Ohm.} \end{array}$$

Das Verhältnis zwischen den Ausdrücken  $\frac{Rr - k(R + r)}{Ll}$  und  $\frac{1}{Cl}$  ist  $\frac{(Rr - k(R + r)) C}{L}$ . Dessen Maximalwert ist unter den oben

gemachten Annahmen 0,04 und kann demnach im allgemeinen im Verhältnis zu 1 vernachlässigt werden. Wir setzen daher  $\mathfrak{B} = \frac{1}{Cl}$ . Die Differentialgleichung (7) erhält dann folgendes Aussehen

$$\frac{d^3 i}{dt^3} + \left( \frac{R-k}{L} + \frac{r-k}{l} \right) \frac{d^2 i}{dt^2} + \frac{1}{Cl} \frac{di}{dt} + \frac{(R-k)i}{LCl} = 0. \quad (9)$$

In der Gleichung

$$m^3 + \mathfrak{A}m^2 + \mathfrak{B}m + \mathfrak{C} = 0, \quad (10)$$

wo

$$\mathfrak{A} = \frac{R-k}{L} + \frac{r-k}{l};$$

$$\mathfrak{B} = \frac{1}{Cl};$$

$$\mathfrak{C} = \frac{R-k}{CLl},$$

ist  $\mathfrak{A}$  den Annahmen gemäss eine im Verhältnis zu  $\mathfrak{B}$  und  $\mathfrak{C}$  sehr kleine Grösse. Der Maximalwert von  $\mathfrak{A}$  ist  $3 \cdot 10^3$ , während die Minimalwerte von  $\mathfrak{B}$  und  $\mathfrak{C}$  ungefähr  $5 \cdot 10^5$  sind. In dem Ausdruck für die Diskriminante der obigen Gleichung dritten Grades

$$D = 27 \mathfrak{C}^2 + 4 \mathfrak{B}^3 - 18 \mathfrak{A} \mathfrak{B} \mathfrak{C} + 4 \mathfrak{A}^3 \mathfrak{C} - \mathfrak{A}^2 \mathfrak{B}^2$$

ist daher  $\mathfrak{B}^3$  bedeutend grösser als die anderen Glieder und folglich die Diskriminate innerhalb des angenommenen Gebietes positiv. Von den Wurzeln sind also eine reell und zwei konjugiert imaginär.

Setzen wir

$$p = \mathfrak{B} - \frac{\mathfrak{A}^2}{3}; \quad q = \frac{2}{27} \mathfrak{A}^3 - \frac{\mathfrak{A} \mathfrak{B}}{3} + \mathfrak{C}$$

und

$$m = \sqrt[3]{-\frac{q}{2} + \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}}; \quad n = \sqrt[3]{-\frac{q}{2} - \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}},$$

so sind die Wurzeln der Gleichung (10)

$$\lambda_1 = m + n - \frac{\mathfrak{A}}{3};$$

$$\lambda_2 = \frac{m+n}{2} - \frac{\mathfrak{A}}{3} + i\sqrt{3} \frac{m-n}{2};$$

$$\lambda_3 = \frac{m+n}{2} - \frac{\mathfrak{A}}{3} - i\sqrt{3} \frac{m-n}{2}.$$

Da, wie wir oben gesehen,  $\mathfrak{A}$  im Verhältnis zu  $\mathfrak{B}$  und  $\mathfrak{C}$  eine sehr kleine Grösse ist, so können wir  $\mathfrak{A}^2$  und  $\mathfrak{A}^3$  in den Ausdrücken für  $p$  und  $q$  vernachlässigen. Bei dieser Approximation erhält man

$$p = \mathfrak{B} = \frac{1}{Cl}$$

$$q = \mathfrak{C} - \frac{\mathfrak{A}\mathfrak{B}}{3} = \left( \frac{2(R-k)}{3L} - \frac{r-k}{3l} \right) \frac{1}{Cl}.$$

Setzen wir ferner

$$s = \frac{2(R-k)}{3L} - \frac{r-k}{3l},$$

so können  $m$  und  $n$  in der Form

$$m = \sqrt{p} \sqrt[3]{-\frac{s}{2\sqrt{p}} + \sqrt{\frac{1}{27} + \frac{s^2}{4p}}}; \quad n = \sqrt{p} \sqrt[3]{-\frac{s}{2\sqrt{p}} - \sqrt{\frac{1}{27} + \frac{s^2}{4p}}}$$

geschrieben werden.

Der grösste Wert, den  $\frac{s^2}{4p}$  unter den oben gemachten Annahmen erhalten kann, ist 0,01. In den meisten Fällen dürfte also  $\frac{s^2}{4p}$  im Verhältnis zu  $\frac{1}{27}$  vernachlässigt werden können. Führen wir diese Approximation durch, so wird

$$m = -n = \sqrt{\frac{p}{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}Cl}.$$



Die Wurzeln der Gleichung (10) sind nach diesen Approximationen

$$\begin{aligned}\lambda_1 &= -\alpha; \\ \lambda_2 &= -\alpha + i\beta; \\ \lambda_3 &= -\alpha - i\beta;\end{aligned}$$

wo

$$\alpha = \frac{\mathfrak{A}}{3} = \frac{1}{3} \left( \frac{R-k}{L} + \frac{r-k}{l} \right);$$

$$\beta = \frac{1}{\sqrt{Cl}}.$$

Der Ladungsstrom des Kondensators hat also die Form

$$i = \mathfrak{G}e^{-\alpha t} + \mathfrak{F}e^{-\alpha t} \cos \beta t + \mathfrak{G}e^{-\alpha t} \sin \beta t.$$

Zur Bestimmung der Konstanten  $\mathfrak{G}$ ,  $\mathfrak{F}$  und  $\mathfrak{G}$  nehmen wir folgende Anfangsbedingungen an. Bei stationärem Zustand im Lichtbogen wird die Spannung im Kondensator als gleich der Spannung im Lichtbogen angenommen, d. h.  $e_0 = V_0$ ; zur Zeit  $t = 0$ , nehmen wir an, erhält die Spannung zwischen den Polen der Kondensatorleitung plötzlich einen Zuschuss  $v$ . Folglich ist

$$\begin{aligned}\text{für } t = 0: & & i &= 0; \\ & & l \frac{di}{dt} &= v;\end{aligned}$$

$$q = CV_0;$$

$$\begin{aligned}\text{und für } t = \infty: & & i &= 0; \\ & & q &= C(V_0 + v).\end{aligned}$$

Aus diesen Bedingungen erhält man

$$\mathfrak{G} = -\mathfrak{F};$$

$$\frac{v}{l} = -\mathfrak{G}\alpha - \mathfrak{F}\alpha + \mathfrak{G}\beta;$$

$$Cv = \frac{\mathfrak{G}}{\alpha} + \frac{\mathfrak{F}\alpha + \mathfrak{G}\beta}{\alpha^2 + \beta^2};$$

und schliesslich

$$\mathfrak{G} = -\mathfrak{F} = \frac{v\alpha^3 C}{\beta^2} = \frac{vlC^2}{27} \left( \frac{R-k}{L} + \frac{r-k}{l} \right)^3,$$

$$\mathfrak{G} = \frac{v}{l\beta} = v \sqrt{\frac{\bar{C}}{l}}.$$

Da nun, wie leicht zu sehen,  $\mathfrak{G}$  und  $\mathfrak{F}$  sehr kleine Quantitäten im Verhältnis zu  $\mathfrak{G}$  sind, so können wir setzen

$$i = v \sqrt{\frac{\bar{C}}{l}} e^{-\frac{1}{3} \left( \frac{R-k}{L} + \frac{r-k}{l} \right) t} \sin \frac{t}{\sqrt{\bar{C}l}}.$$

Dieses ist also approximativ der Ausdruck für den Ladungsstrom des Kondensators, wenn die Spannung in dem stationären Lichtbogen plötzlich um den Betrag  $v$  vermehrt wird, sofern die Konstanten für die verschiedenen Leitungen zwischen den oben angenommenen Grenzen liegen.

Der nunmehr gefundene Ausdruck für  $i$  ist in der Hauptsache gleich dem in der ersten Abteilung von Kap. III erhaltenen, welcher die Form hatte

$$i = v \sqrt{\frac{\bar{C}}{l}} e^{-\frac{r-k}{2l} t} \sin \frac{t}{\sqrt{\bar{C}l}}.$$

Wir sehen also, dass die Schwingungszeit in beiden Fällen dieselbe ist. Nur hinsichtlich der Dämpfung sind die beiden Ausdrücke verschieden.

Auch in diesem Fall können wir zwischen zwei verschiedenen Typen selbsttönender Lichtbögen unterscheiden. Der erste Typus wird erhalten, wenn

$$\frac{R-k}{L} + \frac{r-k}{l} = 0; \quad i_{\max} < (A-a),$$

d. h.

$$k = \frac{Rl + rL}{L + l}; \quad A > a + i_{\max}.$$

In diesem Fall haben wir also einen selbsttönenden Lichtbogen von BLONDEL'S erstem Typus.

Der andere Typus der selbsttönenden Lichtbögen wird erhalten, wenn

$$i_{\max} \geq (A - a),$$

wo

$$i_{\max} = v \sqrt{\frac{C}{L}} e^{-\frac{\pi}{v} \left( \frac{R-k}{L} + \frac{r-k}{l} \right) \sqrt{vL}}.$$

Die Kurven, die in diesem letzteren Fall die Grenze zwischen den stationären und den selbsttönenden Lichtbögen bezeichnen, können also in der Form

$$A = a + i_{\max}$$

geschrieben werden. Diese Kurven haben ungefähr dasselbe Aussehn wie die in Kap. I gefundenen. Da der Exponent für  $e$  hier grösser ist als in dem dort behandelten Fall, so scheint es demnach, als wenn  $i_{\max}$  hier kleiner als dort und das selbsttönende Gebiet also vermindert werden müsste, wenn eine Selbstinduktion in der Batterieleitung eingeführt wird.

Das ist indessen nicht der Fall, denn der Wert von  $v$  ist in diesem letzteren Fall bedeutend grösser, als wenn keine Selbstinduktion in der Batterieleitung vorhanden ist. In diesem letzteren Fall haben wir gefunden, dass der Kondensator ungefähr bis zu derselben Spannung geladen wird, wie sie in der Batterie vorhanden ist. Findet sich dagegen Selbstinduktion in der Batterieleitung, so wird die Spannung des Kondensators, wie Blondel gezeigt hat, bedeutend grösser.

Die Wirkung, welche eine Selbstinduktion in der Batterieleitung auf die Grenzkurven zwischen dem stationären und dem selbsttönenden Gebiet hat, besteht also darin, dass sämtliche Kurven, die der Hauptsache nach ihr früheres Aussehn behalten, nach aussen verschoben werden. Infolgedessen nimmt das selbsttönende Gebiet an Grösse zu.

### 5. Über die Herstellung hoher Schwingungszahlen mit dem selbsttönenden Lichtbogen.

Die Duddelsche Anordnung zur Herstellung eines selbsttönenden Lichtbogens giebt uns bekanntlich ein Mittel, aus einem konstanten Strom einen Wechselstrom herzustellen, dessen Periodenzahl innerhalb weiter Grenzen geändert werden kann. Der selbsttönende Lichtbogen wirkt hier als ein Umformer für den elektrischen Strom und ist daher

für verschiedene Versuche vorgeschlagen worden. JANET<sup>1</sup> hat so denselben zur Bestimmung kleiner Selbstinduktionskoeffizienten angewandt, und besonders in letzter Zeit sind Versuche gemacht worden, ihn für die drahtlose Telegraphie nutzbar zu machen. Besonders für diese letzteren Versuche ist es von Wichtigkeit, sehr hohe Schwingungszahlen zu erhalten, und wir wollen uns daher hier etwas mit dieser Frage beschäftigen.

Nach Duddell sollen höhere Schwingungszahlen als  $10^5$  bei dem selbsttönenden Lichtbogen nicht vorkommen können. Duddell hat nämlich, wie bereits oben erwähnt, als Hauptbedingung für die Erhaltung eines selbsttönenden Lichtbogens die aufgestellt, dass  $\frac{dV}{dA} < 0$ . Bei seinen Untersuchungen über den sogen. Wechselstromwiderstand im Lichtbogen zwischen Homogenkohlen fand er indessen, dass  $\frac{dV}{dA}$  bei so hohen Schwingungszahlen wie  $10^5$  positiv wurde, und hieraus folgerte er, dass ein selbsttönender Lichtbogen mit dieser oder höherer Schwingungszahl nicht hergestellt werden könnte. Indessen hat Wertheim-Salomonsen später Schwingungen bis zu  $4 \cdot 10^5$  per Sek. erhalten und Schwingungszahlen bis zu  $1,35 \cdot 10^5$  photographisch registriert.

Im Vorhergehenden haben wir nachgewiesen, dass ein selbsttönender Lichtbogen auf zwei wesentlich verschiedene Weisen erhalten werden kann, die den beiden von Blondel gefundenen Typen entsprechen. Die Bedingungen für die Erhaltung selbsttönender Lichtbögen der ersten Art sind

$$\frac{dV}{dA} = -\frac{Rr}{R+r}; \quad A > a + i_{\max}.$$

Zur Herstellung dieser Lichtbögen ist mit Notwendigkeit erforderlich, dass  $\frac{dV}{dA}$  negativ sei, und wenn Duddells Bestimmungen über den Wechselstromwiderstand in Homogenkohlelichtbögen auf die selbsttönenden Lichtbögen angewandt werden können, muss also eine Maximalschwingungszahl für dieselben existieren.

Von weit grösserer Bedeutung ist indessen die Herstellung der anderen Art von Lichtbögen, da dieses die gewöhnlich vorkommenden und sie bedeutend leichter herzustellen sind. Als Bedingung für ihre

<sup>1</sup> JANET, C. R. 134, S. 452, 1902.

Erhaltung, wenn die Elektroden aus Homogenkohle bestehen, haben wir gefunden

$$A \approx a + i_{\max}.$$

Zu diesen Bedingungen muss noch eine hinzugefügt werden, denn Lichtbögen z. B. zwischen Dochkohlen können nicht in selbsttönenden Zustand gebracht werden, obwohl man natürlich auch hier durch geeignete Wahl der Kondensatorleitung es dahin bringen kann, dass die Stromstärke im Lichtbogen bei der Ladung des Kondensators auf den Nullwert herabsinkt. Diese Bedingung ist wahrscheinlich die, dass der scheinbare Widerstand im Lichtbogen schnell zunehmen muss, nachdem dieser erloschen, sodass eine nennenswerte Stromstärke nicht eher durch den Lichtbogen hindurchgehen kann, als bis die Spannung zwischen seinen Elektroden einen Wert erreicht hat, der zum mindesten höher sein muss als die Spannung im Lichtbogen bei stabilem Zustande.

Gilt auch diese Bedingung, so findet sich offenbar keine andere Grenze für die Höhe der Schwingungszahl bei Lichtbögen des zweiten Typus als die, welche durch die Geschwindigkeit bedingt wird, mit der die Widerstandsänderung im Lichtbogen vorsichgehen kann, nachdem er erloschen.

Da diese von der Geschwindigkeit abhängig ist, mit welcher der Lichtbogen und seine Elektroden sich abkühlen, so wird offenbar der Maximalwert der Schwingungszahl durch das Wärmeleitungsvermögen der Elektroden und des den Lichtbogen umgebenden Gases bestimmt. Je bessere Wärmeleiter diese sind, um so schneller kühlt sich der Lichtbogen ab.

Die Schwingungszahl im Lichtbogen kann, wie wir oben gesehen haben, dadurch erhöht werden, dass die Kapazität und die Selbstinduktion vermindert werden. Da man bei diesen Versuchen fast stets mit kleinen Selbstinduktionen arbeitet, so ist das wirksamste Mittel, die Kapazität zu vermindern. Eine Verminderung der Kapazität hat indessen zur Folge, dass  $i_{\max}$  vermindert wird, und infolgedessen wird das selbsttönende Gebiet kleiner.

Bei sehr kleinen Kapazitäten in der Kondensatorleitung muss man daher mit kleinen Stromstärken in der Hauptleitung arbeiten, und die Folge hiervon ist die, dass der Lichtbogen leicht erlischt.

Es giebt nun indessen zwei Methoden, nach welchen man scheinbar das selbsttönende Gebiet vergrössern oder, genauer gesagt, die Grenzkurven zwischen dem stationären und dem selbsttönenden Gebiet

vorrücken kann. Die eine Methode ist die, dass man  $i_{\max}$  vergrössert, die andere die, dass man die Stromstärke  $a$ , bei welcher der Lichtbogen erlischt, vergrössert. Wir haben oben gefunden, dass  $i_{\max}$  approximativ durch

$$i_{\max} = v \sqrt{\frac{C}{l}} e^{-\frac{r\pi}{4} \sqrt{C}}$$

ausgedrückt werden kann. Da nun  $C$ ,  $l$  und  $r$  als gegeben angenommen werden, kann  $i_{\max}$  nur dadurch vergrössert werden, dass  $v$  vergrössert wird, und dieses kann, wie wir oben gezeigt haben, entweder durch Vermehrung der Selbstinduktion in der Batterieleitung oder auch durch Vermehrung der elektromotorischen Kraft daselbst geschehen. Die erste Methode dürfte die wirksamste sein.

Was endlich  $a$  betrifft, so sei erwähnt, dass mehrere Methoden vorhanden sind, durch welche diese Grösse vermehrt werden kann. In meinem Aufsatz über den Einfluss, den das Wärmeleitungsvermögen der Lichtbogenelektroden auf den elektrischen Lichtbogen ausübt, habe ich nachgewiesen, dass unter sonst gleichen Verhältnissen der stationäre Lichtbogen bei einer höheren Stromstärke erlischt, wenn das Wärmeleitungsvermögen der Elektroden vermehrt wird. Da natürlich dasselbe Gesetz auch hier für den Zeitpunkt gilt, wo der selbsttönende Lichtbogen aus dem stabilen in den labilen Zustand übergeht, so dürften alle solche Mittel, die die Ableitung der Wärme durch die Elektroden erleichtern, wie z. B. Abkühlung der Elektroden usw., eine Vermehrung von  $a$  bewirken.

Eine entsprechende Wirkung hat natürlich auch eine Abkühlung des Lichtbogens selbst, d. h. die Umgebung desselben mit einem gut wärmeleitenden Gas oder dgl. Schliesslich kann  $a$  dadurch vermehrt werden, dass der Lichtbogen durch einen Elektromagneten oder ein auf geeignete Weise angeordnetes Luftgebläse ausgelöscht wird.

Werden Anordnungen in oben angedeuteter Richtung getroffen, so scheint mir keine Unmöglichkeit dafür zu bestehen, selbsttönende Lichtbögen von sehr hoher Schwingungszahl zu erhalten. Es ist meine Absicht, in dieser Richtung meine Versuche fortzusetzen.

IV.

**Über die Stromstärke und die Energieentwicklung in der  
Kondensatorleitung.**

Wir wollen nun schliesslich über die Intensität des Stromes in der Kondensatorleitung und die Energieentwicklung daselbst unter verschiedenen Verhältnissen berichten. Schon PEUKERT<sup>1</sup> hatte gefunden, dass die effektive Stromstärke in der Kondensatorleitung einen Wert erreichen konnte, der bedeutend grösser war als der des Batteriestroms. Hierauf dürfte es wohl auch beruhen, dass der Kondensatorstrom zu verschiedenen Versuchen, wie zur Speisung eines Induktoriums u. dgl., vorgeschlagen worden ist.

Eine Untersuchung der Faktoren, die auf diese Stromintensität, wie auch auf die Grösse der Energiemenge einwirken, die in dem selbsttönenden Lichtbogen in Wechselstrom transformiert werden kann, dürfte daher von Interesse sein.

Um die Abhängigkeit des Kondensatorstroms von dem Batteriestrom und der Lichtbogenlänge zu untersuchen, wurde dem Lichtbogen parallel eine Leitung geschaltet, die aus einem Kondensator, einer Drahtrolle mit Selbstinduktion und einem Siemens & Halskeschen Elektrodynamometer bestand. Die Kapazität des Kondensators betrug 20 Mf. und die Selbstinduktion und der Widerstand der Drahtrolle bezw.  $3,43 \cdot 10^{-3}$  Henry und 0,506 Ohm. Der Widerstand im Elektrodynamometer betrug 0,110 Ohm und die Selbstinduktion daselbst laut Messung  $0,037 \cdot 10^{-3}$  Henry. Der gesamte Widerstand und die gesamte Selbstinduktion in der Kondensatorleitung haben also 0,616 Ohm und  $3,467 \cdot 10^{-3}$  Henry respektive betragen.

In der Batterieleitung war eine nennenswerte Selbstinduktion nicht vorhanden, und die Elektroden des Lichtbogens bestanden aus Homogenkohle derselben Art wie bei den oben angeführten Versuchen.

Die Versuche wurden mit verschiedenen Stromstärken in der Batterieleitung und mit verschiedenen Lichtbogenlängen ausgeführt. Die Observationen sind in Tab. XIX zusammengestellt, wo unter den Rubriken  $\lambda = 1$  usw. die für die verschiedenen Lichtbogenlängen und Batteriestrome beobachteten effektiven Stromstärken in der Kondensatorleitung angegeben sind.

<sup>1</sup> PEUKERT, E. T. Z. 22, S. 467, 1901.

satorleitung aufgeführt sind. Zur besseren Veranschaulichung sind diese Observationen in Fig. 17 wiedergegeben, wo die Abszissen den Batteriestrom und die Ordinaten den effektiven Kondensatorstrom bezeichnen.

Tab. XIX.

Batterie- strom Amp.	Kapazitätsstrom in Amp.				
	$\lambda = 1$	$\lambda = 2$	$\lambda = 3$	$\lambda = 4$	$\lambda = 5$
2,5	3,7	—	—	—	—
3,0	4,0	3,3	2,75	2,25	—
3,5	—	3,2	3,0	2,7	2,5
4,0	4,6	3,75	3,3	3,1	2,0
4,5	4,8	3,8	3,5	—	—
5,0	5,4	4,1	3,75	—	—
5,5	5,4	4,2	—	—	—
6,0	5,7	—	—	—	—

Aus Fig. 17 sehen wir, dass der effektive Strom in der Kondensatorleitung am grössten ist, wenn die Bogenlänge klein ist. Wird der

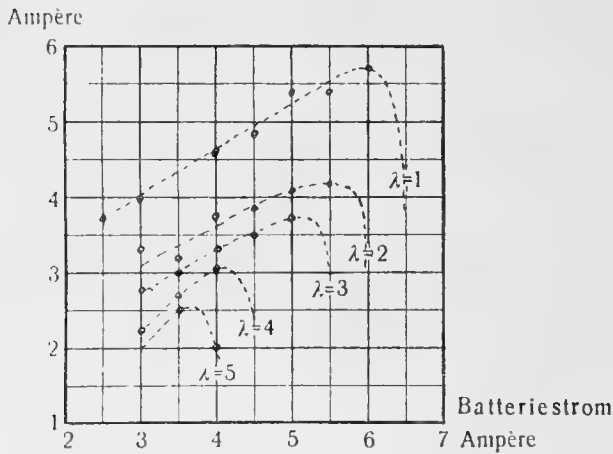


Fig. 17.

Batteriestrom vermehrt, so wächst auch der Kondensatorstrom, erreicht aber ein Maximum und fällt dann rasch auf Null herab. Das Maximum trifft ein, kurz bevor der Lichtbogen in stationären Zustand übergeht. Versuche mit sehr kleinen Selbstinduktionen in der Kondensatorleitung haben indessen gezeigt, dass in diesem Falle das Maximum früher auftritt, und dass der Kon-

densatorstrom dann langsamer zum Nullwert herabsinkt.

Aus Tabelle XIX ersehen wir ferner, dass, wenn die Bogenlänge 1 mm gewesen, der effektive Wert des Kondensatorstroms in ein paar Fällen grösser gewesen ist als die Intensität des Batteriestroms. Bei



sehr kleiner Selbstinduktion in der Kondensatorleitung ist dies in noch höherem Grade der Fall, und ich will daher einige Bestimmungen über den effektiven Strom in der Kondensatorleitung anführen, welche gemacht worden sind, nachdem die oben erwähnte Drahtrolle abgekoppelt worden war. In diesem Fall betrug also die Selbstinduktion und der Widerstand in der Kondensatorleitung  $0,037 \cdot 10^{-3}$  Henry und 0,11 Ohm respektive.

Für eine Bogenlänge von 1 mm wurden auf diese Weise, wenn der Batteriestrom 2,5, 3,5 und 4,0 Amp. betrug, folgende Werte für den effektiven Strom in der Kondensatorleitung erhalten, nämlich 8,1, 9,1, und 10,0 Amp. respektive. Für Batterieströme über 4 Amp. waren die effektiven Stromstärken in der Kondensatorleitung grösser als 10 Amp., was indessen nicht am Dynamometer abgelesen werden konnte, da dessen Messgebiet bei 10 Amp. endete. Bei einer Bogenlänge von 2 mm wurden ferner für die Batterieströme 3, 6 und 9 Amp. die effektiven Ströme 10,0, 9,4 und 7,8 Amp. respektive erhalten. Die Maximalstromstärke, die mehr als 10 Amp. betrug, lag hier bei ungefähr 4 Amp. in der Batterieleitung.

Für Bogenlängen, grösser als 2 mm, wurden indessen Ströme in der Kondensatorleitung erhalten, deren effektiver Wert geringer war als die Stromintensität in der Batterieleitung.

Aus dem Angeführten sehen wir also, dass, wenn die Bogenlänge klein ist, die effektive Stromstärke in der Kondensatorleitung bedeutend grösser werden kann als die Stromstärke in der Batterieleitung. Besonders trifft dies ein, wenn die Selbstinduktion in der Kondensatorleitung klein ist.

Dass der effektive Strom in der Kondensatorleitung unter gewissen Verhältnissen grösser werden kann als die Stromstärke in der Batterieleitung, beruht darauf, dass die Stromform des ersteren bei der Ladung des Kondensators und bei seiner Entladung verschieden ist. Wird dieser geladen, so ist der Momentanwert des Kondensatorstroms selten grösser als die Intensität des Batteriestroms. Oft haben diese Momentanwerte während einer längeren oder kürzeren Zeit ungefähr dieselbe Grösse, und man erhält dann den Eindruck, dass die Stromform bei der Ladung zunächst das Aussehn eines Rechtecks hat. Bei der Entladung dagegen sind die Momentanwerte im Durchschnitt grösser, und die Stromform nähert sich dann dem Aussehn eines Dreiecks.

Nun ist allerdings  $\int_0^{t_1} i_1 dt$  während der Zeit, da der Kondensator geladen wird, gleich  $\int_{t_1}^{t_2} i_2 dt$  während seiner Entladung.

Da aber die effektive Stromstärke durch den Ausdruck

$$i_{eff} = \sqrt{\frac{1}{t_1} \int_0^{t_1} i_1^2 dt + \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} i_2^2 dt}$$

bestimmt wird, so kann sie, wenn die Momentanwerte von  $i_2$  gross sind, einen sehr grossen Wert erhalten, trotzdem die Entladungszeit  $t_2 - t_1$  natürlich in diesem Fall kleiner wird.

Die in der Kondensatorleitung entwickelte Energie können wir aus dem Ausdruck

$$w = r i_{eff}^2$$

berechnen, wo  $r$  und  $i_{eff}$  den Widerstand und die effektive Stromstärke daselbst bezeichnen. Aus den oben angeführten Data kann demnach die Energiemenge, die in diesem selbsttönenden Lichtbogen transformiert wird, berechnet werden.

Aus Tab. XIX und Fig. 17 sehen wir, dass diese Energiemenge am grössten ist bei den kleinen Bogenlängen, und dass sie, wo die Selbstinduktion nicht allzu klein ist, ihr Maximum hat, kurz bevor der Lichtbogen in stationären Zustand übergeht. Sie ist auch grösser bei kleinen Widerständen in der Kondensatorleitung als bei grösseren, denn wenn der Widerstand vermehrt wird, sinkt die effektive Stromstärke sehr schnell. Die grösste transformierte Energiemenge wird daher erhalten, wenn der Widerstand einen gewissen Wert hat, der im allgemeinen sehr klein ist, und wenn sowohl Selbstinduktion als Bogenlänge klein sind.

Die Anzahl Prozente der dem Lichtbogen zugeführten Energie, die von diesem in die Form eines Wechselstroms umgesetzt werden kann, ist demnach unter verschiedenen Verhältnissen sehr verschieden. Ich habe versucht, diese Anzahl Prozente zu bestimmen, wenn die Kapazität im Kondensator 20 Mf. betragen hat und die Verhältnisse im übrigen so günstig wie möglich gewesen sind. Hierbei habe ich mich eines Wattmeters von Siemens & Halske mit direkter Ab-

lesung bedient. Der grösste Wert, den ich hierbei für die transformierte Energie erhalten, hat 10 % von der dem Lichtbogen zugeführten Energie betragen.

Als Umformer von Gleichstrom in Wechselstrom arbeitet demnach der selbsttönende Lichtbogen nicht sehr ökonomisch. Seine grösste Bedeutung liegt indessen nicht hierin, sondern darin, dass er uns ein bequemes Mittel giebt, ungedämpfte Wechselströme von sehr grosser Frequenz zu erhalten.

\*  
\*  
\*

**Nachbemerkung.** Nachdem obiger Aufsatz der Königl. Sozietät der Wissenschaften eingereicht worden war, hat SIMON in Phys. Zeitschr. N:o 13, 1906 eine Untersuchung über die Theorie des selbsttönenden Lichtbogens veröffentlicht. SIMON ist in dieser Theorie von der von DUDELL aufgestellten Bedingung für die Erhaltung eines selbsttönenden Lichtbogens ausgegangen, der nämlich, dass der Wechselstromwiderstand im Lichtbogen negativ und numerisch grösser oder mindestens ebenso gross sein muss wie der Widerstand in der Kondensatorleitung. Wie wir oben gesehen haben, besitzt diese Bedingung nur Bedeutung für selbsttönende Lichtbögen des oben erwähnten ersten Typus, und die SIMONSche Theorie kann daher nur auf diese Anwendung finden. Die gewöhnlichst vorkommende Art selbsttönender Lichtbögen, die nämlich, die dem zweiten Typus angehören, verlangt für ihre Entstehung ganz andere Bedingungen.

SIMON hat ferner versucht, die Abweichungen der dynamischen Charakteristiken von den stationären durch seine Theorie der »Lichtbogenhysterese« zu erklären. In dieser Theorie wird angenommen, dass die Wärmemenge, die im Lichtbogen entwickelt wird, dem Produkt aus der Grösse der Ansatzfläche der Kathode und ihrer absoluten Temperatur proportional ist. Bei variablem Zustande können diese nicht mitkommen, und infolgedessen ändert sich die Charakteristik. Indessen kann die Änderung dieser letzteren bei variablem Zustande, wie ich gezeigt habe, unabhängig von allen Hypothesen erklärt werden, nämlich auf Grund des Unvermögens der bei den Ansatzflächen nach dem Innern der

Elektroden zu vorhandenen Temperaturgefälle, bei variabler Stromstärke hinreichend schnell ihre respektiven Werte zu ändern, und verweise ich in dieser Hinsicht auf meine Aufsätze: Über die Bedeutung des Wärmeleitungsvermögens der Elektroden bei dem elektrischen Lichtbogen, *Nova Acta Reg. Soc. Sc. Ups. Ser. III.* 1902; Zur Theorie des elektrischen Lichtbogens, *Sv. Vet. Akademiens Arkiv för Mat., Astr. och Fysik*, Bd. 2, N:o 17, 1905.

Physikalisches Institut, Upsala.



NOVA ACTA REGLE SOCIETATIS SCIENTIARUM UPSALIENSIS.

SER. IV. VOL. 1. N. 6.

ÜBER  
DIE  
ROTATION DER SONNE

ZWEITE ABHANDLUNG

VON

N. C. DUNÉR.

(MITGETEILT DER KÖNIGL. SOCIETÄT DER WISSENSCHAFTEN ZU UPSALA AM 16. NOV. 1906.)

UPSALA 1907  
AKADEMISCHE BUCHDRUCKEREI  
EDV. BERLING.



Fünfzehn Jahre sind verstrichen, seit ich meine Abhandlung »*Sur la rotation du Soleil*»<sup>1</sup> veröffentlichte. Diese Arbeit wurde auf die Anregung des Vorstandes der Stiftung »Lars Hjertas Minne« in Stockholm unternommen, welche mir die nöthigen Geldmittel zum Anschaffen eines Spektroskops von der grösstmöglichen Dispersion zur Verfügung stellte, unter Aussprechung des Wunsches, dass ich, durch geeignete Messungen, auf experimentellem Wege die damals noch hin und wieder bestrittene Richtigkeit des Dopplerschen Principis untersuchen möchte. Es ist nun offenbar, dass bei der damals noch allgemein benutzten Methode, alle Spektralmessungen direct mit dem Auge auszuführen, es kaum möglich wäre, ein geeigneteres Prüfungsobject zu finden als nahe stehende Linien im Sonnenspektrum, von welchen die eine durch Absorption an der Sonne, die andere durch Absorption in der Erdatmosphäre entsteht, und deren Entfernung an diametral sich gegenüberstehenden Puncten der Sonnenscheibe gemessen wird. Ich entschloss mich daher, eine Bestimmung der Rotationszeit der Sonne auszuführen, um so mehr als die Aussicht vorhanden war, diese Bestimmung bis in hohe heliocentrische Breiten hinauf ausführen zu können, während aus bekannten Gründen jede solche Untersuchung durch Fleckenbeobachtungen auf die Zone 5<sup>o</sup> bis 40<sup>o</sup> heliocentrische Breite beschränkt bleiben muss.

Das Spektroskop, mit welchem jene Bestimmung der Sonnenrotation ausgeführt wurde, besteht aus einem Messingrohre mit einem äusseren Durchmesser von 84 Mm und 98 Cm Länge. In Entfernungen von 24 Cm von jedem Ende trägt es zwei Ringe aus Rothguss, welche in den Zapfenlagern des Stativs ruhen, wenn das Spektroskop am Refractor angebracht ist. An seinem unteren, vom Refractorrohre entfernten Ende trägt das Hauptrohr des Spektroskops einen anderen

---

<sup>1</sup> *Nova Acta Regiæ Societatis Scientiarum Upsaliensis*. Ser. III. Vol. IV. Fasc. 2.  
Nova Acta Reg. Soc. Sc. Ups. Ser. IV: Vol. 1, 1/3 Impr. 1907.

Ring, mit welchem zwei starke unter sich parallele Arme ein Stück bilden.

Diese Arme gehen anfänglich 9,5 Cm in einer gegen das Hauptrohr senkrechten Richtung. Dann biegen sie sich rechtwinklig, werden folglich dem Hauptrohre parallel und laufen in dieser Richtung noch 26,5 Cm bis zu einer runden Platte von 8 Cm Durchmesser und 17,5 Mm Dicke, die an zwei einander gerade gegenüberstehenden Punkten an dem einen und anderen von diesen Armen befestigt ist. An dieser Platte ist mit Hülfe von drei Paaren von Correctionsschrauben ein von 10 zu 10 Minuten getheilter Kreis befestigt und an diesem ein kurzes Rohr, in welchem eine Stahlachse sich drehen kann, welche einen Arm mit zwei Mikroskopen trägt, an welchen man 5'' ablesen kann. An diesem Arme wird in später zu beschreibender Weise das Gitter angebracht.

Ganz im Anfang habe ich gesagt, dass das Hauptrohr einen Durchmesser von 84 Mm habe. Dies ist indessen nicht ganz richtig, was den 24 Cm langen Theil zwischen den beiden unteren Ringen betrifft. Dieser Theil hat nämlich in Wirklichkeit einen Durchmesser von 96 Mm, und innerhalb desselben befindet sich ein Auszugrohr, welches an seinem unteren Ende ein von REINFELDER UND HERTEL in München verfertigtes Objectiv von 81 Mm Durchmesser und 118 Cm Brennweite trägt. Dieses Objectiv dient zugleich als Collimatorobjectiv und Objectiv des Beobachtungsfernrohres. Um die Spiegelungen an den verschiedenen Flächen dieses Objectivs zu verhindern, welche sonst im höchsten Grade störend gewesen wären, ist im Centrum der inneren Fläche des Objectivs ein kreisförmiges Stückchen schwarzen Cartons von 10 Mm Durchmesser angeklebt worden.

Am oberen Ende ist das Hauptrohr durch ein 8 Cm langes Rohr mit einem Durchmesser von 67 Mm verlängert, in welchem ein Auszugrohr, welches den Spalt trägt, gleiten kann. Die Spaltbacken sind aus einer Legirung von Platin und Iridium verfertigt, und der Spalt wird durch eine Schraube mit eingetheilter Trommel geöffnet. 5 ganze Gänge dieser Schraube öffnen den Spalt 1 Mm weit. Da nun die Trommel 50 Theilstriche hat, entspricht einem Theile der Trommel eine Spaltbreite von 0,004 Mm. Während der Beobachtungen in Lund wurde aus practischen Gründen das Sonnenbild nicht direct auf die Spaltplatte aufgefangen, sondern durch eine kleine Linse auf dieselbe projectirt. In Upsala wurde dagegen die Einrichtung getroffen, dass das Focalbild direct auf den Spalt fällt. Mittels einer dünnen Messingplatte



mit dreieckigem Ausschnitte kann der Spalt nach Belieben mehr oder weniger verdeckt werden, wodurch die Höhe des Spektrums beliebig verringert werden kann, ohne dass die Lage der Mittellinie zwischen der oberen und unteren Begrenzung des Spektrums verändert wird.

Das Ocularrohr befindet sich seitlich am Hauptrohre und möglichst nahe am oberen Ende desselben. Es besteht aus einem Rohre von 100 Mm Länge, mit einem Durchmesser von 50 Mm, das an seinem inneren Ende ein rechtwinkliges Prisma trägt, welches sich ganz nahe der Achse des grossen Hauptrohres des Spektroskops befindet, jedoch ohne in irgend einer Weise in den Strahlenconus des Objectivs hineinzuragen. Die aus der Spalte austretenden Strahlen gehen durch das Objectiv, welches sie parallel macht, wonach sie das Gitter treffen, welches das Licht dispergirt. Dann fällt es wieder auf das Objectiv, welches die Spektren der verschiedenen Ordnungen zum Bild vereinigt. Giebt man dem Gitter eine genügende Neigung, indem man den Mikroskoparm um die Achse, an welcher er befestigt ist, dreht, so müssen Theile von einem oder mehreren Spektren das Prisma treffen, dort eine totale Reflexion erleiden und aus dem Hauptrohre in einer zu dessen Achse nahezu senkrechten Richtung heraustreten. Das Focalbild entsteht im Inneren des Ocularrohres und kann durch Drehen des Oculartriebs zugleich mit der Einstellungs Marke im Mikrometer völlig deutlich sichtbar gemacht werden.

Das Mikrometer ist so construirt, dass die Schraube zugleich die Marke und das Ocular verschiebt. Früher, in Lund, bestand die Marke im Mikrometer aus zwei Paaren paralleler Fäden, welche sich unter  $60^\circ$  kreuzten. In Upsala habe ich statt dessen zwei feine, einander gegenüberstehende Nadelspitzen einsetzen lassen. Ihre Entfernung kann dadurch verändert werden, dass man die eine Nadel verschiebt, während man die Schraube, welche sie festhält, etwas zurückgeschraubt hat. Ferner können beide Nadeln zugleich mit Hülfe einer Schraube zur Längenrichtung des Spektrums senkrecht verschoben werden.

Die Ganghöhe der Mikrometerschraube ist  $\frac{1}{4}$  Mm, und die Schraubentrommel, von 40 Mm Durchmesser, trägt 100 Theilstriche. Man liest mit Hülfe einer Loupe die ganzen Schraubengänge an einer Scala ab, welche sich seitlich an einem der Schlitten befindet. Das Mikrometer hat fünf Oculare, deren Aequivalentbrennweiten resp. 54, 27, 18, 13,5 und 9 Mm sind. Ich habe immer das mittlere angewandt. Im Jahre 1901 hat Dr. BERGSTRAND das noch schwächere zweite benutzt.

Das Gitter selbst ist in einer viereckigen, hinten geschlossenen, vorne offenen, mit Sammt bekleideten Messingcassette angebracht, in welcher es durch vier sehr weiche, auch mit Sammt bekleidete Stahlfedern, welche quer über die vier Ecken des Gitters gehen und dasselbe nur sehr schwach berühren, festgehalten wird. Diese Federn können daher unmöglich auch nur die geringste Biegung des Gitters verursachen. Diese innere Cassette wird in einer zweiten, sowohl vorne wie unten offenen, hinten, oben und an den beiden Seiten geschlossenen, 112 Mm im Viereck haltenden äusseren Cassette durch drei an dessen hinterer Seite befindliche Paare von Schrauben festgehalten. Unten wird diese äussere Cassette zu beiden Seiten durch zwei 30 Mm lange und ebenso breite Messingplatten fortgesetzt, welche zur Befestigung der äusseren Cassette am Spektroskop dienen.

Während das Spektroskop in Lund angewandt wurde, wurde die äussere Gittercassette unmittelbar am Mikroskopträger durch zwei Zieschrauben befestigt, welche, je eine, durch ein ziemlich geräumiges Loch in jeder der eben erwähnten Messingplatten gehen. Diese Löcher liegen in demselben Plane, wie die Gittertheilung. Auf jeder Seite dieser Löcher befinden sich in Entfernungen von je 9 Mm zwei andere Löcher mit Druckschrauben. Mit Hülfe dieser sechs Schrauben konnte folglich die Neigung der Gitterplatte gegen die optische Achse des Spektroskopfernrohres geändert, und auch die Gitterlinien in der darauf, senkrechten Richtung corrigirt werden, so dass sie der Umdrehungsachse parallel wurden. Zugleich mit jener Correction wurde auch der Theil des Spektralbandes, welcher bei einer gegebenen Stellung des Gitters sichtbar werden konnte, in die Mitte des Gesichtsfeldes gebracht. Allerdings waren diese Correctionen recht unbequem, und ein Gehülfe unerlässlich.

Als das Spectroskop hier in Upsala benutzt werden sollte, wurde auf dem Mikroskoparme eine runde, ziemlich kräftige Messingplatte von 19 Cm Durchmesser angebracht, welche die Gittercassette trägt. Ausserdem ist die hintere in den beiden Paaren von Druckschrauben entfernt und die Zieschraube mit einer kräftigen Spiralfeder umgeben worden, welche die obere Kante der Cassette rückwärts drücken muss, folglich in den meisten in Frage kommenden Lagen des Instruments in derselben Richtung, in welcher die Schwere wirkt. Die vier Schrauben und die zwei Federn würden demnach das Gitter in eine sehr unrichtige Stellung bringen.

An der Mitte der hinteren Fläche der Gittercassette ist aber ein 34 Mm langer Messingarm angelöthet, durch welchen eine Schraube, welche oben eine canellirte 25 Mm grosse Messingscheibe trägt, hindurchgeht. Das abgerundete untere Ende dieser Schraube ruht auf der eben genannten Messingplatte, und wenn man mit Hülfe der canellirten Scheibe die Schraube dreht, kann man folglich, indem die Federn an den Zieschrauben zusammengedrückt werden, die obere Kante des Gitters nach vorne drücken, so dass es in der einen Richtung correct gestellt wird, während man, mit Hülfe der zwei Druckschrauben die Gitterlinien in der auf jener senkrechten Richtung corrigiren kann.

Natürlich kann der Mikroskoparm und zugleich damit das Gitter an die Drehungsachse festgeklemmt werden. Mit Hülfe einer Feinschraube kann man dann eine gegebene Spektrallinie an beliebiger Stelle im Gesichtsfelde einstellen. Um äusseres Licht von dem Gitter abzuhalten, befindet sich das Gitter innerhalb eines Cylinders aus sehr dünnem Messingblech, dessen Bodenfläche die an dem Mikroskoparme angeschraubte Messingscheibe ist. Oben ist der Cylinder mit einer runden Platte aus Aluminiumblech verschlossen. Dieser Cylinder ist von dem Gitter gänzlich frei, ist aber mit dem Objectivende des Spektroskopfernrohres durch ein Rohr, welches aus zwei in einander gleitenden Theilen besteht, verbunden. Von diesen beiden Theilen ist der eine an dem Cylinder, der andere an der Objectivfassung des Spektroskopfernrohres befestigt. Man kann daher, ohne durch dieses Rohr behindert zu werden, das Objectiv mit Hülfe des Objectivtriebes einstellen. An dem entgegengesetzten Theile des Cylinders befindet sich eine Klappe, welche geöffnet werden kann, um die Stellung des Gitters durch die Schraube an der hinteren Seite der Gittercassette berichtigen zu können, ohne den ganzen Cylinder abheben zu müssen.

Um das Spektroskop am optischen Rohre des Refractors der Sternwarte zu Upsala anzubringen, entfernt man vom grossen Hauptrohre des Instruments den ganzen etwa 80 Cm langen Oculartheil, der aus einem oben 230, unten 210 Mm im Durchmesser haltenden, folglich schwach conischen Stahlrohre von 58 Cm Länge besteht, das durch ein Gusseisenstück fortgesetzt wird, welches den Ocularzug, den Mikrometer etc. trägt, und befestigt statt dessen mit zwölf Schrauben ein cylindrisches Stahlrohr von 232 Mm Durchmesser, über welches der 36 Mm lange oberste Theil des Spektroskopträgers gleiten und mit acht starken Schrauben befestigt werden kann.



Der Träger besteht zunächst aus dem eben genannten Ringe, welcher unmittelbar durch ein starkes Messingrohr von 32 Cm Länge, aber etwas kleinerem Durchmesser fortgesetzt wird. Zwei sehr starke, fest mit einander verbundene Ringe, einer am oberen, einer am unteren Ende dieses Rohrs, können als ein Stück um dasselbe gedreht werden, wobei am oberen Ringe vier Frictionsrollen die Drehung erleichtern. Am unteren Ende des festen Rohrs befindet sich ein in ganze Grade eingetheilter Kreis, und an ihm kann man den Drehungswinkel ablesen. Durch diese beiden Ringe gehen vier Messingrohre, welche 115 Cm lang sind und äussere Durchmesser von 26 Mm haben. An ihrem unteren Ende tragen sie das eine und 50 Cm höher hinauf das andere Zapfenlager, in welchem die zwei Rothgussringe ruhen, welche sich am Fernrohre befinden. Nachdem das Spektroskop in die Zapfenlager gelegt ist, wird es dort mit Hülfe von zwei Messingbögen, welche man mit Schrauben an den Zapfenlagern befestigt, festgehalten.

Bei den Beobachtungen ist das Spektrum vierter Ordnung durchweg benutzt worden. Unter diesen Umständen wird dies Spektrum, abgesehen von ultrarothern und ultravioletten Strahlen, bei der Wellenlänge 6300, vom Grün des Spektrums fünfter und vom Violett des Spektrums sechster Ordnung überlagert. Diese würden sehr störend wirken. Ich habe daher vor dem benutzten Oculare ein kleines aber ziemlich kräftiges Prisma *à vision directe*, einem von TÖPFER in Potsdam verfertigten Zöllnerspektroskope angehörig, angebracht, und zwar so, dass seine brechende Kante der Längenausdehnung des Spektrums parallel war. Bei der geringen Breite der Spektra wurden dieselben durch dies Prisma ganz getrennt.

Der dispergirende Theil des Spektroskops besteht in einem Diffractionsgritter auf Spiegelmetall, welches in 1886 auf der Theilmachine von ROWLAND hergestellt wurde. Dieses Gitter, welches auf einem von HEFFN J. BRASHEAR geschliffenen Planspiegel von 100 Mm Seite getheilt ist, hat 46000 Linien von 53 Mm Länge auf einer Breite von 81 Mm. Die Entfernung zweier aneinander liegenden Linien beträgt folglich 0,00176 Mm.

Wie das mit den ROWLANDSCHEN Gittern überhaupt der Fall ist, ist dies Gitter in solcher Weise getheilt, dass die Spektra auf der einen Seite beträchtlich heller als auf der anderen sind. An diesem Gitter kommt noch eine Anomalie vor, welche für Arbeiten mit sehr starker Dispersion im höchsten Grade vortheilhaft ist. Während nämlich das Spektrum zweiter Ordnung recht schwach ist, ist das Spektrum dritter

Ordnung sogar etwas heller wie das Spektrum erster Ordnung, und selbst das Spektrum vierter Ordnung nicht viel schwächer wie das der ersten Ordnung. Selbst das Spektrum fünfter Ordnung giebt den helleren Theilen des Spektrums eine nicht unbedeutende Lichtstärke. Die Kraft des Spektroskops ist daher ausserordentlich, wovon eine Liste von mit demselben gefundenen neuen Doppellinien im Sonnenspektrum, welche in meiner oben genannten Abhandlung S. 9 und 10 mitgetheilt ist hinreichend zeugt. Dasselbe wird auch durch die dort erwähnte Auflösung des allgemeinen Sonnenfleckspektrums in zahlreiche feine Liniengruppen bewiesen.

Was ich in dieser früheren Abhandlung über das Spektrum der Sonnenflecken gesagt habe, ist, wie eine Äusserung Prof. HALE's in den *Contributions from the Solar Observatory Mt. Wilson, California*, N:o 5, S. 24 zeigt, theilweise missverstanden worden. Während Prof. HALE die Richtigkeit meiner Beobachtungen in dieser Hinsicht überhaupt anerkennt, erklärt er: *we cannot subscribe to the opinion expressed by DUNÉR, that there is no fundamental difference between the general solar spectrum and that of the spots. If in accordance with what appears to be his view the spot spectrum is produced by a general increase in the intensity of the lines of the solar spectrum, no such differences in the relative intensities of the spot lines as are plainly shown in Plate IX could exist.* An der Richtigkeit dieser Folgerung Professor HALEs kann nicht gezweifelt werden. Nur muss ich sagen, dass es gar nicht meine Absicht war, zu behaupten, dass das Sonnenfleckspektrum sich in der Weise bildet, dass die Linien des allgemeinen Sonnenspektrums streng relativ zu ihren Intensitäten verstärkt werden. Um eine solche Ansicht aussprechen zu können, wäre es erforderlich gewesen, das Fleckenspektrum eingehend zu untersuchen. Dies habe ich in keiner Weise thun können, und der sehr bescheidene Platz in meiner Abhandlung über die Sonnenrotation, an welchem diese Äusserung sich befindet, beweist dies zur Genüge. Ich sage ausserdem ausdrücklich, (S. 11): *je n'ai pu que très rarement employer mon instrument pour l'examen des taches*, und das Ziel dieser Untersuchung war: *pour examiner si l'observation très remarquable de M. YOUNG est réellement exacte.* Und wenn ich sage, (S. 12): *qu' il n'y a pas de différence fondamentale entre le spectre solaire général et celui des taches*, habe ich nur an den allgemeinen Character der zwei Spektre gedacht, und bin zu dem Schlusse gelangt, dass das eine wie das andere ein Absorptionsspektrum sei, und dass in beiden Absorptionen durch Gase, welche sowohl in den

Flecken wie in der allgemeinen absorbirenden Schicht der Sonne vorkommen, hervorgebracht seien. Dass ein Astronom, der wie Professor HALE die Verhältnisse an der Sonne bis in die kleinsten Einzelheiten zu studiren gewohnt ist, geglaubt hat, dass selbst diese kurze Notiz das Resultat einer ausführlichen und gründlichen Untersuchung sei, kann nicht auffallen. Ich dagegen bin sehr zufrieden, dass das, was ich während dieser flüchtigen Untersuchung gesehen habe, nicht mehr von dem wirklich Vorhandenen abweicht. Dass ich gar nicht von dem Verhalten einzelner Linien im Fleckenspektrum, deren Verbreiterung, Abschwächung, ja eventuelle Umkehrung etc. schon in allen Handbüchern über die Spektralanalyse erwähnt sind, sprechen und dies als unrichtig erklären wollte, ist selbstverständlich.

Die oben erwähnten Veränderungen theils der Marke im Mikrometer des Spektroskops, theils der Anbringung des Gitters am Mikroskopträger haben die Beobachtungen am Instrumente nicht unwesentlich bequemer gemacht. Bei den Beobachtungen in 1899, 1900 und 1901 war es möglich, und wurde thatsächlich immer so gemacht, dass ich keinen Gehülfen bei den Beobachtungen hatte. Die grobe Entstellung des Spektrums in die Mitte des Gesichtsfeldes konnte ohne Schwierigkeit bewerkstelligt werden, besonders wenn durch Verschiebung der Spaltblende das Spektralband recht breit gemacht war. Wenn es sich nämlich zeigte, dass die Mittellinie des Spektrums sich weit oberhalb oder unterhalb der Mitte des Gesichtsfeldes befand, konnte man mit Hilfe der Schraube an der hinteren Seite der äusseren Gittercassette die Lage des Spektralbands verändern. Bei einiger Vorsicht, und wenn man abwechselnd einstellte und in das Ocular hineinsah, war nach ein Paar Versuchen die Correction genügend genau ausgeführt. Durch Verschiebung der Blende wurde nun das Spektrum so schmal gemacht, dass das kleine Prisma *à vision directe* das Spektrum IV Ordnung von denen V und VI Ordnung trennte, für eine Wellenlänge von etwa 6300 im Spektrum IV Ordnung. Nun wurde die Lage des Gitters, wenn erforderlich, nochmals für diese Stelle corrigirt. Bei dieser Correction konnte die feinste Einstellung natürlich so gemacht werden, dass die Nadelspitzen etwas verschoben wurden. Die grösste Unbequemlichkeit, über welche in *Sur la Rotation du Soleil* (s. 14) geklagt wird, war folglich gänzlich beseitigt. Statt dessen entstanden andere Biegungen im Instrumente oder wurden solche vergrössert. Vor allem zeigten sich die Einstellungen, selbst an einer und derselben Spektrallinie, lange nicht constant, sondern änderten sich mit der Zeit recht be-

trächtlich. Dies machte besondere Vorsichtsmassregeln bei den Beobachtungen nöthig. Es wurde immer nur die Entfernung zweier Spektrallinien, nicht wie in Lund in einer Beobachtungsreihe die Entfernungen mehrerer, bis sechs, Linien gemessen, und zwar geschahen die Messungen so, dass zuerst die erste und unmittelbar nachher die zweite Linie bei directer Drehung der Mikrometerschraube, und dann bei retrograder Drehung zuerst die zweite und dann die erste Spektrallinie eingestellt wurde. Es wurden für eine Messung immer gleich viele in directer Richtung und unmittelbar nachher in retrograder Richtung gemachte Einstellungen zum Mittel vereinigt. In dieser Weise dürften wohl zum grössten Theile die durch diesen Mangel an Stabilität hervorgerufenen Fehler beseitigt worden sein.

Bei den Beobachtungen in den Jahren 1887—1889 hatte ich die fortschreitenden und die periodischen Fehler der Mikrometerschraube recht vollständig untersucht. Es zeigte sich hierbei<sup>1</sup>, dass die periodischen Fehler der Mikrometerschraube so unbedeutend waren, dass sie höchstens 0,001 eines Schraubenumganges erreichten. Da bei der Berechnung die Genauigkeit nur bis zu dieser Grösse getrieben wurde, und da ausserdem die Messungen einer Distanz zwischen den Spektrallinien von Tag zu Tag an verschiedenen Theilen der Schraube gemacht wurden, habe ich geglaubt, bei der Reduction der Beobachtungen zu Upsala diese Fehler gänzlich vernachlässigen zu können. Von noch geringerem Einflusse auf die Beobachtungen zur Bestimmung der Verschiebungen der Spectrallinien an den Rändern der Sonne sind die fortschreitenden Fehler der Schraube<sup>2</sup>, da diese Messungen immer an den mittleren Gängen der Schraube gemacht wurden, wo der Einfluss dieser Fehler zugleich sehr klein ist und sich sehr langsam ändert. Bei diesen Messungen habe ich folglich auch diese Fehler vernachlässigt. Dagegen erstrecken sich die Messungen zur Bestimmung der Reductionsfactoren über sehr beträchtliche Theile der Schraube. Ich habe daher die Correctionen wegen dieser Fehler an den zur Bestimmung dieser Factoren ausgeführten Messungen angebracht. Auch der Einfluss dieser Fehler auf die Resultate ist indessen fast ganz verschwindend klein.

Die Beobachtungen zur Bestimmung der Rotationszeit der Sonne wurden in den Sommermonaten von 1899, 1900 und 1901 gemacht,

<sup>1</sup> *Recherches sur la Rotation du Soleil.* S. 15—21.

<sup>2</sup> *L. c.* S. 21.

die meisten von mir selbst. Da es mir aber wünschenswerth erschien, eine unabhängige Controlle durch einen anderen Astronomen zu haben, habe ich Herrn Dr. BERGSTRAND gebeten, während der nicht ganz kurzen Theile dieser Sommer, wo ich von Upsala abwesend war, Beobachtungen zu machen. In Folge ungünstiger Witterungsverhältnisse fielen indessen seine Beobachtungen relativ spärlich aus. Im Jahre 1901, in welchem ich keine Beobachtungen vor dem Anfange derjenigen Dr. BERGSTRANDS anstellen konnte, wurden diese letzteren in dem schwächeren der zwei Spectra vierter Ordnung gemacht, da bei der Einsetzung des Gitters in die Cassette dasselbe zufälligerweise in verkehrter Lage eingesetzt wurde. Die Folge davon war, dass die Beobachtungen Dr. BERGSTRANDS in diesem Jahre bei schwächerer Ocularvergrößerung gemacht werden mussten und unsicherer ausfielen.

Meine Beobachtungen wurden immer in den frühen Morgenstunden (18<sup>h</sup> bis 21<sup>h</sup> M. Z.) angestellt, da die atmosphärischen Linien im Sonnenspectrum zu dieser Tageszeit beträchtlich stärker als in den Mittagsstunden sind, und die Einstellungen auf sie sich daher mit grösserer Schärfe machen liessen. Auf Nachmittagsbeobachtungen glaubte ich verzichten zu müssen, da bei der dann nöthigen Lage des Instruments die Ablesungen des Declinationsmikroskops schwieriger und unsicherer wurden. Dass diese Beobachtungen ausschliesslich in den Sommermonaten gemacht wurden, erklärt sich dadurch, dass jede andere Beobachtung unmöglich wird, sobald das Spectroskop am Refractor angebracht ist. Es erschien daher am zweckmässigsten, die Beobachtungen zur Bestimmung der Rotationszeit der Sonne ausschliesslich in der Jahreszeit zu machen, wo in Folge der hellen Nächte die meisten anderen Beobachtungen doch unmöglich sind. Zu dieser Zeit hat man übrigens hier in Upsala nicht selten die meisten klaren Tage. Besonders war dies der Fall im Juli 1899 und 1901. Allerdings waren bisweilen diese Beobachtungen nicht sehr angenehm, da um 9 Uhr früh, wo dieselben endeten, das Thermometer im Schatten innerhalb der Kuppel schon sehr hoch, ein Mal sogar 33° C. zeigte. Und doch konnte der Beobachter es nicht vermeiden, bisweilen im vollen Sonnenschein, also bei noch beträchtlich höherer Temperatur zu beobachten. Nach dem 26 Juli 1901 wurden diese Beobachtungen durch eine Krankheit, welche ich mir während derselben zugezogen hatte, verhindert.



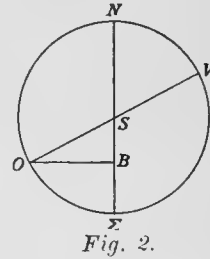
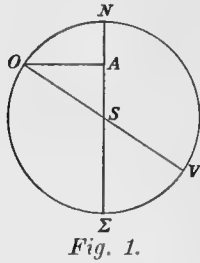
Meinem Plane nach sollten die Beobachtungen der Hauptsache nach in derselben Weise ausgeführt werden wie früher in den Jahren 1887—1889 in Lund, folglich an diametral entgegengesetzten Punkten des Sonnenrandes, und der Einfachheit wegen in sechs Gruppen, an den heliocentrischen Breiten  $0^{\circ}$ ,  $15^{\circ}$ ,  $30^{\circ}$ ,  $45^{\circ}$ ,  $60^{\circ}$  und  $75^{\circ}$ .

Um bei den Messungen die Marke im Spektroskope auf diese Punkte zu richten, bin ich in folgender Weise verfahren. Erst wurde empirisch die Stellung des Positionskreises am Träger bestimmt, bei welcher sowohl die Spektra der Nord- und Südränder der Sonne wie an der betreffenden Breite das Spektrum des Sonnenrandes möglichst scharf erschienen. Bei geeigneter Wahl genügten für die sechs Breiten zwei solche Stellungen des Spektroskops. Dann wurde der Refractor so eingestellt, dass diejenige der zwei Nadelspitzen im Mikrometer, welche bei der Messung benutzt werden sollte, das Spektrum des Nord- resp. Südpunctes der Sonne gerade berührte, wenn der Refractor um seine Stundenachse gedreht wurde, und das Declinationsmikroskop abgelesen. Der Refractor hat allerdings nur ein solches. Bei den Messungen, um die es sich handelt, gilt es aber nur eine Declinationsdifferenz von weniger als  $20'$  zu messen. Ein Excentricitätsfehler am Declinationskreise wäre folglich ohne jeden Einfluss auf die Messungen. Ausser der gewöhnlichen Einstellungs-marke ist das Mikroskop mit einem Mikrometer versehen, an welchem man  $2''$  direct ablesen kann. Nachdem in dieser Weise die Ablesung für den Nord- resp. Südrand gefunden war, wurde an dieser die schon im voraus berechnete Declinationsdifferenz zwischen diesem Rande und der Stelle, an welcher die Linienverschiebung gemessen werden sollte, angebracht, und der Refractor in die so berechnete Lage eingestellt. Nachdem an dieser Stelle die Messungen an den Spektrallinien ausgeführt waren, wurde der Declinationskreis wieder abgelesen und darauf der Nord- oder Südrand wieder eingestellt. Bei der Berechnung wurde der Unterschied zwischen den Mittelzahlen der beiden Ablesungen am Sonnenrand, resp. an der Stelle, wo die Messungen gemacht wurden, zur Herleitung der heliocentrischen Breite dieses Punctes benutzt. Unmittelbar nach diesen Beobachtungen wurden in gleicher Weise die entsprechenden Messungen an dem diametral gegenüberstehenden Puncte des Sonnenrandes gemacht.

Um aus der so erhaltenen Mittelzahl dieser Declinationsdifferenzen die heliocentrische Breite des Punctes zu finden, wurde in folgender Weise verfahren.

Nehmen wir zuerst an (Fig. 1), der am Ostrande der Sonne beobachtete Punct  $O$  sei nördlicher als der Sonnenmittelpunct  $S$ . Dann ist  $NA = \Delta\delta$  der Declinationsunterschied zwischen dem Nordpuncte und dem Puncte  $O$  am Ostrande. Ist nun  $r$  der Sonnenhalbmesser  $SN$  und  $AS = d\delta$ , so ist:

$$d\delta = r - \Delta\delta \quad . . . . . (1)$$



Ist dagegen (Fig. 2) der Punct  $O$  südlicher als  $S$ , so ist der Declinationsunterschied des Südpunctes der Sonne  $\Sigma$  und des Punctes  $O$  gemessen worden. Man hat nun ebenso wie vorher, wenn  $SB = d\delta$   $NB = \Delta\delta$ :

$$d\delta = r - \Delta\delta \quad . . . . . (2)$$

In diesem Falle ist aber  $B\Sigma = \Delta\delta'$ , nicht  $\Delta\delta$  gemessen worden. Man hat aber

$$\Delta\delta = 2r - \Delta\delta',$$

folglich

$$d\delta = \Delta\delta' - r \quad . . . . . (3)$$

In beiden Fällen ist der Positionswinkel des Punctes  $O$ :

$$NSO = P.$$

Es ist aber (Fig. 1)

$$\text{Cos } P = \frac{SA}{SO};$$

und (Fig. 2)

$$\text{Cos } P = \frac{SB}{SO};$$

folglich in beiden Fällen :

$$\text{Cos } P = \frac{d\delta}{r} \dots \dots \dots (4)$$

aus welcher Gleichung  $P$  gefunden wird.

Es sei nun (Fig. 3)  $P$  der Pol des Aequators,  $P_1$  der Pol der Ecliptik,

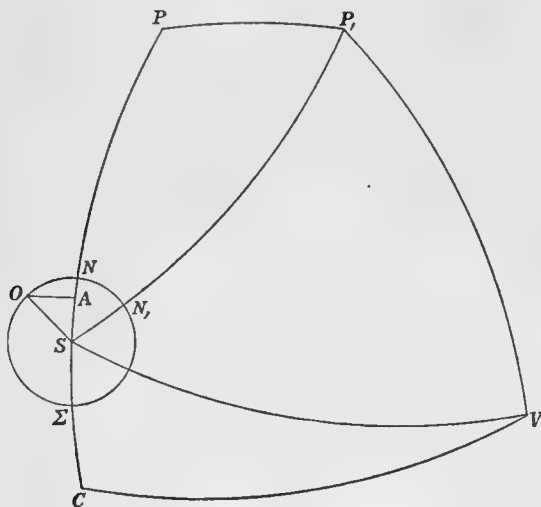


Fig. 3.

$O N N_1 \Sigma$  die Sonne, und  $O, N, A, S$  mögen dieselbe Bedeutung wie früher haben. Es sei ausserdem  $VC$  der Aequator,  $VS$  die Ecliptik. Dann ist:

$$\begin{aligned} PSO = P ; \quad NS = r ; \quad AS = r \text{ Cos } P ; \\ AN = r - r \text{ Cos } P \dots \dots \dots (5) \end{aligned}$$

Setzt man weiter:

$$P_1SO = p ; \quad SV = \odot ; \quad SC = \delta ; \quad SVC = PP_1 = \epsilon ;$$

folglich, da  $VP_1S = \odot ; P_1S = 90^\circ$ :

$$PSP_1 = p - P ; \quad PS = 90^\circ - \delta ; \quad PP_1S = 90^\circ - \odot .$$

Und da:

$$\begin{aligned} \text{Sin } PS \text{ Cos } PSP_1 = \text{Cos } PP_1 \text{ Sin } P_1S - \text{Sin } PP_1 \text{ Cos } P_1S \text{ Cos } PP_1S : \\ \text{Cos } \delta \text{ Cos } (p - P) = \text{Cos } \epsilon \end{aligned}$$

und:

$$\text{Cos } (p - P) = \frac{\text{Cos } \varepsilon}{\text{Cos } \delta} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (6)$$

Wenn man diesen Ausdruck von 1 subtrahirt, resp. zu 1 addirt, bekommt man nach Division:

$$\text{tang } \frac{1}{2} (p - P) = \pm \sqrt{\text{tang } \frac{1}{2} (\varepsilon + \delta) \text{ tang } \frac{1}{2} (\varepsilon - \delta)} \quad (7)$$

Die Berechnung dieser Formel ergibt die folgende Tafel der positiven Werthe von  $p - P$ :

Tafel I.

$\delta$	$p - P$	$\delta$	$p - P$
23° 27'	0°,0	19° 30'	13°,4
26,5	0,9	0	14,2
26	1,3	18 30	14,7
24	1,6	0	15,3
20	2,4	17 30	15,9
16	3,0	0	16,4
8	4,0	16 30	16,9
0	4,8	0	17,4
22 52	5,4	15 0	18,2
44	6,0	14 0	19,0
36	6,4	13 0	19,7
24	7,1	12 0	20,3
12	7,8	11 0	20,8
0	8,3	10 0	21,3
21 40	9,2	8 0	22,1
20	10,1	6 0	22,7
0	10,7	4 0	23,1
20 30	11,8	2 0	23,4
0	12,6	0 0	23,5

Es ist nun offenbar  $p > P$  vom Wintersolstitium bis zum Sommer-solstitium, folglich  $p - P$  positiv für  $90^\circ > \odot > 270^\circ$ ; dagegen  $p - P$  negativ für  $270^\circ > \odot > 90^\circ$ .

Sobald  $p - P$  berechnet ist, kann man folglich auch  $p$  berechnen.

In meiner Abhandlung *Sur la rotation du Soleil* kommt in der Formel (10) der Druckfehler vor, dass  $\pm$  statt  $\mp$  steht. Die Berechnungen nach dieser Formel sind indessen richtig ausgeführt.

Es sei nun  $\pi$  die heliocentrische Polardistanz des Puncts  $O$ , und (Fig. 4)  $S$  der Mittelpunkt der Sonne,  $SV$ ,  $S\Omega$  die von der Sonne zum Frühlings- taggleichenpuncte und zum aufsteigenden Knoten des Sonnenaequators auf der Ecliptik gezogenen Linien,  $T$  die Erde,  $II$  die Projection des Pols der Sonne und  $O$  die des Puncts, an welchem die Beobachtungen gemacht sind. Dann ist:

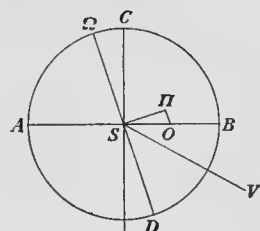


Fig. 4.

$$VSC = \odot ; \quad VS\Omega = \Omega ; \quad CS\Omega = -(\odot - \Omega)$$

$$SO = -p ; \quad OII = \pi ; \quad HSO = CSO = -(\odot - \Omega)$$

Betrachtet man nun das sphärische Dreieck zwischen dem Nordpuncte der Sonne  $N$ , den Puncten  $II$  und  $O$ , wo die verlängerte Sonnenachse und  $SO$  die Himmelsphäre treffen, so ist, da die Seiten

$$a = \pi ; \quad b = -p ; \quad c = i$$

und der gegenüber der Seite  $a$  stehende Winkel

$$A = -(\odot - \Omega) ;$$

$$\text{Cos } \pi = \text{Cos } p \text{ Cos } i - \text{Sin } p \text{ Sin } i \text{ Cos } (\odot - \Omega)$$

oder:

$$\text{Cos } \pi = \text{Cos } (p + i) + 2 \text{ Sin } i \text{ Sin } p \text{ Sin}^2 \frac{1}{2} (\odot - \Omega) \quad (8)$$

Es ist aber:

$$\text{Cos } \pi = \text{Cos } (p + i) + 2 \text{ Sin } i \text{ Sin } p \text{ Sin}^2 \frac{1}{2} (\odot - \Omega) = \text{Cos } (p + i)$$

$$+ 2 \text{ Sin } i \text{ Sin } p \text{ Sin}^2 \frac{1}{2} [360^\circ - (\odot - \Omega)]$$

$$\text{Cos } \pi = \text{Cos } i \text{ Cos } p - \text{Sin } p \text{ Sin } i \text{ Cos } (\odot - \Omega) = - [\text{Cos } i \text{ Cos } (180^\circ - p) - \text{Sin } i \text{ Sin } (180^\circ - p) \text{ Cos } [180^\circ + \odot - \Omega]]$$

Jene Gleichung beweist, dass die Werthe von  $\pi - p$  gleich sind für  $360^\circ - (\odot - \Omega)$  wie für  $\odot - \Omega$ ; folglich braucht man nicht  $\pi - p$  für Werthe, welche grösser wie  $180^\circ$  sind, zu berechnen.

Diese Gleichung beweist, dass die Werthe von  $\pi - p$  numerisch gleich, aber von entgegengesetzten Zeichen für  $180^\circ - p$  und

$180^\circ + \odot - \Omega$ , wie für  $p$  und  $\odot - \Omega$  sind. Folglich braucht man auch nicht die Werthe  $\pi - p$  für Werthe von  $p$ , die zwischen  $90^\circ$  und  $180^\circ$  liegen, besonders zu berechnen. Es genügt folglich,  $\pi - p$  für die Werthe von  $p$  zwischen  $0^\circ$  und  $90^\circ$  und für  $\odot - \Omega$  zwischen  $0^\circ$  und  $180^\circ$  zu berechnen.

Nach SPÖRER ist nun für 1900,0:  $\Omega = 75^\circ,0$ ,  $i = 7,0$ . Hiermit erhält man die folgenden Tafeln:

Tafel II. Werthe von  $\pi - p$ .

$p$	$\odot - \Omega$										$p$
	$0^\circ$	$10^\circ$	$20^\circ$	$30^\circ$	$40^\circ$	$50^\circ$	$60^\circ$	$70^\circ$	$80^\circ$	$90^\circ$	
$0^\circ$	+7,0	+7,0	+7,0	+7,0	+7,0	+7,0	+7,0	+7,0	+7,0	+7,0	$0^\circ$
1	+7,0	+7,0	+6,9	+6,9	+6,8	+6,7	+6,6	+6,4	+6,2	+6,1	1
2	+7,0	+7,0	+6,9	+6,8	+6,6	+6,4	+6,2	+5,9	+5,6	+5,3	2
3	+7,0	+7,0	+6,9	+6,7	+6,5	+6,2	+5,9	+5,5	+5,1	+4,6	3
4	+7,0	+7,0	+6,8	+6,6	+6,4	+6,0	+5,6	+5,2	+4,6	+4,1	4
5	+7,0	+7,0	+6,8	+6,6	+6,3	+5,9	+5,4	+4,9	+4,3	+3,6	5
6	+7,0	+7,0	+6,8	+6,6	+6,2	+5,8	+5,3	+4,7	+4,0	+3,2	6
7	+7,0	+6,9	+6,8	+6,5	+6,2	+5,7	+5,1	+4,5	+3,7	+2,9	7
8	+7,0	+6,9	+6,8	+6,5	+6,1	+5,6	+5,0	+4,3	+3,5	+2,6	8
9	+7,0	+6,9	+6,8	+6,5	+6,0	+5,5	+4,9	+4,1	+3,3	+2,4	9
10	+7,0	+6,9	+6,7	+6,4	+6,0	+5,4	+4,8	+4,0	+3,1	+2,2	10
15	+7,0	+6,9	+6,7	+6,3	+5,8	+5,2	+4,4	+3,6	+2,6	+1,5	15
20	+7,0	+6,9	+6,7	+6,3	+5,7	+5,1	+4,2	+3,3	+2,3	+1,1	20
30	+7,0	+6,9	+6,6	+6,2	+5,6	+4,9	+4,0	+3,0	+1,9	+0,7	30
40	+7,0	+6,9	+6,6	+6,2	+5,5	+4,8	+3,9	+2,8	+1,7	+0,5	40
50	+7,0	+6,9	+6,6	+6,1	+5,5	+4,7	+3,8	+2,7	+1,6	+0,4	50
60	+7,0	+6,9	+6,6	+6,1	+5,5	+4,6	+3,7	+2,6	+1,5	+0,3	60
70	+7,0	+6,9	+6,6	+6,1	+5,4	+4,6	+3,6	+2,5	+1,4	+0,2	70
80	+7,0	+6,9	+6,6	+6,1	+5,4	+4,5	+3,5	+2,4	+1,3	+0,1	80
90	+7,0	+6,9	+6,6	+6,1	+5,4	+4,5	+3,5	+2,4	+1,2	0,0	90
100	+7,0	+6,9	+6,6	+6,1	+5,4	+4,5	+3,5	+2,3	+1,2	-0,1	100
110	+7,0	+6,9	+6,6	+6,0	+5,3	+4,4	+3,4	+2,2	+1,1	-0,2	110
120	+7,0	+6,9	+6,5	+6,0	+5,2	+4,3	+3,3	+2,2	+1,0	-0,3	120
130	+7,0	+6,9	+6,5	+6,0	+5,2	+4,3	+3,2	+2,1	+0,9	-0,4	130
140	+7,0	+6,9	+6,5	+5,9	+5,1	+4,2	+3,1	+1,9	+0,7	-0,5	140
150	+7,0	+6,9	+6,5	+5,8	+5,0	+4,0	+2,9	+1,7	+0,5	-0,7	150
160	+7,0	+6,8	+6,4	+5,6	+4,7	+3,6	+2,5	+1,2	0,0	-1,1	160
165	+7,0	+6,8	+6,3	+5,4	+4,4	+3,2	+2,0	+0,8	-0,4	-1,5	165
170	+7,0	+6,7	+5,9	+4,7	+3,6	+2,3	+1,1	0,0	-1,1	-1,2	170
171	+7,0	+6,6	+5,6	+4,4	+3,2	+2,0	+0,8	-0,3	-1,4	-2,4	171
172	+7,0	+6,4	+5,2	+4,0	+2,8	+1,6	+0,4	-0,6	-1,6	-2,6	172
173	+7,0	+5,8	+4,6	+3,4	+2,2	+1,1	0,0	-1,1	-2,0	-2,9	173
174	+5,0	+4,5	+3,5	+2,5	+1,5	+0,4	-0,5	-1,5	-2,4	-3,2	174
175	+3,0	+2,7	+2,1	+1,3	+0,5	-0,4	-1,2	-2,1	-2,9	-3,6	175

☉ — Ω											
<i>p</i>	0°	10°	20°	30°	40°	50°	60°	70°	80°	90°	<i>p</i>
176	+1 <sup>0</sup> ,0	+0 <sup>0</sup> ,9	+0 <sup>0</sup> ,5	-0 <sup>0</sup> ,1	-0 <sup>0</sup> ,7	-1 <sup>0</sup> ,4	-2 <sup>0</sup> ,1	-2 <sup>0</sup> ,8	-3 <sup>0</sup> ,4	-4 <sup>0</sup> ,1	176
177	-1,0	-1,1	-1,3	-1,7	-2,1	-2,6	-3,1	-3,6	-4,1	-4,6	177
178	-3,0	-3,0	-3,1	-3,3	-3,6	-3,9	-4,2	-4,6	-4,9	-5,3	178
179	-5,0	-5,0	-5,1	-5,2	-5,3	-5,4	-5,6	-5,7	-5,9	-6,1	179
180	-7,0	-7,0	-7,0	-7,0	-7,0	-7,0	-7,0	-7,0	-7,0	-7,0	180
	360°	350°	340°	330°	320°	310°	300°	290°	280°	270°	
<i>p</i>	☉ — Ω										<i>p</i>

☉ — Ω											
<i>p</i>	90°	100°	110°	120°	130°	140°	150°	160°	170°	180°	<i>p</i>
0°	+7 <sup>0</sup> ,0	+7 <sup>0</sup> ,0	+7 <sup>0</sup> ,0	+7 <sup>0</sup> ,0	+7 <sup>0</sup> ,0	+7 <sup>0</sup> ,0	+7 <sup>0</sup> ,0	+7 <sup>0</sup> ,0	+7 <sup>0</sup> ,0	+7 <sup>0</sup> ,0	0°
1	+6,1	+5,9	+5,7	+5,6	+5,4	+5,3	+5,2	+5,1	+5,0	+5,0	1
2	+5,3	+4,9	+4,6	+4,2	+3,9	+3,6	+3,3	+3,1	+3,0	+3,0	2
3	+4,6	+4,1	+3,6	+3,1	+2,6	+2,1	+1,7	+1,3	+1,1	+1,0	3
4	+4,1	+3,4	+2,8	+2,1	+1,4	+0,7	+0,1	-0,5	-0,9	-1,0	4
5	+3,6	+2,9	+2,1	+1,2	+0,4	-0,5	-1,3	-2,1	-2,7	-3,0	5
6	+3,2	+2,4	+1,5	+0,5	-0,4	-1,5	-2,5	-3,5	-4,5	-5,0	6
7	+2,9	+2,0	+1,1	0,0	-1,1	-2,2	-3,4	-4,6	-5,8	-7,0	7
8	+2,6	+1,6	+0,6	-0,4	-1,6	-2,8	-4,0	-5,2	-6,4	-7,0	8
9	+2,4	+1,4	+0,3	-0,8	-2,0	-3,2	-4,4	-5,6	-6,6	-7,0	9
10	+2,2	+1,1	0,0	-1,1	-2,3	-3,6	-4,7	-5,9	-6,7	-7,0	10
15	+1,5	+0,4	-0,8	-2,0	-3,2	-4,4	-5,4	-6,2	-6,8	-7,0	15
20	+1,1	0,0	-1,3	-2,5	-3,6	-4,7	-5,7	-6,4	-6,8	-7,0	20
30	+0,7	-0,5	-1,7	-2,9	-4,0	-5,0	-5,8	-6,5	-6,9	-7,0	30
40	+0,5	-0,7	-1,9	-3,1	-4,2	-5,1	-5,9	-6,5	-6,9	-7,0	40
50	+0,4	-0,9	-2,1	-3,2	-4,3	-5,2	-6,0	-6,5	-6,9	-7,0	50
60	+0,3	-1,0	-2,2	-3,3	-4,3	-5,2	-6,0	-6,5	-6,9	-7,0	60
70	+0,2	-1,1	-2,3	-3,4	-4,4	-5,3	-6,0	-6,6	-6,9	-7,0	70
80	+0,1	-1,2	-2,4	-3,5	-4,5	-5,4	-6,1	-6,6	-6,9	-7,0	80
90	0,0	-1,2	-2,4	-3,5	-4,5	-5,4	-6,1	-6,6	-6,9	-7,0	90
100	-0,1	-1,3	-2,4	-3,6	-4,6	-5,4	-6,1	-6,6	-6,9	-7,0	100
110	-0,2	-1,4	-2,5	-3,6	-4,6	-5,4	-6,1	-6,6	-6,9	-7,0	110
120	-0,3	-1,5	-2,6	-3,7	-4,6	-5,5	-6,1	-6,6	-6,9	-7,0	120
130	-0,4	-1,6	-2,7	-3,8	-4,7	-5,5	-6,1	-6,6	-6,9	-7,0	130
140	-0,5	-1,7	-2,8	-3,9	-4,8	-5,5	-6,2	-6,6	-6,9	-7,0	140
150	-0,7	-1,9	-3,0	-4,0	-4,9	-5,6	-6,2	-6,6	-6,9	-7,0	150
160	-1,1	-2,3	-3,3	-4,2	-5,1	-5,7	-6,3	-6,7	-6,9	-7,0	160
165	-1,5	-2,6	-3,6	-4,4	-5,2	-5,8	-6,3	-6,7	-6,9	-7,0	165

p	☉ — Ω										p
	90°	100°	110°	120°	130°	140°	150°	160°	170°	180°	
170	-2°,2	-3°,1	-4°,0	-4°,8	-5°,4	-6°,0	-6°,4	-6°,7	-6°,9	-7°,0	170
171	-2,4	-3,3	-4,1	-4,9	-5,5	-6,0	-6,5	-6,8	-6,9	-7,0	171
172	-2,6	-3,5	-4,3	-5,0	-5,6	-6,1	-6,5	-6,8	-6,9	-7,0	172
173	-2,9	-3,7	-4,5	-5,1	-5,7	-6,2	-6,5	-6,8	-6,9	-7,0	173
174	-3,2	-4,0	-4,7	-5,3	-5,8	-6,2	-6,6	-6,8	-7,0	-7,0	174
175	-3,6	-4,3	-4,9	-5,4	-5,9	-6,3	-6,6	-6,8	-7,0	-7,0	175
176	-4,1	-4,6	-5,2	-5,6	-6,0	-6,4	-6,6	-6,8	-7,0	-7,0	176
177	-4,6	-5,1	-5,5	-5,9	-6,2	-6,5	-6,7	-6,9	-7,0	-7,0	177
178	-5,3	-5,6	-5,9	-6,2	-6,4	-6,6	-6,8	-6,9	-7,0	-7,0	178
179	-6,1	-6,2	-6,4	-6,6	-6,7	-6,8	-6,9	-6,9	-7,0	-7,0	179
180	-7,0	-7,0	-7,0	-7,0	-7,0	-7,0	-7,0	-7,0	-7,0	-7,0	180
p	☉ — Ω										p
	270°	260°	250°	240°	230°	220°	210°	200°	190°	180°	

Die Rotationsgeschwindigkeiten, welche man aus den unmittelbar gemessenen Linienverschiebungen finden würde, können indessen, und zwar aus zwei Gründen, von den wirklichen verschieden sein; nämlich erstens, wenn der Pol der Sonne sich nicht am scheinbaren Sonnenrande befindet, und dann in Folge der Bahnbewegung der Erde.

Wenn nämlich, wie in Fig. 4, (S. 15) die Projection des Pols der Sonne sich nicht auf der Linie *AB* befindet, ist es klar, dass die Rotationsbewegung im Punkte *O* sich nicht gegen die Erde *T* richten kann, sondern senkrecht zu dem durch den Mittelpunkt *S* der Sonne, durch den Pol der Sonne und durch den Punkt *O* gehenden Plane sein muss. Man muss folglich den Winkel zwischen diesem Plane und dem Plane *ASB* bestimmen. Dieser Winkel befindet sich in dem sphärischen Dreiecke *OSM*. In diesem ist:

$$SO = i \quad O\Pi = \pi \quad OS\Pi = \odot - \Omega$$

und wenn der gesuchte Winkel

$$\Pi OS = \eta ,$$

so ist:

$$\text{Sin } \eta = \frac{\text{Sin } i \text{ Sin } (\odot - \Omega)}{\text{Sin } \pi} \dots \dots \dots (9)$$



Man muss die gemessene Linienverschiebung mit der Secante des Winkels  $\eta$  multipliciren. Mit Hülfe der Formel (9) habe ich die folgende Tafel berechnet.

Tafel III. Werthe von  $\eta$ .

		☉ — Ω									
π	0°	10°	20°	30°	40°	50°	60°	70°	80°	90°	π
	180°	170°	160°	150°	140°	130°	120°	110°	100°	90°	
8°	0 <sup>0</sup> ,0	8 <sup>0</sup> ,7	17 <sup>0</sup> ,4	26 <sup>0</sup> ,0	34 <sup>0</sup> ,3	42 <sup>0</sup> ,1	49 <sup>0</sup> ,3	—	—	—	8 <sup>0</sup>
9	0,0	7,8	15,5	22,9	30,1	36,6	42,4	—	—	—	9
10	0,0	7,0	13,9	20,5	26,8	32,5	37,4	—	—	—	10
11	0,0	6,4	12,6	18,6	24,2	29,3	33,6	—	—	—	11
12	0,0	5,8	11,6	17,0	22,1	26,7	30,5	33 <sup>0</sup> ,4	35 <sup>0</sup> ,3	35 <sup>0</sup> ,9	12
13	0,0	5,4	10,7	15,7	20,4	24,5	28,0	30,6	32,2	32,8	13
14	0,0	5,0	9,9	14,6	18,9	22,8	25,9	28,3	29,7	30,2	14
15	0,0	4,7	9,3	13,6	17,6	21,1	24,1	26,3	27,6	28,1	15
16	0,0	4,4	8,8	12,7	16,5	19,5	22,5	24,5	25,8	26,3	16
20	0,0	3,5	7,0	10,3	13,2	15,8	18,0	19,6	20,5	20,9	20
25	0,0	2,9	5,7	8,3	10,7	12,8	14,5	15,7	16,5	16,8	25
30	0,0	2,4	4,8	7,0	9,0	10,8	12,2	13,2	13,9	14,1	30
35	0,0	2,1	4,2	6,1	7,8	9,4	10,6	11,5	12,1	12,3	35
40	0,0	1,9	3,7	5,4	7,0	8,4	9,5	10,3	10,8	10,9	40
45	0,0	1,7	3,4	5,0	6,4	7,6	8,7	9,4	9,8	10,0	45
50	0,0	1,6	3,1	4,6	5,9	7,0	7,9	8,6	9,0	9,2	50
60	0,0	1,4	2,8	4,0	5,2	6,2	7,0	7,6	8,0	8,1	60
70	0,0	1,3	2,5	3,7	4,8	5,7	6,4	7,0	7,3	7,5	70
80	0,0	1,2	2,4	3,6	4,6	5,4	6,2	6,7	7,0	7,1	80
90	0,0	1,2	2,4	3,5	4,5	5,4	6,1	6,6	6,9	7,0	90
π	180°	190°	200°	210°	220°	230°	240°	250°	260°	270°	π
	360°	350°	340°	330°	320°	310°	300°	290°	280°	270°	
		☉ — Ω									

Die zweite an der gemessenen Linienverschiebung anzubringende Correction wird, wie oben gesagt, durch die Bahnbewegung der Erde verursacht. Bei der Untersuchung derselben nehme ich anfänglich an, dass die Rotationsgeschwindigkeit der Sonne Null sei, will aber doch, gleich von Anfang an, unter *Pol der Sonne*, *Achse der Sonne*, *Aequator der Sonne* und *Heliocentrische Breite* die Punkte, Linien, Winkel etc. verstehen, welche gewöhnlich, bei der wirklich stattfindenden Rotation der Sonne so bezeichnet werden.

Wenn (Fig. 5)  $S$  der Mittelpunkt der Sonne,  $JJ'$  der Bogen, welchen die Erde in Folge ihrer Bahnbewegung in einer Zeitsekunde beschreibt,  $JSJ' = l$ ,  $JS = J'S = R$  ist, und man die Tangente  $JR = t$

und die gerade Linie  $J'R = x$  zieht, so hat man genähert, wenn  $RJS = \varrho : RJ'S = \varrho ; J'RJ = l$ . Folglich ist  $J'RS = 90^\circ + l$ . Aber  $RSJ = 90^\circ - \varrho ;$  folglich  $RSJ' = 90^\circ - \varrho - l$ , und

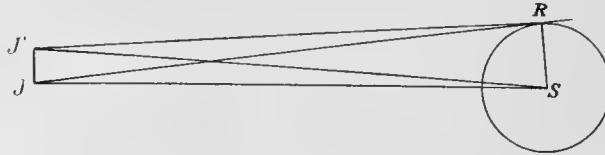


Fig. 5.

$$x^2 = r^2 + R^2 - 2rR \text{ Cos } (90^\circ - \varrho - l)$$

$$x^2 = r^2 + R^2 - 2rR \text{ Sin } (\varrho + l)$$

Aus dem Dreiecke  $JRS$  wird erhalten :

$$t^2 = r^2 + R^2 - 2rR \text{ Sin } \epsilon$$

und durch Subtraction :

$$t^2 - x^2 = 2rR [\text{Sin } (\varrho + l) - \text{Sin } \varrho]$$

oder:

$$(t + x)(t - x) = 4rR \text{ Sin } \frac{1}{2} l \text{ Cos } \left( \varrho + \frac{1}{2} l \right)$$

Aber genähert ist :

$$t + x = 2R ; \text{ Cos } \left( \varrho + \frac{1}{2} l \right) = \text{Cos } \varrho$$

folglich:

$$t - x = 2r \text{ Cos } \varrho \text{ Sin } \frac{1}{2} l .$$

Und wenn man setzt

$$t - x = v_1, \dots \dots \dots (10)$$

so hat man hinreichend genähert, da  $\varrho$  höchstens  $16'$  ist:

$$v_1 = rl \text{ Sin } 1'', \dots \dots \dots (11)$$

wo  $v_1$  die Geschwindigkeit ist, womit ein in der Ecliptik liegender Punct am Westrande der Sonne sich nähert und ein am Ostrand liegender Punct sich von der Erde entfernt, zufolge deren Bahnbewegung, Liegt der Punct nicht im Plane der Ecliptik, sondern bildet die Verbindungslinie zwischen ihm und dem Mittelpuncte der Sonne einen Winkel  $\beta$

mit diesem Plane, so wird die Geschwindigkeit gefunden, wenn man statt  $r$  seine Projection auf der Ecliptik einführt. Man bekommt folglich statt (11):

$$v_1 = r l \cos \beta \cdot \sin 1'' \dots \dots (12)$$

Eigentlich sollte der Werth von  $v_1$  auch mit dem Cosinus des Winkels, welcher die Verbindungslinie zwischen der Erde und dem Punkte auf der Sonne mit der Ecliptik bildet, multiplicirt werden. Weil aber dieser Winkel höchstens  $16'$  ist, und  $l$  die Bahngeschwindigkeit der Erde in einer Zeitsekunde, folglich höchstens

$$\frac{61' 10''}{24 \cdot 60 \cdot 60} = \frac{1''}{24}$$

ist, so wird, da  $r = 697150$  Kilometer ist:

$$v_1 = 0,15 \text{ km.}$$

Wird dies mit  $\cos 16'$  multiplicirt, so wird es nur um einen, und wenn es ausserdem mit dem Maximalwerthe des in der Gleichung (11) ausgeschlossenen Factors  $\cos \varphi = \cos 16'$ , folglich insgesamt mit  $\cos^2 16'$  multiplicirt wird, um zwei Millimeter verkleinert, was ganz ohne Bedeutung ist.

Wir müssen nun Formeln entwickeln, um für eine gegebene Zeit den Winkel  $\beta$  für einen am Sonnenrande liegenden Punkt, dessen heliocentrische Breite gleich  $\varphi$  ist, zu berechnen.

Es sei (Fig. 6)  $VAT\Omega$  die Ecliptik,  $\Omega B A$  der Sonnenäquator,  $\Pi$  der Pol der Sonne,  $P$  der Pol der Ecliptik,  $M$  der beobachtete Punkt am Sonnenrande,  $\odot$  der Ort der Sonne von der Erde aus gesehen und  $\Omega$  der aufsteigende Knoten des Sonnenäquators auf der Ecliptik.

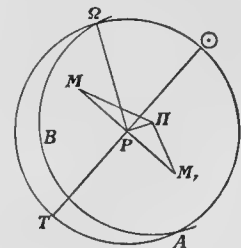


Fig. 6.

Nun sind:

$$MP\odot = \Omega P\Pi = 90^\circ,$$

und es sei

$$\odot\Omega = \Omega - \odot,$$

folglich:

$$MP\Omega = 90^\circ - \odot P\Omega = 90^\circ + (\odot - \Omega)$$

und

$$MP\Pi = MP\Omega + \Omega P\Pi = 180^\circ + (\odot - \Omega).$$

Wenn:

$$PM = 90^\circ - \beta = \mu; \quad MII = \pi; \quad PII = i; \quad PMII = I,$$

so erhält man aus dem Dreiecke  $MPII$ :

$$\sin I = -\frac{\sin i}{\sin \pi} \cdot \sin (\odot - \Omega) \dots \dots (13)$$

Da in diesem Dreiecke  $i = 7^\circ$ ;  $\pi > 10^\circ$  und  $\pi + i < 180^\circ$  ist, so wird die Lösung der Gleichung (13) unzweideutig, indem  $I$ , je nachdem das Zeichen positiv oder negativ ist, im ersten, resp. im vierten Quadranten liegt.

In Folge der Analogien von Napier ist:

$$\operatorname{tang} \frac{1}{2} c = \frac{\cos \frac{1}{2} (A + B)}{\cos \frac{1}{2} (A - B)} \cdot \operatorname{tang} \frac{1}{2} (a + b);$$

folglich

$$\operatorname{tang} \frac{1}{2} \mu = \frac{\sin \frac{1}{2} (\odot + I - \Omega)}{\sin \frac{1}{2} (\odot - I - \Omega)} \cdot \operatorname{tang} \frac{1}{2} (\pi + i) \quad (14)$$

Es ist aber noch ein Dreieck, welches der gegebenen Bedingung entspricht, nämlich  $HPM_1$ .

In diesem ist  $HM_1 = \pi$ ;  $HP = i$ ;  $HPM_1 = 180^\circ - PMII = -(\odot - \Omega)$ ; und es sei

$$PM_1 = r.$$

Dann gilt auch in diesem Falle die Gleichung (13). Dagegen erhält man statt der Gleichung (14):

$$\operatorname{tang} \frac{1}{2} r = \frac{\cos \frac{1}{2} [\odot - \Omega - I]}{\cos \frac{1}{2} [\odot - \Omega - I]} \operatorname{tang} \frac{1}{2} (\pi + i) \quad (15)$$

Bei wirklichen Beobachtungen wird man aus practischen Gründen immer den Punct  $M_1$  wählen, und hat folglich nach den Gleichungen (13) und (15) zu rechnen. Man findet dann:

$$\beta = 90^\circ - r \dots \dots \dots (16)$$

Mit Hülfe der Gleichungen (13), (15) und (16) ist die Tafel IV berechnet, welche mit den Argumenten  $\pi$  (heliocentrische Polardistanz) und  $\odot - \Omega$  den Winkel  $\beta$  giebt.

Dann sind aus der Gleichung (12) die Werthe von  $v_1$  für verschiedene Werthe von  $\beta$  und von

$$l \text{ Sin } 1'' = \frac{d \odot}{60 \cdot 60 \cdot 24} \dots \dots \dots (17)$$

berechnet und in der Tafel V mit den Argumenten  $\beta$  und  $d \odot$  (tägliche Veränderung der Sonnenlänge) gegeben.  $v_1$  ist immer positiv.

Tafel IV. Werthe von  $\beta$ .

$\pi$	$\odot - \Omega$									$\pi$
	0°	10°	20°	30°	40°	50°	60°	70°	80°	
90°	- 7°,0	- 6°,9	- 6°,6	- 6°,1	- 5°,4	- 4°,5	- 3°,5	- 2°,4	- 1°,2	90°
85	- 2,0	- 1,9	- 1,6	- 1,1	- 0,4	+ 0,5	+ 1,5	+ 2,6	+ 3,8	85
80	+ 3,0	+ 3,1	+ 3,4	+ 3,9	+ 4,7	+ 5,5	+ 6,5	+ 7,7	+ 8,9	80
75	+ 8,0	+ 8,1	+ 8,4	+ 9,0	+ 9,7	+ 10,6	+ 11,6	+ 12,7	+ 13,9	75
70	+ 13,0	+ 13,1	+ 13,4	+ 14,0	+ 14,7	+ 15,6	+ 16,6	+ 17,7	+ 18,9	70
65	+ 18,0	+ 18,1	+ 18,4	+ 19,0	+ 19,7	+ 20,6	+ 21,6	+ 22,8	+ 24,0	65
60	+ 23,0	+ 23,1	+ 23,5	+ 24,0	+ 24,7	+ 25,6	+ 26,6	+ 27,8	+ 29,0	60
55	+ 28,0	+ 28,1	+ 28,5	+ 29,0	+ 29,7	+ 30,6	+ 31,7	+ 32,8	+ 34,0	55
50	+ 33,0	+ 33,1	+ 33,5	+ 34,0	+ 34,8	+ 35,7	+ 36,7	+ 37,9	+ 39,1	50
45	+ 38,0	+ 38,1	+ 38,5	+ 39,0	+ 39,8	+ 40,7	+ 41,8	+ 43,0	+ 44,2	45
40	+ 43,0	+ 43,1	+ 43,5	+ 44,1	+ 44,8	+ 45,8	+ 46,9	+ 48,1	+ 49,3	40
35	+ 48,0	+ 48,1	+ 48,5	+ 49,1	+ 49,9	+ 50,9	+ 52,0	+ 53,2	+ 54,4	35
30	+ 53,0	+ 53,1	+ 53,5	+ 54,1	+ 54,9	+ 55,9	+ 57,1	+ 58,3	+ 59,5	30
25	+ 58,0	+ 58,1	+ 58,5	+ 59,2	+ 59,9	+ 61,0	+ 62,2	+ 63,4	+ 64,7	25
20	+ 63,0	+ 63,1	+ 63,6	+ 64,2	+ 65,1	+ 66,2	+ 67,4	+ 68,7	+ 70,0	20
15	+ 68,0	+ 68,2	+ 68,6	+ 69,3	+ 70,3	+ 71,5	+ 72,7	+ 74,1	+ 75,4	15
10	+ 73,0	+ 73,2	+ 73,7	+ 74,6	+ 75,7	+ 77,0	+ 78,5	+ 80,0	+ 81,5	10

Tafel V. Werthe von  $v_1$ .

$\beta$	$d \odot$						$\beta$
	57' 10"	57' 50"	58' 30"	59' 10"	59' 50"	60' 30"	
0 <sup>o</sup>	0 <sup>km</sup> ,134	0 <sup>km</sup> ,136	0 <sup>km</sup> ,137	0 <sup>km</sup> ,139	0 <sup>km</sup> ,140	0 <sup>km</sup> ,142	0 <sup>o</sup>
10	0,132	0,134	0,135	0,137	0,138	0,140	10
20	0,126	0,128	0,129	0,131	0,132	0,134	20
30	0,116	0,118	0,119	0,120	0,122	0,123	30
40	0,103	0,104	0,105	0,106	0,108	0,109	40
45	0,095	0,096	0,097	0,098	0,099	0,101	45
50	0,086	0,087	0,088	0,089	0,090	0,091	50
55	0,077	0,078	0,079	0,079	0,081	0,082	55
60	0,067	0,068	0,069	0,069	0,070	0,071	60
65	0,057	0,057	0,058	0,059	0,059	0,060	65
70	0,046	0,046	0,047	0,047	0,048	0,049	70
71	0,044	0,044	0,045	0,045	0,046	0,046	71
72	0,041	0,042	0,042	0,043	0,043	0,044	72
73	0,039	0,040	0,040	0,041	0,041	0,042	73
74	0,037	0,037	0,038	0,038	0,039	0,039	74
75	0,035	0,035	0,036	0,036	0,036	0,037	75
76	0,032	0,033	0,033	0,034	0,034	0,034	76
77	0,030	0,030	0,031	0,031	0,032	0,032	77
78	0,028	0,028	0,029	0,029	0,029	0,030	78
79	0,026	0,026	0,026	0,027	0,027	0,027	79
80	0,023	0,024	0,024	0,024	0,024	0,025	80

$\beta$	$d \odot$						$\beta$
	57' 10"	57' 50"	58' 30"	59' 10"	59' 50"	60' 30"	

Ebenso wie die Beobachtungen zur Bestimmung der Rotationszeit der Sonne in den Jahren 1887—1889, sind die Beobachtungen in 1899—1901 streng differentiell, indem nur die Entfernung zweier Spectrallinien, nämlich<sup>1</sup>:

$$\begin{aligned} 6301,718 & \text{ Fe} \\ 6302,209 & \text{ A(O)} \end{aligned}$$

gemessen wurde. Ich habe dieses Linienpaar dem in Lund gemessenen<sup>1</sup>:

$$\begin{aligned} 6302,709 & \text{ Fe} \\ 6302,975 & \text{ A(O)} \end{aligned}$$

<sup>1</sup> H. A. ROWLAND. *A Preliminary Table of Solar Spectrum Wave-Lengths.*

vorgezogen, weil es mir weit weniger leicht erschien, mich der Entfernung jener Linien in Theilen eines Umganges der Mikrometerschraube zu erinnern, wodurch grössere Unbefangenheit bei den Messungen zu erreichen war. Ausserdem habe ich für die Bestimmung des sogenannten Reductionsfactors die Entfernung von zwei und zwei der folgenden Linien gemessen:

6252,773  
 6278,303  
 6301,718 (in 1901)  
 6302,709 (in 1899 und 1900)  
 6322,907  
 6337,048.

Eine Correction, welche bei den Messungen der Linienverschiebungen zu Lund noch angebracht werden musste, nämlich der Factor *Sec*  $\psi^1$ , fiel bei meinen Beobachtungen zu Upsala ganz weg. Diese Correction war aus dem Grunde anzubringen, weil während der Beobachtungen zu Lund der Punct, an welchem die Linienverschiebung gemessen werden musste, mehr oder weniger weit innerhalb der Sonnenscheibe fiel, da das feine Fadenkreuz, das auf die Spectrallinien eingestellt wurde, am Rande selbst nicht gut sichtbar war. Bei den Messungen zu Upsala bestand, wie oben erwähnt, die Marke in einer Nadel, welche sich ausserhalb des Spektralbandes befand. Nur die feine Spitze berührte von aussen dieses Band, ohne in dasselbe hineinzuragen. Der Punct, an welchem bei dieser Anordnung die Verschiebung gemessen wurde, lag also genau am Sonnenrande, und die Correction *Sec*  $\psi$  war folglich nicht anzubringen.

Bei den Messungen zur Bestimmung des Reductionsfactors wurde ganz im Gegentheil der Spalt so genau wie möglich auf die Mitte der Sonnenscheibe eingestellt, gerade weil dort und in der Nähe dieses Punctes die Spektrallinien durch die Rotation der Sonne nicht verschoben werden und deshalb eine geringe Änderung in der Lage des Spaltes ohne Einfluss auf die Entfernung zweier Spektrallinien wäre, selbst wenn die eine von diesen Linien, wie dies thatsächlich der Fall war, eine durch Absorption durch den Sauerstoff in der Erdatmosphäre hervorgebrachte, die andere dagegen eine in den Hüllen der Sonne entstandene war. Bei dem vorzüglichen Gange des REPSOLDSchen Mo-

<sup>1</sup> *Sur la Rotation du Soleil*. S. 50.

tors am Refractor war übrigens eine solche Veränderung durchaus nicht zu befürchten.

Aus allen solchen Messungen in einem Sommer, wenn nämlich während dieser Zeit das Spektroskop unverändert am Refractor geblieben war, wurde nun der Reductionsfactor in folgender Weise berechnet.

Der Reductionsfactor ist die Zahl, womit die am Spektroskope gemessene Entfernung zweier Spektrallinien multiplicirt werden muss, um die Differenz ihrer Wellenlängen zu erhalten. Wenn folglich die Wellenlängen der zwei Spektrallinien  $\lambda$ , resp  $\lambda'$  sind und  $D$  ihre am Mikrometer des Spektroskops gemessene Entfernung, so ist:

$$R = \frac{\lambda' - \lambda}{D} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (18)$$

Dieser Factor ist nicht für alle Theile des Spektrums constant, sondern variirt mit der Wellenlänge. Man hat für ein Spektroskop von der Construction wie das hiesige, wenn  $m$  die Ordnung des Spektrums,  $e$  die Entfernung zweier consecutiver Striche des Gitters,  $\alpha$  und  $\alpha'$  die Deviationen zweier Spektrallinien mit den Wellenlängen  $\lambda$  und  $\lambda'$  sind:

$$2 \sin \alpha = \frac{m\lambda}{e} ; \quad 2 \sin \alpha' = \frac{m\lambda'}{e} ,$$

folglich durch Subtraction:

$$4 \sin \frac{1}{2} (\alpha' - \alpha) \cos \frac{1}{2} (\alpha' + \alpha) = \frac{m}{e} (\lambda' - \lambda) .$$

Bei den Messungen, um die es sich hier handelt, ist aber  $\alpha' - \alpha$  ein kleiner Winkel. Folglich:

$$2 (\alpha' - \alpha) \cos \frac{1}{2} (\alpha' + \alpha) = \frac{m}{e} (\lambda' - \lambda) ,$$

und da  $\alpha' - \alpha = D$  , nach (18):

$$R = \frac{\lambda' - \lambda}{\alpha' - \alpha} = \frac{2e \cos \frac{1}{2} (\alpha' + \alpha)}{m} .$$

In derselben Weise erhält man für eine mittlere Wellenlänge  $\lambda_0$ :

$$R_0 = \frac{2e \cos \alpha_0}{m}$$



oder:

$$\frac{R_0}{R} = \frac{\text{Cos } \alpha_0}{\text{Cos } \frac{1}{2} (\alpha' + \alpha)},$$

oder:

$$R_0 = R \text{ Cos } \alpha_0 \text{ Sec } \frac{1}{2} (\alpha' + \alpha) \dots \dots \dots (19)$$

Die Winkel  $\alpha_0$  und  $\frac{1}{2} (\alpha' + \alpha)$  können aus den folgenden Gleichungen berechnet werden:

$$\left. \begin{aligned} 2 \text{ Sin } \alpha_0 &= \frac{m \lambda_0}{e} \\ 2 \text{ Sin } \frac{1}{2} (\alpha' + \alpha) &= \frac{m (\lambda' + \lambda)}{2e} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (20)$$

hierbei ist in der zweiten Gleichung  $\text{Cos } \frac{1}{2} (\alpha' - \alpha) = 1$  gesetzt.

Es sei nunmehr  $R$  der Factor, womit man von  $\lambda_0$  auf  $\lambda$  reduciren kann, so muss statt  $\lambda'$  und  $\alpha'$   $\lambda_0$  und  $\alpha_0$  geschrieben werden. Man hat dann:

$$\left. \begin{aligned} \text{Sin } \alpha_0 &= \frac{m}{2e} \cdot \lambda_0 \\ \text{Sin } \frac{1}{2} (\alpha + \alpha_0) &= \frac{m}{2e} \cdot \frac{1}{2} (\lambda + \lambda_0) \\ R &= R_0 \text{ Sec } \alpha_0 \text{ Cos } \frac{1}{2} (\alpha + \alpha_0) \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (21)$$

und:

$$\left. \begin{aligned} \lambda &= \lambda_0 + DR \\ \lambda - \lambda_0 &= DR_0 \text{ Sec } \alpha_0 \text{ Cos } \frac{1}{2} (\alpha + \alpha_0) \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (22)$$

Ich gehe nun zu den aus den Beobachtungen gefundenen Resultaten über und werde jedes Jahr für sich behandeln.

In 1898 wurden die folgenden Messungen gemacht:

1898	6252,773	6278,303	6322,907	6337,048
Tag	-6278,303	-6302,709	-6302,709	-6322,907
Aug. 13	-37,7862	-36,299	+30,088	
» 14	822	231	120	+21,168
Mittel:	-37,842	-36,265	+30,104	+21,168

Die Messungen in 1899 ergaben:

1899	6252,773	6278,303	6322,907	6337,048
Tag	-6278,303	-6302,709	-6302,709	-6322,907
Juni 28	-37,7985	-36,473	+30,306	+21,247
Juli 4	955	410	242	237
» 5	949	390	272	241
» 6	937	409	212	258
» 10	927	454	241	203
» 11	949	395	231	231
» 13	948	368	258	256
» 14	982	417	278	276
» 15	969	443	292	276
» 16	1010	472	256	266
» 17	959	408	234	239
» 18			239	
» »			221	
» »	994	425	273	261
» 21	912	365	217	246
» 22	932	385	214	248
» 24	907	365	173	225
» 25	948	398	203	242
» 26	969	389	210	252
» 27	869	373	179	225
» 31	951	412	244	267
Aug. 2	882	405	221	230
» 4	960	380	200	266
» 5	922	443	233	237
» 6	977	385	218	267
» 9	941	418	224	259
» 14	928	400	223	264
» 15	942	398	214	244
» 16	925	405	186	239
Mittel:	-37,946	-36,408	+30,232	+21,248

In 1900 wurde gefunden:

<i>1900</i>	<i>6252,773</i>	<i>6278,303</i>	<i>6301,718</i>	<i>6322,907</i>	<i>6337,048</i>
<i>Tag</i>	<i>-6278,303</i>	<i>-6302,709</i>	<i>-6302,709</i>	<i>-6302,709</i>	<i>-6322,907</i>
April 20	-38,041	-36,537	-1,487	+30,328	+21,289
» 22	039	531		293	264
» 26			509		
» 26	048	541	512	320	277
» 30	027	509	499	327	272
Mai 2	031	493	483		
» 3	040	492	507	322	280
» 4	004	477		298	273
» 5	009	489		294	278
» 6	013	492		319	276
» 7	002	495		307	290
» 8	008	492		325	267
Juni 21	-37,980	496		304	269
» 22	-38,029	532		305	291
» 26	013	487		310	254
» 28	-37,997	466		282	245
Juli 5	-38,033	536		294	286
» 12	026	482		303	253
» 14	-37,963	514		317	260
Mittel:	-38,017	-36,503	-1,499	+30,309	+21,272

Und in 1901:

<i>1901</i>	<i>6252,773</i>	<i>6278,303</i>	<i>6322,970</i>	<i>6337,048</i>
<i>Tag</i>	<i>-6278,303</i>	<i>-6301,718</i>	<i>-6301,718</i>	<i>-6322,907</i>
Juli 3	-38,047	-35,029	+31,831	+21,318
Juli 6	-37,916	-34,873	+31,715	+21,207
» 7	885	885	697	214
» 10	909	890	673	182
» 11	892	885	694	219
» 12	947	870	680	210
» 13	896	879	682	222
» 15	898	884	672	217
» 20	888	850	680	210
» 21	887	884	690	218
» 22	914	872	704	218
» 23	909	872	705	210
» 25	912	875	704	238
» 26	913	875	696	235
Mittel:	-37,905	-34,877	+31,692	+21,215

In diesem Jahre war es nöthig, die Beobachtung am Juli 3 für sich zu behandeln, da zwischen diesem Tage und dem folgenden das Spektroskop abgenommen und Änderungen an demselben gemacht wurden. Für dieses Jahr hat man folglich zwei verschiedene Reductionsfactoren, davon den ersten nur für Juli 3, den zweiten für alle die anderen Tage. Nachdem die für die Linie 6302,709 geltenden Reductionsfactoren auf die Linie 6301,718 reducirt worden waren, erhielt ich die folgenden Werthe:

<i>Jahr</i>	<i>log R</i>
1898	1,203352
1899	1,202009
1900	1,201129
1901 <sub>I</sub>	1,200698
1901 <sub>II</sub>	1,202555

Aus diesen Reductionsfactoren und den in 1899 und 1900 direct gemessenen Entfernungen der Linien wurden nun die folgenden Werthe der Wellenlänge der Linie 6302,709 gefunden. Hier giebt die erste Columne die Linie an, aus deren von ROWLAND angegebene Wellenlänge die gesuchte Wellenlänge bestimmt wurde.

$\lambda$	1899	1900	Mittel
6252,773	6302,712	6302,717	6302,715
6301,718		719	719
6322,907	720	715	717
6337,048	714	715	715
Mittel	6302,715	6302,716	6302,716

In derselben Weise wird für die Linie 6301,718 gefunden:

$\lambda$	1901
6252,773	6301,719
6322,907	718
6337,048	718
Mittel	6301,718

Die Messungen an der terrestrischen Linie 6278,303 sind hierbei ausgeschlossen worden, da die Wellenlänge dieser Linie nicht wie die der anderen Linien durch die Bahnbewegung der Erde beeinflusst wird. Die aus den Messungen der Entfernungen zwischen dieser Linie und den Linien 6301,718 und 6302,709 hergeleiteten Wellenlängen dieser zwei Linien müssten daher unrichtig werden. Die aus den anderen

Linien gefundenen Wellenlängen stimmen, wie man sieht, ausserordentlich gut unter sich überein. Von den ROWLANDSchen Wellenlängen weichen sie um 0,000, resp. + 0,007 ÅNGSTRÖMSche Einheiten ab. Im Mittel aus meinen Messungen in 1887, 1888 und 1889 habe ich gefunden 6301,721 und 6302,717. Die Abweichung der obigen von mir gefundenen Wellenlängen von diesen beträgt resp. - 0,003 und - 0,001 ÅNGSTRÖMSche Einheiten. Wie man sieht, ist bei diesen Berechnungen keine Rücksicht auf die zwei Messungen in 1898 und auf die vereinzelt Messung am 3 Juli 1901 genommen. Die Mittelzahl aus den Messungen an 6 Tagen in 1900 an der Linie 6301,718 ist mit nur halbem Gewicht gegen die anderen, auf beträchtlich zahlreicheren Messungen an den anderen Linien beruhenden Mittelzahlen angenommen.

Ich gehe hiermit zu den Beobachtungen zur Bestimmung der Differenz der Verschiebungen der Eisenlinie 6301,718 an entgegengesetzten Puncten des Sonnenrandes und deren Berechnung über. Ich will hier, um das Verfahren klarer zu machen, die vollständigen Beobachtungen am 10 Juli 1901, bei der heliocentrischen Breite  $\pm 45^\circ$  und deren Berechnung citiren.

### I. Beobachtungen.

Nachdem das Spektroskop auf den für diese Breite passenden Positionswinkel =  $350^\circ$  eingestellt worden war, wurde das Sonnenspektrum eingestellt, und das Fernrohr in Declination verschoben, bis die eine Nadelspitze bei der Drehung des Instruments um die Stundenachse mit der Nordseite des Sonnenspektrums eben in Berührung kam, ohne irgendwo in dasselbe hineinzuragen. Der Kreis zeigte  $22^\circ 10'$ , das Mikroskop +  $0^s,58$ , was einer Ablesung von  $22^\circ 11' 57''$  entspricht. Eine schon im voraus berechnete Ephemeride zeigte, dass der Punct am Ostrande der Sonne an  $45^\circ$  heliocentrischer Breite um  $4' 56''$  südlicher, d. h. bei der Kreisablesung  $22^\circ 7' 1'' = 22^\circ 0' + 2^s,085$  am Mikroskop lag. Das Mikroskop wurde folglich auf  $2^s,085$  eingestellt, und das Fernrohr mit Hülfe der Declinationsfeinschraube verschoben, bis der Theilstrich  $22^\circ 0'$  in der Mitte der beiden Fäden des Mikroskops stand. Das Instrument wurde nun mit Hülfe der anderen Feinschraube um die Stundenachse gedreht, bis dieselbe Nadelspitze das am Ostrande der Sonne erzeugte Spektrum gerade berührte. Ebenso wie bei der Einstellung am Spektrum des Nordrandes befand sich jetzt die ganze Nadel ausserhalb des Sonnenspektrums, konnte aber gegen das Luft-



spektrum sehr gut gesehen werden. Während das Fernrohr mittels des Uhrwerks und, wenn erforderlich, mit Nachhülfe der Stundenwinkel-feinschraube so geführt wurde, dass die Nadelspitze fortwährend das Sonnenspektrum berührte, wurden mit Hülfe der Mikrometerschraube des Spektroskops Einstellungen der Nadelspitze alternativ auf die eine und andere der Linien 6301,718 und 6302,209 bei alternativ vorwärts und rückwärts gehender Drehung der Schraube gemacht, bis in diesem Falle vier, in anderen noch mehr, Einstellungen an jeder Linie gemacht waren.

Dann wurde das Mikroskop wieder abgelesen. Es zeigte  $+ 2^r,066$ . Darauf wurde das Fernrohr wieder so eingestellt, dass die Nadelspitze den nördlichsten Punkt des Spektrums berührte. Die Ablesung war dann  $22^{\circ} 10' + 0^r,54$ .

Es wurde nun das Fernrohr so eingestellt, dass die andere Nadelspitze den unteren Rand des von dem südlichsten Punkte der Sonne erzeugten Spektrums berührte. Die Ablesung war  $21^{\circ} 40' + 0^r,17 = 21^{\circ} 40' 34''$ . Die Einstellung auf  $- 45^{\circ}$  heliocentrische Breite war folglich  $21^{\circ} 45' 30'' = 21^{\circ} 40' + 1^r,63$ . Nach Einstellung auf jene Breite am Westrande der Sonne wurde wieder die Entfernung der zwei Spektrallinien vier Mal gemessen. Die nachher erfolgte Ablesung des Mikroskops ergab jetzt  $+ 1^r,64$ , und nach neuer Einstellung auf den Rand des Sonnenspektrums wurde  $21^{\circ} 40' + 0^r,09$  abgelesen. Diese Beobachtungen wurden zwischen  $2^h 0^m$  und  $2^h 33^m$  Sternzeit gemacht. Das Thermometer variierte von  $+ 24^{\circ},8$  bis  $25^{\circ},4$ .

## II. Berechnungen.

Nordrand der  $\odot$ , Mittel =  $22^{\circ} 11' 53''$  Südrand der  $\odot$ , Mittel =  $21^{\circ} 40' 26''$   
 Einstellung am Ostrand =  $22^{\circ} 6' 57''$  Einstellung am Westrand =  $21^{\circ} 45' 29''$   
 Differenz =  $4' 56''$  Differenz =  $5' 3''$

<i>Ostrand</i>		<i>Westrand</i>	
6301,718	6302,209	6301,718	6302,209
18 <sup>r</sup> ,498	19 <sup>r</sup> ,290	18 <sup>r</sup> ,630	19 <sup>r</sup> ,346
530	316	634	354
504	264	626	316
506	264	636	323
Mittel 18 <sup>r</sup> ,510	19,284	Mittel W. 18 <sup>r</sup> ,632	19,335
Red. + 0,051	+ 0,051	Mittel O. 18,561	
18 <sup>r</sup> ,561	19,335	$\mathcal{A}_0 - \mathcal{A}_v = + 0^r,071$	

$A_0 - A_r$  ist also die Linienverschiebung Ost—West.  $A\delta = 5' 0''$  ist die Mittelzahl der Declinationsdifferenzen zwischen dem nördlichsten resp. südlichsten Punkte der Sonnenscheibe und den Punkten am östlichen, resp. westlichen Rande, wo die Linienverschiebungen gemessen wurden.

Dem Berliner Jahrbuche wurde nun entnommen: Declination der Sonne  $\delta = 22^\circ 20'$ ; folglich (Tafel I)  $p - P = -7^\circ,3$ . Länge der Sonne  $\odot = 107^\circ,2$ . Tägliche Variation  $d\odot = 57' 11''$ . Halbmesser der Sonne  $r = 15' 44''$ .

Es sind ausserdem:  $\Omega = 75^\circ,1$ ; folglich:  $\odot - \Omega = 32^\circ,1$ .

Der Positionswinkel des am Ostrande beobachteten Puncts  $P$  wird nun aus  $\text{Cos } P = \frac{r - A\delta}{r} = \frac{10' 44''}{15' 44''} = \frac{644}{944}$  berechnet.

$\log (r - A\delta) = 2,80889$	$A_0 - A_r = + 0^r,071$
$\log r = 2,97493$	$\log (A_0 - A_r) = 8,8513$
$\log \text{Cos } P = 9,83396$	$\log \text{Sec } \eta = 0,0018$
$P = 47^\circ,0$	$\log \text{Reductionsfactor} = 1,2026$
$p - P = -7,3$	$\log v = 0,0557$
$p = 39^\circ,7$	$v = + 1,14 \text{ Kilom.}$
$\pi - p \text{ (Taf. II)} = 6,1$	$v_1 \text{ (Taf. V)} = + 0,10 \text{ »}$
$\pi = 45^\circ,8$	$v + v_1 = + 1,24 \text{ Kilom.}$
$\eta \text{ (Taf. III)} = 5^\circ,2$	
$\beta \text{ (Taf. IV)} = 38^\circ,4$	

Hier ist  $v$  die synodische Linienverschiebung;  $v + v_1$  die siderische.

In der hier angegebenen Weise wurden alle die Beobachtungen aus den Jahren 1898—1901 reducirt, so dass für jede solche der Winkel  $\pi$ , d. h. die heliocentrische Polardistanz des Puncts, an welchem die Linienverschiebung gemessen wurde, und die siderische Linienverschiebung  $v + v_1$  gefunden wurden. Ausserdem wurden für alle Beobachtungen aus den Jahren 1887, 1888 und 1889 die  $v_1$  berechnet und zu den Seite 64 bis 72 incl. in *Sur la Rotation du Soleil* gegebenen  $v$  hinzugefügt. Bei der Ausarbeitung dieser Abhandlung hatte ich nämlich keine Rücksicht auf den Einfluss der Bahnbewegung der Erde genommen.

Die Resultate meiner sämtlichen Beobachtungen sind in den folgenden Tabellen enthalten.

$$\pi = 90^{\circ}$$

1887			1888		
	$v + v_1$	$\pi$		$v + v_1$	$\pi$
Juni 3	2,38	89,1	Mai 22	2,02	89,5
» 3	1,97	89,7	» 22	2,11	90,0
» 4	1,92	88,5	» 23	1,90	89,6
» 11	2,29	89,8	» 23	1,79	89,9
» 18	2,29	90,0	» 24	1,92	90,0
» 19	2,18	89,9	» 29	2,07	89,4
» 23	2,06	89,4	Juni 6	1,88	89,9
» 24	2,13	89,4	» 6	1,86	89,9
» 25	2,43	89,6	» 12	1,99	90,0
» 29	2,21	89,9	» 13	2,01	89,9
» 30	2,04	88,8	» 13	1,81	89,2
Juli 1	1,92	88,5	» 20	2,01	89,3
» 2	2,06	89,5	» 21	1,82	89,7
» 3	1,80	89,6	» 21	2,08	89,6
» 8	2,01	89,0	» 22	2,49	89,4
» 12	1,91	86,3	» 24	1,88	89,2
» 13	2,04	89,6	» 24	2,01	89,9
» 14	2,02	89,3	» 25	1,92	89,8
» 22	1,94	89,5	» 26	1,85	89,9
» 23	1,81	89,8	» 27	1,72	89,4
» 23	2,06	89,7	Juli 16	2,37	89,9
» 26	2,10	90,0	» 20	2,36	89,2
» 26	2,40	90,0	» 20	2,23	90,0
» 27	2,31	89,9	» 21	1,97	89,8
» 28	2,11	89,8	» 25	2,04	90,0
» 30	2,16	89,6	» 27	2,14	89,1
» 30	2,21	89,9	» 28	2,11	89,7
» 31	1,94	89,0	Aug. 1	1,87	89,9
Aug. 4	2,20	89,8	» 2	2,00	90,0
» 5	2,39	89,7	» 3	2,00	89,9
» 5	2,06	90,0	» 3	1,98	89,7
» 6	1,97	88,2	» 4	2,10	89,4
» 6	2,29	89,6	» 7	2,25	89,7
			» 7	2,20	89,8
			» 9	1,96	89,2
1888			» 11	1,95	89,8
Mai 5	2,28	89,4	» 12	1,67	90,0
» 10	1,68	90,0	» 12	1,80	89,9
» 12	2,25	89,9	» 13	2,08	90,0
» 16	1,98	89,8	» 20	2,15	90,0
» 19	2,39	89,6	» 20	2,28	89,7
» 19	2,19	89,9	» 21	2,00	89,9
» 20	2,10	89,9			



1889			1899		
	$v + v_1$	$\pi$		$v + v_1$	$\pi$
Mai 23	2,17	89 <sup>o</sup> ,6	Juli 21	2,00	89 <sup>o</sup> ,6
» 24	2,03	89,5	» 22	1,76	89,2
» 24	2,30	90,0	» 24	1,84	89,3
» 25	2,17	89,9	» 25	1,86	90,0
» 28	2,22	89,2	» 26	2,02	88,9
Juni 2	1,96	88,5	» 27	1,75	89,4
» 2	2,18	90,0	» 28	2,26	89,9
» 3	2,11	89,6	» 30	2,03	89,2
» 3	1,55	89,8	» 31	2,29	89,7
» 4	2,14	89,9	Aug. 1	2,13	89,9
» 5	2,28	90,0	» 2	1,97	89,8
» 6	2,26	89,4	» 4	2,11	89,0
» 7	2,27	89,7	» 5	1,84	89,5
» 7	2,38	89,8	» 6	2,13	89,4
» 8	1,96	89,5	» 8	2,26	89,6
» 11	2,34	89,7	» 9	1,99	89,7
13	2,18	89,8	» 14	2,19	89,6
» 14	2,23	89,7	» 15	1,94	89,6
» 14	2,22	89,8	» 16	2,03	87,9
» 15	2,01	89,7			
» 15	2,42	89,9	1900		
» 16	2,42	89,7	April 20	1,89	89,9
» 17	2,50	87,5	» 22	1,78	89,7
» 18	2,47	89,5	» 26	2,44	89,9
			» 27	2,31	89,8
1898			» 30	2,21	89,9
Aug. 15	2,20	89,9	Mai 1	1,99	90,0
» 15	1,54	89,9	» 3	2,23	89,7
1899			» 4	1,86	89,7
Juli 3	2,28	87,3	» 5	2,08	89,7
» 5	2,19	87,7	» 6	2,21	89,8
» 6	1,96	90,0	» 7	2,34	89,6
» 10	2,33	89,1	» 8	1,96	89,9
» 11	1,77	90,0	Juni 4	3,01	89,4
» 12	1,92	89,6	» 21	2,80	89,9
13	1,61	88,7	» 22	1,64	89,3
» 14	1,55	90,0	» 26	2,52	89,7
» 15	1,98	89,7	» 28	2,36	89,7
» 16	1,55	89,7	Juli 2	1,45	89,8
17	1,73	89,6	» 5	2,42	89,8
» 18	1,89	89,4	» 12	2,44	89,7
» 19	2,06	89,5	» 13	1,71	90,0
» 20	1,30	89,5	» 14	1,44	89,7

1901			1901		
	$v + v_1$	$\pi$		$v + v_1$	$\pi$
Juni 24	1,32	89 <sup>0</sup> ,7	Juli 15	2,26	89 <sup>0</sup> ,8
Juli 3	1,51	89,8	» 19	2,31	89,9
» 5	1,18	89,9	» 20	2,24	89,8
» 6	2,40	89,7	» 21	2,51	89,9
» 7	2,41	90,0	» 22	2,13	89,8
» 10	2,43	90,0	» 23	2,27	89,5
» 11	2,27	89,9	» 24	2,10	88,4
» 12	2,42	90,0	» 25	1,91	90,0
» 13	1,92	89,6	» 26	2,05	89,7
» 14	2,32	89,5			

$$\pi = 75^0$$

1887			1887		
	$v + v_1$	$\pi$		$v + v_1$	$\pi$
Juni 3	2,33	74 <sup>0</sup> ,1	Juli 30	2,00	75 <sup>0</sup> ,1
» 3	2,29	75,5	» 31	1,95	75,0
» 3	2,04	75,6	Aug. 4	2,02	75,0
» 4	1,55	75,9	» 5	1,73	75,3
» 4	2,23	75,9	» 5	2,06	75,1
» 15	2,10	80,6	» 6	2,00	74,9
» 16	2,10	81,0	» 6	2,02	74,7
» 17	1,99	77,7			
» 18	2,18	75,1	1888		
» 18	1,63	69,4	Mai 5	2,12	74,3
» 19	2,32	74,9	» 10	1,65	74,9
» 24	1,33	72,1	» 12	2,03	74,5
» 25	2,10	74,7	» 16	2,10	75,1
» 25	1,78	74,2	» 19	2,23	74,7
» 29	2,12	74,4	» 19	1,93	75,1
» 30	1,87	74,5	» 20	2,00	74,8
Juli 1	2,00	73,8	» 20	1,67	75,3
» 2	2,03	74,5	» 22	1,78	74,2
» 3	1,94	74,4	» 22	1,66	74,8
» 12	2,08	73,4	» 23	1,88	74,8
» 13	1,94	73,2	» 24	2,10	74,7
» 14	2,33	74,8	» 29	2,15	74,9
» 22	2,06	74,0	Juni 6	1,82	75,1
» 23	1,87	75,6	» 6	1,73	75,8
» 23	1,67	75,1	» 12	2,27	74,9
» 26	1,95	74,5	» 13	1,79	75,1
» 27	2,00	75,2	» 13	1,62	75,1
» 28	1,97	74,6	» 20	1,85	75,3
» 30	1,62	75,1	» 21	1,93	75,2

ÜBER DIE ROTATION DER SONNE.

1888	$v + v_1$	$\pi$	1889	$v + v_1$	$\pi$
Juni 21	1,93	75 <sup>0</sup> ,0	Juni 15	2,21	75 <sup>0</sup> ,0
» 22	1,94	75,6	» 16	2,04	75,0
» 22	1,41	74,3	» 17	2,24	74,7
» 24	1,95	75,0	» 18	2,40	74,9
» 24	1,89	75,1			
» 25	1,69	75,1	1898		
» 26	1,75	74,6	Aug. 15	1,71	75,0
» 27	1,50	75,1	» 15	1,42	75,0
Juli 16	2,10	74,8			
» 20	1,85	75,3	1899		
» 20	1,64	74,9	Juni 28	2,06	75,0
» 21	2,23	75,1	Juli 5	1,76	75,2
» 27	2,06	74,7	» 6	2,39	75,4
Aug. 1	1,83	74,9	» 10	1,97	73,6
» 3	2,26	73,5	» 11	2,17	75,0
» 3	1,70	74,4	» 12	1,01	75,4
» 4	2,16	75,0	» 13	1,77	75,2
» 7	1,77	74,9	» 14	1,46	74,9
» 7	1,79	74,9	» 15	2,09	74,1
» 11	1,95	74,9	» 16	1,84	74,9
» 12	2,11	75,0	» 17	1,87	75,1
» 21	2,12	75,2	» 18	1,70	74,9
			» 19	2,06	74,7
1889			» 20	1,34	75,0
Mai 23	2,05	74,8	» 21	1,76	75,2
» 24	2,11	74,7	» 22	2,03	75,0
» 24	2,07	74,9	» 24	2,16	75,1
» 25	1,87	75,1	» 25	2,13	75,1
» 28	1,99	74,7	» 26	2,02	74,7
Juni 2	1,70	74,7	» 27	1,95	74,9
» 2	1,86	75,0	» 28	1,31	74,8
» 3	2,16	74,6	» 30	2,05	75,2
» 4	2,00	74,9	» 31	1,78	74,9
» 4	1,99	75,1	Aug. 2	2,02	74,6
» 5	2,18	75,2	» 3	2,07	74,6
» 6	2,04	75,7	» 4	1,83	74,8
» 7	1,89	74,8	» 5	1,86	74,7
» 7	2,14	75,0	» 6	2,02	74,5
» 8	1,97	74,6	» 8	1,97	74,7
» 11	1,89	75,0	» 9	1,97	74,8
» 13	2,02	75,5	» 14	2,13	73,9
» 14	1,99	74,7	» 15	1,96	74,9
» 14	2,10	75,0	» 16	2,33	74,5
» 15	2,07	75,2			

1900	$v + v_1$	$\pi$	1901	$v + v_1$	$\pi$
April 20	1,63	74 <sup>0</sup> ,7	Juni 24	2,35	75 <sup>0</sup> ,7
» 22	2,11	74,6	Juli 3	2,20	75,0
» 26	1,66	75,0	» 5	1,71	75,3
» 27	2,15	75,0	» 6	2,24	74,7
» 30	2,63	74,8	» 7	2,30	75,2
Mai 1	1,90	75,0	» 10	1,81	75,7
» 3	1,74	74,6	» 11	1,78	74,8
» 4	1,83	74,9	» 12	1,33	75,2
» 5	1,90	74,7	» 13	1,92	75,0
» 6	2,39	74,6	» 14	2,02	75,3
» 7	1,64	74,5	» 15	1,73	75,2
» 8	1,79	74,6	» 19	1,79	75,2
Juni 4	1,46	75,3	» 20	2,11	74,8
» 21	2,24	80,7	» 21	2,40	75,5
» 22	2,23	75,2	» 22	2,24	75,4
» 28	1,75	75,1	» 23	2,09	74,9
Juli 2	2,20	74,3	» 24	2,26	75,4
» 5	2,28	75,4	» 25	2,31	75,1
» 11	1,79	75,2	» 26	1,62	74,6
» 12	2,17	75,1			
» 13	2,15	75,1			

$$\pi = 60^0$$

1887	$v + v_1$	$\pi$	1887	$v + v_1$	$\pi$
Juni 11	1,82	64 <sup>0</sup> ,2	Juli 26	1,60	59 <sup>0</sup> ,7
» 17	1,70	60,4	» 27	1,78	60,1
» 18	1,54	60,1	» 28	1,74	61,1
» 19	1,70	59,7	» 30	1,70	60,1
» 24	1,48	60,8	» 30	1,24	59,8
» 29	1,44	59,4	» 31	1,42	60,3
» 30	1,55	59,6	Aug. 4	1,63	60,1
Juli 1	2,18	59,0	» 5	1,75	60,0
» 2	1,62	59,4	» 5	1,77	60,1
» 3	1,60	59,4	» 6	1,69	60,2
» 4	1,64	58,9	» 6	1,38	59,9
» 12	1,76	58,6			
» 13	1,78	59,1	1888		
» 14	1,96	59,7	Mai 10	1,47	59,9
» 22	1,95	60,0	» 11	1,64	60,2
» 23	1,66	60,1	» 12	1,93	60,0
» 23	1,57	60,0	» 16	1,77	60,6
» 26	2,04	60,6	» 19	2,01	60,0

1888			1888		
	$v + v_1$	$\pi$		$v + v_1$	$\pi$
Mai 19	1,77	59 <sup>0</sup> ,8	Aug. 21	2,10	60 <sup>0</sup> ,1
" 20	2,15	59,8	" 21	1,65	59,8
» 20	1,82	60,1			
" 22	1,66	59,9	1889		
» 22	1,99	60,0	Mai 23	1,54	60,1
» 23	1,71	59,8	" 24	1,88	60,0
" 24	1,70	60,0	» 24	1,80	60,2
» 24	1,50	61,0	" 25	1,65	59,8
" 29	1,83	59,7	» 28	1,63	59,6
Juni 6	1,90	60,1	Juni 2	1,61	60,1
" 6	1,46	60,1	" 2	1,75	60,1
» 12	1,58	60,1	» 3	1,55	59,6
» 13	1,68	60,1	" 4	1,44	60,4
» 13	1,69	60,5	» 4	1,78	60,3
» 20	1,34	59,4	» 6	1,94	59,7
» 21	1,61	59,9	» 7	1,99	59,6
» 21	1,72	59,6	» 7	1,86	60,2
» 22	1,55	60,3	" 8	1,93	60,3
" 22	1,15	59,3	" 11	1,82	59,8
» 24	1,79	60,2	» 13	1,64	60,4
» 24	1,48	60,2	» 14	1,77	59,8
» 25	1,84	60,1	" 14	1,93	60,0
" 26	1,97	60,0	" 15	1,63	59,9
» 27	1,62	60,3	" 15	1,85	61,1
Juli 16	1,36	59,7	" 16	2,24	59,8
» 20	2,01	60,2	» 17	1,62	60,0
" 20	1,79	59,9	» 18	2,01	59,5
» 21	1,52	59,7			
» 27	1,11	60,0	1898		
» 28	1,86	60,1	Aug. 15	1,65	60,1
» 30	1,53	60,2	" 15	1,26	60,1
Aug. 1	1,87	60,2			
» 3	1,66	60,3	1899		
» 3	1,66	60,1	Juni 28	2,21	60,3
» 4	1,76	59,9	Juli 3	1,72	58,9
» 7	1,41	60,1	" 5	1,67	60,6
» 7	1,60	59,9	" 6	2,05	60,2
" 9	1,59	60,6	" 11	1,72	60,1
" 11	1,35	59,7	" 12	0,97	57,8
» 12	1,62	60,2	" 14	1,35	60,3
» 12	1,63	60,2	" 15	1,30	59,9
" 13	1,67	60,0	" 16	1,32	59,8
" 20	1,62	60,2	" 17	1,80	60,0
» 20	1,52	60,2	" 18	1,48	60,2

1899			1900		
	$v + v_1$	$\pi$		$v + v_1$	$\pi$
Juli 19	1,34	59 <sup>0</sup> ,9	Mai 8	1,93	59 <sup>0</sup> ,8
» 20	1,66	59,8	» 9	1,43	59,0
» 21	1,78	60,0	Juni 4	2,09	60,6
» 22	2,09	59,7	» 21	1,85	59,9
» 24	1,83	60,1	» 22	2,12	60,1
» 25	1,51	60,1	» 26	1,58	60,0
» 26	1,51	60,2	» 28	1,55	59,8
» 27	1,72	59,6	Juli 2	1,98	60,3
» 28	1,00	59,3	» 5	1,44	60,1
» 30	1,85	59,9	» 10	1,30	69,1
» 31	1,71	60,0	» 12	2,27	59,7
Aug. 2	1,85	60,0	» 13	2,53	60,3
» 3	1,71	59,7	» 14	1,91	60,6
» 4	1,43	59,5			
» 5	1,66	59,9	1901		
» 6	1,63	59,6	Juni 24	1,61	60,5
» 8	1,77	57,6	Juli 3	1,42	60,1
» 9	1,58	59,8	» 5	2,60	59,4
» 14	1,55	59,4	» 6	1,73	60,1
» 15	1,55	59,6	» 7	1,99	59,8
» 16	1,84	59,5	» 10	1,19	60,4
			» 11	1,67	60,6
			» 12	1,37	60,4
1900			» 13	1,34	60,3
April 20	1,76	59,9	» 14	1,82	60,4
» 22	2,08	59,6	» 15	1,40	61,4
» 26	1,83	60,1	» 19	1,51	59,7
» 27	1,52	59,7	» 20	1,53	60,5
» 30	2,14	59,9	» 21	1,60	59,9
Mai 1	1,52	59,8	» 22	2,22	60,8
» 2	1,60	59,8	» 23	2,17	60,2
» 3	1,35	59,5	» 24	1,53	60,3
» 4	1,95	59,9	» 25	2,22	60,1
» 5	1,82	59,9	» 26	1,51	60,1
» 6	1,74	59,3			
» 7	1,01	59,1			

$$\pi = 45^0$$

1887			1887		
	$v + v_1$	$\pi$		$v + v_1$	$\pi$
Juni 15	1,41	48 <sup>0</sup> ,0	Juni 22	1,43	45 <sup>0</sup> ,2
» 16	0,65	48,4	» 24	0,90	45,9
» 18	1,56	45,1	» 24	1,43	46,1
» 19	1,48	45,1	» 25	1,36	40,5

1887		$v + v_1$	$\pi$	1888		$v + v_1$	$\pi$
Juni	25	0,92	44 <sup>0</sup> ,5	Juni	12	1,49	44 <sup>0</sup> ,8
»	25	1,33	43,8	»	13	0,98	45,0
»	29	1,18	39,5	»	13	1,40	45,2
»	30	1,44	44,3	»	20	0,97	45,6
Juli	1	1,57	44,1	»	21	1,03	45,1
»	2	1,39	44,6	»	21	1,01	45,2
»	3	1,28	44,3	»	22	1,27	44,5
»	4	1,22	44,2	»	22	1,34	44,5
»	9	1,50	45,0	»	24	1,22	44,9
»	13	1,32	43,8	»	24	1,44	45,0
»	22	1,46	44,7	»	25	1,30	45,2
»	23	1,39	45,1	»	26	1,19	44,9
»	26	1,63	45,6	»	27	1,20	45,0
»	26	1,44	45,8	»	27	0,98	45,0
»	27	1,28	44,8	Juli	16	0,69	44,6
»	28	1,14	44,8	»	20	1,43	44,8
»	30	1,30	45,0	»	20	1,21	45,5
»	30	1,34	44,6	»	27	0,87	46,0
»	31	0,69	45,2	»	30	0,99	45,1
Aug.	4	1,73	45,3	Aug.	1	1,48	44,8
»	5	1,07	45,2	»	3	1,12	45,1
»	5	1,35	44,8	»	3	1,10	44,9
»	6	1,05	45,3	»	4	1,26	45,3
»	6	1,38	44,6	»	4	1,06	45,4
				»	7	1,36	45,1
1888				»	11	1,16	44,9
Mai	5	0,97	45,5	»	12	1,73	45,5
»	10	1,42	45,1	»	13	1,17	44,9
»	11	1,56	45,0	»	20	1,19	44,8
»	12	1,50	44,8				
»	16	1,22	45,3	1889			
»	16	1,36	44,9	Mai	23	1,38	44,8
»	19	1,44	44,9	»	24	1,29	44,9
»	19	1,52	45,1	»	24	1,36	45,1
»	20	1,52	45,1	»	25	1,16	44,7
»	20	1,18	44,9	Juni	1	1,24	44,6
»	22	1,58	44,6	»	2	1,29	44,8
»	22	1,26	44,6	»	2	1,11	44,9
»	23	1,63	44,9	»	3	1,17	45,0
»	24	1,31	45,0	»	4	1,10	45,2
»	24	1,55	45,3	»	5	1,26	44,9
»	29	1,39	44,9	»	6	1,38	45,0
Juni	6	1,55	45,0	»	7	1,40	44,6
»	6	1,33	45,0	»	7	1,40	44,8

1889			1899		
	$v + v_1$	$\pi$		$v + v_1$	$\pi$
Juni 8	1,52	45 <sup>0</sup> ,1	Aug. 8	1,07	44 <sup>0</sup> ,6
» 11	1,31	45,4	» 9	1,53	44,6
» 13	1,41	44,7	» 14	1,07	44,8
» 14	1,10	45,1	» 15	1,18	44,6
» 14	1,72	45,3	» 16	1,31	44,7
» 15	1,13	44,8			
» 15	1,29	45,3			
» 17	1,35	45,4			
» 17	1,57	45,4			
» 18	0,91	45,2			
1898			1900		
Aug. 15	1,22	45,1	April 22	1,27	46,5
» 15	1,20	45,1	» 26	1,19	45,2
			» 27	1,30	44,7
			» 30	1,74	45,3
			Mai 1	1,20	44,9
			» 2	1,01	45,1
			» 3	0,95	45,0
			» 4	1,54	44,9
			» 5	1,62	44,3
			» 6	1,26	44,4
			» 7	1,22	44,4
			» 8	1,10	44,1
			» 9	1,36	44,7
			Juni 4	1,32	44,7
			» 21	1,42	45,3
			» 22	1,37	45,4
			» 26	1,23	45,2
			» 28	1,33	44,3
			Juli 2	1,34	45,0
			» 5	1,34	45,1
			» 12	1,49	45,6
			» 13	1,65	45,7
			» 14	1,85	46,6
			1901		
			Juli 3	1,87	45,4
			» 6	1,35	44,5
			» 7	1,75	44,9
			» 10	1,24	45,8
			» 11	1,56	45,1
			» 12	0,90	45,3
			» 13	1,09	46,0
			» 14	0,95	46,6
			» 15	1,56	44,8
			» 19	0,89	44,9
			» 20	1,45	44,5
			» 21	1,24	45,4
1899					
Juni 28	1,50	45,5			
Juli 5	1,23	45,1			
» 6	1,36	45,2			
» 10	0,95	43,2			
» 11	1,20	45,2			
» 12	1,22	44,7			
» 13	1,41	44,8			
» 14	1,51	45,4			
» 15	1,19	45,0			
» 16	1,08	45,2			
» 17	0,88	45,3			
» 18	1,21	44,8			
» 19	0,82	45,0			
» 20	1,33	45,3			
» 21	1,77	44,9			
» 22	1,43	44,4			
» 24	0,98	45,1			
» 25	0,95	45,2			
» 26	1,55	45,0			
» 27	1,18	45,0			
» 28	0,92	45,0			
» 31	1,59	45,6			
Aug. 2	0,87	45,4			
» 3	1,29	44,9			
» 4	1,13	45,3			
» 5	1,37	44,4			
» 6	1,02	45,0			
» 7	1,18	44,9			



1901	$v + v_1$	$\pi$	1901	$v + v_1$	$\pi$
Juli 22	1,19	45 <sup>0</sup> ,3	Juli 25	1,14	45 <sup>0</sup> ,3
» 23	0,73	45,3	» 26	0,33	45,5
» 24	1,13	45,1			

$\pi = 30^0$

1887	$v + v_1$	$\pi$	1888	$v + v_1$	$\pi$
Juni 3	0,86	29 <sup>0</sup> ,1	Mai 5	0,52	30 <sup>0</sup> ,4
» 15	0,87	34,1	» 10	0,67	31,0
» 16	0,68	26,6	» 11	0,83	30,1
» 17	0,84	30,2	» 12	0,66	30,5
» 17	1,32	30,3	» 16	0,93	30,7
» 18	0,84	30,2	» 19	0,71	30,1
» 19	0,44	31,2	» 19	1,25	30,4
» 19	0,85	30,0	» 20	0,79	30,6
» 22	0,89	30,2	» 20	0,96	30,1
» 24	0,68	30,3	» 22	0,61	29,9
» 25	0,35	25,8	» 22	0,93	29,5
» 25	0,61	30,6	» 23	0,72	30,0
» 29	0,49	29,6	» 24	0,89	30,2
» 30	0,80	29,7	» 24	0,73	30,1
Juli 1	0,39	28,6	» 29	0,92	29,9
» 2	0,87	29,6	Juni 6	0,75	30,0
» 3	0,88	29,9	» 6	0,94	30,1
» 4	0,95	29,6	» 12	1,02	29,9
» 9	0,95	29,7	» 13	0,57	30,2
» 13	0,75	28,6	» 13	0,77	30,2
» 14	0,92	30,1	» 20	1,09	31,5
» 20	1,15	30,0	» 21	0,66	30,3
» 22	0,61	30,2	» 21	0,58	30,0
» 23	0,77	30,0	» 22	0,60	29,5
» 26	0,58	29,3	» 22	0,74	29,7
» 26	0,91	29,8	» 24	0,78	30,0
» 27	1,15	29,6	» 24	1,03	30,4
» 28	1,05	29,9	» 25	0,73	30,0
» 30	0,56	30,4	» 26	0,99	30,0
» 30	0,62	30,1	» 26	0,80	30,2
» 31	0,62	30,2	» 27	0,74	30,3
Aug. 4	0,81	30,5	Juli 16	0,52	29,5
» 5	0,84	30,4	» 20	0,91	29,6
» 5	0,78	30,2	» 20	0,98	29,3
» 6	0,84	29,9	» 21	0,57	29,7
» 6	0,96	30,0	» 27	0,45	29,6

1888			1899		
	$v + v_1$	$\pi$		$v + v_1$	$\pi$
Juli 30	0,71	29 <sup>0</sup> ,9	Juli 5	1,03	29 <sup>0</sup> ,6
Aug. 1	0,96	30,4	6	0,66	29,9
» 3	0,76	30,3	10	0,79	29,7
» 3	0,84	30,2	11	0,56	30,3
» 4	0,70	30,3	12	0,72	30,1
» 4	0,52	30,4	13	0,57	29,5
» 7	0,62	30,2	14	0,74	30,1
» 7	0,77	30,1	15	0,63	30,1
» 11	0,95	30,2	16	1,00	29,3
» 13	0,74	29,9	17	0,72	29,9
			19	0,76	30,7
			20	0,77	30,1
1889					
Mai 23	0,72	30,4	21	1,15	30,3
» 24	0,71	30,3	21	0,42	29,4
» 24	0,92	29,7	22	0,55	29,3
» 25	0,85	29,7	24	0,73	29,7
Juni 1	0,64	29,5	25	0,73	30,0
» 2	0,76	30,2	26	0,97	30,0
» 2	0,84	30,2	27	0,40	29,9
» 3	1,28	29,3	28	1,05	29,9
» 3	0,92	29,9	31	1,00	29,9
» 4	0,68	30,3	Aug. 2	0,83	30,3
» 5	0,69	29,7	3	0,77	29,8
» 6	1,11	30,0	4	0,88	29,5
» 7	1,09	29,5	5	1,18	29,4
» 7	0,99	30,2	6	0,61	29,4
» 8	0,73	29,7	7	0,82	29,4
» 11	0,71	30,5	8	0,77	29,3
» 13	0,82	30,2	9	0,47	29,9
» 14	0,77	30,2	14	0,46	29,9
» 14	1,10	29,8	15	1,16	29,8
» 15	0,59	30,0	16	0,87	29,6
» 15	0,73	30,2			
» 17	0,71	29,8	1900		
» 18	0,60	29,7	April 26	0,96	29,9
			27	0,72	30,0
			30	0,64	29,8
1898			Mai 1	0,85	29,9
Aug. 15	0,81	29,5	2	1,04	29,2
» 15	0,25	29,5	3	0,75	30,0
			4	1,14	30,0
1899			5	1,07	30,1
Juni 27	1,79	30,3	6	0,75	28,7
» 27	1,29	30,3	7	0,72	29,8
» 28	0,54	29,8			

1900			1901		
	$v + v_1$	$\pi$		$v + v_1$	$\pi$
Mai 8	0,90	29 <sup>0</sup> ,6	Juli 7	1,14	30 <sup>0</sup> ,5
› 9	0,89	29,3	› 10	0,71	30,4
Juni 4	1,08	30,0	› 11	0,50	29,9
› 21	0,59	31,2	› 12	0,72	29,8
› 22	0,76	30,0	› 13	0,79	30,1
› 26	0,72	30,0	› 14	0,69	31,8
› 28	1,13	29,8	› 15	0,66	30,6
Juli 2	0,67	29,3	› 19	0,63	30,3
› 5	1,04	30,2	› 20	1,07	30,4
› 12	1,17	29,3	› 21	0,56	30,2
› 13	0,88	30,1	› 22	0,66	30,3
› 14	1,19	30,0	› 23	0,24	29,8
			› 24	0,74	30,4
			› 25	0,40	30,4
			› 26	0,81	30,3
1901					
Juli 3	1,56	30,1			
› 6	0,58	29,5			

$\pi = 15^0$

1887			1887		
	$v + v_1$	$\pi$		$v + v_1$	$\pi$
Juni 4	0,17	15 <sup>0</sup> ,9	Juli 26	0,68	15 <sup>0</sup> ,7
› 4	0,56	15,9	› 26	0,64	14,9
› 11	0,17	16,4	› 27	0,22	14,8
› 17	0,06	15,3	› 28	0,27	14,9
› 17	- 0,43	15,3	› 30	0,35	15,4
› 17	0,80	15,3	› 30	0,19	15,1
› 18	0,59	15,2	› 31	0,34	15,3
› 19	0,51	15,3	Aug. 4	0,52	15,0
› 22	0,45	14,8	› 5	0,29	15,6
› 24	0,29	15,9	› 5	0,45	15,0
› 24	0,23	15,8	› 6	0,50	15,0
› 25	0,56	17,1	› 6	0,39	15,1
› 29	0,48	14,1			
› 30	1,05	18,1			
Juli 1	0,36	15,8	1888		
› 2	0,36	15,2	Mai 5	0,27	15,2
› 3	0,28	14,1	› 10	0,55	14,7
› 9	0,28	15,8	› 11	0,44	16,7
› 13	0,71	16,2	› 12	0,25	15,3
› 20	0,40	14,1	› 16	0,52	15,9
› 22	0,60	16,1	› 19	0,38	15,2
› 22	0,28	14,9	› 19	0,33	15,1
› 23	- 0,10	14,5	› 20	0,55	15,0
			› 20	0,56	15,1

1888			1889		
	$v + v_1$	$\pi$		$v + v_1$	$\pi$
Mai 22	0,39	14 <sup>0,8</sup>	Juni 1	0,48	15 <sup>0,0</sup>
» 22	0,64	15,2	» 2	0,19	14,8
» 23	0,35	15,3	» 2	0,36	15,1
» 24	0,58	15,0	» 3	0,42	15,3
» 24	0,49	15,4	» 3	0,38	15,0
» 29	0,44	14,8	» 4	0,37	15,3
Juni 6	0,71	14,8	» 5	0,25	15,5
» 6	0,62	15,3	» 6	0,18	15,2
» 12	0,63	15,5	» 7	0,41	14,6
» 13	0,53	15,7	» 7	0,49	15,0
» 13	0,51	15,4	» 8	0,46	14,8
» 20	0,60	16,4	» 11	0,53	15,4
» 21	0,50	15,3	» 13	0,40	15,3
» 21	0,39	15,3	» 14	0,45	14,4
» 22	0,39	14,6	» 14	0,37	15,2
» 22	0,28	14,9	» 15	0,52	15,0
» 24	0,48	15,7	» 15	0,28	15,4
» 24	0,86	16,5	» 17	0,62	15,2
» 25	0,56	14,4	» 18	-0,15	14,7
» 26	0,13	15,0			
» 26	0,46	16,0	1898		
» 27	0,40	15,3	Aug. 15	0,08	14,6
Juli 16	0,38	15,0	» 15	0,13	14,6
» 20	0,20	15,3			
» 20	0,29	15,4	1899		
» 21	0,40	15,0	Juni 28	0,92	15,2
» 27	0,40	15,0	» 28	0,60	15,2
» 30	0,45	15,1	Juli 5	0,41	15,1
Aug. 1	0,23	14,9	» 6	0,70	15,0
» 3	0,47	14,6	» 10	0,08	12,6
» 3	0,26	15,2	» 11	0,23	14,0
» 4	0,39	15,0	» 12	0,26	15,2
» 4	0,37	14,7	» 13	0,25	15,0
» 7	0,31	14,5	» 14	0,13	15,1
» 7	0,44	14,4	» 15	0,37	15,4
» 11	0,29	14,9	» 16	0,25	14,7
» 12	0,59	15,7	» 17	0,68	14,9
» 13	0,30	14,9	» 18	0,38	15,1
			» 19	0,46	16,7
1889			» 20	0,15	15,0
Mai 23	0,56	14,8	» 21	0,51	14,7
» 24	0,54	14,9	» 22	0,11	14,5
» 24	0,37	15,2	» 24	0,16	14,7
» 25	0,01	14,5	» 25	0,06	15,3

<i>1899</i>	$v + v_1$	$\pi$	<i>1900</i>	$v + v_1$	$\pi$
Juli 26	0,33	15 <sup>o</sup> ,0	Mai 9	0,73	15 <sup>o</sup> ,0
› 27	0,43	14,5	Juni 4	0,80	14,7
28	0,28	14,1	› 21	0,34	15,0
› 31	0,25	15,2	› 22	0,40	15,2
Aug. 1	0,27	14,4	› 26	1,26	15,4
2	0,19	16,6	› 28	0,78	14,7
3	0,27	14,8	Juli 2	0,10	15,6
4	0,13	14,6	› 5	0,41	14,6
5	0,25	14,8	› 12	0,50	14,8
› 6	0,57	14,7	› 13	0,89	14,9
7	0,32	13,9	› 14	0,87	16,1
8	0,15	14,5			
9	0,48	14,5	<i>1901</i>		
14	0,40	14,1	Juli 3	1,04	15,2
15	0,52	14,2	› 6	0,62	15,0
16	0,40	14,4	› 7	0,51	14,9
			10	- 0,05	14,0
<i>1900</i>			› 11	- 0,18	14,8
April 22	0,62	14,8	› 12	0,30	15,1
› 25	0,50	15,0	› 13	0,30	15,1
26	0,70	15,0	› 14	0,45	13,8
27	0,32	15,1	› 15	0,60	15,1
› 30	0,40	15,3	› 19	- 0,05	15,0
Mai 1	0,48	14,5	› 20	0,09	14,6
› 2	0,71	15,3	› 21	0,56	14,8
3	0,21	14,5	› 22	0,72	14,5
› 4	0,56	14,4	› 23	0,29	14,9
5	0,51	14,9	› 24	0,12	14,7
6	0,62	14,6	› 25	0,03	14,6
7	- 0,05	15,2	› 26	0,08	16,0
8	0,12	14,8			

Aus diesen gemessenen Geschwindigkeiten soll nun das Rotationsgesetz der Sonne ermittelt werden. Ich habe daher zunächst für jede der sechs heliocentrischen Breiten die Mittelzahl der in den sechs Beobachtungsjahren<sup>1</sup> gefundenen Geschwindigkeiten hergeleitet und habe folgendes gefunden:

<sup>1</sup> Die zwei isolirten Beobachtungen an einem Tage in 1898 sind mit den Beobachtungen in 1899 zusammengenommen worden.

<i>Jahr.</i>	$\varphi$	$v + v_1$	$n$
1887	0,6	2,11	33
1888	0,3	2,03	49
1889	0,4	2,20	24
1899	0,6	1,95	35
1900	0,3	2,14	22
1901	0,3	2,10	19
1887	15,1	1,98	36
1888	15,1	1,90	42
1889	15,0	2,04	24
1899	15,0	1,94	34
1900	14,8	1,98	21
1901	14,8	2,01	19
1887	30,0	1,68	29
1888	30,0	1,67	51
1889	30,0	1,78	23
1899	30,2	1,62	34
1900	30,1	1,77	25
1901	29,7	1,71	19
1887	45,2	1,30	32
1888	45,0	1,28	47
1889	45,0	1,25	23
1899	44,9	1,23	34
1900	44,9	1,35	23
1901	44,7	1,20	17
1887	60,2	0,79	36
1888	59,9	0,78	46
1889	60,0	0,82	23
1899	60,2	0,80	37
1900	60,2	0,89	22
1901	59,7	0,73	17
1887	74,6	0,38	35
1888	74,8	0,44	47
1889	75,0	0,36	23
1899	75,2	0,33	37
1900	75,0	0,53	24
1901	75,2	0,32	17

Aus dieser Tafel ergibt es sich mit beträchtlicher Sicherheit, dass in den Geschwindigkeiten keine bemerkenswerthe Veränderung mit der Zeit stattgefunden hat. Nimmt man z. B. theils die Mittelzahlen aus den Beobachtungen in den Jahren 1887 bis 1889, theils in den Jahren 1899 bis 1901, so bekommt man die folgenden Mittelwerthe der  $v + v_1$ :

$\varphi$	1888	1900.
0°,4	2,11	2,06
15,0	1,97	1,98
30,0	1,71	1,70
45,0	1,28	1,26
60,0	0,80	0,81
75,0	0,39	0,39

Aber auch in den drei consecutiven Jahren hat sich keine gesetzmässige Veränderung gezeigt. Unter diesen Umständen habe ich es nicht für nöthig erachtet, die verschiedenen Jahresmittel für sich zu behandeln, sondern habe sämmtliche einer und derselben heliocentrischen Breite angehörenden Jahresmittel zu Mittelwerthen vereinigt. Ausserdem habe ich die Rotationsgeschwindigkeiten  $v + v_1$  in  $\xi \text{ Cos } \varphi$  verwandelt, wo  $\xi$  der Rotationswinkel in 24 Stunden ist.

Ist nämlich  $R$  der Aequatorealradius der Sonne, ausgedrückt in Kilometern,  $D$  ein mittlerer Sonnentag in Secunden, also gleich 86400, so ist es klar, da  $2\pi R$  der Umkreis des Sonnenæquators und  $D(v + v_1)$  der in Folge der Sonnenrotation in einem mittleren Sonnentage von einem Punkte des Aequators durchlaufene Weg, dass:

$$\xi = \frac{D(v + v_1)}{2\pi R} \cdot 360^\circ.$$

Aber für eine heliocentrische Breite  $\varphi$  hat man:

$$\xi = \frac{D(v + v_1)_\varphi}{2\pi R \text{ Cos } \varphi} \cdot 360^\circ, \dots \dots \dots (23)$$

in welcher Formel  $(v + v_1)_\varphi$  die der heliocentrischen Breite  $\varphi$  entsprechende Rotationsgeschwindigkeit ist. Auf diese Weise habe ich die folgenden Normalwerthe gefunden:

$\varphi$	$(v + v_1)_\varphi$	$\xi \text{ Cos } \varphi$	$\xi$	$n$
0°,4	2,09	14°,88	14°,88	182
15,0	1,97	14,02	14,52	176
30,0	1,70	12,10	13,97	181
44,9	1,27	9,04	12,76	176
60,0	0,80	5,69	11,39	181
75,0	0,39	2,78	10,73	183

(24)

Nachdem eine genäherte Rechnung die folgende Formel:

$$\xi \operatorname{Cos} \varphi = 10^0,500 \operatorname{Cos} \varphi + 4^0,381 \operatorname{Cos}^3 \varphi$$

ergeben hatte, wurden folgende Bedingungsgleichungen gebildet:

$$\begin{aligned} 0 &= + 0^0,004 + [9,999989] da + [9,999967] db \\ 0 &= + 0,068 + [9,984984] da + [9,954832] db \\ 0 &= - 0,162 + [9,937531] da + [9,812593] db \\ 0 &= - 0,045 + [9,850242] da + [9,550726] db \\ 0 &= + 0,103 + [9,698970] da + [9,096910] db \\ 0 &= + 0,018 + [9,412996] da + [8,238988] db. \end{aligned}$$

Die Lösung dieser Gleichungen nach der Methode der kleinsten Quadrate ergab die folgende verbesserte Formel:

$$\xi \operatorname{Cos} \varphi = 10^0,4902 \operatorname{Cos} \varphi + 4^0,4105 \operatorname{Cos}^3 \varphi$$

mit den folgenden Abweichungen:

$$\begin{aligned} &B - R \\ &- 0^0,023 \\ &- 0,085 \\ &+ 0,151 \\ &+ 0,042 \\ &- 0,102 \\ &- 0,016 \end{aligned}$$

Eine nochmalige Lösung der Bedingungsgleichungen ergab:

$$\xi \operatorname{Cos} \varphi = 10^0,491 \operatorname{Cos} \varphi + 4^0,410 \operatorname{Cos}^3 \varphi \quad . \quad (25)$$

Die Übereinstimmung dieser Formel mit den Beobachtungen ist aus der folgenden Tafel zu ersehen:

$\varphi$	$d(\xi \operatorname{Cos} \varphi) (B - R)$	$d(v + v_1)$	
0 <sup>0</sup> ,4	- 0 <sup>0</sup> ,02	0,00	} . . (26)
15,0	- 0,08	- 0,01	
30,0	+ 0,15	+ 0,02	
44,9	+ 0,04	+ 0,01	
60,0	- 0,10	- 0,01	
75,0	- 0,02	0,00	

Da nur eine der beobachteten Geschwindigkeiten im Visionsradius um 0,02 Kilometer und drei um 0,01 Kilometer von der berech-



neten abweichen, während für zwei diese Abweichung kleiner als 0,005 Kilometer ist, so scheint die Formel (25) hinreichend genau zu sein.

Indessen habe ich es doch für wünschenswerth erachtet, eine Berechnung auch auf die Geschwindigkeiten im Visionsradius zu gründen, welche man erhält, wenn man die Mittelzahlen direct aus allen Beobachtungen an einer und derselben heliocentrischen Breite herleitet. Man findet:

$\varphi$	$v + v_1$	$\xi \text{ Cos } \varphi$	$n$	
0°,4	2,07	14°,74	182	} (27)
15,0	1,97	14,02	176	
30,0	1,69	12,03	181	
45,0	1,27	9,04	176	
60,0	0,80	5,70	181	
74,9	0,40	2,85	183	

Aus diesen Daten, verglichen mit der Formel (25), erhielt ich die folgenden Abweichungen,  $B - R$  und Bedingungsgleichungen:

$$\begin{aligned}
 0 &= + 0^0,165 + [9,999989] da + [9,999967] db \\
 0 &= + 0,084 + [9,984944] da + [9,954832] db \\
 0 &= - 0,080 + [9,937531] da + [9,812593] db \\
 0 &= - 0,063 + [9,849485] da + [9,548455] db \\
 0 &= + 0,101 + [9,698970] da + [9,096910] db \\
 0 &= - 0,036 + [9,415815] da + [8,247445] db.
 \end{aligned}$$

Aus diesen Gleichungen erhielt ich:

$$\xi \text{ Cos } \varphi = 10^0,595 \text{ Cos } \varphi + 4^0,214 \text{ Cos}^3 \varphi \quad . \quad (28)$$

mit den zurückbleibenden Fehlern:

$\varphi$	$d(\xi \text{ Cos } \varphi)$	$B - R$	
0°,4	- 0°,07	- 0,01	} (29)
15,0	- 0,01	0,00	
30,0	+ 0,12	+ 0,02	
44,9	+ 0,06	+ 0,01	
60,0	- 0,13	- 0,02	
74,9	+ 0,01	0,00	

Auch hier ist die Uebereinstimmung völlig genügend. Als rein zufällig muss die noch etwas nähere Uebereinstimmung der Formel (25) mit den Beobachtungen betrachtet werden.

Transformirt man die Formeln (25) und (28) in die ursprüngliche FAYESCHE Form, so bekommt man:

$$\xi \cos \varphi = [14^{\circ},90 - 4^{\circ},41 \sin^2 \varphi] \cos \varphi \quad . \quad . \quad (30)$$

und

$$\xi \cos \varphi = [14^{\circ},81 - 4^{\circ},21 \sin^2 \varphi] \cos \varphi \quad . \quad . \quad (31)$$

Bekanntlich wählte SPÖRER eine noch einfachere Form, nämlich:

$$\xi \cos \varphi = a \cos \varphi + b \cos^2 \varphi = [a + b \cos \varphi] \cos \varphi .$$

Indem ich versuchsweise die genäherten Werthe der Coëfficienten bestimmte, erhielt ich statt (25) die folgende Formel:

$$\xi \cos \varphi = 8^{\circ},304 \cos \varphi + 6^{\circ},490 \cos^2 \varphi .$$

Nach Vergleichung dieser Formel mit den Normalörtern (24) habe ich die folgenden Bedingungsgleichungen gefunden:

$$\left. \begin{array}{l} 0 = -0^{\circ},084 + [9,999989] da + [9,999978] db \\ 0 = +0,053 + [9,984944] da + [9,969888] db \\ 0 = -0,042 + [9,937531] da + [9,875062] db \\ 0 = +0,098 + [9,850242] da + [9,700484] db \\ 0 = +0,079 + [9,698970] da + [9,397940] db \\ 0 = -0,192 + [9,412996] da + [8,825992] db \end{array} \right\} \quad (32)$$

Die Auflösung dieser Gleichungen ergab die folgende Formel:

$$\xi \cos \varphi = [8^{\circ},295 + 6^{\circ},504 \cos \varphi] \cos \varphi \quad . \quad . \quad (33)$$

mit den folgenden zurückbleibenden Fehlern:

$\varphi$	$d\xi \cos \varphi$	$B - R$	}
0 <sup>o</sup> ,4	+ 0 <sup>o</sup> ,08	+ 0,01	
15,0	- 0,06	- 0,01	
30,0	+ 0,04	+ 0,01	
44,9	- 0,10	- 0,01	
60,0	- 0,08	- 0,01	
75,0	+ 0,19	+ 0,03	

Auch für die SPÖRERSCHE Formel habe ich aus den Normalbeobachtungen (26) Bedingungsgleichungen hergeleitet, mit Hülfe der genäherten Formel:

$$\xi \cos \varphi = [8^{\circ},502 + 6^{\circ},205 \cos \varphi] \cos \varphi$$

und habe bekommen:

$$\left. \begin{aligned} 0 &= -0^{\circ},029 + [9,999989] da + [9,999978] db \\ 0 &= -0,022 + [9,984944] da + [9,969888] db \\ 0 &= -0,014 + [9,937531] da + [9,875062] db \\ 0 &= +0,074 + [9,849485] da + [9,698970] db \\ 0 &= +0,107 + [9,698970] da + [9,397940] db \\ 0 &= -0,211 + [9,415815] da + [8,831630] db \end{aligned} \right\} \quad (35)$$

Aus diesen Gleichungen erhielt ich die Formel:

$$\xi \cos \varphi = [8^{\circ},511 + 6^{\circ},198 \cos \varphi] \cos \varphi \quad . \quad (36)$$

mit den folgenden zurückbleibenden Fehlern:

$\varphi$	$d\xi \cos \varphi$	$B - R$	$d(v + v_1)$	
0 <sup>o</sup> ,4	+ 0 <sup>o</sup> ,03		0,00	} (37)
15,0	+ 0,02		0,00	
30,0	+ 0,01		0,00	
44,9	- 0,08		- 0,01	
60,0	- 0,11		- 0,02	
74,9	+ 0,22		+ 0,03	

Meine Beobachtungen stimmen folglich besser mit der FAYESchen Form überein als mit der SPÖRERSchen.

Ebenso wie die FAYESche Form lässt sich die SPÖRERSche in eine in gewisser Hinsicht übersichtlichere transformiren. Man erhält nämlich aus der Formel (33):

$$\xi \cos \varphi = [14^{\circ},80 - 13^{\circ},01 \sin^2 \frac{1}{2} \varphi] \cos \varphi \quad . \quad (38)$$

und aus (36):

$$\xi \cos \varphi = [14^{\circ},71 - 12^{\circ},39 \sin^2 \frac{1}{2} \varphi] \cos \varphi \quad . \quad (39)$$

Die Formeln (30) , (31) , (38) , (39) ergeben die folgenden Werthe von  $\xi$  :

Formel	$\varphi$						
	0 <sup>o</sup>	15 <sup>o</sup>	30 <sup>o</sup>	45 <sup>o</sup>	60 <sup>o</sup>	75 <sup>o</sup>	90 <sup>o</sup>
30	14 <sup>o</sup> ,90	14 <sup>o</sup> ,60	13 <sup>o</sup> ,80	12 <sup>o</sup> ,70	11 <sup>o</sup> ,59	10 <sup>o</sup> ,78	10 <sup>o</sup> ,49
31	14,81	14,53	13,76	12,70	11,65	10,88	10,60
38	14,80	14,58	13,93	12,89	11,55	9,98	8,29
39	14,71	14,50	13,88	12,89	11,61	10,11	8,51

Ebenso erhält man die Rotationszeiten an den verschiedenen heliocentrischen Breiten wie folgt

<i>Formel</i>	$0^{\circ}$	$15^{\circ}$	$30^{\circ}$	$\varphi$ $45^{\circ}$	$60^{\circ}$	$75^{\circ}$	$90^{\circ}$
30	24',2	24',7	26',1	28',3	31',1	33',4	34',3
31	24,3	24,8	26,2	28,3	30,9	33,1	34,0
38	24,3	24,7	25,8	27,9	31,2	36,1	43,4
39	24,5	24,8	25,9	27,9	31,0	35,6	42,3

Man sieht, dass bis zu einer Polhöhe von  $60^{\circ}$  hinauf die aus den FAYESchen und SPÖRERSchen Formeln berechneten Werthe keine bemerkenswerthen Unterschiede zeigen. Bei einer heliocentrischen Breite von  $75^{\circ}$  werden sie aber recht beträchtlich. Es hält folglich sehr schwer, das wahre Gesetz der Rotation der Sonne zu finden. Es kann in der That dies nur dann gelingen, wenn die Genauigkeit der Beobachtungen nicht unwesentlich gesteigert werden kann. Es scheint dies in der That erreicht werden zu können, durch die Anwendung horizontal liegender Fernrohre, mit Spectroskopen, die auch in unveränderlicher Stellung im Verhältniss zur Richtung der Schwere benutzt werden während der ganzen Zeit, welche die Messungen an einer gegebenen heliocentrischen Breite an einem Tage erfordern. Ausserdem ist es klar, dass ein Spectroskop, welches ebenso fest wie die Achse eines Meridiankreises in gut fundamentirten Zapfenlagern ruht, so massiv gebaut werden kann, dass fast jeder Gefahr von Verbiegungen des Instruments und seiner einzelnen Theile während der Beobachtungen vorgebeugt wird. Und diese Biegungen sind, wie meine Messungen deutlich gezeigt haben, die schlimmsten Feinde der Genauigkeit dieser Beobachtungen. Im Vergleich mit ihnen sind die zufälligen Einstellungsfehler als sehr unbedeutend zu betrachten. Es ist auch klar, dass die sehr bedeutende Länge der Fernrohre die lineare Grösse des Focalbildes der Sonne sehr beträchtlich macht, während die ansehnlichen Durchmesser, welche nunmehr die Spiegel gewisser dieser Instrumente haben, ihre Helligkeit sehr gross machen. Man wird daher auch die Kraft der Spectroskope noch grösser wie bisher machen können.

---

III. Beobachtungen von BERGSTRAND.

Diese Beobachtungen wurden nach demselben Plane wie die meinigen gemacht, und fange ich hier mit den Messungen zur Bestimmung der Reductionsfactoren an.

In 1899 wurden folgende Messungen gemacht:

<i>1899</i>	<i>6252,773</i>	<i>6278,303</i>	<i>6322,907</i>	<i>6337,048</i>
<i>Tag</i>	<i>-6278,303</i>	<i>-6302,709</i>	<i>-6302,709</i>	<i>-6322,907</i>
Mai 8	-37,961	-36,360	+30,197	+21,145
Juni 8	908	402	201	208
» 14	880	358	223	195
Mittel:	-37,916	-36,373	+30,207	+21,183

Die Messungen in 1900 ergaben:

<i>1900</i>	<i>6252,773</i>	<i>6278,303</i>	<i>6278,303</i>	<i>6322,907</i>	<i>6322,907</i>	<i>6337,048</i>
<i>Tag</i>	<i>-6278,303</i>	<i>-6301,718</i>	<i>-6302,709</i>	<i>-6301,709</i>	<i>-6302,709</i>	<i>-6322,907</i>
Mai 31	-37,945	-34,948		+31,796		+21,249
Juni 1	-37,994	949		780		248
» 11	-38,023	985		780		287
» 12	-38,005		-36,515		+30,270	287
» 18	-38,000		485		284	275
Juli 28	-37,998		463		273	265
Aug. 1	-38,036		462		282	250
» 7	-38,025		486		297	295
Mittel:	-38,003	-34,961	-36,482	+31,785	+30,281	+21,266

In 1901 wurde gefunden:

<i>1901</i>	<i>6252,773</i>	<i>6278,303</i>	<i>6322,907</i>	<i>6337,048</i>
<i>Tag</i>	<i>-6278,303</i>	<i>-6302,709</i>	<i>-6302,709</i>	<i>-6322,907</i>
Mai 20	-38,118	-36,630	+30,410	+21,290
» 21	000	479	345	304
» 22	057	526	337	287
» 24	082	560	373	301
» 26	031	514	324	288
» 27	016	475	341	251
» 28	050	536	343	265
» 29	058	523	339	250
Juni 5	043	543	353	312
» 7	168	629	328	254
» 15	056	481	319	272
» 21	092	490	303	265
Mittel:	-38,064	-36,532	+30,343	+21,278

Aus diesen Messungen sind in ganz ähnlicher Weise wie für die meinigen folgende Reductionsfactoren hergeleitet, welche für  $\lambda = 6301,718$  gelten.

<i>Jahr</i>	<i>log R</i>
1899	1,202583
1900	1,201379
1901	1,200749

Aus diesen Factoren und den oben angeführten Entfernungen der Linien habe ich die folgenden Werthe der Wellenlänge der Linie 6302,709 gefunden. Auch hier giebt die erste Columnne die Linie an, aus deren von ROWLAND bestimmter Wellenlänge die gesuchte Wellenlänge hergeleitet worden ist.

$\lambda$	1899	1900	1901	Mittel
6252,773	6302,740	6302,728	6302,730	6302,731
6322,907	708	717	705	708
6337,043	725	720	720	721
Mittel	6302,724	6302,722	6302,718	6302,720

In derselben Weise wurde aus den Beobachtungen im Jahre 1900 für die Linie 6301,718 gefunden:

$\lambda$	1901
6252,773	6301,708
6322,907	728
6337,048	732
Mittel	6301,723

Wie man sieht, weichen diese Wellenlängen nicht unbedeutend stärker von einander ab als die von mir bestimmten, eine natürliche Folge der beträchtlich grösseren Zahl von Tagen, an welchen ich diese Messungen gemacht habe. Indessen ist die Uebereinstimmung der schliesslichen Mittelwerthe doch sehr gut, wie die folgende Tafel zeigt.

<i>Jahr, Beobachter</i>	6301,718	6302,709
1887 DUNÉR	—	6302,717
1888 »	—	713
1889 »	6301,720	718
1899 »	—	715

<i>Jahr, Beobachter</i>	6301,718	6302,709
1900 DUNÉR	—	716
1901 »	718	—
Mittel, DUNÉR	6301,719	6302,716
BERGSTRAND	6301,723	6302,720
ROWLAND	6301,718	6302,709

Die BERGSTRANDSchen Bestimmungen der Differenzen der Linienverschiebungen an gegenüberstehenden Punkten der Sonnenscheibe sind in ganz derselben Weise ausgeführt und berechnet worden wie die meinigen, nur mit dem schon oben erwähnten Unterschiede, dass in 1901 die Messungen in dem anderen Spectrum vierter Ordnung ausgeführt wurden, und dass in Folge der bedeutend geringeren Lichtstärke dieses Spectrums ein schwächeres Ocular angewandt werden musste. Die zufälligen Fehler der Messungen sind daher etwas grösser geworden als in den Jahren 1899 und 1900.

Die Resultate der einzelnen Tagesbeobachtungen sind die folgenden:

$$\pi = 90^{\circ}$$

<i>1899</i>	$v + v_1$	$\pi$	<i>1901</i>	$v + v_1$	$\pi$
Juni 14	2,25	89,6	Mai 20	1,99	90,0
" 14	2,09	89,6	» 21	1,86	89,8
» 15	2,01	89,5	» 22	1,24	89,5
" 15	2,35	89,5	» 22	1,97	89,8
			» 23	1,80	89,3
<i>1900</i>			» 24	2,05	89,8
Juni 1	2,45	90,0	» 26	2,26	89,9
» 11	2,24	89,2	» 27	1,57	89,5
» 12	2,05	89,9	» 28	2,32	89,9
» 13	2,18	89,6	» 29	2,56	89,8
» 18	2,50	89,6	Juni 5	2,45	90,0
Juli 16	2,08	89,7	» 7	1,88	90,0
» 27	2,17	89,6	» 10	2,08	89,9
» 28	2,54	90,0	» 15	1,57	89,0
» 29	1,98	89,6	» 21	1,62	89,7
Aug. 1	2,22	90,0			
" 7	1,99	89,8			







$$\pi = 15^{\circ}$$

1899			1900			1901		
	$v + v_1$	$\pi$		$v + v_1$	$\pi$		$v + v_1$	$\pi$
Mai 9	+ 0,47	15 <sup>o</sup> ,2	Aug. 1	+ 0,58	15 <sup>o</sup> ,8			
» 9	+ 0,98	15,2	» 7	+ 0,39	14,6			
Juni 8	+ 0,46	14,9						
» 8	+ 0,37	14,9						
» 14	+ 0,37	16,9						
» 14	+ 0,10	16,9						
» 18	+ 0,70	17,9						
» 18	+ 0,17	17,9						
1900								
Juni 11	+ 1,00	15,0	» 21	+ 0,29	14,5			
» 12	+ 0,18	14,0	» 21	+ 0,47	14,8			
» 13	+ 0,70	14,9	» 22	+ 0,26	15,4			
» 18	+ 0,80	16,5	» 23	+ 0,15	13,7			
» 19	+ 0,55	14,9	» 24	+ 0,56	14,6			
Juli 23	+ 0,27	15,3	» 25	- 0,01	14,4			
» 28	+ 0,35	14,6	» 26	- 0,03	14,5			
» 29	+ 0,23	12,9	» 27	+ 0,29	15,5			
			» 28	+ 0,23	14,7			
			» 29	- 0,03	15,1			
			Juni 4	- 0,19	15,8			
			» 6	+ 0,86	15,5			
			» 15	+ 0,21	15,1			
			» 21	- 0,41	15,6			

Bei der weiteren Bearbeitung dieser Messungen bin ich insofern in anderer Weise als bei der Berechnung meiner eigenen verfahren, als ich gleich alle Messungen in den drei verschiedenen Jahren an einer und derselben heliocentrischen Breite zum Mittel vereinigt habe. In dieser Weise habe ich gefunden:

$\pi$	$v + v_1$	$n$
89 <sup>o</sup> ,7	2,08	30
75,0	1,89	30
60,0	1,63	29
44,7	1,13	29
30,0	0,78	32
15,2	0,35	32

Ich habe dann die den  $v + v_1$  entsprechenden  $\xi \cos \varphi$ ,  $\xi$  und  $\varphi$  berechnet und dadurch die folgenden Normalwerthe erhalten:

$\varphi$	$(v + v_1)\varphi$	$\xi \cos \varphi$	$\xi$	$n$
0 <sup>o</sup> ,3	2,08	14,81	14,81	30
15,0	1,89	13,45	13,93	30
30,0	1,63	11,60	13,09	29
45,3	1,13	8,04	11,44	29
60,0	0,78	5,55	11,10	32
74,8	0,35	2,49	9,50	32

Mit einer genäherten Formel:

$$\xi \cos \varphi = 9^{\circ},11 \cos \varphi + 5^{\circ},70 \cos^3 \varphi$$

verglich ich nun die  $\xi \cos \varphi$  und erhielt die folgenden Bedingungs-  
gleichungen:

$$\left. \begin{array}{l} + 0,000 + [9,999994] da + [9,999982] db = 0 \\ + 0,480 + [9,984944] da + [9,954832] db = 0 \\ - 0,014 + [9,937531] da + [9,812593] db = 0 \\ + 0,346 + [9,847199] da + [9,541597] db = 0 \\ - 0,285 + [9,698970] da + [9,096910] db = 0 \\ + 0,000 + [9,418615] da + [8,255845] db = 0 \end{array} \right\} \quad (41)$$

Die Auflösung dieser Gleichungen ergab die verbesserte Formel:

$$\xi \cos \varphi = 9^{\circ},224 \cos \varphi + 5^{\circ},350 \cos^3 \varphi \quad . \quad . \quad (42)$$

mit den zurückbleibenden Fehlern ( $B - R$ ):

$$\left. \begin{array}{l} \varphi \quad \quad \quad d(\xi \cos \varphi) \quad \quad \quad d(v + v_1) \\ 0^{\circ},3 \quad \quad \quad + 0^{\circ},23 \quad \quad \quad + 0,03 \\ 15,0 \quad \quad \quad - 0,28 \quad \quad \quad - 0,04 \\ 30,0 \quad \quad \quad + 0,14 \quad \quad \quad + 0,02 \\ 45,3 \quad \quad \quad - 0,31 \quad \quad \quad - 0,04 \\ 60,0 \quad \quad \quad + 0,27 \quad \quad \quad + 0,04 \\ 74,8 \quad \quad \quad - 0,02 \quad \quad \quad 0,00 \end{array} \right\} \quad (43)$$

Ebenso wie mit meinen eigenen Beobachtungen habe ich auch untersucht, wie die Beobachtungen von Dr. BERGSTRAND sich durch eine Formel in der von SPÖRER vorgeschlagenen Form darstellen lassen. Ich habe angenommen:

$$\xi \cos \varphi = 6^{\circ},589 \cos \varphi + 7^{\circ},893 \cos^3 \varphi ,$$

und damit wurden folgende Bedingungs-gleichungen gebildet:

$$\left. \begin{array}{l} - 0^{\circ},325 + [9,999994] da + [9,999988] db = 0 \\ + 0,275 + [9,984944] da + [9,969888] db = 0 \\ + 0,022 + [9,937531] da + [9,875062] db + 0 \\ + 0,495 + [9,847199] da + [9,694398] db = 0 \\ - 0,284 + [9,698970] da + [9,397940] db = 0 \\ - 0,221 + [9,418615] da + [8,837230] db = 0 \end{array} \right\} \quad . \quad . \quad (44)$$

Die Auflösung dieser Gleichungen ergab die Formel:

$$\xi \cos \varphi = 6^{\circ},671 \cos \varphi + 7^{\circ},762 \cos^3 \varphi \quad . \quad (45)$$

Die zurückbleibenden Fehler waren:

$\varphi$	$d(\xi \cos \varphi)$	$d(v + v_1)$	} (46)
$0^{\circ},3$	$+ 0,373$	$+ 0,05$	
$15,0$	$- 0,233$	$- 0,03$	
$30,0$	$+ 0,004$	$0,00$	
$45,3$	$- 0,489$	$- 0,07$	
$60,0$	$+ 0,276$	$+ 0,04$	
$74,8$	$+ 0,208$	$+ 0,03$	

In gleicher Weise wie die Formeln (25) und (28) in (30) resp. (31) und die Formeln (33) und (36) in (38) resp. (39) transformirt wurden, habe ich dies mit den aus BERGSTRANDS Beobachtungen hergeleiteten Formeln gemacht. Aus (42) erhielt ich:

$$\xi \cos \varphi = [14^{\circ},57 - 5^{\circ},35 \sin^2 \varphi] \cos \varphi \quad . \quad (47)$$

und ebenso ergibt die Formel (45):

$$\xi \cos \varphi = \left[ 14^{\circ},43 - 15^{\circ},52 \sin^2 \frac{1}{2} \varphi \right] \cos \varphi \quad (48)$$

Aus den Formeln (47) und (48) habe ich für verschiedene heliocentrische Breiten die Werthe von  $\xi$  berechnet und habe erhalten:

<i>Formel</i>	$\varphi$							
	$0^{\circ}$	$15^{\circ}$	$30^{\circ}$	$45^{\circ}$	$60^{\circ}$	$75^{\circ}$	$90^{\circ}$	
47	$14^{\circ},6$	$14^{\circ},2$	$13^{\circ},2$	$11^{\circ},9$	$10^{\circ},6$	$9^{\circ},6$	$9^{\circ},2$	
48	$14,4$	$14,2$	$13,4$	$12,2$	$10,6$	$8,7$	$6,7$	

Mit Hülfe dieser Werthe von  $\xi$  habe ich die Rotationszeiten an den verschiedenen heliocentrischen Breiten berechnet und habe gefunden:

<i>Formel</i>	$\varphi$							
	$0^{\circ}$	$15^{\circ}$	$30^{\circ}$	$45^{\circ}$	$60^{\circ}$	$75^{\circ}$	$90^{\circ}$	
47	$24^d,7$	$25^d,4$	$27^d,3$	$30^d,3$	$34^d,0$	$37^d,5$	$39^d,1$	
48	$25,0$	$25,4$	$26,9$	$29,5$	$34,0$	$41,4$	$53,7$	

Ebenso wie meine Beobachtungen werden die von BERGSTRAND nicht unbedeutend besser durch Formeln dargestellt, welche sich auf die FAYESche Hypothese gründen, als durch solche, die in der von SPÖRER vorgeschlagenen Form berechnet sind. Hierzu kommt, dass diese noch bedeutend stärkere Unterschiede zwischen der Rotationszeit der Sonne in den verschiedenen heliocentrischen Breiten als jene ergibt. Allerdings scheint die Zunahme der Rotationszeit der Sonne mit wachsender heliocentrischer Breite keinem Zweifel mehr unterworfen sein zu können. Sie wird, ausser durch die Fleckenbeobachtungen, sowohl durch meine wie durch Dr. BERGSTRANDS Beobachtungen auf's unzweifelhafteste bewiesen. Dennoch möchte man eher an eine geringere Zunahme der Rotationszeit als die von den Formeln (30), (31), (47) angezeigte, wie an eine grössere glauben. Die Erklärung der Verlangsamung der Rotation nach den Polen zu wird auch ohnehin schwer genug. Ausserdem scheint mir die FAYESche Form an und für sich weit plausibler.

Die SPÖRERSche Formel giebt eine Rotationszeit an, welche mit wachsender heliocentrischer Breite immer rascher zunimmt. Bei  $\frac{1}{2} \varphi$  gleich  $45^\circ$  oder  $\varphi$  gleich  $90^\circ$  hat aber der Drehungswinkel  $\xi$  kein Minimum erreicht, sondern nimmt bei wachsendem  $\varphi$  noch immer ab. Erst für  $\frac{1}{2} \varphi$  gleich  $90^\circ$  oder  $\varphi$  gleich  $180^\circ$  tritt das Minimum ein und ist für die Formeln (38) und (39) allerdings positiv, aber nur wenig über Null; für die Formel (48) wird er sogar negativ. In ganz anderer Weise verhalten sich die nach der FAYESchen Hypothese berechneten Formeln. Auch hier nimmt der Rotationswinkel von  $\varphi$  gleich Null bis  $\varphi$  gleich  $90^\circ$  ab. Die Abnahme ist aber am schnellsten bei  $\varphi$  gleich  $45^\circ$ , und bei  $\varphi$  gleich  $90^\circ$  erreicht der Winkel  $\xi$  ein wirkliches Minimum. Lässt man  $\varphi$  noch anwachsen, so bekommt man wieder grössere Werthe von  $\xi$ , bis für  $\varphi$  gleich  $180^\circ$  ein Maximum wieder erreicht wird; und zwar sind die Werthe von  $\xi$  für  $\varphi$ ,  $180^\circ - \varphi$ ,  $180^\circ + \varphi$  und  $360^\circ - \varphi$  genau gleich gross.

Dies scheint mir ein formeller Beweis des Vorzuges der Formeln (30), (31) und (47) vor den Formeln (38), (39), (48) zu sein, während ihre bessere Uebereinstimmung mit den Beobachtungen ein reeller ist. In der That sind die Quadratsummen  $\Sigma[d(v + v_1)]^2$  der zurückbleibenden Fehler für die Formeln (30) und (31) gleich 0,0007, resp. 0,0010, während dieselben für (38) und (39) gleich 0,0014 sind;

für Formel (47) ist die Quadratsumme gleich 0,0049, für (48) dagegen 0,0109.

Ich hege daher kein Bedenken, die Formeln (30) oder (31) als wahrscheinlichstes Resultat aus den meinigen, und die Formel (47) als wahrscheinlichstes Resultat aus den Beobachtungen Dr. BERGSTRANDS zu betrachten; die Formeln (38), (39) und (48) sind dagegen zu verwerfen.

---

Nachdem diese Abhandlung schon fertig redigirt und der Königlichen Societät der Wissenschaften vorgelegt war, hat Herr Dr. J. HALM in Edinburg in den Astronomischen Nachrichten N:o 4147 die Mittheilung gemacht, dass er in den Jahren 1901—1906 eine Untersuchung über die Rotationszeit der Sonne auf spektroskopischem Wege ausgeführt hat. Das Resultat sei das höchst merkwürdige, dass, während Dr. HALM's Beobachtungen in 1901 mit den von mir in demselben Jahre gemachten äusserst nahe übereinstimmen, die in den späteren Jahren erhaltenen eine beträchtlich geringere Verlangsamung bei wachsender heliocentrischer Breite andeuten.

Da dies, wenn wirklich richtig, von der allergrössten Bedeutung für unsere Kenntniss der Natur der Sonne wäre, will ich im nächsten Sommer noch eine Reihe von Beobachtungen zur Bestimmung der Rotationszeit der Sonne machen. Vielleicht wird es mir auch gelingen, durch gewisse kleinere Veränderungen am Spektroskope demselben eine etwas grössere Stabilität zu geben.

---

NOVA ACTA REGLE SOCIETATIS SCIENTIARUM UPSALIENSIS.

SER. IV. VOL. I. N. 7.

---

MÉTHODE NOUVELLE

POUR

L'ÉTUDE DE LA RADIATION SOLAIRE

PAR

KNUT ÅNGSTRÖM

(PRÉSENTÉ A LA SOCIÉTÉ ROYALE DES SCIENCES D'UPSALA LE 8 FÉVRIER 1907).

UPSALA  
IMPRIMERIE EDV. BERLING  
1907.





## I. Introduction.

Dans ces derniers temps l'étude de la radiation du soleil a fait des progrès considérables. Grâce aux recherches importantes des lois de la radiation, de la relation entre la radiation et la température, de la distribution de l'énergie dans le spectre et l'influence de la température sur cette distribution, on a obtenu une base solide pour étudier les phénomènes correspondants du soleil. L'invention d'instruments nouveaux pour étudier le spectre d'énergie et déterminer quantitativement la radiation, a facilité singulièrement l'étude de la radiation solaire, et des recherches expérimentales de l'absorption des gaz atmosphériques, nous ont fourni des résultats aussi importants pour la physique cosmique que pour la physique du soleil. Aussi l'intérêt de ces études va-t-il en croissant de jour en jour, et aujourd'hui des observateurs habiles, un peu partout, se livrent à des observations plus ou moins étendues de la radiation solaire, particulièrement de la radiation totale.

Mais une des plus grandes difficultés dans ce domaine se trouve dans la manière de traiter les matériaux d'observations. Ces observations sont peut-être essentiellement d'un intérêt climatologique. Leur premier but est donc de déterminer comment la radiation en un point donné varie avec la saison, avec la hauteur du soleil, et l'humidité de l'atmosphère, de déterminer la quantité de chaleur reçue par la terre par an ou par journée, etc. Dans ce cas, la question est assez facile, mais c'est tout autre chose, quand il s'agit de tirer de ces observations des conclusions sur la radiation solaire à la limite de l'atmosphère. Dans ce cas, il est nécessaire de faire une extrapolation, et il est évident, qu'aucune des formules qu'on a jusqu'ici déduites empiriquement pour représenter l'intensité de la radiation solaire à la surface de la terre, ne nous autorise à faire une telle extrapolation. Bien que nous connaissions la loi simple d'après laquelle une radiation homogène est

absorbée dans des couches de différentes épaisseurs, nous savons aussi qu'elle ne peut pas s'appliquer à une radiation composée, l'absorption étant sélective. Dans ce cas, la radiation transmise peut être exprimée par une somme de termes de la forme

$$I_1 p_1' + I_2 p_2' + I_3 p_3' + \dots$$

A mesure que croît l'épaisseur des couches, les termes avec des coefficients de transmission de faible valeur, deviennent de moins d'importance, ou bien, l'importance des groupes de radiations fortement absorbées diminue de plus en plus. Ensuite, pour une certaine valeur de  $l$  assez grande, ces termes ont pratiquement disparu, et, plus  $l$  augmente, plus l'absorption s'accorde avec la loi simple de l'absorption d'une radiation homogène. Mais alors il est évident, que les observations des radiations transmises ne nous permettent pas de tirer des conclusions quant à la radiation originale. C'est pourtant ce qu'on a fait, quand on a voulu calculer l'intensité de la radiation à la limite de l'atmosphère à l'aide de formules empiriques donnant la radiation à la surface de la terre en fonction de l'épaisseur de la couche absorbante.

Ces circonstances sont à présent bien connues. On reconnaît aussi de plus en plus, qu'on ne peut arriver à une exacte connaissance de la constante solaire qu'au moyen de mesures spectro-bolométriques, jointes à des déterminations simultanées de l'intensité totale de la radiation. Les recherches spectro-bolométriques pour résoudre ce problème ne sont pourtant pas sans difficultés dans la pratique, et elles ne peuvent certainement être établies qu'en peu d'endroits, d'abord à cause de l'équipement instrumental très coûteux, et aussi parce qu'elles demandent beaucoup de temps et une habileté peu ordinaire de la part des observateurs. Les plus grandes difficultés dans les mesures spectro-bolométriques consistent dans les corrections causées d'un côté par les réflexions que subit le rayon avant d'arriver à la surface absorbante de l'instrument, et de l'autre par le pouvoir absorbant un peu différent de cette surface pour les différentes longueurs d'onde.

La question est donc celle-ci: les observations pyréliométriques qui ne sont pas accompagnées de mesures spectro-bolométriques, ne sont-elles d'aucune valeur, quand il s'agit de déterminer l'intensité de la radiation solaire à la limite de l'atmosphère? Est-il possible de trouver une formule qui permette de déduire des mesures pyréliométriques

triques une valeur plus exacte de cette radiation, et ensuite, est-il possible d'augmenter la valeur de ces observations par un moyen plus simple que le spectro-bolomètre?

Le but de ce travail est de répondre à ces questions. Malheureusement, on s'aperçoit bientôt que les travaux préliminaires sont loin d'être complets. Si toutefois je publie les résultats auxquels je suis arrivé ici, ce n'est pas dans la pensée que je puisse présenter des résultats définitifs quant aux constantes faisant partie de certaines de ces formules, mais parcequ'il me semble que la voie nouvelle dans laquelle je me suis engagé doit conduire à des résultats féconds dont l'exploitation demande sans doute des efforts combinés pour être utilisés comme il convient.

## II. La diffusion atmosphérique.

Ce qu'on doit demander en premier lieu d'une formule exprimant avec exactitude l'absorption atmosphérique, c'est que les différents facteurs dont dépend cette absorption soient séparés l'un de l'autre dans cette formule, de sorte qu'en premier lieu l'influence de la diffusion et celle des gaz absorbants reçoivent son expression bien définie.

L'influence de la diffusion, on le sait, s'étend sur tout le spectre, mais de sorte que cette diffusion diminue continuellement à mesure que croissent les longueurs d'ondes. Les recherches expérimentales sur la diffusion ont bien démontré qu'aucune des formules, déduites théoriquement pour exprimer la relation entre la diffusion et la longueur d'onde, ne peut être strictement appliquée aux conditions atmosphériques. Il ne nous reste donc évidemment qu'à essayer de trouver empiriquement une loi pour la diffusion atmosphérique. S'il nous était possible de trouver cette loi, et si nous connaissions de plus l'intensité de la radiation solaire à la limite de l'atmosphère pour chaque longueur d'onde, c'est-à-dire la distribution de l'énergie dans le spectre solaire hors de l'atmosphère, le problème de l'influence de la diffusion sur la radiation solaire serait donc résolu.

Car, si nous exprimons la relation entre ces coefficients de transmission générale  $y_\lambda$  et la longueur d'onde correspondante par la formule :

$$y_\lambda = \varphi(\lambda),$$

et l'intensité de la radiation solaire  $I_\lambda$  par l'équation

$$I_\lambda = \psi(\lambda),$$

l'énergie reçue par la terre, après que la radiation a passé par une couche atmosphérique diffusante  $l$ , serait évidemment:

$$Q_l = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \psi(\lambda) \{\varphi(\lambda)\}^l d\lambda. \dots \dots \dots (1)$$

Il est pourtant nécessaire de déterminer empiriquement cette fonction  $\psi(\lambda)$ , car il est clair, que les lois trouvées pour la radiation des corps noirs ne pourraient être appliquées au problème de la radiation solaire, compliqué qu'il est par l'absorption dans des couches de températures différentes. Et, supposé même que nous réussissions à en rendre compte et à en déduire une expression pour le spectre normal de l'énergie du soleil, il est à craindre, que cet intégral (1) n'ait une forme trop compliquée pour se prêter à un traitement mathématique.

Alors, comme il est nécessaire de déterminer empiriquement la distribution spectrale de l'intensité de la radiation solaire, de même que l'influence de la diffusion sur les différentes longueurs d'onde, il va de soi qu'il n'est d'aucun intérêt de se servir du spectre normal dans nos recherches. Je me suis donc demandé, s'il ne serait pas possible de simplifier l'équation (1) par le choix d'un système spectral plus convenable, de manière qu'elle devienne facile à intégrer.

Déjà LANGLEY<sup>1</sup> nous a fait connaître quelques différentes formes de la distribution spectrale et entre autres des *spectres d'intensité constante*. Ce qui caractérise un spectre de ce genre, c'est que la dispersion est supposée telle que l'intensité de la radiation est constante dans toute l'étendue du spectre. Si donc, dans un système de coordonnées, la dispersion  $x$  est prise pour abscisse et l'intensité constante  $A$  pour ordonnée, on obtient la relation entre l'intensité  $I_\lambda$  dans le spectre normal et  $A$  par

$$I_\lambda d\lambda = A dx.$$

S'il était possible de trouver une relation simple  $\varphi(x)$  pour exprimer la dépendance du coefficient de transmission de  $x$  dans le spectre solaire d'intensité constante, la formule (1) se simplifierait comme suit:

$$Q_l = A \int_{x_1}^{x_2} \{\varphi(x)\}^l dx, \dots \dots \dots (2)$$

dont l'intégration serait peut-être possible.

<sup>1</sup> LANGLEY, Ann. de Ch. et de Ph., 6, 2, p. 145, 1884; Wied. Ann. d. Ph. und Ch. 22, p. 598, 1884.

Il est à regretter que les observations dont on doit déduire le spectre solaire d'intensité constante, de même que les déterminations de la relation entre les coefficients de transmission et la dispersion, ne soient pas plus nombreuses. C'est principalement LANGLEY, qui les a exécutées avec ses éminents collaborateurs M. ABBOT et M. FOWLE JR et celui-là a donné un court résumé de ces observations faites dans ces dernières années à Smithsonian Astr. phys. Observatory<sup>1</sup>.

Il faut ajouter les enregistrements spectro-bolométriques du spectre solaire, que nous avons effectués pendant quelques années à Upsala d'après une méthode exposée ailleurs<sup>2</sup>. Mais ces observations ayant spécialement pour but d'étudier les parties extrêmes du spectre infra-rouge et, par conséquent, n'embrassant pas les parties visibles du spectre, elles ont malheureusement une valeur bien limitée pour la question qui nous occupe. La construction des parties infra-rouges du spectre solaire d'intensité constante est pourtant basée principalement sur ces observations, tandis que pour la partie violette et ultraviolette du spectre, où l'on n'a pas encore des déterminations directes, j'ai appliqué la loi de radiation de Wien-Planck en supposant la température du soleil de 5500°. Il va sans dire que le calcul est ici très incertain.

La fig. 1 montre le spectre solaire d'intensité constante construit à l'aide des observations à notre disposition. Sur l'abscisse  $x$  sont indiquées les longueurs d'onde correspondantes. La valeur des abscisses est choisie de sorte que tout le spectre solaire est compris entre  $x = 0$  et  $x = 1$ . En supposant l'ordonnée dans le spectre solaire aussi = 1, il est évident que toutes les valeurs directement déduites de la fig. doivent être multipliées par la constante solaire pour donner les valeurs absolues de la radiation.

Pour calculer les coefficients de transmission en fonction de la dispersion  $x$  dans le spectre d'intensité constante, je me suis servi des moyennes des coefficients de transmission, données par M. ABBOT en 1903 dans le travail déjà cité. Je l'ai fait, d'abord parce que les observations de cette année sont les plus complètes de toutes celles auxquelles j'ai eu recours, et ensuite, parce que l'intensité de la diffusion pendant cette année était exceptionnellement grande, ce qui fait que les erreurs relatives dans les déterminations du coefficient de transmission doivent être minimales. Comme on le voit par la fig., ces coeffi-

<sup>1</sup> C. G. ABBOT, Smithsonian Miscellaneous Coll. Vol. 45, p. 74, 1903.

<sup>2</sup> K. ÅNGSTRÖM, Acta Reg. Soc. Upsal. 1895; Physical Review, Vol. III, p. 137, 1895.

cients sont, pour les valeurs respectives de  $x$ , introduits comme ordonnées dans le spectre d'intensité constante, et j'ai cherché une relation entre ces coefficients  $y_x$  et la dispersion  $x$  dans le spectre. La voici:

$$y_x = \varphi(x) = p x^m .$$

Admettons dans cette formule  $p = 0,93$  et  $m = 0,26$ , on obtient

$$y_x = 0,93 x^{0,26} .$$

De cette expression on a déduit la courbe inférieure de la fig. 1, et cette courbe s'accorde, comme on le voit, parfaitement avec les observations.

Pour passer de cette courbe, représentant des journées de grande diffusion, à une autre représentant un jour où la diffusion atmosphérique est plus faible, il faut recourir à une hypothèse; le plus naturel me semble de supposer qu'une variation dans la diffusion atmosphérique est tout simplement causée par une variation dans la densité de la couche diffusante. Il est possible que cette hypothèse n'ait qu'une valeur très limitée, mais si nous considérons que seules les observations par un ciel pur peuvent être employées pour évaluer la constante solaire, et que la différence de la diffusion dans ces circonstances ne peut ni ne doit être bien grande, et qu'ensuite, la cause principale de cette diffusion est probablement toujours de même nature, il nous semble que cette hypothèse est bien acceptable, surtout quand les faits observés la confirment parfaitement, comme nous le verrons dans ce qui suit. Admettons donc la densité de la couche diffusante =  $\delta$ , on obtient alors comme expression des coefficients de transmission générale

$$y_x = \varphi(x) = p^\delta x^{m\delta} = 0,93^\delta x^{0,26\delta} . . . . . (3)$$

où, par conséquent, la densité de la couche diffusante d'après les moyennes des observations de 1903 est supposée = 1. Dans la fig. 1, la courbe supérieure est obtenue par cette équation en supposant  $\delta = 0,606$  et les points marqués représentent les observations du 14 Oct. 1903 d'après un travail de M. FOWLE JR<sup>1</sup>. Ces valeurs-ci ne se trouvent pas dans les matériaux d'observations d'où est déduite la courbe inférieure, et elles représentent un jour où la diffusion est relativement faible.

Un résumé des valeurs observées et calculées se trouve du reste dans le tableau suivant.

<sup>1</sup> F. E. FOWLE JR, Smithsonian Miscellaneous Coll. Vol. 47, Part 4, p. 450, 1905.

Tableau I.

$\lambda$	$x$	$y_x$ , moy. de 1903 $\delta = 1$			$y_x$ , le 14 Oct. 1903 $\delta = 0,606$		
		Obs.	Calc.	Diff.	Obs.	Calc.	Diff.
0,4 $\mu$	0,086	0,484	0,483	+0,001	0,64	0,64	0,00
0,5	0,220	0,627	0,620	+0,007	0,76	0,75	+0,01
0,6	0,353	0,692	0,702	-0,010	0,80	0,81	-0,01
0,7	0,465	0,753	0,760	-0,007	0,85	0,85	0,00
0,8	0,548	0,797	0,798	-0,001	0,88	0,87	+0,01
0,9	0,620	0,825	0,821	+0,004	0,89	0,89	0,00
1,0	0,691	0,847	0,846	+0,001	0,91	0,90	+0,01
1,2	0,791	0,874	0,876	-0,002	0,91	0,92	-0,01
1,6	0,883	0,909	0,909	0,000			
2,0	0,932	0,912	0,913	-0,001			

La formule (2) prend maintenant la forme suivante très simplifiée,

$$Q_l = Q_0 \int_{x_1}^{x_2} [p^\delta x^{m\delta}] dx = Q_0 p^\delta \int_{x_1}^{x_2} x^{m\delta} dx.$$

ou bien

$$Q_l = Q_0 \frac{p^{\delta l}}{m\delta l + 1} (x_2^{m\delta l + 1} - x_1^{m\delta l + 1}) \dots \dots \dots (4)$$

S'il n'y a pas de bandes d'absorption causées par les gaz atmosphériques dans la partie du spectre  $x_2 - x_1$ , cette formule nous permet de déterminer l'énergie, après que le rayon a passé une couche atmosphérique de l'épaisseur  $l$  et de la densité de la couche diffusante  $= \delta$ . Pour la radiation totale du soleil, les limites d'intégration étant ici  $x_1 = 0$  et  $x_2 = 1$ , on obtient l'expression extrêmement simple

$$Q_l = Q_0 \frac{p^{\delta l}}{m\delta l + 1} = Q_0 \frac{0,93^{\delta l}}{0,26\delta l + 1} \dots \dots \dots (5)$$

Cette formule représentera donc l'influence de la diffusion sur la radiation totale dans une atmosphère qui du reste est parfaitement transparente. La fig. 2, A, montre comment la radiation totale varie dans ces circonstances avec l'épaisseur de la couche atmosphérique. Les courbes différentes se rapportent à des valeurs différentes de la densité de la couche diffusante, savoir:  $\delta = 1, 0,8, 0,7, 0,6$  et  $0,5$ . La fig. 3, B, donne les courbes correspondantes depuis  $x = 0$  jusqu'à  $x = 0,21$ , et montre ainsi l'extinction de la radiation bleu-violet et ultra-



violette dans l'atmosphère. La fig. 3, A, montre les courbes correspondantes depuis  $x = 0,5$  jusqu'à  $x = 1,0$  qui se rapportent par conséquent à la radiation infra-rouge. Ces courbes, que nous appellerons des courbes d'extinction générale, nous apprennent que, quand la radiation totale, en passant par une couche atmosphérique de l'épaisseur  $l = 1$ , ( $\delta = 1$ ), perd 25 % par la diffusion, la radiation infra-rouge perd par les mêmes raisons environ 15 % et la radiation bleu-violet jusqu'à 46 %. Elles nous montrent aussi le fait bien connu, que j'ai du reste déjà fait remarquer, que les divergences entre les valeurs ainsi trouvées et les valeurs calculées d'après la loi pour une radiation homogène, diminuent à mesure que l'épaisseur de la couche augmente.

### III. Application de ce qui précède à la recherche d'une partie limitée de la radiation solaire.

La formule (4) étant directement applicable à une partie spectrale, où il n'y a pas de bandes d'absorption, nous pouvons en tirer grand profit pour déterminer la valeur de la constante solaire dans cette partie, de même que celle de la quantité  $\delta$  dans la formule (4). Il est clair qu'alors il n'est pas nécessaire de décomposer la radiation dans un spectre et ensuite d'isoler la partie en question; on peut très bien se servir d'une substance absorbante qui ne transmet qu'une région limitée du spectre, pourvu que le pouvoir absorbant de cette substance soit déterminé en fonction de  $x$ , et que cette fonction soit telle qu'en l'introduisant dans l'équation (4), l'intégration en soit possible. Déjà au Congrès solaire d'Oxford 1905, j'ai attiré l'attention sur la nécessité de reprendre les recherches sur la radiation solaire avec les milieux absorbants étudiés à l'aide de nos méthodes modernes<sup>1</sup>. Quant au choix de la partie spectrale, j'ai pensé que les parties bleu-violet offriraient le plus grand intérêt, parce que les variations de la diffusion atmosphérique s'y font le mieux valoir et que la variation éventuelle dans la radiation solaire elle-même doit s'y manifester avec le plus de force et, par conséquent, y être facilement reconnaissable. Ensuite, la connaissance des variations dans cette partie du spectre est d'une importance toute particulière pour une foule de questions actuelles. Comme milieu absorbant, je me suis servi d'un verre bleu et d'une cuvette remplie d'eau. La cuvette, de Leybold, Cologne, contient une couche

<sup>1</sup> K. ÅNGSTRÖM, Transactions of the Intern. Union for Cooper. in solar Research, Vol. 1, p. 180. Manchester 1906.



d'eau d'un centimètre d'épaisseur. La plaque de verre est bleu-violet de 3 mm d'épaisseur, N<sup>o</sup> F 3086 de Schott & Genossen, Jena<sup>1</sup>. Par cette combinaison la radiation appartenant aux parties infra-rouges du spectre, ainsi que la radiation visible jusqu'à  $x = 0,22$  ( $\lambda = 0,52 \mu$ ) est éliminée par l'absorption. Depuis cette dernière limite le coefficient de transmission de la plaque de verre est représenté dans le spectre solaire d'intensité constante par une ligne droite jusqu'à  $x = 0,12$  ( $\lambda = 0,45 \mu$ ) où il a la valeur 0,45. Cette valeur reste approximativement constante jusqu'à ce que l'absorption du verre commence dans le spectre ultra-violet. Par conséquent, la radiation  $L_l$  transmise par l'atmosphère de l'épaisseur  $l$  et ensuite par les milieux absorbants peut, d'après l'équation (4) être exprimée par

$$L_l = 0,45 Q_0 p^{\delta l} \int_{0,04}^{0,12} (x)^{m\delta l} dx + Q_0 p^{\delta l} \int_{0,12}^{0,22} (x)^{m\delta l} (1-4,5x) dx. \quad (6)$$

La fig. 2, B, donne les courbes calculées à l'aide de cette formule pour différentes valeurs de  $\delta$ . Pour montrer comme cette formule concorde bien avec les résultats des observations, les déterminations du 1<sup>er</sup> Avril, 8, 21 et 25 Mai, 16 Juin et 10 Juillet 1906, de même que les courbes calculées en partant de la formule (6) sont introduites dans les fig. 4 et 5. La concordance entre l'observation et le calcul est ici, comme toujours quand j'ai fait des observations dans des conditions atmosphériques favorables, qualitativement très bonne. Quantitativement, les valeurs observées sont un peu trop faibles, ce qui semble indiquer que le coefficient de transmission du verre bleu-violet est supposé trop grand dans l'ultra-violet, ou bien que, dans le calcul du spectre solaire d'intensité constante, les parties bleu-violet ont eu des valeurs trop grandes. Ces causes d'erreur sont en effet aussi vraisemblables l'une que l'autre sans être de beaucoup d'importance pour cette recherche, la forme des courbes en étant très peu influencée.

Pour faciliter l'emploi de la formule (6), on trouve dans le tableau suivant II les valeurs de  $\frac{L_l}{L_{l+2}}$  pour  $l = 0$  et  $l = 2$  et pour les différentes valeurs de  $\delta$ .

<sup>1</sup> La maison ne fournit plus cette espèce de verre, mais le N<sup>o</sup> 3873 de l'épaisseur 2,57 mm possède à peu près les mêmes propriétés.

Tableau II

	$\delta$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$\frac{L_0}{L_2}$	0,5	1,92	1,95	1,97	2,00	2,02	2,05	2,08	2,10	2,13	2,15
	0,6	2,18	2,21	2,24	2,26	2,29	2,32	2,35	2,38	2,40	2,43
	0,7	2,46	2,49	2,53	2,56	2,59	2,62	2,66	2,69	2,72	2,76
	0,8	2,80	2,84	2,87	2,90	2,94	2,98	—	—	—	—
$\frac{L_2}{L_4}$	0,5	1,87	1,89	1,91	1,94	1,96	1,98	2,00	2,02	2,05	2,07
	0,6	2,09	2,11	2,15	2,17	2,20	2,23	2,26	2,29	2,31	2,34
	0,7	2,37	2,41	2,44	2,48	2,51	2,55	2,58	2,62	2,65	2,69
	0,8	2,72	2,76	2,80	2,84	2,88	2,92	—	—	—	—

L'exemple suivant fera voir comment on peut se servir de ce tableau. Supposons qu'on a trouvé les valeurs de  $L_2$  et  $L_4$  par des observations directes ou par interpolation, on a donc le rapport  $\frac{L_2}{L_4}$ . On trouve dans le tableau la valeur correspondante de  $\delta$ . La première partie du tableau nous donne pour la valeur trouvée de  $\delta$  le facteur correspondant  $\frac{L_0}{L_2}$ , dont on doit multiplier la valeur observée  $L_2$  pour obtenir la radiation  $L_0$  transmise par l'écran absorbant à la limite de l'atmosphère.

Pour les observations, je me suis servi d'un pyrhéliomètre de compensation électrique de ma construction bien connue. Les déterminations furent exécutées de la radiation totale et aussi de la radiation bleu-violet en employant l'écran absorbant déjà mentionné placé immédiatement devant l'ouverture du pyrhéliomètre<sup>1</sup>.

Le tableau suivant donne le résultat d'observations depuis le 14 Mai 1905 jusqu'au 11 Juillet 1906.

<sup>1</sup> L'Acad. R. des Sciences de la Suède m'a accordé les intérêts d'une année de la donation de EDLUND pour organiser des observations de l'insolation etc., Grâce à cette subvention j'ai pu engager M. R. HOLM, Licencié ès sciences, pour faire ces observations en 1905—1906 sous ma direction. Les tableaux III et IV contiennent une partie de ces déterminations.

Tableau III

Jours	$L_2$	$L_4$	$\frac{L_2}{L_4}$	$\delta$	$L_0$	Remarques
1905 14 Mai	0,049	0,024	2,04	0,58	0,104	*
1 Août	0,052	0,027	1,93	0,53	0,104	**
1906 11 Mars	0,050	0,026	1,92	0,52	0,099	**
15 »	0,051	0,026	1,96	0,54	0,103	**
23 »	0,050	0,023	2,17	0,63	0,113	Peu de déterminations
1 Avril	0,0514	0,0272	1,89	0,51	0,100	***
6 »	0,0510	0,0250	2,04	0,58	0,109	*
8 Mai	0,037	0,0125	2,96	0,86	0,112	*
9 »	0,0400	0,0155	2,58	0,76	0,106	Peu de déterminations
21 »	0,0455	0,0200	2,28	0,67	0,108	***
23 »	0,0475	0,023	2,06	0,59	0,102	**
25 »	0,0470	0,0225	2,09	0,60	0,104	***
8 Juin	0,0440	0,0200	2,20	0,64	0,101	*
12 »	0,053	0,027	1,96	0,54	0,107	**
16 »	0,0495	0,026	1,90	0,52	0,097	***
18 »	0,049	0,024	2,04	0,58	0,099	**
24 »	0,0435	0,0205	2,12	0,61	0,096	***
25 »	0,047	0,0235	2,00	0,56	0,098	Peu de déterminations
10 Juillet	0,039	0,015	2,60	0,77	0,105	***
11 »	0,039	0,0165	2,51	0,74	0,101	*

\* Conditions atmosphériques peu favorables.

\*\* » » bonnes.

\*\*\* » » excellentes.

Le tableau précédent nous montre non seulement la grande influence de la diffusion dans les parties bleu-violet du spectre, mais aussi les grandes variations que subit cette diffusion d'un jour à l'autre, la valeur de la radiation variant entre 0,053 et 0,037 à une hauteur solaire de  $30^\circ$  ( $L_2$ ). La densité de la couche diffusante de l'atmosphère a varié entre  $\delta = 0,51$  et  $\delta = 0,86$ .

Quant à  $L_0$  — la radiation à la limite de l'atmosphère — les matériaux d'observations disponibles ne permettent pas de tirer des conclusions définitives en ce qui concerne la variation de cette quantité. Les quantités observées  $L_2$  et  $L_4$  ne s'élevant qu'à quelques % de la radiation totale et les observations étant effectuées avec le pyréliomètre de compensation électrique suivant la même disposition que pour les observations ordinaires, sauf que la sensibilité de l'ampère-mètre était plus grande, les causes d'erreurs devaient évidemment être relativement grandes. En supposant dans  $L_2$  et  $L_4$  l'erreur s'élevant jusqu'à 2 %, l'écart en  $\frac{L_2}{L_4}$  peut évidemment aller jusqu'à 4 %. Mais si nous ne

considérons que les bonnes déterminations, ces observations présentent des variations qui ne diffèrent pas beaucoup des erreurs d'observations. Il semblerait pourtant que la radiation de la dernière moitié de Juin eût un minimum. Ce que nous pouvons dire avec certitude, c'est que des variations plus considérables, s'élevant à 10 % ou davantage, n'ont pas été constatées dans nos observations. Je pense pourtant que ces exemples suffisent pour montrer l'avantage et la valeur de cette méthode. Avec des moyens simples et indépendants de la présence de la vapeur d'eau dans l'atmosphère, elle nous permet d'étudier les variations de la diffusion présente dans l'atmosphère de même que les variations éventuelles de la constante solaire pour une partie limitée du spectre.

#### IV. Application de ce qui précède pour examiner la radiation totale.

Les résultats auxquels nous sommes arrivés dans ce qui précède, nous permettent d'en faire une application de grande valeur quant à la radiation totale, spécialement dans le cas où des observations simultanées de la radiation totale et de celle transmise par l'écran absorbant ont été effectuées. De ces dernières observations on déduit  $\delta$ , ainsi que nous l'avons déjà montré. Mais si nous connaissons  $\delta$ , nous connaissons aussi l'influence de la diffusion sur la radiation totale dans les mêmes conditions.

Supposons donc que nous avons observé l'intensité  $Q_i$  de la radiation totale et que nous connaissons aussi la quantité de chaleur  $F(x)$  absorbée dans ce même temps par les gaz atmosphériques, alors

$$Q_i + F(x)$$

nous définirait évidemment un point de la courbe d'extinction générale de la radiation totale (voir p. 8). Nous n'avons donc qu'à tirer par ce point la courbe de la radiation totale, correspondant à la valeur trouvée pour  $\delta$ , pour obtenir la valeur cherchée de  $Q_0$ , c'est-à-dire, la constante solaire.

Cette méthode de détermination de la constante solaire dépend évidemment de la possibilité de déterminer  $F(x)$ , c'est-à-dire l'absorption des gaz atmosphériques. Le facteur le plus important dans cette absorption, on le sait, c'est la vapeur d'eau qui est quantitativement d'une telle importance, qu'on peut avec une approximation suffisante regarder comme quantité négligeable l'absorption des autres gaz.

Il s'agit donc de déterminer l'absorption des rayons solaires, causée par les gaz et spécialement par la vapeur d'eau dans l'atmosphère, question d'une haute importance, qui est aussi ancienne à peu près que les recherches sur l'extinction de la radiation solaire dans l'atmosphère en général. Nous pouvons laisser de côté les anciennes expériences pour déterminer cette absorption, alors qu'on était impuissant à séparer l'influence de la diffusion de celle de l'absorption. Les observations sur lesquelles j'ai essayé de résoudre cette question sont:

1) Mes enregistrements spectro-bolométriques du spectre solaire, qui donnent les valeurs approximatives de l'absorption causée par la vapeur d'eau, en supposant que les grandes bandes d'absorption dans le spectre infra-rouge résultent de cette absorption.

2) Des comparaisons entre la radiation totale pendant des journées d'humidité différente, mais avec la même valeur de  $\delta$ , c'est-à-dire avec la même diffusion.

3) Et comme contrôle, des valeurs de l'absorption de la vapeur d'eau, qu'on trouve en comparant un grand nombre de déterminations de la radiation totale à différente tension de la vapeur d'eau. Quelques recherches préliminaires à cet effet ont déjà été faites par nous<sup>1</sup>, et plus tard M. LADISLAS GORCZYNSKI<sup>2</sup> a repris ces recherches en ne se servant dans le calcul que des valeurs les plus élevées de la radiation solaire.

La plus grande difficulté dans ce genre de travaux consiste certainement à évaluer la quantité de vapeur d'eau dans l'atmosphère, car la tension à la surface de la terre ne donne qu'une valeur assez incertaine de cette quantité. Il serait donc fort désirable que les recherches sur la radiation solaire fussent combinées avec des observations de l'humidité des couches atmosphériques supérieures au moyen de cerfs-volants ou de ballons. Tant que nous serons réduits aux déterminations de la tension  $f$  de la vapeur d'eau à la surface de la terre, nous ne pourrons qu'essayer d'exprimer cette fonction  $F(x)$  comme fonction de la tension  $f$  et de l'épaisseur de la couche atmosphérique  $l$ , en supposant la diffusion = 0. Pour rendre compte aussi de l'influence de la diffusion, toute longueur d'onde absorbée doit être multipliée par le coefficient de transmission générale correspondant. Mais, comme on

<sup>1</sup> K. ÅNGSTRÖM, Ann. der Physik, 3, p. 720, 1900.

<sup>2</sup> L. GORCZYNSKI, Sur la marche annuelle de l'intensité du rayonnement solaire à Varsovie, Bureau Mét. du Réseau de Varsovie, 1906.



le voit par ce qui précède, ces coefficients varient très peu dans les régions spectrales où se trouve justement l'absorption de la vapeur d'eau. Il est donc possible d'introduire une valeur moyenne, au lieu de tous ces coefficients et d'écrire la quantité de chaleur absorbée par la vapeur d'eau  $= Q_0 F(fl) p^{\delta l}$ , où j'ai supposé  $p = 0,85$ . Supposons qu'un certain jour, la tension  $f$  et la densité de la couche diffusante  $\delta$  étant connues, nous avons déterminé par des enregistrements spectro-bolométriques la relation  $q$  entre la radiation transmise par l'atmosphère sèche et la radiation actuelle, nous aurons donc

$$q = \frac{Q_0 \frac{0,93^{\delta l}}{0,26\delta l + 1}}{Q_0 \frac{0,93^{\delta l}}{0,26\delta l + 1} - Q_0 F(fl) 0,85^{\delta l}},$$

par où on pourra déterminer  $F(fl)$ . Faute d'observations suffisantes, ces calculs ne peuvent être considérés que comme préliminaires et, pour abrégé, je ne donne qu'un résumé du résultat auquel je suis arrivé. Dans la fig. 6,  $F(fl)$  est pris pour ordonnée et  $fl$  pour abscisse. La courbe tracée est représentée par l'expression

$$F(fl) = 0,1 (fl)^{0,275} \dots \dots \dots (7)$$

Il est clair que cette formule n'est valable que pour l'intervalle duquel elle est déduite ( $5 < fl < 30$ ). Il faut aussi remarquer que cette formule est déduite de sorte qu'elle comprend en effet, non seulement l'absorption de la vapeur d'eau, mais l'absorption totale des gaz atmosphériques, par conséquent aussi celle de l'acide carbonique. Si pourtant nous avons pu exprimer l'absorption comme fonction de  $fl$ , c'est que, déjà pour  $l = 1$ , l'absorption de la radiation solaire, exercée par l'acide carbonique, est à peu près accomplie et celle des autres gaz est, comme nous l'avons déjà remarqué, quantitativement sans importance.

Les équations 5 et 7 nous permettent d'exprimer par une seule formule l'influence de la diffusion, de même que celle de l'absorption de la vapeur d'eau sur la radiation totale. Nous trouvons donc:

$$Q_t = Q_0 \left( \frac{0,93^{\delta l}}{0,26 \delta l + 1} - 0,1 (fl)^{0,275} \cdot 0,85^{\delta l} \right), \dots (8)$$

ou

$$Q_0 = \frac{Q_l}{\frac{0,93^{\delta l}}{0,26\delta l + 1} - 0,1 (f l)^{0,275} \cdot 0,85^{\delta l}}$$

Par cette formule, où  $Q_l$  est la valeur directement observée de la radiation totale à une épaisseur de l'atmosphère =  $l$  et  $\delta$  est déduit des observations à l'aide de l'écran absorbant, nous pouvons calculer la constante solaire  $Q_0$ .

Le tableau suivant contient les résultats déjà trouvés. Il fournit les valeurs  $Q_2$ , obtenues par interpolation entre les valeurs observées, la densité de diffusion de l'atmosphère  $\delta$ , empruntée au tableau III, la tension d'humidité  $f$ , la radiation à la limite de l'atmosphère  $Q_0$  et le rapport  $\frac{L_0}{Q_0}$  entre la radiation bleu-violet et la radiation totale.

Tableau IV

Jours	$Q_2$	$\delta$	$f$ m m	$Q_0$	$\frac{L_0}{Q_0}$	Remarques
1905 Mai 14	1,16	0,58	5,0	2,11	0,049	*
Août 1	1,18	0,53	7,0	2,13	0,049	**
1906 Mars 11	1,29	0,52	2,6	2,15	0,046	**
15	1,27	0,54	2,9	2,15	0,048	**
23	1,27	0,63	2,8	2,27	0,050	*
Avril 1	1,24	0,51	3,2	2,09	0,048	***
6	1,27	0,58	4,6	2,28	0,048	*
Mai 8	0,97	0,86	8,8	2,16	0,052	*
9	1,00	0,76	8,3	2,10	0,050	Peu de déterminations
21	1,17	0,67	3,7	2,19	0,049	***
23	1,18	0,59	4,7	2,15	0,047	**
25	1,17	0,60	6,0	2,16	0,048	***
Juin 8	1,11	0,64	6,6	2,12	0,048	*
12	1,18	0,54	8,4	2,18	0,048	**
16	1,21	0,52	6,7	2,16	0,045	***
18	1,23	0,58	6,5	2,26	0,044	**
24	1,16	0,61	7,3	2,20	0,044	***
25	1,15	0,56	8,4	2,15	0,046	Peu de déterminations
Juillet 10	1,05	0,77	8,2	2,23	0,047	***
11	1,01	0,74	9,7	2,11	0,048	*

- \* conditions atmosphériques peu favorables.
- \*\* » » bonnes.
- \*\*\* » » excellentes.

De même que pour la radiation bleu-violet, les observations ne sont pas assez nombreuses pour accuser avec quelque certitude des

variations dans la radiation hors de l'atmosphère. Cependant, si nous prenons le rapport entre la radiation bleu-violet et la radiation totale, c'est-à-dire  $\frac{L_0}{Q_0}$  (voir la dernière colonne du tab. IV), les choses se présentent un peu autrement. On observe ici un minimum dans la seconde moitié de Juin, trop grand me semble-t-il pour l'attribuer seulement à des erreurs d'observations. Quoi qu'il en soit, le bon accord entre les valeurs calculées de  $Q_0$  militent en faveur de cette méthode. La tension de la vapeur d'eau varie dans les observations traitées depuis 2,6 m m jusqu'à 9,7 m m, et la densité de la diffusion depuis 0,51 jusqu'à 0,86. Malgré cela, les valeurs calculées de  $Q_0$  se montrent remarquablement indépendantes de ces deux quantités. La moyenne de 20 observations est 2,168, la moyenne des 12 meilleures observations est 2,171. Le plus grand écart de la moyenne est 0,09 dans celles-ci et 0,11 dans celles-là ou respectivement 4,1 et 5,1 %.

En comparant les valeurs obtenues ici avec celles qu'on a trouvées par la méthode spectro-bolométrique, elles ne semblent pas être inférieures à celles-ci. M. FOWLE donne dans son travail<sup>1</sup> déjà cité, 15 déterminations de la constante solaire, obtenues par des enregistrements spectro-bolométriques pendant les années 1902—1904. Elles varient entre 1,94 et 2,31, et il y a lieu à croire que ces différences ne dépendent pas uniquement des variations de la radiation solaire elle-même. La méthode ici exposée a du reste un grand avantage dans sa simplicité. Des corrections difficiles et incertaines pour la réflexion, ne sont pas nécessaires, l'appareil n'est pas sujet à des altérations temporaires et les observations comme les calculs sont aussi simples que possible. Tout cela est évidemment très favorable quand il s'agit de faire des observations simultanées dans plusieurs endroits différents. Avec les améliorations que j'indiquerai dans ce qui suit, la méthode combinant des déterminations pyréliométriques de la radiation totale avec celles exécutées avec les milieux absorbants doit permettre une détermination de la constante solaire avec une exactitude relative de quelques % près, exactitude suffisamment grande pour décider si la radiation du soleil est en effet sujette aux variations temporaires comme on l'a supposé récemment.

---

<sup>1</sup> FOWLE, l. c.



Quant à la valeur absolue de la constante solaire, ces observations, de même que des déterminations plus récentes, donnent une valeur remarquablement basse pour cette constante. Cependant, d'après tout ce qu'on sait à présent, il y a lieu de croire que cette valeur ne diffère pas de beaucoup de la vraie<sup>1</sup>.

Il serait sans doute d'un grand intérêt de pouvoir appliquer les principes exposés ci-dessus aux observations qui n'embrassent que la radiation totale. Voici comment j'ai cru pouvoir traiter cette question.

A une épaisseur de la couche atmosphérique  $l = 2$ , la radiation est d'après l'équation (8):

$$Q_2 = Q_0 \left( \frac{0,93^{2\delta}}{2 \cdot 0,26 \delta + 1} - 0,1(2f)^{0,275} \cdot 0,85^{2\delta} \right)$$

et à une épaisseur de la couche  $l = 3$  on a

$$Q_3 = Q_0 \left( \frac{0,93^{3\delta}}{3 \cdot 0,26 \delta + 1} - 0,1(3f)^{0,275} \cdot 0,85^{3\delta} \right)$$

done:

$$\frac{Q_3}{Q_2} = \frac{\frac{0,93^{3\delta}}{3 \cdot 0,26 \delta + 1} - 0,1(3f)^{0,275} \cdot 0,85^{3\delta}}{\frac{0,93^{2\delta}}{2 \cdot 0,26 \delta + 1} - 0,1(2f)^{0,275} \cdot 0,85^{2\delta}}.$$

Si nous calculons la relation  $\frac{Q_3}{Q_2}$  pour de différentes valeurs de  $\delta$  et  $f$ , et en faisons un tableau,  $f$  et  $\frac{Q_1}{Q_2}$  étant donnés par les observations,

<sup>1</sup> Je saisis cette occasion pour remarquer encore une fois que je ne partage plus la manière de voir que j'ai exposée, il y a 17 ans, sur la grande valeur de la constante solaire. (Bihang till K. Vet.-Akad. Handl. 15, afd. I, N<sup>o</sup> 10, et Wied. Ann, 39, p. 294, 1890). Les travaux de LANGLEY à cette époque donnent aussi des valeurs très élevées de cette constante. Cette estimation erronée s'explique par le fait qu'on ne connaissait pas encore la relation entre la température et la distribution de l'énergie dans le spectre, et que certaines déterminations faites par LECHER semblaient montrer que l'acide carbonique absorbait une partie fort considérable de la radiation solaire. J'ai été moi-même le premier à répéter les recherches de LECHER, et dès 1896 j'en ai montré l'inexactitude (Wied. Ann. d. Physik, 3, p. 720, 1900). La question a aussi été traitée entre autres par M. FRANK W. VERY (Dep. of Agriculture, Weather Bureau, N<sup>o</sup> 254, 1901). La critique de M. ABBOT à ce sujet dans son travail: «Recent studies of the solar radiation», est donc assurément bien fondée mais de peu d'actualité.

nous pouvons nous servir de ce tableau pour déduire  $\delta$ , après quoi nous pouvons calculer  $Q_0$  comme dans ce qui précède. A l'aide de cette méthode j'ai essayé de traiter les observations déjà citées, mais je dois avouer que le résultat n'a pas été très encourageant. Cela dépend sans doute de plusieurs circonstances. D'abord, il faut remarquer que  $\delta$  doit être déduit d'une expression contenant la tension de la vapeur d'eau  $f$ , et la supposition que  $f$  reste constant dans toute l'atmosphère, depuis la détermination de  $Q_2$  jusqu'à celle de  $Q_3$ , ne se réalise que très rarement. En revanche, nous savons qu'en général  $f$  augmente dans l'après-midi, et cela explique en partie pourquoi les valeurs déduites pour  $\delta$  en partant de l'équation ci-dessus sont trop faibles. De plus, cette méthode demande une exactitude beaucoup plus grande des constantes que celle qui se présente dans les formules actuelles. La voie que nous indiquons ici pour traiter des observations de la radiation totale me semble digne d'un développement ultérieur.

#### V. Résumé et améliorations désirables de la méthode.

Les précédents calculs sont naturellement basés sur la supposition que les variations de la radiation solaire, dans sa composition hors de l'atmosphère, ne sont que très faibles, de sorte que le spectre solaire d'intensité constante garde son caractère général. A l'aide de ces calculs, nous avons donc montré comme il est possible, en se servant d'un spectre d'intensité constante, de trouver une expression simple pour l'influence de la diffusion sur la radiation solaire ou sur une partie limitée quelconque. Nous avons appliqué cette formule à une méthode pour examiner par des milieux absorbants une partie limitée du spectre solaire et en déduire l'intensité de cette partie à la limite de l'atmosphère, et nous avons vu que ces observations nous font aussi connaître la densité relative de la couche diffusante de l'atmosphère. De plus, des observations simultanées de la radiation totale et de la radiation transmise par l'écran bleu-violet, nous ont permis de déterminer la constante solaire pour la radiation totale. Ensuite, nous avons essayé d'appliquer les résultats obtenus aux observations pyréliométriques ordinaires, question importante, parce que ce sont les seules observations qui aujourd'hui sont exécutées sur une grande échelle.

Les recherches nécessaires pour augmenter la valeur pratique de cette méthode sont: 1° une révision des coefficients de transmission

quant à la diffusion, 2<sup>o</sup> une détermination plus exacte de la distribution de la radiation dans le spectre solaire d'intensité constante et 3<sup>o</sup> une recherche à l'aide d'enregistrements spectro-bolométriques sur l'influence de la vapeur d'eau sur la radiation solaire.

Un autre écran absorbant que celui dont je me suis servi serait sans doute plus avantageux. J'ai déjà expliqué, pag. 8, pourquoi j'ai choisi un écran qui transmet les rayons bleu-violet. Cet écran a certains inconvénients, à cause de la grande difficulté qu'il y a d'en déterminer les constantes, c'est-à-dire les coefficients de transmission de la plaqué de verre pour les parties violettes et ultra-violet extrêmes. Il est du reste bien possible que ces parties de la radiation soient sujettes à l'influence de bandes d'absorption atmosphériques, par ex. de l'ozone, et ensuite, la radiation transmise par le filtre est bien faible et, par conséquent, difficile à déterminer avec une exactitude suffisante en se servant des moyens pyréliométriques ordinaires. En choisissant un milieu absorbant embrassant les parties jaune-vert du spectre, combiné naturellement avec une cuvette d'eau, ces inconvénients seraient éliminés. On aurait de plus le grand avantage que les coefficients de transmission générale pour le faisceau de rayons qui passe par cet écran, se trouveraient dans la partie centrale du spectre et s'approcheraient par conséquent de la valeur moyenne des coefficients de transmission, contenus dans la radiation solaire. La valeur que nous trouvons par nos observations avec ce nouvel écran pour la densité  $\delta$  de la couche diffusante, s'appliquera donc avec plus de sûreté à la radiation totale, que si nous devons déduire cette valeur à l'aide d'observations d'une partie extrême du spectre.

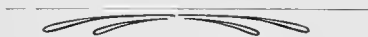






Fig. 1.

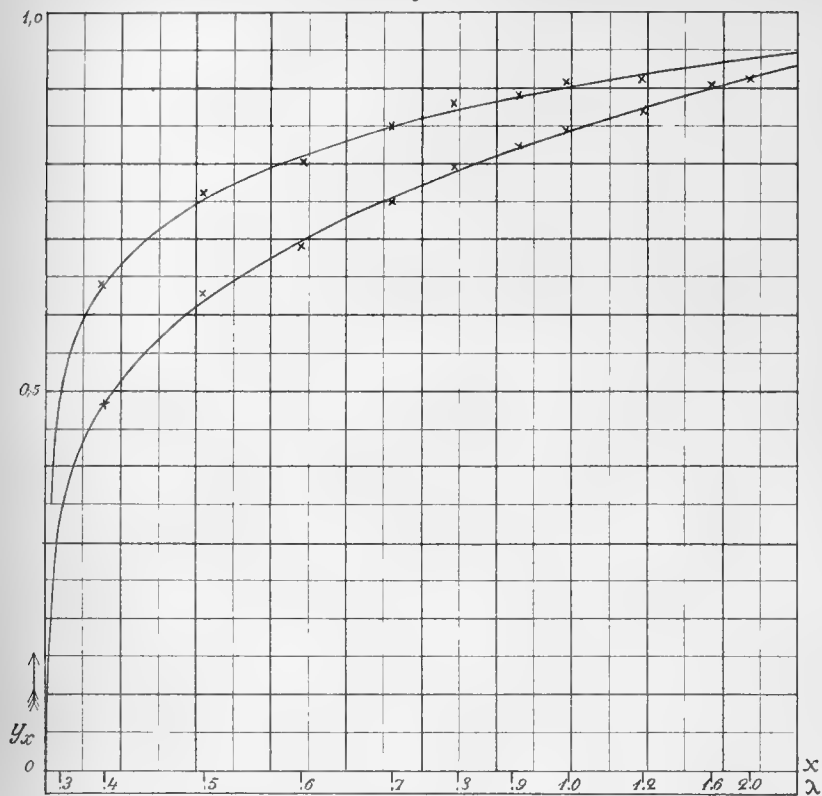


Fig. 2.

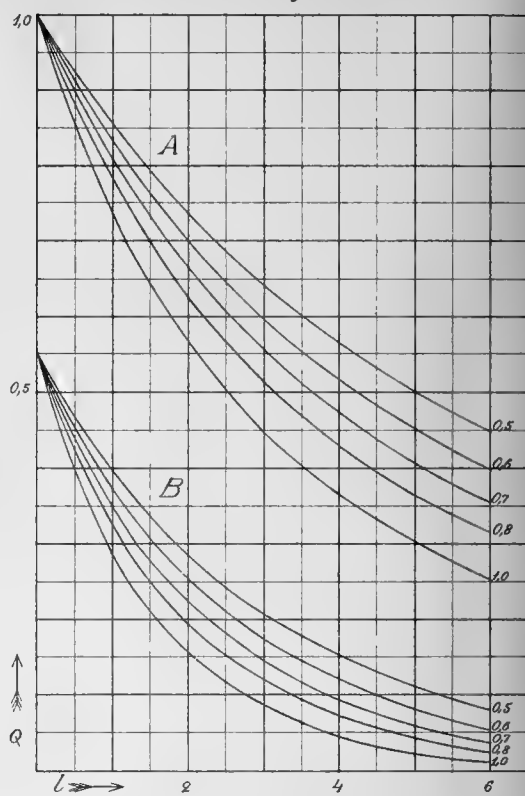


Fig. 4.

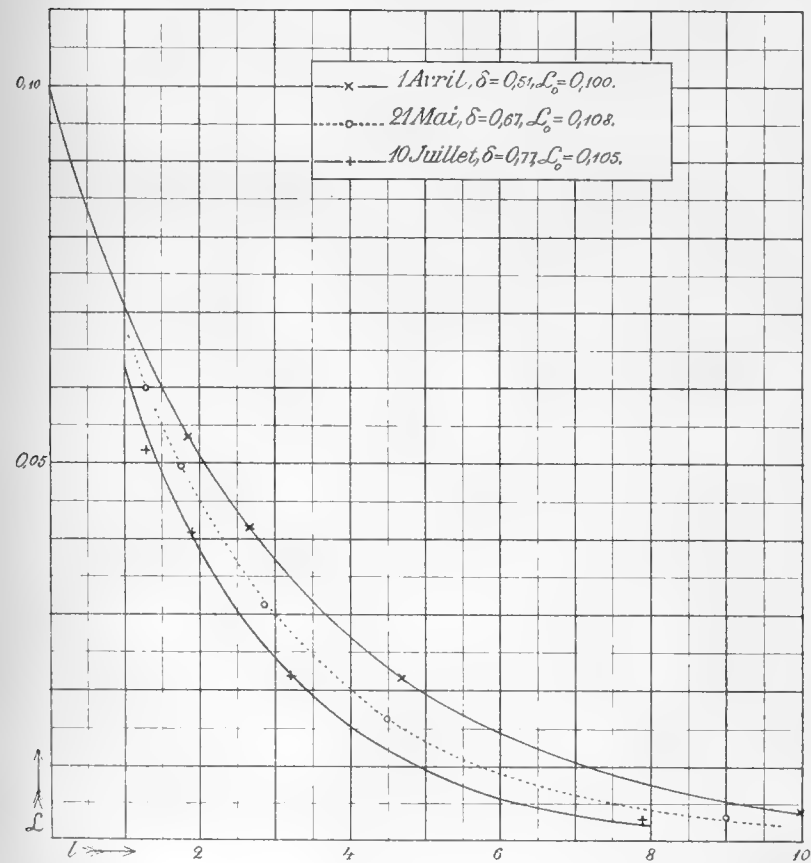


Fig. 5.

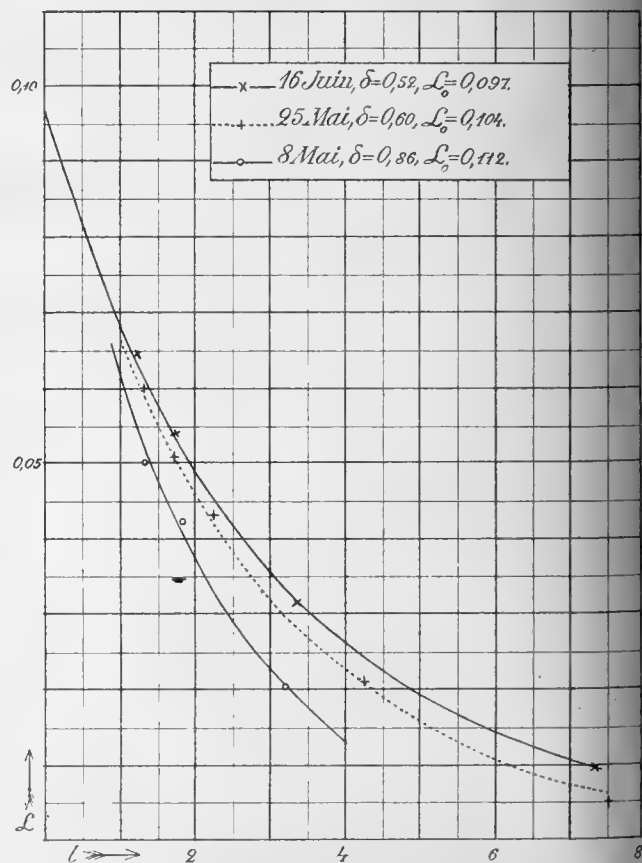


Fig. 3.

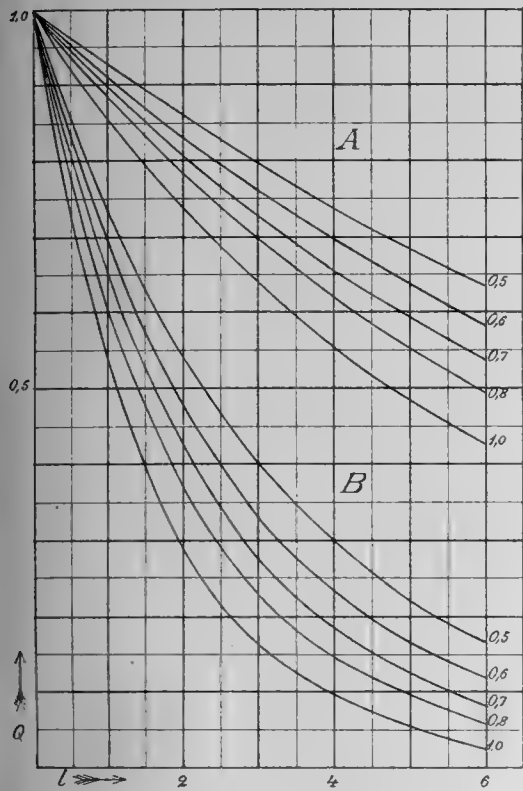
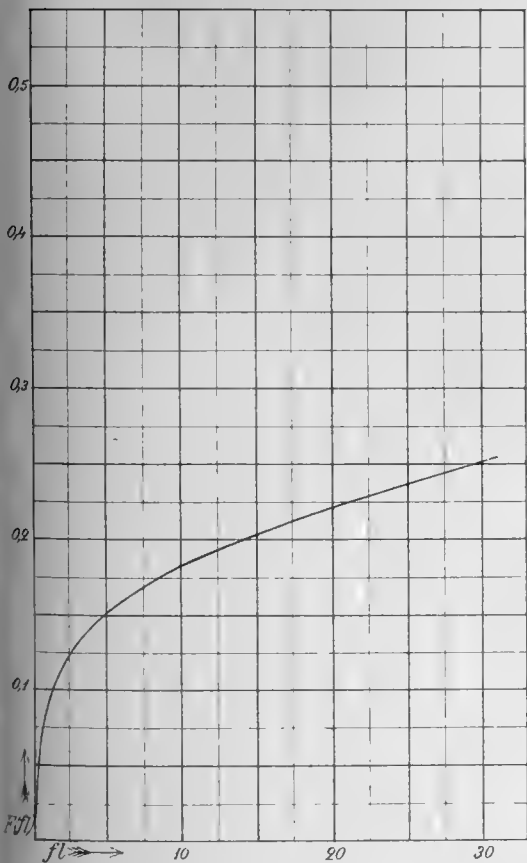


Fig. 6.







NOVA ACTA REGLE SOCIETATIS SCIENTIARUM UPSALIENSIS.

SER. IV. VOL. 1. N. 8.

---

UEBER DIE HAUPT-EIGENSCHAFTEN

DERJENIGEN

ANALYTISCHEN FUNCTIONEN EINES ARGUMENTS,

WELCHE ADDITIONSTHEOREME BESITZEN

VON

**M. FALK.**

(MITGETHEILT DER KÖNIGL. SOCIETÄT DER WISSENSCHAFTEN ZU UPSALA AM 1 FEBR. 1907).

UPSALA 1907

AKADEMISCHE BUCHDRUCKEREI

EDV. BERLING.



## Vorbemerkung.

Die Vorlesungen über elliptische Functionen, welche WEIERSTRASS im Sommersemester 1885 an der Universität Berlin hielt, sind meines Wissens seine letzten über diesen Gegenstand. Man darf deshalb wohl annehmen, dass dieselben eben diejenige Abfassung ausmachen, die er seinen genialen Untersuchungen über jene Functionen endgültig hat geben wollen. Wenn dem so ist, so muss nur um so mehr bedauert werden, dass die Herausgabe seiner Vorlesungen nicht allein über elliptische, sondern auch über analytische Functionen schon so lange auf sich warten lässt. Denn der Werth und die Bedeutung der ihm eigenen Functionen und Lehrsätze können erst dann in voller Klarheit zum Vorschein kommen und gehörig gewürdigt werden, wenn diese Functionen und Lehrsätze in dem ihnen gebührenden Rahmen, d. h. im Lichte seiner Theorie der analytischen Functionen dargestellt und betrachtet werden. Aber sogar schon von nur rein formalem Gesichtspunkte aus ist die Herausgabe der genannten Vorlesungen kaum minder wünschenswerth; denn sie bilden ein Gedankengebäude von fast alleinstehender logischer Strenge, Homogenität und durchsichtiger Klarheit, wo alles mit den einfachsten — also auch den für die Untersuchungen natürlichsten und ihnen besonders angemessenen — Mitteln hergeleitet wird, d. h. sie bilden ein wissenschaftliches Ganzes, das auch den höchsten Ausprüchen auf systematische Einheitlichkeit gerecht ist, sich mit gewissenhafter Sorgfalt bestrebt, jede Zuhilfenahme fremder Beweisgründe zu vermeiden, und folglich als ein wahres Muster von wissenschaftlicher Leistung aufgestellt werden kann.

Die theoretische Entwicklung, welche WEIERSTRASS in den oben genannten Vorlesungen über elliptische Functionen *vollständig zum Abschluss* geführt hat, kann kurz bezeichnet werden als die Theorie derjenigen mit einem algebraischen Additionstheoreme versehenen ein-

deutigen analytischen Functionen, welche überall im Endlichen von *rationalem* Charakter sind. Es kamen allerdings in jenen Vorlesungen — und zwar schon in einer der ersten — auch noch einige allgemeinere Untersuchungen über analytische Functionen eines Arguments, die ein algebraisches Additionstheorem besitzen, vor; aber diese Untersuchungen, die übrigens von der beschränkenden Voraussetzung ausgingen, dass die Functionen sich an der Nullstelle des Argumentes regulär verhalten, wurden nur theilweise vollführt, wie ich in der Abtheilung 3 des hier folgenden Aufsatzes näher darzulegen versucht habe. Es wurde also unter Anderem dort nicht dargethan, dass jede mit einem algebraischen Additionstheoreme versehene *eindeutige* analytische Function eines Arguments nothwendig überall im Endlichen von *rationalem* Charakter ist.

Dass ich in den Vorlesungen über elliptische Functionen, die ich im Jahre 1903 an der hiesigen Universität hielt, mir das Ziel setzen musste, meine Zuhörer mit dem Inhalte und der Darstellungsart jener WEIERSTRASS'schen Vorlesungen vertraut zu machen, ist selbstredend nur eine Folge des oben Gesagten. Da ich aber zugleich auch noch die allgemeinen Sätze über diejenigen analytischen Functionen eines Arguments, welche mit einem algebraischen Additionstheoreme begabt sind, ausführlich auseinandersetzen wollte — natürlich ohne von der genannten WEIERSTRASS'schen Darstellungsart abweichen zu müssen —, so nahm ich jene allgemeinen Untersuchungen erst dann vor, als der Beweis des Satzes gegeben worden war, dass die nothwendige und ausreichende Bedingung dafür, dass eine *eindeutige* analytische Function  $\varphi(u)$ , die überall im Endlichen von rationalem Charakter ist, ein algebraisches Additionstheorem besitzt, darin besteht, dass sie eine *rationale* Function entweder von  $u$  selbst oder von einer Exponentialfunction  $e^{\frac{\pi u}{\omega}}$  oder von einer Function  $\wp(u)$  und ihrer ersten Ableitung  $\wp'(u)$  ist.

So weit gekommen, trug ich dann — im Herbstsemester 1903 — den Inhalt des hier folgenden Aufsatzes vor, wobei ich — um so wenig als möglich voraussetzen zu brauchen — zunächst als Vorbereitung einige nöthige Sätze über diejenigen analytischen Functionen eines Arguments gab, die in einem angegebenen Bereiche von *algebraischem* Charakter sind, und dann schliesslich die Hauptaufgabe in Angriff nahm, wobei es mir also, wie gesagt, als vor Allem massgebend obliegen musste, den WEIERSTRASS'schen Gedankengang so genau,

wie es mir überhaupt möglich war, inne zu halten und mich daher zu bestreben, erst die in den genannten WEIERSTRASS'schen Vorlesungen gegebenen Untersuchungen von der Annahme, dass  $u = 0$  für  $q(u)$  eine reguläre Stelle sein sollte, zu befreien und dann diese Untersuchungen zum Abschluss zu bringen.

Erst nachdem ich die hier unten folgende deutsche Uebersetzung meines Aufsatzes schon vollendet hatte, ist es zu meiner Kenntniss gelangt, dass — im Sommer des Jahres 1905 — die hier behandelte Aufgabe in einer Doctordissertation<sup>1</sup> an der Universität Berlin zum Gegenstand der Untersuchung gemacht worden ist, welche Dissertation ich mir jetzt erst habe verschaffen können. Und mit regem Interesse habe ich dann von den Untersuchungen des Verfassers Kenntniss genommen. Wenn ich — obgleich diese Abhandlung schon vor etwa anderthalb Jahren veröffentlicht worden ist — mich doch erühne, meinen Aufsatz dem Druck zu übergeben, so geschieht dies aus dem Grunde, weil unsre Aufsätze nicht nur der Untersuchungsart und dem Zwecke, sondern auch dem Inhalte nach in mehreren Hinsichten von einander verschieden sind, weshalb ich auch gern hoffen möchte, dass der meinige nicht als jegliches Interesses entbehrend befunden werde.

Januar 1907.

---

<sup>1</sup> Ueber diejenigen analytischen Functionen eines Arguments, welche ein algebraisches Additionstheorem besitzen. Inangural-Dissertation zur Erlangung der Doktorwürde von PAUL KOEBE.

---

## I.

### Functionen von algebraischem Charakter.

Für die Untersuchungen, die wir über diejenigen analytischen Functionen eines Arguments, welche Additionstheoreme besitzen, unten anstellen wollen, haben wir einige Sätze nöthig, welche Functionen betreffen, die in einem angegebenen Bereiche von algebraischem Charakter sind. Obgleich diese Sätze wohl als bekannt angenommen werden könnten, wollen wir sie doch hier auseinandersetzen, nämlich so, wie sie uns am besten nützlich zu werden scheinen.

Wir erinnern zunächst an die bekannte Definition:

Ⓐ. *Eine Function:*

$$z = \varphi(u), \quad (1)$$

*welche einer irreductiblen Gleichung:*

$$p_0(u)z^{\lambda} + p_1(u)z^{\lambda-1} + \dots + p_{\lambda-1}(u)z + p_{\lambda}(u) = 0 \quad (2)$$

*Genüge leistet, wo die Coefficienten  $p(u)$  ganze Functionen von  $u$  sind, nennt man eine **Function von algebraischem Charakter im eigentlichen Sinne des Wortes.***

Die Vorschrift, dass die Gleichung (2) irreductibel sein soll, ist hier so zu verstehen, dass ihre linke Seite in Factoren von derselben Beschaffenheit nicht zerlegbar sein darf.

Der obigen Definition gegenüber stellen wir noch die folgende:

Ⓑ. *Wenn eine Function (1) einer Gleichung (2) genügt, deren Coefficienten  $p(u)$  gewöhnliche Potenzreihen von  $u$  sind, die im Bereiche:*

$$|u| \leq R_1, \quad (3)$$

*wo  $R_1$  eine **endliche** reelle positive Zahl bedeutet, convergieren, und wenn die Gleichung (2) in diesem Bereiche*

*irreductibel* ist, so ist die Function im Bereiche (3) von **algebraischem Charakter**. — Der Einfachheit halber sei hier angenommen, dass die Grösse  $R_1$  um ein beliebig Weniges kleiner ist als der kleinste von den wahren Convergenczradien der einzelnen Potenzreihen  $p(u)$ .

In diesen Definitionen dürfen wir ferner annehmen, dass im betreffenden Bereiche die Coefficienten  $p(u)$  nirgends **gleichzeitig** den Werth Null annehmen — also in  $\mathfrak{A}$  für keinen endlichen, in  $\mathfrak{B}$  für keinen Werth von  $u$ , dessen absoluter Betrag  $\leq R_1$  ist.

Betrachten wir zunächst den Fall  $\mathfrak{A}$ . Die allen den Functionen  $p(u)$  gemeinsamen Nullstellen — jede genau so oft gerechnet, als ihre kleinste Ordnungszahl in Bezug auf die einzelnen Functionen  $p(u)$  angiebt — besitzen offenbar die Eigenschaft, dass eine ganze Function  $G(u)$  gebildet werden kann, die dieselben zu ihren **sämmtlichen** Nullstellen hat<sup>1</sup>. Man sieht dann unmittelbar ein, dass auch jeder *Quotient*:

$$\frac{p(u)}{G(u)}$$

eine *ganze* Function von  $u$  ist. Dividirt man daher die Coefficienten in der Gleichung (2) durch  $G(u)$ , so geht also eine Gleichung von derselben Beschaffenheit hervor, wo aber jetzt für keinen endlichen Werth von  $u$  sämtliche Coefficienten mehr verschwinden können.

Der Fall  $\mathfrak{B}$  ist noch einfacher, da alsdann im Bereiche (3) keine der Functionen  $p(u)$  unendlich viele Nullstellen haben kann. Man kann daher eine ganze — hier sogar rationale — Function  $G(u)$  bilden, welche, wie oben benutzt, der Gleichung (2) die gewünschte Eigenschaft ertheilt.

In der Gleichung (2) kann man füglich die Zahl  $\lambda$  den *Mehrdeutigkeitsgrad* der Functionsbestimmung nennen. Da man für  $\lambda = 1$  das Resultat:

$$z = -\frac{p_1(u)}{p_0(u)}$$

erhält, so haben wir zunächst den evidenten Satz:

**§.** Wenn eine Functionsbestimmung in einem gewissen Bereiche gleichzeitig von **algebraischem** Charakter und vom **ersten** Mehrdeutigkeitsgrade ist, so ist sie daselbst von **rationalem** Charakter.

<sup>1</sup> WEIERSTRASS, Zur Theorie der eindeutigen analytischen Functionen. Art. 2.

Wenn dagegen  $\lambda > 1$  ist, so ergibt die Gleichung (2) im betreffenden Bereiche eine  $\lambda$ -fache Functionsbestimmung. Alsdann ist es offenbar möglich, dass es Werthe von  $u$  geben kann, welche die Eigenschaft besitzen, dass — wenn  $u = u_0$  einen solchen Werth bezeichnet — mindestens zwei Werthe von  $z$  für  $u = u_0$  zusammenfallen. Einen solchen Werth von  $u$  wollen wir eine *Stelle der Wiederholung* für die Functionsbestimmung nennen.

Da, der Annahme nach, die Gleichung (2) im fraglichen Gebiete irreductibel ist, so kann ihre Discriminante nicht an allen Stellen des Gebietes verschwinden. Da andererseits diese Discriminante eine ganze rationale Function der Coefficienten  $p(u)$  und folglich eine im ganzen Gebiete convergierende Potenzreihe von  $u$  ist, so kann sie in keinem, ganz im Endlichen liegenden Theile dieses Gebietes für unendlich viele Werthe von  $u$  verschwinden. Genau dasselbe gilt auch von  $p_0(u)$ .

Da ferner nur die Nullstellen der Discriminante Stellen der Wiederholung, und nur die Nullstellen von  $p_0(u)$  Unendlichkeitsstellen für die Functionsbestimmung sein können, so haben wir also den Satz:

**Ⓓ.** *In jedem, ganz im Endlichen liegenden Theile des Gebietes, worin  $z$  durch eine Gleichung (2) als Function von algebraischem Charakter definiert ist, können weder Stellen der Wiederholung noch Unendlichkeitsstellen in unendlicher Anzahl vorkommen.*

Ueber die Beschaffenheit der im Endlichen liegenden *singulären* Stellen, die bei einer Function von algebraischem Charakter möglich sind, giebt uns folgender Satz Aufschluss.

**Ⓔ.** *Jede Stelle der Wiederholung ist schon deshalb als eine singuläre zu bezeichnen, weil dort mehrere Functionsbestimmungen zusammenfallen. Wenn  $u = u_0$  eine solche Stelle und  $z = z_0$  der entsprechende mehrfache Werth der Function ist, so sind für  $u$  in der Nähe von  $u_0$  diejenigen Werthe von  $z$ , welche für  $u = u_0$  die Grösse  $z_0$  zum Grenzwerte haben, durch eine Gleichung von der Form ( $\lambda \geq \mu > 1$ ):*

$$(z - z_0)^\mu + f_1 \cdot (z - z_0)^{\mu-1} + \dots + f_\mu = 0 \quad (4)$$

*gegeben, wo  $f_1, \dots, f_\mu$  in einer gewissen Umgebung der Stelle  $u = u_0$  convergierende gewöhnliche Potenzreihen von*



$(u - u_0)$  ohne constantes Glied bezeichnen, und, wenn  $z_0 = \infty$  ist,  $(z - z_0)$  wie gewöhnlich durch  $\frac{1}{z}$  zu ersetzen ist.

Jede *andere singuläre Stelle* ist eine gewöhnliche *ausserwesentlich* singuläre, und auch solche können in einem *ganz im Endlichen* liegenden Theile des Bereiches nur in *endlicher* Anzahl vorkommen.

Da die Definition  $\mathfrak{A}$  in der Definition  $\mathfrak{B}$  enthalten ist, wenn man annimmt, dass es für die Gleichung (2) erlaubt ist, die Grösse  $R_1$  in der Bedingung (3) beliebig gross zu wählen, ohne dass der Grad der definierenden Gleichung (2) ins Unendliche wächst, so können wir diesen Satz mit einem Male für beide Definitionen folgendermassen beweisen, wenn selbstverständlich noch vorausgesetzt wird, dass im Falle  $\mathfrak{A}$  die Coefficienten  $p(u)$  von gemeinsamen Nullstellen *vollständig* frei oder befreit worden sind.

Es sei  $u = u_0$  eine beliebige Stelle des Bereiches (3) und  $z = z_0$  eine Wurzel der Gleichung:

$$p_0(u_0)z^k + p_1(u_0)z^{k-1} + \dots + p_{k-1}(u_0)z + p_k(u_0) = 0, \quad (5)$$

die für  $u = u_0$  aus (2) hervorgeht. Alsdann müssen wir zwei Fälle unterscheiden, nämlich

1) wenn  $z_0$  einen *endlichen* und 2) wenn  $z_0$  einen *unendlichen* Werth hat.

1) Ist der Werth von  $z_0$  endlich, so setzen wir in (2):

$$u = u_0 + v, \quad z = z_0 + t$$

unter der Voraussetzung, dass auch  $u_0 + v$  dem gemeinsamen Convergencebereiche der Potenzreihen  $p(u)$  angehört, und wollen diejenigen Werthe von  $t$  suchen, welche der erhaltenen Gleichung genügen und sich der Grenze Null für unendlich klein werdendes  $v$  nähern. Um der Untersuchung eine einfachere Form zu geben, bezeichnen wir die linke Seite von (2) durch

$$f(u, z),$$

wodurch die zwischen  $v$  und  $t$  erhaltene Gleichung die Gestalt:

$$f(u_0 + v, z_0 + t) = 0 \quad (6)$$

annimmt. Da ferner  $z = z_0$  Wurzel von (5) ist, so hat man ebenfalls:

$$f(u_0, z_0) = 0. \quad (7)$$

Führen wir noch die Bezeichnungen:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial^\mu f(u, z)}{\partial z^\mu} &= f^{(\mu)}(u, z), \\ f'(u_0, z_0) &= C_1, f''(u_0, z_0) = C_2, \dots, f^{(\lambda)}(u_0, z_0) = C_\lambda \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

ein, so ist zunächst klar, dass die Grössen  $C$  nicht alle gleich Null sein können, weil sonst, der Voraussetzung zuwider, folgen würde, dass  $u = u_0$  für die Functionen  $p(u)$  eine gemeinsame Nullstelle wäre.

Entwickeln wir in der Gleichung (6) die linke Seite nach Potenzen von  $t$  und ziehen dann die entsprechenden Seiten der Gleichung (7) von ihr ab, so erhalten wir:

$$\begin{aligned} f(u_0 + v, z_0) - f(u_0, z_0) + f'(u_0 + v, z_0)t + f''(u_0 + v, z_0)\frac{t^2}{2} + \dots \\ + f^{(\lambda)}(u_0 + v, z_0)\frac{t^\lambda}{\lambda!} = 0, \end{aligned} \quad (9)$$

wo die linke Seite offenbar eine gewöhnliche Potenzreihe

$$\Psi(v, t)$$

von den beiden Veränderlichen  $v, t$  ohne constantes Glied ist, die für alle dem absoluten Betrage nach hinlänglich kleine Werthe von  $v$  convergirt. Die von  $v$  unabhängigen Glieder dieser Reihe bilden eine Summe  $\Psi(0, t)$ , welche den Werth:

$$C_1 t + C_2 \frac{t^2}{2} + \dots + C_\lambda \frac{t^\lambda}{\lambda!} \quad (10)$$

hat und folglich nicht für alle Werthe von  $t$  — »unabhängig von  $t$ « — verschwindet.

Wir können also auf (9) den WEIERSTRASS'schen »Vorbereitungssatz«<sup>1</sup> anwenden, und zwar ohne neue Veränderliche einzuführen zu brauchen, was folgende Resultate ergibt.

$\alpha$ ) Wenn  $C_1$  von Null verschieden ist, so giebt es eine und nur eine Bestimmung von  $t$  d. h. von  $z - z_0$ , welche die Beschaffenheit hat, dass  $t$  unendlich klein wird für unendlich kleines  $v = u - u_0$ , und diese Bestimmung hat die Gestalt:

$$z = z_0 + \Psi(u - u_0), \quad (11)$$

<sup>1</sup> WEIERSTRASS, Einige auf die Theorie der analytischen Functionen mehrerer Veränderlichen sich beziehende Sätze, Art. 1.

wo  $\mathfrak{P}(v)$  eine gewöhnliche Potenzreihe von  $v$  ohne constantes Glied ist. Für diese Functionsbestimmung ist folglich  $u = u_0$  eine reguläre Stelle, und dies trifft also stets ein, wenn  $z = z_0$ , wo  $z_0$  endlich ist, eine einfache Wurzel der Gleichung (5) ist.

β) Wenn dagegen  $C_1 = 0$  ist, so reducirt sich die Summe (10) auf:

$$C_\mu \frac{t^\mu}{\mu!} + \dots + C_\lambda \frac{t^\lambda}{\lambda!},$$

wo

$$\lambda \geq \mu > 1 \text{ und } |C_\mu| > 0$$

ist. In diesem Falle kann man die Gleichung (9) auf die Form:

$$C_\mu \frac{t^\mu}{\mu!} + \dots + C_\lambda \frac{t^\lambda}{\lambda!} + \bar{\mathfrak{P}}(v, t) = 0$$

bringen, wo  $\bar{\mathfrak{P}}(v, t)$  eine gewöhnliche Potenzreihe von  $v$ , deren Coefficienten ganze rationale Functionen von  $t$  höchstens vom  $\lambda^{\text{ten}}$  Grade sind, und

$$\bar{\mathfrak{P}}(0, t) = 0$$

ist. Für diesen Fall ergibt sich aus dem »Vorbereitungssatze«, dass es  $\mu$  — dem Satze  $\mathfrak{D}$  zufolge verschiedene — Bestimmungen von  $z$  giebt, welche für unendlich klein werdendes  $v$  sich der Grenze  $z_0$  nähern, und dass diese Werthe von  $z$  die Wurzeln einer Gleichung:

$$(z - z_0)^\mu + f_1(z - z_0)^{\mu-1} + \dots + f_\mu = 0 \tag{12}$$

sind, wo  $f_1, \dots, f_\mu$  gewöhnliche Potenzreihen von  $(u - u_0)$  ohne constantes Glied bezeichnen. In diesem Falle ist also  $u = u_0$  für die Function  $z$  eine Stelle der Wiederholung, wobei jedoch nicht ausgeschlossen ist, dass in (12) ein Resultat von der Form (11), d. h. eine specielle Functionsbestimmung mit enthalten sein kann, für welche  $u = u_0$  eine reguläre Stelle ist.

2) Es erübrigt nur noch den Fall zu behandeln, wo  $z_0$  unendlich ist, welchen wir auf den Vorigen durch die einfache Substitution:

$$z' = \frac{1}{z} \tag{13}$$

reducieren, wobei also die Annahme

$$z' = 0 \tag{14}$$

für  $u = u_0$  zu machen ist. Die Definitionsgleichung (2) nimmt also hier die Gestalt:

$$p_\lambda(u)z'^\lambda + p_{\lambda-1}(u)z'^{\lambda-1} + \dots + p_1(u)z' + p_0(u) = 0 \quad (15)$$

an, wo offenbar  $p_0(u)$  die Eigenschaft

$$p_0(u_0) = 0$$

haben muss, da (15) für  $u = u_0$  durch (14) befriedigt sein soll.

Bezeichnen wir die linke Seite von (15) durch  $\bar{f}(u, z')$ , so erhalten wir unmittelbar aus dem schon behandelten Falle die hier erzielten Resultate, nämlich:

γ) Wenn  $z' = 0$  eine *einfache* Wurzel der Gleichung

$$\bar{f}(u_0, z') = 0 \quad (16)$$

ist, so hat man nach (11)

$$z' = \mathfrak{P}(u - u_0),$$

wo  $\mathfrak{P}(v)$  kein constantes Glied enthält, und folglich

$$z = (u - u_0)^{-k} \cdot \bar{\mathfrak{P}}(u - u_0), \quad (17)$$

wo  $k$  eine ganze positive Zahl und  $\mathfrak{P}(v)$  eine gewöhnliche Potenzreihe ist, die für  $v = 0$  nicht verschwindet. Also

Wenn für  $u = u_0$  die Gleichung (2) eine *einfache* unendliche Wurzel hat, so ist für die entsprechende Functionsbestimmung  $z$  die Stelle  $u = u_0$  eine *ausserwesentlich* singuläre.

δ) Ist schliesslich  $z' = 0$  eine *mehrfache* Wurzel der Gleichung (16), so ergibt sich vermittelst (12), dass man in der Nähe von  $u = u_0$   $\mu$  ( $k \geq \mu > 1$ ) verschiedene Functionsbestimmungen von  $z'$  erhält, die für  $u = u_0$  den Grenzwert  $z' = 0$  haben und durch eine Gleichung von der Form:

$$z'^\mu + f_1 z'^{\mu-1} + \dots + f_\mu = 0$$

in der Nähe von  $u = u_0$  bestimmt sind, wo  $f_1 \dots, f_\mu$  dieselbe Beschaffenheit wie in (12) haben.

Gehen wir jetzt von  $z'$  zu  $z$  zurück, so haben wir also das Resultat erhalten:

Wenn  $u = u_0$  eine *Stelle der Wiederholung* für die Function  $z$  ist, in welcher mehrere Functionsbestimmungen von  $z$  *unendlich* werden, so

werden diese Functionsbestimmungen in der Nähe von  $u = u_0$  durch eine Gleichung von der Form:

$$\left(\frac{1}{z}\right)^\mu + f_1 \left(\frac{1}{z}\right)^{\mu-1} + \dots + f_\mu = 0, \quad (18)$$

wo  $f_1, \dots, f_\mu$  die schon erwähnte Beschaffenheit haben, gegeben.

Auch hier ist es möglich, dass in (18) eine *specielle* Functionsbestimmung von der Beschaffenheit (17) enthalten ist, für die also die Stelle  $u = u_0$  eine *ausserwesentlich* singuläre ist.

Da die Gleichung (18) aus (12) dadurch hervorgeht, dass man für  $z_0 = \infty$  den Ausdruck  $z - z_0$  durch  $\frac{1}{z}$  ersetzt, so ist also der Satz  $\mathcal{G}$  jetzt vollständig bewiesen.

Im Falle der Definition  $\mathfrak{A}$  ist es — wie gross auch eine endliche reelle positive Grösse  $\Gamma$  gewählt sei — stets möglich, die Grösse  $R_1$  oberhalb  $\Gamma$  so zu wählen, dass *auf der Peripherie*:  $|u| = R_1$  keine singuläre Stelle für die Function  $z$  gelegen ist. — Um bei der Definition  $\mathfrak{B}$  etwas Ähnliches zu bewirken, verfahren wir folgendermassen. Sei  $R$  der kleinste unter den wahren Convergenczradien der Potenzreihen  $p(u)$ , und  $R'$  eine positive reelle Zahl kleiner als  $R$ . Dann schaffe man — wenn es nicht schon gethan ist — alle im Bereiche:  $u \leq R'$  vorkommenden gemeinsamen Nullstellen der Functionen  $p(u)$  weg und wähle zuletzt — was dann auch stets geschehen kann — die positive reelle Grösse  $R_1 < R'$  so, dass *auf der Peripherie*:  $|u| = R_1$  keine singulären Stellen für die Function  $z$  sich befinden. Es ist aus dem Vorhergehenden ohne Schwierigkeit ersichtlich, dass dies stets so geschehen kann, dass die Differenzen

$$R - R' \text{ und } R' - R_1$$

kleiner als eine beliebig kleine vorgegebene reelle positive Grösse  $\epsilon$  werden.

Nachdem dieses festgestellt, wollen wir die *im Bereiche*:  $|u| \leq R_1$  durch (2) erhaltene Bestimmung der Function  $z$  in eindeutige Zweige zerlegen und diese etwas näher untersuchen.

Wenn  $P(u)$  die Discriminante der Gleichung (2) bezeichnet, so suchen wir zunächst alle im Bereiche (3) gelegenen Wurzeln der Gleichung:

$$P(u) = 0$$

auf. Die von einander verschiedenen Werthe dieser Wurzeln, die nur in endlicher Anzahl vorkommen können, seien mit

$$\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m \quad (19)$$

bezeichnet. Ferner bezeichnen wir mit

$$\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_s \quad (20)$$

die ebenfalls nur in endlicher Anzahl vorkommenden, im selben Bereiche gelegenen verschiedenen Wurzeln der Gleichung

$$p_0(u) = 0. \quad (21)$$

Da die Grössen (19) die Stellen der Wiederholung, die Grössen (20) die Unendlichkeitsstellen der fraglichen Functionsbestimmung sind, und da eine Stelle der Wiederholung gleichzeitig eine Unendlichkeitsstelle sein kann, so könnten Werthe in (20) mit Werthen in (19) zusammenfallen, was wir dadurch vermeiden wollen, dass wir in (20) diejenigen Grössen auslöschen, die schon in (19) aufgenommen sind. Alsdann kommen unter den Grössen (20) keine Stellen der Wiederholung vor, und die Gleichung (2) hat also an keiner der Stellen (20) mehrfache Wurzeln. Wegen der Mehrdeutigkeit der Functionsbestimmung muss aber auch die Möglichkeit eingeräumt werden, dass ausser einem vielfachen Werthe, der einem  $\alpha$ , oder dem unendlichen Werthe, der einem  $\beta$  entspricht, noch einfache endliche Werthe von  $z$  einem  $\alpha$  oder  $\beta$  entsprechen können.

Den Bereich:  $|u| < R_1$  schneiden wir jetzt durch Linien, die von jeder der Stellen (19) bis an den Rand des Bereiches fortlaufen, ohne einander oder sich selbst im Innern des Bereiches zu begegnen und ohne durch irgend eine der Stellen (20) hindurchzugehen.

Wir betrachten zunächst jene Schnittlinien als unüberschreitbar und wählen im Innern des geschnittenen Bereiches einen Werth  $u = \gamma$ , der also weder mit einem  $\alpha$  in (19) zusammenfällt, noch auf einer Schnittlinie gelegen ist, und vom dem wir ausserdem annehmen, dass er auch nicht unter den Grössen  $\beta$  in (20) vorkommt.

Für  $u = \gamma$  sind also die  $\lambda$  Wurzeln der Gleichung (2) alle endlich und von einander verschieden (einfach). Werden dieselben mit

$$\zeta_1, \zeta_2, \dots, \zeta_\lambda$$

bezeichnet, so erhalten wir nach dem Satze  $\mathfrak{C}$ , Gleichung (11), in einer gewissen Umgebung der Stelle  $u = \gamma$  die verschiedenen Lösungen (1) der Gleichung (2) in der Gestalt:

$$\left. \begin{aligned} \varphi_1(u) &= \zeta_1 + \mathfrak{P}_1(u - \gamma), & \varphi_2(u) &= \zeta_2 + \mathfrak{P}_2(u - \gamma), & \dots, \\ \varphi_\lambda(u) &= \zeta_\lambda + \mathfrak{P}_\lambda(u - \gamma) \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

ausgedrückt, wo die  $\mathfrak{P}(u - \gamma)$  gewöhnliche Potenzreihen von  $(u - \gamma)$  ohne constantes Glied bedeuten.

*Jede Stelle  $u = \gamma$ , die den obigen Vorschriften gemäss gewählt wird, ist also für sämtliche aus (2) hervorgehenden Functionsbestimmungen eine reguläre, und die Functionsbestimmungen sind in der Nähe dieser Stelle alle von einander verschieden.*

Dieses Resultat bleibt offenbar noch bestehen, wenn die Stelle  $u = \gamma$  auf einer Schnittlinie gewählt wird, mit Ausnahme nur der Anfangspunkte dieser Linien. Jetzt nehmen wir wieder an, es sei in ganz bestimmter Weise die Stelle  $u = \gamma$  gewählt. Jede der Gleichungen (22) ergibt alsdann ein Element einer analytischen Function, welches über den ganzen geschnittenen Bereich analytisch fortgesetzt werden kann und dann einen in diesem Bereiche existierenden eindeutigen Zweig einer analytischen Function ergibt, der stets die Gleichung (2) befriedigt. Dies bleibt nämlich auch an den Stellen (20) bestehen, da sie ja für diesen Zweig höchstens gewöhnliche ausserwesentlich singuläre, wenn sie nicht — was wir als möglich hier einräumen müssen — sogar reguläre Stellen sind.

Es ergeben sich also *im ganzen geschnittenen Bereiche aus den Elementen (22)  $\lambda$  eindeutige Zweige, die überall daselbst der Gleichung (2) genügen und sich wie rationale Functionen von  $u$  verhalten.*

Es bleibt nur noch übrig zu untersuchen, wie sich jene Zweige in der Umgebung einer Stelle  $\alpha$  (19) verhalten.

Es sei  $u = \alpha$  eine beliebige von den Stellen (19). In einer gewissen Umgebung dieser Stelle existieren die obigen  $\lambda$  eindeutigen Zweige und sind von einander verschieden. Wenn sich aber  $u$  dem Werthe  $\alpha$  unbegrenzt nähert, so müssen — da  $u = \alpha$  eine Stelle der Wiederholung ist — mindestens zwei jener Zweige sich ein und demselben, endlichen oder unendlichen Grenzwerte nähern. Alle Stellen, die in einer gewissen Umgebung der Stelle  $u = \alpha$ , also in einem Bereiche:

$$0 < |u - \alpha| < \varrho, \quad (23)$$

wo  $\rho$  eine gewisse reelle positive Zahl ist, gelegen sind, müssen offenbar für die beiden Zweige *reguläre* Stellen sein.

Hier sind jetzt zwei Fälle denkbar. Betrachten wir nämlich den einen der beiden Zweige und erinnern uns, dass von der Stelle  $u = a$  eine Schnittlinie ausgeht, so kann durch analytische Fortsetzung längs einem im Bereiche (23) gelegenen geschlossenen Wege, der diese Stelle ein Mal umkreist, der Zweig *entweder in sich selbst oder in einen anderen übergehen*.

Im *letzteren* Falle sagt man, die Stelle  $u = a$  sei eine *Verzweigungsstelle*, indem in ihrer Umgebung ein eindeutiger Zweig in einen anderen übergeht.

Den *ersteren* Fall, wo also der Zweig im Bereiche (23) *eindeutig* und *regulär* ist, wollen wir ein wenig näher ins Auge fassen. Aus den eben angeführten Eigenschaften folgt sogleich, dass sich der Zweig im Bereiche (23) in eine LAURENT'sche Reihe<sup>1</sup>:

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} b_n (u - a)^n \quad (24)$$

entwickeln lässt, wo offenbar die Reihe  $\sum_{n=-\infty}^{-1} b_n (u - a)^n$  beständig convergent, d. h. eine ganze Function von  $\frac{1}{u - a}$  ist.

Die Reihe (24) kann hier, wie leicht zu sehen ist, nie unendlich viele Glieder mit negativen Potenzen von  $(u - a)$  enthalten, weil daraus folgen würde, dass der Zweig bei  $u = a$  sich jedem beliebigen Werthe beliebig nähern könnte und also für  $u = a$  keinen bestimmten (endlichen oder unendlichen) Grenzwert haben würde<sup>2</sup>, was dem Satze  $\mathcal{C}$  widerspricht. Also haben wir das Resultat:

*Unter den Zweigen, die sich bei einer Stelle der Wiederholung:  $u = a$  einer mehrfachen Wurzel  $z$  der Gleichung*

$$f(a, z) = 0$$

*als Grenzwert nähern, kann es solche geben, die in der Nähe dieser Stelle eindeutig sind, und für diese Zweige ist die Stelle  $u = a$  entweder eine reguläre oder eine ausserwesentlich singuläre.*

<sup>1</sup> Acta Mathematica B. IV: MITTAG-LEFFLER, Démonstration nouvelle du théorème de LAURENT. — SCHEEFFER, Beweis des LAURENT'schen Satzes.

<sup>2</sup> WEIERSTRASS, Zur Theorie der eindeutigen analytischen Functionen, Art. 8.



Es drängt sich uns jetzt die Frage auf, ob es einen Zweig geben kann, der an *sämtlichen* Stellen der Wiederholung *eindeutig* und folglich im *ganzen ungeschnittenen* Bereiche (3), bzw. *überall im Endlichen*, von *rationalem* Charakter ist. Dass dies unmöglich ist, zeigt der folgende Satz.

§. Wenn  $z = q(u)$  eine Function ist, die im Bereiche (3), bzw. im *eigentlichen* Sinne des Wortes, von **algebraischem** Charakter ist, und deren definierende Gleichung (2) von *höherem* als dem ersten Grade ist, so kann die Function *keinen* im *ganzen* Bereiche *eindeutigen* Zweig haben.

Nehmen wir nämlich versuchsweise an, die Function besitze einen solchen Zweig, der also nach dem oben Gesagten überall im betreffenden Bereiche von rationalem Charakter und folglich in die Form:

$$z = \frac{q_1(u)}{q_0(u)} \tag{25}$$

ausdrückbar sein müsste, wo  $q_0(u)$  und  $q_1(u)$  im selben Bereiche convergierende gewöhnliche Potenzreihen von  $u$  bezeichnen. Der Satz wird alsdann dadurch bewiesen, dass wir aus dieser Annahme folgern, dass die Gleichung (2) im fraglichen Bereiche reductibel sein müsste, was gegen die Definition verstösst.

Die Versuchsannahme, dass (25) die Gleichung (2) befriedigt, er giebt in der That, dass man im ganzen Bereiche die Identität:

$$p_0 q_1^k + p_1 q_1^{k-1} q_0 + \dots + p_{\lambda-1} q_1 q_0^{k-1} + p_\lambda q_0^k = 0 \tag{26}$$

hat, und dass folglich der Ausdruck:

$$q_0^k (p_0 z^k + p_1 z^{k-1} + \dots + p_\lambda)$$

sich auf die Form:

$$(q_0 z - q_1)(r_0 z^{k-1} + r_1 z^{k-2} + \dots + r_{\lambda-1}) \tag{27}$$

bringen lässt, wo

$$r_0 = q_0^{k-1} p_0, \quad r_1 = q_0^{k-2} (p_0 q_1 + p_1 q_0), \quad r_2 = q_0^{k-3} (p_0 q_1^2 + p_1 q_1 q_0 + p_2 q_0^2), \\ \dots, \quad r_{\lambda-1} = p_0 q_1^{k-1} + p_1 q_1^{k-2} q_0 + \dots + p_{\lambda-1} q_0^{k-1},$$

d. h. wo  $r_0, r_1, \dots, r_{\lambda-1}$  gewöhnliche Potenzreihen von  $u$  sind, die im ganzen Bereiche convergieren. Der Ausdruck (27), gleich Null ge-

setzt, würde also die Gestalt sein, worin sich die Gleichung (2) ausdrücken liesse, wenn die Versuchsannahme möglich wäre. Da aber diese Gestalt besagt, dass die Gleichung (2) im ganzen Bereiche reductibel sein sollte, so ist der Satz bewiesen.

§. Wenn die Gleichung (2) durch eine im **ganzen** Bereiche, wo sie  $z$  als Function von algebraischem Charakter definiert, **eindeutige** analytische Functionsbestimmung  $\varphi(u)$  befriedigt ist, so ist die Gleichung vom **ersten** Grade, und  $\varphi(u)$  im ganzen Bereiche von **rationalem** Charakter.

Denn aus dem Satze § folgt, dass man in (2) nicht  $\lambda > 1$  haben kann. Da also  $\lambda = 1$  ist, so ergibt sich unmittelbar aus (2), dass im ganzen Bereiche

$$\varphi(u) = -\frac{p_1(u)}{p_0(u)} \quad ;$$

ist, w. z. b. w.

Für die nächste Untersuchung erinnern wir noch an Folgendes.

Es sei eine Gleichung (2) von höherem als dem ersten Grade gegeben, die im Bereiche (3) eine Function von algebraischem Charakter definiert. In dem durch die Schnittlinien aus (3) hervorgehenden Bereiche existieren dann  $\lambda$  eindeutige Zweige dieser Functionsbestimmung, und diese Zweige sind überall im geschnittenen Bereiche von rationalem Charakter.

Von diesen Zweigen kann es nach dem Satze § keinen geben, der auch überall im ungeschnittenen Bereiche eindeutig bleibt. Es muss also, wenn  $\varphi_1(u)$  einen dieser Zweige bezeichnet, im Bereiche (3) mindestens eine Stelle der Wiederholung geben, durch deren Umkreisung  $\varphi_1(u)$  in einen anderen eindeutigen Zweig übergeht. Da andererseits im Bereiche (3) die Gleichung (2) nur die  $\lambda$  eindeutigen Functionszweige:

$$\varphi_1(u), \varphi_2(u), \dots, \varphi_\lambda(u) \quad (28)$$

ergibt, und da diese, die von einander verschieden sind, beliebig geordnet sein können, so dürfen wir sagen, dass die genannte Umkreisung den Zweig  $\varphi_1(u)$  in  $\varphi_2(u)$  überführt. Hieraus ist sofort ersichtlich, dass es unter den Zweigen (28) eine Gruppe von zwei oder mehreren geben muss, die die Eigenschaft besitzen, dass jeder andere Zweig der Gruppe aus  $\varphi_1(u)$  dadurch hervorgebracht werden kann, dass man  $\varphi_1(u)$  längs einer passenden, ganz im Innern des Bereiches (3) gelegenen

geschlossenen Curve analytisch fortsetzt, während dagegen, wenn noch andere Zweige in (28) vorkommen, diese anderen Zweige also aus  $\varphi_1(u)$  in der genannten Weise nicht erhalten werden können.

Eine solche Gruppe eindeutiger Zweige nennt man eine im Bereiche (3) **cyklische** Gruppe von Funktionszweigen und sieht auch ohne Weiteres ein, dass die Zweige (28) entweder eine einzige cyklische Gruppe bilden müssen oder sonst in mehrere cyklische Gruppen geordnet werden können.

Wenn

$$\varphi_1(u), \varphi_2(u), \dots, \varphi_r(u) \quad (1 < r \leq \lambda) \quad (29)$$

eine cyklische Gruppe bilden, so sind diese eindeutigen Zweige alle von einander verschieden. Durch analytische Fortsetzung längs einem im Bereiche (3) gelegenen geschlossenen Wege mögen sie beziehungsweise in

$$\bar{\varphi}_1(u), \bar{\varphi}_2(u), \dots, \bar{\varphi}_r(u) \quad (30)$$

übergehen. Der Definition gemäss fällt dann jeder Zweig (30) mit einem der Zweige (29) zusammen, und es besteht der Satz:

*Die Reihe der Zweige (30) fällt mit einer gewissen Anordnung der Reihe (29) genau zusammen.*

Dies leuchtet nämlich unmittelbar ein, wenn nur dargelegt wird, dass die Zweige (30) alle von einander verschieden sind, was folgendermassen nach bekannter Weise bewiesen werden kann. Wären nämlich zwei Zweige in (30) zusammenfallend, etwa:

$$\bar{\varphi}_\alpha(u) = \bar{\varphi}_\beta(u) \quad (\alpha \geq \beta),$$

so würde, wenn man die beiden Seiten dieser Gleichung längs demselben geschlossenen Wege, aber in entgegengesetzter Richtung analytisch fortsetzt, hieraus die Identität:

$$\varphi_\alpha(u) = \varphi_\beta(u)$$

hervorgehen, die aber nicht bestehen kann.

§. Jede **symmetrische** rationale Function von **denjenigen** Zweigen einer Function von algebraischem Charakter, welche **eine cyklische Gruppe** bilden, ist eine Function von  $u$ , die im betreffenden Bereiche den Charakter einer **rationalen** Function besitzt.

Werden die eindeutigen Zweige der cyklischen Gruppe wie in (29), und die symmetrische rationale Function von ihnen mit  $\psi(u)$  bezeichnet, so haben wir also:

$$\psi(u) = R(g_1, g_2, \dots, g_r). \quad (31)$$

wo  $R$  eine symmetrische rationale Function ihrer  $r$  Argumente bezeichnet. Setzt man hier die Zweige (29) längs irgend einer in (3) gegebenen geschlossenen Curve fort, und werden die neuen Zweige, worin sie dann übergehen, wie in (30) bezeichnet, so folgt aus der Symmetrie der Function  $R$  sogleich, dass

$$R(\bar{g}_1, \bar{g}_2, \dots, \bar{g}_r) = R(g_1, g_2, \dots, g_r)$$

ist, d. h. dass die Function  $\psi(u)$  wieder zu ihrem Anfangselemente zurückkehrt und folglich im ganzen der Definitionsgleichung (2) zugehörigen ungeschnittenen Bereiche *eindeutig* ist.

Bezeichnet man die definierende Gleichung, wie früher, kurz mit

$$f(u, z) = 0.$$

so bestehen also die Identitäten:

$$f(u, g_1) = 0, \quad f(u, g_2) = 0, \dots, f(u, g_r) = 0:$$

und wenn man zwischen diesen und der Gleichung (31) die  $r$  Grössen (29) eliminiert, so geht eine Gleichung

$$F(p_0, p_1, \dots, p_\lambda, \psi(u)) = 0$$

hervor, die, wie leicht zu sehen ist, auf die Form:

$$f(u, \psi) = 0$$

reducirt werden kann, wo  $f$  eine ganze rationale Function von  $\psi$  ist, deren Coefficienten im ganzen Bereiche convergierende gewöhnliche Potenzreihen von  $u$  sind. Wäre diese Gleichung reductibel, so könnte sie in irreductible Gleichungen zerlegt werden, und eine dieser Gleichungen muss also im ganzen Bereiche von der Function  $\psi(u)$  befriedigt sein.

Also ist die Function  $\psi(u)$  im ganzen Bereiche von algebraischem Charakter, und da sie, wie soeben bewiesen worden ist, daselbst auch

eindeutig ist, so ist sie nach dem Satze  $\mathfrak{G}$  im selben Bereiche von rationalem Charakter, w. z. b. w.

Jetzt kann der folgende wichtige Satz leicht bewiesen werden.

$\mathfrak{J}$ . *In dem Bereiche, wo die Gleichung (2) eine Function von algebraischem Charakter definiert, bilden die aus der Gleichung hervorgehenden eindeutigen Zweige eine einzige cyklische Gruppe und sind also in diesem Bereiche Zweige einer und derselben analytischen Function.*

Wäre nämlich diese Behauptung nicht wahr, so liessen sich die genannten eindeutigen Zweige in mehrere cyklische Gruppen:

$$g_1^{(1)}(u), g_2^{(1)}(u), \dots, g_{r_1}^{(1)}(u), \tag{32,1}$$

$$g_1^{(2)}(u), g_2^{(2)}(u), \dots, g_{r_2}^{(2)}(u), \tag{32,2}$$

. . . . .

$$g_1^{(v)}(u), g_2^{(v)}(u), \dots, g_{r_v}^{(v)}(u). \tag{32,v}$$

ordnen, wo

$$r_1 + r_2 + \dots + r_v = \lambda.$$

Für jede dieser Gruppen giebt es also eine Gleichung

$$(z - g_1^{(1)})(z - g_2^{(1)}) \dots (z - g_{r_1}^{(1)}) = 0, \tag{33,1}$$

$$(z - g_1^{(2)})(z - g_2^{(2)}) \dots (z - g_{r_2}^{(2)}) = 0, \tag{33,2}$$

. . . . .

$$(z - g_1^{(v)})(z - g_2^{(v)}) \dots (z - g_{r_v}^{(v)}) = 0. \tag{33,v}$$

die zu ihrer sämtlichen Wurzeln die einzelnen Zweige der Gruppe hat.

Wird die linke Seite einer jeden dieser Gleichungen entwickelt, so entsteht eine ganze rationale Function von  $z$ , deren Coefficienten symmetrische ganze rationale Functionen von den Zweigen der entsprechenden cyklischen Gruppe und folglich, dem Satze  $\mathfrak{H}$  zufolge, Functionen von  $u$  sind, die im ganzen betreffenden Bereiche von *rationalem* Charakter sind und die wir in leicht verständlicher Weise mit

$$R_a^{(\beta)}(u)$$

bezeichnen. Setzen wir gleich Null das Product der linken Seiten der Gleichungen (33), so geht also eine Gleichung von der Form:

$$\begin{aligned} & \left( z^{r_1} + R_1^{(1)}(u)z^{r_1-1} + \dots + R_{r_1}^{(1)}(u) \right) \left( z^{r_2} + R_1^{(2)}(u)z^{r_2-1} + \dots + R_{r_2}^{(2)}(u) \right) \dots \\ & \dots \left( z^{r_\nu} + R_1^{(\nu)}(u)z^{r_\nu-1} + \dots + R_{r_\nu}^{(\nu)}(u) \right) = 0 \end{aligned} \quad (34)$$

hervor, die im ganzen Bereiche genau dieselben Wurzeln wie (2) besitzt und auf die Form:

$$z^\lambda + \bar{R}_1(u)z^{\lambda-1} + \dots + \bar{R}_\lambda(u) = 0 \quad (35)$$

gebracht werden kann. Die linken Seiten von (34) und (35) sind offenbar genau dieselbe Function von  $z$  und  $u$ .

Die Gleichung (2), auf die Gestalt:

$$z^\lambda + \frac{p_1}{p_0} z^{\lambda-1} + \dots + \frac{p_\lambda}{p_0} = 0 \quad (36)$$

gebracht, hat also genau dieselben Wurzeln wie (35), und da jene Wurzeln im ganzen Bereiche, nur einzelne Stellen ausgenommen, von einander verschieden sind, so wird also die Gleichung:

$$\left( \frac{p_1}{p_0} - \bar{R}_1(u) \right) z^{\lambda-1} + \dots + \left( \frac{p_\lambda}{p_0} - \bar{R}_\lambda(u) \right) = 0$$

$\lambda$  verschiedene Wurzeln haben, woraus sogleich folgt, dass die Relationen

$$\frac{p_1}{p_0} = \bar{R}_1(u), \dots, \frac{p_\lambda}{p_0} = \bar{R}_\lambda(u)$$

im ganzen Bereiche gelten, und dass also die linken Seiten von (34) und (36) genau dieselbe Function von  $z$  und  $u$  sind. Hieraus geht aber ohne Schwierigkeit hervor, dass die Gleichung (2) im ganzen Bereiche reductibel sein müsste, was gegen die Voraussetzung ist.

Also können die eindeutigen Zweige, die aus (2) hervorgehen, im betrachteten Bereiche nicht mehrere cyklische Gruppen bilden, und somit ist der Satz bewiesen.

Der Deutlichkeit wegen schalten wir noch folgende, wenn auch wahrscheinlich überflüssige, einfache Bemerkung ein.

Wenn in der Gleichung (2) der den Coefficienten zukommende grösste gemeinsame Convergencebereich endlich und durch den Radius

$R$  gekennzeichnet ist — wobei die Grösse  $R_1$  beliebig nahe an  $R$  liegen kann —, und selbstredend die Gleichung (2) der Definition gemäss im Bereiche (3) auch irreductibel ist, so ist es jedoch möglich, dass die durch (2) in diesem Bereiche definierten eindeutigen Zweige sich auch *ausserhalb* des Kreises:  $|u| = R$  analytisch fortsetzen lassen, d. h. dass die *analytische Function* von  $u$ , von der die Gleichung (2) im Bereiche (3)  $\lambda$  eindeutige Zweige gegeben hat, auch *ausserhalb* des genannten Kreises existieren kann. Hierbei ist möglich, nicht nur dass die Function im *erweiterten* Gebiete eine *mehr als  $\lambda$ -deutige* Bestimmung erhalten kann, sondern auch dass sie *dann sogar aufhören kann, von algebraischem Charakter zu sein*. Wir bestätigen dies durch folgende zwei einfache Beispiele.

*Beispiel 1.* Es sei im Bereiche:  $|u| \leq 1$  eine gewöhnliche Potenzreihe  $p_1(u)$  von  $u$  durch die Entwicklung der im genannten Bereiche durch die Aufungsbedingung:  $p_1(0) = +1$  eindeutig fixierten Quadratwurzel aus  $(1-u)$ , also durch

$$p_1(u) = 1 - \frac{1}{2}u - \frac{1}{2 \cdot 4}u^2 - \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4 \cdot 6}u^3 - \dots, \quad |u| \leq 1$$

definiert. Nehmen wir dann als Gleichung (2):

$$z - p_1(u) = 0.$$

so definiert diese Gleichung im Bereiche:  $|u| \leq 1$ , wo sie offenbar *irreductibel* ist,  $z$  als *eindeutige* Function von *algebraischem* Charakter. Der hierdurch erhaltene eindeutige Zweig  $q_1(u)$ , d. h.  $p_1(u)$ , lässt sich aber *ausserhalb* des Kreises:  $|u| = 1$  analytisch *fortsetzen* und *behält* auch im *erweiterten* Gebiete seinen *algebraischen* Charakter; aber die Function bekommt dadurch noch einen *zweiten* eindeutigen Zweig und wird also im *erweiterten* Gebiete eine *zweideutige*, deren definierende Gleichung (2) jetzt

$$z^2 - (1-u) = 0, \quad |u| < \infty$$

ist, die offenbar im *erweiterten* Gebiete *irreductibel* ist. Dass die letztere Gleichung im *ursprünglichen* Bereiche:  $|u| \leq 1$  *reductibel* ist, ersieht man unmittelbar, weil sie dort geschrieben werden kann:

$$(z - p_1(u))(z + p_1(u)) = 0.$$

*Beispiel 2.* Unter  $p_1(u)$  wollen wir jetzt die nur im Bereiche:  $|u| < 1$  absolut convergierende gewöhnliche Potenzreihe von  $u$ , worin

$$e^{\frac{1}{1-u}}$$

entwickelbar ist, verstehen. Im genannten Bereiche wird dann durch die Gleichung

$$z - p_1(u) = 0,$$

die offenbar irreductibel ist, eine eindeutige Function von *algebraischem* Charakter definiert, die sich auch hier *ausserhalb* des Gebietes fortsetzen lässt und *eindeutig* bleibt, aber *dann* ihren *algebraischen* Charakter *verliert*.

Die obigen Bemerkungen geben zu folgenden Betrachtungen Anlass. Eine analytische Function  $q(u)$  kann so beschaffen sein, dass man schrittweise in weiteren und weiteren Bereichen für sie definierende Gleichungen von der Form (2) erhalten kann. Der Grad einer solchen Gleichung in Bezug auf  $z$  kann um so höher sein, je weiter der entsprechende Bereich ist, und entschieden nie niedriger für einen grösseren sein als für einen kleineren. Dies rührt natürlich davon her, dass die für einen kleineren Bereich erhaltene definierende Gleichung (2) nicht alle Zweige der Function zu geben braucht, und dass die folgenden definierenden Gleichungen (2) neue Zweige zu den durch die vorhergehenden schon erhaltenen hinzufügen können. (Siehe Beispiel 1).

Fügen wir noch die Annahme hinzu, dass man die Reihe von definierenden Gleichungen (2) unbeschränkt fortsetzen und dadurch entsprechende Bereiche von der Form (3) und von beliebig grossem Umfang erhalten kann.

Wenn dann mit unbegrenzt wachsendem Bereiche der Grad der definierenden Gleichung über jede Zahl hinaus wächst, so ist die Function *unendlich* vieldeutig. Giebt es dagegen eine endliche ganze positive Zahl  $N$ , die nie kleiner ist als der Grad einer jeden der definierenden Gleichungen (2), so ist die Function *endlich* vieldeutig und kann höchstens  $N$  verschiedene eindeutige Zweige haben. Andererseits, wenn die Function  $q(u)$  genau  $n$ -deutig ist, so muss es eine endliche, wenn auch sehr grosse, reelle positive Zahl  $R'$  geben, so beschaffen, dass durch analytische Fortsetzungen im Bereiche:  $|u| < R'$  alle übrigen



Zweige der Function aus einem von ihnen erhalten werden. Die zu diesem oder einem noch grösseren Bereiche gehörige Gleichung (2) muss alsdann gerade vom Grade  $n$  sein. Jetzt können wir folgenden Satz beweisen, der uns nützlich sein wird in den Untersuchungen über Functionen, die ein Additionstheorem besitzen.

℔. Wenn eine Function  $z = \varphi(u)$   $n$ -deutig (also nicht unendlich vieldeutig) und ausserdem so beschaffen ist, dass sie in jedem beliebig grossen Bereiche:

$$|u| < R' \quad (37)$$

einer definierenden Gleichung von der Form und Beschaffenheit (2) genügt, so kann der Grad  $\lambda$  dieser Gleichung nie grösser als  $n$  sein, und die Function  $\varphi(u)$  ist alsdann im eigentlichen Sinne des Wortes eine Function von algebraischem Charakter (Def. 2).

Gäbe es nämlich eine definierende Gleichung (2), deren Grad  $\lambda$  grösser als  $n$  wäre, so müsste die Function mindestens  $\lambda$  eindeutige Zweige haben und also mehr als  $n$ -deutig sein, was der Annahme widerspricht.

Es bleibt also nur noch übrig zu beweisen, dass die Function eine irreductible Gleichung

$$P_0(u)z^n + P_1(u)z^{n-1} + \dots + P_n(u) = 0 \quad (38)$$

befriedigt, wo die  $P(u)$  beständig convergierende gewöhnliche Potenzreihen von  $u$  sind, was folgendermassen leicht gethan werden kann.

Da für jedes hinlänglich grosse  $R'$  die dem Bereiche (37) entsprechende Gleichung (2) alle Zweige von  $\varphi(u)$  geben und also vom  $n$ -ten Grade sein muss, so ist jede symmetrische rationale Function von den Zweigen von  $\varphi(u)$  im Bereiche (37) und folglich, da  $R'$  oberhalb jeder beliebigen endlichen Zahl gewählt werden kann, überall im Endlichen von rationalem Charakter. (Satz 5).

Die Gleichung:

$$(z - \varphi_1)(z - \varphi_2) \dots (z - \varphi_n) = 0,$$

die die Function  $\varphi(u)$  überall im Endlichen genau definiert, lässt sich also auf die Gestalt:

$$z^n + R_1(u)z^{n-1} + \dots + R_n(u) = 0$$

bringen, wo die  $R(u)$  überall im Endlichen von *rationalem* Charakter und folglich als Quotienten beständig convergierender gewöhnlicher Potenzreihen von  $u$  darstellbar sind. Hieraus geht aber leicht hervor, dass die obige Gleichung auf die Form (38) reducirt werden kann, was offenbar eine irreductible Gleichung ergibt. Also ist der Satz bewiesen.

Man muss genau beachten, dass es unbedingt nothwendig ist darzuthun, dass  $\lambda$  nicht mit  $R'$  über alle Grenzen wächst; denn sonst gäbe es ja keine Gleichung von der Form und Beschaffenheit (38), wie es doch die Definition  $\mathfrak{A}$  fordert.

## II.

### Algebraische Functionen.

Diese Functionen bilden nur einen speciellen Fall von den Functionen, die im eigentlichen Sinne des Wortes von algebraischem Charakter sind, und zwar denjenigen Fall, wo in der definierenden Gleichung (2) die ganzen Functionen  $p(u)$  auch *rational* sind. Bezeichnen wir hier die unabhängige Veränderliche mit  $x$  und den Grad der definierenden Gleichung mit  $\mu$ , so bekommen wir aus  $\mathfrak{A}$  die Definition:

Q. Jede Function:

$$z = \varphi(x) \quad , \quad (39)$$

die einer irreductiblen Gleichung:

$$g_0(x)z^\mu + g_1(x)z^{\mu-1} + \dots + g_\mu(x) = 0 \quad (40)$$

genügt, in welcher  $g_0(x), \dots, g_\mu(x)$  ganze rationale Functionen von  $x$  sind, wird eine algebraische Function von  $x$  genannt.

Die Eigenschaften dieser Functionen müssen also in einfacher und enger Beziehung zu den entsprechenden Eigenschaften der Func-

tionen von algebraischem Charakter stehen, und wir können uns daher hierüber ziemlich kurz fassen.

Beinahe alles, was wir von den algebraischen Functionen werden nöthig haben zu wissen, ist im folgenden Satze enthalten.

**M.** *Jede algebraische Function von  $x$  hat zum Existenzbereich die Gesamtheit aller Werthe von  $x$  ( $\infty$  eingeschlossen), besitzt genau so viele eindeutige Zweige, wie der Grad ihrer definierenden Gleichung angiebt, und hat in ganzen Existenzbereiche nur eine **endliche** Anzahl singulärer Stellen, die entweder **ausserwesentlich** singuläre oder Stellen der **Wiederholung** sind. Diejenigen Zweige der Function, die an einer Stelle der **Wiederholung**  $x = x_0$  einen und denselben, endlichen oder unendlichen, Werth  $z_0$  annehmen, sind in einer gewissen Umgebung dieser Stelle durch eine Gleichung von der Form ( $\mu \geq r > 1$ ):*

$$(z - z_0)^\mu + f_1(z - z_0)^{\mu-1} + \dots + f_r = 0$$

*bestimmt, wo  $f_1, \dots, f_r$  gewöhnliche Potenzreihen von  $(x - x_0)$  ohne constantes Glied bezeichnen, und  $x - x_0$  durch  $\frac{1}{x}$  zu ersetzen ist, wenn die Stelle der Wiederholung im Unendlichen liegt.*

Da die ganzen *rationalen* Functionen in den Ganzen enthalten sind, so ist der Inhalt dieses Satzes beinahe vollständig aus den Sätzen über Functionen von algebraischem Charakter zu entnehmen. Nur folgendes ist noch hinzuzufügen.

Dass auch  $x = \infty$  zum Existenzbereiche gehört, geht sogleich daraus hervor, dass man in der Gleichung (40) — da die  $g(x)$  ganze *rationale* Function sind —  $x = \frac{1}{x'}$  setzen, dann mit einer passenden Potenz von  $x'$  multiplicieren und somit eine Gleichung:

$$g'_0(x')z^\mu + g'_1(x')z^{\mu-1} + \dots + g'_\mu(x') = 0$$

von derselben Beschaffenheit wie (40) erhalten kann, wo offenbar  $x' = 0$  zum Existenzbereiche der Function  $z$  gehört.

Dass schliesslich singuläre Stellen nur in endlicher Anzahl vorkommen können, ist leicht zu ersehen. Denn die Gleichung:

$$g_0(x) = 0$$

kann nur von einer endlichen Anzahl  $m_0$  verschiedener Werthe von  $x$  befriedigt werden; also hat die Function höchstens  $m_0$  im Endlichen liegende ausserwesentlich singuläre Stellen. Da ferner die Discriminante  $\gamma(x)$  der Gleichung (40) eine ganze rationale Function von  $x$  ist, so kann sie nur für eine endliche Anzahl  $m_1$  verschiedener Werthe von  $x$  verschwinden, und folglich hat die Function nur  $m_1$  im Endlichen liegende Stellen der Wiederholung. Da schliesslich auch eine singuläre Stelle im Unendlichen liegen kann, so hat die Function höchstens  $m_0 + m_1 + 1$  singuläre Stellen.

Der Satz ist also vollständig bewiesen.

*℞. Wenn eine algebraische Function von  $x$  im ganzen Existenzbereiche eindeutig ist, so ist sie eine rationale Function.*

Denn da die algebraische Function eindeutig ist, so ist ihre definierende Gleichung (40) nach dem Satze  $\mathfrak{G}$  vom ersten Grade und hat also die Gestalt:

$$g_0(x)z + g_1(x) = 0,$$

woraus

$$z = -\frac{g_1(x)}{g_0(x)}$$

folgt. Also ist  $z$  eine rationale Function von  $x$ . w. z. b. w.

### III

#### Charakteristische Gleichung, Additionstheoreme.

Vorläufig erinnern wir an die Definitionen:

I. Wenn eine analytische Function  $\varphi(u)$  für alle Werthesysteme  $u, v, \frac{u+v}{2}$ , die ihrem Existenzbereiche angehören, einer irreductiblen Gleichung von der Gestalt:

$$G\left(\varphi(u), \varphi(v), \varphi\left(\frac{u+v}{2}\right)\right) = 0 \quad (1)$$

genügt, wo  $G(x, y, z)$  eine **ganze rationale** Function ihrer drei Argumente mit von  $u$  und  $v$  unabhängigen Coefficienten bedeutet, so sagt man, dass die Function eine **charakteristische Gleichung** besitzt.

II. Wenn eine analytische Function  $\varphi(u)$  für alle Werthesysteme  $u, v, u+v$ , die ihrem Existenzbereiche angehören, einer irreductiblen Gleichung von der Gestalt:

$$G(\varphi(u), \varphi(v), \varphi(u+v)) = 0 \quad (2)$$

genügt, wo  $G(x, y, z)$  von derselben Beschaffenheit wie in I ist, so sagt man, dass die Function ein **algebraisches Additionstheorem** besitzt.

Dass die Gleichung (1) oder (2) *irreductibel* sein soll, bedeutet, dass sie, in der Form

$$G(x, y, z) = 0$$

geschrieben, nicht in mehrere Gleichungen von derselben Beschaffenheit zerlegbar sein darf.

An jene Definitionen sind zunächst einige einfache Bemerkungen zu knüpfen.

Damit eine analytische Function  $\varphi(u)$  eine charakteristische Gleichung hat, reicht es offenbar aus anzunehmen, dass es im regulären Gebiete von  $\varphi(u)$  drei Stellen:

$$u = a, \quad u = b, \quad u = \frac{a+b}{2}$$

gibt, die so beschaffen sind, dass die charakteristische Gleichung (1) befriedigt wird, wenn man

$$\varphi(u), \quad \varphi(v), \quad \varphi\left(\frac{u+v}{2}\right)$$

beziehungsweise durch

$$P_1(u-a), \quad P_2(v-b), \quad P_3\left(\frac{u+v}{2} - \frac{a+b}{2}\right)$$

ersetzt, wo diese  $P$  gewöhnliche Potenzreihen von

$$u-a, \quad v-b, \quad \frac{u+v}{2} - \frac{a+b}{2}$$

bezeichnen, welche Elemente gewisser eindeutiger Zweige von der Function  $\varphi$  sind und also Convergenzbereiche von der Form

$$|u-a| < \varrho_1, \quad |v-b| < \varrho_2, \quad \left| \frac{u+v}{2} - \frac{a+b}{2} \right| < \varrho_3 \quad (3)$$

besitzen. In der auf diese Weise erhaltenen Relation

$$G(x, y, z) = 0, \quad (4)$$

wo also  $x, y, z$  durch

$$x = P_1(u-a), \quad y = P_2(v-b), \quad z = P_3\left(\frac{u+v}{2} - \frac{a+b}{2}\right) \quad (5)$$

erklärt sind, müssen offenbar  $u$  und  $v$  auf einen solchen Bereich beschränkt sein, dass darin die Bedingungen (3) alle gleichzeitig erfüllt sind<sup>1</sup>.

<sup>1</sup> Die Veranlassung, die Aufgabe so zu stellen, habe ich einer Abhandlung von Herrn E. PHRAGMÉN [Acta Mathematica, Band VII, Seiten 33–42] entnommen, worin er von einer analogen Annahme ausgeht bei der Untersuchung der Eigenschaften einer analytischen Function, die ein algebraisches Additionstheorem besitzt.

Die Gleichung (4), die der Annahme nach irreductibel ist, hat die Gestalt:

$$g_0(x, y)z^k + g_1(x, y)z^{k-1} + \dots + g_k(x, y) = 0, \quad (6)$$

wo die  $g(x, y)$  ganze rationale Functionen von  $x$  und  $y$  sind.

Bezeichnen wir mit  $D(x, y)$  die Discriminante dieser Gleichung (6), so ist dieselbe eine nicht identisch verschwindende ganze rationale Function der zwei Argumente  $x$  und  $y$ .

Es bezeichne  $\varrho'_1$  eine — nach einer unten zu gebenden Vorschrift gewählte — reelle positive Zahl  $< \varrho_1$ , und  $u$  eine in der Umgebung

$$|u - a| < \varrho'_1$$

von  $a$  beliebig gewählte Stelle, die wir für die folgende Untersuchung fest halten. Die erste der Gleichungen (5) ergibt alsdann einen bestimmten endlichen Werth von  $x$ , und wenn wir in (6) diesen Werth von  $x$  festhalten, so kommen dort nur zwei Veränderliche  $y$  und  $z$  vor.

Wenn nun — was offenbar angenommen werden darf — der genannte Werth von  $u$  so gewählt worden ist, dass keine der Gleichungen:

$$g_0(x, y) = 0 \quad , \quad D(x, y) = 0 \quad (7)$$

für jeden Werth von  $y$  befriedigt ist, so kann für den eben bestimmten Werth von  $x$  keine der Gleichungen (7) unendlich viele Wurzeln  $y$  haben.

Da  $P_1(v - a)$  und  $P_2(v - b)$  Elemente ein und derselben analytischen Function  $\varphi(v)$  sind, so kann man im Innern des regulären Bereiches dieser Function einen Theilbereich so absondern, dass  $P_2(v - b)$  in  $P_1(v - a)$  übergeht, wenn man  $P_2(v - b)$  längs irgend einem von  $v = b$  zu  $v = a$  in diesem Theilbereiche fortlaufenden Wege analytisch fortsetzt. Im Innern und — nöthigenfalls nach einer stets ausführbaren beliebig kleinen Beschränkung des Bereiches — am Rande dieses Theilbereiches geht also aus dem Elemente  $P_2(v - b)$  eine *eindeutige reguläre* Functionsbestimmung hervor, und diese, die wir für einen Augenblick mit  $\bar{\varphi}(v)$  bezeichnen wollen, fällt in der Umgebung von  $v = a$  mit  $P_1(v - a)$  zusammen.

Wenn  $\bar{y}$  eine beliebige Wurzel der einen oder der anderen von den Gleichungen (7) bezeichnet, so kann die Gleichung

$$\varphi(v) = \bar{y} \quad (8)$$

im genannten Theilbereiche nie unendlich viele Wurzeln  $v$  haben; denn wenn es deren unendlich viele gäbe, so würde es dort auch eine Stelle  $v = a$  geben, in *jeder* Nähe derselben die Gleichung (8) von  $a$  verschiedene Wurzeln hätte, was unmöglich ist, da  $v = a$  für  $\bar{\varphi}(v)$  eine reguläre Stelle ist<sup>1</sup>. Alle diejenigen im Innern und am Rande des Theilbereiches liegenden Werthe von  $v$ , für welche der entsprechende Werth von  $\varphi(v)$  einer Wurzel irgend einer der Gleichungen (7) gleichkommt, können daher nur eine *endliche* Anzahl von Stellen ergeben, und es ist also stets möglich, in diesem Theilbereiche von  $v = b$  zu  $v = a$  einen Weg so zu legen, dass es eine reelle positive Zahl  $\varrho$  giebt, die so beschaffen ist, dass *jede* Stelle dieses Weges eine *Umgebung mit dem Radius  $\varrho$*  hat, in deren Innerem keine von  $v = a$  und  $v = b$  verschiedene<sup>2</sup> Wurzel irgend einer der Gleichungen (8) liegt.

Jetzt führen wir in (6)

$$y = \bar{\varphi}(v) \quad (9)$$

ein und erhalten somit

$$g_0(x, \bar{\varphi})z^\lambda + g_1(x, \bar{\varphi})z^{\lambda-1} + \dots + g_\lambda(x, \bar{\varphi}) = 0, \quad (10)$$

wo der Kürze halber statt  $\bar{\varphi}(v)$  nur  $\bar{\varphi}$  geschrieben worden ist.

Im Bereiche:  $|v - b| < \varrho$ , wo offenbar  $\varrho \leq \varrho_2$  ist, dürfen wir  $\bar{\varphi}(v)$  durch  $P_2(v - b)$  ersetzen, wodurch die Coefficienten in (10) gewöhnliche Potenzreihen von  $(v - b)$  werden, die also in diesem Bereiche sicher convergieren, und der Annahme nach ist (10) alsdann durch

$$z = P_3\left(\frac{u+v}{2} - \frac{a+b}{2}\right) \quad (11)$$

befriedigt. Da nun

$$\left|\frac{u+v}{2} - \frac{a+b}{2}\right| \leq \frac{1}{2}|u-a| + \frac{1}{2}|u-b|$$

ist, so zeigt die letzte der Bedingungen (3), dass die Potenzreihe  $P_3$  in (11) sicher convergiert, wenn  $u$  und  $v$  die Bedingung

$$|u-a| + |v-b| < 2\varrho_3$$

<sup>1</sup> Es würde sich nämlich sonst ergeben, dass  $\bar{\varphi}(v)$  im ganzen Theilbereiche einen von  $v$  unabhängigen Werth haben müsste, was selbstredend auszuschliessen ist.

<sup>2</sup> Da die Werthe  $a$  und  $b$  vorgegeben sind, so muss offenbar als möglich eingeräumt werden, dass  $v = a$  oder  $v = b$  Wurzel einer Gleichung (8) sein kann.



erfüllen, was stets für Werthe von  $v$  erreichbar ist, wenn nur — wie offenbar vorausgesetzt werden darf — die Grösse  $\varrho'_1$  von vorn herein kleiner als  $2\varrho_3$  angenommen worden ist. Im Bereiche

$$|v - b| < 2\varrho_3 - \varrho'_1 = \bar{\varrho} \tag{12}$$

kann alsdann die in (11) vorkommende Reihe  $P_3$  in eine gewöhnliche Potenzreihe von  $(v - b)$  umgebildet werden, wodurch (11) also ein Resultat:

$$z = \mathfrak{P}(v - b) \text{ für } |v - b| < \bar{\varrho} \tag{13}$$

ergibt.

Ersetzen wir also in (10)  $\bar{g}(v)$  durch  $P_2(v - b)$ , so bekommen wir eine Gleichung von der Form:

$$p_0(v - b)z^\lambda + p_1(v - b)z^{\lambda-1} + \dots + p_\lambda(v - b) = 0, \tag{14}$$

wo die Coefficienten  $p(v - b)$  gewöhnliche Potenzreihen von  $(v - b)$  sind, die für

$$|v - b| < \varrho \tag{15}$$

sicher convergieren, und den gemachten Feststellungen gemäss kann in dieser Gleichung (14) weder der Coefficient  $p_0(v - b)$  noch ihre Discriminante für einen im Bereiche:

$$0 < |v - b| < \varrho \tag{16}$$

gelegenen Werth von  $v$  verschwinden.

In einer Umgebung jedes in diesem Bereiche (16) gelegenen Werthes  $v_0$  von  $v$  ergibt daher die Gleichung (14)  $\lambda$  von einander verschiedene Bestimmungen von  $z$ , und zwar alle als convergierende gewöhnliche Potenzreihen von  $(v - v_0)$ .

Da ferner in einer Umgebung von  $v = b$  die Gleichung (14) durch

$$z = \mathfrak{P}(v - b) \tag{17}$$

befriedigt ist, so giebt es also eine im *ganzen* Bereiche (15) eindeutige und reguläre Functionsbestimmung  $z$ , die überall daselbst der Gleichung (14) genügt und in der Nähe von  $v = b$  durch (17) dargestellt wird. Hieraus folgt aber, dass die Reihe  $\mathfrak{P}(v - b)$  im *ganzen* Be-

reihe (15) convergiert, und dass (17) überall daselbst der Gleichung (14) Genüge leistet<sup>1</sup>

Auf dem von  $v = b$  zu  $v = a$  gelegten Wege nehmen wir jetzt im Innern des Bereiches (15) eine Stelle  $v = v_1$  und bilden in (14), nachdem  $z$  durch  $\mathfrak{P}(v - b)$  ersetzt worden ist, die einzelnen Bestandtheile zu Potenzreihen von  $(v - v_1)$  um. Da das somit erhaltene Resultat zunächst für eine Umgebung von  $v = v_1$  bewiesen ist, so ergibt sich, wie leicht zu sehen ist, ein Resultat, das folgendermassen ausgedrückt werden kann.

Wenn man in der Gleichung (10) die Coefficienten als gewöhnliche Potenzreihen von  $(v - v_1)$  entwickelt, was den gemachten Feststellungen gemäss für den ganzen Bereich:  $|v - v_1| < \varrho$  gültige Entwicklungen ergibt, so geht eine Gleichung hervor, die von

$$z = \mathfrak{P}_1(v - v_1) \quad (18)$$

befriedigt wird, wo  $\mathfrak{P}_1(v - v_1)$  die unmittelbare Umbildung von  $\mathfrak{P}(v - b)$  ist, und in derselben Weise wie oben lehrt, dass die Reihe  $\mathfrak{P}_1(v - v_1)$  im selben ganzen Bereiche:  $|v - v_1| < \varrho$  nicht nur convergiert, sondern auch der Gleichung (10) Genüge leistet.

Auf dem Wege von  $v = v_1$  zu  $v = a$  nehme man ebenfalls im Innern des Bereiches:  $|v - v_1| < \varrho$  eine Stelle  $v = v_2$  und verfare wie oben, u. s. f. Da die hierbei schrittweise hervorgehenden Potenzreihenentwicklungen der Coefficienten in (10) stets Convergenzradien  $\geq \varrho$  haben, so kann man eine *endliche* Anzahl von Stellen:

$$v_1, v_2, \dots, v_m$$

so einschalten, dass schliesslich die Stelle  $v = a$  im Bereiche:

$$|v - v_m| < \varrho \quad (19)$$

gelegen ist, und man erhält dann — analoger Weise wie oben — wenigstens im kleineren Bereiche:

$$|v - v_m| < |a - v_m| \quad (20)$$

eine Lösung:

$$z = \mathfrak{P}_m(v - v_m) \quad (21)$$

<sup>1</sup> Es ist in der That hierdurch auch bewiesen, dass die Gleichung (14) im Bereiche (15) reductibel ist, und dass unter den Gleichungen, worin sie zerlegbar ist, die Gleichung (17) vorkommt.

der Gleichung (10). Wenn  $v = a$  keine singuläre Stelle der Gleichung (10), d. h. keine Wurzel einer Gleichung (8) ist, so convergiert die Reihe  $\mathfrak{P}_m(v - v_m)$  im ganzen Bereiche (19) und genügt daselbst der Gleichung (10). Unabhängig davon, ob  $v = a$  reguläre oder singuläre Stelle dieser Gleichung ist, kann man die Coefficienten derselben im ganzen Bereiche (19) in gewöhnliche Potenzreihen von  $(v - v_m)$  entwickeln und ersieht daraus, dass sie stets in diesem ganzen Bereiche unter Anderem eine analytische Functionsbestimmung ergibt, die im Bereiche (20) mit (21) zusammenfällt. Werden schliesslich die Coefficienten in der letzt benutzten Form der Gleichung (10) in Potenzreihen von  $(v - a)$  umgebildet, die ja im ganzen Bereiche:  $|v - a| < \varrho$  convergieren, so entsteht eine Gleichung, die im selben Bereiche auch noch eine analytische Bestimmung von  $z$  ergibt, welche im gemeinsamen Theile der Bereiche:

$$|v - a| < \varrho \text{ und } |v - v_m| < \varrho$$

mit der soeben im Bereiche (19) erhaltenen zusammenfällt.

Da diese letzte Form von (10) das Resultat ist, welches aus (4) für

$$x = P_1(u - a), \quad y = P_1(v - a)$$

hervorgeht, d. h.

$$G(P_1(u - a), P_1(v - a), z) = 0, \tag{22}$$

und diese Gleichung also von der aus

$$z = P_3\left(\frac{u + v}{2} - \frac{a + b}{2}\right)$$

— durch die oben als möglich erwiesene analytische Fortsetzung längs dem Wege von  $v = b$  wenigstens zu jeder Nähe von  $v = a$  — erhaltenen Functionsbestimmung in der Umgebung von  $v = a$  befriedigt ist, so existiert also die Function  $\varphi\left(\frac{u + v}{2}\right)$  in einem Bereiche, wo  $u$  und  $v$  beide in einer gewissen Umgebung der Stelle  $u = a$  liegen. Wir haben also gefunden, dass man in der charakteristischen Gleichung:

$$G\left(\varphi(u), \varphi(v), \varphi\left(\frac{u + v}{2}\right)\right) = 0, \tag{1}$$

wenn  $u$  und  $v$  beide in einer gewissen Umgebung der Stelle  $u = a$  liegen, die für die Function eine reguläre Stelle ist,  $\varphi(u)$  und  $\varphi(v)$  als *ein und demselben* eindeutigen Zweige der Function angehörige Werthe annehmen darf, und dass es dann zunächst wenigstens *einen* Zweig der Function giebt, der an der Stelle  $\frac{u+v}{2}$  existiert und der charakteristischen Gleichung genügt.

Da wir den wahren Existenzbereich einer analytischen Function, die eine charakteristische Gleichung besitzt, noch nicht nachgewiesen haben, so müssen wir jetzt, um die Untersuchung weiterführen zu können, *der charakteristischen Gleichung noch eine Bedingung auferlegen*, und zwar diejenige *dass für  $v = u$  — wobei also  $\frac{u+v}{2}$  den Werth  $u$  erhält — der Zweig  $\varphi\left(\frac{u+v}{2}\right)$  mit dem Zweige  $\varphi(u)$  zusammenfallen darf*, oder m. a. W. *dass die Gleichung*

$$G(x, y, z) = 0,$$

*nachdem man  $y$  durch  $x$  ersetzt hat, auch wenn  $x$  willkürlich bleibt, unter Anderem von dem Werthe  $z = x$  befriedigt werden soll. Es soll also eine gewöhnliche Potenzreihe  $\mathfrak{P}(w)$  geben, für die es gilt, dass für alle Werthepaare  $u, v$ , die in einer hinlänglich kleinen Umgebung der Stelle  $w = a$  liegen, die Gleichung:*

$$G\left(\mathfrak{P}(u-a), \mathfrak{P}(v-a), \mathfrak{P}\left(\frac{u+v}{2}-a\right)\right) = 0 \quad (23)$$

*besteht, und diese  $\mathfrak{P}(u-a)$  ist alsdann ein Element von der analytischen Function  $\varphi(u)$ , die die charakteristische Gleichung (1) besitzt.*

Nachdem dieses also festgestellt, können wir weiter gehen und beweisen zunächst den Satz:

III. Wenn  $u = a$  eine **reguläre** Stelle für die analytische Function  $\varphi(u)$  ist, und wenn man

$$u = a + u', \quad \varphi(a + u') = \psi(u') \quad (24)$$

*setzt, so ist auch  $\psi(u')$  eine analytische Function von  $u'$ . Besitzt dann die Function  $\varphi(u)$  eine charakteristische Gleichung, so hat auch  $\psi(u')$  genau **dieselbe** charakteristische Gleichung, und für  $\psi(u')$  ist  $u' = 0$  eine **reguläre***

*Stelle, unabhängig von der Beschaffenheit oder sogar von der Existenz der Function  $\varphi(u)$  an der Stelle:  $u = 0$ . [W. 85]<sup>1</sup>.*

Der Annahme nach hat man nämlich

$$\varphi(u) = \mathfrak{P}(u - a) \quad \text{für } |u - a| < R,$$

wo  $R$  eine gewisse reelle positive Grösse bezeichnet, welche Gleichung also in der angegebenen Umgebung der Stelle  $u = a$  einen eindeutigen *Zweig* von  $\varphi(u)$  darstellt. Es liege auch die Stelle  $v$  in derselben Umgebung, also

$$|v - a| < R.$$

Dann gehört ebenfalls die Stelle  $\frac{u + v}{2}$  derselben Umgebung an.

Da ferner angenommen ist, dass  $\varphi(u)$  eine charakteristische Gleichung (1) hat, so besteht, den obigen Feststellungen gemäss, die Gleichung (23) für alle diese Werthe  $u$  und  $v$ , und folglich die Gleichung

$$G\left(\mathfrak{P}(u'), \mathfrak{P}(v'), \mathfrak{P}\left(\frac{u' + v'}{2}\right)\right) = 0$$

für

$$|u'| < R, \quad |v'| < R,$$

d. h.

$$G\left(\psi(u'), \psi(v'), \psi\left(\frac{u' + v'}{2}\right)\right) = 0, \quad (25)$$

wenn

$$\psi(u') = \mathfrak{P}(u'), \quad \psi(v') = \mathfrak{P}(v'), \quad \psi\left(\frac{u' + v'}{2}\right) = \mathfrak{P}\left(\frac{u' + v'}{2}\right)$$

die Werthe von  $\psi(u')$ ,  $\psi(v')$ ,  $\psi\left(\frac{u' + v'}{2}\right)$  in der genannten Umgebung

<sup>1</sup> Mit [W. 85], einem Satze angehängt, bezeichnen wir, dass WEIERSTRASS in seinen, im Sommersemester 1885 gehaltenen Vorlesungen über Elliptische Functionen diesen Satz gegeben und bewiesen hat. Im Beweise des obigen Satzes hat W. jedoch ohne Weiteres angenommen, dass  $\mathfrak{g}(u)$ ,  $\mathfrak{g}(v)$  und  $\mathfrak{g}\left(\frac{u + v}{2}\right)$  ein und demselben eindeutigen Zweige der Function angehören.

der Stelle  $u' = 0$  definieren, und zwar als einem und demselben eindeutigen Zweige der Function angehörig. Da  $u' = 0$  eine reguläre Stelle für die Function  $\psi(u')$  ist, so ist der Satz also bewiesen.

IV. Wenn eine analytische Function  $\varphi(u)$  eine **charakteristische Gleichung** besitzt, so existiert sie in jedem endlichen Bereiche:

$$|u| < R$$

und ist überall daselbst von **algebraischem** Charakter.

Aus dem Satze III leuchtet sogleich ein, dass wir uns hier auf den Fall beschränken dürfen, dass die Stelle  $u = 0$  für die Function eine reguläre ist. Wir dürfen also mit der Annahme anfangen, dass in einer gewissen Umgebung:

$$|u| < \rho \tag{26}$$

der Stelle:  $u = 0$  ein eindeutiger Zweig von  $\varphi(u)$  durch

$$\varphi(u) = \mathfrak{P}(u) = b_0 + b_1 u + \dots \tag{27}$$

gegeben ist, wo  $\mathfrak{P}(u)$  eine im Bereiche (26) convergierende gewöhnliche Potenzreihe von  $u$  bezeichnet. Wenn auch

$$|v| < \rho$$

ist, so haben wir also

$$G\left(\mathfrak{P}(u), \mathfrak{P}(v), \mathfrak{P}\left(\frac{u+v}{2}\right)\right) = 0.$$

Hier dürfen wir  $v = 0$  setzen, was ein Resultat:

$$G\left(\mathfrak{P}(u), b_0, \mathfrak{P}\left(\frac{u}{2}\right)\right) = 0 \tag{28}$$

ergibt und eine wirkliche Abhängigkeit zwischen  $\mathfrak{P}(u)$  und  $\mathfrak{P}\left(\frac{u}{2}\right)$  ausdrückt; denn da die Gleichung

$$G(x, y, z) = 0$$

irreductibel ist, so kann ihre linke Seite keinen Factor  $(y - b_0)$  enthalten.

Die Gleichung (28) bezeichnen wir einfacher mit

$$f\left(\varphi\left(\frac{u}{2}\right), \varphi(u)\right) = 0, \quad (29)$$

wo  $f(z, x)$  eine ganze rationale Function von  $z$  und  $x$  ist und

$$\varphi(u) = \mathfrak{P}(u), \quad \varphi\left(\frac{u}{2}\right) = \mathfrak{P}\left(\frac{u}{2}\right) \quad (30)$$

im Bereiche (26). Der Satz ist alsdann bewiesen, wenn der folgende bewiesen wird.

V. Wenn ein Element  $\mathfrak{P}(u)$  einer analytischen Function  $\varphi(u)$ , die sich an der Stelle  $u = 0$  regulär verhält, einer algebraischen Gleichung von der Form:

$$f\left(\mathfrak{P}\left(\frac{u}{2}\right), \mathfrak{P}(u)\right) = 0$$

Genüge leistet, und wenn  $R$  eine beliebig grosse, aber **endliche** reelle positive Zahl ist, so **existiert** die Function im **ganzen** Bereiche:

$$|\alpha| < R$$

und ist überall daselbst von **algebraischem** Charakter.

Der Annahme nach wird nämlich in einem Bereiche:  $|u| < \rho$  das betreffende Element  $\mathfrak{P}(u)$  convergieren und der Gleichung:

$$f\left(\mathfrak{P}\left(\frac{u}{2}\right), \mathfrak{P}(u)\right) = 0 \quad (31)$$

genügen; und aus Gründen, die wir schon mehrmals erwähnt haben, dürfen wir annehmen, dass die Gleichung (31) irreductibel ist.

Da man in (31) statt  $u \frac{u}{2}$  im somit erhaltenen Resultate wiederum statt  $u \frac{u}{2}$  setzen und dieses Verfahren beliebig oft wiederholen kann, so erhält man:

$$\left. \begin{aligned}
 f\left(\mathfrak{P}\left(\frac{u}{2}\right), \mathfrak{P}(u)\right) &= 0, & \text{für } |u| < \varrho \\
 f\left(\mathfrak{P}\left(\frac{u}{2^2}\right), \mathfrak{P}\left(\frac{u}{2}\right)\right) &= 0, & \gg \quad u < 2\varrho \\
 f\left(\mathfrak{P}\left(\frac{u}{2^3}\right), \mathfrak{P}\left(\frac{u}{2^2}\right)\right) &= 0, & \gg \quad |u| < 2^2\varrho \\
 \dots & \dots & \dots \\
 f\left(\mathfrak{P}\left(\frac{u}{2^\mu}\right), \mathfrak{P}\left(\frac{u}{2^{\mu-1}}\right)\right) &= 0, & \gg \quad |u| < 2^{\mu-1}\varrho
 \end{aligned} \right\} \quad (32)$$

wo  $\mu$  eine beliebig grosse reelle ganze positive Zahl ist.

Wenn man für einen Augenblick

$$\mathfrak{P}(u) = x, \quad \mathfrak{P}\left(\frac{u}{2}\right) = x_1, \quad \mathfrak{P}\left(\frac{u}{2^2}\right) = x_2, \quad \dots, \quad \mathfrak{P}\left(\frac{u}{2^\mu}\right) = x_\mu \quad (33)$$

setzt, so kann man die Gleichungen (32) ganz einfach folgendermassen schreiben:

$$f(x_1, x) = 0, \quad f(x_2, x_1) = 0, \quad f(x_3, x_2) = 0, \quad \dots, \quad f(x_\mu, x_{\mu-1}) = 0, \quad (34)$$

deren linke Seiten ganze rationale Functionen je zweier der Grössen  $x, x_1, x_2, \dots, x_\mu$  sind.

Eliminiert man zwischen den Gleichungen (34), deren Anzahl  $= \mu$  ist, die  $(\mu - 1)$  Grössen  $x_1, x_2, \dots, x_{\mu-1}$ , so ergibt sich eine Gleichung:

$$\gamma(x_\mu, x) = 0, \quad (35)$$

deren linke Seite eine ganze rationale Function von  $x_\mu$  und  $x$  ist, und diese Gleichung ist jedesmal befriedigt, wenn die Gleichungen (34) gelten. Also haben wir jetzt gefunden, dass die Gleichung (35) für  $|u| < \varrho$  durch

$$x = \mathfrak{P}(u), \quad x_\mu = \mathfrak{P}\left(\frac{u}{2^\mu}\right)$$

befriedigt ist, weil die Gleichungen (34) bestehen, wenn die Grössen  $x, x_1, \dots, x_\mu$  durch (33) definiert werden.



Da ferner die Gleichung (35) die Gestalt:

$$\gamma_0(x_\mu)x^\lambda + \gamma_1(x_\mu)x^{\lambda-1} + \dots + \gamma_\lambda(x_\mu) = 0$$

hat, wo die  $\gamma(x_\mu)$  ganze rationale Functionen von  $x_\mu$  sind, so findet man also, da

$$\gamma_\alpha(x_\mu) = \gamma_\alpha\left(\mathfrak{P}\left(\frac{u}{2^\mu}\right)\right) = p_\alpha(u)$$

ist, wo  $p_\alpha(u)$  eine gewöhnliche Potenzreihe von  $u$  bedeutet, die sogar im ganzen Bereiche:

$$|u| < 2^\mu \varrho \quad (36)$$

convergiert, dass die Gleichung:

$$p_0(u)x^\lambda + p_1(u)x^{\lambda-1} + \dots + p_\lambda(u) = 0 \quad (37)$$

zunächst im kleineren Bereiche:  $|u| < \varrho$  durch

$$x = \mathfrak{P}(u) \quad (38)$$

befriedigt wird. Da die Zahl  $\mu$  beliebig gross sein kann, so ist es stets möglich, nachdem die Grösse  $R$  gewählt worden,  $\mu$  so gross anzunehmen, dass

$$2^\mu \varrho > R$$

wird. Alsdann convergieren die Potenzreihen  $p(u)$  im ganzen Bereiche:

$$|u| \leq R. \quad (39)$$

Wenn jetzt — was hier erwartet werden kann — die Gleichung (37) im Bereiche (36) reductibel ist, so muss sie in irreductible Gleichungen zerlegbar sein, und eine dieser Gleichungen wird alsdann im Bereiche:  $|u| < \varrho$  durch (38) befriedigt. Also dürfen wir diese Gleichung statt (37) setzen, oder m. a. W. wir dürfen annehmen, dass (37) im Bereiche (36) *irreductibel* ist.

Aus dem Satze § folgt dann, dass die Gleichung (37) im ganzen Bereiche (39)  $\lambda$  eindeutige Zweige einer analytischen Function von  $u$  ergibt, und dass diese Zweige im Bereiche (36) eine einzige cyklische Gruppe bilden. Da ferner, wie oben bewiesen ist, die Gleichung (37)

im kleineren Bereiche:  $|u| < \varrho$  durch (38) befriedigt wird, so ist also  $\mathfrak{P}(u)$  in ihrem Convergencebereiche ein Element von einem jener  $\lambda$  eindeutigen Zweige, und folglich ergibt sich im Bereiche (36) aus dem Elemente  $\mathfrak{P}(u)$  eine  $\lambda$ -deutige Bestimmung der analytischen Function  $\mathfrak{q}(u)$ . Diese Function existiert also im Bereiche (39), und aus der im Bereiche:

$$|u| < \varrho$$

bestehenden Gleichung (31) geht dann durch analytische Fortsetzungen hervor, dass die Function überall im Endlichen der Gleichung (29) genügt, w. z. b. w.

Es ist hier wohl zu beachten, dass wir nicht schliessen dürfen, dass die Function  $\mathfrak{q}(u)$  — blos weil sie die Bedingungen des Satzes erfüllt — im *eigentlichen* Sinne des Wortes von algebraischem Charakter sein muss; denn wir haben ja noch nicht bewiesen, dass der Grad  $\lambda$  der Gleichung (37) nicht mit  $R$  über jede Grenze hinaus wachsen, oder m. a. W. dass die Function  $\mathfrak{q}(u)$  nicht unendlich vieldeutig sein kann.

Wir stellen jetzt analoge Untersuchungen über die Functionen an, die ein *algebraisches Additionstheorem* besitzen.

Die Annahme, dass die Function diese Eigenschaft hat, erklären wir — ebenfalls nach dem Vorgange des Herrn PHRAGMÉN — folgendermassen. Im regulären Bereiche der Function  $\mathfrak{q}(u)$  soll es drei Stellen:

$$u = a \quad , \quad u = b \quad , \quad u = a + b$$

geben von der Beschaffenheit, dass wenn

$$P_1(u - a) \quad , \quad P_2(v - b) \quad , \quad P_3(u + v - a - b)$$

Werthe von

$$\mathfrak{q}(u) \quad , \quad \mathfrak{q}(v) \quad , \quad \mathfrak{q}(u + v)$$

beziehungsweise in Bereichen von der Form:

$$|u - a| < \varrho_1 \quad , \quad |v - b| < \varrho_2 \quad , \quad |u + v - a - b| < \varrho_3$$

bedeuten, die Gleichung (2), d. h.

$$G(x, y, z) = 0 \tag{40}$$

für

$$x = P_1(u - a) , \quad y = P_2(v - b) , \quad z = P_3(u + v - a - b)$$

erfüllt ist, so lange die drei Potenzreihen convergieren.

Da  $P_1(v - a)$  und  $P_2(v - b)$  Elemente *einer und derselben* analytischen Function bedeuten, so kann man auch hier — in ganz analoger Weise, wie wir es schon für Functionen, die mit einer charakteristischen Gleichung versehen sind, gethan haben — beweisen, dass es in der Nähe der Stelle  $w = 2a$  einen Zweig  $\varphi_3(w)$  von  $\varphi(w)$  giebt, welcher für  $w = u + v$  der Gleichung (40) genügt, nachdem man darin

$$x = P_1(u - a) , \quad y = P_1(v - a) \tag{41}$$

gesetzt hat, d. h. dass für alle Werthe paare  $u, v$  in einem Bereiche:

$$|u - a| < \varrho , \quad |v - a| < \varrho , \tag{42}$$

wo  $\varrho$  eine gewisse reelle positive Zahl ist, die Relation:

$$G(P_1(u - a) , P_1(v - a) , \varphi_3(u + v)) = 0 \tag{43}$$

besteht.

Da die oben angedeutete Untersuchung ergibt, dass es für den Zweig  $\varphi_3(w)$  einen Bereich von den Form:

$$|w - 2a| < \varrho \tag{44}$$

giebt, worin entweder gar keine oder nur die einzige singuläre Stelle  $w = 2a$  sich befinden kann, so kann man sicher in der Umgebung  $|u - a| < \varrho$  eine Stelle  $u = a'$  finden von der Beschaffenheit, dass

$$u = a' \text{ für } \varphi_1(u) \text{ und } w = 2a' \text{ für } \varphi_3(w)$$

*reguläre* Stellen sind. In einem gewissen Bereiche:

$$|u - a'| < \varrho' , \quad |w - 2a'| < \varrho'$$

hat man also:

$$\varphi_1(u) = \mathfrak{P}_1(u - a') , \quad \varphi_3(w) = \mathfrak{P}_3(w - 2a')$$

und nach (43), wenn unmittelbare analytische Umbildungen vorgenommen werden,

$$G(\mathfrak{P}_1(u - a'), \mathfrak{P}_1(v - a'), \mathfrak{P}_3(u + v - 2a')) = 0. \quad (45)$$

Dies setzt uns jetzt in den Stand, den folgenden wichtigen Satz zu beweisen, wobei wir in (45) statt  $a'$  einfach  $a$  schreiben.

VI. Wenn  $\varphi(u)$  eine analytische Function ist, die ein **algebraisches Additionstheorem** besitzt, so kann stets eine Grösse  $a$  so gewählt werden, dass die durch

$$\varphi(a + w) = \psi(w)$$

definierte analytische Function  $\psi(w)$  ebenfalls ein **algebraisches Additionstheorem** besitzt und ausserdem für  $w = 0$  sich **regulär** verhält. Hier ist gar Nichts von der Beschaffenheit oder Existenz der Function  $\varphi(u)$  an der Stelle  $u = 0$  vorausgesetzt.

Da wir die Existenz einer Grösse  $a$  soeben nachgewiesen haben, welche die Beschaffenheit hat, dass  $u = a$  für  $\varphi_1(u)$  und  $w = 2a$  für  $\varphi_3(w)$  reguläre Stellen sind, so geschieht der Beweis ganz einfach folgendermassen.

Behalten wir die obigen Bezeichnungen bei, so ist also — siehe (45) — hier angenommen, dass man — wenigstens wenn  $\varrho$  der Bedingung:  $2\varrho \leq \bar{\varrho}$  unterworfen wird — für

$$|u - a| < \varrho, \quad |v - a| < \varrho, \quad |u + v - 2a| < \bar{\varrho} \quad (46)$$

die Relation

$$G(\mathfrak{P}_1(u - a), \mathfrak{P}_1(v - a), \mathfrak{P}_3(u + v - 2a)) = 0 \quad (47)$$

hat, wo  $\mathfrak{P}_1(u - a)$ ,  $\mathfrak{P}_1(v - a)$  Werthe des eindeutigen Zweiges  $\varphi_1$  und  $\mathfrak{P}_3(u + v - 2a)$  den Werth des eindeutigen Zweiges  $\varphi_3$  von der Function  $\varphi$  bedeuten.

Für alle Werthehepaare  $u'$ ,  $v'$ , die dem absoluten Betrage nach unter einer gewissen reellen positiven Grösse  $\varepsilon$  liegen, werden alsdann die Bedingungen (46) erfüllt, sowohl wenn man

$$u = u' + a, \quad v = v' + a,$$

als wenn man

$$u = u' + v' + a, \quad v = a$$

setzt, und folglich erhält man aus (47) für

$$|u'| < \varepsilon, \quad |v'| < \varepsilon \tag{48}$$

die beiden Relationen:

$$G(\mathfrak{P}_1(u'), \mathfrak{P}_1(v'), \mathfrak{P}_1(u' + v')) = 0,$$

$$G(\mathfrak{P}_1(u' + v'), \mathfrak{P}_1(0), \mathfrak{P}_3(u' + v')) = 0,$$

wo  $\mathfrak{P}_1(0)$  eine bestimmte endliche Constante bedeutet. Da hier  $\mathfrak{P}_3(u' + v')$  in beiden Gleichungen wirklich vorkommt und dieselbe Bedeutung hat, so kann man diese Grösse eliminieren und erhält also eine wirkliche Relation:

$$\bar{G}(\mathfrak{P}_1(u'), \mathfrak{P}_1(v'), \mathfrak{P}_1(u' + v')) = 0,$$

d. h. da

$$\mathfrak{P}_1(u - a) = \mathfrak{g}_1(u)$$

und somit

$$\mathfrak{P}_1(u') = \mathfrak{g}_1(a + u') = \psi_1(u')$$

ist, wo  $\psi_1(u')$  einen gewissen eindeutigen Zweig von  $\psi(u')$  bedeutet, die Relation:

$$\bar{G}(\psi_1(u'), \psi_1(v'), \psi_1(u' + v')) = 0 \tag{49}$$

für

$$|u'| < \varepsilon, \quad |v'| < \varepsilon.$$

Wir haben also gefunden, dass die Function  $\psi$ , für welche die Stelle  $u' = 0$  eine reguläre ist, ein algebraisches Additionstheorem besitzt, und dass darin  $\psi_1(u')$ ,  $\psi_1(v')$  und  $\psi_1(u' + v')$ , wenn  $u'$  und  $v'$  den Bedingungen (48) genügen, als Werthe *eines und desselben* eindeutigen Zweiges angenommen werden dürfen.

Durch analytische Fortsetzungen kann man sodann aus (49) die allgemeine Gültigkeit des algebraischen Additionstheorems für die Function  $\varphi$  darthun.

VII. Wenn eine analytische Function  $\varphi(u)$  ein **algebraisches Additionstheorem** hat, so existiert sie in **jedem endlichen Bereiche**:

$$|u| < R$$

und ist **überall** daselbst von **algebraischem Charakter**.

Dem Satze VI zufolge brauchen wir offenbar die Behauptung nur für den Fall zu beweisen, dass die Function  $\varphi(u)$  sich an der Stelle  $u = 0$  regulär verhält. Werden dann zunächst  $u$  und  $v$  durch die Bedingungen:

$$|u| < \frac{1}{2} \varrho, \quad |v| < \frac{1}{2} \varrho$$

beschränkt, wo  $\varrho$  den Convergenzradius derjenigen Potenzreihe  $\mathfrak{P}(w)$  bedeutet, vermittelt welcher der eindeutige Zweig  $\varphi(w)$  in der Form:

$$\varphi(w) = \mathfrak{P}(w)$$

ausdrückbar ist, so hat man nach (49)

$$G(\mathfrak{P}(u), \mathfrak{P}(v), \mathfrak{P}(u+v)) = 0 \quad \text{für } |u| < \frac{1}{2} \varrho, \quad |v| < \frac{1}{2} \varrho.$$

Es ergibt sich folglich, wenn  $v = u$  gesetzt wird, ein Resultat von der Gestalt:

$$f(\mathfrak{P}(u), \mathfrak{P}(2u)) = 0 \quad \text{für } |u| < \frac{1}{2} \varrho$$

oder

$$f\left(\mathfrak{P}\left(\frac{u}{2}\right), \mathfrak{P}(u)\right) = 0 \quad \text{für } |u| < \varrho,$$

wo  $f(z, x)$  eine ganze rationale Function von  $x$  und  $z$  bedeutet, und hieraus folgt vermittelt des Satzes V sogleich das zu beweisende Resultat.

VIII. Wenn eine *mehrdeutige* analytische Function ein algebraisches Additionstheorem:

$$G(\varphi(u) , \varphi(v) , \varphi(u + v)) = 0$$

besitzt, so bleibt diese Gleichung bestehen, wenn man  $\varphi(u)$ ,  $\varphi(v)$ ,  $\varphi(u + v)$  durch *irgend welche* ihrer eindeutigen Zweige ersetzt<sup>1</sup>.

Der Annahme nach besteht nämlich die Gleichung:

$$G(x, y, z) = 0 \tag{50}$$

zunächst für

$$x = P_1(u - a) , \quad y = P_2(v - b) , \quad z = P_3(u + v - a - b) \tag{51}$$

im ganzen Bereiche, wo diese Potenzreihen convergieren und gewisse eindeutige Zweige  $\varphi_1(u)$ ,  $\varphi_2(v)$ ,  $\varphi_3(u + v)$  von der Function ausdrücken.

Geht man von  $\varphi_1(w)$  aus, wo  $w$  in der Nähe von  $a$  liegt, so ist alsdann  $\varphi_1(w)$  durch  $P_1(w - a)$  ausgedrückt, und durch analytische Fortsetzung dieser Reihe über den ganzen regulären Bereich der Function  $\varphi$  kann man *jeden* anderen eindeutigen Zweig erhalten, wenn nur der Weg, längs dessen die Fortsetzung geschieht, passend gewählt wird. Ebenfalls kann irgend ein beliebig ausgewählter eindeutiger Zweig in derselben Weise aus irgend einem anderen hergeleitet werden.

Wie man sich von der Wahrheit des Satzes überzeugen kann, geht leicht aus der folgenden Ueberlegung hervor, worin wir beweisen wollen, dass man in der Gleichung (50), ohne die in (51) gegebene Bedeutung von  $x$  und  $y$  zu ändern, statt des Werthes (51) von  $z$  irgend einen anderen beliebig ausgewählten eindeutigen Zweig:

$$z = \bar{P}_3(u + v - a - b) \tag{52}$$

setzen darf.

Unsrer Annahme nach giebt es nämlich im regulären Bereiche der Function  $\varphi(w)$  einen Theilbereich von der Beschaffenheit, dass durch analytische Fortsetzungen darin nicht nur die Reihe  $P_1(w - a)$  in  $P_3(w - a - b)$ , sondern auch die letztere Reihe in  $\bar{P}_3(w - a - b)$  umgewandelt werden kann. Es muss daher eine endliche reelle positive

<sup>1</sup> Diesen Satz und einen Beweis, der dem hier zu gebenden ziemlich ähnlich ist, findet man in der oben citierten Abhandlung des Herrn PHRAGMÉN.

Zahl  $R$  geben, für die dieser Theilbereich ganz im Innern des Bereiches:

$$|w| \leq R \quad (53)$$

enthalten ist.

Da ferner die im Bereiche (53) aus dem Elemente  $P_1(w - a)$  hervorgehende Bestimmung von  $g(w)$  überall daselbst von algebraischem Charakter (Satz VII) ist, so hat sie im ganzen Bereiche (53) *nur eine endliche Anzahl singulärer Stellen* (Satz 6)<sup>1</sup>.

Durch Schnittlinien, die von jeder dieser singulären Stellen bis an den Rand des Bereiches (53) so gezogen werden, dass sie weder sich selbst noch einander treffen, machen wir diesen Bereich *einfach* zusammenhängend. Als in dem also erhaltenen geschnittenen Bereiche liegend können offenbar die drei Stellen  $w = a$ ,  $w = b$ ,  $w = a + b$  angenommen werden, da man ja die Schnittlinien noch der Bedingung unterwerfen kann, durch keine dieser Stellen gehen zu dürfen.

Durch analytische Fortsetzung des Elementes  $P_3(w - a - b)$  längs einem gewissen im ungeschnittenen Bereiche (53) fortlaufenden geschlossenen Wege, der von  $w = a + b$  ausgeht und zu dieser Stelle zurückkehrt, geht der Annahme nach dieses Element in  $\bar{P}_3(w - a - b)$  über. Da ein eindeutiger Zweig nur dadurch in einen anderen übergehen kann, dass man ihn über mindestens eine Schnittlinie analytisch fortsetzt, die von einer Verzweigungsstelle ausgeht, oder m. a. W. dass man die veränderliche Stelle  $w$  eine solche Stelle umkreisen lässt, so kann man den fraglichen Weg so umformen, dass er aus einer gewissen Anzahl in bestimmter Reihenfolge geordneter Schleifen zusammengesetzt wird, wo jede Schleife dadurch entsteht, dass  $w$ , von der Stelle  $w = a + b$  ausgehend, bis in beliebiger Nähe einer Verzweigungsstelle anlangt, dann diese Stelle längs einem beliebig kleinen Kreise umläuft und schliesslich längs dem ersten Wege nach der Stelle  $w = a + b$  zurückkehrt.

Man sieht ohne Schwierigkeit ein, dass die Stellen  $u$  und  $v$ , ohne den durch die Schnittlinien hervorgebrachten *einfach* zusammenhängenden Bereich zu verlassen, sich gleichzeitig so bewegen können,

<sup>1</sup> Man beachte die Fussnote 2, Seite 30 und die Bemerkung vor dem Satze VI, woraus hervorgeht, dass man — nöthigenfalls nach Annahme einer Grösse  $b'$  in der Nähe von  $b$  und nach analytischer Umbildung von  $P_2(v - b)$  und  $P_3(u + v - a - b)$  zu  $P'_2(v - b')$  und  $P'_3(u + v - a - b')$  — annehmen darf, dass die Stelle  $w = a + b$  (bezw.  $w = a + b'$ ) eine *reguläre* Stelle für  $\bar{P}_3(w - a - b)$  (bezw.  $\bar{P}'_3(w - a - b')$ ) ist.



dass dadurch die durch  $w = u + v$  definierte Grösse  $w$  eine beliebige von den oben genannten Schleifen ein Mal und vollständig durchläuft, wobei natürlich  $u$  und  $v$  von den Stellen  $u = a$ ,  $v = b$  ausgehen und zu denselben zurückkehren sollen. Wenn alsdann

$$z = \mathfrak{P}(u + v - a - b) \quad (54)$$

für

$$|u - a| < \rho_1, \quad |v - b| < \rho_2$$

der Gleichung:

$$G(P_1(u - a), P_2(v - b), z) = 0 \quad (55)$$

Genüge leistet, so bleibt diese Gleichung für die gleichzeitigen analytischen Fortsetzungen längs den oben genannten Wegen bestehen, und es ergibt sich also, dass die Gleichung (55) auch durch

$$z = \bar{\mathfrak{P}}(u + v - a - b)$$

befriedigt wird, wo  $\bar{\mathfrak{P}}(u + v - a - b)$  das neue Element bezeichnet, worin  $\mathfrak{P}(u + v - a - b)$  durch analytische Fortsetzung längs der Schleife übergegangen ist.

Durch Wiederholung dieser Schlussweise kann offenbar das erzielte Resultat erhalten, und der Satz somit als vollständig bewiesen betrachtet werden.

*IX. Jede analytische Function  $\varphi(u)$ , die ein **algebraisches Additionstheorem** besitzt, ist **endlich** mehrdeutig (inclus. eindeutig) und im **eigentlichen** Sinne des Wortes eine Function von **algebraischem** Charakter.*

Denn dem Satze VIII gemäss wissen wir, dass die Gleichung:

$$G(\varphi_1(u), \varphi_1(v), \varphi(u + v)) = 0, \quad (56)$$

wo  $\varphi_1$  einen beliebig ausgewählten eindeutigen Zweig von der Function  $\varphi$  bezeichnet, durch *jeden* Werth  $\varphi(u + v)$ , den die Function an der Stelle  $u + v$  hat, befriedigt ist. Da aber diese Gleichung in Bezug auf  $\varphi(u + v)$  von gegebenem endlichen Grade  $n$  ist, so kann also die

Function  $\varphi$  für keinen Werth des Argumentes mehr als  $n$  Werthe haben und ist also *höchstens*<sup>1</sup>  $n$ -deutig.

Aus diesem Resultate und dem Inhalte des Satzes VII ergibt sich dann nach dem Satze  $\mathfrak{K}$ , dass die Function im eigentlichen Sinne des Wortes von algebraischem Charakter ist.

Also ist der wichtige Satz bewiesen.

*Bemerkung.* Wenn man in der Gleichung (56)  $v = u$  annimmt, so ergibt sich eine Gleichung:

$$g(\varphi_1(u), \varphi(2u)) = 0, \quad (57)$$

die stets als irreductibel angenommen werden darf und eine wirkliche Abhängigkeit zwischen  $\varphi_1(u)$  und  $\varphi(2u)$  enthält, aber in Bezug auf  $\varphi(2u)$  von niedrigerem als dem  $n$ :ten Grade sein kann, wie es z. B. für die Function  $\varphi(u)$  bekanntlich der Fall ist; denn  $\varphi(2u)$  ist ja als rationale Function von  $\varphi(u)$  ausdrückbar. — Auch der Grad von (57) in Bezug auf  $\varphi(2u)$  ist bisweilen höher als der Mehrdeutigkeitsgrad der Function  $\varphi(u)$ , bisweilen gleich diesem, wie man aus Beispielen ersehen kann. Es ist unnöthig, hierauf näher einzugehen.

Andererseits ist aber *der Grad der Mehrdeutigkeit der Function  $\varphi(u)$  genau dem Grade derjenigen irreductiblen Gleichung gleich, welche ausdrückt, dass  $\varphi(u)$  im eigentlichen Sinne des Wortes von algebraischem Charakter ist.* [Siehe den Beweis des Satzes  $\mathfrak{K}$ ].

Jetzt gehen wir zu weiteren Untersuchungen über und beweisen zunächst den Satz:

---

<sup>1</sup> Dass man hier nicht schliessen darf, dass die Function *genau*  $n$ -deutig sein muss, ist leicht zu ersehen. Wenn nämlich  $x$  und  $y$  gegeben sind, so kann der eindeutige Zweig  $\varphi_1(u)$  für mehrere Werthe  $u_1, u_2, \dots$  den Werth  $x$ , und  $\varphi_1(v)$  für mehrere Werthe  $v_1, v_2, \dots$  den Werth  $y$  erhalten. Alle Werthe, die  $\varphi(u+v)$  für  $u+v = u_\lambda + v_\mu$  erhält, sind dann Werthe von  $z$ , die der Gleichung:  $G(x, y, z) = 0$  genügen. Also sind *diese* Werthe nicht mehr als  $n$  an der Zahl; da sie aber mehreren *verschiedenen* Werthen von  $u+v$  entsprechen können, so brauchen sie nur zu ergeben, dass die Function höchstens  $n$ -deutig ist. Als Beispiel hierfür kann die Function  $\wp(u)$  dienen, die eindeutig ist, obgleich ihr algebraisches Additionstheorem vom 2:ten Grade in  $\wp(u+v)$  ist.

X. Wenn  $\varphi(u)$  eine analytische Function ist, die eine *charakteristische* Gleichung besitzt, so besteht für jedes Werthesystem  $u, v, u', v'$ , das die Bedingung:

$$u + v = u' + v' \tag{58}$$

erfüllt, eine *Gleichung von der Form*:

$$F(\varphi(u), \varphi(v), \varphi(u'), \varphi(v')) = 0, \tag{59}$$

wo  $F(\xi, \eta, \xi', \eta')$  eine ganze rationale Function ihrer vier Argumente bezeichnet [W. 85].

Betrachten wir die Werthe  $u, v, u', v'$  als gegeben und führen wir für einen Augenblick zwei Veränderliche  $\bar{u}, \bar{v}$  ein. Alsdann besteht der Annahme nach eine Gleichung von der Form:

$$G\left(\varphi(\bar{u}), \varphi(\bar{v}), \varphi\left(\frac{\bar{u} + \bar{v}}{2}\right)\right) = 0. \tag{60}$$

Lassen wir hier  $\bar{u}$  und  $\bar{v}$ , von dem Werthepaare:

$$\bar{u} = u, \quad \bar{v} = v$$

ausgehend und der Bedingung:

$$\bar{u} + \bar{v} = u + v$$

stets genügend, sich stetig so ändern, dass sie schliesslich die Werthe:

$$\bar{u} = u', \quad \bar{v} = v'$$

annehmen, so bleibt die Gleichung (60) während dieser Aenderung bestehen, und man hat also die Resultate:

$$G\left(\varphi(u), \varphi(v), \varphi\left(\frac{u + v}{2}\right)\right) = 0,$$

$$G\left(\varphi(u'), \varphi(v'), \varphi\left(\frac{u' + v'}{2}\right)\right) = 0,$$

wo folglich

$$\varphi\left(\frac{u + v}{2}\right) = \varphi\left(\frac{u' + v'}{2}\right)$$

ist. Aus diesen drei Gleichungen kann man dann die Grössen  $\varphi\left(\frac{u+v}{2}\right)$  und  $\varphi\left(\frac{u'+v'}{2}\right)$  eliminieren und erhält also eine Gleichung von der Form (59).

Der Satz ist also bewiesen.

*Bemerkung.* Wenn die betrachtete Function  $\varphi(w)$  an der Stelle  $w = 0$  sich regulär verhält, und wenn man — was dann stets möglich ist — die Werthe  $u, v, u', v'$  in den Convergencebereich eines die Function in der Nähe von  $w = 0$  definierenden Elementes  $\mathfrak{P}(w)$  verlegt, so ist die Gleichung (59) offenbar durch

$$\varphi(u) = \mathfrak{P}(u) , \quad \varphi(v) = \mathfrak{P}(v) , \quad \varphi(u') = \mathfrak{P}(u') , \quad \varphi(v') = \mathfrak{P}(v')$$

befriedigt.

XI. Wenn  $\varphi(u)$  eine analytische Function ist, die an der Stelle  $u = 0$  sich *regulär* verhält, und wenn — jedesmal, wo  $u, v, u', v'$  im Convergencebereiche eines die Function in einer Umgebung dieser Stelle darstellenden Elementes  $\mathfrak{P}(u)$  so gewählt sind, dass die Bedingung:

$$u + v = u' + v' \tag{61}$$

erfüllt ist — eine algebraische Gleichung:

$$F\left(\mathfrak{P}(u) , \mathfrak{P}(v) , \mathfrak{P}(u') , \mathfrak{P}(v')\right) = 0 \tag{62}$$

besteht, so besitzt die Function  $\varphi(u)$  ein *algebraisches Additionstheorem* [W. 85].

Mit selbstverständlichen Bezeichnungen schreiben wir die Gleichung (62) in der Form:

$$F(\xi , \eta , \xi' , \eta') = 0 . \tag{63}$$

Es sei

$$\mathfrak{P}(0) = b ,$$

wo also  $b$  eine bestimmte endliche Grösse ist. Die Gleichung (63) kann dann folgendermassen entwickelt werden:

$$F_0(\xi, \eta, \xi') + F_1(\xi, \eta, \xi')(\eta' - b) + \dots + F_n(\xi, \eta, \xi')(\eta' - b)^n = 0, \quad (64)$$

wo alle  $F(\xi, \eta, \xi')$  ganze rationale Functionen ihrer drei Argumente sind, und  $F_0(\xi, \eta, \xi')$  nicht identisch gleich Null ist, weil die Gleichung (62) als irreductibel anzunehmen ist. Lassen wir jetzt  $u$  und  $v$  dem absoluten Betrage nach so klein sein, dass nicht nur  $u$  und  $v$ , sondern auch  $u + v$  dem Convergenzbereiche der Potenzreihe  $\mathfrak{P}(u)$  angehören, so dürfen wir  $v' = 0$  und folglich

$$u' = u + v$$

annehmen. Hierdurch ergibt sich also, wenn (64) berücksichtigt wird, aus (62) das Resultat:

$$F_0(\mathfrak{P}(u), \mathfrak{P}(v), \mathfrak{P}(u + v)) = 0,$$

woraus man leicht folgert, dass die Function  $\varphi(u)$  ein algebraisches Additionstheorem besitzt, w. z. b. w.

XII. *Wenn eine analytische Function  $\varphi(u)$  eine charakteristische Gleichung hat, so besitzt sie auch ein algebraisches Additionstheorem.*

a) Wenn  $u = 0$  für  $\varphi(u)$  eine reguläre Stelle ist, so folgt die Wahrheit des Satzes sogleich aus den Sätzen X und XI. [W. 85].

b) Ist dagegen  $u = 0$  für  $\varphi(u)$  eine singuläre Stelle, so führen wir den Beweis folgendermassen.

Da die Function  $\varphi(u)$ , wie der Satz IV lehrt, in jedem endlichen Bereiche existiert und von algebraischem Charakter ist, so kann man stets eine endliche Zahl  $a$  so wählen, dass die Function sich an den beiden Stellen  $u = a$  und  $u = 2a$  regulär verhält.

Die Function  $\psi(w)$ , die wir durch

$$\varphi(a + w) = \psi(w) \quad (65)$$

definieren, ist also analytisch, verhält sich an der Stelle  $w = 0$  regulär und besitzt (Satz III) sogar dieselbe charakteristische Gleichung wie  $\varphi(u)$ . Nach dem Beweise im Falle a) hier oben hat also die Function  $\psi(w)$  ein algebraisches Additionstheorem:

$$E_1(\psi(u'), \psi(v'), \psi(u' + v')) = 0, \quad (66)$$

worin, wenn man  $u'$  und  $v'$  auf eine hinlänglich kleine Umgebung der Stelle  $w = 0$  beschränkt,  $\psi(u')$  und  $\psi(v')$  als einem und demselben eindeutigen Zweige angehörig angenommen werden dürfen, während  $\psi(u' + v')$  unabhängig hiervon Werth eines beliebigen Zweiges sein darf.

Nach diesen Feststellungen können wir also in (66) Entwicklungen von der Form:

$$\psi(u') = \mathfrak{P}(u'), \quad \psi(v') = \mathfrak{P}(v'), \quad \psi(u' + v') = \mathfrak{P}(u' + v')$$

einführen, wenn zugleich — was erlaubt ist —  $\psi(u' + v')$  als demselben eindeutigen Zweige wie  $\psi(u')$  und  $\psi(v')$  angehörig angenommen wird. Also haben wir in der genannten Umgebung der Stelle  $w = 0$ :

$$E_1(\mathfrak{P}(u'), \mathfrak{P}(v'), \mathfrak{P}(u' + v')) = 0. \quad (67)$$

Werden hier  $\mathfrak{P}(v')$  und  $\mathfrak{P}(u' + v')$  — als Functionen von  $v'$  betrachtet — längs einem, offenbar stets zu Gebote stehenden, von  $v' = 0$  zu  $v' = a$  verlaufenden Wege analytisch fortgesetzt, so bleibt (67) für diese Fortsetzungen bestehen, und man erhält für alle Werthe  $u'$ ,  $v'$ , die den Bedingungen

$$|u'| < \varrho, \quad |v' - a| < \varrho_1$$

genügen ( $\varrho$  und  $\varrho_1$  sind gewisse positive Zahlen), ein Resultat von der Form:

$$E_1(\mathfrak{P}(u'), \psi_1(v'), \psi_2(u' + v')) = 0,$$

welches, wenn  $v' = a$  gesetzt wird, die Relation:

$$E_1(\mathfrak{P}(u'), b, \psi_2(u' + a)) = 0 \quad (68)$$

ergiebt, weil  $v = 2a$  für  $\varphi(v)$  und folglich  $v' = a$  für  $\psi(v')$  eine reguläre Stelle, und also  $\psi_1(a) = b$  eine bestimmte endliche Constante ist. Da (66) irreductibel ist, so kann (68) nicht identisch befriedigt sein unabhängig von den Werthen von  $\mathfrak{P}(u')$  und  $\psi_2(u' + a)$ , sondern muss eine wirkliche Abhängigkeit zwischen diesen Grössen ausdrücken.

Wenn  $u$  und  $v$  in einer hinlänglich kleinen Umgebung der Stelle  $w = a$  beliebig gewählt werden, so darf man in (67)

$$u' = u - a, \quad v' = v - a$$

und in (68)

$$u' = u + v - 2a$$

setzen und erhält somit:

$$F_1(\mathfrak{P}(u - a), \mathfrak{P}(v - a), \mathfrak{P}(u + v - 2a)) = 0,$$

$$F_1(\mathfrak{P}(u + v - 2a), b, \psi_2(u + v - a)) = 0,$$

wo  $\mathfrak{P}(u + v - 2a)$  in beiden Gleichungen wirklich vorkommt und selbstverständlich dieselbe Bedeutung hat. Man kann also diese Grösse eliminieren und erhält somit eine Relation von der Form:

$$F_2(\mathfrak{P}(u - a), \mathfrak{P}(v - a), \psi_2(u + v - a)) = 0,$$

d. h.

$$F_2(\psi(u - a), \psi(v - a), \psi_2(u + v - a)) = 0,$$

oder nach (65)

$$F_2(\varphi(u), \varphi(v), \varphi_2(u + v)) = 0,$$

die durch analytische Fortsetzungen offenbar beweist, dass die Function  $\varphi(u)$  auch im hier betrachteten Falle ein algebraisches Additionstheorem besitzt, w. z. b. w.

Dass dieser Satz auch umgekehrt werden kann, wird im folgenden Satze bewiesen:

**XIII.** *Wenn eine analytische Function  $\varphi(u)$  ein algebraisches Additionstheorem hat, so besitzt sie auch eine charakteristische Gleichung.*

Der Annahme nach genügt  $\varphi(u)$  einer irreductiblen algebraischen Gleichung:

$$G(\varphi(u'), \varphi(v'), \varphi(u' + v')) = 0, \quad (69)$$

wo die Werthe der Function beliebigen Zweigen angehören dürfen. Lässt man  $\varphi(u')$  und  $\varphi(v')$  demselben eindeutigen Zweige angehören, so darf man, wenn  $u$  und  $v$  beliebige endliche Grössen bedeuten,

$$u' = v' = \frac{u + v}{2}$$

setzen und erhält dadurch — weil (69) irreductibel ist — eine wirkliche Abhängigkeit:

$$\gamma\left(\varphi\left(\frac{u + v}{2}\right), \varphi(u + v)\right) = 0, \quad (70)$$

wo  $\gamma(\xi, \eta)$  eine ganze rationale Function von  $\xi$  und  $\eta$  ist, zwischen den beliebig zu wählenden Zweigen  $\varphi\left(\frac{u + v}{2}\right)$  und  $\varphi(u + v)$ . Da ferner (69) die Gleichung:

$$G(\varphi(u), \varphi(v), \varphi(u + v)) = 0 \quad (71)$$

ergiebt, wo ebenfalls die Zweige  $\varphi(u)$ ,  $\varphi(v)$ ,  $\varphi(u + v)$  willkürlich gewählt werden dürfen, so ist es offenbar erlaubt anzunehmen, dass  $\varphi(u + v)$  in (70) und (71) dieselbe Bedeutung hat. Alsdann kann man aber  $\varphi(u + v)$  zwischen diesen Gleichungen eliminieren, was ein Resultat von der Form:

$$g\left(\varphi(u), \varphi(v), \varphi\left(\frac{u + v}{2}\right)\right) = 0$$

ergiebt, wo  $g(\xi, \eta, \zeta)$  eine ganze rationale Function ihrer drei Argumente ist. Hieraus leuchtet die Wahrheit des Satzes sogleich ein.

Aus den bis hierher bewiesenen Sätzen ergeben sich mehrere Folgerungen, unter denen wir nur die folgenden hervorheben wollen.

XIV. *Es läuft genau auf dasselbe hinaus, von einer analytischen Function anzunehmen, dass sie eine charakteristische Gleichung, wie dass sie ein algebraisches Additionstheorem besitzt.*

XV. *Jede analytische Function, die eine charakteristische Gleichung besitzt, ist im eigentlichen Sinne des Wortes eine Function von algebraischem Charakter.*



XVI. Jede *eindeutige analytische Function*  $\varphi(u)$ , die eine *charakteristische Gleichung* oder ein *algebraisches Additionstheorem* besitzt, ist überall im Endlichen von *rationalem Charakter* [Satz  $\mathfrak{G}$ ].

Es erübrigt noch einige Sätze auseinanderzusetzen, die nebst der Function  $\varphi(u)$  selbst auch noch ihre erste Ableitung enthalten.

XVII. Wenn eine analytische Function  $\varphi(u)$  ein *algebraisches Additionstheorem* hat, so besteht zwischen  $\varphi(u)$ ,  $\varphi(v)$  und deren ersten Ableitungen  $\varphi'(u)$ ,  $\varphi'(v)$  eine *irreductible algebraische Gleichung*:

$$g(\varphi(u), \varphi(v), \varphi'(u), \varphi'(v)) = 0, \quad (72)$$

wo  $g(\xi, \eta, \xi', \eta')$  eine ganze rationale Function ihrer vier Argumente ist, deren Coefficienten von  $u$  und  $v$  unabhängig sind [W. 85].

Führen wir in dem für  $\varphi(u)$  geltenden algebraischen Additionstheoreme die Bezeichnungen:

$$\varphi(u) = x, \quad \varphi(v) = y, \quad \varphi(u + v) = z \quad (73)$$

ein, so geht eine Gleichung hervor, die wir in der Form:

$$F = 0 \quad (74)$$

schreiben können, wo

$$F = z^m + F_1(x, y) z^{m-1} + \dots + F_m(x, y) \quad (75)$$

ist, und  $F_1, \dots, F_m$  (im Allgemeinen gebrochene) rationale Functionen von  $x$  und  $y$  bedeuten, von denen einige (aber nicht alle) von  $x$  und  $y$  unabhängig sein können.

Werden  $u$  und  $v$  auf solche Bereiche beschränkt, dass für die Function  $\varphi(w)$  nicht nur  $w = u$  und  $w = v$ , sondern auch  $w = u + v$  reguläre Stellen sind, so dürfen wir die Gleichung (74) partiell in Bezug auf  $u$  und  $v$  differentiiert und haben ausserdem

$$\frac{\partial z}{\partial u} = \frac{\partial z}{\partial v},$$

vermittelt welcher Relation wir aus dem Differentiationsresultate:

$$\frac{\partial F}{\partial x} \frac{dx}{du} + \frac{\partial F}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial u} = 0, \quad \frac{\partial F}{\partial y} \frac{dy}{dv} + \frac{\partial F}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial v} = 0$$

sogleich die Beziehung

$$\frac{\partial F}{\partial x} x' - \frac{\partial F}{\partial y} y' = 0 \quad (76)$$

erhalten, wo der Kürze halber noch die Bezeichnungen:

$$\varphi'(u) = \frac{dx}{du} = x', \quad \varphi'(v) = \frac{dy}{dv} = y'$$

eingeführt worden sind.

Nach (75) reducirt sich die Gleichung (76) auf:

$$\left( \frac{\partial F_1}{\partial x} x' - \frac{\partial F_1}{\partial y} y' \right) z^{m+1} + \dots + \left( \frac{\partial F_m}{\partial x} x' - \frac{\partial F_m}{\partial y} y' \right) = 0. \quad (77)$$

Die linke Seite dieser Gleichung kann nicht *unabhängig von den Werthen der Grössen*  $x, y, x', y', z$  gleich Null sein, weil dies fordern würde, dass die Coefficienten  $F_1, \dots, F_m$  in (74) von  $x$  und  $y$  unabhängig sein müssten, was gegen die Voraussetzung verstösst, dass  $z$  in (74) mit  $u+v$  veränderlich ist.

Wenn dagegen  $x, y, z$  die Bedeutung (73) haben, so ist, wie oben bewiesen, die Gleichung (77) *unabhängig von den Werthen von*  $u$  und  $v$  wirklich befriedigt.

Jetzt müssen folgende *zwei Fälle* unterschieden werden:

1) Wenn (77) eine *von*  $z$  *unabhängige* Gleichung enthält [z. B. wenn auf der linken Seite von (77) entweder  $z$  gar nicht vorkommt, oder diese Seite aus nur einem einzigen Gliede besteht, so dass die Gleichung nach Division mit einer passenden Potenz von  $z$  diese Grösse nicht mehr enthält]. Alsdann ergibt sie eine Gleichung, die offenbar auf die Form:

$$g(x, y, x', y') = 0 \quad (78)$$

gebraucht werden kann und die für *alle* Werthe von  $u$  und  $v$  geltende Relation:

$$g(\varphi(u), \varphi(v), \varphi'(u), \varphi'(v)) = 0 \quad (72)$$

beweist, während dagegen die Gleichung (78) nicht bestehen kann, wenn  $x, y, x', y'$  als von einander unabhängige Veränderliche betrachtet werden.

2) Wenn (77) eine Gleichung ergibt, in welcher  $z$  wirklich vorkommt. Dann kann man zwischen (74) und (77)  $z$  eliminieren, wodurch wiederum Resultate von der Form (78) und (72) erhalten werden, die genau so wie oben aufzufassen sind.

Der Satz ist also bewiesen.

*Bemerkung.* Die folgende Bedeutung der Gleichung (78) verdient beachtet zu werden. Wenn man sich die Gleichungen (74) und (77) als vorgegeben denkt, und beide  $z$  enthalten, so ist für beliebige  $x, y, x', y'$  die Gleichung (78) die notwendige und ausreichende Bedingung, die unter diesen Grössen bestehen muss, damit (74) und (77) eine gemeinsame Wurzel  $z$  haben. Wenn man dann die Gleichung (74) so auffasst, dass ihre linke Seite als ganze rationale Function nicht nur von  $z, x, y$ , sondern auch von  $x', y'$  (obgleich diese nicht explicite vorkommen) betrachtet wird, so ist also (78) eine hinreichende Bedingung dafür, dass (74) reductibel ist.

XVIII. Wenn eine analytische Function  $\varphi(u)$  einer irreductiblen **algebraischen Gleichung**:

$$g(\varphi(u), \varphi(v), \varphi'(u), \varphi'(v)) = 0 \quad (72)$$

Genüge leistet, so besteht auch zwischen  $\varphi(u)$  und  $\varphi'(u)$  eine **algebraische Gleichung**:

$$g_1(\varphi(u), \varphi'(u)) = 0, \quad (79)$$

wo also  $g_1(x, x')$  eine ganze rationale Function ihrer beiden Argumente bedeutet, deren Coefficienten von  $u$  und  $v$  unabhängig sind [W. S5].

Mit den im Beweise des vorigen Satzes benutzten Bezeichnungen besteht also die Gleichung:

$$g(x, y, x', y') = 0, \quad (78)$$

die der Annahme nach nicht zerlegbar ist in Gleichungen von derselben Beschaffenheit. In entwickelter Form kann (78) geschrieben werden:

$$f_0(y, y') + f_1(y, y')x + f_2(y, y')x' + \dots = 0, \quad (80)$$

wo also die linke Seite eine ganze rationale Function von  $x$  und  $x'$  ist, deren Coefficienten ganze rationale Functionen von  $y$  und  $y'$  sind.

Es ist natürlich auch hier angenommen, dass  $g(x, y, x', y')$  nicht gleich Null ist unabhängig von den Werthen von  $x, y, x', y'$ .

Wenn die linke Seite von (80) nur ein einziges Glied enthalten könnte, so müsste, da die Gleichung irreductibel ist, dieses Glied  $f_0$  sein, so dass also (80) die Form:

$$f_0(y, y') = 0$$

haben und daher das Resultat:

$$f_0(\varphi(v), \varphi'(v)) = 0 \quad \text{und folglich} \quad f_0(\varphi(u), \varphi'(u)) = 0$$

ergeben würde, was ja eine Beziehung (79) ist.

Wenn dagegen (80) mehrere Glieder wirklich enthält, so muss es in (80) mindestens zwei  $f(y, y')$  geben, die nicht gleich Null sind unabhängig von den Werthen von  $y$  und  $y'$ . Da diese Functionen keinen gemeinsamen Theiler haben, so können sie entweder für kein Werthepaar  $y, y'$  oder nur für eine endliche Anzahl solcher Werthepaare gleichzeitig verschwinden, und folglich kann man stets im regulären Bereiche der Function  $\varphi(v)$  einen Werth  $v = v_0$  so wählen, dass die Functionen  $f(y, y')$  für diesen Werth nicht gleichzeitig verschwinden. Für  $v = v_0$  nimmt dann die Gleichung (72) die Gestalt (79) an, w. z. b. w.

Aus XVII und XVIII ergibt sich unmittelbar der Satz:

XIX. *Wenn eine analytische Function  $\varphi(u)$  ein algebraisches Additionstheorem besitzt, so besteht zwischen der Function und ihrer ersten Ableitung  $\varphi'(u)$  eine algebraische Gleichung, deren Coefficienten von dem Argumente  $u$  nicht abhängen [W. 85].*

Durch mehrmalige Differentiation und Elimination leitet man aus (79) ohne Schwierigkeit den Satz her:

XX. Wenn eine analytische Function  $\varphi(u)$  die Eigenschaft besitzt, dass **zwischen der Function und ihrer ersten Ableitung eine algebraische Gleichung besteht, deren Coefficienten von dem Argumente unabhängig sind**, so kann jede **höhere** Ableitung von  $\varphi(u)$  als **rationale** Function von  $\varphi(u)$  und  $\varphi'(u)$  ausgedrückt werden [W. 85].

Die Untersuchungen, die wir bis jetzt angestellt haben, sind so allgemein geführt, dass sie auch den Fall umfassen, wo  $u = 0$  keine reguläre Stelle für die Function ist. Auch die folgenden Untersuchungen sollen eben so allgemein gehalten werden und folglich diesen Fall mit umfassen, was wir besonders hinsichtlich der nächstfolgenden Sätze hervorheben wollen. Wenn wir uns nämlich in den Sätzen, die von dem algebraischen Additionstheoreme handeln, mit der Annahme begnügt hätten, dass  $u = 0$  für die Function eine reguläre Stelle ist, so würden wir diese Sätze nicht einmal auf die Function  $\varphi(u)$  anwenden dürfen.

XXI. Wenn eine analytische Function  $\varphi(u)$  ein **algebraisches Additionstheorem**:

$$z^m + F_1(x, y) z^{m-1} + \dots + F_m(x, y) = 0 \quad (74)$$

besitzt, wo

$$x = \varphi(u), \quad y = \varphi(v), \quad z = \varphi(u + v), \quad (75)$$

und wenn die aus (74) hergeleitete Gleichung:

$$\left( \frac{\partial F_1}{\partial x} x' - \frac{\partial F_1}{\partial y} y' \right) z^{m-1} + \dots + \left( \frac{\partial F_m}{\partial x} x' - \frac{\partial F_m}{\partial y} y' \right) = 0 \quad (77)$$

eine  $z$  wirklich enthaltende Gleichung ergibt, so besteht zwischen  $\varphi(u + v)$ ,  $\varphi(u)$ ,  $\varphi(v)$ ,  $\varphi'(u)$ ,  $\varphi'(v)$  eine **algebraische Gleichung**:

$$\mathfrak{G}(\varphi(u + v), \varphi(u), \varphi(v), \varphi'(u), \varphi'(v)) = 0, \quad (81)$$

deren Coefficienten von den Argumenten  $u, v$  nicht abhängen, und die in Bezug auf  $g(u+v)$  von *niedrigerem* Grade als das algebraische Additionstheorem ist [W 85].

Nehmen wir zunächst nur an, dass die Gleichungen (74) und (77) gegeben sind, dass (77)  $z$  wirklich enthält, und dass die Grössen  $x, y, x', y'$  — übrigens beliebig — nur der einzigen Bedingung:

$$g(x, y, x', y') = 0 \quad (78)$$

unterworfen sind, die durch Elimination von  $z$  zwischen (74) und (77) hervorgegangen ist. Alsdann haben die linken Seiten von (74) und (77) einen grössten gemeinsamen Theiler, der eine ganze rationale Function von  $z$  ist, deren Coefficienten rationale Functionen von  $x, y, x', y'$  sind. Wird dieser Theiler gleich Null gesetzt, so entsteht also eine Gleichung, deren sämtliche Wurzeln genau die gemeinsamen Wurzeln  $z$  ausmachen, die die Gleichungen (74) und (77), wenn die Bedingung (78) erfüllt ist, besitzen. Diese Gleichung, die also eine nothwendige Folge aus dem gleichzeitigen Bestehen der drei Gleichungen (74), (77) und (78) ist, bringen wir auf die Form:

$$\mathfrak{G}(z, x, y, x', y') = 0, \quad (82)$$

wo die linke Seite eine ganze rationale Function ihrer Argumente  $z, x, y, x', y'$  ist, deren Coefficienten von diesen Argumenten nicht abhängen. Es leuchtet dann ohne Weiteres ein, dass der Grad der Gleichung (82) in Bezug auf  $z$  niedriger ist als der der Gleichung (74).

Lassen wir jetzt  $x, y, z$  die in (73) angegebenen Functionen bedeuten, wodurch also auch  $x'$  und  $y'$  Functionen bezw. von  $u$  und  $v$  werden, so sind die Gleichungen (74), (77) und (78) *wirklich erfüllt*, und besonders wird alsdann, weil  $x$  und  $x'$  (als Functionen einer und derselben Veränderlichen  $u$ ) von einander abhängig sind, und ebenfalls  $y$  und  $y'$ , die Gleichung (78) dem Satze XVIII gemäss durch die zwei Gleichungen:

$$g_1(x, x') = 0, \quad g_1(y, y') = 0 \quad (83)$$

ersetzt.

Die obige Schlussfolgerung ergibt also, dass jetzt die Gleichung (82) erfüllt ist, d. h. dass aus der im Satze gemachten Annahme das Bestehen der Gleichung (81) sicher folgt, w. z. b. w.

Zu diesem Satze ist noch Folgendes zu bemerken. Da die Gleichung (78) im Allgemeinen nur die Existenz *einer* den Gleichungen (74) und (77) gemeinsamen Wurzel sichert, so wird also im Allgemeinen die Gleichung (82) in Bezug auf  $z$  vom *ersten* Grade sein. Dieser Umstand wurde von WEIERSTRASS so ausgesprochen, dass er den Fall, wo die Gleichung (81) die Form:

$$\varphi(u+v) = R(\varphi(u), \varphi(v), \varphi'(u), \varphi'(v)) \quad (84)$$

hat, wobei unter  $R(x, y, x', y')$  eine *rationale* Function ihrer vier Argumente verstanden wird, als den »gewöhnlichen« bezeichnete.

Natürlich ist hiermit die Möglichkeit nicht ausgeschlossen, dass die Gleichung (82) von höherem als dem ersten Grade in Bezug auf  $z$  sein kann. Ausserdem verdient es bemerkt zu werden, dass die Gleichung (82), so lange  $x, y, x', y'$  nur der einzigen Bedingung (78) unterworfen werden, *irreductibel*, wenn aber die Bedingung (78) durch die speciellere (83) ersetzt wird, *reductibel* sein kann. Im letzteren Falle würde dann die Gleichung (81) reductibel sein; wenn dies aber zutrifft, soll stets angenommen werden, dass sie durch eine von der Function  $\varphi(u)$  wirklich befriedigte *irreductible* Gleichung, die stets aus (81) zu erhalten ist, ersetzt worden ist. Infolge dessen nehmen wir ein für allemal an, dass *die Gleichung (81) irreductibel ist.*

Das folgende einfache Beispiel wird diese Einzelheiten klar zum Vorschein kommen lassen.

Die Function:

$$\varphi(u) = \sin u$$

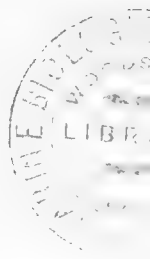
hat das algebraische Additionstheorem (74):

$$z^4 - 2(x^2 + y^2 - 2x^2y^2)z^2 + (x^2 - y^2)^2 = 0 \quad (74)$$

und ergibt also als Gleichung (77):

$$\{(1 - 2x^2)yy' - (1 - 2y^2)xx'\} z^2 + (x^2 - y^2)(xx' + yy') = 0 \quad (77)$$

Eliminiert man  $z$  zwischen diesen Gleichungen, nachdem die erstere mit der zweiten Potenz des in (77) vorkommenden Coefficienten von  $z^2$  multipliciert worden ist, so ergibt sich ein Resultat, das sich,



wenn man die einzelnen Glieder nach den Potenzen und dem Producte der Grössen  $xx'$  und  $yy'$  ordnet, ohne Schwierigkeit auf die Form:

$$4x^2y^2(x^2 - y^2)(x^2 + y^2 - 1) \left\{ (1 - y^2)x'^2 - (1 - x^2)y'^2 \right\} = 0$$

bringen lässt und folglich als Gleichung (78) das Resultat:

$$(1 - y^2)x'^2 - (1 - x^2)y'^2 = 0 \quad (78)$$

ergiebt. Offenbar dürfen wir hier für einen Augenblick eine Hilfsgrösse  $t$  so einführen, dass wir

$$1 - x^2 = tx'^2, \quad 1 - y^2 = ty'^2 \quad (\alpha)$$

erhalten, woraus also einleuchtet, dass  $t$  als rationale Function von  $x^2$  und  $x'^2$  oder von  $y^2$  und  $y'^2$  aufgefasst werden kann.

Bringen wir jetzt die Gleichung (74) auf die Form:

$$\left\{ z^2 - x^2(1 - y^2) - y^2(1 - x^2) \right\}^2 - 4x^2y^2(1 - x^2)(1 - y^2) = 0,$$

so nimmt sie mittelst ( $\alpha$ ) die Form:

$$\left\{ z^2 - t(yx' + xy')^2 \right\} \left\{ z^2 - t(yx' - xy')^2 \right\} = 0, \quad (\beta)$$

an, woraus also hervorgeht, dass die Bedingung (78) die Gleichung (74) *reductibel* macht, was wir zunächst nachweisen wollten.

Gehen wir jetzt zur Gleichung (77) über. Aus ( $\alpha$ ) erhalten wir:

$$1 - 2x^2 = tx'^2 - x^2, \quad 1 - 2y^2 = ty'^2 - y^2$$

und folglich:

$$(1 - 2x^2)yy' - (1 - 2y^2)xx' = (xy + tx'y')(yx' - xy'), \quad (\gamma)$$

$$x^2 - y^2 = x^2(y^2 + ty'^2) - y^2(x^2 + tx'^2) = -t(yx' + xy')(yx' - xy') \quad (\delta)$$

und

$$xx' + yy' = xx'(y^2 + ty'^2) + yy'(x^2 + tx'^2) = (xy + tx'y')(yx' + xy'). \quad (\epsilon)$$

Vermittelst ( $\gamma$ ), ( $\delta$ ), ( $\epsilon$ ) reducirt sich dann (77) auf die Form:

$$z^2 - t(yx' + xy')^2 = 0, \quad (\zeta)$$



welche, mit (β) verglichen, zeigt, dass (ζ) genau diejenigen Wurzeln ergibt, die den Gleichungen (74) und (77) gemein sind, wenn die Bedingung (78) besteht. Da diese Bedingung *allein* nicht  $t$  als Quadrat einer rationalen Function von  $x, y, x', y'$  ergibt, so ist *alsdann* die Gleichung (ζ) *irreductibel*. Wenn dagegen die Bedingung (78) durch die beiden Gleichungen (83) ersetzt wird, so wird (ζ) *reductibel*, und zwar in zwei irreductible Gleichungen zerlegbar. Um die eine der Gleichungen (83) zu erhalten, nehmen wir in (78)  $v = 0$ , d. h.  $y = 0, y' = 1$ , was  $1 - x^2 = x'^2$  ergibt. Die Gleichungen (83) werden also hier

$$1 - x^2 = x'^2, \quad 1 - y^2 = y'^2 \tag{83}$$

und gehen offenbar aus (α) für  $t = 1$  hervor. Die Gleichung (ζ) wird also, wenn die Gleichungen (83) gelten, die Gestalt:

$$\left\{ z - (yx' + xy') \right\} \left\{ z + (yx' + xy') \right\} = 0$$

annehmen, und hieraus geht schliesslich auch hervor, dass als die *irreductible* Gleichung (81) in unsrem Beispiele die Gleichung:

$$z - (yx' + xy') = 0,$$

d. h. die Relation:

$$\varphi(u + v) = \varphi(u) \varphi'(v) + \varphi(v) \varphi'(u)$$

erhalten wird, die ja bekanntlich für  $\varphi(u) = \sin u$  gilt.

Im Satze XXI war unter Anderem angenommen, dass die Gleichung (77) keine von  $z$  freie Gleichung ergab. Wenn im Gegentheil diese Gleichung eine Relation ergibt, die  $z$  *nicht* enthält, so kann man allerdings mittelst dieser Relation keine Gleichung (81) erhalten, deren Grad in Bezug auf  $\varphi(u + v)$  *niedriger* als  $m$  ist; aber es ist natürlich stets möglich, mittelst der Bedingungen (83), d. h. mittelst (79) das *algebraische Additionstheorem selbst* auf die Form (81) zu bringen, was jedoch in diesem Falle stets eine irreductible Gleichung ergibt, deren Grad in Bezug auf  $\varphi(u + v)$  *nie niedriger* als  $m$  sein kann. Oder: man kann die Möglichkeit einräumen, dass in der Gleichung (81) die Ableitungen  $\varphi'(u), \varphi'(v)$  nicht nothwendig explicite vorzukommen brauchen, und dass ihr Grad in Bezug auf  $\varphi(u + v)$  nicht niedriger als  $m$  zu sein braucht. Dies läuft offenbar darauf hinaus, dass man *in dem Falle*, wo aus dem algebraischen Additionstheorem keine Gleichung (81),

deren Grad in Bezug auf  $q(u+v)$  niedriger als  $m$  ist, erhalten werden kann, das *algebraische Additionstheorem selbst* als Gleichung (81) auffasst. Von diesem erweiterten Gesichtspunkte aus betrachtet lässt sich der Satz XXI ganz allgemein fassen, und zwar folgendermassen:

XXI, a. *Jede analytische Function  $q(u)$ , die ein **algebraisches** Additionstheorem hat, besitzt auch ein »abgeleitetes« Additionstheorem,*

wo wir uns der Kürze halber erlaubt haben, eine Gleichung von der Form (81) und von der oben näher besprochenen Beschaffenheit mit dem Namen »abgeleitetes Additionstheorem« zu belegen.<sup>1</sup>

Diejenigen analytischen Functionen, welche ein algebraisches Additionstheorem besitzen, zerfallen in zwei Klassen, je nachdem das *abgeleitete* Additionstheorem in Bezug auf  $q(u+v)$  a) vom *ersten*, b) von *höherem* als dem ersten *Grade* ist.

Da von dem abgeleiteten Additionstheorem in Bezug auf die Werthe von  $q(u+v)$  dasselbe gilt, was in Satze VIII von dem algebraischen bewiesen ist, so ergibt sich aus den Sätzen IX und XVI sogleich das Resultat:

XXII. *Wenn von einer analytischen Function  $q(u)$ , die ein algebraisches Additionstheorem besitzt, gilt, dass ihr **abgeleitetes** Additionstheorem in Bezug auf  $q(u+v)$  vom **ersten** Grade ist, so ist die Function **eindeutig** und zwar hat sie dann überall im Endlichen den Charakter einer **rationalen** Function ihres Argumentes  $u$  [W. S5].*

Da wir — wie in der Vorbemerkung gesagt ist — die Untersuchung derjenigen mit einem algebraischen Additionstheoreme versehenen eindeutigen analytischen Functionen, die überall im Endlichen von *rationalem* Charakter sind, als vollständig erledigt vorausgesetzt haben, und wenn wir ausserdem den Satz XVI zu Hilfe nehmen, so ist auch die folgende Umkehrung des Satzes XXII als schon bewiesen zu betrachten:

<sup>1</sup> Bisweilen wird auch dieses Additionstheorem »algebraisch« genannt [Siehe z. B. *Theorie der Abel'schen Functionen* von Dr. H. Stahl, Leipzig 1896, Seite 5], was jedoch kaum zu empfehlen ist, da es die beiden Begriffe nicht streng unterscheidet.

XXIII. Wenn eine *eindeutige* analytische Function  $\varphi(u)$  ein *algebraisches Additionstheorem* besitzt, so hat sie die Eigenschaft, dass  $\varphi(u+v)$  *rational* ausdrückbar ist durch  $\varphi(u)$ ,  $\varphi(v)$ ,  $\varphi'(u)$ ,  $\varphi'(v)$ , oder m. a. W. dass ihr *abgeleitetes* Additionstheorem in Bezug auf  $\varphi(u+v)$  vom *ersten* Grade ist.

Die zwei letzten Sätze enthalten offenbar das Resultat, dass die *Gesamtheit* aller mit einem algebraischen Additionstheoreme versehenen analytischen Functionen  $\varphi(u)$ , deren *abgeleitetes* Additionstheorem in Bezug auf  $\varphi(u+v)$  vom *ersten* Grade ist, *genau zusammenfällt* mit der *Gesamtheit* aller mit einem algebraischen Additionstheoreme versehenen analytischen Functionen, die *eindeutig* sind. Hiermit ist die obige Klasse *a)* erledigt, und hinsichtlich der Klasse *b)* folgt ohne Weiteres aus dem oben Gesagten die Wahrheit des Satzes:

XXIV. Die *Gesamtheit* aller analytischen Functionen  $\varphi(u)$ , die ein *algebraisches Additionstheorem* besitzen und deren *abgeleitetes* Additionstheorem in Bezug auf  $\varphi(u+v)$  von *höherem* als dem *ersten* Grade ist, fällt *genau* mit der *Gesamtheit* derjenigen mit einem algebraischen Additionstheoreme versehenen analytischen Functionen, die *mehrdeutig* sind, *zusammen*. Diese Functionen sind *stets endlich* mehrdeutig und im *eigentlichen* Sinne des Wortes von *algebraischem* Charakter.

Als Beispiel einer solchen Function kann die zweideutige Function:

$$\varphi(u) = \sqrt{\cos u}$$

dienen, die das algebraische Additionstheorem:

$$z^4 - 2x^2y^2z^2 + x^4 + y^4 - 1 = 0$$

und das abgeleitete Additionstheorem:

$$z^2 - x^2y^2 + 4xyx'y' = 0$$

hat, wo wir die Ausdrücke:

$$x = \varphi(u) \quad , \quad y = \varphi(v) \quad , \quad z = \varphi(u+v) \quad (73)$$

einzuführen haben.





Da dem Satze XVI gemäss jede *eindeutige* analytische Function, die ein algebraisches Additionstheorem besitzt, überall im Endlichen von *rationalem* Charakter ist, und da wir die Sätze über diejenigen mit einem algebraischen Additionstheoreme versehenen eindeutigen analytischen Functionen, die überall im Endlichen von rationalem Charakter sind, als vollständig erledigt angenommen haben, so ist also folgender Satz als schon bekannt und bewiesen zu betrachten:

XXVI. Die *nothwendige und ausreichende Bedingung* dafür, dass eine *eindeutige* analytische Function  $\varphi(u)$  ein *algebraisches Additionstheorem* besitzt, besteht darin, dass diese Function eine *rationale* Function ist entweder

a) von dem *Argumente*  $u$ , oder

b) von einer *Exponentialfunction*  $e^{\frac{u\pi i}{\omega}}$ , oder

c) von einer *doppelt periodischen* Function  $\wp(u)$  und von ihrer *ersten Ableitung*  $\wp'(u)$ <sup>1</sup>.

Jetzt sind wir im Stande, den folgenden allgemeinen Satz zu beweisen:

XXVII. Die *nothwendige und ausreichende Bedingung* dafür, dass eine *analytische* Function  $\varphi(u)$  ein *algebraisches Additionstheorem* besitzt, ist, dass diese Function eine *algebraische* Function ist entweder

a) von dem *Argumente*  $u$ , oder

b) von einer *Exponentialfunction*  $e^{\frac{u\pi i}{\omega}}$ , oder

c) von einer *doppelt periodischen* Function  $\wp(u)$  und von ihrer *ersten Ableitung*  $\wp'(u)$ <sup>2</sup>.

Dem vorigen Satze zufolge brauchen wir nur den Fall zu behandeln, dass die Function  $\varphi(u)$  mehrdeutig ist. Die Bedingung ist zunächst *nothwendig*; denn wenn die analytische Function  $\varphi(u)$  ein algebraisches Additionstheorem hat, so ist sie von *algebraischem* Charakter (im eigentlichen Sinne des Wortes). Ihr Mehrdeutigkeitsgrad sei mit  $r$ , und ihre  $r$  eindeutigen Zweige, die offenbar eine einzige cyclische Gruppe bilden, seien mit  $\varphi_1(u), \dots, \varphi_r(u)$  bezeichnet. Alsdann ist die Function durch die Gleichung:

<sup>1</sup> SCHWARZ, Formeln und Lehrsätze etc., Art. 2.

<sup>2</sup> Ibidem, Art. 1.

$$\left\{ \varphi(u) - \varphi_1(u) \right\} \dots \left\{ \varphi(u) - \varphi_r(u) \right\} = 0$$

genau definiert, die auf die Form:

$$\varphi^r(u) + g_1 \varphi^{r-1}(u) + \dots + g_r = 0 \tag{91}$$

gebracht werden kann, wo die Coefficienten  $g_1, \dots, g_r$  *symmetrische ganze rationale Functionen* von  $\varphi_1(u), \dots, \varphi_r(u)$  und folglich (Satz 5), als Functionen von  $u$  betrachtet, überall im Endlichen von *rationalem* Charakter sind. Dem Satze XXV zufolge haben sie auch algebraisches Additionstheorem. Der Gleichung (91) geben wir daher lieber die Form:

$$\varphi^r(u) + R_1(u) \varphi^{r-1}(u) + \dots + R_r(u) = 0, \tag{92}$$

wo also

$$R_\lambda(u) = g_\lambda(\varphi_1(u), \dots, \varphi_r(u)) \tag{93}$$

und

$$G_\lambda(R_\lambda(u), R_\lambda(v), R_\lambda(u+v)) = 0.$$

Jetzt müssen wir folgende Fälle unterscheiden.

a) Wenn die Function  $\varphi(u)$  *nicht periodisch* ist. Die Relationen (93) zeigen alsdann, dass auch die Functionen  $R_\lambda(u)$  nicht periodisch sind. Da sie aber mit algebraischem Additionstheorem versehen und überall im Endlichen von rationalem Charakter sind, so sind sie *rationale* Functionen von  $u$  (Satz XXVI, a). Also hat die Gleichung (92) jetzt die in XXVII a) angegebene Form.

b) Wenn dagegen  $\varphi(u)$  *periodisch* ist, so folgt aus (93), dass jede Periode von  $\varphi(u)$  auch Periode von den Functionen  $R(u)$  ist.

b, 1) Wenn dann zunächst  $\varphi(u)$  *einfach* periodisch ist, so sind auch die  $R_\lambda(u)$  einfach periodisch, und da sie eindeutig und analytisch sind und algebraisches Additionstheorem besitzen, so sind sie *rationale* Functionen von einer Exponentialfunction  $e^{\frac{u}{\omega}}$  (Satz XXVI, b), und die Gleichung (92) hat die in XXVII, b) angegebene Form.

b, 2) Ist schliesslich  $\varphi(u)$  *mehrfach* periodisch, so sind auch nach (93) die  $R_\lambda(u)$  mehrfach periodisch. Da sie aber *eindeutig* und *analytisch* sind, so können sie nicht mehr als doppelt periodisch sein. Es giebt also ein Periodenpaar von  $\varphi(u)$  von der Beschaffenheit, dass (Satz XXVI, c), die  $R_\lambda(u)$  *rationale* Functionen sind von derjenigen Function

$\varphi(u)$ , für die dieses Periodenpaar ein primitives ist, und von ihrer ersten Ableitung  $\varphi'(u)$ . Also hat jetzt die Gleichung (92) die in XXVII, c) angegebene Form

Die Bedingung ist also als *nothwendig* erwiesen. Dass sie aber auch *ausreichend* ist, geht leicht folgendermassen hervor. [W. S5]. Da es eine einfach periodische und eine nicht periodische Ausartung von der doppelt periodischen Function  $\varphi(u)$  giebt, mittelst deren die Fällen a) und b) in den Fall c) mit eingeschlossen werden, so lässt sich der Beweis folgendermassen mit einem Male führen.

Nehmen wir nämlich an, dass  $\varphi(u)$  eine algebraische Function von  $\varphi(u)$  und  $\varphi'(u)$  ist, d. h. dass eine Gleichung:

$$G(\varphi(u), \varphi(u), \varphi'(u)) = 0$$

besteht, wo  $G$  eine ganze rationale Function von  $\varphi$ ,  $\varphi$  und  $\varphi'$  ist. Ferner besteht bekanntlich zwischen  $\varphi(u)$  und  $\varphi'(u)$  die algebraische Gleichung:

$$\varphi'^2(u) = 4\varphi^3(u) - g_2\varphi(u) - g_3,$$

und folglich ergeben diese Gleichungen eine Relation:

$$G_1(\varphi(u), \varphi(u)) = 0,$$

wo  $G_1$  eine ganze rationale Function von  $\varphi$  und  $\varphi$  ist.

Es bestehen also Gleichungen von der Form:

$$G_1(\varphi(u), \varphi(u)) = 0, \quad G_1(\varphi(v), \varphi(v)) = 0, \quad G_1(\varphi(u+v), \varphi(u+v)) = 0,$$

welche, mit dem für  $\varphi(u)$  geltenden algebraischen Additionstheorem:

$$g(\varphi(u+v), \varphi(u), \varphi(v)) = 0$$

vereinigt, ein Resultat von der Gestalt:

$$\mathfrak{G}(\varphi(u), \varphi(v), \varphi(u+v)) = 0$$

ergeben, welches die Behauptung beweist.

*Bemerkung.* Aus dem algebraischen Additionstheoreme haben wir das Bestehen sowohl vom abgeleiteten Additionstheoreme wie von einer algebraischen Gleichung zwischen der Function und ihrer ersten



Ableitung hergeleitet. Umgekehrt lässt sich auch beweisen, dass eine analytische Function ein algebraisches Additionstheorem besitzt, jedesmal wenn sie mit einem abgeleiteten Additionstheorem versehen ist, und zugleich eine algebraische Gleichung zwischen ihr und ihrer ersten Ableitung besteht. Dies geht nämlich sogleich hervor, wenn man zwischen den Gleichungen (82) und (83) die Grössen  $x'$  und  $y'$  eliminiert.

Dagegen lässt sich bloss aus dem Bestehen des abgeleiteten Additionstheoremes — nämlich wenn dieses  $\varphi'(u)$  und  $\varphi'(v)$  wirklich enthält — die Geltung des algebraischen nicht folgern; denn aus der blossen Gleichung (81) kann man keine Gleichung von der Form (79) herleiten. Was man aber hier anstatt einer Gleichung von der Form (79) wirklich erhalten kann, wollen wir jetzt erörtern, wobei wir uns jedoch auf die Annahme beschränken, dass das abgeleitete Additionstheorem vom ersten Grade in Bezug auf  $\varphi(u + v)$  ist, obgleich die Untersuchung auch im allgemeinen Falle mit denselben Hilfsmitteln ausführbar ist.

Es sei also hier angenommen, dass eine analytische Function  $\varphi(u)$  einer Gleichung:

$$\varphi(u + v) = R(\varphi(u), \varphi(v), \varphi'(u), \varphi'(v)) \quad (84)$$

genügt, welche Annahme analogerweise erklärt sein soll wie bei dem algebraischen Additionstheoreme und auch hier<sup>1</sup> den Schluss zu ziehen erlaubt, dass es eine endliche Zahl  $a$  giebt von der Beschaffenheit, dass die Stellen  $u = a$  und  $u = 2a$  regulär sind für die Function  $\varphi(u)$ , und dass es zwei Potenzreihen:

$$\mathfrak{P}_1(u - a) \text{ und } \mathfrak{P}_2(u - 2a)$$

giebt, welche Elemente der Function  $\varphi(u)$  sind und die Eigenschaft besitzen, dass (84) durch

$$\varphi(u) = \mathfrak{P}_1(u - a), \quad \varphi(v) = \mathfrak{P}_1(v - a), \quad \varphi(u + v) = \mathfrak{P}_2(u + v - 2a) \quad (94)$$

befriedigt wird, so lange  $u$  und  $v$  diese Reihen convergent machen, was sicher der Fall sein wird, wenn  $u$  und  $v$  einer Bedingung von der Form:

$$|u - a| < \varrho, \quad |v - a| < \varrho \quad (95)$$

unterworfen werden, wo  $\varrho$  eine passend gewählte reelle positive Zahl ist.

<sup>1</sup> Man vergleiche die Untersuchung vor dem Satze VI.

Alsdann gilt der Satz:

XXVIII. Wenn eine analytische Function  $\varphi(u)$  die Eigenschaft besitzt, dass  $\varphi(u+v)$  eine *rationale* Function von den Werthen:

$$\varphi(u) , \varphi(v) , \varphi'(u) , \varphi'(v)$$

ist, so ist auch  $\varphi'(u+v)$  *rational* durch dieselben Grössen ausdrückbar, und ausserdem lässt sich  $\varphi''(u)$  als *rationale* Function von  $\varphi(u)$  und  $\varphi'(u)$  darstellen.

Das letzte Resultat ist also hier an die Stelle des im Satze XIX gefolgerten getreten. Den Beweis führen wir folgendermassen.

Benutzen wir, wie bei einer früheren Gelegenheit, die Bezeichnungen:

$$\varphi(u) = x , \varphi(v) = y , \varphi(u+v) = z ,$$

so nimmt (84) die Form:

$$z = R(x, y, x', y') \quad (96)$$

an. Lassen wir  $u$  und  $v$  dem Bereiche (95) angehören und  $x, y, z$  den Gleichungen (94) gemäss erklärt sein, so ergibt (96) durch partielle Differentiation nach  $u$  und  $v$

$$z' = \frac{\partial R}{\partial x} x' + \frac{\partial R}{\partial x'} x'' , \quad z' = \frac{\partial R}{\partial y} y' + \frac{\partial R}{\partial y'} y'' , \quad (97)$$

weil dann

$$\frac{\partial z}{\partial u} = \frac{\partial z}{\partial v} = z' = \mathfrak{P}'_2(u+v-2a) .$$

Aus (97) erhalten wir im Bereiche (95)

$$\frac{\partial R}{\partial x} x' + \frac{\partial R}{\partial x'} x'' = \frac{\partial R}{\partial y} y' + \frac{\partial R}{\partial y'} y'' ,$$

welche Gleichung, da  $u$  und  $v$  von einander unabhängig sind, für einen Werth  $v = v_0$ , dem solche Werthe  $y$  und  $y'$  entsprechen, für welche die partiellen Ableitungen von  $R$  endliche Werthe haben und  $\frac{\partial R}{\partial x'}$  nicht

unabhängig von  $x$  und  $x'$  verschwindet, eine Relation von der Form:

$$x'' = \bar{R}(x, x'), \text{ d. h. } \varphi''(u) = \bar{R}(\varphi(u), \varphi'(u)) \quad (98)$$

ergiebt. Hiermit ist also der letzte Theil des Satzes bewiesen.

Die erste der Gleichungen (97) lässt sich mittelst (98) auf die Form:

$$z' = R_1(x, y, x', y'),$$

d. h.

$$\varphi'(u + v) = \check{R}_1(\varphi(u), \varphi(v), \varphi'(u), \varphi'(v)) \quad (99)$$

bringen, und somit ist der Satz vollständig bewiesen, wenn man nur beachtet, dass, wie gewöhnlich, von dem Gültigkeitsbereich der Relationen (98) und (99) durch analytische Fortsetzung bewiesen werden kann, dass er mit dem Existenzbereiche der Function  $\varphi(u)$  zusammenfällt.

Setzen wir

$$\varphi(a + u') = \psi(u'), \quad (100)$$

so ist  $u' = 0$  eine reguläre Stelle für die Function  $\psi(u')$ . In der Umgebung:  $|u'| < \varrho$  dieser Stelle ist nach (94) ein Element von  $\psi(u')$  durch

$$\psi(u') = \mathfrak{P}_1(u') \quad (101)$$

gegeben. Wir wollen jetzt beweisen, dass die Function  $\psi(u')$  ein *abgeleitetes Additionstheorem* besitzt, und dass darin, wenn  $u'$  und  $v'$  im Bereiche:

$$|u'| < \frac{1}{2}\varrho, \quad |v'| < \frac{1}{2}\varrho \quad (102)$$

gelegen sind,  $\psi(u')$ ,  $\psi(v')$ ,  $\psi(u' + v')$  beziehungsweise durch  $\mathfrak{P}_1(u')$ ,  $\mathfrak{P}_1(v')$ ,  $\mathfrak{P}_1(u' + v')$  ersetzt werden dürfen.

Denn im Bereiche (95) haben wir nach (84), (94) und (99) die Identitäten:

$$\left. \begin{aligned} \mathfrak{P}_2(u + v - 2a) &= R(\mathfrak{P}_1(u - a), \mathfrak{P}_1(v - a), \mathfrak{P}'_1(u - a), \mathfrak{P}'_1(v - a)), \\ \mathfrak{P}'_2(u + v - 2a) &= R_1(\mathfrak{P}_1(u - a), \mathfrak{P}_1(v - a), \mathfrak{P}'_1(u - a), \mathfrak{P}'_1(v - a)). \end{aligned} \right\} (103)$$

Gehören  $u'$  und  $v'$  dem Bereiche (102) an, so bleibt jede der Gleichungen (103) bestehen sowohl für

$$u = a + u' \quad , \quad v = a + v'$$

als auch für

$$u = a + u' + v' \quad , \quad v = a \quad .$$

Da  $u + v - 2a$  für diese beiden Substitutionen denselben Werth  $u' + v'$  erhält, so ergibt die erste der Gleichungen (103) die Relation:

$$\begin{aligned} R(\mathfrak{P}_1(u' + v') , \mathfrak{P}_1(0) , \mathfrak{P}'_1(u' + v') , \mathfrak{P}'_1(0)) &= \\ &= R(\mathfrak{P}_1(u') , \mathfrak{P}_1(v') , \mathfrak{P}'_1(u') , \mathfrak{P}'_1(v')) , \end{aligned} \quad (104)$$

und die zweite eine analoge, die aus (104) hervorgeht, indem man  $R$  in  $R_1$  ändert. Wird schliesslich zwischen diesen Relationen die Grösse  $\mathfrak{P}'_1(u' + v')$  eliminiert, so geht eine Gleichung hervor, die offenbar auf die Form:

$$G(\mathfrak{P}_1(u' + v') , \mathfrak{P}_1(u') , \mathfrak{P}_1(v') , \mathfrak{P}'_1(u') , \mathfrak{P}'_1(v')) = 0 \quad (105)$$

gebracht werden kann und mittelst (101) ohne Schwierigkeit das zu beweisende Resultat:

$$G(\psi(u' + v') , \psi(u') , \psi(v') , \psi'(u') , \psi'(v')) = 0 \quad (106)$$

ergibt.

Setzt man in (105)  $v' = u'$  und bezeichnet mit  $\bar{\varrho}$  den wahren Convergenczradius der Reihe  $\mathfrak{P}_1(u')$ , so erhält man. (wenn auch statt  $u'$   $\frac{u'}{2}$  gesetzt wird:

$$G_1\left(\mathfrak{P}_1(u') , \mathfrak{P}_1\left(\frac{u'}{2}\right) , \mathfrak{P}'_1\left(\frac{u'}{2}\right)\right) = 0 \quad (107)$$

für

$$|u'| < \bar{\varrho} \quad .$$

Setz man hier wiederum statt  $u' \frac{u'}{2}$ , so ergibt sich:

$$G_1\left(\mathfrak{P}_1\left(\frac{u'}{2}\right), \mathfrak{P}_1\left(\frac{u'}{2^2}\right), \mathfrak{P}'_1\left(\frac{u'}{2^2}\right)\right) = 0 \quad (108)$$

für

$$|u'| < 2\bar{\varrho}.$$

Differentiiert man diese Relation und benutzt die aus (98) hervorgehende Beziehung:

$$\mathfrak{P}''_1\left(\frac{u'}{2}\right) = \bar{R}\left(\mathfrak{P}_1\left(\frac{u'}{2^2}\right), \mathfrak{P}'_1\left(\frac{u'}{2^2}\right)\right), \quad (109)$$

$$|u'| < 2^2\bar{\varrho}$$

so ergibt sich ein Resultat von der Form:

$$\bar{G}_1\left(\mathfrak{P}_1\left(\frac{u'}{2}\right), \mathfrak{P}'_1\left(\frac{u'}{2}\right), \mathfrak{P}_1\left(\frac{u'}{2^2}\right), \mathfrak{P}'_1\left(\frac{u'}{2^2}\right)\right) = 0, \quad (110)$$

$$|u'| < 2\bar{\varrho}$$

und wenn man zwischen (107), (108) und (110) die Grössen  $\mathfrak{P}_1\left(\frac{u'}{2}\right)$ ,  $\mathfrak{P}'_1\left(\frac{u'}{2}\right)$  eliminiert, so geht eine Relation von der Form:

$$G_2\left(\mathfrak{P}_1(u'), \mathfrak{P}_1\left(\frac{u'}{2^2}\right), \mathfrak{P}'_1\left(\frac{u'}{2^2}\right)\right) = 0 \quad (111)$$

$$|u'| < \bar{\varrho}$$

hervor.

Die Gleichungen (107) und (111) weisen auf ein allgemeines Resultat von der Form:

$$G_n\left(\mathfrak{P}_1(u'), \mathfrak{P}_1\left(\frac{u'}{2^n}\right), \mathfrak{P}'_1\left(\frac{u'}{2^n}\right)\right) = 0 \quad (112)$$

$$|u'| < \varrho$$

hin, wo  $n$  irgend welche ganze positive Zahl bedeutet; und es ist in der That sehr leicht, die allgemeine Gültigkeit von (112) nachzuweisen,

indem man nämlich annimmt, dass diese Gleichung für eine beliebige ganze positive Zahl  $n$  bewiesen ist, und daraus herleitet, dass sie auch bestehen bleibt, wenn  $n$  in  $n + 1$  geändert wird. Dies geschieht ganz einfach dadurch, dass man aus (112) die Grössen  $\mathfrak{P}_1\left(\frac{u'}{2^n}\right)$  und  $\mathfrak{P}'_1\left(\frac{u'}{2^n}\right)$  wegschafft vermittelt derjenigen Gleichung, die aus (107) hervorgeht, wenn darin statt  $u' 2^n$  geschrieben wird, und derjenigen, die aus dieser neuen Gleichung durch Differentiation und Elimination von  $\mathfrak{P}''_1\left(\frac{u'}{2^{n+1}}\right)$  mit Hilfe von (98) erhalten wird. Also ist eine Relation von der Form (112) für jede ganze positive Zahl  $n$  gültig, und hieraus ergibt sich ein wichtiges Resultat, das im folgenden Satze ausgesprochen ist.

XXIX. Jede analytische Function  $\varphi(u)$ , die die Eigenschaft besitzt, dass  $\varphi(u + v)$  als rationale Function von  $\varphi(u)$ ,  $\varphi(v)$ ,  $\varphi'(u)$  und  $\varphi'(v)$  ausdrückbar ist, ist eine überall im Endlichen existierende eindeutige Function, die auch überall daselbst den Charakter einer rationalen Function besitzt<sup>1</sup>.

Wenn nämlich  $R$  eine beliebig grosse endliche reelle positive Zahl ist, so kann die ganze positive Zahl  $n$  stets so gewählt werden, dass man

$$2^n \bar{\varrho} > R \quad (113)$$

hat. Setzt man dann

$$x_n = \mathfrak{P}_1\left(\frac{u'}{2^n}\right), \quad x'_n = \mathfrak{P}'_1\left(\frac{u'}{2^n}\right), \quad (114)$$

so bedeuten  $x_n$  und  $x'_n$  gewöhnliche Potenzreihen von  $u'$ , die im ganzen Bereiche:

$$|u'| \leq R \quad (115)$$

sicher convergieren. Setzt man ferner in (112) statt  $\mathfrak{P}_1(u') z$ , so kann diese Gleichung geschrieben werden:

$$g_0(x_n, x'_n)z^2 + g_1(x_n, x'_n)z^{\lambda-1} + \dots + g_\lambda(x_n, x'_n) = 0, \quad (116)$$

<sup>1</sup>) Formeln und Lehrsätze, Art. 2.

wo  $\lambda$  ihr Grad in Bezug auf  $z$  ist, und die Coefficienten  $g(x_n, x'_n)$  im ganzen Bereiche (115) als gewöhnliche Potenzreihen von  $u'$  darstellbar sind. Wie bei früheren Gelegenheiten dürfen wir auch hier annehmen, dass die also in der Form:

$$P_0(u')z^\lambda + P_1(u')z^{\lambda-1} + \dots + P_\lambda(u') = 0$$

geschriebene Gleichung (116) im ganzen Bereiche (115) irreductibel oder sonst durch eine solche ersetzt worden ist.

Da diese Gleichung im kleineren Bereiche:  $|u'| < \bar{\rho}$  durch

$$z = \mathfrak{P}_1(u')$$

befriedigt ist, so sieht man durch analytische Fortsetzung ein, dass die aus  $\mathfrak{P}_1(u')$  im ganzen Bereiche (115) sich ergebende analytische Functionsbestimmung überall daselbst nicht nur dieser Gleichung Genüge leistet, sondern auch von algebraischem Charakter ist.

Da  $\mathfrak{P}_1(u')$  ein Element von der analytischen Function  $\psi(u')$  ist und da  $R$  beliebig gross gewählt werden konnte, so ist also  $\psi(u')$  in jedem endlichen Bereiche von algebraischem Charakter. Dasselbe gilt also wegen

$$\varphi(u) = \psi(u - a)$$

auch von der Function  $\varphi(u)$ .

Durch Ueberlegungen, die den bei den Sätzen VIII und IX benutzten ganz analog sind, ergibt sich schliesslich aus der hier geltenden Gleichung (84), dass  $\varphi(u)$  auch *eindeutig* und folglich überall im Endlichen von *rationalem* Charakter ist, w. z. b. w.

*Schlussbemerkung.* Man sieht aus den letzten Untersuchungen sofort ein, dass der Begriff des *abgeleiteten* Additionstheorems dahin erweitert werden kann, dass man eine algebraische Gleichung zwischen  $\varphi(u+v)$ ,  $\varphi(u)$ ,  $\varphi'(u)$ ,  $\dots$ ,  $\varphi^{(r)}(u)$ ,  $\varphi(v)$ ,  $\varphi'(v)$ ,  $\dots$ ,  $\varphi^{(r)}(v)$  ein abgeleitetes Additionstheorem *r-ter Ordnung* nennt.

Für eine analytische Function, die ein solches Additionstheorem besitzt, können Resultate, die den obigen ziemlich analog sind, ohne Schwierigkeit mit ungefähr denselben Hilfsmitteln erhalten werden.

Ohne auf die Auseinandersetzung dieser Resultate hier näher eingehen zu wollen, erlaube ich mir jedoch den folgenden Satz auszusprechen.

Jede analytische Function  $\varphi(u)$ , die ein abgeleitetes Additionstheorem beliebiger Ordnung besitzt, welches in Bezug auf  $\varphi(u+v)$  vom **ersten** Grade ist, ist eine **überall im Endlichen** existierende eindeutige Function, die auch **überall** daselbst den Charakter einer **rationalen** Function besitzt.

In diesem Satze ist offenbar der Satz XXIX als specieller Fall enthalten.

Als Beispiel hiervon führen wir die Function:

$$\varphi(u) = \frac{\sigma'(u)}{\sigma(u)}$$

an, welche das abgeleitete Additionstheorem *zweiter* Ordnung:

$$\varphi(u+v) = \varphi(u) + \varphi(v) + \frac{1}{2} \frac{\varphi''(u) - \varphi''(v)}{\varphi'(u) - \varphi'(v)} \quad (117)$$

besitzt<sup>1</sup> und folglich nach dem obigen Satze überall im Endlichen von rationalem Charakter ist.

Da ferner

$$\varphi'''(u) + 4\varphi'^3(u) - g_2\varphi'(u) + g_3 = 0$$

ist<sup>2</sup>, so ergibt sich aus (117) für diese Function  $\varphi(u)$  auch ein abgeleitetes Additionstheorem *erster* Ordnung, das jedoch in Bezug auf  $\varphi(u+v)$  von höherem als dem ersten Grade ist.

Diese Function  $\varphi(u)$  ist uns hier von Interesse, weil sie die auf der Seite 71 ausgesprochene Behauptung bestätigt, dass man *aus dem Bestehen eines abgeleiteten Additionstheorems nicht* schliessen darf, dass die Function ein **algebraisches** besitzt. Denn wenn diese  $\varphi(u)$  ein algebraisches Additionstheorem besässe, so würde sich daraus (Satz XIX) ergeben, dass eine *algebraische* Gleichung zwischen der *nicht periodischen* Function  $\varphi(u)$  und der *periodischen*  $\varphi'(u)$  bestände, was ja offenbar unmöglich ist.

<sup>1</sup> Formeln und Lehrsätze, Art. 11, Gleichung (4) und Art. 9, Gleichung (1).

<sup>2</sup> Formeln und Lehrsätze, Art. 9, Gleichung (14).





NOVA ACTA REGLE SOCIETATIS SCIENTIARUM UPSALIENSIS.

SER. IV. VOL. 1. N. 9.

STUDIEN

ÜBER DIE ENTWICKLUNGSGESCHICHTE

VON

SAXIFRAGA GRANULATA

VON

H. O. JUEL.

MIT VIER TAFELN.

(DER KÖNIGL. SOCIETÄT DER WISSENSCHAFTEN ZU UPSALA MITGETEILT AM 5 APRIL 1907).

UPSALA 1907

AKADEMISCHE BUCHDRUCKEREI

EDV. BERLING.



## EINLEITUNG.

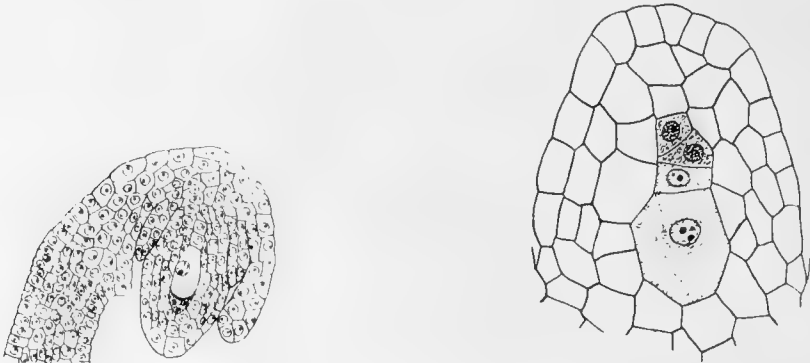
Die Befruchtungsvorgänge bei den Phanerogamen bilden ein Forschungsgebiet, in welchem in den letzten Jahrzehnten viele wichtige Entdeckungen gemacht worden sind. Ich habe mich auch für die damit verknüpften Fragen lebhaft interessiert und habe vor einigen Jahren sowohl die ganze Entwicklung der Samenanlage als auch besonders die Befruchtung bei *Pinus silvestris* eingehend untersucht. Wegen mehrerer indessen erschienenen vorzüglichen Arbeiten über diesen Gegenstand, unter welchen vor allem diejenige Miss FERGUSON'S zu nennen ist, wurde eine Publikation meiner Resultate überflüssig. Um die Befruchtung bei den Angiospermen kennen zu lernen habe ich nach einem passenden Objekte gesucht und habe mich für *Saxifraga granulata* entschieden, welche Art mehrere Vorteile bietet. Sie kommt in der hiesigen Gegend häufig vor, blüht reichlich und setzt reichlich Samen an. Jeder Fruchtknoten enthält sehr zahlreiche Samenanlagen, und diese sind so orientiert, dass man an jedem Querschnitt aus dem mittleren Teil des Fruchtknotens mehrere gute Längsschnitte von Samenanlagen bekommt. Während der Untersuchung meines Materials wurde indessen mein Interesse auch auf mehrere andere Einzelheiten in der Entwicklung dieser Samenanlage gelenkt, und es entstand allmählich aus dieser Arbeit eine ziemlich vollständige Untersuchung der Samenanlage von der Teträdenteilung bis zur Samenreife.

Als Fixierungsmittel für die jüngeren Stadien benutzte ich Chrom-Osmium-Essigsäure, für die älteren fast durchweg mein Zink-Essig-Alkohol-Gemisch (2 0/0  $ZnCl_2$ , 2 0/0 Eisessig in 50 0/0-igem Alkohol), das sich dabei sehr gut bewährt hat, so dass ich es als ein gutes Fixierungsmittel nochmals aufs beste empfehlen kann. Die Schnitte wurden fast immer mit Eisenhämatoxylin gefärbt. Diese treffliche Färbungsmethode hat noch den Vorzug, dass solche Präparate die besten mikrophotographischen Bilder liefern.

Die Familie der Saxifragaceen ist in Bezug auf die Entwicklung der Samenanlagen und Samen bisher wenig erforscht. Bei JÖNSSON (1879—80) findet man einige Angaben über *Saxifraga*, *Chrysosplenium* und *Escallonia*, bei WARMING (1878) und FISCHER (1880) über *Ribes*, bei GUIGNARD (1882) über *Saxifraga* und *Ribes*, bei VESQUE (1878—79) über *Saxifraga*, *Heuchera* und *Ribes*<sup>1</sup>. In etwas späterer Zeit haben WEBB (1902) über *Astilbe* (»*Spiraea japonica*«), TISCHLER (1903) über *Ribes*-Bastarden geschrieben. Man kann aber aus diesen Arbeiten höchstens so viel entnehmen, dass die untersuchten Gattungen vom typischen Entwicklungsgang der Angiospermen nicht abweichen. Eine eingehendere Untersuchung eines Repräsentanten dieser Familie scheint mir daher erwünscht zu sein.

### Die Entwicklung der Samenanlage im Ganzen.

Meine Untersuchungen beginnen ungefähr mit dem Anfang der Tetradenteilung in der Samenanlage. Diese scheint in diesem frühen



Textfig. 1.

a

b

a. Samenanlage in einem Entwicklungsstadium, das zwischen Fig. 2 und 3 auf Taf. I liegt. Die drei Schwesterzellen werden vom Embryosack verdrängt. Vergr. 200.

b. Nucellus gleich nach der Tetradenteilung, die unterste, grosse Zelle in der Tetrade ist der Embryosack. Vergr. 650.

Entwicklungsstadium derjenigen von *Chrysosplenium* (JÖNSSON, Fig. 21 Taf. VI) recht ähnlich zu sein. Der eiförmige Nucellus bildet gegen den Funiculus einen rechten Winkel. Er ist noch nackt, denn von den Integumenten sind nur die ersten Anfänge zu sehen (Fig. 1). Seine

<sup>1</sup> VESQUES Darstellung von der Entwicklung des Embryosacks ist durchaus irrtümlich.

Mitte nimmt die kurz cylindrische EMzelle<sup>1</sup> ein. Zwei Zellschichten bekleiden ihre Spitze, an den Seiten ist sie von drei Schichten umgeben. Während der Tetradenteilung, die offenbar nur kurze Zeit in Anspruch nimmt, wird der Nucellus etwas dicker und bildet einen spitzeren Winkel gegen den Funiculus (Fig. 2). Wenn die basale Tetradenzelle, der Embryosack, ihre Schwesterzellen zu verdrängen beginnt, ist der Nucellus schon ganz umgewendet, und von den Integumenten, die aus je zwei Zellschichten bestehen, etwa zu zwei Dritteln bekleidet. Das äussere hat hierbei einen erheblichen Vorsprung (Textfig. 1 a). In dem nächsten abgebildeten Stadium (Fig. 3), das den Embryosack noch einkernig, aber etwas verlängert zeigt, haben die Integumente den Nucellus ganz umschlossen. Das äussere ist hier so viel weiter gewachsen, dass zwischen seiner Mündung und der Nucellusspitze eine Höhlung entstanden ist.

Der Nucellus ist während dieses Zuwachses der Integumente auch etwas in die Länge gewachsen. Ein Vergleich der drei letzten Stadien (Fig. 2, Textfig. 1, Fig. 3) dürfte zeigen, dass dieses Wachstum vorwiegend in seiner basalen Partie stattgefunden hat, wo eine meristematische Zone liegen muss. Diese zerfällt in eine zentrale Partie, welche einen hinter dem Embryosack liegenden, kurzen Zellstrang bildet, und eine peripherische Partie, durch welche die äusseren Schichten des Nucellus wachsen.

Während im Embryosack die Kernteilungen stattfinden, verlängert sich der Nucellus erheblich, indem oberhalb seiner Mitte eine allgemeine Dehnung der Zellen stattfindet. In seiner basalen Hälfte aber giebt sich die Tätigkeit der meristematischen Zone darin zu erkennen, dass schiefe, vom Grunde aus divergierende Zellreihen entstanden sind (Fig. 4, 5). Der Nucellus bekommt dadurch eine ausgeprägt eiförmige Gestalt, die er von nun an lange beibehalten wird. Die Integumente sind durch allgemeine Zellendehnung mitgewachsen. Ihre terminalen Zellen haben auch an Dicke zugenommen, wodurch ihre Mündungen zur Bildung der Mikropyle eingengt worden sind.

Im Stadium der Befruchtung (Fig. 6) sind fast alle Gewebe der Samenanlage durch Volumenzunahme gewachsen und sind dabei inhaltsärmer geworden. Der Nucellus bewahrt indessen zum Teil ein etwas jugendlicheres Aussehen, und in seiner basalen Hälfte dürften vielleicht noch Zellteilungen vorkommen. Während der Entwicklung

<sup>1</sup> EMzelle = Embryosackmutterzelle.

des Endosperms nimmt aber auch der Nucellus an der allgemeinen Zellendehnung teil. Nur hinter dem Embryosack, in der Chalazagegend, bleibt bis zur Samenreife ein kleinzelliges Gewebe erhalten, dessen Zellen noch lange einen dichten Zellinhalt führen (Fig. 7—9).

Die Samenanlage erreicht ihre definitive Gestalt und Grösse zu einer Zeit, wo die Endosperm bildung sich noch in ihrer ersten Phase befindet (Fig. 10). Die Aussenschicht des äusseren Integuments hat schon die für die Samenschale charakteristischen Auswüchse und Wandverdickungen bekommen. Seine zweite Zellschicht ist längs den Seiten stark zusammengedrückt, aber am Mikropylarende ist sie noch als grosszelliges Gewebe erhalten. Vom inneren Integument ist nur die Mikropylarpartie ziemlich gut erhalten, das Übrige ist zerdrückt. Der Nucellus bildet um den ganzen Embryosack einen Mantel von grossen und dünnwandigen Zellen, und seine Spitze hat sich zu einer ziemlich dicken Kalotte vergrössert. In der Chalazaregion hat sich diejenige Gewebepartie differenziert, die VAN TIEGHEM (1901, 1902) Hypostase genannt hat.

Das jetzt beschriebene Aussehen behalten die in Frage stehenden Gewebe auch während der späteren Phasen der Endosperm bildung (Fig. 1, 3 Taf. 2). Während der Reifung des Samens aber vergrössert sich das Endosperm erheblich, wobei der Querdurchmesser des ganzen Samens zunimmt (Fig. 20 Taf. III). Der Nucellus wird dadurch fast gänzlich verdrängt. An den Seiten des Samens, sowie an der Spitze ist vom Nucellargewebe kaum eine Spur zu sehen; nur am entgegengesetzten Ende ist ausser dem eigentlichen Chalazagewebe mit der kleinzelligen Hypostase, auch eine ziemlich grosszellige Partie erhalten, die das Endosperm kappenförmig umfasst (Textfig. 6). Die Integumente sind kaum weiter verändert, ausgenommen dass die Aussenwandungen noch dicker geworden sind.

### Die Tetradenteilung und die erste Entwicklung des Embryosacks.

In den jüngsten untersuchten Samenanlagen befinden sich die EMzellen in allen den verschiedenen Phasen der heterotypischen Teilung. Weder der Platz der Samenanlage noch ihre Grösse er bieten sichere Anhaltspunkte für die Beurteilung der Altersstadien. Nur die Gestaltung der Kernsubstanz kann hierbei in Betracht gezogen werden, und es gilt also die verschiedenen Kernbilder soweit möglich in eine natürliche Reihe, die der Ontogenese entspricht, einzuordnen. Auf

die Vergleichung dieser Kernbilder habe ich ziemlich viel Mühe verwendet und bin dabei zu einer Auffassung über den Entwicklungsverlauf gelangt, die im Wesentlichen dieselbe ist, die ich bei der Untersuchung von *Hieracium umbellatum* gewonnen hatte (JUEL 1905).

Das erste Entwicklungsstadium des Kerns, das ich untersuchen konnte, ist die Synapsisphase<sup>1</sup>. Der Kern enthält einen dicht zusammengeknäuelten Chromatinfaden, der auf der einen Seite der Kernwandung angedrückt liegt. Die Fig. 28 Taf. III soll diese Phase darstellen, giebt aber die Dichtigkeit des Knäuels nicht gut wieder. Der Faden scheint mir ununterbrochen zu sein. Er erscheint ganz homogen und hat überall dieselbe Dicke. Er färbt sich schwächer als in den folgenden Phasen und scheint also in seiner Konsistenz weniger dicht zu sein, als später.

Ob der Synapsisfaden der Anlage nach einfach oder doppelt ist, kann ich also nicht angeben. Ich fand ihn immer ganz einheitlich, ohne Spur von Längsspalten.

Dann lockert sich das Fadengewirr, und die Fadenzüge verteilen sich ziemlich regelmässig sowohl an den Wänden als durch den Hohlraum des Kerns, um die Dolichonemaphase<sup>2</sup> darzustellen (Fig. 29, 30 Taf. IV). Der Faden scheint in diesem Stadium ein bisschen dünner geworden zu sein und dabei an Dichte gewonnen zu haben, denn er färbt sich jetzt sehr intensiv.

In einigen Kernen, die noch zum Dolichonema zu rechnen sind, fand ich die Fadenzüge auf kürzere oder längere Strecken paarweise an einander genähert und also parallel verlaufend (Fig. 31 *a, b* Taf. IV). Diese Kerne geben den bestimmten Eindruck, dass die Paarigkeit durch ein Zusammenrücken der Dolichonemafäden und nicht durch eine Spaltung derselben zu stande gekommen ist. Die Fäden scheinen mir eben so dick zu sein als vorher. Flächenschnitte dieser Kerne

<sup>1</sup> SCHAFFNER (1907) will in Anschluss an Mc CLUNG (Biol. Bull. 1905) die als Synapsis allgemein bezeichnete Phase mit dem Namen »Synizesis« belegen, weil Synapsis von MOORE ursprünglich in einem anderen Sinne gebraucht worden sei. Ich bezweifle, dass es nunmehr gelingen wird, eine solche Reform durchzusetzen. Die von Mc CLUNG und SCHAFFNER gelieferten<sup>1</sup> Definitionen der Phase, die sie Synapsis nennen wollen, ist so abstrakt, dass ich nicht durchschaue, welches konkrete Stadium damit gemeint wird.

<sup>2</sup> Diese wird jetzt allgemein »Spirem« genannt. Statt dieses Ausdrucks, dessen Bedeutung ziemlich unbestimmt ist, ziehe ich das Wort Dolichonema vor, weil es nur für eine Phase der heterotypischen Kernteilung eingeführt worden ist (ROSEN 1896; vergl. meinen Aufsatz über *Taraxacum* 1905).

zeigen zuweilen schlingenförmige Kernfadenstücke (Fig. 31 *a*). Der Faden hat sich also jetzt an mehreren Stellen umgebogen.

In dem folgenden Entwicklungsstadium sind die parallelen Fadenzüge enger zusammengedrückt und um einander gewunden (Fig. 32 *a, b* Taf. IV). Vielleicht ist der Doppelfaden schon hier an einigen Stellen abgebrochen und in Doppelchromosomen zerfallen. Dies ist die Strepsinemaphase oder bildet wenigstens einen Übergang dazu. An Tangentialschnitten (Fig. 32 *a*) können noch umgebogene, schleifenförmige Fadenstücke gefunden werden. Eine Veränderung ist jetzt am Chromatinfaden zu beobachten. Er ist merklich dünner geworden und färbt sich oft weniger intensiv als während der Dolichonemaphase. In einigen Kernen, die diesem Stadium anzugehören scheinen, ist der Kernfaden auf die eine Seite des Kerns zusammengehäuft und stellt somit eine sog. »zweite Synapsis« dar.

In der Diakinese (Fig. 33 Taf. IV) sind die Doppelchromosomen kurz und dick und zeigen die dieser Phase eigentümlichen Gestalten. Es sind ihrer mehr als 30, die exakte Zahl war aber nicht zu ermitteln.

Während aller dieser Veränderungen des Chromatins hat der Nukleolus keine Veränderung erlitten. Sobald aber die Kernspindel gebildet ist (Fig. 34 Taf. IV), ist er verschwunden.

Meine Auffassung von der heterotypischen Chromosomenbildung bei *Saxifraga* ist also, dass der Kernfaden in einem relativ späten Entwicklungsstadium, nämlich am Ende der Dolichonemaphase, sich durch Zusammenlegen verdoppelt. Dieses Zusammenlegen findet aber nicht, wie ich es bei *Hieracium* angenommen habe, in der ganzen Länge des Fadens statt, sondern ist wahrscheinlich mit Umbiegungen desselben an mehreren Stellen verbunden. Damit ist nicht gesagt, dass notwendig ebenso viele Umbiegungen ausgeführt werden müssen, als Doppelchromosomen gebildet werden sollen.

Diese Vorstellung über den Vorgang ist ungefähr dieselbe, welche DIXON (1896 und 1900) in zwei Aufsätzen über die heterotypische Teilung bei *Lilium* dargelegt hat. Aber auch mit der von FARMER und MOORE (1905) verteidigten Ansicht über denselben Vorgang scheint mir meine oben mitgeteilte Vorstellung über den Verlauf bei *Saxifraga* in dem wichtigsten Punkte übereinzustimmen, wenn auch die Bilder von entsprechenden Stadien bei den beiden Gattungen im Einzelnen einander nur wenig ähnlich sind. Ein bestimmter Unterschied besteht jedoch darin, dass ich eine solche Längsspaltung des Kernfadens, die



nach diesen Verfassern, wie auch mehreren andern, vor der Dolichone-maphase erscheint und während derselben obliteriert, bei *Saxifraga* nicht entdecken konnte. Da die meisten späteren Verfassern, unter denen vor allem STRASBURGER zu nennen ist, die Verschmelzung der Chromatinfäden oder Gamomiten, wie dieser Verfasser sie nennt, vor der Synapsis stattfinden lassen (vergl. STRASBURGER, u. A. 1905), so bedaure ich, dass ich diese früheren Entwicklungsstadien bei *S. granulata* nicht untersuchen konnte. Vielleicht hätte sich dann dieser Gegensatz erklärt.

Nach dem ersten Teilungsschritt teilt sich die EMzelle, wie gewöhnlich, in eine grössere basale und eine kleinere apikale Zelle (Fig. 2 Taf. I). Der zweite Teilungsschritt wurde nicht näher studiert. Die fertige Tetrade besteht aus einer grossen basalen Zelle, dem Embryosack, und drei kleineren darüber liegenden Zellen. Die Wand zwischen den beiden obersten Zellen steht oft schief (Textfig. 1 *b*).

Der Embryosack verdrängt dann die drei apikalen Zellen (Textfig. 1 *a*, Fig. 3 Taf. I), vergrössert sich erheblich und führt seine drei Teilungsschritte aus, ganz wie gewöhnlich. Gleichzeitig mit der Ausbildung des Eiapparats und der Antipoden begegnen sich die Polkerne in der Mitte des Embryosacks (Fig. 5 Taf. I) und verschmelzen zum Zentralkern, der also immer vor der Befruchtung fertig gebildet ist. Der Embryosack hat dann folgendes Aussehen. Die beiden Synergiden sind länglich und führen ihre Kerne in der Mitte. Von der Eizelle ist der basale Teil den Synergiden parallel gelagert, ihr erweitertes Ende wölbt sich in den Embryosackraum hervor und enthält den Eikern. Der Zentralkern liegt in oder etwas unterhalb der Mitte des Embryosacks und ist in einer grossvakuoligen Plasmamasse eingebettet. Zwischen ihm und dem Eiapparat liegt ein grosser Saft Raum, der von einem einzigen dicken, die Eizelle und den Zentralkern verbindenden Plasmastrange durchzogen wird (Fig. 6 Taf. I, Fig. 36—39 Taf. IV). Die Antipoden sind ziemlich klein. Ihr Plasma ist dicht, ohne Vakuolen, und ihre Kerne färben sich ziemlich diffus.

### Vorbereitungen zur Befruchtung.

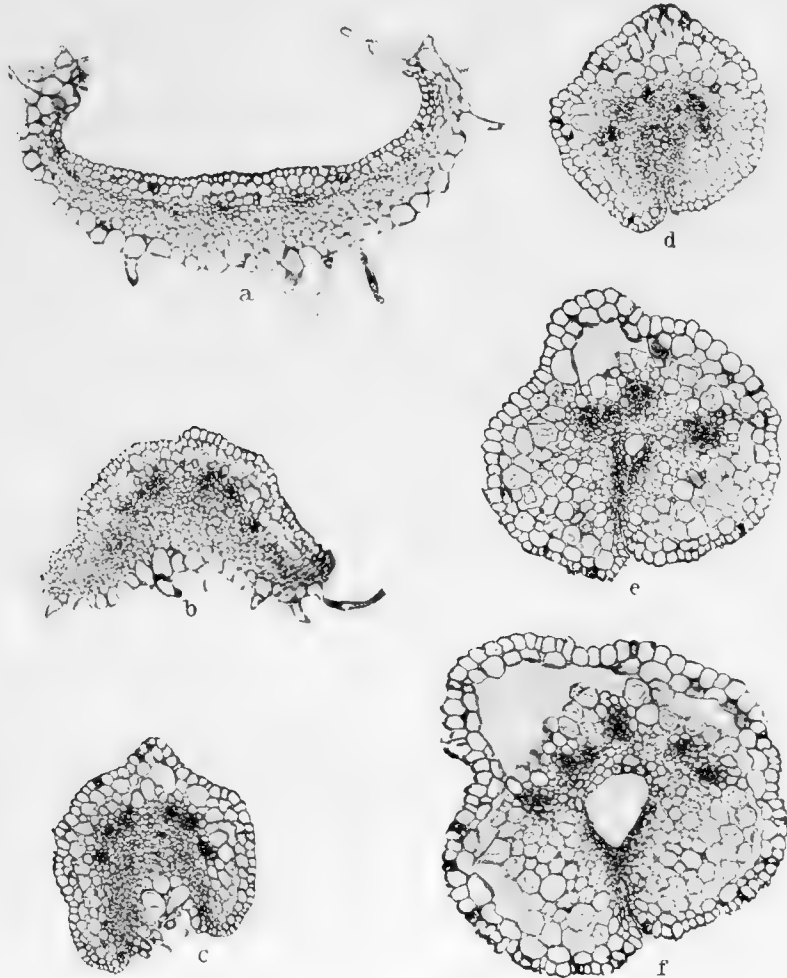
Unsere Kenntnisse über diejenigen Anordnungen im Pistill der Angiospermen, welche die Entwicklung und das Wachstum des männlichen Gamophyten, des Pollenschlauches, ermöglichen und regulieren,

sind weder sehr tief noch besonders umfassend. BEHRENS (1875) wies das allgemeine Vorkommen eines leitenden Gewebes im Griffel nach, und CAPUS (1878) machte dasselbe zum Gegenstand einer etwas eingehenderen Untersuchung. Er zeigt, wie das leitende Gewebe sich im Fruchtknoten an der Plazenta fortsetzt, verfolgt seine Entwicklungsgeschichte und unterscheidet verschiedene Typen von diesem Gewebe. Für die Beurteilung eines leitenden Gewebes ist es indessen sehr wichtig zu wissen, wie die Pollenschläuche sich zu ihm verhalten, ob sie an seiner Oberfläche oder in seinem Innern wachsen, und hierüber sind die Angaben in CAPUS' sonst verdienstvoller Arbeit ziemlich spärlich. Mir scheint aber diese Unterscheidung so wichtig zu sein, dass ich mich gezwungen finde, neue Bezeichnungen hier einzuführen. Ich nenne das leitende Gewebe endotroph, wenn die Pollenschläuche innerhalb desselben wachsen, ob intra- oder interzellular, scheint mir dabei gleichgültig zu sein. Ektotroph nenne ich es, wenn die Schläuche an seiner Oberfläche verlaufen. CAPUS' »tissu conducteur plein« ist natürlich immer endotroph, aber es giebt endotrophe Formen des leitenden Gewebes, die kein »tissu conducteur plein« im Sinne CAPUS' sind, nämlich einmal solche, die einen offenen Griffelkanal umgeben, und dann solche, die in einem der Anlage nach soliden Griffel ausgebildet werden (wie z. B. bei *Alchemilla arvensis*). Vielleicht wird es sich herausstellen, dass die von mir aufgestellten beiden Typen nicht immer strenge auseinanderzuhalten sind. Das hindert aber nicht, dass sie nützlich sein können, und ich brauche sie jedenfalls bei der mir jetzt vorliegenden Aufgabe.

CAPUS hat auch eine *Saxifraga*-Art aus der *Aizoon*-gruppe, *S. lingulata* Bell., untersucht. Im Griffel giebt es hier einen soliden Strang von leitendem Gewebe (t. c. plein). Die Plazenta findet er von einem leitenden Gewebe bekleidet, das eine ziemlich dicke Gewebeschicht darstellt, und das durch Teilungen der subepidermalen Zellschicht entstanden ist. Warum er diesen Gewebekomplex als leitendes Gewebe auffasst, ist nicht einleuchtend, denn er beschreibt nicht seinen Bau im entwickelten Zustande, und teilt auch nicht mit, wie die Pollenschläuche sich zu ihm verhalten. Bei *S. granulata* hat das leitende Gewebe jedenfalls einen ganz anderen Bau.

Die empfängnisfähige Narbe bildet eine rundliche, etwa schaufelförmige Scheibe mit zurückgeschlagenen Rändern. Ihre ganze innere Fläche ist mit kräftigen Papillen besetzt. Am Grunde verschmälert sich die Scheibe, und ihre innere Fläche wird konkav. Im oberen

Teil des Griffels setzt sich diese Konkavität in einer Rinne fort, die sich dann verengert, wobei die noch hier vorkommenden Papillen in der Rinne eingeschlossen werden. Mitten am Griffel ist die Rinne ganz geschlossen. Die glatten Epidermisschichten der rechten und linken Griffelhälften liegen hier an einander gedrückt, und sind zum Teil nur



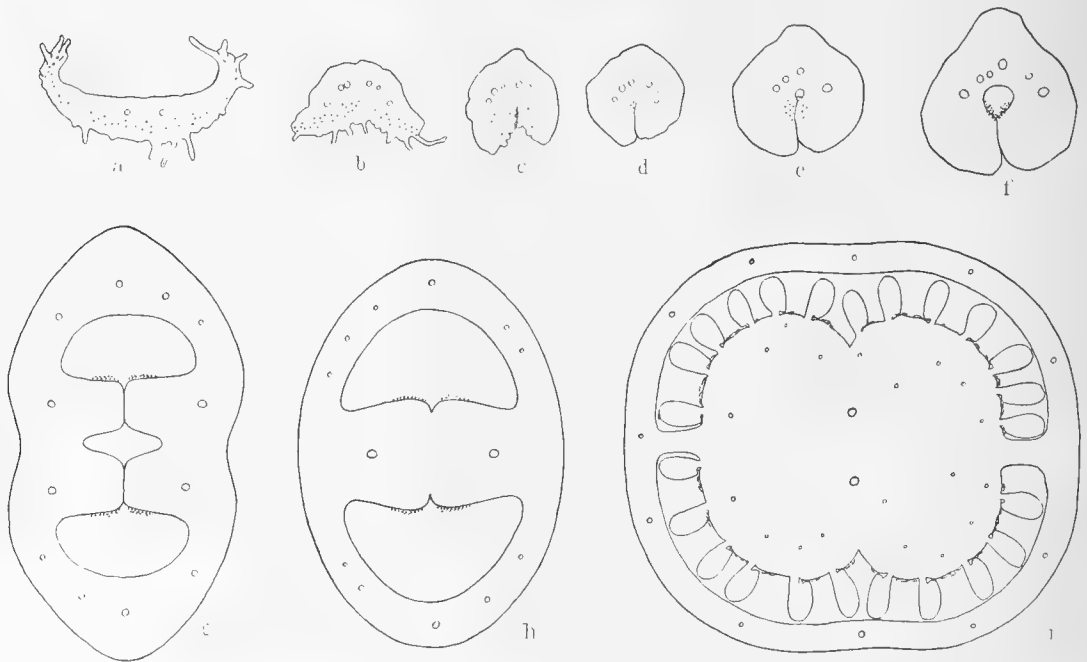
Textfig. 2.

Querschnitte durch Narbe und Griffel einer nicht bestäubten Blüte. Vergr. 60. *a* breiter Teil der Narbe; *b* unterer Teil der Narbe; *c* oberster Teil des Griffels; *d* mittlerer Teil des Griffels, *e* und *f* aus dem unteren Teil des Griffels, wo ein Griffelkanal auftritt. In *a—d* endotrophes, in *e* und *f* der Übergang zum ektotrophen leitenden Gewebe.

undeutlich zu sehen. Unterhalb der Mitte wird der Griffel dicker, und hier trennen sich die Epidermisschichten im innersten Winkel wieder

von einander, so dass ein enger Kanal entsteht, der sich nach unten in gleichem Masse mit dem Griffel erweitert und endlich in den Fruchtknotenraum übergeht (vergl. Textfig. 2 und 3).

Die Pollenkörner haften hauptsächlich an den Rändern der Narbe. Ihre Schläuche dringen direkt in das Innere der Narbe ein und treffen hier sogleich auf das leitende Gewebe, das sich als eine dünne Gewebeplatte dicht unter der Epidermisschicht der ganzen Oberseite ausbreitet. Wie sich die Form dieses Gewebes von oben bis unten



Textfig. 3.

Schematische Querschnitte durch Narbe, Griffel und Fruchtknoten. Die Pollenschläuche sind durch Punkte oder Striche angegeben. Die Kreise bezeichnen Gefäßbündel. Vergr. etwa 30. *a-f* entsprechen den ebenso bezeichneten Schnitten in Textfig. 2; *g* oberster Teil des Fruchtknotens, wo die Karpelle zum Teil mit einander verwachsen sind; *h* oberer Teil des Fruchtknotens, wo die Karpelle ganz verwachsen, aber steril sind; *i* mittlerer, fertiler Teil des Fruchtknotens.

verändert, dürfte aus Textfig. 2 hervorgehen, während Textfig. 3 zeigen soll, wie die Pollenschläuche in Narbe, Griffel und Fruchtknoten verlaufen.

In der Narbe finden wir ein endotrophes leitendes Gewebe in der Form einer subepidermalen Platte. Im Griffel krümmt sich diese

zuerst hufeisenförmig und zieht sich dann zu einem rundlichen Strang um den inneren Winkel der Griffelrinne zusammen<sup>1</sup>. Sobald aber der Griffelkanal zum Vorschein kommt, beginnen die Pollenschläuche aus dem Leitgewebe in den Kanal hinauszuwachsen, und von nun an fungiert die Epidermis im Kanal als ektotrophes leitendes Gewebe, nicht aber die ganze Epidermis, sondern nur zwei Streifen dieser Schicht, rechts und links von der Bauchnaht. Im oberen Teil des Fruchtknotens setzen sich diese Streifen vom leitenden Gewebe längs der Vereinigungslinien der Karpelle fort, sodass vier getrennte Bündel von Pollenschläuchen zur Plazenta hinabwachsen (Textfig. 2 *f—h*). Die Plazenta ist überall von einer als ektotrophes Leitgewebe fungierenden Epidermis bekleidet.

Das endotrophe Leitgewebe der Narbe und des Griffels besteht aus sehr engen, langen Zellen mit etwas gequollenen Wänden und ist somit etwas kollenchymatisch. Die ektotroph leitende Epidermis im Fruchtknoten besteht in seinem oberen Teil aus langgestreckten, an der Plazenta aber aus tafelförmigen Zellen (Fig. 24 Taf. III). Ihre äusseren Zellwände sind merklich verdickt. Die Aufgabe dieser Epidermis ist ohne Zweifel eine Substanz, wahrscheinlich einen Schleim, zu sezernieren, der den Pollenschläuchen zur Nahrung dienen soll. Von einem chemotropischen Reiz, der ihnen als Wegweiser dienen sollte, kann wohl hier kaum die Rede sein, denn sobald sie an die Plazenta angelangt sind, würde ein solcher Reiz von allen Seiten gleichförmig auf sie einwirken. Leitende Epidermisgewebe, die Schleim absondern, sind schon bei verschiedenen Pflanzen beschrieben worden, z. B., von mir bei *Norantea brasiliensis* (JUEL 1887) und von REED (1903) bei *Yucca filamentosa*.

Das abgesonderte Sekret ist bei *S. granulata* nicht so reichlich, wie bei jenen Pflanzen; dass aber wirklich hier ein sezernierendes Gewebe vorliegt, scheint mir der folgende Umstand zu bestätigen. Gerbstoffschläuche kommen in der Plazenta, wie in allen anderen Geweben häufig vor. Im oberen Teil des Fruchtknotens, wo das Leitgewebe nur als schmale Streifen auftritt, enthält die nicht leitende Epidermis oft Gerbstoffzellen. Überall aber, wo die Epidermis als leitendes Gewebe ausgebildet ist, sowohl hier als in der Plazenta, treten jene Zellen nirgends an der Oberfläche hervor, sondern sind immer subepidermal (Fig. 25 Taf. III).

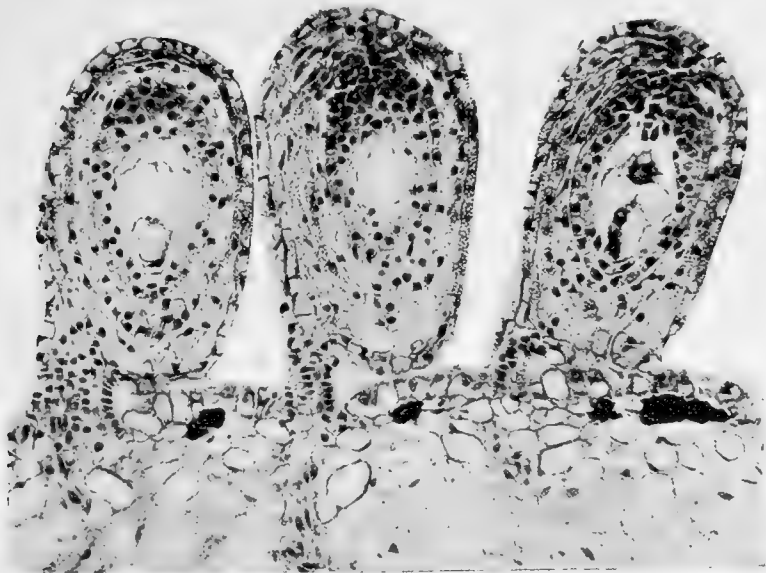
<sup>1</sup> Bei *Hamamelis* scheint der Bau des Griffels und die Lage des leitenden Gewebes mit *Saxifraga* übereinzustimmen (SHOEMAKER 1905).

In der oberen Hälfte der Plazenta, sowie in den Streifen vom Leitgewebe im obersten Teil des Fruchtknotens, zeigen die äusseren Epidermiswände sehr eigentümliche Wandverdickungen (Fig. 24, 25 Taf. III). Ich hatte diese Wandstruktur lange übersehen, denn in meinen Präparaten sind die Zellwände im allgemeinen nicht gefärbt, und ihre Konturen treten gegen den umgebenden Balsam kaum hervor. Als ich aber zufällig eine Schnittserie nach der Lösung des Paraffins direkt in Balsam montierte (also ohne Entwässerung in Alkohol), wurde ich gewahr, dass die Plazenta an Flächenschnitten ein auffallend körniges Aussehen hatte. Die noch wasserhaltigen Wände waren nämlich jetzt scharf gegen den Balsam konturiert, wodurch diese Struktur zum Vorschein kam. Bei starker Vergrösserung fand ich indessen, dass es keine Körner waren, sondern warzenförmige Verdickungen an der inneren Fläche der Zellwand. Sie treten nur in der äusseren Hälfte der Zelle auf, also an der äusseren Tangentialwand und an den angrenzenden Partien der Radialwände. Um jede Täuschung auszuschliessen (da es bei jener Behandlung nicht ausgeschlossen war, dass es sich lediglich um Flüssigkeitstropfen handeln könnte), versuchte ich es mit Färbemitteln, um die Warzen auch in regelrecht behandelten Präparaten sichtbar zu machen. Methylenblau wird zwar von den Wänden reichlich aufgenommen, aber bei der Behandlung mit Alkohol wieder fast gänzlich entfernt. Kongorot färbt zwar weniger intensiv, aber sehr dauerhaft, so dass dann im Balsampräparat die Warzen sehr deutlich hervortreten. Das Verhalten der Wände und der Warzen gegen diese beiden Farbstoffen zeigt auch, dass dieselben aus Zellulose und nicht aus Pektinstoffen bestehen.

Ich beobachtete diese Wandstruktur vorwiegend im oberen Teil der Plazenta. Dass sie in irgend einer Weise mit der leitenden Funktion der Epidermis zusammenhängt, ist wohl nicht zu bezweifeln. Da nun diese Funktion in der Sekretion eines durch Umwandlung der Zellulose gebildeten Schleimes bestehen dürfte, so könnte man in den Warzen Ablagerungen von schleimbildendem Stoffe vermuten. Dass ich diese Warzen nur im oberen Teil des Fruchtknotens gefunden habe, kann wohl kaum darauf beruhen, dass sie in seinem unteren Teil schon aufgelöst sind, denn man würde eher erwarten, dass die Schleimbildung oben beginnen sollte, wo die Pollenschläuche zuerst eintreffen. Man könnte vielleicht eine Erklärung dieser Verteilung der warzenförmigen Zellstoffablagerungen darin suchen, dass ein grösserer Vorrat an schleimbildender Substanz gerade im oberen Teil von nöten sein

kann, weil die Frequenz der Pollenschläuche, und also auch der Bedarf an Sekret, hier am grössten ist, und nach unten, wo die Schläuche sich über eine grössere Fläche verteilen, rasch abnimmt.

Die Epidermisschicht der Plazenta bildet keine ganz gleichmässig gewölbte Fläche, sondern sie wölbt sich zwischen den Insertionsstellen der Samenanlagen etwas hervor, sodass jede solche Erhebung dem gegen die Plazenta gerichteten Mikropylarende einer Samenanlage begegnet und öfters dasselbe berührt (Textfig. 4). Da das leitende Gewebe sich nicht am Funiculus fortsetzt, so ist diese Einrichtung notwendig, damit der Pollenschlauch die Mikropylaröffnung finden kann.



Textfig. 4.

Längsschnitt durch die Plazenta und durch drei Samenanlagen zur Zeit der Befruchtung. Die Plazenta bildet zwischen den Insertionsstellen der Samenanlagen kleine Erhebungen, welche die Mikropylen berühren. Vergr. 150.

Biologisch haben daher diese kleinen Erhebungen dieselbe Bedeutung, als die sogen. Obturatoren. Diese Organe sind am kräftigsten entwickelt bei den Euphorbiaceen, denen sie nie abgehen. Sie bilden dort grosse, von der Plazenta auswachsende Wülste oder Zotten, welche die Mikropyle bedecken und zuweilen in sie hineinwachsen. Die Pollenschläuche wachsen durch den Obturator in die Mikropyle hinein, und werden im Fruchtknoten nie ausserhalb desselben ange-

troffen (SCHWEIGER 1905). Weniger kräftig entwickelte Obturatoren besitzen die Pomaceen, Drupaceen und Spiræaceen (PÉCHOUTRE 1902). Bei *Saxifraga granulata* kann man höchstens von Andeutungen oder Rudimenten von solchen Organen reden, die allerdings sowohl in morphologischer als biologischer Beziehung den Obturatoren entsprechen.

### Die Befruchtung.

Schon 1878 hatte STRASBURGER den befruchtenden Kern in der Eizelle gesehen, er stand aber damals noch unter dem Einfluss der älteren Zellenlehre, welche die Kerne verschwinden und wieder entstehen liess, und er giebt an, dass der männliche Kern aus dem Pollenschlauch in die Eizelle hineindiffundiert und dann hier wieder rekonstruiert wird. Im Jahre 1884 aber teilt er die erste richtige Beobachtung über die Befruchtung bei den Angiospermen mit. Er konstatierte nämlich, dass der männliche Kern aus dem Pollenschlauch in die Eizelle einwandert. Er hatte schon 1878 erwiesen, dass der Pollenschlauch zwei generative Zellen oder Kerne enthält. Nur einer von diesen fungierte bei der Befruchtung, aber das Schicksal des zweiten wurde nicht weiter verfolgt, und man nahm lange als selbstverständlich an, dass er desorganisiert werde. Erst die letzten Jahren des Jahrhunderts brachten die Aufklärung über diesen Punkt durch NAWASCHIN'S und GUIGNARD'S Entdeckung der sogen. »Doppelbefruchtung«, indem sie nämlich nachwiesen, dass bei den von ihnen untersuchten Pflanzen der eine Spermakern mit dem Eikern, der andere mit dem Zentralkern verschmilzt. GUIGNARD hat seitdem in einer Reihe von Aufsätzen nachgewiesen, dass der Befruchtungsvorgang bei mehreren anderen Pflanzen aus verschiedenen angiospermen Familien derselbe ist. Auch andere Verfasser haben in den letzten Jahren mehr oder weniger eingehende Beobachtungen über die Befruchtung zahlreicher Pflanzen gemacht und eine »Doppelbefruchtung« konstatiert, sodass man wohl jetzt dieselbe als ein für die Angiospermen charakteristisches Merkmal ansehen darf.

Ich liefere hier eine Zusammenstellung von Beobachtungen über die »Doppelbefruchtung«, die indessen keinen Anspruch auf Vollständigkeit macht.



- Najas* GUIGNARD 1901 b.  
*Elodea* WYLIE 1904.  
*Zea* GUIGNARD 1901 a.  
*Tillandsia* BILLINGS 1904.  
*Lilium* GUIGNARD 1899 a, COULTER  
 und CHAMBERLAIN 1903.  
*Tulipa* GUIGNARD 1900 b, ERNST  
 1901.  
*Scilla* GUIGNARD 1900 a.  
*Endymion* GUIGNARD 1899 b.  
*Tricyrtis* IKEDA 1902.  
*Paris*, *Trillium* ERNST 1902.  
*Juncus*, *Luzula* LAURENT 1904.  
*Narcissus*, GUIGNARD 1900 a.  
*Phajus* u. a. NAWASCHIN 1900.  
*Orchis* u. a. STRASBURGER 1900.  
*Casuarina* FRYE 1903.  
*Carpinus*, BENSON etc. 1906.  
*Ulmus* SHATTUCK 1905.  
*Ceratophyllum* STRASBURGER 1902 b.  
*Caltha* THOMAS 1900.
- Ranunculus*, *Nigella*, *Helleborus*, *Ane-*  
*mone*, *Clematis* GUIGNARD 1900  
 a, 1901 c.  
*Delphinium* NAWASCHIN 1900.  
*Capsella*, *Lepidium* GUIGNARD 1902 b.  
*Reseda* GUIGNARD 1900 a.  
*Sarracenia* SHREVE 1906  
*Alchemilla* STRASBURGER 1902 a.  
*Hibiscus* GUIGNARD 1900 a.  
*Monotropa* STRASBURGER 1900,  
 SHIBATA 1902.  
*Asclepias* FRYE 1902.  
*Nicotiana*, *Datura* GUIGNARD 1902 a.  
*Melampyrum*, *Pedicularis*, *Lathraea*,  
*Digitalis*, *Linaria* SCHMID 1906.  
*Helianthus*, *Rudbeckia* NAWASCHIN  
 1900.  
*Helianthus*, *Rudbeckia*, *Spilanthes*,  
*Guizotia* GUIGNARD 1900 a.  
*Erigeron*, *Silphium* LAND 1900.

In ihren Beschreibungen der Einzelheiten des Befruchtungsprozesses differieren die oben zitierten Verfasser in verschiedenen Punkten. Ohne Zweifel bestehen in vielen Fällen tatsächliche Unterschiede zwischen den verschiedenen Objekten. Weil aber das Studium dieser Vorgänge ziemlich schwierig ist, so ist es wohl erlaubt zu vermuten, dass einige weniger geübte Beobachter sich in gewissen Angaben geirrt haben können.

Die beiden Spermazellen werden ja zuweilen schon im Pollenkorn gebildet. Dass sie hier wirklich eigene Zytoplasmakörper haben, wird ausdrücklich angegeben, z. B. bei *Ruppia*, *Elodea* und *Ulmus*. Im Pollenschlauch wurde eine Plasmaschicht um die Kerne beobachtet bei *Elodea* und *Asclepias* (GAGER 1902). GUIGNARD sah eine solche Schicht bei Solanaceen und vielleicht bei Cruciferen, konnte sie aber nicht bei *Nigella* und *Najas* entdecken. KÖRNICKE (1906) ist der Ansicht, dass die Spermakerne im Pollenschlauch nackt sind. Nach dem Austritt aus dem Pollenschlauche werden die Spermazellen von den meisten

Verfassern als nackt angegeben (z. B. GUIGNARD, STRASBÜRGER, SHIBATA). COULTER und CHAMBERLAIN (1903) sahen indessen bei *Lilium* einen wurmförmigen Spermakern im Embryosack, »still enclosed by the cytoplasm of the male cell«. SHATTUCK, der im Pollenkorn von *Ulmus* deutliche Spermazellen sah, fand im Pollenschlauch nur nackte Kerne, im Embryosack aber »they begin to gather a small amount of cytoplasm around them«. Vielleicht war jedoch jene Plasmamasse die eigenen Zellkörper der Spermazellen, die nach dem Austritt aus dem Pollenschlauch wieder sichtbar geworden waren.

Wie sich die Spitze des Pollenschlauches verhält, nachdem sie zum Embryosack vorgedrungen ist, und welche Rolle die Synergiden bei der Befruchtung spielen, darüber sind die Angaben ziemlich verschieden, und wahrscheinlich giebt es hierin keine für alle Pflanzen gültige Regel. Bei *Tulipa* (GUIGNARD 1900 b), wo zur Zeit der Befruchtung die Zellbildung im Embryosack sehr unvollkommen ist, entleert der Schlauch seinen Inhalt direkt in den Embryosackraum. Bei *Paris* und *Trillium* sowie bei *Nigella* tritt der Pollenschlauch zuweilen direkt in Verbindung mit der Eizelle. Bei *Helianthus* (NAWASCHIN 1900), *Erigeron* und *Silphium*, sowie *Asclepias* (FRYE 1902) soll der Pollenschlauch zwischen oder neben den Synergiden zur Eizelle hinabwachsen. Bei *Elodea* soll er in die eine Synergide hineinwachsen: »appearances indicate that the pollen tube may have passed into the synergid inflating it«. Oft soll bei dieser Pflanze in jede Synergide ein Pollenschlauch eindringen. GUIGNARD giebt dagegen an, dass bei *Zea*, *Najas*, *Nigella*, *Nicotiana* und *Datura* der Pollenschlauch mit dem äusseren Ende einer Synergide in Verbindung tritt und seinen Inhalt in sie entleert. STRASBURGER und SHIBATA, die den Vorgang an lebenden Samenanlagen von *Monotropa* studiert haben, scheinen dieselbe Beobachtung gemacht zu haben. Der erstere fand dabei diese Synergide von einer stark lichtbrechenden Substanz erfüllt. SHIBATA giebt dies für beide Synergiden an. Die eine Synergide soll während der Befruchtung zerstört werden bei *Tillandsia*, *Avena*, *Silphium*, *Asclepias* und *Elodea*. Bei *Ceratophyllum* und *Caltha* sollen sogar beide dabei zu Grunde gehen.

Ein sehr merkwürdiges Verhalten des Pollenschlauches haben BENSON, SANDAY und BERRIDGE bei *Carpinus* beschrieben. Er soll nämlich aus der Chalazaregion kommend, in der mittleren Höhe des Embryosacks einen kleinen Ast aussenden, durch welchen der eine Spermakern für den Zentralkern abgegeben wird, und dann zum oberen

Ende des Embryosacks weiterwachsen, um hier den für die Eizelle bestimmten Kern ausschlüpfen zu lassen. Ich frage mich, warum dieser Pollenschlauch sich solche Mühe macht, da doch eine einzige Öffnung zum Entleeren zweier Spermakerne vollkommen ausreicht. Die chalogogamen Typen erbieten ohne Zweifel bei diesen Untersuchungen die allergrössten Schwierigkeiten.

Nachdem die beiden Spermakerne das Plasma des Pollenschlauches verlassen haben, bleiben in demselben gewisse Körper zurück, die von mehreren Verfassern erwähnt oder wenigstens abgebildet worden sind. Bei *Tulipa* fanden GUIGNARD und ERNST in der Pollenschlauchspitze einen dunklen Körper, den sie für den vegetativen Schlauchkern halten. Zwei solche Körper sah GUIGNARD bei einigen Ranunculaceen und Solanaceen, SHIBATA bei *Monotropa*, LAND bei zwei Compositen. Der letztere findet es wahrscheinlich, dass die zwei Körperchen durch eine Teilung des Schlauchkerns entstanden sind, jedoch ohne einen Grund für diese Vermutung anzugeben. GUIGNARD vermutet, dass es entweder die beiden Synergidenkerne sind oder der Schlauchkern nebst einem Synergidenkern.

Ich werde jetzt meine eigenen Untersuchungen über die Befruchtungsvorgänge bei *Saxifraga granulata* darlegen.

Von den an der Plazenta umherkriechenden Pollenschläuchen konnte ich hie und da in den Präparaten Stücke mit Kernen auffinden. Den vegetativen Kern habe ich nicht beobachtet, mehrmals aber einen Spermakern, in ein paar Fällen sogar beide (Fig. 44, 45 Taf. IV). Eine eigene Plasmahülle konnte ich um die Kerne hier nicht wahrnehmen. Dies ist um so mehr befremdend, als ich diese Kerne im Embryosack von plasmatischen Hüllen umschlossen gefunden habe, wie unten beschrieben wird.

In Längsschnitten des Fruchtknotens von *Pyrola minor* (in Zink-Essig-Alkohol fixiert) konnte ich oft die Pollenschläuche auf weitere Strecken verfolgen und alle drei Kerne zusammen beobachten (Fig. 46 Taf. IV). Auch hier lagen die Spermakerne dem Anscheine nach ganz nackt im Plasma des Pollenschlauches.

Nachdem bei *S. granulata* der Pollenschlauch die Mikropyle passiert hat, wächst er zwischen den Zellen des apikalen Nucellusgewebes auf den Embryosack zu. Er dringt dabei nicht in gerader Linie vorwärts, sondern biegt um die Ecken der Zellen herum. Nebenbei bemerkt, ist es schwierig zu verstehen, welche Art von Reizung ihn hierbei zurecht weisen mag.

Zum Embryosack gelangt tritt er in Verbindung mit der einen Synergide. Vor der Befruchtung sind die beiden Synergiden einander ganz gleich, mit grossem Saft Raum und in der Mitte liegendem Kern. Zur Zeit der Befruchtung aber findet man an der Stelle der einen Synergide einen länglichen Körper, der aus einer dichten, homogenen, intensiv farbespeichernden Substanz besteht. Neben diesem Körper ist keine Spur von der Synergide zu sehen. Dass jener Körper nicht die Spitze des Pollenschlauches ist, der in die Synergide hineingewachsen, ist vollkommen sicher. Denn in diesem Falle müsste die Schlauchspitze vom Plasma der Synergide umgeben sein, und der Kern der Synergide neben ihm liegen; davon ist aber nichts zu entdecken. Auch habe ich nirgends einen Fall gefunden, wo ein Pollenschlauch nur halbwegs in die Synergide eingedrungen, und wo also der untere Teil derselben intakt erhalten wäre. Ich schliesse hieraus, dass der Pollenschlauch nicht in die Synergide hineinwächst, sondern dass er, wie GUIGNARD es für *Zea*, *Najas* und einige Dikotyledonen angegeben hat, nur seinen Inhalt in dieselbe ergiesst. Weil nun im Pollenschlauch ein starker Turgordruck herrscht, muss sein Inhalt, sobald er sich geöffnet hat, augenblicklich ausströmen und die Synergide füllen. Dies erklärt, warum man keine halb gefüllte Synergiden antrifft.

Diese Auffassung dürfte auch durch den in Fig. 37 Taf. IV abgebildeten Fall bestätigt werden. Zwei Pollenschläuche sind hier zu einem Embryosack vorgedrungen, und haben ihren Inhalt in je eine Synergide ergossen. Die Spermkerne des einen Schlauches haben schon ihre respektiven Kernfusionen ausgeführt, der andere hat seine beiden Kerne eben entleert. Während sonst in allen befruchteten Embryosäcken die eine Synergide noch ziemlich lange erhalten bleibt, sind in diesem Falle beide Synergiden verschwunden. Beide sind nämlich durch eingedrungenen Pollenschlauchinhalt umgewandelt worden.

Die Anwesenheit von Spermkernen in der Synergide ist sehr schwierig festzustellen. Erstens sind nämlich die Fälle, wo sie dort noch geblieben sind, nur spärlich vorhanden, weil die Entleerung derselben sehr schnell erfolgt, und dann treten sie in diesen Fällen gegen die sie umgebende, dunkel gefärbte Substanz nicht deutlich hervor. In Fig. 35 Taf. IV habe ich einen Embryosack abgebildet, in welchem der eine Spermkern schon herausgeschlüpft ist. Der andere ist im Embryosack nirgends zu finden und muss in der Synergide zurückgeblieben sein. Diese zeigt unten eine runde Beule, die ohne Zweifel diesen Spermkern einschliesst, obgleich seine Konturen nicht wahrnehmbar sind.

Die Synergide ist von keiner Zellwand bekleidet, und eine besondere Öffnung für den Austritt der Spermakerne ist nicht vorhanden. Zusammen mit den Spermakernen tritt aus dem inneren Ende der Synergide ein Teil ihres homogenen Inhalts in einem dicken Strom heraus, der vorgewölbten freien Oberfläche der Eizelle folgend (Fig. 35, 39, 40 Taf. IV). Oft zerfällt diese Substanz dabei in grössere oder kleinere Stücke (Fig. 39, 40), seltener erscheint sie in eine feinkörnige Masse aufgelöst (Fig. 38). Sie dürfte sich aber bald mit dem Plasma des Embryosacks mischen, denn in späteren Stadien findet man sie nicht mehr. Vielleicht sind es solche Reste des ausgeströmten Pollenschlauchinhalts, die GUIGNARD (1900 a) bei Ranunculaceen um die befruchtete Eizelle gesehen hat. Er giebt jedoch an, dass sie Spermakernen ähnlich waren und Chromatinreaktionen gaben, und vermutet, dass sie durch Kondensation und Fragmentation der beiden Synergiden entstanden seien.

Die eben aus der Synergide entleerten Spermakerne sind kleine längliche Körper, die fast homogen und sehr intensiv färbbar sind (Fig. 11 Taf. II, Fig. 35, 36, 39 Taf. IV). Bald werden sie aber eiförmig und dabei feinkörnig und weniger intensiv gefärbt (Fig. 38, 39, 40 Taf. IV). Sie haben jetzt wieder denselben Bau, den sie vor der Befruchtung, im Pollenschlauch zeigten.

Eine solche feinkörnige Struktur wird für die Spermakerne verschiedener anderen Pflanzen angegeben, z. B. bei Scrophulariaceen (SCHMID 1906). Bei Liliaceen dürfte ihre chromatische Substanz als Fäden oder Streifen auftreten (z. B. MOTTIER 1898). Einen fädigen Bau fand ich auch bei den Spermakernen von *Pyrola minor*, sowohl im Pollenschlauch als im Embryosack (Fig. 46, 47 Taf. IV).

In den wenigen Fällen, wo ich eben aus der Synergide ausgeschlüpfte Spermakerne gefunden habe, sind diese nicht nackt, sondern jeder liegt in einer Hülle eingeschlossen, die nichts sein kann als der eigene Plasmakörper der Spermazelle (Fig. 11 Taf. II, Fig. 36, 37, 38, 39 Taf. IV). Dieser Plasmakörper besteht nur aus einer sehr zarten Haut, die sich von den Seiten des länglichen Kerns wie eine Blase abhebt. Wahrscheinlich lag im Pollenschlauch diese dünne Haut dem Kern überall dicht an, und es kann dann nicht wundernehmen, dass dort die Spermakerne dem Anscheine nach nackt sind.

Ich vermute, dass bei diesen Veränderungen der Spermazellen osmotische Vorgänge im Spiele sind. Die Spermazellen dürften, wie der ganze Zellinhalt des Pollenschlauches, von osmotisch wirksamen Stoffen gesättigt sein, und wenn sie in den verdünnteren Zellsaft des

Embryosacks gelangen, müssen sie schnell Wasser aufnehmen. Ihre Plasmahülle wird dadurch blasenförmig aufgetrieben und muss bald platzen, aber auch der Kern vergrössert sich dabei und wird weniger dicht als vorher. In späteren Stadien ist von den Plasmahüllen nichts mehr zu finden.

Bei *Pyrola minor* zeigt der die Synergide ausfüllende Pollenschlauchinhalt oft zwei rundliche Aushöhlungen, welche nichts sein können als Hohlräume, die früher von den Spermazellen eingenommen waren. Zuweilen lag in jedem eine dünne geschrumpfte Haut, offenbar ein Rest vom Plasmakörper der Spermazelle (Fig. 48 Taf. IV). Es werden also hier nur nackte Kerne in den Embryosack entleert.

Wie der eine Spermakern in die Eizelle gelangt, kann ich nicht angeben. Die Eizelle hat keine Zellwand, und wahrscheinlich kann der Spermakern an jedem beliebigen Punkte die Plasmahaut der Eizelle durchbrechen. Der zweite Spermakern bewegt sich, wie schon bei anderen Pflanzen beobachtet worden ist, in dem dicken Plasmastrange, der die Eizelle mit dem Zentralkern verbindet, nach dem letzteren (Fig. 11, 12 Taf. II). Während der Verschmelzung erscheinen die beiden männlichen Kerne als Beulen mit feinkörnigem Inhalte am Eikern und am Zentralkern (Fig. 37, 41 Taf. IV), und nachdem die Fusionskerne sich abgerundet haben, sind noch eine Zeit lang die Chromatinmassen der Spermakerne als dichtere Anhäufungen in jenen Kernen zu sehen (Fig. 42 Taf. IV).

Die Spermakerne enthalten im Pollenschlauch und während der Befruchtung keine Kernkörperchen. Nach stattgefundener Kernverschmelzung sah ich aber zuweilen einen kleinen Nukleolus innerhalb der vom Spermakern stammenden Chromatinmasse auftreten (Fig. 37 Taf. IV in der befruchteten Eizelle).

Beide Synergiden, sowohl die intakte als die bei der Befruchtung wirksame, bleiben nicht nur während der Befruchtung, sondern lange nachher unverändert erhalten (sich Fig. 43 Taf. IV). In der letzteren erblickt man regelmässig zwei Körper, die sehr intensiv gefärbt werden. Bei einigermassen stark entfärbten Schnitten sieht man sie am besten, weil sie die Farbe mit grosser Zähigkeit festhalten. Sie sind rundlich, eiförmig oder ganz unregelmässig gestaltet (Fig. 13 Taf. II, Fig. 35—43 Taf. IV). Wie oben erwähnt wurde, sind solche Körper schon von einigen Verfassern beobachtet worden. Sie sind für desorganisierte Kerne gehalten worden, und dafür spricht auch ihr Verhalten gegen Färbemittel. Ich vermute, dass der eine der Kern der Synergide, der andere der vegetative Pollenschlauchkern ist. Eine

Stütze für diese Meinung, die GUIGNARD (1902 a) schon angedeutet hat, könnte man darin finden, dass bei *Tulipa*, deren beide Synergiden bei der Befruchtung unbeteiligt sind, die in den Embryosack eingedrungene Pollenschlauchspitze nur einen solchen Körper zu enthalten scheint (GUIGNARD 1900 b, Fig. 17 Pl. X; ERNST 1901, Fig. 28 Taf. V). Es ist mir nie gelungen diese Körper in einem besseren Erhaltungszustande zu finden. Sie dürften durch den Anprall des ausströmenden Pollenschlauchinhalts fast augenblicklich getötet und deformiert werden.

### Die Entwicklung des Embryosacks nach der Befruchtung.

Nachdem die Kernverschmelzungen im Embryosack stattgefunden haben, dauert es nicht lange, bis der Zentralkern sich teilt. Der Embryosack, wie die ganze Samenanlage, sind indessen gewachsen, und der Zentralkern, der früher öfters etwa in der Mitte des Embryosacks lag, befindet sich jetzt in seinem basalen Teile. Es hat sich um ihn eine dichte Plasmamasse angehäuft, die sich gegen die Mitte des Embryosackraums kuppelförmig erhebt (Fig. 7 Taf. I, Fig. 14 Taf. II). Der Plasmastrang, der früher die Eizelle mit ihm verband, ist jetzt verschwunden. Die Kernspindel des Zentralkerns liegt immer in der Längsrichtung des Embryosacks (Fig. 14 Taf. II).

Nach der Kernteilung teilt sich der ganze Zellkörper des Embryosacks in eine kleinere basale, etwa trichterförmige und nach oben gewölbte Zelle und eine grössere, den übrigen Embryosackraum in sich fassende Zelle, deren Kern dann nach oben wandert und sich neben der Eizelle lagert (Fig. 8 Taf. I). Jetzt erst findet die Teilung der Eizelle statt (Fig. 43 Taf. IV).

Zwischen den beiden so gebildeten ersten Endospermzellen wird keine Zellulosewand angelegt, aber die Plasmahaut, die sie trennt, bildet während der folgenden Entwicklung eine scharfe Grenze zwischen zwei sehr verschiedenen Abteilungen des Endosperms, die ich als das basale und das zentrale Endosperm bezeichnen werde.

In den beiden primären Endospermzellen treten dann Kernteilungen auf, vorläufig ohne dass Zellteilung erfolgt. In der basalen Zelle entstehen vier in einer transversalen Fläche gelagerte Kerne (Fig. 9 Taf. I). In der zentralen halten die Kernteilungen längere Zeit an, so dass in der völlig ausgewachsenen Samenanlage diese Zelle wohl etwa 30 wandständige Kerne enthält (Fig. 10 Taf. I).

Der Plasmaschlauch der zentralen Endospermzelle wird jetzt dicker und von grossen Vakuolen durchsetzt. Zwischen den Kernen werden nach der letzten Teilung plasmatische Wände angelegt, und die so gebildeten, nach innen offenen Zellen fangen an sich in radialer Richtung zu verlängern, bis sie in der Mitte zusammenstossen. Während dieses Vorgangs treten in den Zellen früher oder später simultane Kernteilungen ein (Fig. 15 Taf. II), worauf Zellteilungen erfolgen. Dann teilen sich die Zellen noch weiter, so dass die definitiven Endospermzellen isodiametrisch werden.

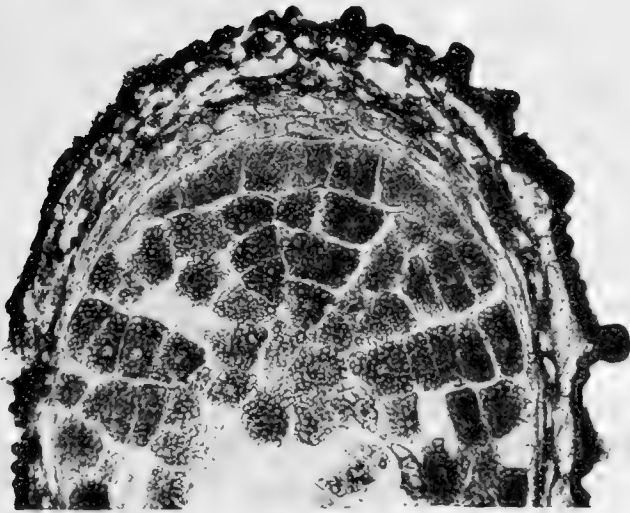
Der eben beschriebene Vorgang der Endospermbildung bei *Saxifraga* ist im Wesentlichen derselbe, als der, durch welchen bei den Gymnospermen die sogen. Alveolen entstehen. Der Unterschied besteht nur darin, dass wegen des grossen Durchmessers des Embryosacks bei den Gymnospermen die radiale Verlängerung der Endospermzellen erheblich grösser ausfällt und die Bildung der erstaunlich langen Alveolen bedingt. Noch in reifen Samen von *S. granulata* ist in vielen Fällen eine strahlige Anordnung der Zellen im Endosperm deutlich zu erkennen (Textfig. 5 A).

Das junge Embryo besteht aus einem kurz kegelförmigen Suspensor und der Embryokugel (Fig. 10 Taf. I, Fig. 15, 17 Taf. II). Spätere Entwicklungsstadien sind in Fig. 21 und 20 Taf. III zu sehen.

Ich kehre jetzt zu dem merkwürdigen Zellkomplex, den ich das basale Endosperm nenne, zurück. Wie schon erwähnt wurde, teilt sich die basale Endospermzelle zuerst zweimal in transversaler Richtung (Fig. 9 Taf. I). Dann wachsen diese vier Zellen erheblich, indem sie, wenigstens oft, transversal verlängert werden, sodass sie parallel neben einander liegen (Fig. 10 Taf. I, Fig. 15, 16 Taf. II). Ihre Kerne werden sehr gross und in der Zellrichtung verlängert, während ihre Zellkörper sehr plasmareich und dicht werden. Diese Zellen ähneln in diesem Entwicklungsstadium, zwar nicht in der Form, aber um so mehr durch ihren Inhalt, den grossen Antipoden, die den Ranunculaceen u. a. Familien eigentümlich sind, und welche Huss (1906) eingehend beschrieben und abgebildet hat. In einem Entwicklungsstadium, wo das zentrale, eigentliche Endosperm nur noch eine grosse mehrkernige Zelle ist (Fig. 10 Taf. I), liegt das basale Endosperm schon da, kräftig ausgebildet und dem Anscheine nach auf dem Höhepunkt seiner Entwicklung. Später teilen sich die vier Zellen, sodass in reifen Samen eine etwa achtzellige Scheibe von konkav-konvexer Linsenform das zentrale Endosperm kappenförmig bedeckt (Fig. 20, 22, 23 Taf. III).



Die Antipoden sind in dem befruchtungsreifen Embryosacke ziemlich klein (Fig. 18 Taf. II, Fig. 36, 41 Taf. IV). Sie verändern sich nicht nach der Befruchtung, und noch in völlig ausgewachsenen Samenanlagen kann man sie ziemlich unverändert finden (Fig. 16 Taf. II).



A

Textfig. 5.



B

A. Längsschnitt durch den basalen Teil eines eben gereiften Samens. Strahlige Anordnung der Zellen des zentralen Endosperms. Vergr. 220.

B. Längsschnitt einer Samenanlage mit dreizelligem Embryo, mit Chrom-Ossium-Essigsäure fixiert, ungefärbt. Äusserste und innerste Zellschicht der Integumente verkorkt und von Osmium geschwärzt. Vergr. 175.

### Stoffwechselforgänge in der Samenanlage.

In dieser Beziehung können meine Untersuchungen nur sehr unvollständig sein, da ich von den meisten Entwicklungsstadien, nur mit Ausnahme des reifen Samens, fixiertes Material untersucht habe, sodass die löslichen Stoffe, z. B. die Zuckerarten, unberücksichtigt bleiben mussten.

Schon in sehr jungen Samenanlagen, deren Embryosack noch einkernig ist, bildet die äusserste Zellschicht eine Kutikula aus, die durch Schwärzung an mit osmiumhaltigen Fixierungsmitteln behandelten Objekten kenntlich ist (Fig. 3 Taf. I). Zur Zeit der Befruchtung haben auch die an den Nucellus grenzenden Innenwände des inneren Integuments eine dünne Kutikula entwickelt. Diese beiden Kutikularhäute zeigen sich gegen starke Chromsäurelösung resistent. In Präparaten, die mit Chrom-Osmium-Essigsäure fixiert sind, treten sie scharf hervor (Textfig. 5 B). Der Nucellus ist somit von den Integumenten durch eine wenig permeable Haut isoliert, und der zur Samenanlage gehende Nahrungsstrom wird in der Chalaza in zwei getrennte Ströme geteilt, einen für die Integumente und einen für den Nucellus.

Sobald die Samenanlage ihre definitive Grösse erreicht hat, treten in der äussersten Integumentschicht warzen- und papillenförmige Wandauswüchse auf. Diese zeigen sich sehr bald verkorkt, und ihre Verkorkung wird bis zur Samenreife allmählich stärker. Die Hypostase bildet im reifen Samen auch eine verkorkte, gegen konzentrierte Schwefelsäure resistente Gewebepartie (Fig. 20 Taf. III, die dunkle Partie in der Chalaza). Der Nahrungsstrom zur Samenanlage ist dadurch abgesperrt worden.

Die jüngsten Samenanlagen enthalten keine Stärke. Die ersten Spuren davon findet man im äusseren Integument, und zwar in dem in Fig. 3 Taf. I abgebildeten frühen Entwicklungsstadium. Zur Zeit der Befruchtung enthält dieses Integument in seinen beiden Zellschichten recht viel Stärke, ausgenommen in der Mikropylarregion (Fig. 18 Taf. II). Später dringt die Stärkebildung auch bis in diese Gegend vor (Fig. 19 Taf. II). Während der Samenreife scheint die Stärkemenge im äusseren Integument merklich abzunehmen, wenigstens in der äusseren Zellschicht, welche die Testa bildet. Wahrscheinlich wird die hier aufgespeicherte Stärke bei der Wandverdickung aufgezehrt.

Der Nucellus spielt während einer gewissen Periode der Samenentwicklung eine Rolle als Speichergewebe. Die ersten Spuren von Stärke sind in ihm zur Zeit der Kernteilungen im Embryosack zu finden. Im Stadium der Befruchtung enthält er schon grosse Stärkekörner, aber nur in seinen inneren Schichten und längs der Seiten des Embryosacks (Fig. 18 Taf. II). Während der Endosperm bildung häufen sich Stärkekörner in allen seinen Zellen, nur am Grunde und in der Spitze sind die Stärkekörner spärlicher (Fig. 10 Taf. I, Fig. 19 Taf. II). Es sind keine geringen Mengen von Stärke, die zu dieser

Zeit im Nucellus aufgespeichert sind. Diese Reservennahrung kommt dann dem heranwachsenden und sich mit Nahrungsstoffen füllenden Endosperm zu Gute, indem der Nucellus allmählich entleert und desorganisiert wird. Im reifen Samen ist der Nucellus fast gänzlich verschwunden (Fig 20 Taf. III).

Es scheint mir vollkommen berechtigt zu sein, dieses während der Endospermbildung fungierende Speichergewebe als transitorisches Perisperm zu bezeichnen. In morphologischer Hinsicht unterscheidet es sich nicht von den echten Perispermen<sup>1</sup>. Der Unterschied ist ein biologischer, indem dasjenige von *Saxifraga* vor der Samenreife, das echte Perisperm dagegen erst bei der Keimung resorbiert wird. Kennte man nur die in Fig. 15, 19 und 17 Taf. II abgebildeten Stadien, so wäre aus diesen nicht zu entscheiden, ob aus dieser Samenanlage ein endosperm- oder ein perispermhaltiger Same hervorgehen sollte.

Ich vermute, dass ein solches transitorisches Perisperm bei vielen Angiospermen vorkommt, obgleich es wohl wenig beachtet worden ist. IKEDA (1902) beobachtete bei *Tricyrtis* das Auftreten einer geringen Stärkemenge im Nucellus, aber nur in einer sehr frühen Periode, denn schon nach der Befruchtung wird das dünne Nucellusgewebe vom Embryosack verdrängt. Dagegen möchte ich hier an das Verhalten des von mir untersuchten *Cynomorium coccineum* erinnern (JUEL 1902). Bei dieser Pflanze nimmt der Nucellus nach der Befruchtung an Umfang gewaltig zu und bildet ein weiches, grosszelliges Speichergewebe, das jedoch nicht Stärke, sondern wahrscheinlich gelöste Kohlehydrat enthält. Es wird auch hier später vom Endosperm völlig verdrängt.

Unter den Angiospermen ist wohl der endospermhaltige Samentypus der phylogenetisch ältere. Er ist wahrscheinlich aus einem gymnospermenähnlichen Samentypus direkt hervorgegangen, während die perispermhaltigen Typen ohne Zweifel später aus ihm hervorgegangen sind. Bei diesem phylogenetischen Entwicklungsprozesse sind vermutlich Typen mit transitorischem Perisperm als Übergangsglieder aufgetreten. Um die natürliche Verwandtschaft der mit Perisperm versehenen Pflanzenfamilien zu eruieren, wird es daher vielleicht nützlich sein, auf solche Typen, die wie *Saxifraga granulata* ein transitorisches Perisperm besitzen, achtzugeben.

<sup>1</sup> VAN TIEGHEM (1901, p. 159) nennt Perisperm alles, was im reifen Samen vom Nucellus übrig geblieben ist, aber er dürfte hierin ziemlich allein stehen.

Der Embryosack ist sowohl in früheren als in späteren Stadien ganz frei von Stärke. In einer völlig ausgewachsenen Samenanlage sind die Zellen des basalen Endosperms, wie schon erwähnt, sehr plasmareich, das zentrale ist dagegen noch relativ inhaltsarm (Fig. 19, 17 Taf. II). In seinen Zellen ist das Plasma zum grössern Teil um den zentralen Kern gehäuft und sendet Stränge zur Wandschicht aus. Es enthält, besonders um den Kern herum, ziemlich zahlreiche kleine, von Jod braun gefärbte Körner (die an dem photographischen Bilde, Fig. 19 Taf. II, als schwarze Punkte erscheinen). Sie bestehen nicht aus Stärke, aber wahrscheinlich aus irgend einem anderen Kohlehydrat.

Der Embryo enthält in diesem Entwicklungsstadium in allen Zellen ein dichtes Plasma, aber sonst keine besondere Inhaltsstoffe.

#### Das basale Endosperm.

Die Endospermbildung bei *Saxifraga granulata* zeigt ein ungewöhnliches Verhalten schon darin, dass sie mit einer Zellteilung anfängt und dann mit freien Kernteilungen fortsetzt, um endlich wieder zu Zellteilung überzugehen. Welcher Typus von Endospermbildung, der mit freier Kernteilung oder der mit Zellteilungen beginnende, unter den Angiospermen der ältere ist, lässt sich nicht leicht entscheiden, da uns die nächsten Vorfahren derselben nicht bekannt sind. Dass der erstere Typus der ältere ist, wird indessen wahrscheinlich, wenn man bedenkt, dass freie Kernteilung nicht nur im Endosperm der Gymnospermen vorherrscht, sondern schon in den Makrosporen einiger Pteridophyten vorkommt. Der andere Typus, mit Zellteilungen im Endosperm, tritt übrigens wohl vorwiegend bei Familien mit kleinen oder schmalen Embryosäcken auf, und liesse sich vielleicht zum Teil aus den geringen Dimensionen des Embryosacks erklären. Denn bei den Gymnospermen, z. B., ist es offenbar die erhebliche Grösse des Embryosacks, die eine Endospermbildung durch freie Kernteilung hervorgerufen hat. In dem Verwandtschaftskreise, zu welchem die Saxifragaceen gehören, ist eine mit Zellteilungen beginnende Endospermbildung nicht beobachtet worden. Die erste Zellteilung im Embryosack von *S. granulata* ist daher ohne Zweifel ein spät erworbenes Merkmal, das aus einem besonderem Grunde hervorgetreten ist. Der Grund kann kein anderer sein, als die Ausbildung des basalen Endosperms.

Es kommt auch bei verschiedenen anderen Angiospermen vor, dass das Endosperm in Abteilungen mit verschiedenem Bau differenziert ist. Die Zellbildung kann, z. B., in gewissen Teilen vom Embryosack ausbleiben, oder Haustorien können aus ihm hervorstechen, beides, z. B., bei vielen Scrophulariaceen (vergl. SCHMID 1906). Zwei Arten von Endosperm, beide von zelligem Bau, hat *Tectona* (KOORDERS 1892), dort ist es aber der mikropylare Teil, der einen abweichenden Bau zeigt. Ein solches basales Endosperm, wie ich es bei *S. granulata* gefunden, scheint dagegen bisher bei keiner anderen Pflanze beobachtet worden zu sein.

Es wurde oben hervorgehoben, dass die Zellen des basalen Endosperms in Bezug auf ihren Inhalt eine gewisse Ähnlichkeit haben mit den grossen Antipoden, die einigen Familien, z. B., den Ranunculaceen, eigentümlich sind. Bei *S. granulata* sind die Antipoden von Anfang an sehr klein, und sie erleiden während der ganzen Entwicklung der Samenanlage gar keine Veränderung. Es liegt daher sehr nahe zu vermuten, dass hier die Antipoden ihre Function, wenn ihnen früher eine zugekommen ist, auf die basalen Zellen des Endosperms übertragen haben.

Über die Rolle der Antipoden haben mehrere Verfasser verschiedene Ansichten geäussert. Ich verweise in dieser Beziehung auf die Arbeit von LÖTSCHER (1905), wo dieses Thema ausführlich behandelt wird. LÖTSCHER unterscheidet drei morphologisch verschiedene Antipoden-Typen, deren jede eine besondere physiologische Function ausüben soll. Sein zweiter Typus, »die Antipoden als rundlicher Zellkomplex«, zu welchem die grossen Antipoden der Ranunculaceen gehören, sollen nach ihm das ihnen aus der Chalaza zugeleitete Nährmaterial verarbeiten und es in eine besondere, für die Embryo- und Endosperm-entwicklung unmittelbar brauchbare Form, wahrscheinlich eiweissartige Stoffe, verwandeln, um es so verändert in das Innere des Embryosackes abzugeben.

Huss (1906) nimmt dagegen in dieser Frage einen gänzlich negativen Standpunkt ein. Nach seiner Ansicht sind zwingende Gründe für die Annahme einer ernährungsphysiologischen Function der Antipoden noch nicht erbracht worden. Hierin muss ich ihm allerdings beipflichten, denn experimentelle Untersuchungen, wodurch solche zwingende Gründe wohl allein zu gewinnen wären, sind nicht ausgeführt worden, und es ist schwierig einzusehen, wie sie anzustellen wären. Es wird wohl noch lange dauern, ehe man in dieser Frage über das

Stadium der Hypothesen hinauskommt. Huss ist der Ansicht, dass jene grossen Antipoden keine Funktion haben, sondern nur Hypertrophien sind<sup>1</sup>. Sie können aber, auch wenn man sie als Hypertrophien auffasst, eine Funktion haben. Sie werden hypertrophiert, weil sie die ihnen durch die Chalaza zugeleiteten Nahrungsstoffe reichlich aufnehmen, zu Eiweisstoffen umwandeln und sie in dieser Form aufspeichern. Dies tun sie während der Jugendperiode des Embryosacks, vor der Endosperm bildung. Wenn aber das Endosperm sich zu entwickeln angefangen hat, werden sie desorganisiert, indem ihre Nahrungsstoffe vom Endosperm aufgenommen werden. Diese Tatsachen scheinen mir auch so ausgedrückt werden zu können, dass jene Antipoden während einer allerdings kurzen Periode im Embryosack als ein Speicherorgan fungieren, dessen Inhalt schon während der Endosperm bildung verbraucht wird.

Bei *Saxifraga granulata* treten die Antipoden sehr zurück, aber ungefähr an derselben Stelle entwickelt sich ein anderer, stark hervortretender Zellkomplex, das basale Endosperm. Zu einer Zeit, wo das zentrale Endosperm noch in Entwicklung begriffen und ziemlich inhaltsarm ist, zeichnen sich die Zellen des basalen Endosperms durch ihren Reichtum an dichtem plasmatischen Inhalt aus. Die dem Embryosack zugeleiteten Nahrungsstoffe werden also hier aufgespeichert und zwar in einem Entwicklungsstadium, wo das zentrale, eigentliche Endosperm wegen der in ihm stattfindenden Zellteilungen für die Ablagerung von Reservestoffen wahrscheinlich wenig geeignet ist. Indessen unterscheiden sie sich von den Antipoden der Ranunculaceen dadurch, dass sie später nicht resorbiert werden, sondern sich allmählich mit ähnlichen Reservestoffen, wie das zentrale Endosperm anfüllen, sodass sie im reifen Samen von diesem nur wenig verschieden sind.

### Der reife Same.

Um Mikrotomschnitte von reifen Samen zu bekommen, fixierte ich einige eben geöffnete Kapseln in Zink-Essig-Alkohol, bettete sie ein

<sup>1</sup> Solche hypertrophierte Zellen können auch im mikropylaren Ende des Embryosacks auftreten. Huss beschreibt diejenigen bei *Hypocoum*, welche er für die Synergiden hält. HEGELMAIER (1878, p. 44) hatte diese »Eiträgerzellen« als zwei die Eizelle schon vor der Befruchtung tragende Zellen aufgefasst. GUIGNARD (1903) hat aber ihre Entwicklungsgeschichte verfolgt und erwiesen, dass sie erst nach der Befruchtung gebildet werden und dem Embryoträger angehören.

und verfertigte davon Querschnitte. Ich bekam in der Tat von diesen Samen viele recht brauchbare Schnitte (Fig. 20 Taf. III, Textfig. 5 A, 6). Um aber die Inhaltskörper des reifen Samens studieren zu können, war es notwendig auch Schnitte von frischen Samen zu machen. Dazu benutzte ich aus den Kapseln entleerte Samen, die längere Zeit trocken aufbewahrt waren. Diese wurden direkt in Paraffin eingeschmolzen und dann in dicke Schnitte zerlegt. Solche Schnitte werden natürlich schlecht, weil die inneren Gewebe ganz weich, die



Textfig. 6.

Längsschnitt durch den basalen Teil eines reifen Samens. Die Dunkle Partie links oben ist die Hypostase; unter ihr ein Rest vom Nucellus; die sichelförmige Zellschicht ist das basale Endosperm, darunter das zentrale, mit Proteinkörnern. Zu unterst die Spitze des einen Kotyledons, um dieselbe zusammengelassene Proteinklumpen. Vergr. 250.

Schale aber recht hart ist, für mikrochemische Untersuchungen sind sie jedoch vollkommen anwendbar.

Die Samen in der Kapsel enthielten Embryonen von verschiedener Grösse. Fig. 21 Taf. III zeigt einen ziemlich kleinen Embryo, an welchem die Kotyledonarhöcker nur eben angedeutet sind. Die meisten Embryonen waren von der Grösse, die Fig. 20 angiebt. In den trocknen Samen sind sie kaum grösser geworden.

Im reifen Samen ist vom Nucellus nichts mehr zu finden als die verkorkte Hypostase und eine an sie grenzende, noch etwas stärkehaltige Gewebepartie (Textfig. 6). Der Unterschied zwischen den beiden Endospermgeweben ist weit weniger auffällig, als in früheren Stadien, denn beide sind jetzt mit Reservestoffen vollgepfropft. Jedoch besteht zwischen ihnen ein gewisser Unterschied, denn während das basale Endosperm einen feinkörnigen Inhalt führt, besteht derjenige des zentralen aus grossen Körnern.

In Schnitten von eingebetteten Samen ist natürlich alles Fett durch die Behandlung mit Toluol, Alkohol etc. gänzlich entfernt. Schnitte durch frische Samen aber enthalten in allen Zellen des Endosperms viel fettes Öl, das von Alkannatinktur lebhaft gefärbt wird und bald zu grösseren roten Tropfen aus den Zellen herausfliesst.

Wenn Schnitte von sowohl frischen als fixierten Samen mit Miltons Reagenz erwärmt werden, nimmt das ganze Endosperm eine rötliche Farbe an, und ich konnte mich leicht davon überzeugen, dass die Körner in den Zellen des zentralen Endosperms diese Farbe zeigen, und dass sie also wirklich aus einem Proteinstoffe bestehen.

Die innersten Zellschichten des zentralen Endosperms werden, wenn der Embryo sich vergrössert, allmählich aufgelöst. Ihre Proteinkörner fliessen dabei, bevor sie gelöst werden, zu grösseren, mit Vakuolen versehenen Klumpen zusammen (Textfig. 6). In den Präparaten, in denen ich sie untersuchte, sind diese Klumpen natürlich feste Körper, weil mit Fixiermitteln behandelt, aber im frischen Samen dürften sie in einem mehr oder weniger flüssigen Zustande gewesen sein. Übrigens gilt dies vielleicht auch von den intakten Körnern. Auch diese dürften aus einer weichen oder möglicherweise halbflüssigen Substanz bestehen. Jedenfalls sind sie sehr leicht in Lösung zu bringen, wie aus dem folgenden hervorgehen wird.

Ich prüfte das Verhalten dieser Körner gegen verschiedene Reagentien, und will die Resultate davon mitteilen, obgleich über ihre chemische Natur keine Schlüsse vorläufig daraus gezogen werden können.

Von kochendem destillierten Wasser werden die Körner nicht gelöst, aber sie fliessen bei dieser Behandlung zu einer schleimigen Masse zusammen. Auch an fixiertem Materiale gelingt es mitunter das Zusammenfliessen der Körner durch Kochen zu bewirken.

In verdünntem Ammoniak lösen sich die fixierten Körner augenblicklich. Ebenso in verdünnter Salz- oder Essigsäure, wenn auch



nicht so vollständig. Von Jodkalium-Lösung werden sie leicht, von Chlornatrium-Lösung etwas weniger leicht gelöst. In Schnitten von frischen Samen werden die Körner von allen diesen Mitteln äusserst leicht gelöst.

Jod-Jodkalium oder Chlorzinkjod färbt die Körner braungelb, aber durch Auswaschen oder bei Aufbewahrung in Glycerin wird die Farbe bald blass.

Die grösseren Klumpen in den inneren Schichten verhalten sich gegen alle versuchten Reagentien ganz wie die intakten Körner.

Es ist interessant unter dem Mikroskope zu beobachten, wie schnell die Körner gelöst werden können. Wenn man den in Wasser liegenden Schnitten eines der oben angeführten Lösungsmittel vorsichtig an der einen Seite des Deckglases zufließen lässt, so kann man beobachten, wie das Aussehen des Schnittes sich augenblicklich verändert. Denn in demselben Momente, als das Lösungsmittel die Körner erreicht, sind sie verschwunden, und an ihrer statt erblickt man runde Hohlräume. Das Zytoplasma, in welchem sie eingebettet lagen, und das vorher gar nicht zu sehen war, kommt jetzt zum Vorschein. Es hat eine recht zierliche, schaumartige Struktur. Fig. 22 Taf. III zeigt ein solches Präparat vor dieser Behandlung und ungefärbt, Fig. 23 dasselbe Präparat nach der Lösung der Proteinkörner und nach Färbung mit Eisen-Hämatoxylin, in Balsam montiert.

Schnitte, die nach der Lösung der Proteinkörner mit Jodlösungen behandelt werden, zeigen zuweilen in einigen Zellen kleine Körner, die eine dauerhafte braune Färbung angenommen haben. Ich vermute, dass es dieselben, wahrscheinlich kohlehydratartigen, Körper sind, die in einem früheren Entwicklungsstadium in den Endospermzellen beobachtet wurden.

Der Embryo scheint Öl und sehr kleine, fein verteilte Proteinkörner in allen seinen Zellen zu enthalten. In seinen parenchymatischen Geweben finden sich auch recht zahlreiche kleine Stärkekörner, die durch Jod schwarz gefärbt werden. Sie treten am deutlichsten hervor, wenn man vorher die Proteinkörner gelöst hat (Fig. 21 Taf. III). Da Stärke im Embryosack nicht nachgewiesen werden konnte, so scheint es also, als ob die Fähigkeit Stärke zu bilden hier nur den Geweben der Sporophytengeneration zukomme.

### Die Ablösung des Samens.

Das Aussehen der Plazenta zur Zeit der Befruchtung habe ich oben beschrieben und abgebildet (Textfig. 4). Ihre Oberfläche war damals im Ganzen eben, nur mit niedrigen Erhebungen zwischen den Insertionspunkten der Samenanlagen. Lange Zeit bleibt sie dann ganz unverändert. In reifen Kapseln aber ist ihre Oberfläche ganz höckerig geworden. Diese Veränderung rührt indessen nicht von der Plazenta selbst, sondern von den Samensträngen her.

An der Samenanlage hat der Funiculus einen sehr zarten Bau. In seiner Mitte liegt ein sehr kleines Gefässbündel, das nur aus einem prokambiumartigen Zellstrang und einem engen Spiralgefässe besteht. Das letztere ist nur eine kurze Strecke in die Raphe hinauf zu verfolgen. Das übrige Gewebe des Funiculus besteht ganz aus kleinen Zellen von jugendlichem, meristematischem Aussehen. Nach der Befruchtung, während der früheren Periode der Endosperm bildung, verändert er sich nicht merklich (Fig. 9 Taf. I, Textfig. 5 B). Sobald aber die Samenanlage ihre definitive Grösse erreicht und die Samenschale sich zu differenzieren angefangen hat, beginnt ein Wachstum in der unteren Hälfte des Funiculus. Die Zellen vergrössern sich hier, sodass ein grosszelliger, warzenförmiger Gewebekörper entsteht, aus dessen Mitte der unveränderte obere, kurze Teil des Funiculus ausgeht (Fig. 26 Taf. III). Bei der Samenreife sind die äussersten Zellen noch erheblich gewachsen, sodass der Same jetzt in einer Einkerbung an der Warze inseriert ist (Fig. 27 Taf. III). Der Rest des Funiculus zeigt jetzt Zeichen des Absterbens und Einschrumpfens und reisst offenbar leicht von der Warze ab.

Dieses spät eintretende Wachstum des Funiculus und das Entstehen eines neuen Organs zu einem Zeitpunkte, wo sonst im ganzen Fruchtknoten alle Lebenstätigkeit zu erlöschen anfängt, ist recht auffallend. Diesem Organ, der Funikularwarze, muss eine besondere, eben jetzt bei der Samenreife zu erfüllende Funktion zukommen, und das kann keine andere sein, als das Abtrennen des Samens von der Plazenta. Die grossen Zellen der Warze sind wahrscheinlich stark turgescient. Sie üben daher auf die Hilumregion des Samens einen Druck aus, und der zart gebaute und absterbende Funiculus muss dabei abreissen.

Über das Vorkommen von Organen dieser Art bei anderen Phanerogamen weiss ich sehr wenig zu sagen, wenn ich auch annehmen

möchte, dass sie nichts seltenes sind. SCHWEIGER (1905) ist indessen der Ansicht, dass die Caruncula der Euphorbiaceen-Samen eben diese Funktion ausübt. Morphologisch ist die Caruncula von der Funicularwarze bei *Saxifraga* sehr verschieden, da sie vom äusseren Integument gebildet wird. Biologisch gehören beide aber in dieselbe Kategorie, obgleich sie sich darin unterscheiden, dass die Warze an der Plazenta, die Caruncula am Samen festsitzen bleibt.

Nach SCHWEIGER hat die Euphorbiaceen-Caruncula ausserdem zwei andere Aufgaben: sie soll am Abschleudern des Samens mitwirken und als Anlockungsmittel für Ameisen dienen. SERNANDER (1906) hat eine grosse Arbeit über solche Anlockungsmittel, die er Elaiosome nennt, geschrieben. Er hebt hervor (p. 387), dass »ausserordentlich oft das Elaiosom um den Teil der Verbreitungseinheit ausgebildet ist mittels dessen es der Mutterpflanze angeheftet ist.« Er äussert weiter: »wegen dieser Topographie tragen die Elaiosome oft zur Ablösung der Verbreitungseinheiten bei, bald direkt als Trennungsgewebe, bald mehr indirekt durch den Druck, den ihre turgeszenten Zellen rings um den Insertionspunkt oder streckenweise auf seinen nächsten Umkreis ausüben.«

Nach dieser Angabe SERNANDER'S, die allerdings etwas allgemein gehalten ist, sind also an den Samen festsitzende Organe, welche das Abtrennen der Samen als Nebenfunktion vollziehen, gar nichts seltenes. Die an der Plazenta festsitzende Warze bei *Saxifraga granulata* hat dagegen sicher dies zu ihrer einzigen Aufgabe.

Um die Aufmerksamkeit auf solche ablösende Organe zu lenken ist es von nöten, sie mit einem Namen zu versehen. Weil nicht die morphologische Natur, sondern nur die biologische Funktion durch den Namen ausgedrückt werden soll, so scheint es mir erlaubt, ihn aus einer weit entfernten Pflanzengruppe mit ganz anderen morphologischen Verhältnissen zu holen. WORONIN (1888) hat bei auf *Vaccinium*-Arten wachsenden Arten von *Sclerotinia* eigentümliche Gebilde entdeckt, die er »Disjunktoren« nennt. Es sind dies in der Zellwand zwischen zwei Konidien differenzierte spindelförmige Körperchen, welche die Konidien von einander lossprengen<sup>1</sup>. Ich stehe nicht an, diesen Begriff in allgemein biologischem Sinne zu erweitern. Die von WORONIN beschriebenen Organe sind Sporen-Disjunktoren, diejenigen die ich bei *Saxi-*

<sup>1</sup> Auch von ZOFF in SCHENK'S Handbuch der Botanik IV, Bresl. 1890, p. 350, abgebildet.

*fraga* gefunden habe, nenne ich Samen-Disjunktoren. Vielleicht existieren Disjunktoren auch bei anderen abfallenden, sowohl vegetativen als fruktifikativen, Organen.

### Zusammenfassung der Resultate.

Der Kern der Embryosackmutterzelle enthält in der Synapsisphase einen einfachen, homogenen Chromatinfaden, und ebenso in der darauf folgenden Dolichonemaphase. Am Ende der letzteren legen sich die Fadenzüge doppelt, wobei sie stellenweise umgebogen werden. In der Strepsinemaphase winden sie sich um einander und der Doppelfaden zerfällt in Doppelchromosomen, die in der Diakinese kurz und dick sind. Die reduzierte Chromosomenzahl ist ungefähr 30.

Die Narbe und der obere Teil des Griffels enthalten ein endotrophes, sein unterer Teil und der Fruchtknoten ein ektotrophes leitendes Gewebe, d. h.: die Pollenschläuche wachsen innerhalb des ersteren und an der Oberfläche des letzteren. Dieses ist über die ganze Fläche der Plazenta ausgebreitet, oberhalb derselben aber tritt es nur als ein schmaler Streifen neben jedem Karpellrande auf. Das ektotrophe leitende Gewebe zeigt im oberen Teil des Fruchtknotens warzenförmige innere Verdickungen der äusseren Zellwände. Die Oberfläche der Plazenta ist zwischen den Insertionsstellen der Samenanlagen etwas gewölbt, sodass sie die Mikropyle berührt.

Im Pollenschlauch konnte keine die Spermakerne umgebende eigene Plasmahülle wahrgenommen werden. Im Embryosack sind dagegen die eben frei gewordenen Spermakerne von dünnen, blasenförmigen Plasmahäuten eingehüllt, die sehr bald verschwinden.

Der Pollenschlauch ergiesst seinen Inhalt in die eine Synergide, ohne in sie hineinzuwachsen. Ihr Inhalt wird dabei zerstört, aber zwei dunkle Körper, wahrscheinlich ihr eigener Kern und der des Pollenschlauchs, bleiben in ihr zurück.

Nach der Teilung des Zentralkerns wird der Embryosack in eine kleinere, an die Antipoden grenzende, und eine den übrigen Raum in sich fassende Zelle zerlegt. Zwei verschiedene Endospermgewebe gehen aus ihnen hervor, das basale, dessen Zellen bald sehr reich an plasmatischen Stoffen werden, und das zentrale, das sich langsamer entwickelt. Da die Antipoden ganz klein sind, so wird vermutet, dass

das basale Endosperm an ihrer statt als Speicherorgan fungiert, bevor das zentrale Endosperm entwickelt ist.

Das Nucellusgewebe ist während der Endospermentwicklung reich an Stärke und stellt ein transitorisches Perisperm dar, das im reifen Samen gänzlich verschwunden ist.

Die Reservestoffe im Samen sind fettes Öl und Proteinstoffe, die im basalen Endosperm und im Embryo fein verteilt, im zentralen Endosperm als grössere Körner auftreten. Im Embryo ist auch Stärke vorhanden.

Während der Samenreife wachsen die basalen Teile der Samenstränge zu grosszelligen Warzen aus, die als Samen-Disjunktoren fungieren.

Upsala im April 1907.

---

## LITTERATURVERZEICHNIS.

- BEHRENS 1875. Untersuchungen über den anatomischen Bau des Griffels und der Narbe einiger Pflanzenarten. Diss. Göttingen.
- BENSON, SANDAY und BERRIDGE 1906. Contribution to the embryology of the Amentiferae. II. *Carpinus Betulus*. Trans. Linn. Soc. Lond., 7:3.
- BILLINGS 1904. A study of *Tillandsia usneoides*. Bot. Gaz., 38.
- CANNON 1900. A morphological study of the flower and embryo of the wild oat, *Avena fatua* L. Proc. Calif. Ac. of sc. (3) Bot., 1.
- CAPUS 1878. Anatomie du tissu conducteur. Ann. sc. nat. (6) Bot., 7.
- COULTER und CHAMBERLAIN 1903. Morphology of Angiosperms. New York.
- DIXON 1896. On the chromosomes of *Lilium longiflorum*. Proc. R. Irish Ac. (3) 3.  
— 1900. On the first mitosis in the spore-mother-cells of *Lilium*. Proc. R. Irish Ac. (3) 6.
- ERNST 1901. Beiträge zur Kenntnis des Embryosackes und des Embryo (Polyembryonie) von *Tulipa Gesneriana*. Flora, 87.  
— 1902. Chromosomenreduktion, Entwicklung des Embryosackes und Befruchtung bei *Paris quadrifolia* und *Trillium grandiflorum*. Flora, 91.
- FARMER und MOORE 1905. On the meiotic phase (reduction divisions) in animals and plants. Quart. Journ. of micr. sc., 48:4.
- FISCHER 1880. Zur Kenntniss der Embryosackentwicklung einiger Angiospermen. Jen. Zeitschr. für Naturw., N. F., 7.
- FRYE 1902. A morphological study of certain *Asclepiadaceae*. Bot. Gaz., 34.  
— 1903. The embryosac of *Casuarina stricta*. Bot. Gaz., 36.
- GAGER 1902. The development of the pollinium and sperm cells in *Asclepias Cornuti*. Ann. of Bot., 16.
- GUIGNARD 1899 a. Sur les anthérozoïdes et la double copulation chez les végétaux angiospermes. Rev. gén. de Bot., 11.  
— 1899 b. Les découvertes récentes sur la fécondation chez les végétaux angiospermes. 50:aire de la soc. de biol. Paris.  
— 1900 a. Nouvelles recherches sur la double fécondation chez les végétaux angiospermes. C. R. ac. des sc. Paris, 131.  
— 1900 b. L'appareil sexuel et la double fécondation dans les Tulipes. Ann. sc. nat. (8) Bot., 11.  
— 1901 a. La double fécondation dans le Maïs. Journ. de Bot., 15.

- GUIGNARD 1901 b. La double fécondation dans le *Naias minor*. Journ. de Bot., 15.  
 1901 c. La double fécondation chez les Renonculacées. Journ. de Bot., 15.  
 ——— 1902 a. La double fécondation chez les Solanées. Journ. de Bot., 16.  
 ——— 1902 b. La double fécondation chez les Crucifères. Journ. de Bot., 16.  
 ——— 1903. La formation et le développement de l'embryon chez l'*Hypocoum*. Journ. de Bot., 17.
- HEGELMAIER 1878. Vergleichende Untersuchungen über Entwicklung dikotyle Keime mit Berücksichtigung der pseudo-monokotyledonen. Stuttgart.
- HUSS 1906. Beiträge zur Morphologie und Physiologie der Antipoden. (Diss. Zürich) Beih. zum Bot. Centralbl., 20.
- IKEDA 1902. Studies in the physiological functions of antipodials and related phenomena of fertilization in *Liliaceae*. Bull. Coll. Agric. Tokyo Imp. Univ., 5.
- JUEL 1887. Beiträge zur Anatomie der Marograviaceen. Bihang till K. Sv. Vet.-Akad. Handl. Bd. 12. Afd. III.  
 ——— 1902. Zur Entwicklungsgeschichte des Samens von *Cynomorium*. Beih. zum Bot. Centralbl., 13.  
 ——— 1905. Die Tetradenteilungen bei *Taraxacum* und anderen Cichorieen. K. Sv. Vet.-Akad. Handl., 39.
- JÖNSSON 1879—80. Om embryosäckens utveckling hos angiospermerna. Lunds Univ. Årsskrift, 16.
- KOORDERS 1892. Die Kiemontwickeling van *Tectona grandis*. Natuurk. Tijdschr. voor Nederl. Ind., 51<sup>7</sup>(8:12).
- KÖRNICKE 1906. Zentrosomen bei Angiospermen. Zugleich ein Beitrag zur Kenntnis der generativen Elemente im Pollenschlauch. Flora, 96.
- LAND 1900. Double fertilization in *Compositae*. Bot. Gaz., 30.
- LAURENT 1904. Recherches sur le développement des Joncées. Ann. sc. nat. (8) Bot., 19.
- LÖTSCHER 1905. Über den Bau und die Funktion der Antipoden in der Angiospermen-Samenanlage. Flora, 94.
- MERREL 1900. A contribution to the life history of *Silphium*. Bot. Gaz., 29.
- MOTTIER 1898. Über das Verhalten der Kerne bei der Entwicklung des Embryosackes und die Vorgänge der Befruchtung. Pringsh. Jahrb., 31.
- MURBECK 1902. Über die Embryologie von *Ruppia rostellata* Koch. K. Sv. Vet.-Akad. Handl., 36.
- NAWASCHIN 1900. Über die Befruchtungsvorgänge bei einigen Dikotyledonen. Ber. deutsch. Bot. Ges., 18.
- PÉCHOUTRE 1902. Contributions à l'étude du développement de l'ovule et de la graine des Rosacées. Ann. sc. nat. (8) Bot., 16.
- REED 1903. On the development of the macrosporangium of *Yucca filamentosa*. Bot. Gaz., 35.
- ROSEN 1896. Kerne und Kernkörperchen in meristematischen und sporogenen Geweben. COHN's Beitr. zur Biol. der Pfl., 7.
- SARGANT 1900. Recent work on the results of fertilization in Angiosperms. Ann. of Bot., 14.
- SCHAFFNER 1907. Synopsis and Synzesis. The Ohio Nat., 7.
- SCHMID 1906. Beiträge zur Entwicklungsgeschichte der *Scrophulariaceae*. (Diss. Zürich) Beih. zum Bot. Centralbl., 20.
- SHOEMAKER 1905. On the development of *Hamamelis virginiana*. Bot. Gaz., 39.

- SCHWEIGER 1905. Beiträge zur Kenntnis der Samenentwicklung der Euphorbiaceen. *Flora*, 94.
- SERNANDER 1906. Entwurf einer Monographie der europäischen Myrmekochoren. *K. Sv. Vet.-Akad. Handl.*, 41.
- SHATTUCK 1905. A morphological study of *Ulmus americana*. *Bot. Gaz.*, 40.
- SHIBATA 1902. Die Doppelbefruchtung bei *Monotropa uniflora*. *Flora*, 90.
- SHREVE 1906. The development and anatomy of *Sarracenia purpurea*. *Bot. Gaz.*, 42.
- STRASBURGER 1877. Über Befruchtung und Zelltheilung. *Jen. Zeitschr.*, 11. (N. F., 4).
1884. Neue Untersuchungen über den Befruchtungsvorgang bei den Phanerogamen. *Jena*.
- 1900. Einige Bemerkungen zur Frage nach der »doppelten Befruchtung« bei den Angiospermen. *Bot. Zeit.*, 1900 II, p. 298.
- 1902 a. Die Apogamie der Eualchemillen etc. *Pringsh. Jahrb.* 37.
- 1902 b. Ein Beitrag zur Kenntnis von *Ceratophyllum submersum* etc. *Pringsh. Jahrb.* 37.
- ALLEN, MIYAKE und OVERTON 1905. Histologische Beiträge zur Vererbungsfrage. *Pringsh. Jahrb.*, 42.
- THOMAS 1900. Double fertilization in a Dicotyledon, *Caltha palustris*. *Ann. of Bot.*, 14.
- TISCHLER 1903. Über Embryosack-Obliteration bei Bastardpflanzen. *Beih. zum Bot. Centralbl.*, 15.
- VAN TIEGHEM 1901. L'hypostase, sa structure et son rôle constants etc. *Bull. Mus. d'hist. nat.*, 7.
- 1902. L'hypostase dans le fruit et dans la graine. *Bull. Mus. d'hist. nat.* 8.
- VESQUE 1878. Développement du sac embryonnaire des phanérogames angiospermes. *Ann. sc. nat.*, (6) *Bot.*, 6.
- 1879. Nouvelles recherches sur le développement du sac embryonnaire des phanérogames angiospermes. *Ann. sc. nat.*, (6) *Bot.*, 8.
- WARMING 1878. De l'ovule. *Ann. sc. nat.*, (6) *Bot.*, 5.
- WEBB 1902. A morphological study of the flower and embryo of *Spiræa*. *Bot. Gaz.*, 33.
- WORONIN 1888. Über die Sclerotinienkrankheit der *Vaccinium*-Beeren, etc. *Mém. ac. imp. des. sc. St Petersburg.* (7) 36.
- WYLIE 1904. The morphology of *Elodea canadensis*. *Bot. Gaz.*, 37.
-



## ERKLÄRUNG DER TAFELN.

Taf. I, II und III enthalten Reproduktionen von Mikrophotographien. Die bei der Herstellung der Mikrophotographien benutzten Objektive und Okulare werden durch folgende Verkürzungen bezeichnet: Pr = ZEISS' Projektionsokular, L = LEITZ' achromatisches Objektiv. Z = ZEISS' apochromatische Oelimmersion, Seib. = SEIBERT's mikrophotographisches Objektiv (ohne Okular zu benutzen).

### Tafel I.

Längsschnitte von Samenanlagen, die Entwicklung und das Wachstum derselben darstellend. Vergrößerung überall 200 (bei 300 facher Vergrößerung aufgenommen und bei der Reproduktion um  $\frac{1}{3}$  verkleinert). Eine Fortsetzung dieser Serie bilden (bei etwas schwächerer Vergr.) Fig. 15, 17 und 20 auf den folgenden Tafeln. Die Buchstaben bedeuten: *f* Funiculus, *n* Nucellus, *ai* äusseres, *ii* inneres Integument, *es* Embryosack, *a* Antipoden, *ei* Eizelle, *pk* Polkerne, *c* Zentralkern, *s* Synergide, *sp* Synergide vom Pollenschlauchinhalte erfüllt, *ce* zentrales, *be* basales Endosperm, *em* Embryo, *h* Hypostase.

- Fig. 1. Kern der EMzelle im Dolichonema-Stadium. Integumente eben angelegt. Pr 2, L  $\frac{1}{10}$ .
- » 2. Nach der heterotypischen Teilung. Pr 2, L  $\frac{1}{10}$ .
  - » 3. Der Embryosack, noch einkernig, hat seine Schwesterzellen verdrängt. Die Integumente, besonders das äussere, stark gewachsen. Pr 2, L 7.
  - » 4. Zweite Kernteilung im Embryosack. Bildung der Mikropyle. Pr 2, L 6.
  - » 5. Eiapparat und Antipoden werden angelegt. Polkerne in Kontakt mit einander. Pr 2, L 6.
  - » 6. Befruchtung hat eben stattgefunden. Pr 2, L 6.
  - » 7. Zentralkern in einer kuppelförmigen Plasmaanhäufung eingeschlossen, in Teilung. Eizelle ungeteilt. Pr 2, L 6.
  - » 8. Nach der Teilung des Zentralkerns hat der Embryosack eine basale Zelle abgetrennt (*be*), die Mutterzelle des basalen Endospermgewebes; der übrige Embryosackraum (*ce*) bildet die Mutterzelle des zentralen Endospermgewebes. Eizelle noch ungeteilt. Pr 2, L 6.
  - » 9. Basales Endosperm mit vier, zentrales mit acht Kernen. Embryo dreizellig. Pr 2, L 6.
  - » 10. Wachstum der Samenanlage abgeschlossen, Samenschale ausgebildet. Das basale Endosperm besteht aus vier grossen Zellen, das zentrale enthält zahlreiche wandständige Kerne. Embryo in Suspensor und Embryokugel differenziert. Pr 2, L 6.

### Tafel II.

Fig. 11—14 zeigen Vorgänge im Embryosack gleich vor und nach der Befruchtung. Mikropyle in diesen Bildern nach oben gerichtet. Pr 2, Z 2 Mm. Vergr. 600.

- Fig. 11. Oben der Eiapparat (undeutlich) und rechts neben ihm der eine Spermakern in seiner Zytoplasmablase eingeschlossen. In dem den Eiapparat und den Zentralkern verbindenden Plasmastrange tritt der zweite Spermakern undeutlich hervor. Vergl. Fig. 38 Taf. IV.
12. Oben etwas links die von dem diffus gefärbten Pollenschlauchinhalte erfüllte Synergide. Unter ihr der eine Spermakern. Der andere liegt in dem vom Eiapparat zum Zentralkern gehenden Plasmastrange.

- Fig. 13. Oberer Teil des Embryosacks. In der Mitte die vom Pollenschlauchinhalte erfüllte Synergide mit zwei desorganisierten Kernen. Unter ihr der eine Spermakern.
- » 14. Basaler Teil des Embryosacks nach der Befruchtung. Oben eine kuppelförmige Plasmamasse in welcher der Zentralkern sich teilt. Unten eine Antipode.
- 15—17. Längsschnitte von älteren Samenanlagen. Seib. V. Vergr. 160.
- » 15. Etwas späteres Stadium als Fig. 10. Im zentralen Endosperm haben die wandständigen Kerne sich tangential geteilt. Oberhalb desselben das vierzellige basale Endosperm.
- » 16. Dasselbe Stadium wie vorige Figur. Zwischen dem basalen Endosperm und der dunkel gefärbten, verkorkten Hypostase ist eine Antipode zu sehen.
- » 17. Etwas älteres Stadium. Das zentrale Endosperm von Zellgewebe gefüllt. Nucellus am Höhepunkt seiner Entwicklung (Safranin-Gentiana-Orange).
- 18 und 19. Mikrophotographien von Längsschnitten durch Samenanlagen, mit Jod behandelt.
- » 18. Samenanlage zur Zeit der Befruchtung. Nucellus in seinen inneren Schichten stärkeführend. Viel Stärke im äusseren Integument. Pr 2, L 6. Vergr. 300.
19. Ältere Samenanlage, ungef. gleichalterig mit Fig. 17. Nucellus stärkeereich, ein transitorisches Perisperm bildend. Äusseres Integument noch etwas stärkehaltig. Im zentralen Endosperm zahlreiche kleine, von Jod gebräunte Körner, aber keine Stärke. Seib. V. Vergr. 160.

### Tafel III.

- » 20. Längsschnitt von einem reifen Samen. Seib. V, Vergr. 160.
- » 21. Längsschnitt eines Embryos, nach Weglösung der Proteinkörper mit Jod behandelt. Viel Stärke in den äusseren Zellschichten. Pr 2, L 6. Vergr. 160.
22. Aus einem Längsschnitte eines reifen Samens. Ungefärbtes Präparat in Glycerin. Die obere sichelförmige Zellreihe ist das basale Endosperm mit feinkörnigem Inhalte. Darunter das zentrale Endosperm mit grösseren Proteinkörnern, die unten (in der Nähe des Embryos) zu grösseren Klumpen zusammengelassen sind. Pr 2, L  $\frac{1}{10}$ . Vergr. 285.
- » 23. Derselbe Schnitt, nach Lösung der Proteinkörper und Färbung mit Eisenhämatoxylin. Balsampräparat. Pr 2, L  $\frac{1}{10}$ . Vergr. 285.
- » 24. Flächenschnitt von der Plazenta zur Zeit der Befruchtung. Warzenförmige innere Wandverdickungen in den Epidermiswänden. Die schwarzen Zellen sind Gerbstoffbehälter. Pr 2, L 7. Vergr. 400.
- » 25. Längsschnitt aus dem äusseren Teil der Plazenta mit Wandverdickungen in der Epidermis. Pollenschläuche ziehen über die Epidermisfläche hin. Pr. 2, L 7. Vergr. 400.
- » 26. Längsschnitt einer älteren Samenanlage, ungef. von demselben Alter wie in Fig. 17. Der untere Teil des Funiculus entwickelt sich zum Disjunktur. Seib. V. Vergr. 150.
27. Längsschnitt eines reifen Samens. Der Disjunktur ist fertig entwickelt und hat den Samen schon abgelöst. Seib. V. Vergr. 150.

### Tafel IV.

Zeichnungen mit der Camera lucida. SEIBERTS Ölimmersion  $\frac{1}{12}$  mit Okular I oder IV.

#### *Saxifraga granulata.*

- 28—34. Kern der EMzelle in verschiedenen Phasen der heterotypischen Teilung. Vergr. 1650.
- » 28. Synapsis.
- » 29. Dolichonema, Flächenansicht des Kerns.
- » 30. Dolichonema, Querschnitt des Kerns.
- » 31. Parallele Lagerung der Dolichonemafäden. *a* Flächenansicht, *b* Querschnitt des Kerns.
- » 32. Verschränkung der Fadenzüge, Übergang zum Strepsinema. *a* Flächenansicht, *b* Querschnitt des Kerns.
- » 33. Diakinese.
- » 34. EMzelle mit heterotypischer Kernspindel.

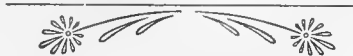
Fig. 35—43. Embryosäcke vor, während und nach der Befruchtung. Vergr. 650. *c* Eizelle, *sp* vom Pollenschlauchinhalte erfüllte Synergide, *s* intakte Synergide, *k* Kernreste in der Synergide, *m* Spermakerne, *c* Zentralkern, *a* Antipoden, *be* basaler, *ce* zentraler Endospermkern,

Fig. 35. Aus der fungierenden Synergide fließt eine färbbare, homogene Substanz heraus. Der eine Spermakern liegt noch in der Synergide von dieser Substanz umhüllt, der andere liegt dicht unter der Eizelle.

- » 36. Beide Spermakerne dicht neben einander, eben aus der Synergide ausgeschlüpft, von ihren zarten Plasmakörpern umhüllt.
- » 37. Zwei Pollenschläuche haben ihren Inhalt in je eine Synergide ergossen. Der zuerst ange-  
langte (links) hat die »Doppelbefruchtung« vollzogen. Der andere (rechts) hat seine Sperma-  
zellen eben in den Embryosackraum entleert.
- » 38. Aus der Synergide ist eine körnige Substanz ausgeströmt, und in dieser liegen, wie in einer  
Vakuole, neben der Eizelle die beiden Spermazellen.
- » 39. Derselbe Embryosack, der in Fig. 11 Taf. II abgebildet ist. Der eine Spermakern noch stark  
verdichtet und in seiner Plasmablase eingeschlossen, neben der Eizelle; der andere vergröß-  
sert und körnig, dem Zentralkern genähert.
- » 40. Aus der Synergide fließt eine färbbare Masse längs der Wand der Eizelle heraus. Der eine  
Spermakern neben dem Eikern, der andere neben dem Zentralkern.
- » 41. Die Kernverschmelzungen haben stattgefunden, aber die Spermakerne treten als Beulen an  
den Fusionskernen deutlich hervor.
- » 42. Die beiden Fusionskerne sind abgerundet, aber die männlichen Chromatinmassen sind noch  
in ihnen zu erkennen.
- » 43. Kern der Eizelle in Teilung, Embryosackraum in zwei Zellen zerlegt, die Mutterzellen des ba-  
salen und des zentralen Endosperms.
- » 44 und 45. Stücke zweier an der Plazenta wachsenden Pollenschläuche mit Spermakernen. Zyto-  
plasmahüllen derselben nicht sichtbar. Vergr. 1650.

*Pyrola minor.*

- » 46. Ein Stück eines Pollenschlauches im oberen Teil des Fruchtknotens, seine Spitze nach unten  
gerichtet. Zu unterst der vegetative Kern, darüber die Spermakerne mit fädigem Chroma-  
tin, ohne sichtbare Plasmahüllen. Vergr. 650.
- » 47. Eiapparat. Neben dem Kern der Eizelle der eine Spermakern mit fädigem Chromatin. Vergr.  
650.
- » 48. Ein Teil des Embryosacks nach der Befruchtung. Die vom Pollenschlauchinhalte gefüllte  
Synergide enthält unterhalb der beiden Kernreste zwei runde Hohlräume, in welchen die Plas-  
mahüllen der beiden Spermakerne noch erhalten sind. Vergr. 650.



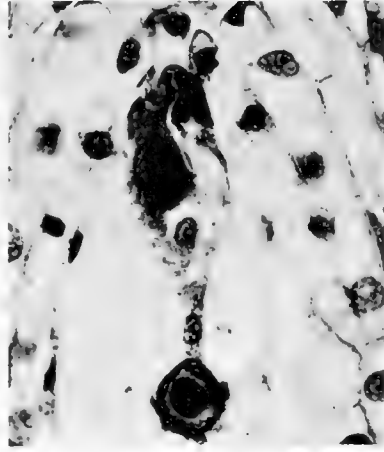








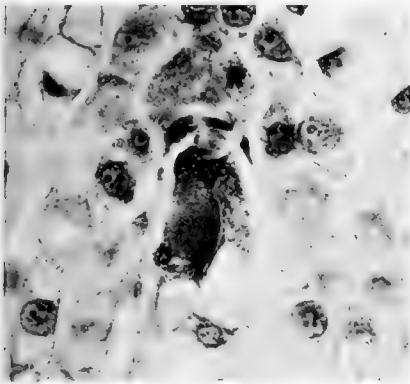
11



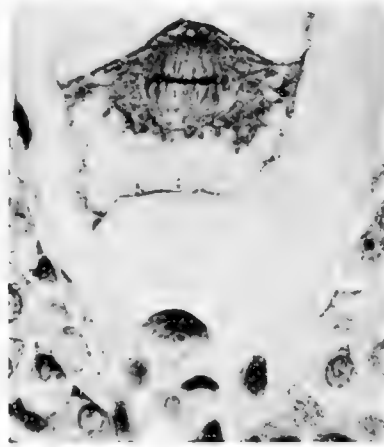
12



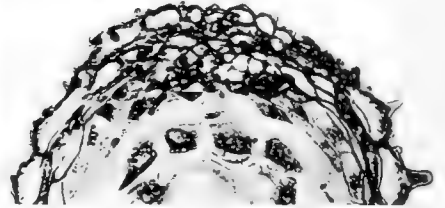
15



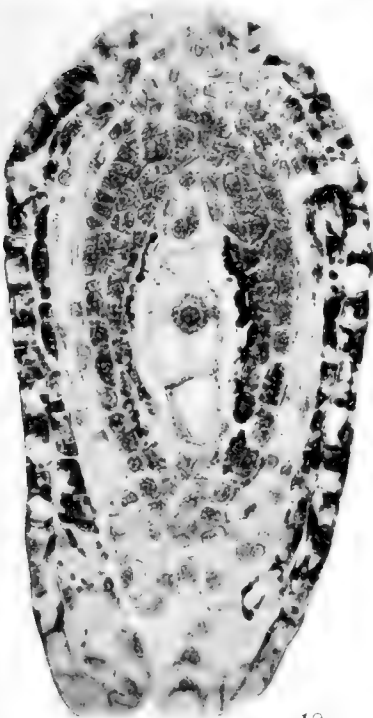
13



14



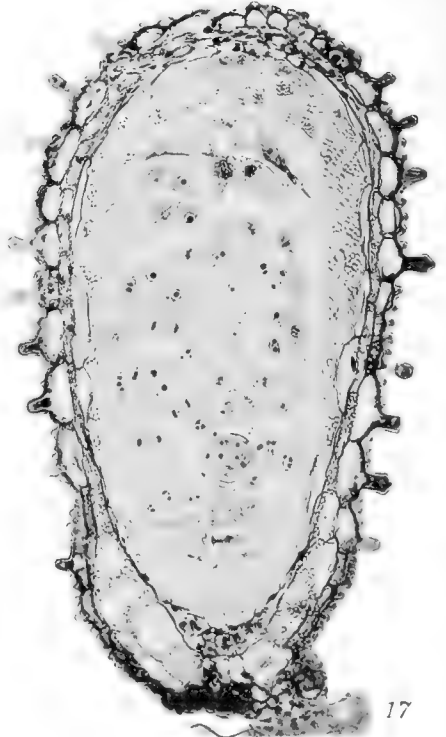
16



18



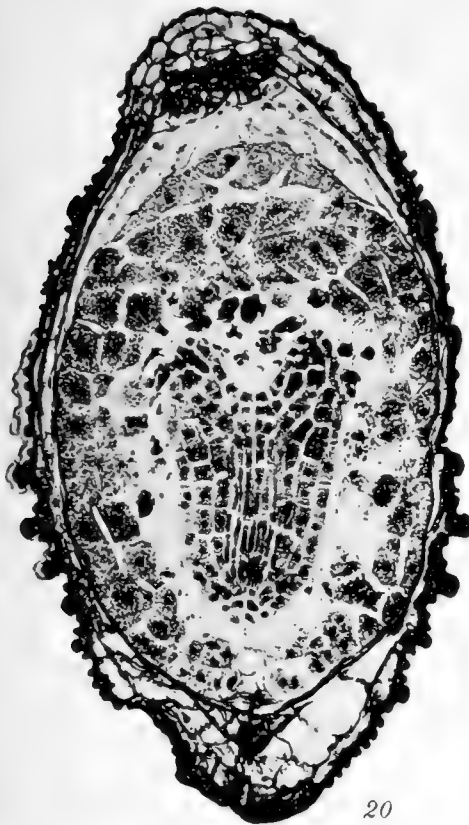
19



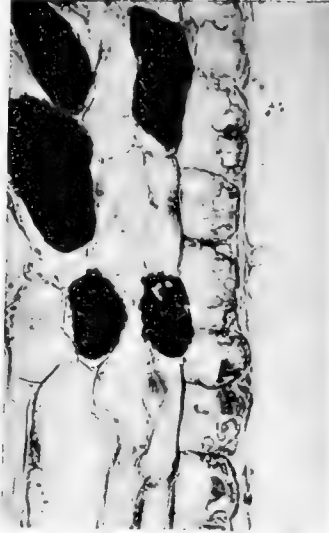
17



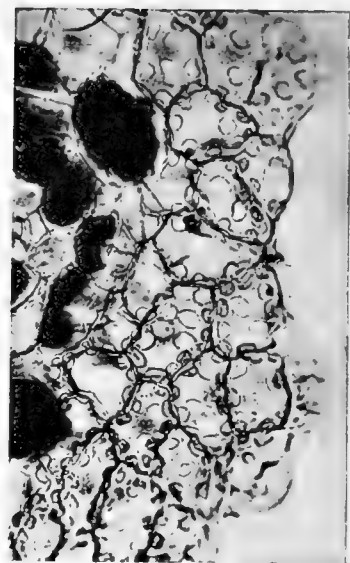




20



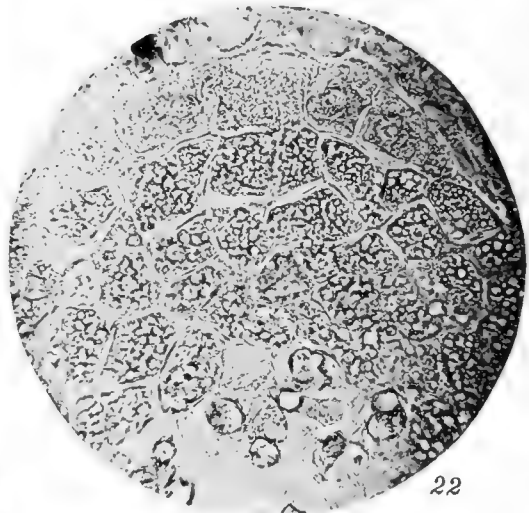
25



24



21



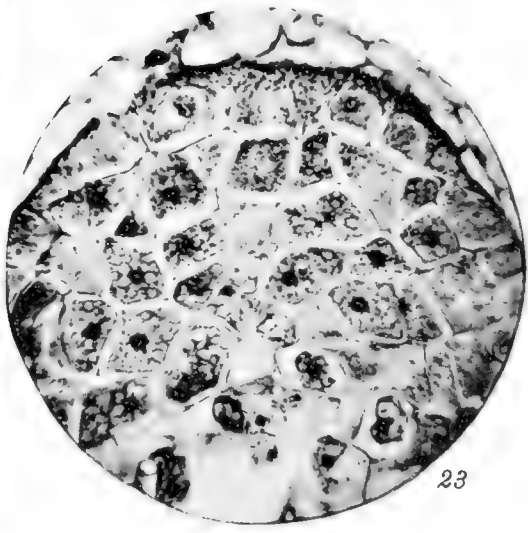
22



26



27



23







4  
1  
1905-04  
3591  
NOVA ACTA REGLE SOCIETATIS SCIENTIARUM UPSALIENSIS.

SER.° IV. VOL. 1. N. 4.

# EINIGES UEBER DIE FUNCTION $\zeta(t)$

UND IHRE

## ANWENDUNG AUF ELLIPTISCHE FUNCTIONEN

VON

M. FALK.

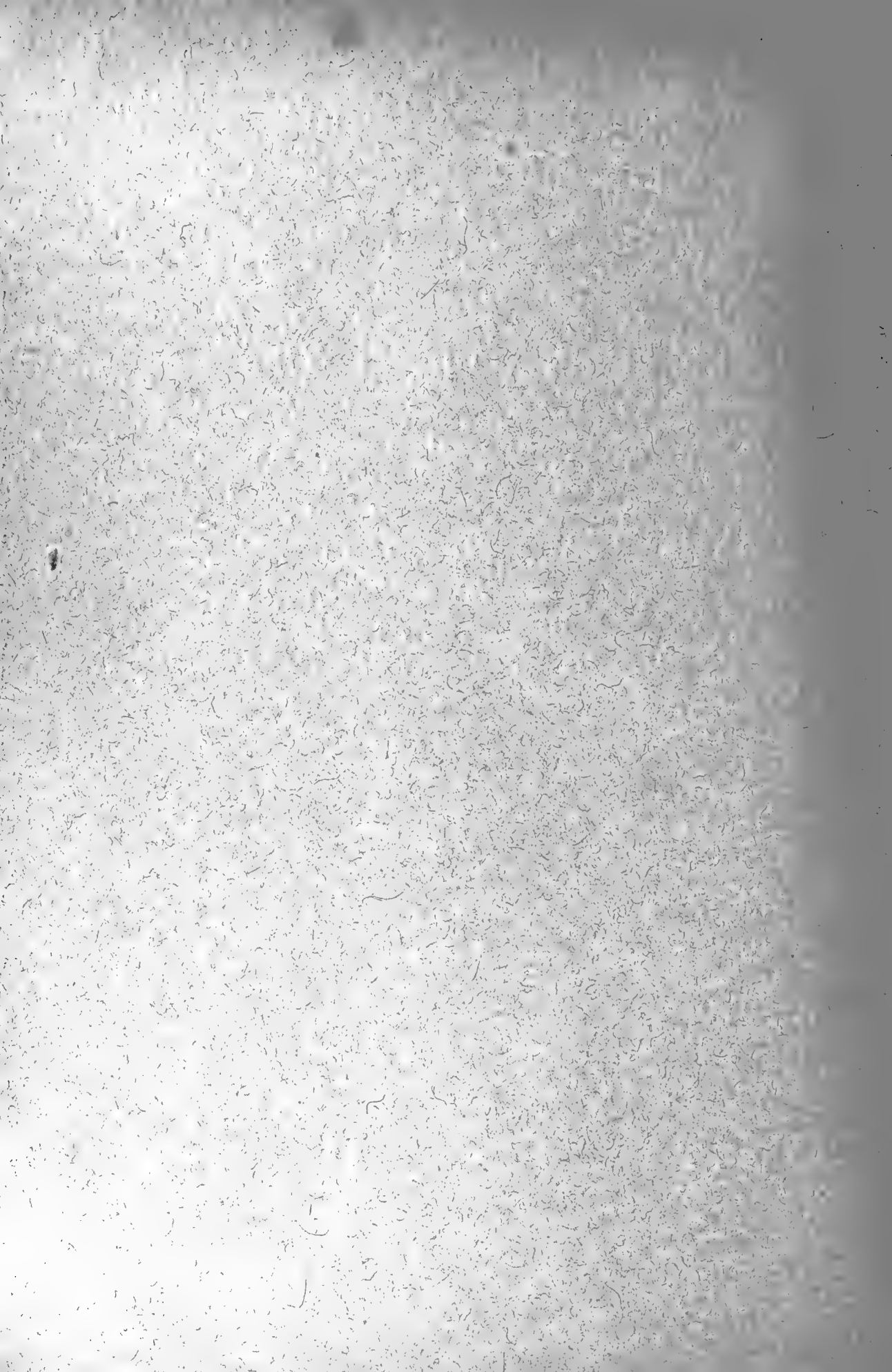


(MITGETHEILT DER KÖNIGL. GESELLSCHAFT DER WISSENSCHAFTEN ZU UPSALA AM 2 FEBRUAR 1906).

UPSALA

AKADEMISCHE BUCHHANDLUNG

G. J. LUNDSTRÖM.











NOVA ACTA REGLE SOCIETATIS SCIENTIARUM UPSALIENSIS.

SER. IV. VOL. 1. N. 5.

---

# UNTERSUCHUNGEN

ÜBER

# DEN SELBSTTÖNENDEN WELLENSTROMLICHTBOGEN

VON

GUSTAF GRANQVIST.

(MITGETEILT DER KÖNIGL. GESELLSCHAFT DER WISSENSCHAFTEN ZU UPSALA AM 4 MAI 1906.)

UPSALA  
AKADEMISCHE BUCHHANDLUNG  
C. J. LUNDSTRÖM.









NOVA ACTA REGIÆ SOCIETATIS SCIENTIARUM UPSALIENSIS.

SER. IV. VOL. 1. N. 6.

---

ÜBER  
DIE  
ROTATION DER SONNE

ZWEITE ABHANDLUNG

VON

N. C. DUNÉR.

(MITGETEILT DER KÖNIGL. SOCIETÄT DER WISSENSCHAFTEN ZU UPSALA AM 16. NOV. 1906.)

UPSALA  
AKADEMISCHE BUCHHANDLUNG  
C. J. LUNDSTRÖM.











NOVA ACTA REGLE SOCIETATIS SCIENTIARUM UPSALIENSIS.

SER. IV. VOL. 1. N. 7.

---

MÉTHODE NOUVELLE

POUR

L'ÉTUDE DE LA RADIATION SOLAIRE

PAR

KNUT ÅNGSTRÖM

(PRÉSENTÉ A LA SOCIÉTÉ ROYALE DES SCIENCES D'UPSALA LE 8 FÉVRIER 1907).

UPSALA  
LIBRAIRIE DE L'UNIVERSITÉ  
G. J. LUNDSTRÖM.









NOVA ACTA REGIÆ SOCIETATIS SCIENTIARUM UPSALIENSIS.

SER. IV. VOL. 1. N. 8.

---

UEBER DIE HAUPT-EIGENSCHAFTEN

DERJENIGEN

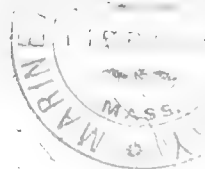
ANALYTISCHEN FUNCTIONEN EINES ARGUMENTS,  
WELCHE ADDITIONSTHEOREME BESITZEN

VON

**M. FALK.**

(MITGETHEILT DER KÖNIGL. SOCIETÄT DER WISSENSCHAFTEN ZU UPSALA AM 1 FEBR. 1907).

UPSALA  
AKADEMISCHE BUCHHANDLUNG  
G. J. LUNDSTRÖM.











NOVA ACTA REGIÆ SOCIETATIS SCIENTIARUM UPSALIENSIS.

SER. IV. VOL. 1. N. 9.

---

STUDIEN

ÜBER DIE ENTWICKLUNGSGESCHICHTE

VON

SAXIFRAGA GRANULATA

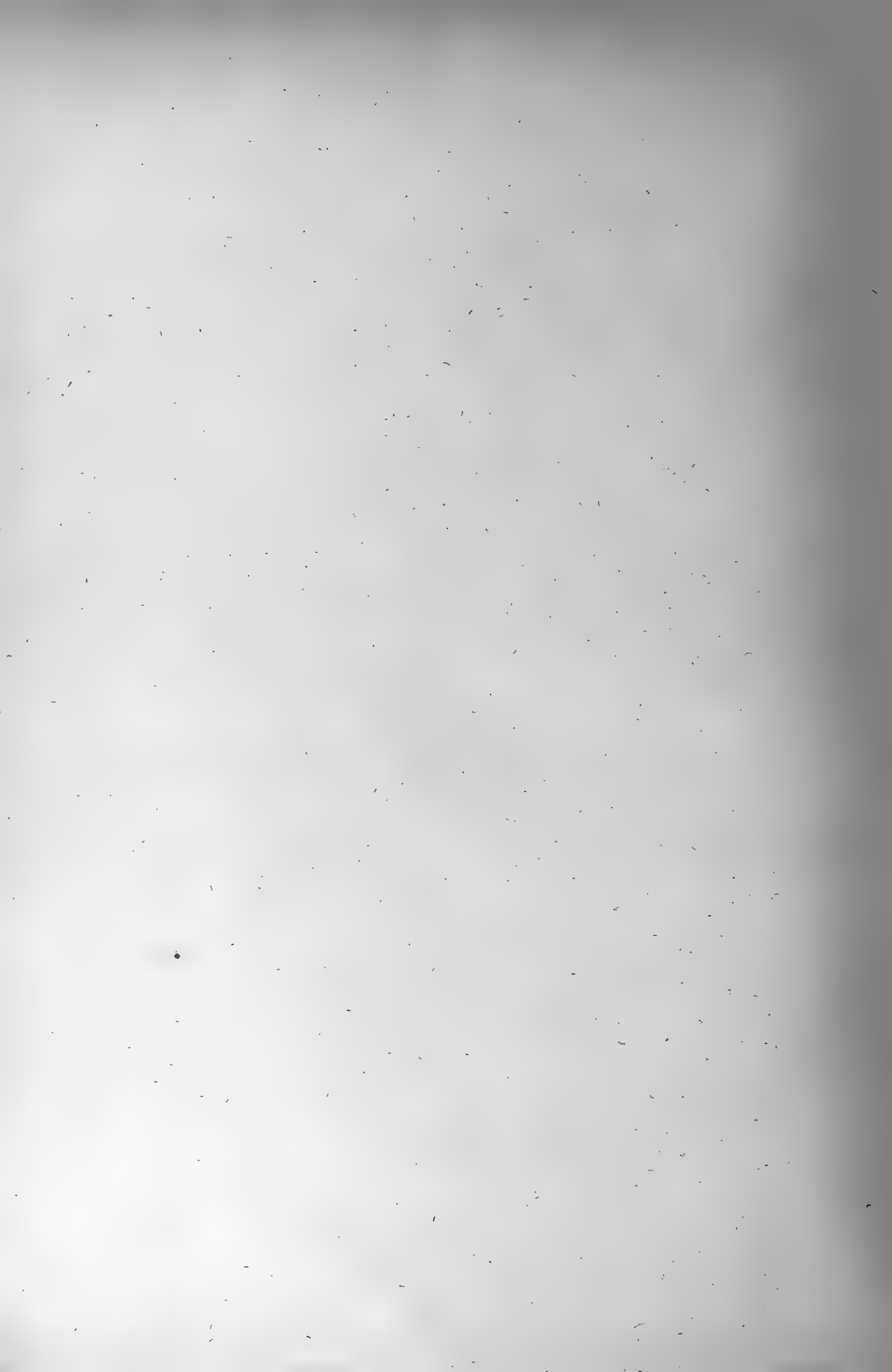
VON

H. O. JUEL.

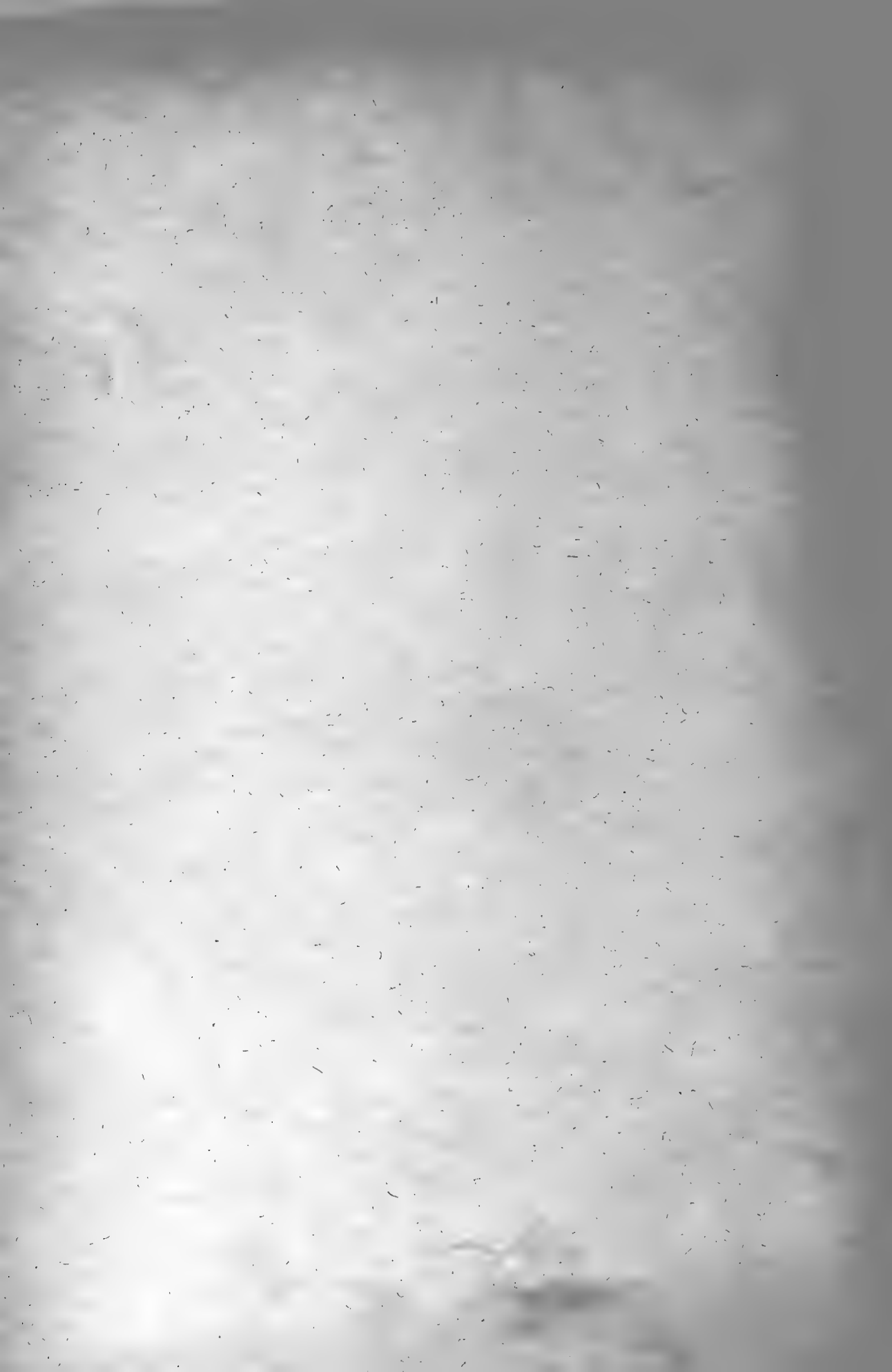
MIT VIER TAFELN.

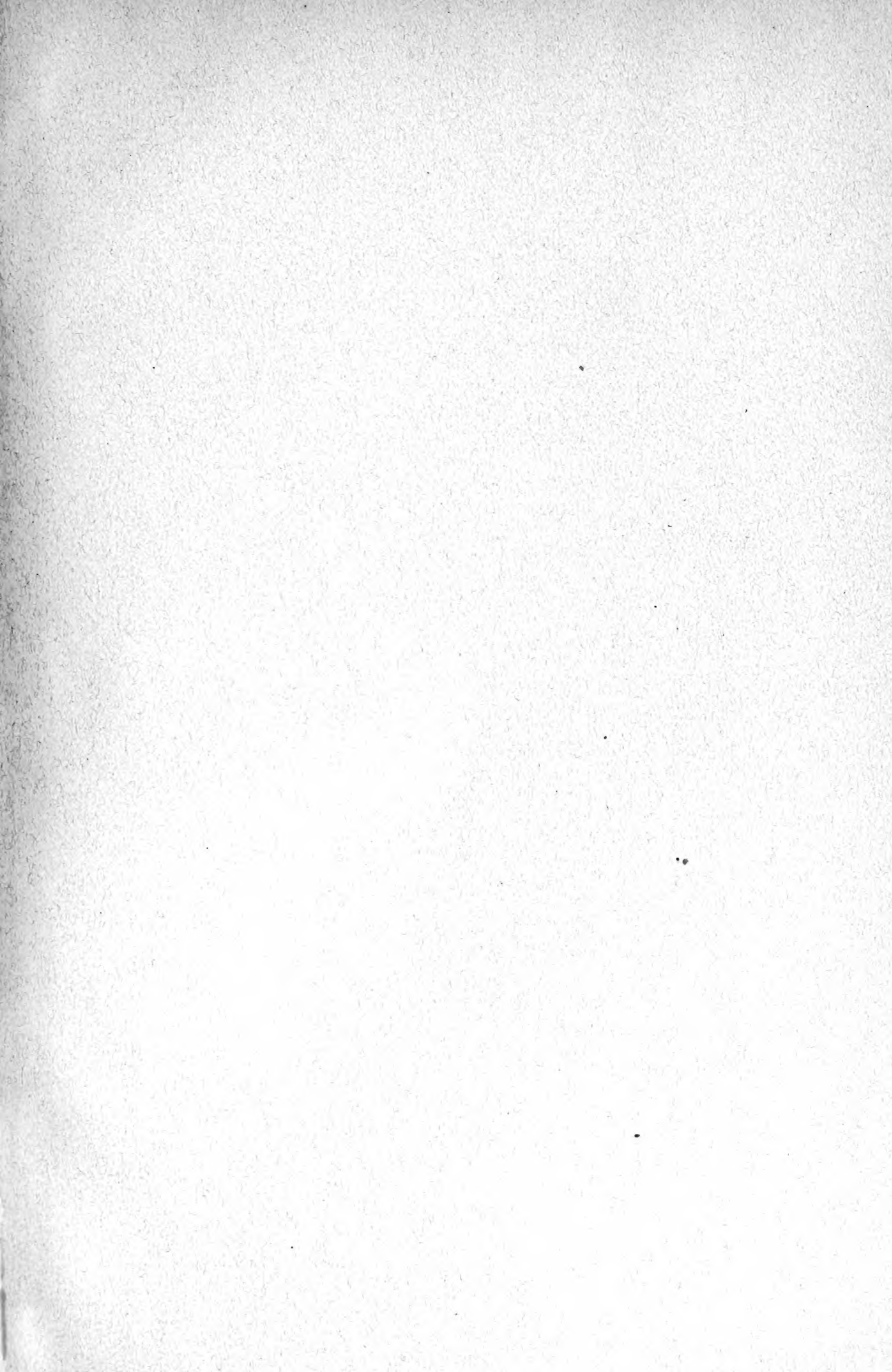
(DER KÖNIGL. SOCIETÄT DER WISSENSCHAFTEN ZU UPSALA MITGETEILT AM 5 APRIL 1907).













MBL WHOI Library - Serials



5 WHSE 04146

ROLER  
SINCE  
1900



