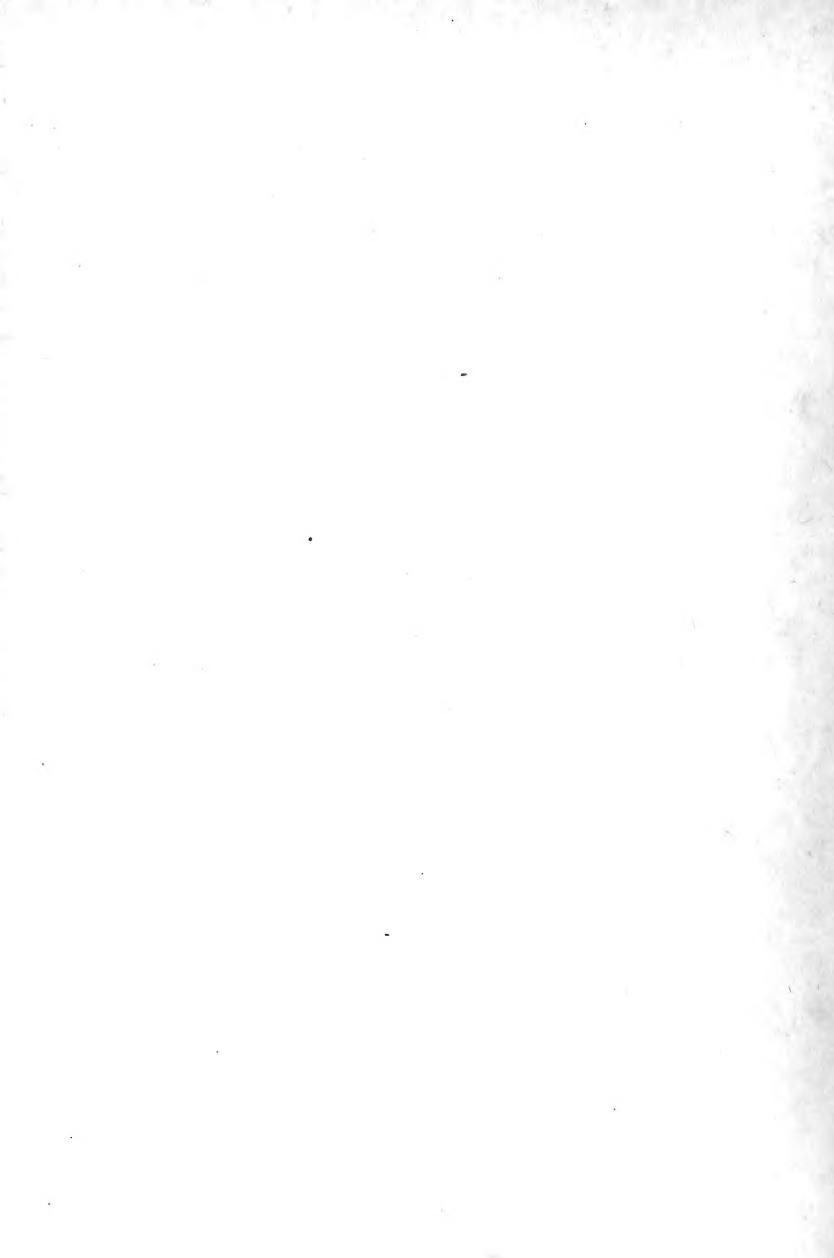


UNIV. OF
TORONTO
LIBRARY









2
Koninklijke Akademie van Wetenschappen
te Amsterdam.

V E R S L A G

VAN DE

GEWONE VERGADERINGEN

DER

WIS- EN NATUURKUNDIGE AFDEELING

van 30 December 1905 tot 27 April 1906.

DEEL XIV

(2de GEDEELTE)

AMSTERDAM
JOHANNES MÜLLER.
Mei 1906.

105764
27/3/11

Q
57
A 522
dl 14
gdll 2

111

I N H O U D.

Verslag Vergadering	30 December	1905	Blz. 535
„	„	27 Januari 1906	597
„	„	24 Februari „	697
„	„	31 Maart „	735
„	„	27 April „	805

Digitized by the Internet Archive
in 2009 with funding from
University of Toronto

KONINKLIJKE AKADEMIE VAN WETENSCHAPPEN
TE AMSTERDAM.

VERSLAG VAN DE GEWONE VERGADERING
DER WIS- EN NATUURKUNDIGE AFDEELING
van Zaterdag 30 December 1905.

Voorzitter: de Heer H. G. VAN DE SANDE BAKHUYZEN.

Secretaris: de Heer J. D. VAN DER WAALS.

INHOUD.

Ingekomen stukken, p. 536.

P. VAN ROMBURGH en W. VAN DORSSEN: „Over de eenvoudigste koolwaterstof met twee geconjungeerde systemen van dubbele bindingen, het 1.3.5 hexatriëen”, p. 536.

L. VAN ITALIE: „Over bloedkatalasen”. (Aangeboden door de Heeren C. A. PEKELHARING en F. A. F. C. WENT), p. 540.

L. VAN ITALIE: „De differentieering van eiwoudhoudende lichaamsvuchten”. (Aangeboden door de Heeren C. A. PEKELHARING en F. A. F. C. WENT), p. 545.

J. P. VAN DER STOK: „Over frequentiekrommen van barometerstanden”, p. 548.

W. KAPTEYN: „Over het quotient van twee opvolgende BESSEL'sche functiën”, p. 562.

A. SMITS: „Over de verborgen evenwichten in de px -doorsneden onder het eutektische punt”. (Aangeboden door de Heeren H. W. BAKHUIS ROOZEBOOM en J. D. VAN DER WAALS), p. 564. (Met één plaat).

A. SMITS: „Over de verschijnselen die optreden, wanneer de plooiingskromme de driefasienlijn van een dissocierende binaire verbinding ontmoet”. (Aangeboden door de Heeren H. W. BAKHUIS ROOZEBOOM en J. D. VAN DER WAALS), p. 568. (Met één plaat)

L. J. J. MUSKENS: „Anatomisch onderzoek omtrent kleinhersenvormingen”. (2de Mededeeling). (Aangeboden door de Heeren C. WINKLER en L. BOLK), p. 575.

H. A. LORENTZ: „De absorptie- en emissiebanden van gasvormige lichamen” (11), p. 577

J. J. VAN LAAR: „Over het verloop der spinodale en plooiingslijnen bij binaire mengsels van normale stoffen”. (3de Mededeeling). (Aangeboden door de Heeren H. A. LORENTZ en H. W. BAKHUIS ROOZEBOOM), p. 582. (Met één plaat).

O. POSTMA: „Iets over de grootheid H in BOLZMANN's: Vorlesungen über Gastheorie”. (Aangeboden door de Heeren H. A. LORENTZ en J. D. VAN DER WAALS), p. 594.

Aanbidding van boekgeschenken, p. 595.

Errata, p. 595.

Het Proces-Verbaal der vorige vergadering wordt gelezen en goedgekeurd.

Ingekomen is :

1°. Bericht van den Heer J. C. KAPTEYN dat hij verhinderd is de vergadering bij te wonen.

2°. Missive van het Comité voor het 6^e Internationale Congres voor toegepaste Scheikunde in April 1906 te Rome te houden, ter begeleiding van het Reglement en Programma voor dat Congres, tevens inhoudende het verzoek dat de Akademie zich op dat Congres zal doen vertegenwoordigen.

De Heer HOOGWERFF stelt zich beschikbaar om de Akademie te vertegenwoordigen onder voorbehoud dat zijn gezondheid zulks zal toelaten.

3°. Circulaire ter begeleiding van een „Projet d'une exploration systématique des régions polaires par H. ARCTOWSKI”.

Ter kennisneming van de leden beschikbaar gesteld.

4°. Uitnodiging van de Royal Geographical Society of Australasia te Brisbane voor deelname aan de 21^{ste} jaarvergadering ter herdenking van de oprichting der Vereeniging in de laatste week van de maand Juni 1906 te Brisbane te houden.

Zal met een brief beantwoord worden.

5°. Brief van de Kais. Akademie der Wissenschaften in Wien, bericht gevende dat de eerstvolgende vergadering van het Comité der Internationale Associatie der Akademiën zal gehouden worden op 30 Mei 1906 en volgende dagen, met verzoek om opgaaf van de namen der gedelegeerden dezer Akademie.

Op voorstel van den Voorzitter besluit de Afdeling zich op die vergadering niet te doen vertegenwoordigen.

Scheikunde. — De Heer P. VAN ROMBURGH doet, ook uit naam van den Heer W. VAN DORSSEN, eene mededeeling „*Over de eenvoudigste koolwaterstof met twee geconjugeerde systemen van dubbele bindingen, het 1.3.5 hexatriëen*”.

Door TILDEN ¹⁾ is in 1878 de hypothese opgesteld, dat de terpenen derivaten zouden zijn van een koolwaterstof van de formule:



FRANCHIMONT sprak in de zitting van 28 Aug. 1878 der Assoc. franç.

¹⁾ Journ. chem. Soc. 1878, p. 80.

pour l'avanc. des Sciences te Parijs dezelfde meening uit en gaf als een der methoden volgens welke deze koolwaterstof wellicht te verkrijgen zou zijn, het onttrekken van de beide chloratomen aan acrolëinechloride aan. De pogingen, vele jaren geleden door een van ons (v. R.) gedaan, om die verbinding langs dezen weg te bereiden leidden niet tot het doel. De onderzoekingen op het gebied der terpenen, welke later met zekerheid tot de uitkomst voerden, dat men bij deze stoffen met cyclische verbindingen te doen heeft, deden bovengenoemde koolwaterstof weer op den achtergrond treden.

De beschouwingen van THIELE over geconjugeerde systemen van dubbele bindingen en de onderzoekingen waartoe deze aanleiding gegeven hebben, alsmede de studies over de aliphatische terpenen myreëen en ocimeëen, koolwaterstoffen waarin door verschillende onderzoekers de aanwezigheid van drie dubbele bindingen is vastgesteld, hebben onze aandacht op nieuw gevestigd op het 1.3.5 hexatriëen, omdat het de eenvoudigste koolwaterstof zou voorstellen, waarin drie dubbele bindingen voorkomen, welke tevens twee geconjugeerde systemen vormen.

Vroeger reeds is door een van ons (v. R.) er op gewezen, dat een van de methoden, die tot de gewenschte verbinding zou kunnen voeren, is de inwerking van metalen op 3.4 dichloor-1.5 hexadiëen.

De onderzoekingen van GRINER ¹⁾ hebben de analoge broomverbinding, die door inwerking van phosphortribromide op s. divinylglycol ontstaat, leeren kennen. Wij hebben deze stof, volgens GRINER's voorschrift bereid, met metalen behandeld, maar konden er nog niet in slagen langs dien weg de gezochte koolwaterstof te bereiden. Er stond echter nog een andere weg open om tot ons doel te geraken en wel door uit te gaan van het s. divinylglycol zelve en dit om te zetten in een mierenzuren ester.

Zooals bekend is geven de formiaten van meerwaardige alcoholen, waarin zich een OH-groep en een mierenzurrest aan twee met elkaar verbonden C-atomen bevinden, bij verhitting, onder uittreding van koolzuurgas en water, onverzadigde verbindingen. Het lag nu voor de hand het monoformiaat van het divinylglycol te bereiden. We trachtten dit te doen door het glycol met oxaalzuur te verwarmen, waarbij echter in hoofdzaak slechts bruine, tot verder onderzoek weinig uitlokkende verbindingen ontstonden. Door voorzichtige behandeling met mierenzuur kon echter gemakkelijk het diformiaat verkregen worden (zie Verslag vorige zitting).

Om dit nu in de koolwaterstof om te zetten werd eene reactie

¹⁾ Ann. d. Chim. et d. Phys. [6] 26 (1892) p. 305.

toegepast, die een van ons vroeger gebruikt heeft om uit het diformine van glycerine tot allylalkohol te komen en welke bestaat in het verhitten dier verbinding met glycerine.

Inderdaad geeft nu ook een mengsel van het diformiaat van divinylglycol met het glycol, bij langzame verhitting, eerst op 165° en langzamerhand hooger tot ruim 200° , onder ontwikkeling van koolzuurgas (waarbij eenig kooloxyde) een twee lagen vormend distillaat, waarvan de bovenste uit een koolwaterstof bestaat.

Het triformiaat van glycerine, dat, evenals het diformiaat van divinylglycol, zich bij eenigszins snelle verhitting bij de gewone drukking zonder noemenswaardige ontleding laat distilleeren, wordt zooals een van ons (v. R.) onlangs vond, bij langdurige verhitting op een temperatuur, die een weinig onder het kookpunt ligt, ontleed en geeft dan dezelfde ontledingsproducten als het diformine van glycerine.

Verhit men nu het diformiaat van s. divinylglycol op 165° en laat men de temperatuur zeer langzaam stijgen dan neemt men gasontwikkeling waar, terwijl er een vloeistof, die in den ontvanger twee lagen vormt, overgaat. Ook hier bestaat de bovenste laag uit eene koolwaterstof, die identisch is met de bovenbedoelde.

De reactie laat zich waarschijnlijk 't eenvoudigst verklaren door aan te nemen, dat het diformiaat een weinig monoformiaat bevat, hetgeen zich in den gewenschten zin splitst onder vorming van water, dat op zijn beurt weer monoformiaat uit het diformiaat doet ontstaan. Men houdt ten slotte een uit glycol (resp. polyglycolen) bestaand residu en vindt in het distillaat, behalve water, ook eenig mierenzuur, terwijl de zich ontwikkelende gassen uit kooldioxyde en kooloxyde bestaan.

De laatst beschreven methode schijnt betere opbrengst te geven dan de eerste.

De gevormde koolwaterstof wordt afgescheiden en gedistilleerd, waarbij men het tot 95° overkomende opvangt. Dan droogt men ze met een stukje kali, dat tevens sporen mierenzuur wegneemt, en haalt ze een paar maal over natrium over.

Zij vormt dan eene kleurlooze, zwak stekend riekende, sterk lichtbrekende vloeistof, die zich aan de lucht langzaam schijnt te oxydeeren. Het kookpunt lag van 77° — 82° , de hoofdfractie kookte van $78^{\circ},5$ — 80° (gecorr.; bar. 766 m.m.)

De analyse en de dampdichtheid ervan gaven waarden, die voeren tot de samenstelling: $C_6 H_8$.

Voor de physische constanten der hoofdfractie werd gevonden :

Spec. gew.₁₀ 0,7565 $n_{D_{10}}$ 1.49856.

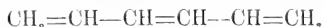
Berekent men met deze gegevens, met behulp van de formule van LORENTZ—LORENZ, de mol-refractie dan vindt men $MR = 31,03$, terwijl voor C_6H_8 , aannemend dat de koolwaterstof drie dubbele bindingen heeft, met gebruikmaking van de door COXRADY¹⁾ gegeven atoomrefracties en het increment voor de dubbele binding, $MR = 28,53$ gevonden wordt.

Opvallend is het, 2,5 bedragende, verschil tussehen de berekende en de gevonden mol. refractie. Zulke verhoogingen komen volgens BRÜHL²⁾ steeds bij stoffen met geconjugeerd systeem van dubbele bindingen voor. Bij het aliphatisch terpeen ocimeen vindt men eveneens eene (1.76 bedragende) afwijking, die bij het allo-ocimen een buitengewoon hoog bedrag bereikt³⁾.

Wat de structuur-formule der verkregen koolwaterstof aangaat, hare vorming uit:

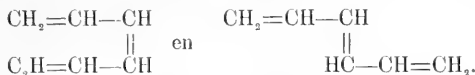


door eliminatie der beide OH-groepen, met behulp van het mierenzuur, wijst er op, dat deze zal zijn:

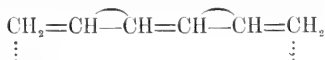


en zij dus werkelijk het 1.3.5-hexatriëen zal voorstellen.

Een blik op deze formulé doet zien, dat zij in twee geometrische isomeere vormen zal kunnen optreden en wel in cis- en transvorm⁴⁾:



Neemt men met THIELE⁵⁾ partiëele valenties aan dan ware de formule van het 1.3.5 hexatriëen te schrijven:



¹⁾ Zeitschr. physik. Chem. **3**, 226.

²⁾ B.B. **38**, 768.

³⁾ C. J. ENKLAAR, Acad. Proefschr. 1905. Zie daar ook de literatuur over het onderwerp, blz. 87.

⁴⁾ Wellicht is de onderzochte koolwaterstof een mengsel van beide. Bij het fractionneeren kon, behalve de hoofdfractie, een van $77.5^\circ - 78^\circ.5$ kokende voorloop (s. g.₁₀ 0.7558, $n_{D_{10}}$ 1.494 MR 30.8) en een van $80^\circ - 82^\circ$ kokende naloop (s. g.₁₀ 0.7584, $n_{D_{10}}$ 1.503, MR 31.2) verkregen worden. Een onderzoek op ruimer schaal zal, naar wij hopen, leeren wat hiervan is.

⁵⁾ Ann. 306. 91.

Nu nemen onverzadigde koolwaterstoffen met een geconjugeerd systeem, bij reductie met absoluten alkohol en natrium, gemakkelijk waterstof op. Bij reductie van onze koolwaterstof ware dan in de eerste plaats te verwachten het 2.4 hexadiën, hoewel het ontstaan van andere hexadiënen a priori niet is uit te sluiten. In het 2.4 hexadiën $\text{CH}_3 - \text{CH} = \text{CH} - \text{CH} = \text{CH} - \text{CH}_3$, heeft men dan echter weer eene verbinding met één geconjugeerd systeem welke verder gehydreerd zou kunnen worden tot hexeen 3.

Inderdaad neemt onze koolwaterstof, indien zij in kokenden absoluten alkohol met natrium behandeld wordt waterstof op. De studie der daarbij gevormde verbinding (resp. verbindingen) wordt door de tegenstrijdige opgaven, welke men in de literatuur over de hexadiënen aantreft niet vergemakkelijkt. Eene volgende mededeeling zal over deze reactie, evenals over de oorspronkelijke koolwaterstof, welke structuur wij nog langs andere wegen zullen trachten te bepalen, uitvoeriger handelen. Hier zij nog meegedeeld, dat met broom een bij $89-90^\circ$ en een bij 115° smeltend broomadditieproduct bereid is.

Utrecht, Org. Chem. Lab. d. Univ.

Physiologie. — De heer PEKELHARING biedt eene mededeeling aan van den Heer L. VAN ITALLIE: „*Over bloedkatalasen*”.

(Mede aangeboden door den Heer F. A. F. G. WENT).

De door THÉNARD gedane ontdekking, dat bloedfibrine de eigenschap bezit waterstofperoxyde te ontleden, is door SCHÖNBEIN (*Journ. f. prakt. Chemie* **89**, 22) ook tot gedefibrineerd bloed uitgestrekt. Zij heeft o. a. practische toepassing gevonden bij het gerechtelijk onderzoek op bloedsporen en is van wetenschappelijken kant herhaaldelijk voorwerp van veelzijdig onderzoek geweest. Een samenvattend referaat gaat vooraf aan de eigen onderzoekingen van G. SENTER (*Das Wasserstoffsuperoxyd zersetzende Enzym des Blutes. Zeitschr. f. physik. Chemie* **44** [1903] 257—318) naar wiens arbeid dus verwezen kan worden. SENTER geeft den naam *Haemase* aan het door hem uit bloed afgescheiden enzym, terwijl ik mij liever van den door LOEW (*Catalase, A new enzyme of general occurrence, Report N^o. 68 U. S. Depart. of Agriculture. Washington*) gegeven naam *Katalase* zal bedienen.

Ofschoon de katalasen algemeen in het planten- en dierenrijk zijn

verspreid en hieronder die enzymen moeten worden verstaan, welke in staat zijn H_2O_2 in zuurstof en water te splitsen, is het niet gelukt een dezer lichamen in zuiveren staat af te scheiden. Niettegenstaande verschillende verschijnselen er op wijzen, dat er meer dan een katalase (afgezien van LOEW's α - en β -variëteiten) bestaat is hunne onderscheiding tot nog toe niet mogelijk geweest.

De volgende mededeeling levert een nieuwe bijdrage tot de eigenschappen der bloedkatalasen, die wellicht tot eene differentieering der katalasen kan leiden en althans gelegenheid geeft de katalasen van een aantal dieren in twee groepen te splitsen.

Aan den Heer C. J. KONING te Bussum dank ik de mededeeling, dat menschenbloed in de verdunning 1—1000 gedurende $\frac{1}{2}$ uur bij 63° verwarmd, nog steeds een hoeveelheid katalase bevat, terwijl runderbloed onder dezelfde omstandigheden gehouden na $\frac{1}{2}$ uur geen katalase meer blijkt te bevatten. Gebrek aan tijd verhinderde genoemden heer verder op de zaak in te gaan, zoodat hij mij de bewerking van dit onderwerp overliet.

Het inactief worden der bloedkatalase bij verhitting is door SENTER (*l. c. blz. 293*) voor runderbloed onderzocht. Bij die onderzoekingen is gebleken, dat bij 65° een verdunde bloedoplossing hare werkzaamheid in 15 minuten geheel verliest, dat de ontledingssnelheid bij 55° aanzienlijk geringer is en dat de oplossing, na 3 uur bij 45° verhit te zijn, nog 60 pCt. van het oorspronkelijk aanwezige katalytische vermogen bezat.

Voorts bleek, dat het inactief worden niet evenredig is aan de aanwezige hoeveelheid van het enzym, doch dat dit verschijnsel met constante snelheid plaats vindt.

Het kwam mij nuttig voor om het waargenomen verschijnsel ten opzichte van een aantal bloedsoorten ¹⁾ nader te onderzoeken en tevens na te gaan of de katalase-reactie dienstbaar kon gemaakt worden aan de onderscheiding van bloedsoorten.

Methode van onderzoek. Van de verschillende bloedsoorten worden, in de verdunning 1—1000, 5 cM.³ gedurende $\frac{1}{2}$ uur op 63° verwarmd, dan op 15° afgekoeld en met 3 cM.³ van een 1-procentige, neutrale waterstofperoxyde-oplossing gemengd.

Het mengsel wordt in gistingsbuisjes gebracht zooals die toepassing vinden bij het onderzoek van urine op glucose. Bevat het mengsel

¹⁾ Voor het mij verschaffen van bloedsoorten ben ik dank verschuldigd aan de heeren W. C. SCHIMMEL en M. G. DE BRUIN, leeraren aan 's Rijks veeartsenijschool te Utrecht en aan Dr. J. BÜTTIKOFER, directeur van de Rotterdamse Diergaarde.

nog katalase dan begint binnen weinige minuten de zuurstof-ontwikkeling, zoodat door het optreden van dit gas de al of niet-aanwezigheid der katalase wordt aangeduid.

Aldus onderzocht bleek het bloed van menschen en apen (*Macacus cynomolgus*), na verwarming gedurende een half uur op 63° , nog katalase te bevatten, terwijl het bloed van paarden, runderen, varkens, geiten, schapen, konijnen, cavia's, ratten, hazen, kippen, duiven, visschen (bot) en kikvorschen, na de beschreven behandeling, niet meer met H_2O_2 reageerde, althans binnen 3 uur geen zuurstof daaruit afsplitste.

Nu bevat het bloed van sommige dezer dieren slechts weinig katalase, doch is dit lichaam in de lever in grootere hoeveelheid aanwezig. Volgens BATELLI en STERN (*Compt. rendus* **138** [1904], 923-924) levert 10 mG. bloed van een kikvorsch in 5 minuten, bij inwerking op 1 procentig H_2O_2 , $7,5$ cM.³ zuurstof, terwijl een even groote hoeveelheid van de lever, in dienzelfden tijd 295 cM.³ zuurstof doet vrijkomen.

De lever van een kikvorsch werd daarom met gezuiverd zand fijngezeven en het zoo verkregen mengsel met water geschud. Een druppel van het afgegoten vocht riep in H_2O_2 -oplossing een stormachtige ontwikkeling van O te voorschijn. Werd 5 cM.³ der vloeistof gedurende $\frac{1}{2}$ uur op 63° verwarmd, dan had zij het vermogen om H_2O_2 te ontlede geheel verloren, zoodat ook bij oorspronkelijke aanwezigheid eener aanzienlijke katalytische kracht, de opgegeven tijd voldoende is om die kracht verloren te doen gaan.

Ten einde een inzicht te verkrijgen in de snelheid waarmede de katalase hare werkzaamheid verliest heb ik bij eenige bloedsoorten de volgende methode van onderzoek in practijk gebracht.

In een aantal reageerbuizen werden telkens 5 cM.³ der bloedoplossing (1 — 1000) gebracht; de buizen met haren inhoud werden gedurende zekeren tijd, afwisselend van 0—110 minuten, in den thermostaat op 63° verwarmd, dan op 15° afgekoeld en met 10 of 20 cM.³ eener 1 procentige H_2O_2 -oplossing gemengd. Nadat de inwerking gedurende $1\frac{1}{2}$ uur bij 15° had plaats gevonden werd de katalytische werking onderbroken door toevoeging van 10 cM.³ verdund zwavelzuur en de hoeveelheid niet ontleed waterstofperoxyde terstond teruggetitreerd met $\frac{1}{10}$ N. Kaliumpermanganaat-oplossing. Terwijl de niet verwarmde bloedoplossing de hoeveelheid H_2O_2 leert kennen, die door 5 mG. van de betrokken bloedsoort wordt ontleed, kon aldus op een willekeurig tijdstip worden nagegaan in hoe verre de katalytische werking door de verwarming verzwakt was geworden.

Wel zal bij den aangewenden concentratiegraad een oxydatie van den katalysator door het H_2O_2 kunnen intreden (SESTER *l.c.* 279), doch waar het hier niet in de eerste plaats te doen was om absolute cijfers te verkrijgen, meende ik de voordeelen, die door grootere concentratie geboden worden, niet te moeten verwerpen.

In de hieronder geplaatste tabel zijn de uitkomsten mijner onderzoekingen neergelegd, terwijl de graphische voorstelling daarvan een meer overzichtelijk beeld geeft.

Eigenaardig is het, dat ook hier weer evenals bij de UHLENHUTH'sche bloedproeven en de proeven van NEISSER en SACHS (*Berl. klin. Wochenschr.* 1905 N^o. 44) de bloedsoorten van na verwante dieren (mensch en aap) een betrekking vertoonen ten opzichte van het katalytisch vermogen, zoowel wat betreft de absolute kracht, als den meerderen weerstand tegen temperatuursverhooging.

Uit deze onderzoekingen meen ik te mogen afleiden dat de katalasen bij verschillende diersoorten voorkomende, niet identisch zijn. Wel strekken zich mijn eigen waarnemingen slechts uit over enkele individuen der verschillende diersoorten, doch uit mededeelingen van BATELLI en HALIFF (*Soc. biol.* 57 [1904] 264) is reeds gebleken, dat dezelfde organen bij dieren van dezelfde soort meestal tamelijk gelijke hoeveelheid katalase bevatten en dat deze hoeveelheid noch in betrekking staat tot de lichaamstemperatuur, noch tot de stofwisseling.

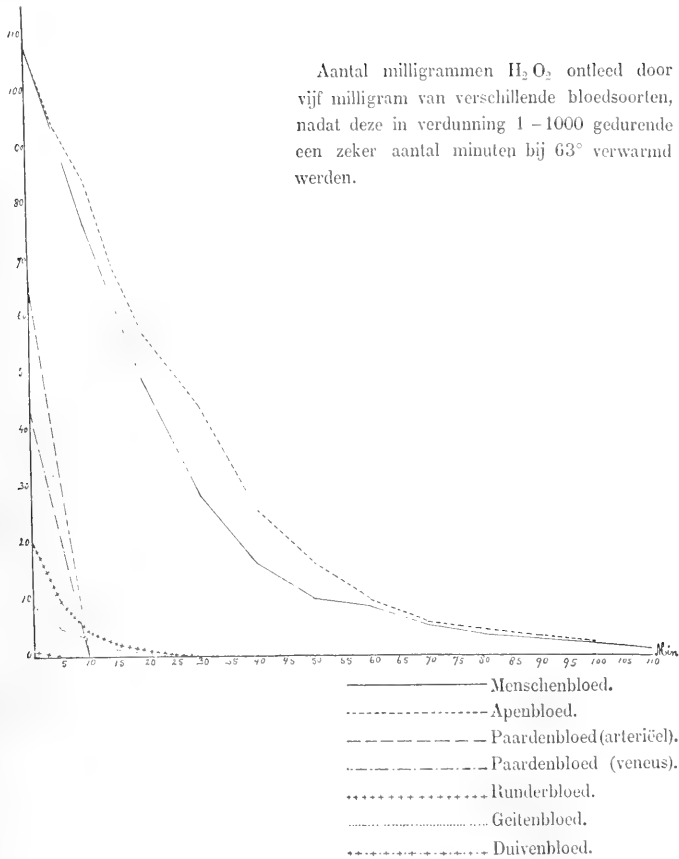
Ter verduidelijking van het katalytisch vermogen der door mij kwantitatief onderzochte bloedsoorten moge hier een klein overzicht volgen.

Hoeveelheid zuurstof in c.M.³ (0°—760 m.M.) verkregen bij inwerking van 1 c.M.³ bloed op een 1 pct. oplossing van H_2O_2 .

Mensch	710
Aap	706
Paard (veneus)	288
Paard (arteriëel)	438
Rund	136
Geit	58
Duif	4

Inwerking van verdunde bloedoplossingen (1—1000) op waterstofperoxyde-oplossing (1 p‰. H_2O_2 bevatend) nadat 5 cM². der bloedoplossing gedurende een zeker aantal minuten bij 63° is gehouden en daarna op 15° is afgekoeld. Tijd der inwerking van het H_2O_2 1 uur 30 minuten bij 15°.

Tijd van verwarming op 63° in minuten	Aantal milligrammen H_2O_2 ontleed door						Ontwikkelde hoeveelheid O in cM ² . (0° — 760 mM)							
	Menschen-bloed	Apen-bloed	Paarden-bloed (arterieel)	Paarden-bloed (veneus)	Runder-bloed	Geiten-bloed	Duitven-bloed	Menschen-bloed	Apen-bloed	Paarden-bloed (arterieel)	Paarden-bloed (veneus)	Runder-bloed	Geiten-bloed	Duitven-bloed
0	107.8	107.3	66.6	43.9	90.7	8.8	0.7	3.55	3.53	2.19	4.44	0.68	0.29	0.09
5	76.5	93.5	0	0	9.7	4.9	0	2.52	3.07	0	0	0.32	0.16	0
10	15	84.5	0	0	4.1	3.1	0	1.58	2.77	0	0	0.13	0.10	0
15	48.3	68.9	0	0	2.2	1.3	0	1.89	2.96	0	0	0.07	0.04	0
20	28.9	57.6			1.2	0.5		—	1.80			0.04	0.016	
25		44.4			0.2	0		1.45				0.006	0	
30		—			0	0		0.55	—			0	0	
35	16.8	26.2						0.86	0.86					
40								0.33	0.55					
45	10.2	16.7						0.29	0.33					
50								0.18	0.20					
55	8.7	10.0						0.43	—					
60								0.10	0.12					
65	5.4	6.3						0.07	0.085					
70								0.046	—					
75	3.9	—												
80														
85	3.0	3.6												
90														
95	2.2	2.9												
100														
105	1.4													
110														

mG. H_2O_2 

Utrecht, December 1905.

Physiologie. — De Heer PEKELHARING biedt een mededeeling aan van den Heer L. VAN ITALIE: „*De differenticering van eiwithoudende lichaamsvochten*”.

(Mede aangeboden door den Heer F. A. F. C. WENT).

Voor de opsporing van bloed, sperma en andere eiwithoudende lichaamsvochten wordt reeds lang gebruik gemaakt van het ver-

schijnsel, dat zelfs sporen van deze stoffen in staat zijn waterstofperoxyde te ontleden.

Brengt men een druppel waterstofperoxyde-oplossing op een voorwerp waarop bloed of sperma is ingedroogd, dan wordt, zelfs bij aanwezigheid van sporen bloed of sperma, gasontwikkeling waargenomen, die bij bloed-aanwezigheid tot schuimvorming kan aanleiding geven. Daar de proef reeds met enkele vezels genomen kan worden en de zuurstofafplitsing onder den microscoop kan worden gevolgd, heeft zij mij in vele gevallen bij onderzoekingen ten behoeve der Justitie goede diensten bewezen bij het vooronderzoek. Blijft daarbij n.l. de zuurstofontwikkeling uit en is het voorwerp waarop de verdachte vlekken voorkomen niet aan een temperatuur hooger dan 65° blootgesteld geweest, dan kan uit het niet intreden der reactie besloten worden tot de afwezigheid van bloed en sperma.

Het lag voor de hand, dat ik de uitkomsten der in de voorafgaande verhandeling beschreven proeven, ook getracht heb dienstbaar te maken aan de onderscheiding van menschen- resp. apenbloed van het bloed van andere diersoorten. Niet ieder is in het bezit van het UHLENHUTSche serum of van de sera door NEISSER en SACHS (*Berl. klin. Wochenschr.* 1905, No. 44) voor de anticomplementaire werking aanbevolen, terwijl het daarenboven voor de Justitie van groote waarde kan zijn binnen enkele uren de zekerheid te hebben, of bloedvlekken, op eenig voorwerp voorkomend, al dan niet van menschenbloed afkomstig zijn. (In onze streken kan men natuurlijk apenbloed in den regel buiten beschouwing laten).

Het is nu inderdaad mogelijk met behulp der katalasewerking, ook in oudere vlekken de aanwezigheid van het bloed van den mensch (resp. van den aap) aan te toonen. Op den voorgrond staat, dat door een voorafgaand microscopisch, chemisch of spectroscopisch onderzoek de aanwezigheid van bloed is bewezen, omdat ook andere lichaamsvochten (sperma, melk) de katalase-reactie te voorschijn roepen.

De methodiek van het onderzoek is eenvoudig. Bevinden zich de verdachte bloedsporen op een of ander weefsel, dan wordt een stukje daarvan met water bij gewone temperatuur uitgetrokken en het uittreksel in twee deelen gesplitst. Het eene deel wordt met een 1 pct. waterstofperoxyde-oplossing gemengd en het mengsel in een gistingsbuisje overgebracht. Het andere deel wordt een $\frac{1}{2}$ uur in een waterbad op 63° verwarmd, dan op 15° afgekoeld en, na menging met H_2O_2 -oplossing, eveneens in een gistingsbuisje gebracht. Scheidt zich in beide buisjes binnen enkele uren zuurstof af, dan mag besloten worden tot de aanwezigheid van menschen- (resp. apen-) bloed; de

hoeveelheid zuurstof in het tweede buisje is natuurlijk geringer dan die in het eerste buisje. Bij aanwezigheid van werkzame katalase begint de afscheiding van zuurstof spoedig na de vermenging om na enkele uren afgeloopen te zijn.

Heeft zich daarentegen alleen in het eerste buisje zuurstof verzameld en vertoont het tweede buisje geen gasafscheiding, dan blijkt daaruit, dat de katalase door de verhitting op 63° , gedurende een half uur, onwerkzaam geworden en dat het verdachte bloed niet van mensch of aap afkomstig is.

Ik had gelegenheid deze proeven toe te passen op versche bloedvlekken van mensch, hond, rund en paard en op bloedvlekken op linnen, uit het jaar 1903, afkomstig van menschen, runderen, paarden, geiten en varkens. De oude bloedvlekken gaven dezelfde uitkomsten als het versche bloed.

Beschikt men over meerdere bloedvlekken, dan kan men het verloop der reactie eenigszins kwantitatief vervolgen door n.l. een grootere hoeveelheid uittreksel met water te bereiden, dit te verdeelen in deelen van 5 cM^3 , deze in reageerbuizen gedurende verschillende tijden op 63° te verwarmen en, zooals in de voorafgaande verhandeling is aangegeven, met H_2O_2 te behandelen en te titreren. Het eigenaardige verloop der reactie, graphisch uitgedrukt, levert dan wel geen voorstelling van de absolute hoeveelheid van de aanwezige katalase, doch is zóó kenmerkend, dat menschen- (en apen-) bloed ook in gedroogden toestand zeer gemakkelijk van dat eener andere diersoort kan worden onderscheiden.

Dat de katalase-reactie ook dienstbaar gemaakt kan worden aan de onderscheiding van vrouwen- en koemelk behoeft wel niet afzonderlijk te worden vermeld.

Koemelk, die $\frac{1}{2}$ uur op 63° is verwarmd, bezit niet meer de eigenschap om H_2O_2 te ontledeu, een eigenschap die vrouwenmelk onder dezelfde omstandigheden nog in vrij aanzienlijke mate bezit.

Bij een vrouwenmelk, die ik aan de vriendelijke tussenkomst van den hoogleeraar Dr. KOUWER dank, vond ik o. a. de volgende uitkomsten, waarbij opgemerkt zij, dat ik de inwerking der melk op de waterstofperoxyde-oplossing in den LUNGESCHEN nitrometer liet plaats vinden en na 12 uur het volumen der ontwikkelde zuurstof afles:

5 cM^3 .	vrouwenmelk niet verhit	leverde	24.8 cM^3 .	zuurstof.
5 „ „	verhit op 63° ged. 15 min.	leverde	18.5 cM^3 .	zuurst.
5 „ „	„ „ „ „ „ „	45 „ „	7.5 „ „	„ „
5 „ „	„ „ „ „ „ „	60 „ „	4.0 „ „	„ „

Utrecht, December 1905.

Meteorologie. — De Heer VAN DER STOK biedt een mededeeling aan: „*Over frequentie-krommen van barometerstanden*”.

1. Voor het volgend onderzoek is gebruik gemaakt van de waarnemingen van den barometerstand, drie malen daags verricht te Helder van Augustus 1843 tot Juli 1904, gecorrigeerd voor temperatuur; het aantal waarnemingen bedraagt, voor de verschillende maanden:

Januari	5673	Juli	5673
Februari	5169	Augustus	5766
Maart	5646	September	5560
April	5490	October	5766
Mei	5673	November	5580
Juni	5490	December	5766
		Totaal	<u>67252</u>

Bij de verzameling van dit materiaal zijn de frequenties ingeschreven der barometerstanden, afgerond tot geheele millimeters kwikdrukking, 't geen der arbeid minder bewerkelijk maakt dan het groote aantal der gegevens zou doen vermoeden. De aldus verkregen frequentie-getallen zijn voorts vermenigvuldigd met een factor, zoodanig dat het totaal aantal voor elke maand gelijk wordt aan 10.000, zoodat de getallen de waarschijnlijkheid aangeven van het voorkomen van barometerhoogten tusschen de grenzen $P + 0.5$ mM. en $P - 0.5$ mM. nitgedrukt in 10.000^{ste} deelen. Daarna is de gemiddelde barometerstand berekend en de geheele kromme door eenvoudige, lineaire interpolatie zoodanig verschoven, dat de nieuwe frequenties overeenkomen met afwijkingen van de gemiddelde waarde, uitgedrukt in veelvoudn van geheele getallen. Niet alleen wordt door deze bewerking de volgende arbeid aanmerkelijk bekort, omdat men bij de berekening van de momenten der tweede en derde orde met geheele getallen kan werken; maar zij is volstrekt noodzakelijk wil men, met eenige juistheid, de scheefte, d. i. de ongelijke frequentie voor dezelfde afwijking naar den positieven en negatieven kant, kunnen bepalen. Indien men van zulk een reeks de frequenties voor gelijke afwijkingen bij elkander telt, ongeacht het teeken, dan wordt de scheefte geëlimineerd, zoodat men de aldus verkregen getallen als behorende tot een symmetrieke kromme kan beschouwen (Tabel I).

Voor deze kromme kan de constante (bestendighheidsfactor) der normale, exponentieele wet berekend worden en men kan nagaan in hoeverre de frequenties daarmee overeenstemmen, dan wel systematische afwijkingen daarvan vertoonen (Tabel II).

TABEL II. Verschillen, W—B, der waargenomen en volgens exp. wet berekende frequenties : op 10.000 voor elke maand, op 40.000 voor de seizoenen.

	Sommen.														
	Jan.	Febr.	Mrt.	Apr.	Mei	Juni	Juli	Aug.	Sept.	Oct.	Nov.	Dec.	Nov. Febr.	Mrt.—Apr. Sept.—Oct.	Mei — Aug.
0—0.5	3	3	23	59	30	27	41	40	46	57	60	18	78	455	83
0.5—1.5	94	7	43	36	82	94	40	45	47	86	416	30	233	172	93
1.5—2.5	52	49	48	43	50	42	48	50	56	60	66	69	236	177	93
2.5—3.5	14	62	19	5	90	75	4	19	38	62	68	75	196	97	34
3.5—4.5	18	35	10	47	47	12	15	37	46	62	79	78	140	118	7
4.5—5.5	12	47	60	37	21	36	29	50	14	74	51	25	9	61	64
5.5—6.5	12	47	60	37	21	36	29	50	14	74	51	25	9	61	64
6.5—7.5	30	20	90	43	83	79	15	13	47	52	40	19	4	92	79
7.5—8.5	70	18	20	28	44	80	51	16	94	38	83	60	231	467	147
8.5—9.5	84	30	40	94	37	79	28	13	37	52	40	19	4	92	79
9.5—10.5	84	5	53	33	37	35	43	16	56	30	78	23	156	168	24
10.5—11.5	59	2	42	12	7	14	3	16	23	104	70	30	197	168	24
11.5—12.5	28	2	30	4	3	15	7	13	20	48	85	113	134	68	19
12.5—13.5	40	9	33	1	19	15	16	13	20	7	63	37	131	68	19
13.5—14.5	40	25	15	2	19	10	6	9	3	64	31	91	31	162	36
14.5—15.5	25	9	45	31	41	14	0	2	20	33	6	45	54	8	15
15.5—16.5	7	9	56	7	30	4	6	6	32	19	7	44	53	2	18
16.5—17.5	31	18	47	13	14	3	5	6	22	3	19	10	4	31	0
17.5—18.5	20	13	17	43	1	3	5	4	10	3	14	14	31	66	3
18.5—19.5	12	9	10	41	7	2	3	1	22	3	5	16	91	35	0
19.5—20.5	23	12	15	3	3	0	1	3	4	2	5	21	50	21	2
20.5—21.5	20	41	45	3	0	2	1	3	1	2	4	90	63	47	3
21.5—22.5	14	5	29	1	0	2	1	1	3	12	4	14	63	23	0
22.5—23.5	14	9	18	1	0	2	1	1	3	6	5	11	26	13	0
23.5—24.5	5	10	8	0	0	2	1	1	4	5	18	5	8	3	0
24.5—25.5	9	4	3	4	0	2	1	1	5	4	14	9	5	10	1
25.5—26.5	0	3	3	0	0	2	1	1	4	7	9	3	6	4	4
26.5—27.5	7	8	5	4	0	2	1	1	4	4	9	1	16	10	1
27.5—28.5	7	2	4	1	0	2	1	1	5	4	7	3	10	4	3
28.5—29.5	7	4	4	0	0	2	1	1	3	4	2	3	8	3	1

TABEL III. Scheefteverschillen, $P-N$, der positieve en negatieve afwijkingen.

	Sommen.														
	Jan.	Febr.	Mrt.	Apr.	Mai	Juni	Juli	Aug.	Sept.	Oct.	Nov.	Dec.	Nov. Febr.	Mrt.—Apr. Sept.—Oct.	Mei — Aug.
0,5—1,5	6	21	30	0	16	80	43	1	46	23	42	15	54	7	140
1,5—2,5	40	—	55	406	48	439	415	77	48	71	22	62	91	280	348
2,5—3,5	25	56	81	122	54	415	79	461	68	97	69	60	210	398	442
3,5—4,5	93	75	46	435	54	414	75	92	90	61	50	20	238	302	325
4,5—5,5	55	89	42	147	80	79	136	50	86	57	86	60	330	332	335
5,5—6,5	118	405	79	421	61	78	433	126	85	83	91	86	400	398	398
6,5—7,5	133	427	411	451	37	68	74	97	95	138	51	45	356	385	256
7,5—8,5	102	83	16	413	43	—	44	41	138	94	60	89	334	411	426
8,5—9,5	128	108	43	23	26	20	5	19	144	62	403	97	437	242	30
9,5—10,5	74	77	80	15	19	10	100	31	38	60	100	408	368	473	50
10,5—11,5	72	33	75	—	19	45	31	42	49	60	154	75	334	98	39
11,5—12,5	77	25	24	45	47	41	48	45	3	3	112	67	261	15	121
12,5—13,5	50	32	17	25	6	42	46	33	—	7	43	57	292	—	115
13,5—14,5	33	32	25	44	49	35	30	32	43	35	20	38	103	3	116
14,5—15,5	41	34	7	46	43	32	26	18	62	14	—	39	81	57	89
15,5—16,5	44	21	24	33	38	20	—	42	34	57	81	36	20	100	92
16,5—17,5	5	—	2	—	30	7	13	9	36	—	38	23	14	95	59
17,5—18,5	26	25	19	26	42	3	7	8	31	63	39	17	107	119	30
18,5—19,5	40	20	92	29	42	3	—	5	29	23	29	42	116	103	22
19,5—20,5	25	14	39	49	7	—	—	5	47	33	26	27	107	108	15
20,5—21,5	32	26	23	42	4	—	—	4	8	16	38	30	126	64	8
21,5—22,5	41	32	26	42	4	—	—	4	10	16	31	38	142	64	8
22,5—23,5	47	29	46	—	3	—	—	—	6	17	25	47	168	47	8
23,5—24,5	39	19	48	8	—	—	—	—	4	10	16	22	96	37	8
24,5—25,5	38	23	43	7	—	—	—	—	3	14	16	22	107	37	8
25,5—26,5	27,5	18	44	2	—	—	—	—	5	2	10	20	75	19	8
26,5—27,5	29	22	44	2	—	—	—	—	3	9	14	21	86	20	8
27,5—28,5	47	14	41	—	—	—	—	—	2	2	17	13	61	16	8
28,5—29,5	8	11	6	—	—	—	—	—	2	—	10	10	39	14	8
29,5—30,5	7	11	9	—	—	—	—	—	2	—	6	42	36	11	8
30,5—31,5	10	11	—	—	—	—	—	—	—	—	2	—	26	3	8
31,5—32,5	6	7	—	—	—	—	—	—	—	—	2	—	20	—	8
32,5—33,5	4	3	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	12	—	8
33,5—34,5	1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	4	—	8
34,5—35,5	1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	8
35,5—36,5	4	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	8
36,5—37,5	4	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	8
37,5—38,5	3	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	8
38,5 enz.	1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	8

De verschillen der frequenties voor gelijke afwijkingen van verschillend teeken vormen eene maat voor de scheefte (Tabel III).

In de drie eerste tabellen vindt men, voor elke maand afzonderlijk, de aldus gevormde sommen en verschillen. De halve som van de getallen der tabellen I en III geeft de frequentie voor de positieve, het halve verschil die voor de negatieve afwijkingen. De waarden gegeven voor winter, zomer en kentering zijn verkregen door samenvoeging der in dezelfde tabellen gegeven maandeijfers; zij zijn dus niet volkomen dezelfde als men verkrijgen zou, indien voor die seizoenen de frequenties der absolute standen waren berekend in plaats van, zooals hier is geschied, de som van de frequenties der afwijkingen; in de laatste is het verschil in absolute stand (jaarlijksche variatie) der maandgemiddelen buiten de rekening gesloten; de hierdoor uitgeoefende invloed is echter zeer gering. (Tabel I, II)

2. In Tabel IV vindt men het resultaat der boven aangeduide bewerking van de frequenties der Tabel I. Hierin beduiden :

$$M = \sqrt{\frac{|\varepsilon^2|}{n-1}}, \quad \vartheta = -\frac{|\varepsilon|}{n}, \quad h = \frac{1}{M\sqrt{\pi}}, \quad h' = \frac{1}{\vartheta\sqrt{\pi}}, \quad \pi = \frac{2M^2}{\vartheta^2}.$$

TABEL IV.

	M	ϑ	h	h'	π
Jan.	10,261 mM.	8,272 mM.	0,0689	0,0682	3,084
Febr.	9,522	7,597	0,0743	0,0743	3,141
Mrt.	8,969	7,194	0,0788	0,0784	3,109
Apr.	7,280	5,864	0,0971	0,0962	3,083
Mei	6,218	5,022	0,1136	0,1124	3,067
Juni	5,391	4,322	0,1312	0,1305	3,112
Juli	5,276	4,169	0,1340	0,1354	3,204
Aug.	5,374	4,300	0,1316	0,1312	3,125
Sept.	6,972	5,602	0,1014	0,1007	3,098
Oct.	8,372	6,832	0,0845	0,0826	3,003
Nov.	9,490	9,006	0,0745	0,0725	2,974
Dec.	10,085	8,173	0,0701	0,0690	3,045

Uit dit overzicht en uit Tabel II blijkt, dat de frequentie-kromme van barometerafwijkingen te Helder systematische verschillen vertoont

met de normale kromme der eenvoudige, exponentieele wet : behalve in Februari en Juli, is h grooter dan h' ; in Februari zijn deze factoren aan elkander gelijk en is de kromme dus vrij wel normaal, in Juli is $h' > h$.

Overeenkomstig hiermede is de berekende waarde van π in alle maanden, behalve de twee genoemde, kleiner dan de werkelijke. Deze afwijkingen van de normale wet zijn 't grootst in den winter, 't kleinst in de zomermaanden.

Het verdient opmerking dat de verschillen met de normale kromme, gegeven in Tabel II, in 't algemeen van tegengestelden zin zijn als die welke bij verreweg de meeste foutenreeksen worden aangetroffen : terwijl hierbij als regel geldt, dat de kleine afwijkingen in grooter getale voorkomen dan de normale wet zou toelaten ('t geen gepaard gaat met $h' > h$ en berek. $\pi > \pi$), vertoont de frequentie-kromme van den barometerstand juist het omgekeerde verschijnsel.

Vroeger (Versl. XIV, p. 270) is aangetoond, dat de samenvoeging van reeksen met verschillende bestendighedsfactoren, waarbij deze reeksen met gelijke subfrequentie deelnemen in het geheel, moet leiden tot getallen die voor kleine afwijkingen een te groote waarde geven. Hieruit is de eenigszins paradoxaal schijnende gevolgtrekking af te leiden, dat eene som van frequentie-getallen als die van barometer-afwijkingen, allen met *negatieve* verschillen voor kleine afwijkingen, te zamen genomen tot een resultaat kunnen voeren waarin die verschillen nul, of zelfs positief zijn.

Zooals uit Tabel V blijkt, vindt men inderdaad, indien de 67252 observaties, te zamen genomen, aan dezelfde bewerking worden onderworpen die tot de uitkomsten der Tabel II heeft geleid, in plaats van negatieve verschillen positieve, en omgekeerd. (Tabel V p. 554).

Deze conclusie is van eenig belang omdat een onderzoek naar de frequentie van barometer-afwijkingen, waarbij de verschillende maanden niet afzonderlijk worden behandeld, kan leiden tot het constateeren van normale krommen (afgezien van de scheefte), terwijl inderdaad die normaliteit niet bestaat en alleen een kunstmatig gevolg is van 't bijeenvoegen van heterogene frequentiegetallen.

Op deze wijze zou b.v. ook de boven aangewezen exceptioneele verhouding van de maanden Februari en Juli verklaard kunnen worden, als een gevolg van de misschien in die maanden sterker dan gewoonlijk optredende differentiëering van de frequentiekrommen van den barometerstand voor verschillende windrichtingen (barische windrozen).

Een tweede opmerking, waartoe deze uitkomsten aanleiding geven, is de volgende. Frequentie-getallen als die der Tabel I kunnen niet

TABEL V.

ε	Waarg. W .	Exp. W. B .	$W-B$	ε	Waarg. W .	Exp. W. B .	$W-B$
0—0,5	515	496	+ 19	14,5—15,5	148	172	— 24
0,5—1,5	1025	996	+ 29	15,5—16,5	125	134	— 9
1,5—2,5	1001	962	+ 39	16,5—17,5	100	104	— 4
2,5—3,5	956	935	+ 21	17,5—18,5	75	79	— 4
3,5—4,5	888	875	+ 13	18,5—19,5	58	59	— 1
4,5—5,5	846	826	+ 20	19,5—20,5	43	45	— 2
5,5—6,5	756	757	— 1	20,5—21,5	33	29	+ 4
6,5—7,5	674	676	— 2	21,5—22,5	25	23	+ 2
7,5—8,5	591	608	— 17	22,5—23,5	21	16	+ 5
8,5—9,5	519	526	— 7	23,5—24,5	13	12	+ 1
9,5—10,5	437	459	— 22	24,5—25,5	13	7	+ 6
10,5—11,5	363	384	— 21	25,5—26,5	10	5	+ 5
11,5—12,5	304	322	— 18	26,5—27,5	7	3	+ 4
12,5—13,5	244	268	— 24	27,5—28,5	6	2	+ 4
13,5—14,5	191	216	— 25	28,5—enz.	13	4	+ 9

beschouwd worden als een zuivere maatstaf voor de veranderlijkheid van den barometerstand in een bepaalde maand, ten minste niet volgens de gewone, rationeële opvatting dier veranderlijkheid.

Eensdeels toch heeft men hier te doen met de superpositie van twee soorten van veranderlijkheid: 1°, de seculaire, die zich uit in de variabiliteit van jaar tot jaar der maandgemiddelden, 2°, de veranderlijkheid van dag tot dag, of van week tot week, die men de maandelijksche of inwendige zou kunnen noemen en die overeenkomt met het gangbare begrip; anderdeels kunnen daggemiddelden, of waarnemingen eenige malen daags verricht, geenszins worden beschouwd als onderling onafhankelijke grootheden. De vragen dringen zich dus op: hoe kunnen de beide soorten van veranderlijkheid van elkander worden gescheiden en in welke mate zijn, in de verschillende maanden, daggemiddelden van elkander afhankelijk. Vooral de beantwoording der laatste vraag is van belang voor de kennis van een klimaat: men zou de vraag ook aldus kunnen formuleren: welke is de gemiddelde duur eener storing, een vraag die langs directen weg bezwaarlijk kan beantwoord worden.

De beantwoording der eerste vraag vereischt de bepaling der waarschijnlijkheid eener grootheid $a + b$ wanneer a en b de normale wet volgen en beide grootheden onafhankelijk van elkander zijn.

Dit probleem der superpositie van twee fouten-wetten is reeds gesteld door BESSEL ¹⁾, terwijl later d'OCAZSE ²⁾ eene algemeene oplossing heeft gegeven voor de superpositie van meerdere grootheden.

Het blijkt dan dat, als H de bestendighheidsfactor is van de seculaire veranderlijkheid en door h_1 die der inwendige variabiliteit wordt aangeduid, onder de aangenomen onderstellingen, de resulterende afwijkingen wederom de normale wet moeten volgen met een bestendighheidsfactor :

$$h = \frac{H h_1}{\sqrt{H^2 + h_1^2}}$$

Uit de in Tabel IV gegeven waarden van h en de vroeger uit maandgemiddelden berekende waarden van H kan dus

$$h_1 = \frac{Hh}{\sqrt{H^2 - h^2}} \dots \dots \dots (1)$$

worden berekend.

Ook de beantwoording der tweede vraag levert geene moeilijkheden op.

De totaalgemiddelde voor een bepaalde maand, berekend uit n maandgemiddelden, moet dezelfde zijn als die afgeleid uit de N daggemiddelden, die voor dezelfde maand zijn gebruikt.

De middelbare fout (onzekerheid) van de totaalgemiddelde is, daar de maandgemiddelden als onafhankelijk van elkander kunnen worden beschouwd :

$$\sqrt{\frac{\overline{\varepsilon^2}}{n(n-1)}} = \frac{M_1}{\sqrt{n}}$$

Voor de middelbare onzekerheid op dezelfde wijze afgeleid uit waarnemingen drie maal daags verricht, nl.

$$\frac{M_2}{\sqrt{N}}$$

zou men echter een veel te kleine waarde vinden, omdat deze waarnemingen geenszins onafhankelijk van elkander zijn; indien dus het aantal waarnemingen die, gemiddeld, een onafhankelijke

¹⁾ Untersuchungen über die Wahrscheinlichkeit der Beobachtungsfehler. Astr. Nachr. XV, 1838.

²⁾ Sur la composition des lois d'erreurs de situation d'un point. C. R. Acad. sc. CXVIII, 1894.

groep vormen, wordt genoemd ρ , dan moet

$$\frac{M_1}{\sqrt{N}} = \frac{M_2}{\sqrt{N}} \cdot \rho$$

Wil men den gemiddelden duur eener storing uitdrukken in dagen D , dan wordt dus, in ons geval:

$$D = \frac{M_1^2}{M_2^2} \cdot \frac{N}{3n} = \frac{h^2}{H^2} \cdot \frac{N}{3n} \cdot \dots \dots \dots (2)$$

In tabel VI vindt men de aldus uit form. (1) en (2) berekende inwendige variabiliteit h_1 en den duur D eener barometrische storing, uitgedrukt in dagen, benevens, ter vergelijking, de vroeger gegeven waarden van H en h .

TABEL VI.

	H	h	h_1	D
Jan.	0.1411	0.0689	0.0787	7.52
Febr.	0.1458	0.0743	0.0864	7.46
Mrt.	0.1682	0.0788	0.0892	6.82
Apr.	0.2105	0.0971	0.1094	6.49
Mei	0.3019	0.1136	0.1226	4.46
Juni	0.3181	0.1312	0.1440	5.49
Juli	0.3392	0.1340	0.1459	4.92
Aug.	0.3330	0.1316	0.1432	5.00
Sept.	0.2350	0.1014	0.1123	5.74
Oct.	0.2113	0.0845	0.0926	5.12
Nov.	0.1892	0.0745	0.0810	4.81
Dec.	0.1449	0.0701	0.0806	7.82

Hieruit blijkt dat, gemiddeld, de duur eener storing in den barometerstand te Helder is:

Winter 6.90 dagen
 Zomer 4.89 ..
 Kentering 6.04 ..

of, in ronde cijfers, resp. 7, 6 en 5 dagen in winter, kentering en zomer.

3. Daar de opstelling eener rationeele frequentie-formule, als functie van de gemiddelde uitbreidheid, diepte van en afstand tot

centra van lage of hooge drukking, zeker tot vrij gecompliceerde uitdrukkingen leidt, ook indien de eenvoudigste praemissen worden gesteld, is het voorloopig wenschelijk de karakteristieke eigenschappen der waarschijnlijkheidskromme in eene empirische formule:

$$e^{-H^2x^2} (A + Bx + Cx^2 + Dx^3 + Ex^4), \dots \dots (3)$$

samen te vatten, wier behandeling betrekkelijk eenvoudig is, terwijl het vermoedelijk, bij 't opstellen eener theorie, meestal mogelijk zal zijn de meteorologische beteekenis der constanten nader aan te duiden door ontwikkeling der theoretische uitdrukking.

De frequentie-kromme voor de positieve en negatieve afwijkingen te zamen genomen (Tabel I) kan dan voorgesteld worden door de uitdrukking:

$$Z = 2e^{-H^2x^2} (A + Cx^2 + Ex^4), \dots \dots (4)$$

die een symmetrische kromme voorstelt, terwijl de formule voor de verschillen der Tabel III wordt:

$$Y = 2e^{-H^2x^2} (Bx + Dx^3), \dots \dots (5)$$

Hebben, als in dit geval, de afwijkingen x betrekking op het arithmetisch gemiddelde, dan is:

$$\int_0^{\infty} Z dx = 1, \quad \int_0^{\infty} Zx dx = \mu_1 = \mathfrak{D}, \quad \int_0^{\infty} Zx^2 dx = \mu_2 = M^2$$

$$\int_0^{\infty} Zx^3 dx = \mu_3 \quad \text{enz.}; \quad \int_0^{\infty} Y dx = 0, \dots \dots (6)$$

Beschouwen wij in de eerste plaats de symmetrische kromme (4); de berekening der vier eerste form. (6) leidt tot de vergelijkingen:

$$\left. \begin{aligned} A + \frac{C}{2H^2} + \frac{1.3 E}{4H^4} &= \frac{H}{\sqrt{\pi}} \\ A + \frac{2C}{2H^2} + \frac{2.4 E}{4H^4} &= H^2 \mu_1 \\ A + \frac{3C}{2H^2} + \frac{3.5 E}{4H^4} &= \frac{2H^2 \mu_2}{\sqrt{\pi}} \\ A + \frac{4C}{2H^2} + \frac{4.6 E}{4H^4} &= H^4 \mu_3 \end{aligned} \right\} \dots \dots (7)$$

Door vermenigvuldiging van deze uitdrukkingen resp. met 1, — 3, + 3 en — 1 en optelling verkrijgt men de vergelijking:

$$H^3 - a H^2 + b H - c = 0$$

$$a = \frac{6\mu_2}{\mu_1 \sqrt{\pi}}, \quad b = \frac{3\mu_1}{\mu_3}, \quad c = \frac{1}{\mu_1 \sqrt{\pi}}$$

of, omdat:

$$u_1 = \frac{1}{h' \sqrt{\pi}}, \quad u_2 = \frac{1}{2h^2}, \quad u_3 = \frac{1}{h''^2 \sqrt{\pi}},$$

$$\frac{H^3}{h''^3} - \frac{3H^2}{h^2} + \frac{3H}{h} - 1 = 0 \quad \dots \dots \dots (8)$$

Hiernuit kunnen mogelijke waarden voor H worden berekend, echter niet op voordeelige wijze, daar de grootheden h , h' h'' onderling slechts geringe verschillen vertoonen.

Bij de ontwikkeling eener theoretische formule in den vorm (4) zal echter deze quaestie aanmerkelijk vereenvoudigd worden, doordat de constanten H en A of H en h aan zekere relaties zullen gebonden zijn.

Hier zal alleen het geval behandeld worden dat $H = h$ mag gesteld worden, 't geen, zooals blijken zal, tot bevredigende uitkomsten loidt. Men vindt dan, als gesteld wordt:

$$\frac{h-h'}{h'} = K,$$

$$A \sqrt{\pi} = h(1-3K)$$

$$C \sqrt{\pi} = 12 h^2 K$$

$$E \sqrt{\pi} = -4h^3 K \quad \dots \dots \dots (9)$$

De ligging der snijpunten van de waargenomen frequentie-kromme met de volgens de exponentieele wet berekende (de punten van teekenverandering in Tabel II) wordt dan bepaald door de vergelijking:

$$(1 + C\alpha^2 + E\alpha^4) \sqrt{\pi} - h = 0,$$

of:

$$\alpha^4 - \frac{3}{h^2} \alpha^2 + \frac{3}{4h^4} = 0 \quad \dots \dots \dots (10)$$

$$\alpha_1 = \frac{0,525}{h}, \quad \alpha_2 = \frac{1,651}{h}.$$

Uit de Tabel II blijkt, dat er inderdaad niet meer dan twee goed gedefinieerde snijpunten voorkomen, waardoor het afbreken der ontwikkeling (4) bij den derden term wordt gerechtvaardigd.

In Tabel VII zijn de volgens form. (9) en (10) berekende waarden der constanten van (4) en de ligging der snijpunten gegeven.

Het is duidelijk dat, indien de form. (4) met de berekende waarden der constanten een juist beeld geeft van de waargenomen feiten, de waarde van den coëff. A ongeveer moet overeenkomen met de frequentie voor de afwijking $0 - 0,5$, zooals die is gegeven in Tabel I, zoodat de meerdere of mindere mate van overeenkomst als een criterium kan gelden voor de juistheid der gelijkstelling van H en h . Ten einde in het licht te stellen, dat deze overeenkomst inderdaad

TABEL VII.

	f		G	E	z_1	z_2
	Berekend	Waarg				
Jan.	377×10^{-1}	381×10^{-1}	227×10^{-7}	—	36×10^{-9}	7.62 23.96
Febr.	419	420	0		0	7.07 22.22
Mrt.	438	417	142	—	35	6.66 20.95
Apr.	532	493	310	—	182	5.41 17.00
Mei	620	612	662	—	556	4.62 14.53
Juni	728	705	532	—	471	4.00 12.58
Juli	779	767	— 1581	+	1008	3.92 12.32
Aug.	734	704	588	—	340	3.99 12.55
Sept.	560	559	491	—	168	5.48 16.28
Oct.	444	419	940	—	224	6.21 19.54
Nov.	386	357	772	—	143	7.05 22.16
Dec.	377	377	372	—	61	7.49 23.55

bevredigend is, zijn in Tabel VII, behalve de berekende, ook nogmaals de waargenomen frequenties gegeven.

Vergelijkt men de berekende ligging der snijpunten van de waargenomen en volgens de exp. wet berekende kromme, dan blijkt, dat de ligging van 't eerste snijpunt in goede overeenstemming is met 't geen de waarneming leert, dat echter die van het tweede in werkelijkheid met eene kleinere afwijking overeenkomt, dan uit de berekening zou volgen.

Daar dit tweede snijpunt natuurlijk samenvalt met kleine frequenties, wier onzekerheid vrij groot is, is het moeilijk uit te maken, of dit verschil mag worden toegeschreven aan de onvolledigheid van het waarnemingsmateriaal, aan de verwaarloozing van een mogelijken vierden term in de uitdrukking (4) of aan eene fout ingevoerd door de vereenvoudiging $H = h$: daar alle berekende waarden van a_4 te groot zijn is de laatste oorzaak als de meest waarschijnlijke te beschouwen.

4. Het feit dat de verschillen der Tabel III, waarin de scheefte der krommen uitdrukking vindt, behalve die voor $\varepsilon = 0$, nog slechts ééne nulwaarde vertoonen, toont aan dat aan de uitdrukking (5) een derde term zeker niet behoeft toegevoegd te worden, waardoor,

althans bij de onderstelling $H = h$, de berekening van de ligging van dit snijpunt en van de waarden der constanten zeer eenvoudig wordt. Uit

$$\int_0^{\tau} Y dx = 0$$

volgt terstond:

$$B + \frac{3}{2} \frac{D}{h^2} = 0 \dots \dots \dots (11)$$

terwijl

$$\int_0^{\tau} Y dx = \frac{B}{h^2} + \frac{D}{h^4} = r = p - u \dots \dots \dots (12)$$

de overmaat aanduidt der positieve boven de negatieve afwijkingen.

Neemt men de som der positieve en negatieve afwijkingen s , afgezien van het teeken, aan als maat van de scheefte, en noemt men de afwijking overeenkomende met het nulpunt der verschillen β , dan is:

$$s = p + u = 2 \int_0^{\beta^2} Y dx - \int_0^{\infty} Y dx = 2 \int_0^{\beta^2} Y dx - r,$$

of

$$s + r = 2 \int_0^{\beta^2} Y dx \dots \dots \dots (13)$$

Het snijpunt β wordt bepaald door de vergelijking:

$$B + D\beta^2 = 0 \dots \dots \dots (14)$$

of, daar uit (11) en (12) volgt:

$$B = 3 h^2 r, D = -2 h^4 r \dots \dots \dots (15)$$

$$\beta^2 h^2 = \frac{3}{2} \dots \dots \dots (16)$$

Met deze waarde vindt men uit (13):

$$s = r (1 + 4e^{-\beta^2}).$$

$$\frac{s}{r} = \frac{p + u}{p - u} = 1.89, \quad \frac{p}{u} = 3.25 \dots \dots \dots (17)$$

Uit de aan tabel III te ontleenen waarden van r of s kunnen dus gemakkelijk zoowel de constanten als de ligging van het snijpunt worden bepaald: kiest men die van r , dan kan die van s of p/u als proef dienen voor de juistheid der gemaakte onderstelling.

TABEL. VIII.

	Waargenomen.			Berekend.	
	s	B	D	β	β
Jan.	707×10^{-1}	1505×10^{-1}	101×10^{-5}	$- 32 \times 10^{-7}$	17.8
Febr.	606	1184	100	- 37	16.5
Mrt.	467	923	87	- 36	15.5
Apr.	639	1277	181	- 114	12.6
Mei	423	576	163	- 141	10.5
Juni	483	668	249	- 286	9.3
Juli	486	998	262	- 313	9.4
Aug.	426	908	295	- 256	9.3
Sept.	463	1073	143	- 98	12.1
Oct.	429	748	92	- 44	14.5
Nov.	599	1467	100	- 37	16.4
Dec.	605	1309	89	- 29	17.5
Gemidd.	528	1053			

Aan de verhouding (17) voldoen althans de gemiddelde waarden van r en s :

$$\frac{s}{r} = \frac{1053}{528} = 1.99$$

op bevredigende wijze.

Uit de sommen in Tabel III gegeven voor de drie seizoenen vindt men:

	Sommen.				
	p	n	$p + n = s$	s	p/n
Winter	3849	1340	5189	12.97 % _n	2.87
Kentering	2959	937	3896	9.74	3.16
Zomer	2380	747	3127	7.82	3.19

Voor de waarden van β in deze seizoenen wordt gevonden:

	Waarg. Tab. III	Berek. Tab. VII
Winter	17	17.05
Kentering	14	13.68
Zomer	9.5	9.55

Wiskunde. De Heer W. KAPTEYN biedt eene mededeeling aan:
„Over het quotient van twee opvolgende Besselsche functien.”

Zijn $I^{r+1}(z)$ en $I^r(z)$ twee opvolgende Besselsche functiën van de eerste soort dan stellen wij de vraag den algemeenen coëfficiënt in de volgende ontwikkeling te bepalen:

$$\frac{I^{r+1}(z)}{I^r(z)} = f_1 z + f_2 z^2 + f_3 z^3 + \dots$$

Deze ontwikkeling is natuurlijk geldig voor alle waarden van z wier modulus kleiner is dan de modulus van den eersten wortel van $I^r(z) = 0$, nul uitgezonderd. EULER en JACOBI die zich reeds met deze vraag bezig hielden hebben alleen de eerste coëfficiënten, maar niet den algemeenen coëfficiënt bepaald.

Wij gaan daartoe uit van de bekende ontwikkeling:

$$\frac{I^{r+1}(z)}{I^r(z)} = \frac{z}{2(r+1)} - \frac{z^3}{2(r+2)} + \frac{z^5}{2(r+3)} - \text{enz.}$$

Stelt men hierin:

$$z^2 = -x \quad 2(r+p) = \alpha_p$$

dan is dus de vraag om den algemeenen coëfficiënt f_n te bepalen in deze vergelijking:

$$\frac{x}{\alpha_1 + x} = f_1 x - f_2 x^2 + f_3 x^3 - \text{enz.}$$
$$\alpha_2 + \text{enz.}$$

Noemt men de naderende breuken van de kettingbreuk in het eerste lid dezer vergelijking $\frac{P_n}{Q_n}$ en stelt men:

$$Q_{2n+1} = r_0 + r_1 x + r_2 x^2 + \dots + r_n x^n$$
$$Q_{2n} = u_0 + u_1 x + u_2 x^2 + \dots + u_n x^n$$
$$Q_{2n-1} = \lambda_0 + \lambda_1 x + \lambda_2 x^2 + \dots + \lambda_{n-1} x^{n-1}$$
$$Q_{2n-2} = \kappa_0 + \kappa_1 x + \kappa_2 x^2 + \dots + \kappa_{n-1} x^{n-1}$$
$$\dots$$
$$Q_{n+2} = \tilde{s}_0 + \tilde{s}_1 x + \dots + \tilde{s}_r x^r$$
$$Q_{n+1} = \varepsilon_0 + \varepsilon_1 x + \dots + \varepsilon_s x^s$$

waarin naargelang n even of oneven

$$r = \frac{n}{2} + 1 \quad s = \frac{n}{2}$$
$$r = \frac{n+1}{2} \quad s = \frac{n+1}{2}$$

dan vindt men voor f_{n+1}

$$\begin{array}{ccccccc}
 \lambda_1 & \alpha_1 & t_1 & \theta_1 \dots \xi_1 & \varepsilon_1 & & \\
 \lambda_2 & \alpha_2 & t_2 & \theta_2 \dots \xi_2 & \varepsilon_2 & & \\
 \alpha_1^{n+1} \alpha_2^n \alpha_3^{n-1} \dots \alpha_n^2 \alpha_{n+1} \alpha_{n+1} \alpha_{n+1} & = & (-1)^h & \dots & \dots & \dots & \\
 \lambda_{n-2} & \alpha_{n-2} & t_{n-2} & \theta_{n-2} \dots & 0 & 0 & \\
 \lambda_{n-1} & \alpha_{n-1} & 0 & 0 & \dots & 0 & 0
 \end{array}$$

zijnde $h = \frac{n}{2} - 1$ of $\frac{n-1}{2}$ naar gelang n even of oneven is.

Voor het geval dat $\alpha_p = 2(r+p) = 2b_p$ vindt men hieruit, naar gelang n even of oneven is respectievelijk deze resultaten

$$\begin{aligned}
 & 2^{2n+1} b_1^{n+1} b_2^{n-1} \dots b_{\frac{n}{2}+1} b_{\frac{n}{2}+2} \dots b_n b_{n+1} \alpha_{n+1} = \\
 & \begin{array}{ccccccc}
 \lambda_1' & \alpha_1' & t_1' & \dots & \varepsilon_1' & & \\
 \lambda_2' & \alpha_2' & t_2' & \dots & \varepsilon_2' & & \\
 \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \\
 \lambda_{\frac{n}{2}}' & \alpha_{\frac{n}{2}}' & t_{\frac{n}{2}}' & \dots & \varepsilon_{\frac{n}{2}}' & & \\
 \lambda_{\frac{n}{2}+1} & \alpha_{\frac{n}{2}+1} & t_{\frac{n}{2}+1} & \dots & 0 & \dots & \dots \quad (I) \\
 \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \\
 \lambda_{n-2} & \alpha_{n-2} & t_{n-2} & \dots & 0 & & \\
 \lambda_{n-1} & \alpha_{n-1} & 0 & & 0 & &
 \end{array}
 \end{aligned}$$

en

$$\begin{aligned}
 & 2^{2n+1} b_1^{n+1} b_2^{n+1} \dots b_{\frac{n}{2}+1} b_{\frac{n}{2}+3} \dots b_n b_{n+1} \alpha_{n+1} = \\
 & \begin{array}{ccccccc}
 \lambda_1' & \alpha_1' & t_1' & \dots & \varepsilon_1' & & \\
 \lambda_2' & \alpha_2' & t_2' & \dots & \varepsilon_2' & & \\
 \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \\
 \lambda_{\frac{n-1}{2}}' & \alpha_{\frac{n-1}{2}}' & t_{\frac{n-1}{2}}' & \dots & \varepsilon_{\frac{n-1}{2}}' & & \\
 \lambda_{\frac{n+1}{2}} & \alpha_{\frac{n+1}{2}} & t_{\frac{n+1}{2}} & \dots & \varepsilon_{\frac{n+1}{2}} & \dots & \dots \quad (II) \\
 \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \\
 \lambda_{n-2} & \alpha_{n-2} & t_{n-2} & \dots & 0 & & \\
 \lambda_{n-1} & \alpha_{n-1} & 0 & \dots & 0 & &
 \end{array}
 \end{aligned}$$

waarin

$$\lambda'_p = \frac{(2n - p - 1)(2n - p - 2) \dots (2n - 2p)}{p!} b_{n-p+2} \dots b_{2n-p-1}$$

$$\alpha'_p = \frac{(2n - p - 2)(2n - p - 3) \dots (2n - 2p - 1)}{p!} b_{n-p+2} \dots b_{2n-p-2}$$

$$\epsilon'_p = \frac{(2n - p - 3)(2n - p - 4) \dots (2n - 2p - 2)}{p!} b_{n-p+2} \dots b_{2n-p-3}$$

.....

$$\epsilon'_p = \frac{(n - p + 1)(n - p) \dots (n - 2p + 2)}{p!}$$

en

$$\lambda_p = \frac{(2n - p - 1)(2n - p - 2) \dots (2n - 2p)}{p!} b_{p+1} \dots b_{2n-p-1}$$

$$\alpha_p = \frac{(2n - p - 2)(2n - p - 3) \dots (2n - 2p - 1)}{p!} b_{p+1} \dots b_{2n-p-2}$$

$$\epsilon_p = \frac{(2n - p - 3)(2n - p - 4) \dots (2n - 2p - 2)}{p!} b_{p+1} \dots b_{2n-p-3}$$

.....

$$\epsilon_p = \frac{(n - p + 1)(n - p) \dots (n - 2p + 2)}{p!} b_{p+1} \dots b_{n-p+1}$$

Het is van belang hierbij op te merken dat

$$\lambda_{n-1} = nb_n, \quad \alpha_{n-1} = 1, \quad \epsilon_{n-2} = (n-1)b_{n-1}, \quad \theta_{n-2} = 1 \text{ enz.}$$

en dat de determinanten in de tweede leden van de vergelijkingen I en II voorkomende na substitutie van $b_p = r + p$ respectievelijk polynomia van graden $\frac{n(n-2)}{4}$ en $\frac{(n-1)^2}{4}$ in r voorstellen.

Scheikunde. De Heer BAKHUIS ROOZEBOOM biedt namens den Heer Dr. A. SMITS eene verhandeling aan: „*Over de verborgen evenrichten in de p - x -doorsneden onder het eutektische punt.*”

(Mede aangeboden door den Heer J. D. VAN DER WAALS).

De p - x -doorsneden van binaire stelsels, in de omgeving van het eutektische punt, zijn door BAKHUIS ROOZEBOOM ¹⁾ uitvoerig besproken, zonder dat daarbij echter werd nagegaan, hoe de loop der oplosbaarheidsisothermen in het labiele en metastabiele gebied is. Dit vraagstuk kon dan ook eerst ter hand worden genomen, nadat de verhandeling

¹⁾ Die Heterogene Gleichgewichte 2, 139 (1904).

van VAN DER WAALS¹⁾ getiteld: „*Het evenwicht van een vast lichaam met een fluïde phase, voornamelijk in de nabijheid van den kritischen toestand*”, was verschenen.

Aan de hand van deze verhandeling zal ik nu het zooeven genoemde vraagstuk bespreken en in 't kort aantoonen, op welke wijze het stabiele gebied met het metastabiele en labiele samenhangt.

Is voor beide stoffen A en B het volume in vasten toestand groeter dan in vloeibaren, dan zullen deze stoffen negatieve smeltlijnen bezitten d. w. z. $\frac{dp}{dt}$ zal negatief zijn, en de smeltlijn zal dus bij druks-

verhooging naar lagere temperaturen loopen. Doet dit geval zich voor, dan zal in 't algemeen ook de *eutektische smeltlijn*, die het stelsel $A + B$ oplevert, hetzelfde beloop vertoonen. Dit geval komt zelden voor.

Zooals BAKHUIS ROOZEBOM echter reeds opmerkte²⁾ is een negatieve eutektische smeltlijn ook mogelijk, wanneer slechts de smeltlijn van de eene stof negatief is, mits het negatieve verloop van de eene smeltlijn sterker is, dan het positieve van de andere. Alle kryohydratische lijnen behooren tot dit geval.

In de P, T -projectie fig. 1 is (wat hier echter bijzaak is) aangenomen, dat het negatieve verloop van de eutektische smeltlijn voortvloeit uit negatieve smeltlijnen van de stoffen A en B .

Het bijzondere, dat het negatieve verloop van de eutektische smeltlijn met zich medebrengt, is nu dit, dat een p, v -doorsnede, korrespondeerende met een temperatuur beneden het eutektische punt, een gebied voor $S_A + L$ en een gebied voor $S_B + L$ zal bevatten, gescheiden door een vloeistofgebied L . De grenzen van dit vloeistofgebied worden aangegeven door oplosbaarheidsisothermen, die volgens de theorie van VAN DER WAALS gedeelten zijn van twee continue krommen, die de fluïde fasen aangeven, welke met de vaste stof A resp. B kunnen koëxisteeeren en die door mij *oplosbaarheidsisothermen* genoemd zijn.

Daar nu onder het eutektische punt de gebieden voor $S_A + G$ en $S_A + L$ resp. voor $S_B + G$ en $S_B + L$ van elkaar gescheiden zijn door een gebied voor $S_A + S_B$ kwam de vraag, die ik mij stelde hierop neer, „wat is de loop van de twee oplosbaarheidsisothermen in het gebied voor $S_A + S_B$ ”.

Om deze vraag te beantwoorden gaan we eerst na, wat de p, v -doorsnede is, welke met een temperatuur boven het eutektische punt,

1) Verslag 31 Oct. 1903, 439.

2) l.c. 418.

doch beneden de smeltpunten van de twee componenten korrespondeert. De temperatuur, die ik daartoe gekozen heb, is in de P, T -projectie aangegeven met t_1 . — De hiermede overeenstemmende p, v -doorsnede is in Fig. 2 weergegeven. — Daar VAN DER WAALS heeft bewezen, dat de oplosbaarheidsisotherm voor het geval $v_s < v_f$ twee verticale raaklijnen doch voor het geval $v_s > v_f$ slechts één verticale raaklijn bezit, zijn in deze p, v -doorsnede twee continue oplosbaarheidsisothermen met één verticale raaklijn geteekend, waarbij nog valt op te merken, dat bij de eene oplosbaarheidsisotherm deze verticale raaklijn bij het vloeistofpunt L , en bij de andere bij het damppunt G is gelegen. Verder zien we, dat de takken, die het vloeistof gebied L van de gebieden voor $S_A + L$ en $S_B + L$ scheidt, naar hooger en druk uit elkaar **loopen**. Het deel van het vloeistof-damp-gebied, $L + G$, dat in stabielen toestand te realiseren is, ligt tusschen de twee driephasendruklijnen $S_A G L$ en $S_B L G$. Beschouwen we nu een p, v -doorsnede, overeenkomende met de eutectische temperatuur, in de P, T -projectie aangeduid met t_2 , dan krijgen we hetgeen in Fig. 2 is aangegeven. De twee driephasendruklijnen $S_A + G + L$ en $S_B + L + G$ zijn beide gedaald, de eerste echter sterker dan de tweede en ten slotte zijn zij saangevallen.

De twee oplosbaarheidsisothermen snijden elkaar nu behalve in het labiele gebied nog in de punten G en L . Terwijl het snijpunt G de mogelijkheid aangeeft van een koëxistentie van $S_A + S_B + G$, geeft het tweede snijpunt L de mogelijkheid van een koëxistentie van $S_A + S_B + L$ aan, en wanneer nu bij een bepaalde temperatuur zooals hier, beide punten op dezelfde druklijn liggen, dan beteekent dit, dat bij die temperatuur de vier fasen $S_A + S_B + L + G$ koëxisteeren kunnen, mits de druk gelijk is aan dien, aangegeven door de horizontale, die de vier koëxisterende toestanden met elkaar verbindt. Bij een hooger en druk zijn de gebieden voor $S_A + L$ en $S_B + L$ gescheiden door het driehoekvormige gebied voor L .

Om nu goed in te kunnen zien, hoe de p, v -doorsnede voor een temperatuur t_3 , iets onder de eutectische temperatuur gelegen, wordt, is het noodig, dat we zooals in Fig. 1 is geschied, de metastabiele takken van de lijnen voor $S_A + L_{AB} + G_{AB}$, voor $S_B + L_{AB} + G_{AB}$ en voor $L_A + G_A$ teekenen. We zien dan, dat, wat de ligging van de eerste twee driephasenlijnen aangaat, deze juist de omgekeerde is van die der stabiele takken. Bij de stabiele takken ligt n.l. die voor $S_A + L_{AB} + G_{AB}$ boven die voor $S_B + L_{AB} + G_{AB}$, bij de metastabiele takken is het omgekeerde het geval. Teekenen we nu, dit in aanmerking nemende, de p, v -doorsnede overeenkomende met de

temperatuur t_3 , dan krijgen we Fig. 4, waaruit we zien, dat het eerste snijpunt van de twee oplosbaarheidsisothermen omlaag en het tweede omhoog is gegaan. Het eerste snijpunt geeft, zooals reeds werd gezegd, de koëxistentie van $S_A + S_B + G$ en het tweede de koëxistentie van $S_A + S_B + L$ aan; deze driefasenevenwichten zijn bij konstante temperatuur bij slechts één druk mogelijk, omdat we hier een stelsel hebben van twee componenten, van daar, dat we bij drukkingen tussehen de twee genoemde snijpunten een omzetting van de driefasenevenwichten moeten krijgen in een tweefasensysteem, waarbij de twee driefasendruklijnen de begrenzing vormen van een nieuw *tweefasengebied* n.l. voor $S_A + S_B$.

Het tweede snijpunt van de oplosbaarheidsisothermen, dat het optreden der drie fasen $S_A + S_B + L$ veroorzaakt, ligt hier in overeenstemming met de in de P, T -projectie getrokken stippellijn voor de temperatuur t_3 bij een druk onder dien van de onderkoelde vloeistof van zuiver A .

Verder is in deze p, v -doorsnede te zien, dat de beide metastabiele driefasendruklijnen voor $S_A + G + L$ en voor $S_B + L + G$ boven de stabiele driefasendruklijn voor $S_A + S_B + G$ liggen en dat de eerste tussehen de beide andere in ligt. Tevens zien we, dat aan het karakter van de oplosbaarheidsisothermen niets verandert, de eenige wijziging, die voor elk der isothermen bij het gewone geval vergeleken optreedt is deze, dat het metastabiele deel is vergroot.

Nemen we nu een temperatuur, die nog iets lager ligt n.l. t_4 , dan krijgen we een p, v -doorsnede, zooals die in fig. 5 is weergegeven. Alle driefasendruklijnen zijn verder uit elkaar gegaan en daarbij gedaald, uitgezonderd die voor $S_A + S_B + L$, welke sterk gestegen is. Het tweede snijpunt der oplosbaarheidsisothermen ligt nu dan ook in overeenstemming met hetgeen de stippellijn voor de temperatuur t_4 in de P, T -projectie getrokken doet zien, ver boven het punt, dat de dampspanning der onderkoelde vloeistof van A aangeeft. Het metastabiele deel der beide oplosbaarheidsisothermen is sterk toegenomen en daarmee het gebied voor $S_A + S_B$. Bij verdere temperatuursdaling blijft het karakter der veranderingen in de p, v -doorsnede hetzelfde, zoodat het niet noodig is nog een andere te beschouwen.

Hadden we dezelfde beschouwingen toegepast op het geval, dat de eutektische smeltlijn een positief verloop vertoont, dan zouden we, het labiele gebied uitgezonderd, voor de oplosbaarheidsisothermen slechts één (onderste) snijpunt hebben gevonden, want de takken die in het hier beschouwde geval een tweede (bovenste) snijpunt gaven, loopen dan voortdurend uit elkaar.

Dit laatste geval heb ik niet geteekend, daar dit niets bijzonders oplevert.

Het behandelde geval toont opnieuw aan, hoe het nagaan van de verborgen evenwichten, er toe kan bijdragen het inzicht in de *voor het experiment toegankelijke* te verruimen.

Amsterdam, December 1905.

Anorganisch Chemisch Laboratorium der Universiteit.

Scheikunde. – De Heer BAKHUIS ROOSEBOOM biedt namens den Heer Dr. A. SMITS een mededeeling aan: „*Over de verschijnselen die optreden, wanneer de plooiingskromme de driephasenlijn van een dissocierende binaire verbinding ontmoet*”.

(Mede aangeboden door den Heer J. D. VAN DER WAALS).

1. In een vroegere verhandeling ¹⁾ heb ik er reeds op gewezen, dat de interessante stelsels metaal-zuurstof, metaal-waterstof en metaalstikstof, waaraan nog kunnen worden toegevoegd vele van de stelsels metaal-halogenen en metaaloxijde-zuuranhydride, tot het type aether-anthrachinon behooren, doch gekompliceerder zijn, doordat hier verbindingen optreden.

Het is nu uit een chemisch oogpunt van de allerhoogste beteekenis, ook deze meer gekompliceerde verschijnselen na te gaan, ten einde langs dezen weg een algemeen inzicht in de evenwichtsverschijnselen te verkrijgen, voor het geval verbindingen tot hooge temperaturen en onder zoodanigen druk worden opgevoerd, dat kritische verschijnselen bij verzadigde oplossingen optreden. Hieromtrent ontbrak tot heden nog elk inzicht.

Door de resultaten van mijn onderzoek over aether-anthrachinon in verband te brengen met de gevallen onlangs door mij beschouwd in een verhandeling „Bijdrage tot de kennis der PX en PT lijnen voor het geval twee stoffen een verbinding aangaan, welke in de vloeistof en gasphase is gedissocieerd” ²⁾, is het mij gelukt, een samenhangend beeld der hierboven genoemde verschijnselen te ontwerpen.

Bij al de gevallen, die ik hier in 't kort zal bespreken, wordt uitgegaan van de onderstelling, dat de beschouwde verbinding met beide componenten in vloeibaren toestand in alle verhoudingen

¹⁾ Zeitschr. f. physik. chem. **51**, 193 (1905.)

²⁾ Verslag 24 Juni 1905, 192.

mengbaar is. Over het algemeen is onze kennis hieromtrent uiterst gering en bij de stoffen, waarop ik hier als voorbeelden zal wijzen, bestaat dienaangaande dan ook niet de minste zekerheid.

2. Allereerst wil ik het geval beschouwen, dat twee stoffen A en B een dissocierende verbinding $A_m B_n$ geven, waarvan het smeltpunt boven de kritische temperatuur van de stof A ligt. Dit geval doet zich voor bij het stelsel $\text{CaO}-\text{CO}_2$. Is nu de oplosbaarheid van de verbinding $A_m B_n$ in A, bij de kritische temperatuur van A, nog gering, dan zal de continue plooiptuuskromme, die in het kritische punt van A (CO_2) aanvangt en in het kritische punt van B (CaO) eindigt, de oplosbaarheidslijn van $A_m B_n$ (CaCO_3) in vloeibaar A (CO_2) in twee punten ontmoeten. Dat het punt p bestaat is reeds door Dr. BÜCHNER¹⁾ aangetoond; in temperatuur ligt dit punt niet merkbaar boven 31° , daar de oplosbaarheid van CaCO_3 in vloeibaar CO_2 bij deze temperatuur nog uiterst gering is.

Dit geval is in Fig. 1 weergegeven. De bovenste helft van deze figuur bevat de projectie van de ruimte-figuur op het PT-vlak, terwijl de onderste helft de projectie van de *met vast koëxisterende tweefasestroken*²⁾ benevens de plooiptuuskromme aangeeft. De combinatie van deze twee projecties lijkt mij voor een eerste kennis making met deze vraagstukken de eenvoudigste wijze van voorstelling. Wat ik hier nog ter verduidelijking releveeren wil is dit, dat in de T-X-projectie de lijnen aE , E_p , qFE' en $E'c$ oplosbaarheidslijnen zijn, terwijl aE_1 , E_1p , $qF'E_1'$ en $E_1'c$ de damplijnen aangeven. In de P-T-projectie echter, krijgen we voor elk bij elkaar behoorend paar dezer lijnen van de met vaste stof koëxisterende vloeistof en gasfasen, één *driephasenlijn*. Deze driephasenlijnen zijn in de P-T-projectie aangeduid met $A + L + G$, $A_m B_n + L + G$ en $B + L + G$.

De eerste ontmoeting van een oplosbaarheidslijn met de plooiptuuskromme heeft plaats in p en de tweede in q . In deze twee punten heeft volgens de theorie van VAN DER WAALS een continue overgang van de oplosbaarheidslijn in de koëxisterende damplijn plaats. Nemen we weer het stelsel CO_2-CaO tot voorbeeld, dan geeft p aan het kritische punt van de verzadigde oplossing van CaCO_3 in vloeibaar koolzuur, en q het kritische punt van een andere aan CaCO_3 verzadigde oplossing met een veel grooter gehalte aan CaCO_3 .

¹⁾ Dissertatie, 106. (1905).

²⁾ Deze strooken gaf ik aanvankelijk den naam *driephasenstroken*, omdat, hoewel er slechts *twee* fasen door aangegeven worden, er een *derde* bijbehoort. Beter lijkt mij echter te spreken over *met vast koëxisterende tweefasestroken*, welke benaming ik dan ook in het vervolg bezigen zal.

Tusschen deze punten p en q kan nu een fluïde phase alleen, of naast vast $A_m B_n$ (CaCO_3) voorkomen, en in de omgeving van deze punten moet het verschijnsel der *retrograde stolling* optreden. Verder wil ik er hier met nadruk op wijzen dat, zooals men gemakkelijk in de T-X-projectie zien kan, is ondersteld, dat dicht bij de smelttemperatuur de vluchtigheid der componenten niet zóóveel van elkaar verschilt, dat het optreden van een damp van de samenstelling der verbinding daardoor wordt verhinderd. Het punt F' , waar de samenstelling van den damp gelijk is aan die der verbinding, is het *maximum-sublimatiepunt* en het punt F , waar de samenstelling van de vloeistof gelijk is aan die der verbinding, is het *minimum-smeltpunt* of het smeltpunt onder den driephasendruk ¹⁾. Wat ik in mijn vorige verhandeling nog niet aantoonde is dit, dat van de punten F en F' twee lijnen uitgaan, die in K continu in elkaar overgaan. Deze lijnen vormen de continue grenskromme van het tweebladig PTX-oppervlak, voor de samenstelling van de verbinding. De continue grenskromme raakt in K aan de plooiptunskromme, zoodat K het kritisch punt van de dissocierende verbinding aangeeft. Dat dit punt K geen bijzonder punt van de continue plooiptunskromme uitmaakt, heeft zijn oorzaak hierin, dat, wanneer men aanneemt, dat de verbinding dissocieert, het kritisch punt van de vloeibare verbinding niet essentieel verschillend is van die der vloeistoffen met andere samenstellingen.

In fig. 1a vindt men de projectie der met vast koëxisterende tweefasestroken, benevens die van de plooiptunskromme op het p - v -vlak; verder zijn de oplosbaarheidsisothermen met de temperaturen van de punten p en q overeenkomende aangegeven, waaruit het verschijnsel der retrograde stolling duidelijk te voorschijn treedt.

3. De ligging van de punten p en q hangt in het besproken geval samen met allerlei eigenschappen van de verbinding en harer componenten. Daarvan zal het in bijzondere gevallen dan ook afhangen, op welk gedeelte der driephasenlijn van de verbinding het punt q ligt. Er zullen ongetwijfeld vele gevallen zijn, waarbij dit punt beneden het smeltpunt valt. Vermoedelijk zal dit geval te eerder optreden, naarmate de vluchtigheid der twee componenten meer verschilt. In deze verhandeling blijf ik echter onderstellen, dat een damp van de samenstelling der verbinding bestaanbaar is.

Nu kunnen zich hierbij nog verschillende gevallen voordoen, die elk een afzonderlijke bespreking noodig maken. Zoo treden bv. hoogst merkwaardige verschijnselen op, wanneer de plooiptunskromme

¹⁾ Zie vorige verhandeling Verslag 24 Junij 1905, 192.

de driephasenlijn van de verbinding tusschen het smeltpunt en het maximum-sublimatiepunt snijdt. Dit geval en nog andere wil ik echter een volgende keer bespreken, en mij thans alleen bezig houden met de verschijnselen, die zich voordoen, wanneer het snijpunt q , zooals in fig. 2 geteekend is, niet alleen onder het smeltpunt van de verbinding, maar ook onder het maximum-sublimatiepunt ligt. *Ook nu is de mogelijkheid uitgesloten, dat de verbinding smelt, en de eenige wijze, waarop de vaste verbinding verdwijnen kan is verdamping.*

De lijn voor vast $A_m B_n + G$, die de driephasenlijn $A_m B_n + L + G$ in het maximum-sublimatiepunt zou raken, wanneer dit punt bestond, loopt nu ongehinderd door tot in 't oneindige, wanneer althans geen verdere komplikaties optreden.

De T-X-projectie in fig. 2 voorkomende, kan er nog toe bijdragen, een en ander te verduidelijken. Zooals daarin te zien is, bezit de met de vaste verbinding koëxisterende tweephasenstrook E', qE' geen enkele vloeistof of damp van de samenstelling van de verbinding, hetgeen klopt met de onderstelling, dat de punten F' en F'' ontbreken.

In fig. 2a heb ik de projectie van de met vast koëxisterende tweephasenstrooken en van de plooiingskromme op het p - x -vlak geteekend. Verder komen in deze teekening nog een paar oplosbaarheidsisothermen voor, die nog met een enkel woord toegelicht moeten worden.

De kromme $f'Gef''$ geeft de oplosbaarheidsisotherm aan voor een temperatuur iets beneden die van het punt q . Beschouwen we nu de temperatuur van het punt q , dan krijgen we een oplosbaarheidsisotherm, die in q raakt en nog twee buigpunten bezit, zooals door de kromme f', G, q, qf'' wordt aangegeven. Bij een hoogere temperatuur krijgen wij een oplosbaarheidsisotherm, die niet meer raakt, en waaruit de twee buigpunten kunnen verdwijnen.

4. In de derde plaats wil ik er op wijzen, dat, zooals ik reeds in een vorige publikatie ¹⁾ heb aangetoond, wanneer de dampspanning van een verbinding bij haar smeltpunt kleiner is dan die der componenten een driephasenlijn voorkomen kan met een zeer eigenaardig beloop n.l. met een minimum en twee maxima.

Denken we ons nu het geval, dat het smeltpunt van deze verbinding boven de kritische temperaturen der componenten gelegen is, dan kan zich het zeer merkwaardige verschijnsel voordoen, dat, hetgeen zich bij het stelsel aether en anthrachinon éénmaal vertoonde, zich hier tweemaal laat realiseeren, en dat de oplosbaarheidslijn, die

¹⁾ l. c.

van het eene eutektische punt naar het andere loopt *viermaal* de plooi-puntskromme ontmoet, hetgeen zich in de PT-projectie fig. 3 vertoont als een viermalige snijding van de driefasenlijn $A_m B_n + L + G$ door de continue plooi-puntskromme $bKld$ in de punten p, q, q' en p' .

De PT en TX-projecties laten zien, dat voor alle mogelijke samenstellingen nu een temperatuurtrajekt is aan te wijzen, waarbinnen de vaste verbinding slechts met een fluïde-phase kan koëxisteeeren. Wanneer echter, hetgeen denkbaar is, de uit de driefasenlijn gesneden stukken geen temperatuurtrajekt met elkaar gemeen hebben, dan liggen de temperatuurgebieden voor vast + fluïde boven elkaar, en dan hebben we dus voor geen enkele temperatuur aan beide kanten van de lijn voor $A_m B_n$ in de PT-projectie symmetrische verschijnselen.

De stelsels waterstof-water en zuurstof-water behooren, wanneer geen ontmenging optreedt, tot het type aether-anthrachinon. Elk van deze stelsels zal dan een punt p en een punt q opleveren. Gesteld nu, dat men, wat echter hoogst onwaarschijnlijk is, door toevoeging van een katalysator kon bewerken, dat er bij elke temperatuur evenwicht heerschte tusschen zuurstof, waterstof en waterdamp, dan zouden we, zooals in fig. 3 is aangegeven, een continue driefasenlijn voor ijs + L + G krijgen, en ook ééne continue plooi-puntskromme. Daar echter het waterevenwicht bij lagere temperaturen theoretisch bijna geheel aan den waterkant ligt, zou men een praktisch onmerkbaar fout begaan, wanneer men bij de lagere temperaturen, de hier geteekende figuur trachtte te realiseeren, door eenerzijds uit te gaan van ijs, resp. water + waterstof en anderzijds van ijs, resp. water + zuurstof.

Toch is dit voorbeeld voor demonstratie van het onderstelde geval niet geschikt, omdat we daartoe een verbinding moeten hebben, die bij haar smeltpunt merkbaar dissocieert. Het stelsel $H_2—O_2$ heb ik dan ook alleen genoemd om aan te toonen, hoe merkwaardig dit stelsel is.

Dat zich stelsels zullen laten vinden, waaraan het onderstelde geval zich zonder te groote experimenteele bezwaren zal laten realiseeren, is zeer waarschijnlijk. Wellicht gelukt dit bij $NH_3—HCl$. Een stelsel waarvoor fig. 3 geldt, levert verder nog het bijzondere op, dat we hier met een tweebladig P, T, X-oppervlak met een *minimum-kromme* te doen hebben, dat aan de bovenzijde begrensd wordt door een continue plooi-puntskromme, die tengevolge van het groote verschil tusschen de kritische temperaturen van de verbinding en de componenten den hier aangeduiden vorm zou kunnen bezitten.

Prof. VAN DER WAALS was zoo vriendelijk mij op de bijzonderheden van het tweebladig P, T, -Xvlak te wijzen, welke direkt uit

die voor een vlak met een maximumkromme afgeleid kunnen worden, door alles eenvoudig om te keeren. De minimumkromme d.w.z. de meetkundige plaats van alle punten, waarbij de samenstelling van vloeistof en damp gelijk is, vormt hier de onderste begrenzing van de projectie van het tweebladig P, T, X-vlak op het P, T-vlak. Deze kromme is in fig. 3 aangegeven door de stippellijn LL' , die bij L aan de plooiingskromme en bij N aan de continue driefasenlijn raakt. Dit punt N , dat, zooals ik in een publikatie eind September l.l. aan het Zeitschr. f. phys. Chem. opgezonden, heb aangetoond, tusschen het minimum M in de driefasenlijn en het maximum-sublimatiepunt F' in ligt, is een punt, waar de samenstelling van den damp gelijk is aan die van de vloeistof, en is dus tevens een punt van de minimum-kromme, die links van N metastabiël wordt. Het eigenaardige in het hier geteekende tweebladig P, T, X-oppervlak komt nu voor den dag, wanneer men voor verschillende concentraties de grenskrommen teekent.

Het blijkt dan, dat van den kant van B komende, de concentratie van het punt L de eerste is, waarbij de grenskrommen iets bijzonders vertoonen. Bij deze concentratie krijgt men n.l. twee grenskrommen, die van Q en S uitgaande, bij L in een zoogenaamd snavelpunt eindigen, zooals hieronder nog eens afzonderlijk geteekend is.



Bij een samenstelling iets rijker aan A krijgen we nu twee grenskrommen, die continu in elkaar overgaan. De continueovergang heeft plaats daar, waar de grenskromme de plooiingskromme raakt. Verder heeft deze continue grenskromme nog het bijzondere, dat de twee takken elkaar dicht bij het kritisch punt raken en zoodoende een *strik* vormen, zooals hieronder ook afzonderlijk is geteekend.



Het raakpunt m ligt op de minimum-kromme.

Bij samenstellingen nog rijker aan A blijft het karakter van de grenskrommen hetzelfde, alleen het punt m verschuift langs de minimum-kromme naar N , zoodat, wanneer we de concentratie kiezen overeenkomende met het punt N , de grenskromme deze gedaante verkrijgt, waarbij de damptak zoowel als de vloeistoftak aan de



driephasenlijn bij N raken.

Gaan we nu naar grootere concentratie van A, dan krijgen we weer grenskrommen van den gewonen vorm, want het raakpunt m ligt nu in het metastabiele gebied. Valt het kritisch punt van de grenskromme samen met de maximumtemperatuur van de plooiingskromme, dan ligt het punt m bij het absolute nulpunt. Verdere bijzonderheden voorbijgaande, wil ik er alleen nog even op wijzen, dat de minimumkromme, voorbij het punt N naar lagere temperaturen, onder de driephasenlijn ligt, hetgeen ook moet, omdat de oververzadigde oplossing een kleinere dampspanning heeft dan een verzadigde en de metastabiele tak van de minimum-kromme onderstelt, dat de vaste stof uitblijft.

Wat nu de T-X-projectie op fig. 3 aangaat, zij nog opgemerkt, dat overeenkomstig de opmerking van zooeven de vloeistoflijn $qFNg'$, de damplijn $qF'Ng'$ in N snijdt, bij een temperatuur en druk, iets onder die van het maximum-sublimatiepunt F' , doch iets boven die van het minimum-punt M der driephasenlijn gelegen. In N zijn dus damp en vloeistof van gelijke samenstelling, doch bij het minimum M is dit niet het geval.

In fig. 3a is de projectie der met vast koëxisterende tweefasestrooken op het p-x-vlak aangegeven, welke teekening geen nadere toelichting behoeft.

Amsterdam, December 1905.

Anorganisch-Chemisch-laboratorium der Universiteit.

Anatomie. — De Heer WINKLER biedt een mededeeling aan van den Heer L. J. J. MUSKENS: „*Anatomisch onderzoek omtrent kleinhersens-verbindingen*”. (2e Mededeeling).

(Mede aangeboden door den Heer L. BOLK).

Een vergelijkend onderzoek aan meerdere species zoogdieren is door mij ingesteld, teneinde nader ingelicht te worden omtrent het verloop der in de cortex cerebelli ontspringende ascynders. De ontwikkeling der kennis van kleinhersensbanen in de laatste 15 jaren leidde er toe, dat de volgende scherp gestelde vraag een brandpunt van discussie geworden is: Zijn de door verschillende onderzoekers na kleinhersenslaesie vastgestelde degeneratie-bundels herkomstig van de cortex cerebelli in engeren zin, of zijn voor alle uitvoerende zenuwvezelen de basale kleinhersenskernen het onmisbare tusschenstation? Waar in sommige knaagdieren in den lobus petrosus cerebelli uitsluitend cortex en witte stof gelegen is (eekhoorn, cavia), vindt men in andere (konijn) — eveneens een deel van den nucleus dentatus in den pedunculus van dien lob gesitueerd. In alle drie deze dieren is de lobus petrosus in een afzonderlijke beenholte gelegen. Deze lob leent zich derhalve zeer wel voor operatief ingrijpen daarin, terwijl de half-cirkelvormige kanalen ongeschonden blijven. Langs vergelijkend physiologische weg opent zich hier dus voor ons een weg, om een breede opening van het cranium en dientengevolge niet bedoelde nevenlaesies te ontgaan en toch een antwoord te vinden op de gestelde vraag.

Sedert MARCHI vaststelde, dat na uitgebreide laesies als hemi-exstirpaties van het cerebellum, tal van banen naar den hersenstam en het ruggemerg ontaarden, is de richting, die het onderzoek nam in de handen van MAHAIM, FERRIER en TURNER, R. RUSSELL, THOMAS en vooral PROBST en VAN GEHUCHTEN, van dien aard geweest, dat steeds kleinere en kleinere laesies werden aangebracht en meer en meer van de door MARCHI gedegeneerd gevonden banen op aandoening van nabijgelegen hersendeelen bleken te berusten. Ten slotte gelukte het zeer onlangs CLARKE en HORSLEY vast te stellen door middel van zeer beperkte exstirpaties (onder omstandigheden zonder eenige laesie van de kernen) en gebaseerd op een materiaal, dat dat van alle voorgangers overtrof, het bewijs te leveren, dat inderdaad alle in het bovenste crus-cerebelli degenererende vezelen niet van den cortex uit, doch uitsluitend van de basale kleinhersenskernen ontspringen. Bleef de laesie tot den cerebellairen cortex beperkt, dan ging de degeneratie niet verder dan die kernen. Ook

stelden zij vast, dat bepaalde deelen van den cortex met bepaalde basale kernen in directe verbinding stonden.

Den weg volgend, boven aangegeven, heeft het onderzoek van mijn eigen materiaal dit voornaamste der resultaten van CLARKE en HORSLEY, doch onafhankelijk daarvan, kunnen bevestigen: Terwijl in 't geval van den eekhoorn (waar slechts corticale en witte stof in den lobus petrosus cerebelli kan gekweest worden) de degeneratie ophoudt in het laterale deel van de nucleus dentatus, vindt men bij het konijn steeds een deel — en wel uitsluitend het middelste derde deel van den bovensten kleinhersensteel — ontaard. Deze gedegeneerde vezels lieten zich in de serie-doorsneden terugvoeren tot de gangliencellen, gelegen in den pedunkel van de lobus petrosus en behoorende bij den nucleus dentatus.

Terwijl dus door genoemde onderzoekers dit ondubbelzinnige resultaat verkregen is aan eenzelfde species, geven de experimenten in verwante diergroepen hetzelfde antwoord op de gestelde vraag, nl. dat alleen de gangliencellen van basale kernen en niet de cellen van PURKINJÉ de oorsprong der na kleinhersensaesie ontaardende zenuwvezelen zijn. De laatste reserve, door EDINGER nog in acht genomen in deze materie, kan dus, zoo schijnt mij toe, van nu af aan vervallen.

In één opzicht mag misschien de bewijsvoering langs vergelijkend-physiologischen weg de voorkeur verdienen, in zooverre als in deze proefreeks nooit een breede opening in het cranium behoefde gemaakt te worden en zonder dat de half cirkelvormige kanalen of het tuberculum acusticum werden blootgelegd. Het is van belang, dit te vermelden, sedert ik in bepaaldelijk daartoe geschikte gevallen aan katten kon waarnemen, dat verschillende organen uit deze streek vaak reeds in degeneratie overgaan tengevolge van verschuiving van den schedelinhoud, na het maken van een ruime schedelopening in de achterste schedelgroeve.

In overeenstemming met genoemde onderzoekers en ook met PROBST en VAN GEHUCHTEN, alsmede in overeenstemming, men hetgeen in mijne vorige mededeeling aan de Koninkl. Akademie omtrent proefnemingen aan konijnen was vermeld (Nov. 1904) vond ik evenmin bij de onderzochte eekhoornen in het ruggemerg afdalende degeneratie. Wat betreft de middelste kleinhersensteel, zoo zijn de verhoudingen hier ingewikkeld en behoeven nader onderzoek.

Natuurkunde. — De Heer LORENTZ biedt eene mededeeling aan :
 „Over de absorptie- en emissiebanden van gasvormige lichamen”. II.

§ 15. Wij kunnen nu overwegen in hoeverre men de absorptie zou kunnen verklaren met behulp van den weerstand die volgens de electronentheorie bij de beweging van een geladen deeltje bestaat. Men kan hierbij vooreerst opmerken dat deze weerstand samenhangt met de uitstraling die van een electron uitgaat, zoodra het zelf in trilling gebracht is en dat de omstandigheid dat het electron, als het trillingsenergie ontvangen heeft, deze weer uitzendt, bezwaarlijk tot een werkelijke absorptie, waarbij een deel van het invallende arbeidsvermogen in het lichaam achterblijft, kan leiden. Maar, afgezien van deze bedenking, kan men gemakkelijk aantoonen dat de bedoelde weerstand veel te klein is om van de werkelijke absorptie rekenschap te geven. De component ervan in de richting der x -as is n.l.

$$\frac{e^2}{6 \pi c^3} \frac{d^2 \mathbf{x}}{dt^2},$$

waarvoor men in het geval van enkelvoudige trillingen met de frequentie n mag schrijven

$$= \frac{n^2 e^2}{6 \pi c^3} \frac{d \mathbf{x}}{dt}.$$

Dus zou, zooals uit (8) volgt,

$$g = \frac{n^2 e^2}{6 \pi c^3}$$

zijn. Voor het koolzuur wordt dit, met de waarde van n , die aan $\lambda = 2,60 \mu$ beantwoordt (§ 9) $2,0 \times 10^{-21}$ en voor de natriumvlam $4,0 \times 10^{-20}$, terwijl de waarde van g , die men naar de formule (18) uit den tijd τ afleidt, voor koolzuur $4,0 \times 10^{-9}$ bedraagt en voor de natriumvlam tusschen $1,2 \times 10^{-16}$ en $0,6 \times 10^{-16}$ ligt.

§ 16. Uit de beschouwingen van § 8 blijkt dat bij het toenemen van η de breedte van den absorptieband grooter, maar de maximale absorptie kleiner wordt, en inderdaad is dan ook veelal de absorptie in het midden des te sterker naarmate de band smaller is. De vraag rijst nu hoeveel arbeidsvermogen in het geheel door een laag van zekere dikte z wordt opgeslorpt, wanneer in een stralenbundel die op deze laag valt, alle golflengten voorkomen, die in den band gevonden worden. Bij de behandeling van dit punt zullen wij aannemen dat de invallende energie, voor zoover die behoort bij

trillingen waarvan de frequentie tusschen n en $n + dn$ ligt, kan worden voorgesteld door $I dn$, waarbij I een constante is. Voor de hoeveelheid geabsorbeerd arbeidsvermogen heeft men dan

$$A = I \int_0^{\infty} (1 - e^{-2kz}) dn \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (34)$$

Wanneer nu de coëfficiënt g of de tijd τ niet van de dichtheid der stof afhangt, zijn zooals men uit (10), (12) en (28) ziet, zoowel ξ als η omgekeerd evenredig met N . Daaruit volgt, blijkens (26), dat voor een bepaalde waarde van n, k evenredig met N is, zoodat A van het product Nz afhangt. D. w. z. dat de totale absorptie alleen afhankelijk is van de totale hoeveelheid van het gas, die in een laag met de dikte z en met de eenheid van oppervlak aanwezig is; brengt men dezelfde hoeveelheid in een laag van de halve dikte, dan zou de absorptie niet veranderen.

Men komt tot een andere uitkomst als g of τ van de dichtheid afhangt. Om dit nader te onderzoeken, zullen wij z zoo klein onderstellen dat $1 - e^{-2kz}$ mag worden vervangen door $2kz - 2k^2z^2$, waardoor (34) overgaat in

$$A = 2I \left\{ z \int_0^{\infty} k dn - z^2 \int_0^{\infty} k^2 dn \right\} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (35)$$

Wij zullen verder aannemen dat de absorptieband zoo smal is dat men

$$\xi = 2m'n_0(n_0 - n) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (36)$$

$$\eta = n_0 g', k = \frac{n_0}{2c} \frac{\eta}{\xi^2 + \eta^2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (37)$$

mag stellen. Voert men nu, in plaats van n, ξ als integratieveranderlijke in, en strekt men, wat geoorloofd is, de integralen uit van $\xi = -\infty$ tot $\xi = +\infty$, dan geeft (35)

$$A = \frac{\pi I}{2cm'} \left(z - \frac{1}{4cg'} z^2 \right),$$

of, wanneer men (10) in aanmerking neemt,

$$A = \frac{\pi I}{2cm} \left\{ N e^2 z - \frac{1}{4cg} (N e^2 z)^2 \right\}.$$

Voor eerst ziet men hieruit dat de absorptie in een oneindig dunne laag onafhankelijk van de waarde van g is. Ten tweede dat, als men ook den tweeden term moet behouden, voor een gegeven waarde van Nz , de absorptie des te grooter zal zijn, naarmate g grooter is. Neemt dus g met de dichtheid toe, dan moet de absorptie toenemen wanneer

men een zelfde hoeveelheid gas in een dünnere laag brengt. ÅNGSTRÖM¹⁾ heeft aangetoond dat dit bij koolzuur werkelijk het geval is.

Wij hadden dit kunnen verwachten, als wij hadden mogen aannemen dat het voortduren der trillingen door de botsingen der molekulen gestoord wordt; immers, bij vergrooting der dichtheid zou dan de tijd τ kleiner en dus blijkens (18) g grooter worden. Nu wij tot het besluit kwamen dat de trillingen door andere oorzaken gestoord worden, moeten wij uit de uitkomst van ÅNGSTRÖM afleiden dat die oorzaken toch op een of andere wijze zoo met de dichtheid van het gas samenhangen, dat bij de vergrooting van deze laatste de tijd τ afneemt.

§ 17. Tot nog toe hebben wij steeds aangenomen dat de grootheid η in onze formules veel grooter dan 1 is, en de waarden van dit getal die wij in § 12 vonden, zijn dan ook zoo groot dat het weinig waarschijnlijk is dat ooit η dicht bij 1 of daar beneden voor komen. Toch is er een verschijnsel dat alleen uit een kleine waarde van η verklaard kan worden. Dit is de dissymmetrie in het verschijnsel van ZEEMAN, die VOIGT²⁾ uit zijne theorie heeft afgeleid en waarvan het bestaan door waarnemingen van ZEEMAN³⁾ is bevestigd. Zij bestaat hierin dat bij kleine veldsterkten de componenten van het doublet op ongelijke afstanden van de oorspronkelijke spectraallijn liggen. Terwijl nl. bij grootere waarden van H de ligging der componenten aan $\xi = +\zeta$ en $\xi = -\zeta$ beantwoordt, beantwoordt zij bij zeer kleine veldsterkten aan $\xi = 0$ en $\xi = 1$.

VOIGT merkte aanstonds op dat men alleen dan tot de dissymmetrie komt wanneer η niet zeer groot is, maar trekt dan verder uit de omstandigheid dat ZEEMAN het verschijnsel nauwelijks kon waarnemen, het besluit dat in werkelijkheid de dissymmetrie zwak en dus η toch nog vrij wat grooter dan 1 is. Het komt mij voor dat men dit laatste niet mag aannemen, en wel omdat men alleen dan iets van de dissymmetrie zal kunnen bemerken, wanneer het verschil der afstanden van de beide componenten tot de oorspronkelijke lijn niet veel kleiner is dan de breedte der spectraallijn.

Wij zagen reeds (§ 9) dat, terwijl in het midden dezer lijn ξ de waarde 0 heeft, aan den rand $\xi = r\eta$ is. Was nu η noemenswaard

¹⁾ ÅNGSTRÖM, Über die Abhängigkeit der Absorption der Gase, besonders der Kohlensäure, von der Dichte, Ann. Phys., 6 (1901), p. 163.

²⁾ VOIGT, Über eine Dissymmetrie der ZEEMAN'schen normalen Triplets, Ann. Phys., 1 (1900), p. 376.

³⁾ ZEEMAN, Waarnemingen over eene asymmetrische verandering van ijzerlijnen bij straling in een magnetisch veld. Deze Verslagen, 8 (1900), p. 328.

grooter dan 1, dan zouden de plaatsen waar $\xi = 0$ en $\xi = 1$ is, d. w. z. waar zich in een zwak veld het midden der componenten van het doublet vertoont, binnen den absorptieband liggen; de dissymmetrie zou dus niet kunnen worden waargenomen.

§ 18. Hoe het nu verder met de waarde van η gesteld moge zijn, wij kunnen in elk geval uit de waarneembaarheid van de dissymmetrie afleiden dat men onder geschikte omstandigheden een verplaatsing van een lijn kan waarnemen, die beantwoordt aan een aangroeiing van $\xi = 0$ tot $\xi = 1$, dus blijkens de formule (36) aan een verandering

$$\frac{1}{2m'n_0} \dots \dots \dots (38)$$

der frequentie. Maar, als dit mogelijk is, mogen wij, wanneer er van de waarde van ξ gesproken wordt, ook grootheden die maar weinig kleiner dan 1 zijn, niet verwaarloozen.

Zulk een grootheid is de term α in de vergelijking (11), die zooals reeds gezegd werd, weinig van $\frac{1}{3}$ verschilt en tot nog toe buiten rekening werd gelaten. Willen wij nu dien term in aanmerking nemen, dan blijft toch al het boven besprokene gelden, wanneer wij n_0 vervangen door de grootheid n'_0 , die bepaald wordt door

$$f' - \alpha = m' n'_0{}^2; \dots \dots \dots (39)$$

dan gaat nl. (28) over in

$$\xi = m' (n'_0{}^2 - n^2).$$

Even als nu vroeger de plaats der maximale absorptie, of het midden der lijn, beantwoordde aan de frequentie n_0 , beantwoordt die nu aan n'_0 .

Nu is volgens (7) en (10)

$$f' = m' n_0{}^2,$$

dus volgens (39)

$$n'_0{}^2 = n_0{}^2 - \frac{\alpha}{m'}, \quad n'_0 = n_0 - \frac{\alpha}{2n_0 m'} \dots \dots \dots (40)$$

of, als men (10) in aanmerking neemt

$$n'_0 = n_0 - \frac{\alpha N e^2}{2 n_0 m} \dots \dots \dots (41)$$

Deze vergelijking leert ons dat bij vergrooing der dichtheid de absorptielijn zich een weinig naar de zijde der groote golflengten verplaatst. Zulk een verschuiving hebben werkelijk HUMPHREYS en MOHLER bij verhooging van druk in vele gevallen waargenomen. Ik durf niet beweren dat het door deze natuurkundigen ontdekte verschijnsel door de vergelijking (41) verklaard wordt, want men kan uit deze niet tot de wetten die zij uit hunne proeven hebben afgeleid, besluiten. Zeker

is het echter, dat in die gevallen, waarin de dissymmetrie van het verschijnsel van ZEEMAN waarneembaar is, ook de laatste term in (41), die zooals men ziet van dezelfde orde van grootte is als (38), groot genoeg is om een merkbaaren invloed op den stand der spectraallijn te hebben.

Dat de term α in (11) kan worden verwaarloosd wanneer η groot is, ziet men nu ook aanstonds in; de invloed dien deze term op de ligging van het midden der lijn heeft, is dan kleiner dan de breedte der lijn.¹⁾

§ 19. Wij zullen ten slotte nog overwegen, welken invloed de laatste term in (19), dien wij ook hebben weggelaten, heeft. Vervangt men f door $f + \frac{m}{\tau^2}$, dus, volgens (10) f' door $f' + \frac{m'}{\tau^2}$, wat wij door (f') zullen voorstellen, dan kan men (11), wanneer wij nu α verwaarloozen, weer in den vorm (28) schrijven. Stelt men nl.

$$n''_0 = \frac{(f')}{m'} = n_0 + \frac{1}{\tau^2} \cdot \dots \dots \dots (42)$$

dan wordt

$$\xi = m' (n''_0 - n_0).$$

Daar men voor (42) kan schrijven

$$n''_0 = n_0 + \frac{1}{2 \nu n_0 \tau^2} \cdot \dots \dots \dots (43)$$

ligt de absorptieband iets meer naar de zijde der kleine golflengten dan aan de frequentie n_0 beantwoordt, en zou hij iets verschoven worden zoodra de omstandigheden τ doen veranderen (§ 16). Intusschen mag men den laatsten term in (43) verwaarloozen, daar de verandering die hij in de plaats van den band brengt, veel kleiner is dan de halve breedte daarvan. Met welk gedeelte van deze laatste men hierbij te doen heeft, vindt men, als men de waarde $n''_0 - n_0$ uit (43) deelt door de waarde van $n - n_0$ uit (29). Er komt dan

$$\frac{1}{2 \nu n_0 \tau}$$

en dit is (verg. § 12) een kleine breuk, daar $n_0 \tau$ gelijk is aan het aantal trillingen in den tijd τ , vermenigvuldigd met 2 π .

¹⁾ Wat de breedte der absorptielijnen betreft, wijs ik er nog op, dat, zooals Prof. JULIUS mij deed opmerken, deze breedte bij sommige waarnemingen ten gevolge van de veranderingen die de anomale dispersie in den loop der stralen brengt, grooter wordt gezien dan aan de werkelijke absorptie beantwoordt. Bij de proeven van HALLO, waarvan ik boven gebruik heb gemaakt, is echter deze invloed waarschijnlijk niet in het spel geweest. Men mag dit m. i. besluiten uit het feit dat de emissiebanden vrij wel dezelfde breedte hadden als de absorptiebanden.

Scheikunde. — De Heer LORENTZ biedt eene mededeeling aan van den Heer J. J. VAN LAAR: „Over het verloop der spinodale en plooi-puntlijnen bij binaire mengsels van normale stoffen”. (Derde mededeeling).

(Mede aangeboden door den Heer H. W. BAKHUIS ROOZEBOOM).

1. In mijne laatste mededeeling ¹⁾ over het bovenstaande onderwerp discussieerde ik de algemeene vergelijkingen van de spinodale en plooi-puntlijnen, nl. $RT = f(v, x)$ en $F(v, x) = 0$ (in een daaraan voorafgaande mededeeling ²⁾ afgeleid) voor het speciale geval $b_1 = b_2$, d. w. z. $\alpha = \theta$, wanneer α de verhouding der kritische drukken $\frac{p_2}{p_1}$, en θ die der kritische temperaturen $\frac{T_2}{T_1}$ der componenten voorstelt. (De hoogste kritische temperatuur is altijd T_2).

Uitgegaan werd van de toestandsvergelijking van VAN DER WAALS, waarbij b onafhankelijk van v en T werd aangenomen, terwijl verder in de kwadratische betrekkingen

$$\begin{cases} b = (1-x)^2 b_1 + 2x(1-x) b_{12} + x^2 b_2 \\ a = (1-x)^2 a_1 + 2x(1-x) a_{12} + x^2 a_2 \end{cases}$$

werd ondersteld:

$$b_{12} = \frac{1}{2}(b_1 + b_2) \quad ; \quad a_{12} = \sqrt{a_1 a_2}, \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

waardoor de bovenstaande uitdrukkingen overgaan in

$$\begin{cases} b = (1-x) b_1 + x b_2 \\ a = ((1-x) \sqrt{a_1} + x \sqrt{a_2})^2. \end{cases}$$

Voortaan zullen wij door den naam *normale* (binaire) *mengsels* zulke mengsels aanduiden, waarvan niet alleen de componenten enkelvoudig zijn, maar waar de beide betrekkingen (1) als vervuld mogen worden aangenomen.

De bedoelde discussie voerde tot het bestaan van twee afzonderlijke takken der plooi-puntlijn (zie de plaat l. c.), welke bij een bepaalde waarde van θ een dubbelpunt vertoonen (fig. 4). Is $\theta < 2,89$ (wanneer nl. $b_1 = b_2$ is), dan heeft men het normale verloop, in fig. 2 voorgesteld; is $\theta > 2,89$, dan vindt men het anomale verloop, in fig. 1 voorgesteld, hetwelk tot dusver slechts mogelijk werd geacht bij mengsels, waarvan minstens één der componenten associeerend (anomaal) is. ($C_2H_6 + CH_3OH$, $C_2H_6 + H_2O$, $SO_2 + H_2O$, Aether + H_2O).

Nog werd de mogelijkheid van een derde geval (zie fig. 3) aan-

¹⁾ Deze Verslagen van 7 Juni 1905, p. 14—29.

²⁾ Ibid. van 5 April 1905, p. 685—696.

geduid, waarvan o. a. door KUENEN voorbeelden zijn beschreven ($C_2H_6 + C_2H_5OH$, enz.), maar hierop werd niet verder ingegaan, evenmin als op de overigens reeds bekende comodale verhoudingen en driefasen-evenwichten (door KORTEWEG EN VAN DER WAAALS in hoofdzaak reeds vroeger beschreven).

In een latere Verhandeling¹⁾ werd de plaats van het dubbelpunt, waarvan de kennis belangrijk is, omdat zij de scheiding aangeeft van twee zeer verschillende typen, bepaald voor het geheel algemeene

geval $b_1 \gtrless b_2$, en de discussie van het verloop der plooiingslijn nog

uitgebreid voor het geval $\alpha = 1$, d. w. z. voor het dikwijls voorkomende geval, dat de kritische drukken der beide componenten gelijk zijn. Er werd in dit laatste geval o. a. gevonden, dat eerst bij $\theta > 9,9$ het geval van fig. 1 l. c. intreedt.

Voorts leidde ik uit de geheel algemeene uitdrukking

$$RT = f(r, x) : F(r, x) = 0$$

der plooiingslijn nog het aanvangsverloop, n. l. $\frac{1}{T_1} \left(\frac{dT_c}{dr} \right)_x$ af²⁾, voornamelijk in verband met vroeger dienaangaande genite meeningen.

Zoals ik reeds vroeger opmerkte (l. c. p. 15), had reeds VAN DER WAAALS de differentiaalvergelijking der plooiingslijn opgesteld, en daaruit een reeks algemeene gevolgtrekkingen afgeleid. Ook in een paar stukken van zeer recenten datum³⁾ werd door hem op de bekende magistrale wijze aangetoond hoever men met algemeene thermodynamische beschouwingen en algemeene betrekkingen, aan de toestandsvergelijking ontleend, kan komen. Maar waar VAN DER WAAALS zelf in zijn *Ternaire Stelsels* (IV, p. 91—92 (Deze Verslagen van 12 Juni 1902)) geheel terecht met nadruk op het ongerijnde wijst der vaak voorkomende meening als zou voor de kennis der binaire stelsels een toestandsvergelijking onnoodig zijn, zoo heb ik gemeend een niet onnut werk te verrichten, door de differentiaalvergelijking der plooiingslijn, n. l. $\frac{\partial f}{\partial r} + \frac{\partial f}{\partial r} \left(\frac{\partial r}{\partial c} \right)_{p,T}$, waarin f het tweede lid van $RT = f(r, x)$ — de vergelijking der spinodale lijnen — voorstelt, door middel der toestandsvergelijking in een *vindige* betrekking $F(r, x)$

¹⁾ Arch. TEYLER (2) X, Première partie, p. 1—26 (1905).

²⁾ Deze Verslagen van 14 Juli 1905, p. 108—116.

³⁾ Ibid. van 12 Oct. 1905, p. 230—258. Het eerstgenoemde stuk werd door mij (l. c. p. 15) geciteerd, en er is dus in het geheel niet „over het hoofd gezien”, dat reeds 10 jaren geleden door VAN DER WAAALS de hoofdeigenschappen der kritische lijn, enz. zijn vastgesteld. (zie v. d. WAAALS l. c. p. 230).

om te zetten, welke gecombineerd met $RT = f(v, x)$, de plooi-puntslijn in de gewone gegevens T, v, x uitdrukt. Daardoor was het mij mogelijk nieuwe bijzonderheden aangaande het verloop daarvan (o.a. de splitsing in twee afzonderlijke takken) te weten te komen, en nauwkeuriger dan tot dusver het geval was, diŕ verloop in bijzonderheden na te gaan. Ik wees er mede op (l. c. p. 15), dat reeds vóór mij KORTEWEG beproefd heeft een eindige uitdrukking voor de plooi-puntslijn te vinden, maar daarin niet geheel is mogen slagen. De discussie strekt zich bij hem tenslotte uit over het bijzondere geval¹⁾ $b_1 = b_2 = b_{12}$, $a_1 = a_2$ (maar $a_{12} = \alpha a_2$), terwijl in mijne geciteerde mededeeling bij de *discussie* wel $b_1 = b_2$ werd aangenomen, maar $a_1 > a_2$ (en $a_{12} = \sqrt{a_1 a_2}$). Het stuk van KORTEWEG is van het grootste belang, vooral ten aanzien der dikwijls zoo ingewikkelde connodale betrekkingen, waarop wij dadelijk nog zullen terugkomen.

Nu ik eenmaal de vergelijking der plooi-puntslijn in den boven bedoelden eindigen vorm had afgeleid, was het een geringe moeite ook voor de uitdrukking $\frac{1}{T_1} \left(\frac{dT_x}{dx} \right)_0$ aan de zijde der laagste kritische temperatuur een nauwkeurige uitdrukking af te leiden, waarin *alleen* voorkomen de grootheden $\theta = \frac{T_2}{T_1}$ en $\alpha = \frac{\rho_2}{\rho_1}$. In het door mij in de geciteerde Verhandeling genoemde stuk van VAN DER WAALS geeft deze alweder slechts de algemeene *differentiaal* vergelijking voor de genoemde uitdrukking. (verg. (9), p. 89 l. c.).

2. Er blijven nu nog eenige belangrijke punten ter bespreking over.

1°. De bespreking van het overgangsgeval bij het *dubbelpunt*, wat den loop der spinodale lijnen, enz. betreft; en de discussie aangaande de mogelijkheid van het 3^e geval (l. c. fig. 3).

2°. De behandeling van het bijzondere geval $\theta = 1$.

3°. De verschillende *connodale* verhoudingen bij de drie hoofdgevallen en bij het overgangsgeval.

4°. De bijzonderheid van het *keerpunt* bij R_1 , R_2 en R_2' in de ρ, T -voorstellingen der drie gevallen (l. c. fig. 1a, 2a en 3a).

5°. De kwestie aangaande het optreden van een *minimum*-kritische temperatuur, en in verband daarmee van een *maximum*-dampdruk.

Beginnen wij in aansluiting aan onze laatste Verhandeling (l. c. p. 108–116) met het 5^e punt.

¹⁾ Arch. Néerl. 24 (1891), p. 297, 324, 337 en 341.

a. *Minimum-kritische temperatuur.*

In die Verhandeling werd door mij afgeleid de formule

$$\frac{1}{T_1} \left(\frac{dT_x}{dx} \right)_a = \Delta = \theta \sqrt{\frac{1}{\alpha}} \left[\theta \sqrt{\frac{1}{\alpha}} \left(\frac{3}{2} - \frac{1}{2} \sqrt{\frac{1}{\alpha}} \right)^2 - 1 \right]. \quad (2)$$

$\Delta < 0$ gesteld, geeft derhalve:

$$\theta \sqrt{\frac{1}{\alpha}} \left(\frac{3}{2} - \frac{1}{2} \sqrt{\frac{1}{\alpha}} \right)^2 - 1 < 0,$$

d. w. z.

$$\theta < \frac{\sqrt{\alpha}}{\left(\frac{3}{2} - \frac{1}{2} \sqrt{\frac{1}{\alpha}} \right)^2},$$

of

$$\theta < \frac{4\alpha\sqrt{\alpha}}{(3\sqrt{\alpha}-1)^2} \dots \dots \dots (3)$$

Dit geeft het volgende overzicht.

$\alpha = \frac{1}{25}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{4}$	1	4	9	16	25
$\theta < \frac{1}{5}$	1	∞	2	1	$1\frac{1}{25}$	$1\frac{2}{9}$	$2\frac{14}{121}$	$2\frac{27}{49}$

En daar θ altijd > 1 wordt ondersteld (T_1 is de laagste der beide kritische temperaturen), zoo kan een minimum-kritische temperatuur alleen dan optreden, wanneer α , d.w.z. de verhouding der beide kritische drukken $> \frac{1}{16}$ is.

Is $\alpha = \frac{1}{9}$, dan komt dit bij *alle* waarden van θ voor; is $\alpha = \frac{1}{4}$, dan alleen bij waarden van θ tusschen 1 en 2; enz. enz. (Bij $\alpha = 1$ treedt in bovenstaande rij van uiterste waarden voor θ een minimum op, nl. $\theta = 1$). Nu zal α in de allermeeste gevallen wel tusschen 1 en 4 inliggen, zoodat θ altijd zeer dicht bij 1 zal moeten wezen, zal er een minimale kritische temperatuur gevonden worden.

Nemen wij als voorbeeld de normale stoffen C_2H_6 en N_2O , door KREXEN onderzocht. Hier is

$$\alpha = \frac{74}{45} = 1,65, \quad \sqrt{\alpha} = 1,29, \quad \theta = \frac{273 + 36}{273 + 35} = 1,00.$$

Volgens bovenstaande regel moet nu $\theta < 1,04$ zijn, zal T_1 minimum zijn. Dit is hier het geval. Inderdaad vond KREXEN een minimale waarde van T_1 .

Wij maken er nog opmerkzaam op, dat wanneer $b_1 = b_2$ is, dus $\alpha = \theta$, er *geen* waarde van θ bestaat > 1 , welke aan de ongelijkheid (3) voldoet. Bij $\theta = \alpha = 1$ ($a_1 = a_2$, $b_1 = b_2$) zijn de beide leden gelijk, en is de lijn der kritische temperaturen eene rechte lijn. Het voorgaande is geheel in overeenstemming met hetgeen wij in een vroegere Verhandeling aangaande dit punt hebben afgeleid. I.e. p. 24.

Ook in het bijzondere geval $\tau \equiv 1$ bestaat er blijkbaar *geen enkele* waarde van θ , grooter dan 1, die aan (3) voldoet. Maar in het geval $\theta \equiv 1$ is er *altijd* een waarde van τ denkbaar, welke een minimale T_x levert. Blijkbaar moet, daar $4(\sqrt{\tau})^2 - 9(1/\sqrt{\tau})^2 + 6\sqrt{\tau} - 1 = (\sqrt{\tau} - 1)^2 (4\sqrt{\tau} - 1)$ is, $\sqrt{\tau}$ dan grooter zijn dan $1/4$, en derhalve $\tau > \frac{1}{16}$, in overeenstemming met het reeds boven gevondene.

b. Maximale dampdruk. Deze zal, naar bekend is, bij hoogere temperaturen voorkomen, wanneer bij *lagere* temperaturen bij het optreden van een driephasenevenwicht de driepasendruk niet tussehen de dampdrukken der beide componenten inligt, maar grooter is dan beide. De samenstelling x_3 van den damp ligt dan *tussehen* de samenstellingen x_1 en x_2 der beide vloeistofphasen. Aan de zijde der laagste kritische temperatuur zal dan steeds $x_3 > x_1$ moeten zijn.

Gaan wij thans de voorwaarde daarvoor na.

Bij evenwicht tussehen de fasen 1 en 3 is blijkbaar, wanneer μ_a en μ_b de moleculaire potentialen voorstellen der beide componenten:

$$(\mu_a)_1 = (\mu_a)_3 \quad ; \quad (\mu_b)_1 = (\mu_b)_3,$$

of

$$\left. \begin{aligned} C_a - \left(\Omega - x \frac{\partial \Omega}{\partial x} \right)_1 + RT \log(1-x_1) &= C_a - \left(\Omega - x \frac{\partial \Omega}{\partial x} \right)_3 + RT \log(1-x_3) \\ C_b - \left(\Omega + (1-x) \frac{\partial \Omega}{\partial x} \right)_1 + RT \log x_1 &= C_b - \left(\Omega + (1-x) \frac{\partial \Omega}{\partial x} \right)_3 + RT \log x_3 \end{aligned} \right\}$$

waarin $\Omega = \int p dv - pv$, en C_a en C_b temperatuurfunctiën zijn.

Aftekking der beide vergelijkingen geeft:

$$\frac{\partial \Omega}{\partial x_1} + RT \log \frac{1-x_1}{x_1} = \frac{\partial \Omega}{\partial x_3} + RT \log \frac{1-x_3}{x_3},$$

of

$$\log \frac{1-x_1}{x_1} \frac{x_3}{1-x_3} = \frac{1}{RT} \left[\frac{\partial \Omega}{\partial x_3} - \frac{\partial \Omega}{\partial x_1} \right],$$

zoals reeds meermalen, o. a. door VAN DER WAALS, is afgeleid.

Nu vonden wij vroeger voor $\frac{\partial \Omega}{\partial x}$ (l.e. p. 688, formule (3), en bl. 689 boven):

$$\frac{\partial \Omega}{\partial x} = \frac{2V_a}{v} (V a_2 - V a_1) - \left(p + \frac{a}{v^2} \right) (b_2 - b_1).$$

Bij $x = 0$ heeft men derhalve, als wanneer $a = a_1$ is:

$$\left(\frac{\partial \Omega}{\partial x} - \frac{\partial \Omega}{\partial x_1} \right)_{x=0} = 2V a_1 (V a_2 - V a_1) \left(\frac{1}{v_3} - \frac{1}{v_1} \right) - a_1 (b_2 - b_1) \left(\frac{1}{v_3^2} - \frac{1}{v_1^2} \right),$$

zoodat wij bij *lage* temperaturen (wanneer $\frac{1}{v_3}$ en $\frac{1}{v_3^2}$ kunnen worden weggelaten, en $v_1 = b_1$ kan gesteld worden) verkrijgen:

$$\left(\log \frac{x_3}{x_1} \right)_{2=0} = \frac{1}{RT} \left[\frac{a_1(b_2 - b_1)}{b_1^2} - 2 \frac{a_1(v_3 a_2 - v_3 a_1)}{b_1} \right] \quad (4)$$

Reeds hiernit ziet men, dat wanneer $b_2 = b_1$ is ($\pi = \theta$), dus $v a_2 > v a_1$ (omdat $\theta > 1$ moet zijn), $\left(\log \frac{x_3}{x_1} \right)_0$ altijd *negatief* is, d. w. z. $x_3 < x_1$. Derhalve evenmin een driehasadruk $>$ dan de beide dampdrukken, als een minimale kritische temperatuur.

Leiden wij nu verder uit (4) de voorwaarde voor $x_3 > x_1$ af. Dan moet (deelende door $\frac{v a_1}{b_1}$):

$$\frac{v a_1}{b_1} (b_2 - b_1) > 2(v a_2 - v a_1)$$

zijn, d. w. z.

$$\frac{b_2}{b_1} - 1 > 2 \left(\frac{v a_2}{v a_1} - 1 \right).$$

of daar $\frac{b_2}{b_1} = \frac{\theta}{\pi}$ en $\frac{v a_2}{v a_1} = \frac{\theta}{v \pi}$ is:

$$\frac{\theta}{\pi} + 1 > 2 \frac{\theta}{v \pi}.$$

waaruit volgt:

$$\theta < \frac{\pi}{2\sqrt{\pi} - 1} \quad \dots \quad (5)$$

Deze voorwaarde is derhalve een andere dan de voorwaarde (3) voor de minimale kritische temperatuur, en wij zullen dadelijk nagaan in hoever de beide voorwaarden elkaar in- of uitsluiten.

Evenmin als bij $\pi = \theta$, voldoet weder bij $\pi = 1$ een waarde van θ aan bovenstaande ongelijkheid. Is $\theta = 1$, dan moet, mits $v \pi > \frac{1}{2}$, $\pi - 2\sqrt{\pi} + 1 > 0$ zijn; en daar dit laatste altijd vervuld zal wezen, zoo zal bij $\theta = 1$ aan de zijde van den 1ste component $x_3 > x_1$ zijn, wanneer $\pi > \frac{1}{4}$ is. (Bij $\theta = 1$ vonden wij alleen dan een minimale kritische temperatuur, wanneer $\pi > \frac{1}{16}$ is).

Wij kunnen nu gemakkelijk aantoonen, dat altijd

$$\frac{4\pi \sqrt{\pi}}{(3\sqrt{\pi} - 1)^2} < \frac{\pi}{2\sqrt{\pi} - 1}$$

is, zoolang $\pi > \frac{1}{4}$ is. Immers het bovenstaande leidt tot

$$(3\sqrt{\pi} - 1)^2 > 4\sqrt{\pi}(2\sqrt{\pi} - 1),$$

d. w. z. tot $\pi - 2\sqrt{\pi} + 1 > 0$, wat alweder altijd vervuld is.

Wij hebben derhalve bij $\alpha > \frac{1}{4}$:

Is er een minimale kritische temperatuur, dan is ook $x_3 > x_1$ (maar niet noodzakelijk omgekeerd): is niet $x_3 > x_1$, dan is er ook geen minimale T_c . (alweder behoeft niet het omgekeerde waar te wezen).

Mocht $\alpha < \frac{1}{4}$ zijn, dan is nooit $x_3 > x_1$, terwijl T_c alsdan alleen minimum is, wanneer (3) is vervuld, zoolang n.l. $\alpha > \frac{1}{16}$ blijft. Maar dit exceptioneele geval, n.l. dat bij $\theta > 1$ de waarde van α beneden $\frac{1}{4}$ blijft, zal wel uiterst zelden voorkomen.

Uit het bovenstaande blijkt dus ten volle, dat de beide voorwaarden elkaar wel dikwijls, maar lang niet altijd insluiten.

Een enkel voorbeeld: Aether + H_2O .

Hier is $\theta = \frac{273 + 364}{273 + 195} = 1,36$, $\alpha = \frac{195}{36} = 5,42$, $\sqrt{\alpha} = 2,35$. Het

tweede lid van (3) wordt dus $= \frac{51,0}{36,6} = 1,39$. Daar alzoo $\theta < 1,39$

is, zoo zal er een minimale kritische temperatuur zijn, en dus ook $x_3 > x_1$ volgens bovenstaanden regel. Inderdaad is het tweede lid van (5) = 1,46, en $\theta < 1,39$ zijnde, is dus θ a fortiori $< 1,46$.

Het gevondene is in overeenstemming met de werkelijkheid, daar de driepasendruk grooter dan de dampdruk van aether werd gevonden.

Nemen wij nu eens $C_2H_6 + H_2O$.

Hier werd de driepasendruk kleiner dan die van C_2H_6 gevonden. Gaan wij na of de ongelijkheid (5) hetzelfde voorspelt. Daar

$\theta = \frac{273 + 364}{273 + 35} = 2,07$ is, $\alpha = \frac{195}{45,2} = 4,31$, $\sqrt{\alpha} = 2,08$, zoo vindt

men voor $\frac{\alpha}{2\sqrt{\alpha}-1}$ de waarde 1,36. En nu is dus 2,07 niet $< 1,36$.

De regel komt dus alweer uit.

Volgens bovenstaanden regel is er nu ook geen minimale kritische temperatuur. Het tweede lid van (3) wordt thans $= \frac{35,9}{27,5} = 1,31$, en 2,07 is nog minder $< 1,31$ dan $< 1,36$.

De beide voorbeelden zijn representanten van het eerste Hoofdtype, waar een plooiingslijn van C_1 naar 1, en een van C_2 naar C_3 loopt.

De lezer zal opmerken, dat hier water als 2^e component fungeert, derhalve een zeer anomale stof. Maar men bedenke, dat in de nabijheid van $x = 0$, waar de beide regels gelden, de vloeibare phase bijna geheel uit aether (resp. C_2H_6) bestaat, zoodat het daarin aanwezige water tengevolge van de uiterst groote verdunning als nagevoeg volkomen normaal kan worden beschouwd.

Volledigheidshalve vermelden wij nog, dat twee andere bekende

voorbeelden, die met de genoemde nagenoeg de eenig bekende of liever onderzochte zijn, welke tot Type I behooren, beide den afgeleiden regel volgen.

Bij $C_2H_6 + CH_3OH$ is n. l. $\theta = 1,69$, $\tau = 1,63$, dus van wege $\tau = \theta$ kan x_3 niet $> x_1$ zijn. En bij $SO_2 + H_2O$ is $\theta = 1,49$, $\tau = 2,47$, $\sqrt{\tau} = 1,57$, derhalve is het tweede lid van (5) = 1,15. En 1,49 is niet $< 1,15$, mitsdien ook x_3 niet $> x_1$. Dit sluit dan weer in, dat *geen* minimale kritische temperatuur optreedt.

Dat dus van de vier mengsels $C_2H_6 + CH_3OH$, $C_2H_6 + H_2O$, $SO_2 + H_2O$ en aether + H_2O alleen het laatste een driephasendruk vertoont, *groter* dan de dampdrukken der beide componenten, is met de boven gegeven theoretische afleidingen in volmaakte overeenstemming.

3. Bespreken wij thans kortelijk het *derde* punt, nl. de *connodale* verhoudingen. Aan de hand van de verschillende figuren der bijgevoegde plaat kunnen wij met weinig woorden volstaan. Het essentiële gaf ik reeds met een paar aanduidingen in een mijner laatste stukken (l. c. p. 18 onder en 19 boven; bl. 25 onder en 26 boven, bl. 29 midden), waarbij ik verwees naar de bekende stukken van KORTEWEG, wat het verloop in de omgeving der punten R_1 en R_2 betreft, en naar een paar stukken van VAN DER WAALS, wat de punten R_1 en R_2 bij het derde hoofdtype betref.

Wij kunnen daar thans aan toevoegen, dat onlangs door VAN DER WAALS [in hetzelfde Akademierverslag als waarin mijn eerste stuk over de spinodale en plooiingslijnen verscheen (5 April 1905)] een aanvulling is gegeven van zijne vroegere beschouwingen omtrent het zoovevengenoemde 3^e type, in overeenstemming met hetgeen reeds 14 jaar geleden door KORTEWEG dienaangaande is afgeleid (l. c. p. 316—318, fig. 30—35). Wij hebben dit transformatieverloop dan ook in onze fig. 9, 10 en 11 gereproduceerd, maar nu in verband met onze vroegere beschouwingen aangaande het beloop der plooiingslijn. Zoo ook in andere gevallen.

a. *Hoofdtype I* (fig. 1—6).

In fig. 1 ziet men de gestadige vervorming der hoofd(dwars)plooi, wanneer de temperatuur daalt van $\tau = \frac{T}{T_0} = 2,37$ bij C_2 tot 0,80.

Deze getallenwaarden hebben betrekking op het bijzondere geval $b_1 = b_2$ maar wanneer $b_1 < b_2$ is, worden de verhoudingen alleen *numeriek* gewijzigd, zooals ik in het boven geciteerde stuk in de Arch. Teyler heb aangetoond). T_0 is de temperatuur van het punt C_0 , en is = 1

gesteld. $\theta = \frac{T_2}{T_1}$ is hier $= 1$. (zie over deze en andere gegevens de reeds meermalen genoemde Verhandeling in deze Verslagen).

Het plooi punt P is sterk naar de zijde der kleine volumina verschoven; steeds is er evenwicht tusschen een gasvormige phase 3 en een vloeistofphase 2, die betrekkelijk rijk aan den 2^{en} component is. Bij kleinere volumina is de gasphase 3 feitelijk aan een vloeistofphase gelijk, maar de overgang is geleidelijk. [De doorgetrokken randlijnen der plooiën in hunne v, v -projectie, waarop de rechte verbindingslijnen der corresponderende noden rusten, stellen overal de commodale lijnen voor; de gestippelde lijnen de spinodale lijnen; de plooi puntslijn is door kruisjes aangegeven].

Bij $\tau = 1,6$ en $\tau = 1$ ziet men de commodale lijnen in de figuur. Komt τ iets beneden 1, b. v. 0,98, dan ontstaat een commodale lijn op kleinen afstand rondom C'_0 loopende, terwijl de groote commodale lijn met haar plooi punt verder naar C'_0 gaat. Bij $\tau = 0,97$ ontmoeten de twee plooiën elkaar in een *homogeen dubbelplooi punt*¹⁾. Bij nog lagere temperaturen heeft men een geopende plooi, waarvan de twee takken der commodale lijn naar rechts en links uiteengaan, en die men voor $\tau = 0,8$ getoekend ziet. Tot de hoogste drukken toe zijn dan x_1 en x_2 verschillend, en is het niet meer mogelijk de beide phasen 2 en 3 door druk, hoe groot ook, tot één homogene vloeistofphase te mengen. Bij waarden van T tusschen T'_0 en $0,97 T'_0$ werd de bij een zekeren hoogen druk bereikte homogeniteit bij nog hoogerem druk weer verbroken, waarna de beide phasen steeds verder, tot aan een zekere grens uiteengaan.

In fig. 2 is een belangrijk moment voorgesteld. Bij $\tau = 0,63$ raakt n.l. de spinodale lijn in R_1 aan de plooi puntslijn C'_1A , en van dit oogenblik af begint zich binnen de eigenlijke commodale lijn een nieuwe gesloten commodale lijn te vormen van de gedaante als in fig. 3 ($\tau = 0,62$) is afgebeeld. De spinodale lijn raakt twee keer aan die geïsoleerde kronne, en wel in de plooi punten p en p' . [Dit alles is reeds door KORTEWEG (l. c.) uitvoerig uiteengezet], welke bij $\tau = 0,63$ in R_1 tot een z. g. „*point double hétérogène*” samenvallen²⁾. De bedoelde commodale lijn geeft echter nog geen realiseerbare evenwichten, aangezien die lijn op het η -vlak *boven* het raakvlak aan

1) In fig. 1 schijnen de spinodale lijnen elkaar in dit dubbelpunt te raken; dit moet natuurlijk een snijding zijn.

2) Het behoeft nauwelijks gezegd te worden, dat van de plooi puntslijn telkens slechts één, na de raking bij R_1 twee punten met de temperatuur der beschouwde spinodale en commodale lijn corresponderen. Alle andere punten der telkens in haar geheel geprojecteerde plooi puntslijn behooren bij andere, lagere en hoogerem temperaturen.

de eigenlijke connodale lijn, die de fasen 3 en 2 bepaalt, is gelegen.

Fig. 3a geeft een vergrootte, geschematiseerde voorstelling van die geïsoleerde connodale lijn, waar eenige rechte lijnen de „verborgen“, irrealisabele evenwichten voorstellen. De punten a en a' , en evenzoo b en b' zijn corresponderende punten. De „staart“ bij b' is steeds naar de zijde van het plooi punt (bij ons reeds verdwenen) van de hoofdplooi gericht; de „punt“ bij a ligt aan de tegenovergestelde zijde.

Wij maken er opmerkzaam op, dat het verloop der spinodale lijn, zooals in fig. 3 en 3a is geteekend, insluit dat deze op de bijzondere, in fig. 2 aangegeven wijze aan de plooi puntlijn raakt. Het bovenste stuk valt n.l. in de onmiddellijke nabijheid van R_1 links van de gemeenschappelijke raaklijn, het benedenste stuk *rechts* daarvan.

Bij nog iets lagere temperatuur, in ons voorbeeld bij $\tau = 0,61$ (fig. 4), begint de geïsoleerde connodale lijn (in M) te *raken* aan de eigenlijke connodale lijn, en van dit oogenblik af zal een der beide nieuwe plooi punten, n.l. p , het plooi punt van een nieuwe zijplooi worden, die alzoo op de boven beschreven wijze uit de hoofdplooi is ontstaan. Zie bv. fig. 5, waar $\tau = 0,60$ is. Het punt p' is steeds irrealisabel, en dit blijft zoo tot het absolute nulpunt toe, waar de plooi puntlijn in A eindigt. Daarentegen zullen alle plooi punten P van af M tot C_1 toe realisabele plooi punten der nieuwe plooi vormen.

In fig. 4 begint de fase 3 zich te splitsen in twee nieuwe fasen, de eigenlijke gasfase 3 en een nieuwe vloeistofphase 1, rijk aan den 1^{en} component van het mengsel. Er is een driephasenlijn, begin van een driephasendriehoek (zie fig. 5), die zich van nu af tot aan de laagste temperaturen handhaaft.

In fig. 5 ziet men ook hoe de vroegere doorlopende connodale lijn, maar die thans in de hoekpunten 1 en 3 van den driephasendriehoek wordt afgebroken, op het ψ -vlak doorloopt. Hiermede correspondeert de bekende „kam“ op de connodale lijn bij 2.

Bij $\tau = 0,59$ bereikt het nieuwe plooi punt P de laagste kritische temperatuur C_1 , en van dat oogenblik af is de zijplooi steeds aan de zijde $x = 0$ geopend, en dit blijft tot aan de laagste temperaturen toe.

De p, v -voorstellingen zijn wegens plaatsgebrek weggelaten.

Fig. 6 geeft de p, T -voorstelling der plooi puntlijnen. Opmerkenswaardig hierbij is, dat in de lijn C_1A bij R_1 , waar de spinodale lijn *raakt* aan de plooi puntlijn (verg. fig. 2), een *keerpunt* optreedt. Wij zullen dit later nog bewijzen. Zooals wij reeds in onze vroegere Verhandeling hebben aangetoond, nadert de druk p bij A , waar $T = 0$ is, tot $-2\tau p_1$. (Deze afleiding geldt blijkbaar ook voor het algemeene geval dat $b \gtrless 0$ is). Vergelijking met fig. 4 leert, dat het

punt M , waar de driephasendruk begint, ligt bij een temperatuur, *lager* dan die van R_1 . Is de driephasendruk ingelegend tusschen de dampdrukken der beide componenten (de doorgetrokken lijnen, van C_1 en C_2 uitgaande, stellen de dampspanningslijnen voor), is n. a. w. $x_1 > x_3$, dan geldt fig. 6; is daarentegen $x_3 > x_1$ en de driephasendruk steeds hooger dan de dampdruk van beide componenten, dan geldt fig. 6a. De lijn C_1R vertoont alsdan een minimum. (In de figuur is de driephasendruklijn steeds door $\Delta\Delta\Delta$ aangegeven).

b. Hoofdtype II.

Na het bovenbesprokene zijn de verhoudingen bij dit type ook zonder figuren voldoende weer te geven. Bij een temperatuur iets lager dan die van R_2 , waar de spinodale lijn wederom de plooi-puntslijn (nu C_0A) raakt, treedt weer een driephasenevenwicht op. Thans splitst zich niet de gasphase 3 in 3 en 1, zooals bij Type I, maar de vloeistofphase 2 in twee vloeistofphases 2 en 1. Evenals bij type I de plooi-punten van M (tusschen R_1 en C_1) tot A irrealisabel waren (zie ook fig. 6), zijn het ook thans die van M (nu tusschen R_2 en C_1) tot A . Het gevormde driephasenevenwicht blijft tot aan de laagste temperaturen toe bestaan. Daarbij doet zich weer hetzelfde verschijnsel van de minimale kritische temperatuur in de nabijheid van C_0 voor, evenals bij type I. Bij temperaturen lager dan $T = 0,96 T_0$ zijn de beide vloeistofphases 1 en 2 door druk, hoe groot ook, niet meer tot één homogene phase te mengen.

Ook de achtereenvolgende p, x -lijnen zijn wederom weggelaten. Eindelijk vinden wij in fig. 7 de p, T -voorstelling. De driephasendruklijn is hier tusschen de beide dampdruklijnen ingelegend, zoodat dus aan den rand bij $x = 0$ $x_3 < x_1$ is.

c. Hoofdtype III.

De mogelijkheid hiervan bij mengsels van *normale* stoffen zal later afzonderlijk worden nagegaan. Wanneer het optreedt (o. a. bij mengsels van C_2H_6 met C_2H_5OH , enz., bij triaethylamin en water), dan heeft de plooi-puntslijn C_1C_2 de in fig. 8 geteekende gedaante.

Gaande vanaf de hoogste kritische temperatuur bij C_2 naar beneden, zal bij de door t_3 aangeduide temperatuur weer een dubbelplooi-punt bij R_1 optreden, derhalve bij iets lagere temperatuur vorming van een geïsoleerde conmodale lijn, als in fig. 3. Dit gaat zoo door totdat bij t_1 die gesloten lijn in M'' naar buiten begint te treden, d. w. z. buiten de eigenlijke conmodale lijn der hoofdplooi, waarbij zich evenals in fig. 4 de phase 3 in 3 en 1 begint te splitsen. Die splitsing zelf bij t_2 is voorgesteld in fig. 9. Er heeft zich dan evenals in fig. 5

een driefasenevenwicht gevormd. Het verloop der verschillende comodale lijnen is nog geheel hetzelfde als bij het analoge geval in fig. 5, alleen was daar het plooi punt P der hoofdplooi reeds verdwenen. Dit verloop is, zooals boven gezegd, reeds door KORTEWEG aangegeven, en ook VAN DER WAALS heeft dit in een zijner laatste mededeelingen (i.e.), aangaande de transformatie van een hoofdplooi in een zijplooï en omgekeerd, aanvaard.

Echter, het gevormde driefasenevenwicht is, zooals wij zullen zien, niet van langen duur. Bij nog iets lagere temperatuur t_* heeft er (zie fig. 10) een zeer belangwekkende transformatie plaats, eveneens door KORTEWEG (i.e. p. 318, fig. 34), en later door VAN DER WAALS (i.e.) aangegeven. De bij fig. 9 geplaatste kleine letters a, b, c, d en a', b', c', d' geven de vervorming bij vergelijking der figg. duidelijk aan.

Weer iets lager, bij t_2 (fig. 11), zijn de rollen verwisseld, de zijplooï van fig. 9 is nu hoofdplooi geworden, en omgekeerd heeft de hoofdplooi zich tot zijplooï vervormd. Merken wij op, dat de „staart” bij b altijd naar de zijde der hoofdplooi is gekeerd, zoowel in fig. 9 als in fig. 11. Ook de „kam” is na den overgang van fig. 10 van plaats verwisseld.

En daarna herneemt de verdere transformatie haar normalen gang. Er komt een oogenblik, bij t_* (in fig. 8 voorgesteld), dat de geïsoleerde comodale lijn van fig. 11 begint onder te duiken binnen de eigenlijke comodale lijn der hoofdplooi. Dit geschiedt in M' , en het is dan met het driefasenevenwicht, dat alzoo slechts van kortstondigen duur is geweest, gedaan. De beide fasen 1 en 2 zijn weer saamgevallen, en men heeft daarna nog slechts coëxistentie van 3 en 2, evenals vroeger, en evenals bij type II vóór M in de nabijheid van R_2 . Het plooi punt P van de hoofdplooi blijft nog eenigen tijd bestaan, doch zal spoedig (bij C_1) eveneens verdwijnen.¹⁾ Ook de gesloten comodale lijn blijft voorbij M' nog een korten tijd binnen de eigenlijke comodale lijn, wordt hoe langer hoe kleiner, en verdwijnt eindelijk bij R_2' , waar de spinodale lijn nogmaals aan de plooi puntslijn raakt (fig. 8 bij t_2). De temperatuur t_{10} is de laagste kritische temperatuur der beide componenten, die van C_1 , en bij nog lagere temperaturen begint men langzamerhand de tweede plooi puntslijn C_2A te naderen.

Bij t_{11} heeft ten derde male raking plaats van een spinodale lijn aan de plooi puntslijn, n.l. aan den genoemde tak C_2A . Wederom zal bij iets lagere temperatuur, bij M , een driefasenevenwicht op-

¹⁾ Het kan ook gebeuren, dat de temperatuur van R_2 ten M' lager is dan die van C_2 . Dit komt inderdaad bij de bovengenoemde mengsels voor. Het punt P van de hoofdplooi is dan reeds verdwenen vóór dat 1 en 2 bij M' samenvallen.

treden door de hernieuwde splitsing van 2 in 1 en 2, en nu voor-
 goed, tot aan de laagste temperaturen. Dit is alles geheel identiek
 met het bij type II behandelde.

Theoretisch belangrijk bij dit merkwaardige derde (zeer anomale)
 hoofdtype is dus dit, dat na het samenvloeiën der beide vloeistof-
 fasen 1 en 2 bij M' (t_s) er bij genoegzame verlaging der tempera-
 tuur wederom splitsing der homogene vloeistofphase in twee afzon-
 derlijke fasen *moet* optreden, en wel bij M , iets beneden R_2 (zie
 ook fig. 12).

Merken wij nog op, dat het punt M in fig. 4 en 6, en in fig. 7
 een z.g. *bovenmengpunt* is, d.w.z. dat bij temperaturen *hooger* dan de
 met dat punt overeenstemmende temperaturen de beide fasen 3,1
 of 2,1 één homogene phase zullen vormen. Dit zelfde is ook het
 geval met de punten M en M'' van fig. 8 en 12. Boven de tem-
 peratuur van M valt 1 met 2 samen, boven die van M'' wederom
 1 met 3. Maar het punt M' is daar een z.g. *benedenmengpunt*,
 want bij temperaturen *lager* dan die van M' vallen de bij hoogere
 temperaturen gescheiden fasen 1 en 2 tot één homogene phase
 samen.

Bij de plooiingslijn $C_1 C_2$ van het derde type (fig. 8) zijn alle
 punten, gelegen tusschen M'' , iets vóór R_1 , en M' iets voorbij R'_2 ,
 niet te verwezenlijken. Zij vormen weder de rij van verborgen
 plooiingen p' , die in de fig. 9—11 zijn aangeduid.

De p, x -voorstellingen zijn wederom weggelaten.

In de fig. 12 en 12a zijn van het genoemde type de p, T -voor-
 stellingen der plooiingslijn geteekend. Men lette wederom op de drie
keerpunten R_1 , R_2 en R'_2 . In fig. 12 is de driefasendruk tusschen
 de dampdrukken der componenten ingelegen; in fig. 12a daarbuiten.
 $C_1 R_1$ heeft dan weer, evenals in fig. 6a, een teruglopend verloop.

De bespreking van de nog overblijvende punten zullen wij tot
 een volgende Verhandeling uitstellen. Die punten zijn: a.) Het over-
 gangsgeval tusschen type I en II met het dubbelpunt; b.) de be-
 spreking der mogelijkheid van het optreden van type III; c.) nog
 iets over het bijzondere geval $\theta = 1$; d.) Het bewijs, dat in de p, T -
 voorstellingen de verschillende punten R_1 , R_2 en R'_2 keerpunten zijn.

Natuurkunde. De Heer LORENTZ biedt eene mededeeling aan
 van den Heer O. POSTMA: „*Aets over de grootheid II in*
BOLTZMANN'S „Vorlesungen über Gastheorie“.”

(Mede aangeboden door den Heer J. D. VAN DER WAMLS).

Deze mededeeling zal in het verslag der volgende vergadering
 worden opgenomen.

Voor de Boekerij worden aangeboden: 1^o. door den Heer H. G. VAN DE SANDE BAKHUYZEN: „Déterminations de la différence de longitude Leyde-Ubagsberg, de l'azimut de la direction Ubagsberg-Sittard et de la latitude d'Ubagsberg par la mesure des distances zénitales et d'après la méthode HORREBOW-TALCOTT en 1893"; 2^o. door den Heer BAKHUIS ROOZEBOOM de dissertatie van den Heer C. VAN ROSSUM: „Invloed van langzame dissociatie op phaseneevenwichten".

De vergadering wordt gesloten.

E R R A T A.

p. 515, regel 5 en 4 v. o. staat:

φ de functie $2a - x + \frac{1}{20} \frac{x^2}{a^3} x_1 = (r + c)t + \frac{1}{2} p t^2$, $x_2 = (r - c)t + \frac{1}{2} p t^2$.

lees:

φ is de functie $2a - x + \frac{1}{20} \frac{x^2}{a^3}$;

$$x_1 = (r + c)t + \frac{1}{2} p t^2; \quad x_2 = (r - c)t + \frac{1}{2} p t^2$$



KONINKLIJKE AKADEMIE VAN WETENSCHAPPEN
TE AMSTERDAM.

VERSLAG VAN DE GEWONE VERGADERING
DER WIS- EN NATUURKUNDIGE AFDEELING
van Zaterdag 27 Januari 1906.

Voorzitter: de Heer H. G. VAN DE SANDE BAKHUYZEN.

Secretaris: de Heer J. D. VAN DER WAALS.

Verslag der Vergadering van 27 Januari 1906.

E R R A T A.

p. 689, r. 12 v. b. in pl. v. $x = 0.01$ lees: $x = 0.1$
r. 13 „ „ „ „ „ $x = 0.02$ „ „ $x = 0.2$

ONNES), p. 636.

C. J. ENKLAAR: „Over ocimeen en myrceen, eene bijdrage tot de kennis van de aliphatische terpenen”. (Aangeboden door de Heeren P. VAN ROMBURGH en A. P. N. FRANCHIMONT), p. 652.

C. J. ENKLAAR: „Over eenige aliphatische terpeen-alcoholen”. (Aangeboden door de Heeren P. VAN ROMBURGH en A. P. N. FRANCHIMONT), p. 661.

JAN DE VRIES: „Over een groep van stralencomplexen, waarvan het singuliere oppervlak uit een regelvlak en een aantal platte vlakken bestaat”, p. 666.

P. P. C. HOEK: „Over polyandrie bij *Scalpellum Stearni*”, p. 669.

W. KAPTEYN: „Over het quotient van twee opeenvolgende BESSEL'sche functiën” II, p. 672.

H. J. ZWIERS: „Onderzoekingen over de baan van de periodische komeet Holmes en over de storingen in haar elliptische beweging”. (Aangeboden door de Heeren H. G. en E. F. VAN DE SANDE BAKHUYZEN), p. 674.

J. E. VERSCHAFFELT: „Bijdragen tot de kennis van het ψ -vlak van VAN DER WAALS. X Over de mogelijkheid de eigenschappen van mengsels uit die der componenten te voorspellen”. (Aangeboden door de Heeren H. KAMERLINGH ONNES en J. D. VAN DER WAALS), p. 686. (Met één plaat).

J. E. VERSCHAFFELT: „Appendix tot de mededeelingen van 28 Juni en 27 Sept. 1902 en 31 Oct. 1903”, p. 695.

Aanbieding van een boekgeschenk, p. 696.

Het Proces-Verbaal der vorige vergadering wordt gelezen en goedgekeurd.



KONINKLIJKE AKADEMIE VAN WETENSCHAPPEN
TE AMSTERDAM.

VERSLAG VAN DE GEWONE VERGADERING
DER WIS- EN NATUURKUNDIGE AFDEELING
van Zaterdag 27 Januari 1906.

Voorzitter: de Heer H. G. VAN DE SANDE BAKHUYZEN.

Secretaris: de Heer J. D. VAN DER WAALS.

I N H O U D.

Ingekomen stukken, p. 598.

Verslag van de Geologische Commissie over het jaar 1905, p. 598.

O. POSTMA: „Iets over de grootheid H in Boltzmann's: Vorlesungen über Gastheorie". (Aangeboden door de Heeren H. A. Lorentz en J. D. van der Waals), p. 602.

W. H. JULIUS: „Een nieuwe methode ter bepaling van het verloop der stralingssterkte op de zonneshijf van het midden naar den rand", p. 611. (Met één plaat).

J. D. VAN DER WAALS: „Eene omstandigheid, welke in acht genomen moet worden bij de toepassing der toestandsvergelijking voor groote dichtheid der materie", p. 623.

F. A. F. C. WENT: „Aanbieding der dissertatie van den Heer A. PULLE: "An enumeration of the vascular plants known from Surinam, together with their distribution and synonymy", p. 623.

J. J. BLANKSMA: „Over het invoeren van halogenatomen in de benzolkern bij de reductie van aromatische nitroverbindingen". (Aangeboden door de Heeren A. F. Holleman en P. van Rombergh), p. 624.

A. F. HOLLEMAN: „Over de nitratie van ortho- en metadibroombenzol", p. 627.

L. S. ORNSTEIN: „Over de beweging van een metaaldraad door een stuk ijs". (Aangeboden door de Heeren H. A. Lorentz en H. Kamerlingh Onnes), p. 629.

H. B. A. BOCKWINKEL: „Over de uitbreiding van licht in een twee-assig kristal rondom een middelpunt van trilling". (Aangeboden door de Heeren H. A. Lorentz en H. Kamerlingh Onnes), p. 636.

C. J. ENKLAAR: „Over ocimeen en myrceen, eene bijdrage tot de kennis van de aliphatische terpenen". (Aangeboden door de Heeren P. van Rombergh en A. P. N. Franchimont), p. 652.

C. J. ENKLAAR: „Over eenige aliphatische terpenalcoholen". (Aangeboden door de Heeren P. van Rombergh en A. P. N. Franchimont), p. 661.

JAN DE VRIES: „Over een groep van stralencomplexen, waarvan het singuliere oppervlak uit een regelvlak en een aantal platte vlakken bestaat", p. 666.

P. P. C. HOEK: „Over polyandrie bij Scalpellum Stearni", p. 669.

W. KAPTEYN: „Over het quotient van twee opeenvolgende Besselsche functiën" II, p. 672.

H. J. ZWIERS: „Onderzoekingen over de baan van de periodische komeet Holmes en over de storingen in haar elliptische beweging". (Aangeboden door de Heeren H. G. en E. F. van de Sande Bakhuizen), p. 674.

J. E. VERSCHAFFELT: „Bijdragen tot de kennis van het $\frac{1}{2}$ -vlak van van der Waals. X Over de mogelijkheid de eigenschappen van mengsels uit die der componenten te voorspellen". (Aangeboden door de Heeren H. Kamerlingh Onnes en J. D. van der Waals), p. 686. (Met één plaat).

J. E. VERSCHAFFELT: „Appendix tot de mededeelingen van 28 Juni en 27 Sept. 1902 en 31 Oct. 1903", p. 695.

Aanbieding van een boekgeschenk, p. 696.

Het Proces-Verbaal der vorige vergadering wordt gelezen en goedgekeurd.

Ingekomen is:

1°. Bericht van de Heeren HOOGWERFF en PLACE dat zij verhinderd zijn de vergadering bij te wonen.

2°. Brief van den Minister van Binnenlandsche Zaken d.d. 13 Januari 1906, waarbij bericht wordt dat de Heer Prof. S. HOOGWERFF benoemd is tot gedelegeerde der Nederlandsche Regeering bij het in April 1906 te Rome te houden Scheikundig Congres.

Voor kennisgeving aangenomen.

3°. Uitnoodiging van de American philosophical Society te Philadelphia tot bijwoning van de feesten ter herdenking van den 200^{sten} geboortedag van BENJAMIN FRANKLIN op 17—20 April 1906. De Voorzitter stelt voor den Heer LORENTZ te verzoeken de Afdeeling te vertegenwoordigen. De Heer LORENTZ verklaart zich daartoe bereid mits het bezoek aan Philadelphia overeen te brengen is met de andere verplichtingen die hij voor den duur van zijn verblijf in Amerika op zich heeft genomen.

Aan de orde komt de in de November-vergadering uitgestelde missive van den Minister van Binnenlandsche Zaken met de vraag of de Akademie een Nederlandschen geleerde wil aanwijzen bereid om de Regeering te vertegenwoordigen op het Geologisch Congres in September 1906 te Mexico te houden.

Aan den Minister zal bericht gezonden worden dat geen der leden zich beschikbaar kan stellen.

De Voorzitter brengt in herinnering dat de Heer LELY voor het eerst sedert geruimen tijd weder de vergaderingen bijwoont en heet hem welkom bij zijn terugkomst uit Suriname.

Aardkunde. De Heer VAN DIESEN brengt namens de Geologische Commissie verslag uit over haar werkzaamheden in het jaar 1905. Dit verslag luidt als volgt:

In den loop van het jaar 1905 ontvingen wij van H. H. Ingenieurs bij Waterstaatswerken slechts twee mededeelingen omtrent in Nederland verrichte grondboringen. De Ingenieur van het Waterschap Schouwen, Jhr. R. R. L. DE MURALT zond ons eenige monsters aarde, afkomstig van eene boring nabij de Haven van Burghsluis in Mei 1904 door hem uitgevoerd. De Hoofdingenieur R. J. CASTENDIJK te Leeuwarden zond eene kaart met de profielen van drie te Delfzijl

gedane boringen. De monsters aarde en de kaart hebben wij ten onderzoek en ter kennismaking aan Dr. LORIÉ gezonden.

De mijnningenieur P. HUFFENAGEL, die in het vorige jaar (1904) aan de Geologische kaartteering van het Blad N°. 400 (Lossers) had deelgenomen, verzocht ons eene toelage om nog eenig onderzoek te doen omtrent de Lossersche zandsteenformatie in Twente en over de Deutsche grenzen. Hij heeft dit onderzoek in Juli II. verricht, en bij de Commissie eene kaart met bijbehorend verslag ingediend. Beide werden voorloopig in handen van Prof. VAN LOON te Delft gesteld.

In Dr. H. G. JONKER, assistent aan het Mineralogisch-Geologisch Instituut te Groningen en privaattoecent aldaar, mochten wij eenen nieuwen medewerker verkrijgen. Hij hield zich in de eerste plaats bezig met de verspreiding der sedimentaire zwerfsteenen in het glaciaal diluvium van Nederland. en wel met het oog op de groote verschillen, welke in de quantitative verhoudingen van zwerfsteen-gezelschappen in soms dicht bij elkaar gelegen plaatsen optreden. Hiervoor werden onderzoekingen ingesteld te Urk, Vollenhove, in den Drentschen Hondsrug, en te Tolbert. Buitendien is door hem de bouw van den Hondsrug bestudeerd te Noord- en Zuidlaren, Gasselte, Buinen, en Exloo.

Dr. JONKER heeft reeds een voorloopig kort verslag aan ons overgelegd en hoopt in het jaar 1906 het gansche door hem verzamelde materiaal verder te bewerken, teneinde de uitkomsten in eene meer uitvoerige verhandeling aan de Akademie aan te bieden.

Bij het graven van het kanaal Tolbert naar het Leeksterdiep heeft Dr. JONKER eene grondmoraine ontdekt, waarvan de zwerfsteenen volgens zijn voorloopig onderzoek geheel en al verschillen van de grondmoraine in den Groninger Hondsrug, maar zeer goed overeenkomen met de zwerfsteenen van Kloosterholt, evenals die van Urk, Vollenhove, en Drenthe buiten den Hondsrug. Het onderzoek dezer steenen te Tolbert in bovenvermelden zin heeft Dr. JONKER onlangs zonder uitstel moeten verrichten, en zich daarvoor opnieuw naar Tolbert begeven, wjl de aannemer verplicht was geworden, om de steenen voor de bevoering van de haven van Tolbert te verwerken. Ook hiervan zien wij Dr. JONKER's verslag te gemoet.

Dr. LORIÉ heeft ook in het afgelopen jaar niet stil gezeten, maar de aardmonsters van een veertiental grondboringen in de Geldersche vallei, die vanwege de gemeente Amsterdam verricht zijn, onderzocht, en naar aanleiding daarvan een aantal onderzoekingstochten in die streek ondernomen. Bovendien heeft Dr. LORIÉ zwerfsteenen en fossiele schelpen op Schiermonnikoog verzameld, en bewerkt thans

dit materiaal. Hij hoopt tegen het aanstaande voorjaar de uitkomsten zijner onderzoekingen mede te deelen.

Van onzen medewerker Dr. VAN CAPPELLE vernamen wij, dat eenige diepe boringen bij Sneek vanwege de Gemeente verricht zijn ten dienste van de waterleiding aldaar. De boormonsters zijn zorgvuldig verzameld en bij Dr. BOUMA te Sneek in bewaring gegeven, evenals ook de boormonsters van eenige grondboringen voor boterfabrieken. Bovendien wordt te Koudum eene graving uitgevoerd, welker bestudeering van belang is in verband met het onderzoek, dat Dr. VAN CAPPELLE vroeger heeft ingesteld omtrent den ondergrond van den heuvel aldaar. Dr. VAN CAPPELLE heeft te Sneek de monsters uitgezocht, welke hem voor een nader onderzoek van belang schenen. Van zijne uitkomsten zien wij later de mededeeling te moeten.

Zijn dus in het afgelopen jaar slechts voorloopige mededeelingen over geologische onderzoekingen in Nederland van onze medewerkers tot ons gekomen, in het jaar 1906 hebben wij verscheidene verslagen omtrent hunne uitkomsten te verwachten.

In den afgelopen zomer trof onze Commissie een onherstelbaar verlies door het overlijden van ons diep betreurd medelid, Prof. Dr. J. L. C. SCHROEDER VAN DER KOLK, die in de laatste vijf jaren, sinds hij lid van de Commissie was, zich voor haar zoo werkzaam heeft betoond. Ondanks zijne wankelende gezondheid had hij zich vorgenommen om in dien zomer de bladen 382—387 der stafkaart met zijne leerlingen geologisch op te nemen, waarmede zijne proefkaarteering ten behoeve eener nieuwe Geologische kaart van Nederland zou voltooid zijn. Maar reeds in Mei verergerde zijn toestand zoo zeer, dat hij den 17 Juni is bezweken.

Wij hebben toen Prof. VAN LOOX, hoogleeraar in de Mijnbouwkunde aan de Technische Hoogeschool te Delft, verzocht om de leiding van het door Prof. SCHROEDER VAN DER KOLK beoogde werk op zich te nemen, waaraan hij bereidwillig gehoor heeft gegeven. In de maanden Augustus en September zijn de bovengenoemde bladen N^o. 382—387 onder zijn toezicht geкарteerd geworden op overeenkomstige wijze als in vorige jaren onder de leiding van Prof. SCHROEDER VAN DER KOLK geschied is. Zeventien mijnbouwkundige studenten hebben daaraan deelgenomen, benevens zes jongere mijningenieurs (waarvan drie candidaten voor den Oost-Indischen dienst)¹⁾.

¹⁾ Zij waren verdeeld in vijf ploegen, die elk een bepaald deel van het terrein onderzochten, terwijl een zesde ploeg (uit twee mijningenieurs samengesteld) zorg droeg, dat de verzamelde gegevens tot een geheel werden verwerkt en tevens de

Wij zijn Professor VAN LOON grooten dank verschuldigd voor zijne bemoeiingen en voor zijnen arbeid, waardoor thans het plan van wijlen Prof. SCHROEDER VAN DER KOLK voltooid is, om eene strook van ons land geologisch te kaarteeren, welke vermoedelijk alle voor-naamste vormingen omvat, die den Nederlandschen bodem samenstellen ¹⁾. Daardoor zijn wij thans in staat gesteld om het personeel, de kosten, en den tijd te begrooten, die de vervaardiging eener nieuwe Geologische kaart van Nederland zal vereischen.

Prof. VAN LOON heeft zich bereid verklaard om ook te zorgen voor de verdere afronding van de tot dusverre bewerkte bladen.

Wij eindigen ons Verslag met U voor te stellen :

1°. Den bijzonderen dank van de Akademie te betuigen aan Prof. VAN LOON te Delft voor de groote en geheel belangelooze bereid-

behulpzame hand bood daar, waar zich moeielijkheden voordeden, tengevolge van terreinomstandigheden of anderszins. Op deze wijze werden onderzocht :

I. Blad n°. 382 (Noordwijk aan Zee) en Blad n°. 383 (Lisse) door den Heer E. H. M. BEEKMAN, mijningenieur als ploeghoofd, bijgestaan door de Heeren F. C. VAN LIER, mijningenieur, P. VERHAGEN, K. A. BIEGMAN, D. F. GISOLF, E. E. J. WIESSING, als medewerkers.

II. Blad n°. 384 (Vennerperdorp) door den Heer H. J. THIE, mijningenieur als ploeghoofd, bijgestaan door de Heeren PH. W. TIMMERMANS, H. A. BROUWER, A. H. SIRKS en M. G. F. SÖHNLEIN, als medewerkers.

III. Blad n°. 385 (Aalsmeer) door den Heer PH. HUFFNAGEL, mijningenieur, als ploeghoofd, en de Heeren C. A. DE JONGH, J. C. SCHAGEN VAN SOELEN, A. L. W. VAN DER VEEN, als medewerkers.

IV. Blad n°. 386 (Abkoude) door den Heer J. K. VAN GELDER, mijningenieur voor den Indischen dienst, als ploeghoofd, en de Heeren A. C. DE JONGH, W. A. J. AERNOUT en W. D. MUNNIX DE JONGH als medewerkers.

V. Blad n°. 387 (Ankeveen) door den Heer J. VERSLUYS, mijningenieur voor den Indischen dienst, als ploeghoofd, en de Heeren O. J. v. D. ELST, B. U. VAN DER LINDEN en L. LÖB als medewerkers.

VI. De Heeren E. A. DOUGLAS, mijningenieur en E. R. D. GÖLLNER, mijningenieur voor den Ind. dienst, vormden de zesde ploeg, hierboven vermeld.

¹⁾ In de zitting der Akademie op 26 Oktober 1901 heeft Prof. SCHROEDER VAN DER KOLK zijn plan beschreven en een kaartje bijgevoegd waarop de strooken zijn aangegeven, die hij wenschte te kaarteeren, en die zoo gekozen zijn, dat daarin de meest verschillende in Nederland voorkomende gronden vertegenwoordigd zijn.

Hij schrijft daarbij: „Het is mijne bedoeling met de publicatie der eigenlijke kaartteering te wachten, tot dat voldoende ondervinding is verkregen, zoowel met het oog op de terreinen, die wij op de kaart willen aangeven, als met het oog op de schatting der benoodigde gelden, en van den benoodigden tijd, d. w. z. totdat of de geheele T-vormige figuur zal zijn afgewerkt, of althans de horizontale strook gereed zal wezen”.

De Oost-Westelijke strook der T-figuur is thans gereed gekomen. Van de Noord-Zuidelijke strook zijn vier bladen (van Zuid-Limburg) gereed.

willigheid, waarmede hij de taak van wijlen Prof. SCHROEDER VAN DER KOLK overgenomen, en dat werk tot voltooiing gebracht heeft.

2°. Aan Z. E. den Minister van Waterstaat eene toelage voor het jaar 1907 aan te vragen van duizend gulden.

*De Geologische Commissie
der Kon. Akad. v. Wetensch. Afd. Natuurk.*

VAN DIESEN.

K. MARTIN.

C. LELY.

J. M. VAN BEMMELEN,

Secretaris.

De conclusiën van het verslag worden bij acclamatie aangenomen.

De Voorzitter brengt der Commissie en in 't bijzonder haar rapporteur den dank der Afdeling.

Natuurkunde. — De Heer LORENTZ biedt eene mededeeling aan van den Heer O. POSTMA: „*Iets over de grootheid H in BOLTZMANN'S „Vorlesungen über Gastheorie”.*”

(Mede aangeboden door den Heer J. D. VAN DER WAALS).

(Medegedeeld in de vergadering van 30 December 1905).

§ 1. Het komt mij voor, dat er in een der eerste paragrafen van bovengenoemd werk onjuiste beschouwingen voorkomen, waarop het mij wenschelijk schijnt de aandacht te vestigen, omdat verschillende bespiegelingen van BOLTZMANN en anderen daarop berusten. Ik bedoel § 6 over de „*Mathematische Bedeutung der Grösse H* ”.

BOLTZMANN heeft in § 5 aangetoond, dat de grootheid H , die in een enkelvoudig gas wordt voorgesteld door $\int f \cdot l f \cdot d\omega$ tengevolge van de botsingen bij een ongeordend gas van den allereenvoudigsten aard in het algemeen afneemt en in den stationairen toestand minimaal is.

Zulk een ongeordend gas zou dus van zelf naar den stationairen toestand, met Maxwell'sche snelheidsverdeling zooals later wordt aangetoond, zich bewegen.

Nu wordt in § 6 aangetoond dat de grootheid H ook nog een andere beteekenis heeft en dat het minimaal zijn van H overeenkomt met het maximaal zijn van de kans op de bijbehorende, door

de functie f aangewezen, snelheidsverdeeling. Naderhand wordt nog in § 8 over de „Physikalische Bedeutung der Grösse H ” het verband tusschen H en de entropie aangewezen.

Daar in § 6 de bedoelde beteekenis van H zeer onvolledig wordt afgeleid, zullen we Bd. 76 der Sitzungsberichte der Wiener Akad. waarnaar BOLTZMANN verwijst, er bij moeten raadplegen en Bd. 72, waarnaar hij weer verwijst in Bd. 76.

In § 6 begint BOLTZMANN, p. 40, met de volgende redeneering: „Für alle Zusammenstösse, für welche der Geschwindigkeitspunkt des einen der stossenden Moleküle vor dem Zusammenstosse in einem unendlich kleinen Volumenelemente lag, befindet sich derselbe, wie wir sahen, bei Constanz aller anderen, den Zusammenstoss charakterisirenden Variabeln nach dem Stosse wieder in einem Volumenelement von genau gleicher Grösse. Theilen wir daher den ganzen Raum in sehr viele (ξ) gleichgrosse Volumenelemente ω (Zellen), so ist die Anwesenheit des Geschwindigkeitspunktes eines Moleküls in jedem solchen Volumenelemente mit der Anwesenheit in jedem anderen Volumenelemente als ein gleichmöglicher Fall zu betrachten, gerade so wie früher der Zug einer weissen oder einer schwarzen oder einer blauen Kugel.” Het is dus alsof de snelheden aan de moleculen zouden zijn toebedeeld door voor elke molecule uit een bus een papiertje te halen, welke bus met papiertjes gevuld zou zijn die ieder een volumeelementje van de „geheele ruimte” aangeven. De kansen à priori zijn dus gelijk dat de componenten van de snelheid ξ , η , ζ tusschen twee waarden inliggen die $d\xi$, $d\eta$, $d\zeta$ verschillen.

Hier is ten minste iets aangevoerd om de gelijkheid der kansen te motiveeren, wat in Bd. 76 der W. S. niet beproefd wordt. Deze zou dan af te leiden zijn uit het feit, dat bij botsing de snelheidspunten uit een zeker volumetje weer in een evengroot overspringen (zie het „daher” uit de aanhaling). Hierin nu echter ligt voor mij volstrekt geen overtuigende kracht; dat een punt telkens van een volume naar een evengroot overspringt bewijst toch niet dat het zich even goed in *elk* evengroot volume kan bevinden? We zullen dan ook straks kunnen aantoonen dat dit bezwaarlijk kan worden aangenomen.

Maar laten we eerst verder gaan. Stel, dat er n moleculen een snelheid moeten hebben dan is de kans à priori, dat hiervan $n_1 \omega$ in 't eerste volumetje ω , $n_2 \omega$ in het tweede, enz. hun snelheidspunt zullen hebben, evenredig met $Z = \frac{n!}{(n_1 \omega)! (n_2 \omega)! \dots}$, waarbij dus $(n_1 + n_2 + \dots) \omega = n$. Neemt men nu aan dat voor $p!$ mag genomen

worden $\sqrt{2p} \pi \left(\frac{p}{e}\right)^p$ dan wordt $lZ = -\omega (n_1 l n_1 + n_2 l n_2 + \dots) + C$ en dus Z is maximaal als $\omega (n_1 l n_1 + n_2 l n_2 + \dots)$ minimaal is of als $\int f(\xi \eta \zeta) l f(\xi \eta \zeta) d\xi d\eta d\zeta$ minimaal is, of als H minimaal is, indien we een enkelvoudig gas hebben.

De verdeling der snelheden $f(\xi \eta \zeta)$ waarvoor H minimaal is, is dus ook die met de grootste waarschijnlijkheid, besluit BOLTMANN. Dus de stationaire toestand, met MAXWELL'sche snelheidsverdeling, is tevens de waarschijnlijkste (p. 42).

Dit volgt echter uit het bovenstaande nog volstrekt niet, want de stationaire toestand is die, waarvoor de verandering van H met den tijd tengevolge van de botsingen $= 0$ is, terwijl hier de waarschijnlijkste toestand die is, waarvoor elke denkbare variatie van den noemer van $Z = 0$ is.

Eerst als men de condities in rekening brengt, dat het arbeidsvermogen van beweging van n moleculen een bepaalde waarde moet hebben, zooals BOLTMANN doet in Bd. 76 en 72, kan blijken of de nitkomst dezelfde is.

Nu moet dus

$$H = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(\xi \eta \zeta) l f(\xi \eta \zeta) d\xi d\eta d\zeta$$

minimaal zijn, terwijl de condities bestaan:

$$n = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(\xi \eta \zeta) d\xi d\eta d\zeta$$

en

$$L = \frac{m}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} (\xi^2 + \eta^2 + \zeta^2) f(\xi \eta \zeta) d\xi d\eta d\zeta$$

als m de massa van elk molecuul is en L het arbeidsvermogen van beweging van n moleculen.

In Bd. 72 p. 450 geeft BOLTMANN hiervan de oplossing en er blijkt dat wanneer geen uitwendige krachten werken,

$$l f(\xi \eta \zeta) + \lambda + \mu \cdot \frac{1}{2} m (\xi^2 + \eta^2 + \zeta^2) = 0$$

waarin λ en μ constanten zijn, die nog bepaald kunnen worden.

Hieruit volgt de MAXWELL'sche snelheidsverdeling.

Maar welk waarschijnlijkheidsvraagstuk is nu opgelost? Ik kan niet anders inzien dan het volgende. Uit een bus met papiertjes, ieder een volume-elementje aangevende, is voor elk der n moleculen van

een zekere hoeveelheid gas een greep gedaan: het snelheidspunt van de molecule is telkens in het uitgekomen volume-elementje geplaatst. De n snelheden, die er zijn uitgekomen, zijn zoo uitgevallen, dat de moleculen samen een bepaalde energie L bezitten. Welke verdeling der snelheden onder die n moleculen is nu à posteriori de waarschijnlijkste?

Deze waarschijnlijkste is dus de MAXWELL'sche verdeling. Maar dit is een vraagstuk zonder beteekenis voor de gastheorie. Het is toch gemakkelijk in te zien, dat de gemiddelde snelheid aangegeven door de papiertjes in de bus oneindig groot is, zoodat als men hieruit n grepen doet in het algemeen de gemiddelde snelheid, die er uit komt, ook oneindig groot is en er slechts een oneindig kleine kans is dat de energie der n moleculen eindig wordt. Als men nu ziet dat van elke eindige gasmassa de energie eindig is mag men toch niet aannemen dat de snelheden op boven bedoelde wijze aan de moleculen zouden zijn toebedeeld. De kansen à priori op elke snelheid mogen dus niet gelijk genomen worden.

De gemiddelde snelheid in de bus kan men als volgt berekenen.

Als er zich in de eenheid van volume c snelheidspunten bevinden, zijn er in een bolvormige schil met straal r en dikte dr : $4\pi r^2 c dr$. De som van de snelheden is nu $4\pi r^3 c dr$ en dus voor een bol met straal $r = \frac{4}{3}\pi r^3 c$. Het aantal snelheidspunten in den bol is $\frac{4}{3}\pi r^3 c$, dus de gemiddelde snelheid $= \frac{3}{4} r$.

Voor de geheele ruimte is dus de gemiddelde snelheid oneindig groot. Hiermee is aangetoond dat de onderstelling van de gelijkheid der kansen à priori onjuist is en dus ook de uitkomst, dat de MAXWELL'sche snelheidsverdeling den waarschijnlijksten toestand aangeeft.

§ 2. Natuurlijk is hiermee niets gezegd ten nadeele van het bewijs, dat de MAXWELL'sche snelheidsverdeling in den stationaire toestand voorkomt, zooals BOLTZMANN dit geeft in de §§ die aan § 6 voorafgaan en in § 7. Maar het is onjuist te spreken van overgang van waarschijnlijke naar onwaarschijnlijke toestanden als er bedoeld wordt van stationaire naar niet stationaire. Deze onjuiste opvatting geeft aanleiding tot verkeerde beschouwingen als BOLTZMANN in het laatste gedeelte van § 6 bespreekt de fictie van het omkeeren der moleculair-snelheden.

Er wordt daar ondersteld, dat een gas oorspronkelijk een moleculair ongeordende maar „onwaarschijnlijke” toestandsverdeling heeft. b.v. alle moleculen hebben gelijke snelheid. Het gas beweegt zich nu

naar den stationairen toestand met MAXWELL'sche snelheidsverdeling. Maar voor dat deze bereikt wordt, worden alle snelheden omgekeerd, waardoor dezelfde toestanden weer in omgekeerde volgorde zullen worden doorlopen. Hierdoor zal dus nu H toenemen. Zou dit nu niet strijden tegen § 5, waar bewezen is dat $\frac{dH}{dt}$ slechts negatief of nul kan zijn? Neen, zegt BOLTZMANN, want de teruggaande beweging is niet een, waarvoor dat theorema geldt, omdat de beweging geordend is. De moleculen toch, die een molecuul met zekere snelheid ontmoet, vormen nu niet een toevallige, vrije keuze uit het geheele aantal, maar de snelheden daarvan hangen samen met die van het andere. Dit blijkt vooral duidelijk als op het oogenblik der omkeering de eerste beweging nog slechts kort had geduurd.

Nu is er echter voor BOLTZMANN nog een tweede moeilijkheid, die uit den weg geruimd moet worden. Strijdt het toenemen van H ook niet tegen de waarschijnlijkheidswetten, daar toch de kleinste H den waarschijnlijksten toestand aangeeft?

Neen, want het toenemen van H is slechts onwaarschijnlijk, niet onmogelijk.

Deze moeilijkheid schijnt mij alleen door de bovenbesproken onjuiste opvatting voor den dag gekomen te zijn. De kleinste H is niet de waarschijnlijkste. Bovendien wordt de subjectiviteit der waarschijnlijkheids-uitspraken miskend, als men van een overgang van waarschijnlijke naar onwaarschijnlijke toestanden spreekt, alsof hiermee objectieve eigenschappen van de stof werden aangeduid. Dit verliest BOLTZMANN herhaaldelijk uit het oog; vooral ook aan het eind van het tweede deel van zijn Gasttheorie.

Het wil mij toeschijnen, dat ook niet in allen deele juist zijn de beschouwingen over deze zaak van dr. A. PANNEKOEK, voorkomende in de Verslagen der Kon. Ac. v. Wet. XII, p. 63¹⁾.

1) Hierover nog dit. Onder 2 lezen we: „intusschen moet hierbij nog iets worden opgemerkt”, waarop dan iets volgt dat niet het vorige eenigszins aanvult, maar het geheel te niet doet. Ook schijnt het dat de schrijver met elkaar verward de botsingen in het fictieve stelsel (na omkeering) en wat BOLTZMANN noemt de botsingen van tegengestelde soort.

Het is toch niet juist, dat de punten $Q_1 Q_1'$, $R_1 R_1'$ bij het omgekeerde stelsel in $P_1 P_1'$ terugkomen; men krijgt bij omkeering van de snelheid een diametraal tegenover het eerste gelegen snelheidspunt.

Ook 3 geeft aanleiding tot verschillende vragen. Zooals: is het wel geheel juist, dat in de statistische behandelingswijze de richting van de botsingsnormaal als onafhankelijk van de snelheden gegeven beschouwd wordt? Toch niet onafhankelijk van de relatieve snelheid? En verder: is in het feit, dat bij de berekeningen wordt aangenomen, dat de moleculen elkaar bij botsing tegen een derde niet hinderen, voldoende grond om de straal van een molecuul klein van de 1e orde te noemen ten opzichte van de afstanden der moleculen?

Deze neemt ook aan dat in het bovenbedoelde geval van omkeering de omgekeerde beweging geordend is en wil nu duidelijk maken wat dit beteekent. Terecht zegt hij, dat het niet beteekent, zooals wel eens schijnt aangenomen te worden, dat men den toestand vooruit berekenen kan; dit zou men in het oorspronkelijke geval ook kunnen als de begintoestand bekend was. Nu krijgt men verder evenwel den indruk, dat Dr. PANNEKOEK het ongeordende der oorspronkelijke beweging vooral ziet in het verstrooiende, het geordende der omgekeerde beweging in het bijeenbrengende. Als de snelheidspunten bij botsing uiteenraken zou de toestand ongeordend, als zij bij elkaar komen geordend zijn. Dit geldt toch alleen in dit bijzondere geval en het zou evengoed andersom kunnen zijn.

Wat beteekent toch moleculair ongeordend? Dit kan blijken, als we nagaan waar BOLTZMANN het begrip invoert. Dit geschiedt p. 20 in de formule (17): $Z_{\Phi} = \Phi F_1 d\omega_1$. Hierin stelt Φ den gemeenschappelijken inhoud voor van de scheeve cylindertjes, waarin een molecuul van de 2^e soort moet komen om met een van de 1^e soort te botsen. De formule drukt nu uit dat de moleculen van de 2^e soort in deze cylindertjes samen naar verhouding van het volume even talrijk zijn als in de geheele gasmassa of dat deze cylindertjes een willekeurige greep uit de gasmassa voorstellen ten opzichte van de moleculen van de 2^e soort.

Men zou zich nu, naar mij voorkomt, heel goed een ongeordende toestandsverdeeling kunnen denken, waarbij de snelheidspunten meer verstrooid zijn dan in den stationairen toestand. En van een gas in zulk een toestand zouden door de botsingen de snelheidspunten *bijengebracht* worden tot de toestand met MAXWELL'sche snelheidsverdeeling bereikt is.

§ 3. Naar aanleiding van het bovenstaande had Prof. LORENTZ de vriendelijkheid mijn aandacht te vestigen op het werk van JEANS over de Kinetische Gastheorie¹⁾. In dit werk komt een afleiding voor van de MAXWELL'sche snelheidsverdeeling, die door den schrijver een nieuwe wordt genoemd, maar die toch in hoofdzaak overeenkomt met de redeneering van BOLTZMANN in de bovengenoemde § 6 over de „Mathematische Bedeutung der Grösse H ” al is de uiterlijke vorm geheel anders. Wel is er een belangrijke verbetering in het bewijs aangebracht, waardoor het eigenlijk eerst een afleiding van de wet wordt; er wordt nl. niet alleen aangetoond dat de waarschijnlijkste toestand van een gas die is, waarbij de bedoelde snelheidsverdeeling

1) „The dynamical Theory of Gases” by J. H. JEANS; Cambridge, 1904.

bestaat, maar ook dat de kans zeer groot is dat een toestand intreedt, zeer weinig van den waarschijnlijksten verschillend. Zoo krijgt eerst het feit, dat de bedoelde toestand de waarschijnlijkste is, objectieve beteekenis: als toch alleen bekend is dat een toestand de waarschijnlijkste is kan de waarschijnlijkheid daarop nog wel zoo klein zijn, dat het niets zegt omtrent het al of niet voorkomen van dien toestand.

JEANS noemt dan ook dien waarschijnlijksten toestand, en daarop heeft hij nu het recht, den „normalen” toestand.

De „normale” komt dus overeen met den „stationairen”. Intusschen blijft tegen deze afleiding hetzelfde bezwaar bestaan als tegen die van BOLTZMANN.

JEANS noemt zijn methode “The method of General Dynamics” in tegenstelling met de gewone, met behulp van de botsingen, die hij “The statistical Method” noemt. Deze naam echter schijnt mij niet zeer juist: het zijn evenzeer statistische beschouwingen als bij de gewone methode. De dynamica speelt er geen andere rol dan deze, dat de toestand van een gas met N moleculen, dus bepaald door $6N$ -coördinaten en snelheidscomponenten, wordt voorgesteld door een punt in een $6N$ -dimensionale ruimte en nu de toestandsverandering van 't gas analoog gaat met de beweging van dit punt in de veralgemeende ruimte.

Een groot aantal mogelijke toestanden geeft dus een groot aantal punten en hun veranderingen een groot aantal banen, waarvan de algemeene loop moet bestudeerd worden. In plaats van met deze mathematische punten kunnen we nu ook de veralgemeende ruimte gevuld denken met een homogene vloeistof, waarvan we de beweging moeten bestudeeren, die dan volgens den schrijver is een “steady-motion” in hydrodynamischen zin, waarvan de stroomlijnen bepaald zijn door de eigenschap, dat daarvoor de energie constant is.

Hiermee zijn we echter ongeveer aan het eind van de dynamische beschouwingen. Ze vormen een illustratie, maar er wordt niets mee bewezen.

De schrijver gaat nu na, welk deel van de veralgemeende ruimte wordt ingenomen door punten, die systemen van een bepaalde soort voorstellen. Maar dit is hetzelfde als wat BOLTZMANN de kans op een systeem van een bepaalde soort noemt. Beide stellen voor de verhouding van het aantal even mogelijke systemen, dat zekere eigenschap bezit, tot het totale aantal systemen. De bezwaren tegen de uitdrukking voor de kans te maken bestaan ook tegen die voor het ruimtedeel.

JEANS behandelt nu achtereenvolgens twee vraagstukken:

1. Welk deel van de algemeene ruimte wordt ingenomen door

de systemen met een bepaalde coördinaten-verdeeling der moleculen (of welke kans is er op een bepaalde dichtheidsverdeeling van het gas), en in verband daarmee: hoe zijn in die ruimte de systemen verspreid ten opzichte van de coördinaten-verdeeling?

2. Welk deel van de algemeene ruimte wordt ingenomen door de systemen met een bepaalde snelheids-verdeeling der moleculen (of welke kans is er op zulk een verdeeling) en hoe zijn in die ruimte de systemen verspreid ten opzichte van de snelheidsverdeeling?

Alleen het eerste vraagstuk wordt door JEANS uitvoerig behandeld; bij het tweede, meest belangrijke, wordt naar het eerste verwezen.

Er wordt dan gedacht, dat het gas zich bevindt in een vat met inhoud Ω , verdeeld in n elementen ω , zoodat $n\omega = \Omega$. Wij stellen ons nu een bepaalde dichtheidsverdeeling voor, waarbij a_1 moleculen in 't eerste volumeelementje, a_2 in het tweede enz. zijn geplaatst. Het aantal wijzen, waarop N moleculen over de n elementen verdeeld kunnen worden, zoodat deze dichtheidsverdeeling telkens ontstaat, is

is $\frac{N!}{a_1! a_2! \dots a_n!}$. Voor elk dezer wijzen moet ieder molecuul

in een bepaald volumelement uit de n geplaatst worden en dus is het „voorstellende punt” beperkt tot het $\frac{1}{n}$ de deel der geheele algemeene ruimte; evenzoo met de volgende, dus

“the representative points will occupy the fraction n^{-N} of the whole of the generalised space”. Dit laatste is met eenigszins andere woorden niets anders dan „de kans op elk der combinaties is n^{-N} ” en de redeneering berust blijkbaar op de aanname dat *ieder molecuul telkens gelijke kans op elke plaats in het vat heeft*.

De voorstellende punten van de systemen met deze dichtheidsverdeeling nemen dus samen een deel van de algemeene ruimte in

= $\frac{N!}{a_1! a_2! \dots a_n!} n^{-N}$ (wat dus de totale kans voorstelt; een uitdrukking geheel overeenkomende met de kans op zekere snelheidsverdeeling in § 1). Na een gelijksoortige herleiding als bij BOLTZMANN

volgt hier uit: het deel der algemeene ruimte (kans) = $\frac{n^{1/2n}}{(2\pi N)^{1/2}} e^{-NK_a}$

waarin $K_a = \frac{1}{N} \sum_{s=1}^{s=n} \left(a_s + \frac{1}{2} \right) \log \frac{na_s}{N}$ bij de bovengenoemde verdeling (Δ).

Wij kunnen nu, $\frac{1}{2}$ tegen a_s weglatende, K_a als een bijzondere waarde van de algemeene functie:

$$K = \frac{1}{\Omega} \iiint \frac{v}{v_0} \log \frac{v}{v_0} dx dy dz,$$

over het vat geïntegreerd, beschouwen, waarin v de moleculaire-dichtheid als functie der coördinaten van een willekeurig punt en v_0 de gemiddelde dichtheid over het vat voorstelt. K is een functie geheel overeenkomstig met de H van BOLTZMANN, vooral als we de constanten weglaten en schrijven:

$$K = \iiint v \log v dx dy dz \text{ zooals } H \text{ was } \iiint f \log f dx dy dz ;$$

v is de dichtheidsfunctie, even als f de snelheidsfunctie.

K is nu minimaal als $a_1 = a_2 = \text{enz.}$ of als $v = \text{constant}$. Het is duidelijk, dat dit ook beteekent „het deel der algemeene ruimte” is maximaal of de „kans” is maximaal. Dus de waarschijnlijkste verdeling is, bij de boven gemaakte onderstelling, die van de gelijkmatige dichtheid.

Nu bewijst JEANS verder nog, dat ook het overgrootte deel der algemeene ruimte systemen bevat, die oneindig weinig van deze, met minimale K , verschillen, zoodat deze toestand de normale mag genoemd worden. In de andere uitdrukkingwijze is dit dus, dat de kans oneindig groot is op een oneindig weinig van den waarschijnlijksten afwijkenden toestand. Hoewel het bewijs van JEANS mij niet onberispelijk voorkomt (er wordt m. i. niet genoeg op de grootteorde der oneindig kleinen gelet) schijnt mij de uitkomst toch, als men „oneindig weinig verschillende systemen” maar in den juisten zin opvat, wel uit het theorema van BERNOULLI te volgen.

Dus concludeert JEANS: het is duidelijk, dat gasmassa's met gelijkmatige dichtheid het gewone geval zullen voorstellen.

Op dezelfde wijze zou het tweede vraagstuk behandeld kunnen worden. In plaats van de moleculen, die over de volumeelementen van het vat verdeeld moeten worden, heeft men nu de snelheidspunten der moleculen, die over de volumeelementen der geheele ruimte verdeeld moeten worden. Men krijgt nu op dezelfde wijze voor het deel der algemeene ruimte, ingenomen door systemen met zekere snelheidsverdeling, de uitdrukking: $\frac{N!}{a_1! a_2! \dots a_n} n^{-N}$, maar nu is n oneindig groot. Volgens de andere uitdrukkingwijze is dit weer de kans op die snelheidsverdeling.

De behandeling van het vraagstuk is verder dezelfde als die van het eerste, maar nu treedt de grootheid H op. En ten slotte kan weer bewezen worden, dat het overgrootte deel der algemeene ruimte door systemen wordt ingenomen, die zeer weinig verschillen van dat met

minimale H of de normale toestand is die, waarvoor H ongeveer minimaal is, waaruit dan, als men de conditie in rekening brengt, dat de energie $= E$ is, de MAXWELL'sche snelheidsverdeling volgt.

Het is nu echter wel duidelijk, dat op deze redeneering dezelfde aanmerking is te maken als op die van BOLZMANN.

De bovenstaande uitdrukking toch voor het deel der algemeene ruimte (of de kans) berust op de aanname, dat de „voorstellende punten” ook hier gelijkelijk over de algemeene ruimte verdeeld zijn, of dat voor elk molecuul de kans dat het snelheidspunt in zeker volumeelement komt, onafhankelijk van de plaats van dat element is. Wat beteekent nu de conditie, dat de energie $= E$? Men kan aannemen, dat er bij het verdeelen der snelheden op gelet is of niet. Is er niet op gelet, dan is het niet aan te nemen, dat de energie steeds eindig wordt (zie § 1); is er wel op gelet, dan mag de kans niet meer à priori voor elk volumeelement gelijk genomen worden en is de bovenstaande uitdrukking foutief en dus ook de verdere redeneering.

Het komt mij dus voor, dat wij ook deze afleiding van JEANS als onjuist moeten beschouwen ¹⁾.

Natuurkunde. — De Heer JULIUS doet eene mededeeling over:
„Eene nieuwe methode ter bepaling van het verloop der stralingssterkte op de zonneshijf van het midden naar den rand.”

De helderheid van de zonneshijf neemt van het midden naar den rand vrij sterk af. Hiermee moet natuurlijk rekening worden gehouden zoodra men zich voorstellingen wil gaan maken aangaande den physischen toestand der zon; maar zelfs van dit hoofdverschijnsel stuit nog steeds de verklaring in elke zonnetheorie op groote moeilijkheden. In ieder geval is het noodig, de verdeling der stralingssterkte over de schijf zoo goed mogelijk te kennen.

Wat men tot heden hieromtrent weet, berust op onderzoekingen waarbij hetzij een fotometer, hetzij een thermoziuil of een bolometer bestraald werd achtereenvolgens door de verschillende deelen van een *zonnebeeld*. De uitkomsten, door verschillende waarnemers ver-

¹⁾ De afleiding van JEANS komt het eerst voor in het Philos. Magazine VI, 5, 1903, onder den titel „The Kinetic Theory of Gases developed from a New Standpoint” p. 597. Dat ook de aanname der „ongeordendheid” er in schuilt, wat JEANS ontkent, wordt aangetoond door BURBURY in hetzelfde tijdschrift VI, 6, 1903 in een artikel „Mr. J. H. JEANS' Theory of Gases” p. 529.

kregen, wijken nog al sterk van elkander af¹⁾. Dit zal wel voor een gedeelte het gevolg zijn van gebreken in de toestellen of van toevallige fouten, maar er is bovendien een systematische fout die op al de zoo verkregen resultaten een invloed in denzelfden zin moet hebben doen gelden, en die veroorzaakt wordt door de verstrooiing der stralen in onze atmosfeer. In een willekeurig punt van een zonnebeeld wordt niet alleen aangetroffen de straling komende van het overeenkomstige punt der zonneshijf, maar bovendien eenig verstrooid licht, afkomstig van andere deelen der schijf. De grootte van dit storend effect zal natuurlijk wisselen met den toestand van den dampkring, maar de uitwerking zal altijd nivelleerend zijn; immers deelen van het beeld, die nabij den rand liggen, ontvangen meer verstrooide straling van de middelste deelen der zonneshijf, dan de centrale deelen van het beeld ontvangen van de randdeelen der schijf.

Uit stralingswaarnemingen tijdens een zonsverduistering nu kan men de helderheidsverdeeling afleiden zooals die zich vertoont zou, indien de storende invloed van onzen dampkring niet bestond.

Onderstellen wij dat nauwkeurig bekend is de vorm der kromme lijn, die de sterkte der zonnestraling van het eerste tot het vierde contact voorstelt als functie van den tijd.²⁾ Men kan dan op die kromme lijn aflezen met welk bedrag de totale straling verminderd of vermeerderd is tusschen elke twee willekeurige tijdstippen. Zulk een (positieve of negatieve) aangroeiing is uitsluitend te danken aan stralen, komende van het reepje der zonneshijf dat in dat tijdsinterval door den maansrand doorloopen werd.

Denken wij ons nu den tijd na het derde contact ingedeeld in gelijke deelen, van bijv. 2 minuten, en den stand, dien de maansrand aan het eind van elk interval inneemt, op de zonneshijf afgeteekend, dan wordt de laatste verdeeld in 39 smalle strookjes, welke achtereenvolgens de totale straling doen toenemen met de bekende bedragen a , b , c , d , enz.

Verder willen wij op de zonneshijf n concentrische zonen onder-

¹⁾ Men vergelijke bijv. SCHNEIDER, *Strahlung und Temperatur der Sonne*, p. 43—49 (1899).

²⁾ Hoewel de eclipswaarnemingen te Burgos, op 30 Aug. 1905, niet door een helderen hemel begunstigd zijn (zie het Voorloopig Rapport in het verslag der Zitting van 25 Nov. 1905), hebben de stralingsmetingen toch nog resultaten opgeleverd van voldoende nauwkeurigheid, om te wettigen dat wij bij het thans te vermelden onderzoek gebruik maken van de toen gevonden stralingskromme. Nadere bijzonderheden over de waarnemingen zelve zullen binnenkort in het volgend verslag der expeditie worden gepubliceerd.

scheiden, en van deze het stralingsvermogen per vlakke-eenheid aanduiden door x_2, x_3, \dots, x_n . (Op grond van hetgeen gevonden is door LANGLEY en door FROST onderstellen wij dat het stralingsvermogen slechts verandert met den afstand tot 't middelpunt, niet met den positiehoek). Eén van de 39 strooken draagt nu tot de straling bij:

$$d = \sigma_1 x_2 + \sigma_2 x_3 + \dots + \sigma_n x_n$$

wanneer zij uit de eerste zone een stuk σ_1 , uit de tweede een stuk σ_2 , uitsnijdt, enz. De volgende strook levert op

$$e = \epsilon_1 x_2 + \epsilon_2 x_3 + \dots + \epsilon_n x_n.$$

Zoo verkrijgen we 39 vergelijkingen, waaruit x_2, x_3, \dots, x_n kunnen worden bepaald.

Bepaling van de coëfficiënten der n onbekenden.

De coëfficiënten $\sigma_1, \sigma_2, \dots, \epsilon_1, \epsilon_2, \dots$ heb ik gevonden door weging. Op een stuk fraai homogeen papier werd de zonnescijf getekend, voorzien van de indeeling in 39 strooken en in een geschikt aantal concentrische zonen. Om deze teekening te kunnen vervaardigen, moest de schijfbare beweging der maan ten opzichte van de zon, benevens de verhouding der stralen van de beide schijven bekend zijn. Aan Prof. NIELAND heb ik de volgende gegevens te danken:

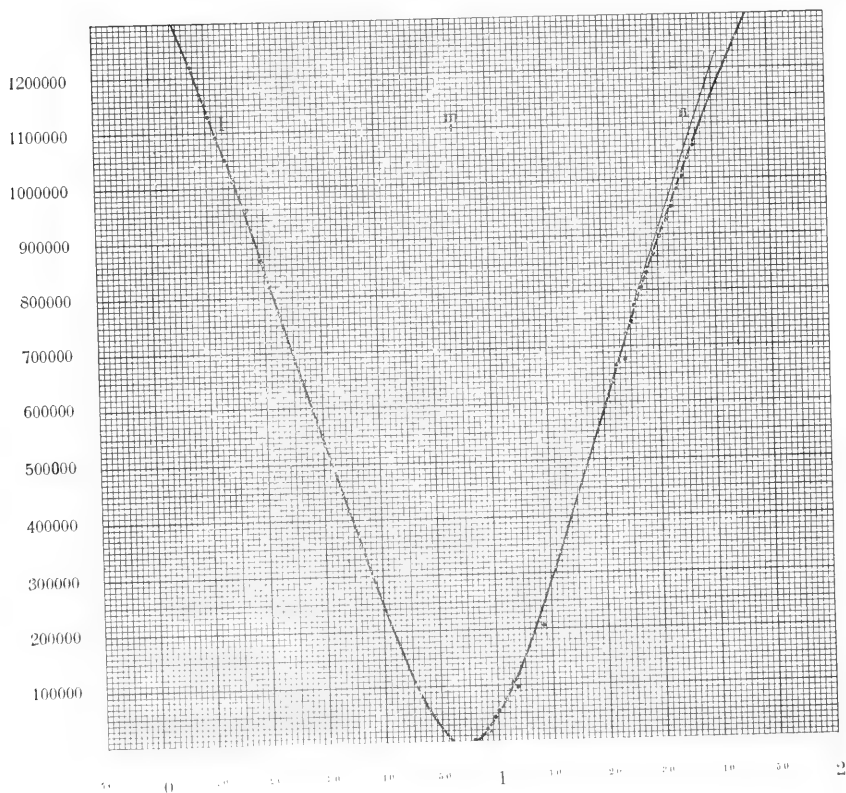
contact	I	II	III	IV
positiehoek raakpunt	293°,4	104°,5	304°,9	114°,9
plaatselijke tijd	23 ^u 33 ^m 10 ^s	0 ^u 51 ^m 58 ^s	0 ^u 55 ^m 39 ^s	2 ^u 12 ^m 14 ^s
straal maan : straal zon = 132,8 : 126,8.				

Eerst werden nu de strookjes zorgvuldig van elkander gescheiden en (voor latere controle) ieder in zijn geheel gewogen. Vervolgens werd elk strookje langs de zone-cirkels in stukken geknipt en deze deelen afzonderlijk gewogen. Om te zorgen dat de stukjes herkenbaar zouden zijn, had men van te voren al de zonen verschillend gekleurd met een zeer dun laagje waterverf. De wegingen, op halve milligrammen nauwkeurig, gaven de coëfficiënten der onbekenden x_2, x_3, \dots, x_n . Als vlakke-eenheid, waarmee de oppervlakte der zonnescijf gemeten wordt, is dus gebezigd een deel dat beantwoordt aan een stukje van ons teekenpapier, dat 1 m.gr. weegt.

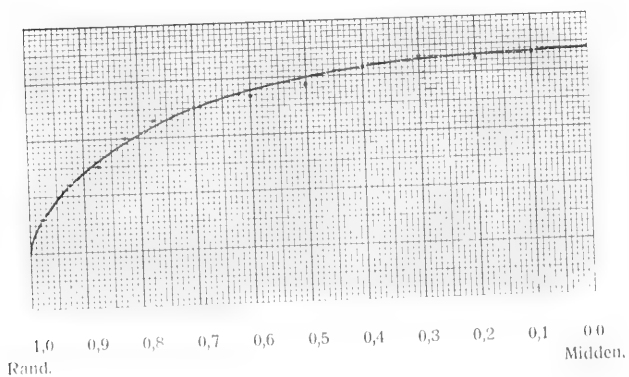
De buitenste vijf zonen hadden elk een breedte gelijk aan $\frac{1}{20}$ van den straal der zon; dan volgden er zeven met een breedte gelijk aan $\frac{1}{10}$ van den straal, zoodat in 't midden een cirkeltje overbleef met straal $\frac{1}{30}$. Wij zullen nu de afstanden der middens van de zonen tot het centrum, uitgedrukt in duizendste deelen van den straal, gebruiken als indices α, β, \dots voor onze 13 onbekenden, en deze dus schrijven:

W. H. JULIUS. Een nieuwe methode ter bepaling van het verloop der stralingssterkte op de zonschijf van het midden naar den rand.

Middelste gedeelte der stralingskromme tijdens de zonsverduistering van 30 Augustus 1905.



Stralingsvermogen der zonschijf.



$v_{975}, v_{925}, v_{875}, v_{825}, v_{775}, v_{700}, v_{600}, v_{500}, v_{400}, v_{300}, v_{200}, v_{100}, v_0.$

Op blz. 614 vindt men de vergelijkingen. Wij hebben er slechts 13 gebezigd; vermeerdering van dit aantal zou niet tot grootere nauwkeurigheid hebben geleid, want de waarden der eerste leden, a, b, c, \dots moesten gevonden worden uit de stralingskromme, dus door grafische interpolatie, en daarbij is van zelf reeds zoo goed mogelijk rekening gehouden met *alle* waarnemingen.

Bepaling van de constante termen der vergelijkingen.

Tabel I bevat de resultaten van de waarnemingen die wij te Burgos met den actinometer hebben verricht. De tweede kolom geeft de uitwijkingen van den galvanometer; in de derde vindt men de daaruit berekende ¹⁾ stralingssterkten. Uit de grafische voorstelling van deze (zie de plaat) blijkt dat, hoewel de wolken groote leemten hebben veroorzaakt in de waarnemingsreeks, de stralingskromme toch met zeer veel kans op juistheid kon worden geteekend.²⁾ Natuurlijk is de kromme niet *tusschen de waarnemingspunten door* getrokken, maar zoo, dat zij *de hoogste punten vloeiend verbindt*, want de gevonden uitwijkingen konden slechts te klein zijn.

Ter bepaling van a, b, c, \dots hebben we de stralingssterkten, waargenomen tusschen $0^u 55^m$ en $1^u 37^m$, op groote schaal geteekend en zoo zorgvuldig mogelijk een vloeiende lijn daarop aangesloten. Het verdient opmerking dat aan de kleine ordinaten dezer kromme (enkele minuten na de totaliteit) een nagenoeg evengroote betrekkelijke nauwkeurigheid toekomt als aan de langere ordinaten, want de galvanometeruitwijkingen, waaruit zij werden berekend, liggen alle tusschen 118 en 347 schaaldeeltjes. Tabel II heeft betrekking op dit gedeelte der stralingskromme. In de tweede kolom van die tabel vindt men de ordinaten der kromme voor de tijdstippen $0^u 55^m 40^s$ en telkens twee minuten later; de eenheid beantwoordt aan een

1) Voor het verband tusschen de getallen van de tweede en die van de derde kolom verwijs ik naar de vollediger opgaven die in het rapport der eclipssexpeditie te vinden zullen zijn. Daar zal men ook een plaat aantreffen waarop *al* de waarnemingen zijn voorgesteld; thans geven wij slechts het middelste gedeelte van de stralingskromme, omdat alleen hieraan de gegevens voor onze berekeningen zijn ontleend.

Onze waarnemingen te Burgos zijn verricht volgens dezelfde methode en met dezelfde instrumenten die men beschreven vindt in: "Total Eclipse of the Sun, May 18, 1901. Reports on the Dutch Expedition to Karang Sago, Sumatra, N^o. 4: Heat Radiation of the Sun during the Eclipse", by W. H. JULIUS. De galvanometeruitwijkingen zijn evenredig aan de totale straling, komende van een cirkelvormig veld van 3° middellijn met de zon in het centrum.

2) De oorspronkelijke stralingskromme heeft men, ter reproductie, nageteekend. Daarbij is echter van de nauwkeurigheid zooveel verloren gegaan, dat de plaat niet kan dienen om daarop de juiste getal-waarden van ordinaten af te lezen.

T A B E L I.

Tijd.	Galvano- meter-uit- wijkingen.	Stralings- sterkten.	Tijd.	Galvano- meter-uit- wijkingen.	Stralings- sterkten.
$\begin{matrix} u & m & s \\ 22 & 28 & 48 \end{matrix}$	280	1750000	$\begin{matrix} u & m & s \\ 0 & 20 & 48 \end{matrix}$	128.5	819000
36 0	231	1444000	2e contact 51 58		
38 33	287	1794000	53 53	3	9
46 58	287	1794000	54 28	13	13
51 38	270	1688000	55 48	33	33
53 49	260.5	1631000	3e contact 55 40		
56 8	278.5	1745000	55 58	600?	600?
			57 58	118.5	23000
			58 33	98.5	19100
23 4 58	256	1610000	59 13	219.5	42700
8 3	283.5	1786000	59 53	286	55700
9 56	284.5	1792000	1 4 18	232.5	74800
11 44	275	1736000	2 28	170	108800
1e contact 33 8			3 3	152.5	97700
35 48	226	1430000			
38 3	256.5	1625000	7 38	323.5	207000
40 38	269.5	1709000			
41 38	270	1712000	21 15	331.5	635000
42 48	270.5	1715000	22 3	347.5	665000
44 0	260	1649000	23 3	151.5	676000
45 33	259.5	1646000	23 58	162	722000
46 38	256.5	1627000	24 53	167	745000
47 52	248.5	1566000	25 53	174	776000
48 53	250.5	1589000	26 53	180.5	805000
50 8	249	1580000	27 53	186.5	832000
51 33	241	1529000	28 58	194	865000
53 8	233.5	1483000	30 8	201	897000
55 3	227	1442000	31 8	207.5	926000
56 33	226	1435000	32 11	213	950000
58 23	216.5	1376000	33 13	220	981000
			34 20	225.5	1007000
0 7 23	192	1222000	35 25	232.5	1037000
8 53	184	1170000	36 34	237.5	1060000
10 28	177	1127000			
11 43	171.5	1091000	2 4 58	338	1506000
13 13	165.5	1054000	3 8	248	1581000
14 58	159	1013000	4e contact 12 24		
17 3	150	956000	13 18	258.5	1648000
19 28	136	867000	14 20	260	1657000

stralingssterkte = 1000. Maar deze aan de waarnemingen ontleende kromme moet gecorrigeerd worden in verband met de omstandigheid dat gedurende het beschouwde tijdsverloop de zonshoogte veranderd is. Dit kan op de volgende wijze geschieden. Wanneer wij afzien van een mogelijken invloed van zonnevlekken of fakkels is er geen reden waarom de eclipskromme niet symmetrisch zou zijn als de zonshoogte (en de toestand der atmosfeer) onveranderd bleef. Tusschen 23^u en 1^u verandert de zonshoogte uiterst weinig. Nemen wij

TABEL II.

Tijd	Ordinaten der stralingskromme	Ordinaten der verbeterde stralingskromme	Aan-groeiingen
0 55 40	0	0	20.1 = <i>a</i>
57 40	20.1	20 1	32.4 = <i>b</i>
59 40	52.5	52.5	38.5 = <i>c</i>
1 1 40	91.0	91.0	45.5 = <i>d</i>
3 40	136.5	136.5	50.5 = <i>e</i>
5 40	187	187	54 = <i>f</i>
7 40	240	241	56 = <i>g</i>
9 40	296	297	58 = <i>h</i>
11 40	354	355	59 = <i>i</i>
13 40	412	414	60 = <i>j</i>
15 40	472	474	61 = <i>k</i>
17 40	532	535	62 = <i>l</i>
19 40	594	597	62 = <i>m</i>
21 40	655	659	62 = <i>n</i>
23 40	717	721	62 = <i>o</i>
25 40	776	783	61.5 = <i>p</i>
27 40	834.5	841.5	61 = <i>q</i>
29 40	891.5	905.5	60.5 = <i>r</i>
31 40	947	966	60 = <i>s</i>
33 40	1001	1026	59.5 = <i>t</i>
35 40	1053.5	1085.5	

TABEL III.

Straling per vlakke-eenheid der concentrische zonen van de zonneshijf
$x_{975} = 0.4595$
$x_{975} = 0.2166$
$x_{875} = 0.2501$
$x_{825} = 0.3023$
$x_{775} = 0.3290$
$x_{700} = 0.3488$
$x_{600} = 0.3662$
$x_{500} = 0.3843$
$x_{400} = 0.4153$
$x_{300} = 0.4278$
$x_{200} = 0.4240$
$x_{100} = 0.4380$
$x_0 = 0.4388$

$0_n 53^m 50^s$ aan als het tijdstip van het midden der eclips en trekken wij (zie de Plaat) door een met dat tijdstip corresponderend punt m een horizontale lijn die de dalende tak in l snijdt; maken wij vervolgens $m n = m l$, en herhalen wij dit bij anderen ordinaten, dan vinden wij punten n van een hypothetische stralingskromme voor nagenoeg standvastige zonshoogte. Deze handelwijze geeft ons een indruk van de grootte der vloeiende correctie welke aan den stijgenden tak (die zuiverder waargenomen is dan de dalende) moet worden aangebracht. Zij is in overeenstemming met de metingen der stralingssterkte voor verschillende zonshoogten, uitgevoerd door K. ÅNGSTRÖM op Teneriffe in 1896.

Kolom 3 bevat de verbeterde ordinaten. In de vierde kolom eindelijk vindt men de aangroeiingen daarvan in tijdsverloopen van 2 minuten; dit zijn dus de waarden die aan de constante termen onzer vergelijkingen moeten worden toegekend.

Uitkomsten.

De oplossing der vergelijkingen voert tot de getallen van Tabel III, welke uitkomsten grafisch zijn voorgesteld in fig. 2 op de plaat.

De lijn die zich, met afnemende kromming, zoo goed mogelijk aan de gevonden punten aansluit, toont ons dus het verloop der stralingssterkte op de zonneshijf van den rand naar het midden. Stellen wij het stralingsvermogen in het centrum gelijk aan 100 en drukken wij de andere ordinaten der kromme in dezelfde eenheid uit, dan krijgen we getallen die vergelijkbaar zijn met de resultaten van andere waarnemers.

In Tabel IV zijn nevens elkander geplaatst de uitkomsten door H. C. VOGEL¹⁾ verkregen voor verschillende stralengroepen uit het zichtbare spectrum; verder de getallen voor totale straling gevonden in een zonnebeeld met behulp van een radio-micrometer door WILSON²⁾ en van een thermoziuil door FROST³⁾; daarna onze getallen, afgeleid uit de eclipskromme. Bovendien vindt men nog in Tabel V de uitkomsten van een spectro-bolometrisch onderzoek van VERY⁴⁾, waarden die door VERY en door SCHUSTER⁵⁾ gebruikt zijn om daaraan theoretische beschouwingen ter verklaring van het verschijnsel te toetsen.

Volgens de waarnemingen van FROST neemt de totale straling van

¹⁾ H. C. VOGEL, Ber. d. Berl. Akad. 1877, p. 104.

²⁾ W. E. WILSON, Proc. Roy. Irish Acad. [3], Vol. 2, p. 299, (1892).

³⁾ E. B. FROST, Astron. Nachr. 130 (1892), p. 129.

⁴⁾ F. W. VERY, Astroph. Journ. 16 (1902), p. 73.

⁵⁾ A. SCHUSTER, Astroph. Journ. 16 (1902), p. 320; 21 (1905), p. 258.

T A B E L IV.

Afstand tot het midden der zonnenschijf.	Spectro-fotometrische bepalingen van H. C. VOGEL.						Totale straling.		
	405—412	440—446	467—473	510—515	573—585	658—666	Meetinstrument in zonnebeeld.		Eclipskromme.
	$\mu\mu$	$\mu\mu$	$\mu\mu$	$\mu\mu$	$\mu\mu$	$\mu\mu$	WILSON	FROST	JULIUS
0.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
0.1	99.6	99.7	99.7	99.7	99.8	99.9	99.9	99.9	99.8
0.2	98.5	98.7	98.8	98.7	99.2	99.5	99.6	99.4	98.6
0.3	96.3	96.8	97.2	96.9	98.2	98.9	98.8	98.4	96.6
0.4	93.4	94.1	94.7	94.3	96.7	98.0	97.3	96.3	94.0
0.5	88.7	90.2	91.3	90.7	94.5	96.7	95.3	93.6	90.3
0.6	82.4	84.9	87.0	86.2	90.9	94.8	92.5	89.8	85.5
0.7	74.4	77.8	80.8	80.0	84.5	91.0	88.7	84.6	79.5
0.75	69.4	73.0	76.7	75.9	80.1	88.1			75.3
0.8	63.7	67.0	71.7	70.9	74.6	84.3	83.9	77.9	70.1
0.85	56.7	59.6	65.5	64.7	67.7	79.0			63.5
0.9	47.7	50.2	57.6	56.6	59.0	71.0	74.9	68.0	55.0
0.95	34.7	35.0	45.6	44.0	46.0	58.0		(60.5)	44.0
1.0	13.0	44.0	46.0	16.0	25.0	30.0	45.1		(24.0)

T A B E L V.

Afstand tot het midden	Spectro-bolometrische bepalingen van F. W. VERY.						
	416 $\mu\mu$	468 $\mu\mu$	550 $\mu\mu$	615 $\mu\mu$	781 $\mu\mu$	1010 $\mu\mu$	1500 $\mu\mu$
0.5	85.8	90.2	93.3	94.8	94.1	94.3	95.9
0.75	74.4	76.4	83.1	84.5	88.5	89.4	95.0
0.95	47.1	46.2	58.7	68.4	74.9	76.5	85.6

het midden naar den rand ongeveer evenzoo af als de zichtbare stralen van golflengte 650 $\mu\mu$, terwijl mijne getallen schijnen te wijzen op een verloop dat meer overeenkomt met dat voor stralen van golflengte 510 $\mu\mu$. Op het eerste gezicht maakt het den indruk alsof dit pleit voor de uitkomsten van FROST; immers het maximum der energie-kromme van het zonnenspectrum (of misschien liever: het „zwaartepunt“ van de door die kromme begrensde oppervlakte) ligt nader bij 650 $\mu\mu$ dan bij 510 $\mu\mu$. Maar de gevolgtrekking is onjuist; want

zooowel de waarnemingen van VOGEL als die van FROST zijn alle op overeenkomstige wijze gestoord door verstrooiing van stralen in de atmosfeer. Waren de spectro-fotometrische bepalingen van dien invloed vrij geweest, dan zou de afneming der straling naar den rand ongetwijfeld sterker gevonden zijn voor *alle* golflengten, en hoogstwaarschijnlijk zou in dat geval het verloop voor stralen uit het gebied 650 μ u beter in overeenstemming gebleken zijn met *onze* uitkomsten dan met de niet-gecorrigeerde waarden van FROST.

Bij de waarnemingen van WILSON schijnen nog andere storende invloeden werkzaam te zijn geweest, behalve de verstrooiing door den dampkring, daar zijne getallen grooter zijn dan die van FROST en dus niet zoo goed als deze in overeenstemming zijn met de reeks der spectro-fotometrische bepalingen.

De onderzoekingen van VERY met den spectro-bolometer hebben in de buitenste zonen der zonneshijf aanmerkelijk grootere waarden voor de stralingssterkte opgeleverd dan die van VOGEL. VERY zelf wijst op dit verschil, en zegt dan dat in het rood, waar de warmte groot is, de bolometer vóór heeft boven het oog; maar ik zou daartegenover willen stellen dat storingen, veroorzaakt door onvolmaaktheden van de instrumenten (bijv. terugkaatsing of verstrooiing van licht door prisma's, lenzen, buiswanden) gemakkelijker worden ontdekt en verholpen bij spectro-fotometrisch dan bij spectro-bolometrisch werk.

Het schijnt mij toe dat uitkomsten betreffende de straling der zonneshijf, afgeleid uit de gedaante van een eclips-kromme die met een zeer eenvoudigen actinometer, zonder lenzen of spiegels, werd bepaald, meer vertrouwen verdient dan de resultaten die men tot heden langs andere wegen verkreeg. Intusschen wensch ik meer nadruk te leggen op de voordeelen onzer *methode* dan wel op de betrouwbaarheid der getallen die wij te Burgos, onder niet zeer gunstige omstandigheden, gevonden hebben. Bij helderen hemel zal men de eclips-kromme uiterst scherp kunnen waarnemen.

Dezelfde methode zou ook kunnen worden toegepast voor afzonderlijke stralengroepen uit het spectrum, indien men slechts geschikte stralenfilters voor de opening van een der diaphragma's in den actinometer plaatste. Misschien is het zelfs mogelijk, bij een volgende eclips een inrichting te bezigen waardoor verschillende stralenfilters bij afwisseling voor de opening worden gebracht; op die wijze zou men, mits beschikkende over een snel aanwijzenden galvanometer, in staat zijn met één actinometer gelijktijdig de eclips-krommen te bepalen voor stralen, behoorende tot vijf of meer streken van het spectrum.

Opmerkingen over hypothesen die men heeft ingevoerd ter verklaring van de helderheidsverdeling op de zonneschijf.

Bijna algemeen schrijft men de vermindering der helderheid naar den rand aan absorptie van de stralen door de zonne-atmosfeer toe¹⁾ en gaat daarbij uit van de onderstelling dat, bij afwezigheid van die atmosfeer, de fotosfeer zich zou vertoonen als een gelijkmatig lichtende schijf. Evenwel gelukt het dan niet, zoodanige waarden voor de dikte dier atmosfeer en voor haar absorptievermogen te vinden, dat op bevredigende wijze van de wet der stralingsvermindering rekenschap wordt gegeven. VERY²⁾ bijv. komt tot de ongerijmde gevolgtrekking, dat men aan den rand een kleiner absorptievermogen dan in het midden zou moeten aannemen; hij tracht dus andere invloeden te bedenken die, in vereeniging met de absorptie, de gewenschte overeenstemming tusschen theorie en waarneming zouden geven, en voert als zoodanig in: diffractie door kleine deeltjes, kolomvormige structuur van de atmosfeer der zon, oneffenheid van de fotosfeer.

SCHUSTER³⁾ daarentegen meent dat hij de moeilijkheid om de wet der helderheidsverdeling te verklaren gemakkelijk vermijdt door aan te nemen, dat de absorbeerende laag zeer dicht bij de fotosfeer gelegen is en dan tevens rekening te houden met de straling die deze laag zelve, krachtens haar hooge temperatuur, moet uitzenden. Hij vindt dan inderdaad waarden voor het absorptie- en het emissievermogen dier laag, vereenigbaar met de uitkomsten der metingen van VERY en van WILSON⁴⁾ en ook met de wet der energieverdeling in het spectrum van absoluut zwarte lichamen bij verschillende temperaturen. Maar dit alles neemt niet weg, dat er gegronde twijfel aan de juistheid zijner uitgangspunten en gevolgtrekkingen kan blijven bestaan.

Immers de berekeningen van SCHUSTER, zoowel als die van VERY, WILSON, LANGLEY, PICKERING en anderen over hetzelfde onderwerp, zijn alle gegrond op de onderstelling dat het licht zich rechtlijnig door de zonnegassen voortplant, terwijl ieder die van de zonnetheorie van A. SCHMIDT onbevooroordeeld heeft kennisgenomen, toch minstens zal

¹⁾ J. SCHEINER gaat zelfs zoo ver dat hij zegt: „Eine andere Deutung des Lichtabfalls ist nicht zulässig.“ (Strahlung und Temperatur der Sonne. p. 40).

²⁾ F. W. VERY. The absorptive power of the solar atmosphere. *Astroph. Journ.* 16, p. 73—91, 1902.

³⁾ A. SCHUSTER. *Astroph. Journ.* 16, p. 320—327, 1902 en 21, p. 258—261, 1905.

⁴⁾ W. E. WILSON and A. A. RAMBAUT. *Proc. Roy. Irish Acad.* [3], 2, p. 2—99 334, 1892.

moeten toegeven dat de stralen, van de buitenste zonen der schijf tot ons komende, kromme banen door de zonneatmosfeer moeten hebben beschreven. Door die omstandigheden verliezen de genoemde berekeningen hun overtuigende kracht.

En tegen het gronddenkbeeld, dat de fotosfeerstraling voor een aanmerkelijk gedeelte zou worden opgeslorpt door een ijle atmosfeer, bestaat een bezwaar van nog veel grooter gewicht. Ook hierop is, naar ik meen, het eerst gewezen door A. SCHMIDT. Wat toch wordt er van de geabsorbeerde energie die zich maar steeds in die atmosfeer opstapelt? Volgens SCHUSTER bijv. (l.c. p. 322) laat de atmosfeer ruim $\frac{1}{3}$ van de fotosfeerstraling door; bijna $\frac{2}{3}$ wordt dus daarin opgehouden en slechts een klein gedeelte van dat geabsorbeerde arbeidsvermogen voegt zich, als eigen-straling van de atmosfeer, weer bij de doorgelaten straling. Het resultaat is, dat meer dan de helft van de fotosfeerstraling in de, door SCHUSTER dun onderstelde, atmosfeer-laag achterblijft. Zoolang men niet heeft aangetoond op welke wijze de zonneatmosfeer die ontzaglijke hoeveelheid energie, die voortdurend toegevoerd en niet uitgestraald wordt, weer verliest, laten dergelijke beschouwingen een hoogst onbevredigenden indruk achter.

Minder groote moeilijkheden doen zich voor op den weg die door SCHMIDT¹⁾ is ingeslagen ter verklaring van het verschijnsel dat ons bezighoudt. Een gelijkmatig lichtende bol, ingesloten door een concentrische, volkomen doorschijnende lichtbrekende omhulling, zal zich vertoonen als een schijf waarvan de lichtsterkte naar den rand toe afneemt. SCHMIDT heeft dit aangetoond voor het geval van een homogene, scherp begrensde omhulling. Men ziet gemakkelijk in dat een dergelijke uitkomst verkregen zal worden als men een doorschijnende atmosfeer aanneemt waarvan de dichtheid — en daarmee het lichtbrekend vermogen — geleidelijk naar buiten kleiner wordt; maar natuurlijk zal de wet der intensiteitsvermindering dan afhangen van de wet der dichtheidsverandering. En gaat men nu nog een stap verder, door overeenkomstig de zonnetheorie van SCHMIDT aan te nemen dat de lichtende kern der zon *niet* een scherp begrensde bol is, maar een gasmassa wier dichtheid en stralingsvermogen in radiale richting vloeiend kleiner worden, dan beschikt men, voor de verklaring der lichtverdeling op de zonnenschijf, over uitgangspunten tegen welke, naar het mij thans toeschijnt, geen bezwaren van principieelen aard zijn aan te voeren.

1) A. SCHMIDT, Physik. Zeitschr. 4, 282, 341, 453, 476; 5, 67, 528. (1903 en 1904).

Natuurkunde. — De Heer VAN DER WAALS doet een mededeeling over: „*Een omstandigheid, welke in acht genomen moet worden bij de toepassing der toestandsvergelijking voor groote dichtheid der materie.*”

(Deze mededeeling zal later worden opgenomen).

Plantenkunde. — De Heer WEST biedt voor de boekerij van de Akademie aan de dissertatie van den Heer A. A. PULLE, getiteld: „*An enumeration of the vascular plants from Surinam, together with their distribution and Synonymy*” en merkt naar aanleiding daarvan het volgende op :

De Heer PULLE heeft zich beziggehouden met de bewerking van het botanische materiaal, dat door de expedities der laatste jaren in Suriname werd bijeengebracht; aan een van deze heeft hij trouwens zelf deelgenomen. Maar bovendien werd getracht een meer volledig beeld van onze kennis der flora van Suriname te verkrijgen, door in de bewerking ook op te nemen de oudere collecties, die te Leiden en Utrecht, te Göttingen, te Berlijn, in Kew Gardens en in het British Museum bewaard worden.

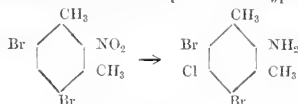
Zodoende bleek, dat een totaal van 2100 soorten van vaatplanten voor Suriname bekend is en hoewel men nu met zekerheid zeggen kan, dat dit getal op verre na niet overeenkomt met het werkelijke aantal soorten, dat in onze kolonie voorkomt, zoo behoort men het toch op prijs te stellen, dat hier voor de eerste maal een samenhangend beeld van de flora van Suriname gegeven wordt.

Zonder verder in bijzonderheden op den inhoud van het werk in te gaan, moet toch vermeld worden, dat de Schrijver tot het belangrijke resultaat komt, dat Suriname plantengeographisch behoort tot de Hylaea, het gebied van de Amazonerivier, misschien met uitzondering van het nog onbekende gebied ten Westen van de Wilhelminaketen. De Hylaea zou zich dan van den mond der Amazonerivier uitstrekken over Fransch Guyana en Suriname en in Britsch Guyana langzamerhand een smalle kuststrook vormen, die eindelijk overgaat in het Orinocogebied. Daarmee vervalt dan ook de voorstelling, dat er dwars door Suriname heen een samenhangend savannahgebied gevonden wordt, op de wijze zooals dit in Demerara en meer westelijk voorkomt; waar savannahs in onze kolonie aangetroffen worden, moet hun aanwezigheid uitsluitend aan locale invloeden van den bodem worden toegeschreven.

Scheikunde. — De Heer HOLLEMAN biedt namens den Heer J. J. BLANKSMA eene mededeeling aan: „*Over het invoeren van halogeenaatomen in de benzolkern bij de reductie van aromatische nitroverbindingen.*”

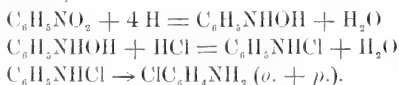
(Mede aangeboden door den Heer VAN ROMBURGH.)

Eenigen tijd geleden heb ik eenige proeven aangehaald en medegedeeld¹⁾ waardoor werd aangetoond, dat in sommige gevallen bij reductie van aromatische nitroverbindingen halogeenaatomen uit de benzolkern kunnen worden verwijderd. Nu is in 1901 eene verhandeling van PIXNOW²⁾ verschenen, waarin een vrij groot aantal gevallen wordt opgesomd, waarin juist halogeenaatomen in de benzolkern worden ingevoerd bij de reductie van aromatische nitroverbindingen. PIXNOW tracht de omstandigheden te vinden, waarbij deze nevenreactie zooveel mogelijk wordt verhinderd, om zoo te voorkomen dat naast de amidoverbindingen ook gehalogeneerde amidoverbindingen als bijproducten ontstaan. Toen ik nu bij reductie van 4-6-dibroom-2-nitro-m-xylool het 5-chloor-4-6-dibroom-2-amido-m-xylool als bijproduct verkreeg, heb



ik getracht in het eenvoudigste geval, n.l. bij de reductie van nitrobenzol met tin en zoutzuur, halogeenaatomen in de kern in te voeren.

Zooals bekend is ontstaan bij reductie van nitrobenzol tot aniline verschillende tusschenproducten o.a. phenylhydroxylamine. Het ontstaan van chlooraniline uit nitrobenzol kan nu op de volgende wijze verklaard worden:³⁾



Het feit, dat bij reductie van nitrobenzol als tusschenproduct phenylhydroxylamine optreedt, is aangetoond door BAMBERGER, die tevens heeft bewezen, dat door koking van phenylhydroxylamine met zoutzuur *o*- en *p*-chlooraniline ontstaan⁴⁾. Tevens is door LÖB bewezen, dat door electrolytische reductie van nitrobenzol in alcoholisch zoutzure oplossing *o*- en *p*-chlooraniline ontstaan⁵⁾. De bedoeling

¹⁾ Verslagen Kon. Akad. van Wetenschappen 30 Maart 1904, Recueil **24**, 320.

²⁾ Journ. für Prakt. Chem. (2) **63**, 352.

³⁾ LÖB, Die Electrochemie der Organischen Verbindungen pag. 166, 3e Auflage (1905).

⁴⁾ Ber. **28**, 451. BAMBERGER en LAGUTT, Ber. **31**, 1503.

⁵⁾ Ber. **29**, 1896.

waarmee de hieronder beschreven proeven werden uitgevoerd, was nu te trachten de reductie van nitrobenzol met tin en zoutzuur zoodanig uit te voeren, dat in plaats van aniline zooveel mogelijk chlooraniline ontstond.

Daartoe moest de proef zoo worden uitgevoerd, dat het gevormde phenylhydroxylamine niet onmiddellijk verder werd gereduceerd tot aniline, maar zoo, dat er gelegenheid bestond, deze stof onder invloed van zoutzuur in chlooraniline om te zetten. Tevens moesten de omstandigheden zoodanig gekozen worden, dat het intermediair gevormde phenylchlooramine C_6H_5NHCl gemakkelijk kon worden omgezet in chlooraniline.

Nu is omtrent de intramoleculaire omzetting van phenylchlooramine in *o*- en *p*-chlooraniline weinig bekend, omdat de eerste stof zeer onbestendig is. Wel echter zijn de omstandigheden, waaronder het acetylchlooranilide in *p*-chlooracetanilide wordt omgezet, nader onderzocht. Het is gebleken, dat deze reactie zeer sterk versneld wordt door verhooging van temperatuur, en tevens door toevoeging van zoutzuur ¹⁾.

Nemen we nu op grond van de analogie tusschen phenylchlooramine en acetylchloorphenylamine aan, dat ook voor de eerste stof bij verhooging van temperatuur en toevoeging van zoutzuur de omzettingssnelheid in *o*- en *p*-chlooraniline sterk vermeerderd, dan zijn de condities om bij reductie van nitrobenzol met tin en zoutzuur chlooraniline in plaats van aniline te krijgen de volgende:

1°. langzame reductie, dus toevoeging van tin bij kleine hoeveelheden, opdat het gevormde phenylhydroxylamine niet direct verder gereduceerd wordt tot aniline;

2°. overmaat zoutzuur, om het gevormde phenylchlooramine snel om te zetten in chlooraniline:

3°. uitvoeren der reactie bij kookhitte, omdat ook verhooging van temperatuur deze omzetting bevordert.

De proef werd nu aldus uitgevoerd:

10 c.c. nitrobenzol werden opgelost in 100 c.c. alcohol, waaraan 200 c.c. zoutzuur van 25 % werden toegevoegd. Deze oplossing werd op de vrije vlam gekookt, terwijl 15 gr. tin door den opstijgenden koeler bij kleine porties werden toegevoegd. Telkens wanneer eene kleine hoeveelheid tin was toegevoegd, werd zoolang gekookt tot alles was opgelost, voor eene nieuwe hoeveelheid werd toegevoegd. De proef duurde 6 uren. Daarna werd het onveranderde nitrobenzol

¹⁾ BENDER, Ber. 19, 2273. BLANKSMA, Recueil 21, 366, 22, 290.

met stoom verwijderd en de rest alcalisch gemaakt en aniline en chlooraniline door stoom overgedistilleerd.

Op deze wijze werd 6.5 gr. olie verkregen. Het grootste gedeelte van deze olie werd tusschen 182° en 225° overgedistilleerd, de rest stonde in de fractioneerkolf en bleek *p*-chlooraniline te zijn (sp. 70°). De olie bestond uit aniline en *o*- en *p*-chlooraniline.

Uit de chloorbepaling volgens CARUS bleek, dat het mengsel 55 % chlooraniline en 45 % aniline bevatte.

Werd de reductieproef met SnCl₂ en HCl uitgevoerd, dan ontstond ook naast aniline het (*o* + *p*) chlooraniline (53 %). Ook hier werd het SnCl₂ telkens bij kleine hoeveelheden toegevoegd om het als tusschenproduct gevormde phenylhydroxylamine gelegenheid te geven te worden omgezet in *o*- en *p*-chlooraniline. Nitrosobenzol gaf hetzelfde resultaat ¹⁾.

Op dezelfde wijze gaf reductie van nitrobenzol met tin en broomwaterstofzuur een mengsel van aniline en (*o*- en *p*-)broomaniline.

Voorloopig is het nog moeilijk te voorspellen welke aromatische nitroverbindingen bij reductie met tin en zoutzuur eene groote hoeveelheid gehalogeneerde bijproducten zullen opleveren. Men zou daarvoor meer omtrent de reductiesnelheid der nitrolichamen ¹⁾ (en der intermediaire gevormde hydroxylaminederivaten) en omtrent de intramoleculaire omzettingssnelheden der halogeenphenylaminen moeten weten.

Zoo is bijv. bekend, dat *o*-nitrotoluol bij reductie met tin en zoutzuur een groote hoeveelheid gechlooreerd bijproduct geeft ²⁾. Hier wordt dus het als tusschenproduct gevormde *o*-tolylhydroxylamine omgezet in chloortoluidine, terwijl de reductieproeven van GOLDSCHMIDT ³⁾ over *o*-nitrotoluol hiermee in overeenstemming zijn. GOLDSCHMIDT heeft aangetoond, dat door verhooging van temperatuur ook de reductiesnelheid grooter wordt, terwijl tevens verhooging van temperatuur de omzettingssnelheid der halogeenphenylaminen vermeerderd. Het schijnt nu, dat de laatste reactie het sterkst wordt versneld, want door verhooging van temperatuur vermeerderd de hoeveelheid gehalogeneerde bijproducten ⁴⁾.

Resumé. Aangetoond werd, dat de reductie van nitrobenzol met tin (of SnCl₂) en zoutzuur zoodanig kan worden uitgevoerd, dat als hoofdproduct *p*-chlooraniline optreedt. De oorzaak hiervan moet

¹⁾ Cf. GOLDSCHMIDT, Zeitschrift für Phys. Chem. **48**, 435.

²⁾ BELSTEIN en KÜHLBERG, Ann, **156**, 81. HOLLEMAN en JUNGUS, Chemisch Weekblad II. 553.

³⁾ l. c.

⁴⁾ PINNOW, l. c.

worden gezocht in het feit, dat bij de reductie van nitrobenzol het phenylhydroxylamine als tusschenproduct optreedt. — Aangezien bij reductie van alle aromatische nitroverbindingen hydroxylaminederivaten als tusschenproducten optreden, zal men gewoonlijk bij reductie van dergelijke nitrolichamen met tin en zoutzuur naast amidoverbindingen ook gehalogeneerde amidoverbindingen met halogeenaatomen *o* of *p* ten opzichte van de NH_2 groep) zien optreden, terwijl de hoeveelheid van deze laatste stoffen afhankelijk zal zijn van de omstandigheden waaronder de reductie is uitgevoerd. In sommige gevallen worden geen halogeenaatomen ingevoerd, maar worden ze zelfs uit de benzolkern verwijderd¹⁾.

Meerdere proeven hoop ik later uitvoeriger in 't Recueil mede te deelen.

Amsterdam, Januari 1906.

Scheikunde. De Heer HOLLEMAN biedt eene mededeeling aan: „*Over de nitratie van ortho- en metadibroombenzol.*”

Nadat bij de nitratie der dichloorbenzolen de storende invloed was geconstateerd, dien de halogeenaatomen op elkanders richtenden invloed uitoefenen ten opzichte van de nitrogroep, was het noodig dit onderzoek uit te breiden tot de nitratie der dibroombenzolen, teneinde de resultaten bij de dichloor- en dibroomverbindingen met elkander in samenhang te kunnen brengen, en te kunnen vergelijken met de uitkomst der nitratie van de overeenkomstige monohalogenbenzolen. De hiertoe noodige experimenten zijn zeer vertraagd geworden doordien bleek, dat de dibroombenzolen ortho en meta tot nu toe nog niet in volkomen zuiveren staat waren verkregen en het zoeken naar eene methode om hen zoo in handen te krijgen veel tijd absorbeerde. Het is tenslotte gelukt het *m*-dibroombenzol te bereiden uit geheel zuiver *m*-broomanilin door diazotering in verdunde broomwaterstofzure oplossing volgens een voorschrift door ERDMANN voor een ander doel gegeven. Het meta-dibroombenzol heeft een spec. gew. van 1.960 bij 18.5° en een stolpunt van — 7°. Wel geeft F. SCHIFF terloops op (M. 11, 335) dat hij *m*-dibroombenzol van een stolpunt van + 1° heeft gehad, zonder aan te geven, hoe hij dit verkregen heeft, maar er is gegronde reden om aan de juistheid dezer opgave te twijfelen. Dan toch zoude het door mij en mijne medewerkers (SIRKS, SLUITER) verkregen produkt, met zijn 8° lager stolpunt ca 16% verontreinigt

¹ Recueil 24, 320.

ging moeten bevatten. Bij de nitratie van ons *m*-dibroombenzol werd echter een produkt verkregen, dat een spec. gew. bezat, zooals dat te verwachten was van een mengsel der isomeren ($\text{Br}^1 : \text{Br}^2 : \text{NO}_2^4$) en ($\text{Br}^1 : \text{Br}^2 : \text{NO}_2^2$), samengebracht in de verhouding, door het stolpunt aangegeven, zoodat eene verontreiniging van ons praeparaat met zulk eene groote hoeveelheid eener andere stof volkomen nitgesloten is te achten. Ook daardoor, dat bij het distilleeren ons praeparaat binnen 1° overging en, verdeeld in twee fracties, beide geheel hetzelfde spec. gew. en stolpunt bezaten.

Het *o*-dibroombenzol werd op analoge wijze uit *o*-broomanilien verkregen en had een spec. gew. van 1.996 bij $11^\circ.0$ en een stolpunt van $+ 6^\circ.0$.

De bereiding der zes dibroomnitrobenzolen had op analoge wijze plaats als die der zes dichloornitrobenzolen.

De samenstelling der nitratieprodukten van de dibroombenzolen werd bepaald uit hun stolpunt en hun spec. gew. en leidde tot de resultaten, in onderstaande tabel met samenstelling der nitratieprodukten der dichloorbenzolen vereenigd. De temperatuur der nitratie bedroeg 0° .

	Hoev. bijprod. in %	Hoev. bijprod. op 100 dln. hoofdprod.
<i>o</i> -C ₆ H ₄ Cl ₂	7.2	7.8
<i>m</i> -C ₆ H ₄ Cl ₂	4.0	4.1
<i>o</i> -C ₆ H ₄ Br ₂	18.3	22.4
<i>m</i> -C ₆ H ₄ Br ₂	4.6	4.8
C ₆ H ₅ Cl	29.8	42.0
C ₆ H ₅ Br	37.6	60.5

Bij het ortho-dibroombenzol is dus de storing van de richtkracht van het eene halogeenaatoom door de aanwezigheid van het andere veel geringer dan bij het orthodichloorbenzol, omdat in het eerste 18.3, het tweede slechts 7.2% bijprodukt ontstaat, terwijl monobroom resp. chloorbenzol aan bijprodukt 29.8, resp. 37.6% oplevert. Daarentegen is de storing bij het treden der nitrogroep tusschen de beide halogeenaatomen bij het *m*-dibroombenzol nagenoeg gelijk aan die bij *m*-dichloorbenzol, dus ten opzichte der orthoverbindingen

relatief veel grooter. Men zoude geneigd zijn, dit op rekening der „sterische verhinderingen” te stellen, door V. MELJER in de organische chemie ingevoerd, ware het niet, dat het spec. volume van chloor en broom in de dichloor- en dibroombenzolen betrekkelijk weinig verschilt.

Veeleer schijnt het atoomgewicht van chloor en broom in eenig verband met het bovenstaande te staan. Omtrent nadere bijzonderheden, dit onderzoek betreffende, raadplege men het Recueil.

Amsterdam, org. chem. Lab. d. Univ. Januari 1906.

Natuurkunde. — De Heer LORENTZ biedt eene mededeeling aan van den Heer L. S. ORNSTEIN: „*Over de beweging van een metaaldraad door een stuk ijs.*”

(Mede aangeboden door den Heer H. KAMERLINGH ONNES).

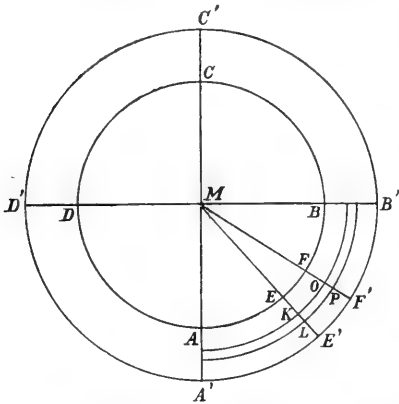
Bij eene welbekende proef over de zoogenaamde regelatie van het ijs wordt een met gewichten bezwaarde metaaldraad op een blokje ijs geplaatst. Hij beweegt er zich dan langzaam door, terwijl boven den draad het ijs weder bevriest. Nadat het dalen eenigen tijd heeft plaats gehad geschiedt het met constante snelheid. Dit verschijnsel wordt verklaard uit het feit, dat onder drukverhooging het vriespunt van water daalt.

Om nu de snelheid, waarmede de draad zich beweegt te berekenen beschouw ik een oneindig langen cirkelvormigen cilinder, die met eene gegeven kracht loodrecht op de as door een zich tot in het oneindige uitstrekkend stuk ijs wordt bewogen. Het verschijnsel is dan hetzelfde in elke doorsnede loodrecht op de as van den cilinder.

Ik neem nu aan, dat zich om den metaaldraad een waterlaagje bevindt, van eene dikte, die zeer klein is ten opzichte van den straal van den metaaldraad. Aan de grens van water en ijs bestaat een druk, die van beneden naar boven afneemt, en die te berekenen is uit de kracht, die per lengte-eenheid op den cilinder wordt uitgeoefend. Daar het dalen zeer langzaam geschiedt mag men aannemen, dat in elk punt de temperatuur beantwoordt aan den druk in dat punt bij het evenwicht van ijs en water, terwijl de warmtestroom, die uit deze temperatuursverdeeling volgt, bepaald mag worden in de onderstelling, dat de draad stilstaat. Aan de bovenzijde wordt nu aan het grensvlak van ijs en water warmte afgevoerd, aan de benedenzijde voert daarentegen de geleidingsstroom warmte toe. Boven bevriest er dus water, terwijl beneden ijs smelt. Daar de gesmolten hoeveelheid te berekenen is uit de warmtestroom, volgt hieruit weder de daling.

Zij nu M het middelpunt van de cirkelvormige doorsnede waar-

van de straal R is, zij de grens van water en ijs een daarmede concentrische cirkel met den straal $R + d$.



Aan de grens $A'B'C'$ kan men den druk \bar{p} in elk punt nu voorstellen door

$$p = p_0 + b \cos \varphi,$$

waarbij φ de hoek is, die de straal naar het punt met de lijn MA , die tot y -as gekozen, is maakt.

Daaraan beantwoordt eene temperatuur

$$t = t_0 + b \left(\frac{dt}{dp} \right)_0 \cos \varphi,$$

waarin $\left(\frac{dt}{dp} \right)_0$ de verandering van het smeltpunt met

den druk aangeeft per eenheid van drukvermeerdering.

Binnen den cirkel ABC zij nu het geleidingsvermogen k_1 , in de waterlaag zij het k_2 , terwijl het in het ijs buiten den cirkel $A'B'C'$ k_3 bedraagt.

De temperatuur voldoet in elk dier ruimten aan de differentiaalvergelijking

$$\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} = 0.$$

Aan de grenzen der velden gelden als grensvoorwaarden :

$$1^e \text{ aan } ABC \quad t_1 = t_2, \quad k_1 \left(\frac{\partial t_1}{\partial n} \right)_1 = k_2 \left(\frac{\partial t_2}{\partial n} \right)_2,$$

$$2^e \text{ aan } A'B'C' \quad t_2 = t_3 = t_0 + b \left(\frac{dt}{dp} \right)_0 \cos \varphi,$$

$$3^e \text{ in het oneindige } t_3 = t_0.$$

Het differentiaalquotient is naar den straal te nemen, voor de ruimte 1 is dit de naar buiten getrokken, voor het veld 2 de naar binnen getrokken normaal.

Aan de differentiaalvergelijking en de grensvoorwaarden is nu te voldoen door:

$$t_1 = t_0 + B_1 r \cos \varphi \quad \text{in het metaal,}$$

$$t_2 = t_0 + B_2 r \cos \varphi + \frac{C_2}{r} \cos \varphi \quad \text{in het waterlaagje,}$$

$$t_3 = t_0 \quad + \frac{C_3}{r} \cos \varphi \quad \text{in het ijs.}$$

Hierin is r de afstand tot het punt M . Voor de coëfficiënten heeft men de betrekkingen

$$B_1 + \frac{C_1}{R_2} = B_2 + \frac{C_2}{R^2},$$

$$k_1 \left(B_1 - \frac{C_1}{R_2} \right) = k_2 \left(B_2 - \frac{C_2}{R^2} \right)$$

$$B_2 + \frac{C_2}{(R+d)^2} = \frac{C_3}{(R+d)^2} = b \left(\frac{dt}{dp} \right)_0 \frac{1}{R+d}.$$

Voor B_2 en C_2 heeft men, indien men hoogere machten van d/R verwaarloost

$$\frac{C_2}{R^2} = - \frac{b \left(\frac{dt}{dp} \right)_0 (k_1 - k_2)}{2(R+d) \{ k_2 + d/R(k_1 - k_2) \}},$$

$$B_2 = \frac{b \left(\frac{dt}{dp} \right)_0 (k_1 + k_2)}{2(R+d) \{ k_2 + d/R(k_1 - k_2) \}}.$$

Aan een element $E'F'$ van $A'B'C'$ bedraagt de warmtestroom in het ijs naar $E'F'$ toe, als hoek $E'MF' = d\varphi$ is,

$$-k_3 \frac{C_3}{R+d^2} \cos \varphi d\varphi.$$

Over het geheele stuk $A'B'$ is dus de door het ijs toegevoerde warmte per tijdseenheid

$$-k_3 b \left(\frac{dt}{dp} \right)_0 \int_0^{\pi/2} \cos \varphi d\varphi = -k_3 b \left(\frac{dt}{dp} \right)_0.$$

In het water stroomt naar hetzelfde element $E'F'$ per tijdseenheid

$$-(R+d) d\varphi \cos \varphi k_2 \left(B_2 - \frac{C_2}{(R+d)^2} \right)$$

en over $A'B'$ dus in het geheel

$$-k_2 (R+d) \left(B_2 - \frac{C_2}{(R+d)^2} \right) = -k_2 b \left(\frac{dt}{dp} \right)_0 \frac{k_1 - (k_1 - k_2)d/R}{k_2 + (k_1 - k_2)d/R}.$$

Aan $A'B'$ en $B'C'$ zijn de in het geheel gesmolten, respectievelijk bevroren hoeveelheden gelijk, daar de warmtetoevoer resp. afvoer er hetzelfde is; evenzoo is aan $D'A'$ de warmtetoevoer gelijk aan dien aan $A'B'$. Als W de smeltingswarmte van ijs is, smelt er dus aan de onderzijde per tijdseenheid eene hoeveelheid

$$\frac{2 \left[k_2 \frac{k_1 - d/R(k_1 - k_2)}{k_2 + d/R(k_1 - k_2)} + k_3 \right] b \left(\frac{dt}{dp} \right)_0}{W}.$$

of als S_y het soortelijk gewicht van ijs is, een volume

$$- \frac{2 \left[k_2 \frac{k_1 - d/R(k_1 - k_2)}{k_2 + d/R(k_1 - k_2)} + k_3 \right] \left(\frac{dt}{dp} \right)_0 b}{W S_y}.$$

Aan den anderen kant heeft men, als de snelheid waarmee de cilinder daalt v is, voor het per tijdseenheid gesmolten volume

$$2 R v.$$

Dus is

$$v = - \frac{\left[k_2 \frac{k_1 - d/R(k_1 - k_2)}{k_2 + d/R(k_1 - k_2)} + k_3 \right] \left(\frac{dt}{dp} \right)_0 b}{R W S_y}.$$

Om b in de kracht P uit te drukken, die den cilinder per lengte-eenheid naar beneden drukt heeft men slechts op te merken, dat een element $EE' = R d\varphi$ een opwaartschen druk $p \cos \varphi = (p_0 + b \cos \varphi) \cos \varphi$ per vlakke-eenheid ondervindt, zoodat dus

$$P = 2 \int_0^{\pi} (p_0 \cos \varphi + b \cos^2 \varphi) R d\varphi = \pi b R$$

is: dit geeft dus $b = \frac{P}{\pi R}$. Is de druk P per lengte-eenheid gelijk aan

1, dan wordt de snelheid

$$v = - \frac{\left(\frac{dt}{dp} \right)_0 \left[k_2 \frac{k_1 - d/R(k_1 - k_2)}{k_2 + d/R(k_1 - k_2)} + k_3 \right]}{\pi R^2 W S_y} \dots \dots (I).$$

Er is nu nog een tweede formule te vinden, die d/R bevat, zoo men opmerkt, dat in het vloeistoflaagje strooming plaats heeft. Denkt men zich den draad stilstaande en het ijs er opwaarts langs bewogen, dan zal aan de grens $A'B'$ voortdurend water in het kanaal $AB A'B'$ gebracht worden, terwijl aan $B'C'$ voortdurend water uit $BC B'C'$ wordt opgenomen en tot ijs bevroren. Beweegt het ijs zich met de snelheid v opwaarts, dan is aan een elementje $E'E' = (R + d) d\varphi$, de per tijdseenheid intredende hoeveelheid water $(R + d) d\varphi v \cos \varphi$, zoodat dus per tijdseenheid door $E'E'$ de hoeveelheid $(R + d) v \cos \varphi d\varphi$ meer stroomt dan door $E'E'$.

Doch nog op een andere wijze is deze hoeveelheid te berekenen. Men heeft daartoe slechts op te merken dat in het kanaal onder den invloed der drukverschillen stroomen moeten plaats hebben. Neemt men als ξ -as een cirkel met den straal $R + \frac{1}{2}d$, en een η -as volgens een straal van dien cirkel, dan is, als men let op de krachten, die op

een element $KLOP$ werken, de snelheid volgens de ξ -as u_{ξ} noemt en als μ de coëfficiënt van inwendige wrijving is, terwijl men afziet van de zeer kleine snelheden u_{ξ} ; terwijl het snijpunt van den ξ -cirkel, en de lijn EE' de oorsprong is

$$\mu \frac{\partial^2 u_{\xi}}{\partial \eta^2} = - \frac{b \sin \varphi}{R}$$

Verder is aan den cirkel AB , $u_{\xi} = 0$, aan den cirkel $A'B'$, $u_{\xi} = v \sin \varphi$. Dus is

$$\mu u_{\xi} = - \frac{b \sin \varphi \eta^2}{2R} - \frac{r \sin \varphi}{d} \eta + \frac{\sin \varphi}{2} \left(v + \frac{b d^2}{4R} \right).$$

door de doorsnede EE' stroomt per tijdseenheid

$$\int_{-d/2}^{+d/2} u_{\xi} d\eta = \frac{1}{\mu} \left\{ \frac{bd^3}{12R} + \frac{vd}{2} \right\} \sin \varphi,$$

door FF' dus $\frac{1}{\mu} \left\{ \frac{b d^3}{12 R} + \frac{vd}{2} \right\} \cos \varphi d\varphi$ meer dan door EE' .

Door gelijkstelling van het resultaat der beide methoden, vindt men $(R + d) v = \frac{1}{\mu} \left\{ \frac{b d^3}{12 R} + \frac{vd}{2} \right\}$, hetgeen, daar d/R zeer klein is, ten slotte geeft

$$v = \frac{b d^3}{12 \mu R^2} \dots \dots \dots (II^a)$$

Bij de proeven heeft men nu met gebogen draden te doen.

Ik neem aan dat deze draden volkomen buigzaam zijn; de spanning zij in den geheelen draad S .

De kracht per lengteeenheid loodrecht op den draad wordt dan in elk punt gegeven door $S \frac{d\omega}{ds}$, waarin $d\omega$ de hoek van twee opeenvolgende raaklijnen is. Is nu de kromming niet te groot, dan kan men, bij de bepaling van de snelheid mit deze kracht de C uit formule (I) gebruiken, en vindt dus voor de snelheid loodrecht op den draad in elk punt

$$C S \frac{d\omega}{ds}$$

Een element ds van den draad doorloopt in de tijd dt het oppervlak

$$C S \frac{d\omega}{ds} ds dt.$$

Hangt de draad, waar hij het ijs verlaat verticaal en is de afstand van de eindpunten d_1 , dan doorloopt de draad per tijdseenheid het oppervlak

$$dt \int_0^{\pi} C S \frac{d\omega}{ds} ds = \pi CS dt.$$

Is de snelheid v dan is ditzelfde oppervlak $vd_1 dt$ dus is

$$v = \frac{\pi CS}{d_1} \dots \dots \dots (III)$$

Is de hoek tussehen de uiteinden 2α en de belasting P , dan is

$$v = \frac{2\alpha CP}{d_1 \sin \alpha} \dots \dots \dots (III_a)$$

Men kan zich de vraag stellen in welken vorm de draad in zijn geheel met constante snelheid daalt. De voorwaarde hiervoor is

$$C S \frac{d\omega}{ds} = v \frac{dx}{ds},$$

of

$$\frac{d\omega}{ds} = \frac{\pi}{d_1} \frac{dx}{ds}$$

Nu is $q d\omega = ds$, waarin q de kromtestraal is; dus

$$\frac{\frac{d^2y}{dx^2}}{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2} = \frac{\pi}{d_1}.$$

Neemt men de x -as horizontaal door 't hoogste punt der lijn, de y -as verticaal omlaag, dan is voor $x = 0, y = 0, \frac{dy}{dx} = 0$, dus

$$\frac{dy}{dx} = tg \frac{\pi}{d_1} x,$$

$$\cos \frac{\pi}{d_1} x = e^{-\frac{\pi}{d_1} y}.$$

Hiernit volgt voor den normalen druk in den top als de spanning S is.

$$S_n = \frac{S\pi}{d_1}$$

Om nu de formule (II^a) voor de kromme draden te verkrijgen mag men bij benadering voor *b* zijn waarde in den top stellen.

Deze is

$$b = \frac{S_n}{\pi R} = \frac{S}{Rd_1}.$$

Hierdoor gaat deze formule (II^a) dan over in :

$$v = \frac{S}{12\mu d_1} \left(\frac{d}{R}\right)^3 \dots \dots \dots (II^b)$$

De *S* hierin is gelijk aan de belasting *P*, die aan elke zijde van den draad is aangebracht.

Is de hoek tusschen de raaklijnen in de uiteinden *2α*, dan komt er een eenigszins ander stel formules. Voor den vorm der kromme vindt men dan

$$\cos \frac{2\alpha}{d_1} x = e^{-\frac{2x}{d_1} y}.$$

Voor de snelheid vindt men, als de belasting *P* wordt gesteld, de reeds opgegeven formule

$$v = \frac{2\alpha CP}{d_1 \sin \alpha} \dots \dots \dots (III^a)$$

en voor de snelheid volgens de hydrodynamische methode berekend, als ook hier *P* weder de belasting aan elke zijde is,

$$v = \frac{2\alpha P}{12\pi\mu d_1 \sin \alpha} \left(\frac{d}{R}\right)^3 \dots \dots \dots (II^c)$$

Door Dr. J. H. MEERBURG werd een reeks proeven over dit verschijnsel gedaan, waarvan hij de uitkomsten zelf bij een latere gelegenheid zal mededeelen.

Hier moge alleen vermeld worden dat bij de eerste metingen de overeenstemming met de theorie nog vrij wat te wenschen overliet. Men moet echter in aanmerking nemen, dat de dikte *d* van het waterlaagje zeer klein is, en dat dus de oneffenheden van den draad bij het stroomen der vloeistof in belangrijke mate van invloed kunnen zijn, zoodat de hydrodynamische beschouwing dan niet meer van kracht blijft.

Natuurkunde. - De Heer LORENTZ biedt een mededeling aan van den Heer H. B. A. BOCKWINKEL: „*Over de voortplanting van licht in een twee-assig kristal rondom een middelpunt van trilling*”.

(Mede aangeboden door den Heer KAMERLINGH ONNES).

§ 1. In de electromagnetische lichttheorie is het van belang den electromagnetische toestand in een kristal te bepalen, die te danken is aan een lichtbeweging, welke in zeker centrum O is opgewekt. Om te preciseren, zullen we ons denken, dat dit opwekken geschiedt door een periodiek wisselende electromotorische kracht ($E. M. K.$), werkende in een volumeelement τ , dat gelegen is om het punt O . Dit element zal dan naar alle richtingen energie uitstralen, waarvan het bedrag voor een willekeurige, oneindig kleine, kegelopening, nog zal afhangen van de richting daarvan met betrekking tot die van de $E. M. K.$ en van de elektrische symmetrieassen en het is de vraag, dit, althans voor punten die op grote afstand van O liggen, in bijzonderheden te onderzoeken. We zouden dit kunnen doen door gebruik te maken van de uitkomsten, die door GRÜNWARD¹⁾ zijn verkregen; daar deze echter de vergelijkingen bezigt in de vorm, die ze voor een vast veerkrachtig medium hebben en van zoo iets als de bedoelde $E. M. K.$ bij hem geen sprake is, zullen we het vraagstuk onafhankelijk behandelen. De methode, die wij volgen, bestaat hierin, dat we het vraagstuk terugbrengen tot een kwestie van platte golven en wel door gebruik te maken van een formule, die Prof. LORENTZ heeft bewezen en waarin een continue functie van de coördinaten wordt voorgesteld door een integraal over de openingen van alle mogelijke oneindig smalle kegeltjes met O tot top, waarin men de gehele ruimte kan verdelen. Zij nl. de $E. M. K.$ gelijk \mathcal{E}^e , dan is

$$\mathcal{E}^e = - \int \frac{1}{8\pi^2} \frac{\partial^2 \mathfrak{S}}{\partial n^2} d\omega, \dots \dots \dots (1)$$

waarin dn is het element van een lijn van willekeurige richting n , gelegen binnen $d\omega$, en \mathfrak{S} een vector, bepaald door de vergelijking

$$\mathfrak{S} = \int \mathcal{E}^e d\sigma, \dots \dots \dots (2)$$

geïntegreerd over een plat vlak, loodrecht op n door het besehouwde punt gebracht. \mathfrak{S} hangt dus nog van de coördinaten af, maar zódanig, dat hij constant is in vlakken loodrecht op n . Door middel van (1) is de oorspronkelijke $E. M. K.$ nu gesplitst in een groot aantal zeer kleine vectoren waarvan we de afzonderlike invloeden gemakkelijk kun-

¹⁾ J. GRÜNWARD. Über die Ausbreitung der Wellenbewegungen in optisch zwei-achsigen elastischen Medien, BOLTZMANN Festschrift (1904), p. 518.

nen nagaan, juist omdat elk daarvan constant is in vlakken van een bepaalde richting. We bepalen dus het veld, dat door elk van de elementen van de integraal (1) wordt teweeggebracht en superponeren daarna al de verkregen velden tot één nieuw veld, dat volgens het superpositiebeginsel werkelijk datgene zal zijn, wat door de oorspronkelijke E. M. K. wordt veroorzaakt. De afzonderlijke velden kunnen we de *componenten* van het ten slotte te bepalen eindveld noemen. Elk daarvan zal bestaan in een toestand met platte golven evenwijdig aan de vlakken, waarin het overeenkomstige element van de integraal (1) constant is. Aldus is het vraagstuk inderdaad teruggebracht tot een met platte golven.

§ 2. Ten einde nu de bijdrage te vinden, die aan een bepaalde kegelopening beantwoordt nemen we een coördinatenstelsel OX', OY', OZ' aan, waarvan de as OZ' valt langs de as van het gekozen kegelkje en OX' en OY' langs de twee richtingen van de dielectrische verplaatsing die bij vlakke golven behoren, welke OZ' tot normaal hebben. We zullen de golf waarbij de dielectrische verplaatsing langs OX' valt, de *eerste* en de andere golf de *tweede* noemen.

Verder nemen we nog een coördinatenstelsel aan OX, OY, OZ , waarvan de assen samenvallen met de electrische symmetrieassen van het kristal. Zij de electrische kracht voorgesteld door \mathfrak{E} , dan luiden de vergelijkingen waaraan zijn componenten $\mathfrak{E}_x, \mathfrak{E}_y$ en \mathfrak{E}_z langs eerstgenoemde assen voldoen moeten, indien alle grootheden

de factor $e^{\frac{2\pi}{T}t}$ bevatten

$$\begin{aligned} \Delta \mathfrak{E}_x - \frac{\partial}{\partial x'}(\operatorname{div} \mathfrak{E}) &= -\frac{4\pi^2}{T^2 e^2} \left[\epsilon_{11}(\mathfrak{E}_x + \mathfrak{E}_x^e) + \epsilon_{12}(\mathfrak{E}_y + \mathfrak{E}_y^e) + \epsilon_{13}(\mathfrak{E}_z + \mathfrak{E}_z^e) \right] \\ \Delta \mathfrak{E}_y - \frac{\partial}{\partial y'}(\operatorname{div} \mathfrak{E}) &= -\frac{4\pi^2}{T^2 e^2} \left[\epsilon_{12}(\mathfrak{E}_x + \mathfrak{E}_x^e) + \epsilon_{22}(\mathfrak{E}_y + \mathfrak{E}_y^e) + \epsilon_{23}(\mathfrak{E}_z + \mathfrak{E}_z^e) \right] \\ \Delta \mathfrak{E}_z - \frac{\partial}{\partial z'}(\operatorname{div} \mathfrak{E}) &= -\frac{4\pi^2}{T^2 e^2} \left[\epsilon_{13}(\mathfrak{E}_x + \mathfrak{E}_x^e) + \epsilon_{23}(\mathfrak{E}_y + \mathfrak{E}_y^e) + \epsilon_{33}(\mathfrak{E}_z + \mathfrak{E}_z^e) \right] \end{aligned} \quad (3)$$

als we nu met \mathfrak{E}^e voorlopig maar aanduiden de uitdrukking

$$\frac{d\omega}{8\pi^2} \frac{\partial^2 \mathfrak{E}}{\partial z'^2}$$

De grootheden ϵ , die hierin voorkomen vertonen bijzondere eigenschappen, doordat ze op *speciaal* gekozen richtingen betrekking hebben. Deze bijzonderheden zullen in het verdere vanzelf te voorschijn komen. Aangezien volgens de voorafgaande beschouwingen \mathfrak{E}^e alleen van z' afhangt, zal ook voor \mathfrak{E} een oplossing gevonden kunnen worden, waarbij dit het geval is. We onderstellen dus, dat

\mathfrak{E} , behalve de factor e^{int} , alleen nog maar z' bevat, dan gaan de vergelijkingen (3) over in

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial^2 \mathfrak{E}_{x'}}{\partial z'^2} &= -\frac{4\pi^2}{c^2 T^2} \left[\epsilon_{11} (\mathfrak{E}_{x'} + \mathfrak{E}_{x'}^e) + \epsilon_{12} (\mathfrak{E}_{y'} + \mathfrak{E}_{y'}^e) + \epsilon_{13} (\mathfrak{E}_{z'} + \mathfrak{E}_{z'}^e) \right] \\ \frac{\partial^2 \mathfrak{E}_{y'}}{\partial z'^2} &= -\frac{4\pi^2}{c^2 T^2} \left[\epsilon_{12} (\mathfrak{E}_{x'} + \mathfrak{E}_{x'}^e) + \epsilon_{22} (\mathfrak{E}_{y'} + \mathfrak{E}_{y'}^e) + \epsilon_{23} (\mathfrak{E}_{z'} + \mathfrak{E}_{z'}^e) \right] \\ 0 &= \epsilon_{13} (\mathfrak{E}_{x'} + \mathfrak{E}_{x'}^e) + \epsilon_{23} (\mathfrak{E}_{y'} + \mathfrak{E}_{y'}^e) + \epsilon_{33} (\mathfrak{E}_{z'} + \mathfrak{E}_{z'}^e) \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

§ 3. De laatste vergelijking leert, dat de dielectrische verplaatsing in de richting z' nul is. Verder blijkt uit deze vergelijkingen, dat $\mathfrak{E}_{z'}^e$ niets tot de lichtbeweging in een verwijderd punt bijdraagt. Immers, als $\mathfrak{E}_{x'}^e$ en $\mathfrak{E}_{y'}^e$ nul zijn, voldoet aan de vergelijkingen een oplossing, waarbij

$$\mathfrak{E}_{x'} = 0 \quad \mathfrak{E}_{y'} = 0 \quad \mathfrak{E}_{z'} = -\mathfrak{E}_{z'}^e.$$

In het verwijderde punt is $\mathfrak{E}_{z'}^e = 0$ dus ook $\mathfrak{E}_{z'}$. Electromotorische krachten die binnen een laag, begrensd door platte evenwijdige vlakken, werken in een richting loodrecht die vlakken, geven dus, ook in een kristallijn medium, geen lichtwerking in een verwijderd punt.

We elimineren $\mathfrak{E}_{z'}$ tussen de 1^e en 3^e, en tussen de 2^e en 3^e vergelijking.

Er komt

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \mathfrak{E}_{x'}}{\partial z'^2} &= -\frac{4\pi^2}{c^2 T^2} \left[\left(\epsilon_{11} - \frac{\epsilon_{13}^2}{\epsilon_{33}} \right) (\mathfrak{E}_{x'} + \mathfrak{E}_{x'}^e) + \left(\epsilon_{12} - \frac{\epsilon_{13}\epsilon_{23}}{\epsilon_{33}} \right) (\mathfrak{E}_{y'} + \mathfrak{E}_{y'}^e) \right] \\ \frac{\partial^2 \mathfrak{E}_{y'}}{\partial z'^2} &= -\frac{4\pi^2}{c^2 T^2} \left[\left(\epsilon_{12} - \frac{\epsilon_{13}\epsilon_{23}}{\epsilon_{33}} \right) (\mathfrak{E}_{x'} + \mathfrak{E}_{x'}^e) + \left(\epsilon_{22} - \frac{\epsilon_{23}^2}{\epsilon_{33}} \right) (\mathfrak{E}_{y'} + \mathfrak{E}_{y'}^e) \right]. \end{aligned}$$

We weten, dat, indien geen E. M. K. werkt, aan deze vergelijkingen twee oplossingen moeten voldoen, ofschoon dit aan de vergelijkingen zelf niet te zien is. Voor de eerste is daarbij $\mathfrak{E}_{x'} = 0$; voor de andere is $\mathfrak{E}_{y'} = 0$. Dit kan alleen zo

$$\epsilon_{12} - \frac{\epsilon_{13}\epsilon_{23}}{\epsilon_{33}} = 0$$

en

$$V_{x'}^2 = \frac{c^2}{\epsilon_{11} - \frac{\epsilon_{13}^2}{\epsilon_{33}}}, \quad V_{y'}^2 = \frac{c^2}{\epsilon_{22} - \frac{\epsilon_{23}^2}{\epsilon_{33}}}$$

de voortplantingssnelheden zijn van de beide platte golven, welke door de twee oplossingen worden voorgesteld. De veldvergelijkingen nemen dus ten slotte de gedaante aan

$$\frac{\partial^2 \mathfrak{E}_{x'}}{\partial z'^2} = -\frac{4\pi^2}{T^2 V_{x'}^2} (\mathfrak{E}_{x'} + \mathfrak{E}_{x'}^e), \quad \frac{\partial^2 \mathfrak{E}_{y'}}{\partial z'^2} = -\frac{4\pi^2}{T^2 V_{y'}^2} (\mathfrak{E}_{y'} + \mathfrak{E}_{y'}^e) \quad (5)$$

terwijl de 3^e vergelijking van (4) ten slotte \mathfrak{E}_x' leert vinden uit \mathfrak{E}_y' en \mathfrak{E}_y' . We zien uit (5), dat \mathfrak{E}_x' alleen afhangt van \mathfrak{E}_y^e , en \mathfrak{E}_y' alleen van \mathfrak{E}_x^e ; verder dat beide vergelijkingen dezelfde vorm hebben. We kunnen dus volstaan met ons bezig te houden met de eerste alleen en zullen dan, in plaats van V_x' eenvoudig V schrijven. Hebben we dan een einduitkomst gevonden door telkens de X' -component van de E. M. K. te beschouwen, dan moeten we daaraan nog toevoegen een bedrag, dat door de Y' -component wordt teweeggebracht en waarvan de vaststelling door analogie met het eerste geschieden kan.

§ 4. De algemene oplossing van de vergelijking

$$\frac{\partial^2 \mathfrak{E}_x'}{\partial z'^2} = -\frac{4\pi^2}{T^2 V^2} (\mathfrak{E}_x' + \mathfrak{E}_x^e)$$

luit nu

$$\mathfrak{E}_x' = \frac{i\pi}{TV} e^{i\frac{2\pi z'}{TV}} \int_{\eta_2}^{z'} \mathfrak{E}_x^e e^{-i\frac{2\pi z'}{TV}} dz' - \frac{i\pi}{TV} e^{-i\frac{2\pi z'}{TV}} \int_{\eta_1}^{z'} \mathfrak{E}_x^e e^{i\frac{2\pi z'}{TV}} dz'. \quad (6)$$

De onderste grens van de integralen in (6) is willekeurig, zodat behoorlijk twee onbepaalde constanten in de algemene oplossing voorkomen. We begrijpen al wel, dat ook in de einduitkomst zekere onbepaaldheid moet blijven. Immers, indien één oplossing voldoet, die een voortplanting van O af betekent, zal ook wel voldoen een andere, welke beduidt een voortplanting naar O toe. Het is ons voldoende, alleen de eerste oplossing te hebben en willen we het er, van nu af, al dadelijk op aanleggen, dat de andere ten slotte verdwijnt, dan moeten aan de onderste grenzen volkomen bepaalde waarden toegekend worden. Dit blijkt op de volgende manier. We beschouwen de twee raakvlakken evenwijdig aan $OX'Y'$, welke aangebracht kunnen worden aan het oppervlak binnen hetwelk de E. M. K. van nul verschilt, dat dus de begrenzing vormt van het vroeger genoemde volume-element τ . Daar in de formules (3) tot (6) \mathfrak{E}^e eigenlijk staat voor

$$-\frac{1}{8\pi^2} \frac{\partial^2 \mathfrak{B}}{\partial z'^2} d\omega,$$

en \mathfrak{B} buiten de vermelde raakvlakken nul is, moet in die formules ook \mathfrak{E}^e nul genomen worden buiten die vlakken. Zijn de vergelijkingen van de raakvlakken

$$z' = -h_1 \quad \text{en} \quad z' = h_2,$$

waarin h_1 en h_2 positieve grootheden voorstellen, dan is voor

$$z' > h_2$$

te zorgen, dat de eerste integraal van (6) en voor

$$z' < -h_1$$

dat de tweede integraal van (6) verdwijnt. Dit kan slechts indien voldaan is aan de voorwaarden

$$g_1 < -h_1.$$

$$g_2 > h_2.$$

Tevens doet het er blijkbaar volstrekt niet toe welke waarden we aan g_1 en g_2 toekennen; mits ze maar aan deze voorwaarden voldoen, blijft de uitkomst van de integraties altoos dezelfde. We stellen daarom maar $g_1 = -h_1$ en $g_2 = h_2$ en kunnen dan schrijven

$$\mathfrak{E}_{x'} = \frac{i d\omega}{8\pi TV} e^{-i \frac{2\pi z'}{TV} \int_{-h_1}^{z'} \frac{\partial^2 \mathfrak{B}_{x'}}{\partial z'^2} dz'} e^{i \frac{2\pi z'}{TV} dz'} - \frac{i d\omega}{8\pi TV} e^{i \frac{2\pi z'}{TV} \int_{h_2}^{z'} \frac{\partial^2 \mathfrak{B}_{x'}}{\partial z'^2} dz'} e^{-i \frac{2\pi z'}{TV} dz'}$$

§ 5. Bij het uitvoeren van deze integraties moet onderscheid gemaakt worden tusschen het geval, dat het punt P waarin we de lichtbeweging willen bepalen, binnen of buiten de meermalen genoemde raakvlakken ligt. Onderstellen we in de eerste plaats het laatste, dan is voor positieve z' de tweede integraal van (7) nul, terwijl we in de eerste voor de bovenste grens h_2 in plaats van z' kunnen nemen; deze wordt dan:

$$\int_{-h_1}^{h_2} \frac{\partial^2 \mathfrak{B}_{x'}}{\partial z'^2} e^{i \frac{2\pi z'}{TV} dz'} = \frac{\partial \mathfrak{B}_{x'}}{\partial z'} e^{i \frac{2\pi z'}{TV} h_2} - i \frac{2\pi}{TV} \int_{-h_1}^{h_2} \frac{\partial \mathfrak{B}_{x'}}{\partial z'} e^{i \frac{2\pi z'}{TV} dz'}$$

Nu moet wel \mathfrak{E} gedacht worden vloeiend uit te lopen, om hem door de formule (1) te kunnen voorstellen, maar we kunnen ons dit verloop tevens zo denken, dat aan de begrenzing van τ zowel $\partial \mathfrak{B} / \partial z'$ als \mathfrak{B} willekeurig klein is. Dan mogen we daar dus die twee grootheden kort en goed nul stellen, zooals we ten opzichte van de laatste, \mathfrak{B} , reeds handelden bij de beschouwing in § 4. De eerste term, bij de partiële integratie opgeleverd, verdwijnt dus, de laatste integreren we nogmaals bij gedeelten en we vinden ten slotte:

$$\int_{-h_1}^{h_2} \frac{\partial^2 \mathfrak{B}_{x'}}{\partial z'^2} e^{i \frac{2\pi z'}{TV} dz'} = - \frac{4\pi^2}{T^2 V^2} \int_{-h_1}^{h_2} \mathfrak{B}_{x'} e^{i \frac{2\pi z'}{TV} dz'}$$

In de integrant kunnen we de exponentieele factor $= 1$ stellen. Is nl. l een lengte van dezelfde orde van grootte als de lineaire afmetingen van τ en l zeer klein in vergelijking met de golflengte λ van

het licht, dan kunnen we termen die producten van $\frac{\tau}{\lambda^3}$ en grootheden van de orde $\frac{l}{\lambda}$ bevatten, weglaten ten opzichte van termen die alleen $\frac{\tau}{\lambda}$ bevatten. Nu is:

$$\mathfrak{E}_{x'} = \int \mathfrak{E}_{x'}^e d\sigma$$

geïntegreerd over een plat vlak waarvoor z' een bepaalde waarde heeft, d. i. in dit geval over het deel van dat vlak, dat binnen τ gelegen is. Daaruit volgt:

$$\int_{-h_1}^{h_2} \mathfrak{E}_{x'} dz' = \int \mathfrak{E}_{x'}^e d\tau$$

geïntegreerd over het volume τ . Deze integraal zullen we voorstellen door $\mathfrak{E}_{x'}^e \tau$ en dan met $\mathfrak{E}_{x'}^e$ bedoelen zekere gemiddelde waarde van de X' -component van de $E. M. K.$ binnen het volume-element τ . We kunnen dan schrijven:

$$\int_{-h_1}^{h_2} \frac{\partial^2 \mathfrak{W}_{x'}}{\partial z'^2} e^{i \frac{2\pi z'}{TV}} dz' = - \frac{4\pi^2 \mathfrak{E}_{x'}^e \tau}{T^2 V^2}$$

Evenzo is ook

$$\int_{-h_1}^{h_2} \frac{\partial^2 \mathfrak{W}_{x'}}{\partial z'^2} e^{-i \frac{2\pi z'}{TV}} dz' = - \frac{4\pi^2 \mathfrak{E}_{x'}^e \tau}{T^2 V^2},$$

een integraal, die te pas komt voor negatieve waarden van z' kleiner dan $-h_1$.

§ 6. Is eindelijk

$$-h_1 < z' < h_2$$

d. w. z. ligt het punt P binnen de raakvlakken, dan leveren beide integralen van (7) iets op. Herleiding geeft

$$\begin{aligned} \int_{-h_1}^{z'} \frac{\partial^2 \mathfrak{W}_{x'}}{\partial z'^2} e^{i \frac{2\pi z'}{TV}} dz' &= \frac{\partial \mathfrak{W}_{x'}}{\partial z'} e^{i \frac{2\pi z'}{TV}} - i \frac{2\pi}{TV} \mathfrak{W}_{x'} e^{i \frac{2\pi z'}{TV}} - \frac{4\pi^2}{T^2 V^2} \int_{-h_1}^{z'} \mathfrak{W}_{x'} e^{i \frac{2\pi z'}{TV}} dz' \\ \int_{h_2}^{z'} \frac{\partial^2 \mathfrak{W}_{x'}}{\partial z'^2} e^{-i \frac{2\pi z'}{TV}} dz' &= \frac{\partial \mathfrak{W}_{x'}}{\partial z'} e^{-i \frac{2\pi z'}{TV}} + i \frac{2\pi}{TV} \mathfrak{W}_{x'} e^{-i \frac{2\pi z'}{TV}} - \\ &\quad - \frac{4\pi^2}{T^2 V^2} \int_{h_2}^{z'} \mathfrak{W}_{x'} e^{-i \frac{2\pi z'}{TV}} dz' \end{aligned}$$

Dus is volgens (7) de elektrische krachtcomponent langs de X' as in dit geval,

$$\mathfrak{E}_{x'} = \frac{i d\omega}{8\pi T V} \left[-i \frac{4\pi}{TV} \mathfrak{R}_{x'} - \frac{4\pi^2}{T^2 V^2} e^{-i \frac{2\pi z'}{TV}} \int_{-h_1}^{z'} \mathfrak{R}_{x'} e^{i \frac{2\pi z'}{TV}} dz' - \frac{4\pi^2}{T^2 V^2} e^{i \frac{2\pi z'}{TV}} \int_{z'}^{h_2} \mathfrak{R}_{x'} e^{-i \frac{2\pi z'}{TV}} dz' \right]$$

Aangezien z' inligt tusschen $-h_1$ en h_2 kunnen we zowel vóór als achter het integraalteken de exponentiaalfactoren weer gelijk 1 stellen. We vinden dan ten slotte

1e Als P ligt tussen de raakvlakken

$$\mathfrak{E}_{x'} = \frac{\mathfrak{R}_{x'}}{2T^2 V^2} d\omega - \frac{i\pi \mathfrak{E}_{x'}^e \mathbf{r}}{2T^3 V^3} d\omega$$

2e. Als P ligt buiten de raakvlakken

a. Voor positieve z'

$$\mathfrak{E}_{x'} = -\frac{i\pi \mathfrak{E}_{x'}^e \mathbf{r}}{2T^3 V^3} e^{-i \frac{2\pi z'}{TV}} d\omega$$

b. Voor negatieve z'

$$\mathfrak{E}_{x'} = -\frac{i\pi \mathfrak{E}_{x'}^e \mathbf{r}}{2T^3 V^3} e^{i \frac{2\pi z'}{TV}} d\omega.$$

De Z' -component van de elektrische kracht bestaat uit twee delen, waarvan één te danken is aan $\mathfrak{E}_{x'}$ en het andere aan $\mathfrak{E}_{y'}$. Aangezien we de Y' -component ter zijde hebben gelaten, zullen we ook van $\mathfrak{E}_{x'}$ alleen het deel $\mathfrak{E}_{z'1}$ in de beschouwingen opnemen, dat van $\mathfrak{E}_{x'}$ afhangt en het andere deel $\mathfrak{E}_{z'2}$ naderhand bij de Y' -component voegen. Dan is volgens de 3e vergelijking van (4)

$$\mathfrak{E}_{z'1} = \frac{1}{8\pi^2} \frac{\partial^2 \mathfrak{R}_{z'}}{\partial z'^2} d\omega = -\frac{\epsilon_{13}}{\epsilon_{33}} \left\{ \mathfrak{E}_{x'} - \frac{1}{8\pi^2} \frac{\partial^2 \mathfrak{R}_{x'}}{\partial z'^2} d\omega \right\}.$$

Buiten de raakvlakken, waar \mathfrak{R} nul is, bestaat dus het gewone verband tusschen $\mathfrak{E}_{z'}$ en $\mathfrak{E}_{x'}$, dat voor *platte* golven geldt, m. a. w. de elektrische kracht van deze lichtbeweging heeft dezelfde richting, als altijd voor zulke golven behoort bij OZ' als golfnormaal, en kan dus door $\frac{\mathfrak{E}_{x'}}{\cos \vartheta}$ worden voorgesteld, als ϑ de hoek is tusschen de elektrische kracht en de bijbehorende dielectrische verplaatsing. Dit geldt eveneens van de tweede golfbeweging, die geleverd wordt door $\mathfrak{E}_{y'}$ en $\mathfrak{E}_{z'2}$. Voor de eerste lichtbeweging zijn nu de veldcomponenten

langs de symmetricassen buiten de raakvlakken, bij positieve z' :

$$\left. \begin{aligned} \mathfrak{E}_x &= -\frac{i\pi\alpha\mathfrak{E}_x^e\tau}{2T^3V^3\cos\mathfrak{D}} e^{-i\frac{2\pi z'}{TV}} d\omega, \\ \mathfrak{E}_y &= -\frac{i\pi\beta\mathfrak{E}_x^e\tau}{2T^3V^3\cos\mathfrak{D}} e^{-i\frac{2\pi z'}{TV}} d\omega, \\ \mathfrak{E}_z &= -\frac{i\pi\gamma\mathfrak{E}_x^e\tau}{2T^3V^3\cos\mathfrak{D}} e^{-i\frac{2\pi z'}{TV}} d\omega, \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (8)$$

als α , β en γ de richtingscosinussen van de electriche kracht zijn met betrekking tot de symmetricassen. Voor negatieve z' gelden dezelfde formules, mits men daarin z' door $-z'$ vervangt.

§ 7. We herinneren ons nu dat \mathfrak{E}_x , \mathfrak{E}_y en \mathfrak{E}_z hier eigenlijk de *bijdrage* beduiden door één oneindig smal kegeltje geleverd. Vestigen we de aandacht op één bepaald punt P , dat in zekere richting op een afstand r van de oorsprong ligt, natuurlijk buiten het volume-element τ , dan hangt de bijdrage, die een bepaalde kegelopening geeft, nog af van de vraag, of P ligt *binnen* of *buiten* de 2 raakvlakken, welke aan de begrenzing van τ loodrecht op de as van het beschouwde kegeltje kunnen aangebracht worden. Aangezien τ oneindig klein gedacht is, ligt P maar voor een *oneindig klein* aantal kegelopeningen *binnen*, voor de rest *buiten* de overeenkomstige raakvlakken.

Beschrijven we uit P de raakkegel aan de begrenzing van τ , dan vormen alle normalen, uit O tot deze kegel getrokken, een nieuwe kegel K , waarbuiten alle *eerstgenoemde* en waarbinnen alle *laatstgenoemde* richtingen liggen. Deze kegel K verschilt nu ook oneindig weinig van het platte vlak F , dat door O loodrecht op OP kan worden aangebracht. We kunnen derhalve het totale bedrag van de electriche kracht vinden door de rechterleden van de vergelijkingen (8) over alle richtingen, binnen de laatste kegel gelegen, te integreren en daarbij op te tellen de bedragen, die voortvloeien uit de integratie over alle overige richtingen van uitdrukkingen, die straks nader beschouwd zullen worden. Bij de eerste integratie is er dan aan te denken, dat voor die richtingen, waarvoor z' negatief zou worden, z' door $-z'$ moet vervangen worden, zodat we deze integratie ook kunnen uitstreken over de helft van de te pas komende kegelopeningen, aan één kant van F gelegen, en de komende uitkomst 2 maal nemen. Verder mogen we gerust bij *deze* integratie de gestelde grens overschrijden en tot aan het platte vlak F gaan in plaats van binnen de kegel K te blijven. De rechterleden van (8) bevatten nl.

alle reeds τ als factor, zodat integratie over een oneindig klein aantal richtingen te veel, geen fout oplevert. Er blijft nu nog over te beschouwen de uitdrukkingen, die geïntegreerd moeten worden over de openingen van kegeltjes, waarvan de assen *buiten* de meer-malen genoemde kegel K vallen. Voor die richtingen was

$$\begin{aligned}\mathfrak{E}_{x'} &= \frac{\mathfrak{A}_{x'}}{2T^2 V^2} d\omega - \frac{i\tau \mathfrak{E}_{x'} \tau}{2T^3 V^2} d\omega, \\ \mathfrak{E}_{z'} &= \frac{1}{8\tau^2} \left(\frac{\partial^2 \mathfrak{A}_{z'}}{\partial z'^2} d\omega + \frac{\epsilon_{12}}{\epsilon_{33}} \frac{\partial^2 \mathfrak{A}_{x'}}{\partial z'^2} d\omega \right) - \frac{\epsilon_{13}}{\epsilon_{33}} \mathfrak{E}_{x'}.\end{aligned}$$

De componenten langs de 3 symmetrieassen worden uit $\mathfrak{E}_{x'}$ en $\mathfrak{E}_{z'}$ verkregen door te vermenigvuldigen met eindige factoren; de komende waarden moeten dan over de bedoelde kegelopeningen geïntegreerd worden. Termen, die al de factor τ bevatten, leveren dan niets op en kunnen dus weggelaten worden, zodat we ook mogen schrijven

$$\begin{aligned}\mathfrak{E}_{x'} &= \frac{\mathfrak{A}_{x'}}{2T^2 V^2} d\omega, \\ \mathfrak{E}_{z'} &= \frac{\epsilon_{13}}{\epsilon_{33}} \mathfrak{E}_{x'} + \frac{1}{8\tau^2} \left(\frac{\partial^2 \mathfrak{A}_{z'}}{\partial z'^2} + \frac{\epsilon_{13}}{\epsilon_{33}} \frac{\partial^2 \mathfrak{A}_{x'}}{\partial z'^2} \right) d\omega.\end{aligned}$$

§ 8. We splitsen deze vector in 2 andere vectoren. Voor de eerste is

$$\mathfrak{E}_{x'} = \frac{\mathfrak{A}_{x'}}{2T^2 V^2}, \quad \mathfrak{E}_{z'} = -\frac{\epsilon_{13}}{\epsilon_{33}} \mathfrak{E}_{x'}.$$

Voor de tweede is

$$\mathfrak{E}_{x'} = 0, \quad \mathfrak{E}_{z'} = \frac{1}{8\tau^2} \left(\frac{\partial^2 \mathfrak{A}_{z'}}{\partial z'^2} + \frac{\epsilon_{13}}{\epsilon_{33}} \frac{\partial^2 \mathfrak{A}_{x'}}{\partial z'^2} \right) d\omega.$$

De eerste vector heeft dan weer de richting, die de elektrische kracht bij platte golven met de beschouwde golfnormaal heeft.

Zijn componenten langs de symmetrieassen zijn dus

$$\mathfrak{E}_x = \frac{\alpha \mathfrak{A}_x}{2T^2 V^2 \cos \vartheta} d\omega, \quad \mathfrak{E}_y = \frac{\beta \mathfrak{A}_x}{2T^2 V^2 \cos \vartheta} d\omega, \quad \mathfrak{E}_z = \frac{\gamma \mathfrak{A}_x}{2T^2 V^2 \cos \vartheta} d\omega.$$

Aangezien \mathfrak{A}_x van de orde $\frac{l^2}{\lambda^2}$ is en geïntegreerd moet worden over een kegelopening van de orde $\frac{l}{r}$, kunnen bij die integratie, wanneer men zich beperkt tot richtingen, welke liggen in één zelfde meridiaanvlak door OP , α , V en $\cos \vartheta$ constant gelaten worden en genomen zoals ze in het vlak l' zijn.

We bepalen een richting in dat meridiaanvlak door de hoek die hij met OP maakt en het azimuth χ van het meridiaanvlak ten opzichte van een zeker vast vlak door OP . Dan is

$$d\omega = \sin \xi \, d\xi \, d\chi.$$

Brengen we door P een vlak G aan loodrecht op de beschouwde voortplantingsrichting, dan snijdt het element τ uit dit vlak een deel waarover de integraal

$$W_{x'} = \int \mathfrak{E}_{x'}^e \, d\sigma$$

genomen moet worden. Zij verder q de loodlijn uit O op G neergelaten, dan is

$$\begin{aligned} q &= r \cos \xi, \\ |dq| &= r \sin \xi \, d\xi, \end{aligned}$$

dus

$$d\omega = \frac{1}{r} |dq| \, d\chi,$$

zodat

$$\mathfrak{E}_x = \frac{1}{2rT^2} \int_0^{2\pi} \frac{a}{V^{r^2 \cos^2 \xi}} \, d\chi \int \mathfrak{E}_{x'}^e |dq|,$$

de laatste integraal genomen over alle waarden van ξ of q , die bij eenzelfde χ te pas komen. Nu is

$$\int \mathfrak{E}_{x'}^e |dq| = \int |dq| \int \mathfrak{E}_{x'}^e \, d\sigma = \iint \mathfrak{E}_{x'}^e \, d\sigma |dq|,$$

terwijl

$$d\sigma |dq|$$

het volumeelement voorstelt van een oneindig smal en oneindig kort cilindertje, waarvan grond- en bovenvlak gevormd worden door één van de vlakkelementen van G en van een opvolgend vlak G' , en de beschrijvende lijnen loodrecht staan op G . Hieruit volgt dat

$$\int \mathfrak{E}_{x'}^e \, d\sigma |dq|$$

de ruimteintegraal van $\mathfrak{E}_{x'}^e$ is, genomen over het volume dat door G en G' uit τ gesneden wordt, en

$$\iint \mathfrak{E}_{x'}^e \, d\sigma |dq|$$

eindelijk de ruimteintegraal van $\mathfrak{E}_{x'}^e$ over het ganse volume van τ , of zoals we reeds stelden

$$\iint \mathfrak{E}_{x'}^e \, d\sigma |dq| = \mathfrak{E}_{x'}^e \, \tau,$$

waarin met \mathfrak{E}_x^c in het rechterlid een gemiddelde waarde bedoeld was. (Zie § 5). Dus wordt de eerste bijdrage voor de electricische krachtcomponenten, afkomstig van integratie over richtingen buiten de kegel K gelegen

$$\begin{aligned} \mathfrak{E}_x &= \frac{1}{2T^2 r} \int_0^{2\pi} \frac{\alpha \mathfrak{E}_x \tau}{V^2 \cos \vartheta} d\chi, \quad \mathfrak{E}_y = \frac{1}{2T^2 r} \int_0^{2\pi} \frac{\beta \mathfrak{E}_y \tau}{V^2 \cos \vartheta} d\chi, \quad \mathfrak{E}_z = \\ &= \frac{1}{2T^2 r} \int_0^{2\pi} \frac{\gamma \mathfrak{E}_z \tau}{V^2 \cos \vartheta} d\chi \dots \dots \dots (9) \end{aligned}$$

§ 9. De tweede bijdrage, afkomstig van integratie over dezelfde kegelopeningen, is te danken aan de tweede vector

$$\mathfrak{E}_{z'} = 0, \quad \mathfrak{E}_{z'1} = \frac{1}{8\pi^2} \left(\frac{\partial^2 \mathfrak{W}_{z'}}{\partial z'^2} + \frac{\epsilon_{13}}{\epsilon_{33}} \frac{\partial^2 \mathfrak{W}_{z'}}{\partial z'^2} \right) d\omega.$$

Nu zijn we, naar straks nog nader zal blijken, slechts in staat, die termen exact te bepalen, welke de 1e macht van r in de noemer bevatten. Ook hier kunnen we ons dus al dadelijk tot zulke termen beperken. Daar nu, zoals reeds werd opgemerkt, de kegelopening waarover we moeten integreren, van de orde l/r is, mogen we dus afzien van termen, die al de eerste macht van r in de noemer bevatten. Het zal derhalve duidelijk zijn, dat we voor

$$\frac{\partial^2 \mathfrak{W}_{z'}}{\partial z'^2} \text{ en } \frac{\partial^2 \mathfrak{W}_x}{\partial z'^2}$$

mogen nemen de waarden, die beantwoorden aan die golfnormaal in het beschouwde meridiaanvlak, welke tevens in het vroeger genoemde vlak F gelegen is. Is dz' een lijnelement van die golfnormaal, dan komen dus te pas de integralen

$$\int \frac{\partial^2 \mathfrak{W}_{z'}}{\partial z'^2} dz' \text{ en } \int \frac{\partial^2 \mathfrak{W}_x}{\partial z'^2} dz'$$

welke blijkbaar niets opleveren, aangezien $\frac{\partial \mathfrak{W}}{\partial z}$ aan de randen van het gebied τ nul is. We kunnen dus verder van bovengenoemde „tweede” vector geheel afzien.

Thans komen we tot de uitvoering van de integratie van de rechterleden van (8), die, zoals reeds gezegd werd, slechts zóver kan worden uitgevoerd, dat hij ons de termen met $\frac{1}{r}$ leert kennen.

We nemen de reële gedeelten van alle uitdrukkingen en stellen

van nu af de *totale* elektrische kracht door \mathfrak{E} voor. Dan is, als

$$\mathfrak{E} = b \cos \frac{2\pi}{T} t \text{ is}$$

$$\mathfrak{E}_x = \int \frac{\pi \alpha b x' \tau}{T^3 V^3 \cos \vartheta} \sin \frac{2\pi}{T} \left(t - \frac{z'}{V} \right) d\omega, \quad \dots \quad (10)$$

geïntegreerd over alle richtingen aan die kant van het vlak F waarvoor z' positief is. We verkrijgen dus de totale lichtwerking in een willekeurig punt P als de som van werkingen, teweeggebracht door een groot aantal platte golfstelsels van allerlei richting. Deze werkingen verschillen onderling in amplitude en in phase. De verandering van de laatste wordt bepaald door die welke de grootheid

$$\frac{z'}{TV}$$

ondergaat. Aangezien nu TV de golflengte in het kristal voor de beschouwde richting voorstelt en $z' = r \cos \xi$, zal de phase reeds merkbaar veranderen bij kleine wijziging van ξ , d.i. van de richting van het beschouwde golfstelsel, Eén richting is er, waarvoor

$$\frac{z'}{TV}$$

maximum is. Dit is nl. die richting van de golfnormaal OQ , waarbij OP als 1e straal behoort. Want z'/TV is evenredig met de tijd waarin de lichtbeweging van een bepaald golfstelsel in P aankomt en deze is werkelijk maximum voor de bedoelde richting. We kunnen nu aantonen, dat de toestand in P juist zo is, alsof slechts golfstelsels van deze laatste richtingen en van de onmiddellijk daaromheen gelegene iets tot de totale lichtbeweging bijdragen. Daartoe bepalen we een willekeurige golfnormaal ON door de hoek $NOQ = \phi$ en het azimuth ψ van het vlak NOQ ten opzichte van een vast vlak door OQ , waarvoor we het vlak POQ kunnen nemen.

Als veranderliken voeren we nu echter niet in ψ en φ , maar ψ en

$$u = \frac{V_0}{V} \cos \xi,$$

als V_0 de snelheid van de vlakke lichtgolf met de normaal OQ is.

We stellen verder

$$\frac{2\pi t}{T} = h, \quad \frac{2\pi r}{TV_0} = g, \quad d\omega = \sin \phi \frac{\partial \phi}{\partial u} du d\psi.$$

Dan is

$$\mathfrak{E}_x = - \int_0^{2\pi} \int_{u_0}^0 \frac{\pi \alpha b x' \tau}{T^3 V^3 \cos \vartheta} \sin (g u - h) \sin \phi \frac{\partial \phi}{\partial u} du d\psi, \quad \dots \quad (11)$$

als u_0 de waarde van u is voor de richting OQ . De richtingen $u = \text{constant}$ lopen nl. om de lijn OQ als as heen, juist omdat u maximum is voor die lijn. We integreren nu eerst naar ψ en stellen

$$-\int_0^{2\pi} \frac{\pi a b_x \tau}{T^3 V^3 \cos \vartheta} \sin \varphi \frac{\partial \varphi}{\partial u} d\psi = f(u) \dots \dots (12)$$

Dan is

$$\mathfrak{E}_x = \int_{u_0}^0 f(u) \sin(gu - h) du \dots \dots (13)$$

§ 10. Een integraal als (13) is reeds door KIRCHHOFF beschouwd. Hij nadert voor grote waarden van g uniform tot nul en kan in het oneindige voorgesteld worden door een ontwikkeling van de vorm

$$\frac{a_1}{g} + \frac{a_2}{g^2} + \dots$$

Alleen de bepaling van a_1 gelukt. We gebruiken daarvoor de herleiding

$$\int_{u_0}^0 f(u) \sin(gu - h) du = \frac{f(u_0) \cos(gu_0 - h) - f(0) \cos h}{g} + \frac{a_2}{g^2} + \dots (14)$$

Aangezien voor afstanden r , welke groot zijn in vergelijking met de golflengte, g een groot getal is, kunnen we voor punten P welke op zulke afstanden gelegen zijn, bij benadering met de eerste term volstaan.

We beschouwen eerst het gedeelte

$$-\frac{f(0) \cos h}{g} = \frac{TV_0}{2\pi r} \cos 2\pi \int_0^{2\pi} \left[\frac{\pi a b_x \tau}{T^3 V^3 \cos \vartheta} \sin \varphi \frac{\partial \varphi}{\partial u} \right]_{u=0} d\psi.$$

Nu is

$$\sin \varphi \frac{\partial \varphi}{\partial u} = -\frac{\partial(\cos \varphi)}{\partial(\cos \zeta)} \cdot \frac{\partial(\cos \zeta)}{\partial u},$$

$$\frac{\partial u}{\partial(\cos \zeta)} = \frac{\partial}{\partial(\cos \zeta)} \left[\frac{V_0}{V} \cos \zeta \right] = \frac{V_0}{V} + \cos \zeta \frac{\partial}{\partial(\cos \zeta)} \left[\frac{V_0}{V} \right],$$

dus voor $u = 0$ $af \cos \zeta = 0$

$$\left[\sin \varphi \frac{\partial \varphi}{\partial u} \right]_{u=0} = -\frac{V}{V_0} \left[\frac{\partial(\cos \varphi)}{\partial(\cos \zeta)} \right]_{u=0}.$$

Verder kan men uit de beschouwing van de boldriehoek, bepaald door de richtingen ON , OQ en OP , afleiden dat voor $u = 0$

$$\frac{\partial(\cos\phi)}{\partial(\cos\xi)} = \left(\frac{d\chi}{d\psi}\right)_{u=0},$$

zodat

$$\left(\sin\phi \frac{\partial\psi}{\partial u}\right)_{u=0} = -V'_0 \left(\frac{d\chi}{d\psi}\right)_{u=0}$$

en

$$-\frac{f(0)\cosh}{g} = -\frac{1}{2T^2r} \cos \frac{2\pi t}{T} \int_0^{2\pi} \frac{\alpha b_x \tau}{V^2 \cos\vartheta} d\chi.$$

Beschouwt men het reële deel van de uitdrukking (9), die voor \mathfrak{E}_z verkregen is door integratie over het deel van de ruimte buiten de vroeger genoemde kegel K gelegen, dan blijkt dit door het hier gevondene juist opgeheven te worden, zodat, gelijk te verwachten was, voor \mathfrak{E}_x geen term met $\cos 2\pi t/T$ overblijft. Evenmin is dit natuurlijk het geval met \mathfrak{E}_y en \mathfrak{E}_z .

We moeten dan nu ten slotte $f'(u_0)$ bepalen. Noemen we de opening van een willekeurige kegel, gevormd door richtingen, waarvoor u constant is, Ω , dan is

$$d\Omega = du \int_0^{2\pi} \sin\phi \frac{\partial\psi}{\partial u} d\psi \dots \dots \dots (15)$$

Nu is volgens (12)

$$f'(u_0) = -\frac{\pi\alpha_0 b_{x_0} \tau}{T^3 V_0^3 \cos\vartheta_0} \int_0^{2\pi} \left(\sin\phi \frac{\partial\psi}{\partial u}\right)_{u=u_0} d\psi.$$

Met het oog op (15) kunnen we hiervoor ook schrijven

$$f'(u_0) = -\frac{\pi\alpha_0 b_{x_0} \tau}{T^3 V_0^3 \cos\vartheta_0} \left(\frac{d\Omega}{du}\right)_{u=u_0}.$$

We bepalen de opening $d\Omega$ van een oneindig smal kegeltje met OQ tot as op de volgende manier. We denken ons het golfoppervlak W door P en het pooloppervlak R van W ten opzichte van een bol met den straal 1. Met P correspondeert dan het snijpunt van de lijn OQ met R ; laat dit Q zelf zijn. We nemen een punt P' op het verlengde van OP en dicht bij P gelegen en beschrijven uit P' de raakkegel aan W . Dan is de kegel, gevormd door alle normalen, uit O tot deze raakkegel getrokken, de meetkundige plaats van alle richtingen, waarvoor

$$u = \frac{OP}{OP'} \cos\vartheta_0.$$

en dus constant is. De oneindig smalle kegel van normalen snijdt uit R een vlakke kromme, waarvan het vlak loodrecht staat op OP evenals ook het raakvlak in Q aan R . Deze beide laatste vlakken; welke dus evenwijdig zijn, mogen de lijn OP in S en S' snijden. Dan is

$$OS \times OP = 1 \quad OS' \times OP' = 1,$$

dus

$$u = OS' \cdot OP \cos \vartheta_0$$

en

$$du_0 = -SS' \cdot OP \cos \vartheta_0.$$

Verder is

$$d\Omega_0 = \frac{\cos \vartheta_0}{OQ^2} d\sigma,$$

als $d\sigma$ het oppervlakje voorstelt van de bovengenoemde vlakke kromme. Doch men heeft ook

$$d\sigma = 2\pi \sqrt{\varrho_0 \varrho_0'} SS'.$$

als ϱ_0 en ϱ_0' de beide hoofdkromtestralen van het pooloppervlak R in het punt Q zijn. De gevonden vergelijkingen combinerende vindt men dus

$$\left(\frac{d\Omega}{du}\right)_{u=u_0} = -\frac{2\pi \sqrt{\varrho_0 \varrho_0'}}{OQ^2 \cdot OP},$$

of daar $OP = r$ en $\frac{1}{OQ} = OP \cos \vartheta_0 = r \cos \vartheta_0$

$$\left(\frac{d\Omega}{du}\right)_{u=u_0} = -2\pi r \sqrt{\varrho_0 \varrho_0'} \cos^2 \vartheta_0,$$

zodat

$$j'(u_0) \frac{\cos(gu_0 - h)}{g} = -\frac{\pi \alpha_0 \nu_{x_0} \tau}{T^2 V_0^3 \cos \vartheta_0} - 2\pi r \sqrt{\varrho_0 \varrho_0'} \cos^2 \vartheta_0 \cdot \frac{TV_0}{2\pi r} \cos(gu_0 - h)$$

of volgens (13) en (14)

$$\mathfrak{E}_r = j'(u_0) \frac{\cos(gu_0 - h)}{g} = \frac{\pi \alpha_0 \nu_{x_0} \tau \sqrt{\varrho_0 \varrho_0'} \cos \vartheta_0}{T^2 V_0^3} \cos \frac{2\pi}{T} \left(t - \frac{r}{p_0}\right),$$

als p_0 de voortplantingssnelheid van de *straal* OP is, zoals hij voor *vlakke* golven gedefinieerd wordt. De elektrische kracht blijkt dus op grote afstanden de richting te hebben, die hij voor *vlakke* golven heeft, hij dezelfde straalrichting in beide gevallen; zijn grootte is

$$\mathfrak{E} = \frac{\pi \nu_{x_0} \tau \sqrt{\varrho_0 \varrho_0'} \cos \vartheta_0}{T^2 V_0^3} \cos \frac{2\pi}{T} \left(t - \frac{r}{p_0}\right).$$

§ 11. Evenzo ontstaat nog een tweede lichtbeweging door de optelling van alle golfstelsels, welke telkens aan de Y' -component van de $E.M.K.$ te danken zijn; voor deze laatste is

$$\mathfrak{G} = \frac{\pi b_{y_1}' \tau V' \varrho_1 \varrho_1' \cos \vartheta_1}{T^2 V_1^2} \cos \frac{2\pi}{T} \left(t - \frac{r}{p_1} \right),$$

als we de grootheden, welke op de tweede vlakke golfbeweging, die bij OP als straal behoort, betrekking hebben, met de index 1 aanduiden. De magnetische kracht heeft in beide gevallen ook de gewone richting en kan uit de elektrische verkregen worden door te vermenigvuldigen resp. met

$$\frac{c}{p_0} = \frac{c \cos \vartheta_0}{V_0} \quad \text{en} \quad \frac{c}{p_1} = \frac{c \cos \vartheta_1}{V_1},$$

zodat de energiestroom wordt bepaald door

$$\mathfrak{E} = c \cdot \frac{c \cos \vartheta_0}{V_0} \mathfrak{G}_0^2 + c \cdot \frac{c \cos \vartheta_1}{V_1^2} \mathfrak{G}_1^2,$$

of

$$\begin{aligned} \mathfrak{E} = & \frac{\pi^2 c^2 b_{x_0}'^2 \tau^2 \varrho_0 \varrho_0' \cos^3 \vartheta_0}{T^4 V_0^5} \cos^2 \frac{2\pi}{T} \left(t - \frac{r}{p_0} \right) + \\ & + \frac{\pi^2 c^2 b_{y_1}'^2 \tau^2 \varrho_1 \varrho_1' \cos^3 \vartheta_1}{T^4 V_1^5} \cos^2 \frac{2\pi}{T} \left(t - \frac{r}{p_1} \right). \end{aligned}$$

De gemiddelde energiestroom per tijdseenheid is dus

$$\mathfrak{E} = \frac{\pi^2 c^2}{2T^4} \left[\frac{b_{x_0}'^2 \tau^2 \varrho_0 \varrho_0' \cos^3 \vartheta_0}{V_0^5} + \frac{b_{y_1}'^2 \tau^2 \varrho_1 \varrho_1' \cos^3 \vartheta_1}{V_1^5} \right].$$

Binnen een kegelopening van stralen met de grootte do' stroomt dus weg een hoeveelheid energie ten bedrage van

$$r^2 \mathfrak{E} do'.$$

De kegel van overeenkomstige golfnormalen heeft een opening

$$do = \varrho \varrho' \cos^3 \vartheta \cdot r^2 do'$$

zodat de per tijdseenheid totaal wegstromende energie E kan worden voorgesteld door de integraal

$$E = \frac{\pi^2 c^2}{2T^4} \iint \left(\frac{b_{x'}^2 \tau^2}{V_{x'}^5} + \frac{b_{y'}^2 \tau^2}{V_{y'}^5} \right) do.$$

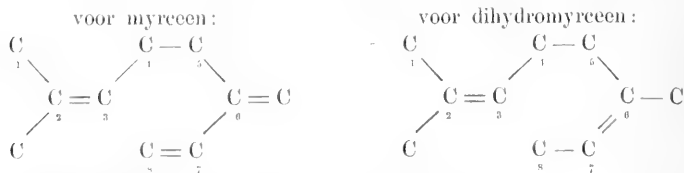
Deze integraal kan alleen voor éenassige kristallen nader bepaald worden.

Scheikunde. — De Heer P. VAN ROMBURGH biedt eene mededeeling aan van Dr. C. J. ENKLAAR: „*Over ocimeen en myrceen, eene bijdrage tot de kennis van de aliphatische terpenen*”.

(Mede aangeboden door den Heer A. P. N. FRANCHIMONT)

De aliphatische terpeengroep, ontdekt in 1890 door SEMMLER ¹⁾, is gekenmerkt door het ontbreken van alle ringbindingen; de terpenen dezer groep bezitten dus in eene open keten drie dubbele bindingen. Het eerste aliphatische terpeen, dat beschreven werd, was het anhydrogeraniol, dat SEMMLER uit den aliphatischen terpeenalcohol geraniol bereidde ²⁾ door dien te verhitten met kaliumhydrosulfaat. Dit terpeen is nog niet zuiver verkregen en weinig onderzocht. Een natuurlijk voorkomend terpeen dezer groep vonden POWER en KLEBER ³⁾ in de Bay-olie (de aetherische olie van *Myrcia acris* D. C.); het werd door hen myrceen genoemd. Het spec. gewicht (0,801 bij 15°) was veel lager dan dat der cyclische terpenen (0,840—0,860), de moleculaire refractie en de additie van broom wezen op de aanwezigheid van drie dubbele bindingen. Met permanganaat ontstond uit myrceen eenig barnsteenzuur, door behandeling met zwavelzuur-ijlsazijn een bergamotachtig riekende alcohol, die voor linaloöl gehouden werd wegens zijne oxydatie tot citraal. Het myrceen oxydeerde zich aan de lucht en polymeriseerde reeds bij de gewone temperatuur. Bij zijne studies over de caoutchoue heeft HARRIES ⁴⁾, op grond van de vorming van soortgelijke nitrieten uit deze polymerisatieproducten als uit de caoutchoue, deze een tijdlang als nauw verwant of identiek met de caoutchoue beschouwd.

Door behandeling met natrium en alcohol verkreeg SEMMLER ⁵⁾ uit myrceen een dihydromyrceen, hetgeen hem er toe bracht in het myrceen een geconjugeerd stelsel van dubbele bindingen aan te nemen. In verband met het ontstaan van barnsteenzuur uit myrceen, en van laevulinezuur uit dihydromyrceen stelde hij de volgende formules op:



¹⁾ Ber. **23**, 2965 (1890), en **24**, 201 en 682 (1891).

²⁾ Ber. **24**, 682 (1891).

³⁾ Pharm. Rundschau (New-York) **1895**, no. 18.

⁴⁾ Ber. **35**, 3256 (1902).

⁵⁾ Ber. **34**, 3122 (1901).

Het myrceen bleef geruimen tijd het eenige bekende, natuurlijk voorkomend aliphatisch terpeen. CHAPMAN ¹⁾ vond het nog in de hopolie, POWER en KLEBER ²⁾ maakten het voorkomen ervan waarschijnlijk in de aetherische olie van de bladeren van den Sassafrasboom, BARBIER ³⁾ in de aetherische olie van Lippia citriodora. Te Buitenzorg vond VAN ROMBURGH ⁴⁾ echter, dat de bladeren van eene variëteit (ondersoort) van Ocimum Basilicum L. eene aetherische olie bevatten, waarin een nog onbekend aliphatisch terpeen voorkwam. Dit terpeen werd door hem ocimeen genoemd. Het onderscheidde zich, behalve door zijn reuk, van myrceen door een grooteren brekingsindex, eene krachtiger absorptie van zuurstof en door de eigenaardigheid bij zijn kookpunt onder gewone drukking in een isomeer over te gaan. De moleculaire refractie van het ocimeen gaf eene aanzienlijk hoogere waarde dan de berekende voor $C_{10}H_{16}$, $\frac{1}{3}$ zoo dat het bewijs voor het aliphatisch karakter van het ocimeen vooralsnog ontbrak.

Het ocimeen is door Prof. VAN ROMBURGH aan mij tot onderzoek afgestaan en maakte het onderwerp uit van mijn proefschrift ⁵⁾. Mijn onderzoek, aanvankelijk slechts het ocimeen betreffend, moest spoedig uitgebreid worden tot de aliphatische terpenen in het algemeen, in het bijzonder tot het myrceen en het isomeer, dat uit ocimeen ontstond.

De drie door mij onderzochte aliphatische terpenen (het isomeer van het ocimeen bleek later ook een aliphatisch terpeen te zijn) vormen toch te zamen eene nauw samenhangende, natuurlijke groep, die volgens de door mij afgeleide structuurformules de dehydratatieproducten samenvat van den in het plantenrijk veel verspreiden terpeenalcohol linaloöl. Het ocimeen, door fractionneeren in vacuo over metallisch natrium gewonnen, is eene aangenaam, esterachtig riekende, optisch inactieve vloeistof, welke de volgende constanten bezit:

spec. gew., ₂₀	nd. ₁₈	kpt. bij 30 ¹ mM.	kpt. bij gewone drukking.
0,8031	1,4857	81°	172°,5.

Terwijl het onder verminderde drukking constant kookt, blijft bij

¹⁾ Journ. of the Chem. Soc. Trans. **67**, 54 (1895) en **83**, 505 (1933).

²⁾ Pharm. Review **1896**, Chem. Centr. Bl. **1897**, II, 42.

³⁾ Bull. Soc. Chim. [3], **25**, 691 (1901).

⁴⁾ Verslag van 's Lands Plantentuin te Buitenzorg, 1899 blz. 48, en Versl. Kon. Akad. van Wetenschappen, Dec. 1900.

⁵⁾ C. J. ENKLAAR, Over Ocimeen en Myrceen, eene bijdrage tot de kennis van de aliphatische terpenen, Acad. Proefschrift, Utrecht, Dec. 1905. Eene meer uitvoerige mededeeling zal verschijnen in het Rec. des Trav. chim. des Pays-Bas.

atmospherische drukking het kookpunt nog geen minuut constant, en reeds na 25 minuten is het oorspronkelijke product bijna geheel overgegaan in een isomeer, dat 17° hooger kookt dan ocimeen, en door fractionneeren in vacuo zich zuiver laat winnen en dan de volgende constanten bezit: ¹⁾

spec. gew. _{.15}	nd.	kpt. bij 12 mM.	kpt. bij 750 mM.
0,8182	1,5296	81°	188° .

Het myrceen werd deels door mij zelf uit de Bay-olie bereid, ten deele gebruikte ik een myrceen, dat door de firma SCHIMMEL en Co. welwillend voor mijn onderzoek beschikbaar was gesteld. In overeenstemming met anderen vond ik voor de constanten van het myrceen de volgende waarden:

spec. gew. _{.15}	nd. _{.19}	kpt. bij 760 mM.
0,8013	1,4700	166°

Bij de gewone temperatuur zijn deze terpenen stabiel, behalve het myrceen, dat dan eene langzame polymerisatie ondergaat; het isomeer van het ocimeen wordt, in sterk licht staande, vrij spoedig veranderd. De chemische agentia, die onverzadigde verbindingen kunnen addeeren, worden door deze terpenen gretig opgenomen. Het is echter tot nu toe nog niet gelukt goed gedefinieerde eindproducten der additie te isoleeren dan alleen van het myrceen bij de additie van waterstof. Gekristalliseerde derivaten van deze terpenen zijn nog geheel onbekend, waardoor hunne herkenning in aetherische oliën en het onderzoek ervan zeer bemoeilijkt worden. Zal de chemie der aliphatische terpenen niet het lot ondergaan van de cyclische vóór WALLACH's onderzoekingen, dan is het thans een eerste eisch eene nadere karakteristiek uit te werken, zoo mogelijk op den grondslag van gekristalliseerde derivaten. In het volgende vindt men van de terpenen ocimeen en myrceen er eenige beschreven; van ocimeen en myrceen een gekristalliseerd bij 88° smeltend dihydro-tetrabronide, van het ocimeen een bij 72° smeltend phenylurethaan van den uit ocimeen verkregen nieuwen terpeenalecohol ocimenol, van myrceen een bij 68° smeltend phenylurethaan van den hieruit bereiden terpeenalecohol myrceenol, die tot nu toe nog niet als nieuw erkend was. Zooals verder zal blijken, stelde het verkrijgen van deze gekristalliseerde derivaten mij in staat, verschillende reeds vermoede

¹⁾ De hier medegedeelde overgang van het ocimeen in een isomeer is door VAN ROMBENH waargenomen en reeds medegedeeld (l. c.). Volledigheidshalve vermeld ik het nog even. De door mij gevonden constanten stemmen overeen met de vroeger door hem bepaalde. Voor de bereiding van het ocimeen uit de aetherische olie volgde ik het door hem gegeven voorschrift.

feiten met zekerheid vast te stellen en enkele nieuwe te vinden van groot belang voor het verder onderzoek.

Van de door mij uitgevoerde addities zij nog vermeld, dat bij de bromering een eindpunt moeilijk is waar te nemen wegens optredende kleuringen; zowel bij ocimeen als bij zijn isomeer scheen de opgenomen hoeveelheid te wijzen op de aanwezigheid van drie dubbele bindingen.

Van eenig meer belang is het gedrag dezer stoffen tegenover zuurstof. Met enkele andere onverzadigde koolwaterstoffen hebben zij de eigenschap gemeen zuurstof te kunnen absorbeeren. Het isomeer van het ocimeen doet dit buitengewoon sterk; wanneer men een glaswand met deze vloeistof bevochtigt, vindt men na verloop van een half uur dit laagje vloeistof reeds in een vlies of eene harskorst veranderd. Ocimeen doet dit ook sterk, myrcéen iets minder. Het eindpunt der absorptie schijnt bereikt te zijn na de opname van twee atomen zuurstof¹⁾.

Het gedrag van ocimeen tegenover kaliumpermanganaat heb ik nader onderzocht. Er kan hier geen sprake zijn van het isoleeren van glycolen, zooals WAGNER die van meerdere onverzadigde stoffen verkregen heeft. Zoo er al een glycol ontstaat met gelijk aantal koolstofatomen als het ocimeen, wordt dit door permanganaat zeer snel verder geoxydeerd. Als oxydatieproducten treden op groote hoeveelheden koolzuur, azijnzuur, oxaalzuur, aceton en eene geringe hoeveelheid hoogere vetzuren, bovendien sporen van eenige niet vluchtige zuren, waaronder misschien pyrodruivenzuur. In zeer verdunde acetonoplossing is het verloop der oxydatie veel gematigder. Na de opname van 9 atomen zuurstof houdt de ontkleuring van het permanganaat op; slechts 25 % van het ocimeen is dan volgens mijne bepalingen tot koolzuur geoxydeerd. Het grootste deel der oxydatieproducten is echter vluchtig met den aceton; eene kleine hoeveelheid van een stroperig glycol gaf bij oxydatie met waterstofperoxyde enig koolzuur, aceton, azijnzuur en bovendien vrij veel van een niet vluchtig zuur, dat waarschijnlijk malonzuur is. Opmerkelijk is echter, dat bij de oxydatie in acetonoplossing geen hoogere vetzuren dan azijnzuur ontstonden, en met waterstofperoxyd ook bovendien geen spoor oxaalzuur. Ik meen daarom, dat deze stoffen hun ontstaan danken aan bindingsverschuivingen in het molecuul tijdens de oxydatie. Een en ander maakt, dat ik voor mij structuurformules, gebaseerd op oxydatieproeven, bij deze zoo veranderlijke lichamen zeer onbetrouwbaar acht.

¹⁾ In verband met de onderzoekingen van EXGLER over de zuurstofabsorptie bij de fulvenen en van WALLACH bij phellandreen hoop ik dit hier nog nader te onderzoeken.

Ook moet men zeer voorzichtig zijn in het trekken van besluiten uit het isoleeren van kleine hoeveelheden meer typische splitsingsproducten, daar bijmengingen deze opgeleverd kunnen hebben.

In de aliphatische terpeengroep schijnt dan ook ondanks de fraaie onderzoekingen van TIEMANN en SEMMLER ¹⁾ over geraniol, citraal, enz., van geen enkele dier stoffen de structuurformule afdoende vastgesteld te zijn, zooals nog onlangs bleek bij de oxydaties van HARRIES met ozoon ²⁾.

Inmiddels had ik onderzocht, of het ocimeen zich ook evenals het myrceen liet hydreeren door natrium en alcohol. Dit bleek het geval te zijn. Het ocimeen bevat dus ook een geconjugeerd stelsel dubbele bindingen. Het hydro-product, dat ik verkreeg, had de samenstelling $C_{10}H_{18}$ ³⁾ (ik noem het voortaan dihydro-ocimeen); het is eene licht bewegelijke vloeistof van aangename reuk. Voor zijne constanten vond ik de volgende waarden:

spec. gew. ₁₅	nd. ₁₇	kpt. bij 761 mM.
0,7792	1,4507	166°—168°

terwijl SEMMLER ⁴⁾ voor dihydromyrceen opgeeft:

spec. gew.	nd.	kpt.
0,7802	1,4501	171°,5—172°,5.

De temperatuur, waarbij het spec. gewicht bepaald werd en de bij het kookpunt behorende barometerstand zijn niet opgegeven; het dihydro-ocimeen kookt echter ook bij 770 mM. weinig hooger. Op grond van dit verschil van 6° in de kookpunten der genoemde koolwaterstoffen, werden deze in de voorloopige mededeeling door mij als niet identiek beschouwd. Een tweede verschilpunt was het verkrijgen van een kristallijn bromide uit dihydro-ocimeen. Toen ik later SEMMLER's proeyen herhaalde, vond ik het kookpunt van het dihydromyrceen gelijk aan dat van het dihydro-ocimeen, terwijl de overige constanten (voor zoover na te gaan) met die van SEMMLER overeenstemden; ik vond de waarden:

spec. gew. ₁₅	nd. ₁₇	kpt. bij 761 mM.
0,7852	1,4514	166°—168°

Evenals SEMMLER vond ik, dat myrceen en zijn hydro-product

¹⁾ Ber. 28, 2126 (1895).

²⁾ Ber. 36, 1933, 2998, 3001, 3658; en 37, 612, 839, zie ook: HARRIES und SCHAUWECKER, Ber. 34, 2987 (1901) en HARRIES, Lehrbuch der Org. Chem. van V. MEYER und P. JACOBSON, Band II, 754.

³⁾ Bij de analyse van deze stoffen in de open buis met koperoxyde vindt men vaak de koolstof vrij veel te laag, in de gesloten buis met loodchromaat echter steeds de juiste waarden. CHAPMAN meende aldus op grond van zijne analyses, in de hopolie een koolwaterstof $C_{10}H_{18}$ te moeten aannemen.

⁴⁾ l. c.

hetzelfde kookpunt hebben, zoodat waarschijnlijk SEMMLER's opgave op eene vergissing berust; ook andere onderzoekers toch geven voor het kookpunt van het myrceen 166° op.

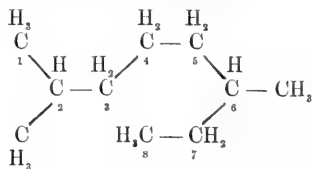
De nu reeds waarschijnlijke identiteit der hydro-producten werd tot zekerheid door de bromering van het dihydromyrceen. Zooals vermeld is, had dihydro-ocimeen mij bij de bromering een kristallijn bromide gegeven; uit de aanvankelijk verkregen olie kristalliseert het met eene opbrengst van 12—14% uit. Na herhaalde omkristallisatie uit methylalcohol vormt het sneeuw Witte kristallen, die scherp bij 88° smelten. Door verdere omkristallisaties verandert dit smeltpunt niet meer. Analyse en moleculairgewichtsbepaling wezen de samenstelling $C_{10}H_{18}Br_4$ uit. In de meeste organische oplosmiddelen is dit bromide goed oplosbaar, in methylalcohol bij 9° echter slechts tot een bedrag van 1,2%, bij koken met soda en ook met zilverhydroxyde en water ontstaat eene naar pepermunt riekende olie. Uit dihydromyrceen verkreeg ik nu hetzelfde bromide. De door SEMMLER verkregen olie wordt spoedig vast, wanneer zij, gezuiverd zijnde, op eene koele plaats ter kristallisatie gezet wordt; door toepassing eener kleine kunstgreep gelukte het mij, de kristallisatie terstond te weeg te brengen. De identiteit werd bewezen door het feit, dat dit bromide, evenals alle mengsels er van met dihydro-ocimeentetrabromide, scherp bij 88° smolt en de oplosbaarheid van dihydro-ocimeenbromide door toevoeging van deze stof nagenoeg niet veranderde.

Hierdoor is nu streng bewezen:

- 1° dat zowel ocimeen als myrceen aliphatische terpenen zijn;
- 2° dat de dihydroproducten dezer terpenen identiek zijn.

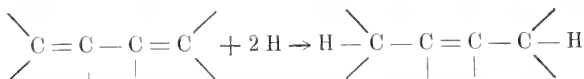
Hieruit vloeit voort, — en dit is misschien van nog meer belang — dat thans op grond van de verkregen gegevens de structuurformules van ocimeen en myrceen afgeleid kunnen worden.

Van het myrceen was toch op grond van het verband, waarin het staat tot citraal en dipenteen¹⁾, vrij zeker uitgemaakt, dat het evenals alle tot nu toe bekende aliphatische terpeenderivaten een derivaat was van het dimethyl-2-6 octaan.

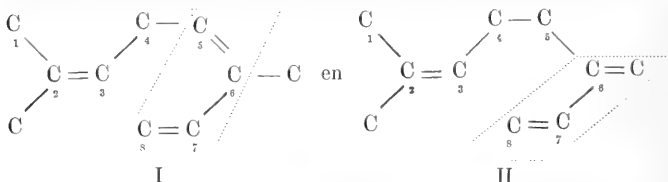


¹⁾ POWER en KLEBER, l. c.

Wegens de bewezen identiteit der bromiden moest dus ook het ocimeen dit koolstofskelet bezitten. Nu is het, wanneer we de juistheid aannemen van het hydroeringsbeginsel van geconjugeerde stelsels ¹⁾:

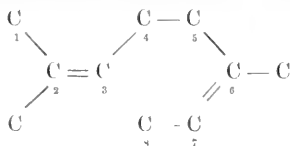


bij de koolstofvertakking van het dimethyl 2—6-octaan het alleen dan mogelijk, dat verschillende triééne identieke diééne geven, wanneer deze triééne de volgende geconjugeerde systemen bezitten:



en tevens de 3^{de} dubbele binding in beider formules denzelfden stand inneemt, en niet geconjugeerd is met de andere dubbele bindingen. Voor deze 3^{de} dubbele binding is dan hier nog slechts de stand 1 of 2 mogelijk; op grond van mijne ervaringen over de oxydatie van ocimeen, zou ik geneigd zijn hiervoor den stand 2 aan te nemen, ofschoon de stand 1 nog evenveel recht van bestaan heeft. Misschien bevat, zooals SEMMLER aanneemt, het myrceen voor eene kleine hoeveelheid beide vormen (ortho- en pseudovorm).

Het dihydro-ocimeen en dihydromyrceen verkrijgen dan de formule van het dimethyl 2—6 octadien 2—6:



zooals op andere gronden ook reeds door SEMMLER aangenomen is. Welke van de bovenstaande formules komt echter toe aan het ocimeen, en welke aan het myrceen? Eene keuze is alleen mogelijk op grond

¹⁾ Voor de nadere uitwerking en literatuuropgave van dit hydroeringsbeginsel, moet ik verwijzen naar mijn proefschrift, p. 26. Nadruk wil ik er even op leggen, dat de gebruikte regel voor mij niet steunt op de theorie van THIELE, maar zuiver empirisch afgeleid is. Ik scheid dan ook de additie van waterstof van die van andere stoffen, welke meer samengesteld verlopen kan.

van andere gegevens. SEMMLER had, zooals vermeld is, aan het myrceen formule II toegekend wegens het ontstaan van barnsteen-zuur bij de oxydatie. Onafhankelijk van hem en van deze beschouwingen had ik uit mijne oxydatieproeven voor het ocimeen formule I opgesteld, zonder daar echter eenige waarde aan toe te kennen. Eene nadere beschouwing der bovenstaande formules in verband met het door VAN ROMBURGH waargenomen, eigenaardige gedrag van het ocimeen bij verhitting bracht mij tot het vinden van een feit, dat eene keuze met zeer groote zekerheid mogelijk maakte.

Formule I onderscheidt zich n.l. in één opzicht karakteristiek van formule II, en wel door de aanwezigheid der dubbele binding 5, die met de daardoor verbonden koolstofatomen en de daaraan gehechte groepen een asymmetrisch stelsel vormt en dus gelegenheid geeft tot het bestaan eener geometrische isomerie. De overgang van het ocimeen in zijn isomeer bracht mij op het denkbeeld, dat deze twee stoffen geometrisch (stereo-)isomeer zouden zijn. Geometrische isomeren gaan toch bij verwarming gemakkelijk in elkaar over; zoo nam WISLICENS den overgang van het ééne broombutyleen in het andere bij de distillatie waar. De door mij opgestelde hypothese was gemakkelijk te verificeeren. Door hydroëering moest toch uit het isomeer hetzelfde dihydro-ocimeen ontstaan als uit ocimeen. Dit bleek inderdaad het geval te zijn. De physische constanten toch van deze stoffen werden identiek, zooals uit de volgende tabel blijkt:

	spec. gew. ₁₅	nd. ₁₇	kpt. bij 761 mM.
dihydro-ocimeer	0,7792	1,4507	166°—168°
dihydro-isomeer	0,7793	1,4516	167°—168°

terwijl de uitgangproducten groote verschillen vertoonen, zooals blijkt uit het onderstaande: ¹⁾

	spec. gew. ₁₅	nd.	kpt. bij 760 mM.
ocimeen	0,8031	1,4857	172°,5
isomeer	0,8133	1,5447	188°

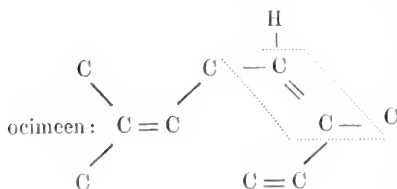
Hiermede acht ik zowel de identiteit dezer hydro-producten als de geometrische isomerie der terpenen bewezen. Het isomeer van het ocimeen noem ik voortaan allo-ocimeen. Opmerkelijk is, dat allo-ocimeen van de theorie van BRÜHL eene afwijking van 6,31 vertoont; ook zijn brekingsindex is grooter dan die van eenige koolwaterstof; bovendien heeft het een sterk dispersievermogen. Misschien staat, zooals BRÜHL meent, ²⁾ dit in verband met de

¹⁾ De hier medegedeelde constanten van het isomeer zijn met een meer zuiver praeparaat verkregen dan de vroeger medegedeelde. Bij de verhitting van het ocimeen schijnen nog bijproducten te ontstaan.

²⁾ Ber. 38, 761 (1905).

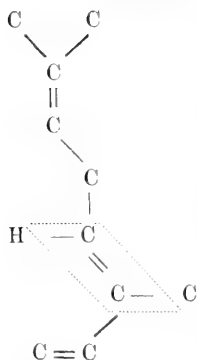
aanwezigheid van een geconjugueerd stelsel dubbele bindingen. Voorloopig dient men echter voorzichtig te zijn, hiertoe te besluiten, daar ook andere stoffen zulke afwijkingen vertoonen. Het allo-ocimeen is echter in dit opzicht in de organische chemie een unicum. Het dihydro-ocimeen vertoont daarentegen de juiste refractie. De afgeleide geometrische isomerie werd nog zeer gesteund door het gedrag van het isomeer tegenover zwavelzuur-ijsazijn. Terwijl ocimeen daardoor grootendeels onveranderd blijft, en voor een klein deel in een alcohol wordt omgezet, gaat allo-ocimeen dan grootendeels over in een polymerisatieproduct, terwijl eene kleine hoeveelheid terpeen overblijft, dat niet anders bleek te zijn dan het gewone ocimeen. Dit typische verschil tusschen de beide ocimenen staat misschien in verband met de bijzondere spanning, die de aethyleenbinding hier kan verkrijgen. Mogelijk vereenigen zich op het moment, waarop deze aethyleenbinding openspringt, de twee daardoor verbonden atomen van drie moleculen tot een zesring; een gesubstitueerd hexahydrobenzolderivaat zou dan ontstaan; het polymerisatieproduct zou dit triterpeen zijn.

De terugvorming van ocimeen uit allo-ocimeen onder den invloed van verdunde zuren maakt de analogie met de isomerie van fumaaren en maleïnezuur volkomen. Het is na het bovenstaande dus wel niet meer twijfelachtig, dat aan het ocimeen wegens het bezit van de dubbele binding 5 formule I toekomt, aan het myreene dus formule II, die thans ook afgeleid is onafhankelijk van de uitkomsten der oxydatie. Gevallen van geometrische isomerie zijn er bij koolwaterstoffen slechts enkele waargenomen, in de terpeenreeks is dit het eerste dat bekend wordt. Het schijnt mij niet onmogelijk, dat het ontbreken der ringbinding aan de natuur de gelegenheid heeft gegeven een labiel geometrisch isomeer te vormen; opmerkelijk is echter, dat dit geschied is zonder eenige bijmenging van allo-ocimeen. Ik aarzel, mij thans reeds uit te spreken over den aard dezer geometrische isomerie bij ocimeen en allo-ocimeen; het meest waarschijnlijk komen mij de volgende projectieformules voor:



Met de bestudeering van deze geometrische isomerie alsmede van de andere beschreven stoffen houd ik mij nog bezig. Over de alcoholen, die uit deze terpenen ontstaan, hoop ik spoedig eene nadere mededeeling te doen.

allo-ocimeen :



In den laatsten tijd, nadat dit onderzoek reeds deels verricht was, zijn door SABATIER en SENDERENS onze methoden van onderzoek der onverzadigde verbindingen met bijzonder belangrijke vermeerderd. Ik houd mij thans met de toepassing ervan op de aliphatische terpeengroep bezig, alsmede ook op de sesquiterpenen. Het dihydro-ocimeen, dat door natrium en alcohol niet verder gehydreerd

kan worden, neemt onder den invloed van gereduceerd nikkel bij 180° gretig waterstof op; er ontstaat eene reukelooze vloeistof, die belangrijk lager kookt, en slechts sporen bevat van het uitgangproduct. Zij bestaat waarschijnlijk uit het dimethyl-2.6.octaan, de tot nu toe onbekende grondkoolwaterstof der aliphatische terpeengroep. De aliphatische terpeenalcohol geraniol reageert ook met nikkel en waterstof. Het verloop der reactie is hier echter minder eenvoudig.

Er ontstaat o.a. water als reactieproduct, hetzij door afsplitsing der hydroxylgroep met een waterstofatoom van het molecule, hetzij door reductie der hydroxylgroep door de aangevoerde waterstof, vermoedelijk door het eerste; want evenals uit dihydro-ocimeen schijnt ook hier hetzelfde dimethyl 2.6.octaan te ontstaan, echter vergezeld van bijproducten, waarschijnlijk cyclische koolwaterstoffen.

Utrecht, Org. Chem. Lab. d. Univ.

Scheikunde. — De Heer P. VAN ROMBURGH biedt namens DR. C. J. ENKLAAR eene mededeeling aan: „*Over eenige aliphatische terpeenalcoholen*”

(Mede aangeboden door den heer A. P. N. FRANCHIMONT).

Volgens het procedé van BERTRAM en WALBAUM¹⁾ kan men uit terpenen terpeenalcoholen verkrijgen door de terpenen in ijsazijn-oplossing met verdund zwavelzuur eenige uren op 50° — 60° te digereeren. Het door VAN ROMBURGH ontdekte en door mij nader onderzochte²⁾ aliphatisch terpeen ocimeen werd door mij aldus behan-

¹⁾ D. R. Pat. No. 80711, Journ. f. Prakt. Chem. 49. 1. Zie ook: WALLACH en WALKER, Ann. 271, 285, en POWER en KLEBER, Pharm. Rundschau (N.-York) 1895, No. 3.

²⁾ Zie de vorige mededeeling a'd. Kon. Acad. en mijn proefschrift.

deld ¹⁾). De grootste helft van het aan de inwerking onderworpen ocimeen kreeg ik na de reactie onveranderd terug, terwijl een klein deel polymerisatie onderging. Tevens was er echter een alcohol gevormd, waarvan de hoeveelheid ongeveer 10% bedroeg van het gebruikte ocimeen. Deze alcohol was eene aangenaam riekende vloeistof, welke de volgende constanten bezat :

spec. gew. ₁₅	nd ₁₅	kpt bij 10 mM.	Mol. refractie (M.R.)
0.901	1.4900	97°	49.22

(berekend voor $C_{10}H_{18}O|_{\frac{1}{2}}^-$ is: MR = 48.86)

De analyse had de samenstelling $C_{10}H_{18}O$ gegeven.

Deze alcohol, waarschijnlijk een aliphatische terpeenalcohol, is dus ontstaan door additie van de elementen van het water aan het ocimeen. Hij komt in eigenschappen met geen der tot nu toe bekende aliphatische terpeenalcoholen overeen, zooals blijkt uit de volgende tabel:

	spec. gew. ₁₅	nd	kpt. bij 10 mM.
geraniol :	0,882	1.477	116°
nerol ²⁾ :	0,8814		116°
myrcenol (BARBIER) :	0,901	1.477	99°
linalool :	0,870	1,464	86°

Wegens zijn ontstaan uit ocimeen, noem ik dezen nieuwen alcohol ocimenol. Het onderzoek van het ocimenol zelf draagt nog een voorloopig karakter.

Het fraai gekristalliseerde phenylurethaan, dat ik met zeer goede opbrengst er van kon bereiden, maakt het mogelijk den alcohol te kenmerken en gemakkelijk nader te onderzoeken. Dit urethaan, omgekristalliseerd uit verdunnen alcohol, vormt witte naaldvormige kristallen, die bij 72° zonder ontleding smelten, terwijl, blijkens de analyse, het de samenstelling $C_{17}H_{23}O_2N$ heeft. Met de regeneratie van het ocimenol uit zijn urethaan en het nader onderzoek van deze stoffen houd ik mij nog bezig. Wel blijkt reeds uit de goede opbrengst van dit urethaan en het ontbreken van olieachtige bijproducten, dat het uit ocimeen verkregen product hoofdzakelijk een enkele alcohol is.

Voor mij had de studie van dezen alcohol in de eerste plaats belang, ten einde het ocimeen in dit opzicht met het myrcen te vergelijken. Meerdere onderzoekers hebben zich reeds bezig gehouden met den alcohol, die uit myrcen op de aangegeven wijze ontstaat;

¹⁾ Ik werkte volgens het voorschrift POWER en KLEBER. 100 dl. terpeen werden met 250 dl. ijsazijn en 10 dl. 50% zwavelzuur gedurende drie uur op 40° verwarmd.

²⁾ Nerol onderscheidt zich van geraniol door een fijneren rozengeur, door dat het zich niet verbindt met chloorcalcium en een diphenylurethaan geeft van het smpt 52°.

echter zijn hunne opgaven vaak lijnrecht met elkaar in tegenspraak.

POWER en KLEBER¹⁾, die hem het eerst bereidden, hielden hem voor linaloöl, wegens zijn reuk en de vorming van citraal bij de oxydatie met chroomzuur. BARBIER²⁾ verklaarde, dat het een nieuwe alcohol was; hij verkreeg bij oxydatie geen citraal, maar een ander tot dusver onbekend aldehyde. Uit de uitkomsten van de oxydaties, leidde hij voor dezen alcohol, dien hij myrcenol noemde, eene structuurformule af, die reeds door TIEMANH en SEMMLER aan het linaloöl was toegekend. Bij een nader onderzoek van het linaloöl meende hij³⁾, dat dit geen enkele alcohol, maar een mengsel was en dat het hoofdbestanddeel hiervan niet optisch actief zou zijn, reden waarom hij de formule van T. en S. verwierp. SEMMLER⁴⁾ eindelijk zag juist in het myrcenol een mengsel, dat reeds ten deele in cyclische producten was overgegaan, terwijl hij tegenover BARBIER's bedenkingen zijne linaloölformule staande hield.

Volgens het voorschrift van POWER en KLEBER bereidde ik het myrcenol. Het grootste deel van het myrcenol kreeg ik onveranderd terug, een klein deel (6%) polymeriseerde, terwijl voor een bedrag van ongeveer 20% de alcohol gevormd was. Voor dezen alcohol, ook door zijn intensieven, aangename reuk van linaloöl onderscheiden, vond ik de constanten, welke BARBIER er voor opgeeft, die den alcohol echter in veel grooter hoeveelheid in handen had:

	spec gew. ₁₅	<i>nd</i> ₁₅	kpt bij 10 mM. Mol. Refr.	
myrcenol (<i>E</i>):	0,9032	1.4806	97—99°	48,44
„ (<i>B</i>):	0,9012	1.47787	99°	48,34
			MR, berekend voor C ₁₀ H ₁₈ O $\frac{1}{2}$	= 48,16

Ook mijn analyses wezen op de samenstelling C₁₀H₁₈O. Dezen alcohol acht ik nog niet volkomen zuiver, daar hij niet geheel constant kookt; er schijnt nog een voorloop bijgemengd te zijn.

Het nader onderzoek van deze stof heeft, zooals gezegd is, meningsverschillen opgeleverd. Het komt mij voor, dat deze veroorzaakt zijn door verschil in de gebruikte methoden. Het optreden van citraal bij de oxydatie in zure oplossing is geen betrouwbaar kenmerk voor de aanwezigheid van linaloöl, ook andere alcoholen kunnen aldus citraal geven. BARBIER toonde echter juist aan, dat bij chroomzuuroxydatie uit myrcenol een aldehyde van dezelfde formule als citraal ontstond, dat volgens hem echter daarmee niet identiek was. Hij regenereerde het o.a. uit zijn oxime, verkreeg een semicarbazon

1) l. c.

2) Bull. Soc. Chem. [3], 25, 687 (1901).

3) Bull. Soc. Chem. [3], 25, 828 (1901).

4) Ber. 34, 3122 (1901).

van het smpt. 197° , terwijl citraalsemicarbazon bij 135° zou smelten. Ook hier bestaat verschil in methode van onderzoek. POWER en KLEBER toonden het citraal, aan door het om te zetten in citrylnaphthochinonezuur; op deze wijze moet een mogelijk gevormd keton — ik vermoed, dat myrcenol een secundaire alcohol is — hun ontsnapt zijn, terwijl een weinig citraal, aldus aangetoond, eenvoudig een bijproduct kan zijn. Daarentegen is het semicarbazon, waarvan BARBIER gebruik maakte, volgens anderen niet geschikt om citraal aan te toonen. Van het eventueel gevormde keton, het hoofdproduct, kan BARBIER het semicarbazon verkregen, terwijl een weinig bijgemengd citraal de aldehydreacties kan gegeven hebben. Ook de door BARBIER uitgevoerde oxydaties met permanganaat in waterige oplossing kunnen niet als afdoende beschouwd worden voor de differentieering van myrcenol en linaloöl¹⁾.

In plaats van de oxydatieproducten van het myrcenol te onderzoeken, heb ik van den alcohol zelven een gekristalliseerd derivaat bereid in den vorm van een bij 68° smeltend phenyl-urethaan. De analyse wees weer op de samenstelling $C_{17}H_{23}O_2N$. Dit urethaan heb ik op dezelfde wijze bereid als WALBAUM en HÜTHIG²⁾ het phenyl-urethaan bereidden van het linaloöl; dit laatste smelt bij 65° . Zeer gemakkelijk en scherp was nu door het verkrijgen van het phenyl-urethaan van het myrcenol uit te maken, dat de alcoholen myrcenol en linaloöl geheel verschillend waren. Het mengsel van racemisch linaloölurethaan en myrcenolurethaan smolt bij 60° — 62° ; de depressie van het smeltpunt bewijst afdoende de niet-identiteit. De alcohol nu, welke gekenmerkt is door het genoemde bij 68° smeltende phenylurethaan, is tevens het hoofdproduct van het ruwe myrcenol. Het gekristalliseerde urethaan toch verkreeg ik hieruit met eene opbrengst van bijna 60 pCt.; naast dezen alcohol kan in het myrcenol (het hydratatieproduct van het myrcen) zeer goed een weinig linaloöl bevat zijn; het verkrijgen van eenig olieachtig urethaan naast het gekristalliseerde zou misschien hierop zelfs kunnen wijzen. De vermelde feiten verschaffen echter de mogelijkheid dit nader uit te maken. Door het myrcenol uit zijn urethaan te regenereren, kunnen nu de eigenschappen van zuiver myrcenol vastgesteld worden. Ik houd mij hiermede nog bezig. Van dezen alcohol myrcenol zij nog vermeld, dat hij een typisch derivaat is van het myrcen; zijne constanten onderscheiden zich op dezelfde wijze van die van het ocimenol, als die van myrcen van die van ocimeen; de neiging tot polymerisatie van het myrcenol vond ik nog grooter dan die van het myrcen.

¹⁾ Zie hierover nader de voorafgaande mededeeling.

²⁾ Journ. f. prakt. Chem. 67, 323 (1903).

Voor het ocimenol en myrcenol stelde ik op grond van hun ontstaan uit de terpenen ocimeen en myrcen, voorloopige structuurformules op¹⁾.

Het bovengenoemde racemische urethaan van het linaloöl, heb ik mij niet kunnen verschaffen door d- en l-linaloöl te mengen en van dit racemische linaloöl het urethaan te bereiden; er ontstond zoo slechts eene olie, die niet tot kristallisatie was te brengen. Toch verkreeg ik uit de gebruikte linalöolen (d-coriandrol en l-linaloöl, het laatste afkomstig van de firma SCHIMMEL & Co.), ieder op zichzelf de urethanen dadelijk kristallijn. Om racemisch urethaan te bereiden, moest ik dus deze urethanen van d- en l-linaloöl mengen in verhouding van het bedrag hunner optische activiteit. De laatste was echter niet onderzocht; zelfs was het twijfelachtig, of ze wel optisch actief waren. WALBAUM en HÜTHIG toch, die van linaloöl, uit verschillende aetherische oliën afkomstig, op deze wijze de identiteit bewijzen wilden, hebben daarbij over het hoofd gezien, dat alcoholen van zoo sterk uiteenlopende optische activiteit als die bij het linaloöl aangetroffen worden, (van 1° tot 35°) niet hetzelfde phenylurethaan konden opleveren.

Het racemische urethaan heeft meestal een geheel ander smeltpunt dan het zuivere optisch actieve. Ik werd dus gedwongen om deze leemte in hun onderzoek aan te vullen. Ik vond, dat de opbrengst aan gekristalliseerd urethaan, die, wanneer men volgens hun voorschrift (reactietijd ééne week) werkt, slechts 15% bedraagt, door langeren inwerkingsduur (drie maanden) tot 85% verhoogd kon worden. De gevormde urethanen, die alle bij 65° smelten, zijn optisch actief in een mate evenredig aan de optische activiteit van de alcoholen, waarvan men uitgaat. Zij bestaan uit mengsels van racemisch urethaan (waarschijnlijk eene racemische verbinding) met de optisch actieve component, welke in zuiveren toestand eene draaiing van $23^{\circ} 27'$ in eene 200 mM. buis bezit. De draaiing van zuiver optisch actief linaloöl onder dezelfde omstandigheden kan ook hieruit berekend worden; zij wordt dan $35^{\circ} 27'$, terwijl de hoogste waargenomen draaiing van het natuurlijke $35^{\circ} 14'$ bedraagt. Deze alcohol schijnt dus reeds in de natuur zeer sterk aan racemisatie onderworpen te zijn. Door de vermelde feiten is dus bewezen, dat het linaloöl uit een enkelen, optisch actieven terpeenalcohol bestaat; de onjuistheid van de formule van BARBIER voor linaloöl en myrcenol is hiermede aangetoond, terwijl de linaloölformule van TIEMANN en SEMMLER er door gesteund wordt.

Utrecht. Org. Chem. Lab. d. Univ.

¹⁾ Zie proefschrift, bl. 73.

Wiskunde. — De Heer JAN DE VRIES biedt een mededeeling aan :

„Over een groep van stralencomplexen, waarvan het singuliere oppervlak uit een regelvlak en een aantal platte vlakken bestaat”.

1. De beschrijvende lijnen van een rationaal regelvlak kunnen in de groepen van een involutie I_p gerangschikt worden; daartoe heeft men slechts hun doorgangen op een willekeurig vlak in de groepen van een I_p te rangschikken. Beschouwt men elk paar rechten l, l' der I_p als richtlijnen van een lineaire congruentie, dan ligt het voor de hand den stralencomplex Γ te onderzoeken, die het samenstel der daardoor bepaalde ∞^1 congruenties is.

Het regelvlak ϱ^n worde ondersteld van den graad n te zijn en een $(n-1)$ voudige richtlijn d te hebben. De beschrijvende lijnen l vormen een fundamentele involutie I_{n-1} , waarvan elke groep bestaat uit de $(n-1)$ rechten, die in een punt van d samenkomen. Deze I_{n-1} heeft met de gegeven I_p blijkbaar $(n-2)(p-1)$ paren gemeen; op d liggen derhalve even zoo vele snijpunten H van paren l, l' der I_p . Elke straal door een punt H behoort tot den complex Γ ; evenzoo elke straal in het verbindingsvlak h der rechten l, l' ; m. a. w. de complex heeft $(n-2)(p-1)$ hoofdpunten H en $(n-2)(p-1)$ hoofdvlakken h .

2. Op een willekeurig vlak α snijdt ϱ^n een rationale kromme c^n met $(n-1)$ voudig punt D in. De in α gelegen complexstralen omhullen een kromme (α) van de klasse $(n-1)(p-1)$, de involutiekromme (directiekromme) der I_p , waarin de punten van c^n door de gegeven I_p worden gerangschikt.¹⁾

De complex is dus van den graad $(n-1)(p-1)$.

Daar de snijlijn van α met een hoofdvlak h een straal van Γ is, raakt de complexkromme (α) alle hoofdvlakken aan.

Wordt α door een rechte l van ϱ^n gelegd, dan valt (α) uiteen in de waaiers die de doorgangen L' der $(p-1)$ aan l toegevoegde stralen tot toppen hebben, en in een kromme van de klasse $(n-2)(p-1)$, de involutiekromme der I_p op de kromme c^{n-1} , welke α nog met ϱ^n gemeen heeft. Een raakvlak van ϱ^n is dus singulier vlak van Γ .

Het singuliere oppervlak bestaat uit het regelvlak en de hoofdvlakken.

¹⁾ I_p heeft $(n-1)(p-1)$ paren gemeen met de I_n , welke een willekeurige waaier op c^n bepaalt.

Als een raakvlak een der hoofdpunten bevat, gaat het, in het algemeen, door de richtlijn d , dus door alle hoofdpunten. Dan valt (α) uiteen in $(n-2)(p-1)$ waaiers (H) en $(p-1)$ waaiers (L).

Van de $n-1$ beschrijvende lijnen l door een punt H vormen twee, l_o en l'_o , een paar der I_p . Legt men α door een der overige rechten l_k ($k=1$ tot $n-3$), dan bestaat (α) uit $(p-1)$ waaiers met toppen L'_k , den waaier (H) en een kromme van de klasse $(n-2)(p-1)-1$.

In een willekeurig vlak door H bestaat (α) uit den waaier (H) en een kromme van de klasse $(n-1)(p-1)-1$.

3. De complexstralen door een willekeurig punt A omhullen een kegel (A) van den graad $(n-1)(p-1)$, die door de hoofdpunten gaat.

Ligt A op ϱ^n , dan bestaat A uit $(p-1)$ concentrische waaiers en een kegel van den graad $(n-2)(p-1)$.

Neemt men A in een hoofdvlak h , dan scheidt zich slechts één waaier van den complexkegel af.

Wordt A op de snijlijn van twee vlakken h gekozen, dan vallen er twee waaiers af. Drie waaiers verkrijgt men, als A snijpunt van drie hoofdvlakken is.

Kiest men A op de kromme ϱ^{n-2} , welke een vlak h met ϱ^n gemeen heeft, dan bestaat (A) uit p concentrische waaiers en een kegel van den graad $(n-2)(p-1)-1$.

Is A een snijpunt van ϱ^n met twee hoofdvlakken, dan wordt het aantal waaiers blijkbaar $(p+1)$.

4. De complexkromme (α) is van den graad $(p-1)(2n+p-6)^1$. Zij bezit $\frac{1}{2}(p-1)(p-2)(n-2)$ drievoudige raaklijnen²⁾, die transversalen zijn van even zoovele drietallen tot een groep van I_p behoorende rechten. Daar de complexkegel (A) blijkbaar even zoo vele drievoudige ribben bezit, vormen de regelscharen, die elk drie toegevoegde rechten l tot richtlijnen hebben, samen een congruentie γ van orde en klasse $\frac{1}{2}(p-1)(p-2)(n-2)$.

Elk hoofdpunt H is voor deze congruentie een *singulier punt* van den graad $(p-2)$; de *singuliere kegel* is ontaard in $(p-2)$ waaiers.

¹⁾ De kenmerkende getallen der involutiekromme van een I_p op rationale ϱ^n vindt men in het proefschrift van JOH. A. VREESWIJK JR. (Involuties op rationale krommen, Utrecht 1905, bl. 38).

²⁾ Zie ook mijn mededeeling „Over stralencomplexen, welke met een rationale ruimtekromme samenhangen”. (Versl. K. A. v. W. XI, bl. 762).

Elk hoofdvlak h is een *singulier vlak* van den graad $(p-2)$ en bevat $(p-2)$ waaiers van congruentiestralen.

5. De rechten welke op vier tot een groep van I_p behoorende lijnen l rusten, vormen een in Γ begrepen regelvlak, waarvan de graad zal bepaald worden.

Elke transversaal t van drie toegevoegde rechten l_1, l_2, l_3 en de willekeurige rechte a snijdt nog $(n-3)$ beschrijvende lijnen m van \mathfrak{Q}^n . Aan elke dezer rechten m kan men de $(p-3)$ rechten l toevoegen die met l_1, l_2, l_3 een groep van I_p vormen.

Bij elken straal l behooren $(p-1)_3$ drietallen l_1, l_2, l_3 , dus $2(p-1)_3$ transversalen t en derhalve $2(n-3)(p-1)_3$ stralen m .

De congruentie $(1, 1)$ der op m en a rustende rechten heeft met de congruentie γ gemeen $(n-2)(p-1)(p-2)$ stralen t , zoodat aan m zijn toegevoegd $(n-2)(p-1)(p-2)(p-3)$ rechten l .

Nu levert elke transversaal van vier tot een groep van I_p behoorende lijnen l blijkbaar vier coincidenties der verwantschap (l', m) .

Bijgevolg is het regelvlak der transversalen van viertallen der involutie van den graad $\frac{1}{12}(p-1)(p-2)(p-3)(4n-9)$.

Elk hoofdpunt en elk hoofdvlak van Γ draagt $\frac{1}{2}(p-2)(p-3)$ rechten van dit regelvlak.

6. Als \mathfrak{Q}^n ook een enkelvoudige richtlijn e bezit, gaan alle hoofdvlakken van Γ door e , en de complex is in zich zelf dual.

Heeft \mathfrak{Q}^n een dubbelkromme σ van den graad $\frac{1}{2}(n-2)(n-1)$, dan rust elke beschrijvende rechte l in $(n-2)$ punten op σ , wordt dus door $(n-2)$ rechten l' gesneden. Daardoor zijn de beschrijvende lijnen gerangschikt in een symmetrische verwantschap van den graad $(n-2)$, die met de op \mathfrak{Q}^n gegeven I_p $(n-2)(p-1)$ punten H gemeen heeft. De complex heeft dus weer $(n-2)(p-1)$ hoofdpunten en even zoo vele hoofdvlakken.

De graad van Γ blijft evenzeer dezelfde. Maar nu kan de complexkromme daardoor onttaarden dat haar vlak twee of drie hoofdpunten bevat, waardoor dan twee of drie waaiers worden afgescheiden. Bovendien kan a dan nog een rechte l bevatten. Hier staan dus de onttaarding van (a) dual tegenover die van den kegel (A) .

Dierkunde. — „*Over polyandrie bij Scalpellum Stearnsi*“ door den Heer P. P. C. HOEK.

Een der grootste vormen van het aan soorten rijke geslacht *Scalpellum* is *Scalpellum Stearnsi*, PILSBRY uit ondiep water nabij de Japansche kust.

Deze soort is in de mij ter beschrijving toevertrouwde verzameling Cirripedien, welke door de Siboga-expeditie in de wateren van Nederlandsch-Indië buit gemaakt werden, door twee variëteiten (Abarten) vertegenwoordigd. Beide vormen stemmen in hoofdzaak met PILSBRY's soort overeen — maar zij zijn in sommige opzichten van elkander en ook van de Japansche soort verschillend. Deze laatste leerde ik kennen door bestudeering van eenige voorwerpen uit het Berlijnsche museum, die mij door den directeur (Prof. K. MOEBIUS) en den conservator der Crustaceen (Prof. W. WELTNER) bereidwillig ter leen werden afgestaan.

Behalve door PILSBRY¹⁾ is de Japansche soort ook door FISCHER²⁾ gedoopt en beschreven; hetzelfde lot onderging voor korten tijd een der twee variëteiten uit den Maleischen Archipel, welke ANNANDALE³⁾ als eene nova species in de Cirripedien-literatuur trachtte in te voeren.

Ofschoon we dus thans reeds over drie namen en drie uitvoerige beschrijvingen van deze soort beschikken, is een zeer eigenaardig verschijnsel uit het huwelijksleven van dezen *Scalpellum* aan de aandacht der vroegere beschrijvers ontsnapt — ik kan toch bezwaarlijk aannemen, dat zij deze merkwaardigheid ontdekt en er geene mededeeling van gedaan zouden hebben.

PILSBRY zegt van deze soort (en wat FISCHER er in dit opzicht van vermeldt, komt op hetzelfde neer), dat zij in Japan in ondiep water werd aangetroffen. De exemplaren uit het Museum te Berlijn waren van Nagasaki afkomstig en blijkbaar ook van geringe diepte. Die van de Siboga-expeditie waren van vier verschillende stations, wier diepte afwisselde tusschen 204 en 450 M. ANNANDALE beschikte over één exemplaar uit straat Bali en noemt 160 vadem (= 290 M.) als de diepte, waarop het werd aangetroffen.

Scalpellum Stearnsi behoort tot de eenslachtige soorten van dit geslacht: de groote exemplaren met volslagen ontwikkeld capitulum van ongeveer 5 cM. lengte en voor een *Scalpellum* zeer langen

¹⁾ Proceed. Acad. Nat. Sci. Philadelphia. 1890. p. 441—443.

²⁾ Bulletin Soc. Zool. de France. XVI. 1891. p. 116—118.

³⁾ Memoirs Asiatic Soc. of Bengal. I. 1905. p. 74—77.

pedunculus (van 5—9 eM.) zijn de wijfjes. De mannetjes (die hier dus niet „complementaire” mannetjes mogen genoemd worden) zoekt men echter te vergeefs op de plaats, die zij gewoonlijk innemen: aan de binnenzijde van het scutum, nabij den rand, even vóór of boven de adductor-spier, in een plooi van den als mantel bekenden zak, die de schelpstukken van het capitulum aan de binnenzijde bekleedt. Daar zitten ze niet — ik schrijf het daaraan toe, dat zij aan de opmerkzaamheid van de vroegere beschrijvers ontsnapt zijn. DARWIN ontdekte, dat bij een der soorten (bij *Sc. rostratum*, DARWIN) de mannetjes als drie kleine parasieten vastzaten op het lichaam van het tweeslachtige dier en wel tusschen de bovenlip en de adductor-spier nagenoeg in de mediane lijn — doch ook op die plaats zoekt men ze bij *Sc. Stearnsi* te vergeefs. Bij het grootste en oudste exemplaar, dat mij ten dienste stond, merkte ik echter op, dat dat gedeelte van den zak of mantel, dat achter of onder de adductorspier de twee scuta verbindt en dat duidelijker te zien komt, als men de twee scuta een weinig uit elkander buigt, een korstig en korrelig oppervlak vertoonde — ongeveer zoo, alsof er een Flustra of andere Bryozoe op bevestigd was. Een gedeelte van dat korstig bekleedsel losmakend en nader onderzoekend vond ik spoedig, dat elke korrel een mannetje representeerde en dat meer dan honderd van deze op het eene wijfje bevestigd zaten. Elk dier mannetjes zit in een soort kapsel (een verdikking van den chitineusen mantel) opgesloten en steekt met het eene lichaamsuiteinde, dat aan het kopeinde met de antennen tegenovergesteld is, een weinig uit dat kapsel uit. Ze zitten voor een deel althans zoo kort bij elkander, dat zij elkander wederkeerig afplatten. Hun afmetingen zijn 0.7×0.5 mm. — ze zijn zelfs voor *Scalpellum*-mannetjes klein van stuk! Hunne ontwikkeling komt met die van vele andere soorten van dit geslacht overeen: roudom de mantel-opening op den top van het uit het chitineuse kapsel uitstekende gedeelte, vindt men een viertal rudimentaire schelpstukjes en wat, voor zoover ik weet, karakteristiek is voor deze soort, tusschen die schelpstukjes zijn rudimentaire tentakels bevestigd — ahangsels, die echter met de gelede lichaamsaanhangselen der Cirripeden niets gemeen hebben. Was er echter nog twijfel mogelijk, of deze kleine parasieten wel de mannetjes dezer soort representeerden, dan zouden deze tentakels kunnen dienen om ook dien twijfel te verdrijven. Immers zaten er op het capitulum van een der groote vrouwelijke exemplaren ook eenige kleine, nog geheel onvolwassen wijfjes, wier capitulum echter reeds van schelpstukken voorzien was en wier geheele voorkomen met dat van volwassen wijfjes in onontwikkelden toestand overeenkwam. Welnu, ook bij deze onvolwassen

vrouwelijke exemplaren komen deze tentakels voor. Het zijn embryonale organen, die waarschijnlijk uit een morphologisch of phylogenetisch oogpunt beschouwd niet van beteekenis ontbloot zijn, die echter bij de volwassen wijfjes verdwenen zijn. Zij zitten bij de kleine wijfjes op dezelfde plaats als bij de mannetjes, n.l. nabij het vrije uiteinde (den top) van het capitulum op de chitineuse huid tussehen de twee primordiale schelpstukken, die de terga representeren, kort bij het bovenste of voorste uiteinde van de bij de wijfjes veel grootere, bij de mannetjes ook in verhouding veel kleinere opening, die toegang geeft tot de mantelholte, waarin het eigenlijke dier huist.

Ik geloof niet, dat er bij hoog georganiseerde dieren als Cirripeden voorbeelden bekend zijn van eene zoo geprononceerde polyandrie, als bij deze soort van *Scalpellum* voorkomt. Gewoonlijk is het aantal mannetjes, dat men bij soorten van dit geslacht aan het capitulum van het wijfje of van het tweeslachtige dier bevestigd vindt, slechts één aan elke zijde; bij enkele soorten is het twee of drie en het grootste aantal, dat ik ooit waarnam, was vijf. Hoe zieh nu te verklaren, dat er een soort voorkomt, bij welke het zoo aanzienlijk is, als hier het geval is? Ik heb te vergeefs getracht daarvoor eene verklaring te vinden. Van de levenswijze dezer dieren weten wij zeer weinig af; dat het verschijnsel verband zou houden met de diepte, waarop het dier leeft, acht ik niet zeer waarschijnlijk, want 1^e komt dezelfde soort, die in den Maleischen Archipel op 200—450 M. leeft, nabij Japan in ondiep water voor en 2^e kennen wij soorten, uit diepten van meer dan 2000 M., die slechts van een tweetal mannetjes voorzien zijn. Dat de plaats, waar de mannetjes bevestigd zijn, verband houdt met hun groot aantal, schijnt niet twijfelachtig — maar hoe dat verband is, is mij niet duidelijk. De eieren dezer dieren worden bevrucht als zij vrij komen en worden dan, tot een eilamel vereenigd, in de mantelholte van het wijfje bewaard, tot zij uitkomen. Zitten de mannetjes nu, zooals gewoonlijk, nabij den rand der mantelholte, dan is de kans, dat de eieren bevrucht zullen worden, gunstiger, dan wanneer zij op grooteren afstand daarvan bevestigd zijn, zooals bij *Sc. Stearnsi*. Dat die verderaf zittende mannetjes talrijker moeten zijn, kan men dus wel inzien — maar waarom hebben zij zich een plaats gekozen, die voor de bevruchting der eieren minder gunstig was? Toch niet, omdat er zoovele waren en deze op de gewone plaats geen ruimte vonden?

Wiskunde. — De Heer W. KARTEYN biedt eene mededeeling aan:
 „Over het quotient van twee opevolgende Besselsche functien”.
 (2^e mededeeling).

In onze vorige mededeeling hebben wij de waarde van den algemeen coëfficiënt van de ontwikkeling

$$\frac{I^{r+1}(z)}{I^r(z)} = f_1 z + f_2 z^3 + f_3 z^5 + \dots$$

aangegeven. Wij willen thans nog een paar merkwaardige betrekkingen die tusschen deze coëfficiënten bestaan doen kennen. Daartoe merken we op dat

$$u = -z \frac{I^{r+1}(z)}{I^r(z)}$$

voldoet aan eene differentiaalvergelijking van RICCATI

$$z \frac{du}{dz} + u^2 + 2r u + z^2 = 0. \quad \dots \quad (1)$$

Stelt men toch

$$u = -\frac{z^2}{2(r+1) + u_1}$$

dan komt

$$z \frac{du_1}{dz} + u_1^2 + 2(r+1)u_1 + z^2 = 0.$$

Herhaalt men deze bewerking dan vindt men dus als integraal van de differentiaalvergelijking (1)

$$u = -\frac{z^2}{2(r+1)} - \frac{z^2}{2(r+2)} - \frac{z^2}{2(r+3)} - \text{enz.}$$

welke kettingbreuk zooals bekend is de waarde $-z \frac{I^{r+1}(z)}{I^r(z)}$ heeft.

Stelt men nu in de vergelijking (1)

$$u = -f_1 z^2 - f_2 z^4 - f_3 z^6 - \text{enz.}$$

dan vindt men

$$2(r+1)f_1 = 1$$

$$2(r+n+1)f_{n+1} = f_1 f_n + f_2 f_{n-1} + \dots + f_n f_1 \quad \dots \quad (I)$$

Deze vergelijking, waarin $n = 1, 2, 3, \dots$ is de eerste betrekking die we wilden afleiden. Eene tweede betrekking volgt uit de vroeger gevonden vergelijking

$$\begin{array}{cccccccc}
 & \lambda_1 & \alpha_1 & \epsilon_1 & \theta_1 & \dots & \xi_1 & \epsilon_1 \\
 & \lambda_2 & \alpha_2 & \epsilon_2 & \theta_2 & \dots & \xi_2 & \epsilon_2 \\
 a_1^{n+1} a_2^n \dots a_n^2 a_{n+1} f_{n+1} = (-1)^h & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\
 & \lambda_{n-2} & \alpha_{n-2} & \epsilon_{n-2} & \theta_{n-2} & \dots & 0 & 0 \\
 & \lambda_{n-1} & \alpha_{n-1} & 0 & 0 & \dots & 0 & 0
 \end{array}$$

waarin

$$\begin{aligned}
 a_p &= 2(r+p), \\
 \lambda_p &= \frac{(2n-p-1) \dots (2n-2p)}{p!} a_{p+1} \dots a_{2n-p-1} \\
 \alpha_p &= \frac{(2n-p-2) \dots (2n-2p-1)}{p!} a_{p+1} \dots a_{2n-p-2} \\
 &\dots \\
 \epsilon_p &= \frac{(n-p-1) \dots (n-2p+2)}{p!} a_{p+1} \dots a_{n-p+1}
 \end{aligned}$$

terwijl $h = \frac{n}{2} - 1$ of $h = \frac{n-1}{2}$ naargelang n even of oneven is.

Schrijven we deze vergelijking, zijnde $a_p = 2b_p$

$$2^{2n+1} b_1^{n+1} b_2^n \dots b_n^2 b_{n+1} f_{n+1} = D_n \dots \quad (2)$$

dan voldoet de determinant D_n aan de voorwaarde

$$\begin{aligned}
 D_n &= nb_2 \dots b_n D_{n-1} - \frac{n-1-n-2}{2!} b_1 \dots b_n \cdot b_3 \dots b_{n-1} D_{n-2} + \\
 &+ \frac{n-2 \cdot n-3 \cdot n-4}{3!} b_1 \dots b_n \cdot b_1 \dots b_{n-1} \cdot b_4 \dots b_{n-2} D_{n-3} - \text{enz.}
 \end{aligned}$$

waarin de laatste term naar gelang n even of n oneven is een der beide volgende vormen bezit

$$\begin{aligned}
 &(-1)^{\frac{n}{2}-1} \left(\frac{n}{2} + 1 \right) b_1 \dots b_n \cdot b_1 \dots b_{n-1} \dots b_1 \dots b_{\frac{n}{2}+2} \cdot b_{\frac{n}{2}+2} \frac{D_n}{2} \\
 &(-1)^{\frac{n-1}{2}} b_1 \dots b_n \cdot b_1 \dots b_{n-1} \dots b_1 \dots b_{\frac{n+3}{2}} \frac{D_{n-1}}{2}
 \end{aligned}$$

Vervangt men hierin de determinanten D_p door de coëfficiënten f_p volgens (2) dan vindt men deze tweede betrekking tusschen de coëfficiënten

$$f_{n+1} = \sum_{p=0}^{\leq \frac{n-1}{2}} (-1)^p \frac{(n-p) \dots (n-2p)}{(p+1)!} \frac{f_{n-p}}{2^{2p+1} b_1 \dots b_{p+1} b_{n-p+1} \dots b_{n+1}} \quad (II)$$

Ten slotte merken we nog op dat de reeks voor $\frac{I^{v+1}(z)}{I^v(z)}$ convergeert zoolang

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{\hat{f}_{n+1}}{\hat{f}_n} z^2 \right| < 1$$

of

$$|z| < \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{\hat{f}_n}{\hat{f}_{n+1}}}$$

Stelt men nu

$$\lim \sqrt{\frac{\hat{f}_n}{\hat{f}_{n+1}}} = \lim 2 \sqrt{\frac{b_1 \dots b_{n+1} D_{n-1}}{D_n}} = \alpha$$

dan is

$$\lim \frac{b_1 \dots b_{n+1} D_{n-1}}{D_n} = \left(\frac{\alpha}{2}\right)^2$$

$$\lim \frac{b_1 \dots b_{n+1} \cdot b_1 \dots b_n D_n}{D_n} = \left(\frac{\alpha}{2}\right)^4 \text{ enz.}$$

Uit de gevonden recurrente betrekking tusschen de determinanten D_p , vindt men dus, overgaande tot de limiet

$$1 = \frac{\left(\frac{\alpha}{2}\right)^2}{b_1} - \frac{\left(\frac{\alpha}{2}\right)^4}{2! b_1 b_2} + \frac{\left(\frac{\alpha}{2}\right)^6}{3! b_1 b_2 b_3} - \text{enz.}$$

waaruit blijkt dat α een wortel is van de vergelijking $I^v(z) = 0$ zooals te verwachten was.

Sterrenkunde. — De Heer H. G. VAN DE SANDE BAKHUIJZEN biedt eene mededeeling aan van den Heer H. J. ZWIERS: „*Onderzoekingen over de baan van de periodische komeet Holmes en over de storingen in haar elliptische beweging*”.

(Mede aangeboden door den Heer E. F. VAN DE SANDE BAKHUIJZEN).

Na de wederverschijning der komeet Holmes in 1899—1900 heb ik in 1902 uitvoerig de uitkomsten gepubliceerd, waartoe mij het onderzoek van de waarnemingen na haar terugkeer aanleiding had gegeven¹⁾. Met de meest nauwkeurige elementen, die ik uit haar verschijning in 1892—93 had kunnen afleiden, had ik vooraf de storingen berekend, die zij op haar weg van Jupiter en Saturnus, en aanvankelijk ook van de Aarde ondervond en daaruit voor 1899 September 9.0 midd. tijd Greenwich een elementensysteem afgeleid, dat tot grondslag diende voor een ephemeride, die in No. 3553 der *Astron.*

¹⁾ Recherches sur l'orbite de la comète périodique de Holmes et sur les perturbations de son mouvement elliptique, par Dr. H. J. ZWIERS. Deuxième mémoire. Leyde, E. J. Brill, 1902.

Nachrichten werd opgenomen. Aan de hand dezer ephemeride werd de komeet op het Lick-Observatory teruggevonden, en het betrekkelijk kleine verschil tusschen de waargenomen en de berekende plaats toonde aan, dat de voor 1892 gevonden baanelementen, en de daarop gebaseerde berekening van de storingen reeds zeer dicht tot de waarheid naderden.

De waarnemingen in 1899 en in 1900 boden mij voldoende materiaal, om aan de elementen zoodanige kleine wijzigingen aan te brengen, dat de overgebleven verschillen tusschen de voorspelde en waargenomen plaatsen binnen de grenzen der gewone waarnemingsfouten werden gebracht. Het daardoor verkregen elementensysteem, dat zoowel aan de verschijning in 1892—93 als aan die in 1899—1900 voldeed, en dat ik in mijn „Deuxième Mémoire” als „Système VII” op p. 78 heb meegedeeld, zal uit den aard der zaak de grondslag voor verdere onderzoekingen moeten leveren. Ik deel het daarom hier in hoofdtrekken mede.

Systeem VII.

Epoche 1899 Juni 11.0 midd. t. Greenw.

Osculatie 1899 September 9.0 „ „ „

$$M_0 = 22661'' 3264$$

$$\mu = 516'' 188791$$

$$\log a = 0.558 1320.0$$

$$\varphi = 24^\circ 17' 23'' 54$$

$$e = 0.4113532$$

$$i = 20^\circ 48' 9'' 84$$

$$\pi = 345 48 38.06 \left. \vphantom{\begin{matrix} \pi \\ \delta \\ i \\ \pi \\ \delta \end{matrix}} \right\} 1899.0$$

$$\delta = 331 43 18.24$$

$$i = 20 48 10.29$$

$$\pi = 345 49 28.27 \left. \vphantom{\begin{matrix} \pi \\ \delta \end{matrix}} \right\} 1900.0$$

$$\delta = 331 44 8.95$$

Ofschoon de verbeteringen, die de elementen tengevolge van de nieuwe waarnemingen hadden moeten ondergaan, slechts gering waren, was het toch dadelijk na de publicatie van die onderzoekingen mijn voornemen, de berekening van de storingen tusschen 1892 en 1900 op die gewijzigde grondslagen te herhalen, en uit te breiden over alle planeten, wier storende werking niet a priori als onmerkbaar kon worden verwaarloosd. Dit omvangrijke onderzoek, waaraan dan noodwendig een nieuwe discussie van de beide verschijningen der komeet moest worden verbonden, was echter slechts gedeeltelijk volbracht, toen in 1905 de voorbereiding voor de derde verschijning moest worden ter hand genomen.

Ik ben toen uitgegaan van systeem VII, dat hoewel niet volmaakt, toch aan alle praktische eischen voldeed. Die elementen heb ik echter niet zonder meer durven gebruiken ter berekening van de plaatsen bij den terugkeer van de komeet in 1906. Weliswaar bleven de storende planeten, en vooral Jupiter, wiens invloed verreweg overheerschend is, gedurende den geheelen nieuwen omloop der komeet op aanzienlijke afstanden, maar het zwakke licht der komeet in 1899—1900, en de moeite, die de meeste waarnemers hadden om te midden der talrijke zwakke nevelvlekken in de omgeving van haar schijnbare baan de komeet behoorlijk te identificeren, deden mij vreezen, dat een zoo ruwe vooruitberekening van de schijnbare plaatsen voor 1906 voor de terugvinding en waarneming onvoldoende kon zijn.

In het najaar van 1905 besloot ik daarom, de storingen af te leiden, die de komeet op haar baan tusschen de perihelium-doorgangen van 1899 en 1906 ondergaan zou. Het oorspronkelijk plan, om ook de werkingen van Saturnus aan de berekening te onderwerpen, moest wegens gebrek aan tijd worden opgegeven. Zodoende bleef alleen Jupiter als storende planeet over. Als methode werd gekozen die van de variatie der elliptische constanten; verder werd een interval van 80 dagen gekozen, daar uit vroegere onderzoekingen gebleken was, dat de nauwkeurigheid, die daarmee bereikt kon worden, voor het beoogde doel ruimschoots voldoende was. Bij vorige onderzoekingen was steeds als regel aangenomen, voor elke nieuwe epoche aan de elementen de kleine wijzigingen aan te brengen, die zij in den loop van het laatste interval hadden ondergaan. De daarvoor noodige rekeningen vereischen echter een niet gering te achten arbeid, en waar ditmaal de berekeningen slechts een voorloopig karakter konden hebben, kon ik van deze kleine correctie's afzien, waardoor in de gegeven omstandigheden slechts kleine grootheden der tweede orde verwaarloosd werden. Het boven meegedeelde systeem VII werd dus aan de storingsrekening voor den geheelen omloop ten grondslag gelegd. De plaatsen der storende planeet ontleende ik aan den Nautical Almanac: alleen werden de lengten door aanbrenging der praecessie gereduceerd op het aequinoctium van 1900.0. De verwaarloozing van de kleine correctie's voor nutatie en voor veranderde helling van de ecliptica kan geen noemenswaardigen invloed hebben op de storingen, die de planeet uitoefent.

In plaats van de uitvoerige storingstafels zal ik ter bekorting alleen de gesommeerde reeksen mededeelen, en wel de grootheden II' voor de middelbare dagelijksche beweging, en de grootheden I' voor de overige elementen. Door uitwerking van elke tafel kan de

lezer zich dan voldoende een oordeel vormen over de bereikte nauwkeurigheid. De met zwaarder cijfers gedrukte aanvangsconstanten, die bij het opstellen der tafels uit de eerste waarden van $\frac{dE}{dt}$ (waarin E een der 6 elementen voorstelt) en uit hun verschillen tot en met f^{IV} werden afgeleid, zijn zoodanig gekozen, dat de integralen verdwijnen voor 1899 September 9 als onderste-grens. Tot en met 1900 Februari 16 konden de afgeleiden ontleend worden aan de tafels, die ik in mijn Deuxième Mémoire pp. 26—32 heb meegedeeld; in verband met het nu gekozen interval moest echter $\frac{du}{dt}$ met 4, en moesten de overige afgeleiden der elementen met 2 vermenigvuldigd worden.

Uit de volgende tafels valt het niet moeilijk, volgens de bekende uitdrukkingen der mechanische kwadratuur de storingen voor een willekeurig tijdstip te integreeren. Als nieuwe osculatie-epoche heb ik gekozen

1906 Januari 16.0 midd. tijd Greenw.

en gevonden;

$$\begin{aligned} \Delta i &= + 40''34 & \Delta \Omega &= - 3' 32''48 \\ \Delta \mu &= + 1''258874 & \iint \frac{du}{dt} &= + 883''5368 \\ \Delta_1 M &= - 1147''7070 & \Delta \alpha &= + 8' 2''08 \\ \Delta \varphi &= + 3' 2''01 \end{aligned}$$

waardoor de nieuwe elementen worden:

Epoche en osculatie 1906 Januari 16.0 m.t.Gr.

$$\begin{aligned} M_0 &= 1266412''143 \\ \mu &= 517''447665 \\ \log a &= 0.5574267.74 \\ \varphi &= 24^\circ 20' 25''55 \\ e &= 0.4121574 \\ i &= 20^\circ 48' 50''63 \\ \alpha &= 345 57 30 35 \\ \Omega &= 331 40 36.47 \end{aligned} \left. \vphantom{\begin{aligned} M_0 \\ \mu \\ \log a \\ \varphi \\ e \\ i \\ \alpha \\ \Omega \end{aligned}} \right\} 1900.0$$

Uit deze gestoorde elementen volgt voor den doorgangstijd door het perihelium

1906 Maart 14.1804 midd. tijd Gr.

terwijl het oorspronkelijke systeem VII, zonder op de storingen gedurende den nieuwen omloop te letten, zou geven

1906 Maart 13.8083.

TAFELS VAN DE JUPITER-STORINGEN.

Datum	i	Ω	μ	M	π	φ
1899 Jan. 12	"	"	— 21.5730	"	"	"
Apr. 2	+ 4.536 +	7.382	— 8.4814	+ 0.176 +	13.677 —	29.200
Juni 21	+ 2.690 +	6.991	— 1.5328	+ 4.983 +	6.957 —	16.151
Sept. 9	+ 0.760 +	3.297	+ 0.2737	+ 2.505 +	2.601 —	4.611
Nov. 28	— 0.625 —	3.826	— 1.2125	— 2.530 —	3.150 +	4.197
1900 Febr. 16	— 1.018 —	43.652	— 4.2367	— 5.973 —	13.460 +	11.287
Mei 7	— 0.203 —	25.174	— 7.5053	— 6.752 —	28.616 +	18.278
Juli 26	+ 1.867 —	37.406	— 10.1533	— 5.822 —	47.169 +	26.379
Oct. 14	+ 5.418 —	49.494	— 11.6218	— 4.954 —	67.123 +	36.268
1901 Jan. 2	+ 9.397 —	60.732	— 11.5478	— 6.051 —	86.516 +	48.205
Mrt 23	+ 14.489 —	70.570	— 9.6867	— 10.874 —	103.621 +	62.168
Juni 11	+ 20.135 —	78.624	— 5.8601	— 20.923 —	117.008 +	77.946
Aug. 30	+ 26.049 —	84.681	+ 0.0784	— 37.388 —	125.552 +	95.199
Nov. 18	+ 31.931 —	88.702	+ 8.2654	— 61.130 —	128.426 +	113.505
1902 Febr. 6	+ 37.487 —	90.817	+ 18.8422	— 92.674 —	125.094 +	132.387
April 27	+ 42.443 —	91.315	+ 31.9635	— 132.210 —	115.298 +	151.341
Juli 16	+ 46.560 —	90.624	+ 47.8025	— 179.598 —	99.047 +	169.854
Oct. 4	+ 49.651 —	89.287	+ 66.5527	— 234.380 —	76.601 +	187.427
Dec. 23	+ 51.593 —	87.924	+ 88.4279	— 295.802 —	48.453 +	203.590
1903 Mrt 13	+ 52.337 —	87.192	+ 113.6611	— 362.841 —	15.304 +	217.927
Juni 1	+ 51.916 —	87.735	+ 142.5014	— 434.253 +	21.975 +	230.081
Aug. 20	+ 50.444 —	90.131	+ 175.2122	— 508.617 +	62.385 +	239.783
Nov. 8	+ 48.115 —	94.838	+ 212.0688	— 584.410 +	104.856 +	246.855
1904 Jan. 27	+ 45.493 —	102.143	+ 253.3579	— 660.082 +	148.314 +	251.221
April 16	+ 41.996 —	112.115	+ 299.3790	— 734.436 +	191.752 +	252.903
Juli 5	+ 38.875 —	124.566	+ 350.4492	— 805.216 +	234.308 +	252.011
Sept. 23	+ 36.183 —	139.032	+ 406.9127	— 872.176 +	275.334 +	248.718
Dec. 12	+ 34.243 —	154.764	+ 469.1545	— 934.423 +	314.438 +	243.224
1905 Mrt 2	+ 33.309 —	170.745	+ 537.6167	— 990.396 +	351.479 +	235.703
Mei 21	+ 33.518 —	185.739	+ 612.8073	— 1040.430 +	386.444 +	226.250
Aug. 9	+ 34.834 —	198.384	+ 695.2691	— 1083.432 +	419.129 +	214.885
Oct. 28	+ 36.981 —	207.384	+ 785.4184	— 1117.855 +	448.580 +	201.767
1906 Jan. 16	+ 39.372 —	211.929	+ 883.0549	— 1141.214 +	472.756 +	187.961
April 6	+ 41.116 —	212.547	+ 986.3401	— 1152.415 +	490.526 +	176.821
Juni 2	+ 41.312 —	212.305	+ 1090.7414	— 1158.665 +	508.036 +	173.909

Wanneer men nu in aanmerking neemt, dat de geringe vertraging van nog geen 9 uur gecompenseerd wordt door een vergroote periheliumlengte van 8', dan vindt men a posteriori bevestigd, wat te voorzien was: dat de storingen gedurende den tweeden omloop de plaatsen der komeet in de ruimte slechts weinig hebben veranderd.

De elementen i , τ en Ω herleidende op het middelbaar aequinoctium van 1906.0 vind ik

$$\left. \begin{aligned} i &= 20^{\circ} 48' 53'' 30 \\ \tau &= 346 \quad 2 \quad 31.63 \\ \Omega &= 331 \quad 45 \quad 40.75 \end{aligned} \right\} 1906.0.$$

Ten einde hieruit een ephemeride te kunnen berekenen, heb ik de volgende uitdrukkingen afgeleid voor de heliocentrische coördinaten van de komeet ten opzichte van het vlak van den aequator:

$$\begin{aligned} x &= [9.993 \ 7731.9] \sin (v + 77^{\circ} 37' 24'' 85) \\ y &= [9.876 \ 2012.2] \sin (v - 20 \ 58 \ 31.25) \\ z &= [9.832 \ 7001.5] \sin (v - 1 \ 47 \ 16.19) \end{aligned}$$

De tusschen [] geplaatste coëfficiënten zijn logarithmen: de grootheid v stelt de ware anomalie der komeet voor.

Met behulp van bovenstaande uitdrukkingen werden de heliocentrische coördinaten van 4 tot 4 dagen afgeleid voor den middelbaren middag van Greenwich; de bijbehorende coördinaten der zon werden ontleend aan den Nautical Almanac na aanbrenning der reductie op het middelbaar aequinoctium van het begin van het jaar. Bij de herleiding van de zodoende verkregen middelbare plaatsen tot schijnbare zijn de aberratietermen weggelaten, daar zooals bekend is, de invloed der aberratie voor de lichamen van ons zonnestelsel eenvoudiger wordt in rekening gebracht door de waarnemingstijden te verminderen met de aberratietijden. In de hierachter volgende tabel, die de schijnbare plaatsen der komeet in α en δ aangeeft, is daarom in de kolom ϑ voor elken datum de lichttijd aangegeven, uitgedrukt in middelbare zonnedagen. De 4e kolom geeft de logarithme van den geocentrischen afstand. Als eersten datum heb ik 1 Mei gekozen, omdat mij door een voorloopige rekening gebleken was, dat er vóór dien tijd geen kans zou zijn, de komeet wegens haar schijnbare nabijheid tot de zon en haar grooten afstand van de aarde te ontdekken. Niet geheel uitgesloten bleek mij echter de mogelijkheid, dat vermogende kijkers of gevoelige photographische platen haar nog in Januari 1906 deden vinden. Daarom heb ik ook voor die maand de plaatsen afgeleid, en een kleine ephemeride gezonden aan prof.

KREUTZ, die ze in één circulaire ter kennis van de astronomen heeft gebracht. Om een duidelijk beeld te geven van den schijnbaren loop der komeet, en ook omdat door een kleine reductiefout de gepubliceerde plaatsen niet volkomen juist waren, deel ik de juiste uitkomsten van 4 tot 4 dagen hier mee. Tot op heden (24 Januari) is nog geen bericht omtrent ontdekking gekomen, wat met het oog op de geringe helderheid en vooral den zuidelijken en ook overigens ongunstigen stand niet behoeft te verwonderen.

STANDEN DER KOMEET Vóór DE CONJUNCTIE.

1906	Schijnbare α	Schijnbare δ	$\log \rho$	ζ	H
Jan. 1	20 45 ^m 1.65	— 21 23 1.7	0.47858	0.017373	0.0230
5	53 18.18	— 20 26 48.1	.48066	456	.0229
9	21 1 33.24	— 19 29 45.4	.48257	533	.0229
13	9 46.66	— 18 30 24.6	.48431	603	.0228
17	17 58.35	— 17 30 47.8	.48590	668	.0228
21	26 8.26	— 16 28 58.8	.48733	726	.0228
25	34 46.26	— 15 26 28.4	.48860	778	.0227
29	42 22.19	— 14 22 50.3	.48971	824	.0227
Febr. 2	50 25.91	— 13 18 7.8	.49067	863	.0227
6	58 27.36	— 12 12 24.5	.49147	896	.0227
10	22 6 26.56	— 11 5 43.5	.49213	923	.0227

De nu volgende tabel eindelijk geeft de schijnbare standen der komeet voor de laatste 8 maanden van het jaar. De directe rekeningen zijn gedaan van 4 tot 4 dagen; daartusschen is één datum geïnterpoleerd met inachtneming der 4^e verschillen.

Als maat voor de vermoedelijke helderheid berekent men gewoonlijk de grootheid $H = \frac{1}{r^2 Q^2}$. Ofschoon de komeet door het vreemde be-
loop harer lichtwisselingen geen zekerheid geeft, dat haar glans met H evenredig zal zijn, heb ik voor de volledigheid genoemde groot-
heid van 4 tot 4 dagen in de tabel opgenomen. In 1892—93 varieerde deze zoogenaamde „theoretische helderheid” tussehen 0.075 en 0.012.

Daar de voor 1900 aangenomen elementen nog kleine verbeteringen

SCHIJNBARE PLAATSEN DER KOMEET VAN 1 MEI TOT
31 DEC. 1906,
VOOR 0^h MIDD. TIJD GREENWICH.

1906	<i>v</i>	<i>δ</i>	<i>log ρ</i>	<i>z</i>	<i>H</i>	
Mei	1	^h 0 40 ^m 15.28 ^s	+ 12 49 44.3	0.47733	0.017 322	0.0240
	3	44 0.82	+ 13 25 36.3	.47632	282	
	5	47 46.23	+ 14 1 21.2	.47528	241	.0241
	7	51 31.54	36 58.4	.47421	199	
	9	55 16.77	+ 15 12 27.8	.47312	156	.0242
	11	59 1 94	47 48 8	.47200	111	
	13	1 2 47 03	+ 16 23 1.3	.47084	666	.0243
	15	6 32 06	58 4.7	.46966	019	
	17	10 17 02	+ 17 32 58.6	.46844	0.016 972	.0244
	19	14 1 90	+ 18 7 42.8	.46719	923	
	21	17 46 67	42 46.7	.46591	873	.0246
	23	21 31.32	+ 19 16 39.8	.46460	822	
	25	25 15 84	50 51.9	.46326	770	.0247
	27	29 0 20	+ 20 24 52.4	.46189	717	
	29	32 44 40	58 40.9	.46048	663	.0248
31	36 28.40	+ 21 32 17.0	.45904	608		
Juni	2	40 12 22	+ 22 5 40.5	.45757	552	.0250
	4	43 55.83	38 51.0	.45607	495	
	6	47 39.23	+ 23 11 48.3	.45453	437	.0252
	8	51 22.42	44 32.1	.45296	378	
	10	55 5.37	+ 24 17 2.4	.45137	317	.0253
	12	58 48.06	49 18.9	.44974	256	
	14	2 2 30.46	+ 25 21 21.5	.44807	194	.0255
	16	6 12.51	53 9.8	.44637	131	
	18	9 54.18	+ 26 24 43.6	.44464	667	.0257
	20	13 35.40	56 2.8	.44287	001	
	22	17 16.13	+ 27 27 7.1	.44107	0.015 935	.0259
	24	20 56.31	57 56.2	.43923	868	
26	24 35.89	+ 28 28 30.0	.43736	799	.0261	

1906		α	δ	$\log p$	\approx	H						
		$^{\text{h}}$ 2	$^{\text{m}}$ 28	$^{\text{s}}$ 14.81	$^{\circ}$ 28	$'$ 58	$''$ 48.2					
Juni	28				+	28	58	48.2	0.43545	0.015	730	
	30				+	29	28	50.8	.43350		660	0.0264
Juli	2							58 37.7	.43152		589	
	4				+	30	28	8.8	.42951		517	.0266
	6							57 24.2	.42746		444	
	8				+	31	26	24.1	.42538		370	.0269
	10							55 8.4	.42326		295	
	12				+	32	23	37.4	.42111		219	.0271
	14							51 50.9	.41892		143	
	16	3	0	26.67	+	33	19	49.1	.41669		065	.0274
	18							47 32.1	.41442	0.014	987	
	20				+	34	14	59.8	.41212		907	.0277
	22							42 12.4	.40978		827	
	24				+	35	9	9.8	.40740		746	.0281
	26							35 52.2	.40499		665	
	28				+	36	2	19.8	.40254		582	.0284
	30							28 32.6	.40006		499	
Aug.	1							54 31.0	.39755		416	.0288
	3				+	37	20	15.2	.39500		331	
	5							45 45.6	.39241		246	.0291
	7				+	38	11	2.7	.38979		160	
	9							36 6.8	.38714		074	.0295
	11				+	39	0	58.0	.38446	0.013	988	
	13							25 36.8	.38174		900	.0300
	15							50 3.3	.37899		813	
	17				+	40	14	17.8	.37621		724	.0304
	19							38 20.5	.37340		636	
	21				+	41	2	11.5	.37057		547	.0308
	23	4	0	23.84				25 50.9	.36771		458	
	25							49 19.0	.36482		369	.0313
	27				+	42	12	35.9	.36191		280	

1906	α	δ	$\log \rho$	z	H
Aug. 29	$4^{\text{h}} 8^{\text{m}} 3.48^{\text{s}}$	+ 42 35 41.8	0.35899	0.013 191	0.0318
31	10 27.24	58 36.9	.35605	102	
Sept. 2	12 45 92	+ 43 21 21.3	.35308	013	.0323
4	14 59 28	43 55.4	.35010	0.012 924	
6	17 7 07	+ 44 6 19.0	.34712	835	.0329
8	19 9.03	28 32.3	.34412	747	
10	21 4.88	50 35.1	.34112	659	.0334
12	22 54 34	+ 45 12 27.0	.33812	572	
14	24 37 12	34 7 7	.33512	485	.0339
16	26 12 92	55 36 6	.33212	399	
18	27 41.47	+ 46 16 53.0	.32913	314	.0345
20	29 2 48	37 56.1	.32615	230	
22	30 15 71	58 44.9	.32320	147	.0350
24	31 20.90	+ 47 19 18.3	.32027	666	
26	32 17 81	39 35.2	.31737	0.011 985	.0356
28	33 6.20	59 34.3	.31450	907	
30	33 45 85	+ 48 19 14.3	.31168	830	.0361
Oct. 2	34 46.56	38 33.8	.30891	754	
4	34 38 08	57 31.0	.30618	681	.0366
6	34 50.16	+ 49 16 3.6	.30351	609	
8	34 52.61	34 9.6	.30092	540	.0370
10	24 45.25	51 46.5	.29840	473	
12	34 27.94	+ 50 8 51.4	.29595	409	.0375
14	34 0.56	25 21.4	.29359	347	
16	33 23 06	41 13.3	.29134	288	.0378
18	32 35. 3	56 23 7	.28919	232	
20	31 37 75	+ 51 10 49.1	.28715	180	.0381
22	30 30.16	24 26.0	.28523	130	
24	29 12.87	37 11.0	.28345	085	.0383
26	27 46.45	49 0 8	.28181	043	
28	26 40.32	59 51 9	.28031	005	.0384

1906		α	δ	$\log p$	z	H
Oct.	30	^h 4 ^m 24 ^s 25.75	+ 52° 9' 41.4"	0.27897	0.010 971	
Nov.	1	22 32.88	48 25.4	.27779	941	0.0384
	3	20 32 49	26 0 8	.27678	916	
	5	18 54.26	32 25.2	.27595	895	.0383
	7	16 9.72	37 35.5	.27530	879	
	9	13 49.28	41 29.2	.27484	867	.0380
	11	11 23.70	44 4.0	.27457	861	
	13	8 53.82	45 48.4	.27451	859	.0376
	15	6 20.53	45 41.0	.27466	863	
	17	3 44.79	43 41.2	.27502	872	.0371
	19	1 7.59	40 48.9	.27560	886	
	21	3 58 29.91	36 35.4	.27640	906	.0365
	23	55 52.74	31 4 4	.27742	932	
	25	53 47.00	24 8 9	.27865	963	0357
	27	50 43.59	16 0.8	.28010	0.011 000	
	29	48 13.36	6 39.9	.28178	042	.0848
Dec.	1	45 47.40	+ 51° 56' 9.2"	.28368	099	
	3	43 25.56	44 32.6	.28578	144	.0337
	5	41 9.42	31 53.9	.28810	204	
	7	38 59.30	18 47.3	.29062	269	.0326
	9	36 55.80	3 47.5	.29334	340	
	11	34 59.40	+ 50° 48' 29.0"	.29627	417	.0314
	13	33 40.58	32 26.7	.29939	499	
	15	31 29.73	45 45.9	.30270	587	.0302
	17	29 57.49	+ 49° 58' 31.6"	.30619	681	
	19	28 33.19	40 49.1	.30984	779	.0289
	21	27 47 93	22 43.8	.31365	883	
	23	26 41.50	4 20.5	.31763	993	.0275
	25	25 13 95	+ 48° 45' 43.9"	.32175	0.012 107	
	27	24 25.22	26 58.7	.32601	226	.0262
	29	23 45.29	8 8 8	.33039	350	
	31	23 14.07	+ 47° 49' 18.0"	.33489	479	.0249

konden noodig hebben, en tot 1906 alleen de hoofdstoring door Jupiter in rekening is gebracht, zal bij eventueel terugvinden der komeet eenig verschil tusschen de waargenomen en de hier berekende plaatsen niet onwaarschijnlijk zijn. Om de astronomen, die van voldoende werktuigen voor haar opsporing voorzien zijn, het zoeken te vergemakkelijken, heb ik de afleiding van de vooruitberekende plaatsen herhaald 1e in de onderstelling, dat de komeet $\frac{1}{2}$ dagen *vroeger*, 2e dat zij $\frac{1}{2}$ dagen *later* haar perihelium passeert, dan uit de meest waarschijnlijke elementen zou volgen. Hoewel de aangenomen speelruimte van $\pm \frac{1}{2}$ dagen vermoedelijk veel grooter zal blijken dan de werkelijke fout in den aangenomen doorgangstijd door het perihelium, deel ik de uitkomsten mee, zooals ze door directe rekening verkregen zijn. De volgende tabel geeft de wijzigingen, die de rechte klimming en de declinatie in beide onderstellingen ondervinden; in de kolom $\Delta \log \varrho$ vindt men de correctie's, die aan de 5^e decimaal van $\log \varrho$ uit de vroeger meegedeelde ephemeride aan te brengen zouden zijn.

Veranderingen van α , δ en $\log \varrho$ bij gewijzigden doorgangstijd.

1906	$T = -\frac{1}{2}$ dagen			$T = +\frac{1}{2}$ dagen		
	$\Delta \alpha$	$\Delta \delta$	$\Delta \log \varrho$	$\Delta \alpha$	$\Delta \delta$	$\Delta \log \varrho$
Mei 5	+ 3 ^m 13.48 ^s	+ 38 ['] 55.2 ["]	+ 231	- 3 ^m 13.42 ^s	- 39 ['] 27.7 ["]	- 233
» 21	+ 3 22.45	+ 36 23 2	+ 294	- 3 22.42	- 37 3 8	- 297
Juni 6	+ 3 33.07	+ 33 10.6	+ 355	- 3 33.23	- 33 58 3	- 359
» 22	+ 3 46.42	+ 29 49.9	+ 413	- 3 46.62	- 30 43.4	- 418
Juli 8	+ 4 1.25	+ 24 55.8	+ 469	- 4 2.30	- 25 53.4	- 476
» 24	+ 4 18.58	+ 20 4.1	+ 521	- 4 20 42	- 21 4.4	- 529
Aug. 9	+ 4 38.61	+ 14 54 2	+ 567	- 4 41.55	- 15 55 9	- 576
» 25	+ 5 2 49	+ 9 39.3	+ 606	- 5 6.87	- 10 41.7	- 616
Sept. 10	+ 5 31.97	+ 4 41.9	+ 632	- 5 38.29	- 5 45.9	- 642
» 26	+ 6 9.74	+ 39 2	+ 640	- 6 18.02	- 4 49.1	- 649
Oct. 12	+ 6 55.91	- 1 27.1	+ 621	- 7 5.99	+ 4.1	- 627
» 28	+ 7 44.03	- 23.3	+ 566	- 7 54.54	- 1 20.9	- 569
Nov. 13	+ 8 15.71	+ 4 15.2	+ 475	- 8 23.95	- 6 19.7	- 474
» 29	+ 8 10.71	+ 10.42.4	+ 361	- 8 14.80	- 12 50.9	- 356
Dec. 15	+ 7 29.94	+ 15 44.7	+ 247	- 7 30.69	- 17 37.3	- 241

Leiden, Januari 1906.

Natuurkunde. — De Heer KAMERLINGH ONNES biedt aan Supplement no. 11 van de Mededeelingen uit het Natuurkundig Laboratorium te Leiden: Dr. J. E. VERSCHAFFELT: *Bijdragen tot de kennis van het ψ -vlak van VAN DER WAALS. X. „Over de mogelijkheid de eigenschappen van mengsels uit die der componenten te voorspellen”.*

1. In het volgende heb ik me voorgesteld te laten zien, dat de oorspronkelijke vergelijking van VAN DER WAALS:

$$p = \frac{RT}{v-b_x} - \frac{a_x}{v^2}, \dots \dots \dots (1)$$

waarin wordt gesteld

$$\left. \begin{aligned} a_x &= a_{11}(1-x)^2 + 2a_{12}x(1-x) + a_{22}x^2 \\ b_x &= b_{11}(1-x)^2 + 2b_{12}x(1-x) + b_{22}x^2 \end{aligned} \right\} \dots \dots (2)$$

en waarin bovendien de vereenvoudigende onderstellingen¹⁾

$$a_{12} = \sqrt{a_{11}a_{22}}, \quad b_{12} = \frac{1}{2}(b_{11} + b_{22}) \dots \dots (3)$$

worden gemaakt, een vrij juiste voorstelling geeft van de bijzondere eigenschappen van mengsels. Waar waarnemingen omtrent mengsels van twee stoffen ontbreken, zullen bovenstaande formules ons dus waarschijnlijk in staat stellen de eigenschappen van mengsels der twee stoffen uit de a 's en b 's — dus uit de kritische elementen — der componenten te voorspellen; deze omstandigheid zou niet zonder nut zijn bij het kiezen van stoffen, wanneer men bij mengsels bepaalde verschijnselen wenscht waar te nemen.

Uit de formules (1) en (3) leidt men deze andere af:

$$\left. \begin{aligned} \frac{T_{xk}}{\sqrt{p_{xk}}} &= \frac{T_{0k}}{\sqrt{p_{0k}}}(1-x) + \frac{T_{1k}}{\sqrt{p_{1k}}}x \\ \frac{T_{zk}}{p_{zk}} &= \frac{T_{0k}}{p_{0k}}(1-x) + \frac{T_{1k}}{p_{1k}}x \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (4)$$

die uitdrukken, hoe de kritische elementen T_{xk} en p_{xk} van het ongesplitste mengsel van de mengverhouding afhangen; uit die formules volgt ook, zooals bekend, eene lineaire verandering van het kritisch volume v_{xk} . Dat de tweede der formules (4) met de waarnemingen goed overeenkomt werd reeds aangetoond door VAN DER WAALS²⁾. Wat het verloop van v_{xk} betreft, niet alleen wijkt de lijn, die de verandering van die grootheid met x aangeeft, aanzienlijk van een

¹⁾ Zie KAMERLINGH ONNES en ZARKZEWSKI, Comm. Suppl. no. 8, Zittingsversl. 19 Maart 1904.

²⁾ Zittingsversl., Nov. 1897.

rechte af¹⁾ (VERSCHAFFELT en KEESOM leidden zelfs uit hun proeven een maximum af voor v_{xk}), maar ook de quadratische formule is met de waarnemingen niet overeen te brengen²⁾.

Aan deze afwijking, van een grootheid die zoo nauw met b samenhangt, behoeven we niet al te veel gewicht te hechten³⁾; van grooter belang scheen het mij te onderzoeken in hoever de formules (4) de kritische temperaturen en drukkingen juist weergeven, omdat deze grootheden, in verband met de wet der overeenstemmende toestanden, wier benaderde geldigheid wel als bewezen mag geacht worden, het gedrag van een mengsel volkomen bepalen. Maar ook hier mogen onze verwachtingen natuurlijk niet al te hoog gespannen zijn.

2. In de eerste plaats heb ik uit de formules (4) de waarden berekend van de grootheden:

$$\alpha = \frac{1}{T_{0k}} \left(\frac{dT_{xk}}{dx} \right)_0 = 2 \frac{T_{1k}}{T_{0k}} \left(\sqrt{\frac{p_{0k}}{p_{1k}}} - \frac{T_{1k} p_{0k}}{T_{0k} p_{1k}} - 1 \right) \quad (5)$$

$$\beta = \frac{1}{p_{0k}} \left(\frac{dp_{xk}}{dx} \right)_0 = 2 \frac{T_{1k}}{T_{0k}} \left(\sqrt{\frac{p_{0k}}{p_{1k}}} - \frac{p_{0k}}{p_{1k}} \right)$$

nl. voor die mengsels, waarvoor de α en β reeds afgeleid werden uit de waarnemingen, door toepassing van de wet der overeenstemmende toestanden. De berekende waarden vindt men in de volgende tabel; de getallen tusschen haakjes volgen uit de waarnemingen.

CO ₂ met CH ₃ Cl	$\alpha = 0,363$ (0,378)	$\beta = -0,149$ (0,088)
CH ₃ Cl met CO ₂	$-0,270$ (-0,221)	$0,068$ (0,281)
CO ₂ met H ₂	$-0,978$ (-1,219)	$-0,439$ (-1,645)
CO ₂ met O ₂	$-0,513$ (-0,6563)	$-0,242$ (-1,0871)

Het voornaamste hierin is het teeken der α en β , en wat dat betreft is er overeenstemming, als men de β voor CO₂ met CH₃Cl uitzondert; ik moet evenwel doen opmerken dat uit de proeven van BRINKMAN hiervoor een negatieve β volgt⁴⁾.

3. Met de gevonden waarden van α en β zou men nu, gebruik makende van de door KEESOM en door mij opgestelde formules, de grootheden $\left(\frac{dT_{xpl}}{dx} \right)_0$, $\left(\frac{dp_{xpl}}{dx} \right)_0$ en andere kunnen berekenen; maar,

1) Zie KAMERLINGH ONNES en REINGANUM, Med. no. 59b, Zittingsversl., 13^e Juni 1900; BRINKMAN, Dissertatie, Amsterdam 1904, p. 73.

2) Ibidem; zie ook VERSCHAFFELT, Comm. Suppl. N^o. 5.

3) Omtrent de mogelijke oorzaken van die afwijking, zie BRINKMAN, loc. cit., p. 75.

4) Loc. cit., p. 73; zie ook de tabel op volgende bdz.

aangezien het ook voornamelijk op het teeken van die grootheden aankomt, is het overbodig die berekeningen uit te voeren. Inderdaad, men krijgt onmiddellijk een overzicht van de eigenschappen der mengsels met kleine mengverhouding, wanneer men de waarden van α en β in teekening brengt zooals ik dat reeds vroeger heb gedaan¹⁾, nu natuurlijk in een diagram dat berust, niet meer op de toen gebruikte empirische toestandsvergelijking, maar op vergelijking (1). Gemakkelijker is het nog, met behulp der formules, gegeven in Comm. Suppl. n^o. 5 (Zittingsversl. 28 Febr. 1903), de α en β uit te drukken in de x en y van KORTEWEG²⁾, en dan gebruik te maken van zijn diagram, dat immers de oorspronkelijke toestandsvergelijking tot grondslag heeft. Zodoende vindt men, dat de punten (α , β) — of (x , y) — juist komen te liggen in de velden, die aan de eigenschappen der mengsels beantwoorden; ook hier valt het onderzoek dus gunstig uit.

4. Nu zal ik, voor de beschouwde mengsels, eenige berekende waarden van T_{zk} en p_{zk} mededeelen, en die vergelijken met de uit de waarnemingen afgeleide waarden:

Over 't geheel komt het berekende verloop der T_{zk} en p_{zk} dus vrij goed met het waargenomene overeen. Als eenige belangrijke afwijking vinden we dit, dat uit de waarnemingen omtrent mengsels van HCl en C₂H₆ een minimum volgt voor de kritische temperatuur, terwijl de berekening die omstandigheid niet zou hebben voorspeld. Maar dit minimum is niet zeer sterk uitgesproken; daarom heb ik dus onderzocht of de berekening die soms wel had voorspeld voor mengsels van N₂O en C₂H₆, waarbij de minimale kritische temperatuur waarschijnlijk veel lager is dan die der componenten. Werkelijk vind ik hier, aan den kant van aethaan, de componente met laagste kritische temperatuur, $\alpha = -0,019$, dus negatief, wat het bestaan van een minimum kritische temperatuur noodzakelijk maakt.

5. Nadat ik aldus, door deze enkele voorbeelden, de bruikbaarheid van de formules (4) voor het beoogde doel heb aangetoond, wil ik nu het verloop der kritische lijnen van naderbij beschouwen, ten einde daaruit af te leiden aan welke voorwaarden de kritische elementen der componenten moeten voldoen, opdat de mengsels bepaalde eigenschappen zouden vertoonen.

De vorm van deze lijnen in het pT diagram werd reeds door VAN DER WAALS uit de formules (1) en (2) afgeleid,³⁾ met de enkele

¹⁾ Comm. Suppl. no. 6, Zittingsversl. 30 Mei 1903.

²⁾ Zittingsversl. 31 Jan. 1903.

³⁾ Zittingsversl. Nov. 1897.

CH ₃ Cl—CO ₂ (BRINKMAN)				
	Berekend		Waargenomen	
	<i>T_{zk}</i>	<i>p_{zk}</i>	<i>T_{zk}</i>	<i>p_{zk}</i>
<i>x</i> = 0 (zuiver CH ₃ Cl)	416.2	65.93	416.16	65.93
$\frac{1}{8}$	402.1	66.54	398.56	65.73
$\frac{1}{4}$	388.1	67.20	384.26	66.89
$\frac{1}{2}$	360.0	68.74	351.88	69.19
$\frac{3}{4}$	332.2	70.70	324.96	71.06
<i>x</i> = 1 (zuiver CO ₂)	304.2	73.10	304.16	73.10
CO ₂ —H ₂ (VERSCHAFFELT)				
<i>x</i> = 0 (zuiver CO ₂)	304.7	73.6	304.7	73.6
0.05	289.9	72.0	287.8	68.4
0.01	275.2	70.2	273.6	63.5
0.02	245.7	66.4	248.7	54.8
<i>x</i> = 1 (zuiver H ₂)	38.5	20	38.5	20
CO ₂ —O ₂ (KEESOM)				
<i>x</i> = 0 (zuiver CO ₂)	304.02	72.93	304.02	72.93
0.1	288.6	71.17	285.68	67.70
0.2	273.0	69.24	272.92	67.30
<i>x</i> = 1 (zuiver O ₂)	154.2	50.7	154.2	50.7
HCl—C ₂ H ₆ (QUINT)				
<i>x</i> = 0 (zuiver HCl)	324.3	84.13	324.3	84.13
0.1318	318.6	76.44	315.5	77.3
0.4035	310.9	64.59	303.0	65.5
0.6167	307.2	57.75	299.4	58.6
0.7141	306.2	55.17	298.8	55.7
<i>x</i> = 1 (zuiver C ₂ H ₆)	304.9	48.94	304.9	48.94

vereenvoudiging $b_{12} = \frac{1}{2}(b_{11} + b_{12})$. Wat we hier zullen vinden zal dus een bijzonder geval zijn van de meer algemeene vormen die VAN DER WAALES heeft gevonden, en wel de overgang tusschen de twee gevallen $a^2_{12} > a_{11} a_{22}$ en $a^2_{12} < a_{11} a_{22}$, die VAN DER WAALES onderzocht.

Stellen we $\tau = \frac{T_{zk}}{T_{ok}}$ en $\pi = \frac{p_{zk}}{p_{ok}}$, en voeren we bovendien de nieuwe veranderlijke $z = \sqrt{\pi}$ in, dan kunnen we in ons geval de vergelijking der kritische lijn schrijven:

$$z^2 \tau_1 (\sqrt{\pi_1} - 1) - z \tau (\pi_1 - \tau_1) + \tau (\pi_1 - \tau_1 \sqrt{\pi_1}) = 0. \quad (6)$$

In het $z\tau$ diagram is de kritische lijn dus een stuk van een hyperbool (zie fig. 1), behalve wanneer $\pi_1 = \tau_1$, want dan is ze een stuk van een parabool (in fig. 1 door OAB voorgesteld; een rechte lijn in het pT diagram), en wanneer $\pi_1 = 1$ of $\sqrt{\pi_1} = \tau_1$, want dan is ze een rechte lijn (CD en OE).

In onze voorstelling (fig. 1) ligt een der componenten steeds in het punt A , en men ziet dat de vorm der kritische lijn enkel door de verhoudingen $\frac{T_{1k}}{T_{ok}}$ en $\frac{p_{1k}}{p_{ok}}$ wordt bepaald. Bovendien, wanneer men de tweede component langs een der kritische lijnen verplaatst, blijft de vorm van die lijn onveranderd.¹⁾

De fig. 1 geeft dus een voorstelling van de vormen die de kritische lijn in ons geval kan aannemen. Om te laten zien dat de waargenomen vormen daar op bevredigende wijze mede overeenkomen, heb ik in dezelfde fig. 1 de uit de waarnemingen afgeleide kritische lijnen voorgesteld. De lijnen voor mengsels van CO_2 en CH_3Cl en van HCl met C_2H_6 zijn daarin tweemaal geteekend, nu eens met de eene, dan met de andere component in A . Van de lijnen voor mengsels van CO_2 met H_2 of O_2 kon slechts een stukje in de nabijheid van CO_2 (punt A) geteekend worden.

Die kritische lijnen passen op bevredigende wijze in den bundel, behalve de lijn $\text{CO}_2\text{—O}_2$. Wat de lijn $\text{CO}_2\text{—H}_2$ betreft, het begin past ook goed in het diagram, maar haar verder verloop moet, om in het punt H_2 te eindigen, daarvan toch sterk afwijken.

6. De voorstelling fig. 1 stelt ons verder in staat te bepalen hoe men de zuivere stoffen moet kiezen opdat de mengsels bepaalde eigenschappen zouden vertoonen. Door VAN DER WAALES werd er reeds (loc. cit.) op gewezen dat het verloop der kritische lijnen (zelfs wanneer $a_{12}^2 \gtrless a_{11} a_{22}$) het voorkomen van een maximum kritische temperatuur of van een maximum of minimum kritischen druk uitsluit. Wel zijn er mengsels die een minimum kritische tem-

¹⁾ Zoals VAN DER WAALES (loc. cit.) ook in 't algemeen liet opmerken.

peratuur vertoonen¹⁾, en in ons geval vinden we als voorwaarden voor het bestaan daarvan²⁾:

$$\tau_1 + \tau_1 > 2 \tau_1 \sqrt{\tau_1} \quad \text{en ook} \quad > 2 \sqrt{\tau_1}.$$

Het gebied waarbinnen de tweede component moet liggen, opdat bij een der mengsels de kritische temperatuur een minimum zou bereiken, wordt dus begrensd door de twee lijnen

$$\tau = 2z - z^2 \quad \text{en} \quad \tau = \frac{z^2}{2z-1},$$

in fig. 1 respectievelijk door DAF en GAH voorgesteld. De eerste lijn is een der kritische lijnen, n.l. die welke in a een verticale raaklijn heeft; de andere bevat alle punten der kritische lijnen waar de raaklijn verticaal staat. Het is gemakkelijk in te zien dat de tweede componente tusschen die twee lijnen moet liggen, d.i. in de velden 2 en 3. Op grond daarvan kunnen we voorspellen, dat een minimum kritische temperatuur in 't algemeen waar te nemen zal zijn, wanneer de kritische temperaturen der componenten weinig en de kritische drukken betrekkelijk veel verschillen. Men weet dat deze conclusie door de ondervinding wordt bevestigd.

7. Nu wil ik zoeken, hoe de stoffen gekozen moeten worden, opdat een der mengsels in de nabijheid van de kritische omstandigheden een maximum — of minimum — dampdruk zou vertoonen. In het kritisch punt (tevens plooi punt) van dat mengsel heeft men dan, langs de kritische lijn, $\frac{T_{xk} dp_{xk}}{p_{xk} dT_{xk}} = \left(\frac{\partial \rho}{\partial v}\right)_k$.

Aangezien we, in onze beschouwingen, uitgegaan zijn van de oorspronkelijke toestandsvergelijking van VAN DER WAALS, moeten we, streng genomen, voor $\left(\frac{\partial \rho}{\partial v}\right)_k$ de waarde nemen die uit deze vergelij-

¹⁾ De elementen van het mengsel, waarvoor de kritische temperatuur een minimum is, worden hier bepaald door:

$$z_{mt} = 2 \frac{\tau_1 - \tau_1 \sqrt{\tau_1}}{\tau_1 - \tau_1}, \quad \tau_{mt} = 4 \tau_1 \frac{(\sqrt{\tau_1} - 1)(\tau_1 - \tau_1 \sqrt{\tau_1})}{(\tau_1 - \tau_1)^2},$$

$$x_{mt} = \sqrt{\tau_1} \frac{(\tau_1 + \tau_1 - 2\tau_1 \sqrt{\tau_1})}{(\sqrt{\tau_1} - \tau_1)(\tau_1 - \tau_1)}.$$

²⁾ De algemeene voorwaarden voor het bestaan van een minimum kritische temperatuur vindt men reeds in de Moleculaire Theorie van VAN DER WAALS.

king volgt, n.l. 4. We vinden aldus ¹⁾ dat het gebied, waarbinnen de tweede component gelegen moet zijn, begrensd wordt door de lijnen:

$$\tau = \frac{1}{2}(3z - z^2) \text{ en } \tau = \frac{2z^2}{3z - 1}, \text{ } ^2)$$

respectievelijk door OAI en KAL voorgesteld in fig. 1. KAL is weer de kritische lijn welke genoemde eigenschap in A zelf vertoont, terwijl OAI alle punten verbindt waar $\frac{\tau}{\alpha} \frac{d\tau}{d\alpha} = 4$ of $\tau z \frac{dz}{d\tau} = 2$. De tweede component moet tusschen die twee lijnen liggen, d. i. in het veld 3 of 4.

Nogmaals kunnen we zeggen dat, om genoemde eigenschap waar te nemen, de zuivere stoffen zóó gekozen moeten worden dat de kritische temperaturen weinig, maar de waarden van den kritischen druk betrekkelijk veel verschillen; alleen de component met hoogst kritische temperatuur moet ook den hoogsten kritischen druk hebben ³⁾. Een minimum kritische temperatuur en een maximum dampspanning zijn dus twee verschijnselen die wel gewoonlijk, maar toch niet noodzakelijk gezamenlijk optreden; alleen in veld 3 is dat het geval.

Uit fig. 1 blijkt dat, volgens onze beschouwingen, enkel een maximum-dampspanning mogelijk is; nochtans weet men dat er mengsels bestaan die een minimum-dampspanning vertoonen, en dat dit verschijnsel zelfs bij de kritische omstandigheden optreedt, heeft KUENEN aangetoond ⁴⁾. Hier schijnt dus een principieele afwijking

¹⁾ De elementen van het mengsel, waarvan de dampspanning maximum of minimum is, gegeven door:

$$x_{mp} = \frac{2\alpha_1 \sqrt{\alpha_1 + \tau_1} \sqrt{\alpha_1 - 3\tau_1\alpha_1}}{2(\alpha_1 - \tau_1)(\sqrt{\alpha_1 - \tau_1})}, \quad z_{mp} = 3 \frac{\alpha_1 - \tau_1 \sqrt{\alpha_1}}{\alpha_1 - \tau_1},$$

$$\tau_{mp} = \frac{9}{2} \tau_1 \frac{(\sqrt{\alpha_1 - 1})(\alpha_1 - \tau_1 \sqrt{\alpha_1})}{(\alpha_1 - \tau_1)^2}.$$

²⁾ De algemeene voorwaarden voor het bestaan van een maximum of minimum-dampspanning werden reeds door VAN DER WAALS afgeleid. (Zittingsversl. 1895/96).

Die voorwaarden heeft VAN LAAR (Zittingsversl. 30 Dec. 1905) op een andere wijze gezocht. Hij vindt niet dezelfde als hierboven, maar die welke ik gevonden heb voor het bestaan van een minimum kritische temperatuur. Ik meen dat de oorzaak van dit afwijkende resultaat hierin ligt, dat het niet geoorloofd is, uit het bestaan van een maximum driephasendruk bij lage temperatuur, — eigenlijk bij het absolute nulpunt —, tot het bestaan van een maximum-dampspanning bij de plooi punttemperatuur te besluiten.

³⁾ Dit laatste komt niet altijd uit, zooals b.v. bij mengsels van CO_2 en C_2H_6 (KUENEN, Zeitschr. f. physik. Chem., 24, 681, 1897).

⁴⁾ Arch. Néerl., (2), 5, 306, 1900 (Livre jubilaire de H. A. LORENTZ).

van de waarneming te bestaan. Het is evenwel opmerkelijk, dat de mengsels, die een minimum-dampspanning vertoonen, juist van dien aard zijn dat minstens eene der componenten een geassocieerde stof is¹⁾; zoodat er reden is te vermoeden, dat bij mengsels van normale stoffen een minimum dampspanning nooit voorkomt; en onze beschouwingen, waaraan toch de wet der overeenstemmende toestanden ten grondslag ligt, gelden alleen voor normale stoffen.

8. Uitgaande van dezelfde onderstellingen als hier, heeft VAN LAAR²⁾ een nauwkeurige uitdrukking voor de projectie der plooiopuntlijn op het xv -vlak gevonden. Ik heb getracht daaruit de vergelijking af te leiden³⁾ van de plooiopuntlijn in het pT — dus ook in het $\tau\tau$ — diagram, maar zonder daarin te slagen. Zonder me dus verder bezig te houden met den algemeenen vorm die de plooiopuntlijn, in ons geval, in het $\tau\tau$ diagram aanneemt, wensch ik toch een paar punten te onderzoeken, nl. het voorkomen van een maximum of minimum plooiopunttemperatuur, en die van een maximum of minimum plooiopuntsdruk.

Volgens de formules (2a) en (2b) van KEESOM,⁴⁾ heeft men:

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{T_{ok}} \left(\frac{dT_{\tau pl}}{dx} \right)_0 &= \frac{\tau_1}{4\tau_1^2} [\tau_1 (3\sqrt{\tau_1} - 1)^2 - 4\tau_1 \sqrt{\tau_1}] \\ \frac{1}{p_{ok}} \left(\frac{dp_{\tau pl}}{dx} \right)_0 &= \frac{1}{\tau_1^2} [\tau_1^2 (3\sqrt{\tau_1} - 1)^2 - 2\tau_1 \tau_1 (5\sqrt{\tau_1} - 1) + 4\tau_1^2] \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

Daaruit volgt, dat de grens tusschen $\frac{dT_{\tau pl}}{dx} > 0$ en $\frac{dT_{\tau pl}}{dx} < 0$ gevormd wordt door de kromme:

$$\tau = \frac{4z^3}{(3z-1)^2}, \quad (8)$$

in fig. 2 voorgesteld door de takken BAC en OD ; links daarvan is $\frac{dT_{\tau pl}}{dx} < 0$, rechts > 0 . Nemen we dus A als de component met laagste kritische temperatuur, d. w. z. stellen we $\tau_1 > 1$, dan moet er een minimum plooiopunttemperatuur zijn, wanneer de tweede

¹⁾ Zie de bibliographie daaromtrent in HARTMAN, Dissertatie, Leiden 1899, p. 84.

²⁾ Zittingsversl. 25 Maart 1905.

³⁾ Nl. door eliminatie van x en v tusschen de vergelijking der τx projectie van de plooiopuntlijn, de vergelijking van het spinodale oppervlak (form. 6 van VAN LAAR, loc. cit.) en de toestandsvergelijking.

⁴⁾ Med. no. 75, Zittingsversl. 40 Nov. 1901.

⁵⁾ Zie ook VAN LAAR, loc cit p. 585.

componente ligt in het gebied $AGCABDHA$; over 't algemeen zal dat weer zijn, wanneer de kritische temperaturen weinig, de kritische drukken daarentegen veel verschillen.¹⁾ Hierdoor is evenwel niet bewezen dat er niet nog andere omstandigheden kunnen zijn waarin de plooi puntstemperatuur een minimum bereikt.

Nemen we daarentegen A als componente met hoogste kritische temperatuur, dan moet er een maximum plooi puntstemperatuur zijn wanneer de tweede componente ligt in het gebied OHK .²⁾ Ook hier is niet bewezen dat het verschijnsel tot dat gebied beperkt blijft.

9. De grens tusschen $\frac{dp_{xpl}}{dx} > 0$ en $\frac{dp_{xpl}}{dx} < 0$ wordt gevormd door de lijn

$$\tau^2 (3z-1)^2 - 2\tau z^3 (5z-1) + 4z^4 = 0,$$

in fig. 2 door EAF voorgesteld; $\frac{dp_{xpl}}{dx}$ is negatief binnen die lijn en negatief daarbuiten. Daaruit volgt dat een minimum plooi puntdruk onmogelijk, althans weinig waarschijnlijk is, terwijl een maximum plooi puntdruk moet voorkomen wanneer de tweede component ligt binnen het gebied $ALEAF \tau OMA$; dit zal dus in 't algemeen zijn wanneer de kritische temperaturen veel verschillen, en dit wordt door de proef bevestigd.

10. Om ten slotte door een voorbeeld te laten zien, dat de onderstellingen waarvan we uitgegaan zijn het verloop der plooi puntselementen in hoofdzaak juist weergeven, wil ik hier de uitkomsten mededeelen van een berekening, die ik voor CO_2 en H_2 heb uitgevoerd. (Zie pag. 695).

Het hieruit volgende verloop der plooi puntlijn komt overeen met de fig. 9, pl. I van HARTMAN'S dissertatie; het maximum van den plooi puntdruk zal alleen in werkelijkheid veel hooger liggen.

1) Dit is alweer dezelfde voorwaarde als voor het bestaan van een minimum kritische temperatuur; maar aangezien $\frac{1}{T_{ok}} \left(\frac{dT_{xpl}}{dx} \right)_0 = \alpha + \frac{1}{16} (\beta - 4z)^2$, kan

$\frac{dT_{xpl}}{dx}$ positief zijn bij negatieve z , d. w. z. een minimum plooi puntstemperatuur eischt wel een minimum kritische temperatuur, maar niet omgekeerd. Dat ziet men ook uit fig. 2, waar ik nogmaals de lijn GAI van fig. 1 heb geteekend (gestippeld).

2) Een voorbeeld daarvan zal wel bezwaarlijk te vinden zijn.

$x = 0$ (zuiver CO_2)	$T_{xpl} = 304,1$	$p_{xpl} = 72,9$
0,1	295,8	90,8
0,2	287,4	108,7
0,3	274,8	124,8
0,4	260,4	140,0
0,5	244,3	153,9
0,6	222,1	162,9
0,7	194,0	164,5
0,8	157,0	152,5
0,9	108,8	115,2
$x = 1$ (zuiver H_2)	38,5	20

Natuurkunde. — De Heer KAMERLINGH ONNES biedt aan Supplement N^o. 12 van de Mededeelingen uit het Natuurkundig Laboratorium te Leiden: „Dr. J. E. VERSCHAFFELT, *Appendix bij Med. N^o. 81*” (Zitt. Versl. 28 Juni en 27 Sept. 1902) en Suppl. N^o. 7 (Zitt. Versl. 31 Oct. 1903).

In de uitdrukking, die ik vroeger (Med. N^o. 81 en ook Suppl. N^o. 7) heb gegeven voor de functie ψ in de nabijheid van het plooi-punt is een onnauwkeurigheid gebleven. Het is me namelijk gebleken dat ik daarin meer heb verwaarloosd dan enkel een lineaire functie van x .

Schrijft men:

$$\psi = \int_v^V p dv + \psi_V;$$

waarin V een zeer groot volume voorstelt, dan is ψ_V de vrije energie in den volmaaktten gastoestand, op een fout na, die des te kleiner is naarmate V zelf grooter wordt, en die verdwijnen zal, wanneer we $V = \infty$ zullen stellen.

Den eersten term van ψ , die van v afhangt, kan men nu volgenderwijze ontbinden:

$$\int_v^V p dv = \int_v^v p^{Tk} dv + \int_v^V p dv.$$

Het eerste stuk heb ik vroeger ontwikkeld, terwijl $X = \int_v^V p dv - RT \log V$

($V = \infty$) de x -functie is die ik toen ten onrechte buiten rekening liet. Deze functie kan nu niet ontwikkeld worden op dezelfde wijze als de eerste integraal, aangezien de daarbij gebruikte reeks voor groote volumina niet meer convergent is; we moeten dus terugkeeren tot de empirische toestandsvergelijking van KAMERLINGH ONNES.

Schrijft men die toestandsvergelijking in gereduceerden vorm, dan stelt ze ook de gereduceerde vergelijking voor der isotherme van het mengsel x , bij de gereduceerde temperatuur $t = \frac{T}{T_{xk}}$, zoodat

$$\int_{v_{Tk}}^V p dv = p_{xk} v_{xk} \int_{\frac{v_{Tk}}{v_{xk}}}^{\frac{V}{v_{xk}}} p dv =$$

$$= RT (\log V - \log v_{Tk}) - \frac{\mathfrak{B}}{\lambda^2} p_{xk} v_{xk}^2 \left(\frac{1}{V} - \frac{1}{v_{Tk}} \right) - \frac{\mathfrak{C}}{\lambda^3} p_{xk} v_{xk}^3 \left(\frac{1}{V^2} - \frac{1}{v_{Tk}^2} \right).$$

De verwaarloosde x -functie is dus:

$$X = -RT \log v_{Tk} + \frac{\mathfrak{B}}{\lambda^2} \frac{p_{xk} v_{xk}^2}{v_{Tk}} + \frac{1}{2} \frac{\mathfrak{C}}{\lambda^3} \frac{p_{xk} v_{xk}^3}{v_{Tk}^2} + \dots$$

en deze kan men weer ontwikkelen:

$$X = X_0 + X_1 (x - x_{Tk}) + X_2 (x - x_{Tk})^2 + \dots$$

waarin de coëfficiënten X_0 , X_1 , X_2 enz. nog temperatuursfunctiën zijn.

Gelukkig heeft het verwaarloozen van die functie X geen invloed gehad op de uitkomsten in eerste benadering; alleen moet in de formules 4, 5, 12 en 13 van Suppl. n^o. 7 de factor $\frac{RT}{x_k(1-x_k)}$ vermeerderd worden met $2X_2$.

Voor de Boekerij wordt aangeboden door den Heer VAN ROMBURGH de dissertatie van den Heer C. J. ENKLAAR: „*Over ocimeen en myrceen, eene bijdrage tot de kennis van de aliphatische terpenen*”.

De vergadering wordt gesloten.

KONINKLIJKE AKADEMIE VAN WETENSCHAPPEN
TE AMSTERDAM.

VERSLAG VAN DE GEWONE VERGADERING
DER WIS- EN NATUURKUNDIGE AFDEELING
van Zaterdag 24 Februari 1906.

Voorzitter: de Heer D. J. KORTEWEG.

Secretaris: de Heer J. D. VAN DER WAALS.

I N H O U D.

Ingekomen stukken, p. 697.

Verslag over het schrijven van den Minister van Binnenlandsche Zaken betreffende de oprichting van een Instituut voor herzenonderzoek, p. 698.

P. H. SCHOOTE: „Een bijzondere reeks van kwadratische oppervlakken, naar aanleiding van een vraagstuk, waarin het beginsel van het behoud van het aantal schijf te falen”, p. 700.

K. MARTIN: „Over brak- en zoetwaterafzettingen van de Silatrivier in West-Borneo”. (Voorloopige mededeeling), p. 700.

F. A. F. C. WENT en A. A. BLAAUW: „Over Apogamie bij *Dasyllirion acrotrichum* Zucc.”, p. 702.

J. J. VAN LAAR: „Over het verloop van smeltlijnen bij verbindingen, welke in de vloeibare phase gedeeltelijk gedissocieerd zijn, bij willekeurige verhouding der ontledingsproducten”. (Aangeboden door de Heeren H. W. BAKHUIS ROOZEBOOM en A. F. HOLLEMAN), p. 711.

J. C. KAPTEYN: „Iets over de parallax van nevelvlekken”, p. 726.

Aanbieding eener verhandeling van den Heer J. H. F. KOHLBRÜGGE: „Die Gehirnfurchen der Javanen; eine vergleichend-anatomische Studie”, p. 734.

Aanbieding van een boekgeschenk, p. 734.

Het Proces-Verbaal der vorige vergadering wordt gelezen en goedgekeurd.

Ingekomen is:

1°. Bericht van de Heeren H. G. VAN DE SANDE BAKHUYZEN, HOOGWERFF en WIND dat zij verhinderd zijn de vergadering bij te wonen.

2°. Missive van Z.Exc. den Minister van Binnenlandsche Zaken dd. 11 Februari 1906 ter kennisneming met verzoek om terugzending van een aantal stukken betrekking hebbende op de voorgenomen oprichting eener internationale vereeniging voor Noordpoolonderzoek.

Over deze stukken, door den Voorzitter in handen gesteld van eene commissie bestaande uit de Heeren LELY en WEBER wordt door den Heer LELY praeadvies uitgebracht. De conclusie, strekkende

om de stukken overeenkomstig het verzoek aan Z.Exc. terug te zenden, wordt goedgekeurd.

3°. Missive van den Minister van Binnenlandsche Zaken dd. 13 Februari 1906 met verzoek om advies of er Nederlandsche geleerden zijn, bereid om zich buiten bezwaar van 's Rijks schatkist te laten afvaardigen naar het 13^e Internationale Congres voor historische Anthropologie en Archaeologie in April 1906 te Monaco te houden.

Aan den Minister zal geantwoord worden dat geen der leden van de Natuurkundige Afdeeling zich beschikbaar kan stellen.

4°. Schrijven van de Kais. Akademie der Wissenschaften te Weenen ter begeleiding van nieuwe aan de Internationale Associatie der Akademiën gedane voorstellen. Voor kennisgeving aangenomen.

5°. Schrijven van het Bestuur van het 15^d: Internationale medische Congres, van 19—26 April 1906 te Lissabon te houden, met verzoek dat de Akademie zich op dat Congres zal laten vertegenwoordigen.

Aan het Bestuur zal geantwoord worden, dat de Akademie tot haar leedwezen niet in staat is aan het verzoek te voldoen.

6°. Uitnooding van de Academy of Sciences te St. Louis tot bijwoning van de herdenking van haar 50-jarig bestaan op Zaterdag 10 Maart a. s. Is met een brief van gelukwensch beantwoord, onder mededeeling dat de Akademie tot haar leedwezen niet in staat is te voldoen aan het verzoek van zich door een harer leden persoonlijk te doen vertegenwoordigen.

De Heer ZEEMAN doet voorlezing van een door hem op verzoek van het Bestuur opgestelden concept-gelukwensch aan de American philosophical Society bij gelegenheid van den feestdag ter herdenking van den 200^{sten} geboortedag van BENJAMIN FRANKLIN. De vergadering keurt het concept goed, hetwelk in het Nederlandsch zal worden verzonden.

De Heer MAC GILLAVRY brengt het volgende rapport uit:

De ondergeteekenden in de November-Vergadering benoemd om rapport mittebrengen naar aanleiding van het Ministerieele schrijven aan de K. Ak. v. Wetenschappen in zake „instituten voor hersen-

onderzoek" hebben de eer U het volgende voortstellen. Zij bieden U een concept-antwoord aan den Minister van B. Z. aan en stellen U voor afschrift van het onderstaande schrijven te zenden aan B. en W. der gemeente Amsterdam.

CONCEPT - ANTWOORD.

Aan Z. Exc. den M. v. B. Zaken.

Met groote ingenomenheid heeft de K. Ak. v. Wetenschappen kennis genomen van het schrijven van Uwe Excellentie N°. 2582 Afd. K.W. dd. 1 November 1905, waarin Uwe Excellentie zich in beginsel bereid verklaart om de stichting van een instituut voor hersen-onderzoek in overweging te nemen.

Naar de meening der Akademie zal die stichting kunnen worden bereikt, als er overleg wordt gepleegd met de gemeente Amsterdam op de volgende grondslagen.

De gemeente Amsterdam stelt beschikbaar een gebouw, dat voldoet aan eenvoudige door de Akademie te beoordeelen eischen, om er een inrichting voor hersen-onderzoek onder te brengen.

De gemeente Amsterdam stelt beschikbaar, een, bij nader overleg te regelen, deel van het hersen-materiaal dat zich in de inrichtingen voor zoölogie en pathologie daar ter stede bevindt.

De Regeering richt dit gebouw volgens de eischen van den tijd in, benoemt de daaraan verbonden werkkrachten, bezoldigt hen, en voorziet door een jaarlijksehe subsidie in de onkosten benoodigd voor het verwerken, conserveeren en de rangschikking van het materiaal.

Wat aangaat de uit zulk een regeling voor de Regeering voortvloeiende onkosten, zoo meent de Akademie, dat deze in twee rubrieken moeten worden gerangschikt.

A. de uitgaven in eens, voor de inrichting van het instituut.

Zij meent, dat daarvoor \pm f 10.000 zullen benoodigd zijn.

B. de uitgaven die jaarlijksch wederkeeren.

Zij meent, dat daarvoor noodig zullen zijn:

Aan traktementen van verschillende werkkrachten.	\pm f 9.300
Aan onderhoud van instrumenten, materiaal, conversatie, chemicaliën etc.	\pm „ 5.000
Derhalve	f 14.000

Deze cijfers zijn uit den aard der zaak benaderingscijfers, opge-
maakt na kennisneming van soortgelijke inrichtingen als die van
Berlijn, Weenen, Zurich.

L. BOLK.

TH. MAC GILLAVRY.

E. ROSENBERG.

C. WINKLER.

J. W. VAN WIJHE.

Het concept wordt goedgekeurd. Volgens het voorstel van de
Commissie zal een afschrift van dit schrijven gezonden worden aan
het Gemeente-bestuur van Amsterdam.

Wiskunde. — De Heer SCHORTE doet een mededeeling over: „*Een
bijzondere reeks van kwadratische oppervlakken, naar aanlei-
ding van een vraagstuk, waarin het beginsel van het behoud
van het aantal schijnt te falen*”.

(Deze mededeeling zal later worden opgenomen).

Aardkunde. — De Heer K. MARTIN doet eene voorloopige mede-
deeling: over *brak- en zoetwater-afzettingen van de Silatrivier,
in West-Borneo*.

Aan de Silat, linker zijrivier van de Kapoeas, komen lagen voor,
die met versteeningen, vooral gastropoden, geheel zijn opgevuld en
waarover WING EASTON reeds eenige jaren geleden eene voorloopige
mededeeling heeft gedaan¹⁾; ik zelf gaf omtrent de versteeningen,
die door genoemden mijnningenieur aan de Silatrivier waren verzameld,
een kort bericht in de Verslagen dezer Akademie²⁾. Sedert zijn deze
fossielen uitvoeriger onderzocht, waarbij bleek, dat vooral het genus
Favos, *Montfort* vertegenwoordigd was, maar in vormen, die van
de tegenwoordige soorten zeer verschillen, buitendien *Melania*, *Cor-
bula* en een gastropodengeslacht, dat aan *Paludina* herinnert, maar
met geen enkel genus der hedendaagsche fauna overeenkomt. De

¹⁾ Voorloopige mededeeling over de geologie van het stroomgebied der Kapoeas-
rivier in de Westerafdeeling van Borneo (Tijdschr. v. h. Kon. Ned. Aard. Genoot-
schap 1899).

²⁾ Brakwatervormingen van de Melawi in het binnenland van Borneo, Verslagen
1899, Aanteekening op blz. 305.

nadere beschrijving dezer fossielen, die binnenkort elders zal gepubliceerd worden ¹⁾, laat ik hier achterwege; teneinde alléén enkele algemeene beschouwingen, waartoe mij de studie dezer lagen heeft geleid, hier te geven.

De lagen, waarvoor ik den naam „Silatgroep” zal gebruiken, zijn over grooten afstand aan den beneden- en middenloop der genoemde rivier ontsloten; daaronder zijn vermoedelijk te onderscheiden: 1. Een oudere groep van lagen, bestaande uit licht gekleurde kleisteen en een schelpenbreccie van Niboeng. 2. Eene jongere, bestaande uit donkere gastropodenbrecciën, kleisteen en schieferklei; maar een belangrijk verschil in ouderdom kan, zooals de fauna aantoot, bij deze gesteenten niet bestaan. Daarentegen wijst de verschillende facies der lagen op wisselende toestanden bij hunne vorming, die gedeeltelijk in brak-, gedeeltelijk in zoetwater heeft plaats gehad, en wel zijn de brakwatervormigen, waarin vooral *Corbula* voorkomt, het eerst, de zoetwatervormingen met *Faunus* en *Melania* het laatst ontstaan.

Nergens zijn lagen bekend, die eene soortgelijke fauna bevatten, en de ouderdomsbepaling kan daarom niet gemakkelijk geschieden. Van groot belang hiervoor is echter, dat ook aan de Mèlawi brakwatervormingen voorkomen, die reeds vroeger i.e. als Mèlawigroep werden beschreven, die echter een geheel afwijkende fauna bevatten, hoewel in de onmiddellijke nabijheid en onder soortgelijke toestanden als aan de Silat geheerscht hebben, gevormd. Daarom kunnen de Silat- en de Mèlawigroep geen gelijktijdige afzettingen zijn.

Wanneer men nu in aanmerking neemt, dat de versteeningen der Mèlawigroep veel minder van de fauna van het tegenwoordige West-Borneo afwijken dan die der Silatgroep, zoo volgt hieruit, dat de afzettingen aan de Silat vroeger moeten ontstaan zijn. Is de Mèlawigroep coecen, dan is de Silatgroep waarschijnlijk boveneretaceïsch, hetgeen verder steun vindt in de omstandigheid, dat aan den bovenloop van de Silatrivier ontwijfelachtige krijtlagen met *Orbitolina concava* Lam. voorkomen. Dit zijn dezelfde lagen, die sedert lang aan de Sèbèroeang bekend zijn en die later door MOLENGRAAFF „Sèbèroeangformatie” werden genoemd.

De resultaten uit het palaeontologisch onderzoek verkregen komen met de opvattingen van WING EASTON zeer goed overeen, en wanneer men alles samenvat, wat door dezen en andere onderzoekers in het licht is gesteld, zoo kan men uitgaande van de Mèlawi in de richting Z—N de volgende door fossielen goed gekenmerkte lagen onderscheiden:

¹⁾ Het systematisch onderzoek der versteeningen is in hoofdzaak door Mej. H. ICEE gedaan.

Melawigroep, Tertiair (Eoceen?).

Silatgroep, Boven-Krijt (horizont niet nader bekend).

Plaatzandsteengroep, Boven-Krijt (met radiolariën).

Sëberoeangformatie, Krijt (vermoedelijk cenomaan, met *Orbitolina concava*).

De lang gerekte bergruggen aan de Silatrivier, waarvan de lagen naar Z. hellen, stellen de voortzetting voor van het Madi-Plateau, hetgeen volgens MOLENGRAAFF tot hetzelfde complex van lagen behoort, en zodoende wordt het zeer waarschijnlijk, dat de zandsteenen van het Madi-Plateau en hiermede aequivalente vormen alle als bovencretaceïsch moeten worden beschouwd, dat dus de krijtformatie in het binnenland van Borneo eene zeer groote oppervlakte beslaat.

Een belangrijk gedeelte van het tegenwoordige Borneo moet echter reeds in het jongere krijttijdvak land zijn geweest, want niet alleen de Sëberoeangformatie is eene kustvorming, hetzelfde geldt ook van het krijt van Martapoera. Na afzetting der Sëberoeangformatie ontstonden de zandsteenen met *radiolariën*, die niettegenstaande het voorkomen dezer rhizopoden ook in de nabijheid van het land moeten gevormd zijn; daarna werd de Silatgroep in brak- en zoetwater-lagunen afgezet en eindelijk de Melawigroep in brakwater-aestuariën, wellicht ook gedeeltelijk in lagunen, waarin beken zich uitstortten, zooals vroeger door mij werd uiteengezet.

Ik stel mij voor, dat in jongeretaceïschen tijd in het binnenland van het tegenwoordige West-Borneo een groot binnenwater bestond, hetgeen met den oceaan verbonden was en waarin talrijke rivieren uitmondten. Dit werd langzaam drooggelegd, doordat achtereenvolgens de Sëberoeang-, de Zandsteen-, de Silat- en eindelijk de Melawigroep uit het water oprezen. Daarbij verloren de lagen geleidelijk hun mariene facies en in de lagunen, die gedurende de drooglegging van het land ontstonden was ook de gelegenheid tot vorming van kolen gegeven, zooals die uit de Melawigroep sedert lang bekend zijn.

Plantkunde. — De Heer WENT biedt een mededeeling aan, ook uit naam van den Heer A. H. BLAAUW: „*Over Apogamie bij *Dasyllirion acrotrichum* Zucc.*”

In den zomer van het jaar 1904 bloeide in den Utrechtschen Hortus Botanicus een exemplaar van *Dasyllirion acrotrichum* Zucc. Zooals bekend is, behoort deze boomachtige Liliacea in Mexico thuis; op een kort stammetje draagt zij een bundel van vlakke aan den rand gedoornde bladen. Hoewel de plant in Europeesche botanische

tuinen tamelijk dikwijls gekweekt wordt, komt bloei hoogst zelden voor. Het is dan ook begrijpelijk, dat de aandacht op het hier bedoelde bloeiende exemplaar gevestigd bleef. De bloeiwijze was 2 Meter lang; de hoofdas was vertakt en droeg in den oksel van schutbladen een zeer groot aantal steil opgerichte zij-assen; elk van deze was weer draagster van een 50—150 tal ongesteelde vrouwelijke bloemen. *Dasyllirion* is dioecisch, zoodat mannelijke bloemen geheel afwezig waren.

Elke bloem was voorzien van een zestalig bloemdek, uit 7 groene blaadjes gevormd, en een stamper; deze bestond uit een driekantig vruchtbeginsel met korten stijl en drie stempels. Het vruchtbeginsel was éénhokkig en droeg op den bodem drie zaadknoppen.

Nadat de bloemen uitgebloeid waren, scheen het, alsof sommige vruchtbeginsels begonnen op te zwellen. Daar hier geen sprake kon zijn van eenige bevruchting wegens het ontbreken van mannelijke geslachtsorganen, kam het denkbeeld op, dat hier misschien een nieuw geval van apogamie of parthenogenesis te vinden was. Geregeld werden nu de vruchtbeginsels onderzocht; deze namen al meer en meer het uiterlijk van vruchtjes aan, deden zich dus voor als nootjes van drie vleugels voorzien, in sterke mate herinnerend aan de vruchtjes van *Rheum*. Het bleek, dat vele zaadknoppen opzwellen, maar nooit meer dan één in elke vruchtbeginsel. Lang niet in elke bloem werd dit verschijnsel waargenomen, integendeel alleen in 10—40 % was er iets van te zien.

Voor later onderzoek werden nu deze zaadknoppen gefixeerd met fixeringsvloeistof volgens FLEMMING (de zwakke oplossing) en daarna op de gewone wijze uitgewassen en langzamerhand overgebracht in sterken alcohol. De eerste maal geschiedde dit op 15 Augustus: uit 158 vruchtbeginsels werden 49 zaadknoppen verkregen, dus 31 %. Dit was echter het maximum, want toen later op dezelfde wijze materiaal verzameld werd op 22 Augustus, 3, 10, 13, 19 en 25 September, 8 en 22 October, 12 November, 15 en 24 December en 19 Januari 1905, bleek, dat telkens meer en meer zaadknoppen onbruikbaar waren, daar zij begonnen te verschrompelen. Die welke er min of meer gezwollen uitzagen, werden gefixeerd; daaronder waren er enkele, die dikker waren geworden en ten slotte kreeg men den indruk, alsof sommige zaden gerijpt waren. Maar op het laatst bleek er geen enkel kiembaar zaad aan de plant te zitten en na 19 Januari kon geen bruikbaar materiaal voor onderzoek meer verkregen worden. Dit neemt niet weg, dat het geconserveerde materiaal onderzocht werd; de mogelijkheid bestond toch, dat alleen de ongunstige omstandigheden, waaronder de *Dasyllirion* in den Utrecht-

sehen Hortus Botanicus leefde, oorzaak waren, dat er ten slotte geen rijp zaad gevormd werd.

Bij het mikroskopisch onderzoek werden nu inderdaad verschijnselen gezien, die op apogamie of parthenogenesis wijzen, maar het materiaal bleek onvoldoende om tot een geheel afgerond resultaat te komen. Afgezien nog van het reeds genoemde feit, dat er geen enkel rijp zaad geproduceerd werd, was het aantal zaadknoppen, waaraan ten slotte iets bizonders te zien was, buitengewoon gering. Bij mikroskopisch onderzoek toch bleek, dat de meeste zaadknoppen, die uitwendig nog niets abnormaals vertoonden, zich reeds in allerlei stadiën van desorganisatie bevonden.

Hoewel wij hier dus geen afgesloten onderzoek kunnen aanbieden, scheen het ons toch gewenscht dat, wat wij gezien hebben, te publiceren. Immers, *Dasylyrion* bloeit in Europa zoo zelden, dat voor ons de kans om het onderzoek te eindigen vrij wel nul is, terwijl nu ten minste de aandacht er op gevestigd is, zoodat misschien in het vaderland iemand aanleiding vindt om de plant aan een nader onderzoek te onderwerpen.

Het aantal bekende gevallen van apogamie of parthenogenesis is trouwens nog zoo klein, dat er zeker aanleiding is om elk nieuw geval te publiceren. Maar bovendien is er in het door ons onderzochte materiaal nog het een en ander te zien, dat om bijzondere redenen de aandacht verdient.

Het gefixeerde materiaal werd ingesmolten in paraffine, met de mikrotroom gesneden en daarna gekleurd, meestal alleen met saffranine, somtijds ook met saffranine, gentianaviolet en oranje-G.

De zaadknoppen van *Dasylyrion* zijn anatroop en voorzien van twee integumenten; het buitenste bestaat, behalve uit buiten- en binnen-epidermis, uit cellen, die tamelijk onregelmatig in 2—4 rijen gelegen zijn; naar de chalaza toe is het veel krachtiger ontwikkeld. Het binnenste integument bestaat uit twee lagen van dicht aaneensluitende cellen. De mikropyle wordt alleen gevormd door het binnenste integument, waarvan de randen sterk opgezwollen zijn — de cellen zijn grooter en de dikte bedraagt hier ongeveer 4 cellen — en vlak tegen elkaar liggen, zoodat zij nog slechts een nauwe spleet tusschen zich openlaten.

Het nucellusweefsel is bij de chalaza kleincellig, maar overigens bestaat het uit groote cellen met een weinig protoplasma en blijkbaar zeer veel celvocht. De meer peripherisch gelegen cellen zijn kleiner, hun celwanden staan loodrecht op het integument, vooral bij de mikropyle, maar de overigen zijn sterk in de richting van de chalaza verlengd, zoodat zij buisvormig geworden zijn. Dikwijls zijn die

buizen ook min of meer gebogen, zoodat men op overlansche doorsneden een beeld te zien krijgt, dat tamelijk moeilijk te ontwarren is. De opzwellung van de zaadknoppen was in vele gevallen alleen aan het sterk gezwollen zijn van deze nucelluscellen toe te schrijven; in andere stadiën begonnen trouwens ook de cellen van het buitenste integument hun volumen te vergrooten, blijkbaar ook alleen door toename van het celvocht.

Deze sterk verlengde nucelluscellen hebben ons in den aanvang in den waan gebracht, dat er meer dan een embryozak aangelegd wordt, maar een nauwkeurige studie van de preparaten heeft ons ten slotte de overtuiging gegeven, dat er maar één enkele embryozak gevonden wordt. Zekerheid daaromtrent zal men natuurlijk pas kunnen krijgen door een studie van de ontwikkelingsgeschiedenis en daarvoor was het verzamelde materiaal ongeschikt, want ook in de jongste zaadknoppen was de embryozak reeds geheel gevormd. Deze is langgerekt, min of meer haltervormig, aan de basis zich tot dicht bij de chalaza uitstrekkend, aan den top bij de mikropyle omgeven door één enkele laag van nucelluscellen.

Het bleek nu, dat in de groote meerderheid van deze embryozakken niets bizonders viel waar te nemen; somtijds een weinig protoplasma, of ook wel min of meer gedesorganiseerde en opgezwollen massa's, maar geen eiapparaat, geen poolkernen en geen antipoden, zoodat vermoedelijk in bijna alle zaadknoppen, voordat zij gefixeerd werden, reeds een desorganisatie had plaats gehad.

Alleen enkele zaadknoppen vertoonden meer bijzonderheden en deze zullen wij hier beschrijven, in de eerste plaats die, waar een aanleg van een kiem te vinden was.

In een zaadknop, 22 Augustus verzameld, ligt aan den top van den embryozak, dezen daar geheel opvullend, een cellichaam met een achttal normaal uitziende kernen; het maakt den indruk van een kiem. De verdere embryozak is ledig, er liggen alleen enkele gedesorganiseerde massa's in, van een endosperm is evenmin iets te zien als van antipoden of embryozakkern; wat de laatste betreft, moet echter de mogelijkheid toegegeven worden, dat deze uit het preparaat gevallen is, tijdens het kleuren; maar waarsehijnlijk achten wij dit niet.

In een zaadknop, 10 September verzameld, is de top van den embryozak opgevuld door een celmassa van 20—30 cellen, waarvan de wanden sterk opgezwollen zijn. De kernen zijn klein; zij bevinden zich blijkbaar evenals de verdere protoplast in een toestand van desorganisatie. Het geheel maakt den indruk van een min of meer

gedesorganiseerde kiem. Verder zit er in den embryozak tamelijk veel protoplasma, waarin wij geen kernen konden vinden.

Eindelijk vonden wij in een zaadknop, 22 Augustus verzameld, een nog grooter cellichaam, dat aan een kiem doet denken. Het bestaat uit ± 40 cellen, waarvan de inhoud nog meer gedesorganiseerd is, met opgezwollen celwanden, die kleurstoffen sterk absorbeeren. In verband met de beide vorige preparaten komt het ons voor, dat men ook dit voor een kiem moet aanzien, die reeds eenige tijd in zijn ontwikkeling is blijven staan en die bezig is te desorganiseeren. Ook nu werd verder in den embryozak niets bijzonders aangetroffen.

Natuurlijk werd ook gezocht naar de aanwezigheid van een eicel, vooral in de jongere stadiën, maar er is slechts één enkel preparaat, waarin iets daarvan te zien is. Het is een zaadknop, op 22 Augustus verzameld, waar in den top van den embryozak drie cellen liggen, twee kortere met duidelijke kernen en een derde die grooter is met desorganiseerenden celinhoud, waarin echter de kern nog te onderscheiden is. Wij houden dit voor de eicel, de beide andere voor synergiden. Verder is ook hier in den embryozak niets anders te vinden dan protoplasma, dat zich sterk kleurt.

In 10 andere zaadknoppen werd endosperm waargenomen in verschillende stadiën van ontwikkeling. Dadelijk dient vermeld te worden, dat in geen van deze iets van een kiem te zien is; ook al mag toegegeven worden, dat voor enkele zaadknoppen de serie van doorsneden niet volledig is, zoo is dit toch zeker niet het geval bij de meerderheid. Vooral daar waar de mikropyle in de doorsnede te zien is, zou men de kiem *moeten* waarnemen, wanneer deze er was; maar ook daar is er geen spoor van te vinden. Wij komen dus tot de conclusie, dat hier endospermvorming heeft plaats gehad, zonder dat de kiem tot ontwikkeling is gekomen.

Een zaadknop op 15 Augustus verzameld, vertoont de kleinste hoeveelheid endosperm. Het bovenste ($\frac{2}{3}$ — $\frac{3}{4}$) gedeelte van den embryozak is er mee gevuld, de gedaante van den kiemzak is daarbij veranderd, hij is opgezwollen, cilindrisch of naar onderen toe iets breeder geworden, heeft daarbij een dikte van ongeveer 0,4 mm., terwijl de nucellus een grootste diameter van 1.0 mm. bezit. Het onderste deel van den embryozak, waarin geen endosperm voorkomt, is geheel samengevallen en blijkbaar door de omringende cellen samengeperst. Deze zelfde vorm van den embryozak werd slechts eenmaal aangetroffen, zonder dat er endosperm in gevormd was bij een zaadknop op denzelfden dag verzameld; in het protoplasmatische wandbekleedsel konden geen kernen worden gezien, maar toch ver-

moeden wij, dat dit een allereerste begin van den aanleg van endosperm was. Wat nu het endosperm van de zoeven genoemde zaadknop betreft, dit bestaat uit dunwandige cellen, die verschillend van grootte zijn; normale kerndeelingen komen voor, maar daarnevens ook kernen van abnormale grootte met een aantal nucleoli, die op fragmentatie wijzen; aan één van de kanten van den kiemzak is de endospermvorming nog niet geheel afgelopen.

Merkwaardig genoeg werd het volgende stadium in de ontwikkeling van het endosperm waargenomen bij een zaadknop, op 15 December gefixeerd. Hier was het grootste gedeelte van het nucellusweefsel verdrongen, zoodat dit nog maar een smallen, aan de chalaza iets dikkeren, zoom om het endosperm vormt (grootste dikte van het endosperm 1.2, van den nucellus 1.5 mm.). Ook hier is het onderste gedeelte van den embryozak niet gevuld, maar geheel geaborteerd. De endospermcellen zijn tamelijk ongelijk van grootte, de meeste kernen zien er niet normaal uit, maar toch komen nog deelingsstadiën voor; in de meer peripherisch gelegen cellen treden buiten den kern korreltjes op, die kleurstoffen sterk absorbeeren. Evenals in enkele andere gevallen krijgt men hier den indruk, dat de endospermvorming tamelijk onregelmatig plaats heeft, alsof op verschillende plaatsen in den embryozak stukken endospermweefsel gevormd zijn, die naar elkaar toegroeiden, zoodat er nu schijnbaar meer dan één endosperm in den kiemzak ligt. Dit is ten minste schijnbaar zoo, wanneer men zijn aandacht tot één enkel preparaat beperkt; vergelijkt men echter de verschillende op elkaar volgende doorsneden van één zaadknop, dan blijkt er ten slotte maar één enkele endosperm massa te zijn. De endospermvorming begint in het wandbekselsel van den embryozak en gaat vandaar uit naar binnen toe; daarbij groeit dan de holte langzamerhand toe, het endosperm stuit nu van verschillende kanten op elkaar en deze scheidingslijnen blijven zichtbaar.

Dat de endospermvorming inderdaad aan de peripherie van den embryozak begint, blijkt o.a. uit een zaadknop, die 19 September verzameld werd. Hier is de omvang van het geheele endosperm grooter dan bij de reeds genoemde zaadknoppen (1.35 mm. doorsnee), zoodat nog maar een zeer dun laagje nucellusweefsel rondom zichtbaar is, het meeste aan de chalaza (grootste diameter van den nucellus 1.4 mm.); maar het geheele endosperm is hol en in die holte zijn nog resten van het protoplasma van den embryozak zichtbaar. De endospermcellen hebben hier een zeer verschillende grootte en zoo zijn ook de kernen zeer afgewisseld. Sommige zien er normaal uit, vertoonen karyokinesis, andere zijn vergroot, hebben allerlei grillige vormen aangenomen, zijn doorgesnoerd, het aantal nucleoli is

sterk toegenomen, zoodat tal van fragmentatiestadiën kunnen worden waargenomen.

Twee zaadknoppen, die 10 September gefixeerd werden, vertoonen een nog verder ontwikkeld endosperm. Het nucellusweefsel is meer verdrongen, de endospermcellen zijn vrij gelijkmatig van vorm, hun celwand is iets verdikt, de kernen tamelijk normaal, in elk geval veel minder aanduiding van fragmentatie dan bij de pasgenoemde zaadknop.

In een zaadknop op 19 September verzameld, is het endosperm zoo sterk ontwikkeld, dat van het nucellusweefsel zoo goed als niets meer te zien is; ditzelfde geldt voor de hieronder nog te beschrijven gevallen. De endospermcellen hebben sterk verdikte, maar nog tamelijk gelei-achtige wanden; de celinhoud bestaat uit een massa korreltjes, die zich zeer sterk kleurden en die eenigszins den indruk maken van nucleoli; van een kern is niets meer terug te vinden, tenzij men eenige dikke gekleurde massa's als zoodanig bestempelen mag.

Drie zaadknoppen, op 15 December gefixeerd, vertoonden alle eenzelfde beeld. Een krachtig ontwikkeld endosperm is aanwezig met zeer dikke celwanden, die saffranine min of meer absorbeeren en protoplasten, die geheel schuimachtig zijn en waarin van een fijnere structuur niets meer terug te vinden is. Dit endosperm moet blijkbaar onder de hoornachtige gerekend worden; het was dan ook uiterst moeilijk te snijden. Het gelukte pas, doorsneden door deze zaadknoppen te maken, nadat zij eerst behandeld waren met fluoorwaterstofzuur. Het is natuurlijk niet onmogelijk, dat het schuimachtige uiterlijk van de protoplasten toe te schrijven is aan deze behandelingswijze, hoewel het ons, op grond van andere ervaringen daarmee opgedaan, toch niet waarschijnlijk toeschijnt. In het endosperm waren enkele spleten zichtbaar, de laatste resten van de holte van den embryozak.

Eindelijk werd nog een zaadknop met endosperm gevonden onder het materiaal, dat op 19 Januari verzameld was. Ook hier kon pas gesneden worden na behandeling met fluoorwaterstofzuur. Het endosperm is geheel gedesorganiseerd, grenzen van cellen zijn nauwelijks terug te vinden. Evenmin als bij het vorige geval meenen wij dit te mogen toeschrijven aan de behandelingswijze.

Hiermede zijn alle gevallen van endospermvorming, die wij waargenomen hebben, beschreven. Men zal hebben opgemerkt, dat wij hierbij niet de chronologische orde gevolgd hebben; de rangschikking was zoodanig, dat langzamerhand opgeklommen werd van het minst ontwikkelde tot het geheel gevormde endosperm. Daaruit volgt reeds, dat de endospermvorming bij deze zaadknoppen zeer onre-

gelmatig plaats heeft, nu eens sneller, dan weer langzamer intreedt en dat het endosperm in verschillende stadiën van ontwikkeling tot desorganisatie kan overgaan.

Resumeerende, blijkt er dus, dat bij *Dasyllirion acrotrichum* zonder bevruchting endospermvorming plaats heeft. Dit endosperm desorganiseert ten slotte; het kan dit reeds op een vrij vroeg stadium van ontwikkeling doen, maar het kan toch ook eerst zijn volledige ontwikkeling bereiken. Een kiem was echter nooit naast zulk een endosperm te vinden; dat deze nooit gelijktijdig met het endosperm gevormd zou kunnen worden, volgt daaruit nog niet, vooral omdat in een drietal zaadknoppen — wel is waar zonder dat hier endosperm aangelegd was — in den top van den embryozak een cellichaam aangetroffen werd, dat door ons voor een kiem wordt aangezien, die dan echter zeer vroegtijdig in een toestand van desorganisatie overgaat.

Men kan zich nu afvragen, waaraan die desorganisatie toe te schrijven is. Vermoed zou kunnen worden, dat de omstandigheden, waaronder deze *Dasyllirion* verkeerde, abnormaal waren. Ook al moeten wij toegeven, dat deze anders waren dan in het vaderland van de plant, zoo moet toch opgemerkt worden, dat de plant gedurende en nog geruimen tijd na den bloei in den zeer warmen zomer van het jaar 1904 buiten stond en dat er geen sprake van was, dat men hier met een ziekelijk exemplaar te doen had. Wij zouden een andere onderstelling willen wagen: het schijnt ons toe, dat deze plant als het ware pogingen doet tot apogame ontwikkeling, maar dat deze pogingen niet gelukken. Daarvoor zou dan pleiten, dat het endosperm zich hier onafhankelijk van een eventueele embryovorming ontwikkelt en dat de kiem wel eens aangelegd wordt, maar nooit tot een enigszins aanzienlijk volumen aangroeit. Is dit zoo, dan zou men dus in het vaderland van de plant dergelijke verschijnselen moeten waarnemen, maar daarnevens ook normale bevruchting en zaadvorming. Men zou de ontwikkeling van den embryozak moeten kennen, om te weten, waarom de apogamie hier niet gelukt, ook al neemt de plant een aanloop daartoe. Wanneer in de embryozakmoeder cel een reductie-deeling heeft plaats gehad, zou dit zeer begrijpelijk zijn en dan zou ook de grootere gemakkelijkerheid, waarmee de endospermvorming plaats heeft, verklaarbaar zijn. Immers, na versmelting van de beide poolkernen zou weer het normale aantal chromosomen van de 2 x-generatie (natuurlijk niet van het endosperm) hersteld zijn; wij hebben getracht dit aantal te bepalen en het scheen ons toe, dat het 20—24 bedroeg. Maar zoolang men niet weet, hoe het endosperm ontstaat, heeft deze bepaling weinig waarde; wij kennen toch door

TREUB¹⁾ een geval van endospermvorming, bij *Balanophora elongata*, waar de endospermkernen door deeling van een van de beide poolkernen ontstaan. Het is trouwens het eenige tot nu toe beschreven geval, waar een embryozak zich met endosperm vult, zonder dat een normale kiem gevormd wordt. In dat opzicht zouden de door ons beschreven zaadknoppen van *Dasyllirion* met *Balanophora* te vergelijken zijn. Daarentegen is er natuurlijk dit groote onderscheid, dat bij *Balanophora* later uit een deel van het endosperm een embryo gevormd wordt en dat hiervan bij *Dasyllirion* geen sprake is.

Wij hebben boven deze mededeeling het woord apogamie geplaatst, omdat daarbij in het midden gelaten kan worden, of hier inderdaad verschijnselen van parthenogenesis zijn waargenomen. Het is trouwens de vraag, in hoever men de ontwikkeling van een endosperm zonder voorafgaande versmelting van de poolkernen met een van de generatieve kernen van de pollenbuis onder een van deze begrippen wil brengen. Wie, zooals STRASBURGER, bij de endospermvorming het woord bevruchting niet gebruiken wil, zal zich daartegen verzetten, wie de tegenovergestelde voorstelling huldigt, zooals GUIGNARD en BONNIER, zal daarentegen meenen, dat men deze termen wel bezigen mag. Hoewel wij ons meer bij deze laatstgenoemden zouden willen aansluiten, is het onze bedoeling niet, hier verder op dit punt in te gaan.

Maar wel komt het ons niet ongewenscht voor, er op te wijzen, dat een nadere studie van onbevruchte zaadknoppen, vooral bij tweehuizige planten, wellicht nog verrassende resultaten kan opleveren. Sedert wij door LOEB weten, dat chemische prikkels een eikel tot ontwikkeling kunnen brengen, moet de mogelijkheid toegegeven worden, dat dit ook bij hoogere planten het geval kan zijn. Wanneer een normale bevruchting uitblijft, zouden dus misschien zulke chemische prikkels ten minste een begin van ontwikkeling mogelijk maken. Uit dit oogpunt beschouwd, kan het geval bij *Dasyllirion aetrotrichum* van belang zijn; maar, zooals wij reeds in den aanvang van deze mededeeling opmerkten, alleen een onderzoek op de natuurlijke groeiplaats van de plant kan op deze en dergelijke vragen een antwoord leveren.

¹⁾ M. TREUB, L'organe femelle et l'Apogamie du *Balanophora elongata* Bl. Ann. d. Jard. bot. de Buitenzorg XV. 1898. p. 1. Zie ook J. P. LORSY. *Balanophora globosa*. Jungh. Ann. d. Jard. bot. de Buitenzorg 2e Ser. I. 1899. p. 174.

Scheikunde. — De Heer BAKHUIS ROOZEBOOM biedt eene mededeeling aan van den Heer J. J. VAN LAAR: „*Over het verloop van smeltlijnen bij verbindingen, welke in de vloeibare phase gedeeltelijk gedissocieerd zijn, bij willekeurige verhouding der ontledingsproducten*”.

(Mede aangeboden door den Heer A. F. HOLLEMAN.)

1. Het is bekend, dat een vloeibaar mengsel van b.v. twee componenten A en B , die een verbinding $A_{v_1} B_{v_2}$ kunnen vormen, zijn *maximum stolpunt* bereikt, wanneer de verhouding der moleculaire hoeveelheden der beide componenten als $v_1 : v_2$ is, m. a. w. wanneer *geen overmaat* van een der dissociatieproducten der verbinding $A_{v_1} B_{v_2}$ aanwezig is.

Anders uitgedrukt: wanneer men de stolpunten bepaalt van een reeks vloeibare mengsels van A, B en de verbinding, met toenemende overmaat x van een der ontledingsproducten der bedoelde verbinding, dan zal bij de aldus gevormde stollings- of smeltlijn $\left(\frac{dT}{dx}\right)_0 = 0$ zijn.

De smeltlijn eener verbinding zal derhalve, bij toenemende bijmenging x van een der ontledingsproducten, in den aanvang bij $x = 0$ een *horizontaal* verloop hebben, zoodra slechts de *allergeringste dissociatie* der verbinding in de vloeibare phase aanwezig is. Is er *in het geheel geen dissociatie*, dan kan de bijmenging als vreemde, indifferente stof worden beschouwd, en zal de aanvangsrichting der smeltlijn *plotseling het normale dalende verloop* bij $x = 0$ vertoonen.

Natuurlijk zal — zooals ook uit de volgende berekening zal blijken — het aanvankelijk horizontaal verloop des te eerder in een dalend verloop overgaan, hoe geringer de dissociatie der verbinding is.

De genoemde eigenaardigheid van het nul worden van $\left(\frac{dT}{dx}\right)_0$ bij het geringste spoor van dissociatie der verbinding is reeds in 1892 door Prof. LORENTZ bewezen, naar aanleiding eener onderzoeking van STORTENBEKER over Chloor-Jood-verbindingen ¹⁾. Ook Prof. VAN DER WAALS heeft deze eigenschap naar aanleiding eener bewering van LE CHATELIER bewezen ²⁾. Het gegeven bewijs strekt zich evenwel niet direct uit over het geval, dat in de vloeibare phase ook de *verbinding* (bij VAN DER WAALS z.g. complexe molecule van zout en water) naast de ontledingsproducten aanwezig is.

¹⁾ Z. f. Ph. Ch. **10**, bl. 194 e. v.

²⁾ Deze Verslagen (4) V, p. 385 (1897).

2. Ziehier nog een ander zeer eenvoudig en geheel algemeen bewijs voor de bedoelde eigenschap, waarbij speciaal op den toestand in de vloeibare phase gelet wordt, waarin *naast de verbinding* de ontledingsproducten in wisselende hoeveelheden voorkomen.

Onderstellen wij in die phase *drie* soorten moleculen :

die der verbinding $A_{\nu_1} B_{\nu_2}$; aantal $n_0 = 1 - \alpha$

die van den component A ; ,, $n_1 = \nu_1 \alpha$

die van den component B ; ,, $n_2 = \nu_2 \alpha + x$.

α is dus de dissociatiegraad der verbinding, en x de overmaat van B b.v.

Nu volgt uit de eigenschap, dat de moleculaire potentialen dezer drie stoffen, n.l. μ_0 , μ_1 en μ_2 , *homogene* functien zijn van den 0^{den} *graad* ten opzichte der moleculgetallen, onmiddellijk :

$$\underline{n_0 \frac{d\mu_0}{dx} + n_1 \frac{d\mu_1}{dx} + n_2 \frac{d\mu_2}{dx} = 0^1)} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

Hierin stellen de differentiaties t. o. v. van x totale voor, zoodat bv.

$$\frac{d\mu_0}{dx} = \frac{\partial \mu_0}{\partial x} + \frac{\partial \mu_0}{\partial \alpha} \frac{d\alpha}{dx}$$

is, alles bij konstante temperatuur.

[De bovenstaande eigenschap wordt (l.c.) als volgt bewezen. Men heeft nl. tengevolge der genoemde bijzonderheid der functiën μ_0 , μ_1 en μ_2 :

$$\left. \begin{array}{l} n_0 \frac{\partial \mu_0}{\partial n_0} + n_1 \frac{\partial \mu_0}{\partial n_1} + n_2 \frac{\partial \mu_0}{\partial n_2} = 0 \\ n_0 \frac{\partial \mu_1}{\partial n_0} + n_1 \frac{\partial \mu_1}{\partial n_1} + n_2 \frac{\partial \mu_1}{\partial n_2} = 0 \\ \dots \dots \dots \end{array} \right\}$$

Dus ook, wijl $\frac{\partial \mu_1}{\partial n_2} = \frac{\partial \mu_2}{\partial n_1}$ is, enz. (want $\mu_1 = \frac{\partial Z}{\partial n_1}$ en $\mu_2 = \frac{\partial Z}{\partial n_2}$) :

$$\left. \begin{array}{l} n_0 \frac{\partial \mu_0}{\partial n_0} + n_1 \frac{\partial \mu_1}{\partial n_0} + n_2 \frac{\partial \mu_2}{\partial n_0} = 0 \\ n_0 \frac{\partial \mu_0}{\partial n_1} + n_1 \frac{\partial \mu_1}{\partial n_1} + n_2 \frac{\partial \mu_2}{\partial n_1} = 0 \\ \dots \dots \dots \end{array} \right\}$$

Gaat men van de veranderlijken n_0 , n_1 en n_2 (waarvan er slechts twee onafhankelijk veranderlijk zijn) over tot de veranderlijken α en x , dan is derhalve ook :

¹⁾ Deze en de volgende eigenschappen zijn reeds in 1894 door mij bewezen. Zie Z. f. Ph. Ch. 15, p. 459 e. v. („Ueber die genauen Formeln, etc.“).

$$\left. \begin{aligned} n_0 \frac{\partial \mu_0}{\partial \alpha} + n_1 \frac{\partial \mu_1}{\partial \alpha} + n_2 \frac{\partial \mu_2}{\partial \alpha} &= 0 \\ n_0 \frac{\partial \mu_0}{\partial x} + n_1 \frac{\partial \mu_1}{\partial x} + n_2 \frac{\partial \mu_2}{\partial x} &= 0 \end{aligned} \right\}$$

De eerste vergelijking, vermenigvuldigd met $\frac{d\alpha}{dx}$ en opgesteld bij de tweede, geeft onmiddellijk (1).]

Nu volgt uit het *dissociatie-evenwicht*:

$$-\mu_0 + v_1 \mu_1 + v_2 \mu_2 = 0$$

terstond, na volledige differentiatie t. o. v. x (T konstant):

$$-\frac{d\mu_0}{dx} + v_1 \frac{d\mu_1}{dx} + v_2 \frac{d\mu_2}{dx} = 0 \quad \dots \quad (2)$$

En uit (1) en (2) vloeit nu voort, dat wanneer $n_1 : n_2 = v_1 : v_2$ (d. w. z. $x = 0$) is, noodzakelijk

$$\frac{d\mu_0}{dx} = 0 \quad \dots \quad (3)$$

moet wezen.

²⁾ Men kan gemakkelijk de waarheid van deze eenvoudige eigenschappen controleren, door in

$$\mu_0 = \mu'_0 + RT \log \frac{1-\alpha}{N}, \quad \mu_1 = \mu'_1 + RT \log \frac{v_1 \alpha}{N},$$

$$\mu_2 = \mu'_2 + RT \log \frac{v_2 \alpha + x}{N}$$

de functiën μ'_0 , μ'_1 en μ'_2 konstant te onderstellen. Dan heeft men onmiddellijk (door RT gedeeld) na differentiatie $\frac{\partial}{\partial \alpha}$, in acht nemende dat

$$N = 1 + (v_1 + v_2 - 1) \alpha + x = 1 + \theta \alpha + x$$

is, voor het eerste lid:

$$\begin{aligned} (1-\alpha) \left\{ -\frac{1}{1-\alpha} - \frac{\theta}{N} \right\} + v_1 \alpha \left\{ \frac{1}{\alpha} - \frac{\theta}{N} \right\} + (v_2 \alpha + x) \left\{ \frac{v_2}{v_2 \alpha + x} - \frac{\theta}{N} \right\} &= \\ = (-1 + v_1 + v_2) - \frac{\theta}{N} (1 - \alpha + v_1 \alpha + v_2 \alpha + x) &= \theta - \frac{\theta}{N} \times N = 0. \end{aligned}$$

Na differentiatie $\frac{\partial}{\partial x}$ vindt men voor het eerste lid:

$$\begin{aligned} (1-\alpha) \left\{ -\frac{1}{N} \right\} + v_1 \alpha \left\{ -\frac{1}{N} \right\} + (v_2 \alpha + x) \left\{ \frac{1}{v_2 \alpha + x} - \frac{1}{N} \right\} &= \\ = 1 - \frac{1}{N} (1 - \alpha + v_1 \alpha + v_2 \alpha + x) &= 1 - \frac{1}{N} \times N = 0. \end{aligned}$$

En dit zal nu blijken waar blijven, ook wanneer μ'_0 , μ'_1 en μ'_2 nog functiën van α en x zijn.

Het *nulworden* van $\frac{d\mu_0}{dx}$ is dus het *primaire moment*, waarom ook $\left(\frac{dT}{dx}\right)_0$ bij aanwezigheid eener vaste phase = 0 zal moeten zijn: bij verandering van x (waarbij dus ook α mede verandert) *verandert nl. de mol. potentiaal der ongesplitste verbinding niet, wanneer $x = 0$ is.* [Deze eigenschap zal klaarblijkelijk ook bij een willekeurig aantal splitsingsproducten blijven gelden].

Dat nu ook $\left(\frac{dT}{dx}\right)_0 = 0$ is, volgt direct uit de *evenwichtsvoorwaarde*

$$-\mu + \mu_0 = 0,$$

wanneer μ de mol. potentiaal van de vaste phase is. Volledige differentiatie t. o. v. T geeft nl.:

$$\frac{d}{dT}(-\mu + \mu_0) + \frac{d}{dx}(-\mu + \mu_0) \frac{dx}{dT} = 0,$$

waarin $\frac{d}{dT}$ weer $\left(\frac{\partial}{\partial T} + \frac{\partial}{\partial \alpha} \frac{d\alpha}{dT}\right)_x$, en $\frac{d}{dx} = \left(\frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial \alpha} \frac{d\alpha}{dx}\right)_T$ is.

Maar $\frac{d}{dT}(-\mu + \mu_0) = -\frac{Q}{T}$, wanneer Q de *totale smeltwarmte* is, derhalve is ook:

$$-\frac{Q}{T} + \frac{d\mu_0}{dx} \frac{dx}{dT} = 0,$$

omdat μ (in de vaste phase) van x onafhankelijk is. Bijgevolg is:

$$\frac{dT}{dx} = \frac{T \frac{d\mu_0}{dx}}{Q} \dots \dots \dots (4)$$

Is dus $\frac{d\mu_0}{dx} = 0$, dan ook $\frac{dT}{dx}$, en hiermede is het gestelde bewezen.

Wanneer in de vloeibare phase *geen overmaat* van een der ontledingsproducten aanwezig is, maar in plaats daarvan een indifferente stof, zoo zijn er thans *vier* soorten moleculen, met moleculaire hoeveelheden resp.:

$$1 - \alpha \quad , \quad \nu_1 \alpha \quad , \quad \nu_2 \alpha \quad , \quad x.$$

Inplaats van (1) verkrijgt men nu:

1) Ook dit kan men gemakkelijk controleeren, wanneer men μ'_0, μ'_1 , enz. konstant beschouwt, zoodat bv. in

$$\mu_0 = \mu'_0 + RT \log \frac{1 - \alpha}{N}, \quad \frac{\partial \mu_0}{\partial \alpha} = RT \left\{ -\frac{1}{1 - \alpha} - \frac{\theta}{N} \right\}$$

wordt; enz.

$$n_0 \frac{d\mu_0}{dx} + n_1 \frac{d\mu_1}{dx} + n_2 \frac{d\mu_2}{dx} + n_3 \frac{d\mu_3}{dx} = 0 \text{). . . . (1^a)}$$

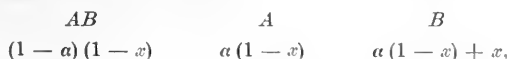
En daar $n_3 \frac{d\mu_3}{dx} = x \frac{d\mu_3}{dx}$ bij $x = 0$ *eindig* blijft, en wel $= RT$, zoo

zal thans uit (1^a) en (2) *niet* volgen $\frac{d\mu_0}{dx} = 0$, wanneer $x = 0$ is. ($n_1 : n_2 = v_1 : v_2$ is in dit geval nl. altijd vervuld). En bijgevolg zal ook *niet* $\frac{dT}{dx} = 0$ zijn.

[Dat $x \frac{d\mu_3}{dx}$ een eindige waarde behoudt bij $x = 0$, volgt hieruit, dat $\mu_3 = \mu'_3 + RT \log \frac{x}{N}$ geeft: $\frac{d\mu_3}{dx} = \frac{d\mu'_3}{dx} + \frac{RT}{x} - \frac{RT}{N} \frac{dN}{dx}$, derhalve $x \frac{d\mu_3}{dx} = RT + x \left\{ \frac{d\mu'_3}{dx} - \frac{RT}{N} \frac{dN}{dx} \right\}$, waarin de vorm tusschen $\left\{ \right\}$ altijd *eindig* blijft. Bij $x = 0$ is derhalve $x \frac{d\mu_3}{dx} = RT$].

3. Wij gaan er thans toe over een uitdrukking af te leiden voor het verloop van de smeltlijn in het geval van toenemende overmaat van een der ontledingsproducten in de vloeibare phase.

Stellen wij daartoe, dat in deze phase aanwezig zijn (in Gr. mol.) $1 - x$ AB en x B , terwijl de $1 - x$ AB gedissocieerd is tot een bedrag α . Wij hebben dan:



samen $1 + \alpha(1 - x)$ moleculen.

Wij onderstellen dus ook, dat de verbinding bestaat uit 1 mol. A en 1 mol. B , waardoor de berekeningen eenvoudiger worden.

Het evenwicht tusschen de vaste phase en de niet-gedissocieerde moleculen in de vloeibare phase geeft:

$$\mu = \mu_0,$$

of (de termen met $T \log T$ vallen aan weerszijden tegen elkaar weg):

$$\varepsilon - cT = \varepsilon_0 - c_0T + RT \log \frac{(1 - \alpha)(1 - x)}{1 + \alpha(1 - x)},$$

of ook met $\varepsilon_0 - \varepsilon = \left(e_0 - \frac{a_0}{b_0} \right) - \left(e_0 - \frac{a}{b} \right) = \left(e_0 + k_0T - \frac{a_0}{b_0} \right) - \left(e_0 + kT - \frac{a}{b} \right) = q$ (zoodat q de zuivere smeltwarmte van de

verbinding is, zonder de daar nog bij komende dissociatiewarmte), en met $c_0 - c = \gamma$:

$$q = \gamma T - RT \log \frac{(1 - \alpha)(1 - x)}{1 + \alpha(1 - x)}.$$

Ter bepaling van γ dient, dat $\alpha = \alpha_0$ wordt bij $x = 0$ en $T = T_0$, derhalve:

$$q = \gamma T_0 - RT_0 \log \frac{1 - \alpha_0}{1 + \alpha_0}.$$

Daardoor wordt ten slotte:

$$q(T_0 - T) = -RTT_0 \log \frac{1 + \alpha_0}{1 - \alpha_0} \frac{(1 - \alpha)(1 - x)}{1 + \alpha(1 - x)},$$

of

$$- \log \frac{1 + \alpha_0}{1 - \alpha_0} \frac{(1 - \alpha)(1 - x)}{1 + \alpha(1 - x)} = \frac{q}{R} \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_0} \right) \dots \dots (5)$$

Bij deze afleiding is mede ondersteld, dat het vloeibare mengsel een z. g. *ideaal* mengsel is, d. w. z. dat termen, betrekking hebbende op de onderlinge beïnvloeding der componenten, zijn weggelaten. Men weet, dat die termen van den *tweeden* graad zijn t. o. v. x . De vergelijking (5) stelt dus het verloop voor van de „ideale” smeltlijn in ons geval.

De daarin voorkomende dissociatiegraad α is verder gegeven door de vergelijking (ook hier worden de bovengenoemde termen weggelaten, zoodat de eenvoudige wet der massawerking wordt ondersteld te gelden):

$$\frac{\alpha(1-x)}{N} \times \frac{\alpha(1-x) + x}{N} : \frac{(1-\alpha)(1-x)}{N} = K,$$

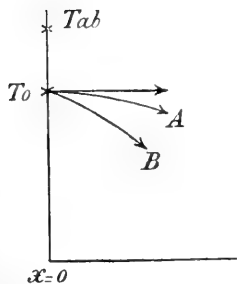
of

$$\frac{\alpha(\alpha(1-x) + x)}{(1-\alpha)(1+\alpha(1-x))} = K. \dots \dots (6)$$

Hierin is K nu geen functie van x meer volgens bovenstaande onderstelling, maar wel een functie van T .

Zelfs al wilde men α uit deze vierkantsvergelijking oplossen en substitueeren in (5), dan nog zou men niet veel gewonnen hebben, omdat K nog op vrij ingewikkelde wijze T bevat. Wij kunnen dus niet anders doen, dan een *benaderde* uitdrukking te zoeken, welke alleen voor *kleine* waarden van x geldt.

Een algemeene uitdrukking voor $\frac{dT}{dx}$ zal daarna worden gegeven.



Teneinde de bedoelde benaderde uitdrukking voor het verloop van de lijn T_0A te vinden, onderstellen wij voorloopig, dat α wel met x verandert, maar niet met T . Wij hebben dan in de uitkomst eenvoudig q door de *totale* smeltwarmte bij $x=0$ $Q_0 = q + \alpha_0 \lambda$ (λ is de *dissociatiewarmte*) te vervangen, teneinde de veranderlijkheid van α met T in te voeren. (zie het Naschrift).

Uit (6) volgt nu onmiddellijk de vierkantsvergelijking

$$\alpha^2 (1-x) + \alpha x - \frac{K}{1+K} = 0.$$

Door $x=0$ te stellen, ziet men dat $\frac{K}{1+K}$ dan $= \alpha_0^2$ is. Volgens bovenstaande (voorloopige) aanname wordt nu ondersteund, dat ook bij waarden van T , lager dan T_0 , de waarde α_0 , geldende voor $x=0$ en $T=T_0$, onveranderd blijft. In de vergelijking

$$\alpha^2 (1-x) + \alpha x - \alpha_0^2 = 0$$

is derhalve α_0 geen functie van T meer. Voor α vinden wij dus:

$$\alpha = \frac{-\frac{1}{2}x + \sqrt{\frac{1}{4}x^2 + \alpha_0^2(1-x)}}{1-x},$$

en bijgevolg is

$$1-\alpha = \frac{1-\frac{1}{2}x - \sqrt{\frac{1}{4}x^2 + \alpha_0^2(1-x)}}{1-x}.$$

Daardoor wordt:

$$\left. \begin{aligned} (1-\alpha)(1-x) &= 1 - \frac{1}{2}x - \sqrt{\quad} \\ 1 + \alpha(1-x) &= 1 - \frac{1}{2}x + \sqrt{\quad} \end{aligned} \right\},$$

zoodat voor het in (5) onder het log. teeken voorkomende quotient wordt gevonden:

$$\frac{1 - \frac{1}{2}x - \sqrt{\frac{1}{4}x^2 + \alpha_0^2(1-x)}}{1 - \frac{1}{2}x + \sqrt{\quad}},$$

of ook na vermenigvuldiging van teller en noemer met $1 - \frac{1}{2}x - \sqrt{\quad}$:

$$\frac{(1 + \alpha_0^2)(1-x) + \frac{1}{2}x^2 - 2(1 - \frac{1}{2}x)\sqrt{\quad}}{(1 - \alpha_0^2)(1-x)}.$$

Benaderen wij nu $\sqrt{\alpha_0^2(1-x) + \frac{1}{4}x^2} = \alpha_0 \sqrt{1-x + \frac{\frac{1}{4}x^2}{\alpha_0^2}}$ voor kleine waarden van x .

Men zal vinden :

$$\sqrt{1-x + \frac{1/4 x^2}{\alpha_0^2}} = 1 - 1/2 x + 1/8 \frac{1-\alpha_0^2}{\alpha_0^2} x^2 + \\ + 1/16 \frac{1-\alpha_0^2}{\alpha_0^2} x^3 - 1/128 \frac{(1-\alpha_0^2)(1-5\alpha_0^2)}{\alpha_0^4} x^4 \dots$$

$\alpha_0 \sqrt{\quad}$, vermenigvuldigd met $2-x$ geeft dan verder :

$$\alpha_0 \left[2(1-x) + 1/4 \frac{1+\alpha_0^2}{\alpha_0^2} x^2 - 1/64 \left(\frac{1-\alpha_0^2}{\alpha_0^2} \right)^2 x^4 \dots \right]$$

Dit, afgetrokken van $(1+\alpha_0^2)(1-x) + 1/2 x^2$, geeft :

$$(1-\alpha_0^2)(1-x) - 1/4 \frac{(1-\alpha_0^2)}{\alpha_0} x^2 + 1/64 \frac{(1-\alpha_0^2)^2}{\alpha_0^3} x^4 \dots$$

Wordt deze vorm nu eindelijk gedeeld door $(1-\alpha_0^2)(1-x)$, dan verkrijgt men :

$$\frac{1-\alpha_0}{1+\alpha_0} \left\{ 1 - \frac{1/4 \frac{x^2}{\alpha_0} - 1/64 \frac{(1+\alpha_0)^2}{\alpha_0^3} x^4 \dots}{1-x} \right\}$$

De vergelijking (5) gaat alsnu over in

$$-\log \left\{ 1 - 1/4 \frac{x^2}{\alpha_0} \frac{1 - 1/16 \frac{(1+\alpha_0)^2}{\alpha_0^2} x^2 \dots}{1-x} \right\} = \frac{q}{R} \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_0} \right)$$

Men lette er op, dat de term met x niet voorkomt, waardoor naar behooren $\left(\frac{dT}{dx} \right)_0 = 0$ wordt.

Verwaarloost men hogere machten dan x^2 , dan wordt het bovenstaande :

$$\frac{x^2(1+x)}{4\alpha_0} = \frac{q}{R} \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_0} \right),$$

of ook, thans q vervangende door Q_0 (zie boven) en TT_0 door T_0^2 , waardoor geen verandering wordt gebracht in den coëfficiënt van x^2 , daar $T = T_0(1-\theta x^2)$ is :

$$T_0 - T = \frac{RT_0^2 x^2 (1+x)}{Q_0 4\alpha_0}, \quad \dots \dots \dots (5^a)$$

welke benaderde uitdrukking bij niet al te kleine waarden van α (bv. $\alpha = 1/4$) minstens tot aan waarden van $x = 0,1$ zal bruikbaar wezen. Men ziet, dat $T_0 - T$ niet evenredig is aan x , bij kleine waarden van x , maar evenredig aan x^2 . Inplaats derhalve van het gewone rechte benedenwaartsche verloop der smeltkromme in den aanvang, vertoont deze thans een nagenoeg horizontaal verloop.

Opmerking.

De vergelijking (5) stelt ons ook in staat de smelttemperatuur T_{ab} van de ongesplitste verbinding (d. w. z. ongesplitst in de vloeibare phase) te berekenen. (zie ook fig. 1).

Dan is nl. $\alpha = 0$, $x = 0$, en men verkrijgt $\alpha_{ab} = \alpha_0$ onderstellende:

$$-\log \frac{1 + \alpha_0}{1 - \alpha_0} = \frac{q}{R} \left(\frac{1}{T_{ab}} - \frac{1}{T_0} \right),$$

waaruit volgt:

$$\frac{1}{T_{ab}} = \frac{1}{T_0} - \frac{R}{q} \log \frac{1 + \alpha_0}{1 - \alpha_0} \dots \dots \dots (7)$$

4. Wij zullen thans de algemeene uitdrukking afleiden voor $\frac{dT}{dx}$ langs de geheele lijn T_0A , waarbij alleen ondersteld wordt, dat wij met ideale mengsels in de vloeibare phase te doen hebben, zoodat de termen, die betrekking hebben op de onderlinge beïnvloeding der verschillende componenten, wederom worden weggelaten. Maar α zal nu, behalve van x , ook van T afhangen.

Op twee verschillende manieren kan men tot de juiste uitdrukking voor $\frac{dT}{dx}$ komen.

Vooreerst door de vergelijking (5) volledig te differentieeren t.o.v.

T . Men verkrijgt dan, de breuk $\frac{(1 - \alpha)(1 - x)}{1 + \alpha(1 - x)} = c_0$ noemende:

$$\left(\frac{d \log c_0}{dT} \right)_x + \left(\frac{d \log c_0}{dx} \right)_T \frac{dx}{dT} = \frac{q}{RT^2},$$

derhalve

$$\frac{dT}{dx} = \frac{\frac{d \log c_0}{dx}}{\frac{q}{RT^2} - \frac{d \log c_0}{dT}}.$$

$$\begin{aligned} \text{Nu is } \frac{d \log c_0}{dx} &= \frac{\partial \log c_0}{\partial x} + \frac{\partial \log c_0}{\partial \alpha} \frac{d\alpha}{dx} = \\ &= \left(-\frac{1}{1-x} + \frac{\alpha}{1+\alpha(1-x)} \right) + \left(-\frac{1}{1-\alpha} - \frac{1-x}{1+\alpha(1-x)} \right) \frac{d\alpha}{dx} = \\ &= -\frac{1}{(1-x)(1+\alpha(1-x))} - \frac{2-x}{(1-\alpha)(1+\alpha(1-x))} \frac{d\alpha}{dx}. \end{aligned}$$

Wij moeten derhalve $\frac{d\alpha}{dx}$ berekenen. Uit (6) volgt:

$$\frac{1}{\alpha} \frac{d\alpha}{dx} + \frac{1}{x + \alpha(1-x)} \left\{ 1 - \alpha + (1-x) \frac{d\alpha}{dx} \right\} + \frac{1}{1-\alpha} \frac{d\alpha}{dx} - \frac{1}{1 + \alpha(1-x)} \left\{ -\alpha + (1-x) \frac{d\alpha}{dx} \right\} = 0.$$

Na herleiding vindt men hieruit:

$$\frac{d\alpha}{dx} = - \frac{\alpha(1-\alpha)}{x + 2\alpha(1-x)} \dots \dots \dots (a)$$

Substitutie geeft nu:

$$\begin{aligned} \frac{d \log c_0}{dx} &= - \frac{1}{(1-x)(1+\alpha(1-x))} + \frac{\alpha(2-x)}{(1+\alpha(1-x))(x+2\alpha(1-x))} = \\ &= - \frac{x}{(1-x)(x+2\alpha(1-x))}. \end{aligned}$$

Voor $\frac{d \log c_0}{dT}$ vindt men op dezelfde wijze:

$$\frac{d \log c_0}{dT} = \frac{\partial \log c_0}{\partial T} + \frac{\partial \log c_0}{\partial \alpha} \frac{d\alpha}{dT} = \frac{\partial \log c_0}{\partial \alpha} \frac{d\alpha}{dT},$$

omdat c_0 niet direct van T afhankelijk is. Dit geeft verder (zie boven):

$$\frac{d \log c_0}{dT} = - \frac{2-x}{(1-\alpha)(1+\alpha(1-x))} \frac{d\alpha}{dT}.$$

Wij berekenen dus $\frac{d\alpha}{dT}$. Uit (6) volgt:

$$\frac{1}{\alpha} \frac{d\alpha}{dT} + \frac{1-x}{x + \alpha(1-x)} \frac{d\alpha}{dT} + \frac{1}{1-\alpha} \frac{d\alpha}{dT} - \frac{1-x}{1 + \alpha(1-x)} \frac{d\alpha}{dT} = \frac{\lambda}{RT^2},$$

daar $\frac{\partial \log K}{\partial T} = \frac{\lambda}{RT^2}$ is, wanneer λ de dissociatiewarmte voorstelt.

Door oplossing en herleiding vindt men:

$$\frac{d\alpha}{dT} = \frac{\lambda}{RT^2} \frac{\alpha(1-\alpha)(1+\alpha(1-x))(x+\alpha(1-x))}{x+2\alpha(1-x)} \dots \dots (b)$$

Daardoor wordt nu:

$$\frac{d \log c_0}{dT} = - \frac{\lambda}{RT^2} \frac{\alpha(2-x)(x+\alpha(1-x))}{x+2\alpha(1-x)}.$$

Substitueert men nu de gevonden waarden van $\frac{d \log c_0}{dx}$ en $\frac{d \log c_0}{dT}$

in de laatste vergelijking voor $\frac{dT}{dx}$, dan verkrijgen wij ten slotte:

$$\frac{dT}{dx} = - \frac{RT^2 \frac{1}{1-x} \frac{x}{x+2\alpha(1-x)}}{q + \alpha \frac{(2-x)(x+\alpha(1-x))}{x+2\alpha(1-x)} \lambda},$$

d. w. z.

$$\frac{dT}{dx} = - \frac{RT^2}{Q} \frac{1}{1-x} \frac{x}{x+2\alpha(1-x)}, \dots \dots (8)$$

wanneer voor $q + \text{enz.}$ wordt geschreven Q , d. w. z. de *totale* smelt-warmte.

Deze formule, gecombineerd met (6), geeft alzoo de richting der smeltlijn over haar geheele verloop aan.

Dezelfde uitdrukking hadden wij in de tweede plaats kunnen afleiden uit de algemeene vergelijking (4). Daar nl. $\mu_0 = \mu_0' + RT \log c_0$ is, zoo is — daar wij μ_0' onafhankelijk van x aannemen — $\frac{d\mu_0}{dx} = \frac{RT}{dx} \frac{d \log c_0}{dx}$, en derhalve

$$\frac{dT}{dx} = \frac{RT^2 \frac{d \log c_0}{dx}}{Q}.$$

Substitutie van de boven gevonden waarde van $\frac{d \log c_0}{dx}$ geeft dan onmiddellijk (8). Maar nu moeten wij nog doen zien, dat inderdaad de totale warmte Q wordt voorgesteld door

$$Q = q + \alpha \frac{(2-x)(x+\alpha(1-x))}{x+2\alpha(1-x)} \lambda \dots \dots (9)$$

Dit geschiedt op de volgende wijze. Gaat een hoeveelheid dn vaste stof in de vloeibare phase over, dan is klaarblijkelijk de geheele geabsorbeerde warmte:

$$q dn + \alpha \lambda dn + (1-x) \lambda \frac{d\alpha}{dn} dn.$$

Immers q is de zuivere smeltwarmte tot niet-gedissocieerde moleculen. Maar van de dn mol. wordt een bedrag αdn gedissocieerd: warmte $\alpha dn \cdot \lambda$. Eindelijk zal de *bestaande* dissociatietoestand α van de aanwezige $1-x$ mol. door de toevoeging van dn nieuwe mol. worden veranderd, en wel tot een bedrag $(1-x) \frac{d\alpha}{dn} dn$. Want $(1-x) \alpha$ gedissocieerde mol. worden er $(1-x)(\alpha + d\alpha)$.

Nu is $\frac{d\alpha}{dn} = \frac{d\alpha}{dx} \frac{dx}{dn}$. En uit $1-x = n$, $x = m$ volgt $x = \frac{m}{m+n}$, derhalve $\frac{dx}{dn} = -\frac{m}{(m+n)^2} = -x$. Dus wordt $\frac{d\alpha}{dx} = -x \frac{d\alpha}{dx}$.

Deelende door dn , vindt men alzoo voor de totale geabsorbeerde warmte per Gr. mol.:

$$Q = q + \alpha\lambda - x(1-x) \frac{d\alpha}{dx} \lambda.$$

Substitutie van $\frac{d\alpha}{dx}$ uit (a) en uitwerking geeft dan onmiddellijk (9).

Stellen wij nu $x = 0$, dan vinden wij uit (8) van wege den factor x :

$$\left(\frac{dT}{dx}\right)_0 = 0 \dots \dots \dots (8^a)$$

Is α zeer klein, dan duurt dit horizontale verloop echter niet lang. Want bij kleine x kan men schrijven:

$$\frac{dT}{dx} = -\frac{RT^2}{Q} \frac{x}{x+2\alpha}.$$

Zoodra dus x zoo groot wordt, dat 2α klein is t. o. v. x , dan nadert de breuk $\frac{x}{x+2\alpha}$ tot $\frac{x}{x} = 1$, en het normale verloop is hersteld. Hoe grooter dus α , hoe langer het bijna horizontale verloop in de nabijheid van T_0 zich zal handhaven.

Is α absoluut $= 0$, dan is van den aanvang af $\frac{x}{x+2\alpha(1-x)}$ te vervangen door $\frac{x}{x} = 1$, en heeft men *onmiddellijk* het normale verloop, gegeven door

$$\frac{dT}{dx} = -\frac{1}{1-x} \frac{RT^2}{q},$$

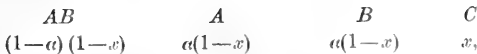
gevende:

$$\left(\frac{dT}{dx}\right)_0 = -\frac{RT_0^2}{q}.$$

Ook T_0 en T_{ab} vallen dan samen.

5. In fig. 1 is nog de lijn T_0B geteekend. Dit zou de smeltlijn zijn, wanneer in plaats van overmaat van een der ontledingsproducten werd toegevoegd overmaat van een indifferente stof C .

De vergelijking (5) blijft dan hetzelfde. Maar (6) wordt nu anders. Er is nl. thans voorhanden:



samen weer $1 + \alpha(1-x)$ moleculen.

De dissociatie-isotherme wordt derhalve;

$$\frac{\alpha(1-x)}{N} \times \frac{\alpha(1-x)}{N} : \frac{(1-\alpha)(1-x)}{N} = K,$$

of

$$\frac{\alpha^2}{1-\alpha} \frac{1-x}{1+\alpha(1-x)} = K. \quad \dots \quad (10)$$

Nu neemt α niet af met x , maar toe. De toegevoegde indifferentie stof C kan men nl. als „verdunningsmiddel” beschouwen, terwijl bij het voorgaande vraagstuk een toevoeging van een der ontledingsproducten den dissociatiegraad α deprimeert.

Lossen wij uit (10) wederom α op, dan vinden wij nu:

$$\alpha^3(1-x) + \frac{K}{1+K}\alpha x - \frac{K}{1+K} = 0.$$

Door $x = 0$ te stellen, blijkt wederom, dat $\frac{K}{1+K} = \alpha_0^2$ is, zoodat wij α moeten oplossen uit

$$\alpha^3(1-x) + \alpha_0^2\alpha x - \alpha_0^2 = 0,$$

waarin α_0 wederom voorloopig onafhankelijk van T wordt aangenomen. (Zie § 3).

Voor α vindt men alnu:

$$\alpha = \alpha_0 \left[-\frac{1}{2}\alpha_0 x + \sqrt{\frac{1}{4}\alpha_0^2 x^2 + (1-x)} \right] : (1-x),$$

dus wordt

$$\left. \begin{aligned} (1-\alpha)(1-x) &= (1-x) - \alpha_0 \left[-\frac{1}{2}\alpha_0 x + \sqrt{\quad} \right] \\ 1 + \alpha(1-x) &= 1 + \alpha_0 \left[-\frac{1}{2}\alpha_0 x + \sqrt{\quad} \right] \end{aligned} \right\}.$$

De in (5) onder *log* voorkomende grootheid wordt daardoor:

$$\frac{(1-x) + \frac{1}{2}\alpha_0^2 x - \alpha_0 \sqrt{\quad}}{1 - \frac{1}{2}\alpha_0^2 x + \alpha_0 \sqrt{\quad}}.$$

Nu is $\sqrt{\frac{1}{4}\alpha_0^2 x^2 + (1-x)} = 1 - \frac{1}{2}\alpha_0 x - \frac{1}{8}(1-\alpha_0^2)x^2 \dots$, zoodat de bovenstaande breuk overgaat in

$$\frac{1 - \alpha_0 - \frac{1}{2}(1-\alpha_0)(2+\alpha_0)x + \frac{1}{8}\alpha_0(1-\alpha_0^2)x^2 \dots}{1 + \alpha_0 - \frac{1}{2}\alpha_0(1+\alpha_0)x - \frac{1}{8}\alpha_0(1-\alpha_0^2)x^2 \dots},$$

d. w. z. in

$$\frac{(1-\alpha_0)[1 - \frac{1}{2}(2+\alpha_0)x + \frac{1}{8}\alpha_0(1+\alpha_0)x^2 \dots]}{(1+\alpha_0)[1 - \frac{1}{2}\alpha_0 x - \frac{1}{8}\alpha_0(1-\alpha_0)x^2 \dots]},$$

of in

$$\frac{1-\alpha_0}{1+\alpha_0} [1 - x - \frac{1}{4}\alpha_0 x^2 \dots].$$

Daardoor wordt :

$$- \log [1 - x - \frac{1}{4}\alpha_0 x^2 \dots] = \frac{q}{R} \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_0} \right),$$

of

$$x + \frac{1}{4}(2 + \alpha_0)x^2 = \frac{q}{R} \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_0} \right),$$

of eindelijk krijgen wij, q door $Q_0 = q + \alpha_0 \lambda$ vervangende (zie § 3), en TT_0 door $T_0^2 \left(1 - \frac{RT_0}{Q_0} x \right)$:

$$\underline{T_0 - T = \frac{RT_0^2}{Q_0} \left[x + \frac{1}{2} \left(1 + \frac{1}{2} \alpha_0 - \frac{2RT_0}{Q_0} \right) x^2 \right]}. \quad (5b)$$

welke benaderde uitdrukking thans minstens voor waarden van $x < 0,26$ zal geldig zijn.

6. Een algemeene uitdrukking voor $\frac{dT}{dx}$ in het onderhavige geval berekent men het gemakkelijkst uit (4). (zie ook § 4). Daardoor wordt :

$$\frac{dT}{dx} = \frac{RT^2 \frac{d \log c_0}{dx}}{Q},$$

waarin

$$\begin{aligned} \frac{d \log c_0}{dx} &= \frac{\partial \log c_0}{\partial x} + \frac{\partial \log c_0}{\partial \alpha} \frac{d\alpha}{dx} \\ &= - \frac{1}{(1-x)(1+\alpha(1-x))} - \frac{2-x}{(1-\alpha)(1+\alpha(1-x))} \frac{d\alpha}{dx} \end{aligned}$$

is. Maar thans is $\frac{d\alpha}{dx}$ anders. Uit (6^a) vindt men nl. :

$$\frac{2}{\alpha} \frac{d\alpha}{dx} + \frac{1}{1-\alpha} \frac{d\alpha}{dx} - \frac{1}{1-x} - \frac{1}{1+\alpha(1-x)} \left\{ -\alpha + (1-x) \frac{d\alpha}{dx} \right\} = 0,$$

gevende :

$$\frac{d\alpha}{dx} = \frac{\alpha(1-\alpha)}{(1-x)(2-\alpha x)},$$

dus niet meer negatief, maar behoorlijk positief. (zie boven). Na substitutie wordt nu :

$$\begin{aligned} \frac{d \log c_0}{dx} &= \frac{1}{(1-x)(1+\alpha(1-x))} - \frac{\alpha(2-x)}{(1-x)(2-\alpha x)(1+\alpha(1-x))} \\ &= - \frac{2}{(1-x)(2-\alpha x)}, \end{aligned}$$

zoodat wij vinden :

$$\frac{dT}{dx} = - \frac{RT^2}{Q} \frac{1}{1-x} \frac{2}{2-\alpha x} \dots \dots \dots (11)$$

Hierin is Q weer $= q + \alpha \lambda - x(1-x) \frac{d\alpha}{dx} \lambda$. Na substitutie van de zoeven gevonden waarde voor $\frac{d\alpha}{dx}$ wordt dit:

$$Q = q + \alpha \frac{2-x}{2-\alpha x} \lambda \dots \dots \dots (12)$$

Voor $x = 0$ wordt (11) thans:

$$\left(\frac{dT}{dx} \right)_0 = - \frac{RT_0^2}{Q_0} = - \frac{RT_0^2}{q + \alpha_0 \lambda} \dots \dots \dots (11^a)$$

De smeltlijn heeft dus nu ook bij $T = T_0$ een volkomen normaal verloop.

Voor de *praktijk* kan men nu uit de benaderde vergelijking (5a) (bij kleine waarden van x) ten naasten bij de waarde van α_0 bepalen, waardoor ook volgens (7) een schatting van T_{ab} mogelijk wordt. De waarde van Q_0 moet dan natuurlijk bekend zijn. Deze kan trouwens ook uit de nauwkeurige bepaling van het aanvangsverloop van T_0B (met indifferent bijmengsel) volgens de vergelijking (11a) worden berekend.

Bepaalt men daarna $\frac{dT}{dx}$ nog eens bij die zelfde lijn voor $x = 0,1$ of $0,2$ b.v., dan kan men door middel van (11) Q vinden, d. w. z.

$$q + \alpha \lambda - \alpha \lambda \cdot \frac{(1-\alpha)x}{2-\alpha x},$$

ondersteld dat bij eerste benadering $\alpha = \alpha_0$ kan gesteld worden. Men vindt dan door aftrekking van de bovengevonden waarde van $q + \alpha_0 \lambda$ de waarde van $\alpha_0 \lambda \frac{(1-\alpha_0)x}{2-\alpha_0 x}$, dus die van λ afzonderlijk. Ook q is dan afzonderlijk bekend.

Naschrift. De benaderde vergelijkingen (5^a) en (5^b) had men ook kunnen afleiden uit

$$T = T_0 + x \left(\frac{dT}{dx} \right)_0 + \frac{1}{2} x^2 \left(\frac{d^2T}{dx^2} \right)_0 + \frac{1}{6} x^3 \left(\frac{d^3T}{dx^3} \right)_0 + \dots$$

Bij (5^a) vindt men dan gemakkelijk uit de waarde (8) voor $\frac{dT}{dx}$, dat $\left(\frac{dT}{dx}\right)_0 = 0$ is; $\left(\frac{d^2T}{dx^2}\right)_0 = \left(\frac{1}{x_0} + \frac{3}{2}\right)\left(\frac{dT}{dx}\right)_0 = \frac{1}{x_0}\left(\frac{dT}{dx}\right)_0 = -\frac{RT_0^2}{Q_0} \frac{1}{2\alpha_0}$; en $\left(\frac{d^3T}{dx^3}\right)_0 = \frac{3}{x_0}\left(\frac{dT}{dx}\right)_0$. Hierbij dient er op te worden gelet, dat wegens $Q = q + \left[\alpha - x(1-x)\frac{d\alpha}{dx}\right]\lambda$ ook $\left(\frac{dQ}{dx}\right)_0 = 0$ is.

Bij (5^b) zal men uit (11) vinden: $\left(\frac{dT}{dx}\right)_0 = -\frac{RT_0^2}{Q_0}$; $\left(\frac{d^2T}{dx^2}\right)_0 = \left(1 + \frac{1}{2}\alpha_0 - \frac{2RT_0}{Q_0}\right)\left(\frac{dT}{dx}\right)_0$. Ook hier is $\left(\frac{dQ}{dx}\right)_0 = 0$.

Sterrenkunde. — De Heer J. C. KAPTEYN doet eene mededeeling „*Iets over de parallax van nevelvlekken*”.

Tot nog toe is over den afstand der nevels zoo goed als niets bekend. Over het geheel leenen zij zich niet tot zeer nauwkeurige metingen en is daarom rechtstreeksche parallaxbepaling reeds bijna zoo goed als uitgesloten. De weinige pogingen aangewend bij bijzonder regelmatige nevels hebben geen positief resultaat opgeleverd.

Meerbelovend voor het verkrijgen van althans algemeene denkbeelden over den afstand dezer objecten zijn de eigenbewegingen (e. b.).

De spectroscopische metingen van radicele snelheden hebben aan het licht gebracht dat de snelheden der nevels geheel van de orde zijn van die van de sterren.

Zoodra dus de astronomische e. b. van eenigen nevel bekend wordt zal men, althans met eenige waarschijnlijkheid, mogen besluiten dat de afstand van dien nevel van de orde is van die van sterren met dezelfde e. b.

Het blijkt intusschen, het overtuigendst juist uit de waarnemingen die beneden zullen worden besproken, dat tot nog toe bij geen enkelen nevel met zekerheid e. b. kan worden geconstateerd. Daaruit volgt nog niet dat deze e. b. noodwendig zeer klein zijn. De tijd gedurende welken men de plaats van een groot aantal nevels zoo nauwkeurig mogelijk heeft vastgelegd is nog kort en de waarnemingsfouten zijn groot. Het effect dezer fouten op de jaarlijksche e. b. kan licht 0'2, 0'3 of zelfs meer bedragen.

Het ligt voor de hand om te trachten den invloed der waarnemingsfouten te verminderen door niet de individueele e. b. maar de gemiddelde e. b. van vele nevels te bepalen.

Deze gemiddelde e. b. zou men dan kunnen vergelijken met de gemiddelde e. b. van verschillende klassen van sterren, wier gemid-

delde afstand althans met eenige benadering bekend is, of beter misschien, met de gemiddelde spectroscopisch bepaalde radieele snelheid der nevels, om op die wijs althans algemeene denkbeelden over den afstand te verkrijgen.

Ongelukkiger wijze kan men door het gemiddelde te nemen van vele waargenomen bedragen, voor de totale e. b., wanneer die klein is, slechts weinig in nauwkeurigheid winnen. De oorzaak ligt hierin dat in dit geval de invloed van een bepaalde waarnemingsfout in het geheel niet wordt opgeheven door een tweede gelijke maar tegengestelde waarnemingsfout. Nemen wij b.v. aan dat twee nevels beide in werkelijkheid eene totaal e. b. $0''01$ hebben. Laat bij de eene een waarnemingsfout gemaakt zijn van $0''10$ in de richting der e. b.; bij de tweede een gelijke fout, tegengesteld aan de e. b. De *waargenomen* e. b. der eerste ster zal dan zijn $0''11$, die der tweede $0''09$. Het nemen van het gemiddelde brengt ons hier blijkbaar niet dichter bij de waarheid.

Zoolang de waarnemingsfouten grooter blijven dan de werkelijke e. b. zal om deze reden de vergelijking der astronomische e. b. met de spectroscopisch gemeten snelheid, ook al heeft men talrijke objecten, geen resultaat opleveren.

Het hier beschouwde bezwaar zou verdwijnen als men, inplaats van de totale e. b., gebruik maken kon van een of andere e. b. *componente* welke in verschillende richting ook verschillend teeken heeft. Hier zal, mits systematische fouten vermeden worden, of bepaald, de nauwkeurigheid toenemen evenredig met den wortel uit het aantal objecten dat tot het gemiddelde bijdraagt.

Eene zoodanige e. b. *componente* is die in de richting naar het Antiapex.

Uit deze componente toch laat zich de gemiddelde parallaxische e. b. afleiden, welke een maat is van de gemiddelde parallax.

Ik zal hier niet ingaan op de hypothese die hierbij ten grondslag ligt. Het zij voldoende te zeggen dat men daaruit afleidt dat de som der projecties van de *peculiaire* e. b. van talrijke nevels op eene bepaalde richting verdwijnt, of ook, dat men de peculiare e. b. componenten als waarnemingsfouten behandelen mag.

Zij

h de lineaire zonsbeweging;

ρ de afstand van een nevel tot ons zonnestelsel;

λ de hoekafstand van den nevel tot het Apex der zonsbeweging;

r, τ de componenten der waargenomen e. b. in de richting naar het Antiapex en loodrecht daarop;

p de componente der peculiare e. b. naar Antiapex.

De parallactische e. b. zal dan zijn :

$$\frac{h}{\varrho} \sin \lambda = v - p$$

Schrijft men deze vergelijking op voor elken afzonderlijken nevel zoo zullen in het gemiddelde van al deze vergelijkingen de p 's verdwijnen en zal men eene bepaling verkrijgen van het gemiddeld bedrag van $\frac{h}{\varrho}$, dat is van de gemiddelde seculair parallax.

Of nog liever :

Aangezien men de p 's behandelen mag als waarnemingsfouten, welke zich vermengen met de werkelijke waarnemingsfouten der v 's zal men voor elken nevel opschrijven de voorwaarde vergelijking

$$\frac{h}{\varrho} \sin \lambda = v (1)$$

Neemt men dan voor de ϱ aller nevels dezelfde waarde aan, zoo zal men uit al deze vergelijkingen door de methode der kleinste quadraten $\frac{h}{\varrho}$ oplossen.

Het is reeds lang mijn wensch geweest te trachten langs dezen weg enig denkbeeld te verkrijgen over den afstand der nevels. Ik heb mij tot dusver laten terughouden door den vrij grooten arbeid aan zoodanig onderzoek verbonden.

Dit bezwaar is echter al sinds eenige jaren verdwenen door een verhandeling van Dr. MÖNNICHMEYER, assistent aan de Sterrenwacht te Bonn. (*Veröff. der Kön. Sternw. zu Bonn.* N°. 1). In deze verhandeling is al het bruikbare materiaal beschikbaar op den tijd van het verschijnen, op, voor mijn doel, haast ideale wijze, bijeengebracht.

Deze publicatie bevat de eigen waarnemingen van Dr. MÖNNICHMEYER, betrekking hebbende op niet minder dan 208 objecten, bij voorkeur van zoodanigen wier plaatsbepaling zich met aanzienlijke of althans redelijke nauwkeurigheid laat uitvoeren. Verder echter heeft Dr. MÖNNICHMEYER verzameld al de vroegere waarnemingen dezer objecten.

Ik heb uitsluitend gebruik gemaakt van die waarnemingen bij welke de nevel door de verschillende waarnemers aan de zelfde ster (of de zelfde sterren) is (of zijn) aangesloten; verder zijn ook de waarnemingen van die objecten weggelaten voor welke MÖNNICHMEYER de persoonlijke fouten der waarnemingen niet heeft kunnen bepalen. De gebruikte waarnemingen zijn die welke MÖNNICHMEYER geeft bldz. 59—70 van zijne verhandeling, wanneer men daarvan uitsluit de objecten die in de 2e kolom van de lijst op bldz. 15—17 met M.

zijn aangegeven; verder de planetarische nevels, de sterrehoopen en den ringnevel h. 2023 (vgl. l. e. blz. 17).

Er blijven 168 nevels over.

Een denkbeeld omtrent de nauwkeurigheid der waarnemingen kan men verkrijgen uit de w. f. die MÖNNICHMEYER op bldz. 9 voor zijne eigene waarnemingen aangeeft, en verder uit de tabellen gegeven bldz. 18—25 van zijn verhandeling.

Ik vond die nauwkeurigheid niet zeer verschillend voor de verschillende waarnemers, met uitzondering van die van RÜMKE.

Ik heb daarom de gewichten overal aangenomen evenredig aan het aantal waarnemingen; slechts voor RÜMKE werd dit gewicht op een derde teruggebracht. Bij SCHMIDT is het aantal waarnemingen niet aangegeven. Om redenen door MÖNNICHMEYER aangegeven blijven zij „immerhin etwas fraglich” (l. e. bldz. 14). Ik heb daarom overal aan SCHMIDTS resultaten slechts het gewicht van ééne waarneming gegeven.

De waarnemingen zijn voor verre het overwegend deel genomen tusschen 1861—1869 en 1883—1893. Ik heb dientengevolge in bijna alle gevallen, zonder veel schade aan de nauwkeurigheid te doen, alle waarnemingen eerst in *twee* normaal verschillen kunnen samentrekken. De berekening van de e. b. en de daaraan toe te kennen gewichten werd daardoor uiterst eenvoudig.

Uit deze e. b. leidde ik daarna de e. b. componenten v en τ af.

Daarbij werd voor het Apex aangenomen de positie: $A_{75} = 276^\circ$, $D_{75} = +29^\circ 5$.

Het geheele materiaal heb ik in dezelfde drie klassen gesplitst die ook MÖNNICHMEYER aanneemt en op bldz. 9 aldus beschrijft:

Klasse I. Nevels met sterachtige kern tot 11° grootte;

Klasse II. Nevels met matig verdichte kern tot de helderheid van de sterren 11° grootte;

Klasse III. Moeilijk waar te nemen objecten, in de eerste plaats onregelmatige nevels zonder bijzonder scherp gemarkeerd punt, dan echter ook alle zwakke objecten en de lang gestrekte nevels.

MÖNNICHMEYER geeft op bldz. 9 van de meeste zijner objecten op in welke klasse hij die heeft ondergebracht. De nevels die daarin ontbreken heb ik zelf naar de beschrijvingen op bldz. 27—54 een plaats gegeven, en wel h 693, 1088, 1225 in klasse I; h 421, 1017, 1212, 1221, 1251, 3683 in klasse II; h 316, 1461 in klasse III.

De afgeleide e. b. zijn relatieve; ze stellen voor de e. b. relatief tot de gebruikte vergelijkingssterren. MÖNNICHMEYER heeft de e. b. dier vergelijkingssterren zelf onderzocht maar onder de door mij

gebruikte objecten slechts voor de 7 volgende eene merkbare e. b. gevonden. μ_α en μ_δ zijn de e. b. in rechte klimming en declinatie :

Verg. Ster No.	mag.	als verg. Ster gebruikt bij	μ_α	μ_δ	totaal e. b. in hoog gr. cirkel	v	Sin λ
15	6.0	h 132	^s + 0.0140	ⁿ - 0.089	ⁿ 0.227	ⁿ + 0.225	0.94
90	8.8	h 805	+ .0237	- .170	.352	- .156	1.00
129	6.1	h 1171	- .0170	- .127	.257	+ .255	0.97
164	7.1	h 1329	- .013	.00	.192	+ .167	0.99
168	9.5	M 90	+ .014	.00	.204	- .180	0.98
208	4.7	II 542	- .0050	+ .010	.075	+ .055	0.80
242	6.6	h 2050	- .0134	- .152	.199	- .197	0.45

Deze e. b. werden door MÖNNICHMEYER aangebracht voor hij de definitieve α en δ verschillen, Nevel-Ster, afleidde. In geen der overige gevallen is correctie voor e. b. der vergelijkings-sterren aangebracht.

Het meerendeel der waarnemers heeft gebruik gemaakt van den ringmicrometer.

De gewichtigste bron van systematische fouten voor de waarnemingen met dezen micrometer is die der persoonlijke fouten in rechte klimming. MÖNNICHMEYER heeft deze fouten met de uiterste zorg bepaald.

Toch is het een uiterst gelukkige omstandigheid dat deze fout, althans in het ideale geval dat de nevels eenparig over de 24 uur van rechte klimming verspreid zijn, geen invloed heeft op het resultaat voor de gemiddelde parallactische beweging. Immers als men mag aannemen dat de afstand der nevels tot ons zonnestelsels in de verschillende rechte klimmingen niet systematisch verschillend is, zoo zal deze persoonlijke fout op de e. b. van de nevels die in gelijke declinatie en op gelijken afstand in rechte klimming ter weërszij van het Apex gelegen zijn, een gelijke maar tegengestelde werking hebben.

Nu is wel is waar de verdeling in rechte klimming eene zeer ongelijkvormige, maar toch kan het niet anders of de residueele persoonlijke fouten die het onderzoek van MÖNNICHMEYER mochten hebben overgelaten, moeten zeer verkleind op het resultaat overgaan. Toch heb ik mij ook rechtstreeks overtuigd dat deze residueele fouten uiterst gering

moeten zijn. Daartoe heb ik de e. b. in rechte klimming voor elk uur van rechte klimming afzonderlijk gemiddeld. In het eenvoudig gemiddelde van al deze uur-gemiddelden kan men nu verwachten dat niet alleen de peculiaire, maar, om bovengenoemde reden, ook de parallaxische eigenbewegingen elkaar geheel zullen opheffen, zoodat men mag aannemen dat het eindgemiddelde den overgebleven invloed der persoonlijke fouten op de bepaalde e. b. zal zijn.

Ik vind voor dit gemiddelde $\bar{\mu}_z$

$$\bar{\mu}_z = - 0.0004$$

Tot dit gemiddelde hebben de uren met veel nevels niet meer bijgedragen dan die met weinig nevels. Het gewicht der bepaling is daarom slechts ongeveer 0.4 van het geen het zijn zou bij eenparige verdeling.

Men kan een waarde afleiden die merkbaar grooter gewicht heeft, door eerst de uren die symmetrisch liggen ten opzichte van het Apex, twee aan twee te verbinden; in deze gemiddelden zijn reeds de parallaxische e. b. geëlimineerd, zoodat de 12 gemiddelden die men krijgt nu verder met inachtneming hunner gewichten, gemiddeld kunnen worden. Op deze wijze vond ik

$$\bar{\mu}_z = + 0.0006.$$

Men ziet dus dat MÖNNICHMEYER uitstekend in zijne bepalingen der persoonlijke fouten geslaagd is en de overgebleven fouten uiterst klein moeten zijn.

Naar 't bovengezegde gaan deze fouten nog zeer verkleind op het resultaat voor de parallaxische beweging over. Ik meen daarom dat we gerechtigd zijn deze verder geheel te verwaarloozen.

Om een goed overzicht te verkrijgen over de werkelijk bereikte nauwkeurigheid, heb ik, behalve de verdeling in de 3 klassen, elk daarvan nog in een aantal onderafdeelingen (elk met zoo tamelijk hetzelfde gewicht) gesplitst en heb aldus de volgende uitkomsten gevonden. (Zie p. 732).

De waarden van τ zijn in deze tabel opgenomen alleen om te doen zien dat ook hier geen sporen van helderheidsfout meer herkenbaar zijn.

Om de gewone jaarlijksche parallaxen π uit de seculair parallaxen $\frac{h}{q}$ af te leiden werd gedeeld door 4.20, welk getal, naar CAMPBELLS bepaling, het aantal zonsafstanden aangeeft dat het geheele zonnestelsel jaarlijks aflegt.

De w. f. werden berekend, aannemende dat de geheele componenten

Klasse	α	aantal nevels	τ	$\frac{h}{\rho}$	w.f.	τ	w.f.
I	$\begin{matrix} h & m & h & m \\ 0.0 & - & 5.33 \end{matrix}$	13	+ 0.014	- 0.039	\pm 0.023	- 0.009	\pm 0.005 ^s
	$\begin{matrix} h & m \\ 5.33 & - & 10.57 \end{matrix}$	12	- .043 ^s	+ .051	.022	+ .012	5
	$\begin{matrix} h & m \\ 10.57 & - & 12.22 \end{matrix}$	10	- .045	+ .034	.023	+ .008	5 ^s
	$\begin{matrix} h & m \\ 12.22 & - & 12.45 \end{matrix}$	9	- .004	- .027	.022	- .006 ^s	5
	$\begin{matrix} h & m \\ 12.45 & - & 0.0 \end{matrix}$	10	- .008	+ .013	.025	+ .003	5 ^s
II	$\begin{matrix} h & m \\ 0.0 & - & 9.50 \end{matrix}$	12	+ .021	+ 0.014	\pm 0.019	+ .003	4 ^s
	$\begin{matrix} h & m \\ 9.50 & - & 11.10 \end{matrix}$	10	- .004	- .016	.019	- .004	4 ^s
	$\begin{matrix} h & m \\ 11.10 & - & 12.46 \end{matrix}$	11	- .008	- .037	.020	- .009	5
	$\begin{matrix} h & m \\ 12.46 & - & 12.28 \end{matrix}$	12	+ .019	- .040	.020	- .009 ^s	5
	$\begin{matrix} h & m \\ 12.28 & - & 0.0 \end{matrix}$	14	+ .005 ^s	- .040	.020	- .009 ^s	5
III	$\begin{matrix} h & m \\ 0.0 & - & 12.14 \end{matrix}$	20	+ .030	+ 0.016	\pm 0.019	+ .004	4 ^s
	$\begin{matrix} h & m \\ 12.14 & - & 12.32 \end{matrix}$	16	- .046	+ .038	.019	+ .009	4 ^s
	$\begin{matrix} h & m \\ 12.32 & - & 0.0 \end{matrix}$	19	+ .016	- .036 ^s	.018	- .009	4
Eenvoudig gemiddelde der 13 uitkomsten		168	- 0.004	- 0.005	\pm 0.005	- .0013	\pm 0.0012

τ als waarnemingsfout op te vatten is. De fout in deze veronderstelling kan slechts een onmerkbaar effect hebben.

Berekent men de w. f. van een der 13 resultaten voor de secular parallax uit hunne onderlinge overeenstemming, zoo vindt men 0."023. Dat getal verschilt zeer weinig van de rechtstreeks gevonden waarschijnlijke fouten. Dit bewijst nog eens, tot zekere hoogte, dat de overgebleven invloed der persoonlijke fouten zeer gering moet zijn.

De laatste rij geeft het eenvoudig gemiddelde van de 13 individuele waarden.

Men heeft derhalve ten slotte voor de gemiddelde jaarlijksche parallax

$$- 0''0013 \pm 0''0012 \text{ (168 nevels) (3)}$$

Dit is de relatieve parallax ten opzichte van vergelijkingssterren wier gemiddelde grootte

8.75

is.

Intusschen heeft, zooals boven gezegd werd, MÖNNICHMEYER bij 7 van de 183 vergelijkingssterren de e. b. aangebracht.

Wordt dit nagelaten zoo vindt men de parallax 0'0004 kleiner, zoodat men ten slotte heeft:

Gemiddelde parallax der 168 nevels relatief tot het gemiddelde der sterren van de grootte 8.75

$$- 0'0017 \pm 0'012 \text{ (w. f.)} \dots \dots \dots (4)$$

In N^o. 8 der *Publ. of the Astr. Laboratory at Groningen* werd voor de gemiddelde parallax der sterren van de grootte 8.75 gevonden de waarde

$$0'0063 \dots \dots \dots (5)$$

Deze waarde is voor verbetering vatbaar:

1^o. Omdat sedert hare afleiding onze kennis van de snelheid van het zonnestelsel aanzienlijk vermeerderd is;

2^o. Omdat bij de afleiding een kleine vergissing begaan is.

Aangezien de twee oorzaken elkaar echter voor de sterren van de grootte 8.75 vrij wel compenseeren, zie ik van elke correctie af. De hoop schijnt gewettigd dat eerlang de in Publ. 8 gegeven waarden nog aanzienlijk zullen verbeterd kunnen worden. Het schijnt beter daarop te wachten eer deze bepalingen veranderd worden. Nemen we dus voorloopig de waarde (5) aan zoo komt:

Gem. *absolute* parallax der 168 nevels

$$0'0046 \pm 0'0012 \text{ (w. f.)} \dots \dots \dots (6)$$

Het is echter goed uitdrukkelijk te zeggen dat dit resultaat in werkelijkheid onzekerder is dan (4) omdat hier de onzekerheid in de gemiddelde parallax der sterren van de grootte 8.75 aan die van de *relatieve* parallax toegevoegd wordt.

Deze waarde (6) komt tamelijk overeen met de gemiddelde parallax der sterren van de 10^e grootte.

Ik wil echter aan het juiste bedrag der hier gevonden parallax niet al te veel waarde hechten, maar slechts de aandacht vestigen op het feit dat het mogelijk bleek uit waarnemingen gedurende een tijdvak van slechts ruim 30 jaar, door middel van de parallaxische bewegingen, een waarde van de gemiddelde parallax af te leiden, althans relatief tot sterren van eene bepaalde grootte, waarvan de w. f. zoo klein is als boven gevonden werd. Waar dit reeds het geval is met wat zich uit *visuele* waarnemingen laat afleiden daar mogen we van photographische opnamen, zelfs binnen niet al te langen tijd, zeer betrouwbare algemeene denkbeelden over de positie der nevels in de ruimte verwachten.

Het aantal kleine nevels, en deze zijn toch wel bij voorkeur de nauwkeurig meetbare, dat zich photographisch laat opnemen is ontzaggelijk groot.

MAX WOLFF vond en mat op een plaat, in 150 Minuten verkregen met zijn Bruce-telescoop (opening 40 cm. brandp.afst. 202 cm.), om de ster 31 Comae als centrum, niet minder dan 1528 nevels (Publ. Königstuhl I p. 127).

Deze rijkdom van materiaal zal het mogelijk maken zich te beperken tot zoodanige nevels die een zeer nauwkeurige meting toelaten.

Persoonlijke fouten zullen verdwijnen omdat men er in 't algemeen gemakkelijk in slagen zal voor de beide epoques hetzelfde punt te viseeren. De peculiare e. b. zullen des ter zekerder geëlimineerd worden naarmate het materiaal rijker en over een grooter deel van den hemel verdeeld is. Fouten in de Precessie hebben, althans op de relatieve parallax geen invloed.

Het komt mij voor dat langs dezen weg reeds in een tiental jaren resultaten kunnen bereikt worden, die aan nauwkeurigheid het hier bereikte resultaat verre zullen overtreffen. Daarom, al is het hier afgeleide resultaat slechts als een voorloepig resultaat te beschouwen, het geeft ons de hoop dat wij in afzienbaren tijd omtrent de orde van grootheid der nevelafstanden tamelijk bevredigende zekerheid zullen kunnen krijgen.

Dezelfde behandelingswijze aan welke hier de nevels onderworpen zijn, kan natuurlijk ook op andere groepen van objecten worden toegepast. Het is ons voornemen ook de Heliumsterren en zoo doenlijk ook de sterren van PICKERINGS 5^{en} Typus te bewerken.

Het is niet meer dan billijk er ten slotte op te wijzen dat, wat ook de verdienste van bovenstaand onderzoek is, deze in hoofdzaak toekomt aan den heer MÖNNICHMEYER. Vergeleken met diens zorgvuldigen en uitvoerigen arbeid is die welke aan de afleiding der bovenstaande uitkomsten besteed is, geheel onbeteekenend.

Anatomie. — De Heer PEKELIARING biedt, namens den Heer J. H. F. KOHLBRUGGE, Correspondent der Afdeeling te Sidhoardjo, voor de Werken der Akademie aan, een verhandeling getiteld: „Die Gehirnfurchen der Javanen. Eine vergleichend-anatomische Studie”.

Voor de Bibliotheek der Akademie wordt aangeboden door den Heer SCHOUTE de dissertatie van den Heer P. MIDDEL: „De trisectie van den hoek”.

De vergadering wordt gesloten.

KONINKLIJKE AKADEMIE VAN WETENSCHAPPEN
TE AMSTERDAM.

VERSLAG VAN DE GEWONE VERGADERING
DER WIS- EN NATUURKUNDIGE AFDEELING
van Zaterdag 31 Maart 1906.

Voorzitter: de Heer H. G. VAN DE SANDE BAKHUYZEN.
Secretaris: de Heer J. D. VAN DER WAALS.

I N H O U D.

- Ingekomen stukken, p. 735.
- P. H. SCHOUTE: „Over een bijzondere reeks van kwadratische oppervlakken met acht gemeenschappelijke punten en acht gemeenschappelijke raaklijnen”, p. 737.
- L. BOLK: „De betrekking tusschen de tandformulen der platyrrhine en katarrhine primaten”, p. 751.
- H. ZWAARDEMAKER: „De sterkte van zoo zwak mogelijke reflexprikkels volgens proefnemingen van den Heer D. J. A. VAN REEKUM”, p. 763.
- W. BURCK: „Over planten, die in de vrije natuur het karakter dragen van tusschenrassen in den zin van de mutatie-theorie”. (Aangeboden door de Heeren J. W. MOLL en F. A. F. C. WENT), p. 769.
- H. STRAHL: „Der Uterus von Erinaceus europaeus L. nach dem Wurf”. (Aangeboden door de Heeren A. A. W. HUBRECHT en MAX WEBER), p. 784.
- W. DE SITTER: „Over de baanvlakken der Jupitersatellieten”. (Aangeboden door de Heeren J. C. KAPTEYN en E. F. VAN DE SANDE BAKHUYZEN), p. 787.
- F. M. JAEGER: „Een eenvoudige, geometrische afleiding der betrekkingen, welke tusschen de waargenomen en gezochte grootheden bestaan, die bij de W. VOIGT'sche methode ter bepaling van 't warmtegeleidingsvermogen van kristallen, ter sprake komen”. (Aangeboden door de Heeren P. ZEEMAN en J. D. VAN DER WAALS), p. 799.
- Aanbieding eener verhandeling van den Heer J. W. GILTAY: „Experimental-Untersuchung über die Möglichkeit einer Doppeltelephonie mittels unterbrochener Klänge”, p. 804.
- Aanbieding eener verhandeling van den Heer J. LORIÉ: „De geologische bouw der Geldersche Vallei, benevens Beschrijving van eenige nieuwe grondboringen” VII, p. 804.
- Vaststelling der April-vergadering op Vrijdag 27 April a. s. p. 804.

Het Proces-Verbaal der vorige vergadering wordt gelezen en goedgekeurd.

Ingekomen zijn:

1°. Bericht van den Heer WIND, dat hij verhinderd is de vergadering bij te wonen;

2°. Bericht van den Heer HOOGWERFF, dat hij verhinderd is het Congres voor toegepaste scheikunde te Rome bij te wonen en een

missive van Z. Exc. den Minister van Binnenlandsche Zaken d.d. 27 Maart 1906 waarin deze verzoekt alsnog van advies te dienen omtrent de benoeming van een gedelegeerde der Regeering voor dat Congres. De Afdeling besluit voor deze benoeming aan te bevelen den Heer H. P. WIJSMAN, hoogleeraar te Leiden;

3°. Missive van Z. Exc. den Minister van Binnenlandsche Zaken d.d. 24 Maart 1906 en een missive ten verfolge van de eerstgenoemde d.d. 29 Maart 1906 met het verzoek te willen berichten of er Nederlandsche geleerden zijn en zoo ja welke, bereid de Regeering te vertegenwoordigen bij de huldiging van Prof. GUIDO BACCELLI op 8 April a. s. te Rome ter gelegenheid der inwijding van het Policlinico Umberto I.

Aan Z. Exc. zal bericht worden dat geen der leden zich beschikbaar kan stellen.

4°. Missive van Z. Exc. den Minister van Binnenlandsche Zaken d. d. 9 Maart 1906 met verzoek om nadere specificatie van eenige uitgaven genoemd in het rapport omtrent de oprichting van een Instituut voor hersenonderzoek. Het schrijven is in handen gesteld van de Commissie die het bedoelde rapport heeft samengesteld. De door deze Commissie verstrekte nadere specificatie zal Z. Exc. worden toegezonden,

5°. Bericht van Z. Exc. den Minister van Waterstaat dat op de betaling van het subsidie voor de Geologische Commissie over 1906 orde is gesteld. Voor kennisgeving aangenomen.

6°. Bericht van de Kais. Akademie der Wissenschaften te Weenen omtrent voorstellen voor de zitting van het Comité der Internationale Associatie der Akademien op 30 Mei 1906. Voor kennisgeving aangenomen.

7°. Uitmoediging van de University of Aberdeen tot bijwoning van de herdenking van de 400-jarige stichting van genoemde Universiteit.

Op voorstel van den Voorzitter zal de Heer KAMERLINGH ONNES verzoekt worden zich in verbinding te stellen met den Heer J. J. HARTMAN, aangewezen door de Letterkundige Afdeling, tot het samenstellen van een gelukwensch namens de beide Afdelingen der Akademie.

8°. Missive van de Geologische Commissie d.d. 13 Maart 1906 waarbij zij voorstelt den Minister van Waterstaat te verzoeken een verandering te brengen in de formulering van de doeleinden waartoe het haar verleende subsidie aangewend kan worden. Aldus wordt besloten.

Wiskunde. — De Heer SCHOUTE doet een mededeeling: „Over een bijzondere reeks van kwadratische oppervlakken met acht gemeenschappelijke punten en acht gemeenschappelijke raakvlakken.”

(Medegedeeld in de vergadering van 24 Februari 1906).

1. „In onze ruimte zijn een vaste lijn en vier projectief verwante vlakke stralenbundels gegeven. Gevraagd het aantal gemeenschappelijke transversalen van de vaste lijn en een viertal overeenkomstige stralen”.

*Notatie*¹⁾. We duiden de vaste lijn door l^0 , de toppen en vlakken der stralenbundels door O_1, O_2, O_3, O_4 en $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$, vier overeenkomstige stralen en hun beide transversalen door l_1, l_2, l_3, l_4 en l, l' , de stralenbundels zelve door $(l_1), (l_2), (l_3), (l_4)$ en de paren snijpunten van l, l' met elk der stralen l_1, l_2, l_3, l_4 door $(S_1, S_1'), (S_2, S_2'), (S_3, S_3'), (S_4, S_4')$ aan. Verder mogen $l_{1,2}, l_{1,3}, \dots, l_{3,4}$ de snijlijnen der vlakkenparen $(\alpha_1, \alpha_2), (\alpha_1, \alpha_3), \dots, (\alpha_3, \alpha_4)$ voorstellen.

2. De graad der meetkundige plaats van het transversalenpaar l, l' wordt gemakkelijk afgeleid uit haar doorsnee met α_1 , welke uit twee deelen bestaat: de meetkundige plaats $[(S_1, S_1')]$ van het puntenpaar (S_1, S_1') en eenige beschrijvende transversalen. Omdat elke straal l_1 van den bundel (l_1) een enkel puntenpaar (S_1, S_1') bevat, is de meetkundige plaats $[(S_1, S_1')]$ een hyperelliptische kromme, waarvan de graad het aantal malen, dat een transversaal door O_1 gaat, met twee overtreft. Nu gaan er door O_1 drie transversalen. Door de stralenbundels $(l_2), (l_3)$ uit O_1 op α_1 te projecteeren vindt men n.l. in α_1 drie projectief verwante stralenbundels $(l_2'), (l_3'), (l_4)$ en nu gebeurt het driemaal, dat drie overeenkomstige stralen l_2', l_3', l_4 door een zelfde punt gaan, wijl de door de paren $[(l_2'), (l_4)]$ en $[(l_3'), (l_4)]$ voortgebrachte kegelsneden behalve O_4 nog drie punten gemeen hebben. Dus is de meetkundige plaats $[(S_1, S_1')]$ een kromme c_1^5 van den vijfden graad, die in O_1 een drievoudig punt heeft; haar geslacht is drie. En, nu er door O_1 drie transversalen gaan, moeten er volgens het beginsel der dualiteit ook drie beschrijvende transversalen in α_1 liggen. Werkelijk teekenen de stralenbundels $(l_2), (l_3), (l_4)$ op de lijnen $l_{1,2}, l_{1,3}, l_{1,4}$ drie projectief verwante puntreeksen $(A_2), (A_3), (A_4)$ af, waarbij het driemaal gebeurt, dat drie overeenkomstige punten A_2, A_3, A_4 op een zelfde rechte a liggen, wijl de

1) Voor notatie en redeneering vergelijkte men een voorgaande mededeeling.

kegelsneden voortgebracht door de paren $[(A_2), (A_4)]$ en $[(A_3), (A_4)]$ behalve $l_{1,4}$ nog drie gemeenschappelijke raaklijnen bezitten. Dus is de totale doorsnee van α_1 met de meetkundige plaats van het transversalenpaar l, l' een samenstel van den achtsten graad en deze meetkundige plaats zelve een regelvlak O^8 met een dubbelkromme van den achttienden graad. De graad der dubbelkromme volgt reeds hieruit, dat het oppervlak O^8 in geslacht met c_1^5 overeenkomen moet; bovendien laten zich de achttien snijpunten der kromme met α_1 gemakkelijk aangeven.

Het gevonden oppervlak O^8 wordt door de gegeven lijn l^0 in acht punten gesneden. Dus zijn er in het algemeen acht lijnen, die rusten op l^0 en op vier overeenkomstige stralen l_1, l_2, l_3, l_4 .

3. In het voorgaande is aangenomen, dat vier overeenkomstige stralen l_1, l_2, l_3, l_4 steeds twee gemeenschappelijke transversalen toelaten, en dus geen rekening gehouden met de mogelijkheid, dat vier overeenkomstige stralen hyperboloïdische ligging hebben. Nu doet zich deze bijzonderheid in het algemeene geval niet voor; want de voorwaarde, dat vier lijnen hyperboloïdisch liggen, is een *drievoudige* en het aantal overeenkomstige stralenviertallen is slechts *enkelvoudig* oneindig. Wat evenwel niet wegneemt, dat een doelmatige keus van de gegevens tot projectief verwante stralenbundels met een viertal hyperboloïdisch liggende overeenkomstige stralen voeren kan; daartoe heeft men slechts de punten O_1, O_2, O_3, O_4 op en de vlakken $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$ door vier hyperboloïdisch liggende lijnen l'_1, l'_2, l'_3, l'_4 aan te nemen en de projectieve verwantschap zoo vast te stellen, dat deze vier lijnen met elkaar overeenkomen.

Doet het geval van vier hyperboloïdisch liggende stralen l'_1, l'_2, l'_3, l'_4 zich werkelijk voor, dan behoort de regelschaar O^2 der deze vier stralen snijdende lijnen tot de beschouwde meetkundige plaats en moet nu verder worden onderzocht, of deze O^2 zich voegt bij het oppervlak O^8 van het algemeene geval, dan wel of dit laatste oppervlak zich in dit bijzondere geval in het oppervlak O^2 en een aanvullend oppervlak O^6 splitst. Aanvankelijk heb ik alleen aan de eerste mogelijkheid gedacht en mij vergenoegd met het ontwikkelen van gronden, waarom deze verhooging van den graad der meetkundige plaats van acht tot tien niet in werkelijken strijd behoeft te zijn met het bekende beginsel van het behoud van het aantal¹⁾. Niettegenstaande het op het eerste gezicht vrij ongerijmd schijnt, dat het oneindig kleine verschil tusschen vier *bijna* en vier *volkomen*

¹⁾ Zie omtrent een overeenkomstig geval van schijnbare tegenspraak mijne „Mehrdimensionale Geometrie“, deel 1, blz. 263.

hyperboloidisch liggende stralen de door de overige viertallen opgeleverde meetkundige plaats zoo zou beheerschen, dat men in het eerste geval een O^8 en in het tweede geval een O^6 vindt, is echter, zooals aanstonds bewezen zal worden, niet de eerste maar de tweede opvatting de juiste; in dien zin is deze mededeeling derhalve gewijzigd moeten worden.

Het oppervlak O^2 der gemeenschappelijke transversalen van het aanwezig onderstelde hyperboloidische viertal l'_1, l'_2, l'_3, l'_4 bevat deze lijnen en moet dus door elk der toppen O_1, O_2, O_3, O_4 en in elk der vlakken $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$ een transversaal toelaten. Nu gaan er, zooals bij de afleiding van den graad der meetkundige plaats O gebleken is, door elk der vier punten O drie transversalen en liggen er eveneens drie in elk der vier vlakken α . Derhalve kan de vraag, of naast de regelschaar O^2 een oppervlak O^8 of een oppervlak O^6 optreedt, hierdoor beslist worden, of de vier beschrijvende lijnen door de punten O_i en de vier beschrijvende lijnen in de vlakken α_i al of niet aan de beide deelen der meetkundige plaats gemeen zijn. Nu kunnen die beide deelen uit den aard der zaak echter slechts twee beschrijvende lijnen gemeen hebben, n.l. die twee gemeenschappelijke transversalen van l'_1, l'_2, l'_3, l'_4 , die zich aansluiten aan de voorafgaande en volgende transversalenparen der omringende viertallen. Dus zijn de acht aangewezen transversalen van l'_1, l'_2, l'_3, l'_4 niet gelegen op het andere deel der meetkundige plaats en wordt dit laatste derhalve door elk der vlakken α_i gesneden volgens een kromme c^4 met een dubbelpunt in O_i en twee rechte lijnen; dus is het resterende deel een oppervlak O^6 met een dubbelkromme van den negenden graad. Voor het regelvlak O^2 van het geslacht drie treedt dan een samenstel van een regelschaar O^2 en een regelvlak O^6 van het geslacht een in de plaats, die elkaar in twee rechte lijnen en een ruimtekromme van den tienden graad doordringen.

Uit het voorgaande volgt nu onmiddellijk, wat er gebeurt, als de bijzonderheid van het hyperboloidische viertal zich meermalen voordoet. Zijn er twee dier bijzondere viertallen voorhanden, dan splitst O zich in drie deelen, twee kwadratische regelscharen en een regelvlak O^4 met een kubische ruimtekromme tot dubbelkromme; dit laatste hoofdbestanddeel der meetkundige plaats is dus van het geslacht nul en heeft met elk der beide kwadratische oppervlakken twee beschrijvende transversalen en een ruimtekromme van den zesden graad gemeen. Bevatten de projectief verwante stralenbundels drie hyperboloidische viertallen, dan splitst O zich in vier kwadratische regelscharen, waarvan er drie aan deze viertallen beantwoorden en het vierde, de eigenlijke meetkundige plaats, door al de overige vier-

tallen wordt opgeleverd; dit laatste oppervlak wordt door elk der andere volgens de zijden van een schieven vierhoek gesneden, terwijl deze drie elkaar in het algemeen volgens ruimtekrommen van den vierden graad snijden. En als er vier hyperboloïdische viertallen zijn, liggen, zooals aanstonds blijken zal, alle viertallen hyperboloïdisch en treedt dus het geval in, dat de graad der meetkundige plaats, tot hertoe steeds acht, oneindig groot wordt.

4. Uit het volgende eenvoudige voorbeeld kan blijken, dat het niet moeilijk is de gegevens zoo te kiezen, dat *elk* viertal overeenkomstige stralen hyperboloïdische ligging heeft.

We denken ons de vier stralenbundels $(l_1), (l_2), (l_3), (l_4)$ gelegen in de vier zijwanden van een kubus (fig. 1), nemen de toppen O_1, O_2, O_3, O_4 der stralenbundels in de middelpunten dier zijwanden aan en laten nu

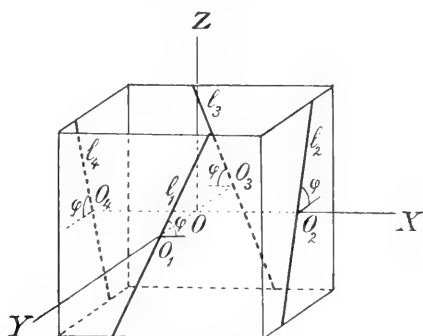


Fig. 1.

die stralen l_1, l_2, l_3, l_4 met elkaar overeenkomen, die met haar projecties op het vlak door de vier toppen denzelfden kant omgaande denzelfden hoek φ maken. Dan behoort bij elk viertal overeenkomstige stralen een omwentelingshyperboloïde met OZ tot omwentelingsas en cirkel $O_1 O_2 O_3 O_4$ tot keelcirkel, terwijl de bij de verschillende waarden van φ behoorende omwentelingshyperboloïden elkaar volgens dien keelcirkel aanraken en dus zoowel een schaar als een bundel vormen. Elk dier oppervlakken treedt daarbij tweemaal op, als drager van de beide bij twee supplementaire waarden van φ behoorende regelscharen. In dit geval is, wat boven uitzondering was, regel geworden; hierbij wordt dan het gezochte aantal oneindig groot, daar er door elk punt van l^o twee lijnen gaan, die aan de vraag voldoen, de twee beschrijvende lijnen door dit punt van het door dit punt gaande

oppervlak dier bundelschaar. Trouwens, het geval van een oneindig aantal oplossingen doet zich ook reeds voor, zoodra er slechts een hyperboloidisch viertal voorkomt en ξ mede richtstraal is van de door dit viertal als richtstralen bepaalde regelsehaar; dan gaat er echter door elk punt van l^p slechts een lijn, die aan de vraag voldoet.

5. Om de voorstelling te vergemakkelijken is het vorige bijzondere geval opzettelijk zoo regelmatig mogelijk gekozen. Hoofdzaak is, wat de figuur bij een projectieve transformatie behoudt, dat n.l. de toppen O_1, O_2, O_3, O_4 in een vlak liggen, de vlakken $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$ door een punt gaan en allè kwadratische oppervlakken die vlakken in de genoemde toppen aanraken; ook de regelmatige ligging der vier toppen op den gemeenschappelijken keeleirkel is bijzaak. Dit voert ons tot een nieuwe vraag en wel deze, of het onmogelijk is vier projectief verwante stralenbundels te vinden, waarbij ieder viertal overeenkomstige stralen hyperboloidische ligging heeft, zonder dat de toppen in een vlak liggen, de dragende vlakken door een punt gaan en deze vlakken in die toppen worden aangeraakt door alle hierbij voortgebrachte kwadratische oppervlakken. We kunnen ons zoowel stel- als meetkundig langs eenvoudigen weg van het tegendeel overtuigen.

Met betrekking tot een rechthoekig coördinatenstelsel $O(XYZ)$ stellen de vier paren van vergelijkingen

$$\left. \begin{array}{l} y = px + q \\ z = rx + s \end{array} \right\}, \quad \left. \begin{array}{l} -y = px + q \\ -z = rx + s \end{array} \right\}, \quad \left. \begin{array}{l} y = -px + q \\ -z = -rx + s \end{array} \right\}, \quad \left. \begin{array}{l} -y = -px + q \\ z = -rx + s \end{array} \right\}$$

vier lijnen l_1, l_2, l_3, l_4 met hyperboloidische ligging voor. Want de voorwaarden, waaronder het oppervlak

$$ax^2 + by^2 + cz^2 = 1$$

een dier lijnen bevat, zijn

$$a + bp^2 + cr^2 = 0, \quad bpq + crs = 0, \quad bq^2 + cs^2 = 1,$$

welke der vier lijnen men ook neme. Nu hangen deze lijnen l_1, l_2, l_3, l_4 zoo met elkaar samen, dat door een draaiing van 180°

om de as $OX \dots l_1$ en l_2 in elkaar en l_3 en l_4 in elkaar,

„ „ „ $OY \dots l_1$ en l_3 „ „ „ l_2 en l_4 „ „

„ „ „ $OZ \dots l_1$ en l_4 „ „ „ l_3 en l_2 „ „

overgaan. Beschrijft nu l_1 in een vlak α_1 een stralenbundel met O_1 tot top, dan zullen l_2, l_3, l_4 de stralenbundels beschrijven, die verkregen worden door den stralenbundel (l_1) een draaiing van 180° te doen ondergaan om de assen OX, OY, OZ , waarbij de vier toppen O_1, O_2, O_3, O_4 niet in een vlak zullen liggen en de dragende vlakken

niet door een punt zullen gaan. En dan is ook uitgesloten, dat de vlakken $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$ door de voortgebrachte kwadratische oppervlakken in O_1, O_2, O_3, O_4 worden aangeraakt. Want twee kwadratische oppervlakken, die elkaar in vier niet in een zelfde vlak liggende punten aanraken, vallen samen, en dit doen onze oppervlakken niet.

We beschouwen meetkundig een nog meer bijzonder geval, dat met een regelmatig viervlak in verband staat. We gaan daartoe van een kubus uit en nemen (fig. 2) een der beide groepen van vier niet naburige hoekpunten A_1, A_2, A_3, A_4 tot hoekpunten van dit viervlak aan. De zijvlakken $A_2A_3A_4, A_1A_3A_4, A_1A_2A_4, A_1A_2A_3$ van dit viervlak zijn dan de dragende vlakken $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$, de middelpunten dier gelijkzijdige driehoeken zijn dan de toppen O_1, O_2, O_3, O_4 dier stralenbundels. En de met een willekeurigen straal l_1 van den eersten bundel overeenkomende stralen l_2, l_3, l_4 worden weer gevonden door een draaiing van 180° om de lijnen OX, OY, OZ door het middel-

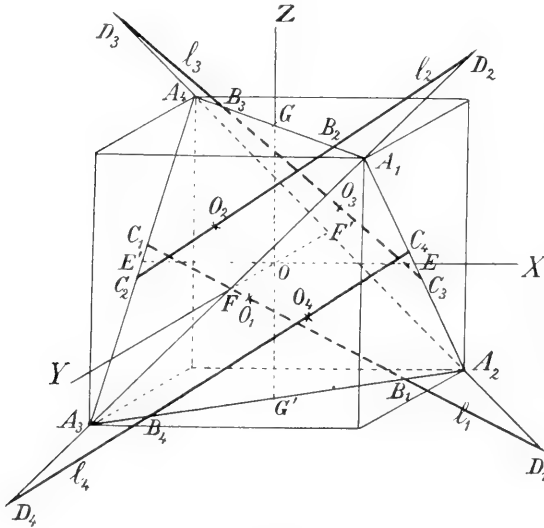


Fig. 2

punt van den kubus evenwijdig aan de kubusribben, die tevens de verbindingslijnen EE', FF', GG' van middens van paren overstaande ribben van het viervlak zijn. Nu blijkt uit een eenvoudige beschouwing der figuur, dat de drie punten, waarin elk der zijvlakken van het viervlak gesneden wordt door de telkens in de andere zijvlakken

liggende overeenkomstige drie stralen, gelegen zijn op de tweede asymptoot van de hyperbool, die door de drie hoekpunten van het zijvlak gaat en de vierde in het zijvlak liggende overeenkomstige straal tot eene asymptoot heeft. Zoo volgt dit bijv. voor het zijvlak $A_2A_3A_4$ uit de drie betrekkingen

$$A_3C_2 = C_1A_4, \quad A_4D_3 = D_1A_2, \quad A_2B_4 = B_1A_3.$$

Wijl er dus op l_1, l_2, l_3, l_4 reeds vier lijnen rusten, n.l. in elk zijvlak een, hebben de lijnen l_1, l_2, l_3, l_4 hyperboloïdische ligging.

6. We laten ons oorspronkelijk vraagstuk nog een oogenblik rusten, om eerst de reeks van kwadratische oppervlakken te onderzoeken, die in het laatst beschouwde bijzondere geval door de viertallen van overeenkomstige stralen worden opgeleverd. Al deze oppervlakken hebben acht punten met elkaar gemeen, de vier toppen O_1, O_2, O_3, O_4 der stralenbundels en de vier punten O_5, O_6, O_7, O_8 symmetrisch met deze ten opzichte van het gemeenschappelijk middelpunt O ; zij behooren dus tot het net N_p der kwadratische oppervlakken bepaald door zeven dier acht basispunten O_i , die weer de hoekpunten van een kubus vormen. Evenzoo zijn er acht gemeenschappelijke raakvlakken aan te wijzen, de vier vlakken $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$ der stralenbundels en de hiermee evenwijdige vlakken $\alpha_5, \alpha_6, \alpha_7, \alpha_8$ symmetrisch met deze ten opzichte van O ; dus maken de bedoelde kwadratische oppervlakken ook deel uit van het tangentiëele net N_t bepaald door zeven dier acht basisvlakken α_i , die gezamenlijk een regelmatig achthoek insluiten. Dus wordt onze oppervlakkenreeks gevormd door de aan N_p en N_t gemeenschappelijke oppervlakken en kan zij als de doorsnee dier netten worden beschouwd.

Het viervlak, waarvan de oorsprong O en de oneindig verre punten $X_\infty, Y_\infty, Z_\infty$ der coördinaatassen de hoekpunten zijn, is gemeenschappelijk poolviervlak van alle oppervlakken der beide netten N_p en N_t . In verband hiermee heeft N_p in plaats van een enkelvoudig oneindig aantal kegels zes paren van vlakken, door elk der ribben van het viervlak een paar, en bevat N_t in plaats van een enkelvoudig oneindig aantal tot kegelsneden afgeplatte oppervlakken zes paren van punten, op elk der ribben van het viervlak een paar. Men vindt dus de meest algemeene projectieve vervorming der reeks, die N_p en N_t gemeen hebben, door van een willekeurig viervlak, een willekeurig punt en een willekeurig vlak door dit punt uit te gaan en zich nu de oppervlakken voor te stellen, die het gegeven viervlak tot poolviervlak hebben, door het gegeven punt gaan en het gegeven vlak aanraken.

We bereiden de afleiding der drie kenmerkende getallen onzer

oppervlakkenreeks voor door de meetkundige plaats der raakpunten met een der acht basisvlakken bijv. α_1 te bepalen. Door het reeds aangegeven verband

$$A_3C_2 = C_1A_4 \quad , \quad A_4D_3 = D_1A_3 \quad , \quad A_2B_4 = B_1A_3$$

tusschen de twee lijnen l_1 en l'_1 (fig. 3), waarin α_1 gesneden wordt door het bij l_1 behoorende kwadratische oppervlak, nader te beschouwen vindt men onmiddellijk, dat B_4, C_2, D_3 op A_2A_3, A_3A_4, A_1A_4 bij draaiing van l_1 om O_1 projectieve puntreeksen doorloopen en l'_1 dus een in driehoek $A_2A_3A_4$ beschreven kegelsnee omhult; door voor elk der paren projectieve puntreeksen op elk der dragers het punt

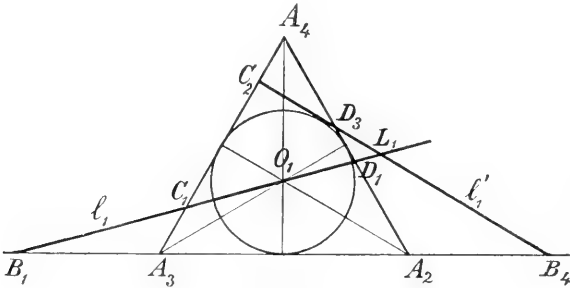


Fig. 3

te zoeken, dat met het tot de andere reeks gerekende snijpunt der dragers overeenkomt, blijkt dan verder, dat deze kegelsnee de zijden in de middens aanraakt en dus de ingeschreven cirkel c^2 is. Wijl het raakpunt nu het snijpunt L_1 van l_1 en l'_1 is, is de meetkundige plaats van dit punt tevens de meetkundige plaats van het snijpunt der overeenkomstige stralen van een stralenbundel (l_1) van den eersten graad en den door de raaklijnen l'_1 van c^2 gevormden stralenbundel (l'_1)² van den tweeden graad en dus een kromme k^3 van den derden graad met O_1 tot dubbelpunt en de raaklijnen uit O_1 aan c^2 , d.w.z. de isotrope lijnen door O_1 tot dubbelpuntsraaklijnen. Deze kromme, voorgesteld in fig. 4, raakt de zijden van driehoek $A_2A_3A_4$ in de middens aan en heeft de oneindig ver verwijderde punten der zijden tot buigpunten; de buigasymptoten loopen op afstanden van vier negende deelen der hoogte evenwijdig aan de zijden. In normale afstandseördinaten met betrekking tot driehoek $A_2A_3A_4$ is haar vergelijking

$$\Sigma x_3^2 (x_3 + x_4) - \Sigma x_2^2 = x_3 x_3 x_4 ,$$

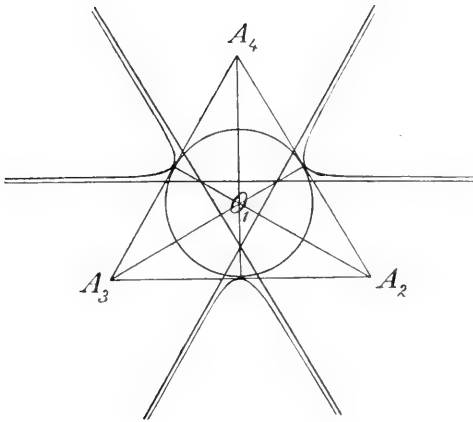


Fig. 4

terwijl haar PLÜCKER'sche getallen zijn

$$\begin{aligned} n &= 3 \quad , \quad d = 1 \quad , \quad k = 0 \quad , \\ m &= 4 \quad , \quad t = 0 \quad , \quad b = 3 \quad . \end{aligned}$$

Zooals bekend is, verstaat men onder de drie kenmerkende getallen eener enkelvoudig oneindige reeks van oppervlakken de getallen μ , ν , ρ , die achtereenvolgens aanwijzen hoeveel oppervlakken der reeks door een willekeurig gegeven punt gaan, een willekeurig gegeven lijn aanraken, een willekeurig gegeven vlak aanraken. Als volgt blijkt nu, dat deze getallen in ons geval 3, 6, 3 zijn.

Alle oppervlakken van het net \mathcal{N}_μ met de acht basispunten O_i , die bovendien door een willekeurig gekozen negende punt O , gaan, vormen een bundel met O tot gemeenschappelijk middelpunt en OX , OY , OZ tot gemeenschappelijke assen. Elk oppervlak van dien bundel, dat een der acht basisvlakken α_i aanraakt, raakt deze alle aan en behoort dus tot de reeks. Wijl een bundel kwadratische oppervlakken drie oppervlakken bevat, die een gegeven vlak aanraken, is $\mu = 3$.

Alle oppervlakken van het net \mathcal{N}_t met de acht basisvlakken α_i , die bovendien een willekeurig gekozen negende vlak α_9 aanraken, vormen een schaar met O tot gemeenschappelijk middelpunt en OX , OY , OZ tot gemeenschappelijke assen. Elk oppervlak dier schaar, dat door een der acht basispunten O_i gaat, bevat deze alle

en behoort dus tot de reeks. Dus is $q = 3$, wijl drie oppervlakken eener gegeven schaar door een gegeven punt gaan.

Het aantal oppervlakken der reeks, die een in het vlak $A_2A_3A_4$ willekeurig gegeven lijn aanraken is drie, omdat deze lijn de meetkundige plaats der raakpunten (fig. 4) in drie punten snijdt. Omdat de lijn in een gemeenschappelijk raakvlak aangenomen is, telt elk dier drie gevallen echter dubbel; dus is $r = 6$, zooals onmiddellijk stelkundig wordt bevestigd.

De bedoelde reeks van kwadratische oppervlakken is derhalve een reeks (3, 6, 3).

Men verkrijgt trouwens ook een reeks met acht gemeenschappelijke punten en acht gemeenschappelijke raakvlakken, die dezelfde kenmerkende getallen (3, 6, 3) bezit, als men van een gemeenschappelijk poolviervlak, een punt en een *niet* door dit punt gaand raakvlak uitgaat.

7. Met betrekking tot ons oorspronkelijk vraagstuk hebben we nu nog twee punten te bespreken. Vooreerst willen we aanwijzen, hoe het geval, waarbij O^8 in vier kwadratische regelvlakken uiteenvalt, zich gemakkelijk laat verwezenlijken; ten tweede moet worden aangetoond, dat alle viertallen van overeenkomstige stralen hyperboloidische ligging hebben, zoodra dit met vier dier viertallen het geval is.

Als het eigenlijke deel der meetkundige plaats O^8 een regelschaar O^2 is, zijn de transversalenparen der viertallen overeenkomstige stralen de in een kwadratische involutie gerangschikte paren beschrijvende lijnen van deze regelschaar. Wordt zulk een kwadratische involutie van stralenparen gesneden door een willekeurig gelegen vlak, dan ontstaat er een kwadratische involutie van puntenparen op een kegelsnee, die zooals men weet gekenmerkt is door de eigenschap, dat de verbindingslijnen der elkaar tot een paar aanvullende punten door een zelfde punt gaan. Ter verwezenlijking van het bovenbedoelde ontbindingsgeval der meetkundige plaats O^8 gaan we dus uit van een willekeurige regelschaar O^2 , waarvan we ons de beschrijvende lijnen op een bepaalde wijs involutorisch gepaard denken, en van vier willekeurige vlakken $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$. Worden dan de in die vlakken met de kwadratische punteninvolutie van doorsnee perspectivisch liggende stralenbundels als de projectief verwante stralenbundels van het vraagstuk aangenomen, zoo is het aangenomen oppervlak O^2 klaarblijkelijk het hoofdbestanddeel van het overeenkomstige oppervlak O^8 en moet dit dus ook werkelijk door drie andere regelvlakken O^2 tot een oppervlak van den achtsten graad worden aangevuld.

Ter bevestiging hiervan laten we op deze meetkundige beschouwing een analytische behandeling volgen.

We denken ons de eigenlijke meetkundige plaats (\mathcal{O}^2) door middel van de vergelijkingen

$$\left. \begin{aligned} p + \lambda q &= 0 \\ r + \lambda s &= 0 \end{aligned} \right\}$$

in haar beschrijvende lijnen ontbonden en nemen aan, dat de bij $\lambda = 0$ en bij $\lambda = \infty$ behoorende beschrijvende lijnen de dubbelstralen der kwadratische involutie op (\mathcal{O}^2) voorstellen en in deze involutie derhalve de stralen met dezelfde volstrekte waarde van λ bij elkaar behooren. Daarbij zijn p, q, r, s algemeene eerstestmachtsvormen in x, y, z , beantwoordende aan de formule

$$u = u_1x + u_2y + u_3z + u_4 \quad , \quad (u = p, q, r, s),$$

terwijl de drie coördinaatvlakken $x = 0, y = 0, z = 0$ en het vlak in het oneindige dienst zullen doen als de vlakken $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$ der te zoeken stralenbundels. De opsporing dezer stralenbundels wordt vereenvoudigd door de minoren van den determinant

$$\Delta = \begin{vmatrix} p_1 & p_2 & p_3 & p_4 \\ q_1 & q_2 & q_3 & q_4 \\ r_1 & r_2 & r_3 & r_4 \\ s_1 & s_2 & s_3 & s_4 \end{vmatrix}$$

naar de elementen p_i, q_i, r_i, s_i door P_i, Q_i, R_i, S_i voor te stellen.

Voeren we de verlangde berekening met betrekking tot het vlak $x = 0$ uit, dan is er aanleiding de vergelijkingen

$$\left. \begin{aligned} (p_2 + \lambda q_2) y + (p_3 + \lambda q_3) z + p_4 + \lambda q_4 &= 0 \\ (r_2 + \lambda s_2) y + (r_3 + \lambda s_3) z + r_4 + \lambda s_4 &= 0 \end{aligned} \right\},$$

die samen het bij λ behoorende punt der kegelsnee van doorsnee bepalen, kortheidshalve door

$$\left. \begin{aligned} (p + \lambda q)_1 &= 0 \\ (r + \lambda s)_1 &= 0 \end{aligned} \right\}$$

voor te stellen. Dan is

$$(p + \lambda q)_1 + \mu (r + \lambda s)_1 = 0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

een willekeurige lijn door het punt λ en

$$\left. \begin{array}{l} p_2 + \lambda q_2 + \mu(r_2 + \lambda s_2) , \quad p_3 + \lambda q_3 + \mu(r_3 + \lambda s_3) , \quad p_4 + \lambda q_4 + \mu(r_4 + \lambda s_4) \\ p_2 - \lambda q_2 \quad , \quad p_3 - \lambda q_3 \quad , \quad p_4 - \lambda q_4 \\ r_2 - \lambda s_2 \quad , \quad r_3 - \lambda s_3 \quad , \quad r_4 - \lambda s_4 \end{array} \right\} = 0$$

de voorwaarde, die uitdrukt, dat deze lijn (1) door het punt λ tevens het punt $-\lambda$ bevat en dus de met de parameterwaarde λ overeenkomende straal is van den gezochten stralenbundel. Als hiervoor korthedshalve

$$\left| \begin{array}{c} p_i + \lambda q_i + \mu(r_i + \lambda s_i) \\ p_i - \lambda q_i \\ r_i - \lambda s_i \end{array} \right| = 0$$

geschreven wordt, geeft rechtstreeksche uitwerking

$$\left| \begin{array}{c} p_i + \lambda q_i \\ p_i - \lambda q_i \\ r_i - \lambda s_i \end{array} \right| - \mu \left| \begin{array}{c} r_i + \lambda s_i \\ r_i - \lambda s_i \\ p_i - \lambda q_i \end{array} \right| = 0,$$

of

$$\left| \begin{array}{c} p_i \\ q_i \\ r_i - \lambda s_i \end{array} \right| - \mu \left| \begin{array}{c} r_i \\ s_i \\ p_i - \lambda q_i \end{array} \right| = 0,$$

of

$$\left| \begin{array}{c} p_i \\ q_i \\ r_i \end{array} \right| - \lambda \left| \begin{array}{c} p_i \\ q_i \\ s_i \end{array} \right| - \mu \left| \begin{array}{c} r_i \\ s_i \\ p_i \end{array} \right| + \lambda \mu \left| \begin{array}{c} r_i \\ s_i \\ q_i \end{array} \right| = 0,$$

d. i.

$$\mu = \frac{S_1 + \lambda R_1}{Q_1 + \lambda P_1};$$

dus is de vergelijking van den bedoelden straal

$$(Q_1 + \lambda P_1)(p + \lambda q)_1 + (S_1 + \lambda R_1)(r + \lambda s)_1 = 0,$$

wat zieh, wijl de coëfficiënt van de eerste macht van λ identisch verdwijnt, tot

$$(Q_1 p + S_1 r)_1 + \lambda^2 (P_1 q + R_1 s)_1 = 0$$

herleidt. Verstaat men nu voor $u = p, q, r, s$ onder u_x, u_y, u_z, u_0 achtereenvolgens de vormen, waarin $u_1 x + u_2 y + u_3 z + u_4$ overgaat door den term met x , den term met y , den term met z of den bekenden term te onderdrukken, en wordt λ^2 door k vervangen, dan zijn de vier projectief verwante bundels in hun vlakken voorgesteld door de vergelijkingen:

$$\begin{array}{l}
 I \dots Q_1 p_x + S_1 r_x + k(P_1 q_x + R_1 s_x) = 0 \\
 II \dots Q_2 p_y + S_2 r_y + k(P_2 q_y + R_2 s_y) = 0 \\
 III \dots Q_3 p_z + S_3 r_z + k(P_3 q_z + R_3 s_z) = 0 \\
 IV \dots Q_4 p_0 + S_4 r_0 + k(P_4 q_0 + R_4 s_0) = 0
 \end{array} \left\{ \dots (2) \right.$$

Voor welke waarden van k hebben deze vier stralen hyperboloidische ligging? Hiertoe is noodig en voldoende, dat de oneindig verwijderde punten van I, II, III op een rechte liggen. Dus vindt men voor k de derdemachtsvergelijking

$$\begin{vmatrix}
 0 & , & (Q_1 p_3 + S_1 r_3 + k(P_1 q_3 + R_1 s_3)) & , & -[Q_1 p_2 + S_1 r_2 + k(P_1 q_2 + R_1 s_2)] \\
 -[Q_2 p_3 + S_2 r_3 + k(P_2 q_3 + R_2 s_3)] & , & 0 & , & (Q_2 p_1 + S_2 r_1 + k(P_2 q_1 + R_2 s_1)) \\
 (Q_3 p_2 + S_3 r_2 + k(P_3 q_2 + R_3 s_2)) & , & -[Q_3 p_1 + S_3 r_1 + k(P_3 q_1 + R_3 s_1)] & , & 0
 \end{vmatrix} = 0$$

Werkelijk hebben er zich hier dus drie regelscharen van het oppervlak O^s afgesplitst.

8. Eindelijk hebben we nu nog aan te toonen, dat alle viertallen overeenkomstige stralen hyperboloidisch liggen, als vier viertallen dit doen. Dit bewijs knoopt we vast aan het meest algemeene geval van vier willekeurige vlakken $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$ en vier willekeurige punten O_1, O_2, O_3, O_4 in deze. Is $A_1 A_3 A_4$ dan het nu niet meer gelijkzijdige zijvlak, dan teekenen de projectieve stralenbundels $(l_2), (l_3), (l_4)$ op de zijden $A_3 A_4, A_2 A_4, A_2 A_3$ de projectieve puntreeksen $(C_2), (D_2), (B_4)$ af, die voor $k = 4$ vier drietallen van punten op een zelfde rechte bezitten. In dat geval hebben de kegelsneden, die door de verbindingslijnen $C_2 D_3$ en $D_3 B_4$ worden omhuld, vijf gemeenschappelijke raaklijnen, n.l. $A_2 A_4$ en de vier lijnen, die overeenkomstige puntendrietallen dragen: dan vallen die kegelsneden samen en voert dus de onderstelling van vier zulke drietallen tot het geval, dat er oneindig veel zulke drietallen zijn. Maar dan ligt er in elk der vier vlakken $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$ een gemeenschappelijke transversaal van elk overeenkomstig vieral, enz.

We eindigen nu met aan te toonen, dat men ter bepaling van vier projectief verwante stralenbundels met louter hyperboloidische viertallen de vier vlakken $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$ en de vier toppen O_1, O_2, O_3, O_4 in deze willekeurig aannemen kan door te laten zien, dat aan een willekeurig in α_1 door O_1 getrokken straal l_1 slechts een enkel drietal van stralen l_2, l_3, l_4 der overige bundels beantwoordt, die met l_1 vier elkaar kruisende lijnen met hyperboloidische ligging vormen.

Stellen μ, ν, ρ achtereenvolgens de voorwaarden voor, dat een kwadratisch oppervlak een punt bevat, een lijn aanraakt, een vlak aanraakt, dan geeft

$$\frac{1}{4} V_6 \{2v^2 - 3v^2 (\mu + \varrho) + v(3\mu^2 + 2\mu\varrho + 3\varrho^2) - 2(\mu^3 + \varrho^3)\}$$

volgens HURWITZ het aantal oppervlakken door een willekeurige lijn aan, die aan de zesvoudige voorwaarde V_6 voldoen (*Math. Ann.*, deel 10, blz. 354). Dus is het aantal kwadratische oppervlakken door l_1 , die de punten O_2, O_3, O_4 bevatten en de vlakken $\alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$ aanraken, voorgesteld door

$$\frac{1}{4} \mu^3 \varrho^3 \{2v^2 - 3v^2 (\mu + \varrho) + v(3\mu^2 + 2\mu\varrho + 3\varrho^2) - 2(\mu^3 + \varrho^3)\},$$

wat zich in verband met de wet der dualiteit herleidt tot

$$\frac{1}{2} \mu^3 \varrho^3 \{v^2 - 3\mu v^2 + 3\mu^2 v + \mu v \varrho - 2\mu^3\}.$$

Uit de bekende resultaten (H. SCHUBERT, „Kalkül der abzählenden Geometrie,“ Leipzig, Teubner, 1879)

$$\mu^3 v^3 \varrho^2 = 104, \mu^4 v^2 \varrho^3 = 68, \mu^4 v \varrho^4 = 42, \mu^5 v \varrho^3 = 34, \mu^6 \varrho^3 = 17$$

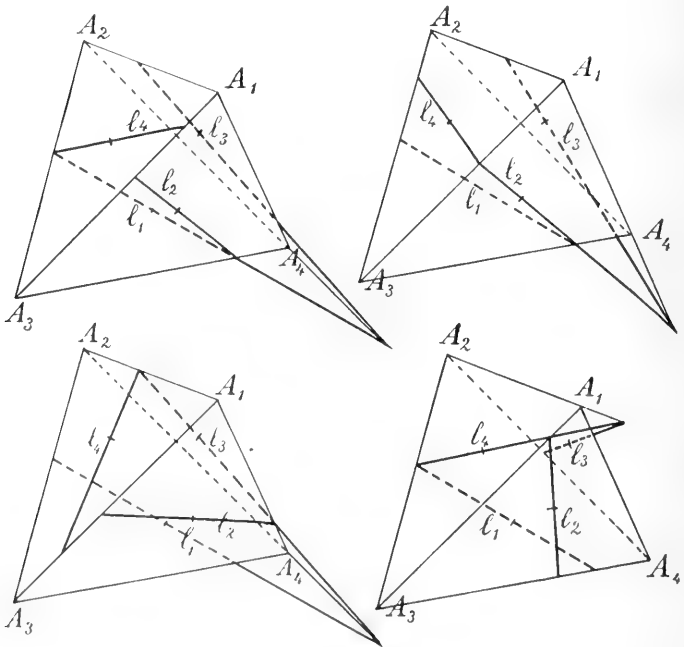


Fig. 5

vindt men, dat er vijf kwadratische oppervlakken zijn, die aan de gestelde voorwaarden voldaan.

Nu is echter gemakkelijk in te zien, dat slechts een dier vijf oplossingen vier elkaar kruisende lijnen l_1, l_2, l_3, l_4 met hyperboloïdische ligging oplevert. We vinden namelijk vier voor ons doel onbruikbare oplossingen (fig. 5), als we l_2, l_3, l_4 zoo bepalen, dat ze alle drie de gegeven lijn l_1 snijden, of als we na een dezer drie lijnen zoo aangenomen te hebben de beide anderen zoo kiezen, dat ze beide deze nieuwe lijn snijden. Dus is er slechts een oplossing, waarbij de vier lijnen l_1, l_2, l_3, l_4 elkaar kruisen.

Uit bovenstaande beschouwing, die gemakkelijk analytisch bevestigd wordt, volgt nu, dat de onderstelling van vier willekeurig gegeven vlakken α_i en vier willekeurig gegeven toppen O_i het geval van vier projectieve stralenbundels met louter hyperboloïdische viertallen dermate beheerscht, dat het projectieve verband door de voorwaarde der hyperboloïdische ligging wordt vastgesteld. Wat nu weer insluit, dat het geval van drie viertallen met hyperboloïdische ligging, boven uitvoerig behandeld, niet intreden kan, als de vlakken α_i en de punten O_i willekeurig gekozen zijn. Want deze drie viertallen moeten ook optreden als men wil, dat alle viertallen hyperboloïdische ligging zullen hebben en zij bepalen de projectieve verwantschap ondubbelzinnig, d. w. z. drie hyperboloïdische viertallen voeren hier tot louter hyperboloïdische viertallen.

Om niet te uitvoerig te worden laten we het onderzoek van de minder merkwaardige reeks van kwadratische oppervlakken, die aan dit algemeenste geval van vier stralenbundels met louter hyperboloïdische viertallen beantwoordt, achterwege.

Anatomie. — De Heer BOLK doet eene mededeeling over: „*De betrekking tusschen de tandformulen der platyrrhine en katarrhine Primaten.*”

Onder de anatomische kenmerken, waardoor de Primaten der Nieuwe Wereld — de platyrrhine apen — zich van die der Oude Wereld — de katarrhine apen en den mensch — onderscheiden, neemt de samenstelling van het gebit een eerste plaats in. De eerstgenoemden toeh zijn gekenmerkt, doordat zij zoowel in boven- als onderkaak een melkmolaar met den, dezen vervangenden premolaar meer bezitten dan de laatstgenoemden. In vereenvoudigde schrijfwijze is dus het gebit der katarrhine Primaten door de volgende formule weer te geven:

$$\begin{array}{r}
 2 I. 1 C. 2 P. \\
 2 i. 1 c. 2 m. 3 M. \\
 \hline
 2 i. 1 c. 2 m. 3 M. \\
 2 I. 1 C. 2 P.
 \end{array}$$

waarbij de tanden van het permanente gebit met hoofdletter zijn geschreven.

Voor de meerderheid der platyrrhine Primaten geldt de volgende formule:

$$\begin{array}{r}
 2 I. 1 C. 3 P. \\
 2 i. 1 c. 3 m. 3 M. \\
 \hline
 2 i. 1 c. 3 m. 3 M. \\
 2 I. 1 C. 3 P.
 \end{array}$$

Deze laatste formule is alleen toepasselijk voor de familie der Cebidae, terwijl de Hapalidae van deze verschillen doordat zij een kies minder tellen, waardoor de formule voor hun gebit de volgende wordt:

$$\begin{array}{r}
 2 I. 1 C. 3 P. \\
 2 i. 1 c. 3 m. 2 M. \\
 \hline
 2 i. 1 c. 3 m. 2 M. \\
 2 I. 1 C. 3 P.
 \end{array}$$

Het verschil echter in het gebit tusschen Cebidae en Hapalidae is voorloopig voor ons van minder belang, de beteekenis daarvan zal eerst later worden aangetoond. In de eerste plaats zij de aandacht gevestigd op het principieele verschil tusschen alle platyrrhine Primaten eenerzijds en alle katarrhine anderzijds, n.l. het voorkomen van slechts *twee* melkmolaren en premolaren bij deze, van drie melkmolaren en premolaren bij gene.

Het is wel niet twijfelachtig, dat het gebit der katarrhine apen en van den mensch afgeleid moet worden van een dat samengesteld was als het gebit der thans levende Platyrrhinen met drie molaren, in vergelijking met het gebit van deze kan men dus het gebit der katarrhine Primaten als gereduceerd beschouwen, het totaal aantal tanden is bij de eersten grooter dan bij de laatsten. Op welke wijze is nu deze reductie van het gebit tot stand gekomen, is een vraag, die reeds meermalen gesteld en verschillend beantwoord is. Een voor de hand liggende opvatting is zeker wel deze, dat een melkmolaar met zijn vervangtand, de premolaar, is verloren gegaan. Maar de hoeveelste in de rij is dan verdwenen? Deze vraag wordt verschillend beantwoord. Terwijl de anthropologen in 't algemeen meer de meening zijn toegedaan, dat de laatste melk-

molaar en premolaar zouden zijn uitgeschakeld, huldigen zoologen, palaeontologen en anatomen de opvatting, dat het de eerste zouden zijn geweest, dus die welke onmiddellijk op den hoektand volgen. Beide zienswijzen hebben dus gemeen, dat zij een melkmolaar met zijn vervangtand uit de continuïteit van de tandrij uitschakelen. Op grond hiervan kan men beide theoriën als de excalatiethooriën onderscheiden. Ik kan mij met geen dezer beide opvattingen vereenigen, naar 't mij toeschijnt is de reductie op andere wijze tot stand gekomen, doch dit kan eerst nader toegelicht worden, wanneer ik zal hebben nagegaan wat vóór en wat tegen elk der genoemde theorieën pleit.

De anthropologen zoeken hun bewijsmateriaal, of juister misschien de argumenteering voor hun stelling in bij den mensch voorkomende variaties in het gebit. In den laatsten tijd heeft o. a. weer DUCKWORTH de aandacht gevestigd op het feit, dat zoo dikwijls tusschen den laatsten voorkies en den eersten kies voornamelijk in de bovenkaak rudimenten van een tand verschijnen, meer of minder ontwikkeld, en wat vooral van beteekenis is, zeer dikwijls aan beide zijden gelijktijdig optredend. Deze rudimenten zijn kegelvormige tandspitsen, nu eens enkelvoudig óf aan den buccalen óf aan den lingualen rand van den processus alveolaris te voorschijn komend, dan weer dubbel aan elk der beide randen gelijktijdig. En DUCKWORTH aarzelt niet deze rudimenten als de weer zichtbaar geworden sporen van den uitgeschakelden 3^{en} premolaar te beschouwen: "on the whole we think that it is most reasonable to adopt the view that they are aborted third premolars, which constitute a human type of dentition similar to that of the New World Apes"¹⁾. Uit het onderzoek van DUCKWORTH verdient nog het volgende vermelding. Vooreerst dat het voorkomen van deze rudimenten van een 3^{en} premolaar bij de verschillende rassen zoo uitermate verschillend is: bij 300 oud Egyptische schedels vond hij geen enkel geval, daarentegen bij een dertigtal schedels van Australiërs vond hij deze rudimenten 7 maal. Het gebit van de inboorlingen van Nieuw-Brittannië vertoont deze anomalie uitermate dikwijls. Ten opzichte van het gebit der Anthropoïden vermeldt DUCKWORTH, dat bij 7 Gorillaschedels onder 13 die hij onderzocht de bewuste rudimenten aanwezig waren, terwijl hij ze daarentegen noch bij Hylobates noch bij Orang of Chimpanse een enkele maal vond.

De argumenteering van hen, die meenen dat de eerste op den hoektand volgende melkmolaar en premolaar zou zijn uitgevallen bij

¹⁾ W. H. L. DUCKWORTH. Studies in Anthropology. Cambridge 1904. p. 22.

den overgang van den platyrrhinen tot den katarrhinen vorm is van geheel anderen aard. Het is een algemeen als juist erkend feit, dat oorspronkelijk het aantal premolaren bij de primitieve Primaten niet drie doch vier bedroeg, zoodat ook reeds de platyrrhinen met hun drietal premolaren en melkmolaren een gereduceerd gebit bezitten, en inderdaad vindt men in de reeds tamelijke vormenrijke groep der primitieve Primaten, die OSBORN onder de algemeene benaming + Mesodonta samenvat, vormen waarbij zoowel in onder- als bovenkaak nog vier premolaren voorkomen (+ Hyopsodus). Volgens de onderzoekingen van LECHE is nu het aantal van vier premolaren tot drie verminderd, doordat de onmiddellijk achter den hoektand volgende premolaar — dus de eerste of voorste in de rij — is verloren gegaan. Als het meest overtuigend voor deze zienswijze van LECHE kan het gebit van + Microchoerus gelden waar in de bovenkaak slechts drie premolaren voorkomen, en in de onderkaak nog wel vier, maar van deze is de eerste in de rij tot een functie-loos rudiment gereduceerd. Waar het nu vrij wel bewezen is, dat de reductie van vier tot drie premolaren bij de primitieve Primaten tot stand kwam door het verdwijnen van den onmiddellijk achter den hoektand volgenden premolaar, waar wij voorts weten, dat ook bij andere diergroepen op deze plaats reductie van tanden kan plaats grijpen, daar is het alleszins begrijpelijk, dat men nu de verdere reductie van drie tot twee premolaren op dezelfde plaats localiseert.

Het verschil tusschen de beide toegelichte meeningen is gemakke-lijk kenbaar te maken, door de complete tandformule der primitieve Primaten en die der thans levenden op rationeele wijze te schrijven.

Voor de primitieve Primaten krijgt men dan de volgende formule waarin met het vermoedelijk oorspronkelijke aantal Incisivi geen rekening gehouden is:

$$\begin{array}{l}
 I. 1. 2. C. 1. P. 1. 2. 3. 4. \\
 i. 1. 2. c. 1. m. 1. 2. 3. 4. M. 1. 2. 3. \\
 \hline
 i. 1. 2. c. 1. m. 1. 2. 3. 4. M. 1. 2. 3. \\
 I. 1. 2. C. 1. P. 1. 2. 3. 4.
 \end{array}$$

Voor de Platyrrhines (Cebidae) wordt dan de formule:

$$\begin{array}{l}
 I. 1. 2. C. 1. P. 0. 2. 3. 4. \\
 i. 1. 2. C. 1. m. 0. 2. 3. 4. M. 1. 2. 3. \\
 \hline
 i. 1. 2. c. 1. m. 0. 2. 3. 4. M. 1. 2. 3. \\
 I. 1. 2. C. 1. P. 0. 2. 3. 4.
 \end{array}$$

Volgens de meening van anthropologen wordt deze formule dan voor de katarrhine Primaten:

I. 1. 2. *C.* 1. *P.* 0. 2. 3. 0.
i. 1. 2. *c.* 1. *m.* 0. 2. 3. 0. *M.* 1. 2. 3.

i. 1. 2. *c.* 1. *m.* 0. 2. 3. 0. *M.* 1. 2. 3.
I. 1. 2. *C.* 1. *P.* 0. 2. 3. 0.

de melkmolaren en premolaren van den mensch zouden dus de oorspronkelijk 2^e en 3^e zijn.

Volgens de in de tweede plaats genoemde theorie wordt de formule:

I. 1. 2. *C.* 1. *P.* 0. 0. 3. 4.
i. 1. 2. *c.* 1. *m.* 0. 0. 3. 4. *M.* 1. 2. 3.

i. 1. 2. *c.* 1. *m.* 0. 0. 3. 4. *M.* 1. 2. 3.
I. 1. 2. *C.* 1. *P.* 0. 0. 3. 4.

zoodat bij den mensch nog zouden bestaan de oorspronkelijke 3^e en 4^e melkmolaar en premolaar.

De laatstgenoemde zienswijze leek ook mij aanvankelijk het aannemelijkst. Er pleit toch zeker voor, dat in een phylogenetisch ouder stadium bereids de eerste melkmolaar en zijn vervangtand was verloren gegaan, en wanneer men nu deze door den tweeden laat volgen dan localiseert men het reductieproces en brengt er meer continuïteit in. Bovendien tegen de meening der anthropologen, dat de vierde melkmolaar en premolaar bij den mensch zouden zijn verloren gegaan is nog het volgende in 't midden te brengen. Met recht kan men veronderstellen dat alleen die tanden zullen kunnen reduceeren, die bij het mechanisme van het gebit de geringste functie vervullen. En dit geldt nu toch niét voor den achtersten melkmolaar en premolaar. Integendeel. Bij de Platyrrhinen ziet men, dat juist die achterste melkmolaar niet alleen niet in ontwikkeling achterblijft bij de overigen, doch zelfs het krachtigst van de drie functioneerende ontwikkeld is. Bij die vormen dus, waar men met eenig recht althans eenige aanwijzing omtrent eene reductie van dezen tand zou kunnen veronderstellen, vindt men integendeel een progressieve ontwikkeling. Men kan geen enkelen grond aanvoeren, waarom hier midden in de tandrij plotseling een tand zou verloren gaan, en er een discontinuïteit van het gebit zou ontstaan, waardoor de functie aanmerkelijk lijden zou, men kan geen enkele aanwijzing vinden, noch in de ontogenese, noch aan het volwassen gebit, in den vorm van een diasteem, dat hier werkelijk een tand verloren ging, en zoo komt mij dan ook de eerstgegeven verklaringswijze: dat de laatste melkmolaar met zijn vervangtand zou zijn verloren gegaan niet waarschijnlijk voor.

Doch ook de theorie, dat bij den overgang van het platyrrhine tot het katarrhine type de onmiddellijk achter den hoektand volgende melkmolaar met den bijbehorenden premolaar zou zijn uitgeschakeld

kan mij niet bevredigen. De hierboven gegeven argumenteering daarvan is toch altijd slechts eene per analogiam, zonder dat eenig morphologisch bewijs voor zulk een reductie kan worden aangevoerd. Vergelijkt men de gebitten der Platyrrhinen in het bijzonder met betrekking tot den ontwikkelingsgraad van den eersten premolaar dan vindt men niets wat op eene reductie van dezen tand althans bij de thans levende vormen wijst, integendeel, dikwijls is de eerste premolaar zelfs krachtiger dan de tweede (*Cebus*, *Chrysothrix*, *Mycetes*, *Hapale*). Voorts kan men bij de Ontogenese van het gebit van den mensch geen enkel verschijnsel waarnemen, dat er op wijst dat achter den hoektand een tand zou zijn verloren gegaan, de tandknoppen volgen elkander in de volgorde van hun ontstaan en in hun plaatsing zeer regelmatig op. Bovendien, was het juist, dat onmiddellijk achter den hoektand een melkmolaar en een premolaar verloren ging, dan blijft toch altijd nog het merkwaardige feit onverklaard, dat zoo dikwijls tussehen den eersten molaar en den laatsten premolaar een rudimentaire tand te voorschijn komt.

Ik kan mij dus met geen der beide tot nu toe geldende zienswijzen omtrent de differentiatie van het Primatengebit vereenigen, doch ben van meening, dat deze op een geheel andere wijze is tot stand gekomen. Kortelijks omschreven is mijne zienswijze daaromtrent de volgende: het gebit der katarrhine Primaten is ontstaan uit dat der platyrrhinen doordat de laatste of derde molaar van deze is verdwenen, eveneens de laatste of derde premolaar, terwijl de derde melkmolaar zijn karakter van tijdelijken tand heeft verloren en geworden is tot blijvendend tand.

Deze zienswijze wordt door de beide volgende formules toegelicht. Wanneer men afziet van het oorspronkelijk aantal van vier melkmolaren en premolaren, en de elementen van het platyrrhine gebit naar hun thans voorkomend aantal nummert, dan kan dit gebit volgens de volgende formule worden geschreven :

$$\begin{array}{l}
 I_1, I_2, C, P_1, P_2, P_3. \\
 i_1, i_2, c, m_1, m_2, m_3, M_1, M_2, M_3. \\
 i_1, i_2, c, m_1, m_2, m_3, M_1, M_2, M_3. \\
 I_1, I_2, C, P_1, P_2, P_3.
 \end{array}$$

Het katarrhine gebit is nu hieruit ontstaan, doordat P_3 en M_3 in boven- en onderkaak wegvallen, terwijl m_3 in beide kaken wordt tot M_1 , waardoor nu van zelve de M_1 der Platyrrhinen wordt tot M_2 der katarrhinen, de M_2 der eerstgenoemde tot M_3 bij de laatstgenoemde. Was hij blijven bestaan dan zou dus de M_3 der Platyrrhinen geworden zijn tot M_4 bij de Katarrhinen. Een en ander is

in de volgende formule weergegeven, waarin de gereduceerde tanden tusschen haakjes zijn geplaatst.

$$\begin{array}{c} I_1, I_2, C, P_1, P_2, [P_3]. \\ \underline{i_1, i_2, c, m_1, m_2, M_1, M_2, M_3, [M_4].} \\ i_1, i_2, c, m_1, m_2, M_1, M_2, M_3, [M_4]. \\ I_1, I_2, C, P_1, P_2, [P_3]. \end{array}$$

De differentiatie van het primatengebitt is dus m. i. gecompliceerder dan volgens de beide voorgenomde exalatiethooriën het geval zou zijn geweest. Men kan in dit ontwikkelingsproces twee verschijnselen onderscheiden n.l. progressieve ontwikkeling van een der elementen: m_2 n.l. verliest zijn karakter van tijdelijk element en wordt persistent, en het tweede verschijnsel is de reductie van twee andere elementen. Deze beide elementen staan aan het achtereindè van elk der beide tandseriën, P_3 aan het eind van de serie der vervangtanden, M_3 aan het eind van de serie der tanden van de eerste generatie. In tegenstelling tot de beide genoemde exalatie-hypothesen zou ik dus de door mij verdedigde kunnen onderscheiden als de hypothese der terminale reductie. Ik zal trachten de juistheid dezer zienswijze aan te toonen.

Wanneer ik m_2 der Platyrrhinen laat worden tot blijvend tand, dus tot M_1 der katarrhinen, dan wordt hiermede geen nieuw beginsel in de odontologie ingevoerd. Het is ons toch van andere diergroepen bekend, dat melktanden tot blijvende tanden kunnen worden. Ik herinner daartoe aan de Marsupialiers, waar, behoudens eenige uitzonderingen, het geheele melkgebit op een enkelen tand na tot blijvend gebitt is geworden. Voorts aan Erinaceus, waar volgens LECHÉ's onderzoekingen het zoogenaamde persisterende gebitt ten deele bestaat uit melktanden, ten deele uit vervangtanden. Mijn opvatting is dus niet anders dan een nieuw voorbeeld van de ook elders geconstateerde tendenz van een diphodont gebitt om in het monophodonte over te gaan. Tegen het beginsel als zoodanig kan dus geen bezwaar bestaan.

Als eerste argument voor de juistheid mijner zienswijze voer ik aan de morphologie der melkmolaren bij de platyrrhinen. Ik was in de gelegenheid om deze te bestudeeren bij Hapale, Chrysothrix, Cebus, Mycetes en Ateles. Zonder in details af te dalen, zij hier slechts vermeld, dat m_2 der Platyrrhinen èn in de samenstelling van zijn kroon èn in het aantal zijner wortels zeer veel verschilt van m_1 of m_2 en zeer veel overeenkomt met M_1 dezer apen.

Van veel gewicht daarbij is, dat m_2 functioneel een hooger ontwikkelde tand is dan zijn vervangtand P_3 , dat wil dus zeggen, dat op het oogenblik dat m_2 door P_3 wordt vervangen, het gebitt tot

zekeren graad functioneel minderwaardig wordt. Wanneer dus m_3 persistent wordt, dan beteekent dit een winst voor het mechanisme van het gebit. Dit geldt niet voor m_1 en m_2 de plaatsvervangers van deze, P_1 en P_2 zijn functioneel hooger ontwikkeld.

Een tweede motief is ontleend aan de ontwikkeling van het gebit der katarrhine Primaten, in 't bijzonder dat van den mensch. Volgens mijne opvatting is dus onze eerste kies in een betrekkelijk jong stadium van melkkies tot blijvende kies geworden, bij de Platyrrhinen behoort hij nog tot de melktanden. Ligt hierin misschien niet de verklaring van het feit, dat onze kies nog doorbreekt in aansluiting aan de tanden van het melkgebit en nog voordat de eerste wisseltand verschijnt, terwijl eerst na een periode van eenige jaren de tweede kies optreedt. Door dit vroege verschijnen van onzen eersten kies functioneert deze inderdaad nog eenigen tijd tegelijk met het volledige melkgebit en in deze periode bezit dus volgens mijne opvatting het gebit van den mensch inderdaad nog een samenstelling zooals in den eersten leeftijd van de Platyrrhinen. Nog scherper echter dan door den tijd van het doorbreken komt deze verwantschap uit wanneer men den eersten aanleg gedurende de ontogenese nader beschouwt. Ik ontleen aan het bekende onderzoek van Röse ¹⁾ daaromtrent het volgende. Tusschen de 9^e en 12^e week der foetale ontwikkeling stulpen zich de papillen van de melktanden in de tandlijst in, deze groeit nu onafgebroken door naar achter, en in de 17^e week der ontwikkeling reeds stulpt zich de papil van den eersten kies in. Er is dus bij den mensch niet de minste histogenetische discontinuïteit tusschen den aanleg der melktanden en van den eersten kies. Eerst na verloop van een jaar, dat is dus vier maanden na de geboorte gaat de tandlijst nu verder naar achter groeien en eerst in de zesde maand na de geboorte stulpt zich de papil voor den 2^{en} kies in. Terwijl dus M_1 bij den mensch onmiddellijk na m_2 wordt aangelegd treedt na dezen aanleg een pauze in van ongeveer een jaar. Zoowel aan de morphologie als aan de ontogenie kan men dus argumenten ontleenen voor de stelling, dat m_3 der Platyrrhinen homoloog is met M_1 der Katarrhinen.

Mijn hypothese echter omvat nog een ander element, n. l. de reductie van P_3 en M_3 der Platyrrhinen.

Beschouwen wij eerst de reductie van M_3 . Uit mijne hiervoor in formule gegeven afleiding van het katarrhine gebit, volgt, dat ik in strijd kom met de vrij wel algemeen gehuldigde meening, dat de drie molaren der Katarrhinen homoloog zouden zijn met de drie

¹⁾ G. Röse, Ueber die Entwicklung der Zähne des Menschen. Arch. f. mikrosk. Anat. Bd., XXXVIII.

molaren der Platyrrhinen. Mijns inziens toch is M_1 der Platyrrhinen homoloog met M_2 der Katarrhinen, M_2 van gene met M_3 van deze en ontbreekt normaliter in het gebit der Katarrhinen het homologon van M_3 der Platyrrhinen. Zou deze tand ook bij de laatstgenoemde Primatengroep voorkomen, dan zou hij bij deze worden tot een M_4 . Het is nu een feit van algemeene bekendheid, dat een min of meer ontwikkelde vierde kies bij den mensch en onder de Anthropoïden vooral bij den Orang en Gorilla lang niet zeldzaam is. Bovendien heeft ZUCKERKANDL¹⁾ aangetoond, dat het epitheliale rudiment van een vierden kies bij den mensch bij de meerderheid der individuen wordt aangelegd. Deze aanleg en het eventueel tot ontwikkeling komen van een vierden kies, waren tot nu toe eenigszins moeilijk te interpreteren verschijnselen.

Wel was men geneigd om dien vierden kies bij den mensch als een atavistisch verschijnsel op te vatten en leidde men het gebit van den mensch af van een hypothetischen stamvorm, bij welchen het gebit vier molaren bezat. Echter hier doet zich de moeilijkheid voor, dat men onder de toch reeds talrijke bekende primitieve Primaten nog nimmer een vorm heeft aangetroffen met vier kiezen. ZUCKERKANDL releveert ook deze moeilijkheid, waar hij er op wijst dat vier molaren alleen voorkomen zouden bij de stamvormen der Carnivoren. Ook SELENKA²⁾ die aan zijn rijk materiaal vond, dat bij Orang in 20 procent van de gevallen een vierde kies voorkomt, voelt het genoemde bezwaar en interpreteert dan ook de variatie op een andere wijze. Het zou niet zijn een atavisme maar een progressief verschijnsel in dien zin, dat het gebit van Orang op weg is een vierden kies tot ontwikkeling te brengen. Het komt mij voor, dat deze verklaring van SELENKA niet juist is. Was ons deze variatie alleen bij Orang bekend, dan zouden geene direkte bezwaren tegen deze hypothese aan te voeren zijn. Doch zulk een 4^e molaar komt, zooals zooveen gezegd in aanleg ook zeer dikwijls bij den mensch voor. En nu is het toch niet twijfelachtig, dat het achtereinde van het menscheijk gebit juist in een toestand van regressie verkeert, de 3^e kies is steeds min of meer gereduceerd, ja breekt, volgens de onderzoekingen van DE TERRA³⁾ en anderen bij minstens 12 procent der recente Europeanen niet eens meer door. Waar het nu vaststaat, dat ons gebit aan zijn achtereinde reduceert, kan men

¹⁾ E. ZUCKERKANDL, Vierter Mahlzahn beim Menschen. Sitzungsber. der k. Akad. d. Wiss. Wien Bnd. G.

²⁾ E. SELENKA. Menschenaffen. Rassen, Schädel und Bezahlung des Orang Utan. Wiesbaden 1898.

³⁾ M. DE TERRA. Beiträge zu einer Odontographie der Menschenrassen. Zürich 1905.

toch moeilijk den aanleg of het doorbreken van een vierden kies als een progressief verschijnsel interpreteren.

De door mij gestelde hypothese brengt een eenvoudige oplossing der moeilijkheid. De vierde kies van den mensch en der Anthropoïden is inderdaad een atavisme, maar grijpt niet terug tot op een ons onbekenden ver afliggenden stamvorm, doch gaat niet verder dan tot in 't jongste verleden van de ontwikkelingsgeschiedenis van ons gebit het is het homologon van M_3 der Platyrrhinen. En zoo beschouwd, kan ons dan ook het betrekkelijk veelvuldig voorkomen ervan niet meer verwonderen.

Er zijn echter meer direkte bewijzen aan te voeren voor de conclusie dat M_3 der Platyrrhinen gereduceerd zou zijn. Onderzoekt men toch het gebit bij verschillende vertegenwoordigers dezer groep, dan is het onmiskenbaar dat M_3 in ontwikkeling reeds ver bij M_2 en M_1 achter blijft.

Niet alle Platyrrhinen verhouden zich in dit opzicht gelijk, bij sommige geslachten is het gebit schijnbaar zeer constant, bij andere meer variabel. Een bijzonder gefixeerd gebit schijnt *Chrysothrix* te bezitten, althans ik kon bij de 130 schedeltjes van *Chrysothrix sciurea* die ik bezit, geen enkele afwijking aantreffen, evenmin bij 60 schedels van *Cebus fatuellus*, hoewel bij dit geslacht de M_3 reeds zeer is gereduceerd. *Ateles* daarentegen schijnt een gebit te bezitten rijker aan variaties, en BATESON¹⁾ vermeldt drie gevallen, waarin de bij dit geslacht toch reeds gereduceerde M_3 geheel ontbrak. De genoemde schrijver wijst er dan ook op, dat in deze gevallen *Ateles* een gebit-formule bezat, die voor de tweede familie der Platyrrhinen — de Hapalidae — typisch is. En in aansluiting hieraan kan ik nu het gebit der Hapalidae in 't licht mijner hypothese beschouwen. Deze hypothese stelt, dat M_3 der Platyrrhinen bij den overgang tot het katarrhine type verloren ging, dat m_3 wordt tot M_1 en P_3 niet meer doorbreekt. Waar men nu bij de Cebidae niet zelden een reductie van M_3 vindt, nu en dan zelfs als individueele variatie een geheel ontbreken, daar is M_3 bij de Hapalidae reeds constant afwezig. Bij deze Platyrrhinen is dus reeds één phase van het omvormings-proces doorloopen, de tweede phase de progressie van m_3 tot M_1 nog niet. Mijns inziens staat dus het gebit der Hapalidae niet zijdelings als een afwijkende vorm naast dat der overige Platyrrhinen, doch is te beschouwen als een tusschenvorm, tusschen het oorspronkelijke platyrrhine en het definitieve katarrhine gebit.

Wij zien dus, dat er meerdere verschijnselen pleiten voor mijne

¹⁾ W. BATESON. Materials for the Study of Variation. London, 1894.

meening, dat het katarrhine gebit ontstaan is niet door een exalatie doch door een terminale reductie, en ik moet nu nog even stilstaan bij mijne bewering, dat, doordat m_3 geworden is tot M_1 , de hierbij oorspronkelijk behorende vervangtand, dus P_3 , niet meer doorbreekt.

Door deze veronderstelling komt nu toch de waarneming der anthropologen tot haar recht, dat betrekkelijk dikwijls bij mensch en Gorilla tusschen P_2 en M_1 een rudimentaire tand verschijnt. Wanneer P_3 eerst in een betrekkelijk jong verleden der ontwikkeling als normaal element van het gebit gesupprimeerd is geworden dan ligt de veronderstelling voor de hand, dat ook deze tand evenals M_3 der Platyrrhinen nog wel zal worden aangelegd. En het is mijne meening, dat inderdaad de tandspitsen, die op de aangeduide plaats nog zoo dikwijls voorkomen de sporen van den verloren geganen P_3 zijn.

Er zouden nog wel eenige anomalien te noemen zijn in het gebit van den mensch (vergroeiing van M_1 met een overtolligen tand, uitstooting van M_1 en vervanging door een nieuwen tand (zoo-genaamde 3^e dentitie), die door mijne hypothese eene toelichting zouden vinden, doch ik zal op deze plaats daarop niet ingaan.

Ik kom door mijne opvatting over de differentiatie van het gebit der Primaten in strijd met een vrij wel algemeen heerschende meening over de morphologische beteekenis van den eersten molaar van het Placentaliergebitt. Algemeen toch beschouwt men dezen kies bij alle Placentaliërs als een volkomen homologoog element van het gebitt. Zoo zegt SCHLOSSER ¹⁾ b. v. sprekend over den eersten kies bij den mensch: „Niemand wird sicher die Homologie dieses Zahnes mit dem ersten Molaren der übrigen Placentaliërs bestreiten dürfen“. Waar ik nu M_1 van den mensch met m_3 der Platyrrhinen homologiseer kom ik met deze meening in strijd. Wanneer men nu echter beproeft om de motieven voor de bovengegeven generaliseering te vinden in de literatuur, dan zoekt men die vergeefs. En het komt mij dan ook voor, dat men hier met een morphologisch dogma te doen heeft, dat voor de vergelijkende anatomie van het gebitt niet zonder gevaar is. Want het ligt voor de hand, dat zoodra men in de geheele rij der Placentaliërs één element van het gebitt in zijn morphologische beteekenis fixeert, dat dan noodzakelijk de homologiseering der andere elementen zich aan dit aprioristisch beginsel moet aanpassen. En waar zoo iets, tot zekere hoogte mogelijk is voor den hoektand, die zich door zijn bijzonderen vorm scherp van de andere tanden onderscheidt, daar is zoo iets voor een bepaalden molaar, die geen specifieke morphologische eigenschappen heeft, geheel onmogelijk.

¹⁾ M. SCHLOSSER. Das Milchgebiss der Säugetiere. Biol. Centralblatt, Bnd. 10, blz. 89.

Ik kan deze mededeeling niet besluiten alvorens nog gewezen te hebben op een verschijnsel, dat met het hier voorgedragene gezichtspunt in onmiddellijk verband staat. Wanneer men het gebit van den mensch vergelijkt met die der overige katarrhine Primaten, dan blijkt het, dat het proces, waardoor het [katarrhine gebit uit het platyrrhine type ontstond, bij den mensch nog progressief is, en dat het menscheijk gebit op weg is om zich van dat der overige Katarrhinen te differentieeren op dezelfde wijze, zooals deze zich eens van de Platyrrhinen differentieerden. Ik zal dit in korte trekken trachten aan te toonen. De nog actieve differentiatie van het menscheijk gebit blijkt uit verschillende feiten. Ten eerste wat betreft de Premolaren. In vergelijking met alle andere katarrhine Primaten zijn de premolaren bij den mensch aanzienlijk gereduceerd, en daarbij de 2^e premolaar meer dan de eerste. Terwijl toch bij alle andere Katarrhinen de premolaren in de bovenkaak drie, in de onderkaak twee wortels bezitten, hebben de premolaren bij den mensch normaliter slechts een enkelen wortel. Dat deze door samenvloeiing uit meerdere is ontstaan bewijzen de groeven die er over verlopen. Niet zonder beteekenis is het nu, dat de eerste premolaar zijn oorspronkelijk meervortelig karakter meestal vertoont door meer of minder ver gaande splitsing van de punt van den wortel. P_2 bij den mensch is dus meer gereduceerd dan P_1 . Vergelijkt men verder de aan de premolaren tijdelijk voorafgaande melkmolaren, dan constateert men, dat in de groep der katarrhinen de melkmolaren zich progressief differentieeren, en voornamelijk is dit het geval met den tweeden melkmolaar. Deze progressie betreft in het bijzonder de kroon van de tanden, het aantal wortels is twee in de onderkaak, drie in de bovenkaak. Vestigen wij dus een oogenblik onze aandacht uitsluitend op m_2 met zijn vervangtand P_2 bij den mensch, dan blijkt het, dat de eerste in progressie, de tweede in regressie verkeert, en dat bij den mensch nu reeds ten opzichte van deze twee tanden dezelfde verhouding bestaat als bij m_3 en P_3 der Platyrrhinen. Wanneer namelijk de mensch zijn m_2 uitstoot en door P_2 vervangt, dan wordt zijn gebit daardoor plaatselijk functioneel minderwaardig, in plaats toch van een tand met vijf of vier knobbeltjes op de kroon en twee of drie wortels, treedt in de plaats een tand met twee knobbeltjes op de kleinere kroon en slechts één wortel.

Wij zien dus, dat het terminale element van de tandlijst der tweede generatie (P_2 bij den mensch reduceert. Duidelijker nog is de terminale reductie van de tandlijst der 1^e generatie, afsluitende met M_3 , want zooals reeds is opgemerkt, breekt onze M_3 in $\pm 12\%$ der gevallen niet eens meer door, en is, althans bij de hooger ontwikkelde menschen-

rassen, steeds achterlijk in ontwikkeling. Het menschelijk gebit kenmerkt zich dus onder de katarrhine Primaten door de volgende eigenaardigheden: de laatste kies is op weg van reductie, de laatste premolaar is op weg van reductie, de laatste melkmolaar is zeer progressief ontwikkeld. Een trio van verschijnselen dus, die volkomen homoloog zijn met die waardoor zich het katarrhine gebit uit het platyrrhine heeft ontwikkeld. Er ontbreekt nog slechts één phase aan het proces, n.l. het persistent blijven van den laatsten melkmolaar en het niet meer doorbreken van den laatsten premolaar. En ook deze phase wordt individueel reeds nu en dan bereikt. Dit blijkt o.a. uit hetgeen MAGITOT zegt: *La persistance des grosses molaires temporaires (m_2) s'observe très-souvent, concurremment avec l'absence congénitale ou l'atrophie des secondes prémolaires (P_2). Nous en connaissons de nombreux exemples¹⁾*. Brengt men de genoemde verschijnselen met elkander in verband, dan valt de overeenstemming met het vroegere ontwikkelingsproces van het primatengebity, zooals ik mij dit voorstel, direkt in het oog, en men zou geneigd zijn tot het uitspreken van de stelling: in het toekomstig gebit van den mensch zal P_2 niet meer doorbreken, m_2 persistent geworden zijn en als M_1 functioneeren, maar door gelijktijdige reductie van M_3 , zal het aantal molaren toch niet grooter zijn geworden dan drie.

Uit deze mededeeling blijkt dus, dat de differentieering van het primatengebity in zijn geheel, van het door mij ingenomen standpunt, ingewikkelder is dan tot nu toe verondersteld werd, maar het komt mij voor, dat mijn grondbeginsel der terminale reductie met de functie van het gebity beter in overeenstemming te brengen is, en op een grooter aantal feiten steunt dan de hypothese der exalatie. Wat, van algemeen standpunt beschouwd, mij ook nog toeschijnt voor mijne zienswijze te pleiten, is het feit, dat bij de door mij gegeven voorstelling de vervorming van het gebity heeft plaats gegrepen, zonder dat te eeniger tijd de continuïteit in de tandrijen is gestoord geweest.

Physiologie. — De Heer ZWAARDEMAKER doet eene mededeeling over: „*De sterkte van zoo zwak mogelijke reflexprikkelers*” volgens proefnemingen van den Heer D. I. A. VAN REEKUM.

Onderzocht werden chemische, thermische, mechanische en elektrische prikkelers, die deels op de huid, deels op de gevoelszenuwen van proefdieren inwerkten.

¹⁾ E. MAGITOT. *Traité des Anomalies du Système dentaire*. Paris 1877. p. 221.

§ 1. De chemische prikkels werden aangewend door indompeling van den achterpoot van een winterkikvorsch in een schaalteje met zwavelzuuroplossing, varieerend van $\frac{1}{4}$ tot $\frac{1}{32}$ % $\left(\frac{n}{20}$ tot $\frac{n}{160}\right)$. Het spinale reflexstelsel was op de gebruikelijke wijze aan den invloed van het cerebrum onttrokken. Telkens werd na de proef ruim met water afgespoeld en het experiment na een pauzeering van 5 minuten herhaald. Alleen een volledige reflex werd als positieve uitslag aangemerkt, de zoogenaamde voorbereidende reflexen steeds verwaarloosd. Nareflexen en afwischbewegingen werden alleen bij de sterkere concentraties gezien.

In het algemeen mag dan $\frac{1}{17}$ % zwavelzuur-oplossing $\left(\frac{n}{85}\right)$ als minimum-prikkel gelden, die nog reflexen tot stand brengt.

De reflextijd bedroeg bij indompeling van beide pooten gemiddeld 10 seconden, bij indompeling van één poot gemiddeld 22 seconden.

Nagegaan werd hoeveel zwavelzuur bij de beschreven proefinrichting, wanneer door $\frac{1}{17}$ % zwavelzuur $\left(\frac{n}{85}\right)$ in 10 seconden een reflex teweeg gebracht wordt, in de kikkerhuid verdwijnt, resp. door de afscheidingsproducten wordt vastgelegd. Dit geschiedde door de indompelingsvloeistof voor en na een proefreeks van 20 enkelvoudige reflexen met natronloog te titreeren (methylorange als indicator). Dan blijkt gemiddeld $\frac{1}{15}$ van de totale hoeveelheid gebezigd zwavelzuur gebonden te zijn geworden. Stellen wij de reactiewarmte van 2 aequivalenten natron en 1 aequivalent zwavelzuur op 31,4 groote calorïën en veronderstellen wij, dat de binding van ons zwavelzuur in den vorm dezer reactie verlopen is, dan bedraagt de reactiewarmte van het chemisch proces, dat per enkelvoudigen reflex berekend over de geheele ingedompelde huidoppervlakte moet hebben plaats gevonden, 1,37 gram-calorie. Het is duidelijk, dat slechts een klein deel dezer veronderstelde reactie in of in de nabijheid der zenuwuiteinden kan hebben plaats gevonden en dat deze waarde van 1,37 gram-calorie dus een grenswaarde moet zijn, beneden welke de reactiewarmte, die den reflexprikkel vertegenwoordigt, gelegen is. Het hier gevonden bedrag kan het feitelijke bedrag van den reflexprikkel zeer wel miljoenenmalen overtreffen.

Door bepaling van het electrisch geleidingsvermogen der prikkelende oplossing, voor en na het tot stand komen der reflexen, werd ook nog onderzocht of voor het verdwenen zwavelzuur ook iets anders in de indompelvloeistof overgegaan is. Dit blijkt het geval te zijn, want de gebezigde vloeistofstroombaan vertoonde een weerstand-

toename, die geringer is dan die, welke uit de zwavelzuurafname zou volgen.

§ 2. Als thermische prikkel diende indompeling in koud of in warm water. De gunstigste uitkomst werd verkregen bij een afdalend temperatuurverschil tusschen dier en water van 10° C. en bij een opklimmend temperatuurverschil van 15° C. Het door asbesth-omwikkeling geïsoleerde reservoir, waarin de indompeling van den kikvorsch plaats vond, hield 50 cm. in. Er werd éénmaal ingedompeld en de reflex afgewacht. Daarbij kon worden vastgesteld, dat de temperatuur van het water bij de indompeling van den poot van den verwarmden kikvorsch gemiddeld 8 centigraden toenam en bij de indompeling van den poot van een afgekoelden kikvorsch gemiddeld 22 centigraden afnam. Enkele proeven gaven een reflex reeds voor het zoover gekomen was. Een voldoende aantal reflexen, groot genoeg om toevalligheden uit te sluiten, gingen gepaard met een temperatuurverhoging van 7 centigraden resp. temperatuurafname van 19 centigraden. Bij deze laatste experimenten moet derhalve aan den kikvorschpoot een hoeveelheid warmte van 3,5 gram-calorie zijn onttrokken, resp. 9,5 gram-calorie zijn toegevoegd. Deze warmte verdeelde zich gedurende een reflextijd van gemiddeld $7\frac{1}{2}$ sec. resp. 9 sec. over het geheele ingedompelde gedeelte der huid. Slechts een zeer klein gedeelte zal aan de zenuwuiteinden ten goede zijn gekomen en hetgeen als reflexprikkel optreedt zal zeer wel miljoenenmaal kleiner kunnen zijn dan de totale hoeveelheid afgegeven of opgenomen warmte. Bovenstaande waarden hebben weder slechts de beteekenis van grenswaarden, beneden welke de warmte — resp. koude-prikkel, die een reflexbeweging teweeg brengt, noodzakelijker wijs gelegen moeten zijn.

§ 3. Voor het opwekken van mechanische reflexprikkelers werd gebruik gemaakt, vooreerst van E. A. SCHÄFER's vallende kwikdruppeltjes ¹⁾, vervolgens van een aan een varkenshaar bevestigd harsballetje, dat door een electrisch gedreven stemvork van 16 dubbele trillingen in een opgedrongen *eigenbeweging* van vaste amplitude werd gehouden. In beide gevallen werd zooveel mogelijk de laterale zijde van den voet, waar zich de tastlichaampjes bevinden, opgezocht.

De kwikdruppeltjes waren alle van dezelfde grootte (gemiddeld 100 mgrm). en werden ten getale van 1 tot 15 opeenvolgend afdruppelend aangewend. De valhoogte kon nauwkeurig vastgesteld worden

¹⁾ E. A. SCHÄFER, Proc. Physiol. Soc. 26 Jan. 1901.

en varieerde van 1 tot 20 cm. Van elke waarneming is de levende kracht berekend, waarmede de druppel op de huid van het dier neerkwam. Zij bleek om een reflex teweeg te brengen in minimo 686 ergs te moeten zijn, welk bedrag verkregen werd door 7 druppels achtereenvolgens van een valhoogte van 1 cm. te doen neerkomen. Eens gelukte het een reflex te verkrijgen door den val van 1 druppeltje van een hoogte van 7 cm., hetgeen dezelfde hoeveelheid energie aanwijst, nu in een enkelen prikkel zonder eenige summatie samengevat.

De zuinigste uitkomsten, wat levende kracht aangaat, die nog een reflex te voorschijn roept, werden verkregen met een harsballetje van 7 milligram, dat trilde met een uitslag van 5 m.m. Na een reflectijd van gemiddeld 3 sec. kwam dan de reflexbeweging tot stand. De hoeveelheid energie, die op die wijze, al summeerende, aan de huid is toegevoegd, bedraagt 212 ergs.

De uitkomst van de mechanische prikkeling is quantitatief belangrijk lager, dan de vroeger vermelde chemische en calorische prikkeling. Zij voert tot een minimum, dat, hoewel op een omschreven plekje samengebracht, toch nog steeds de eigenaardigheid heeft aan een gedeelte der huid te zijn medegedeeld, dat vermoedelijk aanzienlijk grooter is dan de oppervlakte van een tastlichaampje. De divergentie tusschen de hoeveelheid aangewende en de hoeveelheid tot reflexprikkel gebezigde energie is in dit laatste geval echter bij lange na niet zoo aanzienlijk als bij de straks behandelde vormen van reflexprikkeling. De meest eenvoudige verhouding zou men nog mogen verwachten in het bijzonder gunstige, reeds vermelde, geval, waarin slechts één kwikdruppel vallend van een hoogte van 7 cm. gebruikt werd. Intusschen met het harsballetje werden, ondanks het in berekening brengen der summatie, nog kleinere waarden verkregen, zoodat wij mogen aannemen, dat dit eenvoudigste geval geenszins het allergunstigste is geweest.

§ 4. De elektrische prikkeling geschiedde door ontladingen van een condensator, die onmiddellijk te voren met een voltage afwisselend tusschen 0 en 2 volt geladen was geworden. De capaciteit der condensatoren, die in het Laboratorium zelf uit mica van verschillende dikte en stamiolbekleedingen van verschillende oppervlakte vervaardigd waren, varieerde van 15×10^{-5} tot 4×10^{-3} m. F. Zij waren geheel in paraffine opgesloten en door vergelijking met een luchtcondensator geijkt. Deze elektrische prikkels werden aangewend: 1°. op de huid van den kikvorschpoot door middel van kleine stalen klemmetjes, die den poot omvatten; 2°. op de achterste

wortels van het lumbaalmerg door middel van in paraffine gevatte platina-electroden; 3°. op den nervus vagus van een konijn door middel van in eboniet gevatte platina-electroden. De prikkels werden gewoonlijk in reeksen toegevoerd, met $\frac{1}{2}$ sec. interval, in een aantal, dat varieerde tussehen 1 en 15. Al deze regelingen hadden automatisch plaats, door behoorlijk geïsoleerde wippen en sleutels. De beste uitkomsten verschaften een condensator van 59×10^{-5} m. F.

Huidreflexen (ongeordeerde reeks)

(met condensator van 59.10^{-5} m.F.)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	aantal prikkels
121	103	158	98	76	34	31	40	9	20	6	6	2	5	10	aantal waarnemingen
0.87	0.81	0.83	0.77	0.77	0.75	0.74	0.79	0.91	0.86	0.85	0.75	0.65	0.62	0.67	gemiddelde voltage
22.32	19.35	20.32	17.49	17.49	16.59	16.15	18.11	26.07	21.81	21.51	16.59	12.46	11.51	13.21	energie in 10^{-4}

De bovenstaande experimenten waren zonder stelselmatige orde genomen. Door in een nu volgende reeks een meer omzichtige op-eenvolging der prikkeling in acht te nemen, werden de gunstigste voorwaarden van prikkeling verkregen.

Huidreflexen (geordeerde reeks)

(gemiddelden voor de verschillende condensators).

Capaciteit in m.F.	Voltage	Aantal prikkels	Energie van elken prikkel in 10^{-4} ergs.
0.00025	0.40	2	2.0
0.00035	0.28	3	<u>1.4</u>
0.00059	0.24	8	1.7
0.0013	0.24	3	3.7
0.004	0.34	15	23.1

Uit deze tabel blijkt duidelijk, dat de prikkel tot de kleinste hoeveelheid energie wordt beperkt, wanneer men gebruik maakt van een condensator van 0,00035 m. F. Dan is $1,4 \times 10^{-4}$ ergs voldoende, mits men den prikkel drie maal herhaalt met een interval van $\frac{1}{2}$ sec. Wanneer men overigens de niet in de tabel vermelde waarnemingen omtrent reflexen, die door één enkele condensatorlading werden teweeg gebracht, raadpleegt, komt men tot een minimumwaarde, die slechts weinig grooter is n.l. een bedrag van 5×10^{-4} ergs.

De uitkomsten, aan den achtersten wortel der lumbaalstreek bij kikkervorschen verkregen, kunnen niet in een samenvattende tabel gegeven

worden, daar de afzonderlijke experimenten te zeer uiteenliepen en niet talrijk genoeg zijn geweest om een gemiddelde te berekenen. Bij een zeer gevoelig preparaat werd onder gebruikmaking van den straks vermelden condensator van 0,00035 m. F., door één enkele ontlading een duidelijke reflex verkregen met een prikkel van slechts $8,6 \times 10^{-6}$ ergs, een uitkomst die duidelijk aantoonst dat in de experimenten van den Heer VAN REEKUM de reflexprikkelbaarheid, van den wortel uit, aanzienlijk veel grooter is geweest dan die bij applicatie van den prikkel op de huid. Zelfs werd in een enkel geval een nog driemaal kleinere waarde gevonden. Het bovenstaande cijfer echter is niet toevallig verkregen, doch vertegenwoordigt een geheele reeks waarnemingen (12 in getal).

Van den nervus vagus uit werden bij het konijn door centrale prikkeling hoog aan den hals reflectorische veranderingen van de ademhaling teweeg gebracht, die door middel van de aërodromograph werden geregistreerd ¹⁾. Bedoelde reflex bestaat al naar gelang van de intensiteit van den prikkel in 1°. prikkelend met zeer zwakke ontladingen, een lichte vermeerdering van de frequentie der ademhaling en stijging van de luchtsnelheid bij in- en exspiratie, 2°. bij iets grootere prikkeling, een toename van de snelheid van den ademstroom, niettegenstaande vermindering van de frequentie, 3°. bij voldoende sterke prikkeling, een duidelijke vermindering, in snelheid van ademstroom en frequentie beide. Beschouwen wij alleen het in de derde plaats genoemde resultaat als den reflex, dien wij aan onze metingen wenschen ten grondslag te leggen, dan laten zich de uitkomsten der experimenten als volgt samenvatten.

Ademreflexen.

capaciteit in F.	15 opeenvolgende ontladingen		1 ontlading	
	voltage	energie van den prikkel in 10^{-1} ergs	voltage	energie in 10^{-1} ergs
0.00015	0.17	0.24	0.23	0.40
0.00025	0.13	0.21	0.21	0.55
0.00035	0.10	0.17	0.17	0.51
0.0059	0.09	0.24	0.16	0.76
0.0013	0.11	0.79	0.19	2.35
0.004	0.12	2.88	0.18	6.48

¹⁾ H. ZWAARDEMAKER und C. D. OUWEHAND, Arch. f. Physiol. 1901. S. 241.

CONCLUSIE.

De zoo zwak mogelijke reflexprikkel van verschillenden aard, bij koud- resp. warmbloedige proefdieren angewend, hebben in minimo zeer uiteenloopende waarde. Zoo werd een en hetzelfde effect van de kikvorschhuid uit te voorschijn geroepen door een electricchen prikkel van $3,15 \times 10^{-4}$ ergs, door een mechanischen prikkel van 212 ergs, door een thermischen prikkel van 11.5 megaergs en door een chemischen prikkel van 57 megaergs. Van al deze prikkelvormen is de electricche dus de gunstigste. Nog gunstiger kan hij zich voordoen, wanneer men den prikkel niet op de huid, maar op een achtersten lumbaalwortel van den kikvorsch laat inwerken. Dan is 3×10^{-6} ergs voldoende om een typischen reflex te voorschijn te roepen en nadert het bedrag dus tot dat hetwelk bij zwakke zintuigelijke prikkels in het spel is (lichtprikkels varieeren in het algemeen tusschen 1×10^{-10} als laagste en 6×10^5 als hoogste waarde, geluidsprikkels tusschen $0,3 \times 3^{-8}$ als laagste en 1×10^6 als hoogste waarde¹⁾). Hetgeen voor kikvorschen geldt, geldt tenaastebij ook voor zoogdieren. Van den nervus vagus uit kan door centrale prikkeling met een electricchen prikkel van $0,17 \times 10^{-4}$ ergs een zeer marquante wijziging der ademhaling worden teweeggebracht, terwijl een eenige malen kleinere waarde een wel onduidelijke, maar toch onmiskenbare versnelling der ademhaling te voorschijn roept. De minimum reflexprikkel hebben ook hier een grenswaarde, van de orde 1×10^{-6} erg.

Plantenkunde. — De Heer J. W. MOLL biedt eene mededeeling aan van den Heer W. BURCK: „*Over planten, die in de vrije natuur het karakter dragen van tusschenrassen in den zin van de Mutatietheorie.*”

(Mede aangeboden door den Heer F. A. F. C. WENT.)

Een onderzoek naar de oorzaken der Cleistogamie²⁾ heeft mij geleerd: 1° dat de planten met gesloten bloemen door mutatie zijn ontstaan uit planten met chasmogame bloemen en 2° dat zij in de vrije natuur voorkomen, gedeeltelijk als constante variëteiten, gedeeltelijk als tusschenrassen.

¹⁾ Die physiol. wahrnehmbaren Energiewanderungen, Ergebnisse der Physiologie. Bd. IV. 1906. p. 423.

²⁾ Die Mutation als Ursache der Kleistogamie. Recueil des Travaux Botaniques Néerlandais Vol. II. 1905.

Bij dat onderzoek is de vraag gerezen of ook niet andere wildgroeiende planten het karakter dragen van tusschenrassen.

Inzonderheid werd daarbij gedacht aan die planten, die op één en 't zelfde individu tweeslachtige en éénslachtige bloemen dragen of waar naast de tweeslachtige, éénslachtige individuen voorkomen en ook aan die planten onder de dioecische, die in het bezit zijn van rudimentaire meeldraden of vruchtbeginsels, waaruit kan afgeleid worden, dat zij uit planten met tweeslachtige bloemen zijn ontstaan.

De overeenkomst tusschen éénslachtige, cleistogame en gevulde bloemen deed vermoeden, dat zij op één en dezelfde wijze waren ontstaan, terwijl de overeenstemming in de wijze van optreden der éénslachtige bloemen tusschen de hermaphrodiete en van gesloten bloemen tusschen de chasmogame, de veronderstelling wettigde, dat wij bij de monoecische en dioecische planten evenals bij de cleistogame, met tusschenrassen en constante variëteiten te doen hebben.

Op tweërlei wijze heb ik dezen zomer getracht steun te vinden voor deze opvatting, in de eerste plaats door de cultuur van de gyno-monoecische *Satureja hortensis* en in de tweede plaats door eene studie van de verschillende vormen waaronder één en dezelfde andro-monoecische Umbellifeer in de vrije natuur zich kan voordoen met betrekking tot het aantal mannelijke bloemen in verhouding tot dat der tweeslachtige en tot de plaats, die die mannelijke bloemen innemen aan de hoofd- en bijassen.

Op de resultaten der cultuurproeven wil ik eerst later terugkomen wanneer ik gelegenheid zal hebben gehad die proeven op ruimer schaal en met meerdere soorten te herhalen. Hier ter plaatse wil ik daaromtrent alleen mededeelen, dat zij mij geleerd hebben, dat eene gyno-monoecische *Satureja hortensis* haar bloei-periode begint met het voortbrengen van uitsluitend tweeslachtige bloemen, dat eerst later, wanneer de plant in sterkte is toegenomen, enkele vrouwelijke bloemen tusschen de tweeslachtige optreden, dat hun aantal in de daarop volgende dagen geleidelijk toeneemt, tot er een bepaald maximum is bereikt om daarna weer langzamerhand afnemen en dat aan 't einde der bloei-periode de plant weer uitsluitend tweeslachtige bloemen voortbrengt.

De vrouwelijke bloem volgt dus de wet der periodiciteit, die DE VRIES voor het optreden van anomalien van verschillenden aard bij andere planten heeft vastgesteld en kan in dit opzicht daarmee op gelijke lijn worden gesteld. Zij kan derhalve worden vergeleken met het meerschijvige blad van *Trifolium pratense quinquefolium*, met de gevulde bloemen van *Ranunculus bulbosus semiplenus*, met de vertakte aren van *Plantago lanceolata ramosa* e. a.

Wat nu betreft de andro-monoëcische Umbelliferen wil ik in het ondervolgende de resultaten mededeelen uit dit onderzoek verkregen.

De onderzoekingen van BEIJERINCK ¹⁾, SCHULZ ²⁾, KIRCHNER ³⁾, MAC LEOD ⁴⁾, LOEW ⁵⁾, WARNSTORF ⁶⁾ e. a. over de geslachtsverhoudingen bij de Umbelliferen hebben aan 't licht gebracht, dat verreweg de meeste soorten andro-monoëcisch zijn en dat bij enkele bovendien nog vormen voorkomen met vrouwelijke of met vrouwelijke en ongeslachtelijke bloemen. Mannelijke bloemen zijn gebleken in deze familie nagenoeg even algemeen te zijn als tweeslachtige. Mannelijke individuen echter zijn zeldzaam. Tot nog toe gold *Trinia glauca* als de eenige Umbellifeer in Europa, die in den mannelijken vorm bekend was. Uit de aanteekeningen van SCHULZ blijkt echter, dat er in de omstreken van Halle a. S. ook mannelijke planten van *Oenanthe jistulosa* ⁷⁾ en *Sium latifolium* ⁸⁾ voorkomen, terwijl hier te lande ook *Heracleum Sphondylium* in den mannelijken vorm kan optreden.

Veel minder algemeen zijn vrouwelijke bloemen. SCHULZ vermeldt ze alleen bij (*Eryngium campestre*)²⁾ *Trinia glauca*, *Pimpinella magna*, *P. sazifraga* en *Daucus Carota* bij welke laatste plant BEIJERINCK ze reeds vroeger had gevonden.

In de lange lijst van 66 Europeesche Umbelliferen in de Blütenbiologische Floristik van LOEW vindt men niet meer dan 16 soorten, die alleen als tweeslachtige planten bekend staan tegenover meer dan 40 die andromonöcisch zijn. Sedert is nog gebleken, dat bij drie der onder de tweeslachtigen opgenomen planten ook mannelijke bloemen

¹⁾ BEIJERINCK, Gynodioecie bei *Daucus Carota* L. Nederlandsch Kruidkundig Arch. Tweede serie 4e Deel 1885, p. 345.

²⁾ AUGUST SCHULZ, Beiträge zur Kenntniss der Bestäubungseinrichtungen und Geschlechtsvertheilung bei den Pflanzen. Bibliotheca botanica. Bd. II 1888, Heft 10 und Bd. III 1890, Heft 17.

³⁾ O. KIRCHNER, Flora von Stuttgart und Umgebung 1888.

⁴⁾ J. MAC LEOD, Over de bevruchting der bloemen in het Kempisch gedeelte van Vlaanderen. Botanisch Jaarboek Dodonaea 1893 en 1894.

⁵⁾ E. LOEW, Blütenbiologische Floristik des mittleren und nördlichen Europa sowie Grönlands. 1894.

⁶⁾ C. WARNSTORF Blütenbiologische Beobachtungen aus der Ruppiner Flora im Jahre 1895. Verhandlungen des botanischen Vereins der Provinz Brandenburg Bd. XXXVIII. Berlin 1896.

⁷⁾ SCHULZ, Beitr. I pag. 47.

⁸⁾ SCHULZ, Beitr. I pag. 48.

⁹⁾ In zijne aanteekening betrekking hebbende op deze plant op pag. 42 der eerste verhandeling wordt echter niet van vrouwelijke bloemen gesproken. Wellicht is dit dus eene vergissing in 't algemeen overzicht aan het einde der tweede verhandeling.

gevonden worden. Van *Anethum graveolens*, *Aethusa Cynapium* en *Heracleum Sphondylium* werden namelijk door WARNSTORF andromonoecische vormen gevonden in de omstreken van Neu-Ruppin, ook hier te lande komen ze in dezen vorm voor. Van de 66 onderzochte Umbelliferen blijven dan de volgende over, waarvan tot nu toe geen andere dan tweeslachtige planten bekend zijn:

Laserpitium pruthenicum, *Peucedanum venetum*, *Crithmum maritimum*, *Silvaus pratensis*, *Seseli Hippomarathrum*, *S. annuum*, *Anthriscus vulgaris*, *Bupleurum longifolium*, *falcatum*, *tenuissimum* en *Pleurospermum austriacum*, aan welke lijst ik echter nog meen te moeten toevoegen: *Eryngium maritimum*, *Berula angustifolia*, *Conium maculatum* en *Helosciadium nodiflorum*.

Er is reden om te veronderstellen, dat ook van enkele dezer nog wel andromonoecische vormen zullen gevonden worden, wanneer ze over een grooter deel van hun verbreidingsgebied zullen worden onderzocht vooral omdat gebleken is, dat de verschillende vormen waaronder Umbelliferen zich kunnen voordoen, vaak over zeer verschillende en ver van elkander verwijderde streken kunnen verspreid zijn, zoodat al mogen ook de genoemde soorten in een deel van Europa tot nog toe alleen bekend zijn als hermaphrodiete planten, daarmee de mogelijkheid, dat zij zich elders onder andere vormen voordoen geenszins is uitgesloten.

Van *Sium latifolium* bijv. vindt men in een groot deel van Midden Europa niet anders dan den andromonoecischen vorm en tot nog toe alleen in de omstreken van Halle a. S., daarnevens, blijkbaar slechts in weinige exemplaren, den mannelijken vorm. Alleen van ons land is de tweeslachtige vorm bekend.

Van *Pimpinella magna* vond men de tweeslachtige plant alleen in Zuid-Tirol en Italië; de andromonoecische daarentegen in geheel Midden-Europa, terwijl in Zuid-Tirol en Italië dezelfde plant nog optreedt met vrouwelijke en met vrouwelijke en ongeslachtelijke bloemen.

Van *Oenanthe fistulosa* wordt de andromonoecische plant overal gevonden; de mannelijke tot nu toe alleen in de omstreken van Halle.

Van *Aethusa Cynapium* is de hermaphrodiete plant in geheel Midden-Europa bekend; de andromonoecische alleen in de omstreken van Neu-Ruppin en in de omstreken mijner woonplaats.

Van *Daucus Carota* is de andromonoecische vorm overal verspreid; de tweeslachtige vond men tot nu toe alleen in Vlaanderen¹⁾ en bij ons te lande²⁾.

¹⁾ J. STAES. De bloemen van *Daucus Carota* L. Botanisch Jaarboek, Dodonaea Jaargang I. 1889. p. 132.

²⁾ Op de verschillende vormen waaronder de hier te lande voorkomende Umbelliferen zich voordoen, kom ik, binnen kort, elders terug.

Het is dus gansch niet onwaarschijnlijk, dat van die soorten, die tot nu toe alleen als tweeslachtig bekend staan, later nog andere vormen zullen worden aangetroffen, maar evenzoo mag men ook aannemen, dat van het grootte aantal Umbelliferen waarvan men nu nog alleen den monoecischen vorm kent, bij nader onderzoek ook nog hermaphrodieten of éénslachtigen zullen gevonden worden.

Intusschen is het een zeer opvallend verschijnsel, dat verreweg de meeste Umbelliferen andro-monoecisch zijn en dat juist deze vormen het algemeenst verspreid zijn.

Daar waar mannelijke individuen gevonden worden komen zij toch alleen voor in een zeer beperkt aantal als zeldzame verschijningen tusschen de overgrootte menigte andro-monoecische individuen.

Ditzelfde geldt voor de hermaphrodiete planten, althans bij *Daucus Carota*, *Sium latifolium* en *Heracleum Sphondylium*. Daar waar deze en andro-monoecische vormen te zamen voorkomen, komt het aantal der tweeslachtigen niet in vergelijking tot dat der andro-monoecischen ¹⁾.

Dit zoo algemeen voorkomen van andro-monoecische vormen geeft aan de familie der Umbelliferen een zeer bijzonder karakter. Nergens in het geheele plantenrijk treden deze vormen zoo op den voorgrond als hier.

Bij andere families met vormenrijke soorten: *Labiatae*, *Alsineae*, *Sileneae* e. a. waar gyno- en andro-monoecische en vrouwelijke en mannelijke vormen naast de tweeslachtige voorkomen, vindt men bij geen enkele soort eene dergelijke overheersching der monoecische planten.

Daar is het regel, dat waar de drie vormen naast elkander gevonden worden, de monoecische in de minderheid zijn tegenover de twee- en éénslachtige.

Wat nu verder bij de monoecische Umbelliferen in het oog valt, is de grootte verscheidenheid, die er valt op te merken in het optreden der mannelijke bloemen in de sehermen van verschillende orde en de vele onderling verschillende vormen waaronder diensengevolge een en dezelfde andro-monoecische plant zich kan voordoen.

Nu eens vindt men een individu, dat onder de grootte menigte tweeslachtige bloemen een betrekkelijk gering aantal mannelijke bloemen herbergt, dan weder een ander waarbij het aantal mannelijke bloemen niet veel onderdoet voor dat der tweeslachtige en dan ook weder een individu, waarbij de mannelijke bloemen de overhand

¹⁾ Mannelijke Umbelliferen en uitsluitend tweeslachtige soorten zijn ook buiten Europa uiterst zeldzaam. (Zie *Drude Umbelliferae*. ENGLER und PRANTL. Die natürl. Pflanzenfamilien III. Teil. Abl. 8. pag. 91).

hebben boven de andere en tusschen deze in, vindt men een lange reeks van geleidelijke overgangen en tusschenvormen.

Niet zelden is het aantal mannelijke bloemen zoo groot, dat de tweeslachtige daarbij in geen vergelijking komen. Van *Heracleum Sphondylium* heb ik hier te lande planten aangetroffen waarbij de binnenste schermpjes van 't scherm der eerste orde en alle overige schermen van hoogere orde uitsluitend mannelijk waren en dergelijke planten vindt men ook van *Pastinaca sativa* en *Daucus Carota*. Men vindt ze verspreid onder andere individuen, waarbij de verhouding der mannelijke bloemen tot de tweeslachtige meer in 't voordeel is der tweeslachtige bloemen of waar het aantal mannelijke zelfs zeer gering is.

Enkele Umbelliferen zijn niet anders dan in een nagenoeg mannelijken vorm bekend. *Echinophora spinosa* bijv. heeft ééne tweeslachtige bloem in 't midden van 't scherm; alle overige bloemen zijn mannelijk en bij *Meum athamanticum* en *Myrrhis odorata* kunnen wij aan de hier te lande in de botanische tuinen gecultiveerde exemplaren waarnemen, hoe ook daar de tweeslachtige bloem op den achtergrond treedt en de schermpjes vaak niet meer dan één zoodanige bloem bevatten.

Een studie der andro-monoecische Umbelliferen leert ons reeds aanstonds, dat er een zekere regelmaat bestaat in het optreden der mannelijke bloemen; in de eerste plaats in dezen zin, dat wanneer ze voor het eerst optreden in een scherm van zekere orde, hun aantal in verhouding tot dat der tweeslachtige toeneemt, naarmate zij in schermen van hoogere orde voorkomen en in de tweede plaats hierin, dat wanneer in de peripherische schermpjes onder de tweeslachtige bloemen enkele mannelijke optreden, hun aandeel in de samenstelling der schermpjes grooter wordt naarmate die schermpjes verder van de peripherie verwijderd zijn.

Van *Daucus Carota*, *Pastinaca sativa* en *Heracleum Sphondylium* kan men in de omstreken mijner woonplaats gansche reeksen van exemplaren inzamelen van af dezulke, die in alle schermen slechts tweeslachtige bloemen bevatten tot aan zulke vormen, die nagenoeg of geheel (H. Sphondylium) mannelijk zijn. Daaronder vindt men dan exemplaren, waar de mannelijke bloemen reeds te voorschijn treden in het allereerste scherm van de plant, naast zulke exemplaren, waar het andro-monoecisch karakter zich eerst openbaart in de schermen der tweede orde of nog later in die der derde of vierde orde. Het is nu een vaste regel, dat wanneer ze voor de eerste maal te voorschijn treden in een scherm van zekere orde, ze ook in de zich later

ontwikkeldende schermen zullen optreden en dat hun aantal in verhouding tot dat der tweeslachtige bloemen in de opvolgende schermen steeds grooter wordt.

Exemplaren, die in geen enkel opzicht gedurende den ganschen zomer hun andro-monocëisch karakter hebben aan 't licht gebracht, die eerst in den laten nazomer in de schermen der derde of vierde orde mannelijke bloemen of somtijds geheel mannelijke schermen voortbrengen, vindt men door tusschenvormen verbonden met exemplaren, die reeds in de allereerste schermen mannelijke bloemen bevatten.

Wat betreft het aandeel der mannelijke bloemen in de samenstelling der peripherische en centrale schermpjes, moet in de eerste plaats worden opgemerkt, dat bij alle Umbelliferen wier schermen eenigen omvang bereiken, de peripherische schermpjes uit een grooter aantal bloemen zijn samengesteld dan die schermpjes, die 't middengedeelte van 't scherm uitmaken. Bij enkele soorten kunnen die centrale schermpjes zeer arm aan bloemen zijn; bij *Daucus Carota* is het centrale schermpje vaak zelfs éénbloemig.

Wanneer nu zoo even gezegd werd, dat het aandeel der mannelijke bloemen in de samenstelling der schermpjes grooter wordt naarmate ze meer naar 't midden van 't scherm geplaatst zijn, moet dit in dezen zin worden opgevat, dat naarmate de schermpjes meer van de peripherie verwijderd zijn het aantal tweeslachtige bloemen meer en meer afneemt en veel sneller afneemt dan het aantal mannelijke. Vaak zijn dan ook de binnenste schermpjes geheel mannelijk wanneer de buitenschermpjes een aantal tweeslachtige bloemen dragen.

Nochtans is deze regel niet geheel zonder uitzonderingen. Er zijn n.l. Umbelliferen in wier schermen het centrale schermpje den top van de hoofdas van 't scherm inneemt en dus als topschermpje kan onderscheiden worden. Inzonderheid vindt men zulk een topschermpje bij *Carum Carvi* en bij *Oenanthe fistulosa* en nu en dan, alhoewel niet zoo regelmatig, ook bij *Daucus Carota*. Voor zulk een topschermpje nu, geldt niet de regel, dat het aandeel der mannelijke bloemen in de samenstelling daarvan grooter is dan in de omringende schermpjes. Zulk een schermpje is ruimer voorzien van tweeslachtige bloemen. Bij *Carum Carvi* vond ik vaak geen mannelijke bloem in het topschermpje, wanneer alle andere, zoowel de peripherische als de meer naar binnen gelegen schermpjes enkele daarvan bezaten of ook, bij andere exemplaren, was het aantal mannelijke bloemen in dit topschermpje geringer dan in de overige.

Van *Oenanthe fistulosa* zijn hier te lande de schermen der tweede orde veel grooter dan die der eerste orde; zij bestaan uit 5—8 schermpjes en komen in samenstelling nagenoeg geheel overeen met die, welke

door SCHULZ voor de scherpjes der *eerste* orde is aangegeven. Hier laat zich in den regel een topschermpje zeer duidelijk onderscheiden; het bevat slechts enkele (7--9) mannelijke bloemen doch is overigens geheel hermaphrodit, terwijl de zijscherpjes meestal uitsluitend mannelijk zijn.

Bij *Daucus Carota*, waar het scherpje, zooals zooveen reeds werd opgemerkt, vaak uit niet meer dan een enkele bloem bestaat is deze zeer vaak hermaphrodit, ook dan wanneer de omringende scherpjes geheel uit mannelijke bloemen zijn samengesteld.

Nog valt bij de andro-monoecische Umbelliferen op te merken, dat de beide soorten van bloemen in den regel een vaste plaats in het scherpje innemen.

Bij verreweg de meeste Umbelliferen vindt men de tweeslachtige bloemen aan den rand en de mannelijke in het midden.

Er zijn er slechts enkele, die op dezen regel eene uitzondering maken; bij *Oenanthe fistulosa* en *Sanicula europaea* vindt men juist de omgekeerde verhouding en bij *Astrantia* nemen de tweeslachtige bloemen in den regel eene bepaalde zone in tusschen peripherische en centrale mannelijke bloemen. Van den omtrek naar 't midden vindt men daar eerst 1 of 2 kransen mannelijke, dan een krans tweeslachtige en eindelijk in 't midden weer mannelijke bloemen.

Maar al moge het nu ook al regel zijn bij de overige Umbelliferen, dat in alle scherpjes, die de beide bloemvormen bevatten, de hermaphrodiete bloemen aan den rand en de mannelijke in 't midden geplaatst zijn, dan moet hier voor die Umbelliferen eene uitzondering gemaakt worden, die in 't midden van de scherpjes een topbloem tot ontwikkeling brengen; deze toch is in den regel tweeslachtig.

Zulke topbloemen vindt men o. a. geregeld bij *Chaerophyllum* en bij *Meum*; in elk scherpje van *Chaerophyllum temulum* en *Meum athamanticum* vindt men tweeslachtige randbloemen en een tweeslachtige topbloem en overigens mannelijke bloemen.

Ook bij *Aegopodium Podagraria*, *Carum Curvi* en *Daucus Carota* komen tweeslachtige topbloemen in de scherpjes voor, doch vindt men bij deze soorten die topbloem niet altijd in alle scherpjes.

Het behoeft geen uitvoerig betoog, dat de beide bloemvormen, die bij de hier besproken planten op een en hetzelfde individu worden aangetroffen, evenals de beide bloemen eener cleistogame plant te beschouwen zijn als twee antagonistische kenmerken, die elkander uitsluiten en deze planten mitsdien te vergelijken zijn met de door mutatie ontstane tusschenrassen, die DE VRIES ons heeft leeren kennen.

Elke andro-monocceische Umbellifeer, waarvan wij een zeker aantal individuen met elkander vergelijken, geeft ons de gelegenheid op te merken, dat de beide antagonistische kenmerken blijkbaar om den voorrang strijden, bij welchen strijd nu eens het eene dan weder het andere veld wint.

Maar wanneer wij van een zeer vormenrijke soort eene zoo goed als complete reeks van andro-monocceische vormen met elkander vergelijken, dan valt het ons op, dat er tusschen deze en de tot nu toe bekende tusschenrassen dit belangrijke verschil bestaat, dat terwijl bij de andere tusschenrassen het oorspronkelijke soortskenmerk toch wel altijd meer op den voorgrond treedt dan het raskenmerk, hier zeer vaak het omgekeerde valt waar te nemen.

Wij hebben zooeven planten leeren kennen als *Myrrhis odorata*, *Meum athamanticum* of vormen van *Pastinaca sativa*, *Heracleum Sphondylium* en *Daucus Carota*, waar het soortskenmerk geheel door het raskenmerk op den achtergrond was gedrongen en dit geeft aanleiding tot de vraag of de andro-monocceische Umbelliferen, beschouwd als door mutatie ontstane rassen, met de bovengenoemde gyno-monocceische *Satureja hortensis* en andere tusschenrassen op gelijke lijn te stellen zijn.

Men weet uit de Mutatie-theorie, dat de wisselwerking tusschen twee antagonistische eigenschappen zich op meer dan eene wijze kan openbaren en dat een door mutatie ontstaan kenmerk bij verschillende plantensoorten nu eens in meerdere dan weer in mindere mate erfelijk kan zijn, waardoor rassen ontstaan van verschillenden aard.

Een ras waarbij de anomalie slechts betrekkelijk weinig te voorschijn treedt, veel minder dan de normale eigenschap, en dus slechts in geringe mate erfelijk is, heeft DE VRIES den naam van *halfras* gegeven en het abnormale kenmerk *semilaten* genoemd. Dat zich echter onder deze halfrassen belangrijke verschillen kunnen voordoen in de mate waarin het kenmerk semi-latent is, is bij het statistisch onderzoek der halfrassen bijv. van *Trifolium incarnatum quadrifolium* en *Trifolium pratense quinquefolium* duidelijk gebleken.

Het laat zich denken, dat er rassen bestaan bij welke de beide antagonistische kenmerken nagenoeg denzelfden graad van erfelijkheid bezitten, waarbij het dan vaak onder gunstige omstandigheden moeilijk is om uit te maken of het soortskenmerk dan wel de anomalie sterker op den voorgrond treedt en waarbij somtijds zelfs, wanneer de levensomstandigheden zeer gunstig zijn, de anomalie de overhand verkrijgt. In zulk een ras zijn dan zoowel het soortskenmerk als de anomalie als *semi-actief* te beschouwen. Of er werkelijk zulke rassen bestaan is bij het statistisch onderzoek der anomalieën nog niet gebleken.

Maar nu laat het zich ook nog verder denken, dat er tusschen deze laatste rassen, die DE VRIES *middenrassen* heeft genoemd en de constante variëteiten, bij welke het soortskenmerk *latent* en de anomalie *actief* optreedt, nog andere rassen bestaan, waar de *normale eigenschap* zich in verschillende mate als *semi-latent* voordoet.

DE VRIES houdt zulke gevallen voor mogelijk, doch zijn ze tot nog toe niet opgemerkt geworden¹⁾. Nu is bij mij de vraag gerezen of wij bij de andro-monoëcische Umbelliferen niet te doen hebben met zulke rassen waarbij het *soortskenmerk* semi-latent geworden is?²⁾

Gaan wij bij onze beschouwingen uit van een van die Umbelliferen waarvan naast andro-monoëcische ook hermaphrodiëte en mannelijke vormen bekend zijn bijv. *Heracleum Sphondylium*.

Zooals hierboven reeds gezegd is doet *Heracleum Sphondylium* zich over een groot deel van Midden-Europa voor als eene hermaphrodiëte plant. In de omstreken van Neu-Ruppin echter werden daarnevens vormen gevonden, die alleen in de schermen der eerste orde tweeslachtig zijn, wier schermen der tweede orde uit half tweeslachtige en halfmannelijke schermpjes zijn samengesteld en wier schermen der derde orde uitsluitend mannelijk zijn, die dus kunnen worden beschouwd ongeveer evenveel mannelijke als tweeslachtige bloemen voort te brengen.

Bij ons te lande vond ik nu nog naast de hermaphrodiëte en de Neu-Ruppinsche middenvormen eene groote verscheidenheid van zoodanige vormen, die òf als geleidelijke overgangen kunnen worden beschouwd van die middenvormen tot volkomen hermaphrodiëte òf als geleidelijke overgangen van die middenvormen tot volkomen mannelijke individuen, welke laatste ook bij ons te lande niet ontbreken.

Beschouwen wij nu deze vormenrijke andro-monoëcische plant *voorloopig* als een *tussenras* en vergelijken wij hare eigenschappen met die van *Trifolium pratense quinquefolium*, die eerst door DE VRIES uitvoerig is behandeld en later nog nader in alle details door Mejuff. TAMMES³⁾ is onderzocht zoodat van dit ras de eigenschappen het volledigst bekend zijn, dan beginnen wij met ons af te vragen, welke bijzonderheden wij bij *Heracleum* zouden moeten waarnemen wanneer haar monoëcische vorm een *tussenras* vertegenwoordigde?

1) DE VRIES, Mutationstheorie, I, pag. 424.

2) In mijn artikel over cleistogame planten heb ik reeds met een enkel woord de vraag gesteld of niet *Ruellia tuberosa*, *Impatiens noli tangere*, *Impatiens fulva*, *Amphicarpea monoica*, *Viola spec. div.* in dezen toestand verkeerden.

3) Bot. Zeit. 1ste. Abt., Heft XI, 1904.

Wij zouden dan moeten waarnemen:

1°. dat een krachtig ontwikkeld exemplaar, bijv. een plant met schermen der 1^{ste} tot 4^{de} orde, meer mannelijke bloemen voortbrengt dan een individu, dat het niet verder heeft kunnen brengen dan tot de vorming van schermen der 1^{ste} en 2^{de} orde;

2°. dat planten op vruchtbaren bodem, over 't algemeen genomen, meer mannelijke bloemen voortbrengen in verhouding tot de tweeslachtige, dan planten op minder vruchtbaren bodem;

3°. dat de mannelijke bloemen eerst te voorschijn treden in eene periode waarin de plant krachtiger is geworden, dat zij langzamerhand in aantal toenemen naarmate het individu sterker wordt om weer geleidelijk in aantal af te nemen wanneer de plant haar hoogste punt van ontwikkeling heeft overschreden en

4°. dat in elk scherm zoowel als in elk schermpje, dat de beide bloemvormen bevat, de mannelijke bloemen bij voorkeur worden gevonden op die plaats, die met betrekking tot de voeding de voordeeligste is.

Het is niet moeilijk om aan te toonen, dat de waarneming de juistheid dezer 4 punten *niet* bevestigt.

Beschouwen wij in de eerste plaats het sub 4° genoemde punt.

Het valt niet te betwijfelen, dat (met uitzondering van de zoeven besproken terminale schermpjes en terminale bloemen) de peripherische schermpjes ten aanzien van de voeding een gunstiger plaats innemen dan de meer naar binnen gelegen schermpjes en dat in elk schermpje de bloemen aan den omtrek almede eene gunstiger positie innemen, dan die in 't midden van 't schermpje. Dit openbaart zich niet alleen hieraan, dat de binnenschermpjes minder rijk zijn aan bloemen, maar ook zien wij de bloemen kleiner en kleiner worden hoe meer ze van de peripherie verwijderd zijn; vaak komen de centrale bloemen niet meer tot normale ontwikkeling of blijft de vruchtzetting achterwege. Wij zien hier bij de schermen juist hetzelfde als bij langgerekte inflorescenties zooals bijv. die van *Capsella Bursa pastoris* of *Pisum sativum*, dat nl. de laatstgevormde bloemen, aan den top der inflorescentie, wegens ontoereikende voeding, geen normale ontwikkeling meer bereiken. Verder geeft elk schermpje — niet alleen een gemengd-bloemig, maar ook een zuiver hermaphrodit schermpje — gelegenheid om op te merken, dat de peripherische bloemen het in ontwikkeling winnen van de centrale.

En nu zien we bij alle Umbelliferen zonder onderscheid:

dat de peripherische schermpjes het langste hun tweeslachtig karakter behouden,

dat de mannelijke bloemen altijd het eerst optreden in 't centrum van 't scherm,

dat daar waar de schermpjes gemengd-bloemig zijn, het aantal tweeslachtige bloemen steeds afneemt van de peripherie naar 't centrum,

dat de binnenschermpjes vaak reeds geheel mannelijk zijn wanneer de buitenschermpjes nog tweeslachtige bloemen bevatten en

dat overal behalve bij *Oenanthe fistulosa*, *Sanicula europaea* en *Astrantia* in de schermpjes de randbloemen tweeslachtig en de centrale bloemen mannelijk zijn ¹⁾.

M. a. w. kunnen wij zeggen, dat zoowel in het scherm als in het schermpje de tweeslachtige bloemen steeds die plaats innemen, die ten aanzien van de voeding de voordeeligste is.

Dat terminale schermpjes en bloemen allergunstigst geplaatst zijn is duidelijk; het laat zich dan ook gereedelijk verklaren waarom een top-schermpje vaak rijker is aan tweeslachtige bloemen dan andere schermpjes uit het centrum en waarom in den regel de top-bloem uit het schermpje hermaphrodiet is.

Dat deze stand verreweg de voordeeligste is, kan nog hieruit afgeleid worden, dat vaak de top-bloem de eenige twee-slachtige is van 't geheele schermpje. Bij *Meum athamanticum* bijv. vindt men zeer vaak dat in de schermen der tweede orde, de 6—8 binnenste schermpjes in 't geheel geen tweeslachtige randbloemen meer bezitten; de eenige tweeslachtige bloem uit die schermpjes is de top-bloem ²⁾.

Wij zien dus juist de omgekeerde verhoudingen van die, welke wij zouden moeten waarnemen wanneer de andro-monoecische plant een tussehenras vertegenwoordigde als *Trifolium pratense quinquefolium*. Het is niet de mannelijke bloem — de anomalie — die bij voorkeur wordt aangetroffen op de beste plaatsen, maar de twee-slachtige bloem en bij verder onderzoek der hierboven genoemde vraagpunten 1, 2 en 3 zal ons dan ook nog verder blijken hoezeer deze laatste onder den invloed staat der voedingsverhoudingen en zich in alle opzichten gedraagt als een kenmerk, dat in een semi-latenten toestand verkeert tegenover den actieven toestand der anomalie.

Reeds zooveen heb ik gelegenheid gehad er op te wijzen, dat bij

¹⁾ Ik meen, dat er voor de afwijkende verhouding bij deze 3 geslachten wel eene verklaring te vinden is. Ik kan echter in deze korte mededeeling daarover niet in beschouwingen treden. Elders bij de uiteenzetting der verschillen tusschen de hier te lande voorkomende vormen en die, welke in andere deelen van Europa zijn waargenomen, wil ik daarop terugkomen.

²⁾ Dit herinnert aan hetgeen bij *Echinophora spinosa* valt op te merken (Zie boven).

alle andro-monocicische Umbelliferen het scherm der eerste orde het minst de anomalie vertoont.

Bij zeer vele vormen treedt de mannelijke bloem het eerst te voorschijn in de schermen der tweede orde, bij andere eerst in die der derde orde en ook wel zijn het eerst de schermen der vierde orde, waarin de mannelijke bloem voor de eerste maal optreedt.

Daar waar deze bloemen zich reeds in de schermen der eerste orde laten waarnemen is hun aantal daar toch steeds beperkter dan in de schermen der tweede en hogere orden.

Het scherm der eerste orde bewaart derhalve bij alle andro-monocicische Umbelliferen het langste het zuivere kenmerk der soort.

Wanneer wij nu bedenken, dat het scherm der eerste orde tevens het terminale scherm der plant is en aan het eind van de hoofdas uitermate gunstig geplaatst is met betrekking tot de voeding kan ons dit, in verband met het bij de bespreking van het 4^{de} punt meegedeelde, ook niet meer verwonderen; wij vinden hierin eene nadere bevestiging van de reeds uitgesproken meening, dat de *tweeslachtige bloem in latenten toestand verkeerende tegenover de anomalie, bij voorkeur optreedt in de gunstigst geplaatste schermen.*

Maar we mogen nu ook wel tevens aannemen, dat de plant tijdens den bloei van haar top-scherm, welke bloei eerst intreedt nadat zij zich vegetatief geheel heeft opgebouwd, ook in de krachtigste periode van groei bevindt, in eene periode waarin zij een goed deel van haar voedingsmateriaal aan de ontwikkeling van haar top-scherm ten goede kan laten komen terwijl alle later ontluikende schermen onder ongunstiger conditie verkeeren, ten eerste wegens hunne plaatsing aan zijassen der tweede of hogere orde en ten tweede omdat een zeer groot deel van het voedingsmateriaal aan het rijpen der vruchten uit het eerste scherm wordt ten koste gelegd tijdens den aanleg der schermen der tweede of althans die der hogere orden. Dit verklaart derhalve waarom in het scherm der tweede orde, de semi-latente tweeslachtige bloem niet meer in die mate op den voorgrond treedt als in het terminale scherm en waarom zij in de schermen der derde en vierde orde meer en meer wijkt voor het raskenmerk.

Het verklaart tevens waarom bij zeer krachtige exemplaren de mannelijke bloemen eerst optreden in de schermen der derde orde en waarom men vaak bij *Sium latifolium*, *Daucus Carota* c. a. eerst laat in den zomer, wanneer de plant haar hoogtepunt in de ontwikkeling reeds overschreden heeft, mannelijke bloemen en zelfs mannelijke schermen te voorschijn ziet komen bij planten, die in hunne schermen der eerste en tweede of eerste, tweede en derde orde uitsluitend tweeslachtige bloemen hebben voortgebracht.

Dat inderdaad krachtig ontwikkelde exemplaren meer tweeslachtige bloemen voortbrengen dan zwakke heeft MAC LEOD reeds opgemerkt. Bij krachtige exemplaren — zegt hij bij zijne aanteekening over *Aegopodium Podagraria* — zijn de schermen van den eersten rang en bij zeer krachtige ook die van den tweeden rang schier uitsluitend uit hermaphrodiete bloemen samengesteld, terwijl bij gewone exemplaren de scherpjes in de schermen van den eersten rang gedeeltelijk en die van den tweeden rang uitsluitend uit mannelijke bloemen bestaan. Ook SCHULZ heeft diezelfde opmerking gemaakt bij *Torilis Anthriscus* en *Pimpinella saxifraga* en persoonlijk heb ik de juistheid daarvan herhaaldelijk bevestigd gevonden bij *Pimpinella magna*, *Aegopodium Podagraria*, *Aethusa Cynapium*, *Astrantia major* e. a.

Onderzoekt men nu ten slotte de getallenverhouding der beide bloemvormen in de schermen van zoodanige soorten, die in een groot aantal gevonden worden op gronden van verschillende samenstelling en vruchtbaarheid, dan leert het onderzoek aanstonds, dat het aantal tweeslachtige bloemen op eene vruchtbare standplaats belangrijk grooter is dan op een minder vruchtbare standplaats. *Anthriscus silvestris* en *Chaerophyllum temulum* zijn planten, die bij ons te lande zeer algemeen zijn zoowel op zandgronden (aan den rand der duinen) als op vruchtbare kleigronden. Beide planten laten zich 't beste beoordeelen naar de samenstelling der schermen der tweede orde.

Van *Anthriscus silvestris* is de gemiddelde samenstelling:

	op zandgrond	op kleigrond
van de 6 buitenste scherpjes	4-5♀+11-13♂	7-10♀+3-4♂
van de 7 binnenste scherpjes	2-4♀+ 8-11♂	6-7♀+4-7♂

En van *Chaerophyllum temulum*:

van de buitenste scherpjes	15♀+10♂+1♀	20♀+7♂+1♀
terwijl de 2 à 3 binnenste scherpjes bij de planten op zandgrond geheel mannelijk zijn.		

De resultaten komen dus juist overeen met mijne waarnemingen betreffende den invloed van de vruchtbaarheid van den bodem op het optreden der chasmogame bloemen bij *Ruellia tuberosa* te Batavia en die van GOEBEL betreffende de chasmogame bloemen bij *Impatiens noli tangere* op standplaatsen van verschillende vruchtbaarheid bij Ambach ¹⁾.

Uit het hier meegedeelde blijkt derhalve, dat de andro-monocëisehe

¹⁾ GOEBEL. Die kleistogamen Blüten und die Anpassungstheorien. Biol. Centralbl. Bd. XXIV. No. 24, pag. 770.

Umbelliferen in de vrije natuur het karakter dragen van tusschenrassen, en wel van zulke tusschenrassen, waarbij het soortskenmerk, de tweeslachtige bloem, in een semi-latenten toestand verkeert.

Door dit aan te nemen wordt het duidelijk waarom de anomalie zich het minst vertoont in het terminale scherm, waarom zij eenmaal opgetreden, in aantal toeneemt in de schermen van hoogere orde, waarom in elk scherm het aantal hermaphrodiete bloemen afneemt van de peripherie naar 't midden, waarom in elk schermpje de tweeslachtige bloemen aan den rand en de mannelijke in 't midden zijn geplaatst en waarom bij die soorten, waar in de schermen een top-schermpje voorkomt, dit vaak weer relatief meer tweeslachtige bloemen bevat dan de omringende scherpjes en waarom eindelijk daar, waar in de scherpjes eene top-bloem wordt aangetroffen, deze in den regel tweeslachtig is en bij het meer en meer mannelijk worden der scherpjes het langste stand houdt, zoodat zij vaak nog voorkomt in zulke scherpjes, waar de tweeslachtige randbloemen reeds voor mannelijke bloemen hebben moeten plaats maken.

Wanneer ik nu meen, dat er voor mijne opvatting veel te zeggen valt, ben ik er mij toch zeer wel van bewust, dat *zekerheid* omtrent den waren aard van het ras, omtrent den invloed der fluctueerende variabiliteit op de getallenverhoudingen tusschen tweeslachtige en mannelijke bloemen, omtrent de vraag of wellicht plaatselijk van een en dezelfde Umbellifeer verschillende variëteiten of tusschenrassen bestaan en andere daarmee verband houdende vragen alleen door cultuurproeven en statistisch onderzoek verkregen kan worden.

Die overweging heeft mij echter niet teruggehouden van de mededeeling dezer waarnemingen, al is zij dan ook alleen te beschouwen als eene uiteenzetting der gronden, die tot het nemen van cultuurproeven hebben aanleiding gegeven. Ik meen dat het zijn nut kan hebben die gronden uiteen te zetten; ten eerste omdat zij steun geven aan mijne opvatting omtrent het rassenkarakter van vele cleistogame planten en verder omdat men m. i. stellig mag verwachten, dat behalve cleistogame en monoecische planten, ook wel andere in de vrije natuur het karakter dragen van door mutatie ontstane rassen en het meegedeelde allicht iets zal kunnen bijdragen om daarop in meerdere mate de aandacht te vestigen.

De cultuurproeven zullen uit den aard der zaak eenige jaren in beslag nemen.

In den *Ergänzungsband der Flora 1905*, Heft I., p. 214 deelt GOEBEL als vervolg op zijne verhandeling „Die kleistogamen Blüten

und die Anpassungstheorien" de resultaten mee van zijne voortgezette cultuurproeven met cleistogame soorten van *Viola*. De uitkomsten zijner proeven geven hem eene nadere bevestiging van de reeds vroeger uitgesproken meening, dat het optreden van eene cleistogame of eene chasmogame bloem geheel afhankelijk is van *voedingsverhoudingen*. Zijn deze gunstig dan ziet men de chasmogame bloem optreden; in 't tegenovergestelde geval treedt de cleistogame op.

Mijne bedenkingen tegen die opvatting heb ik in mijn vorige artikel meegedeeld; ik wil er mij dan ook alleen toe bepalen er op te wijzen, dat de invloed der voedingsverhoudingen zich hierin openbaart dat bij gunstige verhoudingen het *semi-latente* kenmerk tot ontwikkeling wordt gebracht en bij ongunstige wordt onderdrukt.

Wanneer nu bij GOEBEL's proeven de chasmogame bloei wordt onderdrukt, wanneer de plant onder ongunstige omstandigheden verkeert, dan geschiedt dit omdat *Viola* behoort tot een tusschenras waarbij de chasmogame bloem in semi-latenten toestand verkeert. Behoorde de cleistogame *Viola* tot een der andere tusschenrassen, ware het bijv. een tusschenras als de gyno-monocleische vorm van *Satureja hortensis* of *Trifolium pratense quinquefolium* bij welke de *anomalie*: (de vrouwelijke bloem en het samengestelde blad) in semi-latenten toestand verkeert, dan zou onder gunstige voedingsverhoudingen de anomalie, de *cleistogame*, en onder minder gunstige voedingsverhoudingen de *chasmogame* in haar optreden bevorderd worden.

Dierkunde. — De Heer HUBRECHT biedt eene mededeeling aan van den Heer Prof. H. STRAHL te Giessen: „*Der Uterus von Erinaceus europaeus L. nach dem Wurf*”.

(Mede aangeboden door den Heer MAX WEBER).

Durch das überaus freundliche Entgegenkommen des Herrn Collegen HUBRECHT, dem ich dafür zu Dank verpflichtet bin, ist es mir ermöglicht, meine Untersuchungen über die Involution des Uterus post partum an einer meines Wissens bisher auf diesen Punkt noch nicht untersuchten Tierform fortzusetzen. Die Bearbeitung einer grösseren Zahl von Uteris von *Erinaceus europaeus L.* erlaubte es, die fraglichen Rückbildungserscheinungen ausreichend zu verfolgen.

Im graviden Uterus des Igels kurz vor dem Wurf findet man, wie HUBRECHT's ausgedehnte Untersuchungen gelehrt haben, ziemlich grosse Fruchtkammern vor, welche ganz von Epithel ausgekleidet sind. Dasselbe reicht noch etwas unter die Ränder der relativ nicht

sehr umfangreichen discoidalen Placenta herunter, welche somit zu den gestielten gehört, wenn auch der Stiel allerdings ein sehr breiter ist.

Die Uteruswand eines Igels, der gleich nach dem Wurf getötet wurde, ist demnach auch fast vollkommen mit einem Epithel überzogen, das sich als aus hohen cylindrischen Zellen bestehend erwies. Nur in einem kleinen antimesometralen Bezirk, welcher durch die grossen Gefässstümpfe als Placentarstelle characterisiert ist, fehlt eine Epithellage.

Abgesehen von dem eben erwähnten liess sich bei meinen Praeparaten die Zeit post partum nicht bestimmen; ich musste mir daher nach der Stärke der Uteri eine Reihe construieren von solchen, welche bei sehr beträchtlichem Dickendurchmesser die Zahl der ehemaligen Fruchtkammern noch aus Anschwellungen bestimmen liessen, die den Placentarstellen entsprachen, bis zu anderen, welche in ihrem Aussehen das Anzeichen einer abgelautenen Gravidität nicht mehr aufwiesen. Die von solchen Uteris gewonnenen Schnittpraeparate stimmten gut zu einander und liessen die verschiedenen Stadien der Involution in ausreichender Weise ablesen.

Auf die Phasen der Rückbildung im einzelnen will ich an dieser Stelle nicht eingehen, sondern nur sagen, dass die wesentlichsten Umwandlungen in dem Bindegewebe der Uterinschleimhaut und in dem Drüsenapparat ablaufen. Das Oberflächenepithel, welches bei manchen Tieren (z. B. bei *Putorius furo*) beträchtliche Formveränderungen durchmacht, zeigt solche hier relativ weniger. Sie beschränken sich auf Abstossung überschüssiger Teile sowie Umwandlung grösserer Zellen in kleinere. Der Epitheldefect der Placentarstelle wird durch Herüberschieben des Epithels von den Rändern aus gedeckt ähnlich dem Vorgang, wie er in den letzten Jahren für eine Reihe anderer Säuger bekannt geworden ist. Da man eine epithelfreie Stelle in mehreren Stadien findet, so ist anzunehmen, dass die Deckung des Defectes nicht so rasch abläuft, wie z. B. bei vielen Nagern.

Characteristisch für die Bindegewebslage ist die starke Durchsaftung derselben; sie erscheint nach dem Wurf locker, unregelmässig angeordnet und von einer beträchtlichen Zahl von grossen Blut- und namentlich Lymphgefässen durchzogen, die ersteren vornehmlich an der Placentarstelle, die letzteren in der ganzen Schleimhaut verbreitet. In diesem Bindegewebe liegen in der Zeit kurz nach dem Wurf nur kleine und unregelmässig gestaltete Drüsen mit niedrigem Epithel, welche in der ziemlich dicken Schleimhaut wenig Platz beanspruchen.

In dem vollkommen rückgebildeten Uterus finde ich ein nicht eben starkes, an Zellen reiches Schleimhaut-Bindegewebe vor, in welchem lange Drüsen in sehr zierlicher und gleichmässiger Anordnung von der Innenfläche des Uterus bis zur Musculatur reichen, während grössere Blut- und Lymphgefässe in demselben fehlen (s. Fig. 1 in HUBRECHT's Studies in Mammalian Embryology. Quart. Journ. of micr. sc. vol. XXX. new ser.). Ein Vergleich dieser beiden Stadien vom Anfang und vom Ende der Involution ergibt den Gang, welchen dieselbe geht. Sie besteht, abgesehen von den eben erwähnten geringen Epithel-Veränderungen, in einer Verdichtung des Bindegewebes, welche mit einer beträchtlichen Verringerung des Gesamt-Kalibers einhergeht, und in einer Umordnung des Drüsenapparates, die vermutlich mit einer Neubildung, jedenfalls aber mit einer Umlagerung und beträchtlichen Verlängerung der einzelnen Drüsenschläuche verbunden ist.

Im Bindegewebe sind es weniger die einzelnen Zellen, welche Umwandlungen durchmachen, (wie dies z. B. bei der Hündin post partum sehr auffällig geschieht) sondern es handelt sich viel ausgesprochener um Verringerung von Intercellularsubstanzen, welche schliesslich zu einer Verdichtung des ganzen Gewebes führt.

Gleichzeitig verkleinern und verengern sich die erweiterten Lymphgefässe ebenso, wie die an der Placentarstelle gelegenen Stämme der durchrissenen Blutgefässe, deren Thromben sich organisieren. Die Rückbildung an der Placentarstelle geht dabei entschieden langsamer vor sich, als an der übrigen Schleimhaut, so dass man die Placentarstelle auch dann noch als etwas besonderes heraus erkennt, wenn der Epitheldefect derselben vollkommen gedeckt ist.

Noch länger als die Umwandlung des Bindegewebes braucht diejenige der Drüsen zu regelmässiger Form; möglicherweise setzt sie in ihren letzten Phasen erst ein mit dem Auftreten einer neuen Brunst.

Bei einem Vergleich der puerperalen Involution des Igel-Uterus mit dem gleichen Vorgang, wie er bei den anderen bisher untersuchten Säugern abläuft, kann man sagen, dass der Igel in genannter Beziehung eine gewisse Mittelstellung zwischen Nagern und Carnivoren einnimmt. Den ersteren steht er nahe in der Art der Rückbildung des Epithels, einzelnen der letzteren mehr in derjenigen der Bindegewebsschicht, ohne allerdings in dieser Beziehung eine vollkommene Uebereinstimmung zu zeigen.

Die genaueren Belege für die an dieser Stelle kurz skizzierten Involutions-Vorgänge werde ich an anderer Stelle bringen.

Sterrenkunde. — De Heer J. C. KAPTEYN biedt een mededeeling aan van den Heer W. DE SITTER: „*Over de baanvlakken der Jupiter-Satellieten*”.

(Mede aangeboden door den Heer E. F. VAN DE SANDE BAKHUIZEN).

De volgende bladzijden bevatten een kort overzicht der resultaten van eene onderzoeking die uitvoerig gepubliceerd zal worden in de „Annals of the Royal Observatory at the Cape of Good Hope”. Het waarnemingsmateriaal waarop dit onderzoek berust is in zijn geheel afkomstig van de Kaapsche Sterrenwacht, en bestaat uit:

- 1°. Heliometerwaarnemingen van 1891, door GILL en FINLAY, bewerkt door mij en gepubliceerd in mijne dissertatie.¹⁾
- 2°. Photographische platen van 1891, gemeten en bewerkt door mij.
- 3°. Heliometerwaarnemingen van 1901 en 1902, door COOKSON, bewerkt door hemzelve en gepubliceerd in Monthly Notices June 1904 p. 728—747.
- 4°. Photographische platen van 1903 en 1904, gemeten en bewerkt door mij.

Mijn doel met de bewerking van dit materiaal was uitsluitend de bepaling der hellingen en knoopen van de baanvlakken der Satellieten en van de bewegingen dier knoopen. De platen 1903 en 1904 werden genomen om een tweede epoëe te verkrijgen, waaruit door vergelijking met 1891 de knoopenbewegingen zouden kunnen bepaald worden.

De schoone serie waarnemingen, door den Heer COOKSON in 1901 en 1902 uitgevoerd, verhoogt het gewicht van die bepaling aanmerkelijk.

Ik heb reeds in mijn dissertatie (chapter IV) er op gewezen dat voor de andere elementen, die uit de waargenomen (jovicentrische) lengtes der Satellieten moeten bepaald worden, de eclipswaarnemingen waarschijnlijk voldoende materiaal leveren. Overigens zijn uit de boven onder 1° en 3° genoemde waarnemingsreeksen *alle* elementen afgeleid.

Voor de bepaling der hellingen en knoopen, die uit de geobserveerde breedtes moeten afgeleid worden, zijn daarentegen eclipswaarnemingen minder geschikt, zooals ik l. c. pag. 77 aantoonde. De kennis der hellingen en knoopen is vooral belangrijk om de groote knoopenbewegingen, die door de theorie worden vereischt, aan de waarnemingen te kunnen toetsen. Daar deze knoopenbewegingen bijna geheel door de afplatting van de planeet worden voortgebracht,

¹⁾ Discussion of Heliometer-Observations of Jupiter's Satellites, Groningen J. B. WOLTERS 1901.

is het aangewezen fundamentealvlak, waarop de breedtes moeten betrokken worden de equator van Jupiter.

Neemt men een assenstelsel aan, waarvan de y -as is de projectie op den hemelbol van de loodlijn op dit fundamentealvlak (d. i. de rotatie-as van Jupiter), en de x -as de groote cirkel door het centrum van de planeet loodrecht op de y -as getrokken, dan zijn voor de bepaling der hellingen in knopen alleen de coördinaten y der satellieten van belang. Ik heb daarom ook alleen deze coördinaten gemeten. De plaat werd met behulp van den positiecircel, waarvan het meettoestel van het Laboratorium te Groningen is voorzien, gebracht ongeveer in den positiehoek $P + 90^\circ$, waar P de positiehoek is van Jupiters geadopteerde rotatie-as. De plaat kan zich dan bewegen evenwijdig aan een rechte lijn, die ongeveer samenvalt met de x -as, en die gedefinieerd is door de as van den cylinder, waarlangs de plaathouder bij zijne beweging glijdt. De coördinaten loodrecht op deze as, die dus, op kleine correcties (refractie, orientatie en schaalwaarde) na, de gezochte coördinaten y zijn, werden dan direct met de micrometer-schroef gemeten. De gemeten grootheden bedragen bij deze meetmethode nooit meer dan enkele revoluties van de schroef. Alle fouten van réseaulijnen, schaalverdeelingen, „Kippfehler” etc. worden vermeden. De rechtheid van den cylinder werd herhaaldelijk gecontroleerd door vergelijking met een gespannen cocondraad. Zijne fouten zijn zeker kleiner dan 0.2 micron. De positiehoeken werden afgelezen met twee microscopen, en de orientatie der plaat werd bepaald uit een paar standaard-sterren, waarvan voor dit doel op elke plaat eene opname genomen was, en uit „trails” van de satellieten. De toevallige fouten van de metingen der satellieten zijn bevredigend, distortie van de gelatine is niet te constateeren, en uit de discussie van een twaalfstal speciaal voor dit doel genomene platen blijkt dat de orientatiebepaling uit de trails altijd, en die uit standaard-sterren onder zekere (weliswaar niet altijd gemakkelijk te vervullen) condities, praktisch vrij is van systematische fouten. De toevallige fouten van beide bepalingen zijn zeer klein.

Het beeld van de planeet zelf is niet gemeten. De gemeten grootheden bevatten dus voor elke plaat een onbekende constante, die geëlimineerd werd door in de verdere reducties te gebruiken de y -coördinaten gerekend van af het gemiddelde van alle satellieten die op de plaat voorkomen. De conditie- en normaalvergelijkingen voor deze relatieve coördinaten worden zeer eenvoudig en symmetrisch. Plaatsgebrek verbiedt mij echter verder op de metingen en reducties in te gaan; ik zal dadelijk het resultaat mededeelen.

De onbekenden die uit iedere oppositie bepaald werden, zijn de

correcties tot de geadopteerde waarden van de elementen p en q voor de vier satellieten, die gedefinieerd zijn door

$$p = i \sin (-\Omega)$$

$$q = i \cos (-\Omega)$$

waar i en Ω de helling en klimmende knoop zijn van de satellieten-baan op het fundamentaalvlak. De lengte van de knoop is gerekend van af de klimmende knoop van het baanvlak van Jupiter op het fundamentaalvlak. De grootheden betrekking hebbende op de vier satellieten worden door de suffixen 1—4 onderscheiden.

De volgende tabel bevat de resultaten van de verschillende waarnemingsreeksen, met hunne waarschijnlijke fouten.

	1891.75 Helio.meter.	1891.75 Platen.	1891.75
Δp_1	$+ 0.0409 \pm 0.0052$	$+ 0.0372 \pm 0.0050$	$+ 0.0397 \pm 0.0038$
Δp_2	$+ .0740 \pm 36$	$+ .0733 \pm 36$	$+ .0738 \pm 27$
Δp_3	$- .0033 \pm 23$	$- .0024 \pm 19$	$- .0030 \pm 17$
Δp_4	$+ .0642 \pm 12$	$+ .0638 \pm 12$	$+ .0641 \pm 9$
Δq_1	$- 0.0259 \pm .0056$	$- 0.0258 \pm .0061$	$- 0.0259 \pm .0043$
Δq_2	$+ .0853 \pm 33$	$+ .0813 \pm 35$	$+ .0840 \pm 25$
Δq_3	$- .0683 \pm 20$	$- .0748 \pm 23$	$- .0705 \pm 16$
Δq_4	$- .0137 \pm 12$	$- .0117 \pm 11$	$- .0130 \pm 9$

	1901.61 COOKSON.	1902.62 COOKSON.	1903.72 Platen.	1904.89 Platen.
Δp_1	$+ 0.0170 \pm 0.0077$	$+ 0.0137 \pm 0.0072$	$+ 0.0021 \pm 0.0060$	$- 0.0028 \pm 0.0078$
Δp_2	$+ .1113 \pm 56$	$+ .0922 \pm 44$	$+ .0526 \pm 33$	$+ .0158 \pm 44$
Δp_3	$- .0148 \pm 36$	$- .0072 \pm 28$	$- .0199 \pm 22$	$- .0104 \pm 28$
Δp_4	$+ .0456 \pm 18$	$+ .0658 \pm 15$	$+ .0657 \pm 12$	$+ .0648 \pm 13$
Δq_1	$- 0.0695 \pm .0084$	$- 0.0755 \pm .0065$	$- 0.0597 \pm .0048$	$- 0.0335 \pm .0077$
Δq_2	$- .1770 \pm 49$	$- .1860 \pm 40$	$- .2120 \pm 52$	$- .2252 \pm 48$
Δq_3	$- .0360 \pm 33$	$- .0334 \pm 23$	$- .0494 \pm 20$	$- .0476 \pm 26$
Δq_4	$- .0359 \pm 18$	$- .0070 \pm 14$	$- .0284 \pm 11$	$- .0200 \pm 17$

De waarden voor 1891 (*Heliometer*) zijn de in mijne dissertatie afgeleide met enkele onbeduidende correcties in de laatste decimalen. De resultaten van den Heliometer en die uit de platen zijn vereenigd met de relatieve gewichten 2 en 1.

De resultaten van 1901 en 1902 zijn ontleend aan de boven geciteerde mededeeling van den Heer COOKSON.

Ik heb mij echter genoodzaakt gezien Δp_4 en Δq_4 voor 1901 en 1902 te verwerpen. COOKSON vindt uit de reductie zijner waarnemingen eene ongelijkheid in de breedte van satelliet IV, waarvan de periode de helft van den omloopstijd van den satelliet bedraagt, en de coëfficiënt ongeveer $50''$ is. Ik heb naar deze ongelijkheid gezocht in de waarnemingen van 1891, 1903 en 1904 en kan met volkomen zekerheid verklaren dat er in geen van die jaren ook maar een spoor is van eenige periodieke ongelijkheid, waarvan het argument een veelvoud zou zijn van de middelbare lengte van Sat. IV. Daar ook een dergelijke ongelijkheid door de theorie zich niet laat verklaren heb ik gemeend hare realiteit te moeten betwijfelen, en daar de oorzaak, die deze schijnbare periodieke ongelijkheid teweeggebracht heeft, onmogelijk zonder invloed op de bepaling p_4 en q_4 kan gebleven zijn, scheen het mij de zekerste weg toe de uit de waarnemingen van 1901 en 1902 gevonden waarden dezer elementen te verwerpen. Alle andere door de waarnemingen geleverde correcties Δp en Δq zijn voor de volgende discussie gebruikt, met gewichten omgekeerd evenredig aan het kwadraat van hunne waarschijnlijke fouten, en overeenkomende met een w. f. van de gewichtseenheid van ± 0.0050 .

Voordat ik tot deze discussie overga moeten eerst de theoretische uitdrukkingen van p en q ontwikkeld worden.

In den tijd toen LAGRANGE en LAPLACE de analytische theorie der satellieten schiepen waren de eclipsen vrijwel de eenige verschijnselen der satellieten, die waargenomen werden. Voor deze is het vlak waarin de as van de schaduwkegel ligt, d. i. het baanvlak van Jupiter, het natuurlijke fundamentaalvlak, en dit werd dan ook door hen gekozen. SOUILLART, die in 1880 zijne theorie publiceerde, volgde hun voorbeeld.

Het is dus allereerst noodig, voor de vergelijking met moderne observaties, de door deze theorie gegeven uitdrukkingen voor de breedtes boven het baanvlak te herleiden tot breedtes boven den equator. Dit is reeds door MARTH gedaan, die in 1891 naar SOUILLARTS theorie tafels construeerde voor de berekening van de coördinaten der satellieten (*Monthly Notices*, June 1891, pag. 505—539).

Laat I en N de helling en knoop ¹⁾ zijn van een der satellietenbaanen op het baanvlak van Jupiter. SOUILLARTS theorie geeft dan

$$\left. \begin{aligned} I_i \sin N_i &= \sum_{j=1}^4 b_{ij} \sin \theta_j + \mu_i \omega \sin \theta_0 \\ I_i \cos N_i &= \sum_{j=1}^4 b_{ij} \cos \theta_j + \mu_i \omega \cos \theta_0 \end{aligned} \right\} \dots \dots (1)$$

In deze formules zijn ω en θ_0 de helling en knoop van den equator van Jupiter op het baanvlak. Alle lengtes zijn gemeten vanaf het punt Aries. De b_{ij} zijn constanten, en de hoeken θ_i varieeren evenredig aan den tijd. Van de constanten b_{ij} zijn slechts vier onderling onafhankelijk. Als wij stellen:

$$b_{ii} = \gamma_i \quad b_{ij} = \sigma_{ij} \gamma_j,$$

dan zijn de γ_i constanten. De verhoudingsgetallen σ_{ij} en μ_i en de coëfficiënten van den tijd in de uitdrukkingen voor θ_i worden door de theorie gegeven als functies van de massas, de afplatting en de middelbare bewegingen. De constanten σ_{ij} zijn kleine getallen (de grootste is $\sigma_{43} = 0.1944$) behalve natuurlijk die uit de diagonaal, $\sigma_{ii} = 1$. De grootheden μ_i verschillen weinig van de eenheid. De hoeken γ_i en θ_i zijn wat LAPLACE noemt de „inclinaisons et noeds propres” van de satellieten.

Laat nu ω_0 en ψ_0 zijn de helling en de lengte (vanaf het punt Aries) van de dalende knoop op het baanvlak van het vlak dat ik als fundamenteelvlak wensch te adopteeren. Lengtes in dit vlak reken ik vanaf den knoop ψ_0 als nulpunt.

Als nu i en \mathcal{G} de helling en knoop zijn van een satellietenbaan op dit vlak, dan heb ik met verwaarloozing van grootheden van de derde orde in i , I en ω_0 :

$$\begin{aligned} i \sin \mathcal{G} &= I \sin (N - \psi_0) \\ i \cos \mathcal{G} &= I \cos (N - \psi_0) + \omega_0 \end{aligned}$$

Als ik nu nog invoer de notaties

$$\left. \begin{aligned} \Gamma_i &= \psi_0 - \theta_i & \Psi &= \psi_0 - \theta_0 + 180^\circ \\ x_i &= \gamma_i \sin \Gamma_i & x_0 &= \omega \sin \Psi \\ y_i &= \gamma_i \cos \Gamma_i & y_0 &= \omega \cos \Psi - \omega_0 \end{aligned} \right\} \dots \dots (2)$$

dan worden de uitdrukkingen voor p en q :

$$\left. \begin{aligned} p_i &= \sum_{j=1}^4 \sigma_{ij} x_j - \mu_i x_0 \\ q_i &= \sum_{j=1}^4 \sigma_{ij} y_j + (1 - \mu_i) \omega_0 - \mu_i y_0 \end{aligned} \right\} \dots \dots (3)$$

¹⁾ Onder knoop wordt verstaan klimmende knoop, wanneer niet het tegendeel uitdrukkelijk vermeld is.

MARTH heeft geadopteerd

$$\left. \begin{array}{l} \omega_0 = \text{de waarde van } \omega \\ \psi_0 = \text{,, ,, ,, } \theta_0 + 180^\circ \end{array} \right\} \text{ volgens SOUILLARTS theorie, } ^1)$$

en de grootheden p en q gerekend naar de formules (3), na daarin $x_0 = y_0 = 0$ gesteld te hebben.

Opdat uit de vergelijkingen (3) de onbekenden γ_i , Γ_i , x_0 , y_0 opgelost kunnen worden is het noodzakelijk dat de coëfficiënten σ_{ij} en μ_i bekend zijn. Ik heb deze coëfficiënten overgenomen van SOUILLARTS theorie als zijnde de beste die tegenwoordig beschikbaar zijn. Deze coëfficiënten zijn zeer gecompliceerde functies van de massas, de afplatting van Jupiter en de middelbare bewegingen. Als een ruwe benadering kan men aannemen dat de coëfficiënten σ_{ij} evenredig zijn met de massa m_j . Daar de massas slechts zeer onvoldoende bekend zijn geldt hetzelfde van de coëfficiënten der vergelijkingen (3). Dien-tengevolge kan ook het resultaat van de tegenwoordige discussie niet als definitief aangezien worden, maar de discussie zal herhaald moeten worden, zoodra betere waarden dezer coëfficiënten bekend zijn. De thans afgeleide resultaten zullen echter ongetwijfeld reeds eene vrij goede benadering zijn.

Het is mischien ook niet overbodig er op te wijzen dat de onzekerheid der coëfficiënten niet alléén aan de onbekendheid der massas ligt. De waarden dezer coëfficiënten door SOUILLART afgeleid uit *dezelfde* massas en elementen volgens twee verschillende integratiemethoden vertoonen verschillen van zoodanig bedrag dat de daaruit volgende verschillen der berekende p en q van de orde zijn van de waarnemingsfouten. Het is nauwelijks te verwachten dat hierin verbetering zal komen zoolang niet de equator in plaats van het baanvlak als fundamentealvlak der theorie genomen wordt. De door MARTH en mij geadopteerde coëfficiënten zijn afgeleid uit de tweede integratiemethode, waaraan ook SOUILLART zelf de voorkeur geeft.

Deze coëfficiënten worden dus in het volgende als absolute constanten behandeld. Als wij nu de correcties tot de geadopteerde waarden van x_i en y_i door δx_i en δy_i voorstellen, moeten dus de onbekenden

$$\delta x_i \quad \delta y_i \quad x_0 \quad y_0$$

opgelost worden uit de vergelijkingen

$$\left. \begin{array}{l} \sum \sigma_{ij} \delta x_j - \mu_i x_0 = \Delta p_i \\ \sum \sigma_{ij} \delta y_j - \mu_i y_0 = \Delta q_i \end{array} \right\} \dots \dots \dots (4)$$

¹⁾ MARTH heeft hierbij enige vergissingen begaan, die in de uitvoerige publicatie vermeld zullen worden, maar die geen invloed op het resultaat hebben en dus hier verwaarloosd kunnen worden.

De term $(1 - \mu_i) \omega_0$ in de tweede der vergelijkingen (3) moet natuurlijk als absoluut bekend behandeld worden.

Om deze vergelijkingen handelbaar te maken definieer ik de groot-heden Δx_i en Δy_i door de vergelijkingen

$$\left. \begin{aligned} \sum \sigma_{ij} \Delta x_j &= \Delta p_i \\ \sum \sigma_{ij} \Delta y_j &= \Delta q_i \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (5)$$

Deze vergelijkingen zijn eens voor al op te lossen, en geven

$$\left. \begin{aligned} \Delta x_i &= \sum \sigma_{ij}' \Delta p_j \\ \Delta y_i &= \sum \sigma_{ij}' \Delta q_j \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (6)$$

Als ik nu verder stel

$$\mu_i' = \sum \sigma_{ij}' \mu_j$$

worden de conditie-vergelijkingen

$$\left. \begin{aligned} \delta x_i - \mu_i' x_0 &= \Delta x_i \\ \delta y_i - \mu_i' y_0 &= \Delta y_i \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (7)$$

of, wanneer men de oorspronkelijk geadopteerde waarden van x_i en y_i door x_{i_0} en y_{i_0} voorstelt, zoodat $x_i = x_{i_0} + \delta x_i$, $y_i = y_{i_0} + \delta y_i$,

$$\left. \begin{aligned} x_i - \mu_i' x_0 &= x_{i_0} + \Delta x_i \\ y_i - \mu_i' y_0 &= y_{i_0} + \Delta y_i \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (8)$$

Nu zijn x_i en y_i bepaald door de vergelijkingen (2), waarin γ_i constanten zijn, en $\Gamma_i = \Gamma_{i_0} + \frac{d\Gamma_i}{dt}(t-t_0)$. De onbekenden die uit de ver-

gelijkingen (8) opgelost moeten worden zijn x_0 , y_0 , γ_i , Γ_{i_0} en $\frac{d\Gamma_i}{dt}$.

De waarden van $\frac{d\Gamma_i}{dt}$ voor de verschillende satellieten zijn echter niet onderling onafhankelijk. De theorie geeft deze differentiaal-quotienten in functie van de massas der satellieten en de afplatting der planeet. Van de massas kunnen wij hier afzien. Ik heb getracht eene correctie tot m_s te bepalen, doch het gewicht dezer bepaling is te klein om eenige waarde te hebben. De andere massas hebben nog minder invloed.

De afplatting treedt op in den vorm van den factor Jb^2 , waar J de bekende coëfficiënt is, die benaderd gelijk is aan q^{-1} , q ($q =$ ellipticiteit van het vrije oppervlak, $q =$ verhouding van centrifugaal-kracht en zwaartekracht aan den equator van Jupiter) en b de equatoriale diameter van de planeet.

Als men stelt

$$x = \frac{\delta J b^2}{J b^2}$$

dan zijn de ware waarden der differentiaal-quotienten

$$\frac{d\Gamma_i}{dt} = \left(\frac{d\Gamma_i}{dt} \right)_0 + a_i z$$

De coëfficiënten a_i hangen practisch alleen af van de middelbare bewegingen en zijn als absolute constanten te behandelen. Zij verschillen weinig van $\frac{d\Gamma_i}{dt}$ zelf, waaruit volgt dat de *verhoudingen* der vier knoopenbewegingen als benaderd gegeven beschouwd moeten worden. De geadopteerde waarden zijn volgens SOUILLARTS theorie (dagelijksch):

$$\begin{aligned} \left(\frac{d\Gamma_1}{dt} \right)_0 &= 0^\circ.14109 & \left(\frac{d\Gamma_3}{dt} \right)_0 &= 0^\circ.007019 \\ \left(\frac{d\Gamma_2}{dt} \right)_0 &= 0^\circ.033010 & \left(\frac{d\Gamma_4}{dt} \right)_0 &= 0^\circ.001898 \end{aligned}$$

De 36 vergelijkingen (8) bevatten dus de 11 onbekenden :

$$\gamma_i \quad \Gamma_{i_0} \quad x_0 \quad y_0 \quad z$$

Deze vergelijkingen moeten door succesieve benaderingen opgelost worden. De condities voor de toepassing der methode der kleinste quadraten zijn allermint vervuld.

Deze benaderingen zijn aldus uitgevoerd. Laat x_{00} y_{00} benaderde waarden zijn voor x_0 en y_0 zoodat $x_0 = x_{00} + \delta x_0$ en $y_0 = y_{00} + \delta y_0$. Ik heb dan

$$\left. \begin{aligned} x_i - \mu_i' \delta x_0 &= x_{i_0} + \Delta x_i + \mu_i' x_{00} \\ y_i - \mu_i' \delta y_0 &= y_{i_0} + \Delta y_i + \mu_i' y_{00} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (9)$$

Wanneer men veronderstelt dat δx_0 en δy_0 te verwaarloozen zijn, is dus

$$\left. \begin{aligned} \gamma_i \sin \Gamma_i &= x_{i_0} + \Delta x_i + \mu_i' x_{00} \\ \gamma_i \cos \Gamma_i &= y_{i_0} + \Delta y_i + \mu_i' y_{00} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (10)$$

Ik bereken nu de groottheden g_i en G_i uit de vergelijkingen

$$\left. \begin{aligned} g_i \sin G_i &= x_{i_0} + \Delta x_i + \mu_i' x_{00} \\ g_i \cos G_i &= y_{i_0} + \Delta y_i + \mu_i' y_{00} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (11)$$

Dan heb ik dus ter bepaling van de andere onbekenden de vergelijkingen:

$$\left. \begin{aligned} \gamma_i &= g_i \\ \Gamma_{i_0} + \frac{d\Gamma_i}{dt}(t-t_0) &= G_i \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (12)$$

Wanneer deze vergelijkingen constante waarden voor γ_i opleveren, en waarden voor $\frac{d\Gamma_i}{dt}$, die door een aannemelijke waarde van z in

overeenstemming met elkaar en met de theorie kunnen gebracht worden, is de benadering voldoende, zoo niet dan moet eene nieuwe benadering gemaakt worden. Ik ben nu begonnen met als benadering te nemen

$$x_{00} = y_{00} = 0.$$

De verg. (12) werden dan gevormd en opgelost. In deze solutie heb ik de waarden van $\frac{d\Gamma_i}{dt}$ voor de vier satellieten afzonderlijk bepaald. De vergelijkingen (12) bestaan dan uit twee stellen voor iedere satelliet, en elk der 8 stellen is onafhankelijk van alle andere. De residus die na substitutie der onbekenden overblijven zullen verderop medegedeeld worden te samen met die der andere soluties. De w.f. van de gewichtseenheid is $\pm 0^{\circ}.0086$.

De knoopenbewegingen zijn volgens deze solutie (Sol. I):

$$\begin{aligned} \frac{d\Gamma_1}{dt} &= 0^{\circ}.01213 & \frac{d\Gamma_3}{dt} &= 0^{\circ}.00587 \\ \frac{d\Gamma_2}{dt} &= 0^{\circ}.030266 & \frac{d\Gamma_4}{dt} &= 0^{\circ}.00189. \end{aligned}$$

Vergelijkt men deze met de theoretische dan blijkt dat hunne onderlinge verhoudingen geheel andere zijn. De knoop van satelliet I, die volgens de theorie eene beweging heeft van ongeveer 50° jaarlijks, vertoont in deze solutie eene jaarlijkse beweging van ongeveer 5° . Ook de verhoudingen der drie andere knoopenbewegingen verschillen aanzienlijk van de theoretische. Ook zijn de inclinaties verre van constant, zooals uit de residus $\Delta \gamma$ onmiddellijk blijkt.

Het verdient nog opmerking dat de waarde van $\frac{d\Gamma_2}{dt}$ ongeveer overeenkomt met de door Cookson uit de waarnemingen van 1891, 1901 en 1902 afgeleide. Dit was te verwachten, daar ook Cookson bij die afleiding de correcties tot positie van den equator verwaarloosde. Het kleine verschil tusschen Cookson's waarde van $\frac{d\Gamma_2}{dt}$ en die van Sol. I moet niet toegeschreven worden aan slechte overeenstemming der observaties van 1903 en 1904 met die van 1901 en 1902, maar aan de eliminatie van de correcties tot de elementen der andere Satellieten door de transformatie van Δp en Δq tot Δx en Δy , terwijl Cookson die correcties niet elimineerde maar verwaarloosde.

Ik heb nu nieuwe oplossingen gemaakt, waarbij uitgegaan werd van benaderde waarden x_{00} en y_{00} en als onbekenden werden ingevoerd

$$\gamma_i \quad \Gamma_{i_0} \quad \delta x_0 \quad \delta y_0 \quad \kappa.$$

De onbekenden δy_0 en α zijn zeer moeilijk te scheiden. Het gewicht van de bepaling van α wordt sterk verminderd door de invoering van de correctie tot de positie van den equator. Dat dit zoo zijn moet is licht in te zien. Immers als er maar één satelliet geobserveerd was op twee epoques zou het *onmogelijk* zijn zoowel de knoopenbeweging als den equator te bepalen. Men zou dan n.l. voor de vijf onbekenden, γ , Γ , $\frac{d\Gamma}{dt}$, x_0 , en y_0 slechts vier gegevens hebben.

n.l. ρ en q voor elk der beide epoques. Nu wordt α practisch alleen bepaald uit Satelliet II. De knoopenbewegingen van III en IV zijn te langzaam, en de helling van I is te klein, om een bepaling der knoopenbewegingen van deze satellieten toe te laten, die in nauwkeurigheid vergelijkbaar is met die van II. De knoopenbewegingen der Satellieten I, III en IV moeten in eene bepaalde verhouding staan tot die van II. Als dus deze laatste bekend is levert elk der drie andere satellieten eene bepaling van den equator, waarna dan weer de bepaling van α uit II moet herhaald werden, en zoo voort tot een voldoende overeenstemming is verkregen.¹⁾

De oplossing is in de praktijk niet op deze manier uitgevoerd, maar alle vergelijkingen werden tegelijk behandeld. Deze beschouwing wordt hier alleen medegedeeld om te doen uitkomen dat de ligging van den equator moet volgen uit de conditie dat zij dezelfde is voor de vier satellieten en de verschillende epoques, m. a. w. dat de inclinaties constant moeten zijn, en de knoopenbewegingen de theoretische onderlinge verhoudingen moeten hebben. Daar een kleine verschuiving van den equator bij de kleine hellingen een grooten invloed op de knoopenbeweging heeft, is het te verwachten dat de onbekende α en de grootheden, die de ligging van den equator bepalen, wederkeerig elkaars gewichten verkleinen. (Dat dit, zooals uit de solutie blijkt, bij y_0 veel sterker optreedt dan bij x_0 is toevallig en hangt samen met de keuze van het nulpunt der lengtes).

Deze consideraties hebben mij bewogen een poging te doen α te bepalen uit vergelijking met andere waarnemingen, en wel met de door DELAMBRE voor de epoque 1750 afgeleide waarden van θ_i . Eene waarde van α , die voor θ_2 uit de moderne waarnemingen teruggerekend tot 1750 een waarde zou geven ongeveer gelijk aan die van DELAMBRE, werd aangenomen en uit de moderne observaties alleen x_0 , y_0 , δy_i en $\delta \Gamma_{i_0}$ bepaald. Dit geeft de solutie VII, terwijl in de

¹⁾ COOKSON heeft bij zijne discussie van de waarnemingen van 1891, 1901 en 1902 deze methode gevolgd, maar is bij de eerste benadering blijven staan. Zijne correcties tot den equator uit Sat. III en IV afgeleid zijn in denzelfden zin als de door mij gevondene.

solutie VI alle onbekenden (inclusieve α) uit de moderne waarnemingen alléén werden bepaald. Ik deel hier de resultaten dezer beide soluties mede, die ik beschouw als het beste wat met onze tegenwoordige kennis der massas bereikbaar is. Tusschen de beide soluties een keus te doen, waag ik niet. Waarschijnlijk zal een eventueele verbetering der σ_{ij} een toenadering tusschen de twee soluties ten gevolge hebben.

In plaats van Γ_i geef ik direct $\theta_i = \psi_0 - \Gamma_i$. De medegedeelde waarden gelden voor 1900 Jan 0, middelbare middag van Greenwich.

	<i>Solutie VI</i>	<i>Solutie VII</i>	<i>Aangenomen waarden.</i>
α_0	$- 0^{\circ}.0172 \pm ^{\circ}.0023$	$- 0^{\circ}.0177 \pm ^{\circ}.0022$	0
γ_0	$+ 0.0427 \pm .0043$	$+ 0.0489 \pm .0022$	0
α	$- 0.0321 \pm .0094$	$- 0.0126$	0
γ_1	$.0^{\circ}.0259 \pm ^{\circ} 0032$	$0^{\circ}.0248 \pm .0038$	$0^{\circ}.0013$
γ_2	$.4696 \pm 27$	$.4676 \pm 24$	$.4694$
γ_3	$.1926 \pm 40$	$.1874 \pm 26$	$.1789$
γ_4	$.2540 \pm 34$	$.2504 \pm 25$	$.2254$
θ_1	$54^{\circ}.4 \pm 8^{\circ}.5$	$54^{\circ}.0 \pm 8^{\circ}.8$	$99^{\circ}.8$
θ_2	293.42 ± 0.35	293.10 ± 0.29	273.32
θ_3	319.68 ± 0.77	319.67 ± 0.80	330.59
θ_4	14.40 ± 0.91	15.56 ± 0.57	5.79

Uit de waarden van α volgen de volgende waarden van $\frac{d\theta}{dt}$

$\frac{d\theta_1}{dt}$	$- 0^{\circ}.13664$	$- 0^{\circ}.13932$	$- 0^{\circ}.14105$
$\frac{d\theta_2}{dt}$	$- 0.032105$	$- 0.032633$	$- 0.032974$
$\frac{d\theta_3}{dt}$	$- 0.006814$	$- 0.006916$	$- 0.006983$
$\frac{d\theta_4}{dt}$	$- 0.001839$	$- 0.001854$	$- 0.001863$

Uit de waarden van α_0 en γ_0 volgt voor de helling en knoop van den equator op LEVERRIERS baanvlak voor 1900.0

ω	$3^{\circ}.1107 \pm ^{\circ}.0043$	$3^{\circ}.1169 \pm ^{\circ}.0022$	$3^{\circ}.0680$
θ	$315.727 \pm .042$	$315.735 \pm .041$	315.410

Behalve α stemmen alle onbekenden in de beide soluties overeen binnen de som hunner waarschijnlijke fouten, en op één uitzonde-

ring na (γ_2) zijn alle correcties tot de oorspronkelijk geadopteerde waarden vele malen grooter dan hunne waarschijnlijke fouten.

De residus der beide soluties VI en VII zijn gegeven in de volgende tabel te samen met die van Solutie I. De waarschijnlijke fouten, die ter vergelijking bijgevoegd zijn, zijn iets grooter gekozen dan die van de geobserveerde Δp en Δq , daar door de transformatie van Δp en Δq tot Δx en Δy , ook afgezien van de onzekerheid der σ_{ij} , de w.f. eenigszins vergroot moeten worden.

	<i>w</i> f.	Sol. I		Sol. VI		Sol. VII	
		$\Delta \gamma$	$\sin \gamma \Delta \Gamma$	$\Delta \gamma$	$\sin \gamma \Delta \Gamma$	$\Delta \gamma$	$\sin \gamma \Delta \Gamma$
Sat. I.	1891	$\pm .0045$	$-.0068$ $-.0003$	$+.0005$ $+.0123$	$+.0047$ $+.0093$		
	1901	\pm 85	+ 157 - 32	- 12 + 101	- 60 + 99		
	02	\pm 75	+ 213 - 38	+ 55 - 97	+ 8 - 100		
	03	\pm 60	+ 37 + 34	- .33 - 155	- 61 - 112		
	04	\pm 80	- 237 + 48	- 5 - 99	+ 38 - 78		
Sat. II.	1891	$\pm .0030$	$+.0138$ $+.0002$	$+.0017$ $-.0008$	$+.0016$ $+.0045$		
	1901	\pm 60	+ 137 - 40	+ 73 + 20	+ 56 + 8		
	02	\pm 50	- 73 + 2	- 63 + 50	- 65 + 29		
	03	\pm 40	- 95 + 6	- 2 + 4	+ 1 - 29		
	04	\pm 50	- 210 + 8	- 30 - 54	- 13 - 104		
Sat. III.	1891	$\pm .0620$	$+.0048$ $+.0007$	$-.0014$ $-.0029$	$-.0013$ $-.0037$		
	1901	\pm 40	- 137 - 33	[- 178] [- 29]	[- 181] [- 24]		
	02	\pm 30	- 114 - 77	[- 152] [- 73]	[- 155] [- 67]		
	03	\pm 25	+ 32 + 57	+ 41 + 56	+ 10 + 62		
	04	\pm 30	+ 33 - 30	+ 44 - 31	+ 12 - 22		
Sat. IV.	1891	$\pm .0010$	$-.0010$ $+.0001$	$+.0013$ $-.0028$	$+.0017$ $-.0031$		
	1901	\pm 20	[- 51] [+ 188]	[- 101] [+ 205]	[- 110] [+ 200]		
	02	\pm 20	[- 86] [- 185]	[- 83] [- 166]	[- 85] [- 171]		
	03	\pm 15	+ 22 + 28	- 4 + 61	- 7 + 62		
	04	+ 20	- 14 - 60	- 30 - 20	- 34 - 21		

De w.f. van de gewichtseenheid, die voor Sol. I $\pm 0^{\circ}.0086$ was, is voor Sol. VI $\pm 0^{\circ}.0065$ en voor Sol. VII $\pm 0^{\circ}.0064$. Maar vooral in hunne overeenstemming met de theoretische condities zijn deze beide soluties veel beter dan Sol. I. De inclinaties zijn constant geworden binnen de w.f. De residus der knoopen vertoonen nog alleen een merkbaaren gang voor Sat. I (in Sol. VII, waar de knoopenbeweging *niet* uit de observaties bepaald werd, ook voor Sat. II). Toeh is het verschil met de theoretische knoopenbeweging zeer verminderd. De uit Sol. VI met verwaarloozing der theoretische betrekking bepaalde waarde van $\frac{d\Gamma_1}{dt}$ zou zijn $0^{\circ}.1250$, terwijl de uit de gevonden waarde van α volgende waarde is $0^{\circ}.1367$. Dit is een groote vooruitgang vergeleken met Sol. I ($0^{\circ}.0121$).

De resultaten voor Sat. III in 1901 en 1902 die in alle soluties groote residus gaven, zijn in de soluties VI en VII verworpen. Deze verwerping heeft geen merkbaaren invloed op de waarden der onbekenden, maar vermindert de w.f. van de gewichtseenheid van $\pm 0^{\circ}.0072$ en $\pm 0^{\circ}.0073$ tot $\pm 0^{\circ}.0065$ en $\pm 0^{\circ}.0064$ voor de beide soluties VI en VII respectievelijk.

De waarden van θ_i teruggerekend naar 1750 zijn :

	Sol. I	Sol. VI	Sol. VII	Damoiseau	Delambre
θ_2	151°.8	252°.4	281°.0	282°.0	283°.3
θ_3	282°.9	333°.0	338°.6	353°.5	352°.5
θ_4	110°.3	114°.2	117°.1	98°.3	105°.0

Ten slotte kan ik niet nalaten aan Sir DAVID GILL mijn diepgevoelden dank uit te spreken voor de belangstellende bereidwilligheid waarmede hij mij het waarnemingsmateriaal der Kaapsche Sterrenwacht afstond en steeds bereid was aan al mijne wenschen te gemoet te komen.

Natuurkunde. — De Heer ZEEMAN biedt eene mededeeling aan van den Heer F. M. JAEGER: „*Een eenvoudige, geometrische afleiding der betrekkingen, welke tusschen de waargenomen en gezochte grootheden bestaan, die bij de W. VOIGT'sche methode ter bepaling van 't warmtegeleidingsvermogen van kristallen, ter sprake komen*”.

(Mede aangeboden door den Heer J. D. VAN DER WAALS).

Zooals bekend is, heeft W. VOIGT¹⁾ voor een tiental jaren eene, op een bekend principe van KIRCHHOFF gebaseerde methode aangegeven, om het relatieve warmtegeleidingsvermogen van kristallen, in

¹⁾ Voigt, Göttinger Nachrichten, 1896, Heft 3.

de verschillende hoofdrichtingen te bepalen. Zijne wijze van experimenteeren bestaat in de bepaling van den knik, welke twee isothermen verfoonen aan de grenslijn van eene kunstmatige tweeling, welks hoofdrichtingen een gegeven hoek φ met die grenslijn maken, terwijl de warmte-strooming langs de grenslijn plaats heeft. De isothermen worden door de afsmeltingslijnen zichtbaar gemaakt, welke in een mengsel van elaidinezuur en was, dat als overtrek van 't kristal-oppervlak is aangebracht, ontstaan.

VOIGT's methode is veel nauwkeuriger dan die van DE SÉNARMONT ¹⁾ of die van RÖNTGEN ²⁾, en aangezien ik voor andere doeleinden de bepaling noodig had van 't relatieve geleidingsvermogen voor warmte, bij meerdere kristallen, zoo lag 't voor de hand de door VOIGT aangegeven methode te bezigen.

Bij een kristal, voor welke de, uit de theorie van G. C. STOKES ³⁾ voortvloeiende rotatorische koëfficiënten = 0 zijn, worden door VOIGT de hier noodige relatie's afgeleid, door opstelling van de vergelijkingen van den warmtestroom volgens de drie koördinaat-assen, en invoering van de grensvoorwaarden, welke aan de scheidingslijn van beide plaatjes gelden; nl.: dat *langs* die lijn 't temperatuurverval in beide plaatjes 't zelfde moet zijn, en bovendien, dat in een op die grenslijn normale richting de totale warmtestroom dezelfde moet zijn in beide aan elkaar grenzende plaatjes.

Prof. LORENTZ was zoo goed, voor mij de genoemde betrekkingen op analoge wijze af te leiden, en de voorwaarden te releveeren, waaronder de waar te nemen knik in de isothermen zoo groot mogelijk zal zijn.

Is ϵ de gemeten knik, en is de hoek ϕ , welke de grenslijn in beide plaatjes met de twee hoofdrichtingen maakt, = 45° , dan wordt de verhouding der beide warmtegeleidingskoëfficiënten in die hoofdrichtingen, dus $\frac{\lambda_1}{\lambda_2}$ gevonden uit:

$$\text{tg} \epsilon = (\lambda_1 - \lambda_2) \frac{(\lambda_1 + \lambda_2)}{2 \lambda_1 \lambda_2}.$$

Verschilt φ van 45° , dan vindt Voigt in dat geval:

$$\text{tg} \lambda = \frac{(\lambda_1 - \lambda_2) \sin 2\varphi}{(\lambda_1 + \lambda_2) - (\lambda_1 - \lambda_2) \cos 2\varphi},$$

hetgeen voor $\varphi = 45^\circ$ in de formule van Prof. LORENTZ overgaat,

1) DE SÉNARMONT, *Compt. rend.* 25, 459, 707. (1847).

2) RÖNTGEN, *Pogg. Ann.* 151, 603, (1874).

3) STOKES, *Cambr. and Dublin Math. Journal.* 6 215, (1851).

indien men $tg \frac{\epsilon}{2}$ ($= tg \beta$ volgens VOIGT's afleiding), in plaats van $tg \epsilon$ invoert.

In 't volgende moge, in plaats van de vrij ingewikkelde formules, welke ter bepaling dezer relatie's noodig zijn, een *eenvoudig geometrisch bewijs* meegedeeld worden, dat bovendien terstond $\frac{\lambda_1}{\lambda_2}$ in een vorm geeft, welke zonder meer, voor logarithmische berekening geschikt is, en 't voordeel van meerdere aanschouwelijkheid bezit.

Indien van uit eenig punt O in een kristalfase zich eene warmtebeweging naar alle zijden ongestoord kan uitbreiden dan zijn de isothermische oppervlakken in zoo'n kristalfase in 't algemeenste geval concentrische en gelijkvormige, drieassige ellipsoïden, wier halve assen zich verhouden als: $\sqrt{\lambda_1}$, $\sqrt{\lambda_2}$, en $\sqrt{\lambda_3}$, onder hen moge hier de zgn. *hoofd-ellipsoïde* h , welker assen $\sqrt{\lambda_1}$, $\sqrt{\lambda_2}$ en $\sqrt{\lambda_3}$ zijn, meer in 't bijzonder in 't oog gevat worden.

Wij zien hierbij van alle rotatorische kwaliteiten van 't kristal af, en denken ons een oneindig dun plaatje, evenwijdig aan een thermisch symmetrievlak gesneden, en welks hoofdrichtingen met de coördinaatassen samenvallen. Laat in fig. 1 de elliptische doorsnede van 't plaatje met de ellipsoïde h zijn voorgesteld; de waargenomen smeltlijn heeft dan de richting der raaklijn aan de ellips in 't punt $P(x'y')$, dat gegeven is door den radiusvector ρ , welke met de X -as den hoek φ moge insluiten. Langs ρ , als *grenslijn*, moge derhalve hier de warmtestrooming plaats vinden. Dan is de vergelijking dier

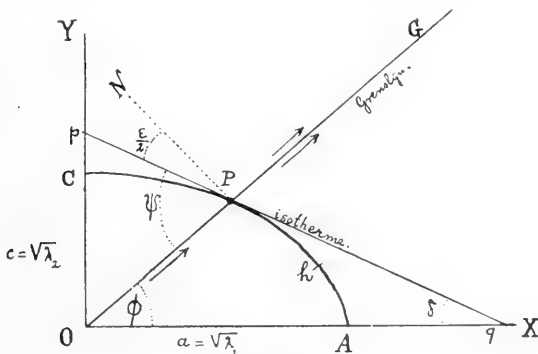


Fig. 1.

isotherme pq :

$$\frac{xx'}{\lambda_1} + \frac{yy'}{\lambda_2} = 1$$

Daaruit volgt voor de op de twee assen afgesneden stukken Op en Oq :

$$Op = \frac{\lambda_2}{y'} = \frac{\lambda_2}{\rho \sin \varphi}$$

$$Oq = \frac{\lambda_1}{x'} = \frac{\lambda_1}{\rho \cos \varphi}$$

En dus:

$$\frac{Op}{Oq} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \cot \varphi.$$

Anderzijds echter is:

$$\frac{Op}{Oq} = \tan \sigma = \tan \left\{ 90^\circ - \left(\varphi + \frac{\varepsilon}{2} \right) \right\} = \cot \left(\varphi + \frac{\varepsilon}{2} \right),$$

waarin $\frac{\varepsilon}{2}$ de *helft* van de waargenomen knik der isothermen aan de grenslijn OG is.

Daaruit volgt onmiddellijk:

$$\frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \tan \left(\varphi + \frac{\varepsilon}{2} \right) \cot \varphi (A)$$

Hiernit is dus de gezochte verhouding onmiddellijk te berekenen, wanneer φ door de oriëntering van 't plaatje gegeven is, en ε door meting bekend is geworden.

Bovendien laat zich gemakkelijk de vraag beantwoorden, wanneer ε een maximum zal zijn, — dus de fout bij 't waarnemen zoo klein mogelijk. Stelt men $A = \frac{\lambda_1}{\lambda_2}$, dan wordt bovenstaande formule na eenige goniometrische herleidingen:

$$\tan \frac{\varepsilon}{2} = \frac{(A-1) \sin 2\varphi}{(A+1) - (A-1) \cos 2\varphi}.$$

Deze funktie zal een maximum zijn voor $\frac{d\varepsilon}{d\varphi} = 0$, d. w. z.:

$$\frac{d\varepsilon}{d\varphi} = \frac{2 \{ (A^2-1) \cos 2\varphi - (A-1)^2 \}}{(A^2+1) - (A^2-1) \cos 2\varphi} = 0.$$

De maximum-voorwaarde wordt dus:

$$\cos 2\varphi = \frac{A-1}{A+1} = \frac{\lambda_1 - \lambda_2}{\lambda_1 + \lambda_2},$$

en de bijbehorende, maximale knik ε in de isothermen is dan gegeven door:

$$\operatorname{tg} \frac{\varepsilon}{2} = \frac{(\lambda_1 - \lambda_2)}{2 \sqrt{\lambda_1 \lambda_2}} \dots \dots \dots (B)$$

Verschillen, — zooals de waarneming meest leert, — $\sqrt{\lambda_1}$ en $\sqrt{\lambda_2}$, zeer weinig van elkaar, dan kan men schrijven:

$$\operatorname{tg} \frac{\varepsilon}{2} = \frac{\lambda_1 - \lambda_2}{\lambda_1 + \lambda_2} \dots \dots \dots (C)$$

In praxi kan men dus met groote toenadering tot 't theoretische maximum, $\varphi = 45^\circ$ nemen, zoodat dan het tweelingsplaatje met isothermen, etc., de gedaante van fig. 2 krijgt. In dit geval volgt uit A:

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \operatorname{tg} \left(45^\circ + \frac{\varepsilon}{2} \right) \dots \dots \dots (D)$$

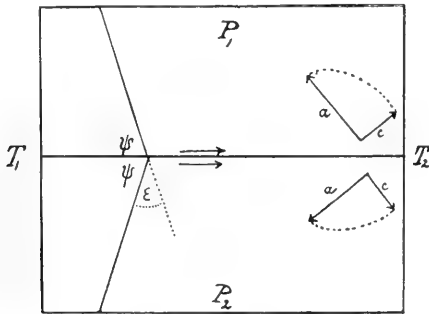


Fig. 2.

Drukt men $\operatorname{tg} \varepsilon$ uit in functie van $\operatorname{tg} \frac{\varepsilon}{2}$ uit (C), dan verkrijgt men de door Prof. LORENTZ afgeleide betrekking:

$$\operatorname{tg} \varepsilon = (\lambda_1 - \lambda_2) \frac{(\lambda_1 + \lambda_2)}{2 \lambda_1 \lambda_2}.$$

Tevens wordt bij de hier gegeven geometrische afleiding nog weer het feit voor oogen gevoerd, dat de hoek ψ in 't algemeen van 90° verschilt, m. a. w. didactisch laat zich, — waar reeds VOIGT op wees, — langs dezen weg op eenvoudige manier ook experimenteel aantonen, dat de isothermen in kristallen in 't algemeen *niet* loodrecht op de richting van den warmtestroom staan.

Slechts langs de thermische hoofdklassen is dit wél 't geval, daar

de raaklijnen aan de ellipsen dan loodrecht op die assen gericht zijn.

Tegelijk volgt uit fig. 1 de *vorm* van den knik, voor $\lambda_1 \gtrless \lambda_2$.

Metingen aan kristallen, naar deze methode verricht, hoop ik binnen korten tijd mede te deelen, alsmede eenige opmerkingen omtrent de belangrijke verschillen van de aldus verkregen uitkomsten met die, welke volgens de gebruikelijke methoden van DE SÉNARMONT en RÖNTGEN bij dezelfde mineralen zijn verkregen.

Zaandam, Maart 1906.

Natuurkunde. — Voor de werken der Akademie wordt aangeboden door den Heer J. D. VAN DER WAALS een verhandeling van den Heer J. W. GILTAY: „Experimental-Untersuchung über die Möglichkeit einer Doppeltelephonie mittels unterbrochener Klänge.” De Voorzitter verzoekt de Heeren HAGA en JULIUS hieromtrent verslag uit te brengen in de volgende vergadering.

Aardkunde. — Voor de werken der Akademie wordt aangeboden door den Heer H. G. VAN DE SANDE BAKHUYZEN een verhandeling van den Heer J. LORIÉ: „De geologische bouw der Geldersche Vallei benevens Beschrijving van eenige Nieuwe Grondboringen”. VII. De Voorzitter verzoekt de Heeren VAN BEMMELEN en VAN DIESEN hieromtrent verslag uit te brengen in de volgende vergadering.

Ter vervanging van den Heer LORENTZ wordt de Heer KAMERLINGH ONNES benoemd tot het vaststellen van de processen-verbaal der Buitengewone Vergaderingen.

Wegens de Vereenigde Vergadering op Zaterdag 28 April a. s., zal de April-vergadering gehouden worden op Vrijdag 27 April a. s.

De Vergadering wordt gesloten.

KONINKLIJKE AKADEMIE VAN WETENSCHAPPEN
TE AMSTERDAM.

VERSLAG VAN DE GEWONE VERGADERING
DER WIS- EN NATUURKUNDIGE AFDEELING
van Vrijdag 27 April 1906.

Voorzitter: de Heer H. G. VAN DE SANDE BAKHUYZEN.

Secretaris: de Heer J. D. VAN DER WAALS.

INHOUD.

Ingekomen stukken, p. 806.

Verslag over eene verhandeling van den Heer J. LORIE: „De geologische bouw der Geldersche Vallei, benevens Beschrijving van eenige nieuwe grondboringen”, p. 806.

Verslag over eene verhandeling van den Heer J. W. GILTAY: „Experimental-Untersuchung über die Möglichkeit einer Doppeltelefonie mittelst unterbrochener Klänge”, p. 808.

Ontslag van den Heer G. VAN DIESEN als lid der Geologische Commissie, p. 810.

H. J. HAMBURGER en SVANTE ARRHENIUS: „Over den aard der praecipitine-reactie”, p. 810.

W. H. JULIUS: „Rapport omtrent de 2e bijeenkomst van de Internationale Unie voor samenwerking in onderzoekingen betreffende de zon, gehouden 27, 28 en 29 September 1905 te Oxford”, p. 823.

F. M. JAEGER: „Over de kristalvormen van de in de NH_2 -groep gesubstitueerde 2-4-Dinitro-aniline derivaten”. (Aangeboden door de Heeren P. VAN ROMBERGH en C. E. A. WICHMANN), p. 827.

F. M. JAEGER: „Over een nieuw geval van vorm-analogie en mengbaarheid bij plaatsings-isomere Benzolderivaten, en over de kristalvormen der zes isomere Nitro-dibroombenzolen”. (Aangeboden door de Heeren A. F. HOLLEMAN en A. P. N. FRANCHIMONT), p. 830.

P. ZEEMAN: „Magnetische splitsing der spectraallijnen en veldsterkte”, 1ste gedeelte, p. 838. (Met één plaat).

JAN DE VRIES: „Eenige eigenschappen van bundels van algebraïsche krommen”, p. 841.

J. MOLL VAN CHARANTE: „De salicylzuurvorming uit natriumphenolaat”. (Aangeboden door de Heeren A. P. N. FRANCHIMONT en P. VAN ROMBERGH), p. 845.

J. J. VAN LAAR: „Iets over den osmotischen druk van oplossingen van niet-elektrolyten, in verband met de afwijkingen van de wetten der ideale gassen”. (Aangeboden door de Heeren H. W. BAKHUIS ROOZEBOOM en A. F. HOLLEMAN), p. 849.

A. SMITS: „Over de invoering van het begrip metaal-ionen-oplosbaarheid bij het elektro-motorisch evenwicht”. (Aangeboden door de Heeren H. W. BAKHUIS ROOZEBOOM en J. D. VAN DER WAALS), p. 859.

A. SMITS: „Over den loop der P, T -lijnen voor vast-vluiden bij standvastige samenstelling”. (Aangeboden door de Heeren J. D. VAN DER WAALS en H. W. BAKHUIS ROOZEBOOM), p. 866. (Met één plaat).

Aanbieding van Boekgeschenken, p. 877.

Het Proces-Verbaal der vorige vergadering wordt gelezen en goedgekeurd.

Ingekomen is:

1°. Missive van Z.Exc. den Minister van Binnenlandsche Zaken d.d. 25 April 1906 bericht gevende dat de benoeming van de Heeren H. G. VAN DE SANDE BAKHUYZEN tot Voorzitter, D. J. KORTEWEG tot Onder-Voorzitter en J. D. VAN DER WAAALS tot Secretaris der Natuurkundige Afdeling door H. M. de Koningin zijn bekrachtigd.

Voor kennisgeving aangenomen.

2°. Missive van Z.Exc. den Minister van Binnenlandsche Zaken d.d. 10 April 1906 bericht gevende, dat de benoeming van den Heer S. HOOGWERFF tot gedelegeerde der Nederlandsche Regering bij het in April 1906 te Rome te houden Scheikundig Congres overeenkomstig zijn verzoek is ingetrokken en dat in zijne plaats benoemd is de Heer H. P. WIJSMAN, hoogleeraar te Leiden.

Voor kennisgeving aangenomen.

3°. Missive van Z.Exc. den Minister van Waterstaat, Handel en Nijverheid d.d. 11 April 1906 waarbij verzocht wordt meer in bijzonderheden te worden ingelicht, welke uitgaven de Geologische Commissie zich voorstelt in het vervolg te bestrijden uit de door haar te ontvangen rijksbijdrage. Op verzoek van het Bestuur heeft de Geologische Commissie hare bedoelingen nader uiteengezet; deze toelichting zal aan Z.Exc. toegezonden worden.

4°. Schrijven van de Kais. Akademie der Wissenschaften te Weenen omtrent een door de Académie des Sciences bij de Internationale Associatie der Akademiën ingediend voorstel betreffende uitbreiding van Meteorologische stations. In handen gesteld van de Heeren WIND en VAN DER STOK met verzoek daaromtrent van advies te willen dienen.

5°. Circulaire van de Smithsonian Institution te Washington bericht gevende van het overlijden van haren Secretaris S. P. LANGLEY. Is met een brief van rouwbeklag beantwoord.

Aardkunde. De Secretaris leest het volgende verslag omtrent de verhandeling van Dr. LORIÉ, getiteld: „*De geologische bouw der Geldersche vallei, benevens de beschrijving van eenige nieuwe grondboringen.*”

In deze verhandeling geeft Dr. LORIÉ de uitkomsten zijner onderzoekingen over de Geldersche vallei. Hij beschrijft geologisch de aardmonsters verkregen bij 14 boringen nabij of in de omstreken van Hoevelaken, Stoutenburg, Krakhorst, Leusden (4 boringen) Woudenberg (3 b.) Barneveld, Renswoude (3 b.), tot eene diepte van 37-60 M., welke de stad Amsterdam in 1904 heeft doen verrichten,

en waarvan de monsters hem door den Directeur der Gemeente-waterleiding, den Heer J. M. P. PENNINK, geschonken zijn. Hij beschrijft daarbij de 27 schelpsoorten door hem in de boommonsters op verschillende diepten gevonden. Van 48 vroegere boringen in deze streek deelt hij de noodige opgaven mede. Vele dezer heeft hij vroeger zelf onderzocht en beschreven. Ook is nog bijgevoegd een boorstaat en eene kaart van 30 ondiepe boringen, welke vanwege de Amsterdamsche Gemeente-waterleiding bij Amerstoort in de richting Woudenberg, Scherpenzeel, Renswoude, verricht zijn.

Ten tweede heeft hij in verschillende tijdschriften en in acht en veertig afzonderlijke werken, die van het jaar 1654 tot heden verschenen zijn, alles geraadpleegd en bestudeerd wat op de geschiedenis der Geldersche vallei en den aard der gronden in deze streek betrekking heeft, zoowel wat betreft de overleveringen uit oude tijden die daarin zijn medegedeeld, als wat betreft de opgeteekende gebeurtenissen, z. a.: de vroegere veenen in de vallei, de weggraving der veenen, de overstromingen, de gegraven kanalen enz. enz.

Ten derde heeft hij verscheidene onderzoekstochten gemaakt om het terrein overal plaatselijk op te nemen, in verband met de uitkomsten der boringen, met de hoogten en diepten der terreinen, met den aard der gronden, met de overblijfselen der veenlagen, en verder met allerlei omstandigheden, zooals: de loop der beken, de bebouwing en bewoning enz., welke over vroegere toestanden licht konden geven.

Door al deze gegevens geleid geeft hij zijne beschouwing omtrent het ontstaan en de vorming der keileem en der sliblagen, die de kuil der Geldersche vallei hebben gevuld in de ijsperiode en daarna: omtrent de vorming van de veenlaag; omtrent de daling die heeft plaats gehad; en ten slotte hoe twee armen van een Rijntak over de veenlaag hebben gevloeid en daarin hun bed nitgeschuurd.

Met de latere uitspraak van STARING, dat het oude en vroeger ook door hem gedeelde geloof aan een Rijntak door de Geldersche vallei niet aannemelijk is, en met de meening, dat deze vallei een Erosiedal is, kan Dr. LORÉ zich niet vereenigen. Integendeel, hij heeft getracht om het oude Rijnbed, de veengeul, in zijne twee takken op te sporen, en om de oeverlijnen en de terrassen ter weerszijde evenals de zijdalen en zandruggen terug te vinden. In lateren tijd moeten deze Rijntakken zijn opgevuld, en ten slotte zich terug getrokken hebben en afgesloten zijn geworden.

Dit alles wordt door hem uitvoerig toegelicht op grond van de boringen, van de hoogtebepalingen, en van zijne vele plaatselijke waarnemingen.

Een onderzoek naar den verderen loop van den Rijntak voorbij Amersfoort tot aan zee, hoopt hij later te kunnen volbrengen.

Aan de verhandeling zijn toegevoegd eene kaart met de profielen der 14 nieuwe diepe boringen en een blad der Topografische kaart op de schaal 1 : 200.000 (de Veluwe), waarop aangegeven zijn :

1°. De plaatsen der 14 nieuwe boringen, der 29 oude boringen, der 30 ondiepe boringen ;

2°. de bovenranden en de onderranden van het linker- en het rechter laagterras, terweerszijde van het oude rivierbed ;

3°. de achtereenvolgende rechteroeveren van den zich terugtrekkenden Rijnarm.

DR. LORIÉ heeft met zijn onderzoek het doel gehad om uit te maken, of een Rijnarm in vroegeren tijd door de Geldersche vallei heeft geloopt. Deze vraag is door vroegere schrijvers, welke slechts over een beperkt en gebrekkig aantal waarnemingen te beschikken hadden, geenszins eenstemmig beantwoord. In hoeverre hij daarin geheel is geslaagd, zijn wij niet bevoegd te beslissen. De rijkdom van gegevens en waarnemingen, door den schrijver ter beantwoording van die vraag in dit stuk aangeboden, heeft haar naar onze meening ongetwijfeld een grooten stap nader tot hare oplossing gebracht en verdient alleszins te worden openbaar gemaakt.

Wij hebben de eer U voor te stellen, dit onderzoek over de Geldersche vallei in de Verhandelingen der Akademie op te nemen, en wel als N°. 35 van de Mededeelingen der Commissie voor het Geologisch Onderzoek van Nederland.

J. M. VAN BEMMELEN.
VAN DIESEN.

De conclusie van het verslag wordt goedgekeurd.

Natuurkunde. — De Heer HAGA brengt, ook namens den Heer JULIUS, het volgende verslag uit over een verhandeling van den Heer J. W. GILTAY te Delft, getiteld: „*Experimental-Untersuchung über die Möglichkeit einer Doppeltelefonie mittelst unterbrochener Klänge*”.

De Heer GILTAY stelde zich de vraag wat men hooren zal wanneer een standvastige toon periodisch onderbroken wordt ; zal men b.v. door een draaiende schijf met openingen kunnen *hooren* evenals men er door heen *zien* kan.

ALFRED M. MAYER had deze vraag reeds in bevestigenden zin beantwoord; deze had tussehen de nauwe opening van een bolvormigen resonator en een hoorbuis een draaiende schijf met openingen geplaatst; voor de wijde resonator-opening bevond zich een trillende stemvork; MAYER bepaalde de kleinste omdraaiingssnelheid van de schijf waarbij men den toon gelijkmatig hoorde, bepaalde dus hoe lang bij intermitterenden toon de indruk voldoende voortduurde om een gelijkmatigen toon te doen hooren; ook vond hij de betrekking tussehen dezen tijdsduur en de toonhoogte.

Het ligt voor de hand, pogingen te doen om op dit beginsel een duplex- of multiplex-telefonie te grondvesten; immers in de perioden dat twee telefoneerende personen geen trillingen ontvangen is de „lijn” vrij voor anderen.

Uit de MAYER'sche formule berekende de Heer GILTAY dat voor den hoogsten boventoon van den klank „i”, die volgens HELMHOLTZ 2376 trillingen volbrengt, het aantal onderbrekingen per seconde minstens 160 moet zijn, wanneer de tijd, waarin het geluid onderbroken wordt, gelijk is aan dien, waarin het doorgaat; voor den oe-klank bedraagt het aantal 28.

De schrijver onderbrak nu periodisch den telefoonstroom door in de geleiding een draaiende metalen getande schijf te plaatsen met ebonieten stukken tussehen de tanden; tegen den omtrek drukten metalen veeren of koolborstels. Hoewel het aantal onderbrekingen voldoende groot was kon niets verstaan worden; de Heer GILTAY meent dat dit resultaat toegeschreven moet worden aan de omstandigheid dat bij zijn proeven de telefoonstroom plotseling verbroken worden, terwijl bij de proeven van MAYER de weg der trillingen langzaam wordt afgesneden en heropend. Hij trachtte daarom dit-zelfde te verkrijgen; eerst langs electrostatischen weg, waarbij het echter bleek dat groote condensatoren noodig waren; daarna electromagnetisch. Bij deze proeven waren in een ebonieten schijf een twaalftal draadklossen met weekijzeren kern en met hun assen loodrecht op de schijf aangebracht; de diametraal geplaatste klossen waren met elkaar verbonden. Deze schijf draaide tussehen twee diametraal tegenover elkaar staande electromagneten, die elk met een der stations verbonden waren.

Hoewel met deze inrichting wel getelefoneerd kon worden was het remanente magnetisme van het ijzer in de draadklossen en de electromagneten te storend; na verwijdering van het ijzer was de werking wel verbeterd maar er scheen een storende invloed aanwezig te zijn, die een invoeren in de praktijk zeker in den weg zou staan. Uitvoerig gaat de schrijver de oorzaken dezer storing na en

meent deze hoofdzakelijk te vinden in de inductiestroomen opgewekt bij de relatieve beweging der stroomvoerende draadklossen.

Na deze vergeefsche pogingen werd teruggekeerd tot plotseling afgebroken telefoonstroomen maar met vermindering der sleepcontacten waarvan een slechte invloed gevreesd werd. De zeer goed functioneerende turbine-onderbreker van de Allgemeine Electricitäts-Gesellschaft diende bij deze nieuwe reeks proeven om periodisch „kortsluitingen” te doen ontstaan. Maar ook nu was het geluid zoo onaangenaam dat de methode voor de praktijk waardeloos genoemd moest worden.

Daar de schrijver meende dat bij deze proeven de eigen trilling der telefoonmembraan grootendeels de schuld van het mislukken droeg, werd een proef met sprekende condensatoren genomen, waarbij het resultaat wel beter maar niet voldoende was.

Ten slotte wordt een kritisch overzicht gegeven van de pogingen van anderen om een duplex of multiplex telefonie te verkrijgen; het blijkt dat tot nu toe geen praktisch bruikbare methode gevonden is.

De schrijver acht echter de mogelijkheid nog niet uitgesloten een duplex telefonie te verkrijgen met langzaam onderbroken geluid en wenscht zijne proefnemingen voort te zetten.

Ondergeteekenden zijn van oordeel dat deze verhandeling, waarin de heer GILTAY een met zorg en wetenschappelijken zin verricht onderzoek heeft beschreven, in de werken der Akademie verdient te worden opgenomen.

H. HAGA.

W. H. JULIUS.

De conclusie van het verslag wordt goedgekeurd.

De Voorzitter deelt mede dat de Heer VAN DIESEN ontslag gevraagd heeft als lid der Geologische Commissie. Dit ontslag wordt verleend onder dankzegging voor de vele diensten door den Heer VAN DIESEN aan de Geologische Commissie bewezen.

Physiologie. — De Heer HAMBURGER doet, ook namens den Heer SVANTE ARRHENIUS (Stockholm), een mededeeling: „*Over den aard der präcipitine-reactie*”.

Een der belangrijkste feiten, in de laatste jaren op biologisch gebied ontdekt, is zeker wel het verschijnsel, dat wanneer in de bloedbaan een vreemde stof wordt gebracht, het individu daarop antwoordt met de vorming van een antistof. Spuit men een toxine in de bloed-

baan, dan wordt dit gebonden en er ontstaat bovendien vrij antitoxine. EHRLICH heeft dit aldus verklaard. Is een toxine ingespoten, dan zijn er allicht cellen, die een atoomgroep bevatten, in staat die vreemde substantie te binden. Nu heeft WEIGERT de biologische wet uitgesproken, dat wanneer in het lichaam ergens een defect ontstaat, dan pleegt dit aangevuld te worden met overcompensatie. Zoo vormen zich dan aan de cel, tengevolge van het verlies van vrije atoomgroepen, zooveel van deze opnieuw, dat zij aan de cel geen plaats meer kunnen vinden en nu in vrijen toestand in de circulatie geraken. Die atoomgroep is het bij het toxine passende antitoxine.

Als een bijzonder geval van dit algemeene verschijnsel is de vorming van praecipitine op te vatten.

Wanneer men bijv. bij een kalf herhaalde malen paardeserum heeft ingespoten, dat als een toxische vloeistof voor het kalf kan opgevat worden, dan blijkt na eenigen tijd in het bloedvocht van dat kalf een antistof (antitoxine) aanwezig te zijn. Ontlast men toch bij dit kalf een weinig bloedserum en voegt dit bij het paardeserum dan ziet men een neerslag optreden. Dit neerslag is niets anders dan de verbinding van het toxine van het paardeserum met het antitoxine, dat in het lichaam van het kalf ontstaan was. Men is nu gewoon dit antitoxine, *praecipitine* te noemen en het toxine, hier in het paardeserum aanwezig en dat tot het ontstaan van praecipitine aanleiding gaf, *praecipitinogene* substantie. De verbinding van beide heet *praecipitaat*.

Het is zeer opmerkenswaardig, dat zulk een praecipitaat alleen ontstaat, wanneer de praecipitine met haar *eigen* praecipitinogene substantie in aanraking wordt gebracht. Immers, voegt men het bedoelde praecipitine-houdende kalfserum niet bij paardeserum, doch bij serum van een ander dier, dan ziet men geen praecipitaat te voorschijn treden. Men heeft daarin dus een middel om uit te maken of in een vloeistof (b.v. bloedvlekkenextract) paardeserum aanwezig is of niet (UHLENHUTH, WASSERMANN e. a.). Intusschen geeft zulk kalfserum toch ook nog een neerslag met serum van den met het paard verwanten ezel.

Tot hetzelfde verschijnsel terug te brengen is het feit, dat wanneer men bij een konijn runderserum heeft ingespoten, het ontlaste konijnenserum nu niet alleen een neerslag geeft met serum van het rund, doch ook met dat van schaap en geit, die beiden met het rund verwant zijn.

Voor eenigen tijd nu werd een middel aangegeven om serum-eiwit van verwante diersoorten langs quantitatieven weg ook onder-

ling van elkander te onderscheiden ¹⁾ en in verband daarmee een methode ²⁾ aan de hand gedaan om de hoeveelheid praecipitaat die bij de praecipitine-reactie gevormd wordt, nauwkeurig te bepalen.

Die methode veroorloofde tevens, geheel in het algemeen de voorwaarden te onderzoeken, welke de vorming van praecipitaat uit de beide componenten beheerschen.

Al dadelijk hadden zich bij een voorloopige studie twee feiten opgedrongen, die ook langs anderen weg door EISENBERG ³⁾ en ASCOLI ⁴⁾ werden geconstateerd:

1°. dat wanneer men bij een bepaalde hoeveelheid kalfsserum ⁵⁾ (praecipitine = antitoxine) klimmende quantiteiten verdund paardeserum (praecipitinogene substantie = toxine) voegt, de hoeveelheid praecipitaat toeneemt, om bij verdere toevoeging van het verdunde paardeserum af te nemen;

2°. dat, welke ook de verhouding was, waarin de beide componenten bij elkander gevoegd waren, de heldere, van praecipitaat bevrijde vloeistof steeds op nieuw een praecipitaat gaf met ieder der componenten afzonderlijk. Dit leidde tot de conclusie, dat men hier te doen heeft met een evenwichtsreactie, in den zin zooals die het eerst voor verbindingen van toxine en antitoxine is uitgesproken en uitgewerkt door ARRHENIUS en MADSEN ⁶⁾.

Deze conclusie vormt ook het uitgangspunt voor de thans volgende niteenzettingen, welke ten doel hebben, langs quantitativen weg de

1) H. J. HAMBURGER, Eine Methode zur Differenzirung von Erweiss biologisch verwandter Thierspecies. Deutsche Med. Wochenschr. 1905, S. 212.

2) H. J. HAMBURGER, Zur Untersuchung der quantitativen Verhältnisse bei der Praecipitinreaction. Folia haematologica. II Jahrg. N^o, 8.

3) EISENBERG. Beiträge zur Kenntniss der specifischen Praecipitationsvorgänge Bulletin de l'Acad. d. Sciences de Cracovie. Class. d. Sciences Mathem. et nat. p. 289.

4) ASCOLI. Zur Kenntnis der Praecipitinewirkung. Münchener Med. Wochenschr. XLIX Jahrg. S. 398.

5) Zij gebruikten sera van andere dieren.

6) ARRHENIUS und MADSEN. Physical chemistry to toxins and antitoxins. Festschrift ved indvielsen of Statens Serum Institut. Kjøbenhavn 1902; Zeitschr. f. physik. Chemie 44, 1903, S. 7.

In tal van verhandelingen hebben de schrijvers deze onderzoekingen voortgezet. Vergelijk o. a. nog:

ARRHENIUS. Die Anwendung der physikalischen Chemie auf die Serumtherapie. Vortrag gehalten im Kaiserl. Gesundheitsamt zu Berlin am 22 Sept. 1903. Arbeiten aus dem Kaiserl. Gesundheitsamt 20, 1903.

ARRHENIUS. Die Anwend. der physik. Chemie auf die Serumtherapeutischen Fragen. Festschrift f. BOLTZMANN 1904. Leipzig, J. A. BARTH.

voornaamste voorwaarden te onderzoeken, waardoor de praecipitine-reactie beheerscht wordt.

Methode van Onderzoek.

Bij een bepaalde hoeveelheid kalfserum ¹⁾ (praecipitine = antitoxine) worden klimmende hoeveelheden verdund paardeserum (praecipitogene subst. = toxine) gevoegd. Vervolgens worden de mengsels gedurende 1 uur bij 37° verwarmd en dan gecentrifugeerd in trechtervormige buisjes, waarvan de capillaire hals onderaan is toegesmolten. Het in 100 gelijke volumina gecalibreerde capillaire gedeelte heeft een inhoud van 0.02 of 0.04 c.c. Men centrifugeert, tot dat het volume van het praecipitaat constant geworden is ²⁾.

Proef met kalf-paardeserum.

Aangezien het van belang was, althans voor de eerste proevenreeksen over een groote hoeveelheid praecipitinehoudend serum te beschikken, werd een groot dier ter inspuiting gekozen. Dr. M. H. J. P. THOMASSEN te Utrecht was zoo vriendelijk, aan 's Rijks Veeartsenij-school aldaar, een groot kalf herhaalde malen met versch paardeserum in te spuiten en uit het onder aseptische voorzorgsmaatregelen opgevangen bloed het serum te bereiden.

Het voor de volgende proevenreeks gebruikte serum was den 28 November 1905 verzameld, naar Groningen opgezonden en aldaar in ijs bewaard. Op den dag van het experiment, 25 Januari 1906, was de vloeistof nog volkomen helder en vrij van lagere organismen, slechts lag op den bodem een dun laagje wit sediment, dat natuurlijk bij het verwijderen der vloeistof zorgvuldig werd achtergelaten ³⁾.

Het voor de onderhavige proef gebruikte paardeserum was versch en werd 50 maal verdund met een steriele NaCl-oplossing van 1‰.

Ter controle werden telkens 2 parallelproeven verricht.

Het capillaire gedeelte der voor dit experiment gebruikte trechtervormige buisjes had een gecalibreerde inhoud van 0.04 cc. Iedere verdeling der buisjes beantwoordde dus aan 0.0004 cc.

¹⁾ Om het den lezer gemakkelijk te maken, spreken wij hier alleen van kalfserum en paardeserum. Men vergelijke de hieronder staande noot 3.

²⁾ Omtrent verdere bijzonderheden der methode vergel. men Folia haematologica I. c

³⁾ Andere proeven met het kalfs-paardeserum op andere dagen verricht, alsmede experimenten met serum, dat verkregen was door konijnen in te spuiten met varkens-, runder-, schapen- en geitensersum zullen in een uitvoeriger verhandeling elders medegedeeld worden.

TABEL I.

1cc van het mengsel van 1cc. kalferum (praecipitine of antitoxinehoudend serum) + ... cc. paardeserum $\frac{1}{50}$ (praecipitine- of toxinehoudend serum.	Volume van het praecipitaat, na centrifugeering gedurende: $\frac{1}{2}$ u. - $\frac{1}{2}$ u. - $\frac{1}{2}$ u. - $\frac{1}{2}$ u. - $\frac{1}{2}$ u. - 20m. - 15m.	De hoeveelheid praecipitaat blijkens de laatste waarneming gevonden in 1cc. der mengsels, berekend voor de totale hoeveelheid der bij elkander gevoegde componenten.
$\frac{0.04}{3}$ cc. paardeserum $\frac{1}{50}$	1 - $\frac{1}{2}$ — niet nauwkeurig te meten.	
$\frac{0.04}{3}$ » » »	1 - $\frac{1}{5}$ — » » » »	
$\frac{0.08}{3}$ » » »	3 — 3 — 3 — 3 — 3 — 3 — 3	3.08
$\frac{0.08}{3}$ » » »	3 — 3 — 3 — 3 — 3 — 3 — 3	3.08
$\frac{0.1}{2}$ » » »	12 — 11 — 10 — 10 — 10 — 10 — 10	10.5
$\frac{0.1}{2}$ » » »	12 — 11 — 10 — 10 — 10 — 10 — 10	10.5
$\frac{0.16}{2}$ » » »	26 — 23 — 20 — 18 — 17 — 17 — 17	18.4
$\frac{0.16}{2}$ » » »	26 — 23 — 20 — 18 — 17 — 17 — 17	18.4
$\frac{0.2}{2}$ » » »	32 — 26 — 24 — 22 — 21 — 21 — 21	23.1
$\frac{0.2}{2}$ » » »	33 — 26 — 24 — 22 — 21 — 21 — 21	23.1
0.13 » » »	48 — 43 — 39 — 34 — 32 — 32 — 32	36.2
0.13 » » »	48 — 43 — 39 — 34 — 32 — 32 — 32	36.2
0.15 » » »	52 — 45 — 40 — 36 — 34 — 34 — 34	39.1
0.15 » » »	50 — 45 — 40 — 36 — 34 — 34 — 34	39.1
0.18 » » »	65 — 61 — 54 — 48 — 42 — 43 — 43	50.7
0.18 » » »	65 — 61 — 54 — 48 — 42 — 43 — 43	50.7
0.2 » » »	65 — 62 — 55 — 49 — 45 — 45 — 45	54
0.2 » » »	65 — 62 — 55 — 49 — 45 — 45 — 45	54
0.25 » » »	78 — 73 — 65 — 58 — 55 — 53 — 53	66.3
0.25 » » »	78 — 73 — 65 — 58 — 54 — 53 — 53	66.3
0.3 » » »	85 — 80 — 70 — 62 — 58 — 57 — 57	74.4
0.3 » » »	84 — 80 — 70 — 62 — 58 — 57 — 57	74.4

Aan deze proevenreeks werd nog een andere aangesloten, waarin de hoeveelheid verdund paardeserum constant was, doch klimmende hoeveelheden kalfserum werden gebruikt.

TABEL II.

1 cc van het mengsel van 0.5 cc paardeserum $\frac{1}{50} + \dots$ cc kalfserum.	Volume van het praecipitaat, na centrifugeering gedurende	De hoeveelheid praecipitaat blijkens de laatste waarneming gevonden in 1 cc der mengsels, berekend voor de totale hoeveelheid der bij elkander gevoegde componenten.
	$\frac{1}{2}$ u. - $\frac{1}{2}$ u. - $\frac{1}{2}$ u. - $\frac{1}{2}$ u. - $\frac{1}{2}$ u. - 20m. - 15m.	
0.1 cc kalfserum,	1 - $\frac{1}{2}$ - niet nauwkeurig te meten.	
0.1 » »	1 - $\frac{1}{2}$ - » » » »	
0.3 » »	2 - 2 - 2 - 2 - 2 - 2 - 2	1.6
0.3 » »	2 - 2 - 2 - 2 - 2 - 2 - 2	1.6
0.5 » »	6 - 5 - 5 - 5 - 5 - 5 - 5	5
0.5 » »	7 - 5 - 5 - 5 - 5 - 5 - 5	5
0.7 » »	48 - 36 - 32 - 28 - 25 - 25 - 25	30
0.7 » »	50 - 38 - 33 - 29 - 25 - 25 - 25	30
0.9 » »	84 - 65 - 57 - 50 - 43 - 43 - 43	51.6
0.9 » »	81 - 63 - 55 - 49 - 43 - 43 - 43	51.6
1.1 » »	95 - 81 - 67 - 58 - 52 - 50 - 50	80
1.1 » »	94 - 81 - 68 - 56 - 52 - 50 - 50	80
1.3 » »	62 - 79 - 66 - 59 - 59 - 55 - 55	99
1.3 » »	97 - 80 - 69 - 60 - 59 - 55 - 55	99
1.5 » »	96 - 84 - 74 - 65 - 62 - 59 - 59	118
1.5 » »	95 - 84 - 73 - 64 - 62 - 59 - 59	118
1.9 » »	90 - 75 - 65 - 55 - 53 - 51 - 51	122.4
1.9 » »	89 - 75 - 65 - 55 - 53 - 51 - 51	122.4

Uit de eerste tabel blijkt, dat wanneer bij 1 cc. kalfserum klimmende hoeveelheden verdund paardeserum worden gevoegd, de hoeveelheid praecipitaat stijgt. Voegt men nog meer paardeserum toe, zooals dit het geval is in de tweede tabel, dan daalt de hoeveelheid praecipitaat. Dit moge blijken uit het volgende voorbeeld.

Zoo bijv. bedraagt de hoeveelheid praecipitaat bij toevoeging van 0.3 cc. paardeserum aan 1 cc. kalfserum 74.1 (tabel I). Wordt echter zooals men in de tweede tabel leest bij 0.5 cc. paardeserum 0.9 cc. kalfserum gevoegd, dan heeft het praecipitaat een volume van 51.6. Ware in plaats 0.9 kalfserum 1 cc. gebruikt dan zou de hoeveelheid paardeserum $0,5 \times \frac{1}{0,9} = 0,55$ cc. moeten bedragen hebben en het volume van het praecipitaat $51,6 \times \frac{1}{0,9} = 57,3$. Men ziet dus dat bij toevoeging van 0.3 cc. paardeserum bij 1 cc. kalfserum het praecipitaat 74.1 bedraagt en bij toevoeging van 0.55 cc. paardeserum slechts 37.3¹⁾.

Deze vermindering moet ten deele toegeschreven worden aan de oplosbaarheid van het praecipitaat in NaCl-oplossing, welke oplosbaarheid zich natuurlijk des te sterker doet gevoelen, naarmate een grootere hoeveelheid verdund paardeserum wordt toegevoegd (vergel. ook *Fol. Haematol.* I. c.)

In de heldere vloeistof boven het praecipitaat bevindt zich dus behalve vrije praecipitine en vrije praecipitinogene stof, gelijk boven reeds werd opgemerkt, ook nog *opgelost praecipitaat*.

Deze drie stoffen moeten een bewegelijk evenwicht vormen, dat volgens den regel van GULDBERG en WAAGE is uit te drukken door de volgende betrekking:

$$\text{Concentr. der vrije praecipitinogene subst.} \times \text{Concentr. der praecipitine} = k_1 \times \text{Concentr. v. h. opgeloste praecipitaat} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (I)$$

daarin is k_1 de reactieconstante.

Intusschen leert het experiment, dat er een grootere hoeveelheid praecipitaat moet opgelost zijn dan overeenkomt met deze vergelijking, of beter gezegd, dan overeenkomt met de voorstelling, dat de oplosbaarheid van het praecipitaat in NaCl-oplossing de *eenige* factor is, die de hoeveelheid neerslag doet afnemen.

Om aan dit bezwaar tegemoet te komen werd de hypothese opgesteld, dat *nog een ander deel van het praecipitaat een oplosbare verbinding vormt met vrije praecipitinogene substantie* (van het paarde-

¹⁾ Het hyperbolische verloop van de praecipitaatcurve bij klimmende hoeveelheid paardeserum moge nog op meer directe wijze blijken uit de volgende proevenreeks, op een anderen dag genomen (zie tabel III). Deze reeks is voor de volgende berekeningen niet gebruikt.

TABEL III.

1 cc van het mengsel van 1 cc kalfserum + ... cc paarde- serum $\frac{1}{50}$.	Volume van het praecipitaat na centrifugeering gedurende:	De hoeveelheid praecipitaat blijkens de laatste waarneming gevonden in 1 cc der mengsels, berekend voor de totale hoeveelheid der bij elkander gevoegde componenten.
	$\frac{1}{2}$ u. — $\frac{1}{2}$ u. — $\frac{1}{2}$ u. — $\frac{1}{2}$ u. — 20 m. — 15 m. — 10 m.	
0.1 cc paardeser. $\frac{1}{50}$	38 — 38 — 28 — 24 — 23 — 23 — 23	25.3
0.1 » » »	40 — 32 — 29 — 24 — 23 — 23 — 23	25.3
0.2 » » »	66 — 54 — 48 — 44 — 42 — 42 — 42	50.4
0.2 » » »	59 — 50 — 45 — 43 — 41 — 41 — 41	50.4
0.3 » » »	88 — 69 — 65 — 56 — 55 — 55 — 55	71.5
0.3 » » »	87 — 68 — 65 — 56 — 55 — 55 — 55	71.5
0.4 » » »	98 — 76 — 70 — 62 — 58 — 57 — 57	79.8
0.4 » » »	89 — 73 — 68 — 62 — 58 — 57 — 57	79.8
0.6 » » »	84 — 62 — 57 — 49 — 44 — 44 — 44	70.4
0.6 » » »	71 — 57 — 53 — 47 — 43 — 43 — 43	68.8
0.7 » » »	65 — 49 — 45 — 39 — 37 — 37 — 37	62.9
0.7 » » »	66 — 49 — 45 — 39 — 37 — 37 — 37	62.9
0.8 » » »	61 — 45 — 40 — 38 — 33 — 31 — 31	55.8
0.8 » » »	62 — 45 — 40 — 38 — 33 — 31 — 31	55.8
0.9 » » »	41 — 30 — 26 — 25 — 22 — 21 — 21	39.9
0.9 » » »	41 — 30 — 26 — 25 — 22 — 21 — 21	39.9
1 » » »	24 — 17 — 15 — 15 — 13 — 13 — 13	26
1 » » »	25 — 10 — 15 — 15 — 13 — 13 — 13	26
1.2 » » »	2 — 2 — 2 — 2 — 2 — 2 — 2	4
1.2 » » »	2 — 2 — 2 — 2 — 2 — 2 — 2	4
1.4 » » »	niet meetbaar.	
1.4 » » »	niet meetbaar	

serum) en dat men hier te doen heeft met een geval analoog aan de reactie van CaH_2O_2 en CO_2 . Gelijk men weet, wordt CaH_2O_2 door CO_2 neergeslagen, doch bij verdere toevoeging van CO_2 neemt het neerslag van CaCO_3 weer af, doordien zich CO_2 met CaCO_3 tot een oplosbare stof verbindt.

Door deze hypothese is, gelijk men weldra zien zal, een zeer bevredigende overeenstemming bereikt tusschen berekende en waargenomen hoeveelheid praecipitaat.

Trachten wij dan, rekening houdende zoowel met de oplosbaarheid van het praecipitaat in NaCl -oplossing, als met de vorming van een oplosbare verbinding van praecipitaat met praecipitinogene stof, vergelijking (1) nader te preciseeren.

Wij zullen dus allereerst een uitdrukking trachten te vinden voor de drie bestanddeelen der boven het praecipitaat staande heldere vloeistof, namelijk voor de daarin aanwezige vrije praecipitinogene substantie, voor de daarin aanwezige vrije praecipitine en voor de hoeveelheid opgelost praecipitaat.

Eerst dan de hoeveelheid *vrije praecipitinogene substantie*. Zij A de *totale* voor een experiment gebruikte hoeveelheid van die substantie.

Om vast te stellen, hoeveel daarvan in vrijen toestand nog in de vloeistof voorhanden is, moet uitgemaakt worden, hoeveel gebonden is. Gebonden dan is:

1°. een zeker quantum om het in vasten toestand aanwezige praecipitaat te vormen. Neemt men aan dat 1 mol. praecipitaat zich vormt uit 1 mol. praecipitinogene substantie en 1 mol. praecipitine, dan zal indien de moleculaire hoeveelheid praecipitaat P bedraagt, ook de daarvoor benodigde praecipitinogene substantie door P uitgedrukt worden.

2°. een hoeveelheid pV indien p de procentische hoeveelheid opgelost praecipitaat voorstelt en V het totale volume der vloeistof.

3°. een hoeveelheid noodig om de verbinding praecipitaat-praecipitinogene substantie te vormen. Neemt men aan dat 1 mol. van die verbinding ontstaat uit 1 mol. praecipitaat en 1 mol. praecipitinogene substantie en verder dat y van die verbinding aanwezig is, dan zal, aangezien in ieder der beide componenten y mol. praecipitinogene substantie voorhanden is, in het geheel $2y$ moeten in rekening worden gebracht, zoodat de hoeveelheid praecipitinogene stof, die in vrijen toestand nog over is, bedraagt

$$A - P - pV - 2y.$$

Is het volume der vloeistof V , dan is dus de *concentratie der vrije praecipitinogene substantie* =

$$\frac{A-P-pV-2y}{V} \dots \dots \dots (2)$$

Op soortgelijke wijze kan men de concentratie der vrije praecipitine berekenen.

Zij B de *totale* voor het experiment gebruikte hoeveelheid praecipitine, dan is daarvan af te trekken:

1°. een hoeveelheid P , om dezelfde reden als aangegeven bij de berekening der vrije praecipitinogene substantie (zie boven).

2°. een hoeveelheid pV , insgelijks om dezelfde reden als daar genoemd.

3°. een hoeveelheid noodig om de verbinding praecipitaat-praecipitinogene substantie te vormen. Aangezien in die verbinding slechts 1 mol. praecipitine aanwezig is, zal slechts $1y$ moeten in rekening worden gebracht.

Zoodat de hoeveelheid praecipitine, die in vrijen toestand over is, bedraagt $B-P-pV-y$.

Aangezien het volume der vloeistof V bedraagt is *de concentratie der vrije praecipitine* =

$$\frac{B-P-pV-y}{V} \dots \dots \dots (3)$$

En wat eindelijk in de derde plaats *de concentratie van het opgeloste praecipitaat* betreft, deze moet uitgedrukt worden door

$$\frac{pV}{V} \dots \dots \dots (4)$$

De vergelijking (1) wordt dus:

$$\frac{A-P-pV-2y}{V} \times \frac{B-P-pV-y}{V} = k_1 \frac{pV}{V}$$

of

$$(A-P-pV-2y)(B-P-pV-y) = k_1 pV^2 \dots \dots (5)$$

Nu nog een een vergelijking, die de reactie uitdrukt, volgens welke zich praecipitaat met praecipitinogene substantie verbindt. Deze is aldus te schrijven:

Concentr. vrije praecipitinogene stof \times **Concentr. opgelost praecipitaat** = k_2
Concentr. verbinding praecipitaat — praecipitinogene subst.

of

$$\frac{A-P-pV-2y}{V} \times \frac{pV}{V} = k_2 \frac{y}{V}$$

of

$$(A-P-pV-2y)p = k_2 y \dots \dots \dots (6)$$

Zet men kortheidshalve $P-pV = P'$ en brengt de waarde van y van vergelijking (6), in vergelijking (5) over dan krijgt men

$$\left(A - P' - 2p \frac{A - P'}{k_2 + 2p} \right) \left(B - P' - p \frac{A - P'}{k_2 + 2p} \right) = k_1 p V^2 \quad . \quad (7)$$

In deze vergelijking zijn bekend:

- 1°. A , d. i. de hoeveelheid praecipitinogene substantie, (verdund paardeserum) in het geheel toegevoegd;
- 2°. B , d. i. de hoeveelheid praecipitine (kalfserum) in het geheel gebruikt;
- 3°. V , het volume der vloeistof ontstaan door vermenging der beide componenten;
- 4°. P , de hoeveelheid direct waargenomen vast praecipitaat.

Onbekend zijn:

- 1°. p , de procentische hoeveelheid *opgelost* praecipitaat (p stelt dus de oplosbaarheid van het praecipitaat voor);
- 2°. k_1 , de reactieconstante bij de praecipitaatvorming;
- 3°. k_2 , de reactieconstante bij de vorming der verbinding praecipitaat-praecipitinogene subst.
- 4°. P' , deze is echter $= P - pV$ en dus bekend, zoodra p bekend geworden is.

Aangezien vergelijking (7) dus 3 onbekenden bevat, zullen drie waarnemingen noodig zijn om die onbekenden vast te stellen.

Voegt men dan de aldus gevonden waarden voor de andere proeven in en berekent de hoeveelheid praecipitaat, dan blijkt, dat die berekende hoeveelheden op zeer bevredigende wijze met de waargenomene overeenstemmen (tabel IV).

Merken wij nog op, dat ten einde overbodige nullen te vermijden, 1 cc. kalfserum ($B = 100$) is genomen. Aangezien, blijkens de proeven in het onderhavige geval 1 cc. kalfserum equivalent is met ongeveer $\frac{1}{3}$ cc. paardeserum 1 : 50, krijgt 1 cc. paardeserum 1 : 50, dus A , een waarde van 300.

Waar dus in het eerste experiment $\frac{0,04}{3}$ cc. paardeserum werd gebruikt, krijgt A een waarde van $\frac{0,04}{3} \times 300 = 4$.

In het experiment, waar op 1 cc. kalfserum, 0,3 cc. paardeserum werd gebruikt, wordt bij een waarde $B = 100$, $A = 0,3 \times 300 = 90$.

Brengen wij thans de twee tabellen tot ééne samen, door voor de tweede tabel te berekenen, hoeveel paardeserum $\frac{1}{50}$ gebruikt is op 1 cc. kalfserum.

TABEL IV.

I	II	III	IV	V
1cc. kalfserum, B = 100.				
Gebruikte hoeveelheid paardeserum $\frac{1}{50}$ (op 1cc. kalfserum).	Gebruikte hoeveelheid paardeserum uitgedrukt in de zoodanigen eenheden A.	Geronden volume van het praecipitaat in 1cc. der mengsels.	Berekend volume van het praecipitaat in 1cc. der mengsels.	Verskil tusschen III en IV.
0.613 cc.	4	niet meetbaar	0.2	
0.027 »	8	3	3.9	+ 0.9
0.05 »	15	10	10.3	+ 0.3
0.08 »	24	17	17.8	+ 0.8
0.4 »	30	21	23.6	+ 2.6
0.13 »	39	32	29.7	- 2.3
0.45 »	45	34	34	0
0.18 »	54	43	40.1	- 2.9
0.2 »	60	45	43.9	- 4.1
0.25 »	75 ⁵³ ₅₁	52	52.1	- 0.1
0.266 »	79	51	53.6	+ 2.6
0.294 »	88.3	55	57.1	+ 2.1
0.3 »	90	57	57.5	+ 0.5
0.33 »	100	59	58.9	- 0.1
0.385 »	115.4	55	57.4	+ 2.4
0.457 »	137	50	51.3	+ 1.3
0.557 »	167	43	41.3	- 1.7
0.713 »	214	25	26.8	+ 1.8
1 »	300	5	5.5	+ 0.5
1.67 »	500	2	0	- 2

Men ziet dat de overeenstemming tusschen de geronden en berekende hoeveelheid praecipitaat (kol. III en IV) zeer beredigend is. De gemiddelde fout bedraagt 1.3.

Dit resultaat verdient onze belangstelling, niet alleen met het oog op de kennis van de praecipitine-reactie als zoodanig, maar ook uit

een meer algemeen oogpunt, aangezien deze reactie tot de groote groep der toxine-antitoxine reacties behoort.

Was men tot dusverre bij de studie van de laatste genoodzaakt de evenwichtsvoorwaarden af te leiden uit de toxine, d. w. z. door bepaling van de toxische werking, die overbleef bij trapsgewijze verzadiging der toxine door klimmende hoeveelheden antitoxine, bij de praecipitine-reactie kunnen de evenwichtsvoorwaarden afgeleid worden uit de hoeveelheid der gevormde toxine-antitoxine verbinding.

En dat niet alleen, maar deze hoeveelheid kan ook, dank zij het feit, dat de verbinding een neerslag vormt, zonder de hulp van roode bloedlichaampjes of van injectieproeven bij dieren, op *nauwkeurige wijze en langs directen weg*, door eenvoudige aflezing worden vastgesteld.

Er bestaat dus gegronde reden te verwachten, dat een nadere studie der praecipitine-reactie het inzicht ook in andere toxine-antitoxine reacties zal verdiepen.

R É S U M É.

Resumeeren wij, dan kan het hierboven uiteengezette aldus worden saamgevat.

Worden praecipitine en praecipitinogene stof (te vergelijken resp. met antitoxine en toxine) bij elkander gevoegd, dan treedt een evenwichtsreactie op, gehoorzame aan de wet van GULDBERG en WAAGE. Bij die evenwichtsreactie verbindt zich een deel der praecipitine moleculen met een overeenkomstige hoeveelheid moleculen praecipitinogene stof, terwijl naast die verbinding een zekere quantiteit van ieder der beide componenten in vrijen toestand blijft bestaan.

De genoemde verbinding slaat gedeeltelijk neer, gedeeltelijk blijft zij opgelost. Hoeveel opgelost blijft, hangt vooral van de hoeveelheid voorhanden zoutoplossing af; immers het neerslag is in NaCl-solutie oplosbaar.

Naast de hier aangeduide evenwichtsreactie heerscht nog een tweede, welke daarin bestaat, dat een deel van het praecipitaat, met vrije praecipitinogene substantie een oplosbare verbinding aangaat. Ook deze reactie gehoorzaamt de wet van GULDBERG en WAAGE. Het geval is te vergelijken met het neerslaan van Ca(OH)_2 door CO_2 . Door overmaat van CO_2 wordt een deel van het ontstane CaCO_3 weer tot een oplosbaar bicarbonaat gevormd. CaH_2O_2 vervult dus de rol der praecipitine en CO_2 die der praecipitinogene stof.

Natuurkunde. - De Heer JULIUS leest het volgende Rapport omtrent de door hem als afgevaardigde der Akademie bijgewoonde tweede bijeenkomst van de „Internationale Unie voor samenwerking in onderzoekingen betreffende de zon”, gehouden 27, 28 en 29 September 1905 te Oxford, in New-College.

In 1904 heeft GEORGE E. HALE, directeur van het „Solar Observatory of the Carnegie Institution, Mount Wilson, California”, het initiatief genomen tot het verkrijgen van samenwerking tusschen allen die zich bezighouden met de studie der zon, in den ruimsten zin. Verschillende Academiën van wetenschappen en astronomische genootschappen werden uitgenoodigd, afgevaardigden te zenden naar eene eerste bijeenkomst, die plaats vond te St. Louis, bij gelegenheid van de wereldtentoonstelling, in September 1904. Daar werd besloten tot de oprichting van een „Internationale Unie voor samenwerking in onderzoekingen betreffende de zon”.

Een uitvoerend comité (bestaande uit HALE, SCHUSTER en ARRHENIUS) belastte zich met de voorloopige organisatie; in de tweede bijeenkomst, die gehouden werd te Oxford 27—29 September 1905, zijn de statuten der vereeniging vastgesteld.

Ter kenschetsing van doel en plan der vereeniging mogen hier enkele hoofdpunten uit de statuten worden vermeld.

De Unie zal samengesteld zijn uit de Internationale Associatie van Academiën en uit Wetenschappelijke Lichamen die belang stellen in den voortgang van het onderzoek der zon. Ieder van de samenstellende lichamen laat zich vertegenwoordigen door een voor dat doel benoemd comité. Elk lid van zulk een comité zal beschouwd worden als lid van de Unie.

Binnen de Unie wordt een „Internationaal Comité” gevormd, waarin elk vertegenwoordigd lichaam één lid benoemt en één stem uitbrengt.

Een „Uitvoerend Comité”, bestaande uit drie leden (waarvan één benoemd wordt door de voorzittende Academie van de Internationale Associatie van Academiën), vormt het bureau der Unie in de tijden tusschen de algemeene samenkomsten. De voorzitter van het Uitvoerend Comité (thans Prof. A. SCHUSTER te Manchester) voert de correspondentie en zorgt voor de publicaties.

In den regel zullen algemeene bijeenkomsten worden gehouden om de twee jaren.

De onderwerpen waarmee de Unie zich zal bezighouden zijn:

1°. Organisatie van waarnemingen en van methoden volgens welke zij bewerkt worden;

2°. Het doen uitvoeren van laboratorium-proeven ter opheldering van vraagstukken betreffende de zon.

De Unie, als zoodanig, zal geen discussie voeren over de betrekkelijke verdiensten van theorieën, maar kan waarnemingen of proefnemingen organiseeren die vermoedelijk op zulke theorieën licht zullen werpen.

Niets uit de statuten mag zóó worden uitgelegd dat het een beperking zou zijn van de volle vrijheid die aan alle toetredenen lichamen en aan alle leden toekomt, om zelfstandig op te treden of eenig onderzoek uit te voeren naar eigen inzichten.

Op de bijeenkomst in New-College te Oxford waren vertegenwoordigd:

Intern. Assoc. van Acad. door Prof. E. WEISS.

Solar Comm. of the Intern. Meteorol. Comm. door Dr. W. J. LOCKYER en Dr. W. N. SHAW.

Nat. Acad. Sci. -Washington door Prof. G. E. HALE en Prof. W. W. CAMPBELL.

Deutsche physik. Gesellschaft door Prof. H. KAYSER.

Royal Soc. London door Prof. A. SCHUSTER, Sir W. CHRISTIE, Sir J. N. LOCKYER en Mr. H. F. NEWALL.

Royal Astron. Soc. London door Prof. H. H. TURNER, Fr. CORTIE, Prof. A. FOWLER, Major E. H. HILLS en Mr. W. E. WILSON.

Soc. franç. d'astron. door M. H. DESLANDRES en Ct. DE LA BAUME PLUVINEL.

Soc. franç. de physique door M. PÉROT en M. FABRY.

Akad. v. Wetensch. Amsterdam door Prof. W. H. JULIUS.

Akad. v. Wetensch. St. Petersburg door Prof. A. BELOPOLSKI.

Akad. v. Wetensch. Stockholm door Prof. K. ÅNGSTRÖM.

Behalve deze 22 afgevaardigden woonden nog de volgende 16 personen als corresponderende leden of als gasten de vergaderingen bij:

Mme ÅNGSTRÖM, F. A. BELLAMY, Father CIRERA, G. DUFFIELD, F. W. DYSON, Prof. W. S. EICHELBERGER, Father FROC, Dr. J. HALM, Prof. G. F. HULL, Prof. J. JANSSEN, Mme JANSSEN, Mdlle JANSSEN, Prof. LITTELL, M. G. MILLECHAU, H. C. PLUMMER en Prof. A. WOLFER.

De ruim 80-jarige astronoom JANSSEN werd tot eerevoorzitter gekozen. Als voorzitters fungeerden achtereenvolgens de leden SCHUSTER, CHRISTIE en TURNER.

Het programma der vergaderingen omvatte, naast de vaststelling

van doel en inrichting der Unie, de volgende wetenschappelijke onderwerpen :

1°. Discussie over standaard-golflengten.

2°. Discussie over samenwerking in zake metingen van de sterkte der zonnestraling.

3°. Bespreking van co-operatie op het gebied van waarnemingen met den spectroheliograaf en van aanverwante spectroscopische onderzoekingen.

4°. Discussie over spectroscopische bepaling van den omwentelingstijd der zon.

1°. De discussie over standaard-golflengten werd ingeleid door Prof. H. KAYSER (Bonn). Het resultaat der besprekingen, waaraan o. a. werd deelgenomen door PÉROT en DESLANDRES, was dat de golflengte van een bepaalde lijn (de roode cadmiumlijn) als *primaire* standaard van golflengte zal worden aangenomen. Door deze lijn zal de *Ångströmsche eenheid* (Å) worden gedefinieerd, die zoo weinig mogelijk verschillen zal van 10^{-10} meter. *Secundaire* standaards zullen door interferentie-methoden ten opzichte van den primairen worden vastgelegd; zij mogen niet verder dan 50 Å van elkander verwijderd zijn. *Tertiaire* standaards worden aangewezen op onderlinge afstanden van $5 \text{ à } 10 \text{ Å}$; hunne golflengten worden ten opzichte van die der secundaire bepaald door interpolatie met behulp van buigingsroosters. In een viertal besluiten is dit alles, iets uitvoeriger, geformuleerd.

De keuze der standaard-lijnen en de bepaling hunner golflengten werd opgedragen aan een commissie, bestaande uit de heeren KAYSER (Voorzitter), AMES, FABRY, MICHELSON, PÉROT.

2°. Het tweede onderwerp, co-operatie bij stralingsmetingen, werd met een kort woord ingeleid door A. SCHUSTER (Manchester). vervolgens deed K. ÅNGSTRÖM (Upsala) eene mededeeling: „Over methoden ter bepaling van veranderingen in de zonnestraling” en „Over den compensatie-pyrheliometer”, en besprak W. H. JULIUS (Utrecht) „Een voorstel tot onderzoek naar plaatselijke ongelijkmatigheden in het stralingsveld der zon”. Deze mededeelingen worden opgenomen in de *Transactions of the Union*.

Aan de discussie over stralingsmetingen namen deel de leden

SHAW, CHRISTIE, HALE, WILSON, BELOPOLSKI. Een zestal besluiten werden vastgesteld als leidraad voor de samenwerking op dit gebied, en aan een commissie, bestaande uit de heeren ÅNGSTRÖM (Voorzitter), ABBOT, CALLENDAR, JULIUS, SCHUSTER en VIOLLE, werd opgedragen een plan van co-operatie samen te stellen.

3°. De bespreking van voorstellen betreffende samenwerking in de bestudeering van verschijnselen die men op de zonneshijf waarneemt werd ingeleid door Prof. G. E. HALE (Pasadena). Verder voerden daarover het woord de leden Sir N. LOCKYER, DESLANDRES, WOLFER, BELOPOLSKI, CIRERA, CORTIE, CRISTIE, SCHUSTER, NEWALL, HILLS; waarop de vergadering haar goedkeuring hechte aan vijf besluiten, die door een daartoe aangewezen commissie waren geformuleerd. Er werden vervolgens twee afzonderlijke comité's benoemd; het eene, gevormd door HALE (Voorzitter), DESLANDRES, FROST, W. J. LOCKYER, RICCO en MICHIE SMITH, zal zich bezighouden met het organiseeren van onderzoekingen met den spectroheliograaf; het andere, bestaande uit C. A. YOUNG (Voorzitter), BELOPOLSKI, CHRISTIE, CORTIE, DESLANDRES, FOWLER, J. N. LOCKYER, NEWALL en WOLFER, heeft tot opdracht de waarnemingen betreffende spectra van zonnevlekken te regelen.

4°. Omtrent het vierde punt der agenda, de spectroscopische bepaling van den omwentelingstijd der zon, werden mededeelingen gedaan door Prof. W. W. CAMPBELL (Lick Observatory) en Dr. HALM (Edinburg). Men achtte het beter, vooralsnog geen plan tot co-operatie bij deze waarnemingen vast te stellen; maar de volgende motie werd aangenomen:

De Unie erkent de belangrijkheid van de spectroscopische methode ter behandeling van het vraagstuk der aswenteling van de zon, en wenscht dit onderwerp op te nemen onder die waarmede de Unie zich bezighoudt.

Het verblijf te Oxford is den deelnemers aan deze tweede bijeenkomst van de Unie zoo aangenaam mogelijk gemaakt.

Op voorstel van de leden JANSSEN en DESLANDRES werd besloten dat de eerstvolgende bijeenkomst zal plaats hebben te Meudon, in September 1907.

Scheikunde. — De Heer VAN ROMBURGH biedt namens Dr. F. M. JAEGER eene mededeeling aan: „*Over de kristalvormen van de, in de NH₂-groep gesubstitueerde 2,4-Dinitro-Aniline-derivaten.*”

(Mede aangeboden door den Heer A. WICHMANN.)

Ruim een jaar geleden werd door mij een onderzoek ingesteld naar de vormverwantschap van eene reeks plaatsingsisomere *Dinitro-Aniline-derivaten* ¹⁾. Bij die gelegenheid werd aangetoond, hoe deze lichamen in kristallonomisch opzicht eene merkwaardige analogie vertoonen, welke den morfotropischen invloed van, in de NH₂-groep gesubstitueerde koolwaterstofresten duidelijk voor den dag doet treden.

Onder de toenmaals onderzochte verbindingen bevonden zich reeds enkele *1-2-4-Dinitro-Aniline-derivaten*, welke mij door de HH. VAN ROMBURGH en FRANCHIMONT welwillend waren afgestaan. Thans heb ik door bemiddeling van Prof. VAN ROMBURGH en Dr. A. MULDER te *Utrecht* eene reeks van andere derivaten van 't *2,4-Dinitro-Aniline* tot onderzoek ontvangen, welke mijne vroegere publikatie's op gelukkige wijze aanvullen. Ik spreek hier genoemden heeren nogmaals mijnen vriendelijken dank voor hunne hulpvaardigheid uit. In een meer gedetailleerd opstel in het Zeits. f. Kryst., zal ik binnenkort alle deze derivaten beschrijven en afbeelden.

Thans wil ik hiër volstaan met eene opgave der verkregen resultaten, welke in de volgende overzichts-tabel bijeengebracht zijn.

Ik heb daarbij eene zóódanige vorm-symboliek gekozen, dat de morfotropische verwantschap van verreweg de meesten dezer lichamen zeer duidelijk voor den dag komt. Zij hebben alle denzelfden familietrek, welke zich in de waarden der assenverhoudingen en der topische parameters verraadt. Slechts enkele dezer lichamen doen geen eenvoudige relaties met de overige erkennen.

¹⁾ JAEGER, Ueber morphotropische Beziehungen bei den in der Amino-Gruppe substituierten Nitro-Anilinen; Zeits. f. Kryst. (1905). **40**. 113—146.

No.	Naam der Verbinding :	Overzicht			
		Smpt.	Mol. Gew.	Aeq. Volume (in vasten staat)	S/
1	1-2-Nitro-Aniline.	72°	138	95.70	Rho
2	1-4-Nitro-Aniline.	146°	138	96.03	Mo
3	1-2-4-Dinitro-Aniline.	182°	183	113.30	Me
4	1-2-4-6-Trinitro-Aniline.	110°	228	129.39	Mo
5	1-4-Nitrodiaethyl-A. *)	78°	194	102.07	Mo
6	1-2-4-Dinitro-Methyl-A.	178°	197	125.24	Mo
7	1-2-4-Dinitro-Aethyl-A.	114°	211	145.41	Tri
8	1-2-4-Dinitro-Dimethyl-A.	87°	211	142.95	Rho
9	1-2-4-6-Trinitro-Dimethyl-A.	154°	256	165.05	Rho
10	1-2-4-Dinitro-Methyl-Aethyl-A.	59°	225	157.45	Tri
11	1-2-4-Dinitro-Diaethyl-A.	80°	239	173.94	Rho
12	1-2-4-, + 1-3-4-Dinitro-Diaethyl-A. (Dubbelverbinding.)	59°	478	½(361.02)	Me
13	1-2-4-6-Trinitro-Diaethyl-A.	164°	284	192.41	Me
14	1-2-4-Dinitro-Aethyl-n-Propyl-A.	55°	253	189.13	Rho
15	1-2-4-6-Trinitro-Aethyl-Isopropyl-A.	109°	298	211.80	Tri
16	1-2-4-Dinitro-Isopropyl-A.	95°	225	153.79	Tr
17	1-2-4-Dinitro Dipropyl-A.	40°	267	202.50	Rho
18	1-2-4-6-Trinitro-Dipropyl-A.	138°	312	227.23	Tr
19	1-2-4-Dinitro-Isobutyl-A.	80°	239	172.70	Me
20	1-2-4-6-Trinitro-Isobutyl-A	95°	284	196.53	Rho
21	1-2-4-Dinitro-Diisobutyl-A.	112°	295	250.21	Me
22	1-2-4-Dinitro-Allyl-A.	76°	223	157.93	Tr
23	1-2-4-Dinitro-Methyl-Phenyl-A.	166°	273	194.16	Me
24	1-2-4 Dinitro Aethyl-Phenyl-A.	95°	287	210.48	Me
25	1-2-4-Dinitro-Benzyl-A.	116°	273	187.50	Tr
26	1-2-4-Dinitro-Methyl-Benzyl-A.	144°	287	204.41	Me
27	1-2-4-Dinitro-Aethyl-Benzyl-A.	73°	301	219.87	Me
28	1-2-4-Dinitro-Phenyl-Benzyl-A.	168°	349	250.00	Me
29	1-2-4-6-Trinitro-Aethyl-Nitraniline.	96°	301	183.09	Me
30	1-2-4-6-Trinitro-Isopropyl-Nitraniline.	108°	315	201.53	Me
31	1-2-3-4-6-Tetranitro-Methyl-Nitraniline.	146°	332	189.71	Me

*) Over de isomorfie en volledige mengbaarheid dezer verbinding met p-Nitroso-Diaethyl-Aniline, zie pag. 10.

	Assen-Elementen:	Topische Parameters:	
r.	a : b : c = 1.3667 : 1 : 1.4585.	$\lambda : \rho : \omega = 5.3635 : 3.9245 : 4.5465$	1
	a : b : c = 2.0350 : 1 : 1.4220; $\beta = 88^{\circ}10'$	$\lambda : \rho : \omega = 6.5406 : 3.2141 : 4.5704$	2
	a : b : c = 1.9826 : 1 : 1.4088; $\beta = 85^{\circ} 11'$	$\lambda : \rho : \omega = 6.8206 : 3.4403 : 4.8467$	3
	a : b : c = 1.6560 : 1 : 1.5208; $\beta = 80^{\circ}47\frac{1}{2}'$	$\lambda : \rho : \omega = 5.9313 : 3.8119 : 5.7975$	4
	a : b : c = 1.0342 : 1 : 0.9894; $\beta = 80^{\circ}34'$	$\lambda : \rho : \omega = 5.6210 : 5.4351 : 5.3775$	5
	a : b : c = 1.2286 : 1 : 0.9707; $\beta = 83^{\circ}28'$	$\lambda : \rho : \omega = 5.8090 : 4.7281 : 4.5897$	6
	a : b : c = 1.2251 : 1 : 0.9745 $\alpha = 33^{\circ}25\frac{1}{2}'$ $\beta = 83^{\circ}22'$ $\gamma = 75^{\circ}41'$	$\lambda : \rho : \omega = 6.2321 : 5.0871 : 4.9880$	7
r.	a : b : c = 1.2154 : 1 : 1.0803.	$\lambda : \rho : \omega = 5.8035 : 4.7750 : 5.4583$	8
n.	a : b : c = 1.2936 : 1 : 1.3831.	$\lambda : \rho : \omega = 5.8455 : 4.5184 : 6.2493$	9
	a : b : c = 1.4497 : 1 : 1.6639. $\alpha = 75^{\circ}46'$ $\beta = 92^{\circ}33'$ $\gamma = 68^{\circ}57'$	$\lambda : \rho : \omega = 5.1900 : 4.5140 : 7.5106$	10
r.	a : b : c = 1.2045 : 1 : 1.4513.	$\lambda : \rho : \omega = 6.0294 : 5.0058 : 5.7631$	11
	a : b : e = 1.3435 : 1 : 1.3013; $\beta = 86^{\circ}39'$	$\lambda : \rho : \omega = 6.3064 : 4.6940 : 6.4083$	12
	a : b : c = 1.1750 : 1 : 0.9462; $\beta = 86^{\circ}28'$	$\lambda : \rho : \omega = 6.5523 : 5.5762 : 5.2763$	13
r.	a : b : c = 1.0535 : 1 : 0.9227.	$\lambda : \rho : \omega = 6.1045 : 5.7946 : 5.3466$	14
	a : b : c = 2.0162 : 1. $\alpha = 75^{\circ}0'$ $\beta = 99^{\circ}17'$ $\gamma = 111^{\circ}16\frac{1}{2}'$	---	15
	a : b : c = 1.4527 : 1 : 1.5790. $\alpha = 118^{\circ}43'$ $\beta = 104^{\circ}33'$ $\gamma = 85^{\circ}12\frac{1}{2}'$	$\lambda : \rho : \omega = 5.3440 : 4.6360 : 7.3201$	16
r.	a : b : c = 1.0191 : 1 : 0.9246.	$\lambda : \rho : \omega = 6.1042 : 5.9890 : 6.5382$	17
	a : b : c = 1.3327 : 1 : 0.9055 $\alpha = 119^{\circ}46'$ $\beta = 111^{\circ}0'$ $\gamma = 102^{\circ}35'$	$\lambda : \rho : \omega = 8.1556 : 6.1197 : 5.5414$	18
	a : b : c = 0.7104 : 1 : 0.3591; $\beta = 85^{\circ}34\frac{1}{2}'$	$\lambda : \rho : \omega = 6.1870 : 8.7092 : 3.2145$	19
r.	a : b : c = 0.7325 : 1 : 0.3470	$\lambda : \rho : \omega = 6.7231 : 9.1782 : 3.1849$	20
	a : b : c = 1.0717 : 1 : 0.9124; $\beta = 63^{\circ}5\frac{1}{2}'$	$\lambda : \rho : \omega = 7.0686 : 6.5660 : 6.0181$	21
	a : b : c = 1.0251 : 1 : 0.9632 $\alpha = 71^{\circ}16\frac{1}{2}'$ $\beta = 111^{\circ}0'$ $\gamma = 116^{\circ}40'$	$\lambda : \rho : \omega = 5.9480 : 5.8024 : 5.5890$	22
	a : b : c = 1.4518 : 1 : 1.6968; $\beta = 86^{\circ}1'$	$\lambda : \rho : \omega = 5.3389 : 4.6341 : 7.8650$	23
	a : b : c = 0.4933 : 1 : 0.6586; $\beta = 78^{\circ}6\frac{1}{2}'$	$\lambda : \rho : \omega = 4.2994 : 8.7156 : 5.7401$	24
	a : b : c = 1.0385 : 1 : 0.8586 $\alpha = 107^{\circ}57'$ $\beta = 139^{\circ}47'$ $\gamma = 78^{\circ}23'$	$\lambda : \rho : \omega = 7.2441 : 6.9757 : 5.4891$	25
	a : b : c = 1.5086 : 1 : 1.3276; $\beta = 71^{\circ}40'$	$\lambda : \rho : \omega = 7.1735 : 4.7551 : 6.3129$	26
	a : b : c = 1.7258 : 1 : 1.3087; $\beta = 84^{\circ}5'$	$\lambda : \rho : \omega = 6.9531 : 4.6084 : 6.0310$	27
	a : b : c = 1.4373 : 1 : 1.3645; $\beta = 61^{\circ}14\frac{1}{2}'$	$\lambda : \rho : \omega = 6.4059 : 5.7640 : 7.6856$	28
	a : b = 1.4187 : 1. $\beta = 86^{\circ}23\frac{1}{2}'$	---	29
	a : b : c = 1.3924 : 1 : 0.9368; $\beta = 78^{\circ}33'$	$\lambda : \rho : \omega = 7.3676 : 5.2913 : 5.2743$	30
	a : b : c = 1.6686 : 1 : 1.4712; $\beta = 76^{\circ}37'$	$\lambda : \rho : \omega = 7.1730 : 4.2987 : 6.3243$	31

Kristallografie. — De Heer HOLLEMAN biedt eene mededeeling aan van den Heer F. M. JAEGER: „*Over een nieuw geval van vorm-analogie en mengbaarheid bij plaatsingsisomere benzolderivaten, en over de kristalvormen der zes isomere Nitrodibroombenzolen.*”

(Mede aangeboden door den Heer A. P. N. FRANCHIMONT.)

§ 1. In 't volgende zijn de kristalvormen onderzocht, die de zes plaatsingsisomere *Nitro-Dibroom-Benzolen* vertoonen, welke er volgens de gangbare structuurvoorstellingen van 't benzol mogen verwacht worden. Daarbij is gebleken, dat in deze volledig onderzochte reeks wederom eene mengbaarheid en eene vorm-analogie tusschen twee der zes termen bestaat.

Genoemde verbindingen werden mij op welwillende wijze door prof. HOLLEMAN afgestaan, dien ik ook hier nogmaals mijne erkentelijkheid daarvoor betuig.

Dit onderzoek sluit zich onmiddellijk aan bij dat, over de isomere *Dichloornitrobenzolen*, welke verhandeling eveneens in deze Verslagen voorkomt. (1905, p. 643 e.v.).

A. Nitro-2-3-Dibroom-Benzol.

Struktuur: $C_6H_3(NO_2)Br_2$; smeltpunt: $57^\circ C$.

De verbinding, welke in de meeste organische oplosmiddelen zeer

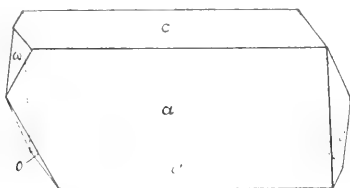


Fig. 1.

sterk oplosbaar is, kristalliseert 't best uit ligroïne + aether, en wel in platte, licht wijngelae naaldjes, welke meestal zeer rudimentaire eindvlakken bezitten.

Triklien-pinakoidaal.

$$a : b : c = 1,4778 : 1 : 1,9513.$$

$$A = 90^\circ 30'$$

$$B = 110^\circ 37'$$

$$C = 90^\circ 16\frac{1}{2}'$$

$$\alpha = 90^\circ 45\frac{2}{3}'$$

$$\beta = 110^\circ 36\frac{3}{4}'$$

$$\gamma = 89^\circ 59\frac{1}{4}'$$

De kristallen vertoonen derhalve eene uitgesproken toenadering

tot het monokliene stelsel; echter kan hun, op grond hunner optische oriëntering, slechts trikliene symmetrie toegekend worden.

De waargenomen vormen zijn: $a = \{100\}$, sterk vóórheerschend en zeer glanzend; $b = \{010\}$ kleiner, doch goede reflexen leverend; $c = \{001\}$, smaller dan a , doch zeer glanzend; $o = \{1\bar{1}\bar{1}\}$, groot ontwikkeld en zeer glanzend; $\omega = \{1\bar{1}1\}$, kleiner, doch zeer duidelijk; $s = \{1\bar{1}\bar{1}\}$, zeer smal, doch goed meetbaar.

De habitus is langgestrekt naar de b -as, met afplating volgens $\{100\}$.

	<i>Gemeten :</i>	<i>Berekend :</i>
$a : b = (100) : (0\bar{1}0) =$	$\approx 90^{\circ} 16\frac{1}{2}'$	—
$a : c = (100) : (001) =$	$\approx 69\ 23$	—
$a : o = (100) : (1\bar{1}\bar{1}) =$	$\approx 65\ 11$	—
$c : o = (00\bar{1}) : (1\bar{1}\bar{1}) =$	$\approx 75\ 47\frac{1}{3}$	—
$b : o = (0\bar{1}0) : (1\bar{1}\bar{1}) =$	$\approx 36\ 6$	—
$a : \omega = (100) : (1\bar{1}1) =$	50 52	50°49'
$c : \omega = (001) : (1\bar{1}1) =$	56 52	56 43
$b : \omega = (0\bar{1}0) : (1\bar{1}1) =$	46 28	46 35
$o : \omega = (1\bar{1}\bar{1}) : (1\bar{1}1) =$	47 13	47 29 $\frac{2}{3}$
$a : s = (\bar{1}00) : (1\bar{1}\bar{1}) =$	49 59	50 49 $\frac{1}{3}$
$b : s = (0\bar{1}0) : (1\bar{1}\bar{1}) =$	45 48	45 52 $\frac{1}{2}$
$c : s = (00\bar{1}) : (1\bar{1}\bar{1}) =$	—	56 4
$o : s = (1\bar{1}\bar{1}) : (1\bar{1}\bar{1}) =$	63 39	63 59 $\frac{2}{3}$

Splijtbaar, goed parallel $\{100\}$.

De uitdooving op $\{100\}$ bedraagt circa $26\frac{1}{2}$ ten opzichte der b -as; in konvergent licht is een hyperbool zichtbaar, excentrisch gelegen.

Het specifiek gewicht der kristallen bedraagt: 2,305 bij 8° C.; $\frac{1}{4}$ aequiv. volume = 121,47.

Topische parameters: $\chi : \psi : \omega = 5,2565 : 3,5571 : 6,9409$.

B. Nitro-2-5-Dibroom-Benzol.

Struktuur: $C_6H_3 \cdot (NO_2)_{(1)} \cdot Br_{(2)} \cdot Br_{(5)}$; smeltpunt: $84^{\circ},5$ C.

Deze verbinding werd reeds kristallografisch onderzocht door G. FELS, (Zeits. f. Kryst. **32**, 377). Echter zijn daarbij onnauwkeurigheden binnengesloten welke een herhaald onderzoek gewenscht maken; bovendien is eene andere opstelling der kristallen vereischt, waardoor zij meer analogie met de overige trikliene termen dezer reeks vertoonen.

De kristallen uit aceton + ligroïne hebben den vorm van naar $\{001\}$ afgeplatte plaatjes (fig. 2 en 3). Zij zijn lichtgeel en bezitten sterken glans.

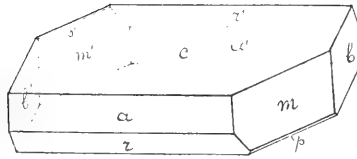


Fig. 2.

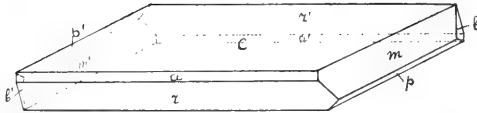


Fig. 3.

Triklien-pinakoïdaal.

$$a : b : c = 1,4909 : 1 : 2,0214.$$

$$\begin{array}{ll} A = 91^{\circ} 3\frac{1}{2}' & \alpha = 90^{\circ} 57\frac{1}{2}' \\ B = 113^{\circ} 21\frac{1}{2}' & \beta = 113^{\circ} 21\frac{1}{3}' \\ C = 90^{\circ} 27' & \gamma = 90^{\circ} 2'. \end{array}$$

Waargenomen vormen: $c = \{001\}$, sterk vóórheerschend, en ideaal reflekteerend; $a = \{100\}$, en $r = \{\bar{1}01\}$, gewoonlijk even breed ontwikkeld, en eveneens scherpe reflexen leverend; $b = \{010\}$, kleiner, goed meetbaar; $m = \{110\}$, groot en glanzend; $p = \{11\bar{3}\}$, meestal smal, doch sterk glanzend; soms even breed als m .

Diktafelig naar $\{001\}$. De toenadering tot monokliene symmetrie is óók in dit geval hier duidelijk.

<i>Gemeten:</i>	<i>Berekend:</i>
$a : b = (100) : (010) = *89^{\circ} 33'$	—
$b : c = (010) : (001) = *88^{\circ} 56\frac{1}{2}'$	—
$c : a = (001) : (100) = *66^{\circ} 38\frac{1}{2}'$	—
$b : m = (010) : (110) = *35^{\circ} 59\frac{1}{2}'$	—
$a : r = (100) : (10\bar{1}) = *43^{\circ} 45'$	—
$c : m = (001) : (110) = 75^{\circ} 46'$	$75^{\circ} 38\frac{2}{3}'$
$a : m = (100) : (110) = 53^{\circ} 33'$	$53^{\circ} 33\frac{1}{2}'$
$c : r = (00\bar{1}) : (10\bar{1}) = 69^{\circ} 37'$	$69^{\circ} 36\frac{1}{2}'$
$r : m = (10\bar{1}) : (110) = 65^{\circ} 20'$	$65^{\circ} 11'$
$p : m = (11\bar{3}) : (110) = 60^{\circ} 59'$	$60^{\circ} 44\frac{1}{2}'$
$r : b = (10\bar{1}) : (010) = 89^{\circ} 55'$	$89^{\circ} 22'$
$r : p = (10\bar{1}) : (11\bar{3}) = 50^{\circ} 53'$	—

Goed splijtbaar parallel m .

De optische orienteering is, zooals FELS aangeeft, waarbij zijne vormen $\{010\}$, $\{001\}$ en $\{11\bar{1}\}$, resp. bij mijne opstelling de symbolen: $\{001\}$, $\{110\}$ en $\{010\}$ verkrijgen. Opgemerkt zij, dat bij FELS de opgave der structuur, en evenzoo die van 't smeltpunt, onjuist is. Verder blijken zijne hoeken: $(11\bar{1}) : (100)$ en $(11\bar{1}) : (010)$ beide $> 90^\circ$ te zijn. Wellicht is daardoor bij hem de overeenstemming tusschen berekende en gevonden waarden zooveel minder goed dan bij mij. Vormen $\{\bar{5}52\}$ en $\{\bar{1}\bar{5}.15.4\}$ heb ik nooit waargenomen.

't Spec. Gew. 2,368, bij 8°C .; 't aeq.-volume: 118,66.

Topische assen: $\chi : \psi : \omega = 5,2190 : 3,5005 : 7,0758$.

Bij vergelijking van de zoeven onderzochte plaatsings-isomere derivaten, valt terstond de groote overeenkomst tusschen beide verbindingen in 't oog, welke nog wel niet als die van direkt-isomorfe lichamen verschijnt, maar toch daaraan zèer wel nabij komt:

Nitro-2-3-Dibroombenzol.

Triklien-pinakoïdaal.

$$a : b : c = 1,4778 : 1 : 1,9513$$

$$A=90^\circ 30' \quad B=110^\circ 37' \quad C=90^\circ 16\frac{1}{2}'$$

$$\alpha=90^\circ 45\frac{2}{3}' \quad \beta=110^\circ 36\frac{3}{4}' \quad \gamma=89^\circ 59\frac{1}{4}'$$

$$\chi : \psi : \omega = 5,2565 : 3,5571 = 6,9409.$$

Echter:

Vormen: $\{100\}$, $\{010\}$, $\{001\}$, $\{1\bar{1}\bar{1}\}$,
 $\{\bar{1}\bar{1}1\}$ en $\{\bar{1}\bar{1}\bar{1}\}$

Splijtbaar parallel $\{100\}$.

Habitus tafelvormig naar $\{100\}$.

Nitro-2-5-Dibroombenzol.

Triklien-pinakoïdaal.

$$a : b : c = 1,4909 : 1 : 2,0214.$$

$$A=91^\circ 3\frac{1}{2}' \quad B=113^\circ 21\frac{1}{2}' \quad C=90^\circ 27'$$

$$\alpha=90^\circ 57\frac{1}{2}' \quad \beta=113^\circ 21\frac{1}{3}' \quad \gamma=90^\circ 2'$$

$$\chi : \psi : \omega = 5,2190 : 3,5005 : 7,0758.$$

Echter:

Vormen: $\{100\}$, $\{010\}$, $\{001\}$, $\{\bar{1}01\}$,
 $\{110\}$, $\{11\bar{3}\}$.

Splijtbaar parallel $\{110\}$.

Habitus tafelvormig naar $\{001\}$.

Met alle overeenstemming is er dus een zóódanig verschil in habitus en splijtbaarheid, dat eene direkte „isomorfie” in den gewonen zin van 't woord niet als aanwezig kan aangenomen worden. Er is hier een geval van, aan isomorfie grenzende, „isomorfotropie” voorhanden.

Niettegenstaande dat verschil kunnen beide stoffen eene ononderbroken reeks van mengkristallen vormen, zooals kristallografisch en door bepaling van de binaire smeltekromme (fig. 4) werd bewezen.

Het smeltpunt van 't 1-2-3-derivaat (57°C) wordt door toevoeging van 't 1-2-5-derivaat *verhoogd*. De smeltlijn heeft, *niet* zooals in 't vroeger ontdekte geval van de twee *tribroomtoluolen*¹⁾ een absoluut

¹⁾ JAEGER, Dissertatie, Leiden, (1903), Over kristallografische en moleculaire symmetrie van plaatsingsisomere benzolderivaten, pag 173 e. v.

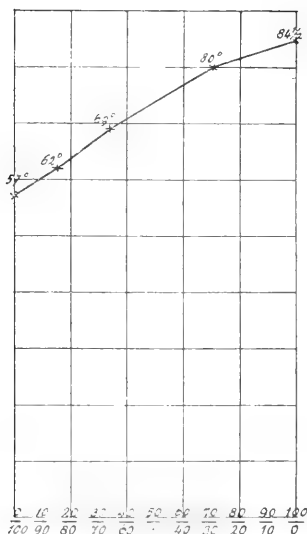


Fig. 4.

maximum; 't verschil ligt zeker in de geringere mate van vorm-analogie welke deze twee lichamen bezitten, in verhouding tot die bij de twee bedoelde *tribroomtoluolen*.

Alleszins merkwaardig is de thans aan een *derde* voorbeeld vast-gestelde *mengbaarheid* en *vorm-analogie* bij plaatsings-isomere benzol-derivaten ¹⁾.

Mengkristallen werden door mij verkregen uit oplossingen van beide componenten in aceton + aether.

Zij bezitten den vorm van fig. 1 en vertoonen vaak zandlooper-structuur en ook een opbouw in lagen. Bij grooter gehalte aan 't laagstsmeltende derivaat werden lange, fijne naalden verkregen, welke niet goed meetbaar zijn. De smeltpunten liggen tusschen 57° en 84½° C.

Nitro-2-4-Dibroom-Benzol.

Struktuur: $C_6H_3 \cdot (NO_2)_{(1)} \cdot Br_{(2)} \cdot Br_{(4)}$; smeltpunt: 61°.6 C.

De verbinding vormt, uit alcohol omgekristalliseerd, zwavelgele, groote, naar *a* afgeplatte, en naar de *c*-as langgestrekte kristallen.

¹⁾ De thans bekende voorbeelden zijn nu: 1-2-3-5-, en 1-2-4-6-*Tribroomtoluol*; 1-2-3-5-*Tribroom-4-6-Dinitro*, en 1-2-4-6-*Tribroom-3-5-Dinitro-Toluol*; 1-2-5-, en 1-2-3-*Nitrodibroombenzol*.

Triklien-pinakoidaal.

$$a : b : c = 1,1307 : 1 : 1,1698.$$

$$A = 97^{\circ}13\frac{1}{2}' \quad \alpha = 97^{\circ}36'$$

$$B = 113^{\circ}30\frac{1}{2}' \quad \beta = 113^{\circ}37'$$

$$C = 90^{\circ}38\frac{1}{2}' \quad \gamma = 87^{\circ}33'$$

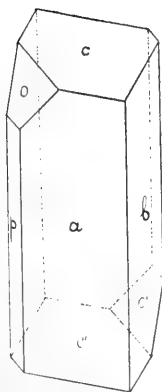


Fig. 5.

Waargenomen vormen: $a = \{100\}$ vóórheerschend en zeer glanzend; $b = \{010\}$ en $c = \{001\}$, even breed, beide sterk glanzend; $p = \{1\bar{1}0\}$, smal, doch goed meetbaar; $o = \{1\bar{1}1\}$, groot, en goede reflexen leverend.

De verbinding is vroeger reeds door GROTH en BODEWIG (Berl. Berichte, **7**, 1563) gemeten. Mijne resultaten stemmen in hoofdzaak met de hunne overeen; bij de hier aangenomen symbolen zijn hunne a - en b -assen omgewisseld, en is de overeenstemming met de andere derivaten der reeks duidelijker.

	<i>Gemeten:</i>	<i>Berekend:</i>
$a : b = (100) : (010) =$	$89^{\circ}21\frac{1}{2}'$	—
$a : c = (100) : (001) =$	$66\ 29\frac{1}{2}'$	—
$b : c = (010) : (001) =$	$82\ 46\frac{1}{2}'$	—
$p : a = (1\bar{1}0) : (100) =$	$46\ 36$	—
$c : o = (001) : (1\bar{1}1) =$	$48\ 42$	—
$o : p = (1\bar{1}1) : (1\bar{1}0) =$	$51\ 43$ (circa)	$52^{\circ}\ 1'$
$c : p = (001) : (1\bar{1}0) =$	$100\ 29$ (circa)	$100\ 43'$

Splijtbaar naar $\{010\}$; GROTH en BODEWIG vonden geene duidelijke splijtbaarheid.

Spec. Gewicht der kristallen = 2,356, bij 8°C ., 't aeq. vol. = 119,27.

Topische Assen: $\chi : \psi : \omega = 5,2365 : 4,6304 : 5,4166$.

Ofschoon de analogie van dit isomeer met de twee andere triklie isomeren duidelijk zichtbaar is, zoo is de waarde van $a : b$ hier geheel afwijkend. In overeenstemming daarmee, *verlaagt* 't bij $84\frac{1}{2}^{\circ}\text{C}$. smeltend derivaat het smeltpunt van dit lichaam. Een mengsel van 87% 1-2-4, en 13% 1-2-5-Nitrodibrombenzol smolt bij 56°C . Van eene isomorfofotrope menging blijkt hier overigens geen sprake te zijn.

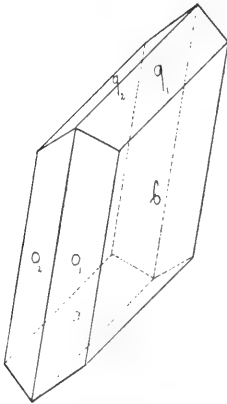
D. Nitro-2-6-Dibroom-Benzol.

Fig. 6.

Struktuur: $C_6H_3(NO_2)_{(1)} \cdot Br_{(2)} \cdot Br_{(6)}$; smeltpunt: $82^\circ C$.

Uit alcohol omgekristalliseerd, vormt de verbinding meest langgestrekte, brooze naalden, welke dikwijls naar twee parallelle vlakken afgeplat zijn.

Monoklien-prismatisch.

$$a : b : c = 0,5678 : 1 : 0,6257.$$

$$\beta = 83^\circ 24'.$$

Waargenomen vormen: $b = \{010\}$, sterk voorheerschend; $q = \{011\}$ en $o = \{111\}$ ongeveer even sterk ontwikkeld. De kristallen zijn meest afgeplat naar b , met strekking naar de a -as.

Gemeten: *Berekend:*

$q : q = (011) : (01\bar{1}) = * 63^\circ 43\frac{1}{2}'$	—
$o : o = (111) : (11\bar{1}) = * 47\ 52$	—
$o : q = (111) : (0\bar{1}1) = * 74\ 20\frac{1}{3}$	—
$o : q = (111) : (011) = 45\ 42\frac{1}{3}$	$45^\circ 42'$
$q : b = (011) : (010) = 58\ 8\frac{1}{4}$	$58\ 8\frac{1}{4}$
$b : o = (010) : (111) = 66\ 6$	$66\ 4$

Geene duidelijke splijtbaarheid is aanwezig.

Eene optische onderzoeking was ingevolge de ondoorzichtigheid der kristalletjes niet wel mogelijk.

Spec. Gew. = 2,211 bij $8^\circ C$.; 't aeq. Volume is: 127,09.

Topische parameters: $\chi : \psi : \omega = 4,0397 : 7,1147 : 4,4516$.

E. Nitro-3-5-Dibroom-Benzol.

Struktuur: $C_6H_3(NO_2)_{(1)} \cdot Br_{(3)} \cdot Br_{(5)}$; smeltpunt: $104^\circ,5 C$. De verbinding is reeds door BODEWIG gemeten (*Zeitschr. f. Kryst.* **1**. 590); mijne metingen stemmen met de zijne geheel overeen. *Monoklien-prismatisch*. BODEWIG vindt $a : b : c = 0,5795 : 1 : 0,2839$, met $\beta = 56^\circ 12'$. Vormen: $\{110\}$, $\{100\}$, $\{001\}$ en $\{011\}$.

Ik neem $\beta = 85^\circ 26'$ en na omwisseling van a -, en c -as,

$$a : b : c = 0,5678 : 1 : 0,4831,$$

met de vormen: $\{011\}$, $\{001\}$, $\{201\}$ en $\{211\}$. Volkomen splijtbaar naar $\{201\}$. Sterke, negatieve dubbelbreking.

Spec. Gew. = 2,363 bij $8^\circ C$.; Azq. Volume = 118,91.

Topische assen: $\chi : \psi : \omega = 4,3018 : 7,5761 : 3,6601$.

Opmerkelijk is de groote analogie in de verhouding $a : b$ bij dit en 't vorige lichaam, en in de waarde van den hoek β .

F. Nitro-3-4-Dibroom-Benzol.

$C_6H_3(NO_2)_1 \cdot Br_{3)} \cdot Br_{4)}$; smeltpunt: $58^\circ C.$ is door GROTH en BODEWIG gemeten. (Berl. Ber. 7.1563). *Monoklien-prismatisch*.

$a : b = 0,5773 : 1$, met $\beta = 78^\circ 31'$. Vormen $\{001\}$, $\{110\}$ en $\{100\}$; tafelvormige kristallen. Volkomen splijtbaar naar $\{100\}$, duidelijk naar $\{010\}$. 't Optisch assenvlak is $\{010\}$; op a zijn beide optische assen (80°) zichtbaar. Ik bepaalde 't spec. gew. op $2,354$, bij $8^\circ C.$; 't aequiv. volume is dus: $119,34$.

Ook bij de monokliene derivaten, welke eene zekere vorm-analogie wel laten erkennen, heb ik getracht een smeltlijn van 't stijgende type te vinden. Echter bij geen der drie binaire mengsels was dit 't geval; steeds werd het laagste smeltpunt van beide door toevoeging van den hooger smeltenden komponent *verlaagd*. Zoo b.v.

smolt een mengsel van $82,3\%$ 1-2-3-, en $17,7\%$ 1-3-5-Nitrodibroombenzol bij $48\frac{1}{2}^\circ C.$

smolt een mengsel van $76,5\%$ 1-2-6-, en $23,5\%$ 1-3-5-Nitrodibroombenzol bij $68\frac{1}{2}^\circ C.$

smolt een mengsel van $90,5\%$ 1-3-4-, en $9,5\%$ 1-2-6-Nitrodibroombenzol bij $54^\circ C.$

Ook konden uit gemengde oplossingen geene mengkristallen verkregen worden.

Opmerkelijk is de geringe vorm-analogie met de vóór eenigen tijd door mij onderzochte *Nitro-Dichloor-Benzolen*¹⁾.

Het *Nitro-2-3-Dichloor-Benzol* ($62^\circ C.$; rhombisch) en 't *Nitro-2-6-Dichloor-Benzol* ($71^\circ C.$; monoklien) vertoonen zoo goed als geene analogie in vorm met de beide *Dibroom*-verbindingen. Nog veel minder bestaat bij de *Dichloor*-derivaten iets, wat met de isomorfotropische menging van 't 2-3-, en 't 2-5-*Dibroom*-produkt overeenkomt. Het eenige derivaat van beide reeksen, welke tot eene direkt-isomorfe vervanging van 2 *Cl*-atomen door 2 *Br*-atomen mochten doen besluiten, zijn de *Nitro-3-5-Dihalo-geen-Benzolen* ($65^\circ C.$ en $104^\circ,5 C.$); 't smeltpunt van 't *Dichloor*-derivaat wordt inderdaad door eene toevoeging van 't *Dibroom*-derivaat *verhoogd*.

In 't algemeen zijn de verschillen in de kristalvormen van de verbindingen der gebromeerde reeks veel geringer dan die tusschen de vormen der gechlorde derivaten, — een feit, dat nauw samenhangt met de veel grootere waarde, die 't molekulgewicht bij de *Nitro-Dibroom-Benzolen* bezit, dan zulks 't geval is bij de overeenkomstige *Chloor*-derivaten.

Zaandam, April 1906.

¹⁾ Zie deze Verslagen (1905) p. 643 e. v.

Natuurkunde. — De Heer P. ZEEMAN biedt een mededeeling aan: „*Magnetische splitsing der spectraallijnen en veldsterkte*”. 1^{ste} gedeelte.

Men kan de sterkte van een magnetisch veld zeer goed definiëren door het bedrag van de splitsing, die een spectraallijn daarin ondergaat.

De afstand van de uiterste componenten bijv. van een triplet laat zich met groote nauwkeurigheid bepalen. De componenten eener magnetisch gesplitste lijn zijn even scherp als de oorspronkelijke lijn zelve en het is bekend met welk eene groote nauwkeurigheid spectrogrammen zich laten uitmeten.

Twee magnetische veldsterkten kan men dan gelijk noemen, indien ze eenzelfde splitsing van een spectraallijn teweegbrengen en twee verschillen van magnetische sterkten zijn dan gelijk wanneer de veranderingen der componentafstanden gelijk zijn. Hiermede is een schaal van magnetische veldsterkten gedefinieerd, alleen kunnen het nulpunt en de grootte der eenheden nog willekeurig gekozen worden. Aan alle voorwaarden noodig om verschillende intensiteiten van een grootheid *indirect* te vergelijken is voldaan ¹⁾.

Bij een meting van een magnetische kracht op de aangegeven wijze heeft men buitendien het voordeel dat direkt gebruik wordt gemaakt van een eigenschap der atomen.

Het is voor de toepassing der genoemde schaal onverschillig van welken aard de functie-betrekking tusschen veldsterkte en splitsing is. Het is voldoende dat deze functie eenwaardig is. De nauwkeurigste bepalingen van den tegenwoordigen tijd ²⁾ en eveneens de theorie maken het uiterst waarschijnlijk dat de splitsing der spectraallijnen evenredig is aan de intensiteit van het veld waarin de lichtbron geplaatst is. Indien deze eenvoudige relatie bestaat, dan wordt onze schaal van magnetische veldsterkten identiek met de gewoonlijk gebezigde.

Wij kunnen dan uit een gegeven splitsing van een spectraallijn, de veldsterkte in absolute maat afleiden, wanneer eenmaal de reductiefactor bekend is.

Volgens de metingen van FÄRBER ³⁾ aan de lijnen 4678 Cd en 4680 Zn, en waarbij een vonk tusschen zink-cadmium electroden oversprong, kon de reductie-factor met een waarschijnlijke fout van vrij wat minder dan $\frac{1}{100}$ bepaald worden.

¹⁾ Vg. RUNGE, Maass und Messen, Encyclopädie der mathematischen Wissenschaften Bd. V. I. 1903.

²⁾ Zie in het bijzonder: A. FÄRBER, Über das Zeeman-Phänomen. Ann. d. Phys. 9 p. 886. 1902.

³⁾ FÄRBER, l. c.

Deze methode en alle methoden die tot dusver gebezigd zijn voor de meting van magnetische velden, leeren de intensiteit daarvan vinden in een enkel punt. Of liever de gemiddelde waarde in een dikwijls niet klein vlakje of in een kleine ruimte wordt aangenomen die in een punt van dat vlakje of van die ruimte te zijn.

Door de magnetische splitsing der spectraallijnen is het nu mogelijk *gelijktijdig in alle punten van een rechte lijn de veldsterkte te vinden.*

Ik heb om dit te laten zien gebruik gemaakt van vacuumbuizen waarin zich eenig kwik bevindt. De gebezigde buizen hadden capillairen van omstreeks 8 cM. lengte en van verschillende inwendige diameters afwisselend tusschen $\frac{1}{2}$ en $\frac{1}{4}$ m.M. De vorm was die welke door PASCHEN¹⁾ is aangegeven, dezelfde die door RUNGE en PASCHEN in hun onderzoek over de straling van kwikzilver in het magnetische veld werd gebezigd.

Wordt de buis iets verwarmd dan gaat de ontlading door en krijgt men een intensief licht in de capillair te zien dat echter zeer sterk toeneemt als de buis in een magnetisch veld wordt geplaatst. Het valt daarbij op dat er voor een gegeven dichtheid van den damp een bepaalde waarde van het magnetische veld bestaat waarvoor de lichtsterkte het grootst wordt. Men ziet dit duidelijk bij het aanzetten van een halfring electro-magneet van DU BOIS. Door de groote zelfindustrie stijgt de veldsterkte slechts langzaam, er is dan, indien de dampspanning in de buis niet te hoog was, duidelijk een oogenblik een maximum van lichtsterkte waar te nemen.

Is bij een gegeven veld de dichtheid van den damp goed gekozen, dan kan men met zeer weinig warmtetoevoer de buis lichtend houden.

Is de buis geplaatst tusschen de konische polen van een DU BOIS electromagneet en in een vlak loodrecht op de verbindingslijn der polen dan is natuurlijk in ieder der punten van de buis de veldsterkte verschillend. Indien wij van elk der punten van de buis het licht spectroscopisch onderzoeken, dan vinden wij natuurlijk een verschillende magnetische splitsing voor elk dier punten.

Wij kunnen nu echter alle punten van de buis *gelijktijdig* spectroscopisch onderzoeken.

Hiervoor is alleen noodig dat wij met een lens een scherp beeld van de buis op de spleet van den spectroscop ontwerpen en dat die spectroscop aan een bepaalde voorwaarde voldoe. Die voor-

¹⁾ PASCHEN. Eine Geisslersche Röhre zum Studium des ZEEMAN-effectes. Physik. Zeitschr. p. 478. I. 1900.

waarde is dat aan ieder punt van de spleet één punt van het spectraalbeeld beantwoordt. Aan deze voorwaarde wordt voldaan door een prisma-spectrocoop, door een echelonspectrocoop, door een spectrocoop met vlak tralie, maar niet door een met concaaftralie op ROWLAND'S wijze opgesteld. Wil men dit laatste gebruiken dan moet men bijv. werken op de door RUNGE en PASCHEN¹⁾ aangegeven wijze.

Mijne proeven zijn op die laatste wijze genomen.

Als een voorbeeld zal ik de blauwe kwiklijn (4359) gebruiken, die in een sextet wordt gesplitst.

De verdeeling der magnetische kracht in een vlak loodrecht op de verbindingslijn der polen van een du Bois electromagneet met een poolafstand van 4 mm. wordt afgebeeld in een spoelvorming optisch magnetogram, van een gedeelte waarvan een reproductie is gegeven in fig. 1. Deze figuur is eene 9-malige vergrooting van een negatief. Wij kunnen het licht der binnenste componenten met een nicol uitblussen. Aan weerskanten blijven dan de twee fijne lijnen over. Fig. 2 is een reproductie op *natuurlijke* grootte van een zoodanig magnetogram. Dat de buitenste componenten dubbel zijn is in de reproductie niet meer te zien. Ter beoordeeling van de uitgestrektheid van het veld, dat door dit magnetogram wordt afgebeeld, moet worden opgemerkt dat 1 mm. in het focale vlak beantwoordt aan 1.80 mm. in het vlak der polen of 1 mm. in dit vlak met 0,556 op het negatief. In fig. 1 beantwoordt dus 5 mm. aan 1 mm. in het vlak der polen. Het geheele magnetogram leert de magnetische kracht kennen in een lijn van 30 mm. lengte. Door een lens van anderen brandpuntsafstand kan men natuurlijk een grooter deel van het veld afbeelden. In het middenste deel van het veld is de veldsterkte omstreeks 24.000 C.G.S. Natuurlijk kan een *vergelijking* van veldsterkten met vrij wat hoogerem graad van nauwkeurigheid geschieden dan die, welke boven werd aangegeven voor een absolute meting.

Indien men veldsterkten met een betrekkelijk hoogen graad van nauwkeurigheid wil vergelijken, dan geschiedt dit veel gemakkelijker door uitmeting van de afstanden tusschen de componenten, dan door directe magnetische metingen.

De beschouwde methode zal natuurlijk alleen in moeilijke gevallen worden gebruikt. Zoolang onze spectroscopen van groot oplossend vermogen zoo onhandig en plaatsroovend zijn, zal de methode zeker niet in de praktijk worden toegepast.

In vele gevallen zal men met voordeel een spectraallijn uitkiezen die in een triplet wordt gesplitst.

¹⁾ KAYSER, Handbuch, Bd. I, p. 482.

P. ZEEMAN. Magnetische splitsing der spectraallijnen en veldsterkte.



Fig. 1.



Fig. 2.

Bij verschijnselen waarbij de magnetische kracht snel met den tijd veranderd kan men door de magnetisatie der spectraallijnen de maximum waarde der kracht bepalen, ook dan wanneer het veld zeer inhomogeen is.

In sommige gevallen is het van zeer groot belang dat men bij verschillende veldsterkten een verschijnsel na kan gaan. De beschreven methode wordt dan eene die men *de methode van het ongelijke veld* zou kunnen noemen.

In een volgende mededeeling hoop ik op deze wijze de door VOIGT uit de theorie voorspelde *asymmetrie* in de splitsing der spectraallijnen bij zwakke velden te bestudeeren. Reeds vroeger heb ik langs anderen weg het bestaan van deze asymmetrie experimenteel vrij overtuigend aangetoond.¹⁾

Intusschen meen ik, dat de onlangs door LORENTZ gegeven beschouwingen²⁾ het wenschelijk maken nog eens op eene andere wijze het bestaan van de zoo uiterst kleine dissymmetrie te bevestigen.

Wiskunde. — De Heer JAN DE VRIES biedt een mededeeling aan, getiteld: „*Eenige eigenschappen van bundels van algebraïsche krommen*”.

§ 1. Zij A een der n^2 basispunten van een bundel (c^n) van krommen c^n van den graad n , B een der overige basispunten. Voegt men aan elke c^n de rechte c^1 toe, die haar in A aanraakt, dan verkrijgt men, als voortbrengsel der projectieve bundels (c^n) en (c^1), een kromme T_1 van den graad $(n + 1)$, die de meetkundige plaats is van de tangentialpunten van A , d. w. z. van de punten welke elke c^n op haar raaklijn c^1 insnijdt. Deze *tangentialkromme* heeft in A een drievoudig punt, waar zij aangeraakt wordt door de buigraaklijnen van drie c^n , die in A een buigpunt hebben; zij is het eerst beschouwd door EMIL WEYR (Sitz. Ber. Akad. in Wien, LXI, 82).

Ik beschouw nu, meer algemeen, de meetkundige plaats T_m der m^e tangentialpunten van A . Den graad dezer kromme stel ik door $\tau(m)$ voor, terwijl $\alpha(m)$ en $\beta(m)$ het aantal takken zullen aanwijzen, welke T_m in A en B bezit.

Prof. P. H. SCHOOTE heeft mijn aandacht gevestigd op een mededeeling van zijn hand, opgenomen in de Comptes Rendus de l'Académie des sciences, tome CI, 736, waar de overeenkomstige kromme voor een kubischen bundel behandeld is. Het is me gebleken dat de daar

1) ZEEMAN. Deze Verslagen December 1899. 8 p. 328.

2) LORENTZ. Deze Verslagen December 1905. p. 579.

gevonden aantallen voor $n = 3$ te voorschijn komen uit de uitkomsten, welke ik hier zal afleiden.

Ter bepaling van de functies $\tau(m)$, $\alpha(m)$ en $\beta(m)$ zal ik gebruik maken van een ook reeds door WEYR gebezigde hulpkromme, welke men de *antitangentiaalkromme* van A zou kunnen noemen. Zij bevat de groepen van $n(n-1) - 2$ punten A_{-1} , die A tot tangentiaalpunt hebben, gaat dus driemaal door A en eenmaal door alle punten B . Met een c^n heeft ze derhalve $(2n^2 - n)$ punten gemeen, waaruit blijkt dat ze van den graad $(2n - 1)$ is.

§ 2. De $(m-1)^e$ tangentiaalkromme (A^{m-1}) van A wordt door de antitangentiaalkromme (A^{-1}) van A , buiten de basispunten, gesneden in de punten A^{m-1} , die A tot tangentiaalpunt hebben. Hun aantal bedraagt drie minder dan het aantal raaklijnen, welke T_m in A bezit, dus $\alpha(m) - 3$; immers op de drie c^n , die in A een buigpunt hebben, valt A met een van zijn m^e tangentiaalpunten samen.

Daar de drie buigraaklijnen ook raaklijnen zijn van de kromme (A^{-1}) hebben (A^{m-1}) en (A^{-1}) in A $3\alpha(m-1) + 3$ punten gemeen. In elk basispunt B liggen $\beta(m-1)$ snijpunten. Dus is

$$(2n-1)\tau(m-1) = \alpha(m) + 3\alpha(m-1) + (n^2-1)\beta(m-1). \quad (1)$$

Een tweede betrekking vind ik door op te merken, dat (A^{m-1}) met de antitangentiaalkromme van B , buiten de basis, de $\beta(m)$ punten gemeen heeft, waarvoor B een m^e tangentiaalpunt is. In B liggen $3\beta(m-1)$ snijpunten, in A $\alpha(m-1)$, in elk der overige basispunten $\beta(m-1)$. Dus is

$$(2n-1)\tau(m-1) = \beta(m) + \alpha(m-1) + (n^2+1)\beta(m-1). \quad (2)$$

Met een c^n heeft T_m , buiten de basis, slechts de $(n-2)^m$ punten $A^{(m)}$ gemeen; derhalve is

$$n\tau(m) = \alpha(m) + (n^2-1)\beta(m) + (n-2)^m. \quad (3)$$

§ 3. Om een homogene differentievergelijking ter bepaling van $\tau(m)$ te vinden, elimineer ik uit de drie gevonden betrekkingen de groottheden $\alpha(m)$ en $\beta(m)$, en vind

$$n\tau(m) = n^2(2n-1)\tau(m-1) - (n^2+2)\{\alpha(m-1) + (n^2-1)\beta(m-1)\} + (n-2)^m.$$

Hier kan de uitdrukking tusschen accolades wegens (3) door $n\tau(m-1) - (n-2)^{m-1}$ vervangen worden. Dan wordt

$$\tau(m) = (n^2 - n - 2)\tau(m-1) + (n+1)(n-2)^{m-1}. \quad (4)$$

Dus is

$$\tau(m-1) = (n^2 - n - 2)\tau(m-2) + (n+1)(n-2)^{m-2}. \quad (5)$$

Uit (4) en (5) wordt ten slotte verkregen

$$\tau(m) - (n-2)(n+2)\tau(m-1) + (n-2)^2(n+1)\tau(m-2) = 0 \quad (6)$$

Ter bepaling van een particuliere oplossing $\tau(m) = x^m$ heeft men nu

$$x^2 - (n-2)(n+2)x + (n-2)^2(n+1) = 0,$$

dus

$$x = n^2 - n - 2 \text{ of } x = n - 2.$$

Bijgevolg is de algemeene oplossing

$$\tau(m) = c_1(n^2 - n - 2)^m + c_2(n - 2)^m.$$

Om de constanten c_1 en c_2 te kunnen bepalen, substitueer ik in (4) de bekende waarde $\tau(1) = n + 1$, en vind $\tau(2) = (n + 1)(n^2 - 4)$.

Nu is

$$\begin{aligned} n + 1 &= c_1(n^2 - n - 2) + c_2(n - 2), \\ (n^2 - 4)(n + 1) &= c_1(n^2 - n - 2)^2 + c_2(n - 2)^2. \end{aligned}$$

Door eliminatie van c_1 en c_2 vindt men ten slotte

$$\tau(m) = (n + 1)(n - 2)^{m-1} \frac{(n+1)^m - 1}{n} \dots \dots (7)$$

Uit (1) en (2) volgt

$$\alpha(m) - \beta(m) = -2 \{ \alpha(m-1) - \beta(m-1) \},$$

dus

$$\alpha(m) - \beta(m) = (-2)^{m-1} \{ \alpha(1) - \beta(1) \} = -(-2)^m \dots (8)$$

Gebruik makende van (3) en (7) vindt men nu

$$n^2 \alpha(m) = (n - 2)^{m-1} \{ (n + 1)^{m+1} - 2n + 1 \} - (n^2 - 1)(-2)^m \dots (9)$$

$$n^2 \beta(m) = (n - 2)^{m-1} \{ (n + 1)^{m+1} - 2n + 1 \} + (-2)^m \dots \dots (10)$$

§ 4. Voor $m = 2$ is $\alpha(2) = n^3 + n - 9$; daar A voor drie krommen c^n buigpunt is, zijn er dus $(n^2 + n - 12)$ krommen waarop A met zijn tweede tangentialpunt samenvalt. Hieruit volgt het bekende resultaat dat A raakpunt is van $(n + 4)(n - 3)$ dubbelraaklijnen.

In een vroegere mededeeling¹⁾ heb ik de meetkundige plaats van de raakpunten D der dubbelraaklijnen in verband gebracht met de meetkundige plaats der punten W waarin een c^n door haar dubbelraaklijnen wordt gesneden. Om te bepalen hoe vaak een punt D met een van zijn tangentialpunten W samenvalt, beschouw ik de verwantschap der stralen $d = OD$ en $w = OW$, welke de verwantschap (D, W) in een waaijer met top O te weeg brengt.

Daar de krommen (D) en (W) van de graden $(n - 3)(2n^2 + 5n - 6)$ en $\frac{1}{2}(n - 4)(n - 3)(5n^2 + 5n - 6)$ zijn, behooren bij elken straal d $(n - 4)(n - 3)(2n^2 + 5n - 6)$ stralen w , en bij elken straal w $(n - 4)(n - 3)(5n^2 + 5n - 6)$ stralen d .

¹⁾ „Over lineaire stelsels van algebraïsche vlakke krommen”. (Zitt. versl. 22 April 1905; deel XIII, 748).

Omdat elke der $2n(n-2)(n-3)$ dubbelraaklijnen uit O $2(n-4)$ coïncidenties $d \equiv w$ vertegenwoordigt, wordt het aantal coïncidenties $D \equiv W$ voorgesteld door

$$(n-4)(n-3)(2n^2+5n-6) + (n-4)(n-3)(5n^2+5n-6) - 4(n-4)(n-3)(n-2)n = 3(n-4)(n-3)(n^2+6n-4).$$

In een bundel (c^n) hebben $3(n-4)(n-3)(n^2+6n-4)$ krommen een buigpunt, waarvan de raaklijn de kromme nog in een ander punt aanraakt.

In de boven aangehaalde mededeeling heb ik gemeend dit aantal nit de snijpunten der krommen (D) en (W) te kunnen bepalen; daarbij zag ik over het hoofd dat een raakpunt van een dubbelraaklijn tangentiaalpunt W van een andere dubbelraaklijn kan wezen.

§ 5. Om het aantal drievoudige raaklijnen te vinden beschouw ik de verwantschap tusschen de stralen, die twee op een zelfde dubbelraaklijn gelegen punten W en W' uit O projecteeren. Het kenmerkende getal dezer symmetrische verwantschap is blijkbaar $\frac{1}{2}(n-4)(n-3)(5n^2+5n-6)(n-5)$, terwijl elke door O gedragen dubbelraaklijn $2n(n-2)(n-3)(n-4)(n-5)$ coïncidenties vervangt. Het aantal coïncidenties $W \equiv W'$ bedraagt dus $(n-5)(n-4)(n-3)(5n^2+5n-6-2n^2+4n)$.

Daar elke drievoudige raaklijn drie dezer coïncidenties draagt, heeft men de eigenschap:

In een bundel (c^n) hebben $(n-5)(n-4)(n-3)(n^2+3n-2)$ krommen een drievoudige raaklijn.

§ 6. In mijn boven bedoelde mededeeling heb ik het aantal undulatiepunten trachten te bepalen uit de snijpunten van de inflexiekromme (I) en de meetkundige plaats der punten I' , welke c^n op haar buigraaklijnen insnijdt. Daar elk buigpunt dat tangentiaalpunt is van een ander buigpunt tot de snijpunten van (I) en (I') behoort, is het t. a. p. gevonden aantal te groot. Het juiste aantal kan ik door middel van de verwantschap tusschen de stralen OI en OI' bepalen.

Daar de graden van (I) en (I') zijn $6(n-1)$ en $3(n-3)(n^2+2n-2)$ en elke der $3n(n-2)$ uit O getrokken buigraaklijnen $(n-3)$ coïncidentiestralen vervangt, vindt men voor het aantal coïncidenties $I \equiv I'$

$$6(n-1)(n-3) + 3(n-3)(n^2+2n-2) - 3n(n-2)(n-3) = 6(n-3)(3n-2).$$

In een bundel (c^n) hebben $6(n-3)(3n-2)$ krommen een vierpuntige raaklijn.

§ 7. De inflexiekromme (I) en de bitangentiaalkromme (D) hebben in elk der $3(n-1)^2$ dubbelpunten van (c^n) $2(n-3)(n+2)$ punten gemeen.

Immers, uit een dubbelpunt kan men naar de c^n , waartoe het behoort, ($n^2 - n - 6$) raaklijnen trekken, die als dubbelraaklijnen zijn te beschouwen, terwijl elk dubbelpunt eener c^n tevens dubbelpunt van (I) is.

In elk basispunt liggen verder $3(n+4)(n-3)$ snijpunten (§ 4). De overige aan (I) en (D) gemeenschappelijke punten zijn de buigpunten, waarvan de raaklijn de c^n nog eens aanraakt (§ 4) en de undulatiepunten (§ 6), waar de beide krommen elkaar aanraken. Inderdaad heeft men

$$6(n-1)^2(n-3)(n+2) + 3n^2(n+4)(n-3) + 3(n-4)(n-3)(n^2+6n-4) + 12(n-3)(3n-2) = 6(n-1)^2(n-3)(n+2) + 3(n-3)(2n^2+6n^2-16n+8) = 6(n-1)(n-3)(2n^2+5n-6),$$

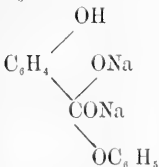
en dit is het product der graden van (I) en (D).

Scheikunde. — De Heer FRANCHIMONT biedt een mededeeling aan van den Heer J. MOLL VAN CHARANTE: „*De salicylzuurveroring uit natrium-phenolaat*”.

(Medeaangeboden door den Heer P. VAN ROMBURGH).

De mededeeling van LOBRY DE BRUYN mede namens den heer TIJMSMA in de Koninklijke Akademie van Wetenschappen te Amsterdam ¹⁾ en later het gelijklopende stuk in het Recueil ²⁾ gaven mij aanleiding tot dit onderzoek. Hun opvatting en vooral de bewijzen ervoor bevredigen mij niet en daar ik mij tengevolge van ander werk een voorstelling van de reactie had gevormd, deed ik eenige proeven in die richting.

Volgens mijn opvatting kon een additieproduct van natriumphenolaat aan natriumphenylcarbonaat of wel, wat op hetzelfde neer komt, een additieproduct van twee molekulen natriumphenolaat aan een molekuul koolzuuranhydride $\cdot C_6H_5OC(ONa)_2OC_6H_5$, het lichaam zijn, dat de intramoleculaire omzetting tot het salicylzuurderivaat



ondergaat en daarna, afhankelijk van de temperatuur, natriumsalicylaat en natriumphenolaat of wel phenol en basisch natriumsalicylaat vormt. Deze opvatting wordt gesteund door oudere waarnemingen van verschillende chemici en wordt gedeeltelijk ook aangenomen door CLAISEN ³⁾.

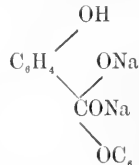
¹⁾ Verslag der Kon. Akad. v. Wetensch. te Amsterdam, 28 Mei 1904.

²⁾ Rec. 23 p. 385.

³⁾ B. B. (1905) 38 p. 714.

Aangezien LOBRY DE BRUYN en TIJSTRA in de aangehaalde stukken geen analysencijfers geven, kwam het mij niet onmogelijk voor, dat het door hen verkregen phenolnatrium-*o*-carboonzuur het, door intramoleculaire omzetting van het door mij aangenomen

additieprodukt gevormde, lichaam kon zijn. Ik begon derhalve hun werkmethode te volgen; bereidde het natriumphenylcarbonaat op de gewone wijze uit natriumphenolaat en koolzuuranhydride,



en verhitte dit op 100° in een toegesmolten buis gedurende 100 uur. Bij het openen der buis bleek een belangrijke druk aanwezig. Ook bij talrijke herhalingen werd steeds deze druk waargenomen. Het ontwijkende gas bleek bij onderzoek geheel uit koolzuuranhydride te bestaan en bedroeg 1/4 tot 1/3 van het in het natriumphenylcarbonaat aanwezige. Neemt men aan dat het natriumphenylcarbonaat zich onder deze omstandigheden gedeeltelijk splitst in koolzuuranhydride en natriumphenolaat, dan zou er natriumphenolaat aanwezig moeten zijn of wel de splitsing zou koolzuuranhydride en het door mij aangenomen tusschenprodukt (C₆H₅O)₂C(ONa)₂ kunnen geven. In het eerste geval is het vreemd, dat het koolzuuranhydride gedurende de afkoeling der buis, die dikwijls een paar dagen bleef liggen, niet grootendeels weer geabsorbeerd wordt. In het reactieprodukt moest nu naar die stoffen gezocht worden. Door behandeling met aether werd vrij veel phenol uitgetrokken, ofschoon vocht zooveel mogelijk werd uitgesloten. Vervolgens werd het met koud droog aceton in aanraking gebracht, waardoor het wel gedeeltelijk opgelost werd, maar onder gasontwikkeling en temperatuursverhoging. Uit de heldere oplossing sloeg petroleum-aether een stof neer, die, na eenige keeren op dezelfde wijze opgelost en neergeslagen te zijn, witte acetonhoudende naaldjes vormde, die aan de lucht verweerden. Deze verbinding bleek bij analyse salicylnatrium met een molekuul aceton te zijn. Daar een molekulairgewichtsbepaling langs ebullioscopischen weg, volgens LANDSBERGER in aceton, niet het verwachte getal gaf, werd ter controle natriumsalicylaat op dezelfde wijze uit aceton onder toevoegen van petroleum-aether omgekristalliseerd en een produkt verkregen, dat identiek bleek met het voorgaande, zoowel bij analyse als bij molekulairgewichtsbepaling. Beide produkten gaven na drogen op 100° door verhitting met joodmethyl geen noemenswaardige hoeveelheid salicylzure ester.

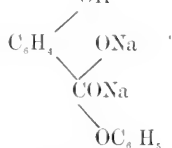
De hoeveelheid natriumsalicylaat verkregen door verhitting van het

natriumphenylcarbonaat op de aangegeven wijze was echter zeer gering.

Ik vermoedde, dat de, bij behandeling met aceton waargenomen gasontwikkeling, welk gas als zuiver koolzuurgas zonder eenige bijmenging herkend werd, van nog onveranderd natriumphenylcarbonaat afkomstig was, zoodat dus de reactie niet was afgelopen en er derhalve in de buis na de verhitting zich een mengsel moest bevinden van onveranderd natriumphenylcarbonaat, natriumphenolaat, natriumsalicylaat, wellicht ook dinatriumsalicylaat en vrij phenol, benevens het bewuste additieproduct $(C_6H_5O)_2C(ONa)_2$ en het

OH

daaruit misschien gevormde salicylzuurderivaat C_6H_4
Ik hield het nu van belang vooraf het gedrag van
aceton met deze lichamen voor zoover zij bekend
zijn na te gaan.



Natriumphenolaat lost op in kokend aceton, waaruit het bij bekoeling in vele centimeters lange, zachte, bijna witte naalden kristalliseert, die $1\frac{1}{2}$ molekuul aceton bevatten. In vacuo boven zwavelzuur verliezen ze dit aceton. Bij kamertemperatuur lost slechts 0,1 % op in aceton.

Natriumphenylcarbonaat in aanraking gebracht met zorgvuldig gedroogd aceton ontwikkelt koolzuuranhydride onder zwakke temperatuursverhoging. De hoeveelheid bedraagt ongeveer $\frac{1}{3}$ van de in het natriumphenylcarbonaat aanwezige, wanneer men althans rekening houdt met de betrekkelijk groote oplosbaarheid van koolzuurgas in aceton. In het aceton of, zoo na de inwerking van het aceton met aether geextraheerd wordt, ook in de aether, is een hoeveelheid phenol aanwezig overeenstemmend met de geheele uit het natriumphenylcarbonaat verkrijgbare. Onopgelost blijft een mengsel van neutraal en zuur natriumcarbonaat, nagenoeg of juist in aequimoleculaire hoeveelheden. De ontleding van $3 C_6H_5COONa$ tot $3 C_6H_5OH + CO_2 + NaHCO_3 + Na_2CO_3$ vereischt twee molekulen water. Daar de proeven echter in een bijzonder daarvoor ingericht apparaat, waarin geen vocht of vochtige lucht treden kon met uiterst zorgvuldig gedroogd aceton werden genomen, moet men wel aannemen, dat dit water uit het aceton is ontstaan en dan een condensatieproduct van het aceton verwachten, dat echter bij de geringe hoeveelheden, waarmede de proeven genomen werden niet kon gevonden worden. Vreemd blijft bij deze reactie de buitengemeen stormachtige wijze, waarop de koolzuurgas-ontwikkeling optreedt.

Natriumsalicylaat lost op in aceton, waaruit het door of zonder toevoegen van petroleumaether kristalliseert in kleine naaldjes, die

een molekuul kristalaceton bevatten kunnen. Bij verschillende bepalingen bleek het acetongehalte te varieren van een half tot een heel molekuul. Bij 16° lost het op in ongeveer 21 deelen aceton.

Dinatriumsalicylaat werd bereid door bijeenvoegen van een 95%-ige alcoholische salicylzuuroplossing bij een geconcentreerde natriumalcoholaat oplossing in alcohol van dezelfde sterkte. Na eenige oogenblikken kristalliseert het dan in fijne, witte naaldjes uit. Door uitkoken met aceton, waarin het geheel onoplosbaar is, laat het zich bevrijden van bijgemengd mononatriumsalicylaat.

Nu het gedrag van het aceton met deze lichamen bekend was, werd het onderzoek van het 100 uur verhitte natriumphenylcarbonaat nog eens herhaald, zonder evenwel meerdere resultaten te geven. Een gedeelte werd met aceton behandeld in hetzelfde apparaat, dat ook voor het natriumphenylcarbonaat gebruikt was. Er werd een hoeveelheid koolzuurgas opgevangen, die met een hoeveelheid onveranderd natriumphenylcarbonaat correspondeert ongeveer 50 a 60 % van het reactieprodukt. Een ander gedeelte werd met aether geëxtraheerd, waardoor ongeveer 20 % phenol werd verkregen, terwijl ten slotte nog een geringe hoeveelheid natriumsalicylaat werd gevonden.

Het residu, dat dus met aether en aceton uitgetrokken was, bevatte natriumcarbonaat, maar geen dinatriumsalicylaat, wel phenol, misschien van natriumphenolaat.

Vreemd is de groote hoeveelheid phenol, die vrij in het verhitte natriumphenylcarbonaat aanwezig is en daar geen dinatriumsalicylaat gevonden is, door het ontstaan daarvan niet veroorzaakt kan zijn.

Het gezochte additieprodukt heb ik niet kunnen vinden; misschien is het door aceton op dergelijke wijze ontleed als het natriumphenylcarbonaat. De door mij verkregen resultaten toonen naar het mij schijnt aan, dat de salicylzuurvorming uit natriumphenylcarbonaat niet zoo eenvoudig is als gewoonlijk wordt aangenomen.

Uitvoeriger zal deze arbeid in het Recueil des travaux chimiques des Pays-Bas medegedeeld worden.

Scheikunde. — De Heer BAKHUIS ROOZEBOOM biedt eene mededeeling aan van den Heer J. J. VAN LAAR: „*Iets over den osmotischen druk van oplossingen van niet-elektrolyten, in verband met de afwijkingen van de wetten der ideale gassen.*”

(Mede aangeboden door den Heer A. F. HOLLEMAN).

1. Door H. N. MORSE en J. C. W. FRAZER¹⁾ zijn onlangs zeer nauwkeurige proeven genomen ter bepaling van den osmotischen druk van *verdunde* suikeroplossingen in water. De oplossingen gingen tot 1-normaal, en daar alsdan c ongeveer $\frac{1}{34}$ is [de associatiefactor van het water is nl. bij 18° C. ongeveer 1,65, zoodat in 1 L. water ongeveer $55,6 : 1,65 = 34$ Gr.mol. water (enkelvoudige en complexe moleculen) aanwezig zijn], zoo is het verschil tusschen de exacte uitdrukking — $\log(1-x)$ en de benaderde waarde x [zie formule (2)] nog niet merkbaar. Anders is het evenwel gesteld met het verschil tusschen het moleculairvolume van de *oplossing* $v = (1-x)v_1 + xv_2$ (v dus een lineaire functie van x ondersteld, waaroever straks nader), en het moleculairvolume van het *oplosmiddel* v_1 , wanneer v_2 (het moleculairvolume van de gesmolten suiker) *niet* gelijk aan v_1 kan gesteld worden. Wij zullen zien dat dit verschil bij 1-normale oplossingen 19% bedraagt, zoodat de proeven zeer goed kunnen uitmaken of men v dan wel v_1 moet gebruiken. En nu hebben deze laatste inderdaad geleerd, dat de gemeten osmotische drukken *alleen dan* (en wel met groote nauwkeurigheid) met de berekende waarden overeenstemmen, wanneer men v_1 in den noemer zet en niet v . Dit is dus geheel in overeenstemming met hetgeen door mij van af 1894 herhaaldelijk is beweerd²⁾. (hetgeen ik boven ter wille der symmetrie v_1 noemde, werd door mij vroeger altijd door v_0 aangeduid). *Niet* het moleculairvolume dus van de geheele oplossing, maar het *moleculairvolume* van het *oplosmiddel* in de oplossing. En daarmede valt de laatste steun weg voor hen, die den osmotischen druk tegen alle evidentie in (immers niet de opgeloste stof, maar het *oplosmiddel* is oorzaak van dien druk) nog altijd trachten te verklaren door een met den *gasdruk* vergelijkbaren druk der moleculen der opgeloste stof. Ware er van iets dergelijks sprake, dan moest toch v in aanmerking komen, en niet v_1 , want de moleculen der opgeloste stof

¹⁾ Amer. Chem. Journ. **34**, 1905, bl. 1—99. Zie ook het uitvoerige referaat N° 274 in het Phys. Chem. Centralblatt III (1906).

²⁾ Zie o. a. mijn laatste Verhandeling over dit onderwerp in Deze Verslagen van 7 Juni 1905, blz. 30—33. (Eenige opmerkingen naar aanleiding der laatste Verhandelingen van Dr. П. КОHNСТАМ).

bewegen zich in het *gansche* volume v en niet in het t. o. der *oplossing* geheel fictieve volume v_1 , hetgeen alleen dan aan v zou gelijk zijn, wanneer toevallig $v_2 = v_1$ ware.

2. Ten einde nu de door MORSE en FRAZER gevonden uitkomsten nader te vergelijken met de door mij reeds in 1894 gegeven formule voor den osmotischen druk, willen wij nog even op de afleiding daarvan terugkomen, voornamelijk om vaststellen onder welke beperkende onderstellingen deze formule geldig is.

Bij evenwicht tusschen het zuivere oplosmiddel (concentratie 0, druk p_0) en het *oplosmiddel* in de oplossing (concentratie c , druk p) [de opgeloste stof staat nergens mede in evenwicht, want er wordt een daarvoor ondoordringbaar membraan ondersteld] moeten de moleculaire thermodynamische potentialen gelijk zijn. Derhalve ¹⁾:

$$\mu_1(x, p) = \mu_1(0, p_0).$$

Nu is algemeen:

$$\mu_1 = \frac{\partial Z}{\partial n_1} = C_1 - \theta_1 + RT \log c_1,$$

wanneer $C_1 = -k_1 T (\log T - 1) + ((e_1)_0 - T(s_1)_0)$ is, $c_1 = \frac{n_1}{\sum n_i}$ en

$\theta_1 = \frac{\partial \Theta}{\partial n_1}$; zijnde Θ gegeven door

$$\Theta = \int p dv - pv - RT \sum n_i \cdot \log \sum n_i.$$

Bij *binair* mengsels van *normale* stoffen kunnen wij nu de veranderlijke x invoeren, en wordt ($\sum n_i$ is nu $= 1$, zoodat de term met $\log \sum n_i$ verdwijnt), naar bekend mag worden verondersteld:

$$\mu_1 = C_1 - \left(\omega - x \frac{\partial \omega}{\partial x} \right) + p \left(v - x \frac{\partial v}{\partial x} \right) + RT \log (1 - x), \quad (1)$$

wanneer ter bekorting der schrijfwijze voor $\int p dv$ wordt geschreven ω .

Deze uitdrukking is voor de bovenbedoelde mengsels *geheel nauwkeurig*. Voor de verdere berekening voeren wij nu het begrip „*ideale*” mengsels in. Dit zijn dezulken, bij welke de *onderlinge beïnvloeding* der beide componenten mag worden verwaarloosd. Alsdan is $\frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} = 0$, en wordt ω een *lineaire* functie van x . Maar dan is tevens $\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} = 0$,

¹⁾ De volgende afleiding is slechts in den *vorm* verschillend van de geciteerde in Deze Verslagen.

zoodat ook v een lineaire functie van x wordt. Wij zullen dit in § 6 afzonderlijk aantoonen, en laten zien dat in het geval van dergelijke ideale mengsels :

$$\left\{ \begin{array}{l} a. \quad \omega \text{ een lineaire functie is van } x \\ b. \quad v \quad \text{,,} \quad \text{,,} \quad \text{,,} \quad \text{,,} \quad \text{,,} \\ c. \quad \frac{a}{b} \quad \text{,,} \quad \text{,,} \quad \text{,,} \quad \text{,,} \quad \text{,,} \\ d. \quad \text{de mengwarmte} = 0 \text{ is,} \end{array} \right.$$

zoodat wij kunnen zeggen : ideale mengsels zijn dezulken, *waarbij de mengwarmte praktisch = 0 is, of waarbij geen merkbare volumcontractie intreedt*, wanneer 1 — x Gr.mol. van den 1^{en} component met x Gr.mol. van den tweeden worden gemengd.

De voorwaarden a , b , c en d zijn *gelijktijdig* vervuld, wanneer de *kritische drukken* der beide componenten bij benadering aan elkaar *gelijk* zijn.

3. Voor $\omega - x \frac{\partial \omega}{\partial x}$ mag nu worden geschreven ω_1 , daar $\omega = (1 - x) \omega_1 + x \omega_2$ is, wanneer $\frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} = 0$ is. [Anders is blijkbaar $\omega - x \frac{\partial \omega}{\partial x} = \omega_1 - \frac{1}{3} x^2 \left(\frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} \right)_1 - \frac{1}{8} x^3 \left(\frac{\partial^3 \omega}{\partial x^3} \right)_1 - \dots$]. Evenzoo wordt $v - x \frac{\partial v}{\partial x} = v_1$, en wij verkrijgen :

$$\left. \begin{array}{l} \mu_1(x, p) = C_1 - \omega_1 + p v_1 + RT \log(1 - x) \\ \mu_1(o, p_0) = C_1 - \omega_1 + p_0 v_1 \end{array} \right\},$$

altijd wanneer v_1 en ω_1 *onafhankelijk* van den *druk* worden ondersteld. Want anders zouden ω_1 en v_1 bij den druk p een andere waarde hebben dan bij den druk p_0 . Wij moeten dus ook nog onderstellen, dat onze vloeistoffen *onsamendrukbaar* zijn. Maar tegen deze onderstelling bestaat bij gewone vloeistoffen ver van de kritische temperatuur (en alleen van zulke vloeistoffen is er bij redeneeringen over den osmotischen druk sprake) niet het minste bezwaar. Alleen wanneer x dicht bij 1 komt, en de osmotische druk derhalve tot ∞ zou naderen, mag v (en dus ook ω) niet meer onafhankelijk van p worden ondersteld.

Door gelijkstelling onzer beide laatste vergelijkingen ontstaat nu :

$$p v_1 + RT \log(1 - x) = p_0 v_1,$$

derhalve

$$\alpha = p - p_0 = \frac{RT}{v_1} (-\log(1-x)) , \dots \dots (2)$$

de door mij reeds in 1894 afgeleide uitdrukking.¹⁾

Wij herhalen hier nog eens: deze uitdrukking is geldig van $x=0$ tot $x=$ dicht bij 1, wanneer aan de volgende voorwaarden is voldaan:

- a. de oplossing is een *ideaal binair* mengsel van *normale* componenten;
- b. de oplossing is praktisch *onsamen drukbaar*.

Dan stelt (2) de *overdruk* op de *oplossing* voor, teneinde het indringende water terug te houden (de z.g. „*osmotische*” druk).

Daar nu echter bij alle tot dus ver verrichte proeven *water* het oplosmiddel was, derhalve een *anomale* stof, zoo zal (2) niet zonder voorbehoud op oplossingen in water mogen worden toegepast. Men kan evenwel gemakkelijk aantonen, dat de invloed van de associatie eerst in den term met x^2 een rol speelt, (evenals de onderlinge beïnvloeding van de beide componenten), zoodat bij de boven bedoelde proeven, waar x^2 zeker te verwaarloozen is (zie § 1), de formule (2) gerust mag worden gebruikt.

1) Zie Z. f. Ph. Ch. 15, 1894; Arch. Teyler 1898; Lehrbuch der math. Chemie, 1901; Arch. Teyler 1903; Chem. Weekbl. 1905, N^o. 9; Deze Verslagen 7 Juni 1905.

De Heer KONSTAMM schijnt mijn stuk in de V. K. A. v. W. van 7 Juni 1905 (bl. 30—33) niet te hebben opgemerkt. Anders toch zou hij niet (acht maanden later in een eigen referaat van zijne Verhandelingen in de V. K. A. v. W. van 11 Mei 1905 (bl. 781—811) in het Phys. Chem. Centralbl. er nogmaals nadrukkelijk op gewezen hebben, „dat de Heer VAN LAAR dus ongelijk had met zijne bewering, dat in den noemer v_1 komt, en niet $v - x \frac{\partial v}{\partial x}$.” Hij had dan ingezien, dat in de

lijn *zijner* benaderingen voor $v - x \frac{\partial v}{\partial x}$ niet alleen v_1 mag, maar *moet* worden geschreven, daar hij v met b heeft vereenzelvigd, en dus ook v als een *lineaire* functie van x beschouwt. In werkelijkheid komt echter (zie boven) bij $\mu_1(x, p)$ te staan $p \left(v - x \frac{\partial v}{\partial x} \right)$, terwijl bij $\mu_1(0, p_0)$ staat $p_0 v_1$. Aftrekking geeft dus nóch precies $(p - p_0) v_1$, nóch precies $(p - p_0) \left(v - x \frac{\partial v}{\partial x} \right)$, maar daar $v_1 - x \frac{\partial v}{\partial x} = v_1 - \frac{1}{2} x^2 \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \right) - \dots$ etc. is, zoo is met zeer groote benadering $v - x \frac{\partial v}{\partial x}$ door v_1 te vervangen, en verkrijgt men $(p - p_0) v_1$. [Er behoeft toch zeker niet op gewezen te worden, dat wat hier v_1 (vroeger v_0) wordt genoemd, v_0 bij K. is, en wat hier v (vroeger v_2) wordt genoemd, v_0 bij K. heet. Dit laatste vooral is bij zonder geschikt, om tot misverstand en verwarring aanleiding te geven.]

Brengen wij haar echter eerst in een voor het praktisch gebruik meer geschikten vorm.

4. Schrijven wij daartoe voor (2):

$$\pi = \frac{RT}{v_1} (x + \frac{1}{2} x^2 + \dots) = \frac{RT}{v_1} x (1 + \frac{1}{2} x), \dots \quad (2a)$$

hetgeen voor oplossingen, gaande tot 1-normaal, meer dan voldoende is. Stel verder dat zijn opgelost c Gr. mol. in 1000 Gr. H_2O (door MORSE en FRAZER „weight-normal solutions” genoemd), dan is

$$x = \frac{c}{34 + c} = \frac{c'}{1 + c'},$$

wanneer $\frac{1}{34} c = c'$ wordt gesteld. ($34 = 55,6 : 1,65$ is bij $18^\circ C.$ het aantal Gr. mol. H_2O in 1000 Gr.; zie § 1).

Wij vinden dus:

$$\pi = \frac{RT}{v_1} \frac{c'}{1 + c'} \left(1 + \frac{1}{2} \frac{c'}{1 + c'} \right),$$

of wanneer we ons bepalen tot termen van den tweeden graad t. o. v. c' :

$$\pi = \frac{RT}{v_1} c' (1 - \frac{1}{2} c') = \frac{RT}{v_1} \frac{c}{34} (1 - \frac{1}{58} c).$$

Hierin is nu verder $R = 82,13$ (c.c.M., Atm.), terwijl v_1 bij $18^\circ = 1001,4 : 34$ cM³ is. Voor $\frac{RT}{34 v_1}$ vinden wij dus bij $18^\circ C.$:

$$\frac{RT}{34 v_1} = \frac{82,13 \times 291,04}{1001,4} = 23,87,$$

derhalve

$$\pi_{18^\circ} = 23,87 c (1 - 0,015 c) \text{ Atm.} \dots \quad (2b)$$

Men ziet uit de berekening, dat de invloed der associatie van het oplosmiddel, gelijk wij reeds boven opmerkten, slechts merkbaar is in den term met c^2 . Ware het water een normale vloeistof, dan zou er in plaats van $\frac{1}{58} c = 0,015 c$ gekomen zijn $\frac{1}{111} c$. ($\frac{1}{2} c'$ ware dan nl. $= \frac{1}{2} \times \frac{1}{55,6} c$).

Gaan wij nu eens na, wat de laatste uitdrukking voor π_{18° zou geworden zijn, wanneer niet v_1 in den noemer had gestaan, maar het moleculairvolume van de oplossing v .

Wanneer c Gr. mol. zijn opgelost in 1000 Gr. H_2O , dan zal het totale volume zijn (bij 18°) $1001,4 + 190 c$ ccM. [Immers 1 Gr. mol. = $342,2$ Gr. gesmolten suiker neemt bij 18° een volume van 190 ccM. in (dichtheid = $1,8$)].

In het geheel zijn er nu $34 + c$ Gr. mol., derhalve zal het moleculairvolume van de oplossing zijn:

$$c = \frac{1001,4 + 190 c}{34 + c} = \frac{1001,4}{34} \frac{1 + 0,19 c}{1 + 0,03 c}.$$

Voor v_1 vonden wij echter boven:

$$v_1 = \frac{1001,4}{34},$$

zoodat de waarde van π_{18}° met v in den noemer in plaats van v_1 , zou geworden zijn:

$$\pi_{18}^\circ = 23,87 c (1 - 0,015 c) \times \frac{1 + 0,03 c}{1 + 0,19 c} \text{ Atm.},$$

d. w. z.

$$\pi_{18}^\circ = 23,87 c \frac{1 + 0,015 c}{1 + 0,19 c} \text{ Atm.}$$

Bij (gewichts)normale oplossingen ($c = 1$) zouden wij dus in plaats van $\pi_{18}^\circ = 23,87 (1 - 0,015) = \underline{23,51}$ Atm. gevonden hebben

$$\pi_{18}^\circ = 23,87 \times \frac{1,015}{1,19} = \underline{20,36} \text{ Atm.}$$

Nu vonden MORSE en FRAZER 24,52 Atm., hetgeen vrij wat dichter bij de theoretische waarde 23,51 Atm. komt (met v_1 in den noemer) dan bij de onjuiste uitdrukking met v in den noemer¹⁾.

Er is dus geen sprake van, dat de moleculen der opgeloste stof een zekeren druk zouden uitoefenen, met den gasdruk vergelijkbaar, want dan zou het volume van de *oplossing als zoodanig*, nl. v , in aanmerking komen, en niet het in die oplossing geheel fictieve moleculairvolume van het oplosmiddel v_1 .

5. Maar er is meer. Wij zullen nl. de uitdrukking afleiden voor den druk, die door de opgeloste moleculen *zou* uitgeoefend worden, indien deze volgens de onjuiste opvatting van den osmotischen druk zich als een gas vrij en ongestoord in de geheele ruimte van de oplossing konden bewegen.

De toestandsvergelijking van VAN DER WAALS, nl.

$$P = \frac{RT}{v-b} - \frac{a}{v^2}$$

geeft voor den verdunden gastoestand:

$$p = \frac{RT}{v} \left[\frac{v}{v-b} - \frac{a:RT}{v} \right] = \frac{RT}{v} \left(1 + \frac{b}{v} - \frac{a:RT}{v} \right),$$

wanneer men zich wederom met termen van den graad $\frac{1}{v^2}$ vergenoegt.

Schrijft men nu:

¹⁾ Bij 0,5-normaal zouden de beide waarden 11,85 en 10,98 Atm. zijn geweest, terwijl experimenteel gevonden is 12,08 Atm.

$$\frac{a}{RT} - b = \gamma.$$

dan wordt

$$p = \frac{RT}{v} \left(1 - \frac{\gamma}{c} \right),$$

waarin thans v het volume voorstelt, waarin zich 1 Gr. mol. der *opgeloste stof* beweegt. Dit volume is echter blijkbaar (zie ook § 4):

$$v = \frac{1001,4 + 190 c}{c},$$

of

$$v = \frac{1001,4}{c} (1 + 0,19 c),$$

zoodat wij verkrijgen :

$$p = \frac{RT c}{1001,4 (1 + 0,19 c)} \left(1 - \frac{\gamma c}{1001,4 (1 + 0,19 c)} \right),$$

of daar $\frac{RT}{1001,4} = 23,87$ is (zie § 4), en met $\gamma' = \frac{\gamma}{1001,4}$:

$$p = 23,87 c \frac{1 - \gamma' c}{1 + 0,19 c} \text{ Atm.}, \dots \dots \dots (3)$$

en dit is een gansch andere uitdrukking dan (2^b). Niet alleen dat v_1 door v is vervangen (waardoor de factor $1 + 0,19 c$ ontstaat), maar ook staat er in plaats van $1 - 0,015 c$ thans $1 - \gamma' c$. Hierin is γ' voor elke opgeloste stof verschillend, afhankelijk van de waarden van a en b , terwijl de coëfficiënt $0,015$ voor alle in water opgeloste stoffen een zelfde waarde bezit, onafhankelijk van den aard der opgeloste stof (zie § 4). Ook de coëfficiënt $0,19$ is (van het moleculair-volume) van de opgeloste stof afhankelijk. Daarenboven is γ' tengevolge van $a : RT$ nog van T afhankelijk. Behalve bij H_2 , waar bij de gewone temperaturen γ negatief is, is γ overal positief. Maar bij hoogere temperaturen slaat de waarde daarvan om en wordt negatief.

Wij zien dus bij vergelijking van (2^b) en (3) duidelijk, dat er geen sprake van is, dat de z.g. osmotische druk de gaswetten zou volgen. Alleen bij $c = 0$ zou dit het geval wezen, maar bij alle andere waarden van c is de afwijking bij den osmotischen druk geheel anders dan bij den gasdruk. Nog meer komt dit natuurlijk uit, wanneer men de oorspronkelijke formules met elkaar vergelijkt. Bij den osmotischen druk geldt nl.:

$$\pi = \frac{RT}{v_1} (-\log(1-x)) = \frac{RT}{v_1} x (1 + \frac{1}{2} x^2 + \dots);$$

bij den gasdruk daarentegen :

$$p = \frac{RT}{v} \left(1 - \frac{\gamma}{v} \right),$$

zoodat de afwijkingen van de gaswetten (bij de gewone temperaturen) zelfs *in tegengestelden zin* zijn van de afwijkingen van den osmotischen druk bij niet-verdunde oplossingen.

Het is tegenover deze feiten m. i. niet meer mogelijk de oude opvatting van den osmotischen druk, als ontstaande door een met den *gasdruk* vergelijkbaren druk der moleculen der *opgeloste stof* te handhaven. De moleculen der opgeloste stof hebben niets met den osmotischen druk te maken dan in zooverre deze het *water* in de oplossing in een *anderen (geringeren) concentratietoestand* brengen, waardoor het zuivere water (concentratie 1) tengevolge der *diffusie-aandrift* zich naar het water in de oplossing (concentratie 1— x) beweegt. In de grenslaag bij de semipermeabele membraan ontstaat daardoor een *streaming*, waarvan het *drukaequivalent* $= \frac{RT}{v_1} (-\log(1-x))$ is, en welke streaming slechts door een *tegendruk op de oplossing* van gelijke grootte kan worden tegengehouden: de z.g. *osmotische* druk.

Dit is m. i. de *eenig juiste* opvatting van den osmotischen druk.

Zooals ik reeds bij vroegere gelegenheden heb opgemerkt, zou men evengoed van een „osmotische” *temperatuur* kunnen spreken, wanneer men de diffusieaandrift niet door druk op de oplossing, maar door *afkoeling* van deze tegenhoudt. Immer bij ongelijke temperaturen zijn de temperatuurfuncties C_1 (zie § 2) in beide leden van

$$\mu_1(x, T) = \mu_1(o, T_0)$$

niet meer gelijk, terwijl thans wel de termen pv gelijk zijn. In dit geval zou $T < T_0$ moeten wezen, omdat de temperatuur een tegengestelden invloed op de verandering van μ uitoefent als de druk.

Tengevolge van den term $RT \log(1-x)$ is $\mu_1(x) < \mu_1(o)$.

μ_1 moet dus grooter worden gemaakt. Nu is $\frac{\partial \mu_1}{\partial p} = v_1$, derhalve *positief*,

terwijl $\frac{\partial}{\partial T} \left(\frac{\mu_1}{T} \right) = - (v_1 + pv_1)$ is, dus *negatief*. De tengevolge van x te kleine waarde van $\mu_1(x)$ kan alzoo weer aan die van $\mu_1(o)$ gelijk worden gemaakt, of door *drukverhooging* („osmotische” druk), of door *temperatuurverlaging* („osmotische” temperatuur).

Men zal evenwel goed doen het geheele begrip „osmotische druk” uit de theoretische scheikunde te verbannen, en er alleen over te spreken, wanneer men werkelijk bij semipermeabele wanden (celwanden e. d.) dergelijke drukverschillen ziet optreden.

6. *Aanhangsel. Bewijs van eenige in § 2 genoemde eigenschappen.*

a. In een vroegere verhandeling in Deze Verslagen (5 April 1905)

leidde ik voor $\frac{\partial v}{\partial r}$ af de geheele nauwkeurige uitdrukking [verg. (4), blz. 689]:

$$\frac{\partial v}{\partial r} = \frac{\frac{db}{dx} - \frac{1}{RT} \frac{(v-b)^2}{v^2} \frac{da}{dx}}{1 - \frac{2a/v}{RT} \frac{(v-b)^2}{v^2}}$$

Met $\frac{db}{dx} = \beta$ en $\frac{da}{dx} = 2a\sqrt{a}$, waarin $\beta = b_2 - b_1$ en $a = \sqrt{a_2} - \sqrt{a_1}$ is, wordt dit:

$$\frac{\partial v}{\partial x} = \beta \frac{1 - \frac{2a\sqrt{a}}{RT\beta} \frac{(v-b)^2}{v^2}}{1 - \frac{2a/v}{RT} \frac{(v-b)^2}{v^2}}$$

En nu ziet men terstond, dat dit overgaat in β of $\frac{db}{dx}$, wanneer

$$\underline{\beta\sqrt{a} = \alpha v}$$

is. Want dan worden $\frac{\alpha\sqrt{a}}{\beta}$ in den teller en α/v in den noemer aan elkaar gelijk. Maar is $\frac{\partial v}{\partial x} = \frac{db}{dx}$, dan is ook $\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} = 0$, wijl $\frac{d^2 b}{dx^2} = 0$ is, en v is een *lineaire* functie van x .

b. Op bl. 690 [verg. (5)] van de geciteerde Verhandeling werd voor $\frac{\partial^2 \Theta}{\partial x^2}$ afgeleid de geheel algemeene uitdrukking

$$\frac{\partial^2 \Theta}{\partial x^2} = \frac{2}{v^3} \frac{(av - \beta\sqrt{a})^2}{1 - \frac{2a/v}{RT} \frac{(v-b)^2}{v^2}}$$

$\frac{\partial^2 \Theta}{\partial x^2}$ wordt dus = 0, wanneer alweder $\beta\sqrt{a} = av$ is. Nu is

$\Theta = \int p dv - pv = \omega - pv$. Daar nu $\frac{\partial^2 \Theta}{\partial x^2}$ en $\frac{\partial^2 v}{\partial x^2}$ beide = 0 zijn, wanneer $av = \beta\sqrt{a}$ is, zoo zal ook in dat geval $\frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} = 0$ zijn, m. a. w. ω is een *lineaire* functie van x .

c. *De verdunningswarmte.* Deze is gegeven door de formule

$$L_x = -T^2 \frac{\partial}{\partial T} \left[\frac{\mu_1(x)}{T} - \frac{\mu_1(o)}{T} \right] \cdot v^2$$

Dit is nl. de z.g. *differentieele* verdunningswarmte per Gr. mol. van het oplosmiddel wanneer bij een oplossing, bestaande uit m Gr. mol. opgeloste stof en n Gr. mol. oplosmiddel, worden gevoegd dn Gr. mol. oplosmiddel $\left(x = \frac{m}{m+n}\right)$.

Dit wordt dus [zie verg. (1)]:

$$L_x = -T^2 \frac{\partial}{\partial T} \left[\frac{1}{T} \left\{ - \left(\omega - x \frac{\partial \omega}{\partial x} \right) + p \left(v - x \frac{\partial v}{\partial x} \right) + \omega_1 - pv_1 \right\} \right] x^2.$$

Is nu $\frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} = 0$, dan is $\omega - x \frac{\partial \omega}{\partial x} = \omega_1$; en $v - x \frac{\partial v}{\partial x}$ zal $= v_1$ zijn, wanneer $\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} = 0$ is. Maar dan is ook $L_x = 0$ (w. t. b. w.).

En derhalve zal ook de *totale mengwarmte* bij menging van x Gr. mol. van den 2^{en} component met $1-x$ Gr. mol. van den 1^{en} component $= 0$ zijn.

d. De in § 2 onder a , b en d genoemde eigenaardigheden, die de z.g. *ideale* mengsels karakterizeeren, zijn derhalve *alle* vervuld, wanneer

$$\beta \sqrt{a} = av$$

is. Nu geeft dit:

$$\beta [\sqrt{a_1} + xa] = a [b_1 + x\beta],$$

wanneer het geoorloofd is — bij vloeistoffen ver van de kritische temperatuur — v door b te vervangen. Wij verkrijgen derhalve:

$$\beta \sqrt{a_1} = ab_1,$$

of

$$(b_2 - b_1) \sqrt{a_1} = (\sqrt{a_2} - \sqrt{a_1}) b_1,$$

of ook

$$b_2 \sqrt{a_1} = b_1 \sqrt{a_2},$$

derhalve

$$\frac{\sqrt{a_1}}{b_1} = \frac{\sqrt{a_2}}{b_2},$$

waaruit wij zien, dat het geval van *ideale* mengsels intreedt, wanneer de *kritische drukken* der componenten *gelijk* zijn.

e. In de laatste plaats is

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(\frac{a}{b} \right) = \frac{2 (b_2 \sqrt{a_1} - b_1 \sqrt{a_2})^2}{b^2},$$

en men ziet dus, dat ook $\frac{a}{b}$ een lineaire functie van x zal zijn, wanneer $b_2 \sqrt{a_1} = b_1 \sqrt{a_2}$ is, of $p_1 = p_2$. Hiermede is ook *c* van § 2 bewezen.

Scheikunde. — De Heer BAKHUIS ROOZEBOOM biedt een mededeeling aan van den Heer Dr. A. SMITS: „*Over de invoering van het begrip metaal-ionen-oplosbaarheid bij het elektromotorisch evenwicht,*”

(Mede aangeboden door den Heer J. D. VAN DER WAALS).

Plaats men een staaf keukenzout in zuiver water of in een verdunde oplossing van keukenzout, dan zullen NaCl-moleculen in de omgevende vloeistof treden, tot dat er zich een evenwicht heeft ingesteld, waarbij de moleculaire thermodynamische potentiaal van het NaCl in de staaf keukenzout gelijk geworden is aan die van het NaCl in de oplossing.

Dit verzadigingsevenwicht, voorgesteld door de verg.

$$\mu_{\text{NaCl}} = \mu'_{\text{NaCl}}$$

is, zooals bekend, hierdoor gekarakteriseerd, dat per seconde evenveel NaCl-moleculen uit de staaf in de oplossing, als uit de oplossing in de staaf gaan.

We zullen dit evenwicht een zuiver chemisch evenwicht noemen. Wel is waar splitsen de NaCl-moleculen in oplossing zich gedeeltelijk in tegengesteld elektrisch geladen deeltjes, die in evenwicht zijn met de ongesplitste moleculen, doch bij het zoeven beschouwde heterogene evenwicht vast-vloeistof hebben wij daarmede *direct* niets te maken.

Dompelen we echter een metaal b.v. *Zn* in een oplossing van een zout van dit metaal b.v. *ZnSO₄*, dan nemen we een verschijnsel waar, dat sterk afwijkt van het zoeven besproken, hetgeen naar onze tegenwoordige voorstellingen zijn verklaring hierin vindt, dat een metaal, niet als keukenzout *elektrisch neutrale* moleculen, doch uitsluitend *positief geladen ionen* in de oplossing zendt.

Waren de door de zinkstaaf uitgezonden deeltjes *elektrisch neutraal*, dan zou het oplossen van het zink voortduren, totdat de moleculaire thermodynamische potentiaal van het zink in de zinkstaaf gelijk geworden was aan die van het zink in de oplossing, in welk geval de verg.

$$\mu_{:zn} = \mu'_{:zn}$$

gelden zou.

Nu dit echter niet het geval is, en de uitgestooten *Zn*-deeltjes positief elektrisch zijn, wordt er een evenwicht bereikt, *lang vóór* dat de thermodynamische potentiaal van de positief elektrisch geladen zink-deeltjes in de oplossing gelijk geworden is aan die, van het negatief elektrisch geladen zink in de zinkstaaf. Dat nu toch een evenwicht mogelijk is, wordt hierdoor veroorzaakt, dat zich bij het chemische verschijnsel een elektrisch verschijnsel voegt.

Door dat het zink positieve Zn -ionen uitzendt, wordt de omringende oplossing positief en het zink zelf negatief elektrisch. Dit geeft, zooals bekend is, aanleiding tot de vorming van een zoogenaamde elektrische dubbellaag in de grenslaag tusschen het metaal en den elektrolyt, bestaande uit positieve Zn -ionen aan de zijde van den elektrolyt en een aequivalente hoeveelheid negatieve elektriciteit of elektronen in het metaal.

Door de vorming van deze elektrische dubbellaag wordt een elektrisch potentiaal verschil tusschen metaal en elektrolyt in het leven geroepen, dat aanvankelijk toeneemt, doch zeer spoedig konstant wordt.

Dit moment treedt op, wanneer het potentiaalverschil zoo groot is geworden, dat het verder in oplossing gaan der Zn -ionen daardoor wordt belet.

Om het potentiaal verschil tusschen het metaal en de oplossing te berekenen zullen we, zooals reeds door den Heer VAN LAAR is gedaan, het principe der virtueele verplaatsing toepassen.¹⁾

Hebben we te doen met een zuiver chemisch evenwicht, dan zal bij virtueele verschuiving van dit evenwicht de som der moleculaire potentiaalveranderingen = 0 zijn, hetgeen zijn uitdrukking vindt in de evenwichtsverg.

$$\Sigma(\mu_i dn_i) = 0.$$

Is het evenwicht een zuiver elektrisch evenwicht, dan zal bij een virtueele verschuiving van dit evenwicht de som der elektrische energieveranderingen = 0 zijn.

Hebben we echter een evenwicht, dat noch zuiver chemisch, noch zuiver elektrisch, doch een combinatie van deze twee is, zooals bij elektromotorisch evenwicht het geval is, dan zal bij virtueele verschuiving van dit evenwicht, de som van de veranderingen der moleculaire potentiaal + de som van de veranderingen der elektrische energie = 0 moeten zijn,

Noemen we μ_{zn} de mol. potentiaal van de Zn -ionen bij elektromotorisch evenwicht, dan weten we, dat μ_{zn} ⁺ *véél* kleiner is dan μ_{zn} of de mol. potentiaal van het zink in de zinkstaaf.

Onderstellen we nu, dat een door het zink uitgestooten Zn -ion een hoeveelheid elektriciteit de virtueel van het metaal naar de oplossing verplaatst, dan zal, daar deze elektriciteits-hoeveelheid gedragen wordt door een ponderable hoeveelheid $\frac{de}{r\epsilon}$, wanneer r = valentie

¹⁾ Chem. Weekbl. N^o. 41, 1905.

van het metaal en ϵ , de lading van een éénwaardig ion is, de toename van de thermodynamische potentiaal bij dit proces gelijk zijn aan

$$\frac{+\mu_{zn} - \mu'_{zn}}{v \epsilon} dv$$

welke toename negatief is, omdat $\mu_{zn} > \mu'_{zn}$.

Bij de virtueele verplaatsing van de elektriciteitshoeveelheid de van het metaal naar de oplossing is de verandering der thermodynamische potentiaal niet de eenige verandering, die bij dit proces heeft plaats gegrepen.

Noemen we de elektrische potentiaal van de oplossing V_e en die van het zink V_m , dan weten we, dat in het hier bovengenoemde geval $V_e > V_m$ en $V_e - V_m = \Delta$ dus aangeeft, de potentiaal van den elektrolyt t. o. v. het metaal. Bij de virtueele verplaatsing van de elektriciteitshoeveelheid de van het metaal naar den elektrolyt heeft deze elektriciteitshoeveelheid een elektrische potentiaal-verhooging Δ ondergaan en is dus de elektrische energie met Δde toegenomen.

Het principe der virtueele verplaatsing zegt nu, dat bij elektromotorisch evenwicht

$$\frac{+\mu_{zn} - \mu'_{zn}}{v \epsilon} de + \Delta de = 0 \text{ moet zijn, (1)}$$

of

$$\Delta = - \frac{+\mu_{zn} - \mu'_{zn}}{v \epsilon} (2)$$

Nu weten we, dat de mol. thermodyn. potentiaal van een stof in oplossing kunnen splitsen als volgt

$$\mu = \mu' + R T \ln C$$

waarin μ' bij verdunde toestanden alleen een temperatuurfunctie kan genoemd worden.

Bij niet verdunde toestanden hangt μ' echter ook nog enigszins van de konc. af.

Passen we deze splitsing nu op verg. (2) toe, dan krijgen we

$$\Delta = - \frac{+\mu'_{zn} - \mu'_{zn} + R T \ln C}{v \epsilon} (3)$$

waarin C de Zn -ionen konc. in den elektrolyt aangeeft.

Stellen we nu

$$\frac{\mu_{zn} - \mu'_{zn}}{R T} = \ln K (4)$$

dan kunnen we van deze K zeggen, dat zij voor verdunde toestanden alleen afhankelijk zal zijn van de temperatuur, en dus bij standvastige temperatuur een konstante wezen zal.

Uit verg. (3), (4) volgt nu

$$\Delta = \frac{RT}{v\varepsilon} \ln \frac{K}{C} (5)$$

De Heer VAN LAAR wees er reeds op dat deze verg. identiek is met die door NERNST afgeleid $\Delta = \frac{RT}{v\varepsilon} \ln \frac{P}{p}$, waarin dus in plaats van $\frac{K}{C}$, $\frac{P}{p}$ staat. P beteekent de „*elektrolytische Lösungstension*” van het metaal, en p , de „osmotische druk” van de metaal-ionen in de oplossing.

Het osmotisch verschijnsel verwerpende als basis voor de afleiding der verschillende fysisch-chemische wetten, geven we, als noodzakelijk gevolg hiervan, tevens het door NERNST ingevoerde osmotische begrip „*electrolytische Lösungstension*” prijs.

Het hoofddoel van deze verhandeling is nu aan te toonen, dat er geen enkele reden bestaat, om dit als een gemis te beschouwen, daar, wanneer we de fysische beteekenis van de grootheid K in verg. (5) zoeken, deze zóó eenvoudig en scherp is aan te geven, dat we tot het besluit komen, dat we, steunende op de theorie der thermodynamische potentiaal, niets verliezen, doch in alle opzichten winnen.

Om' tot 'de fysische beteekenis van de grootheid K te geraken, stellen we een oogenblik

$$C = K$$

waaruit volgt

$$\Delta = 0.$$

Dit zegt ons dus, dat de theoretische mogelijkheid bestaat aan de metaal-ionen in een oplossing een zoodanige concentratie te geven, dat bij indompeling van het overeenkomstige metaal, *het metaal, noch de oplossing zich elektrisch laden.*

Hoe wij ons dezen toestand moeten denken zegt ons verg. (2). Stellen we daarin $\Delta = 0$, dan volgt daaruit voor een willekeurig metaal

$$\mu_m = \mu_m^+$$

of in woorden, dat de moleculaire potentiaal van het metaal in de staaf gelijk is aan die van de metaal-ionen in de oplossing.

Het blijkt dus, dat we hier te doen hebben met een evenwicht,

dat volkomen te vergelijken is met dat, tusschen het NaCl in de staaf keukenzout, en het keukenzout in de oplossing.

Het eenige verschil is hierin gelegen, dat, terwijl de moleculen keukenzout in oplossing elektrisch neutraal zijn, de metaaldeeltjes in oplossing positief electrisch geladen zijn; de physische beteekenis van de verg. $\mu_m = \mu_m^+$ is dan ook eenvoudig deze, dat bij *afwezigheid* van een potentiaalverschil per seconde, evenveel metaaldeeltjes in oplossing gaan, als er worden neergeslagen.

Drukken wij dit alles in de meest gebruikelijke termen uit, dan kunnen we zeggen, dat, wanneer $C = K$ de metaal-ionen hun *verzadigingsconcentratie* hebben bereikt en dat K dus aangeeft de *oplosbaarheid der metaal-ionen*.

Om verwarring te voorkomen, zal het noodig zijn er op te wijzen, dat het elektrisch geladen zijn der opgeloste metaaldeeltjes, die in evenwicht verkeereren met het vaste metaal, bijzonderheden met zich mede brengt, die wij op geen ander gebied aantreffen.

Zoo zal het straks bv. blijken, dat in elke niet-*uiterst* verdunde kopersulfaat-oplossing, de concentratie der koperionen t. o. v. koper een *oververzadigde* concentratie is. Toch is zoo'n kopersulfaat-oplossing een volkomen stabiele toestand, omdat de koper-ionen deel uitmaken van het volgende homogene evenwicht,



dat volkomen stabiel is zoolang de oplossing onverzadigd of juist verzadigd is aan $CuSO_4$ -moleculen.

Brengen we nu echter een koperen staaf in de oplossing, dan verandert de toestand, omdat de Cu -ionen, die van te voren alleen met de $CuSO_4$ -mol en met de SO_4^{--} ionen in evenwicht waren, zich nu ook met de koperen, staaf in evenwicht moeten stellen, en daar nu de concentratie der Cu -ionen t. o. v. koper sterk oververzadigd is, zullen onmiddellijk Cu -ionen tegen het koper neerslaan, totdat, tengevolge van het optreden van de elektrische dubbellaag, het verdere neerslaan wordt verhinderd.

Voorts zullen we zien, dat in de meest gekoncentreerde oplossing van een zinkzout de concentratie der zink-ionen nog altijd beneden de verzadigingsconcentratie is, hetgeen onmiddellijk blijkt, wanneer we in zoo'n oplossing een zinkstaaf dompelen; het zink zendt dan positief geladen zinkdeeltjes in oplossing, totdat het optreden van de elektrische dubbellaag aan het oplossingsverschijnsel een einde maakt.

Om de waarden van K voor verschillende metalen te vinden,

maken we gebruik van het waargenomen potentiaal-verschil bij een bepaalde waarde van C .

Bekend is het potentiaal-verschil bij 18° en bij normale concentratie der ionen d. w. z. bij gebruik van oplossingen van 1 gr. aeq. per liter water. Deze potentiaalverschillen worden elektroden potentialen genoemd, en zullen hier worden aangegeven met Δ_0 .

Drukken we de concentratie uit in de meest rationeele maat n.l. in het aantal gr. mol. opgeloste stof, gedeeld door het totaal aantal gr. moleculen, dan kunnen we voor de concentratie van 1 gr. aeq. per liter schrijven,

$$\frac{1}{55,5 \nu + 1}$$

waarin ν de valentie van het metaal aan geeft. Hierbij is verder aangenomen, dat de dissociatie totaal is, terwijl geen rekening gehouden kon worden met de associatie der watermoleculen.

Schrijven we nu de verg. voor de elektrode-potentiaal van een willekeurig metaal op, dan krijgen we.

$$\Delta_0 = \frac{RT}{\nu \epsilon} \ln \frac{K}{\frac{1}{55,5 \nu + 1}}$$

of

$$\Delta_0 = \frac{RT}{\nu \epsilon} \ln K (55,5 \nu + 1)$$

Gebruiken we voor de berekening gewone logaritmen, dan krijgen we

$$\Delta_0 = \frac{RT}{\nu \epsilon \times 0,4343} \log K (55,5 \nu + 1)$$

Drukken we nu R in elektrische maat uit, dan is

$$\Delta_0 = \frac{0,000198}{\nu} \log K (55,5 \nu + 1)$$

en voor $t = 18$ of $T = 291^\circ$

$$\Delta_0 = \frac{0,0578}{\nu} \log K (55,5 \nu + 1)$$

Berekent men nu door middel van deze verg. uit de waargenomen waarden van Δ_0 de grootte $\log K$, dan krijgt men het volgende. (Zie tabel p. 865).

In de volgorde, waarin de metalen hier zijn opgeschreven, neemt de waarde van Δ_0 af en daarmee de waarde van $\log K$.

Voor de metalen tot en met Fe is $\log K$ grooter dan nul, dus K grooter dan 1. Nu weten we, dat C voor een oplossing altijd

Waarden van $\log K$

metaal ion	Δ_0	$\log K$	metaal ion	Δ_0	$\log K$
<i>K</i>	(+ 2,92) ¹⁾	(+48,77)	<i>Co</i>	— 0,045	— 1,805 2
<i>Na</i>	(» 2,54)	(42,19)	<i>Ni</i>	» 0,049	— 1,872 × 2
<i>Ba</i>	(» 2,54)	(42,92 × 2)	<i>Sb</i>	< » 0,085	<— 2,49 × 2
<i>Sr</i>	(» 2,49)	(42,06 × 2)	<i>Pb</i>	» 0,13	— 3,27 × 2
<i>Ca</i>	(» 2,28)	(38,42 × 2)	<i>H</i>	» 0,28	— 6,6
<i>Mg</i>	» 2,26	38,07 × 2	<i>Cu</i>	» 0,61	— 11,58 × 2
<i>Al</i>	» 1,00	16,56 × 3	<i>Bi</i>	< » 0,67	<— 12,33 × 3
<i>Mn</i>	» 0,80	12,81 × 2	<i>Hg₂</i>	» 1,03	— 18,84 × 2
<i>Zn</i>	» 0,49	7,45 × 2	<i>Ag</i>	» 1,05	— 19,92
<i>Cd</i>	» 0,14	1,39 × 2	<i>Pd</i>	» 1,07	— 19,03 × 2
<i>Fe</i>	» 0,063	0,065 × 2	<i>Pt</i>	» 1,14	— 20,62 × 4
<i>Tl</i>	» 0,015	— 0,245 × 2	<i>Au</i>	» 1,36	— 26,27 × 3

kleiner is dan 1; bijgevolg zal voor de genoemde metalen K altijd grooter zijn dan C , en daar K de verzadigingsconcentratie der metaal-ionen aangeeft, zullen zelfs in de meest gekoncentreerde oplossingen van de overeenkomstige metaalzouten, de metaal-ionen hun verzadigingsconcentratie nog niet hebben bereikt. Van daar, dat bij indompeling van het overeenkomstige metaal, metaal-ionen in oplossing zullen gaan, waardoor de oplossing positief en het metaal zich negatief zal laden.

Het tegenovergestelde geval, waarbij K steeds kleiner zou zijn dan C kan zich natuurlijk theoretisch niet voordoen. Is $\log K$ kleiner dan nul, dus K kleiner dan 1, dan is de theoretische mogelijkheid gegeven, de potentiaal tusschen het metaal en de overeenkomstige zout-oplossing van teeken te doen verwisselen, welke omkeering van teeken natuurlijk door nul plaats heeft. Of dit te realiseeren zal zijn, hangt af van de oplosbaarheid van het zout.

Nemen we nu het metaal koper tot voorbeeld, dan valt hierbij op te merken, dat K voor dit metaal de zéér kleine waarde van 10^{-23} bezit. Tengevolge van deze kleine waarde van K is in bijna alle koper-zout-oplossingen C grooter dan K of m, a. w. de concentratie der Cu -ionen grooter dan de verzadigings-concentratie. Vandaar, dat bij

¹⁾ De tusschen haakjes geplaatste waarden voor Δ_0 zijn berekend.

indompeling van een koperstaaf, koper-ionen op de staaf neerslaan, waarbij de staaf positief, en de oplossing negatief geladen wordt.

Hoe klein K echter ook is, het zal ons bijna altijd mogelijk zijn C kleiner te maken dan K , hetgeen bijv. zooals bekend, bij een koperzout-oplossing al zeer gemakkelijk gelukt, door toevoeging van KCN , waardoor tengevolge van de vorming van de komplexe-ionen $[Cu(CN)_2]$, koper-ionen aan de oplossing worden onttrokken. De oplossing, die aanvankelijk negatief geladen was, t. o. v. het metaal koper, verliest deze lading door toevoeging van KCN totaal, en verkrijgt daarna een positieve lading.

Ik meen met het bovenstaande te hebben aangetoond, hoe gewenscht het is, het vage begrip elektrolytische Lösungstension door het scherp gedefinieerde begrip *metaalionenoplosbaarheid* te vervangen.
Amsterdam, April 1906. *Anorg. Chem. Lab. der Universiteit.*

Natuurkunde. — De Heer VAN DER WAALS biedt namens Dr. A. SMITS een mededeeling aan: „*Over den loop der P, T-lijnen voor vast-fluïde bij standvastige samenstelling.*”

(Mede aangeboden door den Heer BAKHUIS ROOZEBOOM.)

In verband met mijn onderzoekingen van den lateren tijd kwam het mij gewenscht voor, den verborgen samenhang tusschen de sublimatie- en smeltlijnen voor standvastige samenstelling na te gaan, voornamelijk, wanneer de vaste stof een dissociabele verbinding van twee componenten is. Het onderzoek omtrent dien samenhang bood eenige moeielijkheden, die ik echter vermocht op te lossen met behulp van gegevens door een recent college van Prof. VAN DER WAALS verschaft. Hoewel zijn beschouwingen later zullen worden gepubliceerd, vergunde Prof. VAN DER WAALS mij met het oog op de in gang zijnde onderzoekingen het voor mijn doel benodigde gedeelte te gebruiken.

Bij zijn theoretische beschouwingen naar aanleiding van het onderzoek omtrent het stelsel aether-anthrachinon¹⁾ heeft VAN DER WAALS in 1903²⁾ ook de P, T -lijnen voor het evenwicht tusschen vast-fluïde bij standvastige x besproken, en wel in de onmiddellijke omgeving van de samenstellingen van de punten p en q , waar verzadigde oplossingen hun kritischen toestand bereiken.

Het bleek daarbij, dat het bijzondere van het geval ook bijzon-

1) Verslag 26 Sept. 1903, 335. Zeitschr. f. phys. Chem. **51**, 193 en **52**, 587 (1905).

2) Verslag 29 Nov., 1903, 606.

derheden voor de P , T -lijn met zich mee brengt, zoodat de loop van de P , T -lijn voor het gewone geval daarbij niet werd besproken.

Gaan we uit van de door VAN DER WAALS afgeleide differentiaalvergelijking van p als x en T verandert (Cont. II, 112).

$$V_{sf} dp = (x_s - x_f) \left(\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} \right)_{PT} dx_f + \frac{W_{sf}}{T} dT \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

dan volgt hieruit voor standvastige x

$$V_{sf} dp = \frac{T}{W_{sf}} dT \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

of

$$T \left(\frac{dp}{dT} \right)_{xf} = \frac{W_{sf}}{V_{sf}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

Vermenigvuldigen we nu, zooals later ter vereenvoudiging van de discussie noodig zal blijken, teller en noemer met $\frac{\partial^2 \psi}{\partial v^2}$, dan krijgen we

$$T \left(\frac{dp}{dT} \right)_{xf} = \frac{\frac{\partial^2 \psi}{\partial v^2} \cdot W_{sf}}{\frac{\partial^2 \psi}{\partial v^2} \cdot V_{sf}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (4)$$

Om uit deze vergelijking den loop der P , T -lijnen af te leiden, moeten de meetkundige plaatsen worden aangegeven van de punten, waarvoor de teller resp. de noemer = nul is, en moet tevens het teeken van deze grootheden binnen en buiten genoemde meetkundige plaatsen worden vastgesteld.

In de v, x -fig. 1 stellen de lijnen ab en cd bij een bepaalde temperatuur de twee connodale lijnen voor. De lijn $P_S Q_S$ van de vaste verbinding AB snijdt deze connodale lijnen en deelt de v, x -figuur in twee deelen, die afzonderlijk besproken zullen worden.

Stelt P_S bij een bepaalde temperatuur de samenstelling en het volume van de vaste verbinding voor, dan zal de isopiëst MQR $DDR'QN$ van den druk van P_S , de connodale lijnen in twee punten Q en Q' snijden, welke punten de met de vaste stof AB koëxisterende fluïde fasen aangeven en dus een nodenpaar voorstellen.

De punten, waarvoor $\frac{\partial^2 \psi}{\partial v^2} = 0$ of $-\frac{dp}{dv} = 0$ is, zijn, zooals VAN DER

WAALS ¹⁾ reeds vroeger aangaf, daar gelegen, waar de isopiëst een vertikale raaklijn bezit, dus in de punten D en D' . In D gaat de isopiëst door den minimumdruk van het mengsel, welks $x = x_D$, en heeft daar dus een element gemeen met de isotherm van deze concentratie. In D' daarentegen gaat de isopiëst door den maximumdruk

¹⁾ Verslag 22 Febr. 1902, 544.

van het mengsel welks $x = x_D$, en zal dus daar een element gemeen hebben met de isotherm van de concentratie x_D .

Wat nu het teeken van $\frac{\partial^2 \Psi}{\partial v^2}$ buiten de punten D en D' aangaat, valt op te merken, dat dit buiten deze punten positief en daar binnen negatief is.

Daar in de teekening het gewone geval is ondersteld dat n.l. $V_s < V_f$, kunnen we uit het punt P_s twee raaklijnen aan genoemden isopiëst trekken met de raakpunten R en R' . Deze raakpunten geven nu, zooals VAN DER WAALS¹⁾ aantoonde, de punten aan waar de grootte $V_{sf} = 0$.

Deze grootte wordt gegeven door de vergelijking

$$V_{sf} = (V_s - V_f) - (x_s - x_f) \left(\frac{dv_f}{dx_f} \right)_{PT} \dots \dots (5)$$

en stelt voor de volume-vermindering per moleculaire hoeveelheid als een oneindig kleine hoeveelheid der vaste phase in de koëxisterende fluïde phase overgaat bij standvastigen druk en temperatuur.

Voor het geval de koëxisterende phase een dampphase is, is V_{sf} negatief, maar deze grootte kan ook positief zijn, en als men den druk allerlei waarden laat doorloopen, dan is er zeker éénmaal omkeering van teeken, voor het geval $V_f > V_s$ zelfs tweemaal.

Om dit te verduidelijken wees VAN DER WAALS op de geometrische beteekenis van V_{sf} .

Noemen we de koördinaten van de met P_s koëxisterende fluïde phasen Q , V_f en X_f en trekken we in Q een raaklijn aan de isopiëst, dan zal, als P' het punt is, waar deze raaklijn de lijn snijdt, die door P_s evenwijdig aan de volumeas getrokken is, $P_s P'$ gelijk zijn aan V_{sf} .

Ligt het punt P' boven P_s , dan is V_{sf} negatief en ligt P' onder P_s , dan is V_{sf} positief. Voor het geval de raaklijn aan den isopiëst door P_s gaat, hetgeen het geval is voor de punten R en R' , dan is $V_{sf} = 0$.

Het is op deze wijze zeer gemakkelijk in te zien, dat voor de punten buiten die, waarvoor $V_{sf} = 0$, de waarde van V_{sf} negatief en voor de punten daar binnen V_{sf} positief is, doch dit laatste geldt slechts, totdat de punten D en D' bereikt zijn, waar $V_{sf} = \infty$. Tusschen D en D' is V_{sf} weer negatief. De overgang van positief tot negatief heeft dus plaats door ∞ .

Daar nu elk der lijnen van gelijken druk punten zullen opleveren

¹⁾ Verslag 31 Oct. 1903, 439.

waar $\frac{\partial^2 \Psi}{\partial r^2} = 0$ en $V_{sf} = 0$, krijgen we bij vereeniging van de overeenkomstige punten meetkundige plaatsen van deze punten, die dus door lijnen worden aangegeven.

Omdat we nu echter, zooals VAN DER WAALS aantoonde, de discussie vereenvoudigen, wanneer we in plaats van de grootheid V_{sf} , de grootheid $\frac{\partial^2 \Psi}{\partial r_f^2} \cdot V_{sf}$ beschouwen, daar dit product nooit oneindig groot kan worden en toch nul is, wanneer $V_{sf} = 0$ is, is in fig. 1 de meetkundige plaats aangegeven van de punten, waar $\frac{\partial^2 \Psi}{\partial r_f^2} \cdot V_{sf} = 0$ is.

We weten dan tevens, dat deze grootheid, links van de lijn van de verbinding, negatief is buiten deze meetkundige plaats, en positief daar binnen.

Verder is aangegeven de meetkundige plaats van $\frac{\partial^2 \Psi}{\partial r^2} = 0$ is en we zien, dat deze twee lijnen elkaar snijden daar, waar zij door de lijn van de verbinding gaan.

Dat dit zoo moet zijn is onlangs door VAN DER WAALS op zijn college op de volgende wijze aangetoond: Schrijft men nl. voor $\frac{\partial^2 \Psi}{\partial v_f^2} \cdot V_{sf}$

$$(V_s - V_f) \frac{\partial^2 \Psi}{\partial v_f^2} + (x_s - x_f) \frac{\partial^2 \Psi}{\partial v_f \partial x_f} \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \quad (6)$$

dan ziet men, dat, wanneer deze grootheid $= 0$ en daarbij tevens $x_s = x_f$ is,

$$(V_s - V_f) \frac{\partial^2 \Psi}{\partial v_f^2} = 0$$

of

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial v_f^2} = 0.$$

Ook ik was reeds tot de conclusie gekomen, dat in de rechterhelft van onze figuur de twee genoemde meetkundige plaatsen van plaats waren verwisseld, door, aannemende dat er ook rechts nog een driephasenevenwicht bestond, de hiermede overeenkomende isopiëst $M_1 Q_1 D_1 R_1 R_1' D_1' Q_1' N'$ te teekenen. Het blijkt dan, dat hier de punten R_1 en R_1' binnen de punten D_1 en D_1' zijn gelegen, hetgeen op een, ten opzichte van de linker helft, omgekeerde ligging van de meetkundige plaatsen $\frac{\partial^2 \Psi}{\partial r_f^2} \cdot V_{sf} = 0$ en $\frac{\partial^2 \Psi}{\partial r^2} = 0$ wijst. Door VAN DER WAALS werd ook dit grafische bewijs gegeven.

Wat het teeken van de grootheid $\frac{\partial^2 \Psi}{\partial r_f^2} \cdot V_{sf}$ rechts van de lijn van de verbinding betreft, ook daar is dit negatief buiten en positief binnen de eerstgenoemde meetkundige plaats.

Vóór nu tot mijn eigenlijke onderwerp over te gaan wil ik er voor de volledigheid nog aan herinneren, dat de spinodale lijn, waarvoor de verg. :

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} - \frac{\left(\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x \partial r} \right)}{\frac{\partial^2 \Psi}{\partial r^2}} = 0 \quad \text{of} \quad \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} = 0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (7)$$

geldt, in haar geheel buiten de meetkundige plaats $\frac{\partial^2 \Psi}{\partial r^2} = 0$ ligt. Dit bewees VAN DER WAAALS ¹⁾ op de volgende wijze.

Op de spinodale lijn moeten $\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2}$ en $\frac{\partial^2 \Psi}{\partial r^2}$ beide positief zijn en dus ook $\left(\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x \partial r} \right)^2$. Daar nu $\frac{\partial^2 \Psi}{\partial r^2} = - \frac{\partial p}{\partial r}$ positief is buiten de lijn, waarvoor $\frac{\partial^2 \Psi}{\partial r^2} = 0$, zal de spinodale lijn steeds buiten de lijn $\frac{\partial^2 \Psi}{\partial r^2} = 0$ moeten liggen.

Dat de spinodale lijn, die van links komende tusschen de lijnen $\frac{\partial^2 \Psi}{\partial r^2} \cdot V_{sf} = 0$ en $\frac{\partial^2 \Psi}{\partial r^2} = 0$ loopt, de lijn voor $\frac{\partial^2 \Psi}{\partial r_f^2} \cdot V_{sf} = 0$ links van de lijn van de verbinding in twee nader te bespreken punten q_1 en q_2 snijdt, volgt hier uit, dat $\partial \rho$ de lijn van de verbinding $\frac{\partial \Psi}{\partial v_f^2} \cdot V_{sf} = 0$ samenvalt met $\frac{\partial^2 \Psi}{\partial v_f^2} = 0$ en de lijn $\frac{\partial^2 \Psi}{\partial v_f^2} = 0$ steeds binnen de spinodale lijn ligt, terwijl rechts van de lijn van de verbinding $\frac{\partial^2 \Psi}{\partial r_f^2} \cdot V_{sf} = 0$ binnen de lijn $\frac{\partial^2 \Psi}{\partial r_f^2} = 0$ ligt.

Voor de evenwichten tusschen vast-fluïde krijgen we nu volgens de vergelijking ²⁾

$$\frac{dx_f}{dv_f} = - \frac{\left[(v_s - v_f) \frac{\partial^2 \Psi}{\partial v_f \cdot \partial x_f} + (x_s - x_f) \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x_f^2} \right]}{\frac{\partial^2 \Psi}{\partial r_f^2} \cdot v_{sf}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (8)$$

aanvangende met de *maximumsUBLIMATIE-temperatuur* v, x -lijnen, die in fig. 1 met T_1 , T_2 , T_3 , en T_4 aangegeven zijn.

¹⁾ l. c.

²⁾ Zie Verslag 30 Jan. 1904.

De v,x -lijn aangegeven met T_1 , betrekking hebbende op de *maximumsublimatie-temperatuur*, bestaat uit twee takken, die continu in elkaar overgaan. De snijpunten met de connodale lijn ab geven aan de dampphasen en die met de connodale lijn cd de vloeistofphasen. Op deze wijze krijgen we twee paar fluïde fasen, die bij dezelfde temperatuur met de vaste verbinding kunnen coëxistieren.

Daar, waar de twee takken van de v,x -lijn de meetkundige plaats $\frac{\partial^2 \psi}{\partial v^2 f} V_{sf}$ snijden, is $\frac{\partial r}{\partial x} = \infty$.

Bij temperatuursverhoging gaan deze takken naar elkaar toe en wanneer zij elkaar *zouden raken* heeft er snijding plaats; dit wordt hier ondersteld te gebeuren bij de v,x aangegeven met T_2 . Het snijpunt is het zooveen genoemde punt q_1 en ligt dus, zoowel op de spinodale lijn, als op de lijn $\frac{\partial^2 \psi}{\partial v^2 f} \cdot V_{sf} = 0$.

Gaan we nu naar hoogere temperaturen, dan heeft er een afsnoering plaats en onze v,x -figuur bestaat uit twee afzonderlijke takken, waarvan er een, nl. de damptak, gesloten is. Dit geval wordt aangegeven door T_3 , waarbij tevens is ondersteld, dat deze temperatuur het *minimum-smeltpunt* van de verbinding is, hetgeen daaruit volgt, dat de vloeistoftak van de v,x -lijn T_3 , de connodale lijn cd en de lijn van de verbinding gelijktijdig snijdt.

Bij stijging van temperatuur trekt de gesloten v,x -lijn zich samen en de overeenkomstige vloeistoftak daalt. De snijpunten van de gesloten damptak en den vloeistoftak met de connodale lijnen komen al dichter en dichter bij elkaar, en bij een bepaalde temperatuur zullen beide takken raking vertoonen. De gesloten damptak raakt aan de connodale lijn ab en de vloeistoftak aan de connodale lijn cd . Dit wordt aangegeven door de v,x -figuur T_4 deze stelt voor den toestand bij de *maximum-driephasen-temperatuur*, waarbij de raakpunten aan de connodale lijnen en het punt voor de vaste stof in één lijn moeten liggen.

Bij hoogere temperatuur is nu geen driephasen-evenwicht meer mogelijk en de gesloten damptak, zoowel als de vloeistoftak hebben de connodale lijnen losgelaten. De vloeistoftak gaat meer en meer omlaag, terwijl de gesloten tak zich meer en meer samentrekt om in q_2 , waar de bovenste tak van de spinodale lijn en de lijn $\frac{\partial^2 \psi}{\partial v^2 f} V_{sf} = 0$ elkaar snijden, als punt te verdwijnen.

Geven we nu nog de meetkundige plaats van de punten aan waar $\frac{\partial^2 \psi}{\partial v^2 f} \cdot W_{sf} = 0$ is, dan kan met behulp van het voorgaande gemakkelijk het eigenaardige in den loop der PT -lijnen worden afgeleid.

Ter bepaling van de meetkundige plaats van de punten, waarvoor $\frac{\partial^2 \Psi}{\partial v_f^2} \cdot W_{sf} = 0$ is, gaan we uit van de vergelijking

$$W_{sf} = \left[p + \left(\frac{\partial \varepsilon_f}{\partial v_f} \right)_{T,r} \right] V_{sf} + (\varepsilon_{sf})_c \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad (9)$$

Daar de factor van V_{sf} uit den aard der zaak positief en $(\varepsilon_{sf})_c$ steeds negatief is, zal W_{sf} alleen gelijk aan nul kunnen zijn daar, waar V_{sf} positief is, dus tusschen de plaatsen waar $V_{sf} = 0$ en $\frac{\partial^2 \Psi}{\partial v_f^2} = 0$.

Verder zien we gemakkelijk in, dat de grootheid W_{sf} gelijktijdig met V_{sf} oneindig groot zal worden en wel daar, waar $\frac{\partial^2 \Psi}{\partial v_f^2} = 0$. Om deze complicatie te vermijden heeft VAN DER WAALS, zooals verg. 4 laat zien, de grootheid W_{sf} met $\frac{\partial^2 \Psi}{\partial v_f^2}$ vermenigvuldigd; het verkregen product wordt nu nooit oneindig groot.

Vermenigvuldigen wij verg. (9) met $\frac{\partial^2 \Psi}{\partial v_f^2}$, dan krijgen wij

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial v_f^2} \cdot W_{sf} = \left[p + \left(\frac{\partial \varepsilon_f}{\partial v_f} \right)_{T,r} \right] \frac{\partial^2 \Psi}{\partial v_f^2} \cdot V_{sf} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial v_f^2} (\varepsilon_{sf})_v \quad \cdot \quad \cdot \quad (10)$$

waarvan we weten, dat de meetkundige plaats voor $\frac{\partial^2 \Psi}{\partial v_f^2} \cdot W_{sf} = 0$ zal moeten liggen tusschen de lijn voor $\frac{\partial^2 \Psi}{\partial v_f^2} \cdot V_{sf} = 0$ en $\frac{\partial^2 \Psi}{\partial v_f^2} = 0$, zooals in fig. 1 is geteekend, en waardoor men wel genoodzaakt is $\frac{\partial^2 \Psi}{\partial v_f^2} \cdot W_{sf} = 0$ en $\frac{\partial^2 \Psi}{\partial v_f^2} \cdot V_{sf} = 0$ elkaar op de lijn van de verbinding te laten snijden.

Dat dit ook inderdaad zoo zijn moet, ziet men gemakkelijk in, wanneer men bedenkt, dat op de lijn van de verbinding de plaats, waar $\frac{\partial^2 \Psi}{\partial v_f^2} = 0$ samenvalt met die waar $\frac{\partial^2 \Psi}{\partial v_f^2} \cdot V_{sf} = 0$, waaruit in verband met verg. (10) onmiddellijk volgt, dat op dezelfde plaats ook $\frac{\partial^2 \Psi}{\partial v_f^2} \cdot W_{sf} = 0$ zal zijn. We komen zoodoende tot de conclusie, dat de drie meetkundige plaatsen $\frac{\partial^2 \Psi}{\partial v_f^2} = 0$, $\frac{\partial^2 \Psi}{\partial v_f^2} \cdot V_{sf} = 0$ en $\frac{\partial^2 \Psi}{\partial v_f^2} \cdot W_{sf} = 0$ elkaar op de lijn van de verbinding snijden, en dat dus de meet-

kundige plaatsen $\frac{\partial^2 \Psi}{\partial v_f^2} \cdot V_{sf} = 0$ en $\frac{\partial^2 \Psi}{\partial v_f^2} \cdot W_{sf} = 0$ links en rechts van de lijn van de verbinding van plaats verwisselen.

Wat het teeken van de grootheid $\frac{\partial^2 \Psi}{\partial v_f^2} \cdot W_{sf}$ aangaat, komen we door middel van verg. (10) gemakkelijk tot het inzicht, dat dit negatief is buiten de meetkundige plaats $\frac{\partial^2 \Psi}{\partial v_f^2} \cdot W_{sf} = 0$, en positief daar binnen.

We zouden nu als tusschenschakel voor den overgang tot de P, T -lijnen, de V, T -lijnen kunnen bespreken; daartoe zouden we dan gebruik moeten maken van de volgende verg. (cont. II, 106)

$$\left[(V_s - V_f) \frac{\partial^2 \Psi}{\partial v_f^2} + (v_s - v_f) \frac{\partial^2 \Psi}{\partial v_f \cdot \partial v_f} \right] dv_f + \left[(e_s - v_f) \frac{\partial^2 \Psi}{\partial v_f \cdot \partial v_f} + (e_s - v_f) \frac{\partial^2 \Psi}{\partial v_f^2} \right] dv_f = - (\epsilon_{sf})_v \frac{dT}{T}.$$

Door x konstant aan te nemen volgt hier uit

$$T \left(\frac{dv_f}{dT} \right)_{x_f} = \frac{- (\epsilon_{sf})_v}{(v_s - v_f) \frac{\partial^2 \Psi}{\partial v_f^2} + (e_s - v_f) \frac{\partial^2 \Psi}{\partial v_f \partial v_f}}.$$

of

$$T \left(\frac{dv}{dT} \right)_{x_f} = \frac{- (\epsilon_{sf})_v}{\frac{\partial^2 \Psi}{\partial v_f^2} \cdot V_{sf}}.$$

Ik zal hier echter de bespreking van de V, T -lijnen achterwege laten, omdat ook zonder dezen tusschenschakel in te zien is, hoe de loop der P, T -lijnen zijn moet.

Noemen we ter vereenvoudiging $\frac{\partial^2 \Psi}{\partial v_f^2} \cdot V_{sf} = X_1$ en $\frac{\partial^2 \Psi}{\partial v_f^2} \cdot W_{sf} = X_2$ en geven we nu aan, wat de teekens van deze grootheden in de verschillende gebieden, links en rechts van de lijn van de verbinding zijn, en waar deze grootheden = 0 worden, dan krijgen wij het volgende :

<i>links</i>	<i>rechts</i>
$X_1 - X_2 - X_1 = 0$	$X_1 - X_2 - X_2 = 0$
$\frac{X_1 + X_2}{X_1} - X_2 = 0$	$\frac{X_1 - X_2}{X_1} + X_2 = 0$
$X_1 + X_2 + X_3 = 0$	$X_1 + X_2 + X_1 = 0$
$\frac{X_1 + X_2}{X_1} - X_3 = 0$	$\frac{X_1 - X_2}{X_1} + X_3 = 0$
$\frac{X_1 - X_2}{X_1} - X_3 = 0$	$X_1 - X_2 - X_2 = 0$

Teekenen we nu aan de hand van de verg.:

$$T\left(\frac{dp}{dT}\right)_{x_f} = \frac{X_2}{X_1} \dots \dots \dots (4a)$$

de P, T -lijn voor een samenstelling *links* van de lijn van de verbinding, dan krijgen we een lijn zooals in Fig. 2 met $G F' F D$ is aangegeven.

Daar we in onze teekening hebben aangenomen, dat de dampspanning van A het grootst en van B het kleinst is, terwijl die van $A B$ tusschenin ligt, doorsnijden we nu dien tak van de driephasenlijn der verbinding, welke een maximum bezit.

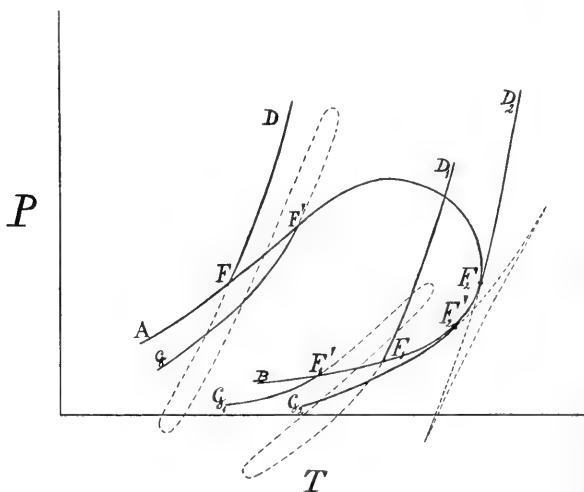


Fig. 2.

Deze snijding heeft plaats in de punten F' en F , waarbij valt op te merken, dat F' bij een hoogere temperatuur ligt dan F . Deze ligging kan echter ook omgekeerd zijn, en zooals uit de teekening volgt, heeft de overgang plaats bij een samenstelling een weinig links van die der verbinding. Verder zien we, dat het tusschenstuk, waardoor de sublimatielijn GF' kontinu verbonden is met de smeltlijn $F D$, een maximum en een minimum bezit, (punten waar $X_2 = 0$), waarvan de isotherm leert, dat deze, wanneer we niet in de onmiddellijke omgeving van den kritischen toestand zijn, zeer ver uiteenliggen en het minimum bij een negatieven druk valt.

Wat ook nog bij deze Fig. dient opgemerkt te worden is dit, dat, wanneer men de P, T -lijn volgt, aanvangende met het punt G resp. met het punt D , we eerst een punt krijgen, waar de raaklijn vertikaal is, en (plaats waar $X_1 = 0$) *daarna* een punt waar zij horizontaal is.

Beschouwen we nu een samenstelling *rechts* van de lijn van de verbinding, dan zal de hiermede overeenkomende P, T -lijn den anderen steeds stijgenden tak van de driefasenlijn der verbinding snijden en we komen nu door middel van verg. (4a) en van het daaraan voorafgaand schema voor de teekenveranderingen van X_1 en X_2 tot een lijn als aangegeven wordt door $G_1 F_1' F_1 D_1$. Doordat de ligging van de meetkundige plaatsen $X_1 = 0$ en $X_2 = 0$ rechts anders is dan links, verschilt deze P, T -lijn van die, welke wij zooeven bespraken. Wanneer we nu bij het punt G_1 resp. D_1 aanvangende, de P, T -lijn volgen, komen we *eerst* aan een punt, waar de raaklijn horizontaal en daarna aan een punt, waar zij vertikaal is, dus juist het omgekeerde van zooeven. Wat de ligging van de punten F_1' en F_1 aangaat valt op te merken, dat F_1' *steeds* bij lagere temperatuur ligt dan F_1 .

Daar de meetkundige plaatsen $X_1 = 0$ en $X_2 = 0$ elkaar snijden op de lijn van de verbinding, zal de P, T -lijn voor de samenstelling van de verbinding in zekeren zin het overgangsgeval tusschen de beide besproken lijnen moeten geven.

Wat er bij nadering van de lijn van de verbinding gebeurt, zien we onmiddellijk uit fig. 1. Daar de afstand tusschen de meetkundige plaatsen $X_1 = 0$ en $X_2 = 0$ steeds kleiner wordt, zullen de raakpunten van de vertikale en horizontale raaklijnen elkaar meer en meer naderen, hetwelk een voorbereiding is tot hetgeen gebeurt, wanneer we op de lijn van de verbinding aangekomen zijn. Uit het schema voor de teekens van X_1 en X_2 zien we, dat, wanneer de meetkundige plaatsen $X_1 = 0$ en $X_2 = 0$ zijn saamgevallen, de teekens van X_1 en X_2 gelijktijdig omkeeren, waardoor $T \left(\frac{dp}{dT} \right)_{x_f}$ hetzelfde

teeken behoudt nl. positief blijft. Dit combineerende met hetgeen we weten van den loop der P, T -lijnen, een weinig rechts en een weinig links van de lijn van de verbinding, komen we tot de conclusie; dat de P, T -lijn voor de samenstelling van de verbinding twee *keerpunten* zal bezitten, ieder gevormd door twee takken met een gemeenschappelijke raaklijn. Of deze punten keerpunten van de eerste, of van de tweede orde (zoogenaamde snavelpunten) zullen zijn, heb ik nog niet kunnen uitmaken. Het eerste is in de teekening aangenomen.

Verder valt nog voor deze P, T -lijn op te merken, dat, zooals VAN DER WAALS¹⁾ reeds vroeger aantoonde, de sublimatielijn evenals de smeltlijn aan de driefasenlijn moeten raken, zoodat de P, T -lijn voor de samenstelling van de verbinding een vorm krijgt, zooals in fig. 2 door de lijn $G_2 F_2' F_2 D_2$ is aangegeven.

Hadden wij het in onze hand, den dissociatie-grad van de verbinding al kleiner en kleiner te maken, dan zouden de punten F_2' en F_2 zich naar lagere druk en hogere temperatuur verplaatsen. Buitendien zouden deze twee punten en het nabij gelegen snijpunt der smelt- en sublimatietakken elkaar meer en meer naderen, totdat bij volkomen afwezigheid van dissociatie deze drie punten zouden zijn saamgevallen.

Nog een andere bijzonderheid zal zich voordoen, voor het geval we een driefasenlijn hebben, zooals vroeger door mij beschreven, n.l. met twee maxima en één minimum²⁾, want dan is er op deze driefasenlijn een punt waar $x_d = x_l$ ³⁾, en dan krijgt men voor dit

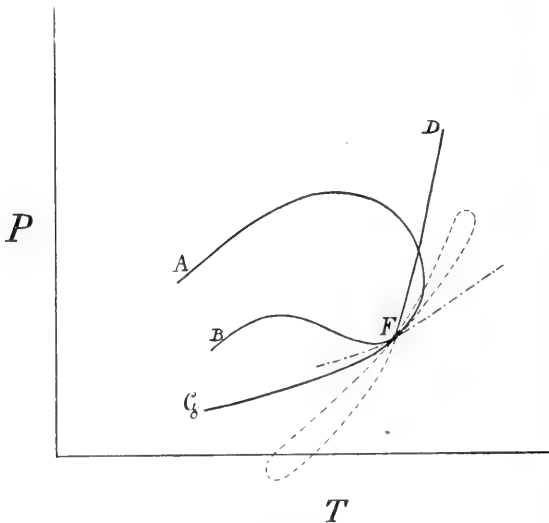


Fig. 3.

1) Verslag 21 April 1897, 482.

2) Verslag, 24 Juni 1905, 192.

3) De richting van de driefasenlijn is in dit punt gegeven door $T \frac{dp}{dT} = \frac{r}{v_d - v_l}$.

punt, hetgeen direct is in te zien, tengevolge van de sameenvalling van de punten F' en F , een P,T -lijn, zooals in fig. 3 is aangegeven, welke lijn de vorm heeft van een *strik*.

Amsterdam, April 1906. Anorg. Chem. Lab. der Universiteit.

De Heer VAN DER STOK biedt namens het Bestuur van het Kon. Nederlandsch Meteorologisch Instituut voor de Boekerij aan: 1°. Jaarboek, jaargang 1904, afdeling A en B en 2°. Mededeelingen en Verhandelingen n°. 1—4.

De vergadering wordt gesloten.

REGISTER.



- Aardkunde.** Mededeeling van den Heer H. G. JONKER: „Eenige opmerkingen over de geologische samenstelling en de wijze van ontstaan van den Hondsrug”. 146.
- Mededeeling van den Heer EUG. DUBOIS: „De geographische en geologische beteekenis van den Hondsrug en het onderzoek der zwerfsteenen in ons noordsch diluvium”. 360.
- Aanbieding eener verhandeling van den Heer H. G. JONKER: „Bijdragen tot de kennis der sedimentaire zwerfsteenen in Nederland. 1. De Hondsrug in de provincie Groningen. 2. Bovensilurische zwerfsteenen. Derde mededeeling. Zwerfsteenen van den ouderdom der Oostbaltische zone”. 368. Verslag hierover. 372
- Mededeeling van den Heer A. WICHMANN: „Ardenngesteenten in het Nederlandsch diluvium benoorden den Rijn”. 445.
- Aanbieding van een manuscript van den Heer EUG. DUBOIS: „Pliocene en meer dan één ijstijdvak in Nederland”. 534.
- Jaarverslag der Geologische Commissie over 1905. 598.
- Mededeeling van den Heer K. MARTIN: „Brak- en zoetwaterafzettingen van de Silatrivier”. 700.
- Bericht van den Minister van Waterstaat, dat op de betaling van het subsidie voor de Geologische Commissie over 1906 orde is gesteld. 736.
- Voorstel van de Geologische Commissie om den Minister van Waterstaat te verzoeken een verandering te brengen in de formulering van de doeleinden waartoe het haar verleende subsidie aangewend kan worden. 736.
- Aanbieding eener verhandeling van den Heer J. LORÉ: „De geologische bouw der Geldersche Vallei benevens beschrijving van eenige nieuwe grondboringen”. VII, 804. Verslag hierover. 806.
- ABERDEEN** (University of). Uitnoodiging tot bijwoning van de herdenking van de 400-jarige stichting. 736.
- ABSORPTIE-** en emissiebaden (De) van gasvormige lichamen. I. 518. II. 577.
- ACROLEÏNE** (Over de reductie van) en over eenige derivaten van s. divinylglycol (3,4 dihydroxy-1,5 hexadiëen). 498.
- AGGREGAATTOESTAND** (Over Diphenylhydrazine, Hydrazobenzol en Benzylamiline, en over de mengbaarheid der beide laatsten met Azobenzol, Stilbeen en Dibenzyl in den vasten). 387.
- ALLYLFORMIAAT** (Over de inwerking van ammoniak en aminen op). 117.

- AMIDEN** (De) van α en β aminopropionzuur. 385.
- AMINEN** (Over de inwerking van ammoniak en) op allylformiaat. 117.
— (Over de inwerking van ammoniak en) op mierenzure esters van glycolen en glycerine. 287.
- AMINOPROPIONZUUR** (De amidén van α en β). 385.
- AMMONIAK** (Over de inwerking van) en aminen op allylformiaat. 117.
— (Over de inwerking van) en aminen op mierenzure esters van glycolen en glycerine. 287.
- AMYRINEACETAAT** (Over het voorkomen van β -) in eenige guttapercha-soorten. 495.
- Anatomie.** Verslag van de Heeren C. WINKLER en L. BOLK over een missive van de Internationale Associatie der Akademiën, betreffende: „Oprichting van instellingen voor onderzoek der hersenen”. 2. Discussie hierover. 209.
— Mededeeling van den Heer L. BOLK: „Over de ontwikkeling van het cerebellum bij den mensch”. (2de mededeeling). 134.
— Mededeeling van den Heer A. J. P. VAN DEN BROEK: „Over het sympathisch zenuwstelsel der Monotremen”. 141.
— Mededeeling van den Heer L. J. J. MUSKENS: „Anatomisch onderzoek omtrent kleinherzenverbindingen”. 2de mededeeling. 575.
— Aanbieding eener verhandeling van den Heer J. H. F. KOHLBRUGGE: „Die Gehirnfurchen der Javanen”. 734.
— Mededeeling van den Heer L. BOLK: „De betrekking tusschen de tandformulen der platyrrhine en katarrhine primaten”. 751.
- APOGAMIE** (Over) bij *Dasyllirion acrotrichum* Zucc. 702.
- ARCTOWSKI** (H.). Circulaire over een systematisch poolonderzoek. 536.
- ARDENNENGESTEENTEN** in het Nederlandsche dilivium benoorden den Rijn. 445.
- ARRHENIUS** (SVANTE) en H. J. HAMBURGER. Over den aard der praecipitine-reactie. 810.
- ASSOCIATIE** der Akademiën (Verslag van de Heeren C. WINKLER en L. BOLK over eene missive van de internationale) betreffende „Oprichting van instellingen voor onderzoek der hersenen”. 2. Discussie hierover. 209.
— Bericht van de Kais. Akademie der Wissenschaften te Weenen dat de eerstvolgende vergadering zal plaats vinden op 30 Mei 1906. 536.
— Bericht van de Kais. Akademie der Wissenschaften te Weenen van nieuwe ingekomene voorstellen. 698. 736. 806.
- AZOBENZOL** (Over Diphenylhydrazine, Hydrazobenzol en Benzylaniline, en over de mengbaarheid der beide laatsten met), Stilbeen en Dibenzyl in den vasten aggregaattoestand. 387.
- BAAN** (Onderzoekingen over de) van de periodische komeet Holmes en over de storingen in haar elliptische beweging. 674.
- BAANVLAKKEN** (Over de) der Jupiter-Satellieten. 787.
- BACCELLI** (GUIDO). Verzoek om bericht van den Minister van Binnenlandsche Zaken of er geleerden zijn bereid de Regeering te vertegenwoordigen bij de huldiging van (—) op 8 April 1906. 736.
- BACTERIËN** (Over), welke methaan als koolstofvoedsel en energiebron gebruiken. 289.

- BAKHUIS ROOZEBOOM** (H. W.). Aanbieding eener verhandeling van den Heer C. HOITSEMA: „Liquatie in binaire metaallegeeringen.” 59. Verslag hierover. 67.
- De verschillende takken der driefaselijnen voor vast, vloeibaar, damp in binaire stelsels waarin eene verbinding voorkomt. 374.
- Aanbieding eener mededeeling van den Heer F. M. JAEGER: „Over Diphenylhydrazine, Hydrazobenzol en Benzylaniline, en over de mengbaarheid der beide laatsten met Azobenzol, Stilbeen en Dibenzyl in den vasten aggregaattoestand.” 357.
- De kookpunten van verzadigde oplossingen in binaire stelsels waarin eene verbinding voorkomt. 501.
- Aanbieding eener mededeeling van den Heer A. SMITS: „Over de verborgen evenwichten in de p, x -doorsneden onder het eutektische punt”. 564.
- Aanbieding eener mededeeling van den Heer A. SMITS: „Over de verschijnselen die optreden, wanneer de plooiingskromme de driefaselijlijn van een dissocieerende binaire verbinding ontmoet.” 568.
- Aanbieding eener mededeeling van den Heer J. J. VAN LAAR: „Over het verloop van smeltlijnen bij verbindingen, welke in de vloeibare phase gedeeltelijk gedissocieerd zijn, bij willekeurige verhouding der outledingsproducten”. 711.
- Aanbieding eener mededeeling van den Heer J. J. VAN LAAR: „Iets over den osmotischen druk van oplossingen van niet-electrolyten, in verband met de afwijkingen van de wetten der ideale gassen”. 849.
- Aanbieding eener mededeeling van den Heer A. SMITS: „Over de invoering van het begrip metaal-ionen-oplosbaarheid bij het elektromotorisch evenwicht”. 859.
- en J. OLIE JR. De oplosbaarheden der isomere chroomchloriden. 10.
- BAKHUYZEN** (H. G. VAN DE SANDE). Zie SANDE BAKHUYZEN (H. G. VAN DE).
- BAROMETERSTANDEN** (Over frequentie-krommen van). 548.
- BEMMELLEN** (J. M. VAN). Verslag over eene verhandeling van DR. C. HOITSEMA. 67.
- Verslag over eene verhandeling van den Heer H. G. JONKER. 372.
- Jaarverslag der Geologische Commissie over 1905. 598.
- Verslag over eene verhandeling van den Heer J. LORÉ. 806.
- BENADERINGSFORMULES** (Nauwkeurige) voor de verhoudingen der driehoeken bij de berekening eener elliptische baan uit 3 waarnemingen. II. 160.
- BENZOLDERIVATEN** (Over een nieuw geval van vormanalogie en mengbaarheid bij plaatsingsisomere), en over de kristalvormen der zes isomere nitrodibrombenzolen. 830.
- BENZOLKERN** (Over het invoeren van halogeenaatomen in de) bij de reductie van aromatische nitroverbindingen. 624.
- BENZYLANILINE** (Over Diphenylhydrazine, Hydrazobenzol en), en over de mengbaarheid der beide laatsten met Azobenzol, Stilbeen en Dibenzyl in den vasten aggregaattoestand. 387.
- BESSELSCHER FUNCTIEN** (Over het quotient van twee opvolgende). 562. 672.
- BEIJERINCK** (M. W.). Uitreiking der Leeuwenhoek-medaille aan den Heer —. 202.
- Aanbieding eener mededeeling van den Heer N. L. SÖHNGEN: „Over bacteriën, welke methaan als koolstofvoedsel en ergiebron gebruiken.” 289.
- BINAIR STELSEL** (Over de verborgen evenwichten in de p, x -doorsneden van een) tengevolge van het optreden van vaste stoffen. 187.

- BINAIRE STELSLS** (De verschillende takken der driefaseliijnen voor vast, vloeibaar, damp in) waarin eene verbinding voorkomt. 374.
- (De kookpunten van verzadigde oplossingen in) waarin eene verbinding voorkomt. 501.
- BINAIRE VERBINDING** (Over de verschijnselen die optreden, wanneer de plooiingskromme de driefaseliijn van een dissocierende) ontmoet. 568.
- BINNENLANDSCHE ZAKEN** (Minister van). Zie Minister van Binnenlandsche Zaken.
- B L A A U W** (A. H.) en F. A. F. C. WENT. Over apogamie bij *Dasyllirion acrotrichum* Zucc. 702.
- BLAUWZUUR** (Over de inwerking van) op ketonen. 121.
- B L A N K S M A** (J. J.). Nitratie van symmetrisch nitrometaxylol. 33.
- Over het invoeren van halogeenatomen in de benzolkern bij de reductie van aromatische nitroverbindingen. 624.
- en F. M. JAEGER. Over de zes isomere tribroomxylole. 95.
- BLOEDKATALASEN** (Over). 540.
- B O C K W I N K E L** (H. B. A.). Over de voortplanting van licht in een twee-assig kristal rondom een middelpunt van trilling. 636.
- BOEGESCHENKEN** (Aanbieding van). 59. 200. 369. 433. 595. 696. 734. 877.
- B O L K** (De centra van) in de kleine hersenen van zoogdieren. 299.
- B O L K** (L.). Verslag over eene missive van de internationale Associatie der Akademien, betreffende: „Oprichting van instellingen voor onderzoek der hersenen.” 2. Discussie hierover. 209.
- Over de ontwikkeling van het cerebellum bij den mensch. (2de mededeeling). 134.
- Aanbieding eener mededeeling van den Heer A. J. P. VAN DEN BROEK: „Over het sympathisch zenuwstelsel der Monotremen.” 141.
- Verslag over een vraag van den Minister van Binnenlandsche Zaken om opgave van kosten verbonden aan de oprichting van een instituut voor hersenonderzoek. 698.
- De betrekking tusschen de tandformulen der platyrrhine en katarrhine primaten. 751.
- B O L T Z M A N N**'s Vorlesungen über Gastheorie (Iets over de grootheid *H* in). 594. 602.
- B O U M A N** (Z. P.). Bijdrage tot de kennis van den tetraedraalen complex. 294.
- BRAK-** en zoetwaterafzettingen van de Silatrivier. 700.
- BRISBANE** (Uitnoodiging van de Royal geographical Society te) voor deelname aan de 21ste jaarvergadering in Juni 1906. 536.
- B R O E K** (A. J. P. VAN DEN). Over het sympathisch zenuwstelsel der Monotremen. 141.
- BROMERING** (De) van Toluol. 373. 439.
- BROOM** en jodium (Bijdrage tot de kennis der isomorfe vervanging van de elementen fluoor, chloor,) in organische molekulen. 472.
- BUITENZORG-FONDS** (Bericht van den Minister van Binnenlandsche Zaken dat er geen bezwaar bestaat dat de Heer A. PULLE in plaats van den Heer J. W. C. GOETHART wordt afgevaardigd voor rekening van het). 202.
- BUNDELS** (Over) van algebraïsche oppervlakken. 50.
- (Eenige eigenschappen van) van algebraïsche krommen. 841.

- BURCK (W.)**. Over planten, die in de vrije natuur het karakter dragen van tusschenrassen in den zin van de mutatietheorie. 769.
- CARDINAAL (J.)**. Aanbieding eener mededeeling van den Heer H. DE VRIES: „Centrale projectie in de ruimte van LOBATSCHEFSKY”. 1ste mededeeling. 264.
- CAUCHY's** theorie (Afleiding van de grondvergelijkingen der metallieke terugkaatsing uit). 506.
- CENTRA** van BOLK (De) in de kleine hersenen van zoogdieren. 299.
- CEREBELLUM** bij den mensch (Over de ontwikkeling van het). 2de mededeeling. 134.
- CHLOOR** (Bijdrage tot de kennis der isomorfe vervanging van de elementen fluor,) broom en jodium, in organische molekulen. 472.
- CHLORIDEN** (Over de) van maleïnezuur en van fumaarzuur en over eenige hunner derivaten. 258.
- CHROMCHLORIDEN** (De oplosbaarheden der isomere). 10.
- COHEN (N. H.)** en P. VAN ROMBURGH. Over het voorkomen van β -amyrineacetaat in eenige guttapercha-soorten. 495.
- COLORIMETRIE** (Over) en over eene colorimetrische methode om de dissociatie-constante van zuren te bepalen. 97.
- COMPLEX** (Bijdrage tot de kennis van den tetraedralen). 294.
- COMPONENTEN** (De moleculaire verhooging der laagste kritische temperatuur van een binair mengsel van normale). 108.
- (Eigenschappen der kritische lijn (plooiingslijn) aan de zijde der). 230.
 - (De eigenschappen der doorsneden van het saturatievlak van een binair mengsel aan den kant der). 240.
 - (De exacte getallenwaarden voor de eigenschappen der plooiingslijn aan de zijde der). 249.
 - (Over de mogelijkheid de eigenschappen van mengsels uit die der) te voorspellen. 686.
- CONGRES** voor toegepaste scheikunde te Rome (Verzoek van den Minister van Binnenlandsche Zaken om bericht of er Nederlandsche geleerden zijn bereid te worden afgevaardigd naar het). 202.
- (Bericht dat de Heer S. HOOGWERFF benoemd is tot gedelegeerde der regeering bij het). 598.
 - (Bericht van den Heer S. HOOGWERFF dat hij verhinderd is de Regeering bij het) te vertegenwoordigen. 736.
 - (Bericht dat de Heer H. P. WIJSMAN benoemd is tot gedelegeerde der regeering bij het). 806.
 - voor de studie der radiologie en ionisatie in September 1905 te Luik te houden (Verzoek om bericht of er Nederlandsche geleerden zijn bereid te worden afgevaardigd naar het). 2.
 - Bericht dat de Heer C. H. WIND benoemd is tot gedelegeerde der regeering. 202.
 - (10de Internationaal geologisch). (Verzoek om bericht of er Nederlandsche geleerden zijn bereid te worden afgevaardigd naar het). 436. 598.
 - (13de Internationale) voor voorhistorische Anthropologie en Archaeologie in April 1906 te Monaco te houden. (Verzoek om bericht van den Minister van Binnen-

- landsche Zaken of er Nederlandsche geleerden zijn bereid te worden afgevaardigd naar het). 698.
- CONGRES (15de Internationale Medische) (Verzoek van het bestuur van het) dat de Akademie zich zal laten vertegenwoordigen. 698.
- CORALLIUM from Timor (On a new species of). 322.
- CORONA (Waarnemingen omtrent de warmtestraling van de) en van de zonneshijf. 465.
- CORTISCH ORGAAN (Over den geluidsdruk in het). 43.
- CRYOGEEN LABORATORIUM (Methoden en hulpmiddelen in gebruik bij het). VII. Een gewijzigde Cryostaat. 57. VIII. Cryostaat met vloeibare zuurstof voor temperaturen beneden -210° . 154. IX. Het zuiveren van gassen door afkoeling gepaard met samendrukking, in 't bijzonder het bereiden van zuivere waterstof. 157.
- CRYOSTAAT (Een gewijzigde). 57.
- met vloeibare zuurstof voor temperaturen beneden -210° . 154.
- CYANWATERSTOF-leverende plant (Thalictrum aquilegifolium). 285.
- CYCLISCH PUNT (De Plückersche equivalenten van een) eener ruimtekromme. 482.
- DASYLIRION ACROTRICHUM ZUCC. (Over apogamie bij). 702.
- DEENIK (A.). Over het onderscheidingsvermogen voor toonintensiteiten, volgens proefnemingen van den Heer (—). 396.
- DEKHUYZEN (M. C.) — Verzoek van den Minister van Binnenlandsche Zaken om bericht omtrent een subsidieaanvraag van Dr. — voor een door hem in te stellen onderzoek van de Zuiderzee. 62. Verslag hierover. 66.
- DENIS (ST.) Ile de la Réunion (Bericht omtrent de bepaling der lengte van) uitgevoerd in 1874. Toevoegsel. 79.
- DERIVATEN van het Phenylcarbaminezuur (Over enkele). 124.
- DIBENZYL (Over Diphenylhydrazine, Hydrazobenzol en Benzylaniline, en over de mengbaarheid der beide laatsten met Azobenzol, Stilbeen en) in den vasten aggregaattoestand. 387.
- DICHTHEID der materie (Een omstandigheid, welke in acht genomen moet worden bij de toepassing der toestandsvergelijking voor groote). 623.
- DIEREN (De huidteekeningen der gewervelde) in verband met de segmentaalleer. 308.
- DIERKUNDE. Mededeeling van den Heer SYDNEY J. HICKSON: "On a new species of Corallium from Timor". 322.
- Mededeeling van den Heer EUGEN FISCHER: „Das Primordialcranium von Tarsius spectrum". 401.
- Mededeeling van den Heer P. P. C. HOEK: „Over polyandrie bij Scalpellum Stearnsi". 669.
- Mededeeling van den Heer H. STRAHL: „Der Uterus von Erinaceus europaeus L. nach dem Wurf". 784.
- DIESEN (G. VAN). Jaarverslag der geologische commissie over 1905. 598.
- Verslag over eene verhandeling van den Heer J. LORIÉ. 806.
- verzoekt ontslag als lid der geologische commissie. 810.
- DIFFERENTIEERING (De) van eiwithoudende lichaamsvochten. 545.
- DILUVIUM (Ardennengesteenten in het Nederlandsche) benoorden den Rijn. 445.

- DINITRO-ANILINE-DERIVATEN** (Over de kristalvormen van de in de NH_2 -groep gesubstitueerde 2,4-). 827.
- DIPHENYLHYDRAZINE** (Over) Hydrazobenzol en Benzylaniline, en over de mengbaarheid der beide laatste met Azobenzol, Stilbeen en Dibenzyl in den vasten aggregaat-toestand. 387.
- DISSOCIATIE-CONSTANTE** van zuren (Over colorimetrie en over eene colorimetrische methode om de) te bepalen. 97.
- DIVINYLGLYCOL** (3,4 dihydroxy 1,5 hexadiën) (Over de reductie van acroleïne en over eenige derivaten van s.). 498.
- DOPPELELEPHONIE** (Experimental-Untersuchung über die Möglichkeit einer) mittels unterbrochener Klänge. 804. Verslag hierover. 808.
- DORP** (W. A. EN G. C. A. VAN). Over de chloriden van maleïnezuur en van fumaarzuur en over eenige hunner derivaten. 258.
- DORSSEN** (W. VAN) EN P. VAN ROMBURGH. Over de reductie van acroleïne en over eenige derivaten van s. divinylglycol (3,4 dihydroxy 1,5 hexadiën). 498.
— Over de eenvoudigste koolwaterstof met twee geconjugeerde systemen van dubbele bindingen, het 1.3.5 hexatriën. 536.
- DRIEHOEKEN** (Nauwkeurige benaderingsformules voor de verhoudingen der) bij de berekening eener elliptische baan uit 3 waarnemingen. II. 160.
- DRIEFASENDRUK** (De gedaante der doorsneden van het saturatievlak, loodrecht op de x -as, ingeval er tusschen twee temperaturen) bestaat. 176.
- DRIEFASENLIJN** (Over de verschijnselen die optreden, wanneer de plooiptuuskromme de) van een dissocierende binaire verbinding ontmoet. 568.
- DRIEFASENLIJNEN** (De verschillende takken der) voor vast, vloeibaar, damp in binaire stelsels waarin eene verbinding voorkomt. 374.
- DRUK** (De $T(x)$ -evenwichten van vaste en fluïde fasen bij veranderlijke waarden van den). 185.
- DRUKOVERBRENGING** door samengeperst gas (Verbetering aan den verkorten open kwikmanometer met). 54.
- DUBOIS** (EUG.). De geographische en geologische beteekenis van den Hondsrug en het onderzoek der zwerfsteenen in ons noordsch diluvium. 360.
— Pliocen en meer dan één ijstijdvak in Nederland. 534.
- DYNAMICA** van het Electron (Opmerkingen naar aanleiding van de). 509.
- EASTON** (C.). Schommelingen der zonswerkzaamheid en van het klimaat. (2de mededeeling). 59. 68.
- ELECTRON** (Opmerkingen naar aanleiding van de Dynamica van het). 509.
- ELEKTROLYTEN** (Iets over den osmotischen druk van oplossingen van niet-), in verband met de afwijkingen van de wetten der ideale gassen. 849.
- ELLIPTISCHE BAAN** (Nauwkeurige benaderingsformules voor de verhoudingen der drie-hoeken bij de berekening eener) uit 3 waarnemingen. II. 160.
- ELLIPTISCHE BEWEGING** (Onderzoekingen over de baan van de periodische komeet Holmes en over de storingen in haar). 674.
- EMISSIEBANDEN** (Over de absorptie- en) van gasvormige lichamen. I. 518. II. 577.

- ENKLAAR (C. J.). Over ocimeen en myrceen, eene bijdrage tot de kennis van de aliphatische terpenen. 652.
- Over eenige aliphatische terpeenalcoholen. 661.
- EQUIVALENTEN (DE PLÜCKERSCHE) van een cyclisch punt eener ruimtekromme. 482.
- ERINACEUS EUROPAEUS L. (Der Uterus von) nach dem Wurf. 784.
- ERRATA. 370. 433. 595.
- ESTERANHYDRIDEN van tweebasische zuren. 283.
- ESTERS (Over de inwerking van ammoniak en aminen op mierenzure) van glycolen en glycerine. 287.
- EUTEKTISCHE PUNT (Over de verborgen evenwichten in de p , x -doorsneden onder het). 564.
- EVENWICHT (Over de invoering van het begrip metaal-ionen-oplosbaarheid bij het elektromotorisch). 859.
- EVENWICHTEN (De $T(x)$ -) van vaste en fluïde fasen bij veranderlijke waarden van den druk. 185.
- (Over de verborgen) in de p - x -doorsneden van een binair stelsel tengevolge van het optreden van vaste stoffen. 187.
- (Over de verborgen) in de p , x -doorsneden onder het eutektische punt. 564.
- EYDMAN JR (F. H.). Over colorimetrie en over een colorimetrische methode om de dissociatie-constante van zuren te bepalen. 97.
- FISCHER (EUGEN). Das Primordialcranium von Tarsius spectrum. 404.
- FLUOR (Bijdrage tot de kennis der isomorfe vervanging van de elementen), chloor, broom en jodium, in organische molekulen. 472.
- FRANCHIMONT (A. P. N.). Aanbieding eener mededeeling van den Heer D. MOL: „Esteranhydriden van twee basische zuren.” 283.
- Aanbieding eener mededeeling van den Heer F. M. JAEGER: „Bijdrage tot de kennis der isomorfe vervanging van de elementen fluor, chloor, broom en jodium, in organische molekulen”. 472.
- Aanbieding eener mededeeling van den Heer J. MOLL VAN CHARANTE: „De salicylzuurvorming uit natrium-phenolaat”. 845.
- FRANCHIMONT (A. P. N.) en H. FRIEDMANN. De amidn van α en β aminopropionzuur. 355.
- FRANKLIN (BENJAMIN) — Uitnoodiging van de American philosophical Society te Philadelphia tot bijwoning van de feesten ter herdenking van den 200sten geboortedag van —. 598.
- FREQUENTIE-KROMMEN (Over) van meteorologische grootheden. 270.
- in meteorologie. 373.
- van barometerstanden. 548.
- FRIEDMANN (H.) en A. P. N. FRANCHIMONT. De amidn van α en β aminopropionzuur. 385.
- ICMAARZUUR (Over de chloriden van maleïnezuur en van) en over eenige hunner derivaten. 258.
- FUNCTIËN (Over het quotient van twee opvolgende BESSELSCHÉ). 562. 672.

- GAS** (Verbetering aan den verkorten open kwikmanometer met drukoverbrenging door samengeperst). 54.
- GASPHASE** (Bijdrage tot de kennis der p - x en p - t -lijnen voor het geval twee stoffen een verbinding aangaan, welke in de vloeistof- en is gedissocieerd. 192.
- GASSEN** (Het zuiveren van) door afkoeling gepaard met samendrukking, in 't bijzonder het bereiden van zuivere waterstof. 157.
- (Iets over den osmotischen druk van oplossingen van niet-elektrolyten, in verband met de afwijkingen van de wetten der ideale). 849.
- GASTHEORIE** (Iets over de grootheid H in **BOLTZMANN'S** Vorlesungen über). 594. 602.
- GEHIRNFURCHEN** der Javanen (Die). 734.
- GELDERSCHE VALLEI** (De geologische bouw der) benevens Beschrijving van eenige nieuwe grondboringen. VII. 804. Verslag hierover. 806.
- GELUIDSDRUK** (Over den) in het Cortisch orgaan. 43.
- GEOLOGISCHE BOUW** (De) der Geldersche Vallei benevens Beschrijving van eenige nieuwe grondboringen. VII. 804. Verslag hierover. 806.
- GEOLOGISCHE COMMISSIE** (Jaarverslag der) over 1905. 598.
- (Bericht van den Minister van Waterstaat dat op de betaling van het subsidie voor de) over 1906 orde is gesteld. 736.
- (Voorstel van de) om den Minister van Waterstaat te verzoeken een verandering te brengen in de formuleering van de doeleinden waartoe het haar verleende subsidie aangewend kan worden. 736.
- (Verzoek van den Minister van Waterstaat om meer in bijzonderheden te worden ingelicht, welke uitgaven de) zich voorstelt in het vervolg te bestrijden uit de door haar te ontvangen rijksbijdrage. 806.
- (Ontslag van den Heer G. van Diesen als lid der). 810.
- GEOLOGISCHE SAMENSTELLING** (Eenige opmerkingen over de) en de wijze van ontstaan van den Hondsrug. 146.
- GETAH PERTJA-soorten** (Over het voorkomen van lupeol in). 120.
- GETALLENWAARDEN** (De exacte) voor de eigenschappen der plooiingslijnen aan de zijde der componenten. 249.
- GILTAY (J. W.)**. Aanbieding eener verhandeling: „Experimental-Untersuchung über die Möglichkeit einer Doppeltelefonie mittels unterbrochener Klänge”. 804. Verslag hierover. 808.
- GLYCOLEN** en glycerine (Over de inwerking van ammoniak en aminen op mierenzure esters van). 287.
- GRONDBORINGEN** (De geologische bouw der Geldersche Vallei benevens beschrijving van eenige nieuwe). 804. Verslag hierover. 806.
- GRONDVERGELIJKINGEN** (Afleiding van de) der metalieke terugkaatsing uit **CAUCHY'S** theorie. 506.
- GROOTHEDEN** (Over frequentie-krommen van meteorologische). 270.
- (Een eenvoudige, geometrische afleiding der betrekkingen, welke tusschen de waargenomen en gezochte) bestaan, die bij de **W. VOIGT'S** methode ter bepaling van 't warmtegeleidingsvermogen van kristallen, ter sprake komen. 799.
- GROOTHEID H** (Iets over de) in **BOLTZMANN'S** „Vorlesungen über Gastheorie”. 594. 602.

- GUTTAPERCHA-SOORTEN (Over het voorkomen van β -amyrineacetaat in eenige). 495.
- H A G A (H.). Mededeeling namens den Heer C. SCHOUTE: „Metingen van het Thomson-effect in kwikzilver.” 210.
- Verslag over eene verhandeling van den Heer J. W. GILTAY. 808.
- HALOGEENATOMEN (Over het invoeren van) in de benzolkern bij de reductie van aromatische nitroverbindingen. 624.
- H A M B U R G E R (H. J.). Een methode ter bepaling der osmotische drukking van zeer geringe hoeveelheden vloeistof. 401.
- en SVANTE ARRHENIUS. Over den aard der praecipitine-reactie. 810.
- HEERSENEN (Verslag van de Heeren C. WINKLER en L. BOLK over een missive van de Internationale Associatie der Akademien, betreffende oprichting van instellingen voor onderzoek der). 2. Discussie hierover. 209. Verzoek van den Minister van Binnenlandsche Zaken om opgave van kosten. 436. Verslag hierover. 698. Verzoek om nadere specificatie. 736.
- van zoogdieren (De centra van BOLK in de kleine). 299.
- HEXATRIEËN (Over de eenvoudigste koolwaterstof met twee geconjugeerde systemen van dubbele bindingen, het 1.3.5). 536.
- H I C K S O N (S Y D N E Y J.). On a new species of Corallium from Timor. 322.
- H O E K (P. P. C.). Over polyandrie bij Scalpellum Stearnsi. 669.
- H O I T S E M A (C.). Aanbieding eener verhandeling: „Liquatie in binaire metaallegeringen”. 59. Verslag hierover. 67.
- H O L L E M A N (A. F.). Aanbieding eener mededeeling van den Heer J. J. BLANKSMA: „Nitratie van symmetrisch nitrometaxylool”. 33.
- Aanbieding eener mededeeling van de Heeren F. M. JAEGER en J. J. BLANKSMA: „Over de zes isomere triboomxylolen”. 95.
- De bromering van toluol. 373. 439.
- Aanbieding eener mededeeling van den Heer J. J. BLANKSMA: „Over het invoeren van halogeenaatomen in de benzolkern bij de reductie van aromatische nitroverbindingen”. 624.
- Over de nitratie van ortho- en metadibroombenzol. 627.
- Aanbieding eener mededeeling van den Heer F. M. JAEGER: „Over een nieuw geval van vormanalogie en mengbaarheid bij plaatsingsisomere benzolderivaten, en over de kristalvormen der zes isomere nitrodibroombenzolen.” 830.
- H O L M E S (Onderzoekingen over de baan van de periodische komeet) en over de storingen in haar elliptische beweging. 674.
- H O N D S R U G (Eenige opmerkingen over de geologische samenstelling en de wijze van ontstaan van den). 146.
- (De geographische en geologische beteekenis van den) en het onderzoek der zwerfsteenen in ons noordsch diluvium. 360.
- in de provincie Groningen. Bovensilurische zwerfsteenen. 3de Mededeeling. Zwerfsteenen van den ouderdom der Oostbaltische Zone. 368. Verslag hierover. 372.
- H O O G E W E R F F (S.). Aanbieding eener mededeeling van den Heer F. H. EYDMAN JR.: „Over colorimetrie en over een colorimetrische methode om de dissociatieconstante van zuren te bepalen”. 97.

- HOOGWERFF (s.). Benoemd tot gedelegeerde der Nederlandsche regeering bij het in April 1906 te Rome te houden scheikundig congres. 598.
— Bericht dat hij verhinderd is de Regeering op het scheikundig congres te Rome te vertegenwoordigen. 736.
- HUBRECHT (A. A. W.). Aanbieding eener mededeeling van den Heer EUGEN FISCHER: „Das Primordialcranium von *Tarsius spectrum*“. 404.
— Aanbieding eener mededeeling van den Heer H. STRAHL: „Der Uterus von *Erinaceus europaeus* L. nach dem Wurf“. 784.
- HUIDTEEKENINGEN (De) der gewervelde dieren in verband met de segmentaalleer. 308.
- HULSHOFF POL (D. J.). De centra van Bolk in de kleine hersenen van zoogdieren. 299.
- HUNGER (F. W. T.). Aanbieding eener verhandeling: „Onderzoekingen en beschouwingen over de mozaïek-ziekte der Tabakspiant.“ 59.
- HUYGENS' sympathische uurwerken en verwante verschijnselen, in verband met de principale en de samengestelde slingeren die zich voordoen wanneer aan een mechanisme met één enkelen vrijheidsgraad twee slingers bevestigd worden. 413.
- HYDRAZOBENZOL (Over Diphenylhydrazine,) en Benzylaniline, en over de mengbaarheid der beide laatsten met Azobenzol, Stilbeen en Dibenzyl in den vasten aggregaattoestand. 387.
- INTEGRAAL van KUMMER (Over een bepaalde). 315.
- ISOMORFE VERVANGING (Bijdrage tot de kennis der) van de elementen fluoor, chloor, broom en jodium in organische molekulen. 472.
- ITALIE (L. VAN). *Thalictrum aquilegifolium*, een cyanwaterstof-leverende plant. 285.
— Over bloedkatalasen. 540.
— De differentieering van eiwithoudende lichaamsvochten. 545.
- JAEGER (F. M.). Over enkele derivaten van het Phenylcarbaminezuur. 124.
— Over Diphenylhydrazine, Hydrazobenzol en Benzylaniline, en over de mengbaarheid der beide laatsten met Azobenzol, Stilbeen en Dibenzyl in den vasten aggregaattoestand.“ 387.
— Bijdrage tot de kennis der isomorfe vervanging van de elementen fluoor, chloor, broom en jodium, in organische molekulen. 472.
— Een eenvoudige, geometrische afleiding der betrekkingen, welke tussehen de waargenomen en gezochte grootheden bestaan, die bij de W. VOIGT'sche methode ter bepaling van 't warmtegeleidingsvermogen van kristallen, ter sprake komen. 799.
— Over de kristalvormen van de in de NH_2 -groep gesubstitueerde 2,4-Dinitro-Aniline-derivaten. 827.
— Over een nieuw geval van vormanalgie en mengbaarheid bij plaatsingsisomere benzolderivaten en over de kristalvormen der zes isomere nitrodibroombenzolen. 830.
— en J. J. BLANKSMA. Over de zes isomere tribroomxylole. 95.
- JAVANEN (Die Gehirnfurchen der). 734.
- JODIUM (Bijdrage tot de kennis der isomorfe vervanging van de elementen fluoor, chloor, broom en) in organische molekulen. 472.
- JONKER (H. G.). Eenige opmerkingen over de geologische samenstelling en de wijze van ontstaan van den Hondsrug. 146.

- JONKER (H. G.).** Aanbieding eener verhandeling: „Bijdragen tot de kennis der sedimentaire zwerfsteenen in Nederland. 1. De Hondsrug in de provincie Groningen. 2. Bovensilurische zwerfsteenen. 3de mededeeling. Zwerfsteenen van den ouderdom der Oostbaltische Zone.” 368. Verslag hierover, 372.
- JULIUS (W. H.).** Benoemd als lid van de Internationale Commissie voor Solar Research. 2.
 — Waarnemingen omtrent de warmtestraling van de corona en van de zonneschijf. 465.
 — Eene nieuwe methode ter bepaling van het verloop der stralingssterkte op de zonneschijf van het midden naar den rand. 611.
 — Verslag over eene verhandeling van den Heer J. W. GILTAY. 808.
 — Rapport omtrent de 2de bijeenkomst van de Internationale Unie voor samenwerking in onderzoekingen betreffende de zon, gehouden 27—29 September 1905 te Oxford. 823.
- JUPITER-SATELLIETEN (Over de baanvlakken der).** 787.
- KAMERLINGH ONNES (H.).** Verslag over een schrijven van den Heer H. VAN MEERTEN te Buitenzorg. 7.
 — Verbetering aan den verkorten open kwikmanometer met drukoverbrenging door samengeperst gas. 54.
 — Methoden en hulpmiddelen in gebruik bij het Cryogeen Laboratorium. VII. Een gewijzigde cryostaat. 57. VIII. Cryostaat met vloeibare zuurstof voor temperaturen beneden — 210°. 154. IX. Het zuiveren van gassen door afkoeling gepaard met samendrukking, in 't bijzonder het bereiden van zuivere waterstof. 157.
 — Aanbieding eener mededeeling van den Heer J. E. VERSCHAFFELT: „Bijdragen tot de kennis van het ψ -vlak van VAN DER WAALS. X. Over de mogelijkheid de eigenschappen van mengsels uit die der componenten te voorspellen.” 686.
 — wordt aangewezen tot het samenstellen van een gelukwensch aan de Universiteit te Aberdeen. 736.
 — wordt benoemd tot het vaststellen van de processen-verbaal der buitengewone vergaderingen. 804.
- KAPTEYN (J. C.).** Iets over de parallax van nevelvlekken. 726.
 — Aanbieding eener mededeeling van den Heer W. DE SITTER: „Over de baanvlakken der Jupiter-Satellieten”. 787.
- KAPTEYN (W.).** Over een bepaalde integraal van KUMMER. 315.
 — Over het quotient van twee opeenvolgende Besselsche functiën. 562. 672.
- KETONEN (Over de inwerking van blauwzuur op).** 121.
- KLEINHERSEN-verbindingen (Anatomisch onderzoek omtrent).** 2de mededeeling. 575.
- KLIAMAAT (Schommelingen der zonswerkzaamheid en van het).** 2de mededeeling. 59. 68.
- KLUYVER (J. C.).** Een vraagstuk van meetkundige waarschijnlijkheid. 325.
- KOHLBRUGGE (J. H. P.).** Aanbieding eener verhandeling: „Die Gehirnfurchen der Javanen. Eine vergleichend-anatomische Studie.” 734.
- KONSTAMM (PH.).** (Eenige opmerkingen naar aanleiding der laatste verhandelingen van Dr.) over den osmotischen druk. 30.
- KOLK (J. L. C. SCHROEDER VAN DER).** Zie SCHROEDER VAN DER KOLK (J. L. C.).

- KOMEET HOLMES** (Onderzoekingen over de baan van de periodische) en over de storingen in haar elliptische beweging. 674.
- KOOKPUNTEN** (De) van verzadigde oplossingen in binaire stelsels waarin eene verbinding voorkomt. 501.
- KOOLWATERSTOF** (Over de eenvoudigste) met twee geconjugeerde systemen van dubbele bindingen, het 1.3.5 hexatriëen. 536.
- KORTEWEG** (D. J.). Aanbieding eener mededeeling van den Heer W. A. VERSLUYS: „Over het aantal gemeenschappelijke raaklijnen van een kromme en een oppervlak”. 166.
- HUYGENS' sympathische uurwerken en verwante verschijnselen, in verband met de principale en de samengestelde slingeringen die zich voordoen wanneer aan een mechanisme met één enkelen vrijheidsgraad twee slingers bevestigd worden. 413.
 - Bekrachtiging zijner benoeming tot Ondervoorzitter. 806.
- KREATININE** (De afscheiding van) bij den mensch. 215.
- KRISTAL** (Over de voortplanting van licht in een twee-assig) rondom een middelpunt van trilling. 636.
- KRISTALLEN** (Een eenvoudige, geometrische afleiding der betrekkingen, welke tusschen de waargenomen en gezochte groottheden bestaan, die bij de W. VOIGT'sche methode ter bepaling van 't warmtegeleidingsvermogen van), ter sprake komen. 799.
- Kristallografie.** Mededeeling van den Heer F. M. JAEGER: „Over Diphenylhydrazine Hydrazobenzol en Benzylaniline, en over de mengbaarheid der beide laatsten met Azobenzol, Stilbeen en Dibenzyl in den vasten aggregaattoestand”. 337.
- Mededeeling van den Heer F. M. JAEGER: „Bijdrage tot de kennis der isomorfe vervanging van de elementen Fluoor, Chloor, Broom en Jodium in organische molekulen”. 472.
 - Mededeeling van den Heer F. M. JAEGER: „Over een nieuw geval van vormalogie en mengbaarheid bij plaatsingsisomere benzolderivaten, en over de kristalvormen der zes isomere nitrodibroombenzolen”. 830.
- KRISTALVORMEN** (Over de) van de in de NH_2 -groep gesubstitueerde 2,4 Dinitro-aniline-derivaten. 827.
- (Over een nieuw geval van vormalogie en mengbaarheid bij plaatsingsisomere benzolderivaten, en over de) der zes isomere nitrodibroombenzolen. 830.
- KRITISCHE LIJN** (plooiingslijn) (Eigenschappen der) aan de zijde der componenten. 230.
- KRITISCHE TEMPERAATUUR** (De moleculaire verhooging der laagste) van een binair mengsel van normale componenten. 108.
- KROMME** (Over het aantal gemeenschappelijke raaklijnen van een) en een oppervlak. 166.
- KROMMEN** (Eenige eigenschappen van bundels van algebraïsche). 841.
- KUMMER** (Over een bepaalde integraal van). 315.
- KWIKMANOMETER** (Verbetering aan den verkorten open) met drukoverbrenging door samengeperst gas. 54.
- KWIEZILVER** (Metingen van het Thomson-effect in). 210.
- LAAN** (F. H. VAN DER) en A. F. HOLLEMAN. De bromering van toluol. 439.

- LAAR (J. J. VAN).** Over het verloop der plooi-puntlijnen bij mengsels van normale stoffen. 2de mededeeling. 14.
- Eenige opmerkingen naar aanleiding der laatste verhandelingen van Dr. Ph. KOHNSTAMM. 30.
 - De moleculaire verhooging der laagste kritische temperatuur van een binair mengsel van normale componenten. 108.
 - Over het verloop der spinodale en plooi-puntlijnen bij binaire mengsels van normale stoffen. 3de mededeeling. 582.
 - Over het verloop van smeltlijnen bij verbindingen, welke in de vloeibare phase gedeeltelijk gedissocieerd zijn, bij willekeurige verhouding der ontledingsproducten. 711.
 - Iets over den osmotischen druk van oplossingen van niet-elektrolyten, in verband met de afwijkingen van de wetten der ideale gassen. 849.
- LANGLEY (S. P.).** Bericht van overlijden. 806.
- LEEUWENHOEK-MEDAILLE (Uitreiking der) aan den Heer M. W. BEIJERINCK.** 202.
- LELY (C.).** Jaarverslag der geologische commissie over 1905. 598.
- Praeadvies over stukken betrekking hebbende op de voorgenomen oprichting eener internationale vereeniging voor poolonderzoek. 697.
- LENGTE van St. Denis (Ile de la Réunion) (Bericht omtrent de bepaling der) uitgevoerd in 1874. Toevoegsel.** 79.
- LICHAAMSVUCHTEN (De differentieering van eiwithoudende).** 545.
- LICHAMEN (Over de absorptie- en emissiebanden van gasvormige).** I. 518. II. 577.
- (Over de theorie der terugkaatsing van het licht door niet volkomen doorschijnende). 335.
 - (Over de warmtestraling in een stelsel) van overal gelijke temperatuur. I. 345. II. 408.
- LICHT (Over de theorie der terugkaatsing van het) door niet volkomen doorschijnende lichamen.** 335.
- (Over de voortplanting van) in een twee-assig kristal rondom een middelpunt van trilling. 636.
- LIQUATIE in binaire metaallegeeringen.** 59. Verslag hierover. 67.
- LOBATSCHEFSKY (Centrale projectie in de ruimte van).** 1ste mededeeling. 264.
- LORENTZ (H. A.).** Aanbieding eener mededeeling van den Heer J. J. VAN LAAR: „Over het verloop der plooi-puntlijnen bij mengsels van normale stoffen”. 2de mededeeling. 14.
- Aanbieding eener mededeeling van den Heer J. J. VAN LAAR: „Eenige opmerkingen naar aanleiding der laatste verhandelingen van Dr. Ph. KOHNSTAMM”. 30.
 - Aanbieding eener mededeeling van den Heer J. J. VAN LAAR: „De moleculaire verhooging der laagste kritische temperatuur van een binair mengsel van normale componenten”. 108.
 - Aanbieding eener mededeeling van den Heer R. SISINGH: „Over de theorie der terugkaatsing van het licht door niet volkomen doorschijnende lichamen”. 335.
 - Over de warmtestraling in een stelsel lichamen van overal gelijke temperatuur. I. 345. II. 408.

- LORENTZ (H. A.)** Aanbieding eener mededeeling van den Heer R. SISSINGH: „Afleiding van de grondvergelijkingen der metallieke terugkaatsing uit CAUCHY's theorie”. 506.
- Over de absorptie- en emissiebanden van gasvormige lichamen. I. 518. II. 577.
- Aanbieding eener mededeeling van den Heer J. J. VAN LAAR: „Over het verloop der spinodale en plooi-puntlijnen bij binaire mengsels van normale stoffen”. 582.
- Aanbieding eener mededeeling van den Heer O. POSTMA: „Iets over de grootheid H in BOLTZMANN's Vorlesungen über Gastheorie”. 594. 602.
- benoemd als vertegenwoordiger der Akademie bij de feesten ter herdenking van den 200sten geboortedag van BENJAMIN FRANKLIN. 598.
- Aanbieding eener mededeeling van den Heer L. S. ORNSTEIN: „Over de beweging van een metaaldraad door een stuk ijs.” 629.
- Aanbieding eener mededeeling van den Heer H. B. A. BOCKWINKEL: „Over de voortplanting van licht in een twee-assig kristal rondom een middelpunt van trilling”. 636.
- LORIÉ (J.)** Aanbieding eener verhandeling „de geologische bouw der Geldersche Vallei benevens Beschrijving van eenige nieuwe grondboringen”. VII. 80f. Verslag hierover. 806.
- LUPEOL** (Over het voorkomen van) in getah pertja-soorten. 120.
- LIJNEN** (Bijdrage tot de kennis der p_x - en p_t -) voor het geval twee stoffen een verbinding aangaan, welke in de vloeistof- en gasphase is gedissocieerd. 192.
- (Over den loop der P, T -) voor vast-fluïde bij standvastige samenstelling. 866.
- MAC GILLAVRY (TH. H.)** Verslag over een vraag van den Minister van Binnenlandsche Zaken om opgave van kosten verbonden aan de oprichting van een instituut voor hersenonderzoek. 698.
- MALEINEZUUR** (Over de chloriden van) en van fumaarzuur en over eenige hunner derivaten. 258.
- MARTIN (K.)** Aanbieding eener mededeeling van den Heer H. G. JONKER: „Eenige opmerkingen over de geologische samenstelling en de wijze van ontstaan van den Hondsrug.” 146.
- Aanbieding eener mededeeling van den Heer EUG. DUBOIS: „De geographische en geologische beteekenis van den Hondsrug en het onderzoek der zwerfsteenen in ons noordsch diluvium.” 360.
- Verslag over eene verhandeling van den Heer H. G. JONKER. 372.
- Jaarverslag der geologische commissie over 1905. 598.
- Brak- en zoetwaterafzettingen van de Silatrivier. 700.
- MATERIE** (Een omstandigheid, welke in acht genomen moet worden bij de toepassing der toestandsvergelijking voor groote dichtheid der). 623.
- Mechanica.** Mededeeling van den Heer D. J. KORTEWEG: „HUYGENS' sympathische uurwerken en verwante verschijnselen, in verband met de principale en de samengestelde slingeringen die zich voordoen wanneer aan een mechanisme met één enken vrijheidsgraad twee slingers bevestigd worden.” 413.
- MEERTEN (H. VAN)** te Buitenzorg (Verslag over een schrijven van den Heer). 7.
- MEETKUNDIGE** waarschijnlijkheid (Een vraagstuk van). 325.

- MENGBAARHEID (Over een nieuw geval van vormanalogie en) bij plaatsingsisomere benzolderivaten, en over de kristalvormen der zes isomere nitrodibroombenzolen. 830.
- MENGSSEL (De eigenschappen der doorsneden van het saturatievlak van een binair) aan den kant der componenten. 240.
- van normale componenten (De moleculaire verhooging der laagste kritische temperatuur van een binair). 108.
- MENGSSELS (Over de mogelijkheid de eigenschappen van) uit die der componenten te voorspellen. 686.
- van normale stoffen (Over het verloop der plooi-puntlijnen bij). 2^{de} mededeeling. 14.
- (Over het verloop der spinodale en plooi-puntlijnen bij binaire). 3^{de} mededeeling. 582.
- MENSCH (Over de ontwikkeling van het cerebellum bij den). 2^{de} mededeeling. 134.
- (De afscheiding van kreatinine bij den). 215.
- METAALDRAAD (Over de beweging van een) door een stuk ijs. 629.
- METAAL-IONEN-OPLOSBAARHEID (Over de invoering van het begrip) bij het elektromotorisch evenwicht. 859.
- METAALLEGEEIINGEN (Liquatie in binaire). 59. Verslag hierover. 67.
- METADIBROOMBENZOL (Over de nitratie van ortho- en). 627.
- Meteorologie.** Mededeeling van den Heer C. EASTON: „Schommelingen der zonswerkzaamheid en van het klimaat.” 2^{de} mededeeling. 59. 68.
- Mededeeling van den Heer J. P. VAN DER STOK: „Over frequentie-krommen van meteorologische grootheden”. 270.
- Mededeeling van den Heer J. P. VAN DER STOK: „Over frequentie-krommen in meteorologie”. 373.
- Mededeeling van den Heer J. P. VAN DER STOK: „Over frequentie-krommen van barometerstanden”. 548.
- METHAAN (Over bacteriën, welke) als koolstofvoedsel en energiebron gebruiken. 289.
- METHODE (Over colorimetrie en over eene colorimetrische) om de dissociatie-constante van zuren te bepalen. 97.
- (Een) ter bepaling der osmotische drukking van zeer geringe hoeveelheden vloeistof. 491.
- METHODEN en hulpmiddelen in gebruik bij het Cryogeen Laboratorium, VII. Een gewijzigde cryostaat. 57. VIII. Cryostaat met vloeibare zuurstof voor temperaturen beneden — 210°. 154. IX. Het zuiveren van gassen door afkoeling gepaard met samendrukking, in 't bijzonder van zuivere waterstof. 157.
- METINGEN van het Thomson-effect in kwikzilver. 210.
- Mikrobiologie.** Mededeeling van den Heer N. L. SÖHNGEN: „Over bacteriën, welke methaan als koolstofvoedsel en energiebron gebruiken”. 289.
- MINISTER van Binnenlandsche Zaken. Verzoek om bericht of er Nederlandsche geleerden zijn bereid te worden afgevaardigd naar het Congres voor de studie der radiologie en ionisatie in September 1905 te Luik te houden. 2.
- Bericht van de bekrachtiging der benoeming van de Heeren P. VAN ROMBURGH en C. E. A. WICHMANN tot gewoon lid. 2.

MINISTER van Binnenlandsche Zaken. Verzoek om bericht omtrent een subsidieaanvraag der Natuurhistorische Vereeniging ten behoeve van de uitgave van een Nederlandsch Woordenboek der Plantennamen. 62.

- Verzoek om bericht omtrent een subsidieaanvraag van Dr. M. C. DEKHUYZEN voor een door hem in te stellen onderzoek van de Zuiderzee. 62. Verslag hierover. 66.
- Bericht dat er geen bezwaar bestaat dat de Heer A. PULLE in plaats van den Heer J. W. C. GOEDHART wordt afgevaardigd naar het Laboratorium te Buitenzorg. 202.
- Bericht dat Dr. C. H. WIND benoemd is tot gedelegeerde der Regeering bij het 1ste Congres voor de studie der radiologie en ionisatie te Luik. 202.
- Verzoek om bericht of er Nederlandsche geleerden zijn bereid zich te laten afvaardigen naar het 6de Congres voor toegepaste scheikunde te Rome te houden. 202.
- Verzoek om opgaaft van de kosten welke gemoeid zullen zijn aan de oprichting van een instelling voor onderzoek der hersenen. 436. Verslag hierover. 698. Verzoek om nadere specificatie. 736.
- Verzoek om bericht of er Nederlandsche geleerden zijn bereid te worden afgevaardigd naar het 10de internationale geologisch Congres in September 1905 te Mexico te houden. 436, 598.
- Bericht dat de Heer S. HOOGWERFF benoemd is tot gedelegeerde der Regeering bij het in April 1906 te Rome te houden scheikundig congres. 598.
- Toezending van stukken betrekking hebbende op de voorgenomen oprichting eener internationale vereeniging voor poolonderzoek. 697.
- Verzoek om bericht of er geleerden zijn bereid te worden afgevaardigd naar het 13de Internationale Congres voor voorhistorische Anthropologie en Archaeologie in April 1906 te Monaco te houden. 698.
- Bericht dat de Heer S. HOOGWERFF verhinderd is de Regeering te vertegenwoordigen op het scheikundig congres te Rome. 736.
- Verzoek om bericht of er geleerden zijn bereid de Regeering te vertegenwoordigen bij de huldiging van Prof. GUIDO BACCELLI op 8 April 1906. 736.
- Bericht dat de benoeming van de Heeren H. G. VAN DE SANDE BAKHUYZEN tot Voorzitter, D. J. KORTEWEG tot Onder-Voorzitter en J. D. VAN DER WAALS tot Secretaris der Natuurkundige Afdeeling door H. M. de Koningin zijn bekrachtigd. 806.
- Bericht dat de benoeming van den Heer S. HOOGWERFF tot gedelegeerde der Nederlandsche Regeering bij het te Rome te houden scheikundig congres op zijn verzoek is ingetrokken en in zijne plaats benoemd is de Heer H. P. WIJSMAN, hoogleeraar te Leiden. 806.

MINISTER van Waterstaat, Handel en Nijverheid. Bericht dat op de betaling van het subsidie voor de Geologische Commissie over 1906 orde is gesteld. 736.

- Verzoek om meer in bijzonderheden te worden ingelicht, welke uitgaven de Geologische Commissie zich voorstelt in het vervolg te bestrijden uit de door haar te ontvangen rijksbijdrage. 806.

- MOL** (D.). Esteranhydriden van tweebasische zuren. 283.
- MOLL** (J. W.). Verslag over een verzoek van den Minister van Binnenlandsche Zaken om bericht over een subsidieaanvraag van Dr. M. C. DEKHUYZEN voor een door hem in te stellen onderzoek van de Zuiderzee. 66.
- Aanbieding eener mededeeling van den Heer W. BURCK: „Over planten, die in de vrije natuur het karakter dragen van tusschenrassen in den zin van de mutatietheorie”. 769.
- MOLL VAN CHARANTE** (J.). De salicylzuurvorming uit natrium-phenolaat. 845.
- MONOTREMEN** (Over het sympathisch zenuwstelsel der). 141.
- MOZAIËK-ZIEKTE** der Tabakspiant (Onderzoekingen en beschouwingen over de). 59.
- MUSKENS** (L. J. J.). Anatomisch onderzoek omtrent kleinhersenen-verbindingen. 2de mededeeling. 575.
- MUTATIETHEORIE** (Over planten, die in de vrije natuur het karakter dragen van tusschenrassen in den zin van de). 769.
- MYRCEEN** (Over ocimeen en), eene bijdrage tot de kennis van de aliphatische terpenen. 652.
- NATRIUM-PHENOLAAT** (De salicylzuurvorming uit). 845.
- NATUURHISTORISCHE VEREENIGING** (Verzoek om bericht van den Minister van binnenlandsche Zaken over een subsidieaanvraag van de) ten behoeve van de uitgave van een Nederlandsch woordenboek der Plantennamen. 62.
- Natuurkunde.** Verslag van de Heeren P. ZEEMAN en H. KAMERLINGH ONNES over een schrijven van den Heer H. VAN MEERTEN te Buitenzorg. 7.
- Mededeeling van den Heer J. J. VAN LAAR: „Eenige opmerkingen naar aanleiding der laatste verhandelingen van Dr. Ph. KOHNSTAMM”. 30.
- Mededeeling van den Heer H. KAMERLINGH ONNES: „Verbetering aan den verkorten open kwikmanometer met drukoverbrenging door samengeperst gas”. 54.
- Methoden en hulpmiddelen in gebruik bij het Cryogeen Laboratorium. VII. Een gewijzigde Cryostaat. 57. VIII. Cryostaat met vloeibare zuurstof voor temperaturen beneden — 210°. 154 IX. Het zuiveren van gassen door afkoeling gepaard met samendrukking, in 't bijzonder van zuivere waterstof. 157.
- Mededeeling van den Heer J. D. VAN DER WAALS: „De gedaante der doorsneden van het saturatievlak, loodrecht op de x -as, ingeval er tusschen twee temperaturen driefasendruk bestaat”. 176.
- Mededeeling van den Heer J. D. VAN DER WAALS: „De $T(x)$ -evenwichten van vaste en vloeibare fasen bij veranderlijke waarden van den druk”. 185.
- Mededeeling van den Heer A. SMITS: „Over de verborgen evenwichten in de p - x -doorsneden van een binair stelsel tengevolge van het optreden van vaste stoffen”. 187.
- Mededeeling van den Heer A. SMITS: „Bijdrage tot de kennis der p - x en p - t -lijnen voor het geval twee stoffen een verbinding aangaan, welke in de vloeistof en gasphase is gedissocieerd”. 192.
- Mededeeling van den Heer C. SCHOUTE: „Metingen van het Thomson-effect in kwikzilver”. 210.
- Mededeeling van den Heer J. D. VAN DER WAALS: „Eigenschappen der kritische lijn (plooiingslijn) aan de zijde der componenten”. 230.

- Natuurkunde.** Mededeeling van den Heer J. D. VAN DER WAALS: „De eigenschappen der doorsneden van het saturatievlak van een binair mengsel aan den kant der componenten”. 240.
- Mededeeling van den Heer J. D. VAN DER WAALS: „De exacte getallenwaarden voor de eigenschappen der plooiingslijnen aan de zijde der componenten”. 249.
- Mededeeling van den Heer R. SISSINGH: „Over de theorie der terugkaatsing van het licht door niet volkomen doorschijnende lichamen”. 335.
- Mededeeling van den Heer H. A. LORENTZ: „Over de warmtestraling in een stelsel lichamen van overal gelijke temperatuur”. I. 345. II. 408.
- Mededeeling van den Heer R. SISSINGH: „Afleiding van de grondvergelijkingen der metallieke terugkaatsing uit CAUCHY's theorie”. 566.
- Mededeeling van den Heer J. D. VAN DER WAALS JR.: „Opmerkingen naar aanleiding van de Dynamica van het Electron.” 509.
- Over de absorptie- en emissiebanden van gasvormige lichamen. I. 518. II. 577.
- Mededeeling van den Heer O. POSTMA: „Iets over de grootheid H in BOLTZMANN's „Vorlesungen über Gastheorie.” 594. 602.
- Mededeeling van den Heer W. H. JULIUS: „Een nieuwe methode ter bepaling van het verloop der stralingssterkte op de zonneschijf van het midden naar den rand.” 611.
- Mededeeling van den Heer J. D. VAN DER WAALS: „Een omstandigheid, welke in acht genomen moet worden bij de toepassing der toestandsvergelijking voor groote dichtheid der materie.” 623.
- Mededeeling van den Heer L. S. ORNSTEIN: „Over de beweging van een metaaldraad door een stuk ijs.” 629.
- Mededeeling van den Heer H. B. A. BOCKWINKEL: „Over de voortplanting van licht in een twee-assig kristal rondom een middelpunt van trilling.” 636.
- Mededeeling van den Heer J. E. VERSCHAFFELT: „Bijdragen tot de kennis van het ψ -vlak van VAN DER WAALS. X. Over de mogelijkheid de eigenschappen van mengsels uit die der componenten te voorspellen.” 686.
- Mededeeling van den Heer J. E. VERSCHAFFELT: „Appendix bij de mededeelingen Verslag 28 Juni en 27 Sept. 1902 en 31 Oct. 1903.” 695.
- Mededeeling van den Heer F. M. JAEGER: „Een eenvoudige, geometrische afleiding der betrekkingen, welke tusschen de waargenomen en gezochte grootheden bestaan, die bij de W. VOIGT'sche methode ter bepaling van 't warmtegeleidingsvermogen van kristallen, ter sprake komen.” 799.
- Aanbieding eener verhandeling van den Heer J. W. GILTAY: „Experimental-Untersuchung über die Möglichkeit einer Doppeltelephonie mittels unterbrochener Klänge.” 804. Verslag hierover. 808.
- Rapport van den Heer W. H. JULIUS omtrent de 2de bijeenkomst van de „Internationale Unie voor samenwerking in onderzoekingen betreffende de zon, gehouden 27—29 September 1905 te Oxford.” 823.
- Mededeeling van den Heer P. ZEEMAN: „Magnetische splitsing der spectraallijnen en veldsterkte.” 1ste gedeelte. 838.
- Mededeeling van den Heer A. SMITS: „Over den loop der P, T -lijnen voor vastfluide bij standvastige samenstelling.” 866.

- NEVELVLEKKEN (Iets over de parallax van). 726.
- NITRATIE van symmetrisch nitrometaxylool. 33.
— (Over de) van ortho- en metadibroombenzol. 627.
- NITRODIBROOMBENZOLEN (Over een nieuw geval van vormanalogie en mengbaarheid bij plaatsingsisomere benzolderivaten, en over de kristalvormen der zes isomere). 830.
- NITROMETAXYLOOL (Nitratie van symmetrisch). 33.
- NITROVERBINDINGEN (Over het invoeren van halogeenaatomen in de benzolkern bij de reductie van aromatische). 624.
- NORMALE STOFFEN (Over het verloop der plooiingslijnen bij mengsels van). 2de mededeeling. 14.
- NIJLAND (A. A.). De prisma-camera. 467.
- OCIMEEN en myrceen (Over), eene bijdrage tot de kennis van de aliphatische terpenen. 652.
- OLIE J. R. (J.) en H. W. BAKHUIS ROOZEBOOM. De oplosbaarheden der isomere chroomchloriden. 10.
- ONDSCHIEDINGSVERMOGEN (Over het) voor toonintensiteiten, volgens proefnemingen van den Heer A. DEENIK. 396.
- ONNES (H. KAMERLINGH). Zie KAMERLINGH ONNES (H.).
- ONTLEDINGSPRODUCTEN (Over het verloop van smeltlijnen bij verbindingen, welke in de vloeibare fase gedeeltelijk gedissocieerd zijn, bij willekeurige verhouding der). 711.
- OPLOSBAARHEDEN (De) der isomere chroomchloriden. 10.
- OPLOSSINGEN (De kookpunten van verzadigde) in binaire stelsels waarin eene verbinding voorkomt. 501.
— (Iets over den osmotischen druk van) van niet-elektrolyten, in verband met de afwijkingen van de wetten der ideale gassen. 849.
- OPPERVLAK (Over het aantal gemeenschappelijke raaklijnen van een kromme en een). 166.
— (Over een gewrongen) van den zesden graad en het nulde geslacht in de ruimte R_4 van vier afmetingen. 485.
— (Over een groep van stralencomplexen, waarvan het singuliere) uit een regelvlak en een aantal platte vlakken bestaat. 666.
- OPPERVLAKKEN (Over den rang der snijkromme van twee algebraïsche). 38.
— (Over bundels van algebraïsche). 50.
— (Over een bijzondere reeks van kwadratische) met acht gemeenschappelijke punten en acht gemeenschappelijke raakvlakken. 700. 737.
- ORNSTEIN (L. S.). Over de beweging van een metaaldraad door een stuk ijs. 629.
- ORTHO- en metadibroombenzol (Over de nitratie van). 627.
- OSMOTISCHEN DRUK (Eenige opmerkingen naar aanleiding der laatste verhandelingen van Dr. PH. KOHNSTAMM over den). 30.
— (Iets over den) van oplossingen van niet-elektrolyten, in verband met de afwijkingen van de wetten der ideale gassen. 849.
- OSMOTISCHE DRUKKING (Een methode ter bepaling der) van zeer geringe hoeveelheden vloeistof. 401.
- OUDEMANS (J. A. C.). Toevoegsel tot: Bericht omtrent de bepaling der lengte van St. Denis (Ile de la Réunion) uitgevoerd in 1874. 79.

PARALLAX van nevelvlekken (lets over de). 726.

PASADENA, Cal. (Verzoek van de National Academy of Sciences (Observatory Office) te) om een lid aan te wijzen voor het Internationale Committee voor Solar Research. 2.

PEKELHARING (C. A.). De afscheiding van kreatinine bij den mensch. 215.

— Aanbieding eener mededeeling van den Heer L. VAN ITALIE: „Over bloedkatalasen”. 540.

— Aanbieding eener mededeeling van den Heer L. VAN ITALIE: „De differentieering van eiwithoudende lichaamsvochten”. 545.

— Aanbieding eener verhandeling van den Heer J. H. F. KOHLBRUGGE: „Die Gehirnfurchen der Javanen”. 734.

PHASE (Over het verloop van smeltlijnen bij verbindingen, welke in de vloeibare) gedeeltelijk gedissocieerd zijn, bij willekeurige verhouding der ontledingsproducten. 711.

PHASEN (De $T_s(x)$ -evenwichten van vaste en fluïde) bij veranderlijke waarden van den druk. 185.

PHENYL-CARBAMINEZUUR (Over enkele derivaten van het). 124.

PHILADELPHIA (Uitnodiging van de American philosophical Society te) tot bijwoning van de feesten ter herdenking van den 200sten geboortedag van BENJAMIN FRANKLIN. 598.

Physiologie. Mededeeling van den Heer H. ZWAARDEMAKER: „Over den geluidsdruk in het Cortisch orgaan.” 43.

— Mededeeling van den Heer C. A. PEKELHARING: „De afscheiding van kreatinine bij den mensch.” 215.

— Mededeeling van den Heer D. J. HULSHOFF POL: „De centra van Bolk in de kleine hersenen van zoogdieren.” 299.

— Mededeeling van den Heer G. VAN RIJNBERK: „De huidteekeningen der gewerfelde dieren in verband met de segmentaalleer.” 308.

— Mededeeling van den Heer H. ZWAARDEMAKER: „Over het onderscheidingsvermogen voor toonintensiteiten” volgens proefnemingen van den Heer A. DEENIK. 396.

— Mededeeling van den Heer H. J. HAMBURGER: „Een methode ter bepaling der osmotische drukking van zeer geringe hoeveelheden vloeistof.” 401.

— Mededeeling van den Heer L. VAN ITALIE: „Over bloedkatalasen.” 540.

— Mededeeling van den Heer L. VAN ITALIE: „De differentieering van eiwithoudende lichaamsvochten.” 545.

— Mededeeling van den Heer H. ZWAARDEMAKER: „De sterkte van zoo zwak mogelijke reflexprikkel.” 763.

— Mededeeling van de Heeren H. J. HAMBURGER en SVANTE ARRHENIUS: „Over den aard der praecipitine-reactie.” 810.

PLACE (T.). Verslag over een verzoek van den Minister van Binnenlandsche Zaken om bericht over een subsidieaanvraag van Dr. M. C. DEKHUYZEN voor een door hem in te stellen onderzoek van de Zuiderzee. 66.

PLANT (*Thalictrum aquilegifolium*, een cyanwaterstof-leverende). 255.

- PLANTEN (Over), die in de vrije natuur het karakter dragen van tusschenrassen in den zin van de mutatietheorie. 769.
- PLANTENNAMEN (Verzoek van den Minister van Binnenlandsche Zaken om bericht omtrent een subsidieaanvraag der Natuurhistorische Vereeniging ten behoeve van de uitgave van een Nederlandsch Woordenboek der). 62.
- Plantkunde. Aanbieding eener verhandeling van den Heer F. W. T. HUNGER: „Onderzoekingen en beschouwingen over de mozaïek-ziekte der Tabakspiant.” 59.
- Aanbieding eener dissertatie van den Heer A. PULLE: „An enumeration of the vascular plants from Surinam, together with their distribution and synonymy”. 623.
- Mededeeling van de Heeren F. A. F. C. WENT en A. H. BLAAUW: „Over apogamie bij *Dasyliion acrotrichum* Zucc.” 702.
- Mededeeling van den Heer W. BURCK: „Over planten, die in de vrije natuur het karakter dragen van tusschenrassen in den zin van de mutatietheorie.” 769.
- PLIOCEEN en meer dan één ijstijdvak in Nederland. 534.
- PLOOIPUNTSKROMME (Over de verschijnselen die optreden, wanneer de) de driephasenlijn van een dissocieerende binaire verbinding ontmoet. 568.
- PLOOIPUNTSLIJN (Eigenschappen der kritische lijn) aan de zijde der componenten. 230.
- (De exacte getallenwaarden voor de eigenschappen der) aan de zijde der componenten. 249.
- PLOOIPUNTSLIJNEN (Over het verloop der) bij mengsels van normale stoffen, 2de mededeeling. 14.
- (Over het verloop der spinodale en) bij binaire mengsels van normale stoffen. 3de mededeeling. 582.
- PLÜCKERSCHE equivalenten (De) van een cyclisch punt eener ruimtekromme. 482.
- POL (D. J. HULSHOFF). Zie HULSHOFF POL (D. J.).
- POLYANDRIE (Over) bij *Scalpelium Stearnsi*. 669.
- POOLONDERZOEK (Circulaire over een systematisch) door H. ARCTOWSKI. 536.
- (Toezending van stukken door den Minister van Binnenlandsche Zaken over de voorgenomen oprichting eener internationale vereeniging voor). 697.
- POSTMA (O.). Iets over de grootheid H in BOLTZMANN'S „Vorlesungen über Gas-theorie.” 594. 602.
- PRAFCIPITINE-REACTIE (Over den aard der). 810.
- PRIMATEN (De betrekking tusschen de tandformulen der platyrrhine en katarrrhine). 751.
- PRIMORDIALCRANIUM (Das) von *Tarsius spectrum*. 404.
- PRISMA-CAMERA (De). 467.
- PROJECTIE (Centrale) in de ruimte van LOBATSCHESKY (1ste mededeeling). 264.
- PULLE (A.). Bericht van den Minister van Binnenlandsche Zaken dat er geen bezwaar bestaat dat de Heer (—) in plaats van den Heer J. W. C. GOETHART wordt afgevaardigd voor rekening van het Buitenzorg-fonds. 202.
- Aanbieding der dissertatie: „An enumeration of the vascular plants from Surinam, together with their distribution and synonymy”. 623.
- RAAKLIJNEN (Over het aantal gemeenschappelijke) van een kromme en een oppervlak. 166.
- RIJKS (Over een bijzondere) van kwadratische oppervlakken met acht gemeenschappelijke punten en acht gemeenschappelijke raakvlakken. 700. 737.

- REFLEXPRIKKELS (De sterkte van zoo zwak mogelijke). 763.
- ROMBURGH (P. VAN). Bekrchtiging zijner benoeming tot gewoon lid. 2.
- Over de inwerking van ammoniak en aminen op allylformiaat. 117.
 - Over het voorkomen van lupeol in getah pertja-soorten. 120.
 - Aanbieding eener mededeeling van den Heer A. J. ULTEE: „Over de inwerking van blauwzuur op ketonen”. 121.
 - Aanbieding eener mededeeling van den Heer F. M. JAEGER: „Over enkele derivaten van het Phenylcarbaminezuur”. 124.
 - Aanbieding eener mededeeling van den Heer L. VAN ITALIE: „Thalictrum aquilegifolium, een cyaanwaterstof-leverende plant”. 285.
 - Over de inwerking van ammoniak en aminen op mierenzure esters van glycolen en glycerine. 287.
 - Aanbieding eener mededeeling van den Heer C. J. ENKLAAR: „Over ocimeen en myrceen, eene bijdrage tot de kennis van de aliphatische terpenen”. 652.
 - Aanbieding eener mededeeling van den Heer C. J. ENKLAAR: „Over eenige aliphatische terpeenalcoholen”. 661.
 - Aanbieding eener mededeeling van den Heer F. M. JAEGER: „Over de kristalvormen van de in de NH_2 -groep gesubstitueerde 2,4-Dinitro-aniline-derivaten”. 827.
 - en N. H. COHEN. Over het voorkomen van β -amyrineacetaat in eenige gutta-percha-soorten. 495.
 - en W. VAN DORSEN. Over de reductie van acroleïne en over eenige derivaten van s. divinylglycol (3,4 dihydroxy 1,5 hexadiëen). 498.
 - Over de eenvoudigste koolwaterstof met twee geconjugeerde systemen van dubbele bindingen, het 1,3,5 hexatriëen. 536.
- ROOZEBOOM (H. W. BAKHUIS). Zie BAKHUIS ROOZEBOOM (H. W.).
- ROSENBERG (E.). Verslag over een vraag van den Minister van Binnenlandsche Zaken om opgave van kosten verbonden aan de oprichting van een instituut voor hersenonderzoek. 698.
- RUIMTE van LOBATSCHESKY (Centrale projectie in de). 1ste mededeeling. 264.
- RUIMTE R_4 van vier afmetingen (Over een gewrongen oppervlak van den zesden graad en het nulde geslacht in de). 485.
- RUIMTEKROMME (De Plückersche equivalenten van een cyclisch punt eener). 482.
- RIJNBERK (G. VAN): De huidteekeningen der gewervelde dieren in verband met de segmentaalleer. 368.
- SALICYLZUURVORMING (De) uit natriumphenolaat. 845.
- SANDE BAKHUYZEN (H. G. VAN DE). Aanbieding eener mededeeling van den Heer J. WEEDER: „Nauwkeurige benaderingsformules voor de verhoudingen der driehoeken bij de berekening eener elliptische baan uit 3 waarnemingen”. II. 160.
- Voorloopig verslag van de Eclips Commissie over „de totale zonsverduistering van 30 Augustus 1905”. 463.
 - Aanbieding eener mededeeling van den Heer H. J. ZWIERS: „Onderzoekingen over de baan van de periodische komeet Holmes en over de storingen in haar elliptische beweging”. 674.
 - Bekrchtiging zijner benoeming tot Voorzitter. 806.

- SATURATIEVLAK (De gedaante der doorsneden van het), loodrecht op de x -as, ingeval er tusschen twee temperaturen driephasendruk bestaat. 176.
- (De eigenschappen der doorsneden van het) van een binair mengsel aan den kant der componenten. 240.
- SCALPELLUM STEARNSI (Over polyandrie bij). 669.
- Scheikunde.** Mededeeling van de Heeren H. W. BAKHUIS ROOZEBOOM en J. OLIE JR.: „Over de oplosbaarheden der isomere-chroomchloriden.” 10.
- Mededeeling van den Heer J. J. VAN LAAR: „Over het verloop der plooipluimlijnen bij mengsels van normale stoffen.” 2de mededeeling. 14.
 - Mededeeling van den Heer J. J. BLANKSMA: „Nitratie van symmetrisch nitrometaxylool.” 33.
 - Aanbieding eener verhandeling van den Heer C. HOITSEMA: „Liquatie in binaire metaallegeeringen.” 59. Verslag hierover. 67.
 - Mededeeling van de Heeren F. M. JAEGER en J. J. BLANKSMA: „Over de zes isomere tribroomxyloolen.” 95.
 - Mededeeling van den Heer F. H. EYDMAN JR.: „Over colorimetrie en over een colorimetrische methode om de dissociatie-constante van zuren te bepalen.” 97.
 - Mededeeling van den Heer J. J. VAN LAAR: „De moleculaire verhooging der laagste kritische temperatuur van een binair mengsel van normale componenten.” 108.
 - Mededeeling van den Heer P. VAN ROMBURGH: „Over de inwerking van ammoniak en aminen op allylformiaat.” I, 117.
 - Mededeeling van den Heer P. VAN ROMBURGH: „Over het voorkomen van lupeol in getah pertja-soorten”. 120.
 - Mededeeling van den Heer A. J. ULTEE: „Over de inwerking van blauwzuur op ketonen.” 121.
 - Mededeeling van den Heer F. M. JAEGER: „Over enkele derivaten van het Phenylcarbaminezuur.” 124.
 - Mededeeling van de Heeren W. A. en G. C. A. VAN DORP: „Over de chloriden van maleinezuur en van fumaarzuur en over eenige hunner derivaten.” 258.
 - Mededeeling van den Heer D. MOL: „Over esteranhidriden van tweebasische zuren.” 253.
 - Mededeeling van den Heer L. VAN ITALIE: „Thalictrum aquilegifolium, een cyaanwaterstof-leverende plant.” 285.
 - Mededeeling van den Heer P. VAN ROMBURGH: „Over de inwerking van ammoniak en aminen op mierenzure esters van glycolen en glycerine.” 287.
 - Mededeeling van den Heer A. F. HOLLEMAN: „De bromering van toluol.” 373, 439.
 - Mededeeling van den Heer H. W. BAKHUIS ROOZEBOOM: „De verschillende takken der driephasenlijnen voor vast, vloeibaar, damp in binaire stelsels waarin eene verbinding voorkomt”. 374.
 - Mededeeling van de Heeren A. P. N. FRANCHIMONT en H. FRIEDMANN: „De amiden van α en β aminopropionzuur”. 385.
 - Mededeeling van de Heeren P. VAN ROMBURGH en N. H. COHEN: „Over het voorkomen van β -amyriacetaat in eenige guttapercha-soorten”. 435.

- Scheikunde.** Mededeeling van de Heeren P. VAN ROMBURGH en W. VAN DORSSEN: „Over de reductie van acroleïne en over eenige derivaten van s. divinylglycol (3.4 dihydroxy 1.5 hexadiëen)”. 498.
- Mededeeling van den Heer H. W. BAKHUIS ROOZEBOOM: „De kookpunten van verzadigde oplossingen in binaire stelsels waarin eene verbinding voorkomt”. 501.
 - Mededeeling van de Heeren P. VAN ROMBURGH en W. VAN DORSSEN: „Over de eenvoudigste koolwaterstof met twee geconjugeerde systemen van dubbele bindingen, het 1.3.5 hexatriëen”. 536.
 - Mededeeling van den Heer A. SMITS: „Over de verborgen evenwichten in de p_x -doorsneden onder het eutektische punt”. 564.
 - Mededeeling van den Heer A. SMITS: „Over de verschijnselen die optreden, wanneer de plooiptuiskromme de driephasenlijn van een dissociërende binaire verbinding ontmoet”. 568.
 - Mededeeling van den Heer J. J. VAN LAAR: „Over het verloop der spinodale en plooiptuisklijnen bij binaire mengsels van normale stoffen”. 3de mededeeling. 582.
 - Mededeeling van den Heer J. J. BLANKSMA: „Over het invoeren van halogeena-atomen in de benzolkern bij de reductie van aromatische nitroverbindingen”. 624.
 - Mededeeling van den Heer A. F. HOLLEMAN: „Over de nitratie van ortho- en metadibroombenzol”. 627.
 - Mededeeling van den Heer C. J. ENKLAAR: „Over ocimeen en myrceen, eene bijdrage tot de kennis van de aliphatische terpenen”. 652.
 - Mededeeling van den Heer C. J. ENKLAAR: „Over eenige aliphatische terpeen-alcoholen”. 661.
 - Mededeeling van den Heer J. J. VAN LAAR: „Over het verloop van smeltlijnen bij verbindingen, welke in de vloeibare phase gedeeltelijk gedissocieerd zijn, bij willekeurige verhouding der ontledingsproducten”. 711.
 - Mededeeling van den Heer F. M. JAEGER: „Over de kristalvormen van de in de NH_2 -groep gesubstitueerde 2.4-Dinitro-Aniline-derivaten”. 827.
 - Mededeeling van den Heer J. MOLL VAN CHARANTE: „De salicylzuurvorming uit natrium-phenolaat”. 845.
 - Mededeeling van den Heer J. J. VAN LAAR: „Iets over den osmotischen druk van oplossingen van niet-elektrolyten, in verband met de afwijkingen van de wetten der ideale gassen”. 849.
 - Mededeeling van den Heer A. SMITS: „Over de invoering van het begrip metaal-ionen-oplosbaarheid bij het elektromotorisch evenwicht.” 859.
- SCHOMMELINGEN der zonswerkzaamheid en van het klimaat. (2de mededeeling). 59. 68.
- SCHOOTE (C.). Metingen van het Thomson-effect in kwikzilver. 210.
- SCHOOTE (P. H.). Aanbieding eener mededeeling van den Heer W. A. VERSLUYS: „Over den rang der snijkromme van twee algebraïsche oppervlakken.” 38.
- Aanbieding eener mededeeling van den Heer W. A. VERSLUYS: „De Plückerseche equivalenten van een cyclisch punt eener ruimtekromme”. 452.
 - Over een gewrongen oppervlak van den zesden graad en het nuide geslacht in de ruimte R_4 van vier afmetingen. 455.
 - Over een bijzondere reeks van kwadratische oppervlakken met acht gemeenschappelijke punten en acht gemeenschappelijke raakvlakken. 700. 737.

- SCHROEDER VAN DER KOLK (J. L. C.). Bericht van overlijden. 63.
- SEGMENTAALLEER (De huidteekeningen der gewervelde dieren in verband met de). 308.
- SILATRIVIER (Brak- en zoetwater-afzettingen van de). 700.
- SISSINGH (R.). Over de theorie der terugkaatsing van het licht door niet volkomen doorschijnende lichamen. 335.
- Afleiding van de grondvergelijkingen der metallieke terugkaatsing uit CAUCHY'S theorie. 506.
- SITTER (W. DE). Over de baanvlakken der Jupiter-satellieten. 787.
- SLINGERINGEN (Huygens' sympathische uurwerken en verwante verschijnselen; in verband met de principale en de samengestelde) die zich voordoen wanneer aan een mechanisme met één enkelen vrijheidsgraad twee slingers bevestigd worden. 413.
- SMELTLIJNEN (Over het verloop van) bij verbindingen, welke in de vloeibare phase gedeeltelijk gedissocieerd zijn, bij willekeurige verhouding der ontledingsproducten. 711.
- SMITS (A.). Over de verborgen evenwichten in de p - x -doorsneden van een binair stelsel tengevolge van het optreden van vaste stoffen. 187.
- Bijdrage tot de kennis der p - x en p - t -lijnen voor het geval twee stoffen een verbinding aangaan, welke in de vloeistof- en gasphase is gedissocieerd. 192.
- Over de verborgen evenwichten in de p , x -doorsneden onder het eutektische punt. 564.
- Over de verschijnselen die optreden, wanneer de plooiingskromme de driephasenlijn van een dissocierende binaire verbinding ontmoet. 563.
- Over de invoering van het begrip metaal-ionen-oplosbaarheid bij het elektromotorisch evenwicht. 859.
- Over den loop der P , T -lijnen voor vast-vloeide bij standvastige samenstelling. 866.
- SNIJKROMME (Over den rang der) van twee algebraïsche oppervlakken. 38.
- SÖHNGEN (N. L.). Over bacteriën, welke methaan als koolstofvoedsel en energiebron gebruiken. 289.
- SOLAR RESEARCH (Verzoek van de National Academy of Sciences (Observatory Office) te Pasadena, Cal. om een lid aan te wijzen voor het Internationale Committee voor). 2.
- (Circulaire van de Kais. Akademie der Wissenschaften te Weenen betreffende het Committee on). 62.
- Zie ook ZON.
- SPECTRAALLIJNEN (Magnetische splitsing der) en veldsterkte. 1ste gedeelte. 838.
- SPINODALE en plooiingslijnen (Over het verloop der) bij binaire mengsels van normale stoffen. 3de mededeeling. 582.
- SPELTERSPEKTROGRAFEN (Rapport over de verrichtingen met de beide) voor de zoneclips van 30 Augustus 1905. 468.
- Sterrenkunde Mededeeling van den Heer J. A. C. OUDEMANS: „Toevoegsel tot zijn Bericht omtrent de bepaling der Lengte van St. Denis (He de la Réunion) uitgevoerd in 1874.” 79.
- Mededeeling van den Heer J. WEEDER: „Nauwkeurige benaderingsformules voor de verhoudingen der driehoeken bij de berekening eener elliptische baan uit 3 waarnemingen.” II. 160.
- Voorloopig verslag van den Heer H. G. VAN DE SANDE BAKHUYZEN, namens de Eclips-Commissie over „de totale Zonsverduistering van 30 Augustus 1905.” 463.

- Sterrenkunde.** Mededeeling van den Heer W. H. JULIUS: „Waarnemingen omtrent de warmtestraling van de corona en van de zonneshijf.” 465.
- Mededeeling van den Heer A. A. NYLAND: „De prisma-camera”. 467.
 - Mededeeling van den Heer J. H. WILTERDINK: „Rapport over de verrichtingen met de beide spleetspektrografen voor de zon-eclips van 30 Augustus 1905.” 468.
 - Mededeeling van den Heer H. J. ZWIERS: „Onderzoekingen over de baan van de periodische komeet Holmes en over de storingen in haar elliptische beweging.” 674.
 - Mededeeling van den Heer J. C. KAPTEYN: „Iets over de parallax van nevelvlekken.” 726.
 - Mededeeling van den Heer W. DE SITTER: „Over de baanvlakken der Jupiter-satellieten.” 757.
- STILBEEN** (Over Diphenylhydrazine, Hydrazobenzol en Benzylaniline, en over de mengbaarheid der beide laatste met Azobenzol,) en Dibenzyl in den vasten aggregaatoestand. 387.
- ST. LOUIS** (Uitnodiging van de Academy of Sciences te) tot bijwoning van de herdenking van haar 50-jarig bestaan. 698.
- STOFFEN** (Over de verborgen evenwichten in de *p-x*-doorsneden van een binair stelsel tengevolge van het optreden van vaste). 187.
- (Bijdrage tot de kennis der *p,x*- en *p,t*-lijnen voor het geval twee) een verbinding aangaan, welke in de vloeistof- en gasphase is gedissocieerd. 192.
- STOK** (J. P. VAN DER). Over frequentie-krommen van meteorologische grootheden. 270.
- Over frequentie-krommen in meteorologie. 373.
 - Over frequentie-krommen van barometerstanden. 548.
- STRAHL** (H.). Der Uterus von Erinaceus europaeus L. nach dem Wurf. 784.
- STRALECOMPLEXEN** (Over een groep van), waarvan het singuliere oppervlak uit een regelvlak en een aantal platte vlakken bestaat. 666.
- STRALINGSSTERKTE** (Eene nieuwe methode ter bepaling van het verloop der) op de zonneshijf van het midden naar den rand. 611.
- STRUVE** (OTTO). Bericht van overlijden. 2.
- SURINAM** (An enumeration of the vascular plants from) together with their distribution and synonymy. 623.
- TABAKSPLANT** (Onderzoekingen en beschouwingen over de Mozaïek-ziekte der). 59.
- TANDFORMULEN** (De betrekking tusschen de) der platyrrhine en katarrhine primaten. 751.
- TARSUS SPECTRUM** (Das Primordial-cranium von). 404.
- TEMPERATUREN** (De gedaante der doorsneden van het saturatievlak, loodrecht op de *x*-as, ingeval er tusschen twee) driephasendruk bestaat. 176.
- beneden — 210° (Cryostaat met vloeibare zuurstof voor). 151.
- TEMPERATUUR** (Over de warmtestraling in een stelsel lichamen van overal gelijke). I. 345. II. 408.
- TERPENAALCOHOLEN** (Over eenige aliphatische). 661.
- TERPENEN** (Over ocimeen en myrceen, een bijdrage tot de kennis van de aliphatische). 652.
- TERUGKAATSING** (Afleiding van de grondvergelijkingen der metalieke) uit CAUCUY'S theorie. 506.
- van het licht (Over de theorie der) door niet volkomen doorschijnende lichamen. 335.

- TETRAEDRALEN COMPLEX (Bijdrage tot de kennis van den). 294.
- THALICTRUM AQUILEGIFOLIUM, een cyaanwaterstof-leverende plant. 285.
- THEORIE der terugkaatsing van het licht (Over de) door niet volkomen doorschijnende lichamen. 335.
- THOMSON-EFFECT (Metingen van het) in kwikzilver. 210.
- TIMOR (On a new species of Corallium from). 322.
- TOESTANDSVERGELIJKING (Een omstandigheid, welke in acht genomen moet worden bij de toepassing der) voor groote dichtheid der materie. 623.
- TOLUOL (De bromering van). 373. 439.
- TOMEK (W. W. VON). Bericht van overlijden. 62.
- TOONINTENSITEITEN (Over het onderscheidingsvermogen voor) volgens proefnemingen van den Heer A. DEENIK. 396.
- TRIBROOMXYLOLEN (Over de zes isomere). 95.
- TRILING (Over de voortplanting van licht in een twee-assig kristal rondom een middelpunt van). 636.
- TUSSCHENRASSEN (Over planten, die in de vrije natuur het karakter dragen van) in den zin van de mutatietheorie. 769.
- ULTEE (A. J.). Over de inwerking van blauwzuur op ketonen. 121.
- UTERUS (Der) von Erinaceus europaeus L. nach dem Wurf. 784.
- URWERKEN (HUYGENS' sympathische) en verwante verschijnselen, in verband met de principale en de samengestelde slingeringen die zich voordoen wanneer aan een mechanisme met één enkelen vrijheidsgraad twee slingers bevestigd worden. 413.
- VELDSTERKTE (Magnetische splitsing der spectraallijnen en). 1ste gedeelte. 838.
- VERBINDINGEN (Over het verloop van smeltlijnen bij), welke in de vloeibare phase gedeeltelijk gedissocieerd zijn, bij willekeurige verhouding der ontledingsproducten. 711.
- VERGADERING (Vaststelling der April-) op Vrijdag 27 April 1906. 504.
- VERSCHAFFELT (J. E.). Bijdragen tot de kennis van het ψ -vlak van VAN DER WAALS. X. Over de mogelijkheid de eigenschappen van mengsels uit die der componenten te voorspellen. 686.
- Appendix bij de mededeelingen Verslag 28 Juni en 27 Sept. 1902 en 31 Oct. 1903. 695.
- VERSLUYS (W. A.). Over den rang der snijkromme van twee algebraïsche oppervlakken. 35.
- Over het aantal gemeenschappelijke raaklijnen van een kromme en een oppervlak. 166.
- De Plücker'sche equivalenten van een cyclisch punt eener ruimtekromme. 482.
- ψ -VLAKE VAN VAN DER WAALS (Bijdragen tot de kennis van het). X. Over de mogelijkheid de eigenschappen van mengsels uit die der componenten te voorspellen. 686.
- VLOEISTOF (Een methode ter bepaling der osmotische drukking van zeer geringe hoeveelheden). 401.
- en gasphase (Bijdrage tot de kennis der p - r - en p - t -lijnen voor het geval twee stoffen een verbinding aangaan, welke in de) is gedissocieerd. 192.
- VOIGT'sche methode (Een eenvoudige, geometrische afleiding der betrekkingen, welke tusschen de waargenomen en gezochte grootheden bestaan, die bij de) ter bepaling van 't warmte-geleidingsvermogen van kristallen, ter sprake komen. 799.

- VOORTPLANTING van licht (Over de) in een twee-assig kristal rondom een middelpunt van trilling. 636.
- VORMANALOGIE (Over een nieuw geval van) en menzbaarheid bij plaatsingsisomere benzolderivaten en over de kristalvormen der zes isomere Nitrodiobroombenzolen. 830.
- VRIES (H. DE). Centrale projectie in de ruimte van LOBATSCHESKY. 1ste mededeeling. 264.
- VRIES (JAN DE). Over bundels van algebraïsche oppervlakken. 50.
- Aanbieding eener mededeeling van den Heer Z. P. BOUMAN: „Bijdrage tot de kennis van den tetraedraalen complex”. 294.
 - Over een groep van stralencomplexen, waarvan het singuliere oppervlak uit een regelvlak en een aantal platte vlakken bestaat. 666.
 - Eenige eigenschappen van bundels van algebraïsche krommen. 841.
- WAALS (VAN DER) (Bijdragen tot de kennis van het ψ -vlak van). X. Over de mogelijkheid de eigenschappen van mengsels uit die der componenten te voorspellen. 686.
- WAALS (J. D. VAN DER). De gedaante der doorsneden van het saturatievlak, loodrecht op de x -as, ingeval er tusschen twee temperaturen driephasendruk bestaat. 176.
- De $T_i(x)$ -evenwichten van vaste en fluïde fasen bij veranderlijke waarden van den druk. 185.
 - Aanbieding eener mededeeling van den Heer A. SMITS: „Over de verborgen evenwichten in de p - x -doorsneden van een binair stelsel tengevolge van het optreden van vaste stoffen.” 187.
 - Aanbieding eener mededeeling van den Heer A. SMITS: „Bijdrage tot de kennis der p - x - en p - t -lijnen voor het geval twee stoffen een verbinding aangaan, welke in de vloeïstof en gasphase is gedissocieerd”. 192.
 - Eigenschappen der kritische lijn (plooiingslijn) aan de zijde der componenten. 230.
 - De eigenschappen der doorsneden van het saturatievlak van een binair mengsel aan den kant der componenten. 240.
 - De exacte getallenwaarden voor de eigenschappen der plooiingslijn aan de zijde der componenten. 249.
 - Aanbieding eener mededeeling van den Heer J. D. VAN DER WAALS JR.: „Opmerkingen naar aanleiding van de Dynamica van het Electron”. 509.
 - Een omstandigheid, welke in acht genomen moet worden bij de toepassing der toestandsvergelijking voor groote dichtheid der materie. 623.
 - Aanbieding eener verhandeling van den Heer J. W. GILRAY: „Experimental-Untersuchung über die Möglichkeit einer Doppeltelephonie mittels unterbrochener Klänge.” 804.
 - Bekrachtiging zijner benoeming tot Secretaris. 806.
 - Aanbieding eener mededeeling van den Heer A. SMITS: „Over den loop der P , T -lijnen voor vast-fluïde bij standvastige samenstelling”. 866.
- WAALS JR. (J. D. VAN DER). Opmerkingen naar aanleiding van de Dynamica van het Electron. 509.
- WAARSCHIJNLIJKHEID (Een vraagstuk van meetkundige). 325.

- WARMTEGELEIDINGSVERMOGEN (Een eenvoudige, geometrische afleiding der betrekkingen welke tusschen de waargenomen en gezochte grootheden bestaan, die bij de VOIGT'sche methode ter bepaling van 't) van kristallen, ter sprake komen. 799.
- WARMTESTRALING (Over de) in een stelsel lichamen van overal gelijke temperatuur. I. 345. II. 408.
- (Waarnemingen omtrent de) van de Corona en van de Zonneschijf. 465.
- WASHINGTON (Bericht van de Smithsonian Institution te) van het overlijden van haren Secretaris S. P. LANGLEY. 506.
- WATERSTAAT, Handel en Nijverheid (Minister van). Zie MINISTER van Waterstaat, Handel en Nijverheid.
- WATERSTOF (Het zuiveren van gassen door afkoeling gepaard met samendrukking, in 't bijzonder het bereiden van zuivere). 157.
- WEBER (MAX). Aanbieding eener mededeeling van den Heer SYDNEY J. HICKSON: „On a new species of *Corallium* from Timor”. 322.
- Praeadvies over stukken betrekking hebbende op de voorgenomen oprichting eener internationale Vereeniging voor poolonderzoek. 697.
- WEEDER (J.). Nauwkeurige benaderingsformules voor de verhoudingen der driehoeken bij de berekening eener elliptische baan uit 3 waarnemingen. II. 160.
- WENT (F. A. F. C.). Aanbieding eener verhandeling van den Heer F. W. T. HUNGER: „Onderzoekingen en beschouwingen over de mozaïek-ziekte der Tabaksplant”. 59.
- Aanspraak bij de uitreiking der Leeuwenhoek-medaille aan den Heer M. W. BEYERINCK. 203.
- Aanbieding der dissertatie van den Heer A. A. PULLÉ: „An enumeration of the vascular plants from Surinam, together with their distribution and synonymy”. 623.
- en A. H. BLAAUW. Over apogonie bij *Dasylicirion acrotrichum* Zucc. 702.
- WICHMANN (C. E. A.). Bekräftiging zijner benoeming tot gewoon lid. 2.
- Ardennengesteenten in het Nederlandsche diluvium benoorden den Rijn. 445
- WILTERDINK (J. H.). Rapport over de verrichtingen met de beide spleetspektrografen voor de zoneclips van 30 Augustus 1905. 468.
- WIND (C. H.). Aanbieding eener mededeeling van den Heer C. EASTON: „Schommelingen der zonswerkzaamheid en van het klimaat”. 2de mededeeling. 59. 68.
- (Bericht dat de Heer) benoemd is tot gedelegeerde der Regeering bij het internationale congres voor de studie der radiologie en ionisatie te Luik. 202.
- WINKLER (C.). Verslag over eene missive van de Internationale Associatie der Akademien, betreffende: „Oprichting van instellingen voor onderzoek der hersenen”. 2. Discussie hierover. 209.
- Aanbieding eener mededeeling van den Heer D. J. HULSHOFF POL: „De centra van BOLK in de kleine hersenen van zoogdieren”. 299.
- Aanbieding eener mededeeling van den Heer G. VAN RIJNBEEK: „De huidteekeningen der gewervelde dieren in verband met de segmentaalleer”. 308.
- Aanbieding eener mededeeling van den Heer L. J. J. MUSKENS: „Anatomisch onderzoek omtrent kleinherzen-verbindingen”. 575.
- Verslag over een vraag van den Minister van Binnenlandsche Zaken om opgave van kosten verbonden aan de oprichting van een instituut voor hersenonderzoek. 698.

- Wiskunde.** Mededeeling van den Heer W. A. VERSLUYS: „Over den rang der snijkromme van twee algebraïsche oppervlakken”. 38.
- Mededeeling van den Heer JAN DE VRIES: „Over bundels van algebraïsche oppervlakken”. 50.
- Mededeeling van den Heer W. A. VERSLUYS: „Over het aantal gemeenschappelijke raaklijnen van een kromme en een oppervlak”. 166.
- Mededeeling van den Heer H. DE VRIES: „Centrale projectie in de ruimte van LOBATSCHESKY”. 1ste mededeeling. 264.
- Mededeeling van den Heer Z. P. BOUMAN: „Bijdrage tot de kennis van den tetraëdralen complex”. 294.
- Mededeeling van den Heer W. KAPTEYN: „Over een bepaalde integraal van KUMMER.” 315.
- Mededeeling van den Heer J. C. KLUYVER: „Een vraagstuk van meetkundige waarschijnlijkheid”. 325.
- Mededeeling van den Heer W. A. VERSLUYS: „De Plücker'sche equivalenten van een cyclisch punt eener ruimtekromme”. 482.
- Mededeeling van den Heer P. H. SCHOUTE: „Over een gewrongen oppervlak van den zesden graad en het nulde geslacht in de ruimte R_4 van vier afmetingen”. 485.
- Mededeeling van den Heer W. KAPTEYN: „Over het quotient van twee opvolgende Besselsche functiën”. 562. 672.
- Mededeeling van den Heer JAN DE VRIES: „Over een groep van stralencomplexen, waarvan het singuliere oppervlak uit een regelvlak en een aantal platte vlakken bestaat”. 666.
- Mededeeling van den Heer P. H. SCHOUTE: „Over een bijzondere reeks van kwadratische oppervlakken met acht gemeenschappelijke punten en acht gemeenschappelijke raakvlakken”. 700. 737.
- Mededeeling van den Heer JAN DE VRIES: „Eenige eigenschappen van bundels van algebraïsche krommen”. 841.
- WOORDENBOEK** der Plantennamen (Verzoek van den Minister van Binnenlandse Zaken om bericht omtrent een subsidieaanvraag der Natuurhistorische Vereeniging ten behoeve van de uitgave van een Nederlandsch). 62.
- WIJHE** (J. W. VAN). Verslag over een vraag van den Minister van Binnenlandse Zaken om opgave van kósten verbonden aan de oprichting van een instituut voor hersenonderzoek. 698.
- WIJSMAN** (H. P.) benoemd tot gedelegeerde der regeering bij het te Rome te houden Scheikundig Congres. 806.
- IJS** (Over de beweging van een metaaldraad door een stuk). 629.
- IJSTIJDVAK** in Nederland (Pliocéen en meer dan één). 534.
- ZEEMAN** (J.). Bericht van overlijden. 437.
- ZEEMAN** (P.). Verslag over een schrijven van den Heer H. VAN MEERTEN te Buitenzorg. 7.
- Aanbieding eener mededeeling van den Heer F. M. JAEGER: „Een eenvoudige, geometrische afleiding der betrekkingen, welke tusschen de waargenomen en ge-

- zochte grootheden bestaan, die bij de Voigt'sche methode ter bepaling van 't warmtegeleidingsvermogen van kristallen, *ter sprake komen*". 799.
- Z E E M A N (P.). Magnetische splitsing der spectraallijnen en veldsterkte. 1ste gedeelte. 838.
- ZENUWSTELSEL der Monotremen (Over het sympathisch). 141.
- ZOETWATERAFZETTINGEN (Brak- en) van de Silatrivier. 700.
- ZON (Rapport omtrent de 2de bijeenkomst van de „Internationale Unie voor samenwerking in onderzoekingen betreffende de) gehouden te Oxford 27—29 September 1905. 823.
- ZONNESCHIJF (Waarnemingen omtrent de warmtestraling van de corona en van de). 465.
— (Eene nieuwe methode ter bepaling van het verloop der stralingssterkte op de van het midden naar den rand. 611.
- ZONSVERDUISTERING van 30 Augustus 1905 (Voorloopig verslag over de totale). 463.
- ZONSWERKZAAMHEID (Schommelingen der) en van het klimaat, (2de mededeeling). 59, 68.
- ZOOGDIEREN (De centra van Bolk in de kleine hersenen van). 299.
- ZUIDERZEE (Verzoek van den Minister van Binnenlandsche Zaken om bericht over een subsidieaanvraag van Dr. M. C. DEKHUYZEN voor een door hem in te stellen onderzoek van de). 62. Verslag hierover. 66.
- ZUREN (Over colorimetrie en over eene colorimetrische methode om de dissociatieconstante van) te bepalen. 97.
— (Esteranhydriden van tweebasische). 283.
- ZWAARDEMAKER (H.). Over den geluidsdruk in het Cortisch orgaan. 43.
— Over het onderscheidingsvermogen voor toonintensiteiten volgens proefnemingen van den Heer A. DEENIK. 396.
— De sterkte van zoo zwak mogelijke reflexprykkels. 763.
- ZWERFSTEENEN (De geographische en geologische beteekenis van den Hondsrug en het onderzoek der) in ons Noordsch diluvium. 360.
— (Bijdragen tot de kennis der sedimentaire) in Nederland. 1. De Hondsrug in de provincie Groningen. 2. Bovensilurische zwerfsteenen. 3de mededeeling. Zwerfsteenen van den ouderdom der Oostbaltische Zone. 368. Verslag hierover. 372.
- ZWIERS (H. J.). Onderzoekingen over de baan van de periodische komeet Holmes en over de storingen in haar elliptische beweging. 674.

Q
57
A522
dl 14
gdl 2

Akademie van Wetenschappen,
Amsterdam. Afdeeling voor
de Wis- en Natuurkundige
Wetenschappen
Verslag van de gewone
vergaderingen

Physical &
Applied Sci.
Serials

PLEASE DO NOT REMOVE
CARDS OR SLIPS FROM THIS POCKET

UNIVERSITY OF TORONTO LIBRARY

STORAGE

