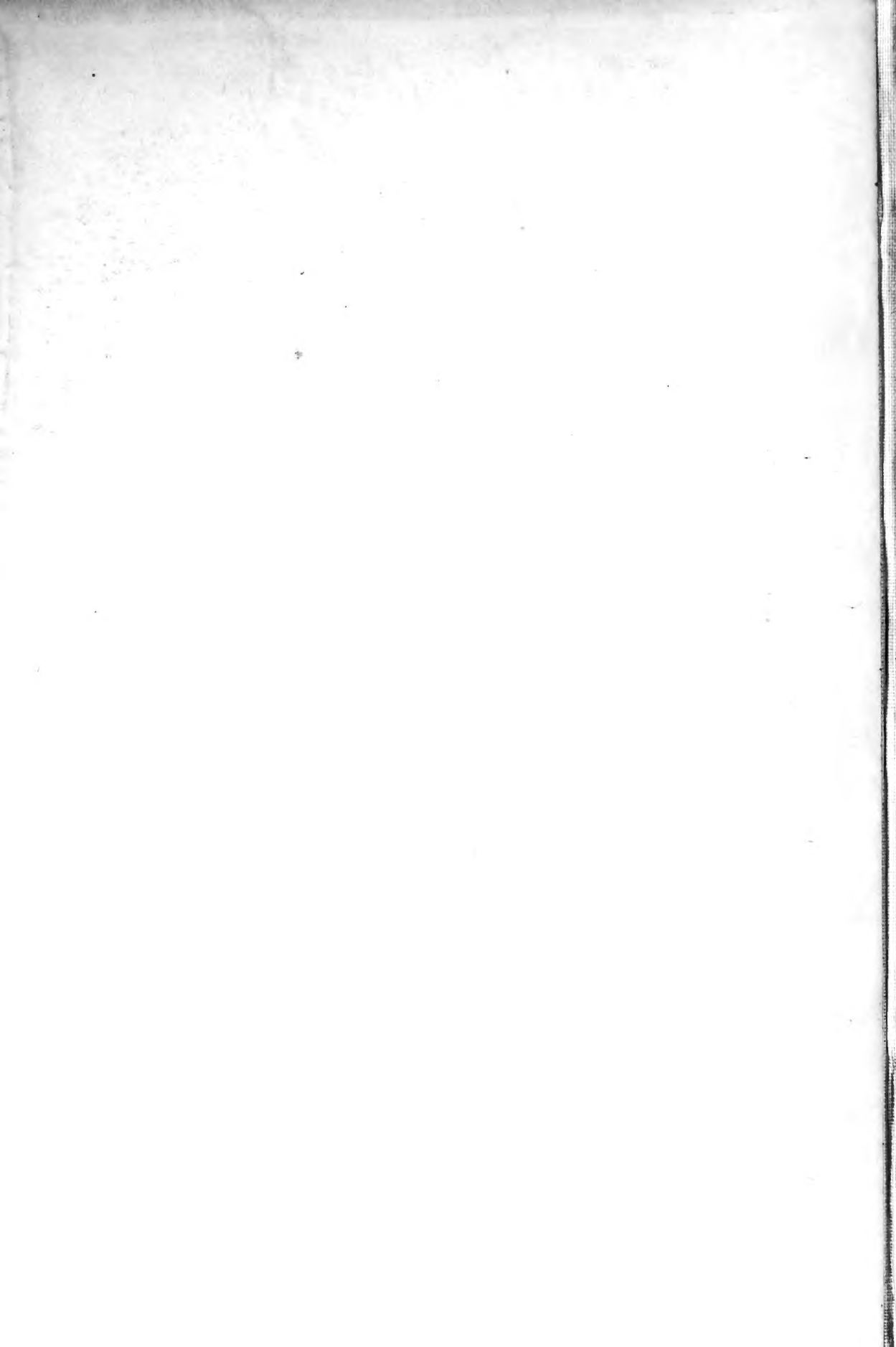
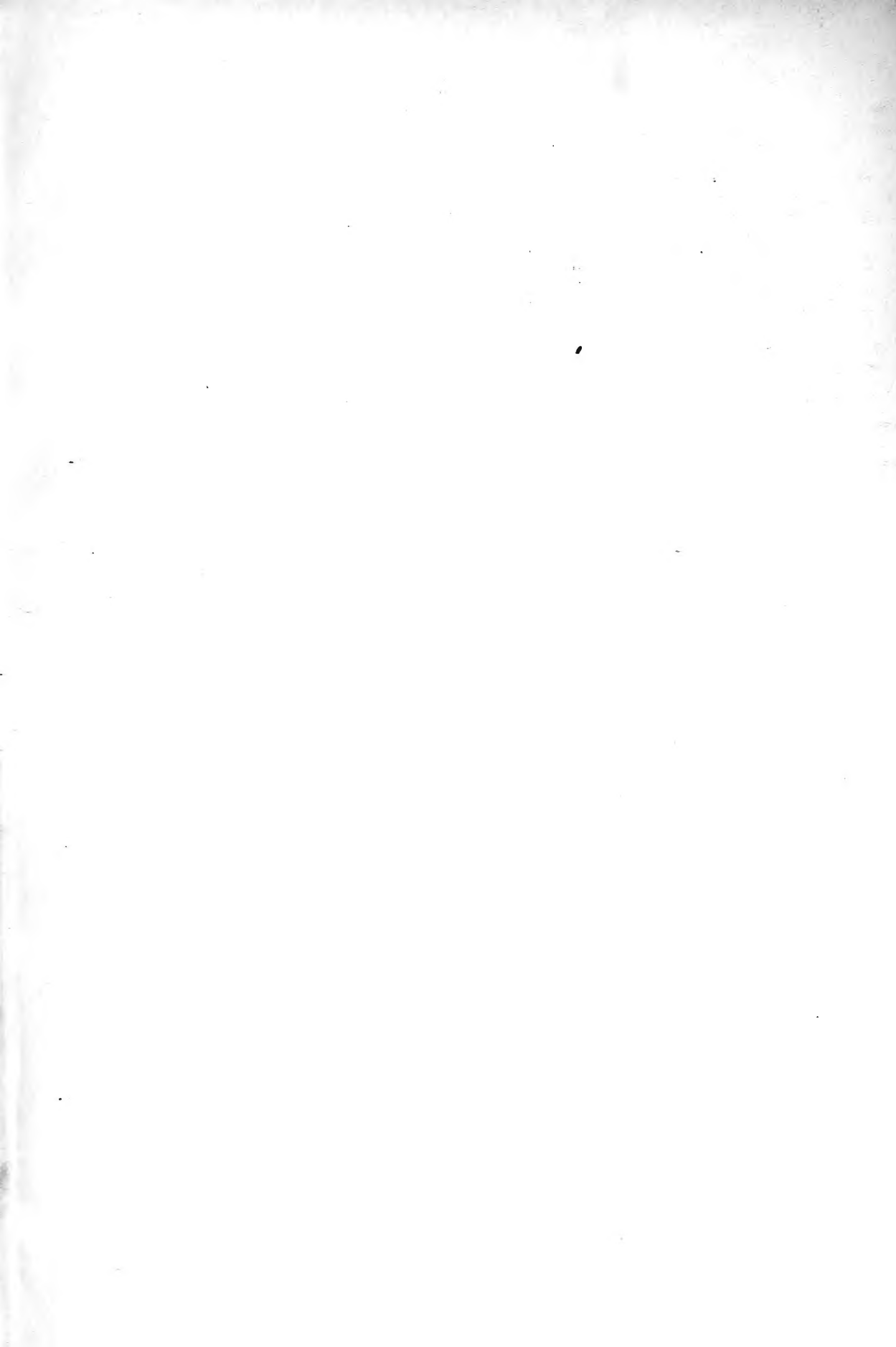


UNIV. OF
TORONTO
LIBRARY







Handwritten scribbles in the top left corner.

KONINKLIJKE AKADEMIE
VAN WETENSCHAPPEN
-:- TE AMSTERDAM -:-

1

VERSLAG VAN DE GEWONE
VERGADERINGEN DER WIS- EN
NATUURKUNDIGE AFDEELING

-:- VAN 28 MEI 1910 -:-
TOT 26 NOVEMBER 1910

DEEL XIX
(1^{STE} GEDEELTE)

Handwritten numbers:
121541

314112

JOHANNES MÜLLER :—: AMSTERDAM
:—: DECEMBER 1910 :—:

9
57
A522
dl 19
gdl 1

I N H O U D.



		Blz
Verslag Vergadering 28 Mei	1910	1
„ „ 25 Juni	„	137
„ „ 24 September	„	347
„ „ 29 October	„	479
„ „ 26 November	„	611



Digitized by the Internet Archive
in 2009 with funding from
University of Toronto

KONINKLIJKE AKADEMIE VAN WETENSCHAPPEN
TE AMSTERDAM.

VERSLAG VAN DE GEWONE VERGADERING
DER WIS- EN NATUURKUNDIGE AFDEELING
van Zaterdag 28 Mei 1910.

Voorzitter: de Heer H. A. LORENTZ.

Secretaris: de Heer J. D. VAN DER WAALS.

INHOUD.

Ingekomen stukken, p. 2.

Verslag van de Heeren P. H. SCHOUTE en J. CARDINAAL over eene verhandeling van Mrs. A. BOOLE STOTT: "Geometrical deduction of semiregular from regular polytopes and space fillings", p. 3.

K. F. WENCKEBACH: „Over den invloed der ademhaling op den pols (pulsus paradoxus)", p. 8.

H. J. HAMBURGER: „De invloed van geringe hoeveelheden calcium op de beweging der Phagocyten", p. 12.

M. J. VAN UVEN: „Infinitesimale iteratie van wederkeerige functies", 2e mededeeling. (Aangeboden door de Heeren W. KAPTEYN en JAN DE VRIES), p. 27.

H. R. KRUYT: „Het evenwicht vast-vloeibaar-gas in binaire mengkristalsystemen", 2e mededeeling. (Aangeboden door de Heeren P. VAN ROMBURGH en W. H. JULIUS), p. 32. (Met één plaat).

L. E. J. BROUWER: „Over continue vectordistributies op oppervlakken", 3e mededeeling. (Aangeboden door de Heeren D. J. KORTEWEG en P. H. SCHOUTE), p. 36.

JAN DE VRIES: „Een quadriupelinvolutie in het platte vlak en een daarmede verbonden tripelinvolutie", p. 52.

J. BOEKE en K. W. DAMMERMAN: „De saccus vasculosus der visschen een receptief nerveus orgaan en niet een klier". (Aangeboden door de Heeren A. A. W. HUBRECHT en G. C. J. VOSMAER), p. 62.

A. F. HOLLEMAN en I. J. RINKES: „Over de monohalogeneering van phenol", p. 67.

J. D. VAN DER WAALS: „Schijn-associatie of molekuulpeenhooping", p. 78.

Mej. J. VAN AMSTEL en G. VAN IJERSON JR.: „Over het temperatuuroptimum van physiologische processen". (Aangeboden door de Heeren M. W. BEYERINCK en F. A. F. C. WENT), p. 106. (Met 2 platen).

P. VAN LEERSEM: „Het alkaloidgehalte in de bladeren van Cinchona's" p. 119. (Met één plaat).

J. H. BONNEMA: „Diluviale zwerfsteenen van het eiland Borkum". (Aangeboden door de Heeren G. A. F. MOLENGRAAFF en J. W. MOLL), p. 136.

Aanbieding van boekgeschenken, p. 136.

Het Proces-Verbaal der vorige vergadering wordt gelezen en goedgekeurd.

1

Ingekomen is :

1°. Missive van Zijne Exc. den Minister van Binnenlandsche Zaken dd. 18 Mei 1910, waarbij bericht wordt dat H. M. de Koningin heeft bekrachtigd de benoeming van den Heer GEORGE E. HALE te Mount Wilson (Cal.) tot buitenlandsch lid en van den Heer A. W. K. DE JONG te Buitenzorg tot Correspondent der Afdeeling.

2°. Missive van denzelfden Minister dd. 18 Mei 1910 met bericht dat Zijne Exc. het wenschelijk acht *voorloopig* te bepalen, dat aan den eersten geleerde, die voor uitzending naar de Laboratoria op den Col d'Olen in aanmerking kan komen, voor reiskosten (met inbegrip van bagage) zal worden toegelegd eene som van *f* 200.— en voor kosten van verblijf een bedrag berekend naar *f* 6.— per dag. Voor kennisgeving aangenomen.

3°. Schrijven van het Bestuur van het XI^e internationaal geologisch Congres, in Augustus a.s. te Stockholm te houden, waarin der Akademie dank betuigd wordt voor de benoeming van een afgevaardigde naar dat congres.

Voor kennisgeving aangenomen.

4°. Circulaire van het uitvoerend comité van het 1^{ste} internationaal entomologisch Congres, van 1—6 Augustus a.s. te Brussel te houden.

Ter kennisgeving voor de leden beschikbaar gesteld.

Alvorens de vergadering te openen, dankt de Voorzitter de leden voor het hem geschonken vertrouwen bij zijn keuze tot Voorzitter. Waar hij schroomt den Heer VAN DE SANDE BAKHUYZEN als Voorzitter op te volgen, hoopt hij dat de steun en medewerking der leden en vooral ook de voorlichting van zijn medebestuurleden het hem mogelijk zullen maken zijn taak naar behooren te vervullen en spreekt hij den wensch uit, dat hij ook nog vele jaren op den steun van den afgetreden Voorzitter zal mogen rekenen.

De Voorzitter heet den Heer van LEERSUM, correspondent der Afdeeling, welkom, nu hij, tijdens zijn verblijf in Nederland, voor 't eerst een vergadering der Afdeeling bijwoont.

Wiskunde. — De Heer SCHOUTE brengt ook namens den Heer CARDINAAL het volgende verslag uit over de verhandeling van Mrs. A. BOOLE STOTT, getiteld: „*Geometrical deduction of semi-regular from regular polytopes and space fillings*” en licht dit met behulp van teekeningen toe.

De kennis der regelmatige veelvlakken dateert van PLATO (380 v. Chr.), die der halfregelmatige veelvlakken van ARCHIMEDES (250 v. Chr.) en KEPLER (1600 n. Chr.).

Eerst in de vorige eeuw kwamen *systematische* beschouwingen over vlakvulling en ruimtevulling aan de orde. Zoo behandelde BADOUREAU in 1878 de zeven vlakvullingen door regelmatige veelhoeken en in betrekkelijk veel lateren tijd A. ANDREINI de ruimtevullingen door regelmatige en halfregelmatige veelvlakken. Van de schrijvers over het laatste onderwerp noemen we er hier slechts een, omdat diens werk in rechtstreeksch verband staat tot de studie van Mrs. STOTT.

In zijn 1905 verschenen verhandeling, „Sulle reti di poliedri regolari e semiregolari” heeft ANDREINI alle mogelijke driedimensionale netten van, de ruimte geheel opvullende, stelsels van regelmatige en halfregelmatige veelvlakken stelselmatig afgeleid. Hiertoe bepaalde hij voor elk dier veelvlakken de standhoeken op de ribben en de lichamelijke hoeken aan de hoekpunten, waardoor het hem mogelijk werd na te gaan, hoe hij deze lichamen om een gemeenschappelijke ribbe en om een gemeenschappelijk hoekpunt moest samenvoegen om algeheele opvulling der ruimte te verkrijgen.

Beschouwing der stereoscopische afbeeldingen van de door ANDREINI gevonden netten, in den tekst aan zijn verhandeling toegevoegd, hebben Mrs. STOTT gevoerd tot een uiterst eenvoudige meetkundige methode door middel waarvan het haar mogelijk geworden is de uitkomsten van ANDREINI zonder eenige voorafgaande bepaling van hoeken terug te vinden niet alleen maar ook op de ruimte R_n met n afmetingen uit te breiden. Daarbij werd zij als van zelf gevoerd tot polytopen, die in zoover kunnen beschouwd worden als vormen met de halfregelmatige veelvlakken der driedimensionale ruimte overeenkomende, als ze met deze de eigenschappen deelen van hoekpunten van éénerlei soort en ribben van éénerlei lengte te bezitten, om welke reden deze polytopen hier dan ook halfregelmatig genoemd worden. Bovendien deed deze methode haar onmiddellijk het middel aan de hand zonder eenige meting uit te maken, hoe deze halfregelmatige polytopen de ruimte kunnen vullen, waartoe ze behooren.

De bewerkingen, waarvan Mrs. STOTT zich bedient, zijn aan de natuur ontleend; ze heeten „expansie” en „contractie”. Deze meetkundige uitzetting en inkrimping zijn echter niet zoo eenvoudig als de physische; terwijl de laatste steeds op het geheele polytoop zouden werken, hebben de eerste enkele bepaalde groepen van grenselementen van het polytoop tot onderwerp. Het zij ons vergund hieromtrent in enkele bijzonderheden te treden.

Duidt men in verband met het aantal afmetingen het stelsel der ribben van een regelmatig polytoop door (l_1) , het stelsel der zijvlakken door (l_2) , het stelsel der grenslichamen door (l_3) aan, enz., dan kan elk dier stelsels op zich zelf beschouwd het *onderwerp* der uitzetting uitmaken. Daarbij beweegt zich elk der grenselementen van zulk een stelsel (l_p) evenwijdig aan zich zelf, terwijl het middelpunt M van dit grenselement daarbij de lijn vervolgt, die het middelpunt O van het polytoop met M verbindt, zoodat hierdoor de afstand OM grooter wordt; deze gelijktijdige beweging van al die grenselementen (l_p) wordt zoover voortgezet tot twee hoekpunten van twee verschillende grenselementen, die oorspronkelijk samenvielen, na de scheiding op een afstand van elkaar gekomen zijn gelijk aan de lengte der ribbe. Alsdan vormen de hoekpunten van de verplaatste grenselementen de hoekpunten van het nieuwe polytoop. Zoo ontstaat dan — om het bovenstaande door een eenvoudig voorbeeld te illustreren — uit den kubus door uitzetting naar de zijvlakken een nieuw veelvlak begrensd door 6 vierkanten (de naar buiten getreden zijvlakken), door 12 andere vierkanten (van ribbe *afkomst*), door 8 gelijkzijdige driehoeken (van hoekpunt *afkomst*).

De expansiebewerking wordt aangeduid door de letter e voorzien van een voetindex ontleend aan de groep der grenselementen, waarop ze werd toegepast. Zoo is e_2 het symbool van de boven op den kubus toegepaste expansie en wordt het resultaat, d.i. het halfregelmatig lichaam begrensd door 18 vierkanten en 8 driehoeken, voorgesteld door e_2C , waar C staat voor kubus.

De groep der uitzettingsbewerkingen e_1, e_2, e_3 , enz. wordt verder op haar combinatievermogen onderzocht. Daartoe wordt eerst be- wezen, dat het resultaat van het toepassen van twee verschillende bewerkingen e_k, e_l op een zelfde regelmatig polytoop P onafhankelijk is van de volgorde dier bewerkingen, indien men als het onderwerp van de tweede bewerking alleen beschouwt de door de eerste bewerking verplaatste en mogelijk in aantal verveelvoudigde grenselementen van de tweede bewerking uit de oorspronkelijke grenselementen dier groep ontstaan. Zoo is in e_1e_2C de tweede bewerking e_1 alleen toe te passen op de 12 zijvlakken van e_2C , waarin de 12 ribben

van C door de eerste bewerking e_3 zijn overgegaan, en niet op alle ribben van e_2C . Onder deze afspraak is $e_1e_2C = e_2e_1C$ en geldt deze verwisselbaarheid van de volgorde der bewerkingen algemeen. Zoo is men dan in staat van elk regelmatig polytoop P_n van de ruimte R_n een groep van 2^{n-1} polytopen met éénerlei soort van hoekpunten en éénerlei lengte van ribben te maken. Natuurlijk heeft men bij het afleiden van de uitkomsten, waartoe die combinaties voeren, nauwkeurig te letten op de *afkomst* van de nieuwe groepen van grenselementen.

Is op een regelmatig polytoop P_n van R_n de bewerking e_k toegepast, dan heeft het nieuwe polytoop e_kP_n een aantal van $k+1$ verschillende groepen van grenselementen (l_{n-1}) van verschillende afkomst n.l. naast de oorspronkelijke doch vervormde grenselementen (l_{n-1}) van P_n nieuwe groepen, die van hoekpunten, ribben, zijvlakken, enz. en grensruidten met $k-1$ afmetingen afstammen. Elk dier groepen afzonderlijk kan het *onderwerp* van de bewerking contractie uitmaken, mits de dichtst bij elkaar gelegen hoekpunten van twee naburige leden dier groep op een afstand gelijk aan de ribbe van elkaar verwijderd zijn. Door de grenselementen van deze groep nu de omgekeerde beweging (naar het middelpunt O van het polytoop toe) te laten maken wordt de zoeven genoemde afstand gedelgd en komen de naburige leden der groep met elkaar in contact.

De contractiebewerking wordt aangeduid door de letter c voorzien van een voetindex ontleend aan de *afkomst* der groep van elementen (l_{n-1}) waarop ze wordt toegepast. Zoo beteekent $c_{e_1}C$, dat de contractie wordt toegepast op de 8 gelijkzijdige driehoeken van den vorm e_1C , omdat deze driehoeken van l_0 d.i. van hoekpunt afkomst zijn; hierdoor ontstaat de vorm CO , kubus en octaeder in evenwicht.

Alvorens tot de ruimtevullingen over te gaan beschijft de schrijfster nu nog wat zij *gedeeltelijke* uitzetting of inkrimping noemt. Deze bewerkingen kunnen dan alleen in aanmerking komen als het onderwerpelijke polytoop een reeks van grenselementen bevat, die zich in twee gelijkwaardige laat splitsen, en elk van beide de eigenschap bezit het polytoop, wat de hoekpunten aangaat, te bepalen¹⁾. Grenst in elk dier twee groepen een paar naburige elementen onmiddellijk aan elkaar, dan kan een groep het onderwerp zijn van uitzetting; zijn deze elementen door een ribbelengte van elkaar gescheiden, dan

¹⁾ We kunnen hierbij in de taal der analyse spreken van onafhankelijke en afhankelijke veranderlijken. Dan zijn in de twee volgende voorbeelden de driehoeken, die de bewerking ondergaan en driehoeken blijven, de onafhankelijk veranderlijken; terwijl de vier andere driehoeken, die in het eerste geval zeshoeken worden en in het tweede verdwijnen, de afhankelijk veranderlijken zijn.

kan de groep het onderwerp zijn van inkrimping. Als voorbeeld van het eerste geval diene het octaeder, dat naar de hoekpunten bepaald is door vier afwisselende der acht zijvlakken; dus is $\frac{1}{2}e_2O$ de vorm begrensd door vier driehoeken en vier zeshoeken. Een voorbeeld van het tweede geval is de boven beschouwde vorm CO , waarvan de acht driehoeken te splitsen zijn in twee groepen van vier, die — hoewel van elkaar gescheiden — CO naar de hoekpunten bepalen; hier geeft toepassing van inkrimping op een groep — d.i. $\frac{1}{2}e_0e_0e_1C$ — het octaeder.

We komen thans tot de vlak- en ruimtevullingen. Deze worden steeds afgeleid uit bekende vlak- en ruimtevullingen door regelmatige veelhoeken, veelvlakken en polytopen. Daartoe staat ons dan in elke ruimte de vulling door het maatpolytoop, in het vlak door het vierkant, in de ruimte R_3 door den kubus, in de ruimte R_4 door de achteel, enz. ten dienste. Zoo we ons tot *enkelvoudige* netten bepalen, voegen er zich hieraan slechts in het vlak en in de ruimte R_4 nog twee regelmatige netten toe, in het vlak dat van driehoeken en dat van zeshoeken, in de ruimte R_4 dat van zestiencellen en dat van vierentwintigcellen. Bovendien kunnen we in het vlak van verschillende *gemengde* netten, in R_3 van het *gemengde* net van achtyvlakken en viervlakken uitgaan.

Na de eenigszins uitvoerige uiteenzetting van de beide aan elkaar tegengestelde bewerkingen van expansie en contractie kunnen we kort zijn omtrent de wijze, waarop de schrijfster uit de bovengenoemde regelmatige netten halfregelmatige heeft afgeleid.

Door de samenstellende polytopen van een der genoemde regelmatige netten te beschouwen als de grenselementen van een zelfde polytoop, waarvan het aantal afmetingen een meer bedraagt,¹⁾ treedt het net der ruimte R_n op als een enkel polytoop der ruimte R_{n+1} met een oneindig aantal grenselementen van het grootste aantal, d.i. n afmetingen. Op dit polytoop van R_{n+1} kunnen dan de bewerkingen van expansie en contractie worden toegepast. Daarbij moet dan echter een bezwaar worden overwonnen. Wijl het middelpunt O van het nieuwe polytoop oneindig ver ligt, kan de bij de expansie optredende beweging van het middelpunt af geen scheiding, de bij de contractie optredende beweging naar het middelpunt toe geen aan-eenvoeging van de grenselementen bewerken. Op eenvoudige wijs wordt dit bezwaar door een ontbinding der bewegingen overwonnen; deze ontbinding heeft bovendien vroeger reeds dienst gedaan bij het boven gememoreerde bewijs van de commutatieve eigenschap der verschillende expansiebewerkingen.

¹⁾ Deze beschouwing komt o.a. reeds bij ANDREINI voor.

De verkregen uitkomsten zijn gecatalogiseerd in twee groote tabellen. Van deze bevat de eerste, behalve de 6 regelmatige polytopen van R_4 , de aantallen der grenslichamen van lichaam, zijvlak, ribbe en hoekpunt afkomst van 33 door expansie en 8 door contractie verkregen halfregelmatige polytopen, terwijl de tweede, behalve de 3 regelmatige netten van R_4 , de samenstellende polytopen van 36 door expansie en 7 door contractie verkregen halfregelmatige netten doet kennen. Aan deze twee tabellen is een derde toegevoegd, die o.a. de halfregelmatige netten der ruimte R_3 in het licht der nieuwe beschouwing reproduceert.

Ten slotte de samenvatting van ons oordeel over dit werk. We motiveeren dit nader door met een enkel woord de hier gevolgde methode te vergelijken met andere. In de eerste plaats met die der bepaling van hoeken door ANDREINI gevolgd, in de tweede plaats met die der *afknotting*.

Zonder twijfel bestaat de mogelijkheid de methode der hoekbepaling op de ruimte R_4 uit te breiden, wat meer zegt: met betrekking tot de regelmatige polytopen is dit reeds geschied.¹⁾ Dit staat evenwel onomstootelijk vast, dat deze methode bij verre niet zoo intuïtief is als de hier voorgestelde en in veel hoogere mate mank gaat aan het euvel bij de toepassing op polytopen van steeds grooter aantal afmetingen veel samengestelder te worden.

Zeker heeft de methode der afknotting boven die der hoekbepaling dit voor, dat ze veel eenvoudiger is; doch ook zij blijft in dit opzicht ver ten achter bij de nieuwe methode der engelsche schrijfster. Dit blijkt o. i. onmiddellijk in elk bijzonder geval. We komen, om dit in het licht te stellen, nog eens terug op het lichaam begrensd door 18 vierkanten en 8 gelijkzijdige driehoeken. Wil men dit lichaam van hout snijden, dan kan men òf van een kubus òf van een octaeder uitgaan en dit veelvlak regelmatig afknotten aan hoekpunten en ribben beide. Daarbij moet dan eerst het bedrag van elk dier regelmatige afknottingen worden bepaald, wat natuurlijk eenige berekening vereischt. Daarentegen volgt uit de methode van Mrs STOTT, dat het bedoelde lichaam, dat zoowel door het symbool e_2O als door het boven vermelde symbool e_2C kan worden voorgesteld, door 18 vierkanten en 8 gelijkzijdige driehoeken begrensd wordt, en het *netwerk* van dit lichaam dus uiterst gemakkelijk is samen te stellen.

Op de vraag òf de hier aangegeven methode *alle* polytopen levert, die eenerlei soort hoekpunten en eenerlei lengte van ribben hebben,

¹⁾ *Amer. Journal of Math.*, deel 31, blz. 303.

moet waarschijnlijk ontkennend geantwoord worden. Wat de netten dezer polytopen betreft, staat vast dat de verkregen uitkomsten niet volledig zijn; dit is trouwens aan de ontwerpster der methode bekend. Zoo geeft snijding van een net van maatpolytopen C_{10} van R_5 door een ruimte R_4 loodrecht op een invendige diagonaal dier maatpolytopen door een der hoekpunten aangebracht een ruimtevulling van de snijdende R_4 , waarbij de vijfde en de tot op de helft der ribben regelmatig aan de hoekpunten afgeknotte vijfde als samenstellende polytopen optreden. Dit vierdimensionale net ¹⁾ kan langs den door de schrijfster aangewezen weg niet gevonden worden.

Onze slotsom is, dat we in het ons ter beoordeeling gegeven geschrift een werk van groote verdienste voor ons hebben, waarin een uitstekende methode, op voortreffelijke wijze verklaard en door duidelijke teekeningen toegelicht, tot een reeks van belangrijke nieuwe uitkomsten voert. Met volledig vertrouwen stellen wij voor het in de Verhandelingen der Akademie op te nemen.

Groningen.
Delft.

P. H. SCHOUTE.
J. CARDINAAL.

Physiologie. — De Heer K. F. WENCKEBACH doet eene mededeeling: „*Over den invloed der ademhaling op den pols.*” (Pulsus paradoxus).

(Aangeboden in de vergadering van 29 April 1910).

In 1873 maakte KUSSMAUL opmerkzaam op het feit, dat bij vergroeiingen van het hart met zijn omgeving in de borstkas de pols bij iedere ademhaling kleiner wordt. Hij sprak van een „paradoxen” pols. Latere onderzoekers vonden echter, dat dit verschijnsel ook voorkomt bij personen zonder het door KUSSMAUL beschreven ziekteproces, ja, dat het bij gezonde individuen voorkomen kan. SOMMERBRODT vestigde de aandacht er op, dat de physiologische invloed van de ademhaling juist *is* een kleiner worden van den pols, dat men niets anders verwachten kon. Verder toonde hij aan, dat dit verschijnsel ten onrechte aan een bepaalde ziekte was toegeschreven, zeer zeker ook ten onrechte paradox genoemd werd.

Toch is dit kleiner worden van den pols bij de ademhaling in de pathologie een vraagstuk gebleven. Dat het bij vergroeiingen van

¹⁾ Verslagen, deel 16, blz. 703.

het hart in zulk een groot procent der gevallen voorkomt, is toch wel van beteekenis, terwijl anderzijds het voorkomen bij allerlei andere toestanden niet ontkend kan worden. Zoo weet men eigenlijk nog altijd niet, wat van dit verschijnsel te denken en hoe het in de diagnostiek te gebruiken.

De physiologie kan ons hier een oplossing aan de hand doen. Het is ons gebleken, dat de verschillende oorzaken van den pulsus paradoxus zich in de polscurve afteekenen.

Wanneer vergroeiingen het hart, dat zich anders vrij in het hartzakje beweegt, aan zijn omgeving vasthechten, ondervindt de hartswerking daardoor een belangrijke belemmering. Het is duidelijk, dat bij de ademhaling die belemmering zal toenemen, daar dan borstwand, middenrif en voorvlakte der wervelkolom, wanneer het hart daarmede is vergroeid, uiteen wijken. Het hart wordt dan getrokken en tusschen de vergroeiingen raakt het in de klem. Het kan zich daardoor gedurende de diastole niet zoo goed vullen, het debiet van het hart wordt kleiner. Naarmate nu de genoemde deelen zich verder van elkander trachten te verwijderen, zal ook het hart meer in de klem geraken. Het is dus te verwachten, dat de pols kleiner zal worden naar mate de inademing dieper wordt en dat gedurende de uitademing, waarbij het hart weder uit de verdrukking komt, de pols weer in grootte zal toenemen. Buiten de ademhaling, in de adempauze, zal de polsgolf 't grootste zijn.

Dit is nu ook wat ik in alle gevallen van vergroeiing van het hart, waarbij pols-ademcurven genomen werden, gevonden heb. Een bewijs van de minder goede werking van het hart gedurende de ademhaling is ook het opzwellen der halsaderen gedurende die periode.

Geheel anders echter is het in die gevallen, waarin geen vergroeiingen in de borstkas aanwezig zijn en toch de ademhaling den pols kleiner doet worden. Voor de verklaring van dit verschijnsel is het noodig de physiologie der ademhaling te hulp te roepen.

De longen kunnen vergeleken worden met opgeblazen elastische ballons, die in de borstkas zijn opgesloten. Hunne elasticiteit is daarbij niet ontspannen, want wanneer men de borstkas opent, trekken zij zich dadelijk tot veel kleiner volumen samen. Er bestaat dus bij gesloten borstkas een elastische spanning in de longen, die zich op hunne omgeving doet gevoelen, namelijk op de binnenzijde van den borstwand, op de bovenzijde van het middenrif en op de buitenzijde van het hart, de groote vaten en verdere borstorganen. Daar noch borstwand noch middenrif aan deze longtractie toegeven, komt zij voornamelijk neer op hart en vaten. Reeds in rust oefent dus de

borstholte een invloed in de richting eener verwijding op deze organen uit, wat het toevloeden van bloed naar de borstkas en 't hart in de hand werkt.

Bij de inademing wordt de borstkas verwijd, doordat hare wanden niteen wijken. De borstkas zuigt daardoor lucht naar binnen; deze treedt door de luchtpijp binnen en vult de longen. Maar zoo goed als er lucht ingezogen wordt, wordt ook het bloed sterker aangelokt. De toevloed van bloed wordt nu nog versterkt 1° doordat de longelasticiteit sterker gespannen wordt en hart en vaten aan sterkere tractie zijn blootgesteld, 2° omdat naar alle waarschijnlijkheid de longen in inademingsstand zich sterker met bloed vullen.

Zoo is dan de invloed der inademing op den bloedsomloop gericht op een lokken van bloed *in* de borstkas.

Men kan dus verwachten, dat de aderen zich bij de inademing naar de borstkas toe zullen ontledigen, terwijl de arterien in die periode minder gevuld zullen of kunnen worden.

Wat het eerste punt betreft, zoo is het dan ook een welbekend normaal verschijnsel, dat de halsaderen bij de inademing samenvallen, door snellere ontleding naar de borstkas toe.

Wat het tweede punt betreft, zien wij in volkomen normalen toestand gewoonlijk van een minder goede vulling van het arteriestelsel niets. Dit is ook wel begrijpelijk. De linker kamer, die de groote arterien vult, is voorzien van een sterken spierwand, met behoorlijken tonus, óók in diastole; zij zal niet licht aan de tractie der elastische spanning der longen toegeven. Hetzelfde geldt van de aorta, waarvan de dikke, sterk elastische wanden onder hoogen druk staan. Zoo komt het dat, terwijl het zooveel dunwandiger rechterhart en de groote aderen den invloed der inademing sterk ondervinden, het linker hart en 't arteriestelsel daarvan gewoonlijk niets vertoonen.

Geheel anders wordt het nu in abnormale en ziekelijke omstandigheden. De genoemde factoren zullen een veel sterkeren invloed uitoefenen wanneer de adembaling zeer snel, krachtig en diep plaats vindt. Wordt daarbij het toetreden van lucht door vernauwing of afsluiting der luchtwegen belemmerd, dan treedt daarenboven in de longen luchtverdunning op. De longelasticiteit wordt daardoor niet door de atmosfeer-druk gedragen, de kracht der adembaling daardoor grootendeels op hart en vaten overgebracht.

Zoo is dan ook het kleiner worden, zelfs het geheel verdwijnen van den pols bij de inademing een bekend verschijnsel bij ziekten, die tot vernauwing der luchtwegen en sterke adembewegingen aanleiding geven, zooals bij de croup. Ook de normale mensch kan zijn

pols doen verdwijnen, door bij gesloten neus of glottis diep te inspireeren (proef van J. MÜLLER).

Eenzoo zal dit verschijnsel optreden, wanneer ook bij rustige ademhaling de weerstand, door hart- en vaatwand aan de longtractie geboden, belangrijk afneemt. Dit komt voor bij hartzwakte met verslapping, atonie der hartspier, bij sterke anaemie en lage bloedsdrukking, waarbij de wand der aorta minder krachtig gespannen is; ook daar waar het adem-oppervlak belangrijk is ingekrompen, zooals bij groote pleuritische exudaten, bij zeer volumineuse harten of bij pericarditis, waar daardoor een groot deel van de kracht der inademing op hart en vaten wordt overgebracht.

Er zijn dus allerlei toestanden, waarbij een kleiner worden van den pols bij inademing evenzeer optreedt als bij vergroeiingen in de borstkas. Het verschil komt pas voor den dag bij de uitademing.

Het is duidelijk, dat de bij de ademhaling werkzame factoren bij de in- en bij de uitademing in tegengestelden zin zullen werken. Bij de uitademing wordt de borstholte verkleind, de lucht uitgedreven en evenals de lucht ook het bloed eerder uitgedreven of tegengehouden dan aangelokt. De elastische spanning der longen wordt geringer, bij krachtige expiratie zelfs door de opéén dringende wanden der borstkas gedeeltelijk gedragen, de samendrukkende kracht der expiratie kan daardoor zelfs gedeeltelijk op hart en vaten worden overgebracht. Op het röntgenscherm kan men waarnemen, dat soms het hart bij krachtige inspiratie grooter wordt en gedurende krachtige expiratie kleiner, samengedrukt wordt. Zoo laat zich dus als invloed der uitademing op den bloedsomloop verwachten een minder snel leegloopen der aderen, een sterker gevuld worden der arterien.

Ook hier beantwoorden de feiten aan de verwachting. In normale omstandigheden reeds kenmerkt zich de periode der uitademing door een zich vullen en zwellen der hartsaderen. En in die gevallen, waarin zich de invloed der inademing op den pols deed voelen als een kleiner worden van de polsgolf, wordt bij de uitademing de pols soms belangrijk grooter.

Reeds de eerste polsslslag gedurende de uitademing is dan duidelijk vergroot, dikwijls het grootst. De uitademing compenseert den nadeeligen invloed van de inademing in deze gevallen en geeft terstond, wat bij de inademing was teruggehouden. In de adempauze is de pols dan van middelmatige grootte.

Zoo is dus voor de geneeskundige diagnostiek een onderscheid aangetoond tusschen gelijksoortige verschijnselen bij vergroeiingen in de borstkas en andere toestanden. In het eerste geval wordt de pols bij inademing kleiner, bij uitademing geleidelijk grooter, om in de

adempauze 't grootst te zijn; bij de tweede rubriek is de pols bij de indeming 't kleinste, bij de uitademing het grootst, in de adempauze van gemiddelde grootte.

Tevens is hierdoor een feit aangetoond, dat voor de physiologie niet zonder belang schijnt, of ten minste het opmerken waard is, nml. dat wij de extra-thoracale arterien kunnen beschouwen als een manometer voor de borstholte. In normale omstandigheden is het instrument te ongevoelig, door den sterken weerstand dien zijne wanden aan de werkzame factoren bieden. Wordt die weerstand geringer, zooals bij verschillende ziekten het geval is, dan werkt de manometer, al geeft hij dan maar kleine uitslagen en al kunnen er ook geen juiste waarden aan worden afgelezen.

Groningen, April 1910.

Physiologie. — De Heer HAMBURGER doet een mededeeling over:
„*De invloed van geringe hoeveelheden Calcium op de beweging der Phagocyten*”.

Uit vroegere onderzoekingen is gebleken, dat geringe hoeveelheden calcium in staat zijn de phagocytose in aanzienlijke mate te bevorderen. ¹⁾ Zoo nam bijv. bij toevoeging van 0.005 % CaCl_2 aan het serum het phagocytair vermogen ongeveer 22 % van de oorspronkelijke waarde toe. Die gunstige werking van het chloorcaesium doet zich in nog sterkere mate gelden, wanneer het in plaats van bij serum, bij NaCl-oplossingen gevoegd wordt.

Deze onderzoekingen zijn in den laatsten tijd in twee richtingen voortgezet.

In de eerste plaats hebben wij ons afgevraagd, of de invloed van Ca ook *in het levende individu* tot uiting zou kunnen komen. Immers de tot dusverre genomen proeven werden alle buiten het lichaam verricht. Indien — zoo redeneerden wij — het door Ca-Ionen verhoogde phagocytair vermogen op een versnelling der amoëboïde beweging berust, dan laat zich verwachten, dat door Ca ook de chemotaxis zal bevorderd worden. En zoo bepaalden wij dan *de chemotaxis met en zonder toevoeging van chloorcaesium* op de wijzen, die hieronder zullen worden beschreven.

Tegelijkertijd kon met dit onderzoek een vraag worden beantwoord, die van andere zijde werd gesteld. In het Zeitschrift für Balneologie

¹⁾ HAMBURGER en HEKMA. Zittingsverslag der Kon. Akademie van Wetenschappen 29 Juni 1907.

Biochemische Zeitschrift 9, 275, 1908.

van 15 Augustus 1909 leest men namelijk, dat door het Pruisisch Ministerie van Eeredienst, Onderwijs en Geneeskundige Zaken de volgende vraag werd gericht aan het Kaiserliche Gesundheitsamt: „Ist ein Mineralwasser, das eine isotonische Kochsalzlösung darstellt, durch einen Gehalt von 0.1 % Chlorecalcium gemäss den Untersuchungen des Prof. HAMBURGER in Groningen geeignet, dem Körper Stoffe zuzuführen, die in dem Serum die Aufgabe haben, den Verdauungsprocess der Bakterien vorzubereiten, die Phagoeytose erheblich zu steigern? Sind einschlägige Untersuchungen in staatlichen Instituten mit einem Mineralwasser, das jene chemischen Vorbedingungen erfüllt, zu empfehlen?“

Prof. Dr. H. KIONKA (Jena) bracht daarover een rapport uit, waarin werd betoogd, dat zulke onderzoekingen inderdaad als hoogst gewenscht moeten beschouwd worden.

Met het oog op de belangstelling van balneologische zijde, heb ik dan tevens eenige proeven genomen met een Ca-rijk mineraalwater en koos daarvoor het water der Virchow-Quelle te Kiedrich bij Eltville (Wiesbaden).

Nog in een tweede richting hebben wij onze onderzoekingen uitgebreid. We zijn namelijk begonnen met pogingen *om nader door te dringen in den aard van den merkwaardigen invloed van het calcium.*

A. INVLOED VAN CALCIUM OP DE CHEMOTAXIS.

Om den invloed van calcium op de chemotaxis te onderzoeken, werden twee methoden toegepast.

De eerste methode bestond daarin, dat kleine, aan één uiteinde toegesmolten capillaire buisjes, die gevuld waren met een suspensie van *B. coli commune* in CaCl_2 -houdende en in CaCl_2 -vrije keukenzoutoplossing, onder de huid van een konijn werden gebracht en na eenigen tijd onderzocht werd, hoe lang de binnengedrongen leukocytenzuiltjes waren.

De tweede methode bestond daarin, dat wij bij eenige konijnen CaCl_2 in het darmkanaal brachten en bij de andere niet, en dan onderzochten, in hoever de van coli-cultuur voorziene capillaire buisjes bij de eerste konijnen een grooter phagoeytenzuiltje hadden aangelokt, dan bij de tweede.

Behalve culturen als zoodanig brachten wij in de capillaire buisjes ook in plaats daarvan de van bacteriën bevrijde vloeistof, dus alleen de stofwisselingsproducten der bacteriën.

Omtrent de techniek vindt men nadere bijzonderheden in de Biochemische Zeitschrift. Hier zij slechts vermeld, dat de capillaire

buisjes bevestigd werden in kleine platte stukjes kurk, waarin vooraf gaatjes waren gestoken en voorts, dat voor de proeven konijnen werden gebruikt en wel de binnenzijde van de dij. Het is gemakkelijk daar een huidzakje te maken, waarin het stukje kurk met capillaire buisjes een plaats kan vinden. Nadat dit erin geschoven was, werd de huidwond gesloten.

Wij willen thans de uitkomsten van eenige der genomen proeven vermelden.

Eerste Methode.

Proeven met calciumrijke en calciumhoudende bacteriensuspensies.

Voor de hier volgende proef werden drie kurkjes, ieder met twee capillaire buisjes voorzien. In de beide buisjes van het eerste kurkje werd een suspensie van B.Coli in NaCl 0.9 pCt. gebracht. In de beide buisjes van het tweede kurkje was de vloeistof NaCl 0.9 pCt. + 0.01 pCt. CaCl₂ en van het derde kurkje, NaCl 0.9 pCt. + CaCl₂ 0.05 pCt. Het eerste en derde kurkje werd onder de huid van den rechter poot geschoven, het tweede (dus met 0.01 pCt. CaCl₂), onder die van den linker poot. Ze bleven er 24 uren onder liggen. Daarna werden de lengten der binnengedrongen leucoeytenzuiltjes gemeten.

De volgende tabel geeft de resultaten van een der experimenten.

T A B E L I.

Invloed van calcium op de chemotaxis.

Suspensie van B. Coli commune in een oplossing van NaCl 0.9% waarin is opgelost:	Lengte de phagocytenzuiltjes in twee capillaire buisjes:
0 % CaCl ₂	$\frac{1}{2} + 2 = 3\frac{1}{2}$ m.M.
0.01 " "	2 + 2 = 4 "
0.05 " "	$2\frac{1}{2} + 2\frac{1}{2} = 5$ "

Men ziet, dat door toevoeging van CaCl₂ aan de bacteriensuspensie, de chemotaxis is toegenomen.

Hetzelfde resultaat werd verkregen, wanneer in plaats van de suspensie in haar geheel, de van bacteriën bevrijde suspensie werd genomen. Ook hiervan een voorbeeld.

T A B E L II.
Invloed van calcium op de chemotaxis.

	Rechterpoot	Linkerpoot
	Extract van Colibacteriën in NaCl 0.9%	Extract van Colibacteriën in NaCl 0.9% + CaCl ₂ 0.01%
Som van 3 leukocyten- zuiltjes na 24 uur	4.25 mM.	4.75 mM.

De vele andere proeven, die op dezelfde wijze werden genomen als die, welke aan tabel 1 en 2 ten grondslag liggen, vindt men in een uitvoerige verhandeling in de Biochemische Zeitschrift. Zij gaven alle een gelijklopende uitkomst.

T w e e d e m e t h o d e.

Inbrengen van calciumhoudende vloeistoffen in het darmkanaal.

Deze methode onderscheidde zich daardoor van de eerste, dat wij niet den inhoud der capillaire buisjes, maar het weefselvocht met Ca bedeedden. Dit werd bereikt door rectale inspuiting van Ca-houdende vloeistoffen. Als zoodanig gebruikten wij in de eerste plaats NaCl-oplossing 0.9 pCt., waarin CaCl₂ was opgelost, en in de tweede plaats Ca-houdend mineraalwater.

a. Ca-houdende NaCl-oplossingen.

Nadat door zachten druk op den buik de in het rectum vertoevende faecaal massa was verwijderd, werden bij vier konijnen 60cc vloeistof in het rectum gebracht en wel, telkens 15 cc verdeeld over een dag. Het eerste konijn ontving 60 cc NaCl 0.9 pCt.; het tweede 60 cc NaCl 0.9 pCt., waarin 0.1 Gr. CaCl₂ was opgelost; het derde ontving op gelijke wijze 0.2 Gr. CaCl₂ en het vierde 0.5 Gr. CaCl₂. Vooraf was telkens in een huidzakje van de dij een plaatje kurk gebracht met drie capillaire buisjes, houdende een gefiltreerde cultuur van B. coli commune. Het resultaat vindt men in de volgende tabel.

T A B E L III.
Invloed van calcium op de chemotaxis.

In het rectum gebrachte vloeistoffen:		Gezamenlijke lengte der 3 leucocytenzuiltjes:
Konijn 1	60 cc NaCl-oplossing van 0.9%	5 mM.
" 2	60 " " " + 1 Gr. CaCl ₂	9.5 "
" 3	60 " " " + 0.2 "	9 "
" 4	60 " " " + 0.5 "	9.30 "

Uit deze proeven volgt:

1. dat alle oplossingen, die CaCl_2 bevatten, na invoering in het darmkanaal een ruimere chemotaxis te voorschijn geroepen hebben dan de zuivere NaCl -oplossing;

2. dat bij invoering van meer dan 0.1 Gr. CaCl_2 geen verdere toeneming van de chemotaxis heeft plaats gehad.

Wij wenschten nu verder te weten, of ook bij voortzetting van de proef m. a. w. na het inbrengen van nieuwe capillaire buisjes onder voortzetting van de inspuiting van CaCl_2 , het verschijnsel zich den volgenden dag zou herhalen. De volgende tabel geeft hierop een antwoord.

TABEL IV.
Invloed van calcium op de chemotaxis.

In het rectum gebrachte vloeistof:		Gezamenlijke lengte der 3 leucocytenzuiltjes
Konijn 1	60cc NaCl -oplossing van 0.9%	4.5 mM.
" 2	60 " " " + 0.1 Gr. CaCl_2	8.7 "
" 3	60 " " " + 0.2	10.5 "
" 4	60 " " " + 0.5	8 "

Het blijkt dus, dat bij voortzetting van de proef, dus den tweeden, dag, het Ca eveneens de chemotaxis heeft bevorderd.

Voegen wij nu nog toe, dat bij het gebruik van *ongefiltreerde culturen* het resultaat hetzelfde was. Echter kon bij vergelijkende proeven met gefiltreerde en ongefiltreerde cultuur bij een en hetzelfde individu geconstateerd worden, dat in de capillaire buisjes met gefiltreerde cultuur de leukocytenzuiltjes groter waren. Dit is niet moeilijk te verklaren, wanneer men ziet, dat de ingedrongen witte bloedlichaampjes voor een deel met een aanzienlijke hoeveelheid colibacteriën worden gevuld en dientengevolge niteenvallen.

b. Calcium-rijk mineraalwater. (Virchow-Quelle).

Hier werd op volkomen gelijke wijze geëxperimenteerd als bij de proeven over den invloed van CaCl_2 -houdende NaCl -oplossing. Eerst diende echter berekend te worden, hoeveel mineraalwater in het rectum gebracht moest worden. Volgens de analyse van H. FRESNIUS bevat het ongeveer 0.1% CaCl_2 . Om gelijk in de bovenstaande proeven, 0.1 Gr. CaCl_2 toe te dienen, zou men dus 100 cc. van het water per dag moeten inbrengen. Dit was wel uitvoerbaar zonder dat men

bevreesd behoefde te zijn, dat een deel weer zou worden ontlast, doch het volume kon toch niet gering genoemd worden. Laat men zich echter leiden door de hoeveelheid, die aan den mensch pleegt gegeven te worden, dan komt men voor het konijn tot een kleiner volume dan 100 cc. Immers wordt bij den mensch gemiddeld 1 L. van het water per dag voorgeschreven. Rekent men nu het gewicht van een mensch op 65 K.G. en dat van de door ons gebruikte konijnen 3.5 K.G., dan zouden de konijnen dus naar evenredigheid moeten ontvangen $\frac{3.5}{65} \times 100 = 5.4$ cc. Zoo hebben wij dan aan de dieren 60 c.c. per dag in vier malen gegeven, dus iederen keer 15 cc. *Zij kregen derhalve per dag 0.06 Gr. CaCl₂.*

Laten wij thans eenige der resultaten mededeelen. Het spreekt vanzelf, dat voor de controle ook hier konijnen werden ingespoten met zuivere NaCl-oplossing van 0.9%.

Resultaat: De gezamenlijke lengte van 6 leukocytenzuiltjes (2 poten) bedraagt:

bij het NaCl-konijn	7.25 m.M.
bij het Virchowbron-konijn	9 m.M.

Een gelijkloidend resultaat geeft de volgende proef:

Resultaat: De gezamenlijke lengte van 6 leukocytenzuiltjes (2 poten) bedraagt:

bij het NaCl-konijn	8.4 m.M.
bij het Virchowbron-konijn	12 m.M.

Uit deze proeven blijkt, dat wanneer men slechts 0.06 Gr. CaCl₂ in het darmkanaal brengt, de chemotaxis belangrijk wordt bevorderd. Reeds zonder meting van de lengte der phagoocytenzuiltjes kan men zich van de juistheid dier conclusie overtuigen. Immers bij de opening van het huidzakje blijkt al dadelijk dat *bij het Virchow-konijn zich een veel dikkere phagoocytenmassa om de buisjes heeft opgehoopt dan bij het NaCl-konijn.* Hetzelfde namen wij ook zonder uitzondering waar bij de proeven, waar CaCl₂ houdende NaCl-oplossingen werden ingespoten.

Bij eenig nadenken staat men verbaasd over den grooten invloed, dien het Ca hier in zoo uiterst geringe hoeveelheid heeft uitgeoefend. Inderdaad, de vermeerdering, die het Ca gehalte van de lymph kan ondergaan moet zeer gering zijn. Laten wij een oogenblik aannemen, dat de 0.06 Gr. CaCl₂ zich gelijkmatig verdeeld heeft over het bloed- en weefselvocht van het dier, dan kan de vermeerdering van het calciumgehalte daarvan slechts zeer gering geweest zijn. Een konijn van 3500 Gr. bevat $\frac{3500}{100} \times 8$ Gr. = 280 Gr. bloed, dus

ongeveer $280 \times \frac{2}{3} = 185$ cc. serum. Nemen we nu verder aan, dat het dier bevat 100 cc. weefselvocht dan zal, wanneer gelijk gezegd, het calcium zich geheel en uitsluitend heeft verdeeld over de 285 cc. vocht, m. a. w. dat niets ervan in de weefselcellen of in de bloedlichaampjes is binnengedrongen¹⁾ of de nieren heeft verlaten het Ca-gehalte van het weefselvocht gestegen zijn $\frac{100}{285} \times 0.06\% = 0.02\%$. Deze rekening is zeer willekeurig, maar geeft toch eenigermate een denkbeeld van de geringe verhooging van calciumconcentratie, die noodig is om de chemotaxis van 7.25 tot 9 of van 8.4 tot 12, dus met $\frac{12-8.4}{8.4} \times 100 = \pm 40\%$ te laten stijgen.

En deze stijging stelt slechts een minimumwaarde voor. Immers wanneer een zuiltje leucocyten in het capillaire buisje is binnengedrongen, dan benadeelt dit het verdere indringen der bewegelijke cellen, en wel hoofdzakelijk daardoor, dat nu de vloeibare inhoud van de capillaire buisjes niet vrij diffunderen kan in de omgeving. In verband daarmee is het dan ook verklaarbaar, dat wanneer men de capillaire buisjes langeren tijd, bijv. in plaats van 24, 48 uren onder de huid laat liggen, de invloed van het Ca in geringere mate tot uiting komt. Uit dit oogpunt zou het dus aanbeveling verdiend hebben, de buisjes korteren tijd dan 24 uur te laten liggen. Dan zou het procentisch verschil tusschen de leukocytenzuiltjes bij de normale en bij de calciumdieren zonder twijfel grooter zijn uitgevallen. Daartegenover stond echter het technische nadeel, dat de absolute lengten van alle zuiltjes kleiner zouden geweest zijn en minder gemakkelijk nauwkeurig te meten. Het ligt voor de hand, dat deze opmerking ook geldt voor de resultaten met calcium-houdende en calcium-vrije NaCl-oplossingen.

Uit al deze proeven blijkt ten duidelijkste, dat reeds door geringe hoeveelheden calcium de chemotaxis in aanzienlijke mate bevorderd wordt.

Wij komen thans tot de tweede vraag, hoe is die bevordering der chemotaxis, alsook de vroeger reeds geconstateerde verhooging der phagoeytose te verklaren?

¹⁾ Wat ten aanzien van de roode bloedlichaampjes zeker wel het geval is. (Vergel. ons opstel over de permeabiliteit van bloedcellen voor Ca-ionen. Zittingsverslag van 31 October 1908.)

B. WAARDOOR WORDEN PHAGOCYTAIR VERMOGEN EN CHEMOTAXIS
DOOR CALCIUM VERHOOGD ?

Ten aanzien van de chemotaxis ligt het antwoord vrijwel voor de hand. Het indringen van een grootere hoeveelheid phagocyten in het capillaire buisje kan bezwaarlijk anders verklaard worden dan door een grootere bewegelijkheid der cellen. Ligt deze nu ook ten grondslag aan de verhooving van het phagocytair vermogen? Of moeten wij hier denken aan een grootere krachtsontwikkeling, die bij de phagocyten tot uiting komt door de aanwezigheid van calcium en die maakt, dat cellen, die onder normale omstandigheden te zwak zijn om partikeltjes op te nemen, door de aanwezigheid van calcium daartoe in staat worden gesteld. Er is reden om aan die mogelijkheid te denken, wanneer men zich herinnert op welke wijze het phagocytair vermogen door ons bepaald werd. Bij een suspensie van de leuco-

T A B E L V.

Invloed van den tijd op den omvang der phagocytose¹⁾.

Tijd, gedurende welken de phagocyten kooldeeltjes konden opnemen :	Procentgehalte der leucocyten, die kool hebben opgenomen :		Procentische stijging der phagocytose door Ca.
	De leucocyten liggen in NaCl 0.9 ‰	De leucocyten liggen in NaCl 0.9 ‰ + CaCl ₂ 0.05 ‰	
10 minuten	$\frac{156}{500} \times 100 = 31.2\%$	$\frac{455}{506} \times 100 = 30.6\%$	2 ‰
20 "	$\frac{146}{460} \times 100 = 31.7\%$	$\frac{171}{428} \times 100 = 39.9\%$	26 "
30 "	$\frac{219}{529} \times 100 = 41.5\%$	$\frac{246}{420} \times 100 = 58.5\%$	40.1 "
1 uur	$\frac{270}{560} \times 100 = 48.2\%$	$\frac{339}{514} \times 100 = 65.9\%$	37 "
1½ "	$\frac{322}{503} \times 100 = 64\%$	$\frac{359}{602} \times 100 = 59.6\%$ (?)	
2 "	$\frac{302}{478} \times 100 = 63.1\%$	$\frac{309}{467} \times 100 = 66.4\%$	1.5 "

¹⁾ De in dit opstel vermelde proeven over phagocytose zijn verricht in gemenschap met den Heer J. DE HAAN, Med. Cand., assistent aan het Physiologisch laboratorium.

cyten loch werden koolpartikeltjes gevoegd en nu werd nagegaan, welk percentgehalte aan leucocyten zonder en met toevoeging van calcium, kool had opgenomen.

Het scheen niet moeilijk uit te maken, welke van beide momenten als de oorzaak moest aangezien worden voor de gunstige werking van het calcium, namelijk de versnelling der amoëboïde beweging dan wel de vermeerdering van kracht dier beweging.

Om dit te onderzoeken, hadden wij niets anders te doen dan van twee gelijke suspensies van leucocyten, de eene te bedeelelen met Ca, de andere niet, aan beide koolpartikeltjes toe te voegen en na te gaan, of de niet met calcium bedeelde suspensie, wanneer haar slechts voldoende tijd werd gelaten, een even groot phagoëytair vermogen zou vertoonen als de met calcium bedeelde. Was dit werkelijk het geval, dan moest de gunstige werking van het calcium alleen toegeschreven worden aan de grootere snelheid der amoëboïde beweging.

Het volgende experiment geeft op de vraag een antwoord. Het verloop der proef is uit tabel V (pag. 19) duidelijk.

Voor de juiste beoordeeling zij echter nog opgemerkt, dat de suspensies vóór de toevoeging van kool op 37° waren verwarmd en dat verder, na afloop van den vastgestelden inwerkingsduur, de leucocytenkoolsuspensies onmiddellijk in koud water werden geplaatst om aan het phagoëytair proces zoo spoedig mogelijk een einde te maken.

Uit deze tabel blijkt, dat reeds na 10 minuten een aanzienlijk aantal phagoëyten kool heeft opgenomen. De invloed van het calcium valt hier niet te constateeren. Wel is dit het geval, waar de leucocyten 20 minuten met koolpartikeltjes in aanraking zijn geweest; nog beter, waar de aanrakingsduur 30 minuten is geweest, terwijl het grootste onderscheid is waar te nemen, na een samenzijn van 1 uur. Na dien tijd ziet men, dat in de calcium-vrije suspensie 48.2% van de leucocyten kool hebben opgenomen, terwijl in de calciumhoudende suspensie dit aantal reeds 65.9% bedraagt. Dit is blijkbaar het maximum. Ditzelfde maximum wordt echter nagenoeg ook bereikt in de Ca-vrije vloeistof, maar ongeveer een half uur later.

Deze proef, genomen met bloedlichaampjes van een ander dier, geeft gelijklopende uitkomsten als de vorige: na 1 uur is in de Ca-houdende suspensie de phagoëytose nog aanzienlijk grooter dan in de Ca-vrije. Na 2 uren zijn ze nagenoeg gelijk (59.8 en 58.4). Tabel VI (p. 21.)

Dat ze in de Ca-houdende vloeistof een weinig grooter blijft dan in de Ca-vrije, zal wel moeten worden toegeschreven aan de omstandigheid, dat met de eerste de phagoëyteninhoud beter in evenwicht

is, m.a.w. geringer verandering ondergaat dan in de Ca-vrije NaCl-oplossing.

Herhaling der proef.

TABEL VI.

Invloed van den tijd op den omvang der phagocytose.

Tijd, gedurende welken de phagocyten kooldeeltjes konden opnemen :	Procentgehalte der leucocyten, die kool hebben opgenomen :		Procentische stijging der phagocytose door calcium
	De leucocyten liggen in NaCl 0.9%	De leucocyten liggen in NaCl 0.9% + CaCl ₂ 0.15%	
10 minuten	$\frac{104}{284} \times 100 = 36.6\%$	$\frac{214}{374} \times 100 = 37.2\%$	1.7%
30 "	$\frac{127}{327} \times 100 = 38.8\%$	$\frac{146}{330} \times 100 = 44.2\%$	14 "
1 uur	$\frac{171}{404} \times 100 = 42.3\%$	$\frac{235}{458} \times 100 = 51.3\%$	21.3 "
2 "	$\frac{304}{520} \times 100 = 58.4\%$	$\frac{209}{334} \times 100 = 59.8\%$	2.4 "
4 "	$\frac{165}{302} \times 100 = 57.9\%$	$\frac{153}{253} \times 100 = 60.4\%$	4.3 "

Ten slotte vermelden we nog een derde proef. Deze gaf hetzelfde resultaat als de beide eerste.

TABEL VII.

Invloed van den tijd op den omvang der phagocytose.

Tijd, gedurende welken de phagocyten konden opnemen :	Procentgehalte der leucocyten, die kool hebben opgenomen :		Procentische stijging der phagocytose door calcium
	De leucocyten liggen in NaCl 0.9%	De leucocyten liggen in NaCl 0.9% + CaCl ₂ 0.05%	
10 minuten	$\frac{183}{493} \times 100 = 37.1\%$	$\frac{185}{405} \times 100 = 45.9\%$	23.7%
1 uur	$\frac{142}{294} \times 100 = 48.2\%$	$\frac{241}{369} \times 100 = 65.3\%$	35.4 "
2 "	$\frac{214}{333} \times 100 = 64.2\%$	$\frac{243}{384} \times 100 = 64.2\%$	0 "

De uitkomsten, verkregen bij de *proeven over de chemotaxis* en bij die *over de phagocytose*, leeren eenstemmig, dat de invloed van het calcium berust op een versnelling van de amoeböide beweging.

Men kan zich nu verder afvragen, *waarom* het calcium de amoeböide beweging de phagocyten versnelt. Men zou hier kunnen denken aan een wijziging in de agglomeratie der colloïdale protoplasmadeeltjes. Deze zou kunnen worden teweeggebracht door een verandering in de elektrische lading tengevolge van het binnentreden van het tweewaardige kation. Was dit het geval, dan ware het niet onwaarschijnlijk, dat andere tweewaardige metaal-ionen, zooals barium, strontium of magnesium, de phagocytose evenzoo zouden bevorderen. Het experiment heeft echter geleerd, dat dit geenszins het geval is. Ik zal hier slechts een van de vele proeven vermelden, die daarover zijn genomen.

Bij drie oplossingen, n.l. $\text{NaCl } 0.9\%$, $\text{NaCl } 0.9\% + 0.11\% \text{ BaCl}_2 + 2 \text{ Aq}$ en $\text{NaCl } 0.9\% + 0.05\% \text{ CaCl}_2$ werden gelijke hoeveelheden eener leucocytensuspensie gevoegd. Nadat de vloeistoffen daarop 2 uren hadden ingewerkt, werd kool toegevoegd en een half uur daarna werd onderzocht, hoeveel procent van de leucocyten kooldeeltjes hadden opgenomen. De volgende tabel geeft de uitkomsten der proeven.

T A B E L VIII.
Invloed van barium en calcium.

Vloeistof:	Procentgehalte der leucocyten, die kool hebben opgenomen:
$\text{NaCl } 0.9\%$	$\frac{58}{234} \times 100 = 24.8\%$
	$\frac{54}{229} \times 100 = 23.4\%$
	$\frac{68}{270} \times 100 = 25.1\%$
$\text{NaCl } 0.9\% + 0.11\% \text{ BaCl}_2 + 2 \text{ Aq}$	$\frac{69}{279} \times 100 = 24.7\%$
$\text{NaCl } 0.9\% + 0.05\% \text{ CaCl}_2$	$\frac{192}{377} \times 100 = 50.9\%$

Uit deze proef blijkt, dat barium geen aanwijsbaren invloed op de phagocytose heeft uitgeoefend, calcium daarentegen in zeer aanzienlijke mate.

Dit resultaat wordt nog bevestigd aan dezelfde leucocyten, *namat*

deze gedurende 24 uur in een 0.9% NaCl-oplossing aan zichzelf zijn overgelaten geweest. Nadien wordt een afgemeten hoeveelheid der leucocyten in een versche oplossing van NaCl 0.9% in NaCl 0.9% + 0.11% BaCl₂ en in NaCl 0.9% + 0.05% CaCl₂ gebracht.

T A B E L IX.
Invloed van barium en calcium.

Vloeistof:	Procentgehalte der leucocyten, die kool hebben opgenomen:
NaCl 0.9%	$\frac{15}{47.3} \times 100 = 3.2\%$
„ + 0.11% BaCl ₂	$\frac{16}{45.3} \times 100 = 3.5\%$
„ + 0.05% CaCl ₂	$\frac{113}{216} \times 100 = 52.3\%$

Uit deze proeven volgt, dat wanneer de phagocyten door een langdurig oponthoud in NaCl 0.9 pCt. bijna geheel zijn verlamd, *barium niet in staat is ze weder te doen opleven*. Door een isosmotische hoeveelheid *calcium echter is dit in zeer sterke mate het geval*.

Op gelijke wijze als barium gedroeg zich het strontium.

Voegen wij ten slotte hieraan nog een experiment met magnesium toe.

T A B E L X.

Vloeistof:	Procentgehalte der leucocyten, die kool hebben opgenomen:
NaCl 0.9%	$\frac{1}{529} \times 100 = 0.2\%$
„ + 0.05% MgCl	$\frac{8}{807} \times 100 = 2.2\%$
„ + 0.05% CaCl	$\frac{261}{532} \times 100 = 49\%$

Ook hier blijkt weer, dat de verlamde phagocyten *door toevoeging van een weinig magnesium wel eenigermate opleven*, doch dat dit *in veel en veel sterkere mate het geval is door toevoeging van een isosmotische hoeveelheid CaCl₂*.

Uit deze experimenten, waarvan een grooter aantal met uitvoeriger beschrijving in de Biochemische Zeitschrift gevonden wordt, mag men

concludeeren, dat de door calcium toegebrachte, aanzienlijke verhooging van het phagocytair vermogen, niet gelegen kan zijn in de elektrische lading, die het Ca als tweewaardig ion toekomt, maar dat we hier te doen hebben met een bijzondere, specifieke biochemische eigenschap van dat element.

Om de bijzondere beteekenis van het calcium nog eens in het licht te stellen, willen wij hier terloops nog even melding maken van het feit, dat het vooral dit element is, dat den gunstigen invloed van RINGER's vloeistof voor de phagocytose vertegenwoordigt. Dit moge blijken uit het volgende experiment.

Gelijke hoeveelheden (0.15 cc) van dezelfde leukocytensuspensie werden vermengd met gelijke hoeveelheden (2 cc) eener oplossing van NaCl 0.9 pCt., RINGER's vloeistof zonder Ca, (n.l. NaCl 8, NaHCO₃, KCl 0.075, 1000 water) en RINGER's vloeistof met verschillende hoeveelheden chloorecalcium.

Nadat de suspensies gedurende 30 minuten met kool in aanraking waren geweest, werd op de gewone wijze bepaald, welk procentgehalte der leukocyten kool had opgenomen. De volgende tabel geeft de uitkomsten eener proef.

T A B E L XI.

Beteekenis van het calcium in RINGER's vloeistof.

Vloeistoffen	Procentgehalte der leucocyten, dat kool heeft opgenomen	
		Gemidd.
NaCl 0.9%	38.6%—42 % ¹⁾	40.3%
RINGER's vloeistof zonder CaCl ₂	37.4 „—41 „	39 „
„ „ met 0.005% CaCl ₂	41.5 „—43.1 „	42.3 „
„ „ „ 0.01 „ „	42.8 „—45.5 „	44.1 „
„ „ „ 0.05 „ „	49.3 „—51.7 „	50.5 „

Men ziet dat RINGER's vloeistof zonder calcium niet gunstiger voor de phagocytose is dan NaCl 0.9% alleen; eer schijnt ze een weinig er door benadeeld. *Toevoeging van calcium echter, zelfs van sporen, bevordert de phagocytose in hooge mate.*

Welken invloed hier dit element uitoefent, daarover kan men op

¹⁾ De beide getallen zijn telkens van twee waarnemers afkomstig. Het is opmerkelijk, dat de eene voortdurend een hooger cijfer voor de phagocytose krijgt dan de andere, ofschoon de praeparaten van dezelfde suspensie afkomstig waren. Blijkbaar ziet de eene in een cel soms kool liggen, waar de andere dat niet ziet.

het oogenblik slechts gissingen maken. Omtrent de eigenlijke oorzaak toch der amoëboïde beweging van het levende protoplasma weten wij op het oogenblik niets met eenige zekerheid. Wij tasten hier in het duister en zoo hebben wij hier gedacht aan de mogelijkheid, dat het calcium een vermindering van de oppervlaktespanning der phagoocyten zou teweegbrengen. Nu wordt, gelijk bekend, de oppervlaktespanning of beter gezegd, de moleculaire constante van twee elkander begrenzende lagen, uitgedrukt door de formule $K_{1,2} = K_1 + K_2 - A_{1,2}$, wanneer hier K_1 de moleculaire constante is van de grenslaag der phagoocyten, K_2 de moleculaire constante van de omringende vloeistof, en $A_{1,2}$ de energie voorstelt, die vrijkomt bij aanraking van de twee oppervlakken. Het zou nu van belang zijn te kunnen aantonen, dat onder den invloed van calcium $K_{1,2}$ kleiner wordt. Tot dusverre echter hebben wij geen kans gezien die waarde ook slechts bij benadering te bepalen. Het eenige wat wij doen konden, was uit te maken, of de oppervlaktespanning van de omringende vloeistof, dus K_2 onder den invloed van calcium een wijziging onderging. Doch van zulk een wijziging hebben wij niets kunnen bespeuren, noch in positieven, noch in negatieven zin.

Met een nadere studie omtrent het wezen der calciumwerking houden wij ons nog bezig. Wellicht opent zij op haar beurt een weg om in het meer algemeene en belangrijke probleem van de oorzaak der beweging van het levende protoplasma door te dringen.

R É S U M É.

De bovenbeschreven onderzoekingen hebben in hoofdzaak tot de volgende uitkomsten geleid :

1. *Door geringe hoeveelheden calcium wordt de chemotaxis in hooge mate bevorderd.*

Dit werd aangetoond door twee methoden :

a. doordien calciumvrije en calciumhoudende culturen van bacteriën (*B. Coli*) in capillaire buisjes onder de huid werden gebracht en de lengten der naar binnengedrongen leucocytenzuiltjes met elkander werden vergeleken.

b. doordien calciumvrije en calciumhoudende zoutoplossing in het darmkanaal werd gebracht en daarna vastgesteld werd, hoe groot in de beide gevallen de leucocytenzuiltjes waren, die in de met bacteriëncultuur voorziene capillaire buisjes waren aangelokt.

Zowel bij de proeven sub *a*, als bij de proeven sub *b* werd geëxperimenteerd met bacteriënsuspensies als zoodanig, als ook met de door middel van CHAMBERLAND's bougie verkregen filtraten, dus met de stofwisselingsproducten der microben.

De resultaten kwamen met elkander overeen.

De calciumhoudende vloeistoffen, die in het darmkanaal werden gebracht, waren :

1. CaCl_2 -houdende NaCl -oplossing.
2. het Ca-rijke water der Virchowbron (Kiedrich bij Eltville).

De invloed van beide vloeistoffen bleek zeer aanzienlijk te zijn : Werd bij konijnen van ongeveer $3\frac{1}{2}$ K.G., slechts 60 cc. van het genoemde mineraalwater per dag in het darmkanaal gebracht, wat overeenkomt met 0.06 Gr. CaCl_2 , dan steeg de chemotaxis ongeveer 40 $\%$. Hierbij zij opgemerkt, dat deze stijging slechts een minimum-waarde vertegenwoordigt.

2. *Door deze chemotactische onderzoeken is dus het bewijs geleverd, dat calcium niet slechts in vitro, maar ook in het levende lichaam, de werkzaamheid der phagocyten in zeer aanzienlijke mate verhoogt.*

Gedurende 48 uren bleef die invloed in onverminderde mate bestaan. Het is zeer waarschijnlijk, dat deze zich over veel langeren tijd uitstrekt. De gevolgde wijze van proefneming liet echter niet toe, bij een en hetzelfde dier het proces langer te vervolgen.

3. *De verhoging van de werkzaamheid der phagocyten is niet terug te brengen tot een vermeerdering van de intensiteit der celcontracties, doch blijkt haar oorzaak te vinden in een versnelling der amoëboïde beweging.*

Ten aanzien van de chemotaxis behoeft dit geen nader bewijs; ten aanzien van de phagocytose kon dit worden aangetoond door de waarneming, dat, wanneer men calciumvrije leucocytensuspensies slechts genoegzamen tijd laat om kooldeeltjes in zich op te nemen, het procentisch aantal der koolhoudende leucocyten gelijk wordt aan het aantal, dat, in wel is waar korteren tijd, in de calciumhoudende suspensies wordt waargenomen.

4. Vraagt men zich nu verder af, wat dan *de oorzaak* is, dat calcium de amoëboïde beweging der phagocyten versnelt, dan zal men geneigd zijn te denken aan een wijziging in de agglomeratie der colloïdale protoplasmadeeltjes als gevolg van het binnentreden van een aantal electrisch sterk geladen tweewaardige calcium-ionen. Deze verklaring kan echter bezwaarlijk juist zijn. Immers het experiment leert, dat andere tweewaardige kationen, met name barium, strontium en magnesium, geen versnelling der amoëboïde beweging teweegbrengen.

Men moet zich dus voorstellen, dat het calcium hier werkt door een bijzondere, tot nu toe onbekende biochemische eigenschap.

Welk een grooten invloed het calcium heeft, kan nog blijken uit het feit dat de gunstige werking van Ringer's vloeistof op de phagocytose, geheel moet worden toegeschreven aan dat metaal.

Wiskunde. — De Heer W. KAPTEYN biedt eene mededeeling aan van den Heer M. J. VAN UYEN over: „*Infinitesimale iteratie van wederkeerige functies*”. (2^{de} Mededeeling).

(Mede aangeboden door den Heer JAN DE VRIES).

§ 5. In § 4 van de eerste mededeeling (Zittingsverslag van de Kon. Akad. van Wetensch. 29 Mei 1910) hebben we getracht de symmetrische vergelijking

$$S(x, y) = 0$$

door de symmetrische projectieve transformatie

$$x = \frac{\alpha \xi + \beta \eta + \gamma}{\delta(\xi + \eta) + \varepsilon}, \quad y = \frac{\beta \xi + \alpha \eta + \gamma}{\delta(\xi + \eta) + \varepsilon} \quad (15)$$

te doen overgaan in de vergelijking

$$\psi(\xi) + \varphi(\eta) = 2k,$$

en gevonden, dat de functie $S(x, y)$ daartoe aan de volgende differentiaalvoorwaarde moest voldoen:

$$\delta^2 S_{zz} + (\alpha + \beta) \delta(S_{xz} + S_{yz}) + [\alpha \beta S_{xx} + (\alpha^2 + \beta^2) S_{yy} + \alpha \beta S_{yy}] = 0, \quad (18)$$

welke vergelijking verkregen was, nadat we door invoering van den homogeniteitsfactor z de uitdrukking $S(x, y)$ gelijkslachtig hadden gemaakt.

Bij uitsluiting van de affiene transformatie mochten we $\delta = 1$ stellen, waardoor (18) overging in

$$S_{zz} + (\alpha + \beta)(S_{xz} + S_{yz}) + [\alpha \beta S_{xx} + (\alpha^2 + \beta^2) S_{yy} + \alpha \beta S_{yy}] = 0. \quad (18a)$$

Daar aan (18a) voldaan moest zijn onafhankelijk van de waarde der veranderlijken, vertegenwoordigde deze vergelijking een reeks van betrekkingen tusschen de constanten α en β van de transformatie (15) (met $\delta = 1$) en de constanten van $S(x, y)$.

Kozen we voor $S(x, y) = 0$ de symmetrische tweedegraadsvergelijking

$$S_2 = a_2(x + y)^2 + 2b_2xy + 2a_1(x + y) + a_0 = 0,$$

dan bleek er één voorwaarde te zijn, nl.

$$a_0 + 2a_1(\alpha + \beta) + (a_2 + b_2)(\alpha + \beta)^2 - 2b_2\alpha\beta = 0, \quad (19)$$

terwijl we, wanneer we voor $S(x, y) = 0$ de symmetrische derdegraadsvergelijking

$$S_3 = a_3(x + y)^3 + 3b_3(x + y)xy + 3a_2(x + y)^2 + 6b_2xy + 3a_1(x + y) + a_0 = 0$$

kozen, kwamen tot twee voorwaarden, nl.

$$a_1 + (2a_2 + b_2)(\alpha + \beta) + (a_3 + b_3)(\alpha + \beta)^2 - b_3\alpha\beta = 0 \quad (21)$$

$$a_0 + 2a_1(\alpha + \beta) + (a_2 + b_2)(\alpha + \beta)^2 - 2b_2\alpha\beta = 0, \quad (19)$$

waarvan de laatste dezelfde was als die van de tweedegraadsvergelijking.

We zullen nu aantoonen, dat, bij een doeltreffende schrijfwijze der vergelijkingen, de voorwaarden, welke moeten gelden bij de symmetrische $(m-1)^e$ -graadsvergelijking, alle bevat zijn in die, welke behooren bij de symmetrische m^e -graadsvergelijking, zoodat het wederoptreden van de voorwaarde (19) bij de derdegraadsvergelijking uit een algemeen beginsel voortvloeit.

We zullen de symmetrische m^e -graadsfunctie $S_m(x, y)$ vooraf weer homogeen maken met behulp van den factor z , en haar dan schrijven gerangschikt naar opklimmende machten van z . We stellen dan

$$S_m = s_m + ms_{m-1}z + \dots + \frac{m(m-1)}{2} s_{m-2} z^2 + \dots + ms_1 + s_0, \quad (26)$$

waarin dus s_k een homogene symmetrische functie van x en y van den graad k voorstelt.

De door ons gekozen schrijfwijzen voor de tweede- en derdegraadsvergelijking zijn blijikbaar met dit voorschrift in overeenstemming.

We voeren nog de volgende notaties in:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial S}{\partial x} &= D_x S, \quad \frac{\partial^2 S}{\partial x \partial z} = D_{xz} S, \quad \text{enz.} \\ \int_0^z S dz &= D_z^{-1} S, \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (27)$$

zoodat bij de integratie $D_z^{-1} S$ geen term optreedt, welke onafhankelijk is van z , dus geen term, die uitsluitend afhangt van x en y .

Uit de vergelijking (26) volgt nu onmiddellijk

$$D_z S_m = m S_{m-1} \dots \dots \dots (28)$$

en

$$S_m = s_m + m D_z^{-1} S_{m-1} \dots \dots \dots (29)$$

Verder vinden we, als gevolg van (29),

$$\begin{aligned} D_x S_m &= D_x s_m + m D_z^{-1} D_x S_{m-1}, \\ D_y S_m &= D_y s_m + m D_z^{-1} D_y S_{m-1}, \\ D_{xx} S_m &= D_{xx} s_m + m D_z^{-1} D_{xx} S_{m-1}, \\ D_{xy} S_m &= D_{xy} s_m + m D_z^{-1} D_{xy} S_{m-1}, \\ D_{yy} S_m &= D_{yy} s_m + m D_z^{-1} D_{yy} S_{m-1}. \end{aligned}$$

Uit (28) volgt bovendien

$$\begin{aligned} D_{xz} S_m = m D_x S_{m-1} &= m D_x \{s_{m-1} + (m-1) D_z^{-1} S_{m-2}\} = \\ &= m D_x s_{m-1} + m(m-1) D_x D_z^{-1} S_{m-2}. \end{aligned}$$

Nu geldt

$$D_z S_{m-1} = (m-1) S_{m-2},$$

dus

$$D_x S_{m-1} = (m-1) D_x S_m$$

en

$$D_z^{-1} D_x S_{m-1} = (m-1) D_z^{-1} D_x S_{m-2} = (m-1) D_x D_z^{-1} S_{m-2}$$

zoodat we krijgen

$$D_x S_m = m D_x S_{m-1} + m D_z^{-1} D_x S_{m-1}$$

en evenzoo

$$D_y S_m = m D_y S_{m-1} + m D_z^{-1} D_y S_{m-1}$$

Verder hebben we

$$\begin{aligned} D_{zz} S_m &= m D_z S_{m-1} = m(m-1) S_{m-2} = m(m-1) \{s_{m-2} + (m-2) D_z^{-1} S_{m-3}\} \\ &= m(m-1) s_{m-2} + m(m-1)(m-2) D_z^{-1} S_{m-3} \end{aligned}$$

terwijl

$$D_z S_{m-1} = (m-1) D_z S_{m-2} = (m-1)(m-2) S_{m-3}$$

en dus ook

$$D_z^{-1} D_{zz} S_{m-1} = (m-1)(m-2) D_z^{-1} S_{m-3}$$

bijgevolg vinden we

$$D_{zz} S_m = m(m-1) s_{m-2} + m D_z^{-1} D_{zz} S_{m-1}$$

Bij de herleiding van $D_x S_m$ en $D_y S_m$ hebben we een omweg moeten maken, omdat de symbolen D_z en D_z^{-1} elkaar *niet* opheffen.

De differentiaalvoorwaarde (18a) kunnen we als volgt symbolisch schrijven:

$$\{D_{zz} + (\alpha + \beta)(D_x + D_y) + [\alpha\beta D_{xx} + (\alpha^2 + \beta^2) D_{yy} + \alpha\beta D_{yy}]\} S = 0, \quad (18a)$$

of, als we den differentiaaloperator door Δ voorstellen,

$$\Delta S = 0. \quad (18b)$$

Uit de zoeven gevonden herleidingen blijkt nu, dat

$$\begin{aligned} \Delta S_m &= m(m-1) s_{m-2} + m(\alpha + \beta)(D_x + D_y) s_{m-1} + \\ &+ [\alpha\beta D_{xx} + (\alpha^2 + \beta^2) D_{yy} + \alpha\beta D_{yy}] s_m + m D_z^{-1} \Delta S_{m-1} = t_{m-2} + m D_z^{-1} \Delta S_{m-1}. \end{aligned}$$

De uitdrukking ΔS_m is van den graad $m-2$; ΔS_{m-1} is van den graad $m-3$, $D_z^{-1} \Delta S_{m-1}$ is *in x en y eveneens van den graad m-3*. De term t_{m-2} bevat dus *alle* uitdrukkingen, die in x en y van den graad $m-2$ zijn.

De voorwaarde $\Delta S_m = 0$, waaraan moet voldaan worden onafhankelijk van x en y , eischt nu, dat de coëfficiënten van *alle* termen met x en y nul zijn. Hieruit volgt, dat de coëfficiënten moeten verdwijnen zoowel van alle termen waaruit t_{m-2} is opgebouwd, als van *alle termen waaruit ΔS_{m-1} is samengesteld*.

Deze laatste voorwaarde wordt echter ook uitgedrukt door

$$\Delta S_{m-1} = 0,$$

zoodat de condities voortvloeiende uit $\Delta S_{m-1} = 0$ besloten zijn in de voorwaarden, welke volgen uit $\Delta S_m = 0$.

Beschouwen we de *affijene* transformatie, dan hebben we in (18) $\sigma = 0$ te stellen, tengevolge waarvan de differentiaalvoorwaarde luidt:

$$[\alpha\beta^2 D_{xx} + (\alpha^2 + \beta^2) D_{xy} + \alpha\beta D_{yy}] S_m = 0 \quad \dots \quad (24a)$$

of

$$\Delta' S_m = 0, \dots \dots \dots (24b)$$

waarvoor we ook kunnen schrijven

$$\Delta' S_m - m D_z^{-1} \Delta' S_{m-1} = 0.$$

Ook bij de affijene transformatie zijn de uit $\Delta' S_{m-1} = 0$ voort-spruitende condities besloten in de voorwaarden, welke een gevolg zijn van $\Delta' S_m = 0$.

We willen thans het *aantal* betrekkingen zoeken tusschen de constanten α en β van de projectieve transformatie (15) ($\sigma = 1$) en de constanten van $S_m(x, y)$.

Ten aanzien van de termen t_0, t_1 enz. geldt het volgende:

$$\begin{aligned} t_0 &= p_0, \\ t_1 &= p_1(x + y), \\ t_2 &= p_2(x + y)^2 + 2q_2xy, \\ t_3 &= p_3(x + y)^3 + 3q_3(x + y)xy, \\ &\vdots \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} t_{2h} &= p_{2h}(x + y)^{2h} + 2h q_{2h}(x + y)^{2(h-1)}xy + \dots + (\dots)(xy)^h, \\ t_{2h+1} &= p_{2h+1}(x + y)^{2h+1} + (2h + 1) q_{2h+1}(x + y)^{2h-1}xy + \dots + (\dots)(x + y)(xy)^h, \end{aligned}$$

zoodat

$$\begin{aligned} t_{2h} &\text{ bevat } h + 1 \text{ termen,} \\ t_{2h+1} &\text{ ,, } h + 1 \text{ ,, } \end{aligned}$$

Is m even, dus $m = 2k$, dan is het aantal termen van

$$\Delta S_m = \Delta S_{2k} = \sum_{i=0}^{i=m-2} t_i = \sum_{h=0}^{h=k-1} t_{2h} + \sum_{h=0}^{h=k-2} t_{2h+1}$$

gegeven door

$$\sum_{h=0}^{h=k-1} (h + 1) + \sum_{h=0}^{h=k-2} (h + 1) = 2 \sum_{h=0}^{h=k-2} (h + 1) + k = k^2 = \frac{m^2}{4}.$$

Is daarentegen m oneven, dus $m = 2k + 1$, dan is het aantal termen van

$$\Delta S_m = \Delta S_{2k+1} = \sum_{i=0}^{i=2k-1} t_i = \sum_{h=0}^{h=k-1} t_{2h} + \sum_{h=0}^{h=k-1} t_{2h+1}$$

bepaald door

$$\sum_{h=0}^{h=k-1} (h + 1) + \sum_{h=0}^{h=k-1} (h + 1) = 2 \sum_{h=0}^{h=k-1} (h + 1) = k(k + 1) = \frac{m^2 - 1}{4}.$$

Bij *even* waarden van m vertegenwoordigt dus zoowel de voor-

waarde $\Delta S_m = 0$ als de conditie $\Delta' S_m = 0$ $\frac{m^2}{4}$ betrekkingen tusschen α en β en de constanten van S_m . Bij *oneven* waarden van m draagt dit aantal betrekkingen $\frac{m^2-1}{4}$. Daar de uitdrukking ΔS_m ongelijkslachtig is in α en β , zoo moeten er tusschen de coëfficiënten van de vergelijking $S_m = 0$ resp. $\frac{m^2}{4} - 2$ en $\frac{m^2-1}{4} - 2$ betrekkingen bestaan, opdat die vergelijking door *projectieve* transformatie gebracht kunne worden in den vorm $\psi(\xi) + \psi(\eta) = 2k$.

Aangezien de uitdrukking $\Delta' S_m$ gelijkslachtig is in α en β , zoo moeten er tusschen de coëfficiënten van $S_m = 0$ resp. $\frac{m^2}{4} - 1$ en $\frac{m^2-1}{4} - 1$ betrekkingen bestaan, zal deze vergelijking door *afjijene* transformatie kunnen overgaan in den vorm $\psi(\xi) + \psi(\eta) = 2k$.

§ 6. Beschouwen we de door $S_2(x, y) = 0$ voorgestelde kegelsnede en de door $S_3(x, y) = 0$ vertegenwoordigde kubische kromme, zoo blijken deze symmetrisch te zijn t.o. van de lijn $y = x$.

Terwijl we in § 4 voor de coördinaten x en y van een punt van de kromme $S_2(x, y) = 0$, resp. $S_3(x, y) = 0$, uitdrukkingen hebben gevonden, die irrationaal waren ten aanzien van de oneven functie $\tau = \sigma \cdot \omega(\sigma^2)$, zoo kunnen we de coördinaten van de kegelsnede en van de *unicursale* kubische kromme ook uitdrukken in *rationale* functies van τ .

Bij de kegelsnede hebben we slechts te stellen

$$x = \frac{p_2 \tau^2 + p_1 \tau + p_0}{q_2 \tau^2 + q_0}, \quad y = \frac{p_2 \tau^2 - p_1 \tau + p_0}{q_2 \tau^2 + q_0}. \quad (30)$$

en bij de rationale kubische kromme

$$x = \frac{p_3 \tau^3 + p_2 \tau^2 + p_1 \tau + p_0}{q_2 \tau^2 + q_0}, \quad y = \frac{-p_3 \tau^3 + p_2 \tau^2 - p_1 \tau + p_0}{q_2 \tau^2 + q_0}. \quad (31)$$

Eliminatie van τ uit de vergelijkingen (30) geeft

$$(p_0 q_2 - p_2 q_0)^2 (x - y)^2 + p_1^2 [q_0(x + y) - 2p_0][q_2(x + y) - 2p_2] = 0, \quad (32)$$

terwijl we na eliminatie van τ uit de vergelijkingen (31) komen tot

$$(p_0 q_2 - p_2 q_0)^2 [q_2(x + y) - 2p_2](x - y)^2 + [q_0(x + y) - 2p_0] [(p_1 q_2 - p_3 q_0)(x + y) - 2(p_1 p_2 - p_0 p_3)]^2 = 0. \quad (33)$$

De vergelijkingen (32) en (33) kunnen nu zeer gemakkelijk met de door ons gekozen standaardvormen $S_2 = 0$ en $S_3 = 0$ geïdentificeerd worden.

Scheikunde. — De Heer VAN ROMBURGH biedt eene mededeeling aan van den Heer H. R. KRUYT: *Het evenwicht vast-vloeibaar-gas in binaire mengkristal-systemen*". (Tweede mededeeling).

(Mede aangeboden door den Heer JULIUS.)

In een vorige verhandeling¹⁾ heb ik nagegaan, welke gedaanten de lijn van het monovariante driephasenevenwicht vast-vloeibaar-gas aan kan nemen in systemen, waarin een continuë reeks van mengkristallen de vaste phase vormt. Het optreden van de drie mogelijke gedaanten (maximum, minimum of gladverlopend) bleek afhankelijk te zijn van het verschil der tripelpuntsdrukken van de componenten en van de gedaante der smeltfiguur.

Ik ben het experimenteele onderzoek van dit soort evenwichten begonnen met het systeem *paradichloor-* en *paradibroom-benzol*, een stelsel, waarin door KÜSTER²⁾ reeds o.a. een volledige reeks vast-gas evenwichten en de kooklijnen bepaald waren. Dat stelsel had dan ook bijzondere voordeelen, doordat b.v. de beide bestanddeelen in een mengsel analytisch bepaalbaar zijn.

De onderzoekingen zijn gedaan met een apparatuur, waarvan het principe hetzelfde is als bij KÜSTER, doch waaraan in overleg met onzen mechanicus, den Heer DE GROOT, talrijke technische verbeteringen zijn aangebracht, waardoor vele bezwaren weggenomen zijn. Een gedetailleerde beschrijving der proefopstelling zal ik hier niet geven, maar uitstellen tot een uitvoeriger publicatie in het *Zeitschrift für physikalische Chemie*. De figuren 1 en 2 zullen met een kleine toelichting in hoofdzaak begrijpbaar zijn.

In fig. 1 ziet men de doorsnede eener duikerklok, die in den thermostaat *A* (ook in fig. 2 aangegeven) is ondergedompeld. Zoowel de lucht als de gedeeltelijk gesmolten stof, die zich in het schaalte *I* bevindt, worden geroerd door middel van roerders (*G* en *F*) die met metalen kwikafsluitingen (*C* en *D*) aan de klok verbonden zijn. Als na een aantal uren zich de verzadigde damp in de klok gevormd heeft worden eenige liters daarvan door de buis *L* afgetapt. In fig. 2 kan men vervolgens zien, dat dit gas strijkt door een buis, die in den oven *m* gelegen is; in die buis bevindt zich ongebluschte kalk, welke het $p\text{C}_6\text{H}_4\text{Cl}_2$ en $p\text{C}_6\text{H}_4\text{Br}_2$ ontleedt en de halogenen als CaCl_2 en CaBr_2 terughoudt, welke stoffen gemakkelijk kwantitatief te bepalen zijn. De hoeveelheid gas, die uit de klok gestroomd is, leert men kennen door het water te meten, dat uit de aspiratorflesch *s* gevloeid is.

¹⁾ Deze verslagen van 24 December 1909.

²⁾ *Zeitschr. f. physik. Chem.* **50**, 65 en **51**, 222 (1905).

Voorts is *defy* een constant-niveau inrichting en *l* een stoommantel om condensatie der verzadigde damp tusschen de klok en de verbrandingsbuis te voorkomen; *c* is de bijbehorende stoomketel.

De overdruk in de klok ten slotte wordt afgelezen op den met water gevulden manometer *O* (fig. 1).

Het uitgestroomde water uit den aspirator leert ons op de volgende wijze het volume kennen van het gas, dat uit de klok is gestroomd.

Noemen wij: V_1 het gezochte volume, V_2 dat van het uitgestroomde water; T_1 en P_1 resp. de temperatuur en den druk in de klok, T_2 en P_2 die in den aspirator; σ_1 de verzadigde waterdampspanning bij T_1° , σ_2 die bij T_2° dan is

$$V_1 = V_2 \frac{P_2 - \sigma_2}{P_1 - \sigma_1} \frac{T_1}{T_2}$$

Toch is deze V_1 nog niet het juiste volume. Immers bij het doorvoeren zijn de moleculen der gesubstitueerde benzolen ontleed en bovendien is de benodigde zuurstof voor hunne verbranding gebruikt ¹⁾. Daarvoor zal V_1 nog moeten vermeerderd worden met

$$7\frac{1}{2} \times \frac{T_1}{273} \times \frac{760}{P_1} \times 22.43 \text{ c. c. m.}$$

voor elk millimol, dat blijkens de analyse der kalkbuis daarin gestructueerd is.

Kennen wij dus het uitgestroomde volume en uit de analyse het aantal molen der componenten, dat daarin aanwezig was, dan kunnen wij dus de spanning uitrekenen, die de verzadigde damp in de klok uitoefende. Aan deze indirecte bepaling van kleine dampspanningen kleeft natuurlijk het gebrek, dat afgezien wordt van elke associatie van moleculen. Nochtans zal deze bedenking voor de hier onderstaande uitkomsten van zeer weinig gewicht zijn.

Ik zie er van af in deze mededeeling volledig te beschrijven de zuivering der grondstoffen, de gedane voorproeven om na te gaan of mijn proeven bij die van KÜSTER aansloten; voorts de proeven gedaan om een eenvoudige analyse-methode te vinden van *Br* en *Cl* naast elkander; en de blanco-proeven, die gedaan zijn, tot vaststelling van proeffouten. Slechts zij medegedeeld dat de smeltpunten zijn: van $p \text{ C}_6\text{H}_4\text{Cl}_2$ 53.0° en van $p \text{ C}_6\text{H}_4\text{Br}_2$ 87.2° . Mijn praeparaten hadden dus hooger smeltpunt dan die van KÜSTER, waren dus vermoedelijk zuiverder, ze gaven dan ook bij herhaling eener proef van KÜSTER een iets hoogere dampspanning. De analyse-methode bestond daarin, dat na het oplossen der kalk in HNO_3 met een over-

¹⁾ Het daarbij ontstaande CO_2 is in de met sterke KOH oplossing voorziene flesch *p* (fig. 2) en in de eveneens met wat KOH alcalisch gemaakte aspiratorvloeistof vastgehouden.

maat 0.1 n. AgNO_3 de halogenen gepraecipiteerd werden, de zilverhalogeniden in een Gooch-filter gewogen, en in het filtraat volgens VOLHARD de hoeveelheid ongebruikt AgNO_3 teruggetitreerd. Uit deze twee cijfers is te berekenen hoeveel Cl en Br aanwezig was.

De takken der smeltlijn werden op de gewone manier bepaald. Er zij hier opgemerkt, dat de tak der vloeistofsamenstelling zeer scherp te bepalen is (aanvangsstolpunten), dat daarentegen eindstolpunten, resp. beginsmeltpunten, uiterst moeilijk scherp te bepalen zijn, zoodat de nauwkeurigheid der cijfers voor die takken niet gelijk is. In tabel I vindt men de uitkomsten der betreffende bepalingen.

In tabel II vindt men de uitkomsten van de bepaling der beide tripelpuntsdrukken. Men ziet daaruit, dat ze zeer weinig verschillen en dus aan een der voorwaarden voor een verloop met maximum of minimum in de driefasenlijn voldaan is.

In tabel III eindelijk vindt men mijn resultaten omtrent de driefasenspanning en gassamenstelling der mengsels. In fig. 3, een gecombineerde pt en tv projectie, vindt men alle uitkomsten samengevat.

Uit deze graphische voorstelling ziet men, dat wij hier te doen hebben met een geval, dat ik in mijn vorige mededeeling (l.c.) geval IIa heb genoemd.

Behalve aan den eisch van ongeveer gelijke tripelpuntsdrukken moet daartoe nog aan dezen eisch voldaan worden, dat de smeltlijntakken aan de zijde van het $\text{pC}_6\text{H}_4\text{Cl}_2$ wijd geopend zijn. Nu is dat hier eigenlijk niet het geval en bij den aanvang van dit onderzoek verwachtte ik dan ook, na gevonden te hebben, dat de tripelpuntsdrukken bijna gelijk waren, dat ik geval IIb (minimum) zou vinden, aangezien uit de lijn der aanvangsstolpunten, zooals die door KÜSTER (l.c.) is gevonden, een gesloten figuur aan de zijde van den dichloorcomponent was te verwachten. Nochtans wordt nu de opmerking op pag. 549 mijner eerste verhandeling door deze uitkomsten geïllustreerd: doordat in de uitdrukking

$$(1-x_L) P_{T_1} e^{\frac{f RT_1}{q} (x_S - x_L)} + p_B < P_{T_1},$$

de term $x_S - x_L$ exponentieel optreedt, zal bij zeer geringe waarde van dien term reeds een stijging van den druk langs de driefasenlijn van uit het tripelpunt optreden. Merkwaardigerwijze is dus de driefasenlijn met maximum zoowel in de systemen met mengkristallen als in die met zuiver uitkristalliserende componenten het normale geval. Ik kan daaraan toevoegen (het is trouwens gemakkelijk in te zien), dat zulks ook het geval is voor systemen met beperkte mengbaarheid in de vaste phase; de bestudeering der ruimtediagrammen

van die stelsels, alsmede bijzondere eigenschappen der driephasenlijn heb ik reeds voor geruimen tijd ter hand genomen. Ik hoop er over eenigen tijd nader op terug te komen.

TABEL I.
Smeltlijn-takken.

gr. $pC_6H_4Cl_2$	gr. $pC_6H_4Br_2$	mol. % $C_6H_4Br_2$	Aanv. stolp.	Aanv. smeltp.
33.493	3.054	4.8	53°.2	53°.0 à 53°.1
23.633	10.502	21.7	56°.3	55°
15.392	15.973	39.3	62°.6	57°
9.041	21.360	59.5	71°.7	60°
5.679	27.669	75.2	78°.3	64°
1.502	31.826	93.0	84°.8	75°

TABEL II.
Tripelpuntsdrukken der componenten.

Component.	Temp.	Duur der proef.	Molen in 100.000 L		Druk in mm. Hg.
			gevonden.	gemiddeld.	
$pC_6H_4Cl_2$ }	53°.0	3 uur	41.7	41.9	8.53
	53°.0	6 „	42.1		
$pC_6H_4Br_2$ }	87°.2	4 uur	39.5	40.5	9.10
	87°.2	4 „	41.5		

TABEL III.
Spanning op de driephasenlijn en gassenstelling.

No.	Proef temp.	Duur der proef in uren	mol. proc. $pC_6H_4Br_2$ in het gebruikte mengsel	molen in 100.000 L		Druk in m.m. kwik	Samenstelling gasphase in mol. $pC_6H_4Br_2$	
				gevonden	gemiddeld		gevonden	gemiddeld
1	58.5°	10½	} 26.1	46.9	} 46.6	9.64	7.8	} 8.5
2	58.5°	12½		46.3			9.2	
3	62.0°	7½	} 41.9	50.5	} 50.3	10.52	12.6	} 12.2
4	62.0°	7		50.1			11.8	
5	69.8°	10	} 59.5	55.5	} 55.9	11.96	23.6	} 23.7
6	69.8°	12		56.4			23.8	
7	76.0°	10	} 75.2	57.1	} 57.0	12.39	26.7	} 26.8
8	76.0°	25		56.9			26.8	
9	83.0°	21	} 93.0	53.6	} 54.0	12.00	45.8	} 46.0
10	83.0°	23		54.3			46.2	

Utrecht, VAN 'T HOFF-laboratorium. Mei 1910.

Wiskunde. — De Heer KORTEWEG biedt eene mededeeling aan van den Heer L. E. J. BROUWER: „*Over continue vectordistributies op oppervlakken.*” (Derde mededeeling)¹⁾.

(Mede aangeboden door den Heer P. H. SCHOUTE).

§ 1.

Het afstroomende veld op den bol.

Om een inzicht te krijgen in de structuur van een willekeurig eindig continu vectorveld met een eindig aantal singuliere punten op den bol over zijn geheele uitgestrektheid, beginnen we met het onderzoek van een bijzonder geval, gekarakteriseerd door de *afwezigheid van enkelvoudige gesloten raakkrommen*.

In een veld, dat deze eigenschap bezit, en dat we een *afstroomend veld* zullen noemen, kunnen geen spiralen optreden als raakkrommen, en geen draaipunten als singuliere punten. Daar er verder een singulier punt ook geen elliptische sectoren of bladen kan bezitten, is dit òf een bladloos bronpunt, òf een bladloos verdwijnpunt, òf het bezit uitsluitend bladlooze hyperbolische en parabolische sectoren, in welk geval we zullen spreken van een *strijkpunt*.

De singuliere punten van een afstroomend veld kunnen niet alle strijtpunten zijn. Dit volgt uit stelling 8 der tweede mededeeling²⁾ in verband met de opmerking, dat de reductie van strijtpunten slechts tot stootpunten voeren kan.

Er zijn dus zeker bronpunten of verdwijnpunten; we willen, om de gedachten te bepalen, uitgaan van het bestaan van bronpunten B_1, B_2, \dots, B_m .

In B_1 laten we een willekeurige raakkromme beginnen; deze kan zich bij onbepaald vervolgen niet sluiten, en kan ook geen spiraal worden. Ze moet dus eindigen in een singulier punt, dat niet anders dan een verdwijnpunt V_1 kan zijn.

Zoo mogelijk laten we nu in B_1 een tweede raakkromme beginnen, die de eerste niet kruist, en eindigt in een *ander* verdwijnpunt V_2 . Zoo mogelijk daarna in elk der beide bij B_1 ontstane sectoren een raakkromme, die de beide reeds bestaande niet kruist, en hetzij eindigt in een derde verdwijnpunt V_3 , verschillend van V_1 en V_2 , of, zoo dat is uitgesloten, eindigt in b.v. V_1 , maar dan zóó, dat in

¹⁾ Voor de eerste en tweede mededeeling zie deze Verslagen XVII 2, p. 896; XVIII 2, p. 702.

²⁾ l. c. p. 721.

B_1 een door twee in V_1 eindigende raakkrommen begrensde sector wordt bepaald, waarbinnen men een de bestaande niet kruisende, in B_1 beginnende, en in V_2 eindigende raakkromme kan trekken.

Dit tusschenvoegingsproces zetten we voort, zoolang het mogelijk is, met dien verstande, dat steeds in elken sector een de bestaande niet kruisende raakkromme wordt ingevoegd, die hetzij in een ander verdwijnpunt eindigt als de beide den sector begrenzende raakkrommen, of, zoo dat is uitgesloten, een nieuwen sector bepaalt, waarin zulk een tusschenvoeging mogelijk is.

Op deze wijze is het onmogelijk, dat op zeker oogenblik een door twee in hetzelfde verdwijnpunt eindigende raakkrommen begrensde sector zou optreden, waarbinnen niet een ander verdwijnpunt zou liggen.

Het aantal in eenzelfde verdwijnpunt eindigende raakkrommen, dat bij het tusschenvoegingsproces kan optreden, moet dus kleiner blijven, dan het totale aantal verdwijnpunten, en hieruit volgt, dat het tusschenvoegingsproces na een eindig aantal tusschenvoegingen afloopt.

Van het dan geconstrueerde eindige systeem van in B_1 beginnende raakkrommen, dat we zullen noemen *een systeem van skeletkrommen van B_1* , eindigen geen twee op elkaar volgende in hetzelfde verdwijnpunt.

Laten voor zekeren omloopszin die skeletkrommen achtereenvolgens zijn r_1, r_2, \dots, r_n , respectievelijk eindigend in de verdwijnpunten V_1, V_2, \dots, V_n , die natuurlijk niet alle verschillend behoeven te zijn.

We voegen dan zoo mogelijk telkens tusschen r_ρ en $r_{\rho+1}$ een in B_1 beginnende, en in zeker verdwijnpunt eindigende raakkromme in, die de reeds bestaande niet kruist, en zich van r_ρ en $r_{\rho+1}$ zoo ver mogelijk verwijdert. In elken daardoor bij B_1 ontstane sector herhalen we een dergelijke tusschenvoeging, in elk der daarna ontstane sectoren weer, enzoo voort; ten slotte, na dit tusschenvoegingsproces ω maal te hebben herhaald, voegen we de grenskrommen toe, die eveneens in B_1 beginnende en in zeker verdwijnpunt eindigende raakkrommen zijn. Uit de in § 2 der tweede mededeeling¹⁾ gevolgde redeneering volgt dan, dat daarna geen nieuwe in B_1 beginnende raakkrommen meer kunnen worden tusschengevoegd, terwijl de geconstrueerde raakkrommen een afgesloten samenhangende puntverzameling op den bol bedekken, waartoe alle mogelijke in B_1 beginnende raakkrommen behooren, en die we zullen noemen *het veld van afstroming van B_1* .

¹⁾ l. c. p. 709.

De methode, volgens welke de skeletkrommen zijn geconstrueerd, brengt verder mee, dat telkens tusschen r_p en r_{p+1} voor den dag komen twee raakkrommen r''_p en r'_{p+1} , waartusschen geen verdere in B_1 beginnende raakkrommen kunnen worden geconstrueerd, terwijl alle geconstrueerde raakkrommen, die tusschen r_p en r''_p liggen, eindigen in V_p , en alle geconstrueerde raakkrommen, die tusschen r'_{p+1} en r_{p+1} liggen, eindigen in V_{p+1} .

Hieruit volgt, dat deze krommen r''_p en r'_{p+1} van B_1 af tot aan een zeker strijkpunt S_p samenvallen, om daarna voor goed uit elkaar te gaan.

Immers bij uit elkaar gaan, hetzij in een niet-singulier punt, hetzij terstond in B_1 , zou tusschenvoeging van nieuwe in B_1 beginnende raakkrommen mogelijk zijn.

En ook bij hereeniging na voorafgaand uit elkaar gaan zou tusschenvoeging van een nieuwe in B_1 beginnende raakkromme mogelijk zijn, n.l. van een zoodanige, die zoowel met r''_p als met r'_{p+1} een deel van haar beloop gemeenschappelijk had.

Het veld van afstroming van B_1 , bestaande uit n elk door een raakkromme r'_p en een raakkromme r''_p begrensde sectoren Σ_p bezit dus een *buitenomtrek* $V_1 S_1 V_2 \dots V_n S_n V_1$, bestaande uit $2n$ raakbogen, die we zijn „zijden” zullen noemen.

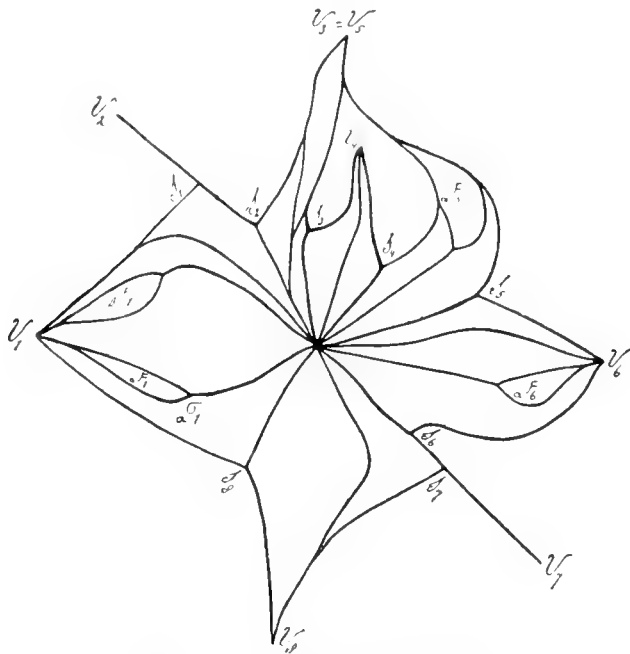


Fig. 1. Veld van afstroming.

Hierbij kan het voorkomen, dat een even zijde $S_p V_{\rho+1}$ en een oneven zijde $S_q V_q$ voor ρ en q verschillend elkaar *uitwendig raken* langs een boog $P V_{\rho+1}$ resp. $P V_q$, die zich kan uitbreiden tot een geheele zijde $S_p V_{\rho+1}$ of $S_q V_q$, of reduceeren tot het punt $V_{\rho+1}$ resp. V_q , doch niet op andere wijze.

Immers wanneer twee zulke zijden $S_p V_{\rho+1}$ en $S_q V_q$ ergens uitwendig tegen elkaar zijn gestooten, kunnen ze elkaar niet meer verlaten, voor het punt V_p resp. V_q is bereikt. Anders n.l. zou een gedeeltelijk met $S_p V_p$ en gedeeltelijk met $S_q V_q$ samenvallende raakkromme kunnen worden tusschengevoegd, die $S_p V_p$ en $S_q V_q$ zou *scheiden*, zoodat deze niet meer tegen elkander, doch alleen tegen de nieuw ingevoegde raakkromme uitwendig konden zijn aangestooten.

De sectoren Σ_p , die op deze wijze B_1 met eenzelfde verdwijnpunt verbinden, bezitten om dat verdwijnpunt heen dezelfde cyclische volgorde, als om B_1 .

Beschouwen we een sector Σ_p op zichzelf, dan kunnen de begrensende raakkrommen r'_p en r''_p in een willekeurige gemeenschappelijke afgesloten puntverzameling (die in het bijzonder die krommen geheel kan innemen) inwendig tegen elkaar stooten. Verder behoeft niet het geheele door r'_p en r''_p bepaalde binnengebied tot Σ_p te behooren. Van elk niet tot Σ_p behoorend gebied zF_p tusschen r'_p en r''_p geldt echter de eigenschap, dat het wordt begrensd door twee van B_1 naar V_p loopende raakkrommen zQ_p en zQ'_p (waartusschen geen verdere in B_1 beginnende raakkrommen kunnen worden geconstrueerd), die van B_1 tot zeker strijppunt $z\sigma_p$ samenvallen, daarna uit elkaar gaan, en na hun hereeniging in een punt zH_p (dat ook met V_p kan samenvallen) tot aan hun einde in V_p vereenigd blijven. Ontbrak n.l. de laatste eigenschap, dan zou tusschenvoeging van een nieuwe in B_1 beginnende raakkromme mogelijk zijn. Daar ten slotte het strijppunt $z\sigma_p$ binnen het gebied zF_p *twee* (en ook niet meer dan twee) hyperbolische sectoren moet vertoonen, kunnen slechts een eindig aantal punten $z\sigma_p$ in eenzelfde strijppunt samenvallen, en hieruit volgt, dat de gebieden zF_p slechts in eindigen getale aanwezig zijn.

Uit het voorgaande volgt, dat de restgebieden, die het veld van afstroming van B_1 op den bol bepaalt, elk begrensd worden door een enkelen binnenomtrek $V_{z_1} S_{z_1} V_{z_2} S_{z_2} \dots V_{z_n} S_{z_n} V_{z_1}$, welks zijden elk een strijppunt en een verdwijnpunt verbinden, waarbij moet worden opgemerkt, dat twee in een verdwijnpunt V_{z_p} samenkomende zijden elkaar van zeker punt P af tot aan V_{z_p} inwendig kunnen raken, doch andere inwendige rakingen zijn uitgesloten, en dat elk strijppunt S_{z_p} binnen het beschouwde restgebied *twee* hyperbolische sectoren bezit.

Het veld van afstroming s_1 van B_1 bezit een eindigen afstand van alle overige bronpunten.

Construeeren we voor B_2 het veld van afstroming op dezelfde wijze als voor B_1 is geschied, dan kunnen deze beide velden van afstroming elkaar gedeeltelijk doordringen. Dit kan echter worden voorkomen, door bij de constructie van het veld van afstroming van B_2 aan de daarbij optredende in B_2 beginnende raakkrommen de voorwaarde op te leggen, dat ze niet alleen elkander, doch ook de in B_1 beginnende raakkrommen niet mogen kruisen, terwijl we overigens op dezelfde wijze te werk gaan.

Op die manier krijgen we *het van B_1 onafhankelijke veld van afstroming s_2 van B_2* , dat alle in B_2 beginnende raakkrommen bevat die geen enkele in B_1 beginnende raakkromme kruisen. De structuur van s_2 is geheel dezelfde als die van s_1 . Tusschen s_1 en s_2 kan uitwendige raking optreden, doordat een even (resp. oneven) zijde $S_2 V_7$ van s_1 langs een boog $P V_7$ samenvalt met een oneven (resp. even) zijde $S_2 V_7$ van s_2 , welke boog $P V_7$ zich kan uitbreiden tot een geheele zijde $S_2 V_7$ of $S_2 V_7$, of reduceeren tot het punt V_7 . Verder ligt s_2 geheel binnen één der door s_1 bepaalde restgebieden, echter met dien verstande, dat het zeer goed in een inwendig samengedrukt hoek daarvan tot aan het hoekverdwijnpunt kan indringen. Tezamen bevatten s_1 en s_2 alle in B_1 of B_2 beginnende raakkrommen.

Voor de restgebieden, die s_1 en s_2 tezamen op den bol bepalen, gelden dezelfde eigenschappen als voor de restgebieden van s_1 alleen.

In een dier restgebieden ligt B_3 op eindigen afstand van s_1 en s_2 , en binnen dat restgebied construeeren we *het van B_1 en B_2 onafhankelijke veld van afstroming s_3 van B_3* , dat alle in B_3 beginnende raakkrommen bevat, die geen enkele in B_1 of B_2 beginnende raakkromme kruisen. Tezamen bevatten dan s_1 , s_2 en s_3 alle in B_1 , B_2 of B_3 beginnende raakkrommen. Uitwendige raking tusschen s_3 en s_1 of s_2 kan plaats vinden op dezelfde wijze als tusschen s_1 en s_2 .

Geheel analoog construeeren we s_4 in een der door s_1 , s_2 en s_3 bepaalde restgebieden, en gaan zoo voort. Hebben we s_1, s_2, \dots, s_{m-1} geconstrueerd, dan is de bol nog niet geheel bedekt. Immers het systeem der in B_1, B_2, \dots, B_{m-1} beginnende raakkrommen kan B_m niet binnen zekeren eindigen afstand naderen. Na invoeging van s_m is de bol echter volledig bedekt, want het systeem der in $B_1, B_2, \dots, B_{m-1}, B_m$ beginnende raakkrommen is identiek met het systeem van *alle* raakkrommen, moet dus den bol geheel overdekken. Derhalve geldt:

STELLING 1. *Een afstroomend veld verdeelt den bol in een eindig*

aantal velden van afstroming, die elk één der bronpunten geheel omgeven.

Een duidelijk voorbeeld van een afstromend veld is het krachtveld van een eindig aantal positieve en negatieve agenspunten.¹⁾

Het begrip van afstromend veld kunnen we op de volgende wijze uitbreiden.

Laat gegeven zijn een meervoudig samenhangend deelgebied γ van den bol, — dat door een eindig aantal randen wordt begrensd, en in dat deelgebied een eindige, gelijkmatig continue vectordistributie. We kunnen dan het gebied γ buiten de randen één-éénduidig en continu afbeelden op een bol β zoodanig dat de randen van γ op β tot enkele punten zijn geworden. De raakkrommen van γ worden daarbij afgebeeld op een systeem van in zekeren zin doorloopen enkelvoudige krommen ϱ van β . Wanneer onder deze krommen ϱ geen enkelvoudige gesloten kromme voorkomt, bepalen ze op β de structuur van een afstromend veld. In dat geval zullen we ook het gegeven vectorveld in γ een afstromend veld noemen.

Dit algemeenere afstromende veld onderscheidt zich van het eerst beschouwde bijzondere hierin, dat een rand er de rol van een singulier punt kan spelen. Dienovereenkomstig onderscheiden we *bronranden*, *verdwijnranden* en *strijkranden*. Hieruit volgt, dat in het algemeenere afstromende veld ook spiralen als raakkrommen kunnen optreden, namelijk zulke, wier windingen gelijkmatig convergeeren tot een bronrand of verdwijnransd.

§ 2.

Het meest algemeene veld met een eindig aantal singuliere punten.

Zij gegeven een willekeurig eindig continu vectorveld op den bol met een eindig aantal singuliere punten. Zij N een der singuliere punten, dan zullen we onder *een N omstroomende raakkromme* verstaan een gesloten raakkromme, die geen singulier punt bevat, en een gebied omsluit, waarin N , doch geen ander singulier punt ligt. Verder zullen we onder *een tegen N rondstroomende raakkromme* verstaan een gesloten raakkromme, die N , doch geen ander singulier punt bevat, en een gebied omsluit, waarin geen singulier punt ligt.

Bestaat noch een N omstroomende, noch een tegen N rond-

¹⁾ Vgl. mijn mededeeling: „Het krachtveld der niet-Euclidische, positief gekromde ruimten”, deze Verslagen XV 1, p. 293.

stroomende raakkromme, dan zullen we N een *naakt singulier punt* noemen, anders een *bedekt singulier punt*.

We zullen aannemen, dat N een bedekt singulier punt is, en twee gevallen onderscheiden:

Eerste geval. *Er bestaat geen N omstroomende raakkromme.* Zij dan q een tegen N rondstroomende raakkromme, en komen we overeen, een willekeurige raakkromme r binnen q , wanneer ze q bereikt, verder langs q te vervolgen resp. terug te loopen, tot ze N bereikt, dan blijkt ook r een tegen N rondstroomende raakkromme te zijn. We kunnen dus het binnengebied van q opvullen met elkaar niet kruisende, tegen N rondstroomende raakkrommen op dezelfde wijze als in de tweede mededeeling p. 713 voor een elliptischen sector is uitgevoerd.

Construeeren we een zoo ver mogelijk voortgezette welgeordende reeks van q omsluitende, en buiten q een steeds aangroeiend oppervlak begrenzende, tegen N rondstroomende raakkrommen, dan convergeert die hetzij tot een tegen N rondstroomende raakkromme, hetzij tot een uit enkelvoudige gesloten raakkrommen bestaanden *omtrek*, die nog andere singuliere punten dan N bevatten kan, en alle in de tweede mededeeling p. 706 en 707 voor den grensomtrek eener spiraalvormige raakkromme afgeleide eigenschappen bezit. Het binnengebied van dien omtrek, dat zich geheel met elkaar niet

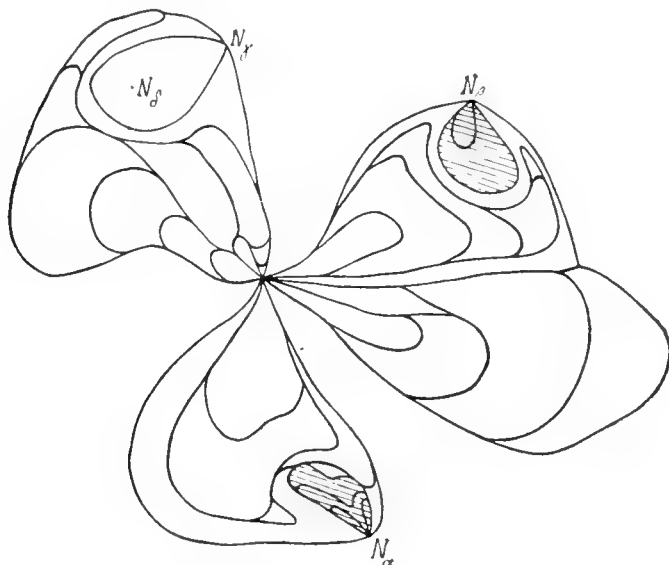


Fig 2. Veld van rondstrooming met (gearcerde) nevenvelden.
Eerste geval.

kruisende, tegen N rondstroomende raakkrommen laat opvullen, noemen we een *rondstroomingssector van N* .

N kan oneindig veel buiten elkaar liggende rondstroomingssectoren bezitten, maar daaronder zijn er slechts een eindig aantal, die een bepaalden eindigen afstand van N bereiken.

De door de verschillende rondstroomingssectoren van N bedekte gebiedsverzameling noemen we *het veld rondstrooming van N* .

We beschouwen nu die restgebieden van dit veld van rondstrooming, welke worden begrensd door een tegen een ander singulier punt N_z rondstroomende raakkromme, en vullen ze op met elkaar niet kruisende, tegen N_z rondstroomende raakkrommen. De gebiedsverzameling die op deze wijze bij elk der punten N_z met raakkrommen wordt opgevuld, bezit geheel de structuur van een veld van rondstrooming; we zullen haar *een nevenveld van rondstrooming van N* noemen. Het punt N bezit dan slechts een eindig aantal nevenvelden van rondstrooming.

Het veld van rondstrooming van N bepaalt met zijn nevenvelden tezamen op den bol een eindig aantal restgebieden.

Tweede geval. Er bestaat een N omstroomende raakkromme. Zij q die kromme, dan construeeren we van q uit naar buiten een zoo ver mogelijk voortgezette welgeordende reeks van q omsluitende, en buiten q een steeds aangroeiend oppervlak begrenzende, N omstroomende raakkrommen. De limiet τ_1 , waartoe deze reeks convergeert, is hetzij een N omstroomende raakkromme, hetzij een singuliere punten bevattende, uit enkelvoudige gesloten raakkrommen bestaande *omtrek*, die alle in de tweede mededeeling p. 706 en 707 voor den grensomtrek eener spiraalvormige raakkromme afgeleide eigenschappen bezit.

Construeeren we evenzoo van q uit naar binnen een zoover mogelijk voortgezette welgeordende reeks van door q omsloten, en om N een steeds afnemend oppervlak begrenzende, N omstroomende raakkrommen, dan is de limiet τ_0 , waartoe deze reeks convergeert, hetzij het punt N , hetzij een N omstroomende raakkromme, hetzij een uit een eindige of aftelbare verzameling van tegen N rondstroomende raakkrommen bestaande *omtrek*.

Is τ_0 zulk een N bevattende *omtrek*, dan kunnen we de binnengebieden daarvan opvullen met elkaar niet kruisende tegen N rondstroomende raakkrommen.

Is τ_0 een N omstroomende raakkromme, dan kan er geen tegen N rondstroomende raakkromme bestaan, die met τ_0 een punt gemeen heeft. Immers dan zouden we in de terminologie van § 3 der tweede mededeeling tusschen N en τ_0 zoowel een positieve als een negatieve

kromme der derde soort bezitten, en konden daarvan uitgaan tot het opvullen van het binnengebied van τ_0 met elkaar niet kruisende raakkrommen. Daarbij zou dan een even groot aantal elliptische als hyperbolische sectoren moeten worden gevonden; er zou dus minstens één hyperbolische sector binnen τ_0 bestaan; deze zou echter aanleiding geven tot N omstroomende raakkrommen binnen τ_0 , wat is uitgesloten.

Is dus τ_0 een N omstroomende raakkromme, dan bestaat binnen τ_0 op eindigen afstand van τ_0 een N bevattende omtrek τ'_0 , die bestaat uit een eindige of aftelbare verzameling van tegen N rondstroomende raakkrommen, en waarbinnen alle bestaande tegen N rondstroomende raakkrommen liggen. Reduceert τ'_0 zich niet tot het enkele punt N , dan kunnen zijn binnengebieden worden opgevuld met elkaar niet kruisende, tegen N rondstroomende raakkrommen.

De elkaar niet kruisende raakkrommen, waarmee zich vervolgens het ringgebied tusschen τ_0 en τ'_0 opvullen laat, moeten eenerzijds hetzij alle in τ_0 uitloopen, hetzij alle spiraalvormig tot τ_0 convergeeren, en anderzijds hetzij alle in τ'_0 uitloopen, hetzij alle spiraalvormig tot τ'_0 convergeeren.

Om het ringgebied tusschen τ_0 en τ_1 met elkaar niet kruisende raakkrommen op te vullen, construeeren we daartusschen een N omstroomende raakkromme r_1 , die zich zoover mogelijk van τ_0 en τ_1 verwijderd. Tusschen τ_0 en r_1 voegen we vervolgens zoo mogelijk een N omstroomende raakkromme $r_{\frac{1}{2}}$ in, die zich zoover mogelijk van τ_0 en r_1 verwijderd; evenzoo tusschen r_1 en τ_1 zoo mogelijk een N omstroomende raakkromme $r_{\frac{3}{2}}$, die zich zoover mogelijk van r_1 en τ_1 verwijderd. Dit tusschenvoegingsproces herhalen we zoo dikwijls mogelijk, eventueel ω maal, en voegen ten slotte de grenskrommen toe. We zijn dan zeker, dat geen verdere N omstroomende raakkrommen kunnen worden tusschengevoegd, zoodat de eventueel van raakkrommen vrij gebleven gebieden tusschen τ_0 en τ_1 ringgebieden moeten zijn.

Zij α zulk een ringgebied, begrensd door de N omstroomende raakkrommen r_p en r_q , dan laat α zich opvullen met elkaar niet kruisende raakkrommen, die eenerzijds hetzij alle in r_p uitloopen, hetzij alle spiraalvormig tot r_p convergeeren, en anderzijds hetzij alle in r_q uitloopen, hetzij alle spiraalvormig tot r_q convergeeren.

Het op deze wijze geheel met elkaar niet kruisende raakkrommen opgevolde binnengebied van τ_1 noemen we *het veld van rondstrooming van N* .

We vullen verder weer elk restgebied van dit veld van rondstrooming, dat wordt begrensd door een tegen een singulier punt N_x

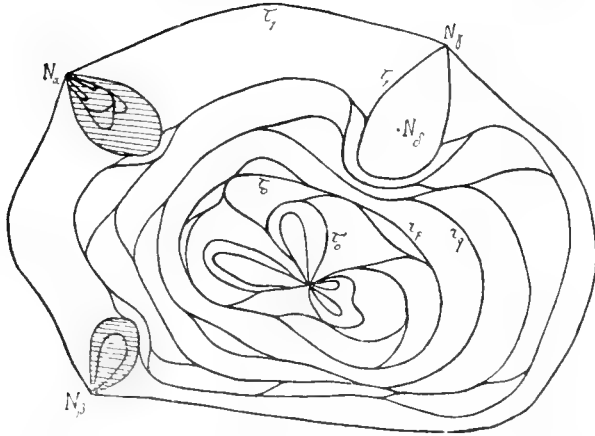


Fig. 3. Veld van rondstrooming met (gearceerde) nevenvelden.
Tweede geval.

rondstroomende raakkromme, op met elkaar niet kruisende tegen N_z rondstroomende raakkrommen, en voegen op deze wijze aan het veld van rondstrooming van N een eindig aantal *nevenvelden van rondstrooming* toe, waarna op den bol nog slechts een eindig aantal restgebieden overblijven.

Beschouwen we vervolgens een eindige, gelijkmatig continue vector-distributie met een eindig aantal singuliere punten in een meervoudig samenhangend deelgebied γ van den bol met eindig aantal randen. Onder een *gesloten raakkromme* zullen we dan, behalve elke raakkromme, waaraan we vroeger dezen naam hebben gegeven, ook verstaan elk systeem van n buiten elkaar liggende enkelvoudige raakbogen en n cyclisch geordende singuliere punten of randen $N_1, N_2, N_3, \dots, N_n$, waartusschen die raakbogen achtereenvolgens loopen van N_1 naar N_2 , van N_2 naar N_3, \dots en van N_n naar N_1 . In het bijzonder heet dus ook een enkelvoudige raakboog, wiens eindpunten op eenzelfde rand liggen, tezamen met dien rand een gesloten raakkromme. Verder zullen we onder de *randen* van zulk een veld kortheidshalve de singuliere punten mee verstaan. Ten slotte zullen we een gesloten raakkromme, die geen rand bevat, en een deelgebied van γ omsluit, waarbinnen N , doch geen andere rand ligt, noemen een *omstroomende raakkromme*, en een gesloten raakkromme, die N , doch geen andere rand bevat, en een deelgebied van γ omsluit, waarbinnen geen rand ligt, noemen een *tegen N rondstroomende raakkromme*. *Naakte* en *bedekte randen* definiëren we dan analoog als zoeven naakte en bedekte singuliere punten.

Voor een bedekte rand laat zich op dezelfde wijze, als boven voor een bedekt singulier punt is geschied, het veld van rondstrooming construeeren; de wijze van begrenzing daarvan ondergaat in dit uitgebreidere geval geen verandering, alleen treden in plaats van gesloten raakkrommen in engeren zin op gesloten raakkrommen in ruimeren zin. De opvulling van dit veld met elkaar niet kruisende raakkrommen, en de toevoeging der nevenvelden behoeft evenmin wijziging.

Onder de *orde* van het veld zullen we verstaan tweemaal het aantal naakte randen plus driemaal het aantal bedekte randen.

We gaan nu uit van een eindig, gelijkmatig continu vektorveld in een deelgebied van den bol met een eindig aantal randen, die alle hetzij zich reduceeren tot een enkel punt, hetzij bestaan uit raakbogen, die een van hun zijden naar het veld toekeeren, terwijl we in het laatste geval aannemen, dat elke fundamenteaalreeks van in een segment van een rand op elkaar volgende punten slechts één grenspunt bepaalt, hetgeen we uitdrukken, door den rand *enkelvoudig* te noemen. Optreden van spiralen in de randen is dus uitgesloten.

We zullen twee bewerkingen aangeven, die beide dit veld terugbrengen tot een eindig aantal velden van dezelfde soort, doch van lagere orde:

Eerste reduceerende bewerking: We construeeren in het gegeven veld een zoodanige gesloten raakkromme, die, tezamen met elk der beide deelvelden die het bepaalt, minstens twee der randen van het gegeven veld bevat.

Elk der beide deelvelden is dan n.l. van lagere orde, dan het oorspronkelijke veld.

Tweede reduceerende bewerking: We construeeren bij een bedekten rand het veld van rondstrooming met zijn eventueele nevenvelden.

Elk der restvelden is dan n.l. van lagere orde, dan het oorspronkelijke veld.

Uit den ordeverlagenden invloed der reduceerende bewerkingen volgt, dat na een eindig aantal toepassingen daarvan hetzij niets meer is overgebleven, hetzij slechts zulke velden over zijn, waarop geen der beide bewerkingen meer kan worden toegepast.

Dan echter bestaat in deze restvelden geen gesloten raakkromme, zoodat ze afstroomende velden zijn.

Ontbreken deze laatstoverblijvende restvelden, dan laat het oorspronkelijke veld zich door uit raakbogen bestaande *enkelvoudige* grenzen verdeelen in een eindig aantal velden van rondstrooming met neven-

velden, hetgeen we zullen uitdrukken door het een *rondstroomend veld* te noemen.

Het rondstroomende veld kan worden beschouwd als de tegenhanger van het in § 1 geanalyseerde afstroomende veld.

Een duidelijk voorbeeld van een rondstroomend veld is het divergentielooze krachtveld van een eindig aantal positieve en negatieve wervelpunten¹⁾.

We hebben dus bewezen:

STELLING 2. Een eindig continu vectorveld op den bol met een eindig aantal singuliere punten laat zich door uit raakbogen bestaande enkelvoudige grenzen verdeelen in een eindig aantal afstroomende velden en een eindig aantal velden van rondstrooming.

Bij de hierbij optredende opvulling van het veld met elkaar niet kruisende raakkrommen kunnen spiralen *niet* optreden in de *grens* van een der afstroomende velden of velden van rondstrooming, en in het *inwendige* daarvan slechts op de volgende twee manieren:

1°. Een veld van rondstrooming van de tweede soort kan met spiralen opgevulde ringgebieden bevatten.

2°. Een afstroomend veld kan bronranden of verdwijnranden bezitten, waaromheen alle raakkrommen spiraalsgewijs vertrekken resp. aankomen.

§ 3.

De stelling van het invariante punt op den bol.

In de eerste mededeeling over dit onderwerp (deze Verslagen XVII 2) is op p. 903 een willekeurige één-éénduidige continue transformatie van den bol in zichzelf in verband gebracht met de vectordistributie, waarvoor in elk punt de vectorrichting bepaald wordt door den kortsten groote-cirkelboog, die dat punt met zijn beeldpunt verbindt, waarvoor dus als singuliere punten optreden: 1°. de voor de transformatie invariante punten. 2°. de punten die hun tegenpunt als beeldpunt bezitten. De singuliere punten der laatste soort vormen zoowel voor transformaties met omkeering der indicatrix als voor transformaties met invariante indicatrix een afgesloten puntverzameling van de meest algemeene soort, die het vrijwel onmogelijk maakt, om uit de eigenschappen der vectordistributie het bestaan van minstens

¹⁾ Vgl. mijn boven geciteerde mededeeling: „*Het krachtveld der niet-Euclidische, positief gekromde ruimten.*”

één invariant punt voor transformaties met invariante indicatrix af te leiden.

Het in deze storende puntverzameling gelegen bezwaar verdwijnt echter voor een andere uit de transformatie afgeleide vectordistributie.

Om deze te construeeren, brengen we door elk punt P een cirkel aan, die zijn beeldpunt P' en een vast punt O bevat, en bepalen de vectorrichting in P door den O niet bevattenden cirkelboog PP' . Zij Q het punt, waarvan O het beeldpunt is, dan treden als singuliere punten der vectordistributie op: 1°. het punt O . 2°. het punt Q . 3°. de voor de transformatie invariante punten.

Heeft deze vectordistributie een oneindig aantal singuliere punten, dan is zeker een invariant punt aanwezig; we nemen dus in het volgende aan, dat het aantal singuliere punten eindig is, en onderzoeken eerst den aard der singulariteit in O .

Voor een punt P in voldoende nabijheid van O verschilt de vectorrichting onbepaald weinig van de richting van het geodetische cirkelboogje OP . Bij een omloop van een cirkeltje om O is dus de totale hoek, dien de vector ten opzichte van de raaklijn aan het cirkeltje draait, nul, zoodat de singulariteit bij reductie aanleiding geeft tot een straalpunt.

Om den aard der singulariteit in Q te onderzoeken, beelden we den bol zoodanig stereographisch af op een Euclidisch vlak, dat O het oneindige van dat vlak representeert. In dit Euclidische vlak wordt dan in elk punt de vectorrichting bepaald door het rechte lijnsegment, dat het punt met zijn beeldpunt verbindt.

In het Euclidische vlak is het beeld van een oneindig klein cirkeltje om Q een oneindig groote cirkel; de oneindig kleine en de oneindig groote cirkel bezitten voor transformaties met invariante indicatrix *tegengestelden omloopszin*; voor transformaties met omkeering der indicatrix *gelijke omloopszin*. In het eerste geval beschrijft bij een omloop van het oneindig kleine cirkeltje de vector een hoek 2π in *aan den omloop tegengestelden zin*; in het laatste geval een hoek 2π in *met den omloop mee gerichten zin*.

De singulariteit in Q geeft dus bij reductie voor transformaties met invariante indicatrix aanleiding tot een stootpunt, voor transformaties met omkeering der indicatrix tot een straalpunt.

De beide straalpunten, die volgens stelling 8 der tweede mededeeling (p. 721) in de gereduceerde distributie moeten aanwezig zijn, komen dus bij een transformatie met omkeering der indicatrix uit de punten O en Q voor den dag; bij een transformatie met invariante indicatrix echter kan het tweede straalpunt slechts door *een voor de transformatie invariant punt* geleverd worden.

Dit bewijs overtreft de beide vroeger gegevene¹⁾ in eenvoudigheid, maar leert niet, zooals deze, hoe men bij geleidelijke constructie der transformatie ten slotte gedwongen wordt, een invariant punt toe te laten.

§ 4.

De indexrelatie voor een eindig aantal singuliere punten.

We kunnen ons de vraag voorleggen, of het aantal singuliere punten eener eindige continue vectordistributie op den bol, dat volgens stelling 2 der eerste mededeeling niet nul kan zijn, overigens willekeurig is, en verder, of de blijkens stelling 8 der tweede mededeeling niet geheel vrije structuur der singuliere punten nog aan andere beperkingen, dan de in die stelling uitgedrukte, onderhevig is. Deze vragen laten zich volledig beantwoorden door de volgende aan het bewijs der wet van EULER analoge redeneerwijze, waarop ik door den Heer HADAMARD ben geweest.

De totale hoek, dien bij eindige stereographische afbeelding van het binnengebied eener slechts één singulier punt omhullende enkelvoudige gesloten kromme op een Euclidisch vlak de vector bij een omloop ronddraait in den zin van dien omloop, en die volgens stelling 5 der tweede mededeeling (p. 717) gelijk is aan $\pi(2 + n_1 - n_2)$, waarin n_1 het aantal elliptische, n_2 het aantal hyperbolische sectoren van het singuliere punt voorstelt, kan worden voorgesteld door $2k\pi$, waarin k een geheel getal is, dat we den *index*²⁾ van het singuliere punt noemen.

Voor een enkelvoudige gesloten kromme, die n singuliere punten met indices $k_1, k_2, k_3, \dots, k_n$ omhult, is de totale hoek, dien bij eindige stereographische afbeelding van het binnengebied dier kromme op een Euclidisch vlak de vector bij een omloop ronddraait in den zin van dien omloop, gelijk aan $2\pi(k_1 + k_2 + \dots + k_n)$, zooals terstond blijkt, als we het beschouwde binnengebied door enkelvoudige kurvenbogen verdeelen in n binnengebieden van enkelvoudige gesloten krommen, die elk slechts één der singuliere punten bevatten.

We loopen nu op den bol een zekeren grooten cirkel, die geen singulier punt op zich bevat, om; de totale hoek, dien daarbij in den

¹⁾ Deze Verslagen XVII 2, p. 750; XVIII 1, p. 116.

²⁾ Deze uitdrukking wordt (niet voor het singuliere punt zelf, doch voor een het omhullende kromme) gebruikt door POINCARÉ, „*Sur les courbes définies par une equation différentielle*”, 1^{er} mémoire, Journ. de Math. (3) 7, p. 400. De eenduidige continue vectordistributies daar behandeld zijn van een bijzondere, algebraïsche soort, zoodat er alleen indices $+1$ en -1 optreden.

zin van een eenmaal op den bol aangenomen indicatrix de vectorrichting ten opzichte van de raaklijnrichting draait, is gelijk aan $2h\pi$, waarin h een geheel getal is.

Bij dien omloop wordt een der helften, waarin de bol door den grooten cirkel wordt verdeeld, omgeloopen in den zin der indicatrix, de andere tegen den zin der indicatrix; voor de eerste bolhelft draait dus bij een omloop de vector ten opzichte van de raaklijn een hoek $2h\pi$ in den zin van den omloop, voor de tweede bolhelft een hoek $2h\pi$ tegen den zin van den omloop.

De totale hoek, dien bij eindige stereographische afbeelding van de eerste resp. tweede bolhelft op een Euclidisch vlak de vector bij een omloop ronddraait in den zin van dien omloop, is dus gelijk aan $2(1 + h)\pi$ resp. $2(1 - h)\pi$.

Liggen in de eerste bolhelft m singuliere punten met indices k_1, k_2, \dots, k_m , in de tweede bolhelft $n - m$ singuliere punten met indices $k_{m+1}, k_{m+2}, \dots, k_n$, dan hebben we:

$$\begin{aligned} k_1 + k_2 + \dots + k_m &= 1 + h, \\ k_{m+1} + k_{m+2} + \dots + k_n &= 1 - h, \\ \hline k_1 + k_2 + \dots + k_{n-1} + k_n &= 2, \end{aligned}$$

zoodat de som der indices der singuliere punten gelijk is aan 2, een veralgemeening van de door POINCARÉ voor het door hem behandelde bijzondere geval aangetoonde betrekking¹⁾, terwijl de structuur der singuliere punten aan de volgende beperkende eigenschap onderworpen is:

STELLING 3. *Het dubbele aantal singuliere punten plus het aantal elliptische sectoren is gelijk aan het aantal hyperbolische sectoren plus vier.*

Zoowel de noodzakelijkheid van het bestaan van ten minste één singulier punt, als van ten minste twee straalpunten na reductie, liggen in deze stelling opgesloten, en vinden er hun eenvoudigsten bewijsgrond.

We zullen ten slotte laten zien, dat het (eindig onderstelde) systeem der singuliere punten aan geen andere beperking, dan de in stelling 3 uitgesprokene, is onderworpen.

Nemen we n.l. een willekeurige eindige puntverzameling als singuliere punten aan, omgeven we ze elk met een zoodanige enkelvoudige gesloten kromme, dat deze elkaar niet snijden, en geven we binnen en op die krommen aan het vectorveld een aan stelling 3 voldoende, doch overigens geheel willekeurige structuur. We moeten dan aantoonen, dat het buitengebied dier krommen zich laat opvullen

¹⁾ l.c. p. 405.

met een aan de reeds bestaande aansluitende eindige continue vectordistributie *zonder* singuliere punten.

Daartoe nemen we voor de gesloten krommen een zekere cyclische volgorde aan, en verbinden ze elk met de er op volgende door een zoodanigen enkelvoudigen kurvenboog, dat deze elkaar niet snijden, en dus op den bol twee door enkelvoudige gesloten krommen begrensde vrije gebieden γ_1 en γ_2 worden bepaald. We construeeren dan langs de ingevoegde kurvenbogen in aansluiting aan de bestaande zoodanige eindige continue vectordistributies zonder singuliere punten, dat de totale hoek, dien bij eindige stereographische afbeelding van γ_1 op een Euclidisch vlak de vector by een omloop ronddraait, nul is. Dan kan op de in de tweede mededeeling p. 719 aangegeven wijze γ_1 worden opgevuld met een aan de bestaande aansluitende eindige continue vectordistributie *zonder* singuliere punten.

Daar nu evenwel de singulariteiten zoo zijn gekozen, dat ze aan stelling 3 voldoen, wordt bij een omloop van het eindig stereographisch afgebeelde complementairgebied van γ_3 door den vector een totale hoek 4π in den zin van den omloop beschreven, dus bij een omloop van het eindig stereographisch afgebeelde gebied γ_2 zelf een totale hoek nul. Derhalve laat ook γ_2 zich opvullen met een op zijn grens aan de bestaande aansluitende eindige continue vectordistributie *zonder* singuliere punten, waarmee het ontbreken van andere dan de in stelling 3 uitgesproken beperkingen is aangetoond.

Wat de (in eindigen getale aanwezige onderstelde) singuliere punten eener eindige continue vectordistributie in het platte vlak betreft, nòch hun aantal, nòch hun structuur is aan eenige beperking onderworpen.

E R R A T A.

In mijn mededeeling: „*Het krachtveld der niet-Euclidische, negatief gekromde ruimten,*” deze Verslagen XV 1.

p. 82 r. 2 v.o. staat: $1 - x^2 - y^2 - z^2$; lees: $1 - \frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{4}y^2 - \frac{1}{4}z^2$.

r. 1 v.o. staat: $\nabla^2 u$; lees: $-\nabla^2 u$.

p. 83 r. 3 v.b. staat: X_{∇^2} ; lees: $-X_{\nabla^2}$.

staat: $X+$; lees: $2X+$.

In mijn mededeeling: „*Het krachtveld der niet-Euclidische, positief gekromde ruimten,*” deze Verslagen XV 1.

p. 304 r. 3 v.o. staat: De eenzijdige elliptische R_n wordt door een vlakke R_{n-1} ;

lees: De elliptische R_n wordt door een eenzijdige vlakke R_{n-1} .

Wiskunde. — De Heer JAN DE VRIES biedt eene mededeeling aan, getiteld: „*Een quadrupelinvolutie in het platte vlak, en een daarmee verbonden tripelinvolutie.*”

1. In een opstel getiteld „*Eene rangschikking van het puntenveld in involutorische groepen*” (Verslagen der Kon. Akad. v. Wet. reeks 3, deel VI, bl. 92—102, 1888; Archives Néerlandaises, t. 23, p. 355—366) heb ik de involuties beschouwd, waarvan de groepen bestaan uit basispunten van bundels begrepen in een net van vlakke krommen van den n^{en} graad met $\frac{1}{2}n(n+3) - 2$ vaste basispunten. Onlangs heeft Dr. W. VAN DER WOUDE (Zittingsverslag van 26 Maart 1910) een bijzondere kubische involutie van den eersten rang in het platte vlak onderzocht. In het volgende opstel zal ik de involutie beschouwen, waarvan elke groep uit de snijpunten van twee kegelsneden α^2 en β^2 bestaat, welke tot twee bundels (α) en (β), met de basispunten A_k en B_k ($k = 1, 2, 3, 4$), behooren. Deze *quadrupelinvolutie* worde door $(P)^4$ aangeduid.

2. De acht basispunten zijn blijkbaar *singuliere punten* van $(P)^4$. Immers op de kegelsnede β^2_k welke door A_k kan gelegd worden, snijden de kegelsneden α^2 een kubische involutie in, waarvan elk drietal met A_k een quadrupel van $(P)^4$ vormt; β^2_k en α^2_k noem ik de *singuliere kegelsneden*.

Op een willekeurig aangenomen rechte bepalen (α) en (β) twee involuties; hun gemeenschappelijk paar behoort tot een quadrupel (P) . De rechten $a_{kl} = A_k A_l$ en $b_{kl} = B_k B_l$ bevatten oneindig vele paren; op a_{12} bepaalt (β) een involutie, waarvan de paren tot quadrupels worden aangevuld door de paren, welke (β) op a_{34} insnijdt. Later (§ 4) zal blijken dat deze 12 rechten niet de eenige *singuliere rechten* zijn.

Elke α^2 bevat 6 quadrupels met een dubbelpunt (coïncidentie) $P_1 = P_2$, welke tot de biquadratische involutie behooren, die door (β) wordt ingesneden; de punten P_3, P_4 welke nog in zulk een quadrupel voorkomen, noem ik vertakkingspunten van $(P)^4$. In elk singulier punt bevindt zich een coïncidentie, waar de overeenkomstige singuliere kegelsnede door een kegelsnede van het tweede stelsel wordt aangeraakt. De meetkundige plaats der coïncidenties heeft dus met een α^2 tien punten gemeen; de *coïncidentiekromme* is derhalve een kromme van den *vijfden graad*, γ^5 , welke door de *acht singuliere punten* gaat.

De kubische involutie op de singuliere kegelsnede β^2_k heeft vier

groepen met een dubbelpunt; dus is A_k vertakkingspunt in vier quadrupels, zoodat de m. pl. der vertakkingspunten viermaal door elk singulier punt gaat. Daar een willekeurige α^2 , in zes quadrupels, twaalf vertakkingspunten bevat, is de *vertakkingskromme* een kromme van den *veertienden graad*, φ^{14} , met *acht viervoudige punten*, in A_k en B_k .

3. Beschouwen we A_2, A_3, A_4 als hoofdpunten van een quadratische transformatie, dat gaat (α) over in een waaier (A'_1), (β) in een bundel (β') van biquadratische krommen door de vier punten B'_k , met dubbelpunten in A_2, A_3, A_4 . Blijkbaar wordt de coïncidentiekromme γ^5 omgezet in de poolkromme π^7 van A'_1 met betrekking tot (B'), d. i. de m. pl. der raakpunten van de krommen B'^4 met stralen door A'_1 .

In A_2 heeft π^7 een drievoudig punt, waarvan een raaklijn door A'_1 gaat, omdat de kromme β'^4 , welke A'_1A_2 in A_2 raakt, daar tevens door de poolcubica van A'_1 wordt aangeraakt¹⁾.

In B'_k heeft π^7 de rechte $A'_1B'_k$ tot raaklijn. Het is gemakkelijk in te zien, dat in A'_1 15 raaklijnen van π^7 samenkomen; deze rechten zijn buigraaklijnen van krommen β'^4 , en worden door de quadratische transformatie omgezet in kegelsneden α^2 , die elk door een β^2 geosculeerd worden.

De quadrupelinvolutie (P)⁴ heeft bijgevolg *vijftien drievoudige punten* $P_1 \equiv P_2 \equiv P_3$.

In elk dezer punten zullen γ^5 en φ^{14} elkaar moeten aanraken. Buiten hun 32 in de singuliere punten gelegen doorsneden hebben ze dus nog 8 punten gemeen. Deze moeten vier paren R'_k, R''_k vormen, die elk uit *twee coïncidenties* zijn samengesteld; m. a. w. (P)⁴ bezit vier quadrupels, waarin $P_1 \equiv P_2$ en $P_3 \equiv P_4$ is. Blijkbaar zijn R'_k en R''_k de raakpunten van twee elkaar dubbel aanrakende kegelsneden α^2, β^2 ; de *contactkoorde* $R'_k R''_k$ wordt door c_k aangeduid.

4. Laat men de rechte l om een punt T_1 wentelen, dan beschrijft het op haar gelegen paar P_1, P_2 van (P)⁴ een kromme τ^5 met drievoudig punt T_1 , waarvan de raaklijnen gericht zijn naar de punten, die met T_1 een quadrupel vormen. Deze kromme gaat door de singuliere punten A_k, B_k en door de punten, welke T_1A_k en T_1B_k gemeen hebben met de singuliere kegelsneden β^2_k en α^2_k . Elke der acht raaklijnen t welke τ^5 door T_1 zendt, draagt een coïncidentie

¹⁾ De andere twee raaklijnen van het drievoudig punt zijn de raaklijnen aan de beide β'^4 , welke in A_2 een keerpunt bezitten.

$P_1 \equiv P_2$. De rechten t , welke twee samengevallen punten der $(P)^4$ bevatten, omhullen dus een *kromme der achtste klasse*, τ_8 .

Daar elke t aan een bepaald punt van γ^6 is toegevoegd, is τ_8 , evenals deze, van het geslacht zes, bezit derhalve 15 dubbelraaklijnen. Hiertoe behooren de 12 boven aangewezen singuliere rechten a_{kl} en b_{kl} , die ieder een involutie (P_1, P_2) , dus twee coïncidenties bevatten.

Is d een der overige drie dubbelraaklijnen, dan hebben de quadratische involuties, welke (α) en (β) op haar bepalen, de dubbelpunten gemeen; zij zijn dus identiek. Ook de drie rechten d zijn derhalve *singulier*, en $(P)^4$ bezit *vijftien singuliere rechten*.

Worden elke twee kegelsneden α^2 en β^2 aan elkaar toegevoegd, die d in hetzelfde puntenpaar P_1, P_2 snijden, dan zijn de bundels (α) en (β) projectief en brengen een kubische kromme δ^3 voort, waarop ze eenzelfde centrale involutie (P_3, P_4) insnijden. De rechten $P_3 P_4$ komen samen in het tegenpunt D der groepen A_k en B_k .

De m. pl. τ^5 der met D collineair gelegen paren valt blijkbaar uiteen in δ^3 en een kegelsnede met dubbelpunt D , welke niet door A_k, B_k gaat, dus uit de andere twee singuliere rechten d moet bestaan. De drie punten D zijn derhalve de hoekpunten van een driehoek die de rechten d tot zijden heeft; dit wordt later langs anderen weg bevestigd (§ 7).

5. Op a_{12} en a_{34} bepalen (α) en (β) twee projectieve involuties in half-perspectieve ligging; immers het snijpunt $A_{12,34} \equiv S_{1,3}$ van a_{12} en a_{34} komt voor in twee tot eenzelfde quadrupel behorende paren. Hieruit volgt, dat de rechten, die de punten van een paar P_1, P_2 met de punten P_3, P_4 van het overeenkomstige paar verbinden, een *kromme der derde klasse* omhullen, die a_{12} en a_{34} tot raaklijnen heeft. Zijn $Q_{1,2}$ en $R_{1,2}$ de coïncidenties der op a_{12} ingesneden involutie, Q_3, Q_4 en R_3, R_4 de punten van a_{34} , die met hen twee quadrupels vormen, dan is $Q_3 Q_{1,2}$ de raaklijn in Q_3 enz. Daar de bedoelde kromme door a_{34} in Q_3, Q_4, R_3, R_4 gesneden en in het bij $S_{1,3}$ behorende punt S_4 geraakt wordt, is zij een kromme van den zesden graad.

De rechten $P_1 P_3$ en $P_2 P_4$ zijn geconjugeerde raaklijnen; $P_2 P_3$ en $P_1 P_4$ vormen een paar van hetzelfde stelsel. Hieruit volgt, dat de m. pl. der nevenpunten $N' = (P_1 P_3, P_2 P_4)$ en $N'' = (P_1 P_4, P_2 P_3)$ van vierhoek (P) een *kubische kromme*, $\alpha^3_{12,34}$, is; haar snijpunten met a_{13} zijn $Q_{1,2}, R_{1,2}$ en $S_{1,3}$.

De rechte $n = N' N''$ beschrijft een waaier; immers de rechten n zijn de poollijnen van $S_{1,3}$ t.o.v. den bundel (β) . De paren (N', N'')

vormen dus op de kromme $\alpha^3_{12,34}$ een centrale involutie. Waar in het vervolg sprake is van een der drie punten $A_{kl,mn}$ en de daaraan toegevoegde kubische kromme $\alpha^3_{kl,mn}$, zullen deze door A^* en α^* aangeduid worden; analoge beteekenis hebben B^* en β^* .

6. Als P_1 de rechte l doorloopt, dan beschrijven de punten P_2, P_3, P_4 een *kromme van den zevenden graad*, λ^7 ; met l heeft zij het op die rechte gelegen paar gemeen benevens de punten, waarin l de coïncidentiekromme γ^5 snijdt. Daar l met elke der singuliere kegelsneden β^2_k, α^2_k twee punten gemeen heeft, zijn A_k en B_k dubbelpunten van λ^7 . Met de kromme λ^7 , die bij l' behoort, heeft ze in de singuliere punten 32 doorsneden; van de overige 17 vormen 3 een quadrupel met het punt (ll'), 14 behooren tot 7 quadrupels, die elk een punt op l , een tweede op l' hebben.

Om de klasse te bepalen van de kromme, die omhuld wordt door de rechten P_2P_3, P_3P_4, P_4P_2 , zoeken we het aantal dier rechten, die door A_1 gaan. Vooreerst behooren hiertoe de rechten naar de punten P_2 en P_3 , welke tripels vormen met de beide op l gelegen punten P_1 van β^2_1 . Daar A_1A_k een paar van $(P)^3$ bevat dat in een quadrupel ligt met het snijpunt van l en A_mA_n , is A_1A_k ook een der bedoelde raaklijnen. De rechten $l - P_kP_l$ omhullen derhalve een *kromme der zevende klasse*, π_7 , die de 12 singuliere rechten a_{kl}, b_{kl} tot raaklijnen, de drie singuliere rechten d tot *drievoudige* raaklijnen heeft; immers l heeft met σ^3 drie punten P_1 gemeen. De krommen π_7 en π'_7 die bij l en l' behooren, hebben dus in de singuliere rechten 39 gemeenschappelijke raaklijnen; van de overige 10 behooren 3 bij het snijpunt van l en l' , 7 bij evenzoovele quadrupels, waarvan een punt op l , een ander punt op l' ligt.

Als l door een singulier punt gaat, valt λ^7 uiteen in de overeenkomstige singuliere kegelsnede (α^2_k of β^2_k) en een λ^5 . Voor $l - a_{12}$ bestaat λ^7 uit de kegelsneden β^2_1 en β^2_2 , de rechte a_{12} en tweemaal de rechte a_{34} . Voor $l - A_1B_1$ vindt men de kegelsneden β^2_1 en α^2_1 met een kubische kromme door de overige zes singuliere punten. Voor $l - d$ bestaat λ^7 uit d en tweemaal σ^3 .

Het samenstel van l en λ^7 is invariant t. o. v. de transformatie, welke de punten van een quadrupel aan elkaar toevoegt. In het algemeen zal men een invariante kromme verkrijgen door een verwantschap (m, n) aan te nemen tusschen de bundels (α) en (β) . Bij projectieve toevoeging vindt men een algemeene biquadratische kromme.

7. De kegelsneden, welke door de quadrupels (P) kunnen gelegd worden, vormen een lineair stelsel van den derden rang (∞^3), dat

voorgesteld kan worden door een vergelijking

$$aa^2_x + \beta b^2_x + \gamma c^2_x + \delta d^2_x = 0$$

Een daartoe behoorend lijnenpaar met dubbelpunt in O_3 heeft tot vergelijking

$$\left(\sum_4 aa_{11}\right) x^2_1 + 2 \left(\sum_4 aa_{12}\right) x_1 x_2 + \left(\sum_4 aa_{22}\right) x^2_2 = 0,$$

waar de parameters a, β, γ, δ verbonden zijn door de betrekkingen

$$\begin{aligned} a_{13}a + b_{13}\beta + c_{13}\gamma + d_{13}\delta &= 0, \\ a_{23}a + b_{23}\beta + c_{23}\gamma + d_{23}\delta &= 0, \\ a_{33}a + b_{33}\beta + c_{33}\gamma + d_{33}\delta &= 0, \end{aligned}$$

welke in het algemeen slechts één oplossing leveren.

Wij mogen hieruit besluiten, dat een willekeurig punt slechts één paar overstaande zijden van een vierhoek (P) draagt, zoodat de nevenpunten N, N', N'' der vierhoeken (P) in de groepen van een *tripelinvolutie* zijn te rangschikken welke door $(N)^3$ zal worden aangeduid.

De rechten $s = P_k P_l$ en $s' = P_m P_n$ zijn bijgevolg aan elkaar toegevoegd in een *involutorische verwantschap*, waarvan we gemakkelijk kunnen aantonen dat ze *quadratisch* is. Laat men toch s om een punt O wentelen, dan zal s' in twee van haar standen door O gaan, nl. wanneer ze samenvalt met een der rechten van het lijnenpaar (s, s') dat O tot dubbelpunt heeft; d.w.z. s' omhult een kegelsnede, als s een waaier beschrijft.

De *quadratische involutie* (s, s') heeft, blijkens § 4, de rechten d tot *hoofdrechten*; immers d vormt een paar met elke rechte door D . Hieruit volgt opnieuw, dat de drie punten D de hoekpunten zijn van den door de rechten d gevormden driehoek.

De *coincidenties* (dubbelrechten) der involutie zijn de boven aangewezen *contactcoördinaten* c_k (§ 3). Volgens een bekende eigenschap der quadratische involutie zijn de hoofdrechten d de diagonalen der door de dubbelrechten c_k gevormde vierzijde. In verband hiermede stellen we $c_i c_l = C_{kl}$ en $C_{kl} C_{mn} = d_{klmn}$. Blijkbaar is C_{kl} de top van een straleninvolutie, die c_k en c_l tot dubbelstralen heeft.

8. De tripelinvolutie $(N)^3$ heeft 6 *singuliere punten* in C_{kl} ; immers C_{kl} draagt ∞^1 stralenparen (s, s') , is dus nevenpunt N van ∞^1 vierhoeken (P). Later zal blijken, dat de m.pl. der overeenkomstige paren N', N'' een *biquadratische kromme* is (§ 10).

Ook de polen C_k der vier rechten c_k t. o. v. de paren van kegelsneden a^2, β^2 , waarvan ze de contactcoördinaten vormen, zijn *singuliere punten* van $(N)^3$. Elk punt C_k is als nevenpunt N toegevoegd aan

de paren N', N'' van een op c_k geplaatste involutie die R'_k en R''_k (§ 3) tot dubbelpunten heeft.

Ten slotte zijn ook A^* en B^* *singuliere punten*. Zooals in § 5 bleek, zijn de overeenkomstige *singuliere krommen* α^* en β^* van den *derden graad*.

De involutie $(N)^3$ heeft dus *zesien singuliere punten*.

Singuliere rechten van $(N)^3$ zijn blijkbaar de drie rechten d en de vier rechten e .

De tripels (N) , die door de quadrupels (P) van een kegelsnede α^2 bepaald zijn, liggen op een kubische kromme r^3 , welke α^2 in de zes coincidenties der biquadratische involutie (P) snijdt. Voor de singuliere kegelsnede α^2_k (die door B_k gaat) heeft r^3 een dubbelpunt in B_k , waarvan de raaklijnen gericht zijn naar de vertakkingspunten der in B_k gelegen coincidentie.

9. Als $N \equiv ss'$ de rechte l doorloopt, omhullen s en s' een *kromme der derde klasse*, die door l wordt aangeraakt in het punt N dat ze met de aan haar toegevoegde rechte l' gemeen heeft. Deze kromme, λ_3 , snijdt l op de vier rechten e , is dus een kromme van den *zesden graad*.

Wij bepalen nu den graad der m. pl. van de quadrupels (P) die op de raaklijnenparen van λ^6_3 liggen. De kromme r^3 , die bij een bepaalde kegelsnede α^2 behoort, bepaalt op l drie punten N , bevat dus drie quadrupels der m. pl. Deze gaat driemaal door elk punt A_k , omdat de bij β^2_k behorende rationale r^2 op l drie nevenpunten N van quadrupels insnijdt waarin A_k voorkomt. De bedoelde m. pl. heeft dus met α^2 24 punten gemeen, is derhalve een kromme π^{12} met acht drievoudige punten A_k, B_k . Zij gaat door de acht op de rechten c_k gelegen punten R''_k, R'_k en raakt daar de rechten $C_k R'_k, C_k R''_k$ aan.

De krommen π_1^{12} en π_2^{12} die bij l_1 en l_2 behooren, hebben $8 \times 9 = 72$ doorsneden in A_k, B_k , $4 \times 4 = 16$ in de punten R'_k, R''_k en 4 in het quadrupel (P) , waarvoor (l_1, l_2) een der nevenpunten is. De overige 52 doorsneden vormen 13 quadrupels (P) , waarvan een nevenpunt op l_1 , een tweede nevenpunt op l_2 ligt.

Hieruit volgt, dat met de punten N van een rechte l overeenkomen de paren N', N'' van een *kromme van den dertienden graad* λ^{13} . Met l heeft λ^{13} vijf punten der coincidentiekromme γ^5 gemeen, welke tevens *coincidentiekromme* der involutie $(N)^3$ is; de overige acht vormen vier paren (N, N') . Elke rechte l draagt dus *vier paren* van $(N)^3$.

10. De kromme λ^{13} gaat driemaal door elk der zes singuliere punten A^*, B^* , omdat l drie punten gemeen heeft met de overeenkomstige singuliere kromme α^* resp. β^* . Ook gaat ze door de vier singuliere punten C_k en, met een nader te bepalen aantal takken, door elk der zes singuliere punten C_{kl} .

De krommen λ_1^{13} en λ_2^{13} , welke bij l_1 en l_2 behooren, hebben $6 \times 9 = 54$ doorsneden in A^* en B^* , 4 in de punten C_k ; verder hebben ze het aan N en $l_1 l_2$ toegevoegde puntenpaar gemeen benevens de 13 punten N , die elk met een punt van l_1 en een punt van l_2 een tripel van $(N)^3$ vormen. Daar de overige 96 doorsneden in de 6 punten C_{kl} moeten liggen, gaat λ^{13} viermaal door elk punt C_{kl} . Bij het *singuliere punt* C_{kl} behoort dus een *singuliere biquadratische kromme* γ^4_{kl} .

Als l langs c_1 valt, onttaardt λ^{13} in de rechte c_1 en de drie singuliere krommen $\gamma^4_{12}, \gamma^4_{13}, \gamma^4_{14}$. Deze gaan alle door de singuliere punten A^*, B^* , omdat deze punten drievoudig op λ^{13} zijn. Daar de drie krommen γ^4_{1k} samen viermaal door de punten C_{23}, C_{24} en C_{34} moeten gaan, heeft γ^4_{1k} een *dubbelpunt* in C_{mn} . Dat γ^4_{kl} minstens één dubbelpunt moest hebben, kon reeds hieruit afgeleid worden dat op een algemeene biquadratische kromme geen pareninvoluties voorkomen. Op de uninodale γ^4_{kl} bestaat slechts één pareninvolutie; de paren (N', N'') , die bij $N = C_{kl}$ behooren, liggen dus collineair met het dubbelpunt C_{mn} van γ^4_{kl} .

Daar γ^4_{12} door C_{12} gaat, is C_{12} een coïncidentie van $(N)^3$, en tevens van $(P)^4$. Het derde punt N'' van het overeenkomstige tripel moet op $C_{12}C_{34} = d_{12,34}$ liggen. Hieruit volgt dat C_{12} een der dubbelpunten is van de quadratische involutie, welke (α) en (β) op $d_{12,34}$ insnijden; het tweede dubbelpunt is dan C_{34} . De kromme γ^5 snijdt $d_{12,34}$ dus in C_{12}, C_{34} en in de drie punten, welke $d_{12,34}$ met $\sigma^2_{12,34}$ gemeen heeft.

De krommen γ^4_{12} en γ^4_{34} hebben 6 snijpunten in A^*, B^* , 4 snijpunten in $C_{13}, C_{14}, C_{23}, C_{24}$ en 4 snijpunten in C_{12} en C_{34} (immers C_{12} is dubbelpunt van γ^4_{34} en C_{34} is dubbelpunt van γ^4_{12}). De overige twee snijpunten zijn nevenpunten van twee quadrupels, die elk in C_{12} en in C_{34} een nevenpunt hebben; de rechten, welke deze twee punten N met C_{34} verbinden, zijn blijkbaar de raaklijnen in het dubbelpunt C_{34} van γ^4_{12} .

De krommen γ^4_{12} en γ^4_{13} hebben 8 doorsneden in de punten C_{kl} , 6 in de punten A^*, B^* en gaan beide door C_1 ; hun 16^{de} snijpunt is een punt N dat met C_{12} en C_{13} een tripel vormt. Als punt van γ^4_{12} moet N op de rechte $C_{13}C_{34}$ liggen, dus met C_{23} samenvallen. De beide krommen zullen elkaar derhalve in C_{23} aanraken.

11. Daar γ^4_{kl} door de singuliere punten A^* en B^* gaat, liggen de singuliere punten C_{kl} op de singuliere krommen α^* en β^* . De krommen $\alpha^3_{12,34}$ en $\alpha^3_{13,24}$ snijden elkaar in de 6 punten C_{kl} en in de 3 punten B^* ; het laatste volgt uit de beschouwing van het quadrupel dat door de rechten b_{kl}, b_{mn} op de rechten a_{pq}, a_{rs} wordt ingesneden.

De krommen α^* en β^* hebben dus de 6 punten C_{kl} , de beide punten A^*, B^* en ten slotte het punt N gemeen, dat met de laatste twee punten een tripel vormt.

Voor de *singuliere punten* en *lijnen* hebben we dus de volgende orientatie:

c_k bevat de drie punten C_{kl} ;

$\alpha^3_{kl,mn}$ bevat $A_{kl,mn}$, de drie punten B^* en de zes punten C_{kl} ;

$\beta^3_{kl,mn}$ bevat $B_{kl,mn}$, de drie punten A^* en de zes punten C_{kl} ;

γ^4_{kl} heeft een dubbelpunt in C_{mn} en gaat door de overige punten C_{pq} , door de punten C_k en C_l en door de zes punten A^*, B^* ;

$d_{kl,mn}$ bevat de punten C_{kl} en C_{mn} .

Voor de singuliere rechte $d_{12,34}$ bestaat de kromme λ^{13} uit $\gamma^4_{12}, \gamma^4_{34}$ en een kromme $\sigma^5_{12,34}$, welke door de punten A^*, B^*, C_{12} en C_{34} gaat en dubbelpunten heeft in de overige vier punten C_{ll} . Ze is een kromme van het *geslacht twee*, bevat dus slechts één pareninvolutie; de paren (N', N'') worden ingesneden door de kegelsneden, welke de vier dubbelpunten bevatten, en de rechten $n = N'N''$ omhullen een kegelsnede σ^2 , die σ^5 in vijf punten raakt.¹⁾

Door $d_{12,34}$ wordt $\sigma^5_{12,34}$ gesneden in C_{12}, C_{34} en in de drie punten, welke $d_{12,34}$ gemeen heeft met $\sigma^3_{12,34}$; deze vijf punten liggen tevens op de coincidentiekromme γ^5 (§ 10).

12. Als N de rechte $d_{12,34}$ beschrijft, omhult de rechte n een figuur der vierde klasse, die uit de punten C_{12}, C_{34} en de kegelsnede $\sigma^2_{12,34}$ is samengesteld. Hieruit mogen we besluiten, dat n een *kromme der vierde klasse*, λ_4 , zal omhullen, wanneer N de rechte l doorloopt. Als n langs c_l valt, bestaat λ_4 uit de vier punten $C_1, C_{23}, C_{24}, C_{34}$.

Tusschen N en n bestaat geen birationale verwantschap; wel bepaalt N in het algemeen één rechte n , maar op een niet-singuliere n liggen (§ 9) vier paren (N', N'') , zoodat bij n vier punten N behooren.

De rechten $s \equiv P_1P_2$, welke de coincidenties van $(P)^4$ dragen, omhullen (§ 4) een kromme der 8^{ste} klasse, τ_8 , welke de rechten

¹⁾ Zie mijn verhandeling „Ueber Curven fünfter Ordnung mit vier Doppelpunkten”. (Sitz. Ber. Akad. Wien, CIV, 46).

a_{kl}, b_{kl} en de hoofdreechten d der quadratische involutie (s, s') tot dubbelraakklijnen heeft. Derhalve omhult de rechte $s' \equiv P_3 P_4$ een kromme der 10^{de} klasse, τ'_{10} , welke drie viervoudige raakklijnen d en zes dubbelraakklijnen a_{kl} en b_{kl} bezit (a_{kl} komt in de involutie met a_{mn} overeen). Het snijpunt van s' met s is het vertakkingspunt N'' behoorende bij de met P_1 en P_2 samenvallende punten N en N' . Daar geen der rechten s met de aan haar toegevoegde s' samenvalt, is de m. pl. van het punt (s, s') een kromme van den 18^{en} graad. De *vertakkingskromme* der involutie $(N)''^3$ is dus van den *achttienden graad*, heeft dubbelpunten in C_k , viervoudige punten in A_k^3, B_k^3 en gaat natuurlijk door de vijftien drievoudige punten van $(N)''^3$.

13. Als de basispunten A_4 en B_4 in het punt E samenvallen, gaat de quadrupelinvolutie $(P)''^4$ over in een *tripelinvolutie* met de *singuliere punten* A_k, B_k ($k = 1, 2, 3$) en E . Wordt aan elke kegelsnede α^2 de kegelsnede β^2 toegevoegd, welke zij in E aanraakt, dan heeft de biquadratische kromme ε^4 , die de snijpunten van overeenkomstige krommen bevat, met een willekeurig gekozen α^2 drie punten A_k en twee punten P_1, P_2 gemeen, gaat dus driemaal door E . Bij het singuliere punt E behoort dus een *singuliere biquadratische kromme* met *drievoudig punt* in E , welke de puntenparen draagt, die tripels vormen met E ; zij gaat natuurlijk door de zes singuliere punten A_k, B_k .

De *coïncidentiekromme* γ^5 bezit nu een *drievoudig punt* in E ; immers, met een α^2 heeft ze de 3 punten A_k en de 4 coïncidenties der op α^2 gelegen kubische involutie gemeen. In E hebben γ^5 en ε^4 dezelfde drie raakklijnen.

Op een willekeurig gekozen α^2 liggen 4 vertakkingspunten; daar E vertakkingspunt is voor de tripels, waarin de beide op ε^4 gelegen coïncidenties voorkomen, en ook de punten A_k en B_k elk vertakkingspunten zijn voor twee groepen, is de *vertakkingskromme* van den *zesden graad*, φ^6 , en heeft dubbelpunten in de *zeven* singuliere punten.

De krommen γ^5 en φ^6 hebben in de singuliere punten 18 doorsneden; daar ze elkaar verder nog slechts kunnen aanraken, heeft $(P)''^3$ *zes drievoudige punten*.

14. De paren (P_1, P_2) die collineair liggen met een punt T_1 , vormen een kromme τ^4 met dubbelpunt T_1 , waar zes raakklijnen t samenkomen. De dragers der coïncidenties van $(P)''^3$ omhullen dus

een *kromme der zesde klasse*, τ_6 . Daar α^4 met γ^5 buiten de 6 raakpunten der in T_1 samenkomende raaklijnen en de 7 singuliere punten nog 5 punten gemeen hebben, omhullen de rechten, welke ieder een coincidentie met het overeenkomstig vertakkingspunt verbinden, een *kromme der vijfde klasse*.

De kromme τ_6 is, evenals γ^5 , van het geslacht drie, heeft dus zeven dubbelraaklijnen. Hiertoe behooren de *zes singuliere rechten* a_{kl}, b_{kl} ; ook de *zevende*, die door d wordt aangeduid, is *singulier*, omdat (α) en (β) dezelfde involutie op haar insnijden; het derde bewegelijke snijpunt van twee aldus toegevoegde krommen α^2 en β^2 beschrijft een kubische kromme d^3 met dubbelpunt in E .

Als P_1 de rechte l doorloopt, beschrijven P_2 en P_3 een kromme λ^7 , die viermaal door E , tweemaal door A_k, B_k gaat, en l in een paar en in vijf coincidenties van $(P)^3$ snijdt.

De rechte $p_1 \equiv P_2 P_3$ omhult een kromme der *vierde klasse*, π_4 , want de standen van p_1 , die door E gaan, worden geleverd door de rechten naar de punten P_2 , welke tripels vormen met E en de snijpunten P_1 van l en ε^4 . Deze π^4 heeft a_{kl} en b_{kl} tot raaklijnen; immers op a_{kl} ligt b.v. een paar P_2, P_3 behoorende bij het snijpunt P_1 van l met $A_m E$. De singuliere rechte d is *drievoudige raaklijn* van π_4 ; de drie op haar gelegen paren P_2, P_3 komen overeen met de snijpunten P_1 van l en d^3 .

De krommen π_4 en π'_4 , die bij l en l' behooren, hebben dus in de zeven singuliere rechten 15 raaklijnen gemeen; de 16^e gemeenschappelijke raaklijn ρ is toegevoegd aan het snijpunt van l en l' . Door de birationaale transformatie (P, ρ) wordt een waaier dus omgezet in een *kromme der vierde klasse*.

Als p om T_1 wentelt, beschrijft het op haar gelegen paar P_2, P_3 de bovengenoemde kromme τ^4 , welke met λ^7 in de singuliere punten 16 doorsneden bezit; 4 snijpunten vormen elk een paar met een punt van l ; de overige behooren tot 4 paren P_2, P_3 , waarvoor P_1 op l ligt. Met een door p beschreven waaier komt dus een door P beschreven *biquadratische kromme* π^4 overeen.

Daar τ^4 met ε^4 , buiten de singuliere punten om, een op ET_1 gelegen punt en drie op stralen door T_1 geplaatste paren P_2, P_3 gemeen heeft, waarvoor P_1 in E valt, is E een drievoudig punt op π^4 . Op analoge wijs blijkt dat A_k, B_k punten van π^4 zijn. Twee krommen π^4 hebben dus in de singuliere punten 15 doorsneden; het 16^e gemeenschappelijk punt komt overeen met den gemeenschappelijken straal der beide waiers.

15. Ten slotte beschouwen we nog het geval, waarin (α) en (β)

de basispunten E_1 en E_2 gemeen hebben, dus een *pareninvolutie* (P_1, P_2) bepalen.

Aan de *singuliere punten* $A_1, A_2; B_1, B_2$ zijn weer kegelsneden $\beta^2_1, \beta^2_2; \alpha^2_1, \alpha^2_2$ toegevoegd, waarvan de punten met het overeenkomstige singuliere punt een paar vormen.

Voegt men weer elke α^2 toe aan de β^2 , die haar in E_1 raakt, dan beschrijft hun beweegelijk snijpunt een figuur van den 4^{en} graad, die driemaal door E_1 en tweemaal door E_2 gaat, dus uit de rechte $e \equiv E_1 E_2$ en een kubische kromme ϵ^3_1 is samengesteld, welke E_1 tot dubbelpunt heeft en door E_2, A_1, A_2, B_1, B_2 gaat; tevens bevat ze het snijpunt C van $A_1 A_2$ en $B_1 B_2$.

Daar C blijkbaar ook tot de *singuliere kromme* ϵ^3_2 behoort, waarvan de punten met E_2 paren vormen, is C ook een *singulier punt*; het komt met elk punt van e overeen.

De *coïncidentiekromme* heeft dubbelpunten in E_1 en E_2 ; zij is biquadratisch en gaat door de vier punten A_k, B_k .

Als P_1 de rechte l doorloopt, beschrijft P_2 een λ^6 door C , met 4 dubbelpunten A_k, B_k en 2 drievoudige punten E_1, E_2 . We hebben hier dus een *birationale involutorische transformatie* van den zesden graad en de eerste klasse (een paar op een willekeurige rechte), met 7 hoofdpunten, waarvan 2 drievoudig, 4 tweevoudig en 1 enkelvoudig.

De paren op stralen door T vormen een kubische kromme τ^3 door de 7 hoofdpunten; twee krommen τ^3 hebben buiten de hoofdpunten het paar op de verbindingslijn der overeenkomstige punten T gemeen. Daar door T vier raaklijnen van τ^3 gaan, omhullen de dragers der coïncidenties een *kromme der vierde klasse*.

Dierkunde. — De Heer HUBRECHT biedt eene mededeeling aan van de Heeren J. BOEKE en K. W. DAMMERMAN: „*De Saccus vasculosus der visschen een receptief nerveus orgaan en niet een klier.*”

(Mede aangeboden door den Heer G. C. J. VOSMAER).

Op grond van den ontwikkelingsgang en den histologischen bouw van den saccus vasculosus bij embryo's en larven van Teleostei werd in 1901¹⁾ door een van ons beiden de hypothese opgesteld, dat men in den saccus vasculosus bij de visschen geen klier moest zien, zooals algemeen werd aangenomen („Infundibulardrüse” van

¹⁾ J. BOEKE. Die Bedeutung des Infundibulums in der Entwicklung der Knochenfische Anat. Anzeiger Bd. 20, 1901.

RABL-RÜCKHARD), doch een zintuig, een orgaan dat den een of anderen prikkel opneemt en daarop reageert (Infundibulairorgaan). Het volgend jaar (1902) werden in deze verslagen verdere waarnemingen bij larven zoowel als volwassen exemplaren van Teleostei beschreven¹⁾, die deze opvatting schenen te bevestigen, en werd een dergelijk orgaan in den hersenwand van *Branchiostoma lanceolatum* beschreven²⁾. In hetzelfde jaar (1902) kwam JOHNSTON tot eene dergelijke opvatting van den saccus vasculosus bij *acipenser rubicundus*³⁾ op grond van het vezelverloop en den vorm der cellen in het orgaan. Volgens hem zou de saccus vasculosus veranderingen van den bloedsdruk of den druk van het ventrikelvocht percipieeren. De ontwikkeling en de bouw van het infundibulairorgaan van amphioxus werd later⁴⁾ uitvoeriger beschreven en de homologie daarvan met den saccus vasculosus der visschen scherper omlijnd. Doch hoewel nu de hypothese, dat dit orgaan met den saccus vasculosus van de visschen homoloog zou zijn, door verschillende onderzoekers werd voor juist verklaard⁵⁾, wordt toch nog steeds aan den saccus vasculosus uitsluitend de beteekenis van een secerneerend orgaan, met de afscheiding van de ventrikelvloei-stof belast, toegeschreven⁶⁾, behalve door JOHNSTON (The nervous system of vertebrates, 1906), en KAPPERS (1904, 1902).

Toch is dit, zooals hernieuwd onderzoek ons leerde, niet juist, en moeten de eigenaardige cellen, waaruit het epithelium van den saccus vasculosus van alle visschen, bij welke deze tot ontwikkeling komt, is opgebouwd, niet als kliercellen (STUDNICKA) worden beschouwd, doch in overeenstemming met de in bovengenoemde mededeelingen geuite hypothese, als *zintuigcellen, die in staat zijn, den een of anderen prikkel op te nemen en langs bepaalde hersenbanen naar bepaalde, scherp omschreven gedeelten van de hersenen te geleiden, cellen die aan hun basis rechtstreeks in een zenuwvezel overgaan, en die dus op eene lijn te stellen zijn met zintuigcellen als bijvoorbeeld die van het reukorgaan.*

Typische kliercellen komen in den saccus vasculosus niet voor. Voor zoover wij kunnen nagaan, oefent derhalve de saccus vasculosus geen secretorische werking uit.

Het zij ons vergund, in deze mededeeling in aansluiting aan de

1) J. BOEKE. in Verslag Verg. Wis- en Nat. Afd. K. A. W. van 25 Januari 1902

2) J. BOEKE. in Verslag Verg. Wis- en Nat. Afd. K. A. W. van 19 April 1902.

3) J. B. JOHNSTON. The Brain of acipenser, in: Zool. Jahrbücher Bd. XV 1902.

4) J. BOEKE. Das Infundibularorgan im Gehirn von Amphioxus. Anat. Anzeiger Bd. 32. 1908 en Verslagen K. A. W. van Mei 1908.

5) o.a. door WIEDERSHEIM, in zijne Vergl. Anatomie 1909.

6) WIEDERSHEIM, B. HALLER, EDINGER, etc.

bovengenoemde artikelen de hoofdlijnen van ons desbetreffend onderzoek aan te geven. Een uitvoeriger, gedocumenteerde beschrijving zal men vinden in het proefschrift van den laatstgenoemde van ons beiden.

Deze hoofdlijnen zijn het eenvoudigst op de volgende wijze samen te vatten:

1. Voor de beschrijving van den bouw van het infundibulairorgaan in de hersenen van *Amphioxus* (*Branchiostoma lanceolatum*), kunnen wij verwijzen naar de bovengenoemde publicatie van 1908, en wij willen hier slechts nog eens den nadruk leggen op het feit, dat de cellen van het infundibulairorgaan in fijne zenuwvezels uitloopen, en dat de beide zenuwbundels, uit de uitloopers dezen cellen gevormd, naar achteren caudaalwaarts gericht naast elkaar loopen en dan in de mediaanlijn eene typische decussatie vertoonen, waarna echter de vezels niet verder te vervolgen zijn. In verband met de bij een aantal visschen zoo typisch optredende decussatie in de mediaanlijn van de vezels der beide uit den saccus vasculosus ontspringende tractus sacci vasculosi is het blijkbaar reeds voorhanden zijn van deze decussatie bij *Amphioxus* van groot belang, niet alleen voor de homologie van het infundibulairorgaan van *Amphioxus* met den saccus vasculosus der visschen, maar ook voor de opvatting van de hersenen van *Amphioxus* niet als een archencephalon (KUPFFER), doch als gedegeneerde, in vele opzichten met de hersenen van ichthyopsidae vergelijkbare, van een aantal vezelsystemen voorziene hersenen, door een van ons vroeger verdedigd¹⁾.

2. Bij alle daarop onderzochte visschen komt de saccus vasculosus, ten minste in aanleg, als een ventraalwaarts gerichte en caudaalwaarts zich ontplooiende uitstulping van den hersenwand in den bodem van het diencephalon voor. Bij *Acipenser*, *Amia*, *Lepidosteus* nog voorhanden, gaat hij bij de amphibien te loor en is als zoodanig bij de op het land levende dieren niet meer aan te toonen.

Bij een aantal vormen onder de beenvisschen ontwikkelt evenwel de aanleg zich niet verder, of gaat de saccus weer in ontwikkeling achteruit, zoodat bij de volwassen dieren slechts geringe of in het geheel geen sporen van een saccus vasculosus zijn aan te toonen (cf. GENTÈS). De vormen, waar de saccus tot deze geringe ontwikkeling komt, blijken steeds (behoudens enkele uitzonderingen) zoetwatervisschen te zijn.

3. Daar, waar de saccus vasculosus tot volle ontwikkeling geraakt, doet hij zich zoowel bij *Elasmobranchii* als bij *Teleostii* voor als een dunwandige zak met meer of minder sterk geplooiden wand;

¹⁾ J. BOEKE. Versl. Verg. Wis- en Nat.-Afd. der K. A. W. van 31 Mei 1908. pag. 6.

deze wand bestaat uit het eigenlijke saccusepithelium, de voortzetting van den hersenwand, uit een laag zenuwvezelen, gliaweefsel, een laag platte epitheliumcellen, die de bloedvaten begrenzen, en deze bloedvaten zelf, vooral een buitengewoon sterk ontwikkelde plexus van verwijde bloedsinus, waardoor het geheele orgaan in verschen toestand een roode tot donkerroode tint vertoont. Gedurende het geheele leven blijft de gemeenschap van de holte van den saccus met de ventrikelruimte in de hersenen bestaan. De wand van den saccus vertoont overal een gelijksoortigen bouw.

4. De beschrijving van de elementen, die het eigenlijke saccusepithelium vormen, vroeger gegeven (1901), konden wij ook bij andere vormen volkomen bevestigen.

Het epithelium van den binnenwand van den saccus vasculosus bestaat uit twee soorten van cellen, in bovengenoemde publicatie als „*zintuigcellen*” en „*steuncellen*” onderscheiden.

De *zintuigcellen*, die wij naar den vorm van de volkomen gedifferentieerde elementen ook „*kroontjescellen*” zouden kunnen noemen, zijn groot, protoplasmarijk en ongeveer fleschvormig. Het breedste basale gedeelte bevat de groote bolvormige kern; naar boven versmalt het cellichaam zich en eindigt in een halfbolvormig of ietwat peervormig hoofdje, dat met een kroon van kleine gesteelde knopjes of blaasjes is bezet en in het lumen van den saccus uitsteekt. In uiterlijk zou men dit het beste kunnen vergelijken met de vruchtjes op den bloembodem van een paardenbloem. Deze in een groot aantal (20—25) op het afgeronde einde van de cel zittende gesteelde knopjes zijn door STUDNICKA als secretiedruppels beschreven. Dit is echter ten eenenmale onjuist. In de eerste plaats ontwikkelen zij zich uit haren, die eerst knotsvormig aanzwellen en dan door verdere aanzwelling van het einde in gesteelde knopjes of blaasjes overgaan (cf. BOEKE 1901). Wij konden hiervan alle tusschenstadiën nagaan. In de tweede plaats zijn zij ook bij het volwassen orgaan op basaallichaampjes, in het protoplasma van de cellen liggend, ingeplant, en zetten zij zich als een bundel zeer fijne fibrillen basaalwaarts in het protoplasma van de cel voort. In de derde plaats zijn zij, zooals reeds in 1902 werd beschreven, ook bij levende cellen (bijv. de glasheldere larven van Muraenoiden) en bij overlevende cellen in stukjes uit den saccuswand geknipt, duidelijk te zien. Nooit ziet men een der knopjes afvallen, losraken of zich opnieuw vormen, zelfs wanneer men de levende elementen bij de doorzichtige larven der Muraenoiden uren lang onder het mikroskoop bij sterke vergrooting kan bestudeeren. Het zijn niets anders dan aan het einde knopvormig aangezwollen haren. Met een secretieproces hebben zij niets

te maken. Bovendien konden wij zoowel met de goudchloridemethode van APATHY als met de impregnatie-methoden van RAMON Y CAJAL en van BIELSCHOWSKY in deze cellen een zeer fijn systeem van neurofibrillen aantoonen, dat met de basaallichaampjes samenhangend zich als een bundel van fijne eenigszins golvende vezels door het cellichaam uitstreckte en langs de kern tot in de basis van de cel te vervolgen was. Aan het basale einde van de cel gekomen concentreerde zich deze bundel van neurofibrillen tot een dunne streng dicht aaneengesloten fibrillen, die in onafgebroken loop tot in den zenuwbundel, die onder langs de cellen loopt, te vervolgen was, en vandaar in een bepaalden zenuwbundel, den *tractus sacci vasculosi* overging.

Ook gelukte het deze cellen volgens de methode van GOLGI te impregneeren, en konden wij in gunstig getroffen doorsneden de celuitloopers als onafgebroken dunne, gladde, niet variceuze zenuwvezels van de cel tot in den tractus sacci vasculosi vervolgen.

De *steuncellen* zijn op doorsnede smalle cellen, die juist de kleine ruimte tussehen de fleschvormige zintuigcellen opvullen, en bevatten een eigenaardige driehoekige of pyramidevormige kern, die dikwijls bijna de geheele ruimte van de cel inneemt. Aan hunne basale einden schijnen deze steuncellen in voetjes uit te loopen die (als de voetjes der ependym- en gliacellen) de bundels zenuwvezels omvatten.

5. Deze zenuwvezels, die dus (voor verreweg het grootste deel) niets anders zijn dan de uitloopers van de zintuigcellen van den saccus vasculosus, loopen alle naar de plaats, waar de saccus vasculosus met den verderen wand van het diencephalon samenhangt, en vereenigen zich daar buiten den saccus tot twee, aan weerszijden van de mediaanvlakte loopende zenuwbundels, de tracti sacci vasculosi. Dit wijst dus op een *oorspronkelijk bilateralen aanleg van den saccus vasculosus*, evenals dit voor het infundibulairorgaan van amphioxus kon worden vastgesteld.

Deze tracti sacci vasculosi, als zoodanig reeds door een aantal onderzoekers beschreven (GORONOWITSCH, EDINGER, BICKFORD, KUPFFER, JOHNSTON, ARIENS KAPPERS, GOLDSTEIN), loopen aan weerszijden van den recessus inferior, van den toegang tot de ruimte van den saccus in het diencephalon schuin naar voren, vervolgen hunnen weg boven dien recessus, en kunnen hier dan decusseeren in de mediaanlijn (forel) of wel zij blijven gescheiden elk aan eene zijde van de mediaanlijn verlopen (*Anguilla*, *Zoarces*), tot zij, zoowel bij Teleostei als bij Elasmobranchii eindigen in twee kernen, die gelegen zijn in het uiteinde van het tuberculum posterius dicht bij de mediaanlijn juist aan den aquaeductus. Door ARIENS KAPPERS zijn deze kernen bij *Galeus* het eerst gezien. Zij bestaan echter ook bij

Teleostei. Deze ganglia bevatten groote zenuwcellen met meestal naar achteren gerichte uitloopers. Aan BIELSCHOWSKY-preparaten was de verbinding van de eindboompjes van de uitloopers der zintuigcellen uit den saccus met deze cellen duidelijk te zien.

6. Ook eindigen centrifugale vezelen uit het diencephalon in den saccus. Deze komen uit de lobi inferiores en innerveeren waarschijnlijk alle de bloedvaten van den saccus vasculosus.

De details dezer verschillende vezelverbindingen, de verbindingen van de beide ganglia van den tractus sacci vasculosi met de verdere hersenen en de vergelijking van de uitkomsten van dit gedeelte van het onderzoek met wat door vorige onderzoekers was vastgesteld, hier te behandelen, zou ons te ver voeren. Wij kunnen daartoe verwijzen naar de bovenvermelde publicatie van den laatstgenoemde van ons beiden.¹⁾ Het doel van deze mededeeling was slechts, aan te toonen dat nader onderzoek ons het bewijs leverde van de juistheid van de hypothese, dat men in den saccus vasculosus der lagere vertebraten niet een secerneerend orgaan moet zien, doch een receptief nerveus orgaan, dat zijn homologon vindt in het infundibulairorgaan van *Amphioxus*.

Leiden, Anatomisch Kabinet, April 1910.

Scheikunde. — De Heer HOLLEMAN biedt, mede namens den Heer I. J. RINKES, eene mededeeling aan: „*Over de monohalogenering van phenol.*”

De bepaling van de relatieve hoeveelheid der isomeren, die bij invoering van een tweeden substituent in het monogesubstitueerde benzol ontstaan, is tot nog toe hoofdzakelijk voor de nitreering van een aantal verbindingen C_6H_5X bestudeerd geworden. Wel is door VAN DER LAAN de bromering van toluol onderzocht, maar hierbij was de bestudeering der invloeden die de substitutie in de zijketen of in de kern veroorzaken, vooral op den voorgrond getreden. Door POLAK is dan nog de verdere sulfoneering van benzolmonosulfozuur quantitatief onderzocht.

Het was dus zeer gewenscht, de invoering van halogeen nog aan andere verbindingen quantitatief te bestudeeren. Op mijn voorstel nam de heer RINKES op zich, om de invoering van één halogeenatoom in phenol van uit dat oogpunt aan een nader experimenteel onderzoek te onderwerpen. Dat dit niet overbodig mag geacht worden, blijkt terstond, als men de literatuur over dit onderwerp naslaat. Bekend was, dat bij de invoering van een eerste halogeenatoom in phenol de para- en de ortho-verbinding ontstaan; dat zich hierbij de

¹⁾ In: Zeitschrift für wissensch. Zoologie.

meta-verbinding niet ook in geringe hoeveelheid vormt, was geenszins afdoende bewezen. Omtrent de verhouding, waarin de ortho- en para-halogeëphenolen ontstaan, heerschte echter de meest mogelijke verwarring; wel achtte men de temperatuur van invloed op die verhouding, maar terwijl sommigen uit hunne proeven meenden te mogen afleiden, dat de ortho-verbinding hoofdzakelijk bij lagere temperatuur ontstaat, beweerden anderen daarentegen dat bij hooge temperatuur dit isomeer hoofdproduct is. Ook een invloed van het oplosmiddel, waarin de halogeneering plaats vond, achtte men te bestaan.

De hier bestaande verwarring wordt voornamelijk door twee oorzaken teweeg gebracht. Vooreerst daardoor, dat er geene methode bestond, om de twee isomeren met voldoende nauwkeurigheid naast elkander te bepalen; ten tweede, doordien de ortho-verbindingen tot nog toe nooit in geheel zuiveren toestand verkregen waren.

De heer RIXES wijdde dus in de eerste plaats zijne aandacht aan het bereiden der monohalogeëphenolen, vrij van hunne isomeren of van andere verontreinigingen. Ik had reeds het voorrecht, in de zitting dezer Academie van 24 Dec. II. eene mededeeling omtrent dit gedeelte van zijn onderzoek aan te bieden.

Met de geheel zuivere ortho- en para-verbindingen werden nu de smeltlijnen bepaald, daar deze ook hier het geschiktste middel waren om de samenstelling der halogeneeringsproducten te bepalen. De volgende waarnemingen werden daartoe gedaan:

Stolpunten van het systeem o- + p-broomphenol.

% parabroomphenol	beginstolpunt	eindstolpunt.
0%	+ 5.5°	
3.8 „	+ 3.3°	
10.6 „	— 0.4°	
16.8 „	— 4.6°	
24.0 „	— 9.4°	—11.6° —11.7
25.8 „	—10.6°	—11.7°
30.4 „	— 6.4°	
34.5 „	+ 0.9°	
39.4 „	+ 8.5°	
44.2 „	+16.2°	
55.0 „	27.8°	
63.5 „	36.2°	
71.3 „	42.7°	
81.8 „	50.6°	
85.3 „	53.1°	
90.6 „	57.4°	
100 „	63.5°	

Stolpunten van het systeem ortho- + parachloorphenol.

% parachloorphenol	stolpunt	eindstolpunt
0%	8.8°	
6.3 „	4.8°	
14.4 „	— 0.6°	
26.7 „	— 9.8°	
34.4 „	—16.7°	—21.0°
44.6 „	— 8.9°	} moeilijk waarneembaar —20.0°
47.3 „		
54.9 „	+ 2.7°	—20.2°
59.6 „	+ 7.8°	—21.0°
66.4 „	15.0°	
74.0 „	22.1°	
84.1 „	31.0°	
88.8 „	34.9°	
94.7 „	38.9°	
100 „	42.9°	

Stolpunten van mengsels van para- en orthojoodphenol.

% parajoodphenol	beginstolpunt	eindstolpunt
0%	40.4°	
7.3 „	37.2°	
16.1 „	32.6°	
32.0 „	30.4°	26.1°
37.4 „	39.0°	26.1°
43.2 „	46.8°	26.1°
50.2 „	55.2°	
59.1 „	63.7°	
65.4 „	69.2°	
76.0 „	77.2°	
91.1 „	87.0°	
100 „	92.0°	

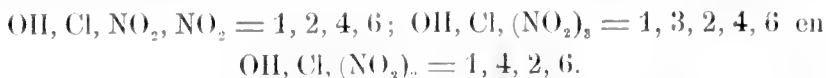
I. Bromering van phenol.

Met de bromering werd begonnen, omdat deze gemakkelijker leek dan de chloreering; de ervaringen, bij de eerste opgedaan konden dan bij de tweede benut worden.

Het doel van het onderzoek was, de bromering zooveel mogelijk quantitatief tot de monobroomphenolen door te voeren en in het reactieproduct de verhouding van ortho- tot parabroomphenol te bepalen. De reactie werd zoowel in oplosmiddelen als zonder verdunning bestudeerd.

Bewijs, dat bij de bromering van phenol geene meta-verbinding ontstaat.

TYMSTRA ¹⁾ deelde mede, dat wanneer een mengsel van ortho-, meta-, en para-chloorphenol onder afkoeling met salpeterzuur spec. gew. 1.5 wordt genitreerd, de volgende verbindingen ontstaan :



Van deze verbindingen is alleen in het trinitro-derivaat, uit meta-chloorphenol ontstaande, het chlooratoom beweegelijk, kan b.v. door Na-methylaat tegen oxymethyl worden omgewisseld. In de onderstelling, dat dit ook met de overeenkomstige Br-verbinding het geval zal zijn, moet men dus door nitratie van het bromeringsproduct van phenol en behandeling daarvan met Na-methylaat in de oplossing Br-ionen verkrijgen, die op de gebruikelijke wijze met AgNO₃ zijn aan te toonen. Eerst werd deze methode aan een mengsel van ortho- en para-broomphenol beproefd, vervolgens aan zulk een mengsel, waaraan 1 % resp. 2 % zuiver meta-broomphenol was toegevoegd. Het eerstgenoemde gaf slechts eene zwakke opalescentie van AgBr, het mengsel met 1 % meta-verbinding eene duidelijke troebeling, dat met 2 % een neerslag. De bruikbaarheid der methode was hierdoor aangetoond. Toen zij op het bromeringsproduct van phenol werd aangewend, ontstond ook hier slechts eene zwakke opalescentie van AgBr, waaruit dus tot de afwezigheid van m-broomphenol mag besloten worden.

Bromering in zwavelkoolstof.

Hiertoe werden nauwkeurig aequivalente hoeveelheden broom en phenol in hun 15-voudig gewicht aan CS₂ opgelost (ca. 10 gr. phenol), op 0° afgekoeld en nu de Br-oplossing langzaam in die van phenol gedruppeld. De kleur van het broom verdween oogenblikkelijk. Nadat al het Br was toegevoegd, werd de CS₂ afgedistilleerd en het residu in vacuo gedistilleerd. Het bromeringsproduct was nu volkomen kleurloos en vertoonde een eerste stolpunt van 58.4 bij de eerste, van 58.8 bij een tweede proef, welk laatste met een gehalte van 92.8 % aan para-broomphenol overeenkomt, onderstellende dat geen onveranderd phenol en dibroomphenol in het reactieproduct aanwezig is. Dit was nu niet geheel het geval, zooals als volgt kon worden aangetoond. Het spec. gew. van de eerste distillatiefraction van het inwerkingsproduct (ca. 1/3 der geheele hoeveelheid) bedroeg

¹⁾ Chem. Weekblad 1908, 96.

1.5756 bij 80°. Daar de spec. gew. van ortho-broomphenol (1.5529) en van para-broomphenol (1.5875) beide bij 80°, zijn, zou een mengsel van de samenstelling 92.8 % para- en 7.2 % ortho-broomphenol bij die temp. spec. gew. van 1.5850 moeten hebben. Het lagere spec. gew. dat gevonden werd, duidt dus op de aanwezigheid van phenol en wel van ca. 1.7 % in die eerste fractie of van ca. 0.5 % in het geheele bromeringsproduct, aannemende, dat in die eerste fractie zich reeds al het phenol bevindt. Het spec. gew. van phenol toch bedraagt 1.0242 bij 80°. Als er phenol nog onbromeed aanwezig is, moet er anderzijds ook dibroomphenol zijn gevormd, daar aequivalente hoeveelheden broom en phenol op elkander inwerkten. Hierdoor wordt dan ook veroorzaakt, dat het eindstolpunt van het bromeringsproduct (na menging met ortho-broomphenol bij ca. —16° werd gevonden, in plaats van bij de eutectische temperatuur van ortho- en para-broomphenol, zijnde —11°.7. Aannemende, dat de verlaging die het stolpunt van para-broomphenol door de aanwezigheid van ortho-broomphenol ondergaat, even groot blijft als dit laatste gedeeltelijk door phenol en dibroomphenol wordt vervangen krijgt men dus voor de samenstelling van het bromeringsproduct 92.8 % para-verbinding, terwijl het gehalte aan ortho-broomphenol lager dan 7.2 % moet zijn en wel ca. 1 % lager.

Ware het mogelijk, de bromering zoo door te voeren, dat uitsluitend monobroomphenolen ontstaan, dan zou het paragehalte waarschijnlijk iets hoger geworden zijn, omdat p-broomphenol vermoedelijk ook een weinig dibroomphenol zou leveren.

Ook bij +30° en bij —30° werd phenol in CS₂-oplossing gebromeed, geheel op dezelfde wijze als daar even werd beschreven. De beginstolpunten van de bromeringsprodukten waren 53°.8, resp. 61°.8, welke de aanwezigheid van 86.2 % resp. 97.4 % para-broomphenol aangeven. Gegeven het resultaat der bromering bij 0°, werd hier niet nader onderzocht of het proces zich geheel quantitatief tot de vorming der monobroomphenolen had afgespeeld. Neemt men aan, dat ook bij —30° een weinig phenol en dibroomphenol in het reactieproduct aanwezig is, dan ontstaat bij deze temperatuur dus naast de para-verbinding nagenoeg geen ortho-broomphenol.

De zwavelkoolstof was volgens de methode van OBACH¹⁾ gezuiverd en reageerde absoluut niet met broom.

Bromering in ijszijn.

Deze werd bij 15°, 30°, 60° en 90° uitgevoerd. Wederom werden phenol en broom ieder in de 15-voudige gewichtshoeveelheid opgelost en

¹⁾ J. pr (2) 26. 299 (1882)

de broomoplossing bij de aangegeven temperaturen langzaam bij de acquirante phenoloplossing gebracht.

De ontkleuring trad plotseling in. Na afloop der reactie werd de hoofdmassa van de ijsazijn door distillatie verwijderd, de laatste rest door schudden met eene waterige oplossing van bicarbonaat, aan welke laatste de broomphenolen weder door aether onttrokken werden. Ten slotte werd de aether verdampt en het residu in vacuo gedistilleerd. Aan een kunstmengsel van ortho- en parabroomphenol was te voren beproefd, of deze methode bruikbaar was om de ijsazijn geheel te verwijderen. Dit bleek het geval te zijn, want het beginstolpunt van het mengsel was vóór de menging met ijsazijn 48.0 , na verwijdering daarvan 47.6 .

Het bij 15° bereide bromeringsproduct had een beginstolpunt van 57.8 , overeenkomende met 91.2% para-broomphenol; na menging met o-broomphenol bedroeg het eindstolpunt -12.0 hetgeen dus nagenoeg met het eutecticum (-11.7) samenvalt, zoodat hier de bromering inderdaad geheel quantitatief tot de monobroomphenolen verloopt.

De bromering bij 30° leverde een produkt, stollende bij 54.9 , hetgeen met 87.5% p-broomphenol overeenkomt. Het bij eene tweede bewerking verkregen produkt stonde bij 54.6 . Het eindstolpunt werd hier bij -12.8 gevonden dus ook nog dicht bij het eutecticum liggende. Bij 60° bromerende werd een product verkregen met een beginstolpunt van 53.6 , corresponderende met 85.9% p-broomphenol.

De bromering bij 90° eindelijk, verliep niet geheel quantitatief. Bij gefractioneerde distillatie van het reactieproduct had de eerste fractie, ca. $\frac{1}{3}$ van de geheele hoeveelheid uitmakende, een spec. gew. van 1.5283 bij 80.0 , hetgeen dus aanzienlijk lager is dan dat van parabroomphenol bij dezelfde temperatuur (1.5875). Waarschijnlijk is bij het werken bij 90° de ijsazijn voor een gering gedeelte door broom aangetast.

Het stolpunt van het reactieproduct bij 90° was 50.0 hetgeen 81% parabroomphenol aangeeft, onderstellende dat de stolpuntverlaging, die phenol + orthobroomphenol veroorzaakt, gelijk is aan die, welke eene acquirante hoeveelheid orthobroomphenol veroorzaakt.

Bromering in tetrachloorkoolstof.

De oplossing van broom in deze vloeistof (15-voudige gewichtshoeveelheid) werd bij de acquirante phenoloplossing (1:15) bij 30° gedruppeld. Het bromeringsproduct, na in vacuo gedistilleerd te zijn, had het stolpunt 55.8 , hetgeen met 88.6% p-broomphenol

correspondeert. Het reactieproduct werd door kalioplossing aan de tetrachloorkoolstofoplossing onttrokken, de alkalische oplossing aangezuurd en de broomphenolen in aether opgenomen. Een kunstmengsel van o- en p-broomphenol, dat een stolpunt van $45^{\circ}.5$ had, vertoonde na deze bewerkingen te hebben ondergaan, een stolpunt van $46^{\circ}.1$, waaruit blijkt, dat de methode bruikbaar is.

Bromeering in water.

Ook hierbij werden phenol en broom ieder in de 15-voudige gew. hoeveelheid opgelost. Om het broom in die hoeveelheid water opgelost te krijgen, moest veel broomkalium toegevoegd worden. De oplossingen van broom en phenol waren weder equivalent. Na toevoeging van de broomoplossing had zich de vloeistof in twee lagen gesplitst. De waterige laag werd met aether uitgeschud en het residu na verdamping van dit oplosmiddel bij de hoofdmassa gevoegd. Na vacuümdistillatie was het reactieproduct geheel kleurloos, maar het beginstolpunt lag zeer laag in vergelijking met dat van de bromeeringsproducten, ook bij 30° maar in andere media verkregen; het werd nl. bij $21^{\circ}.6$ gevonden. Bij gefractioneerde distillatie bleek de eerste fractie (ca. $\frac{1}{3}$ van het geheel) slechts een spec. gew. van 1,4643 bij $80^{\circ}.0$ te bezitten, d.i. ruim eene eenheid in de eerste decimaal lager dan dat van p-broomphenol. Het reactieproduct bevat dus aanzienlijke hoeveelheden phenol; in waterig milieu schijnt dus de quantitative bromeering van phenol niet uitvoerbaar te zijn.

Bromeering zonder oplosmiddel.

Deze werd uitgevoerd door broomdamp in de equivalente hoeveelheid gesmolten phenol te leiden. Het toestel was zoo ingericht, dat het broom nergens met kurken of caoutchouc in aanraking kwam. Het werd door een stroom kooldioxyd medegevoerd. De bromeering van ca. 10 gr. phenol werd zoo langzaam uitgevoerd, dat de bewerking ongeveer 8 uur duurde. Nadat al het broom verdwenen was, werd de gasstroom nog zoolang onderhouden, totdat het reactieproduct vrij van HBr was. Na eene vacuümdistillatie werd dan het stolpunt bepaald. Bij de temperaturen van 40° en 60° werkende kon men het kooldioxyde door lucht vervangen, zonder dat men voor eene oxydatie van phenol behoefde te vreezen.

Door de bepaling van het spec. gew. bij $80^{\circ}.0$ van de eerste distilleerfractie wederom ca. $\frac{1}{3}$ van het geheel uitmakende, werd gevonden, dat dit voor het bij 40° bereide bromeeringsproduct 1.5596 was, terwijl het

beginstolpunt in drie afzonderlijke bewerkingen bij $54^{\circ}.4$, $54^{\circ}.3$ en $54^{\circ}.4$ gevonden werd. Dit stolpunt correspondeert met een gehalte aan p-broomphenol van 86.9 pCt. Neemt men aan, dat de rest van het bromeringsprodukt ortho-broomphenol is, dan zou het spec. gew. van dit mengsel (altijd weer bij $80^{\circ}.0$) 1.5829, moeten zijn waaruit blijkt, dat de eerste fractie phenol bevat en wel ca 4 pCt. hetgeen op ca 1.3 pCt. voor de geheele massa uitkomt. Want voor het spec. gew. van phenol werd 1.0242 bij $80^{\circ}.0$ gevonden.

Werd de bromering bij 131° uitgevoerd, dan was het spec. gew. der eerste fractie 1.5933 bij $80^{\circ}.0$, d.i. 5 eenheden in de derde decimaal grooter dan van para-broomphenol. Dit moet dus veroorzaakt worden door de vorming van hooger gebromeerde produkten, wier hoeveelheid moeielijk juist is aan te geven, maar wel niet meer dan 1 à 2 pCt. zal bedragen.

Daarom werd de bromering ook nog bij 153° en bij 180° uitgevoerd, maar van de verkregen produkten enkel de beginstolpunten bepaald, waaruit de hoeveelheid der para-verbinding werd afgeleid. Het gehalte aan hooger gebromeerde produkten die zich bij deze hoogere temperaturen vormden zal in elk geval ook gering geweest zijn.

In onderstaande tabel zijn alle waarden voor het para-gehalte verenigd, die voor de verschillende bromeringsprodukten uit hunne beginstolpunten werden afgeleid :

TABEL van het gehalte aan parabroomphenol in de produkten van de bromering van phenol in verschillende oplosmiddelen en bij verschillende temperaturen.

-30°	0°	45°	30°	40°	60°	90°	131°	153°	180°	Oplosmiddel
97,4 ⁰ / ₀	92,8 ⁰ / ₀		86,9 ⁰ / ₀							zwavelkoolstof
		91,5 ⁰ / ₀	87,5 ⁰ / ₀		87,4 ⁰ / ₀	verloopt niet quantitief				ijszijn
			88,6 ⁰ / ₀							tetrachloor- koolstof
			verloopt niet quantitief							water
	verloopt niet quantitief			86,9 ⁰ / ₀	90,2 ⁰ / ₀	90,7 ⁰ / ₀	81,6 ⁰ / ₀	79,4 ⁰ / ₀	77,0 ⁰ / ₀	geen

Uit deze tabel blijkt: 1o. dat de hoeveelheid para-broomphenol in het bromeringsprodukt onafhankelijk van het gebezigde oplosmiddel is; 2o. dat bij stijgende temperatuur die hoeveelheid afneemt.

De hoeveelheid ortho-broomphenol daarentegen neemt toe, zoo zelfs

dat de bromering bij 170° eene zeer bruikbare methode is om de ortho-verbinding te bereiden, zooals reeds vroeger in de mededeeling van 24 Dec. II. aan deze Academie werd bericht.

II. Chloreering van phenol.

Doel was ook hier om de chloreering zoo te leiden, dat uitsluitend monochloorphenolen ontstaan.

Daar bij de bromering was aangetoond, dat hierbij geen metabroomphenol ontstaat, was het onwaarschijnlijk dat dit bij de chloreering van phenol optreedt. Inderdaad ontstond de m.-verbinding niet (zie onder). Phenol en chloor kwamen in nauwkeurig aequivalente hoeveelheden tot inwerking; het chloor werd door middel van zoutzuur uit de berekende hoeveelheid permanganaat bereid.

Chloreering zonder oplosmiddel.

De chloreering werd eerst bij 40° uitgevoerd en het reactieproduct door behandeling met een stroom kooldioxyd (ter verwijdering van HCl) en vacuum-distillatie voorbereid voor de bepaling van zijn begin- en eindstolpunt. Het beginstolpunt was echter aan het directe inwerkingsproduct moeilijk te bepalen; daarom werd het met eene nauwkeurig afgewogen hoeveelheid parachloorphenol gemengd en van dit mengsel het beginstolpunt genomen. Ditzelfde geldt ook voor de chloreeringsproducten, die bij andere temperaturen werden verkregen.

Dat het gehalte aan ortho-verbinding bij de chloreering bij 40° veel grooter was dan bij de bromering bij diezelfde temperatuur bleek al daaruit, dat het produkt sterk naar orthochloorphenol rook. 2.0000 gr. chloreeringsprodukt werden met 2 8131 gr. p-chloorphenol gemengd; het beginstolpunt van dit mengsel was 25.6, waaruit zich het para-gehalte van het chloreeringsprodukt op 47.1 % berekent. Eene tweede chloreering gaf een para-gehalte van 47.3 %. Het eindstolpunt kon zeer goed aan het chloreeringsproduct zelf worden bepaald en werd gevonden bij — 20°.8. Daar het eutekticum van para- en orthochloorbenzol gemiddeld bij — 20.5 werd gevonden, is hier eene zeer goede overeenstemming, welke bewijst, dat geene meta-verbinding, of andere stoffen in het chloreeringsmengsel aanwezig waren. Dit werd bevestigd door de bepaling van den brekingsindex, nadat door gefractioneerde distillatie eene eerste fractie was verkregen van eenige druppels en eene laatste fractie van hetzelfde volume.

Voor de refracties van phenol en de drie monochloorphenolen werd bij 40° gevonden:

	n_{40}
phenol	1.5409
ortho-chloorphenol	1.5473
meta-chloorphenol	1.5565
para-chloorphenol	1.5579

Voor den brekingsindex van de eerste fractie gaf de waarneming $n_{40} = 1.5529$, voor die van de laatste fractie $n_{40} = 1.5572$. Hieruit mag dus worden afgeleid, dat er in de eerste fractie geen phenol, in de laatste geen dichloorphenol aanwezig was.

Twee chloreeringen, bij 90° uitgevoerd gaven een gehalte aan parachloorphenol van 50.2% en van 49.5% . Als eindstolpunten werden -20.0 resp. -21.0 gevonden, dus ten naastebij samen-vallende met het eutecticum van para- en ortho-chloorphenol.

Bij 155° werden drie chloreeringen uitgevoerd, waarbij voor het gehalte aan parachloorphenol 48.8% , 50.0% en 47.6% gevonden werd. Ook viel hier het eindstolpunt met meergenoemd eutecticum samen.

De bepalingen van het gehalte aan parachloorphenol in de produkten van de chloreering van phenol bij verschillende temperaturen hebben dus de volgende resultaten opgeleverd:

Temperatuur	40°	90°	155°
% p.-chloorphenol	47.3	50.2	48.8

Vergelijken wij deze cijfers met die, welke bij de broomeering van phenol werden verkregen (zie tabel bl. 74) dan vallen twee belangrijke punten van verschil in het oog. Vooreerst is het gehalte aan para-verbinding hier zeer veel kleiner dan bij de broomeering. Ten tweede blijft het gehalte aan parachloorphenol in het temperatuurtraject van 40° tot 155° nagenoeg constant, terwijl het bij de broomeering van phenol, naar hogere temperaturen vrij sterk afnam.

III. Jodeering van phenol.

Ten einde de stollijn van ortho- en para-joodphenol te kunnen bepalen, moesten eerst deze isomeren in geheel zuiveren toestand bereid worden.

Orthojoodphenol werd verkregen uit o-nitraniline hetwelk door distillatie met waterdamp was gezuiverd. Hieruit werd orthojood-nitrobenzol volgens ULLMANN's recept¹⁾ bereid, hetgeen met ijzer

¹⁾ B. 29, 1880 (1896).

en zeer verdund zwavelzuur gereduceerd werd. Dit orthojooldaniline (23.5 gr.) werd gediazoteerd en de ijsskoude diazo-oplossing in een kolf gedruppeld, waarin zich circa $\frac{1}{4}$ L. van een mengsel van 2 gew. deelen water en 1 gew. deel geconc. zwavelzuur bevond; hierin werd tevens een krachtige stroom waterdamp gedreven. Op deze wijze werd het orthojooldphenol in een opbrengst van meer dan 80% aan in vacuo gedistilleerd product verkregen. Het stolde bij 40.4 en smolt in een capillairbuis bij 43.5. Het spec. gew. van orthojooldphenol werd gevonden op 1.8757 bij 80.0.

Parajooldphenol werd uit p-nitraniline op dezelfde wijze bereid; enkel moest de gediazoteerde oplossing met kokend water, in plaats van met verdund zwavelzuur in het begeerde phenol worden omgezet. Het stolde bij 92.0 en had hij 112.1 een spec. gew. van 1.8573.

De quantitative jodeering van phenol tot monojooldphenolen bleek op geen enkele wijze doorvoerbaar te zijn. Wanneer jood en phenol in aequivalente hoeveelheden op elkander inwerkten, onder toevoeging van oxydatiemiddelen (HgO, joodzuur) vormden zich steeds hooger gejodeerde produkten. Zonder oxydatiemiddel had geene inwerking plaats.

Eene poging, om de vorming van laatstgenoemde produkten tegen te gaan door in een groote overmaat van phenol te werken, had wel is waar in dit opzicht geen succes, maar leverde eene zeer bruikbare methode om p-jooldphenol gemakkelijk te bereiden; daarom worde zij hier nog medegedeeld.

100 Gr. phenol werd in $1\frac{1}{2}$ L. water opgelost en hierbij de oplossing van 27 gr. jood en 50 gr. KJ in 1 L. water gevoegd. Daarna werd druppelsgewijze natronloog tot outkleuring toegevoegd; toen dit bereikt was, werd aangezuurd met zoutzuur, waardoor de joodphenolen neersloegen; hetgeen in oplossing bleef, werd met aether geextraheerd. Het ruwe produkt werd nu bij eene drukking van 0.8 mM. gefractioneerd gedistilleerd, waarbij phenol nagenoeg zuiver overging, totdat de temperatuur van ca. 76° was bereikt. Het residu in de distillatiekolf werd nu bij 0.4 mM. verder gedistilleerd en leverde een volkomen kleurloos produkt, dat bij 80.0 stolde en bij 112.1 een spec. gew. van 1.9095 had, d.i. vrij wat hooger dan zuiver para-jooldphenol (1.8573). Het lagere stolpunt moet dus aan de aanwezigheid van hooger gejodeerde produkten worden toegeschreven; ortho-jooldphenol kan er niet, of althans slechts weinig in aanwezig geweest zijn, omdat het produkt niet den karakteristieken reuk van die verbinding had. Door eenmaal omkrystalliseeren uit ligroïne werd terstond zuiver para-jooldphenol van het juiste stolpunt 92.0 verkregen.

Amsterdam, Chem. Lab. d. Univ. Mei 1910.

Natuurkunde. — De Heer VAN DER WAALS biedt een mededeeling aan over: „*Schijn-associatie of molekuulopeenhooping.*”

In de Zitting der Akademie van Januari 1906 heb ik een voordracht gehouden over wat ik toen genoemd heb „Schijn-associatie”. Ik toonde aan, dat de verschijnselen, vooral in den vloeistofoestand, tot het besluit moesten leiden, dat de toestandsvergelijking:
$$p = \frac{RT}{v-b} - \frac{a}{v^2}$$
 niet in overeenstemming is met wat de ervaring leert, zelfs als men de grootheid b met het volume veranderlijk stelt, maar dat bij de groote dichtheid van vloeistoffen, en bij temperaturen beneden de kritische temperatuur, een omstandigheid in aanmerking moet genomen worden, die bij geringe dichtheid der stof en bij hoogere temperaturen haar invloed nauwelijks doet gevoelen, doch waarvan de invloed bij zeer groote dichtheid zoo aanzienlijk kan worden, dat zij den gang der verschijnselen geheel beheerscht. De toestandsvergelijking is in bovenstaanden vorm afgeleid door in aanmerking te nemen de cohesie der stof en de door de molekulen zelve ingenomen ruimte, maar veronderstelt overigens, dat de molekulen in de door de stof ingenomen ruimte homogeen verdeeld zijn. Reeds meermalen, o.a. door REINGANUM, is de gedachte uitgesproken, dat er aanleiding is om te onderstellen dat de verdeeling in de ingenomen ruimte *heterogeen* is. Dat er molekuulopeenhoopingen te wachten zijn, waarvan dan zeker het aantal van temperatuur en graad van dichtheid afhankelijk zal zijn. Is dat het geval dan zal deze omstandigheid bij gegeven T en v mede haar invloed op de waarde van p doen gevoelen, en moet dus aan de toestandsvergelijking iets worden toegevoegd.

In hoofdzaak was ik voor mij zelve tot zekerheid gekomen op welke wijze de heterogene verdeeling der molekulen in de gegeven ruimte haar invloed op de gedaante der toestandsvergelijking zou doen gevoelen — maar over verschillende bijzonderheden was ik nog onzeker. Dit laatste was oorzaak, dat ik den inhoud van mijn voordracht niet op schrift heb gesteld, en door latere andere onderzoekingen afgeleid, heb ik dit onderwerp lang laten rusten. Sedert is door Dr. G. VAN RIJ in zijn proefschrift „Schijn-associatie enz.” de inhoud van mijn voordracht medegedeeld, en uitvoerig besproken. Hij was daartoe in staat gesteld, doordat ik het voorrecht had genoten, dat Dr. HALLO een stenografisch verslag van mijn rede in de Aademie had geleverd.

Voor wat ik in mijn voordracht van 1906 heb gezegd, zou ik dus naar genoemd proefschrift kunnen verwijzen, en er mij mede

kunnen vergenoegen hier alleen mede te deelen wat vernieuwd onderzoek mij als waarschijnlijk geleerd heeft. Maar daar ik er niet op rekenen mag, dat VAN RIJ's proefschrift genoegzaam bekend is, zal ik, voorzoover het voor juist inzien van mijn betoog noodig is, in eenige herhaling moeten vervallen. Niet zonder invloed op het feit dat ik dit onderzoek weder ter hand heb genomen, is de omstandigheid geweest dat in den laatsten tijd bij het onderzoek van de Brown-sche beweging en verwante verschijnselen, weder opnieuw gebleken is, dat groote molecuul-complexen zich kinetisch als een enkel molekuul gedragen, iets wat ik wel reeds à priori had aangenomen. Maar daardoor ben ik toch er minder angstvallig toe overgegaan om het aantal molekulen, dat zich tot een complex vereenigen kan, groot aan te nemen.

I. De vergelijking: $p = \frac{RT}{v-b} - \frac{a}{v^2}$ is in den vloeistooftoestand niet voldoeude, met a en b onafhankelijk van T , en b een volumefunctie.

Uit de thermodynamische betrekking $T \left(\frac{dp}{dT} \right) - p = \frac{d\varepsilon}{dv_T}$ volgt voor coëxisterende vloeistof- en dampfasen:

$$T \frac{dp}{dT} - p = \frac{\frac{a}{v_1} - \frac{a}{v_2}}{v_2 - v_1}$$

of

$$\left(\frac{T dp}{p dT} - 1 \right) p v_1 v_2 = a$$

en voor den kritischen toestand

$$\left\{ \left(\frac{T dp}{p dT} \right)_{kr} - 1 \right\} p_k v_k^2 = a$$

Deelt men deze twee vergelijkingen op elkander en noemt men $\left(\frac{T dp}{p dT} \right)_{kr} = f$, terwijl dan $\frac{T dp}{p dT}$ bij lagere temperaturen approximatief $= \frac{f}{m}$ is $\left(m = \frac{T}{T_k} \right)$, dan vindt men:

$$\frac{\left(\frac{f}{m} - 1 \right) p v_1 v_2}{(f-1) p_k v_k^2} = 1.$$

Schrijft men $\frac{p}{p_k} = \pi$, $\frac{v_1}{v_k} = r_1$ en $\frac{v_2}{v_k} = r_2$, dan wordt deze vergelijking

$$\left(\frac{f}{m} - 1\right) \pi v_1 v_2 = 1.$$

$$(f-1)$$

Toetst men deze vergelijking aan de bekende waarnemingen van SYDNEY YOUNG (Proc. Phys. Society of London 1892; Phil. Trans. **178**, etc.) dan vindt men voor het tweede lid niet 1 maar de volgende reeks van waarden; bijv. bij ether

<i>m</i>	<i>tweede lid</i>
1 1
0,9920 1,101
0,9825 1,156
0,89 1,342
0,81 1,414
0,68 1,425

Men kan $\frac{T}{p} \frac{dp}{dT}$ rechtstreeks aan deze waarnemingen ontleenen en dus het approximatieve dat in $\frac{f}{m}$ gelegen is vermijden. De waarde f neemt nl. met dalende temperatuur iets toe.

De overwaarde boven 1 kan met groote benadering dicht bij T_k voorgesteld worden door $\sqrt{1-m}$, en misschien bij lagere T nog beter door $\sqrt{1-m} - \frac{1-m}{2}$. Het is te betreuren dat bij nog veel lagere temperaturen de waarneming onmogelijk wordt door het optreden van den vasten toestand. Maar naar de opgegeven waarden te oordeelen schijnt de overwaarde boven 1 naar een limietwaarde te naderen. Ik zal deze overwaarde voorstellen door het teeken φ .

II. *Is het aannemen van a en b als temperatuurfunctie voldoende ter verklaring van deze afwijking?*

Door het bestaan van deze met afnemende temperatuur toenemende overwaarde, zou men kunnen meenen dat het aannemen van a als temperatuurfunctie of ook van b als temperatuurfunctie voldoende zou zijn ter verklaring. Men heeft dan (Zie o.a. Lehrbuch der Thermodynamik pag. 76 enz. of VAN RIJ's proefschrift):

$$\frac{\left(\frac{f}{m} - 1 + \frac{T}{b_g} \frac{db_g}{dT}\right) \pi v_1 v_2}{f-1 + \left(\frac{T}{b_g} \frac{db_g}{dT}\right)_{kr}} = \frac{1 + \frac{T}{b_g} \frac{db_g}{dT} - \frac{T}{a} \frac{da}{dT}}{1 + \left(\frac{T}{b_g} \frac{db_g}{dT}\right)_{kr} - \left(\frac{T}{a} \frac{da}{dT}\right)_{kr}} \frac{a}{a_k}.$$

In deze vergelijking stelt b_g de limietwaarde van b voor bij $v = \infty$.

Dat het aannemen van CLAUSIUS' waarde voor a , nl. $a \frac{T_k}{T}$ ten eenenmale onvoldoende is, blijkt onmiddellijk. Is $\frac{T}{b_g} \frac{db_g}{dT} = 0$, dan vindt men met deze waarde van a voor $\frac{T}{aT} \frac{da_T}{dT}$ de waarde van -1 en

$$\frac{\left(\frac{f}{m} - 1\right) \pi r_1 r_2}{f - 1} = \frac{2}{2} \frac{1}{m} = \frac{1}{m}.$$

De overwaarde, die dicht bij T_k gelijk is aan $1 - m$ en niet aan $\sqrt{1 - m}$ en dus te klein, is bij lage T veel te groot en zou zelfs tot ∞ stijgen. Maar wij behoeven geen andere functies voor a , welke bij T_k vloeiend met de temperatuur veranderen, te onderzoeken. Uit

$$\frac{a_m - m \frac{da_m}{dm}}{\left(a_k - \frac{da_k}{dm}\right)} = 1 + \sqrt{1 - m}$$

volgt door differentiatie naar m :

$$\frac{-m \frac{d^2 a_m}{dm^2}}{\left(a_k - \frac{da_k}{dm}\right)} = -\frac{1}{2} \frac{1}{\sqrt{1 - m}},$$

een uitdrukking, die bij $m = 1$ gelijk aan ∞ is, en toont dat alleen een waarde van a , afhankelijk van de temperatuur, en die bij T_k een plotseligen sprong zou vertoonen, rekenschap van deze overwaarde zou kunnen geven. Dit als mogelijk aan te nemen, zou gelijk staan met het verwerpen van alles, wat aan de toestandsvergelijking ten grondslag ligt. Dan zou de kritische temperatuur niet zijn die, bij welke $\frac{dp}{dT}$ en $\frac{d^2 p}{dT^2}$ gelijk 0 kunnen zijn, en die overigens

niets merkwaardigs heeft. Dan zou bijv. CO_2 bij 30° en bij 31° ook in den gastoestand plotseling verschillende eigenschappen vertoonen.

Een soortgelijk onderzoek leert, dat ook de onderstelling dat b een temperatuurfunctie zou zijn, de overwaarde niet verklaren kan, tenzij men bij T_k een plotseligen sprong aanneemt in deze functie, en evenzeer dat andere onderstellingen omtrent de waarde van den molekulairdruk onvermogen zijn om deze overwaarde te verklaren, maar steeds een bij T_k plotselinge verandering zouden eischen.

III. *Three empirische formules voor de bepaling van vloeistof- en dampdichtheid bij coëxisterende fasen.*

Alvorens tot de verklaring over te gaan van wat m.i. de grootte dezer overwaarde veroorzaakt, wil ik even het verkregen resultaat in een zijner beteekenissen bespreken.

Volgens den empirischen regel, bekend onder den naam van den rechtlijnigen diameter van MAXWELL, is, als men de dichtheid in den vloeistoftoestand q_1 noemt, en de dichtheid in den dampstoestand q_2 :

$$\frac{q_1 + q_2}{2q_k} = 1 + \gamma(1 - m).$$

De grootheid γ is voor verschillende stoffen iets verschillend, maar bij de latere discussie zal ik $\gamma = 0,8$ onderstellen. Volgens de hierboven gegeven formule is:

$$\frac{\frac{j}{m} - 1}{\frac{j}{m} - 1} \frac{p}{p_k} \frac{v_1 v_2}{v_k^2} = 1 + \gamma = 1 + \sqrt{1 - m} = \frac{1 - m}{2}$$

of

$$\frac{q_1 q_2}{q_k^2} = \frac{\left(\frac{j}{m} - 1\right) \pi}{(j - 1)(1 + \gamma)}$$

Men kan dat als een tweede empirische formule beschouwen, welke het product der gereduceerde dichtheden aangeeft. Daar nu en de som en het product der gereduceerde dichtheden bekend is, worden zij gegeven door de 2^{de} machtsvergelijking:

$$\left(\frac{q}{q_k}\right)^2 - 2[1 + \gamma(1 - m)]\left(\frac{q}{q_k}\right) + \frac{\left(\frac{j}{m} - 1\right) \pi}{(j - 1)(1 + \gamma)} = 0.$$

Bij T_k is de factor van $\frac{q}{q_k} = 2$ en de bekende term $= 1$, en vinden wij dus zoowel $\frac{q_1}{q_k} = 1$ als $\frac{q_2}{q_k} = 1$. Maar bij lagere temperaturen wordt de factor van $\frac{q}{q_k}$ grooter, de factor van den bekenden term daarentegen veel kleiner, voornamelijk door de grootheid π , welke bij approximatie voorgesteld kan worden door $e^{-f \frac{1-m}{m}}$.

De betrekking, welke gediend heeft om den bekenden term te vormen, n.l.

$$\frac{\left(\frac{Tdp}{pdT} - 1\right) p v_1 v_2}{(j - 1) p_k v_k^2} = 1 + \gamma$$

geeft bij lagere temperaturen nog aanleiding tot de volgende opmerkingen. Denken wij m gedaald tot in de nabijheid van $\frac{1}{2}$, in welk geval de dampphase bijna geheel de wetten van BOYLE en GAY-LUSSAC volgt, dan is $pv_2 = RT = mRT_k$. Substitueeren wij deze waarde van pv_2 in bovenstaande betrekking, dan vinden wij:

$$\frac{\left(\frac{Tdp}{pdT} - 1\right) mRT_k v_1}{(f-1) p_x v_x^2} = 1 + \varphi$$

Voor tal van stoffen is de verhouding $\frac{RT_k}{p_k v_k}$ door SYDNEY YOUNG en anderen bepaald. Wij zullen deze verhouding voortaan door s aanduiden. Door invoering van deze grootheid wordt de gegeven betrekking

$$\frac{\left(\frac{Tdp}{p dT} - 1\right)}{f-1} sm \frac{v_1}{v_k} = 1 + \varphi$$

Volgens den regel van den rechthoekigen diameter is dan, daar de dampdichtheid tegenover de vloeistofdichtheid te verwaarloozen is, de waarde van $\frac{v_1}{v_k}$ met grooten graad van benadering gelijk aan

$\frac{1}{2[1+\gamma(1-m)]}$; en voor $\left(\frac{Tdp}{p dT} - 1\right) m$ de waarde $f' - m$ schrijvende, het teeken f' kiezende, om daardoor aan te duiden, dat bij lagere temperaturen de waarde van f' iets gestegen is boven die, welke deze grootheid bij T_k heeft, verkrijgen wij:

$$\frac{f' - m}{f' - 1} \frac{s}{2[1+\gamma(1-m)]} = 1 + \varphi$$

Wij hebben hier dus een verband, dat bij het bestaan van den rechthoekigen diameter, tusschen de 4 grootheden, n.l. f' , s , γ en φ bij lagere temperaturen bestaan moet. Gebruiken wij deze betrekking met f' weinig boven f ($f' \approx 7$), $s = 3.7$ en $\gamma = 0.8$, dan vinden wij bij $m = \frac{1}{2}$ voor $1 + \varphi_{\frac{1}{2}}$ de waarde $\frac{13 \cdot 3.7}{12 \cdot 2.8} = 1.43$. De berekening van φ

uit de waarde $\varphi = \sqrt{1-m} - \frac{1-m}{2}$ levert $1 + \varphi_{\frac{1}{2}} = 1.447$. Ik kan echter deze vergelijking ter berekening van φ niet laten dienen om met zekerheid den gang van φ bij nog lagere temperaturen te voorspellen. Daarvoor zou o. a. f' moeten gekend worden. Mocht bij $m = 0$ de waarde van φ nog aan de gegeven vergelijking beantwoorden en gelijk $\frac{1}{2}$

zijn, dan zou f' bij $m = 0$ moeten zijn gestegen tot bijna 9.

In het voorbijgaan wijs ik op de gelijkheid of bijna volkomen gelijkheid van s en $2(1 + \gamma)$. Wij hebben dus of volkomen juist of met grooten graad van benadering den regel dat evenveel malen als in den kritischen toestand de dichtheid grooter is dan volgens de wetten der verdunde gassen het geval zou zijn, de limietdichtheid der stof weder grooter is dan de kritische dichtheid.

Door de betrekking

$$\frac{\frac{f}{m} - 1}{f - 1} \pi r_1 r_2 = 1 + \varphi$$

kunnen wij niet alleen opmerkzaam gemaakt worden op sommige eigenschappen van de coëxisterende fasen eener stof, die wij anders nauwelijks zouden opmerken, maar de temperatuur, waarbij zij voorkomen ook vooraf berekenen. Als voorbeeld wijs ik op het volgende. Bij T_k is natuurlijk $\pi r_1 r_2 = 1$. Stellen wij de vraag hoe groot dat product is bij andere temperaturen, dan blijkt dat bij afnemende temperatuur dat product eerst stijgt, bij zekere waarde van T_1 een maximumwaarde bereikt, bij zekere andere temperatuur T_2 weder tot 1 is afgedaald, om bij verdere daling der temperatuur beneden 1 te dalen.

Berekenen wij eerst T_2 . Ter bepaling van de bij deze temperatuur behorende waarde van m , hebben wij dan:

$$\frac{f}{m} - 1 = (f-1)(1+\varphi) = (f-1) + \varphi(f-1)$$

of

$$f \frac{1-m}{m} = (f-1) \left\{ \sqrt{1-m} - \frac{1-m}{2} \right\}$$

of

$$\frac{f}{f-1} \frac{\sqrt{1-m}}{m} + \frac{\sqrt{1-m}}{2} = 1$$

of

$$\left(\frac{f}{f-1} + \frac{m}{2} \right) \frac{\sqrt{1-m}}{m} = 1$$

Voor $m = 0,75$ is het eerste lid $(1,541) \frac{1}{1,5}$ en dus iets grooter dan het tweede lid en voor $m = 0,7975$, waarbij $1-m = 0,2025$ en $\sqrt{1-m} = 0,45$ is, is het eerste lid merkbaar kleiner. Bij m iets grooter dan 0,75 zal dus $\pi r_1 r_2$ gelijk 1 moeten zijn.

Nu wordt voor ether bij $m = 0,7371$ gevonden $\pi = 0,088465$, $r_1 = 0,4033$ en $r_2 = 28,3$

en bij $m = 0,7798$ gevonden $\pi = 0,14744$, $r_1 = 0,4209$ en $r_2 = 17,1$.

De waarde van $\pi r_1 v_1$ is met deze gegevens gelijk aan 1,02 bij $m = 0,7371$ en gelijk aan 1,06 bij $m = 0,7798$. Volgens de waarnemingen zou dus de temperatuur, waarbij $\pi r_1 v_2 = 1$ is, iets beneden 0,7371 liggen. Maar bij $m = 0,6866$ is volgens de waarnemingen het product $\pi r_1 v_2$ reeds sterk gedaald beneden 1, nl. tot 0,93.

Wat de bepaling van T_1 , de temperatuur waarbij het product $\pi r_1 v_2$ een maximumwaarde heeft, betreft, deze ligt bij circa $m = 0,9$. De waarnemingen bij ether geven voor de waarde van dat product:

m	0,9728	0,9573	0,9277	0,8923	0,8472
$\pi r_1 v_2$	1,14	1,16	1,165	1,173	1,13

Het is licht in te zien, dat zij met voldoende graad van benadering kan berekend worden, door te zoeken bij welke waarde van m het product $m(1+\varphi)$ een maximumwaarde heeft. Dat een maximumwaarde voor $m(1+\varphi)$ bestaat, is à priori in te zien. Bij daling van m beneden 1 neemt $1+\varphi$ betrekkelijk sterk toe, en m wel af, maar het product wordt toch grooter. Later blijft $1+\varphi$ bijna standvastig, en daar m steeds even sterk blijft afnemen, neemt het product af. Berekent men nu $m(1+\varphi)$, dan vindt men bij

$1-m$	0,01	0,04	0,09	0,16
$m(1+\varphi)$	1,08	1,13	1,14	1,09

Dus voldoende overeenstemming.

Keert men in de tweede machtsvergelijking, welke ter berekening van $\frac{q}{\rho k}$ dient, de wortels om, dan dient de nieuwe vergelijking tot berekening van r_1 en r_2 . Men vindt dan bijvoorbeeld

$$\pi \frac{r_1 + r_2}{2} = [1 + \gamma(-m)]^{\frac{j-1}{j-m}} m(i + \varphi)$$

In het πv diagram is $\frac{r_1 + r_2}{2}$ de abscis van het punt, dat halverwege op de rechte lijn der verdamping ligt, en π de ordinaat van dat punt. Voor het kritisch punt zijn beide leden dezer vergelijking gelijk aan 1, maar er bestaat een waarde van m , waarvoor evenzeer het tweede lid gelijk aan de eenheid is, en het daarbij behorende punt ligt dus met het kritisch punt op dezelfde hyperbool. Voor $m = 0,64$ is het tweede lid gelijk aan 1,09 en voor $m = 0,51$ gelijk aan $\frac{1}{1,08}$. Tusschen $m = 1$ en de waarde van m , waarbij $m \frac{r_1 + r_2}{2}$ weder gelijk 1 is, ligt het punt dat halverwege de nodelijn gelegen is, binnen de hyperbool — daarentegen bij lagere temperaturen daarbuiten. Er zouden meer dergelijke bijzonderheden kunnen worden

opgemerkt. Maar de genoemde bijzonderheden zijn zeker genoeg om de beteekenis der behandelde vergelijking in het licht te stellen.

Kent men $\frac{q_1 + q_2}{2qk}$ en $\frac{q_1 q_2}{qk^2}$ dan is natuurlijk ook $\frac{q_1 - q_2}{2qk}$ bekend, een grootheid, waarvan het dikwijls noodig is de afhankelijkheid van m te kennen.

Men vindt dan:

$$\left(\frac{q_1 - q_2}{2qk} \right)^2 = [1 + \gamma(1-m)]^2 - \frac{(f-m)}{(f-1)} \frac{\alpha}{m(1+\gamma)}$$

Voor een paar waarden van m , heb ik met $\gamma = 0,8$ en $f' = 7$ de waarde van $\frac{q_1 - q_2}{qk}$ uit deze formule berekend, en met de waarnemingen vergeleken.

Zoo vindt men bij $1-m = 0,09$ uit de formule voor $\frac{q_1 - q_2}{qk}$ de waarde 1,73, terwijl uit de waarnemingen zou volgen bij $m = 0,89$, dus bij iets lagere waarde van m , $\frac{q_1 - q_2}{qk} = 1,83$.

Bij $1-m = 0,16$ vindt men door berekening de waarde 2,1, terwijl de waarneming bij $m = 0,8472$ de waarde 2,0 ruim oplevert. Bij zeer lage temperaturen verschillen natuurlijk $\frac{q_1 + q_2}{qk}$ en $\frac{q_1 - q_2}{qk}$ niet noemenswaard, en $\frac{q_2}{qk}$ bij $m = 1/2$ geheel verwaarloozende, zou men 2,8 vinden.

Voor waarden van m zeer dicht bij 1, zou men de volgende benaderingsformule kunnen opstellen:

$$\left(\frac{q_1 - q_2}{2qk} \right)^2 = \sqrt{1-m} + f'(1-m)$$

Voor $1-m = 0,01$ levert deze formule

$$\frac{q_1 - q_2}{2qk} = \sqrt{0,17}$$

of

$$\frac{q_1 - q_2}{qk} = 0,82$$

terwijl de waarnemingen bij $m = 0,9915$, dus bij iets hogere waarde van m de waarde van 0,775 leveren. Bij $1-m = 0,04$ geeft deze benaderde formule $\frac{q_1 - q_2}{qk} = 1,384$. De waarnemingen gaven bij $m = 0,9573$ de waarde 1,345. Er is dus voldoende overeenstemming.

In mijn thermodynamische theorie der capillariteit ben ik tot het besluit gekomen, dat in de nabijheid der kritische temperatuur het bedrag der capillaireconstante evenredig is aan $\left(\frac{Q_1 - Q_2}{\rho k}\right)^3$ en daar ik toen de grootheid ρ nog niet kende, schreef ik aan $\frac{Q_1 - Q_2}{\rho k}$ den vorm $\sqrt{1-m}$ toe. Nu hebben wij een meer gecompliceerden vorm voor $\frac{Q_1 - Q_2}{\rho k}$ gevonden, welke echter als $\rho = 0$ is in $\sqrt{1-m}$ overgaat. Bij uiterst kleine waarde van $1-m$ blijkt nu $\frac{Q_1 - Q_2}{\rho k}$ evenredig aan $(1-m)^{1,23}$ te zijn, maar dan is het bedrag der capillaireconstante zoo klein dat zij niet nauwkeurig gemeten kan worden. Bij iets grootere waarde van $1-m$, begint in de uitdrukking:

$$\frac{Q_1 - Q_2}{2\rho k} = \{\sqrt{1-m} + f(1-m)\}^{1,2}$$

ook de term $f(1-m)$ invloed te doen gevoelen, en dan is de capillaireconstante noch evenredig aan $(\sqrt{1-m})^{1,2}$, noch evenredig aan $(1-m)^{1,2}$, zooals bij $\rho = 0$ het geval zou zijn. Over een groot beoep van temperatuur, is gevonden evenredigheid met

$$(1-m)^{1,23}$$

dus met een exponent, welke grooter dan $3/4$ en kleiner dan $3/2$ is. Zoodat het onverklaarbare van den exponent 1,23 wel grootendeels is weggevallen. Maar eigenlijk zou deze geheele berekening nu moeten herzien worden, iets dat ik echter zal moeten uitstellen.

IV. De kritische grootheden.

Neemt men in de toestandsvergelijking a en b constant, en verder geen anderen invloed aan op het gedrag van een stof, dan vindt men:

$$v_k = 3b \quad RT_k = \frac{8a}{27b}, \quad p_k = \frac{1}{27} \frac{a}{b^2}, \quad \frac{p_k v_k}{RT_k} = \frac{3}{8}, \quad \frac{RT_k}{p_k} = 8b, \quad \left(\frac{T}{p} \frac{dp}{RT}\right)_{kr} = 4$$

$$\frac{a}{v_k RT_k} = \frac{9}{8}, \quad \frac{v_k}{v_k - b} = \frac{3}{2}$$

Hierin komt verandering, als men b met het volume variabel stelt. Dan is er sprake van b_g , waardoor ik de waarde van b bij oneindig groot volume zal voorstellen. De waarde van $\frac{b}{b_g}$ wordt door theoretische beschouwingen afgeleid en van den vorm gevonden:

$$\frac{b}{b_g} = F\left(\frac{b_g}{r}\right)$$

maar is niet geheel bekend. Ontwikkelt men $P\left(\frac{b_g}{v}\right)$ in een reeks met opklimmende machten van $\frac{b_g}{v}$, dan zijn er hoogstens een paar coëfficiënten van deze termen bekend. Toch genoeg om aan te toonen, dat de factor van $v_k = rb_g$ niet 3 is, maar veel dichter bij 2 dan bij 3 ligt. Maar dan moeten ook de andere coëfficiënten, voorkomende in de waarde der kritische grootheden veranderen. Zoo vindt men uit $\left(\frac{dp}{dT}\right)_{kr}$ in het kritisch punt $\frac{R}{(v-b)_{kn}}$; in deze uitdrukking is v veel kleiner dan 3, en b slechts weinig kleiner dan b_g ; en substitueert men $\left(\frac{dp}{dT}\right)_{v_k}$, waarvoor $\frac{dp}{dT}$ als de spanningswaarde van den verzadigden damp in het kritisch punt kan gesteld worden, in de toestandsvergelijking, dan vindt men $p_k = \frac{a}{b_g^2} \frac{1}{r^2 (f-1)}$, als f de waarde van $\left(\frac{T}{p} \frac{dp}{dT}\right)_{kr}$ voorstelt. Dat f veel grooter dan 4 zal moeten zijn, is reeds opgemerkt; maar dat $r^2 (f-1)$ bijna of geheel weder gelijk aan 27 zal worden gevonden is opmerkelijk. Daar f door de waarnemingen bekend is, en gelijk aan 7 kan gesteld worden, vindt men voor r dan $\sqrt{4.5}$ of iets boven 2,124; en daarin komt nog maar weinig verandering als men f tot 6.7 laat dalen — men vindt dan $r = 2,17$. Trouwens het was à priori te verwachten, dat de factoren voorkomende in de twee grootheden, die gewoonlijk ter berekening van a en b_g gebezigd worden, n.l. p_k en RT_k evengroot zullen zijn, of bijna evengroot, als oorspronkelijk door mij is opgegeven. De aldus berekende a en b_g bleken behoorlijk te voldoen. Met gebruikmaking van de factoren, r en f en den reeds hierboven door mij genoemden factor s , heeft men:

$$\alpha \dots v_k = rb_g$$

$$\beta \dots \frac{p_k v_k}{RT_k} = \frac{1}{s}$$

$$\gamma \dots \frac{RT_k}{p_k} = rs b_g$$

$$\delta \dots \left(\frac{T}{p} \frac{dp}{dT}\right) = f$$

$$\alpha' \dots p_k = \frac{a}{bg^2} \frac{1}{r^2(j-1)}$$

$$\beta' \dots RT_k = \frac{a}{bg} \frac{s}{r(j-1)}$$

$$\gamma' \dots \frac{a}{v_k RT_k} = \frac{j-1}{s}$$

$$\delta' \dots \left(\frac{v}{v-b} \right)_{kr} = \frac{j}{s}$$

Een zelfde opmerking, welke ik voor p_k gemaakt heb, nl. dat de factor $\frac{1}{27}$ ook nu nog geldt, kan ook voor RT_k gemaakt worden.

Ook nu geldt $RT_k = \frac{8}{27} \frac{a}{bg}$. Om dit aan te toonen hebben wij te

berekenen $\frac{s}{r(j-1)} = \frac{sr}{r^2(j-1)} = \frac{sr}{27}$. Wij moeten dus $sr = 8$ vinden.

Nemen wij r weder gelijk aan 2.124, dan vinden wij $s = 3.77$ een getal geheel liggende in de reeks van weinig niteenliggende waarden, welke SYDNEY YOUNG bij normale stoffen voor s gevonden heeft. Ik

wil niet beweren, dat de factoren $\frac{1}{27}$ en $\frac{8}{27}$ altijd volkomen juist

zullen moeten gelden; dit zou nog nader onderzoek, ook experimenteel onderzoek eischen. Maar toch vond ik in de bovenstaande opmerkingen een vingerwijzing, om er op bedacht te zijn, dat als ik het geheele gedrag der vloeistoffen verklaren wilde, en daartoe het bestaan van molekuulphooping wilde aannemen, ik na moest gaan of niet het aantal molekulen dat zich tot een complex vereenigt een zoodanig aantal zijn kan, dat, al is er schijnassociatie in den kritischen toestand, deze schijnassociatie op de kritische grootheden zonder invloed is. De bovenstaande lijst van grootheden is toch opgemaakt door de toestandsvergelijking zonder verdere toevoeging in den kritischen toestand als volkomen geldig aan te nemen.

Volgens het bovenstaande is de geheele oorzaak van de afwijking van de kritische constanten in het bestaan van de variabiliteit van b met het volume te zoeken. Misschien is deze wet van variabiliteit voor de verschillende gedaante der molekulen verschillend, en dan zou dit ook aanleiding zijn voor de afwijkingen van de wet der overeenstemmende toestanden. Wordt door eenigszins andere wet van variabiliteit r kleiner, dan moet ook j en s grooter worden. Hierboven is tot de standvastigheid van $r^2(j-1)$ en rs besloten — zonder dat ik deze volkomen standvastigheid reeds als volkomen bewezen zou

durven beschouwen. Anders zou men hier nog bij kunnen voegen

$i-1 = \frac{s^3}{27}$, wat natuurlijk weder met $f' = 7$ $s = 3.77$ oplevert.

V. *Schijnassociatie.*

Ik heb beproefd van het bestaan van de grootheid g rekenschap te geven, door aan te nemen, dat zich in de stof molekuulcomplexen kunnen vormen, die uit een kinetisch oogpunt zich als een enkel molekuul gedragen, zonder dat zij uit een scheikundig oogpunt enkele molekulen zijn. De hoeveelheid verloren energie in de opeenhooping is dan geheel te wijten aan de gewone molekulaire attractie, en is gelijk aan de limietwaarde der inwendige latente warmte. Dus veel kleiner, dan wanneer er werkelijke scheikundige vereeniging tot twee- of meervoudige molekulen plaats heeft. Ter onderscheiding spreek ik van *schijn*-associatie, ofschoon uit een physisch oogpunt er weinig reden zijn zou voor deze onderscheiding.

Nemen wij de voorhanden hoeveelheid stof $= 1$, en stellen wij daarvan de fractie $1 - x$ aanwezig als enkelmolekulen en de fractie x als molekuulcomplexen, gevormd door vereeniging van n enkelmolekulen tot een samengesteld molekuul, dan is uit een kinetisch oogpunt het aantal molekulen verminderd van 1 tot $1 - \frac{n-1}{n}x$. In de toestandsvergelijking moet dus een eerste verandering worden aangebracht door RT te vermenigvuldigen met den factor $1 - \frac{n-1}{n}x$.

Verder zal, als n groot is, een verandering moeten aangebracht worden in de grootheid a . Het is waar, dat ik (Théorie Moléculaire § 14 Cont. II pag. 29), waar ik een dergelijk vraagstuk voor werkelijke associatie tot dubbelmolekulen heb behandeld, de grootheid a onveranderd heb behouden.

Ik ging daarbij uit van de overweging, dat als in een gedeelte der door de stof ingenomen ruimte der hoeveelheid verloren energie $= -\frac{a}{n}$ is, die verloren energie te beschouwen is als een middenwaarde. In die ruimte beweegt de stof. Het eene oogenblik is een punt der beschouwde ruimte ledig, een volgend oogenblik gevuld. Gingen de molekulen plotseling alle tot dubbelmoleculen over, dan zou de tijd, gedurende welken een punt als gevuld mag beschouwd worden 2 maal kleiner zijn, maar dan ook met een dubbel zoo groote hoeveelheid stof. De krachten, welke in het spel zijn gekomen, om de dubbelmolekulen te vormen, zijn dan ook nieuwe krachten, en worden niet ontleend aan een deel der molekulaire krachten.

Maar deze beschouwing geldt niet meer voor het nu beschouwde geval, waarbij n groot ondersteld zal moeten worden, en waarbij de krachten, die het complex vormen, de moleculaire attractiekrachten zelve zijn. Ik zal tot het besluit komen, dat n eenigermate nadert tot het aantal waarbij één molecuul naar alle richtingen door een ander omgeven is — het aantal bollen dus, dat tegelijkertijd een gegeven bol kan aanraken. En dan is een gedeelte van de moleculaire krachten van de moleculen der bedekkende laag naar binnen gericht, en dient dat dus om het complex in stand te houden, terwijl de naar buiten werkende krachten der buitenlaag slechts werkzaam overblijven om dienst te doen als binnendruk, ten einde vereenigd met den buitendruk p de bewegende stof bijeen te houden. Ik zal dus a vermenigvuldigen met den factor $\{1 - (1-k)x\}^2$ — en later als waarschijnlijk $1 - k = \frac{1}{2}$ stellen.

Men verkrijgt den vorm $a [1 - (1-k)x]^2$ aldus. De bijdrage tot de cohesie-constante van $(1-x)$ enkele molekulen is $a(1-x)^2$. Die van de complexe molekulen op de stof in enkel-molekulen vorm is gelijk aan $akx(1-x)$, waarin k kleiner dan 1 is. En de omgekeerde aantrekkung is evenzoo groot, terwijl de complexe molekulen elkander aantrekken met een bedrag gelijk aan ak^2x^2 . Tezamen geeft dit het aangegeven bedrag ¹⁾.

Moet ook b gewijzigd worden? Reeds de overweging dat de complexe moleculen mogen beschouwd worden als dezelfde stof maar in meer verdichten toestand, en dat in meer verdichten toestand b kleiner is, toont dat er van een waarde van $\left(\frac{db}{dx}\right)_c$ sprake zal moeten zijn, en dat deze grootheid negatief zal wezen. Maar de moeilijkheid om den juisten vorm van b te vinden, als de complexe moleculen niet mochten bestaan, en die nog in hooge mate vergroot wordt bij het bestaan van deze molekulgroepen, hebben er mij toe gebracht, ten minste op dit oogenblik $\left(\frac{db}{dx}\right)_v$ te verwaarloozen. Dit is dus een der oorzaken waarom dit onderzoek niet als volkomen afgesloten zal mogen beschouwd worden, maar ik meen dat dit slechts invloed op enkele details zal uitoefenen. De gebezigde toestandvergelijking zal dus zijn van den vorm:

¹⁾ Nu het steeds dezelfde stof betreft, en het specifieke dus is weggevallen mag $a_1a_2 = a_{12}^2$ worden aangenomen.

$$p = \frac{RT \left(1 - \frac{n-1}{n} x \right)}{v-b} - \frac{a \left\{ 1 - \frac{(1-k)x}{v} \right\}^2}{v^2}$$

waarin b een onbekende functie van v en x is. Maar de afhankelijkheid van x zal in de toepassingen verwaarloosd worden.

VI. Bepaling van de waarde van x bij gegeven v en T .

Maakt men voor willekeurig gekozen, standvastig gehouden, waarde van x de waarde van ψ (Théorie Moléculaire § 14 Cont. II pag. 28 enz.) op, dan vindt men de waarde van x welke bij gegeven waarde van v en T in den evenwichtsstand behoort, door $\left(\frac{d\psi}{dx} \right)_{vT} = 0$ te stellen.

Men heeft dan achtereenvolgend:

$$\psi = -RT \left[1 - \left(\frac{n-1}{n} \right) x \right] \int \frac{dv}{v-b} - \frac{a \left[1 - \frac{(1-k)x}{v} \right]^2}{v} +$$

$$+ RT \left\{ (1-x) l(1-x) + \frac{v}{n} lx \right\} + E_1(1-x) + E_2 x - T [H_1(1-x) + H_2]$$

en

$$0 = RT \frac{n-1}{n} \int \frac{dv}{v-b} + 2(1-k)a \frac{1 - \frac{(1-k)x}{v}}{v} +$$

$$+ RT \left\{ \frac{lx}{n} - l(1-x) - \frac{n-1}{n} \right\} + E_2 - E_1 - T(H_2 - H_1).$$

De grootheid $E_2 - E_1$ is gelijk aan de limietwaarde der inwendige latente warmte, maar wij zullen ze voorstellen door $-E$. De grootheid $H_2 - H_1$ moet als onbekend beschouwd worden. Was die bekend, dan kon $\left(\frac{d\psi}{dx} \right)_{vT} = 0$ dienen om bij elke waarde van v en T de waarde van x te bepalen. Dus ook de waarde van x_{kT} door $T = T_k$ en $v = v_k$ te nemen. Omgekeerd kan, als x in eenig volume bij gegeven T bekend is, deze constante berekend worden.

Bepalen wij aan den anderen kant de waarden van $T \frac{dp}{dT} - p$ voor coëxisterende fasen. Wij moeten dan, omdat deze waarde gelijk is aan $\frac{\varepsilon_2 - \varepsilon_1}{v_2 - v_1}$ de waarde van de energie ε in de die phase bepalende grootheden kunnen uitdrukken. Was er geen schijnassociatie dan was de energie gelijk aan $-\frac{a}{v}$, waarbij nog een functie van T gevoegd zou moeten worden, die in het verschil $\varepsilon_2 - \varepsilon_1$ echter

toch verdwijnen zou. Nu er schijnassociatie is, moet gebezigd worden de waarde van a voor die phase, n.l. $a [1 - (1-k)v]^2$, waarbij dan echter gevoegd moet worden $-E.v$.

Wij verkrijgen dan:

$$T \frac{dp}{dT} - p = \frac{E(x_1 - x_2) + \frac{a [1 - (1-k)x_1]^2}{v_1} - \frac{a [1 - (1-k)x_2]^2}{v_2}}{v_2 - v_1}$$

of

$$\left(\frac{Tdp}{pdT} - 1 \right) \frac{p v_1 v_2}{a} = \frac{\frac{E}{a} (x_1 - x_2) v_1 v_2}{v_2 - v_1} + \frac{v_2 [1 - (1-k)x_1]^2 - v_1 [1 - (1-k)x_2]^2}{v_2 - v_1}$$

of

$$\begin{aligned} \left(\frac{Tdp}{pdT} - 1 \right) \frac{p v_1 v_2}{a} &= \frac{E v_k x_1 - x_2}{a} \frac{q_1 + q_2}{q_1 - q_2} + \frac{q_1 + q_2}{2(q_1 - q_2)} \{ [1 - (1-k)x_1]^2 - [1 - (1-k)x_2]^2 \} + \\ &\quad \frac{1}{2} \{ [1 - (1-k)x_1]^2 + [1 - (1-k)x_2]^2 \} \end{aligned}$$

of

$$\begin{aligned} \left(\frac{Tdp}{pdT} - 1 \right) \frac{p v_1 v_2}{a} &= \frac{x_1 - x_2}{q_1 - q_2} q_k \left\{ \frac{E v_k}{a} - (1-k) \frac{q_1 + q_2}{q_k} \left[1 - \frac{1-k}{2} (x_1 + x_2) \right] \right\} + \\ &\quad + 1 - (1-k)(x_1 + x_2) + \frac{(1-k)^2}{2} (x_1^2 + x_2^2). \end{aligned}$$

Bij afwezigheid van associatie vereenvoudigt zich het 2^{de} lid tot 1, en verdwijnt dus de grootheid g .

Nemen wij het uiterste geval. Bij T_k is $x_1 = x_2 = x_k$ en $v_1 = v_2 = v_k$ of $q_1 = q_2 = q_k$. Voor $\frac{x_1 - x_2}{q_1 - q_2}$ hebben wij dan te nemen $\left(\frac{dx}{dQ} \right)_{kr}$.

Wij hebben dan

$$\begin{aligned} \left(\frac{Tdp}{pdT} - 1 \right)_{kr} \frac{p v_k^2}{a} &= \left(\frac{dx}{dQ} \right)_{kr} q_k \left\{ \frac{E v_k}{a} - 2(1-k) [1 - (1-k)v_k] \right\} + \\ &\quad + 1 - 2(1-k)v_k + (1-k)^2 v_k^2. \end{aligned}$$

Ook dan is bij afwezigheid van associatie het tweede lid gelijk 1.

Dit zou ook het geval zijn, als in den kritischen toestand x_k en $\left(\frac{dx}{dQ} \right)_k$ gelijk nul zouden zijn. Maar al is het waarschijnlijk dat x_k

klein is, dan verzet zich toch $\left(\frac{dp}{dx} \right)_{vT} = 0$ tegen de aanname $x_k = 0$.

In dat geval is $Nep. \log v_k$ gelijk $-\infty$, en kan aan die vergelijking niet voldaan worden. Ik heb mij toen afgevraagd of het ook mogelijk

zou zijn, dat alle termen, die behalve 1 in het tweede lid voorkomen, samen gelijk 0 zijn. Dan is $\frac{d\epsilon}{dv_T}$ in het kritisch punt, zoowel als er associatie is, als zonder dat, gelijk aan $\frac{a}{vk^2}$ en evenzoo is $T\left(\frac{dp}{dT}\right) - p$ in het kritisch punt gelijk aan $\frac{a}{vk^2}$, of $\frac{Tdp}{p dT} - 1 = \frac{a}{pvk^2}$ en dus $(f' - 1) = \frac{a}{pk r^2 b_g^2}$ of $p = \frac{a}{b_g^2 (f' - 1) r^2}$. Al zouden de grootheden r , s en f' ten gevolge van bestaande associatie eenigszins veranderd zijn, de vroeger besproken betrekkingen er tusschen, en haar samenhang met de kritische grootheden blijven bestaan. Alleen in de nog weinig bekende grootheid $\left(\frac{v}{v-b}\right)_{kr}$ komt als associatie aanwezig is eenige verandering, die ik later bespreken wil, nadat ik aangetoond zal hebben, wat omtrent de waarde van n uit de genoemde aanname volgt.

VII. Mogelijke waarde van n .

Beschouwen wij daartoe naderbij de verkregen formule voor $\left(\frac{d\psi}{dx}\right)_{cr} = 0$.

Zij kan geschreven worden onder den vorm:

$$-\int \frac{dp}{dx_{cT}} dv + \left\{ \frac{lx}{n} - l(1-x) \right\} - \frac{E}{RT} = \text{constante}$$

en voert tot de differentiaalvergelijking:

$$-\left(\frac{dp}{dx}\right)_{cT} dv + dx \left\{ \frac{1}{nx} + \frac{1}{1-x} - \int \frac{d^2p}{dx^2_{vT}} dv \right\} + \frac{dT}{T} \left\{ \frac{E + \frac{1}{v} \frac{du_x}{dx}}{RT} \right\} = 0$$

of

$$\frac{dv}{v} \left\{ \frac{n-1}{n} \frac{v}{v-b} - \frac{2a(1-k)[1-(1-k)x]}{vRT} \right\} + dx \left\{ \frac{1}{nx} + \frac{1}{1-x} - \frac{2a(1-k)^2}{vRT} \right\} + \frac{dT}{T} \frac{E - \frac{2a(1-k)[1-(1-k)x]}{v}}{RT} = 0$$

Om $\left(\frac{dx}{dQ}\right)_{kr}$ of $-\left(\frac{dx}{dv}\right)_{kr}$ te vinden, hebben wij in deze differentiaalvergelijking $dT = 0$ te stellen, en voor de overige grootheden de kritische waarden te nemen.

Men vindt dan de volgende ingewikkelde vergelijking:

$$\frac{\frac{Ev_k}{a} - 2(1-k)[1-(1-k)x]}{s} \left\{ \frac{n-1}{n} \frac{1+(j-1)[1-(1-k)x]^2}{1-\frac{n-1}{n}x} - 2(1-k)n(j-1)[1-(1-k)x] \right\} = \frac{j-1}{1 + \frac{nx}{1-x} - nx^2(1-k)^2} = 2(1-k) + x(1-k)^2.$$

Om zich uit deze vergelijking toch een denkbeeld te kunnen vormen over de waarde van n kan men, daar x in den kritischen toestand zeker wel klein kan geacht worden, deze grootheid $= 0$ stellen. In den noemer komt wel nx voor, en stelt men $x = 0$, dan kan het schijnen alsof men nx verwaarloost. Maar $\frac{nx}{1-x} - \frac{nx^2(1-k)^2}{s} (j-1)$ zal ook, als nx niet klein mocht zijn, wel verwaarloosd mogen worden. Dan wordt deze vergelijking:

$$\left\{ \frac{Ev_k}{a} - 2(1-k) \right\} \left\{ (n-1)j - 2(1-k)n(j-1) \right\} = 2(1-k)s$$

of

$$n \{ j - 2(1-k)(j-1) \} = s \frac{2(1-k)}{\frac{Ev_k}{a} - 2(1-k)} + j.$$

Daar voor E te wachten is de limietwaarde der inwendige latente warmte, dus $\frac{a}{v_{\text{minimum}}}$ en de kleinste waarde van v volgens den regel van den rechthoekigen diameter $2(1+\gamma)$ malen op v_k begrepen is $\frac{Ev_k}{a} = 2(1+\gamma)$. Bijgevolg is $\frac{Ev_k}{a}$ steeds grooter dan $2(1-k)$. Nu zijn in deze laatste vergelijking alle grootheden bekend behalve n en $1-k$. Maar in elk geval is er dus een betrekking tusschen deze twee grootheden gevonden, welke approximatief vervuld zal moeten zijn. De waarde van $2(1-k)$ kan niet grooter zijn dan $\frac{j}{j-1}$, want dan zou

n negatief zijn; bij $2(1-k) = \frac{j}{j-1}$ zou behooren $n = \infty$. Bij $2(1-k) = 1$ vindt men: $n = j + \frac{s}{\frac{Ev_k}{a} - 1}$ of $n = 7 + \frac{3,77}{2,6}$. Voor een

dusdanige waarde van n hadden wij tot $1-k = \frac{1}{2}$ besloten, en daarom scheen mij deze waarde van n als waarschijnlijk. In elk

geval besloot ik tot $n > f$. Dit besluit wordt bijna tot zekerheid gebracht door de waarde van $\frac{T dx}{x dT}$ na te gaan, die uit dezelfde differentiaalvergelijking gevonden wordt bij lage temperaturen voor de dampphase. Stelt men v zeer groot dan vereenvoudigt zich de vergelijking tot:

$$\frac{T}{v} \frac{dv}{dT} \frac{n-1}{n} + \frac{T}{x} \frac{dx}{dT} \left\{ \frac{1}{n} + \frac{x}{1-x} \right\} + \frac{E}{RT} = 0.$$

Voor den derden term kan geschreven worden $\frac{E}{mRT_k} = \frac{Ev_k}{mRT_k v_k} = \frac{Ev_k}{a} \frac{a}{mRT_k v_k} = \frac{Ev_k}{a} \frac{T_k}{T}$. De waarde van x zeer klein onderstellende, daar wij het gedrag van normale stoffen onderzoeken, en dus voor de dampphase de vergelijking aannemende $pv = RT$ of $\frac{T dp}{p dT} + \frac{T dv}{v dT} = 1$, krijgen wij voor bovenstaande formule:

$$\frac{n-1}{n} \left\{ 1 - \frac{T dp}{p dT} \right\} + \frac{T}{x} \frac{dx}{dT} \frac{1}{n} + \frac{j-1}{s} \frac{Ev_k}{a} \frac{T_k}{T} = 0$$

of

$$\frac{T}{x} \frac{dx}{dT} = (n-1)j \frac{T_k}{T} - n(j-1) \frac{Ev_k}{a} \frac{T_k}{T} - (n-1).$$

Reeds vroeger heb ik opmerkzaam gemaakt op de gelijkheid of bijna gelijkheid van $2(1 + \gamma)$ en s , waaruit volgt $\frac{Ev_k}{a} \frac{T_k}{T} = 1$.

Daaruit volgt:

$$\frac{T}{x} \frac{dx}{dT} = [(n-1)j - n(j-1)] \frac{T_k}{T} - (n-1)$$

En daar wij tot een gang van x met T moeten besluiten, zooals in Fig. 58 (Lehrbuch der Thermodynamik) is geteekend, zal in elk geval bij lage temperaturen voor de dampphase $\frac{T dx}{x dT}$ positief zijn, of $(n-1)j > n(j-1)$ of $n > j$.

De formule toont bij hoogere temperaturen de mogelijkheid van omkeering van teeken, en dus een gang, waarbij de x der coëxisterende dampphases een maximumwaarde en een minimumwaarde vertoont, want voor het bereiken van T_k zal in elk geval $\frac{dx}{dT}$ weder

positief moeten zijn geworden. Wil men dus bij temperaturen beneden T_k door middel van de dichtheid der dampphase een nauwkeurige bepaling van het molekulairgewicht doen, dan moet niet alleen een correctie worden aangebracht voor het bestaan van a en b , maar ook onderzocht worden of ook x een merkbare waarde heeft — wat dan zal kunnen geschieden door in standvastig volume te verwarmen; dan blijft de a en b even groot, maar de waarde van x vermindert met het stijgen der temperatuur snel. Reeds vroeger heb ik er op gewezen dat alleen op deze wijze de te groote dichtheid van verzadigden waterdamp van 100° C. zal kunnen verklaard worden.

Uit het voorgaande blijkt met zekerheid, dat als men het bestaan van de grootheid φ wil toeschrijven aan samenhoopingen van molekulen, die zich uit een kinetisch oogpunt als enkel-molekulen gedragen, men den graad van samenhooping n grooter dan f' zal moeten nemen, en men tegelijk a zal moeten doen afnemen zoodanig dat $1-k$ niet ver van $\frac{1}{2}$ verwijderd is; of men ook het bestaan van φ zou kunnen verklaren door andere soort van samenhooping waarbij het aantal molekulen, uit kinetisch oogpunt aanwezig, onveranderlijk of op andere wijze veranderlijk gedacht moet worden, blijft natuurlijk nog onbeslist. Maar de moeielijkheid om dan een juisten vorm voor de toestandsvergelijking te vinden heeft mij een dergelijk onderzoek doen opgeven. Was het alleen te doen geweest om waarden voor $\frac{Ev_k}{a}$ en x_1 en x_2 te geven, die aan de vergelijking:

$$\left(\frac{Tdp}{pdT} - 1\right) p \frac{v_1 v_2}{a} = 1 + \varphi = \frac{\frac{Ev_k}{a} (n_1 - x_2)}{(q_1 - q_2)} q_k + \frac{v_2 j(x_1) - v_1 j(x_2)}{v_2 - v_1}$$

konden voldoen, dan zou bijv. kunnen gekozen worden $j'(x_1) = j'(x_2) = 1$ dus onveranderde waarden van a en verder:

$$\varphi = \frac{Ev_k}{a} \frac{x_1 - x_2}{q_1 - q_2} q_k$$

was dan tot $m = 0$ toe de waarde van $\varphi = \sqrt{1-m} - \frac{1-m}{2}$, dan volgt

$$\frac{1}{2} = \frac{\frac{Ev_k}{a}}{2(1+\gamma)}$$

of

$$\frac{Ev_k}{a} = (1+\gamma)$$

en met behulp van deze waarde van $\frac{Ev_k}{a}$ en de kennis van $\frac{\varrho_1 - \varrho_2}{\varrho_k}$ kan dan $x_1 - x_2$ bij elke temperatuur berekend worden. Dan volgt echter bij $T_k, \frac{dx}{dQ} = 0$ een waarde, welke hoogst onwaarschijnlijk is.

Maar er moet toch een zekere wet bestaan, welke aangeeft op welke wijze x van v en T afhangt. En aan die wet moet voldaan worden, als het terugbrengen van de verklaring van de waarde van φ tot het bestaan van de grootheid x iets zal beteekenen. Dit is het wat ik heb willen beproeven, al blijven er nog tal van vragen over. Om van zulke vragen een enkel voorbeeld te geven. Uit onze aanname over de oorzaak van het bestaan van de grootheid φ volgt, daar v_2 dan oneindig is:

$$1 + (\varphi)_{m=0} = \frac{\frac{Ev_k}{a}}{2(1+\gamma)} + \{1 - (1-k)\}^2$$

$$1 + (\varphi)_{m=0} = 1 + k^2$$

of

$$(\varphi)_{m=0} = k^2.$$

Daar volgens de aanname $\varphi = \sqrt{1-m} - \frac{1-m}{2}$ is, en dus $\varphi_{m=0} = \frac{1}{2}$ zou zijn en $k^2 = \frac{1}{4}$ is, hebben wij hier een tegenspraak.

Maar dat deze tegenspraak van genoegzaam gewicht zou zijn om onze verklaring te verwerpen, schijnt mij niet juist. Van den loop der grootheid φ weten wij niets meer dan tusschen $m = 1$ en m circa 0,6. Alleen is bijna volkomen zeker, dat voor zeer kleine waarde van $1-m$, de waarde van φ in hoofdzaak gegeven wordt door $\sqrt{1-m}$. Maar de theoretische, de eigenlijke waarde zal wel een geheel andere gedaante hebben, en of zij bij $m = 0$ tot $\frac{1}{4}$ is teruggekomen kan niet met zekerheid tegengesproken worden. Trouwens de waarde van $1-m$ kan voor vloeistoffen niet veel boven $\frac{1}{2}$ stijgen. Dan treedt de vaste toestand in.

Tegen de afleiding van $n > f'$ uit het teken van $\frac{T dx}{x dT}$ in de gas-phase zou het bezwaar kunnen gemaakt worden, dat in dat bewijs $\frac{T dp}{p dT}$ gesteld is gelijk aan $\frac{f'}{m}$, en niet zoals wij reeds vroeger zelf

hebben gesteld $\frac{f'}{m}$. Ik heb toch dat bewijs behouden, omdat het mij in vele opzichten suggestief voorkomt, maar wil toch om twijfel omtrent de groote waarde van n te voorkomen een geheel strenge wijze van betoog aangeven.

Volgens de definitie van φ zal bij temperaturen, waarbij de damp-phase niet merkbaar afwijkt van $p v_2 = RT$, zooals wij reeds vroeger aangaven:

$$\frac{f'-m}{f-1} \frac{s}{2 [1 + \gamma (1-m)]} = 1 + \varphi_m \text{ zijn.}$$

De eisch, dat $\frac{T dx}{x dT}$ positief zij, luidt:

$$\frac{n-1}{n} \left(\frac{T dp}{p dT} - 1 \right) > \frac{j-1}{s} E \frac{v_k}{a} m$$

of

$$\frac{n-1}{n} (j'-m) > \frac{j-1}{s} E \frac{v_k}{a}.$$

En dus:

$$\frac{n-1}{n} (1 + \varphi_m) > \frac{E \frac{v_k}{a}}{2 [1 + \gamma (1-m)]}$$

Daar bij $m = 0$ de waarde van $\frac{T dx}{x dT}$ zeker positief zal moeten zijn, moet dus

$$\frac{n-1}{n} (1 + \varphi_0) > \frac{E \frac{v_k}{a}}{2 (1 + \gamma)}$$

Nu is hierboven gevonden voor de waarde van het tweede lid:

$$\frac{E \frac{v_k}{a}}{2 (1 + \gamma)} = 1 + \varphi_0 - k^2$$

Bijgevolg moet gelden:

$$\frac{n-1}{n} (1 + \varphi_0) > 1 + \varphi_0 - k^2$$

of

$$\frac{n-1}{n} > 1 - \frac{k^2}{1 + \varphi_0}$$

of

$$\frac{k^2}{1 + \varphi_0} > \frac{1}{n}$$

of

$$n > \frac{1 + \varphi_0}{k^2}$$

Met $\varphi_0 = \frac{1}{2}$ en $k^2 = \frac{1}{4}$ wordt deze betrekking:

$$n > 6$$

Op de afleiding van het bedrag van n met behulp van eigenschappen der gasphase is de verwaarloozing van $\left(\frac{db}{dx}\right)_{oT}$ zonder invloed. Daarentegen heeft het al of niet bestaan van $\left(\frac{db}{dx}\right)_{cT}$ wel invloed bij de afleiding van de waarde van n uit de kritische phase. Negatieve waarde van $\left(\frac{db}{dx}\right)_{cT}$ doet bij die afleiding n dalen. Nu de twee uitkomsten zoo na overeenstemmen wordt het vermoeden gewekt, dat deze grootheid, als zij bestaat, klein zal zijn.

Een enkele opmerking wil ik hier nog bijvoegen omtrent de waarde van de grootheid $\frac{Ev_k}{a}$. Ik heb E genoemd de limietwaarde der inwendige latente warmte, en tot hiertoe daaruit afgeleid dat $\frac{Ev_k}{a}$ gelijk is aan $2(1 + \gamma)$. Uit de vergelijking

$$1 + \varphi_{m=0} = \frac{\frac{Ev_k}{a}}{2(1 + \gamma)} + k^2$$

volgt, als wij steeds blijven aannemen $\varphi = \sqrt{1 - m} - \frac{1 - m}{2}$,

$$\frac{\frac{Ev_k}{a}}{2(1 + \gamma)} = \frac{5}{4}$$

Voor een oogenblik heb ik den schijn aangenomen, als of ik tōestemde dat hierin een tegenspraak zou schuilen. Bedenkt men echter dat de inwendige latente warmte grooter is bij een massa van bolvormige gedaante dan bij een die door een plat vlak is begrensd, en dat dit merkbaar kan en zal worden als de bol een zoo kleinen straal zal hebben, als dat bij onze complexe molekulen het geval is, dan blijkt dat wij vooraf hadden kunnen verwachten dat $\frac{Ev_k}{a} > 2(1 + \gamma)$ zou zijn. Bij de schattingen, omtrent moleculaire afmetingen (Hoofstuk X Continuïteit) ben ik tot het besluit gekomen,

dat de verhouding $\frac{H}{K}$ van dezelfde grootte is als de diameter van een molekuul. Volgens de gewone formule voor den molekulairdruk

$$K + \frac{H}{R} = K \left\{ 1 + \frac{H}{K} \right\},$$

als wij die ook onveranderd zouden behouden voor het geval dat R gedaald is tot zoo klein bedrag, maar nu deze complexe molekulen door stof van gewone dichtheid omgeven

zijn, behoeven wij ons niet te verwonderen dat $1 + \frac{H}{K}$ tot $\frac{5}{4}$ geklommen is.

VIII. *Formules, die de betrekking aangeven tusschen x_1 en x_2 bij gegeven temperatuur.*

In geval er geen schijnassociatie aanwezig is, zijn er bij gegeven temperatuur slechts twee onbekende grootheden, nl. v_1 en v_2 en hebben wij twee vergelijkingen ter bepaling van deze onbekenden n.l.

$$p = p'$$

en

$$\int_{v_1}^{v_2} p' dv = p(v_2 - v_1)$$

De laatste betrekking kan ook geschreven worden:

$$\mu = \mu'$$

Bij schijnassociatie zijn er 4 onbekende grootheden, en wel v_1, v_2, x_1 en x_2 . Dachten wij het uitvoerbaar om uit $\left(\frac{d\psi}{dx}\right)_T = 0$ de waarde van x op te lossen en in v en T uit te drukken, dan kan die waarde van x gesubstitueerd worden in p en daarna p naar v geïntegreerd worden, en dan waren er weder slechts twee onbekenden en twee vergelijkingen ter bepaling. Nu deze eliminatie van x niet mogelijk is, moeten wij de 4 onbekenden behouden en hebben wij dus ook 4 vergelijkingen noodig om ze te bepalen. Er is dan nu ook sprake van de thermodynamische potentiaal van de enkelmolekulen en van die voor de complexe moleculen. Noemt men de eerste μ_1 voor de vloeistof, en $(\mu_1)'$ voor den damp — evenzoo de tweede μ_2 en $(\mu_2)'$. Dan hebben wij ter bepaling van de 4 onbekenden:

$$\begin{aligned} p &= p' \\ \mu_1 &= (\mu_1)' \\ \mu_2 &= (\mu_2)' \end{aligned}$$

waaronj dan als 4^{de} vergelijking $\left(\frac{d\psi}{dx}\right) = 0$ komt of $\mu_1 = \mu_2$ of $(\mu_1) = (\mu_2)'$.

Er blijft dan natuurlijk nog ter juiste bepaling een beletsel aanwezig door de onbekende constante, welke in $\left(\frac{d\psi}{dx}\right)_{vT}$ voorkomt, maar dat zou ook het geval zijn, als wij x uit $\left(\frac{d\psi}{dx}\right)_{vT} = 0$ hadden kunnen oplossen. De zaak wordt echter voor ons in zoover vereenvoudigd dat wij door de twee gegeven empirische formules rekenen mogen de twee grootheden r_1 en r_2 te kennen, en er dus alleen nog x_1 en x_2 te bepalen overblijven.

De functiën, welke dan gebezigd kunnen worden ter bepaling van x_1 en x_2 zijn

$$1^\circ. \left(\frac{d\psi}{dx}\right) = 0 \text{ of } \mu_2 - \mu_1 = 0. \text{ Door te stellen}$$

$$(\mu_2 - \mu_1) = (\mu_2 - \mu_1)'$$

verdwijnt de onbekende constante, en verkrijgen wij:

$$RT \binom{n-1}{n} \int_{r-b}^{r_1} \frac{dr}{r} - \left(\frac{da}{dx} \frac{1}{v}\right)_1 + RT \left\{ \frac{lx}{n} - l(1-x) \right\}_1 = \\ = RT \frac{n-1}{n} \int_{v-b}^{v_2} \frac{dv}{v} - \left(\frac{da}{dx} \frac{1}{v}\right)_2 + RT \left\{ \frac{lx}{n} - l(1-x) \right\}_2$$

$$2^\circ. \mu_1 = (\mu_1)'$$

Daar $\mu_1 = \psi - x \left(\frac{d\psi}{dx}\right)_{vT} + pv$ is, wordt

$$\mu_1 = pv - RT \int_{v-b}^{v_2} \frac{dv}{v} - \frac{a_x - x \frac{da_x}{dx}}{v} + RTl(1-x) + xRT \frac{n-1}{n}$$

$$3^\circ. \mu_2 = (\mu_2)'$$

Daar $\mu_2 = \psi + (1-x) \left(\frac{d\psi}{dx}\right)_{aT} + pr$ is, wordt

$$\mu_2 = pr - \frac{RT}{n} \int_{r-b}^{r_1} \frac{dr}{r} - \frac{a_x - x \frac{da_x}{dx} + \frac{da_x}{dx}}{v} + RT \frac{lx}{n} - (1-x) RT \frac{n-1}{n}$$

$$4^\circ. n\mu_2 = (n\mu_2)'$$

En daar zoowel in μ_1 , als in $n\mu_2$ de grootheid $\int_{r-b}^{r_1} \frac{dr}{r}$ voorkomt, die niet door $l(v-b)$ mag worden vervangen, en die dus een nauw-

keurige toepassing belet, kunnen wij door $n\mu_2 - \mu_1$ te berekenen, deze grootheid doen verdwijnen en bezigen

$$5^o. \quad (n\mu_2 - \mu_1) = (n\mu_2 - \mu_1)'$$

Voor de waarde van $n\mu_2 - \mu_2$, of $(n-1)\mu_1$ vinden wij:

$$(n-1)pv = (n-1) \frac{a_x - x \frac{da_x}{dx}}{v} - n \frac{da_x}{v} + RTl \frac{x}{1-x} - RT(n-1) \left[1 - \frac{n-1}{x} x \right].$$

Elk dezer vormen kan natuurlijk ook gebezigd worden om $\left(\frac{dx}{dQ}\right)_{kv}$ te berekenen, bijv. de laatste vorm door naar x en v te differentieeren en T en p constant te houden. Men vindt dan natuurlijk de vroeger verkregen waarde terug.

De gegeven betrekkingen kunnen vooral dienst doen als wij de verhouding van x_1 en x_2 in coëxisterende fasen berekenen willen. Wij zullen de laatste vergelijking:

$$(n\mu_2 - \mu_1) = (n\mu_2 - \mu_1)'$$

bezigen om aan te toonen dat bij temperaturen, waarbij de dampphase als een verdund gas mag beschouwd worden de waarde van x_2 tot een verbaazend klein bedrag is gedaald. Voor de gasphase mag dan $pv = RT$ gesteld worden, Wij vinden dan:

$$(n-1) + l \frac{x_2}{1-x_2} + \frac{(n-1)^2}{n} x_2 = l \frac{x_1}{1-x_1} + \frac{(n-1)^2}{n} x_1 - \frac{(n-1) \left(a_x - x \frac{da_x}{dx} \right) + x \frac{da_x}{dx}}{vRT}.$$

De waarde van

$$(n-1) \left(a_x - x \frac{da_x}{dx} \right) + x \frac{da_x}{dx} = a [1 - (1-k)x] [n-1-2n(1-k) + (n-1)(1-k)x],$$

of met $1-k = \frac{1}{2}$ gelijk aan $a \left[1 - \frac{x}{2} \right] \left[-1 + \frac{n-1}{2} x \right]$.

De betrekking tusschen x_1 en x_2 kan daarmede aldus luiden:

$$l \frac{x_1}{1-x_1} \frac{1-x_2}{x_2} + \frac{(n-1)^2}{n} (n_1-x_2) = n-1 + \frac{(n-1)^2 [1+\gamma(1-m)]}{sm} \left(1 - \frac{x_1}{2} \right) \left(-1 + \frac{n-1}{2} x_1 \right).$$

Een eerste besluit, waartoe deze vergelijking leidt is dat bij zulke waarden van m (bijv. $m = \frac{1}{2}$) de grootheid $-1 + \frac{n-1}{2} x_1$ positief moet zijn, of $x_1 > \frac{2}{n-1}$. Wij moeten hierop later terugkomen, maar zullen nu slechts mededeelen, dat bij $m = \frac{1}{2}$ en lager $x_1 > \frac{1}{2}$ is.

Met $x_1 = 0,6$ en $m = \frac{1}{2}$ vinden wij voor x_2 een waarde van de orde van 10^{-7} . Wanneer er bij waterdamp een veel hooger bedrag van storing der dichtheid aanwezig is, dan moet dit dus nog aan andere oorzaken worden toegeschreven. Al wat hier opgemerkt is betreft dan ook slechts de zoogenaamde normale stoffen.

IX. *Benaderde betrekkingen tusschen x_1 en x_2 bij gegeven temperaturen.*

Als men de differentiaalvergelijking:

$$-\frac{dQ}{Q} \left\{ \frac{n-1}{n} \frac{v}{v-b} - \frac{2x(1-k)[1-(1-k)x]}{vRT} \right\} + \frac{dx}{nx} \left\{ 1 + \frac{nx}{1-x} - \frac{2a(1-k)^2}{vRT} \right\} + \frac{dT}{T} \left\{ \frac{E}{RT} - \frac{2a(1-k)[1-(1-k)x]}{v} \right\} = 0$$

welke bij het kritisch punt vereenvoudigd kan worden tot

$$-\frac{dQ}{Q_k} \left\{ \frac{n-f}{s} \right\} + \frac{dx}{x_k} + \frac{dT}{T} n \left\{ \frac{Ev_k}{a} - 1 \right\} \frac{f-1}{s} = 0$$

integreert, verkrijgt men de benaderde vergelijkingen:

$$\frac{x_1 - x_k}{x_k} = \frac{n-f}{s} \frac{Q_1 - Q_k}{Q_k} + (1-m) n \left(\frac{Ev_k}{a} - 1 \right) \frac{f-1}{s}$$

en

$$\frac{x_2 - x_k}{x_k} = \frac{n-f}{s} \frac{Q_2 - Q_k}{Q_k} + (1-m) n \left(\frac{Ev_k}{a} - 1 \right) \frac{f-1}{s}.$$

Bij optelling van deze twee vergelijkingen, verkrijgen wij:

$$\frac{x_1 + x_2 - 2x_k}{2x_k} = \frac{n-f}{s} \frac{Q_1 + Q_2 - 2Q_k}{2Q_k} + (1-m) n \left(\frac{Ev_k}{a} - 1 \right) \frac{f-1}{s}$$

of

$$\frac{x_1 + x_2 - 2x_k}{2x_k} = (1-m) \left\{ \gamma \frac{n-f}{s} + n \left(\frac{Ev_k}{a} - 1 \right) \frac{f-1}{s} \right\}.$$

Als deze vergelijking niet alleen in de nabijheid van het kritische punt maar bij alle temperaturen mocht gelden dan zou er voor de waarde van x sprake zijn van een rechte lijnigen diameter, en hadden wij een vorm, waaruit x_k kan berekend worden. Wij zouden dan vinden voor x_k circa 0,01. Dan kon deze vergelijking ook aldus geschreven worden:

$$x_1 + x_2 - 2x_k = (1 - 2x_k)(1 - m)$$

en zou bij lage waarde van m als x_2 geheel verwaarloosd kan worden, de waarde van x_1 gegeven worden door:

$$x_1 = 2x_k + (1 - 2x_k)(1 - m)$$

of

$$x_1 = 1 - m + 2x_k m.$$

Dat deze waarde van x_1 de volkomen juiste is zou ik niet durven beweren, maar dat zij bij benadering bij temperaturen $m < \frac{1}{2}$ geldt, kan aangetoond worden; maar dan is hare approximatieve juistheid over het geheele beloop der temperatuur nog niet bewezen. Om bij lagere temperaturen x_1 te berekenen, kunnen wij gebruik maken van de vergelijking die als definitie van de grootheid q geldt n.l.

$$\left(\frac{Tdp}{p dT} - 1\right) p \frac{v_1 v_2}{a} = 1 + q = \frac{Ev_k (x_1 - x_2)}{a} q_k + \left(1 - \frac{1}{2} x_1\right)^3.$$

Door v_2 als zeer groot te nemen, en $\frac{v_1}{v_2}$ te verwaarloozen is dat de vorm, welke bij lagere temperaturen geldt. Verwaarloozen wij ook nog in dezen vorm q_2 of $\frac{1}{v_2}$ en x_2 , dan verkrijgen wij:

$$\frac{Ev_k x_1}{a} \frac{x_1}{q_1} - x_1 + \frac{x_1^2}{4} = \sqrt{1-m} - \frac{1-m}{2} = q$$

of

$$\frac{\frac{5}{4} 2(1+\gamma) x_1}{2\{1+\lambda(1-m)\}} - x_1 + \frac{x_1^2}{4} = \sqrt{1-m} - \frac{1-m}{2} = q.$$

Voor	$1 - m = 0,49$	is	$q = 0,455$
	$1 - m = 0,64$	is	$q = 0,48$
	$1 - m = 0,81$	is	$q = 0,495$
	$1 - m = 1$	is	$q = 0,5$.

Men vindt dan voor de waarde van x_1 achtereenvolgend:

$$x_1 = 0,6 \quad x_1 = 0,71 \quad x_1 = 0,85 \quad x_1 = 1.$$

Deze getallen wijzen echter op een grootere waarde van x_k dan hierboven is aangenomen, en dus ook op een gebogen diameter voor $\frac{x_1 + x_2}{2}$ zoodat de waarde van x_k nog in het onzekere blijft.

Neemt men een vorm voor $\frac{x_1 + x_2 - 2x_k}{2x_k}$ aan van de volgende gedaante:

$$\frac{x_1 + x_2 - 2x_k}{2x_k} = A(1-m) - B(1-m)^2$$

dan wordt aan de gevonden getallen voldaan met $A = \frac{1,4}{2x_k} - 3$ en

$B = \frac{0,4}{2x_k} - 1$. En dan zou x_k gelijk zijn aan 0.015.

(Wordt vervolgd.)

Physiologie. — De Heer BELJERINCK biedt eene mededeeling aan van Mej. J. VAN AMSTEL en den Heer G. VAN ITERSOU JR. „*Over het temperatuuroptimum van physiologische processen*”.

(Mede aangeboden door den Heer F. A. F. G. WENT).

De voor physiologische processen zoo kenmerkende vernietiging van het werkzame agens bij hooge temperatuur is door TAMMANN¹⁾ voor enkele enzymprocessen aan een nader onderzoek onderworpen, waarbij die onderzoeker tot het resultaat kwam, dat het afsterven van het enzym door verhitting geschiedt volgens dezelfde vergelijking, welke geldt voor monomoleculaire reacties. Volgens deze opvatting zou het verband, hetwelk bestaat tusschen de hoeveelheid enzym y , die na verhitting op een constante temperatuur gedurende een tijd t nog in leven is, en dien tijd worden voorgesteld door de formule: $k = \frac{1}{t} \log \frac{a}{y}$, waarin a de oorspronkelijk aanwezige hoeveelheid enzym en k een constante voorstelt.

DUCLAUX²⁾ bracht dit verschijnsel van vernietiging van het werkzame agens door hooge temperatuur nader in verband met het optimum der enzymwerkingen en verklaarde het optreden van dit kardinale punt door aan te nemen, dat de reactiesnelheid zelve bij verhooging van temperatuur steeds toeneemt, terwijl de ombuiging der kromme, die het verband tusschen de snelheid en de temperatuur weergeeft, uitsluitend zou zijn toe te schrijven aan eene bij hooger stijgen der temperatuur steeds toenemende vernietiging van het enzym. De beschouwingen van DUCLAUX zijn uitsluitend theoretische en experimenten om zijne opvatting te toetsen zijn door hem niet verricht.

Het denkbeeld, dat aan de theorie van DUCLAUX ten grondslag ligt, vinden wij terug in eene verhandeling van BLACKMAN³⁾, maar hier wordt de onafhankelijk opgestelde beschouwingwijze aan waarnemingen getoetst en wel aan de uitkomsten van een studie door dezen onderzoeker gemeenschappelijk met Miss MATTHAEI⁴⁾ verricht over het verband der snelheid der koolzuurassimilatie met de temperatuur. Ook houdt BLACKMAN rekening met den tijd van verwarming, een factor, die blijkens de onderzoekingen van TAMMANN van bijzondere beteekenis is en welke door DUCLAUX buiten beschouwing was gelaten.

Uit de hoeveelheden koolzuur, welke gedurende 4 opeenvolgende

1) Zur Wirkung ungeförmter Fermente, Ztf. f. Physikal. Chem., 18, Bd. 1895, S. 429.

2) Traité de Microbiologie, T. II, 1899, p. 193.

3) Optima and Limiting Factors, Annals of Botany, Vol. XIX, 1905, p. 281

4) Phil. Trans. Roy. Soc., Vol 197 B, 1904, p. 85.

uren (na $1\frac{1}{2}$ uur verwarmen vóór het begin van de eerste bepaling) bij verschillende hooge temperaturen waren geassimileerd, werden door extrapolatie de snelheden der koolzuurassimilatie benaderd, welke zouden zijn waargenomen, wanneer het blad onmiddellijk op de bedoelde temperaturen had kunnen worden gebracht en de beginsnelheid dan onmiddellijk was gemeten. De aldus benaderde snelheden zouden nu volgens BLACKMAN evenals die, welke bij lage temperaturen werden gevonden, den bekenden regel van VAN 'T HOFF volgen, volgens welken iedere temperatuursverhooging van 10° C. de reactiesnelheid 2 à 3 maal grooter maakt, een regel, welke voor tal van chemische reacties toepassing vindt.

In het jaar 1909 werd de theorie van BLACKMAN door KUIPER ¹⁾ getoetst aan het proces der ademhaling van hoogere planten. Voor verschillende lage en hooge temperaturen werden de hoeveelheden koolzuur bepaald, welke gedurende elk van 6 opeenvolgende uren optraden. De totaalindruk, dien KUIPER uit zijne waarnemingen verkreeg, was deze, dat de theorie van BLACKMAN ook voor de zuurstofademhaling opgaat, maar hij merkte toch op, dat aan de extrapolatielijnen een min of meer onwaarschijnlijk verloop moest worden gegeven om waarden te vinden voor de snelheden, die zonder afsterving zouden gelden en aan den regel van VAN 'T HOFF voldeden.

Nu is extrapolatie, wanneer, zooals hier over den aard der functie weinig bekend is, of ook wanneer deze inderdaad een logarithmische kromme voorstelt, een vrij gevaarlijk middel om de gezochte grootheid te benaderen. Speciaal zal dit het geval zijn, wanneer de tijden, gedurende welke de waarnemingen der reactiesnelheden moeten worden verricht, zoo lang zijn, dat daarin reeds zeer belangrijke wijzigingen dier snelheden zijn opgetreden. Bovendien kan in dergelijke lange perioden als in de boven vermelde proeven noodzakelijk waren, adaptie aan de hooge temperatuur plaats vinden. Eindelijk werden bij die proeven cellen van zeer verschillenden aard aan de verhitting onderworpen en het is een bekend feit, dat het weerstandsvermogen van verschillende weefsels tegen verhitting zeer uiteenloopt.

Het kwam ons dan ook wenschelijk voor de bovenstaande beschouwingen aan een hernieuwd onderzoek te onderwerpen voor physiologische processen, welke men aan een zeer groot aantal gelijksoortige cellen gelijktijdig kan bestudeeren en die met zulk eene groote snelheid verloop, dat de tijden tusschen de opeenvolgende waarnemingen slechts zeer kort behoeven te zijn. Als zoodanig kwamen ons verschil-

¹⁾ De invloed van de temperatuur op de ademhaling der hoogere planten. Deze Verslagen Dl. XVIII, 1909/1910, blz. 201. Zie ook het proefschrift van denzelfden titel, Utrecht 1909.

lende physiologische processen, welke eigen zijn aan de alcoholgist, aangewezen voor en hieronder treft men een kort overzicht aan van de uitkomsten verkregen bij het onderzoek der alcoholgisting en der inversie van rietsuiker door deze gist. De uitvoerige beschrijving der proeven en van waarnemingen omtrent andere functies der alcoholgist zal elders gegeven worden.

Hoewel het nu mogelijk bleek voor deze processen met vrij groote nauwkeurigheid het verloop der reactiesnelheid bij verhitting te bestudeeren, bleef ook hier bij het toepassen der extrapolatiemethode eenige onzekerheid bestaan. Teneinde ook deze weg te nemen, werd een eenigszins afwijkende waarnemingsmethode gevolgd. Daartoe werd eene bepaalde hoeveelheid gist gedurende verschillende tijden op ultraoptimale temperatuur verwarmd, dan snel afgekoeld en vervolgens de snelheid van het proces voor deze gist nagegaan. Aldus kon berekend worden aan welk deel van de oorspronkelijke hoeveelheid gist bij eene schadelijke temperatuur de waargenomen snelheid van het proces was toe te schrijven en onder een eenvoudige en zeker geoorloofde aanname kon dan becijferd worden, welke snelheid zou zijn afgelezen, indien alle gist bij die temperatuur nog in 't bezit van de functie was. Op deze wijze kon dus langs anderen weg het gezochte verband tusschen de reactiesnelheid zonder afsterven en de temperatuur worden benaderd.

Was eenmaal dit verband vastgesteld, dan kon nu worden nagegaan of de aldus gevonden waarden zich ook volgens de extrapolatiemethode met voldoende waarschijnlijkheid hadden laten verwachten.

I. DE ALCOHOLGISTING.¹⁾

§ 1. *Inrichting der proefnemingen.* Als maatstaf voor de snelheid der alcoholgisting werd genomen de hoeveelheid CO_2 in cM.³, welke zich per seconde ontwikkelt bij de vergisting eener glucoseoplossing door persgist, welke ons geregeld door de Nederlandsche Gist- en Spiritusfabriek alhier ter beschikking werd gesteld. De gist werd met eene bekende hoeveelheid water aangewreven en naast de suikeroplossing voorgewarmd. Eerst wanneer beide oplossingen de temperatuur van het bad hadden aangenomen, vond menging plaats.²⁾ Ter verkrijging van een homogeen medium werd de suspensie tijdens de geheele proefneming door een schudinrichting bewogen. De temperatuur werd tot op $0,05^\circ \text{C}$. constant gehouden.

¹⁾ Dit proces werd reeds een 8-tal jaren geleden door een onzer in het laboratorium van Prof. BEIJERINCK in studie genomen; door gebruikmaking van nauwkeuriger waarnemingsmethoden werd thans een definitief resultaat verkregen.

²⁾ Zie voor voorzorgen, die hierbij voor schadelijke temperaturen zijn te nemen: § 4.

Eerst nadat 20 á 25 cM³ gas zijn gevormd, wordt de ontwikkeling (althans bij onschadelijke temperaturen) voldoende regelmatig; de waarnemingen werden dan ook eerst aangevangen, nadat deze hoeveelheid was ontweken. Daarna werd nog eene hoeveelheid gas opgevangen, die hoogstens 100cM³ bedroeg en de tijden bepaald, welke verliepen voor de ontwikkeling van de achtereenvolgende 2-, 5-, 10- of 25-tallen van cM³, al naarmate de snelheid der gasontwikkeling kleiner of grooter was.

Daarbij moet dan nog opgemerkt worden, dat de concentratie der suikeroplossing steeds zoo groot werd genomen, dat de hoeveelheid glucose noodig voor de vorming van 125 cM³ practisch in die concentratie geene wijziging bracht, zoodat wij steeds de *beginsnelheid* der gisting bepaalden.

§ 2. *Het verband tusschen de beginsnelheid der gisting en de concentratie der gist bij constante suikerconcentratie.* Het verkrijgen eener constante suikerconcentratie bij wisselende hoeveelheden gist leverde eenige moeielijkheid tengevolge van de omstandigheid, dat de persgist, zoodals die ons ter beschikking stond, steeds tusschen de cellen water bevat, dat aan de verdunning der suikeroplossing zal deelnemen. Door den achteruitgang der concentratie eener bekende glucose-oplossing te bepalen na menging met eene bepaalde hoeveelheid gist, (een bewerking, die bij zulk een lage temperatuur en zoo snel geschiedde, dat geen suiker vergist werd) kon deze hoeveelheid water op 35% van het gewicht der persgist worden vastgesteld.

Bij iedere proef werden nu gebezigd 10cM³ eener 30-procentige glucose-oplossing; de gist werd aangewreven met zooveel water, dat ze ten slotte in 47 cM³ vloeistof gesuspendeerd was, welke hoeveelheid onder in aanmerking nemen van de zoeven genoemde 35% water voor iedere proef moest worden becijferd. Op deze wijze werd verkregen, dat de suikerconcentratie bij alle proefneming constant was en bedroeg $\frac{300}{37} = 6,4\%$. Alle proefnemingen geschieden bij 45° C., eene temperatuur, waarbij gedurende de door ons gebezigde proefnemingsstijden, geen afsterven van de gistingsfunctie waarneembaar is.

Fig. 1, Plaat I stelt het verband tusschen de gistingsnelheid en de gisteconcentratie grafisch voor en het blijkt daaruit, dat bij lage concentratie vrijwel evenredigheid bestaat, maar bij hogere vrij beduidende afwijkingen daarvan optreden.

§ 3. *Het verband tusschen de snelheid der gisting en de concentratie der suiker bij constante gisteconcentratie.* Hoewel de kennis van het

hier bedoelde verband voor onze verdere beschouwingen niet noodzakelijk is, leek het ons gewenscht toch ook hieromtrent een inzicht te krijgen. Men vindt dit verband (6 Gr. gist met 35 c.M.³ water en 10 c.M.³ van verschillende glucose-oplossingen; temp. 45° C.), in fig. 2 van Plaat I weergegeven, het wordt dus voorgesteld door een paraboolvormige kromme, zoodat van evenredigheid der snelheid met de suikereconcentratie geen sprake is. Inderdaad zullen wij elders aantonen, dat zich dit verband door eene formule laat voorstellen van den vorm der bekende adsorptieformule.

§ 4. *Het verband tusschen de beginsnelheid en de temperatuur bij constante gist- en suikereconcentratie.* Bij de proefnemingen verricht ter bepaling van de optimumkrommen werd steeds genomen 16 Gr. gist, die aangewreven werden met 31,5 c.M.³ water en waarbij 10 c.M.³ eener 30-procentige glucoseoplossing werd gevoegd. De gistsuspensie en de suikeroplossing werden vooraf afzonderlijk op de gewenschte temperatuur gebracht.

Het blijkt nu, dat de waargenomen gistingsnelheden tot en met 45° C. onafhankelijk zijn van den tijd van voorverwarmen, wanneer deze althans, zooals bij onze proeven, maximaal 20' wordt genomen, terwijl die snelheden ook tijdens de gistingsproeven constant blijven.

Hieruit volgt, dat er bij een temperatuur van 45° C. en daarbeneden tijdens de door ons gekozen verwarmingstijden geen sprake is van vernietiging van de functie. De hier bedoelde waarnemingen zijn te vinden in de laatste kolom van Tabel I en gaven aanleiding tot de constructie van de kromme in fig. 1 van Plaat II beneden 45° C.

Boven 45° C. blijkt nu de snelheid der gisting wel afhankelijk te zijn van den voorverwarmingstijd en bovendien gaat ze daarvoor ook tijdens de gistingsproef achteruit. Wij hebben dan ook de gistsuspensie bij verschillende van dergelijke schadelijke temperaturen, gedurende respectievelijk 5, 10, 15 en 20 minuten voorverwarmd, daarna met de suikeroplossing (van dezelfde temperatuur) gemengd en de gistingsnelheid bepaald.

Nu moeten daarbij verschillende punten wel in aanmerking worden genomen.

Vooreerst zal de gistsuspensie, wanneer ze in een thermostaat van hooge temperatuur wordt gebracht, niet onmiddellijk de temperatuur daarvan aannemen. Wordt hiermee geen rekening gehouden, dan zou korter op de schadelijke temperatuur zelve zijn voorverwarmd dan verlangd werd. Om deze moeilijkheid te voorkomen, werd de suspensie eerst in een afzonderlijken thermostaat op eene zoo hoog

mogelijke temperatuur, die nog niet schadelijk was verhit en zoodra ze deze bereikt had, in het definitieve bad geplaatst, waarin ze nu de schadelijke temperatuur, dank zij de schudinrichting en de dunwandigheid van het glazen apparaat binnen $\pm \frac{1}{4}$ min. bereikte.¹⁾

De tweede moeilijkheid is deze, dat wij steeds 20 à 25 c.M.³ koolzuur moeten laten ontwijken vóór de aflezing kan beginnen. Gedurende het hiervoor vereischte tijdsverloop gaat de afsterving door en hielden wij daarmee geen rekening, dan zou vóór den aanvang der waarneming langer zijn voorverwarmd dan bedoeld was. Dit bezwaar werd opgeheven door den tijd noodig voor de ontwikkeling dezer 25 c.M.³ bij een voorloopige proef vast te stellen en de menging der gistsuspensie en glucoseoplossing zooveel vroeger te doen plaats vinden, terwijl de aflezing eerst werd begonnen nadat de vereischte 5, 10, 15 of 20 min. waren verlopen.²⁾

In de derde plaats valt dan op te merken, dat daar wij de snelheid der gisting tijdens de proef zien achteruitgaan, zelfs de eerste waarneming, die wij van de gistingsnelheid doen niet die waarde oplevert, welke onmiddellijk na afloop der voorverwarming zal bestaan hebben. Nu liet zich deze laatste snelheid, want deze is het die wij wenschen te weten, vrij nauwkeurig door extrapolatie uit de verschillende waarnemingen bij een zelfde gistingsproef benaderen, dank zij de omstandigheid, dat de snelheid daarbij vrij regelmatig afneemt. Teneinde dit aan een voorbeeld toe te lichten, zijn in Fig. 6 van Plaat I de waarnemingen voor 52° C. voor de verschillende gistingsproeven grafisch voorgesteld, waarbij op de ordinaatas de gistingsnelheden zijn afgezet, berekend uit den tijd noodig voor de ontwikkeling van het 1^e, 2^e, enz. 10-tal van c.M.³. Het blijkt nu, dat de punten onzer figuur voor ieder der 4 waarnemingsreeksen vrijwel op rechte lijnen liggen, waardoor de gistingsnelheid, die onmiddellijk na de voorverwarming zal optreden gemakkelijk is af te lezen.

Merken wij nog op, dat het verloop dezer 4 lijnen voor de verschillende temperaturen een interessant inzicht geeft in de wijze van afsterving der functie. Bij 45° C. toch vallen ze samen en vormen een horizontale lijn, bij 46° C. liggen ze dicht bijeen en verlopen nog vrijwel horizontaal, bij hooger temperaturen wijken ze verder van elkander, komen lager te liggen en nemen een steeds sterker hellend verloop aan.

¹⁾ De kleine fout, die nog blijft bestaan, wordt ook bij de bepaling der „afstervingskromme” gemaakt en daardoor weer opgeheven.

²⁾ Wel geschiedt de afsterving, zooals nog nader zal blijken, in de suikeroplossing met geringere snelheid dan in de waterige suspensie, maar de hierdoor veroorzaakte fout valt binnen de grenzen der waarnemingsfouten.

Tevens zij er hier op gewezen, dat deze waarnemingen ons nog bovendien leerden, dat de afsterving, nadat de menging met de suikeroplossing had plaats gevonden, met een geringere snelheid voortging dan daarvoor, maar dat dit verschil niet zeer groot was. Wij komen hierop nog nader terug.

De op de hierboven aangegeven wijze door extrapolatie gevonden beginsnelheden der gisting na 5, 10, 15 en 20 min. voorverwarmen zijn nu te vinden in Tabel I en werden gebruikt om daarmee de 4

T A B E L I.

Temperatuur in gr. C.	Snelheid na 5 min. voorverwarmen	Snelheid na 10 min. voorverwarmen	Snelheid na 15 min. voorverwarmen	Snelheid na 20 min. voorverwarmen
20				0.087
25				0.139
30				0.199
33				0.239
36				0.298
39				0.360
42				0.385
45				0.405
46	0.41 ^s	0.39 ^s	0.37	0.34
47	0.42 ^s	0.38	0.33 ^s	0.30 ^s
48	0.40	0.36	0.30 ^s	0.27
50	0.40	0.23 ^s	0.20 ^s	0.17 ^s
52	0.29 ^s	0.13 ^s	0.10	0.06 ^s
53	0.16 ^s	0.10 ^s	0.05 ^s	0.02
54	0.12	0.04	0.01 ^s	
55	0.06			
56	0.02			
57	0.00			

getrokken krommen te construeeren, welke in fig. 1, Plaat I, boven 45° C. zijn afgebeeld en wij zien thans duidelijk, dat de plaats van het optimum door den tijd van voorverwarmen beïnvloed wordt.

Keeren wij thans nog even terug tot de beschouwing van de

kromme beneden 45° C. Toetsen wij dit deel aan den regel van VAN 'T HOFF, zoo vindt men:

$$\frac{v_{30}}{v_{20}} = 2,3 \quad \frac{v_{35}}{v_{25}} = 2,0 \quad \frac{v_{40}}{v_{30}} = 1,8 \quad \frac{v_{45}}{v_{35}} = 1,5$$

Het blijkt dus, dat de waarde van het quotient bij hooge temperatuur aanmerkelijk geringer is dan voor lagere; alleen voor deze laatste temperaturen bereikt het de waarde, die volgens den regel was te verwachten.

Trouwens ook uit de grafische voorstelling is het hier bedoelde feit onmiddellijk af te lezen. Immers voor lage temperaturen loopt de optimumkromme convex ten opzichte van de temperatuur en de regel van VAN 'T HOFF zou een dergelijk verloop ook voor de hoogere temperaturen doen verwachten. In plaats daarvan zien wij de kromme echter reeds bij $\pm 35^{\circ}$ C. concaaf worden. Volgens de theorie van DUCLAUX en BLACKMANN zou dit concaaf-verloop, respect. de genoemde afwijking van den regel, ook beneden het optimum moeten verklaard worden uit een schadelijken invloed, dien het agens door de verhitting zou ondergaan. Van zulk een invloed is echter bij temperaturen beneden 45° C. gedurende verwarmingstijden als door ons gebruikt, niets te bespeuren. Dit volgt reeds uit het feit, dat beneden die temperatuur de 4 optimumkrommen samen-vallen, maar ook door rechtstreeksche waarneming.

Met den meesten nadruk moet er dan ook op gewezen worden, dat reeds op grond van het verloop der optimumkromme beneden schadelijke temperaturen de theorie van DUCLAUX en BLACKMAN moet verworpen worden.

§ 5. *Het verband tusschen den graad van afsterfing en de temperatuur.* Voor de studie van het hier genoemde verband werden 16 Gram gist met $31,5 \text{ cM}^3$ water opgewreven en daarna gedurende 5, 10, 15 of 20 minuten op eene schadelijke temperatuur verwarmd. Door vooraf verwarmen op eene zoo hoog mogelijke onschadelijke temperatuur kon het bereiken der verlangde temperatuur weder in zeer korten tijd plaats vinden. Vervolgens werd nu zoo snel mogelijk afgekoeld en de gistingsnelheid bepaald bij 45° C. na menging met 10 cM^3 eener 30-procentige glucose-oplossing. Daar van de gebruikte hoeveelheid gist bekend was, welke hare gistingsnelheid zou zijn in de hier verkregen concentratie, in 't geval niets was afgestorven en verder door fig. 1, Plaat I, het verband tusschen gistingsnelheid en concentratie gist gegeven is, kon berekend worden welk percentage der gist bij verwarming de functie verloren had. Men vindt de uitkomst dezer waarnemingen grafisch voorgesteld in fig. 3, Pl I.

Wij merken hier terloops op, dat deze krommen, waaraan wij den naam van „afstervingskrommen” zullen geven, een interessante overeenkomst vertoonen met de zoogenaamde distributie schema's van GALTON, eene overeenkomst, welke, zooals wij elders zullen aantonen, waarschijnlijk niet als eene toevallige moet worden beschouwd.

§ 6. *Berekening van de optimumkromme voor 0 minuten voorverwarmen.* Uit fig. 3, Plaat I is thans onmiddellijk af te lezen aan welk percentage van de oorspronkelijke gist eene waargenomen gistingsnelheid bij eene zekere schadelijke temperatuur en een bepaalden tijd van voorverwarmen is te danken. Uit fig. 1, Plaat I is verder te vinden welke snelheid die gist bij 45° C. zou bezitten, zoowel in den oorspronkelijken toestand als na door het gevonden percentage beschadigd te zijn; de verhouding van de eerste tot de laatste snelheid is dus onmiddellijk te berekenen. Neemt men nu aan, dat het verband tusschen de gistingsnelheid en de concentratie voor temperaturen boven het optimum voorgesteld wordt door eenzelfde kromme als wij in fig. 1, Plaat I voor 45° C. gaven¹⁾, eene aanname, die in hooge mate waarschijnlijk is te achten, dan zal de snelheid, zooals wij die voor eene schadelijke temperatuur aflezen in fig. 1, Plaat II vermenigvuldigd met de zoeven genoemde verhouding, ons de waarde opleveren, die de gistingsnelheid zou bezeten hebben, wanneer bij die schadelijke temperatuur niets was afgestorven, d.i. bij 0' voorverwarmen op die schadelijke temperatuur.

Men kan nu de hier bedoelde berekening uitvoeren voor de verschillende punten van de 4 optimumkrommen en vindt dan langs 4 verschillende wegen een kromme, welke het verband tusschen de beginsnelheid der gisting bij 0' voorverwarmen en de temperatuur weergeeft. Is onze beschouwing juist, dan moeten deze 4 krommen samenvallen. In werkelijkheid blijkt dit niet het geval te zijn, maar de overeenkomstige punten der 4 krommen vallen zóó dicht bijeen, dat de afwijkingen aan de waarnemingsfouten zijn toe te schrijven. In onze grafische voorstelling fig. 1, Plaat II zijn de hier bedoelde punten respectievelijk met 1, 2, 3 en 4 aangegeven en de stippellijn stelt daar het waarschijnlijke verloop der optimumkromme voor 0' nader voor.

§ 7. *Het verband tusschen de gistingsnelheid en den tijd van verwarmen bij constante schadelijke temperatuur.* Bij de door BLACKMAN voor de benadering der hierboven bedoelde kromme gevolgde methode, werd voor constante temperaturen het verband tusschen de reactie-

¹⁾ Hierin ligt tevens de verklaring, waarom wij voor onze waarnemingen voor fig. 1 eene temperatuur kozen, die zoo dicht nabij de schadelijke gelegen is.

snelheid en den tijd van verwarmen grafisch voorgesteld en door extrapolatie de snelheid voor $0'$ verwarmen gevonden.

Wij hebben er ons om de vroeger vermelde redenen toe bepaald, aan te toonen, dat dit verband onder gebruikmaking van de in de vorige paragraaf gevonden waarden, een zeer regelmatig verloop toont. Men vindt de hierop betrekking hebbende krommen in fig. 4, Plaat I voor verschillende temperaturen.

Nemen wij aan, dat de beginsnelheid recht evenredig is met de gistconcentratie, — eene aanname, die slechts voor de lagere concentraties juist bleek, — dan stellen deze lijnen volgens TAMMANN logaritmische krommen voor en inderdaad laten zij zich vrij goed door zulk eene formule weergeven.

Hoewel dus de grafische extrapolatie hier niet als middel gebruikt werd om de optimumkromme voor $0'$ voorverwarmen te bepalen, zoo mag toch het feit, dat voor het verband tusschen snelheid en tijd van verwarmen een zeer natuurlijke kromme wordt gevonden, als een sterk argument voor de juistheid onzer kromme worden beschouwd.

§ 8. *Het verband tusschen den tijd van voorverwarmen en de temperatuur bij constante gistingsnelheid.* Men had ook langs anderen weg als dit door BLACKMAN geschiedde, door extrapolatie kunnen trachten de optimumkromme voor $0'$ voorverwarmen te vinden, n.l. door grafische voorstelling van het verband tusschen den tijd van verwarmen en de temperatuur voor constante gistingsnelheden. Wij zullen weder die extrapolatie niet uitvoeren, maar aantoonen, dat de door ons berekende waarden voor de optimumkromme voor $0'$ aan de hierbedoelde lijnen een zeer natuurlijk verloop geven. Men ziet die lijnen in fig. 5, Plaat I afgebeeld. Ook deze omstandigheid pleit voor de juiste ligging onzer berekende optimumkromme.

II. DE INVERSIE VAN RIETSUIKER.

Onze proefnemingen omtrent de inversie van rietsuiker zijn verricht met een preparaat, dat bereid was door persgist met alcohol te precipiteeren en het verkregen precipitaat snel te drogen. Dit poeder behield na langen tijd bewaren in een goed gesloten stopflesch zijn volle activiteit.

De snelheid der inversie werd bepaald door langs colorimetriscchen weg de hoeveelheid invertsuiker vast te stellen, op overeenkomstige wijze als dit door KJELDAHL voor zijne proeven over de diastasewerking geschiedde. Over de verschillende voorzorgen, welke bij deze proeven zijn te nemen, kan hier niet nader worden uitgeweid, wij moeten volstaan met de opmerking, dat voor de inversie dezelfde bepalingen verricht zijn als voor de alcoholgisting. Fig. 2, Plaat II

geeft het verband tusschen de snelheid en de temperatuur voor constante enzym- en suikereconcentratie weer en men ziet, dat de waargenomen en de berekende optimumkrommen een soortgelijk verloop vertoonen als voor de alcoholgisting.

Van de overige uitkomsten willen wij slechts eenige bijzonderheden mededeelen. Van de door ons gebruikte invertineconcentratie was de inversiesnelheid volkomen evenredig met de hoeveelheid invertine, eene omstandigheid, die de beschouwing hier eenvoudiger maakt dan voor de alcoholgisting, waar dit verband door de kromme uit fig. 1, Plaat I wordt weergegeven. Het verband tusschen de inversiesnelheid en de suikereconcentratie werd weder door een kromme voorgesteld, die gelijkenis vertoont met een parabool. De afstervingskrommen gaven wat hun gedaante betreft de grootst mogelijke overeenkomst met die, welke wij voor de alcoholgisting vonden, maar weken in zooverre daarvan af, dat zij naar de hoogere temperaturen waren verschoven en ook (bij eenzelfde schaalverdeeling) een minder steil verloop toonde, zoodat zich het gebied der afsterving der invertine (bij eenzelfde voorverwarmingstijd) over een aanmerkelijk grooter en hooger gelegen temperatuurinterval uitstrekt dan dat der alcoholgisting.

De krommen, welke het verband aangeven tusschen de inversiesnelheid en den tijd bij constante schadelijke temperatuur, bij de aanname der waarden onzer berekende optimumkrommen voor 0' voorverwarmen, bleken een zeer natuurlijk verloop te bezitten en hetzelfde geldt voor die, welke het verband tusschen den tijd van voorverwarmen en de temperatuur bij constante inversiesnelheid voorstellen.

Ten slotte zij nog opgemerkt, dat de optimumkromme ook thans weder vóór de schadelijke temperaturen worden bereikt, eene merkbare afwijking van den regel van VAN 'T HOFF te zien geeft:

$$\frac{v_{30}}{v_{20}} = 1,75 \quad \frac{v_{35}}{v_{25}} = 1,63 \quad \frac{v_{40}}{v_{30}} = 1,50 \quad \frac{v_{45}}{v_{35}} = 1,46.$$

Toch is hier de afwijking veel minder geprononceerd en van een concaaf worden van de kromme vóór de schadelijke temperaturen is hier zelfs geen sprake.

III. SLOTBESCHOUWINGEN.

Het hoofdresultaat, waartoe onze onderzoekingen hebben geleid, is ongetwijfeld dit, dat de kromme, welke betrekking heeft op een voorverwarmingstijd van 0 minuten een zeer geprononceerde optimumkromme is, zoowel voor het geval van de alcoholgisting als in dat van de inversiewerking. Daaraan kan dan nog worden toegevoegd, dat onze beschouwingen over de reductie van methyleenblauw door persgist ons tot de overtuiging hebben geleid, dat dit ook voor deze

functie het geval is, al traden bij dit onderzoek complicaties op, welke hier niet nader kunnen worden uiteengezet. Het mag dan ook als zeer waarschijnlijk worden beschouwd, dat hetzelfde besluit ook voor andere physiologische processen zal gelden. De tegenovergestelde resultaten, waartoe BLACKMAN en onder voorbehoud ook KUIPER kwam, moeten naar onze meening worden toegeschreven aan de omstandigheid, dat de snelheid der door deze onderzoekers gemeten physiologische reacties klein was tegenover die waarmee de afsterving plaats vond.

Op twee belangrijke punten moge hier dan nog verder de aandacht worden gevestigd. Vooreerst zou men tegen onze beschouwing kunnen aanvoeren, dat het nog levende deel der gist, dat op schadelijke temperaturen verhit is geweest en daarna afgekoeld van die bewerking een nadeeligen invloed heeft kunnen ondervinden, zoodat in werkelijkheid op de schadelijke temperatuur zelve een kleiner deel was afgestorven dan wij meenden. Tegen die aanname zelf is zeker niets in te brengen, maar accepteert men ze, dan volgt daaruit dat onze kromme voor θ' nog lager moet komen te liggen dan wij ze vonden en dus het optimum zoo mogelijk nog sterker geprononceerd zou zijn. In de tweede plaats zou men kunnen opmerken, dat wij hierboven den invloed der temperatuur bestudeerd hebben op het agens, dat in waterige oplossing gesuspendeerd is en dat die invloed een geheel andere kan zijn, wanneer het agens steeds in de suikeroplossing werkzaam was geweest. Inderdaad wezen wij er op, dat de alcoholfunctie in de glucoseoplossing bestendiger is tegen verhitting dan in waterige suspensie en dit geldt ook voor de invertinewerking. Toch hebben wij de studie niet in zulke oplossingen uitgevoerd en wel omdat de mate van bestendigheid afhankelijk is van den graad der concentratie en er geen graad van concentratie, behalve die van 0% is aan te geven, welke een voorkeur verdient. Maar bovendien is de theorie van DUCLAUX-BLACKMAN onafhankelijk van deze beschouwing en zou ook voor de door ons gevolgde werkwijze van kracht moeten zijn, hetgeen, zooals wij zagen, niet het geval is.

Dat de theorie van DUCLAUX en BLACKMAN moet verworpen worden, volgt trouwens reeds uit het feit, dat de geconstateerde afwijking van den regel van VAN 'T HOFF vóór het bereiken van een schadelijke temperatuur soms zoo sterk kan zijn, dat de kromme concaaf wordt, hetgeen met deze theorie in strijd is.

Interessant is het op te merken, hoe ook EULER¹⁾ tot de slotsom is gekomen, dat althans voor de invertinewerking de regel van VAN 'T HOFF niet zonder meer mag worden toegepast. Hij wijst er

¹⁾ Allgemeine Chemie der Enzymen, Wiesbaden, 1910, S. 175

nl. op, dat het quotient $\frac{v_{t+10}}{v_t}$ voor de invertine werking steeds kleiner werd gevonden dan voor de splitsing van rietsuiker door zuren.

Voor de enzymatische splitsing toch vond TAMMANN: $\frac{v_{30}}{v_{20}} = 1,4$,

KJELDAHL: $\frac{v_{10}}{v_{20}} = 1,5$, O'SULLIVAN en TOMPSON: $\frac{v_{50}}{v_{40}} = 1,4$, VISSER: 2,

EULER en AF UGLAS voor het temperatuurinterval $0-20^\circ$: 2,0 (men vergelijk hiermede onze uitkomsten). Voor de splitsing van rietsuiker door zuren bepaalde SPOHR daarentegen dit quotient voor het temperatuurinterval $25-50^\circ$ op 3,6. EULER merkt nu op, dat dit belangrijk verschil te verklaren zou zijn door aan te nemen, dat de invertine bij stijgende temperatuur niet slechts irreversibel ontleed wordt, maar bovendien nog in omkeerbare wijze geïnactiveerd.

EULER stelt zich hierbij nog op het standpunt van de theorie van DUCLAUX-BLACKMAN en voert daarnaast deze hulphypothese in. Blijkens onze uitkomsten moet de genoemde theorie thans verworpen worden: de functie heeft ook zonder afsterving een optimumkromme. Wel moeten wij dus aannemen, dat indien verhitting boven dit optimum mogelijk was zonder afsterving, eene omkeerbare inactivering van het enzym zou zijn waar te nemen, -- echter is er geen grond om met EULER reeds beneden die temperatuur van zulk een inactivering te spreken en daarmede de afwijking van den regel van VAN 'T HOF te verklaren.

Het verkregen resultaat werpt nu ook licht op andere waarnemingen: het verschijnsel der „Wärmestarre“, voor welks verklaring de hypothese van DUCLAUX-BLACKMAN op groote bezwaren stuit, wordt thans ongedwongen verklaard door de overweging, dat in gevallen, waarin dit verschijnsel intreedt, de afsterving uitermate langzaam geschiedt, zoodat de optimumkrommen voor verschillende (niet al te lange) tijden van voorverwarming practisch komen samen te vallen met die voor θ' voorverwarmen.

Bovendien blijkt nu de temperatuursinvloed een zelfde wet te volgen als voor andere invloeden op physiologische processen werd waargenomen, waardoor het proces tot een zekeren graad wordt versneld om daarna belemmerd en eindelijk tot stilstaan gebracht te worden.

Ten slotte is het ons een genoegen onzen dank uit te spreken aan de Directie der Nederlandsche Gist- en Spiritusfabriek te Delft voor de groote bereidwilligheid, waarmede ons de voor de beschreven proeven noodige gist ter beschikking werd gesteld.

Delft, Mei 1910.

Scheikunde. — De Heer P. VAN LEERSUM biedt eene mededeeling aan: *Over het alcaloïde-gehalte in de bladeren van Cinchonû's.*

HISTORISCH OVERZICHT.

Volgens mededeelingen, voorkomende in het „Supplement to the Calcutta Gazette”¹⁾, zegt JUNGHUHN in zijn „Berigt omtrent het alcaloid-gehalte van den bast en de bladeren der op Java gekultiveerde kina-boomen 1 Januari 1864”²⁾, had Dr. TH. ANDERSON afkooksels der afgevallen bladeren van *C. Succirubra* in het civiele hospitaal te Darjeeling met goed gevolg tegen koorts laten gebruiken.

Ook verkreeg hij, uit een zuur afkooksel dezer bladeren, door behandeling met koolzure soda, kristalletjes, die hij vermeende (met een vraagteken) voor „sulphate of quinine”³⁾ te moeten houden.

„Ofschoon nu Dr. J. E. DE VRIJ”, zegt JUNGHUHN verder, „vroeger reeds kina-bladeren van Tjie-Bodas onderzocht en in zijn rapport verklaard had geen spoor van alkaloiden daarin te hebben gevonden, heb ik toch vermeend niet in gebreke te mogen blijven, om de bladeren van al onze hier gekultiveerde kinasoorten nog eens nauwkeurig op hun mogelijk alcaloid-gehalte te onderzoeken, hetgeen plaats had, geheel op dezelfde wijze als het onderzoek der basten.”

De gang van het onderzoek, door JUNGHUHN gevolgd, was als volgt:

De bladeren werden, met de bladstelen daaraan, in kleine stukjes gesneden, bij 100° C. gedroogd, totdat geen gewichtsverlies meer plaats had. 40 gram werden hiervan genomen en met 10 maal zooveel zwavelzuurhoudend water (1 dl. zwavelzuur op 300 dln. water) een uur lang zacht gekookt, onder aanvulling van het verdampende water.

Het afkooksel werd door flanel gefiltreerd en de massa nog eenmaal met zuur water en daarna nog tweemaal met gewoon water uitgekookt.

Deze vier door het filtrum geloopt en in een cylinder-glas vereenigde vochten werden, na met ammonia geneutraliseerd te zijn, met een oplossing van looizuur behandeld en het neerslag op een filtrum verzameld.

JUNGHUHN nu was van meening, dat het neerslag bestond uit een bitannaat van kinine en cinchonine, en behandelde het met kalkhydraat en alcohol. Na filtratie van den alcohol werd deze op een schaalteje verdampt en het residu opgelost in zwavelzuur houdend

¹⁾ Nummer van den 15den Augustus 1863.

²⁾ Jaarlijksch Verslag over 1863, aangaande den toestand der kinacultuur op Java.

water en gefiltreerd. Het zure vocht, dat niet meer dan 7 à 10 cc. bedroeg werd in een bekeerglas verzameld en met koolzure ammonia vermengd, tot alkalische reactie, waardoor de kina-alealoïden als witachtige vlokken werden neergeslagen. Het praecipitaat werd op een filtrum verzameld, gedroogd en gewogen.

Het gehalte aan alealoïde, door JUNGHIUS op deze wijze gevonden, bedroeg in de bladeren van *C. Paludiana* 0,420 proc., van *C. lancifolia* 0,220 proc., van *C. Calisaya* 0,587 proc., en van *C. succirubra* (afgevallen deels groene, deels roodbruine en verdorde) 0,520 proc.

Na JUNGHIUS was het DE VRIJ die zich met het onderzoek der bladeren van den kinaboom bezighield.

Eerst beproefde DE VRIJ het bladpoeder met verdund zoutzuur uit te trekken, maar verkreeg hiermede hoogst ongunstige resultaten.

Daarna behandelde hij het op de hieronder beschreven wijze ¹⁾.

Het met $\frac{1}{4}$ van zijn gewicht kalkhydraat gemengde bladpoeder werd met water tot een dunne brij gemaakt, die in een ruime porseleinen schaal gedurende eenige dagen van tijd tot tijd werd omgeroerd, totdat het gansche mengsel donker roodbruin gekleurd was.

Het doel van dit tijdroovend herhaaldelijk omroeren was, om de groote hoeveelheid van het in de bladeren aanwezige kinalooizuur, dat vermoedelijk de oorzaak was van de mislukking der uittrekking met zoutzuur, door aanraking met lucht en overvloed van kalkhydraat te oxydeeren tot kinarood; welk doel volkomen bereikt werd. Dit mengsel werd nu gedroogd, met alcohol uitgetrokken en het aftreksel gedistilleerd. Het terugblijvende werd met verdund azijnzuur verwarmd en na toevoeging van ammonium-oxalaat, ter verwijdering van de aanwezige kalk, de vloeistof gefiltreerd, waarbij eene groote hoeveelheid chlorophyl op het filtrum terug bleef. Het glashelder filtraat was zeer flauw geel gekleurd en leverde met ammonia een overvloedig, volumineus, maar zeer licht praecipitaat, waarvan de hoeveelheid, na afwasschen en drogen, slechts 0,162 pct. bedroeg. Het was een donker geel poeder, dat op het waterbad niet smolt; door alcohol werd het opgelost tot eene bruine vloeistof. Deze werd weder uitgedampt en het terugblijvende in zuur sulphaat veranderd; waarbij betrekkelijk veel van eene roodbruine stof onopgelost bleef, die door filtreeren verwijderd werd. Bij het nagenoeg kleurlooze filtraat werd nu eene oplossing van Jood in Joodkalium gevoegd, waardoor een betrekkelijk overvloedig roodbruin praecipitaat werd afgescheiden. Dit werd op een filter verzameld, afgewasschen, gedroogd en in weinig warmen alcohol opgelost.

¹⁾ Kinologische studien door Dr. J. E. DE VRIJ. Nederl. Tijdschr. voor Pharmacie, Chemie en Toxicologie 1896.

Microchemisch kon Prof. BEHRENS in deze vloeistof geen spoor van de een of andere kristallijne herapathiet waarnemen¹⁾, waaruit dus volgt, dat genoemd praecipitaat eene verbinding is van amorph alcaloïde met HJ en H₂SO₄.

De conclusie, die DE VRIJ uit dit onderzoek der kinabladeren trok, is, dat zij een (of meer) amorphe alcaloïden bevatten, die in de levende plant verder verwerkt worden tot kristallijne alcaloïden, zooals die met minder of meer amorph alcaloïde gemengd in de kinabasten voorkomen.

Volgens MOENS²⁾ bevatten de bladeren geen of zeer weinig alcaloïde. HOWARD³⁾ vond in Succirubra-bladeren eens een weinig, doch later, in 20 pond bladeren, geen alcaloïde.

BROUGHTON verkreeg, eveneens uit versche Succirubra-bladeren, slechts 0,0041 pct. alcaloïde, waarvan 0,0016 pct. kinine, uit droge Succirubra-bladeren 0,019 pct. alcaloïde, waarvan 0,008 kinine en MOENS, uit Ledgeriana-bladeren, niet meer dan sporen.

In versche *C. officinalis* bladeren vond BROUGHTON 0,0035 pct. alcaloïde, waarvan 0,0015 kinine⁴⁾.

In de zeer uiteenloopende resultaten verkregen bij het onderzoek der bladeren van de *Cinchona*'s, vond J. P. LOTSY⁵⁾ aanleiding om de bladeren van den kinaboom nog eens te onderzoeken en tevens na te gaan of deze organen ook bij de vorming van het alcaloïde een rol spelen.

De gang van het onderzoek, door LOTSY gevolgd, wordt als volgt beschreven.

Voor het onderzoek werden de bladstukken (nl. links en rechts van de middennerf) in zeer kleine vierkantjes gesneden en gedurende een uur in alcohol, die $\frac{1}{2}$ pct. HCl (20 cc. gee. zoutzuur per Liter) bevatte, gekookt. Dit geschiedde op het waterbad in ERLENMEYER'sche kolfjes, die met een kurk gesloten waren. In de kurk was een lange buis gestoken, die als terugvloeikoeler dienst deed. De alcohol werd daarna in, op een waterbad staande, porceleinen schaaltes gebracht en tot bijna droog verdampt. Daarna werd water in de schaaltes gegoten en wederom tot bijna droog verdampt ten einde zeker te zijn, dat alle alcohol verdreven was. Hierna werd opnieuw water toegevoegd, gefiltreerd en het filtraat in een schei-trechter op-

1) Kinologische studiën door Dr. J. E. DE VRIJ, Nederl. Tijdschrift v. Pharmacie, Chemie en Toxicologie 1899, pag. 104.

2) De kinacultuur in Azie 1854 t.m. 1882.

3) J. C. HOWARD, Ph. J. T. Jan. 1873, p. 541.

4) Blue book 1870, p. 238.

5) J. P. LOTSY, Physiologische proeven genomen met *Cinchona succirubra* Mededeeling uit 's Lands Plantentuin, XXXVI, 1899.

gevangen. Na alkalisch maken met kali werd het uitgeschud met chloroform, de chloroform in een op het waterbad staand horlogeglas opgevangen en alle chloroform verdampt.

Het residu werd met water dat $\frac{1}{2}$ pct. HCl bevatte (20 cc. géc. zoutzuur per Liter) opgenomen, door wrijven met een glazen staaf flink met de (soms vrij vast aan de horlogeglazen) klevende harsachtige substanties vermengd, door een miniatuurfiltertje gefiltreerd en het filtraat voor de alcaloïde-reacties gebruikt. Lotsy¹⁾ komt nu tot de volgende conclusies:

1. De in de bladeren van een *Cinchona succirubra* en in die van een *Cinchona Ledgeriana* aanwezige hoeveelheid alcaloïde is vele malen voldoende, om, indien zij geregeld naar den bast wordt afgevoerd, de daarin opgehoopte hoeveelheid alcaloïde te vormen, p. 8.

2. *Cinchona succirubra*-bladeren kunnen in 12 uur tijds hun geheelen voorraad alcaloïde afgeven, pag. 9.

3. Op de meer of mindere vorming en afvoer van het alcaloïde oefent de weersgesteldheid invloed uit, pag. 12.

4. Het uit het *Succirubra*-blad verdwijnende alcaloïde wordt naar den stam afgevoerd, pag. 18.

5. Het alcaloïde, dat later weer in dat zelfde blad wordt aangetroffen, is door dat blad zelf gemaakt, pag. 18.

En verder op pag. 19 wordt nog vermeld:

„Als eindconclusie kunnen wij dus, zonder te veel in het speculatieve te vervallen, wel aannemen, dat bij de kinaboomen het alcaloïde in de bladeren gevormd wordt, van daar naar den stam wordt afgevoerd en daar of in zijn oorspronkelijken vorm of in den vorm van een nieuwe verbinding (waardoor een ander alcaloïde dan het uit de bladeren aangevoerde ontstaat) wordt bewaard.” en verder:

„Het spreekt wel van zelf dat deze proeven de mogelijkheid eener vorming van alcaloïden in den bast zelf nog niet uitsluiten, doch kan men — op grond der proeven en der gehouden redeneering — wel aannemen, dat zij in elk geval in beteekenis ver achter staat bij hetgeen in de bladeren wordt gevormd en van daar naar den stam wordt getransporteerd.”

Eigen onderzoek.

Bij het eigen onderzoek werd eerst de methode van Lotsy, hierboven beschreven, nagegaan, doch deze bleek niet te voldoen, want indien bij een zure zoutzure oplossing van kina-alcaloïde, waarin nog onzuiverheden aanwezig zijn, kali wordt gevoegd, zooals Lotsy deed, dan verkrijgt men met de eerste druppels geen afscheiding van alca-

¹⁾ Lotsy loc. cit.

loïde, maar van allerlei vuil en in aanmerking genomen de zeer groote hoeveelheid stoffen, welke in het blad voorkomen en met het alcaloïde in de verschillende soluties medegaan, zoo is deze afscheiding van het vuil niet gering. Beter ware het dan ook geweest (en de verkregen resultaten zouden er dan ook anders uitgezien hebben), niet met een zure oplossing te reageeren, maar eerst de vloeistof neutraal of *zeer* zwak alkalisch te maken en dan pas, na filtratie van het afgescheiden vuil, te reageeren op alcaloïden.

Eerst dan zou men zekerheid gehad hebben, dat er geen vreemde stoffen met de alcaloïden waren medegepraecipiteerd, of dat door gebruik van te weinig kali in een al te zure oplossing, in 't geheel geen praecipitaat werd verkregen.

Daarom werd door mij de volgende methode van onderzoek gevolgd :

24 gram, of zoo noodig minder, van het bladpoeder (zeef B. 40) werd gemengd met 12 gram gebluschte kalk en hiervan met 8 gram natronloog (15 %) en 12 gram ammonia een rulle massa gemaakt.

Deze rulle massa werd uitgeschud, \pm 3 à 4 uur lang, met 600 cM³ aether en na schudding nam ik van den helder groen gekleurden aether 500 cM³, vertegenwoordigende 20 gram blad.

Alvorens tot de distillatie van den aether over te gaan, voegde ik 10 cM³ zwavelzuur van 1 % en 20 cM³ water toe en bracht de beide vloeistoffen door omschudden zooveel mogelijk met elkaar in aanraking.

Daarna eerst werd de aether zeer langzaam afgedistilleerd.

Wordt de aether direct verdampt en daarna pas het zure water toegevoegd dan komt, door het vele plantenvet, het zuur niet voldoende in aanraking met het alcaloïde en krijgt men verlies.

Door deze manipulatie werd o. a. bij het onderzoek van de bladnerf en bladsteel al het „vuil” poedervormig afgescheiden, zoodat het uitwassen absoluut geen bezwaar opleverde.

Bij het onderzoek van het bladmoes, vooral van Ledgeriana-blad waar meer plantenvet in voorkomt, ging dit niet zoo gemakkelijk en bleven er sporen alcaloïde terug.

De zure, geel gekleurde vloeistof werd met eenige pyropen in de kolf flink omgeschud en gefiltreerd.

Het filtraat werd opgevangen in een schei-trechter en de kolf met „vuil” volledig uitgewassen tot het waschwater niet meer zuur reageerde.

Na alkalisch gemaakt te hebben werd 4 maal achtereen uitgeschud met 50 cM³ aether en telkens het kolfje, waarin de uitgeschudde vloeistof werd opgevangen en na in den schei-trechter te zijn teruggebracht, met de 50 cM³ aether nagewassen.

Alle aetherische vloeistoffen werden in een anderen schei-trechter verzameld, en deze eenigen tijd in rust gelaten om eventueel meegegaan alkali en wat vuil goed te laten afzetten.

Na voldoende rust werden de alkalische vloeistof en het vuil, welke zich onder in den schei-trechter hadden afgezet, met water verwijderd, en zoolang nagewasschen tot het waschwater niet meer alkalisch reageerde.

De lichtgeel gekleurde aether, waarin het alcaloïde was opgelost, werd eerst uitgeschud met $10 \text{ cM}^3 \frac{1}{10}$ normaal zoutzuur en wat water.

Na scheiding der vloeistoffen, werd de zure waterige oplossing, waarin het alcaloïde was opgelost, in een bekersglas opgevangen en nog 4 maal met zuiver water uitgeschud.

Nadat de aether, in het zure water opgelost, vrijwillig was verdamppt, werden de $\pm 250 \text{ cM}^3$ vloeistof terug getitreerd met $\frac{1}{10}$ normaal loog, waarbij haematoxyline als indicator werd gebruikt.

Het waarnemen van den omslag van geel in groen vereischt eenige oefening; is deze verkregen dan is de kleurverandering duidelijk merkbaar.

Alhoewel omslachtig, toch gaf bovenbeschreven methode goede resultaten, en dat het alcaloïde volledig wordt geëxtraheerd toonen de volgende bast analyses aan.

A. volgens bovenbeschreven methode.

B. volgens een andere geheel afwijkende methode voor bast-onderzoek.

1^e Bastmonster.

A. 7.70% zwavelzure kinine.

B. 7.60% „ „

2^e Bastmonster.

A. 5.00% zwavelzure kinine.

B. 4.98% „ „

3^e Bastmonster.

A. 5.40% zwavelzure kinine.

B. 5.40% „ „

4^e Bastmonster.

A. 6.85% zwavelzure kinine.

B. 6.84% „ „

De ondervolgende cijfers werden verkregen met bovenbeschreven methode bij het onderzoek van *C. succirubra*-bladeren zonder hoofdnerf.

1^e analyse 0,739% totaal alcaloïde.

2^e „ 0,721% „ „

3^e „ 0,739% „ „

4^e „ 0,750% „ „

Ten einde nu na te gaan of de door LOTSY verkregen resultaten juist zijn, werd de door hem ¹⁾ beschreven methode gevolgd, d. w. z. voor het onderzoek werden steeds twee helften van hetzelfde blad gebruikt. Deze helften waren altijd lengte-helften.

Zij werden verkregen door precies langs de middennerf van het blad heen te snijden. Op deze wijze werd het blad in twee ongelijke deelen verdeeld, een deel met en een deel zonder middennerf.

Het stuk zonder middennerf werd direct onderzocht, dat met de middennerf bleef aan den boom zitten. Aan het einde van de proef werd de middennerf verwijderd en de overblijvende bladhelft onderzocht.

Zoo werden dus steeds de bladstukken links en rechts van de zelfde middennerf met elkaar vergeleken, en verkreeg LOTSY de navolgende resultaten ²⁾:

6 p.m. 18 Sept. '99	6 a.m. 19 Sept. '99.
N ^o . 284 vol	leeg
„ 285 „	„
„ 286 „	„
„ 287 „	„
„ 288 „	„
„ 289 „	„
„ 291 „	„
„ 292 „	„
6 a.m. 21 Sept. '99	6 p.m. 21 Sept. '99,
N ^o . 305 vol	leeg
„ 308 „	„
„ 310 „	„

Om den mogelijken invloed van licht en donker na te gaan, werd door mij den 19/8 '08 een Ledgeriana-boom, oud \pm 5 jaar, in zijn geheel onder een met theelood bekleede kist geplaatst, doch vooraf werd van een groot gedeelte goed ontwikkelde bladeren de eene helft van het blad weggenomen, zoodat de hoofdnerf met de andere helft overbleef.

Na het verwijderen der kist op 3/9 '08 werd de tweede bladhelft onderzocht.

Resultaat:

1. A. Onderzoek van het deel zonder middennerf, dus van het weggenomen deel van het blad vóór het plaatsen der kist.

¹⁾ l.c. blz. 4.

²⁾ l.c. blz. 9.

1^e helft. Totaal alcaloïde 0,410%.

B. Onderzoek van de andere helft van het blad, dus van het deel, dat met nerf 16 dagen van het licht was afgesloten geweest.

2^e helft. Totaal alcaloïde 0,430%.

II. *A.* Onderzoek van het deel zonder middennerf, dus van het weggenomen deel van het blad vóór het plaatsen der kist.

1^e helft. 0,412% totaal alcaloïde.

B. Onderzoek van de andere helft van het blad, dus van het deel, dat met de nerf 16 dagen van het licht was afgesloten geweest.

2^e helft. 0,410% totaal alcaloïde.

Bladnerf en bladsteel 0,695% totaal alcaloïde.

Naast bovengenoemde proeven, werden de volgende vergelijkende proeven genomen.

Een kweekbed beplant met *Ledgeriana*-zaailingen werd in twee vakken verdeeld nl. *A* en *B*.

De planten in vak *A* werden den 19/8 '03 door middel van een kist, aan den binnenkant met theelood bekleed, van het licht afgesloten, doch te voren eerst de helft van het blad weggenomen en onderzocht.

Vak *B* bleef onbedekt, dus onder normale omstandigheden door-groeien, doch ook hier werd de helft van het blad weggenomen en onderzocht.

Den 4/9 '08, dus na 16 dagen, werd de kist weggenomen en de andere helft van het blad onderzocht, doch ook de 2^e helft van het blad van vak *B*.

Vak *A* (bladen 1^e helft 19/8 onderzocht, 2^e helft na 16 dagen in het donker geweest te zijn).

Vak *A*, 1^e helft van het blad. Totaal alcaloïde 0,508%.

2^e „ „ „ „ (dus donker). Totaal alcaloïde 0,530%.

Vak *B*, 1^e helft van het blad. Totaal alcaloïde 0,447%.

2^e „ „ „ „ (dus licht). Totaal alcaloïde 0,460%.

Ware dus de theorie van *Lotsy* juist, nl. dat het alcaloïde in de *Cinchona*'s een assimilatie-product zou zijn, een stof dus, even als het zetmeel, in het blad gevormd en geschikt om naar den stam te worden afgevoerd, dan zou in de bladeren, welke geruimen tijd van het licht afgesloten zijn geweest, geen alcaloïde meer mogen voor-

komen of veel minder dan in een blad onder gewone omstandigheden.

Bovengenoemde resultaten leeren echter het tegendeel.

Evenzoo zou, volgens genoemde theorie, in afgevallen bladeren weinig of geen alcaloïde mogen voorkomen en dit, hetzij in zijn geheel of althans voor een groot deel, vóór het afvallen zijn afgevoerd.

Ondervolgende analyses leeren echter het tegendeel.

Bladmoes van afgeplukte, nog levende, groene Succirubra-bladeren. I.	Bladmoes van afgevallen Succirubra-bladeren van den zelfden boom. II.	Bladsteel en hoofdnerf van het nog levende groene blad. III.	Bladsteel en hoofdnerf van het afgevallen Succirubra-blad. IV.
Totaal alcaloïde in proc.	Totaal alcaloïde in proc.	Totaal alcaloïde in proc.	Totaal alcaloïde in proc.
<i>a.</i> 0,728	<i>a.</i> 0,739	<i>a.</i> 1,01	<i>a.</i> 1,23
<i>b.</i> 0,739	<i>b.</i> 0,721	<i>b.</i> 0,997	<i>b.</i> 1,15
	<i>c.</i> 0,739		
	<i>d.</i> 0,750		
Id. van Ledgeriana.	Id. van Ledgeriana. (zelfde boomen)	Id. van Ledgeriana.	Id. van Ledgeriana.
<i>a.</i> 0,410	<i>a.</i> 0,420	<i>a.</i> 0,500	<i>a.</i> 0,647
<i>b.</i> 0,440	<i>b.</i> 0,440	<i>b.</i> 0,580	<i>b.</i> 0,615
<i>c.</i> 0,398			
<i>d.</i> 0,400			

Wijl echter de mogelijkheid niet is uitgesloten, dat de boom, wanneer hij 14 dagen of één maand in zijn geheel onder een kist geplaatst is, onder abnormale omstandigheden verkeert, hetgeen trouwens merkbaar was aan het afvallen van vele bladeren, werd de proef herhaald en op eene andere wijze ingericht.

Van een 50-tal bladeren werd de eene helft langs de middennerf weggenomen en onderzocht.

De andere helft met de hoofdnerf en bladsteel werd goed in stanniol gewikkeld, zoodat toetreding van licht absoluut was uitgesloten.

Na 12 uur of langer in stanniol gewikkeld te zijn geweest, werd de tweede helft van het blad onderzocht en waren de resultaten als volgt:

I.

C. succirubra-bladeren.

- a. 1e helft om 6 uur 's avonds weggenomen. Totaal alcaloïde : 0.197 gram in 50 halve bladeren.
- b. 2e helft om 6 uur volgenden morgen weggenomen. Totaal alcaloïde : 0.212 gram in 50 halve bladeren.

II.

C. succirubra-bladeren.

- a. 1e helft om 6 uur 's avonds weggenomen. Totaal alcaloïde : 0.248 gram in 50 halve bladeren.
- b. 2e helft om 6 uur volgenden morgen weggenomen. Totaal alcaloïde : 0.254 gram in 50 halve bladeren.

III.

C. succirubra-bladeren.

- a. 1e helft om 6 uur 's avonds weggenomen. Totaal alcaloïde : 0.233 gram in 50 halve bladeren.
- b. 2e helft om 6 uur 's morgens weggenomen. Totaal alcaloïde : 0.207 gram in 50 halve bladeren.

Deze proef werd ook in omgekeerden zin genomen, d.w.z. eerst het geheele blad 14 dagen in stanniol gewikkeld en daarna de eerste helft van het blad langs de hoofdnerf weggenomen en onderzocht; de 2e helft werd toen 14 dagen aan het licht blootgesteld en eveneens zonder hoofdnerf onderzocht. Nu werd het volgende resultaat verkregen :

IV.

C. succirubra-bladeren.

- a. 1e helft, nadat het geheele blad 14 dagen in stanniol gewikkeld was geweest. Totaal alcaloïde : 0.213 gram in 50 halve bladeren.
- b. 2e helft, nadat deze helft wederom 14 dagen aan het licht was blootgesteld geweest. Totaal alcaloïde : 0.198 gram in 50 halve bladeren.

Nu zouden, wanneer in het blad door het assimilatie-proces alcaloïden gevormd waren, deze waarden juist omgekeerd moeten zijn.

Uit deze onderzoekingen nu blijkt duidelijk, dat wanneer de plant 10 dagen, bij sommige onderzoekingen zelfs langer (een maand), van het licht wordt afgesloten dit van *geen* invloed is op het alcaloïde-

gehalte van het blad; terwijl LORSY bij zijne onderzoekingen *reeds na 12 uur* invloed meende te bemerken.

Evenmin is juist het resultaat waartoe LORSY volgens zijn onderzoekingen kwam, nl.: dat het alcaloïde in de *Cinchona's* een *assimilatie* product zou zijn.

Ware deze theorie juist, dan zou in de bladeren, welke geruimen tijd van het licht afgesloten zijn geweest, of in afgevallen bladeren, geen of zeer weinig alcaloïde mogen voorkomen en in het laatste geval, dit, hetzij in zijn geheel of althans voor een groot deel, vóór het afvallen zijn afgevoerd; terwijl de onderzoekingen leeren, dat het bladmoes van afgeplukte, nog levende, groene bladeren evenveel amorph alcaloïde bevat als het bladmoes van afgevallen, bruine, niet meer levende bladeren.

Voor de hand ligt het dus om aan te nemen, dat de alcaloïden stofwisselingsproducten zijn, welke in het blad of in andere organen gevormd worden en daar opgehoopt blijven, zonder in gewone omstandigheden van belang te zijn voor de stofwisseling.

Ten einde de juistheid van LORSY's stelling nl.: „Het uit het *Succirubra*-blad verdwijnende alcaloïde wordt naar den stam afgevoerd”¹⁾ na te gaan, werden nog de volgende proeven genomen.

Een 20-tal goed ontwikkelde takken van *C. Ledgeriana* werden geringd, d.w.z. een strook bast, ter breedte van 4 c.M. werd van de takken weggenomen en deze strook onderzocht. Van het geringde deel werd het hout goed schoongemaakt, om al het cambium te verwijderen, zoodat op die plaats nieuwe bastvorming onmogelijk was.

Achttien dagen na het ringen werd de tak bij den stam afgezaagd en zoowel onder als boven het geringde stuk opnieuw een 3 c.M. breede strook bast weggenomen.

Daar er nieuw weefsel (*callus*) aan de wondvlakte begon te ontstaan, werd, zoowel boven als onder, tusschen de wondvlakte en het nieuwe monster een strook bast van enkele millimeters breedte gelaten om invloed van nieuw weefsel te vermijden.

Het zou immers kunnen zijn, dat in dit nieuwe, abnormale weefsel het gehalte aan alcaloïde ook niet normaal was.

Het verkregen resultaat was als volgt:

Ie Proef.

a. Analyse van de eerste eigenlijke ringstukken, direct onderzocht.
7.20% kinine, of per 10 stukjes absoluut drogen bast, 1.69 gram chininum purum.

¹⁾ l.c. pag. 18.

b. Analyse van het monster bast, gelegen beneden het eigenlijke ringstuk, \pm 14 dagen na het ringen onderzocht :

7.35% kinine of, per 10 stukjes absoluut drogen bast, 1.69 gram chininum purum.

c. Analyse van het monster bast gelegen boven het eigenlijke ringstuk, \pm 14 dagen na het ringen onderzocht, dus waarin aanvoer van alcaloïde uit de bladeren zou kunnen plaats hebben :

6.60% kinine of, per 10 stukjes absoluut drogen bast, 1.48 gram chininum purum.

2e proef.

a. Analyse van de eigenlijke ringstukken, direct onderzocht :

8.66% kinine of, per 10 stukjes absoluut drogen bast, 2.89 gram chininum purum.

b. Analyse van het monster bast gelegen beneden het eigenlijke ringstuk, \pm één maand na het ringen onderzocht :

9.01% kinine of, per 10 stukjes absoluut drogen bast, 3.17 gram chininum purum.

c. Analyse van het monster bast gelegen boven het eigenlijke ringstuk, \pm één maand na het ringen onderzocht, dus waarin aanvoer van alcaloïde uit de bladeren zou kunnen plaats hebben :

7.53% kinine of, per 10 stukjes absoluut drogen bast, 2.79 gram chininum purum.

Het verschil in gehalte bij beide proeven van de monsters bast boven en onder den ring moet worden toegeschreven aan den leeftijd, want de bast van de stukken onder het geringde is ouder dan die boven het geringde, meer naar den top van den tak gelegen deel.

Ook op eene andere wijze werd de ringproef genomen en wel op de volgende.

Een boom, \pm 20 jaar oud, met volkomen gaven bast, werd geringd door op borsthoogte den bast weg te nemen, ter breedte van $13\frac{1}{2}$ c.M.

Het van den bast ontdane hout werd goed afgeschraapt, zoodat niet alleen al het cambium, doch ook nog een deel van het jonge hout werd verwijderd, waardoor nieuwe bastvorming totaal was nitgesloten.

Tegelijk werd even boven het geringde deel een strook bast ter lengte van 47 c.M. en ter breedte van 2 c.M. weggenomen en eveneens een gelijke strook onder het geringde deel.

Eerst 14 dagen, daarna 6 weken en ten slotte 3 maanden na het ringen werd, zoowel boven als onder het geringde deel, een tweede strook bast naast de eerste genomen en alle vier de strooken onderzocht.

Het verkregen resultaat was als volgt:

a. Gewicht ring bast 236 gram nat = 89 gram luchtdroog.

Gehalte 7,53% chininum purum of 2,30 gram kinine in een strook bast van 34 gram.

*b*₁. Gewicht reep bast boven den ring 88 gram nat = 34 gram luchtdroog.

Gehalte 8,10% chininum purum in absoluut drogen bast of 2,40 gram kinine in den reep bast van 34 gram.

*b*₂. Gewicht reep bast boven den ring, 14 dagen na het eerste monster genomen.

90 gram nat = 34 gram luchtdroog.

Gehalte 8,20% chininum purum in absoluut drogen bast of 2,55 gram kinine in den reep bast van 34 gram.

*b*₃. Gewicht reep bast boven den ring, 6 weken na het eerste monster genomen.

106 gram nat = 34 gram luchtdroog.

Gehalte 7,85% chininum purum in absoluut drogen bast 2,42 gram kinine in den reep bast van 34 gram.

*b*₄. Gewicht reep bast boven den ring, 3 maanden na het eerste monster genomen.

104 gram nat = 41½ gram luchtdroog.

Gehalte 6,67% chininum purum in absoluut drogen bast of 1,98 gram kinine in een reep bast van 34 gram.

*c*₁. Gewicht reep bast onder den ring, direct onderzocht.

90 gram nat = 34½ gram luchtdroog.

Gehalte 8,40% chininum purum in absoluut drogen bast of 2,61 gram kinine in een reep bast van 34 gram.

*c*₂. Gewicht reep bast onder den ring, 14 dagen na het eerste monster genomen.

90 gram nat = 34 gram luchtdroog.

Gehalte 8,23% chininum purum in absoluut drogen bast of 2,60 gram kinine in een reep bast van 34 gram.

*c*₃. Gewicht reep bast onder den ring, 6 weken na het eerste monster.

105 gram nat = 34 gram luchtdroog.

Gehalte 8,54% chininum purum in absoluut drogen bast of 2,64 gram in een reep bast van 34 gram.

*c*₄. Gewicht reep bast onder den ring, 3 maanden na het eerste monster genomen.

92 gram nat = 30 gram luchtdroog.

Gehalte 9,09% chininum purum in absoluut drogen bast of 2,70 gram kinine in een reep bast van 34 gram.

Uit deze onderzoeken blijkt dus duidelijk, dat er van afvoer van alcaloïde van de bladeren naar den stam geen sprake is, ja zelfs ziet men, dat bij de reepen bast boven den ring (zie onder b_3 en b_4) er een achteruitgang van kinine plaats vindt van 7,85% chininum purum, 6 weken na het ringen, tot 6,67%, 3 maanden na het ringen, of respectievelijk van 2,42 gram kinine tot 1,98 gram in een reep bast van 34 gram.

Een verklaring omtrent deze vermindering van kinine juist in de reepen bast boven den ring is nog niet gevonden, terwijl de reepen onder den ring nagenoeg geen verschillen aantoonen.

Men zou, hoewel de boom zelf tot het laatst vrij gezond van blad bleef, geneigd zijn een invloed van den wondprikkel aan te nemen, doch in ieder geval blijkt, dat van afvoer naar beneden geen sprake is.

In de Kinologische Studien van J. E. DE VRIJ¹⁾ N°. 10 wordt gezegd, dat BEHRENS in het praecipitaat, verkregen met het kleurloos filtraat, na verschillende manipulaties van het bastpoeder, met eene oplossing van jood in joodkalium geen spoor van de een of andere kristallijne herapathiet had kunnen waarnemen.

Ten einde nu na te gaan of er behalve het amorphe alcaloïde ook nog kristallijne alkaloiden in het bladmoes voorkomen, werd op de volgende wijze gewerkt.

100 gram blad van *C. succirubra*, van den bladstengel en de hoofdnerf, ontdaan werden gedroogd en volgens de te voren beschreven methode behandeld.

De zure zwavelzure oplossing der alcaloïden ten slotte verkregen, werd nogmaals gezuiverd door toevoeging van alkali en uitschudden met aether.

De aether verdampt en het residu opgenomen in water met een weinig zwavelzuur tot zwak zure reactie.

Na filtratie der zure waterige oplossing op een waterbad tot een strooperige massa ingedampt en opgenomen in alcohol.

Na filtratie de alcohol verdampt, het residu opgenomen in water en gefiltreerd.

De waterige, vrij kleurlooze oplossing alkalisch gemaakt en uitgeschud met aether.

De aether verdampt en het residu aan sublimatie onderworpen.

Het zeer geringe aanslag werd opgenomen in een spoor zoutzuur houdend water, tot droog verdampt in een exsiccator, het residu opgenomen in een druppel water en gefiltreerd.

¹⁾ Ned. Tijdschrift voor Pharmacie, Chemie en Toxicologie 1896.

Dit filtraat gaf bij verhitting met een spoor van een geconcentreerde oplossing van bicarbonas natricus een kristal van cinchonine.

Ook nog op een andere indirecte wijze kon worden aangetoond dat er een kristallijn alcaloïde in het bladmoes voorkomt.

Aanvallen van Atlas-rupsen zijn bij kina niet zeldzaam en daar zij zich in hoofdzaak voeden met het bladmoes en den bladsteel en de hoofdnerf onaangeroerd laten, werden zoowel de maaginhoud als de uitwerpselen van de Atlas-rups chemisch onderzocht; in beide gevallen kon cinchonine worden aangetoond, doch geen ander kristallijn alcaloïde¹⁾.

Bij het onderzoek van bladsteel en hoofdnerf kon, behalve cinchonine, ook nog cinchonidine en, afgaande op de fluorescentie, ook kinine worden aangetoond.

Ter vergelijking der verkregen resultaten bij het onderzoek van *Cinchona* komt het mij wel belangrijk voor hieronder in 't kort mede te deelen, waartoe de onderzoekingen van JULIUS FELDHAUS omtrent *Datura stramonium*²⁾ en van DU PASQUIER³⁾ en TH. WEEVERS⁴⁾ omtrent thee geleid hebben.

FELDHAUS komt op blz. 88 omtrent het onderzoek van *Datura stramonium* tot het navolgende resultaat:

Blätter: Die Zeit der Einsammlung ist ohne Einfluss auf den Alkaloidgehalt, denn in einem Falle enthielten die Ende Juli und die Ende August und in einem anderen Falle die Anfang September und Anfang Oktober gesammelten Blätter derselben Pflanzen eine nicht wesentlich verschiedene Menge Alkaloid. 0,46%o respektive 0,46%o Alkaloid und 0,30%o respektive 0,39%o Alkaloid.

Der Gehalt junger, an der Basis noch gelbgefärbter, etwa 5—10 cm. langer Blättchen mit 0,48%o Alkaloid war nicht wesentlich verschieden von dem vollentwickelter, zu gleicher Zeit von denselben Pflanzen gesammelter Blätter, der 0,49%o Alkaloid betrug. Damit ist die Ansicht SÜM-JENSENS, zu der er auf Grund seiner mikrochemischen Betrachtungen bei *Hyoseyamus* gelangt war, nicht bestätigt, dass in jungen Blättern der Alkaloidgehalt relativ grösser zu sein scheine.

Die weiteren mikrochemischen Untersuchungen von SÜM-JENSEN

1) Uitgaande van 200 gram uitwerpselen konden ook nog de andere kristallijne alcaloïden worden aangetoond.

2) Quantitative Untersuchung der Verteilung des Alkaloides in den Organen von *Datura stramonium*. Inaugural Dissertation von JULIUS FELDHAUS, Marburg 1903.

3) Beiträge zur Kenntnis des Thees. Inaugural Dissertation von PAUL A. DU PASQUIER, Zürich 1908.

4) Die Physiologische Bedeutung des Koffeins und des Theobromins von TH. WEEVERS. Annales du Jardin Botanique de Buitenzorg (Volume XXI) 2e Serie. (Volume VI) 1^e Partie.

sowohl die von PUL. MOLLE zeigten, dass die grösste Alkaloidmenge in den Gefässbündeln, wenig oder gar nichts im Mesophyll der Blätter zu finden sei.

Ich fand im Assimilationsgewebe 0,48%, in Mittel- und Sekundärnerven 1,39% und in den Blattstielen derselben Blätter 0,69% Alkaloid.

Bei Hyoseyamusblättern hatte E. SCHMIDT eine Trennung in Blattflächen und Blattstiele vorgenommen und fand in den Blattflächen 1) 0,2726% und 2) 0,2861% Alkaloid, in den Blattstielen 1) 0,36% und 2) 0,365% Alkaloid. Also auch bei Hyoseyamus ein höherer Gehalt an Alkaloid in den Blattstielen als in den Blattflächen.

Eine ergiebige Chilisalpeterdüngung ist ohne Einfluss auf den Alkaloidgehalt. Blätter von Pflanzen, die auf ungedüngtem Beete gewachsen waren, hatten 0,49% Alkaloid, von Pflanzen, die auf dem Salpeterbeete gewachsen waren, 0,50% Alkaloid. Samen von Pflanzen der ersten Sorte hatten 0,34% Alkaloid, von der zweiten Sorte 0,34% Alkaloid.

Assimilation. Verdunkelung ist auch von keinem Einflusse auf den Alkaloidgehalt. Im Dunkeln aufgewachsene Keimpflanzen hatten, 0,66% Alkaloid, normal aufgewachsene derselben Samen 0,67% Alkaloid.

Ebenso konnte CLAVRIAU keinen Unterschied im Alkaloidgehalte hell und dunkel erwachsener Keimpflänzchen von Coffea- und Thea-Arten beobachten.

Blatthälften am Abend gesammelt hatten 0,48% Alkaloid; die zugehörigen Blatthälften, am folgenden Morgen gesammelt, hatten 0,40% Alkaloid. Blatthälften abends gesammelt hatten 0,51% Alkaloid, die zugehörigen Blatthälften, nach dreitägiger Verdunkelung gesammelt, hatten 0,51% Alkaloid. Es findet also während der Nacht oder künstlicher Verdunkelung keine Ableitung des Alkaloides statt.

Es tritt aber auch bei Tage keine wesentliche Vermehrung des Alkaloidgehaltes als in ausgewachsenen Blättern ein, ich müsste sonst, da ja keine Ableitung stattfindet, in den an verschiedenen Tagen gesammelten Blatthälften derselben Blätter einen wesentlich höheren Alkaloidgehalt als in den später gesammelten Hälften gefunden haben. Ich fand in Blatthälften 0,33% Alkaloid; in den zugehörigen, nach drei Tagen ohne künstliche Verdunkelung gesammelten Blatthälften fand ich 0,33% Alkaloid.

Die Verletzung des Blattes veranlasste also auch nicht eine stärkere Alkaloidproduktion.

Aus allen Versuchen geht hervor, dass das Alkaloid kein direktes Produkt der Wirkung des Lichtes auf die Blätter ist, also auch kein Assimilationsprodukt.

DU PASQUIER komt omtrent het onderzoek van thee op pag. 36 tot het resultaat :

Alle drei Wege führten mithin zum selben Resultate : Koffein spielt in der Theepflanze die Rolle eines Abfallproduktes.

DU PASQUIER vond namelijk in 50 afgevallen theebladeren (droog gewicht 11,000 gr.) aan totaal gewicht caffeine 0,1001 gr. of in procenten 0,91 proc.

Hij zegt verder op pag. 22 :

Vergleicht man diese Zahlen mit meiner früheren Reihe (Seite 21, Tabelle VIII), so sieht man, dass sie sich aufs schönste an jene Zahlen angliedern würden, so dass also ein Rückgang oder sogar ein Verschwinden im Koffeingehalt bei den abgefallenen Blättern nicht zu erkennen ist.

Dit resultaat komt echter niet overeen met dat van WEEVERS, die in afgevallen theebladeren geen caffeine vond.

DU PASQUIER geeft hieromtrent de volgende verklaring :

Es war mir denn auch nicht schwierig, die Erklärung für das Nichtauffinden von Koffein durch ⁵/₂ WEEVERS — DE GRAAF zu geben. Dieselben verwendeten zur Koffeinbestimmung eine Methode, in der die Blätter mit ungelöschtem Kalk behandelt werden. Nun hat aber A. BEITNER 1901 in seiner Arbeit „Neuere Erfahrungen über Koffeinbestimmung“ nachgewiesen, dass beim Behandeln mit Kalk die Hälfte des ganzen Koffeins zersetzt wird. Bedenkt man ferner, dass BEITNER seine Beobachtungen an mehrere Prozent Koffein enthaltenden Thees machte und dass der Prozentgehalt der abgefallenen Blätter an Koffein nicht einmal 1% beträgt, so wird man leicht einsehen können, dass die geringe Menge Koffein leicht übersehen wurde, und WEEVERS Begründung mithin nicht stichhaltig ist. Dazu kommt, dass sie keine quantitativen Bestimmungen machten, sondern nur den qualitativen Nachweis zu führen suchten.

Ter vergelijking met mijne, bij kina genomen proeven, werden ook nog de bladeren van een theestruik onderzocht. De verkregen resultaten stemmen in zooverre met die van DU PASQUIER overeen, dat duidelijk caffeine nog kon worden aangetoond in de bladeren van een theestruik welke 14 dagen van het licht waren afgesloten.

Omtrent het voorkomen van caffeine in de afgevallen bladeren, kon door gebrek aan materiaal geen onderzoek worden ingesteld.

Ten slotte mijn vriendelijken dank aan Dr. A. RANT, Botanist bij de Gouvernements kina-onderneming, voor zijne wenken en raadgevingen bij dit onderzoek.

C O N C L U S I E S.

De conclusies, waartoe bovenstaande onderzoekingen leiden zijn:

1°. Onjuist is de bewering van J. P. LORSY, dat een verblijf in licht of donker van het blad van invloed is op het alcaloïde-gehalte ervan.

2°. Evenzoo onjuist is zijn meening, dat op de meer of mindere vorming en wegvoering van het alcaloïde de weersgesteldheid invloed uitoefent.

3°. Het alcaloïde is geen assimilatie- doch een afvalsproduct.

4°. Dat er in het bladmoes en de zijnerfen, zoowel van *C. Ledgeriana* als van *C. succirubra*, wel degelijk kristallijne alcaloïden voorkomen en ook kinine.

5°. Dat er in den bladsteel en de bladnerf van *C. Ledgeriana* en *C. succirubra*, behalve cinchonine, ook kinine wordt aangetroffen.

VERKLARING DER AFBEELDINGEN.

- Fig. I. Cinchonine uit bladeren van *C. succirubra*.
 Fig. II. Cinchonine-kristallen, verkregen met bicarbonas natricus uit de uitwerpselen der Atlas-rups
 Fig. III. Cinchonine-kristallen, verkregen met bicarbonas natricus uit den inhoud van de Atlas-rups
 Fig. IV. Cinchonine-kristallen, verkregen met bicarbonas natricus uit de pop van de Atlas rups,
 Fig. V. Sublumaat van theïne, opgelost in water en laten kristalliseeren (donker).
 Fig. VI. Sublumaat van theïne, opgelost in water en laten kristalliseeren (licht).
 Fig. VII. Theïne (donker) met natriumacetaat.
 Fig. VIII. Cinchonine uit hoofdnerf en bladsteel.
 Fig. IX. Cinchonine uit bladmoes en zijnerfen.
 Fig. X. Cinchonidine uit hoofdnerf en bladsteel.

Aardkunde. — De Heer MOLENGRAAFF biedt eene mededeeling aan van den Heer J. H. BONNEMA „*Diluviale zwerfsteenen van het eiland Borkum*”.

Deze mededeeling verschijnt in het Verslag der volgende vergadering.)

Voor de boekerij wordt aangeboden:

1°. door den Heer VAN DER STOK: a. „*Elementaire theorie der getijden. Getijconstanten in den Indischen Archipel*”; b. „*Etudes des phénomènes de marée sur les côtes néerlandaises*”.

2°. door den Heer HOOGWERFF de dissertatie van den Heer J. F. B. VAN HASSELT: „*Bijdrage tot de kennis der constitutie van het bicine*”.

3°. door den Heer HOLLEMAN de dissertatie van den Heer I. J. RINKES: „*Quantitatief onderzoek over de monohalogenoering van phenol*”.

De vergadering wordt gesloten.

KONINKLIJKE AKADEMIE VAN WETENSCHAPPEN
TE AMSTERDAM.

VERSLAG VAN DE GEWONE VERGADERING
DER WIS- EN NATUURKUNDIGE AFDEELING
van Zaterdag 25 Juni 1910.

Voorzitter: de Heer H. A. LORENTZ.

Secretaris: de Heer J. D. VAN DER WAALS.

I N H O U D.

- Ingekomen stukken, p. 138.
- Verslag van den Heer H. G. VAN DE SANDE BAKHUYZEN over de 4de algem. vergadering van de Internat. Associatie der Akademiën, gehouden te Rome, p. 138.
- Verslag van de Heeren C. WINKLER en J. W. VAN WIJHE over eene verhandeling van den Heer C. U. ARIENS KAPPERS, getiteld: „The migrations of the motor cells of the Trigemini, Abducens and Facialis in the series of vertebrates and the differences in the course of their root-fibres”, p. 138.
- J. H. BONNEMA: „Diluviale zwerfsteenen van het eiland Borkum”, (Aangeboden door de Heeren G. A. F. MOLLINGRAAFF en J. W. MOLL), p. 141. (Met één plaat).
- L. BOLK: „Over de ontwikkeling van het verhemelte en de beteekenis van de tandlijst bij den mensch”, p. 146.
- W. VAN BEMMELEN en C. BRAAK: „Voorloopig bericht omtrent het in het jaar 1909 te Batavia aangevangen onderzoek der hoogere luchtlagen”, p. 161.
- C. VAN WISSELINGH: „Over de kernstructuur en de karyokinese bij *Closterium Ehrenbergii* Men”, (Aangeboden door de Heeren J. W. MOLL en F. A. F. C. WENT), p. 170.
- C. T. VAN VALKENBERG: „Over den Nucleus facialis dorsalis, Nucleus trigemini posterior, Nucleus trochlearis posterior”, (Aangeboden door de Heeren L. BOLK en C. WINKLER), p. 181. (Met 4 platen).
- A. F. HOLLEMAN en T. VAN DER LINDEN: „Over de halogeneering der monohalogenbenzolen”, p. 188.
- Mej. ADA PRINS: „Kritische verschijnselen in het ternaire stelsel aether-anthrachinon-naphthaline”, (Aangeboden door de Heeren J. D. VAN DER WAALS en A. F. HOLLEMAN), p. 204.
- E. H. BÜCHNER: „Onderzoekingen over het radiumgehalte van gesteenten” I. (Aangeboden door de Heeren A. F. HOLLEMAN en P. ZEEMAN), p. 210.
- H. J. HAMBURGER en F. BUBANOVIC: „Over het doorlatingsvermogen van onder physiologische voorwaarden verkeerende roode bloedlichaampjes in 't bijzonder voor alkali- en aardalkalimetalen”, p. 216.
- F. E. C. SCHEFFER: „Over de continue samenhang tusschen de driefaselijnen, welke de evenwichten tusschen de beide componenten in vasten toestand respect. naast vloeistof en damp aangeven in een binair stelsel”, (Aangeboden door de Heeren J. D. VAN DER WAALS en P. ZEEMAN), p. 229. (Met één plaat).
- P. ZEEMAN en B. WINAWER: „De magnetische splitsing van absorptielijnen in verband met het spectrum der zonnevlekken”, (3e mededeeling), p. 233.
- A. PANNEKOEK: „Onderzoekingen over den bouw van den melkweg”, (Aangeboden door de Heeren H. G. en E. F. VAN DE SANDE BAKHUYZEN), p. 243.
- CLEMENT REID en MIS ELEONOR M. REID: „A further investigation of the pliocene flora of Tegelen”, (Aangeboden door de Heeren G. A. F. MOLLINGRAAFF en J. W. MOLL), p. 262. (Met één plaat).
- A. SMITS en H. DE LEEUW: „Over het unaire trimoleculaire, pseudoternaire stelsel acetylparacetaldhyde”, (Aangeboden door de Heeren A. F. HOLLEMAN en J. D. VAN DER WAALS), p. 272. (Met één plaat).
- A. SMITS en H. DE LEEUW: „Over het stelsel acetaldehyd alcohol”, (Aangeboden door de Heeren A. F. HOLLEMAN en J. D. VAN DER WAALS), p. 283.
- A. SMITS en W. J. DE MOOY: „Over het stelsel chloor-zwavel-dioxyde”, (Aangeboden door de Heeren A. F. HOLLEMAN en J. D. VAN DER WAALS), p. 293.
- A. SMITS: „Over kritische eindpunten in ternaire stelsels”, (Aangeboden door de Heeren J. D. VAN DER WAALS en P. ZEEMAN), p. 296. (Met één plaat).
- C. WINKLER en G. A. VAN RIJNBERK: „Experimenteele onderzoekingen over segmenteelinervatie van de huid van den hond. 3e mededeeling: Over vorm en ligging der dermatomen van de achterpoot”, p. 307.
- H. KAMERLINGH ONNES en E. MATHIAS: „De rechtlijnige diameter van zuurstof”, p. 344.
- Aanbieding van boekgeschenken, p. 345.
- Erratum, p. 345.

Het Proces-Verbaal der vorige vergadering wordt gelezen en goedgekeurd.

Ingekomen zijn:

1°. Brief van H. H. Administrateurs van het P. W. KORTHAALS-fonds met kennisgeving dat dit jaar weder een som van f'600.— beschikbaar wordt gesteld ter bevordering der kruidkunde.

Wordt gesteld in handen der botanische Leden van de Afdeling met verzoek te willen adviseeren omtrent de wijze, waarop de gelden zullen besteed worden.

2°. Brief van Prof. GEORGE E. HALE te Mount Wilson (Cal.), waarin hij dankzegt voor zijne benoeming tot buitenlandsch Lid der Akademie.

Voor kennisgeving aangenomen.

3°. Circulaire van de „Gesellschaft für die Beförderung der experimentellen Wissenschaften und deren praktischen Anwendungen des Namens „Christoph Ledenzow”” te Moscou, waarin kennis gegeven wordt van de oprichting van die vereeniging met toezending van hare statuten.

Voor kennisgeving aangenomen.

4°. Circulaire met bijlagen betreffende de in 1911 te Dresden te houden internationale tentoonstelling voor hygiëne.

Voor kennisgeving aangenomen.

De Heer H. G. VAN DE SANDE BAKHUYZEN brengt verslag uit over de 4^{de} algemeene vergadering der Internationale Associatie der Akademien, in Mei j. l. te Rome gehouden, welke vergadering hij als afgevaardigde der Akademie bijwoonde. Dit verslag zal worden opgenomen in het Jaarboek der Akademie voor 1910.

Naar aanleiding hiervan benoemt de Voorzitter eene commissie, bestaande uit de Heeren HUGO DE VRIES, BELJERINCK en BURCK, welke commissie zal hebben na te gaan in hoeverre het wenschelijk is dat de Akademie zich wende tot de Regeering om te wijzen op de wenschelijkheid van een internationale bestrijding der ziekten van cultuurplanten en de Regeering uitmoedige om, met het oog op deze bestrijding, tot uitbreiding der bevoegdheden van het Internationaal Landbouwinstituut te Rome te willen medewerken.

Anatomie. — De Heer VAN WIJHE brengt ook namens den Heer WINKLER het volgende verslag uit:

Dr. C. U. ARRIËNS KAPPERS heeft onder den titel van: „*The migrations of the motor cells of the Trigemini, Abducens and Facialis in the series of vertebrates and the differences in the course of their root-fibres*”, een lijvige verhandeling met tabellen en een groot aantal mikro-fotographiën aangeboden. Deze verhandeling bevat de gedetailleerde uitwerking eener gedachte, die door den schrijver reeds

vroeger onder den naam van neurobio-taxis in de wetenschap is binnengeleid, een gedachte, welke door deze verhandeling tot een regelmatige doorgevoerde werkhypothese verheven wordt.

De schrijver begint zijn werk met een overzicht van den bouw der oblongata. Met oudere schrijvers als BELL, VAN WIJHE, GASKELL enz., onderscheidt hij scherp, somatische en viscerale wortels, die ieder voor zich uit sensorische en motorische zenuwvezels bestaan. Dientengevolge kent hij somato-sensorische en viscero-sensorische kernstelsels, waarin de centripetale vezels eindigen benevens somato-motorische en viscero-motorische kernstelsels, waaruit de centrifugale ontspringen. De oblongata, die men na aftrek van hetgeen er uit de phylogenetisch latere formaties (bijv. uit het neopallium) is ingegroeid, kan beschouwen als een zeer oud zenuwstelsel (een palae-encephalon), bestaat dan nagenoeg uitsluitend uit deze kernstelsels en hun verbindingen. Zij is dan bij alle vertebrata overeenstemmend gebouwd, en wel zoo, dat de somato-sensorische kernen latero-dorsaal, de viscero-sensorische dorsaal en meer mediaal zijn gelegen, terwijl de somato-motorische kernen ventraal, de viscero-motorische dorsaal worden aangelegd.

De schrijver licht toe, dat reusachtige verschillen in de grootte der verschillende sensorische kernen bestaan; desniettemin vindt men ze overal op dezelfde plaatsen. De motorische kernen evenwel, al zijn zij ook oorspronkelijk volgens dezelfde wetten aangelegd, blijven niet altijd aan dezelfde plaats gebonden. Er treden verplaatsingen op. Soms zeer omvangrijke. Bij den volwassen mensch bijv., waar de somato-motorische nucleus abducens ventraal wordt aangelegd en bij het embryo van 10.5 m.M. nog ligt, vindt men die kern dorsaal, terwijl omgekeerd de dorsaal aangelegde nucleus facialis ventraal in het tegmentum wordt gevonden.

Wat nu in de ontogenie bij den mensch plaats vindt, ziet schrijver, als hij vergelijkend de vertebraten-oblongata onderzoekt, op onderscheiden wijze bij de verschillende vertebraten gebeuren. De motorische kernen verhuizen door de oblongata. Zij verhuizen van dorsale in ventrale, van caudale naar frontale richting, of in beide richtingen.

De oorzaak van die verhuizing te leeren kennen is het doel van den schrijver. Hij vindt haar in den invloed, dien de motorische kern ondergaat van de sensorische, door wie zij in physiologischen zin geprikkeld wordt. Wordt een bepaald sensorisch gebied grooter, dan begint de van dit gebied afhankelijke motorische kern er eerst meer uitloopers heen te zenden, weldra volgen de cellen de uitloopers en ten slotte zoekt de motorische kern een plaats zoo dicht bij het prikkelend

sensorisch gebied als mogelijk is, d. w. z. als andere haar prikkelende gebieden het veroorloven.

Zoo zal bijv. een motorische trigeminuskern geprikkeld kunnen worden door smaak-impulsen (sensorische facialiskern en sensorische glosso-pharyngeuskern), maar zoodra er kaken komen en gekauwd wordt, ook door de sensorische impulsen der kaakwanden (sensorische trigeminuskern). Er is nu een wedstrijd tusschen die twee reeksen van impulsen, wie de motorische trigeminuskern tot zich zal trekken.

Bij dieren met groote sensorische facialis-glosso-pharyngeuskern, volgt zij die kern in dorso-caudale richting, bij dieren met kauwkaken en geringen smaak de sensorische V-kern in fronto-ventrale richting. Schrijver ziet in dien wedstrijd de uitdrukking van hetgeen hij het neuro-bio-tactisch principe noemt. Dit beginsel voert hij door, voor de relatieve localisatie der kernen en wortelvezels van een aantal motorische hersenzenuwen, nml. van den V^{den}, VI^{den} en VII^{den}.

Om dit te kunnen doen, heeft hij regelmatig van meerdere vertegenwoordigers der Cyclostomata, Selachii, Teleostei, Amphibia, Reptilia, Aves en Mammalia, de oblongata bestudeerd, en heeft hij, op zeer overzichtelijke wijze, de relatieve ligging hunner motorische kernen in kaart gebracht. Hij toont ons de onderlinge afwijkingen dezer ligging. Voor elk afzonderlijk geval toont hij aan, hoe functie en levenswijze van het dier, de grootte van één of meer bepaalde sensorische gedeelten bepaalt, en daarmee tevens de bijbehorende motorische kern tot een bepaalde plaats dwingt.

Veel te ver zou het voeren om de tallooze détails dezer verhandeling, de vrucht van een arbeid van eenige jaren hier te vermelden. De schrijver vraagt veel van de Akademie. Reproductie van 85 mikro-fotographiën is geen kleinigheid. Maar daaronder zijn de meeste van zeldzaam onderzochte, zeldzaam of nooit afgebeelde oblongatae als van Varanus, Tinea etc. En het komt ons voor dat het niet te veel is, als men in aanmerking neemt, welk belangrijk algemeen gezichtspunt voor den oblongata-bouw hier geopend wordt. Uwe commissie meent dus, dat de eerste publicatie uit het centrale Nederlandsche Herseninstituut, dat met het onderzoek van het rhombencephalon is belast, een zeer waardigen indruk maakt en adviseert tot het opnemen van het onderzoek in de Handelingen der Akademie.

C. WINKLER.

J. W. VAN WIJHE

De conclusie van het Verslag om deze verhandeling op te nemen in de Werken der Akademie wordt goedgekeurd.

Aardkunde. — De Heer MOLENGRAAFF biedt eene mededeeling aan van den Heer J. H. BONNEMA: „*Diluviale zwerfsteenen van het eiland Borkum*”.

(Mede aangeboden door den Heer J. W. MOLL).

(Aangeboden in de vergadering van 28 Mei 1910).

Voor een paar jaar ontving ik een viertal steenen, welke door Dr. LORIÉ op het strand van het eiland Borkum waren gevonden, om daarvan den ouderdom te bepalen. Deze wekten zoozeer mijne belangstelling op, dat ik ook zelf eenen tocht naar dit eiland maakte, waardoor nog 21 stuks in mijn bezit kwamen. Deze 25 steenen vormen het onderwerp van deze korte mededeeling.

Zoowel de door Dr. LORIÉ als de door mij verzamelde zwerfsteenen zijn afkomstig van het noorderstrand van het middelste gedeelte van bovenvermeld eiland, welk gedeelte Tüsskendoor wordt genoemd. In overeenstemming met hunne vindplaats vertoont de oppervlakte dikwijls den eigenaardigen glans, welke door stuivend zand wordt veroorzaakt.

Ze zijn alle van sedimentairen oorsprong en bestaan uit kalksteen, dolomiet of zandsteen.

Voor zoover ze uit een van de beide eerstgenoemde substanties bestaan, vertoonen ze meestal aan hunne oppervlakte spleetvormige gaten, welke in het midden iets zijn ingesnoerd. Hierdoor zijn deze laatste min of meer 8-vormig. Gewoonlijk zijn deze gaten ongeveer 2 mm. lang. De lengte wisselt echter van 1 tot 6 mm.

Aan deze openingen beantwoorden niet zeer diepe kanalen, welke gewoonlijk iets gebogen zijn en meer of minder loodrecht op het oppervlak staan. Dikwijls zijn deze kanalen van binnen met een dun kalkhuidje bekleed.

Dat deze kanalen door een of ander borend dier waren veroorzaakt, stond bij mij vast. Daar mij alleen het boren in steen van sponsen, zeeëgels en lamellibranchiaten bekend was, vermoedde ik, dat ze wegens hunne geringe grootte aan boorsponsen moesten worden toegeschreven. Om hieromtrent zekerheid te krijgen, zond ik een paar zwerfsteenen aan Prof. VOSMAER en vernam toen, dat mijn vermoeden niet juist was.

Ondertusschen schreef mij Dr. GRÖNWALL uit Kopenhagen, wien ik een foto van een der zwerfsteenen gezonden had, dat dergelijke zeer veel op de deensche kusten worden gevonden en de boorgaten door de deensche geologen aan een worm n.l. *Polydora ciliata* worden toegeschreven.

Met de medewerking van Prof. VOSMAER, wien ik ook hier voor

zijne hulp mijn welgemeenden dank betuig, vond ik een paar verhandelingen over het boren in steen door wormen.¹⁾ Door middel van deze publicaties kon ik nagaan, dat de gaten werkelijk waren veroorzaakt door *Polydora (Leucodora) ciliata* JOHNSST.

Bij verschillende steenen bevinden zich, zooals op de bijgevoegde afbeelding ook duidelijk is waar te nemen, de openingen der kanalen op den bodem van ondiepe trechtervormige holten. Volgens mijne opinie zijn deze laatste veroorzaakt, doordat de steenen, nadat zij door *Polydora ciliata* waren aangeboord, een poos over den bodem der zee hebben heen en weer geschuurd. Bij deze gelegenheid kon het zand bij de openingen der kanalen het best zijne eroderende werking uitoefenen.

De zwerfsteenen, welke het fraaist zijn aangeboord, heb ik ongeschonden gelaten, zoodat hiervan de ouderdom niet kon bepaald worden. De andere kunnen tot de volgende rubrieken worden gebracht.

1. Scolithus-zandsteen²⁾.

Van dit gesteente zijn twee stukken aanwezig. Het eene is lichtgrijs met gele vlekken en bezit dunne buizen met een diameter van ongeveer 1,5 mm. Het andere is geelbruin, soms iets roodachtig en de hierin voorkomende buizen hebben een diameter van ongeveer 3 mm.

Zooals voldoende bekend is, bezit dit gesteente een ondercambrischen ouderdom, is het bijna overal in het diluvium van Nederland en Duitschland aangetoond en komt het als vaste rots in de buurt van Kalmar voor.

Volgens Prof. DEECKE³⁾ hebben de buizen haar ontstaan te danken aan het opstijgen van luchtbellens door het zand, waaruit dit gesteente is gevormd. Deze lucht zou bij krachtigen golfslag onder het zand bedolven zijn geraakt, terwijl zij daar bleef, totdat het bovenste zand droog was geworden. Ik was nog niet in de gelegenheid om het door DEECKE vermelde verschijnsel waar te nemen. Wel zag ik laatst bij Scheveningen na ebbe, dat telkens, wanneer een golf een droog gedeelte van het strand overstroomde, luchtbellens naar boven kwamen en verticale buizen in het natte zand achterlieten.

¹⁾ E. RAY LANKESTER, On Lithodorous Annelids. Ann. and Mag. of Nat. Hist., 1868, Ser. 4, Vol. I, pag. 233—238.

W. C. M. INTOSH, On the Boring of certain Annelids. Ann. and Mag. of Nat. Hist., 1868, Ser. 4, Vol. II, pag. 276—296.

²⁾ H. G. JONKER, Beiträge zur Kenntnis der Sedimentärgeschichte in Niederland. Mitteil. a. d. Mineral.-Geol. Institut zu Groningen, 1905, Bd. I, Heft 1, S. 91.

³⁾ W. DEECKE, Einige Beobachtungen am Sandstrande (mit 6 Textfiguren). Centralblatt f. Mineral., Geol. und Paläontol., 1906, S. 726.

Indien de door DEECKE gegeven verklaring de juiste is, vind ik het zeer merkwaardig, dat zandsteen met dergelijke buizen alleen in ondercambrische lagen, zoowel in Amerika als in Europa, voorkomt.

2. Zandsteen met elkaar kruisende, bruinviolette lagen

Ten onrechte noemt JONKER ¹⁾ dit gesteente „Sandstein mit discordanter Parallelstruktur“. Dit zou juist zijn, wanneer de beide systemen van lagen elkaar slechts ontmoeten, maar hier snijden ze elkaar.

Dit gesteente, waarvan ik één stuk vond, komt in ouderdom met het vorige overeen en wordt ook menigvuldig in het diluvium aangetroffen. Als vaste rots is het niet bekend, maar vermoedelijk is het als zoodanig aanwezig op den bodem van het noordelijk deel van den Kalmarsund, daar het in den vorm van zwerfsteen veelvuldig op de westkust van Oeland wordt aangetroffen.

3. Baksteenkalk. ²⁾

Ook hiervan vond ik één stuk. Het binnenste onverweerde gedeelte bestaat uit dichte, splinterige, blauwgrijze, kiezelige kalksteen, welke rijk is aan naalden van kiezelsponzen. Ook bevat deze zwerfsteen een rest van een *Cyclocrinus*-soort. Door verweering is het buitenste gedeelte bruinachtig geworden. Bij verdere verweering zou het zonder twijfel de structuur van baksteenkalk aannemen, zooals ik uit waarnemingen, op het eiland Oeland gedaan, meen te mogen besluiten. Zwerfsteen van dit gesteente, min of meer tot typische baksteenkalk verweerd, vond ik aldaar in groote hoeveelheid aan de oostkust bij Segerstad. Vermoedelijk is dit ondersilurische gesteente dan ook als vaste rots op den bodem der Oostzee ten Oosten van Oeland aanwezig. Waarschijnlijk komt de ouderdom van dit gesteente het meest overeen met dien van de Itfersche laag (C₃) der russische Oostzeeprovincien.

4. Phaseoluskalk. ³⁾

Het stuk, dat ik van dit gesteente vond, bestaat uit geelgrijze,

¹⁾ H. G. JONKER, Beiträge zur Kenntnis der Sedimentärgeschichte in Niederland. Mitt. a. d. Mineral.-Geol. Institut zu Groningen, 1905, Bd. I, Heft 1, S. 94.

²⁾ H. G. JONKER, Beiträge zur Kenntnis der Sedimentärgeschichte in Niederland. Mitteil. a. d. Mineral.-Geol. Institut zu Groningen, 1905, Bd. I, Heft 1, S. 132.

³⁾ H. G. JONKE, Bijdragen tot de kennis der Sedimentaire zwerfsteen in Nederland. Verhand. Kon. Akad. v. Wetensch. te Amsterdam, (2e sectie), 1906, Dl. XII, No. 3, pag. 25.

bijna dichte kalksteen met donkere kristallijne gedeelten, die bij onderzoek in kalkspaat gepetrificeerde stromatoporen en koralen bleken te zijn. Doordat het tevens resten van *Proctus conspersus* ANG., *Beyrichia protuberans* BOLL., *Primitia mundula* JONES en *Spirifer elevatus* DALM. sp. bevat, blijkt voldoende, dat dit gesteente in onderdom overeenkomt met de Bovenste Oeselsche laag (K). Op verschillende plaatsen van ons diluvium vond ik echter zwerfsteenen van hetzelfde gesteente, welke behalve bovengenoemde fossielen ook zulke bevatten, die kenmerkend zijn voor de onderste (gele) zone van bovengenoemde laag b.v. *Meristina didyma* DALM. sp. Hierom aarzel ik ook niet om den ouderdom van dit gesteente gelijk te stellen met dien van deze zone (K₁).

5. Chonetenkalk (Beyrichienkalk).

Hiertoe reken ik ten eerste een stuk blauwgrijze kalksteen, welke bijna geheel bestaat uit kleppen van *Orthis canaliculata* LANDSTRÖM (*Orthis orbicularis* v. SCHMIDT). Bovendien bevat dit stuk ook nog vischschubben, een paar exemplaren van *Ptilodictya lanceolata* LONSDALE en een glabella van eene *Calymene*-soort. Door ROEMER¹⁾ werd deze kalksteen reeds onder *d* als een der soorten Beyrichienkalk onderscheiden.

Verder moet hiertoe gebracht worden een stuk lichtgrijze, soms geelachtige, fijnkorrelig kristallijne kalksteen, dat bij verweering zeer veel resten van kleine organismen blijkt te bevatten. Hiertoe behooren vooral gladde schalen en kleppen van Ostrakoden. Door het voorkomen van *Kloedenia Wilckensiana* JONES, *Pholidops antiqua* SCHLOTH. sp. en vischschubben (o.a. van *Thelodus parvidens* AGASSIZ) wordt voldoende bewezen, dat dit gesteente evenals het vorige tot de Choneten-(Beyrichien) kalk behoort en in onderdom overeenkomt met de grijze zone der Bovenste Oeselsche laag (K₂).

In den laatst beschreven zwerfsteen vond ik ook een klep van een nog onbekende Ostrakode, welke den naam van *Kirkbya* (?) *Loriici* heeft gekregen en op bijgaande plaat als figuur 2 is afgebeeld. De gevonden klep houd ik voor een rechter. Haar lengte bedraagt 0,9 mm. en haar hoogte 0,6 mm. Ze is ongeveer ovaal van vorm. Langs den slotrand bevindt zich een smalle dorsaalvlakte. Langs den afgeronden kant, die deze dorsaalvlakte van de zijvlakte scheidt, bezit deze laatste eene vlakke indeuking. Overigens is de zijvlakte gelijkmatig en zwak gewelfd, behalve dat zij ongeveer in het

1) F. ROEMER, *Lethaea erratica*, 1885, pag. 93.



Fig. 1.

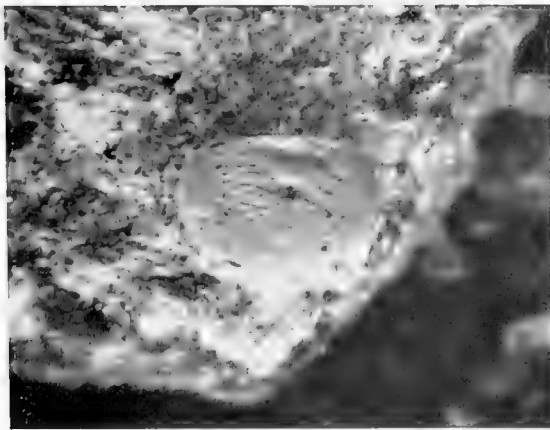


Fig. 2.

Fig. 1. Door *Polydora (Leucodora) ciliata* JOHNST. aangeboorde zwerfsteen van Borkum. Natuurl. grootte.

Fig. 2. Rechter klep van *Kirkbya (?) Loriëi* BONNEMA. 30 maal vergroot.



midden eene kleine ronde indeuking bezit, welke zeker aangeeft, waar de sluitspier zich aan den binnenkant vasthechtte. Zeer karakteristiek zijn streepvormige verhevenheden, welke door ongeveer even breede groeven van elkaar zijn gescheiden en aan de beide einden der klep ontbreken. Voortzettingen van de groeven dringen soms een eindje in de verhevenheden. Deze laatste loopen ongeveer van boven achter naar onder voor. Deze klep, waaraan te weinig is te zien om na te gaan tot welk geslacht het dier behoorde, waarvan ze afkomstig is, herinnert aan die, welke JONES ¹⁾ tot *Kirkbya* (? *Walcotti*) rekent en afkomstig is uit het Canadeesche devoon. Nog sterker doet zij dit aan de ondercarbonische *Kirkbya* (? *Baryehilina*) *costata* Mc Coy ²⁾.

6. Dolomiet met vischresten.

Hiervan bezit ik twee stukken. Het eene is geelbruine, soms iets donkergrijze, fijnkorrelige dolomiet met vele holten, waarvan de wanden met kleine dolomietkristallen zijn bezet. Het andere onderscheidt zich hiervan, doordat het bijna dicht en van kleur meer roodachtig is.

Wat den ouderdom van deze dolomieten betreft, zoo moeten deze wegens het bevatten van vischresten hoogstens tot het jongste siluur worden gerekend. Het is zelfs wel mogelijk, dat ze niet ouder dan devoon zijn.

7. Eocene kalkzandsteen.

Het is een stuk zachte, grijze, fijnkorrelige, bij verweering dunge-laagde kalkzandsteen, die glauconietkorrels en glimmerblaadjes bevat.

Behalve niet te determineren weekdierresten komen hierin zeer veel stokjes van *Vincularia* en schalen van foraminiferen (vermoedelijk *Rotalia*) voor. Daar ik een dergelijk gesteente nog niet eerder had gevonden en het voor tertiair hield, zond ik een stuk aan Dr. GRÖNWALL met de vraag of hem een dergelijk gesteente bekend was. Deze had de welwillendheid mij mee te deelen, dat zulke zwerfsteenen veelvuldig bij Hstad, in het zuiden van Zweden, voorkomen en tot het Eoceen gerekend worden.

¹⁾ T. RUPERT JONES, On some Ostracoda from the Cambro-Silurian, Silurian and Devonian rocks. Contributions to Canadian Micro-palaeontology, Part III, 1891, pag. 96, pl. XI, figs. 12a, 12b

²⁾ E. O. ULRICH, New and little known American palaeozoic Ostracoda. Journal of the Cincinnati Society of Natural History, 1890, pag. 208, pl. XVIII, figs. 2a,b.

Uit het voorkomen van zwerfsteenen op het noorderstrand van Borkum meen ik te mogen besluiten, dat in de nabijheid daarvan op den bodem der zee keileem aanwezig is. Wat het karakter der daarin voorkomende zwerfsteenen betreft, komt deze keileem zeer goed overeen met dien, welken ik ¹⁾ te Kloosterholt (Heiligerlee) in de provincie Groningen en te Hemelum in Friesland heb leeren kennen en niet met dien van Groningen (ten minste niet met dien van het bovenste gedeelte van den Hondsrug). We hebben hier dus weer een voorbeeld van het westbaltische type, dat in het westelijk gedeelte van de noordduitsche laagvlakte bijna overal wordt aangetroffen.

Weliswaar komen gesteenten met vischresten als vaste rots niet in Zweden en wel in Rusland voor. Zwerfsteenen van dolomiet met vischresten vond ik echter ook wel in den keileem van Hemelum, welke een westbaltisch karakter heeft. Ik meen derhalve te mogen veronderstellen, dat dit gesteente vroeger ook verder naar het Westen als vaste rots voorkwam.

Beyrichienkalk met *Orthis canaliculata* Lindström, *Ptilodictya lanceolata* LONSDALE ²⁾ en vischresten is mij van die vindplaats niet bekend. Te Groningen, waar de keileem (ten minste het bovenste gedeelte) een Oostbaltisch karakter bezit, vond ik dit gesteente dikwijls. Misschien is deze zwerfsteen uit een ouderen keileem opgenomen.

Anatomie. — De Heer BOLK doet eene mededeeling: „*Over de ontwikkeling van het verhemelte en de beteekenis van de tandlijst bij den mensch.*”

De eerste aanleg van het verhemelte en de volledige scheiding tusschen neus- en mondholte, komen bij den mensch zonder eenige afwijking van beteekenis, als bij de overige zoogdieren tot stand.

Met behulp der in de literatuur voorkomende mededeelingen kunnen wij dit deel der ontwikkelingsgeschiedenis tot in bijzonderheden overzien. Hetzelfde kan niet gezegd worden van die ontwikkelingsphase, waarin de verdere differentieering van het secundaire verhemelte volgt. Men verkrijgt algemeen uit de literatuur den indruk, dat na scheiding van neus- en mondholte het nu gevormde secundaire verhemelte eenvoudig zich vergroot. Zelfs de eenige, eenigszins uitvoerige beschrijving van de palatina van men-

¹⁾ J. H. BONNEMA, Cambrische zwerfblokken van Hemelum in 't Zuidwesten van Friesland. Versl. v. d. Koninkl. Akad. v. Wetensch. te Amsterdam, 1902, pag. 180.

²⁾ H. G. JONKER, De oorsprong van het glaciaal diluvium in Nederland. Delft, 1907, pag. 16.

schelijke vruchten uit later stadiën der ontwikkeling, n.l. die van GEGENBAUR,¹⁾ is niet in staat den indruk te vestigen, dat, in verband met den aanleg van het gebit, bijzondere ontwikkelingsverschijnselen, bij den groei van het verhemelte plaats vinden. Op deze de aandacht te vestigen is het doel mijner mededeeling.

Ik ben tot de waarneming dezer feiten als van zelve geleid door een onderzoek dat ik naar de ontwikkeling van het gebit der Primaten instelde, en waarbij het mij bleek dat tusschen de zoogenaamde tandlijst en de verdere ontwikkeling van het verhemelte bij den mensch eene betrekking bestaat, die tot nu toe aan de opmerkzaamheid der onderzoekers ontgaan is, en waardoor deze lijst een ruimer beteekenis verkrijgt. Bij de uiteenzetting hiervan zal ik de ontwikkeling in omgekeerde richting vervolgen, daar mij dit voor een gemakkelijk inzicht in het proces doelmatiger toeschijnt.

Bij een menschelijk foetus uit de zesde maand doet het verhemelte met lip en wangen zich voor als in Fig. 1 is geschetst. Alleen de rechter helft van palatum en omgeving is hierin weergegeven. Aan het slijmvlies der lip zijn de beide velden te onderscheiden die als *pars glabra* en *pars villosa* bekend zijn. Het Tuberculum labii superioris, geheel tot het gebied der *pars villosa* behoorend, puilt een weinig boven het overige deel der lip uit. De *pars glabra* is in de mediaanlijn zeer smal, neemt zijwaarts in breedte toe om aan den mondhoek haar grootste breedte te bereiken. Feitelijk wordt de mondhoek geheel door de *pars glabra* van boven- en onderlip begrensd.

De vestibulaire groeve is achter de lip zeer diep, vormt de door FAVARO²⁾ beschreven Fossa anterior van het vestibulum oris. Zijwaarts wordt deze Fossa door een slijmvliesplooi begrensd, die bij geen der vele onderzochte foetale verhemelten ontbrak, en die steeds insereert in het niveau van het spatium interdentalale tusschen caninus en eerste melkmolaar. Achter deze slijmvliesplooi — door DZIERZAWSKI³⁾ het eerst bij den mensch beschreven als: „Frenulum labii laterale” — verdiept zich de vestibulaire groeve weder, tot de zoogenaamde Fossa lateralis, door FAVARO m. i. terecht beschouwd als het homologon der wangzakken van de apen.

De vestibulaire groeve wordt in de mediaanlijn onderbroken door een slijmvliesplooi, die zich uitstrekt van het Tuberculum labii tot

1) G. GEGENBAUR, Die Gaumenfallen des Menschen. Morph. Jahrb. Bnd. 4, 1878.

2) FAVARO, G. Contributo alla filogenesi ed all' ontogenesi del vestibulo orale. Ricerche Lab. Anat. Roma. Vol. VIII. 1901.

3) DZIERZAWSKI, V. Frenula labiorum lateralia, ein Beitrag zur Anatomie der Mundhöhle. VIRCHOW'S Archiv Bnd. 147. 1897.

aan de Papilla palatina. Deze plooi zal verder als „Frenulum tecto-labiale” onderscheiden worden. Uit het voorste gedeelte ervan zal later het Frenulum labii superioris ontstaan.

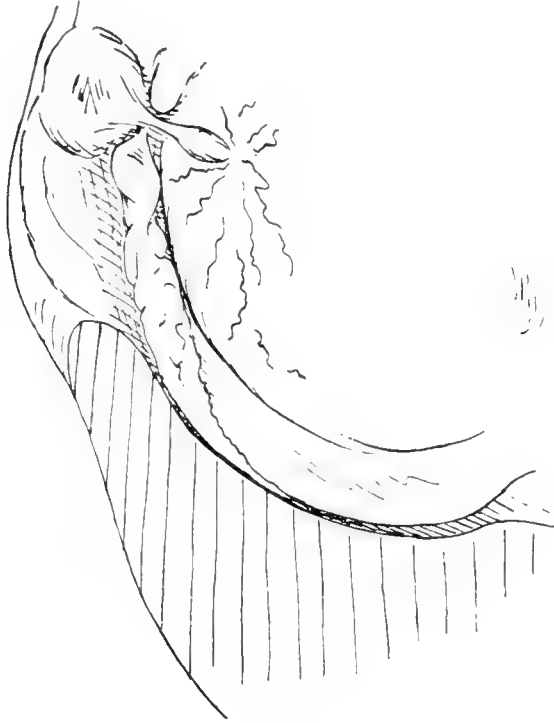


Fig. 1.

Aan het palatum zelve kan men twee gedeelten onderscheiden: een hoefijzervormige periphere zone die ik als „randzone” of „zona marginalis” zal onderscheiden, en het door deze omsloten gebied, het eigenlijke dak der mondholte, dat als „tegmen” aangeduid zal worden. Naar buiten wordt de zona marginalis door de reeds diepe vestibulaire groeve begrensd, naar binnen door een groeve die in 't voorste deel dieper, naar achter toe allengs oppervlakkiger wordt. Deze groeve zal als de „tecto-marginale groeve” onderscheiden worden.

De beide deelen: randzone en tegmen liggen in dit stadium der ontwikkeling in eenzelfde vlak, het laatste is gelijkmatig koncaaf gewelfd en draagt in het voorste deel de slijmvlieswoekeringen die als de verhemeltelijsten bekend zijn. Zoowel de papilla palatina als de plicae palatinae zijn in dit ontwikkelingsstadium krachtiger ontwikkeld dan bij de voldragen vrucht.

De randzone wordt in de mediaanlijn door het Frenulum tecto-labiale in twee helften gescheiden. Beiderzijds van dit Frenulum

hangen de vestibulaire en de tecto-marginale groeve met elkander samen, waardoor deze slijmvliesplooï nog meer relief verkrijgt. Men kan aan de randzone twee deelen onderscheiden. Een voorste gedeelte is zeer oneffen van oppervlak, het achterste deel is volkomen glad. Beide deelen worden van elkander gescheiden door een groeve met eenigszins gekartelden rand, die in de tecto-marginale groeve begint, en in schuine richting over de randzone naar achter verloopt om in de vestibulaire groeve te eindigen.

Deze groeve treft men van af de vierde maand tot aan de geboorte steeds aan, hoewel zij in de laatste maanden der foetale ontwikkeling haar verloop een weinig wijzigt. Ik onderscheid deze groeve als de „tandlijstgroeve”, want, zooals uit het mikroskopisch onderzoek blijkt, beantwoordt zij aan de insertie van de tandlijst aan het kaakepitheel.

Wanneer men in aanmerking neemt dat de tanden aan de laterale vlakke van de tandlijst ontstaan, dan blijkt reeds uit eene beschouwing van Figuur 1 dat nog aanzienlijke plaatsveranderingen met de verdere ontwikkeling gepaard moeten gaan. Er blijkt tevens uit, dat het achterste deel der randzone met de gladde oppervlakte, waarop ook reeds door GEGENBAUR in zijn geciteerde verhandeling gewezen is, en dat door dezen eenvoudig als „hinterer Teil des Gaumenwalles” onderscheiden is, niet mag beschouwd worden als de plaats waar later de melkkiezen en blijvende kiezen zullen doorbreken. Het voorste deel der randzone echter, door zijn oneffen oppervlak gekenmerkt, kan terecht als „area dentalis” worden onderscheiden. Hier liggen toch onder het slijmvlies de zich ontwikkelende tanden.

Gaat men nu eenige weken in de ontwikkeling terug dan treft men alle genoemde morphologische verschijnselen reeds aan, maar de verhoudingen zijn andere dan die in Fig. 1 geschetst.

Aan de lip is *pars glabra* en *pars villosa* reeds te herkennen (Figuur 2) evenals het *Tuberculum labii*. De vestibulaire groeve is in haar geheel ondieper, maar doet toch reeds de *Fossa anterior* en de *Fossa lateralis* zien. De meest in 't oog vallende verandering vertoont de randzone en voornamelijk de verhouding van deze tot het tegmen. Zij is n.l. niet zooals in het oudere preparaat overal gelijk breed; op een voorste, breeder deel volgt een middelste smaller stuk, dat naar achter zich in een weer breeder wordend voortzet. De tandlijstgroeve, die de *area dentalis* van het achterste deel der randzone afgrenst, is duidelijk ontwikkeld. De *area dentalis* zelve vertoont wel is waar oneffenheden doch minder dan in het eerst beschreven preparaat en alleen in het breedste mediale gedeelte.

Het *frenulum tecto-labiale* scheidt als een verheven plooï de beide

helften der randzone van elkander. Het achterste deel der randzone met de gladde oppervlakte puilt een weinig uit, terwijl de tecto-

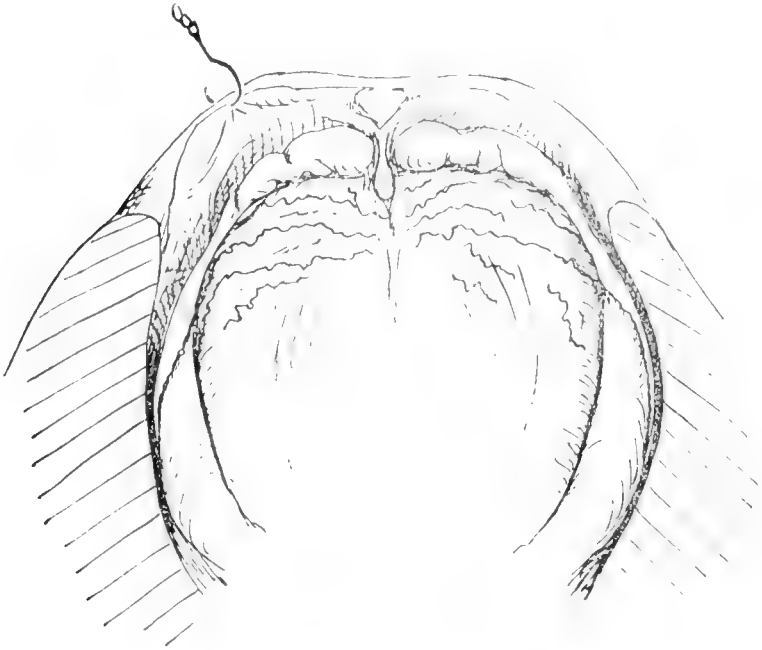


Fig. 2.

marginale groeve voor zoover zij dit deel begrenst, dieper is dan bij het eerstbeschreven, oudere preparaat.

Het tegmen is meer concaaf dan bij het eerste preparaat vooral doordat de rand aangezwollen is en zich boven de zona marginalis verheft. Dit is vooral daar het geval, waar de randzone smal is, en men verkrijgt den indruk, dat dit middelste stuk smaller is omdat de aangezwollen rand van het tegmen over de zona marginalis heengewelfd is. Deze zijdelingsche aanzwelling zal ik als den „tectaalwal” onderscheiden. De verhemelte lijsten zijn duidelijk ontwikkeld en strekken zich zijdelings tot aan de tecto-marginale groeve uit.

In Figuur 3 is de helft van een palatum afgebeeld van een foetus uit het eind van de derde maand. Aan de lip zijn de beide, meermalen genoemde onderdeelen van het slijmvlies en het tuberculum reeds te herkennen. De vestibulaire groeve is, althans in het voorste gedeelte zeer ondiep; naar achter wordt zij allengs dieper.

Van de beide door mij onderscheiden gebieden van het palatum is de randzone slechts gedeeltelijk ontwikkeld. Ter zijde van de mediaanlijn verschijnt zij als een smalle verhevenheid, die een weinig in de diepte ligt tusschen de lip en den voorrand van het tegmen.

Haar oppervlak is glad. Zijwaarts strekt zij zich niet verder dan tot aan den mondhoek uit, waar zij geheel onder het tegmen

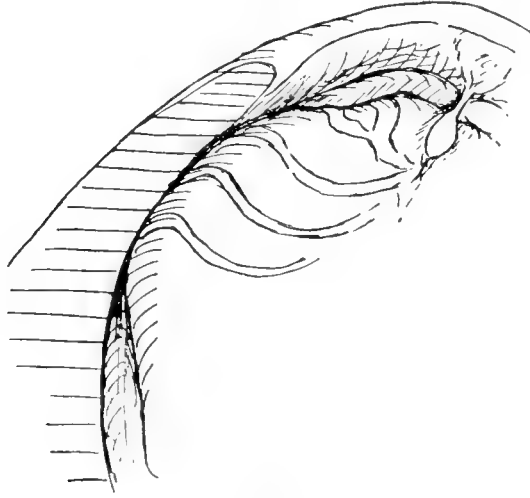


Fig. 3.

verdwijnt, om eerst een eind verder weder te voorschijn te komen. Het tegmen neemt in dit stadium een relatief grooter aandeel aan de begrenzing der mondholte dan bij de andere preparaten. Naar voren is het door de slechts smalle zona marginalis van de lip gescheiden. Zijdelings schuift de sterk aangezwollen rand -- de zoeven genoemde tectaalwal -- over de randzone heen, en wel zoover dat ter hoogte van den mondhoek de tectaalwal in aanraking komt met de binnenvlakte der wang. Meer naar achteren trekt de wal zich terug, waardoor het achterste deel der randzone weder zichtbaar wordt. Dat werkelijk het tegmen, dat later geheel en al binnen den gebitwal of processus alveolaris van de kaak komt te liggen, hier plaatselijk tot aan de wang zich uitstrekt, blijkt ten overvloede uit de palatinale lijsten, die tot aan de wang zich voortzetten. In dit ontwikkelingsstadium is dus de tecto-marginale groeve slechts ten deele aanwezig. Zij begint ter zijde van het frenulum tecto-labiale, om in het niveau van den mondhoek zich met de vestibulaire groeve te vereenigen, een weinig naar achter splitst zij zich van deze weder af. Door de sterke ontwikkeling van den tectaalwal is ook het karakter der vestibulaire groeve plaatselijk gewijzigd. In de beide voorafgaande, oudere, preparaten, was zij deels een labio-marginale, deels een bucco-marginale groeve. In Fig. 3 ligt zij gedeeltelijk tusschen wang en tegmen in, en is hier dus tot bucco-tectale groeve geworden.

De studie van de drie nu beschreven ontwikkelingsstadien maakt het gemakkelijk om nu ook het jongste stadium in Figuur 4 geschetst,

morphologisch te begrijpen. In deze figuur is het verhemelte afgebeeld van een foetus op het eind van de tweede maand. Het merkwaardige, dat in dit ontwikkelingsstadium onmiddellijk de aandacht



Fig. 1.

trekt, is, dat de randzone nog geheel ontbreekt, het dak van de mondholte wordt uitsluitend door het tegmen gevormd. Naar voren toe gaat het slijmvlies er van onmiddellijk in dat van de lip over, terwijl zijdelings een overgang bestaat van het wanglijmvlies in de epitheliale bekleeding van het tegmen, dat zeer sterk concaaf gewelfd is, doordat de tectaalwal sterk aangezwollen is. Op deze wallen zijn de plicae palatinae reeds duidelijk te zien. Zij strekken zich tot aan de wang uit. In het voorste gedeelte van het monddak bestaat nog geen vestibulaire groeve evenmin als een tecto-marginale groeve. Toch is wel reeds de begrenzing te zien van de lip door de zogenoemde „lipgroeve” der duitsche schrijvers. Meer naar achter toe wordt deze groeve steeds duidelijker, zoodat op eenigen afstand achter den mondhoek een ondiepe spleet begint, die naar achter toe iets dieper wordt. Inderdaad is dit een spleet tusschen den tectaalwal en de wang en is zij dus niet homolog met de toekomstige vestibulaire groeve, die zich tusschen wang en zona marginalis zal vormen. De

papilla palatina ligt onmiddellijk achter de grensgroef van de lip en zendt een kort *frenulum tecto-labiale* naar voren.

Uit het medegedeelde blijkt dus, dat de ontwikkeling van het *palatum* nadat de beide *processus palatini* zich met elkander vereenigd hebben, niet een eenvoudige vergrooing van het dan bestaande monddak is, want van het zijdelingsche gedeelte, hierboven als randzone aangeduid en waaruit eerst de tandwal en later de *processus alveolaris* zich vormen zal, ligt nog niets aan de oppervlakte. Het monddak wordt dus bij den mensch aanvankelijk uitsluitend gevormd door het gedeelte van het verhemelte dat later binnen de tandrij zich bevindt. Het is dit deel dat oorspronkelijk direkt in lip en wangen overgaat. De zone waarin de tanden zijn geïmplanteerd is een nieuwvorming, die niet door differentieering van een reeds bestaand gedeelte ontstaat, maar als periphere toevoeging. Men zou dan ook terecht naast de bestaande onderscheiding van primair en secundair *palatum*, kunnen spreken van een tertiair *palatum* bij den mensch, waaronder men dan verstaan moet het *palatum* waaraan beide deelen: *tegmen* en *pars marginalis* aanwezig zijn.

Door makroskopisch onderzoek kan men slechts een zeer onvolledige voorstelling zich vormen van de wijze waarop het tertiaire *palatum* uit het secundaire ontstaat. Het maakt den indruk alsof uit den bodem van de zich vormende en verdiepende vestibulaire groef een weefselmassa als een lage, smalle wal omhoog woekert en tusssen tectaalwal en lip resp. wang indringt. Is deze voorstelling juist, dan rijst echter onmiddellijk de vraag: vanwaar stamt het epitheel dat de randzone bekleedt? Dit epitheel kan men kortweg als het gingivale epitheel aanduiden. Op deze vraag kan slechts door mikroskopisch onderzoek het antwoord gevonden worden. Uit dit onderzoek is mij gebleken, dat het geheele gingivaalepitheel bij den mensch een product is van de zoogenaamde tandlijst. Deze bevinding verhoogt niet alleen de genetische beteekenis dezer epitheliale lijst, doch verklaart tevens tot zekere hoogte haar optreden. Want voor den aanleg der tanden zelve is deze lijst niet een noodzakelijk vereischte, zooals blijkt bij buideldieren, waar de tanden ten deele direkt uit het kaakepitheel, zonder tusssenkomst van een tandlijst aangelegd worden.

Wij zullen nu in het volgende de juistheid van het zooeven beweerde omtrent de herkomst van het gingivaalepitheel op grond van het mikroskopisch onderzoek gaan toelichten. De figuren 5 tot en met 13 zullen hierbij als leidraad dienen. Ten einde de vergelijking dezer figuren zoo zuiver mogelijk te doen zijn, zijn alle aan een overeenkomstige frontale coupe door *palatum* en omgeving ontleend, n.l. onmiddellijk achter den aanleg van den hoektand. Fig. 5

heeft betrekking op een embryo van 27 m.M. lichaamslengte, figuur 13 op een foetus uit het midden van de vijfde maand.

In het jongste afgebeelde stadium (fig. 5) zijn de processus palatini nog niet vergroeid, neus- en mondholte hangen nog ruim met elkander samen, de tong ligt tussehen de beide processus palatini in. Op de



Fig. 5.

naar onder gekeerde vlakte van den processus maxillaris is een ondiepe groeve zichtbaar, die zooals uit het verdere verloop der ontwikkeling blijkt, met geen meer passenden naam kan worden aangeduid dan dien van tecto-buccale resp. tecto-labiale groeve¹⁾. Aan deze groeve beantwoordt een in het kaakmesenchym naar binnen gewoekerde epitheliale lijst, de tandlijst der auteurs. Wanneer men in aanmerking neemt welke rol het epitheel dezer lijst in de ontwikkeling van het verhemelte bij den mensch speelt, lijkt het mij gewenscht ook deze benaming door een meer passende te vervangen. Als zoodanig komt mij de meer indifferente benaming „Stamlijst” het meest gewenscht voor.

Bij een iets ouder embryo — 30 m.M. — is de toestand nog weinig gewijzigd (Fig. 6). De mondholte is ruimer geworden, de scheiding

¹⁾ De benaming „Lippenfurche” of „Zahnfurche” der Duitsche schrijvers, (Röse Bild e. a.) neem ik niet over, omdat zij voor den mensch minder juist is.

tegenover de neusholte vollediger, doordat de processus palatini reeds dorsaal van de tong gelegen zijn tegen het neustusschenschot. Ver-



Fig. 6.

groeiing heeft echter nog niet plaats gegrepen. De bucco-tectale groeve is dieper geworden, de stamlijst breder en vertoont neiging zich aan haar einde te vertakken.

Deze vertakking is bij een embryo van 34 m.M. veel duidelijker geworden (fig. 7). Hier gaan van het eind der stamlijst twee secundaire lijsten uit: een kortere, lateraal gerichte, en een langere mediaalwaarts uitgegroeide. De laterale tak zal ik als de bucco-gingivale lijst onderscheiden, de mediale als de dento-gingivale. In deze benamingen ligt uitgedrukt de genetische beteekenis van beide lijsten. De weefselmassa lateraal van stamlijst en bucco-gingivaallijst is de mesenchymateuse grondmassa voor de wang resp. lip, de weefselmassa die mediaal ligt van de stamlijst en begrensd wordt door deze, door de gingivo-dentaallijst en het epitheel van het monddak, is de boven reeds genoemde tectaalwal, en de weefselmassa die in de diepte gelegen is tusschen de bucco-gingivaal- en de dento-gingivaallijst zal ik als den tandwal onderscheiden. Wij voeren dus in het geheel de volgende morphologische begrippen in: tecto-buccale (resp. tecto-labiale) groeve, stamlijst, bucco-gingivale (resp. labio-gingivale) lijst, dento-gingivale lijst, tandwal en tectaalwal. In de literatuur vindt men hiervoor ten deele reeds andere namen, die mij echter minder toepasselijk voorkomen. Laat ons nu zien hoe elk der genoemde bestanddeelen zich bij de verdere ontwikkeling gedraagt.



Fig. 7.



Fig. 8.

Het eerstvolgend stadium is in figuur 8 geschetst. De tecto-buccale groeve is ruimer en dieper geworden. Dit berust ten deele op een werkelijke uitholling van de stamlijst, doordat de centraal liggende cellen afgestooten worden, ten deele door een woekering van den tectaalwal die sterk naar beneden uitgegroeid is, waardoor het palatum in zijn geheel die aanzienlijke concaviteit verkrijgt die reeds in figuur 4 te zien is. Noch aan de bucco-gingivale lijst, noch aan de dento-gingivale zijn opvallende veranderingen opgetreden.

Bij de verdere ontwikkeling wordt nu eerst de stamlijst tengevolge van epitheelwoekering aanzienlijk breeder, zooals uit figuur 9 blijkt. Het gevolg hiervan is, dat de tectaalwal verder van de wang gedrongen wordt terwijl de dentaalwal, breeder wordt, en nu duidelijk als een zelfstandige vorming van het kaakmesen-

chyn zich voordoet. In de spatia tusschen den aanleg der tanden dringt reeds vroeg, zooals uit figuur 9 te zien is, de beenige aanleg

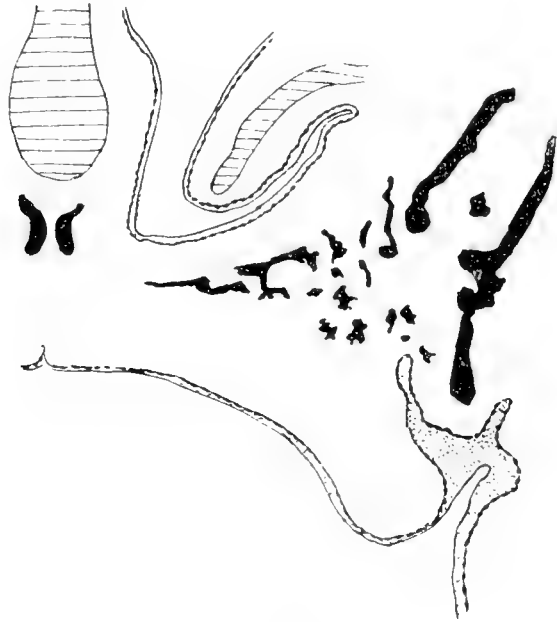


Fig. 9.

van het maxillare in dezen wal in. De scheiding van tectaalwal en wang wordt een volledige doordat de verbreeding van de stamlijst op den voet gevolgd wordt door een verdieping der tecto-buccale groeve. Deze verdieping geschiedt in de richting der laterale bucco-gingivale lijst zoodat de aanzienlijkste epitheelmassa zich bevindt tusschen den tectaalwal en den tandwal. Aanvankelijk blijft de verdieping in de aangegeven richting voortgaan totdat er ten slotte zooals uit figuur 10 blijkt, een volledige scheiding tusschen tectaalwal en wang is tot stand gekomen. Toch gaat in dit stadium de verbreeding van de stamlijst vooral in de diepte nog voort, waardoor de dentaalwal hoe langer zoo breeder wordt. In de spatia interdentalia gaat daarbij over korte afstanden de geheele dento-gingivale-lijst in deze verbreeding op, zoodat deze lijst zich slechts als een kort haakvormig uitloopertje aan den medialen hoek van de sterk verdikte stamlijst voordoet.

Heeft eenmaal de stamlijst haar grootste breedte bereikt, dan begint de afstooting van epitheel op grooter schaal. De tecto-buccale groeve verdiept zich verder in de richting van de bucco-gingivale lijst, dringt in deze in, waardoor een spleetvormige ruimte ontstaat tusschen den tandwal en de wang. Eerst op deze spleetvormige

rumte, het verlengde dus van de tecto-buccale groeve en ontstaan in de bucco-gingivale lijst, is de benaming vestibulaire groeve toe-



Fig. 10.

passelijk, de tecto-buccale groeve, dat is dus die welke door uitholling van de stamlijst ontstaan is mag dezen naam niet dragen, want zij is slechts een tijdelijke groeve, 't gevolg van voorbijgaande topographische verhoudingen. Is de bucco-gingivale groeve door uitstooting van epitheel hol geworden dan heeft dus de tandwal -- zooals in figuur 11 -- lateraalwaarts een vrij oppervlak gekregen, dat wel is waar aanvankelijk nog in de diepte gelegen is, maar toch van een eigen epitheliale bekleeding voorzien. De epitheellaag is in 't begin nog zeer dik, wordt allengs door afstooting van epitheellagen dunner.

Betrekkelijk zeer spoedig nadat de tecto-buccale groeve zich in de bucco-gingivale lijst heeft voortgezet, begint een uitstooting van epitheel nu ook in de richting van de dento-gingivale lijst, zooals uit figuur 11 blijkt. In deze figuur is de uitholling genaderd tot aan de basis van deze lijst. Men kan nu dus op doorsnede aan de allengs ontstaan zijnde spleetvormige ruimte drie deelen onderscheiden: het gedeelte dat ontstaan is door uitholling der stamlijst, de spleet die ontstaan

is door uitholling van de bucco-gingivale lijst, en de spleet die ontstaan is door uitholling in de richting van de dento-gingivale lijst. De



Fig. 11.

stamlijst is als zoodanig in dit stadium geheel en al verdwenen, bestaat alleen nog voort in hare derivaten, dat is het epitheel van een gedeelte der wang en het epitheel dat de naar de wang gekeerde vlakke van den tectaalwal bekleedt. Door de oplossing van de stamlijst zijn nu wang en tectaalwal volkomen van elkander gescheiden door de ruime bucco-tectaal groeve. Deze groeve splitst zich in de diepte in een laterale, (de vestibulaire groeve tusschen de wang en den tandwal en een korte mediale, waardoor een begin van scheiding ontstaat) tusschen tandwal en tectaalwal. Deze laatste groeve is geen andere dan de in het eerste gedeelte dezer mededeeling telkens genoemde tecto-marginale groeve. Zij dringt hoe langer zoo verder in de dento-gingivale lijst in, zooals uit figuur 12 blijkt, terwijl tevens de bucco-tectaal groeve zeer ruim wordt. Het is als trekt zich de tectaalwal hoe langer zoo meer van de wang terug. Het gevolg van een en ander is dat de tandwal een steeds grooter wordend vrij oppervlak verkrijgt, en op den bodem van de bucco-tectaalgroeve als een min of meer verheven weefselmassa begint te verschijnen, die tusschen de wang en den tectaalwal gaat inwoekeren, zooals uit fig. 13 blijkt. Hierdoor wordt de vestibulaire groeve, aan de laterale zijde en de mediaal begrensende tecto-marginale groeve voortdurend dieper. Eindelijk is de tandwal zoover tusschen wang en tectaalwal uitgegroeid, dat hij aan de oppervlakte verschijnt, om als randzone de veranderingen te ondergaan die in het eerste deel dezer mededeeling



Fig. 12.

geschetst zijn. Is hij tot aan de oppervlakte uitgegroeid, dan is de oorspronkelijke tecto-buccale groeve geheel verdwenen. Dit stadium is ten naastenbij in fig. 13 bereikt. Tevens blijkt uit deze figuur tot

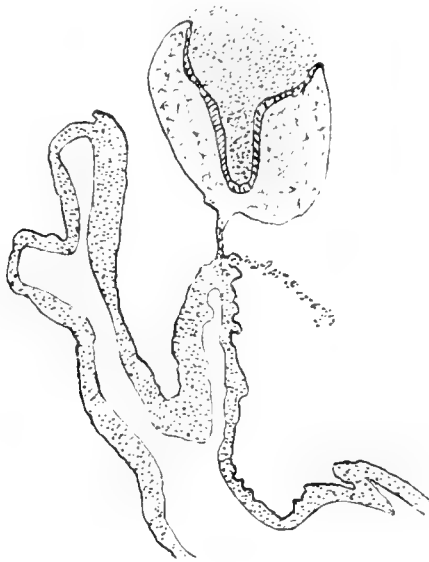


Fig. 13.

hoever de dento-gingivale lijst door uitstooting van epitheel hol wordt, n.l. tot aan de plaats waar het emailorgaan van den melktand met de lijst verbonden was. De 13^{de} figuur heb ik om dit te doen zien opzettelijk ontleend aan een meer naar voren liggende coupe die door het achterste deel van den aanleg van den hoektand gaat.

De geschetste ontwikkelingsgang bewijst afdoende dat de vorming van het verhemelte bij den mensch, nadat zich het zoogenaamde secundaire palatum gevormd heeft, niet geschiedt op de eenvoudige wijze, zooals men deze in de literatuur voorgesteld vindt. Het geheele gedeelte toch waarin de tanden zijn geïmplanteerd, ontwikkelt zich niet door differentieering van het bereids aangelegde, doch is een nieuwvorming, die zich ontwikkelt in directe aansluiting aan den aanleg en de ontwikkeling van het gebit. Het epitheel dat dit aan het palatuur toegevoegde deel bekleedt, en dat samenvattend als het gingivaal-epitheel kan worden aangeduid is bij den mensch een product van de zoogenaamde tandlijst. Aan deze, in het kaakmesenchym inwoekerende epitheelmassa moet dus bij den mensch, en alleen op dezen heeft het bovenstaande betrekking, een ruimer beteekenis worden toegeschreven dan tot nu toe geschiedde.

Meteorologie. — De Heer VAN DER STOK biedt eene mededeeling aan van Dr. W. VAN BEMMELEN en Dr. C. BRAAK getiteld: „*Voorloopig bericht omtrent het in het jaar 1909 te Batavia aangevangen onderzoek der hoogere luchtlagen*”.

In den aanvang van 1909 verleende de Minister van Koloniën, op verzoek van den eerstgenoemde van ons beiden, aan hem een crediet tot het aanschaffen van hulpmiddelen voor aërologisch onderzoek aan het Observatorium te Batavia.

Daar het wenschelijk was, niet met het oplaten van registreerballons aan te vangen, alvorens met piloot-ballons nadere kennis omtrent den wind in de verschillende luchtlagen boven Java verkregen was, werd in de eerste plaats tot het uitzenden van piloot-ballons met utensiliën overgegaan.

Met deze piloten van de Continental Caoutchouc & Guttapercha Compagnie te Hannover konden geen grootere hoogten dan 5.5 K.M. bereikt worden, en velen sprongen al bij het opblazen.

Begin Sept. 1909 werden evenwel piloten (van 45 gr.) van Paturel uit Parijs ontvangen, en met deze ballons waren de uitkomsten veel beter.

Wel sprongen bij 124 oplatingen bij het opblazen nog 11 ballons, maar de bereikte hoogten waren bijna zonder uitzondering belangrijk; zoo werd 25 maal een hoogte van meer dan 10 K.M., 14 maal van meer dan 12 K.M. en éénmaal van 15 K.M. bereikt.

Deze mooie uitkomsten worden verklaard door de omstandigheid, dat de morgenuren te Batavia meestal een helderen hemel bieden

en de windsnelheden boven Java gering zijn, waardoor het mogelijk was de ballons de halve stijgkracht van de in Europa gebruikelijke te geven.

Tot 1 April 1910 leidde laatstgenoemde van ons beiden de experimenten; daarna nam eerstgenoemde bij zijn terugkeer uit Europa de leiding over.

Grooten steun ontving het onderzoek van den Luitenant ter zee 2^{de} klasse A. E. RAMBALDO, die met een uitrusting voor vlieger- en pilootballon-werk begin Sept. 1909 in Batavia kwam, en aan het Observatorium gedetacheerd werd.

Vlieger- en balloncaptief-oplatingen werden georganiseerd en den 22^{sten} November op het Koningsplein te Batavia aangevangen.

De ballon heeft 30 M.³ inhoud en heeft tot 1800 M. hoogte bereikt; de vliegers 2200 M.

Een drietal nieuwe ballons van 36 M.³ en twee registreer-apparaten met ventilator, toegestuurd door Prof. Dr. R. ASSMANN, den Directeur van het Aëronautisch Observatorium te Lindenberg, zijn juist ontvangen.

Wij zijn Prof. ASSMANN voor zijn steun ten zeerste verplicht; evenzoo Prof. Dr. H. HERGESELL, van wien wij bij onze bezoeken te Straatsburg goede raadgevingen mochten ontvangen.

Laatstgenoemde van ons maakte met den Hr. RAMBALDO in Januari van dit jaar een zeereis naar de Natoena-eilanden in de Zuid-Chineesche zee, en vond gelegenheid negen vlieger-oplatingen tot een goed einde te brengen. Met een span van vier vliegers werd de grootste hoogte van 3075 M. bereikt.

Tweemaal ging een vlieger in een bui verloren.

Eerst in Dec. 1909 werden eenige registreerballons (van de Continental Compagnie te Hannover) uitgestuurd, terwijl een zestal registreerapparaten van de firma BOSCH te Straatsburg reeds vroeger ontvangen waren.

De ballons hadden een diameter van 1.5 Meter en 1.5 K.G. gewicht.

Daar gevreesd werd, dat de ballons, als zij te Batavia, dat dicht bij zee ligt, werden opgelaten, in zee zouden vallen, werden de eerste te Depok (halverwege Batavia en Buitenzorg gelegen) opgelaten en wel tandemsgewijs.

Het eerste tandem bereikte 12 K.M. hoogte en werd dadelijk teruggebracht. De registratie was in orde. De twee volgende tandems, die spoedig in de wolken waren verdwenen, zijn nog niet teruggevonden.

In Mei is aan het Observatorium tweemaal een ballon van een parachute voorzien opgelaten.

Beide zijn teruggevonden, maar helaas was bij den eerste door den

nieuwsgierigen inlandschen vinder het diagram afgewischt, terwijl door wolken de trigonometrische vervolging mislukt was. Tegen de nieuwsgierigheid zijn nu maatregelen getroffen.

De laatste ballon, op den 19^{den} Mei tijdens den doorgang van de aarde door den staart van de komeet van Halley opgelaten, is ook dadelijk teruggevonden. Hij is trigonometrisch van een basis van 1.5 K.M. vervolgd, en het diagram is geheel in orde; de ballon is echter al op 7 K.M. hoogte gesprongen.

Éénmaal is een 1.5 M. ballon als piloot zonder instrument opgelaten en heeft onder vervolging uit twee punten, die 4,5 K.M. van elkaar verwijderd lagen, een hoogte van ruim 18 K.M. bereikt.

Het rijke materiaal aan gegevens, dat tot nu toe is verkregen, is voor een goed deel bewerkt.

Wij hebben zeer veranderlijke toestanden aangetroffen, die zelfs het maken van voorloopige gevolgtrekkingen moeilijk maken. Toch willen wij eenige van de uitkomsten, die al een vrij groote mate van zekerheid hebben, hieronder mededeelen.

Temperatuur gradiënt. De temperatuur gradiënt van de onderste 2 K.M. van de atmosfeer is op drieërlei wijze bepaald; te weten: boven land bij stil weer met den ballon-captif; boven land bij matigen Westen wind met vliegers, en boven zee (14—20 Jan.) bij bewolkt en vaak regenachtig weer ook met vliegers.

Deze drie reeksen van gradiënten zijn evenwel niet dadelijk vergelijkbaar, daar boven land de ballon-captif-waarnemingen vroeger in den morgen dan de vliegerwaarnemingen zijn verricht, en de vliegerwaarnemingen op zee zich over morgen en middag uitstrekken. (Zie tabel p. 164).

Ter vergelijking zijn in de laatste kolom opgenomen de waarden van den gradiënt door Prof. BERSON op de Aëronautische expeditie naar Oost-Afrika aan de kust en op de kust-wateren gevonden. Zooals men ziet is de gradiënt voor de eerste 500 M. door hem nog grooter gevonden dan hier.

Temperatuur Inversie. Bij ongeveer 1 K.M. hoogte vertoonen zowel de gradiënten bij vlieger-, als bij ballon-oplatingen verkregen, een plotselinge vermindering. De oorzaak ligt in de op die hoogte vaak voorkomende inversie, welke in zoogenaamde mooi-weer-cumuli voorkomt.

TEMPERATUUR-GRADIËNT							
(afneming per 100 M.)							
Hoogte in meters	Ballon-captief- waarnemingen		Vlieger-waarnemingen			Kust en Kustwateren van Oost-Afrika (volgens BERSON)	
			boven land	boven zee			
		Aantal gevallen	Aantal gevallen	Aantal gevallen			
0— 100	0°.81	(24)	0°.85	(13)	1°.17	(15)	
100— 200	78	(24)	94	(13)	1.00	(16)	
200— 300	89	<u>0°.77</u> (24)	81	<u>0°.87</u> (13)	80	<u>0°.91</u> (15)	<u>1°.08</u>
300— 400	78	(24)	87	(13)	80	(15)	
400— 500	60	(24)	86	(13)	78	(14)	
500— 600	57	(24)	87	(13)	66	(12)	
600— 700	73	(24)	67	(13)	79	(12)	
700— 800	52	<u>0°.57</u> (23)	60	<u>0°.72</u> (13)	58	<u>0°.59</u> (12)	<u>0°.50</u>
800— 900	53	(22)	61	(14)	62	(12)	
900—1000	52	(19)	87	(11)	30	(10)	
1000—1100	30	(14)	46	(11)	64	(10)	
1100—1200	47	(14)	44	(11)	52	(10)	
1200—1300	45	(11)	38	<u>0°.44</u> (10)	69	<u>0°.71</u> (10)	<u>0°.57</u>
1300—1400			49	(10)	44	(8)	
1400—1500					29	(6)	
1500—2000					<u>0°.34</u> (3)	<u>0°.49</u>	
2000—2500					<u>0°.50</u> (3)	<u>0°.46</u>	
2500—3000					<u>0°.46</u> (2)	<u>0°.50</u>	

Tengevolge van de opstijgende luchtstroomingen beginnen deze wolken tegen 10—11^u 's morgens zich te vormen; soms groeien zij aan tot hooge stapelwolken, vaak blijven zij als kleine witte wolken voortdrijven,

In deze laatste is herhaalde malen temperatuur en vochtigheidsinversie waargenomen, welke aan de basis van de wolk een aanvang neemt.

Wij hebben hier een bevestiging voor ons van hetgeen door Prof. ROTCH gevonden is en door hem als een nog onbekend phenomeen is medegedeeld (zie Nature Oct. 14, 1909, p. 473). AITKEN (zie Nature Nov. 18, p. 67) schrijft die toeneming der temperatuur toe aan diffuse zonnestraling binnen in de wolk. De bestraling van de vrij dunne cumulus wolk is te Batavia door hoogen zonnestand zeer belangrijk. In de grootere cumuli, waarin levendige luchtbeweging plaats heeft, en waarin de invloed der zonnestraling geen merkbare rol speelt, ontbreekt de inversie dan ook. Integendeel werd bij het voorbijtrekken van deze wolken waargenomen, dat telkens afkoeling intrad en de vochtigheid den verzadigingstoestand naderde als het instrument zich in de wolk bevond.

Bij de vliegerwaarnemingen zijn slechts bij één oplating, op den 19^{den} Januari, inversies aangetroffen. De betreffende getallen volgen hier,

Hoogte	Temperatuur	Vochtigheid
374 M.	23° .2	} 100%
567	23 .1	
741	23 .2	
1235	19 .5	} 73
1300	19 .4	
1381	19 .5	
2040	14 .7	} 78
2198	14 .7	

Zuidenwinden. Wat de windrichting aangaat, zoo valt op te merken, dat, behalve de zuidenwind, die als landwind kan opgevat worden, ook vaak een zuidenwind waait, die waarschijnlijk veroorzaakt wordt door het opdringen der lucht uit den Indischen Oceaen, en die tot 1.0 à 1.5 K.M. hoogte reikt.

In Jan. en Febr. werd hij niet waargenomen; wellicht was toen de westmoesson te sterk om op zij gedrongen te worden.

Een synoptische samenstelling van de windrichtingen van kilometer tot kilometer voor de waarnemingsmaanden September tot Mei geeft zeer duidelijk aan, hoe de algemeene luchtstroaming tot de grootst bereikte hoogten (10—15 K.M.) oostelijke componenten heeft, en hoe daaronder gedurende kortere of langere perioden de westmoesson zich schuift. Van een antipassaat is niets te merken, de oostmoesson bestaat uit één machtige luchtstroaming.

Merkwaardig is in de onderste lagen de snelle toename van de windsnelheid met de hoogte.

Terwijl aan de aardoppervlakte 's nachts steeds windstilte heerscht en overdag (althans te land) slechts flauwe lucht-beweging, neemt tot 100 M. de snelheid reeds tot ± 3 M. toe.

De kleine gradienten, die de lucht op deze hoogte reeds in beweging brengen, zijn blijkbaar niet in staat de wrijving aan de aardoppervlakte te overwinnen.

Ongeveer op de grens tusschen oost-strooming boven en west-strooming onder bevinden zich dikwijls Alto-Cumuli, hetgeen hun algemeen voorkomen in den W. moesson en hun ontbreken in den O. moesson verklaart.

De gemiddelde hoogte van de A-Cu boven Batavia gedurende het Internationale Wolkenjaar 1896/97 uit talrijke metingen door VAN DER STOK en FIGEE op 5.4 K.M. bepaald, stemt inderdaad nauwkeurig overeen met de gemiddelde hoogte van de grens tusschen west- en oostmoesson door ons gevonden.

In de onderstaande 19 gevallen toch kan de afscheiding vrij scherp bepaald worden.

Datum 1909	De Westmoesson reikt tot :	Datum 1910	De Westmoesson reikt tot
2 Sept.	5.0 K.M.	6 Jan.	2.0 K.M.
8 Nov.	5.7	21 Febr.	2.5
9 „	5.5	16 Mrt.	5.8
15 „	4.2	15 Apr.	6.0
8 Dec.	7.4	24 „	9.9
9 „	7.0	14 Mei	4.0
11 „	6.0		
13 „	3.7		
15 „	4.5		
16 „	4.2	Gemidd.	
24 „	8.0	Sept.-Mei	5.4
27 „	8.5		
31 „	2.0		

Zoowel de hoogere oostelijke, als de lagere westelijke winden hebben soms sterke noordelijke of zuidelijke componenten.

Zoo heerschte b.v. den 15^{den} Sept. 1909 van 2— 8 K.M. zuiden-wind; daarentegen den 22^{sten} Sept. van 5—8 K.M. noordenwind.

Op den 27^{sten} Dec. vonden wij de volgende richtingen:

0— 1 K.M.	W.
1— 4	S.
4— 5	N.
5— 7	W.
7— 9	S.
9—10	stil
10—14	N. E.

Invloed aardrotatie. Vaak vertoonen de windrichtingen bij toenemende hoogten, vooral in de onderste kilometers, een uitgesproken linksdraaiing, die men met eenig vertrouwen aan den invloed der aardrotatie mag toeschrijven. Wel is de afwijkende kracht op $6^{\circ}11'$ breedte, waar de sinus van de breedte slechts 0.11 bedraagt, klein, maar de andere kracht, die door den luchtdrukkingsgradient wordt bepaald, is ook zeer klein.

De invloed op de richting kan dus belangrijk worden.

We moeten evenwel opmerken, dat rechtsdraaiing eveneens voorkomt, zij het dan ook veel zeldzamer.

Inversies. Plotselinge omkeeringen in de windrichting over geringe hoogte-intervallen, meestal met sterke verflauwing van de snelheid samengaande, zijn in vele gevallen tot 10 K.M. hoogte gevonden.

Het is waarschijnlijk, dat zij ook van temperatuur-inversies vergezeld zijn geweest.

W. wind op 17 K.M. Prof. BERSON heeft op zijn Oost-Afrika expeditie onverwachterwijze op hoogten van 10—20 K.M. sterke westelijke winden tusschen of boven de algemeene oostelijke luchtstrooming gevonden, en er op gewezen dat die vooralsnog onverklaarbaar zijn.

Het is nu al zeer merkwaardig, dat, bij de eerste maal dat te Batavia een ballon 18 K.M. bereikte, een dergelijke wind is aangetroffen.

Daar de ballon uit twee, 4340 M. van elkaar verwijderde, gunstig gelegen punten met theodolieten vervolgd is geworden (de hellingshoeken bedroegen bij het springen van den ballon nog 54° en 53°), zijn de hieronder gegeven cijfers geheel te vertrouwen.

Hoogte	Windrichting	Windsnelheid m. p. sec.
16.6—16.9 K.M.	N.E.	9.0
16.9—17.3	W.	0.8
17.3—17.6	W.S.W.	5.6
17.6—17.9	W.S.W.	5.6
17.9—18.3	W.S.W.	5.5

Stijgsnelheid. Deze ballonoplatings is verder een voorbeeld welke fouten het aannemen van een berekende stijgsnelheid kan geven; want, terwijl die berekende snelheid 200 M. per min. was, bedroeg de werkelijke:

0.0— 2.0 K.M.	198 m. p. min.	= 3.3 m. p. sec.
2.0— 4.8	280	4.7
4.8— 7.3	256	4.3
7.3—10.2	288	4.8
10.2—13.3	312	5.2
13.3—16.6	330	5.5
16.6—18.3	324	5.4

Een verklaring voor die sterke toeneming tot 5 K.M. hoogte zou daarin gelegen kunnen zijn, dat het vulgas van den grooten ballon (161 c.m. diameter bij oplating) zijn warmte maar langzaam heeft afgegeven, en daardoor hoe langer hoe meer in temperatuur boven die van de omgeving is gekomen. Bij de piloten, waar de verhouding tusschen inhoud en oppervlak ruim driemaal kleiner is, zal dat in veel minder mate het geval zijn; deze blijken tot 12 K.M. vrijwel een gelijkmatige snelheid te bezitten.

Ook BERSON vond bij ballons van 80 cM. doorsnede, in tandem-systeem opgelaten, in de drie hieronder aangehaalde gevallen een toeneming van dezelfde orde als door ons ontmoet.

6 Aug. 1908.	30 Aug. 1908.	5 Sept. 1908.
m. p. s.	m. p. s.	m. p. s.
2.8 — 3.6 km. 3.4	9.3 — 11.1 3.7	5.9 — 8.3 3.2
3.6 — 5.6 „ 4.7	11.1 — 13.0 4.0	8.3 — 9.6 3.6
	13.0 — 15.0 4.4	9.6 — 11.3 3.7
	15.0 — 18.0 5.1	11.3 — 14.1 4.6
		14.1 — 16.9 5.2

Registreerballons. Hieronder volgen de uitkomsten, die de registreerballon, 16 Febr. 1909 te Depok opgelaten, leverde.

Depok ligt 95 M. boven den zeespiegel,

De ballons van het tandem-systeem hadden 150 cM. doorsnede. Zij werden opgeblazen tot ze een stijgkracht resp. van 3.5 en 2.2 KG. hadden. De vrije stijgkracht van het geheele systeem was 2.75 KG.

Plaatsel. tijd.	Hoogte in meters.	Temp.	Temp. gradiënt per 100 m.	Relat. vochtigh.
8 u. 50 m. a. m.	95	27 .0 C		79 %
			0°.67	
53	869	21 .8		83
			0 .54	
9 0	3072	9 .8		66
			0 .47	
8	5415	— 1 .2		67
			0 .63	
14 ¹⁾	6740	— 9 .5		79
			0 .60	
20 ²⁾	8150	—18 .0		73
			0 .44	
26	9370	—23 .4		59
			0 .74	
33 ³⁾	10711	—33 .5		52

Opmerkingen.

¹⁾ Van 9 u. 14 m. tot 21 m. draait de wind van *WSW* naar *ENE*.

²⁾ De temperatuur neemt daarna (boven 8000 m.), iets sneller af.

³⁾ Hier wordt één ballon lek, en begint drijving van het systeem, waarbij stralingsinvloed.

Ten slotte scheurt de ballon en begint de snelle daling. In den dalenden tak is de ventilatie voldoende; op de hoogte 2000 M. van den stijgenden tak schijnt de temperatuur iets door straling beïnvloed te zijn geweest.

Plaatsel. tijd.	Hoogte in meters.	Temp.	Temp. gradiënt per 100 m.	Relat. vochtigh.
9 u. 59 m. a. m.	11543	-42°.6 C		45 %
			0.68	
10 8	9287	-27 .2		53
			0.75	
15 ¹⁾	7002	-10 .0		75
			0.54	
22	5284	- 0 .8		92
			0.52	
30	3265	9 .6		76
			0.50	
38	1635	17 .8		99
			0.63	
45	95	27 .5		76

Opmerkingen.

¹⁾ De grootere vochtigheid hier is verklaard door het in-middels zich vormen van Alto-Cu op 5 KM. en Cu op 1.5 KM. hoogte.

Het diagram van den registreerballon op 19 Mei, tijdens den doorgang van de aarde door den staart van de komeet van Halley opgeteekend, is nog niet bewerkt.

Het vertoont niets merkwaardigs dan een inversie van de temperatuur tusschen 6 en 7 KM.; zooals reeds werd opgemerkt sprong de ballon op ruim 7 KM. hoogte.

Plantkunde. — De Heer MOLL biedt eene mededeeling aan van den Heer C. VAN WISSELINGH: „*Over de kernstructuur en de karyokinese bij Closterium Ehrenbergii Men.*”

(Mede aangeboden door den Heer F. A. F. C. WENT).

Terwijl de kernstructuur en de karyokinese bij *Spirogyra* herhaaldelijk zijn onderzocht geworden, zijn bij het geslacht *Closterium* de kernen nog weinig het voorwerp geweest van wetenschappelijk onderzoek. Dit is wel opmerkelijk, want de kernen bereiken er eene aanzienlijke grootte. De weinige opgaven in de literatuur over de structuur van de rustende kern bij *Closterium* komen in hoofdzaak

daarop neer, dat de kern er overeenkomt met die van andere algen, inzonderheid *Spirogyra*; zoo vermeldt b.v. DE BARY ¹⁾: Ein Zellkern von der für *Spirogyra*, *Zygnema* beschriebenen Structur nimmt die Mitte der Desmidiëenzelle ein. DE WILDEMAN ²⁾ zegt: Le noyau des *Closterium* est du même type que celui des *Cosmarium* et des *Spirogyra*. Laatstgenoemde schrijver vermeldt ook eenige bijzonderheden van de kern. Volgens DE WILDEMAN is die gevormd door een afgeronde of rechthoekige massa, die een grooten, in haar centrum liggenden nucleolus bezit. De kern bevat bijna geen kleurstof opnemende substantie, terwijl de nucleolus zich sterk kleurt, onverschillig welk reactief men gebruikt. Opmerkelijk is het, dat DE WILDEMAN bij het onderzoek van levend materiaal eenigszins tot andere uitkomsten is gekomen dan bij gefixeerd. Bij het levend materiaal vond hij belangrijke afwijkingen. In sommige gevallen was de nucleolus evenals bij het gefixeerde materiaal afgerond, doch in andere had de centrale massa een korrelige hoedanigheid en miste ze een bepaalden vorm. Dikwijls kon genoemde schrijver kleine bolletjes onderscheiden, die gescheiden waren of met elkaar vereenigd. Door samensmelting werd het aantal dezer lichaampjes geringer.

De mededeelingen in de literatuur over de kerndeeling bij *Closterium* zijn even schaars als die over de kernstructuur. Enkele onderzoekers, inzonderheid FISCHER ³⁾, HAUPTFLEISCH ⁴⁾ en LÜTKEMÜLLER ⁵⁾ hebben uitvoerige onderzoekingen over de deeling der *Closteriën* gedaan, doch hunne onderzoekingen hebben bijna uitsluitend betrekking op den celwand. Door verscheidene onderzoekers, o.a. FISCHER ⁶⁾ en DE WILDEMAN ⁷⁾, wordt de aandacht gevestigd op de deeling der chromatophoren, die vóór of tijdens de kern- en celdeeling aanvangt en op de verplaatsing der dochterkernen langs den celwand naar de plaatsen, waar de chromatophoren in tweeën gedeeld worden. FISCHER vermeldt nog het voorkomen van meerdere kernlichaampjes in de dochterkernen.

¹⁾ A. DE BARY, Untersuchungen über die Familie der Conjugaten, 1858, p. 40.

²⁾ E. DE WILDEMAN, Recherches au sujet de l'influence de la température sur la marche, la durée et la fréquence de la caryocinèse dans le règne végétal, Extrait des Annales de la Société belge de microsc., t. XV, 1891, p. 47 en volg.

³⁾ A. FISCHER, Ueber die Zellteilung der Closterien, Bot. Zeitung, 1883, N^o. 14, p. 225.

⁴⁾ P. HAUPTFLEISCH, Zellmembran und Hüllgallerte der Desmidiaceen, Inaugural-Dissertation, 1888.

⁵⁾ J. LÜTKEMÜLLER, Die Zellmembran der Desmidiaceen, Beiträge zur Biologie der Pflanzen (Cohn), VIII. Bd., 1902, p. 347.

⁶⁾ l. c. p. 226, 232 en 233.

⁷⁾ l. c. p. 50, 51 en 52.

De belangrijkste gegevens voor onze kennis der kerndeeling bij *Closterium* heeft zeker wel KLEBAHN¹⁾ ons verstrekt. Zijne onderzoekingen hebben betrekking op kiemende zygoten, waarin genoemde schrijver de vereeniging der beide kernen tot één kern waarnam, de mitotische deeling van deze kern in twee gelijke dochterkernen en de daarop volgende mitose dezer dochterkernen, die daarbij elk twee ongelijke kernen voortbrengen. De afbeeldingen van KLEBAHN toonen duidelijk aan, dat de kernen zich langs mitotischen weg deelen en dat daarbij spoelvorming plaats vindt. De kern- en celdeeling der vegetatieve cellen is door KLEBAHN niet onderzocht geworden.

Zooals uit de bovenstaande samenvatting van de resultaten der verschillende schrijvers blijkt, is onze kennis van de kernstructuur bij *Closterium* nog zeer onvolledig. De mededeelingen van enkele onderzoekers over de overeenkomst van de kernen der *Closterium* met de kernen van *Spirogyra* en andere conjugaten hebben vooral weinig waarde, omdat zelfs over de structuur der *Spirogyra*-kernen, die zoo veelvuldig onderzocht zijn geworden, onder de botanici in het algemeen zich nog volstrekt niet eene eenigermate bepaalde opinie gevormd heeft. Hoe verschillend zijn b.v. niet de beschouwingen over den nucleolus bij *Spirogyra*. Sommige onderzoekers houden dezen voor identisch met de algemeen in het plantemrijk voorkomende nucleolen, terwijl andere hem beschouwen als een kleine kern liggende in een grootere. Met de eenvoudige vermelding van de overeenkomst van de kern bij *Closterium* met die van *Spirogyra* wordt dus weinig gezegd. Nieuwe onderzoekingen zullen moeten leeren of de nucleolus bij *Closterium* inderdaad met den nucleolus van *Spirogyra* overeenkomt, d.w.z. of ze een gewone nucleolus is, of iets, wat aan een kleine kern beantwoordt, of iets anders. De afwijkingen, waarvan DE WILDEMAN bij de kern van *Closterium* spreekt, verhoogen zeer zeker de belangstelling in dit punt van onderzoek.

De onderzoekingen over de vegetatieve kerndeeling bij *Closterium* hebben ook nog weinig aan het licht gebracht, zoo is het zelfs nog niet eens zeker of de kerndeeling langs mitotischen weg plaats vindt. Dit mag alleen waarschijnlijk geacht worden in verband met de resultaten van KLEBAHN bij kiemende zygoten en omdat bij andere conjugaten de kernen zich ook mitotisch deelen. Of chromosomen ontstaan, of een spoel gevormd wordt, welke veranderingen de

¹⁾ H. KLEBAHN, Studien über Zygoten, I, Die Keimung von *Closterium* und *Cosmarium*, Pringsheim, Jahrb. für wiss. Botanik, XXII. Bd., p. 420 en volg.

nucleolus ondergaat, van al deze hoofdpunten van het onderzoek der karyokinese is bij *Closterium* nog niets bekend.

Vele jaren geleden was ik reeds voornemens onderzoekingen over kern- en celdeeling bij *Closterium* te doen, doch wegens gebrek aan voldoende materiaal heb ik meer dan eens mijne pogingen daartoe moeten opgeven tot het mij in Maart en April 1910 gelukte *Closterium Ehrenbergii* Men. eenigen tijd met succes te kweken, zoodat ik eindelijk over zeer overvloedig en gezond materiaal met tallooze deelingsstadiën beschikte, waardoor ik in de gelegenheid was alle voorkomende deelingsstadiën herhaalde malen aan een onderzoek te onderwerpen.

Bij levend materiaal is van de kerndeeling weinig te zien, minder dan bij *Spirogyra*; hierom moest het onderzoek bij gefixeerd materiaal plaats vinden. Als fixeermiddel werd FLEMMING's mengsel gebruikt (1 gram chroomzuur, 6 gram ijszijn, 0.5 gram osmiumzuur, 120 cM³ gedistilleerd water). Om de kernfiguren goed waarneembaar te maken werd gebruik gemaakt van een chroomzuuroplossing. Met behulp daarvan werd het cytoplasma met de chromatophoren en het zetmeel opgelost. Als dit plaats gevonden heeft, vallen de platte kernen om, wat een groot voordeel oplevert, omdat men daardoor in staat is dezelfde kern in horizontalen en in verticalen stand microscopisch te onderzoeken; dit geldt zoowel voor de rustende kern als voor de verschillende deelingsstadiën. Bij meer langdurige inwerking werkt het chroomzuur ook oploosend op de kernen, doch op de verschillende deelen in verschillende mate, wat ook kan bijdragen tot het verkrijgen eener diepere kennis der kernstructuur. Soms werd het materiaal onderzocht na uitwassing van het chroomzuur, dat eenigen tijd ingewerkt had en kleuring met Brillantblau extra grönlich. De hierboven aangegeven methode heb ik vroeger reeds beschreven¹⁾. Ik zal dus daarover niet in bijzonderheden treden. Alleen wil ik er op wijzen, dat het materiaal zeer voorzichtig met FLEMMING's moet behandeld worden. De kernen moeten door de

¹⁾ Ueber den Nucleolus von Spirogyra, Ein Beitrag zur Kenntnis der Karyokinese, Bot. Zeitung, 56. Jahrg. 1898, 1. Abt. p. 199.

Ueber das Kerngerüst, Zweiter Beitrag zur Kenntnis der Karyokinese, Bot. Zeitung, 57. Jahrg., 1899, 1. Abt., p. 155.

Ueber Kernteilung bei Spirogyra, Dritter Beitrag zur Kenntnis der Karyokinese, Flora oder Allgem. Bot. Zeitung, 1900, 87. Bd. 4. Heft, p. 356.

Ueber abnormale Kernteilung, Fünfter Beitrag zur Kenntnis der Karyokinese, Bot. Zeitung, 61. Jahrg., 1903, 1. Abt. p. 210.

Ueber die Karyokinese bei Oedogonium, Sechster Beitrag zur Kenntnis der Karyokinese, Beihefte zum Botan. Centralblatt, Bd. XXIII, 1908, Abt. 1, p. 138 en 139 en 148 en volg.

behandeling daarmede een zeer groot weerstandsvermogen tegenover chroomzuur verkrijgen; het cytoplasma daarentegen met de chromatophoren en het zetmeel moet langzaam in de chroomzuuroplossing oplossen zonder zich samen te trekken of te vervloeien. Om dit te bereiken werd met weinig FLEMMING's mengsel gefixeerd en werd dagelijks onderzocht of de inwerking voldoende was geweest en zoo noodig werd soms nog wat FLEMMING's mengsel toegevoegd.

In dit opstel zullen de resultaten van mijn onderzoek vermeld worden, voor zoover ze betrekking hebben op de kernstructuur en op de kerndeeling. Alvorens ik tot de behandeling daarvan overga, moet ik in het kort het standpunt aangeven, waarop ik mij plaats ten opzichte der verschillende beschouwingen over de kernstructuur en de karyokinese bij *Spirogyra*, daar de lezer anders niet zou begrijpen, wat ik bedoel met uitdrukkingen als overeenkomstig of verschil opleverend met *Spirogyra*. Na mijne laatste publicaties over de karyokinese van *Spirogyra* heb ik nog meermalen daarover onderzoekingen gedaan, zoowel bij soorten, waarover ik reeds gepubliceerd had, als bij andere. Die onderzoekingen hebben nimmer twijfel doen ontstaan aan de vroeger verkregen resultaten. In het algemeen leverden de nieuw onderzochte soorten slechts kleine verschillen op met de vroeger onderzochte. Alleen het onderzoek eener uit Engeland ontvangen species, waarover ik later hoop te berichten, leidde tot nieuwe uitkomsten.

Alle onderzochte species komen evenwel daarin overeen, dat de nucleolus of de nucleolen beschouwd moeten worden als kleine kernen in een groote kern, eene beschouwing, die in overeenstemming is met de zienswijze van CARNOY¹⁾, die het eerst de aandacht vestigde op de interessante structuur, die de nucleolus bij *Spirogyra* bezit. Zooals mij²⁾ gebleken is, kan men alle onderdeelen, die bij een kern te onderscheiden zijn, ook bij den nucleolus van *Spirogyra* met doeltreffende middelen aantoonen, nl. een wand en een inhoud, die één of twee draden bevat of een skelet, zooals kernen gewoonlijk bezitten, benevens een substantie, die met die der gewone nucleolen te vergelijken is. In den regel vullen de genoemde inhoudsbestanddeelen de nucleolus-ruimte niet geheel aan en kan men nog vocht bevattende holten in de nucleolen onderscheiden. Ook bij de deeling vertoonen bij *Spirogyra* de nucleolen zeer belangrijke punten van overeenkomst met kernen, zooals b.v. de oplossing van den wand

1) J. B. CARNOY, Biologie cellulaire, fasc. 1, p. 236.

2) Ueber den Nucleolus von Spirogyra, l. c. p. 220 en volg. Ueber Kernteilung bei Spirogyra, l. c. p. 374 en volg. p. 359 en 360. Ueber abnormale Kernteilung, l. c. p. 215 en volg. en 241.

en van de substantie, die met die der gewone nucleolen overeenkomst vertoont en de overlangsche splijting van lichaampjes, die met chromosomen te vergelijken zijn.

De kernen van *Spirogyra* zijn, voor zoover het onderzoek reikt, van alle plantaardige kernen onderscheiden door hunne merkwaardige nucleolen. Het spreekt dus van zelf, dat bij het onderzoek der nog zoo weinig bekende kernen van *Closterium*, ik vooral mijn aandacht schonk aan de nucleolen, wier eigenaardig voorkomen reeds de aandacht der onderzoekers getrokken had. De beantwoording der vraag, of *Closterium* evenzoo merkwaardige nucleolen bezit als *Spirogyra* en beide conjugaten dus in dit opzicht met elkaar overeenkomen, was dus voor mij een belangrijk punt van onderzoek. Evenwel heb ik er naar gestreefd ook in andere opzichten van de kernstructuur en de karyokinese zooveel mogelijk aan het licht te brengen.

Rustende kern. De ééncellige plantjes bezitten één kern. Deze bevindt zich in den regel ongeveer in het midden der cel, d. w. z. ongeveer even ver van de beide uiteinden der cel en overal ongeveer even ver van den celwand, die ten opzichte van de kern aan de eene zijde concaaf en aan de tegenovergestelde zijde convex is. Dikwijls bevindt zich de kern echter wat dichtër bij het eene uiteinde dan bij het andere en soms komt het voor, dat ze zich aanmerkelijk dichtër bevindt bij dat deel van den wand, dat haar de concave zijde toekeert.

Wat den vorm betreft, komt de kern bij *Closterium* met dien van *Spirogyra* overeen. Ze is nl. afgeplat, op de kant gezien ovaal, van ter zijde gezien rond. De stand van de kern in de cel komt ook overeen met hetgeen men bij *Spirogyra* waarneemt. De afgeplatte gedeelten zijn naar de einden der cel toegekeerd. De grootte der kernen overtreft die der *Spirogyra*-kernen. Hieronder volgen eenige opgaven van den diameter van kernen van *Closterium Ehrenbergii* en van enkele dikke soorten van het geslacht *Spirogyra*.

Closterium Ehrenbergii Men. van 37 tot 66 μ , gemiddeld 53 μ , gevonden bij Groningen.

Spirogyra crassa Ktz. van 40 tot 44 μ , gemiddeld 42 μ , gevonden bij Utrecht en gedetermineerd door MOLL¹⁾.

Spirogyra maxima (Hass.) Wittz. van 31 tot 40 μ , gemiddeld 36 μ , gevonden bij Groningen.

Spirogyra triformis n. sp. (met 6 chromosomen in de kernplaat)²⁾ van 27 tot 31 μ , gemiddeld 28.5 μ , gevonden bij Steenwijk.

¹⁾ J. W. MOLL, Observations on Karyokinesis in Spirogyra, Verhandelingen der Koninkl. Akad. van Wetensch. te Amsterdam, 2e sect. D. 1, N^o. 9, p. 16.

²⁾ G. VAN WISSELINGH, Ueber Kernteilung bei Spirogyra, l. c. p. 356 en 362.

Spirogyra setiformis (Roth.) Ky. van 27 tot 31 μ , gemiddeld 27 μ , gevonden bij Steenwijk.

Bij de kern van *Closterium Ehrenbergii* kan men dezelfde samenstellende deelen onderscheiden, die in het algemeen bij kernen voorkomen, nl. den kernwand, het kernskelet, den nucleolus of de nucleolen en het kernvocht. De kernwand is dun; hij schijnt dunner dan bij *Spirogyra*. Hij biedt aan de inwerking van chroomzuur niet lang weerstand. Het kernskelet bezit een fijne, gelijkmatige, netvormige structuur. De nucleolus heeft een bijzonder voorkomen. Ze bestaat uit een verzameling ronde of afgeronde polyedrische lichaampjes, die meerendeels aan elkaar vast zitten, doch toch goed afzonderlijk te onderscheiden zijn. Wanneer het kernskelet in chroomzuur is opgelost, kan men gemakkelijk constateeren, dat vele der kleine lichaampjes aan elkaar gehecht zijn. Elk lichaampje kan men als een afzonderlijken kleinen nucleolus beschouwen en het geheel als een verzameling kleine nucleolen. Soms komen tussehen deze een of een paar voor, die aanmerkelijk grooter zijn en daarbij min of meer bolvormig. Het komt mij voor, dat de kleine nucleolen in de mazen van het netvormige kernskelet liggen, wat waarschijnlijk de samenvloëing tot een grooten nucleolus belet. Bij de behandeling der karyokinese zal blijken, dat voor deze zienswijze evenals voor de gevolgtrekking, dat ze uit vloeibare substantie bestaan, gronden zijn aan te voeren. De kleine nucleolen komen overeen met de nucleolen, die algemeen in het plantenrijk worden aangetroffen en niet met de bij *Spirogyra* normaal voorkomende nucleolen. Met kleine kernen kunnen ze heelemaal niet vergeleken worden. Ze bezitten geen wand en evenmin is de verzameling van nucleolen door een wand omgeven; ook kunnen geen draden als integreerende bestanddeelen er in onderscheiden of met behulp van chroomzuur er uit afgescheiden worden, zooals bij de nucleolen in de kernen van *Spirogyra* het geval is.

Belangrijke verschillen tussehen de nucleolen in verschillende kernen, zooals volgens DE WILDEMAN zich zouden voordoen, heb ik bij *Closterium Ehrenbergii* niet aangetroffen. Wel vormen de kleine nucleolen in de eene kern een meer compacte massa en in de andere een massa, die wat lossier schijnt, wat waarschijnlijk DE WILDEMAN er toe geleid heeft tweeërlei typen te onderscheiden, doch essentiële punten van verschil zijn door mij niet geconstateerd geworden.

Karyokinese. Wanneer bij *Closterium Ehrenbergii* spoedig deeling zal optreden, doen zich zoowel bij het cytoplasma als bij de kern wijzigingen voor. De beide chromatophoren vertoonen op eenigen afstand van de kern een insnoering, als begin eener verdeling in

tweeën. Bij de kern verzamelt zich cytoplasma en de kern zelve vertoont ook aanmerkelijke wijzigingen. De nucleolen verspreiden zich in de kern, de kernwand wordt opgelost en het kernskelet vormt waarneembare draden. Van deze drie processen is de verspreiding der talrijke nucleolen in de kern het meest opvallend. De draden, die uit het kernskelet ontstaan, zijn aanvankelijk parel-snoervormig. Ze trekken zich langzamerhand samen en vormen een groot aantal dikkere, korte draden of chromosomen. Terwijl dit plaats vindt, vereenigen vele nucleolen zich met elkaar, zoodat dikwijls groote bollen ontstaan. De wijzigingen, die het kernskelet ondergaat, schijnen hand in hand te gaan met de vereeniging der nucleolen. Door de samentrekking van het kernskelet tot dikke draden schijnen de nucleolen meer in de gelegenheid te komen samen te smelten. De talrijke nucleolen vormen soms een beletsel de kerndraden goed waar te nemen. Wanneer de inwerking van het chroomzuur de kernfiguur wat uiteen doet vallen, worden de kerndraden echter duidelijk waarneembaar. De saamsmelting der nucleolen tot bollen, toont aan, dat ze uit een vloeibare substantie bestaan. De nucleolen geraken voor een groot deel buiten de kern; dientengevolge neemt men aan beide zijden van de kern een groot aantal bollen van verschillende grootte waar. Langzamerhand lossen deze op in het cytoplasma.

Wanneer de kern de bovenvermelde veranderingen heeft ondergaan, begint de vorming van de kernplaat. De chromosomen verplaatsen zich naar de middendoorsnede van de kern en komen ten slotte alle in een vlak te liggen. De kernplaat is dan gevormd. Deze vertoont de volgende bijzonderheden. Ze is plat, van ter zijde gezien is ze nagenoeg rond. Ze bezit een aanzienlijken omvang. De diameter bedraagt van 26 tot 40 μ , gemiddeld 35 μ . Ofschoon de structuur van de kernplaat betrekkelijk gunstig is voor de bepaling van het aantal chromosomen, zijn deze zoo talrijk, dat het mij niet is mogen gelukken het juiste aantal vast te stellen. Het bedraagt meer dan zestig. Evenals in andere gevallen, (*Spirogyra* ¹⁾), embryozak ²⁾ van *Fritillaria* en *Leucojum*, *Oedogonium* ³⁾), liggen de chromosomen niet los in het cytoplasma, maar vormen ze door middel van fijne verbindingen een samenhangend geheel. Bij behandeling van met FLEMING'S mengsel gefixeerd materiaal met chroomzuur-oplossing gelukt het het cytoplasma op te lossen en de kernplaat in haar geheel te isoleeren. Men ziet de omgevallen kernplaat dan drijven en de

1) Ueber den Nucleolus von Spirogyra, l.c. p. 209.

2) Ueber das Kerngerüst, l.c. p. 168.

3) Ueber die Karyokinese bei Oedogonium, l.c. p. 140.

chromosomen aanvankelijk ten opzichte van elkaar hunne plaats behouden. Eerst na meer langdurige inwerking laten ze elkaar los en gaan ze uiteen. De chromosomen zijn verschillend van lengte. In het algemeen zijn ze kort, de meeste zeer kort; de langere steken aan een der beide zijden van de kernplaat uit. Hun vorm is verschillend; sommige, inzonderheid de kleine zijn recht of flauw gebogen. Andere zijn op verschillende wijzen gebogen en vormen J-, S-, L-, U-, V-vormige en andere figuren. Overlangs vertoonen ze een streep, die de plaats aanwijst, waar ze zich in tweeën zullen splijten.

Zooals uit het bovenvermelde volgt, biedt *Closterium* weder een voorbeeld aan van een kern met chromosomen van verschillende lengte. Vroeger heeft dit verschijnsel in het plantenrijk weinig de aandacht getrokken. In 1898 heb ik ¹⁾ er op gewezen, dat bij *Spirogyra* twee van de twaalf chromosomen zich van de andere onderscheiden door het bezit van dunnere uiteinden, waaruit kleine draadvormige lichaampjes konden geïsoleerd worden, die nog tamelijk lang weerstand boden aan de inwerking van chroomzuur, wanneer de chromosomen voor het overige reeds opgelost waren. De beide afwijkende chromosomen waren dikwijls iets langer dan de andere. Twee overeenkomstige chromosomen werden later door mij bij een *Spirogyra*-soort waargenomen, waarbij in het geheel zes chromosomen in de kernplaat voorkwamen ²⁾. Bij *Closterium* verschillen de chromosomen alleen in lengte. Dit verschijnsel is in 1905 door ROSENBERG ³⁾ in het plantenrijk waargenomen nl. bij *Listera* en in 1908 door mij ⁴⁾ bij *Oedogonium*; later is het ook nog bij andere planten waargenomen geworden.

De verdeling van de kernplaat in twee kernplaathelften en het van elkaar gaan der kernplaathelften geschiedt op de gewone wijze. De chromosomen ondergaan een overlangsehe splijting. Bij het uiteengaan der kernplaathelften blijven de uiteinden der chromosomen het langst met elkaar verbonden. Dientengevolge vormen de beide helften te zamen dikwijls ruitvormige figuren en later afzonderlijk V-vormige met de beenen naar elkaar toe gericht. Dit doet zich vooral bij de kleinere chromosomen voor. Bij de langere chromosomen ondergaan eerst de gedeelten, die met de andere chromosomen verbonden zijn een splijting en later de vrije, uitstekende gedeelten. Bij

¹⁾ Ueber den Nucleolus von Spirogyra, l.c. p. 205 en volg.

²⁾ Ueber Kernteilung bei Spirogyra, l.c. p. 147.

³⁾ Zur Kenntnis der Reduktionsteilung in Pflanzen, Botan. Notiser, 1905, Separatabdr. p. 9.

⁴⁾ Ueber die Karyokinese bei Oedogonium, l.c. p. 141.

het van elkaar gaan der kernplathelften blijven de helften dezer chromosomen aan de vrije einden langer met elkaar verbonden dan aan de niet vrije einden. Ten slotte laten ook deze chromosomenhelften elkaar geheel los. Tijdens de inwerking van het chroomzuur zijn de bovenvermelde bijzonderheden goed waar te nemen. De ruitvormige, V-vormige en andere figuren, die uit de splijtende chromosomen ontstaan, raken daarbij geheel vrij.

De kernplathelften worden, terwijl ze van elkaar gaan, kleiner van omvang. Tegelijkertijd richten de vrije gedeelten der langere chromosomen zich min of meer naar buiten, waardoor ook bij *Closterium* het typische beeld, eigen aan de als diaster bekende fase, tot ontwikkeling komt.

Zooals ik boven reeds heb aangegeven, geraken de nucleolen in het cytoplasma, waar ze aan beide zijden der kernfiguur een aantal grootere en kleinere bollen vormen. Niet zelden blijft aanvankelijk een deel tusschen de chromosomen aan de kernplaat hangen en worden soms nog aanmerkelijke massa's tusschen en aan de van elkaar zich verwijderende kernplathelften aangetroffen.

Wanneer de kernplaat gevormd is, vangt ook de dwarswandvorming aan. De dwarswand ontwikkelt zich op overeenkomstige wijze als bij *Spirogyra*. Het proces begint bij den celwand en zet zich naar binnen toe voort, tot de cel door een vlak tusschenschot in twee dochtercellen is verdeeld. Dit proces wordt bij *Closterium* door een ander proces gevolgd, nl. door de splijting van den celwand. Ter plaatse waar de dwarswand ontstaat, verkrijgt de cel een insnoering, die steeds dieper wordt, hetgeen gepaard gaat met een doorsnoering van den wand der moedercel en met een splijting van den dwarswand, wier helften na de splijting sterk uitgroeien.

De kernplaat is omgeven door de kernspoel. Deze is ontstaan uit het de kern omgevende cytoplasma. In overeenstemming met den omvang van de kern en van de kernplaat is de kernspoel wijd, doch ze is niet krachtig ontwikkeld, veel minder dan bij *Spirogyra*. De spoelvezels zijn fijn en dun. Vroeger heb ik ¹⁾ er op gewezen, dat de kernspoel bij *Spirogyra* zeer waarschijnlijk er toe bijdraagt het niteengaan der dochterkernen te regelen en te bevorderen, dat wanneer zich geen spoel ontwikkelt of gebrekkige spoelvorming plaats vindt, dit niteengaan veel langzamer gaat en dat door de ontwikkeling der kernspoel de dochterkernen ook uit elkaar gedreven worden, wanneer de kern door centrifugeeren van haar plaats is gerukt en met chromatophoren en plasma tegen den wand gedrukt.

¹⁾ Zur Physiologie der Spirogyrazelle, Beihefte zum Botan. Centralblatt, Bd. XXIV (1908), Abt. 1, p. 147.

In verband met het voorgaande ben ik geneigd de minder krachtige ontwikkeling der kernspoel bij *Closterium* in verband te brengen met de wijze, waarop de dochterkernen zich in de dochtercellen naar de voor hen bestemde plaats begeven.

Terwijl bij *Spirogyra* de dochterkernen door de ontwikkeling der kernspoel ver uit elkaar gedreven worden, zoodat elk dadelijk ongeveer de voor haar bestemde plaats verkrijgt, gaan bij *Closterium*, waar de spoel zich niet zoo sterk ontwikkelt als bij *Spirogyra* en spoediger in het cytoplasma oplost, de dochterkernen aanvankelijk niet zoo ver van elkaar. Na de vorming van den dwarswand bevinden bij *Closterium* de dochterkernen zich op geringen afstand aan beide zijden van den dwarswand. Daarna verplaatsen ze zich langs den celwand naar de plaatsen, waar de chromatophoren zich in tweeën deelen. Eerst bewegen ze zich voort langs den dwarswand en vervolgens langs den wand der moedereel en wel aan de zijde, die het meest gebogen is. In de dochtercellen nemen ze een plaats in tusschen de beide chromatophoren, door deeling ontstaan uit één chromatophoor der moedereel.

In den regel is bij *Closterium* de kernspoel gelijkmatig ontwikkeld. Bevindt de kern zich echter niet in het midden van de dwarsche doorsnede der eel, maar dicht bij de zijde, die het sterkst gebogen is, dan breiden de spoelvezels zich aan de tegenovergestelde zijde meer uit.

De kernplaatshelften ontwikkelen zich op de volgende wijze tot dochterkernen. Ze worden door een wand omgeven en langzamerhand ontwikkelen de chromosomen zich tot een fijn netwerk. Deze verkrijgen eerst een lossere structuur en gaan op parelsnoervormige draden gelijken; ze kunnen weldra niet meer van elkaar onderscheiden worden en schijnen een weefsel van fijne, parelsnoervormige draden te vormen en eindelijk een fijn netwerk. Moeilijk is het tijdstip aan te geven, waarop de jonge dochterkernen van een wand voorzien worden. Reeds vroegtijdig treden in de dochterkernen tusschen het draadwerk talrijke kleine nucleolen op. Deze komen dicht bij elkaar en vormen eenige hoopjes en ten slotte een groote centrale massa of verzameling van nucleolen. Wanneer de jonge dochterkernen zich nog bij den dwarswand bevinden, zijn de nucleolen nog in grooten getale door de geheele kern verspreid. Wanneer de kern tusschen de beide chromatophoren der dochtereel aankomt, vormen ze enkele hoopjes. Dit heeft aanleiding gegeven tot de gevolgtrekking, dat de dochterkernen aanvankelijk niet van één maar van meerdere nucleolen voorzien zijn. De dochterkernen zijn plat evenals de rustende kern. Op hun tocht langs den celwand voegt zich de vorm min of meer

naar de omstandigheden; bij het maken van bochten zijn de kernen gekromd.

Hierboven heb ik in het kort de structuur van de kern en de bijzonderheden van de karyokinese bij *Closterium Ehrenbergii* beschreven. Zooals uit het medegedeelde blijkt komt de kern, wat de nucleolen betreft, niet overeen met de *Spirogyra*-kernen, zooals vroegere onderzoekers gemeend hebben. In dit opzicht levert de kern van *Closterium* een zeer belangrijk punt van verschil op met de *Spirogyra*-kernen. Ze bezit nl. geen nucleolus, die met een kern kan gelijkgesteld óf vergeleken werden. De kernen komen overeen met kernen, zooals ze algemeen in het plantenrijk, inzonderheid bij hoogere planten worden aangetroffen; ze vertoonen echter eene bijzonderheid, nl. de nucleolen, die feitelijk in grooten getale aanwezig zijn, vormen in het midden van de kern een conglomeraat.

De kern deelt zich langs den weg der karyokinese of mitose. Alle verschijnselen, die zich in den regel daarbij voordoen, komen ook bij *Closterium* voor. Als bijzonderheden, die de kerndeeling bij *Closterium* aanbiedt, kunnen genoemd worden: de verspreiding der nucleolen in de kern en hunne uitstooting in het cytoplasma, de groote, platte kernplaten, het groot aantal chromosomen, dat meer dan 60 bedraagt, de verschillende lengte der chromosomen, die over het algemeen genomen kort zijn en waarvan alleen de langere vrije, zijdelings uitstekende einden hebben, de wijde, weinig krachtig ontwikkelde kernspoel en de verplaatsing der dochterkernen langs den celwand.

Later hoop ik uitvoeriger over de karyokinese bij *Closterium* te berichten en de medegedeelde resultaten met figuren toe te lichten. Over de celdeeling en den groei van den celwand bij *Closterium* is in dit opstel bijna niet gesproken. Hierover hoop ik ook later mededeelingen te doen.

Anatomie. De Heer BOLK biedt eene mededeeling aan van den Heer C. T. VAN VALKENBURG: „*Over den nucleus facialis dorsalis, nucleus trigemini posterior, nucleus trochlearis posterior.*”

(Mede aangeboden door den Heer C. WINKLER).

Bij de studie van eenige menschelijke fetale hersenstammen viel mijn aandacht op de standvastige aanwezigheid van enkele nog niet beschreven celgroepen — kernen — die ik ten deele daarna ook bij den pasgeboren, resp. volwassen mensch kon aantoonen. Het zijn de volgende:

1°. *Nucl. facialis dorsalis*. Door KÖLLIKER¹⁾ en ZIEHEN²⁾ is normaal-anatomisch bij sommige monotremata (ornithorhynchus, echidna) het bestaan van een dorsaal gelegen facialiskern aangetoond. Voor de overige zoogdieren, inclusief den mensch, ontbreekt deze vondst. Alleen is door KOHNSTAMM³⁾ een aantal vrij verspreid liggende cellen dorsaal van het gebied van den VII kern gedegeneerd gevonden na doorsnijding van den n. submaxillaris; deze cellen zouden zich tot het frontale einde van de V kern uitstrekken. YAGITA en HAYAMA⁴⁾ kwamen na doorsnijding der chorda tympani bij den hond tot het besluit dat de aan deze oorspronggevende facialiskerncellen veel minder verspreid liggen, mediaal van de subst. gel. Rolando van den afdalenden Quintus in 3 étages boven den bekenden nucleus VII.

Beiden houden de aldus gevonden cellen voor den nucleus salivatorius VII.

Van een *fetus van 27 cm.* lengte stond mij een dwars op den stam gesneden serie ter beschikking.

Wanneer de facialiskern, van den caudalen kant af gerekend, 1.4 mm. in de sneden zichtbaar is geweest, treedt vrij ver dorsaal en iets mediaal van deze, tevens lateraal en iets ventraal van den nucl. VI, een celgroep op, die zich sagittaal 200 μ uitstrekt (zie fig. 1). De cellen zijn gering in aantal (tezamen ongeveer 70), zijn van het motorische type, vertoonen duidelijke dendrieten in de richting van de ventrale facialiskern (fig. 2). De kleuring laat niet toe de ascylinders te onderscheiden (haematoxylin). De ventrale nucleus VII eindigt frontaal 200 μ vóór de frontale grens dezer celgroep.

De stam van een *fetus van 14 cm.* lengte is eveneens dwars op zijn lengteas gesneden.

De nucleus VII is reeds 950 μ caudaal zichtbaar geweest, als op de boven aangegeven plaats een gelijk celgroepje verschijnt dat in sagittale afmeting 150 μ lang is. Het aantal cellen bedraagt ongeveer 66. Omtrent de uitsteeksels is hetzelfde (zie fig. 3) als boven te

¹⁾ KÖLLIKER: Oblongata u. Vierhügelgend von Ornithorhynchus und Echidna. Leipzig ENGELMANN 1901.

²⁾ ZIEHEN: Das Centralnervensystem der Monotremen und Marsupialier 2^{er} Theil, 2^{er} Abschnitt. SEMON'S Forschungsreisen 1908.

³⁾ KOHNSTAMM: Vom Centrum der Speichelsecretion etc. XX Congress für innere Medicin.

DERS. und WOLFSTEIN: Versuch einer physiolog. Anatomie der Vagusursprünge etc. Journ. f. Psychol. u. Neurol. 1907. S. 190 flgg.

⁴⁾ YAGITA und HAYAMA: Ueb. das Speichelsecretionscentrum Neurol. Ctrbl. 1909. N^o. 14.

YAGITA: Weitere Untersuchungen üb. das Speichelzentrum. Anal. Anz. 1909, N^o. 2 u. 3.

vermelden. Nucl. VII eindigt naar voren tegelijk met het kerutje. Een *fetus van 7.4 cm.* vertoonde met eene kleine afwijking hetzelfde. Aangezien de sneërichting hier eene dwarsche met vrij sterke horizontale neiging was, konden geheel nauwkeurige en vergelijkbare metingen niet worden verricht zonder modelleering. Wat de verhouding van nucl. VII en de genoemde celgroep betreft, was in beginsel hetzelfde vast te stellen als voren; de laatste lag hier echter iets meer lateraal (fig. 4). Ook hier viel haar frontale eindiging samen met die van den nucl. VII: de laatste was 310μ , de eerste ongeveer 20μ lang. Het aantal cellen was onmogelijk bij benadering vast te stellen.

De in hooge mate constante plaats van de gevonden kern boven het frontale einde van den bekenden nucl. VII, de groeirichting van vele harer celdendrieten in de richting van dezen laatste, de onmogelijkheid deze cellen met een der andere oblongata zenuwen in verband te brengen, gevoegd bij haar „motorisch” type, doen mij het zoo goed als zeker achten dat we hier met een dorsale facialiskern te doen hebben. Bovenal is van belang de ligging *in* den fylogenetisch (en ontogenetisch) afgelegden weg van den Nu. VII ventr. en *ver lateraal* van denzelfden weg der Abducenskern, zooals deze door ARIËNS KAPPERS zijn beschreven ¹⁾.

Natuurlijk zal het wenschelijk zijn met behulp van toepasselijke methoden (zilverimpregnatie) den overgang der ascylinders in den nervus VII vast te stellen.

Door deze vondst aangespoord zocht ik naar de kern bij den *pasgeboren mensch*. In een, volgens PAL gekleurde, dwarsgesneden serie vond ik in volmaakt overeenkomstige ligging de door een gelukkig toeval vrij sterk gekleurde cellen dezer groep (fig. 5). Ze liggen duidelijk in het opstijgende been van den nerv. VII. Ook frontaler, als de eigenlijke Nu. VII reeds van het sneevlak verdwenen is, zijn zij nog fraai zichtbaar. Door de onvolledigheid der serie heb ik geen metingen kunnen doen.

Eindelijk was ik ook in staat bij den *volwassen mensch* dezelfde celgroep aan te toonen (v. GIESON-serie); wederom op dezelfde plaats, met alle karakteristieke plaatselijke verhoudingen die reeds van de fetale praeparaten bekend zijn (fig. 6). Ik telde over 14 praeparaten verdeeld 59 cellen, eene zeer bevredigende overeenkomst met de fetale cijfers.

Alles te zamen genomen meen ik te mogen besluiten dat bij den mensch een dorsale facialiskern met uiterst groote waarschijnlijkheid

¹⁾ Zie vooral C. U. A. KAPPERS u. H. VOGT: Die Verlagerung der motorischen Oblongatakerne in phylogenetischer und teratologischer Beziehung. Neur. Ctrbl. 1908.

voorkomt¹⁾, en dat deze in den loop der ontwikkeling vóór en na de geboorte, in zeer geringe mate of in 't geheel niet haar ligging ten opzichte harer omgeving, in 't bijzonder tot de ventrale facialiskern verandert, zoodra eenmaal de definitieve ventrale ligging van deze laatste (vóór het midden van de 3^{de} maand in elk geval) is tot stand gekomen.

Of de gevonden kern mag beschouwd worden als een nucl. salivatorius en dus oorsprong geeft aan secretorische vezelen der chorda tympani schijnt zeer mogelijk, maar vooralsnog niet uit te maken. De omstandigheid dat zij zoozeer dorsaal blijft liggen wijst erop, in verband met ARIËNS-KAPPERS' neurobiotaxis-leer, dat haar werkzaamheid vermoedelijk nauw verbonden is aan het dorsale gedeelte van de substantia gelatinosa Rolando radiceis spinalis nervi Trigemini²⁾. En aangezien het hoogst waarschijnlijk is dat ook bij den mensch in dit gedeelte vooral de derde quintustak zijne sensible eindiging vindt³⁾, ligt het zeer voor de hand voor de dorsale VII-kern eene functie te postuleeren, die met mondslijmvliesensibiliteit in eng verband staat. Dat dan vooral óók aan werking op de glandulae sublingualis en submaxillaris gedacht moet worden, is duidelijk. Zekerheid daaromtrent zullen gevallen van degeneratie pas geven, die dan tevens het schijnbare verschil met de experimenteele bevindingen bij den hond zullen verklaren of aantoonen.

2°. *Nucleus trigemini posterior.*

Fetus 27 cm.; 200 μ frontaal van het capitale uiteinde van de beschreven kern komt gedurende ongeveer 300 μ een kerntje in

¹⁾ Vermoedelijk is de door mij beschreven kern dezelfde die van GEHUCHTEN oorspronkelijk bij het kipembryo gevonden meende te hebben, en die hij naderhand degeneratief bij het konijn aantoonde. Hij gaf er den naam n. abducens ventralis aan. (Zie: Les nerfs moteurs oculaires Journ. d. Neurol. 1898). Het bestaan van de kern werd bevestigd door LUGARO (Sull' origine di alcun. nerv. encef. Arch. di Ottalmol. 1894) en PACETTI (Sull' origine dell' abducente. Ric. fatte nel Laborat. d'Anat. norm. di Roma 1896), tegengesproken door SIEMERLING en BOEDEKER (Chronische fortschr. Augenmuskellähm. u. Progr. Paral. Arch. f. Psych. Bd. 29) Mijne fotografieën zijn met v. GEHUCHTEN's opvatting in strijd; ook kan ik SIEMERLING en BOEDEKER's waarneming bevestigen, die bij abducensverlamming buiten het gebied van de VI^{de} kern geen celdegeneratie vonden. In een door mij waargenomen geval van oogspierkernatrofie was de thans als nu. fac. dors. beschreven kern ongeschonden. KAPLAN's en FINKELBURG's vondsten (Beitr. z. Kenntn. des sogen. ventr. Abducenskernes A. f. Psych. Bd. 33) schijnen eenigszins onzeker.

²⁾ En met de frontale voortzetting van de kern van den fasc. solitarius?

³⁾ In gedeeltelijke overeenstemming met WALLENBERG (D. Ztschr. f. Nervenhlk. 1897 S. 400) en EISENLOHR (Arch. f. Psych. 1892 S. 314) ook door mij gevonden in een pathologisch geval,

het sneevlak dat op dezelfde hoogte als de vorige doch iets lateraler ligt, en zich proximaal direkt aansluit bij de in dorsoventrale afmeting veel grootere motorische Trigeminskern (zie fig. 7). Men zou deze groep dus niet eens afzonderlijk behoeven te beschouwen, ware het niet dat in jongere stadia de afgrenzing eene duidelijke is.

Fetus 14 cm. vertoont dit cel-nestje in de sagittale afmeting ongeveer midden tusschen nucl. VII dors. en nucl. V, bestaande uit ongeveer 96 cellen. Het ligt lateraler dan de eerste, (fig. 8), terwijl proximaal de hoofdkern van den trigeminus weer iets ventrolateraler komt te liggen. De richting der dendrieten is een andere als bij den nucl. fac. dors., nl. bij een klein deel der cellen veel meer lateraal gericht. Een grooter deel is klaarblijkelijk door de snede loodrecht op de lengte-as getroffen zoodat de zich hoofdzakelijk in de sagittale lijn uitstrekkende dendrieten niet zichtbaar zijn in verband met de bijbehorende cellen.

De eigenlijke motorische V-kern ligt, zooals gezegd, frontaalwaarts ventrolateraler, en wordt naar voren toe omvangrijker in ventrolaterale richting. Haar groei is duidelijk naar de sensibele eindkern van den Trigeminus gericht¹⁾.

Fetus 7.4 cm. Hier zijn de verhoudingen door de sterk horizontale sneerichting onduidelijk geworden. Ik heb daarom aan een fetus van 6.5 cm. deze celgroep onderzocht. De zuiverder dwars op den stam gelegde sneden geven hetzelfde te zien, in kleinere evenredigheid, als het voorafgaand embryo. Het was niet mogelijk een goede fotografie hiervan te maken.

Bij het voldragen kind was het evenmin als bij den volwassen mensch mogelijk iets van de besproken kern te vinden. Wel vindt men in een frontale serie in de achterste sneden die den nucl. mot. V vertoonen eene sterke vermindering van cellen, die dan proximaal weer gevolgd wordt door eene vermeerdering. Maar sporen van eene dergelijke groepeerings vindt men ook op andere plaatsen in deze kern, en in vele andere kernen eveneens.

Dat we te doen hebben met een ontogenetische samenvoeging van 2 onderdeelen van de quintus-kern volgt reeds uit de verschillende vondsten bij fetus 14 en fetus 26 cm.; de vereeniging heeft dus plaats tusschen 3½ en 5½ maand. Of deze tot stand komt door voorwaartsverschuiving van den nucl. posterior of door achterwaartsverschuiving van de hoofdkern is niet met volledige zekerheid uit te maken uit de verhouding tot de overige zenuwkernen in dit

¹⁾ Ook bij de beenvisschen en sommige reptiliën vindt men een afzonderlijke tot den nucl. mot. V behorende celgroep achter dezen laatste gelegen; deze blijft daar bij het volwassen dier (ARIENS-KAPPERS).

gebied, aangezien deze laatste klaarblijkelijk ook nog niet hun definitieve ligging en vorm — althans in details — verkregen hebben. De omstandigheid echter, dat de dendrietrichting van de hoofdkern in hoofdzaak ventrolateraal is nl. naar de subst. gelatinosa rad. spin. Vi en naar de sensibele V-kern toe, als getuigenis van den hoofdinvloed die haar definitieve ligging veroorzaakt —, terwijl het meerendeel der nucl. post.-cellen nog in sagittale richting wordt getrokken, doet vermoeden dat deze laatste op weg zijn naar de hoofdkern en niet omgekeerd.

Over de funktioneele beteekenis van de beschreven kern valt niets stelligs te zeggen; de mogelijkheden zal ik niet aanroeren.

3°. *Nucleus trochlearis posterior.*

Fetus 27 c.M. Lang voor dat de kern van den nervus trochlearis in de sneevlakte valt is op juist dezelfde plaats, in samenhang met de centrale grijze massa van den aquaeductus Sylvii en ingezonken in den fasciculus longitudinalis posterior een celgroep zichtbaar die juist hetzelfde karakter draagt als elke motorische zenuwkern. Zij begint 1.5 m.m. achter het caudale einde van den nucl. IV, is 200 μ lang en bevat ongeveer 26 cellen. Merkwaardig is de *asymmetrie* harer ligging: links geldt de gegeven maat, rechts is de afstand der caudale polen van beide kernen slechts 850 μ . Het cellichaam met dendrieten is meestal gestrekt van medioventraal naar dorsolateraal, soms sagittaal.

Fetus 14 c.M. Aan de rechter helft is op geheel overeenkomstige wijze als boven beschreven een kerntje aanwezig. Het is 250 μ lang en gaat met enkele cellen continu in den eigenlijken nucl. IV over. Links daarentegen treedt het reeds 600 μ vóór de trochleariskern op, is 200 μ lang, terwijl de nucl. IV zelf slechts 250 μ meet tegenover den rechter die 500 μ lang is. Tezamen zijn de kernen links 550 μ , rechts 750 μ lang. (Fig 9 en 10).

Van de expansierichting der cellen is hetzelfde te zeggen als bij den fetus 27 cm.

Fetus 7,4 c.M. leverde geen duidelijke gegevens op dit punt door de sneêrichting, evenmin als fet. 6.5 cm.

In den stam van den *pasgeborene* en van den normalen *volwassene* was van een kern als hier beschreven niets waar te nemen. Ik vond echter in een geval van ophthalmoplegia completa dextra — waar dus alle oogspierkernen voor den rechter bulbus oculi atrofisch waren — behalve den nucl. IV, daarachter gelegen een eveneens atrofische kern. Aan den gezonden kant was deze kern, die mogelijk zonder de degeneratie van de contralaterale niet zoo sterk in 't oog

zou zijn gevallen, geheel normaal, zooals uit de figuur blijkt (fig. 11). Men ziet er bovendien duidelijk wortelvezels uit ontspringen geheel op de wijze als bij de hoofdkern der katrolzenuw gebruik is (fig. 12). Haar sagittale lengte bedraagt 1.260 m.m.; haar caudale pool ligt 1.680 m.m. achter het caudale begin van den nucl. IV principalis.

Het is een bekend feit dat de trochleariskern ontogenetisch en fylogenetisch distaler wordt aangelegd dan de plaats waar we haar bij den mensch vinden.¹⁾ Overblijfsel daarvan is het sterk caudaal-gerichte verloop harer uittredende wortels. Klaarblijkelijk doen nu onder bepaalde, onbekende, invloeden niet alle deelen van de kern gelijkelijk aan deze frontaalwaartsche verschuiving mede; er blijven soms op min of meer grooten afstand celgroepen achter die zelfs blijvend deze ligging kunnen behouden.

Zeer kenmerkend voor het onstandvastige van dit verschijnsel is de sterke asymmetrie er van, zooals boven is aangetoond.²⁾

De reden van het achterblijven is voor een bepaald geval niet aan te geven. Als algemeene grond kan men er m.i. ter verklaring voor aanvoeren: eene min of meer funktioneele scheiding van de IV-kern, naarmate deze meer met den nucl. oculomotorii of met den nucl. abducentis moet samenwerken. De hoofdoorzaak van haar voorwaartsche verplaatsing ligt wel in de omstandigheid dat ze vóór alles met den nucl. III tegelijk en vereenigd onder den invloed van bepaalde prikkels staat, een invloed die zonder twijfel — door de overmatige belangrijkheid van den oculomotorius — veel zwaarder weegt dan die het gevolg is der met nucl. VI gemeenschappelijk ontvangen prikkels. In het achterblijven van een deel van de trochleariskern zouden we dan de anatomische uitdrukking kunnen zien van dezen laatst genoemden invloed, die onder sommige, vooralsnog niet nader te verklaren omstandigheden, deze splitsing zou bewerken.

VERKLARING DER FIGUREN.

- Fig. 1. Dwarsche doorsnede der med. obl. van een menschelijk embryo van 27 cm.
 Fig. 2. Dezelfde " " bij sterkere vergrooting.
 Fig. 3. Doorsnede op dezelfde plaats bij een menschelijk embryo van 14 cm.
 Fig. 4. " " " " " " " " " " " " 7.4 cm.
 Fig. 5. " " " " " " " kind van 14 dagen.
 Fig. 6. " " " " " " " volwassen mensch.
 Fig. 7. Dwarsche doorsnede van de pons van een menschelijk embryo van 27 cm.
 Fig. 8. " " " " " " " " " " " " 14 cm.

¹⁾ TRETJAKOFF: Das Nervensystem von Ammonoetes Arch. f. mikrosk. Anat. Bd. 74.

²⁾ Nadat dit geschreven was vond ik bij een konijn een *alleen rechts* aanwezigen nucl. trochl. post. in volmaakt gelijke verhoudingen als boven zijn aangegeven. De door WESTPHAL geziene bijkern van den Trochlearis (A. f. Psych. Bd. 18 p. 846) wordt beschreven als hebbende *veel kleinere* cellen en eene *dorsale* ligging. Geen dezer beide kenteekenen bezit de door mij waargenomen celgroep.

Fig. 9. Dwarsche doorsnede der middenhersenen van een menschelijk embryo van 14 cm.

Fig. 10. " " " middenhersenen van een menschelijk embryo van 14 cm. 600 μ frontaal van fig. 9.

Fig. 11. " " " middenhersenen van een volwassen mensch (nucl. trochlearis posterior).

Fig. 12. " " " middenhersenen van een volwassen mensch (nucl. trochlearis principalis) links gedegenereerd.

Fig. 13. Nuclei: VI, VII ventralis, VII dorsalis, V posterior, V principalis, IV posterior, IV principalis. Geprojecteerd op één sagittaal vlak. Schaal 20:1. Embryo 27 cm.

Fig. 14. Hetzelfde bij een embryo van 14 cm. Alleen de sagittale afstanden en grootten zijn nauwkeurig gemeten en geteekend; dit geldt ook voor fig. 13.

d = dorsaal. *v* = ventraal. *p* = posterior. *de* = dexter. *si* = sinister. *o.s.* = oliva superior. *f.l.p.* = fasc. longitudinalis posterior. *princ.* = principalis. *atr.* = atrophicus.

Scheikunde. — De Heer HOLLEMAN biedt, mede namens den Heer T. VAN DER LINDEN, eene mededeeling aan: „*Over de halogeneering der monohalogenbenzolen.*”

Omtrent de kennis van de reactieprodukten, die verkregen worden bij verdere halogeneering der halogeenbenzolen laat zich zeggen, dat deze in kwalitatief opzicht onvolledig is, en dat kwantitatieve analyses van genoemd produkt geheel ontbreken. Dit zijn m. a. w. dezelfde opmerkingen, die over de meeste reactieprodukten te maken zijn, die tot nog toe bij invoering van een tweeden substituuat in monogesubstitueerd benzol verkregen zijn.¹⁾

Wat de kwalitatieve zijde van het onderhevige geval betreft, zij hier vermeld, dat de vorming van para- en dikwijls ook van ortho-dihalogenbenzolen bij de invoering van een tweede halogeenatoom in monogehalogeneerd benzol is geconstateerd; dat men in enkele gevallen ook vermeend heeft, de meta-verbinding uit het reactieprodukt geïsoleerd te hebben, maar dat het bewijs daarvoor geheel onvoldoende geleverd is.

De halogenen substitueeren niet of slechts uiterst traag de waterstofatomen van de benzolkern zonder aanwezigheid van een katalysator. Bij dit onderzoek werden als zoodanig de halogeenverbindingen van aluminium en ijzer gebezigd. Daar ons doel was, de invoering van een tweede halogeenatoom te bestudeeren, moest de vorming van hoogere halogeenverbindingen voorkomen worden. Dit kon bereikt worden door de monohalogenbenzolen slechts met de helft van de

¹⁾ Zie mijn onlangs verschenen werk: Die direkte Einführung von Substituenten in den Benzolkern Leipzig 1910.

hoeveelheid halogeen te behandelen, die voor de invoering van één halogeenatoom berekend wordt.

Methode der halogeneering.

De volgende halogeneeringen werden uitgevoerd:

Chloreering van chloorbenzol	
„ „ broombenzol	
Bromeering „ chloorbenzol	
„ „ broombenzol	

Hierbij werd op de volgende wijze gehandeld: Bij het monohalogenbenzol werd ca. 0.5 % AlCl_3 of de aequivalente hoeveelheid FeCl_3 gevoegd; bij de bromeeringen bracht men in de vloeistof de aequivalente hoeveelheid ijzer- of aluminiumpoeder. In de vloeistof werd gezuiverd en gedroogd chloor geleid of broom bijgedruppeld. De temperatuur was bij een gedeelte der proeven ca. 65° bij een ander gedeelte ca. 55° . De inwerking verliep bij aanwezigheid van Al vrij krachtig, bij die van Fe veel rustiger; bij de eerste was een geringe harsvorming niet te vermijden, daaruit blijkende, dat het gezuiverde inwerkingsprodukt min of meer bruin getint was; de reactieproducten met Fe verkregen waren daarentegen nagenoeg kleurloos.

Na afloop der halogeneering werd in verdund zoutzuur uitgetogen, het reactieprodukt met verdunde loog en daarna water gewassen. Deed het geval zich voor, dat genoemd produkt gedeeltelijk gekristalliseerd was, dan werd monohalogenbenzol toegevoegd, totdat alles vloeibaar was.

Methode ter quantitative analyse van het reactieprodukt.

Het gold nu in de eerste plaats, de gevormde dihalogenbenzolen van het in overmaat aanwezige monohalogenbenzol te scheiden. Het grootste deel hiervan kon, door het belangrijke verschil in kookpunt der mono- en der dihalogenbenzolen, door distillatie verwijderd worden in het apparaat HOLLEMAN-VAN DER LAAN ¹⁾. Door middel van de refractie van het distillaat kon worden bepaald, of dihalogenbenzolen mede waren overgegaan. Indien dit het geval was, werd het distillaat opnieuw in genoemd toestel aan distillatie onderworpen en dit zoo dikwijls herhaald, totdat het de refractie van het monohalogenbenzol vertoonde. De residus dezer distillaties werden alle met de hoofdmassa vereenigd.

De laatste hoeveelheid monohalogenbenzol kon nu verwijderd

¹⁾ Rec. 26, 25 (1907).

worden door schudden met geconcentreerd zwavelzuur in de tienvoudige gewichtshoeveelheid. Door een reeks van proeven bleek het, dat een zuur van 95% gehalte aan H_2SO_4 de monohalogenbenzolen bij gewone temperatuur sulfoneert, de dihalogenbenzolen daarentegen niet aangrijpt. Wordt zuur van slechts enkele tiende procenten hooger gehalte aangewend, dan sulfoneert het ook deze laatste; zuur van een lager gehalte sulfoneert de monohalogenbenzolen wel, maar langzamer. Ook bij zuur van 95% H_2SO_4 moest echter in sommige gevallen de duur van het schudden op 90 uur worden gebracht.

Ter controle dezer methode werd o. a. de volgende proef gedaan: Een mengsel der drie dichloorbenzolen werd bereid; het had een beginstolpunt van $10^{\circ}.4$. Hierbij werd ruim 10% monochloorbenzol gevoegd en nu 25 uur met de tienvoudige gewichtshoeveelheid zwavelzuur van 95.2% geschud. Het stolpunt van het onopgeloste was toen $10^{\circ}.0$. Opnieuw werd gedurende 5 uur geschud, waarna het stolpunt nog $10^{\circ}.0$ was, dus slechts $0^{\circ}.4$ te laag. Daar van de dihalogenbenzolen de para-verbindingen veel moeilijker dan de ortho- en meta-verbindingen gesulfoneerd worden en eerstgenoemde het hoogste smeltpunt hebben, had het stolpunt moeten rijzen, wanneer ook de dihalogenbenzolen werden aangetast; althans van zulke mengsels, waaruit bij hun beginstolpunt de para-verbinding uitkristalliseert. Dit was bij de halogeneeringsprodukten steeds, alsmede bij dit kunstmengsel, het geval.

Nadat aldus door schudden met zwavelzuur het monohalogenbenzol verwijderd was, werd van het mengsel der drie dihalogenbenzolen, door de bepaling van de eerste en tweede stolpunten de samenstelling bepaald, op de wijze zooals reeds in deze verslagen (Zitting van 26 Febr. 1910) beschreven is. Hieronder volgen de verkregen resultaten:

I. *Chloreering van monochloorbenzol*, In onderstaande tabel zijn de verkregen resultaten samengevat. (Zie tabel I p. 191).

a en b zijn duploproeven, met hetzelfde chloreeringsprodukt uitgevoerd. Door de nummers worden afzonderlijk uitgevoerde chloreeringen aangegeven.

De temperatuur was $60-65^{\circ}$. Hoeveelheid katalysator: 0.5% $AlCl_3$ en de daarmee aequivalente hoeveelheid $FeCl_3$.

De hier, bij gebruik van $AlCl_3$ gevonden procentgetallen, die zooals men ziet, zeer goed met elkander overeenstemmen, verschillen aanzienlijk van degene, die door MOUNEIJRAT en POURET¹⁾ worden opgegeven. Zij

¹⁾ Bl. (3) 19, 459 (1898).

T A B E L I.

No.	Katalysator	para	ortho	meta
1	AlCl ₃ a b	65.6 ⁰ / ₀	29.6 ⁰ / ₀	4.8 ⁰ / ₀
		65.6 „	29.4 „	5.0 „
2	AlCl ₃ a b	65.7 „	29.7 „	4.6 „
		66.0 „	30.0 „	4.0 „
3	FeCl ₃ a b	54.0 „	38.8 „	7.2 „
		54.0 „	38.7 „	7.3 „
4	FeCl ₃ a b	55.8 „	38.6 „	5.6 „
		55.8 „	38.8 „	4.4 „
5	Fe Cl ₃ a b	55.5 „	39.2 „	5.3 „
		55.5 „	39.7 „	4.8 „

chloreerden chloorbenzol bij aanwezigheid van 3 % AlCl₃, totdat de gewichtstoename gelijk aan de theoretisch voor de invoering van één chlooratoom berekende was. Daarna onderwierpen zij hun produkt aan gefractioneerde distillatie, gecombineerd met uitvriezen van paradichloorbenzol. Zij verkregen zoo drie fracties en wel 353 gr. *p*-dichloorbenzol (vast), 235 gr. eener vloeistof, kokende bij 179° en 131 gr. eener vloeistof kokende bij 172°. Aangezien de kookpunten van ortho- en meta-dichloorbenzol bij 179°, resp. bij 172° liggen, beschouwen zij — zonder eenig nader bewijs — die vloeistoffen als ortho- resp. als meta-dichloorbenzol, zoodat de samenstelling van hun chloreerings- produkt dan zoude zijn :

ortho : 32.7 %

meta : 18.2

para : 49.1

Het is echter gemakkelijk in te zien, dat deze cijfers onmogelijk juist kunnen zijn. Vooreerst is eene scheiding der isomere dichloorbenzolen door gefractioneerde distillatie onmogelijk, daar hiertoe de kookpunten te dicht bij elkander liggen; *p*-dichloorbenzol heeft zelfs hetzelfde kookpunt (172°) als het meta-isomeer. In de tweede plaats bevat het vloeibare mengsel der isomeren, nadat er de para-verbinding door afkoeling op 0° was uitgekristalliseerd, zonder twijfel nog

eene aanmerkelijke hoeveelheid dezer stof; deze zal bij distillatie bij ca. 172° overgaan en dus een groot gedeelte moeten uitmaken van de 131 gr. die MOUNEYRAT en POURET, enkel afgaande op dit kookpunt, voor de meta-verbinding houden.

Tot een juister inzicht in de samenstelling van hun chloreeringsprodukt komt men door de volgende wijze van berekening. Uit de $131 + 235 + 353 = 719$ gr. dichloorbenzol die zij bereidden, verkregen zij 353 gr. para-verbinding, door afkoelen op 0° ; de moederloog woog dus 366 gr. Volgens de stollijn van para- en orthodichloorbenzol (zie de dissertatie van den Heer v. d. LINDEN) bevat een mengsel van het stolpunt 0° nog 30% para-verbinding, d.i. dus hier 110 gr. Totaal is er dus aan para-verbinding $353 + 110 = 463$ gr. of 64.4%. Nemen wij aan, dat de hoeveelheid ortho-dichloorbenzol inderdaad zoo groot is als door MOUNEYRAT en POURET wordt opgegeven, hetgeen door de hoogere ligging van het kookpunt van dit isomeer bij benadering wel juist zal zijn, dan bedraagt het procentgehalte daaraan 32.7%, zoodat we aan meta-dichloorbenzol $100 - (64.4 + 32.7) = 2.9\%$ vinden. Deze cijfers vertoonen eene bevredigende overeenstemming met de door ons bepaalde.

Zooals reeds werd opgemerkt, is de samenstelling van de reactieproducten uit hunne begin- en tweede stolpunten afgeleid. Hierbij is stilzwijgend aangenomen, dat de verlaging van de eutektische temperatuur van para- en ortho-dichloorbenzol door meta-dichloorbenzol wordt teweeggebracht en niet door nog aanwezig monochloorbenzol of door hooger gechlloreerde producten. Inderdaad kon, door gefractioneerde distillatie van het mengsel en refractometrische onderzoek van de eerste tien overgaande druppels, zoomede van de distillatierest, met zekerheid de afwezigheid van monochloorbenzol en van hooger gechlloreerde producten vastgesteld worden.

Om echter allen twijfel aangaande de aanwezigheid van meta-dichloorbenzol weg te nemen, werd het op de volgende wijze uit het reactieprodukt afgezonderd. 1 Kgr. chloorbenzol werd, onder toevoeging van FeCl_3 in de boven vermelde hoeveelheid, met chloor behandeld, totdat ca. $\frac{2}{3}$ deel in dichloorbenzol was omgezet. De temperatuur werd weer op $60-65^{\circ}$ gehouden. Het onveranderde monochloorbenzol werd afgedistilleerd en para-dichloorbenzol door uitvriezen zooveel mogelijk verwijderd. Het vloeibaar gebleven deel werd aan gefractioneerde distillatie onderworpen en het tusschen 168° en 182° overgaande, dat alle dichloorbenzolen moet bevatten, afzonderlijk opgevangen. Deze fractie, 436 gr. wegende, werd met 3 Kgr. zwavelzuur met een gehalte van 0.3% vrij SO_3 gedurende $3\frac{1}{2}-4$ uur geschud. Er was nu een dikke kristalbrij, weer hoofd-

zakelijk uit para-dichloorbenzol bestaande, onopgelost gebleven, terwijl ortho- en eventueel m.-dichloorbenzol als sulfozuren in oplossing waren gegaan. Deze werden op de gebruikelijke wijze in barytzouten omgezet. De gefractioneerde kristallisatie dezer Ba-zouten werd aan de hand van een tweetal mikrochemische reacties uitgevoerd, die veroorloven enerzijds om naast ortho-, de aanwezigheid van meta- en para-dichloorbenzolsulfozuur, anderzijds om alleen dit laatste zuur naast de beide andere aan te toonen. Bij de eerste wordt RbCl, bij de tweede Na Cl gebruikt. Aldus werd ten laatste eene kristalfractie verkregen, die blijkens deze reacties voor een belangrijk deel uit de meta-verbinding moest bestaan. Toen deze in sulfochloried en amied werd omgezet, konden daaruit inderdaad het m.-dichloorbenzolsulfochloried smp. 54—55° en het overeenkomstige amied, smp. 182° gewonnen worden.

Nadat aldus de aanwezigheid van m-dichloorbenzol in het chloreeringsproduct met alle zekerheid was vastgesteld, werd dit bij de andere halogeneeringsprodukten, wier stolpunten ook de aanwezigheid van m-verbinding aangeven, niet meer door isoleering bevestigd, daar het onnodig leek opnieuw dit zeer tijdroovend en moeielijk onderzoek in te stellen.

Uit tabel I ziet men hoe uitnemend de parallelproeven met elkander overeenstemmen, en verder den zeer belangrijken invloed, dien de katalysator op de procentische samenstelling van het reactieprodukt heeft.

II. *Chloreering van broombenzol.*

Deze bewerking werd nagenoeg geheel uitgevoerd, zooals de chloreering van chloorbenzol. Na afdistilleeren van de hoofdmassa van het ongechloreerde broombenzol werd de laatste rest weder door schudden met zwavelzuur van 95 % verwijderd, nadat te voren was uitgemaakt, dat een mengsel der drie isomere chloorbroombenzolen door schudden met dit zuur geene verandering in zijne samenstelling ondergaat. Inderdaad had zulk een mengsel aanvankelijk een beginstolpunt van +11° en een tweede stolpunt van —25°.6; terwijl na 20 uur schudden met de tienvoudige gewichtshoeveelheid zwavelzuur deze punten bij 10°.95 resp. —25°.6 gevonden werden. Van een ander mengsel der drie isomeren bedroeg het beginstolpunt 41°.4. Het werd met ca. 30 % monobroombenzol gemengd; na 60 uur schudden met de tienvoudige hoeveelheid zwavelzuur was dit monobroombenzol nagenoeg volledig verwijderd, want het beginstolpunt bedroeg nu 40°.7.

De samenstelling van de reactieprodukten is uit tabel II te zien.

T A B E L. II.
 Chloreering van broombenzol bij $\pm 75^{\circ}$.

No.	Katalysator	para.	ortho.	meta.
1	Al Cl ₃ I	64.6% 64.8,,	30.0% 29.8,,	5.4% 5.4,,
2	Al Cl ₃ II	57.2,, 57.3,,	34.7,, 34.3,,	7.8,, 8.1,,
3	Al Cl ₃ III	59.8,, 60.4,,	33.4,, 32.2,,	7.1,, 7.4,,
4	Al Cl ₃ IV	63.6,, 63.9,,	31.9,, 31.7,,	4.5,, 4.4,,
5	Fe Cl ₃ I	52.5,,	41.5,,	6.0,,
6	Fe Cl ₃ II	50.9,,	42.0,,	7.1,,

AlCl₃ = 1% van het broombenzol; FeCl₃ in daarmede aequivalente hoeveelheid.

Terwijl de overeenstemming der gevonden procentgetallen bij de proeven met ijzerchloride, zooals men ziet, vrij goed is, laat die bij de proeven met aluminiumchloride nog al te wenschen over, hoewel al deze proeven precies op dezelfde wijze zijn uitgevoerd. Daar de opwerking van ieder reactieproduct na de afdistillatie van het broombenzol in duplo is geschied en deze duploproeven voortreffelijk overeenstemmen, moet men tot het besluit komen, dat de oorzaak in de bewerking der chloreering zelf te zoeken is, vermoedelijk daarin, dat de tijdsduur bij de verschillende chloreeringen ongelijk was; wij komen hierop nog nader terug. Aanwezigheid van aanmerkelijke hoeveelheden broombenzol of hooger gechloreerd product, die de afwijkingen zouden kunnen veroorzaken, werd op dezelfde wijze uitgesloten als boven bij het chloreeringsproduct van chloorbenzol beschreven is.

Ondanks de onderlinge afwijkingen in de uitkomsten blijkt uit de tabel ten duidelijkste, dat bij deze substitutie, evenals bij de chloreering van chloorbenzol, het gebruik van AlCl₃ als katalysator het ontstaan van de para-verbinding, het gebruik van FeCl₃ daarentegen het ontstaan der ortho-verbinding bevordert. In de tweede plaats valt op, dat de

gevonden waarden zeer nabij de overeenkomstige, bij de chloreering van chloorbenzol gevondene, gelegen zijn.

III. Bromering van chloorbenzol.

Hierbij werd de katalysator in den vorm van fijn metaalpoeder (Al en Fe) in zoodanige hoeveelheid toegevoegd, dat deze aequivalent was met de bij de chloreering van broombenzol toegevoegde hoeveelheid AlCl_3 of FeCl_3 . De inwerking van broom trad hier niet terstond op, daar eerst het metaal in bromide moest worden omgezet. Was dat het geval, dan verliep de reactie verder glad.

De gevonden waarden zijn in tabel III vereenigd.

T A B E L III.

Bromering van chloorbenzol. Temp. 60—65°
bij No. 1 en 2; bij de overigen $\pm 55^\circ$.

No.	Katalysator	para	ortho	meta
1	Al I a b	76.2 ⁰ / ₀	15.0 ⁰ / ₀	8.8 ⁰ / ₀
		76.2 „	15.0 „	8.8 „
2	Al II a b	78.4 „	15.3 „	6.3 „
		78.7 „	—	—
3	Al III a b	76.2 „	11.2 „	12.6 „
		75.9 „	—	—
4	Al IV a b	74.9 „	11.8 „	13.3 „
		75.2 „	—	—
5	Fe I a b	87.1 „	11.4 „	1.5 „
		87.1 „	—	—
6	Fe II a b	88.6 „	—	—
		87.4 „	11.4 „	1.2 „
7	Fe III a b	87.4 „	10.9 „	1.7 „
		87.7 „	—	—

Ook hier werd zorgvuldig nagegaan of monochloorbenzol of hooger gehalogeneerde produkten in het geanalyseerde reactieproduct waren aan te toonen, door fractioneering van genoemd produkt en refractometrische onderzoeking zoowel van de eerst overgaande druppels als

van het residu. Er werd zoo een spoor monochloorbenzol aangetoond, terwijl hooger gehalogeneerde produkten afwezig waren.

Bij beschouwing der tabel valt ook hier de vrij slechte overeenkomst der cijfers (althans der gehalten aan ortho- en meta-verbinding) verkregen bij de proeven met aluminium als katalysator, daartegenover de zeer goede overeenkomst der waarden bij de proeven met ijzer in het oog. Vooral het zeer hooge meta-gehalte bij de proeven 3 en 4, hooger zelfs dan het gehalte aan ortho-chloorbroombenzol, wekt bevreemding. We hebben hier dus een analoog geval als bij chloreering van broombenzol, waar eveneens de waarden, met aluminium verkregen, onderling afweken, die met ijzer onderling goed overeenstemden.

Zoowel bij de chloreering van chloorbenzol als bij die van broombenzol is gebleken dat het gebruik van aluminiumchloride als katalysator het ontstaan van de para-verbindingen bevordert. Bij de bromering van chloorbenzol blijkt dit juist omgekeerd te zijn, daar aluminium hier het ontstaan der ortho- en meta-verbindingen, ijzer het ontstaan van de para-verbinding bevordert.

IV. Bromering van broombenzol.

Deze werd geheel op dezelfde wijze als de bromering van chloorbenzol uitgevoerd. De uitkomsten zijn in tabel IV samengevat.

TABEL IV.
Bromering van broombenzol. Temp. 55°.

No.	Katalysator	para.	ortho	meta
1	Al I a b	61.6 ^o . ₀ 61.0 „	8.3% —	30.4% —
2	Al II a b	70.4 „ 70.7 „	40.4 „ —	49.5 „ —
3	Fe I a b	85.1 „ 85.1 „	43.1 „ —	4.8 „ —
4	Fe II a b	84.0 „ 84.4 „	— 43.7 „	— 4.9

Ook hier wijken de parallelproeven, met Al als katalysator, onderling zeer veel af, terwijl de dublobepalingen, met eenzelfde bromeringsprodukt verricht, voortreffelijk overeenstemmen. Wird daarentegen

Fe als katalysator gebruikt, dan stemden de parallelproeven zeer goed met elkander overeen. Bij aanwending van Al valt verder het buitengewoon hooge gehalte aan meta-verbinding zeer op. Op dezelfde wijze als bij de andere halogeneeringen werd het reactieprodukt op de aanwezigheid van monobroombenzol en van hooger gebromeerde produkten onderzocht. Daarbij bleek, dat het eerstgenoemde nog in ca 2% aanwezig was (bij Al als katalysator) terwijl de laatstgenoemde in het geanalyseerde produkt ontbraken. Dit gehalte aan monobroombenzol kan echter in geen deele de oorzaak van het hooge meta-gehalte zijn.

V. *Over de werking der katalysatoren.*

De sterke afwijkingen, die bij de bepalingen onder aanwending van Al als katalysator onderling werden waargenomen, gaven aanleiding, de werking der katalysatoren nader te bestudeeren. Hierbij bleek, dat door AlCl_3 broom uit het molecule kan worden weggenomen.

Bij onderzoek van het afgedistilleerde broombenzol uit het ruwe reactieprodukt bezat dit distillaat een te lagen brekingsindex. Dit werd niet veroorzaakt door vocht, aangezien de waarde na droging boven chloorcalcium dezelfde bleef. Om na te gaan wat de oorzaak was, werd het afgedistilleerde broombenzol met behulp van een Lebel-Henninger-apparaat met 4 bollen aan gefractioneerde distillatie onderworpen. Bij omstreeks 80° ging een geringe fractie over, die na droging op chloorcalcium een brekingsindex $n_{15.5}^\circ = 1.5030$ had. Voor den brekingsindex van benzol uit den handel werd gevonden: $n_{15}^{\circ.7} = 1.5020$. De verkregen fractie is dus nagenoeg zuiver benzol. Zij stelde bij afkoeling vrij gemakkelijk en smolt toen bij ongeveer 3° (stolpunt van benzol is $+5^\circ$).

Verder bleek uit de volgende proef, dat Al in staat is, het eene dibroombenzol in het andere over te voeren. Eene nieuwe bromering van broombenzol werd bij 55° uitgevoerd, geheel analoog aan de vroeger verrichte, maar nu het inwerkingsproduct in tweeën verdeeld. De eene helft werd, terstond nadat al het broom was toegevoegd, in water uitgegoten en dus aan de verdere werking van den katalysator onttrokken. De andere helft daarentegen werd nog twee uur op 55° , toen ± 16 uur bij gewone temperatuur gehouden, en eerst daarna in water uitgegoten. De analyse der beide, zoo verkregen mengsels van dibroombenzolen leverde het volgende resultaat op. (Zie tabel V p. 198).

Er blijkt dus duidelijk uit, dat het AlBr_3 in dit geval door zijne langere inwerking de hoeveelheid meta-produkt heeft vermeerderd,

TABEL V. Bromering van broombenzol. Temp. 55°.

	Direct uitgegoten.	In aanraking gelaten met AlBr ₃
para.	64.5; 64.7	58.4; 58.3
ortho.	10.4	9.6
meta.	25.1	32.0

en wel ten koste van het para-produkt; dit laatste ziet men ook uit tabel IV.

De vraag rijst hoe een dergelijke overgang van para- in meta-dichloorbenzol te verklaren is. Aangezien het AlBr₃ ook halogeen uit de kern kan nemen, is de volgende voorstelling niet onwaarschijnlijk. Door verder bromeren ontstaat uit C₆H₄Br₂ = 1,4 het tribroombenzol 1,3,4. Wordt nu door den katalysator van de twee orthostandige Br-atomen het op 4 staande weggenomen, dan is er meta-dibroombenzol gevormd. Een der bezwaren tegen deze voorstelling is, dat in het bromeringsproduct geen hooger gebromeerde benzolen aan te toonen waren, en het eenigszins onwaarschijnlijk is, dat het tribroombenzol 1,3,4 door AlBr₃ volledig tot meta-dibroombenzol zal worden afgebroken. Eene verdere proefneming zal dit echter moeten uitmaken.

Dat de vorming van de meta-dihalogeenvrbindingen bij de boven beschreven proeven in het algemeen op dergelijke wijze moet verklaard worden, is niet waarschijnlijk. Bij de chloreeringen van chlooren van broombenzol met Fe als katalysator ontstaan eenige procenten der meta-verbinding, terwijl deze katalysator geene afbrekende werking uitoefent, daaruit blijkende, dat de parallelproeven geheel overeenstemmende waarden gaven; men zal dus de vorming der meta-verbindingen hier als primair hebben te beschouwen.

Van veel belang was het, te weten of de katalysator, indien hij geene secundaire werkingen uitoefent zooals AlX₃, de verhouding, waarin de isomeren ontstaan, wijzigt. Door VAN DER LAAN¹⁾ zijn, wat de kernbromering van toluol betreft, daaromtrent reeds eenige waarnemingen gedaan, die in onderstaand tabelletje zijn samengevat. (Zie tabel VI p. 199).

Herinnerd zij, dat deze proeven in volslagen duisternis werden

¹⁾ Rec. 26, 1 (1907);

TABEL VI. Bromering van toluol. Temp. 50°.

Katalysator.	ortho.	para.
Zonder.	41.8	58.2
Fe	37	63
Sb	39	61

verricht. Er is dus onder den invloed van den katalysator een geringe verschuiving dier verhouding door hem geconstateerd.

Nu heeft KÖRNER¹⁾ medegedeeld, dat chloorbenzol zich, zonder katalysator, door koken met broom in chloorbroombenzol laat omzetten. VAN DER LINDEN kon dit bevestigen; hij bracht chloorbenzol met ca. $\frac{1}{4}$ van de hoeveelheid broom samen, die voor de volledige overvoering in chloorbroombenzol vereischt wordt. Dit mengsel hield hij gedurende 14 dagen (van 24 uur) op 55°, daar bij deze temperatuur ook de bromering van chloorbenzol met Fe als katalysator werd uitgevoerd. Er was echter in dat tijdsverloop gene noemenswaardige hoeveelheid gebromeerd produkt ontstaan. Daarom werd toen gedurende ca. 3 dagen de vloeistof aan de kook gehouden, waarna het broom nagenoeg verdwenen was. Bij de analyse van het verkregen mengsel der chloorbroombenzolen bleek dit te bestaan uit 81.3% para-, 17.5% ortho- en 1.2% meta-chloorbroombenzol. In onderstaand tabelletje zijn deze waarden vergeleken met de bromering van chloorbenzol onder den invloed van Fe.

TABEL VII. Bromering van chloorbenzol

Katalysator	ortho	para	meta	temp.
Zonder	47.5	81.3	1.2	ca 130°
Fe	41	87.5	1.5	" 55°

Ook hier vermindert de katalysator de hoeveelheid ortho-verbinding en vermeerdert het para-percentage. Dat de verschillen hier grooter zijn dan bij toluol moet waarschijnlijk daaraan worden toegeschreven, dat de temperatuur der bromering ongelijk was en hoogere temperatuur meestal de vorming van het nevenproduct bevordert.

¹⁾ Gazz. chim. 4, 342 (1874).

Men zal dus inderdaad een specifieke invloed van den katalysator op de verhouding, waarin de isomeren ontstaan, moeten aannemen. Hoe milder deze werkt, des te geringer is de wijziging, die hij in die verhouding teweegbrengt, zooals bij toluol met SbBr_3 in plaats van Fe als katalysator, duidelijk blijkt; zie Tabel VI.

VI. *Overzicht en discussie der resultaten.*

Nu het door bovenstaand onderzoek ten duidelijkste is bewezen, dat bij de invoering van een tweede halogeenatoom in monohalogenbenzol meta-dihalogenbenzol als bijproduct gevormd wordt, rees de vraag, of in het algemeen bij de invoering van een tweeden substituent in monohalogenbenzol, naast ortho- en para-verbindingen als hoofdprodukten, ook meta-verbindingen als bijproduct ontstaan. Deze vraag won daardoor aan belang, doordien de heer CALAND in mijn laboratorium voor een analoog geval het afdoende bewijs leverde, dat dit kan voorkomen. Hij toonde nl. aan, dat bij de sulfoneering van toluol een zekere hoeveelheid meta-sulfozuur ontstaat¹⁾, evenals bij de nitratie daarvan geringe hoeveelheden meta-nitrotoluol worden gevormd.

Voor zooverre de literatuur dit laat beoordeelen, is dit echter niet algemeen het geval. Ik heb hieromtrent echter door Mej. VAN DER GOOT, wat betreft de nitratie van chloorbenzol, nog een afzonderlijk onderzoek laten instellen, waaruit bleek, dat hierbij geene bepaalbare hoeveelheden meta-chloornitrobenzol ontstaan. Het eutekticum van een mengsel van zuiver para- en ortho-chloornitrobenzol vond zij bij $15^{\circ}.6$, dat van het nitratieproduct bij $15^{\circ}.4$.

Bij de onderzoekingen van den heer VAN DER LINDEN moet niet uit het oog worden verloren, dat alle mogelijke geringe verontreinigingen schijnbaar verhoogend op het procentgehalte van de meta-verbinding werken; want in de eerste plaats verlagen zij het beginstolpunt, waardoor dus de hoeveelheid ortho- en meta-dihalogenverbinding hooger schijnt dan zij in werkelijkheid is; en in de tweede plaats verlagen zij het tweede stolpunt, waardoor zij geheel als meta-verbinding worden berekend. De voor de meta-verbindingen gevonden waarden moeten dus als maximumwaarden worden beschouwd. Dit neemt niet weg, dat de aanwezigheid dier verbindingen met volkomen zekerheid uit VAN DER LINDEN's onderzoek volgt.

Volgens de door BOESEKEN en mij²⁾ gegeven verklaring van de

¹⁾ Hierover zal te zijner tijd nader worden bericht.

²⁾ Zittingsverslag van 24 Dec. 1909; zie ook mijn werk: die direkte Einführung van Substituenten enz. bl. 475.

vorming van ortho-para-verbindingen eenerzijds, van meta-verbindingen anderzijds is het ook niet te verwachten, dat als bij de invoering van een groep C_1 in C_6H_5A de meta-verbinding als bijproduct ontstaat, dat ook bij de invoering van andere groepen $C_2, C_3 \dots C_n$ het geval moet zijn. Die verklaring toch is gebaseerd op het verschil in snelheid, waarmede eenerzijds het geconjugeerd systeem, aan welks einde de aanwezige substituent staat, anderzijds de nog overige dubbele binding van de benzolkern reageert. Nu zal die snelheidsverhouding ook moeten afhangen van de groepen $C_1, C_2 \dots C_n$ die ingevoerd worden. Door bovenstaand onderzoek wordt deze conclusie bevestigd; ook daardoor, dat bij de invoering van broom in halogeenzol veel minder meta produkt, dan bij de invoering van chloor ontstaat.

Door de waarneming, dat de halogeenzolen door aluminiumchloride en bromide worden aangetast, waardoor bij parallelproeven vrij sterke afwijkingen in het gehalte der drie gevormde isomeren kunnen optreden, is het duidelijk dat de gevonden waarden bij de proeven met aluminium als katalysator (uitgezonderd misschien die van de chloreering van chloorbenzol) slechts toevallige waarden zijn, die hoogstens eene grove benadering geven tot de verhouding, waarin zich de drie isomeren zouden vormen, indien er geen aantasting door den katalysator plaats vond.

Van eene vergelijkende beschouwing der waarden, met aluminium verkregen, moet dus worden afgezien. Hiervoor zijn alleen de uitkomsten, die met ijzer als katalysator verkregen zijn, geschikt.

Ondanks deze afwijkende uitkomsten der bepalingen met aluminium kan bij vergelijking dezer waarden met die der bepalingen met ijzer, zonder twijfel geconcludeerd worden tot een invloed van den gebruikten katalysator op de verhouding der ontstaande isomeren. Bij de chloreering zoowel van chloorbenzol als van broombenzol bevordert aluminium het ontstaan van het para-isomeer, ijzer daarentegen het ontstaan van de ortho- (waarschijnlijk ook van de meta-verbinding), kortom van het bijproduct. Bij de bromering van chloor- en broombenzol is dit gedrag juist omgekeerd en bevordert ijzer het ontstaan van de para-verbinding, aluminium dat van het bijproduct. De vraag dringt zich op, of dit bij dergelijke halogeneeringen een algemeen verschijnsel is; of dus bij chloreering van monogesubstitueerd benzol steeds de aanwending van aluminium een hooger para-gehalte zal opleveren dan gebruik van ijzer, en of dit gedrag bij de bromering zal omkeeren. Een der weinige kwantitatief uitgevoerde onderzoekingen over halogeneering van monogesubstitueerd benzol is dat van VAN DER LAAN ¹⁾ over de bromering van toluol.

¹⁾ Diss. Amsterdam en Rec. **26**, 1 (1907).

Hierbij vindt zich het eerste gedeelte van bovenstaande vraag bevestigend beantwoord, daar VAN DER LAAN vond, dat ijzerbromide het ontstaan van para-, aluminiumbromide dat van ortho-broomtoluol bevorderde. Het zou dus interessant zijn om na te gaan, of dit gedrag der beide katalysatoren bij de chloreering van toluol inderdaad omkeert. Waar verder uit bovenstaande proeven slechts bij benadering te concludeeren valt, dat bij de chloreering der monohalogenbenzolen gebruik van ijzer als katalysator de vorming van metadihalogenbenzol bevordert, bij de bromering echter het gebruik van aluminium, zou het wellicht de moeite loonen den invloed dezer katalysatoren te onderzoeken bij de halogeneering van monogesubstitueerd benzol met een naar de meta-plaats richtenden substituent, daar bij mijne proeven en ook bij die van VAN DER LAAN de reeds aanwezige substituent naar para-ortho richt. Daar bij een dergelijk geval het meta-isomeer hoofdproduct is, zal een eventueele invloed van den gebruikten katalysator wellicht beter aan den dag komen.

De para-dihalogenbenzolen worden meestal bereid door halogeneering van monohalogenbenzol met behulp van een katalysator. De uitkomsten van de boven beschreven proeven leeren, dat men ter verkrijging van eene goede opbrengst, in ieder voorkomend geval den juisten katalysator moet kiezen, d. w. z. bij eene chloreering aluminium, bij eene bromering ijzer. Voor de bereiding van para-chloorbroombenzol is het dus niet onverschillig of men uitgaat van chloorbenzol dan wel van broombenzol, aangezien bromering een hooger gehalte aan para-chloorbroombenzol oplevert dan chloreering. Dit verschil bedraagt zelfs $\pm 25\%$.

Voor de verdere vergelijking der uitkomsten zullen wij ons beperken tot de waarden, verkregen met ijzer als katalysator, hoewel hetgeen hierbij valt op te merken, ook wel bij benadering voor de waarden, verkregen met aluminium, schijnt te gelden.

In onderstaande tabellen is het gemiddelde van de uitkomsten der boven beschreven halogeneeringen samengevat.

TABEL VIII. Chloreering van:

	chloorbenzol	broombenzol	verschil
para.	55.4%	51.7 %	+3.4 %
ortho.	39.0 „	41.75 „	-2.75 „
meta.	6.0 „	6.55 „	-0.55

TABEL IX. Bromeering van:

	chloorbenzol	broombenzol	verschil
para.	87.9%	84.6%	+3.3%
ortho.	11.2,,	13.4,,	-2.2,,
meta.	1.6,,	1.85,,	-0.25,,

Wat in deze tabellen bijzonder treft, is de groote overeenkomst in waarden, bij de invoering van eenzelfde halogeen zoowel in chloor- als in broombenzol; anderzijds het groote verschil in de verhouding, waarin de isomeren bij invoering van chloor en bij invoering van broom ontstaan.

Tot nu toe is bij het quantitative onderzoek van de produkten, verkregen door invoering van een tweeden substituent C in monogesubstitueerd benzol C_6H_5A , bijna uitsluitend A gevarieerd, terwijl C meestal de nitrogroep was. Het bleek bij deze onderzoekingen, dat onder den invloed van verschillende substituenten A, ook wanneer deze hetzelfde substitutietype veroorzaken (p-o, of m) zeer uiteenloopende waarden voor de verhouding, waarin de isomeren ontstaan, gevonden worden. De onderzoekingen van v. D. LAAN, RINKES en het hierboven beschrevene, toonen nu aan, ook in verband met vroeger door mijzelf uitgevoerde nitreeringen, dat die verhoudingscijfers eveneens zich sterk wijzigen als A hetzelfde blijft, maar C varieert. Onderstaande tabel geeft dit aan:

TABEL X.

Invoering van	in C_6H_5Cl		in C_6H_5Br		in $C_6H_5CH_3$		in C_6H_5OH	
	p	o m	p	o m	p	o m	p	o m
Cl	55.4	39.0; 6.0	51.7	41.8; 6.6	—	—	50	50; —
Br	87.9	11.2; 1.6	84.6	13.4; 1.8	58.2	41.8; —	90	40; —
NO_2	70	30; —	62	38; —	40.9	56.0; 3.1	—	—

De temperatuur bij de nitreeringen was 0° , bij de halogeneeringen $\pm 50^\circ$.

Ten duidelijkste blijkt, dat onder behoud van het substitutietype, zeer groote veranderingen in de verhouding der isomeren zich voordoen.

Amsterdam, *Org. Chem. Lab. d. Univ.*, Juni 1910.

Scheikunde. — De heer HOLLEMAN biedt eene mededeeling aan van Dr. ADA PRINS: „*Kritische verschijnselen in het ternaire stelsel aether-anthrachinon-naphthaline*”.

(Mede aangeboden door den Heer J. D. VAN DER WAALS).

Op aanraden van Prof. SMITS heb ik een onderzoek ingesteld naar de veranderingen, welke in het gedrag van het stelsel aether-anthrachinon optreden, wanneer aan dit systeem naphthaline als derde component wordt toegevoegd.

Wat de theorie hieromtrent voorspelt, vindt men in een voorafgaande verhandeling van Prof. SMITS uiteengezet¹⁾, zoodat ik daarop niet zal ingaan.

De keuze viel op naphthaline, omdat het smeltpunt dezer stof ($79,3^{\circ}$) aanmerkelijk lager ligt dan het kritisch punt van aether (193°) en haar oplosbaarheid in aether tamelijk groot is; dientengevolge zal het binair stelsel naphthaline-aether geen kritische verschijnselen bij verzadigde oplossingen vertoonen, terwijl dit bij het binair stelsel naphthaline-anthrachinon evenmin het geval is en kunnen we dus eenzelfde gedrag verwachten als prof. SMITS t. a. p. voor alcohol-aether-anthrachinon aangaf.

Het experimenteel onderzoek heeft de volkomen bevestiging der theorie gegeven. Bij toevoeging van weinig naphthaline aan het systeem aether-anthrachinon blijven de twee kritische eindpunten p en q bestaan, naderen elkaar bij toevoeging van een grooter percentage naphthaline en zijn bij een hoeveelheid van $4\frac{1}{2}\%$ naphthaline reeds verdwenen. Er wordt dus een zich weinig ver uitstrekkend ruimte-haak gevormd, waarvan eene projectie in een concentratiedriehoek juist de gedaante heeft van fig. 2 in de verhandeling van SMITS.

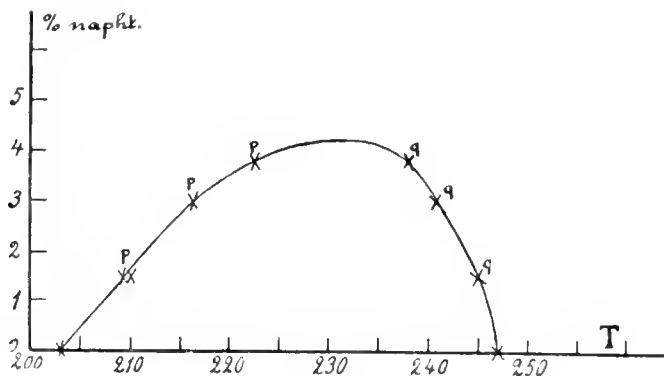


Fig. 1.

¹⁾ Deze Verslagen van 26 Juni 1909 p. 122. Zie ook dit verslag p. 290.

Daar evenwel de anthrachinon-concentraties der fluide fasen niet door mij bepaald zijn, is de juiste loop der kromme niet aan te geven; we kunnen alleen zeggen, dat de lijn anthrachinon — x_3 zoo loopt, dat x_3 kleiner dan 0.045 naphthaline is.

Denken we ons echter den driehoek als basis van een driezijdig prisma, waarvan op de opstaande ribbe de temperatuur afgezet wordt, en projecteeren we dan p en q op het zijvlak naphthaline-aether, dan verkrijgen we fig. 1, waaruit we evenzeer zien kunnen, hoe bij toenemend gehalte aan naphthaline de punten p en q elkaar naderen en ten slotte samenvallen.

Behalve de temperatuur bepaalde ik ook den druk der kritische eindpunten; hieruit kunnen we een $p-t$ projectie van de ternaire plooienslijn construeeren (zie fig. 2 en onderstaande tabel):

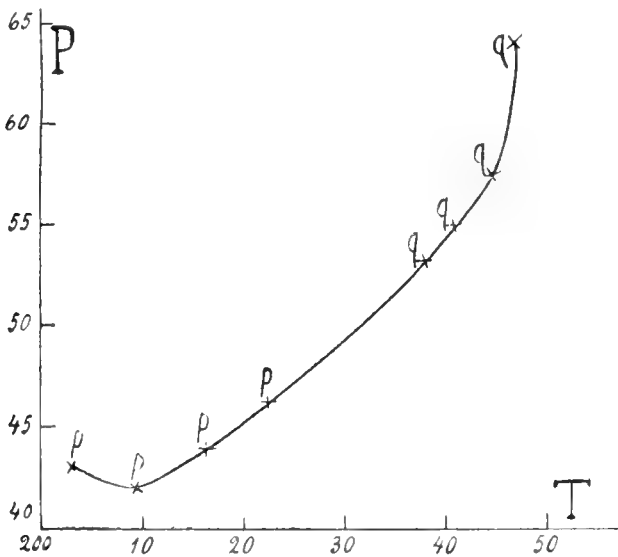


Fig. 2

Percentage naphth. t. o. z. aether	T	P in atm.
$1\frac{1}{2}$	p 210.0	42.0
$1\frac{1}{2}$	p 209.4	41.8
	q 244.7	57.4
3	p 216.3	43.8
	q 240.8	54.9
3.8	p 222.5	46.2
	q 238.0	53.3

Deze lijn geeft dan aan de temperaturen en drukken, waarbij

ternaire vloeistoffen en dampen kritisch worden in tegenwoordigheid van vast anthrachinon. Ook deze verbindt weer continu de beide kritische punten p en q van het binaire stelsel aether-anthrachinon. De druk van het punt p stijgt niet terstond: bij toevoeging van heel weinig naphthaline (1%) daalt hij iets, zoodat de kromme een dicht bij p liggend minimum vertoont.

De verschillende punten dezer beide krommen werden gevonden

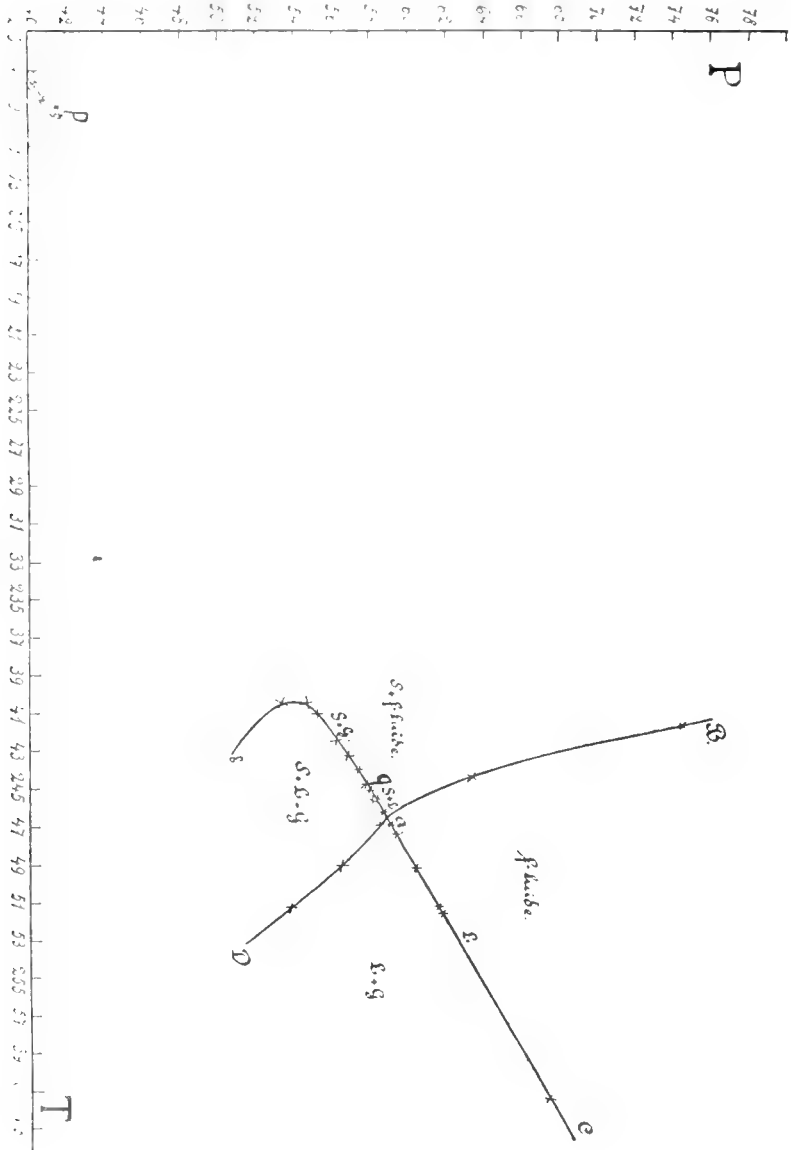


Fig. 3.

door de P - T doorsneden te bepalen van mengsels met verschillende hoeveelheden naphthaline. Deze P - T doorsneden zullen in 't algemeen een gedaante vertoonen, als in fig. 16 in de verhandeling van prof. SMITS geteekend is. Op te merken valt, dat K , d. i. het kritische punt $L + G \rightarrow$ fluide bij vermeerdering der hoeveelheid anthrachinon zich meer naar rechts verplaatst. Links van K verdwijnt de meniscus boven in de buis, d. w. z. de gasphase wordt steeds kleiner, terwijl rechts van K de meniscus beneden verdwijnt, omdat de hoeveelheid vloeistofphase hier afneemt. Daarentegen zal men rechts van 't kritische eindpunt q bij den overgang $S + L + G \rightarrow S +$ fluide de meniscus boven, links ervan beneden in de buis zien verdwijnen.

De mengsels met een gehalte van $1\frac{1}{2}$, 3, 3,8 en 5% naphthaline t. o. z. van de hoeveelheid aether werden bestudeerd en gaven aanleiding tot de grafische voorstellingen in de fig. 3, 4, 5 en 6 geteekend.

Deze zijn geen van alle voltooid, daar de moeite hiervoor vereischt te groot zou zijn t. o. z. van de meerdere kennis, die wij er door zouden erlangen; immers het essentieele van het vraagstuk wordt volkomen door de bepaalde lijnen weergegeven.

Fig. 3 geeft de P - T projectie van eene doorsnede met $1\frac{1}{2}$ % naphthaline. De hoeveelheid anthrachinon is zoo groot, dat het punt q te bereiken is, nl. 25 % van de totale hoeveelheid stof.

Het coexistentiegebied $S + L + G$ wordt begrensd door de gebieden $S +$ fluide en $L + G$. Op de bovenste luslijn $S + L + G \rightarrow S +$ fluide ligt het punt q . Bij die temperatuur en dien druk verdwijnt de meniscus dus juist in 't midden van de buis terwijl vaste stof aanwezig is. De lijn AB geeft den overgang $S +$ fluide \rightarrow fluide aan; de lijn AC den overgang $L + G \rightarrow$ fluide. Bij voltooiing der figuur zou dus de lijn AC bij het verlengde van AD moeten aansluiten, terwijl de lus AE bij dat zelfde punt zou moeten eindigen. Fig. 4 geeft het gedrag weer van een mengsel met dezelfde verhouding aether-naphthaline, doch met een kleiner gehalte anthrachinon. Dit gehalte, nl. 20 % is te klein, om het punt q te bereiken. Het gelukte mij bij dit mengsel het punt K in eene oververzadigde oplossing aan te toonen.

Fig. 5 en 6 geven de bevestiging van de door SMITS genoemde mogelijkheid, dat nog twee kritische eindpunten bestaan, zonder dat de P - T figuur een hiaat vertoont (zie fig 18 in de genoemde verhandeling).

Bij het mengsel met 3,8 % naphthaline (fig. 6) naderen p en q elkaar dichter dan in het 3 % mengsel, al blijft hun onderlinge afstand vrij groot; het $S + L + G$ gebied bij 't eerstgenoemde

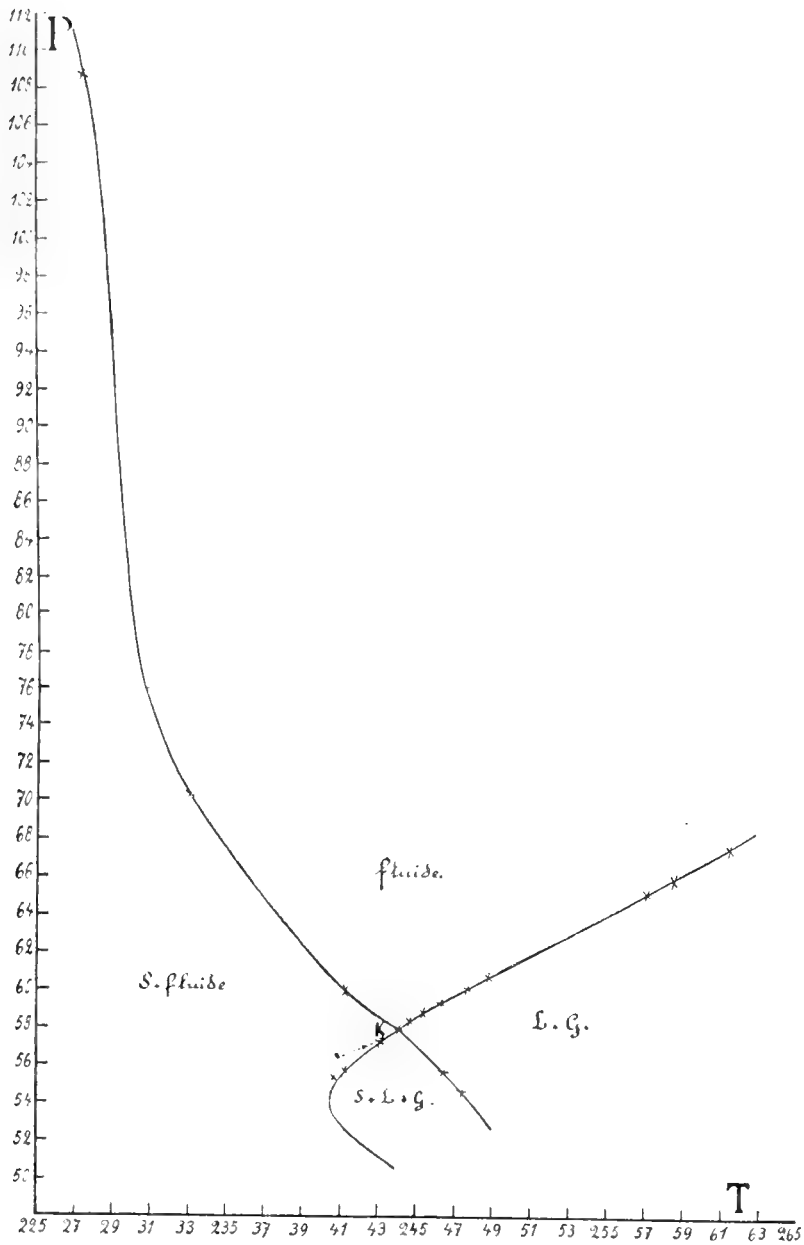


Fig. 4.

mengsel is wijder dan bij het laatst genoemde, terwijl bij beide het minimum en de beide maxima, hoewel zwak, in de continue $S + L + G \rightarrow S + \text{fluide}$ lijn tusschen de punten p en q zijn waar te nemen.

Uit de waarnemingen van 't 5 % mengsel bleek volkomen, dat

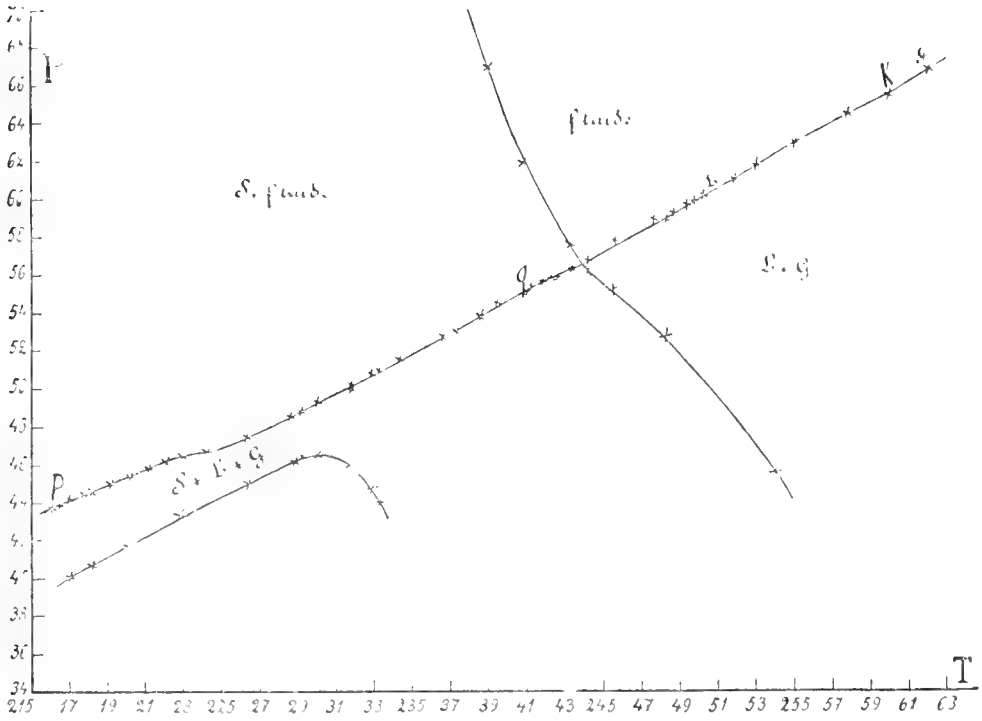


Fig. 5.

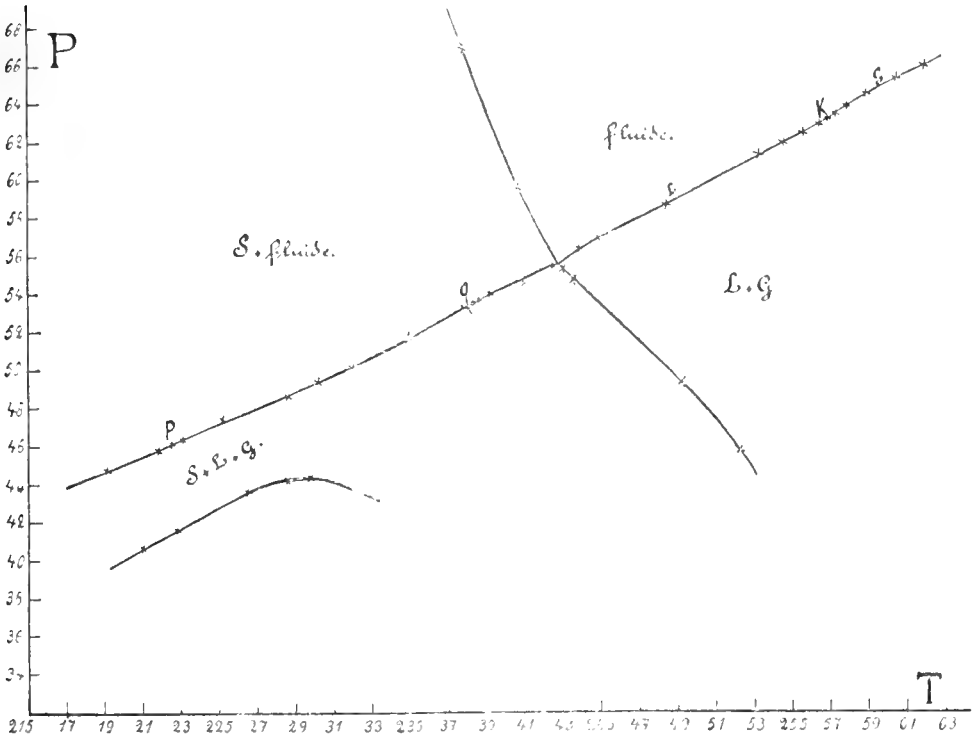


Fig. 6.

de kritische eindpunten hier reeds verdwenen zijn, zoodat eene grafische voorstelling niets bijzonders zou opleveren en dus niet geteekend is.

Mengsel 5 % naphthaline		
<i>T</i>	<i>P</i>	
241°	45.6	<i>S + L + G</i>
237°	43.7	<i>S + L + G</i>
tot 200° afkoelen	blijft	<i>S + L + G</i>

De uitvoering der proeven geschiedde op de bekende wijze ¹⁾. De drukken werden op een manometer van SCHÄFFER en BUDENBERG afgelezen en van de noodige correctie voorzien. De verwarming geschiedde met behulp van onder lagen druk kokende α -monobroomnaphthaline.

Anorg. Chem. Labor. der Universiteit.

Amsterdam 23 Juni 1910.

Scheikunde. — De Heer HOLLEMAN biedt eene mededeeling aan van Dr. E. H. BÜCHNER: „*Onderzoekingen over het radiumgehalte van gesteenten.*” I.

(Mede aangeboden door den Heer P. ZEEMAN).

Inleiding. Het feit, dat overal in de atmosfeer radioactieve emanaties gevonden worden, alsmede de waarneming — op verschillende plaatsen der aardoppervlakte — van eene zeer doordringende straling wijzen er reeds duidelijk op, dat radioactieve stoffen in de aardkorst vrijwel alom tegenwoordig moeten zijn. Deze conclusie werd wat radium betreft het eerst proefondervindelijk bevestigd door STRUTT ²⁾, die met behulp der nieuwe methoden van radiumbepaling niet alleen kon vaststellen, dat een aantal typische gesteenten radium bevatten, doch zelfs er in slaagde te meten, hoe groot het radiumgehalte was. Het kwantitatieve karakter zijner resultaten gaf aan zijn onderzoek in ander opzicht nog veel grooter beteekenis, en wel met betrekking tot de vraag, of radioactieve processen de oorzaak kunnen zijn van de inwendige warmte der aarde. Reeds had RUTHERFORD vroeger uitgerekend, dat de aanwezigheid van een hoeveelheid radium van 4.6×10^{-14} gr. per gram massa van de aarde voldoende zou zijn, om de aardoppervlakte op constante temperatuur te houden, m. a. w. om het

¹⁾ Zie SMITS, Z. phys. Ch. LII pag. 587.

²⁾ Proc. Roy. Soc. A 77, 472 (1906) en 78, 150 (1906).

warmteëvenwicht der aarde te handhaven. En nu verkreeg STRUTT het verrassend resultaat, dat gemiddeld per gram gesteente ongeveer 1.5×10^{-12} gr. radium aanwezig was, aanzienlijk meer dus dan de door RUTHERFORD berekende hoeveelheid. Uit dit cijfer volgt al dadelijk, dat berekeningen van den ouderdom der aarde of van den tijd, gedurende welken leven op aarde mogelijk geweest is, zooals die o.a. door Lord KELVIN gegeven zijn, geheel en al herzien moeten worden; de aarde kan, dank zij de aanwezigheid van het radium, reeds gedurende langen tijd de temperatuur van thans gehad hebben. Maar, dit nog daargelaten, het door STRUTT gevonden teveel brengt ons in groote verlegenheid; wel is waar kan in verschillende richtingen een oplossing der moeilijkheid gezocht worden, doch een geheel bevredigende verklaring heeft men nog niet gevonden. Dat de aarde warmer zou worden, zooals wel eens is beweerd, is natuurlijk uitgesloten, alleen al op grond van de overweging, dat de afkoeling, tengevolge van uitstraling van warmte in de wereldruimte, nooit verder gegaan kan zijn dan het punt, waarop de uitstraling evenwicht maakte met de in het inwendige voortgebrachte en naar de oppervlakte der aarde toegevloede warmte. Men moet dus zijn toevlucht nemen tot andere onderstellingen, bijv. dat het radium van kosmischen oorsprong is, of dat het onder de voorwaarden van het binnenste der aarde — hooge temperatuur en druk — langzamer ontbindt en dus ook minder warmte voortbrengt, of dat het zich in de aardkorst ophoopt, m. a. w. dat het radiumgehalte der gesteenten aan de oppervlakte der aarde veel grooter is dan dat van het inwendige.

Op het vóór en tegen dezer hypothesen wil ik thans nog niet ingaan, daar in de eerste plaats het feit zelve bevestiging behoeft. Ook eenige Engelsche onderzoekers hebben dit ingezien; zoo heeft EVE¹⁾ een tiental gesteenten uit de omgeving van Montreal, en hebben onlangs COLERIDGE FARR en FLORANCE²⁾ gesteenten van Nieuw-Zeeland onderzocht. Het is verder vooral JOLY,³⁾ die zich met deze quaesties bezig gehouden heeft; deze ging o.a. het radiumgehalte na der verschillende gesteenten, door welke de St. Gotthard- en Simplontunnels geboord zijn. Mogen nu ook de door JOLY gevonden cijfers in het algemeen veel grooter zijn dan die der andere genoemde geleerden, toch komen allen in zooverre tot dezelfde uitkomst, dat het radiumgehalte inderdaad, zooals door STRUTT aangegeven, van de orde van grootte van 10^{-12} gr. per gram gesteente is. Wij hebben dus onderzoekingen over gesteenten uit Engeland, Canada, Britsch-Indië en Nieuw Zeeland;

1) Phil. Mag. [6] 14, 231 (1907).

2) Phil. Mag. [6] 18, 812 (1909).

3) Phil. Mag. [6] 18, 140 (1909); ook Radioactivity and Geology, Londen 1909.

het vasteland van Europa is nog slechts weinig vertegenwoordigd. Daar nu bij de verreikende conclusies, die aan de resultaten van onderzoekingen als deze vastgeknoopt kunnen worden, uitbreiding van experimenteel materiaal zeer gewenscht is, heb ik het onderzoek van een aantal Europeesche en Nederlandsch-Indische gesteenten ter hand genomen.

De resultaten zullen tevens kunnen bijdragen tot oplossing der vraag, of het radiumgehalte, dat voor verschillende gesteenten vrij veel verschillen kan, samenhangt met andere eigenschappen, bijv. chemische samenstelling of ouderdom.

Als eerste reeks worden in deze mededeeling de uitkomsten aangeboden van het onderzoek van een tiental gesteenten van de Westkust van Sumatra. Het is mij aangenaam, ook te dezer plaatse professor MOLENGRAAFF te Delft hartelijk dank te zeggen voor de welwillendheid, waarmede hij mij het benodigde materiaal ter beschikking stelde.

Methode. De methoden, om zoo geringe hoeveelheden radium quantitatief te bepalen, zijn door STRUTT, BOLTWOOD e. a. aangegeven.

Het principe, waarop zij rusten, is dit: men laat de radiumhoudende oplossing staan, totdat zich de evenwichtshoeveelheid emanatie gevormd heeft; dan drijft men deze door koken uit, vangt haar op en brengt haar in een zgn. emanatieelectroscoop over, waarin de meting op de bekende wijze plaats vindt. Zooals men weet, is de hoeveelheid emanatie evenredig aan het radium, dat zich in de oplossing bevindt, en kunnen we dus uit den versnelden gang van het goudblaadje in den electroscoop berekenen, hoeveel radium aanwezig is. Het gemakkelijkst geschiedt dit, door een oplossing met een bekende hoeveelheid radium aan hetzelfde proces te onderwerpen: haar uit te koken, de ontwikkelde emanatie in den electroscoop over te brengen en te meten.

Van deze beginselen uitgaande, richtte ik de proeven als volgt in: 25 gram van het vooraf goed fijngevreven gesteente werd in een platinaschaal met 80 à 100 gram kaliumnatriumcarbonaat in een oven gedurende vier tot zes uur samengesmolten. Dan werd de smelt afgeschrikt, waarna zij gemakkelijk van de schaal losliet; zij werd dan in een hoogen mortier gepoederd en in een bekersglas eenige uren op het waterbad gedigereerd, waarbij door middel van een heeteluchtmotor de massa voortdurend geroerd werd. Dan werd aan de luchtpomp gefiltreerd, en het filtraat in een kolf gegoten, die goed gesloten bewaard werd. Het achterblijvende carbonaat-

mengsel, dat altijd ook nog SiO_2 bevatte,¹⁾ werd dan met HCl tot droog ingedampt; na weer met HCl bevochtigd te zijn en twintig minuten gestaan te hebben, werd het met kokend water overgoten en gefiltreerd. Zoo werd een zure oplossing verkregen, die eveneens bewaard werd. Een nu nog achterblijvend residu van SiO_2 werd in kokende natron opgelost, en de oplossing bij het reeds genoemde alkalische filtraat gevoegd. De geheele genomen hoeveelheid van den steen vindt men dus in twee oplossingen, een alkalische en een zure terug, welke afzonderlijk bewaard en uitgekookt werden, ten einde het neerslaan van een volumineus kiezelzuurprecipitaat te voorkomen.

Nadat dan de oplossingen minstens een maand gestaan hadden, werden zij uitgekookt op de wijze, als door nevenstaande figuur 1

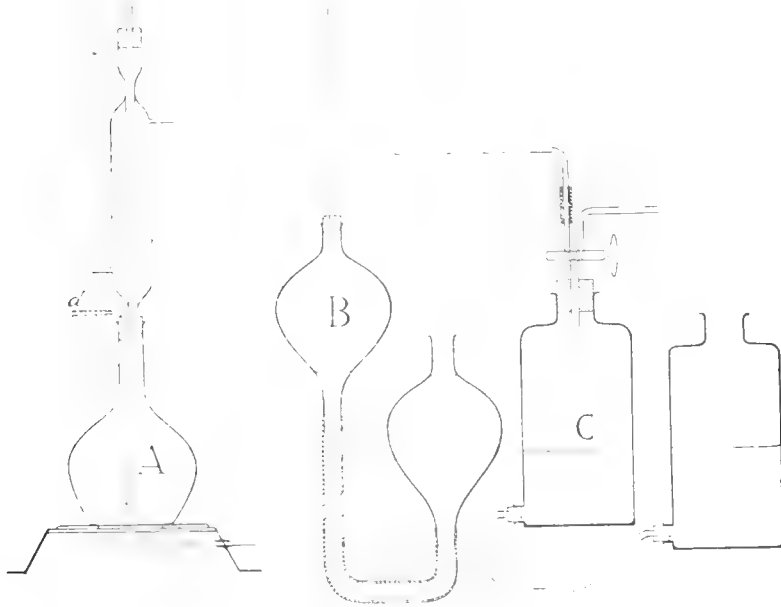


Fig. 1.

duidelijk zal zijn. In A bevindt zich de kokende oplossing; de waterdamp condenseert in den koeler; de ontwikkelde gassen met de emanatie verzamelen zich in de peer B boven een verzadigde keukenzoutoplossing²⁾; na 25 à 30 minuten wordt het koken beëindigd; het gas uit de peer B in de vooraf geëvacueerde flesch C

¹⁾ Uitwassen, totdat alle natriumsilikaat uit het neerslag verdwenen is, duurt zeer lang, en gaat vaak gepaard met troebel doorloopen; de in den tekst aangegeven methode werd daarom — als veel korter — verkozen.

²⁾ De absorptiecoëfficiënt van emanatie bedraagt bij 20° in water 0,28, in verzadigde NaCl -oplossing 0,04.

gezogen, en een klemkraantje bij *d* geopend; van buiten instroomende lucht brengt op deze wijze alle emanatie, die zich nog boven de oplossing in de kolf of in den koeler mocht bevinden, in de flesch C over, ook weer boven keukenzoutoplossing. Uit C wordt nu ten slotte de emanatie in den electroscop overgebracht, waartoe deze tevoren geëvacueerd is. Gas en emanatie stroomt dan door een kalktoren, een buis met P_2O_5 en eindelijk een buis met watten in den electroscop; is de inhoud van de flesch C geheel overgebracht, dan wordt de electroscop verder met gewone lucht aangevuld, zoodat ook, wat nog in de droogbuizen zich bevindt, naar binnen stroomt.

De electroscop was van het WILSON-type; in doorsnede is hij in fig. 2 weergegeven. Hij bestaat uit een koperen cylinder, hoog

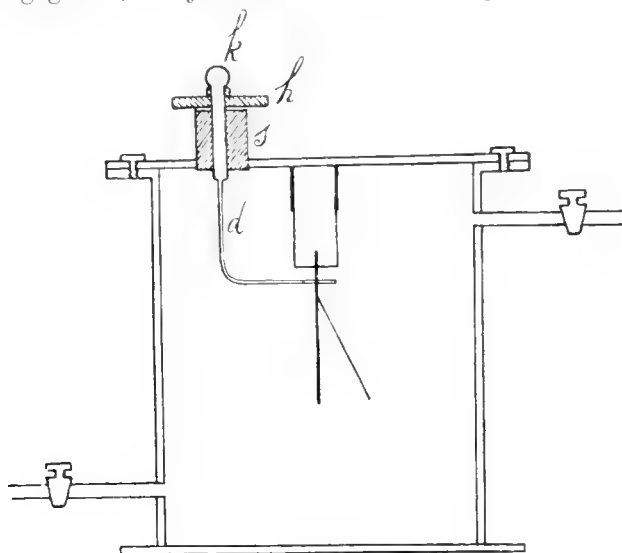


Fig. 2.

15 cM. en met een middellijn van 12 cM., zoodat de inhoud ± 1700 cM.³ bedraagt. Door middel van de twee kraantjes kan de lucht uitgezogen en het met emanatie beladen gas ingelaten worden; verder zijn diametraal twee glazen ruitjes aangebracht, ter hoogte van het bladsysteem. Dit bestond uit een vast koperreepje en een beweeglijk aluminium-blaadje en was in een stukje barnsteen bevestigd, dat juist in een koperen, aan den deksel gesoldeerd busje paste; het werd met behulp van den koperdraad *d*, welke luchtdicht in een ebonyeten stop *s* draaide, geladen. Hiertoe werd de knop *k* verbonden met de negatieve pool van een accumulatorenbatterij van 160 cellen ¹⁾, terwijl

¹⁾ Deze batterij is door de Amsterdamsche Universiteitsvereeniging te mijner beschikking gesteld. Ik wil hier bestuurderen dezer vereeniging nogmaals mijnen oprechten dank betuigen.

de draad d het bladsysteem aanraakte. Door nu het eveneens van eboniet vervaardigde handvat h te draaien, werd de verbinding tusschen d en het bladsysteem verbroken; dan werd die van h met de batterij opgeheven, en eindelijk d zoover gedraaid, dat hij tegen den wand van den electroscop stuit; deze wordt met de aarde verbonden. De aflezing geschiedt met een kijkertje, in welks oculair een schaal aangebracht is; de tijd wordt opgenomen, die het beweeglijk blaadje noodig heeft, om een bepaald aantal deelstrepen te passeeren. Bij alle metingen waren dit dezelfde, zoodat de ongelijkwaardigheid van verschillende punten der schaal geen invloed heeft. Met behulp van de γ -stralen van 1 mG. radiumbromide, dat op bepaalde plaats en hoogte boven den electroscop gelegd werd, werd gecontroleerd of de capaciteit ook veranderde. Inderdaad kwamen nu en dan kleine variaties voor; de metingen werden daarom alle op éézelfde capaciteit gecorrigeerd. Het natuurlijk lek werd geregeld bepaald en afgetrokken; de metingen hadden niet plaats vóór $2\frac{1}{2}$ à 3 uur na het inbrengen van de emanatie, omdat, zooals men weet, tengevolge van het vormen van het actieve neerslag RaA, B en C eerst dan constante waarden voor de ontladingsnelheid verkregen worden.

Ten slotte nog een woord over het ijken van den electroscop. Men heeft dit meestal gedaan, door een uranium-mineraal op te lossen, en de emanatie uit te koken en in den electroscop te brengen; bepaalt men dan door chemische analyse, hoeveel uranium de oplossing bevat, dan is met behulp van de verhouding van U tot Ra, die door BOLTWOOD'S onderzoekingen bekend is, het radiumgehalte te berekenen. Boven deze methode verkoos ik een directe, nl. vergelijking met een oplossing eener bekende hoeveelheid radiumbromide. Professor E. RUTHERFORD te Manchester was zoo vriendelijk mij voor dit doel een oplossing te zenden, die volgens zijne opgave 0.157×10^{-9} gram Ra per c.M.³ bevatte¹⁾. 4 c.M.³ van deze oplossing dienden voor de vergelijking; de emanatie, die er na drie weken in ontwikkeld was, werd in den electroscop gebracht. Op deze wijze werd gevonden, dat een snelheid van het blaadje van 10 deelstrepen per uur correspondeerde met 1.08×10^{-11} gr. Ra.

Resultaten. De op de beschreven methode verkregen cijfers zijn in onderstaande tabel, die de hoeveelheid radium per gram gesteente aangeeft, samengevat.

¹⁾ Gaarne breng ik ook aan Professor RUTHERFORD hartelijk dank voor de bereidwilligheid, waarmee hij aan mijn verzoek voldeed.

Kwartsporphier,	rivier Malakoetan	1,3 × 10 ⁻¹² gr.
Graniet,	Siboemboen	2,5
Basalt,	Asar vulkaan	13,0
Andesiet,	Padang	5,1
Augietandesiet,	Soengei Landei	1,3
Augietandesiet,	Ajer Kolbing	0,56
Granitiet,	rivier Pasier	1,5
Graniet,	Soengei Lumani	3,1
Dioriet,	Ahoer Tampoeroengo	0,30
Diabaas,	Siboemkang	0,34

Hierbij valt nog op te merken, dat alle gebruikte chemicaliën afzonderlijk op dezelfde wijze onderzocht werden, ten einde vast te stellen, of zij radiumhoudend waren; dit bleek niet het geval te zijn. Voorts is nog te vermelden, dat elke oplossing, zoowel zure als alkalische, twee- of driemaal gekookt werd, en de in de tabel opgenomen cijfers de gemiddelden zijn der bij de verschillende proeven verkregen uitkomsten. Verreweg het grootste gedeelte van het radium wordt in de zure oplossing gevonden; vaak zelfs — vooral bij de radiumarme gesteenten — was het in de alkalische vloeistof in het geheel niet aan te toonen.

Men ziet, dat dit onderzoek een overeenkomstig resultaat oplevert als vorige: de gesteenten uit Sumatra hebben eenzelfde relatief hoog radiumgehalte van de orde van 10⁻¹² gr. per gram.

Conclusies over de in de inleiding genoemde vraagpunten zullen we nog niet trekken, doch uitstellen, tot in een volgende mededeeling een aantal uit *Borneo* afkomstige gesteenten behandeld zijn.

Anorg. Chem. Laboratorium Universiteit van Amsterdam.

Physiologie. — De Heer HAMBURGER biedt mede uit naam van den Heer F. BUBANOVIĆ (Kroatië) een mededeeling¹⁾ aan over: „*Het doorlatingsvermogen van onder physiologische voorwaarden verkeerende roode bloedlichaampjes, in 't bijzonder voor alkali- en aardalkalimetalen.*”

Inleiding.

In een vroegere mededeeling heeft een van ons²⁾ langs quantitatief-chemischen weg aangetoond, dat roode bloedlichaampjes in beide richtingen doordringbaar zijn voor calcium. Tevens werden toen de

¹⁾ Uitvoeriğere mededeelingen over dit onderwerp zullen verschijnen in de *Archives Internationales de Physiologie* publ. par LÉON FREDERICQ.

²⁾ Over de Permeabiliteit van bloedcellen voor Calcium. Zittingsverslag van 27 Maart 1909. Zie ook uitvoeriger mededeelingen in het Zeitschrift für Physikalische Chemie. Bd. 69, S. 663, 1909. (Feestbundel voor Arrhenius).

voorwaarden nagegaan, waaronder dit in- en uittreden plaats heeft. We hebben thans de onderzoekingen uitgebreid op andere kationen n.l. magnesium, kalium en natrium, en daarna aan dit onderzoek nog vastgeknoopt de vraag, of onder dezelfde physiologische voorwaarden, waaronder het doortreden van calcium, magnesium, kalium en natrium werd onderzocht, ook een doortreden van anionen, als chloor en alkali, geconstateerd zou kunnen worden. Ten einde een in- of uittreden van genoemde ionen door de bloedlichaampjes uit te lokken werden, evenals bij de onderzoekingen over het calcium, wijzigingen in de samenstelling van het serum gebracht. Deze bestonden eenvoudig daarin, dat wij het bloedvocht hyperisotonisch of hypisotonisch maakten, en wel in een graad, die beantwoordde aan de schommelingen, die in het normale leven iederen dag kunnen voorkomen.

Bij deze onderzoekingen hadden wij tevens op het oog, gegevens te verzamelen, die later wellicht zouden kunnen dienen om een verschijnsel te verklaren, dat voor een geruim aantal jaren door HEDIN ¹⁾ werd opgemerkt en tot dusverre niet werd verklaard. Dit verschijnsel bestaat daarin, dat het volume der roode bloedlichaampjes in isosmotisch-isotonische oplossingen van verschillende zouten gelijk is, doch in isosmotisch-anisotonische oplossingen ongelijk. Ook bij vorige gelegenheden viel onze aandacht op dit verschijnsel. ²⁾

Methode van onderzoek.

Gelijk gezegd, werd de permeabiliteit der bloedcellen onderzocht door de samenstelling van het serum binnen physiologische grenzen te wijzigen. Deze wijziging bestond daarin, dat het bloedserum anisotonisch werd gemaakt, en wel, hyperisotonisch door toevoeging van 0.2 % NaCl, hypisotonisch door toevoeging van 10 % water. Om dit op doelmatige wijze te bereiken, werd een zekere hoeveelheid bloed gecentrifugeerd, het serum voor een deel verwijderd en met de noodige hoeveelheid NaCl of water vermengd, om daarna met het oorspronkelijke bloedresidu te worden samengevoegd en innig vermengd. Men liet nu de aldus verkregen suspensie een uur aan zichzelf over om aan de bloedlichaampjes gelegenheid te geven met haar nieuwe omgeving evenwicht te maken. Daarna werd opnieuw

¹⁾ HEDIN, Skandinavisches Archiv. f. Physiol. 1895 S. 377.

²⁾ HAMBURGER en HEKMA, Zur Biologie der Phagoocyten III, Biochem. Zeitschr. 9, 281, 1908.

HAMBURGER en DE HAAN, Zur Biologie der Phagoocyten V, Biochem. Zeitschr. 24, 317, 1910.

gecentrifugeerd en kon het weggenomen serum op zijn gehalte aan magnesium, kalium, natrium enz. onderzocht en dit gehalte met dat van het oorspronkelijke serum aan die stoffen vergeleken worden. Ter controle hebben wij in de meeste gevallen ook de roode bloedlichaampjes op genoemde stoffen quantitatief onderzocht, en zoo konden wij dan nitmaken, of een daling van de hoeveelheid van bepaalde serumbestanddeelen gepaard ging met een overeenkomstige stijging daarvan in de bloedlichaampjes of omgekeerd. Om de juiste maat van zulk een daling of stijging te kunnen aangeven, was het noodig om telkens het door de anisotonie gewijzigde volume van het serum en van de bloedlichaampjes nauwkeurig te kennen. Dit is gemakkelijk in te zien: het is immers niet mogelijk van een bepaald volume bloed *al* het serum te verkrijgen en te analyseeren. Al heeft men zeer krachtig gecentrifugeerd, dan is het toch onuitvoerbaar om al het bloedvocht van het sediment te verwijderen; er blijft altijd nog een dun laagje achter. Wij hebben daarom telkens, wanneer het noodig was, vastgesteld, hoe groot het relatief volume bloedlichaampjes en serum was, door bijv. 0.06 cc. bloed in onze trechtervormige buisjes zóó lang te centrifugeeren, totdat het sediment niet meer in volume afnam.

Ten slotte zij nog opgemerkt, dat al het voor deze onderzoekingen gebruikte bloed met 5 volumepercent koolzuur was geschud. Dit geschiedde om eventueel een ruimere uitwisseling van bestanddeelen mogelijk te maken en dus voor zoover permeabiliteit aanwezig was, deze zich in grootere cijfers te doen openbaren.

Permeabiliteit voor Kalium en Natrium.

De permeabiliteit voor kalium en natrium werd op de volgende wijze onderzocht. Nadat, gelijk gezegd, een groote hoeveelheid (3 Liter) bloed met 5 volumepercent koolzuur geschud was en daarna 3 uren aan zichzelf overgelaten om den invloed van het koolzuur te laten doorwerken, werden 3×12 buizen ieder met 75 c.c. van het goed doorengemengde bloed gevuld en met caoutchouckappen van boven gesloten. Tegelijkertijd werden 0.06 c.c. van hetzelfde bloed in drie met sluitende dopjes voorziene trechtervormige buisjes gebracht, teneinde in dit bloed het relatief volume van bloedlichaampjes en serum te bepalen. Vervolgens werd bij 12 buizen een deel van het heldere serum verwijderd en daarin NaCl opgelost.

Vervolgens werd dit NaCl-rijk serum met het achtergebleven serum en bloedlichaampjes goed vermengd. De hoeveelheid keukenzout, die toegevoegd werd, was juist zoo groot, dat het gehalte van

het serum met 0.2% NaCl toenam. De hoeveelheid, daarvoor noodig, was berekend met behulp van het relatief volume bloedlichaampjes en serum, zooals dit was gebleken uit de volumebepalingen in de trechtvormige buisjes. Op gelijksoortige wijze werd nu de hoeveelheid water vastgesteld, die aan het bloedvocht in de 12 andere buizen moest worden toegevoegd.

Thans werd gedurende een uur aan de bloedlichaampjes gelegenheid gegeven met hun nieuw medium in evenwicht te geraken. Toen werd gecentrifugeerd en het heldere serum zooveel mogelijk verwijderd. Nadat het volume er van was gemeten, werd het in een groote platinaschaal bij 110° ingedampt en het residu aan zachte gloei-hitte blootgesteld. Dan werd gedistilleerd water en HCl toegevoegd, teneinde de metalen tot chloriden te maken. Na filtratie en uitwassching voegde men bij de filtraten BaCl₂ en BaH₂O₂ om zwavelzuur en magnesium te verwijderen. Vervolgens werd het filtraat met (NH₄)₂CO₃ vermengd om het overtollige barium en ook het calcium te verwijderen. Nadat de laatste waren afgefiltreerd, kon het filtraat worden ingedampt in een platinaschaal en daarin zacht gegloeid om het overtollige ammoniumcarbonaat te doen verdwijnen. Wat nu in de schaal achterbleef, was slechts KCl en NaCl. De gezamenlijke hoeveelheid daarvan werd gewogen.

Thans kon in het mengsel het kalium alleen bepaald worden. Er werd HCl toegevoegd en gedistilleerd water; vervolgens H₂PtCl₆ in overmaat en de geheele massa op een waterbad tot siroopdikte ingedampt onder toevoeging van 80% alcohol. Op deze wijze bleef het natrium-chloroplatinaat in oplossing en zetten zich de gele kristalletjes van K₂PtCl₆ af. Deze werden op een vooraf gedroogd en gewogen filter gebracht, met alcohol uitgewassen, bij 120° gedroogd en gewogen. Om de hoeveelheid natrium te berekenen, was het nu voldoende om de hoeveelheid KCl af te trekken van de gezamenlijke hoeveelheid KCl en NaCl.

De bepaling van het kalium en natrium geschiedde in de bloedlichaampjes-massa op gelijke wijze als in het serum. Het spreekt vanzelf, dat hier rekening moest worden gehouden met het feit, dat tusschen de roode bloedlichaampjes zich nog serum bevond. De hoeveelheid ervan werd alweder vastgesteld door centrifugeering van de dikke suspensie in trechtvormige buisjes.

De resultaten, welke wij verkregen, laten zich in de volgende tabel samenvatten.

Uit deze tabel blijkt:

1. dat, wanneer men het serum door toevoeging van NaCl hyperisotonisch maakt in een graad, die ook in het normale leven wordt

TABEL I.
Permeabiliteit voor Kalium en Natrium.

I	2a		2b		3a		3b		4a		4b		5a		5b	
	serum	bloedlich.	serum	bloedlich.	het serum	de bloedlich.	het serum	de bloedlich.	het serum	de bloedlich.	het serum	de bloedlich.	het serum	de bloedlich.	het serum	de bloedlich.
900 cc bloed	In de 900 cc bloed zijn aanwezig				Totale hoeveelheid K en Na, berekend als KCl en NaCl, aanwezig in				Totale hoeveelheid K, berekend als KCl, in					Totale hoeveelheid Na, berekend als NaCl, in		
normaal	594 cc	306 cc	4.9805 Gr.	1.6577 Gr.	0.3479 Gr.	1.2379 Gr.	4.6336 Gr.	0.4198 Gr.								
aan het serum is 0.2% NaCl toegevoegd	618 "	282 "	4.9323 "	1.7686 "	0.4438 "	1.0761 "	4.4885 "	0.6505 "								
aan het serum is 0.2% water toegevoegd	570 "	330 "	4.9170 "	1.7755 "	0.6006 "	1.2132 "	4.5164 "	0.5623 "								

waargenomen, *natrium* in de bloedlichaampjes treedt, *kalium* de bloedlichaampjes verlaat (Vergel. de twee eerste getallen van kolom 4a, van kolom 4b, 5a en 5b).

2. *wanneer men aan het serum water toevoegt* in een hoeveelheid, die ook in het leven wordt waargenomen, *treedt eveneens natrium in de bloedlichaampjes binnen en kalium treedt uit.* (Verg. telkens het eerste en derde getal van genoemde kolommen).

Het binnentreden van natrium in de bloedlichaampjes blijkt niet alleen uit een vermindering van het gehalte van dit metaal in het serum, maar ook uit de vermeerdering in de bloedlichaampjes, terwijl het uittreden van kalium uit de bloedlichaampjes niet alleen blijkt uit een vermindering van het gehalte der cellen van dit metaal, doch ook uit een vermeerdering van gehalte aan dit metaal in het serum.

Permeabiliteit voor Magnesium.

Met het oog op de geringe hoeveelheid, waarin dit metaal in het bloed voorkomt, als ook met het oog op het geringe gewicht ervan, werd voor deze proeven een groote hoeveelheid bloed n.l. 3×1200 cc. tegelijkertijd verwerkt. Er werd op volkomen gelijke wijze geëxperimenteerd als voor de bepaling van kalium en natrium. Met de asch werd natuurlijk op een andere wijze gehandeld. Nadat deze met een weinig HCl was bevochtigd, en met heet water in oplossing gebracht, werd de laatste tot 100 cc. verdund en in een bekeerglas met NH_4OH geneutraliseerd, totdat juist een neerslag ontstond. Vervolgens werd met azijnzuur tot zure reactie zuur gemaakt en een geconcentreerde oplossing van ammoniumacetaat toegevoegd. Na koking werd het praecipitaat afgefiltreerd en uitgewasschen.

In het azijnzure filtraat werd het calcium door ammonium-oxalaat bij kookhitte neergeslagen en het geheel gedurende 4 uren aan zichzelf overgelaten. Het filtraat werd daarna met ammonia en een weinig Na_2HPO_4 vermengd en het mengsel gedurende 24 uren in de koude aan zichzelf overgelaten. Het aldus als $\text{Mg}(\text{NH}_4)\text{PO}_4$ aanwezige magnesium kon thans worden uitgewasschen, gedroogd en in een platina-kroes worden gloeid.

De volgende tabel bevat de verkregen resultaten.

Uit deze tabel blijkt, dat, *wanneer men het serum hyperisotonisch maakt door toevoeging van 0.2% NaCl*, het *magnesiumgehalte er van afneemt* (van 0.1445 tot 0.1385) en dienovereenkomstig de bloedlichaampjes in magnesiumgehalte toenemen (van 0.0166 tot 0.0221 gr.) *terwijl, wanneer het serum hypisotonisch wordt gemaakt door toevoeging van water, het magnesium den omgekeerden weg volgt, d.w.z. dus de bloedlichaampjes verlaat.* (Vergl. het eerste en derde getal van kolom 2a en van kolom 2b).

TABEL II.
Permeabiliteit voor Magnesium.

	1a		1b		2a		2b	
	In de 1200 cc bloed zijn aanwezig.				Hoeveelheid $Mg_3P_2O_7$, als maat voor het gehalte aan Mg. in			
	serum.		bloedlich.		het serum		de bloedlich.	
a. 200 normaal bloed	768 cc		432 cc		0.445 gr.		0.0166 gr.	
b. 200 cc bloed a, waarvan het serum bedeed werd met 0.2% NaCl.	804 „		396 „		0.4385 „		0.0221 „	
c. 1200 cc bloed a, waarvan het serum bedeed werd met 10% water.	736 „		464 „		0.4319 „		0.0159 „	

Permeabiliteit voor Calcium.

Gelijk gezegd, was door vroegere proeven ¹⁾ aangetoond, dat calcium in de bloedlichaampjes kan binnentreden en de bloedlichaampjes kan verlaten. De oorzaak, waardoor die calciumbeweging plaats heeft, bleek gezocht te moeten worden in een evenwichtsstoornis tusschen bloedlichaampjes en serum. Die evenwichtsstoornis was o. a. teweeggebracht door toevoeging aan het serum van eenig NaCl of van een geringe hoeveelheid water. *We wenschten thans na te gaan, in hoeverre een evenwichtsstoornis, teweeggebracht door 5 volumeprocent koolzuur, eveneens een calciumverplaatsing zou ten gevolge hebben.*

Gelijk bekend, valt een toevoeging van 5% CO_2 bij arterieel bloed binnen de physiologische grenzen.

Het mag na het reeds medegedeelde overbodig geacht worden op technische bijzonderheden over de wijze van proefneming in te gaan. Slechts zij vermeld, dat hier het calcium in de asch bepaald werd door ammoniumoxalaat; dat het oxalaat na verhitting als CaO werd gewogen, en verder, dit hier alleen het serum op het Ca-gehalte werd onderzocht. Dit scheen voldoende na de uitvoerige onderzoekingen, die vroeger over het Ca waren gedaan ²⁾.

Het resultaat, bij de thans verrichte proeven verkregen, was, dat onder

¹⁾ Zittingsverslag 27 Maart l. e.; Feestbundel Arrhenius l. e.

²⁾ Zittingsverslag 27 Maart 1909, l. e.; Zeitschr. f. physik. Chemie, Arrhenius Feestbund. l. e.

den invloed van 5 Vol. percent CO_2 , calcium in de bloedlichaampjes was binnengetreten en dat door een verdere evenwichtstoornis tengevolge van toevoeging van NaCl aan het met koolzuur behandelde bloed, een nieuwe hoeveelheid calcium in de bloedlichaampjes was binnengedrongen.

T A B E L III.
Permeabiliteit voor Calcium.

	In de 900 cc bloed zijn aanwezig	Hoeveelheid CaO, als maat voor het gehalte van het serum aan Ca
a. 900 cc bloed	600 cc serum en 300 cc bloedl.	0.1592 gr. CaO
b. 900 cc bloed behandeld met 5 vol. pct CO_2	588 cc " " 312 cc "	0.1526 " "
c. 900 cc met 5% CO_2 behand. bloed, waarvan het serum met 0.2% NaCl is bedeed	606 cc " " 294 cc "	0.1383 " "

Vergelijkt men de 3 getallen van de derde kolom, dan blijkt duidelijk, dat onder den invloed van CO_2 , Calcium in de bloedlichaampjes overgaat en dat dit in veel aanzienlijker mate het geval is, wanneer aan dat bloed een physiologische hoeveelheid NaCl is toegevoegd.

We kunnen nog hieraan toevoegen, dat tegelijk met deze proeven de invloed van NaCl-toevoeging aan het niet met CO_2 behandelde bloed werd nagegaan. De hoeveelheid CaO nu in het serum gevonden bedroeg 0.1444 gr. terwijl het volume van serum en bloedcellen geworden was resp. 618 cc. en 282 cc. We vinden hier dus een bevestiging van hetgeen vroeger in het meergemelde onderzoek omtrent de permeabiliteit van roode bloedlichaampjes voor Ca-Ionen werd waargenomen.

Permeabiliteit voor chloor.

Hoewel tegenwoordig wel door niemand meer betwijfeld wordt, dat de roode bloedlichaampjes permeabel zijn voor chloor, hebben wij het toch naar aanleiding van de bovenstaande onderzoekingen over kationen nuttig geoordeeld te onderzoeken of ook onder de voorwaarden, waaronder de kationen K, Na, Mg, en Ca door de bloedlichaampjes bleken heen te gaan, een beweging van chloor zou kunnen worden geconstateerd. Immers tot dusverre onderzochten wij

de permeabiliteit van roode bloedlichaampjes voor genoemd anion bijna uitsluitend, door physiologische hoeveelheden CO_2 , H_2SO_4 , en KOH op het bloed te laten inwerken¹⁾. Zou een doortreden van chloor nu ook te constateeren zijn, wanneer men het normale evenwicht tussehen roode bloedlichaampjes en serum verbrak door bij het laatste 0,2 % NaCl of 10 % water te voegen?

Tot dit doel hebben wij op volkomen dezelfde wijze geëxperimenteerd als boven, d. w. z. zoowel een bekende hoeveelheid serum als een bekende hoeveelheid bloedlichaampjesbrij werd ingedroogd en verascht en in de asch het chloor bepaald. Dit geschiedde volgens de methode van VOLHARD.

Het behoeft nauwelijks gezegd te worden, dat het om een uitspraak te erlangen over het absolute gehalte aan chloor van bloedlichaampjes en serum, het volume van beide moest vastgesteld worden.

1 Liter bloed werd weder evenals boven met 5 volume-percent CO_2 behandeld. Van dat quantum werden 3 maal 300 cc. afgemeten.

Van deze 3 hoeveelheden werd eene behandeld met NaCl 0,2 %, de andere met water, terwijl de derde als zoodanig op chloor onderzocht werd.

TABEL IV.
Permeabiliteit voor Chloor.

	2a		2b		3a		3b	
	In de 300 cc bloed zijn aanwezig in				Hoeveelheid $1/10$ n. AgNO_3 als maat voor het gehalte aan Chloor in			
	Serum.		bloedlich.		het serum.		de bloedlich.	
a. 300 cc norm. bloed.	189 cc.		111 cc.		110.06 cc.		33.34 cc.	
b. 300 cc bloed a, waarvan het serum be- deeld werd met 0,2% NaCl .	197 "		103 "		110.34 "		34.16 "	
c. 300 cc bloed a, waar- van het serum be- deeld werd met 1% water.	181 "		119 "		112.20 "		31.18 "	

¹⁾ HAMBURGER, Zeitschr. f. Biologie 1891, S. 405; Archiv f. (Anat. u.) Physiologie 1892, S. 513; 1893, S. 153; 1893, S. 157; Zeitschr. f. Biologie 1897, S. 352; Archiv. f. (Anat. u.) Physiol. 1898.

HAMBURGER und VAN LIER, Archiv f. (Anat. u.) Physiol. 1902, S. 492.

Uit deze experimenten blijkt, dat door toevoeging van 0.2 % NaCl aan het serum, een zekere hoeveelheid chloor in de bloedlichaampjes binnentreedt en dat omgekeerd, door toevoeging van water aan het serum, chloor de bloedlichaampjes verlaat. (Vergel. van dezelfde kolommen het eerste en het derde getal).

Het blijkt dus, dat onder dezelfde omstandigheden, of anders gezegd door dezelfde evenwichtsstoornissen als waaronder een doortreden van kationen door de bloedlichaampjes optreedt, ook een doortreden van chloor plaats heeft.

Laten wij ten slotte ook nog onderzoeken of hetzelfde geldt voor alkali.

Permeabiliteit voor alkali.

Reeds bij gelegenheid van onze onderzoekingen over de permeabiliteit van roode bloedlichaampjes en andere cellen voor chloor en andere anionen, waarover reeds zooeven gesproken werd, is de permeabiliteit voor alkali in het licht gesteld. Ook thans werd wederom onderzocht, in hoeverre bij toevoeging van geringe hoeveelheden NaCl of water aan het serum, de bloedlichaampjes alkali afgaven of opnamen. Het alkaligehalte van het serum werd bepaald door middel van lakmoïd-papier. Gelijk bekend, titreert men op deze wijze de gezamenlijke hoeveelheid van het diffusibele en niet-diffusibele alkali.

De resultaten worden onder de reeds meer vermelde inachtneming van de wijziging in de volumina, in de volgende tabel samengevat.

T A B E L V.
Permeabiliteit voor Alkali.

	In de 100 cc bloed zijn aanwezig	Hoeveelh. $\frac{1}{25}$ norm. wijnsteen- zuur overeenkomen- de met h. alkali v. h. serum
a. 100 cc normaal bloed (met 5% CO ₂)	61 cc serum + 36 cc bloedlich.	28.8 cc
b. 100 cc bloed (a), waar- van het serum met 0.2% NaCl bedeed werd	67 cc " + 33 cc "	27.5 cc
c. 100 cc bloed (a), waar- van het serum met 10% water bedeed werd	61.3 cc " + 38.7 cc "	27.1 cc

Deze proeven leeren, dat door aan het serum NaCl toe te voegen,

alkali in de bloedlichaampjes binnentreedt, terwijl door toevoeging van water aan het serum hetzelfde geschiedt doch in sterker mate.

Samenvatting.

De boven beschreven onderzoekingen hebben in hoofdzaak tot de volgende uitkomsten geleid:

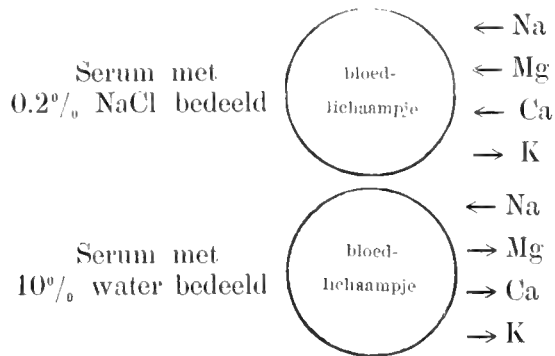
1. Wanneer men in de samenstelling van het bloedvocht een binnen de physiologische grenzen blijvende evenwichtsstoornis tusschen bloedlichaampjes en serum teweegbrengt, en wel door aan het laatste een weinig NaCl of een weinig water toe te voegen, dan heeft een verandering plaats in de verdeling der anorganische bestanddeelen over bloedlichaampjes en serum.

2. Deze wijziging betreft zoowel de kationen als de anionen:

a. Wat de kationen aangaat, is gebleken, dat door toevoeging van 0.2% NaCl aan het serum, Na, Mg, en Ca in de bloedlichaampjes binnentreden, terwijl K deze verlaat.

Bij verdunning van het serum met 10% water, treedt Na binnen, terwijl K, Mg en Ca de bloedlichaampjes verlaten.

Deze bewegingen laten zich op overzichtelijke wijze aldus voorstellen:



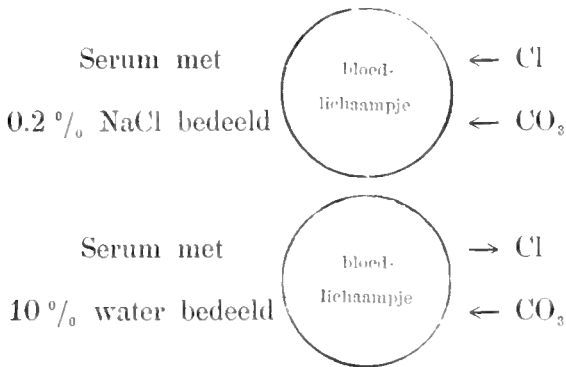
Dit resultaat is, voorzover het het Ca betreft, een bevestiging van hetgeen vroeger reeds op grond van uitvoerige onderzoekingen gevonden werd.

Thans werd bovendien nog aangetoond, dat *Ca eveneens in de bloedlichaampjes overgaat, wanneer het bloed met geringe hoeveelheden (5 volume-percent) CO₂ behandeld wordt, en dat die overgang dan nog aanzienlijker wordt, wanneer men aan dit koolzuurhoudende bloed nog een weinig NaCl toevoegt.*

b. De sub. *a* genoemde toevoeging van Na Cl of water aan het serum, had niet alleen een beweging van Kationen, maar ook van Anionen tengevolge. Door toevoeging van een weinig NaCl aan het serum, bleek chloor in de bloedlichaampjes binnen te treden; door toevoeging van water aan het serum, trad chloor uit.

Ook het alkali (CO_3) nam aan de beweging deel. Door toevoeging van NaCl aan het serum, trad alkali in de bloedlichaampjes binnen, terwijl door toevoeging van water hetzelfde geschiedde, doch in een weinig sterkere mate.

Men kan deze bewegingen wederom op de volgende wijze overzichtelijk weergeven:



Door deze waarnemingen is op nieuw en door geheel andere methoden dan vroeger door ons werden gebezigd, het bewijs geleverd, dat de onder physiologische voorwaarden verkeerende roode bloedlichaampjes anionen doorlaten.

3. De conclusie omtrent het doortreden van Na, K, Mg, Ca en Cl berust op de uitkomsten van quantitatief-chemische analyses van genoemde stoffen in het serum; die uitkomsten vonden steeds een bevestiging in de quantitatieve bepaling dezer stoffen in de bijbehorende bloedlichaampjesmassa.

4. Kort saamgevat **geven de beschreven resultaten dus het recht de stelling uit te spreken, dat de bloedlichaampjes onder physiologische voorwaarden permeabel zijn voor kationen zoowel als voor anionen** of indien men zich niet wenscht te plaatsen op het standpunt der ionenleer, **voor metalen en zuurradicalen.**

Dit resultaat is, voor zoover het de kationen (metalen) betreft, in tegenspraak met de algemeen heerschende opvatting.

Deze berust op een onderzoek van GÜRBER, volgens hetwelk bij behan-

deling van bloed met koolzuur, het serum zijn gehalte aan natrium en kalium behield, en stilzwijgend heeft men nu verder de ondoordringbaarheid van bloedlichaampjes voor kalium- en natriumionen overgebracht op calcium en magnesium. Wanneer men echter GÜRBER's proef nader bestudeert, dan blijkt, dat de hoeveelheid bloed, door dezen onderzoeker voor zijn analyses gebruikt, slechts 100 cc. bedroeg, een quantiteit, veel te klein om daaruit een besluit te kunnen trekken voor het doorgaan van K en Na. Immers de hoeveelheid kalium, in het serum van 100 cc. bloed aanwezig (0.018 gr. K_2O), is te gering om een vermeerdering of vermindering van 5 % met zekerheid te kunnen aantonen. Om eenigszins betrouwbare resultaten te kunnen krijgen, moet men met een veel grootere hoeveelheid bloed arbeiden en dan ter controle, naast het serum, de bijbehorende bloedlichaampjes analyseren, hetgeen GÜRBER verzuimde.

Meer uitvoerige kritische beschouwingen, ook ten aanzien van de anionen, vindt men in onze mededeeling in de Archives Internationales de Physiologie. Daar worden ook gronden aangevoerd, die ons nopen het doortreden van stoffen tot een uitwisselen van *ionen* terug te brengen.

5. Wat de *voorwaarden* voor het doortreden van kationen aangaat, zoo stellen wij ons, mede op grond van vroegere onderzoekingen over het doortreden van Ca, voor, dat dit slechts plaats vindt, waar een uitwisseling mogelijk is met gelijkwaardige of ongelijkwaardige Kationen aan de andere zijde. En deze mogelijkheid is gegeven, zoodra een evenwichtsstoornis, in de normale chemische samenstelling van serum en bloedlichaampjes-inhoud voorhanden is. Onderzoekt men nu verder waardoor op haar beurt weer die evenwichtsstoornis kan tot stand komen, dan blijkt, dat dit in de eerste plaats mogelijk is door verandering in de osmotische drukking van het bloed, waardoor de dissociatie gewijzigd wordt en wel in de bloedlichaampjes op andere wijze dan in het serum. Verder treedt een evenwichtsstoornis op, wanneer aan het bloedvocht stoffen worden toegevoegd, zooals CO_2 en zouten. Van deze beide oorzaken voor evenwichtsstoornis bleek, bij het calcium althans, de verandering van osmotische drukking een overwegenden invloed te hebben (l.c.).

6. Dat de beweging van kationen en anionen door cellen ook *voor het leven betekenis* heeft, hebben onze vergelijkende onderzoekingen over den invloed van KCl, NaCl, NaBr, KI, NaI, NaFl, en ook van het Ca op de phagocytose, duidelijk in het licht gesteld.

Groningen, Juni 1910.

Scheikunde. — De Heer VAN DER WAALS biedt eene mededeeling aan van Dr. F. E. C. SCHEFFER: „*Over de continue samenhang tusschen de driefasenlijnen, welke de evenwichten tusschen de beide componenten in vasten toestand respect. naast vloeistof en damp aangeven in een binair stelsel.*”

(Mede aangeboden door den Heer HOLLEMAN).

Naar aanleiding van de theoretische verhandeling van Prof. VAN DER WAALS over het evenwicht van een vast lichaam naast eene fluïde phase, in het bijzonder in de buurt van den kritischen toestand,¹⁾ bestudeerde SMITS in 1905 de verborgen evenwichten in de P - x -doorsneden door de ruimtefiguur van BAKHUIS ROOZEBOOM beneden het eutectisch punt²⁾. De beide lijnen voor de fluïde fasen, die met A , resp. met vast B coëxisteeën snijden elkaar in de isotherme doorsneden beneden het eutectisch punt bij twee driefasendrukken: $S_A S_B L$ en $S_A S_B G$, die hier beide stabiele toestanden aangeven voor het geval, dat $\frac{dp}{dt}$ van de vast-vloeistoflijn der componenten negatief is, wat in bovengenoemde verhandeling werd verondersteld.

Daar eene nadere studie over het beloop van de lijnen S_A -Fluïde en S_B -Fluïde ons inzicht kan verschaffen over den continuen samenhang van de beide genoemde driefasenlijnen in de ruimtefiguur, wil ik haar ligging nagaan voor het meest eenvoudige geval: volkomen menging in den vloeistoftoestand, ontmenging in den vasten toestand en geleidelijke daling van den coëxistentiedruk $L - G$ van de eene naar de tweede component.

Beschouwen we daartoe den toestand bij eene temperatuur, iets boven het quadrupelpunt gelegen, dan zullen in de P - x -figuur de lijnen voor constanten druk een beloop vertoonen als in Fig. 1 is aangegeven, waar langs eene isometrische lijn de druk voortdurend stijgt van $x = 0$ tot $x = 1$. Deze isopiësten hebben eene vertikale raaklijn op de lijnen ehf en ilk , de meetkundige plaats, waar $\frac{d^2\psi}{dx^2}$ op het ψ - x -vlak van de fluïde fasen nul is.

De punten H en G , resp. S en R , gelegen op de binodale lijn ab en cd , wijzen de vloeistof en damp aan die onder driefasendruk resp. naast S_A en S_B kan optreden.

Denken we ons nu loodrecht op het vlak van teekening de bij

¹⁾ Kon. Acad. van Wetensch. 31 October 1903.

²⁾ Kon. Acad. van Wetensch. 30 December 1905.

elke v en x behoorende waarden van ψ afgezet, dan zal bij het rollen van het raakvlak door $\psi_{S_A}(V)$ over het oppervlak der fluïde fasen eene lijn *LGEDBAK* worden beschreven, welke de fluïde fasen aangeeft, welke naast de eerste component in vasten toestand kunnen voorkomen. Volkomen analoog hiermede ontstaat door wentelen van het raakvlak door $\psi_{S_B}(W)$ eene lijn *QRPONMSK*, welke de fluïde fasen aanwijst, die met S_B coëxisteeeren; op *LG* en *QR* treedt vast *A*, resp. vast *B* stabiel naast eene gasphase op; op *HK* en *SK* naast eene vloeistofphase¹⁾.

De beide genoemde lijnen hebben elk een punt van maximum- en een van minimumdruk, nl. daar, waar ze de spinodale lijn (*eff* en *imk*) snijden. Dat werkelijk in de snijpunten met de spinodale lijn de isopiëst aan de coëxistentielijn vast-fluïde raakt, is duidelijk uit de vergelijking, door VAN DER WAAALS afgeleid²⁾:

$$\frac{d^2\psi}{dv_{sf}^2} v_{sf} \frac{dp}{dv_f} = (x_s - x_f) \left\{ \frac{d^2\psi}{dx_f^2} \frac{d^2\psi}{dv_f^2} - \left(\frac{d^2\psi}{dv_f dx_f} \right)^2 \right\}.$$

Op de spinodale lijn is de factor van $x_s - x_f$ nul; daar de overige grootheden in deze vergelijking in het algemeen alle eene eindige waarde bezitten, is $\frac{dp}{dv_f}$ nul, wat dus op het optreden van een maximum- of van een minimum-druk wijst, hetwelk dus in de punten *B* en *M* (minimum) en *P* en *D* (maximum) geschiedt.

In de punten *A*, *E*, *N* en *O*, waar de nodenlijn Vast-Fluïde aan de isopiëst raakt, is $v_{sf} = 0$. Uit de bovengenoemde vergelijking volgt derhalve, dat in de genoemde punten de waarde van $\frac{dp}{dx_f}$ oneindig groot is.

Gaan we dus nu het verloop der drukwaarden op de beide coëxistentielijnen S_A -Fluïde en S_B -Fluïde na en construeeren we met behulp daarvan de corresponderende *P-x*-figuur (Fig 2), dan zullen dus de *P-x*-lijnen in *A*, *N*, *E* en *O* eene vertikale raaklijn vertoonen ($V_{sf} = 0$), in *D*, *P*, *B* en *M* eene horizontale raaklijn (punten van de spinodale lijn) en in de punten *K*, *I* en *F* eene snijding vertoonen (driephasen-drukken). Uit eene gemeenschappelijke beschouwing der *V-x*- en *P-x*-figuur zal dan tevens blijken, dat de talrijke andere snijdingen in de laatste slechts toevallig zijn en geen coëxistentie van S_A , S_B en één

¹⁾ Hierbij is aangenomen, dat de vaste stoffen beide smelten onder volumevergrooting.

²⁾ Cont. II, 13 en l. c.

fluïde phase aangeven, daar de snijpunten niet één, maar twee verschillende fluïde fasen met verschillend volume representeeren.

Bij de temperatuur, op welke de figuren 1 en 2 betrekking hebben, treden dus vijf driefasendrukkingen op:

$S_A L G$, $S_B L G$ en $S_A S_B L$ (stabiel), $S_A S_B G$ (metastabiel) en $S_A S_B F l$ (labiel) ¹⁾.

Wanneer we nu nagaan, welke veranderingen bij temperatuurwisseling optreden, dan blijkt, dat ψ_{vast} , welke waarde onder het ψ -vlak voor de fluïde fasen is gelegen, bij stijging van temperatuur daalt ($\frac{d\psi}{dt} = -\eta$, waarin η positief genomen is) en, daar η_G en $\eta_L > \eta_S$, minder daalt dan het ψ -vlak voor dezelfde temperatuurverhooging. Het punt der vaste stof nadert dus bij temperatuurverhooging het ψ -vlak der fluïde fasen; dientengevolge zal de lijn, welke door het wentelend raakvlak aan het oppervlak wordt beschreven meer naar de zijde van de vaste phase verschuiven; de lijn $LGEDCBAK$ verschuift dus naar links, $QRPONMSK$ naar rechts.

Het gevolg van deze verschuiving zal dus zijn, dat de punten I en F elkaar bij verhooging van temperatuur naderen om eindelijk in één punt samen te vallen, waar dan de beide krommen der met S_A en S_B coëxisteeerende fluïde fasen elkaar raken

Volkomen analoog hiermede zal het duidelijk zijn, dat bij daling van temperatuur de punten I en K elkaar naderen om eindelijk evenzoo in één punt samen te vallen. Vóórdat evenwel I en K kunnen samenvallen, zal K binnen de binodale lijn en dus in het metastabiele gebied moeten komen; juist op het oogenblik, dat K de binodale lijn passeert, zal F uit het metastabiele gebied in het stabiele overgaan; deze overgang heeft plaats in het quadrupelpunt, waar juist stabiele coëxistentie van vier fasen mogelijk is.

We concludeeren dus, dat er een temperatuurtraject zal bestaan, waar drie driefasendrukkingen optreden, dat begrensd wordt naar hooge temperatuur door het samenvallen van I en K , naar lage temperatuur door het samenkomen van K en I . Dit zal dus tengevolge hebben, dat de beide driefasenlijnen $S_A S_B L$ en $S_A S_B G$ in haar P - T -projectie continu samenhangen.

Om over de gedaante van deze verbindingslijn te kunnen oordeelen, willen we de transformatie bij temperaturen, waar I en F elkaar naderen iets uitvoeriger nagaan.

Wanneer we bedenken, dat in D en P (punten van de spinodale

¹⁾ Ter wille van de duidelijkheid is hier dat gedeelte der fluïde fasen tusschen de spinodale lijn met „Fl” aangegeven.

lijn) de isopiëst aan de coëxistentielijnen Vast-Fluïde raakt en dat dus bij samenvallen van D en P de twee takken noodzakelijk één gemeenschappelijke raaklijn zullen moeten hebben, dan blijkt, dat de beide snijpunten noodzakelijk op de spinodale lijn zullen moeten samenvallen. Wil dit dus geschieden, dan zal I zich door O en F door E moeten bewegen, eene noodzakelijkheid, die we direct uit de V - x -figuur allezen en welke voor de P - x -figuur het gevolg heeft, dat even vóór de raking eene ligging optreedt als in figuur 3^b is aangegeven. (In de V - x - en T - x -projectie van fig. 3^a en 3^b zijn de corresponderende punten door gelijknamige letters aangegeven). Het punt T is hier een punt van toevallige snijding; dit zal duidelijk zijn bij beschouwing van de lijn $\frac{d^2\psi}{dv^2} = 0$, welke in fig. 3^a is aangegeven. Het punt, waar $\frac{d^2\psi}{dv^2} = 0$ de lijn IDF snijdt, heeft hooger en druk dan het punt van gelijke x van de lijn IPF en in het snijpunt van $\frac{d^2\psi}{dv^2} = 0$ met deze laatste is de druk hooger dan in het punt van gelijke x op de lijn IDF . Het zal duidelijk zijn, dat er ergens op IDF een punt zal zijn aan te wijzen, waar gelijke druk heerscht als in een punt van gelijke x op IPF ; dit punt is het snijpunt T . Bij verhooging van temperatuur verschuift nu I hoe langer hoe meer naar de lijn $\frac{d^2\psi}{dv^2} = 0$. Heeft het deze lijn bereikt, dan zijn I en T samengevallen; in dit punt treedt derhalve raking op, zooals in de figg. 4^a en 4^b is aangegeven.

Komt nu bij verdere temperatuursverhooging het punt I tussehen de binodale en spinodale lijn, dan hebben de punten I en T van fig. 3^b hun plaats verwisseld. (Zie fig. 5^a en 5^b). Het zal duidelijk zijn, dat hier weer het punt van toevallige snijding T correspondeert met een punt in de figuur 5^a van de lijn OV en UW van gelijke x en tevens liggende op dezelfde isopiëst.

Verhoogt men de temperatuur nog meer, dan zullen eindelijk de punten I en F samenvallen in D en P . Daar nu steeds p_I en $p_F < p_P$ en $\frac{dp_P}{dT}$ positief is (omdat P zich beweegt langs de spinodale lijn naar de zijde van hooger druk en tevens de druk in elk punt bij temperatuursverhooging stijgt¹⁾), dan zal het samenvallen van I en F

¹⁾ Dit kan ook blijken uit $\frac{dp}{dT} = \frac{W_{sf}}{TV_{sf}}$, daar V_{sf} in P negatief is en W_{sf} eveneens.

met P noodzakelijk het gevolg hebben dat ook $\frac{dp_I}{dT}$ en $\frac{dp_F}{dT}$ positief zijn. Bij het samenvallen van I en F zullen tevens $\frac{dp_I}{dT}$ en $\frac{dp_F}{dT}$ gelijk worden, daar in $\frac{dp}{dT_x} = \frac{W_{sf}}{TV_{sf}}$ de grootheden W_{sf} en V_{sf} dan op één en dezelfde fluïde phase betrekking hebben. Bij voortgezette temperatuursverhoging blijven slechts toevallige snijdingen in de P - x -doorsnede over.

In de P - T -projectie zal dus de driefasenlijn S_A - S_B -Fluïde steeds positieve waarden van $\frac{dp}{dT}$ hebben¹⁾; er bestaat een temperatuurtraject, waar de druk bij constante temperatuur driewaardig is; de stabiele-metastabiele tak hangt met den labielen door middel van een keer- of snavelpunt samen. De samenhang is in de P - T -projectie van fig. 6 aangegeven.

Natuurkunde. — De Heer ZEEMAN biedt eene mededeeling aan mede namens den Heer WINAVER: „*De magnetische splitsing van absorptielijnen in verband met het spectrum der zonnevlekken*”. (Derde mededeeling).

Schuine stand der trillingen aangetoond met een $\frac{\lambda}{2}$ -plaat.

34. De in onze beide eerste mededeelingen²⁾ gepubliceerde waarnemingen vallen in het gebied tusschen $\vartheta = 90^\circ$ en $\vartheta = 39^\circ$, met inbegrip der beide hoofdrichtingen. Op het nog overblijvende gebied, tusschen $\vartheta = 39^\circ$ en 0° , hebben de proeven betrekking die wij nu willen behandelen.

Dit gebied is zeer interessant omdat daarin de hoek ϑ_1 van LORENTZ, welke de gebieden van het longitudinale en transversale effect scheidt, moet gelegen zijn. Het experimenteel bewijs te leveren van het bestaan van dezen hoek was het voornaamste doel van dit derde deel van ons onderzoek en wij meenen dit ook bereikt te hebben.

¹⁾ Eene volkomen analoge beschouwing kan worden toegepast op het samenvallen van I en K .

²⁾ Deze Verslagen, Januari 1910, April 1910.

Vooraf echter willen wij nog eene methode bespreken, waarmede de uitkomsten (24—32) over den schuinen stand der trillingsellipsen van de buitenste componenten en dien der trillingen in de middelste componenten, zonder omkeeren van den stroom in den electromagneet, kunnen worden aangetoond.

Terwijl in onze vroegere proeven het *verschil* in intensiteit der componenten, dat door het *omkeeren* van den stroom ontstaat, het bewijs voor den schuinen stand levert, kan dit met een halfgolflengteplaat, zonder omkeeren worden gegeven.

Een $\frac{\lambda}{2}$ -plaat, waarvan een der hoofdrichtingen horizontaal loopt en begrensd volgens eene horizontale lijn wordt dicht bij de lichtbron geplaatst. Trillingen van de lichtbron, welke een zekeren hoek met de begrenzingslijn maken, zullen na doorgang door de plaat over het dubbele van dien hoek gedraaid zijn. Men kan het nu gemakkelijk zoo inrichten, dat het gezichtsveld in twee deelen verdeeld wordt, boven — zonder plaat, onder — met een plaat. De richtingen van nittredende trillingen maken dan gelijke hoeken met een horizontale lijn.

Een scherp beeld van de scheidingslijn werd door een Nicol heen op de spleet van den spectroscop gevormd.

In een der proeven was $\vartheta = 39^\circ$, terwijl de trillingsrichting van den Nicol onder een hoek van 35° met den horizon stond. De waarnemer ziet nu de magnetische componenten in beide helften ongelijk sterk.

Het bleek mogelijk het verschijnsel te photografeeren; kleine veranderingen in de dichtheid van den damp, die bij eene andere methode van waarneming gemakkelijk intensiteitsveranderingen van het verschijnsel kunnen voorspiegelen, zijn thans zonder invloed. Op beide helften van het gezichtsveld toch, strekt zich thans een invloed dier veranderingen uit. Wordt de richting van den stroom omgekeerd dan verwisselt het onderscheid tusschen boven en beneden van teeken.

Verband tusschen de helling der ellipsen in bijzondere gevallen.

35. De richting van het magnetische veld, en die van voortplanting van den lichtbundel, welke de gemagnetiseerde lichtbron doorloopt, bepalen de richting waarheen de trillingsellipsen overhellen (25). Keert men nu de richting van het magnetische veld om dan verandert ook het teeken van de helling der trillingsellipsen. In fig. 3 (§ 25) werd het experimenteel gevonden verband tusschen de drie genoemde richtingen vastgelegd.

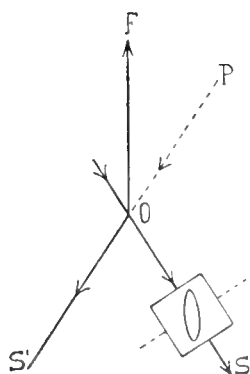


Fig. 6.

Laat de magnetische kracht volgens OF zijn gericht, en laat de lichtbundel zich door de gemagnetiseerde vlam O , in de richting OS voortplanten. De helling van de ellipsen is voor dit geval in fig. 6 aangegeven. Het op den straal normale vlak met de ellips is om de stippellijn neergeslagen.

Hoe zal het met deze helling zijn, indien de lichtbron in de richting OS' door een lichtbundel wordt doorstraald?

Een antwoord op deze vraag verkrijgt men door toepassing van de bekende methode der spiegelbeelden.

Den geometrischen vorm van alles wat tot een zeker systeem behoort benevens de physische toestanden in het systeem, die door middel van geometrische figuren kunnen worden voorgesteld, kan men zich in een vlak V gespiegeld denken. Het nieuwe door spiegeling verkregen systeem is een mogelijk systeem.

Uit systeem I, ontstaat dan, indien als V een vlak loodrecht op het vlak van teekening en evenwijdig aan OF' wordt gekozen, systeem II.

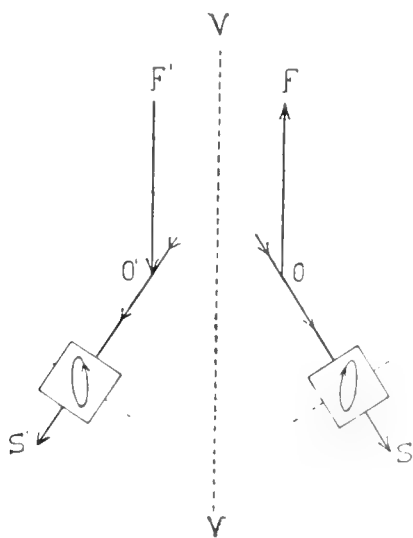


Fig. 7.

Door de spiegeling wordt het magnetische veld omgekeerd; immers vóór men het spiegelbeeld ervan neemt, moet het door de stroomen van AMPÈRE, die het kunnen te weegbrengen, worden vervangen. De pijl $F''O'$ loopt dus in II van F'' naar O' .

Wordt vervolgens in systeem II het veld omgekeerd dan verandert de helling der ellips van teeken.

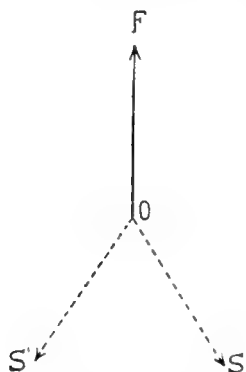


Fig. 8.

Wij besluiten dan dat (fig. 8), indien OP de richting van het veld is, de helling der ellipsen, in S zoowel als in S' waargenomen, steeds van links onder naar rechts boven is gericht.

Met den polariscope van SAVART kon dit alles experimenteel bevestigd worden.

Men kan de uitkomst ook afleiden met behulp van het experimenteel in § 26 gevonden resultaat over de helling der ellipsen in het in de richting OP uitgestraalde licht (zie fig. 6).

Het nauwe verband tusschen emissie en absorptie laat dan ook een besluit toe over wat in de richting OS' zal worden waargenomen.

Onderzoek naar het bestaan van een hoek ϑ_1 (§ 36—§ 46).

36. Men kan op verschillende wijzen het bestaan van een hoek ϑ_1 , die de gebieden van het longitudinale en van het transversale effect scheidt, trachten aan te toonen. Het meest direkte bewijs zou zijn, indien men bij gegeven magnetische kracht de dichtheid van den damp zoo kon veranderen, dat ten slotte de richting der trillingen in den nittredenden bundel een hoek van 45° met de verticaal maakt. Men zou bij ϑ_1 zelf waarnemen. Volgens dit plan te werk gaande zijn wij op moeilijkheden gestuit.

De beteekenis en het bijzondere van den hoek ϑ_1 worden echter ook bewezen, indien men eigenaardige verschijnselen kan aantonen die moeten optreden wanneer de richting van waarneming een hoek met de krachtlijnen maakt die tusschen 0° en ϑ_1 ligt. Het resultaat van onze proeven is eene bevestiging van de theorie.

Wij zullen uit onze talrijke proeven tot beide groepen behorende, er enkele uitnemen.

37. *Waarnemingen bij $\vartheta = 32^\circ$.* Voor waarneming bij dezen hoek waren opzettelijk poolstukken met een halven tophoek van 32° vervaardigd uit week ijzer. Het magnetische veld was voldoende om den aard der splitsing in het spectrum der 1^{ste} orde van ROWLAND'S tralie vast te stellen.

De aandacht werd in het bijzonder op de middelste componenten gevestigd. Men kan gemakkelijk constateeren dat de trillingen in die componenten schuin staan. Om een helling van juist 45° te kunnen

aantoonen werd een plaatje kwarts, loodrecht op de kristal as geslepen, en van precies 2 m.m. dikte, in den lichtbundel gebracht. Dit plaatje draait het polarisatievlak voor Na-licht over $2 \times 21.7 = 43.4^\circ$ en zou dus trillingen die een azimut van 45° hebben, na doorgang bijna juist horizontaal of verticaal maken.

Tusschen het plaatje en de spleet van den spektroskoop was een kalkspaatrhomboeder geplaatst; van eene horizontale spleetvormige opening dicht bij de lichtbron, werden nu twee beelden boven elkaar gevormd. In het eene komen alleen de verticale, in het andere de horizontale bestanddeelen van het invallende licht.

De middelste componenten, die zich bij dezen hoek ϑ slechts als schaduwen tusschen de uiterste componenten vertoonden, waren al naar de richting van den stroom in den electromagneet of alleen in het bovenste of alleen in het onderste der twee beelden zichtbaar, indien de dampdichtheid goed gekozen werd.

Toch bewijst deze proef nog niet dat inderdaad de trillingen van de middelste componenten onder een hoek van 45° met den horizon trillen. Men moet nog rekening houden met de niet zeer groote gevoeligheid der methode.

Wel bewijst de proef dat de trillingen schuin ten opzichte van den horizon, onder een hoek van misschien 20° of 30° geschieden.

Dat de trillingen niet onder 45° geschieden bewijst een proef met den kalkspaatrhomboeder alleen, zonder het kwartspaatje. Men ziet nu een duidelijk verschil tusschen het bovenste en onderste beeld, dit zou niet mogelijk zijn indien de helling der trillingen 45° bedroeg. Maakt men de dichtheid van den damp groot dan wordt het verschil tusschen boven en beneden minder.

Alle proeven die genomen werden om de helling nauwkeuriger te bepalen voerden niet tot een beslist resultaat. De geringe intensiteit van de middelste componenten, de zwakke splitsing (welke juist, volgens de theorie voor de waarneming noodig is), storing der waarneming door de nabijheid der buitenste componenten, en waarschijnlijk ook het zwak elliptisch worden der trillingen verklaren de moeilijkheid der metingen.

Bij onderzoek zonder spektroskoop, alleen met den polariskoop van SAVART, bleek het uitgestraalde licht bijna niet gepolariseerd te zijn. De streepen in den polariskoop waren zeer zwak. Dit is duidelijk, daar bijna al het licht van de uiterste componenten afkomstig is, deze ieder nagenoeg volkomen cirkelvormig gepolariseerd licht uitzenden en wel een gelijk aantal componenten rechts als links. Voor zoover men nog de strepen zien kon, bleken deze onder een hoek van ongeveer 42° met de verticaal te staan.

38. De methode van het ongelijkmatige veld ¹⁾ scheen de mogelijkheid te openen om onmiddellijk de veldsterkte af te lezen, die bij gekozen dampdichtheid, aan ϑ_1 beantwoordt. Voor $\vartheta = 39^\circ$ werd met behulp van een geschikte lens een verkleind beeld van de polen van den electromagneet op het voorvlak van de spleet van den spectroscop geworpen. De magnetische splitsing zal nu op verschillende hoogten sterk uiteenloopen en men neemt in den stigmatischen spectroscop de bekende, vroeger afgebeelde, spoelvormige splitsingsfiguur waar; thans echter, omdat wij met het inverse effect werken, als vrij donkere lijnen op een lichten achtergrond. Een Nicol werd met zijn trillingsvlak onder een hoek van 45° met den horizon geplaatst. Indien nu ergens in de gesplitste lijnen de trillingen onder een hoek van 45° hellen, zal men daar de componenten zeer donker moeten zien. Dichtheid en veldsterkte voor dat bepaalde deel der componenten zullen aan een $\vartheta_1 = 39^\circ$ beantwoorden.

Deze proef gaf geen duidelijk resultaat, hoewel ook nog de dichtheid van den damp binnen vrij groote grenzen werd veranderd.

De verandering van den polarisatie-toestand in de splitsingsfiguur is voor ons oog blijkbaar te geleidelijk, om op de aangegeven wijze het bestaan van ϑ_1 te bewijzen.

Zooals toch onze volgende proeven leeren (39—46) kan het bestaan van zulk een bijzonderen hoek als experimenteel vastgesteld worden beschouwd.

39. Om bij nog kleinere hoeken ϑ te kunnen waarnemen, werd bij alle volgende proeven van het spectrum der tweede orde van het groote tralie van ROWLAND gebruik gemaakt. De lichtsterkte is nog alleszins voldoende en men ziet veel meer details. Het blijkt nu nog mogelijk de verschijnselen zeer duidelijk waartenemen met poolstukken, die zoo spits zijn afgedraaid, dat $\vartheta = 26^\circ$ kan worden genomen. Bij damp van gemiddelde dichtheid (10) zijn nu alleen de buitenste componenten bij het quartet en sextet zichtbaar, het verschijnsel is als bij het zuivere longitudinale effect. Eerst wanneer de dampdichtheid zeer groot wordt gemaakt, komen de middelste componenten te voorschijn. Deze bleken echter (40) van aard veranderd te zijn, zooals het onderzoek van hun polarisatie-toestand leerde.

Gemakkelijker kan men den polarisatie-toestand onderzoeken, indien de componenten verder gescheiden zijn. In de volgende proeven is dit het geval en wij doen dus beter die uitvoerig te beschrijven.

40. Een nog kleinere hoek tusschen de richtingen van den licht-

¹⁾ ZEEMAN. Deze Verslagen April 1906, November 1907.

straal en van het magnetisch veld en toch grootere splitsing dan bij de proeven van § 39 wordt verkregen, indien men door doorboorde polen heen ziet, den bundel in het magneetveld echter door middel van 2 kleine prisma's laat afwijken. Eene opmerking van den Heer WERTHEIM SALOMONSON gaf ons aanleiding prisma's te beproeven.

De uitvoering der proef voor $\vartheta = 16^\circ$ is uit de nevenstaande figuur duidelijk.

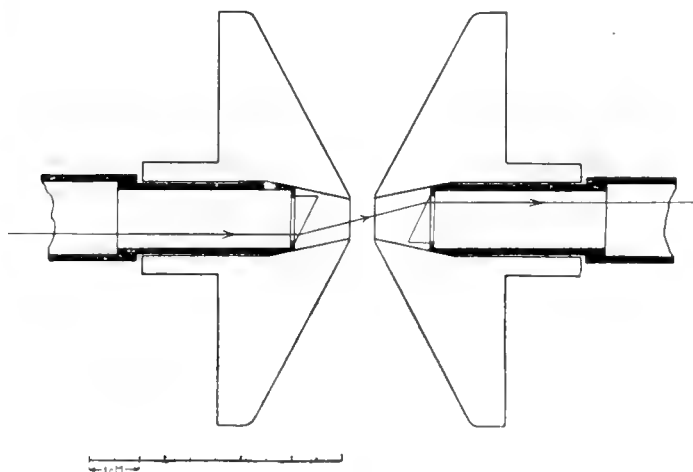


Fig. 9.

De prisma's zijn bevestigd op koperen buizen, die in de doorboorde poolstukken van een du Bois electromagneet worden gestoken en om hunne as kunnen draaien. Het is hierdoor mogelijk de prisma-vlakken evenwijdig te stellen en de ribben verticaal.

Een nadeel aan deze methode verbonden is dat na eenigen tijd de prisma's aan den binnenkant met een wit laagje neerslag worden bedekt. Vooral bij zeer dichte dampen komt dit voor.

De waterdamp, welke dadelijk na het inbrengen der vlam op de prisma-vlakken neerslaat, gaat spoedig weer weg als de temperatuur der prisma's is gestegen. Om het gevaar van springen te verminderen zijn de prisma's op eenigen afstand van de eindvlakken der poolstukken aangebracht.

Ook bij groote dichtheid van den damp (3^{de} stadium § 10) en een veldsterkte van bijv. 20.000 Gauss ziet het verschijnsel er uit als bij het zuiver longitudinaal effect. Geen spoor van de middelste componenten is zichtbaar.

Nadat echter de damp zoo dicht gemaakt werd als maar mogelijk was met een glasstaaf, voorzien van gesmolten keukenzout, in de gaszuurstofvlam, kreeg men bij D_1 twee nieuwe zwarte lijntjes

te zien; zij kwamen tegen den vrij donkeren achtergrond der ver-
breede buitenste componenten, duidelijk voor den dag.

*Deze nieuwe lijnen welke op de plaats der binnenste componenten
staan, zijn niet gepolariseerd (zie 41—44).*

41. Wij zijn tot dit besluit gekomen omdat wij op geen enkele
wijze verschijnselen van polarisatie bij die nieuwe componenten
konden aantoonen.

Vooreerst gaf de draaiing van een Nicol, die vóór de spleet van
den spectrooskoop was geplaatst geen verandering in de intensiteit der
lijnen, wel in die van den achtergrond gevormd door de nagenoeg
circulair gepolariseerde buitenste componenten.

42. Vervolgens werd de Nicol verwijderd en eene kwart-golfplaat
met de hoofdrichting onder 45° in den bundel geplaatst, terwijl bij
het magnetisch veld eene breede horizontale spleet was aangebracht.
Met een kalkspaatrhomboëder kan men nu twee velden verkrijgen,
en de tegengesteld circulaire trillingen van elkaar scheiden.

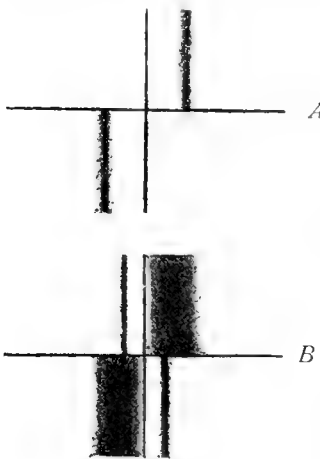


Fig. 10.

Bij niet dichten damp is het verschijnsel
bij D_1 als in de fig. 10^A wordt voorgesteld.
De verticale lijn is de absorptielijn afkom-
stig van de elektrische booglamp.

Wordt nu de damp zeer dicht gemaakt
dan wordt het verschijnsel als in fig. 10^B
is afgebeeld. Nieuwe componenten komen
in de aanvankelijk heldere velden voor
den dag.

De plaats der nieuwe componenten komt,
voor zoover dit met het oog kan worden
beoordeeld, met de binnenste componenten
van het quadruplet overeen. Eene uitme-
ting van eene, wel is waar niet zeer

fraaie, photographische opname van het verschijnsel bevestigt deze
waarneming binnen de grenzen der waarnemingsfout.

Wat de polarisatie der nieuwe lijnen aangaat willen wij het
volgende nog opmerken. Men zou uit fig. 10^B alleen, kunnen besluiten
dat de polarisatie der binnenste componenten eene circulaire is van
teeken tegengesteld aan die der buitenste componenten.

Hieruit zou dan volgen dat de binnenste componenten onder
de omstandigheden der proef door positieve electronen worden
teweegebracht.

Het is wel onnoodig over de niet groote waarschijnlijkheid van

zulk eene hypothese uitteweiden, daar zij door de volgende proef weerlegd wordt.

42. Draait men nl. de kwart-golfplaat in haar vlak zoodat de hoofdrichting meer en meer den horizontalen stand nadert, dan neemt de intensiteit der buitenste componenten af. Al spoedig ziet men nu dat de binnenste componenten, die eerst in twee der quadranten door de zwarte, breede, buitenste componenten niet gezien konden worden, boven en beneden de horizontale scheidingslijn onveranderd doorloopen.

Is eindelijk de hoofdrichting van de kwart-golfplaat horizontaal geworden, dan is er wat de binnenste componenten betreft geen, en wat de buitenste velden aangaat nauwelijks, eenig onderscheid tusschen boven en beneden te zien.

43. Uit het geheel der proeven van § § 41 en 42 mogen wij besluiten dat inderdaad onder de omstandigheden der proef de binnenste componenten van het nieuwe quadruplet ongepolariseerd zijn.

Deze uitkomst schijnt paradox, omdat men zoo langzamerhand er zich aan gewend heeft om alle componenten van eene magnetisch gesplitste en verplaatste lijn gepolariseerd te verwachten.

Toch is de uitkomst met de theorie in overeenstemming, althans wanneer men op de middelste lijnen van het quadruplet toepast wat theoretisch voor de middelste component van het triplet is gevonden.

Zooals LORENTZ heeft bewezen kunnen zich in het geval van een triplet voor eene frequentie $n = n_0$ en voor $\vartheta < \vartheta_1$, twee tegengesteld elliptisch gepolariseerde bundels voortplanten, die even sterk geabsorbeerd worden maar ongelijke voortplantings snelheden hebben. De karakteristieke ellipsen zijn voor beide bundels hetzelfde, maar zij worden in tegengestelde richting beschreven (zie ook § 22 boven).

Daar de absorptiecoëfficiënten van beide bundels gelijk zijn, kunnen dus door een gemagnetiseerden damp in een continu, niet gepolariseerd, spectrum alleen niet gepolariseerde absorptielijnen worden tweeweggebracht.

44. De toepassing die in § 35 van het theorema der spiegelbeelden werd gemaakt, had voornamelijk ten doel om te doen zien dat het er voor de helling der ellipsen niet toe doet naar welken kant, in een horizontaal vlak, de prisma's den lichtstraal van de krachtlijn doen afwijken.

45. *Quadruplet voor $\vartheta = 0$.* Door de dampdichtheid nog grooter

te maken dan voor de waarneming in § 43 noodig was, is het ons ook gelukt zelfs in de richting $\vartheta = 0$ de twee niet gepolariseerde, aan de binnenste componenten van het quadruplet beantwoordende, componenten waar te nemen. De buitenste componenten zijn dan echter reeds buitengewoon wazig geworden.

Merkwaardig is bij deze proef, dat de beide nieuw verschijnende componenten betrekkelijk zoo scherp zijn. De theorie van het verschijnsel schijnt op het oogenblik nog niet zoover uitgewerkt te zijn, om hiervan rekenschap te geven.

In overeenstemming met de theorie is het (altijd in de onderstelling dat die op het quadruplet mag worden toegepast) dat voor $\vartheta = 0^\circ$ de dichtheid van den damp grooter moet zijn dan voor $\vartheta = 16^\circ$ om de nieuwe lijnen zichtbaar te maken. Immers volgens de formules (42) en (26) van LORENTZ (zie de verhandeling in § 1 boven geciteerd) wordt de index van absorptie bij het afnemen van ϑ kleiner.

Wij meenen door de proeven (39—43) bewezen te hebben dat er een hoek ϑ_1 bestaat.

Immers alleen in een gebied tusschen een hoek ϑ_1 en 0 zijn verschijnselen als die in de laatste §§ werden beschreven, te verwachten.

In de experimenteele bevestiging der voorspellingen van LORENTZ, die wij in § 23 formuleerden, mogen wij een nieuw bewijs zien van de volledigheid waarmede VOIGT's theorie van het inverse magnetische effect de verschijnselen beschrijft.

Eene nauwkeuriger meting van ϑ_1 voor een gekozen dichtheid van den damp moet tot later worden uitgesteld.

46. Ten slotte vermelden wij nog dat de nieuwe vorm van splitsing, met deels gepolariseerde, deels ongepolariseerde componenten door ons ook bij D_2 werd waargenomen. Bij de groote dichtheid van den damp, die voor de waarneming noodig is, is alles bij het pseudo-triplet, waarin D_2 wordt gesplitst, veel minder duidelijk en in het oogvallend dan bij D_1 . Wij hebben daarom bij de beschrijving der proeven uitvoerig bij de laatstgenoemde lijn stil gestaan.

Sterrenkunde. — De Heer E. F. VAN DE SANDE BAKHUYZEN biedt eene mededeeling aan van den Heer A. PANNEKOEK: „*Onderzoekingen over den bouw van den melkweg*”.

(Mede aangeboden door den Heer H. G. VAN DE SANDE BAKHUYZEN).

§ 1. De onderzoekingen over den bouw van het heelal stellen zich ten doel, de sterdichtheid (aantal per volume-eenheid) als functie van de plaats in de ruimte te leeren kennen, dus voor elke richting de sterdichtheid als functie van den afstand tot de zon. Waren de sterren alle gelijk in lichtkracht, dan was de schijnbare helderheid m , uitgedrukt in grootteklassen, onmiddellijk een maat voor den afstand r volgens de betrekking $0,2 m = \log r$. Het aantal sterren van bepaalde grootte $A(m)dm$ gaf dan onmiddellijk de dichtheid Δ voor den corresponderenden afstand r , volgens $A(m)dm = \Delta(r) \cdot r^3 dr$.

Nu zijn de sterren ongelijk in lichtkracht en daardoor hangt het aantal sterren $A(m)$ op ingewikkelder wijze van de dichtheid Δ af. Is de functie, die het aantal sterren van verschillende lichtkracht aangeeft, bekend, dan is omgekeerd Δ uit het verloop van A te vinden. Voorloopig moet dan aangenomen worden, dat de functie, die de verdeling der sterren over verschillende lichtkracht uitdrukt, overal dezelfde is. Deze functie is door KAPTEYN bepaald. De getallen, die de logarithe van het aantal sterren per volume-eenheid als functie van de logarithe der lichtkracht geven¹⁾ zijn door een parabolische lijn voor te stellen, met een maximum voor $\log L = 8,2$, als L voor de zon $= 1$ is. Drukt men de lichtkracht door de schijnbare helderheid H in grootteklassen uit, die de ster bij een afstand $\pi = 0'',1$ zou vertoonen, dan is $H = 5,5 - 2,5 \log L$ (daar de zon op dezen afstand de grootte 5.5 heeft), dus het maximum ligt bij $H = 10$ en de functie is uit te drukken door:

$$\log \psi = c - 0,025 (H-10)^2 \text{ of } \psi = C e^{-0,025 (H-10)^2}.$$

Alle onderzoekingen over den bouw van het heelal moeten uitgaan van de kennis van de functie $A(m)$, het aantal sterren van bepaalde grootte. In de praktijk wordt, in plaats van A , in den regel de functie $N(m)$ gebruikt, het totale aantal sterren tot aan een bepaalde helderheidsgrens m ; met de vorige hangt ze zoo samen, dat $dN(m) = A(m)dm$ is.

De gebrekkigheid onzer kennis van $N(m)$ lag tot voor korten tijd hoofdzakelijk in het gemis aan goede photometrische metingen der zwakke sterren, waardoor de waarde der grenshelderheid m voor een bepaalde telling onbekend was. Eerst in de laatste jaren is dit

¹⁾ On the luminosity of the fixed stars. Public. Groningen Nr. 11. pag. 16, 19.

gebrek eenigszins opgeheven. In N^o. 18 der Groninger *Publications* zijn de voorhanden metingen samengesteld en verwerkt; en de daar verkregen uitkomsten vormen voorloopig de eenige vertrouwbare en vaste basis voor onderzoekingen omtrent de structuur van het heelal.

Voor den geheelen hemel is $N(r)$ nu tot de 14^{de} à 15^{de} grootte ongeveer bekend. Van de helderste sterren tot omstreeks de 11^{de} grootte volgt de functie vrijwel de rechte lijn en is $N(m) = C + 0,50m$ te stellen; daarboven wordt de toename minder sterk. Het is bekend, dat een lineaire functie $N(m) = c + \lambda m$, onafhankelijk van de functie $\psi(H)$ de dichtheidsverdeeling bepaalt; deze is dan gegeven door $\Delta(r) = r^{-5(0,60 - \lambda)}$. Gold nu de aangegeven lineaire functie met den coëfficiënt 0.50 geheel en al, dan zou daaruit $\Delta r = r^{-\frac{1}{2}}$ volgen, d. w. z. het zichtbare sterrenstelsel is in 't midden het dichtst en neemt naar buiten steeds meer in dichtheid af, ongeveer in omgekeerde verhouding met \sqrt{r} . Dat de zwakkere sterren minder sterk toenemen, dan de formule aangeeft, wijst er op, dat aan den buitenkant van dit sterrenstelsel de dichtheid nog sterker dan in de verhouding $1 : \sqrt{r}$ afneemt.

Nu is echter de hemel niet als een geheel en het stersysteem niet als een bolvormige massa te beschouwen. De melkweg vormt aan den hemel een gordel, waar de dichtheid der sterren het grootst is en vanwaar ze naar beide zijden afneemt. In tweede benadering is N niet meer enkel een functie van m , maar bovendien van b , de galactische breedte. KAPTEYN heeft in *Groningen Publ.* N^o. 18 deze functie in tabellenform gegeven, zoowel $N(m, b)$, als ook $N(m)$ voor drie verschillende deelen des hemels, voor de melkwegzone, voor de omgeving der melkwegpolen, en voor een tusschenliggende zone van 20° tot 40° galactische breedte. De daar afgeleide analytische functies geven niet dadelijk een overzichtelijk beeld van het verloop der getallen en deze zijn met vrijwel dezelfde juistheid door eenvoudiger en overzichtelijker functies weer te geven. Voor de melkwegzone voldoet een lineaire functie:

$$\log N_0^{20} = \bar{9}.70 + 0.49(m - 7)$$

Voor de beide andere zonae maakt een duidelijke kromming een kwadratischen term noodig:

$$\log N_{20}^{40} = \bar{9}.48 + 0.49(m - 7) - 0.007(m - 7)^2$$

$$\log N_{40}^{50} = \bar{9}.40 + 0.47(m - 7) - 0.009(m - 7)^2$$

Door deze formules wordt de structuur van den hemel als een omwentelingsfiguur, een vlakke schijf, bepaald, met de lijn loodrecht op den melkweg als as. De dichtheid hangt van twee coördinaten,

den afstand tot het middenvlak z , en den afstand tot de as $\sqrt{x^2 + y^2}$ af, of ook in poolcoördinaten, van de galactische breedte b en den afstand tot de zon r . Deze formules toonen, dat de dichtheid van uit het middelpunt naar alle zijden afneemt, het snelst in de z richting, loodrecht op het melkwegvlak, langzamer en gelijkmatiger naar alle zijden in het melkwegvlak. Maar ook in den melkweg bestaat een besliste sterke regelmatige afneming der dichtheid met den afstand, volgens de wet $r^{-0.55}$.

Dit resultaat staat nu *in directen tegenspraak met het voorkomen van den melkweg*. Wij zien den melkweg als een aaneenschakeling van min of meer rondachtige hoopen, vlekken en stroomen, die op een geheel andere structuur wijzen. In de richting van zulk een sterwolk verwacht men dat eerst, aan deze zijde van de wolk, de dichtheid toeneemt, dan achter de wolk weer afneemt, dus geheel anders dan uit KAPTEYN'S uitkomst voor de melkwegzone te besluiten is. Uit het voorkomen van den melkweg blijkt echter ook, dat het ongeoorloofd is, de zone tusschen $+20^\circ$ en -20° galactische breedte als één geheel te behandelen. Daarbij worden zeer verschillend gebouwde deelen van het heelal doorengemengd; de melkwegzone bestaat deels uit sterwolken, die het eigenlijke melkwegverschijnsel vormen, deels uit tusschenliggende en er naast liggende hemelstreken, die kwalitatief misschien meer met de melkwegpolen overeenstemmen. De samenvatting van deze geheel verschillende deelen mag noodig zijn, om een gemiddeld beeld van de sterverdeeling in de ruimte te geven, het bijzondere opvallende *karakter* dezer verdeeling, dat zich in de ophooping van sterren in wolken en stroomen openbaart, wordt er door *verduisterd*; van den eigenlijken melkweg krijgt men door de voorstelling der sterdichtheid als functie van r en b een valsch beeld.

Om een juist beeld te krijgen, moet men tot een derde benadering voortschrijden, de bijzondere deelen der zone, de groote melkwegvlekken en stroomen individueel behandelen, voor hen alleen N als functie van m bepalen, en daaruit conclusies voor Δ als functie van r trekken.

Het hier meegedeelde onderzoek is een eerste poging voor eenige gedeelten van den melkweg deze functies te bepalen, vooral ook, om te zien, wat voor dit doel uit het beschikbare materiaal af te leiden is. Drie streken werden daartoe gekozen:

1°. een deel van de groote heldere Cygnusvlek, die zich van β naar γ uitstrekt en de grootste en helderste vlek aan den Noordelijken hemel is; deze werd eensdeels om zijn bijzondere plaats uitgekozen¹⁾,

¹⁾ Zie EASTON, La distribution de la lumière galactique, p. 45. (Verh. K. A. v. W. VIII, Nr 3. 1903).

anderdeels omdat hier de peilingen van HERSCHEL het dichtst gezaaid zijn. Daar deze zich slechts bij uitzondering hooger dan 36° declinatie uitstrekken, werd alleen het stuk daar beneden genomen. Als grenzen werden deelen van paralleleirkels die 1° en van declinatiecirkels die 4^m uiteenliggen gekozen, die zoo goed mogelijk een grenslijn van EASTON's kaart ¹⁾ volgden. Het schetsje in Fig. 2 geeft deze grenzen (gebied A) aan.

2°. een stuk van den anderen melkwegtak in Aquila en Sagitta, tusschen 10° en 20° declinatie; de grenslijn ontleende ik aan mijn eigen melkwegteekeningen. Dit stuk werd zoowel als typisch deel van den hoofdtak in 18^h — 19^h Rkl. uitgekozen, als ook omdat HERSCHEL en EPSSTEIN ²⁾ hier hun rijkste velden telden. Ook voor dit gebied werd een gebroken lijn als grens aangenomen, die op Fig. 3 (gebied A) aangegeven is.

3°. Ter vergelijking werd, minder uitvoerig, een stuk aan de andere zijde des hemels bij 6^h Rkl. nagegaan. Hier treden niet zulke goed begrensde kleinere gedeelten uit de flauwe lichtmassa naar voren, en daarom werden hier grootere stukken gebruikt, die met de door SEELIGER afgetelde trapezia samenvallen, n.l. de gebieden 0° — 5° , 6^h40^m — 7^h20^m ; 5° — 10° , 6^h0^m — 6^h40^m ; 10° — 25° , 5^h20^m — 6^h40^m

§ 2. Gaan we eerst na, op welke wijze een structuur, als uit het aspect der melkwegvlekken te verwachten is, zich in de sterverdeeling $N(m)$ openbaren moet. De functie van de lichtkracht is $\log \psi = c - aH^2$, wanneer we $H = \theta$ stellen voor een ster die op den afstand $\pi = 0''{,}1$ de grootte 10,0 heeft. Voor den afstand r voeren wij een nieuwe veranderlijke x in, zoo, dat $x = 5 \log r$ en $x = 0$ voor $\pi = 0''{,}1$ is; de schaal der x loopt dan met de schaal der grootteklassen gelijk. Nemen wij nu een sterophooping op den afstand r_0 aan, waarbij de dichtheid naar beide zijden afneemt volgens de wet

$$\Delta = 10^{-\mu(x-x_0)^2}$$

Dan wordt het aantal sterren van de helderheid m gegeven door:

$$A_m = \int_{-\infty}^{+\infty} \Delta(x) 10^{0,6x - \alpha(m-x)^2} dr.$$

Hieruit vindt men:

$$\log A_m = (0,6 + 2\mu x_0) \frac{\alpha}{\alpha + \mu} m - \frac{\mu\alpha}{\alpha + \mu} m^2$$

¹⁾ loc. cit. Carte isophotique.

²⁾ Mitth. der V. A. P. Jahrg. III, p. 118.

$$= C - \frac{\mu\alpha}{\alpha + \mu} \left[m - \left(x_0 + \frac{0,3}{\mu} \right) \right]^2.$$

Stelt men daarin $\frac{1}{\mu} = \sigma^2$, $\frac{1}{\alpha} = \tau^2$, dan wordt:

$$\log A_m = C - \frac{1}{\sigma^2 + \tau^2} [m - (x_0 + 0,3\sigma^2)]^2$$

A is dus evenals Δ en ψ een exponenteele functie, die den vorm van de foutenwet heeft. Geven wij nu aan de functie Δ de gedaante $\log \Delta = - \left(\frac{x - x_0}{\sigma} \right)^2$ en aan de functie ψ een analogen vorm, dan kan men σ de *uitspreiding* van eerstgenoemde functie noemen. Want voor $x - x_0 = \pm \sigma$ wordt de waarde der functie $1/10$; daar ligt dus praktisch de grens. Voor de sterophooping geeft σ de afmeting, de uitspreiding naar beide zijden aan. Evenzoo is τ de uitspreiding van de lichtkrachtfunctie; voor $H = \pm \tau$ wordt het aantal sterren $1/10$ van het maximum. Daar $\alpha = 0,025$ is, is $\tau^2 = 40$ en $\tau = \sqrt{40} = 6,3$ grootteklassen. Het blijkt nu dat het maximum der functie A in den sterrenhoop ligt, d.w.z. in die grootteklasse, die voor den afstand van den sterrenhoop de talrijkste is; maar niet in het midden, doch $0,3 \sigma$ verder weg, een gevolg van de toeneming der ruimtevolume met den afstand. De uitspreiding der A is de kwadratische som der uitspreidingen σ en τ der dichtheids- en der lichtkromme; de ophooping van Δ wordt in de A aanmerkelijk verflauwd.

Nu kan de uitbreiding der melkwegwolken in de gezichtslijn niet zeer groot zijn; de grootste vlekken, die een rondachtigen indruk maken, strekken zich aan den hemel over $15^\circ - 20^\circ$ uit, en hebben ze een even groote diepte in de gezichtslijn als breedte in de dwarsrichting, dan moet hun diepte-afmeting ongeveer $1/3$ van hun afstand zijn; voor $r = 2/3$ en $4/3$ wordt $x = -0,9$ en $+0,6$. Dus is σ^2 wel niet grooter dan 1, terwijl $\tau^2 = 40$ is. De uitspreiding der lichtkrachtfunctie heeft dus in A veel overwegender invloed, dan die van de ruimtedichtheid. De groote verscheidenheid in de lichtkracht der sterren bewerkt, dat elke sterophooping zich in de verdeling der aantallen over de grootte-klassen slechts zeer verzwakt en vervaagd verraden kan.

De functie N heeft dan den vorm $\int_{-\infty}^m 10^{-\beta(m-m_0)^2} dm$ die numerisch

bekend is. De functie $\log N$ loopt eerst steil op, en nadert dan asymptotisch de logarithme van het totale aantal sterren der hoop; het maximum m_0 ligt daar, waar de kromme $0,3$ beneden dit maximum

ligt. (Lijn 1 in de figuur 1). Na voegt zich bij deze sterrenmassa een andere, die tussehen ons en de hoop in ligt en zich wellicht ook nog verder uitstrekt; het verloop van de N_1 voor deze sterren zal, evenals voor streken buiten den melkweg, door de lijn 2 weer gegeven kunnen worden. Dus zal het totale steraantal $N(m)$ een verloop vertoonen als lijn 3; eerst zal deze nagenoeg gelijk met lijn 2 loopen, dan zal ze er zich steeds meer boven verheffen, een sterker gradient krijgen, en eindelijk zal ze voorbij het maximum der sterhoop weer naar lijn 2 teruggalen en daar een geringer gradient dan deze vertoonen.

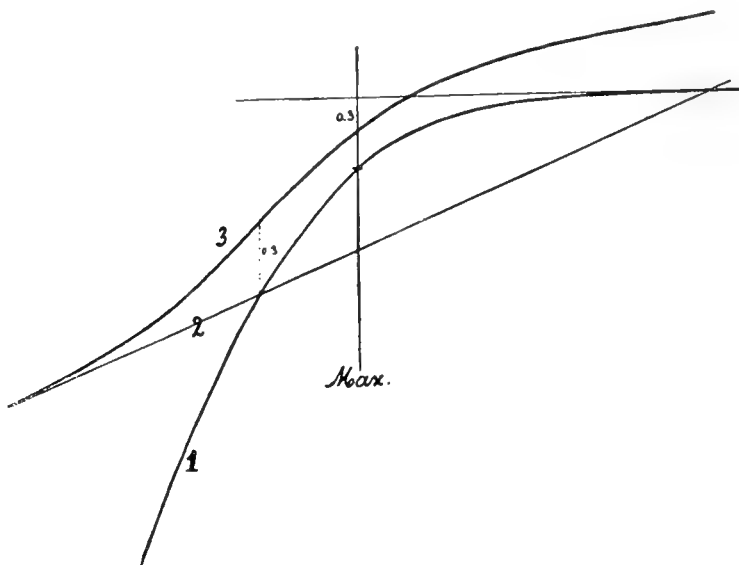


Fig. 1.

Wanneer de dichtheid langs den geheelen voerstraal constant is, is de gradient der functie N 0,60. Neemt de dichtheid regelmatig af, zoo is de gradient $< 0,60$, neemt ze toe, dan is de gradient $> 0,60$. Gelden deze gevallen alleen voor gedeelten van den voerstraal, dan zullen de verschillende gradienten zich vermengen en sterk vereffenen; maar als algemeene regel zal toch blijven gelden, dat een gradient beneden 0,60 een aanwijzing is van afnemende, een gradient boven 0,60 van stijgende dichtheid.

§ 3. Het volgende materiaal van stertellingen kon bij ons onderzoek gebruikt worden:

1°. De Bonner Durchmusterung. Voor de grootten 6,55, 8,05, en 9,05, die wij als grenshelderheden gebruikten, is de photometrische grootte nauwkeurig bekend. Voor een deel konden de aantallen van SEELIGER en STRATONOFF gebruikt worden, voor een deel werden ze

nieuw afgeteld. Het totale aantal incl. 9.5 kon niet gebruikt worden, daar hiervoor de grenshelderheid niet voldoende te bepalen is.

2°. De peilingen van W. HERSCHEL, zooals ze door HOLDEN in het 2^{de} deel der Washburn Observations gepubliceerd zijn. Daar in de geheele 19^{de} eeuw niets gedaan is om deze tellingen van HERSCHEL te verbeteren of aan te vullen, vormen zij nog steeds, door de lage grens waartoe zij zich uitstrekken, het waardevolste, ja een onschatbaar en onmisbaar materiaal voor onderzoekingen over den bouw van het heelaal. Daardoor wordt ook elk gemis aan homogeniteit in deze tellingen tot een belemmering in het volledig uitvoeren van zulk een onderzoek. Enkele deelen van den melkweg — zoo vooral de Cygnusvlek bij β Cygni — zijn zeer rijk in afgetelde velden, terwijl in de noordelijkste deelen van Cygnus naar Cassiopeia tot Auriga geen enkele telling voorkomt. De tellingen van J. HERSCHEL aan de Kaap zijn voor ons doel onbruikbaar, daar de resultaten der afzonderlijke velden niet gepubliceerd zijn. De grenshelderheid is in photometrische schaal door KAPTEYN berekend en gelijk aan 13,9 gevonden; door deze vaststelling hebben de stertellingen van HERSCHEL eerst hun volle groote waarde verkregen.

3°. Daar de gaping tusschen de B. D. en HERSCHEL zeer groot is, is het van het hoogste belang ook voor een tusschenliggende grens stertellingen in den trant van HERSCHEL te bezitten. Zulke zijn door TH. EPSTEIN te Frankfurt a. M. uitgevoerd. In de jaren 1877 tot 1888 heeft hij met een 6 duims teleskoop ongeveer 2700 velden, die over den geheelen hemel verspreid zijn, geteld. Het is zeer te bejammeren, dat de resultaten van dezen belangrijken arbeid niet gepubliceerd zijn, en het staat vast, dat de groote waarde, die zulk een onderzoek voor de kennis van de verdeeling der zwakere sterren aan den hemel heeft, eerst door een uitvoerige publicatie der resultaten tot haar recht kan komen. De heer EPSTEIN is zoo vriendelijk geweest, mij de uitkomsten, die ik voor mijn onderzoek noodig had, mede te deelen, en het zal hieronder blijken, van hoeveel waarde zij daarbij waren.

4°. De photographische hemelkaart, zoover deze gepubliceerd is. Deze levert tweeeërlei gegevens, voor een helderder grens in de catalogusplaten, voor een diepere grens in de kaartplaten. Daar de grens niet voor alle deelen der plaat dezelfde is, tengevolge van de kromming van het veld — wat met name voor de platen van Oxford en Potsdam aangetoond is — zijn deze platen steeds *in hun geheel* genomen; alleen de totale aantallen sterren op een plaat of kaart zijn als gegevens gebruikt.

In hoeverre nu deze gegevens over de onderzochte hemelstreken

volledig voorhanden zijn, is in de hier volgende schetsjes, Fig. 2 en 3 te zien, waar de grenzen der gebieden door gebroken lijnen aangegeven zijn. De tellingen van HERSCHEL zijn er door punten, die van EPSTEIN door kruisjes aangeduid. De velden van 2^o lengte en breedte, die door catalogusplaten overdekt worden, zijn door kleinere vierkanten aangeduid; die, voor welke kaartplaten voorhanden zijn, door

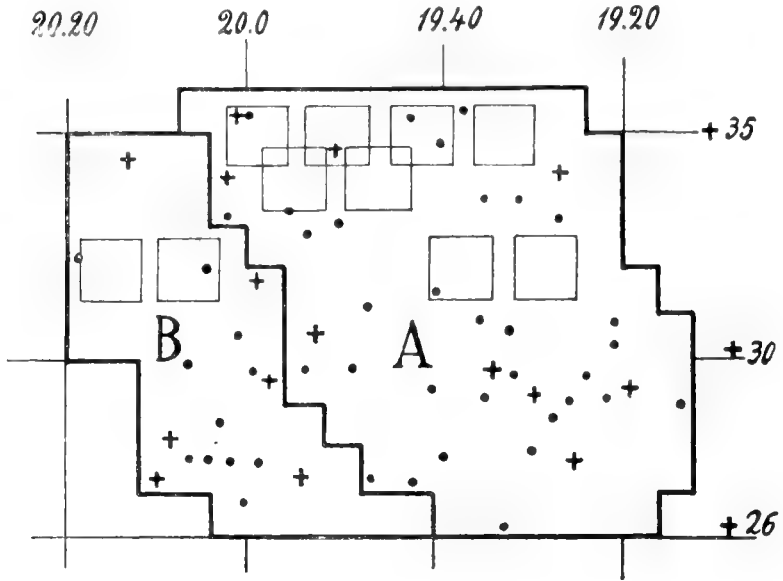


Fig. 2

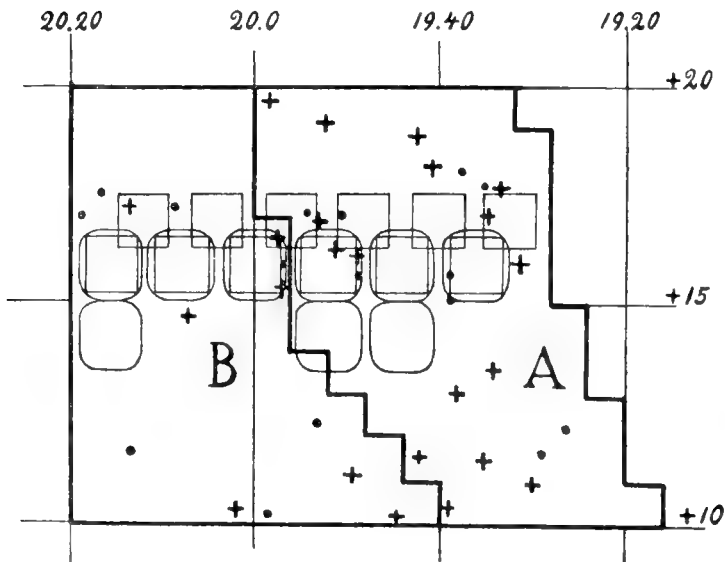


Fig. 3.

iets grootere vierkanten met ronde hoeken. Voor het Cygnus-gebied zijn alleen catalogusplaten van Potsdam te gebruiken, die door de strenge gelijkheid van platensoort en expositieduur een homogeen geheel vormen. De Oxfordplaten beneden 32° heb ik niet durven gebruiken; hoewel voor de niet geheel uitgemeten platen het totale aantal sterren aangegeven is, doen de wisselingen in plaatsort en in expositieduur voor een gemis aan homogeniteit vreezen, dat hier uiterst verderfelijk kan zijn. Voor de Aquilastreek heb ik slechts catalogusplaten uit de zonae 16° en 17° declinatie en kaartplaten met centra op 14° en 16° declinatie, alle uit Bordeaux, kunnen vinden.

Hier ligt het zwakke punt van deze onderzoekingsmethode; want de vrees is gewettigd, dat, bij deze ongelijkmatige verdeeling der gegevens, de toevallige onregelmatigheden in de sterverdeeling misschien niet in voldoende mate opgeheven worden. Streng vergelijkbaar zijn de uitkomsten voor de steraantallen N slechts dan, wanneer ze voor hetzelfde gebied gelden. Zijn de peilingen van HERSCHEL of EPSTEIN in voldoende aantal over het gebied verspreid, dan mag men hopen, dat ook uit hun middelwaarden de onregelmatigheden der sterverdeeling voldoende verdwenen zijn. Twijfelachtiger is dit bij de platen der hemelkaart. De uitkomsten zullen natuurlijk moeten leeren, of dit gemis aan identiteit der onderzochte hemelgebieden ten slotte een grooteren of geringeren schadelijken invloed uitoefent.

§ 4. Voor de aantallen sterren per kw. graad, uit elk dezer bronnen gevonden, moet nu nog de grenshelderheid, waarvoor ze gelden, bepaald worden. Voor de BD is ze door SEELIGER's correctieformules der BD -grootten als functie der sterduichtheid te berekenen. Voor HERSCHEL is ze door KAPTEYN reeds op 13.90 bepaald. Voor de andere bronnen is ze op dezelfde wijze berekend, door gebruik te maken van KAPTEYN's Table I in *Gron. Publ. N^o. 18*, waar $\log N$ als functie van b en m wordt gegeven. Voor elk der gebruikte bronnen werd de N voor zooveel mogelijk verschillende plaatsen des hemels afgeleid; voor de bekende b van elk dezer plaatsen leverde de tafel dan de bijbehorende m , de grenshelderheid. Deze grootten, en daarmee ons geheele onderzoek, berusten dus in den grond der zaak op de photometrische metingen en op de tellingen op kaarten en sterphotographicieën, die in Summary II van genoemd werk samengesteld zijn.

Alvorens de verkregen getallenwaarden mede te deelen, moeten eerst eenige bedenkingen onder de oogen gezien worden. De onregelmatigheden der dichtheid zijn in den melkweg grooter dan daar buiten; dit klemt te meer, daar elke afdeeling der photographische hemelkaart slechts een smalle zone omvat, en het gemiddelde der

beide doorsnijdingsplaatsen dezer zone met den melkweg van het gemiddelde van den geheelen melkweg aanmerkelijk kan afwijken. Uit dit oogpunt kan het dus wenschelijk schijnen, alleen de streken buiten den melkweg voor de bepaling van de grenshelderheid te gebruiken.

Andererzijds is het mogelijk, dat tusschen de streken in en buiten den melkweg een systematisch verschil bestaat. De photometrische schaal, waarop de tafels van KAPTEYN berusten, is een visueele, en zijn aantallen geven, ofschoon op photographieën geteld, toch de aantallen voor visueele grootten aan, wanneer men mag aannemen, dat de als standaard gebruikte sterren overal dezelfde gemiddelde kleur als de groote massa der daar voorkomende sterren hebben. Is nu de gemiddelde kleur der zwakke sterren in en buiten den melkweg verschillend — wanneer de sterren van kleine lichtkracht gemiddeld geler zijn dan die van groote, moet de gemiddelde kleur der zwakke sterren in den melkweg blauwer zijn dan daarbuiten — dan moet $V(m, b)$ voor visueele en photographische m verschillend zijn, en de grenshelderheid uit de photographische aantallen met behulp van KAPTEYN's tafels in den melkweg anders gevonden worden, dan daarbuiten. Bij bovengenoemde onderstelling moet m in den melkweg het grootst worden gevonden. Zulk een fout zal in de heldere melkwegvlekken nog sterker optreden dan in het gemiddelde der melkwegzone. Gebruikt men alle gegevens, ook die uit den melkweg zelf, dan zal de fout iets kleiner zijn, dan bij het gebruik der extragalactische streken alleen.

Van zulk een fout zijn de visueele tellingen van HERSCHEL en EPSTEIN vrij, en daarin bestaat nevens hun homogeniteit hun groote waarde naast die der photographische hemelkaart. Hier is echter een ander bezwaar te opperen. Kan het niet zijn, dat de grenshelderheid in arme streken dieper ligt, omdat in de rijkere streken niet alle zwakste sterren meegeteld werden? Door de sterke werking van deze fout zijn, zooals bekend is, de aantallen der B. D. voor onderzoekingen als deze zelfs geheel onbruikbaar. Voorzover deze fout daaruit ontstaat, dat vele sterren in rijke streken over het hoofd gezien werden, is het a priori reeds waarschijnlijk, dat ze bij eenvoudige *tellingen* niet voorkomt. In de Bonner Zonen werden de sterren niet geteld maar gemeten, en daarin lag de hoofdoorzaak, dat zeer zwakke sterren in arme streken meegenomen, in rijke weggelaten werden. KAPTEYN's onderzoek heeft reeds aangetoond dat bij HERSCHEL zulk een afwijken van de homogeniteit niet zeker aan te toonen is.

Een andere oorzaak voor zulk een verschil kan in het gebruik van een te zwakke vergrooting liggen, waarbij de oogring grooter dan de pupil is; elke vermeerdering van licht in het gezichtsveld door

groöter sterrijkdom bewerkt dan een samentrekking der pupil en daardoor een verkleining der werkzame objectiefopening, dus een helderder grensgrootte. In de inleiding van Band 8 der Bonner Beobachtungen deelt SCHÖNFELD de constanten van het te Bonn voor de noordelijke Durchmusterung gebruikte instrument mede: Objectiefopening 78 mm., vergrooting 9 maal, middellijn van den uittredenden lichtbundel $8\frac{2}{3}$ mm., middellijn van het dikwijls er voor geplaatste diaphragma 8 mm. „Dieser letztere ist immer noch grösser als die Pupillenöffnung der Beobachter unter mittleren, vielleicht selbst grösser als unter den günstigsten Umständen.“ Het is dus zeer waarschijnlijk, dat dit bij de B. D. een rol gespeeld heeft. Bij het door EPSTEIN gebruikte instrument was naar de mededeelingen van den waarnemer de opening 16 cm., de gebruikte vergrooting 80 maal, dus de uittredende bundel 2 mm., zeker altijd kleiner dan de pupil. Hier kan dus van zulk een systematische fout geen sprake zijn.

De vraag kan nog gesteld worden, of een zelfde soort fout ook bij de photographische hemelkaart kan voorkomen, doordat bij de meting in de rijke streken sterren over 't hoofd gezien zijn. Naar hetgeen Prof. SCHEINER in de inleiding tot het 1^{ste} deel van den Potsdamer Catalog der photographischen Himmelskarte S.xxx mededeelt, kan daarvan geen sprake zijn; eer ware het omgekeerde te vreezen, daar op arme platen, waar veel kwadraten geheel zonder sterren zijn, zwakke sporen lichter onbemerkt blijven, dan op rijke platen, waar elk kwadraat veel langer het oog vasthoudt. Van merkbare beteekenis kan dit echter niet zijn.

Voor de bepaling der grenshelderheid bij EPSTEIN werden 48 velden gebruikt, die willekeurig uit de massa uitgegrepen waren en over den geheelen hemel verspreid zijn. Elk veld gaf een waarde voor $N(m, b)$, waaruit voor bekende b de m gevonden werd. Naar zonen gescheiden zijn de middelwaarden

b 40°—90°	12.56	(21 velden)
„ 20 —40	12.62	(10 „)
„ 0 —20	12.37	(17 „)

Sluit men bij de laatste ééne sterk afwijkende waarde (een niterst arm veld midden tusschen de melkwegtakken) uit, zoo stijgt die middelwaarde dadelijk tot 12.49 (16 velden). Een systematisch verschil tusschen de zonen is dus niet aangeduid. Als algemeen gemiddelde uit alle vindt men als grenshelderheid der tellingen van EPSTEIN **12.51**:

Het kan de vraag zijn, of het wellicht beter ware, die eene afwijkende waarde uit te sluiten, of misschien enkel de velden buiten den melk-

Weg te gebruiken; maar daardoor verandert de middelwaarde minder dan 0,1 grootteklasse. Uit het geheele materiaal van EPSTEIN zou natuurlijk een veel nauwkeuriger resultaat te vinden zijn, maar het is toch te verwachten, dat het hier gevonden getal wel tot op 0,1 grootteklasse zeker is.

De gepubliceerde platen van Potsdam zijn niet zeer gelijkmatig over de geheele zone verdeeld. Zij werden, nadat voor het centrum van iedere plaat de b berekend was, in volgorde van RKZ tot grootere of kleinere groepen samengenomen, die ongeveer 10^7 galactische breedte omvatten, in platenarme streken wat meer. Daar de platen in 19^h RKZ veel talrijker zijn dan elders, werden hier, om hun gewicht niet te groot te laten worden, veel meer platen in een groep samen gevat. De volgende tabel geeft eerst de middelwaarden voor b , dan het gemiddelde aantal sterren per plaat, dus per 4 kw. graden, dan het aantal platen van elke groep, en eindelijk de gevonden grenshelderheid m .

b	$4N$	n	m	b	$4N$	n	m
-30°	194	9	11.79	+75	97	7	11.71
-25	147	11	11.35	+83	86	10	11.59
-14	209	8	11.27	+70	73	7	11.33
- 3	455	12	11.61	+55	100	5	11.53
+ 4	652	16	11.94	+41	137	7	11.69
+14	319	6	11.67	+24	316	5	12.07
+25	225	6	11.77	+14	423	5	11.94
+34	203	10	11.95	+ 4	723	29	12.04
+44	146	5	11.80	- 5	718	29	12.05
+54	132	7	11.84	-12	442	10	11.88
+64	114	7	11.80	-18	223	5	11.49

De 9 uitkomsten, die in de melkwegzone vallen, geven gemiddeld 11.77, de 8 voor galactische breedten boven 50° geven 11.68; een systematisch verschil van beteekenis blijkt dus niet. De groote rijkdom der Cygnusstreek wordt door de armoede der Auriga-Perseusstreek toevallig zoo opgeheven, dat hun gemiddelde met het algemeen gemiddelde overeenstemt. Het algemeen gemiddelde uit alle platen geeft als

Grenshelderheid der Catalogusplaten van Potsdam **11.73**.

De catalogusplaten van Bordeaux zijn strooksgewijs bewerkt, en in de beide eerste deelen van den catalogus komen alle platen met centra op 17° declinatie, en alle met centra op 16° declinatie volledig voor. Wij hebben in elke strook de platen naar de RKZ 5 aan 5 samengenomen, en voor het gemiddelde de b , de $4N$ en daaruit de m bere-

kend. Wat men de resultaten weder in drie zonen naar de b samen, zoo vindt men :

b 40°—90°	Zone 17° $m = 12.13$ (14)	Zone 16° $m = 11.74$ (15)
20—40	11.92 (14)	11.71 (12)
0—20	11.76 (8)	11.72 (9)
	11.97 (36)	11.73 (36)

In de eerste strook schijnt een belangrijk verschil tusschen pool en melkweg te bestaan, waarvan in de tweede niets te bespeuren is. Opvallender nog is het duidelijke verschil tusschen de beide aangrenzende (gedeeltelijk over elkaar vallende) strooken, hoewel het instrument en de waarnemers aan het meetapparaat dezelfde waren. Dat hier een systematisch verschil in het spel is, dat zijn grond niet aan den hemel vindt, blijkt daaruit, dat de kleinere wisselingen van rijkere en armere streken in beide strooken parallel verloop en met steeds nagenoeg hetzelfde systematische verschil. De verklaring moet daarin te zoeken zijn, dat de waarnemers aan het meetapparaat in 't begin ongeoeffend waren en er dus de uiterste zorg aan besteedden, elk nauw merkbaar stervlekje te ontdekken en uit te meten, terwijl zij later door meerdere oefening een vaste gewoonte aannamen, de allerzwakste sporen als onzeker weg te laten en alleen die, welke iets zekerder zichtbaar waren mee te nemen. Daar de neiging, ook de zwakste vlekjes mee te nemen, in arme streken sterker zal geweest zijn, dan in rijke streken, wordt hierdoor meteen het systematisch verschil in de eerste strook tusschen melkweg en pool verklaard. Is deze verklaring juist, dan zullen ook de latere deelen ongeveer hetzelfde als zone 16° moeten geven en is aan te nemen als

Grenshelderheid der catalogusplaten van Bordeaux **11.73**.

De platen van zone 17° zouden dan daarop te reduceeren zijn, door het aantal sterren gemiddeld met $\frac{2}{11}$ te verminderen. Daar wij hier echter alleen te maken hebben met melkwegplaten, waarbij geen te groot getal geteld is, schijnt het het beste, ook de melkwegplaten uit zone 17° onveranderd met dezelfde grenshelderheid te reduceeren.

Op de gepubliceerde kaarten van Bordeaux is overal het totale aantal sterren aangegeven, dat op het cliché voorkomt; we nemen aan, dat deze voor een oppervlak van 130' in het vierkant gelden. Deze kaarten zijn niet zoo regelmatig over den geheelen hemel verdeeld; wij hebben ze, evenals boven voor de Poisdamsche platen aangegeven is, naar de Rkl. gerangschikt en tot groepen (van 2 tot 7 platen) samengevat en daarvoor de m berekend. Daarbij gaven

9	groepen met b	40° — 90°	$m = 13.03$
6	20 — 40	13.30
6	0 — 20	13.35

Als algemeen gemiddelde, waaraan 83 platen meewerkten, vinden wij:
Grenshelderheid der kaartplaten van Bordeaux **13.20**.

Een stijging der m naar den melkweg toe schijnt hier wel aangeduid.

§ 5. In de volgende lijst zijn de uitkomsten der tellingen in de onderzochte gebieden samengesteld :

	Cygnusstreek (Oppervl. 85.3 \square°)		Aquila-Sagittastreek (Oppervl. 68.4 \square°)		Monoc.-Taurusstreek (Oppervl. 385 \square°)	
	Totaal	Per \square°	Totaal	Per \square°	Totaal	Per \square°
BD 0—6.55	25	0.29	19	0.28	82	0.21
0—8.05	192	2.25	126	1.84	520	1.35
0—9.05	916	10.74	541	7.91	2800	7.27
Alle St.	2958	34.68	1998	29.21	10833	28.14
	Per veld	Per \square°	Per veld	Per \square°	Per veld	Per \square°
HERSCHEL	269	5461 (32)	437	8871 (9)	9746	1981 (37)
EPSTEIN		426 (9)		361 (16)		292 (18)
	Per plaat	Per \square°	Per plaat	Per \square°	Per plaat	Per \square°
Catal. pl.	729	182 (8)	710	177 ⁵ (7)	549	137 (19)
Kaart pl.	—	—	7528	4603 (5)	—	—

Voor de BD moeten nu nog de grenshelderheden in photometrische schaal omgezet worden. Uit de totale aantallen per kwadraatgraad vindt men :

	Cygnus	Aquila-Sagitta	Monoc.-Taurus
D (SEELIGER)	1.39	1.17	1.12
6.5 DM =	6.50	6.51	6.51
8.0 .. =	8.02	8.03	8.04
9.0 .. =	9.03	9.08	9.10

Stellen wij nu de gevonden aantallen als functies der gevonden grenshelderheden samen en berekenen wij de $\log N$ en hunne gradienten, zoo vinden wij de volgende resultaten, waarnevens de

getallen van KAPTEYN voor de gemiddelde melkwegzone gevoegd zijn.

De waarden der gradienten $\frac{d}{dm} \log N$ zijn telkens gevormd uit de waarden van $\log N$ op den naast hooger en den naast lageren regel.

Cygnusstreek				Aquila-Sagittastreek			
m	N	$\log N$	$\frac{d}{dm} \log N$	m	N	$\log N$	$\frac{d}{dm} \log N$
6.55	0.29	9.46	0.59	6.56	0.28	9.45	0.54
8.07	2.25	0.352	0.67	8.08	1.84	0.265	0.60
9.08	10.74	1.031	0.46	9.13	7.91	0.898	0.52
11.73	182	2.260	0.46	11.73	177.5	2.249	0.49
12.51	426	2.629	0.68	12.51	361	2.557	0.65
			0.80				
13.90	5461	3.737		13.20	1603	3.205	1.00
							1.06
				13.90	8871	3.948	

Monoceros-Taurusstreek				Gemiddelde melkwegzone		
m	N	$\log N$	$\frac{d}{dm} \log N$	m	$\log N$	$\frac{d}{dm} \log N$
6.56	0.21	9.33	0.52	6.55	9.467	0.51
8.09	1.35	0.131	0.69	8.08	0.239	0.50
9.15	7.27	0.862	0.49	9.10	0.745	0.48
11.73	137	2.137	0.46	11.73	2.013	0.46
12.51	262	2.418	0.54	12.51	2.375	0.45
			0.63			
13.90	1981	3.297		13.90	3.003	

Op het eerste gezicht vertoonen de gradienten een onregelmatig op en neer schommelen; voorbij de 8^{ste} grootte stijgen ze, daarna dalen ze van de 9^{de} tot de 12^{de} grootte tot een veel lagere waarde, om boven de 12^{de} grootte weer sterk te stijgen. Daar deze gang in alle drie streken optreedt, ligt het vermoeden voor de hand, dat hij niet op een reëel verschijnsel aan den hemel berust en evenmin een gevolg is van toevallige fouten, maar dat hij door systematische fouten

in de m veroorzaakt wordt. Hij zou te verklaren zijn, wanneer de grootten in de buurt van 9 alle te laag, in de buurt van 12 alle te hoog aangenomen zijn.

Nu zijn de grenshelderheden der BD aantallen op andere wijze gevonden dan die voor de tellingen der zwakkere sterren; en KAPTEYN heeft reeds opgemerkt, dat deze voor BD aangenomen grootten niet met zijn tafels overeenstemmen: voor deze grootten wijken de aantallen bij hem in denzelfden zin als hier, nl. zoo dat ze 12% te groot zijn, van de tafels af. Hij zegt daaromtrent: „That the irregularity must be looked for not in the sky but either in the photometric determinations or in the countings, seems probable from the fact, that for the most strongly diverging results the deviations for the zones 40—90, 20—40, 0—20 have the same sign and, speaking roughly, the same amount”¹⁾). Berekent men omgekeerd uit de op 9.25 gereduceerde aantallen met behulp van de tafels de grenshelderheid, dan vindt men niet 9.25 maar 9.36. Zonder op de oorzaken van dit verschil in te gaan, is het duidelijk, dat het, terwille van de meerdere homogeniteit van het geheele materiaal, doelmatig is ook voor de 9^{de} grootte de grenshelderheid op de tafels van KAPTEYN te doen berusten. Wij zullen dus alle voor 9.0 BD geldende grootten onzer tabel met 0.11 vermeerderen.

De vraag of de grootten om de 12^{de} heen te hoog zijn, is moeilijker te beantwoorden. Bedenkt men dat bij de catalogusplaten in Potsdam als grens 11.0 in ARGELANDER's schaal bedoeld is, en dat daartoe de expositietijd 5 minuten zoo gekozen is, dat eerst de expositietijden voor 7.0 en 9.0 BD empirisch bepaald werden en dan de laafste in dezelfde verhouding nog eens vergroot werd, dan kan men hoogstens 11.5 in photometrische schaal verwachten. Andererzijds sluiten de tafels van KAPTEYN zich bij de photometrische metingen der zwakke sterren zoo goed aan, dat hier geen aanmerkelijke fout kan aangenomen worden. Het zou natuurlijk van het hoogste gewicht zijn, de juistheid der gevonden grenshelderheid op een wijze te controleeren, die van KAPTEYN's tellingen onafhankelijk is. Dit zou bv. kunnen geschieden door onder alle reeksen van zwakke sterren, die in HARVARD of door PARKHURST als vergelijkingssterren voor veranderlijke sterren gemeten zijn, diegene op te zoeken, die in de Potsdamsche zone vallen, en eenvoudig te zien, welke wel en welke niet in den Potsdamschen catalogus voorkomen. Voor mij was deze controle niet uit te voeren, omdat het bleek, dat in de tot nog toe gepubliceerde 4 deelen van POTSDAM toevalligerwijze slechts één der veranderlijke sterreeksen voorkwam. Zoodra meerdere deelen gereed zijn, zal dit echter een begaanbare weg

¹⁾ Groningen Publication N^o. 18 blz. 39.

zijn. Voorloopig hebben wij dus geen enkele besliste aanwijzing, dat de stergrootten in de buurt der 12^{de} grootte systematisch te hoog zouden zijn. Om het geheele verschil tusschen de lagere en de hoogere gebieden te doen verdwijnen zou ook een fout van een halve grootteklasse noodig zijn, en dit is zeker niet aan te nemen. Wij houden ons dus bij de 12^{de} aan de grootten, die boven aangenomen zijn. Na aanbrengeing der correctie aan de grootten in de buurt van de 9^{de} worden dan de gradienten

Cygnus		Aquila-Sagitta		Monoc-Taurus	
6.55		6.56		6.56	
	0.59		0.54		0.52
8.07		8.08		8.09	
	0.61		0.55		0.62
9.19		9.24		9.26	
	0.48		0.54		0.52
11.73	0.48	11.73	0.51	11.73	0.48
12.51	0.68	12.51	0.68	12.51	0.56
	0.80				0.63
13.90		13.20	1.00	13.90	
			1.06		
		13.90			

Hier moet nu opgemerkt worden, dat de gang, die deze gradienten vertoonden en die geheel van de waarden voor de 12^{de} grootte afhankelijk is, uit de photographische catalogusplaten en uit EPSTEIN'S tellingen op dezelfde wijze, en slechts weinig verschillend in numeriek bedrag, gevonden wordt. Daaruit blijkt ten eerste, dat de toevallige fouten onzer getallen, als gevolg van de gebrekkige identiteit der hemelvelden, waarvoor ze gelden, en van de onregelmatigheden der sterverdeeling, niet zoo groot zijn, dat zij het gezochte resultaat verduisteren. Want wat vooraf twijfelachtig kon schijnen: of in ons resultaat de toevallige onregelmatigheden voldoende opgeheven zouden zijn, blijkt hier, doordat twee geheel verschillende bronnen elkaar bevestigen, inderdaad het geval te zijn.

Hetzelfde geldt echter ook van de systematische verschillen tusschen photographische en visucele aantallen sterren; ook hieruit kunnen geen grootere fouten ontstaan zijn, dan de kleine verschillen, die wij tusschen de uit 11.73 en 12.51 berekende gradienten vinden. Hier blijkt nu, van hoeveel waarde de tellingen van EPSTEIN zijn; zonder dit materiaal zou het onmogelijk uit te maken zijn, of niet de resultaten uit de photographische hemelkaart tot geheel verkeerde uitkomsten en valsche gevolgtrekkingen voerden.

Welke zijn nu de gevolgtrekkingen, die uit deze getallen af te leiden zijn?

Zoowel in de Cygnus- als in de Aquilla-Sagitta streek stijgt het aantal sterren tot de 9^{de} grootte sterker dan in de gemiddelde melkwegzone (gradient 0,50). Mogen ook de toevallige onzekerheden dezer getallen door de kleinheid der gebruikte oppervlakken groot zijn, zoo schijnt toch het verschil reëel; door verder onderzoek moet uitgemaakt worden, of hetzelfde voor alle heldere melkwegdeelen geldt. Voorbij de 9^{de} grootte daalt de gradient voor Cygnus zeer laag, even laag als die voor de gemiddelde zone, terwijl voor Aquila-Sagitta de daling minder ver gaat. Voorbij de 12^{de} grootte rijst dan de gradient sterk tot ver boven 0,60. Hieruit blijkt dus, *dat in de richting der heldere melkweglekken de sterdichtheid eerst afneemt, en daarna op grooteren afstand weer toeneemt, zoodat zich daar een werkelijke sterophooping bevindt, wier invloed zich eerst in de aantallen van af de 12^{de} grootte merkbaar maakt.* Van de dichtere stermassa, die zich om ons heen bevindt, is zij door een ijler tusschenliggend ruimtedeel gescheiden, dat zich vooral in Cygnus bemerkbaar maakt. De stijging in den Aquilastroom is sterker dan in Cygnus; blijkbaar is de sterophooping hier dichter. Aan den Monoceros-Taurus kant van den melkweg vertoont zich wel voorbij de 12^{de} grootte een stijging van den gradient, maar zij rijst niet of nauwlijks boven 0,60; hier schijnt zich dus achter een ijler gebied slechts een zeer ijle nauw merkbare verdichting te bevinden.

Wij hebben op dezelfde wijze ook nog een paar stukken van den hemel behandeld, die oostelijk aan de Cygnus- en aan de Aquila-streek grenzen, zoodat de eerste tusschen de beide takken, de andere aan den buitenrand van den melkweg valt. Hunne grenzen zijn in de figuren 2 en 3, waar zij de gebieden *B* vormen, eveneens aangegeven. Het laatste gebied werd onderzocht, omdat zoowel bij HERSCHEL als bij EPSTEIN en op de platen van Bordeaux de rijkste velden niet midden in den melkweg, maar naar den oostrand liggen en zich gedeeltelijk zelfs buiten het sterke melkweglicht voortzetten. De uitkomsten dezer tellingen en berekeningen zijn in de volgende tabellen vervat: (zie tabel p. 261)

Het gebied Aquila-Delphinus ten oosten van den lichtstroom heeft dus dezelfde structuur als deze stroom zelf; de gradienten zijn dezelfde als in den lichtstroom; na een eerst voortdurend afnemende dichtheid stijgen zij voorbij de 12^{de} grootte snel. De dichtheid is overal wat minder dan in den centralen stroom; dit gebied moet dus als een deel van het lichaam van den melkwegstroom beschouwd worden, een buitendeel, waar de sterren minder dicht opgehoopt zijn. Een

Cygnus tussehen de takken				Aquila-Delphinus			
m	N	$\log N$	$\frac{d}{dm}$	m	N	$\log N$	$\frac{d}{dm}$
6.56	0.25	9.40	0.62	6.56	0.32	9.51	0.49
8.08	2.22	0.346	0.59	8.10	1.87	0.272	0.52
9.22 ¹⁾	10.48	1.020	0.46	9.28 ¹⁾	7.59	0.880	0.50
11.73 ¹⁾	150.	2.176	0.41	11.73 ²⁾	124.	2.093	0.51
12.51 ²⁾	326.	2.513	0.46	12.51 ²⁾	326.	2.513	0.61
13.90 ²⁾	1522.	3.182	0.48	13.20 ³⁾	978.	2.990	0.90
							1.11
				13.90 ³⁾	5826.	3.765	

geheel ander beeld toont het Cygnus-gebied tussehen de melkweg-takken. In rijkdom aan heldere sterren staat het nauwlijks bij de heldere vlek achter — men vergelijke hier ARGELANDERS opmerking, dat in de BD-sterren de splitsing van den melkweg in twee takken nauwlijks merkbaar is —; daarentegen ontbreekt de toeneming der dichtheid voorbij de 12^{de} grootte. Hier blijkt dus nog scherper, dat achter een sterrengebied, dat met den afstand ijler wordt, en zich over de geheele breedte van den melkweg uitstrekt, zich op ééne plaats een dichte sterwolk bevindt, die ons als de heldere Cygnus-vlek verschijnt, terwijl wij daarnaast, waar deze wolk ontbreekt, geen melkweglicht zien; daar bevindt zich de donkere strook tussehen de beide melkwegtakken.

Het schijnt niet raadzaam, uit dit eerste materiaal reeds dadelijk nog verder strekkende conclusies af te leiden. Het blijkt, dat wij met deze sterren tot de grootte 13.9 eerst even in de groote stercondensaties indringen, die den melkweg vormen, en, om iets meer over hun structuur en afstand te leeren kennen, moeten wij tot nog lagere klassen afdalen. Daarom laten wij hier ook een vergelijking met het melkweglicht achterwege. Wij willen alleen opmerken, dat de opvattingen, die uit vroegere onderzoekingen ontstaan zijn, door dit onderzoek eer omvergeworpen dan bevestigd worden. Wat hier

1) Reeds met + 0.11 gecorrigeerd.

2) EPSTEIN 6, HERSCHEL 11 velden.

3) EPSTEIN 7, HERSCHEL 7 velden.

4) 2 platen.

5) 5 platen.

6) 4 platen.

gevonden is, wijst er nl. op, *dat tusschen de groote massa der sterren van de 9^{de} grootte tot misschien de 11^{de} grootte toe, en de den melkweg vormende sterwolken geen organisch verband bestaat.* Alvorens dit echter met meer stelligheid te beweren, is het wenschelijk, te wachten, tot wij over meer materiaal beschikken. De voltooiing en publicatie der fotografische hemelkaart belooft in dit opzicht nog belangrijke uitkomsten; alleen zal er nog wel geruime tijd heengaan, voor de kaarten de te onderzoeken streken volledig overdekken. Hoezeer echter ook bij een systematische verwerking van het aldus volledig geworden materiaal, door combinatie van B.D., van kaart- en catalogusplaten der hemelkaart, van de stellingen van HERSCHEL en van EPSTEIN, voor verschillende deelen van den hemel, nog veel te verwachten is, zoo blijft toch altijd een gemis aan homogeniteit en aan een juist samenvallen der hemelgebieden, waarvoor de aantallen gelden, bestaan. Eene methode, die van deze euvelen vrij is, hoop ik een andermaal te beschrijven.

Palaeontologie. De Heer MOLENGRAAFF biedt eene mededeeling aan van den Heer CLEMENT REID, F.R.S. en Mrs. ELEANOR M. REID, B.Sc.: "*A further investigation of the Pliocene flora of Tegelén.*"

(Mede aangeboden door den Heer J. W. MOLL).

The results obtained from our first examination of the Pliocene deposits of Tegelén¹⁾ pointed to so rich a flora, that we considered it advisable to make further researches. Accordingly in the summer of 1908 we asked Messrs. CANOY, HERFKENS and SMULDERS to send us a further quantity of the fossiliferous brick-earth from the bottom of their pit. They most kindly carried out our request, employing the same men who had assisted us to collect the samples in 1905. The amount of loam sent was nearly 300 Kilog., and we must thank Messrs. CANOY and Co. and their workmen for the great care taken in its collection. Recent seeds were quite absent, except for a few grass seeds, which fly everywhere and are almost impossible to exclude. This large quantity of material has taken us a long time to examine, and we have been interrupted by other work which could not wait; hence the delay in publishing our results.

The new material was not quite so prolific as our former gathering,

¹⁾ Verhand. Kon. Akad. v. Wetensch. (Tweede Sectie). Deel XIII, N^o. 6 (1907); Verslagen der Afdeling Natuurk. Deel XVI (1908).

for only a botanist can select on the spot the thin seams which contain most of the land-plants; but this new gathering yielded in profusion the aquatic species. The results are of great interest, both as confirming our previous conclusions, and as extending our knowledge of the Tegelen flora. The additions to the list number about 40, thus bringing the complete list to about 135. Most of the seeds found belong, as one would expect, to species we have already recorded; but in many cases we obtained much better specimens, enabling us to make more definite determinations.

Among the novelties less than half are now living in the Netherlands. Some we are unable to identify either specifically or generically. In a few cases we feel confident that our species are extinct, but the specimens we have are too few to permit us to make the necessary dissections before describing and naming them. Others belong to very large orders or genera, the seeds of which are not well represented in herbaria, e.g. *Labiatae* and *Hypericum*. Others again belong to genera which have their chief or only development at the present day in Eastern Asia. This is the case with such genera as *Staphylea*, *Prunus*, many genera of *Araliaceae* and *Cornaceae*, *Viburnum*, *Carpinus*, etc. In view of the fact that the fruits of many of these eastern species are quite unknown we again hesitate to describe our species belonging to these genera as new.

The newly discovered exotic forms are mainly related to species of Eastern Asia, a few are European. Thus we have, besides the Eastern species mentioned above, *Crataegus cuneata* now living in China and Japan and a species of *Hippomarathrum*, a genus now distributed round the shores of the Mediterranean and Western and Central Asia. We have the Central and Southern European species *Valeriana tripteris*, *Physalis Alkekengi*, and *Equisetum ramosissimum*. It may be noted in passing that all point to somewhat warmer conditions than at present prevail in the Netherlands.

Our present investigation of the Tegelen flora brings out one fact very strikingly. We have already mentioned, both in this paper and our former, that the living species agreeing with, or most closely related to many Tegelen species are now living only in Eastern Asia. It would seem therefore that there is a close affinity between the Pliocene flora of Tegelen, and the existing flora of parts of Eastern Asia; and that the more we learn about the Tegelen flora, the more marked does this affinity become. It is at present too early to consider what this means; whether it implies that the flora of the Far East is a survival of one which originated in Western Europe but was driven eastward; or whether it may rather point

to a wide-spread Palaearctic flora, now exterminated in the West, but surviving in the East. It will require much laborious research both in East and West to settle this interesting point.

In the Tegelen brick-earth we have discovered, mixed with the seeds, various remains of small vertebrates; these Mr. E. T. NEWTON, who has so carefully studied the similar remains of the Cromer Forest-bed, has now determined for us. It may be remarked that the specimens from Tegelen, like those from Cromer, are usually very fragmentary, but in neither case is there any reason to doubt that these small mammals and fishes were contemporaneous with the plants. Part of Mr. NEWTON's determinations have already been published¹⁾; but it will be seen that we have since obtained several novelties. The complete list is as follows:

- Abramis brama LINN.
 Anguilla vulgaris LINN.
 Carpinus rutilus LINN.
 Esox lucius LINN.
 Gasterosteus aculeatus LINN.
 Leuciscus cephalus LINN.?
 „ erythrophthalmus LINN.
 Perea fluviatilis LINN.
 Tinea vulgaris CUV.
 Cypridoid teeth (not determined).
 Minute curved spines (unknown).
 Rana sp.
 Talpa europaea LINN.?
 Microtus (*Mimomys*) pliocaenicus F. MAJOR.
 „ „ intermedius NEWTON.

Gasterosteus and *Anguilla* have not yet been found in the Cromer Forest-bed; *Microtus intermedius* is abundant in that deposit; *Microtus pliocaenicus* is found in the slightly older Weybourn Crag, in the Norwich Crag, and in the Pliocene deposits of the Val d'Arno.

Notes on the Plants.

Clematis Vitalba LINN. (Fig. 1).

Three well-preserved carpels undoubtedly belonging to this species.

Ranunculus repens LINN. (Fig. 2)

Two well-preserved achenes.

¹⁾ Bull. Soc. belge de Géologie, Mémoires XXI, 591 (1907).

Magnolia Kobus DC. (Figs. 3, 4).

The beautifully-preserved seed shown in fig. 3 has been photographed side by side with a recent seed (fig. 4) grown at Kew. For other specimens, grown near Tokyo, we have to thank Dr. TOKUTARO ITO. There seems no doubt as to the determination of this Japanese plant.

Euryale limburgensis C. and M. REID (Fig. 6).

This specimen shows the embryotega in place and is figured to show this curious organ, and its exact resemblance to the recent species (Fig. 5).

Stellaria aquatica SCOP. (Fig. 7).

Numerous seeds of this species were found in 1908, though none occurred in our former collection.

Stellaria nemorum LINN. (Fig. 8).

A single broken seed evidently belongs to this species. It shows the attachment, and the characteristic tubercles with their digitate sutures.

Lychnis Flos-cuculi LINN.

Three more small seeds agreeing exactly with this species, but rather small, were found in 1908. They are slightly stipitate; but on comparing them with good series of recent seeds this stalk is occasionally found; it would probably become more prominent in the fossil through shrinkage of the testa.

Scleranthus annuus LINN. (Fig. 127 of former paper).

We can now identify this fruit with *S. annuus*, which occurs also not uncommonly in the Cromer Forest-bed.

Hypericum sp. 6 (Fig. 9).

Two more species have been found. Fig. 9 shows a minute seed resembling *H. montanum* in size and shape, but the sculpture seems finer and more irregular.

Hypericum sp. 7 (Fig. 10).

A short thick seed evidently belongs to a seventh species; but the genus is so large, and our collection of recent seeds is still so incomplete, that we cannot match it.

Staphyles sp. (Figs. 11, 12, 13).

We have now found a few fragments of seeds of this genus. The piece figured shows the very characteristic base and attachment;

but it belongs to no living species with which we have been able to compare it. It is a larger seed than either *S. pinnata* or *S. colchica* and differs also in various details. The attachment is round or ovate with longer axis parallel to the flattened sides. In the recent *S. pinnata* the attachment is transversely ovate. It may be extinct; but several new species of *Staphylea* have been collected by Dr. AUGUSTINE HENRY in China, and of some of them no fruits are in the Kew herbarium.

Prunus spinosa LINN. (Fig. 14).

We have found only a single worn stone of this species, and it looks as if it might have travelled some distance.

Prunus cf. *lusitanica* LINN. (Figs. 15, 16).

Two fragments of thin-walled plum-stones, showing sharp apex, somewhat flattened. They seem to be close to *Prunus lusitanica*, but the endocarp is much smaller.

Prunus Maximoviczii RUPRECHT (Figs. 17, 18).

We have now several more specimens of these small globose plum-stones; but most of them seem to have been digested by birds, or have travelled far. One (fig. 18) shows the highly characteristic loops or folds belonging to *Prunus Maximoviczii*, and has been photographed side by side with a recent specimen (fig. 17, from a specimen sent to us from Yokohama), to show the exact correspondence. None of our European species show loops of this character.

Rubus sp. (Figs. 19, 20, 21).

Two or three broken and much decayed endocarps and a few imperfect prickles are all the remains of *Rubus* we have yet found. They are quite indeterminable; but the endocarps are unusually thin and of a different shape from any recent species we have seen. Unfortunately ripe fruits of *Rubus* are seldom to be found in herbaria, and there are many species fruits of which we have not yet examined.

Crataegus cuneata STEB & ZUCC. (Figs. 22, 23, 24, 25, 26).

A single bony carpel, the inner faces meeting at less than a right angle, agrees exactly with this Japanese 5-carpelled *Crataegus*. We have photographed the fossil and recent specimens side by side in two aspects.

Hippomarathrum n. sp.? (Fig. 32).

Two well-preserved but somewhat flattened inflated mericarps, showing 5 broad strong ribs and numerous small rugosities. They

are greatly rounded dorsally and hollowed ventrally, bringing the curious triangular base into close proximity to the large triangular beak. We find this same very curious form of mericarp accompanied by the same large triangular beak in two species of *Hippomarathrum*, *H. vaginatum*, and an unnamed species from Turkestan. We have no hesitation therefore in referring our species to this genus, though it does not agree with any living species. It has the shape and size of *H. vaginatum*, but this species is almost without ribs, whereas ours is strongly and broadly ribbed. Other species have ribs such as ours, but do not agree with it in shape or size or in having the large beak. We do not describe our species as new as we cannot make a section to show the vitteae; we require more specimens.

The genus *Hippomarathrum* inhabits the Mediterranean region. It extends in Asia as far East as Soungaria.

Cryptotaenia? (Fig. 33).

One specimen, somewhat crushed and torn, but otherwise in a fair state of preservation. Ribs 5, very strong, merging into a beak $\frac{1}{6}$ the length of the fruit; vittae 3 between each pair of dorsal ribs, those nearest the ribs being in close contact with them; ventral face somewhat damaged. Length 2.5 mm., breadth 1.5 mm., length of beak 0.4 mm.

The only genus showing these characters appears to be the Japanese *Cryptotaenia*; but our fossil fruit does not agree with the living species, being much smaller.

Genus? (Fig. 34).

Possibly a large umbelliferous fruit, but not sufficiently well-preserved for determination.

Cornaceae or Araliaceae. (Figs. 27, 28, 29).

We have several minute fruits irregularly 5 or 6-angled and indehiscent. One cut transversely showed 2 complete cells and apparently 2 or 3 with abortive seeds. Indehiscent fruits of this character are found in the Cornaceae (cf *Ioricellia*) and in the Araliaceae (cf *Heptapleurum*)

Viburnum sp. (Figs. 30, 31).

Two endocarps of *Viburnum* belong to no recent species we have been able to examine, but correspond exactly with an unknown *Viburnum* found by us in the Cromer Forest-bed (*Linnæan Journal-Botany*, XXXVIII, pl. 13, figs. 75, 76, 77). Three species of *Viburnum* now live in Europe; but the fossil is quite unlike any of these. There are various species living in Asia, and of most of them we

can find no fruits in the herbaria; we therefore do not describe this fossil as an extinct form.

Valeriana tripteris Linn. (Fig. 35).

A single specimen seems to correspond exactly with this Mid-European species; but as the fruit is much flattened it is difficult to photograph.

Bidens tripartita Linn. (Fig. 36).

Several fragments evidently belong to this species; but we have found no good specimen.

Carduus palustris Willd. (Fig. 37).

We have found three fruits, about two-thirds the length of our recent specimens, but otherwise agreeing. Fossil composite-fruits have always shrunk considerably, and it is therefore useless to lay much stress on difference of size.

Physalis Alkekengi Linn. (Fig. 38).

Three seeds show the very peculiar sculpture of this species. They are somewhat small and have probably shrunk in carbonising as happens with all fossil seeds belonging to this order.

Prunella vulgaris Linn. (Fig. 41).

One well-preserved nutlet has been found.

Stachys longiflora Boiss. & Bal.? (Fig. 43).

Two small nutlets, oval, somewhat truncate, narrowed below with a small terminal attachment, surface rugose and pustulate. Strikingly like *S. longiflora*, but somewhat small.

Genus? (Fig. 42).

A finely-tubercled nutlet of a labiate, which we are unable to identify.

Teucrium Botrys Linn. (Figs. 39, 40).

We have only a single nutlet, which we have photographed from above and below. The irregular rugosity and large basal aperture are very characteristic of this species.

Polygonum minus Hudson. (Fig. 44).

A few small nuts seem to represent this species.

Polygonum Convolvulus Linn. (Fig. 45).

A single somewhat damaged nut corresponds exactly and shows the very characteristic granulation of this species.

Polygonum Bellardi ALL.

Fig. 68 of our previous paper by mistake was only magnified $\frac{6}{1}$, not $\frac{12}{1}$, as stated and like other species of the genus. The nut is large.

Rumex n. sp.?² (Fig. 46).

Several nuts, often with remains of fruiting sepals, and one good fruit. This exceedingly minute *Rumex* shows short triangular fruiting sepals, one of which bears a longish-oval tubercle; sepals somewhat waved at margin with strong looped reticulation; nut small, broadly triangular, with rounded base, so that the greatest width is at one-third of the height, surface rugose. We can find no recent species at all like this; but we hesitate to give it a name, as we have only one good fruit.

Carpinus n. sp.?² (Fig. 47).

Three minute nuts represent a second species of this genus; but they are much too small to be referred to the European forms. There are several small-fruited species of *Carpinus* in Japan and China; the one which corresponds most closely with our fossil is *C. laeviflora* Bl.; but the ribs in our fossil are more prominent.

Potamogeton crispus LINN. (Fig. 48).

Numerous fruits have now been found, though we saw none in our former gathering.

Cyperus sp. 1 (Fig. 49).

These minute nuts seem to belong to a species of *Cyperus*; they are very abundant.

Cyperus Sp. 2 (Fig. 50).

This form of *Cyperus* is almost as abundant as the last.

Dulichium vespiforme C. and E. M. RID.

This species has been found abundantly in our new collection from Tegelen, and one specimen distinctly shows 9 setae, though the usual number appears to be 7 or 8. In other respects the fruits show but little variation.

Scirpus 3 sp. (Figs. 51, 52, 53).

These three species of *Scirpus* we have not been able to identify. These setae are not preserved.

Scirpus Tabernaemontani GMEL. (Fig. 54).

We have only one nut of this species.

Incerta sedes.

Fig. 55 appears to be a minute hard seed or endocarp.

Figs. 56, 57 represent the inside of the split carpel, of which the outside was figured in 1907 (fig. 125). We are still unable to identify it.

Fig. 58 is a minute globular seed sculptured like *Papaver*; but we have been unable to refer it to any genus.

Fig. 59 is a hard endocarp with remains of succulent pericarp. It is probably unripe, but seems unlike anything else we have found.

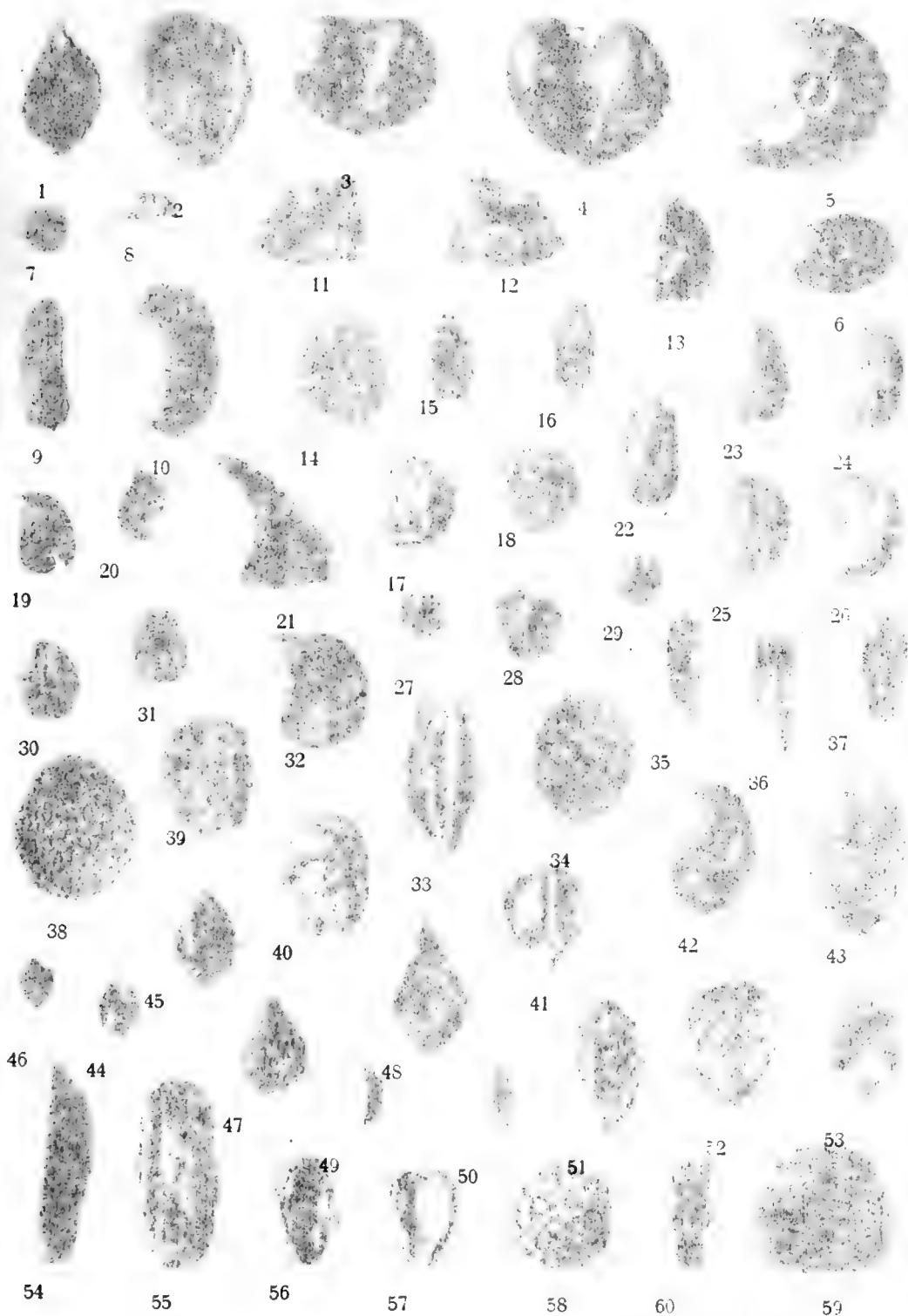
More specimens have been found of the unknown seed fig. 124 of our former paper. The same species has also been sent to us by Baron GREINDL from Raevels; but we are still unable to suggest its botanical position. The seeds are small and hard, with thick bony testa, often faceted by mutual pressure, and an external curved "germination groove" along which the seed burst. The embryo was pendent, but has left no impression on the smooth interior of the seed.

Equisetum ramosissimum DESF. (Fig. 60).

A fragment of *Equisetum* showing a hexagonal stem with irregular transverse rugosity, a six-toothed sheath, each tooth with a central rib, and two opposite buds. These characters are found combined in the *E. ramosissimum* and we may refer our specimen to this species. It is probably a portion of a branch close to the rhizome. We have found such a branch on a specimen from the Canton Vaud, in Switzerland, which agrees in every detail with our fossil. The species is widely distributed throughout Southern Europe, Asia, and Africa, but does not now extend so far north as Tegelen.

5
DESCRIPTION OF THE PLATE.

- Fig. 1. *Clematis Vitalba* LINN. Achene. $\frac{6}{1}$.
 " 2. *Ranunculus repens* LINN. Achene. $\frac{12}{1}$.
 " 3. *Magnolia Kobus* DC. Seed (fossil). $\frac{3}{1}$.
 " 4. " " Seed (recent). $\frac{3}{1}$.
 " 5. *Euryale ferox* SALISB. Seed (recent). $\frac{3}{1}$.
 " 6. " *limburgensis* C. and E. M. REID. Seed. $\frac{3}{1}$.
 " 7. *Stellaria aquatica* SCOP. Seed. $\frac{12}{1}$.
 " 8. " *nemorum* LINN. Broken seed $\frac{12}{1}$.
 " 9. *Hypericum* sp. 6 Seed. $\frac{24}{1}$.
 " 10. " " 7 Seed. $\frac{24}{1}$.



Photo, C. & E. M. REID.





- Fig. 11. *Staphylea* sp. Interior of broken seed. $\frac{3}{1}$.
- " 12. " " Side view of attachment. $\frac{3}{1}$.
- " 13. " " Base of seed. $\frac{3}{1}$.
- " 14. *Prunus spinosa* LINN. Decayed stone. $\frac{3}{1}$.
- " 15, 16. *Prunus* cf. *lusitanica* LINN. Interior and exterior of broken stones. $\frac{3}{1}$.
- " 17. *Prunus Maximoviczii* RUPRECHT. Recent stone. $\frac{3}{1}$.
- " 18. " " " Fossil stone. $\frac{3}{1}$.
- " 19. *Rubus* s. Exterior of endocarp. $\frac{6}{1}$.
- " 20. " " Interior of endocarp (another specimen). $\frac{6}{1}$.
- " 21. " " Prickle. $\frac{6}{1}$.
- " 22. *Crataegus cuneata* SIEB & ZUCC. (fossil). Inner face of carpel. $\frac{3}{1}$.
- " 23. " " (fossil). Outer " " " $\frac{3}{1}$.
- " 24. " " (recent). " " " " $\frac{3}{1}$.
- " 25. " " (fossil). Side view " " " $\frac{3}{1}$.
- " 26. " " (recent). " " " " $\frac{3}{1}$.
- " 27, 28, 29. Cornaceae or Araliaceae Three specimens, showing interior, side view, and apex. $\frac{6}{1}$.
- " 30. *Viburnum* sp. Dorsal view of endocarp. $\frac{6}{1}$.
- " 31. " " Ventral " " " (another specimen). $\frac{6}{1}$.
- " 32. *Hippomarathrum* n. sp. ? Mericarp. $\frac{6}{1}$.
- " 33. *Cryptotaenia* ? Mericarp. $\frac{12}{1}$.
- " 34. Umbelliferous Mericarp. ? $\frac{3}{1}$.
- " 35. *Valeriana tripteris* LINN. Fruit. $\frac{6}{1}$.
- " 36. *Bidens tripartita* LINN. Damaged fruit. $\frac{6}{1}$.
- " 37. *Carduus palustris* WILLD. Fruit. $\frac{6}{1}$.
- " 38. *Physalis Alkekengi* LINN. Seed. $\frac{12}{1}$.
- " 39, 40. *Tenarium Botrys* LINN. Top and base of nutlet. $\frac{12}{1}$.
- " 41. *Prunella vulgaris* LINN. Ventral face of nutlet. $\frac{12}{1}$.
- " 42. Labiate, genus unknown. $\frac{12}{1}$.
- " 43. *Stachys longiflora* BOISS & BAL. ? Nutlet. $\frac{12}{1}$.
- " 44. *Polygonum minus* HUDS. Nut. $\frac{6}{1}$.
- " 45. " *convolvulus* LINN. Nut. $\frac{6}{1}$.
- " 46. *Rumex* n. sp. ? Fruit. $\frac{6}{1}$.
- " 47. *Carpinus* n. sp. ? Nut. $\frac{6}{1}$.
- " 48. *Potamogeton crispus* LINN. Fruit. $\frac{6}{1}$.
- " 49. *Cyperus* ? sp. 1. Nut. $\frac{12}{1}$.
- " 50. *Cyperus* ? sp. 2. Nut. $\frac{12}{1}$.
- " 51, 52, 53. *Scirpus* 3 sp. Nuts. $\frac{12}{1}$.
- " 54. *Scirpus Tabernaemontani* GMEL. Nut. $\frac{12}{1}$.
- " 55. Unknown. $\frac{24}{1}$.
- " 56, 57. Inside of unknown carpel. $\frac{12}{1}$.
- " 58. *Papaveraceae* ? Seed. $\frac{24}{1}$.
- " 59. Unknown endocarp with remains of pericarp. $\frac{6}{1}$.
- " 60. *Equisetum ramosissimum* DESF. $\frac{3}{1}$.

Scheikunde. — De Heer HOLLEMAN biedt een mededeeling aan van de Heeren A. SMITS en H. L. DE LEEUW: „*Over het unaire tri-moleculaire, pseudo ternaire stelsel acēt, par- en met-aldehyde.*”

(Mede aangeboden door den Heer VAN DER WAALS.)

Tijdens het onderzoek van het stelsel acetaldehyd-alcohol ontstond, zonder dat wij er op het eerste moment de reden van konden aangeven, in een van de mengsels bij afkoeling een groote hoeveelheid metaldehyd, die zich in den vorm van naaldjes afscheidde.

Dit verschijnsel, dat de vele tegenstrijdige opgaven, die omtrent het gedrag van metaldehyd in de literatuur te vinden zijn, in de herinnering terugriep, was de aanleiding van het hier volgende onderzoek, omtrent den samenhang van acēt- par- en met-aldehyd, waarbij het ons mocht gelukken een oplossing te vinden, die eenheid brengt in het werk van velen en schijnbare tegenstrijdigheden tot volkomen overeenstemming voert

KEKULÉ en ZINCKE¹⁾ vonden, in 1872, dat de vorming van metaldehyd uit acetaldehyd, evenals die van paraldehyd uit dezelfde stof, plaats heeft bij aanwezigheid van zekere stoffen, maar dat, terwijl de vorming van paraldehyd bij de gewone en hoogere temperatuur plaats vindt, die van metaldehyd in den regel bij lagere temperatuur valt waar te nemen. Die hier aangehaalde publicatie van KEKULÉ en ZINCKE munt uit door groote juistheid van beschrijving der waargenomen verschijnselen en bevat eenige zinsneden, wier beteekenis door anderen blijkbaar over het hoofd is gezien, daar zij met groote duidelijkheid de richting aangeven, waarin de oplossing van het vraagstuk moet worden gezocht.

De hier bedoelde zinsneden luiden als volgt:

„Fügt man zu reinem Aldehyd kleine Mengen von Salzsäure-gas, Chlorkohlenoxyd, Schwefliger Säure oder verdünnter Schwefelsäure und kühlt dann sofort, am besten mit einer Kältemischung ab, so scheiden sich feine lange Nadeln von Metaldehyd ab, die bisweilen die ganze Flüssigkeit wie ein feines Netzwerk durchziehen. Stets wird nur ein kleiner Theil des Aldehyds in Metaldehyd verwandelt und die Menge des letzteren nimmt bei längerem stehen *nicht zu; sie kann sich vielmehr vermindern und der Metaldehyd kann ganz verschwinden, namentlich wenn ein energischer wirkendes Ferment in einigermassen beträchtlicher Menge zugegen ist und wenn die Temperatur nicht niedrig genug gehalten wird.*

¹⁾ Ann. d. Chemie u. Pharm. **162**, 125, (1872).

*Neben Metaldehyd entsteht immer Paraldehyd in mehr oder minder grosser Menge."*¹⁾

Dat metaldehyd uit afgekoeld acetaldehyd ontstaat bij aanwezigheid van een katalysator, waarbij ook steeds paraldehyd wordt gevormd, en de mededeeling, dat dit metaldehyd weer kan verdwijnen, wanneer er genoeg van een energisch werkenden katalysator aanwezig is, dit resultaat, dat tot heden onbenut is blijven liggen, gecombineerd met het door TRÖGER²⁾, FRIEDEL³⁾, ORNDORFF en WHITE⁴⁾ geconstateerde feit, dat metaldehyd bij de gewone temperatuur op den duur overgaat in paraldehyd en een weinig acetaldehyd, en zooals KEKULÉ en ZINCKE mededeelen bij 120° bijna uitsluitend in acetaldehyd, dit alles wekte het vermoeden, dat wij hier te doen hebben met een pseudo ternair systeem, dat bij innerlijk evenwicht overgaat in een unair-trimoleculair stelsel.

Dit vermoeden lag zéér voor de hand, want er was gevonden, dat metaldehyd bij lagere temperatuur uit acetaldehyd kan ontstaan, terwijl de omgekeerde reactie bij hogere temperatuur verloopt.

Dit wijst dus op de volgende omkeerbare omzetting

$$\text{acetaldehyd} \rightleftharpoons \text{metaldehyd}.$$

In de tweede plaats was er geconstateerd, dat metaldehyd zich in paraldehyd omzet. Nemen wij ook hier omkeerbaarheid aan, dan hebben wij als tweede omkeerbare reactie deze:



verder was bekend, dat acetaldehyd gemakkelijk is om te zetten in paraldehyd en ook omgekeerd paraldehyd in acetaldehyd.

Nu zou men natuurlijk kunnen onderstellen, dat bij deze laatste omkeerbare omzetting metaldehyd steeds als tusschenproduct optreedt, doch daar wij niet de minste reden hebben dit aan te nemen, en de onderstelling, dat ook de omkeerbare reactie



bestaat, ons tot een uiterst plausibele verklaring van de verschillende verschijnselen voert, aarzelen wij geen oogenblik deze laatste aanname in te lassen. Wij komen zodoende tot het bestaan van een groot evenwicht,⁵⁾ dat samengesteld is uit drie andere n.l.

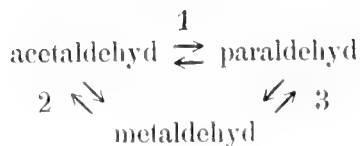
¹⁾ De cursivering is van ons. — In een nog oudere mededeeling van FEHLING [Ann. 27, 319 (1838)] wordt eveneens vermeld, dat metaldehyd op den duur weer verdwijnt.

²⁾ Ber. 25, 3316 (1892).

³⁾ Bull. 9, 384 (1893).

⁴⁾ Americ. Chem. Journ. 16 43 (1894).

⁵⁾ BANCROFT, Journ. phys. chem. 5, 182 (1910) komt tot de o.i. foutieve conclusie, dat metaldehyd altijd metastabiel is.



Nu is het duidelijk, dat deze drie evenwichtsreacties door een en denzelfden katalysator over 't algemeen op verschillende wijzen zullen worden beïnvloed, waardoor wij den indruk kunnen krijgen, alsof uitsluitend of in hoofdzaak slechts één reactie verloopt.

Dit wordt verduidelijkt door een proef, die wij in den geest van KÉKULÉ en ZINCKE namen.

Koelt men acetaldehyd in ijs af, en voegt men zéér weinig sterk H_2SO_4 toe bv. 1 mgr., dan ziet men na eenig schudden vast metaldehyd ontstaan, dat bij kamertemperatuur schijnbaar niet verandert, maar in werkelijkheid zéér langzaam weer verdwijnt.

Dit verdwijnen kan men nu bespoedigen door toevoeging van meer zwavelzuur.

Dit wijst er nu op, dat H_2SO_4 voor de evenwichtsreactie acetaldehyd \rightleftharpoons metaldehyd *veel* sterker katalytisch werkt dan voor de andere twee omzettingen, zoodat bij 0° een zéér kleine hoeveelheid H_2SO_4 in hoofdzaak metaldehyd doet ontstaan.

Uit het feit nu, dat metaldehyd zich hier in vasten toestand afzet, volgt, dat het innerlijk evenwicht in het stelsel acetaldehyd—metaldehyd in het oververzadigde gebied van metaldehyd ligt.

Wanneer dus de andere twee reacties door deze kleine hoeveelheid H_2SO_4 in 't geheel niet werden beïnvloed, zou natuurlijk alles overgaan in vast metaldehyd, doch dit is niet het geval. Hoewel met veel geringere snelheid doet een kleine hoeveelheid H_2SO_4 ook de twee andere evenwichtsreacties zich bewegen naar hun evenwichtstoestand, en zoo wordt het feit verklaard, dat, zooals KÉKULÉ en ZINCKE waarnamen, naast metaldehyd ook altijd paraldehyd ontstaat.

Het is duidelijk, dat ook met een uiterst geringe hoeveelheid zwavelzuur, maar dan eerst na zéér langen tijd, zich het innerlijke evenwicht zal instellen; voegen wij echter meer zwavelzuur toe, dan zal elk evenwicht zich met grootere snelheid instellen, en is ten slotte de hoeveelheid zwavelzuur zoo groot geworden, dat elk der drie evenwichten zich momentaan instelt, dan zullen onder alle mogelijke omstandigheden de drie aldehyden met elkaar in evenwicht zijn, dus innerlijk evenwicht heerschen, en het trimoleculaire systeem zal zich als een unair stelsel gedragen.

Nu nemen wij waar, dat het vaste metaldehyd, dat bij lagere temperatuur uit acetaldehyd met een weinig zwavelzuur is ontstaan,

bij toevoeging van meer zwavelzuur weer verdwijnt met een snelheid, die grooter is naar mate de temperatuur hooger wordt gekozen.

Zoo blijkt dan, dat de unaire vloeistofphase *o. a.* bij de gewone temperatuur niet in evenwicht kan zijn met *vast* metaldehyd, of m. a. w., dat deze vloeistof onverzadigd is t. o. v. metaldehyd.

Nu ligt het voor de hand te vermoeden, dat het inwendig evenwicht in het pseudobinaire stelsel acetaldehyd-metaldehyd bij de gewone temperatuur reeds in het aan metaldehyd onverzadigde gebied is gelegen, doch dit is stellig niet het geval, daar uit een proef van FEHLING, ¹⁾ welke ook door ons is herhaald, blijkt, dat, wanneer men acetaldehyd bij de gewone temperatuur in contact brengt met eenige stukjes CaCl_2 zich na eenige uren op het chloorcecium kristallen van metaldehyd afzetten, terwijl de gevormde hoeveelheid paraldehyd zéér gering is.

Dit is een proef, die met een spoortje zwavelzuur *niet* gelukt, omdat H_2SO_4 bij de gewone temperatuur de omzetting van metaldehyd in paraldehyd reeds te sterk versnelt, terwijl de invloed van chloorcecium op deze omzetting bij de gewone temperatuur uiterst gering is, zooals blijkt uit de zéér geringe paraldehydvorming.

Nu kan men op de volgende wijze duidelijk laten zien, dat het zeer goed mogelijk is, dat, terwijl het innerlijke evenwicht in het pseudobinaire stelsel acetaldehyd-metaldehyd in het gebied ligt, dat *oververzadigd* is t. o. v. metaldehyd het groote trimoleculaire innerlijke evenwichtsmengsel *onverzadigd* is t. o. v. metaldehyd.

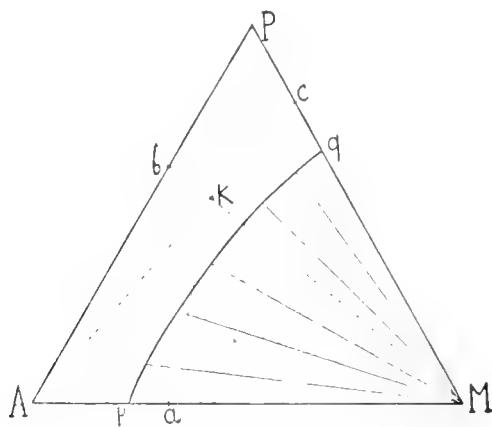


Fig. 1.

De hiernevenstaande figuur 1 geldt voor konstante temperatuur en druk, en om de kwestie hier niet noodeloos te compliceeren is verder

¹⁾ Ann. 27 319.

aangenomen, dat zich geen mengkristallen vormen. Kiezen wij de gewone temperatuur, dan is metaldehyd de eenige stof, die in den vasten toestand optreedt, en dan geeft pq de smeltisotherm van deze stof aan, terwijl de punten a b en c de innerlijke evenwichten in de drie pseudobinaire stelsels aangeven.

Het punt b ligt, zooals uit het onderzoek van TURBABA¹⁾ volgt, bij ongeveer 16 mol. % acetaldehyd en 84 mol. % paraldehyd.

Het punt a is hier overeenkomstig de waarnemingen in het gebied gelegen dat oververzadigd is aan metaldehyd, en wanneer wij nu alleen deze twee punten als vaststaand aannemen, dan valt er het volgende op te merken.

Stel dat wij uitgaan van het punt a , en dat wij aan deze oververzadigde oplossing, die in innerlijk evenwicht verkeert, paraldehyd toevoegen, dan zou, wanneer wij aannemen, dat het innerlijke evenwicht blijft bestaan en het paraldehyd zich niet omzet, de samenstelling zich bewegen langs de rechte lijn aP , wanneer n.l. de wet van de chemische massawerking volkomen op bleef gaan.

Nu weten wij wel, dat de wet van de chemische massawerking stellig niet volkomen op zal blijven gaan, en dat dientengevolge de lijn aP in werkelijkheid gekromd zal zijn, maar voor het essentiele van onze bewijsvoering doet dit niets terzake en daarom is ter vereenvoudiging de lijn aP recht genomen.

Gaan wij vervolgens uit van b , dan zal onder bovengenoemde condities bij toevoeging van metaldehyd de samenstelling zich bewegen langs bM .

Nu zien wij, dat de twee lijnen aP en bM elkaar in het punt K snijden, en het is nu gemakkelijk in te zien, wat de beteekenis van deze snijding is. In K hebben wij een vloeistof, waarin innerlijk evenwicht heerscht, niet alleen tusschen *acet*- en *met*-aldehyd, maar ook tusschen *acet*- en *par*-aldehyd, waaruit dus tevens volgt, dat daar ook evenwicht heerscht tusschen *met*- en *par*-aldehyd, en lijn cA dus eveneens door dit zelfde punt K moet gaan.

Wij zien dus uit deze afleiding, dat het mogelijk is, dat, terwijl a in het oververzadigde gebied ligt, het groote innerlijke evenwicht K zich in het *onverzadigde* gebied bevindt.

Zoo zijn dus de waarnemingen van KÉKULÉ en ZINCKE op rationeele wijze verklaard.

Daar wij nu met zekerheid kunnen zeggen, dat het groote innerlijke evenwicht K bij de gewone temperatuur metaldehyd opgelost bevat, zoo kunnen wij met groote waarschijnlijkheid voorspellen, dat dit bij

¹⁾ Tomok. Verlag. d. Techn. Hochschule 1901. Aus dem Gebiet der Katalyse.

ruim 20° hooger, het unaire kookpunt, volgens HOLLMANN¹⁾ bij 41.6° gelegen, ook nog in merkbare mate het geval zal zijn.

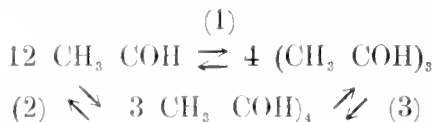
Om dit nu na te gaan, werd de kokende vloeistof plotseling in water van 18° uitgestort, waarbij het metaldehyd, wanneer het zich in de kokende vloeistof bevond, stellig tengevolge van de kleine oplosbaarheid in waterrijke mengsels, in vasten toestand moest afscheiden.

Inderdaad had er op deze wijze een geringe, doch zéér duidelijke afscheiding van metaldehyd plaats, waarmede dus bewezen was, dat HOLLMANN niet, zooals hij meende, een unair bimoleculair, maar een unair trimoleculair stelsel in handen heeft gehad.

Wanneer wij ons afvragen, wat de verandering in ligging van het punt *K* zal zijn, wanneer de temperatuur wordt verhoogd, dan is het antwoord gemakkelijk te geven.

Paraldehyd bestaat in dampvorm en in phenol opgelost uit mol. $(\text{CH}_3\text{COH})_3$ en metaldehyd in hetzelfde oplosmiddel opgelost bestaat uit mol. $(\text{CH}_3\text{COH})_4$ ²⁾, zoodat dus metaldehyd van de drie aldehyden de meest gecompliceerde stof is.

Nemen wij nu ter vereenvoudiging aan, dat de molecuulgrootte van de verschillende aldehyden in elkaar opgelost niet verschilt van die in de phenol oplossingen, dan hebben wij dit innerlijk evenwicht



Bij temperatuurverhoging zal nu elk van de drie unaire-bimoleculaire evenwichten verschuiven in de endotherme richting of m. a. w. de dissociatie zal bij deze drie innerlijke evenwichten toenemen.

Het evenwicht (2) zal sterker met de temperatuur verschuiven, dan het evenwicht (1), terwijl (3) vermoedelijk niet zéér gevoelig voor temperatuurverandering zal zijn, althans in vergelijking met de andere evenwichten (2) en (1).

Stijgt de temperatuur, dan zal het punt *a* zich dus naar links bewegen, het punt *b* naar omlaag en punt *c* zal daarbij een weinig naar den paraldehydkant verschoven worden.

Bedenken wij nu hierbij, dat de smeltisotherm bij temperatuurverhoging zich terugtrekt, dan is het duidelijk, dat *a* spoedig in het onverzadigde gebied komt te liggen, en dat dus geen enkele

1) Zeitschr. f. phys. Chem. **43**, 157 (1903)..

2) W. BURSTJN. Sitzungsberichte *Wien* (1902), 511 vermoedelijk is metaldehyd opgelost in phenol gedeeltelijk gedissocieerd, en zijn er nog grootere moleculen aanwezig.

katalsator meer instaat zal zijn vast metaldehyd uit acetaldehyd te doen afzetten, hetgeen in overeenstemming is met het door ons ge-

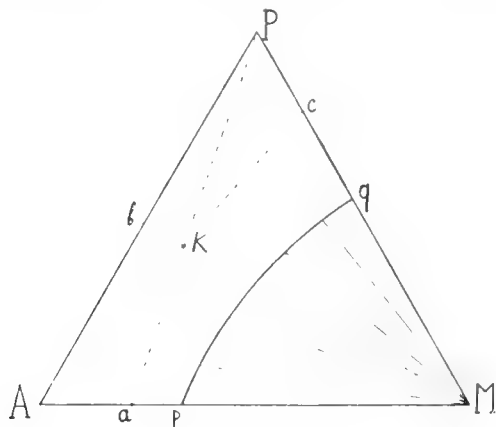


Fig. 2.

constateerde feit, dat chloorealcium dit niet meer doet boven 40° .

Verder volgt uit dit alles, dat het grootte innerlijke evenwichtsmengsel bij temperatuurverhooging steeds rijker wordt aan acetaldehyd, zooals HOLLMANN ook gevonden heeft.

Om nu het geheele stelsel met al zijn eigenaardigheden te kunnen overzien is een ruimtefiguur geconstrueerd in een gelijkzijdig prisma, waarvan op elk der zijvlakken de T - X -projectie van de driephasenstroken van een der pseudobinaire stelsels is aangegeven (Fig. 3). A stelt voor acetaldehyd P , paraldehyd en M , metaldehyd.

In overeenstemming met hetgeen een van ons reeds vroeger voorspelde, is gevonden, dat geen van deze pseudo-binaire stelsels een eutecticum bezit, waarmede dan ook in de teekening rekening is gehouden.

Op het vlak APT is aangegeven de T , X -projectie van de driephasenstroken in het stelsel acetaldehyd-paraldehyd.

a_0 is het tripelpunt van acetaldehyd gelegen bij $-123^\circ 3$.

De temperatuur van het vierphasenevenwicht damp + vloeistof + vast acetaldehyd + vast paraldehyd, dat in de teekening is aangegeven met de letters h, c, d, e , werd gevonden bij circa -123° te liggen. Op deze lijn $h c d e$ snijden, zooals bekend is, 4 driephasenstroken elkaar.

Geven wij de mengkristallen, die in hoofdzaak uit acetaldehyd bestaan, aan met S_A , die, welke hoofdzakelijk paraldehyd bevatten met S_P , en de mengkristallen van metaldehyd met S_M , dan kunnen wij de verschillende elkaar snijdende driephasenstroken gemakkelijk aanduiden.

Zoo hebben wij dan in de eerste plaats de driephasenstrook van $S_A + L + G$ aangegeven door de lijnen ad , ac en ah . In de tweede plaats de driephasenstrook van $S_P + S_A + G$ aangegeven door ge , fd en $h'h$. In de derde plaats de driephasenstrook voor $S_P + L + G$, die hier aangeduid is door eb_0 , cb_0 en hb_0 , waarin b_0 het tripelpunt van paraldehyd is, gelegen bij $12,55^\circ$. In de vierde plaats hebben wij nog een driephasenstrook voor $S_A + S_P + L$, doch deze is in de teekening weggelaten.

Op elk van de drie zijvlakken van het driezijdig prisma vindt men nu een dergelijke figuur, waarvan steeds de drie meest belangrijke punten zijn bepaald n.l. de tripelpunten van de componenten en de vierphasen-temperaturen. Zoo werd voor de temperatuur van het evenwicht tusschen $S_M + S_A + L + G$, in de teekening aangegeven door de letters e_1 , d_1 , c_1 , h_1 , gevonden -122.8° . Voor het vierphasen evenwicht tusschen $S_M + S_P + L + G$, dat in de teekening te vinden is op de lijn e_2 , d_2 , c_2 , h_2 werd de temperatuur $12^\circ.9$ gevonden.

Hieruit blijkt dus, dat de vierphasentemperaturen in de drie pseudobinaire stelsels slechts weinig hooger liggen dan de temperatuur van het tripelpunt van den laagst smeltenden komponent, waaruit volgt, dat de TX -projecties een zeer eenzijdige ligging zullen vertoonen.

In de figuur is deze eenzijdigheid niet te sterk tot uitdrukking gebracht, omdat de duidelijkheid daardoor zeer zou worden geschaad.

Wat nu het tripelpunt van metaldehyd betreft, dit punt, dat men tot heden tengevolge van omzetting van metaldehyd in para- en acetaldehyd te vergeefs trachtte te bepalen, is door ons vastgesteld volgens de methode van SOCH¹⁾ die daarin bestaat, dat men de stof brengt in een van onder dicht gesmolten capillair van zeer dunwandig glas en vervolgens nagaat, hoe hoog de temperatuur van een bad moet zijn, opdat bij indompeling van de capillair in dit bad de inhoud na enkele seconden (hier 2) smelting vertoont.

Daar de tripelpuntsdruk van metaldehyd boven 1 atmosfeer ligt, moesten de capillairen natuurlijk dichtgesmolten worden, waarbij het dampvolumen steeds zoo klein mogelijk gekozen werd.

Het resultaat was, dat metaldehyd bij $246^\circ.2$ onder zijn dampdruk smelt, terwijl BAKHUIS ROOSEBOOM²⁾ 184° en HOLLMAN 167° opgeeft.

Wat nu de ruimtefiguur betreft, deze is verduidelijkt door het aanbrengen van doorsneden.

Boven het tripelpunt van paraldehyd $b_0 = 12,55^\circ$ is deze doorsnede uiterst eenvoudig.

¹⁾ Journ. Phys. chem. **2**, 364 (1898).

²⁾ Heterogene Gleichgewichte.

Nemen wij als voorbeeld de doorsnede U_1, V_1, W_1 , dan zien wij daar in een continue smelt-isotherm L_4, L_5 een continue damplijn G_4, G_5 en een continue mengkristallijn S_4, S_5 .

Komen wij echter beneden het tripelpunt van paraldehyd, dan worden de doorsneden ingewikkelder, vooral door de discontinuïteit in de mengkristallenreeks van paraldehyd-metaldehyd. Daardoor krijgen wij in de doorsnede U, V, W twee smeltisothermen, drie damplijnen en vier mengkristallijnen.

Vóór echter tot de bespreking van deze doorsnede over te gaan, willen wij er op wijzen, dat van de vier koëxisterende fasen S_M, S_P, L, G , die door de punten e_2, d_2, c_2, h_2 zijn aangegeven, vier lijnen de ruimte in loopen. De eerste twee zijn mengkristallijnen, de derde is een smeltlijn, of liever een eutectische lijn onder den dampdruk, en de vierde is een damplijn.

Vier gelijksoortige lijnen gaan ook van de punten e, d, c, h en e_1, d_1, c_1, h_1 uit.

Bij de ternaire eutectische temperatuur, waarmede het grondvlak overeenkomt, komen de bij elkaar behoorende vaste lijnen, de eutectische lijnen en de damplijnen te samen en krijgen wij dus de koëxistentie van vijf fasen, drie vaste $S_A + S_P + S_M$, een vloeistof L_e en een damp G_e .

Keeren wij nu tot de doorsnede UVW terug, dan valt er op te merken, dat de lijn $S_{m_2} S_m$ de metaldehyd mengkristallen aangeeft, die eenerzijds koëxistereren met de paraldehyd-mengkristallen $S_{p_2} S_p$, en ander-zijds met de dampen G'_2, G_2 .

De lijn $S_{p_1} S_P$ geeft aan de paraldehydmengkristallen, die koëxistereren met de vloeistoffen LR en de dampen $G'G_2$, en zoo geeft de lijn $S_{m_1} S_m$ de metaldehydmengkristallen aan, die koëxistereren met de vloeistoffen L_3R en de dampen G_3, G_2 .

Hieruit volgt dus, dat er bij deze temperatuur vier fasen kunnen koëxistereren en wel $S_m + S_P + R + G_2$, d. w. z. mengkristallen, die in hoofdzaak uit metaldehyd bestaan, mengkristallen die hoofdzakelijk paraldehyd bevatten, een verzadigde oplossing, en een met deze fasen koëxisterende damp.

Deze vier fasen liggen in de hoekpunten van een vierhoek, die uit vier driefasen driehoeken is saangesteld.

Nemen wij nu aan, dat de temperatuur van deze doorsnede overeenkomt met het unaire smeltpunt dan weten wij zeker, dat de vloeistof, waarin innerlijk evenwicht heerscht, op een van de vloeistoflijnen LR of L_3R gelegen zal moeten zijn.

HOLLMANN, die meende met een pseudobinair stelsel te doen te hebben, vond dat de unair zich gedragende vloeistof bij $6^\circ,75$ vast

paraldehyd afzette. Corrigeeren wij nu dit resultaat met de nieuw verworven kennis, dan komen wij tot het volgende:

Gaan wij met de vloeistof, waarin innerlijk evenwicht heerscht, van hoogere temperatuur naar lagere, en nemen wij aan, dat deze vloeistof in evenwicht is met haar damp, waarin dan natuurlijk ook innerlijk evenwicht heerscht, dan zal bij temperatuurdaling de vloeistof zich langs de lijn L_0 , L'_0 , L''_0 en de koëxisterende damp zich langs de lijn G_0 , G'_0 , G''_0 verplaatsen.

Zijn wij nu gedaald tot de unaire smelttemperatuur dan heeft de vloeistoflijn het *smeltvlak* van de paraldehyd-mengkristallen in L_1 , en de damp het hiermede koëxisterende dampvlak in G_1 bereikt, op welk moment zich vaste stof afzet, die zooals een van ons reeds aantoonde, een mengkristalphase S_1 is, welke ook in innerlijk evenwicht verkeert.

Dit unaire driefasen-evenwicht kan slechts bij één temperatuur en druk bestaan, zoodat wij beneden dezè temperatuur tweefasen-evenwichten krijgen tusschen vaste fasen en dampfasen, beide in innerlijk evenwicht.

De vaste fasen bewegen zich langs de lijn S_1S_2 en de dampfasen langs G_1G_2 .

Een voorstelling, die zich meer aansluit bij de onderzoekingen, die tot heden zijn verricht, krijgt men, wanneer op de zijvlakken van het prisma de T_1X -doorsneden voor konstanten druk b.v. voor 1 atmosfeer worden aangegeven.

Doen wij dit, dan krijgen wij op het APT -vlak de T_1X -doorsnede voor het pseudo-binaire stelsel acetaldehyd-paraldehyd, zooals deze door HOLLMANN is bepaald, alleen met dit verschil, dat het eutecticum is vervallen (Fig. 4).

Deze T_1X -doorsnede is door de smeltfiguur a, c, b, e, g, d, f en door de kooklijnen kl aangegeven. De temperaturen van de belangrijkste punten zijn in de teekening aangegeven, zoodat deze doorsnede geen nadere toelichting behoeft.

Op het vlak voor paraldehyd-metaldehyd, het PMT -vlak, krijgen wij een meer gecompliceerde figuur, omdat metaldehyd onder den druk van 1 atm. sublimeert. Hoe hoog dit sublimatiepunt ligt is tengevolge van de omzetting van metaldehyd in acet- en par-aldehyd niet te bepalen, omdat de methode, gevolgd ter bepaling van het tripelpunt, hier niet kan worden toegepast.

Het eenige, wat wij er op 't oogenblik van zeggen kunnen is dit, dat dit sublimatiepunt vermoedelijk weinig onder de tripelpuntstemperatuur ligt, daar de tripelpuntsdruk waarschijnlijk niet veel boven 1 atmosfeer ligt.

De T, X -doorsnede van dit stelsel is aangegeven door $b, c_2, n_2, l, m_2, o, p_2, e_2, g_2, d_2, f_2$. De temperatuur van het driefasen evenwicht $S_M + L + G$, aangegeven door de lijn p_2, n_2, m_2 is bij zeer snel werken op circa 124° bepaald, waaruit dus volgt dat de kokende, met aldehyd-mengkristallen koëxisterende oplossing betrekkelijk weinig metaldehyd bevat.

Op het voorvlak, het vlak voor acetaldehyd-metaldehyd, hebben wij de T, X -doorsnede voor dit stelsel, aangegeven door $a, c_1, n_1, k, m_1, o, p_1, e_1, g_1, d_1, f_1$, welke doorsnede, wat karakter betreft, geheel overeenstemt met die voor paraldehyd-metaldehyd.

Het driefasenevenwicht $S_M + L + G$ of m. a. w. het kookpunt van de oplossing, die met metaldehydmengkristallen in evenwicht is, vonden wij bij $21^\circ.0$, dus slechts 0.2 hooger dan het kookpunt van acetaldehyd, waaruit volgt, dat de oplosbaarheid van deze vaste phase in acetaldehyd bij 21° niterst gering is.

Wat nu de meest belangrijke deelen van de ruimtefiguur aangaat, deze zijn ook hier weer verduidelijkt door doorsneden, die in verband met het voorgaande geen toelichting meer zullen behoeven.

Het eenige wat toelichting verdient, is de ligging van het unaire stelsel in het trimoleculaire, pseudo-ternaire systeem.

HOLLMANN vond voor het kookpunt van het unaire stelsel $41^\circ.6$ en nu zullen wij aannemen, dat de doorsnede $U_1 V_1 W_1$ juist voor deze temperatuur geldt.

Deze doorsnede is volkomen analoog aan de doorsnede U, V, W , die voor een hoogere temperatuur geldt.

In de doorsnede $U_1 V_1 W_1$ zijn de punten van den driefasendriehoek echter zoo sterk naar het voorvlak verschoven, dat deze driehoek niet duidelijk meer kon worden aangegeven, hetgeen hier echter van ondergeschikt belang is.

Waar wij in deze doorsnede de aandacht op wenschen te vestigen, zijn de koëxisterende phasen, die in innerlijk evenwicht verkeerden, dus de kokende vloeistofphase L_1 en de dampphase G_1 .

HOLLMANN meende, dat deze vloeistof uit 53.4 mol. % paraldehyd en 46.6 mol. % acetaldehyd bestaat, maar onze onderzoekingen hebben geleerd, dat deze vloeistof ook metaldehyd bevat, al is deze hoeveelheid ook gering; dezelfde opmerking geldt natuurlijk voor de dampphase G_1 .

Gaan wij nu na, wat wij bij temperaturen boven en beneden de kooktemperatuur in het unaire stelsel hebben, dan zien wij onmiddellijk in, dat boven deze temperatuur alleen damp kan bestaan, en dat dus alleen dampphasen in innerlijk evenwicht mogelijk zijn; deze dampphasen worden in de ruimtefiguur aangegeven door de

lijn G_1G_0 , waarvan de richting zegt, dat deze fasen bij temperatuursverhooging rijker worden aan acetaldehyd. Beneden de kooktemperatuur van het unaire stelsel zijn alleen vloeistoffen in innerlijk evenwicht mogelijk, zoodat van L_1 een vloeistoflijn naar lagere temperatuur loopt, totdat het smeltvlak van paraldehyd in L_2 wordt bereikt bij de temperatuur van $6^\circ.75$.

Bij deze temperatuur zet zich de mengkristalphase S_2 af en van daar gaat nu weer een lijn naar lagere temperaturen nl. S_2S_1 welke kromme de innerlijke evenwichten in de vaste fasen aangeeft.

Uit het voorgaande is dus gebleken, dat de waargenomen verschijnselen volkomen in overeenstemming zijn met de opvatting, dat de drie beschouwde aldehyden werkelijk een unair, trimoleculair, pseudoternair stelsel vormen, waarvan de samenhang hier voor het eerst theoretisch is nagegaan.

Anorg. Chem. Laboratorium der Universiteit.

Amsterdam, 17 Juni 1910.

Scheikunde. — De Heer HOLLEMAN biedt namens de Heeren A. SMITS en H. L. DE LEEUW eene mededeeling aan: „*Over het stelsel acetaldehyd—alcohol*”.

(Mede aangeboden door den Heer VAN DER WAALS).

PERKIN¹⁾ was de eerste die opmerkte, dat er een groote analogie bestaat tusschen het gedrag van het stelsel aldehyd-water en aldehyd-alcohol.

Bij beide stelsels vond hij, dat bij menging der twee vloeistoffen eerst een warmte-absorptie, en daarna een warmte ontwikkeling optreedt.

PERKIN schreef, zooals voor de hand lag, de warmte-absorptie toe aan het physische proces, de menging en de daarop volgende warmte-ontwikkeling aan een zuiver chemische reactie, de vorming van een verbinding.

In het stelsel aldehyd-alcohol werden dan ook door Miss HOMFRAY en COLLES²⁾ langs verschillende wegen aanwijzingen gevonden voor het bestaan van verschillende verbindingen, zoodat een systematisch onderzoek van het stelsel *aldehyd-alcohol* een positief resultaat beloofde op te leveren.

¹⁾ Journ. chem. soc. **51**, 826 (1887).

²⁾ Journ. chem. soc. **87**, 1434 (1905).

” ” ” **89**, 1249 (1906).

Een belangrijke kwestie, die allereerst beantwoord moest worden was deze: wanneer er verbindingen worden gevormd, zijn deze verbindingen dan additieproducten of zijn het lichamen, die zich uit deze stoffen vormen onder afsplitsing van water.

Het is duidelijk, dat dit een gewichtige vraag was, omdat het stelsel bij optreden van additieproducten binair kan worden opgevat, terwijl het in het andere geval veel gecompliceerder nl. quaternair is.

Om dit uit te maken werden mengsels van aldehyd en alcohol in glazen buizen gebracht, die daarop werden dichtgesmolten.

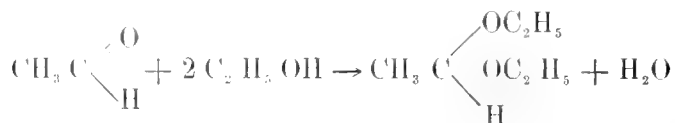
Na verloop van verschillende tijden werden deze buizen geopend en watervrij kopersulfaat toegevoegd.

Het resultaat was, dat mengsels, die *een jaar* bij de gewone temperatuur bewaard waren met Cu SO_4 zelfs bij 15 minuten lange aanraking *niet* blauw kleurden, terwijl precies hetzelfde resultaat werd verkregen met mengsels, die niet een jaar lang bij de gewone temperatuur, maar eenige uren op 100° waren verhit geworden.

Hiermede was dus bewezen, dat zich geen water had afgesplitst en dat, wanneer zich bij menging van aldehyd en alcohol een verbinding vormt, dit geen acetaat, maar een additieproduct, een aldehyd-alcoholaat moet zijn.

Bij de zooeven genoemde proeven werd nog een ander merkwaardig verschijnsel gevonden, dat wel de moeite waard is hier te vermelden.

Zoo bleek nl. dat, wanneer men aldehyd-alcohol-mengsels *langen* tijd met Cu SO_4 in contact laat, wel degelijk een blauwkleuring optrad, en dat dit hieraan moest worden toegeschreven, dat Cu SO_4 een katalysator is voor de acetaal-vorming volgens de verg.:



Om dit duidelijk aan te toonen werd een mengsel van 1 mol. aldehyd en 2 mol. alcohol met Cu SO_4 in een glazen buis gebracht, die daarop werd dichtgesmolten.

Na eenige dagen werd de buis geopend, de vloeistof afgefiltreerd van het *blauw* geworden kopersulfaat, en overgegaan tot de gefractioneerde distillatie, waarbij een groote hoeveelheid *acetaal* kon worden geïsoleerd. Hiermede was dus tevens een zeer geschikte bereidingswijze van acetaal gevonden.

Daar de sterke contractie, die bij menging van aldehyd en alcohol

optreedt, deed vermoeden, dat de bepaling van het spec. gewicht eenige aanwijzing omtrent het bestaan van een verbinding zou kunnen geven, werd het systematische onderzoek met deze bepalingen aangevangen.

Het bezwaar, dat zich hierbij voordeed, was dit, dat evenals door PERKIN bij aldehyd en water was geconstateerd het spec. gew. gedurende den eersten tijd na de menging *niet* konstant was, daar de contractie langen tijd voortduurt.

Om nu uit te maken hoeveel tijd na de menging het spec. gew. betrouwbare resultaten oplevert, werd door middel van een zeer gevoeligen dilatometer nagegaan, wanneer het volume van een mengsel konstant is geworden, waarvoor gevonden werd één dag na de menging.

Voordat tot een spec. gew.-bepaling kon worden overgegaan, werd elk mengsel daarom ruim een dag lang in een toegesmolten glazen buis in een thermostaat van 18° geplaatst.

Het resultaat der op deze wijze verrichte bepalingen was het volgende.

mol. % aldehyd	spec. gew. 18°/4°
100	0.7834
84.28	0.8277
75.08	0.8474
66.86	0.8601
53.86	0.8715
50.32	0.8719
44.56	0.8693
36.50	0.8627
29.70	0.8501
18.43	0.8296
13.02	0.8200
0	0.7907

Stellen wij dit resultaat grafisch voor, dan krijgen wij het volgende: (p. 286).

Deze lijn der spec. gewichten vertoont dus een zéér duidelijk maximum bij 50 mol. % waardoor het waarschijnlijk wordt, dat er in de vloeistof

de verbinding $\text{CH}_3\text{C} \begin{array}{l} // \text{O} \\ \backslash \text{H} \end{array} \cdot \text{C}_2\text{H}_5\text{OH}$ wordt gevormd.

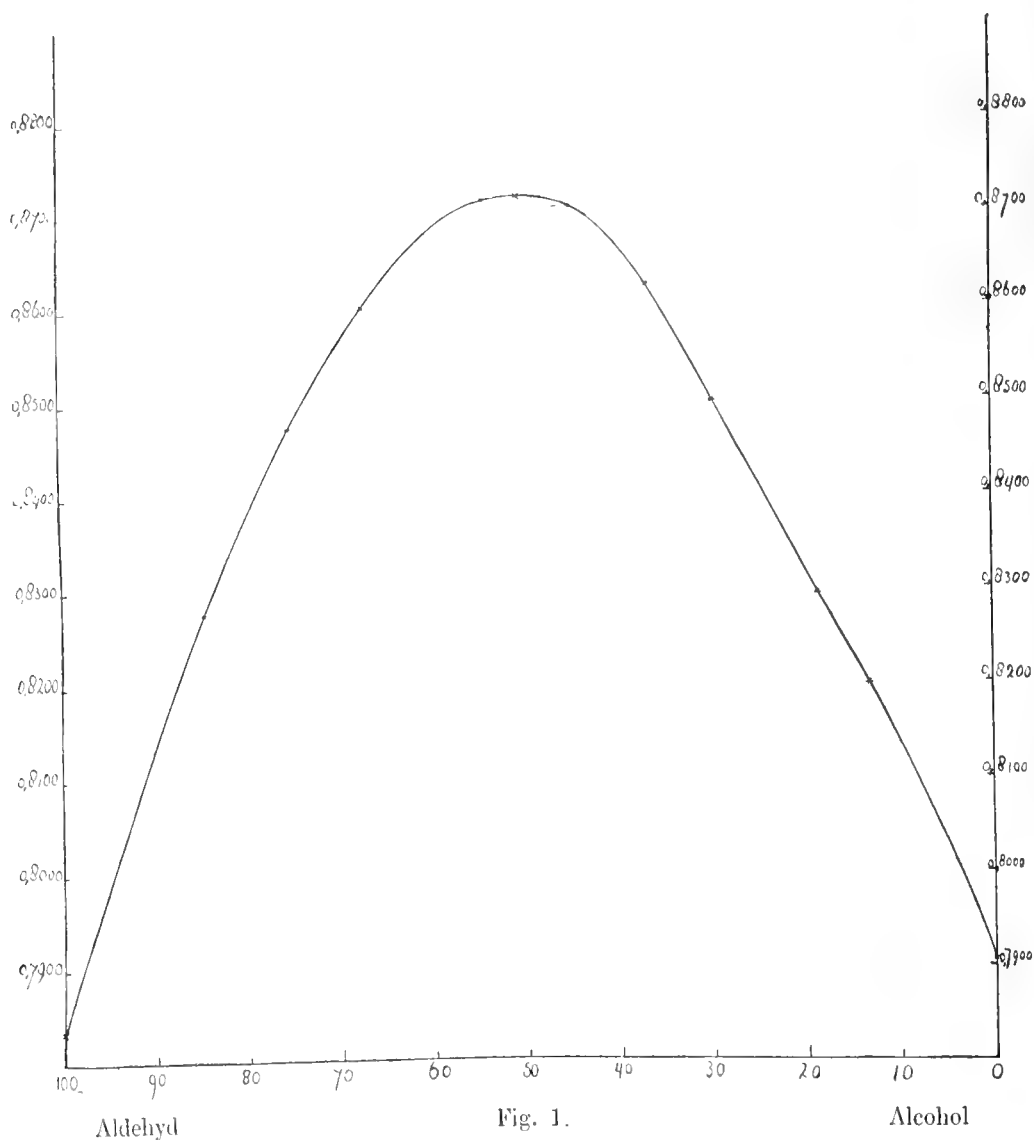


Fig. 1.

Verder zien wij uit deze lijn, dat een spec. gew. bepaling ons met tamelijk groote nauwkeurigheid de samenstelling van het mengsel kan leeren kennen, wanneer wij nl. weten welk bestanddeel in overmaat aanwezig is. Alleen in de omgeving van 50% wordt deze methode te onnauwkeurig, en wel door het vlakke verloop van de lijn daar ter plaatse.

Na op deze wijze eenige indicaties verkregen te hebben gingen wij over tot de bepaling van de kookpunten van verschillende mengsels, en de samenstelling der coëxisterende fasen bij verschillende drukkingen.

Hierbij werden de volgende resultaten verkregen.

Druk 699 m.m. Hg.

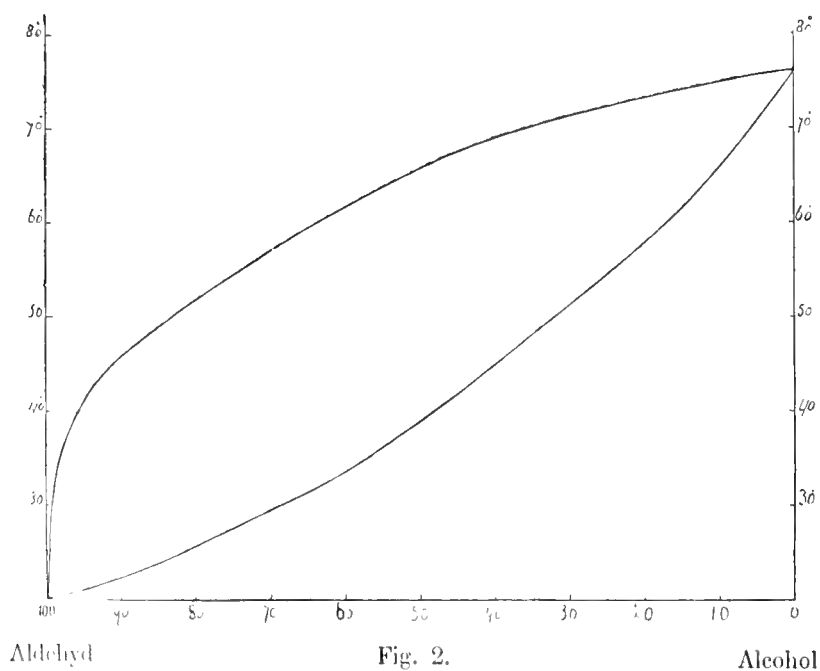
temp.	samenstelling vloeistof	samenstelling damp
20.01	100 mol. % aldehyd	
25.3	81.2 " " "	
29.6	69.7 " " "	
34.7	57.8 " " "	
40.1	48.2 " " "	97.4 mol. % aldehyd
48.8	34.6 " " "	85.2 " " "
57.7	20.5 " " "	69.2 " " "
65.3	10.8 " " "	51.1 " " "
76.4	0 " " "	—

Druk 398 m.m. Hg.

temp.	samenstelling vloeistof	samenstelling damp.
5.08	100 mol. % aldehyd	—
11.0	81.2 " " "	—
15.9	69.7 " " "	—
21.9	57.8 " " "	—
29.2	51.5 " " "	95.5 mol. % aldehyd
32.3	42.3 " " "	—
37.2	34.6 " " "	91.7 " " "
45.4	22.6 " " "	67.1 " " "
53.2	11.4 " " "	44.5 " " "
62.8	0	—

Druk 97 m.m. Hg.

temp.	samestelling vloeistof	samestelling damp.
- 23.69	1:0 mol. % aldehyd	—
- 15.7	66.4 " " "	—
- 7	33.8 " " "	—
- 1.8	51.6 " " "	—
+ 3.6	46.5 " " "	—
7.8	40.9 " " "	—
14.4	36.9 " " "	—
15.9	31.6 " " "	79.5 mol. % aldehyd
21.2	24.8 " " "	—
23.3	20.3 " " "	65.3 " " "
25.1	15.5 " " "	—
27.8	10.2 " " "	—
30.4	6.9 " " "	24.1 " " "



Brengen wij deze resultaten in teekening, dan krijgen wij de figuren 2, 3 en 4.

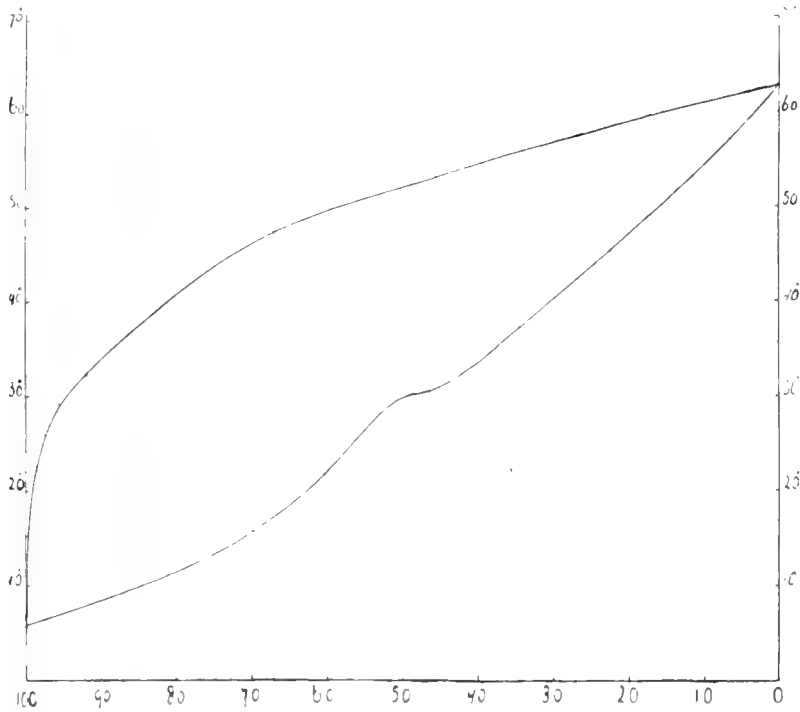


Fig. 3.

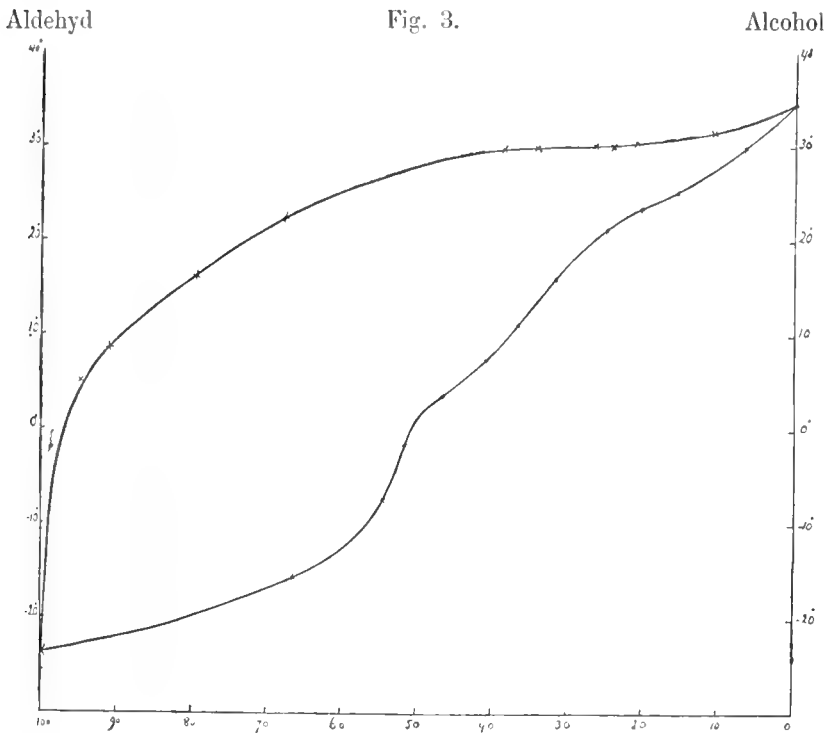


Fig. 4.

Aldehyd

Alcohol

De fig. 2, die de T , X -doorsnede van het vloeistofdampvlak overeenkomstig den druk van 699 mm. Hg. voorstelt, vertoont niets bijzonders; vloeistof en damplijn liggen ver uit elkaar, hetgeen een gevolg is van het vrij groote verschil in dampspanning tusschen aldehyd en alcohol.

Fig. 3, de T , X -doorsnede bij den druk van 398 mm. Hg. laat bij circa 50 mol. % een insnoering zien, die zooals bekend is, op een verbinding wijst, wier bestaan reeds op grond van de spec. gew. bepalingen werd vermoed. De damp, die met de vloeistof van 50 mol. % koëxisteert is zeer veel rijker aan aldehyd, bevat n.l. ongeveer 95 mol. % aldehyd, als bewijs, dat de verbinding reeds bij $29^{\circ}2$ zeer sterk is gedissocieerd.

Dit is volkomen in overeenstemming met het feit, dat de kooklijn bij den druk van 699 mm. Hg. niets van een verbinding laat bespeuren.

Het meest interessant is Fig. 4, waarin de T , X -doorsnede is geteekend, die overeenkomt met den druk van 97 mm. Hg., want deze figuur wijst niet alleen op het bestaan van een verbinding van 1 mol. aldehyd op 1 mol. alcohol, maar ook nog op een tweede verbinding van 1 mol. aldehyd en 2 of 3 mol. alcohol, daar de vloeistoflijn in die omgeving eveneens een insnoering vertoont, die wel is waar flauw, maar toch stellig essentieel is.

Deze tweede verbinding, wier bestaan aldus waarschijnlijk wordt gemaakt, moet nog sterker gedissocieerd zijn dan de eerste, hetgeen dan ook in overeenstemming is met het feit, dat de kooklijn van 398 mm. Hg. niets vertoont, dat op haar bestaan zou wijzen.

De derde methode, die gevolgd werd om het karakter van het stelsel aldehyd-alcohol te leeren kennen was de *calorimetrische*.

Zooals reeds werd gezegd treedt bij menging van aldehyd en alcohol aanvankelijk warmteabsorptie en later warmteontwikkeling op.

Nu is het duidelijk, dat uit de temperatuurdaling niet met nauwkeurigheid het warmte-effect van de eerste periode is te bepalen, daar ook gedurende dien tijd de exotherme reactie verloopt, die echter aanvankelijk door het endotherme proces wordt gepraedomineerd.

Buitendien is deze temperatuurdaling zéér sterk afhankelijk van de volledigheid der menging, die bij de verschillende proeven zeker niet even snel is bereikt. Dit is dan ook de reden, waarom voor de negatieve mengwarmte schommelende waarden werden verkregen, en dat alleen op de temperatuurstijging berekeningen konden worden gebaseerd.

De uit deze temperatuurstijging berekende reactie-warmten zijn in de volgende tabel weergegeven.

Samenstelling van het door menging verkregen mengsel in mol. % aldehyd.	Mol. reactie-warmte in gr. Cal.
81.10	— 396.2
67.17	— 516.2
64.78	— 554.5
58.12	— 675.3
54.70	— 737.1
52.85	— 859.9
51.14	— 962.8
49.73	— 1000.8
44.22	— 998.2
42.44	— 980.6
42.11	— 987.2
39.06	— 949.5
34.92	— 897.4
30.59	— 781.2
29.10	— 788.5
27.09	— 711.8
24.75	— 657.0
16.21	— 385.5

Geven wij dit resultaat grafisch weer (Fig. 5), dan krijgen wij een

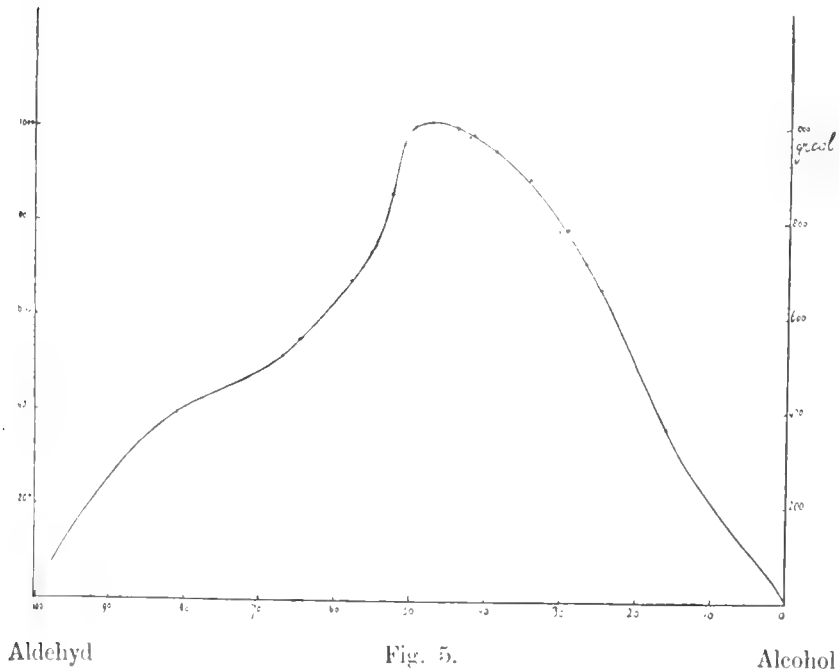


Fig. 5.

lijn, die een maximum vertoont bij de samenstelling van 50 mol. % en verder nog dit eigenaardige laat zien, dat het verloop links en rechts van het maximum zeer verschillend is.

Aan den alcohol kant ligt de kromme hooger dan aan den aldehyd kant, als bewijs, dat aan den alcoholkant nog bijzondere warmte-effecten werkzaam zijn, die een verklaring kunnen vinden in de vorming van een tweede alcoholrijkere verbinding.

Om nu volkomen zekerheid te verkrijgen werd overgegaan tot de bepaling van de smeltlijn, welk onderzoek veel vloeibare lucht vereischte, waarvoor de installatie bij het begin van deze studie nog niet gereed was.

Hoewel de verwachte bezwaren, het moeilijk kristalliseeren van de vloeistoffen, niet uitbleven, toch is het gelukt de belangrijkste deelen van de smeltlijn vast te stellen, en zoodoende het meest

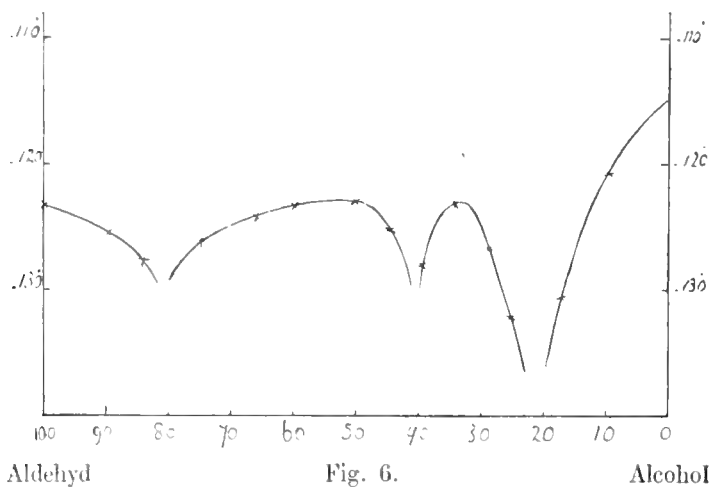
Samenstelling in mol. % aldehyd.	Eind-smelttemp.
100	— 123.3
90.31	— 125.4
83.90	— 127.6
80.19	niet te bepalen zeer viskeuse massa vermoedelijk onder -132°
77.34	— 126.0
74.45	— 126.05
66.01	— 124.3
59.70	— 123.5
50.73	— 122.3
44.53	— 125.3
39.50	— 128.05
34.33	— 123.2
29.25	— 126.8
25.06	— 132.2
17.32	— 130.6
9.78	— 120.6
0	— 114.9

sprekende bewijs te leveren voor het bestaan van *twee* verbindingen in het hier besproken stelsel.

Het onderzoek, dat verricht werd met een zéér gevoeligen weerstandsthermometer, door de Heeren DE LEEUW en ZERNIKE vervaardigd, leverde het volgende resultaat op. (Zie tabel p. 292).

Door deze uitkomsten zijn wij instaat ook de TX -doorsnede van de P, T, X -ruimtefiguur overeenkomstig den druk van 1 atmosfeer aan te geven, voor zoover het de evenwichten met vaste fasen betreft of m.a.w. de smeltlijnen.

Uit de loop van deze smeltlijnen (Fig. 6), waarin *twee* maxima



voorkomen, één bij 50 % en een bij 33 % aldehyd, volgt met voldoende zekerheid het bestaan van de twee verbindingen $\text{CH}_3\text{COH} \cdot \text{C}_2\text{H}_5\text{OH}$ en $\text{CH}_3\text{COH} \cdot 2\text{C}_2\text{H}_5\text{OH}$, die zelfs bij de lage smelttemperaturen -122° en -123° aanmerkelijk gedissocieerd zijn.

Amsterdam, 18 Juni. *Anorg. Chem. Lab. der Universiteit.*

Scheikunde. — De Heer HOLLEMAN biedt namens de Heeren A. SMITS en W. J. DE MOOY een mededeeling aan: „*Over het stelsel chloor-zwaveldioxyde*”.

(Mede aangeboden door den Heer v. D. WAALS).

Zoekende naar een mooi voorbeeld voor den invloed van licht op heterogene evenwichten hebben wij onze keuze laten vallen op bovengenoemd stelsel, waarvan reeds bekend was dat de omzettingen $\text{SO}_2 + \text{Cl}_2 \rightleftharpoons \text{SO}_2\text{Cl}_2$ in het donker en bij afwezigheid van een katalysator *niet* verlopen, terwijl licht of een katalysator, zoals kamfer,

dierlijke kool enz., met betrekkelijk groote snelheid het evenwicht tussehen sulfurylchloride en haar dissociatieproducten doet intreden.

Het doel was nu eerst de T, X -figuur overeenkomstig den druk van 1 atm. in het donker en bij afwezigheid van een katalysator te bestudeeren en daarna dezelfde proeven te nemen in het licht.

Het onderzoek in het donker en bij afwezigheid van een katalysator is thans achter den rug en heeft het verwachte resultaat opgeleverd, zooals blijkt uit de hieronder staande figuur, die alleen weergeeft wat gevonden is bij en beneden de smelttemperaturen der componenten, daar de bepaling der kooklijnen tot later is uitgesteld.

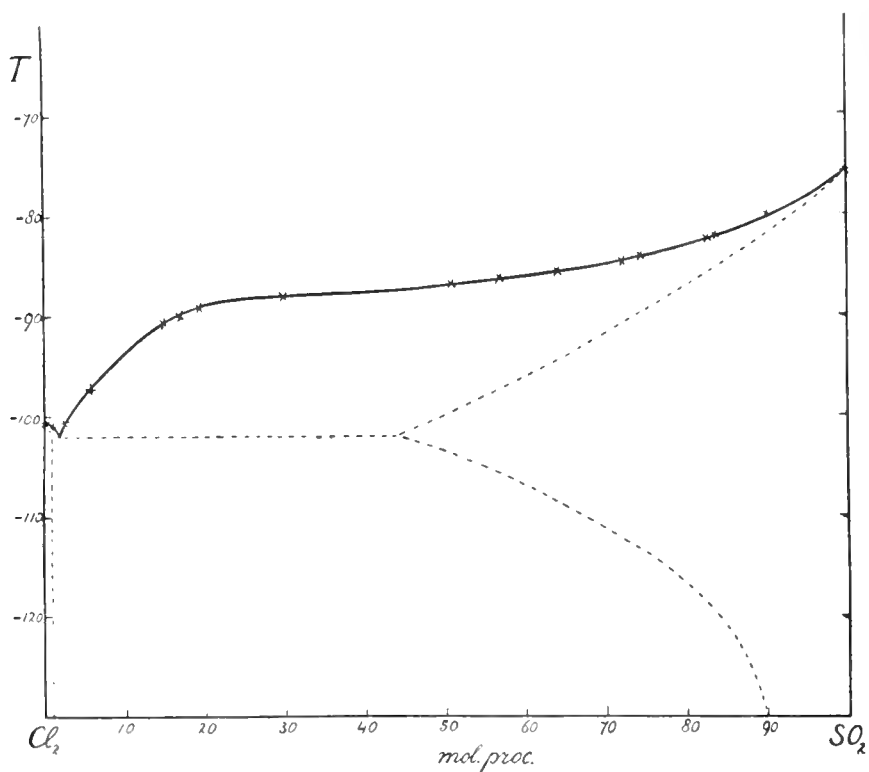


Fig. 1.

De bepalingen die met een zeer gevoeligen weerstandsthermometer, door de Heeren DE LEEUW en ZERNIKE vervaardigd, werden uitgevoerd, gaven voor het smeltpunt van Cl_2 de temperatuur van $-100^{\circ}.45$ terwijl voor die van SO_2 $-75^{\circ}.6$ gevonden werd.

Bij toevoeging van zéér geringe hoeveelheden SO_2 aan Cl_2 werd

een daling van het eindsmelpunt gevonden, waardoor dus bewezen was dat de smeltlijnen een eutecticum vormen.

Dit eutecticum bleek te liggen bij -102.3 en een samenstelling van circa 1.5 mol. % SO_2 .

Daar dit eutecticum zéér dicht aan den Cl_2 -kant en dus niet zéér ver onder het smelpunt van SO_2 ligt, verloopt de smeltlijn van SO_2 , die een duidelijk buigpunt vertoont, vrij vlak, waaruit tevens blijkt dat er, in het donker werkende, geen sprake is van de vorming van een verbinding, hetgeen echter na afloop van de proef gemakkelijk kon worden gecontroleerd. Zooals bekend, lost SO_2Cl_2 zeer weinig in water op, waardoor zijn aanwezigheid, bij uitstorting van het mengsel in water, onmiddellijk wordt verraden.

Verder laat de teekening zien, dat zeer duidelijk mengkristallen optreden. Daar echter bleek, dat, vermoedelijk tengevolge van de lage temperatuur, de omzettingen gemakkelijk kunnen worden vertraagd, zijn de mengkristallijnen gestippeld, omdat het mogelijk is, dat bij herhaling van de proeven, met speciaal daartoe ingerichte baden van lage temperatuur, kleine afwijkingen zullen worden gevonden, hoewel het type natuurlijk nu reeds vast staat.

Het onderzoek in het licht, waarbij zonlicht en ook een kwartskwiklamp werd gebruikt, heeft reeds aangetoond, dat onder deze omstandigheden snelle vorming van sulfurylchloride plaats grijpt waardoor de smeltfiguur een groote wijziging ondergaat.

Voorloopig zullen wij ons hier bepalen tot de mededeeling, dat een mengsel van 47.1 mol. % SO_2 , dat zich in zonlicht in evenwicht had gesteld, een beginstolpunt vertoonde van circa -80° welk punt dus aanmerkelijk boven de smeltlijn gelegen is, als bewijs dat wij hier met een ander stelsel te doen hebben.

Hoe de geheele T, X -figuur van het in 't licht in evenwicht gestelde systeem is, zal later worden medegedeeld. Tevens zullen de heterogene evenwichten in het donker en bij aanwezigheid van een katalysator worden nagegaan, waarbij vermoedelijk resultaten zullen worden verkregen, die eenigszins zullen afwijken van die verkregen in het licht.

Amsterdam, 22 Juni 1910.

*Anorg. Chem. Laboratorium
der Universiteit.*

Scheikunde. — De Heer VAN DER WAALS biedt namens den Heer A. SMITS een mededeeling aan „*Over kritische eindpunten in ternaire stelsels*”.

(Mede aangeboden door den Heer ZEEMAN).

In een vorige mededeeling¹⁾ is reeds een en ander opgemerkt omtrent het ternaire stelsel, dat men verkrijgt, wanneer aan aether en anthrachinon een derde stof wordt toegevoegd, die noch met anthrachinon noch met aether kritische eindpunten p en q geeft en in vloeibaren toestand met de twee andere componenten in alle verhoudingen mengbaar is.

Er is toen reeds op gewezen, dat bij toevoeging van die derde stof, het optreden van twee kritische eindpunten p en q aanvanke-lijk blijft bestaan, om ten slotte bij grootere hoeveelheden van de derde stof geheel te verdwijnen, doordat de genoemde punten p en q elkaar steeds meer en meer naderen en eindelijk samenvallen.

Tevens is bij die gelegenheid aangetoond, dat aan dit samenvallen interessante verschijnselen moeten voorafgaan, hetgeen een prikkel te meer was om het besproken geval experimenteel te onderzoeken.

Dit onderzoek is nu, hoewel nog niet geheel voltooid in een stadium gekomen, dat het voor publicatie geschikt is en om nu het gevondene goed te kunnen toelichten is het noodig, dat nog eenige theoretische beschouwingen vooraf gaan.

Bij den aanvang van het onderzoek deed zich het verrassende verschijnsel voor, dat zich uit een mengsel, dat zich eenige graden *boven* de kritische temperatuur bevond, bij volum-vergrooting het drie-fasen evenwicht $S + L + G$ kon vormen.

Dit verschijnsel was zóó ongewoon, dat ik mij eerst wilde overtuigen dat het niet aan verontreinigingen kon worden toegeschreven. Bij onderzoek bleek het echter essentieel te zijn. Teekenend is nu dat de V, x -voorstelling, die ook in het stelsel aether-anthrachinon zooveel vragen onmiddellijk heeft beantwoord, ook hier weer het gemakkelijkst den juisten samenhang der evenwichten deed inzien, en de noodzakelijkheid van het zoeven genoemde verschijnsel met groote duidelijkheid aantoonde.

Het nut van deze voorstellingswijze is hierdoor op nieuw bewezen, en dit is dan ook de reden, waarom de hier te bespreken figuren uit de V, x -voorstelling voor het ternaire stelsel zullen worden afgeleid.

De nevenstaande figuur geldt voor het stelsel alcohol-aether-anthra-

¹⁾ Koninkl. Akad. van Wetenschappen 26 Juni 1909. bladz. 122.

chinon, en wel voor een temperatuur gelegen tusschen die van de twee kritische eindpunten p en q van het stelsel aether-anthrachinon, dus tusschen 203° en 247° , bv. 230° .

In het voorvlak van het driezijdig prisma is de V, X -figuur van alcohol-anthrachinon geteekend. Het kritisch punt van alcohol ligt bij $243^\circ, 1$; zuivere alcohol bevindt zich dus in deze figuur nog beneden de kritische temperatuur, en dat is de reden, waarom het vloeistofpunt d en het damp punt a nog betrekkelijk ver uit elkaar liggen.

Het veld $abde$ is het gebied voor de koëxistentie van onverzadigde vloeistof en damp, terwijl de punten e en b aangeven de vloeistof en den damp, die met vast anthrachinon, in f gelegen, in evenwicht zijn. De driehoek ebf is dus de driephasendriehoek die rechts wordt begrensd door het gebied voor vast anthrachinon + fluïde, welke laatste fasen gelegen zijn op de lijn bc , die een van de stabiele takken is van de continue oplosbaarheidsisotherm $cbeh$, waarvan de tweede tak eh de vloeistoffen aangeeft, die met vast anthrachinon koëxisteeën.

In het vlak voor alcohol-aether is de teekening uiterst eenvoudig, want daar 230° ver boven de kritische temperatuur van aether ligt, zijn vloeistoflijn en damplijn continu in elkaar overgegaan en hebben wij dus een continue binodale gekregen met een plooi punt in K .

Op het vlak voor aether-anthrachinon is de V, X -figuur even eenvoudig; daar hebben wij de continue oplosbaarheidsisotherm ch_2 , die over haar geheele lengte stabiel is. Verder zien wij in dit vlak ook nog de lijn gK_2P , die de metastabiele continue binodale aangeeft, dus de binodale, die gerealiseerd zou kunnen worden, wanneer de vaste stof achterwege bleef en dus het kritische verschijnsel, zooals reeds gevonden is, te realiseeren was bij een oververzadigde oplossing.

Stellen wij ons nu voor uit te gaan van het driephasenevenwicht $S + L + G$ in het stelsel alcohol-anthrachinon, en dat wij hier successievelijk meer en meer aether aan toevoegen, terwijl anthrachinon steeds in overmaat wordt gedacht, dan zullen de punten b en c zich de ruimte in bewegen, omdat de vloeistoffen en dampen, die nu met vast anthrachinon koëxisteeën ook aether zullen bevatten, en de damp natuurlijk meer dan de vloeistof.

Vandaar dat de drie koëxisterende fasen nu niet meer in hetzelfde vlak liggen, zoodat een doorsnede voor een konstante verhouding alcohol-aether slechts twee van de drie koëxisterende fasen zal kunnen bevatten. $S + L$ of $S + G$ of m. a. w. op elke doorsnede liggen twee paar koëxisterende fasen, doch bij $S + L$ behoort een

damp, die meer aether bevat dan L , en bij $S + G$ behoort een vloeistof, die meer alcohol bevat dan G .

Zoo vormen de drie punten f, l_1, g_1 een driefasendriehoek en het is duidelijk te zien dat g_1 dieper in de figuur naar achter ligt, dus meer aether bevat dan l_1 en hetzelfde valt waar te nemen bij de daaropvolgende driefasendriehoeken.

Nu is het duidelijk, dat deze ternaire vloeistof- en damplijn niet door kan loopen tot het vlak voor aether-anthrachinon, want in dat vlak zijn geen vloeistoffen stabiel bestaanbaar bij de onderstelde temperatuur.

Nu zien wij dus dat vóór dien tijd genoemde lijnen kontinu in elkaar moeten overgaan, en dat dus op het oogenblik van dien continuen overgang het kritisch verschijnsel zal optreden bij een verzadigde oplossing, evenals dit in het stelsel aether-anthrachinon het geval kan zijn.

Laat K dit ternaire kritisch eindpunt zijn, dan vallen dus daar het vloeistofpunt l en het damppunt g samen, en de ruimte oplosbaarheidsisotherm raakt juist in K_1 aan de driefasenkoëxistentielijn bK_1l .

Voordat wij verder gaan is het noodig aan te geven, wat de voornaamste wijzigingen zijn, die de figuur ondergaat, wanneer men de temperatuur laat veranderen.

Deze wijzigingen liggen zéér voor de hand; het is immers duidelijk, dat bij de temperaturen der kritische eindpunten p en q de driefasenkoëxistentielijn bK_1l juist aan het vlak voor aether-anthrachinon zal raken, en wel in de kritische eindpunten p en q .

Tusschen deze temperaturen kan geen raking met het vlak voor aether-anthrachinon optreden, omdat dan in dit stelsel een stabiele oplossing niet voor kan komen.

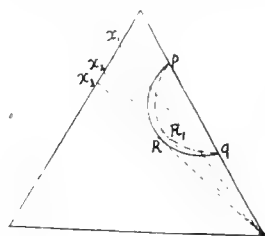


Fig. 2.

In het meest eenvoudige geval zal dus dit te verwachten zijn, dat de ternaire plooi-puntkromme pRq in projectie op den concentratie driehoek een verloop heeft als in nevenstaande teekening is aangegeven en waaruit tevens is te zien, dat de samenstelling R de laatste is waarbij nog een kritisch eindpunt optreedt.

Uit het voorgaande is dus duidelijk, dat de driefasenkoëxistentielijn bK_1l tusschen de twee kritische eindtemperaturen te beginnen bij p zich eerst zal terugtrekken in de ruimte om later weer tot het aether-anthrachinonvlak te naderen, en ten slotte bij q voor de tweede maal daaraan te raken.

Hieruit volgt, dat, wanneer men weten wil wat zal moeten worden

wij hierin niets anders te zien hebben, dan een begrenzingslijn zonder meer.

De lijnen hl_1 en g_1c_1 zijn eveneens begrenzingslijnen, maar op deze lijnen zijn fasen gelegen, die met vast anthrachinon kunnen koëxistieren.¹⁾

Brengen wij nu een vlak aan door de as voor anthrachinon en het vloeistofpunt l_3 , dan is de met deze v - x -doorsnede overeenkomstige p - x -figuur zooals in Fig. 5 is weergegeven.

Het gebied voor $G + L$ is kleiner geworden en de punten l_1 en g zijn gestegen.

Denken wij thans een vlak aangebracht door de as van anthrachinon en het kritisch eindpunt K_1 , dan heeft de met deze v - x -doorsnede overeenstemmende p - x de volgende gedaante (Fig. 6):

Hieruit zien wij, dat het plooi punt K met het punt l is saamgefallen, en dat dus het kritisch verschijnsel wordt waargenomen aan een met vast anthrachinon verzadigde oplossing.

Het bijzondere, dat zich hier bij een ternair stelsel voordoet valt nu sterk in het oog, want wij zien, dat bij de temperatuur van dit kritische eindpunt nog geen enkel gebied is verdwenen, en dat er dus nog geen continuïteit bestaat tusschen het gebied voor $L + S$ en $G + S$, wat in een binair stelsel bij de overeenkomstige kritische eindtemperatuur wel het geval is.

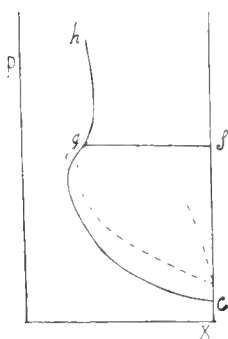


Fig. 7.

Gaan wij nu naar nog grootere gehalten aan aether, dan beweegt het punt l zich langs den dampzak omlaag, g omhoog, en brengen wij nu een vlak aan, dat door de as van anthrachinon gaande de driefasenkoëxistentielijn $b K_1 e$ juist raakt, dan zijn in de p - x -figuur de punten l en g , die voorbij K_1 het best twee verschillende fluïde fasen te noemen zijn, en aanvankelijk zéér veel in dichtheid verschillen, saamgefallen. Voor dit geval krijgen wij dan de p - x die in fig. 7 is geteekend.

In het punt g , waar de lijn voor vast-fluïde juist aan de p - x -lus raakt, is voor 't laatst nog een driefasenevenwicht mogelijk.

¹⁾ De continuïteit is overal schematisch aangegeven.

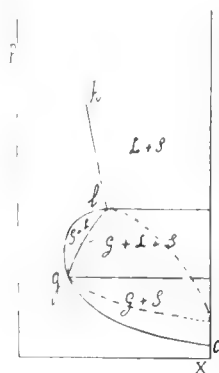


Fig. 6.

Nemen wij nu een doorsnede, die met nog meer aether overeenkomt, dan is er in stabielen toestand *alleen* evenwicht tusschen fluïde fasen en vast anthrachinon mogelijk, daar de p - x -lus voor vloeistofdamp geen enkel punt meer met de lijn voor vast-fluïde gemeen heeft, zooals fig. 8 laat zien.

Wanneer wij nu weer naar grootere gehalten aan alcohol gaan, waarbij de zooeven besproken doorsneden, maar dan in omgekeerde volgorde, worden verkregen, dan geeft ons deze opeenvolging een *voorstelling* van hetgeen wij krijgen, wanneer een vloeistofmengsel x_1 (zie Fig. 2) met een overmaat aan anthrachinon bij een reeks van temperaturen wordt bestudeerd, indien wij daarbij tevens in aanmerking nemen, wat over het algemeen de invloed van de temperatuur op concentratie en druk wezen zal.

Wanneer wij dan deze doorsneden in een perspectivische ruimtevoorstelling aangeven, dan krijgen wij de figuur, Fig. 9, waaruit volgt, dat de lijn, waarop de vloeistofpunten of de *maximum-driephasenpunten* l gelegen zijn, en de lijn waarop de damppunten g of de *minimum-driephasenpunten* liggen twee krommen zijn, die bij de maximum-driephasen-temperatuur, dus voorbij het eerste ternaire kritische eindpunt p , continu in elkaar overgaan.

Boven de maximum-driephasen-temperatuur hebben wij bij een reeks van temperaturen alleen fluïde fasen of evenwicht tusschen fluïde fasen en vast anthrachinon, totdat bij een zekere temperatuur, die wij nu een minimum driephasen-temperatuur kunnen noemen, de verschijnselen van zooeven zich herhalen, maar nu in omgekeerde volgorde.

Uit deze ruimtefiguur kan nu gemakkelijk worden afgeleid, wat men zal waarnemen, wanneer men aether-alcohol mengsels van de samenstelling x_1 (Fig. 2) met wisselende hoeveelheden anthrachinon bij verschillende temperaturen bestudeert.

Nemen wij aan, dat de anthrachinon-concentratie niet toereikend is om het ternaire eerste kritische eindpunt p te bereiken, dan zal de $(PT)_x$ -doorsnede, die wij bestudeeren, in de figuur achter p gelegen zijn en de volgende gedaante hebben. (Fig. 10).

Is de concentratie van het anthrachinon juist toereikend om het kritische eindpunt te realiseeren dan is de $(PT)_x$ -doorsnede zooals Fig. 11 laat zien, waaruit volgt, dat het plooi punt K en het minimum-

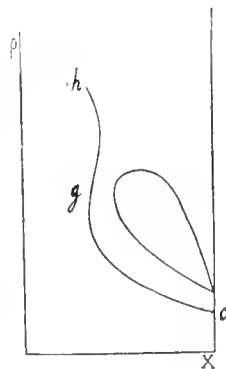
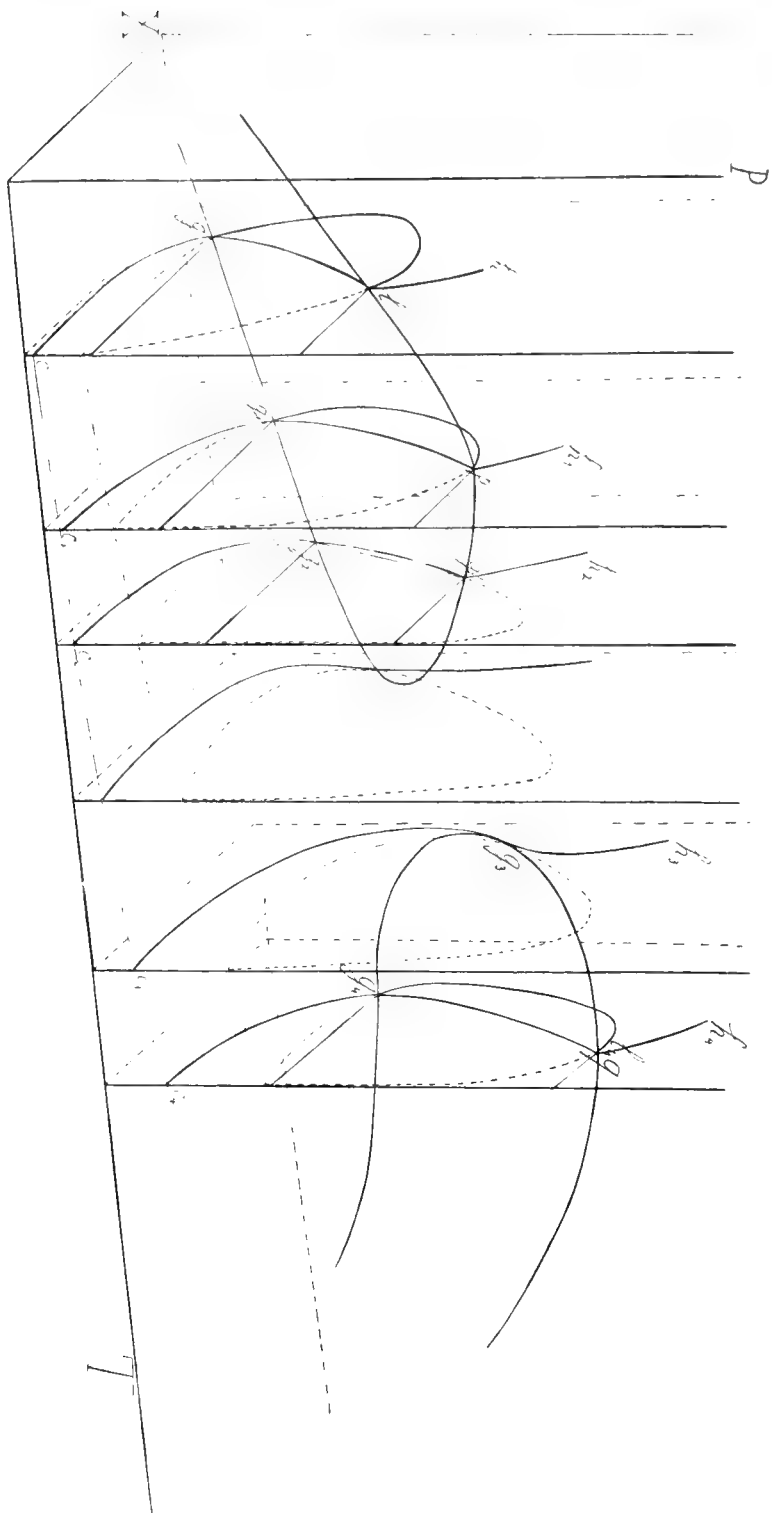


Fig. 8.

Fig. 9



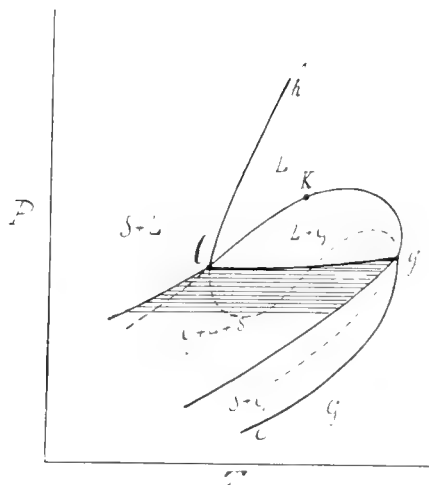


Fig. 10.

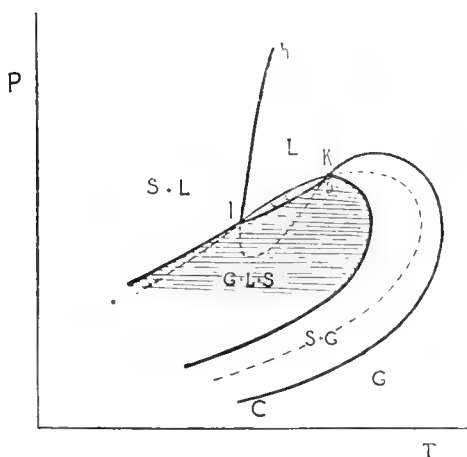


Fig. 11.

driephasenpunt g zijn saamgevallen, en een met vast anthrachinon verzadigde vloeistof het kritische verschijnsel vertoont.

Tevens zien wij hieruit dat bij volumevergrooting *boven* de kritische temperatuur het driephasen-evenwicht $S + L + G$ kan optreden.

Nemen wij nu een mengsel met nog meer anthrachinon, dan gaan de punten l en g , waarvan het laatste nu ook een maximum-driephasenpunt is, meer en meer naar elkaar toe om ten slotte saam te vallen, waarbij tevens de maximum- en minimum-driephasenlijnen continu in elkaar overgaan en zoodoende aanleiding geven tot de volgende $(PT)_x$ -doorsnede. (Fig. 12).

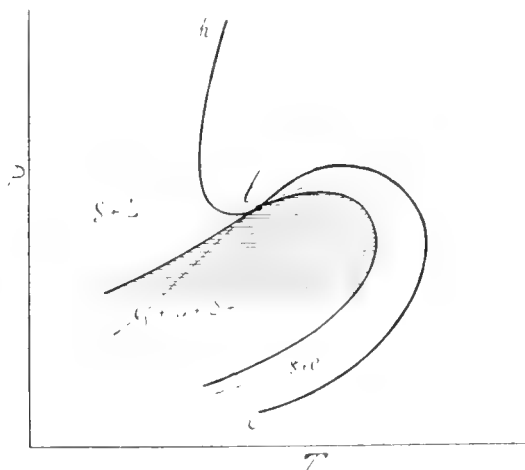


Fig. 12.

Bij een nog grooter hoeveelheid anthrachinon laten de continue driephasenbegrenzingslijn en de lijn voor vast fluïde elkaar los.

Bij een zekere anthrachinon-concentratie zal nu ook het tweede drie-fasengebied worden bereikt en op dit oogenblik, d.w.z. met die samenstelling zal dan een (PT) -figuur gevonden moeten worden als Fig. 13 laat zien, welke dus alleen bestaat uit een continue kromme voor vast-fluide, die juist aan de metastabiele vloeistof-damplus raakt.

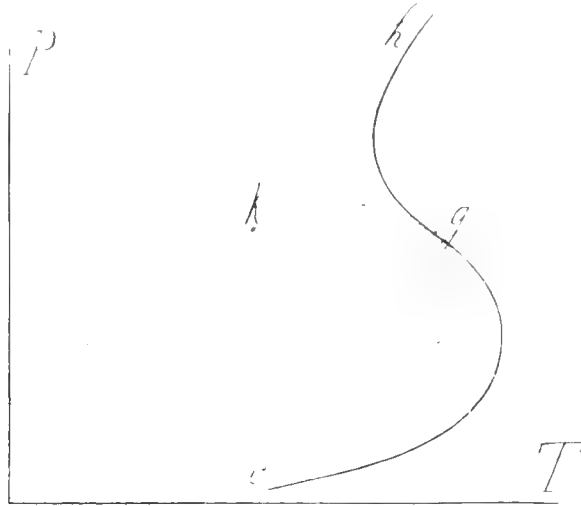


Fig. 13.

Kiezen wij vervolgens een samenstelling, die nog te weinig anthrachinon bevat om het tweede kritische eindpunt te realiseren, dan krijgen wij Fig. 14, waarbij valt op te merken dat het plooi punt K nog in het metastabiele gebied ligt.

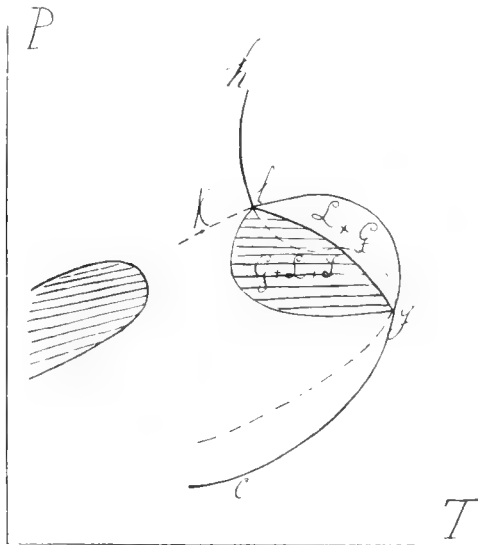


Fig. 14.

Bij een iets grooter gehalte aan anthrachinon is het kritisch eindpunt juist te bereiken, en heeft de $(PT)_c$ -doorsnede de volgende gedaante, waarbij l en K zijn saamgevallen.

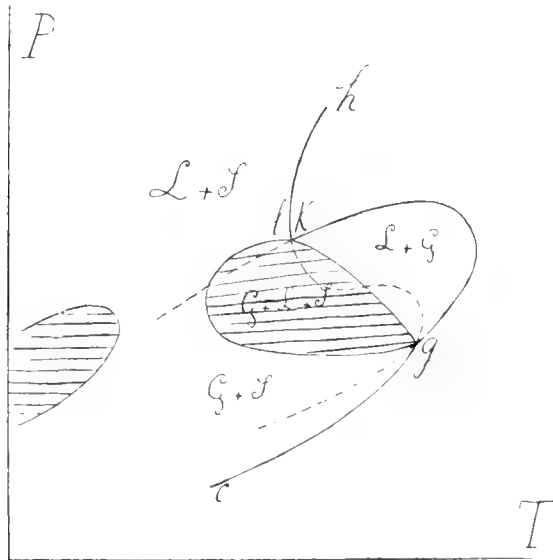


Fig. 15.

Nemen wij ten slotte een concentratie aan anthrachinon, die een weinig grooter is dan die, welke met het tweede kritische eindpunt overeenkomt, dan is de overeenkomstige $(PT)_c$ -doorsnede als in Fig. 16 is weergegeven.

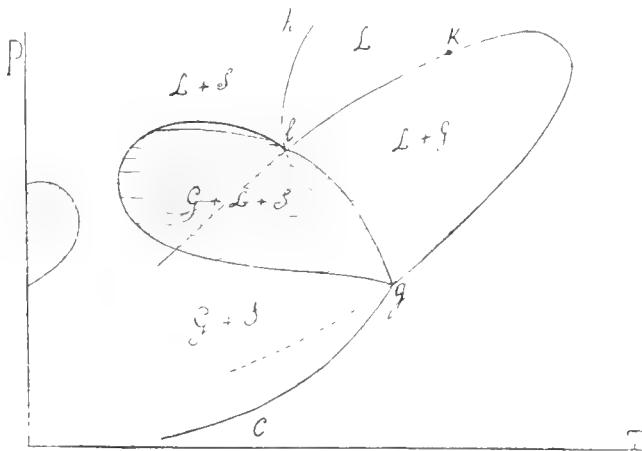


Fig. 16

Bij een alcohol-aether mengsel met meer alcohol, zullen wij, zooals

uit Fig. 2 duidelijk is, twee kritische eindpunten kunnen realiseren, totdat de alcohol-aethersamenstelling x_2 geworden is, want vereenigen wij dit punt x_2 met het hoekpunt, dat anthrachinon voorstelt, dan raakt deze verbindingslijn juist aan de lijn pR_1q , en dat is de lijn, waarop de punten liggen van de maximum driefasentemperatuur, zoodat wij bij deze alcohol-aethersamenstelling een raking der driefasengebieden zouden krijgen, welke echter overgaat in een snijding, zoodat Fig. 17 laat zien.

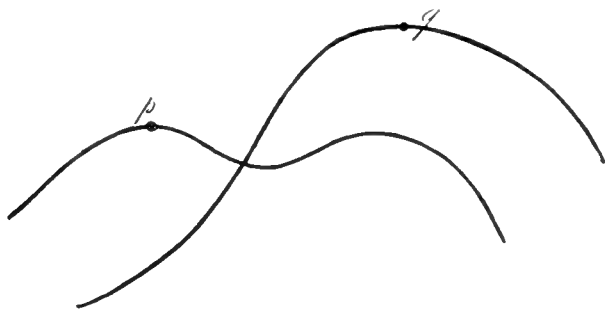


Fig. 17.

Hebben wij een alcohol-aethermengsel tusschen x_2 en x_3 gelegen, dan is er reeds communicatie gekomen tusschen de twee driefasengebieden, zoodat Fig. 18 toont.

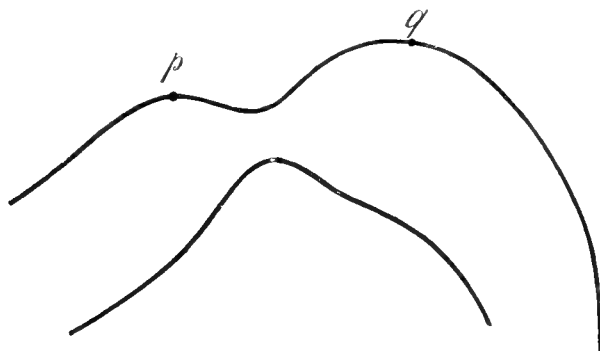
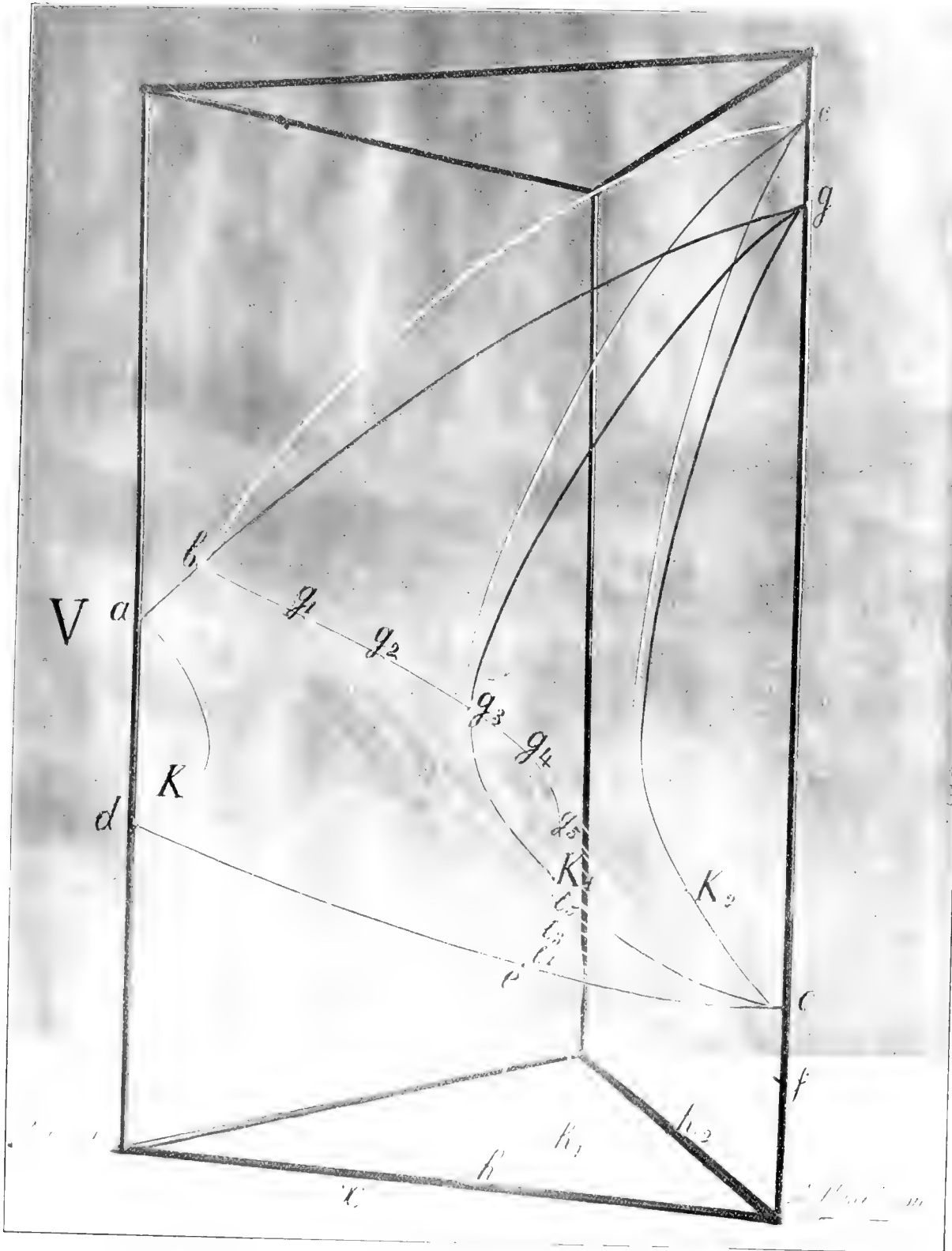


Fig. 18

En bij de alcohol-aethersamenstelling x_3 vallen p_1 en p_2 samen en zijn alle bijzonderheden verdwenen behalve deze ééne, dat er nog één verzadigde oplossing bestaat, die het kritische verschijnsel vertoont (Fig. 19), maar ook dit verdwijnt, wanneer wij een mengsel nemen met nog meer alcohol.





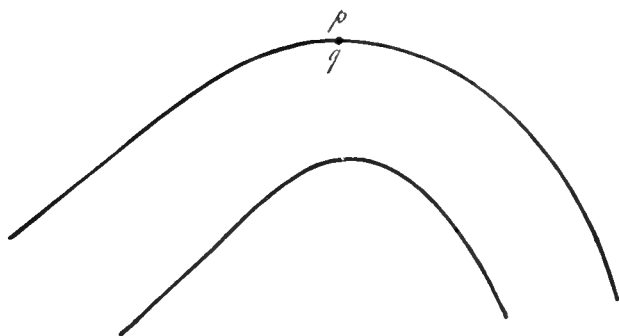


Fig. 19.

In hoeverre deze theorie reeds door het experiment is bevestigd, zal blijken uit de mededeeling van Dr. ADA PRINS, die niet het stelsel *alcohol-aether-anthrachinon*, maar het stelsel *naphthaline-aether-anthrachinon* bestudeerde.

Amsterdam, 24 Juni.

Anorg. Chem. Laboratorium
der Universiteit.

Physiologie. — De Heer WINKLER doet eene mededeeling mede namens den Heer G. A. VAN RIJNBEEK: „*Experimenteële onderzoekingen over segmentaal-innervatie van de huid van den hond*”. VI^{de} mededeeling.

Over vorm en ligging der dermatomen van de achterpoot.

De pogingen om een inzicht te krijgen in de rangschikking der dermatomen op de onderste extremiteit bij honden, hebben ons eenige jaren beziggehouden.

Ten deele zijn de hierop betrekking hebbende onderzoekingen in het Neurologisch Laboratorium te Amsterdam, ten deele in het Physiologisch Laboratorium van Prof. LUCIANI te Rome verricht.

Niettegenstaande wij kennis droegen van den arbeid van TÜRK, SHERRINGTON, BOLK en anderen, en ofschoon wij het uitgangspunt van onze experimenten aan hun arbeid hebben ontleend, heeft het lang geduurd eer wij een betrouwbaar resultaat hebben bereikt, omdat wij niet gerekend hadden op een zoozeer groote variabiliteit der huid-innervatie als die, waarmêe wij hebben kennis gemaakt.

Natuurlijk doet zich als eerste moeilijkheid voor, de afgrenzing van de onderste extremiteit tegenover den romp.

Op den buik geldt de lies als een natuurlijke grens. Wanneer men dan van het hoogste punt der tot ver craniaal op den buik voor-

springende liesplooi een lijn trekt, die de ventrale middellijn bij den cranialen rand van de symphyse bereikt, dan volgt deze vrij wel de lies.

Op den rug ontbreekt een natuurlijke grenslijn. Van het hoogste punt der liesplooi, kan men daar over het hoogste punt der crista ilei een lijn trekken, die de dorsale middellijn aan den bovenrand van het sacrum bereikt.

De extremiteit is aldus door twee grenslijnen van den romp afgegrensd. Het is noodig daarop eenige vaste punten, uitgangspunten voor plaatsbepaling, aan te geven.

Behalve wervelsluitsteeksels, crista ilei en symphysis pubis, gelden als zoodanig in de eerste plaats beenpunten, die men kan doorvoelen. Tuber ischii, trochanter femoris, de laterale en de mediale epicondylus femoris, de patella, de tuberositas tibiae, het capitulum fibulae, de malleolus lateralis (fibulae), de malleolus medialis (tibiae) en het calcaneum dienen daartoe. Voorts worden pezen of spieren, die een duidelijk relief vormen eveneens tot dit doel gebruikt.

Onze honden worden streng aseptisch geopereerd, in diepe morphine-chloroform-narcose. Na opening van het wervelkanaal worden, naar SHERRINGTON's voorbeeld extra-duraal de wortels doorsneden, welke craniaal en caudaal zijn gelegen, van die, welke onderzocht wordt. Daar de normale hond zeven lendenwortels, drie sacrale wortels, en vier tot zeven staart-wortels bezit, is oriëntatie soms zeer moeilijk.

Dit hangt samen met de relatief groote variabiliteit in het gebied der sacrolumbale wervels en zenuwwortels.

De normale hond bezit 7 halswervels, 13 ribbedragende borstwervels en 7 lendenwervels, craniaal van het sacrum. Zeer gewoon zijn echter honden, die slechts 12 ribbedragende wervels bezitten. Oogenschijnlijk zijn er dan wel zeven lendenwervels, maar de meest craniale dezer wervels (zij kan al of niet nog een rib-rudiment dragen) signaleert zich als een thoracaal wervel.

Dan is dus de vandaar getelde 7^{de} caudale lendenwervel, geheel of ten deele in 't sacrum opgegaan. Daar de 1^{ste} lumbale wortel altijd geteld wordt, als die welke tusschen 21^{ste} en 22^{ste} wervel het wervelkanaal verlaat, is het duidelijk dat in zulke gevallen de 7^{de} lumbale wortel eigenlijk door het meest craniale sacrum-gat gaat.

Soortgelijke honden geven altijd bezwaren bij de oriëntatie, die voor een groot $\frac{2}{3}$ deel $\frac{2}{3}$ afhangt van de juiste schatting van den 7^{den} lumbalen wortel, van zijn grootte en van zijn verhouding tot de altijd dunnere, maar niet altijd veel dunnere, eerste sacrale wortel.

Na de operatie zijn de honden gewoonlijk zeer flink. Door knijpen met een pincet worden dan, gedurende de eerstvolgende dagen, zeer

gemakkelijk, de zeer overgevoelige randen bepaald, waardoor analgische velden begrensd worden. Aldus wordt het hyperalgisch huidveld van den intact gelaten wortel gevonden en tevens wordt de caudale rand van een craniaal gelegen en de craniale rand van een caudaal gelegen dermatoom bepaald.

De grenslijnen worden op de huid geteekend. Zoodra zij constant zijn geworden, wordt hun loop gefotografeerd en ten opzichte der vaste punten nauwkeurig beschreven, eindelijk overgenomen op een gipsmodel. Dan wordt het dier opgeofferd. De huid van het achterdeel, wordt langs bepaalde ventrale of dorsale lijnen opengeknipt,, uitgespannen, gelooid, en nadat de voelende velden door een scherp sprekende kleur zichtbaar gemaakt zijn, gevernist en bewaard.

Bij de autopsie wordt dan vastgesteld hoeveel hals-, ribbedragende borst-, en hoeveel lendenwervels het dier bezit. Vervolgens wordt het sacrolumbale merg met alle wortels uitgepraepareerd. De intacte wortels worden in samenhang met hun intervertebrale ganglia gelaten, wat niet mogelijk is als zij doorsneden zijn (ook niet als men alleen achterwortels doorsneed). Met spelden wordt dan het geheele praeparaat op carton gespannen en in formaline gehard. Na een paar dagen worden de spelden verwijderd. Dan behoudt het praeparaat zijn vorm en leert men door een oogopslag, welke wortel gespaard is gebleven.

Aldus beschikken wij voor iederen wortel: 1^e over photo's, die het door dien wortel beheerschte huidgebied aangeven; 2^e over een beschrijving van de grenzen van dit gebied; 3^e over een gipsmodel, waarop het afgeteekend staat; 4^e over een gelooide huid, waarop het geverfd is en 5^e over het praeparaat van het sacro-lumbale merg, dat er bij behoort.

Behoudens een aantal combinatie-experimenten, zijn door ons, volgens SHERRINGTON's methode, de volgende wortelvelden bepaald. Het wortelveld van L_1 is eenmaal bepaald (hond N^o. 3)

„	„	„	L_2 „ tweemaal	„	(„ N ^{os} . 4 en 5)
„	„	„	L_3 „ driemaal	„	(„ N ^{os} . 8, 15, 16)
„	„	„	L_4 „ negenmaal	„	(„ N ^{os} . 6, 13, 14, 19, 24, 26 R, 31 L en R)
„	„	„	L_5 „ zesmaal	„	(„ N ^{os} . 2, 10, 17, 25, 28, 30)
„	„	„	L_6 „ viermaal	„	(„ N ^{os} . 9, 18, 27 R, 32)
„	„	„	L_7 „ vijfmaal	„	(„ N ^{os} . 12, 20, 27 L, 29 L, 33 R)
„	„	„	S_1 „ vijfmaal	„	(„ N ^{os} . 11, 21, 28, 29 R, 33 L)
„	„	„	S_2 „ driemaal	„	(„ N ^{os} . 13, 25, 30)
„	„	„	S_3 „ tweemaal	„	(„ N ^{os} . 23, 18)
„	„	„	Coc_1 is eenmaal	„	(„ N ^o . 34)

Bovendien staan te onzer beschikking verschillende caudale of craniale randen van craniale of caudale dermatomen, die van zelf gevonden worden bij de bepaling van elk geïsoleerd dermatoom.

Wij laten van elk dezer wortelvelden thans een voorbeeld volgen.

Het huidveld van *L1*.

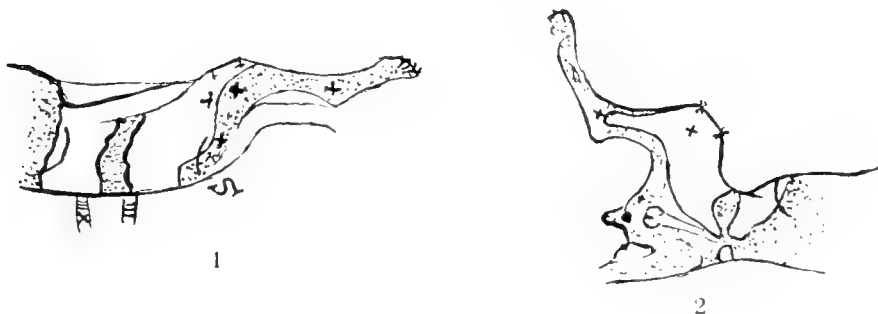
De tusschen twee analgische zones overblijvende voelende zone is als volgt begrensd. De craniale grenslijn verlaat de dors. middellijn aan den bovenrand van den XIII^{den} thoracaal-wervel, loopt ietwat caudaal, 3 cM. van den ribbeboog verwijderd, naar het hoogste punt van de liesplooï, gaat dan recht naar de ventrale middellijn, nadert haar even boven den top van het praeputium tot op 1 cM., slaat evenwijdig aan de v. m. l. craniaalwaarts om, en gaat in de caudale grenslijn van Th. IX over.

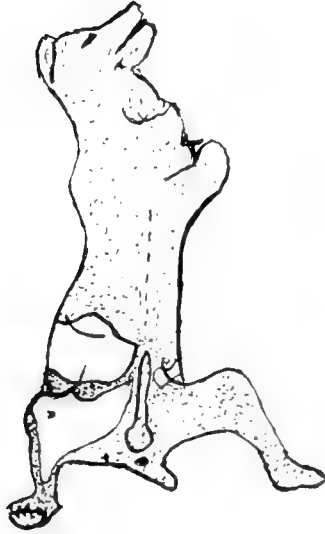
De caudale grenslijn verlaat de dors. middellijn ter hoogte van den IV^{den} lumbaalwervel, ongeveer 3.5 cM. lager dan de craniale grenslijn, loopt // aan deze, midden tusschen crista ilei en ribbeboog, overschrijdt de liesplooï tusschen het craniale en middenste 3^{de} gedeelte, bocht met een kleine caudaal gerichte tong in de lies, richt zich met de bovengrens convergeerend naar de ventrale middellijn en nadert deze tot op 1 cM. aan het craniale 3^{de} van het praeputium. Dan slaat zij caudaal om, loopt op het praeputium evenwijdig aan de v.m.l. en gaat in de craniale grenslijn van *S1* over.

De caudale grenslijn van *L1* vinden wij bij hond 17, waar *Lv* geïsoleerd is tusschen *LII*, *LIII* en *LIV* en *LVI*, *LVII*, *St* en *Stt* bijna gelijkloidend, als volgt, beschreven (fig. 10). De grenslijn verlaat de dorsale middellijn bij den 4^{de} lumbalen wervel, loopt loodrecht daarop, 3.5 cM. van de crista ilei, 4 cM. van de ribbeboog verwijderd, tusschen beide naar het craniale 3^{de} gedeelte van de liesplooï, overschrijdt haar 11 cM. boven de tuberositas tibiae, wendt zich dan scherp caudaal, vormt in de lies een kleine tong, en zich craniaal terugbuigend, nadert zij bij den top van het praeputium de v.m.l. tot 1/2 cM. Dan buigt zij caudaal, loopt evenwijdig aan de v.m.l. over het praeputium, om in de craniale grenslijn van *Stt* over te gaan.

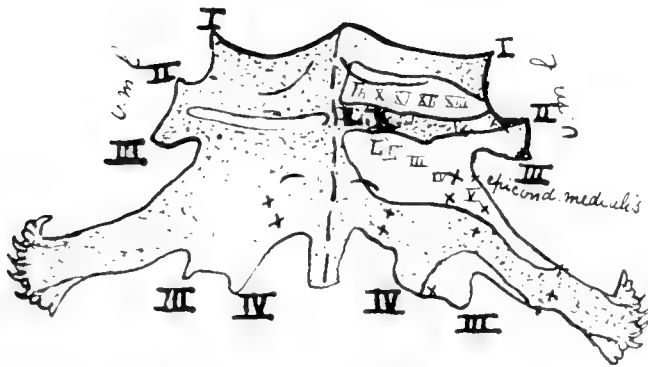
Plaat I.

L1. hond No. 3.





3



4

Isolatie van het huidveld van *L*₁. Rechts doorsneden: *Th*_x. *Th*_x₁. *Th*_x₂. *Th*_x₃. *L*₂. *L*₃. *L*₄. *L*₅. Links is *L*₁ doorgesneden.

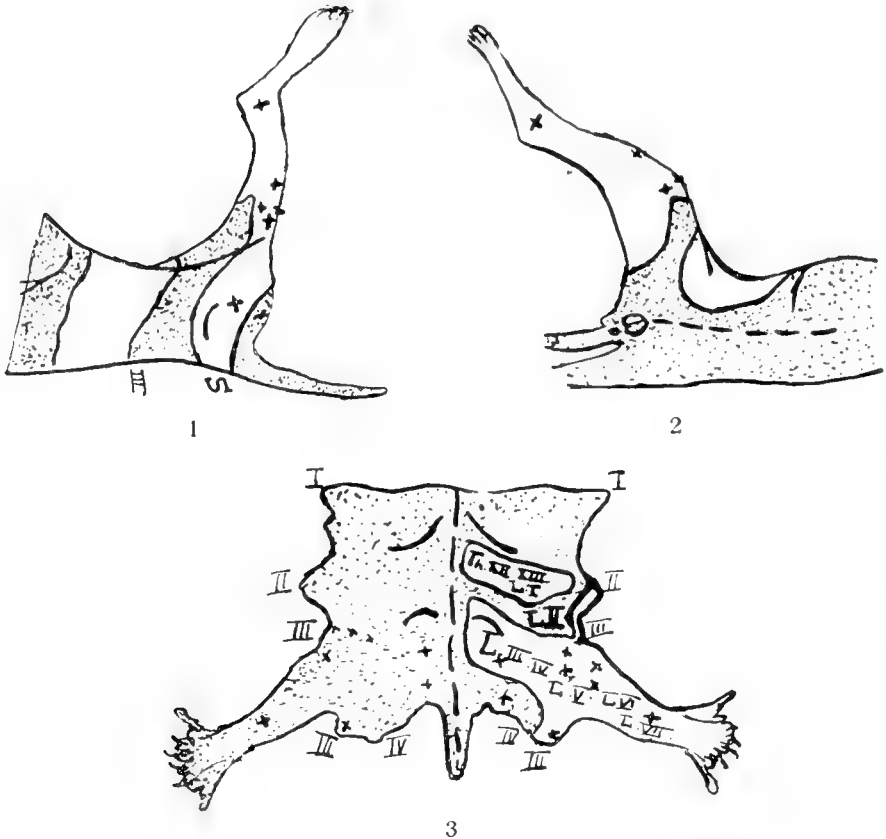
Rechts is dus de caudale grenslijn van *Th*_x, de craniale grenslijn van *L*₆, *L*₇ en *S*₁ bepaald, benevens het huidveld van *L*₁.

1 laterale zijde van de poot. 2 mediale zijde van de poot. 3 ventrale zijde van den hond. 4 de volgens de **ventrale** middellijn opengeknipte huid, d. i. de buikmiddellijn is gevolgd tot aan de symphyse. Vandaar gaat de snijlijn over epicondylus medialis femoris, malleolus medialis, volaire voetzijde en groote zool, naar den 2^{en} medialen toonzool. Langs deze lijn wordt de huid opengeknipt en uitgespreid.

De invloed der extremiteit doet zich dus op den caudalen rand van *L*₁ reeds gevoelen. Dit huidveld werpt een kleine tong op de lies. Maar die invloed is nog gering. De eerste wortel, die een werkzaam aandeel neemt aan de innervatie der huid van lies en van de mediale dijvlakte is *L*₂.

Het huidveld van *Lii*.

Plaat II.

Lii. hond 4.

Isolatie van het huidveld van *Lii*. Rechts is doorgesneden: *Thxii*, *Thxiii* en *Li* en *Liii*, *Liv*, *Lv*. *Lvi*, *Lvii*.

Rechts is de caudale grenslijn van *Thxi*, de craniale grenslijn van *Si*, en het huidgebied van *Lii* bepaald. 1 laterale zijde van de poot, die echter voor een deel mediaal is gedraaid. 2 mediale zijde van de poot. 3 de volgens **ventrale** middellijnen opgeknippte en uitgespannen huid.

Het tusschen de twee analgische velden overblijvend wortelveld van *Lii* is als volgt begrensd: De craniale grenslijn verlaat de d.m.l. bij den 2^{en} lumbaalwervel, loopt midden tusschen ribbenboog en crista ilei naar het craniale 3^{de} van de liesplooij, overschrijdt die, wendt zich dan rechtstreeks naar de v.m.l. Zij bereikt die niet, nadert haar tot 2.5 cM., ongeveer 5 cM. boven de symphyse, slaat dan craniaal om, om evenwijdig aan de v.m.l. in de caudale grenslijn van *Th. XI* over te gaan.

De caudale grenslijn verlaat de v.m.l. ter hoogte van den 4^{en} lendenwervel, loopt 2.5 cM. craniaal van de crista ilei naar de voorvlakte van de dij. Caudaal gericht, overschrijdt zij de liesplooij in het onderste 3^{de} gedeelte 3 cM. boven de patella, komt op de mediale dijvlakte, en keert, op 3 cM. craniaal van den epicondylus medialis femoris gekomen, scherp craniaalwaarts om. Zij loopt dan door de lies heen, bereikt echter de v.m.l. niet, daar zij 5 cM. lateraal van de vulva door de craniale grenslijn van *Si* wordt opgevangen.

Het hier tusschen het analgisch veld aanwezige (onvolledige) wortelveld van *LII* is als volgt begrensd: De craniale grens verlaat de d.m.l. ter hoogte van den 2^{den} lumbalen wervel, en caudaal gericht, wendt zij zich naar het bovenste 3^{de} der liesplooï, overschrijdt haar, loopt rechtstreeks naar de v.m.l. maar bereikt die niet. Tegenover het midden van het praeputium, slaat zij, ruim 3.5 cM. van de v.m.l. verwijderd, evenwijdig aan deze, een caudale richting in, zoodat zij in de caudale grenslijn van het *LII* veld overgaat.

Deze grenslijn verlaat de d.m.l. bij den 4^{den} lumbalen wervel, loopt 4 cM. boven de crista ilei op de laterale dijvlakte, naar het caudale eind der liesplooï. Zij overschrijdt haar 3 cM. boven de patella en loopt 4 cM. boven den epicondylus medialis femoris zich craniaal ombuigend, door de lies naar de v.m.l. Zij bereikt die niet, maar gaat tegenover het caudale 3^{de} deel van het praeputium, op 3.5 cM. afstand van de v.m.l. in de craniale grenslijn over.

In dit geval is dus de samenhang met de v.m.l. verloren. Het wortelveld is onvolledig. Het is een kernveld, een caricatuur, dat de ventrale afdeeling heeft ingeboet. Trekt men volgens de stippellijnen de grenslijnen door, dan is het veld van *LII* aan dat van het vorige gelijk.

LII beheerscht dus een huidveld craniaal en basaal op de extremiteit gelegen. Het voorziet het middelste 3^{de} der liesplooï. Bij mannetjes draagt het bij tot de innervatie van het middelste 3^{de} van het praeputium, bij vrouwtjes tot die der craniale helft van den mons veneris. De ventrale afdeeling is op die van *LIII*, *LIV* geschoven, in die mate, dat zij zelfs met die van *SI* samenhangt. De „crossed overlapses” van *LII*, *LIII* en *LIV* der andere zijde zijn, zooals men bij volgende isolaties zal zien, niet groot genoeg, om de volledige innervatie van het gekruiste praeputium of van een strook van 2.5 à 3 c.M. breed boven den gekruisten mons Veneris te bewerkstelligen.

LII reeds hangt aan de v. m. l. met *SI* te samen; aan den rug is dit nog niet het geval. De laterale afdeeling van dit veld zendt een tong door de lies heen op de voorvlakte der extremiteit.

Het huidveld van *LIII*.

Dit is driemaal geïsoleerd.

1^e Bij hond 8. Rechts, tusschen Th. XIII, *LI*, *LII* en *LIV*, *LV*, *LVI*, *LVII*.

Het voelende veld wordt aldus begrensd:

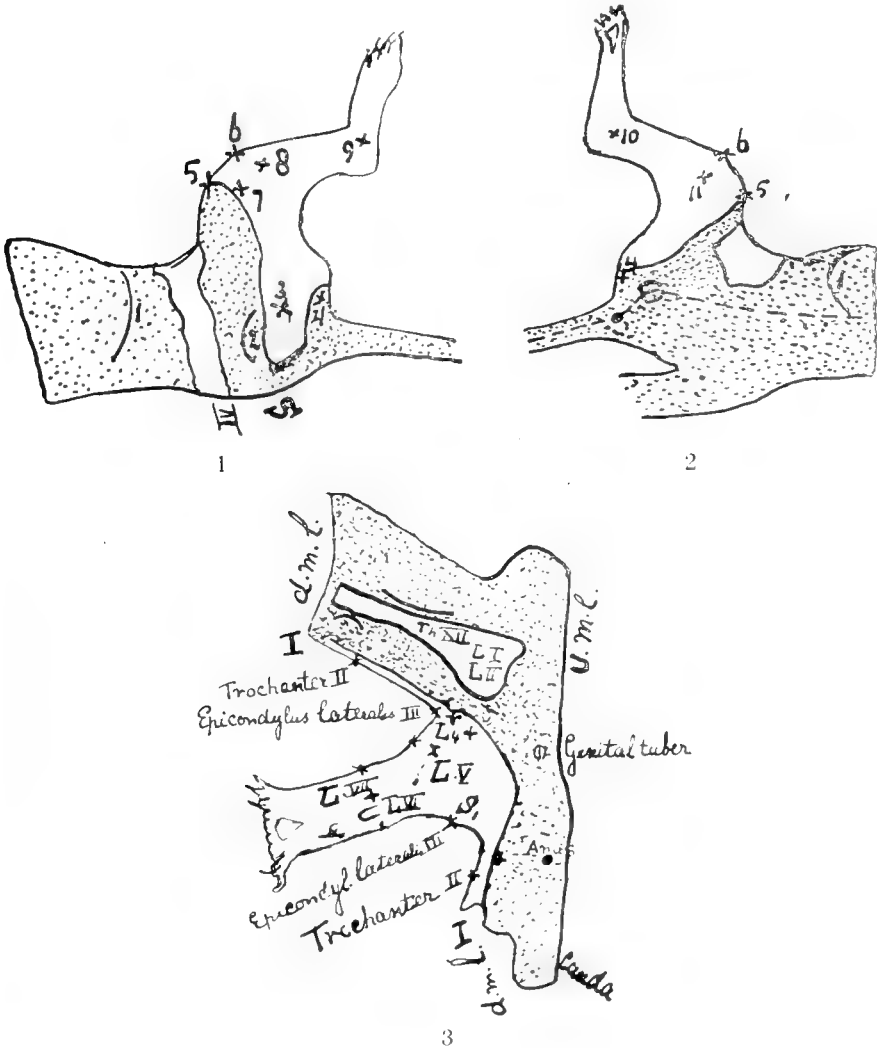
De craniale grenslijn verlaat de d.m. l. op 1 c.M. afstand, ongeveer ter hoogte van den 4^{den} lendenwervel, loopt caudaal gericht 1 c.M. boven de crista ilei, naar het middenste gedeelte der liesplooï, overschrijdt haar 7 c.M. boven de patella. Op de binnenvlakte van de dij gekomen, behoudt zij aanvankelijk de caudale richting, keert craniaal door het meest mediale liesgedeelte, naar den ondersten tepel. Daar gekomen, op 2½ cM. van de v.m.l. buigt zij // aan deze craniaal en gaat in de caudale grenslijn van Th. XII over.

De caudale grenslijn verlaat de d.m.l. op 1 c.M. afstand ter hoogte van de craniale grens van 't sacrum, loopt tusschen crista ilei en trochanter door naar de buitenvlakte van de dij in de laterale groeve naast den m. quadriceps, naar de patella, overschrijdt haar, en buigt op de mediale vlakte van de dij gekomen, craniaal van den epicondylus medialis, zich in de richting der symphyse om. Dicht bij het

midden der lies gekomen, die zij niet bereikt, loopt zij iets meer mediaal, om dan ($4\frac{1}{2}$ c.M. van de symphyse) evenwijdig aan de v.m.l. caudaal over te slaan in den s. bicip. int., en aldus in de craniale grenslijn van S_1 over te gaan.

2^e Bij hond 15. Rechts, tusschen Th_{XIII} , L_1 , L_{II} , en L_{IV} , L_V , L_{VI} , L_{VII} en S_1 .

Plaat IV.
LIII. hond 15.

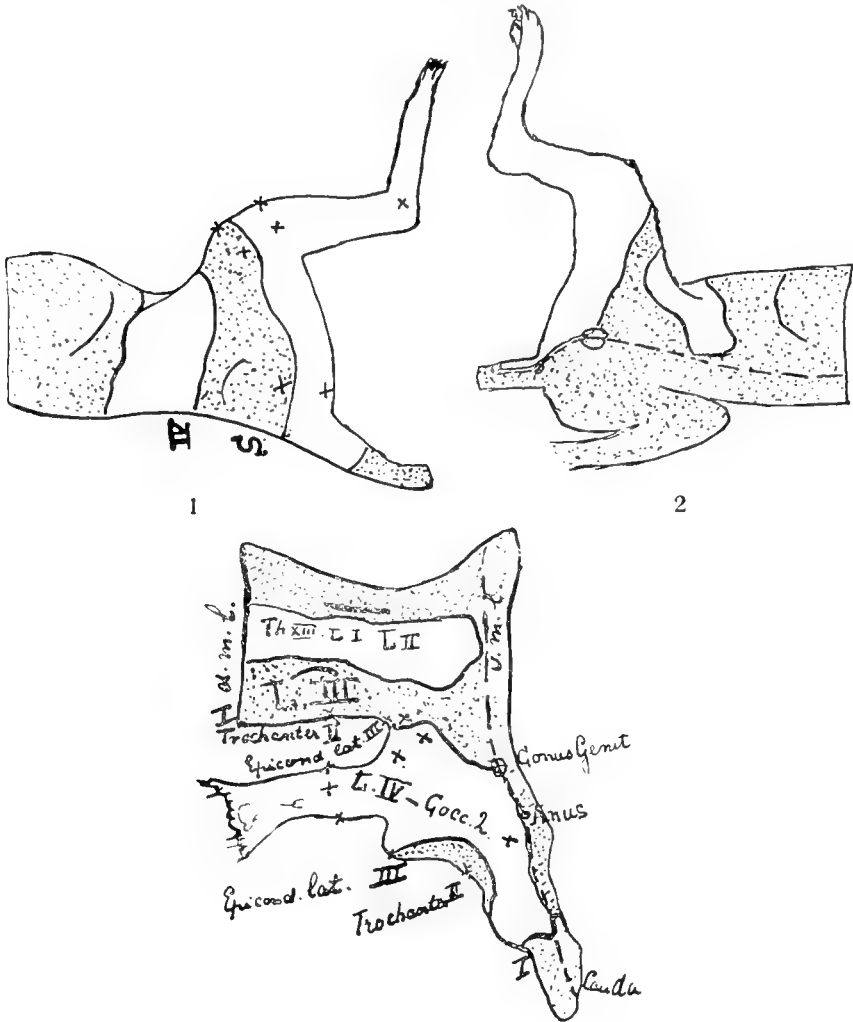


Isolatie van het huidveld van LIII. Rechts is doorsneden: Th_{XIII} , L_1 , L_{II} , en L_{IV} , L_V , L_{VI} , L_{VII} en S_1 . Rechts is dus de caudale grens van Th_{XII} , de craniale grens van S_2 , en het huidveld van LIII geïsoleerd. 1. de laterale zijde van den poot. 2. de mediale zijde van den poot. 3. De volgens dorsale lijnen opgeknippte huid. d. i. De dors. middellijn is gevolgd tot aan het sacrum. Dan loopt de snijlijn over trochanter, epicondylus lateralis femoris, malleolus lateralis en voetrug naar den rug van de 2de mediale toon (de 3de laterale). De openknipping der toonen vindt, evenals vroeger bij den voorpoot is geschied, plaats. Zoowel aan de d.m.l. als aan de v.m.l. gaat LIII in S_{II} over. Vaste punten: 1. ribbeboog, 2. crista ilei, 3. trochanter. 4. tuber ischii. 5. patella. 6. tuberositas tibiae. 7. epicondylus lateralis. 8. capitulum fibulae. 9. malleolus fibulae. 10. malleolus medialis. 11. epicondylus medialis.

Het voelende veld van *LIII* is hier aldus begrensd: De craniale grenslijn verlaat de d.m.l. ter hoogte van den 4^{te} lumbalen wervel, loopt craniaal van de crista ilei, in caudale richting op de buitenvlakte van de dij, naar de liesplooï, die zij 4 c.M. boven de patella overschrijdt. Op de binnenvlakte der dij gekomen, loopt zij tot het midden der lies, buigt dan craniaal naar den 4^{sten} tepel (van boven geteld). Op ruim 3 c.M. van de v.m.l. verwijderd, gaat zij, daaraan evenwijdig loopend, in de caudale grens van *Th. XII* over.

De caudale grenslijn ontspringt 2½ c.M. lager, ter hoogte van 't sacrum, gaat

Plaat V.
LIII. hond 16.



3

Isolatie van het huidveld van *LIII*. Rechts in doorsneden. *Thxiii*, *LI*, *LII*, en *LIV*, *Lv*, *Lvi*, *Lvii*, *S1*. *S11*, *S111*. *Cl*. Rechts is de caudale grenslijn van *Thxii*, de craniale grenslijn van *Cocc.ii* en het huidveld van *LIII* bepaald. 1 de laterale zijde van den poot. 2 de mediale zijde van den poot 3 de volgens **dorsale** lijnen doorgeknipte en opgespannen huid.

tusschen crista ilei en trochanter heen, $1\frac{1}{2}$ c.M. craniaal van deze, naar de patella. Zij overschrijdt deze, en op de mediale dijvlakte gekomen, loopt zij regelrecht naar den conus genitalis. Zij nadert dezen tot op 3 c.M., loopt dan evenwijdig aan de v.m.l. den anus omkransend, als craniale grenslijn van *StI*, tusschen tuber ischii en trochanter naar de d.m.l. terug.

3^e. Bij hond 16. Rechts, tusschen *Th. XIII*, *LI*, *LII* en *LIV* — *Cocc. II*.

Het voelende veld van *LIII* is hier aldus begrensd: De craniale grenslijn verlaat de d.m.l. ter hoogte van den 5^{den} lumbalen wervel, kruist, caudaal gericht, de crista ilei, loopt naar het midden der liesplooï, overschrijdt deze en zich craniaal ombuigend, loopt zij naar het midden der lies. Zij bereikt van daar ombuigend onder een hoek van 45° , de v.m.l., waar de caudale grenslijn van *Th. XII* haar bereikt. De caudale grenslijn verlaat 4 c.M. beneden de vorige, 3 c.M. boven den staartwortel, de dors. middellijn, bij het midden van 't sacrum, gaat tusschen trochanter en tuber ischii door, op de laterale dijvlakte evenwijdig aan de craniale grenslijn. Van af 't midden dier vlakte convergeert zij met de craniale grenslijn, gaat caudaal van den epicond. lat. femoris naar den onder-rand der patella. Zij overschrijdt dezen; loopt sterk convergent met de craniale grenslijn (hier is 't voelend veld nog maar 2,5 M. breed) naar 't midden der vulva. Zij bereikt daar de v.m.l. en zet zich langs deze over den anus voort, om als craniale grenslijn van *CII*, 3 c.M. onder den staartwortel de d.m.l. te bereiken.

Het huidveld van *LIII* wisselt in plaats en in omvang. Aan den rug wordt het van den 4^{den} lendenwervel tot aan het sacrum en ook van den 5^{den} lendenwervel tot het midden van het sacrum gevonden. De craniale grens kan de liesplooï boven het midden en onder het midden overschrijden. De caudale grens kan craniaal en caudaal van den trochanter loopen en boven, op of dicht onder de patella gaan.

Dit veld hangt aan de dorsale en aan de ventrale middellijn met *SI* en *SII* samen, ligt daar boven op *LII* en *LIV* en is slechts volkomen te isoleeren als ook alle sacrales zijn doorsneden. Het veld is zeer nauw in het mediale derde der lies (evenals dit bij *LII* het geval was) en bij onvolkomen isolaties wordt het te dier hoogte gaarne door analgetische zones onderbroken. Men mag het huidveld van *LIII* evenals dat van *LII* tot de craniale rand-dermatomen rekenen, en het is het grootste dier velden.

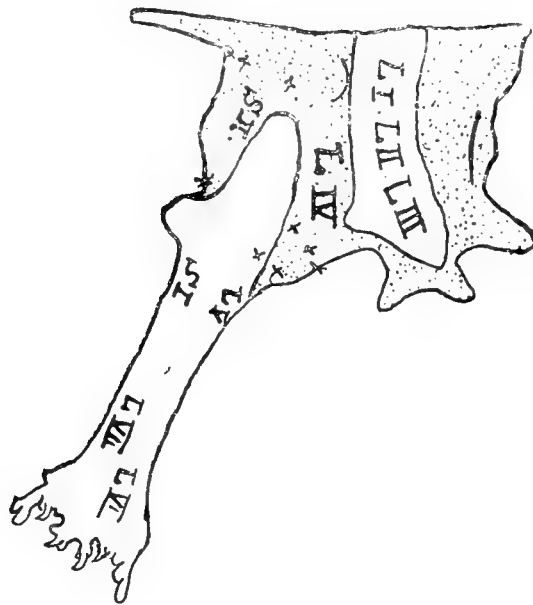
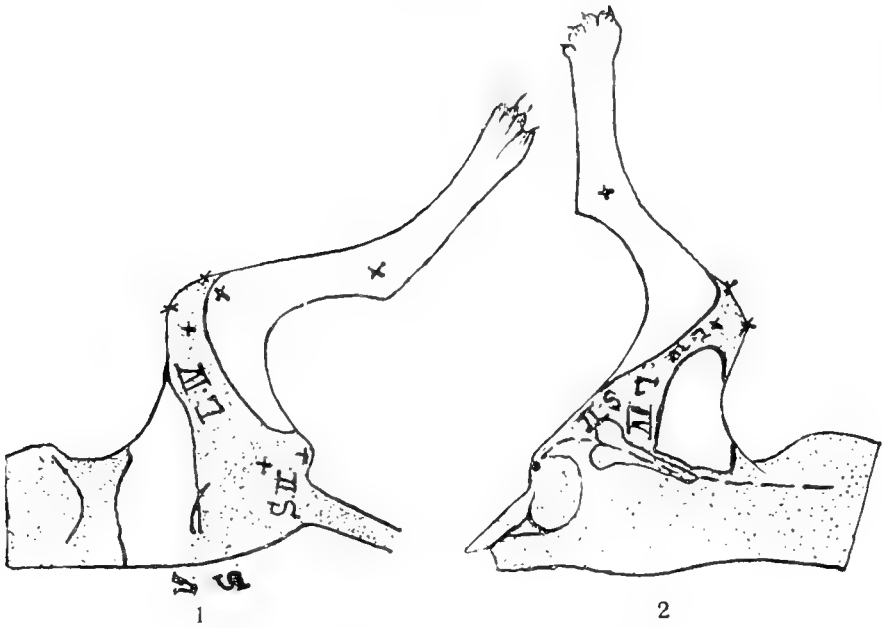
Het huidveld van *LIV*.

Dit huidveld is negen maal geïsoleerd. Wij laten de beschrijving van enkele dezer resultaten volgen.

1^e Bij hond 13. Rechts zijn doorsneden *LI*, *LII*, *LIII*, voorts *LV*, *LVI*, *LVII*, *SI*, dan *SII* en de bovenste rad. coccygei, zoodat *LIV* met *SII* te samen geïsoleerd zijn.

Het voelend veld van *LIV* is als volgt begrensd:

Het bereikt de d.m.l. niet, maar blijft 2 c.M. ervan verwijderd. De 2.5 c.M. lange lijn, die zijn craniale en caudale grenslijnen verbindt, loopt evenwijdig aan de d.m.l. op 2 c.M. afstand er van. De craniale grenslijn loopt vlak onder de crista ilei dwars over de buitenvlakte van de dij naar den onderrand der patella, overschrijdt daar het ligamentum interarticulare, om op de mediale vlakte van de dij, distaal van den epic. med. fem. recht naar de symphyse te gaan. De v.m.l. bereikt



3

Isolatie van het huidveld van Liv. Rechts is doorsneden. Li, Lii, Liii en Lv, Lvi, Lvii en Si. Rechts is dus de caudale grenslijn van Th. XIII, de craniale grenslijn van Sii en het huidveld van Liv bepaald. 1 de laterale zijde van den poot. 2 de mediale zijde van den poot. 3 de langs **ventrale** lijnen doorgeknippte en uitgespannen huid. Zoowel aan de dorsale als aan de ventrale middellijnen gaat Liv in Sii over.

zij 3 cM. boven de symphysis tegenover den wortel van het praeputium. Zij gaat dan craniaal langs de v.m.l. in den caudalen rand van LIII over. De caudale grenslijn begint op 2 cM. afstands van de d.m.l. tegenover 't midden van 't sacrum, caudaal van den trochanter, tusschen deze en tuber ischii (4 cM. daarboven) door, recht over 't cap. fib., distaal van de tub. tibiae naar de crista tibiae, overschrijdt haar. Op de mediale dijvlakte convergeert zij met de craniale grenslijn (nauwste plek van 't veld) en wendt zich naar de symphyse. Zij bereikt vlak daaronder de v.m.l., om die direct wêer te verlaten, als craniale grenslijn van SII.

Dit veld is niet volledig. Het dorsale gedeelte ontbreekt en het ventrale is veel te klein. Vollediger is:

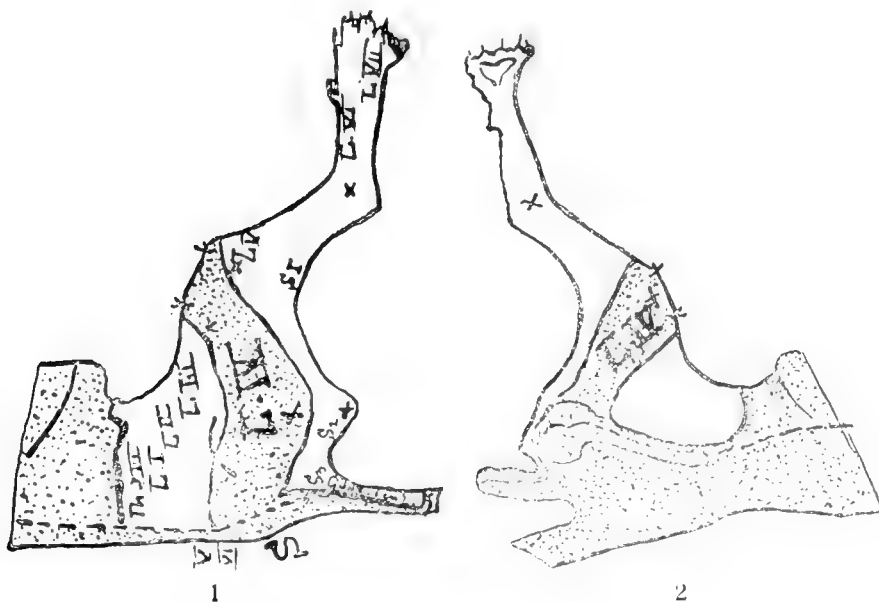
2^{de} Bij hond 14. Rechts zijn doorsneden LI, LII, LIII en Lv, LVI, LVII en SI.

Het voelende veld van LIV is hier aldus begrensd: De craniale grenslijn verlaat de d.m.l. aan den 5^{den} lendenwortel, loopt over de crista ilei naar het onderste derde der liesplooï, overschrijdt deze en blijft in caudale richting loopen, tot 1 cM. proximaal van den epic. med. fem., keert dan craniaal en loopt door de liesplooï naar het midden van het praeputium. Hierlangs, evenwijdig aan de v.m.l. op $\frac{1}{2}$ cM. afstands ervan, omhoog loopend, gaat zij over in de caudale grenslijn van Th. XIII. De caudale grenslijn ontspringt niet aan de d.m.l. maar uit een punt even lateraal van de verbindingslijn van trochanter en tuber ischii gelegen (dorsale samenhang van LIV en SII), gaat in een distaal open boog over de laterale dijvlakte, tusschen epicond. fem. lat. en capit. fibulae heen en overschrijdt de crista tibiae 2 cM. onder de tuberositas tibiae. Op de mediale dijvlakte loopt zij distaal ($1\frac{1}{2}$ cM.) van de epic. fem. med., ongeveer evenwijdig aan de lijn, die deze met den tuber ischii verbindt, naar haar uitgangspunt terug. LIV en SII hangen dus dorsaal en ventraal aan de middellijnen samen.

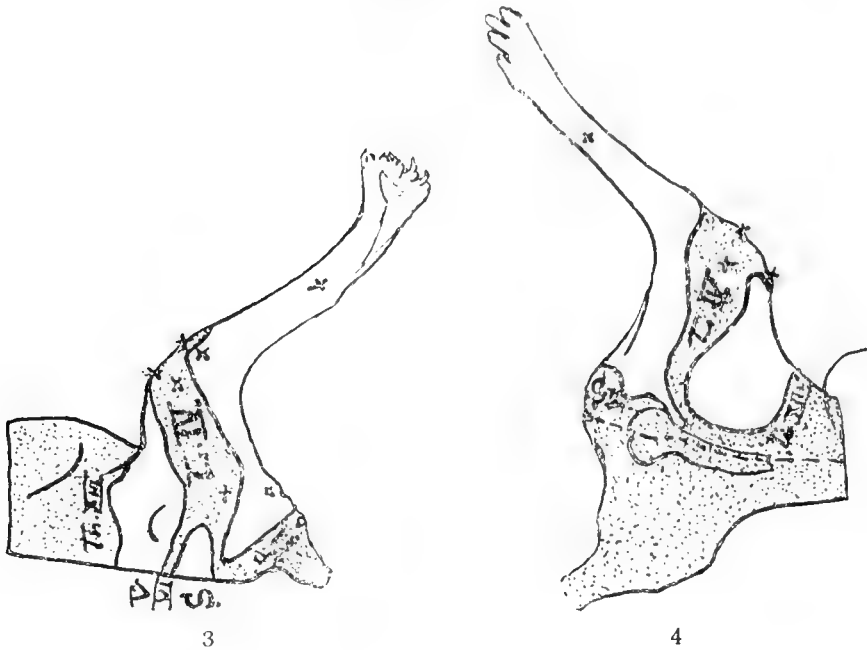
Vollediger eerst is het wortelveld van LII geïsoleerd.

3^{de} Bij hond 26 waar rechts doorsneden zijn Th XIII LI, LII, LIII en Lv, VI,

Plaat VII.
Liv. hond 26.



Liv. hond 24.



Isolatie van het huidveld van *Liv* (hond 26 en hond 24). In hond 26 is rechts doorsneden: *Thxiii* tot en met *Liii* en *Lv* tot en met *Coccii*.

1 en 3 de laterale en dorsale zijde van den poot. 2 en 4 de mediale en ventrale zijde van den poot.

In hond 26 is *Liv* volledig geïsoleerd. In hond 24 hangt *Liv* nog samen met *Sii* maar het veld is een caricatuur, de dorsale afdeeling is bijna weg de ventrale heel smal.

Lvii, *Si*, *Sn*, *Sii* en de bovenste Coccygei. Het is als volgt begrensd: De craniale grenslijn ontspringt aan de d.m.l. bij den 6^{ten} lumbaalwervel tegenover de crista ilei, wendt zich over de laterale dijvlakte, naar de voorvlakte die zij 2½ cM. boven de patella passeert, gaat dan in rechte lijn over de mediale vlakte naar de symphyse, waar zij bij den wortel van het praeputium de v.m.l. tot op ½ cM. nadert, en evenwijdig er aan omhoog loopt om in de caudale grens van *Th XIII* over te gaan.

De caudale grenslijn ontspringt 4 cM. lager aan de d.m.l. op 't midden van 't sacrum, onder een hock van 45°; loopt tusschen trochanter (1 cM. caudaal er van) en tuber ischii (3 cM. craniaal er van) en gaat in rechte lijn over de laterale dijvlakte, tusschen epic. fem. lat. en cap. fib. door. Zij overschrijdt de crista tibiae 1 cM. onder de tub. tibiae. Op de mediale dijvlakte loopt zij dan 4 cM. onder den epic. fem. med. recht naar den conus genitalis, gaat daarop over en bereikt de v.m.l., om langs deze over perineum, anus en staart, caudaal loopend, de craniale grenslijn van *Cocc. III* te bereiken.

Het wortelveld van *Liv* is aan den rug het zwakst. De eerste caricatuurvorming ontstaat, in tegenstelling met hetgeen bij de rompsdermatomen plaats vindt, door het verdwijnen (hond 13) of versmallen (hond 24) van de dorsale afdeeling, zoo is.

4^{de}. Bij hond 24 het wortelveld van *Liv* geïsoleerd. Rechts is *Li* tot en

met *LIII*, en *LII* tot en met *S₁* doorsneden. Het wortelveld is aldus begrensd. De craniale grenslijn ontspringt bij den 6^{ten} lendenwortel aan de dors.m.l., gaat 1½ cM. caudaal van de crista ilei over de laterale dijvlakte naar den bovenrand der patella. Dan buigt zij cranial en loopt in de richting der symphyse. In de liesplooï gekomen richt zij zich naar den wortel van het praeputium en nadert daar de v.m.l. tot op 3 cM., loopt // aan deze omhoog om in de caudale grens van *LI* over te gaan.

De caudale grenslijn verlaat de d.m.l. onmiddellijk onder de craniale en het heeft den schijn, alsof een niet voelend vierhoekig veld, den oorsprong van *LIV* (hier met *S₂* samenhangend) in tweeën deelt. Zij loopt 1½ cM. caudaal van den trochanter over de laterale dijvlakte, tusschen epic. fem. med. en capit. fib. naar de crista tibiae, overschrijdt deze, keert op de mediale vlakte, convergeerend met de craniale grenslijn, naar de basis van het scrotum. Daar is 't veld van *LIV* zeer nauw (½ cM.). De grenslijn loopt dan caudaal // aan de v.m.l., op 3 cM. afstand van 't perineum, omkranst den anus en gaat in de craniale grenslijn van *StII* over, die aan den rug weer in de caudale grenslijn van *LIV* overgaat.

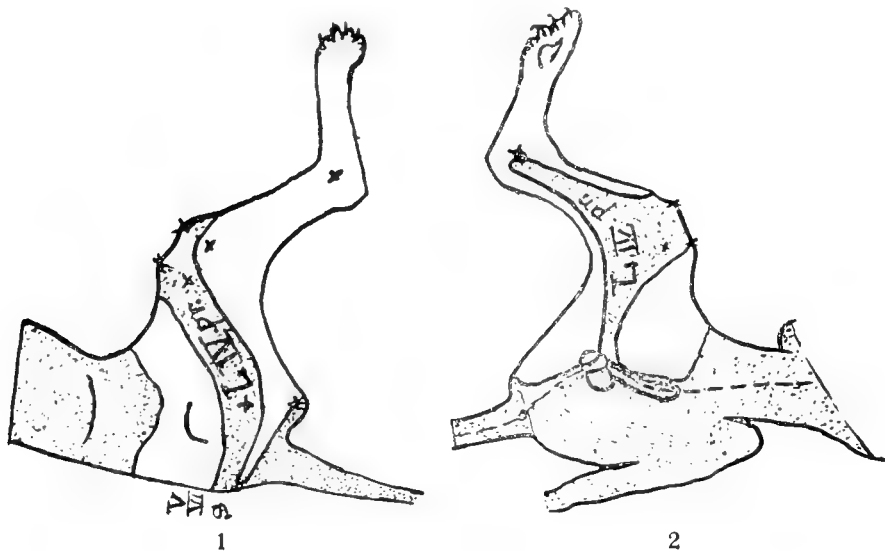
Nog merkwaardiger wordt het wortelveld van *LIV*, zoodra de hond slechts 12 ribbedragende borstwervels bezit en zooals bij hond 19 het geval is geweest, de 7^{de} lumbaalwervel in 't sacrum is opgenomen. Er is dan, wat SHERRINGTON praefixie der extremiteit noemde. Dan is het wortelveld van *LIV* geheel anders gevormd.

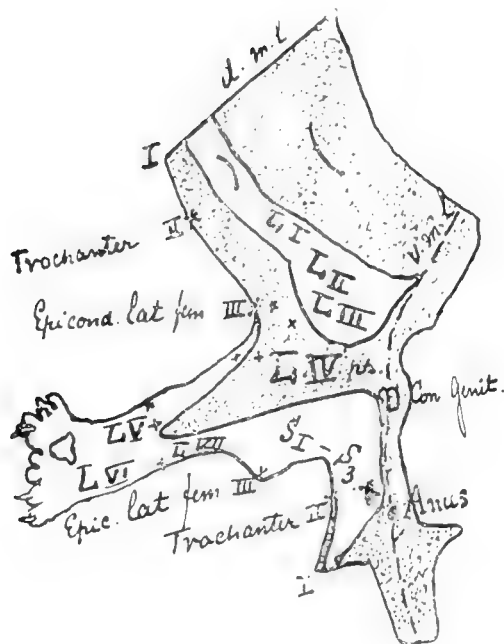
5^{de}. Bij hond 19 is rechtsdoorsneden: *LI* tot en met *LIII* en *LIV* tot en met *StII*. Het wortelveld van *LIV* is aldus begrensd: De craniale grenslijn verlaat de d.m.l. ½ cM. onder het begin van het sacrum, gaat 2½ cM. onder de crista ilei over de laterale dijvlakte naar den bovenrand der patella, overschrijdt haar, gaat in cranial-concaven boog naar den wortel van 't praeputium, bereikt daar bijna de v.m.l. en slaat // aan deze omhoog in de caudale grens van *Th XIII*.

De caudale grenslijn ontspringt 1½ cM. lager, gaat vlak onder den trochanter, op de lengteas der laterale dijvlakte, tusschen ep. fem. lat. en cap. fib., naar de crista tibiae onder de tuberositas. Op de mediale vlakte van het onderbeen gaat

Plaat VIII.

LIV. hond 19. Praefixie der extremiteit.





3

Isolatie van het huidveld van *Liv*. Bij een hond met 7 halswervels, 12 ribbedragende borstwervels, 1 ribbelooze borstwervel, 6 lendenwervels en de 7^{de} lendenwervel geheel in het sacrum opgegaan. De hond heeft volgens Prof. BOLK, die den plexus onderzocht een *N. bifurcalis*. IHERING. Dit alles is rechts. Links is het niet zoo volledig. Doorsneden zijn rechts: *L I* tot en met *L III* en *L v* tot en met *S 3*. 1. Latero-dorsale zijde van den poot. 2. Medio-ventrale zijde van den poot, met de tongvormige uitstulping van het veld op de mediale vlakte van het onderbeen. 3. De huid opengeknipt volgens **dorsale** lijnen.

zij caudaal verder langs de crista tibiae tot den malleolus tibiae med. Zij keert tusschen tibiae en Achillespees cranialwaarts naar het bovenbeen terug, en de flexoren van de knie kruisend wendt zij zich naar de v.m.l., die zij op 't midden van het scrotum bereikt, om dan caudaal om te slaan // aan de v.m.l.

Evenals *L II* en *L III*, hangt het huidveld van *L IV* met de dorsale en met de ventrale middellijn te zamen. Het kan dus evenals deze tot de craniale en basale of rand-dermatomen der onderste extremiteit worden gerekend. Samen met die van *L II* en *L III* liggen de dorsale en ventrale afdeelingen van dit wortelveld, bij het sacrum en bij de symphyse opeengedrongen. De samenhang met de dorsale middellijn is voor *L IV* niet meer zoo stevig als bij *L II* en *L III*. Die samenhang gaat bij fontieve isolatie het eerst verloren. Het veld wisselt zeer in omvang, d.w.z. de laterale afdeeling ondergaat zeer groote vervormingen, en de meest merkwaardige uitbreiding komt voor, als het veld zich uitbocht op de mediale vlakte van het onderbeen. Dit was bijv. het geval bij hond 19; waar bij z.g. praefixie der extremiteit *L IV* voor een deel de plaats inneemt van *L v*.

Beide laatstgenoemde feiten steunen onze opvatting, dat de dermatomen met hun laterale afdeelingen en niet in hun geheel op de extremiteit gaan.

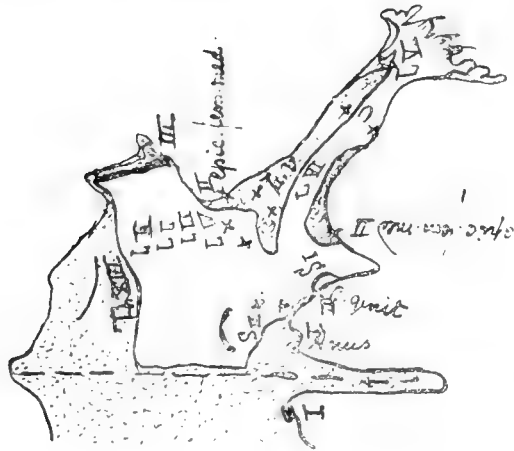
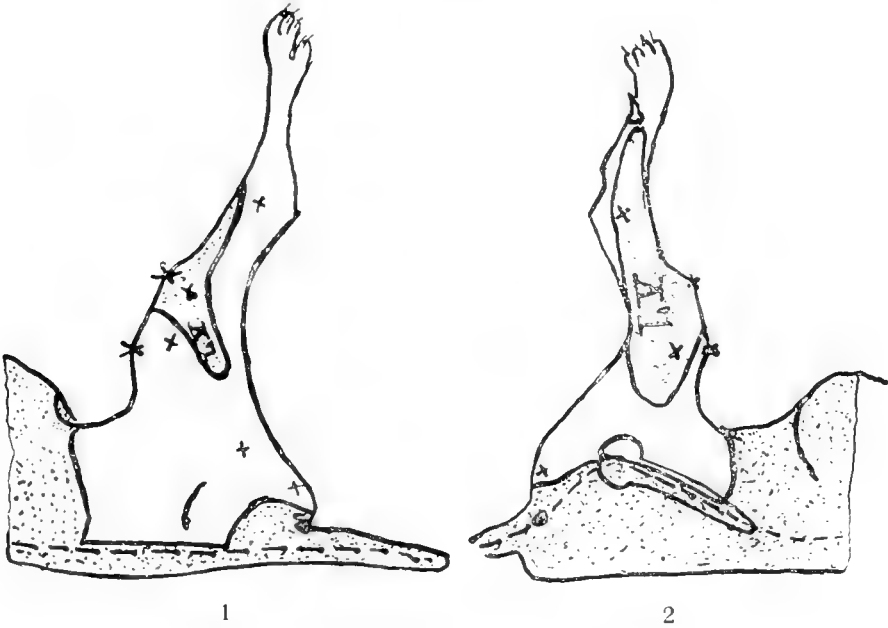
Het huidveld van *Lv*.

Dit veld neemt een zeer bijzondere plaats in, en is door ons zesmaal geïsoleerd, waarvan eenige voorbeelden volgen.

1^{ste}. Bij hond 10. Doorgesneden rechts: *L1* tot en met *LIV* en *LVI* tot en met *Sl*.

Plaat IX.

Lv. hond 10.



3

Isolatie van het huidveld van *Lv*. Bij hond 10 zijn rechts doorsneden *L1* tot en met *LIV* en *LVI* tot en met *Sl*. 1 dorso laterale zijde van den poot. 2 ventro-mediale zijde van den poot. 3 huid volgens de ventrale lijnen opengeknipt en uitgespannen.

Er is een gevoellooze zone begrensd: lateraal, door de dors. m. l. van 5^{den} lumb. wervel tot halverwege het sacrum mediaal, door de v.m.l. van af 't urethrae via scrotum en perineum tot halverwege den anus; cranial door den caudalen rand van *L1*; caudaal door den cranialen rand van *S11*; daarin staat los van de v. m. l. en van de d.m.l. het voelende veld van *Lv* op den overigens gevoelloozen poot. Het is als volgt begrensd:

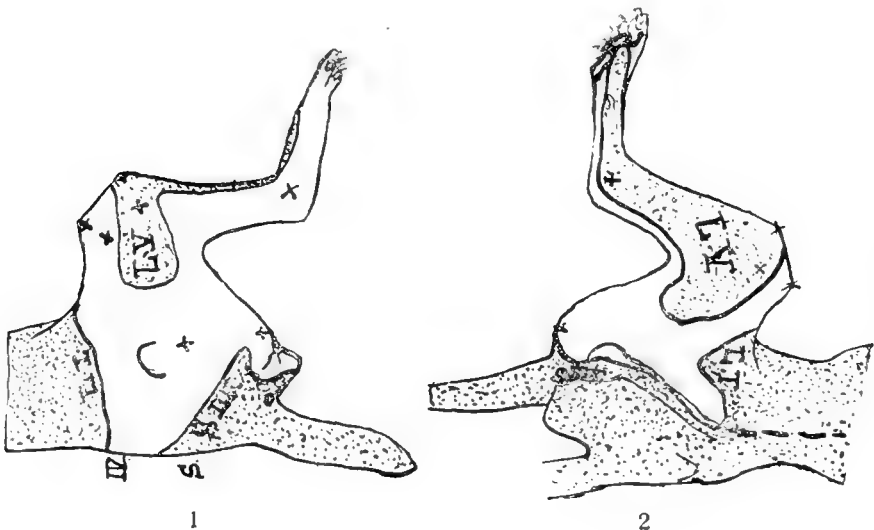
Van een punt, dat 4 cM. lateraal van den trochanter is gelegen op de lijn die dit punt met den epic. fem. lat. verbindt, gaat een lijn uit, die in cranial open boog over de laterale dijvlakte tusschen patella en tuberositas tibiae het ligamentum interarticulare overschrijdt. Op de mediale vlakte van de dij gekomen wendt zij zich in de richting der symphyse, die zij tot op 4 cM. nadert (men kan dit deel craniale begrenzing noemen) Dan keert zij loodrecht op zichzelf om in distale richting, volgt den m. biceps, langs de kniekuil, tot op de mediale vlakte van het onderbeen. Tusschen Achillespees en mall. medialis gaat zij op de zijvlakte van den voet over tot aan den alleenstaanden (1^{sten}) medialen nagel. Vlak daarboven keert zij op het midden van den voetrug in proximale richting terug, komt tusschen de beide malleoli door langs de crista tibiae omhoog, tot tegenover de tuberositas tibiae op de voorvlakte der kuit en buigt dan lateraal, distaal van het cap. fibulae, om // aan het beginstuk en dan in loodrechte ombuiging op zichzelf het genoemde uitgangspunt te bereiken. Het hier geïsoleerde huidveld van *Lv* is bijzonder klein.

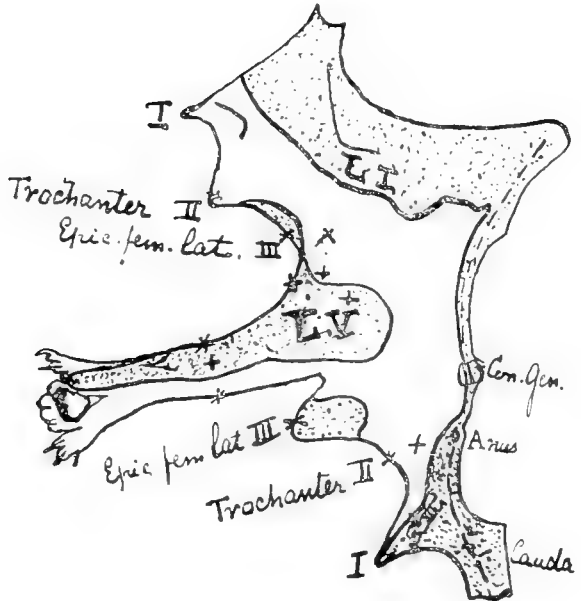
2^{de}. Bij hond 17. Doorgesneden is Rechts *LII*, *LIII* en *LIV* en *LVI* tot en met *SII*. Te midden van een soortgelijken ongevoeligen poot als bij hond 10 staat het voelende wortelveld van *Lv*.

Van een punt gelegen even boven het laterale derde gedeelte van de lijn, die trochanter met epic lat. femoris verbindt, gaat in distale richting op de laterale dijvlakte, de begrenzingslijn naar de tuberositas tibiae, overschrijdt haar en gaat op de mediale dijvlakte. Dan loopt zij cranial over den epic. fem. med. naar de symphyse gericht, evenwijdig aan de lies. Op 5 cM. van de v. m. l. keert zij dan \perp op zichzelf caudaal om, tot dicht bij de kniekuil. Langs de mediale vlakte van 't

Plaat X.

Lv. hond 17.





3

Isolatie van het huidveld van *Lv*. bij hond 17. Rechts doorsneden: *LII*, *LIII*, *LIV* en *LVI* tot en met *SI*. 1 dorso-laterale zijde van de poot. 2 ventro-mediale zijde van de poot. 3 volgens **dorsale** lijnen opgeknipte en uitgespannen huid.

onderbeen loopend, gaat zij tusschen malleolus med. en calcaneum op den medialen voetrand, en langs den medialen rand der groote voetzool bereikt zij de zool van den meest medialen (2^{le}) toon. Dan craniaalwaarts omkeerend op den voetrug (de mediale hooger gelegen nagel (1^{te}) toon ligt in het voeiende veld), gaat zij tusschen de malleoli door, overschrijdt langzaam de voorzijde van 't onderbeen, de crista tibiae en richt zich naar het cap. fibulae. 1 cM. distaal van deze, wijkt zij plotseling naar de d. m. l. en loopt // aan haar uitgangspunt, ongeveer in de lijn, die cap. fibulae met tub. ischii verbindt, blijft echter 3 cM. van het beginstuk verwijderd. Tegenover het uitgangspunt gekomen, wendt zij zich plotseling craniaal en gaat na een loop van 3 cM. in het beginpunt over.

Ten einde de plaats van *Lv* op de mediale en voorzijde van den voet goed te kunnen overzien deelen wij nog mede.

3e het huidveld van *Lv* bij hond 25.

Hier is rechts doorsneden *LI* tot en met *LIV*, voorts *LVI* tot en met *SI* eindelijk *S₃* tot en met *CocIII*.

Binnen een door den caudalen rand van *Th. XIII* en den cranialen van *SI* begrensden analgetischen poot staat het veld van *Lv*.

Van uit een op de laterale dijvlakte gelegen (dorsaal en proximaal) punt, dat naast den epic. fem. lat. is gelegen wendt zich de grenslijn langs den cranialen rand van het cap. fibulae over 't lig. interartic. patellae naar de mediale dijvlakte. Zij loopt dicht boven den epic. fem. med. craniaal in de richting der symphyse, in de lengte-as van het bovenbeen, op de grens van het middelste en mediale derde van de lijn, die ep. fem med. met symphyse verbindt en bereikt het hoogste (ventrale en proximale) punt op de mediale dijvlakte. Dan wendt de lijn zich caudaal, over

de kniebuigers in een naar achter open bocht, langs de kniebuigers en kniekuil, op de mediale onderbeenvlakte, tusschen malleolus med. en calcaneum komt zij op de mediale voetvlakte, dan op de voetzool en halveert de groote zool, gaat over de voetzool van den meest medialen (2^{de}) toon langs den nagel heen op den voetrug. Nu craniaalwaarts loopend, kruist zij deze komt dan mediaal langs den malleolus op de laterale beenzijde, wier lengteas zij steeds lateraal afwijkend volgt. In den sulcus bicip. lateralis gekomen, loopt zij tot onder het dorsale en proximale oorsprongspunt en wendt zich dan plotseling onder rechten hoek naar dat punt, hetwelk zij na 3 cM. bereikt.

Het huidveld van *Lv* is echter niet altijd zonder samenhang met de dors. en ventr. middellijnen van den poot gekomen. Het komt af en toe voor, dat het met de v.m.l. nog samenhangt. Nimmer was dit ook met de d.m.l. het geval.

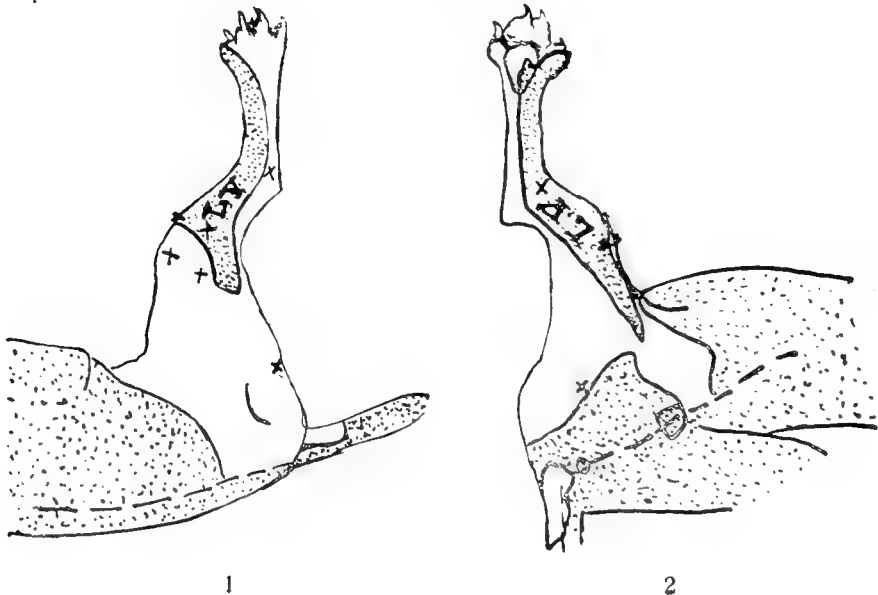
Als voorbeeld diene.

4e. Bij hond 30 zijn rechts doorgesneden L_1 — en met L_{IV} , L_{VI} — en met S_1 en S_{III} terwijl links S_2 , S_3 en Co_1 doorsneden zijn.

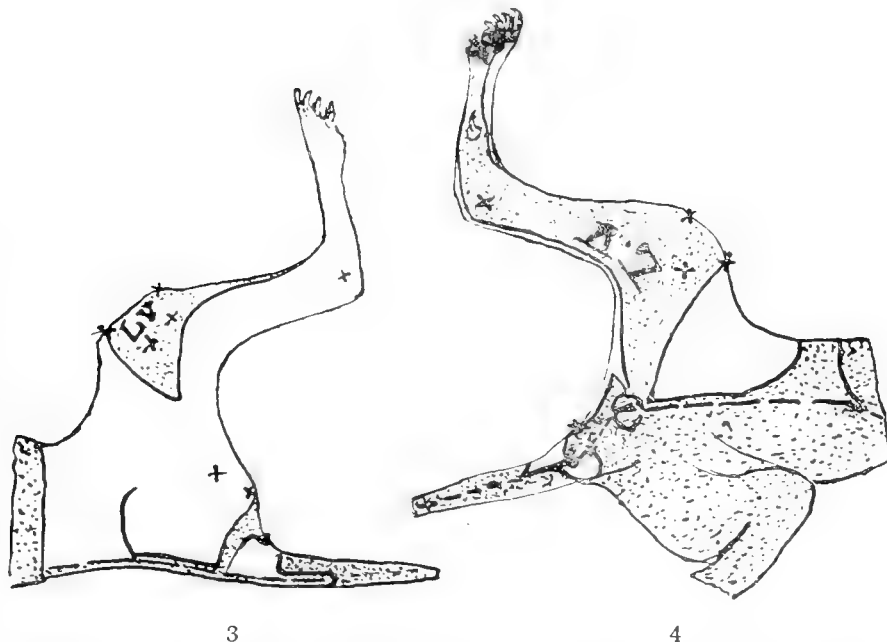
In een gevoelloos veld op den poot, door den caudalen rand van L_1 en den cranialen rand van S_{III} begrensd, staat een voelende als volgt begrensde zone: De grenslijn gaat uit van een punt op de laterale dijvlakte gelegen ongeveer op het midden der lijn, die ep. fem. lat. met trochanter verbindt. De lijn gaat craniaal naar den bovenrand der patella, loopt 5 cM. craniaal van den epic. medialis, linea recta naar den bovenrand van de vulva, waar zij tegen de ventr. middellijn aanstoot (craniale grenslijn).

Van uit dit (dorso-proximale) eindpunt gaat de grenslijn (caudale grenslijn) lateraal van epic. fem. lat. en capit. fibul. caudaal op 't onderbeen, daalt langs de crista tibiae naar het spronggewricht. Overschrijdt dit midden tusschen de malleoli en loopt op de grens van medialen voetrand en voetrug, naar de mediaalste toonzool, loopt tusschen nagel en zool van dezen toon en keert midden over de groote

Plaat XI.
Lv. hond 25.



Lv hond 30.



3

4

Isolatie van het huidveld van Lv, bij hond 25 zijn daartoe rechts L_1 — L_{IV} en L_{VI} tot en met S_1 doorgesneden, bij hond 30 zijn rechts L_1 tot en met L_{IV} , L_{VI} tot en met S_1 en S_{II} doorgesneden, terwijl links S_{II} , S_{VIII} en S_1 zijn doorgesneden.

hond 25: 1 dorso-anterieuze zijde van den poot. 2 ventro-posterieuze zijde van den poot (volaire voetzijde).

hond 30. 3 laterale zijde van den poot. 4 ventro-mediale zijde van den poot. Bij dezen hond hangt het wortelveld van Lv met de ventrale middellijn samen.

zool loopend in proximale richting om, loopt dan op de grens van volaire en mediale voetvlakte, naar 't onderbeen. Zij bereikt dit tussehen calcaneum en malleolus medialis, gaat langs de mediale zijde der Achillespees en over de mediale vlakte der kuitspieren verder, langs de kniekuil en loopt dan de mediale dijvlakte kruisend in rechte lijn naar den onderrand der vulva, waar zij tegen de craniale grenslijn van S_{II} aanstoot.

Het huidveld van Lv is het moeilijkste te verstaan, maar ook het meest interessante der huidvelden op de achterste extremiteit.

Men kan het zich voorstellen als een grooten driehoek, waarvan de basis tussehen twee punten is gespannen. Het ééne (proxima-dorsaal) bevindt zich op de laterale dijvlakte midden tussehen trochanter en epic. fem. lat. Het ander (proximo-ventraal) op de mediale dijvlakte midden tussehen symphysis en epicondylus femoris medialis. De top daarentegen ligt tegen de zool van den meest medialen (2^{de}) toon. De alleenstaande mediale nagel (de eigenlijke 1^{ste} mediale toon) is constant in dit huidveld te vinden.

Op die wijze staat het huidveld „à cheval” op het ligamentum

interarticulaire patellae. Het wisselt zeer in omvang. Het proximo-dorsale punt kan tot vlak bij den epicond. fem. lateralis komen. Het proximo-ventrale punt kan tot aan de symphyse verschuiven m.a.w. met de ventrale middellijn kan het huidveld van *Lv* samenhangen. Met de dorsale middellijn was dit nimmer het geval. Dit huidveld is dus geen craniaal rand-dermatoom als *Lii*, *Liii* en *Liv*, meer nadert het tot de apicale of top-dermatomen, die wij in *Lvi* en in *Lvii* zullen leeren kennen. Hoewel topdermatoom heeft het verwantschap met de basale of rand-dermatomen, omdat het nog neiging tot samenhang met de v.m.l. vertoont. Wat bij *Liv* merkbaar begon te worden — nl. de minder stevige samenhang met de dorsale middellijn, zoodat het dorsale stuk, als spoedig ondergaand randveld, het kernveld verlaat en gevoelloos wordt — is *Lv* tot volkomenheid geworden. Er is geen samenhang met de dors. middellijn meer. Onder omstandigheden is echter de samenhang met de v.m.l. nog behouden, al ontbreekt ook die in de meeste gevallen. Dit gedrag van *Lv* wijst er op, dat men, als men van differentiatie lijnen op de onderste extremiteit spreekt, men zich die op de mediale beenvlakte als zeer kort heeft voor te stellen, veel korter dan de dorsale, welke op de laterale dijvlakte is gelegen.

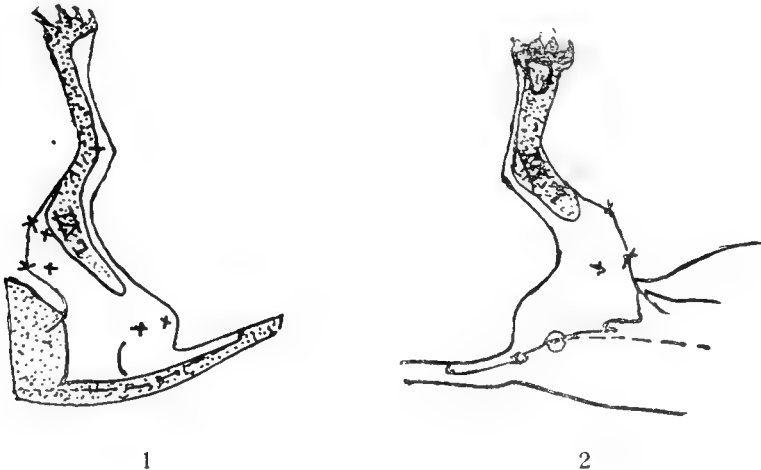
Het huidveld van *Lvi*.

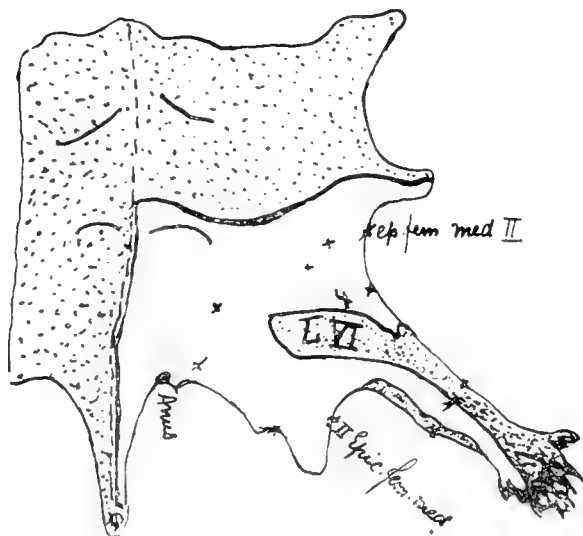
Dit huidveld is door ons 4 maal geïsoleerd, en wij zullen weder eenige voorbeelden van zijn isolatie meedeelen.

Iste. Bij hond 9 is doorsneden: rechts *Lii* tot en met *Lv* en *Lvii* tot en met *Siii*.

Het voelende veld van *Lvi* dat gevat is in de analgische pootvlek, welke door de caudale grenslijn van *Li* en de craniale van *Cocci* wordt afgescheiden, ziet er

Plaat XII.
Lvi hond 9.





3

Isolatie van het huidveld van Lvi. Bij hond 9 zijn daartoe rechts doorsneden Lii tot en met Lv en Lvii tot en met Siii. 1 latero-dorsale zijde van den poot. 2 ventro-mediale zijde van den poot. 3 huid volgens **ventrale** lijnen doorgeknipt en uitgespannen.

op de volgende wijze uit: Op de laterale dijvlakte kan men een lijn trekken van de crista ilei naar de patella. Ongeveer 1 cM. distaal van het midden dezer lijn begint het puntvormig uitgetrokken veld. Van dit punt uit loopt de grenslijn // aan de straks genoemde, naar de crista tibiae en bereikt deze distaal van de tuberositas, volgt haar naar beneden en treedt bij het onderste derde op de mediale onderbeensvlakte, volgt de mediale kant der Achillespees, gaat tusschen malleolus med. en calcaneum op den voet, gaat over op den medialen rand der volaire voetvlakte van den kleinen (meest lateralen) toon en bereikt dan de dorsale vlakte van dezen toon.

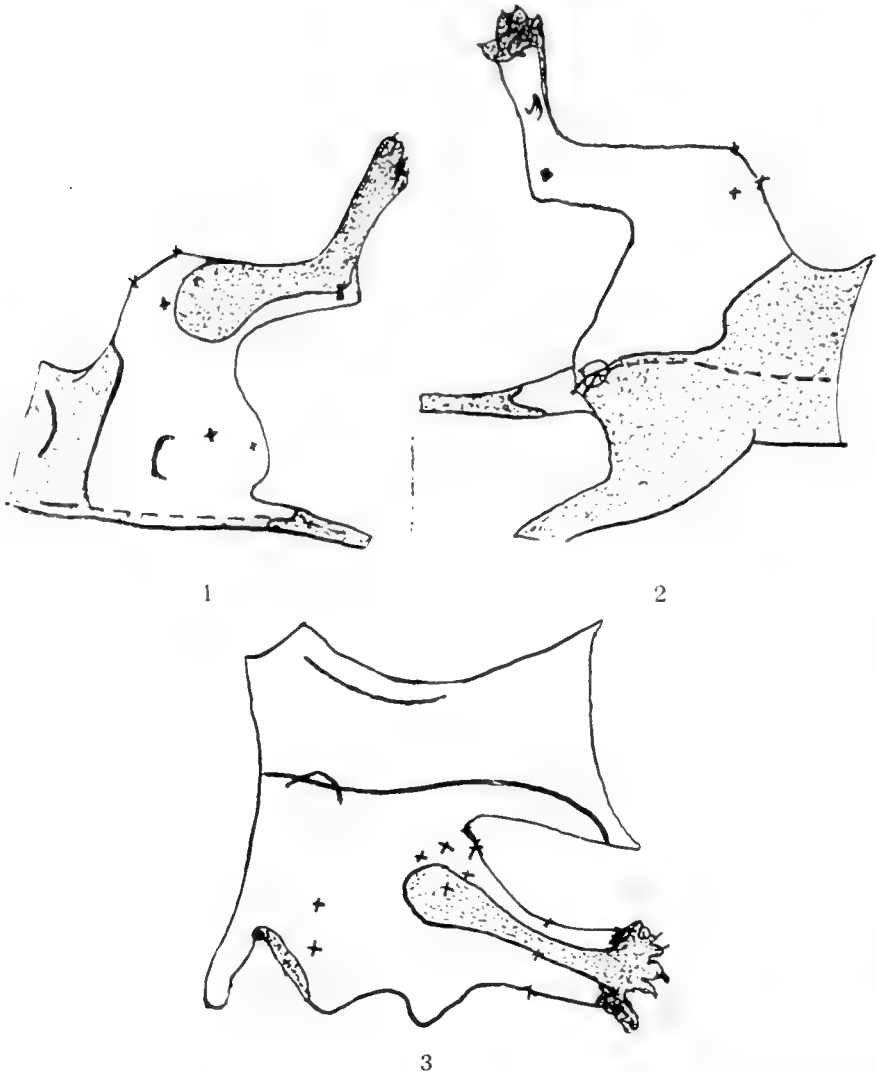
Zij slaat nu craniaal om, loopt over den voetrug terug langs den malleolus lateralis, en langs de laterale zijde van de Achillespees, over knuitspieren, over m. biceps lateralis, om op de laterale dijvlakte naar het uitgangspunt te convergeeren. Dit veld is klein voor een huidveld van Lvi.

2e. Bij hond 18 is het reeds grooter.

Hier is rechts doorsneden Liii tot en met Lv en Lvii tot en met Siii.

In den analgischen poot, door de caudale grenslijn van Lii en de craniale van Cocc I begrensd, staat een voelend veld.

Van één punt op de laterale dijvlakte 1 cM. caudaal van den epicondylus femoris lateralis gelegen ontspringt een grenslijn // aan de lijn, die de crista ilei met de patella verbindt. Deze passeert tusschen capitulum fibulae en tub. tibiae en nu distaal gericht volgt zij de lengte-as van 't onderbeen, steeds mediaal afwijkend, tot zij op 1½ cM. van de malleolus medialis op den voetrug komt. Zij passeert den overtolligen nagel op 1 cM. en slaat op de eerste phalanx van den medialen toon om naar de mediale voetvlakte, kruist proximaalwaarts de groote zool, gaat over de zool van den 4^{den} en 5^{den} (kleinen) toon, en dan op de rugvlakte van dezen.



Isolatie van het huidveld van Lvi. Bij hond 18 is met dat doel rechts doorsneden: LIII tot en met Lv en LVII tot en met SIII. Derhalve is de caudale grenslijn van LII, de craniale van Cocci en het voelende veld van Lvi bepaald. 1 latero-dorsale zijde van den poot. 2 medio-ventrale zijde van den poot. 3 huid volgens **ventrale** lijnen doorgeknipt en uitgespannen.

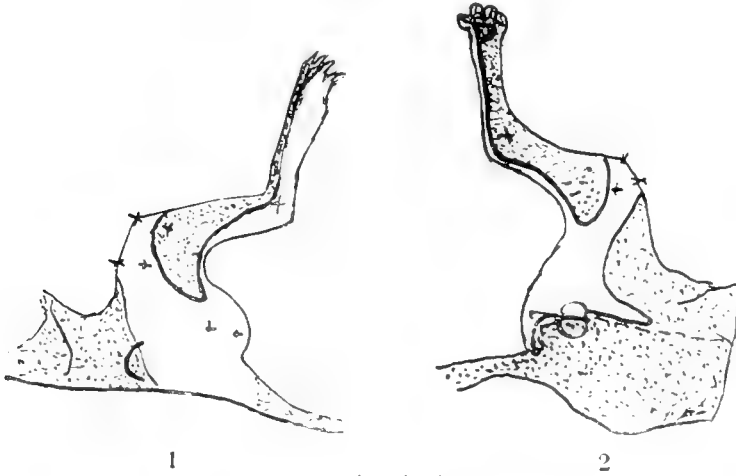
Dan keert zij plotseling proximaal, loopt op de grens van voetrug en lateralen voetrand, over den malleolus lateralis, volgt naast de Achillespees de lengteas van het onderbeen, tot aan de knieholte, en wendt zich met de bovengrens convergeerend naar het uitgangspunt.

Grooter en meer dan gewoon mediaal over den voet grijpend is Lvi.

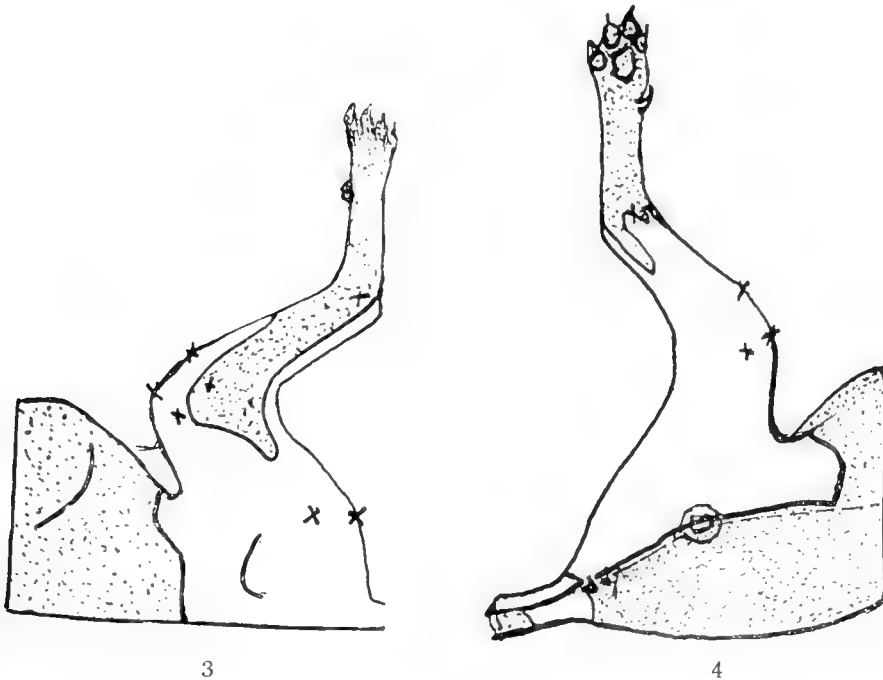
3e. Bij hond 27 R waar rechts doorsneden zijn: LIII tot en met Lv en LVII tot en met SIII.

Op den analgischen poot is het veld als volgt begrensd. Uitgaande van een punt vlak distaal van den epicondylus medialis femoris gelegen, wendt zij zich tusschen dit punt en het cap. fibulae naar de voorvlakte van 't onderbeen, overschrijdt deze

Plaat XIV.
Lvi. hond 27.



Lvi. hond 32.



Isolatie van het huidveld van Lvi. Bij hond 27 is Lvi geïsoleerd door doorsnijding rechts van Liii tot en met Lv en Lvii tot en met Siii. Bij hond 32 is Lvi geïsoleerd door doorsnijding rechts van Li tot en met Lv en met Lvii tot en met Siii. Bij hond 27 dekt Lvi behalve den voetrug een groot van het mediale gedeelte. Bij hond 32 dekt Lvi den geheelen voet. 1 en 3 latero-dorsale zijde dezer achterpooten. 2 en 4 hun ventro-mediale zijde.

1 cM. distaal van de tub. fibae, en gaat 1 cM. distaal van den epic. fem. medialis naar 't midden der mediale dijvlakte. Keert dan loodrecht op zich zelve distaal naar de kniekuil en loopt over de Achillespees en het calcaneum op de volaire voetzijde naar 't midden der groote zool, langs deze, naar den 4^{ten} teen (wiens laterale zijde ongevoelig is) en gaat dan op den voetrug. Zij loopt nu proximaal over den malleolus lateralis op 't onderbeen, wijkt naar de knieplooi af, komt tot aan het midden van de laterale dijvlakte, stijgt 2 cM. capitaalwaarts en loopt in de lijn die van trochanter naar den epicondylus lateralis wordt getrokken, naar haar uitgangspunt terug.

Nog grooter en den geheelen voet omgrijpend is *Lvi* in het volgende geval.

4e. Bij hond 32. Hier is rechts doorsneden *Li* tot en met *Lv*, *Lvii* tot en met *Siii*, Coec II en III en links *Si*, *CoI* en *Coii*.

In den analgischen poot staat een voelend, als volgt begrensd veld. Van uit een punt, gelegen op de lijn die tuber ischii met epic. lat. femoris verbindt, halverwege tusschen die beide, 6 cM. distaal van den trochanter, gaat de lijn // aan de kniekuil, op de laterale vlakte van 't onderbeen, langs de laterale zijde der Achillespees, tusschen malleolus ext. en calcaneum op de laterale voetvlakte, keert \perp om op de volaire voetvlakte, keert opnieuw \perp om, proximaal over de mediale calcaneuszijde en langs de mediale zijde van de Achillespees, 3 cM. ver. Dan keert zij // aan zich zelf distaal terug naar den malleol. med., overkruist deze en wendt zich nu proximaal op de voorvlakte van 't onderbeen, kruist de tibia, loopt op de laterale onderbeensvlakte, tusschen cap. fib. en tub. tibiae door om 1 cM. distaal van den epic. fem. lat. om te slaan in de lijn die dit punt met den tuber ischii verbindt en haar uitgangspunt te bereiken.

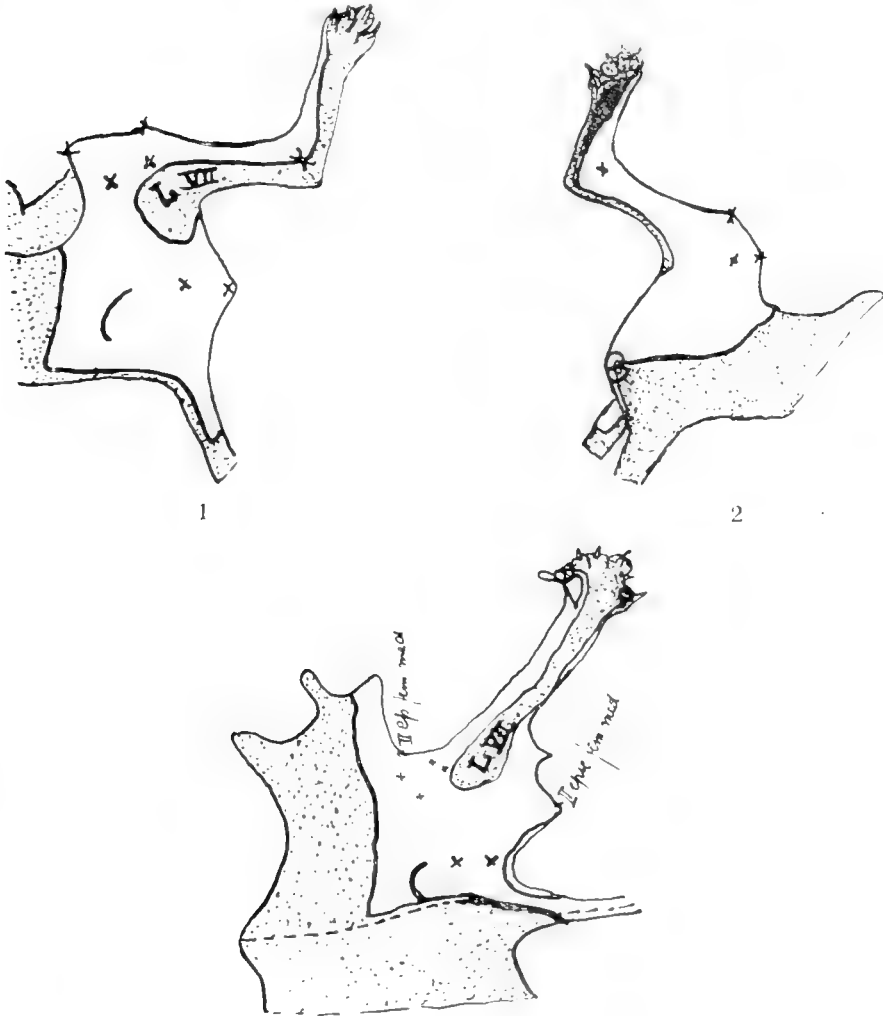
Het huidveld van *Lvi* is een echt topdermatoom en wel het craniale. Noeh met de dorsale noch met de ventrale middellijn hangt het meer samen. Het bedekt de vóórvlakte van het onderbeen, de dorso-mediale, maar ook de medio-volaire voetzijde. Het ligt dus als een spiraal om den poot gewonden. Daarbij wisselt het zeer in grootte, ook in plaats. De schijnbaar reusachtig groote wisseling is echter niet zoo grillig als het schijnt. Het laat aan den proximo-medialen voetkant een stuk open voor het wortelveld van *Lv*, waardoor de mediale dekking van den voet wordt gesteund. De dorso-laterale en de latero-volaire voetkant blijft voor de dekking door het huidveld van *Lvii* open. Ook als dit wortelveld van den dorso-medialen kant aangrijpend (zooals bijv. in hond 32) den geheelen voet omvat, dan vindt men in eigenaardigen bajonetvorm der grenslijnen, de uitdrukking térug van het invallen van *Lv* aan de mediale voetzijde en van *Lvii* aan de laterale en volaire voetzijde. Het wortelveld van *Lvi* slingert bij zijn variaties als 't ware over de voorzijde van onderbeen en den medio-dorsalen voet heen en weêr, meestal medio-volair den voet ver omvattend, soms van daaruit ook op de laterale zijde overgaand, enkele malen naar weêrskanten en dus den geheelen voet omvattend. Bij die slingering echter is het gebonden aan de grenzen, die *Lv*

en *Lvii* het voorschrijven. Evenals deze velden, die op soortgelijke wijze heen en weer slingeren, door de variaties van *Lvi* bepaald worden.

Het huidveld van *Lvii*.

Dit huidveld is door ons 5 maal geheel afzonderlijk geïsoleerd en ook hier geven wij eerst eenige voorbeelden van de isolatie van dit veld.

Plaat XV.
Lvii hond 12.



3

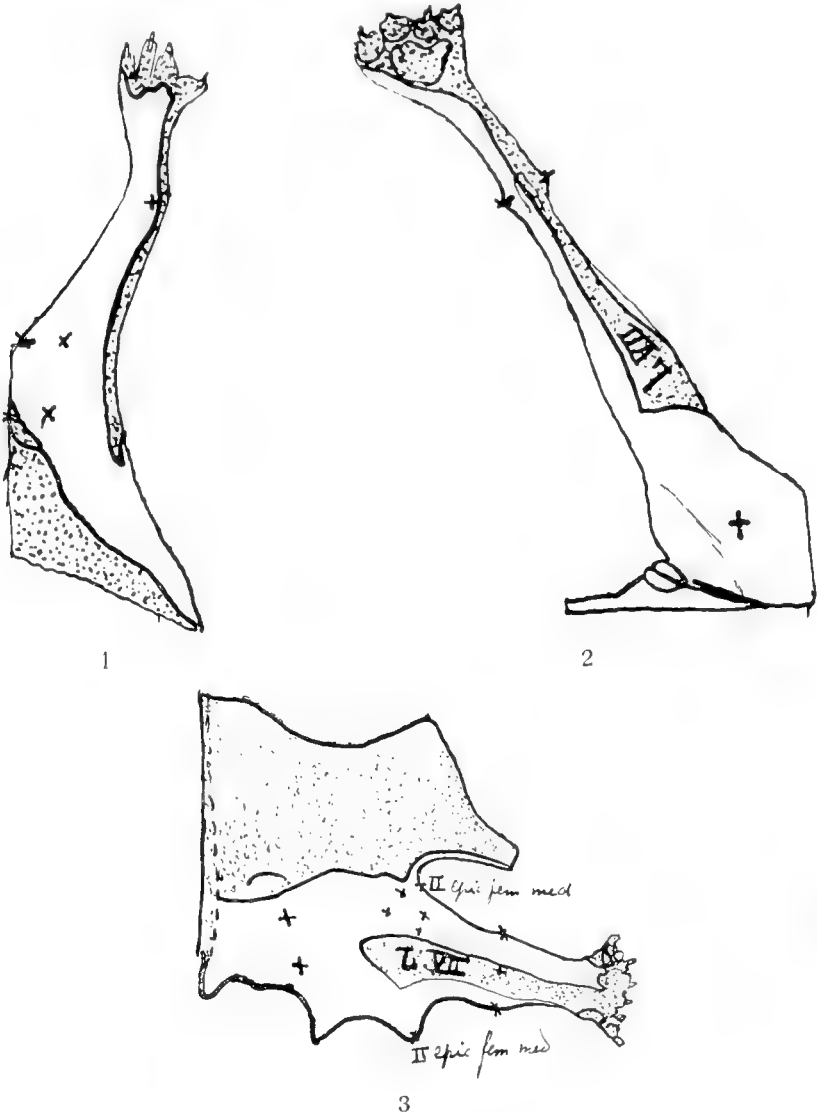
Isolatie van het huidveld van *Lvii*. Bij hond 12 is rechts doorsneden: *Lvi* to en met *S₁*, *ii*, *iii* en *Cocc* *i* en *ii*. 1 dorso-laterale zijde van den bovenpoot en voetrug. 2 ventro-mediale zijde van den bovenpoot en volaire voetzijden. 3 huid volgens **ventrale** lijnen opengeknipt.

1^{ste}. Bij hond 12. Hier zijn doorsneden Rechts *LII* tot en met *LVI*, *S*₁ tot en met *Co*₂.

Op den analgischen poot staat een als volgt begrensd voelend veld: Op de lijn tusschen *tuber ischii* en *epic. fem. lat.* getrokken, ligt op de grens van middelste laterale 3^{de} een punt, 1½ c.M. ventraal van den femur. Van hieruit ontspringt de grenslijn, wendt zich naar den *epic. fem. lat.* en buigt op 1½ c.M. ventraal er van, op 't onderbeen, bereikt 1 c.M. distaal van 't *capitulum de fibula*, volgt deze, kruist de *mall. lateralis*, bereikt den voetrug, en richt zich deze kruisend naar den 4^{den} (meest lateralen) teen, gaat over diens lateralen rand, komt op den volairen voet-

Plaat XVI.

L. n. hond 20.



Isolatie van het huidveld van *Lvii*. Bij hond 20 zijn *Liv*, *v*, *vi* doorsneden, voorts *Si*, *ii*, *iii*, *Cocc* *i* en *ii*. Behalve het huidveld van *Lvii* is dus de caudale grens van *Liii* bepaald. 1 laterale en rugzijde van onderbeen en voet. 2 achterzijde van voet en onderbeen. 3 huid volgens **ventrale** lijnen opengeknipt en uitgespannen.

rand, loopt over de groote zool, midden over den volairen voetkant naar het calcaneum. Dan loopt zij op de Achilles-pees naar de knieholte en gaat dan op de laterale vlakke van de dij naar haar uitgangspunt terug, de trochanter tot op 3 cM. naderend.

2^{de}. Bij hond 20 is rechts doorgesneden *LIV*, *v* en *VI* en *SI*, *II*, *III* en *Cocc. I*.

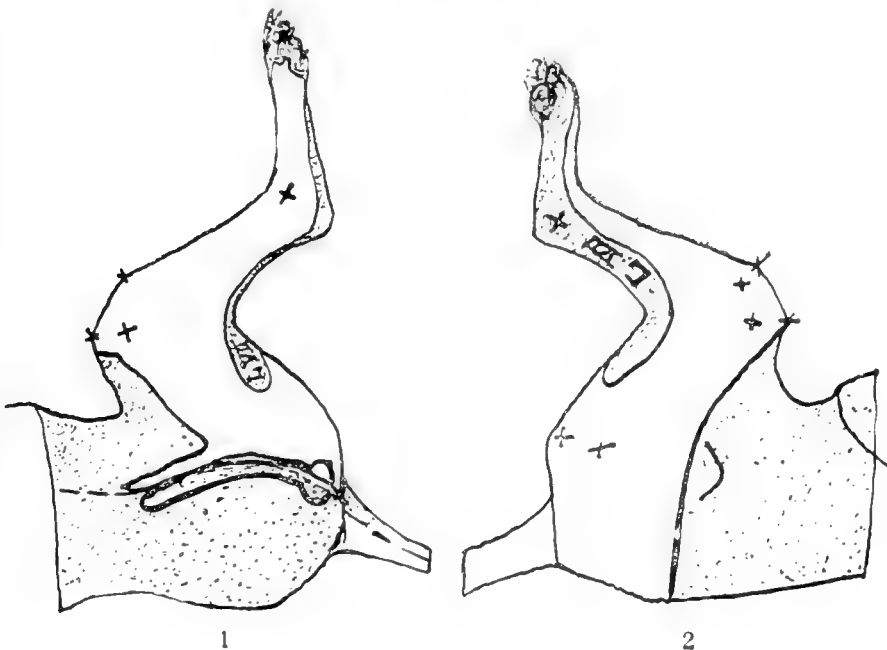
Op den analgischen poot staat een voelend veld, als volgt begrensd. Het beginpunt der grenslijn is midden op de lijn die *tuber ischii* met *epicond. fem. lat.* verbindt gelegen, 5 cM. van beiden. Van hier loopt zij op de lat. dijvlakte tot 2 cM. naar de *epic. fem. lat.* en slaat lateraal 2 cM. van 't *cap. fib.* loopend, distaal om tusschen *fibula* en *Achillespees*, kruist den *mall. lateralis*, komt op den grens van voetrug en lateralen voetrand, volgt dezen tot aan den 4^{den} (meest lateralen toon) wijkt dan den voetrug kruisend, mediaalwaarts (alle zwemvliezen voelen) naar den medialen voetkant, op de volaire zijde; loopt mediaal van de groote zool, over de volaire vlakke naar 't *calcaneum*, op de *Achillespees*, door de kniekuil naar de laterale dijvlakte. Ongeveer 3 cM. beneden het beginpunt slaat zij dan plotseling om en gaat er in over.

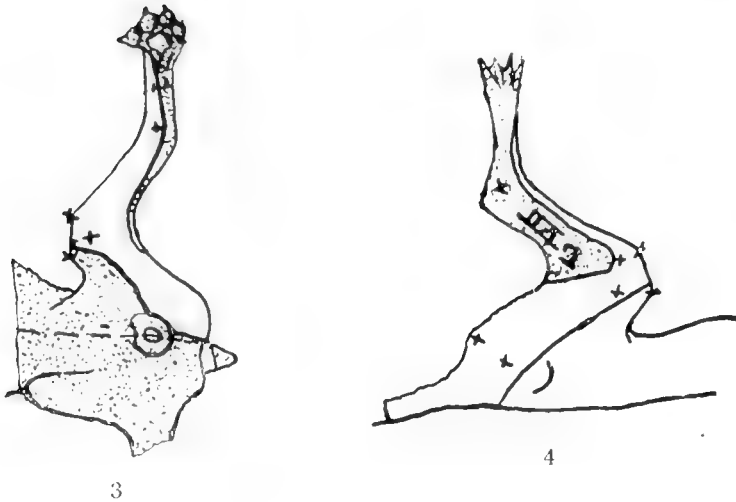
3^e. Bij hond 27 wordt links doorsneden *LIV* tot en met *LVI* voorts *SI* tot en met *Cocc. I*.

Op den door den caudalen rand van *LIV* craniaal begrensden analgischen poot, staat een als volgt begrensd voelend veld. Van een punt, dat op de dorsale beenvlakte, naast het *capitulum fibulae* ligt, gaat de lijn mediaal naar de voorvlakte van het onderbeen, loopt over den buik van den *m. tib. antic.* naar beneden, overschrijdt het spronggewricht tusschen de twee malleoli, kruist den voetrug mediaalwaarts en slaat bij het grondkootje van den 2^{den} medialen toon, definitief naar de mediale vlakke van den voet. Keert op de volaire voetvlakte, mediaal van malleolus *medialis* langs den medialen kant van de *Achillespees*, volgt de knieplooi tot het onderste derde van de mediale dijvlakte. Dan buigt zij zich rechthoekig om en gaat naar haar uitgangspunt op de dij terug.

Plaat XVII.

LIV. hond 33.



L_{VII}. hond 27 links.

3
Isolatie van de huidvelden van L_{VII} bij hond 33 en hond 27.

Bij hond 27 is links doorsneden L_{IV} tot en met L_{VI} en S₁ tot en met Cocci.

Bij hond 33 is links doorsneden L_{III} tot en met L_{VI} en S₁ tot en met Cocci.

Fig. 1 en fig. 3 de ventrale pootzijde en voetzijde.

Fig. 2 en fig. 4 de laterale pootzijde en de achterzijde van den voet.

4^e. Bij hond 33 is links doorsneden L_{III} tot en met L_{VI} en S₂ tot en met Cocci 3.

Op den door den caudalen rand van L_{II} begrensden analgetischen poot, staat een als volgt begrensd voelend veld: De grenslijn ontspringt uit een punt 1 cM. distaal gelegen van 't midden der lijn, die trochanter met epic. fem. lat. verbindt, op 5 cM. van beide. Zij wendt zich distaal op de laterale onderbeensvlakte, 3 cM. van 't cap. fib., tusschen fibula en Achillespees. Op de voorvlakte gekomen, passeert zij mediaal van den mall. lat. het spronggewricht. Zij overkruist schuin den voetrug, gaat langs den meest medialen toon op de volaire vlakte, buigt zich proximaal om, mediaal van de groote zool en volgt den medialen voetrand, den medialen kant van het calcaneum, de Achillespees, naar de knie. Op de mediale dijvlakte gekomen buigt zij om, loopt in de richting van den anus tot aan midden van de dij, overschrijdt de achterdijvlakte, buigt weer om en loopt in de lijn die tuber ischii met cap. fib. verbindt naar haar uitgangspunt terug.

Het huidveld van L_{VII} is dus evenals dat van L_{VI} een topdermatoom. Dekt L_{VI} de voorvlakte van het onderbeen, en de dorso-medio-volaire voetvlakte, het huidveld van L_{VII} de achtervlakte van het onderbeen, en de dorso-latero-volaire voetvlakte toe. Het is het caudale topdermatoom. Evenals L_{VI} bij de dekking der mediale voetzijde door het verst vooruitschietende der craniale randdermatomen, door L_V, wordt gesteund, zoo gaat het ook bij L_{VII}. Dit wordt door het eerst volgende, verst vooruitschietende der randdermatomen, maar nu door het verst vooruitschietend caudale randdermatoom, door S₁ gesteund, en dit helpt den lateralen voetrand verder toedekken.

Niet voordat ook het huidveld van *St* behandeld is, kunnen wij van de wisselende voetdekking door *Lv*, *Lvi*, *Lvii* en *St* een voorstelling geven.

Wat echter de beide topdermatomen onderscheidt van de basale of randdermatomen is hun slingering heen weer over den voet, hun verplaatsing loodrecht op de lengte-as der extremitet. De randdermatomen verplaatsen ook, maar hun grooter en kleiner worden vindt in de lengte-as der extremitet plaats. *Lv* en *Liv*, *Liii* en *Lii* zien wij in die richting langere of kortere tongen uitsteken. Als in *Lv* ook de beteekenis van randdermatoom te voorschijn komt zien wij de kortere of langere tong naar den eersten, alleenstaanden, medialen nagel, daarnevens zien wij het ook dwars over den voet verplaatsen en kenmerki het zich als topdermatoom.

Het huidveld van *St*.

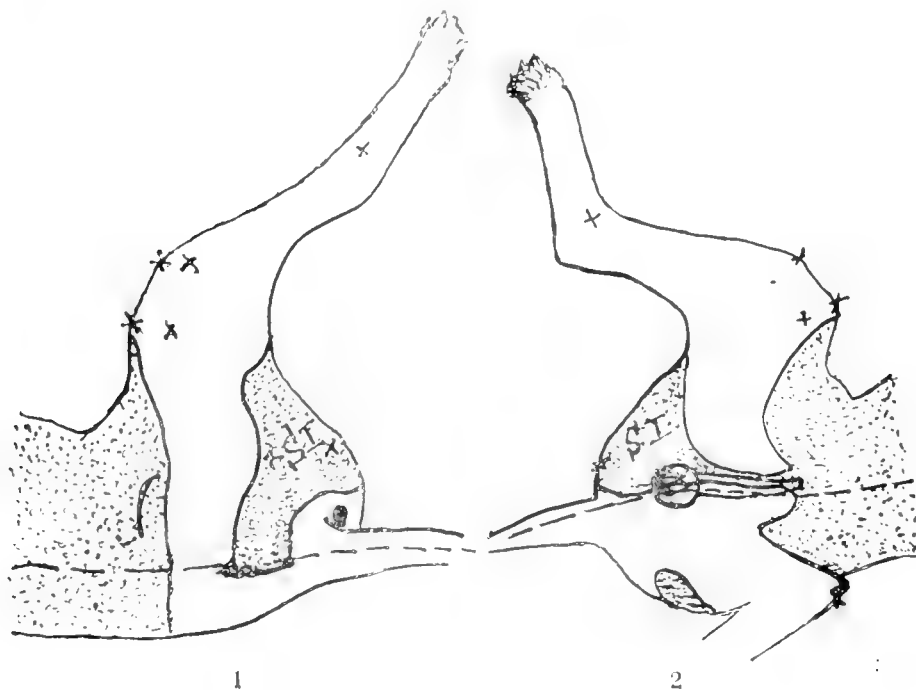
Dit huidveld is eveneens herhaaldelijk geïsoleerd en wij geven vooraf daarvan voorbeelden.

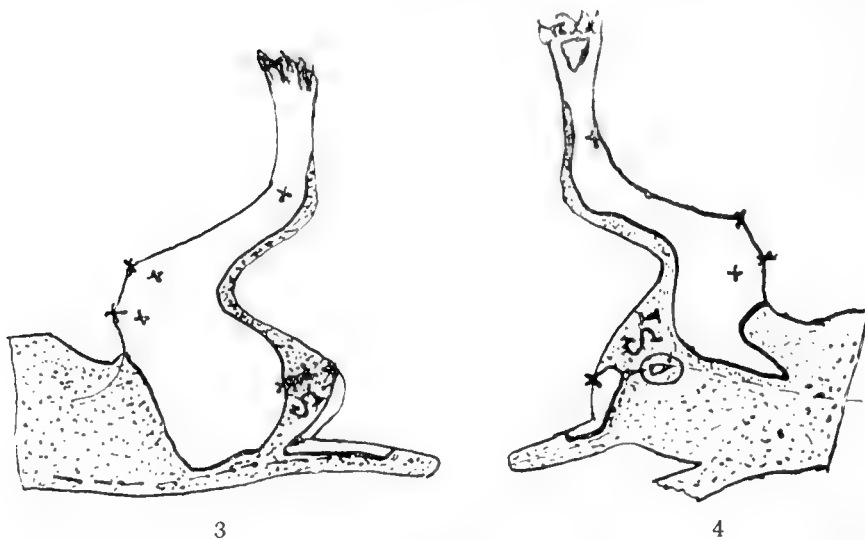
1^e. Bij hond 33 werden rechts doorsneden *Liii* tot en met *Lvii*, *Stii* tot en met *Cocc. III*.

Er staat op de bil van den analgischen poot en staart een voelend veld, dat met de dors. en ventr. middellijnen samenhangt. Dit veld is als volgt begrensd.

De craniale grenslijn ontspringt ter hoogte van het sacrum onder een caudaal open hoek van 60°, loopt over den trochanter, volgt op de laterale dijvlakte de

Plaat XIX.
St. hond 33 R.



*S*₁. hond 21 *R.*

Isolatie van het huidveld van *S*₁. Bij hond 33 is rechts *L*_{III} tot en met *L*_{VII}, *S*_{II} tot en met *L*_{III} doorsneden. Links is *L*_{III} tot en met *L*_{VI}, *S*₁ tot en met *Coc*_{III} door. Daar is dus de caudale rand van *L*_{II} en het wortelveld van *S*₁ bepaald. Dit veld is zeer klein en *L*_{II}'s caudale rand komt zeer laag. Het veld van *S*₁ hangt met *L*_{II} aan de buik samen. Bij hond 21 is rechts *L*_{III} tot en met *L*_{VII}, *S*_{II} tot en met *Coc*_I doorsneden. Het veld van *S*₁ is hier grooter, maar de caudale rand van *L*_{II} staat ook hoger. fig. 1—2 pootzijden van hond 33. fig. 3—4 pootzijden van hond 21.

lijn die trochanter met epic. fem. lat. verbindt tot op het midden, wendt zich naar de kniekuil, overschrijdt eveneens in 't midden de lijn, die tuber ischii met cap. fib. verbindt, bereikt de knieplooi in haar hoogste punt, wendt zich in rechte lijn door de lies naar de symphyse, nadert 2 cM. boven deze de v. m. l. tot op 2 cM. en buigt // aan deze naar boven om den caudalen rand van *L*_{II} te bereiken.

De caudale grenslijn verlaat de dorsale middellijn aan den staartwortel onder een caudaal open hoek van 45°, omkranst den anus op een afstand van 3 cM., loopt midden tusschen anus en tuber ischii door, om op 1 cM. boven den anus het perineum te bereiken. In de ventr. m. l. (aan de linkerzijde is alles, behalve *L*_{VII} doorsneden) loopt zij midden over 't scrotum 't orificium praeputii, waar zij in de linker caudale randlijn van *L*_{II} overgaat.

2°. Bij hond 21 zijn doorsneden *L*_{III} tot en met *L*_{VII}, *S*_{II} tot en met *Coc*_I.

Er staat op de achterzijde van den analgischen poot een als volgt begrensd veld.

De craniale grenslijn verlaat de d. m. l. onder een hoek van bijna 45°, loopt over de trochanter, vandaar naar het midden der lijn, die tuber ischii met cap. fib. verbindt, in de laterale biceps-groef, langs de laterale grens der kniekuil, loopt op den lateralen rand der Achillespees, langs den lateralen calcaneum-rand, op de volaire voetvlakte, rekt zich als een fijne punt tot op den middenvoet uit. Zij keert dan plotseling proximaal om, wijkt naar den medialen calcaneum-rand, en loopt langs den medialen rand van den Achillespees, langs de kniekuil naar den medialen bicepsplooi, om dwars over de mediale bovenbeenszijde, over adductoren en lies zich te richten naar 2 cM. boven de symphyse, de v. m. l. tot 1 cM. te naderen en // aan haar omhoog te slaan en in den voelenden caudalen rand van *L*_{II}.

2 c.M. onder deze lijn ontspringt de caudale grenslijn even boven den staart-

wortel met een caudaal open hoek van 40° uit de d.m.l., passeert vlak onder de tuber ischii en bereikt het perineum $\frac{1}{2}$ c.M. caudaal van de vulva, buigt langs de ventr. m.l., langs den anus, loopt precies over dezen en de v.m.l. op den staart tot aan den 3^{den} staartwervel, waar zij rechthoekig naar de d.m.l. ombuigt.

Nog grooter is het wortelveld van Si in het volgende geval.

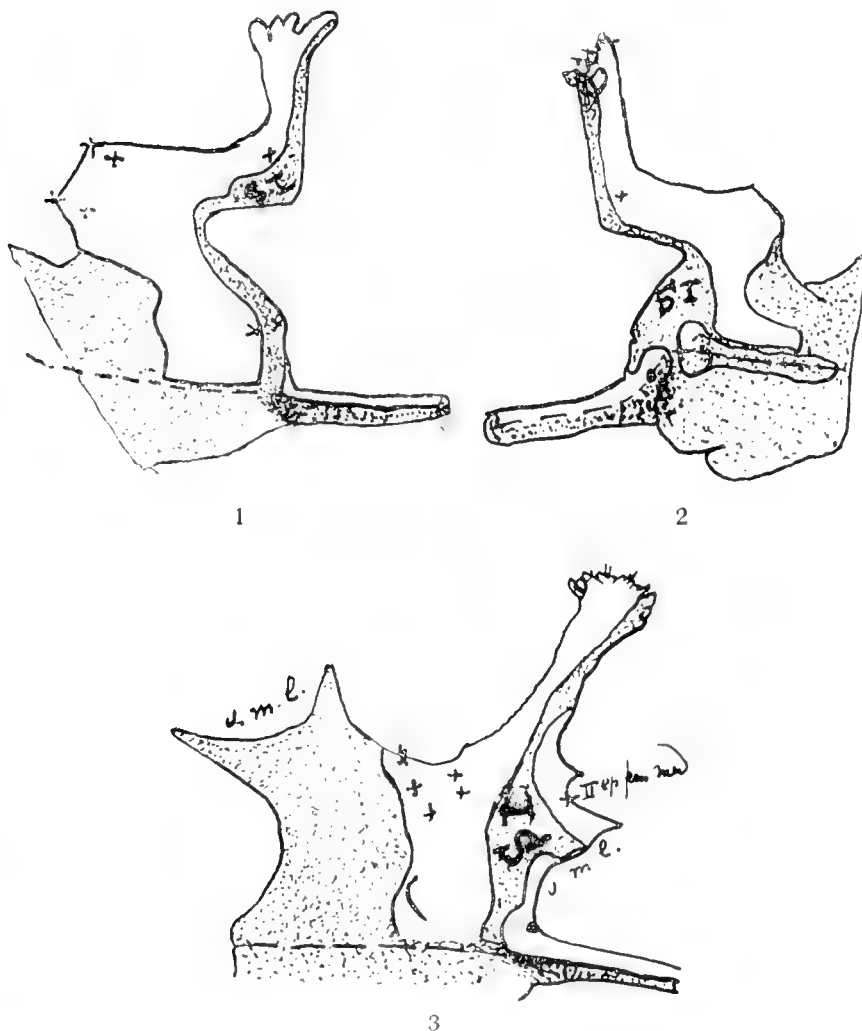
3^e. Bij hond 11 is rechts LIII tot en met LVII, SII en de Coec. doorsneden, terwijl links I doorsneden is

Op den analgischen poot staat het volgende voelende veld.

De craniale grenslijn verlaat de d.m.l. met caudaal open scherpen hoek, loopt

Plaat XVIII.

Si. hond 11.



Isolatie van het huidgebied van Si. Bij hond 11 zijn rechts LIII tot en met LVII, SII, SIII en alle coccygei door neden. Het huidveld van Si komt op de laterale volaire voetzijde. fig. 1 dorso-laterale zijde van voet en poot. fig. 2 ventrale zijde van poot en voet. fig. 3 langs **ventrale** lijnen opengeknipte en uitgespannen huid,

over trochanter en langs den femur tot op 't midden der laterale dijvlakte. In den s. bic. lat. kruist zij deze spier en de kuitspielen, gaat lateraal van de Achillespees naast den mall. lat. op den voetrug tot den lateralen toon, wendt zich op de volaire voetzijde, langs de linea interdigitalis, tusschen 4^{ten} en 3^{ten}, tusschen 3^{ten} en 2^{den} toon, en zelfs over de 2^{den}. Dan keert zij proximaal terug, lateraal voor de groote toonzool uitwijkend, over de volaire voetvlakte, en komt tusschen calcaneum en malleolus med. op de mediale onderbeensvlakte. Dan langs Achillespees, kuitspier en kniekuil de mediale dijvlakte bereikend, loopt zij recht op 't midden van 't scrotum aan, omkranst dit en loopt 1½ e.M. naast de ventr. m.l. en het praep. omhoog, om bij 't orific. urethrae in de caudale *LII* grens, over te gaan.

De craniale grenslijn verlaat de d.m.l. met caudaal open scherpen hoek, bij den staartwortel, gaat over de tuber ischii naar 't perineum, bereikt het, midden tusschen scrotum en anus, slaat langs de ventr. m.l. terug, precies over den anus, loopt langs den staart en keert aan 't einde (9^{te} staartwervel) naar de dors. m.l. terug.

Het huidveld van *S₁* is het meest craniale, verst op de extremititeit vooruitschietende, der *caudale* rand-dermatomen. Het hangt met beide middellijnen aan rug en buik te samen. Als gevolg van de sterke opeenschuiving der ventrale dermatoom-afdeelingen aan de v.m.l. hangt de ventrale craniale rand van *S₁* nog met den caudalen rand van *L_{II}* samen. Aan de dors. m.l. is dit het geval niet.

Het voorziet den genitaalknobbel, maar het komt niet tot aan den anus.

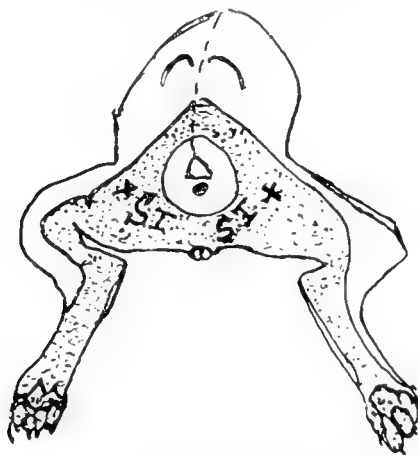
Men ziet dit het best als men, aan weerskanten alle wortels caudaal van *S₁* doorsnijdt.

Bij hond 29 is alles beneden *S₁* doorgesneden,

Er staat een caudaal anaesthetisch veld, dat als een kring rondom den zeer korten

Plaat XX.

Dubbelzijdig *S₁ + L₇*. hond 29.



Bij hond 29 zijn links en rechts de huidvelden van *L_{VII} + S₁* geïsoleerd door doorsnijding van *L_{IV}* tot en met *L_{VI}*, *S_{II}*, *S_{III}* en eenige *Coccygei*. Er staat een analgisch veld rondom den anus.

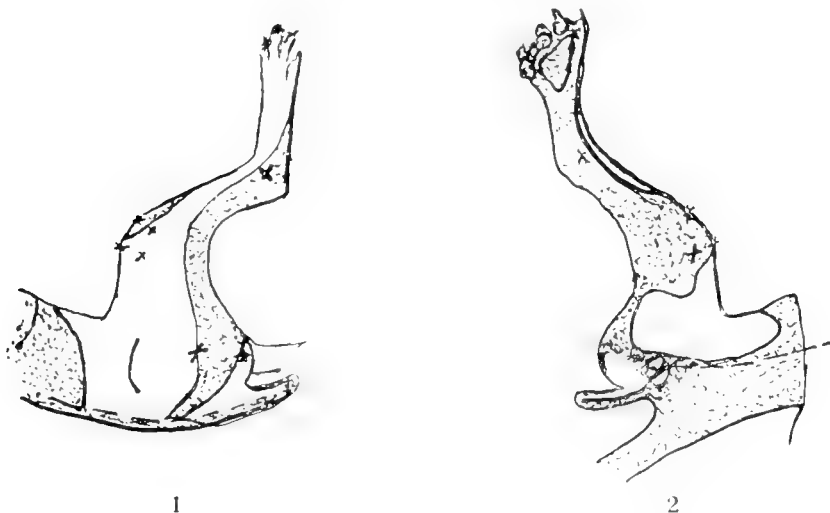
staart en rondom den anus loopt. Dit veld raakt het perinaeum op 1 cM. van den anus, loopt midden tusschen anus en tuber ischii op 2 cM. van beide verwijderd, en eindigt op 4 cM. boven den anus op den rug.

Het wortelveld van *St* wisselt zeer in omvang. Tongvormig op den bil gelegen, rekt het dien tong verschillend ver uit. Soms tot aan de kniekuil, of tot op de achtervlakte van het onderbeen, of tot aan de volaire en laterale voetzijde en zelfs tot aan de laterale toonen, treft men die tong. *St* steunt dus *Lvii* voor de latero-volaire voetdekking, evenals *Lv* het *Lvi* doet voor de medio-volaire bedekking van den voet.

Gezamenlijk met *Lv* kan het echter nooit den geheelen voet bedekken, omdat de dorsale voetrug daarvoor of *Lvi* of *Lvii* noodig heeft.

Plaat XXI.

St + *Lv*. hond 28.



Isolatie van de huidvelden van *Lv* en *St* gezamenlijk. Bij hond 29 is daartoe *Li* tot en met *Liv*, *Lvi*, *Lvii*, *Sii*, *Siii* en eenige coccygei doorgesneden. 1 dorsale 2 ventrale pootzijde. *St* + *Lv* bedekken de volaire zijde van den poot volkomen.

Als voorbeeld diene hiervoor de isoleering van *Lv* en *St* bij elkaar.

Bij hond 28 is *Li* tot en met *Liv*, *Lvi*, *Lvii*, *Sii*, *Siii* en eenige Coccygei.

Er staat een als volgt begrensde gevoelig veld op den poot. De craniale grenslijn verlaat d.m.l. onder caudaal open hoek, $4\frac{1}{2}$ cM. beneden de crista ilei, loopt over den trochanter op de laterale dijvlakte naar de kniekuil, gaat midden tusschen cap. fib. en knieplooi op de laterale vlakte van 't onderbeen, dan mediaal van den mall. later. over op de laterale en daarna op de mediale voetvlakte en wel naar den meest medialen toon. Langs de zwemvliezen gaat zij dan proximaal over den medialen voetrand en loopt mediaal van den malleolus medialis op de mediale vlakte van 't onderbeen, naar de voorvlakte, overschrijdt die, om tusschen

cap. fib. en epic. fem. lat. op de mediale dijvlakte terug te slaan en door de lies naar de ventr.m.l. te loopen. Tegenover de vulva is er een onzekere zone waardoor de lijn minder duidelijk te vervolgen is, als zij omhoog slaand en evenwijdig aan de v.m.l. in den caudalen rand van Th XIII overgaat.

De caudale grenslijn ontspringt onder zeer scherpen hoek van de d.m.l. bij den staartwortel, naar de tub. ischii, waarboven zij heenloopt, kranst op 4 cM. om den anus naar 't perineum, waar zij weer van den geslachtsknobbel door een onzekere zone gescheiden blijft.

Daarentegen kan *Lv* + *Lvi* alleen den geheelen voet omvatten, ja zelfs is het huidveld van *Lvi* alleen daartoe in staat.

Ook *Lv* met *Lvii* vermag dit, maar *Lvii* met *Si* is daartoe weder niet in staat (zie hond 29).

De bedekking van den voet vindt dus plaats door de twee topdermatomen, *Lvi* + *Lvii* gesteund door *Lv* en door *Si*; het kan meer-malen gebeuren dat *Si* daaraan geen deel neemt.

Voor de voetbedekking is *Lvi* het belangrijkste. Het dekt den voet dorso-mediaal. Dan volgt *Lvii*; het dekt den voet dorso-lateraal. Het aandeel, dat beide aan de volaire vlakte nemen, verschilt. Meestal is het aandeel, dat *Lvi* daaraan neemt, grooter dan dat van *Lvii*. Voor de medio-ventrale dekking helpt *Lv* gewoonlijk in meerdere of mindere mate. Voor de latero-ventrale bedekking helpt *Si* dikwijls, maar niet altijd, mee.

De huidvelden van *Si* en *Sii*.

Het huidveld van *Sii* is reeds een paar malen in bespreking gekomen, en is in plaat XI bij hond 25 en bij hond 30 ook geteekend. In een ietwat andere houding gephotografeerd wordt het hier weer bij hond 25 weergegeven.

Bij hond 25 is doorsneden *L₁* tot en met *Liv*, *Lvi*, *Lvii*, *Si*, *Sii* en eenige coccygei.

Op den analgischen poot staat behalve het voelende veld van *Lv* een klein voelend veld bij de bil, aldus begrensd:

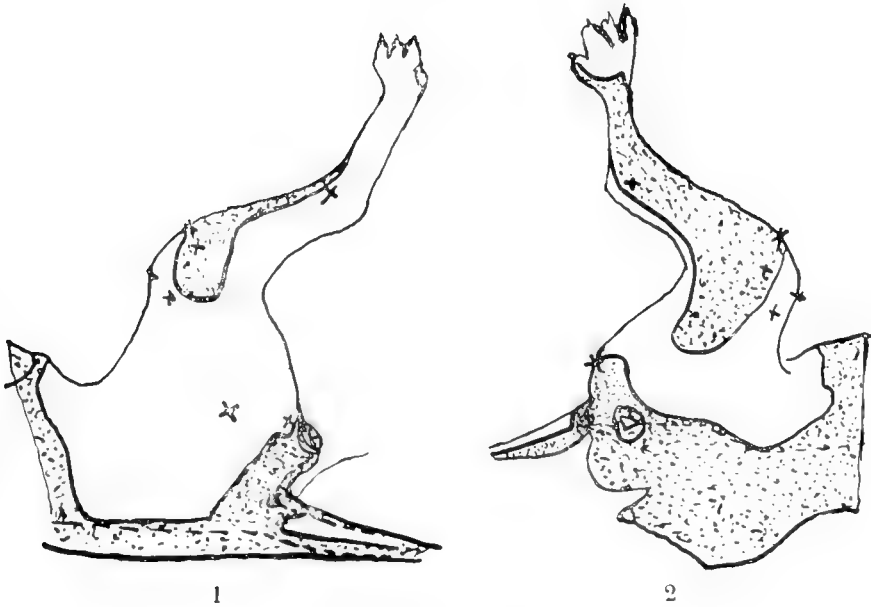
De craniale-grenslijn ontspringt onder zeer scherpen caudaal open hoek, craniaal van den staartwortel, loopt naar den tuber ischii, die $\frac{1}{4}$ cM. proximaal van haar blijft, wendt zich op 5 cM. van den anus verwijderd met een kleine tong op de bil en dan ombuigend, gaat zij recht op de symphyse aan, om in de ventr. middellijn over te gaan (de geheele vulva voelt).

De caudale grenslijn, ontspringt op den staartrug bij den 1^{sten} staartwervel en gaat loodrecht op de d. m. l., naar de ventr. middellijn, die zij 1 cM. distaal van den anus bereikt.

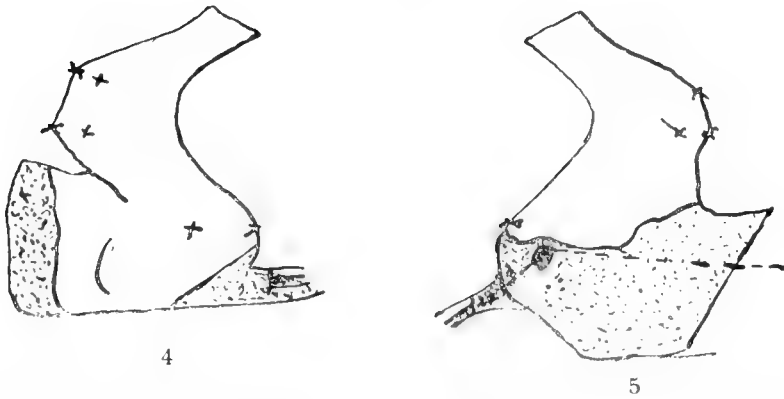
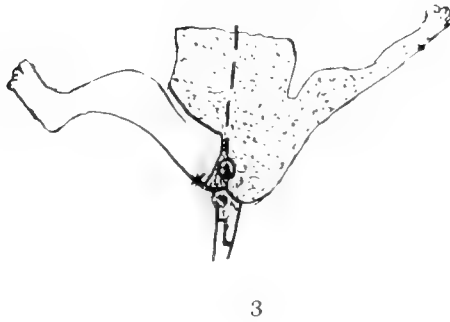
2^{de}. Bij hond 30 is rechts doorsneden *Li*, tot en met *Liv*, *Lvi* tot en met *S₁*, *Sii* en eenige coccygei (aan weerszijden).

In den analgischen poot staat behalve het voelend veld van *Lv* (zie hond 30 plaat XI) een caudaal voelend veld van *S₂* op de bil.

De craniale grenslijn verlaat de d. m. l. bij den staartwortel onder caudaal open



SIII. hond 23.



Isolatie van het huidveld van SII en van SIII. Bij hond 25 is rechts doorsneden: L1 tot en met Liv, Lvi tot en met Si, SII en twee Coccygei. Dus SII is geïsoleerd. fig. 1 en 2 dorsale en ventrale zijde van den poot. Bij hond 23 is rechts doorsneden: L1 tot en met Si, en eenige coccygei. Dus is SIII geïsoleerd. fig. 4 en 5 dorsale en ventrale zijde van den poot. fig. 3 anus en vulva-aanzicht.

hoek van 30°, gaat caudaalwaarts 1 cM. onder den tuber ischii, tusschen dezen en anus, 4 cM. er van verwijderd. Zij loopt tusschen tuber ischii en vagina ongeveer 5 cM. ver op achtervlakte van 't bovenbeen, keert loodrecht op zich zelf en na 1 cM. doet zij dit nogmaals, om in de richting der symphyse loopend den geslachtsheuvel tot op 3 cM. te naderen en even boven de symphyse onder een hoek van 45° in de v.m.l. te vallen.

De caudale grenslijn van de SII zone ontspringt 1 cM. distaal van de craniale onder zeer scherpen caudaal open hoek van de d.m.l., loopt eerst ietwat caudaal, en buigt dan recht op den anus af, waar zij in de v.m.l. overgaat. De craniale anaalrand voelt, de caudale niet. Het slijmvlies voelt overal.

Het huidveld van SII is eveneens reeds eenige malen geteekend. Hier nog de volgende voorbeelden.

1^{ste}. Bij hond 23, is rechts doorsneden L₁ tot en met SII en twee volgende coccygei.

Er staat een voelend veld op de bil van den analgischen poot en staart als volgt begrensd:

De craniale grenslijn ontspringt aan den onderrand van 't sacrum onder een hoek van ± 25° en gaat caudaal van den tuber ischii en anus heen, en wendt zich naar de ventr. m.l. halverwege van 't perineum tusschen anus en vulva, gaat dan weer omhoog en bereikt ter hoogte van de vulva de v.m.l. (den genitaal-heuvel).

De caudale grenslijn ontspringt van den 2^{den} staartwortel op 1/2 cM. afst. van de dors. middellijn en wendt zich loodrecht naar de v.m.l. Zij bereikt die 2 cM. distaal van den anus.

2^{de}. Bij hond 22 is doorsneden rechts LVI, LVII S₁ en S₂. Cocc. I, II en III.

Er staat een voelend veld op de bil.

De craniale grenslijn ontspringt onder zeer scherpen caudaal open hoek bij den staartwortel uit de d.m.l., gaat 1 cM. van de tuber ischii, tusschen dezen en anus door en dan in rechte lijn naar 't scrotum, waar zij in het onderste 3^{de} aan de v.m.l. stoot. De caudale grenslijn verlaat tusschen 2^{den} en 3^{ten} staart wervel, op 1/2 cM. van de d.m.l. deze onder loodrechten hoek, omkranst den staart en komt op 3 cM. distaal v. d. anus naar de v.m.l.

SII en SIII zijn de twee laatste, meest caudaal gelegen wortels, die de huid der extremiteit innerveeren. Hun huidvelden vormen met dat van SI de caudale basale of rand-dermatomen. Over de rangschikking dezer verschillende huidvelden en over hun onderlinge variaties, zullen wij aan de hand van het hier meegedeelde materiaal weldra nader berichten.

Natuurkunde. — De Heer KAMERLINGH ONNES biedt ook namens den Heer E. MATHIAS eene mededeeling aan: „*De rechte lijnige diameter van zuurstof.*”

(Deze mededeeling zal verschijnen in het verslag der Septembervergadering.)

Voor de boekerij wordt aangeboden:

Door den Heer BOLK een exemplaar van zijn „*De segmentale inner-
ratie van romp en ledematen bij den mensch*”;

door den Heer HOLLEMAN een exemplaar van zijn „*Die direkte Ein-
führung von Substituenten in den Benzolkern. Ein Beitrag zur Lösung
des Substitutionsproblems in aromatischen Verbindungen.*”

De vergadering wordt gesloten.

E R R A T U M.

In het Zittingsverslag van April 1910.

p. 934 r. 10 v.o. De breuk in het tweede lid is te vermenigvuldigen

met $\frac{\partial \tau}{\partial r}$ (vergel. p. 933 verg. (4)).



KONINKLIJKE AKADEMIE VAN WETENSCHAPPEN TE AMSTERDAM.

VERSLAG VAN DE GEWONE VERGADERING DER WIS- EN NATUURKUNDIGE AFDEELING van Zaterdag 24 September 1910.

Voorzitter: de Heer H. A. LORENTZ.
Secretaris: de Heer J. D. VAN DER WAALS.

I N H O U D.

- Ingekomen stukken, p. 348.
- Verslag van den Heer J. KUYPER over de wetenschappelijke onderzoekingen door hem verricht in het Botanisch Station te Buitenzorg van Januari—Juli 1910, p. 350.
- Verslag van de Heeren W. EINTHOVEN, H. J. HAMBURGER, C. A. PEKELHARING, T. PLACE en H. ZWAARDEMAKER over een door den Heer Prof. A. MOSSO, Directeur der Wetenschappelijke Laboratoria op den Col d'Olen, aan den Minister van Binnenlandsche Zaken gezonden schrijven betreffende de overdracht dier Laboratoria aan de Italiaansche Regeering, p. 352.
- Verslag van de Heeren H. G. VAN DE SANDE BAKHUYZEN, LELY en WIND over een door den Minister van Binnenlandsche Zaken toegezonden schrijven van den Britschen Gezant betreffende de besluiten van het in November 1909 te Londen bijeengekomen Internationaal Wereldkaart-Comité, p. 352.
- P. H. SCHOUTE: „Over het verband tusschen de hoekpunten van een bepaald zesdimensionaal polytoop en de rechten van een kubisch oppervlak”, p. 356. (Met één plaat).
- W. P. C. ZEEMAN: „Lensmetingen en Emmetropisatie”. (Aangeboden door de Heeren T. PLACE en P. ZEEMAN), p. 364.
- Mrs. A. BOOLE STOTT en P. H. SCHOUTE: „Over wederkeerigheid in verband met half regelmatige polytopen en netten”, p. 373.
- A. WICHMANN: „De vulkanische uitbarsting op het eiland Tëon (Tijau) in 1659”, p. 376.
- A. A. L. RUTGERS: „De invloed der temperatuur op den geotropischen praesentatietijd bij *Avena Sativa*”. (Aangeboden door de Heeren F. A. F. C. WENT en J. W. MOLL), p. 380. (Met één plaat).
- C. A. CROMMELIN: „Isothermen van éénatomige stoffen en hunne binaire mengsels. VI. Coëxisterende vloeistoffen en dampdichtheden van argon; berekening van de kritische dichtheid van argon”. (Aangeboden door de Heeren H. KAMERLINGH ONNES en H. A. LORENTZ), p. 390. (Met één plaat).
- H. E. J. G. DU BOIS: „Een verbeterde halfring-electromagneet”, II, p. 397. (Met één plaat).
- G. J. ELIAS: „Over het ZEEMAN-effect bij emissielijnen in eene richting, schuin ten opzichte van de krachtlijnen”. (Aangeboden door de Heeren H. E. J. G. DU BOIS en H. A. LORENTZ), p. 402.
- J. J. VAN LAAR: „Iets over den vasten toestand” V. (Aangeboden door de Heeren H. A. LORENTZ en F. A. H. SCHREINEMAKERS), p. 405. (Met één plaat).
- C. H. WIND: Buiging van een stootgolf door een spleet volgens de theorie van KIRCHHOFF”, p. 427. (Met één plaat).
- W. KAPTEYN: „Over de berekening van de eindintegraal, voorkomende in de verhandeling van Dr. C. H. WIND: „Buiging van een stootgolf door een spleet volgens de theorie van KIRCHHOFF””, p. 437.
- C. WINKLER en G. A. VAN RIJNBEEK: „Experimenteële onderzoekingen over segmentaal-innervatie van de huid van den hond”. (7e mededeeling), p. 462. (Met één plaat).
- G. GRIJNS: „Het doorlatingsvermogen van onder physiologische voorwaarden verkeerende roode bloedlichaampjes in het bijzonder voor alkali- en aardalkalimetalen”, p. 475.

Het Proces-Verbaal der vorige vergadering wordt gelezen en goedgekeurd.

Ingekomen zijn:

1°. Bericht van de Heeren P. P. C. HOEK, S. HOOGWERFF, W. KAPPEYN, C. H. WIND en C. WINKLER, dat zij verhinderd zijn de vergadering bij te wonen.

2°. Missive van Zijne Exc. den Minister van Binnenlandsche Zaken dd. 9 Juli 1910, kennisgevende dat Zijne Exc. het voorstel der Afdeling tot uitzending van den Heer F. A. STEENSMA, Lector aan de Rijks-Universiteit te Utrecht, naar de wetenschappelijke Laboratoria op den Col d'Olen goedkeurt.

Voor kennisgeving aangenomen.

3°. Missive van denzelfden Minister d.d. 9 Juli 1910, met bericht dat aan Dr. A. H. BLAAUW te Elst, die, met een toelage uit het Buitenzorg-fonds, voor den tijd van zes maanden naar het Botanisch Station te Buitenzorg zal vertrekken, ook een Rijkstocelage over 1910 van f 700,— verleend is.

Aan den Minister is medegedeeld dat de Heer BLAAUW in den zomer van 1911 naar Buitenzorg denkt te vertrekken.

4°. Missive van denzelfden Minister d.d. 28 Juli 1910, waarbij ter kennisneming wordt toegezonden afschrift van het Kon. Besluit van 28 Juli 1910 no. 53, inhoudende de benoeming van den Heer G. A. F. MOLENGRAAFF tot gedelegeerde van de Nederlandsche Regeering bij het in 1910 te Stockholm te houden 11de internationaal Geologisch Congres, buiten bezwaar van 's Rijks Schatkist.

Voor kennisgeving aangenomen.

6°. Missive van denzelfden Minister d.d. 30 Juli 1910 ter begeleiding van twee van den Consul-Generaal te Melbourne ontvangen courantenuitknipsels betreffende radium.

Ter kennisname voor de leden beschikbaar gesteld.

6°. Missive van denzelfden Minister d.d. 23 Juli 1910, waarin verzoekt wordt om bericht en raad omtrent een, met begeleidende missive van Zijne Exc. den Minister van Buitenlandsche Zaken, toegezonden schrijven met bijlagen van den Britschen Gezant betreffende de besluiten van het in November 1909 te Londen bijeengekomen internationale Wereldkaart-Comité.

Dit schrijven werd met de bijlagen tusschentijds door den Voorzitter in handen gesteld van de Heeren H. G. VAN DE SANDE BAKHUYZEN, C. LELY en C. H. WIND met verzoek daarover in deze vergadering van advies te willen dienen.

7°. Missive van denzelfden Minister d.d. 7 September 1910 met verzoek om bericht en raad omtrent een schrijven van den Heer Prof. A. Mosso, Directeur der wetenschappelijke Laboratoria op den

Col d' Olen, betreffende de overdracht dier Laboratoria aan de Italiaansche Regeering.

Dit schrijven is gesteld in handen van de Commissie uit de Afdeeling voor die Laboratoria met verzoek om advies.

8°. Missive van denzelfden Minister d.d. 30 Augustus 1910, waarbij worden toegezonden een drietal bescheiden betreffende het XIVE Vlaamsche Natuur- en Geneeskundig Congres en eene internationale, wetenschappelijke tentoonstelling, welke in September a. s. te Antwerpen zullen worden gehouden.

In die bescheiden wordt het verzoek gedaan voor die tentoonstelling tijdelijk af te staan een exemplaar van de tot heden verschenen Verslagen der Zittingen van de Afdeeling. Daar de bibliotheek der Akademie slechts één compleet exemplaar dier Verslagen bezit en bovendien aan het Bestuur van bovengenoemd Congres, geregeld na verschijnen, een exemplaar van het Zittingsverslag gezonden wordt vond het Bestuur der Akademie geen termen aanwezig om aan het verzoek te voldoen.

9°. Missive van denzelfden Minister d.d. September 1910 met verzoek om bericht en raad omtrent een ingekomen request van den Heer Prof. ERNST COHEN te Utrecht in zijne hoedanigheid van Lid van het „Comité international der Tables Physico-Chimiques”, waarin, voor het samenstellen dier Tabellen, ook de finantieele steun der Nederlandsche Regeering gevraagd wordt door het verlenen van een jaarlijksche subsidie van f' 800,— uit 's Rijks Schatkist gedurende de jaren 1910, 1911 en 1912.

Dit request is door den Voorzitter gesteld in handen van de Heeren J. D. VAN DER WAALS, P. ZEEMAN, H. HAGA, S. HOOGWERF en F. A. H. SCHREINEMAKERS met verzoek om advies.

10°. Dankbetuiging van den Heer A. W. K. DE JONG te Buitenzorg voor zijne benoeming tot Correspondent der Afdeeling.

Voor kennisgeving aangenomen.

11°. Circulaire van de „Association des Ingénieurs électriciens sortis de l' Institut électrotechnique Montefiore” te Luik ter begeleiding van een exemplaar der Statuten van de „Fondation George Montefiore”, door wijlen den Eere-President en oprichter van het „Institut électrotechnique” gesticht.

Ter kennisname voor de leden beschikbaar gesteld.

12°. Uitnoodiging van de „Società di Naturalisti in Napoli” tot bijwoning van de plechtige herdenking op 12—14 September 1910 van het feit dat een eeuw geleden FILIPPO CAVOLINI gestorven is.

Deze uitnoodiging werd beantwoord met de mededeeling, dat de

Akademie niet in staat was zich te doen vertegenwoordigen, doch hartelijk deelnam in de plechtigheid.

13°. Diverse circulaires betreffende een nationale huldiging van de nagedachtenis van P. MATTEO RICCI, geograaf en apostel van China, († 1610) in zijn geboorteplaats Macerata, met uitnoodiging tot deelneming.

Ter kennisname voor de leden beschikbaar gesteld.

14°. Schrijven van den Heer J. KUYPER te Utrecht ten geleide van een verslag van de wetenschappelijke onderzoekingen, door hem verricht in het Botanisch Station te Buitenzorg, tijdens zijn verblijf van Januari-Juli 1910.

Dit Verslag luidt als volgt:

Plantkunde. — Verslag van de onderzoekingen van den Heer Dr. J. KUYPER verricht gedurende zijn verblijf aan het Departement van Landbouw te Buitenzorg.

Van af den 23en Januari tot den 2en Juli l.l. had ik het voor iederen plantkundige niet genoeg te waardeeren voorrecht mij op Java en meer speciaal te Buitenzorg te kunnen wijden aan de studie der botanie. Gedurende den tijd, welken ik werkelijk te Buitenzorg vertoefde, hield ik mij in de eerste plaats bezig met een onderzoek naar den invloed van de temperatuur op de adembaling der tropische planten. Voor planten uit een gematigd klimaat had ik reeds een dergelijk onderzoek uitgevoerd; het kwam mij gewenscht voor na te gaan, in hoeverre de gewijzigde omstandigheden, n.l. die, waaronder de planten in de tropen leven, dezen invloed veranderen; ik wilde daartoe de planten onderzoeken onder zoo veel mogelijk natuurlijke omstandigheden. Het resultaat dezer onderzoekingen was in overeenstemming met hetgeen ik meende te mogen verwachten: de invloed der temperatuur is ongeveer dezelfde, mits men met een bepaalde temperatuur in een gematigd klimaat vergelijkte een temperatuur in de tropen, die ongeveer 5° C. hooger ligt.

De temperatuur die het meest gunstig voor de plant is, is dus in de tropen hooger dan in de gematigde zone, zoodat hier ook de plant in een zeker evenwicht met hare omgeving is. Voor de proeven werden door mij gebruikt *Arachis hypogaea* en *Oryza sativa*.

Verder deed ik eenige waarnemingen aangaande een eigenaardig geval van vegetatieve voortplanting bij een *Aracca*, *Gonatopus Bowini*. Deze plant laat bepaalde blaadjes van een samengesteld blad in geheel frisschen toestand vallen. Op den grond liggende vormen deze aan den afgebroken bladsteel een knol, die spoedig wortels en een

nieuwe plant vormt. Ik heb getracht dit verschijnsel zoo nauwkeurig mogelijk te bestudeeren.

Hoofdzakelijk heb ik echter gemeend mij den tijd van mijn verblijf in de tropen ten nutte te moeten maken door zoo veel mogelijk te trachten een indruk te krijgen van den tropischen plantengroei als geheel en mij op de hoogte te stellen van de verschillende cultuurplanten. Om het eerste te bereiken, maakte ik verschillende excursies in de buurt van Buitenzorg en later ook in andere streken van Java; de beste gelegenheid voor het bestudeeren der oerboschflora levert nog steeds de bergtuin te Tjibodas, dependance van den tuin te Buitenzorg. Op een tocht naar Oost-Java had ik gelegenheid de verandering der flora waar te nemen, wanneer men zich oostwaarts over Java beweegt, totdat men op het Tenggergebergte een meer uitgesproken Australisch karakter aantreft.

Door vele bergtochten was ik in staat een indruk te krijgen van de bergtop- en kraterflora op Java. Voor het bestudeeren van de zoo merkwaardige *mangrovevegetatie* ondernam ik een tocht naar Tandjong-Priok onder geleide van den heer C. A. Backer, assistent aan het herbarium te Buitenzorg.

In verband met het tweede hierboven genoemde doel: het leeren kennen der groote tropische cultures bezocht ik verschillende plantages en proefstations; o. a. hield ik mij eenigen tijd op aan het proefstation voor suiker „Oost-Java” te Pasocroean, de Gouvernementskino-onderneming te Tjinjiroean en verschillende thee- en rubberondernemingen in de Preanger-Regentschappen gelegen.

Ook reeds de plantentuin te Buitenzorg en de kultuurtuin te Tjikeumenh verschaffen een goede gelegenheid om vele planten, die voor cultuur in aanmerking komen, te leeren kennen.

Ten slotte verzamelde ik embryologisch materiaal van verschillende planten, ten deele met de bedoeling het zelf te kunnen bewerken, ten deele ten behoeve van het Botanisch Laboratorium der Universiteit te Utrecht.

Het zij mij vergund hier openlijk mijnen dank te betuigen aan Zijne Excellentie den Minister van Binnenlandsche Zaken en de leden van de Koninklijke Akademie van Wetenschappen, die mij door een subsidie in staat stelden deze reis te ondernemen, en aan den Directeur van Landbouw en de ambtenaren van het Departement van Landbouw in Nederlandsch Oost-Indië, die mij zonder uitzondering alle hulp verleenden, die ik noodig had.

Utrecht, 12 September 1910.

Physiologie. — De Heer EINTHOVEN brengt namens de Commissie voor het Laboratorium op den Col d'Olen het volgende verslag uit:

Naar aanleiding van een verzoek van den Minister van Binnenlandsche Zaken om advies omtrent een brief, die door Prof. A. Mosso aan den Minister is gericht, en waarin Prof. Mosso het voornemen te kennen geeft, de laboratoria op den Monte Rosa aan de Italiaansche Regeering over te dragen, heeft de Commissie van den Col d'Olen de eer te berichten, dat de bedoeling van de overdracht der inrichting is: haar blijvend bestaan te verzekeren.

Verder worden de rechten, die eenmaal door den Nederlandschen Staat in bedoelde inrichting zijn verkregen, onveranderd gehandhaafd. De commissie ziet daarom in de overdracht niet het minste bezwaar en stelt voor, dat een gelijklopende conclusie door de Akademie aan den Minister worde medegedeeld.

De commissie,
voor de laboratoria op den Col d'Olen
W. EINTHOVEN.
T. PLACE.
H. J. HAMBURGER.
C. A. PEKELHARING.
H. ZWAARDEMAKER.

De conclusie wordt goedgekeurd.

Geophysica. — De Heer H. G. VAN DE SANDE BAKHUYZEN brengt mede namens de Heeren LELY en WIND verslag uit over een schrijven van den Minister van Binnenlandsche Zaken d.d. 23 Juli met verzoek om bericht en raad betreffende de besluiten van het in November 1909 te Londen bijeengekomen Internationaal Wereldkaart Comité. Het verslag is gekleed in den vorm van een concept-antwoord aan den Minister, luidende als volgt:

In antwoord op den brief van den Minister van Buitenlandsche Zaken Afd. 1 No. 112520, ons toegezonden bij begeleidend schrijven van den Minister van Binnenlandsche zaken No. 1769 Afd. K. W., dd. 23 Juli 1910, met verzoek om bericht en raad, heeft de Wis- en Natuurkundige Afd. van de K. Akademie van Wetenschappen de eer het navolgende te berichten.

Aan dit bericht moge het volgende voorafgaan.

Onder de verschillende besluiten betrekkelijk de vervaardiging van

eene wereldkaart op de schaal van $\frac{1}{1000000}$, welke de Britsche gezant, in zijn ons toegezonden schrijven, aan de Nederlandsche regeering ter overweging en zoo mogelijk ter goedkeuring heeft doen toekomen, bevindt zich geen besluit, waarin de wenschelijkheid van de vervaardiging van zulk een kaart, ook met het oog op de daaraan verbonden bezwaren en kosten, wordt uitgesproken.

Van deze wenschelijkheid, uit een wetenschappelijk oogpunt, is de Wis- en Natuurkundige Afd. overtuigd, doch daar haar oordeel hierover niet wordt gevraagd, meent zij de mededeeling van de gronden waarop hare meening berust te kunnen achterwege laten. Zij heeft echter deze meening aan haar advies ten grondslag gelegd.

De door den Britschen gezant medegedeelde besluiten, welke door de internationale commissie voor de wereldkaart in hare bijeenkomsten in November 1909 te Londen zijn vastgesteld, bestaan uit twee groepen. De eerste, aangegeven door de cijfers 1 tot 13, en door alle leden der commissie ondertekend, heeft betrekking op de technische bijzonderheden, welke bij de vervaardiging van de kaart voorkomen; de tweede groep van toegevoegde besluiten (supplementary resolutions), aan het eind van de zittingsverslagen vermeld, heeft betrekking op het aandeel in de vervaardiging van de kaart, dat elke regeering op zich zal nemen.

Wat de eerste groep betreft, verklaart de Afd. gaarne dat, in zooverre zij bevoegd is daarover te oordeelen, zij deze doeltreffend vindt, en geene verandering wenschelijk acht. In verband met besluit 8d beveelt zij de regeering aan, de noodige gegevens omtrent de uitspraak der letters in de plaatsnamen van ons land, en eventueel van onze koloniën, te willen doen toekomen aan de kartografische inrichting die met de vervaardiging der kaart zal worden belast. In verband met besluit 13, beveelt zij eveneens aan, dat de regeering met de regeeringen der aangrenzende landen in overleg trede omtrent het voor de vervaardiging der kaarten te gebruiken materiaal en omtrent de spelling der plaatsnamen.

In de tweede groep „the supplementary resolutions” spreekt de Londensche commissie eenstemmig de wenschelijkheid uit van de navolgende punten:

In A. alinea 1: dat de bladen van de internationale kaart, voor zoover deze betrekking hebben op Europa, alle zullen vervaardigd worden in eene zelfde kartografische inrichting in Europa. Hiermede kan de Afd. zich geheel vereenigen.

In A. alinea 2: de overige bladen zullen worden vervaardigd in de thans bestaande kartographische inrichtingen van die landen, welke bij de vervaardiging van die bladen belang hebben; zoo zou de regeering der Vereenigde Staten van Amerika de kaarten van die Staten doen vervaardigen, de Russische regeering die van Siberië enz Ook hiertegen heeft de Afd. geen bezwaar.

In A. alinea 3: dat de regeeringen, welke zich reeds hebben beziggehouden met de vervaardiging van kaarten op de schaal van één millioenste van uitgestrekte gebieden, hiermede zullen voortgaan; zoo b.v. Frankrijk met de vervaardiging van de kaart van Azië. In eene noot wordt daaraan toegevoegd, dat dit besluit volstrekt niet verhindert, dat andere regeeringen de samenstelling der kaarten van hare koloniën zullen ter hand nemen.

Bij de overweging van deze alinea deed zich nu de vraag voor, of Nederland de bladen voor zijne koloniën in zijne kartographische inrichtingen zal doen bewerken, dan wel of eene andere mogendheid zich daarmede zou belasten. Dit laatste zou alleen dan kunnen geschieden, als van die koloniën gedrukte kaarten bestaan op eene schaal grooter dan $\frac{1}{1000000}$.

Zoo is het mogelijk dat Frankrijk, hetgeen de uitgave van de kaart van Azië op zich zou nemen, geneigd zal zijn de kaart van onze Oost-Indische bezittingen ten minste gedeeltelijk te vervaardigen.

Ten einde hieromtrent zekerheid te verkrijgen, heeft eene Commissie uit de Afd. zich gewend tot de personen die in Frankrijk vermoedelijk met de vervaardiging der kaart van Azië zullen worden belast. Uit de verkregen inlichtingen is gebleken, dat waarschijnlijk door het ministerie in Frankrijk bij de kamers zal worden ingediend een wetsvoorstel ter bepaling van het deel der wereldkaart dat door Frankrijk zal worden vervaardigd, en ter aanwijzing van de daarvoor noodige gelden. Vóór dat dit in te dienen ontwerp tot wet is verheven, kan dus nog niet met zekerheid worden aangegeven, welke bladen van de kaart door Frankrijk zullen worden bewerkt, maar, volgens het oordeel der geraadpleegde personen, zou het niet in de bedoeling van de Fransche regeering liggen, zich met de vervaardiging der kaarten van onze Oost-Indische bezittingen bezig te houden. Deze zouden dus, evenals de kaarten onzer koloniën in West-Indië, door Nederland moeten worden geleverd,

De afdeeling meent met groote waarschijnlijkheid te mogen aannemen dat het hiervoor benoodigde materiaal voorhanden is.

Omtrent de kaarten onzer O. I. bezittingen die door de Topographische inrichting te 's Gravenhage en door het Bureau van den

topographischen dienst te Weltevreden zijn vervaardigd en in den handel zijn gebracht, geeft de Regeeringsalmanak van Nederlandsch Indië 1910, 1e gedeelte, de gewenschte inlichtingen. Uit de lijsten van de kaarten, bladwijzers enz. verkrijgbaar aan het hoofdbureau van den topographischen dienst te Weltevreden, en van de kaarten en gidsen van den Nederl. Indischen Archipel, verkrijgbaar bij de onderdepôts te Tandjongpriok, Soerabaya enz. blijkt, dat, met eene enkele uitzondering, kaarten van alle deelen van onze O. I. bezittingen op eene schaal van $\frac{1}{1000000}$ of grooter gedrukt aanwezig zijn.

Ook van onze koloniën in West-Indië zijn kaarten op de gewenschte schaal voorhanden.

Het geheele materiaal voor de kaartbladen die betrekking hebben op onze koloniën is dus, wellicht met eene enkele uitzondering, gedrukt, of zoo niet gedrukt, dan toch geteekend voorhanden. Het zal dus geen groot bezwaar hebben om die bladen 't zij hier, 't zij in onze overzeesche bezittingen te doen gereed maken en te doen drukken.

Het is der afdeeling onbekend welke de kosten van een en ander zullen zijn, en ook welke finantiële regeling bij de uitvoering van het plan van de wereldkaart zal worden getroffen. Zij meent echter, dat de taak om de bladen van onze overzeesche bezittingen voor de wereldkaart te leveren, niet aan eene vreemde mogendheid mag worden overgelaten, en zij neemt de vrijheid Uwe Excellentie in overweging te geven om, zoo daartegen bij de Regeering geen overwegend finantiël bezwaar bestaat, zelve die taak op zich te nemen, en aan de betrokken regeeringen mede te deelen, dat de Nederlandsche regeering het voornemen heeft de bladen van de wereldkaart voor hare koloniën te doen vervaardigen.

Met den wensch door de Commissie uitgesproken in de supplementary resolution B, dat later door internationale samenwerking ook dergelijke kaarten zullen worden vervaardigd met betrekking tot de meteorologie, geologie, enz., vereenigt zich de Afd. geheel.

H. G. v. D. SANDE BAKHUYZEN.

C. LELY.

J. H. WIND.

Wiskunde. — De Heer SCHOUTE biedt een mededeeling aan: „*Over het verband tusschen de hoekpunten van een bepaald zesdimensionaal polytoop en de rechten van een kubisch oppervlak.*”

1. Bij zijn onderzoek naar half- en meer dan halfregelmatige polytopen heeft de Heer E. L. ELTE, doct^r. in wis en natuurkunde, een $\frac{3}{4}$ -regelmatig zesdimensionaal polytoop met 27 hoekpunten ontdekt. Het is ons doel hier te wijzen op de volledige overeenkomst in liggingsverhoudingen van de 27 hoekpunten van dit polytoop met de 27 rechten van een kubisch oppervlak.

Het symbool der kenmerkende getalien van dit polytoop is

$$(27, 216, 720, 1080, 432 + 216, 72 + 27),$$

d.w.z. het polytoop heeft 27 hoekpunten, 216 ribben, 720 zijvlakken, 1080 grenslichamen, 648 vierdimensionale en 99 vijfdimensionale grenspolytopen. Het onverdeeld voorkomen der getallen 27, 216, 720, 1080 binnen de haakjes van het symbool wijst op gelijkwaardigheid der overeenkomstige elementen: alle ribben zijn even lang en van denzelfden stand, alle zijvlakken zijn gelijke gelijkzijdige driehoeken van denzelfden stand, alle grenslichamen zijn gelijke regelmatige viervlakken van denzelfden stand. Daarentegen verdeelen de 648 gelijke regelmatige vijfcellen, die de vierdimensionale grenspolytopen uitmaken, zich naar den stand in twee groepen, terwijl de 99 vijfdimensionale grenspolytopen bestaan uit 72 regelmatige simplexen $S(6)$ met zes hoekpunten en 27 regelmatige kruispolytopen $K_7(10)$ met tien hoekpunten; van de 648 vijfcellen zijn er 432 gemeen aan een simplex $S(6)$ en een kruispolytoop $K_7(10)$, 216 aan twee kruispolytopen $K_7(10)$.

2. Om in staat te zijn met de deur in het huis te vallen gaan we uit van de 27 punten met de coördinaten:

$$\left. \begin{array}{l} 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad -\frac{4}{3}\sqrt{3} \dots a_0, \\ (1 \quad -1 \quad -1 \quad -1 \quad -1) \quad -\frac{1}{3}\sqrt{3} \dots 5a_i \\ 1 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad -\frac{1}{3}\sqrt{3} \dots b_0, \\ (-1 \quad -1 \quad 1 \quad 1 \quad 1) \quad -\frac{1}{3}\sqrt{3} \dots 10c_{ik} \end{array} \right\}$$

$$\left. \begin{array}{l} (2 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0) \quad \frac{2}{3} \sqrt{3} \dots 5b_i \\ (-2 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0) \quad \frac{2}{3} \sqrt{3} \dots 5c_{0i} \end{array} \right\}.$$

In dit schema duiden de teekens $a_0, a_1, \dots, a_5, b_0, c_{12}, \dots, c_{45}, b_1, \dots, b_5, c_{01}, \dots, c_{05}$ der laatste kolom de punten op overzichtelijke wijze aan; bovendien is deze notatie volkomen gelijk aan de bij de 27 rechten van het kubisch oppervlak gebruikelijke. Wat meer zegt, heeft men door middel van de gewone afstandsbe­paling van twee punten met gegeven coördinaten uitgemaakt, dat elk der 27 punten van 16 der overige den afstand $2\sqrt{2}$, van de 10 resteerende den afstand 4 heeft, en voor elk der 27 punten nagegaan, welke 16 naburig, welke 10 afgelegen zijn, dan blijkt onmiddellijk, dat bij gebruik der zelfde symbolen a, b, c voor de 27 hoekpunten van het polytoop en de 27 rechten van het kubisch oppervlak met twee *naburige* hoekpunten (ribbe afstand = $2\sqrt{2}$) steeds twee elkaar *kruisende*, met twee *afgelegen* hoekpunten (diagonaalsafstand = 4) steeds twee elkaar *snijdende* rechten van het kubisch oppervlak overeenkomen. We zullen zien tot welke eenvoudige meetkundige uitkomsten deze verwantschap leidt; hiertoe hebben we echter noodig de projectie van het nieuwe polytoop op verschillende symmetrieassen te kennen.

3. Alle 27 punten hebben van den oorsprong denzelfden afstand $\frac{4}{3}\sqrt{3}$. Dus is de oorsprong het middelpunt van het polytoop en gaan alle symmetrieassen door dit punt.

De projectie van het polytoop op de door het hoekpunt a_0 gaande as OX_6 is onmiddellijk uit de coördinaten afte­lezen. Zij is op de bekende wijze neergelegd in fig. 1. Bovendien vindt men in Lijst I de namen van alle ribben, zijvlakken, enz.

Uit de projectie (1, 16, 10) blijkt, dat tegenover het punt a_0 een begrenzend kruispolytoop $Kr(10)$ staat. We zeggen, dat deze elementen *recht* tegenover elkaar staan, omdat de lijn van het hoekpunt naar het polytoops­middelpunt bij verlenging door het zwaartepunt van het tegenoverliggend kruispolytoop $Kr(10)$ gaat.

4. We herhalen in fig. 2^a de ligging der 27 punten in de projectie (1, 16, 10) en wijzen nu aan hoe de daar verder voor de overige projecties (2, 10, 10, 5), enz. aangegeven uitkomsten verkregen zijn. We werken daarbij het eerste nieuwe geval (2, 10, 10, 5) van fig. 2^b,

waarbij de door het midden van de ribbe a_1a_2 gaande as de projectie-as is, in onderdeelen uit.

De coördinaten van het midden der ribbe a_1a_2 zijn

$$0, 0, -1, -1, -1, -\frac{1}{3}\sqrt{3}.$$

Dus stelt

$$\frac{(x_3 + x_4 + x_5)\sqrt{3} + x_6}{\sqrt{10}} = \text{const.}$$

de normaalvergelijking van elke ruimte R_5 loodrecht op de aangenomen as voor. De constante van het tweede lid nu neemt voor de in fig. 2^b aangegeven puntgroepen (a_1a_2) , $(a_0a_3a_4a_5c_{13}c_{04}c_{05}c_{34}c_{35}c_{45})$, $(b_1b_2c_{01}c_{02}c_{13}c_{14}c_{15}c_{23}c_{24}c_{25})$, $(b_0b_3b_4b_5c_{12})$ achtereenvolgens de waarden $-\frac{10}{\sqrt{30}}$, $\frac{4}{\sqrt{30}}$, $\frac{2}{\sqrt{30}}$, $\frac{8}{\sqrt{30}}$ aan; met behulp van deze waarden wordt de plaats van elk der aspunten, waar zich deze 2, 10, 10, 5 punten projecteeren, ten opzichte van het door de gestippelde vertikale lijn aangegeven nulpunt gemakkelijk gevonden.

Het zwaartepunt van de regelmatige vijfcel $(b_0b_3b_4b_5c_{12})$, die tegenover de ribbe (a_1a_2) ligt, d.i. het punt met de coördinaten

$$0, 0, \frac{4}{5}, \frac{4}{5}, \frac{4}{5}, \frac{4}{15}\sqrt{3},$$

ligt op de as van projectie. Dus staan de ribbe (a_1a_2) en de vijfcel $(b_0b_3b_4b_5c_{12})$ recht tegenover elkaar. Uit het aantal 216 der ribben volgt, dat de tegenoverliggende vijfcellen elk voor zich gemeen moeten zijn aan twee kruispolytopen $Kr(10)$; werkelijk is de tegenover de ribbe (a_1a_2) staande vijfcel gemeen aan de twee kruispolytopen $Kr(10)$, die tegenover de hoekpunten a_1, a_2 staan.

5. Op geheel analoge wijze worden de overige projecties gevonden.

Zoo behandelt fig. 2^c het geval der as gaande naar het middelpunt van zijvlak $a_1a_2a_3$. De hierbij optredende normaalvergelijking

$$\frac{x_1 + x_2 + x_3 + 3(x_4 + x_5) + x_6\sqrt{3}}{2\sqrt{6}} = \text{const.}$$

doet dan voor de puntgroepen

$$(a_1a_2a_3), (a_0a_4a_5c_{04}c_{05}c_{45}), (c_{01}c_{02}c_{03}c_{14}c_{24}c_{34}c_{15}c_{25}c_{35}), (b_1b_2b_3c_{12}c_{13}c_{23}), (b_0b_4b_5)$$

achtereenvolgens de waarden $-\frac{4}{\sqrt{6}}$, $-\frac{2}{\sqrt{6}}$, 0 , $\frac{2}{\sqrt{6}}$, $\frac{4}{\sqrt{6}}$ der constante vinden. We vinden zoodoende de projectie (3, 6, 9, 6, 3), die doet zien, dat de zijvlakken van het polytoop paarsgewijs recht tegenover

elkaar staan. Want het zwaartepunt van driehoek $b_0 b_4 b_5$ ligt op de projectie-as.

Zoo geeft fig. 2^d het geval der as gaande door het middelpunt van het viervlak $a_1 a_2 a_3 a_4$ en wel met behulp der normaalvergelijking $\frac{(x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + 2x_5) \sqrt{3} + 2x_6}{2\sqrt{7}} = \text{const.}$ en de waarden $-\frac{7}{\sqrt{21}}, -\frac{4}{\sqrt{21}}, -\frac{1}{\sqrt{21}}, \frac{2}{\sqrt{21}}, \frac{5}{\sqrt{21}}, \frac{8}{\sqrt{21}}$ der constante — de projectie (4, 3, 8, 6, 4, 2). Hier staat de bij de waarde $\frac{8}{\sqrt{21}}$ behorende ribbe

$b_0 b_5$ *schuin* tegenover het viervlak $a_1 a_2 a_3 a_4$, want het zwaartepunt der ribbe ligt *niet* op de projectie-as. Bij nader onderzoek vindt men, dat elke ribbe op deze wijze schuin tegenover vijf begrenzende viervlakken staat, nl. tegenover de vijf begrenzende viervlakken van de recht tegenover de ribbe staande vijfcel. In overeenstemming hiermee is het aantal 1080 der begrenzende viervlakken vijfmaal dat der ribben.

Verder geeft fig. 2^e de projectie op de as naar het middelpunt van de vijfcel $a_1 a_2 a_3 a_4 a_5$ gemeen aan het simplex $a_0 a_1 a_2 a_3 a_4 a_5$ en een kruispolytoop $K_7(10)$. Normalvergelijking

$$\frac{3(x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5) \sqrt{3} + 5x_6}{4\sqrt{10}} = \text{const.},$$

waarden dier constante $-\frac{8}{\sqrt{30}}, -\frac{5}{\sqrt{30}}, -\frac{2}{\sqrt{30}}, \frac{1}{\sqrt{30}}, \frac{7}{\sqrt{30}}, \frac{10}{\sqrt{30}}$; dat in deze rekenkundige reeks de term $\frac{4}{\sqrt{30}}$ ontbreekt, zal later een

natuurlijke verklaring vinden. Het tegenoverliggende punt b_0 ligt schuin tegenover de vijfcel, waarvan we uitgingen. Bij nader onderzoek blijkt het volgende. Er zijn, zooals reeds opgemerkt werd, 216 vijfcellen, elk gemeen aan twee $K_7(10)$; d. w. z. van de 27×32 grensvijfcellen der kruispolytopen bedekken er 432 elkaar paarsgewijs, terwijl de 432 overige bedekt worden door de 72×6 grensvijfcellen der $S(6)$. Dus zijn de 32 grensvijfcellen van elk $K_7(10)$ om en om wit en zwart, als men een met een $S(6)$ in contact zijnde vijfcel wit, een met een $K_7(10)$ in contact zijnde vijfcel zwart noemt, en nu staat elk hoekpunt schuin tegenover de 16 witte grensvijfcellen van het recht tegenoverstaand $K_7(10)$. Werkelijk is het aantal 432 der vijfcellen gemeen aan twee vijfdimensionale polytopen van verschillend soort 16-maal het aantal der hoekpunten.

Eindelijk behandelt fig. 2^f het geval van de as door het middelpunt van het simplex $a_0 a_1 a_2 a_3 a_4 a_5$. Hierbij treedt de normaalvergelijking

$$\frac{x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 \sqrt{3}}{2\sqrt{2}} = \text{const. met de waarden } -\sqrt{2}, 0, \sqrt{2}$$

der constante op en wordt de eenvoudige projectie (6, 15, 6) der punten a, c, b gevonden, die in fig. 3 ten voeten uit gegeven wordt, terwijl Lijst II de namen der grenselementen doet kennen ¹⁾. Deze projectie leert ons, dat de 72 begrenzende $S(6)$ paarsgewijs recht tegenover elkaar staan.

6. Alvorens we nu de verkregen projecties in verband met de 27 lijnen van een kubisch oppervlak gaan beschouwen, willen we onze terminologie wat uitbreiden door het naast elkaar stellen van de eenvoudigste overeenkomstige eigenschappen van de twee 27-tallen. We spreken daarbij, als we de 27 punten bedoelen, van het „polytoop”, als we de 27 lijnen bedoelen, van „de configuratie”.

Het polytoop heeft	De configuratie heeft
216 ribben en 135 diagonalen, drie aan drie gelegen in 45 vlakken;	216 tweekruisers en 135 tweesnijders, waarvan de snijpunten 45 driehoeken vormen;
720 driehoekige zijvlakken, die 360 paren recht tegenover elkaar liggende driehoeken vormen;	720 driekruisers, die 360 paren op een zelfde kwadratisch oppervlak liggende driekruisers vormen;
1080 grensviervlakken;	1080 vierkruisers;
648 grensvijfcellen;	648 vijf-kruisers;
72 grenssimplexen $S(6)$, die 36 paren recht tegenover elkaar liggende $S(6)$ vormen;	72 zes-kruisers, die 36 „dubbelzessen” vormen;
27 grenspolytopen $K_7(10)$, die recht tegenover de hoekpunten staan;	27 tienlijnen met telkens een der lijnen tot gemeenschappelijke transversaal;
27 vijfdimensionale doorsneden met zestien hoekpunten;	27 zestienlijnen met telkens een der lijnen tot niet snijdende lijn;
van de 648 grensvijfcellen zijn er 432, die deel uitmaken van een $S(6)$.	van de 648 vijf-kruisers zijn er 432, die deel uitmaken van een half-dubbelzes.

7. We beschouwen nu de verkregen projecties in verband met de rechten van een kubisch oppervlak en noemen daarbij telkens het in de teekening het meest links geplaatste element het „element van uitgang”, het aan het rechtsche uiteinde der projectie voorkomende

¹⁾ Hier is voor den index 0 de 6 in de plaats getreden.

element het „eindelement”. Hierbij treft ons dan al aanstonds deze bijzonderheid, dat de bij fig. 2^a uit de tusschen de hoekpunten van het polytoop en de rechten van het kubisch oppervlak onderstelde betrekking voortvloeiende eigenschap, dat de 10 lijnen van het eindelement de lijn van uitgang snijden, zich tot en met fig. 2^e handhaaft in dezen vorm, dat alle lijnen van het eindelement gemeenschappelijke transversalen zijn van de lijnen van het element van uitgang, terwijl in fig. 2^f elke lijn van het eindelement slechts vijf der zes lijnen van het element van uitgang snijdt. We komen echter gemakkelijk tot een regel zonder uitzondering, die het liggingsverband der lijnen bovendien veel nauwkeuriger uitdrukt, wanneer we als in fig. 4 op een horizontale lijn OX van den oorsprong O uit gelijke stukken uitzetten, de deelpunten merken met de rij der getallen $0, 1, 2, 3 \dots$, onder O de lijnen der verschillende elementen van uitgang plaatsen ¹⁾ en nu voor elk dier gevallen onder de cijfers $0, 1, 2, 3 \dots$, neerschrijven de lijnengroepen, waarvan elke lijn achtereenvolgens $0, 1, 2, 3 \dots$ van de lijnen van het element van uitgang snijdt. We vinden dan merkwaardig genoeg de projecties $(1, 16, 10)$, $(2, 10, 10, 5)$, enz. terug.

De gevallen, waarbij het element van uitgang een, twee, drie of vier lijnen bevat, geven hoogstens aanleiding tot de opmerking, dat we in fig. 4 de oude projecties terugvinden op verschillende schaal; immers, naar waarheid hebben de *onderling* gelijke segmenten van elke projectie *verschillende* lengte voor de *verschillende* projecties van fig. 2 en deze segmenten zijn in fig. 4 *alle* aan elkaar gelijk genomen.

Bij de vier overige projecties van fig. 4 is het element van uitgang in de taal der configuratie achtereenvolgens

- een vijfkruiser, die geen deel is van een half-dubbelzes;
- een vijfkruiser, die deel uitmaakt van een half-dubbelzes;
- een zeskruiser;
- een tienlijn.

Van deze vier nog te bespreken gevallen is het eerste dat van fig. 2^b, het laatste dat van fig. 2^a, beide met verwisseling van element van uitgang en eindelement, terwijl het tweede en derde aan fig. 2^e en fig. 2^f beantwoorden.

We behandelen het tweede der vier gevallen, dat der projectie $(5, 1, 5, 10, 0, 5, 1)$ het eerst, om hier op de door de nul aangeduide leege plaats de aandacht te vestigen. Waarom moet hier (in fig. 2^e) die leege plaats voorkomen? Omdat het aantal der lijnen, die achter-

¹⁾ Op dit punt behoort het procédé — zie den slotzin van dit artikel — eigenlijk een kleine uitbreiding te ondergaan, die den lezer, als hij het geheele artikel gelezen heeft, wel duidelijk zal zijn.

cenvolgens 0, 1, 2, 3, 4, 5 der vijf lijnen a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 van het element van uitgang snijden, 1, 5, 10, 0, 5, 1 is; anders gezegd: elk der 27 lijnen, die drie der vijf lijnen a_i snijdt, snijdt er minstens vier. Uit deze ongezochte verklaring van het bedoelde hiatenfeit verklaren zich nu tevens de drie andere projecties. Neemt men de projectie van fig. 2^b in tegengestelden zin, dan vindt men, dat elk der tien lijnen $(b_1, b_2, c_{01}, c_{02}, \dots, c_{25})$ één, elk der tien lijnen $(a_0, a_1, a_4, a_5, c_{03}, \dots, c_{46})$ drie, elk der beide lijnen (a_1, a_2) vijf der lijnen van het element van uitgang $(b_0, b_3, b_4, b_5, c_{12})$ snijdt. Het derde der vier gevallen, dat van de projectie (6, 15, 6) van fig. 2^f, is hiermede tegelijkertijd verklaard. Eindelijk moet bij het laatste geval nog opgemerkt worden, dat het plaatsen van het element van uitgang, de tienlijn, één verdeeling rechts van O , geen vergissing is, doch hiermee samenhangt, dat de tien lijnen elkaar niet alle kruisen, doch elke lijn één der negen overige snijdt.

8. Hiermee is ons eigenlijk onderwerp uitgeput. We willen ten slotte echter nog de vraag stellen of de mogelijkheid bestaat, dat beschouwingen analoog aan de boven gegevene van bekende andere lijnenconfiguraties tot onbekende meerdimensionale polytopen met zekeren graad van regelmatigheid en omgekeerd nieuw ontdekte polytopen met dit karakter tot onbekende lijnenconfiguraties kunnen voeren. Naar het ons voorkomt kan het antwoord op deze vraag niet twijfelachtig zijn.

In plaats van ons thans hierin verder te verdiepen willen we nog wijzen op de configuratie der 16 lijnen, die een der 27 lijnen kruisen, waarmee het vijfdimensionale polytoop met de 16 hoekpunten $(5a_i, b_0, 10c_{ik})$ overeenkomt. De bedoelde configuratie komt, zooals men weet, voor op de oppervlakken van den vierden graad met een dubbelkegelsnee. Aan den anderen kant vormen de 16 punten $(5a_i, b_0, 10c_{ik})$ in de ruimte $x_5 = -\frac{1}{3}\sqrt{3}$ de hoekpunten van het halve maatpolytoop $\frac{1}{2}[11111]$. Dus hebben we hier reeds een tweede voorbeeld van een overeenkomst als de boven behandelde voor ons. Ten einde den lezer in staat te stellen deze overeenkomst nader te bestudeeren hebben we in de fig. 5 en 6 datgene van de fig. 2 en 4 herhaald, wat op deze 16-tallen betrekking heeft.

LIJST I.

Hoekpunten.

$$a_0 - 5a_1, b_0, 10c_{12} - 5b_1, 5c_{01}.$$

Ribben.

$$5a_0a_1, a_0b_0, 10a_0c_{12} - 10a_1a_2, 30a_1c_{23}, 10b_0c_{12}, 30c_{12}c_{13} - 5a_1b_1, 20a_1c_{02}, 5b_0b_1, 30b_1c_{23}, 20c_{01}c_{12} - 10b_1b_2, 20b_1c_{02}, 10c_{01}c_{02}.$$

Zijvlakken.

$$10a_0a_1a_2, 30a_0a_1a_{23}, 10a_0b_0c_{12}, 30a_0c_{12}c_{13} - 10a_1a_2a_3, 30a_1a_2c_{34}, 60a_1c_{23}c_{24}, 30b_0c_{12}c_{13}, 20c_{12}c_{13}c_{14}, 10c_{12}c_{13}c_{23} - 30a_1a_2c_{03}, 30a_1b_1c_{23}, 60a_1c_{02}c_{23}, 30b_0b_1c_{23}, 60b_1c_{23}c_{24}, 30c_{01}c_{12}c_{13} - 20a_1b_1c_{02}, 30a_1c_{02}c_{03}, 10b_0b_1b_2, 3b_1b_2c_{34}, 60b_1c_{02}c_{23}, 10c_{01}c_{02}c_{12} - 10b_1b_2b_3, 30b_1b_2c_{03}, 30b_1c_{02}c_{03}, 10c_{01}c_{02}c_{03}.$$

Viervlakken.

$$10a_0a_1a_2a_3, 30a_0a_1a_2c_{34}, 60a_0a_1c_{23}c_{24}, 30a_0b_0c_{12}c_{13}, 20a_0c_{12}c_{13}c_{14}, 10a_0c_{12}c_{13}c_{23} - 5a_1a_2a_3a_4, 10a_1a_2a_3c_{45}, 30a_1a_2c_{34}c_{35}, 20a_1c_{23}c_{24}c_{25}, 20a_1c_{23}c_{24}c_{34}, 20b_0c_{12}c_{13}c_{14}, 10b_0c_{12}c_{13}c_{23}, 5c_{12}c_{13}c_{14}c_{15} - 20a_1a_2a_3c_{04}, 60a_1a_2c_{03}c_{34}, 60a_1b_1c_{23}c_{24}, 60a_1c_{02}c_{23}c_{24}, 60b_0b_1c_{23}c_{24}, 20b_1c_{23}c_{24}c_{25}, 20b_1c_{23}c_{24}c_{34}, 20c_{01}c_{12}c_{13}c_{14} - 30a_1a_2c_{03}c_{04}, 60a_1b_1c_{02}c_{23}, 30a_1c_{02}c_{03}c_{23}, 30b_0b_1b_2c_{34}, 30b_1b_2c_{34}c_{35}, 60b_1c_{02}c_{23}c_{24} - 30a_1b_1c_{02}c_{03}, 20a_1c_{02}c_{03}c_{04}, 10b_0b_1b_2b_3, 10b_1b_2b_3c_{45}, 60b_1b_2c_{03}c_{34}, 30b_1c_{02}c_{03}c_{25} - 5b_1b_2b_3b_4, 20b_1b_2b_3c_{04}, 30b_1b_2c_{03}c_{01}, 20b_1c_{02}c_{03}c_{04}, 5c_{01}c_{02}c_{03}c_{04}.$$

Vijfcellen gemeen aan $S(6)$, $Kr(10)$.

$$5a_0a_1a_2a_3a_4, 30a_0a_1a_2c_{34}c_{35}, 20a_0a_1c_{23}c_{24}c_{31}, 20a_0b_0c_{12}c_{13}c_{14}, 5a_0c_{12}c_{13}c_{14}c_{15} - a_1a_2a_3a_4a_5, 10a_1a_2c_{34}c_{35}c_{45}, 5b_0c_{12}c_{13}c_{14}c_{15} - 20a_1a_2a_3c_{04}c_{45}, 20a_1b_1c_{23}c_{24}c_{25}, 20a_1c_{02}c_{23}c_{24}c_{25}, 20b_0b_1c_{23}c_{24}c_{34} - 10a_1a_2a_3c_{04}c_{05}, 30a_1a_2c_{03}c_{04}c_{34}, 60a_1b_1c_{02}c_{23}c_{24}, 30b_0b_1b_2c_{34}c_{35}, 10b_1b_2c_{34}c_{35}c_{45}, 20b_1c_{02}c_{23}c_{24}c_{25} - 20a_1b_1c_{02}c_{03}c_{04}, 5a_1c_{02}c_{03}c_{04}c_{05}, 5b_0b_1b_2b_3b_4, 20b_1b_2c_{03}c_{04}c_{45}, 30b_1b_2c_{03}c_{04}c_{34}, - b_1b_2b_3b_4b_5, 10b_1b_2b_3c_{04}c_{05}, 5b_1c_{02}c_{03}c_{04}c_{05}.$$

Vijfcellen gemeen aan twee $Kr(10)$.

$$10a_0a_1a_2a_3c_{45}, 20a_0a_1c_{23}c_{24}c_{25}, 10a_0b_0c_{12}c_{13}c_{23} - 5a_1a_2a_3a_4c_{05}, 30a_1a_2c_{03}c_{34}c_{35}, 20a_1b_1c_{23}c_{24}c_{34}, 20a_1c_{02}c_{23}c_{24}c_{25}, 5c_{01}c_{12}c_{13}c_{14}c_{15} - 10b_0b_1b_2b_3c_{45}, 30b_1b_2c_{02}c_{34}c_{35}, 10a_1a_2c_{03}c_{04}c_{35}, 30a_1b_1c_{02}c_{03}c_{23} - 5b_1b_2b_3b_4c_{05}, 10b_1b_2c_{03}c_{04}c_{05}, c_{01}c_{02}c_{03}c_{04}c_{05}.$$

Zescellen $S(6)$.

$$a_0a_1a_2a_3a_4a_5, 10a_0a_1a_2c_{34}c_{35}c_{45}, 5a_0b_0c_{12}c_{13}c_{14}c_{15} - 10a_1a_2a_3c_{04}c_{05}c_{45}, 20a_1b_1c_{02}c_{23}c_{24}c_{25}, 10b_0b_1b_2c_{34}c_{35}c_{45} - 5a_1b_1c_{02}c_{03}c_{04}c_{05}, b_0b_1b_2b_3b_4b_5, 10b_1b_2b_3c_{04}c_{05}c_{15}.$$

Kruispolytopen $Kr(10)$.

$$5a_0a_1b_0b_1c_{23}c_{24}c_{25}c_{34}c_{35}c_{45}, 5a_0a_1a_2a_3a_4c_{05}c_{15}c_{25}c_{35}c_{45} - a_1a_2a_3a_4c_{01}c_{02}c_{03}c_{04}c_{05}, 10a_1a_2b_1b_2c_{03}c_{01}c_{05}c_{34}c_{35}c_{45}, 5b_0b_1b_2b_3b_4c_{05}c_{15}c_{25}c_{35}c_{45} - b_1b_2b_3b_4b_5c_{01}c_{02}c_{03}c_{04}c_{05}.$$

LIJST II.

Hoekpunten

$$6a_1, 6b_1, 15c_{12}.$$

Ribben

$$\begin{array}{l} 15a_1a_2 \\ 15b_1b_2 \end{array} \left| \begin{array}{l} 6a_1b_1 \\ 60b_1c_{23} \end{array} \right| \begin{array}{l} 60a_1c_{23} \\ 60c_{12}c_{13} \end{array}$$

Zijvlakken

$$\begin{array}{l} 20a_1a_2a_3 \\ 20b_1b_2b_3 \end{array} \left| \begin{array}{l} 90a_1a_2c_{34} \\ 90b_1b_2c_{34} \end{array} \right| \begin{array}{l} 180a_1c_{23}c_{24} \\ 180b_1c_{23}c_{24} \end{array} \left| \begin{array}{l} 60c_{12}c_{13}c_{14} \\ 20c_{12}c_{13}c_{23} \end{array} \right.$$

Viervlakken

$$\begin{array}{l} 15a_1a_2a_3a_4 \\ 15b_1b_2b_3b_4 \end{array} \begin{array}{l} 60a_1a_2a_3c_{45} \\ 60b_1b_2b_3c_{45} \end{array} \begin{array}{l} 180a_1a_2c_{34}c_{35} \\ 180b_1b_2c_{34}c_{35} \end{array} \begin{array}{l} 120a_1c_{23}c_{24}c_{25} \\ 120b_1c_{23}c_{24}c_{25} \end{array} \\ 60a_1c_{23}c_{24}c_{34} \quad 180a_1b_1c_{23}c_{24} \left| \begin{array}{l} 30c_{12}c_{13}c_{14}c_{15} \\ 60b_1c_{23}c_{34}c_{35} \end{array} \right.$$

Vijfeellen gemeen aan $S(6)$, $Kr(10)$

$$\begin{array}{l} 6a_1a_2a_3a_4a_5 \\ 6b_1b_2b_3b_4b_5 \end{array} \begin{array}{l} 60a_1a_2a_3c_{45}c_{46} \\ 60b_1b_2b_3c_{45}c_{46} \end{array} \begin{array}{l} 60a_1a_2c_{34}c_{35}c_{45} \\ 60b_1b_2c_{34}c_{35}c_{45} \end{array} \begin{array}{l} 30a_1c_{23}c_{24}c_{25}c_{26} \\ 30b_1c_{23}c_{24}c_{25}c_{26} \end{array} \begin{array}{l} 120a_1b_1c_{23}c_{24}c_{25} \\ 120a_1b_1c_{23}c_{24}c_{25} \end{array}$$

Vijfeellen gemeen aan twee $Kr(10)$

$$\begin{array}{l} 15a_1a_2a_3a_4c_{56} \\ 15b_1b_2b_3b_4c_{56} \end{array} \left| \begin{array}{l} 60a_1a_2c_{34}c_{35}c_{36} \\ 60b_1b_2c_{34}c_{35}c_{36} \end{array} \right| \begin{array}{l} 60a_1b_1c_{23}c_{24}c_{34} \\ 60c_{12}c_{13}c_{14}c_{15}c_{16} \end{array}$$

Zescellen $S(6)$

$$\begin{array}{l} a_1a_2a_3a_4a_5a_6 \\ b_1b_2b_3b_4b_5b_6 \end{array} \left| \begin{array}{l} 20a_1a_2a_3c_{45}c_{46}c_{56} \\ 20b_1b_2b_3c_{45}c_{46}c_{56} \end{array} \right| \begin{array}{l} 30a_1b_1c_{23}c_{24}c_{25}c_{26} \\ 30a_1b_1c_{23}c_{24}c_{25}c_{26} \end{array}$$

 Kr ispolytopen $Kr(10)$

$$\begin{array}{l} 6a_1a_2a_3a_4a_5c_{16}c_{26}c_{36}c_{46}c_{56} \\ 6b_1b_2b_3b_4b_5c_{16}c_{26}c_{36}c_{46}c_{56} \end{array} \quad 15a_1a_2b_1b_2c_{24}c_{35}c_{36}c_{45}c_{46}c_{56}$$

Physiologie. -- De Heer PLACE biedt eene mededeeling aan van den Heer Dr. W. P. C. ZEEMAN: „*Lensmetingen en Emmetropisatie*”.

(Mede aangeboden door den Heer P. ZEEMAN).

Sinds DONDERS' baanbrekende geschriften over de refractie van het menschelijk oog zijn een groot aantal onderzoekingen aan de studie der refractieanomalieën gewijd, maar is aan de emmetropie opvallend weinig aandacht geschonken.

Toch is de vraag naar den oorsprong der emmetropie niet slechts voor de physiologie maar ook tot goed begrip der refractie anomalieën van het grootste gewicht.

STRAUB heeft herhaalde malen hierop gewezen en heeft gepoogd eene verklaring te geven van het ontstaan der emmetropie. Van

een punt van het verlichte netvlies gaat een bundel lichtstralen uit met eene zekere divergentie. De divergentie van dezen bundel wordt gewijzigd door het optische stelsel van het oog, dat een convergeerend vermogen heeft. Het eigenaardige van de emmetropie is nu daarin gelegen, dat het convergeerend vermogen van het optische stelsel juist dezelfde waarde heeft als de divergentie van den netvliesbundel. Eene verklaring hoe dit evenwicht tot stand komt, werd door STRAUB gegeven in zijne theorie der emmetropie.

Volgens deze theorie zou de tonus van de ciliairspier aan de lens den juisten vorm geven om tot dit evenwicht te geraken. De lensvorm, beheerscht door de tonus van de ciliairspier, zou dus de factor zijn, waardoor in elk oog de emmetropie bereikt en behouden kan worden.

De door mij uitgevoerde oogmetingen, waarvan ik de resultaten hier wil mededeelen, wijzen er inderdaad op, dat het ontstaan en behoud der emmetropie de taak der lens is. De metingen aan oogen van hypermetropen en myopen bewijzen, dat ook in deze oogen een streven naar emmetropie aantoonbaar is, dat bij dezen de lens eene zoodanige kromming heeft, dat daardoor de graad der refractie-afwijking wordt verminderd.

Mijn onderzoek strekte zich uit over 75 personen (25 emmetropen, 25 hypermetropen, 25 myopen) van ongeveer gelijken leeftijd.

De refractie werd bepaald met behulp van de schaduwproef, met brilleglazen of met den oogspiegel in het rechte beeld; de straal van het hoornvlies werd gemeten met den ophthalmometer van JAVAL (model „Kagenaar”), die met behulp van een kwartsbol van 15.4 mM. middellijn op zijne juistheid was beproefd; de hoek α , de ligging en kromming der voorste en achterste lensvlakte werden bepaald met den ophthalmophakometer van TSCHERNING; het gebruik van dit instrument vindt men nauwkeurig beschreven in de Encyclopédie franc. d’ophtalmologie.

Wij brachten slechts enkele kleine wijzigingen in de methode; een kruisvormig van achteren verlicht fixatieteken, waarvoor een lens was opgesteld, dwong den onderzochte zijne accommodatie te ontspannen. De diepte van de voorste oogkamer werd met behulp van TSCHERNING’s ophthalmophakometer, maar volgens VON HELMHOLTZ’ methode gemeten door de bepaling van het kruispunt van twee elkaar in het pupilmidden snijdende lijnen.

De metingen werden verricht na pupilverwijding door mydrine, met uitzondering der bepaling van de diepte der voorste oogkamer.

Uit de aldus verkregen gegevens berekenden wij de ligging van hoofdvlakken, hoofdbrandpunten en knooppunten van het optische stelsel en eindelijk de aslengte van het onderzochte oog.

Na bepaling van *hoek α* bleek, dat eene goede centreering eene groote zeldzaamheid is. In overeenstemming met EHRNROOTH bleek het middelpunt van het hoornvlies steeds temporaal te liggen van de as van de lens. Van eene optische as kunnen we dus eigenlijk niet spreken. We zullen daarom optische as noemen de verbindingslijn der middelpunten van hoornvlies en voorste lensvlakte. Voorts vonden we in overeenstemming met vroegere onderzoekers, dat *hoek α* bij den myoop kleiner was dan bij den emmetroop en bij dezen kleiner dan bij den hypermetroop. Aangezien de grootte van *hoek α* van drie factoren afhankelijk is, van de ligging van het knooppunt, de ligging van het netvlies en van den afstand der fovea centralis retinae van de optische as, was het van belang, den invloed dezer factoren nader te onderzoeken. Daartoe berekende ik de ligging van het knooppunt ten opzichte van hoornvlies en van retina en den afstand der fovea van de optische as.

Uit de met deze waarden saamgestelde curven konden de volgende conclusies getrokken worden :

1°. De verschillen in *hoek α* bij verschillende refractie zijn afhankelijk van de verschillen in aslengte.

2°. De verschillen in *hoek α* bij personen van eenzelfde refractie gaan volkomen parallel met verschillen in den afstand der fovea van de optische as.

3°. De afstand der fovea van de optische as staat in geenerlei betrekking tot de refractie.

De *hoornvliesstraal* werd bepaald met den ophthalmometer van JAVAL. De myopen bleken een kleineren, de hypermetropen een langeren hoornvliesstraal te bezitten dan de emmetropen, in overeenstemming met de resultaten van vroegere onderzoekers (SCHIÖTZ, PLANTENGA e. a.).

Het vreemde feit, dat onderzoekers, die hunne metingen met het toestel van JAVAL verrichten, in 't algemeen aanzienlijk hogere waarden vonden dan zij, die de metingen deden met den ophthalmometer van HELMHOLTZ, en waarvoor eene aannemelijke verklaring ontbrak, deed zich ook bij mij voor, zooals bleek bij vergelijking mijner metingen met eene serie metingen die ik vroeger met den ophthalmometer van HELMHOLTZ had verricht. Ik vond toen als gemiddelden bij emmetropen, hypermetropen en myopen: resp. 7.8, 7.66 en 7.66 m.M., thans 8.07, 7.92 en 7.87 m.M.

Met behulp van een kwartsbol van 7.7 m.M. straal ¹⁾ werden beide

¹⁾ De middellijn van den kwartsbol werd met een schuifpasser op 15.4 m.M. bepaald de gelijkmatige werving op verschillende punten werd gecontroleerd met den ophthalmometer. Tenslotte was Prof. ZEEMAN zoo vriendelijk uit eene nauwkeurige weging de middellijn te bepalen op 15.42—15.43 m.M.

instrumenten herkeurd, en daarbij bleek, dat onze ophthalmometer van HELMHOLTZ te lage waarden had aangegeven. De gemiddelden onzer eerste serie, werden daardoor na correctie: 8.1, 7.96 en 7.96 m.M. en stemmen dus voldoende overeen met de gemiddelden onzer nieuwe met het toestel van JAVAL onderzochte gevallen.

Ik waag thans de onderstelling uit te spreken, dat de lage waarden die sommige vroegere onderzoekers voor den hoornvliesstraal vonden, eveneens aan dergelijke onnauwkeurigheden der gebruikte instrumenten moeten worden toegeschreven.

De *diepte der voorste oogkamer* werd aanvankelijk bepaald volgens de methode van TSCHERNING. Deze methode eischt de grootste zorgvuldigheid, wil men betrouwbare resultaten verkrijgen. Het is naar mijne ervaring van het hoogste gewicht het onderzoek na omwisseling van lamp en kijker te herhalen, waarop ook door GULLSTRAND in de derde editie van HELMHOLTZ' Physiologische Optik wordt gewezen. De meeste bepalingen van de diepte der voorste oogkamer werden vericht door de bepaling van het kruispunt van twee door het pupil-midden verloopende lijnen (naar het voorbeeld van de door HELMHOLTZ aangegeven methode).

De diepte der voorste oogkamer bleek in overeenstemming met de resultaten van vroegere onderzoekingen van anderen zoowel als van mijzelf bij den hypermetroop kleiner dan bij den emmetroop, bij dezen kleiner dan bij den myoop.

Voor een deel zijn de verschillen in de diepte der voorste oogkamer ongetwijfeld het directe gevolg van de verschillen in kromming der voorste lensvlakte.

De stralen der *voor- en achtervlakte*, de *dikte der lens* werden bepaald volgens de door TSCHERNING aangegeven methoden met diens ophthalmophakometer.

Het onderzoek der kromming der lensvlakten, in 't bijzonder der lens-*voor*vlakte, openbaarde aanzienlijke verschillen bij personen van verschillende refractie, bij den hypermetroop eene sterkere, bij den myoop eene zwakkere kromming der lensvlakten.

De *lensdikte* was niet verschillend bij personen van verschillende refractie. De fout bij meting der lensdikte is echter vrij aanzienlijk.

Het resultaat onzer metingen luidt dus:

De emmetropen, hypermetropen en myopen onderscheiden zich door de kromming van het hoornvlies, door de grootte van hoek α , de diepte der voorste oogkamer en door de stralen der lensoppervlakten. De verschillen in hoornvlieskromming zijn zoodanig, dat zij de refractie-afwijking versterken. De verschillen in de andere maten

zijn van dien aard, dat zij de refractie-afwijking verminderen. Hoe ver dit geschiedt, wordt duidelijk door de volgende berekeningen.

Uit de ons thans ten dienste staande gegevens zijn wij in staat de sterkte der lens in haar geheel te berekenen. Deze bleek bij den hypermetroop grooter dan bij den emmetroop, bij dezen grooter dan bij den myoop. Het gewicht dezer cijfers springt in 't oog bij

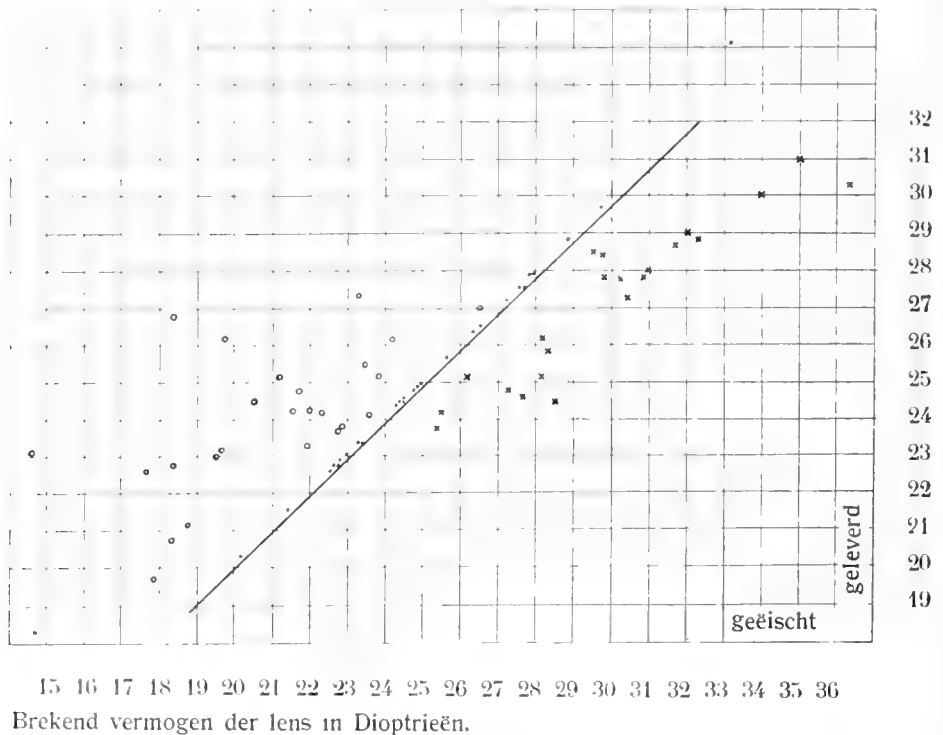


Fig. 1.

beschouwing van figuur 1. Wij hebben de hypermetropie berekend, die elk der onderzochte oogen krachtens zijne hoornvlieskromming en aslengte bij afwezigheid der lens zou hebben, en de oogen naar deze hypermetropie gerangschikt. Daarna hebben wij op de ordinaten het brekend vermogen der lens in dioptrieën aangeeteekend.

In de onderstelling dat het de taak der lens is de krachtens hoornvlieskromming en aslengte bestaande hypermetropie te corrigeeren, zijn de oogen dus gerangschikt naar de aan de lens gestelde eischen, terwijl de ordinaten aangeven in hoeverre de lens aan deze

eischen heeft beantwoord. Waar beide waarden gelijk zijn, bestaat emmetropie, waar de lens meer dioptrieën geleverd heeft, dan gewenscht was, daar bestaat myopie, waar ze relatief zwakker brekend was, daar bestaat hypermetropie.

Zoo bedroeg in een hypermetropisch oog x het brekend vermogen der lens 31 dioptrieën, het oog was 4 D. hypermetroop, dus zou de lens 35 D. hebben moeten leveren om de emmetropie te bereiken.

Nu zien we in deze figuur eene regelmatige stijging van links naar rechts, d.w.z. hoe hooger eischen gesteld waren, des te sterker was de brekende kracht der lens. De lens heeft dus blijkbaar de neiging de refractie-afwijking te verkleinen. De emmetropen liggen, zooals van zelf spreekt, in één lijn, daar de brekende kracht hier steeds aan de gestelde eischen beantwoordt.

De hypermetropische lens levert meer, de myopische lens levert minder dioptrieën. Dit wijst met beslistheid op een streven naar emmetropie.

Zonder zulk een streven, zonder eene „emmetropisatie”, zou men immers bij hypermetropen en myopen een lens van gelijkbrekend vermogen verwachten en zouden in onze figuur deze allen zich in een horizontaal niveau hebben moeten rangschikken.

Daar wij ligging en kromming der brekende vlakken en de refractie van elk oog kennen, zijn wij in staat de ligging van het netvlies te berekenen.

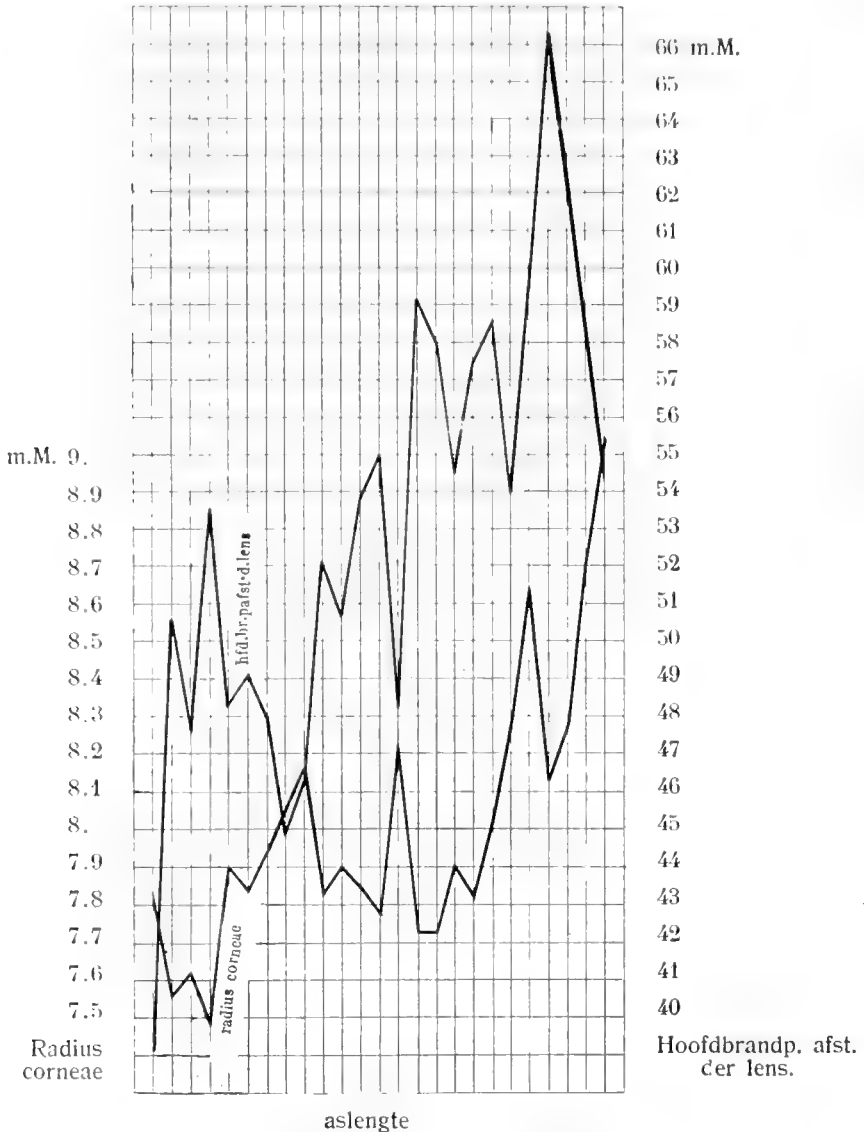
Daarbij wordt aangenomen dat de brekingsindices van kamerwater en lens in de verschillende oogen gelijk zijn.

Bij den emmetroop is de afstand van het achterste hoofdbrandpunt tot het hoornvlies gelijk aan de aslengte, bij ametropen kunnen wij de aslengte benaderend bepalen door het netvlies voor elke drie dioptrieën 1 mM. vóór, resp. achter het achterste hoofdbrandpunt te plaatsen.

Reeds bij den emmetroop bleek de aslengte tusschen wijde grenzen te wisselen. Wanneer desniettegenstaande in deze oogen emmetropie bestond, moeten het hoornvlies of de lens een overeenkomstig verminderd of vermeerderd brekend vermogen bezitten, d. w. z. eene mindere of meerdere kromming. Dit spreekt het duidelijkst uit figuur 2. De lijnen der hoornvliesstralen en hoofdbrandpuntsafstanden der lens stijgen regelmatig bij toenemende aslengte. Bij grootere aslengte vinden we dus eenen grooteren hoornvliesstraal en een grooteren hoofdbrandpuntsafstand der lens. De grootere schommelingen in de beide genoemde lijnen zijn steeds in tegengestelden zin. Deze tegenstelling kenteekent de emmetropisatie. De oogen met

relatief grooten hoornvliesstraal zijn door eene sterkere lensbreking voor de emmetropie behouden gebleven.

De aslengte staat in het nauwste verband met de refractie. Om



Emmetropen, gerangschikt naar de *aslengte*.
Onderlinge verhouding van den hoornvliesstraal tot den
hoofdbrandpuntsafstand der lens.

Fig. 2.

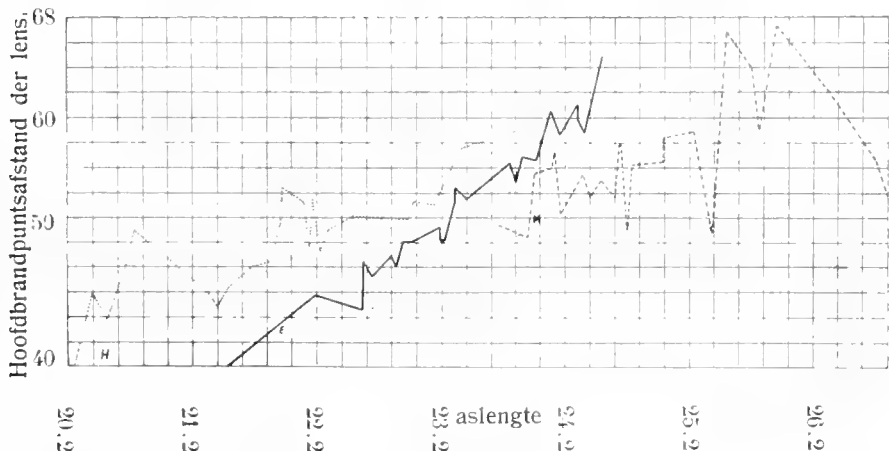
dit echter ondubbelzinnig te demonstreeren, moeten we den invloed der absolute grootte-verschillen trachten uit te sluiten. Daartoe moet men de verschillende afmetingen van elk oog op éénzelfde hoornvlies reduceeren.

Ik heb uit de werkelijke aslengte van elk der onderzochte oogen de aslengte berekend, die dit oog zou hebben, indien de hoornvliesstraal 8 mM. bedragen had. Indien men nu deze aslengten in curven samenbrengt, vindt men, dat de aslengte van den emmetroop zeer verschillend kan zijn, dat zij echter bij het grootste aantal 23.5 mM. bedraagt, terwijl bij hypermetropen en myopen eene aslengte van 22 mM., resp. 24.5 mM. het vaakst wordt aangetroffen. Het komt mij voor dat wij de 9 emmetropen, bij wie de gereduceerde aslengte 23.5 mM., de 10 myopen bij wie ze 24.5 mM., en de 11 hypermetropen bij wie ze 22 mM. bedraagt, als typen der emmetropie, myopie en hypermetropie kunnen beschouwen.

Wij hebben daarom ook de andere maten dezer typen op een hoornvliesstraal van 8 mM. gereduceerd en vinden dan voor:

	Straal v/h. hoornvlies	Aslengte	Diepte voorste oogkamer	Straal voorvlakte	Straal achtervlakte	Lensdikte	Hoofdbrandp.-afstand lens	afstand Cornea-acht. hoofdbrandp.	Brekende kracht v/d. lens	Brekende kracht van het heele systeem
De eerste groep (Emmetropen)	8 mM.	23.54	3.81	11.5	6.17	3.7	54.5	23.54	24	D. 62.3
De tweede groep (Myopen)	8 mM.	24.4	4.03	12.7	6.1	3.5	56.	23.7	23.85	D. 61.5
De derde groep (Hypermetropen)	8 mM.	22.	3.65	10.03	5.95	3.67	53.8	22.95	26.3	D. 64.3

Tenslotte hebben wij getracht den samenhang tusschen aslengte en hoofdbrandpuntsafstand der lens te demonstreeren, door de oogen



Hoofdbrandpuntsafstand der lens en aslengte na reductie op een hoornvliesstraal van 8 m.m. bij verschillende refractie.

Fig 3.

na reductie aller afmetingen op een hoornvliesstraal van 8 m.M. naar de aslengte te rangschikken en den hoofdbrandpuntsafstand der lens op de ordinaten aan te teekenen (fig. 3.)

Wij hebben nu te doen met oogen ééner grootte; wij zouden de hoornvliezen kunnen doen **samenvallen en dan de betrekking** tusschen aslengte en hoofdbrandpuntsafstand der lens het best kunnen bestudeeren.

Zooals te verwachten was, liggen de emmetropen weder in ééne lijn; grootere aslengte wordt natuurlijk door eenen grooteren hoofdbrandpuntsafstand gecompenseerd; eventueele afwijkingen van deze lijn moeten aan fouten in onze meting worden toegeschreven.

De eindpunten dezer lijn geven ons de grenzen, waartusschen bij emmetropen de aslengte en de hoofdbrandpuntsafstand der lens kan wisselen. Ter linker zijde van deze lijn moeten de hypermetropen, ter rechter zijde de myopen liggen, daar de hoofdbrandpuntsafstand der eersten relatief grooter, der laatsten relatief kleiner is dan bij de emmetropen.

Hypermetropen en myopen worden dus gescheiden door de schuine lijn der emmetropen, dit is eenvoudig het gevolg der definitie.

Het is echter interessant, dat zij ook door een verticale en een horizontale lijn te scheiden zijn, wat niet a priori te verwachten was.

Deze scheidingslijnen bewijzen, dat de hypermetropen en myopen zich niet slechts onderscheiden door een verschil in de verhouding tusschen aslengte en hoofdbrandpuntsafstand, maar bovendien door verschillen in de absolute grootte van aslengte en van hoofdbrandpuntsafstand hunner lenzen afzonderlijk.

De verticale scheidingslijn valt bij 23,7 en bevestigt het bekende feit, dat de hypermetropen eene kleinere, de myopen eene grootere aslengte bezitten. Onder 23.7 m.M. geene myopie, boven 23.7 m.M. geene hypermetropie.

De horizontale scheidingslijn, die men bij 53.5 zou moeten trekken, toont aan, dat de hoofdbrandpuntsafstand der lens bij den hypermetroop (in 84% der gevallen) kleiner, bij den myoop (in 80% der onderzochte gevallen) grooter is dan 53.5 m.M. Hypermetropen en myopen onderscheiden zich dus door hunne aslengte en door den hoofdbrandpuntsafstand hunner lens. De eerste factor veroorzaakt de refractie-afwijking, de tweede factor tracht haar te verminderen.

Ook deze rangschikking onzer cijfers toont ten duidelijkste aan, dat de lens er naar streeft de refractieafwijking te verminderen, en dat het ongetwijfeld de lens is, die door hare aanpassing aan de aslengte zoo menig oog tot emmetropie leidt, dat dus STRAUB's theorie

der emmetropisatie door de lens in onze metingen bevestiging vindt.

De lenigheid van het tot emmetropie voerend compensatie-vermogen der lens komt het schoonst voor den dag in figuur 4, de wisselingen in de *aslengte* en het *brekend vermogen der lens* voorstellende bij 25 emmetropische oogen.

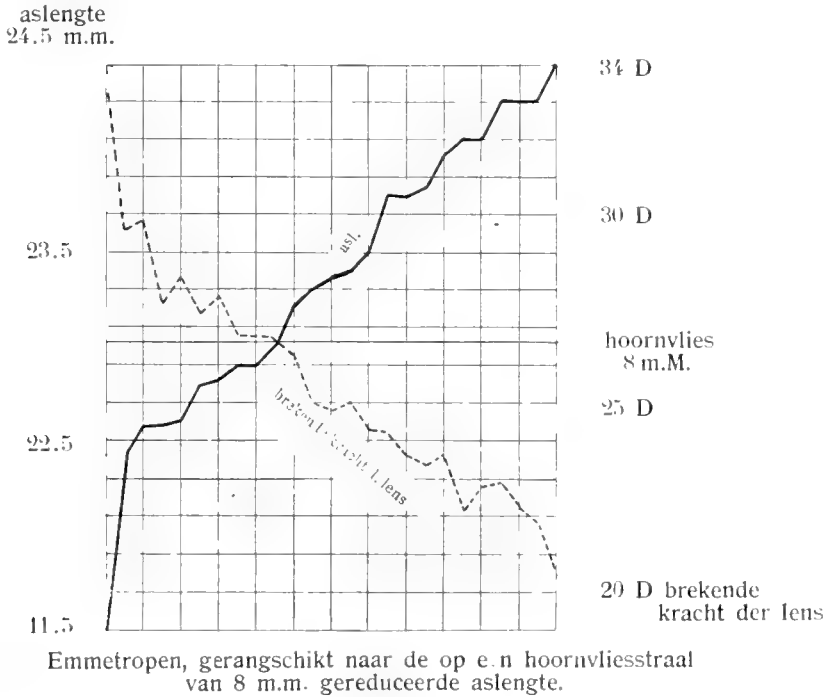


Fig. 4.

Wiskunde. — Mededeeling van Mrs A. BOOLE STOTT en P. H. SCHOUTE:
„Over wederkeerigheid in verband met halfregelmatige polytopen
en netten.”

1. De tabellen toegevoegd aan de verhandeling „Geometrical deduction of semiregular from regular polytopes and space fillings” onlangs door deze Akademie uitgegeven (Verhandelingen, eerste sectie, deel XI, N^o. 1)¹⁾ doen zien, dat hetzelfde halfregelmatige polytoop of net somtijds afgeleid kan worden van verschillende regelmatige polytopen of netten door verschillende bewerkingen. Daar werd beweerd (blz. 13), dat dit een gevolg is van de „wederkeerigheid der figuren”. We stellen ons voor hier den invloed te onderzoeken van deze wederkeerigheid op den onderlingen samenhang tusschen de uitkomsten der verschillende daar uitgelegde uitzettingsbewerkingen. Voor we dit doen zal het goed zijn een bepaling te geven van wat

¹⁾ De in de volgende bladzijden aangehaalde figuren zijn in bovenstaande verhandeling te vinden.

hier verstaan wordt onder wederkeerigheid van twee polytopen in de ruimte R_n , waarbij deze polytopen een eindig of een oneindig aantal begrenzende elementen l_{n-1} mogen hebben; van deze gevallen heeft het eerste betrekking op twee polytopen in R_n , het tweede op twee netten van polytopen in R_{n+1} .

2. *Bepaling van wederkeerigheid.* Twee regelmatige polytopen in R_n zijn wederkeerig met betrekking tot elkaar, als het aantal begrenzende elementen l_p gaande door een begrenzend element l_q van het eene gelijk is aan het aantal begrenzende elementen l_{n-p-1} gelegen in een begrenzend element l_{n-q-1} van het andere ($p > q$).

We lichten dit toe door eenige voorbeelden, die we verdeelen in twee groepen; van deze heeft de eerste *a*) betrekking op *paren* van polytopen van verschillende vorm, de tweede *b*) op *zelfwederkeerige* polytopen.

a. In R_3 komen slechts twee paren van wederkeerige regelmatige polyhedra voor, C en O , I en D , in R_4 eveneens twee paren van wederkeerige regelmatige polytopen, C_8 en C_{16} , C_{120} en C_{600} , en een paar regelmatige netten, $\mathcal{N}C_{16}$ en $\mathcal{N}C_{24}$. Zoo is voor $n = 4$ het aantal 3 der zijvlakken gaande door een ribbe in C_n (vergelijk de „incidenties” in Tabel III der aangehaalde verhandeling) gelijk aan het aantal der ribben gelegen in een zijvlak in C_{16} . Zoo is voor $n = 5$ het aantal 8 der zijvlakken gaande door een ribbe in $\mathcal{N}C_{16}$ (zie dezelfde tabel) gelijk aan het aantal der zijvlakken gelegen in een grenslichaam in $\mathcal{N}C_{24}$, terwijl het aantal 12 der grenslichamen gaande door een ribbe in $\mathcal{N}C_{16}$ gelijk is aan het aantal der ribben gelegen in een grenslichaam in $\mathcal{N}C_{24}$, enz.

b. In R_3 komt slechts een zelfwederkeerig regelmatig lichaam T en een zelfwederkeerig regelmatig net, het net der kuben, voor, in R_4 hebben we twee zelfwederkeerige regelmatige polytopen C_5 , C_{24} en een zelfwederkeerig regelmatig net, het net $\mathcal{N}C_5$. In het voorbijgaan merken we op, dat het net $\mathcal{N}M_n$ der maatpolytopen M_n in R_n zelfwederkeerig is.

3. Door toepassing van de uitzettingsbewerking e_{n-1} op een regelmatig polytoop A in R_n wordt ieder hoekpunt, iedere ribbe, ieder zijvlak, enz. vervangen door een grenspolytoop van $n-1$ afmetingen, dat de bij de uitzetting ontstane tussenruimten of *guten* aanvult; van deze polytopen, die onderscheidenlijk door de symbolen g_0, g_1, g_2 , enz. mogen worden aangeduid, is het laatste g_{n-1} het oorspronkelijke $n-1$ -dimensionale grenspolytoop zelf in een anderen stand. Hierbij stellen de voetaanwijzers $0, 1, 2, \dots$ de *afkomst* der grenspolytopen

voor. Passen we nu de bewerking e_{n-1} toe op twee wederkeerige regelmatige polytopen A en A' in R_n , dan zijn de gaten g_0, g_1, \dots, g_{n-1} van $e_{n-1}A$ onderscheidenlijk gelijk in vorm — en in aantal zoo lang dit eindig blijft — aan de gaten $g_{n-1}, g_{n-2}, \dots, g_0$ van $e_{n-1}A'$, m. a. w. de gaten van *wederkeerige afkomst* van de polytopen $e_{n-1}A$ en $e_{n-1}A'$ (blz. 9 der aangehaalde verhandeling) zijn gelijk. We zullen trachten dit door enkele voorbeelden duidelijk te maken ¹⁾.

In het eenvoudige geval van C en O in R_3 geeft toepassing der e_2 -uitzetting op beide een RCO (fig. 3^a en 3^b), waarbij de gaten g_0, g_1, g_2 van het eene veelvlak gelijk zijn aan de gaten g_2, g_1, g_0 van het andere. In het geval van de wederkeerige cellen C_8 en C_{16} in R_4 voert de e_3 -uitzetting tot denzelfden vorm (fig. 6^a en 6^b); hier is $g_0 e_3 C_8 = g_3 e_3 C_{16} = T$, $g_1 e_3 C_8 = g_2 e_3 C_{16} = P_3$, $g_2 e_3 C_8 = g_1 e_3 C_{16} = P_4$, $g_3 e_3 C_8 = g_0 e_3 C_{16} = C$ (zie de in de figuren aangewezen aantallen). In het geval der netten NC_{16} en NC_{24} (vijfdimensionale wederkeerige polytopen) vertoonen de twee polytopen $e_4 NC_{16}$ en $e_4 NC_{24}$ (fig. 26) de betrekkingen $g_0 e_4 NC_{16} = g_4 e_4 NC_{24} = C_{24}$, $g_1 e_4 NC_{16} = g_3 e_4 NC_{24} = P_0$, $g_2 e_4 NC_{16} = g_2 e_4 NC_{24} = (3; 3)$, $g_3 e_4 NC_{16} = g_1 e_4 NC_{24} = PT$ en $g_4 e_4 NC_{16} = g_0 e_4 NC_{24} = C_{16}$.

4. Nu boven is aangewezen, dat de toepassing van e_{n-1} (met den hoogsten voetaanwijzer) op twee wederkeerige polytopen A en A' in R_n denzelfden vorm met wederkeerige afkomstcijfers voortbrengt, stellen we de vraag: Zal het, als op $e_{n-1}A$ een tweede bewerking e_k toegepast is, mogelijk zijn een bewerking $e_{k'}$ te vinden, waardoor $e_{n-1}A'$ zoo vervormd wordt, dat $e_{k'}e_{n-1}A' = e_k e_{n-1}A$ is?

Het antwoord op deze vraag is zeer eenvoudig: om in beide gevallen dezelfde uitkomst te verkrijgen, is het slechts noodig er voor te zorgen, dat de beide bewerkingen e_k en $e_{k'}$ op *hetzelfde onderwerp* slaan. Wijl de grenspolytopen met het afkomstgetal k van A dezelfde zijn als die met het afkomstgetal $n - k - 1$ van A' , moet $k' = n - k - 1$ en dus $k + k' = n - 1$ zijn. Dus geldt de betrekking

$$e_k e_{n-1} A = e_{n-k-1} e_{n-1} A',$$

d.i. als we op $e_{n-1}A$ en $e_{n-1}A'$ onderscheidenlijk twee *wederkeerige* bewerkingen e_k en e_{n-k-1} toepassen, is de uitkomst dezelfde, maar de afkomstgetallen zijn wederkeerig.

Dit eenvoudige algemeene theorema geeft rekenschap van de gelijkheid van al de paren van polytopen (en netten) aangegeven in de drie tabellen toegevoegd aan de aangehaalde verhandeling.

Hever, Kent, Engeland.

September, 1910.

¹⁾ Een analytisch bewijs van deze stelling en de volgende zal later worden gepubliceerd.

Geophysica. — De Heer WICHMANN biedt eene mededeeling aan:
*„Over de vulkanische uitbarsting op het eiland Téon (Tijau)
 in 1659.*

In zijne beoordeeling van „RUMPHIUS en VALENTIJN als geschiedschrijvers van Ambon” zegt F. DE HAAN: „Daarmede is niet gezegd „dat het wenschelijk zou zijn de Ambonse Historie [van RUMPHIUS] „eerlang uit te geven. VALENTIJN heeft haar zoodanig geplunderd, „dat slechts eene povere nalezing van weinig beteekenende détails „voor een lateren onderzoeker overblijft” ¹⁾. Toen nu eenige weken geleden het bedoelde handschrift door het Kon. Instituut voor de Taal-, Land- en Volkenkunde voor Ned. Indië in het licht werd gegeven, bleek reeds dadelijk, dat het over tal van bijzonderheden inlichtingen verschaft, waarnaar men tot nog toe te vergeefs heeft gezocht. Hoe ten slotte toch alles op de détails aankomt, daarvoor moge het volgende tot voorbeeld strekken.

Eerst betrekkelijk korten tijd geleden werd de aandacht er op gevestigd, dat VALENTIJN eene vulkanische uitbarsting op het eiland Téor (Tior of Tjor) ²⁾ in de volgende bewoordingen vermeldde: „Even ten Z. O. van Koerekofe heeft men het eilandje Tewel, dat „35 of 36 mijlen ten O. van Banda legt ³⁾. Dit is zeer bergachtig, „2 mijlen in 't rond, en vol klappusboomen, die veel olie geven. „Ook is hier een hooge brandende Berg, die in 't jaar 1659 met „groot geweld vaneen berstte” ⁴⁾. Hoewel VALENTIJN de ligging duidelijk aangeeft en ook de bij zijn werk gevoegde kaart (zie Fig. 2) niet den minsten twijfel laat dat het eiland Téor (Tior of Tjor) bedoeld was, heeft P. A. LEUPE reeds in 1871 de vraag opgeworpen of het vermelde bericht niet betrekking gehad zou kunnen hebben op het eiland Téon, eveneens tot de Zuidwester-eilanden behoorende, maar op eene geheel andere plaats liggende ⁵⁾. Het trok verder de aandacht, dat terwijl de eilandenreeks, die den binnensten kring vormt, die de Banda-zee ten O. begrenst, geheel uit eilanden van vulkanischen oorsprong bestaat, op den volgenden, die daarmede evenwijdig loopt, slechts twee gevonden werden, aan wie een soortgelijk ont-

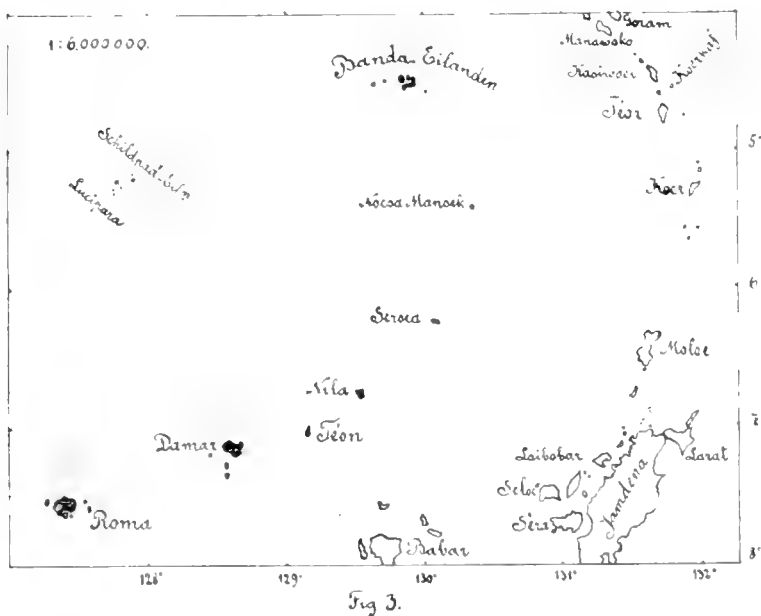
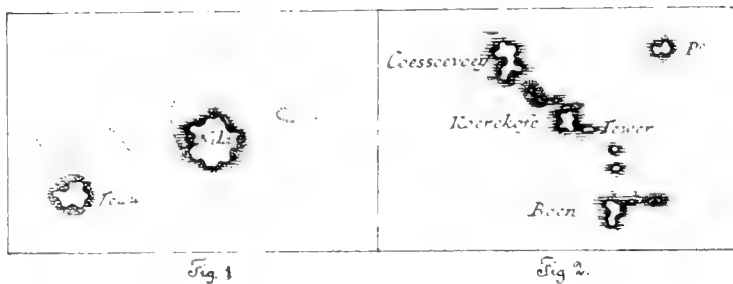
1) RUMPHIUS-Gedenkboek. Amsterdam, 1902, blz. 25.

2) Aan JUNGHUHN was dit bericht wel bekend, maar bij vergissing heeft hij die eruptie aan het eiland Koerkaf toegeschreven. (Java. III. Leipzig 1854, blz. 834) Niettegenstaande er van Téon 5 erupties bekend zijn, zooals nader blijken zal, wordt dit eiland in geen der vulkaankatalogussen vermeld.

3) De afstand bedraagt in werkelijkheid 27 geogr. mijlen (200 K.M.).

4) Oud en Nieuw Oost Indiën. III. 2. Dordrecht—Amsterdam 1726, blz. 38. (ed. S. KEIJZER. III. 's-Gravenhage 1858, blz. 32).

5) Téor (hoogste berg) ligt óp 4°45' Z. Br., 131°44' O. L. Téon op 7°1' Z. Br., 129°9' O. L.



staan werd toegeschreven nl. Moa en Téon¹⁾. E. SUSS²⁾ heeft in dit vermeende feit zelfs de aanleiding gevonden tot het denkbeeld eener noordoostelijke voortzetting van de vulkaanreeks der Zuid-Wester-eilanden (Roma tot Noesa Manoek) naar Nieuw-Guinea, waar-tusschen dus Téon als schakel moest dienen (zie fig. 3).

R. D. M. VERBEEK³⁾ heeft echter in 1899 op de meest overtuigende wijze kunnen aantoonen, dat op het eiland Téon geen spoor van eenig vulkanisch gesteente voorkomt, maar wel serpentijn, phylliet, zandsteen en kalksteen⁴⁾. Aangezien op het eiland Moa soortgelijke

¹⁾ Gesteine von Timor und einiger angrenzender Inseln. Beiträge zur Geologie Ostasiens. II. Leiden 1882—87, blz. 200. — Der Wawani auf Amboina und seine angeblichen Ausbrüche. Tijdschr. K. Nederl. Aardr. Gen. (2) XVI. 1899, blz. 136.

²⁾ Das Antlitz der Erde. II. Wien 1888, blz. 208.

³⁾ Voorloopig verslag over eene geologische reis naar het oostelijk gedeelte van den Indischen Archipel in 1899. Batavia 1900, blz. 5, 28, 29—Molukken-Verslag. Jaarboek van het Mijnwezen Ned. O. Indie. XXXVII. Wet. Ged. 1908, blz. 531—532, 8.

⁴⁾ MAX WEBER deelde mede, dat een gedeelte van den 359 M. hoogen berg uit koraalkalk bestaat. (Siboga-Expeditie. Introduction et description de l'expédition. I. Leiden 1902, blz. 117).

waarnemingen gedaan werden, vervallen op den tweeden gordel alle z.g. vulkanen. Wat nu het bovenvermelde bericht van VALENTIJN betreft, dat stellig onjuist is: VERBEEK beschouwde het als een open vraag of hiermede de eruptie van 1660 op het eiland Téon of de verschijning van een nieuw eiland tusschen Tajando en Kaimeer in 1649¹⁾ bedoeld was.

Het antwoord daarop geeft RUMPHIUS. „Den 11 November [1659] „wierd er in Banda een geluijt gehoord, gelijk van canon en musquetten „schooten, die continueel met ordre op malkander gedaan wierden, „dies al't volk op de wallen vergaderde anders niet meenende dan „dat er eenige schepen in zee slaags waren, welk geluijt in Amboina „ook doorgaans hoorde [sic!]; het water begon den zelven dagh „3. à 4. voeten zoo snel op en afte lopen, dat het een wonder en „qualijk om te ontvlugten was, naderhand heeft men verstaan dat „op den zelven tijd het eijland Teeuw, meest uit een hogen berg „bestaande met groot geweld en vreselijk kraken gesprongen was, „het welk die valsche canon schooten veroorzaakt hadde, zijnde „d'jnlanders (door onder aards gebrom en sitteren des aardrijks twee „dagen te vooren gewaarschouwt) na de naaste eilanden Nila en „Damme gevlucht”²⁾.

VALENTIJN putte al zijne berichten aangaande aardbevingen en vulkanische verschijnselen in de Groote Oost uit het handschrift van RUMPHIUS voor zoover zij vóór zijn komst te Amboina (1686) plaats hadden. Het blijft dus onverklaarbaar, hoe hij in de plaats van Teeuw (lees Téon) heeft kunnen schrijven Tewel (lees Téor), want het verschil tusschen deze beide eilanden was hem ook blijkens de kaart (zie fig. 1 en 2) bekend. Ook aan een schrijffout kan moeilijk gedacht worden, omdat RUMPHIUS uitdrukkelijk de nabijheid der eilanden Damar en Nila vermeldt. Misschien heeft hij tijdens zijn verblijf te Amboina onvolledig geëxcerpeerd en later onder het uitwerken de fout begaan. In ieder geval mag als vaststaand worden aangenomen, dat de eruptie van 1659 op het eiland Téon heeft plaats gehad. Anderzijds is zij echter beslist niet dezelfde als die van 1660, wat door LEUPE en VERBEEK voor mogelijk werd gehouden.

Wat de eruptie van 1660 betreft, de Gouverneur van Banda schreef d.d. 4 Mei 1660 het volgende: „De brandende berg op 't „eiland Teeuw is in February verleden, totaliter geborsten en ge-

1) J. S. WURFBAIN. Vierzehnjährige Ost-Indianische Kriegs- und Oberkaufmanns-dienste. Nürnberg 1686, blz. 62.

2) De Ambonsche Historie behelsende een kort verhaal der gedenkwaardigste geschiedenissen door GEORGIUS EVERHARDUS RUMPHIUS. Tweede deel. Bijdr. t. de T. L. en Vk. (7) X. 1910, blz. 131—132.

„sprongen, zoo dat de negorijtes liggende omtrent en aen den voet „van den berg gantsch zijn overstelpt, ja, alle de menschen exept „2 à 3 en vee, daar onder versmoort zyn en dootgebleven. Een „deerlyck spektakel om [te] zien, die van Nilla bedreven daerover „grootte rouw, vermits de luyden, door haer manier van trouwen, „veele aan den anderen vermaegschapt zijn”¹⁾. Terwijl in November 1659 de inwoners, gewaarschuwd door aardshuddingen, tijtjds naar Nila en Damar konden vluchten, werden zij in Februari 1660 onverwachts door de uitbarsting overvallen, zoodat zij bijna allen hun leven verloren.

Er volgen gedurende de 17^e eeuw nog twee uitbarstingen. Omtrent de ééne, die op 18 Januari 1663, werd slechts kort door den toenmaligen gouverneur van Banda, JOHAN VAN DAM, vermeld, dat Teeuw „gesprongen” was²⁾.

De andere, in 1693, werd eveneens slechts ter loops en wel door NICOLAAS WITSEN vermeld, waar hij in aansluiting op een bericht over eene eruptie op het eiland Seroea zegt: „others have begun to open themselves and to cast out Fire, as in the Isle Chiaus”³⁾.

LEOPOLD VON BUCH heeft — weliswaar — gemeend, dat dit bericht betrekking moest hebben op het tot de Sangi-eilanden behoorend Siau [Sijau]⁴⁾. Maar het is duidelijk, dat wel Tjau of Tjau [Téon] in het Engelsch als Chau getranscribeerd kan worden, maar niet Siau. Buitendien was in het bedoeld bericht slechts sprake van eilanden in de Banda-zee.

Gedurende de 18^e en 19^e eeuw verneemt men hoegenaamd niets over de vulkanische werkzaamheid van het eiland. Eerst op 3 Juni 1904 heeft opnieuw eene eruptie plaats gehad, bij welke gelegenheid, zooals het korte bericht vermeldt, de tuinen van het aan de westzijde gelegen dorp Mèsah verwoest werden⁵⁾.

De naam van den vulkaan van Téon wordt gezegd Voenoeweri (lees Foenoeweri) te zijn⁶⁾.

1) P. A. LEUPE. Uitbarsting van den brandenden berg op het eiland Teeuw Bijdr. t. de T. L. en Vk. (3) VI. 1871, blz. 231.

2) W. E. VAN DAM VAN ISSELT. Mr. JOHAN VAN DAM, Gouverneur van Banda 1661 en van Amboina 1665. De Indische Gids, XXX. 1. Amsterdam, 1908, blz. 137.

3) Account of the sad Misschief befallen the Inhabitants of the Isle of Sorea. Philosoph. Transact. XIX. London, 1695, blz. 51.

4) Physicalische Beschreibung der Canarischen Inseln. Berlin, 1825, blz. 376, ook Gesammelte Schriften. III. Berlin, 1877, blz. 580.

5) Nieuwe Rotterdamsche Courant, Dinsdag 17 Januari 1905, Tweede Blad, blz. 3.

6) J. G. F. RIEDEL. De sluik- en kroesharige rassen tusschen Selebes en Papoea. 's-Gravenhage, 1886, blz. 466. — Zeemansgids voor den Oost-Indischen Archipel V. 's-Gravenhage, 1908, p. 14.

Botanie. — De heer WEST biedt eene mededeeling aan van den Heer A. A. L. RUTGERS: „*De invloed der temperatuur op den geotropischen praesentatietijd bij *Avena sativa*.*”

(Mede aangeboden door den Heer J. W. MOLL).

§ 1. *Inleiding.*

In de jaren 1905 en 1908 zijn van de hand van BLACKMAN een tweetal artikelen¹⁾ verschenen, waarin de invloed der temperatuur op physiologische processen in het algemeen besproken werd, terwijl de schrijver bovendien in het eerste dezer artikelen zijne nieuwe beschouwingen over dit onderwerp toetste aan een bijzonder geval en aantoonde, dat de door Mejuffrouw MATTHAEI verkregen resultaten over de assimilatie als temperatuurfunctie²⁾ zijn theorie bevestigden.

Een der hoofdpunten in BLACKMAN's betoog is de stelling, dat ook op physiologisch gebied de regel van VAN 'T HOFF over de reactiesnelheid als temperatuurfunctie gelden moet. Deze regel zegt, dat voor bepaalde chemische omzettingen de reactiesnelheid 2 à 3 maal grooter wordt voor iedere 10° C. stijging der temperatuur.

Het verband tusschen de temperatuur en een physiologisch proces wordt algemeen weergegeven door een kromme met een buigpunt, de zoogenaamde optimumkromme. BLACKMAN beweert nu, dat dit buigpunt zijn ontstaan dankt aan secundaire invloeden, dat dus het optimum geen primaire, algemeen geldende relatie uitdrukt tusschen de temperatuur en een physiologisch proces.

Aan de hand der voor dit doel bruikbare cijfers toont BLACKMAN verder aan, dat in het algemeen de regel van VAN 'T HOFF op botanisch gebied doorgaat voor temperaturen, ongeveer tusschen 10° C. en 27° C. Boven 27° C. heeft een snelle daling plaats, zoodat bij hooge temperaturen op verre na niet die waarden bereikt worden, welke men door berekening met den regel van VAN 'T HOFF zou kunnen verwachten.

Bij de verklaring van dit verschijnsel brengt BLACKMAN een nieuw gezichtspunt op den voorgrond, waar hij wijst op den tijdfactor, die hierbij in het spel komt. Bij hogere temperaturen wordt een te lage waarde gevonden tengevolge van den schadelijken invloed dier temperaturen. Hoe langer de planten aan deze schadelijke temperaturen

¹⁾ F. F. BLACKMAN, Optima and Limiting Factors, Annals of Botany, Vol. XIX, 1905.

F. F. BLACKMAN, Opening Address of the Botanical section of the British Association, Nature, Vol. 78, 1908.

²⁾ G. L. C. MATTHAEI, Experimental Researches on Vegetable Assimilation. Phil. Trans. Series B, Vol. 197, 1905.

blootgesteld blijven, des te grooter is de beschadiging. Dus ook omgekeerd, hoe korter zij bij die temperaturen vertoeven, des te geringer is de beschadiging der functie. Nu meent BLACKMAN, dat men de theoretische waarde volgens den regel van VAN 'T HOFF zou vinden, indien men slechts kon waarnemen na een voorverwarmingstijd van 0 minuten. Deze waarde na een tijd 0 is echter niet experimenteel te bepalen, waarom BLACKMAN de toevlucht neemt tot extrapolatie uit de kromme, die gelegd kan worden door de punten, voorstellende de waarden, verkregen na een voorverwarmingstijd van telkens korteren duur. Op deze wijze extrapoleerende uit de tijdskrommen, door Mejuffrouw MATTHAEI verkregen voor de assimilatie bij hooge temperaturen, vindt BLACKMAN inderdaad waarden, die vrij goed overeenstemmen met de volgens den regel van VAN 'T HOFF berekende.

Uit deze beschouwingen volgt tevens, dat het optimum verplaatsbaar moet zijn met den tijd van waarneming. Indien men de proefobjecten slechts korten tijd verwarmt vóór de waarneming, zal het optimum bij hogere temperaturen gevonden worden, dan na langere voorverwarming.

Hoewel de schrijver blijkbaar overtuigd is, dat zijn theorie toepassing zal moeten vinden op het geheele gebied der plantenphysiologie, zijn er toch processen, die hij nog niet binnen den kring zijner beschouwingen weet te trekken, tenminste aan het slot van zijn tweede artikel heet het: „Finally, superposed upon this comes the first categorical of phenomena that we are content still to regard as stimulatory”. — „From our present point of view vision does not extend to the misty conceptions of stimulation upon our horizon.”

In het onderzoek, waarvan hier eene voorloopige mededeeling geschiedt, is eene poging gedaan, om ook op het gebied der zuivere prikkelphysiologie de door BLACKMAN ontwikkelde ideeën toe te passen en hunne algemeen-geldigheid aan de feiten te toetsen.

§ 2. *Methode.*

Ten einde den temperatuursinvloed in verband met den tijdfactor na te kunnen gaan, werden de proefobjecten (coleoptielen van *Avena sativa*) vóór en tijdens de proeven gedurende bepaalden tijd bij die temperatuur gehouden, waarvan de invloed bepaald moest worden. Na een bepaalden tijd van voorverwarming werden de haverkiemplantjes dan onder een hoek van 90° gedurende eenige minuten met behulp van de zwaartekracht geprikkeld, en daarna weer vertikaal geplaatst bij 20° C. Op deze wijze werd voor temperaturen tusschen 0° C. en 40° C. de praesentatietijd bepaald na verschillenden duur van voorverwarming. De verwarming geschiedde in een speciaal voor dit doel geconstrueerden thermostaat, die electrisch verwarmd en door

een electrischen reguleteur op constante temperatuur gehouden werd, zoodat bij de proeven nooit gas gebruikt behoefde te worden, daar dit het geotropisch krommingsvermogen aanmerkelijk schaadt. Alle proeven geschieden in de uitnemend ingerichte donkere kamer van het Botanisch Laboratorium te Utrecht onder leiding van Professor WENT.

De belangrijkste foutenbronnen waren gelegen in de moeilijkheid de laboratoriumlucht voldoende zuiver te houden en in de individuele variabiliteit van het proefmateriaal. Aan het elimineeren dezer foutenbronnen werd groote zorg besteed, in de eerste plaats door de atmosfeer zoo zuiver mogelijk te houden en vervolgens door voor iedere proef een zoo groot mogelijk aantal planten te gebruiken.

Bepalingen werden gedaan om de 5° C. en dan telkens na 1, 2, 4, 6, 12 en 24 uur voorverwarmen, tenzij uit de proeven bleek, dat de tijdfactor geen rol speelde; dan werd volstaan met twee bepalingen.

§ 3. *Resultaten.*

De resultaten van dit onderzoek zijn kort samengevat in de volgende tabel. De horizontale rijen geven de waarden voor den praesentatie-

OVERZICHT DER PRAESENTATIETIJDEN.

Tempera- tuur.	1 uur voor- verwarmen.	2 uur voor- verwarmen.	4 uur voor- verwarmen.	6 uur voor- verwarmen.	12 uur voor- verwarmen.	24 uur voor- verwarmen.
0°	72'	—	72'	—	—	—
5°	16'	—	16'	—	—	—
10	10'40"	—	10'40"	—	—	—
15°	6'	—	6'	—	—	—
20°	4'20"	—	—	1) 4'10"	—	—
25°	2'20"	2'20"	2'20"	2'20"	—	—
30°	3'30"	3'10"	2'10"	1'50"	1'40"	1'40"
35°	2'30'	3'30"	4'	4'	2) 5'	5'
37°	9'20"	16'	—	21'40"	—	21'40"
38°	11'30"	19'10"	38'	53'	75'	347'
39°	23'	40'	—	—	—	—
40°	260'	—	—	—	—	—

1) Na 8 uur voorverwarmen.

2) Na 18 uur voorverwarmen.

tijd behoorende bij de temperatuur aan het begin der rij. De duur der voorverwarming is aan het hoofd der kolommen aangegeven.

De praesentatietijd toont volgens deze tabel een duidelijke afhankelijkheid van de temperatuur, terwijl bij hogere temperaturen de tijd van voorverwarming van groote beteekenis blijkt te zijn.

Vragen wij ons af, in hoeverre de regel van VAN 'T HOFF hier doorgaat, dan kunnen wij voor de bepaling van den temperatuurcoëfficiënt niet zonder meer de verhouding der praesentatietijden nemen. De praesentatietijd is zelf geen chemisch proces, maar kan dienen als maatstaf voor het perceptieproces. Is de snelheid van dit proces grooter, dan zal de praesentatietijd kleiner zijn, en omgekeerd. We zullen dus voor de bepaling van den temperatuurcoëfficiënt de reciproke waarden van den praesentatietijd moeten nemen, of — wat op hetzelfde neerkomt — in plaats van $\frac{K_{20}}{K_{10}}$ juist omgekeerd $\frac{K_{10}}{K_{20}}$ enz.

Wij vinden dan:

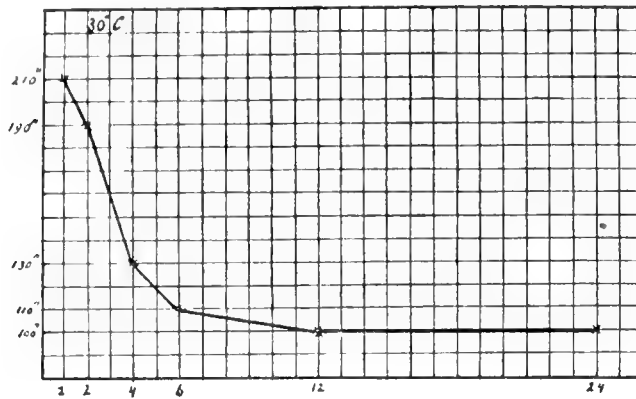
$$\begin{aligned} \frac{K_0}{K_{10}} &= \frac{72'}{10'40''} = 6.8, & \frac{K_5}{K_{15}} &= \frac{16'}{6'} = 2.6, & \frac{K_{10}}{K_{20}} &= \frac{10'40''}{4'20''} = 2.5, \\ \frac{K_{15}}{K_{25}} &= \frac{6'}{2'20''} = 2.6, & \frac{K_{20}}{K_{30}} &= \frac{4'20''}{1'40'} = 2.6, & \frac{K_{25}}{K_{35}} &= 0.93, \\ \frac{K_{30}}{K_{40}} &= \frac{1'40''}{260'} = 0.0064. \end{aligned}$$

Zoals uit deze coëfficiënten duidelijk blijkt, geldt de regel van VAN 'T HOFF voor den praesentatietijd bij geotropie van 5° C. tot 30° C. Bij 0° C. zien wij eene plotselinge stijging van den praesentatietijd, waardoor de temperatuurcoëfficiënt van 0° C. op 10° C. de buitengewoone hooge waarde 6.8 bereikt. Mogelijk hangt dit samen met den groeistilstand bij 0° C.

Bovenstaande tabel geeft verder een zeer goed beeld van de beteekenis van den duur der voorverwarming. Van 0° C. tot 25° C. is geen invloed van den duur der voorverwarming waar te nemen, bij 30° C. en hooger speelt de tijdfactor in den zin van BLACKMAN een belangrijke rol.

In onderstaande figuren is het verloop van den praesentatietijd bij 30° C. en 35° C. als functie van den tijd van voorverwarming grafisch voorgesteld. Het meest opmerkelijke van deze min of meer logarithmisch verloopende krommen is het feit, dat de praesentatietijd bij 30° C. een dalende, bij 35° C. een stijgende lijn te zien geeft. Dit wil dus zeggen, dat bij 30° C. de praesentatietijd afneemt onder den invloed der langere voorverwarming, bij 35° C. daarentegen toeneemt. De temperatuur van 35° C. heeft dus een beslist schadelijken

invloed, terwijl de gunstige invloed van de temperatuur van 30° C eene tijdfunctie blijkt te zijn.



Toch is ook bij 30° C. reeds een schadelijke invloed werkzaam. Dit blijkt, wanneer wij de na 1 uur voorverwarmen bereikte waarde bij 30° C. vergelijken met de overeenkomstige waarde bij 25° C. De laatste is $2'20''$, de eerste $3'30''$, wat beteekent, dat in het eerste uur verblijf bij 25° C. de praesentatietijd daalde van $4'20''$ bij 20° C. op $2'20''$ bij 25° C., en dat in het eerste uur verblijf bij 30° C. die daling slechts ging van $4'20''$ bij 20° C. op $3'30''$ bij 30° C. Hier is dus duidelijk ook een schadelijke invloed werkzaam, die eerst langzamerhand door den gunstigen invloed dezer temperatuur wordt overwonnen.

We zouden ons deze werking aldus kunnen voorstellen, dat voor

de grootere snelheid der omzetting bij 30° C. een grootere hoeveelheid van een enzym benoodigd is. De eerste werking dezer temperatuur is een vernietiging van een hoeveelheid enzym en eerst langzamerhand wordt een voldoende hoeveelheid enzym gevormd, om een grootere snelheid van het proces, dus een kleineren praesentatietijd te verkrijgen. Of het hier inderdaad een enzymwerking geldt, is echter niet uit te maken.

Het ligt voor de hand, aan te nemen, dat niet slechts bij 30° C., maar ook bij hoogere temperaturen de gunstige invloed dier temperaturen, die zich uit in een verkorting van den praesentatietijd, zich eerst langzamerhand doet gelden. Alleen bij 35° C. en hooger kan dit verschijnsel niet meer aan den dag treden tengevolge van den veel sterkeren tegenovergestelden invloed dezer temperaturen. Slechts op één manier kan hier nog iets blijken van het feit, dat de verkorting van den praesentatietijd bij temperatuursverhoging niet onmiddellijk intreedt, nl. doordat na één of meer uren verwarmen niet die waarden gevonden worden, welke wij naar BLACKMAN's theorie zouden verwachten. Dit nu is inderdaad het geval. De extrapolatie uit de tijdkrommen geeft hier niet de waarden voor een tijd 0, die wij met behulp van den regel van VAN 'T HOFF daarvoor uit de bij lagere temperatuur gevonden waarden kunnen berekenen. Dit kan ook niet, zoo de gunstige invloed der hoogere temperaturen een tijdfunctie is, want dan bestaat deze theoretische waarde na een tijd 0 niet, maar ligt het beginpunt van de tijdkromme voor een tijd 0 bij een hoogere waarde voor den praesentatietijd. Deze zelfde omstandigheid verklaart ook het feit, dat het optimum hier slechts in zeer geringe mate verschuifbaar is met den tijd van waarneming. Na 1 uur voorverwarmen vinden wij een niet zeer duidelijk optimum bij 25° C., na 12 uur voorverwarmen is dit verschoven naar 30° C.

Het geheele verloop van den praesentatietijd als functie van de temperatuur en van den tijd van voorverwarmen is weergegeven in plaat I. De dikke getrokken lijn is de praesentatietijd bij verschillende temperaturen na 1 uur voorverwarmen. Van 30° C. af wordt deze lijn voortgezet door een onderbroken lijn, die de punten verbindt, berekend met den regel van VAN 'T HOFF, uitgaande van de bij lagere temperaturen gevonden waarden. Bovendien zijn op deze plaat weergegeven de tijdkrommen, die voor de temperaturen van 30° C af het verband tusschen den praesentatietijd en den duur der voorverwarming weergeven. Daartoe is de abscisas als tijdas genomen, met voor iedere temperatuur de ordinaat van die temperatuur als uitgangspunt. De stippellijnen, waarmede deze tijdkrommen aanvangen, verbinden de waarden gevonden na 1 uur voorverwarmen, met de

waarden, zooals die met behulp van den regel van VAN 'T HOFF berekend zijn.

§ 4. *Vergelijking met de resultaten van oudere onderzoekers.*

In tweeërlei richting geven de resultaten van dit onderzoek aanleiding tot vergelijking met oudere onderzoekingen. In de eerste plaats moet gevraagd, in hoeverre vroegere mededeelingen over den temperatuurinvloed op den praesentatietijd bij geotropie door dit onderzoek bevestigd worden, en in de tweede plaats moeten de resultaten van dit onderzoek gebruikt worden bij de vraag naar de juistheid van de theorie van BLACKMAN.

(CZAPEK¹⁾ en BACH²⁾ hebben, de eerste bij kiemwortels van *Lupinus albus*, de tweede bij kiemplanten van *Vicia Faba*, den invloed der temperatuur op den praesentatietijd nagegaan. CZAPEK vond daarbij een dalen van den praesentatietijd van 0° C. tot 15° C., van 15° C. tot 30° C. een gelijkblijven, daarna tot 39° C. eene stijging. BACH vond van 14° C. tot 30° C. een voortdurende daling, boven 30° C. stijging van den praesentatietijd. Beiden vonden dus in hoofdzaak hetzelfde beloop, want het constant blijven van den praesentatietijd tusschen 10° C. en 30° C. in CZAPEK's proeven zal zeker wel aan secundaire invloeden toegeschreven moeten worden.

Ook voor de geldigheid van den regel van VAN 'T HOFF zijn bij CZAPEK en BACH enkele aanknoopingspunten te vinden, al zijn hunne waarnemingen niet volledig genoeg, om aan de cijfers uit dit oogpunt veel waarde te hechten. Uit CZAPEK's cijfers kunnen we berekenen: $\frac{K_6}{K_{15}} = \frac{45'}{20'} = 2,25$ en uit de cijfers van BACH: $\frac{K_{20}}{K_{30}} = \frac{7'5}{2'} = 3,75$, waarden, die het niet onwaarschijnlijk maken, dat ook bij de door hen gebruikte proefobjecten de regel van VAN 'T HOFF bij een meer volledig onderzoek zou blijken door te gaan.

Slechts enkele onderzoekingen zijn er sedert het verschijnen van BLACKMAN's eerste artikel gepubliceerd, waarin met zijne hierboven besproken beschouwingen rekening is gehouden. In 1907 heeft SMITH³⁾ in enkele regels medegedeeld, dat bij *Hydrilla verticillata* de ademhalingsintensiteit van 7° C. tot 50° C. stijgt volgens de wet van VAN 'T HOFF met een coëfficiënt 2.2 voor iedere 10° C. stijging van temperatuur.

1) F. CZAPEK. Weitere Beiträge zur Kenntniss der geotropischen Reizbewegungen. Jahrb. f. wiss. Botan., Bd. XXXII, 1898.

2) H. BACH. Ueber die Abhängigkeit der geotropischen Präsentations- und Reaktionszeit von verschiedenen Aussenbedingungen. Jahrb. f. wiss. Botan., Bd. XLIV, 1907.

3) A. M. SMITH. Respirations of *Hydrilla verticillata*. Proceedings of the Cambridge Phil. Soc. Vol. XIV, 1907.

In 1908 publiceerde BALLS¹⁾ cijfers over den groei van schimmelhyphen, waaruit hij concludeerde, dat tusschen 15° C. en 30° C. de groei hier den regel van VAN 'T HOFF volgde.

In 1909 heeft KUYPER²⁾ een uitvoerig onderzoek gepubliceerd over den invloed der temperatuur op de ademhaling, waaruit hij de conclusie trok, dat de theorie van BLACKMAN op de ademhaling gedeeltelijk van toepassing is.

Tot 10° C. wordt in opeenvolgende uren een gelijke hoeveelheid CO₂ uitgeademd; van 10° C. tot 20° C. is er een kleine stijging in de opeenvolgende uren; dan volgt eene periode, waarin de CO₂-productie schommelend is, terwijl boven 40° C. een geregelde achteruitgang optreedt, die, grafisch voorgesteld, een ongeveer logaritmische lijn geeft. De regel van VAN 'T HOFF geldt voor Pisum en Triticum van 0°—20° C., voor Lupinus tot 25° C., de coëfficiënt voor 10° C. temperatuurstijging ligt tusschen 2 en 3. Het optimum is verschuifbaar met den tijd van waarneming. De extrapolatie uit de tijdskrommen ter verkrijging van de waarden na een tijd 0 leverde niet de waarden, die men zou moeten verkrijgen, zoo BLACKMAN's theorie hier ten volle opging.

De resultaten der genoemde onderzoekingen waren alle in meerdere of mindere mate een bevestiging van de theorie van BLACKMAN; zij geven dus geen aanleiding tot eene meer in bijzonderheden afdalende bespreking. Wel is dit het geval met een in 1910 verschenen stuk van VAN ITERSON en Meijuffrouw VAN AMSTEL³⁾, waarin de schrijvers tot de conclusie komen dat de theorie van BLACKMAN verworpen moet worden. Daar ik op grond van mijn onderzoek tot de tegenovergestelde gevolgtrekking gekomen ben, wil ik in korte trekken uiteenzetten, in hoeverre naar mijne meening de cijfers van VAN ITERSON tegen BLACKMAN's theorie gebruikt kunnen worden.

Bij de bepaling van den temperatuurinvloed op de alcoholgisting vinden de schrijvers de volgende waarden voor den temperatuurcoëfficiënt bij temperaturen beneden het optimum:

$$\frac{V_{30}}{V_{20}} = 2,3, \quad \frac{V_{35}}{V_{25}} = 2,0, \quad \frac{V_{40}}{V_{30}} = 1,8, \quad \frac{V_{45}}{V_{35}} = 1,5.$$

Op grond van deze daling van den temperatuurcoëfficiënt bij

¹⁾ W. L. BALLS. Temperature and Growth. Annals of Botany. Vol. XXII, 1908.

²⁾ J. KUYPER. De invloed der temperatuur op de ademhaling der hoogere planten. Diss. Utrecht. 1909. Ook verschenen in het Recueil des Trav. Botan. Néerl. Vol. VII, 1910.

³⁾ G. VAN ITERSON JR. en Meijuffrouw J. VAN AMSTEL. Over het temperatuuroptimum van physiologische processen. Versl. v. d. Wis- en Natuurk. afd. v. d. Kon. Akad. van Wetenschappen. 1910.

stijging der temperatuur besluiten de schrijvers: „Met den meesten „nadruk moet er dan ook op gewezen worden, dat reeds op grond „van het verloop der optimumkromme beneden schadelijke tempe- „raturen de theorie van DUCLAUX en BLACKMAN moet verworpen „worden”.

Deze conclusie is niet gewettigd, want ook voor chemische reacties in vitro is een dergelijke daling van den temperatuurcoëfficiënt waargenomen. Zoo vond PLOTNIKOW ¹⁾ den temperatuurcoëfficiënt 6.2 voor de reactie tusschen aethyleen en broom bij -78°C . TRAUTZ en VOLKMAN ²⁾ geven voor de verzeeping van aethylacetaat door barytwater de volgende waarden voor den temperatuurcoëfficiënt:

$$\frac{10^{\circ}}{0^{\circ}} = 1,96 \quad \frac{20^{\circ}}{10^{\circ}} = 2,04 \quad \frac{30^{\circ}}{20^{\circ}} = 1,90 \quad \frac{40^{\circ}}{30^{\circ}} = 1,75 \quad \frac{50^{\circ}}{40^{\circ}} = 1,60 \quad \frac{60^{\circ}}{50^{\circ}} = 1,45.$$

Voor de verzeeping van propylacetaat werden de overeenkomstige waarden: 1.63, 2.00, 1.81, 1.70, 1.55, 1.43.

Ook COHEN ³⁾ wijst er op, dat de temperatuurcoëfficiënt bij een chemische reactie bij verandering van temperatuur in het algemeen aan verandering onderhevig is. Bij hooge temperaturen neemt de temperatuurcoëfficiënt af, bij lagere stijgt hij.

De tweede reden, waarom VAN ITERSON meent BLACKMAN's theorie voor onjuist te moeten verklaren, is gelegen in het feit, dat de kromme, die het verband tusschen de alcoholgisting en de temperatuur weergeeft, ook voor een voorverwarmingstijd van 0 minuten een geprojecteerde optimumkromme is. Ook aan dit bezwaar is, naar ik meen, door de schrijvers te veel gewicht gehecht.

Verschillende punten kunnen ter verklaring van dit verschijnsel worden aangevoerd.

In de eerste plaats het reeds genoemde feit, dat de temperatuurcoëfficiënt bij stijging van de temperatuur afneemt.

Vervolgens moet er op gewezen worden, dat de regel van VAN 'T HOFF op botanisch gebied een benaderingswet moet zijn, daar het levend organisme niet zonder meer als een homogeen systeem beschouwd mag worden. Zelfs komt hier in dit geval nog een bijzondere factor bij, waardoor een belangrijke afwijking bij hooge temperaturen reeds a priori waarschijnlijk wordt. De reactie gaat hier tusschen de zymase, die binnen den celwand opgesloten is en de

¹⁾ J. PLOTNIKOW, Reaktionsgeschwindigkeiten bei tiefen Temperaturen. Zeitsch. f. phys. Chemie LIII, 1905.

²⁾ M. TRAUTZ, en K. TH. VOLKMANN, Der Temperaturkoëfficiënt chemischer Reaktionsgeschwindigkeiten. Zeitschr. f. phys. Chemie LXIV, 1908.

³⁾ E. COHEN, Vorträge für Aerzte über Physikalische Chemie. 2e Aufl. Leipzig, Engelmann. 1907.

suikeroplossing daar buiten. De omzetting kan dus alleen plaats hebben, wanneer de suiker naar binnen diffundeert en de reactieproducten in tegenovergestelde richting naar buiten diffundeeren. Waar nu per 10° C. temperatuursverhoging de diffusiesnelheid slechts ongeveer 20% stijgt ¹⁾ en de gistingssnelheid 150 à 200%, laat zich verwachten, dat bij hogere temperaturen de gistingssnelheid aanzienlijk onder de theoretische waarde zal blijven tengevolge van de niet snel genoeg verloopende diffusie.

Tenslotte moet de mogelijkheid gesteld worden, dat ook bij de alcoholgisting de gunstige invloed der hogere temperaturen zich eerst als een tijdfunctie doet gelden op dezelfde wijze als in dit onderzoek bij 30° C. gezien werd, en dat dus ook hier de theoretische waarden volgens den regel van VAN 'T HOFF in werkelijkheid niet bestaan. Immers, duurt het eenigen tijd, vóór de reactiesnelheid op de bij de temperatuur behoorende hoogte gekomen is, dan zal deze hoogte nooit bereikt worden, daar, vóór dit geschied is, de schadelijke invloed der hooge temperatuur zijne werking reeds zal hebben doen gevoelen. De waarden, verkregen voor de reactiesnelheid bij hooge temperaturen, zullen dan, vooral na korten tijd van voorverwarming lager zijn dan volgens BLACKMAN's theorie het geval moest zijn. De waarden, daaruit geëxtrapoléerd voor een tijd 0 zullen eveneens te laag gevonden worden.

Onze resultaten samenvattend kunnen wij dus zeggen, dat BLACKMAN's theorie door het onderzoek naar den temperatuursinvloed op den praesentatietijd bij geotropie in hoofdzaak bevestigd wordt, terwijl de dusver verschenen onderzoekingen, die met deze theorie rekening hielden, geen reden geven deze theorie te verwerpen.

Door dit onderzoek is tevens gebleken, dat ook op het gebied der zuivere prikkelphysiologie de wetten der physische chemie voor toepassing vatbaar zijn.

Voor de perceptie van den zwaartekrachtprikkel volgt uit dit onderzoek, dat de perceptie zich ten opzichte der temperatuur gedraagt als een chemisch proces.

¹⁾ E. COHEN, Vorträge für Aerzte über Physikalische Chemie. 2e Aufl. Leipzig. ENGELMANN. 1907, blz. 126.

Natuurkunde. — De Heer KAMERLINGH ONNES biedt aan mededeeling N^o. 118 uit het Natuurkundig Laboratorium te Leiden: C. A. CROMMELIS, „*Isothermen van één-atomige stoffen en hunne binaire mengsels. VI. Coëxisterende vloeistof- en dampdichtheden van argon; berekening van de kritische dichtheid van argon.*”

(Mede aangeboden door den Heer H. A. LORENTZ).

§ 1. De inrichting der proeven ter bepaling van de dampspanningen van argon boven -140° , kort geleden medegedeeld ¹⁾ stelde mij in staat, bij dezelfde temperaturen, waarbij de dampspanningsbepalingen verricht werden, de waarden van het verschil van de coëxisterende vloeistof- en dampdichtheden af te leiden. Zooals nl. in § 2 en 3 van het tweede gedeelte van de zooeven aangehaalde mededeeling is vermeld, werd bij de beide metingen, die eene dampspanningsbepaling vormden, zoowel de stand van den argon-menisceus in het reservoirtje op lage temperatuur, als de stand van den kwikmeniscus in den steel van den piëzometer (die zich in een waterbad van $\pm 20^{\circ}$ bevond) afgelezen. Aangezien nu de doorsneden van reservoirtje en steel bekend waren, de temperatuur van het waterbad afgelezen werd en bovendien uit binnenkort door Prof. KAMERLINGH ONNES en mijzelve te publiceeren isothermen van argon ²⁾, de dichtheid van het gasvormige argon in den steel berekend kon worden, waren alle gegevens aanwezig tot het berekenen van het verschil van vloeistof- en dampdichtheid. Immers, de massa van het gas, dat er bij het einde der condensatie minder in den steel is, dan bij den aanvang, is gelijk aan de massa van de tusschen de beide metingen gevormde vloeistof, verminderd met de massa van den verzadigden damp, die de bij het eind der condensatie door de vloeistof ingenomen ruimte bij den aanvang der condensatie vulde. Bij de berekening werd voor het volumen van den glazen roerder in het reservoirtje eene correctie aangebracht.

§ 2. De *uitkomsten* maken geen aanspraak op een even groote nauwkeurigheid als die der dampspanningsbepalingen in de aangehaalde mededeeling. De nauwkeurigheid kan geschat worden op 1 à $1\frac{1}{2}$ ‰. Het feit echter, dat er in het onderzochte gebied nog

¹⁾ C. A. CROMMELIN, Zittingsversl. Kon. Ac. Amsterdam, April 1910, Comm. Phys. Lab. Leiden, N^o. 115. Korthedshalve zullen wij deze mededeeling, die nog dikwijls aangehaald zal worden in den text met comm. 115 betitelen.

²⁾ Van de uitkomsten van deze isothermbepalingen is in deze mededeeling herhaaldelijk gebruik gemaakt.

niets aangaande de vloeistof- en dampdichtheden van argon bekend is, scheen mij toe de publicatie te rechtvaardigen. De berekeningen (waarbij natuurlijk werd afgezien van de geringe verontreiniging van het argon) konden alleen uitgevoerd worden met de series VI, V, III en IV, en II van Comm. 115, aangezien bij de beide series VIII en IX, waarbij de temperatuur zich reeds in de onmiddellijke nabijheid van de kritische temperatuur bevond, de meniscus te bewegelijk was om eene eenigszins scherpe aflezing toe te laten.

De verkregen resultaten zijn in de volgende tabel samengevat. De indices 1 en 2 hebben, als gewoonlijk, betrekking resp. op den vloeistof- en damptoestand; de dichtheden zijn opgegeven ten opzichte van water van 4° .

Datum	Serie	t	$p^1)$	d_1-d_2
1910. 10 Febr.	VI	-140.80	22.185	0.9195
10 >	V	-134.72	29.264	7718
9 >	III en IV	-129.83	35.846	6502
9 >	II	-125.49	42.457	4714

§ 3. *Afleiding der waarden van d_1 en d_2 .* De waarden van d_1 en d_2 kan men, daar d_1-d_2 gevonden is, afleiden door aan te nemen dat de wet van den rechtlijnigen diameter van CAILLETET en MATHIAS ²⁾ voor argon geldt, eene onderstelling, waarvan hier, de niet zeer hooge nauwkeurigheid der waarnemingen in aanmerking genomen, wel van uitgegaan mag worden, te meer nu MATHIAS en KAMERLINGH ONNES ³⁾ door zeer nauwkeurige metingen hebben aangetoond, dat zuurstof aan die wet gehoorzaamt, en dus in het feit, dat de kritische temperatuur van argon veel lager ligt dan die van de stoffen voor welke de geldigheid van de wet van den rechtlijnigen diameter experimenteel is aangetoond geen grond behoeft te worden gevonden, om aan de geldigheid van die wet voor argon te twijfelen.

Om deze wet echter voor ons doel te kunnen toepassen, moet men de gegevens van den diameter zeer nauwkeurig kennen. Uit de vloeistofdichtheden van BALY en DONNAN ⁴⁾, waarvan voor de

¹⁾ Volledigheidshalve zijn hier de dampspanningen (reeds in Comm. 115 gepubliceerd) in de tabel ingevoegd.

²⁾ L. CAILLETET en E. MATHIAS Journ. d. Phys. (2) 5, 549, 1886.

³⁾ Zitt.versl. Juni 1910. C. R. Ac. d. Sc. Paris 151, 213, 1910.

⁴⁾ E. C. C. BALY en F. G. DONNAN, Journ. Chem. Soc. 81, 911, 1902.

bepaling van de kritische dichtheid met behulp van den diameter in Comm. N^o. 115 werd gebruik gemaakt, kunnen zij slechts zeer onnauwkeurig worden afgeleid. Immers deze bepalingen strekken zich slechts uit over een temperatuurgebied van 6°, nl. van —189° tot —183° op grooten afstand van de kritische temperatuur; een verschil in de fouten van hunne uiterste waarnemingen van 0.2% veroorzaakt een fout in de kritische dichtheid van ruim 3%. En eene geringe procentische afwijking in de kritische dichtheid gaat sterk vergroot op de dampvolumina over b.v. bij —130° ruim 4 maal, bij —134° ruim 7 maal en bij —140° 13.5 maal vergroot. Toen dan ook de waarden van d_1 en d_2 , berekend met de in Comm. no. 115 gebruikte schatting van d_k volgens Baly en DONNAN, (die 0,496 opleverde) en de daaruit afgeleide punten van de grenslijn in het pv -diagram der argon-isothermen werden uitgezet, en daarnaast geteekend werden de experimenteele waarden der dampvolumina uit eenige nauwkeurige isothermen beneden de kritische temperatuur verkregen door eene extrapolatie, die slechts zeer weinig buiten het onderzochte gebied reikte, bleken deze daarvan sterk af te wijken.

Ik heb dus op van Baly en DONNAN onafhankelijke wijze d_k trachten te bepalen ten einde met hunne vloeistofdichtheden, beschouwd als de bepaling van $d_1 + d_2$ voor een enkele temperatuur ver van de kritische temperatuur, de constanten van den diameter te vinden. Dit kan geschieden met behulp van de in Comm. no. 115 medegedeelde dampspanningen en van de nog te publiceeren isothermen, waarvan in § 1 van deze mededeeling gesproken werd.

Immers in 't kritische punt geldt de vergelijking

$$\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_v = \left(\frac{dp}{dT}\right)_{coex} \quad (A)$$

De waarden van $\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_v$ zijn bij groote benadering onafhankelijk van de temperatuur²⁾ en werden voor eenige opeen volgende dichtheden in de buurt van de kritische dichtheid afgelezen uit de graphische voorstelling in het pv -diagram van eenige nauwkeurige isothermen dicht boven het kritisch punt die mij ten dienste stonden. Deze waarden gelden dus ook voor de kritische temperatuur zelve.

1) M. PLANCK, Ann. d. Phys. (4). 15. 457. 1882. KEESOM vermeldt Zitt.versl. Nov. 1901. Comm. 75 een drietal bewijzen van VAN DER WAALS afkomstig. Een daarvan wordt vermeld in VAN DER WAALS—KOHNSTAMM, Lehrbuch der Thermodynamik. I, pg. 35 en 36.

2) cf. W. H. KEESOM, Zitt.versl. Oct. 1903. Comm. N^o. 88, (pg. 54). Diss Amsterdam 1904. pg. 86.

De waarde van $\left(\frac{dp}{dT}\right)_{\text{coex.}k}$ kon gevonden worden uit kortgeleden medegedeelde gegevens ¹⁾, nl. $\left(\frac{dp}{dT}\right)_{\text{coex.}k} = 1.820$. Door interpolatie tusschen de waarden van $\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_v$ uit de isothermen werd aldus voor de dichtheid waarbij de betrekking (*A*) geldt, 0.509 gevonden.

In verband met deze afleiding moet er echter op gewezen worden, dat reeds herhaaldelijk volgens de zoeven vermelde methode eene andere uitkomst voor d_k werd gevonden dan die, welke men met behulp van den diameter vindt en dat de uitkomsten volgens beide methoden verkregen zoover uiteenloopen, dat de afwijkingen niet uit fouten in de waarnemingen of berekeningen te verklaren zijn. De langs beide wegen verkregen waarden moeten dus als van elkander in 't algemeen verschillende, elk op eene bepaalde wijze te verkrijgen experimenteele gegevens beschouwd worden. KEESOM ³⁾ vindt bijv. voor het experimenteele kritische volumen van koolzuur met behulp van den diameter 0.00418 en voor het volumen waarbij (*A*) geldt 0.00443. Verder vermelden KAMERLINGH ONNES en KEESOM ⁴⁾ dat BRINKMAN ⁵⁾ een dergelijk verschil vond voor koolzuur en voor chloormethyl, evenals MILLS ⁶⁾ voor ethyloxyde, isopentaaen en normale pentaan. Deze afwijkingen zijn steeds van dien aard dat de methode van den diameter de kleinste waarde oplevert. Het zijn de afwijkingen tusschen de volgens beide methoden gevonden waarden die KAMERLINGH ONNES en KEESOM ²⁾ mede ertoe gevoerd hebben, de studie der storingsfunctie ter hand nemen, welke functie deze en dergelijke afwijkingen in onderlingen samenhang zal moeten beschrijven. Totdat van argon het tegendeel zal zijn gebleken en, wat niet onmogelijk is voor deze stof, blijkt dat beide waarden samenvallen, dienen wij aan te nemen dat de gevonden waarde ($d_k = 0.509$) kleiner is, dan die welke eene toepassing van de wet van den diameter op waarnemingen in de buurt van de kritische temperatuur zou opleveren. En deze laatste waarde is het die wij eigenlijk voor onze berekeningen noodig zouden hebben. Wij kunnen echter voorloopig niet anders doen, dan de berekeningen uitvoeren met de op de zoeven uiteengezette wijze gevonden waarde nl.

1) Comm. no. 115, laatste pagina.

2) Zitt.versl. Febr. 1908. Comm. N°. 104a, vgl. ook H. KAMERLINGH ONNES en Mej. T. C. JOLLES. Zitt.versl. Januari 1907, Suppl. 14.

3) l. c.

4) l. c.

5) C. H. BRINKMAN, Diss. Amsterdam. 1904, pag. 43.

6) MILLS, Journ of phys. chem. 8. 594 en 635. 1904.

$$d_k = 0.509$$

Wij verwaarloozen bij deze handelwijze een verschil, dat aanmerkelijk grooter zou zijn dan het verschil van de nieuw gevonden waarde met de in comm. No. 115 gebruikte nl. $d_k = 0.496$, wanneer dit verschil gelijk gesteld mocht worden aan de verschillen die de beide methoden om de kritische dichtheid te bepalen gewoonlijk opleveren. Daar zooals in het begin dezer § werd medegedeeld een klein verschil in de waarde van d_k voldoende is om eene sterke afwijking in de dampvolumina te weeg te brengen is het wel opmerkelijk, dat met de thans afgeleide waarde van d_k eene goede overeenstemming tusschen berekening en waarneming verkregen wordt. Dit moet dus daaraan toegeschreven worden dat het gelukt is, voor d_k eene waarde te vinden, die voor de voorstelling van de coëxisterende vloeistof- en dampdichtheden met den diameter bijzonder geschikt is, op grond waarvan verder vermoed mag worden dat bij argon de beide methoden ter bepaling van de kritische dichtheid weinig uiteenlopende resultaten zullen geven.

De berekeningen geschieden nu als volgt. Met behulp van de boven medegedeelde waarde van d_k , de onlangs medegedeelde waarde van de kritische temperatuur nl. $-122^{\circ}.44$ en de waarnemingen van BALY en DONNAN in de nabijheid van het kookpunt van argon, werd de diameter geteekend. Hierop werden afgelezen de waarden van $\frac{1}{2}(d_1 + d_2)$ en ten slotte hieruit met behulp van de waargenomen waarden van $d_1 - d_2$ de grootheden d_1 en d_2 berekend. In de volgende tabel zijn de resultaten samengevat. Volledigheidshalve zijn er aan toegevoegd de dichtheden ten opzichte van de normale dichtheid nl. d_{A_1} en d_{A_2} (gewicht 1 L. argon onder normale omstandigheden = 1.782 Gr. volgens RAMSAY en TRAVERS¹⁾) en de volumina met betrekking tot het normaalvolumen, nl. v_{A_1} en v_{A_2} , welke laatste in verband met de uit Comm. 115 bekende dampspanningen dienden tot de constructie van de punten van de grenslijn in het pv diagram.

Serie	d_1	d_2	d_{A_1}	d_{A_2}	v_{A_1}	v_{A_2}
VI	1.0268	0.1073	576.2	60.21	0.001735	0.01661
V	0.9339	1621	524.1	90.97	1908	1099
III en IV	8581	2079	481.6	116.67	2076	08571
II	7557	2843	424.1	159.54	2358	06268

¹⁾ W. RAMSAY en M. W. TRAVERS, Proc. R. S. 67, 329, 1900.

C. A. CROMMELIN. „Isotermen van één-atomige stoffen en hunne binaire mengsels.

V. Coëxisterende vloeistof- en dampdichtheden van argon; berekening van de kritische dichtheid van argon.”



De bijgevoegde figuur stelt voor de met behulp van de bovenvermelde waarden van d_k , d_1 en d_2 , de vloeistofdichtheden van BALY en DONNAN en de kritische temperatuur $-122^{\circ}.44$ (Comm. 115) geconstrueerde krommen voor de vloeistof- en dampdichtheden benevens den rechtlijnigen diameter.

De ongedwongen wijze waarop de krommen door de punten konden worden getrokken wijst er reeds op, dat geene groote afwijkingen van de wet van den rechtlijnigen diameter, die als grondslag voor de berekeningen gediend heeft, bij argon verwacht behoeven te worden. Alleen de punten van serie V ($-134^{\circ}.72$) sluiten blijkbaar niet goed aan de kromme aan, wat uit een waarnemingsfout te verklaren zal zijn.

§ 4. Voorstelling der waarnemingen door formules.

a. Hiervoor is het meest geschikt de zuiver empirische formule van KEESOM ¹⁾ die wij kunnen schrijven in de vormen:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d_1}{d_k} &= 1 + A(1-t) + B(1-t)^2 \\ \frac{d_2}{d_k} &= 1 + A(1-t) - B(1-t)^2 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (1)$$

waarin A , B en λ constanten zijn en t de gereduceerde absolute temperatuur voorstelt.

Trekt men deze beide formules van elkaar af, dan vindt men de volgende eenvoudige uitdrukking voor de waargenomen grootheid $d_1 - d_2$:

$$d_1 - d_2 = 2d_k B(1-t)^2.$$

Met de uit de waarnemingsgrootheden bepaalde constanten

$$\lambda = 0.3795 \text{ en } B = 1.999$$

levert deze formule de volgende aansluiting:

Serie	$d_1 - d_2$ (W)	$d_1 - d_2$ (R)	$W - R$ abs.	$W - R$ in %
VI	0.9195	0.9172	+ 0.0023	+ 0.2
V	7718	7874	- 0.0156	- 2.0
III en IV	6502	6493	+ 0.0019	+ 0.3
II	4714	4641	+ 0.0073	+ 1.5

Berekent men nu uit de in § 3 afgeleide waarden van d_1 en d_2 ,

¹⁾ W. H. KEESOM, Zittingsversl. Maart 1902, Comm. N^o. 79.

de constante A in (1), dan vindt men met $A = 0.9758$ de volgende aansluiting van de waarden van d_1 en d_2 aan form (1).

Serie	$d_1 (W)$	$d_1 (R)$	$W-R$ abs.	$W-R$ in %	$d_2 (W)$	$d_2 (R)$	$W-R$ abs.	$W-R$ in %
VI	1.0268	1.0272	-0.0004	0.0	0.1073	0.1119	-0.0046	- 4.2
V	0.9339	0.9424	-0.0085	- 0.9	1621	1566	+0.0055	+ 3.4
III en IV	8581	8574	+0.0007	+ 0.1	2079	2094	-0.0015	- 0.7
II	7557	7506	+0.0051	+ 0.7	2843	2875	-0.0032	- 1.1

Deze formules geven dus, wat men redelijkerwijze, de nauwkeurigheid der waarnemingen in aanmerking genomen, mag verwachten. Door middel van de methode der kleinste quadraten zijn de aansluitingen natuurlijk nog wel te verbeteren.

Dat de afwijkingen van serie V over 't algemeen grooter zijn dan die van de overige series is reeds verklaard door de boven gemaakte opmerking, dat vermoedelijk in deze serie een waarnemingsfout schuilt.

b. De formule voor d_1-d_2 , die GOLDHAMMER¹⁾ opgeeft is.

$$d_1 - d_2 = m d_k (1-t)^{1/3^2}.$$

Met $m = 3.496$ vindt men de volgende aansluiting :

Serie	$d_1-d_2 (W)$	$d_1-d_2 (R)$	$W-R$ abs.	$W-R$ in %
VI	0.9195	0.8840	+ 0.0355	+ 3.8
V	7718	7731	- 0.0013	- 0.2
III en IV	6502	6526	- 0.0024	- 0.4
II	4714	4859	- 0.0145	- 3.1

Deze aansluiting is, zooals wel te verwachten was, veel minder goed dan die aan de formule van KEESOM.

¹⁾ D. A. GOLDHAMMER. Zs. f. phys. Chem. 71. 577. 1910.

²⁾ Deze formule is bijna geheel gelijkwaardig met die van KEESOM. KEESOM geeft nl. voor den exponent die ik λ genoemd heb, voor pentaan de waarde 0.3327 op. Om eene zoo goed mogelijke aansluiting te verkrijgen heb ik echter dezen exponent voor argon afzonderlijk uitgerekend.

Natuurkunde. — De Heer du Bois biedt eene mededeeling aan uit het Bosscha-Laboratorium: „*Een verbeterde halfring-electromagneet II*”.

Onlangs beschreef ik een nieuwen vorm van halfring-electromagneet benevens enkele daarmee verkregen uitkomsten ¹⁾. Thans veroorloof ik mij nog eenige metingen mede te deelen, alsmede toepassingen voor bijzondere doeleinden, die in den laatsten tijd weer meer op den voorgrond traden.

Invloed der poolwindingen. De destijds gegeven afbeelding vertoonde de windingen zooals zij door een rechthoekig gebogen flens in twee afdeelingen gesplitst worden: *a)* de poolwindingen, die zich in de nabijheid der poolstukken bevinden en wier werking nog door bijzondere losse poolklossen kan worden versterkt; *b)* de kringwindingen om de overige deelen van den magnetischen kring. Een tweede exemplaar werd thans op eenigszins andere wijze gewikkeld en geschakeld; het veld werd onder verschillende omstandigheden opnieuw bepaald met behulp van een ballistischen draaiklosgalvanometer; deze werd door een normaal-solenoid geijkt en de evenredigheid der aflezingen gecontroleerd. Een klein proefklosje werd vervaardigd van 3 mm. middellijn en 0,3 mm. dikte; de gebruikte koperdraad is blank 0,025 mm. dik, omsponnen 0,07 mm., en werd in collodium gewikkeld. Het gezamenlijke windingsvlak der 45 windingen bedroeg 1,544 cm²., bepaald door vergelijking met een slechts iets kleineren uitgemeten normaalklos van 1,530 cm². De uitkomsten vindt men in onderstaande tabel:

Eindvlakjes:	3,6 mm.		6 mm.	
	Veld (Kilogauss) met:		Veld (Kilogauss) met:	
Pool afstand	<i>a)</i> 135 K. A. W.	<i>a, b)</i> 255 K. A. W.	<i>a)</i> 135 K. A. W.	<i>a, b)</i> 255 K. A. W.
0 mm.	—	—	53,3	53,9
0,5 »	54,9	55,4	51,3	51,9
1,0 »	51,3	51,9	49,3	50
1,5 »	48,9	49,7	47,3	48,1
2,0 »	46,5	47,4	45,8	46,6

¹⁾ H. du Bois. Deze Verslagen 18 p. 118, 1909.

Deze waarden zijn nog iets hooger dan de vroeger medegedeelde; de eerste limietwaarden zijn weer lineair geëxtrapoleerd en alle zijn heel wat grooter dan uit een verzadigingswaarde van ongeveer 1710 C. G. S. ¹⁾ volgens de gewone formules berekend worden kan. Deze uit een empirisch oogpunt zoo gunstige omstandigheid is voorshands moeilijk verklaarbaar. Sub *a*) vindt men de enkel met poolwindingen (135 kiloampère-windingen) gemeten velden; sub *a*, *b*) die met pool- en kringwindingen (255 K. A. W.) verkregen werden. Het blijkt dus wel afdoende, zooals te voorzien was, dat de invloed van eerstgenoemde zeer aanmerkelijk overweegt; onder sommige omstandigheden bedraagt het aandeel van laatstgenoemde slechts één percent van het geheele veld; in andere gevallen is het trouwens wel grooter. Toeh lijkt het mij om verschillende redenen niet gewenscht die minderwaardige windingen geheel weg te laten zooals bij het type RÜHMKORFF van oudsher gebruikelijk is.

Ter bestudeering van dit vraagstuk — tevens van belang met 't oog op de technisch economische constructie der veldmagneten in 't algemeen — onder beter bepaalde omstandigheden, werd van een volledigen ring-electromagneet gebruik gemaakt, die met 12 afzonderlijke klossen volgens het schema van Fig. 1 voorzien is. Deze werden nu op allerlei wijzen geschakeld, echter altijd zoo dat gelijk genummerde klossen, symmetrisch t. o. v. de luchtspleet, twee aan twee stroom kregen. Uit een groot aantal opgenomen veldkrommen — als functie der kiloampèrewindingen — bleek dat tot omstreeks $\frac{1}{2}$ of $\frac{2}{3}$ verzadiging het azimuth der klossen onverschillig blijft, zooals vroeger algemeen werd aangenomen. Hoe hooger men echter het ijzer verzadigt, des te meer begint de werking der klossen nabij de luchtspleet te overwegen, zoodat hun invloed dan bepaald wordt door de rangorde der nummers in Fig. 1. Dit is in overeenstemming met den verzadigingsregel van KIRCHHOFF; ook P. WEISS vestigde hierop de aandacht. Daarentegen postuleerde J. HOPKINSON geen dergelijk verschil, in zijne bekende theorie van den magnetischen kring; desalniettemin werd men in de elektrotechniek mettertijd empirisch tot dergelijke opvattingen bekeerd. Naarmate men dynamo's en motoren meer ging verzadigen en de luchtspleten vernauwen — de waarde der inductie stijgt thans wel tot 20000 C. G. S. — liet men ook de veldwikkeling zooveel mogelijk naar de ankerruimte opschuiven; begrensd wordt deze neiging ten slotte door het feit dat een gegeven aantal windingen opeengehoopt hooger

¹⁾ E. GÜMLICH, Elektrotechn. Zeitschr. **30**, p. 1096, 1909. P. WEISS, Journ. de Phys. (4) **9**, p. 373, 1910. Verg. ook B. BEATTIE en H. GERRARD, the Electrician, **64** p.p. 750, 811, 1910.

weerstand heeft dan wanneer zij gelijkmatig verdeeld zijn en dus gemiddeld een geringeren omvang verkrijgen.

Verval-poolstukken komen te pas bij onderzoekingen in een niet-uniform veld; het is hier de plaats de inrichting te beschrijven, die in een vorige mededeeling werd aangestipt ¹⁾. Het proefstukje komt hierbij op een plek in het equatorvlak, zoodanig dat zoowel \mathfrak{H}_x zelve, alsook het dwarsverval $\partial \mathfrak{H}_x / \partial y$ en tevens het product $\mathfrak{H}_x \partial \mathfrak{H}_x / \partial y$ nog zoo groot mogelijke waarden hebben; laatstgenoemd bepaalt de uitgeoefende aantrekking of afstooting. Behalve aan dezen hoofdeisch moet ook aan eenige praktische voorwaarden betreffende de noodige ruimte enz. worden voldaan. De berekening van een optimum zoude uiterst moeilijk en zoo al doenlijk allicht tijdroovender blijken dan de empirische weg waarbij op grond van velerlei ervaring de in Fig. 2 afgebeelde vorm werd ontwikkeld. De assen der poolstukken vormen een hoek van 25° ; de poolspitsen zijn met conische kernen voorzien, wier afgeronde punten uitsteken. Het veld werd hier met een geijkt bolvormig proefklosje van 3 mm. middellijn bepaald. Over 't algemeen ligt binnen den uitspringenden hoek (richting $+$ y) het maximum van $\mathfrak{H}_x \partial \mathfrak{H}_x / \partial y$ verder en is het platter en minder hoog dan in tegenovergestelde richting ($-y$); bij toenemenden assenhoek verwijderd het zich van het assensnijpunt A naar $+$ y ; de afstand der spitsen en de stroomsterkte zijn van minder invloed op zijne ligging.

In Fig. 3 zijn eenige krommen geteekend, die hierop betrekking hebben en bij de configuratie van Fig. 2 passen; op tienvondige schaal stellen de abscissen $\pm y$ de afstanden voor van uit het assensnijpunt A . De ordinaten van I stellen het veld \mathfrak{H}_x voor in kilogauss (rechter ordinatenschaal), die van II de waarde van $\mathfrak{H}_x \partial \mathfrak{H}_x / \partial y$ in millioenen C.G.S. eenheden (linker schaal). Hierbij werd gewerkt met een afstand der spitsen van 0,3 cm. en 50 kiloampère-windingen. Het blijkt dus mogelijk een niet-uniform veld van meer dan 25 kilogauss te benutten met een alleszins voldoende verval. Men kan nu de kleine poolspitsen van de schoenen isoleeren, b.v. door hoornschijfjes, of wel ze geheel door een ietwat plooibaar leeren taschje omspannen zoodat b.v. immersie in vloeibare lucht kan worden toegepast; zoo kan men gemakkelijk in het temperatuurbereik van -200° tot $+200^\circ$ werken. Voor pyromagnetisch onderzoek bij hooogere temperaturen tot 1300° werd daarenboven een dergelijke inrichting gemaakt, waarbij wegens de meerdere vereischte ruimte het beschikbare veld slechts 15 kilogauss bedroeg.

¹⁾ H. DU BOIS en KŌTARŌ HONDA, Deze Versl. 18, p 667, 1910. Verg. P. CURIE, Ann. Chim. & Phys. (7) 5 p 295, 1895; Oeuvres p. 237, Paris 1908.

Schuinziende poolstukken. Door EGOROFF en GEORGIEWSKY, daarna door RIGHI werd het ZEEMAN-effect onderzocht in straalrichtingen, die met de veldrichting een willekeurigen hoek ϑ vormen ²⁾. Laatstgenoemde wees reeds op de noodzakelijkheid van bijzondere electromagneten voor dit doel en kon met behulp van spits conische poolstukken en klossen binnen het bereik $42^\circ < \vartheta < 90^\circ$ waarnemen. Toen onlangs dit vraagstuk in verband met het spectrum der zonnevlekken weer aan de orde kwam, werd het theoretisch door LORENTZ, experimenteel door ZEEMAN en WINAWER opnieuw bewerkt ³⁾. Deze breidden het interval uit van 90° tot 26° ; bij zóó spitse poolstukken wordt het veld echter zeer verzwakt; met behulp van binnen de poolstukken ingelaschte glasprisma's ⁴⁾ kon ook bij één enkelen kleineren hoek $\vartheta = 16^\circ$ worden waargenomen. Tengevolge van een onderhoud met den Heer ZEEMAN heb ik nu getracht een inrichting te maken, die veroorlooft den waarnemingshoek ϑ geleidelijk van 0° tot 90° te doen veranderen.

Binnen het bereik $0^\circ < \vartheta < 45^\circ$ gaat de stralengang „binnendoor”; deze kleine hoeken zijn van het meeste belang omdat de kritische hoek ϑ_1 van LORENTZ bij een sterk veld vermoedelijk wel steeds binnen dit interval zal liggen. De poolspitsen Q_1 en Q_2 hebben (Fig. 4) als gewoonlijk een halven tophoek van 55° overgaande tot 57° ; zij zijn door een sterke onmagnetische vassing V verbonden, die met venstertjes voorzien is. Aan de achterzijde zijn zij bolvormig en ingeslepen in de holle pannen der pool schoenen P_1 en P_2 , wier halve tophoek 59° bedraagt. De boring B heeft den vorm eener eenzijdig gelegen rechthoekige pyramide, die om den stralenkegel past, zooals deze door de gewone conische voortzetting der boring B' in pool schoen en verderen kern bepaald wordt. Uit Fig. 4 blijkt nu wel voldoende hoe men den hoek tusschen de veldas $x'e'$ en de stralenrichting xv willekeurig instellen en aan den cirkelboog C aflezen kan. Bij een bepaalden poolafstand zijn de kegelmantels en bolsegmenten der beide poolspitsen — en dus ook die der pool schoenen — concentrisch; bij andere afstanden kan men door een kleine zijdelingsche verschuiving der kernen met de uitgeholde pool schoenen die boloppervlakken steeds tot dekking brengen.

²⁾ N. EGOROFF & N. GEORGIEWSKY, Compt. Rend. **124** p. 949, 1897. A. RIGHI, Mem. accad. Bologna (5) **8** p. 277 (Fig. 3.) 1899. Verg. ook A. COTTON, le Phénom. ZEEMAN, „Scientia” No. 5. pp. 48, 74, Paris 1899.

³⁾ H. A. LORENTZ, deze Versl. **18** p. 126, 1909. P. ZEEMAN & B. WINAWER, deze Versl. **18** pp. 621, 889; **19** p. 233, 1910.

⁴⁾ Bij deze door WERTHEIM SALOMONSON voorgestelde kunstgreep kan wellicht het gebruik van een magneto-optisch inactief cerietborosilicaat-kroonglas doelmattig blijken; verg. H. DU BOIS & G. J. ELIAS, Verh. D. phys. Ges. **11** p. 710., 1901.

Deze inrichting voldeed; in onderstaande tabel vindt men eenige metingen van het veld (in kilogauss), eensdeels met massieve spitsen,

Poolafstand ϑ	2 mm.		4 mm.		6 mm.	
	massief	boring	massief	boring	massief	boring
0°	41,2	29,2	35,3	28,2	31,3	26,4
25°	—	26,2	—	25,5	—	23,9
45°	33,9	21,6	28,2	21,2	24,0	19,5

en anderdeels nadat de boring uitgehold was; de middellijn der eindvlakjes bedroeg 6 mm; gewerkt werd steeds met 122 kiloampère-windingen. Wanneer ϑ van 0° tot 25° toeneemt, vermindert dus het veld met ongeveer 3, tusschen 0° en 45° met omstreeks 7 kilogauss. Bij massieve spitsen blijft het merkbaar loodrecht op de eindvlakjes gericht, hetgeen trouwens met een bekende eigenschap der krachtlijnen strookt. Na uitboring is het veld echter ietwat gedeformeerd, zoodat ϑ enkele graden grooter is dan de hoek tusschen $x'a'$ en xc ; het verschil verminderde naarmate ϑ grooter werd en verdween bij 45°; de terugrichtende invloed der poolwindingen woog dan juist op tegen de afwijking ten gevolge der boringen.

Onlangs werd door CORBINO¹⁾ een optische methode beschreven om in dergelijke gevallen de verdeling der isodynamen te photografeeren met behulp der transversale dubbelbreking in BRAVAIS-ijzer. Intusschen behoeft men de door hem onderstelde sterk deformeerende ronde boring niet te gebruiken; men zal thans wel steeds spleetvormige openingen toepassen. Dit is ook in het onderhavige geval mogelijk: voor zoover men bij een bepaalden hoek ϑ waarneemt zal men goed doen de alsdan overbodige deelen der uitgeholde boring B met een stel losse wigvormige kerntjes op te vullen; het veld kan dan slechts weinig verzwakt en gedeformeerd worden.

Hoeken $45^\circ < \vartheta < 90^\circ$ laten zich eenvoudiger realiseeren, doordat de stralengang dan „buitenom” de massieve poolspitsen loopt, wier halve tophoek echter kleiner dan ϑ dient te zijn; was dit het geval dan zoude men b.v. in Fig. 4 reeds tot 45° kunnen gaan, langs de afgeknotte poolflens F_2 visceerende volgens LL . Daarbij levert de kogelkrans met verdeelden cirkel, waarop de geheele electromagneet

¹⁾ O. M. CORBINO. Phys. Zeitschr. **11**, p. 521, 1910.

rust, gemak 'op; deze werd trouwens reeds door RIGBI (loc. cit.) voor dergelijke doeleinden gebruikt.

Met de beschreven inrichting onderzocht de Heer ELIAS voorloopig het schuine emissie-effect bij enkele vonkspectra ¹⁾. Zij kan ook in andere gevallen bruikbaar blijken, b.v. voor het KERR-effect.

Beschouwt men Fig. 4 nu eens als loodrechte doorsnede van poolspitsen, begrensd door afgeknotte tweevlakken en cylinders, dan heeft men een configuratie zooals die b.v. bij snaargalvanometers, bij de waarneming der transversale dubbelbreking en dergelijke haar nut kan hebben. Men kan trouwens aantonen dat de normale optimumwaarde van den tweevlakkigen hoek in dit geval $2 \times 45^\circ$ bedraagt, in plaats van $2 \times 54^\circ 44'$ voor den kegel-tophoek. Den Heer MORRIS OWEN ben ik voor de metingen der magnetische velden ten zeerste verplicht.

Natuurkunde. — De Heer DR BOIS biedt namens den Heer G. J. ELIAS eene mededeeling aan uit het Bosseha-Laboratorium; „*Over het ZEEMAN-effect bij emissielijnen in eene richting, schuin ten opzichte van de krachtlijnen*”.

(Mede aangeboden door den Heer LORENTZ).

De veranderingen, die emissie- en absorptielijnen in een magnetisch veld ondergaan werden tot dusver hoofdzakelijk slechts in twee speciale gevallen bestudeerd, namelijk die, waarbij de richting van het magnetisch veld samenvalt met de richting der lichtstralen, of loodrecht hierop staat.

De theorie van het verschijnsel voor het geval, dat de lichtstralen een willekeurigen hoek maken met de richting van het magnetisch veld, werd door LORENTZ ²⁾ ontwikkeld.

Proeven van ZEEMAN en WINAWER ³⁾ hadden betrekking op de veranderingen, die de absorptielijnen van natriumdamp in een magnetisch veld ondergaan bij scheeven doorgang van het licht.

In deze mededeeling vermeld ik de resultaten van enkele voorloopige proeven met emissielijnen in een magnetisch veld.

Als lichtbron bezigde ik eene gecondenseerde elektrische vonk van een inductorium van 30 c.m. vonkengte met WEHNELT-onderbreker.

De primaire stroomsterkte bedroeg ongeveer 10 ampère, de vonk-

1) Verg. onderstaande mededeeling.

2) H. A. LORENTZ, Deze Versl. **18** p. 126; 1909.

3) P. ZEEMAN en B. WINAWER, Deze Versl. **18** pp. 621, 889. 1909; **19** p. 233. 1910.

lengte 2 m.m.; terwijl parallel met de vonk vier Leidsche flesschen geschakeld waren. Verder bezigde ik den eersten verbeterden halfring-electromagneet van DU BOIS ¹⁾ met de hierboven ²⁾ beschreven poolstukken, waarmede de hoek ϑ tusschen veldrichting en lichtrichting willekeurig van 0° tot 45° veranderd kan worden. Voor grootere hoeken werd de magneet om eene verticale as gedraaid en trad het licht niet door de boringen uit, doch buiten om de poolstukken heen. De poolafstand bedroeg 4 m.m., waarbij bij $\vartheta = 0^\circ$ een veld van 27 Kgs., bij $\vartheta = 45^\circ$ van 20 Kgs. bereikt werd. Als spectroscop diende het groote ROWLAND'sche tralie, toebehoorende aan het Uuiversiteitslaboratorium te Berlijn, door Geheimrat Prof. RUBENS welwillend in bruikleen afgestaan. De waarneming geschiedde in de 3e orde; voorzover de polarisatie door het tralie storend was, werd deze geëlimineerd door het licht steeds op hetzelfde polarisatievlak terug te brengen door middel van een $\frac{\lambda}{2}$ -micaplaatje. Dit was echter slechts bij de eerste proeven, waarbij het intredende en het uitredende licht een grooten hoek met elkaar maakten het geval; bij de verdere proeven was deze hoek door draaiing van het tralie veel kleiner gemaakt en bleek het tralie geen invloed te hebben op den polarisatietoestand.

De polarisatietoestand van het geëmitteerde licht werd onderzocht met een nicol, al of niet in verbinding met een $\frac{\lambda}{4}$ -glimmerplaatje. Voor het onderzoek van elliptisch gepolariseerd licht werd dit laatste met de optische as loodrecht resp. onder een hoek van 45° geplaatst, en in beide gevallen de stand van het nicol bepaald, waarbij de intensiteit van het uitgestraalde licht een minimum was. Zijn de beide onderling loodrechte componenten van het elliptisch gepolariseerde licht resp. $u = F \cos(r t - f)$ en $v = G \cos(r t - g)$, dan leert eene eenvoudige berekening, dat de stand van het nicol, waarbij de intensiteit van het uitgestraalde licht een minimum is, gegeven is door $\tan 2\varphi = \frac{2FG}{F^2 - G^2} \sin(f - g)$ voor het geval, dat de optische as van 't glimmer loodrecht staat, en door $\tan 2\varphi = -\cot(f - g)$, wanneer de as een hoek van 45° met de verticaal maakt. Hieruit kunnen dus steeds $f - g$ en $\frac{F}{G}$ berekend worden, waarmee de polarisatietoestand van het licht bepaald is.

¹⁾ H. DU BOIS. Deze Versl. 18 p. 118. 1909.

²⁾ H. DU BOIS. Deze Versl. 19 p. 400. 1910.

Eerst nam ik enkele proeven met electroden van koper, en koos de lijn 510.575. Daar evenwel de splitsing in het magnetisch veld bij de koperlijnen betrekkelijk klein is, zoo nam ik de meeste proeven met de lijn 520.620 van het chroomspectrum; voor deze lijn deed MILLER ¹⁾ metingen omtrent het transversale ZEEMAN-effect.

Bij de koperlijn 510.575 was voor $\vartheta = 10^\circ$ de middelste lijn van het triplet uiterst zwak zichtbaar, te zwak voor een bepaling van den polarisatietoestand. Bij $\vartheta = 20^\circ$ was ze duidelijker (ofschoon nog zwak) zichtbaar en bleek de trillingsrichting vrijwel horizontaal te zijn.

Eveneens was bij de chroomlijn 520.620 bij $\vartheta = 12^\circ$ de middelste lijn zeer zwak zichtbaar, de trillingsrichting maakte een hoek van nagenoeg 30° met de horizontale richting. Zelfs bij $\vartheta = 10^\circ$ was de middelste lijn nog uiterst zwak zichtbaar; de hoek tusschen trillingsrichting en horizontaal seheen ongeveer 40° te bedragen. Bij hoeken ϑ kleiner dan 10° kon de middelste component wegens te geringe intensiteit niet meer worden waargenomen. Bij $\vartheta = 17^\circ$ bedroeg de hoek tusschen de horizontaal en de trillingsrichting nog slechts nagenoeg 15° , terwijl bij grootere waarden van ϑ de trillingsrichting vrijwel horizontaal werd gevonden; weliswaar waren er nog afwijkingen, doch waarschijnlijk moeten deze aan de onzekerheid van de waarneming worden toegeschreven.

De hoek ϑ_1 moet derhalve nagenoeg 10° bedragen,

Bij de buitenste componenten werden, wanneer de as van het glimmerplaatje onder 45° stond, voor φ steeds waarden gevonden van nagenoeg 90° , resp. 180° , waaruit derhalve blijkt, dat de assen der trillingsellipsen horizontaal en verticaal gelegen zijn. Voor waarden van ϑ tot en met 30° werd het licht nagenoeg circulair gepolariseerd gevonden.

Bij $\vartheta = 40^\circ$ bedroeg de verhouding der assen 0.80; bij $\vartheta = 67.5^\circ$ 0.39; wanneer men nagaat, dat $\cos 40^\circ = 0.77$ en $\cos 67.5^\circ = 0.39$, dan ziet men, dat de overeenstemming met de theorie eene vrij goede is.

De onderlinge intensiteitsverhouding der componenten beantwoordt niet geheel aan de theorie. De intensiteiten der uiterste en middelste componenten zijn evenredig met respectievelijk $\frac{1 + \cos^2 \vartheta}{2g}$ en $\frac{g + 2(g + \sqrt{g^2 - 1})r \cos \vartheta}{4r^2 + g^2}$ ²⁾, indien ϑ niet al te klein is, zoodat h_{II} ten opzichte van h_I mag worden verwaarloosd. In dit geval mag,

¹⁾ W. MILLER, Ann. d. Phys. **24** p. 105; 1907.

²⁾ H. A. LORENTZ loc. cit. p. 136—131.

daar tevens r tamelijk groot is vergeleken met g , voor de tweede uitdrukking gezet worden $\frac{g \cos \vartheta}{v} = \frac{\sin^2 \vartheta}{g}$. De hoek ϑ , waarvoor de intensiteit der uiterste en middelste componenten gelijk is, is gegeven door

$$2 \sin^2 \vartheta = 1 + \cos^2 \vartheta, \text{ hetgeen geeft } \vartheta = 54^\circ,$$

terwijl de gelijkheid der componenten bij ongeveer 67.5° werd waargenomen; bij 45° was de middelste component nog duidelijk zwakker dan de uiterste.

Geschiedt de waarneming met een nicol, dat de horizontale trillingen doorlaat, dan zullen de uiterste componenten slechts de intensiteit

$$\frac{\cos^2 \vartheta}{1 + \cos^2 \vartheta} \times \frac{1 + \cos^2 \vartheta}{2g} = \frac{\cos^2 \vartheta}{2g} \text{ bezitten.}$$

De hoek ϑ voor gelijke intensiteit is dan gegeven door $\cos^2 \vartheta = 2 \sin^2 \vartheta$, hetgeen geeft $\vartheta = 35^\circ$, terwijl in dit geval gelijke intensiteit werd waargenomen bij 27° ; bij 35° was de middelste component reeds sterker dan de uiterste. Ongetwijfeld hangen de waargenomen verschillen samen met het feit, dat bij zuiver transversale waarneming ($\vartheta = 90^\circ$) de verhouding van de intensiteiten van de middelste en uiterste componenten slechts nagenoeg 1.32 bedraagt, in plaats van 2; bij waarneming door middel van een nicol werden namelijk de componenten van gelijke intensiteit gezien, wanneer de richting der doorgelaten trillingen een hoek van 49° met de horizontale richting maakte. Ook in ander opzicht gedraagt de onderzochte chroomlijn zich niet volkomen normaal: de middelste component is duidelijk breder dan de oorspronkelijke lijn, zoodat die wellicht dubbel is.

Natuurkunde. — De Heer LORENTZ biedt eene mededeeling aan van den Heer J. J. VAN LAAR: „*Iets over den vasten toestand.*” V.

(Mede aangeboden door den Heer F. A. H. SCHREINEMAKERS).

17. Ruim een jaar geleden publiceerde ik het vierde stuk van deze Verhandeling over den vasten toestand. (Deze Verslagen van 13 Juli 1909); het aldaar aangekondigde Vervolg moest echter tengevolge van allerlei storende omstandigheden tot heden worden uitgesteld.

Voor ik nu verder ga met de nadere beschouwing van de coëxistentie-kromme vloeibaar-vast, waarvan de vergelijking in IV door mij werd afgeleid (formule (16) op p. 99), wil ik die vergelijking

eerst nog in eenigszins eenvoudiger vorm brengen. Volgens (a) en (b) op blz. 97 is nl. bij evenwicht:

$$\left(\frac{\partial \Omega'}{\partial n_1} - RT \log c_1 \right)_{vl} = (id.)_{cast} \dots \dots \dots (a)$$

Hierin is (zie p. 98 boven):

$$\frac{\partial \Omega'}{\partial n_1} = RT \log \frac{RT}{p + a/v^2} - RT - b_1 (p + a/v^2) + \frac{2a}{r},$$

wanneer nl. $r-b$ wordt vervangen door $\frac{\Sigma n_1 \cdot RT}{p + a/v^2}$, en a_1 door a (zie

I, p. 832). Daar nu $c_1 = \frac{1-\beta}{1+\beta}$ is, zoo gaat (a), na deeling door RT ,

over in

$$\log \frac{p + a/v^2}{p + a/v^2} + \frac{b_1}{RT} \left(\frac{a}{r^2} - \frac{a}{r'^2} \right) - \frac{2a}{RT} \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r'} \right) + \log \left(\frac{1-\beta}{1+\beta} \frac{1+\beta'}{1-\beta'} \right) = 0,$$

wanneer de grootheden die op den vasten toestand betrekking hebben, door accenten worden onderscheiden. Wij vinden dus ten slotte:

$$\log \left(\frac{p + a/v^2}{p + a/v^2} \frac{1-\beta}{1+\beta} \frac{1+\beta'}{1-\beta'} \right) = \frac{a}{RT} \left[2 \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r'} \right) - b_1 \left(\frac{1}{r^2} - \frac{1}{r'^2} \right) \right], \quad (19)$$

welke vorm overzichtelijker is dan (16).

De zooeven afgeleide betrekking heeft echter het nadeel, dat wanneer β of β' zeer dicht bij 1 zijn (bijna volledige dissociatie der dubbelmoleculen), zij praktisch onbruikbaar wordt. De vergelijking (19) zal dus met goed gevolg kunnen toegepast worden, wanneer β en β' beide dicht bij 0 zijn (geringe dissociatie).

Zijn β en β' beide in de nabijheid van 1, dan kan (19) gemakkelijk worden herleid met behulp van de dissociatievergelijking (l. c. p. 100)

$$\frac{\beta^2}{1-\beta^2} = \frac{cT^{\gamma+1}}{p + a/v^2} e^{\frac{(p + a/v^2)(-\Delta b) - q_0}{RT}}.$$

Hieruit volgt nl.:

$$\log (1-\beta) = \log \left[(p + a/v^2) \frac{\beta^2}{1+\beta} \right] - \log \theta + \frac{(p + a/v^2) \Delta b}{RT},$$

wanneer ter verkorting voor $cT^{\gamma+1} e^{-\frac{q_0}{RT}}$ wordt geschreven θ . Wij hebben dus ook:

$$\log \left[(p + a/v^2) \frac{1-\beta}{1+\beta} \right] = 2 \log \left[(p + a/v^2) \frac{\beta}{1+\beta} \right] - \log \theta + \frac{(p + a/v^2) \Delta b}{RT}, \quad (\beta)$$

zoodat (19) overgaat in (voor de geaccentueerde grootheden geldt nl. een geheel identieke betrekking)

$$2 \log \left(\frac{p + a/c^2}{p + a/v^2} \frac{\beta}{1 + \beta} \frac{1 + \beta'}{\beta'} \right) = \frac{a}{RT} \left[2 \left(\frac{1}{v} - \frac{1}{v'} \right) - b_1 \left(\frac{1}{v^2} - \frac{1}{v'^2} \right) - \Delta b \left(\frac{1}{v^2} - \frac{1}{v'^2} \right) \right].$$

Nu is $b_1 + \Delta b = b_1 + (-b_1 + 2b_2) = 2b_2$, derhalve wordt ten slotte :

$$2 \log \left(\frac{p + a/c^2}{p + a/v^2} \frac{\beta}{1 + \beta} \frac{1 + \beta'}{\beta'} \right) = \frac{a}{RT} \left[2 \left(\frac{1}{v} - \frac{1}{v'} \right) - 2b_2 \left(\frac{1}{v^2} - \frac{1}{v'^2} \right) \right]. \dots (19^a)$$

Waren wij bij de afleiding der betrekking (19) onmiddellijk uitgegaan van enkelvoudige moleculen en niet van dubbele, dan zouden we terstond (19^a) hebben gevonden, welke betrekking zich alleen van (19) hierin onderscheidt, dat b_1 vervangen is door $2b_2$, $c_1 = \frac{1 - \beta}{1 + \beta}$ door $c_2 = \frac{2\beta}{1 + \beta}$, en c'_1 door c'_2 . Voorts komt het gedeelte onder het *log*-teeken in de tweede macht voor, overeenkomstig de dissociatiebetrekking $c_2^2 : c_1 = \text{etc.}$

Nu komt in de werkelijkheid het meest het geval voor dat β dicht bij 1 is (de moleculen bij de vloeistof bijna geheel gedissocieerd), en β' dicht bij 0 (de moleculen bij de vaste phase nagenoeg ongedissocieerd), en wij zullen de betrekking (19) derhalve ook met het oog op dit laatste geval dienen te vervormen.

Vervangt men nl. in (19) alleen $\log \left[\left(p + a/c^2 \right) \frac{1 - \beta}{1 + \beta} \right]$ door het tweede lid van (β), en laat de geaccentueerde grootheden onveranderd, zoo ontstaat :

$$\begin{aligned} & \log \left[\frac{(p + a/v^2)^2}{p + a/v^2} \frac{\beta^2}{(1 + \beta)^2} \frac{1 + \beta'}{1 - \beta'} \frac{1}{cT^{\gamma+1}} \right] = \\ & = \frac{a}{RT} \left[2 \left(\frac{1}{v} - \frac{1}{v'} \right) - b_1 \left(\frac{1}{v^2} - \frac{1}{v'^2} \right) \right] + \frac{(p + a/v^2) (-\Delta b) - q_2}{RT}. \end{aligned} (19^b)$$

Tot zoover is deze vergelijking geheel nauwkeurig. Wanneer nu evenwel β dicht genoeg bij 1 is en β' bij 0, zoodat ook v in de nabijheid van $2b_2$ en v' in die van b_1 is, zoo is het mogelijk (19^b) zeer belangrijk te vereenvoudigen door eenvoudig te stellen :

$$\beta = 1, \quad \beta' = 0, \quad v = 2b_2, \quad v' = b_1.$$

Dat dit inderdaad in vele gevallen geoorloofd is, blijkt uit de plaat en de tabellen van III. Zelfs bij 100°, waar — bij de door ons onderstelde hypothetische stof — de coëxistentiedruk ongeveer = 0 is, en derhalve de p - T lijn vast-vloeibaar in de nabijheid van het tripelpunt vast-vloeibaar-damp de as $p = 0$ snijdt, is volgens de tabel op p. 29, bij $p = 0$, $\beta = 1$ en β' ongeveer = 0,06 (tusschen 0,093 en 0,041). Bij alle temperaturen tusschen 0° (absoluut) en 100° zal dus in ons geval à fortiori $\beta = 1$ en $\beta' = 0$ mogen gesteld worden

[bij $T = 0$ is dit geheel nauwkeurig het geval (zie de plaat van III)].

Voor $2 \left(\frac{1}{v} - \frac{1}{v'} \right) - b_1 \left(\frac{1}{v^2} - \frac{1}{v'^2} \right)$ kan alsdan geschreven worden $-\frac{1}{b_1} \left(\frac{-\Delta b}{2b_2} \right)^2$. Tellen wij hierbij op $\frac{-\Delta b}{v^2} = \frac{-\Delta b}{(2b_2)^2}$, zoo is de som, daar $b_1 + \Delta b = 2b_2$ is, $= \frac{-\Delta b}{b_1 \cdot 2b_2}$. De vergelijking (19^b) gaat dus over in

$$\log \left[\frac{\left(p + \frac{a}{(2b_2)^2} \right)^2}{p + \frac{a}{b_1^2}} \frac{1}{4cT^{\gamma+1}} \right] = \frac{a}{RT} \frac{-\Delta b}{b_1 \cdot 2b_2} + \frac{p(-\Delta b) - q_0}{RT}.$$

Nu is (zie IV, bl. 100) de coëxistentiedruk vast-vloeibaar bij $T = 0$:

$$p_0 = \frac{q_0}{-\Delta b} - \frac{a}{v'^2} = \frac{q_0}{-\Delta b} - \frac{a}{b_1 \cdot 2b_2},$$

zoodat voor het tweede lid van bovenstaande vergelijking kan geschreven worden :

$$\frac{-\Delta b}{RT} (p - p_0).$$

Wij verkrijgen derhalve ten slotte :

$$p - p_0 = \frac{RT}{-\Delta b} \log \left[\frac{\left(p + \frac{a}{4b_2^2} \right)^2}{p + \frac{a}{b_1^2}} \frac{1}{4cT^{\gamma+1}} \right], \dots (20)$$

welke vergelijking dus alleen zal gelden, wanneer inderdaad $\beta = 1$ en $\beta' = 0$ mag gesteld worden, d. w. z. wanneer men het kritisch punt vast-vloeibaar (zie verder) niet te dicht nadert. Is dit niet meer geheel nauwkeurig het geval, dan zal toch (28) in elk geval als een benadering kunnen gelden. In de nabijheid van $T = 0$ zal de gevonden betrekking als geheel juist kunnen worden beschouwd.

Schrijft men :

$$\log \left[\frac{\left(p + \frac{a}{4b_2^2} \right)^2}{p + \frac{a}{b_1^2}} \frac{1}{4c} \right] = C, \dots (21)$$

dan is C tengevolge van p een veranderlijke grootheid. Toch zal, doordat p onder het \log -teeken voorkomt, in de praktijk C niet sterk veranderen, wanneer p van p_0 tot 0 afneemt. In vele gevallen zullen wij alzoo over de *geheele* lijn $f(p, T) = 0$ C praktisch als konstant kunnen beschouwen, en aldus een uiterst eenvoudigen vorm

hebben verkregen voor de coëxistentielijn vast-vloeibaar. In ons voorbeeld, waar $a = 2700$, $b_1 = 1$, $2b_2 = 1/2$, $c = 2$ is, is b.v. bij $p = 0$ de grootheid $C = \log \frac{(10800)^2}{2700 \cdot 8} = \log 5400 = 8,594$, terwijl bij $p = 1100$ (de maximumdruk vlak bij $T = 0$) deze grootheid $= \log \frac{(11900)^2}{380 \cdot 8} = \log 4658 = 8,446$ is, alzoo nog geen 2% kleiner.

De vergelijking (20) gaat alsnu over in de zeer eenvoudige betrekking

$$p - p_0 = \frac{RT}{-\Delta b} [C - (\gamma + 1) \log T], \quad . \quad . \quad . \quad (21)$$

en het is deze, welke wij nog even aan een nader onderzoek zullen onderwerpen.

18. De gevonden uitdrukking voor $p - p_0$ is dus van de orde $\alpha T - \omega T \log T$, hetgeen overeenstemt met het in IV, p. 102—103 gevondene. Voor $\frac{dp}{dt}$ vinden wij:

$$\frac{dp}{dt} = (\alpha - \omega \log T) - \omega = \frac{p - p_0}{T} - \omega . \quad . \quad . \quad (22)$$

Bij $T = 0$ nadert dit tot $+\infty$. Het drukmaximum in de nabijheid van $T = 0$ wordt gevonden uit $\frac{dp}{dt} = 0$, waaruit volgt:

$$\log T_m = \frac{\alpha}{\omega} - 1 = \frac{C}{\gamma + 1} - 1, \quad . \quad . \quad . \quad (23)$$

terwijl alsdan wegens $\alpha - \omega \log T_m = \omega$

$$p_m - p_0 = \omega T_m \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (24)$$

is. De temperatuur van het drukmaximum zal alzoo nagenoeg onafhankelijk van de grootheid $-\Delta b$ zijn. Met $C = 8,446$, $\gamma + 1 = 5/2$ vinden wij $\log T_m = 2,378$, waaruit $T_m = 10^{\circ},8$.

Daar $\omega = \frac{(\gamma + 1)R}{-\Delta b}$ is, zoo zal ω , wanneer $-\Delta b = 1/2$ is, $= 10$ zijn, en derhalve $p_m - p_0 = 10 T_m = 108$. Met $p_0 = 1000$ vinden wij dus $p_m = 1108$ ¹⁾.

Berekenen wij ook nog de temperatuur, waarbij ten tweeden male $p = p_0$ is (het punt L in fig. 14 der plaat). Alsdan is n.l. in de uitdrukking $p - p_0 = T(\alpha - \omega \log T)$ niet $T = 0$, maar $\alpha - \omega \log T = 0$, derhalve

¹⁾ Wat de eenheden betreft, waarin al deze grootheden zijn uitgedrukt, vergelijkte men II, p. 957.

$$\log T' = \frac{\alpha}{\omega} = \frac{C}{\gamma+1} \dots \dots \dots (25)$$

Ook deze temperatuur is alzoo nagenoeg onafhankelijk van de waarde van $-\Delta b$. In ons geval vinden wij, daar bij $p = 1000$ $C = 8,456$ is, voor $\log T'$ de waarde 3,382, waaruit $T' = 29^{\circ},4$.

Wij maken er nog opmerkzaam op, dat ook uit de algemeene uitdrukking voor $\frac{dp}{dt}$, n.l. (zie IV, p. 101 onder; ΔV is $= v - v'$)

$$\frac{dp}{dt} = \frac{\Delta E}{T \Delta V} = \frac{1}{T} \left[\left(p + \frac{\alpha}{v v'} \right) + \frac{\beta - \beta'}{v - v'} (q + \gamma R T) \right],$$

de boven afgeleide vergelijking (22) voor $\frac{dp}{dt}$ volgt. Nu is de uitdrukking

$\left(p + \frac{\alpha}{v v'} \right) (v - v')$ ontstaan uit $\left(-\frac{\alpha}{v} + p v \right) - \left(-\frac{\alpha}{v'} + p v' \right)$. Hierin kan evenwel voor $-\frac{\alpha}{v} + p v$ geschreven worden $-\frac{\alpha}{b} + p b + \Sigma n_1 R T$

[zie o. a. p. 219 van mijn stuk over de smeltlijnen in het Z. f. physik. Ch. 63 (1908)], zoodat genoemde uitdrukking overgaat in

$$\left(p + \frac{\alpha}{b b'} \right) (b - b') + (\beta - \beta') R T,$$

aangezien voor $-\frac{\alpha}{v'} + p v'$ hetzelfde geldt, en $\Sigma n_1 = 1 + \beta$, $\Sigma n'_1 = 1 + \beta'$ is.

Daardoor wordt:

$$\frac{dp}{dt} = \frac{1}{T} \left[\left(p + \frac{\alpha}{b b'} \right) \frac{b - b'}{v - v'} + \frac{\beta - \beta'}{v - v'} (q_0 + (\gamma + 1) R T) \right].$$

Hierin is nu bij benadering $\frac{b - b'}{v - v'} = 1$. Verder $v - v' = b - b' =$

$= (b_1 + \beta \Delta b) - (b_1 + \beta' \Delta b) = (\beta - \beta') \Delta b$, derhalve $\frac{\beta - \beta'}{v - v'} = \frac{1}{\Delta b}$,

zoodat wij verkrijgen:

$$\frac{dp}{dt} = \frac{1}{T} \left[\left(p + \frac{\alpha}{b_1 \cdot 2b_2} \right) + \frac{1}{\Delta b} (q_0 + (\gamma + 1) R T) \right],$$

daar bij benadering $b = 2b_2$ en $b' = b_1$ is. En aangezien (zie boven)

$\frac{\alpha}{b_1 \cdot 2b_2} + \frac{q_0}{\Delta b} = -p_0$ is, zoo volgt:

$$\frac{dp}{dt} = \frac{1}{T} (p - p_0 - \omega T) = \frac{p - p_0}{T} - \omega,$$

daar $\omega = \frac{(\gamma + 1)R}{-\Delta b}$ is (zie boven). En hiermede is (22) teruggevonden.

De vergelijking (21) kan met goed gevolg worden gebruikt om de temperatuur T_0 van het punt te bepalen waar $p=0$ is, d. w. z. het *smeltpunt* bij geringen druk (in de meeste gevallen met het tripelpunt te vereenzelvigen). Schrijft men n.l.

$$p - p_0 = T (\alpha - \omega \log T),$$

dan volgt hieruit, wanneer $p=0$ is:

$$-p_0 = T_0 (\alpha - \omega \log T_0), \dots \dots \dots (26)$$

waaruit T_0 kan gevonden worden. Met onze gegevens wordt, daar

$$\alpha = \frac{RC}{-\Delta b} = 4 \times 8,594 \text{ en } \omega = 10 \text{ is, } \underline{T_0 = 92^\circ,1.}$$

Het tweede lid is alsdan $92,1 (34,38 - 45,23) = 92,1 \times -10,85 = -999,6$, terwijl het eerste lid $= -1000$ is.

Daar de kritische temperatuur $= 400^\circ$ is, zoo is in ons geval

$$T_0 = 0,23 T_c.$$

In het algemeen zal de waarde van $T_0 : T_c$, behalve van die van Δb , ook van de waarden van γ en van c (de konstante der dissociatievergelijking) afhangen, zoodat de bovengenoemde verhouding zeer verschillende waarden kan aannemen. Dat voor die verhouding zoo dikwijls een waarde wordt gevonden in de nabijheid van $1/2$, moet voorzeker aan toevallig samentreffende omstandigheden worden toegeschreven. Wij stellen ons voor op dit zeer belangrijke onderwerp later nog terugte komen, wanneer wij n.l. den invloed op onze formules zullen behandelen van de associatie, niet tot dubbele, maar tot *meervoudige* moleculen.

Uit (22) volgt nog, dat bij T_0 de waarde van $\frac{dp}{dt}$ wordt aangegeven

door de uitdrukking $-\left(\frac{p_0}{T_0} + \omega\right)$. Dit geeft dus in ons geval naar

behooren eene negatieve waarde. Dat bij *negatieve* waarden van Δb $\frac{dp}{dt}$ bij $T = T_0$ nooit positief kan zijn, waarvan de mogelijkheid ten

onrechte in Fig. 7 van de plaat van IV is aangenomen, volgt uit het feit dat alsdan noodzakelijk ergens in A een vertikale raaklijn zou moeten aanwezig zijn. Dit nu is onmogelijk, daar dan in de alge-

meene uitdrukking voor $\frac{dp}{dt}$ de noemer $\Delta V = v - v' = 0$ zou moeten

wezen. Maar is $v = v'$, dan volgt uit de dissociatievergelijking dat (bij gelijke p en T) ook $\beta = \beta'$ is. Immers in genoemde vergelijking (zie bl. 406) komt β alleen in het eerste lid, en wel in den vorm

$\frac{\beta^2}{1-\beta^2}$ voor, zoodat bij elke waarde van v slechts één enkele bepaalde

waarde van β behoort. Is evenwel $v = v'$, $\beta = \beta'$, dan zijn ook alle andere grootheden (energie, etc.) in A gelijk en zou men daar met een kritisch eindpunt te maken hebben. Nu kan een dergelijk kritisch punt vast-vloeibaar wel optreden, zooals wij terstond zullen zien, maar dan behoeft vooreerst $\frac{dp}{dt}$ nog niet ∞ te zijn, en ten tweede *eindigt* dan de coëxistentielijn in het punt A .

Ten einde een uitdrukking te vinden, waaruit bij benadering T_0 kan worden afgeleid, kan men ook uitgaan van (19^a). Deze vergelijking gaat met $p = 0$, $v = 2b_2$, $v' = b_1$, $\beta = 1$, $\beta' = 0$ over in

$$2 \log \left(\frac{b_1^2}{4b_2^2} \frac{1}{2} \frac{1}{\beta'} \right) = \frac{a}{RT_0} \left(\frac{1}{2b_2} - \frac{1}{b_1} \right) \left[2 - 2b_2 \left(\frac{1}{2b_2} + \frac{1}{b_1} \right) \right],$$

d.w.z.

$$RT_0 = \frac{a}{2b_2} \left(\frac{-\Delta b}{b_1} \right)^2 : 2 \log \left(\frac{b_1^2}{4b_2^2} \frac{1}{2\beta'} \right). \quad \dots (27)$$

Nu is $RT_c = \frac{8}{27} \frac{a_2}{b_2} = \frac{8}{27} \times \frac{1}{2} \frac{a}{2b_2}$, daar $a_2 = 1/4 a_1 = 1/4 a$ is. (a_2

en b_2 hebben n.l. betrekking op een enkelvoudige moleculaire hoeveelheid, a, a_1 en $2b_2$ op een dubbele moleculaire hoeveelheid). Derhalve is $\frac{a}{2b_2} = \frac{27}{4} RT_c$, en wij kunnen dus ook voor (27) schrijven:

$$\frac{T_0}{T_c} = \frac{27}{8} \left(\frac{-\Delta b}{b_1} \right)^2 : \log \left(\frac{b_1^2}{4b_2^2} \cdot \frac{1}{2\beta'} \right) \quad \dots (27^a)$$

Hierbij is ondersteld dat bij T_c (hier circa 400°) alle moleculen volledig zijn gedissocieerd (volgens de tabel in III, p. 39 is dit inderdaad het geval, nl. $\beta = 0,9975$ bij K), zoodat wij mogen schrijven

$$RT_c = \frac{8}{27} \frac{a_2}{b_2}.$$

Uit (27^a) kan men nu de waarde van β' bepalen, opdat bij gegeven waarden van $-\Delta b : b_1$ de waarde van $T_0 : T_c$ bv. $= 1/2$ worde. Zoo zouden wij bv. met $b_1 = 1$, $-\Delta b = 0,5$, $2b_2 = 0,5$ voor $\log^{10} \frac{2}{\beta'}$ de waarde 0,733 vinden, waaruit $\beta' = 0,37$.

Hieruit zien wij, dat — aangezien β' dicht bij 0 moet wezen — alleen zeer groote waarden van $\frac{-\Delta b}{b_1}$, grooter dan 0,5¹⁾, voor $T_0 : T_c$ een waarde kunnen geven in de nabijheid van $1/2$. Maar, zooals wij reeds zeiden, zal hierop het aantal tot één grooter molecuul zich associeerende moleculen van invloed wezen — hetgeen wij in een volgende Verhandeling nader zullen onderzoeken.

Is echter $T_0 : T_c$ kleiner dan $1/2$, b.v. $1/4$, zooals in ons voorbeeld, dan wordt bij $-\Delta b = 0,5$ de waarde van \log^{10} grooter, nl. 1,466, en vinden wij voor β' een veel geringere waarde, nl. 0,07, overeenkomende met hetgeen wij reeds vroeger vonden. Zelfs bij $T_0 : T_c = 1/3$, waarbij $\log^{10} = 1,100$ wordt, vindt men voor β' bij $-\Delta b = 0,5$ nog een tamelijk geringe waarde, nl. 0,15.

De berekening der formule (21) voor verschillende waarden van p geeft alsnu de volgende bijbehorende waarden van T . Hierbij is $-\Delta b = 1/3$, $\gamma = 3/2$ en $p_0 = 1000$.

$p =$	$C = 8.594$	$T = 92.1$
0		
100	8.576	87.0
200	8.560	81.7
300	8.544	76.3
400	8.529	70.8
500	8.515	65.0
600	8.502	59.0
700	8.489	52.8
800	8.478	45.9
900	8.467	38.4
1000	8.456	29.4 en 0
1050	8.451	23.8 „ 1.8
1108	8.445	10.8 „ 10.8

Het verloop van deze kromme is in Fig. 14 der Plaat voorgesteld. Zooals wij in IV, p. 103—104 reeds opmerkten, zal bij geringere waarden van q_0 het punt N steeds meer tot 0 naderen.

19. Wij gaan er thans toe over het verloop der p, T -lijn vast-vloeibaar na te gaan bij geringere waarden van $-\Delta b$.

$$-\Delta b = 0.1 \quad (b_1 = 1, \quad 2 \quad b_2 = 0.9).$$

De waarden van β worden gevonden uit (zie I, p. 836)

1) Zooals wij terstond zullen zien, is er bij waarden van $-\Delta b < 0,45$ geen tot $p=0$ doorlopende coëxistentiekromme vast-vloeibaar meer, maar eindigt deze, bij een hoogere of lagere positieve waarde van p , in een kritisch eindpunt.

$$\frac{\beta^2}{1-\beta^2} = \lambda \theta^{-1/2} e^{-1/2} \varphi,$$

of wel

$$\log^{10} \frac{\beta^2}{1-\beta^2} = \log^{10} \lambda - \left(\frac{1}{2} \log \theta + 0,4343 \cdot \frac{1}{\theta} + (0,4343 \varphi - \log^{10} \varphi) \right), \quad (a)$$

waarin $\lambda = \frac{cT_0^2}{R^2+1}(-\Delta b)$, $\theta = \frac{RT}{q_0}$ is, terwijl voor $\varphi = \frac{p + a/v^2}{RT}(-\Delta b)$

achtereenvolgens verschillende waarden worden aangenomen. De waarde van v is alsdan bepaald door (zie p. 837 l. e.)

$$v = b_1 - \left(\beta - \frac{1+\beta}{\varphi} \right) (-\Delta b), \quad \dots \dots \dots (b)$$

terwijl de corresponderende waarde van p gevonden wordt uit

$$p = \frac{RT}{-\Delta b} \varphi - \frac{a}{v^2} \dots \dots \dots (c)$$

Op p. 837 l. e. vinden wij voor γ de waarde $64000 \times 1/2$. Thans wordt deze waarde met $-\Delta b = 0,1$ slechts 6400.

Voor $T=0$ (zie Fig. 15) vindt men $p_E = \frac{q_0}{-\Delta b} - \frac{a}{(2b_2)^2} = \frac{3200}{0,1} - \frac{2700}{(0,9)^2} = 32000 - 3333 = 28667$. Verder $p_D = \frac{q_0}{-\Delta b} - \frac{a}{b_1^2} = \frac{3200}{0,1} - \frac{2700}{1^2} = 32000 - 2700 = 29300$. De coëxistentiedruk p_0 is $= \frac{q_0}{-\Delta q} - \frac{a}{b_1 \cdot 2b_2} = \frac{3200}{0,1} - \frac{2700}{1 \cdot 0,9} = 32000 - 3000 = \underline{29000}$. Verder zal $p_C = -\frac{a}{b_1^2} = -\frac{2700}{1^2} = -2700$ zijn.

Voor $T=2$ gelden, daar $\theta = \frac{1}{800}$ is, de vergelijkingen

$$\left. \begin{aligned} \log^{10} \frac{\beta^2}{1-\beta^2} &= -347,984 + 0,4343 \varphi - \log^{10} \varphi \\ v &= 1 - 0,1 \left(\beta - \frac{1+\beta}{\varphi} \right); \quad p = 40 \varphi - \frac{a}{v^2} \end{aligned} \right\}$$

Onderzoekt men nu alleen het verloop van E tot D , beperkt men zich derhalve tot waarden van φ zoodanig dat $\log^{10} \frac{\beta^2}{1-\beta^2}$ loopt van ongeveer $+2$ tot ongeveer -2 , dan verkrijgt men de volgende tabel.

$T = 2$

φ	\log^{10}	β	v	α/v^2	p
812	1.754	0.992	0.901	3326	29154
810	0.886	0.941	0.906	3289	29111(E)
808	0.018	0.716	0.929	3131	29189
806	-0.849	0.352	0.965	2899	29341
804	-1.717	0.137	0.986	2775	29385(D) ($\beta=0.145$)
802	-2.584	0.051	0.995	2727	29353

Er is dus nog een duidelijk minimum bij E en maximum bij D , hoewel de afstand tusschen de beide uiterste drukwaarden, die bij $T=0$ nog 633 bedroeg, thans reeds tot 274 is afgenomen.

Bij $T=5$, waar $\theta = \frac{1}{320}$ is, heeft men de vergelijkingen

$$\log^{10} \frac{v^2}{1-\beta^2} = -138,926 + 0,4343 \varphi - \log^{10} \varphi; \quad p = 100 \varphi - \frac{\alpha}{v^2}.$$

Dit geeft de volgende waarden.

 $T = 5$

φ	\log^{10}	β	v	α/v^2	p
328	1.006	0.954	0.905	3295	29505
326	0.441	0.762	0.924	3166	29434(E) ($\beta=0.80$)
324	-0.726	0.398	0.961	2926	29474(D) ($\beta=0.39$)
322	-1.591	0.158	0.985	2785	29415

De afstand is nog maar 40 eenheden, en het is te verwachten dat bij een iets hoogere temperatuur de punten D en E tot een horizontaal buigpunt zullen samenvloeien. Boven die temperatuur zal men op de isotherme een geleidelijke afname hebben van $p = \infty$ tot $p = pc$, zoodat van nu af aan de coëxistentie vast-vloeibaar onmogelijk is geworden.

Dit *kritische punt* vast-vloeibaar ligt bij $\overline{6^{\circ},2}$, alzoo nog beneden de temperatuur van het maximum in de p, T -lijn, die (zie § 18) $= 10^{\circ},8$ is.

Beneden dit punt is er alzoo een *continue* overgang van den

vloeibaren in den vasten toestand, wanneer men de temperatuur verlaagt. De vloeistof zal gaandeweg viskeuzer worden, eindelijk den glasachtig-amorphen toestand aannemen — en het zal geheel van de onderlinge ligging der deeltjes afhangen of daarbij eventueel *kristallisatie* intreedt, d.w.z. of de onregelmatige ligging der molecuulcomplexen in een regelmatige kristalstructuur overgaat. Maar in elk geval: er is bij de vastwording geen sprong; zij geschiedt geheel continu.

Dit gedrag kan men dus volgens het bovenstaande verwachten bij alle stoffen waar $-\Delta b$ een *geringe* waarde heeft. Men vindt dan bij de gewone drukken *geen duidelijk smeltpunt* met sprongsgewijze verandering der eigenschappen.

Bij grootere waarden van $-\Delta b$, bv. 0,2, 0,3 enz., komt dit kritische punt vast-vloeibaar bij telkens lagere drukken te liggen, maar toch blijft er nog een belangrijk drukgebied over, waar *continuïteit* van den vasten en vloeibaren toestand bestaat, gelijk wij in het volgende zullen zien.

De temperatuur van het kritische punt kan op de volgende wijze bij benadering berekend worden. Volgens I, p. 842 heeft men in de punten *D* en *E* benaderd, wanneer nl. φ groot genoeg is dat voor $1 + \frac{1}{2}\beta(1-\beta)(1-\varphi)^2$ mag geschreven worden $\frac{1}{2}\beta(1-\beta)\varphi^2$:

$$\frac{2a}{r^3} = \frac{RT}{\frac{1}{2}\beta(1-\beta^2)(-\Delta b)^2}$$

De beide waarden van β kunnen dus berekend worden uit

$$\frac{\beta(1-\beta^2)}{(b_1 + \beta\Delta b)^3} = \frac{RT}{a(-\Delta b)^2}$$

wanneer nl. $v = b$ mag gezet worden, terwijl $b = b_1 + \beta\Delta b$ is. Met $R = 2$, $a = 2700$, $b_1 = 1$, $-\Delta b = 0,1$ wordt dit:

$$\frac{\beta(1-\beta^2)}{(1-0,1\beta)^3} = \frac{2}{27} T$$

Nu vallen de beide waarden van β , die hieruit voor verschillende waarden van T kunnen worden opgelost, samen, wanneer het eerste lid zijn maximale waarde bereikt. Dat is, wanneer $\beta = 0,612$. De breuk wordt dan $= 0,463$, en wij hebben $T_c = \frac{27}{2} \times 0,463 = 6^\circ,25$.

Brengt men den verwaarloosden invloed van φ in rekening, dan wordt deze waarde slechts weinig geringer, nl. $6^\circ,2$.

Voor $-\Delta b = 0,1$ vinden wij alsnu ($p =$ coëxistentiedruk vast-vloeibaar):

$$- \Delta b = 0,1$$

T	p	β	β'	v	v'
0	29000	1	0	0.90	1
2	29270	0.1	0.02	0.90	1
5	29460	0.81	0.26	0.91	0.97 ^s
$T_c = 6.2$	29500	0.61	0.61	0.94	0.94

De waarden van β en v zijn door interpolatie gevonden; die van p door het gemiddelde te nemen van de drukken in het maximum en minimum.

20. Gaan wij thans over tot de berekening van het geval

$$- \Delta b = 0,2 \quad (b_1 = 1, 2b_2 = 0,8).$$

Voor λ vinden wij nu $64000 \times 0,2 = 12800$.

$$\text{Bij } \underline{T=0} \text{ (zie Fig. 16) is } p_0 = \frac{32,0}{0,2} - \frac{2700}{1 \times 0,8} = 16000 - 3375 = \\ = \underline{12625}; \quad p_E = 16000 - \frac{2700}{(0,8)^2} = 11781; \quad p_D = 16000 - \frac{2700}{1^2} = 13300.$$

Bij $\underline{T=10}$ hebben wij met $\theta = \frac{1}{160}$ voor β, v en p de betrekkingen

$$\left. \begin{aligned} \log^{10} \frac{\beta^2}{1-\beta^2} &= -68,685 + 0,4343 \varphi - \log^{10} \varphi \\ v &= 1 - 0,2 \left(\beta - \frac{1+\beta}{\varphi} \right); \quad p = 100\varphi - \frac{a}{v^2} \end{aligned} \right\},$$

waaruit berekend wordt:

$$T=10$$

φ	\log^{10}	β	v	a/v^2	p
168	2.050	0.995	0.803	4183	12612
166	1.186	0.969	0.809	4130	12470 (E)
164	0.323	0.823	0.838	3848	12552
162	-0.541	0.473	0.907	3281	12919
160	-1.403	0.195	0.962	2915	13085 (D)
158	-2.267	0.073	0.987	2773	13027

De afstand tusschen maximum- en minimumdruk is van 1519 eenheden (bij $T=0$) tot 615 eenheden afgenomen.

Bij $T = 20$ heeft men met $\theta = \frac{1}{80}$ de vergelijkingen

$$\log^{10} \frac{\beta^2}{1-\beta^2} = -33,491 + 0,4343 \varphi - \log^{10} \varphi ; p = 200 \varphi - \frac{a}{r^2}.$$

Hieruit volgt :

$$T = 20$$

φ	\log^{10}	β	r	a/v^2	p
84	1.066	0.960	0.813	4085	12715
82	0.207	0.785	0.847	3766	12634 (<i>E</i>)
80	-0.650	0.428	0.918	3202	12798 (<i>D</i>)
78	-1.508	0.174	0.968	2881	12719

De afstand tusschen *E* en *D* bedraagt nog slechts 154 eenheden. Men kan wederom bij benadering berekenen, dat de twee samen-vallende waarden van β bij $\beta = 0,648$ vallen, waarbij de maximum-waarde der breuk $\frac{\beta(1-\beta^2)}{(1-0,2\beta)^3}$ thans 0,570 wordt. Voor de kritische temperatuur berekent men dan verder 30,8, welke waarde evenwel te hoog is en tengevolge van den invloed van φ (zie boven) tot ongeveer 29° daalt.

Voor $-\Delta b = 0,2$ hebben wij dus het volgende overzicht.

$$-\Delta b = 0,2$$

T	p	β	β'	r	r'
0	12625	1	0	0.80	1
10	12808	1	0.02	0.80	1
20	12720	0.97	0.19	0.81	0.965
$T_c = 29$	12640	0.65	0.65	0.88	0.88

Deze tabel is op dezelfde wijze berekend als de overeenkomstige in § 19.

21. Beschouwen wij vervolgens het geval

$$\underline{-\Delta b = 0,3} \quad (b_1 = 1, 2b_2 = 0,7)$$

De waarde van γ is $64000 \times 0,3 = 19200$.

Voor $T = 0$ (zie Fig. 17) vindt men $p_0 = \frac{3200}{0,3} - \frac{2700}{1 \times 0,7} =$

$$= 10667 - 3857 = \underline{6810}. \quad \text{Verder } p_E = 10667 - \frac{2700}{(0,7)^2} = 5157;$$

$$p_D = 10667 - 2700 = 7967.$$

Voor $T = 50$ heeft men met $\theta = \frac{1}{32}$:

$$\left. \begin{aligned} \log^{10} \frac{\beta^2}{1-\beta^2} &= -11,872 + 0,4343 \varphi - \log^{10} \varphi \\ v &= 1 - 0,3 \left(\beta - \frac{1+\beta}{\varphi} \right); \quad p = \frac{1000}{3} \varphi - \frac{a}{v^2} \end{aligned} \right\}$$

waaruit wij berekenen:

$$T = 50$$

φ	\log^{10}	β	v	a/v^2	p
35	1.784	0.992	0.720	5215	6452
33	0.941	0.947	0.734	5047	5982 (E)
31	0.100	0.747	0.793	4294	6039
29	-0.739	0.393	0.897	3360	6307 (D)
27	-1.577	0.161	0.965	2902	6098

Het drukverschil tusschen maximum en minimum is van 2810 eenheden bij $T = 0$ afgenomen tot 324 eenheden.

Voor $T = 75$ heeft men met $\theta = \frac{3}{64}$:

$$\log^{10} \frac{\beta^2}{1-\beta^2} = -6,975 + 0,4343 \varphi - \log^{10} \varphi; \quad p = 500 \varphi - \frac{a}{v^2}.$$

Hieruit berekent men:

$$T = 75$$

φ	\log^{10}	β	v	a/v^2	p
20	0.410	0.849	0.773	4520	5480
19.5	0.203	0.784	0.792	4300	5450
19	-0.003	0.706	0.815	4063	5437
18	-0.413	0.528	0.867	3951	5409

Het kritische punt ligt alzoo iets beneden 75° .

Voor $-\Delta b = 0,3$ hebben wij alzoo:

$$-\Delta b = 0,3$$

T	p	β	β'	v	v'
0	6810	1	0	0.70	1
50	6150	0.96	0.22	0.73	0.95
$T_c = 75$	5440	0.70	0.70	0.82	0.82

De waarden bij 75° zijn slechts bij benadering aangegeven.

22. Thans berekenen wij het geval

$$-\Delta b = 0,4 \quad (b_1 = 1, 2b_2 = 0,6).$$

Voor λ hebben wij de waarde $64000 \times 0,4 = 25600$ in te vullen

$$\text{Bij } \underline{T=0} \text{ (zie Fig. 18) is } p_0 = \frac{3200}{0,4} - \frac{2700}{1 \times 0,6} = 8000 - 4500 = \underline{3500}.$$

$$\text{Verder is } p_E = 8000 - \frac{2700}{(0,6)^2} = 500; \quad p_D = 8000 - 2700 = 5300.$$

Daar van nu af aan het minimum bij C in de nabijheid komt te liggen van het kritische punt vast-vloeibaar (E, D), zoo zij er aan

herinnerd, dat bij $T=0$ $p_C = -\frac{a}{b_1^2} = -2700$ is.

Bij $\underline{T=50}$ vindt men met $\theta = \frac{1}{32}$:

$$\left. \begin{aligned} \log^{10} \frac{\beta^2}{1-\beta^2} &= -11,747 + 0,4343 \varphi - \log^{10} \varphi \\ v &= 1 - 0,4 \left(\beta - \frac{1+\beta}{\varphi} \right); \quad p = 250 \varphi - \frac{a}{v^2} \end{aligned} \right\}$$

en hieruit berekent men de volgende tabel.

$$T = 50$$

φ	\log^{10}	β	v	a/v^2	p
35	1.909	0.994	0.625	6907	1843
33	1.066	0.960	0.640	6600	1650 (E)
31	0.225	0.792	0.706	5411	2339
29	-0.614	0.442	0.843	3797	3453
27	-1.452	0.185	0.944	3032	3718 (D)
25	-2.288	0.071	0.989	2763	3487
5	—	0	1.080	2315	-1065
3	—	0	1.133	2103	-1353 (C)
1	—	0	1.400	1378	-1128

De afstand tusschen E en D is van 4800 eenheden bij $T=0$ afgenomen tot 2068 eenheden.

Bij $T=100$ wordt met $\theta = \frac{1}{16}$ gevonden :

$$\log^{10} \frac{\beta^2}{1-\beta^2} = -4,347 + 0,4343 \varphi - \log^{10} \varphi ; \quad p = 500 \varphi - \frac{a}{v^2},$$

waaruit wij berekenen :

$T = 100$					
φ	\log^{10}	β	v	a/v^2	p
16	4.398	0.981	0.657	6251	1749
14	0.587	0.891	0.698	5549	1451 (E)
12	-0.214	0.616	0.808	4140	1860
10	-1.004	0.300	0.932	3108	1892 (D)
8	-1.775	0.128	1.005	2672	1328
4	-3.212	0.025	1.093	2262	-262
2	-3.779	0.013	1.197	1883	-883 (C)
1	-3.912	0.011 (min.)	1.400	1378	-878

Het drukverschil tusschen E en D is nog maar 451 eenheden. Zooals wij reeds in II, p. 958 opmerkten, heeft men de minimumwaarde van β altijd bij $\varphi = 1$.

Bij $T=128$ vindt men met $\theta = \frac{2}{25}$:

$$\log^{10} \frac{\beta^2}{1-\beta^2} = -2,666 + 0,4343 \varphi - \log^{10} \varphi ; \quad p = 640 \varphi - \frac{a}{v^2},$$

en hieruit berekent men :

$T = 128$					
φ	\log^{10}	β	v	a/v^2	p
10	0.677	0.909	0.723	5168	1232
9	0.289	0.812	0.756	4730	1030 (E)
8	-0.094	0.668	0.816	4051	1069 (D)
6	-0.838	0.356	0.948	3004	836
2	-2.098	0.089	1.182	1932	-652
1	-2.232	0.076 (min.)	1.400	1378	-738 (C)
0.5	-2.146	0.084	1.834	803	-483

Slechts zeer weinig boven 128° heeft men derhalve het kritische punt vast-vloeibaar.

Voor $-\Delta b = 0,4$ hebben wij alsnu het volgende overzicht.

$$-\Delta b = 0,4$$

T	p	β	β'	v	v'
0	3500	1	0	0.60	1
50	2900	1	0.02	0.61	1
100	1700	0.96	0.23	0.66 ⁵	0.97
$T_c = 128$	1050	0.74	0.74	0.79	0.79

Het minimum bij C ligt bij 128° bij $p = -740$.

23. De vraag doet zich nu voor, wat er tusschen $-\Delta b = 0,4$ en $-\Delta b = 0,5$ geschiedt. Immers bij $-\Delta b = 0,4$ heeft men nog bij een bepaalde temperatuur samenvloeiing der vaste en der vloeibare phase, doordat het minimum E in een horizontaal buigpunt met het maximum D samenvalt. (Zie ook Fig. 20). Maar bij $-\Delta b = 0,5$ heeft men, zooals wij in onze voorgaande Verhandelingen hebben gezien, samenvloeiing van het maximum D met het minimum C , terwijl nu bij hoogere temperaturen het minimum E blijft voortbestaan, evenals bij geringere waarden van $-\Delta b$ het minimum C blijft voortbestaan na de samenvalling van E met D . Er moet dus ergens tusschen $-\Delta b = 0,4$ en $0,5$ een waarde van $-\Delta b$ bestaan, waarbij *tegelijktijd* de punten E , D en C in ééne raking van hooger orde samenvallen. Bij lagere waarden van $-\Delta b$ heeft men het geval dat alleen E en D samenvallen in een kritisch punt vast-vloeibaar Cr , boven of beneden de coëxistentiekromme damp-vloeibaar, terwijl C blijft voortbestaan ¹⁾; bij hoogere waarden van $-\Delta b$ zal zich daarentegen het geval vertoonen, dat alleen D en C samenvallen, terwijl E blijft voortbestaan. In het laatste geval heeft men wel een buigpunt, maar blijkbaar geen „kritisch” punt vast-vloeibaar. De kromme

¹⁾ Daar bij het punt N der kromme $NMCr$ (Fig. 20) de beide phasen vast en vloeibaar in hunne eivenschappen zoo ver mogelijk uiteenliggen ($\beta = 1$, $v = 2b_2$; $\beta' = 0$, $v' = b_1$), terwijl in het kritische punt de phasen identiek worden, zoo ziet men duidelijk, dat wanneer men van het tripelpunt S naar *hoogere* drukken gaat, de phasen *uiteenwijken* en niet gaandeweg gelijk worden, zooals dit bij Δb *positief* het geval is, gelijk wij in de volgende Verhandeling zullen aantoonen. Er is dus ook bij de hoogste drukken geen verticale raaklijn in de smeltlijn NMS mogelijk (zie ook § 18), want daar zou noodzakelijk $v = v'$ moeten zijn, dus ook $\beta = \beta'$.

NMS (zie Fig. 14 en 20) zal echter in dit laatste geval niet eindigen in het punt, waar deze samenvloeiing *D, C* plaats heeft, maar reeds vroeger (bij negatieven druk) in een punt *P*, waar de coëxistentielijn *VI—V* nog juist in het punt *C* den tak *DC* aanraakt. [Iets dergelijks heeft eveneens plaats met de verlengden der krommen *OS* en *KS* door het punt *O* heen].

De bedoelde overgang nu heeft plaats zeer in de nabijheid van $-\Delta b = 0,455$, zooals wij in het volgende nog even zullen laten zien.

$$-\Delta b = 0,46 \quad (b_1 = 1, \quad 2 b_2 = 0,54).$$

De waarde van λ is hier $64000 \times 0,46 = 29440$. Bepalen wij de waarden van p der isotherme van 160° , d.w.z. die waarden welke in de nabijheid der punten *E, D* en *C* liggen. Met $\theta = \frac{1}{10}$ gelden de formules

$$\left. \begin{aligned} \log^{10} \frac{\beta^2}{1-\beta^2} &= -1,374 + 0,4343 \varphi - \log^{10} \varphi \\ v &= 1 - 0,46 \left(\beta - \frac{1+\beta}{\varphi} \right); \quad p = 6957 \varphi - \frac{a}{v^2} \end{aligned} \right\}$$

waaruit berekend wordt (zie Fig. 19):

$$T = 160$$

φ	\log^{10}	β	v	a/v^2	p
8	1.197	0.970	0.667	6669	-504
7	0.821	0.932	0.698	5539	-669 (<i>E</i>)
6	0.454	0.860	0.747	4840	-666
5	0.098	0.746	0.817	4041	-563
4	-0.239	0.605	0.906	3288	-505 (<i>D</i>)
3	-0.518	0.470	1.000	2654	-564
2	-0.806	0.368	1.145	2054	-663 (<i>C</i>)
1	-0.940	0.321 (min.)	1.460	1267	-571

Het is dus bij deze temperatuur nog niet duidelijk of *E* en *D*, dan wel *D* en *C* zullen samenvallen. Berekenen wij nu de isotherm van 170° . Met $\theta = \frac{17}{160}$ hebben wij:

$$\log^{10} \frac{\beta^2}{1-\beta^2} = -1,079 + 0,4343 \varphi - \log^{10} \varphi; \quad p = 739,1 \varphi - \frac{a}{v^2},$$

en hieruit volgt de onderstaande tabel.

$$T = 170$$

φ	\log^{10}	β	v	a/v^2	p
6	0.749	0.921	0.724	5158	-723
5	0.393	0.844	0.782	4421	-725 (E)
4	0.056	0.730	0.863	3626	-669
3	-0.253	0.599	0.970	2872	-655 (D)
2	-0.511	0.485	1.419	2157	-679 (C)
1	-0.645	0.430 (min.)	1.460	1267	-528

Het is thans duidelijk dat D en C zullen samenvallen, en dat $\Delta b = 0,46$ dus reeds voorbij de overgangswaarde is. De samenvalling van D en C heeft bij 174° plaats. Dan is $\theta = \frac{174}{160}$ en heeft men:

$$\log^{10} \frac{\beta^2}{1-\beta^2} = -0,970 + 0,4343 \varphi - \log^{10} \varphi ; \quad p = 756,5 \varphi - \frac{a}{v^2},$$

waaruit men berekent :

$$T = 174$$

φ	\log^{10}	β	v	a/v^2	p
6	0.858	0.937	0.718	5243	-704
5	0.502	0.872	0.771	4543	-760 (E)
4	0.165	0.771	0.849	3744	-718
3	-0.144	0.646	0.955	2958	-688
2	-0.402	0.533	1.107	2203	-690
1	-0.536	0.475 (min.)	1.460	1267	-510

En hieruit ziet men onmiddellijk het samenvallen van D en C , terwijl het minimum E blijft voortbestaan.

Het is nu zeer waarschijnlijk dat bij $-\Delta b = 0,455$ de bedoelde overgang plaats vindt, want de druk bij $E (= -760)$ is niet ver meer verwijderd van die der samenvallende punten D en $C (= -690)$.

$$-\Delta b = 0,455 (b_1 = 1, 2b_2 = 0,545).$$

Voor λ hebben wij $64000 \times 0,455 = 29120$. Berekenen wij eerst de isotherm van 175° . Met $\theta = \frac{175}{1600}$ heeft men :

$$\left. \begin{aligned} \log^{10} \frac{\beta^2}{1-\beta^2} &= -0,948 + 0,4343 \varphi - \log^{10} \varphi \\ v &= 1 - 0,455 \left(\beta - \frac{1+\beta}{\varphi} \right); \quad p = 769,2 \varphi - \frac{a}{v^2} \end{aligned} \right\}$$

en dit geeft de volgende tabel.

$$T = 175$$

φ	\log^{10}	β	v	a/v^2	p
6	0.880	0.940	0.719	5220	-605
5	0.524	0.877	0.772	4535	-689 (E)
4	0.187	0.778	0.848	3755	-678
3	-0.122	0.656	0.953	2975	-667 (D)
2	-0.389	0.542	1.104	2215	-677 (C)
1	-0.514	0.484 (min.)	1.455	1275	-506

Nog steeds is dus $-\Delta b = -0,455$ boven de overgangswaarde, want het is uit bovenstaande tabel reeds duidelijk, dat bij iets hogere temperatuur de samenvalling van D en C zal plaats hebben, en niet van E en D . Inderdaad vindt men bij 177° ($\theta = \frac{177}{1600}$) met

$$\log^{10} \frac{\beta^2}{1-\beta^2} = -0,896 + 0,4343 \varphi - \log^{10} \varphi; \quad p = 778,0 \varphi - \frac{a}{v^2};$$

$$T = 177$$

φ	\log^{10}	β	v	a/v^2	p
5	0.576	0.889	0.768	4583	-693
4	0.239	0.797	0.842	3808	-696 (E)
3	-0.070	0.678	0.946	3018	-684
2	-0.328	0.566	1.099	2236	-680
1	-0.464	0.506 (min.)	1.455	1275	-497

Door interpolatie vindt men nu gemakkelijk, dat de temperatuur van samenvalling $176^{\circ},4$ bedraagt, waarbij $p_E = -694$ en $p_{D,C} = -679$ is.

Terwijl nu bij $-\Delta b = 0,46$ de afstand tusschen p en $p_{D,C}$ nog 70 eenheden bedroeg, is deze afstand bij $-\Delta b = 0,455$ nog slechts 15 eenheden, en wij vinden door interpolatie, dat de overgangswaarde van $-\Delta b$ zal bedragen :

$$\underline{\Delta b = 0,454,}$$

waar bij de kritische temperatuur $177^{\circ},0$ de punten E , D en C zullen samenvallen bij een druk van -676 eenheden.

Vatten wij ten slotte het gevondene aangaande de kritische punten nog eens samen, dan hebben wij het volgende overzicht.

$-\Delta b$	$T_c = T_{E,D}$	p
0.1	6.2	$p_{E,D} = 29500$
0.2	29	12630
0.3	75	5440
0.4	128	1050 $p_C = -740$
0.454	177.0	$p_{E,D,C} = -676$
$T_{D,C}$		
0.455	176.4	$p_E = -694$ $p_{D,C} = -679$
0.46	174	- 760 - 690
0.5	160	-1540 - 755

Wanneer derhalve $-\Delta b$, d.w.z. het verschil tusschen het volumen eener hoeveelheid dubbele moleculen b_1 en het volume der gelijkwaardige hoeveelheid enkelvoudige moleculen $2b_2$, een voldoende waarde bereikt, zoo is er kans op een doorlopende smeltlijn als in Fig. 14. Maar bij geringe waarden van $-\Delta b$, in ons voorbeeld van 0,1 tot 0,4 eindigt deze lijn noodzakelijk in een *kritisch punt* vast-vloeibaar ¹⁾, zoodat dus bij de gewone drukken een *continue* overgang zal plaats hebben van den vloeibaren toestand in den vasten toestand, wanneer men de temperatuur verlaagt. Een eigenlijk smeltpunt bestaat dan niet, tenzij bij zeer hooge drukken — en wij hebben dus een nieuwe oorzaak leeren kennen, waarom een groote hoeveelheid stoffen vast worden zonder merkbaar overgangspunt, waar de eigenschappen sprongsgewijze veranderen. Dit gedrag vindt dus èn in het aangevoerde in IV, p. 103—105, èn in het thans behandelde een voor de hand liggende verklaring.

In een volgende Verhandeling zal het geval Δb *positief* worden behandeld, terwijl nog iets zal worden medegedeeld aangaande den invloed van de samenvalling van meer dan één molecuul tot één samengesteld molecuul.

¹⁾ Het spreekt van zelf dat bij $-\Delta b = 0$ dit kritische punt bij $T = 0$ zal liggen, en dat er dan in het geheel geen coëxistentie vast-vloeibaar meer mogelijk is, zelfs niet bij de hoogste drukken.

Natuurkunde. — De Heer WIND biedt eene mededeeling aan over
*„Buiging van een stootgolf door een spleet, volgens de theorie
 van KIRCHHOFF.”*

1. Eenige jaren geleden werd door ons medelid HAGA in ver-
 eeniging met schrijver dezes experimenteel bestudeerd het beeld, dat
 van een spleet, beschenen door Röntgen-stralen, ontstaat op een
 daarachter opgestelde fotografische plaat¹⁾. Door vergelijking²⁾ van
 de verkregen opnamen met de bekende buigingsbeelden, welke men
 bij bestraling met homogeen licht van diverse golflengten verkrijgt,
 was het mogelijk, bij benadering het gebied van golflengten aan te
 geven, waarbinnen de R.-stralen, opgevat als een mengsel van op
 zich zelf homogene stralen van verschillende golflengten, hun grootste
 energie bezitten.

Zulk een opvatting van den aard der R.-stralen was niet in tegen-
 spraak met de toen reeds van verschillende zijden geuite onderstelling,
 dat deze stralen hun oorsprong zouden hebben in onregelmatig op
 elkaar volgende stootsgewijze evenwichtsstoringsen van den ether. Ook
 toch een straling, uit zulk een stoot ontstaan, — een „stootgolf”
 moge zij worden genoemd — kan als een mengsel van homogene
 stralen, zij het dan ook van oneindig veel golflengten, worden
 opgevat³⁾. Op de „Deutsche Naturforscherversammlung” te Aken
 (1900), en later uitvoeriger in de Physik. Zeitschr.⁴⁾ werd dit door
 mij toegelicht. Daarbij werd ook aangewezen, welk verband er bestaat
 tusschen hetgeen men bij deze laatste onderstelling de „lengte”⁵⁾
 der stootgolf kan noemen, den afstand nl. tusschen het voorste en het
 achterste golf-front, en hetgeen men, uitgaande van de eerstgemelde
 meer algemeene opvatting, uit de proeven vindt als „*golflengte van
 maximale energie*” in het mengsel van homogene stralingen.

Laatstgenoemde opvatting maakte het mogelijk, het probleem van
 de buiging der R.-stralen door een spleet terug te brengen tot het
 reeds door KIRCHHOFF volledig uitgewerkte probleem van de buiging
 van homogeen licht door een spleet⁶⁾.

¹⁾ H. HAGA en C. H. WIND, deze Verslagen, 7, p. 500, 1899, en 11, p. 350, 1902.

²⁾ Id. Ibid., 7, p. 504, 1899; vgl. ook Physik. Zschr. 2, p. 265, 1900.

³⁾ G. JOHNSTONE STONEY, Phil. Mag. (5) 45, p. 532, en 46, p. 253, 1898.

⁴⁾ C. H. WIND, Physik. Zschr. l.c. en 2, p. 189, 1900, en p. 292, 1901.

⁵⁾ Het lijkt mij beter in overeenstemming met de benaming „golflengte” bij
 periodieke storingsen, den afstand tusschen voorste en achterste golf-front „*lengte*”
 der stootgolf” te noemen, dan van „*breedte* van den stoot” („Breite des Impulses”
 bij SOMMERFELD) (Physik. Zschr. 1, p. 105, 1899, en 2, p. 55, 1900), te spreken.

⁶⁾ G. KIRCHHOFF, Vorlesungen üb. math. Physik, II.

Het is echter ook mogelijk, de buiging van een stootgolf door een spleet *rechtstreeks* af te leiden uit het beginsel van HUYGENS-KIRCHHOFF¹⁾. Dit geschiedt in de volgende bladzijden. Waar het vraagstuk van de buiging der R-stralen ook thans nog actueel is²⁾, mag deze nieuwe behandeling, welke tevens de inleiding moge zijn tot een beantwoording van de bedenkingen, door WALTER en POHL intusschen ingebracht³⁾ tegen hetgeen HAGA en WIND uit hunne experimenten afleidden, nog niet overbodig heeten. Weliswaar is door SOMMERFELD, ongeveer gelijktijdig met onze onderzoekingen, een uitvoerige studie aan hetzelfde onderwerp gewijd⁴⁾. Maar deze heeft daarbij een anderen weg ingeslagen, waarnevens het zijn nut heeft, te laten zien, dat de oorspronkelijke, door KIRCHHOFF aangewezen, evengoed tot het doel leidt. Verder ook is het mij, dank zij de medewerking van ons medelid W. KAPTEYN⁵⁾, waarvoor ik hem in hooge mate erkentelijk ben, mogelijk geworden, voor elk punt van het buigingsbeeld de numerieke berekening der bestralingsintensiteit uit te voeren, en derhalve, de geheele verdeling dier intensiteit over het beeld in alle vereischte bijzonderheden te leeren kennen. Dit echter is, wegens den twijfel die ten aanzien van de interpretatie onzer buigingsproeven wederom is gerezen^{3) 4)}, van belang.

2. Volgens KIRCHHOFF⁶⁾ kan men — voor elk punt O achter een van een of meer openingen voorzien, doch zich overigens tot in het oneindige uitstrekkend ondoorschijnend scherm (fig. 2), dat aan de voorzijde een straling opvangt, bepaald door een toestandsgrootheid φ , welke buiten de stralingsbronnen voldoet aan de vergelijking

$$\Delta \varphi - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} = 0 \dots \dots \dots (1)$$

op ieder tijdstip t de waarde der toestandsgrootheid φ uitdrukken door

$$\varphi_{O,t} = \frac{1}{4\pi} \int dS \left\{ \frac{\partial r_0}{\partial N} \frac{\partial}{\partial r_0} \frac{\bar{\varphi}_{t-\frac{r_0}{c}}}{r_0} - \frac{\left(\frac{\partial \bar{\varphi}}{\partial N} \right)_{t-\frac{r_0}{c}}}{r_0} \right\} \dots \dots (2)$$

In deze uitdrukking moet de integraal worden genomen over een oppervlak, bestaande uit evenveel deelen als er openingen in het scherm zijn, en begrensd door de randen dezer openingen, terwijl in

¹⁾ G. KIRCHHOFF, *Ibid.*, 2te Vorl., p. 22, 1891, 7te Vorl., p. 129, 1891.

²⁾ Vgl. o. a. E. MARX, *Zweite Durchführung der Geschwindigkeitsmessung der R-strahlen.* (Abh. math. phys. Kl. k. sächs. Ges. d. Wiss. 32, N^o. 2, p. 156, 1910).

³⁾ B. WALTER u. R. POHL, *Ann. d. Physik* 25, p. 715, 1908, en 29, p. 331, 1909.

⁴⁾ A. SOMMERFELD, *Zschr. f. Math. u. Physik*, 46, p. 11, 1901.

⁵⁾ Zie de volgende mededeeling in dit verslag (p. 437).

⁶⁾ G. KIRCHHOFF, *l.c.* 2e Vorl.

elk punt van dit „spleetvlak” N de naar achteren gerichte normaal daarop aanduidt, r_0 den afstand van een punt van dit vlak tot het punt O voorstelt en $\bar{\varphi}$ de waarde aangeeft, die de functie φ er zou hebben bij aanwezigheid van dezelfde stralingsbronnen, doch afwezigheid van het scherm.

Hebben wij te doen met een stootgolf, uitgezonden door een elektrische puntlading tijdens een verandering in haar bewegingstoestand, zoo kunnen wij voor φ nemen naar verkiezing hetzij den electromagnetischen potentiaal ϕ of den electromagnetischen vectorpotentiaal \mathfrak{A} ¹⁾, hetzij b.v. de elektrische of magnetische kracht.

3. Speelt de verandering in de bron zich af van het tijdstip t' tot het tijdstip t'' ; dan is $\bar{\varphi}$ in een punt P van het spleetvlak, dat zich op een afstand r_1 van het punt L bevindt, slechts van $t = t' + \frac{r_1}{c}$ tot $t = t'' + \frac{r_1}{c}$ van nul verschillend. Is de grootste absolute waarde, die deze functie daar gedurende dit tijdsverloop bereikt, $\frac{K}{r_1}$, dan mag, als de energiedichtheid evenredig is met het kwadraat der toestandsfunctie $\bar{\varphi}$, K blijkbaar worden beschouwd als

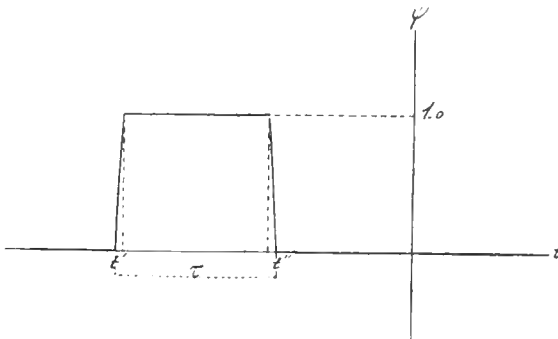


Fig 1.

afhankelijk van de bron, doch niet van de plaats van het punt P in het spleetvlak.

Schrijven wij dan

$$\bar{\varphi}(t) = \frac{K}{r_1} \psi \left(t - \frac{r_1}{c} \right), \dots \dots \dots (3)$$

zoo is ψ een functie, van welker beloop voor alle punten van het spleetvlak reeds het volgende bekend is (vgl. fig. 1, waarin om een

¹⁾ M. ABRAHAM, Elektromagn. Th. d. Strahlung, § 6, Leipzig, 1905.

later begrijpelijk wordende reden t' negatief is genomen en $t'' - t'$ door τ wordt aangeduid):

$$\left. \begin{array}{l} \text{voor} \quad t \leq t' \\ \text{,,} \quad t' < t < t'' \\ \text{,,} \quad t \leq t'' \end{array} \right\} \text{ is } \left. \begin{array}{l} \psi(t) = 0, \\ 0 < |\psi(t)| < 1, \\ \psi(t) = 0. \end{array} \right\} \dots \dots (4)$$

Voorts hebben wij dan

$$\left(\frac{\partial \bar{q}}{\partial N} \right)_t = -K \cos \theta_1 \left[\frac{\psi \left(t - \frac{r_1}{c} \right)}{r_1^2} + \frac{\psi' \left(t - \frac{r_1}{c} \right)}{r_1 c} \right],$$

$$\frac{\partial r_0}{\partial N} \frac{\partial}{\partial r_0} \frac{\bar{q} t - \frac{t^2}{c}}{r_0} = -K \cos \theta_0 \frac{\partial}{\partial r_0} \frac{\psi \left(t - \frac{r_0 + r_1}{c} \right)}{r_0 r_1},$$

als met θ_0 en θ_1 de hoeken worden aangeduid, die resp. den voerstraal r_0 van P naar O en het verlengde van den voerstraal r_1 van L naar P met de normaal N maken (fig. 2).

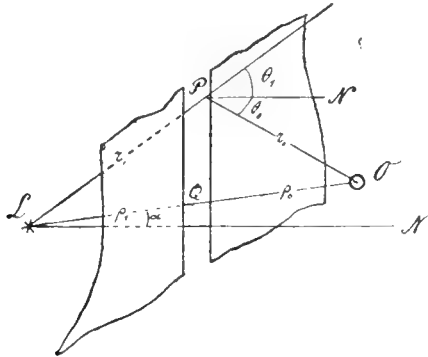


Fig. 2.

Verg. (2) gaat daarmee over in

$$q_{O,t} = \frac{K}{4\pi} \int_S dS \left\{ \left(\frac{\cos \theta_0}{r_0} + \frac{\cos \theta_1}{r_1} \right) \frac{\psi \left(t - \frac{r_0 + r_1}{c} \right)}{r_0 r_1} + \right.$$

$$\left. + (\cos \theta_0 + \cos \theta_1) \frac{\psi' \left(t - \frac{r_0 + r_1}{c} \right)}{c r_0 r_1} \right\} \quad (5)$$

4. Voor elk punt van het spleetvlak heeft de „weglengte” $r_0 + r_1$ van L naar T over P een bepaalde waarde. Deze is het kleinste voor de pool Q van het punt O , d.i. voor het snijpunt van

het spleetvlak met de lijn LO ; voor dit punt is zij (met de in fig. 2 aangegeven notatie) $q_0 + q_1$. Wij stellen

$$q_0 + q_1 = R$$

en noemen

$$\zeta = r_0 + r_1 - R$$

het „wegverschil” voor het punt P der spleet.

Wij vatten nu in het spleetvlak die lijnen in het oog, welke meetkundige plaatsen zijn van punten met bepaalde waarden van dit wegverschil ζ , en noemen deze lijnen ζ -krommen. Twee zulke krommen (fig. 3), behoorende bij waarden van ζ , welke een oneindig

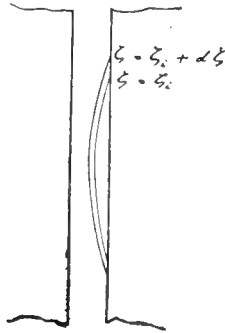


Fig. 3.

klein bedrag $d\zeta$ verschillen, sluiten een oneindig smalle strook van het spleetvlak in, welke wij, begrensd als zij is door de grenzen van het spleetvlak en bestaande somwijlen uit evenveel afzonderlijke stukken als er openingen zijn in het scherm, in zijn geheel een $d\zeta$ -zone noemen. De oppervlakte van zulk een $d\zeta$ -zone kunnen wij voorstellen door $ld\zeta$, waarin dan l een functie is van ζ .

Wij voeren thans als oppervlakte-element dS in de integraal van (5) een $d\zeta$ -zone in en merken op, dat wij onder het integraalteeken zonder bezwaar in de noemers de voor de verschillende punten van het spleetvlak verschillende afstanden r_0 en r_1 door de standvastige afstanden q_0 en q_1 , en verder ook de eveneens van punt tot punt verschillende $\cos \theta_0$ en $\cos \theta_1$ door de standvastige $\cos a$ kunnen vervangen, mits wij de straling alleen willen beschouwen in zoodanige punten O , voor welke de waarden r_0 en r_1 zeer groot zijn, vergeleken met de afmetingen van het spleetvlak, m.a.w. op groote afstanden van de spleet.

Door de aangeduide vervangingen en vereenvoudigingen gaat, als ook nog

$$\frac{1}{q_0} + \frac{1}{q_1} = \frac{2}{q}$$

en daarmee

$$q_0 q_1 = \frac{1}{2} q R$$

wordt gesteld, (5) over in

$$q_{0,t} = \frac{K \cos \alpha}{2\pi q R} \int_0^{\zeta} \left\{ \frac{2}{q} \Psi \left(t - \frac{R+\zeta}{c} \right) + \frac{2}{c} \Psi' \left(t - \frac{R+\zeta}{c} \right) \right\} d\zeta. \dots (6)$$

5. Ten einde de grootheid l nader te leeren kennen, stellen wij ons de confocale omwentelings-ellipsoïden voor, die, met de opklimmende waarden van $R + \zeta$ als lengte van groote as, om L en O als brandpunten kunnen worden beschreven en alsdan op het spleetvlak de ζ -krommen insnijden.

Sluiten wij gevallen uit, waarin de hoek α zeer nabij 90° komt, dan kunnen wij voor die waarden van ζ , welke voor ons van belang zijn, rekenen, dat de projectie der ζ -kromme op het vlak, $\perp LO$ door Q gebracht, een boog is van den cirkel, volgens welchen dat vlak wordt gesneden door dezelfde ellipsoïde, die op het spleetvlak de ζ -kromme insnijdt. Noemen wij dan den straal des cirkels $\bar{\zeta}$ en de grootte van dien boog in hoekmaat β , dan is met een voldoende graad van benadering

$$\zeta = \frac{\bar{\zeta}^2}{q} \dots \dots \dots (7)$$

en, bij beschouwing van de grootte van de projectie der $d\zeta$ -zone op het genoemd vlak,

$$\cos \alpha \cdot l d\zeta = \beta \bar{\zeta} \cdot d\bar{\zeta} = \frac{1}{2} \beta d\bar{\zeta}^2 = \frac{1}{2} \beta q d\zeta,$$

waaruit volgt:

$$l = \frac{q}{2 \cos \alpha} \beta.$$

Bij invoeging van deze waarde gaat (6) over in:

$$q_{0,t} = \frac{K}{2\pi R} \int_0^{\zeta} \frac{1}{q} \Psi \left(t - \frac{R+\zeta}{c} \right) \beta d\zeta + \frac{K}{2\pi R} \int_0^{\zeta} \frac{1}{c} \Psi' \left(t - \frac{R+\zeta}{c} \right) \beta d\zeta \quad (8)$$

6. Daar $\Psi \left(t - \frac{R+\zeta}{c} \right)$ op een bepaald tijdstip t slechts tusschen twee waarden van ζ , welke $c(t''-t')$ uit elkaar liggen, van nul verschilt en dan hoogstens $= 1$ is, terwijl β niet grooter dan 2π kan worden, is

$$\frac{K c (t''-t')}{R q} \dots \dots \dots (9)$$

een bovenste grens, die door den eersten term van (6) in geen geval wordt overschreden. Deze term kan dus, zoolang

$$\frac{c(t'' - t')}{\varrho}$$

een zeer klein getal is¹⁾, tegenover termen van de orde van grootte van $\frac{K}{R}$ worden verwaarloosd, waarna wij voor (8) kunnen schrijven:

$$q_{0,t} = \frac{K}{2\pi R} \int_{-\infty}^{\zeta=0} \beta d\psi \left(t - \frac{R + \zeta}{c} \right). \dots (10)^2$$

Wij nemen — om een bepaald geval in het oog te vatten — aan, dat $\psi(t)$ binnen zeer korten tijd van nul tot haar maximale waarde 1 aangroeit (fig. 1), daarna deze waarde onveranderd behoudt en later weer even snel tot nul afneemt, en wel in dier voege, dat het geoorloofd is, bij de waarden van ζ , die beantwoorden aan tijdstippen, vallende binnen de tijdperken van verandering van ψ , voor β geen andere waarden te nemen dan die, beantwoordende aan het begin, resp. het eind, dezer tijdperken. Dan wordt (10) eenvoudig

$$q_{0,t} = \frac{K}{2\pi R} (\beta' - \beta''), \dots (11)$$

wanneer voor

$$\left. \begin{aligned} \zeta = \zeta' &= c(t - t') - R & \beta &= \beta' \\ \zeta = \zeta'' &= c(t - t'') - R & \beta &= \beta'' \end{aligned} \right\} \dots (12)$$

wordt gesteld.

7. Nu is — als de spleet door evenwijdige randen wordt begrensd en de afstand van het punt Q tot den naasten

1) Bij Röntgenstralen is $c(t' - t'')$ van de orde van grootte van 10^{-10} , en bij de buigingsproeven μ van de orde van 10^2 cm.

2) Dat in het tweede lid van (8) de eerste integraal blijkt te kunnen worden verwaarloosd, heeft, in verband met de toepassing van het beginsel van Huygens op het vraagstuk der buiging, een gewichtige beteekenis. Immers het bewijst, dat, wanneer men zich van de voortplanting der straling een voorstelling maakt, beantwoordende aan dit beginsel, men er op moet bedacht zijn, dat de (secundaire) uitzending van een evenwichtsstoring in den ether, welke men zich alsdan voorstelt als van ieder element van het spleetvlak uit te gaan, afhangt niet van de waarde, welke de toestandsgrootte zelf in het beschouwde element bezit, doch slechts van de snelheid van verandering aldaar van de toestandsgrootte, en dat dus, als een stootgolf van het type, voorgesteld in fig. 1, het element doorschrijdt, daarbij twee tijdperken van secundaire uitzending van straling aan het element moeten worden toegeschreven, het eene tijdens de „immersie” van het element in de stootgolf, het andere tijdens de „emersie”, (vgl. de noot 1 pag. 435).

rand n , tot den versten m wordt genoemd en daarbij n als negatief wordt in rekening gebracht, ingeval Q buiten de spleet valt — zoolang

$$\begin{aligned}
& \xi_Q > m^2, \quad \beta = 2 \left(b g \sin \frac{m}{\xi} + b g \sin \frac{n}{\xi} \right), \\
\text{,,} \quad & m^2 > \xi_Q > n^2, \quad \beta = 2 \left(\frac{\pi}{2} + b g \sin \frac{n}{\xi} \right), \\
\text{,,} \quad & n^2 > \xi_Q > 0, \quad \beta = 2 \left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2} \right) \text{ voor } n > 0, \\
& \beta = 2 \left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{2} \right) \text{ ,, } n < 0.
\end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \\ \end{array} \right\} \dots (13)$$

Al deze in de verschillende gevallen geldende uitdrukkingen voor β kunnen in een enkele worden samengevat, indien wij bedenken, dat in het algemeen

$$\begin{aligned}
& \text{voor } a^2 > 1 \text{ en } a > 0, & b g \sin a &= \frac{1}{2} \pi i l_{nat} (a + \sqrt{a^2 - 1}), \\
& \text{,, ,, ,, ,, ,, } a < 0, & b g \sin a &= -\frac{1}{2} \pi - i l_{nat} (-a - \sqrt{a^2 - 1}) \\
\text{en ,, } & a^2 < 1 & b g \sin a &= \text{reëel.}
\end{aligned}$$

Wij kunnen dan in elk der 4 beschouwde gevallen schrijven

$$\beta = 2 \Re \left(b g \sin \frac{m}{\xi} + b g \sin \frac{n}{\xi} \right). \dots (14)$$

Deze uitdrukking geeft ook zelfs voor tijdstippen, waarvoor (2) een negatieve waarde van ξ oplevert, de waarde van β , die dan natuurlijk mul is, juist aan. Immers, als $\xi < 0$, is ξ en daarmee $\frac{m}{\xi}$ zoowel als $\frac{n}{\xi}$ zuiver imaginair, terwijl, zooals bekend is, in 't algemeen voor $a^2 < 0$

$$b g \sin a = -i l_{nat} (ia + \sqrt{1 - a^2})$$

en derhalve

$$\Re b g \sin a = 0$$

is.

Nemen wij nu (14) als algemeene uitdrukking voor β en vervangen wij daarin ξ door $\sqrt{Q\xi}$, (vgl. (7)), dan komt

$$\beta = 2 \Re \left(b g \sin \frac{m}{\sqrt{Q\xi}} + b g \sin \frac{n}{\sqrt{Q\xi}} \right). \dots (15)$$

en dus, volgens (11) en (12)

$$\begin{aligned}
q_{0,t} &= \frac{K}{2\pi R} \cdot 2 \Re \left(b g \sin \frac{m}{\sqrt{Q\xi}} - b g \sin \frac{m}{\sqrt{Q\xi}} + \right. \\
& \quad \left. + b g \sin \frac{n}{\sqrt{Q\xi}} - b g \sin \frac{n}{\sqrt{Q\xi}} \right) \dots (16)
\end{aligned}$$

of — met substitutie van de waarden van ζ' en ζ'' uit (12) —:

$$\varphi_{O,t} = \frac{K}{\pi R} \Re \left(bg \sin \frac{m}{\sqrt{qc(t-t')-qR}} - bg \sin \frac{m}{\sqrt{qc(t-t'')-qR}} + \right. \\ \left. + bg \sin \frac{m}{\sqrt{qc(t-t')-qR}} - bg \sin \frac{n}{\sqrt{qc(t-t'')-qR}} \right) \dots (17)$$

Stellen wij hierin

$$t' = -\frac{R}{c}, \dots \dots \dots (18)$$

hetgeen beduidt, dat als nulpunt voor den tijd wordt aangenomen het tijdstip, waarop, bij afwezigheid van het buigende scherm, het begin der storing in het punt O zou aankomen, verder

$$t' - t = \tau, \dots \dots \dots (19)$$

$$c\tau = \lambda, \dots \dots \dots (20)$$

door τ en λ aangevende den duur en de „lengte” der stootgolf, en eindelijk

$$\frac{m}{\sqrt{q\lambda}} = u, \quad \frac{n}{\sqrt{q\lambda}} = v, \dots \dots \dots (21), (22)$$

dan komt

$$\varphi_{O,t} = \frac{K}{\pi R} \Re \left(bg \sin \frac{u}{\sqrt{t/\tau}} - bg \sin \frac{u}{\sqrt{t/\tau} - 1} + \right. \\ \left. + bg \sin \frac{v}{\sqrt{t/\tau}} - bg \sin \frac{v}{\sqrt{t/\tau} - 1} \right)^1 \dots \dots \dots (23)$$

Het verschijnsel, hetwelk men in O ter beoordeeling van de sterkte der straling zal trachten waar te nemen als uitwerking der stootgolf, kan van allerlei aard zijn, b.v. fotografische werking op een gevoelige plaat, warmteontwikkeling bij absorptie door materie, ionisatie van een gas of daaruit voortvloeiende ontlading van een geladen voorwerp. Het is gebruikelijk en tot zekere hoogte gewettigd, bij dergelijke verschijnselen als de genoemde de intensiteit der gedurende een bepaald tijdsverloop teweeggebrachte werking evenredig te stellen met de hoeveelheid energie, welke met de golf een in het waarnemingspunt O loodrecht op de richting LO geplaatst vlaktelement per vlakte-eenheid doorschrijdt. Voor een tijdseenheid kan deze hoeveelheid evenredig aan $q^2_{O,t}$ worden gesteld, voor den geheelen duur der storing in O derhalve met:

¹⁾ In verband met noot (2) p. 433 zij opgemerkt, dat in de uitdrukking (23) de eerste en derde term tusschen haken gezamenlijk aan de „immersie” van een element van het spleetvlak in de stootgolf beantwoorden, de tweede en vierde term gezamenlijk aan de „emersie”.

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \varphi^2 O_t dt,$$

d. i., met het oog op (23) en als

$$\frac{t}{t} x \dots \dots \dots (24)$$

wordt gesteld, ook aan

$$\frac{(Kr)^2}{(\pi n)} I, \dots \dots \dots (25)$$

waarin dan

$$I = \int_{-\infty}^{+\infty} \Re \left(b g \sin \frac{\mu}{\sqrt{x}} - b g \sin \frac{\mu}{\sqrt{x-1}} + b g \sin \frac{r}{\sqrt{x}} - b g \sin \frac{r}{\sqrt{x-1}} \right) dx$$

Deze uitdrukking komt in hoofdzaak overeen met die, tot welke SOMMERFELD in zijn hierboven vermeldte verhandeling is gekomen en welke ook daarin, wat de numerieke waarde betreft, door hem nader is onderzocht. Bij dit onderzoek echter heeft hij zich — althans voor zoover de uitkomsten worden medegedeeld — bepaald tot waarden in reeksen van punten, welke ten opzichte van spleet en lichtbron op bijzondere wijzen waren gelegen, en zich ook met een betrekkelijk geringen graad van nauwkeurigheid tevreden gesteld. Voor het doel, waarmede hij destijds het onderzoek verrichtte, was dit voldoende.

Thans kwam het mij gewenscht voor, nog nadere bijzonderheden van de intensiteitsverdeeling te leeren kennen, en zag ik mij daardoor in de noodzakelijkheid geplaatst, niet alleen voor bijzondere puntenreeksen, voor welke de integratie der uitdrukking in eindigen vorm kan worden verkregen, doch ook voor een groot aantal andere punten de uitdrukking met eenige nauwkeurigheid te benaderen. Met behulp van door ons medelid W. KAPTEYN aangegeven reeks-ontwikkelingen¹⁾ was mij dit — al bleef het een tijdroovende arbeid — mogelijk.

De verkregen uitkomsten, welke een vrijwel volledig overzicht verschaffen van de wijze, waarop de stralingsenergie der stootgolf in een bepaald punt afhangt van μ en r of van een daarmee gelijkwaardig tweetal parameters, zijn in fig. 4 grafisch voorgesteld. Daarin geeft elke doorsnede, loodrecht op de as PR , de energie-verdeeling aan in een horizontale doorsnede van het buigingsbeeld eener evenwijdig-randige spleet, beantwoordende aan een bepaalde waarde van $\frac{1}{2}(\mu + r)$. Voor eenige der doorsneden is de waarde van deze grootheid

1) Zie de volgende mededeeling in dit verslag.

$$\frac{1}{2}(\mu + r) = \frac{1}{2} \frac{m+n}{\sqrt{\rho\lambda}} = \frac{1}{2} \frac{\text{spleetbreedte}}{\sqrt{\rho\lambda}}$$

door de langs de as geplaatste getallen aangegeven.

Doordat de punten van gelijke intensiteit in de opvolgende doorsneden door krommen zijn vereenigd, is tevens een voorstelling verkregen van de intensiteitsverdeeling, welke kan worden verwacht in het buigingsbeeld van een spleet, welker randen niet evenwijdig zijn, doch (onder een zeer kleinen hoek)¹⁾ aan het benedeneinde tot elkaar naderen. Men bedenke echter bij zoodanig gebruik der figuur voor 't geval van stootgolven van zeer geringe lengte, dat de figuur in de richting loodrecht op PR op veel grooter schaal is voorgesteld dan in de richting van PR zelf.

Hetgeen de figuur, aldus opgevat, voorstelt, is de intensiteitsverdeeling over het door de middellijn PR gehalveerde spleetbeeld, terwijl de bloklijn PQ daarin de projectie van den eenen rand der spleet uit het punt L op het beeldvlak aangeeft.

De aldus voorgestelde intensiteitsverdeeling vertoont een aantal opmerkenswaardige bijzonderheden. Op deze hoop ik bij een volgende gelegenheid de aandacht te vestigen.

Wiskunde. — De Heer W. KAPTEYN biedt eene mededeeling aan: „Over de berekening van de eindintegraal voorkomende in de verhandeling van Dr. C. H. WIND: „Buiging van een stootgolf door een spleet volgens de theorie van KIRCHHOFF.””

1. De integraal in quaestie is, zoo we r door $-b$ vervangen

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left[R_c \text{ as } \frac{\mu}{\sqrt{x}} - R_c \text{ as } \frac{\mu}{\sqrt{x-1}} - R_c \text{ as } \frac{b}{\sqrt{x}} + R_c \text{ as } \frac{b}{\sqrt{x-1}} \right]^2 dx$$

waarin as beteekent *boogsinus* en R_c aanduidt dat alleen het reële deel behoort in rekening gebracht te worden.

Stellen we

$$R_c \text{ as } \frac{\mu}{\sqrt{x}} = A, \quad R_c \text{ as } \frac{\mu}{\sqrt{x-1}} = B, \quad R_c \text{ as } \frac{b}{\sqrt{x}} = A', \quad R_c \text{ as } \frac{b}{\sqrt{x-1}} = B'$$

dan is

$$I = I(\mu, b) = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (A-B)^2 dx + \int_0^{\frac{\pi}{2}} (A'-B')^2 dx -$$

¹⁾ Bij de spleten, door HAGA en WIND bij hunne proefnemingen gebruikt, bedroeg deze hoek niet meer dan 0°.03.

$$- 2 \int_0^{\infty} (AA' - AB' - A'B + BB') dx \quad (1)$$

Voor $b = 0$ en $\mu = 0$ volgen hieruit de vergelijkingen

$$I(\mu, 0) = I(\mu) = \int_0^{\infty} (A - B)^2 dx$$

$$I(0, b) = I(0, -b) = I(b) = \int_0^{\infty} (A' - B')^2 dx$$

zoodat, wanneer we nog schrijven

$$K = AA' - AB' - A'B + BB'$$

uit (1) volgt

$$I(\mu, b) = I(\mu) + I(b) - 2 \int_0^{\infty} K dx \quad (2)$$

Noemen we de punten μ, b en $\mu, -b$ corresponderende punten dan is dus, aangezien $I(b) = I(-b)$,

$$I(\mu, -b) = I(\mu) + I(b) + 2 \int_0^{\infty} K dx.$$

Hieruit blijkt dat wanneer men de waarde $I(\mu, b)$ in een punt μ, b kent, men ook onmiddellijk de waarde van de integraal in het corresponderende punt kan bepalen. Uit (2) en (3) toch volgt

$$I(\mu, -b) = 2 I(\mu) + 2 I(b) - I(\mu, b) \quad (3)$$

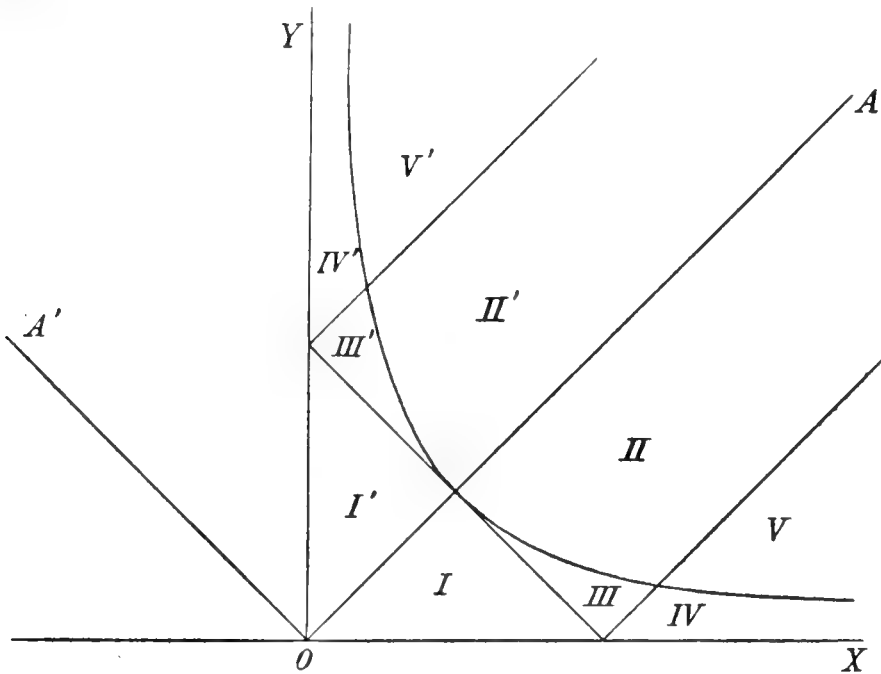
Wij kunnen ons dus bepalen tot punten waarvoor b positief is.

Voor de berekening is het van belang verschillende gevallen te onderscheiden naargelang van de waarden der beide grootheden μ en b . Deze gevallen zijn de volgende:

I.	$\mu^2 < 1$	$b^2 < 1$	$\mu^2 < b^2 + 1$
II.	$\mu^2 > 1$	$b^2 < 1$	$\mu^2 > b^2 + 1$
III.	$\mu^2 > 1$	$b^2 < 1$	$\mu^2 < b^2 + 1$
IV.	$\mu^2 > 1$	$b^2 > 1$	$\mu^2 < b^2 + 1$
V.	$\mu^2 < 1$	$b^2 > 1$	$\mu^2 > b^2 + 1$.

Om deze gevallen in eene figuur voor te stellen, trekken wij uit den oorsprong van een rechthoekig coördinaten system XOY , de lijnen OA en OA' zoodat $\angle AOY = \angle A'OY = \varphi$. Deze lijnen

stellen dan de randen van de spleet voor, terwijl een punt P tot coördinaten heeft



$$x = \frac{1}{4}(\mu + b) \qquad y = \frac{1}{4}(\mu - b) \operatorname{ctg} \varphi.$$

De grenzen

$$\mu^2 = 1 \qquad b^2 = 1 \qquad \mu^2 = b^2 + 1$$

worden dus de rechte lijnen

$$4(x + y \operatorname{tg} \varphi) = 1, \qquad 4(x - y \operatorname{tg} \varphi) = 1$$

en de hyperbool

$$16xy \operatorname{tg} \varphi = 1.$$

Deze grenzen verdeelen het platte vlak, voorzover dit in het eerste quadrant ligt, in onderdeelen zooals in nevensgaande figuur is aangegeven. Daarbij hebben de cijfers betrekking op de genoemde vijf gevallen terwijl de accenten aanduiden dat in de corresponderende vakken de waarde van b negatief is.

3. Beginnen we met de berekening van $I(\mu)$.

Merkt men op dat voor $z > 1$

$$as z = \frac{\pi}{2} - il(z + \sqrt{z^2 - 1})$$

dus $R_v as z = \frac{\pi}{2}$, dan vindt men, al naar gelang $\mu < 1$ of $\mu > 1$ de

volgende waarden voor A en B

		$\mu < 1$				$\mu > 1$	
	x	A	B	x	A	B	
0	tot μ^2	$\frac{\pi}{2}$	0	0	tot 1	$\frac{\pi}{2}$	0
μ^2	„ 1	$as \frac{\mu}{\sqrt{x}}$	0	1	„ μ^2	0	0
1	„ $1 + \mu^2$	$as \frac{\mu}{\sqrt{x}}$	$\frac{\pi}{2}$	μ^2	„ $1 + \mu^2$	$as \frac{\mu}{\sqrt{x}}$	$\frac{\pi}{2}$
$1 + \mu^2$	„ ∞	$as \frac{\mu}{\sqrt{x}}$	$as \frac{\mu}{\sqrt{x-1}}$	$1 + \mu^2$	„ ∞	$as \frac{\mu}{\sqrt{x}}$	$as \frac{\mu}{\sqrt{x-1}}$

Men heeft dus, wanneer $\mu < 1$

$$I(\mu) = \frac{\pi^2}{2} \mu^2 - \pi \int_1^{1+\mu^2} as \frac{\mu}{\sqrt{x}} dx + 2 \int_{\mu^2}^{\infty} \left(as \frac{\mu}{\sqrt{x}} \right)^2 dx - 2 \int_{1+\mu^2}^{\infty} as \frac{\mu}{\sqrt{x}} as \frac{\mu}{\sqrt{x-1}} dx \quad (4)$$

en wanneer $\mu > 1$

$$I(\mu) = \frac{\pi^2}{2} - \pi \int_{\mu^2}^{1+\mu^2} as \frac{\mu}{\sqrt{x}} dx + 2 \int_{\mu^2}^{\infty} \left(as \frac{\mu}{\sqrt{x}} \right)^2 dx - 2 \int_{1+\mu^2}^{\infty} as \frac{\mu}{\sqrt{x}} as \frac{\mu}{\sqrt{x-1}} dx \quad (5)$$

In deze beide formules worden de beide laatste integralen oneindig; hunne som blijft echter eindig. Wij zullen daarom de grens oneindig beschouwen als de limiet van $\frac{1}{\varepsilon^2}$ als ε tot nul nadert.

Differentieert men de beide leden van (4) dan vindt men

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \mu} \int_1^{1+\mu^2} as \frac{\mu}{\sqrt{x}} dx &= 2\mu as \frac{\mu}{\sqrt{1+\mu^2}} + 2 - 2\sqrt{1-\mu^2} \\ \frac{\partial}{\partial \mu} \int_{\mu^2}^{\infty} \left(as \frac{\mu}{\sqrt{x}} \right)^2 dx &= -\frac{\pi^2}{2} \mu + 4\mu - 4\mu \mu \varepsilon \\ \frac{\partial}{\partial \mu} \int_{1+\mu^2}^{\infty} as \frac{\mu}{\sqrt{x}} as \frac{\mu}{\sqrt{x-1}} dx &= -\pi \mu as \frac{\mu}{\sqrt{1+\mu^2}} + \\ &+ \int_{1+\mu^2}^{\infty} as \frac{\mu}{\sqrt{x-1}} \frac{dx}{\sqrt{x-\mu^2}} + \int_{1+\mu^2}^{\infty} as \frac{\mu}{\sqrt{x}} \cdot \frac{dx}{\sqrt{x-1-\mu^2}} \end{aligned}$$

terwijl de beide laatste integralen door gedeeltelijke integratie dezen vorm aannemen

$$\int_{1+\mu^2}^{\infty} \frac{\mu}{\sqrt{x-1}} \cdot \frac{dx}{\sqrt{x-\mu^2}} = 2\mu - \pi + \mu \int_{1+\mu^2}^{\infty} \frac{\sqrt{x-\mu^2}}{(x-1)\sqrt{x-1-\mu^2}} dx$$

$$\int_{1+\mu^2}^{\infty} \frac{\mu}{\sqrt{x}} \cdot \frac{dx}{\sqrt{x-1-\mu^2}} = 2\mu + \mu \int_{1+\mu^2}^{\infty} \frac{\sqrt{x-1-\mu^2}}{x\sqrt{x-\mu^2}} dx$$

Splitsen we nu de beide laatste integralen

$$\int_{1+\mu^2}^{\infty} \frac{\sqrt{x-\mu^2}}{(x-1)\sqrt{x-1-\mu^2}} dx = \int_{1+\mu^2}^{\infty} \frac{dx}{\sqrt{(x-\mu^2)(x-1-\mu^2)}} +$$

$$+ (1-\mu^2) \int_{1+\mu^2}^{\infty} \frac{dx}{(x-1)\sqrt{(x-\mu^2)(x-1-\mu^2)}}$$

$$\int_{1+\mu^2}^{\infty} \frac{\sqrt{x-1-\mu^2}}{x\sqrt{x-\mu^2}} dx = \int_{1+\mu^2}^{\infty} \frac{dx}{(x\sqrt{x-\mu^2})(x-1-\mu^2)} -$$

$$- (1+\mu^2) \int_{1+\mu^2}^{\infty} \frac{dx}{x\sqrt{(x-\mu^2)(x-1-\mu^2)}}$$

en merken we op dat

$$\int_{1+\mu^2}^{\infty} \frac{dx}{\sqrt{(x-\mu^2)(x-1-\mu^2)}} = l \frac{4}{\varepsilon^2}$$

$$\int_{1+\mu^2}^{\infty} \frac{dx}{(x-1)\sqrt{(x-\mu^2)(x-1-\mu^2)}} = \frac{2}{\mu\sqrt{1-\mu^2}} as \sqrt{1-\mu^2}$$

$$\int_{1+\mu^2}^{\infty} \frac{dx}{x\sqrt{(x-\mu^2)(x-1-\mu^2)}} = \frac{2}{\mu\sqrt{1+\mu^2}} l (\sqrt{1+\mu^2} + \mu).$$

Alles vereenigende krijgen we

$$\frac{dI(\mu)}{d\mu} = -8\mu l 2\mu + 2\mu \sqrt{1-\mu^2} - 4\sqrt{1-\mu^2} as \sqrt{1-\mu^2} +$$

$$+ 4\sqrt{1+\mu^2} l (\sqrt{1+\mu^2} + \mu)$$

of

$$\frac{dI(\mu)}{d\mu} = -8\mu l 2\mu + 4\sqrt{1-\mu^2} as \mu + 4\sqrt{1+\mu^2} l(\sqrt{1+\mu^2} + \mu).$$

Integreert men dit weder, dan is

$$\begin{aligned} \int \mu l 2\mu d\mu &= \frac{\mu^2}{2} l(2\mu) - \frac{\mu^2}{4} \\ \int \sqrt{1-\mu^2} as \mu d\mu &= \int \left(\frac{1}{2\sqrt{1-\mu^2}} + \frac{1-2\mu^2}{2\sqrt{1-\mu^2}} \right) as \mu d\mu = \\ &= \frac{1}{4} (as \mu)^2 + \frac{1}{2} \mu \sqrt{1-\mu^2} as \mu - \frac{1}{4} \mu^2 \\ \int \sqrt{1+\mu^2} l(\sqrt{1+\mu^2} + \mu) d\mu &= \\ \int \left(\frac{1}{2\sqrt{1+\mu^2}} + \frac{1+2\mu^2}{2\sqrt{1+\mu^2}} \right) l(\sqrt{1+\mu^2} + \mu) d\mu &= \\ = \frac{1}{4} l^2 (\sqrt{1+\mu^2} + \mu) + \frac{1}{2} \mu \sqrt{1+\mu^2} l(\sqrt{1+\mu^2} + \mu) - \frac{1}{4} \mu^2 \end{aligned}$$

zoodat

$$I(\mu) = -4\mu^2 l 2\mu + 2\mu \sqrt{1-\mu^2} as \mu + (as \mu)^2 + 2\mu \sqrt{1+\mu^2} l(\mu + \sqrt{\mu^2+1}) + l^2 (\mu + \sqrt{\mu^2+1}) \quad (\mu < 1) \quad (6)$$

daar voor $\mu = 0$ $I(\mu) = 0$.

Op gelijke wijze vindt men door differentiatie van (5)

$$\frac{dI(\mu)}{d\mu} = -8\mu l 2\mu + 4\sqrt{\mu^2-1} l(\mu + \sqrt{\mu^2-1}) + 4\sqrt{\mu^2+1} l(\mu + \sqrt{\mu^2+1}),$$

waaruit weer door integratie

$$I(\mu) = \frac{\mu^2}{4} - 4\mu l 2\mu + 2\mu \sqrt{\mu^2-1} l(\mu + \sqrt{\mu^2-1}) - l^2 (\mu + \sqrt{\mu^2-1}) + 2\mu \sqrt{1+\mu^2} l(\mu + \sqrt{\mu^2+1}) + l^2 (\mu + \sqrt{\mu^2+1}). \quad (\mu > 1) \quad (7)$$

4. Voor de berekening van de numerische waarden van $I(\mu)$ is het niet onbelangrijk $I(\mu)$ in den vorm van eene convergeerende reeks voor te stellen.

Schrijven we daartoe in (6)

$$lg(\mu - \sqrt{1+\mu^2}) = i as \frac{\mu}{i}$$

dan kunnen we van de ontwikkeling van $as z$ en $(as z)^2$ gebruik maken. Men vindt zoo, wanneer $(\mu < 1)$

$$I(\mu) = -4\mu^2 l 2\mu + 6\mu^2 - \frac{8}{15} \left[\frac{\mu^6}{3} + \frac{4.6}{7.9} \frac{\mu^{10}}{5} + \frac{4.6.8.10}{7.9.11.13} \cdot \frac{\mu^{14}}{7} + \dots \right] (8)$$

welke reeks van $\mu = 0$ tot $\mu = 0.7$ zeer goed convergeert.

Is $\mu > 1$ dan stelle men $\mu = \frac{1}{m}$; dan is

$$I(\mu) = \frac{\pi^2}{4} - \frac{4}{m^2} l \frac{2}{m} + \frac{2}{m^2} \sqrt{1+m^2} l \frac{1+\sqrt{1+m^2}}{m} + \\ + \frac{2}{m} \sqrt{1-m^2} l \frac{1+\sqrt{1-m^2}}{m} - l^2 \frac{1+\sqrt{1-m^2}}{m} + l^2 \frac{1+\sqrt{1+m^2}}{m}.$$

Differentieert men nu, dan is

$$\frac{dI(\mu)}{dm} = \frac{8}{m^3} l \frac{2}{m} - \frac{4\sqrt{1+m^2}}{m^3} l \frac{1+\sqrt{1+m^2}}{m} - \frac{4\sqrt{1-m^2}}{m^3} l \frac{1+\sqrt{1-m^2}}{m} = \\ = \frac{4}{m^3} l \frac{2}{m} [2 - \sqrt{1+m^2} - \sqrt{1-m^2}] - \\ - \frac{4}{m^3} \left[\sqrt{1+m^2} l \frac{1+\sqrt{1+m^2}}{2} + \sqrt{1-m^2} l \frac{1+\sqrt{1-m^2}}{2} \right].$$

Stelt men nu

$$\varphi(m) = l \frac{1+\sqrt{1+m^2}}{2} \quad \psi(m) = l \frac{1+\sqrt{1-m^2}}{2}$$

dan is

$$\varphi'(m) = \frac{1}{m} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{1+m^2}} \right) = \frac{1}{2} m - \frac{1.3}{2.4} m^3 + \frac{1.3.5}{2.4.6} m^5 - \frac{1.3.5.7}{2.4.6.8} m^7 + \dots \\ \psi'(m) = \frac{1}{m} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{1-m^2}} \right) = -\frac{1}{2} m - \frac{1.3}{2.4} m^3 - \frac{1.3.5}{2.4.6} m^5 - \frac{1.3.5.7}{2.4.6.8} m^7 - \dots$$

of, daar de constanten nul zijn

$$\varphi(m) = -\frac{1}{2} \cdot \frac{m^2}{2} - \frac{1.3}{2.4} \cdot \frac{m^4}{4} + \frac{1.3.5}{2.4.7} \cdot \frac{m^6}{6} - \frac{1.3.5.7}{2.4.6.8} \cdot \frac{m^8}{8} + \dots \\ \psi(m) = -\frac{1}{2} \cdot \frac{m^2}{2} - \frac{1.3}{2.4} \cdot \frac{m^4}{4} - \frac{1.3.5}{2.4.6} \cdot \frac{m^6}{6} - \frac{1.3.5.7}{2.4.6.8} \cdot \frac{m^8}{8} - \dots$$

derhalve

$$\frac{dI(\mu)}{dm} = 8 \left[\frac{1.1}{2.4} m + \frac{1.1.3.5}{2.4.6.8} m^5 + \frac{1.1.3.5.7.9}{2.4.6.8.10.12} m^9 + \dots \right] l \frac{2}{m} - \\ - 8 \left[\frac{1}{32} m + \frac{59}{3072} m^5 + \frac{1417}{122880} m^9 + \dots \right]$$

en

$$I(\mu) = \frac{\pi^2}{4} + \left(\frac{m^2}{2} + \frac{5}{96} m^6 + \frac{21}{1280} m^{10} + \dots \right) l g \frac{2}{m} + \\ + \frac{1}{8} m^2 - \frac{13}{768} m^6 - \frac{233}{30720} m^{10} + \dots$$

of

$$I(\mu) = \frac{\pi^2}{4} + \left(\frac{1}{2\mu^2} + \frac{5}{96\mu^6} + \frac{12}{1280\mu^{10}} + \dots \right) \log 2\mu + \frac{1}{8\mu^2} - \frac{13}{768\mu^6} - \frac{233}{30720\mu^{10}} \dots \dots \dots (9)$$

welke reeks voor $\mu = 2$ en hooger zeer goed convergeert.

5. Voor de berekening van $\int_0^\infty K dx$ vindt men in de verschillende gevallen het volgende:

Geval I. $b^2 < 1$ $\mu^2 < 1$ $\mu^2 < b^2 + 1$.

	x	A	A'	B	B'
0 tot b^2		$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2}$	0	0
b^2 „ μ^2		$\frac{\pi}{2}$	$as \frac{b}{\sqrt{x}}$	0	0
μ^2 „ 1		$as \frac{\mu}{\sqrt{x}}$	$as \frac{b}{\sqrt{x}}$	0	0
1 „ $1 + b^2$		$as \frac{\mu}{\sqrt{x}}$	$as \frac{b}{\sqrt{x}}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2}$
$1 + b^2$ „ $1 + \mu^2$		$as \frac{\mu}{\sqrt{x}}$	$as \frac{b}{\sqrt{x}}$	$\frac{\pi}{2}$	$as \frac{b}{\sqrt{x-1}}$
$1 + \mu^2$ „ ∞		$as \frac{\mu}{\sqrt{x}}$	$as \frac{b}{\sqrt{x}}$	$as \frac{\mu}{\sqrt{x-1}}$	$as \frac{b}{\sqrt{x-1}}$

$$\int_0^\infty K dx = \frac{\pi^2}{2} b^2 + \pi \int_{b^2}^{\mu^2} as \frac{b}{\sqrt{x}} dx - \frac{\pi}{2} \int_1^{1+\mu^2} as \frac{b}{\sqrt{x}} dx - \frac{\pi}{2} \int_5^{1+b^2} as \frac{\mu}{\sqrt{x}} dx +$$

$$+ 2 \int_{\mu^2}^\infty as \frac{\mu}{\sqrt{x}} as \frac{b}{\sqrt{x}} dx - \int_{1+\mu^2}^\infty as \frac{b}{\sqrt{x}} as \frac{\mu}{\sqrt{x-1}} dx - \int_{1+b^2}^\infty as \frac{\mu}{\sqrt{x}} as \frac{b}{\sqrt{x-1}} dx.$$

Geval II. $b^2 < 1$ $\mu^2 > 1$ $\mu^2 > b^2 + 1$.

x	A	A'	B	B'
0 tot b^2	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2}$	0	0
b^2 „ 1	$\frac{\pi}{2}$	$as \frac{b}{\sqrt{x}}$	0	0
1 „ $1 + b^2$	$\frac{\pi}{2}$	$as \frac{b}{\sqrt{x}}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2}$
$1 + b^2$ „ μ^2	$\frac{\pi}{2}$	$as \frac{b}{\sqrt{x}}$	$\frac{\pi}{2}$	$as \frac{b}{\sqrt{x-1}}$
μ^2 „ $1 + \mu^2$	$as \frac{\mu}{\sqrt{x}}$	$as \frac{b}{\sqrt{x}}$	$\frac{\pi}{2}$	$as \frac{b}{\sqrt{x-1}}$
$1 + \mu^2$ „ ∞	$as \frac{\mu}{\sqrt{x}}$	$as \frac{b}{\sqrt{x}}$	$as \frac{\mu}{\sqrt{x-1}}$	$as \frac{b}{\sqrt{x-1}}$

$$\int_0^{\infty} K dx = \frac{\pi^2}{4} b^2 + \frac{\pi}{2} \int_{b^2}^1 as \frac{b}{\sqrt{x}} dx - \frac{\pi}{2} \int_{\mu^2}^{1+\mu^2} as \frac{b}{\sqrt{x}} dx + \frac{\pi}{2} \int_{\mu^2}^{1+\mu^2} as \frac{b}{\sqrt{x-1}} dx +$$

$$+ 2 \int_{\mu^2}^{\infty} as \frac{\mu}{\sqrt{x}} as \frac{b}{\sqrt{x}} dx - \int_{1+\mu^2}^{\infty} as \frac{b}{\sqrt{x}} as \frac{\mu}{\sqrt{x-1}} dx - \int_{\mu^2}^{\infty} as \frac{\mu}{\sqrt{x}} as \frac{b}{\sqrt{x-1}} dx.$$

Geval III $b^2 < 1$ $\mu^2 > 1$ $\mu^2 < 1 + b^2$.

x	A	A'	B	B'
0 tot b^2	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2}$	0	0
b^2 „ 1	$\frac{\pi}{2}$	$as \frac{b}{\sqrt{x}}$	0	0
1 „ μ^2	$\frac{\pi}{2}$	$as \frac{b}{\sqrt{x}}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2}$
μ^2 „ $1 + b^2$	$as \frac{\mu}{\sqrt{x}}$	$as \frac{b}{\sqrt{x}}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2}$
$1 + b^2$ „ $1 + \mu^2$	$as \frac{\mu}{\sqrt{x}}$	$as \frac{b}{\sqrt{x}}$	$\frac{\pi}{2}$	$as \frac{b}{\sqrt{x-1}}$
$1 + \mu^2$ „ ∞	$as \frac{\mu}{\sqrt{x}}$	$as \frac{b}{\sqrt{x}}$	$as \frac{\mu}{\sqrt{x-1}}$	$as \frac{b}{\sqrt{x-1}}$

$$\int_0^\infty K dx = \frac{\pi^2}{4} (1 + 2b^2 - \mu^2) + \frac{\pi}{2} \int_{b^2}^1 as \frac{b}{\sqrt{x}} dx - \frac{\pi}{2} \int_{\mu^2}^{1+\mu^2} as \frac{b}{\sqrt{x}} dx - \frac{\pi}{2} \int_{\mu^2}^{1+b^2} as \frac{\mu}{\sqrt{x}} dx +$$

$$+ \frac{\pi}{2} \int_{1+b^2}^{1+\mu^2} as \frac{b}{\sqrt{x-1}} dx + 2 \int_{\mu^2}^\infty as \frac{\mu}{\sqrt{x}} as \frac{b}{\sqrt{x}} dx - \int_{1+\mu^2}^\infty as \frac{b}{\sqrt{x}} as \frac{\mu}{\sqrt{1-x}} dx - \int_{1+b^2}^\infty as \frac{\mu}{\sqrt{x}} as \frac{b}{\sqrt{x-1}} dx.$$

Geval IV $b^2 > 1$ $\mu^2 > 1$ $\mu^2 < b^2 + 1$.

	x	A	A'	B	B'
0	tot 1	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2}$	0	0
1	„ b^2	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2}$
b^2	„ μ^2	$\frac{\pi}{2}$	$as \frac{b}{\sqrt{x}}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2}$
μ^2	„ $b^2 + 1$	$as \frac{\mu}{\sqrt{x}}$	$as \frac{b}{\sqrt{x}}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2}$
$b^2 + 1$	„ $\mu^2 + 1$	$as \frac{\mu}{\sqrt{x}}$	$as \frac{b}{\sqrt{x}}$	$\frac{\pi}{2}$	$as \frac{b}{\sqrt{x-1}}$
$\mu^2 + 1$	„ ∞	$as \frac{\mu}{\sqrt{x}}$	$as \frac{b}{\sqrt{x}}$	$as \frac{\mu}{\sqrt{x-1}}$	$as \frac{b}{\sqrt{x-1}}$

$$\int_0^\infty K dx = \frac{\pi^2}{4} (2 + b^2 - \mu^2) - \frac{\pi}{2} \int_{\mu^2}^{1+\mu^2} as \frac{b}{\sqrt{x}} dx - \frac{\pi}{2} \int_{\mu^2}^{b^2+1} as \frac{\mu}{\sqrt{x}} dx + \frac{\pi}{2} \int_{b^2+1}^{\mu^2+1} as \frac{b}{\sqrt{x-1}} dx +$$

$$+ 2 \int_{\mu^2}^\infty as \frac{\mu}{\sqrt{x}} as \frac{b}{\sqrt{x}} dx - \int_{\mu^2+1}^\infty as \frac{b}{\sqrt{x}} as \frac{\mu}{\sqrt{x-1}} dx - \int_{b^2+1}^\infty as \frac{\mu}{\sqrt{x}} as \frac{b}{\sqrt{x-1}} dx$$

Geval V $b^2 > 1$ $\mu^2 > 1$ $\mu^2 > b^2 + 1$.

	x	A	A'	B	B'
0 tot 1	1	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2}$	0	0
1 „ b^2	b^2	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2}$
b^2 „ $1+b^2$	$1+b^2$	$\frac{\pi}{2}$	$as \frac{b}{\sqrt{x}}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2}$
$1+b^2$ „ μ^2	μ^2	$\frac{\pi}{2}$	$as \frac{b}{\sqrt{x}}$	$\frac{\pi}{2}$	$as \frac{b}{\sqrt{x-1}}$
μ^2 „ $1+\mu^2$	$1+\mu^2$	$as \frac{\mu}{\sqrt{x}}$	$as \frac{b}{\sqrt{x}}$	$\frac{\pi}{2}$	$as \frac{b}{\sqrt{x-1}}$
$1+\mu^2$ „ ∞	∞	$as \frac{\mu}{\sqrt{x}}$	$as \frac{b}{\sqrt{x}}$	$as \frac{\mu}{\sqrt{x-1}}$	$as \frac{b}{\sqrt{x-1}}$

$$\int_0^{\infty} K dx = \frac{\pi^2}{4} - \frac{\pi}{2} \int_{\mu^2}^{1+\mu^2} as \frac{b}{\sqrt{x}} dx + \frac{\pi}{2} \int_{\mu^2}^{1+\mu^2} as \frac{b}{\sqrt{x-1}} dx +$$

$$+ 2 \int_{\mu^2}^{\infty} as \frac{\mu}{\sqrt{x}} as \frac{b}{\sqrt{x}} dx - \int_{1+\mu^2}^{\infty} as \frac{b}{\sqrt{x}} as \frac{\mu}{\sqrt{x-1}} dx - \int_{\mu^2}^{\infty} as \frac{\mu}{\sqrt{x}} as \frac{b}{\sqrt{x-1}} dx.$$

6. De herleiding van de integralen waarin slechts een as optreedt levert geene moeilijkheid op. Houden we ons daarom alleen bezig met de integralen waarin een produkt van twee functies as optreedt.

Vooreerst is

$$\int as \frac{\mu}{\sqrt{x}} as \frac{b}{\sqrt{x}} dx = x as \frac{\mu}{\sqrt{x}} as \frac{b}{\sqrt{x}} + b \sqrt{x-b^2} as \frac{\mu}{\sqrt{x}} +$$

$$+ \mu \sqrt{x-\mu^2} as \frac{b}{\sqrt{x}} + 2b\mu l (\sqrt{x-\mu^2} + \sqrt{x-b^2}) -$$

$$- (b^2 + \mu^2) l \frac{\mu \sqrt{x-b^2} + b \sqrt{x-\mu^2}}{\sqrt{x}}$$

zoodat in elk der vijf gevallen is

$$\int_{\mu^2}^{\infty} as \frac{\mu}{\sqrt{x}} as \frac{b}{\sqrt{x}} dx = 3b\mu + 2b\mu \lg \frac{2}{\varepsilon} - \frac{\pi}{2} \mu^2 as \frac{b}{\mu} - \frac{\pi b}{2} \sqrt{\mu^2 - b^2} +$$

$$+ \frac{(\mu-b)^2}{2} l (\mu-b) - \frac{(\mu+b)^2}{2} l (\mu+b).$$

De tweede integraal, waarin het produkt van twee functies as optreedt, neemt verschillende gedaanten aan naar gelang $b < 1$ zooals in de gevallen I, II, III of $b > 1$ zooals in IV en V.

Voor $b < 1$ is

$$\begin{aligned} \int as \frac{b}{\sqrt{x}} as \frac{\mu}{\sqrt{x-1}} dx &= x as \frac{b}{\sqrt{x}} as \frac{\mu}{\sqrt{x-1}} + \mu as \frac{b}{\sqrt{x}} \cdot \sqrt{x-1-\mu^2} \\ &+ b as \frac{\mu}{\sqrt{x-1}} \cdot \sqrt{x-b^2} + 2b\mu l (\sqrt{x-b^2} + \sqrt{x-1-\mu^2}) \\ &+ b \sqrt{1-b^2} as \frac{\sqrt{1-b^2} \sqrt{x-1-\mu^2}}{\sqrt{1+\mu^2-b^2} \sqrt{x-1}} \\ &- \frac{\mu \sqrt{1+\mu^2}}{2} l \frac{\sqrt{1+\mu^2} \sqrt{x-b^2} + b \sqrt{x-1-\mu^2}}{\sqrt{1+\mu^2} \sqrt{x-b^2-b} \sqrt{x-1-\mu^2}} \\ &+ \frac{\mu}{2} \int as \frac{b}{\sqrt{x} (x-1) \sqrt{x-1-\mu^2}} dx. \end{aligned}$$

Stelt men in de laatste integraal

$$x = 1 + \frac{\mu^2}{\sin^2 v}$$

dan vindt men

$$\frac{\mu}{2} \int_{1+\mu^2}^{\infty} as \frac{b}{\sqrt{x} (x-1) \sqrt{x-1-\mu^2}} dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} as \frac{b \sin v}{\sqrt{\mu^2 + \sin^2 v}} dv = T'$$

derhalve

$$\begin{aligned} \int_{1+\mu^2}^{\infty} as \frac{b}{\sqrt{x}} as \frac{\mu}{\sqrt{x-1}} dx &= 3b\mu + 2b\mu l \frac{2}{\varepsilon} - \frac{\pi}{2} b \sqrt{1+\mu^2-b^2} \\ &- \frac{\pi}{2} (1+\mu^2) as \frac{b}{\sqrt{1+\mu^2}} + b \sqrt{1-b^2} as \frac{\sqrt{1-b^2}}{\sqrt{1+\mu^2-b^2}} \\ &- \frac{\mu \sqrt{1+\mu^2}}{2} l \frac{\sqrt{1+\mu^2} + b}{\sqrt{1+\mu^2-b}} - b\mu l (1+\mu^2-b^2) + T'. \end{aligned}$$

Is $b > 1$, dan heeft men

$$\begin{aligned} \int as \frac{b}{\sqrt{x}} as \frac{\mu}{\sqrt{x-1}} dx &= x as \frac{b}{\sqrt{x}} as \frac{\mu}{\sqrt{x-1}} + \mu as \frac{b}{\sqrt{x}} \cdot \sqrt{x-1-\mu^2} \\ &+ b as \frac{\mu}{\sqrt{x-1}} \cdot \sqrt{x-b^2} + 2b\mu l (\sqrt{x-b^2} + \sqrt{x-1-\mu^2}) \\ &- b \sqrt{b^2-1} l \frac{\mu \sqrt{x-b^2} + \sqrt{b^2-1} \sqrt{x-1-\mu^2}}{\sqrt{x-1}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& - \frac{\mu \sqrt{1+\mu^2}}{2} l \frac{\sqrt{1+\mu^2} \sqrt{x-b^2} + b \sqrt{x-1-\mu^2}}{\sqrt{1+\mu^2} \sqrt{x-b^2} - b \sqrt{x-1-\mu^2}} \\
& + \frac{\mu}{2} \int_{as}^{\infty} \frac{b}{\sqrt{x}} \frac{dx}{(x-1) \sqrt{x-1-\mu^2}}
\end{aligned}$$

zoodat

$$\begin{aligned}
\int_{1+\mu^2}^{\infty} as \frac{b}{\sqrt{x}} as \frac{\mu}{\sqrt{x-1}} dx &= 3b\mu + 2b\mu l \frac{2}{\varepsilon} - \frac{\pi}{2} b \sqrt{1+\mu^2-b^2} \\
& - \frac{\pi}{2} (1+\mu^2) as \frac{b}{\sqrt{1+\mu^2}} - \frac{b \sqrt{b^2-1}}{2} l \frac{\mu + \sqrt{b^2-1}}{\mu - \sqrt{b^2-1}} \\
& - \frac{\mu \sqrt{1+\mu^2}}{2} l \frac{\sqrt{1+\mu^2}+b}{\sqrt{1+\mu^2}-b} - b\mu l (1 + \mu^2 - b^2) + T'.
\end{aligned}$$

De derde integraal die in de gevallen II en V andere grenzen heeft als in de overige gevallen, vindt men uit het vorige terstond. Is $\mu < 1$, dan is

$$\begin{aligned}
\int_{1+b^2}^{\infty} as \frac{\mu}{\sqrt{x}} as \frac{b}{\sqrt{x-1}} dx &= 3b\mu + 2b\mu l \frac{2}{\varepsilon} - \frac{\pi}{2} \mu \sqrt{1+b^2-\mu^2} \\
& - \frac{\pi}{2} (1+b^2) as \frac{\mu}{\sqrt{1+b^2}} + \mu \sqrt{1-\mu^2} as \frac{\sqrt{1-\mu^2}}{\sqrt{1+b^2-\mu^2}} \\
& - \frac{b \sqrt{1+b^2}}{2} l \frac{\sqrt{1+b^2}+\mu}{\sqrt{1+b^2}-\mu} - b\mu l (1+b^2-\mu^2) + T
\end{aligned}$$

is daarentegen $\mu > 1$, dan heeft men

$$\begin{aligned}
\int_{1+b^2}^{\infty} as \frac{\mu}{\sqrt{x}} as \frac{b}{\sqrt{x-1}} dx &= 3b\mu + 2b\mu l \frac{2}{\varepsilon} - \frac{\pi}{2} \mu \sqrt{1+b^2-\mu^2} \\
& - \frac{\pi}{2} (1+b^2) as \frac{\mu}{\sqrt{1+b^2}} - \frac{\mu \sqrt{\mu^2-1}}{2} l \frac{b + \sqrt{\mu^2-1}}{b - \sqrt{\mu^2-1}} \\
& - \frac{b \sqrt{1+b^2}}{2} l \frac{\sqrt{1+b^2}+\mu}{\sqrt{1+b^2}-\mu} - b\mu l (1+b^2-\mu^2) + T
\end{aligned}$$

waarin telkens

$$T = \int_0^{\frac{\pi}{2}} as \frac{\mu \sin v}{\sqrt{b^2 + \sin^2 v}} dv.$$

Verder heeft men

$$\int_{\mu^2}^{\infty} as \frac{\mu}{\sqrt{x}} as \frac{b}{\sqrt{x-1}} dx = 3b\mu + 2b\mu l \frac{2}{\varepsilon} - \frac{\pi}{2} b \sqrt{\mu^2-1-b^2}$$

$$- \mu \sqrt{\mu^2-1} l(b + \sqrt{\mu^2-1}) + \frac{\mu \sqrt{\mu^2-1} - 2b\mu}{2} l(\mu^2-1-b^2) -$$

$$- \frac{b \sqrt{1+b^2}}{2} l \frac{\mu + \sqrt{1+b^2}}{\mu - \sqrt{1+b^2}} - \frac{\pi}{2} \mu^2 as \frac{b}{\sqrt{\mu^2-1}} + T'''$$

waarin

$$T''' = \frac{b}{2} \int_{\mu^2}^{\infty} as \frac{\mu}{\sqrt{x}} \frac{dx}{(x-1) \sqrt{x-1-b^2}}$$

Stelt men in deze laatste integraal

$$x = \frac{\mu^2}{\sin^2 v}$$

dan vindt men

$$T''' = b \mu^2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{v \cos v \, dv}{(\mu^2 - \sin^2 v) \sqrt{\mu^2 - (1+b^2)\sin^2 v}}$$

Merkt men op dat

$$d. as \frac{b \sin v}{\sqrt{\mu^2 - \sin^2 v}} = b \mu^2 \frac{\cos v \, dv}{(\mu^2 - \sin^2 v) \sqrt{\mu^2 - (1+b^2)\sin^2 v}}$$

dan ziet men dat

$$T''' = \frac{\pi}{2} as \frac{b}{\sqrt{\mu^2-1}} - \int_0^{\frac{\pi}{2}} as \frac{b \sin v}{\sqrt{\mu^2 - \sin^2 v}} \, dv$$

of

$$T''' = \frac{\pi}{2} as \frac{b}{\sqrt{\mu^2-1}} - U$$

als men stelt

$$U = \int_0^{\frac{\pi}{2}} as \frac{b \sin v}{\sqrt{\mu^2 - \sin^2 v}} \, dv$$

7. Uit het voorgaande blijkt dat men in alle gevallen $\int_0^{\infty} K \, dx$

herleiden kan tot de drie bepaalde integralen T , T' en U . Met behulp dezer vindt men na eenige eenvoudige herleidingen

Geval I. $\mu^2 < 1$ $b^2 < 1$ $\mu^2 < b^2 + 1$

$$\int_0^{\infty} K dx = -T - T' + \frac{\pi}{2} as b + \frac{\pi}{2} as \mu$$

$$+ b \sqrt{1-b^2} as \frac{\mu}{\sqrt{1+\mu^2-b^2}} + \mu \sqrt{1-\mu^2} as \frac{b}{\sqrt{1+b^2-\mu^2}}$$

$$+ (\mu - b)^2 l(\mu - b) - (\mu + b)^2 l(\mu + b)$$

$$+ b\mu l(1 + \mu^2 - b^2) + b\mu l(1 + b^2 - \mu^2)$$

$$+ \frac{b\sqrt{1+b^2}}{2} l \frac{\sqrt{1+b^2} + \mu}{\sqrt{1+b^2-\mu}} + \frac{\mu\sqrt{1+\mu^2}}{2} l \frac{\sqrt{1+\mu^2} + b}{\sqrt{1+\mu^2-b}}$$

Geval II $\mu^2 > 1$ $b^2 < 1$ $\mu^2 > b^2 + 1$.

$$\int_0^{\infty} K dx = U - T' + \frac{\pi}{2} as b + b\sqrt{1-b^2} as \frac{\mu}{\sqrt{1+\mu^2-b^2}}$$

$$+ (\mu - b)^2 l(\mu - b) - (\mu + b)^2 l(\mu + b)$$

$$+ b\mu l(\mu^2 + 1 - b^2) + b\mu l(\mu^2 - 1 - b^2)$$

$$+ \frac{b\sqrt{1+b^2}}{2} l \frac{\mu + \sqrt{1+b^2}}{\mu - \sqrt{1+b^2}} + \frac{\mu\sqrt{1+\mu^2}}{2} l \frac{\sqrt{1+\mu^2} + b}{\sqrt{1+\mu^2-b}}$$

$$+ \frac{\mu\sqrt{\mu^2-1}}{2} l \frac{\sqrt{\mu^2-1} + b}{\sqrt{\mu^2-1-b}}$$

Geval III $\mu^2 > 1$ $b^2 < 1$ $\mu^2 < b^2 + 1$.

$$\int_0^{\infty} K dx = \frac{\pi^2}{4} - T - T' + \frac{\pi}{2} as b + b\sqrt{1-b^2} as \frac{\mu}{\sqrt{1+\mu^2-b^2}}$$

$$+ (\mu - b)^2 l(\mu - b) - (\mu + b)^2 l(\mu + b)$$

$$+ b\mu l(1 + \mu^2 - b^2) + b\mu l(1 + b^2 - \mu^2)$$

$$+ \frac{b\sqrt{1+b^2}}{2} l \frac{\sqrt{1+b^2} + \mu}{\sqrt{1+b^2-\mu}} + \frac{\mu\sqrt{1+\mu^2}}{2} l \frac{\sqrt{1+\mu^2} + b}{\sqrt{1+\mu^2-b}}$$

$$+ \frac{\mu\sqrt{\mu^2-1}}{2} l \frac{b + \sqrt{\mu^2-1}}{b - \sqrt{\mu^2-1}}$$

Geval IV $\mu^2 > 1$ $b^2 > 1$ $\mu^2 < b^2 + 1$.

$$\int_0^{\infty} K dx = \frac{\pi^2}{2} - T - T'$$

$$+ (\mu - b)^2 l(\mu - b) - (\mu + b)^2 l(\mu + b)$$

$$+ b\mu l(1 + \mu^2 - b^2) - b\mu l(1 + b^2 - \mu^2)$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{b\sqrt{1+b^2}}{2} l \frac{\sqrt{1+b^2} + \mu}{\sqrt{1+b^2} - \mu} + \frac{\mu\sqrt{1+\mu^2}}{2} l \frac{\sqrt{1+\mu^2} + b}{\sqrt{1+\mu^2} - b} \\
& + \frac{b\sqrt{b^2-1}}{2} l \frac{\mu + \sqrt{b^2-1}}{\mu - \sqrt{b^2-1}} + \frac{\mu\sqrt{\mu^2-1}}{2} l \frac{b + \sqrt{\mu^2-1}}{b - \sqrt{\mu^2-1}}.
\end{aligned}$$

Geval V $\mu^2 > 1$ $b^2 > 1$ $\mu^2 > b^2 + 1$.

$$\begin{aligned}
\int_0^{\infty} K dx &= \frac{\pi^2}{4} + U - T' \\
& + (\mu - b)^2 l(\mu - b) - (\mu + b)^2 l(\mu + b) \\
& + b\mu l(1 + \mu^2 - b^2) + b\mu l(\mu^2 - 1 - b^2) \\
& + \frac{b\sqrt{1+b^2}}{2} l \frac{\mu + \sqrt{b^2+1}}{\mu - \sqrt{b^2+1}} + \frac{\mu\sqrt{1+\mu^2}}{2} l \frac{\sqrt{1+\mu^2} + b}{\sqrt{1+\mu^2} - b} \\
& + \frac{b\sqrt{b^2-1}}{2} l \frac{\mu + \sqrt{b^2-1}}{\mu - \sqrt{b^2-1}} + \frac{\mu\sqrt{\mu^2-1}}{2} l \frac{\sqrt{\mu^2-1} + b}{\sqrt{\mu^2-1} - b}.
\end{aligned}$$

8. Het zou nu noodig zijn de integralen T T' en U in convergerende reeksen te ontwikkelen¹⁾. Intusschen verdient het de voorkeur om direct de geheele uitkomst voor $I(\mu, b)$ of voor $\int_0^{\infty} K dx$

in reeksen te ontwikkelen. Daarbij nemen de gevallen *II* en *V* een bijzondere plaats in tegenover de overige gevallen. Het is daarom dat we met deze zullen beginnen.

Geval II.

Merkt men op dat

$$\frac{\partial U}{\partial b} = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin v dv}{\sqrt{\mu^2 - (1+b^2)\sin^2 v}} = \frac{1}{2\sqrt{1+b^2}} l \frac{\mu + \sqrt{1+b^2}}{\mu - \sqrt{1+b^2}}$$

$$\frac{\partial T'}{\partial b} = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin v dv}{\sqrt{\mu^2 + (1-b^2)\sin^2 v}} = \frac{1}{\sqrt{1-b^2}} \text{as} \frac{\sqrt{1-b^2}}{\sqrt{1+\mu^2-b^2}}$$

dan vindt men gemakkelijk dat

$$\begin{aligned}
\frac{\partial}{\partial b} \int_0^{\infty} K dx &= \frac{\partial L}{\partial b} = \sqrt{1+b^2} l \frac{\mu + \sqrt{1+b^2}}{\mu - \sqrt{1+b^2}} + 2\sqrt{1-b^2} \text{as} \frac{\mu}{\sqrt{1+\mu^2-b^2}} \\
& - 2(\mu - b) l(\mu - b) - 2(\mu + b) l(\mu + b) \\
& + \mu l(\mu^2 + 1 - b^2) + \mu l(\mu^2 - 1 - b^2).
\end{aligned}$$

¹⁾ Deze ontwikkeling voor T en T' is verschenen in het Nieuw Archief voor Wiskunde (2) Dl. IX 2e stuk.

Nu is

$$\begin{aligned}
 2\sqrt{1-b^2} \operatorname{ar} \frac{\mu}{\sqrt{1+\mu^2-b^2}} &= \sqrt{1-b^2} \left(\frac{\pi}{2} - \operatorname{ar} \frac{\sqrt{1-b^2}}{\sqrt{1+\mu^2-b^2}} \right) \\
 &= \pi \sqrt{1-b^2} - \frac{\sqrt{1-b^2} l \frac{\mu + i\sqrt{1-b^2}}{\mu - i\sqrt{1-b^2}}}{i} \\
 - \frac{\sqrt{1-b^2}}{i} l \frac{\mu + i\sqrt{1-b^2}}{\mu - i\sqrt{1-b^2}} &= \\
 &= -2 \left\{ \frac{1-b^2}{\mu} - \frac{1}{3} \frac{(1-b^2)^2}{\mu^3} + \frac{1}{5} \frac{(1-b^2)^3}{\mu^5} - \frac{1}{7} \frac{(1-b^2)^4}{\mu^7} + \dots \right\} \\
 \sqrt{1+b^2} l \frac{\mu + \sqrt{1+b^2}}{\mu - \sqrt{1+b^2}} &= \\
 &= 2 \left\{ \frac{1+b^2}{\mu} + \frac{1}{3} \frac{(1+b^2)^2}{\mu^3} + \frac{1}{5} \frac{(1+b^2)^3}{\mu^5} + \frac{1}{7} \frac{(1+b^2)^4}{\mu^7} + \dots \right\} \\
 \mu l (\mu^2 + 1 - b^2) &= \\
 &= 2\mu l\mu + \frac{1-b^2}{\mu} - \frac{1}{2} \frac{(1-b^2)^2}{\mu^3} + \frac{1}{3} \frac{(1-b^2)^3}{\mu^5} - \frac{1}{4} \frac{(1-b^2)^4}{\mu^7} + \dots \\
 \mu l (\mu^2 - 1 - b^2) &= \\
 &= 2\mu l\mu - \frac{1+b^2}{\mu} - \frac{1}{2} \frac{(1+b^2)^2}{\mu^3} - \frac{1}{3} \frac{(1+b^2)^3}{\mu^5} - \frac{1}{4} \frac{(1+b^2)^4}{\mu^7} - \dots \\
 - 2(\mu - b) l(\mu - b) - 2(\mu + b) l(\mu + b) &= \\
 &= -4\mu l\mu - 2 \frac{b^2}{\mu} - \frac{2}{2.3} \frac{b^4}{\mu^3} - \frac{2}{3.5} \frac{b^6}{\mu^5} - \frac{2}{4.7} \frac{b^8}{\mu^7} - \dots
 \end{aligned}$$

zoodat men door optelling vindt

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial L}{\partial b} &= \pi \sqrt{1-b^2} + \frac{2}{3\mu^3} + 2 \frac{3b^2}{3.5\mu^5} + 2 \frac{1+6b^4}{4.7\mu^7} + \\
 &\quad + 2 \cdot \frac{5b^2+10b^6}{5.9\mu^9} + 2 \cdot \frac{1+15b^4+15b^8}{6.11\mu^{11}} + \dots
 \end{aligned}$$

Rangschikt men deze uitkomst naar opklimmende machten van b , dan komt

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial L}{\partial b} &= \pi \sqrt{1-b^2} + 2 \sum_1^{\infty} \frac{1}{(2n)(4n-1)} \frac{1}{\mu^{4n+1}} \\
 &\quad + 2b^2 \sum_1^{\infty} \frac{1}{4n+1} \frac{1}{\mu^{4n+1}} \\
 &\quad + \frac{2b^4}{2!} \sum_1^{\infty} \frac{2n+1}{4n+3} \frac{1}{\mu^{4n+3}} \\
 &\quad + \frac{2b^6}{3!} \sum_1^{\infty} \frac{(2n+2)(2n+1)}{4n+5} \frac{1}{\mu^{4n+5}} \\
 &\quad + \dots, \dots, \dots, \dots
 \end{aligned}$$

waaruit door integratie, daar de constante nul is, volgt

$$\begin{aligned}
L = \int_0^{\infty} K dx &= \frac{\pi}{2} (as b + b \sqrt{1-b^2}) \\
&+ 2b \sum_1^{\infty} \frac{1}{(2n)(4n-1)} \frac{1}{\mu^{4n-1}} \\
&+ \frac{2b^3}{3} \sum_1^{\infty} \frac{1}{4n+1} \frac{1}{\mu^{4n+1}} \\
&+ \frac{2b^5}{2 \cdot 5} \sum_1^{\infty} \frac{2n+1}{4n+3} \frac{1}{\mu^{4n+3}} \\
&+ \frac{2b^7}{3 \cdot 7} \sum_1^{\infty} \frac{(2n+2)(2n+1)}{4n+5} \frac{1}{\mu^{4n+5}} \\
&+ \frac{2b^9}{3 \cdot 9} \sum_1^{\infty} \frac{(2n+3)(2n+2)(2n+1)}{4n+7} \frac{1}{\mu^{4n+7}} \\
&+ \dots
\end{aligned}$$

Deze reeks convergeert zeer goed voor waarden van b tusschen 0 en 0.4 en voor waarden van μ gelijk of grooter dan 1.2, waarvoor de berekening verlangd wordt.

Geval V.

In dit geval is $\frac{\partial U}{\partial b}$ als zooeven en

$$\frac{\partial T'}{\partial b} = \frac{1}{2\sqrt{b^2-1}} l \frac{\mu + \sqrt{b^2-1}}{\mu - \sqrt{b^2-1}}$$

zoodat

$$\begin{aligned}
\frac{\partial L}{\partial b} &= \sqrt{1+b^2} l \frac{\mu + \sqrt{b^2+1}}{\mu - \sqrt{b^2+1}} + \sqrt{b^2-1} l \frac{\mu + \sqrt{b^2-1}}{\mu - \sqrt{b^2-1}} \\
&- 2(\mu-b) l (\mu-b) - 2(\mu+b) l (\mu+b) \\
&+ \mu l (\mu^2+1-b^2) + \mu l (\mu^2-1-b^2).
\end{aligned}$$

Hierin levert de ontwikkeling van $\sqrt{b^2-1} l \frac{\mu + \sqrt{b^2-1}}{\mu - \sqrt{b^2-1}}$ hetzelfde op als in het vorig geval die van $-\frac{\sqrt{1-b^2}}{i} l \frac{\mu + i\sqrt{1-b^2}}{\mu - i\sqrt{1-b^2}}$; we vinden dus hier terstond

Splitzen we nu $f(\mu)$ in twee gedeelten $\varphi(\mu)$ en $\psi(\mu)$ dan volgt uit het voorgaande dat men heeft:

Geval I.

$$\begin{aligned}\varphi(\mu) &= 2\mu\sqrt{1-\mu^2}as\mu + (as\mu)^2 + 2\mu\sqrt{1+\mu^2}l(\mu+\sqrt{\mu^2+1}) + \\ &+ l^2(\mu+\sqrt{\mu^2+1}) + 2b\sqrt{1-b^2}asb + (asb)^2 + \\ &+ 2b\sqrt{1+b^2}l(b+\sqrt{b^2+1}) + l^2(b+\sqrt{b^2+1})\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\psi(\mu) &= 2T + 2T' - \pi as\mu - \pi asb - 2\mu\sqrt{1-\mu^2}as\frac{b}{\sqrt{1+b^2-\mu^2}} - \\ &- 2b\sqrt{1-b^2}as\frac{\mu}{\sqrt{1+\mu^2-b^2}} - 2b\mu l(1+\mu^2-b^2) - \\ &- 2b\mu l(1+b^2-\mu^2) - \mu\sqrt{1+\mu^2}l\frac{\sqrt{1+\mu^2+b}}{\sqrt{1+\mu^2-b}} - \\ &- b\sqrt{1+b^2}l\frac{\sqrt{1+b^2}-\mu}{\sqrt{1+b^2}-\mu}\end{aligned}$$

$$\frac{\partial\varphi}{\partial\mu} = 4\sqrt{1+\mu^2}l(\mu+\sqrt{\mu^2+1}) + 4\sqrt{1-\mu^2}as\mu + 4\mu$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial\varphi}{\partial\mu} &= -2\sqrt{1+\mu^2}l\frac{\sqrt{1+\mu^2+b}}{\sqrt{1+\mu^2-b}} - 4\sqrt{1-\mu^2}as\frac{b}{\sqrt{1+b^2-\mu^2}} - \\ &- 2bl(1+\mu^2-b^2) - 2bl(1+b^2-\mu^2) - 4b\end{aligned}$$

$$\text{en als men stelt } \frac{\partial\varphi}{\partial\mu} = \frac{\partial\varphi_1}{\partial\mu} + \frac{\partial\varphi_2}{\partial\mu}, \quad \frac{\partial\psi}{\partial\mu} = \frac{\partial\psi_1}{\partial\mu} + \frac{\partial\psi_2}{\partial\mu}$$

$$\frac{\partial\varphi_1}{\partial\mu} = 4\sqrt{1+\mu^2}l(\mu+\sqrt{\mu^2+1}) + 2\mu; \quad \frac{\partial\varphi_2}{\partial\mu} = 4\sqrt{1-\mu^2}as\mu + 2\mu$$

$$\frac{\partial\psi_1}{\partial\mu} = -2\sqrt{1+\mu^2}l\frac{\sqrt{1+\mu^2+b}}{\sqrt{1+\mu^2-b}} - 2bl(1+\mu^2-b^2) - 2b;$$

$$\frac{\partial\psi_2}{\partial\mu} = -4\sqrt{1-\mu^2}as\frac{b}{\sqrt{1+b^2-\mu^2}} - 2bl(1+b^2-\mu^2) - 2b$$

Hieruit leidt men af

$$(1+\mu^2)\frac{\partial^2\varphi_1}{\partial\mu^2} - \mu\frac{\partial\varphi_1}{\partial\mu} - (4\mu^2+6) = 0, \quad (\mu^2-1)\frac{\partial^2\varphi_2}{\partial\mu^2} - \mu\frac{\partial\varphi_2}{\partial\mu} - (4\mu^2-6) = 0$$

$$\frac{\partial^2\psi_1}{\partial\mu^2} = -\frac{2\mu}{\sqrt{1+\mu^2}}l\frac{\sqrt{1+\mu^2+b}}{\sqrt{1+\mu^2-b}}, \quad \frac{\partial^2\psi_2}{\partial\mu^2} = \frac{4\mu}{\sqrt{1-\mu^2}}as\frac{b}{\sqrt{1+b^2-\mu^2}}$$

$$\mu(1+\mu^2)(1+\mu^2-b^2)\frac{\partial^3\psi_1}{\partial\mu^3} - (1+\mu^2-b^2)\frac{\partial^2\psi_1}{\partial\mu^2} - 4b\mu^3 = 0,$$

$$\mu(\mu^2-1)(1+b^2-\mu^2)\frac{\partial^3\psi_2}{\partial\mu^3} + (1+b^2-\mu^2)\frac{\partial^2\psi_2}{\partial\mu^2} + 4b\mu^3 = 0$$

zoodat

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial \varphi_1}{\partial \mu}\right)_b + \left(\frac{\partial \psi_1}{\partial \mu}\right)_b &= 0, & \left(\frac{\partial \varphi_2}{\partial \mu}\right)_b + \left(\frac{\partial \psi_2}{\partial \mu}\right)_b &= 0 \\ \left(\frac{\partial^2 \varphi_1}{\partial \mu^2}\right)_b + \left(\frac{\partial^2 \psi_1}{\partial \mu^2}\right)_b &= 6, & \left(\frac{\partial^2 \varphi_2}{\partial \mu^2}\right)_b + \left(\frac{\partial^2 \psi_2}{\partial \mu^2}\right)_b &= 6 \\ \left(\frac{\partial^3 \varphi_1}{\partial \mu^3}\right)_b + \left(\frac{\partial^3 \psi_1}{\partial \mu^3}\right)_b &= 4b, & \left(\frac{\partial^3 \varphi_2}{\partial \mu^3}\right)_b + \left(\frac{\partial^3 \psi_2}{\partial \mu^3}\right)_b &= -4b. \end{aligned}$$

Men ziet dus dat in de gezochte ontwikkeling de coëfficiënten van de 1^{ste} en 3^{de} macht van μ ontbreken en de coëfficiënt van $\frac{\mu^2}{2!}$ is 12. Alvorens nu verdere coëfficiënten te gaan bepalen, willen we de gevallen III en IV bespreken.

Geval III.

Hier is

$$\begin{aligned} \varphi(\mu) &= 2\mu \sqrt{\mu^2-1} l(\mu + \sqrt{\mu^2-1}) - l^2(\mu + \sqrt{\mu^2-1}) + \\ &\quad + 2\mu \sqrt{1+\mu^2} l(\mu + \sqrt{\mu^2+1}) + l^2(\mu + \sqrt{\mu^2+1}) \\ \psi(\mu) &= -\frac{\pi^2}{4} + 2T + 2T' - \pi a s b - 2b \sqrt{1-b^2} a s \frac{\mu}{\sqrt{1+\mu^2-b^2}} \\ &\quad - 2b\mu l(1+\mu^2-b^2) - 2b\mu l(1+b^2-\mu^2) \\ &\quad - b \sqrt{1+b^2} l \frac{\sqrt{1+b^2+\mu}}{\sqrt{1+b^2-\mu}} - \mu \sqrt{1+\mu^2} l \frac{\sqrt{1+\mu^2+b}}{\sqrt{1+\mu^2+b}} \\ &\quad - \mu \sqrt{\mu^2-1} l \frac{b + \sqrt{\mu^2-1}}{b - \sqrt{\mu^2-1}} \end{aligned}$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial \mu} = 4\sqrt{\mu^2-1} l(\mu + \sqrt{\mu^2-1}) + 4\sqrt{1+\mu^2} l(\mu + \sqrt{\mu^2+1}) + 4\mu$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \psi}{\partial \mu} &= -2\sqrt{1+\mu^2} l \frac{\sqrt{1+\mu^2+b}}{\sqrt{1+\mu^2-b}} - 2\sqrt{\mu^2-1} l \frac{b + \sqrt{\mu^2-1}}{b - \sqrt{\mu^2-1}} \\ &\quad - 2b l(1+\mu^2-b^2) - 2b l(1+b^2-\mu^2) - 4b. \end{aligned}$$

Stelt men nu

$$\frac{\partial \varphi_1}{\partial \mu} = 4\sqrt{1+\mu^2} l(\mu + \sqrt{\mu^2+1}) + 2\mu,$$

$$\frac{\partial \varphi_2}{\partial \mu} = 4\sqrt{\mu^2-1} l(\mu + \sqrt{\mu^2-1}) + 2\mu$$

$$\frac{\partial \psi_1}{\partial \mu} = -2\sqrt{1+\mu^2} l \frac{\sqrt{1+\mu^2+b}}{\sqrt{1+\mu^2-b}} - 2b l(1+\mu^2-b^2) - 2b,$$

$$\frac{\partial \psi_2}{\partial \mu} = -2\sqrt{\mu^2-1} l \frac{b + \sqrt{\mu^2-1}}{b - \sqrt{\mu^2-1}} - 2b l(1+b^2-\mu^2) - 2b$$

dan vindt men

$$(1 + u^2) \frac{\partial^2 \varphi_1}{\partial u^2} - u \frac{\partial \varphi_1}{\partial u} - (4u^2 + 6) = 0,$$

$$(u^2 - 1) \frac{\partial^2 \varphi_2}{\partial u^2} - u \frac{\partial \varphi_2}{\partial u} - (4u^2 - 6) = 0$$

$$\frac{\partial^2 \psi_1}{\partial u^2} = - \frac{2u}{\sqrt{1+u^2}} l \frac{\sqrt{1+u^2+b}}{\sqrt{1+u^2-b}} \quad \frac{\partial^2 \psi_2}{\partial u^2} = - \frac{2u}{\sqrt{u^2-1}} l \frac{b+\sqrt{u^2-1}}{b-\sqrt{u^2-1}}$$

$$u(1+u^2)(1+u^2-b^2) \frac{\partial^3 \psi_1}{\partial u^3} - (1+u^2-b^2) \frac{\partial^2 \psi_1}{\partial u^2} - 4bu^3 = 0,$$

$$u(u^2-1)(1+b^2-u^2) \frac{\partial^3 \psi_2}{\partial u^3} + (1+b^2-u^2) \frac{\partial^2 \psi_2}{\partial u^2} + 4bu^3 = 0$$

zoodat hier evenals in het vorige geval

$$\left(\frac{\partial \varphi_1}{\partial u} \right)_b + \left(\frac{\partial \psi_1}{\partial u} \right)_b = 0 \quad \left(\frac{\partial \varphi_2}{\partial u} \right)_b + \left(\frac{\partial \psi_2}{\partial u} \right)_b = 0$$

$$\left(\frac{\partial^2 \varphi_1}{\partial u^2} \right)_b + \left(\frac{\partial^2 \psi_1}{\partial u^2} \right)_b = 6 \quad \left(\frac{\partial^2 \varphi_2}{\partial u^2} \right)_b + \left(\frac{\partial^2 \psi_2}{\partial u^2} \right)_b = 6$$

$$\left(\frac{\partial^3 \varphi_1}{\partial u^3} \right)_b + \left(\frac{\partial^3 \psi_1}{\partial u^3} \right)_b = 4b \quad \left(\frac{\partial^3 \varphi_2}{\partial u^3} \right)_b + \left(\frac{\partial^3 \psi_2}{\partial u^3} \right)_b = -4b$$

De ontwikkeling zal hier dus identiek zijn met die in het vorig geval.

In geval IV heeft men

$$\begin{aligned} \varphi(u) &= 2\sqrt{u^2-1} l (u + \sqrt{u^2-1}) - l^2 (u + \sqrt{u^2-1}) \\ &\quad + 2u\sqrt{1+u^2} l (u + \sqrt{u^2+1}) + l^2 (u + \sqrt{u^2+1}) \\ &\quad + 2b\sqrt{1+b^2} l (b + \sqrt{b^2+1}) + l^2 (b + \sqrt{b^2+1}) \\ &\quad + 2b\sqrt{b^2-1} l (b + \sqrt{b^2-1}) - l^2 (b + \sqrt{b^2-1}) \end{aligned}$$

$$\psi(u) = -\frac{\pi^2}{2} + 2T + 2T' - 2bu l (1 + u^2 - b^2) - 2bu l (1 + b^2 - u^2)$$

$$\begin{aligned} &- b\sqrt{1+b^2} l \frac{\sqrt{1+b^2+u}}{\sqrt{1+b^2-u}} - u\sqrt{1+u^2} l \frac{\sqrt{1+u^2+b}}{\sqrt{1+u^2-b}} \\ &- b\sqrt{b^2-1} l \frac{u + \sqrt{b^2-1}}{u - \sqrt{b^2-1}} - u\sqrt{u^2-1} l \frac{b + \sqrt{u^2-1}}{b - \sqrt{u^2-1}} \end{aligned}$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial u} = 4\sqrt{u^2-1} l (u + \sqrt{u^2-1}) + 4\sqrt{u^2+1} l (u + \sqrt{u^2+1}) + 4u$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial u} = -2\sqrt{1+u^2} l \frac{\sqrt{1+u^2+b}}{\sqrt{1+u^2-b}} - 2\sqrt{u^2-1} l \frac{b + \sqrt{u^2-1}}{b - \sqrt{u^2-1}}$$

$$- 2bl(1 + u^2 - b^2) - 2bl(1 + b^2 - u^2) - 4b$$

wat volmaakt overeenkomt met het vorige geval.

We kunnen dus eene ontwikkeling verwachten die geldig is voor alle drie gevallen.

10. Om nu de verdere coëfficiënten dezer ontwikkeling te bepalen, differentieëren we de gevonden differentiaal vergelijkingen herhaaldelijk. Men vindt dan uit

$$(1 + \mu^2) \frac{\partial^2 \varphi_1}{\partial \mu^2} - \mu \frac{\partial \varphi_1}{\partial \mu} - (4\mu^2 + 6) = 0$$

achtereenvolgens

$$(1 + \mu^2) \frac{\partial^3 \varphi_1}{\partial \mu^3} + \mu \frac{\partial^2 \varphi_1}{\partial \mu^2} - \frac{\partial \varphi_1}{\partial \mu} - 8\mu = 0$$

$$(1 + \mu^2) \frac{\partial^4 \varphi_1}{\partial \mu^4} + 3\mu \frac{\partial^3 \varphi_1}{\partial \mu^3} - 8 = 0$$

$$(1 + \mu^2) \frac{\partial^5 \varphi_1}{\partial \mu^5} + 5\mu \frac{\partial^4 \varphi_1}{\partial \mu^4} + 3 \frac{\partial^3 \varphi_1}{\partial \mu^3} = 0$$

$$(1 + \mu^2) \frac{\partial^6 \varphi_1}{\partial \mu^6} + 7\mu \frac{\partial^5 \varphi_1}{\partial \mu^5} + 8 \frac{\partial^4 \varphi_1}{\partial \mu^4} = 0 \text{ enz.}$$

en uit

$$\mu(\mu^2 + 1)(\mu^2 + 1 - b^2) \frac{\partial^3 \psi_1}{\partial \mu^3} - (\mu^2 + 1 - b^2) \frac{\partial^2 \psi_1}{\partial \mu^2} - 4b\mu^3 = 0$$

$$(\mu^2 + 1)(\mu^2 + 1 - b^2) \frac{\partial^4 \psi_1}{\partial \mu^4} + [5\mu^3 + (5 - 3b^2)\mu] \frac{\partial^3 \psi_1}{\partial \mu^3} - 2 \frac{\partial^2 \psi_1}{\partial \mu^2} - 12b\mu = 0$$

$$(\mu^2 + 1)(\mu^2 + 1 - b^2) \frac{\partial^5 \psi_1}{\partial \mu^5} + [9\mu^3 + (9 - 5b^2)\mu] \frac{\partial^4 \psi_1}{\partial \mu^4} +$$

$$+ [15\mu^2 + (3 - 3b^2)] \frac{\partial^3 \psi_1}{\partial \mu^3} - 12b = 0$$

$$(\mu^2 + 1)(\mu^2 + 1 - b^2) \frac{\partial^6 \psi_1}{\partial \mu^6} + [13\mu^3 + (13 - 7b^2)\mu] \frac{\partial^5 \psi_1}{\partial \mu^5} +$$

$$+ [42\mu^2 + (12 - 8b^2)] \frac{\partial^4 \psi_1}{\partial \mu^4} + 30\mu \frac{\partial^3 \psi_1}{\partial \mu^3} = 0 \text{ enz.}$$

Schrijven we nu in de laatste vergelijkingen b in plaats van μ en stellen kortheidshalve $D^\mu \psi_1 = \left(\frac{\partial^\mu \psi_1}{\partial \mu^\mu} \right)_{\mu=b}$ dan vindt men

$$(p) \quad b(b^2 + 1) D^3 \psi_1 - D^2 \psi_1 - 4b^4 = 0$$

$$(q) \quad (b^2 + 1) D^4 \psi_1 + (2b^3 + 5b) D^3 \psi_1 - 2D^2 \psi_1 - 12b^2 = 0$$

$$(r) \quad (b^2 + 1) D^5 \psi_1 + (4b^3 + 9b) D^4 \psi_1 + (12b^2 + 3) D^3 \psi_1 - 12b = 0$$

$$(s) \quad (b^2 + 1) D^6 \psi_1 + (6b^3 + 13b) D^5 \psi_1 + (34b^2 + 12) D^4 \psi_1 + 30b D^3 \psi_1 = 0$$

$$(t) \quad (b^2 + 1) D^7 \psi_1 + (8b^3 + 17b) D^6 \psi_1 + (66b^2 + 25) D^5 \psi_1 + 114b D^4 \psi_1 + 30 D^3 \psi_1 = 0$$

enz.

Als men de verg. (q) met 2 maal de verg. (p) vermindert komt

$$(b^2 + 1)D^4\psi_1 + 3bD^3\psi_1 = 12b^2 - 8b^4.$$

Vermindert men nu de verg. (r) met 4b maal de laatste verg. dan vindt men

$$(b^2 + 1)D^5\psi_1 + 5bD^4\psi_1 + 3bD^3\psi_1 = 12b - 48b^3 + 32b^5.$$

Vermindert men evenzoo de verg. (s) met 6b maal de laatste en 4 maal de voorlaatste vergelijking dan ontstaat

$$(b^2 + 1)D^6\psi_1 + 7bD^5\psi_1 + 8D^4\psi_1 = -120b^2 + 320b^4 - 192b^6.$$

Op dezelfde wijze vindt men

$$(b^2 + 1)D^7\psi_1 + 9bD^6\psi_1 + 15D^5\psi_1 = -120b + 1440b^3 - 2880b^5 + 1536b^7$$

$$(b^2 + 1)D^8\psi_1 + 11bD^7\psi_1 + 24D^6\psi_1 = 3360b^2 - 20160b^4 + 32256b^6 - 15360b^8$$

$$(b^2 + 1)D^9\psi_1 + 13bD^8\psi_1 + 35D^7\psi_1 = 3360b - 80640b^3 + 322560b^5 - 430080b^7 + 184320b^9$$

$$(b^2 + 1)D^{10}\psi_1 + 15bD^9\psi_1 + 48D^8\psi_1 = -60480b^2 + 1935360b^4 - 5806080b^6 + 6635520b^8 - 2580480b^{10}$$

enz.

Tellen we hierbij de vergelijkingen

$$(1 + b^2)D^4\varphi_1 + 3bD^3\varphi_1 - \xi = 0$$

$$(1 + b^2)D^5\varphi_1 + 5bD^4\varphi_1 + 3D^3\varphi_1 = 0$$

$$(1 + b^2)D^6\varphi_1 + 7bD^5\varphi_1 + 8D^4\varphi_1 = 0$$

$$(1 + b^2)D^7\varphi_1 + 9bD^6\varphi_1 + 15D^5\varphi_1 = 0$$

$$(1 + b^2)D^8\varphi_1 + 11bD^7\varphi_1 + 24D^6\varphi_1 = 0$$

$$(1 + b^2)D^9\varphi_1 + 13bD^8\varphi_1 + 35D^7\varphi_1 = 0$$

$$(1 + b^2)D^{10}\varphi_1 + 15bD^9\varphi_1 + 48D^8\varphi_1 = 0$$

enz.,

dan vindt men

$$(1 + b^2)D^4(\varphi_1 + \psi_1) + 3bD^3(\varphi_1 + \psi_1) = 8 + 12b^2 - 8b^4$$

$$(1 + b^2)D^5(\varphi_1 + \psi_1) + 5bD^4(\varphi_1 + \psi_1) + 3D^3(\varphi_1 + \psi_1) = 12b - 48b^3 + 32b^5$$

$$(1 + b^2)D^6(\varphi_1 + \psi_1) + 7bD^5(\varphi_1 + \psi_1) + 8D^4(\varphi_1 + \psi_1) = -120b^2 + 320b^4 - 192b^6$$

$$(1 + b^2)D^7(\varphi_1 + \psi_1) + 9bD^6(\varphi_1 + \psi_1) + 15D^5(\varphi_1 + \psi_1) = -120b + 1440b^3 - 2880b^5 + 1536b^7$$

$$(1 + b^2)D^8(\varphi_1 + \psi_1) + 11bD^7(\varphi_1 + \psi_1) + 24D^6(\varphi_1 + \psi_1) = 3360b^2 - 20160b^4 + 32256b^6 - 15360b^8$$

$$(1 + b^2)D^9(\varphi_1 + \psi_1) + 13bD^8(\varphi_1 + \psi_1) + 35D^7(\varphi_1 + \psi_1) = 3360b - 80640b^3 + 322560b^5 - 430080b^7 + 184320b^9$$

$$(1 + b^2)D^{10}(\varphi_1 + \psi_1) + 15bD^9(\varphi_1 + \psi_1) + 48D^8(\varphi_1 + \psi_1) = -181440b^2 + 1935360b^4 - 5806080b^6 + 6635520b^8 - 2580480b^{10}$$

enz.

Noemt men de tweede leden dezer vergelijkingen $P_4 P_5 \dots P_{11}$, dan is voor $n = 7, 8, 9 \dots$ steeds

$$P_n = -2(n-3) b P_{n-1} - (n-2)(n-5) P_{n-2}.$$

Uit de voorgaande betrekkingen vindt men verder, daar

$$D^3(\varphi_1 - \psi_1) = 4b,$$

gemakkelijk de volgende waarden

$$D^4(\varphi_1 + \psi_1) = 8(1 - b^2)$$

$$D^5(\varphi_1 + \psi_1) = -8b(5 - 4b^2)$$

$$D^6(\varphi_1 + \psi_1) = -32(2 - 9b^2 + 6b^4)$$

$$D^7(\varphi_1 + \psi_1) = 96b(11 - 28b^2 + 16b^4)$$

$$D^8(\varphi_1 + \psi_1) = 192(8 - 87b^2 + 160b^4 - 80b^6)$$

$$D^9(\varphi_1 + \psi_1) = -192b(279 - 1480b^2 + 2160b^4 - 960b^6)$$

$$D^{10}(\varphi_1 + \psi_1) = -4608(16 - 325b^2 + 1150b^4 - 1400b^6 + 560b^8)$$

enz.

Handelt men op dezelfde wijze met φ_2 en ψ_2 dan vindt men

$$D^3(\varphi_2 + \psi_2) = -4b$$

$$D^4(\varphi_2 + \psi_2) = -8(1 + b^2)$$

$$D^5(\varphi_2 + \psi_2) = -8b(5 + 4b^2)$$

$$D^6(\varphi_2 + \psi_2) = -32(2 + 9b^2 + 6b^4)$$

$$D^7(\varphi_2 + \psi_2) = -96b(11 + 28b^2 + 16b^4)$$

$$D^8(\varphi_2 + \psi_2) = -192(8 + 87b^2 + 160b^4 + 80b^6)$$

$$D^9(\varphi_2 + \psi_2) = -192b(279 + 1480b^2 + 2160b^4 + 960b^6)$$

$$D^{10}(\varphi_2 + \psi_2) = -4608(16 + 325b^2 + 1150b^4 + 1400b^6 + 560b^8)$$

enz.

zoodat de gezochte ontwikkeling wordt

$$\begin{aligned} I(u, b) = & -2a^2 l a - 4u^2 l 2a - 4b^2 l 2b + 2(u + b) l (u + b) \\ & + 6a^2 - \frac{2}{3} b^2 a^4 - \frac{2}{3} b a^5 - \frac{8}{45} (1 + 3b^4) a^6 - \frac{16}{15} b^3 a^7 \\ & - \frac{b^2}{105} (87 + 80b^4) a^8 - \frac{b}{105} (31 + 240b^4) a^9 \\ & - \frac{8}{1575} (8 + 575b^4 + 280b^8) a^{10} \dots \dots \dots (10) \end{aligned}$$

Deze reeks werd berekend voor de volgende waarden

$a = 0.04$	$b = 0.2$ tot 3.6
$a = 0.08$	$b = 0.2$ „ 2.4
$a = 0.14$	$b = 0.2$ „ 2.4
$a = 0.2$	$b = 0.2$ „ 2.4
$a = 0.4$	$b = 0.3$ „ 0.8
$a = 0.6$	$b = 0.2$ „ 0.4

en bleek voor deze waarden goed convergent te zijn.

Physiologie. — De Heer WINKLER biedt mede namens den Heer G. A. VAN RIJNBEEK een mededeeling aan: „*Experimenteele onderzoekingen over segmentaal innervatie van de huid van den hond.*” (VII^{de} mededeeling.)

Over rangschikking en variabiliteit der dermatomen van den achterpoot.

In onze VI^{de} mededeeling hebben wij den vorm en de ligging der huidvelden van de 7 lumbale en de 3 sacrale achterwortels uitvoerig beschreven. Het resultaat dier onderzoekingen was als volgt:

1°. De 6 onderste lumbale en de drie sacrale achterwortels zijn bestemd voor de innervatie der huid van den achterpoot.

2°. De huidvelden van *LVI* en *LXII* hebben altijd, dat van *Lv* meestal, den samenhang met de dorsale en ventrale rompmiddellijnen verloren. Zij bedekken het topgedeelte van de met een kegel vergeleken extremititeit en werden daarom *apicale* of *topvelden* genoemd.

3°. Alle andere daarentegen hangen met beide rompmiddellijnen samen. Zij liggen op den basalen rand van den kegel, waarmêe de extremititeit werd vergeleken en werden daarom *marginale* of *randvelden* genoemd. De craniaal van de topvelden gelegen huidvelden, — *LIV*, *LIII* en *LII* — hebben wij *craniale randvelden* genoemd, in tegenstelling van die welke er caudaal van zijn gelegen en *caudale randvelden* werden geheeten.

4°. Tusschen de randvelden en de topvelden in staat het huidveld van *Lx*, (somwijlen zelfs dat van *LIV*) dat zich meestal als topdermatoom gedraagt, maar somwijlen met de ventrale rompmiddellijn samenhangt en in dit opzicht dan de eigenschappen van een randveld vertoont.

Thans hebben wij hun onderlinge verhouding toe te lichten.

De drie *craniale* randdermatomen bestrijken gezamenlijk op de *dorso-laterale* vlakke van romp en extremititeit een *kleiner* huidgebied dan op de *medio-ventrale* vlakke. Het omgekeerde is het geval met de *caudale* randvelden.

De *caudale* randvelden bestrijken echter tevens een *grooter* gebied op de *dorso-laterale* vlakke van romp en extremititeit, dan het huidgebied dat daardoor de *craniale* randvelden wordt ingenomen. Voor de *ventro-mediale* vlakke geldt het omgekeerde.

Indien *LXII*, *LVI* en *Lv* doorsneden worden en de gevoeligheid der topvelden dientengevolge wegvalt, dan blijft langs de dorsale en ventrale rompmiddellijnen de gevoeligheid behouden. De gevoelige zone langs de dorsale rompmiddellijn strekt zich op de dorso-laterale pootvlakte ver uit, tot dicht bij den epicondylus lateralis femoris. De strook die langs de ventrale middellijn gevoelig blijft, strekt zich

op de ventro-mediale pootvlakte veel miuder ver uit, slechts tot eenige centimeters lateraal van den symphysis pubis.

Nauwkeurige vergelijking van de *caudale grenzen* der *craniale* randvelden met de *craniale grenzen* der *caudale* randvelden leert aan de dorsale rompmiddellijn het volgende:

De caudale grens van het huidveld van *Lii* loopt van den *V*^{den} wervel langs den bovenrand der crista ilei; de craniale grens van dat van *Sii* loopt van de ondergrens van 't sacrum tussehen tuber ischii en anus naar 't perineum. Zij raken daar elkander niet.

De caudale grens van het veld van *Liii* ontspringt ongeveer ter hoogte van 't sacrum, en loopt tussehen crista ilei en trochanter, vlak boven dezen naar den epicondylus lateralis femoris; de craniale grens van dat van *Sii* ontspringt op het sacrum en richt zich van daar naar den tuber ischii. Tussehen sacrum en trochanter liggen deze beide grenslijnen een eindweeys tegen elkander.

De caudale grens van het veld van *Liv* ontspringt op het sacrum, en loopt, op, vlak boven, of vlak beneden den trochanter naar het capitulum fibulae; de craniale grens van *Si* ontspringt eveneens op het sacrum en loopt op, vlak boven of beneden den trochanter in de richting van den epicondylus lateralis femoris om naar de kniekuil af te wijken.

De aaneengesloten caudale grenslijnen der craniale randvelden *Liii* en *Liv* vormen dus een lijn van sacrum over trochanter naar den epicondylus lateralis femoris, die ook door de aaneengesloten craniale grenslijnen der caudale randvelden *Sii* en *Si* wordt gevormd.

Daar grijpen de huidvelden van *Liii* en *Liv*, *Sii* en *Si* slechts weinig over elkander heen, zij grenzen tegen elkander, terwijl *Lii* en *Sii* in het geheel niet tegen elkander komen.

Voor zoover zij door randvelden begrensd wordt, kan de lijn, die de dorsale rompmiddellijn aan het saerum verlaat en over den trochanter heen in de richting van den epicondylus lateralis femoris loopt, opgevat worden als dorsale extremitet-aslijn van SHERRINGTON of als dorsale differentiatie-grens van BOLK.

Aan de ventrale rompmiddellijn is de verhouding tussehen de grenslijnen der randvelden anders. Daar convergeeren de caudale grenslijnen der craniale velden *Lii*, *Liii* en *Liv* alle naar de kleine, een paar e.M. lange lijn, die van de symphyse kan getrokken worden naar een punt, dat bij wijfjes ter zijde, en even craniaal van den genitaal-knobbel, bij mannetjes ter zijde van den wortel van het praeputium is gelegen.

Daarheen convergeeren ook de craniale grenslijnen der caudale randvelden *Sii*, *Sii* en *Si*.

Aan de ventrale rompmiddellijn is dus de lijn waar de craniale en caudale randvelden tegen elkander grenzen zeer kort. Het kleine lijntje dat van de symphyse naar het punt ter zijde en craniaal van den genitaalknobbel gaat, kan als ventrale extremité-aslijn van SHERRINGTON of als ventrale differentiatie-grens van BOLK opgevat worden, zoover als deze door randdermatomen begrensd wordt.

De aan randvelden beantwoordende dorsale aslijn of differentiatie-grens is dus veel langer dan de aequivalente ventrale aslijn of differentiatie-grens.

De verdere loop dezer aslijnen of differentiatie-grenzen is echter eerst te bespreken, als er een inzicht is verkregen in de wijze waarop de topvelden gerangschikt zijn en als hun onderlinge variabiliteit en die der randvelden nader is besproken.

Men kan om een voorbeeld der rangschikking der huidvelden op den achterpoot te geven, hetzelfde beeld gebruiken, dat door ons reeds voor den voorpoot is gebruikt. Daar hebben wij de rangschikking der huidvelden vergeleken met de rangschikking der schutbladen, die een bladknop bedekken. De randdermatomen doen dit, evenals de grondschutbladen paarsgewijze.

Bij de doorvoering dier vergelijking op den achterpoot moet echter er meê rekening worden gehouden :

a. dat de achterpoot grooter en langer is dan de voorpoot, en

b. dat de achterpoot in caudo-craniale richting uitgroeiend meer getordeerd is dan de voorpoot, zoodat de meest craniale toon (alleenstaande nagel) ver mediaalwaarts komt te liggen.

Als uitdrukking der grootere lengte van den poot kan men het feit beschouwen, dat 9 achterwortels aan haar huidinnervatie deelnemen (aan den voorpoot slechts 8), meer nog dat er drie topvelden — *Lv*, *Lvi* en *Lvii* — het onderbeen en den voet bestrijken (aan den voorpoot slechts 2).

De uitdrukking van de grootere torsie der extremité vinden wij terug in het feit, dat de craniale en de caudale randvelden aan de ventrale rompmiddellijn met hun ventrale stukken zoozeer op elkander zijn geschoven, dat de velden *Lu*, *Liii*, *Liv* en *Si*, *Sii* en *Siii* elkander daar ter plaatse bedekken. Aan de dorsale rompmiddellijn is dit niet het geval. Vooreerst komt daar ter plaatse de caudale rand van *Lii* niet aan den cranialen rand van *Sii*.

Bovendien is het merkwaardige gedrag van het veld van *Liv* daarmee in overeenstemming. Het komt somwijlen voor, dat dit huidveld de dorsale rompmiddellijn niet bereikt. Wel was dit gedrag

in al onze gevallen aan z.g. caricatuur-vorming¹⁾ toe te schrijven, want het was niet blijvend. Het veld van LIV gedroeg zich anders dan de rompdermatomen, waar wij de meest eenvoudige caricatuur-vorming nooit aan de *dorsale*, maar steeds aan de *ventrale* afdeeling hebben waargenomen. En in denzelfden gedachtengang past ook het gedrag van het huidveld van Lv, dat nooit met de *dorsale*, maar niet zoo zeldzaam wel met de *ventrale* rompmiddellijn samenhangt. Het maakt den indruk alsof beide huidvelden verder van de *dorsale* middellijn afgetrokken zijn dan van de *ventrale*.

Als uitdrukking van de sterke door de huid gevolgde extremitendraaiing, beschouwen wij nog andere feiten. Vooreerst de plaatsing der craniale randdermatomen, die op de ventro-mediale vlakke der extremititeit, veel grooter uitbreiding erlangen, dan op haar latero-dorsale vlakke; dan het gedrag van het veld van Lv, dat, vastgezet aan den eersten cranialen toon (alleenstaande mediale nagel), nagenoeg geheel op de mediale extremititeit-vlakke is gedraaid en slechts met een kleinen kop op de dorso-laterale vlakke reikt; voorts de wijze, waarop (het topveld Lvii en) de caudale randvelden zijn geplaatst, die in tegenstelling van de craniale veel grooter uitbreiding op de latero-dorsale pootvlakke bezitten; eindelijk den vorm van de topvelden, van welke Lvi een middenpositie inneemt, die spiraalvormig zijn gewonden om het onderbeen, zoodanig dat de lengteas van elk dezer huidvelden een latero-mediale richting inneemt.

Met dit alles rekening houdend, kan de rangschikking der huidvelden op den achterpoot als volgt worden geschematiseerd. Die van Lii en Siii vormen de meest basale schutbladen, die aan de ventrale rompmiddellijn aan elkander sluiten, maar aan de dorsale rompmiddellijn elkaar niet bereiken.

Het tweede paar schutbladen wordt door de velden van Liii en Si gevormd, die aan beide rompmiddellijnen samenhangen, maar aan de dorsale een grooter stuk van de kegelbasis bedekken dan aan de ventrale.

Nog sterker spreekt dit bij het derde paar schutbladen, de velden van Liv en Si, die aan beide middellijnen nog samenhangen, maar de dorso-laterale vlakke van de dij tot over het midden omvatten, terwijl deze omvatting op de ventro-mediale pootbasis, hoogstens tot het mediale 4^{de} der liesp. reikt.

Dit tekort der ventro-mediale pootbedekking door de randvelden

¹⁾ In onze vroegere meêdeelingen hebben wij beschreven, dat ongunstig (sterke bloeding, narcose, shok etc.) geïsoleerde huidvelden op regelmatige wijze vormveranderingen ondergaan, die echter niet blijvend zijn. Dit noemden wij „caricatuurvorming” en wij hebben dit nader bestudeerd.

wordt aangevuld door het veld van *Lv*, dat bijna geheel op de ventrale vlakke is geschoven.

De top (in casu de voet) wordt dan door de velden van *Lvi* en *Lvii* bedekt. Het huidveld van *Lvi* is in 't midden gelegen en wordt bij de voetbedekking, aan de mediale zijde door dat van *Lv*, aan de latero-plantaire zijde door dat van *Lvii*, gesteund.

Die verschillen in de bedekking der dorso-laterale en medio-ventrale kegelbasis, het mediaal overgrijpen van het veld van *Lv* en de spiraalvormige draaiing van de velden van *Lv*, *Lvi* en *Lvii* vinden hun uitdrukking in een gedraaiden knop. (zie schema).

Men kan in zulk een knop gemakkelijk aantoonen, hoe de wortelgebieden der huid hun segmentale opeenvolging hebben bewaard, wanneer men daarin een lijn trekt, die achtereenvolgens alle wortelvelden in hun opeenvolging doorsnijdt.

Deze lijn begint bij den oorsprong der liesplooi loopt in proximo-distale richting over de patella, tusschen tuberositas tibiae en epicondylus femoris medialis over den alleenstaanden nagel naar den medialen 2^{de} toon, kruist volgens de dorso-plantaire scheidingslijn der toonen den voet, en loopt in disto-proximale richting tusschen calcaneus en malleolus lateralis over kniekuil en tuber ischii naar 't sacrum. Volgt men die lijn in de beschreven richting, dan passeert men achtereenvolgens de punten der tongen, die de velden van *Lii*, *Liii*, *Liv* en *Lv* kenmerken, snijdt dwars door de topvelden *Lvi* en *Lvii* en keert terug over de tongen der huidvelden van *Si*, *Sii* en *Siii*. (Roode lijn in het schema).

De huidvelden, die aldus den poot bedekken zijn, ofschoon bij hun plaatsing en rangschikking aan vaste regels gebonden, binnen zekere grenzen aan sterke variatie in plaats, uitbreiding en vorm onderhevig.

De craniale randvelden *Lii* en *Liii* gedragen zich nog ten deele als rompdermatomen. Bij hun variaties verschuiven zij meer of minder ver in craniale of caudale richting en liggen tegenover een hooger en lager wervel. Voor zoover zij deelnemen aan de pootbedekking, gaat aan dit verschuiven een intrekken of een distaalwaarts voortschuiven van hun tongvormig uitsteeksel gepaard.

De caudale randvelden *Sii* en *Siii* varieren weer anders. Hun craniale grenslijnen liggen zeer dicht bijeen (tusschen sacrum en staartwortel) maar de caudaal open hoek, waaronder die grenslijnen de dorsale rompmiddellijn verlaten is bij *Sii* minder scherp ($\pm 45^\circ$) dan bij *Siii* ($\pm 30^\circ$). Bij hun variatie vindt er geen caudale of craniale verschuiving plaats, maar een verkleining of vergrooting

van den caudaal open oorsprongshoek, en daarmêe gaat dan gepaard een minder ver of meer ver distaalwaarts voortschuiven van hun tongvormig uitsteeksel. Zoo kan het huidveld van *Si* de tong op de bilvlakte voortschuiven tusschen anus en tuber ischii, tot aan en tot eenige centimeters voorbij den tuber ischii.

De randvelden *Liv* en *Si*, wier beteekenis voor de pootbedekking reeds veel grooter is, verschuiven nauwelijks meer, maar in craniale of caudale richting volgen zij de z. g. aslijnen van SHERRINGTON of differentiatie-grenzen van BOLK. Daartegenover staat, dat bij hun variatie, de wisselende lengte en het distaal vooruitschuiven van het uitsteeksel hoofdzaak wordt. De tong van het veld van *Liv* kan tot aan de tuberositas tibiae reiken, en kan in uiterste gevallen ook tot aan de mediale voetvlakte komen. Nog sterker spreekt dit bij het huidveld van *Si*, wiens tong soms tot aan de kniekuil komt en in uitersten langs de achtervlakte van het onderbeen, de laterale voetzijde en de laterale toonen kan bereiken.

Het huidveld van *Lv* gedraagt zich weer anders. Het zendt een tong langs de mediale onderbeensvlakte op den medialen voetrand, die in lengte wisselt, nu eens niet verder dan den alleenstaanden nagel (1^{ste} mediale toon), dan tot aan de mediale voetzool en den 2^{den} medialen toon. Tot zoover doet dit veld hetzelfde als dat van *Liv*.

Maar daarnevens slingert dit aan de mediale voetvlakte gefixeerde huidveld, dwars over de knie en het onderbeen. In mediale richting kan dit zoover gaan, dat de ventrale rompmiddellijn wêer bereikt wordt. In laterale richting wisselt het eveneens. De dorso-proximale kop van dit huidveld kan van af den epicondylus lateralis tot ver op de latero-dorsale dijvlakte komen, en de laterale grenslijn van het veld kan samenvallen met den voorrand van 't onderbeen, of deze overschrijden en zelfs op den malleolus lateralis komen. Hier maken wij dus kennis met twee variatie-richtingen. De randvelden schoven de tongen uit volgens de door ons beschreven richtingslijn, varieerende dus in de richting dier lijn, het veld van *Lv* varieert ook in de richting dier lijn, maar tevens loodrecht op die der randvelden. De variatie-richting loodrecht op de variatie-richting der randvelden is voor de eigenlijke topdermatomen kenmerkend, daar de richtingslijn aan den voet loodrecht ombuigt.

Het veld van *Lvi* ligt op de dij lateraal, op het onderbeen aan de voorvlakte, op den voet dorso-mediaal, en kan van daaruit de volaire voetvlakte en alle toonen omvatten. Dit huidveld ligt dus als een om het been gewonden spiraal en varieert zoodanig, dat

1°. het spiraalveld op den voet in toto nu eens meer mediaal dan weer meer lateraal verschoven is en 2°. dat er of mediaal of lateraal

of aan weerskanten een stuk aan wordt toegevoegd, wat zoover kan gaan, dat de geheele voet wordt omvat.

De dorso-proximale kop van dit veld staat plaatselijk relatief vast, al kan hij in breedte zeer wisselen. Sterker verschuift de ventro-proximale kop, die zelfs ontbreken kan. De variaties van dit veld bestaan dus in een verschuiving (vooral op den voet) in de richting langs de hier loodrecht omgebogen richtingslijn, d.w.z. loodrecht op de variatie-richting der randvelden.

Het veld van *Lvii* ligt op de dij achter, op het onderbeen achter en lateraal, op den voet vóór en lateraal, omgrijpt den rug der toonen, en meer of min van de toonzoolen en de groote zool. Dit huidveld ligt dus lateraal en evenwijdig aan dat van *Lvi*, als een spiraalvormige strook, om onderbeen en voet gewonden.

Ook hier wisselt het distale einde het meest. De laterale voetvlakte behoort wel altijd tot *Lvii*, maar toonen en volaire vlakte worden nu eens meer dan weer minder ver door dit veld bedekt. Ook dit huidveld varieert dus loodrecht op de variatie-richting der randdermatomen.

Merkwaardig is het gedrag der proximale einden der topvelden, die wij hun koppen noemden. In dit opzicht verschillen de topdermatomen onderling, want het veld van *Lv*, à cheval op de knie geplaatst, heeft een grooten ventro-proximalen kop en een kleinen dorso-proximalen, dat van *Lvi* een grooten dorso-proximalen en een kleinen ventro-proximalen, terwijl dat van *Lvii* den ventro-proximalen kop mist. De proximo-dorsale koppen van *Lv* en *Lvi* liggen open, die van *Lvii* nadert dichter tot de dorsale rompmiddellijn, terwijl van de drie de ventro-proximale kop van *Lv*, als hij de ventrale rompmiddellijn niet raakt, deze dichter nadert dan die van *Lvi*.

Men kan dus zeggen, dat de drie topdermatomen van een vrij scherp omschreven gebied op de laterale dijvlakte terzelfder hoogte ontspringen. Dan spreiden zij zich nevens elkander uit, als de vakken van een waaier, die spiraalsgewijze om onderpoot en voet slaan en bij variaties gezamenlijk daarover heen en weder slingeren.

Keeren wij nu terug tot de bespreking der aslijnen (SHERRINGTON)¹⁾ of differentiatiegrenzen (BOLK) op den achterpoot.

¹⁾ SHERRINGTON's extremiteten aslijn is gekenmerkt door den geringen graad der over elkander schuiving van de aan haar stootende velden. Zij herinnert aan de „crossed over lapse” op de rompmiddellijnen der gelijknamige huidvelden der twee lichaamschelften.

BOLK's differentiatiegrens is een grens tusschen dermatomen, die oorspronkelijk niet op elkander volgen, maar door de ontwikkeling der extremitet tegen elkander zijn komen te liggen.

Wij merkten op dat de oorsprong der drie topdermatomen op de laterale dijvlakte tot een vrij omschreven gebied was beperkt, ongeveer daar, tot waar wij de lijn doortrokken, waar dorsaal de caudale grenzen der craniale randvelden tegen de craniale grenzen der caudale randvelden aan waren gelegen.

Het is niet gerechtvaardigd de dorsale aslijn of differentiatiegrens hier verder door te trekken, want drie, op elkander volgende en elkander in sterke mate overgrijpende velden *Lv*, *Lvi* en *Lvii* gaan van deze plaats waaivormig uit.

De dorsale aslijn of differentiatiegrens gaat dus niet verder dan het midden der laterale dijvlakte.

Anders is het op de medio-ventrale beenvlakte. Hier hebben wij het stuk waar craniale (*Lii*, *Liii* en *Liv*) en caudale (*Siii*, *Sii* en *Si*) randvelden tegen elkander stooten als zeer kort leeren kennen. Hier echter kan men tusschen het randveld *Si* en de topvelden *Lv* en *Lvi* een lijn trekken, die aan de eischen van SHERRINGTON's aslijn of BOLK's differentiatiegrens voldoet.

Immers al onze isoleeringen van de huidvelden van *Lv* en *Lvi* leerden ons mediale grenslijnen kennen, die op de mediale dij- en onderbeensvlakte ongeveer dezelfde plaats innamen, als de mediale grenslijn van *Si* en *Lvii* daar bezitten. Voorts blijkt het dat bij de groote variaties, die aan de velden van *Liv* en *Lv* eigen zijn, de mediale randen dier velden langs die lijn op en neer schuiven. Langs haar bereikt het veld van *Lv* de ventrale middellijn, langs haar steekt het veld van *Liv* de distale tong op de mediale onderbeensvlakte. Hetzelfde kan gezegd worden van de excessief groote variaties van *Si*. De tong van dit huidveld moge tot de kniekuil of tot de toonen reiken, de mediale grens er van wordt altijd door deze lijn gevormd.

De ventrale aslijn of differentiatiegrens moet dus van het midden van den geslachtsknobbel op de mediale dij- en onderbeensvlakte tot den malleolus medialis worden doorgetrokken.

Daar de huidvelden varieren in de richting der door ons beschreven lijn, ziet men dus de variaties der randvelden min of meer in de richting der lengte-as der extremitet plaats vinden. De topvelden schommelen loodrecht daarop heen en weer, terwijl *Lv* in beide richtingen varieert.

Daarbij komt nu nog iets. Zoodra een huidveld in plaats en in uitbreiding verandert, verandert het ook in vorm en wel zoodanig, dat het er toe neigt den vorm aan te nemen, dien het veld, in welks plaats het treedt bezat. De velden van *Lv* en *Liv* illustreeren dit.

Dat van *Lv** varieert in twee richtingen. De tong gaat min of meer ver distaal langs den medialen voetrand (van den alleenstaanden nagel tot aan de zool van den tweeden medialen toon), de koppen verschuiven in dorso-ventrale richting en de ventro-proximale kan zelfs de ventrale rompmiddellijn bereiken. Maar ook dat van *Liv* vertoont iets soortgelijks. Reikt de tong, die gewoonlijk niet over de *tuberositas tibiae* komt, ver, dan kan zij langs het mediale onderbeen tot aan den solitairen nagel gaan. Dan kan soms het veld van *Liv* op het punt staan de dorsale middellijn te verlaten (caricatuurvorming) en dan heeft *Liv* geheel den vorm aangenomen van *Lv*, gelijk *Lv* als het de ventrale rompmiddellijn bereikt in vorm aan *Liv* herinnerde.

Hoe groot nu echter de variabiliteit der afzonderlijke huidvelden ook wezen moge — toch zijn zij gezamenlijk bij hun variaties aan regels gebonden. Er bestaat bij elk individu een constante correlatie tusschen de topographische eigenaardigheden van al de op de extremititeit liggende velden.

Die correlatie uit zich bijzonder in het wederzijdsch gedrag der craniale en caudale randdermatomen en men kan somwijlen aantoonen dat voor hun variatie een *reciproke correlatie* geldt. Wij verwijzen als voorbeeld hiervoor naar de isolatie van het huidveld van *Si*, dat bij hond 11 met zeer lange tong tot aan de toonen, en bij hond 33 met zeer korte tong, tot aan de kniekuil werd gevonden. In beide gevallen is de caudale rand van *Lii* bekend. In het eerste geval (ver craniaal verschoven, lange tong van *Si*) is de caudale rand van *Lii* eveneens craniaal verschoven, loopt boven de *crista ilei* en werpt een tong tot aan het midden der liesplooi. In het tweede geval (caudaal verschoven *Si* met korte tong) is de caudale rand van *Lii* distaal verschoven, loopt caudaal van de *crista ilei* en werpt een tong, die de *patella* tot op 2 cM. nadert. Hoe verder *Si* op de extremititeit vooruit drong, des te verder ging *Lii* achteruit. Deze ver uiteen liggende huidvelden vertoonen dus een reciproke correlatie, of wil men liever een verschuiving in gelijken zin, beide caudaal- of craniaalwaarts.

Het laat zich slechts langs een omweg demonstreeren, dat dit ook voor topdermatomen geldt, die naast elkander gelegen zijn. Toch wijst somwijlen de vergelijking van meerdere isolaties daarop. Zoo is bij hond 27 links het veld van *Lvi* en rechts dat van *Lvii* geïsoleerd, terwijl de verhouding der caudale grenzen van *Liii* links en *Liv* rechts op symmetrische verhoudingen der 2 lichaamshelften wijzen. Daar laat het huidveld van *Lvi* (links) een groot stuk van den dorso-lateralen voetrand onbedekt, is dus ietwat craniaal ver-

schoven en dat van *Lvu* (rechts) past daarin geheel en is dus in denzelfden zin verschoven.

Zonder dat wij meenen, daarmee alle variatie-mogelijkheden te omvatten, hebben wij dus eenige regels daarvoor leeren kennen.

1°. De variaties der afzonderlijke huidvelden vinden volgens bepaalde richtingen plaats. De randvelden varieeren ongeveer in de richting der lengte-as van het been (tongvorming). De topvelden varieeren in een richting loodrecht daarop. Alle varieeren echter in het verloop der richtingslijn.

2°. Elk bijzonder huidveld kan bij een individu in tallooze gradaties geheel of ten deele de plaats innemen, dat bij een ander individu door het aangrenzend huidveld wordt ingenomen. Doet het dit dan verandert het tevens van vorm en gelijkt des te meer op het aangrenzend huidveld, naarmate het vollediger in diens plaats treedt. Wij hebben niet waargenomen, dat een wortel de innervatie op zich nam van het geheele gebied, dat bij eenig individu door den derden cranial of caudaal volgenden wordt beheerscht.

3°. Hoe groot ook de afzonderlijke variabiliteit moge wezen, het komt herhaaldelijk voor, dat die variaties niet één huidveld afzonderlijk betreffen. Zij varieeren, naar 't schijnt, meest alle gezamenlijk, en wel zoodanig dat de geheele reeks langs de richtingslijn verschoven is in den zin, waarin er één is verschoven, terwijl dan de variatie-richting voor rand of topdermatomen kenmerkend, toch behouden blijft.

In 1856 heeft *TÜRCK*¹⁾ het bewijs geleverd, dat bij den hond de opeenvolgende achterwortels achterelkander gerangschikte huidvelden voorzien en dat hun serieele rangschikking op de extremiteiten kan worden wêergevonden. Met behulp van het onderzoekingsmateriaal van *TÜRCK* ontwierp *WEDL* in 1869 schemata van de innervatie-velden ook voor den achterpoot. Toch laat *TÜRCK* zich niet bijzonder uit over variabiliteit en wij zijn geneigd hierin de reden te zoeken, dat deze schemata gekomen zijn. Want had *TÜRCK* de variabiliteit kunnen waardeeren, zooals het ons, door de ervaringen der latere anatomen mogelijk was, dan zou ook aan *WEDL*²⁾ nog stelliger dan reeds het

1) L. *TÜRCK*, Vorläufige Ergebnisse von Experimental Untersuchungen zur Ermittlung der Hautsensibilitätsbezirke der einzelnen Rückenmarksnervenpaare. Sitzber. der Math. Nat. kl. der K. Ak. der Wiss. Wien 1856.

2) *WEDL*, weiland Prof. L. *TÜRCK*, Ueber die Hautsensibilitätsbezirke etc. Abhandlungen der Math. Nat. Cl. der K. Ak. der Wiss. zu Wien, 1869, schrijft in zijn voorrede tot *TÜRCK*'s nalatenschap: „Die Varianten der Sensibilitätsbezirke hat der Verfasser . . . auf die Schablone transponirt. Es ist hierbei allerdings der missliche Umstand eingetreten, dasz einzelne Figuren an Klarheit eingebüsst, und es selbst

geval is, de moeilijkheid gebleken zijn, om de wisselende dermatomen-gestalten in een schema te persen.

Sedert echter is door FÜRBRINGER en HERRINGHAM het beginsel uitgesproken, dat door den arbeid van LANGLEY, SHERRINGTON en BOLK uitvoerig is uitgewerkt, en geleid heeft tot de hedendaagsche opvatting der segmentale variaties als serieele variaties.

Men bedoelt hiermee, dat de samenstelling van den periferen zenuwplexus, der extremiteit en van de innervatie van spieren en huid der extremiteit afhangen van het verschillend segmentaal niveau, waarop de extremiteit zich ontwikkeld. Zij kan een segment craniaal of caudaal verplaatst zijn.

Is de extremiteiten-aanleg een segment meer craniaal geplaatst, dan betreft zij het innervatie-materiaal uit een meer craniaal gelegen ruggemerniveau (segment) en beantwoordt de perifere innervatie aan meer craniale vezelelementen. Craniaal komt er dan een segment bij, caudaal gaat er een segment af, maar de volgorde der innervatiegebieden voor huid en spieren blijft bewaard (cf. LANGLEY¹⁾, SHERRINGTON's²⁾ praefixe type). Mutatis mutandis geldt hetzelfde als de extremiteit zich een segment meer caudaal ontwikkelt (SHERRINGTON's postfixe type). BOLK³⁾ sprak onafhankelijk van SHERRINGTON diezelfde gedachte uit, toen hij de dermatomenreeks aan de extremiteit voorstelde als de schakels eener ketting, die om een vaste stang (de differentiatiegrens) kan worden heen en wêer getrokken.

Onze resultaten zijn nu voor een groot deel in overeenstemming met de door SHERRINGTON en BOLK opgestelde regels. Vele der door ons gevonden variaties passen volkomen in het kader der serieele dermatoomverschuiving.

De schijnbare tegenstelling in de richting der variatie tusschen randvelden en topvelden, ongeveer in of loodrecht op de lengte-as der extremiteit, komt neer op variatie in de richting der door ons

mir trotz Zuhilfenahme der einzelnen Experimente nicht immer möglich war zu entscheiden, ob so manche Variante zu dem Bezirke des einen oder anderen Nerven gehöre.

1) J. N. LANGLEY, On the course and connection of the secretory fibres supplying the sweat glands of the foot of the cat. *Journal of Physiology*. London 1891. Bd. XII. N^o. 4, p. 347.

2) C. S. SHERRINGTON, An experimental investigation of the nerve-roots, which enter into the formation of the sacro-lumbal plexus of *Macacus Rhesus*. *Abstr. of the Proceedings of the Royal Soc. of London* 1893, Vol. 53, p. 459, Vol. 54, p. 213.

3) L. BOLK, Een en ander uit de segmentaal-anatomie van het menschelijk lichaam. *Weekbl. van het N. T. v. Geneesk.* 1897, Deel I 24, p. 982, Deel II, p. 366.

beschreven lijn (zie p. 466) en past dan in het kader der serieele verschuiving.

Ook in BOLK's kettingbeeld ligt het opgesloten, dat de variatie-richting der randvelden loodrecht op die der topvelden zal moeten staan.

Niet zoo voor de hand lag, dat bij serieele verschuiving de vorm der huidvelden zoo geheel en al veranderen zou. Toch bleek dit het geval, maar het opvallend gedrag van *Si*, wiens tong van de kniekuil af tot aan den lateralen voetrand kon gaan of van *Liv*, wiens tong van tub. tibiae tot malleolus medialis kan gaan, past desniettemin geheel in het kader dier verschuiving.

Stelt men zich het meer distale deel van den extremiteten-aanleg als een zeer steilen kegel voor, dan zal een zeer kleine verplaatsing van dien steilen kegel, (wanneer men zich de ingroeïende zenuwen, als een reeks evenwijdige bundels voorstelt) oorzaak worden, dat de nitersten van de rij van zeer weinig, tot zeer ver distaal kunnen ingroeïen. Is de verplaatsing caudaal dan dringt *Si* op den caudalen kegelrand ver distaal door, is de verplaatsing craniaal dan doet *Si* dit niet ver, maar *Liv* aan den cranialen rand gelegen dringt ver door. En daar het grondstuk van den kegel breed en kort is, spreekt dit voor *Lii*, *Liii*, *Siii* en *Sii* minder sterk dan voor *Liv* en *Si*, die het lange en smalle bovenstuk van den kegelmantel voorzien.

Het wederzijdsch gedrag eindelijk der craniale en caudale randvelden, die een reciproke correlatie vertoonden (door ons voor *Liii* en *Si* en voor *Lvi* en *Lvii* beschreven) wijst eveneens op serieele variatie, bepaald door het verschillend segmentaal-niveau van den extremiteten-aanleg.

Meer dan alles wijst daarop wellicht de neiging die de huidvelden bezitten om als zij op elkanders plaats komen ook elkanders vorm aan te nemen.

Wij hebben dit van *Liv* en *Lv* beschreven. Het huidveld van *Liv* kan bijna volkomen of volkomen op dat van *Lv* gelijken en omgekeerd.

Maar wanneer *Liv*, op de plaats kwam en dan tevens den vorm aannam van *Lv*, dan werden in de segmentale verhoudingen van andere organen (wervelkolom en plexus) eveneens kenmerkende veranderingen gevonden.

Zendt *Liv* de lange tong mediaalwaarts (wij vonden dit drie malen) dan waren er altijd maar 12 ribbedragende borstwervels gevonden. De 13^{de} zonder rib imponeert dan als 1^{ste} lendenwervel en de zevende lendenwervel is geheel of gedeeltelijk in het sacrum opgegaan. Er was dus in de wervelkolom reden om een verkorting met een

wervel aan te nemen, wat overeenkomt met een craniale verplaatsing van den extremitetenaanleg¹⁾.

Dr. FRETZ, die van zulke gevallen den sacro-lumbalen plexus onderzocht kwam ook voor den plexus tot overeenkomstige resultaten. Hij zal daarover zelf berichten.

Het schijnt dus alsof de periferie bepaalt *welken vorm* het huidveld zal aannemen; alsof het voor den vorm er van volmaakt onverschillig is of een meer craniaal of caudaal ruggemerniveau het innervatie-materiaal heeft afgegeven. Dat gelijkheid in vorm van het huidveld tot stand komen kan, onverschillig of dit materiaal door *Liv* of *Lv* aan het geïmmerveerde gebied wordt toegevoerd, als maar de periferie in een daartoe geschikten stand staat — dit achten wij een zeer merkwaardige observatie.

Ofschoon nu zeer vele hier door ons aangehaalde voorbeelden met de sericele verschuiving in overeenstemming zijn, blijven er toch een aantal gevallen over, die zich daarin niet voegen. Wij zullen hier twee groepen aanduiden.

Het kan gebeuren, dat *Liv* zeer ver op de extremitet dringt, de plaats en den vorm van *Lv* inneemt, wat op een craniale verschuiving van den cranialen extremitetenrand wijst (iets wat ook door de wervelkolom bevestigd is) en toch bestaat er geen reciproke correlatie met de caudale randvelden en komt het huidveld van *Cocc. 1* vóór den anus. Dit wijst op een caudale verschuiving van den caudalen extremitetenrand wiens craniale rand craniaal verschoven was. Met andere woorden men zou in die gevallen niet aan een verschuiving, maar aan een verbredening van den extremiteten-aanleg kunnen denken. Dan is ons bij het onderzoek van de geopereerde ruggemergen gebleken, dat de dorsale wortels in dikte onderling zeer verschillen.

De verhouding in dikte tusschen *Lvii* en *Si* bijv. wisselt zeer. Wel is *Lvii* altijd dikker dan *Si*, soms echter zijn zij bijna even dik, dan weer is *Si* tegenover *Lvii* maar een dun draadje. Dikwijls loopen beide wortels samen, en zelfs hun intervertebrale ganglia kunnen voor een deel met elkander vergroeid zijn.

Een dergelijke, nooit zoo sterke wisselverhouding bestaat tusschen *Liv* en *Lv*. Ook *Liv* is dunner dan *Lv*. *Lvi* is de dikste der

¹⁾ Wij zijn geneigd om de schematisering van deze velden door WEDL en TÜRK toe te schrijven aan geen rekening houden met deze variaties. Daarvoor is alle reden. Als TÜRK bij een praefix type, met bijv 6 echte lendenwervels (de 7de in het sacrum opgegaan) den 5den lendenwortel opzocht, dan is het klaar, dat hij feitelijk den 4den doorsneed, maar desniettemin een huidveld vond, dat bij niet praefixe individuen aan *Lv* beantwoordde. TÜRK heeft de uitersten der variaties niet gewaardeerd, omdat in zulke gevallen de 13de thoracaalwervel dikwijls geen rib draagt. Er zijn dan schijnbaar 7 lendenwervels, de wortel die *Lvii* schijnt, is *Lvi* etc.

lumbaal-wortels. Nu vonden wij niet altijd de verhouding zoodanig dat aan een geïsoleerden dikken wortel een groot huidveld beantwoordde of omgekeerd. Wel vonden wij soms *Si* zeer dun, *Lvii* zeer dik en daarmêe gepaard *Liv* zeer dik tegenover *Lv*, wat (als aan een dikkeren wortel een grooter huidveld beantwoordt) op een reciproke correlatie en dus op serieele verschuiving wijst.

Maar wij zagen ook gansch andere verhoudingen tusschen de dikte der wortels, die wij hier nu niet nader bespreken.

Of er dus naast de variaties, die uit het oogpunt van serieele verschuiving kunnen worden beschouwd (en die dan in allerlei gradaties tot één segment toe worden waargenomen) nog andere kunnen voorkomen, die afhangen van verbreedten extremiteiten-aanleg of berusten op onderlinge vezeluitwisseling der wortelvezels, of die eindelijk steunen op de hier niet besproken mogelijkheid eener meer of minder scheeve uitgroeiing van den aanleg der extremiteit — daarvoor is ons thans beschikbaar materiaal onvoldoende. Daarop komen wij later terug.

Physiologie. — De Heer G. GRYS biedt eene mededeeling aan:

„Het doorlatingsvermogen van onder physiologische voorwaarden verkeerende roode bloedlichaampjes in het bijzonder voor alkali- en aardalkalimetalen.”

H. J. HAMBURGER deed in de zitting van de Kon. Akademie voor Wetenschappen van 25 Juni 1910 mede namens F. BUBANOVIĆ eene mededeeling over bovenstaand onderwerp, waarin hij tot de conclusie komt, „dat de roode bloedlichaampjes onder physiologische voorwaarden permeabel zijn voor kationen en anionen, of indien men zich niet wenscht te plaatsen op het standpunt der ionenleer, voor metalen en zuurradicalen”.

Deze conclusie, die zoo als H. op bladzijde 227 zelf opmerkt, „in tegenspraak is met de algemeen heerschende opvatting” mocht dus wel op degelijke gronden berusten. Nu deelt H. zooals meestal in de „zittingsverslagen” voor elk ion slechts één proef mede, zoodat alleen voor die proeven, waarin zoowel in het serum als in de bloedlichaampjes de kwantiteit van het beschouwde ion werd bepaald, de nauwkeurigheid der analyses kan worden gecontroleerd.

Doen wij dit voor Tabel I en voor Tabel IV dan komen we tot eigenaardige uitkomsten.

Tabel I. Permeabiliteit voor Kalium en Natrium.

Bij de eerste proef (b.) wordt 0,2% NaCl aan het serum toege-

voegd, en dit daarna weer met de bloedlichaampjes vereenigd. Het KCl-gehalte in het vereenigde mengsel moet dus het zelfde gebleven zijn.

Bij de tweede proef (c) wordt 10⁰/₀ water (volgens den tekst, in de tabel staat 0,2⁰/₀, wat blijkbaar foutief is) aan het serum toegevoegd. Het serum bedroeg 60⁰/₀ van het bloed, de toegevoegde hoeveelheid water was dus 6⁰/₀ van het bloed; er moest dus in 900,00, van het verdunde bloed 1,5858 : 1,06 of 1,496 Gr. KCl gevonden worden.

H. vond echter:

	in het serum	in de bloedl.	dus totaal
normaal	0,3479	1,2379	1,5858
met 0,2 ⁰ / ₀ NaCl.	0,4438	1,0761	1,5199
met 10 ⁰ / ₀ H ₂ O	0,4006	1,2132	1,6138

Nog vreemder zijn de resultaten met natriumchloride.

H. vond hier:

	in het serum	in de bloedl.	dus totaal
normaal	4,6323	0,4198	5,0524
met 0,2 ⁰ / ₀ NaCl.	4,4885	0,6905	5,1790
met 10 ⁰ / ₀ H ₂ O	4,5164	0,5623	5,0787

De hoeveelheid serum bedroeg 594,00; 0,2⁰/₀ hiervan is 1.188 Gr. Van deze 1,188 Gr. toegevoegd NaCl werd dus slechts

$$5,1790 - 5,0524 = 0,127 \text{ Gr.}$$

terug gevonden.

In de tweede proef (c) werd, zooals wij zagen, 6⁰/₀ water aan het bloed toegevoegd. De totale hoeveelheid keukenzout in 900 cc. van het mengsel zou dus 5,0524 : 1,06 of 4,766 Gr. moeten bedragen, dat is 0,292 Gr. minder dan gevonden werd.

Tabel IV. Permeabiliteit voor Chloor.

Hoeveelheid 1/10 n. AgNO₃ oplossing, als maat voor het gehalte aan chloor in:

	het serum	de bloedl.	dus totaal
normaal	110,06	33,34	143,40
met 0,2 ⁰ / ₀ NaCl.	110,34	34,16	144,50
met 10 ⁰ / ₀ H ₂ O	112,20	31,18	143,38

Bij proef b werd 0,2⁰/₀ NaCl aan het serum toegevoegd. De hoeveelheid serum bedroeg 189 cc., er werd dus 0,378 Gr. NaCl bij gedaan. Hiervan zou men 63 cc. 1/10 normaal keukenzoutoplossing hebben kunnen maken, overeenkomende met evenveel 1/10 normaal AgNO₃-oplossing. Voor de bloedlichaampjes en het serum samen zou dus ook 63 cc. oplossing meer noodig geweest zijn, H. vindt echter slechts 1,1 cc. meer.

Bij proef c werd tien procent water aan het serum toegevoegd, of 18,9 cc. Voor 300 cc. bloed waren 143,40 cc. AgNO_3 oplossing noodig. Voor 300 cc. van het verdunde bloed zijn dus $300 : 318,9$ maal 143,40 of 134,9 cc. noodig, dat is 8,5 minder dan H vond.

Wij zien dus, dat bij drie van de vier controleerbare proeven de fouten in de analyses veel grooter zijn, dan de verschillen, waarop de conclusies berusten.

Nu zullen de beide onderzoekers zeker meer dan één waarneming over elk ion hebben gedaan; maar men mag toch ook aannemen, dat een onderzoeker, die slechts één enkele proef uit een serie in zijne publicatie mededeelt, zeker er een zal nemen, die hij onder de best geslaagden rekent. Er bestaat dus geen reden om a priori aan te nemen, dat de niet vermelde proeven nauwkeuriger uitkomsten gaven.

Men zal daarom m. i. verstandig doen, zijn voorstelling omtrent de permeabiliteit der roode bloedlichaampjes niet op grond van de besproken onderzoekingen te wijzigen.

De Voorzitter richt een woord van afscheid tot het lid der Afdeeling, den Heer G. A. F. MOLENGRAAFF, nu hij op het punt staat een reis naar Ned. Oost-Indië te aanvaarden en tot den Correspondent der Afdeeling, den Heer P. VAN LEERSUM, die, na een kort verlofsverblijf in Nederland, weer zal terugkeeren naar Ned. Oost-Indië.

De vergadering wordt gesloten.

KONINKLIJKE AKADEMIE VAN WETENSCHAPPEN TE AMSTERDAM.

VERSLAG VAN DE GEWONE VERGADERING DER WIS- EN NATUURKUNDIGE AFDEELING van Zaterdag 29 October 1910.

Voorzitter (Waarn^d): de Heer D. J. KORTEWEG.

Secretaris: de Heer J. D. VAN DER WAALS.

INHOUD.

- Ingekomen stukken, p. 480.
In Memoriam WILLIAM BURCK, MELCHIOR TREUB en JOSEF FORSTER, p. 481.
Verslag van den Heer G. A. F. MOLENGRAAF over het XIe Internationaal Geologen-Congres te Stockholm p. 490.
Verslag van de Heeren HUGO DE VRIES en M. W. BELJERINCK inzake de bestrijding der plantenziekten door het Internationaal Landbouwinstituut te Rome, p. 491.
J. BOESEKEN en A. SCHWEIZER: „De snelheid der ringopening in verband met de samenstelling der onverzadigde ring-systemen”. (Aangeboden door de Heeren A. F. HOLLEMAN en S. HOOGWERFF), p. 495.
A. F. HOLLEMAN en J. M. SLOTHOUWER: „De drie isomere fluorbenzolozuren en eenige hunner derivaten”, p. 497.
A. P. N. FRANCHIMONT: „Over stikstof (of nitrilo)-tri-methylnitraminomethyleen”, p. 501.
A. W. NIEUWENHUIS: „Individualiteit en erfelijkheid bij eene lagere schimmel (Trichomycton albiscians)”. (Aangeboden door de Heeren M. W. BELJERINCK en F. A. F. C. WENT), p. 504. (Met twee platen).
A. W. NIEUWENHUIS: „Wijze om microorganismen uit één cel te kweken”. (Aangeboden door de Heeren M. W. BELJERINCK en F. A. F. C. WENT), p. 522. (Met twee platen).
Mej. J. G. VAN AMSTEL en G. VAN IJERSON JR.: „Over het temperatuur-optimum van physiologische processen”, II. (Aangeboden door de Heeren M. W. BELJERINCK en F. A. F. C. WENT), p. 534.
M. A. VAN BERESTEYN: „Over de toepassing der methode van DARWIN op eenige samengestelde getijden”. (Aangeboden door de Heeren J. P. VAN DER STOK en H. G. VAN DE SANDE BAKHUYZEN), p. 544.
J. D. VAN DER WAALS: „Schijnassociatie of molecuulophooping” II, p. 549.
JEAN TIMMERMANS: „Les phénomènes critiques de dissolution des mélanges de constituants normaux étudiés sous pression variable”. (Aangeboden door de Heeren J. D. VAN DER WAALS en P. ZEFMAN), p. 562.
H. KAMERLINGH ONNES en C. A. CROMMELIN: „Isothermen van éénatomige gassen en hunne binaire mengsels. VII. Isothermen van argon tusschen + 20 ° en - 150 °”, p. 582 (Met twee platen).
ED. VERSCHAFFELT: „De oorzaak der voedselkeus bij eenige plantenetende insecten”. Aangeboden door de Heeren J. W. MOLL en F. A. F. C. WENT), p. 594.
ED. VERSCHAFFELT: „Het mechanisme der wateropname door de zaden der Cucurbitaceën”. (Aangeboden door de Heeren J. W. MOLL en F. A. F. C. WENT), p. 600.
F. J. J. BUXTENDIJK: „Over het zuurstofverbruik van het zenuwstelsel”. (Aangeboden door de Heeren H. ZWAARDEMAKER en T. PLACE), p. 608.
Errata, p. 609.

Het Proces-Verbaal der vorige vergadering wordt gelezen en goedgekeurd.

Bij afwezigheid van den Voorzitter, den Heer H. A. LORENTZ, presideert de Onder-Voorzitter, de Heer D. J. KORTEWEG.

Ingekomen zijn:

1°. Bericht van de Heeren MAC GILLAVRY, LORENTZ, HOEK, SCHREINEMAKERS en KAMERLINGH ONNES dat zij verhinderd zijn de vergadering bij te wonen.

2°. Missive van Zijne Excellentie den Minister van Binnenlandsche Zaken d.d. 5 October 1910, met bericht dat, namens Zijne Exc., aan Prof. Mosso te Turijn kan gezonden worden eene verklaring, waarin de Nederlandsche Regeering goedkeurt de overdracht der wetenschappelijke laboratoria op den Col d'Olen aan het Italiaansche Gouverne-

ment, met handhaving der rechten, eenmaal door den Staat der Nederlanden in die laboratoria verkregen.

Aan den Heer Mosso werd deze verklaring gezonden.

3°. Missive van den zelfden Minister d.d. 10 October 1910 met toezending van eenige van den Consul-Generaal te Melbourne ontvangen courantenutknipsels betreffende „radium”. Zijne Exc. zal gaarne vernemen of door de Afdeeling prijs gesteld wordt op verdere toezending van bescheiden betreffende dit onderwerp.

Aan den Minister zal geantwoord worden dat de Afdeeling verdere toezending op prijs zal stellen.

4°. Missive van denzelfden Minister dd. 27 October 1910, waarbij Zijne Exc. toezendt een overdruk uit „de Ingenieur” van een verhandeling van den Heer D. H. S. BLAUTOT TEN CATE over de daling van den bodem van Nederland gedurende de laatste twee eeuwen. De Minister zal gaarne bij de terugzending vernemen of, naar de meening der Afdeeling, het aanbeveling verdient deze verhandeling, als vervolg op de nota's van de Commissie uit de Afdeeling inzake wijzigingen van de Noordzeekust, aan de Deutsche Regeering te doen toekomen.

Wordt gesteld in handen dier Commissie met verzoek daaromtrent van advies te willen dienen.

5°. Schrijven van H.H. Administrateurs van het P.W. Korthalsfonds d.d. 28 September 1910, waarbij zij een som van f 600.— uit dit fonds doen toekomen om deze som, volgens advies der Commissie, bestaande uit de botanische leden der Afdeeling, ditmaal voor den tweejaarlijkschen prijs uit dit Fonds te bestemmen tot een bijdrage aan de Nederlandsche botanische Vereeniging voor de uitgave van haar „Recueil des travaux botaniques néerlandais”.

Aan het Bestuur der Nederlandsche botanische Vereeniging werd dit bedrag overgemaakt.

6°. Een gedrukt rondschrjven van 25 Augustus 1910, waarin, door tusschenkomst van het Bestuur van het „Congrès du Millenaire Normand” de Maire van Rouaan de Akademie uitnoodigt zich te doen vertegenwoordigen bij dat Congres, dat van 6—10 Juni 1911 te Rouaan zal gehouden worden ter gelegenheid van de viering van het 10de eeuwfeest der stichting van het Hertogdom Normandië.

De Voorzitter verzoekt die leden der Afdeeling, die bereid mochten zijn de Akademie te vertegenwoordigen, zich aan het Bestuur op te geven.

7°. Bericht van het overlijden van de gewone leden der Akademie de Heeren W. BURCK te Leiden en M. TREUB te St Raphaël en van het corresponderend lid J. Förster te Straatsburg.

Deze kennisgevingen zijn met brieven van rouwbeklag beantwoord.

De Voorzitter neemt het woord en houdt de volgende rede:

Mijne Heeren!

Sedert onze laatste bijeenkomst hebben gevoelige verliezen onze Afdeling getroffen. Op 25 September ontviel ons Dr. WILLIAM BURCK, op 3 October overleed te Saint-Raphaël bij Cannes ons medelid Dr. MELCHIOR TREUB, op 12 October te Straatsburg ons Correspondeerend lid Dr. JOSEF FORSTER.

Geboren op 4 Februari 1848 te Monnikendam, studeerde

WILLIAM BURCK

aan de Leidsche Hoogeschool, alwaar hij in 1874 promoveerde. Na eenige jaren bij het Middelbaar Onderwijs werkzaam te zijn geweest, eerst te Leiden, na 1877 te Apeldoorn, werd hij aan Dr. Treub, die bij zijne benoeming in 1880 tot directeur van 's lands plantentuin te Buitenzorg daarop had aangedrongen, toegevoegd als adjunct-directeur. In 1881 als zoodanig opgetreden, werd hij vooral belast met de zorg voor het Herbarium en in het algemeen van de plantensystematiek. Dit heeft de richting van een deel zijner studiën bepaald. Had hij zich reeds in zijne dissertatie met de ontwikkelingsgeschiedenis en den aard van het indusium der varens bezig gehouden en kort daarna met onderzoekingen over het prothallium van *Aneimia*: gedurende de geheele Indische periode hebben de varens zijne aandacht gaande gehouden. Zoo werd door hem over de varenflora van Borneo geschreven. Daarnevens schreef hij studies over andere bepaalde plantenfamilies of geslachten. Daaronder zijn de *Dipterocarpaceae*, de *Sapotaceae*, *Erythroxylon* en *Mucuna* te noemen; terwijl op het oogenblik zijne bewerking voor „Nova Guinea” der *Anonaceae* en *Sapotaceae* zich in portefeuille bevindt.

Nadere vermelding verdient daarbij dat zijne eerste studie over de *Sapotaceae* het gevolg was van een onderzoek naar

de botanische herkomst der Guttapercha; voor welk onderzoek door hem eene reis naar de Padangsche bovenlanden ondernomen werd. Gevolg van deze reis was het tot stand komen der Guttapercha aanplantingen te Tjipetir. Terwijl dit resultaat aanvankelijk door velen weinig werd op prijs gesteld, waar het nut niet evenredig aan de kosten werd geacht, en zelfs tot felle aanvallen aanleiding gaf, hebben deze bemoeiingen de Guttapercha in Nederlandsch-Indië van volkomen uitroeijing gered en den grondslag gelegd voor de tegenwoordige Gouvernements-Guttapercha-aanplantingen.

Dat overigens BURCK reeds gedurende zijne indische periode naast zijne ambtsbezigheden en zijn arbeid over plantensystematiek gelegenheid wist te vinden voor studiën op een gebied dat hem in het bijzonder aantrok — dat der oekologie kan o.a. blijken uit de opstellen, na zijne benoeming in 1885 tot correspondent der Akademie, achtereenvolgens in 1888, 1900 en 1901 ons toegezonden en in de Verslagen geplaatst.

Op het gebied der phytopathologie lagen BURCK's onderzoekingen over de koffiebladziekte, welke zeker mede aanleiding zijn geweest tot zijne benoeming in 1893 tot wetenschappelijk adviseur voor de Gouvernements-koffiekultuur.

De taak die hem daarbij wachtte was echter eene ondankbare. Geen laboratorium stond hem ten dienste om de vele vragen die zich voordeden wetenschappelijk te kunnen onderzoeken, talrijke inspectiereizen namen zijn tijd in beslag en toch kon alle inspanning den onafwendbaren ondergang dezer kultuur niet verhinderen.

Na zijn eervol ontslag in 1902 leefde BURCK als ambteloos burger te Leiden. Hij heeft toen de botanische wetenschap in Nederland zeer aan zich verplicht door zijn werkzaamheid in de „Botanische Vereeniging, vooral door de uitgave van de „Travaux Botaniques Néerlandais”, van welks redactie hij van den aanvang af secretaris was. Dat dit tijdschrift een belangrijke factor voor de ontwikkeling der botanie in Nederland is geworden, moet voor een niet gering deel aan hem worden toegeschreven.

Toen kon hij zich ook weder wijden aan zijne lievelingsstudie, de oekologie, d.i. de verhouding der plant tot haar

omgeving, meer in het bijzonder de studie van de bestuiving der bloem. Reeds kort na zijne komst te Buitenzorg vallen zijn eerste publicaties op dit gebied over de bloemstructuur der Rubiaceae; daarna komen zijne onderzoekingen over mierenplanten in verband met extranuptiale nectariën en over kleistogamie. De vraag naar de wijze van ontstaan der kleistogame bloemen bracht hem in aanraking met de mutatietheorie, die door hem op dit gebied werd toegepast. Dit voerde weder tot eene studie der tussenrassen in de vrije natuur, terwijl hij in den laatsten tijd weder terug kwam op de studie der nectariën en der honingafscheiding in de bloem; waarbij hij zich keerde tegen de heerschende opvatting dat de nectar als aanlokkingsmiddel van insecten zou te beschouwen zijn. Trouwens reeds vroeger had hij zich als een onafhankelijk denker doen kennen, toen hij zich, reeds twintig jaar geleden, tegen de voorstellingen van KNIGHT en DARWIN omtrent de noodzakelijkheid van kruisbevruchting richtte; een aanval die later in 1907 met een grooter en omvangrijker feitenmateriaal werd herhaald.

In April van dat jaar 1907 tot lid onzer Afdeeling gekozen, mochten wij de verwachting koesteren nog menige wetenschappelijke bijdrage van hem te zullen ontvangen. Dit heeft niet zoo mogen zijn. Midden uit zijn werk is hij weggerukt.

Op 26 December 1851 te Voorschoten geboren, ontving

MELCHIOR TREUB

zijne wetenschappelijke opleiding te Leiden, alwaar hij op 22 November 1873 promoveerde op eene dissertatie over de ontwikkelingsgeschiedenis der Lichenen, voor welk onderzoek hij het vorig jaar te Leiden was bekroond. Van 1874 tot 1880 assistent van den Hoogleeraar Suringar verwierf hij zich reeds spoedig een goeden naam als natuuronderzoeker, zooals ook blijkt uit zijne vroegtijdige benoeming, reeds in 1879, tot lid onzer Akademie.

Hij hield zich toenmaals voornamelijk bezig met de studie der celkernen welke studie juist op den voorgrond begon te treden. Hij onderzocht zoowel de meer zeldzame gevallen der meerkernige cellen als de gewone celdeelingen in weefselcellen en beschreef met name de bewegingen der kernen bij welke de spoel te klein is om tegelijkertijd den geheelen diameter der kernen te omspannen. Ook de rol der kernen bij de bevruchting sloot hij in het gebied zijner studiën in.

Toen nu, tengevolge van het overlijden, in Maart 1880, van Dr. R. H. C. C. SCHEFFER, het directeurschap van 's Lands Plantentuin te Buitenzorg openviel en de Regeering de Hoogleeraren in de Botanie aan de Rijksuniversiteiten in commissie stelde, ten einde haar in de keuze van een opvolger van raad te dienen, was het niet te verwonderen dat de aandacht viel op Dr. TREUB.

Deze keuze is gebleken eene uiterst gelukkige te zijn geweest, en voor de verdere ontwikkeling van den Plantentuin, en voor den benoemde.

Zij bracht een man met buitengewone en veelzijdige gaven op eene plaats waar deze tot hunne volledige ontplooiing konden geraken.

Wat TREUB toch voor den Plantentuin is geweest laat zich slechts onvolledig in korte woorden beschrijven. Voortbouwende op de deugdelijke grondslagen door TEYSMA en SCHEFFER gelegd, heeft TREUB den werkring van den plantentuin in allerlei richtingen uitgebreid en hem verheven tot het voornaamste middenpunt van het botanisch onderzoek der tropen.

Twee zaken hebben hiertoe, naast TREUB's groote werkkraft, in het bijzonder bijgedragen: de uitgave der „Annales du Jardin Botanique de Buitenzorg” en de stichting van het „Laboratorium voor vreemdelingen”.

Geopend op 10 Januari 1885, bestemd om gastvrijheid en hulp te verleenen aan degenen, die Java en den Plantentuin met een wetenschappelijk doel zouden wenschen te bezoeken, heeft dit laboratorium een gelijkmatig en zeer talrijk bezoek van plantkundigen genoten; zoowel van geleerden van naam als van jongere vakgenooten. Onder de buitenlandsche geleerden vindt men namen als WIESNER, HABERLANDT, STAHL en KARSTEN. Bijna allen hebben zij de uitkomsten van speciale onderzoekingen, te Buitenzorg gedaan, gepubliceerd en daardoor in ruimen kring tot den roem der Instelling bijgedragen.

En ten einde een regelmatig bezoek ook van Nederlandsche vakgenooten mogelijk te maken, wist TREUB, bij zijn eerste overkomst met verlof in het vaderland, in 1887, het U welbekende Buitenzorg-fonds bijéén te brengen. Gevormd door bijdragen van particulieren en gesteund door een Regeerings-subsidie, maakt dit fonds elke twee jaar de uitzending mogelijk van een Nederlandsch plantkundige, aan te wijzen door den Minister van Binnenlandsche Zaken op voordracht onzer Afdeling, na ingewonnen advies der hoogleeraren in de plantkunde der Rijksuniversiteiten. Reeds door een tiental Nederlandsche plantkundigen is van deze gelegenheid gebruik gemaakt.

De uitkomsten der onderzoekingen in het Laboratorium en in de omstreken van Buitenzorg gedaan, zijn ten deele nedergelegd in aantrekkelijke reisbeschrijvingen, ten deele in verspreide geschriften; maar hoofdzakelijk in het zoeven genoemde tijdschrift.

Deze „Annales”, in 1876 door SCHEFFER opgericht, hebben onder TREUB's redactie uitgemunt door de veelzijdigheid der

onderwerpen, door degelijke bewerking en vooral door eene zeer rijke illustratie met schitterend uitgevoerde platen. Zij geven een denkbeeld van de weelderigheid van den Indischen plantengroei onder zijne meest verschillende vormen.

Toch werd, bij al de wetenschappelijke glorie die van den plantentuin uitstraalde, allermintst zijn praktische beteekenis voor de economische ontwikkeling van Nederlandsch-Indië vergeten. Voortdurend werd aanraking gezocht en verkregen met de Indische tabak- koffie- thee- en suikerplanters. De hulde op 30 Juli van dit jaar te Scheveningen door het syndicaat der suikerplanters aan TREUB gebracht, is daarvan een wel-sprekend getuigenis.

Ondertussehen maakte de toename der regeeringsbemoeiingen met den Indischen Landbouw, voor een niet gering deel aan TREUB's invloed te danken, de instelling wenschelijk van een Departement van Landbouw. Op 1 Januari 1905 trad hij op als Directeur van dit nieuw opgerichte Departement, waarbij het bestuur van den plantentuin, als onderdeel daarvan, in zijne handen bleef.

Tot in het najaar van 1909, toen zijn gezondheidstoestand hem tot het vragen van ontslag noopte, bleef hij al zijne krachten geven aan dezen nog zooveel ruimeren werkkring. Op 4 October 1909 nam hij afscheid van de ambtenaren van zijn departement, om daarna de terugreis naar Nederland aan te vangen.

Hier aangekomen, bleek zijne gezondheid spoedig zeer geschokt en een langdurig verblijf in ons klimaat niet wenschelijk. Hij vertrok naar Zuid-Frankrijk met het voornemen zijne verdere levensdagen aan wetenschappelijken arbeid te wijden, wat hem, zooals wij thans weten, niet is vergund geweest.

TREUB's wetenschappelijk werk was van veelzijdigen aard. Wij willen slechts op twee hoofdzaken de aandacht vestigen.

Toen TREUB te Buitenzorg benoemd werd, was het onderzoek omtrent de verwantschap der Cryptogamen en Phanerogamen eene studie waaraan hij zelf reeds een belangrijk aandeel genomen had — o.a. gestuit op de omstandigheid dat de voorkiemen der Lycopodiums of Wolfsklauwen zich aan het oog van den verzamelaar onttrokken. Terstond na zijne aan-

komst in de tropen vestigde TREUB daarom zijne aandacht op deze vraag; het gelukte hem de voorkiemen eener indische soort te ontdekken en zijne uitvoerige beschrijving is gedurende langen tijd de basis van onze kennis op dit gebied geweest.

De tweede zaak, die wij willen noemen, betreft de rol van het blauwzuur in planten door TREUB in later jaren nagespoord en in een aantal artikelen bleotgelegd. De grondslag en de methode voor het scheikundig onderzoek had GRESHOFF gegeven; TREUB paste ze toe op de anatomische en microscopische behandeling. Hij toonde aan onder welke omstandigheden deze stof in geen geringe hoeveelheden in nagenoeg alle groene planten ontstaat en leidde daaruit af dat zij een eerste stap is in de lange reeks van scheikundige overgangen, die de organisch opgenomen gebonden stikstof tot de eiwitverbindingen en dus tot het eigenlijke substraat van het leven — het protoplasma overvoert.

Zoo vaak de gelegenheid zich aanbod was TREUB een trouw bezoeker onzer vergaderingen. In 1880, kort voor zijn vertrek naar Indië, sprak hij over zijne onderzoekingen over de kernen der plantencellen en velen onzer oudere leden zullen zich nog herinneren zijne belangwekkende voordrachten in Mei 1887 over 's Lands plantentuin te Buitenzorg en in Januari 1888 over zijn bezoek aan Krakatau tot onderzoek der zich daar, na de katastrofie, vormende nieuwe flora.

In April 1886 werd tot lid onzer Afdeling gekozen

Dr. JOSEF FORSTER.

Duitscher van geboorte, had Dr. FORSTER zich in Nederland gevestigd ten gevolge van zijne benoeming, in 1878, tot hoogleeraar in de gezondheidsleer aan de Amsterdamsche Hoogeschool. Reeds vóór die benoeming mochten van den toenmaals vier-en-dertigjarigen hoogleeraar in de physiologie aan de Münchener Veeartsenijschool groote verwachtingen worden gekoesterd.

Gevormd onder den invloed van vox LIEBIG, vox VORR en vox PETTENKOFER had reeds zijn eerste arbeid in 1873 „Versuche über die Bedeutung der Aschenbestandtheile in der Nahrung” zijn naam gevestigd. Deze arbeid had ten doel de beteekenis der anorganische bestanddeelen in het voedsel, waaraan tot dien tijd slechts ter loops de aandacht was gewijd, door proeven bij dieren met nauwkeurigheid te doen kennen. Dit onderzoek wierp een verrassend licht op de rol der bestanddeelen. Het droeg reeds dadelijk, wegens de groote nauwgezetheid waarmede het was verricht, en wegens zijne beteekenis voor de leer der voeding, een klassiek karakter en bleef het uitgangspunt voor alle latere onderzoekingen van gelijke strekking.

Aan de door dezen eersten arbeid gewekte verwachtingen heeft FORSTER ten volle voldaan. Op het gebied der voedingsleer heeft hij zich door tal van onderzoekingen als een der voornaamste wetenschappelijke voorgangers gehandhaafd en ook op ander, op bacteriologisch gebied, zijn door hem, en door zijne leerlingen onder zijne leiding, belangrijke uitkomsten verkregen.

Waar, zonder twijfel, deze verdiensten elders uitvoerig zullen worden toegelicht, meen ik mij, in dit korte woord van herdenking, te mogen bepalen tot hetgeen op Nederland en meer in het bijzonder op onze Akademie betrekking heeft.

Te wijzen valt dan vooreerst op het groote aantal onderzoekingen onder zijne leiding door door hem gevormde beoefenaars der hygienische wetenschap verricht te Amsterdam en

dat niettegenstaande aanvankelijk slechts zeer onvoldoende hulpmiddelen hem ten dienste stonden en ook het later ingerichte hygienisch laboratorium spoedig niet geheel voldoende bleek bij de groote vlucht door de bacteriologische wetenschap genomen; voorts op het belangrijk aandeel dat FORSTER gehad heeft aan de oprichting in 1891 van den Amsterdamschen gezondheidsdienst en aan rapporten en onderzoekingen over het Amsterdamsche duinwater.

Van onze vergaderingen was FORSTER een getrouw bezoeker; gaarne en veelvuldig deelde hij er de door hem en door zijne leerlingen verkregen uitkomsten en inzichten mede. Zijne voordrachten over het pasteuriseeren van vloeistoffen (26 Juni 1886); den invloed van alcohol op de stofwisseling bij den hongerslijdenden mensch (18 Dec. 1886); over de bacteriën die het lichten van visch veroorzaken (25 Juni 1887); over het voorkomen van bacteriën in het darmkanaal (30 Maart 1889); over den invloed van keukenzout op pathogene bacteriën (25 Mei 1889); over dien van het rooken van vleesch op de virulentie der tuberkelbacillen (25 April 1890); over dien van hooge temperaturen op deze bacillen en over de ontwikkeling van bacteriën bij lage temperaturen (25 Juni 1892); over het dooden van cholera-bacillen in badwater (24 Juni 1893) geven een denkbeeld van de veelzijdigheid der onderwerpen die hem toenmaals bezighielden.

FORSTER voelde zich hier in Nederland te huis; met de Nederlandsche taal- en letterkunde had hij zich zoodanig vertrouwd gemaakt, dat hij in 1882 in de Augsburgser allgemeine Zeitung den handschoen voor haar kon opnemen naar aanleiding van een door AD. MEISSNER geschreven artikel. Zijn arbeid en zijn persoon werden hier te lande op hoogen prijs gesteld; veel vriendschap en achting waren er zijn deel. Na het afslaan eener benoeming naar Marburg kon wellicht verwacht worden dat hij in ons midden zou blijven vertoeven; voor die naar Straatsburg, in 1896, met den ruinen werkkring en de schitterende hulpmiddelen welke zij hem beloofde, en ook gegeven heeft, moest hij echter bezwijken.

Wij zagen hem ongaarne gaan. Zijne nagedachtenis zal hier te lande niet minder dan in Duitschland in eere blijven.

Op verzoek van de Commissie, bestaande uit de Heeren J. D. VAN DER WAALS, S. HOOGWERFF, H. HAGA, P. ZEEMAN en F. A. H. SCHREINEMAKERS, benoemd om den Minister van Binnenlandsche Zaken te dienen van bericht en raad omtrent een bij Zijne Exc. ingekomen request van den Heer Prof ERNST COHEN te Utrecht, waarin deze, in zijne hoedanigheid van lid van het „Comité international des Tables physico-chimiques” uit 's Rijks Schatkist een jaarlijkse subsidie van f 800.— gedurende de jaren 1910, 1911 en 1912 verzoekt tot steun van het samenstellen en uitgeven dier tabellen, wordt het uitbrengen van dit advies uitgesteld tot de volgende vergadering.

Aardkunde. — De Secretaris deelt mede dat van den Heer G. A. F. MOLENGRAAFF was ingekomen het navolgende verslag.

Ik heb de eer U mede te deelen dat ik de Koninklijke Akademie van Wetenschappen op het XIe Internationale Geologen-Congres te Stockholm heb vertegenwoordigd.

Ik heb de eer U omtrent dat Congres als volgt te berichten:

Op 18 Augustus 1910 werd het Congres door Z. M. den Koning van Zweden geopend. De eerste zitting werd geleid door den Eerevoorzitter van het Congres, Z. K. H. den Kroonprins van Zweden, waarna de gedelegeerden en de leden van het Congres ten Paleize door Z. M. den Koning werden ontvangen.

In de verschillende zittingen, die dagelijks van 18 tot 25 Augustus werden gehouden in het gebouw van den „Riksdag”, hetwelk voor dat doel ter beschikking van het Congres was gesteld, werden verscheidene onderwerpen van groot belang aan de orde gesteld, ingeleid en besproken als bijv. het vraagstuk der klimaatwijzigingen in het jongste geologische verleden op aarde, dat der bergvorming, het vraagstuk der erodeerende werking der gletschers, het vraagstuk van het ontstaan der zoogenaamde kristallijne schisten, dat der oorzaken der aardbevingen, het vraagstuk van het optreden der oudste fauna's en flora's op aarde e. a.

Een geheele zitting werd gewijd aan de bespreking van de hoeveelheid der op aarde beschikbare ijzerertsen en eene andere aan de vorderingen van het geologisch onderzoek der poolstreken, terwijl een zeer fraaie en volledige tentoonstelling was samengesteld van voorwerpen, kaarten, schetsen, fotografien, enz. betrekking hebbende op de geologie der poolstreken.

Zoowel tijdens, als ook voor en na het congres werden leerrijke

en welvoorbereide excursies gehouden, waarvan het terrein zich over het geheele land en zelfs tot Spitsbergen uitstreckte.

De opkomst was zeer groot. Meer dan 600 geologen uit alle deelen der wereld waren aanwezig, terwijl niet minder dan 28 staten en een zeer groot aantal universiteiten, wetenschappelijke lichamen en genootschappen zich door gedelegeerden hadden doen vertegenwoordigen.

De ontvangst was, zoowel van de zijde der Zweedsche Regeering als van die der vakgenooten en particulieren in Zweden, zeer gastvrij en hartelijk. De voorbereiding van het Congres was voortreffelijk.

Als plaats voor het volgende congres in het jaar 1913 werd Toronto in Canada gekozen.

Ik heb de eer te zijn

Uw dw. dr.

G. A. F. MOLENGRAAFF,
lid der Akademie.

Plantkunde. — *Rapport van de Commissie inzake de bestrijding der plantenziekten door het Internationale Instituut van Landbouw te Rome.*

In de vergadering der Akademie van 25 Juni 1910 heeft de Voorzitter een Commissie aangewezen, die zal hebben na te gaan in hoeverre het wenschelijk is, dat de Akademie zich wende tot de Regeering om eene internationale bestrijding van de ziekten der planten te bevorderen, en of de Regeering zal uitgenoodigd worden om, met het oog op deze bestrijding tot uitbreiding van de bevoegdheden van het Internationale Instituut van Landbouw te Rome mede te werken.

Dit is geschied naar aanleiding van het door den heer H. G. VAN DE SANDE BAKHUYZEN uitgebrachte verslag der 4^{de} bijeenkomst van de Internationale Associatie der Akademiën in 1910 te Rome gehouden, waarop het volgende voorstel is aangenomen:

„L'Association Internationale des Académies, pensant qu'une coopération internationale ultérieure est nécessaire pour l'étude des maladies des plantes, est d'avis que la question de décider ce qui peut être fait pour combattre ces maladies peut être confiée entièrement à l'Institut International d'Agriculture.

Dans le cas où les termes de la convention de 1905, par laquelle il a été créé, empêcherait cet Institut d'étendre son activité aussi loin qu'il le désire dans l'intérêt de la science et de l'agriculture, l'Association des Académies recommande à ces Académies de faire connaître à leurs gouvernements le grand intérêt qu'il y a à conférer

à l'Institut International d'Agriculture les pouvoirs nécessaires."

Naar aanleiding daarvan hebben de ondergeteekenden de eer het volgende te berichten.

In het door de vertegenwoordigde Akademiën aangenomen voorstel wordt er op gewezen, dat de plantenziekten zoowel belangrijk zijn voor de wetenschap als voor den landbouw. Daar sommige dezer ziekten, bijv. de roest der graanen, miljoenen doen verloren gaan en vruchteloos arbeid veroorzaken, waarvan de waarde moeilijk te schatten is, behoeft het laatste geen betoog.

Het moet derhalve als hoogst belangrijk worden beschouwd, dat thans reeds een aantal eenvoudige maar doeltreffende middelen ontdekt zijn om fungi, die op hogere planten parasiteeren te bestrijden, en op groote schaal schadelijke insekten uit te roeien, — middelen, aan vele waarvan tot voor betrekkelijk weinige jaren nog niemand dacht.

Wij herinneren aan het door DUCHARTRE in 1850 ingevoerde gebruik van zwavelbloem ter bestrijding van de door *Oidium* veroorzaakte druivenziekte: aan het in 1886 door PRILLIEUX, MILLARDET en GAYON in praktischen vorm gebrachte gebruik van koperzouten tegen *Peronospora*: aan de toepassing van warm water ter dooding van brandsporen op het graan door JULIUS KÜHN; aan die van nicotinepreparaten voor het vernietigen van bladluizen, en van vele andere dergelijke middelen. In ons land is de studie daarvan en de bekendmaking waar die noodig is, toevertrouwd aan den Phytopathologischen dienst te Wageningen, die onder de leiding staat van den Heer RITZEMA Bos. Het „Tijdschrift over Plantenziekten” van dezen geleerde, alsmede het „Zeitschrift für Pflanzenkrankheiten”, het „Jahresbericht für Pflanzenschutz” van SORAUER en REH en het „Jahresbericht über das Gebiet der Pflanzenkrankheiten” van HOLLRUNG geven uitvoerige beschrijvingen en overzichten van al wat in deze richting wordt gedaan en gevonden.

De zuiver praktische kant van het vraagstuk kan voor de Akademie dus reeds voldoende aanleiding zijn om in zekere gevallen de aandacht der Regeering op de bestrijding der plantenziekten te vestigen; zeker is dit het geval in het verband boven aangeduid, want geen andere instelling zal meer in de gelegenheid wezen het gestelde doel te bevorderen, dan juist het in zoo hoog aanzien staande Internationale Instituut van Landbouw.

Uit het theoretische oogpunt zijn aan de plantenziekten een reeks van vragen van diepingrijpende physiologische beteekenis verbonden, zoowel wat de hogere als de lagere planten betreft. Uit het zeer omvangrijke gebied hier bedoeld moge op een paar voorbeelden gewezen worden.

Vele tegenwoordig bij de kultuurplanten heerschende ziekten waren vroeger onbekend. ERIKSSON noemt in de nota, welke hij in 1909 aan de Internationale Associatie heeft aangeboden, niet minder dan een acht-tal nieuwe ziekten, welke de aardappels aantasten; vijf van den beetwortel; vijf van de verschillende granen; twee van de vruchtboomen; een van de meloenen en komkommers, alle uitsluitend in de laatste tien jaren waargenomen.

Van sommige daarvan is de oorzaak nog geheel raadselachtig.

Van waar en waarom juist nu zijn deze ziekten gekomen?

Laat zich iets voorspellen van den omvang welke zij kunnen bereiken?

Meer of minder bekende parasitische Fungi hebben zich in den laatsten tijd op merkwaardige wijze uitgebreid, zoo de amerikaansche kruisbessen meeldauw en de roest der Malvaceen zoowel over de wilde als de gekweekte soorten dezer familie. Wellicht het meest opvallende voorbeeld is de nu juist drie jaar geleden plotseling algemeen geworden *Oidium quercinum* of meeldauw van onze eiken, die het St. Janslot dezer boomen in de Geldersche bosschen zoo hevig aantast, en tegelijkertijd zich op bedenkelijke wijze in Frankrijk en Duitschland heeft verspreid. Hier schijnt aangenomen te moeten worden, dat de virulentie der parasieten is toegenomen. Maar waarom? En waarin bestaat deze virulentie eigenlijk?

In het bijzonder de niet direct door parasieten maar door zelfstandig bestaande viri veroorzaakte plantenziekten, schijnen voorbestemd geheel nieuwe physiologische gezichtspunten op botanisch gebied te openen. Eerst in de allerlaatste jaren begint daarop eenig licht te vallen vooral door de onderzoekingen van een duitsch geleerde, BAUER, die bijv. ten aanzien van de mosaïekziekte der tabak aantoonde, dat het virus daarvan alleen in het licht ontstaat, en van wiens studien over het contagium der contagiouse albicatie, dat alleen door enting kan worden overgebracht, de verdere uitkomsten met aandacht worden tegemoet gezien.

Ook het belangrijke vraagstuk naar de ware natuur van den wondprikkel, door de studie van de gomziekte der Amygdaleen weder op den voorgrond gekomen, verdient bijzondere aandacht.

Normale processen, welke den cambialen dikte-groei van het hout beheerschen, en waarbij de nog onvoldoend bekende stoffen, die in den verhouten celwand voorkomen worden afgescheiden, worden bij deze ziekte tot een ongewoon verhoogde werking gebracht onder den invloed van verwondingen, die tot het afsterven van cellen aanleiding geven. De afstervende cellen brengen stoffen voort, die wellicht met de bovengenoemde viri vergeleken kunnen worden, en die het nabijge

plaatste cambium tot op centimeters afstand kunnen aantasten. De geleidelijke overgang tusschen het normale en het abnormale bij dit en dergelijke processen, welke overgang vooral bij den harsvloed der naaldboomen, die met de gomziekte zoo groote overeenkomst vertoont, op merkwaardige wijze aan het licht komt, verhoogt de beteekenis dezer waarnemingen. In den tegenwoordigen tijd, waarvan men zeggen kan dat de „leer van de sappen” door de studie der inwendige afscheidingen in de medische wetenschappen weder op den voorgrond komt, behoort ook het onderzoek der plantenviri meer dan ooit ernstig ter hand genomen te worden.

Zelfs uit een zuiver systematisch oogpunt kan de studie der plantenziekten ook thans nog verrassende uitkomsten geven, die weder tot verdere vragen voeren; zoo de opmerkelijke vondst van het met de *Trypanosoma* der slaapziekte naverwante geslacht *Leptomonas* in het melksap van sommige kruidachtige *Euphorbia*-soorten van Mauritius, door den officier van gezondheid LAFONT, welke monade door Tingiden van plant tot plant wordt overgebracht.

In het kort er is reden te over voor de Akademie om zich met het aangeroerde vraagstuk bezig te houden. De beantwoording in bijzonderheden van de verdere vraag wat het Internationale Instituut van Landbouw zal hebben te doen om het gewenschte doel te bereiken, ligt niet op den weg Uwer Commissie. Alleen wenschen wij er op te wijzen, dat wij ons zeer goed kunnen vereenigen met den hoofdinhoud van het rapport van den heer ERIKSSON, reeds boven genoemd. In dit rapport wordt de oprichting aanbevolen van drie afzonderlijke proefstations, één voor de studie van de ziekten der granen, één voor die van de aardvruchten en een derde voor die van de vruchtboomen. Alleen zouden wij meenen, dat hieraan nog een vierde station behoort toegevoegd te worden, namelijk voor de studie der ziekten van de wilde planten in het algemeen.

Dat de internationale samenwerking op dat gebied van groot nut kan zijn en dat daarbij het Internationale Instituut van Landbouw een zeer belangrijke rol kan vervullen is zeker aan geen twijfel onderhevig. Wij kunnen echter niet zoover gaan als de Associatie der Akademien, die, zooals men in het rapport leest, de beslissing over hetgeen ter bestrijding der plantenziekten behoort te worden gedaan, geheel aan het Instituut wenscht overgelaten te zien. Het komt ons voor, dat ook van de in elk land zelfstandig verrichte onderzoekingen en van de daaruit voortvloeiende maatregelen heilzame gevolgen kunnen worden verwacht, zoodat wij ook veel gewicht zouden hechten aan de vermeerdering van kracht der reeds bestaande phytopathologische diensten, waarvan in ons land de zoo uitmuntend

door den Heer RITZEMA Bos geleide een voorbeeld is, en die eveneens op alle wijzen door de Regeeringen verdienen gesteund te worden.

Samenvattend stellen wij de Akademie voor om, in overeenstemming met het voorstel van de Internationale Associatie der Akademiën, onze Regeering met aandrang in overweging te geven mede te willen werken tot uitbreiding van de bevoegdheid van het Internationale Instituut van Landbouw te Rome, ten einde tot de meest doeltreffende bestrijding van de ziekten der kultuurplanten te geraken.

Blijkt de Regeering daartoe genegen te zijn, dan zoude het wenschelijk wezen, dat zij aan een afzonderlijke commissie opdroeg een nader advies uit te brengen omtrent het aandeel, dat Nederland daarbij zal hebben te nemen. Van deze Commissie zouden de Directeur-Generaal van den Landbouw en de Chef van den Phytopathologischen dienst deel behooren uit te maken.

HUGO DE VRIES.

M. W. BEJERINCK.

Scheikunde. — De Heer HOLLEMAN biedt, namens de Heeren J. BÖESEKEN en A. SCHWEIZER eene mededeeling aan over:
„De snelheid der ringopening in verband met de samenstelling der onverzadigde ringsystemen.

(Mede aangeboden door den Heer HOOGWERFF.)

Hoewel de onderzoekingen over dit onderwerp eerst een aanvang hebben genomen, dwingt ons de mededeeling van RIVETT en SIDGWICK (Journ. of chem. Soc. **97**, 1677 Aug. 1910) tot een voorloopige publicatie van het doel van het onderzoek en van enkele experimenten.

Zooals bekend heeft VON BAEYER er op gewezen, dat de stabiliteit der vijftringsystemen een consequentie is van de opvatting van VAN 'T HOFF omtrent de verdeling der attractie-centra of affiniteits-richtingen op het vierwaardig koolstofatoom; het is echter gemakkelijk in te zien, dat ook zonder de vaste attractie-centra te accepteren maar onder aanneme, dat de aan het centrale atoom gebonden atomen zich zoo regelmatig mogelijk in de ruimte verdeelen (WERNER, Neuere Anschauungen) een ring van vijf vierwaardige atomen een geringere verschuivingsspanning moet bezitten, dan een overeenkomstige vier of zesring. Dit geldt echter alleen voorzover de ringvormende atomen niet door een meervoudige binding aan andere atomen gebonden zijn.

Is een vierwaardig atoom slechts aan drie andere gebonden (aan

één daarvan dus met een „dubbelen” band) en nemen wij aan, dat deze zich wederom zoo gelijkmatig mogelijk in de ruimte om het vierwaardig atoom groepeeren, dan zullen zij zich er mede in het zelfde vlak plaatsen, terwijl de verbindingslijnen tusschen hen en dit atoom hoeken van 120° zullen maken. Dit is de hoek van den regelmatigigen zeshoek; hebben wij dus zooals in het benzol en pyridine met een dergelijk zesringsstelsel te doen, dan is de stabiliteit daarvan vermoedelijk ten deele toe te schrijven aan het ontbreken der ringspanning.

Omgekeerd zal in een verzadigden vijfkring, het optreden van een dubbele binding een vermeerdering van de ringspanning te weeg moeten brengen.

Als eerste oriënteerend onderzoek hebben wij de hydrateerings-snelheden van barnsteen- en maleïnezuur anhydriet met elkander vergeleken; inderdaad is deze bij het laatste veel aanzienlijker dan bij het eerste; de onverzadigde vijfkring wordt sneller geopend dan de verzadigde. Het spreekt overigens van zelf, dat wij aan dit enkele feit nog geen absolute waarde mogen hechten. Vooreerst bestaat de vijfkring niet uitsluitend uit koolstof atomen, de zuurstof zal ongetwijfeld een spanning veroorzaken, daarenboven zullen de dubbele bindingen der carbonylgroepen een, waarschijnlijk losmakenden, invloed uitoefenen.

Maar doordat het zuurstofhoudende gedeelte van de beide molekulen gelijk is, meenden wij dit bezwaar grootendeels te hebben ondervangen.

Er is echter een andere zaak, die overwogen moet worden; de dubbele binding zal behalve de plaatsverandering ook een affiniteitswijziging te weeg brengen, die de hydrateeringssnelheid eveneens in sterke mate kan beïnvloeden. Deze invloed is voorloopig geheel onbekend en zal eerst duidelijk te voorschijn treden, wanneer een groote verscheidenheid van verzadigde en onverzadigde systemen zal zijn onderzocht.

Voorloopig vermelden wij dus het feit, dat de hydrateerings-constante van het maleïnezuuranhydriet bij 25° te groot was om nauwkeurig door ons te kunnen worden gemeten, terwijl wij haar bij $0^\circ = 2,3025 \times 0,125$, en van barnsteen- en anhydriet bij $0^\circ = 2,3025 \times 0,0088$ gevonden hebben. De constante is berekend voor een monomoleculaire reactie met de minuut als tijdseenheid.

VOERMAN (Recueil **23**, 279 (1904)) vond voor de laatste bij $25^\circ = 2,3025 \times 0,0736$ RIVETT en SIDGWICK (l.c.) vonden bij 25° voor barnsteen- en anhydriet $= 0,3025 \times 0,0693$, dus belangrijk kleiner dan VOERMAN en voor maleïnezuuranhydriet $= 2,3025 \times 0,690$.

De methode, die wij evenals de Engelsche onderzoekers gevolgd

hebben, is degene door VOERMAN gebezigd nml, door het meten der geleidbaarheid de concentratie der gevormde zuurmolekulen en dus der verdwenen anhydriet-molekulen na bepaalde tijdsintervallen vast te stellen, nadat de geleidbaarheid voor verschillende concentraties van het zuur was bepaald. De eindwaarde der geleidbaarheid geeft dan tevens de beginconcentratie van het anhydriet aan. Deze concentratie was zeer gering, zoodat wij konden rekenen met een monomoleculaire reactie te doen te hebben. Na elke halve minuut werd afgelezen. Bij de berekening van de reactie constante van barnsteenzuur-anhydriet bij 0° bleken de eerste waarnemingen na de oplossing van het anhydriet in het weerstandsvat te moeten worden verworpen, zoodat eerst na zes minuten geen gang meer werd gevonden. Voor een concentratie 0,027 N was $K = 2,3025 \times 0,00868$; voor $C = 0,0015$ N is $K = 2,3025 \times 0,0089$ gemiddeld dus $0,0088 \times 2,3025$.

Het maleïnezuur-anhydriet werd bereid uit appelzuur met PCl_5 , en na eenige distillaties, uit droge chloroform omgekristalliseerd.

De ringopening was bij 25° reeds na 2,5 minuut afgelopen; ondanks heftig schudden vóór den aanvang der aflezingen, was er geen constante te verkrijgen. RIVETT en SIDGWICK, die elke 5 à 7 seconden een waarneming deden, hebben daaruit een constante met weinig gang kunnen berekenen; ook bij hen was de ringopening na $\pm 2\frac{1}{2}$ minuut voltooid.

Bij 0° konden wij zeer goed overeenstemmende waarden verkrijgen n.l. voor de concentraties 0,037, 0,027 en 0,0356 N werden berekend

$$K = 2,3025 \times 0,124$$

$$\dots \dots \dots 0,124$$

$$\dots \dots \dots 0,126$$

Terwijl de Engelse onderzoekers vonden dat bij 25° de hydrateering van maleïnezuuranhydriet rond 10 maal sneller verloopt dan die van barnsteenzuur-anhydriet, vonden wij bij 0° de verhouding van 14.2 : 1.

Delft, Org. Chem. Lab. der Technische Hoogeschool.

Scheikunde. — De heer HOLLEMAN biedt, mede namens den heer J. H. SLOTHOUWER een mededeeling aan over: „*De drie isomere fluoorbenzoëzuren en eenige hunner derivaten.*”

De kennis der aromatische fluoorverbindingen is nog altijd zeer beperkt. Nadat door den heer BEEKMAN in mijn laboratorium eene methode was uitgewerkt, om fluoorbenzol vrij gemakkelijk in het groot te bereiden, en deze door hem, en later door SLUITER voor de bereiding der fluoortoluolen met goed gevolg werd aangewend, was

de weg geopend om talrijke andere aromatische fluoorverbindingen te bereiden.

Op mijn voorstel heeft de heer SLOTHOUWER zich hiermede beziggehouden en heb ik het voorrecht hier eene voorloopige mededeeling omtrent de door hem verkregen resultaten te doen.

De fluoorbenzoëzuren werden verkregen door oxydatie der overeenkomstige fluoortoluolen, die op hunne beurt uit de overeenkomstige toluidinen werden bereid.

De toluidinen werden in zwavelzure oplossing gediazoteerd onder afkoeling met ijs en zout en de koude diazo-oplossing in heet fluoorwaterstof van 55% gedruppeld; door voortdurend roeren werd de vloeistof in beweging gehouden. De diazotatie-methode van HOLLEMAN en BEEKMAN¹⁾ werd dus gevolgd; alleen met dit verschil dat de glazen ontvanger door een van koper werd vervangen.

Uit 100 gram toluidien werden \pm 35 gram fluoortoluol verkregen, zoodat ik de door BEEKMAN (l.c.) genoemde groote opbrengsten van \pm 60 gram niet kon verkrijgen, hoewel groote hoeveelheden fluoortoluol door mij zijn gemaakt. Ook SLUITER²⁾ verkreeg geen hoogere opbrengst.

De gebruikte toluidinen waren de door DE HAËN als „chem. rein” in den handel gebrachte producten. Het meta-toluidien werd later ook verkregen door reductie met ijzerpoeder en zeer verdund zwavelzuur uit meta-nitrotoluol, smp 16°. Om verlies door verdamping tegen te gaan reduceerde ik in gesloten kolf met opstijgenden koeler en roerinrichting. De kookpunten zijn: orthofluoortoluol 114°, metafluoortoluol 116°, parafluoortoluol 117°, alleen bij gewone drukking.

Fluoorbenzoëzuren. Nadat de fluoortoluolen, na zuivering, als waterheldere, vrij sterke lichtbrekende vloeistoffen waren verkregen, werden zij geoxydeerd met $KMnO_4$, aanvankelijk in zeer verdunde oplossing volgende methode van ULLMANN³⁾, later ook in geconcentreerde oplossing met behulp van genoemd roerapparaat en met MnO_2 en H_2SO_4 , gevolgd door een oxydatie met $KMnO_4$, zooals MONTAGNE aangeeft⁴⁾.

Oxydeerende volgens de methode ULLMANN, wordt steeds veel fluoortoluol door distillatie met waterdamp teruggewonnen, terwijl het verdwenen fluoortoluol lang niet geheel in het overeenkomstige zuur is omgezet. Ziehier eenige voorloopige gegevens.

1) R. 23, 238 (1904).

2) R. 25, 331 (1906).

3) Am. Ch. Journ. 16 blz. 535 (1894).

4) R. 24 p. 113. (1905).

Uit 60 gram *o* flitoluol teruggewonnen 25 gram, verkregen zuur 16 gram.

„ „ „ *m* „ „ 26 „ „ „ 23 „

„ „ „ *p* „ „ 31 „ „ „ 22 „

De zuren worden door geconcentreerd zwavelzuur uit de alkalische vloeistoffen afgescheiden en uit water omgekristalliseerd tot de reactie op zwavelzuur volkomen verdwenen is. Alle 3 zuren waren volmaakt wit, aschvrij en gaven bij titratie de juiste cijfers.

De smeltpunten waren: ortho 123°; meta 123,6; para 182°.

Methylesters en Aethylesters. Zij werden bereid door 50 gram zuur met 100 gram methyl- resp. aethylalcohol en 10 gram zwavelzuur eenige uren op een waterbad aan den terugvloeikoeler te verhitten, de alcohol grootendeels af te distilleeren en de rest in water uit te gieten. De afgescheiden esters werden in aether opgenomen, deze oplossing een nacht gedroogd op watervrije potasch, gefiltreerd, de aether afgeblazen en de ester gerectificeerd. De esters werden als volkomen waterheldere vloeistoffen verkregen; bij uitgieten in een ander vat werd de parafluorbenzoëzure aethylester echter vast.

	methylester	aethylester
<i>o</i>	<i>kp</i> 209°	<i>kp</i> 221°
<i>m</i>	<i>kp</i> 197°	<i>kp</i> 209°
<i>p</i>	<i>kp</i> 198°	<i>kp</i> 210° <i>sm</i> 25°

De kookpunten werden bepaald bij gewone drukking.

Zuurchloriden. Zij werden bereid door het zuur in kleine porties bij de berekende hoeveelheid PCl_5 te voegen en na elke toevoeging de vaste stoffen door schudden goed te mengen; als bijna alles is toegevoegd treedt van zelf reactie in; daarna wordt nog ± 15 minuten op een kleine vlam verwarmd en dan de hoofdmassa van het gevormde $POCl_3$ afgedistilleerd. De rest wordt door fractioneeren onder gewone drukking gezuiverd; daar de vloeistoffen hierbij niet geheel onontleed bleven, werd ten slotte nog een fractioneering in vacuo toegepast.

De zuurchloriden zijn waterheldere, sterk lichtbrekende vloeistoffen, uiterst gevoelig voor sporen vocht, hetgeen zich verraadt door het optreden van kristalletjes van fluoorbenzoëzuur.

Analyses werden gemaakt door verzeeping met *n*-loog in methylalcoholische oplossing en terugtitratie met *n*-zuur. Alle 3 zuurchloriden waren zuiver.

Zuurchloriden	
<i>o</i>	<i>kp</i> 206°
<i>m</i>	<i>kp</i> 189°
<i>p</i>	<i>kp</i> 193°

De kookpunten zijn waargenomen bij gewone drukking.

Zuuramiden. Een hoeveelheid zuurchloride werd met de dubbele hoeveelheid gepoederd ammoniumcarbonaat gemengd en op een waterbad onder voortdurend mengen verhit, totdat de reuk naar het zuurchloride is verdwenen. Na bekoeling werd de overmaat ammoniumcarbonaat met koud water nitgetrokken en het zuuramide uit water omgekristalliseerd tot constant smeltpunt.

Zuuramiden	
<i>o</i>	<i>sm.</i> 116°
<i>m</i>	<i>sm.</i> 130°
<i>p</i>	<i>sm.</i> 154.5°

Zouten. a. Orthoreeks.

Door neutralisatie van een heete oplossing van het zuur met carbonaat en omkristallisatie van het zoo verkregen zout werden bereid de zouten van *Na*; *K*; *Ba*; *Ca*; *Sr*; *Cd*; *Mg*.

Uit *Na*-zout en koperacetaat het zout van *Cu*.

„ „ „ „ zilvernitraat „ „ „ *Aj*.

„ *Ba*- „ „ zinksulfaat „ „ „ *Zn*.

b. Metareeks.

Hiervan werden de zouten van *Na*; *K*; *Sr*; *Ba*; *Cd*; *Cu*; *Zn*. bereid.

c. Para reeks.

Hiervan werden de zouten van *Na*; *Ba*; *Cd*; *Cu*; *Zn*; *Pb* bereid; het laatste uit looacetaat en ammoniumzout.

Het onderzoek wordt voortgezet.

Amsterdam-Tiel, October 1910,

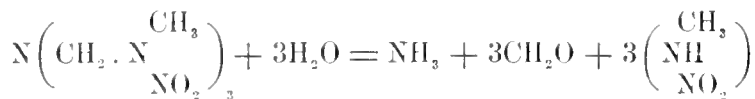
Scheikunde. — De Heer FRANCHIMONT biedt eene mededeeling aan :
 „Over stikstof (of nitrilo)- tri-methylnitraminomethyleen”.

Reeds meermalen werd door mij gewezen op de analogie in gedrag tusschen cyaanwaterstof en methylnitramine, maar ook op 't verschil. De analogie maakt waarschijnlijk dat het nitramine als $\text{CH}_3 \cdot \text{NH} \cdot \text{NO}_2$ reageert. Een sprekend voorbeeld is 't volgende.

ESCHWEILER heeft op hexamethyleentetramine (urotropine) cyaanwaterstof in waterige oplossing laten werken en bij 't gebruik van zes molec. CNH op één urotropine het iminodiacetonitril gekregen. Hij raadt aan er nu en dan wat zoutzuur bij te voegen om ammoniak, dat tevens ontstaat en anders met het cyaanwaterstof bruine producten levert, te binden. Bij gebruik van eene grootere hoeveelheid zoutzuur kreeg hij stikstof-triacetonitril.

Laat men in dezelfde verhouding methylnitramine en urotropine in waterige oplossing op elkaar werken, dan gebeurt er schijnbaar niets; verwarmt men, dan ontwijkt dadelijk formaldehyde. Laat men de oplossing aan de lucht staan, niet in een exsiccator boven zwavelzuur, dan vormen zich na eenigen tijd prachtige zuilvormige kristallen die bij 116° smelten. Neemt men deze er uit als zij niet meer vermeerderen, maar integendeel schijnen te verdwijnen en analyseert ze, na ze afgedroogd te hebben of omgekristalliseerd uit kokend chloroform, wat 't beste oplosmiddel is, dan blijken ze met de formule

$\text{N} \left(\text{CH}_2 \cdot \text{N} \begin{array}{c} \text{CH}_3 \\ \text{NO}_2 \end{array} \right)_3$ overeen te stemmen dus *stikstof (of nitrilo)- tri-methylnitraminomethyleen* te zijn. Deze formule is bevestigd door eene molecuulgewichtsbeplating en door beplating van de ontledingsproducten door zuren en alkaliën, welke volgens de vergelijking :



ontstaan.

Door koking met barytwater kon wel het methylnitraminebarium verkregen worden maar niet quantitatief de beide andere splitsingsproducten, daar een gedeelte van het formaldehyde en het ammoniak urotropine terugvormden dat door het alkali niet ontleed wordt. Bij koking met verdund zwavelzuur kon het formaldehyde overgedistilleerd worden en als zoodanig bepaald, terwijl het methylnitramine daarbij ontleed wordt in methylalcohol en stikstofoxydule, hetwelk gemeten werd, en het ammoniak bij het zuur blijft waaruit het door alkali vrij gemaakt en opgevangen werd in getitreerd

zwavelzuur. Het resultaat dezer drie bepalingen stemt met de formule en de gegeven ontledingsvergelijking overeen.

De opbrengst was echter zeer slecht en daarom werd in de eerste plaats getracht hierin verbetering te brengen, maar ook een inzicht in den gang der reactie te verkrijgen. Het bleek dat toevoeging van zoutzuur, althans wanneer gezorgd werd dat het niet in overmaat voorhanden was, telkens de vorming van het nitriloderivaat teweegbracht, mits men elken dag 't gevormde wegneemt en dan pas weer iets zoutzuur toevoegt; zóó werd ten slotte de opbrengst ongeveer 70%.

Nam men minder dan zes molec. nitramine op één urotropine, dan kristalliseerde er urotropine uit de oplossing. Nam men acht molec. dan ontstond wel iets meer van het nitriloderivaat, maar toch nog weinig. Plaatst men de oplossing in een exsiccator boven zwavelzuur, dan ziet men aan den met zwavelzuur bevochtigden wand des exsiccators kristallen van ammoniumsulfaat en riekt de vloeistof naar ammoniak ofschoon zij op lakmoes' zuur reageert, maar geeft geen nitriloderivaat.

Brengt men urotropine en methylnitramine in drogen toestand bij elkaar, dan wordt het mengsel na eenige oogenblikken vloeibaar en zeer koud maar overigens gebeurt er niets, alleen als men water toevoegt kan soms het afscheiden van eenig nitriloderivaat optreden.

Blijkbaar wordt dus het urotropine in waterige oplossing wel door het zwak zure methylnitramine ontleed, maar is de verbinding van het nitramine met ammoniak in water sterk hydrolytisch ontleed en is dus de toevoeging van eenig zoutzuur om 't ammoniak te binden bevorderlijk voor de vorming van 't nitriloderivaat, dat door ammoniak in waterige oplossing waarin het als base werken kan, ontleed wordt.

Het nitriloderivaat, dat in water niet oplosbaar is, wordt evenwel door water na eenigen tijd ontleed en de ontledingsproducten gaan in oplossing, die duidelijk naar formaldehyde riekt. Laat men die oplossing vrijwillig verdampen, dan vormt zich het nitriloderivaat weer terug, dus als de drie componenten in juiste verhouding te zamen zijn.

Daar nu bij de ontleding van het urotropine op zes molec. formaldehyde vier moleculen ammoniak ontstaan, dus twee meer dan verbruikt worden, heb ik aan de urotropine-oplossing nog zes molec. formaldehyde toegevoegd en twaalf moleculen nitramine. Na een half uur begon de kristallisatie van het nitriloderivaat, waarvan na 24 uren reeds 94% der theorie gevormd was; de moederloog kristalliseerde nog verder zoodat ten slotte de opbrengst quantitatief was.

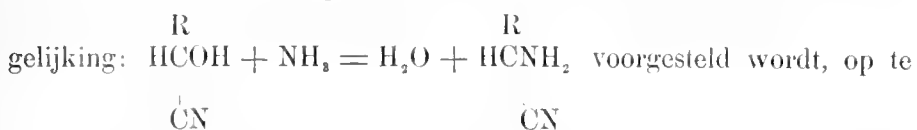
Nog eenvoudiger was 't, direct aan eene formaldehydoplossing uit den handel zooveel ammoniak toe te voegen als met één molec. op drie molec. aldehyd overeenkwam, de warm geworden oplossing met water af te koelen en dan drie molec. nitramine toe te voegen, waardoor eene sterke afkoeling intreedt. Een kwartier nadat de oplossing door verwarming met de hand op gewone temperatuur gebracht was, begon de kristallisatie. Ook hier was de opbrengst eene quantitatieve.

De reactie is dus analoog aan die welke ik in 1897 mededeelde voor piperidimethylalcohol met methylnitramine en andere nitraminen, en waaraan ik onlangs nog die van piperazine, formaldehyde en methylnitramine heb toegevoegd. Het formaldehyde geeft, zooals ook andere aldehyden, met ammoniak en aminen amino-alcoholen 1.1. die zich als basen gedragen en waarop het methylnitramine als zuur werkt zoodat er een soort zouten (of esters) ontstaat onder vorming van water. Deze verbindingen worden alle door water ontleed, hydrolytisch gesplitst.

De reactie van het methylnitramine is volkomen analoog aan die van het cyaanwaterstof, alleen zijn de aminonitrilen 1.1. bestendiger verbindingen, die niet hydrolytisch door water ontleed worden, want in hen is koolstof aan koolstof gebonden evenals in de esters van het cyaanwaterstof.

Gewoonlijk worden de aminonitrilen 1.1. echter bereid uit de oxynitrilen 1.1. met ammoniak of aminen; dit nu is bij de nitraminen nog niet geconstateerd, want tot heden gelukte 't niet verbindingen van aldehyden met nitraminen te krijgen.

Het komt mij echter voor dat men te ver gaat, zooals dikwijls geschiedt, met die vormingswijze der aminonitrilen welke door de ver-



vatten, als of er dubbele ontleding tusschen het oxynitril en ammoniak onder watervorming plaats vond. Want wil men de oxynitrilen 1.1. (cyaanhydrinen) als alcoholen beschouwen, dan is die reactie met ammoniak in waterige oplossing zeer vreemd en weinig waarschijnlijk. Het zure karakter der OH-groep van de cyaanhydrinen moet door de nabijheid der cyaangroep versterkt zijn, zoodat men ze eer als zwakke zuren kan beschouwen. Men zou dan vorming van een ammoniumzout mogen verwachten, dat in water wel sterk gehydrolyseerd of gedissocieerd zal zijn, maar minder het uitreden van water en de vorming van een amidachtig lichaam in de waterige oplossing.

Bedenkt men echter dat de cyaanhydrinen, evenals hunne analoge

halogeenvrbindingen, door basen gemakkelijk ontleed worden onder verlies van cyaanwaterstof en vorming van 't aldehyde, en ammoniak niet alleen in waterige oplossing als base, maar zelfs zonder aanwezigheid van water, zuurafplitsend werken kan, evenals aminen, dan laat zich de reactie van ammoniak (en aminen) op de cyaanhydrinen terugbrengen tot die van cyaanwaterstof op de amino-alcoholen 1.1.

De vergelijking geeft dan wel de eindproducten aan maar de gang der reactie, meer in overeenstemming gedacht met de eigenschappen der stoffen, zou zijn, dat NH_3 uit de cyaanhydrinen CNH wegneemt om cyaanammonium dat grootendeels hydrolytisch gesplitst is te vormen, terwijl het vrij geworden aldehyde met NH_3 den aminoalcohol geeft waarop dan CNH werkt.

Microbiologie. — De Heer BEYERINCK biedt eene mededeeling aan van den Heer A. W. NIEUWENHUIS: "*Individualiteit en Erfelijkheid bij eene lagere schimmel (Trichophyton albiscicans)*".

(Mede aangeboden door den Heer F. A. F. G. WENT)

Inleiding.

Onder de treffendste waarnemingen, waartoe een langdurig verblijf onder de nog oorspronkelijke stammen van den Nederlandsch-Indischen Archipel, bijv. onder de Dajaks van Borneo, de gelegenheid geeft, behoort wel die, dat deze onze bruine medemensen zich in een zoo gunstigen geestelijken aanleg naar onzen aard verheugen kunnen, dat deze in 't algemeen zeer goed met dien der Europeanen vergeleken kan worden. De voor fysieke en psychische ontwikkeling hoogst ongunstige omstandigheden, waaronder die stammen leven, beletten echter in de eerste plaats het toenemen van hun zeer gering aantal van 1—3 per K.M.² (op Java 230) en verder dragen zij in vereeniging met de hieruit voortvloeiende maatschappelijke verhoudingen er in hooge mate toe bij, om ondanks dien goeden verstandelijken aanleg een groot gebrek aan kennis, in 't bijzonder omtrent den samenhang der verschijnselen in de natuur, onder hen te handhaven. Zij bezitten op dit gebied zulke kinderlijke opvattingen, dat wij Europeanen ons daarin moeten inleven, om er ons eene voorstelling van te kunnen vormen. Voor een vreemdeling in hunne omgeving en voor iemand, die niet bepaald hierover nadenkt, zijn in dat opzicht de bijzonderheden hunner samenleving te bedriegelijker, omdat deze primitieve volken natuurlijk heel wat meer feiten uit hun voor een Europeaan zoo vreemd milieu hebben opgemerkt dan deze laatste zich

in langen tijd eigen kan maken. De samenhang en de oorzaken van die feiten blijven voor de inboorlingen desniettemin een gesloten boek.

Een bewijs voor hunne goede opmerkingsgave voor zichtbare verschijnselen, dat mij als medicus bij mijn verblijf onder de Dajaks van Midden-Borneo in 't bijzonder trof, gaven hunne diagnoses der onder hen zoo veelvuldig voorkomende parasitaire huidziekten, op welk gebied zij het niet eens waren met de onder de Europeesche geneesheeren in Indië gangbare meeningen. Zij vatten namelijk hunne ontkleurende handpalmen, voetzolen en daaraan grenzende huidgedeelten op als het gevolg eener zelfstandige huidaandoening en scheidten deze van de andere parasitaire huidziekten, welke zij overigens op dezelfde wijze als de officiële geneeskunde in groepen verdeelden.

Een vijfjarige praktijk onder hen, gedurende welke ik in staat was eene behandelingswijze tegen die huidaandoening uit te werken, toonde mij, dat hunne diagnose klinisch goed te verdedigen was en dat therapeutisch met parasiticide middelen (jodium, chrysarubine) daartegen veel te doen was. Na mijn terugkeer vond ik in 1901 in het laboratorium van het Departement van Landbouw in Buitenzorg op Java een *Trichophyton* als vermoedelijke oorzaak en beschreef toen het ziektebeeld en de schimmel onder den naam van *Tinea albigena* in het Geneeskundig Tijdschrift voor Nederlandsch-Indië Dl. XLIV Afl. 6. Sedert deze eerste verhandeling hierover in 1902 is *Tinea albigena* als zelfstandige huidziekte, voorkomende in Zuid-Oost-Azië en op de daaromheen gelegen archipels opgenomen, daar haar voorkomen en het door mij beschreven klinische beeld vastgesteld werd, behalve door mij onder de bewoners van Java, Borneo en Lombok, ook op Java door KIEVIT DE JONGE, op Sumatra door SALM, op Ceylon door CASTELLANI, in Achter-Indië door JEANSELME, op Nieuw-Guinea door VAN DER SANDE en in den Bismarckarchipel door SIEBERT.

Na mijn terugkeer in Nederland gelukte het mij in Leiden dezen *Trichophyton* te kweken en zijn parasitaire eigenschappen vast te stellen door het verwekken van de bij *Tinea albigena* voorkomende *Onychomycosis* door inenting met een uit een zieken nagel kunstmatig gekweekt mycelium, dat talrijke sporen bevatte. Onder den titel van „*Tinea albigena* und die Züchtung ihres Pilzes” werden de toenmaals bereikte resultaten in het Archiv für Dermatologie und Syphilis Bd. LXXXIX Heft I en in het Geneeskundig Tijdschrift voor Nederlandsch-Indië deel XLVIII afl. 1 opgenomen. De door mij gevonden en gekweekte schimmel heb ik den naam van *Trichophyton albiscians* gegeven, daar zij zich in hare macroscopische en microscopische vormen, in hare groeiwijzen en verdere eigenschappen bij

de Trichophytens aansluit en de sterke pigmentatraphie in eene donker gekleurde, door *Tinea albigena* aangetaste huid de nadere onderscheiding albiscicans wettigt.

Het kweeken van Trichophyton albiscicans en zijne vormen.

Zooals in het bovenvermelde „*Tinea albigena* und die Züchtung ihres Pilzes” nader wordt uiteengezet, zijn zoo talrijke omstandigheden op den macroscopischen en microscopischen vorm van deze schimmel van invloed, dat men hare gedaante slechts met volledige opsomming van die levensvoorwaarden op kan geven, dus van de bestanddeelen, de hoeveelheden van deze en de reactie van den voedingsbodem, het vat waarin en de temperatuur waarbij de groei plaats vond, verder den ouderdom der cultuur benevens belichting, luchtversching enz. Bovendien is het mij gebleken, dat het zelfs niet onverschillig is, welke herkomst de chemische bestanddeelen als glucose bijv. hebben en dat o.a. een zuivere, witte glucose van KAHLBAUM een ander resultaat geeft als een zuivere, maar licht gele van MERCK. Dat ook peptonsoorten van verschillende herkomst verschillende uitkomsten geven, spreekt daarbij van zelf.

Onder het werken met verschillende, uit ziektestoffen en op andere wijze verkregen stammen van *Trichophyton albiscicans* op vasten voedingsbodem is het mij nu verder gebleken, dat die onderscheiden, maar zuivere stammen alleen dan eenzelfden vorm aannemen, wanneer die voedingsbodem gunstig voor hen is en dat zij in vorm vrij sterk van elkaar gaan afwijken, zoodra men wijzigingen aanbrengt, die ongunstig voor hunne levensverrichtingen zijn, bijv. glycerine in plaats van suikersoorten als koolstofbron neemt. Waarmede dit samenhangt zal straks blijken.

Daar er een zoo groote verscheidenheid van mycelia door kweeking onder wisselende omstandigheden te verkrijgen is, moet er uitdrukkelijk op gewezen worden, dat die verscheidenheid in vorm niet bestaat, wanneer de mycelia door overenting van stukjes uit een zelfden stam ontstaan zijn; ook onder ongunstige maar overigens gelijke omstandigheden ontwikkelen deze zich op geheel dezelfde wijze. Deze standvastigheid in vorm van een zelfden stam, die zooals later blijken zal ook in andere biologische eigenschappen uitkomt, is voor het onderzoek dat volgt van groot gewicht en dient daarbij in het oog gehouden te worden.

Wat vormeigenschappen aangaat, vertoont deze schimmel macroscopisch het volgende: Een thallus van *Trichophyton albiscicans*, gekweekt gedurende 6 weken op 4 pCt. glucose van KAHLBAUM, 1 pCt.

pepton van CHASSAIGN, 2 pCt. agar en 100 pCt. water in een met watten gesloten Erlenmeyersche kolf in gewoon daglicht bij een temperatuur van 25°—30° C, heeft den vorm van een platte, ronde schijf met een middellijn van $\pm 2\frac{1}{2}$ c.M. als van grof, vuil wit fluweel. Een mycelium, dat in den voedingsbodem dringt, ontwikkelt zich bijna niet, zoodat de thallus van het nog gladde agaroppervlak kan afgenomen worden. Sporendragend luchtmycelium is dan nog niet aanwezig; het ontstaat eerst later als een wit pluis, over de geheele oppervlakte gelijkmatig verdeeld, vooral wanneer de voedingsbodem door uitdroging en dus door ongunstiger assimilatieverhoudingen slechter wordt. Zooals reeds vermeld, wordt de vorm op andere bodems, vooral op slechtere gewijzigd. Zooals bij het overenten blijkt, is de thallus zeer samenhangend en dient men onbuigzame ijzeren naalden in plaats van de buigzame platinanaalden te gebruiken, om er stukjes af te steken.

Microscopisch geven de hyphen een weinig karakteristiek beeld te zien: het zijn veelal met tusschenschotten en wanden voorziene draden van $1\frac{1}{2}$ μ . doorsnede, die zich dichotomisch vertakken. De lengte der hyphencellen is zeer verschillend; men vindt er zoowel ronde als ovale cellen onder, ook andere met een lengte van 15—20 μ . en meer. Reeds in een zeer jong stadium en later komen aan het einde der hyphen ronde, sterk lichtbrekende lichaampjes van 5 μ . middellijn voor, die er zonder of met een kort steeltje op zitten. Bij cultures op mageren voedingsbodem komen tusschen de lange hyphencellen andere te voorschijn, die bijna rond zijn, een wel tienmaal grootere doorsnede bezitten en wellicht sporen zijn.

Meer kenmerkende eigenschappen dan deze thallusdeelen bezitten de witte, sporendragende luchthyphen. Die sporen hebben dezelfde ovale of peervormige gedaante als die in de zieke nagelsubstantie bij *Tinea albigena* worden gevonden. Evenals in deze zitten zij onmiddellijk op de zijde van deze luchthyphen, maar komen ook eindstandig voor; zij blijven of enkel of ontwikkelen zich centrifugaal tot rijen van 2—8 stuks. Naast deze conidienvormen komen aan deze luchthyphen nog druifvormige voor, die eigenlijk bestaan uit talrijke centrifugale sporenrijen, welke van een punt uitgaan of vlak naast elkaar gevormd zijn. Andere sporen vond ik bij deze schimmel niet. Het bovenstaande heeft veel trekken gemeen met hetgeen van andere overeenkomstige lagere schimmelsoorten bekend is, in 't bijzonder van die, welke als de oorzaak van andere trichophytieën en verwante huidziekten in Europa gevonden en later gekweekt zijn.

Dit was ongeveer de stand van mijn onderzoek bij de uitgave van „*Tinea albigena* und die Züchtung ihres PILZES” in 1908. Op het

congres „Deutscher Naturforscher und „ÄRZTE“ te Dresden in 1907 kon ik in de sectie voor „Tropenkrankheiten“ deze uitkomsten met cultures demonstreeren. Bij die gelegenheid vertoonde ik tevens mijne methode tot het kweeken van microorganismen uit één spore, welke mij de volgende onderzoekingen hebben mogelijk gemaakt en welke ik met enkele woorden op bladzijde 20 van Bd. LXXXIX van het Archiv für Dermatologie und Syphilis aangaf, maar aan het einde van dit onderzoek meer uitvoerig zal beschrijven.

Onderzoek over de Individualiteit.

Onder het doen der vorenstaande onderzoekingen bleken de cultures van *Trichophyton albiscicans* de volgende biologische eigenschappen te bezitten: 1° op een gunstigen voedingsbodem bijv. van 4 % glucose, 1 % pepton, 2 % agar en 100 % water (naar SABOURAND) en bij 25° C. wordt reeds spoedig een zuur gevormd, dat door het toevoegen van lakmoes aan den bodem en neutraliseeren reeds na 10 dagen als de thallus een middellijn van 1 c.M. heeft verkregen, kan worden aangetoond; 2° wordt zulk een bodem zonder die lakmoestoevoeging na verloop van een paar maanden grijzer en grijzer en eindelijk na zes maanden zwartachtig van kleur; 3° op een voedingsbodem van 4 % glucose, 1 % pepton, 10 % gelatine en 100 % water heeft reeds bij 1½—2 c.M. middellijn eener cultuur vervloeiing der gelatine plaats, welke later toeneemt en dan evenals de vaste agar donkerder en donkerder (bruiner) gekleurd wordt; 4° vormt zich een wit sporendragend luchtmycelium op den thallus bij gebruik van bovenstaanden agarbodem reeds na 1 maand daar, waar op een hellenden voedingsbodem een rand wat indroogt, bij voldoende vochtigheid echter later; 5° vooral de hyphen der cultures vertoonen sterke catalasewerking.

H₂S wordt niet gevormd, amyllum niet aangetast, de schimmel ontwikkelt zich op alkalischen bodem zeer moeilijk.

Behalve dat alle stammen dezer schimmel die verschillende eigenschappen bezaten, kon ik daaromtrent nog vaststellen, dat ieder dezer stammen ze in verschillenden graad bezat; toch schenen bij een zelfden stam bepaalde vormen en biologische eigenschappen in een bepaalden graad vrij standvastig te zijn. De stammen, waarmede ik mijne onderzoekingen verricht had, waren achtereenvolgens van 1903—1904 uit ziek, uitgezaaid nagelweefsel ontstaan; bovendien echter hadden zich drie stammen ieder uit één afgezonderde spore ontwikkeld. Deze drie vertoonden dezelfde eigenschappen als de overige stammen.

Dit alles bracht mij op het denkbeeld, om de bovengenoemde, onderlinge verschillen in eigenschappen te toetsen aan mycelia, die uit ééne spore ontstaan zijn, dus uit één individu bestaan; de op gewone wijze uit uitzaaiingen verkregen stammen, van welke men moet veronderstellen, dat zij uit een mengsel van myceliën kunnen bestaan, zijn voor onderzoekingen over individuele eigenschappen niet bruikbaar. Door mijne betrekkelijk eenvoudige wijze om bij groote vergrooting onder den microscoop schimmelsporen aftezonderen, had het verkrijgen van schimmelplanten, uit één zulk een spore ontstaan, weinig bezwaren in. Teneinde de zich voordoende vragen zoo scherp mogelijk te kunnen stellen, werden de voor de te onderzoeken individuen bestemde sporen genomen van een schimmelplant uit één spore ontstaan.

Om verder de omstandigheden bij het onderzoek zoo eenvoudig mogelijk te maken, wat voor eene juiste beoordeeling van afwijkingen noodzakelijk is, werd voor de toebereiding der voedingsbodems van slechts weinige voedingsstoffen van geheel dezelfde hoedanigheid gebruik gemaakt, van glucose, pepton, agar en gelatine slechts. Het onderzoek verliep nu als volgt: Uit eene willekeurige cultuur Ag_{11} (de 11e generatie van A) werden in September 1909 een 50 tal sporen achtereenvolgens afgezonderd en in druppels voedingsvloeistof in vochtige kamers bij $\pm 25^{\circ} C.$ ter ontwikkeling gelegd, waaruit 13 schimmelplanten 1, 2, 3—13 ontstonden. Na een 14 dagen waren deze telkens groot genoeg geworden, om uit die voedingsvloeistof (4pCt. glucose, 1pCt. pepton, 100pCt. water) overgebracht te worden op een 2pCt. agarbodem van dezelfde samenstelling, waarop zij tot krachtige mycelia uitgroeiden. Nadat plant No. 2 sporendragend luchtmycelium had gevormd, werd deze uitgekozen om de sporen voor de te onderzoeken individuen te leveren. Uit een 40-tal in November 1909 afgescheiden sporen werden 10 mycelia verkregen, die I, II, III...X verder genoemd zullen worden. Ieder van deze uit eenzelfde schimmelplant afstammende individuen werd nu op de volgende biologische eigenschappen onderzocht: 1°. den karakteristieken vorm, 2°. zuurvorming, 3°. vorming van proteolytisch ferment, 4°. donkerkleuring van den voedingsbodem en den thallus, 5°. vorming van sporendragend mycelium.

Bij de bereiding der voedingsbodems werd gebruik gemaakt van een soort witte glucose, pepton van CHASSAIGN in Parijs, dezelfde soort agar of gelatine, soms met lakmoes of eosine gekleurd en met KOH genutraliseerd. Voor eenzelfde serie werd altijd een hoeveelheid voedingsstof gekookt, deze in gelijke vaten gedaan, hetzij in PETRI's schalen of in ERLÉNMEYERSche kolven en de seriën cultures

naast elkaar in dezelfde kast gesteld, welke voor die op agarbodems op $\pm 25^\circ$, voor die op gelatinebodems op $\pm 20^\circ$ gehouden werd. Wellicht is het overbodig er bij te zeggen, dat ik alle bewerkingen tot het reinigen der vaten toe zelf verrichtte. Van ieder der cultures werd er telkens slechts één aangelegd, zoodat de beoordeelde cultures niet uit een reeks gelijke cultures zijn uitgezocht.

In den aanvang van 1910 waren de cultures I, II, III... X voldoende uitgegroeid, om overgeënt te worden en daarom werden op 8 Jan. '10 voor het vergelijken van den vorm ongeveer 2×3 m.M. groote stukken van ieder dezer mycelia overgebracht op voedingsbodems van de samenstelling: 4% glucose, $\frac{1}{10}$ % pepton, 2% agar en 100% water in ERLÉNMEYER'sche kolven van 100 gram eene hoeveelheid van 60 gram.

Door het geringe gehalte aan pepton was deze voedingsbodem voor de schimmel ongunstig.

2°. voor het vergelijken van de zuurvorming werden op dien zelfden datum stukken mycelium van dezelfde grootte op een bodem overgebracht van de gunstige samenstelling: 4% glucose 1% pepton 2% agar 100% water, met lakmoes gekleurd en geneutraliseerd met KOH tot een minimum van zure reactie, in PETRI'sche schalen 40 gram.

3°. voor de vergelijking van het vormen van proteolytisch ferment, waardoor o.a. gelatine vervloeid wordt, kwam een voedingsbodem van 4% glucose 1% pepton 10% gelatine 100% water in aanwending, waarop ook weer op dien datum werden uitgeënt stukjes van de verschillende mycelia in ERLÉNMEYER'sche kolven van 100 gr. op een bodem van 60 gr.

De overige eigenschappen: de donkerkleuring van den voedingsbodem en het ontstaan van wit sporendragend luchtmycelium konden aan deze drie reeksen eveneens nagegaan worden.

1°. Met betrekking tot den vorm deden zich bij den groei de volgende verschijnselen voor: gedurende de drie eerste weken is er bij de eerste serie cultures van onderling verschil in snelheid van groei en in vorm niet veel te merken en heeft zich op alle bodems een witte, weinig gerimpelde, vliesachtige thallus van $1\frac{1}{2}$ c.M. middellijn gevormd, hier en daar met een wit, 1--2 m.M. naar boven gericht naaldje bezet.

Op den 1 Mrt. '10 dus na verloop van 3 maanden was het beeld echter als volgt:

bij I_{12} : (2e generatie van I) de vuil witte ± 3 m.M. dikke thallus heeft de geheele oppervlakte van den voedingsbodem (± 6 c.M. doorsn.) bedekt en bestaat uit een middelste schijf met een rand van ± 1 c.M. breedte. De middenschijf is vlak, maar hier en daar

bedekt met witte, rechte naaldjes of gebogen draadjes van 1-3 m.M. lengte. De rand daarentegen is gegolfd met radiaal gerichte ruggen en verdiepingen, geheel vrij van de naaldjes der schijf, maar de ruggen zijn op hun grootste hoogte van een radiaal gerichte spleet voorzien, welke door verheven randen is ingesloten (plaat 2);

bij II_{g_2} : de thallus van gelijke kleur als I_{g_2} heeft een middenschijf van slechts 2 c.M., met enkele 2 à 3 m.M. lange naaldjes op een enkel plekje bezet, waaromheen een gladde, slechts weinig radiaal gegolfde rand (plaat 2);

bij III_{g_2} : de thallus gelijk aan II_{g_2} , maar de naaldjes zijn over de geheele middenschijf verstrooid;

bij IV_{g_2} : de middenschijf van den als voren gekleurden thallus zonder naaldjes. V_{g_2} is door infectie onbruikbaar geworden;

bij VI_{g_2} is de geheele middenschijf van den als voren gekleurden thallus zonder naaldjes, maar de gladde oppervlakte is in plooiën als een vijfstralige ster opgeheven;

bij VII_{g_2} is de thallus = II_{g_2} , alleen is de rand bijna zoo sterk gespleten als I_{g_2} ;

bij $VIII_{g_2}$ is hij = VI_{g_2} , maar met op de ruggen gespleten buitenrand;

bij IX_{g_2} is de als voren gekleurde thallus op de middenschijf dicht met naaldjes bezet, de buitenrand gegolfd en glad;

X_{g_2} = $VIII_{g_2}$.

In vorm verschillen alzoo het sterkst I_{g_2} , IV_{g_2} en IX_{g_2} .

Zooals veelal het geval is, werd het vormverschil hier op den duur grooter.

Op den 2/7'10 was dit verschil in vorm sterker geworden en deze verschillen werden nog vermeerderd door de meer of mindere donkerkleuring van den voedingsbodem (zie 4^o.) en de ongelijkmatige vorming van wit luchtmycelium (zie 5^o.)

2^o. Met betrekking tot de zuurvorming bij deze stammen I_{g_2} , II_{g_2} — X_{g_2} moet opgemerkt worden, dat voor het constateeren hiervan niet alleen gebruik gemaakt werd van den bovenbeschreven bodem, met lakmoes gekleurd, maar wegens het dikwijls geringe onderscheid in mate van zuurvorming bij de verschillende stammen ook nog van eenen met eosine gekleurden van dezelfde samenstelling. Na de toevoeging van eosinetinctuur aan den voedingsbodem was de reactie vrij sterk zuur, wat onder gedeeltelijke ontkleuring door middel van KOH tot zeer licht zure reactie werd verminderd.

Op dezen bodem veroorzaakt de vorming eener minimale hoeveelheid zuur door het mycelium eene duidelijke toename in de roode kleur en de graden dezer roodkleuring zijn dan ook dikwijls beter

dan op een lakmoesbodem vast te stellen. De kleuring van den voedingsbodem met lakmoes heeft op den groei van *Trichophyton albiscicans* weinig invloed, die met eosine vertraagt den groei sterker naarmate er meer eosine is toegevoegd. Toeh vormen deze twee bodems eene goede controle op elkaar.

Reeds op 19 Januari 1910 dus na 16 dagen was de zuurvorming en het onderling verschil daarin goed te zien. Naar de sterkte der zuurvorming kon de volgende reeks worden vastgesteld: VIII_{g2}, IV_{g2}, II_{g2}, X_{g2}, III_{g2}, VII_{g2}, VI_{g2}, V_{g2}, IX_{g2} en I_{g2} in afnemende mate. Een sterk verschil bestond dus tusschen VIII en I, de overgangen tusschen de andere waren dikwijls zeer geleidelijk.

Op 1/3'10 was het beeld dezer cultures geheel anders geworden, daar het gevormde zuur later weder langzaam verdwenen was, hetgeen op den roodgeworden lakmoesbodem een terugkeer der donkerblauwe kleur tengevolge had, op den eosinebodem een teruggaan van het gevormde rood in het lichtgele. Dit geschiedt gelijkmatig door de geheele massa van den voedingsbodem, want hoewel aanvankelijk in de nabijheid van de cultuur gevormd, diffundeert het zuur gedurende den langzamen groei van het organisme door den geheelen bodem en op dezelfde wijze wordt het zuur omgezet. Zoo waren VIII en IV op dien datum reeds weder geheel lichtgeel oranje geworden, terwijl IX en I nog sterk rood gekleurd bleven en eerst later in de meer gele tint overgingen. Toeh waren alle cultures tot een krachtigen thallus met 4 à 5 c.M. middellijn uitgegroeid. In graad van zuurvorming en bij het verdwijnen van het zuur was de bovengenoemde rangorde blijven bestaan.

Op een met loodcarbonaat ter opsporing van H₂S voorzien voedingsbodem (naar BELJERINCK) ontwikkelde zich het mycelium slechts langzaam, loste echter in zijne nabijheid het loodzout op, zoodat een ronde doorzichtige plek ontstond; later sloeg echter door de omzetting van het zuur het lood weder als een wit zout neer en was de vroeger doorzichtige plek opnieuw ondoorzichtig.

3°. De vorming van proteolytisch ferment werd nagegaan door ook op 3/1'10 de stammen I—X in ERLIENMEIJERSCHE kolven van 100 gr. over te enten op 60 gr. van een voedingsbodem van de samenstelling: 4% glucose, 1% pepton, 10% gelatine en 100% water, een gunstige voedingsbodem dus. Bij ± 20° C. ontwikkelden zich hier al spoedig de cultures als een witte met vele naaldjes voorziene thallus, vrijwel gelijk van vorm en grootte.

Het bleek later op 1/3'10, dat haar middellijn van 2½—3 c.M. was toegenomen en dat de vervloeiing der gelatine reeds goed nagegaan kon worden. Het meest in het oog vallend verschijnsel hierbij

was, dat de thallus, waar de vervloeïng het eerst was opgetreden door vervluchtiging van het water het sterkst was ingezakt en de oppervlakte der cultuur dus hol was. De meeste thallus waren ook met die vloeïstof doortrokken en hadden een vochtig uiterlijk. Bij geen van hen was nog sprake van het vormen van wit luchtmycelium.

Hoewel er een onderling verschil in de mate van vervloeïng der gelatine vastgesteld kon worden, was het op dat oogenblik moeilijk, daarvoor een juiste volgorde aan te geven. Dit bleef later zoo door de zeer hinderlijke omstandigheid, dat sommige mycelia of gedeelten hiervan in de vloeïstof wegzonken en door gebrekkige toetreding van lucht zwakker gingen groeien dan de bovendrijvende andere gedeelten.

Het bleek na eenigen tijd, dat vooral I_{g_2} en II_{g_2} eene sterke tegenstelling met elkaar gingen vormen: Bij overigens gelijke ontwikkeling waarbij de geheele oppervlakte van den voedingsbodem in de ERLENMEIJER'sche kolven door den thallus bedekt was, bevond ik, dat de geheele gelatinebodem door II_{g_2} vervloeïd was en dat bij schuinhouden de gelatine onder de cultuur nitvloeïde, terwijl door I_{g_2} de vervloeïng alleen in zoover had plaats gevonden, dat de thallus in het midden sterk was ingezonken. Overigens was de gelatine van I_{g_2} nog vast. De overige mycelia gaven verschijnselen te zien, tussehen deze uitersten gelegen, maar eene volgorde in sterkte was daarvoor niet aan te geven.

Na 6 maanden echter was de gelatine bij alle stammen vloeibaar geworden en zonken alle mycelia in deze vloeïstof onder, waardoor zij behoudens het verschijnsel onder 4^o genoemd, alle hetzelfde beeld te zien gaven van een witte gelatineuze laag in eene barnsteengele vloeïstof gedompeld. Bij geen van alle was toen nog een wit sporendragend luchtmycelium gevormd, hetgeen op den langen duur op enkele culturen toch plaats heeft.

4^o. Reeds lang in den loop mijner onderzoekingen over *Trichophyton albiseicans* was het mij gebleken, dat zoowel vloeïbare als vaste voedingsbodems van de samenstelling glucose + pepton na verloop van tijd donkerder en donkerder gekleurd worden. Bij deze reeks onderzoekingen deed zich de donkerkleuring het eerst voor bij II_{g_2} op den gelatinebodem. Na twee maanden begon de bovenrand tegen den wand van de kolf donker van kleur te worden, aanvankelijk slechts ter hoogte van 2—3 m.M., welke verkleuring zich evenwel later over de geheele oppervlakte en naar beneden verbreïde. De tot dusver lichtgeel gekleurde gelatine werd meer en meer donker en ten slotte bruin, terwijl aanvankelijk de andere culturen hare kleuren bleven behouden. Eerst na drie maanden trad deze vrij plotselinge verkleuring ook bij de gelatinecultuur van IX_{g_2} op, eerst

later en in verschillenden graad bij de overige, bij I_{g_2} het minst; I_{g_2} en II_{g_2} vormden hierbij dus de uitersten der reeks.

Ook bij de cultures dezer stammen op de agarbodems van 4% glucose en $\frac{1}{10}$ % pepton vertoonde zich deze donkere verkleuring, die hier in het grijze speelde en ook hier was zij bij den stam II het sterkst. Over de geheele dikte van den voedingsbodem was de donkerkleuring geheel gelijkmatig en ook de thallus deelde daarin. Evenals bij de gelatinecultuur volgde IX op II, vervolgens de andere, I ook hier het laatst. Voor het eerst trad na twee maanden bij II eene in het oog vallende verkleuring op tot die na 5 maanden bij II een loodkleur bij den voedingsbodem en den thallus veroorzaakt had. De andere stammen waren toen evenzoo donkerder geworden in verschillenden graad, I_{g_2} het minst.

5°. Op vasten voedingsbodem vooral wordt op den thallus na zekeren tijd een wit luchtmycelium gevormd, dat de drager der sporen is. De verschijning van dit luchtmyceel is in hooge mate van verschillende omstandigheden afhankelijk, die op den voedingstoestand der schimmelplant invloed hebben.

Op een voedingsbodem van 4% glucose 1% pepton 2% agar en 100% water worden deze hyphen reeds gevormd, wanneer na een maand door uitdroging de assimilatieverhoudingen ongunstiger worden. Op een ander gedeelte van denzelfden thallus, waar het vochtgehalte nog groot genoeg is, is dit sporendragend luchtmycelium na 4 maanden nog niet aanwezig. Dit treedt bijv. op bij het kweeken in medicijnfleschjes, waarin men den voedingsbodem schuin heeft laten stollen; de bovenzijde bij den hals en den wattenprop is dan reeds na 1 maand met witte luchthyphen bedekt, terwijl bij den bodem in de vochtigheid nog maanden de thallus vrij blijft. Op bovengenoemden gunstigen voedingsbodem kon ik een individueel verschil bij de vertegenwoordigende cultures der verschillende stammen niet opmerken.

Toch bleek dit wel degelijk te bestaan, hetgeen duidelijk werd bij cultures op de bodems van de samenstelling 4% glucose, $\frac{1}{10}$ % pepton, 2% agar, 100% water, dus de reeks 1°. Bij deze waren alle groeivoorwaarden gelijk en de onderscheiden deelen van een zelfden thallus niet aan andere blootgesteld en toch trad het sporendragend luchtmycelium bij de eene cultuur op een geheel anderen tijd op, als bij de anderen. In deze was de stam IX het vlugst en gehouden bij $\pm 25^\circ$ C. was bij deze het witte luchtmycelium na 5 maanden over het grootste gedeelte van de cultuur aanwezig. Daar deze toen reeds donker van kleur geworden was, viel het verschijnen van dit witte luchtmycelium zeer op,

Als tweede volgde stam II, waar na vijf maanden een spoor van dit witte mycelium zich op de middenschijf begon te ontwikkelen, toen met de hier nog donkerder kleur van den thallus eene sterke tegenstelling vormend. De overige bezaten toen nog geene sporendragende luchthyphen. Later treden deze echter bij alle op.

Beschouwen wij de uitkomsten van dit onderzoek naar de individueele eigenschappen dezer fructificatief verkregen afstammelingen van één schimmelpiant in haar geheel, dan blijkt het, dat daarbij geen eigenschap gevonden is, die een dezer stammen niet bezit, maar dat ieder van hen deze eigenschappen in hoogere of mindere mate heeft.

De eerste vraag nu, die zich naar aanleiding hiervan opdoet, is deze: zijn al deze eigenschappen in iedere individueele schimmel gelijkmatig versterkt of verzwakt en kan men dus die verschillen als uitingen van eene grootere of kleinere intensiteit in de levensfuncties der overigens gelijke individuen beschouwen, dan wel komen de onderzochte eigenschappen bij de onderscheiden individuen onregelmatig versterkt of verzwakt voor.

Op grond van de bovenstaande onderzoekingen moet op de tweede vraag bevestigend geantwoord worden. Wanneer wij toch voor het overzicht de uitkomsten bij de vijf meest eigenaardige individuen zoo naast elkaar plaatsen, dat de geringste graad eener eigenschap door 1 en de sterkste graad door 5 worden voorgesteld, dan krijgt men het volgende overzicht:

	Vorm	Zuurvorming	Proteol. ferment	Donker kleuring	Spoorvorming
I	Op een ongunstigen	1	1	1	3
II	voedingsbodem vooral	3	5	5	4
IV	alle van	4		3	1
VIII	elkaar verschillend.	5		2	2
IX		2		4	5

Hieruit blijkt dus, dat bij de lagere schimmel *Trichophyton albiscaius* iedere uit één spore van een zelfde plant gesproten schimmel eene individualiteit bezit, die in den graad der ontwikkeling der chemische eigenschappen en vooral onder ongunstige groeiverhoudingen ook in den vorm tot uitdrukking komt.

Het spreekt van zelf, dat de hier gevonden wisseling in eigenschappen in geenen deele een beeld van de grootte der variatie-

breedte onder de fructificatieve afstammelingen van één schimmelplant geeft. Onder de talloze sporen, door een schimmelplant gevormd, is het tiental, dat zich ontwikkelde, daarvoor veel te gering. Opmerkelijk zijn desniettemin de betrekkelijk groote verschillen, die zich onder dit geringe aantal afstammelingen voordeden.

Daar er naar gestreefd werd de groeivoorwaarden zoo gunstig mogelijk te maken en er onder het onderzoek geen verzwakkende, heftige prikkels op de organismen werden toegepast als bij de biologische afscheidingswijze door het aanwenden van verhitting of chemicalia zoo dikwijls voorkomen, zoo heeft men hier zeker met verschijnselen bij normale individuen te doen.

Onder de veranderingen, welke BELERINCK in de zitting der Kon. Acad. van Wetenschappen op 27 Oct. 1900 als eigen aan microorganismen opgaf, zijn zij moeilijk te rangschikken, omdat de degeneratie, de transformatie en ook de gewone variatie in den loop van eenige generaties na elkaar optreden, wat hier niet het geval is. Hier had ook niet plaats, wat terzelfder plaatse als kenmerkend voor „de gewone variatie” wordt opgegeven: „Hierbij bestaat de normale vorm onveranderd voort, maar werpt nu en dan individuen af, de varianten, welke van het begin af aan eveneens constant zijn en constant blijven, maar nu en dan weder andere varianten, waaronder de normaalvorm als atavist kan voorkomen, afwerpen.”

Mogelijk is het, dat ook *Trichophyton albiseicans* aan die veranderingen op den duur onderworpen is. Het is reeds vastgesteld, dat zij degenerceert in vorm bij eene langdurige kweeking en herhaalde overenting op een ongunstigen voedingsbodem en daarbij langzamer gaat groeien.

De bovenbeschreven individualiteit is te vergelijken met de knopen zaadonvastheid of variatie bij de hogere planten, bij welke afstammelingen echter wel de verschillen in vorm, minder gemakkelijk die in biochemische eigenschappen zijn na te gaan.

Eene gewichtige tegenwerping zou over deze individualiteit der sporen gemaakt kunnen worden en wel deze: de sporen, die ontkiemden, stamden niet uit hetzelfde gedeelte van den thallus II; het zou dus kunnen zijn, dat men hier niet te doen had met eene aan de sporen zelf toekomende eigenschap maar met een uitvloeisel van de ongelijksoortigheid der verschillende deelen van den thallus. Men heeft namelijk de overtuiging, dat verschillende plaatsen van een zeldde mycelium ongelijke eigenschappen kunnen bezitten.

Bij *Trichophyton albiseicans* heb ik hiervan gedurende de jaren, dat ik dit organisme observeer, niets gemerkt. Bewijzen kan men echter de gelijkheid van dit mycelium in al zijne deelen, door deze

op vorm en eigenschappen te onderzoeken. Dit werd gedaan in September 1910, toen de cultuur II een onderdom had van 12 maanden en dus alle gelegenheid gehad had, om hier of daar in eigenschappen te gaan afwijken. Op de verschillende bovengenoemde verschillen in vorm, zuurvorming, proteolytisch fermentvorming enz. werden nu willekeurige deelen van het mycelium onderzocht door stukjes, uit het mycelium gestoken, op den daarvoor vroeger gebruikten bodem over te enten.

Hoewel zulke oude cultures minder levendige functies hebben als veel jongere, kwamen alle cultures van II goed op en ontwikkelden zich verder als gewoonlijk. Het resultaat was: in de eerste zes weken was er noch wat betreft vorm, noch in zuurvorming, noch in proteolytisch fermentvorming iets te merken van de betrekkelijk groote verschillen, die bij vermeerdering door sporen werden gezien. Deze vegetieve vermeerdering levert in dit opzicht met de fructificatieve eene sterke tegenstelling op.

Erfelijkheid.

De betrekkelijk groote verschillen in individualiteit onder de sporige afstammelingen van *Trichophyton albiscicans* deed de vraag rijzen of deze graden van eigenschappen der soort erfelijk zouden zijn in langs vegetatieven weg verkregen afstammelingen.

Om dit te beantwoorden werden uit het tental uit één spore verkregen stammen I, II—X, die gekozen, welke in de verschillende biologische eigenschappen de sterkste tegenstellingen onder elkaar te zien gaven, namelijk I, II, IV, VIII en IX. Van deze werd uit de 2^e generatie een 3^e, uit deze een 4^e en uit die 4^e weder een 5^e generatie langs vegetatieven weg gekweekt. Dezelfde voorzorgsmaatregelen voor gelijkheid van groeivoorwaarden werden daarbij genomen als boven vermeld. Iedere generatie werd genomen van de voorgaande door stukjes uit de mycelia op lakmoesbodems te nemen, omdat de cultuur op dezen bodem hare volle groeikracht behield. Dit was niet het geval met cultures op agar met de samenstelling 4% glucose $\frac{1}{10}$ % pepton wegens het geringe eiwitgehalte. Daar het onderzoeken der normale afstammelingen beoogd werd, moest die weg van overenten ook voor de cultures op ongunstigen bodem bijv. gevolgd worden. Uit de lakmoescultuur van den betrokken stam werden dan stukjes van ongeveer gelijke grootte met een platte naald gestoken en op de bekende bodems overgebracht. Iedere generatie werd op denzelfden dag aangelegd en aan dezelfde omstandigheden, wat verwarming, belichting enz. betreft, blootgesteld. Zoo werd na het gereedmaken

der voedingsbodems generatie 2 als boven vermeld op 3 Januari 1910, generatie 3 op 7 Maart, vervolgens generatie 4 op 7 April en generatie 5 op 18 Mei aangelegd.

Deze met zorg uitgevoerde proeven bevestigden, hetgeen ik reeds gedurende eenige jaren bij *Trichophyton albiscicans* ten opzichte van den vorm gezien had, dat vegetatieve vermeerdering van deze schimmel gelijkwaardige afstammelingen geeft, ook wat betreft de biochemische eigenschappen.

1°. Met betrekking tot den vorm is de krans van spleten op den rand bij I bijzonder ontwikkeld in tegenstelling met II en IX, bij welke deze spleten niet of sporadisch voorkomen. Bij alle gecultiveerde generaties van I nu plantte deze bijzonderheid zich voort zoowel bij I als bij II en IX, zooals dit op de bijgevoegde plaat 2 te zien is, waarop de 2^e en de 3^e generatie zijn afgebeeld, de laatste in een stadium van de 5^e maand, de 2^e is één maand ouder. Reeds na twee maanden komen enkele spleten aan den rand te voorschijn en worden vervolgens talrijker en talrijker, soms tot verscheiden tientallen toe.

In den thallus van II, die in zoo menig opzicht eene tegenstelling met I vormt, komen deze spleten in den rand bij de 2^e generatie in 't geheel niet voor, eerst in den loop der derde maand traden zij op een enkel plekje sporadisch op en ontwikkelden zich slechts tot een gering aantal, op de 4^e generatie ontbreken zij geheel. Bij IX kan men in de afbeelding hetzelfde opmerken.

Behalve deze bijzonderheid is ook de goed uitgedrukte verdeling in een middenschijf en een buitenrand een bruikbaar onderscheidend kenmerk, evenzoo de al of niet aanwezigheid van draden of haren, die aan de oppervlakte een ruw fluweelachtig aanzien gaven. Het sterkst is die verdeling in middenschijf en buitenrand bij IX tot stand gekomen, evenzoo bij zijne afstammelingen, het minst wel bij II, waar van zulk eene verdeling ook bij de 3^e, 4^e en 5^e generatie niet veel te merken is. Deze middenschijf is verder geheel met haartjes bezet, bij de afstammelingen evenzoo. Goed komt dit nit bij de 3^e generatie van IX op plaat 3, bij de 2^e generatie is dit door het sterke optreden van het luchtmycelium minder duidelijk geworden. De gebrekkige verdeling in middenschijf en rand en het zeer geringe aantal haartjes in het midden ziet men bij de afbeelding van de 3^e generatie van II het best, daar dit bij de 2^e generatie door het sterker opgetreden luchtmycelium verborgen wordt.

Terwijl de middenschijf van IX reeds na 1 maand dicht met haartjes bezet is, verschijnen zij in het midden van II eerst na 4 maanden en blijven zeer gering in aantal.

2°. De mate van zuurvorming werd voor de vegetatief verkregen

afstammelingen nagegaan op dezelfde wijze als bij het bovenvermelde individualiteitsonderzoek op voedingsbodems van 4% glucose, 1% pepton, 2% agar en 100% water, gekleurd met lakmoes of eosine en dan tot zeer zwak zuur met KOH geneutraliseerd. Het groote verschil bestond hier tusschen I en VIII, de tusschenliggende II, IV en IX werden evenwel ook gekweekt. Ieder der volgende generaties werd uit de vorige langs vegetatieve weg verkregen en op PETRI'sche schalen overgebracht op dezelfde dagen als de seriën, die voor het nagaan van de vormverschillen werden aangelegd.

Bij de generaties I₇₂—VIII₇₂ tot I₇₅—VIII₇₅ bleef dezelfde rangorde in de mate van zuurvorming bestaan. Zij was na zes weken op haar hoogtepunt en ging dan langzamerhand over, door de donkerblauwe kleur aangeduid, in alkalische reactie, wat op den eosinebodem evenzoo plaats had. Waar de zuurvorming het eerst het sterkst was als bij VIII, trad deze omzetting van het zuur en in verband daarmee de kleursverandering ook bij alle aangelegde cultures het eerste op.

Ook de mate van zuurvorming blijkt dus als individueele eigenschap in de vegetatief verkregen afstammelingen erfelijk te zijn.

3°. De mate van proteolytische fermentvorming in de vegetatief verkregen afstammelingen werd ook op overeenkomstige wijze als in het bovenstaande individualiteitsonderzoek nagegaan; de daarbij aangevende voedingsbodem 4% glucose, 1% pepton, 10% gelatine 100% water kwam bij de opvolgende generaties ook in aanwending in een hoeveelheid van 60 gram in ERLIENMEIJER'sche kolven van 100 gram. Zij werden op dezelfde dagen als onder 1° en 2° geënt en vervolgens iedere serie voortdurend aan dezelfde omstandigheden blootgesteld.

Ten opzichte van de moeilijkheid om den graad der vervloeiing te bepalen werd onder het individualiteitsonderzoek reeds het noodige vermeld; onder het beoordeelen der uitkomsten bij de achtereenvolgende generaties deden zich dezelfde bezwaren voor, maar er kon toch na zes weken, toen de vervloeiing volkomen begon te worden, met zekerheid vastgesteld worden, dat de vegetatieve afstammelingen van II altijd zeer veel sterker vervloeiing op de gelatinebodems veroorzaakten dan die van I. Het tijdstip, waarop de bodem van I₇₂ en afstammelingen vervloeid was, trad dan ook eenige weken later in dan dit bij II geschiedde.

De erfelijkheid der sterkte in vorming van proteolytisch ferment was dan ook niet twijfelachtig, maar zeker vast te stellen.

4°. De donkerkleuring van de voedingsbodems en van de mycelia, zoo ongelijk bij de verschillende individuen, doet zich voor zoowel bij de vastblijvende agarbodems als bij de vervloeiende gelatine-

bodems. Bij het beoordeelen van den graad der donkerkleuring verdienen evenwel de agarbodems de voorkeur, omdat de op den groei soms storend inwerkende vervloeiing der gelatine een juist oordeel over slechts één cultuur van iedere soort, zooals hier werd aangelegd, zeer bemoeilijken kon. De voedingsbodem van agar wordt bovendien geheel gelijkmatig met de donkere kleurstof doortrokken evengoed als de vervloeiide gelatine.

Van de resultaten verkregen bij het kweeken van drie generaties der vijf stammen geeft plaat 4 een goed beeld. De stammen staan in de volgorde I, II, IV, VIII en IX naast elkaar en in 2^e, 3^e, en 4^e generatie onder elkaar, de twee eerste gedood na 6 en 5 maanden en met formol geconserveerd, de derde nog levend en 4 maanden oud.

In alle generaties was aan de kolven duidelijk vast te stellen, dat naar de donkerheid der verkleuring de volgorde heerschte II, IX, VIII, IV, I, waarvan II het donkerst was. Op de photographie is dit vrij goed aan de kleuren der bodems te zien, maar zeer duidelijk ziet men daarbij de doorgaande tegenstelling tusschen de reeks van I met lichtgekleurden en die van II met donkergekleurden bodem.

Hieruit blijkt dus wel en aan de fleschjes zelf is het nog zooveel beter te zien, dat inderdaad door vegetatieve vermeerdering ook zulk eene overigens voor ons in zijn wezen nog zoo duistere donkerverkleuring tot zelfs in haar bepaalden graad op de afstammelingen wordt overgebracht.

5^o. Het vormen van wit sporendragend luchtmycelium, dat zooals onder het individualiteitsonderzoek vermeld werd op den bodem 4^o/_o glucose, $\frac{1}{10}$ ^o/_o pepton, 2^o/_o agar en 100^o/_o water zulk een groot verschil in tijd van optreden bij de onderscheiden individuen te zien gaf, leverde dezelfde uitkomsten bij dit onderzoek op.

Eerst na 5 maanden begon bij IX_{g2} het eerst op het midden deze witte hyphenvorming zich te vertoonen en na 6 maanden bedekte zij als op plaat 3 te zien is, een groot deel der cultuur; de tegenstelling hiervan met den toestand bij II en I komt minder goed uit, daar door het vallen van het licht ook andere uitstekende deelen wit geworden zijn. Toch is de toestand zoo, dat II slechts in geringe mate, I bijna geen sporendragend mycelium gevormd heeft. Bij de drie afbeeldingen der tweede generatie, die slechts 5 maanden oud is, komt deze overgeërfdde bijzonderheid wat beter uit. IX_{g3} draagt hier in het midden de schijf, met wit mycelium bedekt in tegenstelling met den gladden rand, II_{g3} is bijna geheel glad nog gebleven en begint eerst sporendragende organen te vormen, terwijl I_{g3} wel haarvormige uitstekende deelen bezit, maar als uit de cultuur zelf blijkt nog geen sporendragende hyphen.

Daar alle groeivoorwaarden voor deze cultures dezelfde waren, gaven deze uitkomsten dus aan, dat ook het bij verschillende individuen op een ander tijdstip optredende, sporendragende lichtmycelium bij de afstammelingen, langs vegetatieve weg verkregen, in dezelfde volgorde als bij vorige generaties optreedt en dus ook dit verschil der individualiteit op deze wijze erfelijk is.

Uit dit onderzoek over erfelijkheid blijkt dus, dat langs vegetatieve weg van de bewerkte individuen afstammelingen werden verkregen, die den betrekkelijken graad der eigenschappen van die oorspronkelijke cultures geërfd hadden. In verband met het individualiteitsonderzoek volgt hieruit, dat men door het kweken uit sporen van ééne schimmelplant van *Trichophyton albiseicans* niet alleen individuen met bijzondere eigenschappen verkrijgt, maar dat stammen met deze eigenschappen langs vegetatieve weg uit deze geboren worden.

Bij een zoo laag ontwikkeld organisme als deze schimmel geldt derhalve dezelfde wet als bij hoogere planten, dat de individueele eigenschappen op de afstammelingen vooral door vegetatieve vermeerdering worden overgebracht en dat bij fructificatieve vermenigvuldiging eene variatie in biologische eigenschappen is op te merken, die zich beweegt binnen grenzen, aan de soort eigen en die zoowel voor den vorm als voor de biochemische eigenschappen geldt.

Niet onwaarschijnlijk is het, dat dit ook zal blijken het geval te zijn bij andere schimmels, al zal het wellicht bij de snelgroeijende moeilijker zijn na te vorschen. Binnen het begrip soort zouden dan al die individuen vallen, welke overeenkomen met al die variaties in vorm- en biochemische eigenschappen, vastgesteld bij de sporogene afstammelingen van één individu. Verschillende schimmels, die tot dusver als onderscheiden worden aangemerkt, zullen waarschijnlijk binnen de variatiebreedte eener soort vallen en dan als tot dezelfde soort behoorend erkend worden. Het is verder te verwachten, dat vele gevallen van pleomorphie en de onzekerheid omtrent de verwantschap van vormen der *Trichophyton*s en der *Favusschimmels* in die richting hunne oplossing zullen vinden.

Een bijzondere aantrekkelijkheid zullen dergelijke onderzoeken daaraan kunnen ontleenen, dat men de chemische eigenschappen van de onderzochte organismen zooveel beter dan bij hoogere planten zal kunnen nagaan.

Naast de fungi zijn er evenwel nog vele andere lagere organismen, die gedeeltelijk langs vegetatieve weg (deeling), gedeeltelijk langs sporogenen weg (fructificatie) zich vermeerderen. Ook bij deze, waaronder ook de bacteriën behooren, is al heel wat ontdekt over

veranderlijkheid in eigenschappen, wat aanleiding heeft gegeven tot eene soms zeer twijfelachtige onderscheiding in stammen, variëteiten, verwante vormen enz. en bovendien tot eene groote onzekerheid omtrent de verwantschap en de mogelijkheid van overgang dier vormen in elkaar.

Mocht het bij nader onderzoek blijken, dat evenals bij de hier onderzochte lagere fungus ook bij de bacteriën en andere organismen de voortplanting door sporen aanleiding geeft tot het ontstaan van individuen en stammen met eene andere combinatie van eigenschappen als die bij directe deeling, dan zou mogelijkwijze een uitgebreid veld van onderzoek hierdoor geopend worden.

Het bezit eener praktisch uitvoerbare, eenvoudige werkwijze, om eencelculturen aan te leggen, waarbij de organismen onverzwakt en in het bezit hunner normale eigenschappen blijven, is daarvoor echter eene noodzakelijkheid. Die, welke mij vorenstaande onderzoekingen hebben mogelijk gemaakt, wil ik daarom nu nog beschrijven.

Microbiologie. — De Heer BELJERINCK biedt eene mededeeling aan van den Heer A. W. NIEUWENHUIS: „*Wijze om microörganismen uit één cel te kweeken.*”

(Mede aangeboden door den Heer F. A. E. C. WENT).

Onder de verschijnselen, die het tegenwoordig tijdperk van onderzoek der microörganismen en der toepassing van de daarbij verkregen resultaten ten bate van het leven der moderne maatschappij kenmerken, treedt wel dit op den voorgrond, dat door de diepere studie der eigenschappen dier kleinste wezens een groote onzekerheid ten opzichte van de standvastigheid van bepaalde kenmerken en levensfuncties gaat heerschen en in verband daarmee twijfel aan de zelfstandigheid en aan de meer of minder nauwe verwantschap van bepaalde, o.a. van pathogene en niet-pathogene soorten. Om slechts enkele voorbeelden aan te halen, noem ik wegens hun praktisch gewicht de onzekerheid over de standvastigheid en de verwantschap veler gistsoorten, vervolgens van typhus-, paratyphusbacillen en bacterium coli, op het gebied der mycologie den strijd over de eenheid of de verscheidenheid der Favus-schimmels en van die der Trichophytieën, vooral in verband met hare geographische verbreiding in de gematigde luchtstreek. Sedert men de parasitaire ziekten in de tropen wetenschappelijk bestudeert, wordt de bestaande onzekerheid met betrekking tot de organismen o.a. van de typhus- en van de dysenteriegroep nog grooter.

De desondanks verkregen, belangrijke uitkomsten, welke voor de industrie, volksgezondheid en geneeskunde van zoo groot gewicht geworden zijn, hebben de overtuiging omtrent de noodzakelijkheid van een goed, wetenschappelijk gegrond inzicht in de morphologische en biologische eigenschappen der microorganismen wel eenigszins geschaad. Door de groote, technische bezwaren, aan een onderzoek naar de levenseigenschappen van uiterst kleine wezens verbonden, wordt dit nog in de hand gewerkt. Voor hen, die zich ernstig met de oplossing van de theoretische kwesties, welke de vaste basis voor maatschappelijk zeer gewichtige maatregelen moeten vormen, bezighouden, blijft de bestudeering van de organismen zelf en van hunne eigenschappen evenwel een op den voorgrond staande eisch.

Nog onlangs gaf Prof. Dr. D. A. DE JONG in zijne verhandeling „De 'Tuberkelbacillus'” als extranummer van den 4^{en} jaargang van „Tuberculose, het orgaan van de Centrale Vereeniging tot bestrijding der Tuberculose”, een welsprekend pleidooi voor een nauwgezet onderzoek naar de eigenschappen van den tuberkelbacillus. Welke gewichte vraagstukken daarbij op te lossen zijn, duiden reeds eenige der titels boven de hoofdstukken dezer verhandeling aan: 2. Eigenschappen van den tuberkelbacillus in verband met de diagnose; 3. Pseudotuberkelbacillen; 4. Cultuur van tuberkel- en pseudotuberkelbacillen; 5. Morphologie van tuberkel- en pseudotuberkelbacillen; 6. Verschil van tuberkelbacillen onderling; 7. Tuberkelbacillen van koudbloedige dieren. Uit den inhoud blijkt verder, dat ook bij deze, het wezen der zaak zelve rakende vragen, de verschillen in opvatting nog zeer talrijk zijn.

Voor het bereiken van ons tegenwoordig standpunt wees ons in de eerste plaats PASTEUR met zijne baanbrekende onderzoekingen den weg en de groote vooruitgang stamt uit den tijd, dat KOCH zijn vasten voedingsbodem invoerde. Volgens veler gevoelen levert dit hulpmiddel echter niet den noodigen steun voor de volgende, bovenaangegeven schrede op den langen, nog af te leggen weg van bacteriologisch en mycologisch onderzoek. Talrijk zijn dan ook de andere onderzoekingswijzen, waarbij o.a. van biologische eigenschappen der organismen voor het vaststellen van hun zelfstandigheid of van hunne onderlinge verwantschap wordt gebruik gemaakt, bijv. van serumreacties (agglutinatie, praecipitatie, complementbinding enz.) naast kleurmethoden. Deze konden echter tot dusver zeer ernstige kwesties niet tot oplossing brengen en leveren door hunne veelheid wel eenigszins het bewijs, hoe weinig afdoende zij in bepaalde gevallen zijn.

Reeds lang hoopt men op grooten steun van eene bruikbare werk-

wijze om onder zeer verschillende omstandigheden eene éénecultuur door te kunnen voeren, niet slechts voor het nagaan der eigenschappen van het individu onder de microörganismen of van zijne verwantschap of gelijksoortigheid met andere, maar ook voor het kweeken van tot dusver niet kweekbare en dus moeilijk te bestudeeren organismen, die misschien op vaste voedingsbodems niet willen groeien en dus in vloeistoffen zouden moeten worden overgebracht. Hoe zeer de behoefte daaraan gevoeld wordt, blijkt uit een paar aanhalingen naar aanleiding van reeds vroeger uitgegeven werkwijzen voor eenecultuur. Bij het beschrijven van de methode van S. L. SCHOUTEN verklaart E. KÜSTER in zijn „Kultur der Mikroorganismen. Leipzig und Berlin 1907“: „Eine ingenöse Methode, welche die Koch'sche zu ergänzen berufen sein könnte . . .” en bij de bespreking van een dergelijke werkwijze van MARSHALL A. BARBER verklaart H. PRINGSHEIM in het Zentralblatt für Bakteriologie, Parasitenkunde und Infektionskrankheiten, Bd. 23, N^o. 6/9, Abteilung II: „Vielleicht ist die Methode BARBERS in noch höherem Grade, als der Autor annimmt, dazu bestimmt von den Einzelzellen ausgehend zu Reinkulturen solcher Mikroorganismen wie z. B. mancher Flagellaten, Algen und Diatomeen zu kommen, die wegen ihrer Empfindlichkeit nur schwer in Anhängungskulturen zu gewinnen sind und die sich deshalb von Bakterien und Schimmelpilzen nur schwer trennen lassen.”

Als voorbeeld van zulk een onderzoek met streng doorgevoerde eenecultuur naar de eigenschappen en verwantschappen van bepaalde organismen kunnen die gelden, welke E. C. HANSEN in het Carlsberg-Laboratorium bij Kopenhagen met betrekking tot de gistsoorten heeft verricht. Zij hebben een veel beter inzicht in de eigenschappen der gistsoorten gegeven en op de industrie der alcohol-fabricatie een zeer grooten invloed geoeffend. Bij zijne wijze van werken, die berustte op het opzoeken en aantekenen van afzonderlijke gistcellen in een dunnen voedingsbodem, kon hij wegens de betrekkelijk aanzienlijke grootte eener gistcel van een microscopische vergrooting van ± 60 gebruik maken. Ook bij de verandering, door LINDNER aangebracht, is zulk een groot organisme een vereischte. Veel kleinere organismen, als schimmelsporen en bacteriën kunnen op deze wijze niet gevonden worden en voor deze is de beschreven eenecultuur dus niet door te voeren.

Eene goed bruikbare werkwijze, om eeneculturen aan te leggen, dient aan de volgende eischen te voldoen:

1^o. Zij moet geschikt zijn, om bij vergrootingen van 300 en hooger uitgevoerd te worden, dit behoeft geen verder betoog.

2°. Het af te zonderen organisme mag noch door chemische, noch physische prikkels daarbij geschaad worden.

Dit is een eisch, die ook bij andere wijzen van onderzoek lang niet algemeen wordt ingezien. Hij berust op het verschijnsel, dat zoowel hogere planten als lagere organismen zelfs op in ons oog geringe prikkels, bijv. op eene kleine wijziging van voedingsstoffen met eene aanzienlijke afwijking in hunne levensfuncties reageeren. Vooral bij biologische afzonderingswijzen wordt hiertegen soms grof gezondigd. Zoodra men verhittingen zelfs tot 80° C., of wel chemische substanties tot het dooden van verontreinigende organismen bij een onderzoek over daaraan weerstandbiedende organismen gaat aanwenden, moet men aannemen, dat de overgebleven individuen niet meer normaal zijn.

3°. Moet aan de grootst mogelijke eenvoudigheid in uitvoering voldaan worden. Dan valt de werkwijze binnen het bereik van iederen experimentator door geen al te hooge eischen te stellen aan persoonlijke handigheid, aan iemands geduld en aan den beschikbaren tijd.

4°. Een gemakkelijk handhaven van asepsis bij de uitvoering. Ook dit is zonder meer duidelijk.

Aan deze eischen voldoet geen der tot dusver uitgegeven wijzen van onderzoek met eencelcultuur. De bekendste zijn die van S. L. SCHOUTEN (1901), die bij groote vergrooting met twee naalden de cellen uit suspensies in hangende druppels afzondert; die van MARSHALL A. BARBER (1907), welke dit met fijne glascapillairen doet en vervolgens die van R. BURRI (1907), de aanwending van Oost-Indische inkt.

De zeer ingenieuse methode van S. L. SCHOUTEN is voor algemeene toepassing veel te samengesteld, daar zij te hooge eischen stelt aan de vaardigheid en het geduld van den onderzoeker; door den langen tijd, die voor de uitvoering noodig is, zou zij zelfs voor een in die richting zeer ontwikkeld onderzoeker moeilijk veel gebruikt kunnen worden. Bovendien kleeft haar het bezwaar aan, dat de uiterst fijne, kunstig vervaardigde glasnaalden gedesinfecteerd moeten worden. Hoe moeilijk dit bij veelvuldig gebruik is zonder de over te brengen microörganismen met chemicaliën te prikkelen en te verzwakken, daarvan geeft de ontdekker zelf op bladzijde 113 van zijne dissertatie het bewijs.

MARSHALL A. BARBER verving de naalden van SCHOUTE door capillairen, waarmede hij een bepaald organisme uit een hangenden druppel opzuigt. Vooral wanneer hij met verontreinigd materiaal

werkt, moet de desinfectie dezer capillairen nog grooter bezwaren opleveren als bij SCHOUTEN's naalden.

De Tusche-Methode van BURRI is weder een kweekwijze op vasten voedingsbodem, voor zoover zij bij het vermeerderen van organismen wordt aangewend, terwijl het ook geen eigenlijke afzondering van een organisme is.

Het voorafgaande onderzoek omtrent de „Individualiteit en Erfelijkheid van *Trichophyton albiseicans*” deed ik met behulp van eene kweekwijze uit één eel, die aan alle bovenstaande eischen voldoet. Zij kan met groote vergrotingen worden toegepast (ik gebruikte die van 300 en 450) met behulp van een telkens nieuwe, gemakkelijk te vervaardigen en dus niet te desinfecteeren glasnaald. De uitvoering vereischt niet veel handigheid en tijd, evenmin een zeer samengesteld instrumentarium, terwijl asepsis daarbij gemakkelijk gehandhaafd worden kan.

Evenals bij die van S. L. SCHOUTEN en MARSHALL A. BARBER heb ik het gewenschte organisme uit een onder het dekglas hangenden druppel met gesuspendeerd onderzoekingsmateriaal afgezonderd maar met één glazen naald, om het vervolgens in een druppel voedingsvloeistof over te brengen, waarin de voorloopige of geheele verdere ontwikkeling plaats kan vinden. De twee druppels hangen naast elkaar onder het dekglas. De glasnaald *a* is bevestigd op een statief *b*, waarop zij door drie micrometerschroeven *c*, *d* en *e* in iedere richting mechanisch kan bewogen worden (fig. 3),

Zooals reeds uit figuur 4 te zien is, kan dit statief naast ieder microscoop *f* geplaatst worden; de naald *a* dient dan zoo lang te zijn, dat de spits in de as van den microscoop gesteld kan worden. De spits van de glasstaaf, waarmede de afzondering van het organisme wordt tot stand gebracht, is een glasbolletje, dat in grootte verschillend genomen kan worden naar die van het af te zonderen organisme.

Bij het vorenstaande onderzoek, waarbij schimmelsporen van $2-2\frac{1}{2} \mu$ en myceliumcellen van $1-1\frac{1}{2} \mu$ dikte, maar grootere lengte werden overgevoerd, wendde ik bolletjes van $20-30 \mu$ doorsnede aan.

Over de voorbereiding der verschillende onderdeelen, bij de uitvoering der afzondering benodigd, het volgende:

a. Het materiaal, waaruit het organisme afgescheiden moet worden, verdeelt men in eene steriele vloeistof zoo, dat het er in fijn verdeelden toestand in gesuspendeerd is, opdat de organismen in den druppel onder het microscoop niet te dicht bij elkaar en bij levende verontreinigingen komen te liggen. Hoe men zulks doen moet, hangt

van het betreffende materiaal af en kan ieder naar eigen inzicht regelen. Ik deel dit op een steriel objectglas in een vlakke glazen doos, eveneens kiemvrij. Op het objectglas werd een druppel voedingsvloeistof gelegd en daarin met een naald eene hoeveelheid sporen uit een cultuur of een stukje mycelium verdeeld, voor het laatste waren dikwijls twee, liefst ijzeren naalden noodig.

b. Het dekglasje, waarop een weinig van dit materiaal moet overgebracht worden, kan van gewoon model bijv. 22×26 m.M. zijn en wordt na zeer goede reiniging aan ééne zijde zeer dun met zuivere vaseline ingewreven en vervolgens kiemvrij gemaakt door deze zijde een paar maal snel door een gasvlam te halen. De laag vaseline moet zoo dun zijn, dat zij slechts een licht dof beslag aan ééne zijde vormt. Zij dient toch slechts, om het vervloeien der druppels over het glasoppervlak te voorkomen.

Men zal goed doen van de aldus voorbereide dekglasjes een voldoende aantal voor een dag bijv. in een gesteriliseerde glazen doos vooraf gereed te maken.

c. Als voedingsvloeistof gebruikte ik die, welke voor het organisme het gunstigst gebleken was. Om geen verzwakkenden invloed te oefenen, wendde ik hetzelfde vocht als mengvloeistof aan, bij het voorgaande onderzoek 4% glucose, 1% pepton, 100% water.

d. Een koperen rand moet als steun voor het dekglasje onder het microscoop dienen, daar men met de glazen naald onder het dekglas met de hangende druppels werkt en hieronder dus een groote vrije ruimte noodig heeft. Als het best te gebruiken vond ik een 8 m.M. hoogen koperen rand in den vorm van drie zijden van een rechthoek met 18 m.M. zijlengte en 1.5 tot 2 m.M. dikte. De vierde open rechthoekzijde dient tot het invoeren van de glasnaald en voor de beweging van deze.

Om het dekglas gemakkelijk te kunnen bewegen, bevestig ik dien koperen rand met wat vaseline op een gewoon objectglas, dat op de voorwerptafel ligt. Door een weinig vaseline op de vlakke bovenzijde van den koperen rand aan te brengen, kleeft het dekglasje er eenigszins aan vast, wat wel wenschelijk, echter niet noodzakelijk is.

e. De glazen naald, waarmede de afscheiding van een organisme wordt bewerkstelligd, is zoo eenvoudig van vorm en kan zoo gemakkelijk vervaardigd worden, dat hierin de mogelijkheid van zeer uitgebreide toepassing mijner werkwijze en het grootste voordeel tegenover andere gelegen is. Het eigenlijk gebruikte gedeelte der naald is de spits, die den vorm van een glasbolletje van $20-30 \mu$ doorsnede bij mijn onderzoek had, welke afmeting evenwel naar de grootte van het organisme kan wisselen. Het voorgedeelte van de naald was

tot $\pm 10 \mu$ dikte uitgetrokken, over een lengte van 4—5 m.M. naar boven gebogen met het vorenstaande bolletje als spits.

Het vervaardigen van zulk een naald geschiedt op de volgende wijze: een gewone glasstaaf of glasbuis van ± 4 m.M. dikte en ± 15 c.M. lengte moet uitgetrokken worden tot 10μ aan de spits, waarvoor twee zulke staafjes met de uiteinden tegen elkaar in een gasvlam aan elkaar gesmolten en na samenvloeiing eerst tot op ± 1 m.M. uitgetrokken worden. Na bekoeling verdeelt men de staaf in het midden in tweeën. Om de fijne punten te maken dient een microbrander, waarvan men de vlam tot eene hoogte van 2 à 3 m.M. afdraait, zoodat er geen geel middengedeelte in te zien is. In dit kleine vlammetje legt men de dunne spitsen van de twee glasstaafjes tegen elkaar; deze worden hierdoor half vloeibaar, kleven aan elkaar en kunnen dan buiten het vlammetje tot een draad van $\pm 10 \mu$ uitgetrokken worden. Na afkoeling en verdeling in tweeën heeft men dus twee der gewenschte naalden zonder de eindbolletjes. Daar de zeer fijne uiteinden niet in de as der glasstaafjes moeten liggen, maar naar boven gericht dienen te zijn, doet men de uittrekking plaats hebben zoo, dat de twee naalden in hetzelfde vlak een hoek van $\pm 120^\circ$ met elkaar vormen. De fijnste gedeelten der spits krijgen dan ook dezen stand.

De vervaardiging van het eindbolletje geschiedt eenvoudig zoo, dat men het afgebroken einde van het 10μ dikke glasdraadje zoo snel door het microvlammetje voert, dat dit slechts even geel opflikkert. Doet men dit te langzaam, zoo smelt het haarfijne glasdraadje tot een te groot glasbolletje af.

Bij de uittrekking tot ongeveer 10μ breekt de glasdraad dikwijls van zelf of krijgen de uiteinden een wat onregelmatigen vorm, vooral wanneer de uittrekking te ver gaat. Na het aansmelten van het bolletje, dat ook dan goed mogelijk is, heeft de spits door abnormale buiging soms eene verbetering noodig. Eene eenvoudige manier daarvoor is deze, dat men het dunste uiteinde der naald even boven de microvlam houdt, die het draadje week doet worden, waardoor de opstijgende heete luchtstroom het in de goede richting kan plaatsen.

Nadat men het eenige malen heeft geprobeerd, is dit aannemen van de glasnaalden gemakkelijk voor ieder onderzoeker uitvoerbaar, voor de glastechnici uiterst eenvoudig.

Nu iedereen na eene kleine oefening zich binnen een minuut of tien en minder de gewenschte naald kan vervaardigen zonder ander instrumentarium dan een paar glasstaafjes en een microbrander op de gasleiding, is het vooreerst mogelijk een door verontreiniging onbruikbare naald in plaats van door desinfectie door omsmelting weer

bruikbaar te maken, verder kan men haar door andere, gemakkelijk in voorraad aan te maken, vervangen.

f. Statieven, waarmede de daarop bevestigde voorwerpen door middel van micrometerschroeven zeer langzaam en regelmatig in de drie richtingen der ruimte bewogen kunnen worden, bestaan er verschillende; zoo zij slechts ongeveer de hoogte der voorwerptafel van een microscoop hebben, zou men ze door het bevestigen van een glasnaald er op voor deze werkwijze dienstbaar maken kunnen. Gelijk uit fig. 4 te zien is, staat zulk een statief *b* vrij naast een microscoop *f*; slechts moet de naald *a* op bepaalde hoogte over de tafel heenreiken om met de punt onder het objectief geplaatst te kunnen worden.

Het door mij gebruikte statief is op fig. 3 in zijne onderdeelen te zien en bestaat uit een voetstuk *j*, waarop een kolom *h* door de schroef *d* naar boven verplaatst kan worden; in de tafel *i*, op deze kolom aangebracht, is een glijstuk, voor de bevestiging van den naaldhouder *g* bestemd, door de schroef *c* naar links en rechts beweegbaar. De beweging van voor naar achteren wordt door de schroef *e* tot stand gebracht, die het geheele bovenzvlak van het voetstuk op het grondvlak doet draaien. Al deze bewegingen worden door spiraalveeren, welke de beweging der schroeven tegenwerken, geregeld. De naaldhouders *g*, waarvan er twee met de door gips bevestigde naalden *a* voorzien naast het statief liggen, worden los, met twee stiften in overeenkomstige openingen op het glijstuk van de tafel *i* geplaatst. Het geheel is van koper vervaardigd. De op en neergaande beweging door de schroef *d* ging bij dit statief met eene lichte draaiing gepaard, overigens waren de bewegingen, die de punt der naald *a* vertoonde onder den microscoop, zeer regelmatig en was het instrument dus goed bruikbaar.

g. Elk microscoop met of zonder revolver kan voor deze afzonderingswijze gebruikt worden, zoo de ruimte tusschen objectief en voorwerptafel slechts groot genoeg is, om er het voorwerpglasje met den koperen rand en het dekglasje voor de twee druppels tusschen te plaatsen. Zoo het statief niet voor het gebruikte microscoop vervaardigd is, kan de gewenschte hoogte door onderleggen van schijven der gewenschte dikte verkregen worden.

Gelijk op fig. 4 te zien is, was op den microscoop *f* een bewegelijke voorwerptafel van ZEISS aangebracht, waarmede het voorwerpglasje *l* en dus ook de koperrand *m* en het dekglasje *n* zeer regelmatig in het horizontale vlak bewogen kunnen worden. De bewegingen door middel van dit ZEISS'sche instrument heb ik in lateren tijd gebruikt in plaats van die van het statief, omdat de schroeven wat

zachter liepen. Met het statief *b* alleen zonder de bewegelijke voorwerptafel *k* is de werkwijze toch goed uit te voeren.

h. Als vochtige kamer heb ik ten slotte gebruik gemaakt van de volgende eenvoudige inrichting, die gemakkelijk gesteriliseerd kan worden. Een objectglas steriliseert men in een gasvlam en plaatst daarop een ± 7 mM. hoogen glazen ring van 20 mM. middellijn binnenruimte en 1 mM. dikte. Door zulk een ring met een pincet in de vlam te houden is hij spoedig kiemvrij en in dien warmen toestand met wat vaseline voorzien op eene zijde, sluit zij met deze op het voorwerpglas goed aan en de toetreding der lucht af. In een gesteriliseerde glazen doos kan men voor een onderzoek een geheele reeks van zulke vochtige kamers in voorraad houden.

Om er het organisme in den hangenden druppel in te kweeken, wordt de bovenrand van wat vaseline voorzien en het opgeplaatste dekglas hier zoo ingedrukt, dat ook hier de luchttoetreding belet wordt.

Aanvankelijk heb ik, als dikwijls wordt aangegeven, op den bodem van het kamertje een druppel vloeistof gelegd, om het verdampen van den cultuurdruppel tegen te gaan. Dit brengt echter sommige bezwaren met zich o. a. het sterke neerslag op de ondervlakte van het dekglas, dat niet ontstaat, als men dien druppel op den bodem weglaat. Wanneer een hangende druppel van bijv. 4 à 5 mM. middellijn en $1\frac{1}{2}$ à 2 mM. dikte wordt aangewend, dan is de geringe verdamping, voor het verzadigen der kleine ruimte noodig, mij nooit nadeelig gebleken. Neerslag op den bodem der vochtige kamer wordt voldoende voorkomen door de plaatsing op een vast voorwerp in de verwarmde ruimte, waardoor het voorwerpglas warmer blijkt dan het dekglasje.

Voor het afzonderen van een organisme en vervolgens het kweeken daarvan gaat men nu als volgt te werk:

Men plaatst vooreerst het objectglas met het daarop door vaseline bevestigde koperen vierkant op de voorwerptafel van den microscoop zoo, dat de as van den microscoop in het midden door het vierkant gaat en de open zijde naar een der zijden, naar links bijv. als hier in fig. 4 gericht is.

Nu wordt het statief *b* met de naald *a* er op zoo aan de linkerzijde van den microscoop geplaatst, dat de naald *a* over de linkerzijde van de voorwerptafel reikt en zich met haar punt onder het objectief binnen het koperen vierkant bevindt (fig. 4). Het is verder gewenscht nu reeds in den beginne den knop van de naald in de as van den microscoop te brengen, wat men na eenige oefening onder controle van eene vergrooing van 50 bijv. met de hand door het verplaatsen van het statief doen kan of wel met behulp der micro-

ineterschroeven verricht. Staat de knop in de as, dan schroeft men de glasstaaf *a* met de daarvoor bestemde schroef *c* zoover naar beneden, dat de knop zich een eind onder den bovenrand van het koperen vierkant bevindt, waarbij de knop zich natuurlijk in de as van den microscop blijft bewegen. Als het dekglas met de hangende druppels nu op zijn plaats wordt gelegd, komen de druppels niet met den knop in aanraking.

Het dekglas, waaronder de afzondering van het organisme plaats zal hebben, is boven onder *b* beschreven. De hangende druppels worden er onder de volgende voorzorgen op gebracht. Met een gesteriliseerde glasstaaf wordt uit een fleschje met kiemvrije voedingsvloei-stof een druppel op de ingevette zijde gebracht, welke druppel voor het kweken van het organisme zal dienen en daarom als cultuurdruppel zal worden aangeduid. Zijn grootte is het best 4 mM. middellijn en $1\frac{1}{2}$ à 2 mM. dikte. Met dezelfde glasstaaf kan nu uit het gesuspendeerde materiaal een kleine hoeveelheid genomen worden en deze op kleinen afstand, bijv. 1 à $1\frac{1}{2}$ mM. als tweede of materiaaldruppel naast den cultuurdruppel gelegd worden. Het beste is den materiaaldruppel een langgerekten vorm te geven, opdat hij een lange zijde naar den cultuurdruppel keert. Microorganismen in den rand gelegen worden namelijk het gemakkelijkst afgezonderd; de geringe afstand der druppels is wenschelijk, om den door het afgescheiden organisme af te leggen weg, zoo klein mogelijk te doen zijn. Dit met de twee druppels voorziene dekglas neemt men nu met een pincet van onder den sterielen glazen deksel, waaronder zij aangelegd werden op, keert het vlug om, opdat de twee druppels niet af- of samenvloeien, wat trouwens op de ingevette zijde niet licht gebeurt en plaatst dan het dekglas *n* met de twee nu hangende druppels zoo op het koperen vierkant, dat deze zich in het midden daarvan bevinden en de randen niet aanraken. Door het voorwerp-glas *l* te verschuiven, eventueel met de bewegelijke voorwerptafel, is het mogelijk de ruimte tusschen de twee druppels in de as van den microscop te plaatsen, wat door instelling op de randen der druppels eenvoudig te controleeren is.

Na deze voorbereiding kan nu het overbrengen van een organisme op de volgende wijze bewerkstelligd worden: Als het eenvoudigst voor de uitvoering zoekt men aan den naar den cultuurdruppel gekeerden rand van den materiaaldruppel het over te brengen individu, bijv. eene spore van eene schimmel uit. Dan schroeft men de naald met *e* zoover in de hoogte, dat de ronde punt onduidelijk onder het dekglas zichtbaar wordt en zich dus onder het gezichtveld bevindt.

Het overbrengen zelf berust nu hierop, dat wanneer men den knop

der naald in den materiaaldruppel juist tegen de ingevette onder-vlakte van het dekglas plaatst en vervolgens de naald met een micrometerschroef *e* horizontaal naar buiten uit den druppel beweegt, de knop bij het verlaten van den druppelrand een kleine hoeveelheid vocht langs het dekglas medesleept en tegelijk de deeltjes, die zich in dit vocht bevinden. De grootte van dit druppeltje is afhankelijk van die van den knop, aard van de vloeistof, sterkte der invetting enz. maar bij de boven aangegeven verhoudingen van een knop van 20—30 μ is de hoeveelheid vocht bij langzame beweging groot genoeg, om eene spore van $2\frac{1}{2}$ μ zwevende mede te voeren. Door de invetting trekt deze vochtmassa zich al spoedig buiten den materiaaldruppelrand tegen het dekglas tot een druppel samen, waardoor de materiaaldruppel zich niet op den af te leggen weg verbreidt. Beweegt men nu met schroef *e* den knop steeds verder in de richting van den nabijgelegen cultuurdruppel, dan vloeit het druppeltje en de spore erin spoedig met dezen samen.

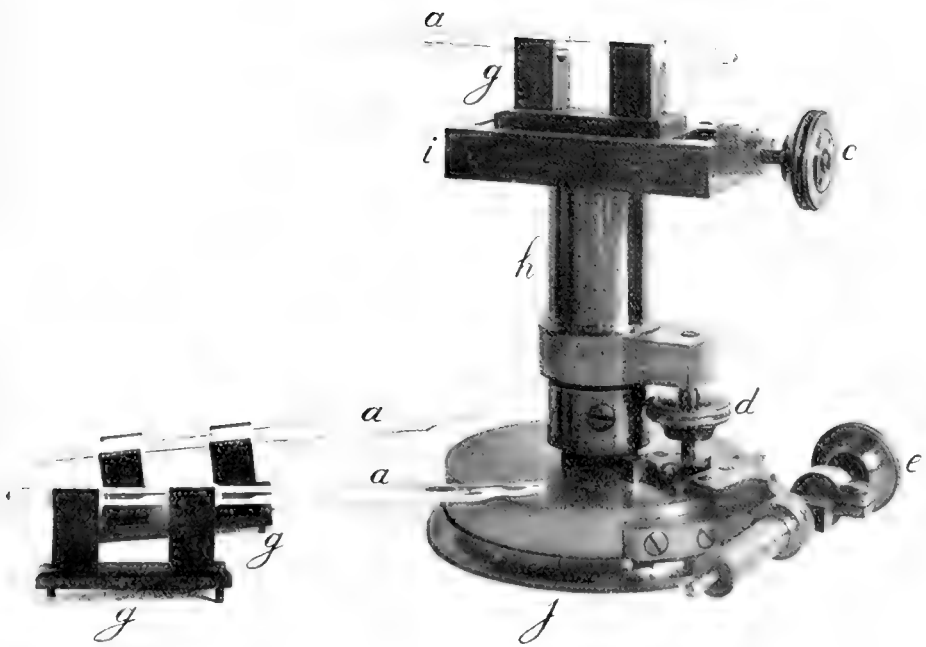
Plaatst men derhalve de spits der naald tegen het mede te slepen organisme in den materiaaldruppel aan (voor het gemakkelijk werken liefst in het midden van het gezichtsveld) dan kan dit al zwevende op de zoeven beschreven wijze in den cultuurdruppel overgevoerd worden en zich ongelaedeerd in dezen ontwikkelen.

Dat de over te voeren deeltjes zoo ver mogelijk van elkaar in den materiaaldruppel moeten voorkomen, om eene verontreiniging van de naald tegen te gaan, is duidelijk, van daar sterke verdunning der materiaalsuspensie.

Het gemakkelijkst is het ook, wanneer men een individu uit een reïneultuur moet afscheiden; uit een mengsel is het evenwel ook zeer goed mogelijk en daar alles met een tot op zekere hoogte willekeurige vergrooing gecontroleerd kan worden is verontreiniging van den cultuurdruppel bij eenige oefening zelden.

Het blijven zweven van het organisme bij de overbrenging is het meest gewenscht, maar zoodra de af te leggen weg wat lang wordt, vermindert de hoeveelheid van het medegevoerde vocht door achterblijvende druppeltjes en kleeft bijv. een spore tegen het ondervlak van het dekglas aan. Door den knop er achter te brengen en vervolgens voort te bewegen sleept men zulk een deeltje dan wel mede, doch hoe minder dit geschiedt, des te beter van wege het gevaar voor beschadiging. Hiernit volgt reeds waarom men de twee druppels zoo dicht mogelijk bij elkaar legt. Vooral lange duune organismen hebben de neiging tot vastkleven vrij sterk.

De mate van invetting met vaseline heeft hierop ook invloed, hoe dikker dit geschiedt, des te meer last heeft men er van. Eene ver-



Koperen statief om de glasnaald *a* in de drie richtingen der ruimte te kunnen bewegen.

ontreiniging van de spits met de vaseline, waar langs zij zich beweegt, is ook niet te voorkomen en de verwijdering daarvan lastig, vandaar dat eene eenvoudige omsmelting zeer gewenscht is ter vervaardiging eener nieuwe reine naald.

Zoodra het organisme zich in den cultuurdruppel bevindt, wordt de glasstaaf *a* met de schroef *e* naar beneden gebracht en ligt het overgebrachte organisme nu vrij in den cultuurdruppel. Voor het dekglas nu vervolgens ter verdere ontwikkeling der kiem op de gereedgehouden vochtige kamer geplaatst kan worden, moet de materiaaldruppel verwijderd worden. Dit doet men met behulp van een stukje filtreerpapier, dat door het door de gasvlam te halen, gesteriliseerd is. Men neemt het dekglas met een pincet van den koperen rand en brengt dan voorzichtig een punt van het filtreerpapier van beneden af in den materiaaldruppel, waardoor deze al spoedig opgezogen wordt. Geringe vochtresten hinderen veelal niet. Door het dekglas met den eenigen hangenden druppel op de vochtige kamer te plaatsen als boven vermeld met behulp van wat vaseline, heeft men gelegenheid de ontwikkeling al of niet onder controle met den microscoop te doen plaats hebben.

Wanneer men werkt met sterk verontreinigd materiaal, zoodat het bijna niet doenlijk is uit een materiaaldruppel het gewenschte organisme alleen af te scheiden, doet men goed nog een zoogenaanden waschdruppel vlak naast de twee andere te leggen, vervolgens het dekglas als te voren onder den microscoop te plaatsen en dan het volgende te doen. Zoo voorzichtig mogelijk wordt de spore eerst gevoerd uit den materiaaldruppel naar den sterielen waschdruppel op de boven beschreven wijze. Met den knop der naald voert men de spore door den waschdruppel heen, waarbij andere medegevoerde organismen achtergelaten kunnen worden en met dezelfde naald of zoo men deze als verontreinigd beschouwt met een nieuwe, die vervangend op hetzelfde statief is gezet, voert men de spore van den waschdruppel in den cultuurdruppel. Materiaal- en waschdruppels worden met het filtreerpapier verwijderd, alsvorens het organisme in den cultuurdruppel op de vochtige kamer te brengen.

De betrekkelijke eenvoudigheid dezer werkwijze maakt het mogelijk haar naar omstandigheden te wijzigen, wat voor eene uitgebreide toepassing zeker bevorderlijk zal zijn.

Zulk eene wijziging op de bovenbeschreven handelwijze heb ik zelf aangebracht door het gebruiken van de beweegbare voorwerptafel van ZEISS *k*. Met behulp van deze is het voorwerpglas *l* en daardoor het dekglas *n* met de hangende druppels gemakkelijk in het horizontale vlak te bewegen. Voor het eigenlijke afzonderen zelf

van het organisme is het hetzelfde, of de naald dan wel het dekglas bewogen wordt. Het hangt hoofdzakelijk van de fijnheid in bewerking der gebruikte instrumenten af, welke werkwijze men de voorkeur geven zal. De opstelling van den microscop met het statief is in fig. 4 afgebeeld met de bewegelijke voorwerptafel van ZEISS.

Het is mij eene behoefte, om Collega VAN ITALLIE voor de mij verleende gastvrijheid in zijn laboratorium, zijne belangstelling en zijne hulp hierbij hartelijk dank te zeggen.

Physiologie. — De Heer BELERINCK biedt eene mededeeling aan van Mejuffrouw J. VAN AMSTEL en den Heer G. VAN IERSON JR : „*Over het temperatuur-optimum van physiologische processen*”. II.

Sedert het verschijnen onzer eerste mededeeling over het temperatuur-optimum van physiologische processen ¹⁾ kwam een mededeeling in 't licht van den Heer A. A. L. RUTGERS ²⁾ getiteld : „De invloed der temperatuur op den geotropischen praesentatietijd bij *Avena sativa*”. Naast de bespreking der zeer interessante en zorgvuldige waarnemingen omtrent het in den titel genoemde onderwerp levert deze publicatie een vergelijking der door den Heer RUTGERS verkregen resultaten met die van andere onderzoekers en meer speciaal wordt daarin ook onze bovenaangehaalde mededeeling aan kritiek onderworpen. Aangezien de uitvoerige publicatie van het getallemateriaal, waarop onze voorloopige publicatie is gebaseerd, nog eenigen tijd kan uitblijven, leek het ons wenschelijk reeds thans de bedenkingen, door den Heer RUTGERS aangevoerd tegen de gevolgtrekkingen, die wij uit onze resultaten hebben meenen te moeten trekken, te weerleggen. Hierdoor wordt tevens de gelegenheid geopend tot staving onzer beschouwingen eenige nieuwe gezichtspunten aan te wijzen.

Er moge aan herinnerd worden, dat door ons bestudeerd was het verband tusschen de temperatuur en de gistingssnelheid, zooals die na menging eener gistsuspensie met een overmaat eener glucose-oplossing en na afloop van den zoogenaamden „Antrieb” optreedt. ³⁾ Daarbij bleek het, dat in tegenstelling met hetgeen de theorie van DECLAUX-BLACKMAN zou doen verwachten, reeds vóór een blijvenden schadelijken invloed der temperatuur op de gistingfunctie merkbaar

¹⁾ Verslagen Kon. Akademie 28 Mei 1910.

²⁾ Deze Verslagen 6 October 1910. Men vindt in het Proefschrift van den Heer RUTGERS hetzelfde onderwerp uitvoerig behandeld.

³⁾ Wij laten hier de bespreking der inversie van rietsuiker, die wij op overeenkomstige wijze bestudeerden, voorloopig eenvoudigheds halve achterwege.

wordt, eene beduidende afwijking van den regel van VAN 'T HOFF optreedt, die zelfs zóó sterk is, dat de snelheid-temperatuur-kromme ten opzichte van de temperatuur-as van convex in concaaf verandert.

Beneden de schadelijke temperaturen werd, zooals *à priori* is te verwachten, voor verschillende voorwarmingstijden (5, 10, 15 en 20 minuten) één zelfde kromme voor het verband tusschen snelheid en temperatuur gevonden. Bij schadelijke temperaturen wordt dit verband voor de 4 genoemde voorwarmingstijden ook door 4 verschillende krommen weergegeven en door nu bij een bepaalden voorwarmingstijd en een bepaalde temperatuur te bepalen welk deel der gist de functie heeft verloren, kon uit ieder dezer 4 krommen de kromme becijferd worden, die zou zijn opgetreden, wanneer de temperatuur geen (blijvende) schadelijke werking had uitgeoefend. Inderdaad werd langs deze 4 wegen practisch dezelfde kromme verkregen, een kromme, die een geprononceerd optimum vertoonde en de voortzetting vormde van de enkelvoudige kromme, die voor onschadelijke temperaturen voor de 4 voorwarmingstijden werd gevonden. Daarbij valt nog op te merken, dat ook de snelheden boven de schadelijke temperatuur eerst gemeten werden, nadat de „Antrieb” was afgelopen, hetgeen na de ontwikkeling van ongeveer 20 c. M³. CO₂ het geval bleek.

Uit deze resultaten meenen wij het besluit te mogen trekken, dat de theorie van DUCLAUX-BLACKMAN moet worden verworpen, immers volgens deze theorie zou, wanneer geen beschadiging van het werkzame agens door de verhoogde temperatuur intrad, het verband tusschen snelheid en temperatuur door een voortdurend stijgende kromme worden weergegeven en zou het concaaf worden beneden, zoowel als de daling boven het optimum veroorzaakt worden door de beschadiging van het werkzame agens tijdens de voorwarming.

Tegen deze gevolgtrekking wordt nu door den Heer RUTGERS in de eerste plaats het volgende aangevoerd:

Bij zijne onderzoekingen bleek de praesentatietijd, noodig voor de perceptie van de zwaartekracht door coleoptielen van haver-kiemplanten voor temperaturen van 0°, 5°, 10°, 20° en 25° C. onafhankelijk te zijn van den tijd van voorwarmen (de opeenvolgende voorwarmingstijden verschilden onderling minstens 1 uur). Bij 30° C. evenwel bleek de praesentatietijd met den tijd van voorwarmen *af te nemen*; na ongeveer 12 uur werd de kleinste praesentatietijd bereikt, die ook na 24 uur voorwarmen nog bleef gehandhaafd. Boven 30° *nam* de praesentatietijd daarentegen met voortduren der voorverwarming *toe*: bij 35° C. bereikte hij na 18 uur een maximum, waarop hij na 24 uur nog bleek te staan; bij 37° en 38° C. nam hij

daarentegen, zoolang de voorwarming werd voortgezet (tot 24 uur, voortdurend toe).

Hierbij bedenke men, dat de praesentatietijd zich niet met de snelheid van een proces laat vergelijken, maar tot zekere hoogte wel met de reciproke waarde eener snelheid. De kromme „praesentatietijd-temperatuur” vertoont dus een (voor de verschillende tijden van voorwarmen zeer weinig verschillend) „temperatuur-minimum” in plaats van een „temperatuur-optimum”.

Uit het feit, dat bij 30° , aanvankelijk een grooter waarde van den praesentatietijd wordt gevonden en deze met de voortzetting der voorwarming afneemt, concludeert RUTGERS, dat de begunstigende invloed van de hoogere temperatuur eerst na langeren tijd verblijven bij die temperatuur volkomen tot uiting komt en op grond van literatuuropgaven meent hij dit als een algemeen verschijnsel te mogen vaststellen..

Dat bij temperaturen boven 30° met voortgezette voorverwarming een *toename* van den praesentatietijd wordt verkregen, moet nu volgens RUTGERS aan het feit worden toegeschreven, dat de gunstige werking der voortgezette voorverwarming bij die temperaturen geheel wordt teniet gedaan door de schadelijke beïnvloeding, die daarnaast optreedt. Zulk een schadelijke werking zou volgens RUTGERS bij zijne proeven trouwens reeds bij 30° C. zijn aan te nemen, maar daar zou de begunstiging door de voortgezette verwarming belangrijker zijn dan de beschadiging. Dit meent RUTGERS te mogen concludeeren uit het feit, dat de kromme, die hij bij extrapolatie voor een tijd 0 voorwarmen vindt, bij 30° een lagere waarde van den praesentatietijd aangeeft dan de na 1 uur voorwarmen practisch gevondene; de theoretische waarde stemt overeen met die, welke na 6 uur voorwarmen werd gevonden. Het is te betreuren, dat RUTGERS niet rechtstreeks op de door ons aangegeven wijze heeft nagegaan of bij 30° C. gedurende 1 uur voorverwarmen beschadiging optrad.

Is nu de opvatting juist, dat ook bij hoogere temperatuur dan 30° een begunstigende invloed door de voortzetting der voorwarming is aan te nemen, dan zouden de waarden, die voor de praesentatietijden na 1 uur, 2 u. enz. voorwarmen worden gevonden, zonder die begunstiging hooger zijn dan thans.

Volgens RUTGERS mag men om deze reden uit waarnemingen na verschillende tijden van voorwarmen geen gevolgtrekking maken omtrent den praesentatietijd of de snelheid van een physiologische reactie (onverschillig of dit geschiedt door becijfering, zooals bij de door ons gevolgde methode of door extrapolatie zooals bij de door BLACKMAN e.a. gebezigde), wanneer men daarbij geen rekening houdt

met den begunstigenden invloed der voortgezette voorverwarming. Hij meent nu, dat als men daarmee wel rekening houdt, de theorie van BLACKMAN voor de verklaring van het temperatuur-optimum zal blijken juist te zijn en voor het verband tussehen de temperatuur en den praesentatietijd resp. de reactiesnelheid bij een voorwarmingstijd 0 een kromme zonder minimum resp. optimum zal worden gevonden.

Reeds dadelijk zij er hier op gewezen, dat RUTGERS deze gewijzigde theorie van BLACKMAN niet door waarnemingen heeft bevestigd. Hiervoor zou een afzonderlijk bestudeeren der schadelijke beïnvloeding door voortgezette voorwarming vereischt en voldoende geweest zijn, dit heeft echter niet plaats gehad en daardoor is een toetsing zijner theorie aan zijne eigen uitkomsten niet mogelijk.

De Heer RUTGERS heeft dus slechts gewezen op de „mogelijkheid”, dat deze gewijzigde theorie van BLACKMAN een verklaring voor de verschijnselen kan geven.

In de eerste plaats willen wij nu bewijzen, dat die gewijzigde theorie door *onze* waarnemingscijfers niet wordt bevestigd, zonder de invoering van nieuwe hulphypothesen.

Daartoe merken wij op, dat volgens RUTGERS ook de aanmerkelijke afwijkingen van den regel van VAN 'T HOFF, bij temperaturen beneden het optimum, eene verklaring kunnen vinden in het feit, dat hierbij eveneens gunstige en ongunstige beïnvloeding van voortgezette voorverwarming naast elkander zouden optreden.

Kon de gunstige beïnvloeding worden geëlimineerd, dan zouden wij volgens deze opvatting bij onze waarnemingen reeds beneden 45° voor de 4 verschillende tijden van voorverwarming 4 verschillende krommen hebben waargenomen en zou de hieruit te becijferen of door extrapolatie te vinden nullijn aan den regel van VAN 'T HOFF hebben beantwoord. Dat wij nu slechts één enkele kromme vonden, zou te verklaren zijn uit de omstandigheid, dat hier de begunstigende invloed juist de schadelijke opheft. Nu is het op zich zelf reeds een stoute onderstelling, dat bij de 4 verschillende tijden van voorverwarming die twee invloeden elkander steeds opheffen, maar de mogelijkheid hiervoor is niet uitgesloten. Evenwel moet met den meesten nadruk worden gewezen op het feit, dat een *blijvende* schadelijke beïnvloeding op de gist bij die temperaturen, waarbij de kromme enkelvoudig is, tijdens den duur onzer proeven niet werd waargenomen: werd de gist na 20 minuten op 45° C. verhit te zijn, afgekoeld tot 20° C. dan, toonde zij dezelfde gistingssnelheid als wanneer geen verwarming had plaats gevonden. Toch zou, om de gewijzigde theorie van BLACKMAN te laten doorgaan, moeten worden aangenomen, dat bij die voorwarming $\pm 35\%$ van de gist hare activiteit had verloren.

Nu ware ook hier door het invoeren van een tweede nieuwe hulphypothese een uitweg te vinden; men zou kunnen aannemen, dat de inactivering der gistingstof „omkeerbaar” had plaats gevonden, maar dan moet men voor de inactivering bij temperaturen, waarbij de enkele optimumkromme door meerdere moet worden vervangen, een onomkeerbare vernietiging naast die omkeerbare inactivering onderstellen. Bovendien ware dan nog het feit te verklaren, dat de 4 optimumkrommen voor den tijd 0, die wij uit de 4 verschillende, bij schadelijke temperaturen waargenomen krommen becijferden, alleen rekening houdend met de „blijvende” schadelijke werking, samenvallen tot één. Ook dit is zonder de invoering van een derde hulphypothese niet in te zien, immers wanneer dit voor de 4 met RUTGERS' aanname becijferde 0-krommen geldt, zal het in 't algemeen niet voor de bij onze wijze van becijfering verkregen krommen het geval zijn.

Deze 3 hulphypothesen zouden bovendien niet slechts als toevallig bij de alcoholgisting geldend mogen worden aangenomen, maar zouden evengoed voor de inversiewerking van rietsuiker moeten doorgaan.

Beschouwen wij thans de grondaanname, waarop dit deel der bestrijding van RUTGERS¹⁾ berust, eens nauwkeuriger. Volgens zijne opvatting zou een toenemende gunstige beïnvloeding met den tijd van voorverwarmen ook bij onze experimenten van beteekenis kunnen zijn geweest.

Wij achten deze opvatting echter onvoldoende gemotiveerd. Immers zij berust vooreerst op eene conclusie, getrokken uit de door dezen onderzoeker voor 30° en voorwarmingstijden van 1 tot 24 uur geconstateerde wijzigingen in den praesentatietijd en verder op de overweging, dat wij steeds een „Antrieb” moesten laten voorbijgaan vóór wij constante waarden der gistingssnelheid verkregen. Nu komt ons in de eerste plaats de vergelijking zijner proefnemingen met de onze niet gerechtvaardigd voor: onze langste voorwarmingstijden waren 20 minuten, van adaptie of groeiverschijnselen is in die korte tijden weinig sprake, terwijl zulke processen in de lange tijden bij de proeven van RUTGERS stellig optreden. Wij zien in deze omstandigheid zelfs de waarschijnlijke verklaring voor het verschil in verloop der krommen, die RUTGERS voor het verband van praesentatietijd en tijd van voorverwarmen kreeg bij de temperatuur van 30° en bij hooger temperaturen.

Bovendien zou, al namen wij een even sterken begunstigenden

¹⁾ Men vergelijke hier in 't bijzonder het Proefschrift van den Heer RUTGERS.

invloed door de voortgezette voorwarming aan als bij de proeven van dezen onderzoeker bij 30° C. werd geconstateerd, gedurende 20 minuten, d. i. onze langste voorwarmingstijd, die begunstiging niet veel hebben te beduiden. Immers in 20 minuten, die op het uur voorverwarmen bij zijne proeven volgen, verandert de praesentatielijd slechts van 210" tot 217", een wijziging die binnen de waarnemingsfouten valt.

Verder mag de stijging, die de gistingssnelheid tijdens den „Antrieb" vertoont, volstrekt niet uitsluitend aan den invloed van de voortgezette voorverwarming worden toegeschreven: een „Antrieb" treedt zonder verwarming eveneens op. Hierbij zullen dan ook tal van factoren een rol spelen: zoo is bij onze wijze van werken de glucoseoplossing niet onmiddellijk tot de cellen doorgedrongen. Trouwens allerlei experimenteele fouten hoopen zich in dezen factor op.

Wij willen echter den hier bedoelden tijdsfactor niet over het hoofd zien, inderdaad is het zeker, dat eerst de Antrieb moet zijn afgelopen vóór de temperatuur haren volledige invloed doet gelden.

Beschouwen wij daarom de beteekenis van dezen factor aan de hand van onderstaande tabel, die betrekking heeft op speciaal voor de studie daarvan verrichte proefnemingen.

Gistingssnelh. in cm^3 CO_2 ontwikkeld per seconde.

cm^3 CO_2 .	40 gr. gist 78 $\frac{1}{2}$ cm^3 H_2O 25 cm^3 gluc. opl. temp. 40°	12 gram gist 32.8 cm^3 H_2O 10 cm^3 gluc. opl. temp. 45°	6 gram gist 34.8 cm^3 H_2O 10 cm^3 gluc. opl. temp. 45°	16 gram gist 31.4 cm^3 H_2O 10 cm^3 gluc. opl. temp. 45°	
0—5	0.452	0.135	0.106	0.157	0.179
5—10	0.250	0.200	0.144	0.250	0.262
10—15	0.357	0.253	0.190	0.312	0.333
15—20	0.417	0.333	0.190	0.357	0.385
20—25	0.500	0.357	0.200	0.333	0.419
25—30	0.625	0.333	0.208	0.385	0.417
30—35	0.625	0.357	0.208	0.357	0.357
35—40	0.625	0.333	0.200	0.385	0.357
40—45	0.625	0.312	0.208	0.417	0.385
45—50	0.625	0.333	0.200	0.417	0.417
50—55		0.333	0.200	0.417	0.417
55—60		0.333	0.208	0.454	0.455
60—65				0.417	0.417

Het zal duidelijk zijn, dat deze tabel slechts een zeer onvolkomen beeld van het verloop der snelheid tijdens den „Antrieb” geeft. Welke de beginsnelheid bij den aanvang van dien Antrieb zal zijn, daarover kunnen wij op grond van deze cijfers dan ook zeker geen voldoende uitsluitel krijgen¹⁾. Het komt ons echter voor, dat wij ons op andere wijze uit de moeilijkheid kunnen en moeten helpen.

Bij alle niet-blijvend-schadelijke temperaturen bereikt de gistingssnelheid -- en hetzelfde geldt naar onze ervaring voor zeer verschillende physiologische processen²⁾ — na een betrekkelijk kort tijdsbestek, waarin een onregelmatig verloop wordt geconstateerd, een constante waarde, welke zeer veel langer blijft gehandhaafd dan het aanvankelijk onregelmatige verloop duurde. Die constante waarde blijkt nu bij bepaalde regeling der omstandigheden, waaronder 't proces verloopt, uitsluitend afhankelijk van de temperatuur. Het ligt dus voor de hand het verband tusschen *die* snelheid en de temperatuur te zoeken en voor deze snelheid de temperatuur-kromme vast te stellen en zich de vraag te stellen of bij uitsluiting van schadelijke beïnvloeding door hooge temperatuur de temperatuur-kromme al of niet een optimum zou vertoonen.

Dit is dan ook de wijze, waarop het vraagstuk in onze verhandeling is gesteld en het resultaat was, dat zonder die schadelijke beïnvloeding toch een optimum-kromme zou worden gevonden. Wanneer het dus mogelijk zou zijn de gist zonder beschadiging te verhitten, zou het blijken, dat de (na afloop van den „Antrieb” optredende, constante) gistingssnelheid voor een zekere temperatuur een optimum bereikt.

Er wordt echter nog een *tweede* bezwaar door den Heer RUTGERS tegen onze conclusies te berde gebracht. Wij wezen er in onze verhandeling op, dat beneden (blijvend) schadelijke temperaturen belang-

¹⁾ Onderstelt men, dat die „werkelijke” beginsnelheid de waarde 0 bleek te hebben (en hierop wijzen onze uitkomsten inderdaad) of dat ze voor alle temperaturen volkomen constant was (b.v. die van 20° C., zooals bij andere inrichting der proeven is te verwachten), wat blijft dan van de bepaling eener temperatuur-kromme voor *die* beginsnelheid over?

²⁾ Trouwens ook bij bepaalde physisch-chemische reacties moet men een zekeren tijd laten verlopen vóór het proces met de theoretisch verwachte snelheid verloopt. In 't bijzonder valt dit op voor verschillende photo-chemische processen; eerst na afloop van den zg. „photo-chemischen inductietijd,” wordt de hoeveelheid omgezette stof evenredig met het product van tijd en lichtintensiteit (men vgl. bijv. NERNST, Theor. Chemie 2 Aufl., S. 603). Nu zal toch zeker niemand bij de studie van den temperatuurcoëfficiënt van het photo-chemisch proces, de beginsnelheid, die heerscht aan den aanvang van dien inductietijd willen nagaan.

rijke afwijkingen van den regel van VAN 'T HOFF optreden en naar ons oordeel moest reeds om die reden de theorie van BLACKMAN worden verworpen.

Door RUTGERS wordt nu als een verklaring voor onze uitkomsten de mogelijkheid geopperd, dat de diffusie-snelheid door den celwand bij onze proeven als een beperkende factor in den zin van BLACKMAN werkzaam zou zijn geweest. Hiertegen zij vooreerst aangevoerd, dat er veel meer reden is een rol van dezen factor te onderstellen bij de proeven omtrent de ademhaling en de koolzuurassimilatie van hoogere planten, terwijl zij daarbij door KUYPER en BLACKMAN niet in rekening gebracht wordt.

Wij meenen evenwel juist voor de gisting met zekerheid te mogen aannemen, dat de diffusie door den celwand der gistecellen geen beperking van de gistingssnelheid veroorzaakt. Onderstellende, dat suiker met eene snelheid door den wand diffundeert, die slechts 10^{-3} maal zoo groot is als de diffusiesnelheid in water, dan toont eene becijfering, die wij later hopen te geven, dat nog meer dan 10^3 maal zooveel glucose door den wand naar binnen kan treden als bij onze proeven maximaal vergist werd.

Bovendien zou, indien de onderstelling van RUTGERS juist was, onze kromme beneden het optimum het verband tusschen de hoeveelheid door den wand diffundeerende stof en de temperatuur weergeven, terwijl het bekend is, dat dit verband door een geheel andere kromme wordt voorgesteld ¹⁾.

Zeker is echter de mogelijkheid niet uitgesloten dat, voor het verklaren van het optreden van een optimum — ook bij afwezigheid van schadelijke beïnvloeding door de verhitting — een of andere beperkende factor in rekening moet gebracht worden. Maar hiermede is toch stellig niet de hypothese van BLACKMAN voor de verklaring van het optreden van dat optimum te redden. Immers volgens die hypothese is uitsluitend aan het afsterven der functie bij de voorverwarming, dus aan den tijdsfactor het ombuigen van de snelheid-temperatuurkromme toe te schrijven.

Nadrukkelijk zij opgemerkt, dat het nimmer onze bedoeling geweest is de groote beteekenis van de invoering van het begrip „beperkende factoren” door BLACKMAN te verkleinen; hetgeen hieromtrent in 't algemeen door dezen onderzoeker is opgemerkt, blijft van volle kracht ook bij het aannemen van onze gevolgtrekkingen.

Nu voert RUTGERS nog als derde argument tegen onze beschouwingen omtrent het verloop van de temperatuur-kromme beneden

¹⁾ Men vergelijkte bijv. WÜLLNER, Experimental Physik, Bd. I, S. 456.

het optimum aan, dat ook bij verschillende chemische reacties soortgelijke afwijkingen van den regel VAN 'T HOFF zijn geconstateerd. Wij meenen echter, dat dit bekende feit, niet tegen onze gevolgtrekking mag worden in 't veld gebracht. Immers geeft men toe, dat physiologische processen zich ook bij onschadelijke temperaturen niet aan den regel van VAN 'T HOFF behoeven te storen, wat blijft er dan over van de theorie van BLACKMAN?

Dan toch is er in 't minst geen bezwaar tegen om te onderstellen, dat ook bij afwezigheid van schadelijke invloeden de waarde van den temperatuurefficiënt tot 0 daalt of zelfs negatief wordt. Er zijn toch reeds physisch-chemische processen bekend, welke met een beslist temperatuur-optimum verlopen. Zoo vertoont het aantal kristalkiemen, dat bij verschillende temperaturen uit onderkoelde oplossingen aanschieft, blijkens de onderzoekingen van TAMMANN¹⁾ een temperatuur-optimum. Het belangrijkste echter in dit opzicht zijn de uitkomsten der onderzoekingen van C. ERNST²⁾, waarbij het verband tusschen de snelheid der katalyse van knalgas door kolloïdale platina oplossingen is nagegaan. Voor dit katalytisch proces, dat in tal van opzichten interessante analogiën met physiologische processen vertoont, komt ERNST tot het resultaat, dat beneden een zekere temperatuur voor verschillende tijden van voorwarmen één enkele kromme voor het verband: reactiesnelheid-temperatuur wordt gevonden, terwijl daarboven met verschillende voorverwarmingstijden ook verschillende krommen optreden. Hij toont dan verder aan, dat de voorwarming bij hogere temperaturen (blijvende) schadelijke beïnvloeding van de reactiesnelheid ten gevolge heeft, welke beschadiging hij op de ook door ons gevolgde methode bepaalt. Wanneer hij nu de kromme: snelh.-temp. voor een voorwarmingstijd 0 becijfert, komt ook hij tot een kromme, die een optimum vertoont. Geheel stemmen dus de uitkomsten met dit anorganisch proces verkregen, overeen met die, welke bij onze proeven te voorschijn kwamen.

Met nadruk zij er nog op gewezen, dat ERNST een begunstigende beïnvloeding van voortgezette voorverwarming in den tijd, welke zijne proeven duurden, (de proeven ter bepaling van het temp.-optimum werden genomen met voorverwarmingstijden van 2 en 5 uur) niet waarnam. Eene geringe toename der snelheid, die na 4 dagen nog nauwelijks merkbaar was, maar na 14 dagen eenigszins zichtbaar werd, vond hare verklaring geheel in de verandering der concentratie tijdens de reactie.

¹⁾ Zeitschr. f. Phys. Chem. Bd. 25, 1898, S. 441.

²⁾ Ueber die Katalyse des Knallgases durch kolloïdales Platina Ztschr. f. Phys. Ch. Bd 37, 1901, S. 448. Wij danken deze interessante literatuuropgave aan den Heer A. J. KLUYVER.

Ook hier moet dus RUTGERS, wil hij de begunstigende beïnvloeding toch blijven handhaven, een „omkeerbare” schadelijke werking aannemen, die deze begunstiging juist opheft.

Zeker willen wij niet verzwijgen, dat ERNST onder het grootst mogelijke voorbehoud eene verklaring voor het optreden van de optimumkromme bij afwezigheid der beschadiging geeft, waarbij deze kromme weder als de resultante van eene stijgende en een dalende wordt voorgesteld. Maar de met de temperatuur stijgende, zoowel als de daarmee afnemende factor zouden volgens de opvatting van ERNST van geheel anderen aard zijn, als de factoren, die in de theorie van DUCLAUX-BLACKMAN een rol spelen. Immers de stijging der reactiesnelheid door temperatuursverhoging zou naar zijne meening een gevolg zijn van de grootere waarde der „absorptiesnelheid” bij hooger temperatuur, de daling zou toe te schrijven zijn aan het kleiner zijn van de „hoeveelheid” van het door het platina-oppervlak geïmmerbeerde gas bij zulk een temperatuur. Van den vroeger bedoelden *tijdfactor* is daarbij dus geen sprake en daaraan is bij de theorie van DUCLAUX-BLACKMAN de daling juist uitsluitend toe te schrijven.

In verband met het voorafgaande wenschen wij nog uitdrukkelijk te vermelden, dat RUTGERS geheel ten onrechte meent, dat het onze bedoeling zou zijn BLACKMAN te bestrijden in dit opzicht, „dat bij verklaring van reactiesnelheden op botanisch gebied uitgegaan moet worden van de wetten der physische chemie” (zie blz. 154 van het Proefschrift). Wil men bijv. de optimumkromme, die zonder blijvende schadelijke werking zou optreden, vergelijken met de reactiekromme voor het hierboven bedoeld proces, dan is daartegen natuurlijk geen enkel bezwaar. Het laat zich naar onze meening verwachten, dat speciaal de studie der coïgulatieverschijnselen van eiwitstoffen onder den invloed der temperatuur aan den eenen kant en die der adsorptieverschijnselen aan den anderen kant eene chemisch-physische verklaring voor het optreden van zulk een kromme kan geven.

Resumeerende komen wij tot de volgende eindconclusies:

1^e. De theorie van DUCLAUX-BLACKMAN voor de verklaring van het optreden van een temperatuur-optimum wordt door RUTGERS niet ongewijzigd aangenomen.

2^e. Dat zij, in den voorgestelden zin gewijzigd door de feiten wordt bevestigd, is door RUTGERS niet aangetoond.

3^e. Door ons gevonden uitkomsten voor physiologische processen zijn slechts door het invoeren van drie hulphypothesen in overeenstemming met die gewijzigde theorie te brengen. Voor geen dier hulphypothesen kunnen afdoende argumenten worden aangevoerd.

4e. Voor de studie van het verband tusschen de reactiesnelheid en de temperatuur heeft men de (practisch) constante snelheid te nemen, die bij juiste inrichting van de proef na een kort tijdbestek intreedt.

5e. De aldus bestudeerde snelheid vertoont ook bij afwezigheid van (blijvende) schadelijke beïnvloeding een optimum voor een bepaalde temperatuur, hetgeen in strijd is met de theorie van DUCLAUX-BLACKMAN voor de verklaring van het optreden van een temperatuur-optimum bij physiologische proeven, die dus verworpen moet worden.

6e. De diffusie door den wand der gisteellen is geen beperkende factor bij de door ons bestudeerde processen.

7e. Het feit, dat ook fysisch-chemische reacties van den regel van VAN 'T HOFF afwijken, mag niet aangevoerd worden tegen onze slotsom, dat in 't geval van de alcoholgisting de beduidende afwijking van dien regel beneden schadelijke temperaturen, de theorie van DUCLAUX-BLACKMAN weerlegt.

8e. Integendeel pleit de omstandigheid, dat de katalyse van knalgas door kolloïdaal-platina, een proces, dat ook in andere opzichten tal van analogiën met physiologische processen vertoont, zich tegenover de temperatuur op volkomen dezelfde wijze gedraagt als dit door ons voor de alcoholgisting en de inversie van rietsuiker door gist-invertine werd gevonden, d. w. z. bij afwezigheid van (blijvende) schadelijke beïnvloeding, dus bij uitsluiting van den tijdfactor een temperatuur-optimum vertoont, in sterke mate voor de juistheid onzer waarnemingen en gevolgtrekkingen.

Delft, October 1910.

Geophysica. — De Heer VAN DER STOK biedt eene mededeeling aan van den Heer M. H. VAN BERESTEYN: „*Over de toepassing der methode van DARWIN op eenige samengestelde getijden*”.

(Mede aangeboden door den Heer H. G. VAN DE SANDE BLEHUYZEN).

Eene van de methoden om uit de observatie's van den waterstand gedurende eene periode van ongeveer een jaar op de 24 uren van een dag verricht, de getijconstanten te bepalen is die van Sir. G. H. DARWIN en uitvoerig beschreven o.a. in zijne „Scientific Papers” Vol I, p.p. 216—257.

In het kort komt deze methode hierop neer, dat men voor de uren 12 m. t. van de verschillende dagen de corresponderende getij-uren (special hours) bepaalt; gedurende een zekeren dag voor de

uren $12 \dots 0$ en $12 \dots 23$ de spoed van het te bepalen getij gelijkstelt aan $15^\circ p$ ($p = 1.2 \dots$); de onder hetzelfde getij-uur gerangschikte waterstanden sommeert en op de gewone wijze uit die sommen (24 in aantal) de beide componenten van het getij berekent.

Blijkens den staat op p. 241 der bovengenoemde verhandeling past DARWIN deze methode ook toe op de „compound tides” α of $2MS$, $2SM$ en MS . Daar nu t. a. p. geene melding is gemaakt van storende invloeden die deze getijden van andere kunnen ondervinden is het wel van eenig belang er op te wijzen, dat bij toepassing van DARWIN's methode deze getijden zonder eene aan te brengen correctie niet nauwkeurig bepaald kunnen worden. Dat bovendien de beide samenstellende getijden M_2 en M_4 eveneens geïnculueerd worden resp. door MS $2SM$ en $2MS$ moge uit het onderstaande blijken.

Zij daartoe de spoed van een getij $(R_p, \zeta_{rp}) = p \cdot \sigma$.

De spoed van een combinatiegetij R_1, ζ_{r1} van een der getijden van deze groep met één van die der S -groep* ($S_{2,4,6}$) kan dan algemeen worden voorgesteld door:

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= p\sigma + 15^\circ q \\ (\rho &= \pm 1 \pm 2 \dots \\ q &= \pm 1 \pm 2 \dots) \end{aligned}$$

en men heeft voor een getij-uur $\tau = \tau' - t$ (volgens DARWIN's aanname)

$15^\circ (p+q) (\tau \pm \alpha) = (p\sigma + 15^\circ q) 12 - 15^\circ (p+q) t + 24 p \sigma i - n \cdot 2\pi$, (1)
wanneer τ' het met het S uur 12 van eenen bepaalden dag i overeenkomende getij-uur is, $\alpha = -0.5 \dots + 0.5$ getij-uur en $n = 1.2 \dots$

De waterstand, die nu onder dit getij-uur τ wordt geplaatst, is die van het m.s. uur $12 - t$ van den dag i .

Op dit tijdstip is de invloed van een ander combinatie-getij (R_2, ζ_{r2}) met spoed ($\sigma_2 = k \cdot r \sigma + ks \cdot 15^\circ$, waarin $k = \pm 1$ $r = \pm 1 \pm 2 \dots$ $s = \pm 1 \pm 2$).

$$R_2 \cos \{ (kr \cdot \sigma + ks \cdot 15^\circ) (12 - t) + 24 kri\sigma - k\zeta_{r2} \}$$

welke uitdrukking in verband met (1) kan geschreven worden

$$\begin{aligned} R_2 \cos [15^\circ (p+q) (\tau \pm \alpha) + \{ \sigma (kr - p) + 15^\circ (ks - q) \} 12 \\ + \{ 15^\circ (p+q - ks) - k \cdot r \cdot \sigma \} t \\ + 24 \sigma i (kr - p) \\ - k \zeta_{r2}] \end{aligned}$$

Is nu $kr = p$ d.w.z. de beide combinatie getijden R_1, R_2 zijn samengesteld uit hetzelfde getij R_p en een der getijden $S_{2,4,6}$ dan wordt deze invloed van het getij R_2 te τ uur

$$R_2 \cos [15^\circ (p+q) (\tau \pm \alpha) + (ks - q) \pi + \{ 15^\circ (p+q - ks) - p\sigma \} t - k\zeta_{r2}]$$

Over een groot aantal waarnemingen varieert α van $-0.5 \dots +0.5$ en neemt t de 24 waarden $-11 \dots +12$ aan.

De gemiddelde invloed van R_2 op de gemiddelde waarde van R_1 te τ ure is dan (voor 24 waarnemingen per dag).

$$24 \int_{t_1=-11}^{t_2=+12} \int_{\alpha_1=-0.5}^{\alpha_2=+0.5} R_2 \cos [15^\circ(p+q)(\tau+\alpha) + \{15^\circ(p+q-ks) - p\sigma\}t + (ks-q)\tau - k\zeta_{r_2}] d\alpha$$

of

$$= \frac{1}{F_{p+q}} \frac{\sin \{15^\circ(p+q-ks) - p\sigma\} \frac{24}{2}}{24 \sin \{15^\circ(p+q-ks) - p\sigma\} \frac{1}{2}} R_2 \cos [15^\circ(p+q)\tau + \frac{1}{2} \{15^\circ(p+q-ks) - p\sigma\} + (ks-q)\tau - k\zeta_{r_2}].$$

Hierin is F_{p+q} de bekende reductiefactor:

$$F_{p+q} = \frac{(p+q) 7^{\circ.5}}{\sin(p+q) 7^{\circ.5}}.$$

Stelt men

$$a_{r_2} = \frac{1}{F_{p+q}} \frac{\sin \{15^\circ(p+q-ks) - p\sigma\} \frac{24}{2}}{24 \sin \{15^\circ(p+q-ks) - p\sigma\} \frac{1}{2}}$$

$$\Theta_{r_2} = \frac{1}{2} \{15^\circ(p+q-ks) - p\sigma\}$$

dan is de invloed van R_2 op de componenten van het volgens DARWIN'S methode bepaalde getij $R_1 \zeta_{r_1}$ n.l. op

$$A_{p+q} = \frac{1}{12} \left[\begin{array}{c} \cos \\ h_\tau \quad 15^\circ(p+q)\tau \\ \sin \end{array} \right]$$

$$B_{p+q} = \frac{1}{12} \left[\begin{array}{c} \cos \\ h_\tau \quad 15^\circ(p+q)\tau \\ \sin \end{array} \right]$$

$$\begin{aligned} \delta A_{p+q} &= a_{r_2} R_2 \cos \left\{ k\zeta_{r_2} - \Theta_{r_2} - \tau(ks-q) \right\} \\ \delta B_{p+q} &= a_{r_2} R_2 \sin \left\{ k\zeta_{r_2} - \Theta_{r_2} - \tau(ks-q) \right\} \end{aligned}$$

Voor de combinatiegetijden MS , $2SM$, $2MS$ heeft men

$$\sigma = 14^{\circ}.4920521$$

en is voor het

te bepalen getij:

$$MS, p=2 \quad q=0; \quad MS, p=2 \quad q=2; \quad 2SM, p=-2 \quad q=4;$$

storend getij:

$$MS, k=1 \quad r=2 \quad s=2; \quad MS, k=1 \quad r=2 \quad s=0; \quad MS, k=-1 \quad r=2 \quad s=0; \\ 2SM = -1 = -2 = 4; \quad 2SM = -1 = -2 = 4; \quad MS = -1 = 2 = 2;$$

en voor het

te bepalen getij: $2MS$, $p = 4$ $q = -2$, M_4 , $p = 4$ $q = 0$,
 storend getij: M_4 ; $k = 1$ $r = 4$ $s = 0$; $2MS$; $k = 1$ $r = 4$ $s = -2$;
 terwijl voor alle combinaties: $ks - q = \pm 2n$, $n = 1, 2$.

Met deze gegevens zijn in het onderstaand staatje verzameld de waarden van α_{r_2} en Θ_{r_2} voor de verschillende getijden.

	Invloed van:					
	M_2	MS	$2SM$		M_4	$2MS$
op:	$k = [-]$	1	-1	op:	$k = [-]$	1
M_2	$\alpha = [-]$	-0.0348	0.0171	M_4	$\alpha = [-]$	0.0595
	$\Theta = [-]$	-14°5	30°5		$\Theta = [-]$	16°0
MS	$k = 1$	—	-1	$2MS$	$k = 1$	—
	$\alpha = 0.0314$	—	0.0118		$\alpha = -0.0704$	—
	$\Theta = 15°5$	—	45°5		$\Theta = -14°0$	—
$2SM$	$k = -1$	-1	—			
	$\alpha = -0.0177$	-0.0124	—			
	$\Theta = 29°5$	44°5	—			

Hieruit blijkt dus, dat bij toepassing der methode van DARWIN de combinatiegetijden, die dezelfde absolute dagelijkse verandering hebben, elkaar min of meer influenceeren en ook deze op het samenstellende getij als ook dit laatste op de eersten, invloed uitoefenen onverschillig van de orde van het getij, mits de absolute dagelijkse verandering dezelfde zij.

Wanneer M_2 ten opzichte van MS en $2SM$ groot is, ondervinden deze laatste eene belangrijke storing van dit getij en is het aanbrengen van eene correctie noodzakelijk.

Deze zijn voor de componenten berekend uit 24 waarnemingen per dag van:

$$MS: \begin{aligned} -\delta A_4 &= \\ -\delta B_4 &= \end{aligned} -0.0314 Rm_2 \begin{pmatrix} \cos . \\ \sin . \end{pmatrix} (\xi_{m_2} - 15^\circ 5)$$

$$\begin{aligned} 2SM: -\delta A_2 &= + \\ -\delta B_2 &= - \end{aligned} 0.0177 Rm_2 \left\{ \begin{array}{l} \cos. \\ \sin. \end{array} (\zeta m_2 + 29^\circ.5) \right\}$$

waarin Rm_2 en ζm_2 de voor een bepaald jaar geldende waarden van amplitude en phase (op den 1^{sten} dag der waarnemingen te 0^e) van M_2 voorstellen, en welke voldoende nauwkeurig uit de beide componenten $A_{m_2} B_{m_2}$ kunnen berekend worden

In het staattie is niet opgenomen de invloed, die het getij van lange periode MSf . op de overige met dezelfde dagelijksche verandering uitoefent. In aanmerking genomen, dat dit getij klein is, is de invloed ervan tegenover die van M_2 te verwaarloozen.

Ook de beide getijden M_4 en $2MS$ zijn volgens DARWIN's methode slechts van elkaar te scheiden, wanneer men de componenten A_{m_4} , B_{m_4} , A_{2ms} en B_{2ms} bepaalt uit de 4 vergelijkingen:

$$\begin{aligned} A_4 &= A_{m_4} + 0.0595 (2MS) \cos (\zeta_{2ms} - 16.0) \\ B_4 &= B_{m_4} + 0.0595 (2MS) \sin (\zeta_{2ms} - 16.0) \\ A_2 &= A_{2ms} - 0.0704 M_4 \cos (\zeta_{m_4} + 14.0) \\ B_2 &= B_{2ms} - 0.0704 M_4 \sin (\zeta_{m_4} + 14.0). \end{aligned}$$

Hierin zijn A_4 , B_4 , A_2 en B_2 uit de analyse der rangschikkingen volgens M en $2MS$ bepaald.

Uit het bovenstaande moge blijken, dat de methode van DARWIN voor de berekening dezer combinatiegetijden minder geschikt is. Eene meer eenvoudige en theoretisch juiste manier ter bepaling der componenten van de M serie en de verschillende combinaties der M en S getijden is echter gemakkelijk samen te stellen uit de rangschikking van eenzelfde S uur volgens M uren naar Dr. VAN DER STOK's methode. Op deze wijze zijn door eene enkele rangschikking alle combinatiegetijden en hoofdgetijden te berekenen.

Ten slotte zij hier opgemerkt, dat alleen voor de getijden MS , $2SM$, $2MS$, M_2 en M_4 de wederzijdse invloed is berekend, want, hoewel er meer combinatiegetijden van M en S zijn te constateeren¹⁾, zijn de bovengenoemde, die, welke meermalen volgens DARWIN's methode zijn bepaald.

¹⁾ Zie Dr. VAN DER STOK's Etudes des Phénomènes de Marée sur les côtes néerlandaises. IV.

Natuurkunde. — De Heer VAN DER WAALS biedt eene mededeeling aan: „*Schijnassociatie of molekuulopeenhooping. II.*”

IX. *Een stof in schijnassociatie beschouwd als binair stelsel.*

Als een stof in schijnassociatie verkeert, bestaat zij uit molekulen met verschillende eigenschappen, nl. enkelvoudige en meervoudige. Wij hebben in zoover vereenvoudigd, dat wij slechts twee soorten van molekulen ondersteld hebben, enkelvoudige en n -voudige ofschoon, vooral als n groot is, het waarschijnlijk is dat n een variable waarde hebben kan. In dat geval moet n als een gemiddelde waarde beschouwd worden. Van de meervoudige molekulen hebben wij het volume n maal grooter te onderstellen, dan dat der enkelvoudige molekulen, terwijl wij tot het besluit zijn gekomen dat de attractie welke tussehen de molekulen bestaat dan tweeerlei uitwerking heeft. Vooreerst heeft zij de opeenhooping tot molekuulgroepen ten gevolge, en voor een ander deel blijft zij, maar dan met verminderd bedrag, als molekulaire druk aanwezig. Voor dien molekulaire druk is dan a verminderd tot $a\left(1 - \frac{x}{2}\right)^2$. Dat deze opeenhooping te wachten is als de molekulaire attractie uiterst snel afneemt, en zich slechts tot op afstanden doet gevoelen welke vergelijkbaar zijn met den gemiddelden afstand der molekulen, was reeds zooals DEBYE (Ann. der Physik 1910) opmerkt, door BOLTZMANN voorzien. Maar dan behoort ook m.i. aangenomen te worden, dat daarmee gepaard gaat een vermindering van den molekulaire druk.

Dat zulk een opeenhooping, door mij schijnassociatie genoemd, bestaat, heb ik in het voorafgaande eerste gedeelte (Verslag Juni 1910) afgeleid uit de verschillen welke het experiment vertoont met elke toestandsvergelijking, waarbij zulk een associatie niet aangenomen wordt. Daar is toch aangetoond dat het aannemen van a als temperatuurfunctie niet te rijmen is met den gang der bestaande verschillen. Uitvoerig is ook aangetoond dat evenmin het aannemen van b als temperatuurfunctie de bestaande verschillen verklaren kan, al heb ik voor het bewijs ook verwezen naar VAN RIJ's proefschrift. Dat ook andere onderstellingen omtrent de waarde van den molekulaire druk daartoe onvermogen zijn, heb ik medegedeeld ofschoon ik het bewijs daartoe achterwege heb gelaten. En om het vertrouwen in het bestaan dezer schijnassociatie te vermeerderen wil ik dit hier vooraf aantoonen. Met een waarde van den molekulaire druk gelijk aan $\frac{a}{v^2}$, komt overeen een waarde van de energie gelijk aan

$\frac{1}{\mu-1} \frac{a}{r^{\mu-1}}$, en een waarde van

$$\left(\frac{T}{p} \frac{dp}{dT} - 1\right) p = \frac{1}{\mu-1} \frac{r_1^{\mu-1} - r_2^{\mu-1}}{r_2 - r_1}, \text{ of } \frac{1}{v} = \varphi \text{ stellende}$$

$$\left(\frac{T}{p} \frac{dp}{dT} - 1\right) p^{\nu_1 \nu_2} = \frac{1}{\mu-1} \frac{Q_1^{\nu-1} - Q_2^{\nu-1}}{Q_1 - Q_2},$$

terwijl

$$\left(\frac{T}{p} \frac{dp}{dT} - 1\right)_{kr} \frac{p^{\nu_1 \nu_2}}{a} = Q_k^{\nu-2} \text{ is.}$$

Door deeling der twee laatste vergelijkingen op elkander, vinden wij

$$1 + \varphi = 1 + \sqrt{1-m} - \frac{1-m}{2} = \frac{1}{\mu-1} \frac{\left(\frac{Q_1}{Q_k}\right)^{\nu-1} - \left(\frac{Q_2}{Q_k}\right)^{\nu-1}}{\left(\frac{Q_1}{Q_k}\right) - \left(\frac{Q_2}{Q_k}\right)}$$

De laatste term heeft voor $\mu = 2$ een waarde $= 1$, voor $\mu = 3$ de waarde $\frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{Q_1}{Q_k} + \frac{Q_2}{Q_k}\right) \right\}$, of daar $\frac{Q_1 + Q_2}{Q_k} = 2 \{1 + \gamma(1-m)\}$ is, de waarde van $1 + \gamma(1-m)$.

De snelle toename van de grootheid φ , welke volgens de waarnemingen bij $1-m = 0,01$ reeds 0,1 bedraagt, wordt dus zelfs door $\mu = 3$ niet verklaard, maar zou dan nog slechts 0,008 bedragen.

Een waarde van $\mu = \frac{7}{3}$, welke door KLEEMAN (Phil. Mag. Oct. 1910) gesteld wordt, zou daartoe nog minder in staat zijn.

Voor een waarde van μ tusschen 2 en 3 gelegen, bedraagt ook φ een waarde tusschen 0 en $\gamma(1-m)$. Wij kunnen n.l. aantonen dat bij gelijke waarde van $1-m$, de grootheid φ met μ toeneemt.

Wij hebben n.l., als wij $\frac{Q_1}{Q_k} = 1 + \Delta_1$ en $\frac{Q_2}{Q_k} = 1 - \Delta_2$ stellen:

$$1 + \varphi = \frac{1}{\mu-1} \frac{(1 + \Delta_1)^{\nu-1} - (1 - \Delta_2)^{\nu-1}}{\Delta_1 + \Delta_2},$$

en daarmed volgt:

$$\frac{d\varphi}{(1 + \varphi) d\mu} = - \frac{1}{(\mu-1)^2} + \frac{(1 + \Delta_1)^{\nu-1} N \nu p \log(1 + \Delta_1) - (1 - \Delta_2)^{\nu-1} N \nu p \log(1 - \Delta_2)}{(1 + \Delta_1)^{\nu-1} - (1 - \Delta_2)^{\nu-1}}.$$

Beperken wij ons tot kleine waarde van $1-m$ en dus ook tot kleine waarden van Δ_1 en Δ_2 , dan vinden wij:

$$\frac{d\varphi}{(1 + \varphi) d\mu} = - \frac{1}{(\mu-1)^2} + \frac{1}{\mu-1} = \frac{\mu-2}{(\mu-1)^2}.$$

Trouwens, als men zich tot kleine waarden van Δ_1 en Δ_2 beperkt, vindt men voor $1 + \varphi$ de waarde

$$(u-1)(\Delta_1 - \Delta_2) \div \frac{(u-1)(u-2)}{1 \cdot 2} (\Delta_1^2 - \Delta_2^2)$$

$$(u-1)(\Delta_1 - \Delta_2)$$

of

$$1 + \mu = 1 + \frac{u-2}{1 \cdot 2} (\Delta_1 - \Delta_2) = 1 - (u-2) \gamma (1-m).$$

Voor $\mu = \frac{7}{3}$ zou dus $\varphi = \frac{1}{3} \gamma (1-m)$ zijn, en dus veel te klein,

in elk geval voor kleine waarde van $1-m$.

Wij komen dus tot het besluit, dat de waarnemingen in de nabijheid van het kritisch punt en à fortiori bij lagere temperaturen en grootere dichtheid, tot de onderstelling van schijnassociatie voeren — en nemen wij dan tot vereenvoudiging voor n een enkel getal, dan hebben wij een binair stelsel.

Maken wij nu, bij gegeven temperatuur voor alle mogelijke waarden van x , door $1-x$ voorstellende de fractie welke als enkelvoudige molekulen aanwezig is, de waarde van ψ op, dan stelt zulk een waarde van ψ als functie van x en v een oppervlak voor. Het is waar dat wegens de mogelijkheid van den overgang van de stof uit den enkelvoudigen molekulairtoestand in den n -voudigen volstrekt niet alle punten van zulk een oppervlak toestanden voorstellen, welke werkelijk kunnen voorkomen. Ter bepaling van die punten van het ψ -oppervlak, welke werkelijk voorkomende toestanden voorstellen, geldt nog een tweede betrekking. Is de waarde van ψ bepaald voor constant gewicht dan is deze tweede betrekking gegeven door

$\left(\frac{d\psi}{dx}\right)_{vT} = 0$. Heeft men daarentegen de waarde van ψ opgemaakt

voor $1-y$ enkelvoudige en y meervoudige molekulen dan moet deze tweede betrekking gevonden worden door te stellen dat de molekulare thermodynamische potentiaal voor een meervoudig molekuul n maal die van een enkelvoudig molekuul is. Maar dat kan weder, zooals onmiddellijk volgt uit de vergelijking, gegeven in deze Verslagen van October 1902, p. 395, teruggebracht worden tot den vorigen vorm als men in het tweede geval eerst de waarde van ψ door het gewicht van $1-y$ enkelmoleku-

len en y meervoudige deelt, dus door $\frac{\psi}{1 + (n-1)y}$.

Maar welken vorm voor ψ men ook kiese, er komt een tweede betrekking bij — en daaruit volgt dat slechts een enkele kromme op het ψ -vlak gelegen de werkelijk voorkomende toestanden aangeeft. Die kromme kan als de snijding van het ψ -vlak met een tweede oppervlak $\left(\frac{d\psi}{dx}\right)_{vT} = 0$ beschouwd worden; en wij vinden dus de punten dier kromme, door te zoeken in elke doorsnede van het ψ -vlak, voor $v = \text{constant}$, de kleinste waarde van ψ . Ook nu zullen coëxisterende toestanden gegeven worden door punten op het ψ -vlak, waarvoor de raakvlakken samenvallen. Laat men, als er een spinodale en ook een binodale lijn op het ψ -vlak bestaat, het dubbel raakvlak rollen, dan zal er slechts één enkele stand beteekenis hebben voor werkelijk voorkomende toestanden. De raakpunten zijn dan de punten, waarin de besproken kromme de binodale lijn snijdt, terwijl de snijding met de spinodale lijn de punten aangeeft, waar tussehen labiele toestanden zijn. Is de temperatuur gestegen tot boven de kritische temperatuur der stof, en zijn er dus geen coëxisterende toestanden meer mogelijk, dan moet de besproken kromme over haar geheele beloop, dus tussehen $v = \infty$ en $v = b$, door stabiele fasen-voorstellende punten van het ψ -vlak gaan, en kan dus noch de spinodale, noch de binodale lijn op het ψ -vlak de geheele breedte continue innemen. Terwijl bij de kritische temperatuur de twee snijpunten der kromme met de binodale en ook met de spinodale lijn samenvallen, en het kritisch punt op het ψ -vlak dus een plooi-punt is.

De voorwaarde voor stabiliteit van een phase zijn op het ψ -vlak van een binair stelsel:

$$\left(\frac{d^2\psi}{dv^2}\right)_{xT} > 0$$

$$\left(\frac{d^2\psi}{dx^2}\right)_{vT} > 0$$

en

$$\left(\frac{d^2\psi}{dv^2}\right)_{xT} \left(\frac{d^2\psi}{dx^2}\right)_{vT} > \left(\frac{d^2\psi}{dx dv}\right)^2$$

of

$$-\left(\frac{dp}{dv}\right)_{xT} > 0$$

$$\left(\frac{d^2\psi}{dx^2}\right)_{vT} > 0$$

en

$$-\left(\frac{dp}{dv}\right)_{xT} - \frac{\left(\frac{dp}{dx}\right)_{vT}^2}{\left(\frac{d^2\psi}{dx^2}\right)_{vT}} > 0$$

De laatste vorm kan geschreven worden:

$$-\left(\frac{dp}{dv}\right)_T > 0$$

en zoo den eenvoudigen vorm aannemen, welke voor een enkele stof, hetzij met of zonder associatie, geldt. Immers

$$\frac{dp}{dv}_T = \left(\frac{dp}{dv}\right)_{xT} + \left(\frac{dp}{dx}\right)_{vT} \frac{dx}{dv}.$$

Uit $\left(\frac{d\psi}{dx}\right)_{vT} = 0$ volgt door differentieering:

$$\left(\frac{d^2\psi}{dx dv}\right)_T dv + \left(\frac{d^2\psi}{dx^2}\right)_{vT} dx + \left(\frac{d^2\psi}{dx dT}\right)_v dT = 0$$

of

$$-\frac{dp}{dv}_{vT} dv + \left(\frac{d^2\psi}{dx^2}\right)_{vT} dx - \left(\frac{d\eta}{dx}\right)_{vT} dT = 0$$

of

$$-\left(\frac{dp}{dx}\right)_{vT} dx + \left(\frac{d^2\psi}{dx^2}\right)_{vT} dx - \left(\frac{d\varepsilon}{dx}\right)_{vT} \frac{dT}{T} = 0$$

Bij standvastige waarde van T is dus $\frac{dx}{dv} = \frac{\left(\frac{dp}{dx}\right)_{vT}}{\left(\frac{d^2\psi}{dx^2}\right)_{vT}}$; voeren wij

deze waarde van $\frac{dx}{dv}$ in de waarde van $\frac{dp}{dv}_T$, dan wordt de derde voorwaarde voor stabiliteit

$$\frac{dp}{dv} > - \left(\frac{dp}{dv}\right)_{vT} \frac{\left(\frac{dp}{dx}\right)_{vT}^2}{\left(\frac{d^2\psi}{dx^2}\right)_{vT}}$$

zooals wij uit de theorie van een binair stelsel hadden afgeleid.

De grenzen, waar binnen labiele toestanden aanwezig zijn, liggen dus wijder uiteen, dan uit $\left(\frac{dp}{dv}\right)_{vT} = 0$ zou volgen. Zij worden bepaald door

$$\left(\frac{dp}{dv}\right)_{xT} - \frac{\left(\frac{dp}{dx}\right)_{xT}^2}{d^2\psi/dx^2}$$

Alleen voor het geval dat ook $\left(\frac{dp}{dx}\right)_{xT} = 0$ is, vallen zij met die van $\left(\frac{dp}{dv}\right)_{xT} = 0$ samen.

Met dat alles in overeenstemming is ook de omstandigheid, dat het kritisch punt van het binaire mengsel voor standvastige waarde van x nog in het labiele gebied ligt. Voor een mengsel met constante x is in het kritisch punt $\left(\frac{dp}{dv}\right)_{xT} = 0$ en dus ook $\frac{dp}{dv}$ positief. Het kritisch punt van de stof in associatie is dan ook, zooals wij hierboven zagen, een plooi punt. Zoo zouden er meerdere opmerkingen te maken zijn, maar alle volgende uit en in overeenstemming met de beschouwing van een associeerende stof als een binair stelsel.

X. *Gedaante van het ψ -vlak.*

Voor het ψ -vlak voor constant gewicht moeten wij, als $1-x$ de fractie van het gewicht voorstelt dat in den vorm van enkelmolekullen aanwezig is en x de fractie welke als meervoudige molekullen voorkomt, voor p den vorm aannemen

$$p = \frac{RT \left(1-x + \frac{x}{n}\right)}{(r-b)_x} - \frac{a \left(1 - \frac{x}{2}\right)^2}{v_x^2}$$

Voor het ψ -vlak voor constant aantal molekullen moeten wij, als $1-y$ de fractie voorstelt, welke als enkelmoleculen aanwezig is, en y de fractie welke als meervoudige molekullen voorkomt stellen:

$$p = \frac{RT}{(r-b)_y} - \frac{a \left[1 - y + \frac{n}{2}y\right]^2}{v_y^2}$$

Tusschen de grootheden x en y bestaat de betrekking:

$$\frac{ny}{1-y} = \frac{x}{1-x}$$

Beide leden dezer vergelijking toch stellen voor de verhouding der gewichtshoeveelheden in den geassocieerden en ongeassocieerden vorm. Wij vinden dan:

$$x = \frac{ny}{1-y+ny}$$

$$1-x = \frac{1-y}{1-y+ny}$$

$$1-x + \frac{x}{n} = \frac{1}{1-y+ny}$$

$$1 - \frac{x}{2} = \frac{1-y + \frac{n}{2}y}{1-y+ny}.$$

Uit de gelijkheid van p , hetzij deze grootheid in x of in y is uitgedrukt, volgt

$$\frac{1-x + \frac{x}{n}}{(v-b)x} = \frac{1}{(v-b)y} \quad \text{of} \quad (v-b)y = (1-y+ny)(v-b)x$$

en

$$\frac{\left(1 - \frac{x}{2}\right)^2}{v_x^2} = \frac{\left(1 - y + \frac{n}{2}y\right)^2}{v_y^2} \quad \text{of} \quad v_y = (1-y+ny)v_x.$$

En dus vinden wij, wat trouwens wel onmiddellijk gesteld had kunnen worden,

$$b_y = b(1-y+ny)$$

en dus

$$p = \frac{RT}{v_y - b_x(1-y+ny)} - \frac{a\left(1-y + \frac{n}{2}y\right)^2}{v_y^2}.$$

De grootheid b_x is niet afhankelijk van x , en kan zonder index geschreven worden. In den laatsten vorm kunnen wij het zekerst de kenmerken toepassen welke in de theorie van een binair stelsel gevonden zijn om te bepalen of wij een mengsel hebben met afnemende of toenemende waarde van T_k of misschien met minimumwaarde van T_k . Het laatste blijkt het geval te zijn. Het kenmerk voor minimum T_k eischt dat er een waarde voor y bepaald kan worden tusschen 0 en 1, welke voldoet aan de betrekking:

$$\frac{1}{a_y} \frac{da_y}{dy} = \frac{1}{b_y} \frac{db_y}{dy}.$$

Met $a_y = a\left(1-y + \frac{n}{2}y\right)^2$ en $b_y = b(1-y+ny)$ vinden wij ter bepaling van y de vergelijking:

$$1 - y + \frac{n-2}{2} y \quad 1 - y + ny$$

Voor $y = 0$ is het eerste lid n.l. $n-2$ kleiner dan het tweede, dat dan $n-1$ wordt. Voor $y = 1$ is het eerste lid gelijk aan $2 \frac{n-2}{n}$ en het tweede gelijk aan $\frac{n-1}{n}$. Als $2n-4 > n-1$ is, zal er dus minimum T_k aanwezig zijn, dus als $n > 3$. Voor de waarde van $\frac{y}{1-y}$ vinden wij $\frac{2}{n(n-3)}$ en dus voor $\frac{x}{1-x}$ de waarde $\frac{2}{n-3}$.

Wij zouden ook uit den vorm van p als functie van x tot hetzelfde besluit hebben kunnen geraken door te onderzoeken of de grootheid

$$\left(1 - \frac{x}{2}\right)^2 \\ 1 - x + \frac{x}{n}$$

voor waarden van x tusschen 0 en 1 een minimumwaarde kan aannemen. Dus x bepalen uit :

$$\frac{1}{1 - \frac{x}{2}} = \frac{1 - \frac{1}{n}}{1 - x + \frac{x}{n}}$$

of

$$\frac{1}{1 - x + \frac{x}{2}} = \frac{n-1}{n(1-x) + x}$$

of

$$(n-1)(1-x) + \frac{x(n-1)}{2} = n(1-x) + x$$

of

$$\frac{x}{1-x} = \frac{2}{n-3}$$

of

$$x = \frac{2}{n-1}$$

Hiermede stemt overeen de waarde

$$y = \frac{2}{(n-1)(n-2)}$$

Vooral op het ψ -vlak voor constant aantal molekulen ligt het mengsel met minimum kritische temperatuur zeer dicht aan den kant van den component, welke het kleinste molekuul-volume heeft. En het laat zich verwachten dat een mengsel, waarvoor de plooi-puntlijn (p, T -projectie) raakt aan de p, T -projectie der kritische punten, niet meer aanwezig zal zijn. Zulk een punt ligt nl. nog meer verschoven naar den kant van den component met het kleinste molekuul-volume. Ter bepaling van het gehalte voor zoodanig mengsel heb ik oorspronkelijk gegeven de formule

$$\frac{1}{a_y} \frac{da_y}{dy} = \frac{2}{3} \frac{1}{b_y} \frac{db_y}{dy} \quad (\text{Cont. II, pag. 120})$$

Later (Deze Verslagen, Maart 1902, p. 557) heb ik meenen te moeten besluiten, dat de vorm:

$$\frac{1}{a_y} \frac{da_y}{dy} = \frac{j'-2}{j'-1} \frac{db_y}{dy}$$

waarin $j' = \left(\frac{T}{p} \frac{dp}{dT} \right)_{kr}$ is, beter voldoen zal.

Wij hebben ter bepaling van y dan de vergelijking:

$$\frac{n-2}{1-y+\frac{n}{2}y} = \frac{j'-2}{j'-1} \frac{n-1}{1-y+ny}$$

De waarde van y , welke aan deze vergelijking voldoet is:

$$y = \frac{j'-n}{j'} \frac{2}{(n-1)(n-2)}$$

Is $n > j'$, waartoe ik heb gemeend te moeten besluiten, dan is y negatief. Met andere woorden, dan komt het raakpunt van de plooi-puntlijn en de kromme der kritische punten niet voor. Maar dan vervalt ook de hoofdreden, waarom bij de teekening der beide p, T -krommen, n.l. die der plooi-punten en die der kritische punten, bij mengsels met minimum kritische temperatuur, de afstand der beide krommen, zoo klein gekozen is.

De p, T projectie der kritische punten begint bij een temperatuur gegeven door $RT_{k_1} = \frac{s}{r(j'-1)} \frac{a}{bg}$, eindigt bij $RT_{k_2} = \frac{s}{r(j'-1)} \frac{a}{bg} \frac{n}{4}$, en

heeft een minimumtemperatuur gegeven door $RT_{km} = \frac{s}{r(j'-1)} \frac{a}{bg} \frac{n(n-2)}{(n-1)^2}$.

Terwijl dus de eindtemperatuur circa of ruim 2 maal grooter is dan de beginttemperatuur, is de temperatuur eerst teruggelopen,

en bij $x = \frac{2}{n-1}$ of $y = \frac{2}{(n-1)(n-2)}$ gedaald tot het

$$\frac{n(n-2)}{(n-1)^2} = 1 - \frac{1}{(n-1)^2}$$

gedeelte van de begintemperatuur, dus slechts weinig lager dan deze. De waarde van p_k is voortdurend gedaald. In het beginpunt bedraagt die waarde $\frac{a}{bq^2} \frac{1}{r^2(n-1)}$, bij de minimumtemperatuur bedraagt zij het $\left(\frac{n-2}{n-1}\right)^2$ gedeelte $\frac{a}{bq^2} \left(\frac{n-2}{n-1}\right)^2$, dus iets meer dan $\frac{2}{3}$ van het oorspronkelijk bedrag — en de eindwaarde is het $\frac{1}{4}$ gedeelte van de begin-

waarde. De temperatuur voor de kromme der plooi punten is natuurlijk samenvallend voor T_{k_1} en voor T_{k_2} , maar is voor alle tusschengelegen waarden van x of y hooger. Alleen als er een mengsel mocht zijn, waarvoor de beide krommen elkander raken, zullen zij natuurlijk weder samenvallen. Is dat raakpunt aanwezig, hetwelk dan, als men van het beginpunt uitgaat, ligt vóór het punt waar minimum temperatuur bestaat, dan volgt daaruit dat ook de plooi puntskromme beginnen moet met naar lagere temperaturen terug te loopen. Maar deze dwingende reden voor het terugloopen van de plooi puntlijn ontbreekt hier. En de vraag kan dus gedaan worden of als dit raakpunt afwezig is de plooi puntlijn misschien beginnen kan met naar hogere temperaturen te loopen. Voor het bijzondere ψ -vlak van een associeerende stof is de beantwoording van geen of liever van weinig belang. Maar voor de theorie der binaire stelsels in het algemeen is dat belang grooter. Mocht de vraag toestemmend moeten beantwoord worden, dan zal de $T_{,x}$ projectie der plooi puntlijn geen minimum voor T_{pl} behoeven te vertoonen en zou niet noodzakelijk zijn het bestaan van tweemaalige retrograde condensatie, welke ik (Verslag K. A. v. W. Maart 1909) besproken heb. Er doen zich dan echter andere moeilijkheden voor, welke ik hier niet bespreken kan.

Voor het ψ -vlak van een associeerende stof zou de zaak beslist zijn, als men kon aantoonen dat de waarde van T_k voor de stof als er geen associatie is even hoog als of lager dan de waarde van T_{pl} in het geval van associatie is.

Zoekt men T_k voor het geval als:

$$p = \frac{RT}{v-b} - \frac{a}{v^2}$$

is, dan vindt men ter bepaling van T_k

$$\frac{RT_k}{(v-b)^2} \left(1 - \frac{dv}{v}\right) = \frac{2a}{v^3}$$

en ter bepaling van v ,

$$\frac{2}{(v-b)} \left(1 - \frac{db}{dv} \right) + \frac{\frac{d^2b}{dv^2}}{1 - \frac{db}{dv}} = \frac{3}{v}$$

of

$$\frac{v}{v-b} \left(1 - \frac{db}{dv} \right) + \frac{v}{2} \frac{\frac{d^2b}{dv^2}}{\left(1 - \frac{db}{dv} \right)} = \frac{3}{2}.$$

Maar zelfs al beperkt men zich tot den vereenvoudigden vorm:

$$\frac{b}{bg} = 1 - \alpha \frac{bg}{v}$$

dan eischt de bepaling van v de kennis van α , en wordt ook de bepaling van v onzeker, en dus ook de bepaling van

$$RT_k = \frac{2\alpha(v-b)^2}{v^3} \frac{1}{1 - \frac{db}{dv}}.$$

Er blijkt wel dat RT_k zeer weinig verschilt van $\frac{\alpha}{bg} \frac{1}{v(f-1)}$ (pag. 89 Verslag K. A. v. W. Juni 1910). Maar of dat verschil positief of negatief is laat zich niet met zekerheid uitmaken.

Voorshands moet ik dit punt onbeslist laten.

Wel is er in vergelijking:

$$MRT v^3 - 2\alpha(v-b)^2 = \frac{y(1-y)}{2} a_y \left(\frac{v}{a_y} \frac{da_y}{dy} - 2 \frac{db_y}{dy} \right)^2$$

van (§ 21 Cont. II) een middel te vinden om omtrent de verschillende omstandigheden van den loop der spinodale lijn in de onmiddellijke nabijheid van den kant, ten minste kwalitatief te worden ingelicht, bij mengsels waarbij de minimumwaarde van T_k bij zeer kleine waarde van y ligt. Bovenstaande eenvoudige vergelijking geldt nl. als $a_1 a_2 = a_{12}^2$ is, wat bij schijnassociatie het geval zal zijn.

Stelt men de waarde van T gelijk aan T_k voor $y = 0$. En dus $MRT v_1^3 = 2a_1(v_1 - b_1)^2$, en verder, wat bij de afleiding dezer vergelijking steeds gesteld is $\frac{db_y}{dv} = 0$ en $MRT_k = \frac{8}{27} \frac{a_1}{b_1}$ en $v_1 = 3b_1$.

Zoeken wij nu hoeveel snijpunten een lijn $v = v_1$ met de spinodale lijn vertoont. Daar $a_y = a_1 \left(1 + \frac{n-2}{2} y \right)^2$ is en $b_y = b_1 [1 + \frac{1}{2}(n-1)y]$ wordt bovenstaande vergelijking:

$$MRT_k 27b_1^2 - 2a_1 \left(1 - \frac{n-2}{2}y\right)^2 \{3b_1 - b_1 - b_1(n-1)y\}^2 = \\ \frac{y(1-y)}{2} a_1 \left(1 - \frac{n-2}{2}y\right)^2 \left\{ \frac{3b_1(n-2)}{1 - \frac{n-2}{2}y} - 2(n-1)b_1 \right\}^2$$

of door $8 a_1 b_1^2$ deelende:

$$1 - \left(1 - \frac{n-2}{2}y\right)^2 \left(1 - \frac{n-1}{2}y\right)^2 = \frac{y(1-y)}{16} \{3(n-2) - 2(n-1) - (n-1)(n-2)y\}^2.$$

Was aan den kant juist minimum kritische temperatuur, dan zou

$$\left(\frac{1}{a_y} \frac{da_y}{dy}\right)_1 = \left(\frac{1}{b_y} \frac{db_y}{dy}\right)_1$$

zijn of $n-2 = n-1$, wat eerst voor $n = \infty$ zou mogen gesteld worden; was daar juist het hierboven besproken raakpunt van plooi-puntslijn en kritische lijn, dan zou:

$$\left(\frac{1}{a_y} \frac{da_y}{dy}\right)_1 = \frac{2}{3} \left(\frac{1}{b_y} \frac{db_y}{dy}\right)_1$$

zijn, of

$$3(n-2) = 2(n-1)$$

wat voor $n = 4$ zou gelden. Daar wij voor het beginpunt tussehn-liggende eigenschappen onderstellen, moeten wij stellen:

$$\left(\frac{1}{a_y} \frac{da_y}{dy}\right)_1 = k \left(\frac{1}{b_y} \frac{db_y}{dy}\right)_1,$$

waarin k ligt tusschen 1 en $\frac{2}{3}$. Dat ik hier $\frac{2}{3}$ bezig en niet zooals

hierboven $\frac{j-2}{j-1}$, is in overeenstemming met wat ik heb opgemerkt over de vereenvoudigingen, die bij de afleiding van de in discussie gebrachte vergelijking zijn aangebracht.

Wij hebben dus hier:

$$(n-2) = k(n-1)$$

In verband met de hooge waarde van n nadert k dus tot de eenheid, en ligt de minimum kritische temperatuur maar zeer weinig van den kant verwijdead.

Wij hebben de waarde van y na te gaan in de vergelijking:

$$1 - \left(1 - \frac{n-2}{2}y\right)^2 \left(1 - \frac{n-1}{2}y\right)^2 = \frac{y(1-y)}{16} \{n-1 - (n-1)(n-2)y\}^2$$

Voor $y = 0$ is aan deze vergelijking voldaan, en het kritisch punt aan den kant is dus een punt der spinodale lijn. Uit den aard der zaak zal de lijn $v = v_1$ alleen snijpunten kunnen vertoonen met den

tak der spinodale lijn, welke aan de vloeistofzijde ligt. Deelen wij de beide leden der vergelijking door y , dan verkrijgen wij schijnbaar een 3^{de} machtsvergelijking, welke echter zich tot een 2^{de} machtsvergelijking vereenvoudigt doordat in beide leden de grootheid $\frac{(n-1)^2 (n-2)^2}{16} y^3$ voorkomt, welke dus wegvalt. Deze 2^{de} machtsvergelijking kan, afhankelijk van de waarde van n , twee positieve wortels hebben, of een positieven en een negatieven wortel.

Maar zonder de beteekenis der verschillende snijpunten na te gaan in verband met het aantal der wortels der vergelijking vinden wij voor kleine waarden van y onmiddellijk antwoord op de vraag, welke hier gesteld is, als wij de gelijkheid der twee leden der vergelijking vervangen door, wat het kenmerk der stabiliteit is,

$$1 - \left(1 - \frac{n-2}{2} y\right)^2 \left(1 - \frac{n-1}{2} y\right)^2 > \frac{y(1-y)}{16} \{(n-4) - (n-1)(n-2)\} y^3$$

of voor kleine waarde van y

$$y > \binom{n-4}{4} y$$

Dus zodra $\binom{n-4}{4} > 1$, strekt zich de spinodale lijn over de geheele breedte uit, en is er een stijgen van de temperatuur boven T_k noodig van het begin af.

Wij zouden ons deze uitkomst begrijpelijk kunnen maken door op te merken, dat bij een mengsel met minimum kritische temperatuur, bij $(T_k)_{min}$ splitsing der lijn $\frac{d^2\psi}{dv^2} = 0$ plaats heeft; maar dat eerst bij hogere temperatuur splitsing der spinodale lijn plaats heeft, en dan ook bij andere waarde van y . Het splitsingspunt verschuift zich dus, en volgens onze uitkomst naar den kant, waarvan $(T_k)_{min}$ slechts weinig verwijderd is. Voor $\binom{n-4}{4} = 1$, bereikt het splitsingspunt den kant. Voor kleiner waarde van n bereikt het den kant nog niet. Natuurlijk dat bij het benaderde karakter der in discussie gebrachte vergelijking dat alles niet als een strikt bewijs kan gelden, en dat de uitkomst niet numeriek juist zal zijn. Maar de uitkomst is zoozeer in overeenstemming met wat wij à priori konden verwachten, dat n.l. het mogelijk moet zijn dat de plooi-puntlijn in den beginne stijgt zelfs bij mengsels met $(T_k)_{min}$, dat ik geloof dat wij deze mogelijkheid gerust kunnen aannemen. Maar dit kan alleen voorkomen, als de waarde van y , waarbij T_k minimumwaarde heeft, zeer klein is. Als y voor $(T_k)_{min} = 0$ is, zou dit van zelve duidelijk zijn.

Natuurkunde. — De Heer VAN DER WAALS biedt aan: *Onderzoekingen verricht met ondersteuning van het VAN DER WAALS-fonds, No. 1.* De JEAN TIMMERMANS: „*Les Phénomènes Critiques de Dissolution des Mélanges de Constituants Normaux étudiés sous Pression Variable.*”

(Mede aangeboden door den Heer ZEEMAN).

1. *But du Travail. — Choix des Mélanges étudiés.*

Comme suite à un travail préliminaire fait l'an dernier¹⁾, j'ai entrepris maintenant l'étude quantitative détaillée des phénomènes critiques de dissolution sous pression extérieure variable; dans ce premier mémoire j'examinerai les particularités que présente l'étude à ce point de vue de mélanges à température critique de dissolution supérieure quand leurs constituants sont des corps normaux; je crois devoir entrer dans des détails circonstanciés concernant le mode de travail et d'observation de ces phénomènes qui n'ont pas été étudiés jusqu'aujourd'hui avec autant de soins que les phénomènes critiques de vaporisation.

J'ai arrêté mon choix sur les trois mélanges suivants: cyclohexane + aniline, dont la température critique de dissolution (T.C.D. = 31°,05), s'élève par compression et qui appartient donc au type de la scission de la ligne de plissement; nitrobenzol + hexane (T.C.D. = 21°,00) et + isopentane (T.C.D. = 32°,20), mélanges dont la température critique de dissolution s'abaisse par compression et qui correspondent donc au type du retrait de la ligne de plissement; la similitude de constitution de ces deux derniers mélanges permettra éventuellement d'établir des comparaisons entre eux.

Pour obtenir des résultats bien constants dans des mesures sur la température critique de dissolution, une grande pureté des constituants est absolument nécessaire, ainsi que des recherches antérieures l'ont montré à suffisance²⁾ (voir aussi le travail de KÜENEN³⁾).

Les cinq composés utilisés au cours de cette recherche ont donc été purifiés avec beaucoup de soin; on trouvera le détail des méthodes suivies dans une publication antérieure³⁾; il me suffira de dire ici que les échantillons utilisés provenaient de la maison KAILBAUM et avaient été soumis à la distillation fractionnée, jusqu'à constance absolue de leur point d'ébullition. L'isopentane et l'hexane avaient préalablement été soumis au traitement chimique recommandé par S. YOUNG; l'aniline après distillation était presque incolore, le nitrobenzol jaune pâle; le cyclohexane a été préparé par réduction de benzol pur par la méthode de SABATIER et SENDERENS, puis purifié par des traitements répétés au mélange sulfurique-nitrique et privé des

dernières traces de benzol par des cristallisations répétées jusqu'à constance absolue de la température de congélation.

Les produits purs ainsi obtenus possédaient les constantes indiquées dans le tableau N^o. 1; on y trouvera dans des colonnes successives, le nom du corps étudié, ses températures d'ébullition et de congélation et sa densité à 0° par rapport à l'eau prise à son maximum de densité 4°.

TABLEAU N^o 1.

Composé étudié	Températures		Densité à 0° 4°
	d'Ebullition	de Congélation	
Isopentane	27°.95	— 158°.55	0.63942
Hexane normal	68°.95	—	0.67713
Cyclohexane	80°.75	+ 6°.5	—
Aniline	184°.40	— 6°.17	1.03895
Nitrobenzol	210°.85	+ 8°.70	1.22290

2. Préparation de tubes de Cailletet fort résistants aux hautes Pressions.

Dans le présent travail, je désirais pousser mes essais jusqu'aux pressions les plus élevées que puisse supporter un tube de Cailletet.⁴⁾ Des expériences antérieures de M.M. BRADLEY et BROWN, puis de OXNES et BRAAK confirmées par une série de mesures faites dans le laboratoire de physique de l'université d'Amsterdam par M. MASSINK, ont montré que les tubes en verre de borosilicate sont généralement plus résistants à la pression que ceux en verre de Thuringe ou d'Jéna; et que la fragilité des tubes augmentait très rapidement quand la section du capillaire s'élargissait. Dans le genre d'études que j'ai entreprises, l'emploi d'un agitateur électromagnétique de KUENEN est indispensable: le diamètre minimum de capillaire utilisable est ramené par ce fait à 2 mm. environ; même dans ces limites, M. MASSINK a rencontré des tubes capables de résister à des pressions de plus de 500 atmosphères; malheureusement, dès que j'ai passé aux expériences proprement dites, j'ai vu s'abaisser notablement la limite de résistance des tubes laboratoires; cette anomalie paraît provenir notamment du fait suivant signalé par BRADLEY et BROWN: un tube de faible longueur, tel que ceux utilisés par M. MASSINK au cours de ses essais, serait protégé jusqu'à son extrémité par le voisinage de l'ajutage de cuivre

auquel il est fixé; pour des tubes dont la longueur dépasse 20 ctns. comme ceux dont j'ai fait usage, cette zone protectrice serait franchie et la résistance du tube baisserait notablement.

Une autre cause de fragilité des tubes de verre de gros calibre réside dans les phénomènes de tension, inévitables à la suite des manipulations auxquelles les tubes sont soumis au cours des essais et pendant leur préparation; ce sont naturellement les variations brusques de température qui sont particulièrement fâcheuses à ce point de vue, mais l'influence de pressions tangentielles se fait sentir souvent aussi, notamment quand le tube n'est plus suffisamment fixé dans son ajutage de cuivre, à cause d'un ramollissement local du joint, soit par suite d'une élévation de température, soit par l'action d'un dissolvant.

Une dernière difficulté provient de la nécessité de pouvoir soumettre l'ensemble du mélange au brassage de l'agitateur; on ne peut donc utiliser comme d'ordinaire des tubes étirés en capillaire qu'il est facile de sceller très solidement; une portion de la liqueur resterait à demeure dans le capillaire, échapperait à l'action de l'agitateur et fausserait la concentration apparente; d'autre part, si l'on scelle le tube, après remplissage, non pas sur le capillaire, mais à sa calotte terminale, on ne parvient pas à opérer le refroidissement du verre avec régularité; ce tube se brisera toujours sous une faible pression, souvent même à la longue la pointe sautera spontanément à la pression ordinaire.



Fig. 1.

Pour échapper aux diverses difficultés que je viens de signaler, j'ai fini par adopter après maints essais infructueux un mode de remplissage à la fois simple et rapide, qui répond aux desiderata exprimés précédemment. Le tube de Cailletet est étiré à sa partie supérieure, en un long capillaire très étroit replié en demi-cercle vers le bas, parallèlement au tube laboratoire (fig. 1); ce capillaire se termine par un élargissement brusque à la calotte terminale, pour éviter que l'agitateur ne puisse s'engager et s'immobiliser dans l'entrée du capillaire; son autre extrémité est une cassure bien nette. Pour introduire les liquides à étudier dans le tube laboratoire, on remplit d'abord complètement celui-ci de mercure, qui vient affleurer à l'extrémité libre du capillaire; on y place alors un petit récipient contenant l'un des liquides, de manière à ce que l'extrémité du capillaire vienne précisément affleurer au niveau du liquide, et en laissant alors descendre lentement la pression, on siphonne dans

l'intérieur du tube une quantité déterminée de ce liquide; de faibles variations alternatives de la pression permettent alors de chasser la dernière bulle d'air qui était restée adhérente entre le tube et l'agitateur; on maintient enfin la pression constante, on attend que le niveau soit invariable, et on peut alors enlever ce récipient pour évaluer par différence la quantité de ce premier constituant introduite dans le tube laboratoire. On répète cette opération pour le second constituant du mélange; celui-ci le plus léger, est généralement aussi le moins visqueux et entraîne avec lui les traces du premier liquide restées adhérentes au capillaire; il est facile de régler à volonté la quantité du second constituant qu'on introduit ainsi dans le tube. Enfin quand les proportions choisies pour le mélange ont été atteintes, on siphonne par le capillaire une petite quantité de mercure bien propre qui lave les parois du capillaire; on s'arrête avec le capillaire plein de mercure, on l'y congèle par un fragment de neige carbonique imbibé d'alcool et on scelle le capillaire plein de mercure sans aucune difficulté; l'adhérence au verre suffit à y maintenir le mercure dans la suite. On a de cette manière un mélange de proportions connues, introduit dans le tube à l'abri de l'air, et qui s'y trouve maintenu entre le ménisque du mercure de compression et la gouttelette de mercure du capillaire; on peut donc l'agiter énergiquement dans toutes ses parties.

En résumé un tube rempli de cette manière, est capable de supporter des pressions d'environ 250 atmosphères, sur une longueur de 50 ctms., avec un diamètre intérieur de 2 mm., extérieur de 10 mm.; quand ce tube se brise sous l'action de pressions élevées, ce n'est pas à cause d'un défaut local, mais parce que la limite d'élasticité du verre est véritablement dépassée: la rupture simultanée du tube sur toute sa longueur et en très nombreux fragments en est le témoignage certain.

3. *Méthodes de mesure.*

Une fois l'appareil monté, il s'agit de déterminer exactement la température de saturation sous diverses pressions.

Le réglage de la température était obtenu en plongeant le tube laboratoire dans un bain de chauffe d'une capacité de 40 litres, rectangulaire, dont deux faces opposées sont remplacées par des glaces et permettent l'examen du tube, éclairé par derrière au moyen d'une lampe électrique; le tube de Cailletet pénètre au fond du bain par une ouverture circulaire ménagée à cet effet et qu'on ferme au moyen d'une douille métallique ou d'un bouchon de caoutchouc; il faut éviter les fuites d'eau tiède en cet endroit car le mastic du joint

Verre-évidré pourrait se ramollir et le tube soumis alors à des efforts latéraux, risque de se briser; enfin le bain est pourvu d'un agitateur mécanique et d'un thermo-régulateur d'OSTWALD.

La température est indiquée par un thermomètre BECKMANN permettant d'apprécier à la loupe le $\frac{1}{1000}$ de degré; le thermomètre est incapable de suivre les variations de température très rapides, mais quand on se maintient dans une étroite région de températures presque constantes, oscillant de quelques centièmes de degré autour de la température critique, ses indications sont exactes, à condition de le soumettre avant chaque lecture à quelques chocs brusques pour vaincre l'inertie de la colonne mercurielle; ce qui le montre bien, c'est que les températures critiques lues soit par refroidissement, soit par échauffement du mélange, coïncident absolument. La valeur absolue des températures indiquées par le BECKMANN, a été obtenue par comparaison avec un thermomètre normal donnant le $\frac{1}{50}$ de degré; pour cela les deux thermomètres ont été plongés côte à côte dans le bain de chauffe, avec leurs colonnes complètement immergées.

La pression était mesurée sur un manomètre métallique de SCHÄFFER et BUDENBERG, gradué en $\frac{1}{4}$ d'atmosphères, permettant, grâce au miroir ou se réfléchit l'image de l'aiguille, l'appréciation du $\frac{1}{10}$ d'atmosphère, j. à 250 atm.; les indications de ce manomètre ont été corrigées au moyen de la „Druckwage”. Ici également il est nécessaire de vaincre l'inertie du manomètre par des chocs répétés et il faut éviter autant que possible de faire varier la pression même faiblement au cours des mesures, de peur de causer des erreurs sur la température critique, comme conséquence de l'effet de VAN DER LEE (§ 6).

La constance des indications du manomètre est prouvée par les valeurs concordantes de la température critique observée à plusieurs reprises sur un même mélange et sous une même pression. Remarquons encore que les données du manomètre n'ont pas été corrigées pour la pression de la colonne de mercure contenue dans le tube de CHILLETET, correction négligeable et d'ailleurs à peu près constante.

Le brassage du mélange était assuré par un agitateur électromagnétique de KUENEN dont le circuit était plongé dans le bain de chauffe même et y était guidé par deux triangles verticales, de peur que ses mouvements irréguliers n'entraînent des chocs et la rupture du tube. Le circuit électrique est pourvu d'un interrupteur, sans quoi le rayonnement calorifique émanant de l'aimant pourrait fausser localement

les indications de température; pendant les courts instants nécessaires pour agiter le mélange, l'élévation de température est trop faible pour influencer les phénomènes qui se produisent dans le tube, comme j'ai pu m'en assurer par des expériences de contrôle à température constante et circuit électrique fermé sans agitation.

Une autre cause d'erreur déjà signalée par KÜENEN dans l'emploi de l'agitateur, provient de l'élévation momentanée de température qui se produit après le mouvement de l'agitateur, par suite de son frottement rapide contre le verre du tube; si l'on maintient par exemple le mélange à une température très peu inférieure à sa température critique (qq. millièmes de degré), il a l'aspect d'un nuage blanc, opaque et homogène (v. § 4), et qu'on fasse mouvoir alors l'agitateur, on voit très nettement la liqueur s'éclaircir au moment après son passage, qui est marqué ainsi par une sorte de traînée transparente, qui disparaît d'ailleurs presque immédiatement; l'agitation a donc suffi pour élever localement la température jusqu'au dessus de la température critique. Pour éviter cette cause d'erreur, il faudra donc éviter l'emploi de l'agitateur au cours même des mesures; il serait d'ailleurs inutile, car si l'on fait osciller alternativement la température autour de la température critique, le mélange reste toujours homogène, même en dessous de la température critique.

4. *Aspect général du phénomène critique.*

Examinons maintenant en détail l'aspect des phénomènes critiques observés dans le cas présent, de manière à pouvoir définir très exactement ce que nous entendons par température critique. A température suffisamment élevée, le mélange est homogène et n'offre aucune particularité visible; quand la température s'abaisse, on voit apparaître peu à peu l'opalescence critique, à une température supérieure au point critique d'environ un demi-degré; cette opalescence grandit peu à peu; elle est excessivement intense à 1 ou 2 centièmes de degré de la température critique, bien que la liqueur reste tout-à-fait transparente; puis brusquement la liqueur est envahie par un nuage blanc, opaque, qui empêche de voir plus longtemps les fils de la lampe électrique placée par derrière; ce nuage ne se résoud pas ou seulement très lentement (5 minutes et plus) en deux phases si on le maintient à une température inférieure de quelques millièmes de degré à la température critique; en réchauffant alors on voit en effet la liqueur redevenir brusquement transparente et homogène sans qu'une agitation soit nécessaire; enfin quand la température s'abaisse davantage, on voit des gouttelettes des deux phases se séparer nettement à partir d'un centième de degré en dessous de la température critique;

bientôt ces gouttelettes se réunissent et les deux phases apparaissent séparées par un ménisque d'abord plan, qui s'incurve vers le bas de plus en plus quand on s'éloigne du point critique; la courbure n'est appréciable qu'à quelques degrés en dessous du point critique. Dans cette succession de phénomènes, j'ai choisi comme température critique, la température où la liqueur transparente est envahie par l'opacité du nuage blanc; en effet c'est cette température qu'il est possible de fixer avec le plus de netteté dans la succession d'états qu'on observe.

L'opalescence critique est fort belle dans les exemples que je viens d'étudier; on ne saurait indiquer exactement à partir de quelle température elle apparaît, mais un œil exercé en reconnaît déjà des traces à $\frac{1}{2}$ degré, plus haut que la température critique; elle est visible par réflexion sous l'aspect d'un trouble bleuâtre bien avant qu'on puisse en apercevoir même des traces par transparence; on ne la remarque guère par transparence qu'à $\frac{1^e}{10}$ de degré au dessus de la température critique, grâce à la teinte orangée que commence à prendre la lumière électrique par son passage à travers le tube de Cailletet; l'intensité de l'opalescence grandit alors très vite. A un centième de degré au dessus de la température critique, l'aspect des liqueurs est vraiment magnifique: par réflexion, la liqueur émet une lueur bleu grisâtre très intense et paraît absolument opaque; par transparence au contraire, elle est encore claire, mais a pris une teinte rouge orangé avec des reflets verdâtres, dûs aux mouvements que la liqueur subit dans sa masse; quand la liqueur devient opaque, le nuage qui se forme à partir des parois est blanc au contraire; et je n'ai pu observer ici rien de semblable à un maximum d'intensité de l'opalescence à une température un peu supérieure au point critique, comme TRAVERS et USHER l'ont fait pour l'éther pur⁴⁾; peut-être cette différence provient-elle d'une divergence d'appréciation sur la définition exacte de la température critique.

En résumé voici comment était conduite une expérience: la liqueur était portée d'abord à une température supérieure à la région critique et longuement agitée jusqu'à ce qu'elle paraisse complètement homogène et que l'équilibre de température soit établi; on laisse alors la température s'abaisser lentement $\left(\frac{1^e}{100} \text{ de degré par minute}\right)$, sans agiter, et on note une fois par minute la température du bain et l'aspect de la liqueur; quand la température critique est atteinte, il suffisait généralement d'une demi-minute pour que le nuage opaque envahit complètement la liqueur et la température critique était prise comme moyenne des températures où le nuage commençait à se

produire, et où la liqueur était complètement opaque. Dès ce moment, on fait remonter très lentement la température, et on note la température d'éclaircissement de la liqueur; on répète plusieurs fois ces alternatives de température en les maintenant entre des limites très étroites $\left(\frac{1}{100}^{\circ}\right)$ de degré); la liqueur reste alors toujours homogène sans intervention de l'agitateur, l'ensemble des températures d'opacité et d'éclaircissement ainsi obtenues coïncidaient généralement à quelques millièmes de degré près, sans qu'il fut possible de déceler un effet de retard de refroidissement ou de réchauffement du thermomètre; cela est en concordance aussi avec la théorie de VAN DER WAALES suivant laquelle les phénomènes de sursaturation sont impossibles au point critique.

Il résulte donc de ces expériences qu'il est facile de déterminer dans ces conditions la température critique à 2 ou 3 millièmes de degré près; la répétition des essais fournit en effet des résultats absolument concordants et montre une fois de plus la sensibilité extraordinaire des phénomènes critiques à l'influence de la température.

5. *La concentration critique et le phénomène de Cagniard de la Tour.*

Le phénomène de CAGNIARD DE LA TOUR, bien connu en ce qui concerne les fluides purs, se retrouve ici très nettement: le ménisque apparaît et disparaît non pas toujours à mi-hauteur du mélange, mais en haut ou au bas du tube; de même l'opalescence critique est souvent répartie inégalement dans le mélange. Les mêmes causes qui produisent le phénomène dans les fluides purs: grande variabilité de volume et influence de la pesanteur, se retrouvent ici; leur action doit encore être augmentée fortement par la présence de traces d'impuretés (air dissous et humidité) qu'il est particulièrement difficile d'éviter dans les manipulations assez longues nécessitées par la préparation des mélanges. Seule d'ailleurs l'existence du phénomène de CAGNIARD DE LA TOUR permet la détermination exacte de la température critique de dissolution sous pression variable; car la préparation de liqueurs possédant exactement la concentration critique serait excessivement laborieuse, sinon impossible.

L'introduction dans le tube laboratoire de mélanges d'une concentration déterminée est en effet fort difficile, eu égard à la petite quantité de liquide avec laquelle il faut opérer: 1 mlgr. de perte sur 200 mlgr. de substance, représente déjà en effet une erreur de $\frac{1}{2}\%$. Aussi quand on essaye de préparer des mélanges de même concentration, observe-t-on toujours malgré les soins pris, des variations autour de la concentration critique ainsi que le prouvent les

diverses hauteurs auxquelles le ménisque disparaît lors du phénomène de CAGNIARD DE LA TOUR. Il est en somme au moins aussi difficile de réaliser exactement la concentration critique d'un mélange, que de mesurer le volume critique d'un fluide pur; il vaudra donc mieux dans les deux cas pour fixer ces constantes, opérer par voie indirecte en faisant usage de la loi du diamètre rectiligne. Peut-être même les faibles variations de la température critique (moins de 0.1) que j'ai observées en étudiant successivement divers échantillons d'un même mélange sont-elles dues uniquement aux variations inévitables de la concentration.

D'autre part, le phénomène de CAGNIARD DE LA TOUR permet seul également l'étude des variations de la température critique de dissolution avec la pression sur un seul mélange, car strictement parlant pour chaque mélange de concentration déterminée, il n'existe qu'une seule température correspondant à une seule pression. Considérons en effet le diagramme *pv* de VAN DER WAALS pour le cas simple du retrait de la ligne de plissement (fig. 2), et projetons

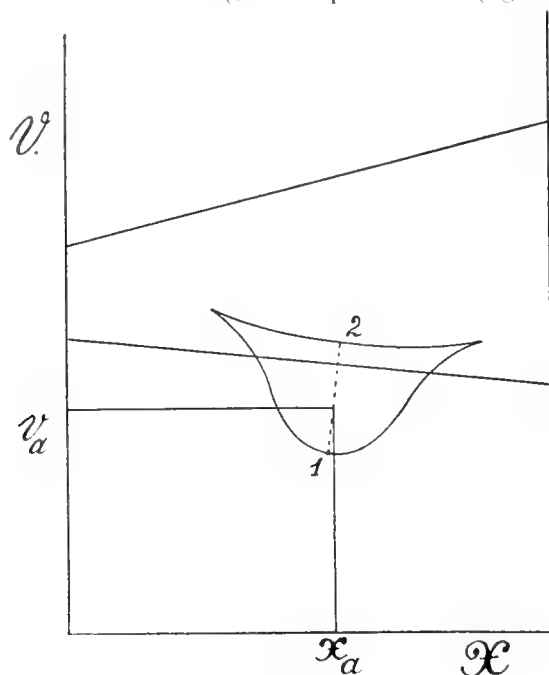


Fig. 2.

sur l'une des sections horizontales *pv* l'ensemble des points de plissement à diverses températures: on aura ainsi une ligne 1—2, inclinée sur l'axe des *v*, et par conséquent à chaque volume critique v_a correspond une seule concentration critique x_a bien déterminée; il en est évidemment de même pour la température et pour la pression

critiques. Sans le phénomène de CAGNIARD DE LA TOUR, il ne serait donc possible que d'observer une seule température critique pour chaque mélange; heureusement les phénomènes critiques sont mesurables sur un assez large intervalle de concentrations et comme l'inclinaison de la ligne de plissement sur l'axe des concentrations est généralement faible, on peut en déterminer toute une portion sur un seul mélange (Il n'en est pas toujours ainsi quand les phénomènes critiques de dissolution se passent aux environs de la température critique des constituants — voir à ce sujet KUNEN.)⁹⁾

Si la théorie de VAN DER WAALS qui assimile la ligne critique de dissolution à une portion de la ligne de plissement ordinaire est exacte, on doit donc pouvoir observer des variations du volume relatif des deux phases en équilibre à la zone critique quand on fait varier la concentration; c'est en effet ce que j'ai pu observer en comparant le volume des deux couches liquides d'un même mélange sous des pressions très différentes; le tableau 2 donne quelques exemples où le volume respectif des couches est exprimé en fonction du nombre de ctms. de hauteur qu'elles occupent dans le tube de CAILLETET.

TABLEAU N°. 2.

Isopentane + Nitrobenzol (3^e essai).

		$P=2$ atm.	150 atm.	300 atm.
Hauteur de la couche supérieure	(pentane) en ctms.	4	3,75	3,50
" " " " inférieure	(nitrobenzol)	3,25	3,25	3,25

Système Cyclohexane + Aniline.

		$P=2$ atm.	250 atm.
Hauteur de la couche supérieure (cyclohexane)		2	1 $\frac{1}{2}$
" " " " inférieure (aniline)		3	3

Dans le 1^{er} mélange, par compression on se rapproche de la concentration critique où le volume des deux phases est égal — dans le 2^e on s'en éloigne au contraire, il contenait trop peu de cyclohexane: dans les deux cas, l'inclinaison de la ligne de plissement se

fait dans le même sens : la concentration critique du constituant le plus léger et le plus volatil augmente avec la pression.

Cette constatation montre que sur ce point une théorie émise par OSTWALD ⁷⁾ en opposition avec la manière de voir de VAN DER WAALS, est fautive, comme BÜCHNER ⁸⁾ l'avait déjà fait remarquer : OSTWALD distingue entre points critiques de 1^{er} ordre, pour les fluides purs, qui ne varieraient pas avec la pression — du 2^e ordre, pour les mélanges dont la température critique de dissolution varierait au contraire avec la pression. Cette conception implique une concentration critique constante sous diverses pressions ce qui est en contradiction avec les données précédentes ; ce n'est donc que abusivement et par extension que l'on peut parler de l'influence de la pression sur la température critique de dissolution ; à proprement parler, il n'existe là pour chaque mélange, comme pour la température critique de vaporisation, qu'une seule température critique, correspondant à une pression, et à un volume bien déterminés.

6. *L'effet de VAN DER LEE.*

Il me reste à signaler quelques observations nouvelles concernant un phénomène très curieux que je propose de nommer „l'Effet de VAN DER LEE” parce que c'est en préparant sa thèse ⁹⁾ dans le laboratoire de physique de cette université, que VAN DER LEE a été le premier à signaler ce phénomène : ses observations portaient sur le système eau + phénol et n'ont pas été répétées que je sache. Voici en quoi consiste l'effet de VAN DER LEE : quand on laisse se détendre brusquement ce mélange préalablement comprimé, tout en le maintenant à une température constante, très peu supérieure à la température critique, on devrait constater simplement que la liqueur déjà homogène sous haute pression, reste également homogène à basse pression, puisque ce mélange appartient au type de la scission de la ligne de plissement, et que sa température critique *baisse* avec la *pression* ; or, l'observation fournit un tout autre résultat : on voit au contraire la liqueur d'abord claire, se troubler fortement avec apparition du nuage blanc précurseur de la séparation en deux phases ; mais cette période d'opacité est courte et bientôt la liqueur redevient et reste définitivement claire.

Pour interpréter ce phénomène bizarre VAN DER LEE fait justement remarquer que le travail de détente doit entraîner un refroidissement passager de la liqueur, si les échanges calorifiques avec le thermostat ne sont pas instantanés ; ce refroidissement peut être suffisant pour amener le mélange en dessous de sa température critique ; mais bientôt l'équilibre de température se rétablira et la liqueur reviendra

définitivement à la région supra critique. En somme, l'effet de VAN DER LEE serait donc dû au refroidissement qui accompagne la détente d'un fluide comprimé près de son point critique, et dont on utilise les effets dans la production industrielle de l'air liquide.

VAN DER LEE a présenté cette théorie à titre purement provisoire et sans l'appuyer de preuves décisives, que je crois pouvoir fournir maintenant. D'abord quand la liqueur opaque s'éclaircit de nouveau, on voit très nettement la zone de transparence gagner progressivement des parois vers le centre du tube, au fur et à mesure que la vague de réchauffement se propage. En second lieu, outre le phénomène précédent, j'ai pu observer souvent son inverse sur le système cyclohexane + aniline: partant d'une liqueur opaque maintenue à une température très peu inférieure à la température critique, j'élevais brusquement la pression; la liqueur aurait dû rester opaque puisque ici également la température critique s'élève par compression; au contraire, elle commençait par s'éclaircir temporairement et c'est ensuite seulement qu'elle se troublait, de nouveau à partir des parois; ce phénomène est d'ailleurs plus délicat à observer que son inverse, mais est évidemment dû à une cause analogue: la chaleur de compression.

Enfin, et ceci me paraît une preuve décisive, au cours de mes nombreux essais sur plus de soixante-dix mélanges, j'ai observé très souvent l'effet de VAN DER LEE en cas de scission de la ligne de plissement (eau + phénol, cyclohexane + aniline), presque jamais en

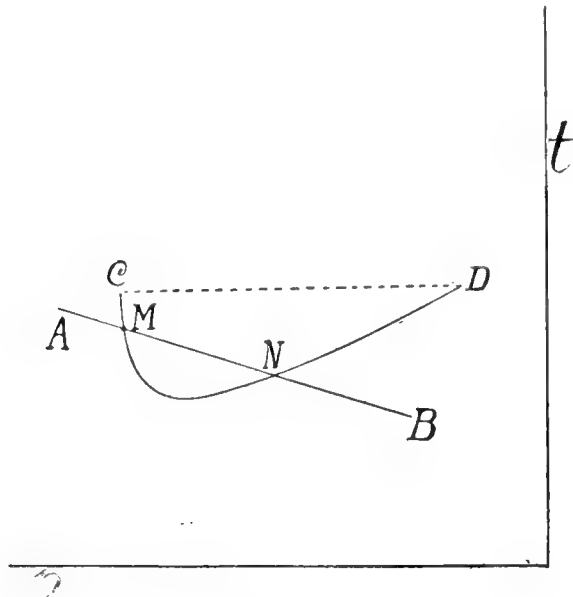


Fig. 3.

cas de retrait (nitrobenzol + hexane ou isopentane). Cette opposition s'explique facilement si l'on considère l'allure comparée des deux lignes suivantes dans le diagramme pt (fig. 3—6): la ligne de plissement AB et la courbe CD qui représente la succession d'états

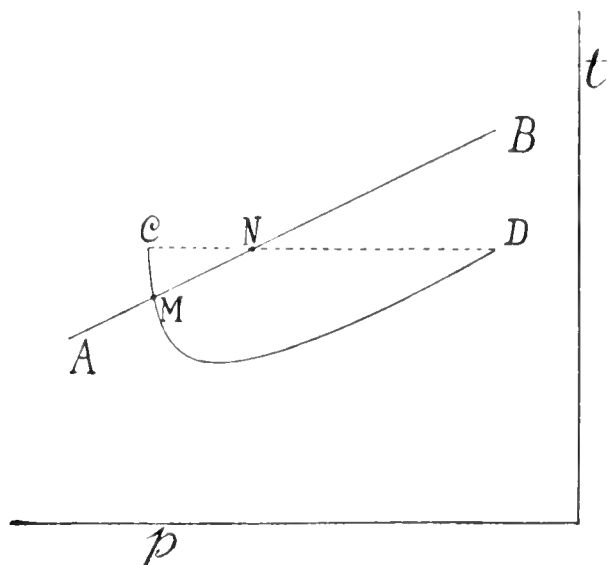


Fig. 4.

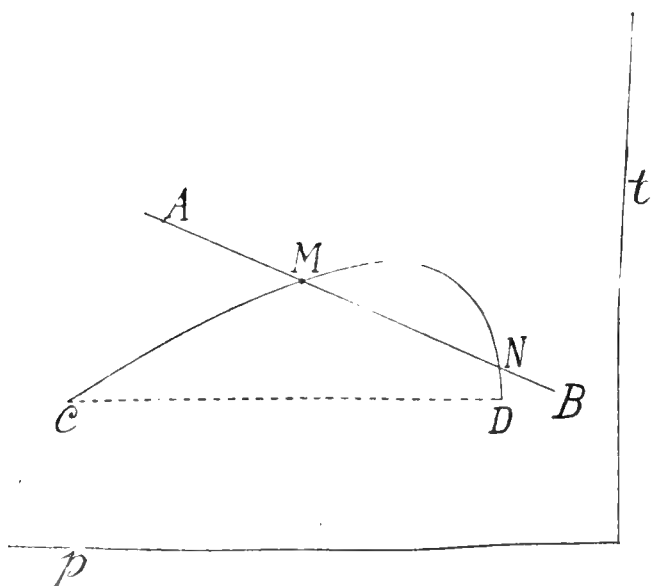


Fig. 5.

par lesquels passe le mélange soumis à une détente (fig. 3 et 4) ou à une compression brusque (fig. 5 et 6).

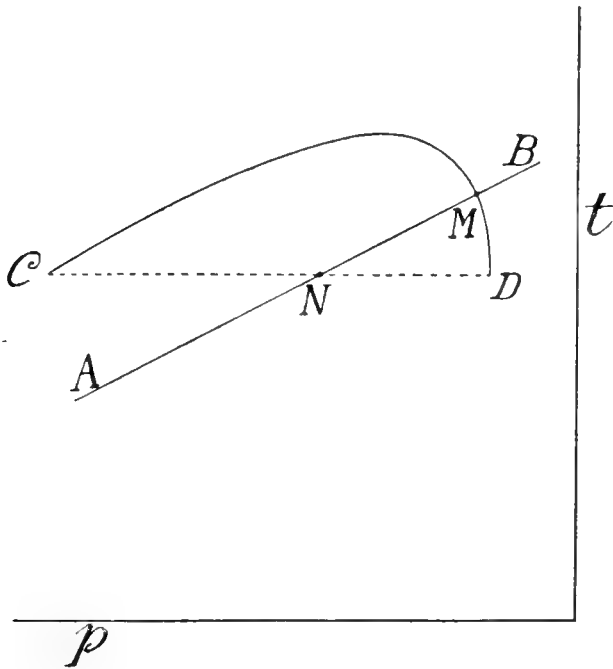


Fig. 6.

S'il y a scission de la ligne de plissement, la ligne AB s'abaisse lentement à partir des hautes pressions, tandis que la courbe CD a une forte concavité; ces deux lignes ont donc toutes les chances de se couper deux fois, une fois en M quand la liqueur se troublera, une seconde fois en N quand elle redeviendra claire; il suffit pour que le phénomène se produise que la température initiale C soit très peu supérieure à la température critique du mélange sous cette pression, et que la détente soit assez brusque, par conséquent la concavité de la courbe CD assez nette; ajoutez-y, que, en cas de scission, la ligne AB ne s'abaisse que très lentement (moins de $0^{\circ},03$ par atmosphère), ce qui favorise l'effet. En cas de retrait de la ligne de plissement au contraire, la détente brusque a pour effet de troubler la liqueur à partir du point M , beaucoup plus vite que si la détente avait été isotherme (trouble en N seulement), mais une fois la liqueur entrée dans le domaine infracritique, elle y restera et l'effet de VAN DER LEE ne pourra plus se produire. La considération des deux figures suivantes qui traitent du phénomène inverse suffira à montrer que les faits sont du même ordre.

L'effet de VAN DER LEE est très facile à obtenir, des chutes de pression de quelques atmosphères suffisent à la produire quand la détente est suffisamment brusque et la température initiale favorable. Il faudra donc tenir compte de ce phénomène dans les observations qualitatives où l'on fait varier rapidement la pression, pour ne pas confondre avec des cas de retrait, des cas de scission compliqués par le phénomène de VAN DER LEE.

Les notes consignées dans le tableau 3 montreront la netteté de l'effet observé.

Tableau 3. Système cyclohexane + aniline. T. C. D. sous 100 atm. de pression = 4°,05 (thermomètre BECKMANN).

Chute de pression à 4°,06	Intensité de l'effet de VAN DER LEE.
100—90 atm.	très fort.
100—95 „	très fort.
100—97 „	fort.
100—98 „	faible.
100—99 „	à peine visible.

7. *Allure de la ligne de plissement sous pression variable.*

J'ai réuni dans les tableaux 4, 5 et 6 les données expérimentales obtenues sur la variation de la température critique avec la pression; ces tableaux sont disposés comme suit: dans la 1^e colonne sont indiquées les pressions en atmosphères — dans les suivantes, les températures critiques observées sous ces diverses pressions pour les différents mélanges étudiés: en tête de chacune de ces colonnes est indiqué le n°. d'ordre du mélange étudié. Les températures critiques observées sous des pressions plus élevées sont exprimées en millièmes de degré, avec entre parenthèses le nombre de fois que la mesure a été répétée; on les a ramenées pour faciliter la comparaison, à une même échelle de températures, en représentant par 0°.000 la température critique sous la plus faible pression examinée. Dans l'avant-dernière colonne est donnée pour chaque pression, la moyenne des températures critiques observées, avec en millièmes de degré la différence maximum entre les diverses observations — enfin la dernière colonne comprend la valeur de $\frac{\partial t}{\partial p}$, variation de la température critique pour un changement de pression de 1 atmosphère, mesurée séparément entre les diverses limites de pression étudiées.

En tête de chaque tableau on trouve quelques remarques sur

les particularités présentées par chaque mélange (position du ménisque, intensité de l'opalescence critique, etc.), ainsi que le poids total du mélange étudié, sa concentration en grammes % du 2^e constituant et la valeur absolue de la température critique ramenée par extrapolation à la pression d'une atmosphère pour faciliter la comparaison.

TABLEAU N° 4.

Système Cyclohexane + Aniline.

N° du Mélange	Poids Total en gr.		Concentration % en Aniline		T. C. D.	
1	—		—		30.932 (7)	
(2)	0.380 gr.		49.72 %		32.367 (4) ± 3	
3	1.113 >		49.64 >		31.032 (5) ± 2	
4	0.549 >		49.99 >		31.011 (7) ± 3	
5	0.455 >		49.27 >		31.053 (5) ± 2	
6	—		—		31.095 (1)	

P. en atm.	1	(2)	3	4	5	Moyenne	$\frac{dt}{dp}$ en degrés
1.80	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	+0.060
47.85	+0.285 (3)	+0.240 (7)	+0.277 (3)	+0.272 (4)	+0.278 (7)	+0.276 ± 4	+0.0635
98.25	+0.584 (6)	+0.528 (2)	+0.596 (1)	+0.597 (3)	+0.598 (3)	+0.597 ± 1	+0.068
148.50	+0.930 (2)	+0.826 (2)	—	—	+0.911 (4)	+0.911 —	+0.0715
199.25	—	+1.151 (3)	—	—	+1.303 (4)	+1.303 —	<+0.077
250.05	—	+1.184 (2)	—	—	<+1.70	<+1.70 —	

R. La toute première expérience a fourni des résultats un peu erratiques; la 2^e a été faussée par la présence occasionnelle dans le tube laboratoire d'une trace d'isopentane qui a suffi à élever notablement la température critique, tout en abaissant fortement la valeur, de $\frac{dt}{dp}$ — tous les mélanges contenaient un léger excès d'aniline, car le ménisque disparaissait au haut du tube laboratoire, mais on était dans la région critique avec sa belle opalescence.

TABLEAU N°. 5.

Système Isopentane + Nitrobenzol.

N°. du Mélange	Poids total en gr.			Concentration $\frac{0}{0}$ en nitrobenzol	T. C. D.	
(1)	0.382 gr.			50.37 $\frac{0}{0}$	32.617 (extrapolé)	
2	0.517 „			49.54 „	32.219 (5) \pm 3	
3	0.740 „			49.66 „	31.817 (7) \pm 2	
4	0.548 „			49.71 „	32.479 (5) \pm 4	
5	0.471 „			50.14 „	32.116 (6) \pm 3	

P. en atm.	1	2	3 α	3 β	Moyenne	$\frac{dt}{dp}$
1.70	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	
12.50	-0.446 (6)	—	—	—	—	-0.0413
39.65	—	-1.577 (4)	—	-1.567 (4)	-1.572 \pm 5	
56.40	-2.257 (4)	—	—	—	—	-0.0344
81.35	—	-3.002 (6)	-2.996 (3)	-3.010 (2)	-3.003 \pm 7	
102.45	-3.781 (5)	—	—	—	—	-0.0294
123.55	—	—	-4.238 (4)	-4.248 (1)	-4.243 \pm 5	-0.0247
165.35	—	—	—	-5.323 (1)	-5.323 —	-0.0219
207.60	—	—	—	-6.251 (2)	-6.251 —	-0.0200
250.05	—	—	—	-7.100 (3)	-7.100 —	<-0.017
300.00	—	—	—	<-7.95 —	<-7.95 —	

Le 1^{er} essai a fourni des résultats un peu erratiques; dans tous il y a un léger excès d'isopentane et le ménisque disparaît au bas du tube — les mesures du 3^e mélange ont été répétées séparément au moyen de deux thermomètres différents; sa température critique est un peu trop basse.

Dans le 1^{er} essai, les quantités employées n'étaient pas connues; dans le 1^{er} et le 3^e, il y avait léger excès de nitrobenzol; dans le 2^e au contraire la concentration critique a été réalisée car le ménisque disparaissait à mi-hauteur. Dans cette série d'expériences, l'habitude a permis d'obtenir une grande concordance dans toutes les mesures.

TABLEAU N°. 6.

Système Hexane + Nitrobenzol.

N°. du mélange	Poids total	Concentration $\frac{0}{0}$ en nitrobenzol	T. C. D.
1	—	—	20.956 (3) \pm 1
2	0.635 gr.	51.57 %	21.023 (5) \pm 1
3	0.475 „	51.72 „	20.955 (3) \pm 1

P. en atm.	1	$\frac{dt}{dp}$ en degrés
8.95	0.000	— 0.0186
47.85	— 0.727 (3) \pm 3	— 0.0163
98.25	— 1.548 (2) \pm 1	— 0.0140
148.50	— 2.253 (3) \pm 1	— 0.0122
199.25	— 2.871 (3) \pm 1	

L'examen des résultats quantitatifs obtenus montre que les mélanges de corps normaux ici étudiés appartenant à deux types distincts : celui de la scission de la ligne de plissement ($\frac{\partial t}{\partial p}$ est positif) et celui du retrait ($\frac{\partial t}{\partial p}$ est négatif) — (voir à ce sujet la classification exposée dans notre précédent travail). Le cas de scission (cyclohexane + aniline) est caractérisé par une valeur très faible de $\frac{\partial t}{\partial p}$, comme dans tous les autres cas de scission observés ($\frac{\partial t}{\partial p}$ positif ne dépasse jamais alors + 0°,03) — de plus, cette valeur augmente peu à peu quand la pression s'élève; cela prouve que, sous la tension de vapeur saturée, on n'est pas encore éloigné du point où la scission se produit, qui est une température minimum (fig. 7 point *H*) à partir de laquelle la ligne de plissement se relève progressivement, on est donc probablement très éloigné du point où la ligne de plissement passe par un maximum (point *I*) avant de se rabaisser définitivement et il est même fort possible que ce point ne soit pas encore atteint quand la

ligne de plissement coupera la ligne $v = b$; dans ce cas il serait donc impossible de rendre les constituants miscibles même aux pressions les plus élevées

Les deux cas de retrait examinés (nitrobenzol + hexane et isopen-

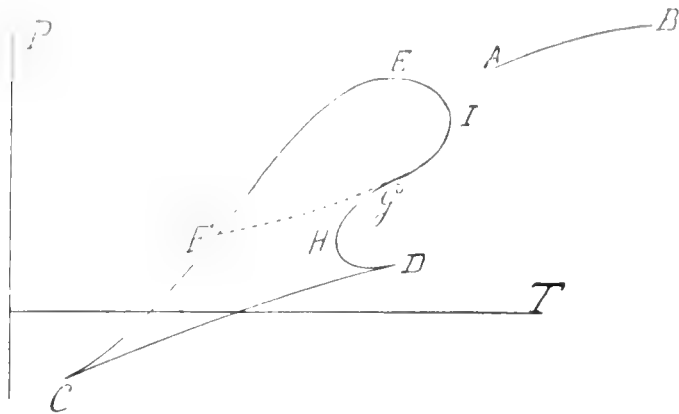


Fig. 7.

tane) conduisent à une constatation semblable : la valeur de $\frac{dt}{dp}$ assez élevée aux faibles pressions s'abaisse très rapidement pour le système nitrobenzol + isopentane, elle passe de $-0^{\circ},0413$ à $-0^{\circ},0200$ (à 250 atm.); pour le système nitrobenzol + hexane, elle baisse de $-0^{\circ},0186$ à $-0^{\circ},0122$ (à 200 atm.); il semble donc que la ligne de plissement tende à devenir parallèle à l'axe des pressions et dans ce cas également le mélange ne pourrait être rendu homogène à toute température, même par les pressions les plus élevées; il sera intéressant de vérifier ce dernier point sur un mélange dont le $\frac{dt}{dp}$ est très faible déjà sous les faibles pressions (le système aniline + décane a pour valeur de $\frac{dt}{dp} : -0^{\circ},001$); c'est ce que j'espère pouvoir faire prochainement.

La température critique du 1^{er} mélange passe de $32^{\circ},2$ sous la tension de vapeur saturée, à $24^{\circ},25$ sous une pression de 300 atm. — celle du second de $21^{\circ},0$ à $18^{\circ},15$ à 200 atm. — par conséquent, tant par la valeur absolue des températures critiques que par leur variation avec la pression, ces deux courbes sont presque en prolongement l'une de l'autre; entre 1 et 200 atm., le système nitrobenzol + hexane présente une ligne de plissement presque superposable à celle que le mélange isopentane + nitrobenzol aurait au delà de

300 atm. on retrouve donc ici les phénomènes de gradation si souvent observés dans une série homologue quand on passe d'un terme au suivant.

L'ensemble des résultats ainsi obtenus est d'accord avec des recherches théoriques de M. KOHNSTAMM ¹⁰⁾, qui concernent notamment la fréquence relative des divers types de courbes de saturation pour les mélanges de corps normaux : les systèmes à courbe de saturation complètement fermée sur elle-même avec deux températures critiques, l'inférieure et la supérieure, ne seraient pas possibles (on ne connaît en effet encore aucun mélange de corps normaux où la courbe de saturation présente un minimum de solubilité à température donnée) ; au contraire seraient possibles les systèmes à point critique de dissolution inférieur et dont la ligne de plissement pénètre dans la région critique proprement dite ; seraient très fréquents enfin les systèmes à température critique supérieure, mais aussi bien en cas de retrait qu'en cas de scission, la ligne de plissement atteindrait l'axe des $T = 0$.

Conclusion : Au cours de ce travail, j'ai décrit en détail les précautions nécessaires dans une étude quantitative exacte des phénomènes critiques de dissolution et j'ai attiré l'attention sur quelques particularités intéressantes que présentent les phénomènes : phénomène de CAGNIARD DE LA TOUR sous pression variable, effet de VAN DER LEE, etc. ; j'ai déterminé ensuite d'une manière exacte la position de la ligne de plissement de trois mélanges de corps normaux jusqu'à une pression de 250 atmosphères.

Laboratoire de physique
de l'Université.

Amsterdam, Octobre 1910.

1) J. TIMMERMANS et PH. KOHNSTAMM, Verslagen Kon. Akad. van Wetensch. Amsterdam 1909—10, p. 267—

2) J. TIMMERMANS, Zeitschrift für physikalische Chemie, tome 58, 129. 1907.

3) J. TIMMERMANS, Bulletin Société Chimique de Belgique, tome 24, p. 244, 1910.

4) BRADLEY et BROWN, Journal of physical Chemistry, 8, 37. 1904.

KAMERLINGH ONNES et BRAAK, Deze Verslagen, 1907—'08, p. 890.

5) TRAVERS et USHER, Proceedings Royal Society, A, 78, p. 254, 1906.

6) KUENEN et ROBSON, Philosophical Magazine, VI, 6, p. 639. 1903.

7) Lehrbuch der allgemeinen Chemie, II, 2, 671.

8) BÜCHNER. Dissertatie, Amsterdam, p. 19. 1905.

9) VAN DER LEE. Dissertatie, Amsterdam, 1898, et Zeitschrift für physikalische Chemie, 33, p. 628. 1908.

10) La première partie de ces recherches sera bientôt publiée dans la Zeitschrift für physikalische Chemie.

Natuurkunde. — De Heer KAMERLINGH ONNES biedt aan Mededeeling N^o. 118^b uit het Natuurkundig Laboratorium te Leiden; H. KAMERLINGH ONNES en C. A. CROMMELIN: „*Isothermen van éénatomige gassen en hunne binaire mengsels. VII. Isothermen van argon tusschen + 20° C. en — 150° C.*”

§ 1. Reeds in de eerste mededeeling¹⁾ betreffende het lang te voren aangevangen onderzoek van isothermen van gassen bij lage temperaturen, werd op de wenschelijkheid gewezen het argon en het helium, waarbij thans ook het neon²⁾ gevoegd kan worden, te onderzoeken. Terwijl echter reeds in 1907 metingen omtrent het helium konden worden medegedeeld³⁾, werden deze omtrent argon eerst veel later mogelijk, nl. toen in 1909 op de onlangs beschreven wijze⁴⁾ een voldoende hoeveelheid argon (± 25 L.) met niet meer dan 0.1% bijmengsel was verkregen. De graad van zuiverheid van dit gas is voldoende te achten voor isotherm-bepalingen.

Met hetzelfde gas, dat voor deze bepalingen gediend heeft, werden de dampspanningen en het kritisch punt⁴⁾, benevens de coëxisterende vloeistof- en dampdichtheden⁵⁾ bepaald.

Bij de bepaling der isothermen van argon, die hieronder zullen worden medegedeeld is evenals bij die van waterstof⁶⁾ gezorgd voor eene doelmatige verdeling der bepaalde punten over elke isotherm en eveneens voor eene rationeele keuze van de temperaturen van deze. Doch de gedaante der isothermen maakte het wenschelijk, de te bepalen punten, niet zoo sterk als bij de waterstof-isothermen geschied was tot normaal-plaatsen samen te dringen.

De punten van elke isotherme zijn te verdeelen in groepen, aangezien men met éénzelfde reservoirtje niet alle gewenschte dichtheden kon bereiken. De verschillende groepen, die later tot één enkele isotherm moesten vereenigd worden, werden, door instelling van den druk in den cryostaat zooveel mogelijk bij dezelfde temperaturen waargenomen, om daarna met behulp van graphisch bepaalde waarden van $\frac{d(pv_1)}{dt}$ tot dezelfde temperatuur herleid te worden. Deze herleidingen konden bij de argon-isothermen niet met zoo groote zekerheid uitgevoerd worden als bij de waterstof-isothermen, aangezien

¹⁾ Zitt.versl. Maart 1901. Comm. No. 69.

²⁾ Zitt.versl. Juni 1909, Comm. No. 112.

³⁾ Zitt.versl. Dec. 1907 en Maart 1908, Comm. No. 102, a, b en c.

⁴⁾ Zitt.versl. April 1910, Comm. No. 115.

⁵⁾ Zitt.versl. Sept. 1910 Comm. No. 118^a.

⁶⁾ Zitt.versl. Dec. 1906. Comm. 97^a, Juni 1907 Comm. No. 99^a, Nov. 1907, Comm. No. 100.

bij deze laatste de temperatuur-verschillen beneden $0^{\circ}.2$ bleven, terwijl bij de argon-isothermen in enkele gevallen verschillen van ruim $0^{\circ}.4$ voorkwamen.

Dat de punten waargenomen bij zeer dicht bij elkaar liggende temperaturen, alle op één temperatuur worden teruggebracht is vooral daarom van veel belang omdat dan zonder vereffening met andere isothermen de individueele viriaalcoëfficiënten ¹⁾ voor elke isotherm berekend kunnen worden.

Nog eene andere omstandigheid was oorzaak dat de argon-isothermen in nauwkeurigheid onder de waterstof-isothermen zijn gebleven.

Reeds vroeger ²⁾ is er op gewezen, dat met reservoirtjes beneden 5 cm^3 . de vereischte nauwkeurigheid ($\frac{1}{1000}$ à $\frac{1}{2000}$) niet kon bereikt worden. Het feit, dat een vrij groot aantal punten bepaald zijn met een reservoirtje van $2\frac{1}{2} \text{ cm}^3$., geeft dan ook eene verklaring van de minder groote nauwkeurigheid van vele punten.

Het volgend tabelletje geeft de ruwe waarden der volumina in cm^3 . van het groote reservoir in de persbus en van het reservoirtje op lage temperatuur bij de verschillende series.

Series.	Groot reservoir.	Klein reservoir.
I—XII	600	2.5
XIII—XVIII	2000	5
XIX—XXI	600	2.5
XXII—XXIII	600	5
XXIV—XXXV	600	15
XXXVI—XXXVIII	600	2.5

§ 2. Het gebruikte argon was bereid volgens de methoden aangegeven in § 1--3 van het eerste deel van Med. N^o. 115. Volledigheidshalve publiceeren wij hierbij nog eenige schematische teekeningen der gebruikte toestellen.

Fig. 1 ³⁾, circulatie toestel geconstrueerd in navolging van dien van FISCHER en RINGE ⁴⁾.

A = een drooge gasmeter (inlaat van de lucht).

B = 2 droogtorens met kali.

¹⁾ Zitt.versl. Juni 1901, Comm. No. 71.

²⁾ Zitt.versl. Maart 1901 Comm. No. 69 § 6, en Zitt.versl. Maart 1903, Comm. No. 84 § 19.

³⁾ Zitt. versl. April 1910, Med. 115, eerste deel § 1b.

⁴⁾ F. FISCHER en O. RINGE. Ber. D. Chem. Ges. 41. 2017. 1908.

C = drie ijzeren buizen¹⁾ met een mengsel van 90% calcium-carbide en 10% chloorcaesium, verhit in een cokesvuur ter absorptie van zuurstof en stikstof.

D = een porcelein buis met koperoxyde, verhit in een chemischen verbrandingsoven, om koolwaterstoffen (voornamelijk acetyleen) te verwijderen.

E = 2 droogbuizen met kali en phosphorpenoxyde.

F = een kwikstraalcirculatiepomp (meer uitvoerig op fig 2).

G = Töplerpomp met oliegas houder om het verwerkte gas af te pompen en op te bergen.

Bij het circuleeren worden de kranen *C*₁ en *C*₂ gesloten en volgt het gas verder den weg door de pijltjes aangegeven.

Fig. 2.²⁾

Circulatietoestel voor het mengsel van HEMPEL.

A = ijzeren buis met het mengsel van HEMPEL, verhit in een chemischen verbrandingsoven (absorptie van stikstof).

B = buisje van hardglas met koperoxyde in een klein oventje verhit (absorptie van sporen van koolwaterstoffen, die uit het mengsel vrij komen).

C = 2 droogtorens met kali en phosphorpenoxyde.

D = circulatie-pomp, waarin het kwik opgevoerd wordt door de Pрызt-pomp *D*₁, gedreven door den electromotor *D*₂. Het kwik stroomt door geen enkele kraan; men kan den toestel evacueeren zonder dat er lucht door de pomp in den toestel kan dringen. De pomp kan werken bij alle drukkingen (onder 1 atm.) in den toestel; als de slang van de Pрызt-pomp breekt, kan het gas in den toestel noch ontsnappen, noch verontreinigd worden.

E = zijbuisjes voor evacueeren en toevoer van gas.

F = een manometer.

G = 2 ballons, ieder van ± 5 L. om den toestel inhoud te geven.

H = een droogbuisje met phosphorpenoxyde

I = een zijbuisje om voor den aanvang het mengsel van HEMPEL aan de luchtpomp te verhitten en de zich ontwikkelende gassen te verwijderen.

J een zijbuisje over het gezuiverde gas af te voeren. Het wordt dan opgeborgen in een hoogdrukbusje zooals aangegeven op fig. 3.

Fig. 3.³⁾

Toestel voor de scheiding van argon en neon door gefractioneerde distillatie.

A = een hoogdrukbusje met het argon, dat nog met neon verontreinigd is.

B = een manometer.

C = een reservoirtje, omgeven door vloeibare zuurstof, kokend onder sterk gereduceerden druk; in dit reservoirtje bevriest het argon. Langs *D* wordt dan het neon, door middel van pipet *E* afgepompt naar ballon *F*. Het argon wordt dan langs *G* door een Töplerpomp aangezogen. *H* is de perskant van deze pomp die het, onder overdruk van ± 1 atm. in het busje *I* (in vloeibare lucht kokend onder gereduceerden druk) perst. Is dat busje vol vast argon, dan wordt het verwarmd en het gas stroomt in het voorraadbuisje voor zuiver gas *J*.

¹⁾ Gediend hebbende bij de bereiding van helium. Zitt. Versl. Juli 1908, bijvoegsel. Comm. n^o. 108.

²⁾ Zitt.versl. April 1910. Med. 115, eerste deel § 1 c.

³⁾ Zitt.versl. April 1910. Med. 115 eerste deel § 3.

§ 3. Wat betreft de gebruikte *toestellen*, zoowel die voor de bepalingen van het normaalvolume, als die voor de eigenlijke isothermbepalingen, verwijzen wij naar vroegere mededeelingen ¹⁾. Eene verbetering bestond hierin, dat de aflezingen geschieden met een kijker voorzien van een oculair-micrometer, waardoor de aflezingen meer dan dubbel zoo snel konden geschieden dan wanneer de nonius van den kathetometer werd gebruikt. De druk- en temperatuurmetingen geschieden op volkomen dezelfde wijze als bij de bepalingen van dampspanningen enz. ²⁾ Wat daar ter plaatse opgemerkt werd geldt ook hier. De drukmetingen beneden 20 atm. geschieden met den open standaardmanometer ³⁾.

Wij betuigen gaarne onzen hartelijken dank aan Mej. G. L. LORENTZ en den Heer W. J. DE HAAS, door wie de temperatuurbepalingen verricht en berekend werden, benevens aan de Heeren Dr. C. DORSMAN JR. en G. HOLST, die de metingen met den open manometer ten uitvoer brachten.

§ 4. Ook over de berekeningen valt in beginsel weinig nieuws te vermelden. Wij kunnen verwijzen naar vorige mededeelingen ⁴⁾. De isothermen bij $+20^{\circ}\text{C}$. en 0°C . werden 't eerst berekend met behulp van uitzettingscoëfficiënten ontleend aan eene vroegere mededeeling ⁵⁾ voor zuurstof; zuurstof en argon toch hebben kritische grootheden, die zeer weinig van elkaar afwijken. Hierna werden de coëfficiënten $A_{,1}$ en $B_{,1}$ van de empirische toestandsvergelijking ⁶⁾ in eerste benadering berekend, terwijl voor $C_{,1}$ met behulp der kritische grootheden ⁷⁾ uit het stel gereduceerde coëfficiënten VII. 1. ⁸⁾ een waarde werd berekend. Door middel van de zoo verkregen vergelijking werden de uitzettings-coëfficiënten bij verschillende dichtheden berekend, en hiermede de isothermen-berekeningen herzien. Met deze isothermen in 2^{de} benadering werden de coëfficiënten in 2^{de} benadering overgerekend. Eene derde benadering bleek voor dit doel niet noodig te zijn.

De uitzettingscoëfficiënten bij lage temperaturen, noodig voor de

¹⁾ Zitt.versl. Maart 1901, Comm. No. 69, Zitt.versl. Maart 1902, Comm. No. 78, Zitt.versl. Juni 1906, Comm. No. 94f, Zitt.versl. Dec. 1906, Comm. 97a.

²⁾ Zitt.versl. April 1910, Comm. No. 115.

³⁾ Zitt.versl. Oct. 1898, Comm. No. 44.

⁴⁾ Zitt. versl. Maart 1902, Comm. N^o. 78, Zitt. versl. Dec. 1906, Comm. N^o. 97a.

⁵⁾ Zitt. versl. Maart 1902, Comm. N^o. 78.

⁶⁾ Zitt. versl. Juni 1901, Comm. N^o. 71.

⁷⁾ Zitt. versl. April 1910, Comm. N^o. 115.

⁸⁾ Suppl. N^o. 19. (Mei 1908) pg. 18.

(veel kleinere) correcties voor de glazen capillair in den cryostaat werden aanvankelijk met behulp van de wet der overeenstemmende toestanden ontleend aan de isothermen van koolzuur van AMAGAT¹⁾. Later, toen ons reeds een deel van het waarnemingsmateriaal ten dienste stond, werden de uitzettingscoëfficiënten, of liever de dichtheden, waarmede in dit geval gemakkelijker te werken is, langs graphischen weg afgeleid. De nauwkeurigheid, op deze wijze bereikt, bleek voor dit doel volkomen voldoende te zijn. Voor alle isothermen bleken de 2^e benaderingen voldoende.

Van de isotherm bij $+11^{\circ}.2$ C. van RAMSAY en TRAVERS²⁾ hebben wij bij de berekeningen geen gebruik gemaakt. Deze waarnemingen toeh vertoonden in vergelijking met de onze zulke zonderlinge afwijkingen, dat wij er geen vertrouwen aan konden schenken.

§ 5. De *uitkomsten* zijn samengevat in de volgende tabellen. De eerste kolom bevat den datum van waarneming, de tweede de serie, de derde het nummer, de vierde de temperatuur gereduceerd op de Kelvinschaal³⁾ en verminderd met $273^{\circ}.09$ de vijfde de druk in atmosferen (p), de zesde de dichtheid uitgedrukt in de normale dichtheid (d_A), de zevende het product van p met het volumen uitgedrukt in het normaal volume (pv_A) en de achtste de waarden van v_A .

De waarnemingen waarvan op de een of andere wijze gebleken is, dat zij minder nauwkeurig zijn dan de overige, zijn tusschen vierkante haken geplaatst.

De waarnemingen met * gemerkt zijn contrôlewaarnemingen, verriecht na afloop der metingen toen de onzekere aanwijzingen van een der metaalmanometers ons een oogenblik deden vermoeden, dat er aan de drukmeting iets haperde. Uit de tabel der afwijkingen in de volgende § blijkt dat deze vrees ongegrond is geweest.

§ 6. Ter verkrijging van eene overzichtelijke voorstelling van het gebied, dat nu door de zooeven medegedeelde isothermen in verband met vroegere mededeelingen⁴⁾ als bekend mag worden beschouwd is hierbij gevoegd eene graphische voorstelling in het pv_A -diagram van alle waarnemingen.⁵⁾ Hierin zijn de waargenomen punten der isothermen voorgesteld door cirkeltjes. Voor de constructie

1) E. H. AMAGAT. Ann. d. Chim. et d. phys (6). 29, Juni en Aug. 1893.

2) W. RAMSAY en M. W. TRAVERS. Phil. Trans. (A) 197, 47, 1901.

3) Zitt.versl. N^o. 1907. Comm. N^o. 101b.

4) Zittingsversl. April 1910. Comm. 115 en Zittingsversl. Sept. 1910, Comm. N^o. 118a.

5) Fig. 5.

Isothermen van argon.

TABEL Ia.

Datum.	Serie.	No.	θ	p	d_A	pv_A	v_A
11 Mei 1910	XXXV	1	+20°.39	21.783	20.499	1.0627	0.048783
» »	XXXV	2		27.320	25.759	606	38821
» »	XXXV	3		34.487	32.590	582	30684
2 Juli »	XXXVIII	1		*37.248	35.330	543	28205
23 Dec.1909	X	1		37.673	35.759	535	27965
» »	X	2		49.604	47.319	483	21134
2 Juli 1910	XXXVIII	2		*61.697	59.134	434	16911
23 Dec.1909	X	3		61.741	59.250	420	16878
23 Dec.1909	IX	1	+18°.39	37.264	35.401	1.0526	0.028248
» »	IX	2		49.586	47.355	471	21117
» »	IX	3		62.489	60.060	405	16650
11 Mei 1910	XXXIV	1	0°.00	20.576	20.877	0.98560	0.047900
» »	XXXIV	2		26.070	26.581	98077	37621
» »	XXXIV	3		31.572	32.302	97740	30958
22 Dec.1909	VIII	1		36.743	37.782	97250	26468
» »	VIII	2		49.871	51.840	96201	19290
» »	VIII	3		62.230	65.325	95261	15308
10 Mei 1910	XXXII	1	-37°.72	17.872	23.509	0.76023	0.042537
» »	XXXII	2		[21.488	28.575	75200	34996]
» »	XXXII	3		25.228	33.793	74654	29592
20 Dec.1909	VI	1		35.127	48.116	73004	20783
» »	VI	2		46.209	64.948	71148	15397
» »	VI	3		62.079	90.695	68448	11026
10 Mei 1910	XXXIII	1	-87°.05	16.178	25.152	0.64320	0.039758
» »	XXXIII	2		21.651	34.467	62816	29013
21 Dec.1909	VII	1		33.266	55.822	59646	17914
» »	VII	2		41.094	71.444	57519	13997
» »	VII	3		51.533	94.625	54460	10568
» »	VII	4		61.830	119.84	51594	0.0083446

Isothermen van argon.

TABEL 1b.

Datum.	Serie.	No.	θ	p	d_A	pv_A	v_A
6 Mei 1910	XXXI	1	-102° 51	14.864	25.571	0.58130	0.039107
> >	XXXI	2		19.790	35.077	56420	28509
6 Apr. >	XXII	1		[26.443	47.893	54587	20880]
> >	XXII	2		[28.840	53.752	53654	18604]
14 Dec.1909	I	4		32.394	62.240	52047	16067
6 Apr.1910	XXII	3		[35.784	69.954	51153	14295]
14 Dec.1909	I	2		40.976	84.002	48780	11904
> >	I	3		45.088	95.802	47063	10438
> >	I	4		51.398	115.88	44354	0.0086296
> >	I	5		56.882	135.65	41935	73722
> >	I	6		62.239	158.01	39388	63286
6 Mei 1910	XXX	1	-109° 88	14.443	26.242	0.55039	0.038107
> >	XXX	2		18.653	34.807	53589	28730
18 Dec.1909	V	1		31.515	65.142	48379	15351
1 Juli 1910	XXXVII	1		*31.929	66.530	47993	15031
18 Dec.1909	V	2		39.166	87.176	44927	11471
> >	V	3		43.718	102.76	42544	0.0097315
> >	V	4		49.515	125.56	39435	79642
> >	V	5		54.250	148.32	36577	67424
1 Juli 1910	XXXVII	2		*54.859	152.79	35929	65451
18 Dec.1909	V	6		59.616	180.84	32966	53298
17 Dec.1909	IV	1	-113° 80	31.001	67.078	0.46216	0.014908
> >	IV	2		38.005	88.889	42756	11250
> >	IV	3		42.682	106.68	40010	0.0093741
> >	IV	4		47.655	129.17	36894	774.0
4 Mrt. 1910	XV	1		51.752	152.71	32889	65483
17 Dec.1909	IV	5		52.188	155.40	32583	64350
4 Mrt. 1910	XV	2		55.763	182.13	30617	54905
17 Dec.1909	IV	6		55.991	184.82	30295	54107
4 Mrt. 1910	XV	3		58.898	212.99	27653	46950

Isothermen van argen.

TABEL Ic.

Datum.	Serie.	No.	θ	p	d_A	pv_A	v_A
15 Dec. 1909	II	1	-115°.86	31.323	69.947	0.44781	0.014296
» »	II	2		37.788	91.308	41385	10352
» »	II	3		41.908	108.02	38796	0.0092574
» »	II	4		46.648	131.51	35469	76037
» »	II	5		50.324	155.12	32442	64464
2 Mrt. 1910	XIV	1		53.204	179.94	29568	55575
15 Dec. 1909	II	6		[54.865	183.35	29923	54539]
2 Mrt. 1910	XIV	2		57.493	235.47	24416	42468
» »	XIV	3		61.626	319.52	19287	31297
4 Mei 1910	XXVIII	1	-116°.62	13.863	26.480	0.52353	0.037765
» »	XXVIII	2		17.697	34.939	50650	28621
16 Dec. 1909	III	1		39.681	68.630	44705	14571
» »	III	2		37.250	90.563	41131	11042
» »	III	3		41.943	110.19	38063	0.0090749
» »	III	4		46.496	133.69	34779	74800
» »	III	5		50.259	159.71	31468	62612
2 Mrt. 1910	XIII	1		50.447	161.75	31189	61824
16 Dec. 1909	III	6		[53.059	186.15	28503	53719]
2 Mrt. 1910	XIII	2		54.922	210.02	26151	47615
» »	XIII	3		[57.617	260.61	22108	38371]
» »	XIII	4		60.669	331.29	18313	30185
6 Mei 1910	XXIX	1	-119°.20	13.766	26.871	0.51230	0.037215
» »	XXIX	2		17.378	34.965	49700	28600
7 Jan. »	XI	1		[30.376	70.314	43200	14222]
16 Mrt. »	XIX	1		30.303	70.481	42994	14188
1 Juli »	XXXVI	1		*30.365	70.580	43021	14168
16 Mrt. »	XIX	2		34.052	83.257	40900	12011
7 Jan. »	XI	2		37.641	96.834	38872	10327
16 Mrt. »	XIX	3		37.923	98.863	38359	10115
» »	XIX	4		43.006	124.97	34414	0.0080022
7 Jan. »	XI	3		[46.082	143.71	32065	69583]
16 Mrt. »	XIX	5		47.272	156.36	30233	63955
4 Mrt. »	XVI	1		[49.294	172.25	28617	58054]
» »	XVI	2		51.679	222.69	23207	44906
» »	XVI	3		53.044	275.02	19287	36361
» »	XVI	4		54.244	336.89	16101	29683

Isothermen van argon.

TABEL Id.

Datum.	Serie.	No.	t	p	d_A	$p v_A$	v_A
16 Mrt. 1910	XX	1	-120° 24	30.809	72.627	0.42421	0.013769
» »	XX	2		33.776	82.816	40784	12075
» »	XX	3		37.836	99.246	38124	10076
» »	XX	4		41.668	118.51	35160	0.0084380
» »	XX	5		44.510	136.31	32654	73363
5 Mrt. »	XVII	1		47.705	165.79	28774	60317
» »	XVII	2		50.351	206.57	24375	48410
» »	XVII	3		52.253	280.25	18645	35682
» »	XVII	4		53.191	3 8.95	15693	29503
4 Mei 1910	XXVII	1	-121° 21	13.754	27.326	0.50333	0.036595
» »	XXVII	2		17.225	35.283	48818	28342
17 Mrt. »	XXI	1		30.122	71.459	42153	13994
» »	XXI	2		34.070	85.589	39811	11685
» »	XXI	3		37.465	100.33	37343	0.0099674
» »	XXI	4		[41.932	123.85	33856	80741]
» »	XXI	5		45.282	148.95	30402	67139
5 Mrt. »	XVIII	1		47.094	170.05	27693	58805
» »	XVIII	2		49.865	234.13	21298	42711
» »	XVIII	3		50.885	333.75	15247	29963
28 Apr. 1910	XXIV	1	-130° 38	12.773	27.394	0.46625	0.036504
» »	XXIV	2		[14.384	31.583	45430	31663]
» »	XXIV	3		15.664	34.726	45108	28797
6 Apr. »	XXIII	1		22.861	55.807	40954	17919
» »	XXIII	2		25.519	65.125	39185	15355
7 Jan. »	XII	1		28.878	77.821	37108	12850
» »	XII	2		[32.993	101.71	32438	0.0098318]
30 Apr. 1910	XXV	1	-139° 62	11.986	28.122	0.42620	0.035559
» »	XXV	2		14.586	35.573	41003	28111
30 Apr. 1910	XXVI	1	-149° 60	11.150	29.183	0.38205	0.034266
» »	XXVI	2		12.788	34.646	36910	28863

van de grenslijn verwijzen wij naar de zooeven aangehaalde vroegere mededeelingen. De punten berekend uit de vloeistof- en dampdichtheden zijn door vierkantjes voorgesteld, de door middel van de isothermen geëxtrapoleerde punten door driehoekjes.¹⁾

Ten slotte is aan deze mededeeling nog toegevoegd eene graphische voorstelling der isothermen in het $\frac{pv_A}{T}$ (d_A diagram.²⁾)

§ 7. *Individueele viriaal-coëfficiënten.*³⁾

Door berekening van de individueele viriaalcoëfficiënten der empirische toestandsvergelijking

$$pv_A = A_A + \frac{B_A}{v_A} + \frac{C_A}{v_A^2} + \frac{D_A}{v_A^3} + \frac{E_A}{v_A^4} + \frac{F_A}{v_A^5}$$

werd getracht de isothermen voor te stellen.

Aangezien ons niet zooals bij de waterstof-isothermen, metingen bij geringe dichtheid ten dienste stonden, en dus de waarden van A_A voor iedere isotherme afzonderlijk niet uit de waarnemingen konden worden berekend, geschiedde deze berekening door middel van de formule

$$A_{A_T} = A_{A_0}(1 + 0.0036618 \theta)$$

nadat eerst A_{A_0} uit de isotherme van 0° zoo nauwkeurig mogelijk berekend was met

$$A_{A_0} = 1 - B_{A_0} - C_{A_0}$$

wegens $v_{A_0} = 1$ voor $p = 1$, terwijl D_{A_0} enz. $\doteq 0$ gesteld mogen worden, en verder met

$$pv_{A_0} = 1 - B_{A_0} - C_{A_0} + \frac{B_{A_0}}{v_{A_0}} + \frac{C_{A_0}}{v_{A_0}^2}$$

Aangezien nu aan den anderen kant de dichtheden niet groot genoeg zijn om de laatste coëfficiënten te kunnen berekenen, werden voor E_A en F_A en soms ook voor D_A (voorzoover zij in aanmerking kwamen) waarden berekend uit het stel gereduceerde viriaalcoëfficiënten VII. 1., onder invoeging van de onlangs medegedeelde kritische grootheden. De verdere coëfficiënten werden nu eerst uit een aantal doelmatig gekozen punten van elke isotherm opgelost en getoetst aan de waarnemingen.

1) Om de figuur niet noodeloos lang te maken zijn de volumina boven 0.040 weggelaten. De isothermen van $+20.39$ C., $0^\circ.00$ C. en -57.72 C. hadden dus tot de lijn $v_A = 0.040$ doorgetrokken moeten zijn.

2) Fig. 4.

3) Zittingsversl. Juni 1901. Comm. N^o. 71.

Individueele viriaalcoëfficiënten van argon. TABEL II.

t	A_A	$10^3 B_A$	$10^6 C_A$	$10^{12} D_A$	$10^{18} E_A$	$10^{24} F_A$
+20°.39	+1.07545	-9.60271	+0.66360	+4.32836		
0°.00	+1.00074	-9.73969	+0.00487	+3.09635		
-57°.72	+0.78922	-1.30460	+1.64016	-0.67139		
-87°.05	+0.68174	-1.63902	+2.12711	-2.83014	+10.5566	
-102°.51	+0.62511	-1.81649	+2.28125	-4.10121	+10.4013	
-109°.88	+0.59810	-1.92881	+2.57060	-4.76310	+10.3251	
-113°.80	+0.58372	-1.97263	+2.36239	+2.40001	+10.2947	
-115°.86	+0.57617	-2.03392	+2.74407	-2.45810	+10.2837	-2.35600
-116°.62	+0.57340	-2.02273	+2.56235	-1.20499	+10.2806	-2.31432
-119°.20	+0.56393	-2.04406	+2.31445	+0.65126	+10.2759	-2.17609
-120°.24	+0.55012	-2.05472	+2.50248	-0.67214	+9.8854	-2.12239
-121°.21	+0.55658	-2.05084	+2.37741	+0.43359	+10.2783	-2.07246

Vervolgens werd de aansluiting zooveel mogelijk verbeterd, hetzij volgens de methode der kleinste quadraten, hetzij volgens de methode van E. F. VAN DE SANDE BAKHUYZEN.¹⁾

Op deze wijze werden de individueele viriaalcoëfficiënten voor elke isotherme verkregen, die in tabel II zijn samengevat. De aan de gereduceerde coëfficiënten VII. 1., ontleende getallen zijn cursief gedrukt.

Met de medegedeelde coëfficiënten werden de waarden van pv_A berekend; de percentsgewijze afwijkingen in procenten van de berekende grootheid van de waargenomen grootheden zijn in tabel III samengevoegd.

In deze tabel hebben de [] en * de reeds vermelde beteekenis. De tusschen () geplaatste afwijkingen zijn daaraan toe te schrijven, dat de waarnemingen waarbij zij behooren bij de vereffening niet gebruikt zijn met het oog op de moeilijkheden die de aansluiting van eene formule met slechts 3 aan de waarnemingen te ontleenen constanten in die buurt oplevert.

¹⁾ Zitt. versl. Juni 1906, Comm. No. 95a.

Afwijkingen van $p v_A$ in percenten van $p v_A (R)$ TABEL III.

+20° 39		0° 00		-57° 72		-87° 05		-102° 51		-109° 88	
d_A	$\frac{W-R}{\text{in } \%}$	d_A	$\frac{W-R}{\text{in } \%}$	d_A	$\frac{W-R}{\text{in } \%}$	d_A	$\frac{W-R}{\text{in } \%}$	d_A	$\frac{W-R}{\text{in } \%}$	d_A	$\frac{W-R}{\text{in } \%}$
20.499	-0.07	20.877	+0.03	23.509	+0.10	25.152	+0.21	25.571	+0.20	26.242	+0.21
25.759	+0.02	26.581	-0.03	28.575	-0.17	34.467	+0.06	35.077	0.00	34.807	+0.34
32.590	+0.10	32.302	+0.06	33.793	-0.06	55.822	-0.06	[47.893 +0.47]		65.142	+0.11
*35.330	-0.07	37.782	-0.03	48.116	-0.03	71.444	-0.05	[53.752 +0.47]		*66.530	-0.24
35.755	-0.12	51.840	-0.04	64.948	+0.01	94.625	-0.10	62.240	+0.08	87.176	+0.01
47.319	-0.01	65.325	+0.02	90.695	+0.01	119.84	+0.12	[69.954 +0.48]		102.76	-0.25
59.134	+0.12							84.002	-0.13	125.56	-0.24
*59.250	+0.01							95.802	-0.22	148.32	-0.17
								115.88	-0.22	*152.79	-0.46
								135.65	0.00	180.84	+0.31
								158.01	+0.21		

-113° 80		-115° 86		-116° 62		-119° 20		-120° 24		-121° 21	
d_A	$\frac{W-R}{\text{in } \%}$	d_A	$\frac{W-R}{\text{in } \%}$	d_A	$\frac{W-R}{\text{in } \%}$	d_A	$\frac{W-R}{\text{in } \%}$	d_A	$\frac{W-R}{\text{in } \%}$	d_A	$\frac{W-R}{\text{in } \%}$
67.078	+0.02	69.947	-0.20	26.480	+0.36	26.871	+0.32	72.627	+0.03	27.326	+0.20
88.889	+0.09	91.308	+0.27	34.939	+0.13	34.965	+0.34	82.816	+0.18	35.283	+0.21
106.68	-0.09	108.02	+0.67	68.630	+0.10	[70.314	+0.08	99.246	+0.12	71.459	-0.15
129.17	-0.05	131.51	-0.06	90.563	+0.03	70.481	-0.33	118.51	-0.02	85.580	-0.10
152.71	-0.03	155.12	-0.12	110.19	-0.22	*70.580	-0.23	136.31	+0.05	100.33	-0.36
155.40	+0.02	179.94	-0.19	133.69	-0.19	83.257	-0.23	165.79	-0.07	[123.85	-0.16]
182.13	+0.11	[183.35	+2.24]	159.71	-0.13	96.834	+0.24	206.57	+0.71	148.95	0.00
184.82	-0.03	235.47	+0.35	161.75	-0.23	98.863	-0.25	280.25	(+2.72)	170.05	0.00
212.99	+0.04	319.52	-0.09	[186.15	+0.14]	124.97	-0.20	338.95	-0.01	234.13	(+1.95)
				210.02	(+0.52)	[143.71	+0.72]			333.75	0.00
				[260.61	+1.44]	156.36	+0.26				
				331.29	-0.05	[172.25	+1.68]				
						222.69	(+2.47)				
						275.02	(+4.12)				
						336.89	-0.12				

Plantkunde. — De Heer MOLL biedt eene mededeeling aan van den Heer ED. VERSCHAFFELT: „*De oorzaak der voedselkeus bij eenige plantenetende insecten.*”

(Mede aangeboden door den Heer F. A. F. C. WENT).

1. *Pieris Brassicae* L. en *P. Rapae* L. De ervaring, op land- en tuinbouwkundig gebied, heeft geleerd dat de rupsen der beide vernoemde soorten van het geslacht *Pieris*, het groote en het kleine koolwitje, in de keus harer waardplanten vrij sterk zijn gespecialiseerd. Terwijl verschillende Cruciferen, vooral gekweekte, het gewone voedsel dezer rupsen uitmaken, worden planten uit andere families slechts bij uitzondering door haar aangevallen; de meest bekende onder deze laatste zijn soorten van *Tropaeolum* en *Reseda*¹⁾. Doch juist de aard dezer beide geslachten wijst den weg bij het beantwoorden der vraag, door welke chemische bestanddeelen van het plantaardig voedsel de keus der *Pieris*-rupsen wordt bepaald. De glukosiden, waaruit bij splitsing mosterdoliën (isothioocyaanalkylen) ontstaan, zijn immers in hooge mate kenschetsend voor de Cruciferen, doch komen juist ook bij Tropaeolaceae en Resedaceae voor²⁾. Dit wordt trouwens al geleerd door den scherpen reuk dien men, na kneuzing, bij deze planten waarneemt. Het experimenteele onderzoek bevestigt, zooals hieronder zal blijken, volkomen dat de genoemde insecten zich in hooge mate door de aanwezigheid van zulke glukosiden laten leiden bij het kiezen hunner voedsterplanten.

Wat in de eerste plaats de Cruciferen zelve betreft, schijnen beide *Pieris*-soorten allerlei tot deze familie behoorende planten te kunnen aantasten. Althans werden de bladeren der volgende soorten, aan de rupsen in gevangenschap voorgelegd, alle gegeten. Onder deze soorten vindt men vertegenwoordigers van verschillende inheemsche onderafdeelingen der familie:

- Cochlearia Armoracia* L.
- Sisymbrium officinale* (L.) Scop.
- „ *strictissimum* L.
- Sinapis arvensis* L.
- Brassica oleracea* L.
- Crambe cordifolia* Stev.
- Barbarea vulgaris* R.Br.
- Cardamine hirsuta* L.
- Capsella Bursa Pastoris* (L.) Mneh.

¹⁾ Zie bijv. SORAUER. Pflanzenkrankheiten. 3e Aufl. Bd. 3. 1910. p. 398.

²⁾ Literatuur hierover bij CZAPEK. Biochemie der Pflanzen. Bd. 2. 1905. p. 232; en KOBERT. Intoxikationen. 2e Aufl. Bd. 2. 1906. p. 539.

Aubrietia deltoidea (L.) DC.

Arabis alpina L.

Erysimum Perofskianum Fisch. et Mey.

Alyssum saxatile L.

Hesperis matronalis L.

Bunias orientalis L.

Doch niet alle soorten worden even gaarne gegeten. Zelfs wordt *Capsella Bursa Pastoris*, hetzij alleen hetzij tegelijk met een andere Crucifeer aangeboden, slechts zeer weinig door de rupsen aangetast. Andere planten dier familie die eveneens minder welkom voedsel leveren, al wordt daar meer van gegeten dan van het herderstaschje, zijn *Aubrietia deltoidea*, *Erysimum Perofskianum* en *Sinapis arvensis*. Ten opzichte van dit verschijnsel heb ik tusschen *P. Brassicae* en *P. Rapae* geen verschil kunnen waarnemen. De oorzaak van hun tegenzin, die waarschijnlijk in de aanwezigheid van nevenbestanddeelen te zoeken zal zijn, moet echter nog worden opgehelderd.

Niet enkel de bladeren, ook de bloemen en jonge vruchten der genoemde soorten worden opgevreten; in het geval van *Cochlearia Armoracia* bleek zelfs de wortel niet te worden versmaad; van de gestampte en bevochtigde zaden van *Brassica nigra* L. hebben de rupsen echter geweigerd te eten.

Glukosiden van mosterdoliën zijn algemeen verspreid bij Capparidaceae. Soorten dier familie die werden onderzocht: *Capparis spinosa* L., *Steriphoma paradoxum* Endl., *Cleome spinosa* L. bleken bij de *Pieris*-rupsen zeer gewild. In den loop van dezen zomer hadden de *Cleome*'s, gekweekt in den Amsterdamschen Hortus, trouwens veel van het kleine koolwitje te leiden. De Resedaceae en Tropaeolaceae zijn hierboven reeds vermeld. Uit de eerste dier beide families werden *Reseda lutea* L., *R. luteola* L., *R. alba* L., *R. virgata* Boiss. et Reut., aan de insecten gegeven, met het resultaat dat aan die planten steeds, ofschoon niet zeer gretig, werd geknaagd. *Tropaeolum majus* L. en *T. peregrinum* L. behooren daarentegen tot de soorten die het snelst worden weggevreten.

Nog drie families staan bekend als gekenmerkt door het bezit van mosterdoliën: de Moringaceae, de Limnanthaceae en de Caricaceae. Over vertegenwoordigers der beide eerste families beschikte ik niet; uit de laatste kon *Carica Papaya* L. worden onderzocht; de bladeren dezer plant bleken echter te worden geweigerd.

Nu werd het gedrag der beide *Pieris*-soorten nagegaan tegenover een reeks planten, willekeurig uit verschillende afdeelingen gekozen; er waren er bij behorende tot de volgende families: Liliaceae, Chenopodiaceae, Caryophyllaceae, Papaveraceae, Saxifragaceae, Rosa-

ceae, Leguminosae, Geraniaceae, Malvaceae, Violaceae, Umbelliferae, Gentianaceae, Borraginaceae, Labiatae, Caprifoliaceae, Cucurbitaceae en Compositae. Meestal werden de voorgelegde bladeren geweigerd; aan enkelen werd een weinig, maar dan ook doorgaans zeer weinig, geknaagd. Dit was het geval met den wortel van *Daucus Carota* en met de bladeren van een paar *Lathyrus*-soorten, namelijk *L. sylvestris* L. en *L. latifolius* L., terwijl *L. tuberosus* L., en andere geprobeerde Leguminosae onaangetast bleven. Daar niets in den reuk der gegeten *Lathyrus*-bladeren, na kneuzing, aan de aanwezigheid van mosterdoliën doet denken, en het voorkomen daarvan in de peen als uitgesloten mag worden beschouwd, volgt uit deze waarnemingen dat beide *Pieris*-rupsen zich bij uitzondering, en in geringe mate, ook wel eens aan planten waarin die stoffen ontbreken, vergrijpen.

Hoezeer echter deze insecten door mosterdoliën worden aangelokt, bleek toen men een blad eener niet voor hen eetbare plantensoort, namelijk *Apios tuberosa* Mönch., insmeerde met den brei of het sap eener Crucifeer (*Bunias orientalis*), en deze spijs aanbood. Zij werd terstond aangevallen, en in korten tijd opgevreten. Dat hetzelfde gebeurde met de bladeren van andere planten behoeft geen nadere uiteenzetting, evenals men licht zal begrijpen dat niet alle soorten tot dergelijke proeven kunnen dienen. Zoo bleven bladeren van *Salvia officinalis*, *Prunus Laurocerasus*, *Menyanthes trifoliata*, ook ingewreven met *Bunias*-sap, onaangeroerd; ongetwijfeld wegens de daarin bevatte, voor de rupsen onsmakelijke bestanddeelen.

Het is trouwens niet noodig het Cruciferen-sap op een levend blad te brengen. Tarwemeel, of stoffen van nog eenvoudiger samenstelling, maïszetmeel bijvoorbeeld, die droog of met water bevochtigd door de beide *Pieris*-larven worden versmaad, zag ik met gretigheid eten als zij met eenige druppels *Bunias*-sap waren gedrenkt. De excrementen der rupsen waren nu bijna wit van kleur, en bestonden uit een massa niet merkbaar aangetaste zetmeelkorrels. Eveneens gedroegen de insecten zich tegenover filtreerpapier, dat met *Bunias*-sap was geïmbibeerd. Het mikroskopisch onderzoek der excrementen leerde dat hierin ongeveer geen ander bestanddeel voorkwam dan de door-eengevlochten papiervezels.

Deze proeven zijn ook nog van belang omdat zij bewijzen dat de rupsen van *Pieris* niet enkel door de ongesplitste glukosiden worden aangelokt, zooals deze in de levende plantendeelen voorkomen, doch dat zij ook de splitsingsproducten zelve opzoeken. Bij het kneuzen der verse bladeren worden immers de glukosiden ontbonden, en de mosterdoliën in vrijheid gesteld. Het is trouwens nog de vraag, of niet de aanwezigheid eener zeer geringe hoeveelheid vrije mosterd-

olie in de bladeren de oorzaak is dat de rupsen worden aangelokt. Bij sommige Cruciferen, bijvoorbeeld bij *Bunias orientalis*, is een zwakke, doch duidelijke reuk naar mosterdolie ook aan het gave blad waar te nemen. Het is zeer goed mogelijk dat de larven van *Pieris* een dergelijken reuk ook opmerken bij Cruciferen die voor onze organen reukeloos zijn; en daar de rupsen aan andere planten in den regel niet proeven, is het zelfs vrij duidelijk dat zij door den reuk aangaande den aard van het aangeboden voedsel moeten zijn ingelicht. Zulks is nog in hoogere mate noodig bij de vlinders, die hunne eieren immers enkel op Cruciferen of de chemisch daarmee verwante planten leggen, en deze wel ongetwijfeld door den reuk zullen herkennen.

Nu is in alle vorige proeven gebruik gemaakt van plantendeelen of sappen, waarin allerlei stoffen voorkomen, en heeft men dus nog geen volledigen waarborg dat juist de ons opvallende bestanddeelen ook diegene zijn die *Pieris* zoo bijzonder aantrekken. Het bewijs daarvan werd geleverd door bladeren van *Apios tuberosa* en *Rosa* te bevochtigen met een vrij sterke oplossing van zuivere sinigrine (kaliummyronaat), het glukoside uit de zwarte mosterd ¹⁾. Gretig werden deze bladeren door de larven opgevreten. Hetzij dus dat de rupsen ook de sinigrine als zoodanig smakelijk vinden, hetzij het glukoside in hun mond door hun eigen speeksel wordt geplitst, bewezen is hiermede dat deze insecten op de aanwezigheid van deze en dergelijke verbindingen in hun voedsel zeer bijzonder zijn gesteld.

Nog een gevolgtrekking kunnen wij uit de voorafgaande proeven maken. Koolwitjes bleken namelijk zeer verschillende soorten van Cruciferen te eten. Het chemisch onderzoek heeft echter geleerd dat niet alle planten dezer familie hetzelfde glukoside bevatten, maar verscheidene, onderling verschillend door den aard der mosterdolie die daaruit kan worden vrijgemaakt. Terwijl uit de sinigrine van de zwarte mosterd de allylverbinding wordt verkregen, leveren andere Cruciferen een isothiocyaaenderivaat waarin een andere alkylgroep is bevat. Ook de mosterdolie uit *Tropaeolum* is een eigenaardige (cf. CZAPEK, l.c.). Het is thans duidelijk dat de rupsen van *Pieris* verschillende mosterdoliën, evenals de verschillende daaruit gevormde glukosiden, opzoeken. Zij worden blijkbaar door de geheele groep van stoffen aangelokt.

Deze waarneming heeft ten slotte gevoerd tot de vraag, of wellicht ook planten, die meer of minder verwante bestanddeelen bevatten, door de Pieriden zouden worden gegeten. Daarbij werd voornamelijk

¹⁾ Deze stof werd mij bereidwillig ter hand gesteld door Dr. N. H. COHEN te Amsterdam.

gedacht aan de soorten van het geslacht *Allium*, waarin geen isothiocyaanalkylen, doch wel verschillende alkylsulfiden voorkomen, wier scherpe reuk eenige gelijkenis met dien der Cruciferenoliën vertoont. Inderdaad leerde het experiment dat *P. Brassicae* en *P. Rapae* beide de organen van verschillende *Allium*-soorten vrij gaarne eten. Ik noem o. a. de bolschubben van *Allium Cepa* L., de bladeren van *Allium Porrum* L., die van *Allium azureum* Ledeb. De rupsen onderscheiden dus waarschijnlijk niet den reuk dezer planten van dien der Cruciferen, terwijl zij toch andere sterk riekende planten, zooals *Salvia officinalis* en *Mentha piperita*, weigeren.

II. *Priophorus Padii* L. De larven dezer bladwesp leven ten koste der bladeren van verschillende Rosaceae, bijvoorbeeld *Prunus*-soorten, *Sorbus Aucuparia* L. en *americana* Pursh., *Crataegus Oxyacantha* L. Zij zijn in tuinen niet zeldzaam.

De volgende soorten bleken door de larven, in gevangenschap, te worden gevreten:

- Cotoneaster tomentosa* Lindl.
- Mespilus germanica* L.
- Amelanchier vulgaris* Mönch.
- Crataegus Oxyacantha* L.
- „ *Pyracantha* Pers.
- Cydonia vulgaris* Pers.
- „ *japonica* Pers.
- Sorbus Aucuparia* L.
- „ *americana* Pursh.
- Prunus Persica* Sieb et Zucc.
- „ *avium* L.
- „ *Cerasus* L.
- „ *Laurocerasus* L.
- „ *Padus* L.

Bladeren van *Eriobotrya japonica* Lindl., *Photinia serrulata* Lindl., en *Pirus*-soorten (*P. Malus* L., *P. salicifolia* L.) werden steeds versmaad. Eénmaal werd een weinig geknaagd aan een blad van *P. Ringo* Wenzig. Geen enkele soort uit de onderafdeeling der Rosoïdeae kon door de larven worden gebruikt, evenmin uit die der Spiraeoïdeae. Alle proeven met planten tot andere families behorende leverden een negatieve uitkomst ¹⁾.

Gaat men nu de samenstelling van bovenstaande lijst na, zoo

¹⁾ Sommige handboeken geven voor dit insect nog andere planten op, bijv. de berk. (HENSCHEL. Die schädlichen Forst- und Obstbaum Insekten, 1895, p. 244). Ook hiervan weigerden mijne larven echter te eten.

blijkt daar duidelijk uit dat de planten, die *Priophorus Padi* gaarne als voedsel gebruikt, alle behooren tot die soorten, waarin een amygdaline-achtig glukoside aanwezig is, ja, waarin een dergelijk glukoside overvloedig genoeg voorkomt om bij het kneuzen der bladeren den reuk naar benzaldehyde en HCN te laten waarnemen. Ofschoon andere Rosaceeën, ook onder de geweigerde soorten, eenig blauwzuur bevatten, bijvoorbeeld *Spiraea*, *Kerria*, *Pirus*-soorten ¹⁾, zijn deze veel minder rijk aan dit bestanddeel dan de meeste vormen van *Prunus*, *Crataegus*, enz. En ook de talrijke andere planten, waaruit men in den laatsten tijd blauwzuur heeft kunnen afscheiden, bevatten dit gewoonlijk slechts spoorsgewijze. De exotische HCN-rijke plantensoorten ben ik niet in de gelegenheid geweest aan *Priophorus* voor te leggen. Doch van *Thalictrum*, *Sambucus*, *Ribes*-soorten, alle bekend als bevattend een geringe hoeveelheid dezer zelfde stof, vraten de larven niet.

Ten einde het bewijs te leveren dat de glukosiden, waaruit bij splitsing benzaldehyde en blauwzuur ontstaan, inderdaad het bestanddeel voorstellen dat de voedselkeus van *Priophorus*-larven bepaalt, werden verschillende bladeren van niet eetbare soorten bevochtigd met een oplossing van amygdaline uit bittere amandelen. De proeven slaagden volstrekt niet zoo geregeld als bij *Pieris* die met sinigrine, ten deele omdat de larven met vocht bedekte bladeren ongaarne bleken te eten; toen echter ten slotte bladeren eenvoudig met wat droge amygdaline werden bestreken, gelukte het, zij het ook na eenige dagen wachters, de insecten aldus behandelde *Apios*-bladeren te zien aantasten.

Bladeren van *Apios*, *Fragaria*, *Rosa*, ingesmeerd met een brei van gekneusde bladeren van *Prunus avium*, werden insgelijks gegeten, zoodra de brei eenigszins was opgedroogd.

III. *Gastroidea viridula* Goerz. Een kevertje, waarvan zoowel larve als imago zich voeden met de bladeren van *Rumex*-soorten. In den afgelopen zomer kwam het insect, in den Amsterdamschen Hortus, voor op *Oxyria digyna* Hill. en *Rumex scutatus* L. Vorige jaren hadden de beschadigingen in het Polygoneeën-perk vaak grooter uitbreiding, en waren benevens *Rumex*, ook wel eens de bladeren der gekweekte *Rheum*-soorten door dit insect vol gaten gevreten.

De bekende zure eigenschappen van het celvocht der hierboven genoemde Polygoneeën wettigden de vraag, of *Gastroidea* niet speciaal planten zou opzoeken die rijk zijn aan oxaalzuur of zure

¹⁾ Zie bijv. de lijst van HCN-houdende planten, door M. GRESHOFF medegedeeld in Bull. des Sciences pharmacolog. tome 13, 1906, p. 598 vgg.

oxalaten. En inderdaad, ofschoon de kevertjes een zeer bijzondere voorliefde voor bladeren van *Rumex*, *Oxyria* en *Rheum* toonen, toch eten zij ook een weinig van de bladeren en bloemen van *Begonia* (*manicata* Cels., *tuberosa* Lam., *vicinifolia* A. Dietr. e. a.) Bladeren van *Oxalis* (*floribunda* Lehm., *Deppoi* Lodd.) werden daarentegen steeds geweigerd. Ik moet echter doen opmerken dat wegens het vergevorderde jaargetijde de laatste proeven nog enkel met imagines konden worden genomen. Deze versmaden ook *Portulaca*, *Celosia*, *Sedum*-soorten, en vreten slechts weinig van *Polygonum* (*cuspidatum* Sieb. et Zucc. b.v.).

Ook bij dit insect kon het rechtstreeksche bewijs worden geleverd dat het voorkomen eener bepaalde stof in de planten beslist of deze al dan niet als voedsel dienst kunnen doen. Bladeren van *Lathyrus sylvestris* werden versch nooit gegeten, doch herhaaldelijk kon worden waargenomen dat kevertjes er aan knaagden, als zij van te voren eenigen tijd waren gedompeld in een normale oplossing van oxaalzuur. Bij gebrek aan materiaal, door het verdwijnen der laatste kevertjes, kon niet meer worden onderzocht of deze algemeen door de zure reactie worden aangetrokken, dan wel uitsluitend op oxaalzuur aangewezen zijn. In den aanstaanden zomer hoop ik dat te kunnen uitmaken, en dan tevens na te gaan hoe *Gastroidea* zich gedraagt tegenover planten, waarin andere organische zuren (appelzuur, citroenzuur) in aanzienlijker concentratie voorkomen.

Plantkunde. — De Heer MOLL biedt eene mededeeling aan van den Heer ED. VERSCHAFFELT: *Het mechanisme der wateropname door de zaden der Cucurbitaceën.*

(Mede aangeboden door den Heer F. A. F. C. WENT.)

De zaden der Cucurbitaceën onderscheiden zich over het algemeen door de snelheid waarmede zij water opnemen. Sterk is deze eigenschap ontwikkeld bij de gewone cultuur-variëteiten van de soorten *Cucurbita Pepo* L. en *Cucurbita maxima* Duch., onze pompoenen of kalebassen. In nevenstaande figuur (fig. 1) vindt men de curve afgebeeld der gewichtstoename, gedurende de eerste uren, van het in water gelegde, luchtdroge zaad der variëteit: groote gele centenaarskalebas, en daarnaast dezelfde curve voor een variëteit van *Vicia Faba* L., de Mazagan-tuinboon. De bepaling geschiedde door de zaden van tijd tot tijd uit het water te nemen, oppervlakkig met filtreerpapier af te drogen, en te wegen. Zij werd verricht met een klein getal zaden

zoodat, vanwege de individueele verschillen, herhaling der proef krommen oplevert die zich niet geheel met de hier afgebeelde dekken. Men kan zich echter gemakkelijk zelf overtuigen dat haar algemeene vorm dezelfde blijft, en het opmerkelijk verschil tusschen de curven van pompoenzaad en tuinboon steeds voor den dag komt.

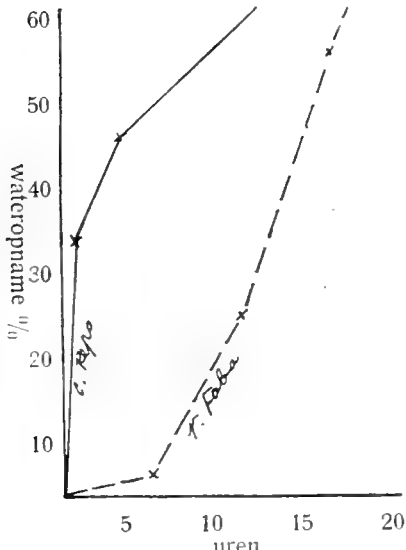


Fig. 1.

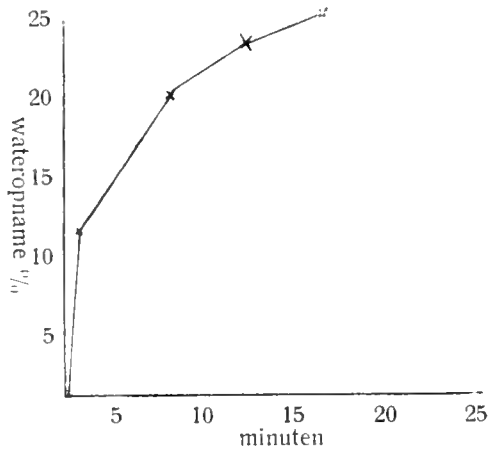


Fig. 2.

Terwijl dus bij *Vicia Faba* de gewichtstoename in den eersten tijd een zeer geleidelijke is, vangt zij bij *Cucurbita Pepo* met een zoo groote snelheid aan, dat reeds na het eerste uur 34% van het droog gewicht, in de proef van fig. 1, aan water was opgenomen; dit is een derde gedeelte ongeveer van de totale hoeveelheid welke dit zaad bij machte bleek vast te leggen.

Ook in de eerste minuten is de wateropname reeds bijzonder sterk. Zij is in fig. 2 voor dezelfde variëteit (gele centenaar) graphisch voorgesteld. Zooals men ziet werd in twintig minuten meer dan 25% van het luchtdroge gewicht van het zaad aan water geabsorbeerd.

Voor een zoo snelle en aanzienlijke absorptie ligt het voor de hand de zaadhuid in de allereerste plaats verantwoordelijk te stellen. Inderdaad wordt de zaadhuid van *Cucurbita*, in tegenstelling met die van vele andere zaden, met name die van *Vicia*, oogenblikkelijk bevochtigd. Als men een druppeltje water op het zaad neerlegt, erkent men aan het donkerder worden der witte oppervlakte, rondom den waterdruppel, dat de vloeistof door het weefsel, evenals door ongelijmd papier, wordt opgezogen.

Dit veroorzaakt dus de *snelle* imbibitie. Doch ook dat in korten

tijd een zoo *grootte* hoeveelheid water wordt vastgelegd, is een gevolg van de eigenschappen van de zaadhuid, zooals blijkt uit een vergelijking tusschen de wateropname van het pompoenzaad in zijn geheel en van den uit de harde testa losgemaakten zaadkern. Deze laatste is gemakkelijk vrij te praepareeren, en bestaat dan in hoofdzaak uit de kiem, omgeven door een dun, grijsgroen, vast met de kiem verbonden vlies.

Dergelijke zaadkernen van de gele centenaarskalebas namen op:

na	1 ⁿ	4 ⁿ	24 ⁿ	50 ⁿ
water	8 ^o / _o	20 ^o / _o	36 ^o / _o	42 ^o / _o

terwijl, in denzelfden tijd, het geheele zaad absorbeerde:

34 ^o / _o	48 ^o / _o	86 ^o / _o	96 ^o / _o
--------------------------------	--------------------------------	--------------------------------	--------------------------------

en ook daarna bleef dit aanzienlijke verschil bestaan. Bedenkt men nu dat de zaadhuid niet meer dan $\frac{1}{6}$ tot $\frac{1}{5}$ deel van het zaadgewicht uitmaakt, zoo volgt uit bovenstaande verhoudingen dat de zaadhuid betrekkelijk zeer rijk aan water moet worden. Inderdaad leerden directe bepalingen dat een losgemaakte en in water gelegde testa van *Cucurbita Pepo*: variëteit Courge gaufree, een variëteit die minder water absorbeert dan de centenaarskalebas, ten slotte 194^o/_o in gewicht was toegenomen. Bij de gele centenaarskalebas bedroeg de gewichtstoename zelfs 228^o/_o. Vergelijkt men verder de absolute hoeveelheid water die een zaadkern kan vastleggen met hetgeen de zaadhuid van datzelfde zaad opneemt, zoo blijkt de laatste quantiteit de grootste te zijn. Bij Courge gaufree, waarvan eenige zaden gemiddeld 0.25 gr. water elk opzogen, bevatte de zaadhuid van één zaad gemiddeld 0.16 gr. water.

Wij willen nu nagaan, door welke eigenaardigheden van den anatomischen bouw de *Cucurbita*-zaadhuid in staat is zooveel water vast te houden. Daartoe kunnen wij gebruik maken van de nauwkeurige beschrijving, door F. v. HÖHNEL gegeven (*Sitzungsber. K. Akad. Wiss. Wien. Math. nat. Cl. Bd. 73. Abt. I. 1876. p. 297*). Naar deze verhandeling, en de er bij behorende platen, zij voor de bijzonderheden verwezen, hier zullen enkel die anatomische inrichtingen ter sprake komen, die voor de wateropname beteekenis kunnen hebben.

Het dunne doorschijnende vliesje (laag I v. HÖHNEL), waarvan men dikwijls nog enkele stukken aan de oppervlakte van het zaad bevestigd vindt, en dat de binnenlaag van den vruchtwand voorstelt, kan hier buiten beschouwing blijven, omdat het zoo gemakkelijk loslaat en voor de imbibitie van het zaad zonder belang is. Daarentegen is de structuur der opperhuid (laag II v. H.) in hooge mate geschikt de wateropname te bevorderen. Deze laag bestaat uit langgerekte

prismatische cellen, zonder cuticula, zonder inhoud, wier wanden in water zeer sterk opzwellen, zoodanig dat volgens v. HÖHNEL's metingen de lengte dezer cellen in drogen toestand slechts $30\ \mu$ bedraagt, doch in water tot $300\ \mu$ aangroeit.

De aanwezigheid dezer opperhuid verklaart dat het zaad zich zoo gemakkelijk bevochtigt. Een andere vraag is echter, of alle weefsels, die de zaadhuid samenstellen, aan het vastleggen van water in gelijke mate deelnemen.

Afgezien van het binnenste, dunne vlies, uit binnenste integument, peri- en endosperm bestaande, dat de kiem omgeeft en daarmee vast verbonden is, kan de zaadhuid van *Cucurbita Pepo* en *maxima* worden verdeeld in vijf lagen. De beide buitenste hebben wij nu leeren kennen. Daarop volgt naar binnen toe een weefsel, 4 tot 6 cellen dik, opgebouwd uit kleine elementen met vrij dikke wanden (laag III). Laag IV is de sclerenchym laag, samengesteld uit een enkele rij harde, dikwandige, in vorm zeer onregelmatige cellen; zij is het die de stevigheid aan de zaadhuid verleent. Laag V ten slotte is een sterk ontwikkeld sponsweefsel, uit met lucht gevulde, en door talrijke intercellulaire ruimten gescheiden cellen gevormd.

Dit sponsweefsel maakt al terstond den indruk uitnemend geschikt te zijn om groote hoeveelheden water door capillariteit vast te houden. In hoever dit weefsel, en de overige weefsels der zaadhuid, aan het verschijnsel deelnemen, zullen wij trachten quantitatief te bepalen.

Door afkrabben met een mes zijn de lagen II en III gemakkelijk van het zaad te verwijderen: daarbij komt de bruinachtige sclerenchym laag voor den dag. Doet men dit deels op luchtdroge, deels op met water gedrenkte zaden, zoo kan het gewichtsverschil leeren hoeveel water deze beide lagen samen vastleggen. Op dezelfde wijze laat zich, van een afgeschilde zaadhuid, de sponslaag (laag V) verwijderen, en door vergelijking van het gewichtsverlies bij droge en geïmbibeerde zaadhuid het watergehalte afleiden. Ten slotte is ook nog laag IV, de sclerenchym laag, te isoleeren en kan hare wateropname afzonderlijk worden bepaald.

Bij zaden der variëteit Courge gaufree kreeg ik langs dezen weg de volgende uitkomsten.

Lagen.	Drooggewicht.	Gewicht van opgen. water.
II—III.	0.02 gr.	0.02—0.03 gr.
IV.	0.02—0.03 gr.	0.02 gr.
V.	0.01 gr.	0.08—0.10 gr.

Zoo is dus de groote beteekenis van de sponslaag als waterreservoir aangetoond. Dit water wordt grootendeels capillair opgezogen, terwijl de lucht, die de cellen en de intercellulaire ruimte vult, wordt ver-

stofoplossing, bijvoorbeeld 0.1% methyleenblauw in water, zoodat het sponsweefsel aan den hilus met de vloeistof in aanraking kome, wordt deze laatste slechts uiterst langzaam capillair opgezogen. Na 24 uur blijkt zij ternauwernood in de zaadhuid te zijn opgestegen. Door de oppervlakte van het zaad wordt de gekleurde vloeistof daarentegen snel opgenomen, en ook in dieper lagen diffundeert zij zeer spoedig.

Anders is het als men het zaad met den hilus dompelt in een vloeistof wier oppervlaktetspanning geringer is dan bij water, bijvoorbeeld in alcohol. Zulk een vloeistof wordt immers door capillaire werking veel sneller opgezogen (zie o.a. L. ERRERA, Bull. Soc. belg. micr. t. 13, 1886, N^o. 3 en Rec. Inst. botan. Univ. Bruxelles, t. 2, 1906, p. 111). Een oplossing van methyleenblauw in alcohol dringt bijna oogenblikkelijk den hilus binnen, en vult in uiterst korten tijd het gansche sponsweefsel. Mooi is dit te zien als men bij een droog zaad een stukje zaadhuid wegsnijdt aan het uiteinde, tegenovergesteld aan den hilus, en dezen laatste in de oplossing houdt. Na enkele seconden reeds dringt de blauwe vloeistof tot boven door, terwijl de buitenlaag ongekleurd en droog blijft.

Om dezelfde reden ontwijkt uit den hilus van een in alcohol geworpen zaad een veel sneller stroom luchtballen dan in water het geval is. Ook de wegingen geven aanzienlijke verschillen. Een kalebaszaad, met den hilus alleen in alcohol gehouden, neemt in een minuut 0.04—0.05 gr. alcohol op; terwijl in denzelfden tijd nauwelijks 0.01 gr. water wordt geabsorbeerd, en dan nog wel gedeeltelijk door imbibitie van de buitenlaag. Alcohol imbibeert de buitenste weefsels der zaadhuid slechts weinig; een zaad, geheel in alcohol gedompeld, zoodat de hilus alleen boven de vloeistof uitsteekt, neemt in een minuut 0.01—0.02 gr. op; in water wordt, onder dezelfde voorwaarden, in denzelfden tijd ongeveer 0.05 gr. opgezogen.

In de zaadhuid van *C. Pepo* en *C. maxima* loopt langs den smallen rand, en geheel rondom, op de buitenste grens van de sponslaag, een met lucht gevuld kanaal, dat aan zijn binnenzijde den vaatbundel bevat, en bij den hilus, links en rechts, door een opening uitmondt (v. HÖHNEL, l.c. p. 317). Bij de hierboven vermelde proef met gekleurden alcohol is het langs dit kanaal dat de vloeistof het eerst opstijgt, om zich van daaruit in het sponsweefsel te verspreiden. Het is dus denkbaar dat het rondomlopende kanaal in de capillaire opstijging een overwegende rol vervult. Om dit uit te maken werd bij eenige pompoenzaden, op halve hoogte, en aan weerskanten, een stuk zaadhuid op zoodanige wijze weggesneden dat het kanaal links en rechts onderbroken was. Ook nu werd, evenals

in de vorige proef, een stukje zaadhuid aan het ronde uiteinde van het zaad verwijderd, en de hilus in blauw gekleurden alkohol gedompeld. Ofschoon de vloeistof thans nog alleen door het sponsweefsel tot boven toe kon doordringen, deed zij dit ongeveer even snel als in zaden met niet doorbroken kanaal; verschillen van eenig belang lieten zich niet waarnemen.

Om een denkbeeld te geven van de snelheid der waterimbibitie bij de zaden van andere Cucurbitaceën, wordt in de volgende tabel, voor een zeker aantal soorten, de gewichtstoename vermeld, uitgedrukt in procenten van het drooggewicht, die de zaden vertoonen na één uur lang in water te hebben gelegen:

<i>Acanthosicyos horrida</i> Welw.	14.0 %
<i>Momordica Charantia</i> L.	9.6 „
<i>Luffa cylindrica</i> Roem.	4.1 „
<i>Citrullus vulgaris</i> Schrad. (met zwart zaad)	25.6 „
„ „ „ (met rood zaad)	14.4 „
„ „ „ (Amerik. citroen)	16.4 „
<i>Cucumis sativus</i> L. (Excelsior)	13.9 „
„ „ „ (indische reuzen net-komkommer)	24.4 „
<i>Cucumis Melo</i> L. (cantaloup uit Algiers)	20.4 „
<i>Benincasa cerifera</i> Savi.	71.4 „
<i>Lagenaria clavata</i>	26.1 „
<i>Trichosanthes Anguina</i> L.	13.8 „
<i>Cucurbita Pepo</i> L. (gele centenaar)	33.7 „
„ „ „ (mirakel)	18.2 „
„ <i>argyrosperma</i>	82.5 „
„ <i>melanosperma</i> A Br.	16.3 „

Uit deze tabel blijkt dat de imbibitiesnelheid der zaden bij de verschillende soorten zeer uiteenloopt. De eigenaardigheden van den bouw der zaadhuid, die deze verschillen verklaren, zullen hier niet voor alle genoemde soorten worden uiteengezet; slechts op een paar meer in het oog loopende gevallen moge de aandacht worden gevestigd.

Twee soorten slechts winnen het van *Cucurbita Pepo* wat de snelheid der wateropname betreft; dit zijn *Benincasa cerifera* en *Cucurbita argyrosperma*. Deze beide zaden leggen ten slotte zeer aanzienlijke hoeveelheden water vast; na 4 of 5 dagen bereikt de gewichtstoename bij *Benincasa* 130%, bij *C. argyrosperma* zelfs 150% van het aanvankelijke gewicht.

De zaden van *Benincasa* blijken bij mikroskopisch onderzoek een

bizonder dikke laag sponsachtig weefsel te bevatten, van denzelfden bouw als wij bij *C. Pepo* hebben waargenomen ¹⁾. In plaats van aan de *binnenzijde*, is dit sponsweefsel hier aan de *buitenzijde* van de sclerenchym laag het sterkst ontwikkeld; het is, met andere woorden, de laag III van von HÖHNEL die, zoowel wat dikte als wat imbibitie-vermogen betreft, bij dit zaad het meest op den voorgrond treedt. Een gevolg hiervan is dat, als men de zaden tot op de steencellen schilt en daarna in water dompelt, zij nu aanzienlijk minder water opnemen dan onbehandelde zaden:

3 gave zaden, wegend 0.18 gr. nemen in 24 uur 0.13 gr. water op, of 72%

3 geschilde „ „ 0.15 „ „ „ „ „ 0.05 „ „ „ „ 33 „

De groote hoeveelheid lucht, aanwezig in de intercellulaire ruimten, is oorzaak dat de zaden van *Benincasa* langer tijd op water blijven drijven dan die van *Cucurbita Pepo*. Van tien *Benincasa*-zaden die in water werden gebracht, dreven er na vijf dagen nog twee, niet-tegenstaande de gewichtstoename van de geheele partij toen reeds 132% bedroeg.

De zaden van *Cucurbita argyrosperma*, zeer licht en sponsachtig bij het aanvoelen, zijn voornamelijk gekenmerkt door de groote ontwikkeling van den uitspringenden zaadrand, die, evenals bij *C. Pepo* en *maxima*, door een gleuf van het zaadlichaam is gescheiden. Deze rand vooral, die een grijsblauwe kleur bezit, terwijl het zaad overigens wit is, heeft een sponsachtige structuur, en schijnt zeer geschikt om veel water op te nemen. Onder den mikroskoop blijkt hij te bestaan uit hetzelfde weefsel met sterk ontwikkelde luchtholten dat laag III en laag V samenstelt bij *C. Pepo*. De sclerenchym laag ontbreekt echter in den rand, dien wij dus als een door laag III gevormden, rondom loopenden uitwas der zaadhuid moeten beschouwen. Zijn beteekenis voor de wateropname blijkt uit de volgende waarneming: 3 gave zaden, wegend 1.22 gr. namen in 19 uur 1.19 gr. water op of 97% „ z. zonder rand „ 1.05 „ „ „ „ „ 0.58 „ „ „ „ 55% „

Van de 3 laatstgenoemde zaden was de rand van te voren weggesneden. Ook drie dagen later was dit verschil nog waar te nemen, daar de van den rand beroofde zaden slechts 78% water hadden opgenomen, de onbehandelde daarentegen 131%.

Gaan wij thans over tot de Cucurbitaceeën wier zaden zich minder sterk met water drenken dan *C. Pepo*, zoo verdient voornamelijk *Luffa cylindrica* onze aandacht, daar hare zaden, blijkens bovenstaande tabel, in het eerste uur acht maal minder water

¹⁾ Zie H. A. LOTHAR. Anatomie comparée des Cucurbitacées. Lille, 1881. p. 215

opnemen dan pompoenzaad, en twintig maal minder dan zaad van *C. argyrosperma*. Nochtans wijkt de bouw der zaadhuid van *Luffa* niet zoo sterk af van dien der zaadhuid van *Cucurbita* als men na het bovenstaande zou verwachten. De *Luffa*-zaadhuid bevat, benevens een harde en dikke steencellenlaag, een tamelijk goed ontwikkeld sponsweefsel¹⁾. De tegenstrijdigheid is echter schijnbaar; het *Luffa*-zaad neemt wel is waar slechts langzaam water op, doch eindigt met een vrij groote hoeveelheid water, meer dan 80% van zijn drooggewicht, vast te leggen. En het verschil in snelheid der imbibitie tusschen *Cucurbita* en *Luffa* wordt verklaard door een aanzienlijk verschil in structuur der buitenste laag van het zaad. Deze is namelijk sterk geentiniseerd, zooals blijkt bij behandeling met sterk zwavelzuur, en bevochtigt zich, ongetwijfeld dientengevolge, betrekkelijk langzaam.

Een dergelijke reden geldt niet voor de geringere wateropname van *Cucumis sativus* en *C. Melo*. Die zaden bevochtigen zich snel doch kunnen niet veel vloeistof opstapelen, daar sponsachtig parenchym in de zaadhuid vrijwel gansch ontbreekt²⁾. Inderdaad overschrijdt de totale hoeveelheid geabsorbeerd water bij de genoemde *Cucumis*-soorten niet 60% van het drooggewicht.

Een woord ten slotte over de in bovenstaande lijst als „mirakel” vermelde variëteit van *C. Pepo*, die een laag imbibitievermogen bezit. De zaden dezer variëteit onderscheiden zich namelijk doordat hunne zaadhuid niets* is dan een dun, week, grijsgroen gekleurd, vlies, dat zich uiterst gemakkelijk met water drenkt, doch slechts een geringe hoeveelheid daarvan kan vasthouden. Sponsweefsel en steencellen ontbreken in dit vlies ten eenenmale, en de „mirakel”-zaden zinken dan ook, in water geworpen, terstond op den bodem. Hunne gewichtstoename bedraagt ten slotte niet veel meer dan 50%: zij is dus te vergelijken met die van de losgemaakte zaadkernen der gewone variëteiten van *Cucurbita Pepo*.

Physiologie. — De Heer ZWAARDEMAKER biedt eene mededeeling aan, namens den Heer F. J. J. BUIJTENDIJK: „*Over het zuurstof-verbruik van het zenuwstelsel*”.

(Zal in het Verslag der volgende vergadering verschijnen).

De vergadering wordt gesloten.

¹⁾ Zie LOTHAR, l. c. p. 219 en K. G. BARBER, Bot. Gaz. vol. 47, 1909, p. 305.

²⁾ Beschrijving en figuren bij VON HÖHNEL, LOTHAR en BARBER.

ERRATA.

- p. 574 plaat: de onderschriften Fig. 4 en Fig. 5 omwisselen.
- .. 374 r. 5 v. b. staat R_{n+1} , lees R_{n-1} als twee polytopen in R_n beschouwd.
- .. 428 „ 20 staat \bar{q} moet zijn q
- .. 429 „ 18 „ \bar{q} „ „ q
- .. 434 „ 15 „ (2) „ „ (12)
- .. 436 „ 3 „ $\frac{t}{t} = x$ „ „ $\frac{t}{\tau} = y$
- .. „ „ 5 „ $\left(\frac{K\tau}{\tau n}\right)^2 I$ „ „ $\left(\frac{K\tau}{\tau R}\right)^2 I$.



KONINKLIJKE AKADEMIE VAN WETENSCHAPPEN
TE AMSTERDAM.

VERSLAG VAN DE GEWONE VERGADERING
DER WIS- EN NATUURKUNDIGE AFDEELING
van Zaterdag 26 November 1910.

Voorzitter: de Heer H. A. LORENTZ.

Secretaris: de Heer J. D. VAN DER WAALS.

I N H O U D.

Ingekomen stukken, p. 612.

Verslag van de Heeren J. D. VAN DER WAALS, S. HOOGEWERFT, F. A. H. SCHREINEMAKERS, H. HAGA en P. ZEEMAN over een verzoek van den Minister van Binnenlandse Zaken om bericht en raad betreffende een subsidieaanvraag van het „Comité international des Tables physico chimiques”, p. 613.

F. J. J. BUYTENDIJK: „Over het zuurstof-verbruik van het zenuwstelsel”. (Aangeboden door de Heeren H. ZWAARDEMAKER en T. PLACE), p. 615.

H. HAGA en J. BOEREMA: „De electromotorische kracht van het Weston-normalelement”, p. 621.

MAX WEBER: „Een nieuw geval van ouderlijke zorg voor de nakomelingen bij visssen”, p. 629.

W. VAN DER WOUDE: „Dubbelpunten eener c_6 van het geslacht 0 of 1”. (Aangeboden door de Heeren P. H. SCHOUTE en D. J. KORTEWEG), p. 634.

F. J. J. BUYTENDIJK: „Over de negatieve variatie bij den nervus acusticus, veroorzaakt door een geluid”. (Aangeboden door de Heeren H. ZWAARDEMAKER en T. PLACE), p. 642. (Met één plaat).

A. P. N. FRANCHIMONT en J. V. DUBSKY: „Over de reactieproducten van kaliumisocyaanat en chloorwaterstofdiaminoaceton. Amino- en ureopropyleenurcine”, p. 645.

J. R. KATZ: „Onderzoekingen over de analogie tusschen opzwellen en mengen”. (Aangeboden door de Heeren C. A. PEKELHARING en H. ZWAARDEMAKER), p. 649. (Met één plaat).

L. BOLK: „Over de ontwikkeling der Hypophyse van de Primaten in het bijzonder bij Tarsius en den Mensch”, p. 667.

J. J. VAN LAAR: „Iets over den vasten toestand”. VI. (Aangeboden door de Heeren H. A. LORENTZ en F. A. H. SCHREINEMAKERS), p. 675. (Met één plaat).

N. L. SÜHNGEN: „Vetsplitsing door bacteriën”. (Aangeboden door de Heeren M. W. BELJERINCK en S. HOOGEWERFT), p. 689. (Met vier platen).

E. H. VAN HASSELT: „Over de physiologische werking van het derrid”. (Aangeboden door de Heeren H. ZWAARDEMAKER en C. A. PEKELHARING), p. 704.

Vaststelling der December-vergadering, p. 716.

Errata, p. 716.

Het Proces-Verbaal der vorige vergadering wordt gelezen en goedgekeurd.

De Voorzitter brengt in herinnering, dat in den laatsten tijd aan verschillende leden der Afdeling wetenschappelijke onderscheidingen zijn ten deel gevallen. Hij noemt het verleenen van het eere-doctoraat der Universiteit van Berlijn aan de Heeren HUGO DE VRIES en KAMERLINGH ONNES, het uitreiken van de SWAMMERDAM-medaille van het Genootschap voor Natuur-, Genees- en Heelkunde te Amsterdam aan den Heer HUGO DE VRIES en de toekenning van den NOBEL-prijs aan den Heer VAN DER WAALS. Hij spreekt daarover zijn voldoening uit, die ongetwijfeld door de leden der Afdeling zal worden gedeeld. De Vergadering geeft door applaus van haar instemming blijk.

Ingekomen zijn :

1°. Kennisgevingen van de Heeren T. PLACE en E. F. VAN DE SANDE BAKHUYZEN dat zij verhinderd zijn de vergadering bij te wonen.

2°. Schrijven van den Hoofdingenieur-Directeur van den Rijkswaterstaat in de 10^{de} directie, dd. 22 November 1910, ter begeleiding van een bestek, waaruit blijkt op welke plaatsen in Nederland weldra een 36-tal grondboringen zullen plaats hebben voor het verschaffen van drinkwater. Om de uitkomsten dier boringen te kunnen mededeelen wordt verzocht te willen opgeven aan wien die mededeelingen moeten worden gedresseerd.

Geantwoord zal worden dat die mededeelingen gezonden kunnen worden aan de Geologische Commissie uit de Akademie.

3°. Schrijven van het lid der Afdeling, den Heer C. LELY, in zijne kwaliteit van Voorzitter der Geologische Commissie uit de Akademie, met bericht dat de Heer J. M. VAN BEMMELEN, rustend lid der Afdeling, wegens hoogen leeftijd en den slechten staat zijner gezondheid ontslag heeft genomen als lid dier Commissie en met het verzoek nog eenigen tijd te willen wachten met de aanvulling der vacature, daar een paar leden van de Commissie thans buitenslands zijn.

Aan het verzoek van de Commissie zal gevolg worden gegeven.

De Voorzitter herinnert aan de groote verdiensten, die de Heer VAN BEMMELEN zich als lid en Secretaris der Geologische Commissie heeft verworven en spreekt zijn leedwezen uit, dat de Heer VAN BEMMELEN door zijn gezondheidstoestand gedwongen is het lidmaatschap der Commissie nêer te leggen.

4°. Schrijven van de Universiteit te Toulouse met bericht dat den 27^{en} October j.l. de afdelingen voor geneeskunde en natuurwetenschappen van hare bibliotheek door brand zijn vernield en met het verzoek dat de Akademie ook haar steun verleene tot het herstellen van het verlies door het afstaan van een nieuw compleet exemplaar der werken van de wis- en natuurkundige Afdeling.

De Secretaris deelt mede, dat slechts één compleet exemplaar van hare werken in het bezit der Afdeeling is, maar hij doet een beroep op de leden der Akademie, die wellicht het in hun bezit zijnde exemplaar dier werken zouden kunnen missen om in een geval als dit de Akademie in de gelegenheid te stellen haar hulp te verleen.

De Heer P. ZEEMAN brengt, namens de daarvoor in de September-vergadering benoemde Commissie, het volgende verslag uit over een schrijven van den Minister van Binnenlandsche Zaken, betreffende een subsidieaanvraag van het „Comité international des Tables Physico-chimiques”:

In antwoord op den brief van den Minister van Binnenlandsche Zaken No. 2491, afdeeling K. W. van 17 September 1910, toegezonden aan de Wis- en Natuurkundige Afdeeling der Koninklijke Akademie van Wetenschappen met verzoek om bericht en raad betreffende een request van Prof. ERNST COHEN te Utrecht, heeft de Commissie, benoemd om dienaangaande advies uit te brengen, de eer het volgende te berichten:

In de Algemeene Vergadering van het zevende Congres voor Toegepaste Chemie, gehouden te Londen op 2 Juni 1909, werd besloten eene Internationale Commissie te benoemen, die zorg zou dragen voor de *jaarlijksche* publicatie van numerieke gegevens en physische constanten, welke van nut kunnen zijn bij de uitvoering van physische en chemische onderzoekingen.

In den titel dezer geprojecteerde jaarlijksche Tabellen werd oorspronkelijk de term physisch-chemisch gebruikt. Bij verdere ontwikkeling van het gronddenkbeeld der onderneming bleek deze term te weinig omvattend. De volledige titel der Tabellen zal nu luiden: Jaarlijksche Tabellen van chemische, physische en technologische constanten en numerieke gegevens.

Tot Lid der genoemde Internationale Commissie voor Nederland werd de Heer ERNST COHEN te Utrecht benoemd.

Op eene vergadering, den 12^{ten} October 1909 te Parijs gehouden, werd besloten reeds in 1910 tot het samenstellen der bedoelde Tabellen over te gaan en den financiëelen steun in te roepen der Regeeringen en van verschillende wetenschapsverenigingen.

Namens dit Comité International verzoekt de Heer COHEN den Minister het daarheen te willen leiden dat door de Nederlandsche Regeering gedurende de jaren 1910, 1911 en 1912 jaarlijks een bedrag van f 800 voor het omschreven doel wordt beschikbaar gesteld.

Het geld, dat het Comité tracht bijeen te brengen, is noodig voor het honoreeren der medewerkers, die de tabellen maken door excerpten uit de literatuur bijeen te brengen en voor eene tegemoetkoming in de kosten van uitgave gedurende de 3 eerste jaren. Daarna hoopt het Comité dat de verkoop der Tabellen de kosten voldoende zal dekken.

Verscheidene Nederlandsche vereenigingen zijn bereid gevonden financiëelen steun te geven, zoodat gedurende de jaren 1910, 1911 en 1912 eene jaarlijksche som van f 800 beschikbaar is.

Het bedrag, dat aan de Nederlandsche Regeering wordt gevraagd, is dus gelijk aan het bedrag dat de particuliere vereenigingen hebben toegezegd.

Ten slotte wijzen wij er op, dat de internationale Associatie van Akademiën in hare vergadering (Mei 1910) te Rome heeft besloten het patronaat over het internationale Comité voor de physico-chemische Tabellen te aanvaarden, daarbij den wensch uitsprekende dat dit Comité voeling zou houden met het Internationaal Comité van den Catalogus voor wetenschappelijke Literatuur.

De meerderheid der Commissie is, na overweging van de vraag of het inderdaad van eenig voordeel voor de wetenschap mag worden gerekend, indien Tabellen als de geprojecteerde tot stand komen, tot een bevestigend antwoord gekomen. Zij meent dat daardoor belangrijke numerieke gegevens, die men anders slechts met veel moeite zal kunnen vinden, gemakkelijk bereikbaar worden. De internationale Catalogus en de Jaarberichten geven hier slechts begrensde hulp. Tabellen als die van LANDOLT en BÖRNSTEIN kunnen bijna nooit „up to date” zijn en kunnen buitendien op verre na niet alle constanten behandelen.

De commissie meent verder dat, indien de Tabellen op geregelde tijden kritisch bewerkt worden, de publicatie in belang zou winnen. Het valt toch niet te ontkennen dat, nu het niet in de bedoeling ligt om de gegevens uit de literatuur dadelijk kritisch te ziften, ook waardeloos materiaal wordt verzameld. Een der leden van onze Commissie is dan ook van meening dat het nut, voor de physica althans, niet in overeenstemming is met de moeite en kosten, die aan het maken der Tabellen besteed zouden moeten worden.

Eenstemmig is echter de commissie van oordeel, dat, mochten de voornaamste landen waar wetenschap beoefend wordt het plan steunen, Nederland niet achter mag blijven. Aan een gedrukte mededeeling van het internationale comité voor publicatie der Tabellen ontnemen wij dat de Regeeringen van Oostenrijk, Frankrijk, Italië en Zwitserland reeds (voor het tijdsverloop van drie jaren) haar

financieelen steun hebben toegezegd. Verder is het ons bij navraag gebleken dat ook de Preussische Akademie der Wissenschaften te Berlijn gelden voor de onderneming beschikbaar zal stellen.

Met het oog op de genoemde omstandigheden, dat de publicatie nuttig is en dat de voornaamste landen medewerking verleen en reeds door verschillende wetenschappelijke genootschappen in Nederland subsidie toegezegd is, adviseert de commissie, dat de Akademie den Minister voorstelle het gevraagde subsidie voor drie jaren te verleen.

26 November 1910.

J. D. v. D. WAALS.

S. HOOGWERFF.

H. HAGA.

P. ZEEMAN.

F. A. H. SCHREINEMAKERS.

Physiologie. — De Heer ZWAARDEMAKER biedt eene mededeeling aan, namens den Heer F. J. J. BULTENDIJK: „*Over het zuurstof-verbruik van het zenuwstelsel*”.

(Mede aangeboden door den Heer T. PLACE).

(Medegedeeld in de vergadering van 29 October 1910).

Door middel eener methode, welke ik op het 8e Internationale physiologen Congres demonstreerde, was ik in staat de hoeveelheid O_2 te bepalen, welke een uitgenomen dierlijk weefsel aan een vloeistof onttrok. In de volgende experimenten werden de hersenen, ruggemerg of eenige periphere zenuwen van verschillende vissen in eene Ringersche zoutoplossing gebracht, waarvan na eenigen tijd het O_2 gehalte werd bepaald. Door de gebezigde methode en het gebruikte toestel kon de proeffout tot op 2—3 mm.³ O_2 worden teruggebracht.

WINTERSTEIN¹⁾ bepaalde het O_2 verbruik van het ruggemerg van den kikvorsch op 260—300 mm.³ per uur en gram, terwijl bij gelijke temperatuur spieren van hetzelfde proefdier 80—100 mm.³ O_2 per gram en uur verbruiken. (THUNBERG²⁾).

Dit opvallend hooge O_2 verbruik van het centraal zenuwstelsel kon ik ook aantoonen. Zoo vond ik dat het ruggemerg van den kikvorsch in een Ringersche vloeistof 180—250 mm.³ O_2 verbruikte,

¹⁾ WINTERSTEIN, Zeitschr. f. Allgem. Physiol. 1907 blz. 315—392.

²⁾ THUNBERG, Scand. Archiv. für Physiol. Bd. 17.

terwijl voor de spieren ook ± 80 mm.³ werd gevonden. Voor de studie der stofwisseling der hersenen bleken vissen zeer geschikte proefdieren. Immers KULABKO¹⁾ kon de hersenen van zoetwatervissen met dusdanige vloeistof doorstromen, dat de ademhalingsbewegingen voortduurden. Een dergelijke vloeistof is dus bij uitstek geschikt om de uitgenomen vischhersen daarin te doen voortleven.

Voor mijne proeven gebruikte ik zoetwatervissen als *Esox lucius*, *Lucioperca sandra*, *Tinca vulgaris*, *Idus melanotus*, *Perca fluviatilis*, waarvoor steeds een zoutoplossing kon worden gevonden, welke bij doorstroming volgens KULABKO de adembewegingen deed terugkeeren. Voor het O_2 verbruik der hersenen van zeevissen gebruikte ik eenvoudig een NaCl oplossing met eene osmotische spanning gelijk die van het proefdier (volgens de opgaven van BOTAZZI²⁾); mij stonden ter beschikking exemplaren van *Gadus morrhua*, *Gadus merlangus*, *Trigla* etc.

De cijfers voor de hersenen, van versch gedooide dieren afkomstig, loopen niet zeer uiteen. Eenige uitkomsten zijn in de eerste kolom (A) van tabel I aangegeven. In de tweede kolom (B) ziet men de hoeveelheid O_2 door de hersenen van vissen verbruikt, welke in het aquarium eenige uren vóór het experiment gestorven waren.

TABEL I.

Verbruikte hoeveelheid O_2 per gram en uur door de hersenen van vissen.

A.	B.
1. <i>Idus melanotus</i> 124 mm ²	1. <i>Trygon pastinaca</i> 39 mm ¹
2. " " 103 "	2. <i>Lucioperca sandra</i> 36 "
3. " " 117 "	3. <i>Idus melanotus</i> 23 "
4. <i>Perca fluviatilis</i> 127 "	4. <i>Gadus morrhua</i> 34 "
5. <i>Tinca vulgaris</i> 110 "	
6. <i>Gadus merl.</i> 84 "	
7. <i>Trigla hirundo</i> 94 "	

Behalve de in de tabel vermelde cijfers kreeg ik nog eenige uitkomsten, welke veel lager waren en bijv. slechts 9 of 6 mm.³ O_2 per gram en uur bedroegen. Een dergelijk O_2 verbruik werd ook zelfs twee etmalen na den dood van het individu voor de hersenen vastgesteld

¹⁾ KULABKO, Archiv. intern. de physiol. IV p. 437.

²⁾ BOTAZZI, Ergebnisse der Physiol.

en is dus slechts een accessorische ademhaling in den zin van Batelli.

Tijdens het onderzoek bleek het mij, dat men het O_2 gehalte der gebruikte vloeistof (in den aanvang met lucht verzadigd) niet onder de 3 cc. O_2 per liter moest laten dalen. Was dit het geval, dan daalde de door het weefsel verbruikte O_2 aanmerkelijk.

Een ander feit, waarmede men rekening dient te houden, is de afsterving, welke plaats heeft ook al is de vloeistof van goede samenstelling. Zoo verbruikten hersenen van *Peregrina fluviatilis* bij een proefduur van 30 minuten $184 \text{ mm}^3 O_2$ (per gram en uur berekend). Nadat zij een uur tusschen twee horlogeglazen waren bewaard, was de uitkomst $162 \text{ mm}^3 O_2$ (bij een experiment van 30 minuten). Bij een ander exemplaar waren deze cijfers resp. $173 \text{ mm}^3 O_2$ en $145 \text{ mm}^3 O_2$. Men ziet dus, dat de afname van het O_2 verbruik door de afsterving in de eerste uren in zulke weefsels van koudbloedigen nog niet belangrijk behoeft te zijn. Wel neemt echter de verbruikte hoeveelheid O_2 (per gram en uur) sterk af, wanneer men herhaaldelijk de vloeistof verscheidt (bijv. telkens na 20 minuten). In fig. 1 zijn twee van der-

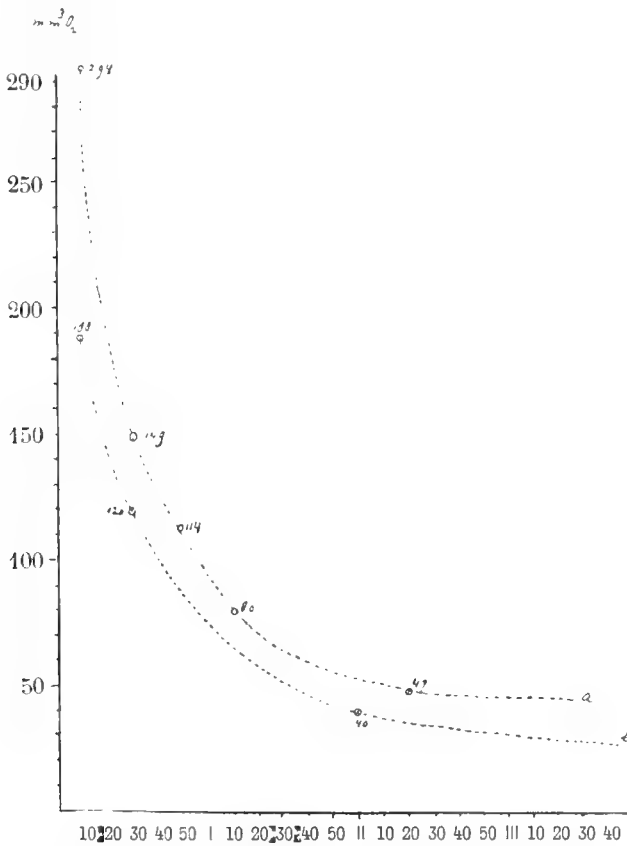


Fig. 1.

gelijke proeven in teekening gebracht. Op de lijn der abscissen is de tijd uitgezet welke verlopen is sinds het begin van het experiment, op die der ordinaten de verbruikte hoeveelheid O_2 per gram en uur. Curve *a* heeft betrekking op de adembaling der hersenen van een *Gadus merlangus*, curve *b* op een proef bij een *Esox lucius*. Men ziet, dat de afname van het O_2 verbruik door herhaalde vochtverversching regelmatig daalt. In hoeverre dit aan eene uitwassing van vitale (oxydative) fermenten moet worden toegeschreven, wilde ik vooralsnog in het midden laten.

In een volgende proefreeks onderzocht ik de hoeveelheid O_2 , welke door de lobi optici, lobi olfactori en kleine hersenen gezamenlijk werd verbruikt, evenals het quantum O_2 , door den hersenstam en medulla oblongata opgenomen, van dezelfde proefdieren afkomstig. In alle in tabel II vermeld staande experimenten werd het O_2 verbruik van den hersenstam belangrijk kleiner gevonden, dan van het overige deel der hersenen. De duur der proeven was steeds gelijk (20—25 minuten), het eindgehalte aan O_2 3—4 cc. per liter.

TABEL II.

Hoeveelheid O_2 (p. gram en uur) verbruikt door den hersenstam (kolom *A*) en door het overige deel der hersenen (kolom *B*).

	<i>A.</i>	<i>B.</i>
1. <i>Idus melanotus</i>	133 mm ³	202 mm ³
2. <i>Trigla hirundo</i>	160 „	177 „
3. <i>Gadus merlangus</i>	64 „	84 „
4. <i>Cyprinus carpeo</i>	136 „	200 „
5. <i>Tinca vulgaris</i>	43 „	66 „

Had ik tot hertoe getracht de vloeistof, waarin de hersenen ademden, zoo samen te stellen, dat de normale eigenschappen van het zenuwstelsel behouden bleven, eenige schadelijke invloeden heb ik ook nagegaan, welke experimenten een indruk geven, van het aandeel, dat de vitale processen aan het opnemen der O_2 hebben. Men ziet uit de proeven van tabel III, dat aether, gedistilleerd water, en een geringe aciditeit der zoutoplossing de gaswisseling sterk doen dalen, terwijl een geringe toename der alcaliteit slechts met eene geringe daling gepaard gaat.

TABEL III.

Hoeveelheid O_2 (p. gram en uur), door de hersenen opgenomen uit een Ringersche vloeistof (kolom *A*) en uit een andere vloeistof (kolom *B*).

<i>A.</i>		<i>B.</i>	
1. Scardinius erythrophth	133 mm ³	Aether-zoutopl.	37 mm ³
2. Idus melanotus	202 "	" "	84 "
3. Clupea harengus	44 "	" "	4 "
4. Tinca vulgaris	31 "	" "	3.5 "
5. Scardinius erythrophth	124 "	Aqua dist.	43 "
6. " "	70 "	" "	34 "
7. Lucio perca sandra	72 "	$\frac{1}{100}$ N.HCl	19 "
8. Gadus merlangus	84 "	$\frac{1}{100}$ N.KOH	64 "

In het glazen vat, waarin de hersenen te midden der vloeistof ademen, waren eenige electroden aangebracht, waardoor het weefsel tijdens de proef met inductiestroommen kon worden geprikkeld.

Vooreerst kan ik mededeelen, dat in de controleproeven de zout-solutie alleen of met de daarin gebrachte stukjes vloeipapier geen noemenswaardige afname van haar O_2 gehalte onderging, wanneer gedurende 30—60 minuten inductiestroompjes (van de bij prikkeling gebruikte sterkte) door de vloeistof werden geleid. Anders echter, wanneer zich in de vloeistof hersenen bevonden. In tabel IV ziet men dat hersenen, welke krachtig ademen, bij prikkeling belangrijk meer verbruiken. Daarentegen ziet men bij zwak ademde (doode) hersenen bijna geen toename door de prikkeling. In de eerste drie experimenten vindt men ook het O_2 verbruik na de prikkeling aangegeven.

TABEL IV

Hoeveelheid O_2 door de hersenen (per gram en uur) verbruikt (kolom *A*), bij prikkeling gedurende 20—30 minuten (kolom *B*) en daarna (kolom *C*).

	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>
1. Lucio perca Sandra	208 mm ³	275 mm ³	229 mm ³
2. Tinca vulgaris	110 "	150 "	98 "
3. Gadus morrhua	67 "	87 "	— "
4. " " 1)	23 "	28 "	— "

1) Voor *Rana* vond ik bij het ruggemerg een verbruik van 150 mm³ O_2 bij prikkeling 178 mm³ O_2 daarna 141 mm³ O_2 per gram.

De hier aangetoonde vermeerdering van het O_2 verbruik is in verband met de gebruikelijke opvatting der stofwisseling in het centraal zenuwstelsel niet onverwacht.

Voor het onderzoek naar het O_2 verbruik van perifere zenuwen, gebruikte ik de kopzenuwen van groote exemplaren van *Gadus morrhua*; daar bij die proefdieren elk een voldoende hoeveelheid zenuwweefsel gaf om een gemakkelijk aantoonbare hoeveelheid O_2 uit de Ringer-oplossing te verbruiken. Elke proef duurde 30—60 minuten.

De resultaten heb ik in fig. II in teekening gebracht.

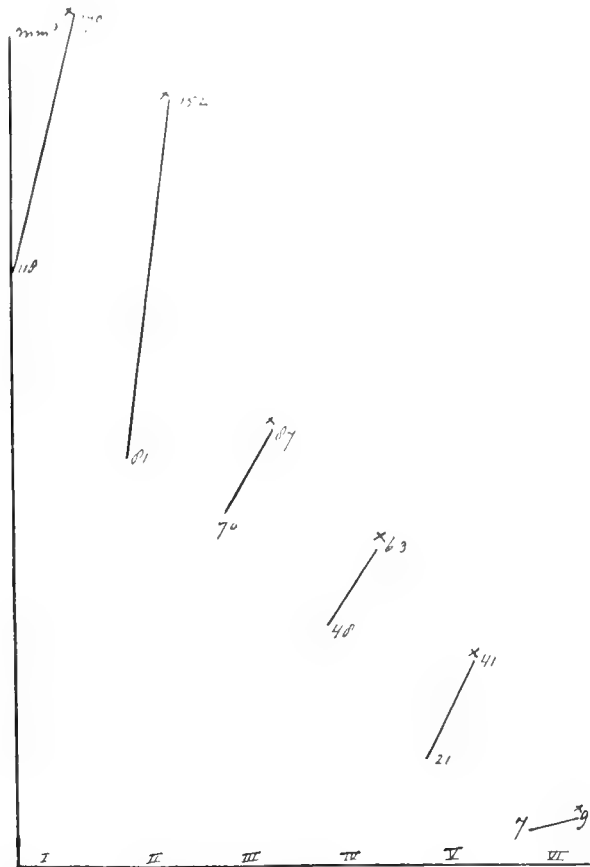


Fig. 2.

De ordinaat geeft de verbruikte O_2 hoeveelheid (per gram en uur), de abscis de op een bepaalde wijze gerangschikte proefnummers. Men ziet dat bij prikkeling (in de figuur door * aangegeven) de ver-

bruikte hoeveelheid O_2 grooter is, en wel te meer is toegenomen naarmate de oorspronkelijk verbruikte hoeveelheid grooter is ¹⁾.

Door de welwillende medewerking van den Directeur van het Kon. Zoöl. Gen. Natura Artis Magistra, aan wien ik ook hier mijn oprechten dank uitspreek, kon ik deze onderzoekingen uitvoeren.

Natuurkunde. — De Heer HAGA doet eene mededeeling, mede namens den Heer J. BOEREMA: „*De electromotorische kracht van het WESTON-normaalelement*”.

In de October 1908 te Londen gehouden internationale conferentie over elektrische eenheden, werden o.a. voorschriften gegeven voor het samenstellen van het WESTON-element wanneer dit als standaard voor de electromotorische kracht zou kunnen dienen: als waarde dezer kracht van het WESTON-normaalelement bij 20° werd, in afwachting van meerdere nauwkeurige metingen, voorloopig 1.0184 internationale volts aangenomen.

De gewone wijze van meting der E. K. van een element berust op het meten der sterkte van den stroom, waardoor, tusschen de uiteinden van een bekenden weerstand, een potentiaalverschil ontstaat gelijk aan dat van het element.

De verschillende bepalingen onderscheiden zich door de methode der stroommeting. Zoo werd, om ons tot de metingen der vijf laatste jaren te bepalen, in 1906 in het *Bureau of Standards* te Washington ¹⁾ de stroom gemeten door middel van een electro-dynamometer, bestaande uit twee draadklossen wier assen horizontaal en loodrecht op elkaar geplaatst waren en waarvan de kleinste aan een phosphorbronsdraad opgehangen was binnen den andere; uit de afmetingen der draadklossen, den torsiecoëfficiënt van den ophangdraad en de torsie noodig om bij

¹⁾ Voor de kikkorschenuw was het mij niet mogelijk een vermeerderde O_2 -consumptie bij prikkeling aan te toonen. In de volgende tabel staat onder de kolom *A* de hoeveelheid O_2 door de Nervi ischiadici van *Rana* verbruikt, onder kolom *B* tijdens prikkeling

	<i>A.</i>	<i>B.</i>
1.	64	66
2.	48	52
3.	35	31
4.	23	25

De geringe verschillen vallen geheel binnen de proeffouten.

²⁾ Bulletin, Bureau of Standards vol. 2. Nr. 1. p. 33.

het doorgaan van den stroom den binnensten klos in den oorspronkelijken stand te houden, werd de stroomsterkte gevonden.

In 1907 werd in het *National Physical Laboratory* te Teddington ¹⁾ een ampère-balans gebruikt, waarbij aan ieder uiteinde der balans een draadklos met vertikale as was opgehangen in een vaststaanden klos wiens as met die van den bewegelijken samenviel; de bij het doorgaan van den stroom ontstane draaiing van de balans werd door gewichten opgeheven; uit het bedrag dezer gewichten en de afmetingen der draadklossen kon de stroomsterkte worden gevonden.

Op overeenkomstige wijze werd in het *Laboratoire central d'électricité* te Parijs ²⁾ in 1908 de stroom gemeten; de uitvoering week echter in zooverre van de Engelse af dat, terwijl daar de klossen vrij lang waren en met een enkele laag bewikkeld, de draadklossen veel korter en met vele (12—18) lagen windingen omwonden waren; zonder twijfel zal hierdoor de nauwkeurige uitmeting zeer bemoeijlikt worden.

Als waarde voor de E. K. van het Weston-normaalement bij 17° werd gevonden :

<i>Bureau of Standards</i>	1.01864 Volt
<i>National Physical Laboratory</i>	1.01830 „
<i>Laboratoire Central d'électricité</i>	1.01869 „

waarbij in aanmerking moet worden genomen dat de stroom werd gemeten in C. G. S. ampères en de weerstand in internationale ohms.

In principe veel eenvoudiger dan deze methoden, waarbij vrij ingewikkelde uitdrukkingen moeten worden afgeleid om de kracht der op elkaar werkende draadklossen te kennen, is het den stroom door een tangenten-boussole te meten.

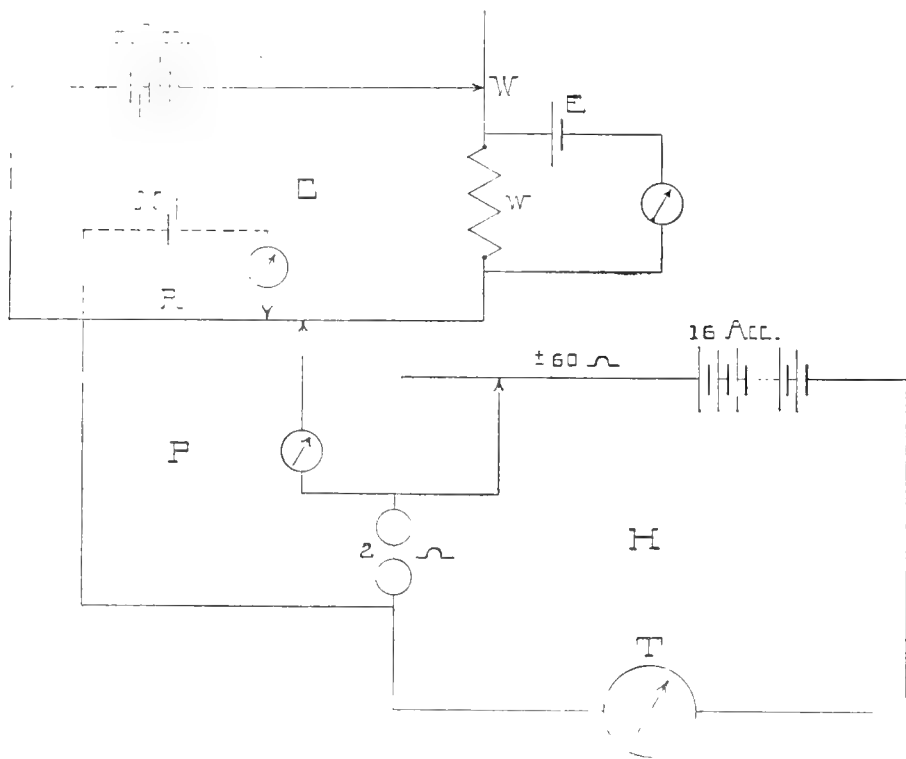
Daar het *Natuurkundig Laboratorium der Groningsche Universiteit* voor deze meting zeer geschikt was en het van veel belang genoemd moet worden een voor elektrische metingen zoo belangrijke grootheid langs verschillende wegen te bepalen, werd een nieuwe meting door middel van de tangenten-boussole ondernomen, al bestaat bij deze methode het bezwaar dat een fout in de waarde der horizontale intensiteit der aardmagneetkracht $5\frac{1}{2}$ maal vergroot in de waarde van de E. K. overgaat.

2. De inrichting der proeven is schematisch voorgesteld door nevensgaande figuur.

¹⁾ Phil. Trans. Roy. Soc. A. Vol. 207. p. 463.

²⁾ Bulletin de la Soc. internationale des Electriciens, 1908, 1910.

In de hoofdketen H werd een stroom van ongeveer $\frac{1}{2}$ ampère geleverd door een batterij van 16 accumulatoren; deze stroom doorliep een regelweerstand van manganinedraad van ongeveer 60 ohm



en twee weerstanden van 1 ohm; zijn sterkte werd gemeten door twee tangenten-boussoles. Deze beide weerstanden van 1 ohm waren voor dit onderzoek door OTTO WOLFF, Berlijn, vervaardigd uit manganinedraad van zoodanige doorsnede dat een stroom van 1 ampère slechts een geringe temperatuursverhoging te weeg zou brengen; de bij de proeven gebruikte stroom van $\frac{1}{2}$ ampère zal dus de temperatuur der beide weerstanden, die in een grooten van roertoestel voorzienen bak met parafineolie geplaatst waren, slechts uiterst weinig wijzigen. Hun weerstand in internationale ohm werd gevonden door vergelijking met twee standaardweerstand van 1 ohm, die zoowel vóór als na het onderzoek in de *Physikalisch Technische Reichsanstalt* met bijzonder groote zorg onderzocht waren.

De vergelijking geschiedde door de brug van WHEATSTONE, waarbij de vier takken gevormd werden door een vertakkingsweerstand (100, 0,05, 0,05, 100 ohm), de beide weerstanden van 1 ohm en de beide standaardweerstand van 1 ohm. Als galvanometer diende de JAEGER'sche galvanometer, door SIEMENS & HALSKE vervaardigd, met

draaibaren klos, met een weerstand van 9,5 ohm; een uitwijking van 1 mM. bij een schaa!safstand van 1 M. werd verkregen door een stroom van 1.4×10^{-8} ampère; de weerstanden konden tot op één millioenste ohm bepaald worden.

De beide tangenten-boussoles waren dezelfde die door de Heeren G. v. DIJK en J. KUNST bij hun bepaling van het electrochemisch equivalent van zilver gebruikt waren¹⁾; ze waren ten noorden en ten zuiden van een bifilair-opgehangen magneet geplaatst, zoodat onmiddellijk voor en na de stroommeting de horizontale intensiteit der aardmagneetkracht bepaald kon worden, terwijl gedurende de stroommeting de variometers voor de declinatie en de horizontale intensiteit werden afgelezen. De horizontale intensiteit der aardmagneetkracht werd op dezelfde wijze bepaald als in bovengenoemde verhandeling uitvoerig is meegedeeld; verbeterd werd alleen de methode van afstands-bepaling der magnetometers tot den bifilair-opgehangen magneet doordat in de vóór- en achterzijde der glazen buisjes, waarin zich de ophangdraden der magnetometers bevinden, 3 mM. breede en 1 cM. hooge openingen werden uitgevijld, zoodat de plaats der ophangdraden op een daarachter geplaatste horizontale in mM. verdeelde glazen schaal nauwkeurig bepaald kon worden; behalve bij deze bepaling werden de openingen door een papieren kokertje gesloten; ook werd de houten 3-meter lat, dienende voor de meting der schaa!safstanden, door een geelkoperen vervangen. Van de zuidelijk geplaatste tangenten-boussole waren de dikke koperen reepen, die den stroom toevoerden, vervangen door twee dunne koperdraden, die dicht bij elkaar in een vlak loodrecht op den magnetischen meridiaan geplaatst waren.

Het potentiaalverschil tusschen de uiteinden van den weerstand van 2 ohm werd, door middel van de compensatiebank van RAPS, vergeleken met dat van het WESTON-normalelement N , waarvoor het element gemerkt C_{20} genomen werd; daartoe werd, op de bekende wijze — door een hulpbatterij van 3 accumulatoren, een regelweerstand W , den vasten weerstand w van 10190 ohm, het WESTON-element E — een stroom van ongeveer 0,0001 ampère verkregen en werd de compensatieweerstand R bepaald, noodig om den stroomkring van N stroomloos te maken; daarna werd in de hoofdketen II de weerstand zoodanig geregeld dat met denzelfden weerstand R geen stroom in de keten P liep. Was dit bereikt zoo deed de gelijktijdige aflezing der tangenten-boussoles de sterkte van den hoofdstroom kennen.

Daar echter een volkomen gelijkheid van den compensatieweerstand

¹⁾ Arch. Néerland. Série II, Tome 4X, p. 442.

in beide gevallen niet te verkrijgen was, werd een deel der metingen gedaan waarbij de compensatieweerstand in den stroomkring P iets kleiner, een ander deel waarbij de compensatieweerstand iets grooter was dan in den kring van het normaalelement, zoodat door interpolatie de juiste waarde van den stroom kon worden gevonden.

Als galvanometer bij de compensatiebank werd een van EDELMANN gebruikt, met draaibaren klos van 240 ohm; een uitwijking van 1 mM. bij 1 M. schaalsafstand werd veroorzaakt door een stroom van $3,6 \times 10^{-10}$ ampère; met dezen galvanometer was het mogelijk de hier voorkomende compensatieweerstanden met een nauwkeurigheid van een tienduizendste procent te bepalen.

Wegens de veldmagneten der beide galvanometers bevonden de stroomkringen P en C zich op grooten afstand van de tangenten-boussoles.

3. De WESTON-normaalelementen werden door een van ons (J. B.) vervaardigd volgens de voorschriften van het *National Physical Laboratory*¹⁾: het kwikzilver werd onder doorleiden van kleine luchtbelletjes in een luchtverdunde ruimte, daarna een paar maal in vacuo gedistilleerd; het cadmium-almagaam werd electrolytisch bereid, waarbij als anode zuiver cadmium van Kahlbaum gebruikt werd; 100 gewichtsdeelen van het amalgaam bevatten $12\frac{1}{2}$ gewichtsdeelen cadmium; het door Kahlbaum geleverde cadmiumsulfaat „zur Arsenbestimmung” werd eenige malen omgekristalliseerd; het mercurio-sulfaat werd verkregen door uit sterk salpeterzuur en kwikzilver een zure oplossing van mercurio-nitrat te bereiden, en dit, onder krachtig schudden, in een fijnverdeelden stroom in warm verdund zwavelzuur te gieten. Het precipitaat werd gefiltreerd, met verdund zwavelzuur en daarna een zeer groot aantal malen met een neutrale oplossing van cadmiumsulfaat uitgewassen.

Op verschillende tijden werden de elementen vervaardigd; ze werden met de blaasvlam dichtgesmolten, en bewaard in koperen bakjes met parafine-olie gevuld. Uit onderstaande tabel 3 blijkt dat de E. K. der elementen onderling zeer weinig verschilt; hun E. K. was 20×10^{-6} volt hooger dan de E. K. van een drietal in October 1908 door het *National Physical Laboratory* welwillend afgestane elementen: S_5 , S_6 en S_8 ,²⁾ zoodat de ook elders opgedane ontdekking van de reproduceerbaarheid der WESTON-normaalelementen, mits met zorg bereid, geheel bevestigd is.

4. De voor de stroombepaling noodige afmetingen der instrumenten :

¹⁾ Phil. Trans Roy. Soc. A. 207, p. 393.

²⁾ Deze elementen bevatten cadmiumamalgaam met 10% cadmium.

T A B E L 1.

Datum	H_z	H_N	$H(i_1)$	$H(i_2)$	i_z	i_N
26 Sept.	0.18154	0.18148	0.18150	0.18156	0.50915 0.50924	0.50910 0.50915
	0.18157	0.18154	0.18153	0.18159		
	0.18161	0.18162	0.18156	0.18162		
27 Sept.	0.18172	0.18172	0.18175	0.18147	0.50918 0.50917	0.50923 0.50916
	0.18166	0.18168	0.18176	0.18148		
	0.18147	0.18149	0.18170	0.18143		
28 Sept.	0.18181	0.18178	0.18164	0.18158	0.50925 0.50927	0.50908 0.50922
	0.18158	0.18161	0.18164	0.18157		
	0.18164	0.18163	0.18162	0.18155		
29 Sept.	0.18124	0.18128	0.18136	0.18134	0.50919 0.50923	0.50904 0.50907
	0.18133	0.18133	0.18134	0.18132		
	0.18131	0.18133	0.18140	0.18138		
30 Sept.	0.18153	0.18146	0.18149	0.18149	0.50919 0.50920	0.50915 0.50924
	0.18149	0.18144	0.18145	0.18145		
	0.18152	0.18144	0.18149	0.18149		

T A B E L 2.

Datum	t	R_P	R_N	t_N	R	E. K. $C_{2,17^\circ}$ bij 17°
26 Sept.	0.50913	10190.2	10191.0	15.6	1.99998 ₁	1.01827
	0.50920	10191.1	10191.0	15.6	1.99997 ₆	1.01832
27 Sept.	0.50920	10191.7	10191.1	15.7	1.99996 ₅	1.01828
	0.50916	10190.6	10191.0 ₃	15.8	1.99997 ₁	1.01831
28 Sept.	0.50917	10190.7	10190.9	16.0	1.99997 ₆	1.01830
	0.50924	10191.3	10190.9 ₃	16.0	1.99998 ₁	1.01839
29 Sept.	0.50912	10190.6	10190.8	18.2	2.00000 ₇	1.01834
	0.50915	10191.2 ₅	10190.8	18.2	2.00000 ₇	1.01836
30 Sept.	0.50917	10190.7	10191.0	16.5	2.00002 ₄	1.01836
	0.50922	10191.2 ₅	10191.0	16.5	2.00001 ₈	1.01840
Gemiddeld						1.01833

de stralen der tangenten-boussoles, de lengte en afstand der ophangdraden van den bifilair-opgehangen magneet, enz., werden door een van ons (J. B.) bepaald door vergelijking met een standaard invarmeter wiens verdeelfouten gevonden werden door vergelijking met een dubbelen decimeter van invar, die in het *Bureau international des poids et mesures* te Breteuil onderzocht was.

5. De gang der metingen, waarbij de candidaten in de Wis- en Natuurkunde, de Heeren E. OOSTERHUIS en R. PALSMA hun hulp verleenden, is de volgende:

a. Bepaling van de horizontale intensiteit van de aardmagneetkracht door gelijktijdige aflezing van de standen van den bifilair magnetometer, de beide magnetometers der tangenten-boussoles en de variometers voor de horizontale intensiteit en de declinatie.

b. Bepaling van de uitwijkingen der beide tangenten-boussoles op het oogenblik dat de keten P stroomloos was, terwijl ook de compensatieweerstand R werd afgelezen; deze meting werd een oneven aantal malen (gewoonlijk 11) gedaan, telkens na omkeering van den stroom in de tangenten-boussoles; te gelijk met de tangenten-boussoles werden ook de variometers afgelezen.

c. Bepaling als onder *a.*

Voor de definitieve bepalingen zijn tien dergelijke reeksen metingen gedaan; het getal stroommetingen bedraagt dus vijftig bij iedere tangenten-boussole.

Wegens den storenden invloed van de electriche tram op de standen der magnetometers en variometers moesten de metingen des nachts genomen worden; tusschen half twaalf en twee uur konden twee reeksen volbracht worden.

De uitkomsten dezer metingen zijn samengesteld in de tabellen I en 2.

In tabel I geven de 2e en 3e kolom voor iederen dag de waarden der drie bepalingen van de horizontale intensiteit der aardmagneetkracht, afgeleid resp. uit de afwijkingen van den zuidelijk geplaatsten magnetometer: H_z en uit die van den noorder-magnetometer: H_n ; de 4^{de} en 5^{de} kolom geven de waarde van H , overeenkomende met den gemiddelden stand van den intensiteitsvariometer, resp. gedurende de 1^e en 2^{de} stroommeting, zooals die afgeleid worden uit de drie H -bepalingen. Met het gemiddelde van de op deze wijze verkregen waarden van H , de bekende stralen der tangenten-boussoles en de hoeken van afwijking, wordt, met in aanmerking nemen der noodige correcties, de sterkte van den stroom in ampères bepaald; voor iederen dag geeft de 6^{de} kolom onder elkander de sterkte van den stroom

TABEL 3.

Verschillen in de E. K. met die van C_{20} in microvolts ($10^{-6} V$),					
C_{13}	0	C_{24}	+ 1	C_{35}	- 2
C_{14}	0	C_{25}	+ 7	C_{36}	- 2
C_{15}	- 7	C_{26}	+ 3	C_{37}	- 6
C_{16}	+ 2	C_{27}	- 2	C_{38}	0
C_{17}	- 1	C_{28}	- 2	C_{39}	- 1
C_{18}	- 2	C_{29}	+ 4	C_{40}	+ 4
C_{19}	+ 8	C_{30}	+ 7	C_{41}	+ 8
C_{20}	-	C_{31}	+ 3	C_{42}	+ 6
C_{21}	+ 1	C_{32}	- 1	C_{43}	0
C_{22}	+ 5	C_{33}	+ 3		
C_{23}	+ 5	C_{34}	0		

bij de 1^{ste} en 2^{de} stroommeting afgeleid uit de zuider tangenten-boussole, de 7^{de} kolom hetzelfde uit de noorder tangenten-boussole.

In tabel 2 geeft de tweede kolom voor iederen dag de waarde der beide stroomsterkten als de middelwaarde van de beide laatste kolommen van tabel 1; de 3^{de} kolom den compensatieweerstand in den stroomkring P , de 4^{de} kolom dien in den stroomkring N ; zooals men ziet is iederen dag de eene waarde R_P grooter, de andere kleiner dan R_N . De 6^{de} kolom bevat de waarde van den 2 Ohm-weerstand voor de temperatuur, die deze weerstand gedurende den doorgang van den stroom had.

De E. K. van het gebruikte element C_{20} , bij de temperatuur in de 5^{de} kolom vermeld, wordt nu gevonden als het product $i \cdot R \cdot \frac{R_N}{R_P}$; uit de zoo gevonden waarde wordt, met behulp van den temperatuurcoëfficiënt, de E. K. voor 17° berekend; men vindt deze in de laatste kolom.

Daar volgens tabel 3 de gemiddelde E. K. van alle 31. elementen slechts 1 microvolt hooger is dan de E. K. van C_{20} is het resultaat van dit onderzoek dat de **E. K. van het Weston-normaalelement bij 17 1.0183₃ Volt** (intern. ohm; C.G.S.-ampère) is, welke waarde tot in de vierde decimaal als juist aangenomen kan worden,

Deze waarde is in zeer goede overeenstemming met de in het *National Physical Laboratory* gevondene.

Wegens den nog bestaanden twijfel aangaande de juiste waarde van het electrochemisch aequivalent van zilver is de verhouding tusschen de *C.G.S.*-ampère en de internationale nog niet geheel bekend, zoodat het nog niet mogelijk is het bovenstaand resultaat uit te drukken in internationale volts.

Dierkunde. — De Heer MAX WEBER doet eene mededeeling: „*Een nieuw geval van ouderlijke zorg voor de nakomelingen bij risschen*”.

Onder de opmerkelijke verschijnselen, die bij lager staande dieren weinig de aandacht getrokken hebben, zijn de gevallen van zorg der ouders voor hun nakomelingschap te noemen, die b.v. bij de visschen zoo talrijk zijn, dat de bekende amerikaansche natuuronderzoeker TH. GILL een omvangrijk artikel gewijd heeft aan: „*Parental care among fresh-water fishes*”¹⁾. Maar dit verschijnsel wordt evengoed onder zeevisschen aangetroffen, alhoewel het bij dezen gemakkelijker aan de waarneming ontsnapt.

De gewone opvatting is, dat de visschen onverschillig zijn voor het lot hunner eieren en jongen, dat hun zorg voor beiden, zoo zij al bestaat, meestal niet verder gaat dan het zoeken van een geschikte plaats voor hun ontwikkeling en dat slechts in enkele gevallen meer zorg besteed wordt b.v. door de eieren op een passende plaats vast te hechten, een nest voor hen te bouwen of op andere wijze voor hen te zorgen.

Nader toezien leert, dat zoodanige zorg nog veel actiever en vooral blijvender zich uiten kan.

Bekend is, dat b.v. bij den zeestekelbaars het mannetje uit plantendeelen en slijmdraden, die een afscheidingsproduct zijn van zijn nieren en in water hard worden, een vuistgroot nest weeft, waarin de eieren en later de jongen bewaard en dapper verdedigd worden. Bewaking en verdediging van eieren en broed wordt overigens vaker aangetroffen en gewoonlijk schijnt zich hiermede het mannetje te belasten. Het kan daarnaast nog op andere wijze zich het lot der eieren aantrekken en hen wat de Duitschers treffend „*Brutpflege*” noemen, deelachtig doen worden. Zoo is het mannetje van den snotdolf (*Cyclopterus lumpus*) ijverig bezig, terwijl het de tot een omvangrijken klomp vereenigde eieren bewaakt, de circulatie en

¹⁾ TH. GILL. SMITHSONIAN. Report 1905. p. 404.

verversching van het water in diens omgeving aan den gang te houden en tevens door dan hier, dan daar met zijn snuit in de massa eieren te boren, het oppervlak van den klomp te veranderen. Eveneens om aan de zuurstofbehoefte der eieren te voldoen, brengt de zoetwatervisch *Leucaspis delincatus* de planten, waartegen hij zijn eieren gehecht heeft, in schudding, door er telkens met zijn staart tegen te slaan.

Intiemer nog wordt de betrekking tusschen ouders en eieren bij een aantal vissen (*Cichlidae*, *Siluridae*, *Apogonidae*), waar, bij de eene soort het wijfje, bij de andere het mannetje, meestal evenwel het laatste, de eieren in zijn mondholte uitbroedt en waarin zelfs de jonge vischjes bij gevaar toevlucht vinden.

Niet minder eigenaardig is het verschijnsel, dat de eieren vastgekleefd worden aan de buikhuid van het mannetje. Bij *Aspredidae* groeit deze vervolgens in dier voege om de eieren, dat zij op een steel komen te zitten. Iets dergelijks vertoonen de mannetjes der zeepaardjes en zeenaalden (*Syngnathidae*). In het eenvoudigste geval worden bij hen de eieren in 2 of meer rijen door slijm langs de buikvlakte vastgeplakt; bij anderen worden zij door het wijfje in een broedzak gebracht, die in den voortplantingstijd langs het ventraalvlak van den staart van het mannetje zich ontwikkelt.

Met deze korte schets zijn de verschillende wijzen, waarop de ouders, meestal echter het mannetje, voor de nakomelingen zorgen, op verre na niet uitgeput. De kennis van een der merkwaardigste gevallen is te danken aan de beide roemrijke expedities naar Nederlandsch-Zuid-Nieuw-Guinea, die in 1907 en 1909 onder leiding van Mr. H. A. LORENTZ plaats hadden. Beide expedities hadden hun operatiebasis in de Lorentz-(Noord-)rivier, die hoog opgevaren en daarbij grondig op haar vischfauna onderzocht werd. Daarbij kwam ook voor den dag de door zijn vorm en evenzeer door zijn inwendigen bouw opmerkelijke *Kurtus Gulliveri* de Castelnau, vroeger slechts bekend uit de Norman- en Strickland-Rivier, de laatste een zijrivier van de Fly-Rivier, dus uit Britsch Nieuw-Guinea. Een tweede soort: *Kurtus indicus*, van veel geringere afmeting (van *Kurtus Gulliveri* werden tot 430 m.m. lange exemplaren meegebracht), leeft langs de kusten van den Indischen Archipel en van Voor-Indië. Beiden vormen de kleine familie der *Kurtidae* met het eenige genus *Kurtus*, onder meer daardoor gekenmerkt, dat in volwassen toestand het achterhoofd van het mannetje voorzien is van een beenigen, naar voren gekromden haak (zie Fig. 1), die van het supraoccipitale uitgaat en laatste resten van rudimentaire dorsaalstekels draagt. Wijfjes hebben geen spoor van dit toestel; bij mannetjes ontwikkelt het zich gelei-

delijk met het toenemen der grootte en schijnt zijn vollen omvang eerst tijdens de voortplanting daardoor te krijgen, dat de huid om den haak zwaardachtig aanzwelt. Hierdoor wordt, althans bij *Kurtus*

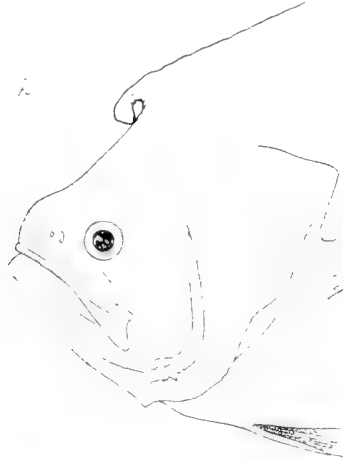


Fig. 1.

Gulliveri, het eind van den haak zoo omvangrijk, dat het zich naar voren en beneden krommende het oppervlak van den kop nagenoeg raakt en zoodoende een „oog” vormt, waarin de eieren gedragen worden. Dit gebeurt zoo, dat door het genoemde oog een ronde streng vastgehouden wordt, die aan weerszijden zich eerst grover, daarop fijner vertakt en eindelijk in fijnste draadjes uitloopt, aan welker uiteinden telkens een ei met zijn stevige maar doorschijnende kapsel is vastgehecht. De gezamenlijke eieren zijn dan aan weerszijden vereenigd tot eene min of meer ronde massa, die aan weerskanten op den kop van het mannetje rust (zie Fig. 2c). Aldus doorloopen de eieren hun ontwikkeling tot dat zij vrijkomen uit de eikapsel. In een der twee eierhoopen, ter mijner beschikking, hebben althans de eieren dit stadium haast bereikt, de jonge vischjes toch hebben oogen, een goed ontwikkelden staart en de dooierzak staat op het punt te verdwijnen.

Er zijn meer gevallen, dat bij visschen de eieren aan elkander gehecht zijn door een stof, die door ovarium of oviduct gevormd in min of meer vloeibaren of geleiachtigen toestand met de eieren uitgestoten wordt maar in het water eene vastere consistentie aanneemt.

Ik vermoed, dat het bij *Kurtus Gulliveri* zoo geschiedt, dat het vereenigde einde der beide oviducten de verbindende streng afscheidt en dat zijn zijdelingsche voortzettingen met de zich vertakkende uitloopers, die de eieren dragen, gevormd worden in de respektievelijke oviducten en ovarien. Voorts moet men aannemen, dat

dit geheele apparaat op een gegeven oogenblik in zijn geheel door den genitaalporus ontlast wordt, waarna het, met het water in aanraking gekomen, meerdere stevigheid krijgt in die deelen, die de eieren dragen.

Alvorens te trachten de moeilijke vraag te beantwoorden hoe dit apparaat onder en achter den haak van het mannetje komt, zij er op gewezen, dat tijdens de expeditie van 1907 op 6 October het net een 390 mm. lang exemplaar van *Kurtus Gulliveri* naar boven bracht, waarvan de haak maar weinig openstond, en dat het net tevens bevatte een der beschreven eierhoopen. De Heer J. W. VAN NOCHUUS, de tochtgenoot van den Heer LORENTZ, opperde toen de meening, dat die eiermassa wellicht achter den haak was gedragen geworden.

Dit werd bevestigd door de vangst van een 420 mm. lang exemplaar op 3 Maart 1910, dat inderdaad de eieren nog draagt, zooals blijkt uit nevensgaande tekstfiguur. Bij dit exemplaar vormde de haak met den kop een nagenoeg gesloten oog. Na verwijdering der verdikte huid blijkt de haak te bestaan uit een sikkelvormige uitgroeiing van het supraoccipitale, die naar voren uit eene uiterst smalle, van rechts naar links samengedrukte beenplaat bestaat. Haar karakter pleit er voor, dat zij door verbeening van het subcutane bindweefsel ontstond en met den groei van den visch allengs in afmeting toenam. Men ontwaart dan ook bij jonge mannetjes de eerste aanduiding van den haak slechts in den vorm van eene geringe protuberantie, die bij ouderen allengs den geschetsten vorm aanneemt.

Het zal overbodig zijn afzonderlijk te vermelden, dat een ingesteld onderzoek andermaal bevestigde, dat slechts de mannetjes den haak bezitten.

Dit zonderlinge toestel doet het eerst denken aan den frontalen, knotsvormigen, gebogen steekel (frontal elasper), die bij mannetjes van verschillende soorten van *Chimaera* wordt aangetroffen.

Maar dit is een beweegbaar, van voren van huidtandjes voorzien apparaat, dat in een huidtasch kan geborgen worden en dat gesteund wordt door een kraakbeenstuk. Al is zijn functie onbekend, zeker heeft zij met het dragen van eieren niets te maken. De beide apparaten zijn dus ook functioneel niet vergelijkbaar.

Het wil mij voorkomen, dat eerder een vergelijk te trekken is met de kamvormige verhooging van het occipitale bij *Selene*, die met den groei van het individu tevens in hoogte toeneemt; voorts met *Naseus (Acanthurus) nasicornis*, waar de schedel boven het oog een beenigen hoorn uitzendt, die met den onderdom van den visch steeds langer wordt.

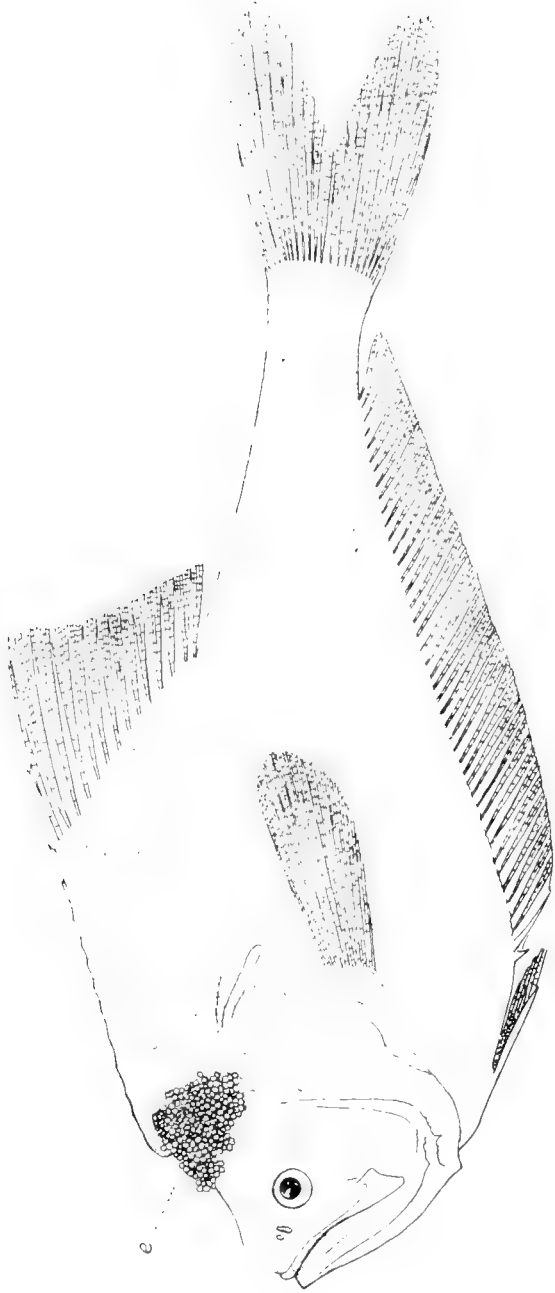


Fig. 2.

Meer moeilijkheden levert de vraag op hoe de haak bij *Kurtus Galliceri* in functie gesteld wordt, hoe dus de aan weerszijde een klomp eieren dragende korte streng onder den haak komt te liggen,

zoodat de beiderzijdsche klomp eieren symmetrisch op den kop van het mannetje komt te hangen.

Ik kan mij geen andere wijze van handelen van het bij het leggen der eieren betrokken paar denken, als dat het mannetje een vertikalen stand onder het wijfje inneemt en wel zoo, dat zijn kop geplaatst is onder den genitaalporus van het wijfje.

Zoodra door dien porus de thans nog zachte streng met de beiderzijdsche klomp eieren nittreedt, wordt hij opgevangen door den kop van het mannetje en wellicht door een voorwaartsche beweging van het mannetje onder den haak geschoven. Eenmaal met water in aanraking, zal de streng spoedig vaster worden, zich daarbij vormende naar den omvang van het „oog”, dat de haak met den kop vormt.

Deze verklaring is zuiver hypothetisch, maar ik weet geen betere te geven van de ingewikkelde manoeuvres die vereischt worden om de eieren op de gewenschte plaats te brengen. Eenmaal dáár, ligt het voordeel voor de ontwikkeling der eieren voor de hand, allereerst in een stroom als de Lorentz-rivier, die een sterk vlietende is, meer nog door dat hij telkens bij sterken regenval buiten zijn oevers treedt. Door den krachtigen vader gedragen, wordt het gevaar voor de eieren gering om tegen den oever of onder modder en steenen gespoeld te worden of ander letsel te ondervinden.

Maar daarmee is nog geen antwoord gegeven op de vraag hoe deze wonderlijke wijze van doen ontstond en op andere daaraan zich vastknoopende vragen. Of *Kurtus indicus* op gelijke wijze zijn haak gebruikt is mij niet bekend.

Wiskunde. — De Heer SCHOUTE biedt eene mededeeling aan, namens
DR. W. VAN DER WOUDE: „*Dubbelpunten eener c_n van 't geslacht 0 of 1.*”

(Mede aangeboden door den Heer D. J. KORTEWEG).

§ 1. Een kromme van den n^{den} graad is in 't algemeen bepaald door $\frac{1}{2} n(n+3)$ enkelvoudige voorwaarden. Zoo is een kromme van den vijfden graad bepaald door 20 punten, of — daar een dubbelpunt voor 3 enkelvoudige gegevens telt — door 6 dubbelpunten en 2 enkelvoudige punten. 't Is echter niet mogelijk de dubbelpunten eener rationale kromme van hoogerem graad dan den vijfden willekeurig aan te nemen; immers 't aantal dubbelpunten

dezer kromme bedraagt $\frac{1}{2}(n-1)(n-2)$ en voor $n > 5$ is driemaal dit aantal grooter dan $\frac{1}{2}n(n+3)$. Tusschen de dubbelpunten eener kromme van den n^{den} graad, wier aantal dubbelpunten grooter is dan $\frac{1}{6}n(n+3)$, moeten dus één of meer betrekkingen bestaan. „Tot dusver schijnt geen poging gedaan te zijn om die betrekkingen meetkundig uit te drukken;”¹⁾ in de volgende §§ wensch ik dit te doen voor de kromme van den zesden graad.

§ 2. Een kromme van den zesden graad is bepaald door 27 enkelvoudige gegevens, dus door 27 punten. Zij kan hoogstens 10 dubbelpunten bezitten; volgens 't voorafgaande kunnen hiervan 9 willekeurig aangenomen worden. Werkelijk is door 9 willekeurig aangenomen dubbelpunten een kromme van den zesden graad bepaald; deze is echter ontaard in een dubbel tellende kromme van den derden graad door die 9 punten.

Heeft dus een (niet ontaarde) kromme van den zesden graad 9 dubbelpunten, dan moet reeds tusschen deze een betrekking bestaan; slechts 8 kunnen er willekeurig aangenomen worden. In 't vervolg zullen wij steeds onder D_1, D_2, \dots, D_9 willekeurig aangenomen punten verstaan; de meetkundige plaats van 't punt, dat met deze een stelsel van 9 dubbelpunten vormt eener kromme van den zesden graad, die niet in een dubbel tellende kromme van den derden graad ontaardt, zullen wij voorloopig door j_n voorstellen, terwijl met c_n een willekeurige kromme van den n^{den} graad bedoeld wordt.

§ 3. Is D_9 een punt van j_n , dan bestaat er dus een (niet ontaarde) kromme van den zesden graad, die in elk der punten D_1, D_2, \dots, D_9 een dubbelpunt bezit; verder kunnen wij door deze 9 punten een kromme van den derden graad brengen. Worden deze beide krommen respectievelijk voorgesteld door de vergelijkingen $w_6 = 0$ en $u_3 = 0$, dan is door $w_6 + 2u_3^2 = 0$ een bundel van krommen van den zesden graad bepaald, waarvan elk in elk der basispunten van den bundel een dubbelpunt bezit. Derhalve:

Zijn D_1, D_2, \dots, D_9 dubbelpunten van een kromme van den zesden graad, die niet in een dubbel tellende kromme van den derden graad ontaard is, dan zijn deze punten de basispunten van een bundel

¹⁾ SALMON FIEDLER, Höhere ebene Kurven, p. 42.

van krommen van den zesden graad met 9 gemeenschappelijke dubbelpunten.

Kortheidshalve zullen wij een dergelijken bundel in 't vervolg een c_6 -bundel met 9 dubbelpunten noemen; natuurlijk gaat door elk punt één kromme van dezen bundel.

§ 4. Wij kiezen uit den c_3 -bundel bepaald door de basispunten D_1, D_2, \dots, D_8 er één, u_3 , uit; verder brengen wij een veranderlijke c_6 aan, die in D_1, D_2, \dots, D_8 dubbelpunten bezit, maar verder onbepaald is. Deze beide krommen snijden elkaar nog in 2 punten; de lijn, die deze beide punten verbindt snijdt u_3 nog in een punt T . Dit laatste punt is volgens de *Rest-Stelling* van SYLVESTER een vast punt, d. w. z. onafhankelijk van de door ons gekozen c_6 . 't Punt T is gemakkelijk te bepalen; als we voor c_6 een dubbeltellende c_3 aannemen, blijkt, dat T 't tangentiaal punt is van B_9 , 't negende basispunt der c_3 -bundel door D_1, D_2, \dots, D_8 .

Zijn van een c_6 bepaald de dubbelpunten D_1, D_2, \dots, D_8 en een punt P , dan is dus volgens 't voorafgaande nog een punt P' van c_6 bepaald; brengen wij n.l. door D_1, D_2, \dots, D_8 en P een kromme van den derden graad u_3 en bepalen wij op haar 't tangentiaalpunt T van B_9 , dan is 't derde snijpunt van TP met u_3 't bedoelde punt P' . Verder blijkt hierbij, dat alleen die punten van u_3 , die T tot tangentiaalpunt hebben, 't negende dubbelpunt *kunnen* zijn van een c_6 , die reeds in D_1, D_2, \dots, D_8 dubbelpunten heeft. Stellen wij echter den eisch, dat deze c_6 niet in een dubbeltellende c_3 ontaard mag zijn, dan telt een dezer punten, n.l. B_9 , niet mee; immers er is geen enkele niet ontaarde c_6 , die in D_1, D_2, \dots, D_8 en B_9 dubbelpunten heeft. Want dan zouden wij door deze punten en een willekeurig op de kromme c_6 gekozen punt een c_3 kunnen brengen, die dan al 19 punten met de c_6 gemeen zou hebben. Zijn echter J, J' en J'' de andere punten van u_3 , die T tot tangentiaalpunt hebben, dan zal elke c_6 , die dubbelpunten in D_1, D_2, \dots, D_8 heeft en door een dezer punten gaat, daar twee punten met u_3 gemeen hebben.

§ 5. Wij kunnen een c_6 -bundel bepalen door de dubbelpunten D_1, D_2, \dots, D_8 en 2 willekeurig gekozen punten P en Q ; de beide andere basispunten van den bundel P' en Q' zijn dan hierdoor volledig bepaald. Uit 't voorafgaande blijkt, hoe wij die beide laatste punten kunnen bepalen, en ook, dat één dezer punten b.v. P' onafhankelijk is van Q en 't andere Q' van P .

Wij verstaan nu weer onder u_3 een willekeurige kromme van den derden graad door D_1, D_2, \dots, D_8 , terwijl ook J, J' en J''

dezelfde beteekenis hebben als in § 4. Wij beschouwen verder den c_6 -bundel (β) , die $D_1, D_2 \dots D_8$ als dubbelpunten en bovendien J en een willekeurig punt Q als enkelvoudige basispunten heeft. Een willekeurige kromme uit (β) zal u_3 in J aanraken, terwijl 't laatste basispunt van (β) ligt op de c_3 door $D_1, D_2 \dots D_8$ en Q en op de vroeger aangegeven wijze te bepalen is; de lijn, die in J zoowel u_3 als een willekeurige kromme uit (β) aanraakt, noemen wij j . Trekken wij nog door J een willekeurige lijn l en is A een punt, dat zich langs l verplaatst, dan gaat steeds door A één kromme a_6 uit den bundel (β) : laten wij A met J samenvallen, dan zullen de lijnen j en l beide in J met a_6 twee punten gemeen hebben. Hieruit volgt, dat J nu een dubbelpunt van a_6 is en dus ligt op de kromme, die wij door j_u hebben aangeduid.

Is omgekeerd gegeven, dat J een punt van j_u is en brengen wij een c_3 door $D_1, D_2 \dots D_8$ en J , dan moet J 't zelfde tangentiaalpunt op c_3 bezitten als B_9 . Hiermee is bewezen:

Brengen wij een c_6 -bundel voort met dubbelpunten in de willekeurig gekozen punten $D_1, D_2 \dots D_8$ en enkelvoudige basispunten in een punt J van de kromme j_u en in een willekeurig gekozen punt Q , dan hebben de krommen uit dezen bundel in J een gemeenschappelijke raaklijn. In dezen bundel is een kromme begrepen, die in J een negende dubbelpunt bezit.

§ 6. Wij hebben gezien, dat op een willekeurige kromme u_3 uit den c_3 -bundel, die $D_1, D_2 \dots D_8$ en B_9 tot basispunten heeft, drie punten van j_u liggen; deze punten hebben op u_3 't zelfde tangentiaalpunt T als B_9 . Wij beschouwen nu eerst de meetkundige plaats van T , als u_3 den c_3 -bundel, dien wij verder (β') noemen, doorloopt. Elke lijn l door B_9 bepaalt één kromme uit (β') , die haar aanraakt; dus snijdt l de bedoelde meetkundige plaats buiten B_9 in één punt. Verder heeft deze in B_9 een driedubbelpunt, daar drie krommen uit (β') in B_9 een buigpunt bezitten. 't Punt T doorloopt dus een kromme t_4 van den vierden graad die in B_9 een driedubbelpunt bezit; de punten $D_1, D_2 \dots D_8$ liggen ook op t_4 , daar elk der lijnen $B_9 D_i$ door één kromme wordt aangeraakt.

Zij nu T' 't tangentiaalpunt van D_1 op u_3 , dan doorloopt, als weer u_3 den bundel (β') beschrijft, T' een kromme t'_4 van den vierden graad; t_4 en t'_4 hebben buiten de basispunten van (β') nog drie punten gemeen, wat er op wijst, dat 't driemaal gebeurt, dat eenzelfde punt tegelijkertijd 't tangentiaalpunt is van B_9 en D_1 . Hebben echter op een kromme uit (β') B_9 en D_1 't zelfde tangen-

tiaalpunt, dan zal D_1 op de kromme j_n liggen. Deze laatste wordt dus \sum_3 door u_3 in elk der punten $D_1, D_2 \dots D_n$ driemaal en verder nog in drie punten gesneden; zij is dus van den negenden graad.

Zijn $D_1, D_2 \dots D_n$ willekeurig gekozen punten, dan is de meetkundige plaats van 't punt, dat 't negende dubbelpunt kan zijn van een kromme van den zesden graad, die reeds in $D_1, D_2 \dots D_n$ dubbelpunten bezit, een kromme van den negenden graad j_n met driedubbelpunten in $D_1, D_2 \dots D_n$.

Bovendien hebben wij de volgende voortbrenging van j_n gevonden:

Bepalen wij op een kromme u_3 uit den c_3 -bundel (β') met de basispunten $D_1, D_2 \dots D_n$ de punten, die 't zelfde tangentiaalpunt hebben als 't negende basispunt B_n , dan zullen deze punten, als u_3 den bundel (β') doorloopt, de kromme j_n beschrijven.

§ 7. Wij willen thans ook langs analytischen weg aantoonen, dat de kromme j_n van den negenden graad is en driedubbelpunten bezit in D_1, D_2, \dots, D_n .

Daarvoor beschouwen wij 't krommennet $r = w_3 + \lambda u_3^2 + \mu v_3^2 = 0$, waarin $w_3 = 0$ een kromme van den zesden graad met dubbelpunten in $D_1, D_2 \dots D_n$ voorstelt, terwijl $u_3 = 0$ en $v_3 = 0$ de vergelijkingen zijn van 2 krommen van den derden graad door die 8 punten. De krommen van 't net, die door een willekeurig punt gaan, vormen een bundel; wij kiezen den bundel van krommen, die door een willekeurig punt J van j_n gaan. In § 5 hebben wij gezien, dat in dezen bundel één kromme voorkomt, die in J een negende dubbelpunt bezit; dus:

Elk punt van j_n is 't negende dubbelpunt van één der krommen, bevat in 't net (r).

§ 8. Wij nemen een willekeurigen driehoek $O_1 O_2 O_3$ als coördinatendriehoek aan: de meetkundige plaats van de dubbelpunten uit 't net $r = w_3 + \lambda u_3^2 + \mu v_3^2 = 0$ wordt dan gevonden door λ en μ te elimineeren uit de vergelijkingen $\frac{dv}{dx_1} = 0$, $\frac{dv}{dx_2} = 0$ en $\frac{dv}{dx_3} = 0$.

Als de vergelijking van die meetkundige plaats vinden wij dan

$$uv \left\{ \frac{dv}{dx_1} \left(\frac{du}{dx_2} \frac{dr}{dx_3} - \frac{du}{dx_3} \frac{dr}{dx_2} \right) \right\} + \frac{dv}{dx_2} \left(\frac{du}{dx_3} \frac{dr}{dx_1} - \frac{du}{dx_1} \frac{dr}{dx_3} \right) + \frac{dv}{dx_3} \left(\frac{du}{dx_1} \frac{dr}{dx_2} - \frac{du}{dx_2} \frac{dr}{dx_1} \right) = 0.$$

De factor uv in 't eerste lid dezer vergelijking beteekent eenvoudig, dat elk punt van de dubbeltellende krommen u_3 en v_3 als een dubbel-

punt beschouwd kan worden; als de meetkundige plaats van 't punt J vinden wij

$$\frac{dw}{dx_1} \left(\frac{du}{dx_2} \frac{dv}{dx_3} - \frac{dr}{dx_2} \frac{du}{dx_3} \right) + \frac{dw}{dx_2} \left(\frac{du}{dx_3} \frac{dr}{dx_1} - \frac{du}{dx_1} \frac{dr}{dx_3} \right) + \frac{dw}{dx_3} \left(\frac{du}{dx_1} \frac{dr}{dx_2} - \frac{du}{dx_2} \frac{dr}{dx_1} \right) = 0.$$

Deze uitdrukking van den negenden graad stelt dus de kromme j_n voor, die wij verder j_9 zullen noemen.

Wij laten nu 't hoekpunt O_3 van den coördinatendriehoek met D_1 samenvallen; de vergelijkingen der krommen w_6 , u_3 en v_3 worden gerangschikt naar de afdalende machten van x_3 , aldus geschreven:

$$\begin{aligned} w_6 &= x_3^4 (ax_1^2 + 2bx_1x_2 + cx_2^2) + \dots = 0 \\ u_3 &= x_3^2 (a'x_1 + b'x_2) + \dots = 0 \\ v_3 &= x_3^2 (a''x_1 + b''x_2) + \dots = 0 \end{aligned}$$

't Eerste lid der vergelijking, die de kromme j_9 voorstelt, blijkt nu geen enkelen term te bezitten, waarin x_3 tot een lagere macht dan de zesde voorkomt; D_1 is dus een driedubbelpunt van j_9 en $D_2, D_3 \dots D_8$ eveneens.

§ 9. Tot de krommen van den zesden graad, die in $D_1, D_2 \dots D_8$ dubbelpunten bezitten, behoort er een, die ontaard is in de lijn D_1D_2 en een kromme van den vijfden graad, die in $D_3, D_4 \dots D_8$ dubbelpunten heeft en bovendien door D_1 en D_2 gaat. Deze laatste wordt door D_1D_2 nog in 3 punten gesneden, die op j_9 moeten liggen; zoo zijn op elk der verbindingslijnen D_iD_k 3 punten van j_9 aan te wijzen.

Brengen wij aan een kegelsnede $D_1, D_2 \dots D_5$ en een kromme van den vierden graad, die in D_6, D_7 en D_8 dubbelpunten bezit en ook nog door $D_1, D_2 \dots D_5$ gaat, dan vormen ook deze beide tezamen een c_8 met dubbelpunten in $D_1, D_2 \dots D_8$; de 3 nog overige snijpunten van de beide krommen liggen op j_9 . Zoo worden op elk der 56 kegelsneden $D_iD_kD_lD_mD_n$ 3 punten van j_9 bepaald.

Elke c_3 door $D_1, D_2 \dots D_8$ snijdt j_9 behalve in deze punten nog in 3 andere; wij hebben reeds gezien, hoe deze punten te bepalen zijn. Ook hebben wij gezien dat B_9 , 't negende basispunt van den c_3 -bundel, niet op j_9 ligt; door 't hoekpunt O_3 van den coördinatendriehoek met B_9 te laten samenvallen, kunnen wij dit ook gemakkelijk uit de vergelijking van j_9 afleiden.

§ 10. Laat nu w_6 een kromme van den zesden graad zijn, die in $D_1, D_2 \dots D_9$ dubbelpunten bezit, terwijl u_3 de kromme van den

derden graad door die punten is; door $\beta^2 - w_6 + 2u_3^2 = 0$ wordt een bundel β van krommen van den zesden graad met 9 dubbelpunten voorgesteld. Tot een bundel van krommen van den n^{den} graad behooren in 't algemeen $3(n-1)^2$ krommen, die een dubbelpunt bezitten; dit aantal moet echter met 7 verminderd worden voor elk gemeenschappelijk dubbelpunt, dat de krommen in de basispunten bezitten. Wij kunnen dus verwachten, dat er 12 punten zullen zijn, die als tiende dubbelpunt van een kromme uit den bundel (β) kunnen optreden. 't Lijkt mij echter wenschelijk te bewijzen, dat ook in dit geval, waar een der krommen een dubbeltellende e_3 is, 't aantal dezer punten 12 is.

De bedoelde punten werden gevonden door λ te elimineeren uit de vergelijkingen:

$$\begin{aligned} \frac{d\beta}{dx_1} = 0, \quad \frac{d\beta}{dx_2} = 0 \text{ en } \quad \frac{d\beta}{dx_3} = 0, \text{ of} \\ \frac{dw}{dx_1} + \lambda \frac{du}{dx_1} = 0, \quad \frac{dw}{dx_2} + \lambda \frac{du}{dx_2} = 0, \quad \frac{dw}{dx_3} + \lambda \frac{du}{dx_3} = 0. \end{aligned}$$

Door deze eliminatie vinden wij

$$\begin{aligned} \frac{dw}{dx_1} &= \frac{dw}{dx_2} = \frac{dw}{dx_3} \\ \frac{du}{dx_1} &= \frac{du}{dx_2} = \frac{du}{dx_3} \end{aligned}$$

welke vergelijkingen drie krommen voorstellen, wier gemeenschappelijke snijpunten — mits buiten de basispunten van (β) gelegen — de gevraagde dubbelpunten zijn. (De factor $u = 0$, die wij wegge laten hebben, beteekent dat elk punt van u_3 als een dubbelpunt beschouwd kan worden).

Wij schrijven ze in den vorm:

$$\frac{dw}{dx_1} \frac{du}{dx_2} - \frac{dw}{dx_2} \frac{du}{dx_1} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{dw}{dx_1} \frac{du}{dx_3} - \frac{dw}{dx_3} \frac{du}{dx_1} = 0 \quad (2)$$

$$\frac{dw}{dx_2} \frac{du}{dx_3} - \frac{dw}{dx_3} \frac{du}{dx_2} = 0 \quad (3)$$

De krommen, voorgesteld door (1) en (2), hebben 49 snijpunten: onder deze zijn er echter 10, die niet op (3) liggen n.l. de punten, die voldoen aan $\frac{dw}{dx_1} = 0$ en $\frac{du}{dx_1} = 0$. De overige 39 moeten nog verminderd worden met de in $D_1, D_2 \dots D_9$ gelegen snijpunten. Laten wij weer 't hoekpunt O_3 van den coördinatendriehoek met

D_1 samenvallen en schrijven wij de vergelijkingen van w_6 en u_3 op, gerangschikt naar de afdalende machten van x_3 (zie § 8), dan blijkt 't, dat (2) en (3) in D_1 een dubbelpunt bezitten, terwijl (1) in D_1 een enkelvoudig punt heeft; verder hebben ze alle drie in D_1 een raaklijn gemeen, wier vergelijking is

$$x_1(ab' - a'b) + x_2(bb' - ac) = 0.$$

Dus liggen in elk der basispunten van den bundel (3) 3 gemeenschappelijke snijpunten van (1), (2) en (3); buiten $D_1, D_2 \dots D_9$ hebben (1), (2) en (3) nog $39 - 3 \times 9 = 12$ gemeenschappelijke punten. Werkelijk zijn er dus 12 krommen, die behalve $D_1, D_2 \dots D_9$ nog een tiende dubbelpunt bezitten.

Die 12 punten kunnen wij direct aangeven. Elk dier punten moet liggen op de kromme j_6 , die door $D_1, D_2 \dots D_9$ bepaald is en eveneens op de kromme j'_6 , die op dezelfde wijze bepaald is door $D_2, D_3 \dots D_9$. Deze beide krommen hebben 81 snijpunten, waarvan er echter 9 in elk der punten $D_2, D_3 \dots D_9$ en 3 in elk der punten D_1 en D_9 liggen. De overblijvende punten zijn de bedoelde.

Tot een e_6 -bundel met 9 dubbelpunten behooren 12 krommen, die nog een tiende dubbelpunt bezitten.

§ 11. Op nog een eigenschap dezer punten wensch ik te wijzen. Is $P(x'_1, x'_2, x'_3)$ een willekeurig punt, dan worden de poollijnen van P ten opzichte van de krommen uit den bundel (3) voorgesteld door

$$x_1 \left(\frac{dw}{dx_1} + \lambda u \frac{du}{dx_1} \right)_P + x_2 \left(\frac{dw}{dx_2} + \lambda u \frac{du}{dx_2} \right)_P + x_3 \left(\frac{dw}{dx_3} + \lambda u \frac{du}{dx_3} \right) = 0.$$

Wij stellen nu de vraag of 't mogelijk is, P een zoodanige ligging aan te wijzen, dat de poollijn van P ten opzichte van elke kromme uit den bundel dezelfde is. Klaarblijkelijk is daarvoor noodig, dat de coördinaten van P voldoen aan de vergelijking $u = 0$ of aan de vergelijkingen

$$\frac{dw}{dx_1} = \frac{dw}{dx_2} = \frac{dw}{dx_3} \dots \dots \dots (I)$$

$$\frac{du}{dx_1} = \frac{du}{dx_2} = \frac{du}{dx_3}$$

Dus moet P op u_3 liggen of — daar 't stelsel I van vergelijkingen 't zelfde is als 't stelsel, dat wij in § 10 ontmoetten — P moet een der 12 aldaar gevonden punten zijn. Dus:

Zijne $D_1, D_2 \dots D_{10}$ de dubbelpunten eener rationale kromme van den zesden graad, dan is de poollijn van een dezer punten ten opzichte van de krommen uit den e_6 -bundel, die de andere 9 als dubbelpunten bezit, een vaste lijn.

Physiologie. — De Heer ZWAARDEMAKER biedt eene mededeeling aan van den Heer F. J. J. BUYTENDIJK: „*Over de negatieve variatie bij den nervus acusticus veroorzaakt door een geluid.*”

(Mede aangeboden door den Heer PLACE).

Van de electriche verschijnselen, welke bij de natuurlijke prikkeling der zintuigen optreden, zijn totdusver alleen die der retina en van den nervus opticus onderzocht. ¹⁾

Een Fransch onderzoeker schijnt, naar men mij mededeelde, omtrent 1904 electriche stroomen met een spiegelgalvanometer waargenomen te hebben, wanneer hij dit meettoestel door electroden met den nervus acusticus van een konijn verbond en een krachtig geluid het oor van het proefdier trof.

Het is mij gelukt met den snaargalvanometer van EINTHOVEN de actiestroomen van de gehoorzenuw, opgewekt door eene natuurlijke prikkeling, te registreeren. Bij een cavia werden electroden van bepaalden vorm door een trepanatieopening, onder aether-narcose van het proefdier in de achterste schedelgroeve gebracht. Deze electroden, een metalen dunne buis, waarin een geïsoleerde metalen stift, werden voortgeschoven langs den zijwand der kleine hersenen, meestal na doorboring der verbinding van den flocculus met het overige deel van het cerebellum. Zoo werd getracht met het einde der metalen stift, welke ongeveer $\frac{1}{2}$ cm buiten de omhullende electrode uitstak, den nervus acusticus te bereiken. Het bleek *uit vergelijking der verkregen opnamen met de sectie der gebruikte proefdieren, dat de sterkste actiestroomen werden verkregen, wanneer de electrode de intredeplaats der gehoorzenuw in het verlengde merg of het aangrenzende deel der medulla oblongata (tuberculum acusticum) had bereikt. De electroden werden nu met den snaargalvanometer en eene compensatiërichting (samengesteld volgens WERTHEIM SALOMONSON ²⁾) verbonden. Nu werd met een pistooltje een percussion afgeschoten en de beweging der snaar tegelijk met een signaal, welke het moment van het schot aangeeft, fotografisch geregistreerd. De uitslag welke de snaar vertoonde, bleek met een stroomsterkte overeen te komen van 4.5×10^{-8} tot 9×10^{-9} ampère.

De latente periode had in de verschillende experimenten een grootte van 0.003—0.005 seconde.

De vorm der verkregen curve wisselde in de verschillende experimenten min of meer, in eenzelfde proef bleef echter de vorm vrijwel

¹⁾ Zie o. a. EINTHOVEN en JOLLY, Quart. Journal of Experim. Physiol. Bd. I, 1908 blz. 373.

²⁾ WERTHEIM SALOMONSON, Zeitschr. f. Biol. Techn. 1909 Bd. 1, blz. 366

konstant. Zonder uitzondering had eene afwijking der snaar een twee- of meerphasisch karakter. Soms gingen de fasen geleidelijk in elkander over (zie fig. II) soms was een min of meer duidelijke pauze bemerkbaar (zie fig. I). Bovendien vertoonde de snaar een fijne trilling met een frequentie van 1000—1500 per seconde. Deze trillende beweging bleek bij de controleproeven geen physiologisch verschijnsel te zijn. Deze controleproeven hadden ten doel na te gaan, in hoeverre de uitslagen van den galvanometer niet door den actiestroom van den nervus acusticus werden veroorzaakt. Ten eerste bleek, dat bij geopende stroomketen de snaar geen uitslag vertoonde als het schot weerklonk, wel trad de bovengenoemde fijne trilling op met een latente periode kleiner dan 0.001 sec. Verder bleek het, dat bij afleiding van verschillende plekken van de groote of kleine hersenen geen uitslag der snaar optrad. Bewegingen van het dier werden geheel uitgesloten door curariseering, ook de ademhalingsbewegingen stonden stil. Liet men de elektroden in situ en wachtte, zonder iets aan de proefopstelling te veranderen, tot het dier gestorven was en geheel afgekoeld, dan kon men zelfs door den sterksten knal geen uitslag der snaar meer verkrijgen, terwijl toch de weerstand in den keten niet was toegenomen.

Nam men een proef, wanneer het dier wel dood maar nog niet geheel afgekoeld was zoo kon men nog een uitslag krijgen, echter belangrijk kleiner, dan die van het nog levende dier afkomstig. Bovendien was de latente periode dan aanmerkelijk verlengd en bedroeg zij ongeveer 0.015 seconde. Eene vergelijking der curven met die van de elektrische verschijnselen van het oog schijnt mij niet uitvoerbaar, daar de snaar van den galvanometer in mijne proeven een vrij geringe spanning had en de curven dus nog veel correctie zouden vereischen om de werkelijk optredende stroomschommelingen aan te geven.

Voor de latente periode vonden EINTHOVEN en JOLLY (l.c.) bij het kikvorschoog als kleinste waarde 0.01 seconde, bovendien vermelden zij, dat voor de sterkere prikkels de latente periode aanmerkelijk korter is dan voor zwakkere.

Misschien dat de zeer korte latente periode in mijne proeven gevonden in samenhang is te brengen met den buitengewoon sterken prikkel, welke het impulsieve knalgeluid voor het proefdier is. Met den microfoon opgenomen bleek de knal een 40 maal grooteren uitslag der snaar te geven, wanneer deze in de secundaire keten was ingeschakeld, dan een zeer krachtige fluittoon ($a^3 - a^4$).

Toch kon ik bij aanblazen van deze fluit en evenzoo met een klokgeluid een uitslag der snaar waarnemen, wanneer deze met den

nervus acusticus van het proefdier was verbonden. De uitslag was zeer klein 1—2 m.m. en bleek gedurende den fluittoon konstant te blijven bestaan.

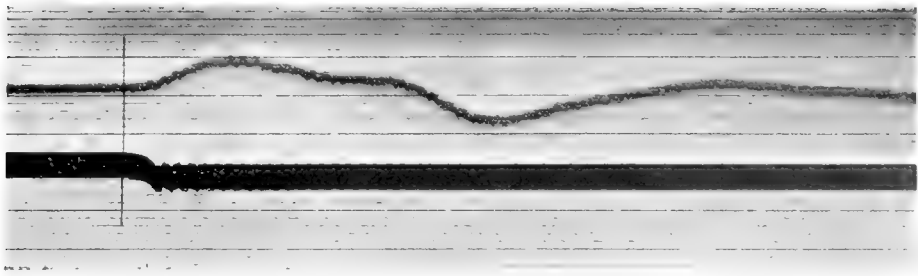
Bij de cavia was het mij geheel onmogelijk operatief den nervus acusticus te bereiken. Bij het konijn vond ik vanuit het dak der achterste schedelgroeve en afsnijding van een deel der kleine hersenen de gehoorzenuw bereikbaar. Door cauteriseeren moesten de hevige bloedingen worden gestelpt. Met een stompe haak werd de medulla wat ter zijde getrokken en een platinaelectrode werd op $\pm \frac{1}{2}$ cm. afstand in de medulla oblongata gestoken. Ook nu kon ik een uitslag photographisch registreeren, echter niet zoo sterk als bij de steekproeven bij de cavia; ongeveer van gelijke sterkte echter als de uitslag, welken de snaar vertoont, wanneer men bij het konijn de stekelectroden gebruikt.

Nog op een derde wijze kan men bij een cavia of konijn elektrische verschijnselen van den acusticus waarnemen. Van twee onpolariseerbare electroden werd ééne op den porus acusticus internus geplaatst, de andere op een indifferent punt van den binnen-wand der achterste schedelgroeve.

Dit geschiedde, nadat onder diepe aether-narcose snel de schedel ruim was geopend en de geheele hersenmassa verwijderd. Bij het nu stervende dier verkreeg men nog zeer duidelijk elektrische stroomen in de gehoorzenuw, wanneer de knal het oor trof. Zooals reeds vermeld werd, waren deze uitslagen belangrijk kleiner en hadden een grootere latentie.

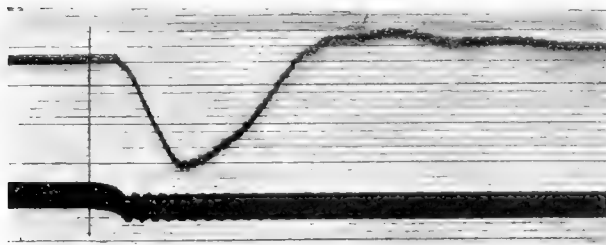
Ook bij den kikvorsch heb ik getracht den actiestroom van den nervus acusticus af te leiden. Men kan bij dit proefdier zeer gemakkelijk van uit den mondbodem den nervus acusticus bereiken zonder de normale circulatie of de hersenen te beschadigen. Het is mij echter niet gelukt een uitslag van den snaargalvanometer waar te nemen. Eensdeels zal dit wel aan de onvoldoende gevoeligheid van het door mij gebezigde instrument zijn toe te schrijven, verder is echter de gevoeligheid voor geluiden bij den kikvorsch, uiterst gering. Een met strychnine vergiftigde kikvorsch, welke bij aanblazen reeds in kramp kwam, reageerde met spierkramp nog wel op een schot in de onmiddellijke nabijheid, echter niet wanneer op eenige meters afstand geschoten werd. Van de verschillende tonen reageerden dergelijke kikvorschen nog het best op die van een laag trillingsgetal, minder, vaak in het geheel niet, op hooge tonen. Dat echter trillingen van 50—10000 per seconde aan het zenuwstelsel van den kikvorsch langs eenigerlei weg een prikkel toezenden, blijkt onder anderen ook uit de proeven

F, J. J. BUYTENDIJK. Over de negative variatie bij den nervus acusticus veroorzaakt door een geluid.



op de lijn der abscissen is $1 \text{ mm} = \frac{1}{1250}$ sec., op de ordinaten is $1 \text{ mm} = 6,1 \times 10^{-9}$ ampère.

Fig. I.



op de lijn der abscissen is $1 \text{ mm} = \frac{1}{1250}$ sec., op de ordinaten is $1 \text{ mm} = 6,1 \times 10^{-9}$ ampère.

Fig. II.

Fig. I en Fig. II: Electrisch verschijnsel in den nervus acusticus bij de cavia opgewekt door een knalgeluid.



van YERKES¹⁾ over de versterkende werking van den toon op het effect van een mechanischen prikkel.

Nog kan ik mededeelen, dat ik, evenals PIPER²⁾ in sommige gevallen waarnam, bij een snoek een electrischen stroom met den snaargalvanometer kon aantoonen, wanneer met een glasstaafje de otolith verschoven werd. De plaatsing der onpolariseerbare electroden was zoodanig, dat een van beiden den nervus acusticus trof aan den wand der geledigde schedelholte, de andere electrode stond op een indifferent punt van dien wand. Er werd zorg gedragen, dat een verschuiving der electroden of van het object niet plaats vond. Een electrische werking bij een geluid van welken aard ook, dat door de lucht naar den snoekkop werd voortgeleid, kon ik niet waarnemen.

Utrecht, 25 Nov. 1910.

Scheikunde. — De Heer A. P. N. FRANCHIMONT biedt eene mededeeling aan ook namens den Heer J. V. DUBSKY: „*Over de reactieproducten van kaliumisocyanaat en chloorwaterstofdiaminoaceton. Amino- en ureopropyleenureïne.*”

Ruim drie jaren geleden (23 Februari 1907) vestigde ik de aandacht op het belang dat de kennis van het acetonureïne zou hebben voor de beantwoording der vraag naar de werking van salpeterzuur op heterocyclische verbindingen bestaande uit twee CO-, twee NH- en twee CH₂ groepen. Van de elf theoretisch denkbare isomeren zijn er slechts twee die urenderivaten zijn n.l. het hydro-uracil en het acetonureïne. Het eerste werd door mij en FRIEDMANN op zijn gedrag met salpeterzuur onderzocht, het tweede is nog altijd niet verkregen.

Onderzoekingen met Dr. FRIEDMANN om het te bereiden uit chloorwaterstofdiaminoaceton leidden wel niet tot het gewenschte resultaat maar leerden toch dat een stof die RÜGHEIMER in 1892 in handen had gekregen bij de werking van chloormierenzure ester en die hij voor het acetonureïne hield, ofschoon geene analyse er van gemaakt was, niet anders kan geweest zijn dan acetondiurethaan.

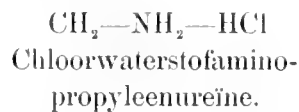
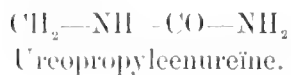
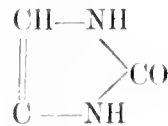
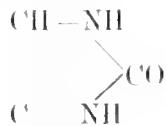
Wij hebben nu deze onderzoekingen voortgezet en zijn er o.a. in geslaagd de reactie met kaliumisocyanaat op te helderen, ofschoon ook deze niet tot het gewenschte resultaat heeft geleid. RÜGHEIMER had in 1892 beweerd dat er zich een *diureo-aceton* zou vormen dat

1) YERKES Journ. of Comp. neurol and Psychol XV, p. 279.

2) PIPER. Zentralblatt f. Physiol 1906 Bd. I, blz. 293.

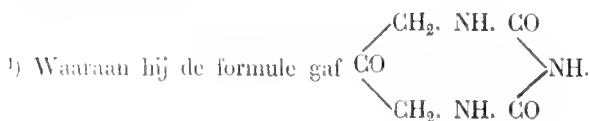
echter zóó onbestendig was dat hij het niet kon afzonderen, en dat dit onder verlies van ammoniak reeds bij de gewone temperatuur zou overgaan in eene door hem *acetonylbiureet* genoemde stof¹⁾, waarin hij koolstof en waterstof bepaalde maar niet de stikstof, althans het gehalte daarvan deelt hij niet mede. Wellicht zou, als hij dit gedaan had, toen reeds gebleken zijn dat zij eene geheel andere samenstelling bezit nl. niet $C_5H_7O_3N_3$ zooals hij opgeeft maar $C_5H_8O_2N_4$, zooals wij gevonden hebben voor de stof, welke bij de werking van twee moleculen kaliumisocynaat op één molecuul chloorwaterstof-diaminoaceton in waterige oplossing ontstaat. Bij de werking van één molecuul isocynaat vormt zich eene chloorhoudende stof van de samenstelling $C_4H_8ON_3Cl$, die door behandeling met een tweede molecuul isocynaat de eerste oplevert. Naar analogie met tal van andere reeds lang bekende reacties houden wij het er voor dat zoodra eene ureogroep zich gevormd heeft, deze met zijn NH_2 groep op de CO van de acetourest werkt zoodat er onder vorming van water eene cyclische verbinding geboren wordt.

Aan de beide verkregen verbindingen zullen dan deze formules moeten gegeven worden, die, ofschoon ook wel andere nog denkbaar zouden zijn, voldoende bevestigd worden door de er uit bereide derivaten.



De gekozen benaming is in overeenstemming met de vroeger door mij en anderen gebruikte.

Het *chloorwaterstofaminopropyleenureïne* dat, zooals reeds gezegd is, uit één molecuul kaliumisocynaat en één molecuul chloorwaterstofdiaminoaceton in waterige oplossing verkregen wordt, kristalliseert in fraaie naaldjes, die zeer oplosbaar zijn in water. Wij hebben er tot nog toe het vrije aminopropyleenureïne niet uit afgescheiden, maar er wel verbindingen met andere zuren uit gemaakt en een aantal andere derivaten.



Met de berekende hoeveelheid zilvernitraat in waterige oplossing in de koude ontstond de *salpeterzure verbinding*, die door alcohol uit de waterige oplossing kan neergeslagen worden, en eveneens fraaie naaldjes vormt.

De *zure zwavelzure verbinding* werd verkregen door de chloorwaterstofzure met sterk zwavelzuur in de koude te behandelen, de chloorwaterstof in vacuo te verwijderen, en het residu met alcohol en aether in de koude van overmaat zuur te bevrijden. De *neutrale zwavelzure verbinding* werd bereid uit isocyaanzuurlood en zwavelzuurdiaminoaceton en werd gezuiverd door de waterige oplossing met alcohol neer te slaan.

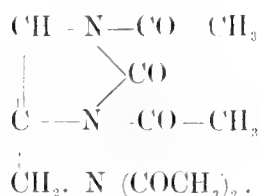
De vier verbindingen, die alle geanalyseerd zijn, vormen fijne ongekleurde naaldjes die geen eigenlijk smeltpunt hebben, maar bij verhitting ontleed worden bij verschillende temperaturen.

Met azijnzuuranhydride en natriumacetaat vijf minuten gekookt gaf de chloorwaterstofverbinding een *triacetylderivat* dat, uit kokend benzol omgekristalliseerd, fijne naaldjes vormde die bij 141° smelten.

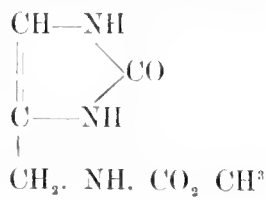
Na langer koken werd een *tetracetylderivat* verkregen, dat uit alcohol met een weinig azijnzuur in fraaie vierkante plaatjes kristalliseert, die bij 163°—164° smelten.

De samenstelling dezer acetylderivaten is afgeleid uit de resultaten der elementairanalyse, daar acetylbepalingen, zelfs die volgens PERKIN, geen goede resultaten leverden.

Eigenaardig is de tetracetylverbinding, waar vermoedelijk twee acetylgroepen in de NH₂ groep zijn getreden en twee in de NH groepen van het ureïne, en die dan deze formule heeft



Met chloormierenzuren methylester en natriumcarbonaat in waterige oplossing geeft het chloorwaterstofaminopropyleenureïne een *carboxymethylderivat*, (een urethaan) dat uit alcohol omgekristalliseerd glanzende blaadjes vormt, die bij 238° onder ontleding smelten. Hieruit werd door vijf minuten koken met azijnzuuranhydride een



monoacetyl derivaat bereid dat prachtig in naalden kristalliseert uit azijnester, bij 215° smelt en even daarboven zich ontleedt.

Een *diacetyl derivaat* werd verkregen door een uur te koken met azijnzuuranhydride; ook dit levert prachtige naalden en smelt bij 125° — 126° .

De beide acetylgroepen zullen dus wel aan de stikstofatomen van het ureïne staan en aan dat der urethaanfunctie is geen acetyl gekomen.

Ook het corresponderende *carboxaethyl derivaat* werd bereid; dit kristalliseert uit kokenden alcohol in kleine sterk glanzende kristalletjes met het smeltpunt 208° . Op dezelfde wijze als uit het carboxymethyl-derivaat werden hieruit eene *monoacetylverbinding*, die uit azijn-ester in fraaie zijdeglanzende naalden met het smeltpunt 218° — 219° kristalliseert, en eene *diacetylverbinding* die bij 101° — 102° smelt, verkregen.

Het *ureopropyleenureïne* werd niet alleen uit het chloorwaterstofdiaminoaceton met twee moleculen kaliumisocyanaat in waterige oplossing, maar ook uit het chloorwaterstofaminopropyleenureïne met één molecuul isocyanaat verkregen. Uit kokend water gekristalliseerd, (in koud is het weinig oplosbaar), vormt het sneeuw witte kleine blaadjes die geen smeltpunt hebben maar zich boven 220° onder kleuring ontleeden. Het is zonder ontleding in kokend azijnzuur oplosbaar en in dit oplosmiddel werd het moleculairgewicht bepaald.

Het geeft in waterige oplossing met zilvernitraat en mercurichloride geen neerslagen dan na toevoeging van ammoniak, wel met mercurinitraat, en gedraagt zich dus in dit opzicht als ureum.

Bij koking met azijnzuuranhydride bleef het grootste gedeelte onaangegrepen; eerst na tien uren was het veranderd, maar gaf nu de tetracetylverbinding van het aminopropyleenureïne, die aan haar vorm en smeltpunt herkend werd, zoodat de ureumrest is stuk gegaan.

Ten slotte zij nog vermeld dat ook het diacetyldiaminoaceton door lang koken met veel azijnzuuranhydride in tetracetyldiaminoaceton overgaat. Omgekristalliseerd uit kokend benzol of uit alcohol met een weinig azijnzuur vormt het lange sterk glanzende naalden, die bij 98° samenbakken en bij 103° smelten.

Physiologie. — De Heer PEKELHARING biedt eene mededeeling aan van den Heer J. R. KATZ: „*Onderzoekingen over de analogie tusschen opzwellen en mengen*”.

(Mede aangeboden door den Heer H. ZWAARDEMAKER).

Onder de hoofdstukken der Algemeene Physiologische Scheikunde zijn er weinige, die zoozeer tot nadere studie uitlokken, als het hoofdstuk over opzwellbaarheid. Deels omdat men van dit reeds in de Oudheid bekende verschijnsel nog steeds zoo weinig weet en begrijpt, deels omdat de kennis der wetten van het opzwellen en de verklaring der opzwellbaarheid van fundamenteele beteekenis lijken voor physiologie, pharmacodynamie en preparatieve physiologische chemie.

Voor de *physiologie*, omdat de protoplast en de celkern (welke te zamen het stoffelijk substraat vormen, waaraan het leven gebonden is) uit een stelsel van opzwellbare lichamen en daartusschen gelegen vloeistoffen bestaan. Vele levensverschijnselen gaan gepaard met verplaatsing van water uit die vaste lichamen naar de omringende vloeistoffen (of omgekeerd), of tusschen die lichamen onderling. En meermalen heeft men getracht aan die waterverplaatsingen eene fundamenteele beteekenis toe te schrijven door ze te maken tot de basis eener verklaring dier levensprocessen. Zoo b.v. in de theorie der spierecontractie van ENGELMANN¹⁾, die getracht heeft — aan de hand van uitvoerige *morphologische* onderzoekingen over de veranderingen in de zich samentrekkende spier — aan te toonen, dat de transformator welke de chemische energie van het stofwisselingsproces in de spier in mechanisch arbeidsvermogen omzet, bestaat uit een stelsel van opzwellbare lichamen en werkt door verplaatsing van water tusschen die lichamen onderling. „Bij de contractie zwelt de anisotrope laag op tengevolge van imbibitie met water, dat zij aan de isotrope lagen, waarmee zij in aanraking is, ontleent. Elke anisotrope laag is, zoover de spiervazel zich uitstrekt, aan beide zijden van een laag voorzien, waaruit zij het water kan putten en waaraan zij het, als de contractie afloopt, weer kan afstaan”²⁾. Door deze hypothese worden vele feiten, die men bij de spierecontractie opmerkt, kwalitatief verklaard; en ENGELMANN toonde door zijn bekende violsnaar-model aan, dat de theorie ook min of meer rekenschap geven kan van den vorm der lijn, welke voor-

1) Geresumeerd in zijn Croonian Lecture, Proc. Roy. Soc. vol 57, p. 411-433.

2) Aldus vat PEKELHARING (Voordrachten over Weefsel leer, p. 398) ENGELMANN's opvattingen samen.

stelt hoe de lengte eener zich samentrekkende spier van den tijd afhangt. Maar dit is niet genoeg. Het succes, waarmede WERTHEIM SALOMONSON, HOORWEG e.a. de experimenteel verkregen krommen door relatief zoo eenvoudige formules hebben kunnen voorstellen, wijst er op dat de theorie — zal zij voltoende blijken — ook tot dergelijke formules zal moeten leiden. Om haar zoover te kunnen uitwerken is het echter noodig de kwantitatieve wetten van het opzwellen te kennen; te weten waarvan het afhangt of in een stelsel van opzwellbare lichamen het water zich al dan niet verplaatsen zal, en volgens welke formules de verschillende eigenschappen van een opzwellbaar lichaam van den imbibitie-grad afhangen.

Voor de pharmacodynamie. Dat een in het bloed opgenomen geneesmiddel in kleine dosis dikwerf de functie van slechts één orgaan verandert, wordt verklaard door aan te nemen, dat een stof eeteris paribus des te ingrijpender veranderingen in de levensprocessen van een orgaan aanbrengt, naarmate zij in grooter concentratie daarin aanwezig is, en door het feit dat verschillende organen uit eenzelfde oplossing van een geneesmiddel (b.v. het bloed) zeer verschillende hoeveelheden van het medicament opnemen. Daardoor wordt een verband gelegd tusschen electieve werking en relatieve sterkte der imbibitie in verschillende celsoorten¹⁾, dat als werkhypothese vruchtbaar gebleken is. In de laatste jaren is men nu begonnen, deze theorie ook kwantitatief uit te werken. De fraaie onderzoekingen van W. STRAUB over de veratrine-werking op het Aplysia-hart en de immuno-chemische beschouwingen van ARRIENIUS kunnen als voorbeelden hiervan genoemd worden. Bij al deze berekeningen neemt men aan, dat de z.g. deelingswet van NERNST (een gevolg van de wetten der verdunde oplossingen van VAN 'T HOFF) ook voor de imbibitie van opgeloste stoffen in opzwellbare lichamen geldig is. Hoe interessant en plausibel de gemaakte toepassingen ook zijn, toch is het — dunkt mij — aan ernstigen twijfel onderhevig of de wetten der verdunde oplossingen in al deze gevallen nog wel binnen hare geldigheidsgrens gebruikt zijn²⁾. Zoo niet, dan zou daarmede in een aantal gevallen het betoog, hoe konsekwent ook opgebouwd, nochtans blijken niet op voldoende vasten grondslag te rusten. Deze moeilijke vraag kan alleen beantwoord worden nadat grondige kennis van kwantitatieve wetten en verklaring van het opzwellen verkregen is.

¹⁾ Zie H. J. HAMBURGER, De Physische Scheikunde en hare beteekenis voor de Geneeskundige Wetenschappen, Groningen (1901), p. 7 en p. 20.

²⁾ Op deze belangrijke kwestie kom ik uitvoerig terug.

Voor de preparatieve physiologische scheikunde. Alle polysacchariden en eiwitachtige lichamen zijn opzwellbaar in water, en het is vooral tengevolge dier opzwellbaarheid, dat de chemie dezer stoffen een zoo bijzonder karakter bezit. De beoordeeling der methoden tot zuivering dezer stoffen, de kenmerken om vast te stellen of zij reeds zuiver zijn, de vraag of het in opzwellbare kristallen gebonden water althans voor een deel met het kristalwater der anorganische zouten op één lijn mag gesteld worden (gelijk HOPPE SEYLER¹⁾ e. a. voor de oxyhaemoglobine-kristallen beweerd hebben), de vraag of men het moleculairgewicht der opzwellbare stoffen uit hare dampspanningsverlaging bepalen kan, en zoo vele kwesties van dien aard meer, zijn vraagstukken waarvoor de physiologische chemicus om zoo te zeggen dagelijks staat, maar die niet diepgaand behandeld kunnen worden voordat de kwantitatieve wetten van het opzwellen en een daarvan rekenschap gevende verklaring gevonden zullen zijn.

Om te trachten over deze kwantitatieve wetten en deze verklaring iets meer te weten te komen dan het weinige dat daarvan toen bekend was, heb ik mij sinds den zomer van 1904 met uitvoerige onderzoekingen bezig gehouden. Daarbij kwamen al spoedig eenige merkwaardige regelmatigheden en analogieën voor den dag. Het scheen mij echter wenschelijk, deze niet te publiceeren, vóór het gevondene bij een zóó groot aantal verschillende stoffen telkens weer was teruggevonden, dat aan eene toevalligheid niet meer gedacht kon worden.

De in deze eerste publicatie beschreven analogie had ik reeds in October 1906 gevonden en aan mijn leermeesters Prof. BAKHUIS ROOZEBOOM en Prof. SMITS medegedeeld. Hier zal ik de verrichte proeven slechts ten deele en in 't kort beschrijven. Voor meer proeven, voor uiteenzetting van de techniek der proeven en voor het literatuuroverzicht wordt naar de binnenkort verschijnende uitvoerige publicatie verwezen.

Korte beschrijving der opzwellbaarheidsverschijnselen.

Alvorens onderzoekingen over opzwellbaarheid te beschrijven, schijnt het mij gewenscht, zeer in het kort aan te wijzen welk verschijnsel ik bestudeerd heb, van welke er op lijkende maar toch verschillende verschijnselen het onderscheiden moet worden, en bij welke stoffen het aangetroffen wordt. Dit lijkt mij vooral wenschelijk,

¹⁾ Cf. SCHÄFER's Textbook of Physiology, deel I. p. 205 (1893).

omdat in de physica en de chemie deze feiten verspreid en vaak onder andere benaming behandeld worden.

Onder *opzwellbaarheid* of *imbibitie-vermogen*¹⁾ verstaan de biologen de eigenschap van sommige vaste lichamen, welke onder het microscoop zelfs bij de sterkste vergrotingen geen zichtbare poriën vertoonen, om vloeistoffen tusschen hunne kleinste deeltjes te kunnen opnemen. Onderzoekt men ze na die vloeistofopname opnieuw, dan gelukt het niet, zelfs bij het gebruik der sterkst vergrootende lenzen, de deeltjes van het water en van het vaste lichaam afzonderlijk te zien.

Bij deze vloeistofopname worden de kleinste deeltjes van het vaste lichaam door de daartusschen dringende watermolekulen uit elkander gedrongen. In navolging van REINKE noemt men deze vermeerdering van de afstanden der deeltjes de *toename der disgregatie* van het vaste lichaam. Doordat die deeltjes op grooteren afstand van elkaar komen te liggen worden volume en lengteafmetingen van het vaste lichaam grooter²⁾; vandaar de naam „opzwellen”. Tegelijkertijd blijkt de samenhang der deeltjes van het vaste lichaam, zijn „cohaesie”, sterk te zijn afgenomen³⁾. Anderzijds mogen wij verwachten dat er een groote affiniteit zal bestaan tusschen het water en het vaste lichaam, wil deze in staat zijn de zoo krachtige cohaesie der vaste stof te overwinnen. Dit vermoeden wordt bevestigd: bij de imbibitie komt eene aanmerkelijke hoeveelheid warmte vrij⁴⁾ en heeft er eene belangrijke volumecontractie plaats (m. a. w. het volume van het opgezwollen lichaam is aanmerkelijk kleiner dan de som der volumes van de vaste stof en van het geïmbibeerde water).

Door droging kunnen de opgezwollen lichamen de vloeistof weer afgeven; geschiedt dit langzaam, dan blijft ook daarbij de homogeniteit bewaard. Het verschijnsel is — althans in hoofdlijnen — omkeerbaar.

¹⁾ Het meerendeel der onderzoekers verstaat onder imbibitie-vermogen hetzelfde als onder opzwellbaarheid. REINKE (HANSTEIN'S Botan. Abh. IV. p. 2 en 3) wijkt hiervan af; zijn begrip imbibitie-vermogen omvat zoowel opzwellbaarheid als poreusheid. Ik zal hem daarin niet volgen. De boven gegeven definitie ontleen ik aan HUGO DE VRIES, Leerboek der Plantenphysiologie, 4e druk, p. 149-150 en aan H. A. LORENTZ, Leerboek der Natuurkunde, 2e druk, deel I, p. 419.

²⁾ Soms zeer aanmerkelijk: erwten worden dubbel zoo groot, het Iersche mos (*Cladonia crispus*) zwelt tot de driedubbele grootte op (HUGO DE VRIES, loc. cit. 4e druk p. 150).

³⁾ Zoo vond REINKE (loc. cit. p. 31), dat als luchtdroge *Laminaria* 300 pCt. water imbibieert, de uitrekbaarheid stijgt tot het 60-voudige, terwijl het breukgewicht daalt tot $\frac{1}{10}$ van zijn waarde.

⁴⁾ Als *amylum tritici*, bij 90° C. gedroogd, met dezelfde gewichtshoeveelheid water samengerodert wordt, stijgt de temperatuur meer dan 10° C. (NÄGELI, Theorie der Gährung, p. 133-134 (1879).

Sommige opzwellbare lichamen, b.v. caseïne, hout e. d., nemen in aanraking met verzadigden waterdamp slechts een beperkte hoeveelheid water op, er wordt een z.g. imbibitie-maximum bereikt (*beperkt opzwellbare lichamen*); andere, b.v. arabische gom en pepton, nemen onbeperkt water op, waarbij hunne fluiditeit steeds grooter wordt, totdat zij tenslotte in een *vloeibaar mengsel* van water en opzwellbare stof zijn overgegaan (*onbeperkt opzwellbare stoffen*).

Niet verwarren met opzwellbaarheid moet men de *poreusheid* van sommige vaste lichamen, zooals gebakken steen, gips e.d., welke door oppervlakte-adsorptie en capillariteit vloeistoffen in *zichtbare gepreformeerde poriën* kunnen opnemen. Reeds in 1858 stelt NÄGEL¹⁾ deze beide eigenschappen tegenover elkaar. Bij de poreuze wateropname worden de deeltjes van het vaste lichaam niet uit elkaar gedrongen; er is geen toename der disgregatie, dus geen verandering van grootte, geen afname der cohaesie. Typische opzwellbaarheid staat derhalve scherp tegenover typische poreusheid.

Het is vooral bij de aan de levende organismen ontleende vaste voorwerpen dat opzwellbaarheid veelvuldig, ja bijna regelmatig wordt aangetroffen. Niet alleen dat bijkans alle zoodanige voorwerpen (cellwanden, vezelstoffen, meel, hout, balein, leder, hoorn e. d.) opzwellbaar zijn, ook de daarnit bereide zuivere physiologisch-chemische verbindingen (zooals cellulose, polysacchariden, keratine, caseïne, nucleïne e. d.) blijken deze eigenschap te bezitten.

Toch is imbibitie-vermogen niet uitsluitend beperkt tot stoffen van vitalen oorsprong. Ook bij synthetisch bereide en anorganische stoffen wordt het aangetroffen; als voorbeelden noem ik het ferrocyaan koper, de klei, het tertiair calciumphosphaat, de metaalhydroxyden, het kiezelzuur.

De vaste lichamen, welke water imbibeeren kunnen²⁾, zijn *amorf*, *kristallijn* of *georganiseerd*. Het meerendeel is amorf, d.w.z. bezit geen regelmatige ordening van deeltjes³⁾.

¹⁾ Die Stärkekörner, Zürich, F. SCHULTHESS, 1858, p. 332, 343.

²⁾ Ook kent men lichamen, die in andere vloeistoffen dan water opzwellen; caoutchouc b.v. imbibeert aether, olie, pyridine en zelfs vloeibaar koolzuur; nitrocellulose zwelt in alcohol-aethermengsels en in nitroglycerine op. Het is niet onmogelijk, dat de wetten der imbibitie bij sommige dier organische vloeistoffen eenvoudiger zijn dan bij water, omdat water voor een deel tot complexen moleculen (misschien H_2O_2) geassocieerd is en de associatiegraad van het geëmbibeerde water bij het opzwellen veranderen moet. Voor een onderzoek ten bate der physiologie heeft voorloopig alleen de kennis van het opzwellen in water beteekenis. Ik zal mij derhalve daartoe beperken.

De imbibitie van zoutoplossingen, waarover HOFMEISTER, SPIRO, PAULI, WO. OSTWALD e. a. interessante onderzoekingen verricht hebben, zal ik bespreken, nadat eerst de opzwellbaarheid in zuiver water behandeld is.

³⁾ In de praktijk is het soms moeilijk uit te maken of een opzwellbare stof

Dat er *opzwelbare kristallen* bestaan, lijkt mij één der merkwaardigste feiten, die men bij de studie der imbibitie-verschijnselen heeft leeren kennen. Dat een typisch kristal met zijn karakteristieke optische verschijnselen en daaraan beantwoordende spijtrichtingen zonder verlies zijner kristalnatuur, zonder verlies zijner homogeniteit, in water kan opzwellen, is zeker al heel opvallend. Maar nog meer verbazing wekt het te zien, dat *alle* kristallen van polysacchariden of eiwitachtige stoffen, die men kent, in water opzwellbaar zijn. Te verklaren, hoe het mogelijk is dat een kristal met behoud zijner kristalnatuur opzwelt, schijnt niet gemakkelijk. Maar geen theorie der opzwellbaarheid kan voldoende genoemd worden, tenzij het haar gelukt van dit feit ongedwongen rekenschap te geven. De opzwelbare kristallen schijnen mij de proefsteen der opzwellbaarheidstheorieën.

Naast de amorge en de kristallijne opzwelbare lichamen levert de organische natuur een heele reeks vormsels zooals zetmeelkorrels, bastvezels, houtvezels e. d., die geen kristalvorm bezitten, maar wel een ordening van deeltjes met daaraan beantwoordende optische verschijnselen en spijtrichtingen¹⁾. Sommigen hebben deze z.g. *georganiseerde* lichamen²⁾ willen opvatten als kristallen met atypische begrenzingsvlakken; anderen als amorge stoffen, waarin spanningen heerschen. Geen dezer beide opvattingen lijkt mij geheel bevredigend. En voorloopig doen wij, dunkt mij, het best, de georganiseerde voorwerpen te beschouwen als een afzonderlijke groep, min of meer het midden houdend tusschen de amorge en de kristallijne lichamen³⁾.

amorf of kristallijn is. Immers de uitwendige vorm van een typisch kristal met zijn regelmatige begrenzing door platte vlakken kan ontbreken, zonder dat de stof ophoudt kristallijn te zijn. Anderzijds kan een amorf opzwellbaar lichaam door spanningen bij het drogen optische verschijnselen vertoonen die sterk doen denken aan die welke een kristallijne stof vertoont (zie ook de proeven van AMBRON⁴⁾, Berichte der Sächs. Gesellsch. d. Wiss. 1891, p. 394). De enkele aanwezigheid van anisotropie is hier dus allerminst voldoende om te bewijzen dat een stof kristallijn is. Zoolang de kristallographie geen meerder licht in deze duistere kwestie ontstoken heeft, lijkt het mij het best, een opzwellbaar lichaam voor amorf te houden, tenzij er een eenigermate voldoende grond bestaat het als kristallijn of georganiseerd te beschouwen.

¹⁾ Afbeeldingen vindt men in elk leerboek der botanie, b v. in HUGO DE VRIES, loc. cit. 4e druk p. 17—24.

²⁾ Tot de georganiseerde lichamen moet men ook de anisotrope schijven der dwarsgestreepte spieren rekenen.

³⁾ Of niet juist onder de georganiseerde lichamen de veel gezochte continuïteit tusschen amorf en kristallijn gevonden wordt, is een vraag die ik slechts stellen, niet beantwoorden kan. Men vergelijke ook de feiten, die W. PFEFFER, Pflanzenphysiologie I. p. 69 en 70 opgeeft.

De analogie tusschen opzwellen en mengen.

Dat er eene zekere analogie tusschen opzwellbaarheid en mengbaarheid bestaat, had reeds BERTHOLLET in 1803 opgemerkt. In zijn *Essai de Statique Chimique* verklaart hij beide processen door hetzelfde mechanisme ¹⁾. Ook de physiologen die in het derde kwartaal der negentiende eeuw over opzwellbaarheid gewerkt hebben — ik noem slechts CARL LUDWIG, NÄGELI, REINKE — toonen in hunne geschriften op verschillende plaatsen, dat zij het bestaan dier analogie hebben opgemerkt.

Om de analogie helder in te zien, denke men zich naast elkaar in een waterdamp houdende ruimte een klein bolvormig opzwellbaar lichaam (b.v. een stukje scherp gedroogde gelatine) en een druppel van een vloeistof die zelve niet vluchtig is en zich gemakkelijk met water mengt (b.v. zwavelzuur of glycerine). Beide blijken nu hygroskopisch te zijn, beide nemen water op zonder verlies van homogeniteit; beide *worden daarbij grooter* omdat het volume van het mengsel evenals dat der opgezwollen stof bij eerste benadering additief is en de stof bij de wateropname homogeen blijft. Door dit grooter worden zonder verlies van homogeniteit komen de deeltjes van het opzwellbare lichaam, evenals die van het zwavelzuur of van de glycerine, verder van elkaar af te liggen; bij beide neemt dus de *disgregatie* dier deeltjes toe, gelijk REINKE het noemt. Vergelijkt men de twee verschijnselen nader, dan blijkt in beide gevallen die wateropname met een belangrijke warmte-ontwikkeling, met een aanmerkelijke volumcontractie gepaard te gaan. Slechts één verschil is er tusschen de beide verschijnselen: het opzwellbare lichaam bezit den vasten aggregatie-toestand en behoudt dien bij de wateropname, de mengbare stof is vloeibaar en blijft dit.

Deze kloof wordt echter min of meer overbrugd door wat men bij de onbeperkt opzwellbare stoffen waarneemt. Laat men b.v. droge arabische gom in gepoederden vorm waterdamp opnemen, dan begint het poeder bij 30% water samen te sinteren, bij 40% vormt het een droge elastische massa, bij 50% is het een halfvaste massa, bij 80% is het nog vast maar week, bij 110% is het dikvloeibaar „een oplossing van arabische gom in water”, om bij verdere verdunning allengs minder viskeus te worden. Evenzoo gedragen zich ovoalbumine, pepton, dextrine. Wij zien hier, hoe typisch opzwellbare lichamen door wateropname *geleidelijk* in waterige mengsels overgaan ²⁾.

¹⁾ Men vergelijke deel I p. 34 en p. 38.

²⁾ Men zou misschien de tegenwerping kunnen maken, dat de zóó ontstane oplossing van arabische gom in water geen werkelijke, doch een „kolloidale”

De twee verschijnselen lijken dus niet slechts op elkaar, maar moeten in natuur nauw verwant zijn. Of misschien zelfs identiek?

De oudere onderzoekers hebben niet tot de identiteit durven besluiten, al zagen zij de nauwe verwantschap duidelijk in. REINKE, die in 1879 de analogie bespreekt ¹⁾ en haar scherper heeft opgemerkt dan wel iemand vóór hem, deinst er — evenals wel al zijn tijdgenooten zouden gedaan hebben — klaarblijkelijk nog voor terug, aan te nemen, dat in den *vasten* toestand *mengbaarheid* zou kunnen bestaan.

Maar de ontwikkeling der physische chemie in de laatste vijf-entwintig jaren heeft dit bezwaar weggenomen. VAN 'T HOFF stelde in 1890 zijn beroemde theorie der vaste oplossingen op, die leert dat mengbaarheid in den vasten toestand even goed bestaat als in den vloeibaren; en bijna ontelbaar is het aantal gevallen geworden, waarin deze mengbaarheid inderdaad werd aangetroffen. Daarmee is het bezwaar der oudere schrijvers weggenomen en ik vraag mij af, wat er nog van weerhoudt aan te nemen, dat opzwellen = mengen, m.a.w. dat, *als een vast lichaam in water opzwellt, dit berust op de vorming eener vaste oplossing* ²⁾ van water in het opzwellbare lichaam ³⁾.

Van groote beteekenis voor het opzwellbaarheidsvraagstuk schijnt mij verder TAMMANN's opvatting ¹⁾, dat amorf vaste lichamen in vele gevallen niets anders zijn dan vloeistoffen van zeer groote viscositeit. TAMMANN toonde aan, dat alle mogelijke vloeistoffen, als men ze snel genoeg afkoelt om het uitkristalliseeren te voorkomen, geleidelijk hoe langer hoe viskeuzer worden en zonder eenige discontinuïteit overgaan in amorf vaste lichamen; bekende voorbeelden oplossing is. Bij stoffen als arabische gom, dextrine en pepton is het verschil tusschen werkelijke en kolloïdale oplossing al heel gering. Dat de tegenwerping niet steekhoudend is, blijkt nader uit het feit, dat ook oplossingen van stoffen zonder kolloïdale eigenschappen gelijk fructose, dat een laag moleculairgewicht en normale waarden voor vriespuntverlaging en kookpuntverhooging bezit, door indrogen (bij voorkoming van kristallisatie) continu overgaan in een vast lichaam met alle eigenschappen van een opzwellbare stof. Evenzoo gedraagt zich het natriumzout van het glycerinephosphorzuur.

¹⁾ Loc. cit. p. 123-128.

²⁾ De beperkt opzwellbare stoffen zouden dan analoog zijn aan de beperkt mengbare, de onbeperkt opzwellbare aan de onbeperkt mengbare. Beperkte en onbeperkte mengbaarheid zijn geen verschillende eigenschappen; bij stoffen met een kritisch mengpunt gaan beide bij verandering van temperatuur in elkaar over.

³⁾ Dergelijke hypothesen zijn reeds herhaaldelijk door physico-chemici uitgesproken. Maar zij hebben deze onderstelling niet nader uitgewerkt, om te zien of zij bruikbaar was als werkhypothese bij het onderzoek naar de kwantitatieve wetten der opzwellbaarheid.

⁴⁾ Zie o.a. Zeitschr. f. physikal. Chem. 25, p. 469-479.

zijn het glas, de rietsuiker, de glycerine. Deze — ook door BAKHUIS ROOZEBOOM en O. LEHMANN warm verdedigde — opvatting werpt een merkwaardig licht op het feit, dat de onbeperkt opzwellbare lichamen (welke alle amorf zijn) bij wateropname continu in waterige oplossingen overgaan. Zij voert ons tot de hypothese, dat *amorphe opzwellbare lichamen stoffen zijn van zóó groote viskositeit, dat zij practisch den vasten aggregatie-toestand bezitten, maar die toch hare mengbaarheid met water behouden hebben*¹⁾.

Indien deze hypothese juist is, dan zal het opzwellen van een stuk gelatine en de waterabsorptie van vloeistoffen als zwavelzuur en glycerinê niet slechts kwalitatief overeenstemmen, maar *de kwantitatieve wetten* der beide verschijnselen zullen dezelfde moeten zijn. Dan zou men de vraag naar kwantitatieve wetten en wezen der opzwellbaarheid met de eenvoudige formule kunnen beantwoorden: *opzwellen is mengen, de wetten der opzwellbaarheid zijn dezelfde als die der mengbaarheid bij overeenkomstige stoffen.*

Experimenteel onderzoek naar de analogie in de kwantitatieve wetten der beide verschijnselen.

Men moge nu aan TAMMANS's opvatting over het wezen van den amorf vasten toestand meer of minder waarde willen toekennen, hier voert zij in elk geval tot een stelling die experimenteel gecontroleerd kan worden. Daartoe heb ik een vergelijkend onderzoek ingesteld naar de kwantitatieve wetten der imbibitie bij een aantal amorphe opzwellbare lichamen en naar die der mengbaarheid bij een aantal overeenkomstige mengbare stoffen; als zoodanig heb ik drie vloeistoffen gekozen, die evenals opzwellbare lichamen practisch niet vluchtig zijn en evenals deze groote hoeveelheden water kunnen opnemen, n.l. het zwavelzuur, de glycerine en het orthophosphorzuur.

Bij een aantal amorphe opzwellbare lichamen heb ik experimenteel bepaald, volgens welke kwantitatieve betrekkingen de imbibitiewarmte, de waterdampspanning en de volumecontractie van den imbibitie-graad afhangen; de verkregen resultaten werden grafisch voorgesteld. In enkele gevallen kon ik gebruik maken van door andere onderzoekers verrichte metingen.

¹⁾ Merkwaardig is het, dat de bekende physioloog CARL LUDWIG reeds in 1849 voorspeld heeft, dat de physiologen de opzwellbaarheid niet bevredigend zouden kunnen verklaren, vóór de physische chemie veel meer zou weten dan toen het geval was. „Die kleinsten Theilchen (des quellbaren Körpers) haben eine ausgesprochene Verwandtschaft zu dem Wasser — ob chemische oder adhäsive wird uns die Chemie lernen, wenn sie sich aus ihrem theoretischen Elend erhoben hat. (Zeitschr. f. ration. Medizin von HENLE 8, p. 22).

Vervolgens heb ik hetzelfde bij de drie mengbare vloeistoffen verricht. Grootendeels kon ik daarbij gebruik maken van metingen, reeds door vroegere onderzoekers met andere bedoelingen verricht. Maar de waterdampspanning van glycerine- en van phosphorzuurmengsels moest ik zelf bepalen; en de mengwarmte van glycerine met water werd in een reeks proeven gemeten, welke ik in samenwerking met den heer J. J. P. VALETON heb verricht.

Bij de keuze der onderzochte opzwellbare stoffen heb ik er zorgvuldig op gelet, onnoodige complicaties te vermijden. Zoo schijnen mij stoffen als zetmeel, waarin waterrijke met waterarme lagen afwisselen, voor het onderzoek niet geschikt; want elk dezer lagen heeft een verschillend imbibitie-vermogen en het waargenomen verschijnsel is samengesteld uit de som van talrijke elementaire verschijnselen, die verschillende wetten volgen. A fortiori komen ingewikkeld gebouwde lichamen, zooals erwten of *Laminaria*, waarin allerlei verschillende elementen als celwanden, celkernen, zetmeelkorrels naast elkander liggen, niet voor onderzoek in aanmerking. Evenzoo heb ik vermeden stoffen te gebruiken, gelijk kiezelzuur of metaalhydroxyden in versch geprecipiteerden vorm, waarin zich waarschijnlijk langzame chemische veranderingen afspelen. Zoo gaat b.v. het blauwe cuprihydroxyde op den duur in aanraking met water over in het zwarte cuprioxyde — langzaam bij kamertemperatuur, snel bij kookhitte; het bruine ferrihydroxyde wordt rood, het tinzuur gaat over in metatinszuur, het kiezelzuur eischt hoe langer hoe meer kali om weer in oplossing te gaan. Gelukkig schijnen bij eiwitachtige stoffen en bij polysacchariden — waaruit de biologisch meest belangrijke opzwellbare stoffen bestaan — dergelijke complicaties niet voor te komen; spontane peptonisatie e.d., waaraan men zou kunnen denken, verlopen bij kamertemperatuur en neutrale reactie niet met merkbare snelheid. Daar waar ik mijn onderzoekingen tot metaalhydroxyden e.d. heb uitgebreid, heb ik mij voorloopig beperkt tot stoffen, die door kunstmatig oud-worden — langdurige verhitting onder water — zoo goed mogelijk van deze complicatie waren bevrijd. Voor alle zekerheid heb ik ook de andere stoffen slechts in monsters onderzocht die minstens een jaar te voren bereid waren ¹⁾.

a. Imbibitie-warmte en mengwarmte.

Bepaald werd de hoeveelheid warmte in gramcalorieën (*H*), ont-

¹⁾ Alle stoffen werden in gepoederden vorm onderzocht; contrôle-proeven hadden geleerd dat de wateradsorptie tegen het oppervlak der korrels van het poeder zoo klein was, dat daardoor geen stoornissen van beteekenis ontstonden.

wikkeld als 1 gr. droge stof¹⁾ i gr. water opneemt; deze warmtehoeveelheid noem ik de imbibitie-warmte bij den imbibitie-graad i .

De stof werd in een met een caoutchouc stop gesloten glazen buis in het met water gevulde calorimetervat geplaatst, tot er warmte-evenwicht was; dan werd zij door overgooien of stuk stooten van den bodem met het water in aanraking gebracht en de temperatuurstijging afgelezen.

De gedaante der kromme, die aangeeft hoe W van i afhangt, heb ik bij zes stoffen bepaald, waarvan ik hier slechts die van *cellulose* (aschvrije filters van SCHLEICHER en SCHÜLL N^o. 589) en *caseïne* (pur. HOECHSTER FARBERKE)²⁾ mededeel. Onder de door andere onderzoekers gepubliceerde curven lijken mij alleen die van RODEWALD en KATTEIN bij *kunstmatig bereide zetmeelkorrels*³⁾ en van VOLBEHR bij *geprepareerde houtvezels*⁴⁾ (als voor een ruwvezelbepaling) ter vergelijking met vloeistoffen geschikt. De andere door RODEWALD en KATTEIN onderzochte stoffen waren zetmeelsoorten die door haren laagsgewijzen bouw meer ingewikkelde voorwerpen vormen; overigens werden daar krommen gevonden, die in vorm geheel met die voor kunstmatige zetmeelkorrels overeenkomen⁵⁾.

Op de bijgevoegde plaat zijn de krommen dezer vier stoffen, zorgvuldig op schaal geteekend, afgebeeld. Zij maken alle vier den indruk

1) Het blijft altijd min of meer willekeurig, wat men „droge stof” wil noemen. Ik koos als zoodanig de bij 110° in vacuo boven zwavelzuur gedroogde. Op deze wijze zijn de verschillende lichamen, althans zooveel mogelijk, in vergelijkbaren toestand gebracht.

De stof met het laagste watergehalte, waaraan ik metingen verricht heb, was de boven zwavelzuur bij kamertemperatuur gedroogde; de waarden voor de „droge” stof werden door extrapolatie verkregen. Bij enkele weinige lichamen, die niet zonder ontleding tot 110° verhit kunnen worden, heb ik het watergehalte door drogen in vacuo boven zwavelzuur bij kamertemperatuur bepaald; dit is dan afzonderlijk vermeld. RODEWALD en zijn leerlingen KATTEIN en VOLBEHR volgden bij alle stoffen deze methode van waterbepaling. De resultaten der beide methoden verschillen meest $\frac{1}{2}$ —1 pCt.

2) Aan de directie der Hoechst Farbwerke, vorm. MEISTER, LUCIUS und BRÜNING, die het voor deze proeven benoodigde caseïne welwillend te mijner beschikking stelde, betuig ik daarvoor mijn oprechten dank.

3) Zeitschr. f. physikal. Chem. 33, p. 581. Het vernuftig gebruik maken van den ijs-calorimeter van BUNSEN maakte, dat bij deze proeven — evenals bij die van VOLBEHR — een groote nauwkeurigheid bereikt werd.

4) Untersuchungen über die Quellung der Holzfaser, Inaugural-Dissertation, Kiel (1896) p. 32. VOLBEHR had ook reeds opgemerkt dat de door hem bepaalde lijn het karakter van een hyperbool had.

5) Het amyllum solubile (MERCK) lijkt mij om later uiteen te zetten redenen niet voor de vergelijking met vloeistoffen geschikt; het heeft overigens een lijn van denzelfden vorm.

een hyperbool te zijn; bij de cellulose en de caseïne is dit bijzonder opvallend. ¹⁾

Bij de beide andere curven en bij de cellulose heb ik nagegaan of zij inderdaad voorgesteld kunnen worden door de formule der hyperbool

$$W = \frac{Ai}{B+i}$$

De onderstaande tabellen toonen aan, dat de overeenstemming bevredigend is ²⁾.

IMBIBITIE-WARMTE VAN CELLULOSE.

$$A = 11.6 \quad B = 0.030 \quad \sum \Delta^2 = 0.59$$

<i>i</i>	<i>W</i> bepaald.	<i>W</i> berekend.	Δ
0.—	0.—	0.—	
0.014	3.5	3.7	+ 0.2
0.041	6.9	6.7	- 0.2
0.054	7.6	7.5	- 0.1
0.074	9.0	8.3	- 0.7
0.261	10.5	10.4	- 0.1

IMBIBITIE-WARMTE VAN KUNSTMATIGE ZETMEELKORRELS.

droog = in vacuo boven zwavelzuur
gedroogd bij kamertemp.
 $A = 46.65 \quad B = 0.148 \quad \sum \Delta^2 = 1.33$

<i>i</i>	<i>W</i> bepaald.	<i>W</i> berekend.	Δ
0.—	0.—	0.—	0.0
0.0136	4.1	3.9	- 0.2
0.0236	6.8	6.4	- 0.4
0.0347	8.4	8.9	+ 0.5
0.0424	10.4	10.4	+ 0.0
0.0549	12.2	12.6	+ 0.4
0.0970	18.3	18.4	+ 0.1
0.1218	21.0	21.1	+ 0.1
0.1716	25.3	25.0	- 0.3
0.2403	29.5	28.9	- 0.6
0.3135	32.0	31.7	- 0.3
0.3811	32.8	33.2	+ 0.4

Op dezelfde plaat zijn de krommen der mengwarmtes voor zwavelzuur, glycerine en phosphorzuur afgebeeld (hier is de mengwarmte *W* weer de hoeveelheid gr. cal., ontwikkeld als 1 gr. droge stof *i* gr. water opneemt). Zij vertoonen met de krommen der imbibitie-warmte een sterke gelijkenis.

¹⁾ Bij de vier andere stoffen die ik onderzocht heb, werden eveneens lijnen verkregen, die den indruk maken hyperbolen te zijn.

²⁾ De afwijkingen zijn niet veel grooter dan de vermoedelijke fouten in de proeven.

INBITIE-WARMTE VAN HOUTVEZELS.

(ruwvezelbepaling).

droog = in vacuo boven zwavelzuur gedroogd bij kamertemp.

$$A = 23.62 \quad B = 0.0855 \quad \Sigma \Delta^2 = 0.19$$

i	W bepaald.	W berekend.	Δ
0.—	0.—	0.—	
0.0370	6.7	6.9	+ 0.2
0.0697	10.5	10.3	- 0.2
0.0924	11.9	12.0	+ 0.1
0.1269	14.0	13.8	+ 0.2
0.1525	15.0	14.9	+ 0.1
0.1742	15.7	15.6	+ 0.1
0.1964	16.2	16.2	+ 0.0
0.2166	16.5	16.7	+ 0.2

Dat zij inderdaad door een hyperbool voorgesteld kunnen worden, bewijzen de onderstaande twee tabellen.

MENGWARMTE VAN ZWAVELZUUR
EN WATER.

(THOMSEN).

$$A = 182.10 \quad B = 0.3303 \quad \Sigma \Delta^2 = 1.00$$

MENGWARMTE VAN GLYCERINE
EN WATER.

$$A = 16.40 \quad B = 0.81 \quad \Sigma \Delta^2 = 0.51.$$

i	W bepaald.	W berekend.	Δ	i	W bepaald.	W berekend.	Δ
0.—	0.—	0.—		0.—	0.—	0.—	—
0.1837	65.04	65.07	+0.03	0.1800	3.3	3.0	- 0.3
0.3674	96.02	95.88	-0.14	0.3508	5.1	5.0	- 0.1
0.5511	113.55	113.86	+0.31	0.609	6.9	7.0	+ 0.1
0.9185	133.65	133.93	+0.28	1.224	9.8	9.9	+ 0.1
1.653	152.45	151.78	-0.67	1.788	11.2	11.3	+ 0.0
3.490	165.74	166.34	+0.60	3.061	13.0	13.0	+ 0.0
				6.170	14.2	14.5	+ 0.3
				9.252	14.9	15.1	+ 0.2
				12.32	15.3	15.4	+ 0.1
				25.35	16.4	15.9	- 0.5

Trouwens, THOMSEN ¹⁾ heeft reeds in 1883 zijne onderzoekingen over zwavelzuur door deze empirische formule bevredigend kunnen uitdrukken ²⁾; en de theorie der mengsels van VAN DER WAALS voert tot dezelfde wet ³⁾.

Zooals men ziet, is de analogie tusschen de kwantitatieve wetten van opzwellbaarheid en mengbaarheid bij imbibitie-warmte en mengwarmte inderdaad opvallend.

b. Waterdampspanning.

Bij een veertigtal amorfe opzwellbare lichamen heb ik de kromme bepaald volgens welke de waterdampspanning van het opgezwollen lichaam van den imbibitie-grad afhangt. Die spanning heb ik uitgedrukt als fractie (h) van de maximumspanning van water bij dezelfde temperatuur ⁴⁾. Zulk een lijn, die karakteristiek is voor de wijze waarop het imbibitie-water in een stof gebonden is, noem ik de *hygrometrische lijn* van het opzwellbare lichaam. De bepalingen geschieden volgens een methode, die in hoofdzaak met de door VAN BEMMELEN gevolgde overeenstemt ⁵⁾.

Van acht dezer stoffen heb ik de verkregen lijnen — wederom zorgvuldig op schaal geteekend — op de plaat laten afbeelden ⁶⁾. Het zijn *caseïne*, *cellulose*, *gelatine* (fijnste gelatine uit den handel, langdurig met gedistilleerd water uitgewasschen), *pepton* (amphopepton volgens KÜHNE, bereid door Dr. G. GRÜBLER), *arabische gom*

¹⁾ Thermochemische Untersuchungen, deel III, p. 8.

²⁾ Ook E. BOSE, Physikal. Zeitschr. 6, p. 548-553 roemt de mooie resultaten, waarmee THOMSEN zijn metingen over mengwarmte door de hyperbolische formule kon voorstellen.

³⁾ Continuität des gasförmigen und flüssigen Zustandes, II, p. 45; feitelijk is de afleiding alleen voor niet-associeerende stoffen geschied.

⁴⁾ Dit quotient verandert slechts zeer weinig bij stijging of daling der temperatuur; vandaar het voordeel de dampspanning zóó uit te drukken. De temperatuur der proef wisselde tusschen de uitersten 13° C en 21° C.

⁵⁾ Het verschil met VAN BEMMELEN's methode bestond voornamelijk hierin, dat niet éénzelfde portie stof achtereenvolgens de verschillende evenwichten doorliep, maar dat verschillende porties eener zelfde stof na dezelfde voorbehandeling (maximale droging of drenking) tegelijkertijd elk boven een andere zwavelzuuroplossing in evenwicht kwamen. Daardoor wordt de duur der toch reeds zoo tijdroovende proeven aanmerkelijk bekort.

⁶⁾ Een dubbele pijl \updownarrow bij de kromme duidt aan, dat het evenwicht van twee zijden werd benaderd, een enkele pijl \up of \downarrow dat het slechts van één zijde werd bereikt en van welke. Contrôle-proeven bij talrijke stoffen hebben geleerd, dat de vorm der verkregen lijnen dezelfde is, of men de eene of de andere methode volgt, en dat de bereikte evenwichten kwantitatief slechts weinig verschillen.

(fijnste uit den handel, gepoederd), *serumalbumine* (Albumin aus Blut puriss. Merck, gedialyseerd, gefiltreerd, dan ingedamp't bij kamertemperatuur), *tertiair calciumphosphaat* (calcium phosphoricum tribasicum siccum Merck) en *oud geworden kiezelzuur* (acidum silicium Merck, een half jaar lang bij 80° C. onder water verhit). De eerste drie en de laatste twee zijn beperkt opzwellbaar, de vierde, vijfde en zesde onbeperkt opzwellbaar; eenige dezer stoffen behooren tot de eiwitachtige lichamen, andere tot de polysacchariden, nog andere tot de anorganische verbindingen. Hoewel dus stoffen van zeer verschillenden aard gebruikt zijn, blijken alle lijnen denzelfden vorm te bezitten ¹⁾. Steeds begint de kromme bij kleine imbibitie-graden de bolle zijde naar onderen te keeren, krijgt bij grootere *i* een buigpunt en keert daarna de holle zijde naar onderen, zoodat een min of meer S-vormige lijn ontstaat. Een zóó groote overeenstemming bij chemisch zoo verschillende verbindingen is eenigermate verrassend ²⁾.

Schijnbaar hiervan afwijkend zijn sommige der resultaten van VAN BEMMELEN. Bij het onderzoek van versch door zoutzuur uit waterglas geprecipiteerd kiezelzuur, en van ijzerhydroxyde dat door alkali uit ferrichloride was neergeslagen en nog niet oud geworden, kreeg hij ingewikkelder lijnen (n.l. met drie buigpunten). Beschouwt men echter nader de krommen, die hij voor *oud geworden kiezelzuur* ³⁾ en ijzerhydroxyde ⁴⁾ gevonden heeft, dan blijken zij denzelfden vorm te bezitten als de door mij gevondene.

Bij de mengsels leiden experiment en theorie tot de conclusie, dat de lijn die aangeeft hoe de waterdampspanning van *i* afhangt, twee typen kan hebben, die gradueel in elkaar overgaan. Bij sommige stoffen (b.v. zwavelzuur en phosphorzuur — zie de plaat), loopt de lijn S-vormig, evenals bij de opzwellbare lichamen. Bij andere, b.v. bij propionzuur en azijnzuur, is van het begin af aan de bolle zij naar

¹⁾ Behoudens dit verschil natuurlijk, dat de kromme voor $h = 1$ bij beperkt opzwellbare lichamen eindigt in het imbibitie-maximum, terwijl zij bij onbeperkt opzwellbare asymptotisch verloopt. Maar overigens vertoonen de lijnen dezer twee groepen geen verschillen.

²⁾ Krommen van denzelfden vorm kregen TROUTON bij flanel en watten, ORME MASSON en RICHARDS bij watten, LÖWENSTEIN bij ferrocyaan koper, ferrocyaan zink en bij kiezelzuren die door inwerking van verdund zuur op silicaten bij kamertemperatuur ontstaan waren. Ik zelf heb nog meer dan dertig andere opzwellbare stoffen onderzocht, daaronder het meerendeel der bekende physiologisch-chemische stoffen en enkele andere lichamen, gelijk looistoffen en zeepen; steeds vertoonden de krommen het S-vormige karakter.

³⁾ Zeitschr. f. Anorgan. Chem. 13, p. 354 (fig. 17).

⁴⁾ Zeitschr. f. Anorgan. Chem. 20, p. 207. (bedoeld wordt de lijn van het gel dat 7 jaren onder water gestaan heeft).

onderen gekeerd en het buigpunt verdwenen. Het glycerine schijnt juist op de grens te liggen; de afgebeelde kromme vertoont het buigpunt nog even.

De opzwellbare lichamen hebben derhalve lijnen, welke met die der mengbare stoffen van de eerste groep overeenkomen. Daarop gelijken zij dan ook sprekend.

Deze analogie gaat nog verder: mengbare stoffen van de eerste groep hebben een sterk positieve mengwarmte en volumcontractie; bij die der tweede groep zijn deze eigenschappen meest slechts zwak positief of zelfs negatief. Bij alle tot nu toe onderzochte opzwellbare lichamen zijn zij sterk positief. De theorie der mengsels doet vermoeden¹⁾, dat het aanvankelijk met de bolle zijde naar onder gekeerd zijn (en het daaruit volgende buigpunt) bij een mengbare stof der eerste groep des te sterker uitgesproken zal zijn, naarmate de z.g. „differentieele imbibitie-warmte voor $i=0$ ” grooter, is d. w. z. de hoeveelheid warmte ontwikkeld als een groote hoeveelheid droge stof één gr. water opneemt²⁾. Bij zwavelzuur is dit karakter der dampspanningslijn sterker uitgesproken dan bij phosphorzuur, en bij deze stof aanmerkelijk sterker dan bij glycerine; gelijk men uit de krommen ziet, ligt het gedrag der opzwellbare lichamen min of meer tusschen dat van zwavelzuur en van phosphorzuur in. Men mag dus met waarschijnlijkheid verwachten, dat de genoemde warmte-hoeveelheid bij zwavelzuur grooter is dan bij phosphorzuur, en veel grooter dan bij glycerine, dat zij bij opzwellbare lichamen waarden heeft, tusschen die der eerstgenoemde stoffen inliggend. Dat dit inderdaad het geval is, leert onderstaande tabel voor de waarde dezer grootheid, gelijk ik die bij de verschillende stoffen uit de calorische proeven berekend heb:

— — — — —

¹⁾ Dit volgt zoowel uit de benaderingsformules voor geconcentreerde mengsels, die NERNST als de formules der „ideale geconcentreerde oplossingen” beschreven heeft, als uit de door VAN LAAR uit de theorie der mengsels van VAN DER WAALS afgeleide uitdrukking voor de dampspanning van mengsels. Speciaal bij de opzwellbare lichamen schijnen mij de formules van NERNST van groote beteekenis te zullen worden. Zij voorspellen b.v. dat, als de imbibitie-warmte voorgesteld wordt door een hyperbool, de hygrometrische lijn den bekenden S-vorm moet hebben; en verschillende bijzonderheden dezer lijn die inderdaad worden waargenomen. Ik kom daarop binnenkort in een stuk over de Thermodynamica en het Opzwellen uitvoerig terug.

²⁾ De differentieele mengwarmte berekent men uit de gewone mengwarmte volgens de formule $w = \frac{dW}{di}$

²⁾ Zeitschr. f. physikal. Chem. 24, p. 201—202.

caseïne	200 cal.	zwavelzuur	550 cal.
cellulose	390 „	orthophosphorzuur .	100 „
kunstmatige zetmeelkorrels .	320 „	glycerine	20 „
houtvezels (ruwvezelbepaling)	260 „		
nucleïne (uit gist)	200 „		

Ook bij de waterdampspanning vindt men derhalve een tot in bijzonderheden doorgaande gelijkenis tusschen de kwantitatieve wetten van opzwellbaarheid en mengbaarheid.

c. Volumcontractie.

Bij drie amorfe opzwellbare stoffen heb ik de volumcontractie c bepaald (in cM^3), die ontstaat, wanneer één gr. droge stof i gr. water opneemt. De techniek stemde geheel overeen met de zeer praktische door RODEWALD bij *amylum tritici* beschrevene ²⁾. Als piënometer-vloeistof werd petroleumaether met een kookpunt van 80° — 100° C. gebruikt, die blijkens contrôle-proeven door de gebruikte stoffen niet geïmbibeerd wordt. Van de bepaalde lijnen wordt hier alleen de voor caseïne verkregene afgebeeld; bij de andere stoffen kreeg ik lijnen van dezelfde gedaante. Voorts heb ik op de plaat de resultaten van RODEWALD bij *amylum tritici* laten reproduceeren, al zijn deze proeven niet geheel volwaardig voor de vergelijking met vloeistoffen door de aanwezigheid van lagen in de zetmeelkorrels (bij *amylum tritici* is deze laagsgewijze bouw echter slechts zwak aanwezig). In beide gevallen vertoont de kromme duidelijk den vorm eener hyperbool.

Bij de drie mengbare stoffen werden volumcontractie-lijnen van denzelfden vorm gevonden¹⁾; ook deze krommen maken den indruk hyperbolen te zijn ²⁾. Ook bij de volumcontractie vinden wij derhalve weer dezelfde analogie in de kwantitatieve wetten der beide verschijnselen.

d. Verband tusschen imbibitie-warmte en volumcontractie.

Deelt men de volumcontractie c eener opzwellbare stof door de imbibitie-warmte W bij denzelfden imbibitie-graad, dan krijgt men

¹⁾ Berekend uit proeven van DOMKE voor zwavelzuur (LANDOLT, BÖRNSTEIN, MEIJERHOFFER's Tabellen, 3e druk, p. 328), van SCHIFF voor phosphorzuur (Lieb. Ann. **37**, p. 192), van LENZ voor glycerine (LUNGE's Techn. Unters. Meth. III, p. 160).

²⁾ THOMSEN wees er reeds in 1883 op, dat de volumcontracties van azijnzuur een hyperbool volgen.

getallen die bij verschillende opzwellbare lichamen van dezelfde grootte-orde zijn. Daar deze verhouding soms vrij sterk met den imbibitie-graad verandert, berekende ik — om vergelijkbare waarden te hebben — het quotient $\frac{e}{W^r}$ voor kleine i 's ($i = 0$).

Bij de drie mengbare vloeistoffen heeft dit quotient ook waarden die onderling goed overeenstemmen.

Wat nu als bijzonder merkwaardig opvalt, is dat deze grootte-orde bij mengbare stoffen dezelfde is als bij opzwellbare. Onderstaande

tabel geeft de waarde van $\left(\frac{e}{W^r}\right)_{i=0}$

caseïne	0.0015	zwavelzuur .	0.0020
amylum tritici	0.0019	phosphorzuur	0.0010
houtvezels (ruwvezelbep.)	0.0021	glyeerine . .	0.0024

Bij opzwellbare zoowel als bij mengbare stoffen ligt het quotient dus steeds tusschen 10 en 25×10^{-4} , hoe verschillend de chemische geaardheid van het lichaam ook is! Als beide verschijnselen in wezen identiek zijn, behoeft men zich hierover niet te verwonderen. Maar hoe zou men deze overeenstemming in grootte-orde bij zóó verschillende stoffen moeten verklaren, als beide verschijnselen principieel verschillend waren?

Resumeerende blijkt het, dat in de vier gevallen, waarin de kwantitatieve wetten der opzwellbaarheid van amorge vaste stoffen met die der mengbaarheid van vloeistoffen vergeleken werden, een in het oog vallende analogie bestaat. *De juistheid van dit feit is onafhankelijk van de juistheid der theorie, die tot het onderzoek geleid heeft.*

Maar terwijl het een sterke bevestiging vormt der theorie, die leert, dat opzwellen principieel hetzelfde is als zich mengen, zal het moeilijk zijn, eene andere theorie aan te geven, die het bestaan dezer analogie even ongedwongen zal kunnen verklaren.

In een volgende verhandeling hoop ik een aantal proeven te publiceeren, die aantoonen dat de theorie ook van de opzwellbaarheid van kristallen bevredigend rekenschap kan geven.

Ontleedkunde. — De Heer BOLK doet eene mededeeling: „*Over de ontwikkeling der Hypophyse van de Primaten in 't bijzonder bij Tarsius en den Mensch*”.

Bij het bestudeeren eener serie door een Embryo van Tarsius spectrum behorende tot het materiaal van het embryologisch Instituut der Utrechtsche Universiteit (Gekatalogiseerd als Tarsius No. 666) werd mijn aandacht getrokken door den bijzonderen vorm van het pharyngeale deel der Hypophyse. Er komt bij dezen Primaat, zooals nit de dwarsecoupen duidelijk bleek, een vorm tot ontwikkeling, samengestelder dan ons die bij andere zoogdieren bekend is. In de meeste gevallen snoert zich toch, zooals uit de beschrijving van verschillende schrijvers volgt, het Hypophyzenblaasje van het dakepitheel van de mondbocht af, legt zich tegen de voorvlakte van den infundibulairsteel aan, en wordt nu wanneer zich het nervense deel van de Hypophyse aan het eind van dezen steel als een kogelvormig lichaampje begint te ontwikkelen, door dit laatste ingestulpt. Het pharyngeale — of juister uitgedrukt orale deel van de Hypophyse, wordt daardoor tot een dubbelwandig blaasje, in welks ingestulpte holte het cerebrale deel van dit lichaampje opgenomen is.

Er was aanleiding ook voor Tarsius deze hoogst eenvoudige ontwikkelingswijze aan te nemen, daar ZIEHEN, die een bijzonder onderzoek omtrent de ontwikkeling der hersenen van dezen Primaat verricht heeft, aan materiaal eveneens afkomstig uit het Utrechtsche Instituut, van een eenigszins afwijkenden ontwikkelingsvorm niet spreekt, doch wel nadrukkelijk op overeenstemming wijst met den gewonen ontwikkelingsgang. Zoo zegt hij b.v. op blz. 351 van den tweeden band 3e deel van HERTWIG'S Handbuch der Vergl. u. Experimentellen Entwicklungsgeschichte der Wirbeltiere: „Die charakteristische Umklammerung des Hirnteils der Hypophyse durch den Rachenteil giebt die nachstehende Figur wieder”. Ook in zijn, in de verslagen dezer Akademie verschenen mededeeling ¹⁾ laat hij zich in gelijken zin uit.

Mijn waarneming bij Tarsius was mij een aanleiding om ook bij het andere in mijn bezit zijnde embryologische materiaal van Primaten, den eersten aanleg en de vorming van het Hypophyzenblaasje te bestudeeren. En dit leidde er toe, dat althans een der bijzonderheden die ik bij Tarsius aantrof, duidelijk werd. Het bleek mij namelijk dat de wijze waarop bij de Primaten het Hypophyzenblaasje wordt aangelegd en zich vormt bijkans volkomen overeenstemt met die bij de Reptilien.

¹⁾ Versl. der Zitting van 26 Nov. 1904.

Een nauwkeurige beschrijving hiervan danken wij aan GAUPP. Bij deze vertebratengroep ontstaat het blaasje niet door een enkelvoudige doch door een drievoudige instulping, een mediane en twee zijdelingsche. Terwijl zich meer in het bijzonder de mediane instulping tegen het nerveuse deel der Hypophyse aanlegt, ontwikkelen zich uit de beide zijdelingsche de door GAUPP als lobuli laterales onderscheiden deelen.¹⁾ Hetzelfde geldt nu ook voor de Primaten. Ook hier ontwikkelt zich eerst wat GAUPP noemt de „Vorraum” en daarachter volgen de drie naast elkander gelegen instulpingen. In Figuur 1 a—f

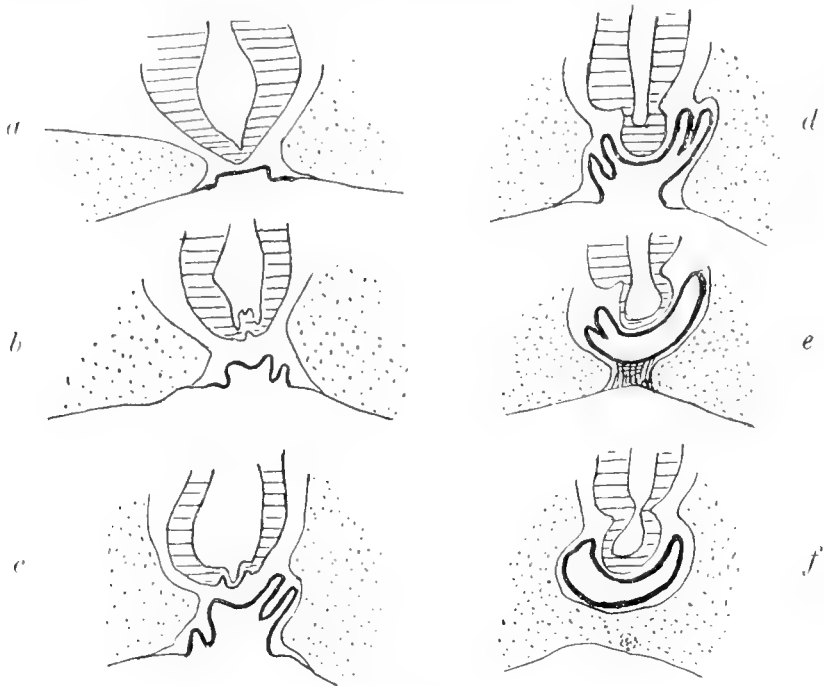


Fig. 1.

zijn ten bewijze hiervan enkele doorsneden door den Hypophysen-aanleg van een jong embryo van *Macacus cynomolgus* (Embr. Mus. Utrecht. Selenka's Materiaal. Embryo „Grethe”) geschetst. De sneerichting verliep een weinig schuin. In *a* is de „Vorraum” getroffen, in *b* is de instulping, ook van een der lobuli laterales te zien, in *c* verschijnt ook de anderzijdsche, in *d* heeft zich het middendeel tegen den infundibulairsteel gelegd en begint de afsnoering, die in *e* en *f* volledig is. Ik zal op deze feiten hier niet nader ingaan, ik vermeldde deze slechts om den Hypophysenvorm bij *Tarsius* te doen begrijpen. Slechts dit zij nog aan het bovenstaande toegevoegd, dat bij de

¹⁾ STADERINI beschreef later deze zijkwabjes ook bij de larve van *Triton cristatus*.

Primaten de differentieering tot glandulair deel tot stand komt in de lobuli laterales en in het uit den „Vorraum” ontstane deel, terwijl de mediane instulping slechts een bekleedenden wand vormt om het nerveuse deel.

Keeren wij nu tot Tarsius terug. Van de Hypophyse van het genoemde Embryo N^o. 666 — dat in zijn ontwikkeling overeenstemt met N^o. 34 van KEIBEL's Normentafel — heb ik een honderdvoudig vergroot model vervaardigd. Dit model is van ter zijde gezien afge-

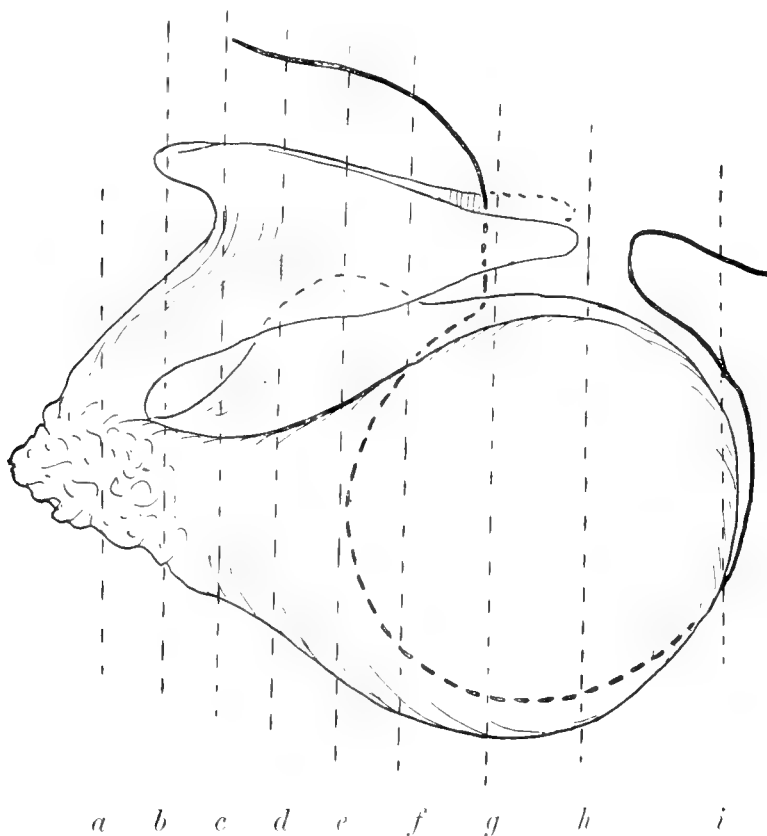


Fig. 2.

beeld in Figuur 2. De vertikaal door deze figuur verloopende lijnen geven de sneerichting aan en de door deze lijnen aangeduide sneden, zijn in de figuren 3a—i geschetst.

Het eerst valt aan deze figuur op, dat het pharyngeale deel der Hypophyse uit twee gedeelten bestaat, een grooter deel, het eigenlijke blaasje, waarin van achter uit het nerveuse deel, (met dikker lijn aangeduid) ingestulpt is, en een smaller deel dat tusschen de basaalvlakke van de hersenen en het grooter deel teruggeslagen schijnt, in de richting van den infundibulairsteel. Aangezien zich dit deel gaffelvormig splitst, zal ik het als Lobulus bifurcatus onderscheiden.

Zooals uit de figuur 2 blijkt, hangt dit kwabje aan den voorpool der Hypophyse met het overige deel samen. In dit voorste deel is de vorming van eelstrengen, als inleiding tot de verdere histiologische differentieering van het blaasje begonnen. Vandaar dat de oppervlakte hier onregelmatige uitbochtigen vertoont. Deze zetten zich nog juist op het begingedeelte van den lobulus bifurcatus voort. De doorsnede volgens de lijn *a* in Figuur 2 is geschetst in Fig. 3*a*. Zooals men bemerkt is aan de eene zijde (in de Figuur links) de afsplitsing van den Lobulus bifurcatus van de overige massa reeds tot stand gekomen.

Verder naar achter neemt nu dit kwabje, op doorsnede den vorm aan van een naar onder open kapje, waarvan de beide zijden onder een stompen hoek aan elkaar stooten. De wanden worden vlak (Figuur 3*b*), en terwijl nu de verbinding tusschen de beide helften in de mediaanlijn breeder wordt, ontstaat uit den voorrand een naar voren gekeerde uitlooper. Men vergelijkte daartoe de doorsnede Figuur 3*b* met het door lijn *b* in Figuur 2 aangeduide niveau. Men ziet dat deze lijn achtereenvolgens dezen uitlooper, den steel van den lobulus bifurcatus, en het voorste deel van het eigenlijke Hypophysenblaasje doorloopt. Echter in geen dezer doorsneden is nog een lumen te zien.

Hierna ontwikkelt zich uit de konkave bovenzijde van het eigenlijke blaasje in het midden een kamvormige verheffing, die van onder uit in de konkaviteit van den Lobulus bifurcatus dringt. (Fig. 3*c*). In aansluiting hieraan splitst het laatstgenoemde kwabje zich nu in een linker en rechter helft, en zoodra deze splitsing tot stand gekomen is (Fig. 3*d*) treedt in beide helften een lumen op. Deze beide helften zoude men als de horens of cornua van den lobulus bifurcatus kunnen onderscheiden. Op doorsnede zijn zij haakvormig, de buitenvlakte is, vooral in 't voorste deel, zeer konkav. De beide horens worden naar achter spits, behouden echter hun lumen tot bijkans aan hun eind. Deze einden liggen beiderzijds van den infundibulairsteel (Fig. 3*e*). In het achterste deel van het Hypophysenblaasje ligt het nerveuse deel ingestulpt. Dit pars nervosa wordt niet volledig door het pharyngeale omsloten, de naar achter gekeerde vlakte blijft vrij.

Beschouwt men nu den vorm van dit blaasje nog een weinig nader, dan kan men hieraan duidelijk een middelstuk en twee zijstukken onderscheiden. Vooral in de voorste helft, waar het middenstuk zich kamvormig begint te verheffen, zijn deze zijstukken zeer duidelijk. Men kan hen zooals ook uit Figuur 2 blijkt, tot aan het achterste deel van het blaasje vervolgen. Dat men in deze zijstukken de lobuli laterales te zien heeft, die door GAUPP bij de Reptilien zijn beschreven,

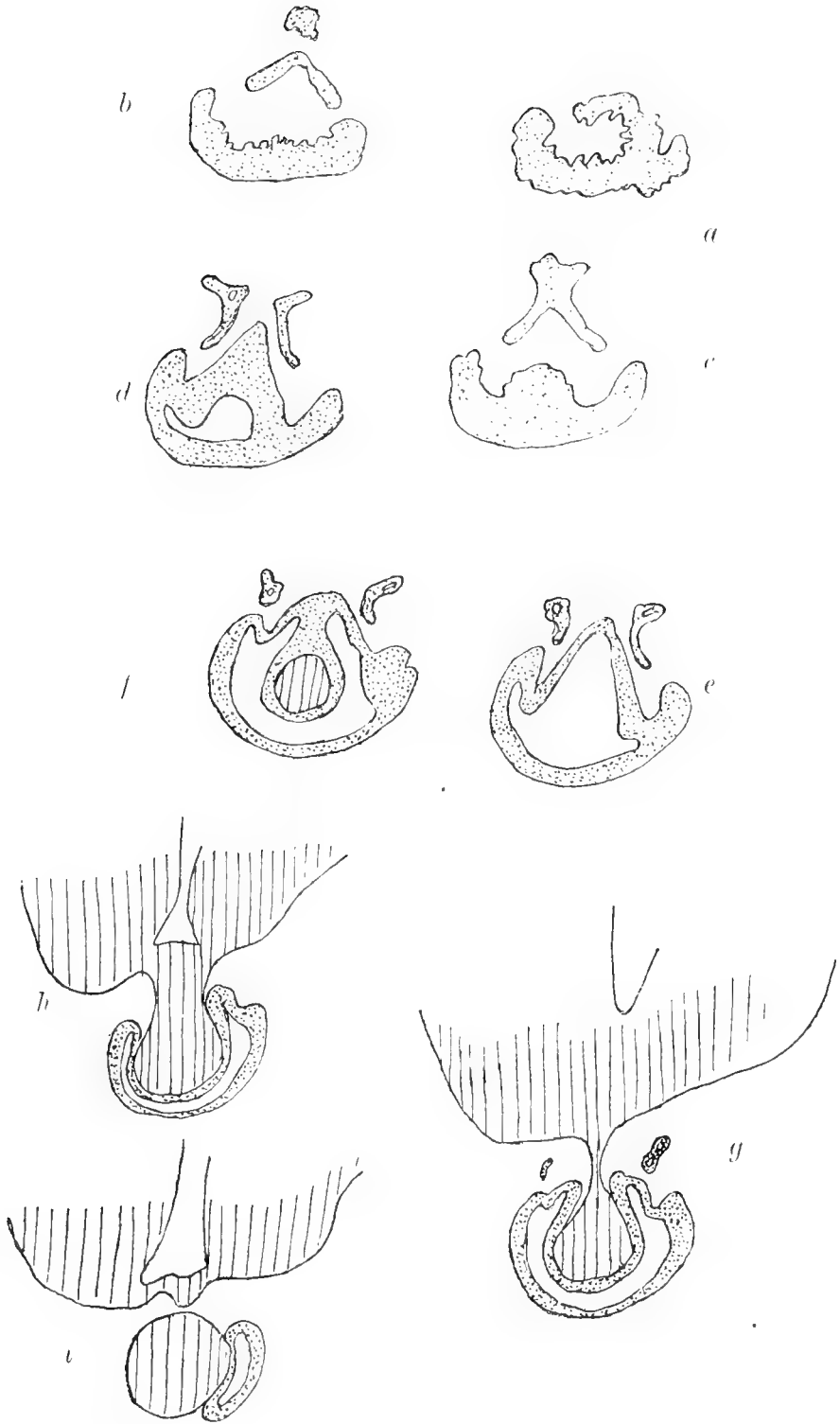


Fig. 3.

lijkt mij, naar hetgeen mij omtrent den eersten aanleg van het Hypophysenblaasje bij andere primaten bekend is, niet twijfelachtig. Ik herhaal dat het deze zijkwabjes zijn, waarin zich bij de Primaten in het begin de verdere histologische differentieering van het Hypophysenblaasje het eerst voortzet. Zij vormen dus een essentieel bestanddeel van de Hypophyse.

Een opvatting niet te spreken over de beteekenis van den lobulus bifurcatus, zal ik niet wagen. In de verdere ontwikkeling spelen althans de beide cornua geen groote rol. Dit blijkt uit den toestand die bij een ouder Embryo werd aangetroffen (Embryol. Laborat. Utrecht Tarsius N°. 555). Drie doorsneden door de Hypophysis van dit object zijn in Fig. 4 afgebeeld. Doorsnede *a* in deze figuur komt ongeveer overeen met figuur 3*b*. Men herkent het tot celstrengen gedifferentieerde voorste deel van het eigenlijke blaasje, doch ook het daar-

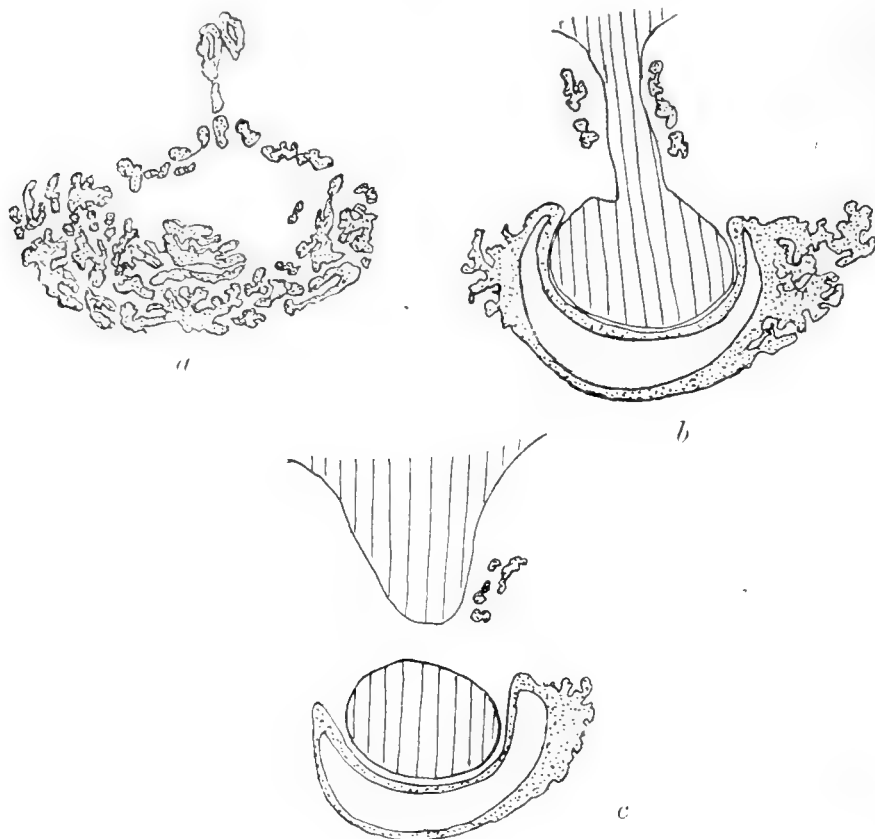


Fig. 4.

boven liggende, op doorsnede nokvormige deel van den Lobulus bifurcatus, vertoont een gelijken ontwikkelingsgang. Daarboven ligt

de doorsnede van het begin der cornua, elk voorzien van een lumen. Dat de laatste echter ook nog wel progressieve ontwikkelingsverschijnselen vertoonen, blijkt uit Figuur 4*b*, waar beiderzijds van den infundibulairsteel celgroepen liggen, waaronder er zijn met een lumen, die uit de cornua ontstaan zijn. En dat dergelijke epitheelilandjes zich tot aan den achterrand van den infundibulairsteel uitstrekken blijkt uit Fig. 4*c*, waarin een doorsnede is geschetst, die achter den genoemden steel ligt, en waar toch, althans aan een zijde, nog resten van den Lobulus bifurcatus aangetroffen worden.

Vooraf uit de ligging van deze laatste resten, blijkt een topographische bijzonderheid van den lobulus bifurcatus bij Tarsius, die misschien voor de beteekenis hiervan niet zonder gewicht is. Het is toch duidelijk dat deze onderdeelen van de pharyngeale Hypophyse niet zijn gelegen in de sella turcica. Zij liggen in de sub-arachnoïdeaal-ruimte direkt tegen de basaalvlakte van de hersenen aan, boven het, door de Dura mater gevormde diaphragma sellae turcicae.

Ten slotte vestig ik er nog de aandacht op, dat ook uit Fig. 4*b* blijkt, dat het voornamelijk de zijdeelen van het Hypophysenblaasje zijn, die de hoofdmasse van het pars glandularis der volwassen Hypophyse vormen. Het middendeel blijft — bij de apen althans — meer indifferent.

Bij mijn zoeken bij andere Primaten naar ontwikkelingverschijnselen van het Hypophysenblaasje, die met de vorming van den Lobulus bifurcatus bij Tarsius overeenstemmen zouden, heb ik alleen bij den mensch iets gevonden wat hierop schijnt te wijzen. Ik verwijs daartoe



Fig. 5.

naar Fig. 5, waarin een frontale snede is geschetst door de voorste helft van het pharyngeale deel der hypophyse bij een menschelijk embryo van 34 m.M. Kruin-staartlengte (Anat. Lab. Amst. Embryo humanum Serie Y). Vooreerst blijkt uit deze Figuur duidelijk de drievoudige aanleg der Hypophyse ook bij den mensch, de uit de laterale instulpingen zich vormende lobuli laterales zijn onmiddellijk te herkennen. Boven het mediane gedeelte ligt de doorsnede van een uitlooper, die iets meer naar voren, uit den bovenrand van het mediane gedeelte ontstaat. Deze uitlooper is dus naar achter gericht. Beide helften, die op het punt staan zich van elkander af te snoeren hebben een eigen lumen. Ik vermeen in dezen uitlooper;

het homologon te mogen zien van den lobulus bifurcatus bij Tarsius, die dan echter bij den mensch lang niet zulk een omvang verkrijgt als bij laatstgenoemden primate.

Dit kan ook blijken uit Figuur 6, waarin drie frontale doorsneden zijn afgebeeld door een iets ouder embryo van ruim 40 m.M. (Anat. Lab. Amst.: Embryo humanum Serie Z.) Ook deze doorsneden

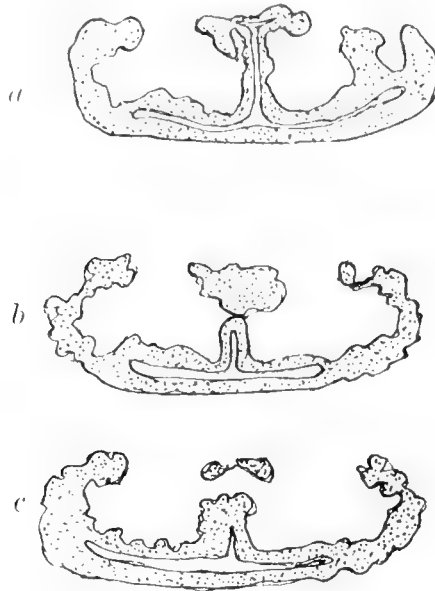


Fig. 6

gaan door de voorste helft van het pharyngeale deel, coupe *a* ligt het meest naar voren. De lobuli laterales vertoonen reeds een aanzienlijke woekering van celstrengen, waaruit weder blijkt, dat deze uit de zijdelingsche instulpingen ontstaande deelen, voor de ontwikkeling van het glandulaire gedeelte der Hypophyse van het grootste belang zijn. Dat ik bij herhaling hierop de aandacht vestig, kan voldoende gemotiveerd worden, door de m. i. niet te onderschatten beteekenis van dit feit. Zijn het toch voornamelijk de laterale instulpingen die het glandulaire gedeelte der Hypophyse vormen, dan kan men dit lichaampje niet meer als een onparig beschouwen, doch als een in aanleg parig orgaan, met welke zienswijze men bij beschouwingen omtrent de herkomst rekening zal moeten houden. En als van zelf dringt zich dan de gedachte aan eene vergelijking met de glandulaire branchiaalderivaten op, waarmede deze klier in hare functioneele beteekenis zooveel overeenstemming vertoont, zooals de physiologie en de kliniek ons leert.

Ook bij dit embryo snoert zich nu, zooals uit Figuur 6 a—c blijkt, van het mediane gedeelte, dat evenals bij Tarsius een kamvormige lijst vormt, een celmassa af, die in ligging geheel, en in voorkomen bijkans geheel overeenstemt met die bij het jongere embryo.

Het verdient zeker aanbeveling om bij jongere embryonen van Tarsius dan die mij voor 't oogenblik ten dienste stonden, de vroegere ontwikkelingsstadien van het Hypophyzenblaasje te bestudeeren, vooral met het oog op de wijze van ontstaan van den lobulus bifurcatus.

Natuurkunde. — De Heer LORENTZ biedt eene mededeeling aan van den Heer J. J. VAN LAAR: „*Iets over den vasten toestand.*” VI.

(Mede aangeboden door den Heer F. A. H. SCHREINEMAKERS).

Δb positief.

24. Tot nogtoe beschouwden wij het geval Δb negatief. De coëxistentie-kromme vloeibaar-vast loopt alsdan van hooge drukwaarden bij $T=0$, met een maximum in de nabijheid van $T=0$, of tot aan een horizontaal buigpunt E, D , tevens *kritisch punt vloeibaar-vast*, waar de beide fasen identiek worden, en waar het minimum E der isotherme met het maximum D samenvalt (zie o.a. Fig. 20 van V) — of tot in de nabijheid van een horizontaal buigpunt D, C , waar het maximum D met het minimum C samenvalt.

In het door ons gekozen voorbeeld heeft het eerste plaats zoolang — $\Delta b < 0,454$ is; het tweede, wanneer — $\Delta b > 0,454$ wordt. Bij — $\Delta b = 0,454$, in het overgangsgeval, vallen E, D en C alle drie tegelijk samen.

Opdat de coëxistentiekromme vloeibaar-vast die van damp-vloeibaar snijdt, zoodat een tripelpunt S ontstaat, is het noodig dat het genoemde kritische punt E, D of buigpunt D, C bij een negatieven druk valt, daar de druk in het tripelpunt een meest zeer geringe positieve waarde heeft. In ons voorbeeld komt dit b.v. voor bij — $\Delta b = 0,5$ (Fig. 14). Alsdan ligt S bij ongeveer $\frac{1}{4} T_c$.

Is nu Δb positief, dan verandert dit beeld geheel. De coëxistentie-kromme vloeibaar-vast komt alsdan uit de diepte (zie Fig. 23—25), vanaf lage drukken, snijdt in gunstige gevallen (Δb groot) de lijn damp-vloeibaar in een tripelpunt S , en eindigt weer in een *kritisch punt* E, D vast-vloeibaar. Nooit echter eindigt de kromme in een buigpunt D, C , zooals bij Δb negatief, wanneer — $\Delta b > 0,454$ is.

Maar zij ontspringt in de diepte uit een zoodanig punt [of liever in de nabijheid daarvan, daar eerst bij iets hoogere temperatuur de eerste coëxistentie vast-vloeibaar aanvangt (zie Fig. 20 van V)].

Bij Δb *negatief* is het verloop dus *vanaf* de as $T=0$ tot aan een kritisch punt E, D òf tot bij een buigpunt D, C (al naar gelang van de waarde van $-\Delta b$), loopende alzoo *van boven naar beneden* met (voorbij het drukmaximum dicht bij $T=0$) steeds *negatieve* waarden van $\frac{dp}{dt}$; bij Δb *positief* daarentegen *vanaf* een buigpunt D, C tot aan een kritisch punt E, D , loopende alzoo *van beneden naar boven* met steeds *positieve* waarden van $\frac{dp}{dt}$. Bij een bepaalde waarde van Δb zullen de beide eindpunten dezer aldus aan beide zijden begrensde kromme samenvallen (en derhalve wederom de *drie* punten E, D en C), en reduceert zich de geheele coëxistentiekromme tot één enkel punt (Fig. 26).

Wij zullen het bovenstaande in de volgende paragrafen bewijzen.

25. In de eerste plaats zij er op gewezen dat de dissociatievergelijking

$$\frac{\beta^2}{1-\beta^2} = \frac{cT^{\gamma+1} e^{-\frac{q_0}{RT}} e^{-\frac{(v+a/v^2)\Delta b}{RT}}}{p + a/v^2} \dots \dots \dots (a)$$

thans aanleiding geeft tot een geheel ander verloop van $\beta = f(v)$ bij T konstant. Is Δb negatief, zoo is het verloop als in Fig. 21, met een minimum in M ; terwijl bij Δb positief het verloop door Fig. 22 wordt aangeduid. Dit is onmiddellijk duidelijk, wanneer in bovenstaande vergelijking $p + a/v^2$ wordt vervangen door $\frac{(1+\beta)RT}{v-b}$, waardoor zij overgaat in

$$\frac{\beta^2}{1-\beta} = \frac{c/R T^\gamma e^{-\frac{q_0}{RT}} e^{-\frac{(1+\beta)\Delta b}{v-b}}}{v-b} \dots \dots \dots (b)$$

Bij Δb negatief zal zoowel bij $v=b$ als bij $v=\infty$ de waarde van β tot de eenheid naderen; terwijl bij Δb positief bij $v=b$ de waarde van β tot 0 nadert, van wege den exponentieelen factor, die al-dan $e^{-\infty}$ wordt. De verandering van β van 1 (vloeibare toestand) tot dicht bij 0 (vaste toestand) heeft bij Δb negatief (Fig. 21) in het *dalende* stuk AB plaats; daarentegen zal bij Δb positief (Fig. 22) de verandering van β van 0 (vaste toestand) tot dicht bij 1 (vloeibare

toestand) in het *stijgende* stuk AB geschieden. Zooals wij in voorgaande Verhandelingen zagen, vindt bij Δb negatief de toename β vanaf het minimum M tot nogmaals 1 bij groote waarden van v in de dampphase plaats.

Nu zal bij Δb positief de verandering tusschen A en B (Fig. 22) alleen dan bij geringe volumina geschieden, wanneer q_0 niet al te groot is. Want anders zal klaarblijkelijk tengevolge van de geringe waarde van den exponentieelen factor $e^{-\frac{c_0}{RT}}$ — waarvan de exponent thans niet meer het tegengestelde teeken heeft van dat van $-\frac{(p + \frac{a}{v^2}) \Delta b}{RT}$, maar hetzelfde teeken — het nagenoeg asymptotische verloop van OA aanhouden tot bij groote waarden van v , en de verandering van β tusschen A en B in de *dampphase* plaats hebben. Maar daardoor is aan de isotherm blijkbaar de gelegenheid ontnomen om zich (tengevolge der snelle afname van σ/v^2 van de waarde $\frac{a}{b_1^2}$ tot de waarde $\frac{a}{(2b_2)^2}$) tusschen de volumina $v=b_1$ (vast) en $v=2b_2$ (vloeibaar) twee keer om te buigen, waardoor de coëxistentie vast-vloeibaar geboren wordt. M.a.w. er zal dan bij geen enkele waarde van Δb een coëxistentiekromme vast-vloeibaar aanwezig zijn.

Wij zien dit onmiddellijk, wanneer wij b.v. $q_0 = 3200$ aannemen, zooals in ons vroeger voorbeeld bij Δb negatief.

Stellen wij nl. thans (verg. I, p. 836)

$$p + \frac{a/v^2}{RT} \Delta b = \varphi \quad ; \quad \frac{RT}{q_0} = \theta \quad ; \quad \frac{cq_0^2}{Rv+1} \Delta b = \lambda, \dots \dots (e)$$

zoo gaat (a) over in

$$\frac{\beta^2}{1-\beta^2} = \gamma \theta^{\beta_{12}^2} e^{-1,9} \frac{e^{-\gamma}}{\varphi} \dots \dots \dots (d)$$

Dit komt geheel met den vroegeren vorm overeen, behalve dat thans $e^{-\gamma}$ voorkomt en niet e^{γ} . Met dezelfde waarden van a , b_1 , c en q_0 als in onze voorgaande stukken vinden we nu met $\Delta b = 0,5$ en $T = 9$ (zie I, p. 837 onder):

$$\log^{10} \frac{\beta^2}{1-\beta^2} = -76,077 - 0,4343 \varphi - \log^{10} \varphi,$$

waar thans $-0,4343 \varphi$ staat in plaats van $+0,4343 \varphi$. Maar daardoor zal nu ook eerst bij $\varphi = 10^{-74}$ de waarde van $\log^{10} \frac{\beta^2}{1-\beta^2}$ zoodanig worden, dat β zich van 0 begint te verwijderen (het punt A in Fig. 22), nl. $= -2,077$; terwijl bij $\varphi = 10^{-73}$ de waarde van

\log^{10} zich tot 1,923 verheft, waarbij β in de nabijheid van 1 komt (het punt B in dezelfde Figuur). Maar tengevolge van de formule $v = b + (v-b)$, d. w. z. $v = (b_1 + \beta \Delta b) + \frac{1+\beta}{\varphi} \Delta b$, of (verg. formule (5) op p. 837 l.c.)

$$v = b_1 + \left(\beta + \frac{1+\beta}{\varphi} \right) \Delta b, \dots \dots \dots (e)$$

zal alsdan v van de orde 10^{71} , resp. 10^{78} zijn.

Zelfs bij $T = 100$, waardoor

$$\log^{10} \frac{\beta^2}{1-\beta^2} = -4,250 - 0,4343 \varphi - \log^{10} \varphi$$

wordt, ligt het stuk AB blijkbaar tusschen $\varphi = 10^{-2}$ en 10^{-6} d. w. z. v tusschen 50 en 10^6 (in het eerste geval is nl. $\beta = 0$, in het tweede $\beta = 1$), alzoo bij nog veel te groote volumina.

Eerst bij $T = 200$ zou de verandering van β van 0 tot 1 tusschen behoorlijker waarden van v komen te liggen — maar dan zijn we reeds boven de kritische temperatuur damp-vloeibaar, die bij $\Delta b = 0,5$ bij 133° ligt.

Wij zijn dus genoodzaakt de waarde van q_0 zoodanig te verlagen, dat de waarde van λ belangrijk kleiner wordt. Nemen wij b.v. q_0 honderdmaal kleiner dan in ons vroegere Voorbeeld, d. w. z. $q_0 = 32$, dan hebben wij de volgende waarden ($\Delta b = 0,5$):

$$c = 2, q_0 = 32 \text{ (beide Gr. Kal.) } b_1 = 1, 2b_2 = 1,5, a = 2700.$$

De waarde van $2b_2 = b_1 + \Delta b$ (vloeibaar) is thans niet $1 - 0,5 = 0,5$, maar $1 + 0,5 = 1,5$, d. w. z. grooter dan die van b_1 (vast). Wat de kritische temperatuur (damp-vloeibaar) betreft, deze vindt men uit

$$(1 + \beta) RT_c = \frac{8}{27} \frac{a}{2b_2},$$

aannemende dat bij T_c alle dubbelmoleculen gedissocieerd zijn, derhalve $b = 2b_2$ geworden is. Dit geeft ($\beta = 1$) $4T' = \frac{8}{27} \times \frac{2700}{1^{1/2}} = \frac{1600}{3}$,

$$\text{alzo } T_c = \frac{400}{3} = 133\frac{1}{3}.$$

In ons vroeger voorbeeld, waar $\Delta b = -\frac{1}{2}$ was, en dus $2b_2 = \frac{1}{2}$, was $T_c = 400^\circ$.

De kritische druk is thans $p_c = \frac{1}{27} \frac{a}{(b_2)^2} = \frac{1}{27} \times \frac{2700}{2^{1/4}} = \frac{400}{9} = 44\frac{4}{9}$, in plaats van 400 bij $\Delta b = -0,5$.

26. Wij gaan er nu toe over de in Fig. 23 aangegeven coëxistentiekromme vast-vloeibaar voor

$$\underline{\Delta b = 0,5} \quad (b_1 = 1, 2b_2 = 1,5)$$

nader te berekenen.

De opeenvolgende isothermen, behoorende bij de verschillende punten der kromme $PQSRCr$ in Fig. 23, vindt men in de Figuren 27--32 afgebeeld. In Fig. 27 het stadium beneden het punt P , waar alleen (op de lijn OS van Fig. 23) coëxistentie damp-vast mogelijk is. In Fig. 28 verschijnt (P in Fig. 23) het buigpunt D, C , en iets daarna (Fig. 29) de eerste coëxistentie vloeibaar-vast (het punt Q in Fig. 23). Daar deze evenwel bij negatieve drukken plaats heeft, zoo is de genoemde coëxistentie niet realiseerbaar, en heeft men vooralsnog alleen de coëxistentie damp-vast als in Fig. 27 en 28.

Eerst bij nog hoogere temperatuur (b.v. het punt R in Fig. 23) is de coëxistentie vloeibaar-vast realiseerbaar geworden (en dit reeds van af het tripelpunt S), hetgeen in Fig. 30 is voorgesteld. Men heeft nu eerst damp-vloeibaar en bij hoogere drukken vloeibaar-vast. In Fig. 31 verschijnt het *kritisch punt* vloeibaar-vast (Cr in Fig. 23), waarna (Fig. 32) geen coëxistentie vloeibaar-vast meer mogelijk is. Alsdan blijft slechts damp-vloeibaar over — tot ook deze ten slotte verdwijnt bij de gewone kritische temperatuur (damp-vloeibaar).

Ook in de Figuren 24, 25 en 26 worden deze stadia in geheel dezelfde volgorde doorlopen; alleen is dan alles meer saamgedrongen, d. w. z. de afstand tusschen de punten P en Cr wrdt hoe langer hoe geringer, terwijl eindelijk (Fig. 26) de coëxistentiekromme geheel uit het veld zal verdwijnen.

Berekenen wij thans $\underline{T = 50}$ bij $\Delta b = 0,5$ (Fig. 28). De waarde van λ (vergl. de formule (c)) is = 32. Verder is $\theta = \frac{25}{8}$, zoodat (d) overgaat in

$$\log^{10} \frac{\beta^3}{1-\beta^2} = 2,109 - 0,4343\varphi - \log^{10} q.$$

De waarden van v worden dan berekend uit (e), d. w. z. uit

$$v = 1 + 0,5 \left(\beta + \frac{1+\beta}{\varphi} \right),$$

terwijl die van p gevonden worden uit (vergel. (4) op. p. 837 l.c.)

$$p = \frac{RT}{\Delta b} \varphi - \frac{a}{v^2}, \quad \dots \dots \dots (f)$$

d. w. z. hier uit

$$p = 200\varphi - \frac{2700}{v^2}.$$

Dit geeft het volgende overzicht.

$T = 50$

φ	\log^{10}	β	v	a/v^2	p
8	4.377	0.073	1.404	2217	-617
7	3.885	0.128	1.445	2029	-629
6	3.384	0.225	1.214	1832	-632 (E)
5	2.871	0.384	1.330	1526	-526
4	2.339	0.609	1.505	1192	-392
3	1.780	0.825	1.717	916	-316
2	1.170	0.947	1.960	703	-303
1	0.434	0.990	2.400	435	-235

De temperatuur van het buigpunt D, C ligt dus iets boven 50° , nl. bij $T = 52,3$ ($p_{D,C} = -282$).

Voor $T = 60$, waar $\theta = \frac{15}{4}$ is, geldt

$$\log^{10} \frac{\beta^2}{1-\beta^2} = 2,250 - 0,4343\varphi - \log^{10}\varphi \quad ; \quad p = 240\varphi - \frac{2700}{v^2},$$

waaruit wij berekenen:

 $T = 60$

φ	\log^{10}	β	v	a/v^2	p
8	-2.127	0.086	1.411	2188	-268
7	-1.635	0.150	1.157	2016	-336 (E)
6	-1.134	0.262	1.236	1767	-327
5	-0.621	0.440	1.364	1451	-551
4	-0.089	0.670	1.544	1133	-173
3	+0.470	0.864	1.743	889	-169 (D)
2	1.080	0.961	1.971	695	-215 (C)
1	1.816	0.992	2.492	435	-195

Er is een maximum bij D en een minimum bij C verschenen, maar nog geen coëxistentiedruk, daar de druklijn ongeveer halverwege E en D ($p = \pm -250$) nog altijd beneden C valt (Fig. 29).

Herhalen wij dus de berekening voor $T = 65$. Hier is $\theta = \frac{65}{16}$, en vindt men met

$$\log^{10} \frac{\beta^2}{1-\beta^2} = 2,311 - 0,4344\varphi - \log^{10} \varphi \quad ; \quad p = 260\varphi - \frac{2700}{v^2}$$

het volgende overzicht.

$T = 65$					
φ	\log^{10}	β	v	a/v^2	p
7	-1.574	0.161	1.464	4992	-172
6	-1.073	0.279	1.246	1739	-179 (E)
5	-0.560	0.465	1.379	1419	-119
4	-0.028	0.696	1.560	1110	- 70 (D)
3	+0.531	0.879	1.752	879	- 99
2	1.141	0.966	1.974	693	-173
1	1.877	0.993	2.493	435	-175 (C)
0.5	2.395	0.998	3.47	221	- 91

De coëxistentiedruk vloeibaar-vast is ongeveer -125 ; en bestaanbaar, wijl thans -125 grooter is dan de druk in C . Het geval van Fig. 29 ligt derhalve tusschen 60° en 65° . Door interpolatie berekent men gemakkelijk, dat het eerste optreden van den coëxistentiedruk (Fig. 29) plaats heeft bij 62° , waar dan $p = p_C$ ongeveer $= -200$ is.

Deze druk is nu wel bestaanbaar, maar als negatieve druk nog steeds niet realizabel.

Wij berekenen alsnu de isotherm van $T = 70$. Hier is $\theta = \frac{35}{8}$, en verder

$$\log^{10} \frac{\beta^2}{1-\beta^2} = 2,367 - 0,4343\varphi - \log^{10} \varphi \quad ; \quad p = 280\varphi - \frac{2700}{v^2},$$

waaruit de volgende tabel wordt geconstrueerd.

$T = 70$					
φ	\log^{10}	β	v	a/v^2	p
7	-1.518	0.172	1.170	4972	- 12
6	-1.017	0.296	1.256	1711	- 31 (E)
5	-0.504	0.488	1.393	1392	+ 8
4	+0.020	0.718	1.574	1090	+ 30 (D)
3	0.587	0.891	1.761	871	- 31
2	1.197	0.970	1.977	691	-131
1	1.933	0.994	2.494	434	-154 (C)
0.5	2.451	0.998	3.497	221	- 81

De coëxistentiedruk vloeibaar-vast is ongeveer $p = 0$, zoodat we het tripelpunt S (Fig. 23) bereikt hebben, en van nu af de genoemde druk realizabel wordt.

Ter bepaling van het punt C' (Fig. 23) zij thans $T = 75$ berekend (Fig. 30). Met $\theta = \frac{75}{16}$ wordt

$$\log^{10} \frac{\beta^2}{1-\beta^2} = 2,419 - 0,4343\varphi - \log^{10}\varphi \quad ; \quad p = 300\varphi - \frac{2700}{v^2}.$$

Dit geeft:

$T = 75$					
φ	\log^{10}	β	v	a/v^2	p
7	-1,466	0,182	1,175	1955	145
6	-0,965	0,313	1,266	1684	116 (E)
5	-0,452	0,511	1,406	1366	134 (D)
4	+0,080	0,739	1,587	1072	128
3	0,639	0,902	1,768	864	36
2	1,249	0,973	1,979	689	- 89
1	1,985	0,995	2,495	434	-134 (C)
0,5	2,503	0,998	3,497	221	- 71

Het samenvallen van E en D in een *kritisch punt* vast-vloeibaar zal derhalve iets boven 75° geschieden.

Wij berekenen daarvoor tenslotte nog $T = 80$ (Fig. 31). Dan is $\theta = 5$, en wordt

$$\log^{10} \frac{\beta^2}{1-\beta^2} = 2,467 - 0,4343\varphi - \log^{10}\varphi \quad ; \quad p = 320\varphi - \frac{2700}{v^2},$$

waaruit de volgende tabel ontstaat.

$T = 80$					
φ	\log^{10}	β	v	a/v^2	p
7	-1,418	0,192	1,181	1935	305
6	-0,917	0,329	1,275	1661	259
5	-0,404	0,532	1,419	1341	259
4	+0,128	0,757	1,598	1057	223
3	0,687	0,911	1,774	858	102
2	1,297	0,976	1,982	687	- 47
1	2,033	0,995	2,495	434	-114 C
0,5	2,551	0,998	3,497	221	- 61

De samenvalling heeft dus precies bij 80° plaats.

Overzien wij nog eens de voorgaande tabellen, zoo blijkt (zie Fig. 23) dat de geheele coëxistentiekromme vast-vloeibaar zich uitstrekt van $T = 62$, $p = -200$ (het punt Q) tot $T = 80$, $p = 259$ (het punt C). Hiervan is echter slechts het gedeelte boven S ($T = 70$, $p = 0$) realizabel.

Daar het tripelpunt S bij 70° ligt, en de kritische temperatuur damp-vloeibaar $= 133^\circ$ is, zoo is hier

$$\frac{T_0}{T_c} = \frac{70}{133} = 0,53,$$

hetgeen uitstekend overeenstemt met de waarde welke hiervoor in vele gevallen wordt gevonden.

Wij herinneren er aan dat voor deze verhouding (mits T_0 niet te dicht bij eenig kritisch punt gelegen is) de algemeene betrekking geldt [zie V, p. 412, formule (27*d*)]:

$$\frac{T_0}{T_c} = \frac{27}{8} \left(\frac{-\Delta b}{b_1} \right)^2 : \log \left(\frac{b_1^2}{4b_2^2} \cdot \frac{1}{2\beta'} \right).$$

Dit wordt met $\Delta b = 0,5$, $b_1 = 1$, $b_2 = 1,5$:

$$\frac{T_0}{T_c} = \frac{27}{32} : \log \left(\frac{2}{9\beta'} \right).$$

Hiervoor vindt men de waarde $0,5$, wanneer $\frac{2}{9\beta'} = 5,5$ is, d.w.z. $\beta' = 0,04$, hetgeen een zeer plausibele waarde is.

Wanneer de waarde van Δb geringer wordt, wordt ook de waarde van $T_0 : T_c$ iets geringer, maar blijft toch in de nabijheid van $0,5$. Maar zooals wij onmiddellijk zullen zien, is de coëxistentielijn vloeibaar-vast reeds bij $\Delta b = 0,4$ in zijn geheel beneden $p = 0$ gekomen, en dus niet realizabel meer — d.w.z. bij de door ons aangenomen waarden van b_1 , Δb , etc.

Dit zal blijken uit de hier volgende tabellen, die voor $\Delta b = 0,4$ gelden.

27. Voor het geval (zie Fig. 24)

$$\underline{\Delta b = 0,4} \quad (b_1 = 1, \quad 2b_2 = 1,4)$$

zullen wij de isothermen van 50° , 60° en 70° berekenen. De waarde van λ is thans $= 25,6$. De kritische data zijn $T_c = 143^\circ$, $p_c = 51$ (verg. § 25; $2b_2$ is thans nl. $= 1,4$).

Bij $T = 50$ is $\theta = \frac{25}{8}$, en gaat de formule (1) over in

$$\log^{10} \frac{\beta^2}{1-\beta^2} = 2,012 - 0,4343 \varphi - \log^{10} \varphi,$$

terwijl

$$v = 1 + 0,4 \left(\beta + \frac{1+\beta}{\varphi} \right) ; \quad p = 250 \varphi - \frac{2700}{v^2}$$

is. Daardoor verkrijgen wij:

$$T = 50$$

φ	\log^{10}	β	v	a/v^2	p
7	-1.873	0.115	1.110	2193	-443
6	-1.372	0.202	1.161	2074	-504 (E)
5	-0.859	0.348	1.247	1735	-485
4	-0.327	0.566	1.383	1412	-412
3	+0.232	0.794	1.557	1114	-364 (D)
2	0.842	0.935	1.761	871	-371 (C)
1	1.578	0.987	2.190	563	-313

Bij $T = 60$ is $\theta = \frac{15}{4}$, en hebben wij:

$$\log^{10} \frac{\beta^2}{1-\beta^2} = 2,154 - 0,4343 \varphi - \log^{10} \varphi ; \quad p = 300 \varphi - \frac{2700}{v^2},$$

waaruit men berekent:

$$T = 60$$

φ	\log^{10}	β	v	a/v^2	p
7	-1.731	0.135	1.119	2456	-56
6	-1.230	0.236	1.177	1951	-151
5	-0.717	0.401	1.273	1668	-168 (E)
4	-0.185	0.628	1.414	1350	-150 (D)
3	+0.374	0.838	1.580	1081	-181
2	0.984	0.952	1.771	864	-261
1	1.720	0.991	2.193	562	-262 (C)
0.5	2.238	0.997	2.996	301	-154

Even vóór 50° ligt dus de samenvalling D, C , en tusschen 50° en 60° het eerste verschijnen van den coëxistentiedruk. Door interpolatie vindt men gemakkelijk voor het punt P (verg. Fig. 28) de waarde $T = 49$ ($p = -382$), en voor het punt Q (vergel. ook Fig. 29) de waarde $T = 54$ ($p = p_C = -327$).

Voor de berekening van het punt Cr zullen wij nog $T = 70$ berekenen. Hiervoor is $\theta = \frac{35}{8}$, en hebben wij:

$$\log^{10} \frac{\beta^2}{1-\beta^2} = 2,271 - 0,4343 \varphi - \log^{10} \varphi \quad ; \quad p = 350 \varphi - \frac{2700}{r^2},$$

waaruit de volgende tabel ontstaat.

$T = 70$

φ	\log^{10}	β	r	a'/e^2	p
7	-1.614	0.154	1.128	2123	+327
6	-1.113	0.267	1.191	1903	+197
5	-0.600	0.448	1.295	1610	+140
4	-0.068	0.679	1.430	1303	+ 97
3	+0.491	0.869	1.597	1059	- 9
2	1.401	0.963	1.778	855	-155
1	4.837	0.993	2.194	561	-211 (C)
0.5	2.355	0.998	2.993	300	-425

Hier is derhalve (verg. Fig. 32) de samenvaling E, D reeds lang gepasseerd. Maar door interpolatie tusschen 60° en 70° vinden wij bij $T = 63$:

$a'/e^2 = 2146$	1937	1651	1336	1074	859	562
$315 \varphi = 2205$	1890	1575	1260	945	630	315
$p = 59$	-47	-76	-76	-129	-229	-247
		$\underbrace{\hspace{2em}}_{E, D}$				C

zoodat de bedoelde samenvaling plaats heeft bij $T = 63$ ($p_{E, D} = -76$).

Wij zien dus dat de geheele coëxistentielijn vast-vloeibaar bij negatieve drukken valt, vanaf $T = 54$, $p = -327$ tot $T = 63$, $p = -76$. De coëxistentiekromme damp-vloeibaar OK wordt derhalve *niet* door die van vast-vloeibaar gesneden, en er bestaat *geen vaste toestand*.

Strekte bij $\Delta b = 0,5$ de lijn QCr zich uit van 62° tot 80° , d.w.z. over een gebied van 18° : zij is bij $\Delta b = 0,4$ tot een gebied van slechts 9° , nl. van 54° tot 63° ingekrompen.

28. Thans zij het geval (zie Fig. 25)

$$\underline{\Delta b = 0,3} \quad (b_1 = 1, 2b_2 = 1,3)$$

berekend. De geheele kromme ligt tusschen 40° en 50° , en wij bepalen dus voor die beide temperaturen de waarden van p . De waarde van λ is nu $= 19,2$; verder is $T_c = 154$, $p_c = 59$.

Bij $T = 40$ is $\theta = \frac{3}{2}$, en wordt

$$\log^{10} \frac{\beta^2}{1-\beta^2} = 1,706 - 0,4343 g - \log^{10} g$$

$$r = 1 + 0,3 \left(\beta + \frac{1+\beta}{g} \right); \quad p = 266,7 g - \frac{2700}{r^2}$$

Hieruit vinden wij:

$T = 40$					
g	\log^{10}	β	r	a/c^2	p
6	-1,678	0,143	1,100	2231	-631
5	-1,165	0,253	1,151	2,438	-705 (E)
4	-0,663	0,435	1,238	1761	-694
3	-0,074	0,677	1,371	1436	-636
2	+0,5,6	0,880	1,546	1130	-597
1	1,272	0,974	1,884	761	-494

Bij $T = 50$ is $\theta = \frac{25}{8}$, en verder

$$\log^{10} \frac{\beta^2}{1-\beta^2} = 1,887 - 0,4343 g - \log^{10} g; \quad p = 333,3 g - \frac{2700}{r^2},$$

waaruit de navolgende tabel is geconstrueerd.

$T = 50$					
g	\log^{10}	β	r	a/c^2	p
6	-1,497	0,176	1,112	2183	-483
5	-0,984	0,306	1,170	1982	-305
4	-0,452	0,511	1,267	1683	-350
3	+0,107	0,749	1,400	1378	-378
2	0,717	0,916	1,562	1107	-440 (C)
1	1,453	0,983	1,890	756	-423

Bij 40° (verg. Fig. 27) is het buigpunt D, C (Fig. 28) nog niet bereikt; bij 50° (Fig. 32) zijn we reeds voorbij de samenvalling E, D (Fig. 31).

Door interpolatie vinden wij thans:

$T = 44$			$T = 45$		
$p = 293,3 \varphi - \frac{2700}{v^2}$			$p = 300 \varphi - \frac{2700}{v^2}$		
φ	a/v^2	p	φ	a/v^2	p
6	2212	-452	6	2207	-407
5	2012	-545	5	2005	-505
4	1730	-557 (E)	4	1722	-522 (E)
3	1413	-533	3	1407	-507 (D)
2	1121	-534	2	1119	-519 (C)
1	759	-466	1	758	-459
$T = 46$			$T = 47$		
$p = 306,7 \varphi - \frac{2700}{v^2}$			$p = 313,3 \varphi - \frac{2700}{v^2}$		
φ	a/v^2	p	φ	a/v^2	p
6	2202	-362	6	2197	-317
5	1998	-465	5	1992	-425
4	1714	-487 (E)	4	1706	-453
3	1401	-481 (D)	3	1395	-455
2	1116	-503 (C)	2	1114	-487 (C)
1	758	-451	1	757	-444

Uit deze tabellen blijkt nu, dat de samenvalling D, C bij $T = 44$ plaats heeft ($p_{D,C} = -534$). Verder dat de eerste coëxistentiedruk vloeibaar-vast (Fig. 29) optreedt bij $T = 44,7$ ($p = p_C = -524$).

Immers dan is met $p = 298 \varphi - \frac{2700}{v^2}$ resp. bij $\varphi = 4, 3$ en 2 :

$$\begin{array}{ccc}
 a/v^2 = 1724,4 & 1408,8 & 1119,6 \\
 p = -532,4 & -514,8 & -523,6 \\
 E & D & C
 \end{array}$$

zoodat de coëxistentiedruk ongeveer 523,6 is, terwijl p_C eveneens die waarde heeft.

Eindelijk blijkt dat de samenvalling E, D bij $T = 46,7$ ($p_{E,D} = -463$) geschiedt. Immers dan is resp. bij $\varphi = 4$ en 3 :

$$a/v^2 = 1708,4 \text{ en } 1396,8 \quad ; \quad p = 463,1 \text{ en } 462,8.$$

De geheele coëxistentiekromme strekt zich dus in het geval $\mathcal{L}b=0,3$

slechts over een interval van 2° uit, nl. van $44^\circ,7$ tot $46^\circ,7$; wederom bij negatieve drukken, derhalve niet realizabel.

29. Het is nu gemakkelijk af te leiden, dat de coëxistentiekromme bij

$$\underline{\Delta b = 0,276} \quad (T_c = 157, p_c = 61)$$

geheel uit het veld verdwijnt. Dan vallen bij

$$\underline{T = 43.} \quad \underline{p = -570}$$

de uiteinden P en Cr samen, en in de isotherm van 43° de punten E , D en C tot ééne raking van hoogere orde.

Immers bij $\Delta b = 0,4$ bedraagt het temperatuurverschil tusschen de uiteinden P en Cr 14° , terwijl dit bij $\Delta b = 0,3$ nog slechts $2^\circ,7$ bedraagt. Door interpolatie vindt men hieruit dat het verschil $2^\circ,7$ bij $\Delta b = 0,3 - 0,24$ ($0,4 - 0,3$), d.w.z. bij $0,276$, tot 0 is gereduceerd. Dan is $T_{D,C} = T_{E,D,C} = 44 - 0,24 \times 5 = 42,8$, terwijl $p_{D,C} = p_{E,D,C} = -534 - 0,24 \times 152 = -570$.

Vatten wij tenslotte al het bij Δb positief gevondene nog eens in één enkele tabel samen, dan hebben wij het volgende overzicht.

$\Delta b = 0.5$	0.4	0.3	0.276
$T_P = 52.3$ ($p = -282$)	49 (-382)	44 (-534)	
$T_Q = 62$ ($p = -200$)	54 (-327)	44.7 (-524)	42.8 (-570)
$T_{Cr} = 80$ ($p = +259$)	63 (-76)	46.7 (-463)	

Evenals bij Δb negatief (zie ons voorgaande stuk) hebben wij dus ook bij Δb positief alleen dan een realizabele coëxistentiekromme vloeibaar-vast, d. w. z. met *positieve* drukken boven een *tripelpunt* S , wanneer Δb een *behoorlijk* *grote* waarde bezit (hier $= 0,5$). Bij Δb positief ligt dit tripelpunt bij ongeveer $\frac{1}{2} T_c$, overeenkomstig het bij veel stoffen experimenteel gevondene.

In hoeverre deze resultaten nog wijziging ondergaan, wanneer niet — zooals tot nu toe werd ondersteld — *twee* enkelvoudige moleculen tot één samengesteld molecuul zich associeeren, maar meer dan twee, zullen wij in een Slotverhandeling nog hebben te onderzoeken. Ook zal dan nog iets gezegd worden over een paar Verhandelingen van VON WEIMARN, die onlangs op grond van kristallografisch-moleculaire overwegingen eveneens tot de onwaarschijnlijkheid der TAMMANN'sche smeltkromme is gekomen; en die daarbij reeds het *vermoedelijk* bestaan van een kritisch punt vast-vloeibaar heeft uitgesproken, welk bestaan echter eerst door onze theoretische beschouwingen tot zekerheid is geworden.

Microbiologie. -- De Heer BEIJERINCK biedt eene mededeeling aan van den Heer Dr. N. L. SÖHNGEN: „*Vetsplitsing door bakteriën.*”

(Mede aangeboden door den Heer HOOGWERFF.)

Onze kennis van het vraagstuk der vetsplitsing door bakteriën, welk proces zoowel om de praktische waarde voor verscheidene industrieën, als om meer direct wetenschappelijke redenen, allerniinst van belang ontbloomt is, mag tot heden, in vergelijking met hetgeen wij weten van de afbreking der koolhydraten en eiwitten, nog als zeer onvolkomen worden beschouwd.

Aan verschillende oorzaken moeten we deze betrekkelijk geringe kennis toeschrijven.

Zoo mist men voor de aansporing tot studie der vetsplitsing door micro-organismen de drijfveer van het belang van toepassing van dit proces voor de techniek, aangezien de technische vetsplitsing zonder groote bezwaren langs chemischen of enzymatischen weg geschiedt. Bovendien ontstaan bij de vetsplitsing niet zulke frappante omzettingsprodukten als bij de afbreking der koolhydraten en eiwitten door bakteriën, zoodat het proces bij oppervlakkige beschouwing gemakkelijk aan den onderzoeker kan ontgaan.

Wij kunnen hieraan nog toevoegen, dat de aantasting van het vet in 't algemeen langzaam verloopt, zoodat gedurende langen tijd moet worden gekultiveerd, alvorens eene, voor het verrichten van analyses genoegzame hoeveelheid materiaal is gevormd; daarbij zijn de analyses der gevormde produkten geenszins eenvoudig.

Het proces der vetsplitsing door microben heeft echter groote beteekenis voor de industrie der vetten en deze is gelegen in de hoogst schadelijke gevolgen, welke steeds bij de totstandkoming daarvan worden ondervonden.

Het moet ons dan ook niet verwonderen, dat het grootste aantal onderzoekingen op dit gebied speciaal in het belang van de zuivel-industrie is verricht; zoodat het ranzig worden van boter en de vetsplitsing in kaas het best bestudeerd zijn.

I. GESCHIEDKUNDIG OVERZICHT.

Van de onderzoekingen omtrent de splitsing van vet zullen wij slechts die van den laatsten tijd beknopt samenvatten.

Door REINMANN¹⁾ werd in 1900 vastgesteld, dat het ranzig worden van vetten niet moet worden toegeschreven aan den invloed der lucht zooals de toenmalige meening was. Over microbenwerking sprak hij niet. Het talkig worden van vetten had volgens REINMANN plaats

door de werking van het licht daarop bij aanwezigheid van lucht.

JENSEN²⁾ deelt REINMANN's opvattingen en schrijft het ranzig worden geheel aan microbenwerking toe. Van de uit ranzige boter geïsoleerde organismen bleken *Oidium lactis*, *Cladosporium butyri*, *Penicillium glaucum* en *Streptotrix alba* vetten krachtig te kunnen splitsen, terwijl *B. fluorescens liquefaciens*, *B. prodigiosum*; *B. mesentericus vulgatus* tot de zwakkere splitters behooren. Ook in kaas wordt volgens JENSEN vooral aan den buitenkant een deel van het vet gesplitst.

De onderzoekingen van LAXA³⁾ met reinkulturen van vetsplitsende organismen, welke geënt werden op gesteriliseerde uitgeperste kaasstof van volle melk, toonden aan, dat *B. fluorescens liquefaciens*, *Oidium lactis*, *Penicillium glaucum* en een *Mucor*-soort, boter splitsen.

Over de afname van het vetgehalte van veekoeken door microbenwerking publiceerden KÖNIG, SPIECKERMANN en BREMER⁴⁾. Volgens hunne onderzoekingen kan het vetgehalte van 10%—12% binnen één jaar tijds tot eenige procenten worden gereduceerd.

HUSS⁵⁾ isoleerde uit melk een *Bakterium lipolyticum*, dat in melk en boter een ranzige bittere smaak verwekt. De uitvoerige beschrijving der bacteriesoort kunnen wij als volgt samenvatten.

Bakterium lipolyticum is een coccenvormig, 0.3—0.5 μ breed en 0.7—1.4 μ lang, beweeglijk staafje, versmelt gelatine langzaam zonder huidvorming, stremt melk bij 20° C. in drie dagen en lost daarna de caseïne op; de cultuur is dan vuilgeel, bezit een rottingslucht en reageert alkalisch. Indol wordt in geringe hoeveelheid gevormd, methyleenblauw gereduceerd evenals nitraat tot nitriet, lipase wordt afgescheiden. Zuurvorming heeft plaats uit glycerine, manniet, dextrose, saccharose, raffinose en xylose, niet uit lactose.

Uit een monster snel oproomende melk werd door WOLFF⁶⁾ eene bacterie geïsoleerd, welke dit verschijnsel veroorzaakte. De vorm van deze microbe komt overeen met die van *B. lactis acidi*: grootte der cellen 0.6—0.8 $\mu \times 1-1.5 \mu$. De eigenbeweging is gering. Op gelatine groeit deze bacterie tot kleine koloniën uit, welke den vorm hebben van een bloemhoofdje van *Bellis Perennis*. Gelatine en caseïne worden niet versmolten. In melk groeit deze microbe goed en vormt daarop een huidje; de reactie der vloeistof is alkalisch, de reuk daarvan zeepig.

1) Centralblatt f. Bakt. 2 Abl. 1202. Bd. 6 S. 166.

2) Landw. Jahrb. d. Schweiz 1901. Bd. 15 S. 329.

3) Archiv. f. Hyg. Bd. 41 1902.

4) Zeitschr. f. Unters. der Nahrungs- und Genussmittel 1901 Heft 16 S. 720.

5) Centralblatt f. Bakt. 2 Abl. 1908 Bd. 20 S. 474.

6) Milchwirtsch. Zentralbl. 1909 p. 500.

Behalve op het gebied der zuivelindustrie zijn ook onderzoeken over de vetsplitsing in den bodem verricht. Over dit onderwerp publiceerde REBNER ¹⁾ in 1900 eene verhandeling, waarin de splitsing en het verbruik van vet door microbengroei in den bodem werden vastgesteld. Zoo vond deze onderzoeker in een jaar tijds $\pm 50\%$ van het aan den grond toegevoegde vet gesplitst, terwijl $\pm 15\%$ verbruikt werden. Ook in kultuurvloeistoffen, vooral in die, welke een gemakkelijk assimileerbare stikstofbron bevatten zooals pepton of eiwit, heeft na enting met tuingrond eene krachtige splitsing van het toegevoegde vet plaats. Toevoeging van koolzure kalk aan dezen kultuurbodem bleek zeer bevorderlijk voor het proces.

Met de reinkultuur van eene vetsplitsende bakterie werd bij zijne proeven in vleesextract, koolzure kalk en 4.424 gram vet na 35 dagen kultuur bij kamertemperatuur meer dan de helft gesplitst en ± 0.7 gram verbruikt; na een jaar kultuur echter was nagenoeg al het toegevoegde vet gesplitst, terwijl meer dan de helft was verbruikt.

De uit de vetten gevormde vetzuren en glycerine oxydeeren zonder tusschenprodukten tot koolzuur en water.

BECHHOLD ²⁾ toonde aan, dat vetten en zeepen in de modder der inrichtingen van de stadsreiniging te Stettin door bakteriënwerking verdwijnen.

In eene verhandeling over vetsplitsende bakteriën deelt EYKMAN ³⁾ naast andere feiten, een eenvoudige en elegante methode mee tot het aantoonen van door micro-organismen afgescheiden lipase. Deze methode berust op de splitsende werking van diffundeerende lipase, welke gevormd is door een bakteriënestreep op agar of gelatine, op een onder deze agar of gelatine aangebrachte dunne vetlaag. Het onder de bakteriënmasa ontleedde vet vertoont zich als een ondoorschijnende witte, duidelijk van het onontleedde vet te onderscheiden streep.

De volgende bakteriën splitsen volgens EYKMAN vet: *B. pyocyaneum*, *Staphylococcus pyogenes aureus*, *B. prodigeosum*, *B. indicum*, *B. ruber*, *B. fluorescens liquefaciens*.

Door RAHN ⁴⁾ is de vetsplitsing door microben bestudeerd met behulp van een kultuurbodem, welke op de volgende wijze was samengesteld. In een schuin geplaatste Erlenmeyer-kolf wordt een weinig vet opgesmolten. Na bekoeling zet men de Erlenmeyer-kolf recht en voorziet deze van een dunne laag eener anorganische kultuurvloeistof.

¹⁾ Arch. f. Hyg. 1900 Bd. 38 S. 67.

²⁾ Zeitschr. f. Angew. Chem. 1898 S. 849 cit. ⁴⁾.

³⁾ Achtste Nederl. Natuur- en geneeskundig congres 1901 blz. 171.

⁴⁾ Centralblatt f. Bakt. 2 Abt. 1906 Bd. 15 S. 422.

Na enting met tuingrond ontstaat een flinke groei van schimmels en bacteriën, welke na overenting in een op dezelfde wijze behandelde kolf weder spoedig aanvangt.

Geïsoleerd werden vier vetsplitsende schimmels en twee vetsplitsende bacteriën op kultuurplaten, bestaande uit een anorganische kultuurvloeistof, welke met agar is gestold en waarin tributyrine in fijn verdeelden toestand voorkomt. Op deze platen ontstaat om de koloniën van vetsplitsende microben een helder veld tengevolge van de splitsende werking der diffundeerende lipase op de tributyrine en het oplossen der gevormde produkten in den kultuurbodem.

Over vetsplitsende bacteriën in de tropen, is door DE KRUYFF¹⁾ in Buitenzorg een onderzoek verricht. Voor de isolatie der microben werd eerst opgehoopt in Erlenmeyerkolven voorzien van een dunne laag eener anorganische kultuurvloeistof en fijn verdeeld vet. De infectie geschiedde met grond, water of excrementen, terwijl bij 37° werd gekultiveerd. Overenting in eenzelfde kultuurvloeistof geeft nitsluitend groei van vetsplitsende organismen.

Geïsoleerd werden 9 vetsplitsende soorten als *lipobacter*-groep samengevat; hiervan behooren 4 tot de fluorescenten, twee komen in vele opzichten met de groep der *Bact. pneumoniae* overeen, terwijl *lipobacter* N°. 4 een gele niet vervloeiende micrococcus is.

Kwantitatieve bepalingen met reinkulturen toonden aan, dat door eenige soorten in 12 dagen alle vet is gesplitst en de helft geoxydeerd. In eene publicatie over thermophile-bacteriën deelt DE KRUYFF²⁾ later mede, dat ook onder deze sporevormende soorten eenige worden aangetroffen welke lipase afscheiden.

II. HET VASTSTELLEN VAN HET VETSPLITSEND-VERMOGEN VAN MICRO-ORGANISMEN. OVER LIPASE.

Op twee wijzen kunnen we het vetsplitseud vermogen van micro-organismen vaststellen en wel 1^e met behulp van titratie van de vetzuren, welke door een organisme uit het vet worden afgesplitst en 2^e door middel van het op doelmatige wijze zichtbaar maken der gevormde vetzuren en zeepen.

Met vrucht kunnen we de eerste methode aanwenden bij onderzoek van preparaten, waarin lipase geconcentreerd voorkomt. Steeds zullen we haar moeten bezigen bij kwantitatieve bepalingen over vetsplitsing. De tweede wijze, waartoe de methode, gevolgd door RAHN en DE KRUYFF, en die van EYKMAN behooren, verdient voor kwalitatieve bepalingen de voorkeur wegens hare groote gevoeligheid.

1) Bull. du Départ. de l'Agric. aux Indes Néerland. 1907 cit. Centralblatt. f. Bakt. 2^e Abt. Bd. XX S. 610.

2) Bull. du Départ. de l'Agric. aux Indes Néerland. 1909. N. XXX Microbiologie IV.

Hiernevens zijn eenige afbeeldingen van kultuurplaat-reacties volgens EYKMAN weergegeven. De witte velden van kultuurplaat *A* zijn gevormd, links door een op blz. 696 beschreven *B. lipolyticum* α en rechts door *B. Stutzeri*, beide gekultiveerd op vleeschagar. De platen *B* en *C*, waarop *B. lipolyticum* β en *B. denitro fluorescens* nl. zijn voorzien van vleeschagar, waaraan resp. 4 % glucose en 4 % glycerine zijn toegevoegd. De eigenaardige velden van *D* zijn verkregen, door de kultuurplaat na verwijdering van de agarlaag nog eenige weken te laten liggen.

Uit deze afbeeldingen zien we, dat glucose en glycerine weinig invloed op de mate der aantasting door lipase hebben; dit is echter wel het geval, zoodra uit die verbindingen zuren worden gevormd zooals hieronder zal blijken.

Beschouwen we de aangetaste gedeelten der kultuurplaten nauwkeurig, dan zien we, dat om elk wit middengedeelte van een veld bestaande uit vetzuur, zeep en verbindingen van lipase met vetzuur een minder witte strook ligt; gevormd uit vetzuren. Om dit minder witte gedeelte treffen we weder een strook aan, welke zich kenmerkt door nog meerdere helderheid, zelfs is deze meer doorschijnend dan het onaangetaste aangrenzende vet. Dit heldere gedeelte ontstaat tengevolge van het verdwijnen der vetkristallen, een verschijnsel waarmede de lipasewerking aanvangt.

Op nevensgaande fig. kunnen we deze strooken zeer goed waarnemen; op de kultuurplaten zelve zijn zij nog duidelijker te onderscheiden. Dezelfde verschijnselen nemen we waar bij stukjes vet, welke in eene lipaseoplossing gebracht zijn. Fig. 1, 2 en 3 zijn teekeningen (vergr. 24 \times) van gedeelten van zuiltjes droog vet, welke gedurende 30 dagen bij 20° C. hebben doorgebracht in reageerbuizen met vleeschwater geënt met vetsplitsende microben. Aan den buitenkant der zuiltjes (in de fig. boven) vindt men een bakteriënhuid, daaronder een wit zeepachtig gedeelte (in de fig. dubbel geharceerd), vervolgens een laag bestaande uit vetzuren (enkel geharceerd) en eindelijk het onontleede vet.

De snelheid, waarmede lipase in droog vet diffundeert, is zooals deze proef laat zien, zeer gering. In één maand tijds toch is de afstand, waarover de lipase in het vet is doorgedrongen, nog geen halve millimeter. In waterhoudend vet is de diffusiesnelheid veel grooter; echter maken de groote bezwaren, welke verbonden zijn aan een gelijkmatige verdeling van water en vet, vergelijkende proeven over de diffusiesnelheid van lipase in vet met verschillend watergehalte bijna onmogelijk.

Zooals boven vermeld is, heeft de zuurgraad van den kultuur-

bodem invloed op de mate der aantasting van vet door vetsplitsende microben. Bij gebruik van een zure kultuuragar bij de lipasereactie volgens EYKMAN zien we onder en om de bakteriën-entstrepen in de vetlaag een breed veld optreden, echter nemen we het witte middengedeelte niet waar, zooals het geval wel is, indien de plaat alkalisch is.

Uit een reeks proefnemingen, welke in eene afzonderlijke mededeeling zullen worden behandeld, volgde, dat door sommige microorganismen twee lipasen worden gevormd, welke zich behalve door hun verschillende diffusiesnelheid, tevens kenmerken door hun verschillend gedrag tegenover zuren.

Zoo scheiden b.v. *B. Stutzeri* en *B. lipolyticum* α twee lipasen af, α -lipase en β -lipase; de eerste diffundeert sneller dan de tweede en splitst vet zoowel in een zuur als in een alkalisch medium.

β -lipase wordt in een zuur medium wel gevormd, maar tast daarin vet niet aan; zij kan echter weder actief optreden na neutralisatie van den kultuurbodem.

Vetsplitsende schimmels en gisten kunnen in een zwakzure kultuurvloeistof, welke naast vetten of vetzuren slechts anorganische zouten bevat, met tuingrond als infectie-materiaal, worden opgehoopt; ze vormen behalve *endo-lipase* dikwijls tevens α - en β -lipase.

Bij de door mij verrichte proefnemingen werd het vetsplitsend vermogen van bakteriën gewoonlijk aangetoond met behulp van de „vetbuisjes methode”, welke op de volgende wijze geschiedt.

We bekleeden de binnenzijde van een steriel droog reageerbuisje met een dun laagje steriel vet; vervolgens brengen we een kultuurvloeistof, waarin de op lipase te onderzoeken bacterie goed groeit, in de reageerbuis en enten deze daarmede. Wordt nu in de kultuur lipase gevormd, dan zien we na twee à drie dagen het gedeelte van het vet, dat met de kultuurvloeistof in aanraking is, wit worden, terwijl dit verschijnsel het eerst en krachtigst optreedt op de plaats, waar de bakteriëngroei het sterkst is. Zoo verzeepen aëroben het vet allereerst bij den vloeistofspiegel, anaëroben aanvankelijk onder in de buis.

Op nevingaande fotografieën zien we een reeks *vetbuisjes*, waarin verschillende vetsplitsende microben het vet hebben aangetast. In 1 is geen vetsplitsende bacterie geënt; hierin is dus het vet onveranderd gebleven; 2 en 3 bevatten kulturen met chloorammonium als stikstofbron resp. van *B. Stutzeri* en *B. denitrofluorescens* nl.; 4 en 5 bevatten kulturen van dezelfde microben maar met kaliumnitraat als stikstofbron; 6 bevat een ruwkultuur van eene door infectie met grond verkregen eiwitrotting; 7 een ruwkultuur eener gepasteuriseerde eiwitrotting; 8, 9, 10, 11 en 12 bevatten kulturen

van verschillende uit grond en uit melk geïsoleerde vetsplitsende microben.

III. VETSPLITSENDE MICROBEN IN DEN AKKERBODEM.

De microflora van den akkerbodem is rijk aan organismen, welke lipolitische enzymen afscheiden; daarvan schenkt eene uitzaaiing van grond op een vetplaat volgens EYKMAN of verdunningen in vetbuisjes ons de overtuiging. In één gram teelaarde tellen we niet zelden eenige tienduizenden vetsplitsende fermenten.

A. *Ophooping en in cultuurmedia met chloorammonium als stikstofbron.*

Voor het op den voorgrond brengen van bacteriën, welke naast vet als koolstofbron, slechts anorganische zouten en chloorammonium als stikstofbron noodig hebben, werd de volgende cultuurvloei-stof gebruikt.

100 leidingwater
 0,5 vet¹⁾ (fijnverdeeld)
 0,5 calciumcarbonaat
 0,05 Kaliumsulfaat
 0,1 Magnesiumammonium-phosphaat.

In dit zwak alkalische medium groeien de vetsplitsende bacteriën zeer goed; het krijt en magnesiumammoniumphosphaat dienen om het gevormde vetzuur en de zuren, welke uit glycerine ontstaan, te neutraliseeren.

Aërobe cultuur bij 18°—25° C. Indien we een cultuurbodem van bovengenoemde samenstelling in een laag van ± een centimeter dikte in een Erlenmeijer-kolf infecteeren met tuingrond, rioolmodder, grachtwater of mest, en cultiveeren bij 18°—25°, dan heeft daarin eene snelle vermeerdering van een aantal, met het infectiemateriaal meegevoerde vetsplitsende bacteriën plaats. Na één of twee overentingen in eenzelfde medium zijn deze microben daarin in overgrootte

¹⁾ Het vet dat voor deze proeven gebruikt is, is de z.g. suifpressé, een produkt, dat terugblijft na uitpersing der oleo-margarine uit talk. Het smeltpunt is ± 55° C., het verzeepingsgetal 193—195. Tengevolge van het hooge smeltpunt laat dit vet zich gemakkelijk zeer fijn in de cultuurvloei-stof verdeelen, door het daarmede in gesmolten toestand te schudden en snel af te koelen. Ook voor de cultuur bij hooge temperaturen (± 52°), voor anaërobe cultuur en bij proefnemingen over denitrificatie met vetten, geeft het voordeelen boven gemakkelijk smeltbare vetten.

meerderheid aanwezig. De veranderingen, welke in den kultuurbodem worden waargenomen zijn de volgende: Na één of twee dagen wordt de vloeistof troebel door bakteriëngroei en verkrijgt gewoonlijk een geelgroenige kleur; de drijvende stukjes vet zinken bij de verzeeping en veranderen daarna in slijmige vlokken.

De meeste in de kultuurvloeistof aanwezige bakteriënsoorten behooren tot de vetsplitsende soorten; daaronder komen smeltende en niet-smeltende microcoecen en fluorescenten voor en soorten, welke overeenkomen met *B. punctatum*.

Zoowel onder de *fluorescenten* als onder de met *B. punctatum* overeenkomende soorten treffen we stammen aan, welke vet zeer krachtig splitsen, terwijl dit door andere zwak of in 't geheel niet geschiedt.

Nemen we als koolstofbron in plaats van vet, vetzuur, dan komt eenzelfde flora op den voorgrond, terwijl met glycerine zeer fraaie ophooping van *fluorescenten* worden verkregen.

Aërobe kultuur bij 30°—37° C. Bij deze temperaturen biedt de kultuur een geheel anderen aanblik dan bij zulke, die vallen tusschen 18°—25°. Zoo treffen we, vooral indien geïnfecteerd is met riool- of graachtwater, dikwijls op de vloeistof een spirillenhuid aan; deze gaat echter na één of twee overentingen te gronde. Blijkbaar bezitten de *spirillen* geen lipolytische enzymen en groeien zij ten koste van de produkten, door andere microben gevormd. Soms ontstaat in de met ruw materiaal geïnfecteerde kultuurvloeistof een niet onbelangrijke groei van hooibacteriën en boterzuurfermenten; ook deze heeft na overenting niet weder plaats.

In hoofdzaak bestaat de flora na de eerste of tweede overenting uit een groep aërobe bakteriën, waarvan hier vier soorten *B. lipolyticum* α , β , γ en δ , geïsoleerd zijn. Deze bakteriën hebben den vorm van korte dubbelstaafjes, 0.15 μ —1 μ breed en 0.25—2.5 μ lang, weinig beweeglijk en omgeven door een slijmohulsel. De kolonies vertoonen overeenkomst met die van *B. aërogenes*; dikwijls is het middengedeelte iets verhoogd. Op vleeschgelatine groeien zij na 5 dagen kultuur bij 20° C. tot witte of grauwwitte, somtijds slijmige koloniën, welke na 5 dagen een diameter van 1,5—2 mm. verkrijgen. Op vleeschagar zijn deze meer doorschijnend en platter.

Het groeioptimum is $\pm 35^\circ$ C. Verhitting gedurende 10 minuten op 60° wordt niet verdragen. De groei op vleeschgelatine of vleeschagar is beter dan op kultuurbodems met zouten van organische zuren (appelzuur en melkzuur) als koolstof- en chloorammonium als stikstofbron. Op aardappelschijven groeien deze microben tot witte of grauwwitte natte koloniën. Bouillon wordt na enting zeer troebel,

op den bodem van de reageerbuis vormt zich een bezinksel, aan het oppervlak geen huid.

In melk is de groei zeer goed, deze wordt visqueus, terwijl alkali wordt gevormd. *B. lipolyticum* γ en δ maken chymosine, de beide andere niet of zeer weinig. Trypsine wordt niet gevormd evenmin diastase of ureasa. Indican of aesculine worden niet gesplitst. Op weigelatine is de groei goed, alkali wordt gevormd, waarbij een iriseerend huidje ontstaat. Indol wordt niet gevormd, nitraat niet tot nitriet gereduceerd, glucose wordt niet vergist. Het optimum der lipasewerking ligt bij $\pm 65^\circ$. In kultuurvloeistoffen, welke chloorammonium als stikstofbron bevatten, wordt met de volgende koolstofbronnen goede groei verkregen: alcohol, glycerine, glucose, saccharose, calciumlactaat, -lactaat, -stearinaat, aethylacetaat, aethylbutyraat, tributyrine, trioleïne.

Door *B. lipolyticum* α en β werden in een kultuurmedium van de volgende samenstelling: 100 duinwater, 1 vet, 0,05 NH_4Cl , 0,05 K_2HPO_4 , 1 CaCO_3 , na tien dagen cultuur bij 25° resp. 130 mG. en 105 mG. vet gesplitst en 20 en 21 mG. vet verbruikt. In vleeschwater 2% pepton, 1% CaCO_3 en 1% vet werden in 10 dagen resp. 630 mG. en 480 mG. vet gesplitst, terwijl resp. 40 mG. en 80 mG. werden verbruikt.

Aërobe cultuur bij 45°—55°. Bij deze temperaturen wordt zelfs bij toevoeging van groote hoeveelheden infectiemateriaal (5 Gr.) aan de kultuurvloeistof zelden vetsplitsing waargenomen. De kulturen, in welke vetsplitsing optreedt, bevatten een aan *B. mesentericus* zeer naverwante soort nagenoeg in reinkultuur, welke bakteriesoort geen overenting in denzelfden kultuurbodem verdraagt; na uitzaaiing op vleeschagar 2% glucose ontstaan witte of grauwwitte koloniën van 2—6 μ lange en 1 μ breede staafjes. De sporen verdragen kookhitte; gelatine wordt versmolten, diastase en lipase afgescheiden. In een kultuurmedium met minerale zouten, waaraan glucose, saccharose, glycerine, calciumlactaat of amyllum is toegevoegd, heeft goede groei na enting plaats. Toevoeging van pepton als stikstofbron geeft veel krachtiger groei dan chloorammonium. Stearinezure zouten worden niet geassimileerd. De cultuur op aardappelschijven herinnert aan die van *B. mesentericus* op dezen bodem, echter is de kleur der kolonie meer wit.

Deze microbe behoort tot de groep der hooibacteriën, zij onderscheidt zich door de vorming van lipase. De hier van aardappels geïsoleerde *B. mesentericus*, *B. subtilis* en *B. megaterium* scheiden geen lipase af.

Anaërobe cultuur. Onder anaërobe cultuurvoorwaarden heeft geen

groeit tot vetsplitsende microben plaats in een kultuurmedium dat uitsluitend vet als koolstofbron en chloorammonium als stikstofbron bevat.

B. Denitrificatie met vetten.

Bij de onderzoekingen over de denitrificatie met vetten, waren deze verbindingen de eenige in den kultuurbodem aanwezige koolstofbron.

De samenstelling van de kultuurvloeistof was de volgende: 100 leidingwater, 1 kaliumnitraat, 0,05 bikaliumphosfaat.

Op de volgende wijze was de kultuur ingericht: ongeveer een gram vet werd gesmolten in een zorgvuldig gedroogd nauwmonds stopfleschje van ± 250 c.c. inhoud; door wenden wordt het vet gelijkmatig over het binnenoppervlak verdeeld. Na bekoelen vullen we deze flesch met bovenvermelde kultuurvloeistof, welke daarna met tuingrond of eenig ander infectiemateriaal wordt geïnfecteerd.

Uit een reeks proefnemingen bij temperaturen tusschen 20° en 45° C. bleek, dat bij 27° — 30° de krachtigste denitrificatie plaats had; bij deze temperatuur zijn de volgende onderzoekingen verricht.

Geschiedt het infecteeren met ± 3 gram tuingrond, riool- of grachtmodder en cultiveeren we bij $\pm 28^\circ$, dan zien we na één of twee dagen het bovenste vetrandje nabij de stop wit worden. Van hier af sehrijdt de verkleuring tot onder in de flesch voort. Spoedig stijgen van den binnenwand van het vetlaagje gasbellekes op, daarna ontstaan deze ook tusschen vet en glas, waardoor het vet van den glaswand wordt gedrukt. Na 5 of 6 dagen zien we gewoonlijk de stukken van de vetlaag gedeeltelijk drijven, gedeeltelijk op den bodem liggen. Het eerst betrekkelijk doorschijnende vet wordt wit, daarna vuilgeel en volkomen ondoorzichtig. De kultuurvloeistof, welke gedeeltelijk uit de flesch is geperst, is troebel en vuilgeel. Overentingen van zulk een kultuur in een nieuwe kulturflesch, welke op dezelfde wijze is ingericht, geven weder goeden groei, waarbij de beschreven veranderingen van vet en kultuurvloeistof zich herhalen.

De bakteriën, welke de denitrificatie met vet veroorzaken, kunnen we nader leeren kennen door uitzaaiing van de kultuur op vleeschgelatine of op duingelatine, waaraan 0,5% tributyrine, 0,05% K_2HPO_4 en 0,1% KNO_3 of NH_4Cl zijn toegevoegd.

Op beide platen ontwikkelen zich dezelfde bakteriënsoorten, echter is de groei op vleeschgelatine veel beter dan op den anderen kultuurbodem.

De meest krachtige met vet denitrificeerende bakteriën bleken te

zijn *B. Stutzeri* (L en N), *B. pyocyaneum*, *B. punctatum*, en een lipase en diastase vormende representant van de door VAN ITERSOM¹⁾ beschreven *B. denitrofluorescens non liquefaciens*.

Kultiveeren we bij $\pm 20^\circ$, dan komen meer smeltende denitrificeerende soorten op den voorgrond, terwijl bij $\pm 34^\circ$ dezelfde flora als bij 28° optreedt, echter is het proces minder krachtig; de door BELJERINCK²⁾ beschreven *Bac. sphaerosporus* en *Bac. nitrosus* denitrificeeren niet met vet noch met glycerine of vetzuur.

De variëteiten van *B. Stutzeri* en *B. denitro f. nl.* kenmerken zich zoowel door den verschillende bouw der koloniën, als door verschillend krachtig denitrificeerend vermogen en vetsplitsing.

De bovengenoemde microben denitrificeeren met glucose, vetzuur, calciumlactaat, humuszure natron, asparagine en pepton. De verschillende stammen van *B. Stutzeri* denitrificeeren tevens met maltose, glycerine, glycol en manniet, aethylacetaat, maltose, en butylalcohol; geen zuur wordt gevormd uit saccharose, laktose en raffinose.

B. denitro f. nl. maakt uit glucose zeer weinig zuur, verder echter uit geen der genoemde verbindingen; ook denitrificeert zij niet met manniet, glycerine, maltose en glycol.

De vetsplitsing der beide bacteriën onder aërobe omstandigheden, werd bepaald door deze te kultiveeren in een Erlenmeyerkolff van 300cc., voorzien van de volgende kultuurvloeistof: 200 cc. leidingwater, 1 gr. fijn verdeeld vet, 0,1 gr. chloorammonium, 0,1 gr. bikaliumphosphaat en 0,5 gr. krijt.

Na enting met 5 cc. van een 48 uur oude bouillon-pepton-kultuur dezer bacteriën, waren na 30 dagen kultuur bij 28°C .

door *B. Stutzeri* 630 mG. gesplitst
 en 65 mG. verbruikt,

door *B. denitro f. nl.* 920 mG. gesplitst
 en 80 mG. verbruikt.

We zien uit deze proeven, dat door *B. Stutzeri* en *B. denitro f. nl.* resp. 70% en 100% van het vet zijn gesplitst en dat hoogstens $\frac{1}{10}$ daarvan is geassimileerd tot opbouw der bacteriën lichamen.

Splitsing en verbruik van vet bij de denitrificatie werd als volgt vastgesteld.

In een Erlenmeyerkolff van ± 300 cc inhoud werd een bepaalde

¹⁾ Ophoeringsproeven met denitrificeerende bacteriën. Koninkl. Acad. v. Wetensch. 1902.

²⁾ Bildung und Verbrauch von Stickoxydul durch Bakteriën. Centralbl. f. Bakt. Abt. 2. Bd. 25 S. 30.

hoeveelheid vet afgewogen en de kolf afgesloten door een gummistop, voorzien van een omgebogen glazen buis voor gas afvoer. Dit apparaat werd gesteriliseerd en daarna door verwarmen en draaien het vet over het binnenoppervlak verdeeld. Na bekoelen werden 300 cc. van de volgende kultuurvloeistof toegevoegd; 100 leidingwater, 1 kaliumnitraat, 0,05 bikaliumphosfaat; er werd geënt met een der denitrificerende bacteriën. De kultuur geschiedde bij 28°, de ontwikkelende gassen werden boven paraffine-olie of kaliloog opgevangen.

Voordat de gasontwikkeling een aanvang neemt, wordt de zuurstof boven de kultuur verbruikt, terwijl het vet eerst eene hydrolytische splitsing ondergaat.

Met 0.4385 gram vet werd door *B. denitro f. nl.* van 28 Juni 1909 tot 8 Juli, 57 cc. stikstof en 1.5 cc. koolzuur gevormd. De snelheid van het proces was toen zoo gering geworden, dat besloten werd om de kultuurvloeistof voorzichtig zonder verlies van vet te vernieuwen. De afgegoten kultuurvloeistof reageerde zwak alkalisch, bevatte nitraat, nitriet en glycerine, terwijl per 25 cc. vloeistof 5.1 cc. koolzuur aanwezig waren. Na de verversching nam de gistingssnelheid weder toe en daarna langzaam af. Totaal werden tot 18 Augustus met de 0.4385 gram vet, welke nagenoeg geheel waren verdwenen, 230 cc. stikstof en 142.6 cc. koolzuur gevormd. Verwaarloozen we de zeer geringe hoeveelheid nog aanwezige zeepachtige bestanddeelen, dan zou ongeveer $\frac{1}{6}$ van de koolstof van het vet bij de denitrificatie tot koolzuur en $\pm \frac{5}{6}$ in bacteriën materiaal en oplosbare organische verbindingen zijn overgegaan. In de kultuurvloeistof konden geen tusschenprodukten worden aangetoond, blijkbaar leidt ook bij dit proces de oxydatie van het vetzuur slechts tot koolzuur en water.

In fig. 4 is het verloop der snelheid van het proces grafisch voorgesteld. De ontwikkelde gas-volumina per 6 uur kultuur zijn op de abscis uitgezet; een centimeter daarvan vertegenwoordigt een c.c. gas. Op de ordinaat is de tijd uitgezet en wel is een dag door een c.m. voorgesteld. Zeer goed kunnen we de snelheidsvermeerdering der gasvorming na de verversching der kultuurvloeistof op 8 Juli waarnemen; toch is de stijgingshoek der lijn veel geringer dan die bij den aanvang van het proces.

De oorzaak van de afname der processnelheid moeten we dan ook niet, zooals doorgaans in bacteriënkulturen het geval is, wijten aan de vorming van oplosbare afscheidingsprodukten der kultuur, maar aan de aanwezigheid van een dikke laag bacteriënslijm, welke zich op het vet heeft afgezet. Deze bemoeilijkt de aanvoer der stoffen en tempert de snelheid van het proces.

Op overeenkomstige wijze werd eene denitrificatie door *B. Stutzeri*

ingezet met 0,547 gram vet; de ontwikkelde gassen zijn boven kaliloog opgevangen; de kultuurvloeistof werd niet vernieuwd. Van 9 tot 28 October 1909 werden 102 cc. stikstof opgevangen; de gisting leverde den 28^{sten} October per 24 uur minder dan een halve cc. gas, daarom werd de proef afgebroken, hoewel nog een deel van het vet aanwezig was.

In fig. 5 is op dezelfde wijze als bij de vorige proefneming het verloop van de snelheid der gasontwikkeling voorgesteld.

Denitrificaties met vetzuur verlopen op overeenkomstige wijze als die met vetten; daarentegen geschiedt de denitrificatie met glycerine door *B. Stutzeri* snel en volledig; zij is binnen enkele dagen geheel afgelopen. Van de koolstof der glycerine wordt dan ongeveer $\frac{2}{3}$ tot koolzuur en $\frac{1}{3}$ tot opbouw van organisch materiaal gebruikt.

IV. VETSPLITSSENDE BAKTERIËN IN MELK.

Melk behoort tot de meest gunstige kultuurmedia voor vetsplitsende microben; naast een fijn verdeeld en gemakkelijk verzeepbaar vet zijn daarin tevens voor deze bacteriën zeer gewenschte stikstof- en koolstofbronnen aanwezig.

Het aantal vetsplitsende organismen is in spontaan geïnfecteerde melk zeer wisselend; eenige uren na het melken kunnen we daarin van 180—20000 per c.c. aantoonen, waaronder de in de vorige bladzijden genoemde soorten kunnen voorkomen.

Twee factoren beïnvloeden voornamelijk den groei der vetsplitsende bacteriën in melk n.l. de temperatuur en de zuurstoftoetreding.

Willen we vetsplitsende microben in de melkflora op den voorgrond brengen, zoo is de meest zekere weg de aërobe cultuur bij 10°—15°; dan groeien voornamelijk *fluorescenten*, *B. punctatum*, *micrococcen* en zoogenaamde *aromatische bacteriën*¹⁾. Ook bij de aërobe cultuur bij 27°—30° kan een belangrijke groei van vetsplitsende bacteriën optreden, deze hangt echter af van de aanvankelijke samenstelling van het bakteriënmengsel. Bij anaërobe cultuur echter overwoekeren de melkzuurfermenten in korten tijd alle overige soorten.

Met betrekking tot deze melkzuurfermenten kunnen we in 't algemeen den regel vaststellen, dat de voorwaarden voor den groei der

¹⁾ BEIJERINCK. Fermentation lactique dans le lait. Archives Néerl. des Sciences exactes et naturelles Serie II, 1. XIII.

VAN DER LEK Aromabildende Bakt. in Milch. Centrbl. f. Bakt. B. 17.

vetsplitsende organismen in melk geheel tegenovergesteld zijn aan die, noodig voor een goeden groei der melkzuurfermenten.

In fig. 6 zien we het verloop van de ontwikkeling der aantallen vetsplitsende fermenten en dat der melkzuurfermenten in melk, welke onder omstandigheden van temperatuur en zuurstofdruk werd bewaard, zooals dit in de praktijk gewoonlijk geschiedt. (Op de abseis zijn 100 miljoen bakt. door één e.m. voorgesteld, op de ordinaat 24 uur door 1 e.m.). Daarvoor werd een literkolf voorzien van 800 e.c. goede zindelijk gewonnen melk in een kelder bij ± 10 bewaard; telkens na 24 uur werd het aantal melkzuurfermenten en dat der vetsplitsende microben bepaald.

Uit de bakteriëngetalen waarmede de grafische lijnen zijn geconstrueerd, blijkt dat de verhouding van melkzuurfermenten tot vetsplitsende bakteriën in de melk bij de ontvangst was $\frac{2}{3}$; dienzelfden dag na 8 uur $\frac{9}{10}$ en de 7 volgende dagen resp. $\frac{3}{1}$, $\frac{6}{1}$, $\frac{12}{1}$, $\frac{17}{1}$, $\frac{25}{1}$, $\frac{100}{1}$, $\frac{100}{1}$. Gedurende de eerste vijf dagen nam het aantal vetsplitsende microben toe, maar minder snel dan dat der melkzuurfermenten; daarna heeft bij een zuurgraad van ± 85 een betrekkelijk snelle afsterving plaats. De geleidelijk toenemende zuurgraad blijkt den groei der zuurgevoelige lipase-vormende bakteriën weinig te schaden, hoewel deze bij onmiddellijke enting in zure melk, welke 50 e.c. $\frac{1}{10}$ N. per 100 e.c. titreert, niet meer groeien; zij blijken zich dus aan den zuurgraad aan te passen. Tot de vetsplitsende soorten in deze melk behoorden: *fluorescenten*, *micrococcen* en de groep der *B. lipolyticum*, op blz. 696 beschreven.

De rottingsbacteriën, welke met de faeces der koeien en uit de stallucht in de melk geraken, bezitten meerendeels lipolytische enzymen zooals dit het geval is met de aërobe soorten: *B. vulgare*, *B. prodigiosum*, *B. fluorescens liquefaciens*, *B. pyocyaneum* en de anaërobe *Bacillus putrificus*, welke laatste soort dikwijls in gepasteuriseerde melk wordt aangetroffen.

De veranderingen, welke de vetsplitsende microben in melk doen ontstaan, zijn behalve die, welke veroorzaakt worden door de lipolytische, vooral die, welke moeten worden toegeschreven aan de peptoniseerende werkingen der microben. Aan melk verleenen zij dan ook een kazigen of zeepigen reuk en dikwijls een bitteren smaak; ze bewerken een snelle oprooming en maken het daarin zwevende vet, later de daaruit bereide boter ranzig.

We moeten deze bakteriën dan ook beschouwen als behorende tot de meest gevreesde vijanden van de zuivel- en vetindustrie.

SAMENVATTING DER RESULTATEN.

1. Door middel van de methode der vetbuisjes kan op eenvoudige wijze het vetsplitsend vermogen van aërobe zoowel als van anaërobe micro-organismen, en het vermogen om met vet te denitrificeeren worden vastgesteld.

2. Vetten kunnen door een groot aantal bakteriën, welke algemeen verspreid in de natuur voorkomen, anaerob worden afgebroken, aërob worden geoxydeerd of, bij aanwezigheid van nitraat of nitriet, deze denitrificeeren.

3. Al deze processen worden ingeleid door de afscheiding van „lipase” door microben; de onder den invloed van dit enzym afgescheiden glycerine en vetzuren worden dan verder door deze organismen omgezet.

4. Verscheidene vetsplitsende organismen vormen twee lipasen, de α - en β -lipase; de eerste diffundeert sneller dan de tweede en splitst vet zoowel in een zuur als in een alkalisch medium; β -lipase wordt in een zuur medium wel gevormd, maar tast daarin vet niet aan; zij kan echter weder actief optreden na neutralisatie van den kultuurbodem.

5. Lipase diffundeert door watervrij vet; maar de diffusiesnelheid is uiterst gering.

6. De aërobe vetsplitsende bakteriën vertoonen een goeden groei in cultuurmedia, welke uitsluitend vet als koolstofbron en chloorammonium als stikstofbron bezitten.

7. We kunnen aan de reeds bekende vetsplitsende bakteriënsoorten nog toevoegen: *Bacillus putrificus* (BIENSTOCK), een representant van de *mesentericus* groep, *B. Stutzeri*, en *B. denitro fluorescens non liquefaciens*.

8. Melk is een gunstig medium voor vetsplitsende microben.

9. In spontaan geïnfecteerde melk, bewaard onder omstandigheden zooals gewoonlijk in de praktijk aanwezig zijn, hebben groei en afsterving der vetsplitsende bakteriën en melkzuurfermenten ongeveer gelijktijdig plaats; zij zijn in hoofdzaak afhankelijk van de zuurvorming.

10. De schadelijke invloed der vetsplitsende microben op de kwaliteit der zuivelprodukten, is behalve aan hare lipolytische eigenschappen, voornamelijk te wijten aan de vorming van bitter smakende en slecht riekende produkten uit eiwitten en caseïne door deze microben.

Deze mededeeling zal in het Bakteriologisch Centralblatt uitvoeriger worden behandeld.

Physiologic. — De Heer ZWAARDEMAKER biedt eene mededeeling aan van den Heer E. H. VAN HASSELT, Offic. v. gez. O. I. L., assistent aan het Pharmacologisch Instituut te Utrecht: „*Over de physiologische werking van het derrid.*”

(Mede aangeboden door den Heer C. A. PEKELHARING).

Toebo, ook wel toeba of toewa geheeten, is een verzamelnaam voor vergiften uit het plantenrijk¹⁾; het wordt ook akar djeuoe genoemd²⁾. De toeba, welke wij hier op het oog hebben, is afkomstig van *Derris elliptica* Benth., een tropische klimplant uit de familie der Papilionaceae, welker wortels zeer giftig zijn. GRESHOFF heeft een beschrijving van deze plant gegeven met een afbeelding³⁾. Zij groeit in Britsch-Indië, Indo-China en den Indischen Archipel, waar zij ook gecultiveerd wordt (o.a. West-Java). De wortels worden voornamelijk gebruikt voor de vischvangst, waarbij mannen, vrouwen en kinderen, met groote bundels der bijeengebonden wortels in booten de rivier afzakken; op een geschikt punt aangekomen, worden de wortels fijn gemaakt en in het water geworpen, waarna spoedig de visschen bedwelmd aan de oppervlakte komen, om dan met de hand, een net of ook met harpoenen bemachtigd te worden⁴⁾. Als pijlgift⁵⁾ gebruiken de wilde stammen van Malakka de toeba, die met plantendeelen van antiaris- en strychnossoorten wordt afgekookt; aan dit decoet wordt dikwijls nog arsenik toegevoegd. Eerst daarna worden de pijlen erin gedoopt, gedroogd, vervolgens met een blaaspijp vershoten. Deze pijlgiften zijn bekend bij de Dajakkers onder den naam Ipoe of Siren⁶⁾. Een waterig aftreksel der wortels wordt gebruikt ter verdelging van insecten.

GRESHOFF vertelt ons van deze merkwaardige plant het volgende⁷⁾:

„De wortel dezer plant smaakt aanvankelijk zwak aromatisch en samentrekkend; later merkwaardig verdoovend, aan cocaïne herinnerend; doch zoodanig, dat het smaakgevoel niet geheel verdwenen is, maar men in het verhemelte een eigenaardige verkoeling bemerkt en men door de verminderde gevoeligheid der slijmvliezen als 't ware „een dikke tong” heeft en dit ook bij het spreken bemerkt. Dit

1) Dr. C. L. v. D. BURG. De voeding in Ned. Ind. Amst. 1904. blz. 78.

2) Indische Vergiftrappen, den Haag 1902. blz. 25. — DE CLERCQ. Nieuw plantk. woordenb. voor Ned. Ind. Amst. 1909. blz. 219.

3) GRESHOFF. Schetsen van nuttige Ind. planten. 3e Afl. No. 25.

4) Dr. A. W. NIEUWENHUIS. Quer durch Borneo. I. Leiden 1907.

5) LEWIN. Die Pfeilgifte, Berlin 1894. S. 98.

6) Geneesk. tijdschr. v. Ned. Ind. VII. 1895 blz. 332.

7) GRESHOFF. Mededeel. 's Lands Plantentuin VII. Batavia 1890 blz. 12

gevoel houdt uren, zelfs dagen lang aan. Het speeksel wordt in den beginne vermeerderd afgescheiden. Sommige personen klagen over hoofdpijn na het kauwen van den wortel".

Hij heeft de werking op visschen nagegaan door goudvisschen te brengen in een decoct der wortels 1 : 2500; na 3 min. lagen zij verdoofd op den bodem met zwakke ademhaling, en stierven, hoewel in versch water overgebracht. In een decoct 1 : 25000 trad binnen 5 min. volledige narcose op. De bast van den wortel bleek nog giftiger te zijn; in een decoct 1 : 300000 werden kleine sawah-visschen binnen $\frac{3}{4}$ uur bedwelmd, terwijl ze binnen 24 uur stierven. Het gelukte GRESHOFF¹⁾ om uit de wortels van *Derris elliptica* het werkzame bestanddeel, het derrid, af te zonderen; hij vond, dat goudvisschen in een oplossing 1 : 5.000.000 binnen een half uur stierven, na een periode van bedwelming. Hij zegt: ²⁾ „Het komt mij waarschijnlijker voor, dat derrid een specifieke werking op het centrale zenuwstelsel van visschen uitoefent, dan dat het als ademgift werkt, door de O-opname of de CO₂-uitscheiding in de kieuwen te staken," en acht het wegens de groote onoplosbaarheid bezwaarlijk, de werking bij andere proefdieren dan visschen na te gaan.

VAN SILLEVOLDT heeft het derrid gekozen als onderwerp voor zijne dissertatie, welke hij in het pharmaceutisch laboratorium te Leiden heeft uitgewerkt.³⁾ Ter bereiding van het derrid bezigde hij de methode van GRESHOFF met eenige wijzigingen bij de zuivering. Daar ik nu voor mijne proeven het door VAN SILLEVOLDT bereide preparaat gebruikt heb, dat mij door Prof. WIJSMAN welwillend werd afgestaan, zal zijne wijze van werken vermeld worden: De fijnge maakte wortels werden met water uitgetrokken, uitgeperst en gedroogd; dan werd met alcohol 96° uitgetrokken. Dit extract werd met een weinig water ingedampt tot op een klein volume en afgekoeld, waarna op den bodem van het vat een harsachtige zelfstandigheid ontstond, die met water werd uitgewassen en gedroogd; dit was het ruwe derrid. Dit werd nu gezuiverd, door met petroleumaether vetstoffen te verwijderen en het onoplosbare derrid met $\frac{1}{2}$ % KOH te schudden; vervolgens werd het in aether opgelost en dan weer met petroleumaether neergeslagen. De eerste neerslagen waren sterk geklenrd en kristallijn, later ontstond een witte, amorphe massa. Na affiltreeren werd deze massa in aether opgelost en hieraan onder verwarming petroleumaether toegevoegd, waarna bij afkoeling een geelachtig-witte stof gevormd werd, het „zuivere derrid."

1) GRESHOFF, Med. XXV. Den Haag, 1898, blz. 49.

2) GRESHOFF, l.c. blz. 17.

3) VAN SILLEVOLDT, Ueber das Derrid und das Pachyrhizid. Diss. Marburg 1899.

Dit derrid is onoplosbaar in water, zeer slecht oplosbaar in petroleumæther; zeer goed in chloroform; goed in æther, alcohol, ijsazijn, benzol, acetone, zwavelkoolstof en azijnaether. Zeer weinig lost op in 10 % KOH, waartoe het weer kan worden neergeslagen met zuren. De alcoholische oplossing geeft met water een emulsie, waarin microscopisch kleine amorphe korreltjes en massa's te zien zijn. De formule is $C_{33}H_{30}O_{10}$; glueoside-eigenschappen zijn niet aanwezig. VAN SILLEVOLDT heeft ook proeven gedaan met vissen en vond het volgende: Stekelbaarsjes stierven in een verdunning 1 : 6.000.000 binnen 30 min., na een periode van groote onrust, gevolgd door bedwelming. Kikkers, onderhuids ingespoten met 3 m.g. derrid waren na 24 uur geheel verlamd, zonder dat krampen waren opgetreden. Ik zal nu mijn eigen proeven vermelden.

Werking van derrid op vissen.

Stekelbaarsjes (*Gasterosteus pungitius*) werden gebracht in de volgende vloeistoffen. In 1 L. water, waaraan 10 cc. stamvloeistof (derrid 10 m.g.; alcohol abs. 5 cc.; water 95 cc.) was toegevoegd, hetgeen dus overeenkomt met een verdunning 1 : 1.000.000. Zoodra het dier in het water kwam, ging het naar den bodem van het bekersglas, bleef daar eenige oogenblikken „staan”, werd spoedig onrustig en zwom snel heen en weer, naar boven en beneden; zijn kieuwplaten gingen wijd uitstaan en bewogen zich snel, veel sneller en intensiever dan bij den controlevisch, in een gelijke hoeveelheid water met alcohol geplaatst. Het dier vertoonde sterke dyspnoe, sprong na 6' boven het water uit, viel telkens op zijde en verloor spoedig zijn evenwicht geheel; om- en omtuimelend zonk het op den bodem, waar het even bleef liggen, om daarna pijlsnel naar de oppervlakte te schieten, om echter spoedig weder omlaag te vallen. Na 15 min. lag het op zijde op den bodem van het vat, in heftige dyspnoe; nog een enkele maal zwom het pijlsnel naar de oppervlakte, doch spoedig lag het weer, en nu voor goed op den bodem, met slappe vinnen, geheel bewusteloos. Na 20 min. werd de adembaling onregelmatig, minder en minder frequent, om na 28 min. geheel op te houden.

Dezelfde proef werd verricht met verdunningen 1 : 2.500.000; 1 : 5.000.000 tot en met 1 : 10.000.000, welke laatste nog doodelijk was binnen 27 u. Bij de sterke verdunningen traden de symptomen eerst zeer laat op; dan echter volgde plotseling bedwelming en kort daarop de dood.

De contrôlevisch vertoonde niets bijzonders. Verder bleek, dat zoodra de eerste symptomen van onrust duidelijk aanwezig waren,

een overbrengen in versch water het dier niet meer kon redden.

Uit deze proeven blijkt, dat een werking op het centraal zenuwstelsel zeer waarschijnlijk is, en wel speciaal op het ademcentrum.

Daar de stamvloeistof zeer sterk schuimde, zou het derrid tot de saponinen kunnen behooren en als zoodanig haemolyse veroorzaken.

Werking op bloed.

Bij een oplossing van konijnen-bloed werd derrid gevoegd en de spectra waargenomen. Hierbij bleek, dat het normale oxyhaemoglobinespectrum onveranderd was; bij toevoeging van amylnitriet verscheen het methaemoglobinespectrum met haemoglobinespectrum en na reduceeren met STOKES' vloeistof de haemoglobinstreep. Een geheel gevuld en goed gekurkt fleschje met bloed-oplossing werd na toevoeging van derrid ter zijde gesteld, nadat de aanwezigheid van de oxyhaemoglobine-strepen geconstateerd was. Na ruim 36 u. had zich haemoglobine gevormd, blijkende uit het spectrum, terwijl na schudden de beide oxyhaemoglobine-strepen weder optraden. Dit bewijst dus, dat derrid het vermogen der bloedkleurstof, om gemakkelijk zuurstof af te scheiden en op te nemen niet verandert.

Een reeks proeven over haemolyse werden verricht.

1. Het bloed van het bij de 1^{ste} proef gestorven stekelbaarsje werd opgevangen in physiologische zoutoplossing; hierbij vertoonde zich geen haemolyse.

2. Bloed van een paling werd gedefibrineerd, uitgewassen en hieraan de stamvloeistof toegevoegd (per c.c. 0,1 m.g. derrid en 0,03 c.c. alc. abs.); de contrôlevloeistof was een overeenkomstige alcoholoplossing. Door toevoegen van NaCl¹⁾ werden beide isotonisch met het bloed gemaakt. In een rij reageerbuisjes werd in ieder gebracht 1 c.c. bloed benevens stijgende hoeveelheden derrid en alcohol, zóó, dat steeds in ieder buisje evenveel alcohol en c.c. vloeistof was en dus alleen het derridgehalte wisselde. De hoeveelheid derrid was zoo gekozen, dat met absolute zekerheid werking op het geheele dier was te verwachten; ter vergelijking was altijd een buisje met bloed en zoutoplossing aanwezig.

Na 12 uur was noch haemolyse, noch agglutinatie te zien. Nu werd bij een der buisjes zooveel saponine gedaan, als in gewicht overeenkwam met het geringste derridgehalte van alle buisjes; na 3 min. trad duidelijke haemolyse op.

¹⁾ Het NaCl werd onmiddellijk vóór het gebruik aan de vloeistof toegevoegd, omdat bij aanwezigheid van NaCl het derrid na korten tijd neerslaat.

3. Bloed van een kat werd als boven behandeld en bij 37° in de broedstoof geplaatst. Ook hier bleek, zelfs na 19 u. niets van haemolyse of agglutinatie. Bij een volgende reeks ontstond na 4 u. haemolyse in 2 van de 12 buisjes, doch in deze buisjes was de kleinste hoeveelheid derrid, zoodat de oorzaak moest gezocht worden in alcoholwerking.

4. Proef met cavia-bloed als voren; na 18 u. niets te zien; na 20 u. haemolyse in alle buisjes, ook het contrôlebuisje.

5. Runderbloed, evenzoo behandeld, gaf na 20 u. een volkomen negatief resultaat.

6. Met menschenbloed was ook na 19 u. geen haemolyse of agglutinatie waarneembaar.

Hieruit blijkt dus, dat derrid op het bloed van genoemde diersoorten niet haemolyseerend of agglutineerend werkt; dat, waar wel haemolyse was opgetreden, dit was toe te schrijven aan alcoholwerking of den langen duur der proef.

Werkling op de ademhaling.

Deze werking werd bestudeerd aan den overlevenden palingkop, die volgens de methode van KOULIABKO¹⁾ werd geprepareerd en op een plankje gespijkerd. In de levervene werd een canule gebonden, welke uit 2 Mariotte'sche flesschen Ringer-Loecke'sche oplossing, met of zonder derrid, kon toelaten. De „derrid-oplossing” was een verdunning 1 : 1.000.000; aan de „normale oplossing” werd een overeenkomstige hoeveelheid alcohol en NaCl toegevoegd, als de eerste met het derrid had meegekregen. De bewegingen van het hart en de ademhaling werden op het kymographion geregistreerd. Na derridtoevoer traden aanvalswijze krampen van de musculatuur van den geheelen kop op, en, onafhankelijk hiervan, versterkte kieuwbewegingen, die bij langere inwerking, evenals de krampen, geheel ophielden. We hebben hier dus met een vergif te doen, dat eerst prikkelend, daarna verlammend werkt op het centraal zenuwstelsel en bijzonder duidelijk op het ademenentrum.

Werden kikkers met derrid ingespoten in een lymfzak (0,5—6 mg.), dan hield ook na andere, straks nog te noemen symptomen, de ademhaling op. Alcoholwerking werd buitengesloten.

Bij witte muizen, welke subcutaan (0,1—3 mg.) derrid kregen, vertoonde zich hetzelfde.

Bij konijnen werd derrid gespoten in een oorvene (1,6 mg. per KG.),

¹⁾ KOULIABKO. Arch. Internat. de Physiol. Vol. IV 1906—1907 p. 437.

waarna de dieren spoedig door ademstilstand te gronde gingen; werd evenwel onmiddellijk na den ademstilstand tracheotomie en kunstmatige respiratie verricht, dan bleven de dieren in 't leven, doordat na bepaalden tijd weder spontane ademhaling intrad; de trachea werd weder gehecht en de wond gesloten. Deze werking werd nader onderzocht op de volgende wijze: Konijnen werden met urethaan genarcotiseerd; dan werd tracheotomie verricht, waarbij de canule door een zijbuis met een MAREY'sche tambour verbonden werd; in de jugularis werd een canule geschoven voor injecties en een canule in de carotis gebonden om den bloedsdruk te bepalen met een Hg-manometer. De stamvloeistof bevatte 2 mg. per cc. Na een voldoende normaalperiode werd in de jugularis 2 mg. derrid gespoten; spoedig traden diepe respiraties op, welke bij voldoende dosis = 4 mg. in verlamming eindigden. Bij kleinere doses vertoonde zich alleen versterkte respiratie, die geruimen tijd duurde.

Om de veranderingen der ademhaling nauwkeuriger te kunnen nagaan, werd de gevoelige methode van DRESER¹⁾ toegepast, waarbij het dier door een ademmasker met minimalen weerstand respireert en de uitademingslucht in een eudiometer werd opgevangen en gemeten. Berekend werden de frequentie per minuut, het volume per minuut en per ademhaling.

Na een voldoende normaalperiode (vooraf was een holle naald in een oorvene gestoken) werd derrid ingespoten. Het bleek nu, dat de frequentie eerst toe-, dan sterk afnam; het volume per minuut eerst toe-, dan weinig afnam en dat het volume per respiratie sterk toenam.

Bij verdere doseering werd de ademhaling onregelmatig en zwak, waarna spoedig stikking volgde. Het derrid prikkelt dus in 't begin de ademhaling sterk; verdieping der respiratie treedt het meest op den voorgrond, zoodat de verlangzaming overgecompenseerd wordt en de hoeveelheid lucht, ingeademd per minuut, stijgt. Deze werking is reeds bekend voor morphine en verschillende zijner derivaten en is een centrale. Aan de aanvankelijke prikkeling sluit zich verlamming van het centrum aan bij grootere doses, die bij warmbloedigen den dood ten gevolge heeft; wordt kunstmatige adembaling toegepast, dan blijkt, dat deze werking een voorbijgaande is en het centrum zich na eenigen tijd weder herstellen kan.

Werking op de circulatie.

Bij de boven beschreven proef met den palingkop was aan 't hart het volgende waar te nemen:

¹⁾ DRESER. Pharmacol. Untersuch. üb. das Lobelin der Lobelia inflata. SCHMIEDBERG's arch. 1890, n^o. 26, S. 237.

Als na de normaalperiode derrid werd toegevoegd en de ademhaling was verlamd, traden onregelmatigheden in de hartswerking op, zich dikwijls uitende in lange pauzen; vervolgens polsverlangzaming en uitzetting, dit laatste vooral van de voorkamer. Werd van te voren de schedel geopend en hersenen benevens ruggemerg vernield⁴ dan traden dezelfde verschijnselen toch op, zoodat de oorzaak bij het circulatieapparaat zelf was te zoeken. De proeven werden dus aan het geïsoleerde hart voortgezet. Het hart werd gevoed met 0.9% NaCl (KOULABKO), daarna met derrid-zoutoplossing (1 : 1.000.000—1 : 30.000). Eerst werd de kamer, bij latere proeven ook de voorkamer geregistreerd. Er trad nu weder polsverlangzaming op, afhankelijk van werking op de motorische apparaten van het hart zelf, want toevoeging van atropine, òf aan de vloeistof, òf aan het hart door opdruppelen, hief de polsverlangzaming niet op en liet ze ook niet uitblijven. Bij de dubbele suspensie bleek, dat zich soms rhythmushalveering voordeed. Volledige verlamming heb ik, ook bij grotere doses, niet waargenomen.

Bij kikkers werd ook de invloed op het hart nagegaan. Bij bovenvermelde injecties was het laatste verschijnsel hartverlamming. Aan het geïsoleerde hart, òf in situ door een in den sinus gebonden canule doorstroomd, òf nitgesneden en aan de Straub'sche¹⁾ canule bevestigd, waaraan het met Ringer'sche vloeistof (2 c.c.) uren onveranderd kan blijven kloppen, werd verder geëxperimenteerd. Werd na de normaalperiode derrid toegevoegd, dan volgden weder constant polsverlangzaming en onregelmatigheden; ten slotte stilstand in diastole. Werd ter controle alleen 0.6 % NaCl of Ringer's vloeistof, plus overeenkomstige hoeveelheden alcohol toegevoegd, dan volgden wel polsverlangzaming en verzwakking der hartswerking, doch nooit onregelmatigheden, als deze niet reeds van het begin af aanwezig waren. Werd dan derrid toegevoegd, dan kwamen de onregelmatigheden te voorschijn. Met het hart in situ werden ook proeven verricht; hierbij werd een canule gebonden in de vena cava inferior en daardoor de vloeistof toegelaten; het dier werd vooraf gedecerebreerd en gecurarineerd; kamer en voorkamer geregistreerd. Ook hier werd polsverlangzaming waargenomen, verder uitblijven van kamersystolen, verlamming van de voorkamer en allerlei onregelmatigheden. Verwoesting van hersenen en ruggemerg, benevens atropine, hadden op deze verschijnselen geen invloed. Ook werden bij een volgende proevenreeks kamer en voorkamer met het inductieapparaat ver-

4) W. STRAUB. Die Wirk. des Antiarins am ausgeschnittenen, suspendierten Froschherzen. Schmied arch. 1901. nr. 45, s. 346.

bonden en faradisch en met openingsinductieslagen geprikkeld. Hierbij bleek, dat de refractaire periode van de kamer verlengd werd; de geleidingstijd van voorkamer naar kamer vertoonde geen duidelijke verandering.

De invloed van derrid op het kikkerhart is dus een negatief chrono-, bathmo-, en tonotrope. De polsonregelmatigheid, speciaal het uitvallen van kamersystolen en rhythmushalveering, blijkt, althans gedeeltelijk, afhankelijk te zijn van de verlenging der refractaire periode, zooals dit ook door STRAUB reeds vroeger voor de werking van antiarine op het hart is aangetoond. Bij witte muizen, subcutaan met derrid ingespoten, trad, ook als laatste symptoom, hartverlamming op en onregelmatigheden; nu eens klopten kamer en voorkamer in normale volgorde, dan weer gelijk, somtijds in omgekeerde volgorde; hier vinden we dus naast de bij de kikkers waargenomen verschijnselen kamerautomatie, benevens ontstaan van den prikkel in de atrioventriculaire zone. Ten slotte stond het hart stil in diastole.

Vervolgens werden proeven op konijnen verricht; bij de bovenvermelde ademproeven werd ook de bloedsdruk geregistreerd. Na derrid-toediening volgde onmiddellijk bloedsdrukverlaging, welke zich weer herstelde, dikwijls tot de normale hoogte; bij volgende injecties daalde de bloedsdruk steeds meer, tot ten slotte hartverlamming volgde.

De voor hartverlamming noodige dosis ligt veel hooger dan die voor ademverlamming, en bedraagt wel het viervoudige. Polsverlangzaming is ook hier steeds aanwezig.

Doorsnijding der vagi had op de genoemde verschijnselen geen invloed, terwijl hun prikkelbaarheid onveranderd bleek.

De proeven werden voortgezet bij het vrijgelegde hart. Het konijn werd daartoe in urethaan-aethernarcose gebracht, thoracotomie verricht en de beide thoraxhelften terzijde geslagen; kamer en voorkamer werden geregistreerd.

Nadat door het derrid ademstilstand was ingetreden, traden bij verdere doseering onregelmatigheden in de hartswerking op; soms contraheerden kamer en voorkamer ieder voor zich; dilatatio cordis was steeds aanwezig; het einde altijd verlamming.

Om uit te maken, wat de oorzaak was van de bloedsdrukverlaging, werden de volgende proeven gedaan: Bij een konijn onder urethaan-aethernarcose, dat daarna gecurariseerd werd, werd de bloedsdruk geregistreerd benevens het oncometrisch volume van de nier of den darm en dat van een achterpoot. Het bleek nu, dat na injectie van het gif in de jugularis tegelijk met den bloedsdruk de volumina van nier, darm en poot daalden; steeg de bloedsdruk weder, dan volgden ook de genoemde volumina. Het orgaanvolume

volgde dus geheel passief de veranderingen van den bloedsdruk, zoodat de bloedsdrukverlaging niet het gevolg was van actieve vaatverwijding, doch van de verzwakte hartswerking.

Uit al deze proeven blijkt dus, dat het derrid op de circulatie werkt, doch niet zoo intensief als op de respiratie. De veranderingen in den bloedsomloop zijn afhankelijk alleen, of althans hoofdzakelijk van werking op het hart, waarvan de pulsaties verzwakt en onregelmatig worden; eerst zeer groote doses zijn in staat, het hart definitief te verlammen.

Werking op den darm.

Stukken darm van katten werden in Ringer's vloeistof, onder doorleiding van *O*, gesuspenderd en hun contractie graphisch geregistreerd. In deze vloeistof werd dan de stamoplossing gespoten. Het resultaat was, dat altijd verlamming optrad, doch dat de hiervoor noodige doses nogal uiteenliepen. De grootste dosis, welke noodig was bedroeg 2 m. g. op 250 c. c. vloeistof. Prikkelingsverschijnselen in 't begin werden niet duidelijk waargenomen.

Werking op de slijmvliezen en per os.

Bij een konijn werd een weinig derrid in substantie en later in oplossing in den conjunctivaalzak gebracht; hierbij traden geen verschijnselen op. Zelf bracht ik een met 0,2 % derridoplossing gedrenkt watje tusschen de lippen en een tusschen wang en tandvleesch.

Na $\pm \frac{1}{2}$ uur nam ik een eigenaardig tintelend gevoel waar aan de lippen en een scherp gevoel in de keel, alsof er voortdurend een aandrang tot slikken bestond. Dit gevoel duurde een paar uren. Een aromatischen smaak, zooals GRESHOFF beschreef, nam ik niet waar, hetgeen wel daardoor verklaard kan worden, dat hij den wortel bezigde.

(GRESHOFF vermeldt, ¹⁾ dat hem een geval van zelfmoord is gerapporteerd door middel van toeba, waarbij braken en duizeligheid optraden. Daarom werden de volgende proeven genomen: Een kat kreeg per os een groote hoeveelheid derrid door middel van de maagsonde. Binnen 20 min. traden braken en diarrhoe op, gevolgd door stoornissen van het evenwicht, met sterke dyspnoe. In 't begin waren alle reflexen voorhanden.

Er bestond prikkeling der pilomotoren: de haren van rug en staart stonden recht overeind, evenals bij stikking; de slijmvliezen waren

¹⁾ GRESHOFF. Med XXIX Batavia. 1900 blz. 175.

echter helrood, zoodat stikking niet aanwezig was. De pupillen waren maximaal verwijd. Na korten tijd verdroeg het dier alle liggingen; het vertoonde sterke speekselsecretie en zweetafscheiding aan de voetzolen. Vervolgens lag het dier geheel bewegingloos, als bewusteloos op tafel; de ademhaling was versneld en verdiept, de polsfrequentie tot op de helft gedaald. Langzamerhand verdwenen alle symptomen, tot ten slotte alleen het ongecoördineerde loopen over was, dat eindelijk ook geheel verdween. Na 3 uur zag het dier er weder geheel normaal uit.

Bij een volgende proef werd een ligatuur gelegd om het pylorus-gedeelte van de maag; toen het dier van de narcose geheel was bekomen, kreeg het per os een overeenkomstige hoeveelheid derrid als bij de vorige proef; na 3 u. waren geen symptomen waar te nemen. Nu werd in narcose de afsluiting opgeheven, zoodat het nog aanwezige derrid in den darm kon komen. Nadat het dier ook van deze narcose was hersteld, zagen we de derridsymptomen verschijnen: likken om den bek, diarrhoe, braken, sterke speekselaafscheiding; het bleef verder den geheelen dag stil zitten, met hangenden kop. Later herstelde het geheel.

Bij een derde proef werd weder dezelfde afsluiting gemaakt, en bovendien beneden deze ligatuur een enterostomie verricht in het begin van 't duodenum; een gummi-buisje kwam buiten den buikwand uit. Toen het dier hersteld was van de narcose, werd in het buisje een overeenkomstige hoeveelheid derrid als bij de vorige proeven, ingespoten (waarbij dus niets in de maag kon komen). Nu traden 10 min. na de inspuiting de derridsymptomen op: likken om den bek; heftige braakbewegingen, waarbij een slijmige massa werd verwijderd; diarrhoe; evenwichtsstoornissen; rugligging; dyspnoe; verzwakte reflexen, oogenschijnlijke bewusteloosheid. Na eenige uren werd het dier weder beter, tot eindelijk alle symptomen verdwenen waren. De darm werd weer in zijn ouden toestand gebracht.

Hier zien we dus weder hetzelfde als bij andere proeven: werking op het centraal zenuwstelsel, de ademhaling, de circulatie; sterk treden hier op den voorgrond: coördinatie-stoornissen, braken, diarrhoe en verschijnselen van den kant van den sympathicus: pupilverwijding, versterkte speeksel- en zweetafscheiding, benevens prikkeling der pilomotoren.

Lokale werking van het derrid.

Bij subcutane injecties van kikkers, witte muizen, konijnen en caviae zagen we nooit eenige reactie optreden op de plaats van

injectie. Slechts bij de kikkers was aan de spieren een verandering te bespeuren, welke zich voordeed als een witte kleur van de betrokken spier, die er als gekookt uitzag en niet meer electrisch prikkelbaar was. De lokale werking is dus zeer gering te noemen.

Werking op intacte dieren

Kikkers werden ingespoten met 0,5 tot 6 m.g. derrid in een lymphzak; contrôledieren kregen overeenkomstige hoeveelheden alcohol. Temporariae en esculentae vertoonden geen verschil. Na een injectie van 3 m.g. vertoonde het eerst niets bijzonders, alle reflexen waren aanwezig, terwijl bij prikkeling van het ruggemerg de pooten werden uitgestoken bij een zekeren minimalen rol-afstand van het inductie-apparaat; hart- en adembewegingen waren duidelijk waarneembaar. Na 3 uur verdroeg het dier rugligging; de draaireflex (kopwending bij draaien in een horizontaal vlak) was verdwenen; de sensibiliteit der pooten nog aanwezig; de rol-afstand bij prikkeling van het ruggemerg was nog dezelfde; hartbeweging duidelijk zichtbaar, adembewegingen werden niet meer waargenomen. Na 6 uur was de sensibiliteit opgeheven; na 9 u. geen hartbewegingen meer te zien. Bij de sectie werd het hart in halve systole gevonden, hetgeen niet altijd het geval was. Werd een spier-zenuwpreparaat gemaakt, dan bleek, dat zenuw en spieren nog prikkelbaar waren; slechts op de plaats van injectie was de spier niet prikkelbaar en zag er als gekookt uit. Dit was niet aan alcoholwerking toe te schrijven blijkens contrôleproeven. Bij andere proeven werd nog gebrekkig springen en andere coördinatiestoornissen waargenomen.

Uit deze en andere proeven blijkt dus dat eerst hersennarcose optreedt, en verlamming van het ademeentrum; ten slotte hartverlamming. In alle gevallen bleek de electriche prikkelbaarheid van ruggemerg, motorische zenuwen en spieren (behalve op de plaats van injectie) tot het laatste onveranderd.

Witte muizen, subcutaan ingespoten met 0,01—3 mg. vertoonden eerst bij 0,1 mg. werking, waarvan ze weer herstelden. Alcoholwerking werd uitgesloten.

Een muis, met 0,5 m.g. ingespoten, reageerde na 1½ uur nog op aanraken van de cornea en knijpen in den staart; respiratie zichtbaar en hartslag te voelen; na 3½ uur was de ademfrequentie aanzienlijk gedaald, de polsfrequentie onveranderd; na 5 uur verdroeg ze alle liggingen, reageerde nog op knijpen in den staart en in den poot; na 8 uur gaf het dier geen levensteekenen meer; bij de sectie traden nog spierbewegingen op en klopte het hart nog, dat de vroeger vermelde bijzonderheden vertoonde. In andere gevallen

zagen we een soort katalepsie: met twee pooten op den rand van de tafel gezet, bleef het dier zitten, terwijl de andere pooten over den rand hingen en de staart kaarsrecht werd gehouden.

Ook hier zien we dus weer narcose van de hoogere centra, verlamming van het ademcentrum en ten slotte van het hart; verder coördinatie-stoornissen.

Konijnen, intraveneus ingespoten, vertoonden bij voldoende dosis onmiddellijk evenwichts-stoornissen; de dieren rolden over den grond, kregen heftige krampen, schreeuwden soms en stikten door ademverlamming.

Kunstmatige respiratie bracht de dieren weer tot het leven terug, zooals reeds is vermeld. Een cavia vertoonde eveneens werking op het centrum, gevolgd door den dood. Ook per os laten zich dieren door derrid vergiftigen, zooals blijkt uit de kattenproeven.

Na al deze proeven kom ik tot het volgende besluit:

Het derrid is een gif, dat geen sterke locale werking vertoont; op het slijmvlies van mond en lippen een eigenaardige gevoelsgevoelsgewaarwording teweeg brengt; op de conjunctiva geen veranderingen veroorzaakt; per os, subcutaan of intraveneus gegeven doet het heftige vergiftigingsverschijnselen ontstaan, beginnende met braken en diarrhoe, gevolgd door een werking op het centrale zenuwstelsel met stoornissen in de coördinatie der bewegingen, vermindering der sensibiteit, verdieping der adembaling en daarna ademstilstand. Het gif heeft ook invloed op het sympatische zenuwstelsel, blijkende uit pupilverwijding, vermeerderde speeksel- en zweetafscheiding en prikkeling der pilomotoren.

In grootere doses werkt het ook op het hart, waarbij zich onregelmatigheden en polsverlangzaming voordoen, benevens bloedsdrukverlaging, gevolgd door hartverlamming.

Wat zijn plaats in het pharmacologisch systeem betreft, is het derrid niet tot een der bekende groepen te brengen. Tot de saponinen behoort het niet, daar sterke locale werking en haemolyseerend vermogen ontbreken; tot de narcotica mag het ook niet gerekend worden, want de vermindering der sensibiteit treedt tegenover de andere verschijnselen verre op den achtergrond; bij de digitalislichamen mogen we het evenmin rangschikken, aangezien de werking op het circulatieapparaat dit niet toelaat.

Er moet dus voor dit gif, dat met eenige andere stoffen blijkens voorloopige proeven de zelfde werking vertoont, een nieuwe groep gevormd worden, de „groep der derridstoffen”.

Therapeutisch schijnt mij vooreerst weinig van het derrid te wachten te zijn.

Met het oog op den Oudejaarsdag, die dit jaar op den laatsten Zaterdag van December valt, wordt, op voorstel van den Voorzitter, besloten de December-vergadering vast te stellen op Zaterdag 24 December e. k.

De vergadering wordt gesloten.

E R R A T A.

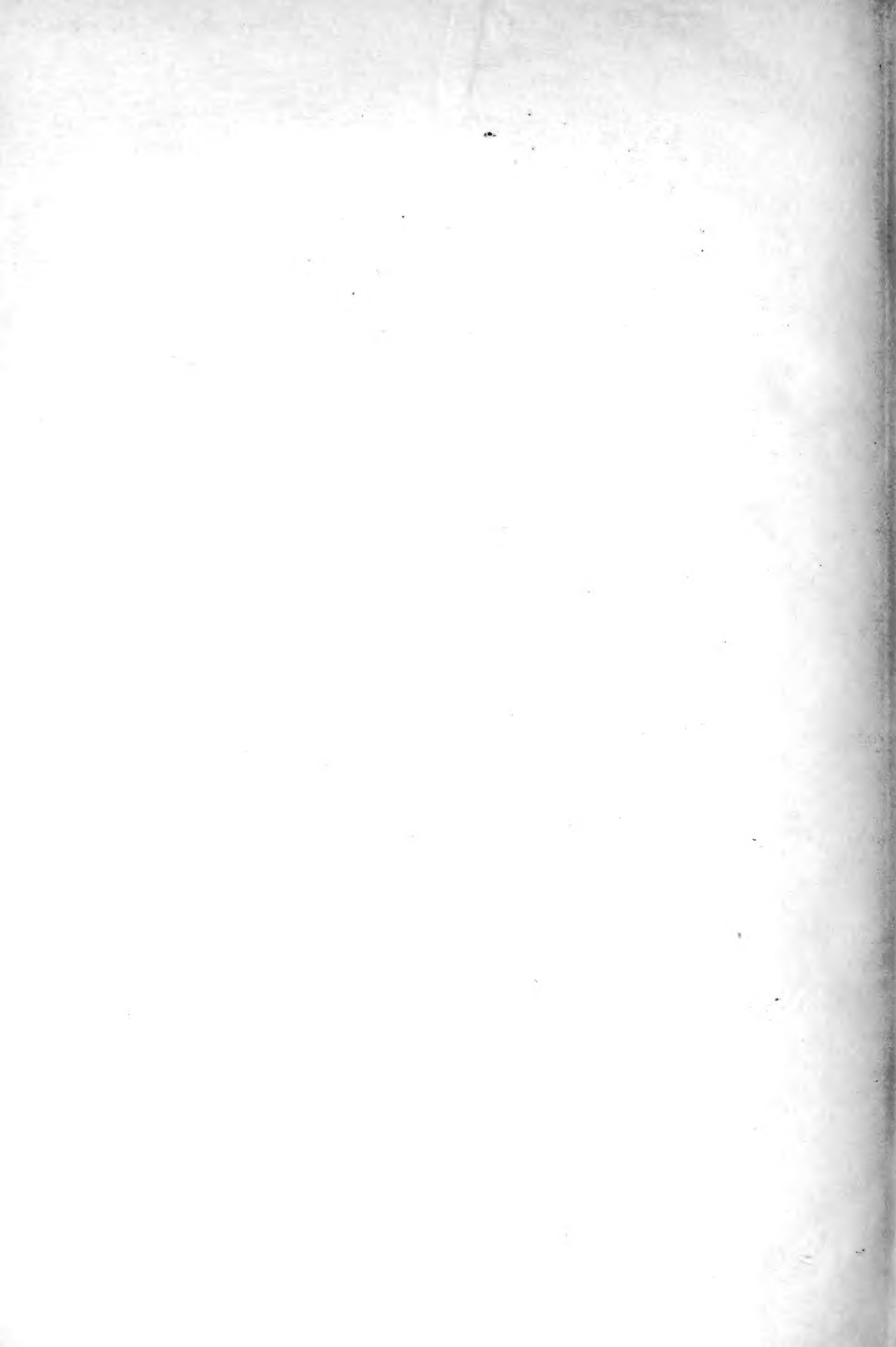
In het Verslag der vergadering van 29 April 1910.

p. 951 r. 2 en 9 van boven: in plaats van 61.9 leze men: 64.9

In het Verslag der vergadering van 29 Oct. 1910.

p. 589 r. 1 van boven staat:	argen,	lees: argon,
„ 590 „ 11 „ „ „	3 8.95	„ 338.95
„ 592 „ 13 „ „ „	9.8854	„ 10.2764
„ 593 „ 10 „ „ „	59.134	„ *59.134
„ 593 „ 11 „ „ „	*59.250	„ 59.250
„ 593 „ 7 „ onderen „	—0.01	„ 0.00
„ 593 „ 8 „ „ „	(+2.72)	„ (+2.71)
„ 593 „ 9 „ „ „	+0.71	„ 0.72

(8 December, 1910).



Q
57
A522
dl 19
gd1 1

Akademie van Wetenschappen,
Amsterdam. Afdeeling voor
de Wis- en Natuurkundige
Wetenschappen
Verslag van de gewone
vergaderingen

Physical &
Applied Sci.
Serials

PLEASE DO NOT REMOVE
CARDS OR SLIPS FROM THIS POCKET

UNIVERSITY OF TORONTO LIBRARY

STORAGE

